



**HAL**  
open science

# Algorithmes de Commande Pour Le Pilotage d'Une Direction Découplée

Julien Coudon

► **To cite this version:**

Julien Coudon. Algorithmes de Commande Pour Le Pilotage d'Une Direction Découplée. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007. Français. NNT: . tel-00181462

**HAL Id: tel-00181462**

**<https://theses.hal.science/tel-00181462>**

Submitted on 23 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Table des matières

<b>Remerciements.</b>	<b>v</b>
<b>1 Introduction.</b>	<b>1</b>
1.1 Technologies de la conduite par fils, généralités.	1
1.2 Les enjeux du Steer-By-Wire.	3
1.3 Objectifs du travail.	4
1.4 Organisation de la thèse.	5
<b>2 Pilotage d'une direction découplée: état de l'art.</b>	<b>7</b>
2.1 Commande uni-latérale.	7
2.1.1 Contrôle de la stabilité du véhicule (Hyundai).	7
2.1.2 Commande en couple (Renault).	11
2.2 Commande bi-latérale.	13
2.2.1 Retour d'efforts simple (Delphi).	13
2.2.2 Remontée d'efforts dynamique (Toyota).	15
2.2.3 Model-Matching (German Aerospace Center, DLR).	18
2.2.4 Télémanipulation (LAG).	19
2.2.5 Commande multi-objectifs (LAG).	22
2.2.6 Commande hybride (LAG Renault).	24
2.3 Synthèse.	27
<b>3 Mise au point d'un modèle de référence.</b>	<b>29</b>
3.1 Généralités sur les systèmes de direction classique.	29
3.1.1 Direction à assistance hydraulique (DAH).	29
3.1.2 Direction à assistance électrique (DAE).	34
3.1.3 Synthèse, propriétés génériques d'une direction.	38
3.2 Présentation du modèle de référence.	39
3.2.1 Objectifs du modèle.	39
3.2.2 Idée de base.	39
3.2.3 Description.	41
3.3 Mise au point du modèle.	43
3.3.1 Objectifs du correcteur stabilisant.	43
3.3.2 Méthodologie et hypothèses.	44
3.3.3 Correcteur stabilisant réduit (PD).	46
3.3.4 Correcteur stabilisant étendu (LQ).	51
3.4 Conclusion.	58
<b>4 Model-Following.</b>	<b>61</b>
4.1 Problématique.	61
4.1.1 Présentation.	61
4.1.2 Étude préliminaire: problème de couplage.	62
4.2 Cas idéal: loi de commande pour un véhicule à architecture simple.	67

4.2.1	Architecture du véhicule. . . . .	67
4.2.2	Commande simple par régulateur PID. . . . .	68
4.2.3	Commande par retour d'état. . . . .	79
4.2.4	Récapitulatif. . . . .	94
4.3	Application réelle: lois de commande pour le prototype SBW1. . . . .	96
4.3.1	Architecture du véhicule. . . . .	96
4.3.2	Système de restitution. . . . .	99
4.3.3	Système de braquage. . . . .	108
4.3.4	Récapitulatif. . . . .	112
4.4	Model-Following: conclusion. . . . .	113
<b>5</b>	<b>Model-Matching. . . . .</b>	<b>117</b>
5.1	Problématique. . . . .	117
5.1.1	Présentation. . . . .	117
5.1.2	Bref état de l'art. . . . .	118
5.1.3	Principe de commande retenu. . . . .	118
5.2	Cas idéal: loi de commande pour un véhicule à architecture simple. . . . .	120
5.2.1	Système de restitution. . . . .	120
5.2.2	Système de braquage. . . . .	122
5.2.3	Conclusion. . . . .	126
5.3	Application réelle: lois de commande pour le prototype SBW1. . . . .	126
5.3.1	Architecture du véhicule: rappels. . . . .	126
5.3.2	Principe: contrôle par boucles imbriquées. . . . .	127
5.3.3	Système de restitution. . . . .	129
5.3.4	Système de braquage. . . . .	136
5.3.5	Synchronisation des deux systèmes. . . . .	142
5.3.6	Conclusion. . . . .	146
5.4	Model-Matching: conclusion. . . . .	147
<b>6</b>	<b>Essais sur prototype. . . . .</b>	<b>149</b>
6.1	Caractérisation du système de restitution et mise à jour du modèle. . . . .	150
6.1.1	Principe d'identification. . . . .	150
6.1.2	Balayages fréquentiels. . . . .	151
6.2	Mise en place des lois de commande. . . . .	152
6.2.1	Modifications du modèle de référence. . . . .	153
6.2.2	Model-Matching. . . . .	155
6.2.3	Model-Following. . . . .	160
6.3	Améliorations. . . . .	162
6.3.1	Mise en place d'une assistance non linéaire. . . . .	162
6.3.2	Clavetage. . . . .	168
6.4	Bilan. . . . .	171
<b>7</b>	<b>Conclusion. . . . .</b>	<b>173</b>
7.1	Éléments de comparaison entre les deux stratégies de commande. . . . .	173
7.2	Améliorations. . . . .	175
7.3	Perspectives. . . . .	175
<b>A</b>	<b>Annexes. . . . .</b>	<b>I</b>
A.1	Train avant (simplifié). . . . .	II
A.1.1	Schémas. . . . .	II
A.1.2	Calcul des efforts crémaillère. . . . .	II
A.2	Véhicule: modèle 2 roues. . . . .	V

A.2.1	Paramètres. . . . .	V
A.2.2	Hypothèses. . . . .	V
A.2.3	Mise en équations. . . . .	V
A.3	Annexes: rappels théoriques. . . . .	VIII
A.3.1	Marges de stabilité des systèmes linéaires. . . . .	VIII
A.3.2	Régulateur Linéaire Quadratique (LQ) à horizon infini. . . . .	IX
A.3.3	Méthode systématique de calcul des gains d'un correcteur PID. . . . .	IX
<b>B</b>	<b>Bibliographie.</b>	<b>XI</b>



# Remerciements.

Cette thèse fut réalisée dans le cadre d'une coopération entre la Direction de la Recherche de Renault (DR) et le Laboratoire d'Automatique de Grenoble. Je voudrais dans un premier temps remercier messieurs Luc Bourgeois, chef du service Contrôle des Systèmes de Renault, Alain Priez, chef du projet X-By-Wire et Alain Barraud, directeur du LAG, pour m'avoir accueilli dans leurs unités au cours de ces trois années.

Je tiens à remercier chaleureusement Carlos Canudas-de-Wit (directeur de thèse LAG) et Xavier Claeys (co-directeur Renault) pour leur esprit critique, ainsi pour que toute l'aide et les nombreux conseils qu'ils m'ont apportés au cours de ces années de recherche.

Je tiens par ailleurs à exprimer ma reconnaissance à Alain Micaelli (CEA, professeur) et Said Mammour (INRTS, HDR) pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse et pour l'attention avec laquelle ils ont relu mon mémoire. Je remercie également les autres membres de mon jury de thèse, Gilles Duc (SUPELEC, professeur) et Luc Dugard (LAG, HDR) pour leurs commentaires et remarques pertinentes.

Je remercie aussi particulièrement Samuel Crégut (Renault), Richard Pothin (Renault) et Didier Martinez (Renault) pour leurs conseils et leur soutien.

Un grand merci à tous les collègues du service Contrôle des Systèmes de Renault qui ont contribué à rendre l'ambiance de travail chaleureuse et productive. Merci à Mehdi, Damiano, Lionel, Nicolas, Stéphane, Mickael, Vincent, Fabien, Luca, Lionel, Alessandro, Marc, Philippe, Vincent, Karime et tant d'autres pour leur soutien moral, les discussions animées et moments de rire qui ont donné vie à cette expérience. Mes remerciements vont aussi à mes collègues du LAG et plus particulièrement à John, Denis, Emmanuel, Pietro, Jean-Mathieu, David, Salvador, Fadi et Alessandro.

Je tiens aussi à remercier Patricia, Virginie, Marie-Rose et Marie-Thérèse pour leur grande disponibilité.

Merci à tous mes amis et proches qui m'ont soutenu durant ces trois années, en particulier David, Julie, Gérard et Sylvie.

Bien évidemment, une pensée toute particulière à mes parents, mes grands parents et mes frères qui m'ont encouragé pendant toutes mes années d'études, ainsi qu'à Magali, pour son aide et son soutien précieux.

---

# Chapitre 1

## Introduction.

### 1.1 Technologies de la conduite par fils, généralités.

Le Steer-By-Wire est une nouvelle technologie qui apporte à l'automobile la capacité de découpler le volant du train avant et des roues. Ce genre de technologie est déjà bien connu chez les avioneurs (Airbus, Boeing, Dassault), dont de nombreux avions sont équipés de commande de vol de type Fly-By-Wire.

Le Steer-By-Wire s'inscrit dans une logique plus large, le Drive-By-Wire, qui tend à faire disparaître des véhicules les liens mécaniques entre les commandes proposées au conducteur et les systèmes physiques. Différents types d'applications découlent de cette tendance.

**Le Throttle-By-Wire (accélérateur).** Ce type de système consiste à remplacer les cables reliant la pédale d'accélérateur au moteur. Les véhicules actuels, par l'intermédiaire des systèmes d'injection et de papillons motorisés, utilisent déjà ce genre de solutions.

**Le Clutch-By-Wire (embrayage).** Il s'agit de piloter l'embrayage sans rappels mécaniques avec le conducteur. Là encore, ce type de solution existe déjà dans les gammes de véhicules actuels avec les boîtes automatiques et boîtes robotisées.

**Le Brake-By-Wire (freins).** Comme son nom l'indique, le circuit hydraulique reliant la pédale de freins aux étriers disparaît. Actuellement, de telles solutions n'existent pas en tant que telles mais des systèmes comme l'ABS ou l'ESP permettent d'ores et déjà un certain découplage entre le conducteur et les freins.

**Le Steer-By-Wire (direction).** Très simplement, la colonne de direction reliant le volant au train avant est supprimée. De nos jours, des directions découplées ne sont utilisées que sur des véhicules de chantier, l'application aux véhicules destinés aux particuliers est encore lointaine. Malgré tout, des constructeurs comme BMW et Toyota proposent déjà dans leur gamme une solution intermédiaire communément appelée AFS (Active Front Steering). Un actionneur est placé sur la colonne de direction afin de pouvoir modifier l'angle de braquage des roues avant sans action sur le volant.

Les avantages de ces systèmes et du Drive-By-Wire en général sont multiples. Une liste exhaustive des gains réellement envisageables n'est pas possible en l'état actuel. Cependant, certains bénéfices évidents peuvent être cités.



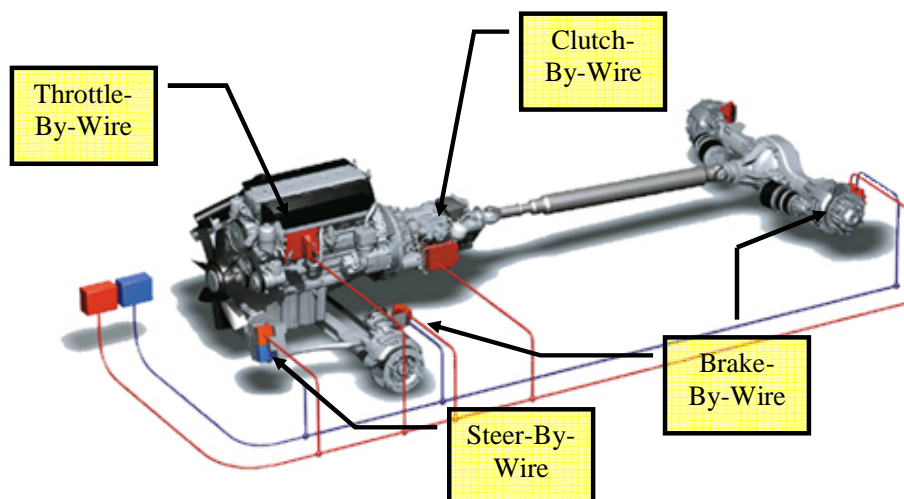


FIG. 1.1 – Architecture X-By-Wire.

1. La suppression du lien mécanique permet de considérablement simplifier les systèmes. La flexibilité en terme de packaging et d'ergonomie s'en trouve améliorée, l'assemblage est simplifié. De même, le poids et le coût du système sont diminués. Enfin, la fiabilité est censée elle-aussi être améliorée.
2. La disparition des circuits hydrauliques (frein, embrayage, direction) est plus en accord avec les contraintes environnementales et écologiques.
3. L'interface électrique entre les systèmes et les commandes fournies au conducteur facilite la mise en oeuvre de contrôles actifs (contrôle de trajectoire, évitements) et apporte un gain en performance. Dans le cas du Throttle-By-Wire, la suppression du lien mécanique a permis de diminuer la consommation en carburant et d'améliorer le confort de conduite en supprimant les à-coups de transmission.

Cependant, si ces technologies sont susceptibles d'apporter certains avantages, elles sont néanmoins relativement difficiles à mettre en oeuvre. Un des grands challenges du Drive-By-Wire réside dans sa capacité à gérer les pannes et la sûreté de fonctionnement qui en découle. Il est en effet nécessaire de fournir des systèmes capables non seulement de détecter les pannes mais aussi d'adopter un fonctionnement dégradé qui soit sécurisant pour le conducteur et ses éventuels passagers.

De nouvelles architectures dites *Fault Tolerant* doivent être développées. Basiquement, une telle architecture est basée sur une distribution des systèmes mécaniques de manière à assurer, au global, la fonction désirée.

Cette distribution fait appel à plusieurs sous-systèmes indépendants groupés de manière à créer localement des redondances. Si un sous-système rencontre une panne, les redondances locales permettent alors d'assurer la fonction globale. Chacun de ces sous-systèmes possède sa propre unité électronique de contrôle, l'ensemble des unités étant reliées entre elles par un bus lui aussi dit *Fault Tolerant*.

Les sous-systèmes mécatroniques sont généralement combinés de manière à former des *Fault Tolerant Units (FTUs)*. Une façon classique de créer un FTU est de regrouper deux *Fail Silent Units (FSUS)*. Un FSU est caractérisé par sa capacité à s'auto-diagnostiquer en continu et à stopper toute émission de signal ou de puissance en cas de détection d'une défaillance. En fonctionnement nominal, tous les accessoires dits FSU contribuent à réaliser la fonction du FTU. Si une des sous-unités (FSU) tombe en panne, le système FTU entre alors dans un mode de fonctionnement dit dégradé, avec de

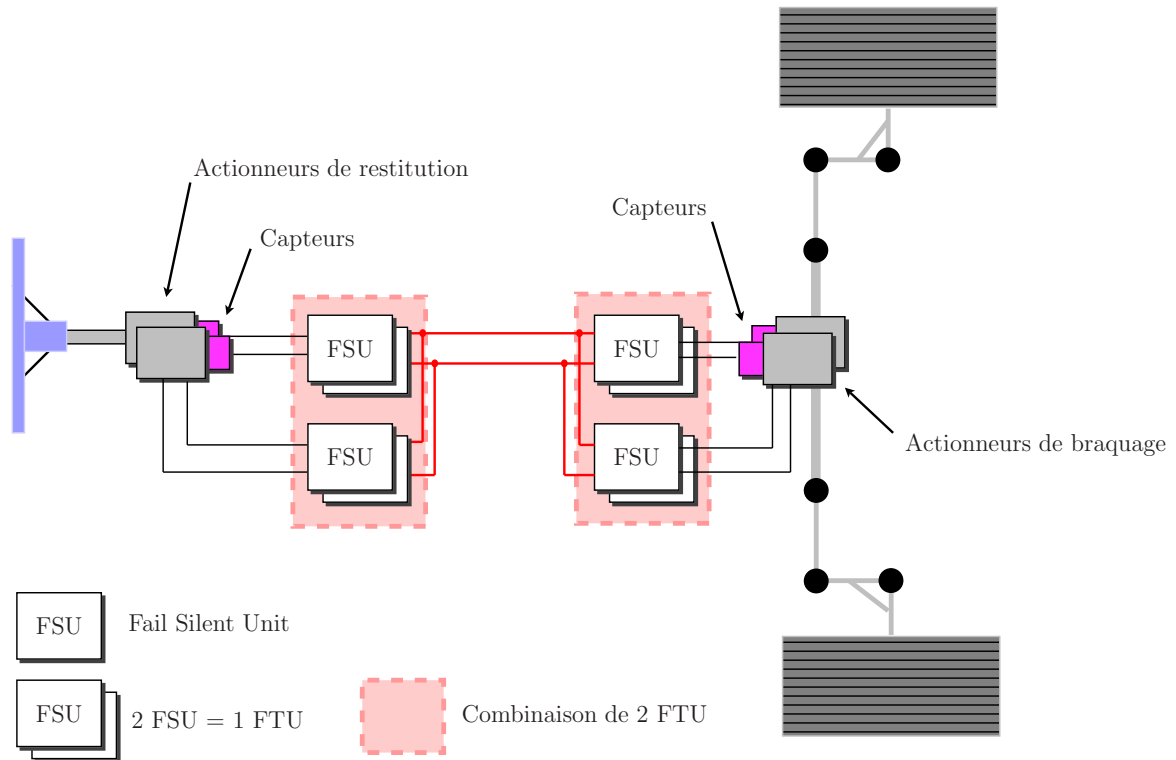


FIG. 1.2 – Architecture Fault-Tolerant pour Steer-By-Wire.

moindres performances mais les fonctions de base sont toujours assurées.

En dehors de ces aspects liés à la sûreté de fonctionnement, le Drive-By-Wire se doit de fournir un niveau de prestation au moins égal si ce n'est supérieur à celui apporté par les systèmes mécaniques classiques. De ce point de vue, le Steer-By-Wire apporte un certain nombre d'innovations.

## 1.2 Les enjeux du Steer-By-Wire.

Un système de direction découplée permet d'envisager de nouvelles fonctionnalités en termes de sécurité, de confort et de packaging ainsi que certains gains processus.

### Sécurité.

- L'élimination de la colonne de direction permet de diminuer les risques de blessure lors d'un choc frontal dus à la pénétration dans l'habitacle du volant et de la colonne.
- Il est possible d'envisager un système préventif venant interdire au conducteur certaines manœuvres au volant susceptibles de lui faire perdre le contrôle de son véhicule.
- La mise en place de contrôles actifs de trajectoire est simplifiée. L'angle de braquage des roues avant peut être modifié par la stratégie de contrôle de manière transparente vis à vis du conducteur.

### Confort, nouvelles prestations.

- Ce type de système peut naturellement fournir une direction à démultiplication variable. La maniabilité du véhicule à basses vitesses en est améliorée ainsi que sa stabilité à haute vitesse.
- Le niveau d'effort à fournir par le conducteur pour conduire son véhicule est calculé de manière à optimiser le confort et la sécurité.

- Il est possible de paramétrer certains aspects de la direction (niveau d'effort, réactivité, perception des effets extérieurs) et de fournir au conducteur une interface lui permettant de choisir le réglage qui lui convient le mieux.

### **Packaging, ergonomie.**

- L'élimination de la colonne de direction permet de faciliter la conception du compartiment moteur d'un véhicule.
- Le poids du véhicule est diminué.
- Les possibilités de design intérieur et extérieur sont décuplées. La position du volant n'est plus problématique. La forme elle-même du volant peut être modifiée en considérant la réduction des mouvements induite pas une démultiplication variable.

### **Gains processus.**

- Le système étant plus simple la mise au point est censée être simplifiée.
- La solution présente un fort caractère transversal et peut être appliquée à l'ensemble de la gamme de véhicules.
- Les deux arguments précédents combinés à une réduction des contraintes de montage (conduite à droite et à gauche) permet d'envisager de sérieuses diminutions de coûts.

En revanche, si de nouvelles fonctionnalités peuvent être envisagées, un certain nombre de nouveaux problèmes et nouvelles difficultés apparaissent.

### **Difficultés.**

- La principale difficulté du Steer-By-Wire réside dans la capacité à reproduire les sensations de conduite indispensables à la bonne maîtrise d'un véhicule. En effet, les sensations perçues par le conducteur par l'intermédiaire du volant ont une part capitale dans son aptitude à diriger son véhicule.  
Le caractère hautement subjectif d'un système de direction classique (direction à assistance hydraulique ou électrique) rend la définition d'un cahier des charges extrêmement difficile. D'autre part, le pilotage du système de direction découplée, basé sur un cahier des charges subjectif, devient un problème complexe nécessitant une étude approfondie.
- Une autre difficulté majeure d'un système Steer-By-Wire est sa capacité à assurer la sécurité des occupants du véhicule et des personnes environnantes. Les aspects de Sécurité de Fonctionnement (SDF) constituent le deuxième grand problème à résoudre avant toute commercialisation d'un tel système.

## **1.3 Objectifs du travail.**

Le but de cette thèse n'est pas à proprement parler d'étudier les problématiques liées à la sûreté de fonctionnement des systèmes "By-Wire" mais de se focaliser sur les stratégies et méthodes de commande à utiliser pour piloter une direction découplée (Steer-By-Wire). Ce travail s'inscrit naturellement dans le projet de recherche intitulé *X-By-Wire* mené par Renault.

La conduite d'un véhicule automobile est bien souvent considérée comme une tâche visuelle ([Lee76], [LL94], [BL96]). A travers sa formation initiale et ses premières expériences, le conducteur se construit un modèle du comportement dynamique de son véhicule. La connaissance implicite de ce modèle permet, entre autres, d'anticiper la réaction du véhicule suite à une action sur le volant.

La construction d'un tel modèle ne se fait qu'à partir d'informations visuelles mais elle est généralement enrichie et facilitée par la présence d'une interface tactile entre le conducteur et les systèmes qu'il contrôle. Des expériences ont démontré que les contacts tactiles permettent d'améliorer le guidage visuel de systèmes dont le manipulateur n'a aucune connaissance a priori de la dynamique ([HBDS97]). Dans le cas de la conduite d'un véhicule, il a été montré dans ([BH99] et [GGR<sup>+</sup>84]) que le conducteur préférerait ressentir un effort dans le volant qui augmente avec la vitesse.

De manière très basique, l'effort ressenti par le conducteur pour tourner le volant est issu des forces de contact entre les pneus et le sol après modification par la cinématique du système de direction (train avant, diamètre du pignon de crémaillère etc...). Le système d'assistance au braquage, très largement répandu désormais, vient lui-aussi modifier l'effort ressenti (effort de restitution) afin d'améliorer le confort de conduite. En première approximation, l'effort de restitution est proportionnel à l'angle de braquage pour une vitesse véhicule donnée et au coefficient d'adhérence des pneumatiques pour des accélérations latérales modérées. Or, les forces appliquées aux pneumatiques sont globalement proportionnelles à l'accélération du véhicule, ces efforts étant retransmis au conducteur avec relativement peu de distorsion lors de faibles angles de braquage.

Il apparaît alors clairement que le couple ressenti par le conducteur, par l'intermédiaire du volant, fournit des informations pertinentes et capitales quant au comportement dynamique de son véhicule. Ces informations, liées à la vitesse, à la courbure de la route et à la qualité du contact pneus/sol, viennent compléter les données visuelles perçues par le conducteur.

Le Steer-By-Wire pose alors la question de la stratégie à adopter pour aider le conducteur à conduire son véhicule. Faut-il recréer un couple de restitution qui soit basé sur une image des efforts mesurés au niveau du train avant, ou bien faut-il au contraire mettre au point un effort totalement indépendant de la dynamique du véhicule, mais basé essentiellement sur des critères de confort?

A l'heure actuelle, la question n'est pas réellement tranchée. De nombreux travaux ont été menés basés sur l'une ou l'autre des deux propositions. Pour cette thèse, le parti a été pris de développer une solution intermédiaire, basée dès le départ sur une utilisation des efforts extérieurs pour constituer le couple ressenti par le conducteur. L'ensemble est alors complété par un modèle censé assurer un certain confort au conducteur ainsi qu'une certaine dynamique au véhicule.

## 1.4 Organisation de la thèse.

Cette introduction permet d'avoir une vue d'ensemble des enjeux liés aux technologies By-Wire et plus particulièrement au Steer-By-Wire.

La première partie du mémoire présente une étude de certains travaux représentatifs des deux stratégies de commande présentées précédemment.

Le chapitre suivant est dédié à la mise au point d'un modèle de référence décrivant le comportement souhaité du système de direction. Ce modèle s'appuie sur un compromis entre restitution des efforts réels et restitution découplée. Durant cette étude, deux versions du modèle de référence sont proposées, une version dite *réduite* et une version *étendue* prenant en compte des entrées supplémentaires.

Par la suite deux méthodes de pilotage de la direction permettant de reproduire le comportement du modèle de référence sont étudiées. Il s'agit des méthodes dites de Model-Following, littéralement *Suivi de Modèle* et de Model-Matching ou *Reproduction de Modèle*.

Les principes de commande sont alors radicalement différents. Dans le premier cas, le modèle de référence est codé en temps réel dans le véhicule et génère des consignes de position pour les différents

sous-systèmes de la direction découplée. Dans le deuxième cas, le modèle n'est pas explicitement présent dans le véhicule, mais il apparaît dans les différents termes de la loi de commande.

Quelle que soit la méthode de commande présentée, l'étude est menée de manière similaire. Dans un premier temps, les concepts de pilotage sont validés sur un véhicule d'architecture simple puis appliqués à un véhicule d'architecture plus réaliste, en l'occurrence le prototype SBW1 fourni par Renault.

Enfin, les premiers résultats expérimentaux sont exposés dans le dernier chapitre. Il a en effet été possible de tester le comportement de certaines lois de commande sur le prototype ce qui a permis de valider les choix faits lors de la mise au point du modèle de référence. Des améliorations sont ensuite proposées afin de répondre aux exigences formulées par les essayeurs.

---

## Chapitre 2

# Pilotage d'une direction découplée: état de l'art.

Dans la suite, un certain nombre de travaux emblématiques sur le pilotage d'une direction découplée sont présentés et classés selon deux grandes catégories:

- les travaux faisant appel à une stratégie de commande dite **uni-latérale**. Il s'agit de piloter une direction de type Steer-By-Wire en exploitant au maximum le découplage existant entre le volant et les roues. Dès lors, le système de restitution est piloté de manière totalement indépendante, sans aucune mesure ni aucun lien provenant du système de braquage. Le système de braquage est généralement asservi sur la position du volant.
- les travaux utilisant une méthode de commande dite **bi-latérale**. Contrairement à la stratégie présentée précédemment, il s'agit ici de re-créer en quelque sorte un couplage entre le volant et les roues. Des mesures venant du système de braquage (généralement des efforts) sont utilisées pour piloter le système de restitution et ainsi créer un effort de restitution. Là encore, le système de braquage est généralement asservi sur la position du volant.

### 2.1 Commande uni-latérale.

#### 2.1.1 Contrôle de la stabilité du véhicule (Hyundai).

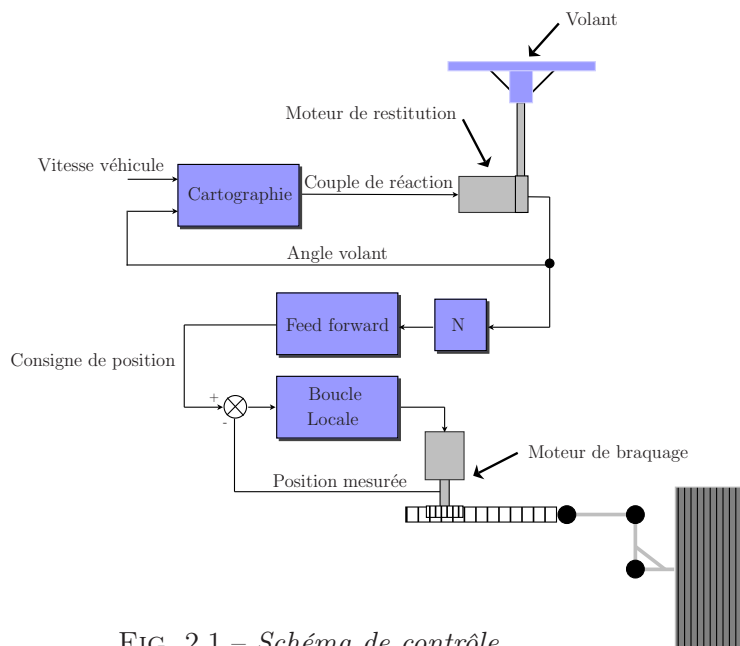


FIG. 2.1 – Schéma de contrôle.

Dans [PSJH02] le schéma de contrôle proposé par les auteurs repose sur le calcul d'un couple de réaction au niveau de l'organe de restitution, en l'occurrence du volant, qui ne dépend que de la position du volant et de la vitesse du véhicule. Les gains du contrôle sont de type proportionnels, obtenus à par des cartographies dépendant de l'angle volant et de la vitesse du véhicule. Les roues avant sont asservies sur la position du volant au coefficient de démultiplication près avec un contrôle de la stabilité du véhicule par feedforward (Figure 2.1).

### *Pilotage du système de restitution.*

Le but recherché est principalement de reproduire les sensations de conduite éprouvées sur les véhicules commerciaux. Le couple de réaction, ou couple ressenti par le conducteur, doit donc être faible à basse vitesse et en parking et fournir une sensation de fermeté au conducteur pour les hautes vitesses.

Dans cette optique, le couple de réaction est généré à partir de la position du volant et de la vitesse du véhicule selon deux paramètres  $K_\alpha$  et  $K_\beta$ :

- $K_\alpha$  permet de décrire la dépendance du couple de réaction en fonction de l'angle du volant;
- $K_\beta$  permet de décrire l'influence de la vitesse du véhicule sur le couple de réaction.

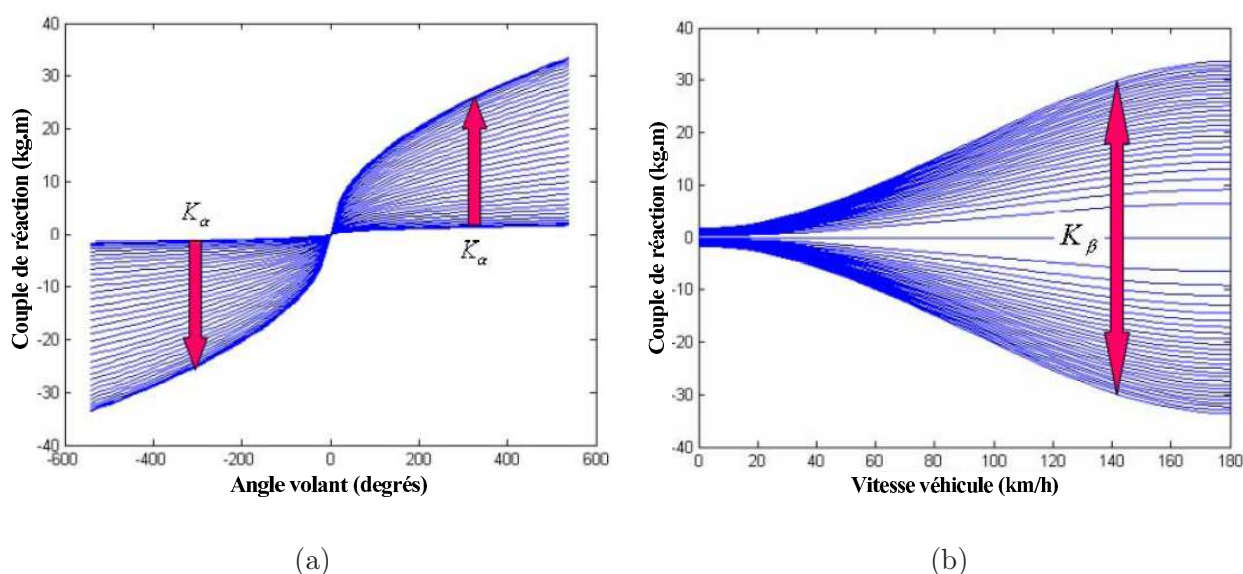


FIG. 2.2 – Couple de réaction en fonction de: (a) l'angle volant; (b) la vitesse véhicule.

Comme indiqué sur la Figure 2.4 (b), le couple de réaction est faible pour les faibles vitesses véhicule de manière à faciliter les manoeuvres pour le conducteur. En revanche, lorsque la vitesse est importante, le couple de réaction augmente de manière à durcir le volant. Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que les courbes de couple de réaction convergent à très hautes vitesses afin de ne pas générer des valeurs de couple trop importantes.

Finalement, la cartographie utilisée pour piloter le moteur du système de restitution est représentée sur la Figure 2.3.

Les auteurs proposent par ailleurs une méthode de contrôle avancée du système de restitution. Cette méthode peut se résumer de la manière suivante:

- les limites de stabilité du véhicule, en l'occurrence le renversement, sont définies;
- lorsque le véhicule dépasse les limites de stabilité prédéfinies, le système de direction tente de diminuer l'instabilité du véhicule en agissant sur le couple ressenti par le conducteur au niveau du volant;



FIG. 2.3 – Couple de réaction en fonction de la position du volant et de la vitesse du véhicule.

L'accélération latérale limite  $\gamma_t^{renv}$  du véhicule pour laquelle il y a risque de renversement est définie de la manière suivante:

$$\gamma_t^{renv} = \frac{g e}{2 h}$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $e$  est la largeur de voie du véhicule (distance entre les roues droites et gauches) et  $h$  est la distance du centre de gravité à l'axe de roulis.

Une fois la limite de renversement déterminée, il est possible de compléter la stratégie de pilotage. Un couple additionnel  $K_t$  est calculé:

$$K_t = K_p (\gamma_t - \gamma_t^{renv})$$

où  $\gamma_t$  est l'accélération latérale du véhicule et  $K_p$  est un gain proportionnel permettant d'agir sur la valeur de  $K_t$ .

En définissant  $\tau_c$  le couple issu de la cartographie définie précédemment, le couple de réaction  $\tau_r$  ressenti par le conducteur devient alors:

$$\tau_r = \tau_c (1 + K_t)$$

Dés que  $\gamma_t$  dépasse  $\gamma_t^{renv}$ ,  $K_t$  est pris en compte de manière à empêcher le conducteur de rajouter de l'angle volant et donc risquer de destabiliser son véhicule.

### **Pilotage du système de braquage.**

La commande du système de braquage est réalisée de manière à suivre la position du volant tout en assurant la stabilité du véhicule.

Une première commande avec un simple gain variable en feedforward sur la consigne de position issue du volant est dans un premier temps proposée:

$$\theta_r^{cons} = \frac{L}{L + K V^2} \frac{\theta_v}{N}$$

où  $\theta_r^{cons}$  est la consigne de position des roues avant,  $\theta_v$  est la position du volant,  $N$ , la démultiplication moyenne désirée de la direction,  $L$  est l'empattement du véhicule et  $V$  sa vitesse.

Le gain  $K$  est appelé *coefficient de sous-virage* du véhicule:

- $K = 0$  définit un véhicule neutre;



- $K > 0$  définit un véhicule sur-vireur;
- $K < 0$  définit un véhicule sous-vireur.

Une modification du gain  $K$  permet de faire varier la démultiplication du système de direction de manière à rendre le véhicule plus ou moins sous-vireur. Le contrôle est alors choisi pour rendre le véhicule sur-vireur à basse vitesse, le rendant ainsi plus maniable et plus réactif. En revanche, à haute vitesse le contrôle est déterminé afin de générer un comportement sous-vireur. La stabilité du véhicule est par conséquent améliorée.

Comme le montre la Figure 2.4 (a), il est possible d'améliorer la stabilité du véhicule en augmentant le gain  $K$  pour les hautes vitesses (ici 80 km/h). Les oscillations de la vitesse de lacet sont d'autant plus amorties que  $K$  est élevé.

A contrario, lorsque la vitesse du véhicule est faible (ici 40 km/h), il est possible d'augmenter la manoeuvrabilité en utilisant un  $K$  négatif de faible valeur. La vitesse de lacet devient alors plus importante.

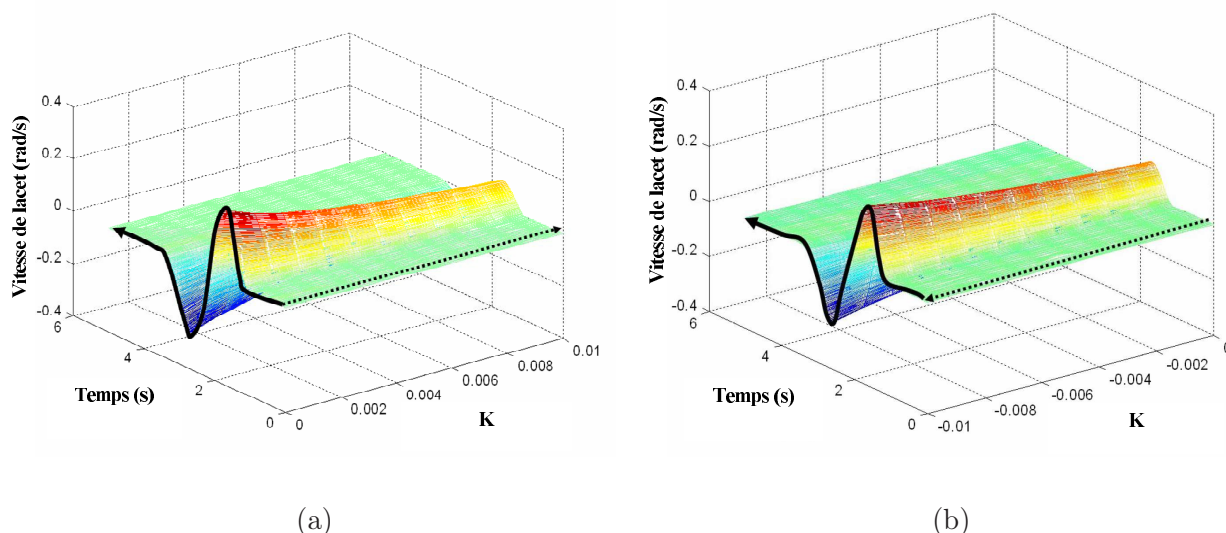


FIG. 2.4 – Vitesse de lacet du véhicule en fonction de  $K$  lors d'un changement de ligne: (a) hautes vitesses, comportement sous-vireur; (b) basses vitesses, comportement sur-vireur.

Dans [SYC<sup>+</sup>03], des travaux très similaires sur le pilotage de manière découplée d'un système Steer-By-Wire sont présentés.

### Commentaires

La méthode de contrôle présentée par les auteurs repose tout d'abord sur une stratégie de restitution totalement découplée des efforts au niveau du volant. Une cartographie de couple dépendant de la position du volant et de la vitesse du véhicule est utilisée pour calculer le couple de réaction ressenti par le conducteur. Cependant, aucune étude sur la stabilité du système obtenu n'est présentée. La simplicité de la méthode est un avantage certain mais le faible nombre de paramètres peut rendre difficile le réglage du ressenti conducteur.

La stratégie est par la suite complétée en prenant en compte des informations sur l'accélération latérale du véhicule. On ne peut alors plus réellement parler de restitution découplée puisque des informations sur la dynamique du véhicule sont fournies au conducteur dans certaines situations. A noter qu'aucune étude des interactions entre la dynamique du véhicule et les comportements des systèmes de restitution et de braquage n'est présentée alors que le couplage entre ces différents systèmes devient

important.

La commande du système de braquage est un asservissement sur la position du volant. La référence de position est modifiée par un feedforward de manière à pouvoir influencer le comportement sous-vireur ou non du véhicule en fonction de la vitesse. Cette stratégie revient en fait à modifier dynamiquement la démultiplication du système de direction de manière à assurer un certain comportement dynamique pour le véhicule.

### 2.1.2 Commande en couple (Renault).

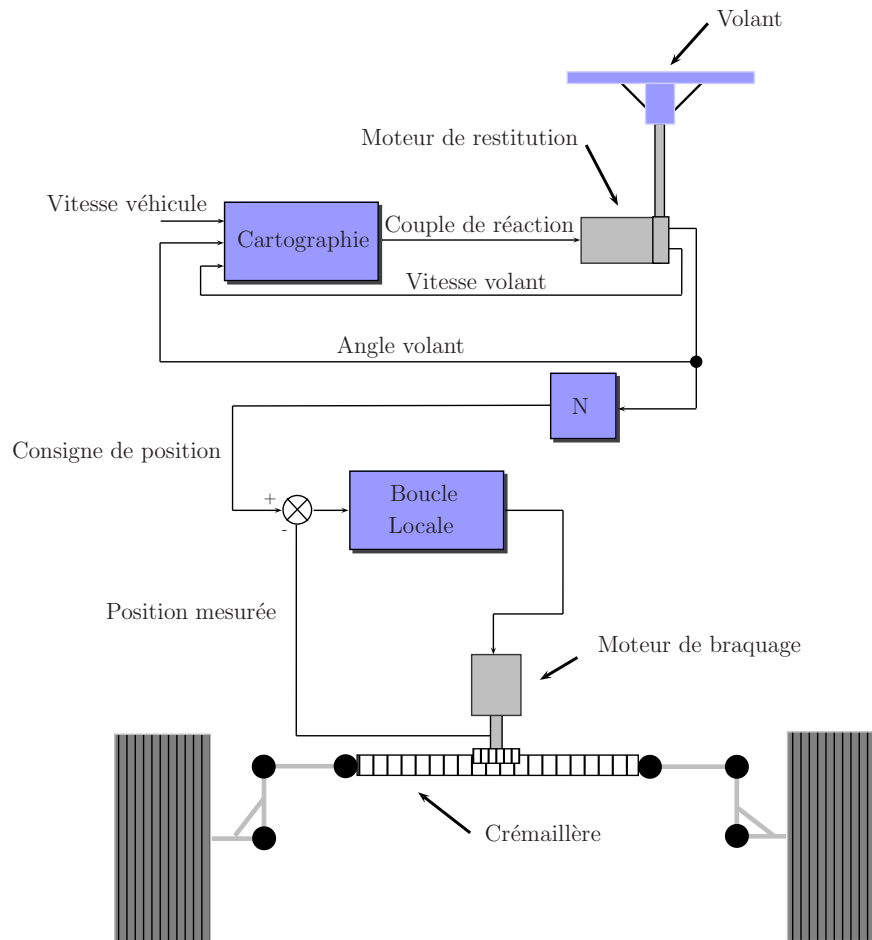


FIG. 2.5 – Schéma de contrôle.

Cette stratégie est actuellement utilisée par Renault pour piloter une direction découplée. Cette méthode, largement inspirée des travaux effectués sur le pilotage d'une Direction à Assistance Électrique présentés dans [GS00] consiste à imposer un couple de restitution  $C_m$  au volant. Ce couple est calculé à partir d'un modèle de référence qui a été établi suite à de nombreuses analyses sensorielles. Ce modèle est censé reproduire un ressenti *idéal*, paramétrable selon certains critères.

#### Calcul du couple modèle.

Le couple modèle vers lequel est asservi le couple volant est calculé en fonction de l'angle volant  $\theta_v$ , de la vitesse volant  $\dot{\theta}_v$  ainsi que de la vitesse longitudinale du véhicule  $V$ :

$$C_m = K_v(V) \dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v) \theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v)$$

- $K_p(V, \theta_m)$  représente la raideur ressentie par le conducteur;

- $K_v(V)$  représente l'amortissement ressenti par le conducteur;
- $C_{sec}(V, \theta_m)$  traduit les frottements secs ressentis par le conducteur.

Les cartographies de ces différents coefficients sont affichées figures 2.6, 2.7 et 2.8.

Ce couple est un modèle censé reproduire les sensations de conduite d'une direction classique dans des conditions dites *saines* de circulation (pas de pertes d'adhérence). Dans une direction classique, les efforts ressentis par le conducteur sont directement liés au *moment d'auto-alignement*,  $M_z$ , des roues. Or ce dernier est, en première approximation et toujours dans des conditions *saines* de circulation, proportionnel à l'angle roues  $\theta_r$  et donc à l'angle volant  $\theta_v$ , et ce pour une vitesse du véhicule donnée. Le terme  $K_p(V, \theta_v) \theta_v$  est donc censé modéliser l'effet au volant du *moment d'auto-alignement*.

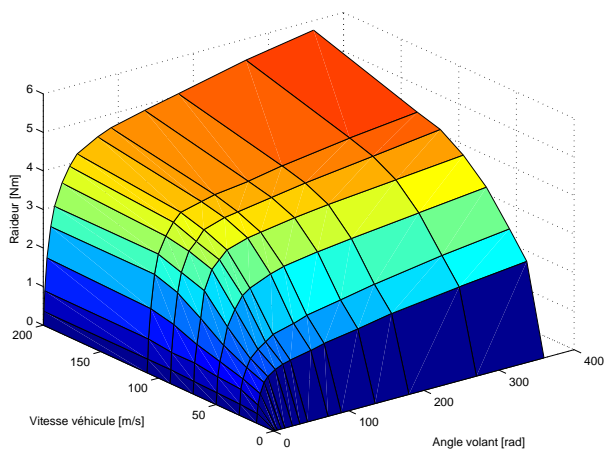


FIG. 2.6 – Cartographie  $K_p(V, \theta_m)$

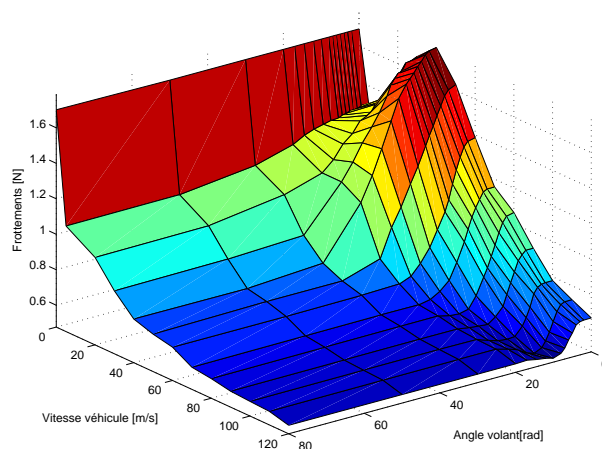


FIG. 2.7 – Cartographie  $C_{sec}(V, \theta_m)$

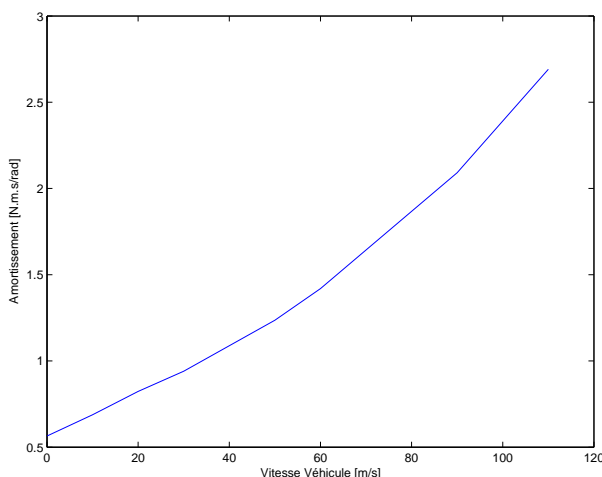


FIG. 2.8 – Cartographie  $K_v(V)$

### *Pilotage du système de restitution.*

Les avantages offerts par une architecture découplée sont grands. Il est en effet possible non seulement d'imposer un couple au volant,  $C_m$ , mais aussi de modifier artificiellement l'inertie du volant en

laissant apparaître une inertie désirée  $J$ . Le ressenti au volant est donc entièrement paramétrable.

Le but est alors d'imposer au système de restitution la dynamique suivante:

$$J\ddot{\theta}_v + K_v(V)\dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v)\theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v) = \Gamma_h$$

où  $\Gamma_h$  est le couple appliqué sur le volant par le conducteur. La dynamique du système de restitution est décrite par l'équation suivante:

$$J_v\ddot{\theta}_v = u_v + \Gamma_h$$

avec  $u_v$ , le couple appliqué sur le volant par l'actionneur de restitution.

La commande  $u_v$  est alors déduite des équations précédentes:

$$u_v = -\frac{J_v}{J} \left[ K_v(V)\dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v)\theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v) \right] + \left( \frac{J_v}{J} - 1 \right) \Gamma_h$$

### *Pilotage du système de braquage.*

Le système de braquage est piloté en position suivant une consigne élaborée à partir de la position du volant. La position de référence des roues avant est obtenue en multipliant la mesure de la position du volant par  $N$ , démultiplication désirée de la direction.

### Commentaires

Ce type de commande présente le grand avantage de paramétrer intégralement le ressenti au volant. Il est alors possible d'uniformiser totalement le ressenti au volant sur toute une gamme de véhicule. Il est aussi envisageable de présélectionner différents modes de conduite que le conducteur pourra choisir en fonction des situations (ville, autoroute etc...). Enfin, les défauts de la route ne sont pas retranscrits au volant apportant ainsi un plus grand confort d'utilisation.

Cependant, l'absence de couplage avec les roues est source d'erreurs importantes. Comme nous venons de le voir, la commande unilatérale ne prend pas en compte les effets de la route sur les roues. Lorsque le véhicule adopte un comportement *sain*, à savoir sans pertes d'adhérence, cela constitue plutôt un avantage (cf. précédemment). En revanche, lorsqu'il y a perte d'adhérence au niveau du train avant, le conducteur ne reçoit aucune information dans le volant. Celui-ci continue à lui décrire un comportement soit disant *sain* du véhicule. Le couple de référence utilisé est incapable de détecter et de retranscrire des pertes d'adhérence.

## 2.2 Commande bi-latérale.

### 2.2.1 Retour d'efforts simple (Delphi).

Les travaux présentés dans [ABDM04] sont basés sur une architecture classique de contrôle d'un véhicule à direction découplée: le système de braquage est asservi sur la position du volant. Les efforts extérieurs au niveau du système de braquage sont mesurés puis utilisés pour fournir un couple de restitution au conducteur.

### *Pilotage du système de restitution.*

La simple utilisation des efforts extérieurs au niveau du train avant pour calculer le couple de restitution n'est pas suffisante pour garantir un bon ressenti conducteur et ne fournit pas un bon niveau de paramétrisation. Les auteurs proposent une technique de commande visant à améliorer le ressenti conducteur ainsi que le comportement dynamique du véhicule.



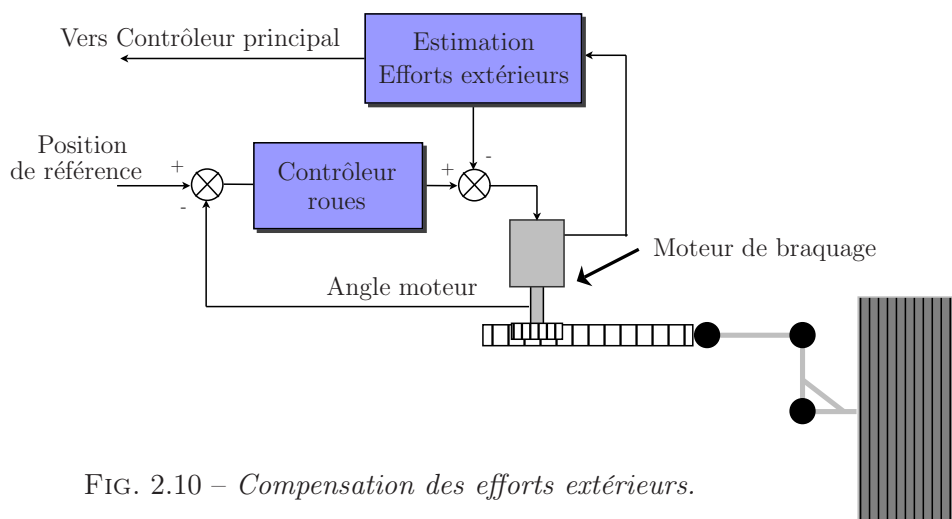


FIG. 2.10 – Compensation des efforts extérieurs.

Dès lors, afin de compenser les variations de point de fonctionnement dues aux forces extérieures, un feedback est ajouté au contrôle du système de braquage. Ce feedback est basé sur une mesure ou une estimation des efforts extérieurs et vient donc annuler leur effet sur le système de braquage, permettant ainsi à la loi de commande d’agir correctement quelles que soient les conditions de fonctionnement.

### Commentaires

Cette étude constitue une première approche de la reproduction au volant des efforts de réaction dus au contact pneus/sol. Il apparaît que la simple reproduction des efforts extérieurs ne suffit pas pour fournir des sensations de conduite satisfaisantes au conducteur et présente peu de moyens de réglage.

Les auteurs proposent de compléter la remontée d’efforts par un couple prenant en compte des informations sur la position du volant. Ce couple est calculé par filtrage de la position angulaire du volant. Le choix de ce filtre permet de régler le ressenti conducteur et influe aussi sur le comportement global du système de direction.

Cependant, le fait de raisonner par filtrage peut rendre le réglage du ressenti difficile. Il serait peut être plus judicieux d’utiliser un feedback en position et en vitesse ce qui aurait une meilleure signification physique lors du réglage.

### 2.2.2 Remontée d’efforts dynamique (Toyota).

Les travaux de [AKT<sup>+</sup>04] présentent une méthode de commande visant à faire ressentir au conducteur les efforts extérieurs appliqués sur le système de braquage des roues avant, en l’occurrence, sur la crémaillère. Cependant, cette stratégie diffère de celle présentée précédemment ([ABDM04]) par un enrichissement de la commande, se traduisant par un traitement des efforts extérieurs avant de les faire ressentir au conducteur. Le schéma de contrôle peut se diviser en trois grandes parties:

- le bloc de pilotage du système de restitution;
- le bloc de pilotage du système de braquage;
- le bloc d’estimation des efforts extérieurs.

#### *Pilotage du système de restitution.*

Le rôle du système de restitution est de fournir au conducteur un *couple de réaction* reflétant les forces de contact pneus/sol. Le moteur utilisé pour la restitution au niveau du volant est donc piloté en couple par les efforts extérieurs au niveau de la crémaillère. Ces efforts extérieurs sont estimés selon une méthode décrite plus loin.

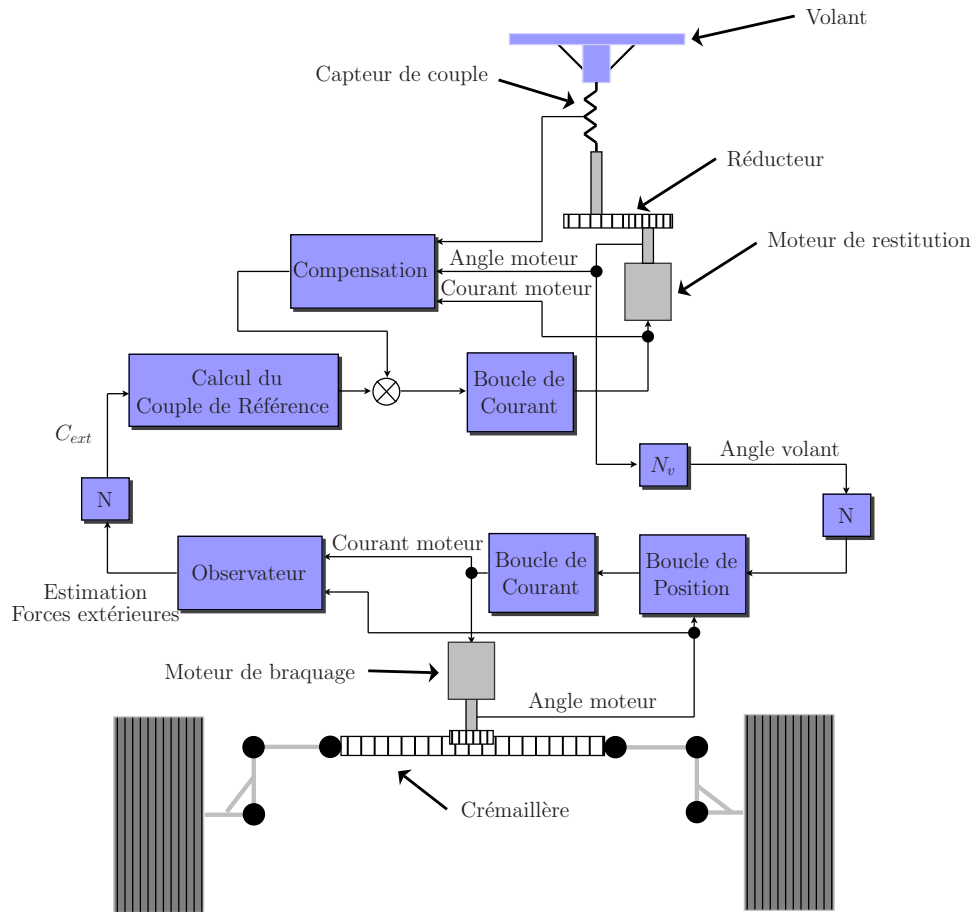


FIG. 2.11 – Schéma de commande.

Le couple de commande de l'actionneur de restitution est la somme d'un *couple de référence* et d'un *couple de compensation*.

**Le couple de référence** est calculé à partir d'une fonction (Figure 2.12) des efforts extérieurs  $C_{ext}$ .  $C_{ext}$  est obtenu par multiplication des forces extérieures estimées par un coefficient de démultiplication  $N$ . La fonction caractérisant le couple de référence est définie de telle manière que plus  $C_{ext}$  augmente, plus le gradient  $G_m$  de la fonction diminue. Cette caractéristique est censée permettre de reproduire le comportement d'une direction classique à assistance électrique. Par ailleurs, la fonction assure que le gradient  $G_m$  reste toujours inférieur ou égal à 1 de manière à assister le conducteur. Enfin,  $G_m$  est choisi proche de 1 pour les faibles efforts extérieurs afin d'améliorer le ressenti conducteur en tenue de cap.

**Un couple de compensation** est nécessaire pour assurer la stabilité du système piloté. En effet, plus  $G_m$  augmente, plus le système tend à être instable. Ce couple de compensation est lui-même composé de quatre éléments:

- un couple de compensation de phase calculé à partir de la dérivée de la mesure de couple au volant. Ce couple a pour but de réduire les oscillations induites par la faible raideur du capteur de couple.
- un couple d'amortissement basé sur la vitesse angulaire du moteur de restitution est utilisé pour amortir les vibrations dues au couple de référence et pour ajuster l'aspect "visqueux" du ressenti conducteur.
- un couple de compensation inertielle est ajouté pour régler l'inertie perçue par le conducteur. Ce couple est calculé à partir de l'accélération angulaire du moteur de restitution.
- enfin, un couple de compensation des frottements secs est utilisé pour annuler les frottements secs du système de restitution et pour ajuster les sensations de friction au niveau du volant.

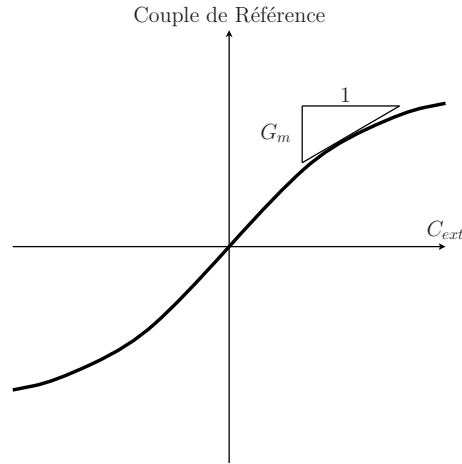


FIG. 2.12 – Fonction de calcul du couple de référence.

### Pilotage du système de braquage.

Le système de braquage est piloté en position suivant une consigne élaborée à partir de la position du moteur du système de restitution. La position du volant est obtenue par multiplication de la mesure de la position angulaire du moteur de restitution par  $N_v$ , coefficient du réducteur de l'actionneur en question. La position de référence de la crémaillère est alors calculée en multipliant la position angulaire du volant par le coefficient de réduction  $N$ . Un simple correcteur PD est utilisé pour la boucle de position.

### Estimation des efforts extérieurs.

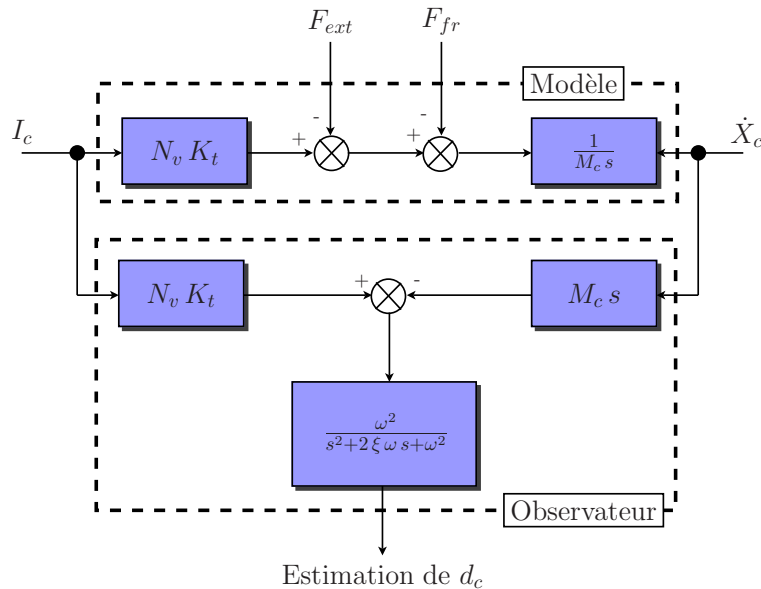


FIG. 2.13 – Schéma bloc de l'observateur.

Les forces extérieures appliquées sur la crémaillères sont estimées par un observateur basé sur les équations de la dynamique du système de braquage:

$$M_c \ddot{X}_c = N_c K_t I_c - F_{fr} - F_{ext} \quad (2.1)$$

où  $M_c$  est la masse équivalente de la crémaillère, des roues et du moteur de braquage.  $N_r$  est le coefficient de réducteur de l'actionneur,  $K_t$  est la constante de couple du moteur,  $I_c$  le courant de



commande,  $F_{fr}$  représente l'ensemble des forces de frottement et  $F_{ext}$  les efforts extérieurs appliqués à la crémaillère. La perturbation  $d_c$ , estimée par l'observateur est alors définie de la manière suivante:

$$d_c = F_{fr} + F_{ext} \quad (2.2)$$

La perturbation  $d_c$  est supposée constante. Le schéma bloc de la Figure 2.13 décrit le fonctionnement de l'observateur.

La dynamique de l'observateur peut être réglée par l'intermédiaire des paramètres  $\omega$  et  $\xi$ . A noter qu'il n'est pas possible de dissocier les forces de frottement  $F_{fr}$  des efforts extérieurs  $F_{ext}$ .

### Commentaires

Cette méthode permet de piloter une direction découplée tout en fournissant au conducteur une image des efforts extérieurs. Ces efforts sont estimés à partir d'un observateur basé sur une inversion de modèle et filtré par un passe bas d'ordre II.

Les efforts extérieurs sont ré-injectés au volant par l'intermédiaire d'une fonction permettant de reproduire la sensation d'assistance présente dans une direction classique. Un couple de compensation est ajouté afin de stabiliser le système de restitution et permettre un paramétrage des sensations de conduite. Le calcul de ce couple peut poser certains problèmes:

- le couple de compensation de phase est basé sur la dérivation de la mesure du couple fournie par le capteur derrière le volant. Ce genre de mesure est habituellement bruité ce qui peut venir perturber le bon fonctionnement de la commande;
- le couple de compensation inertielle est calculé en dérivant deux fois la mesure de la position angulaire de l'actionneur de restitution. Le filtrage du bruit dû à la double dérivation peut engendrer un déphasage important et détériorer le ressenti conducteur.

Enfin, on peut se demander quel est le rôle du capteur de couple situé derrière le volant puisqu'il n'est utilisé que pour générer un couple de compensation censé stabiliser les oscillations induites par le capteur de couple lui-même.

### 2.2.3 Model-Matching (German Aerospace Center, DLR).

Dans [CBH<sup>+</sup>03] une commande bilatérale est proposée. Les auteurs ont travaillé sur la mise au point de lois de commande visant à reproduire le comportement d'un modèle cible sur un système à direction découplée. Ce modèle cible décrit la dynamique d'un système de direction classique avec colonne (Direction à Assistance Électrique ou Direction à Assistance Hydraulique). Après modélisation d'une direction classique et linéarisation des équations (courbes d'assistances etc..), la dynamique du modèle cible est donnée par:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ F_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

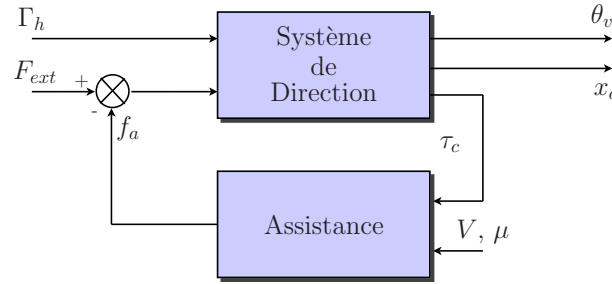
où  $s$  est la variable de Laplace,  $y_{11}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{21}$  et  $y_{22}$  sont des fonctions de transfert.

Ce modèle décrit les interactions entre le couple  $\Gamma_h$  appliqué par le conducteur sur le volant et les efforts extérieurs  $F_{ext}$ , issus du contact pneu/sol, appliqués sur la crémaillère.

Le système *Steer By Wire* à contrôler est décrit par les équation suivantes:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v(s) & 0 \\ 0 & y_c(s) \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ F_{ext} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_v(s) & 0 \\ 0 & \alpha_c(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_c \end{bmatrix} \right) \quad (2.4)$$

où  $s$  est la variable de Laplace,  $y_v$ ,  $\alpha_v$  et  $y_c$ ,  $\alpha_c$  sont les fonctions de transfert respectives du système de restitution et du système de braquage des roues avant.  $u_v$  et  $u_c$  sont les couples de contrôle respectifs issus des actionneurs de restitution et de braquage.

FIG. 2.14 – *Système cible.*

Notations			
$\Gamma_h$	<i>Couple conducteur</i>	$F_{ext}$	<i>Efforts extérieurs sur la crémaillère</i>
$\theta_v$	<i>Angle volant</i>	$x_c$	<i>Position de la crémaillère</i>
$f_a$	<i>Effort d'assistance</i>	$\tau_c$	<i>Couple de torsion de la colonne</i>
$\mu$	<i>Coefficient d'adhérence pneus/sol</i>	$V$	<i>Vitesse longitudinale du véhicule</i>

TAB. 2.1 – *Paramètres du modèles cible.*

L'architecture de contrôle peut alors se décomposer en deux parties.

1. Un placement de pôles est utilisé de telle sorte que les pôles en boucle fermée du système *Steer By Wire* soient identiques aux pôles du système cible. De plus, un feedforward est calculé de manière à donner au système piloté le même gain statique que le système cible.
2. Un observateur adaptatif, basé sur les techniques de filtrage de Kalman, est mis en place afin d'estimer l'ensemble des perturbations non modélisées et de les annuler grâce à la commande. Cet observateur est basé sur la boucle fermée désirée du système, dans laquelle l'entrée  $F_{ext}$  a été remplacée par  $F_{ext}^d$ , efforts extérieurs désirés au niveau de la crémaillère. Ces efforts sont calculés à partir d'un modèle deux roues. Ainsi, tout écart entre  $F_{ext}$  et  $F_{ext}^d$  est considéré comme une perturbation et est compensé par la loi de commande.

### Commentaires

Une telle méthode de commande permet de reproduire le comportement d'un modèle de référence sur une direction découplée avec prise en compte des efforts extérieurs appliqués sur le train avant. Cependant, la méthode par placement de pôles peut poser des problèmes si les dynamiques du système cible et du système à piloter sont trop éloignées et/ou si les deux systèmes ne sont pas de même ordre.

De même, le calcul du feedforward n'assure que la reproduction en statique du comportement du système cible.

Enfin, si l'observateur adaptatif combiné au calcul des efforts désirés  $F_{ext}^d$  au niveau de la crémaillère permet de s'affranchir de certaines perturbations (dévers, vent latérale), la moindre chute d'adhérence au niveau du train avant sera elle aussi perçue comme une perturbation. Son effet sera alors peu ressenti par le conducteur qui peut risquer de perdre le contrôle de son véhicule.

### 2.2.4 Télémanipulation (LAG).

Dans [BdW98] et [dWBC<sup>+</sup>05] le pilotage d'une direction découplée est décrit comme un problème de télémanipulation. En effet, la structure même d'une direction *Steer By Wire* s'apparente à celle d'un système télémanipulé classique. Le conducteur, qui devient alors l'opérateur, pilote le robot esclave, ici le système de braquage, en agissant sur le robot maître, à savoir le système de restitution. Ces travaux s'inspirent de nombreuses études, par exemple [HA98], [AS89a] et [CLF92], qui ont été menées sur la télémanipulation.

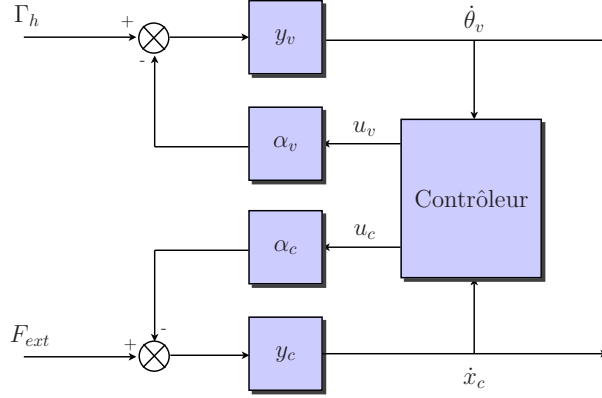


FIG. 2.15 – Système à piloter.

Plus particulièrement, l'utilisation du couple coordonné pour faire ressentir à l'opérateur (le conducteur) les forces de contact appliquées au système esclave (le système de braquage) est décrite.

### Estimation des forces de contact: couple coordonné.

Il s'agit ici du cas classique d'un système téléopéré. Un robot esclave ("Slave") est piloté à distance par un opérateur, ce dernier agissant sur un robot maître ("Master"). Les dynamiques des deux systèmes, "Master" et "Slave" sont décrites par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} M_m \dot{v}_m &= F_h + \tau_m \\ M_s \dot{v}_s &= -F_e + \tau_s \end{aligned} \quad (2.5)$$

Où  $\tau_m$  et  $\tau_s$  représentent respectivement les efforts issus des actionneurs "Master" et "Slave". De même,  $M_m$  et  $M_s$  sont les masses respectives des deux systèmes,  $v_m$  et  $v_s$  leur vitesse de déplacement.  $F_h$  décrit les efforts appliqués par l'opérateur sur le système "Master" et  $F_e$  les efforts d'interaction entre le système "Slave" et son environnement.

Une stratégie de contrôle simple peut être utilisée pour ces deux systèmes:

$$\begin{aligned} \tau_m &= -\beta_m v_m - F_s + \alpha_m F_h \\ \tau_s &= -\beta_s v_s + F_s - \alpha_f F_e \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où  $F_s$  est appelé *couple coordonné*. Il est défini par:

$$F_s = K_1 \int (v_m - v_s) dt + K_2 (v_m - v_s)$$

$F_s$  est utilisé pour décrire l'erreur entre les positions et les vitesses des systèmes "Master" et "Slave". Il a pour but de créer un lien virtuel (une raideur avec amortissement) entre les deux systèmes.

La relation entre  $v_s$  et  $F_e$  peut être caractérisée par l'impédance  $Z_e$  décrivant les forces de contact entre le robot "Slave" et son environnement.

$$F_e = Z_e v_s \quad (2.7)$$

En combinant (2.7), (2.5) et (2.6) l'expression suivante est obtenue:

$$F_s = \left( \frac{M_s s + \beta_s}{(1 + \alpha_s) Z_e} + 1 \right) (1 + \alpha_s) F_e$$

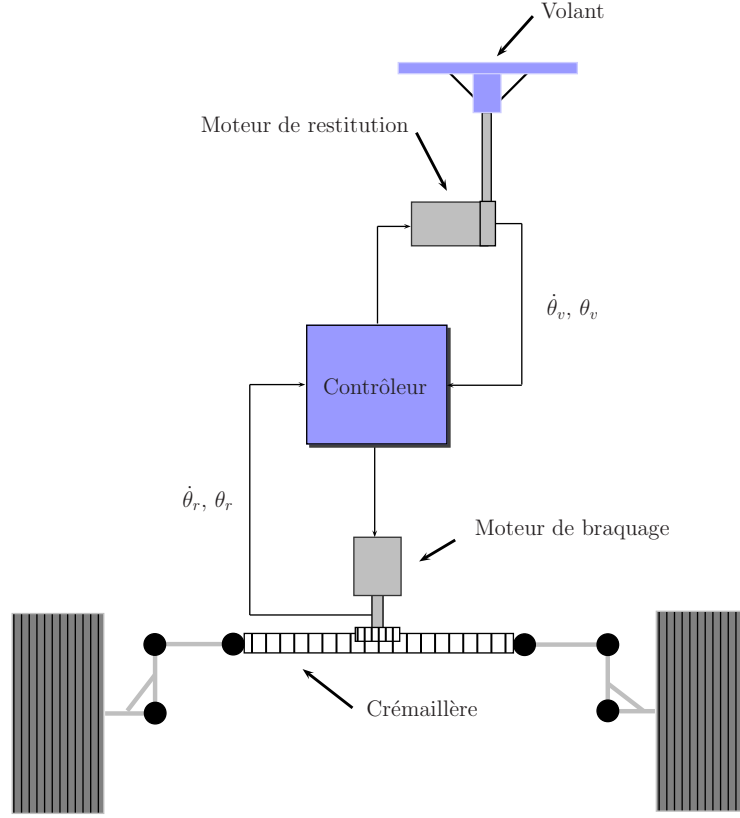


FIG. 2.16 – Schéma de contrôle.

Si l'impédance de l'environnement  $Z_e$  est grande devant les paramètres  $\beta_s$  et  $M_s$  du robot "Slave" et si  $\alpha_s$  est choisi correctement, alors :

$$F_s \cong (1 + \alpha_s) F_e$$

La mesure des efforts extérieurs  $F_e$  n'étant pas toujours disponible, le couple coordonné  $F_s$  est souvent utilisé. Ce dernier fournit en général une bonne estimation des interactions entre le robot "Slave" et l'environnement extérieur.

### Lois de commande.

Afin de rester dans des cas d'étude relativement simple, les dynamiques des systèmes de restitution et de braquage sont modélisées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} J_v \ddot{\theta}_v &= \Gamma_h + u_v \\ J_r \ddot{\theta}_r &= M_z + u_r \end{aligned}$$

où  $J_v$  est l'inertie équivalente du système de restitution ramenée au volant,  $\theta_v$  représente l'angle volant,  $\Gamma_h$  le couple appliqué par le conducteur sur le volant et  $u_v$  le couple issu de l'actionneur de restitution, ramené au volant.  $J_r$  est l'inertie équivalente du système de braquage ramenée au niveau des roues avant,  $\theta_r$  représente l'angle de braquage des roues avant,  $M_z$  est le couple dû aux forces extérieures sur les roues avant et  $u_r$  est le couple fourni par l'actionneur de braquage, ramené aux roues avant.

Il est possible de profiter de l'architecture découplée pour imposer une dynamique particulière au système de restitution. Cette dynamique particulière est décrite par :

$$J \ddot{\theta}_v + \beta_v \dot{\theta}_v = \alpha_v \Gamma_h - F_s$$

où  $\alpha_v$  est une pondération de l'effort fourni par le conducteur.  $F_s$  est le couple coordonné, défini par :

$$F_s = A_p \int (\dot{\theta}_v - N \dot{\theta}_r) dt + A_d (\dot{\theta}_v - N \dot{\theta}_r)$$

où  $N$  est la démultiplication désirée de la direction.

En s'inspirant des travaux faits en robotique présenté ci-dessus, les commandes  $u_v$  et  $u_r$  des systèmes de restitution et de braquage sont alors données par:

$$\begin{aligned} u_v &= \left( \frac{J_v}{J} \alpha_v - 1 \right) \Gamma_h - \beta_v \frac{J_v}{J} \dot{\theta}_v - \frac{J_v}{J} F_s \\ u_r &= -\beta_r \dot{\theta}_r + F_s - \alpha_r M_z \end{aligned}$$

La commande  $u_r$  est censée assurer un bon suivi de l'angle volant  $\theta_v$  par l'angle roues  $\theta_r$  au coefficient de réduction  $N$  près.

### Commentaires

Ce type de commande est censée retranscrire à l'opérateur un bon aperçu des forces d'interactions entre le système télémanipulé et son environnement (ici les roues et le sol). Le ressenti au volant ne fait plus appel à un modèle théorique mais communique au conducteur des efforts normalement représentatifs des forces d'interaction entre le sol et les roues.

Il faut enfin remarquer que l'utilisation du *couple coordonné*, tel qu'il est défini ici, a été développée dans le cadre de problèmes de télémanipulation faisant intervenir des contacts dits "*solides*" entre le robot "*Slave*" et son environnement. L'erreur entre  $v_s$  et  $v_m$  devient alors rapidement très importante lors d'un contact, ce qui a pour effet d'augmenter la valeur du couple coordonné  $F_s$ . L'impédance  $Z_e$  de l'environnement est très élevée en comparaison des constantes mécaniques du système "*Slave*".

Dans le cas du *Steer By Wire*, le contact entre le robot "*Slave*" et son environnement est effectué par l'intermédiaire des pneus qui sont des structures déformables. L'impédance de l'environnement reliant la vitesse de braquage des roues avant aux forces de contact risque de ne pas être suffisamment élevée pour valider l'hypothèse  $F_s \cong (1 + \alpha_r) M_z$ .

### 2.2.5 Commande multi-objectifs (LAG)

Dans [dWBC<sup>+</sup>05], [Bil00] et [Wit02] les travaux développés précédemment sur la télémanipulation pour le problème du pilotage d'une direction découplée sont repris. Cependant, un critère relatif à la passivité du système piloté est ajouté lors de la synthèse du contrôleur.

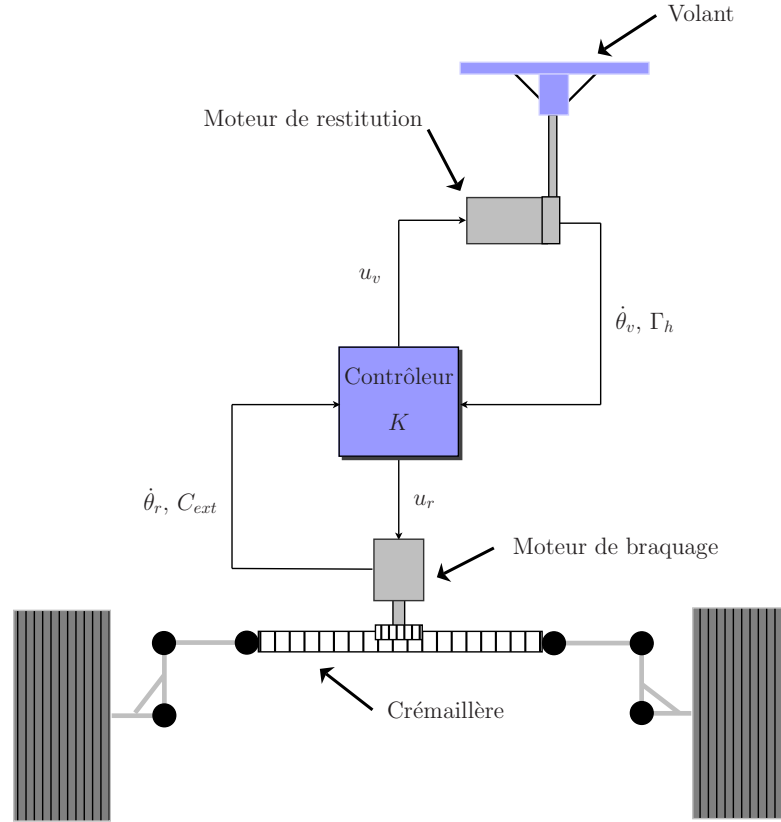
L'architecture des systèmes de restitution et de braquage est classique. Un moteur relié au volant permet de piloter le ressenti conducteur et un deuxième moteur agit sur la crémaillère de manière à piloter le braquage des roues avant du véhicule. Des capteurs sont utilisés de manière à mesurer et/ou estimer les efforts  $\Gamma_h$  dus au conducteur et  $C_{ext}$  dus à l'environnement. De même, les vitesses de braquage  $\dot{\theta}_v$  du volant et  $\dot{\theta}_r$  des roues sont mesurées.

Il est possible de représenter la direction découplée sous la forme d'une structure typique d'un système de télémanipulation. L'opérateur (le conducteur) et l'environnement sont représentés par des impédances<sup>2</sup> notées  $H$  et  $E$  respectivement. Le système  $G_v$  caractérise l'ensemble constitué par le système de restitution et ses capteurs. Il a pour entrées l'effort  $\Gamma_h$  fourni par le conducteur et l'effort  $u_v$  de commande délivré par le contrôleur  $K$ .

$G_r$  définit le système de braquage ainsi que ses capteurs. Ses entrées sont données par les efforts extérieurs  $C_{ext}$  issus de l'environnement et les efforts de commande  $u_r$  générés par le contrôleur.

---

2. opérateur dynamique et causal reliant l'effort (force, tension, pression) au flux (vitesse, intensité, débit)

FIG. 2.17 – *Système à piloter.*

Les deux systèmes ont pour sorties  $\dot{\theta}_v$  et  $\dot{\theta}_r$ . Le contrôleur  $K$  a pour entrées les efforts de l'opérateur et de l'environnement ainsi que les vitesses angulaires définies précédemment. Ses sorties sont les deux couples de commande  $u_v$  et  $u_r$ . Le quadripôle  $P$  représente le système de direction découplée dans son ensemble piloté en boucle fermée.

Les objectifs de la commande sont donnés en termes de transparence et de passivité.

### *Transparence.*

Le critère de transparence permet d'assurer que le conducteur a une image correcte des efforts fournis par l'environnement, en l'occurrence, les efforts issus du contact pneus/sol. Il permet par ailleurs d'inclure une amplification des forces générées par le conducteur vers l'environnement. Il existe différentes manières de traiter la transparence.

Ici les travaux se concentrent sur une approche de type *transparence couplée* basée sur la caractérisation du système par son admittance<sup>3</sup>  $Y_t(K)$  où  $K$  est le correcteur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = Y_t(K) \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

Il s'agit de trouver le contrôleur  $K$  permettant de réaliser en boucle fermée l'égalité suivante:

$$Y_t(K) = Y_d$$

où  $Y_d$  est l'admittance désirée du système. Cette admittance traduit le comportement souhaité du système.

3. opérateur dynamique et causal reliant le flux (vitesse, intensité, débit) à l'effort (force, tension, pression)

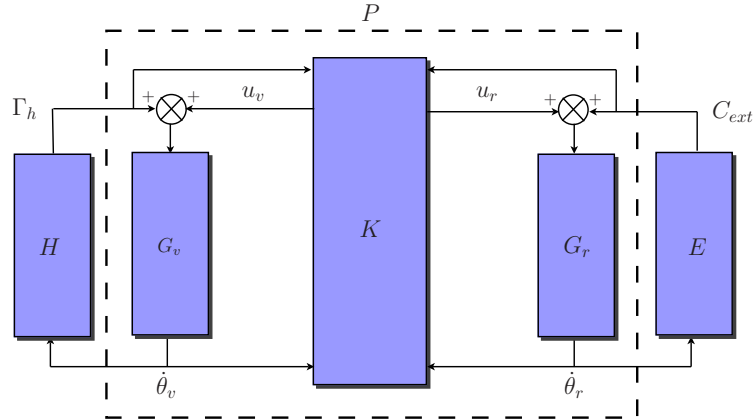


FIG. 2.18 – Structure classique de télémanipulation.

### Passivité.

Un véhicule à direction découplée est un système téléopéré où un opérateur (le conducteur) interagit avec un environnement (la route). Il est alors important de garantir la sécurité de l'opérateur lors de ses interactions avec son environnement. La contrainte de passivité garantit la stabilité ainsi que la sécurité du système. Simplement, un système est dit passif s'il ne génère pas d'énergie, mais ne fait que la stocker, la dissiper ou encore la délivrer.

La passivité du système se traduit par la passivité du transfert  $Y_t(K)$ . Une propriété reliant le caractère SPR (strictement positif réel) et la passivité est alors utilisée pour formuler des conditions sur  $Y_t(k)$ .

### Synthèse multi-objectifs.

La synthèse d'un contrôleur  $K$  satisfaisant les hypothèses de transparence et de passivité pour le système de direction *Steer By Wire* est un problème complexe, nécessitant la résolution du problème d'optimisation suivant:

$$\text{Trouver } K \text{ tq: } \begin{cases} \min_k \|Y_t(K) - Y_d\|_\infty \\ Y_t(K) : F \mapsto v \quad \text{SPR} \end{cases}$$

### Commentaires

Ce type d'approche semble séduisant à la base car comme tout problème d'optimisation, il propose de trouver une solution satisfaisant un certain nombre de critères, en l'occurrence la transparence et la passivité.

La transparence peut s'apparenter à un problème de Model-Matching, on cherche le contrôleur  $K$  permettant de forcer le système à reproduire le comportement d'un modèle prédéfini. La passivité est là pour assurer d'une part, la stabilité du système en boucle fermée et, d'autre part, la sécurité du conducteur en limitant l'énergie transmise par le système.

Cependant, la résolution de ce problème d'optimisation est très complexe. En effet, la qualité de la solution dépend grandement du choix de  $Y_d$  et un compromis doit être trouvé entre une bonne transparence et la passivité du système final. A noter enfin que le contrôleur obtenu à l'issue de l'optimisation est d'ordre 4 alors que le système de direction ainsi que le modèle de comportement désiré sont modélisés par deux ordres 1.

### 2.2.6 Commande hybride (LAG Renault).

Une étude a été menée par Renault dans [Tor03] sur la mise en place d'une commande mixte pour le pilotage d'une direction découplée. La commande dite *mixte* reprend les principes la commande unilatérale dite commande en couple ([GS00]) et la commande bilatérale par télémanipulation

([dWBC<sup>+</sup>05]). Ce type de contrôle vise à faire cohabiter ces deux lois de commande pour n'en garder que les avantages:

- la *commande unilatérale* est utilisée la majeure partie du temps;
- la *commande bilatérale* est utilisée quand les limites de la *commande unilatérale* sont atteintes (pertes d'adhérence, roues en butée ...).

Le ressenti volant ainsi obtenu est censé fournir un agrément de conduite élevé, avec un filtrage complet des défauts de la route et autres phénomènes venant perturber la conduite d'un véhicule dans des conditions *saines*, tout en informant le conducteur sur le comportement du véhicule (pertes d'adhérence) afin qu'il puisse réagir à temps et garder le contrôle dans les situations extrêmes.

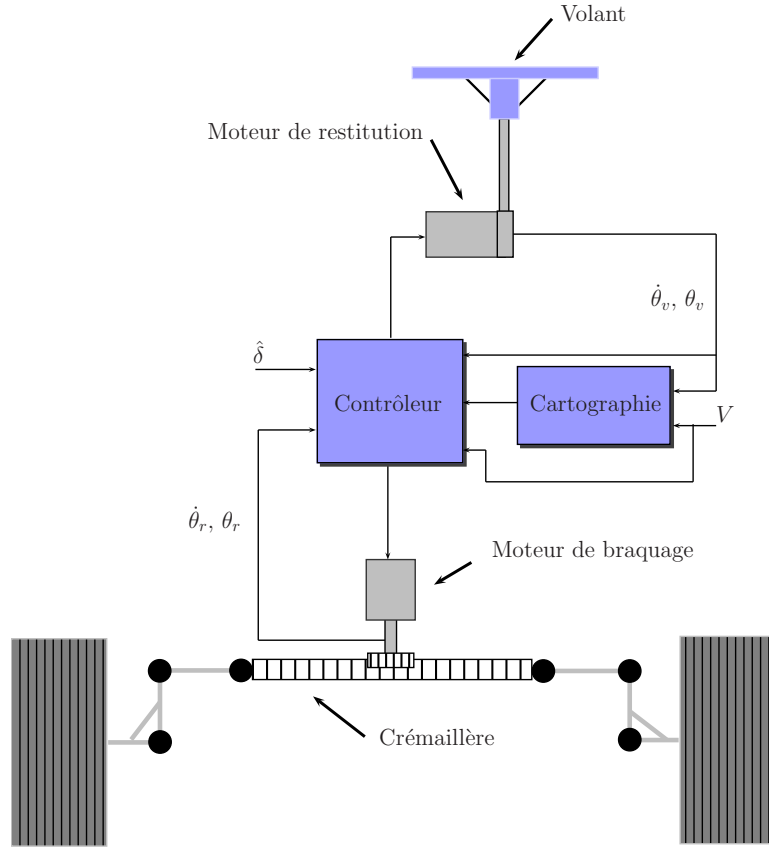


FIG. 2.19 – Schéma de contrôle.

### Pilotage du système de restitution.

Les deux lois de commande présentées précédemment (télémnipulation et commande en couple) sont rappelées ci-dessous:

$$u_v = \begin{cases} -\frac{J_v}{J} \left[ K_v(V) \dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v) \theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v) \right] + \left( \frac{J_v}{J} - 1 \right) \Gamma_h \\ \left( \frac{J_v}{J} \alpha_v - 1 \right) \Gamma_h - \beta_v \frac{J_v}{J} \dot{\theta}_v - \frac{J_v}{J} F_s \end{cases}$$

Afin de simplifier les notations, il est supposé que les deux commandes cherchent à imposer la même inertie fictive  $J$  ainsi que le même amortissement constant  $\beta_v$ , soit:

$$\alpha_v = 0$$



Il est alors possible d'écrire:

$$u_v = \left(\frac{J_v}{J} - 1\right) \Gamma_h - \frac{\beta_v J_v}{J} \dot{\theta}_v - \frac{J_v}{J} \left\{ \begin{array}{l} K_v(V) \dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v) \theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v) \\ F_s \end{array} \right.$$

En posant:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = K_v(V) \dot{\theta}_v + K_p(V, \theta_v) \theta_v + C_{sec}(V, \theta_v) \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_v) \\ F_2 = F_s \end{array} \right.$$

l'expression de la *commande hybride* est finalement donnée par:

$$u_v = \left(\frac{J_v}{J} - 1\right) \Gamma_h - \frac{\beta_v J_v}{J} \dot{\theta}_v - \frac{J_v}{J} [\alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2]$$

Le paramètre  $\alpha$  est utilisé pour gérer les transitions entre les deux lois. Son rôle est de pondérer l'influence des deux commandes en fonction de la situation dans laquelle se trouve le véhicule.

Les algorithmes mis au point pour sélectionner le mode de fonctionnement ne sont pas décrits ici. Ils reposent sur une estimation de la dérive au centre de gravité  $\delta$  du véhicule, la valeur instantanée du couple coordonné  $F_s$  et la vitesse  $V$  du véhicule.

### ***Pilotage du système de braquage.***

La stratégie de contrôle utilisée pour piloter le système de braquage reste identique à celle utilisée dans le cadre de la stratégie Renault par télémanipulation (cf. précédemment). Le système de braquage est modélisé de la manière suivante:

$$J_r \dot{\theta}_r = M_z + u_r$$

$J_r$  est l'inertie équivalente du système de braquage ramenée au niveau des roues avant,  $\theta_r$  représente l'angle de braquage des roues avant,  $M_z$  est le couple dû aux forces extérieures sur les roues avant et  $u_r$  est le couple fourni par l'actionneur de braquage, ramené aux roues avant.

La commande  $u_r$  mise en place est donnée par l'expression suivante:

$$u_r = -\beta_r \dot{\theta}_r + F_s - \alpha_r M_z$$

où  $F_s = A_p \int (\dot{\theta}_v - N \dot{\theta}_r) dt + A_d (\dot{\theta}_v - N \dot{\theta}_r)$ .

Ce type de commande revient en fait à asservir en position les roues avant du véhicule sur la position du volant, au facteur de démultiplication  $N$  près.

### **Commentaires**

Cette approche semble cumuler les avantages des stratégies unilatérale et bilatérale. Dans les phases de comportement nominal du véhicule, les sensations fournies au conducteur sont calculées de manière à produire une direction confortable et à améliorer la maniabilité du véhicule.

Si le véhicule entre dans une phase dite non nominale, roues en butée, chute d'adhérence, les sensations fournies au conducteur sont censées reproduire les altérations du comportement du véhicule.

Il est important de remarquer que le terme utilisé pour reproduire les efforts d'interaction entre les roues avant et le sol risque de ne pas être valide (l'impédance du milieu n'est pas suffisamment grande). La restitution par télémanipulation perd alors tout son sens.

De même, le "*switch*" entre les deux lois est lié au calcul de  $\alpha$ . Or, celui-ci fait appel à des estimateurs (estimation de l'angle de dérive) dont la pertinence n'est pas toujours vérifiée. Le passage entre télémanipulation et couple modèle risque de manquer de  *finesse* et de se ressentir trop brutalement au volant.

## 2.3 Synthèse.

Différentes approches ont été présentées. Certaines revendiquent une approche totalement découplée (ou unilatérale) du problème de restitution, d'autres en revanche traitent le problème de manière couplée (stratégies bilatérales) en restituant au conducteur une image des efforts présents au niveau du train avant. Enfin, certaines stratégies posent un problème mixte, en cherchant à faire cohabiter commande couplée et commande découplée.

### Stratégie uni-latérale.

Nous l'avons vu, une architecture de commande découplée peut apporter un certain nombre d'avantages parmi lesquels on pourrait citer:

- un ressenti conducteur facilement paramétrable et réglable;
- une indépendance du ressenti conducteur vis à vis des irrégularités de la route (pavés, raccords de macadam, nids de poule etc...);
- une indépendance du ressenti vis à vis du type de véhicule utilisé. Le couple de réaction ne dépendant pas des efforts roues, il est possible d'uniformiser le ressenti quels que soient le poids du véhicule, la géométrie du train avant ou encore le type de pneus utilisés.

En revanche, l'absence d'informations issues du train avant peut devenir problématique dans certaines situations. Une chute d'adhérence au niveau du train avant se traduit immédiatement par une modification des efforts sur celui-ci. Dans une direction classique, lorsque le véhicule arrive en limite d'adhérence, un premier niveau d'informations est alors fourni au conducteur par l'intermédiaire du système de direction, avec une saturation ou une chute des efforts ressentis dans le volant.

Ce type de comportement n'est absolument pas reproduit sur une direction découplée mettant en oeuvre une stratégie de restitution unilatérale. Certains auteurs utilisent des estimateurs des efforts roues et/ou du coefficient d'adhérence des roues avant afin de recréer au volant l'effet d'une chute d'adhérence du train avant. Malgré tout, en l'état actuel des possibilités techniques mises en oeuvre dans un véhicule, le niveau de prestation atteint n'est pas encore satisfaisant. L'estimation des efforts roues et/ou de leur coefficient d'adhérence se fait au prix d'un retard trop élevé, le bénéfice d'une telle stratégie est alors perdu.

### Stratégie bi-latérale.

Certains auteurs prennent le parti opposé: les efforts appliqués au train avant par la route sont mesurés et restitués au conducteur après une éventuelle transformation. Bien évidemment, ce genre d'approche permet d'assurer un bon ressenti du comportement du véhicule au niveau du volant. Cependant, la prestation *confort de conduite* peut être dégradée. En effet, certains effets indésirables (pavés, raccords de macadam, nids de poule, granulosité etc...) sont alors restitués au conducteur. Un filtrage de la mesure des efforts peut bien sûr être envisagé, mais le déphasage induit risque d'être préjudiciable au ressenti conducteur et à la stabilité de la direction ainsi que du véhicule.

Par ailleurs, d'un point de vue purement contrôle, la prise en compte des efforts extérieurs appliqués au train avant dans la stratégie de restitution crée un couplage entre le système de restitution et le système de braquage des roues avant. En effet, les efforts extérieurs sont directement liés, entre autres, à la vitesse du véhicule, mais surtout à l'angle de braquage des roues avant. Il devient alors très important d'étudier les interactions entre les deux systèmes lors de la mise au point des lois de commande, aussi bien pour la restitution que pour le braquage.

### Stratégie mixte.

Afin de remédier aux défauts des stratégies découplées et couplées, certains travaux proposent une approche mixte (ou hybride). Le but de cette démarche est de fournir au conducteur des sensations de

conduite indépendantes des défauts de la route ou des caractéristiques des pneus par exemple, tout en étant capable de retranscrire certains effets indispensables à une conduite sûre:

- modification de l'adhérence roues/sol;
- roues en butée (direction ou obstacle).

Il est alors nécessaire de faire cohabiter les deux stratégies de contrôle et d'assurer un passage progressif d'une commande à l'autre. Deux méthodes sont principalement proposées:

- le contrôle de la restitution est essentiellement assuré par une stratégie dé耦lée. En revanche, si une modification de l'adhérence des roues ou une butée est détectée, la stratégie couplée prend le dessus.
- à l'inverse, le contrôle est globalement assuré par une stratégie couplée; si des effets indésirables sont détectés (pavés, défauts de la route etc...), une stratégie dé耦lée est alors mise en oeuvre.

Le principe semble séduisant mais la réalisation présente certaines difficultés. Dans le premier cas, il s'agit de détecter suffisamment rapidement une perte d'adhérence pour en informer le conducteur. L'estimation du coefficient d'adhérence des pneus d'un véhicule est un problème en soi, ayant fait et faisant toujours l'objet de nombreux travaux. A l'heure actuelle, à l'aide de capteurs simples classiquement utilisés dans un véhicule, les résultats ne sont toujours pas satisfaisants. Certaines publications font état de bons résultats en utilisant des GPS très précis, ou des capteurs SNR (capteurs placés dans les roulements des portes-fusée des roues du véhicule, permettant de reconstituer l'ensemble des torseurs d'efforts) ou encore des centrales inertielles complètes. Cependant, ce genre de technologie reste pour l'instant excessivement cher et est peu envisageable dans un véhicule commercial.

Dans le deuxième cas, il est nécessaire de détecter la présence d'effets indésirables dans les efforts mesurés. Une fois encore, il s'agit d'assurer une détection rapide et sûre. Tout le problème est donc de pouvoir discerner les effets indésirables (pavés, défauts de la route) des informations nécessaires à la conduite. Pour l'instant aucune étude n'a démontré qu'il était possible de fournir des sensations de conduite alliant confort et sécurité en utilisant une telle stratégie de contrôle.

Une approche intéressante consiste donc à ne pas chercher à effectuer un *switch* entre les deux stratégies de contrôle mais plutôt à les faire cohabiter en permanence. Il s'agit alors de mettre au point des lois de commande pour l'ensemble du système de direction prenant en compte les efforts appliqués au niveau du train avant du véhicule en les complétant avec un *effort virtuel*. La prise en compte des efforts roues nécessite une étude approfondie du couplage induit entre le système de restitution, le système de braquage et le véhicule.

Cet *effort virtuel* a alors pour but de fixer la dynamique désirée du système de direction inséré dans un véhicule. Il permet par ailleurs de régler le ressenti conducteur et de diminuer l'impact des efforts extérieurs sur le confort de conduite.

---

## Chapitre 3

# Mise au point d'un modèle de référence.

L'approche présentée dans cette étude va tenter de concilier les deux stratégies de pilotage présentées précédemment. L'idée consiste d'abord par mettre au point un modèle de comportement souhaité du système de direction (modèle de référence). Ce modèle prend en compte une mesure des efforts au niveau du train avant. Un *effort virtuel* est ajouté de manière à pouvoir régler la dynamique du système de direction et du véhicule obtenu.

Ce modèle est construit à partir des connaissances acquises sur le comportement des systèmes de direction classiques, actuellement utilisés dans les véhicules commerciaux. La première étape consiste donc à modéliser et à étudier le comportement dynamique des directions usuelles, à savoir, les directions assistées hydrauliques et électriques.

### 3.1 Généralités sur les systèmes de direction classique.

#### 3.1.1 Direction à assistance hydraulique (DAH).

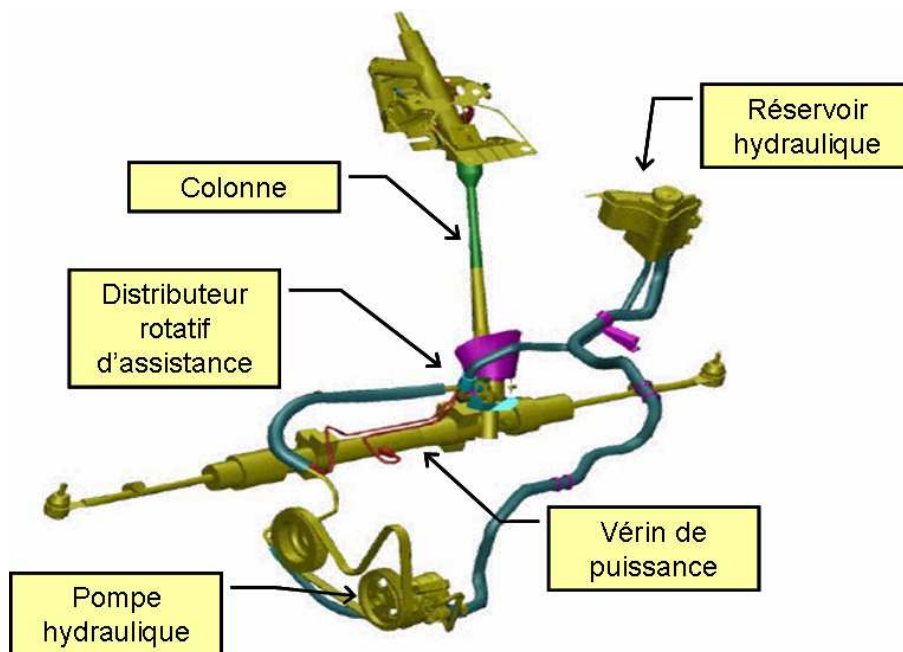


FIG. 3.1 – Direction à assistance hydraulique.

La direction assistée hydraulique est le premier système d'aide au braquage mis au point pour les véhicules commerciaux. Comme son nom l'indique, l'énergie utilisée pour fournir l'assistance est

hydraulique. Le débit de fluide nécessaire est fourni par une pompe hydraulique, généralement entraînée par l'arbre moteur. Une valve, placée sur la colonne de direction, permet de distribuer le fluide en fonction du sens de l'effort appliqué sur le volant par le conducteur vers un vérin d'assistance qui agit alors sur la crémaillère.

Paramètres mécaniques et variables.			
$\theta_v$	Angle volant	$R_{pc}$	Rayon pignon crémaillère
$\theta_r$	Angle roues	$k_t$	Raideur barre de torsion
$X_c$	Position crémaillère	$K_\alpha$	Gain de l'assistance
$J_v$	Inertie volant	$\beta_c$	Frottements visqueux sur la crémaillère
$M_{eq}$	Masse équivalent crémaillère	$\beta_v$	Frottements visqueux sur l'axe volant
$\Delta P$	Pression assistance	$\Gamma_h$	Effort conducteur
$S$	Cylindrée assistance	$F_{crem}$	Forces extérieures crémaillère
$K_P$	Raideur apparente crémaillère	$K_{hy}$	Raideur hydraulique

TAB. 3.1 – Paramètres du système.

La modélisation retenue est assez simple. La colonne de direction est constituée d'une barre de torsion de raideur  $k_t$ . Le lien entre la colonne et la crémaillère est effectué par un pignon de rayon  $R_{pc}$ . L'assistance est commandée par l'angle de torsion de la barre et agit directement sur la crémaillère par l'intermédiaire du vérin d'assistance.

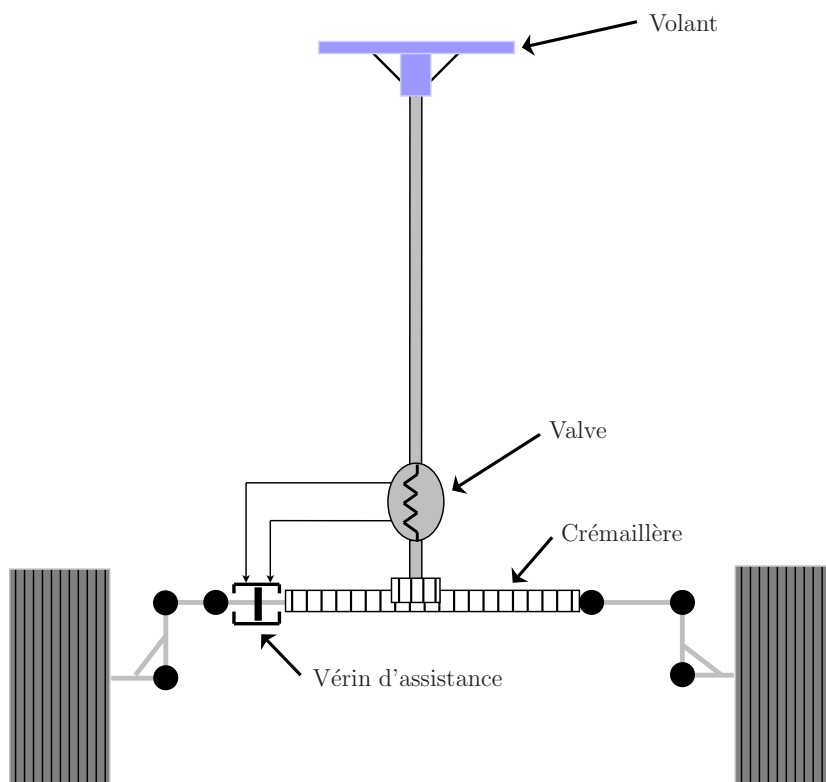


FIG. 3.2 – Modèle mécanique de la DAH.

### Bilan des efforts au volant.

La dynamique du volant est régie par l'équation suivante:

$$J_v \ddot{\theta}_v = \Gamma_h - \beta_v \dot{\theta}_v - k_t \left( \theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}} \right) \quad (3.1)$$

### Bilan des efforts sur la crémaillère.

Le bilan des forces appliquées à la crémaillère est donné par l'équation qui suit:

$$M_{eq} \ddot{X}_c = S \Delta P + \frac{k_t}{R_{pc}} \left( \theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}} \right) - \beta_c \dot{X}_c + F_{crem} - K_{hy} X_c \quad (3.2)$$

L'angle de torsion du barreau de valve est défini par:  $\alpha = \theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}}$

L'effort d'assistance  $S \Delta P$  est décrit par la fonction  $f(\alpha)$ , appelée aussi *Loi de valve*:

$$S \Delta P = S f(\alpha)$$

La loi de valve  $f(\alpha)$  est une fonction non-linéaire de l'angle de torsion  $\alpha$ . Des modèles dynamiques du comportement de cette fonction ont été élaborés dans [CLa02]. Des modèles statiques de la loi ont aussi été proposés. Dans [Mar04], il est montré que la loi de valve peut s'exprimer, en statique, de la manière suivante:  $f(\alpha) = k_0 (\alpha + k_1 \alpha^3)$ .

Afin d'obtenir une représentation d'état du système de direction, la loi de valve est linéarisée autour d'un point de fonctionnement, d'où:

$$f(\alpha) \simeq K_\alpha \alpha$$

où  $K_\alpha$  est la pente de  $f(\alpha)$  au point de fonctionnement choisi.

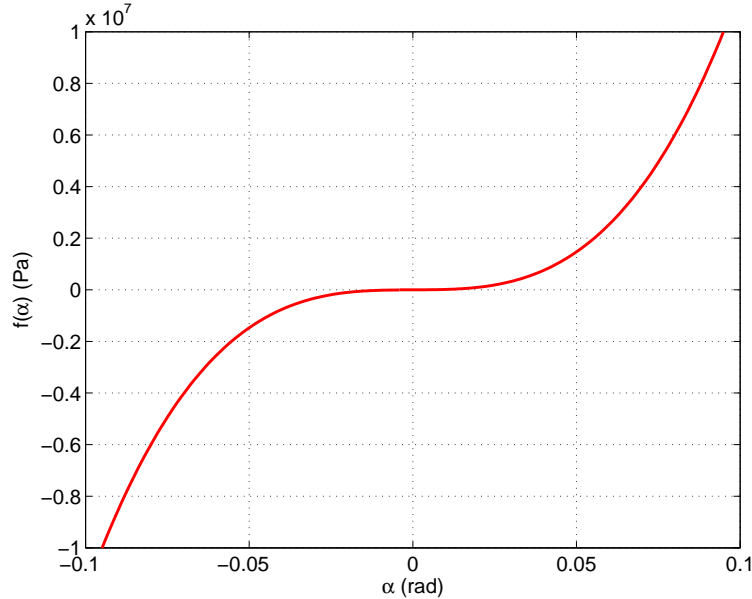


FIG. 3.3 – Loi de valve d'une Laguna.

La Figure 3.4 montre le modèle mécanique équivalent d'une direction à assistance hydraulique après linéarisation. La raideur hydraulique  $K_{hy}$  est définie de la manière suivante:

$$K_{hy} = \frac{2 B S^2}{V_r}$$

où  $B$  est le module de compressibilité du fluide et  $V$  le volume d'une chambre du vérin d'assistance.

Les efforts extérieurs appliqués à la crémaillères  $F_{crem}$  sont modélisés par une raideur  $K_P$ . Ce terme inclut la raideur transversale du train avant et la raideur latérale des pneumatiques. Un bref aperçu

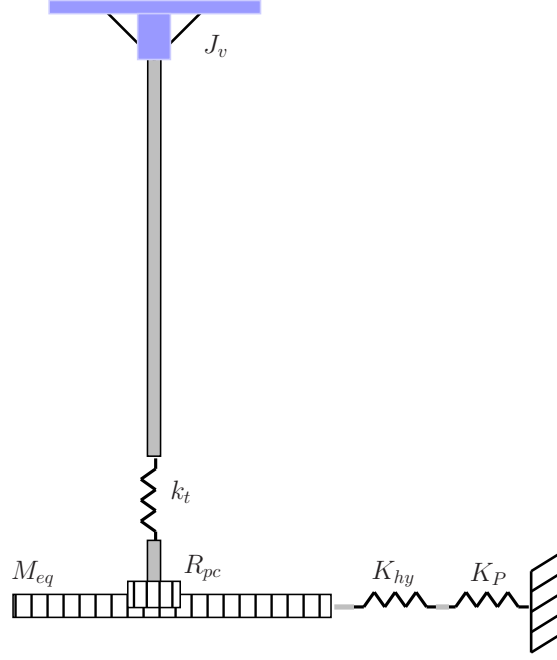


FIG. 3.4 – Modèle mécanique équivalent de la DAH.

des valeurs numériques prises par  $K_P$  et  $K_{hy}$  montre que la raideur hydraulique aura peu, voire pas, d'influence sur la position des modes du système. Cette raideur ne sera donc pas prise en compte.

Valeurs numériques.		
$J_v = 0.03 \text{ kg.m}^2$	$M_{eq} = 66 \text{ kg}$	$\beta_v = 0.01 \text{ Nm.s}$
$\beta_c = 500 \text{ N.m}^{-1}.\text{s}$	$S = 8.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$k_t = 114 \text{ Nm.rad}^{-1}$
$R_{pc} = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$K_{hy} = 2 \cdot 10^8 \text{ N.m}^{-1}$	$K_P = 8 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$

TAB. 3.2 – Valeurs numériques du système.

Dans le but de simplifier l'expression des dynamiques du modèle, les amortissements apportés par les pneumatiques, le fluide hydraulique et les éléments mécaniques sont négligés. Ces simplifications permettent d'éliminer les termes liés essentiellement au confort de conduite et de ne garder que ceux décrivant la dynamique du système en le plaçant dans le cas d'étude le plus défavorable.

Une DAH constitue en fait un asservissement mécanique dont la commande est donnée par l'équation  $F_{hy} = S \Delta P$  (l'effort hydraulique d'assistance). En combinant les équations (3.1) et (3.2), l'expression de la fonction de transfert de la boucle ouverte hydraulique de la DAH est donnée par:

$$H_{DAH}^{BO}(s) = \frac{S K_\alpha \alpha}{F_{hy}} = \frac{-k_t J_v K_\alpha R_{pc} s^2}{J_v M_{eq} R_{pc}^2 s^4 + (k_t J_v + R_{pc}^2 M_{eq} k_t + K_P R_{pc}^2 J_v) s^2 + K_P R_{pc}^2 k_t}$$

Ce transfert est caractérisé par deux modes souples (basse et haute fréquence) dont les expressions (données dans [Mar04]) sont rappelées:

$$\omega_1^2 = \frac{K_P R_{pc}^2 k_t}{k_t + K_P R_{pc}^2} \frac{1}{J_v}, \quad \omega_1 = 2 \pi 5.6 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_2^2 = \left( \frac{1}{J_v} + \frac{1}{R_{pc}^2 M_{eq}} \right) k_t, \quad \omega_2 = 2 \pi 30 \text{ rad.s}^{-1}$$

Dans [Mar04], il a été montré que les résonances induites par ces deux modes ne peuvent pas déstabiliser le système de direction. Il est donc possible d'augmenter le gain d'assistance  $K_\alpha$  sans risque d'instabilité.

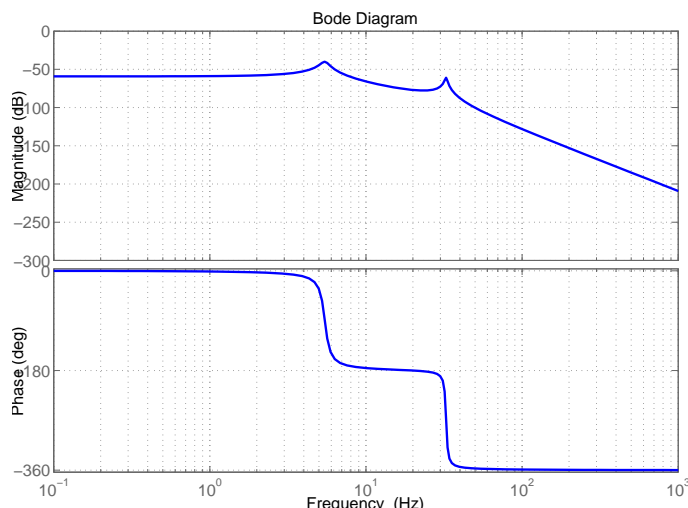


FIG. 3.5 – Transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$  de la DAH, assistance débranchée.

Le transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$  du système de direction, assistance débranchée, est représenté Figure 3.5. Ce transfert est intéressant car il est représentatif du comportement du système de direction tel qu'il est perçu par le conducteur. Il est possible d'évaluer la bande passante, donnée ici par le premier mode, de la direction assistée hydraulique.

Les fréquences des deux modes souples sont clairement retrouvées. Si l'assistance est prise en compte pour tracer la réponse fréquentielle, les pulsations des deux modes souples s'en trouvent modifiées. Leur expression respective devient:

$$\omega_1^2 = \frac{K_P R_{pc}^2 k_t}{k_t + S R_{pc} K_\alpha + K_P R_{pc}^2 J_v} \frac{1}{J_v}$$

$$\omega_2^2 = \left( \frac{1}{J_v} + \frac{1}{R_{pc}^2 M_{eq}} \right) (k_t + S R_{pc} K_\alpha)$$

Il est intéressant de remarquer qu'une augmentation du gain d'assistance induit une diminution de la fréquence du premier mode en boucle fermée. Cependant, cette diminution rest relativement faible: un gain d'assistance de 15 donne un premier mode proche de 2 Hz.

Cette brève étude du comportement d'un direction assistée hydraulique permet de mettre en avant les qualités qui ont fait le succès d'un tel système.

Ce dernier comporte deux modes souples mécaniques dont l'ordre de grandeur des fréquences associées est de 6 Hz pour le premier et 30 Hz pour le second. La forme de la boucle ouverte hydraulique montre que, quel que soit le gain d'assistance, une DAH ne peut jamais être instable. De plus, à la fréquence du premier mode, celui-ci étant bienphasé, l'efficacité de l'assistance est maximale. Par conséquent, la boucle fermée équivalente se comporte comme un gain pur à cette fréquence.



### 3.1.2 Direction à assistance électrique (DAE).

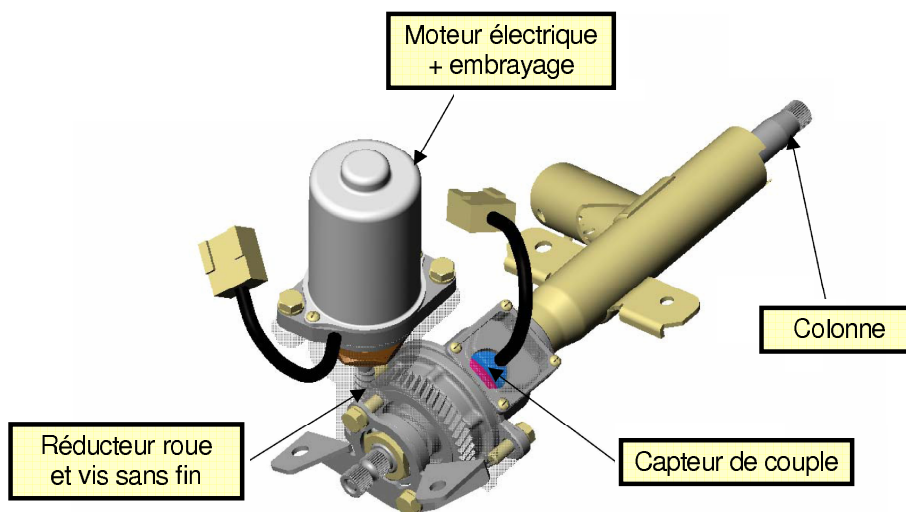


FIG. 3.6 – Système d'assistance électrique.

La direction assistée hydraulique avec ses nombreux constitutants (pompe, circuits etc...) s'avère onéreuse et occupe un espace important dans le compartiment moteur. Les progrès constants en électricité et en électronique ont alors orienté les constructeurs japonais et européens vers une assistance électrique.

Les premières directions assistées électriques Variables (DAEV) sont apparues à la fin des années 80. L'arrivée à maturité de cette technologie et sa caractéristique de compacité ont conduit Renault à implanter ce type de direction en premier lieu sur la Twingo, véhicule à forte contrainte d'encombrement.

La DAEV utilise le courant électrique fourni par l'alternateur et la batterie, il n'y a donc pas d'interaction directe avec le moteur thermique. C'est une différence importante avec la direction assistée hydraulique. L'assistance apportée par la DAEV permet de réduire l'effort conducteur tout particulièrement en manoeuvre de parking (vitesse véhicule nulle) et à basse vitesse. Ce gain est encore plus appréciable sur les versions véhicule équipées d'options complémentaires lourdes (climatisation, embrayage piloté) et participe ainsi à la bonne image urbaine de ce type de direction.

La DAEV assiste les efforts de direction dès la sollicitation du volant. Le couple d'assistance est fourni à l'aide d'un moteur électrique monté sur la colonne de direction par l'intermédiaire d'un réducteur à vis sans fin. Par conséquent, le couple d'assistance s'additionne au couple appliqué par le conducteur sur le volant.

Quand un effort volant apparaît, celui-ci est transmis mécaniquement à la crémaillère et électriquement à un calculateur par le biais d'un capteur de couple. Le calculateur fournit ensuite au moteur électrique un courant d'alimentation en fonction:

- du couple volant,
- de la vitesse du véhicule.

L'effort généré par le moteur est ensuite transmis à la colonne de direction par l'intermédiaire du réducteur.

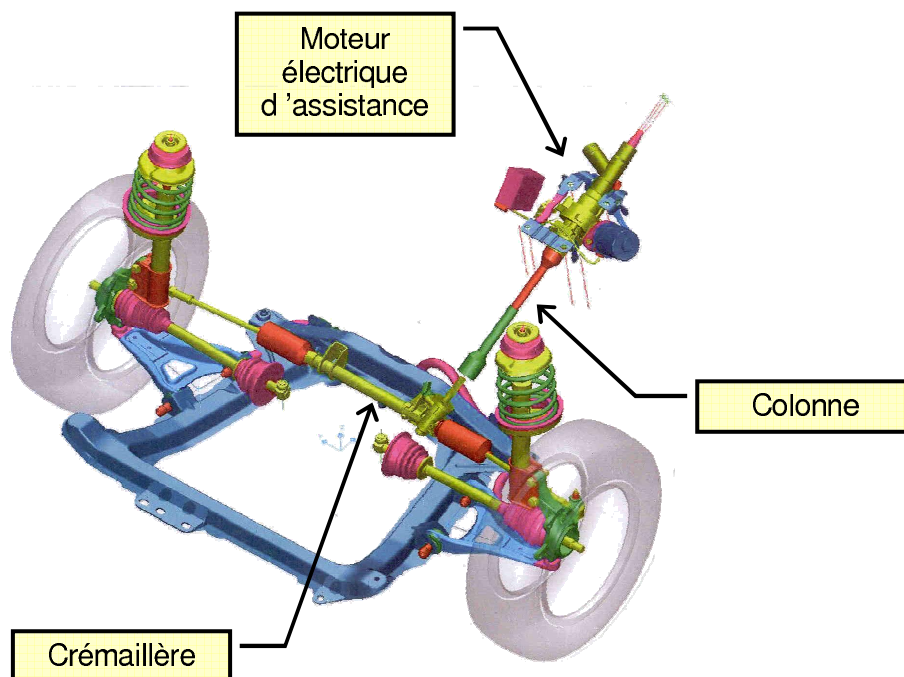


FIG. 3.7 – Direction à assistance électrique.

La modélisation retenue est ici encore relativement simple. La colonne de direction est constituée d'une barre de torsion de raideur  $k_t$ . Le lien entre la colonne et la crémaillère est effectué par un pignon de rayon  $R_{pc}$ . L'assistance est commandée par l'angle de torsion de la barre et agit directement sur la colonne par l'intermédiaire du moteur d'assistance via le réducteur.

#### Bilan des efforts au volant.

La dynamique du volant est régie par l'équation suivante:

$$J_v \ddot{\theta}_v = \Gamma_h - \beta_v \dot{\theta}_v - k_t \left( \theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}} \right) \quad (3.3)$$

#### Bilan des efforts sur la crémaillère.

Le bilan des forces appliquées à la crémaillère est donné par l'équation qui suit:

$$\left( M_{eq} + J_m \left( \frac{R_m}{R_{pc}} \right)^2 \right) \ddot{X}_c = \frac{R_m}{R_{pc}} K_c i + \frac{k_t}{R_{pc}} \left( \theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}} \right) - \left( \beta_c + \beta_m \left( \frac{R_m}{R_{pc}} \right)^2 \right) \dot{X}_c + F_{crem} \quad (3.4)$$

Paramètres mécaniques et variables.			
$\theta_v$	Angle volant	$R_{pc}$	Rayon pignon crémaillère
$\theta_r$	Angle roues	$k_t$	Raideur capteur de couple
$X_c$	Position crémaillère	$K_c$	Constante de couple du moteur
$\theta_m$	Angle moteur	$R_m$	Réducteur moteur
$J_v$	Inertie volant	$\beta_c$	Frottements visqueux sur la crémaillère
$M_{eq}$	Masse équivalent crémaillère	$\beta_v$	Frottements visqueux sur l'axe volant
$J_m$	Inertie équivalente moteur	$\beta_m$	Amortissement visqueux sur l'axe moteur
$K_P$	Raideur apparente crémaillère	$\Gamma_h$	Effort conducteur
$i$	Courant moteur	$F_{crem}$	Forces extérieures crémaillère

TAB. 3.3 – Paramètres du système.

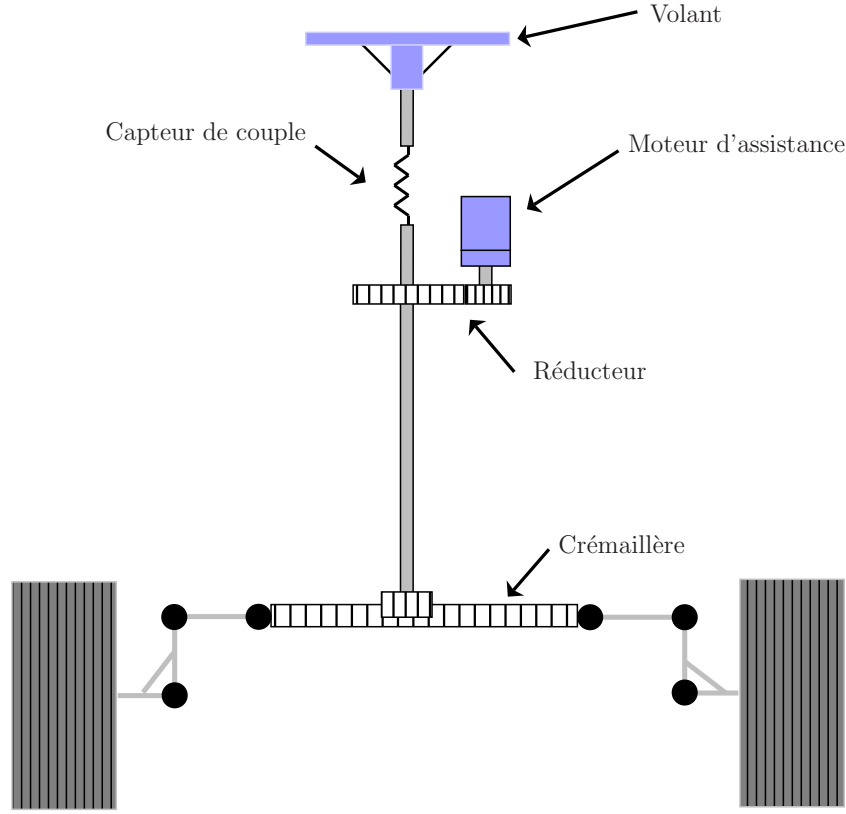


FIG. 3.8 – Modèle mécanique de la DAE.

Les efforts extérieurs appliqués à la crémaillère  $F_{crem}$  sont ici aussi modélisés par une raideur  $K_P$ . Ce terme inclut la raideur transversale du train avant et la raideur latérale des pneumatiques. Dans le but de simplifier l'expression des dynamiques du modèle, les amortissements apportés par les pneumatiques et les éléments mécaniques sont négligés.

Valeurs numériques.		
$J_v = 0.03 \text{ kg.m}^2$	$M_{eq} = 66 \text{ kg}$	$J_m = 1 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$R_m = 16.5$	$k_t = 114 \text{ Nm.rad}^{-1}$	$R_{pc} = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$K_P = 8 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$		

TAB. 3.4 – Valeurs numériques du système.

Le système obtenu est d'ordre 4. L'étude de la fonction de transfert entre la commande en courant du moteur et la mesure fournie par le capteur de couple permet d'accéder aux dynamiques de la DAE. A partir des équations (3.3) et (3.4), il est possible de trouver l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte (certains termes ont été négligés):

$$H_{DAE}^{BO}(s) = \frac{K_c i}{k_t \alpha} = \frac{-k_t J_v K_c R_m s^2}{J_v J_m R_m^2 s^4 + (k_t J_v + R_m^2 J_m k_t + K_P R_{pc}^2 J_v) s^2 + K_P R_{pc}^2 k_t}$$

Ce transfert est caractérisé par deux modes souples (basse et haute fréquence) pour lesquels il a donné une expression analytique:

$$\omega_1^2 = \frac{K_P R_{pc}^2}{R_m^2 J_m + J_v}, \quad \omega_1 = 2 \pi 4.2 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_2^2 = \left( \frac{1}{J_v} + \frac{1}{R_m^2 J_m} \right) k_t, \quad \omega_2 = 2 \pi 20 \text{ rad.s}^{-1}$$

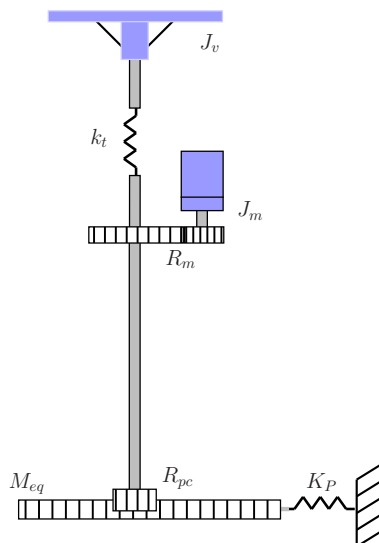


FIG. 3.9 – Modèle mécanique équivalent de la DAE.

La fonction de transfert du système est très proche de celle d'une DAH. Cependant, il est important de remarquer que les fréquences des deux modes sont inférieures à celle d'une DAH (présence d'une inertie supplémentaire). Une fois en boucle fermée, en supposant que la boucle de courant contrôlant le moteur de la DAE est parfaite, le courant moteur est calculé de la manière suivante:

$$K_c i = f(\alpha) = f\left(\theta_v - \frac{X_c}{R_{pc}}\right) \quad \text{après linéarisation} \quad K_c i = K_\alpha \alpha$$

Cependant, dans [Mar04], il a par ailleurs été démontré qu'il n'est pas possible d'augmenter le gain d'assistance  $K_\alpha$  sans modifier le comportement dynamique du système. Une augmentation du gain d'assistance se traduit par une diminution de la fréquence du premier mode en boucle fermée (transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$  avec assistance). Pour un gain d'assistance de 10, la fréquence du premier mode passe à 0.5 Hz.

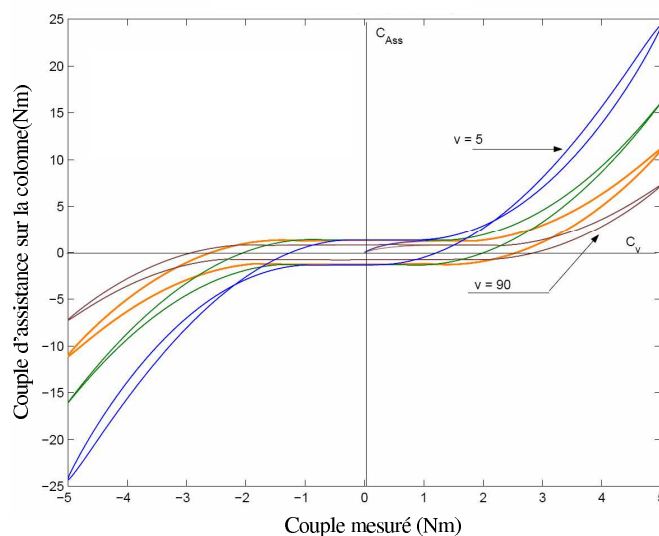


FIG. 3.10 – Exemple de courbes d'assistance pour différentes valeurs de la vitesse véhicule.

Le transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$  du système de direction, assistance débranchée, est représenté Figure 3.11. Il décrit le comportement dynamique de la DAE, sans contrôle du moteur électrique d'assistance, tel

qu'il est perçu par le conducteur. Les fréquences des deux modes souples sont retrouvées, uniquement parce que l'assistance est débranchée.

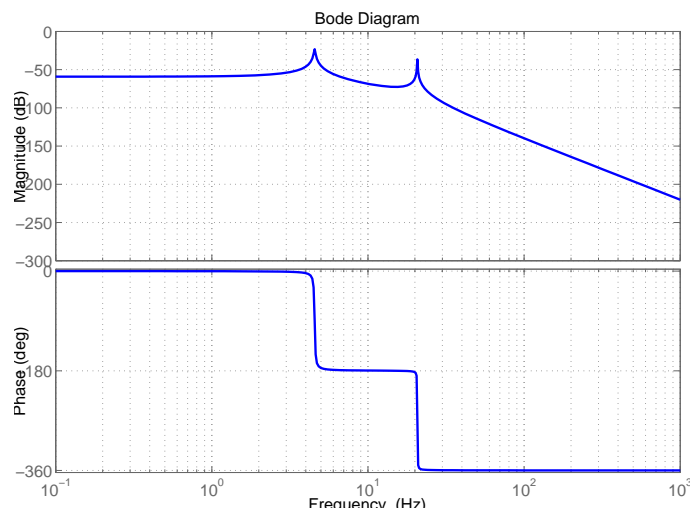


FIG. 3.11 – Transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$  de la DAE, assistance débranchée.

Le comportement dynamique de la DAE sans assistance est très proche de celui d'une DAH. Cependant, la bande passante mécanique du système est plus faible, le premier mode étant plus bas en fréquence. De plus, la courbe d'assistance doit être étudiée de manière approfondie afin de ne pas faire chuter la bande passante de la DAE (il n'est pas possible d'avoir simultanément un fort gain d'assistance et une grande bande passante). Enfin, dans [Mar04], il est aussi montré que le réglage de la boucle en courant du moteur d'assistance a une influence non négligeable sur la fréquence des deux modes du système. Le choix du contrôle doit donc être fait avec le plus grand soin.

### 3.1.3 Synthèse, propriétés génériques d'une direction.

La connaissance du comportement des systèmes de direction usuels est capitale afin de construire un modèle de comportement qui ait un sens. Par ailleurs, s'il est souhaitable, dans un premier temps, qu'un système de direction découplée adopte un comportement proche de celui d'une direction classique, il peut être judicieux de ne pas reproduire l'ensemble des dynamiques des systèmes usuels.

La brève étude des systèmes DAE et DAH a montré que, du point de vue du conducteur, leur comportement mécanique est très semblable. En effet, les deux types de direction présentent une bande passante de l'ordre de 5 Hz délimitée par un mode souple et un deuxième mode souple situé plus haut en fréquence (20-30 Hz). Il est donc intéressant de s'inspirer de ces types de systèmes pour construire un modèle de référence qui servira à déterminer le comportement désiré d'une direction découplée.

La dynamique utile, représentative du comportement dynamique du véhicule (mode de pendulage<sup>1</sup>) et issue des efforts extérieurs est décrite par le premier mode. Le deuxième mode n'est pas intéressant du point de vue du comportement désiré d'une direction car il ne contient pas d'informations pertinentes pour la conduite d'un véhicule.

En première approximation, le comportement désiré d'une direction peut donc être décrit par un système d'ordre 2 décrivant le transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_r$ , avec un mode issu de la raideur apparente au niveau de la crémaillère due aux efforts extérieurs.

1. oscillations du véhicule autour de son axe de lacet

## 3.2 Présentation du modèle de référence.

### 3.2.1 Objectifs du modèle.

Après avoir étudié différents travaux effectués sur le contrôle d'une direction découplée ainsi que les deux principales technologies de direction usuelles, il est d'ores et déjà possible de fixer certains objectifs pour le modèle. En supposant que le système de direction découplée se comporte exactement comme le modèle, ce dernier doit présenter les possibilités suivantes:

- Il doit fournir une restitution sensée au conducteur. Cela signifie filtrer les perturbations indésirables tout en informant le conducteur de l'état de la route et de la situation du véhicule.
- Le ressenti conducteur doit pouvoir être paramétrable (par les metteurs au point et éventuellement par le conducteur dans une moindre mesure).
- Le passage d'un véhicule à un autre ne doit pas être la source d'une lourde mise au point.
- Des modification dynamiques des paramètres du véhicule (modifications du train avant ou de la démultiplication par exemple) doivent pouvoir être envisagées sans perturber outre mesure la qualité de la restitution.
- Son architecture doit être simple afin de minimiser le nombre de paramètres à gérer et faciliter ainsi la mise au point.
- Le comportement global du véhicule et du système de direction obtenus doit être proche de celui défini par les systèmes de direction actuels.

### 3.2.2 Idée de base.

Lors de cette étude il a été décidé de s'orienter vers un modèle de référence très simple, chargé de gérer les interactions entre le couple conducteur et les efforts appliqués aux roues avant par le sol. De ces interactions, le modèle détermine la dynamique du système de direction.

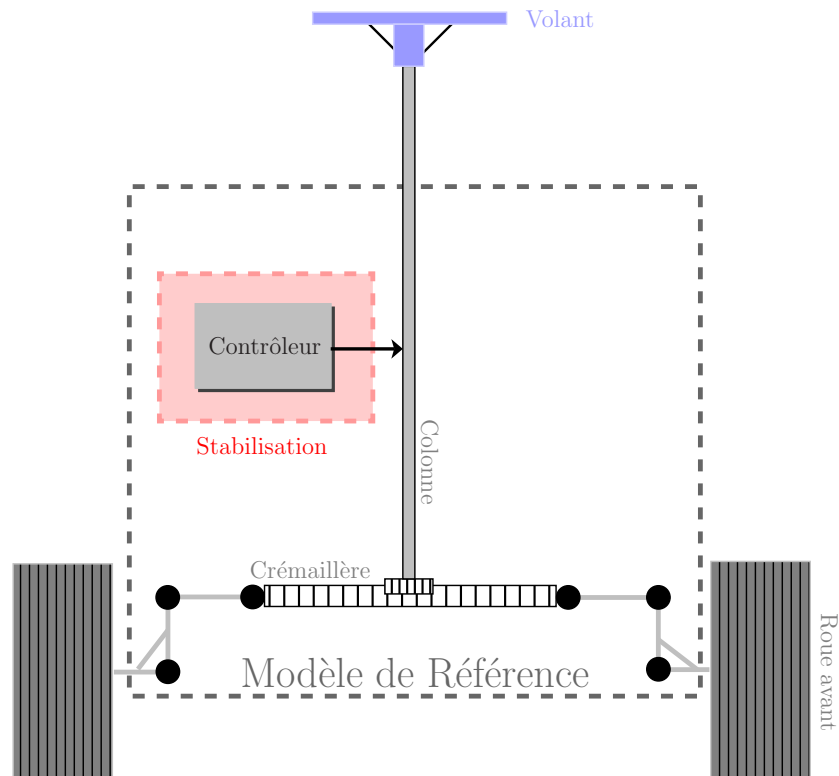


FIG. 3.12 – *Modèle de référence: schéma de principe.*

Le schéma de principe du modèle retenu est présenté Figure 3.12. Le modèle de référence combine une structure virtuelle reliant le volant aux roues avant par une colonne rigide d'inertie équivalente  $J$  avec une boucle de feedback (appelée ici contrôleur stabilisant). Les entrées du modèle sont le couple  $\Gamma_h$  appliqué par le conducteur sur le volant, les efforts  $C_{ext}$  sur la colonne virtuelle résultant du contact pneus / sol ainsi que la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  et la dérive au centre de gravité  $\delta$  du véhicule. La sortie du modèle est donnée par l'angle de braquage des roues avant  $\theta_r$ . L'angle volant  $\theta_v$  est relié à l'angle roue par le coefficient de démultiplication désiré  $d$  de la direction:  $\theta_r = \frac{\theta_v}{d}$ .

La représentation par schéma bloc du modèle est indiquée Figure 3.13. Ce schéma montre le modèle de référence en interaction avec un véhicule, modélisé par la fonction de transfert  $G(s)$  couplée à une modélisation cinématique du train avant  $\frac{\phi(\alpha_{ch})}{d}$  (A.1).  $V$  représente la vitesse du véhicule et  $\mu$ , le coefficient d'adhérence des roues avant.

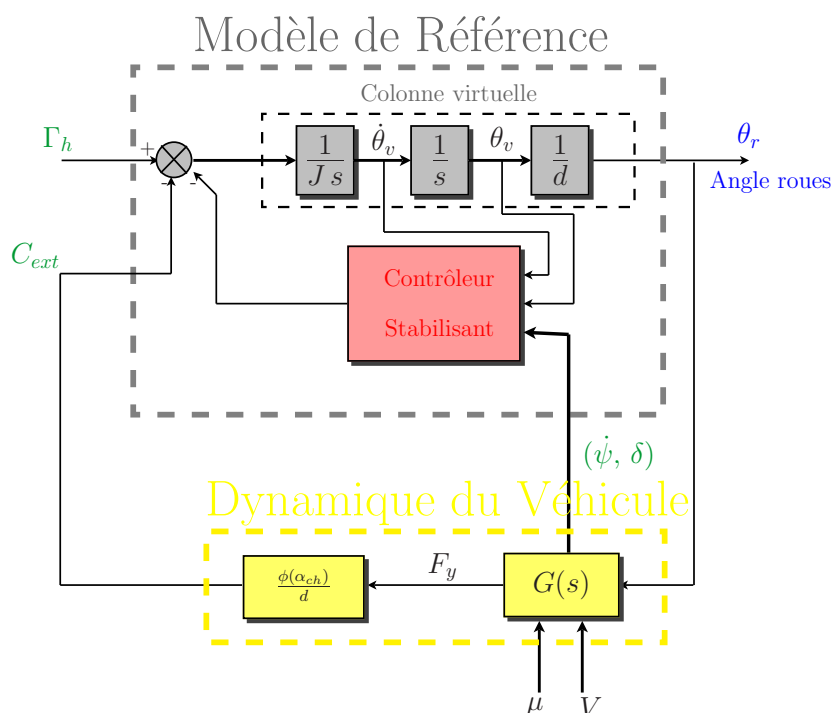


FIG. 3.13 – Modèle de référence: schéma bloc équivalent.

En résumé, le modèle est constitué principalement de deux parties:

- une colonne virtuelle;
- un contrôleur stabilisant;

bouclées avec la dynamique d'un véhicule. Le contrôleur stabilisant est alors calculé de manière à fournir de bonnes sensations de conduite au conducteur et à améliorer le comportement dynamique du véhicule.

### Remarque.

Il est important de noter que le modèle véhicule ne fait pas partie du modèle de référence en tant que tel. Il est en revanche nécessaire pour le calcul du contrôleur stabilisant et la mise au point des paramètres du modèle de référence.

En effet, le contrôleur stabilisant est indispensable au modèle de référence afin d'assurer la stabilité de ce dernier (il permet aussi de modifier le comportement de la direction). Cependant, la stabilité seule du modèle n'est pas particulièrement intéressante, mais il est nécessaire de garantir la stabilité du modèle une fois alimenté par les efforts extérieurs  $C_{ext}$ , image du comportement dynamique du

véhicule dans lequel sera implanté le modèle de référence. Dès lors afin de pouvoir étudier correctement les interactions entre le modèle de référence et la dynamique du véhicule, un modèle véhicule est nécessaire pour l'élaboration et la mise au point du modèle de référence.

### 3.2.3 Description.

Les différents éléments constituant le modèle de référence inséré dans un véhicule, représentés sur la Figure 3.13, sont ici décrits de manière plus approfondie.

#### Dynamique du véhicule.

La dynamique du véhicule est ici modélisée par un classique modèle bicyclette (ou encore modèle 2 roues) couplé à une modélisation simple du train avant d'un véhicule.

#### Modèle bicyclette.

Les équations d'état décrivant le modèle bicyclette sont les suivantes (le calcul complet des équations du modèle est donné en Annexe A.2):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{V I_z} & \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{I_z} \\ -1 + \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{M_{tot} V} & -\frac{D_1 + D_2}{M_{tot} V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_1 l_1}{I_z} \\ \frac{D_1}{M_{tot} V} \end{bmatrix} \theta_r \quad (3.5)$$

où  $\theta_r$  est l'angle des roues avant,  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont les angles de dérive des roues avant et arrière respectivement.  $\delta$  est l'angle de dérive au centre de gravité,  $\dot{\psi}$  est la vitesse de lacet,  $l_1$  et  $l_2$  sont les distances au centre de gravité.  $D_1$  et  $D_2$  sont les raideurs de dérive des roues avant et arrière respectivement,  $M_{tot}$  est la masse du véhicule et  $I_z$  est l'inertie en lacet.  $V$  est la vitesse longitudinale du véhicule.

Les efforts transversaux au niveau des roues avant sont donnés par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} F_y &= -D_1 \delta_1 \\ &= -D_1 \left( \frac{l_1}{V} \dot{\psi} + \delta - \theta_r \right) \end{aligned}$$

Il est alors possible d'exprimer  $F_y$  en fonction de la vitesse du véhicule  $V$  et de l'angle roues  $\theta_r$ :

$$F_y = G(s, V) \theta_r \quad (3.6)$$

La fonction  $G(s, V)$ , pour une vitesse du véhicule  $V$  donnée, peut être notée  $G(s)$ , son expression est donnée en Annexe A.2. Les limites de sont modèles sont bien connues:

- la modélisation n'est plus valable pour des vitesses inférieures à 20 km/h; pour des vitesses plus faibles, une modélisation différente du véhicule et des pneumatiques est nécessaire ([MAdW04]);
- la dynamique longitudinale du véhicule n'est pas modélisée;
- les pneus sont modélisés de manière linéaire. Cette hypothèse n'est valable que très localement. De nombreux travaux ([Pac92], [VdWT05]) ont été faits pour tenter de modéliser plus finement le comportement des pneumatiques.

#### Modèle du train avant.

Un modèle très simple d'un train avant est utilisé pour relier les roues avant à la crémaillère. L'effort  $F_{crem}$  appliqué à la crémaillère issu du contact pneus / sol est donné par (les expressions complètes sont décrites en Annexe A.1):

$$F_{crem} = \frac{\phi(a_{ch})}{d_{biel}} F_y \quad (3.7)$$



où  $\alpha_{ch}$  est l'angle de chasse des roues avant et  $d_{biel}$  est le bras de levier du système de direction.

Le couple  $C_{ext}$  résultant sur la colonne est alors donné par:

$$C_{ext} = R_{pc} F_{rack} = \frac{\phi(\alpha_{ch})}{d} G(s) \theta_r \quad (3.8)$$

avec  $R_{pc}$  le rayon du pignon reliant la colonne à la crémaillère et  $d = \frac{d_{biel}}{R_{pc}}$  la démultiplication de la direction.

### Modèle de référence.

#### *Système de direction.*

Ce dernier est composé d'une simple colonne liée à une crémaillère par un pignon.  $J$  représente l'inertie globale du système formé par: le volant, la colonne, la crémaillère et les roues avant. Une représentation d'état du système de direction peut être donnée par:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} u_s \quad (3.9)$$

$$\theta_r = \frac{\theta_v}{d}$$

$u_s$  est l'entrée de contrôle qui doit être calculée.

#### *Contrôleur stabilisant.*

En combinant les équations (3.5) (3.8) et (3.9), un système boucle fermée de la forme suivante est obtenu:

$$(\Sigma) : \quad \dot{X} = A(V) X + B u_s + H \Gamma_h \quad (3.10)$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \\ \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix}, \quad A(V) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D_1 K_0}{Jd} & \frac{l_1 D_1 K_0}{JV} & \frac{D_1 K_0}{J} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D_1 l_1}{d I_z} & 0 & -\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{V I_z} & \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{I_z} \\ \frac{D_1}{M_{tot} V d} & 0 & -1 + \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{M_{tot} V^2} & -\frac{D_1 + D_2}{M_{tot} V} \end{bmatrix}, \quad B = H = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

et  $K_0 = \frac{\phi(\alpha_{ch})}{d}$

(3.11)

En supposant que la vitesse  $V$  du véhicule demeure constante, l'équation (3.10) définit un système linéaire. Ce système, sans la boucle de feedback additionnelle ( $u_s = 0$ ) peut devenir instable pour certaines valeurs de  $V$ . **Un feedback réalisé ici par le contrôleur stabilisant est donc nécessaire** afin d'une part, d'assurer la stabilité du système et d'autre part, de le forcer à adopter un comportement en accord avec certaines spécifications liées au confort de conduite et à la dynamique du véhicule.

Au niveau des systèmes classiques de direction (DAH ou DAE), l'effet stabilisant est assuré par différents facteurs:

- la géométrie du train avant;
- les frottements au niveau de la colonne de direction et de la crémaillère;
- l'amortissement apporté par le système hydraulique dans le cas d'une DAH ou celui généré par la loi de commande du moteur d'assistance dans le cas d'une DAE.

Dans le cas présent, on se propose de mettre au point un feedback statique permettant tout d'abord, de réaliser un tel effet stabilisant sur le modèle de référence et ensuite, de paramétrer son comportement.

### 3.3 Mise au point du modèle.

Dans toute la suite de l'étude, il est supposé que la direction se comporte exactement comme le modèle défini précédemment. Le comportement du véhicule considéré est régi par  $G(s, V)$ , le train avant est décrit par  $\frac{\phi(\alpha_{ch})}{d}$  et la direction est une masse d'inertie  $J$  (Figure 3.13).

Le couple exercé par le conducteur sur la direction est désigné par  $\Gamma_h$ . On appelle  $d$  la démultiplication globale de la direction, c'est à dire le rapport entre l'angle volant  $\theta_v$  et l'angle roues  $\theta_r$  ( $d = \frac{\theta_v}{\theta_r}$ ).

Le but du contrôle est alors de définir un feedback de la forme suivante:

$$u_s = -K(V) X$$

Il en résulte alors une famille de gains paramétrés comme une fonction de la vitesse du véhicule modélisé. Les équations en boucle fermée du modèle de référence inséré dans un véhicule sont données par:

$$\dot{X} = [A(V) - BK(V)] X + H \Gamma_h \quad (3.12)$$

$$y = C X = \theta_r \quad (3.13)$$

#### 3.3.1 Objectifs du correcteur stabilisant.

Il est souhaitable d'imposer un certain comportement dynamique au modèle virtuel du véhicule. Ceci peut être obtenu en forçant le transfert en boucle fermée:

$$\mathcal{W}(V) : \Gamma_h \mapsto \theta_r \quad (3.14)$$

issu des équations (3.12) et (3.13) à adopter un régime transitoire particulier, quelle que soit la vitesse du véhicule.

*i)* Régime transitoire:

- temps de réponse  $T_s < 1 \text{ sec}$ ,
- dépassement  $D < 10 \%$ .

Ces spécifications sont typiquement utilisées lors de la mise au point des systèmes de direction classiques (DAH et DAE). Elles caractérisent, dans une certaine mesure, le comportement dynamique du véhicule ainsi que les sensations de conduite perçues par le conducteur. Ces deux données quantifient la qualité de la réponse du véhicule suite à une excitation du système de direction par le conducteur. Par exemple, lorsque ce dernier applique un échelon de couple au volant, le véhicule va réagir en adoptant un certain comportement transitoire avant de se stabiliser.

Ce type de comportement se retrouve aussi suite à un lacher brutal du volant par le conducteur: ce phénomène est alors appelé oscillations libres.

Le temps de réponse  $T_s$  mesure la durée du régime transitoire et le dépassement  $D$  mesure l'amplitude maximale des oscillations présentes dans le système de direction avant stabilisation.

Il est intéressant de noter que ces spécifications se retrouvent dans les travaux sur le contrôle châssis sous la forme d'indications sur la fréquence du mode de pendulage<sup>2</sup> du véhicule ainsi que sur son coefficient d'amortissement.

*ii)* Marges de stabilité:

- marge de gain  $M_G > 6 \text{ dB}$ ,

---

2. oscillations du véhicule autour de son axe de lacet

- marge de phase  $M_\phi > 40 \text{ deg}$ .

Il est aussi nécessaire de spécifier certaines propriétés de stabilité pour le système en boucle fermée constitué du modèle de référence bouclé avec un modèle véhicule. Il est en effet nécessaire que ce système reste stable en présence de dynamiques non modélisées (induites par le contact pneu / sol par exemple) ou encore des incertitudes sur les différents paramètres du véhicule. Des propriétés classiques sur les marges de stabilité du système sont alors utilisées.

Le correcteur doit répondre enfin à d'autres critères de sorte que le modèle de référence remplisse certains objectifs énoncés précédemment.

- iii) Le modèle obtenu doit engendrer un certain confort d'utilisation (cette propriété ne pourra être évaluée qu'après un passage sur banc d'essais ou sur prototype.
- iv) Le nombre de paramètres de réglage doit être relativement réduit de manière à faciliter la mise au point.
- v) Les paramètres de réglage doivent, dans la mesure du possible, avoir un sens physique vis à vis de la direction (raideur, amortissement) afin, là aussi, de faciliter la mise au point.

### 3.3.2 Méthodologie et hypothèses.

La suite de l'étude consiste à mettre au point un correcteur susceptible d'amener le modèle à répondre aux objectifs définis précédemment. Ainsi:

- L'analyse des marges de stabilité est faite sur le système en boucle ouverte (Figure 3.14).
- Les performances dynamiques du système (dépassements, résonance, temps de réponse) sont étudiées via le système en boucle fermée (Figure 3.13).

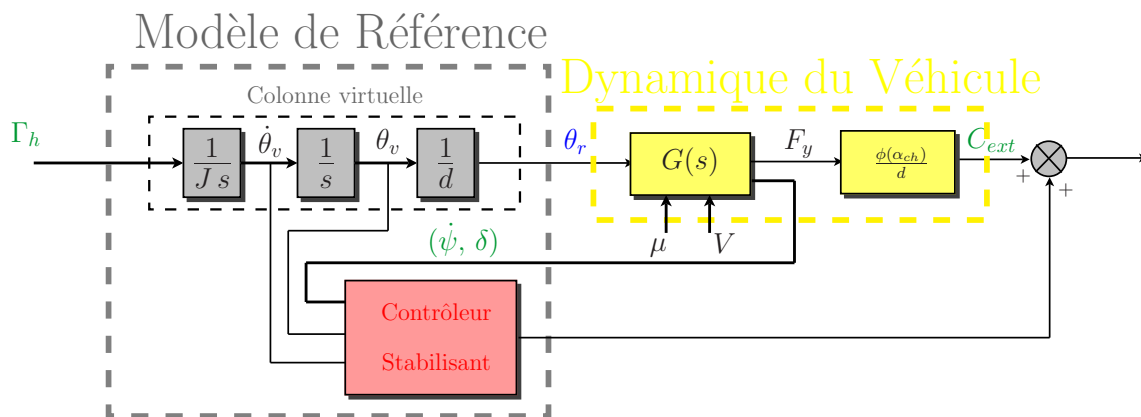


FIG. 3.14 – Schéma du système en boucle ouverte.

L'angle de chasse  $\alpha_{ch}$  et la démultiplication  $d$  sont propres au réglage du train avant (la géométrie du train influe sur la valeur globale de la démultiplication). Dans un premier temps, on considère un train fixe dont l'angle de chasse et la démultiplication adoptent les valeurs suivantes:

$$\alpha_{ch} = 2^\circ ; d = 17.8.$$

Le fait de considérer un réglage fixe implique que les correcteurs obtenus ne seront valables que pour un train donné. Son influence sera étudiée ultérieurement.

#### Remarque:

Même si dans cette étude le réglage du train avant est invariant, on se laisse la possibilité par la suite de considérer un train dynamique.

La boucle ouverte utilisée pour étudier la stabilité du modèle de référence est représentée Figure 3.14.

La chasse pneumatique est considérée comme fixée (A.1):

$$c_p = 4 \text{ cm}$$

Le modèle véhicule utilisé (A.2) inclut les phénomènes de déformations dynamiques du pneumatique par l'intermédiaire de la constante de ballant:

$$Bal = 0.4 \text{ m}$$

La raideur pneumatique avant  $D_1$  est elle aussi susceptible de varier (chute en cas de perte d'adhérence, ou changement de pneumatique). Cependant, dans un premier temps, elle est supposée fixe. Les différentes valeurs numériques des paramètres du véhicule sont résumées dans le Tableau 3.5.

Valeurs numériques.		
$D_1 = 9.1 \cdot 10^4 \text{ N.rad}^{-1}$	$l_1 = 1.055 \text{ m}$	$M_{tot} = 1491 \text{ kg}$
$D_2 = 1.02 \cdot 10^5 \text{ N.rad}^{-1}$	$l_2 = 1.68 \text{ m}$	$I_z = 2650 \text{ kg.m}^2$

TAB. 3.5 – Valeurs numériques des paramètres du modèle véhicule.

En ce qui concerne le modèle de référence, l'inertie équivalente  $J$ , qui est celle perçue par le conducteur, est choisie proche de l'inertie réelle perçue avec un système de direction classique, à savoir:

$$J = 0.1 \text{ kg.m}^2$$

Enfin, il est important de noter que la modélisation du véhicule retenue pour l'étude n'est pas valable à basse vitesse. La vitesse évoluera donc dans un domaine limité:

$$20 \text{ km/h} \leq V \leq 130 \text{ km/h}$$

### Structure du modèle: remarques.

Il l' a été précisé précédemment, le modèle de référence n'inclut pas de modèle véhicule. Ce dernier n'est utilisé que pour permettre le calcul du correcteur stabilisant en fonction de la vitesse de manière à atteindre les objectifs fixés dans le cahier des charges.

Le problème du calcul des gains du contrôleur stabilisant a été posé de manière globale sur le système constitué du modèle de référence bouclé avec le véhicule. Ainsi, les deux variables  $\dot{\psi}$  et  $\delta$  constituent alors des entrées pour le modèle.

Cependant, sans modifier le calcul du contrôleur, il serait tout à fait envisageable d'incorporer un modèle véhicule dans le modèle de référence de telle sorte que celui-ci ne présente plus que deux entrées: le couple conducteur  $\Gamma_h$  et les efforts extérieurs  $C_{ext}$ . L'ensemble du processus de mise au point du modèle (schéma blocs, modélisations...) aurait été exactement identique mais la mise en place sur véhicule réel aurait été différente. Les mesures des variables  $\dot{\psi}$  et  $\delta$  n'aurait pas été nécessaire.

Cette solution n'a finalement pas été retenue. En effet, le modèle de référence est là pour décrire le lien entre le volant et les roues avant, une fois l'ensemble inséré dans un véhicule. Il doit gérer les interactions entre la dynamique du véhicule et celle du système de direction tout en permettant de restituer au conducteur les informations décrivant le comportement du véhicule.

Dans l'hypothèse où  $\dot{\psi}$  et  $\delta$  seraient calculés par un modèle véhicule propre au modèle de référence, un manque de cohérence entre les évolutions de ces variables et le comportement réel du véhicule pourrait survenir. Une chute d'adhérence au niveau du train avant ou du train arrière du véhicule

ne serait pas vue par le modèle véhicule. Dès lors, le modèle de référence recevrait des informations contradictoires entre son propre modèle véhicule et la mesure des efforts extérieurs issue du train avant du véhicule réel.

A l'heure actuelle, il n'est pas encore possible d'estimer correctement les coefficients d'adhérence des différentes roues d'un véhicule. Dès que les avancées technologiques permettront une telle estimation, il sera alors naturel d'envisager d'incorporer un modèle véhicule dans le modèle de référence afin de calculer  $\dot{\psi}$  et  $\delta$ . Il serait même raisonnable de ne plus mesurer les efforts extérieurs mais de calculer des efforts *idéaux*, sans perturbations risquant de détériorer les confort de conduite, à partir du modèle véhicule, recalé en permanence grâce à l'estimation des coefficients d'adhérence des roues. L'étude du modèle de référence serait alors identique, seule sa mise en place sur véhicule serait différente.

Deux structures sont étudiées pour le contrôleur, une d'ordre réduit de type Proportionnelle Dérivée (PD) et une d'ordre plus élevé, obtenue à partir d'une formulation LQ du problème. L'objectif de cette boucle, qui forme partie du modèle de référence, est de générer un modèle stable lorsque celui-ci est couplé avec la dynamique du véhicule (Figure 3.14).

### 3.3.3 Correcteur stabilisant réduit (PD).

Principe.

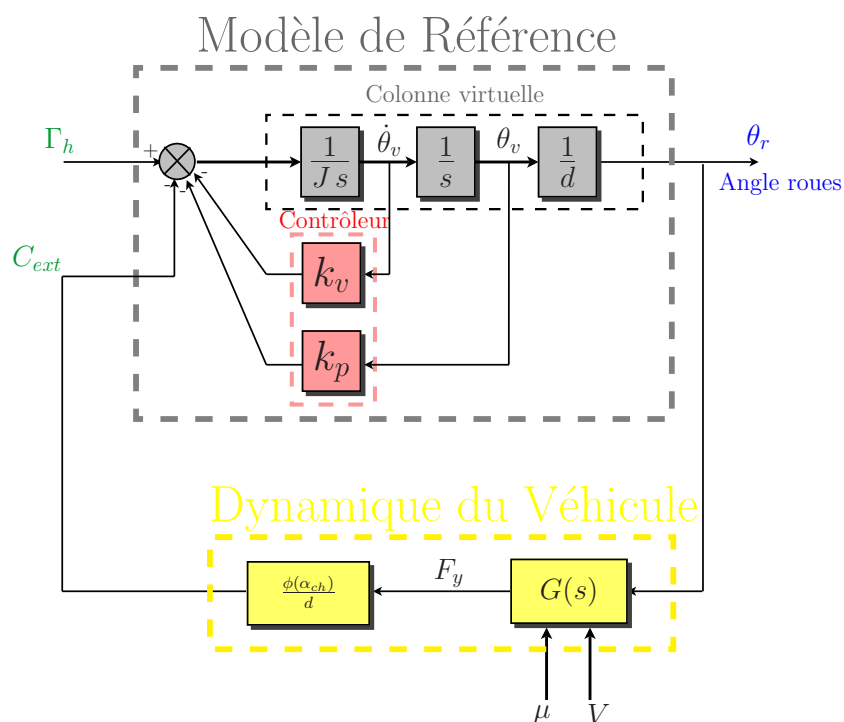


FIG. 3.15 – Modèle de référence avec Correcteur Proportionnel Dérivé.

Dans un premier temps, un contrôleur d'ordre réduit, relativement simple, est choisi pour stabiliser le système. Il est défini par:

$$K(V) = [k_v(V), k_p(V), 0, 0] \quad (3.15)$$

Il n'y a aucune assurance qu'un tel contrôleur puisse apporter au système les performances souhaitées: **la stabilité du modèle n'est pas garantie**. Cependant, des essais préliminaires ont permis de mettre en évidence des performances en adéquation avec le cahier des charges. Le système bouclé est stable, les marges de stabilité répondent aux préconisations.

Ce type de contrôleur est intéressant de par sa simplicité et son interprétation physique directe. En effet,  $k_v(V)$  représente l'amortissement de la colonne de direction tandis que  $k_p(V)$  induit un rappel élastique, une raideur, sur cette même colonne.

Un algorithme d'optimisation, représenté Figure 3.17, est alors utilisé pour calculer les différentes valeurs de  $K(V)$ . Quelques premiers essais ont permis de délimiter des domaines de valeurs raisonnables pour  $k_v(V)$  et  $k_p(V)$ .

Le fonctionnement de l'algorithme est le suivant: étant donnée une valeur de la vitesse, tous les couples  $(k_v, k_p)$  sont testés. Les marges de phase et de gain du système en boucle ouverte (Figure 3.14) sont calculées. Les couples engendrant un système instable sont alors éliminés.

Enfin, parmi l'ensemble des valeurs possibles du correcteur (engendrant un système stable), le couple  $(k_v, k_p)$  qui réalisera le meilleur compromis faible temps de réponse / faible dépassement sera sélectionné. Ce processus est réitéré pour plusieurs valeurs de la vitesse dans la plage de variation considérée ( $20 \text{ km/h} \leq V \leq 130 \text{ km/h}$ ).

## Résultats.

Le critère  $J_{crit}$  (Figure 3.17) a été établi de manière à donner le même poids au dépassement et au temps de réponse lors de la minimisation. Dans un premier temps, la sensibilité aux perturbations n'est pas prise en compte.

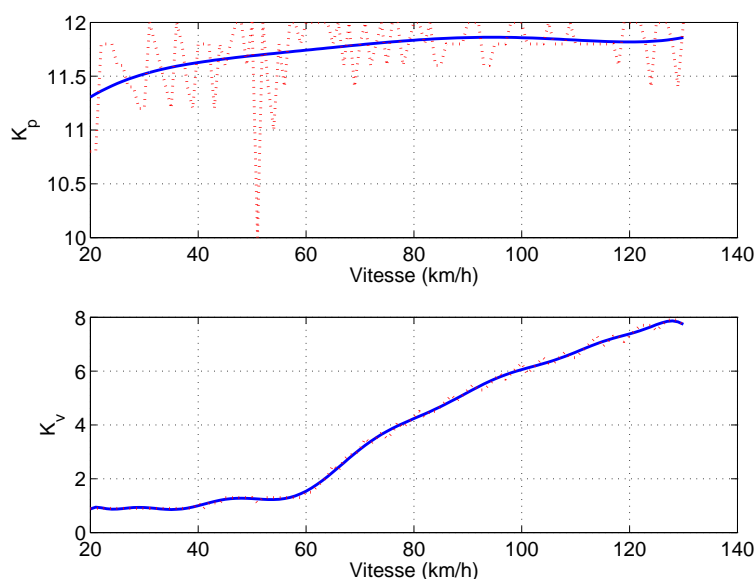


FIG. 3.16 – Évolution de  $k_v$  et  $k_p$  en fonction de  $V$ .

L'évolution du couple  $(k_v(V), k_p(V))$  est représentée Figure 3.16. L'ensemble des points obtenus est ensuite lissé (courbes en bleu); les nouveaux points sont alors utilisés pour calculer les caractéristiques du modèle en fonction de la vitesse (marge de phase et marge de gain figure 3.19(a), dépassement, temps de réponse et sensibilité aux perturbations Figure 3.19(b)).

Il est alors possible de constater (Figure 3.19) que les différents couples  $(k_v(V), k_p(V))$  répondent systématiquement et quelle que soit la vitesse, aux critères posés précédemment. Le système est stable ( $M_\phi \geq 40^\circ$  et  $M_G$  infinie); le dépassement reste globalement inférieur à 10%, le temps de réponse n'excède pas 1 s.

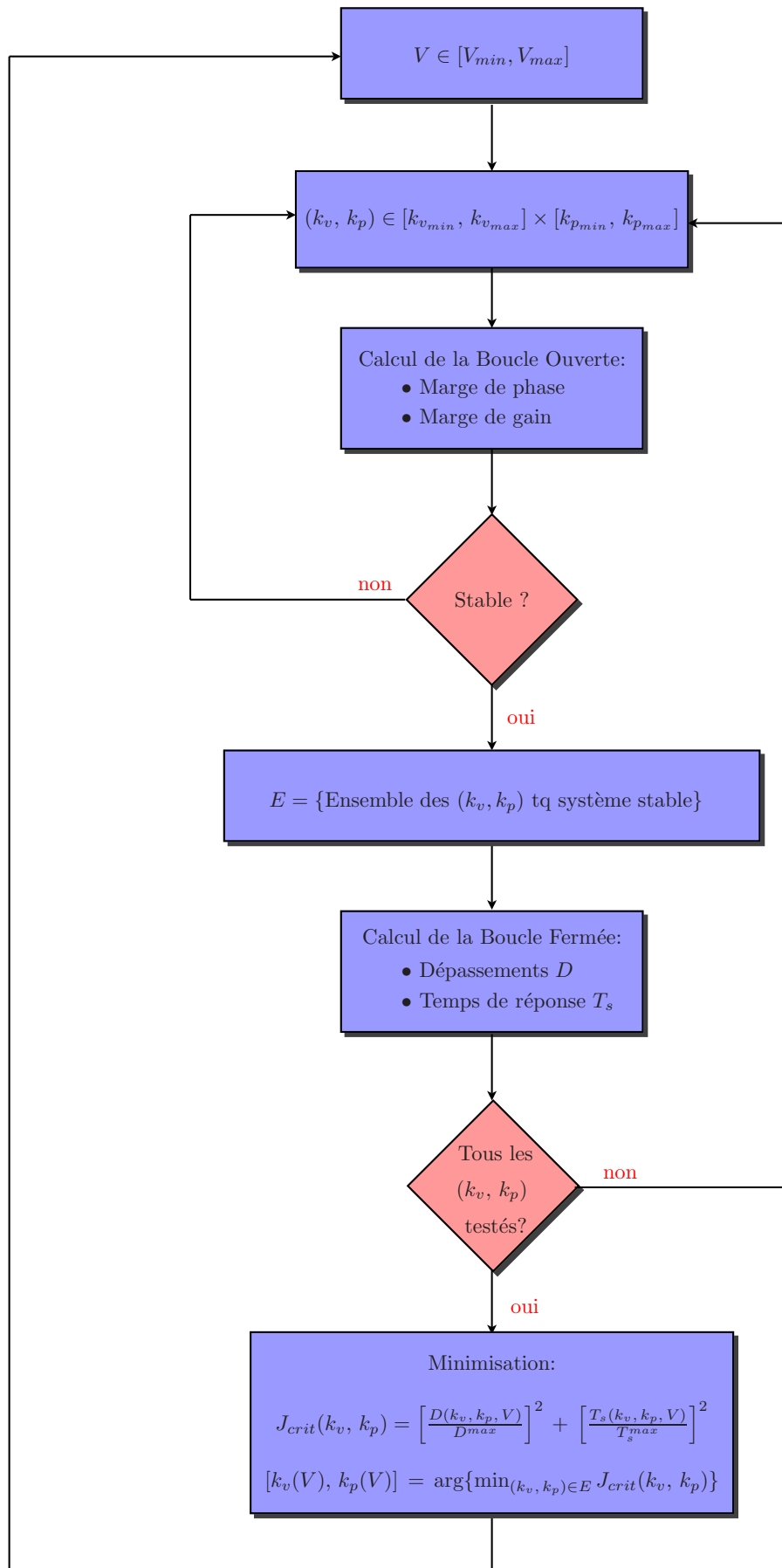


FIG. 3.17 – Correcteur Proportionnel Dérivé: algorithme de calcul du correcteur.

Si les différentes caractéristiques du modèle sont re-calculées en fonction de la vitesse, en utilisant les couples  $(k_v(V), k_p(V))$  déterminés précédemment, et ce en faisant varier sensiblement:

- la raideur pneumatique avant  $D_1$  (figure 3.19(a et b)),
- la masse totale  $M$  du véhicule (figure 3.19(c et d)),
- le ballant  $bal$  des pneus avant (figure 3.19(e et f)),
- l'angle de chasse  $\alpha_{ch}$  du train avant (figure 3.18(a et b)),
- la démultiplication globale  $d$  de la direction (figure 3.18(c et d));

les objectifs restent atteints (stabilité et performances dynamiques): le modèle est robuste aux variations des principaux paramètres qui le constituent.

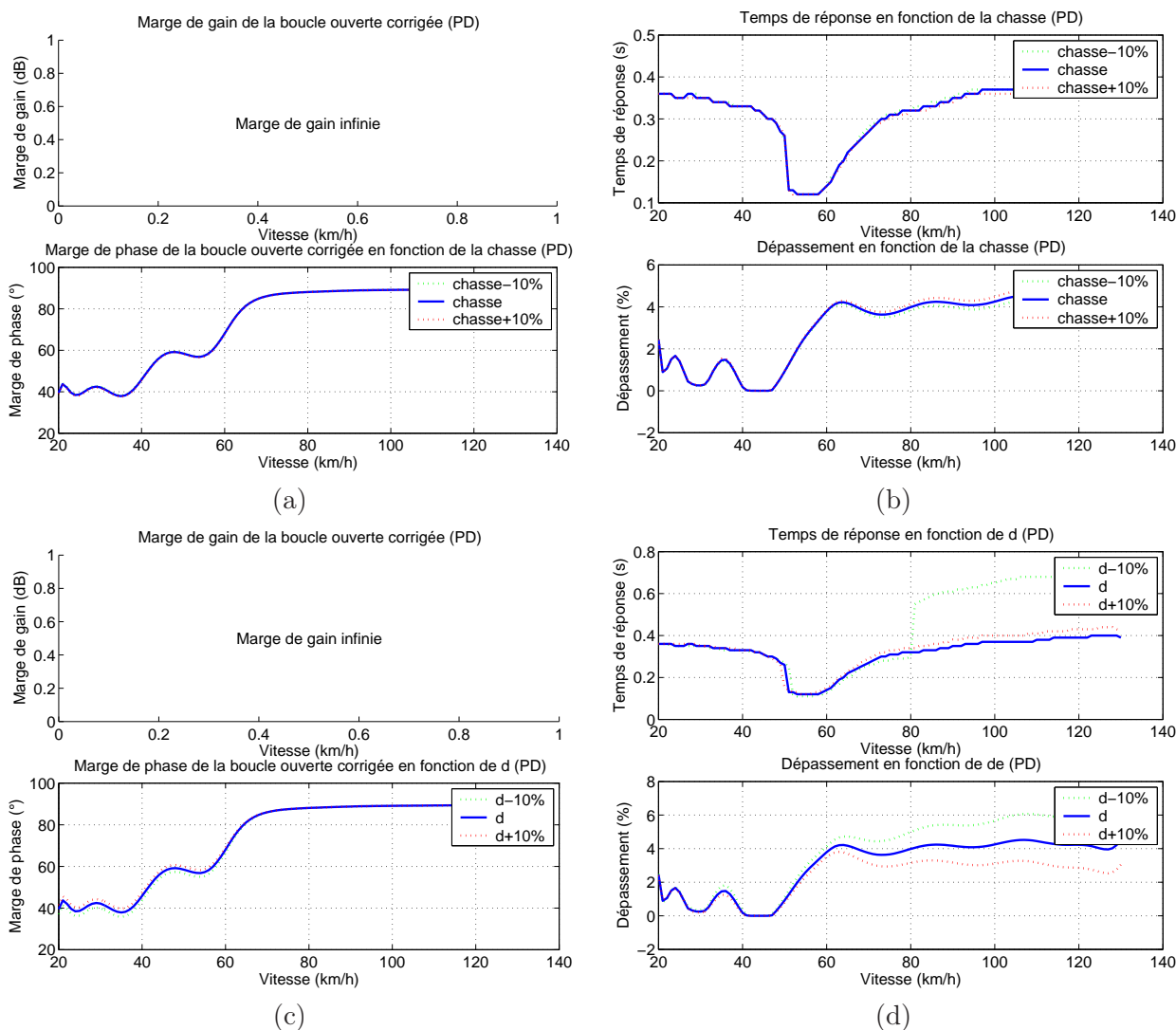


FIG. 3.18 – Robustesse des marges de phase et de gain et des indices de performance vis à vis de  $\alpha_{ch}$  (a et b), de  $d$  (c et d).



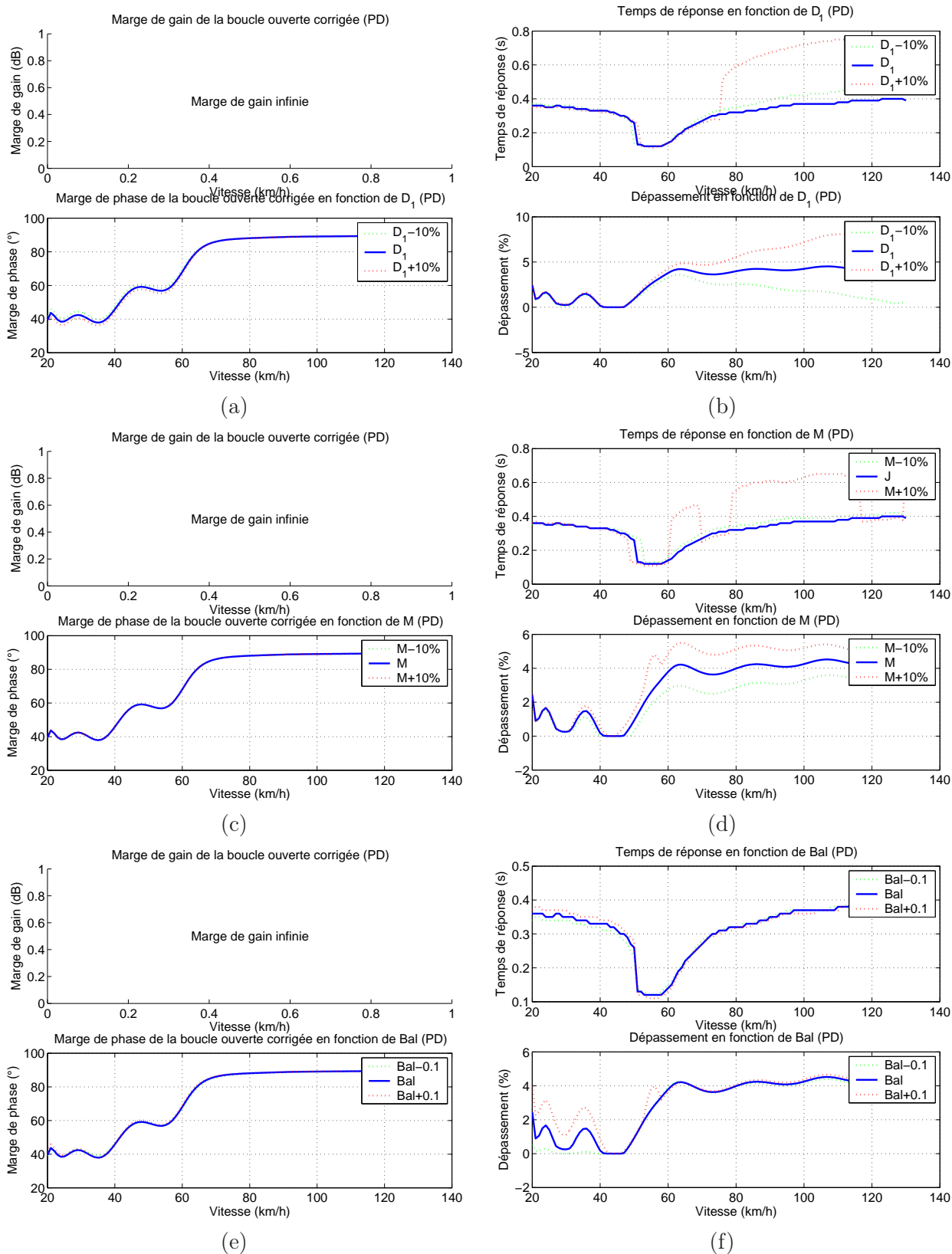


FIG. 3.19 – Robustesse des marges de phase et de gain et des indices de performance vis à vis de  $D_1$  (a et b), de  $M$  (c et d) et de  $Bal$  (e et f).

## 3.3.4 Correcteur stabilisant étendu (LQ).

Principe.

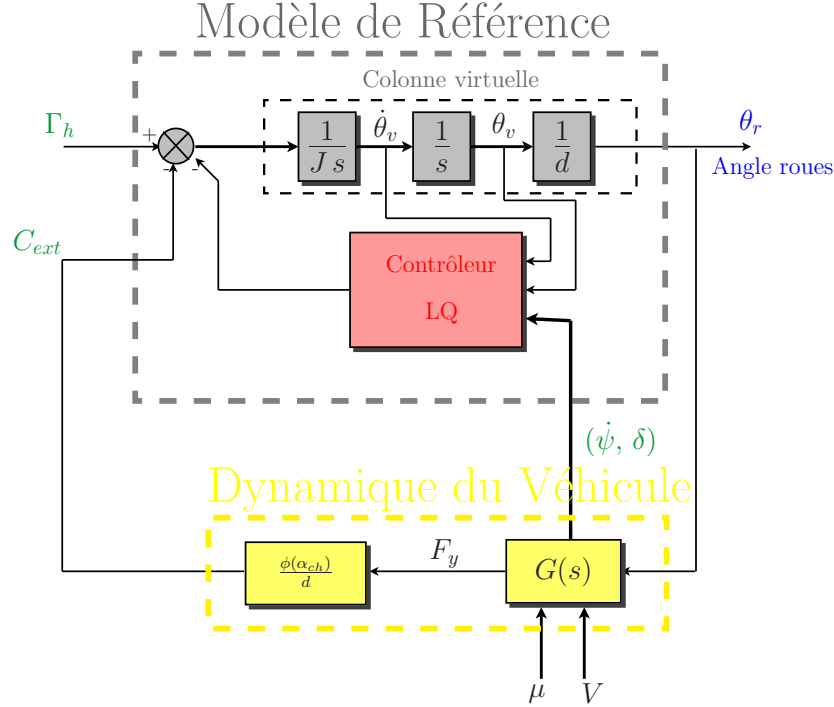


FIG. 3.20 – Modèle de référence avec correction LQ.

Une autre alternative pour la stabilisation du modèle de référence est la mise au point d'un correcteur par retour d'état d'ordre plein. Le système considéré est celui présenté en (3.10), dont les équations sont rappelées:

$$(\Sigma) : \quad \dot{X} = A(V)X + B u_s + H \Gamma_h$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \\ \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix}, \quad A(V) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D_1 K_0}{Jd} & \frac{l_1 D_1 K_0}{JV} & \frac{D_1 K_0}{J} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D_1 l_1}{dJ_z} & 0 & -\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{VJ_z} & \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{J_z} \\ \frac{D_1}{M_{tot} V d} & 0 & -1 + \frac{D_2 l_2^2 - D_1 l_1^2}{M_{tot} V^2} & -\frac{D_1 + D_2}{M_{tot} V} \end{bmatrix}, \quad B = H = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

et  $K_0 = \frac{\phi(\alpha_{ch})}{d}$

Le but est de trouver un gain  $K(V) = [K_1(V), K_2(V), K_3(V), K_4(V)]$  de telle sorte que  $u_s = -K(V)X$ .

Le calcul du contrôleur se fait par minimisation Linéaire Quadratique (LQ). Un rappel sur les conditions d'existence d'un régulateur LQ est fait en Annexe (A.3.2). Les raisons ayant motivé un tel choix sont exposées ultérieurement.

Il est alors nécessaire de vérifier que la paire  $(A, B)$  est bien stabilisable et ce quelle que soit la

vitesse. La matrice de contrôlabilité du système est définie de la manière suivante:

$$\begin{aligned}
 C &= [B \quad A(V)B \quad A(V)^2B \quad A(V)^3B] \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J} & 0 & -\frac{D_1 K_0}{J^2 d} \\ \frac{1}{J} & 0 & -\frac{D_1 K_0}{J^2 d} & \frac{K_0 D_1^2 l_1^2}{J^2 V d I_z} + \frac{K_0 D_1^2}{J^2 M_{tot} V d} \\ 0 & 0 & \frac{D_1 l_1}{d I_z J} & -\frac{(D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2) D_1 l_1}{J V I_z^2 d} + \frac{(D_2 l_2 - D_1 l_1) D_1}{J I_z M_{tot} V d} \\ 0 & 0 & \frac{D_1}{M_{tot} V d J} & (-1 + \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{M_{tot} V^2}) \frac{D_1 l_1}{J d I_z} - \frac{(D_1 + D_2) D_1}{J M_{tot}^2 V^2 d} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

La matrice obtenue est clairement de rang 4 et ce quelle que soit la vitesse (non nulle). En supposant par ailleurs  $r_0$  non nul, la théorie de la correction LQ peut s'appliquer sans restriction au système considéré.

Remarques:

1. Le correcteur est calculé à partir des équations rappelées ci-dessus. Cette représentation a été trouvée en utilisant une version simplifiée du modèle véhicule.

En effet, le ballant n'a pas été pris en compte. Cette omission volontaire permet de faire diminuer de deux la dimension du vecteur d'état du système global. De ce fait, le nombre de paramètres de réglage est lui aussi diminué de 2.

Dès lors il est nécessaire de vérifier a posteriori la stabilité de l'ensemble constitué par le correcteur appliqué au système complet (avec ballant).

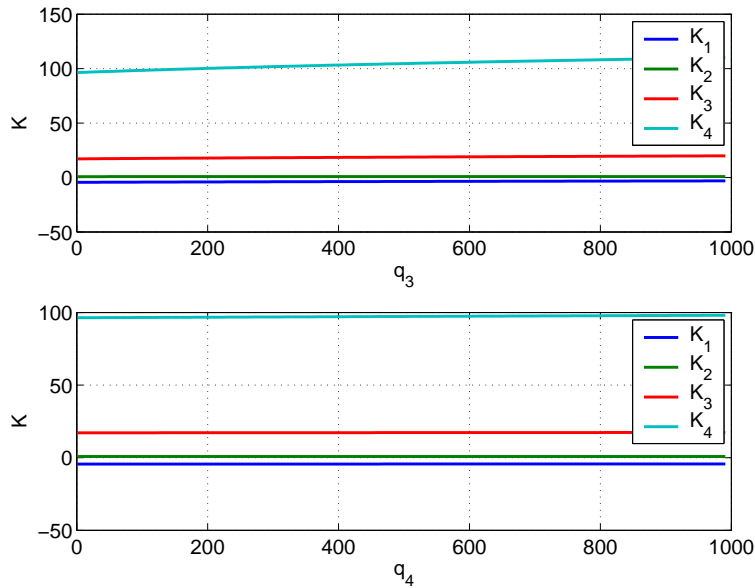


FIG. 3.21 – Variations des gains du correcteur en fonction de  $q_3$  et  $q_4$ .

2. Quelques tests rapides permettent de mettre en évidence le faible impact des poids  $q_3$  et  $q_4$  sur les gains du correcteur (fig. 3.21). Dans la suite de l'étude on posera donc:

$$q_3 = 0 \quad \text{et} \quad q_4 = 0$$

3. Le problème considéré est un problème de régulation. Le couple conducteur  $\Gamma_h$  est supposé nul, le correcteur est chargé d'assurer le retour sur l'état d'équilibre  $X = 0$  avec les performances énoncées précédemment.

4. Afin de manipuler des poids  $q_1$ ,  $q_2$  et  $r_0$  ayant la même échelle, la matrice  $Q$  est normalisée en divisant chacun des poids cités par la valeur maximale au carré de la variable qu'il pondère.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{q_1}{(\max \theta_v)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q_2}{(\max \dot{\theta}_v)^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } R = \left[ \frac{r_0}{(\max u)^2} \right]$$

avec:

- $\max \theta_v = 540^\circ$ ;
- $\max \dot{\theta}_v = 600^\circ/\text{s}$ ;
- $\max u = 10 \text{ N.m}$ .

5. En considérant l'expression du critère de minimisation LQ intervenant dans le calcul du correcteur avec les matrices de pondération considérées précédemment, l'expression suivante est obtenue:

$$J = \int_0^\infty \left[ \frac{q_1}{(\max \theta_v)^2} (\theta_v)^2 + \frac{q_2}{(\max \dot{\theta}_v)^2} (\dot{\theta}_v)^2 + \frac{r_0}{(\max u)^2} u^2 \right] dt \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} &= r_0 \int_0^\infty \left[ \frac{1}{r_0} \frac{q_1}{(\max \theta_v)^2} (\theta_v)^2 + \frac{1}{r_0} \frac{q_2}{(\max \dot{\theta}_v)^2} (\dot{\theta}_v)^2 + \frac{1}{(\max u)^2} u^2 \right] dt \\ &= r_0 J' \end{aligned} \quad (3.17)$$

Or les deux critères  $J$  et  $J'$  sont minimaux pour les mêmes arguments  $q_1$  et  $q_2$ . Il est alors possible de poser :

$$r_0 = 1$$

L'algorithme utilisé pour cette étude diffère légèrement de celui employé pour le calcul du correcteur PD. Dans le cas présent, l'optimisation ne se fait plus sur les gains du correcteur mais sur les pondérations permettant de calculer un contrôleur.

Le fonctionnement de l'algorithme est le suivant: pour chaque valeur de la vitesse, on va chercher à déterminer le couple  $(q_1, q_2)$  qui donnera le correcteur LQ qui répond le mieux aux spécifications.

Pour une valeur donnée de la vitesse, un certain nombre de couples  $(q_1, q_2)$  sont testés. Le correcteur est calculé par résolution numérique de l'équation de Riccati (Matlab) en utilisant le modèle sans ballant. Les marges de phase et de gain du système en boucle ouverte incluant le ballant (Figure 3.14) sont alors évaluées. Les couples engendrant un système instable sont éliminés.

Enfin, parmi l'ensemble des valeurs possibles du correcteur (donnant un système stable avec ballant), le couple  $(q_1, q_2)$  qui réalisera le meilleur compromis faible temps de réponse / faible dépassement est sélectionné. L'ensemble du processus est réitéré pour plusieurs valeurs de la vitesse dans la plage de variation considérée ( $20 \text{ km/h} \leq V \leq 130 \text{ km/h}$ ).

### Intérêts.

Le grand intérêt de la correction LQ est d'engendrer des correcteurs stabilisants, par l'intermédiaire de paramètres de réglage  $Q$  et  $R$ . Leur manipulation exerce une action sélective sur les réponses et les commandes.

En effet, en jouant sur les éléments (poids) des matrices  $Q$  et  $R$ , il est possible d'agir sélectivement sur chaque variable d'état ou sur chaque entrée du système.

Par exemple, le compromis entre les écarts de sortie et la sollicitation des commandes peut être réglé facilement. Une augmentation des éléments de  $R$  va pénaliser plus fortement la commande ce qui diminuera l'action globale du correcteur.

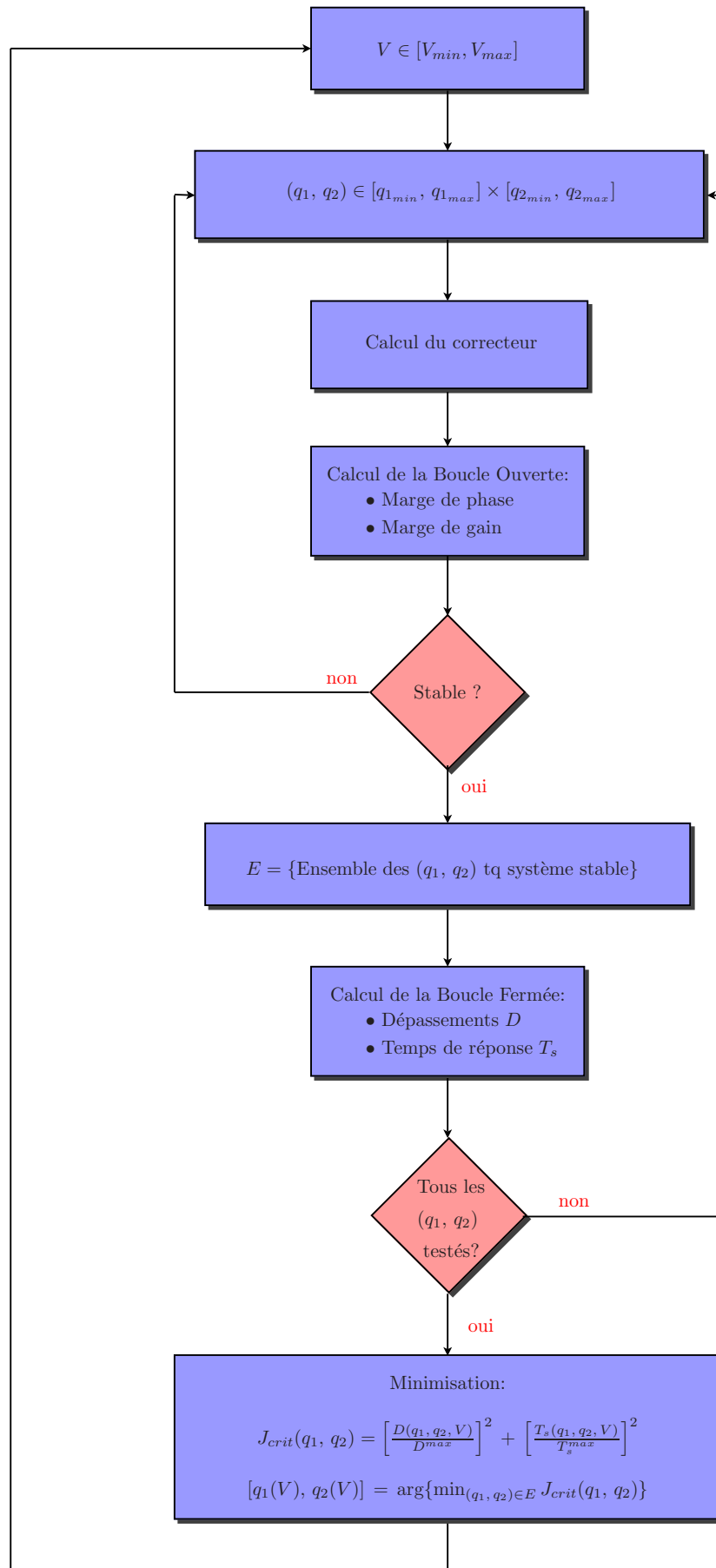


FIG. 3.22 – Algorithme de calcul du correcteur LQ.

Cette propriété est intéressante dans le cadre de l'application d'un tel correcteur au modèle de référence. Une action sur la matrice  $R$  va permettre de modifier la stratégie employée:

- une matrice  $R$  contenant des poids de forte valeur va privilégier la remontée des efforts enregistrés au niveau du train. Le principe de commande se rapproche alors d'une stratégie de type *Commande bi-latérale*;
- inversement, une matrice  $R$  contenant des poids de faible valeur accentuera le filtrage des efforts remontés en autorisant de plus fortes valeurs en sortie du correcteur (il est rappelé que la sortie du correcteur est assimilable à un couple, cf. Figure 3.13). Le principe de commande se rapproche alors d'une stratégie de type *Commande uni-latérale*.

Par ailleurs, si les conditions énoncées précédemment sur le système (matrices  $A$  et  $B$ ) et sur les matrices de pondération (matrices  $Q$  et  $R$ ) sont respectées, alors les marges de phase et de gain du système corrigé ont une valeur minimale garantie.

Enfin, ce correcteur prend en compte de manière explicite le comportement dynamique du véhicule par l'intermédiaire des variables d'état  $\dot{\psi}$  et  $\dot{\delta}$ , respectivement la vitesse de lacet et la dérive au centre de gravité. Or, le réglage du comportement dynamique du véhicule a une part importante dans les objectifs du modèle de référence.

## Résultats.

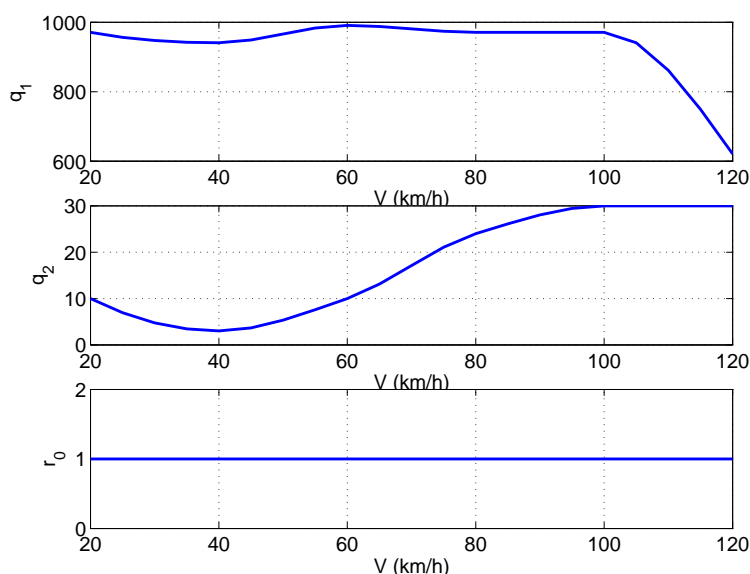


FIG. 3.23 – Variations des poids en fonction de la vitesse.

Les évolutions du triplet  $(q_1, q_2, r_0)$  en fonction de la vitesse ainsi que les gains du correcteur LQ qui en découlent sont représentés respectivement Figure 3.23 et Figure 3.24.

On remarque que pour les hautes vitesses, le critère  $J$  (qui est identique à celui utilisé lors du calcul du correcteur PD) a privilégié une augmentation de l'amortissement de la direction ( $q_2$  et  $K_2$  augmentent).

Ce résultat semble assez logique; lorsque la vitesse augmente, les forces de rappel dans la direction augmentent et tendent à déstabiliser le système (la tenue de cap est certes améliorée, mais, d'un point de vue purement mathématique, les marges de stabilité diminuent). Il est donc normal d'avoir obtenu un correcteur avec un fort amortissement pour les hautes vitesses.

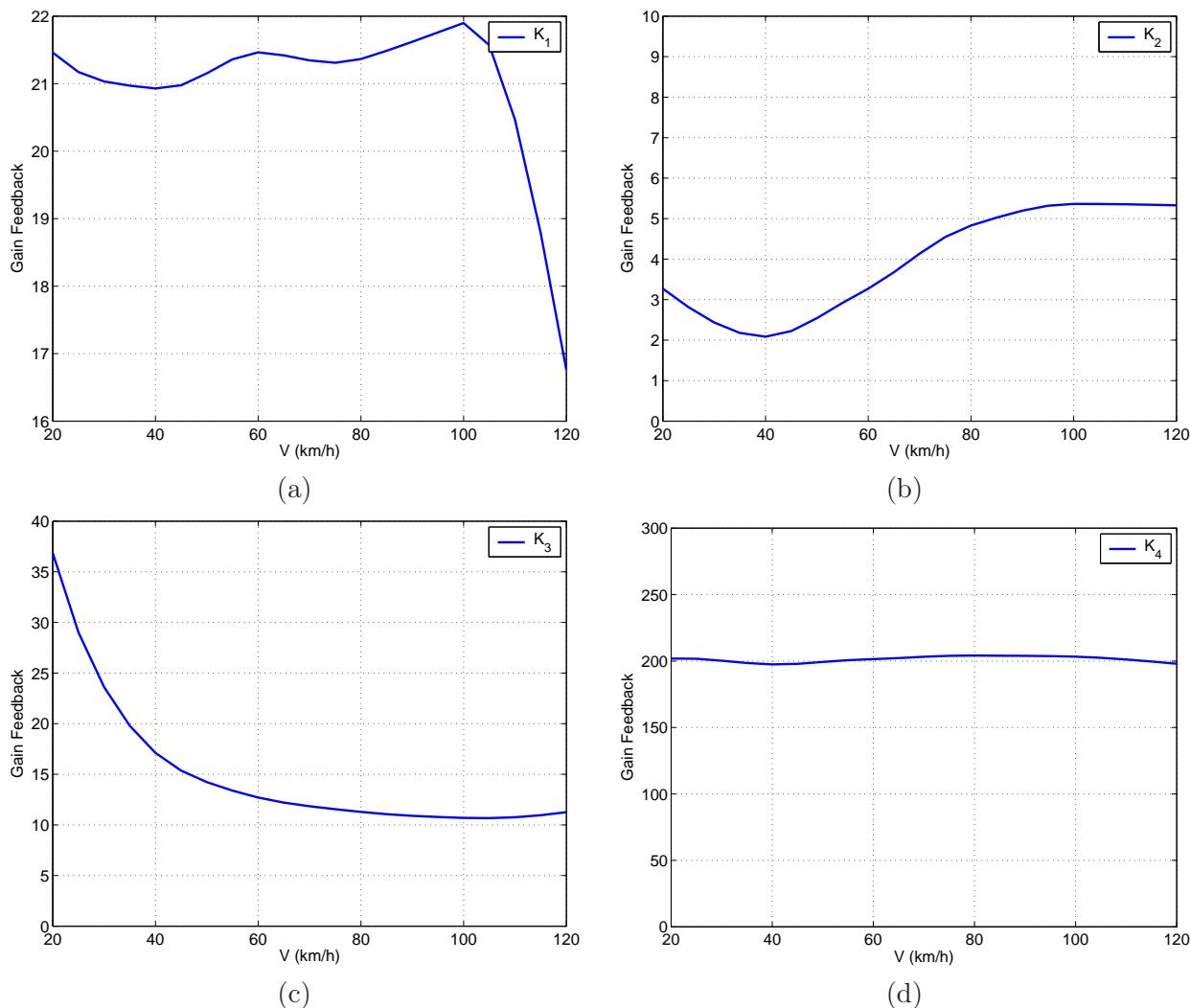


FIG. 3.24 – Évolution des gains du correcteur en fonction de la vitesse.

Si l'on fait varier sensiblement certains paramètres du système (raideur  $D_1$ , masse du véhicule  $M$ , ballant  $bal$ , angle de chasse  $\alpha_{ch}$  ou encore la démultiplication  $d$ ) on constate que le système est robuste à ces variations (fig. 3.25).

Le système est stable ( $M_\phi \geq 70^\circ$  et  $M_G$  infinie); le dépassement reste globalement inférieur à 10%, le temps de réponse n'excède pas 1 s.

Le correcteur LQ génère des performances supérieures à celles obtenues avec le correcteur PD. La direction est mieux amortie tout en ayant un temps de réponse plus faible. De même les marges de stabilité sont elles aussi améliorées.

Par ailleurs, les deux paramètres  $q_1$  et  $q_2$  ont des effets physiques intéressants et bien identifiables:

- $q_1$  agit principalement sur le rappel du volant;
- $q_2$  agit sur l'amortissement de la direction;

Une fois le modèle porté sur un véhicule, on dispose d'un jeu de paramètres cohérents pour régler le comportement de la direction découplée.

En revanche, ce correcteur présente un inconvénient majeur par rapport au correcteur PD. Il nécessite la mise en place d'un estimateur afin de reconstruire la dérive au centre de gravité  $\delta$  qui n'est pas mesurable sur un véhicule réel.

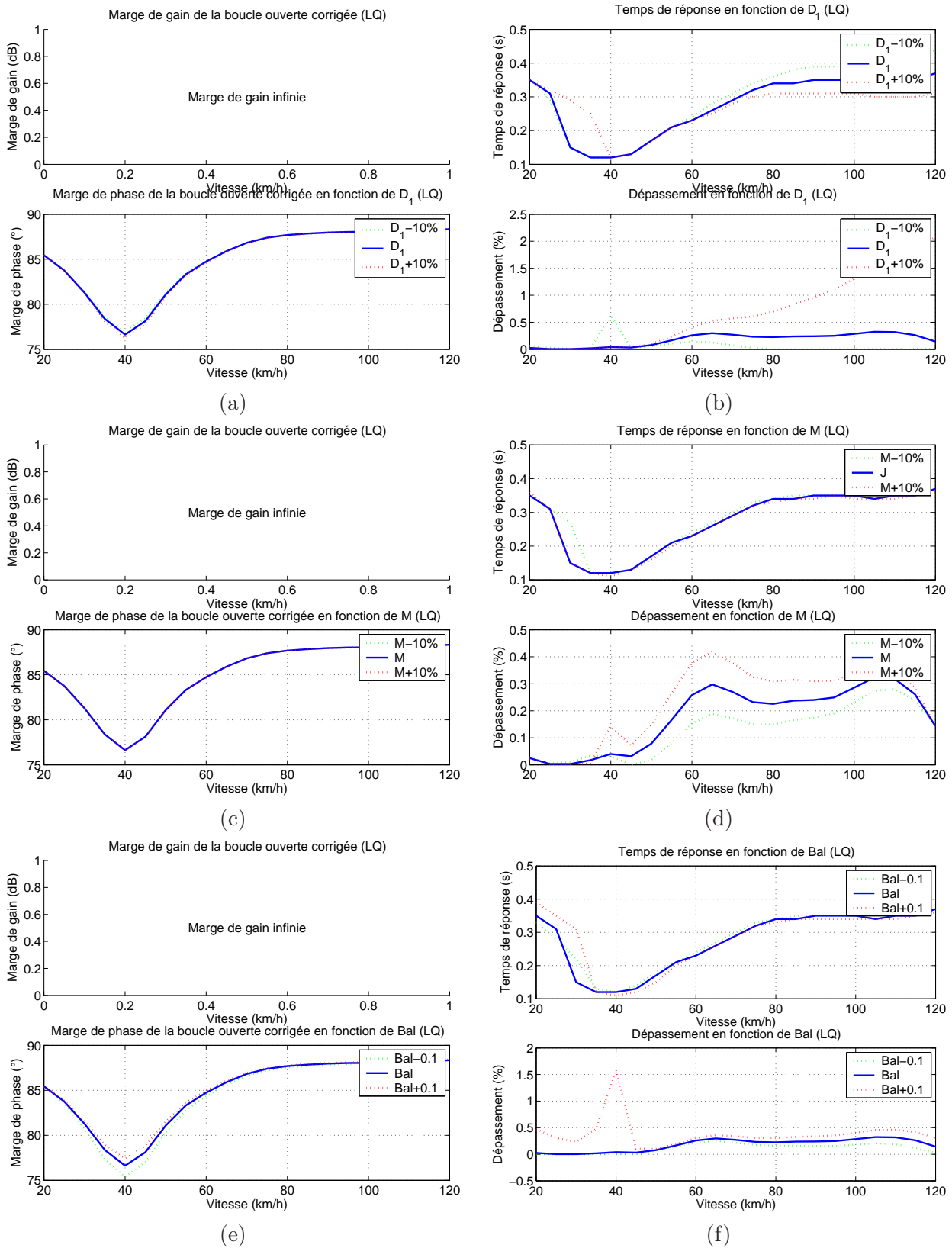


FIG. 3.25 – Robustesse des marges de phase et de gain et des indices de performance vis à vis de  $D_1$  (a et b), de  $M$  (c et d) et de  $Bal$  (e et f).



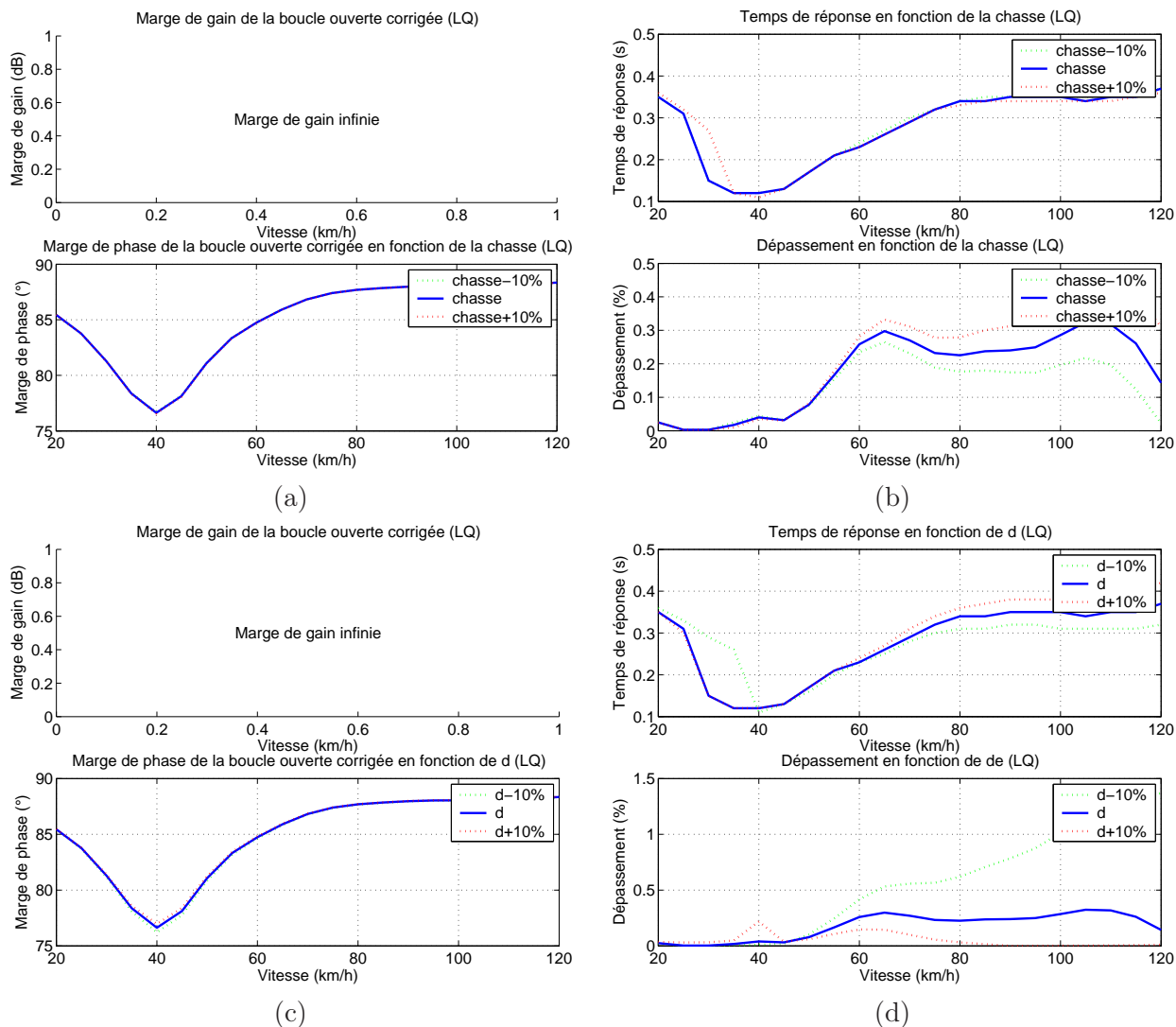


FIG. 3.26 – Robustesse des marges de phase et de gain et des indices de performance vis à vis de  $\alpha_{ch}$  (a et b), de  $d$  (c et d).

### 3.4 Conclusion.

Cette étude a permis la mise au point d'un modèle de référence censé reproduire le comportement désiré d'une direction. Il ne s'agit pas d'un simple modèle de ressenti chargé de piloter seulement le volant, mais d'un modèle global de comportement de la direction. Les efforts exercés sur le volant ont deux origines:

- l'action d'un correcteur chargé de stabiliser la direction et d'en moduler la dynamique;
- une remontée des efforts extérieurs exercés par l'environnement sur la direction.

Le couple appliqué au volant reflète, comme sur une direction classique, l'état de l'interface pneus / sol. L'action du correcteur permet de filtrer les efforts remontés et de jouer sur le comportement dynamique de la direction (et donc du véhicule).

Cependant, la prise en compte des efforts exercés par l'environnement sur la direction induit une dépendance du modèle vis à vis du train avant et du véhicule. Un réglage différent du train avant ou un changement de véhicule vont modifier la forme des efforts présents sur la colonne et vont donc perturber la restitution. C'est pourquoi la mise au point du correcteur prend en compte un état donné

du train et du véhicule.

Dés lors, deux stratégies se présentent:

1. Le correcteur est mis au point pour un réglage donné du train avant et du véhicule, et l'on veille à ce qu'il soit robuste à toute variation de ce réglage. Le modèle de référence obtenu est alors propre au véhicule sur lequel il sera implanté.
2. Pour chaque réglage du train avant et du véhicule un correcteur est calculé. Il existe alors un modèle de référence unique, utilisable par la suite pour piloter le système de direction découplée de n'importe quel véhicule, quels que soient les réglages de son train avant.

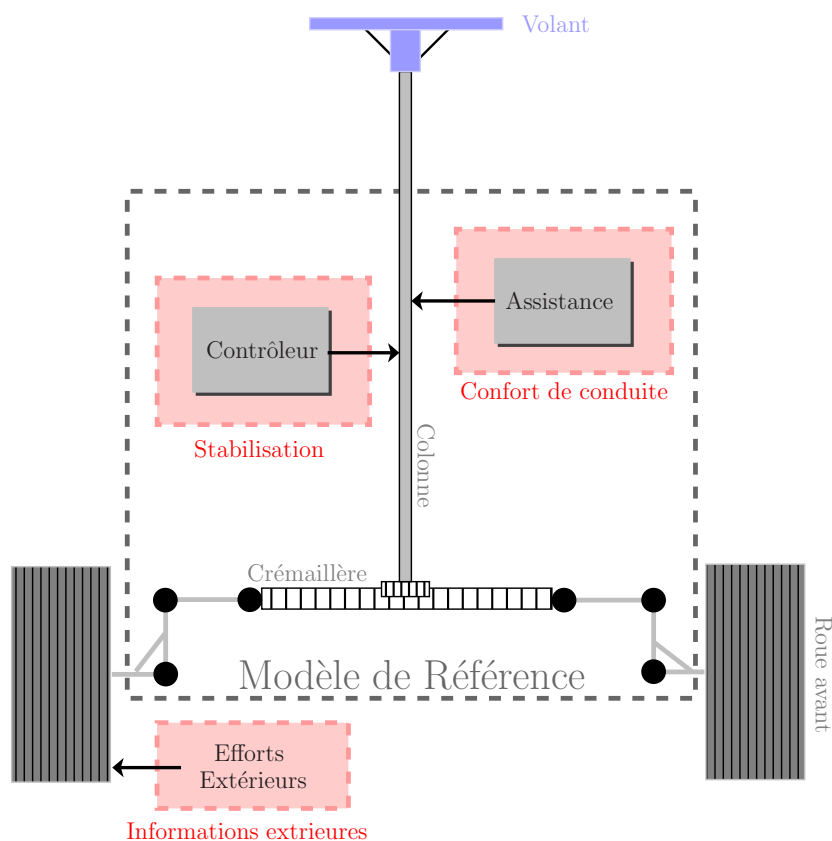


FIG. 3.27 – *Modèle de référence: schéma de principe.*

Deux types de correcteur ont été étudiés:

- un correcteur Proportionnel Dérivé relativement simple;
- Un correcteur LQ plus élaboré.

Les deux types de correcteur présentés donnent lieu à deux types de modèle de référence:

- un modèle de référence réduit, basé sur le correcteur PD;
- un modèle de référence étendu, utilisant le correcteur LQ.

Ces deux modèles de référence présentent des performances relativement proches. Le modèle étendu présente de meilleures performances dynamiques et une plus grande stabilité mais il est plus compliqué à mettre en oeuvre (il nécessite une estimation de la dérive au centre de gravité du véhicule).

Le schéma de principe final du modèle de référence est représenté Figure 3.27. Un bloc dénommé *Assistance* a été ajouté. Ce dernier permet de modifier le confort de conduite en modifiant le couple

conducteur  $\Gamma_h$  en entrée du modèle de la manière suivante:

$$\Gamma_h \mapsto \Gamma_h + Ass(\Gamma_h, V)$$

La fonction  $Ass$  est une fonction linéaire ou non du couple conducteur et de la vitesse du véhicule. Le gain apporté par cette fonction étant hors boucle, la stabilité ainsi que le comportement dynamique du modèle de référence ne sont pas modifiés. La fonction d'assistance sera étudiée ultérieurement et il sera supposé dans un premier temps que la fonction d'assistance est nulle.

Les représentations d'état du modèle de référence réduit et étendu sont respectivement les suivantes:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\theta_r^{ref} = \frac{\theta_v^{ref}}{d}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_1(V)}{J} & -\frac{K_2(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_3(V)}{J} & -\frac{K_4(V)}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$\theta_r^{ref} = \frac{\theta_v^{ref}}{d} \quad (3.19)$$

Maintenant qu'un modèle de référence (en fait deux) a été élaboré, il est possible de l'utiliser pour piloter une direction découplée.

# Chapitre 4

## Model-Following.

### 4.1 Problématique.

#### 4.1.1 Présentation.

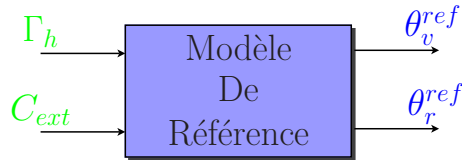


FIG. 4.1 – *Modèle de référence (réduit).*

Il s'agit ici de piloter une direction découplée en utilisant le modèle de référence présenté au chapitre précédent. Ce dernier permet de générer les consignes de position  $\theta_v^{ref}$  du volant et  $\theta_r^{ref}$  des roues. Le modèle de référence est alimenté par les mesures du couple  $\Gamma_h$  exercé par le conducteur sur le volant et les efforts extérieurs  $C_{ext}$  ressentis au niveau du train avant (pour le modèle de référence étendu, il faut deux mesures supplémentaires, la vitesse de lacet et la dérive au centre de gravité).

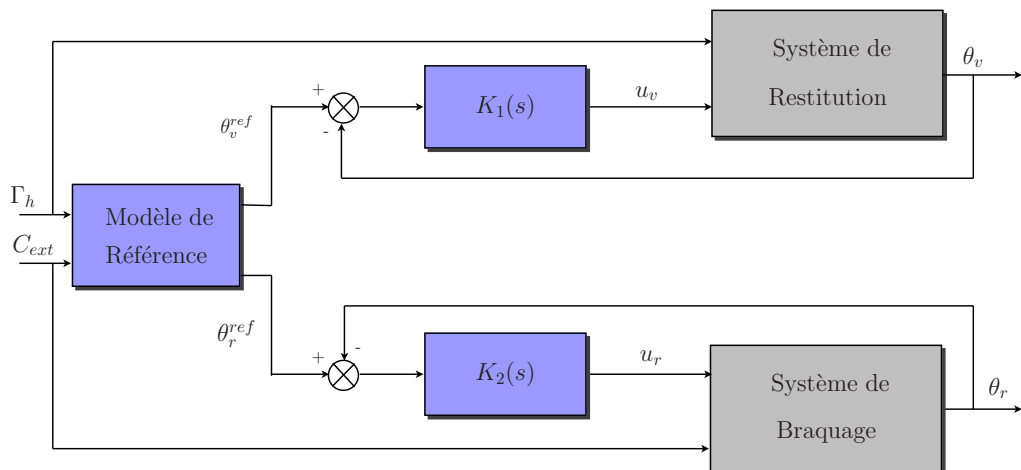


FIG. 4.2 – *"Model-Following": principe (exemple avec modèle de référence réduit).*

Les équations régissant la dynamique du modèle de référence sont rappelées ci-dessous :

$$(\Sigma^{ref}) = \begin{cases} J \ddot{\theta}_v & = u_s + \Gamma_h + C_{ext} \\ \theta_r & = \frac{\theta_v}{d} \end{cases} \quad (4.1)$$

$u_s$  décrit la sortie du correcteur utilisé dans le modèle de référence. Celle-ci a un effet stabilisant sur le modèle.  $\Gamma_h$  est le couple exercé par le conducteur sur le volant.  $\theta_v$  représente l'angle volant,  $\theta_r$  l'angle roues.  $J$  est l'inertie de l'ensemble "Volant + Colonne + Crémaillère + Roues" utilisé dans le modèle et  $C_{ext}$  représente les efforts extérieurs appliqués à la colonne.

Une fois les consignes générées, les systèmes de braquage et de restitution de la direction découplée sont pilotés en position afin de suivre les consignes données par le modèle.

$$\text{Trouver } K_1 \text{ et } K_2 \text{ tq } \begin{cases} |\theta_v^{ref} - \theta_v| \approx \epsilon \\ |\theta_r^{ref} - \theta_r| \approx \epsilon \end{cases}$$

Le schéma de principe pour un tel contrôle est représenté Figure 4.2.  $u_v$  et  $u_r$  sont les commandes respectives des actionneurs du système de restitution et de braquage. Sur la figure, le modèle de référence réduit est représenté mais le même schéma s'applique si le modèle de référence étendu est choisi; seules deux mesures supplémentaires sont nécessaires. Si le contrôle est parfaitement réalisé, le système de direction découplée se comporte exactement comme le modèle de référence. La dynamique du modèle a été reproduite.

#### 4.1.2 Étude préliminaire: problème de couplage.

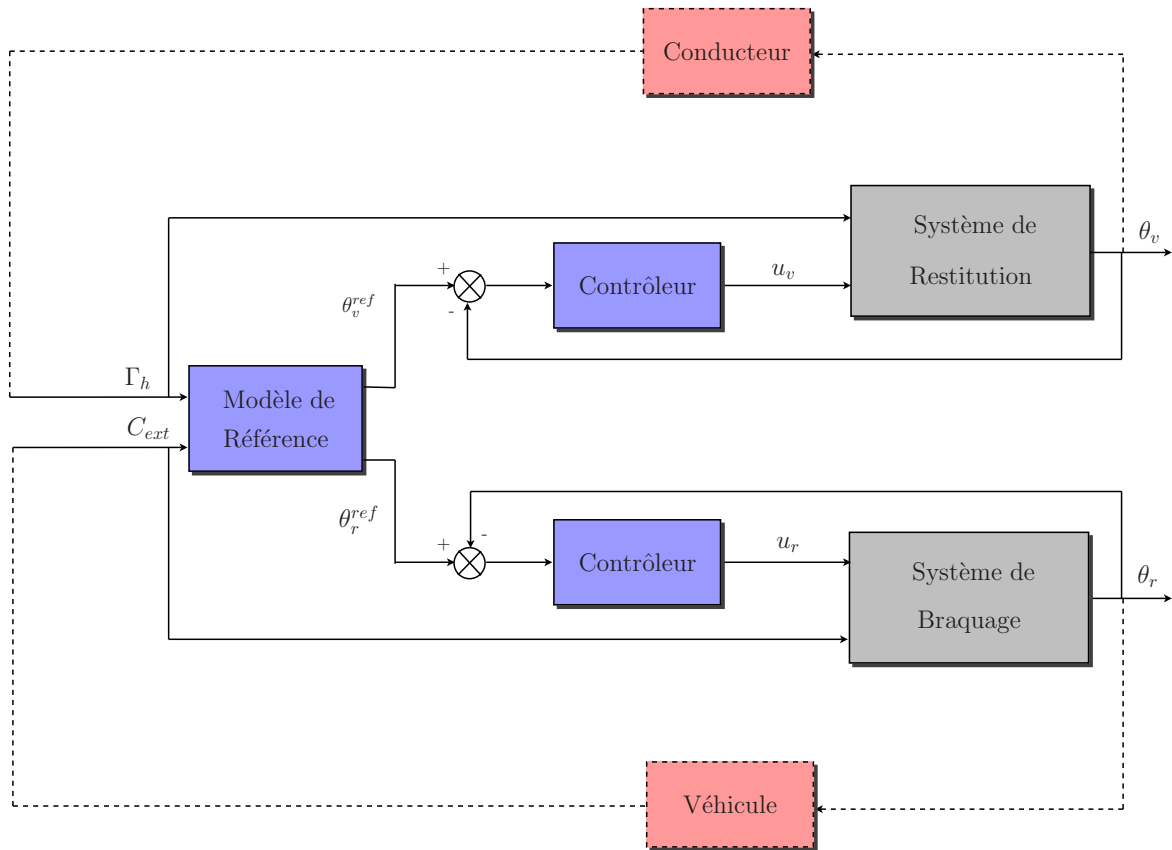


FIG. 4.3 – Suivi de référence: phénomène de couplage.

#### Position du problème.

Le problème du suivi de référence appliqué au pilotage d'une direction découplée laisse apparaître dans le cas présent un point particulier à étudier.

Une des entrées du modèle de référence est définie comme étant le couple résultant dû aux forces extérieures au niveau du train avant. Or ce couple ne peut être considéré comme une entrée exogène au système (direction + modèle de référence). En effet, ce dernier est lié, entre autres, à l'angle de braquage des roues avant du véhicule (voir modélisation du véhicule par un modèle bicyclette, Annexe A.2).

La Figure 4.3 laisse clairement apparaître un problème de boucles imbriquées: la boucle d'asservissement en position du système de braquage des roues avant est imbriquée dans la boucle de retour en effort du modèle de référence.

L'asservissement en position du système de braquage doit être suffisamment rapide pour ne pas déstabiliser le modèle de référence. Or, la bande passante de cet asservissement est directement liée à la technologie d'actionneur utilisée. Une technologie de type hydraulique autorisera des bandes passantes de l'ordre de 20 à 40 Hz alors qu'une technologie électrique, dans l'état actuel des connaissances, atteindra difficilement les 10 Hz.

Il s'agit donc d'une contrainte importante sur la conception du modèle de référence. Ce dernier ne doit en aucun cas être déstabilisé par les retards de phase engendrés par l'asservissement de position du système de braquage. Le modèle de référence doit donc présenter une marge de phase<sup>1</sup> la plus grande possible ainsi qu'une bande passante plus faible que celle de l'asservissement en position du système de braquage. En d'autres termes, le modèle de référence doit présenter la marge de retard la plus grande possible.

Afin d'estimer la marge de retard du modèle de référence, les hypothèses suivantes sont faites:

- les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont proportionnels aux déplacements de la crémaillère avec une raideur apparente de l'ordre de  $8.10^5 N.m^{-1}$ . Il s'agit en fait du cas le plus défavorable, cette raideur ayant été mesurée sur un véhicule réel à l'arrêt, les efforts extérieurs sont alors surestimés.

$$C_{ext} = -R_{pc} 8.10^5 x_c = -R_{pc} 8.10^5 d_{biel} \theta_r \quad (4.2)$$

- l'asservissement en position du système de braquage des roues est parfait; la marge de retard est alors évaluée pour le modèle de référence inséré dans un véhicule dont les efforts extérieurs sont définis en (4.2).

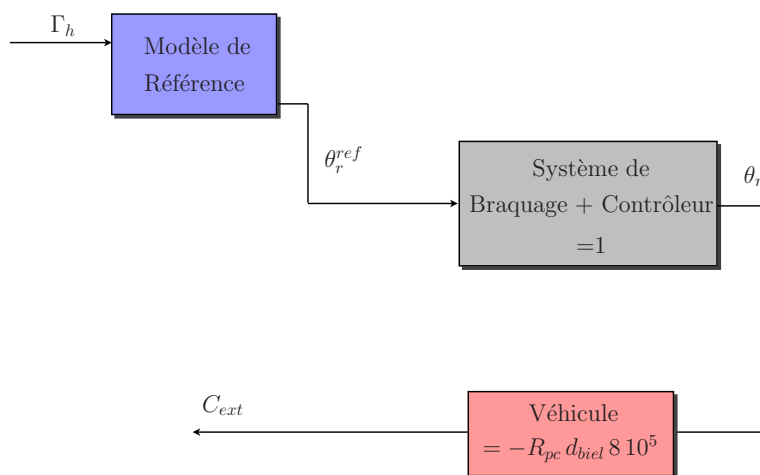


FIG. 4.4 – Mise en forme du système pour l'évaluation de la marge de retard.

La Figure 4.5 retrace les marges de stabilité du modèle de référence réduit dans les conditions décrites précédemment. À basses vitesses (moins de 60 km/h), le modèle présente une marge de retard

1. Les notions de marge de stabilité des systèmes linéaires sont rappelées en Annexe (A.3.1).

relativement faible.

En supposant maintenant que l'asservissement en position du système de braquage des roues réponde comme un premier ordre; une bande passante de 10 Hz pour l'asservissement induit un retard de 0.015 s à 5.7 Hz entre la consigne  $\theta_r^{ref}$  et la réalisation  $\theta_r$ . Or, à 20 km/h le modèle de référence réduit présente une marge de retard de 0.018 s à 5.7 Hz. La stabilité du système piloté est alors compromise.

Afin de maintenir un degré de stabilité suffisant pour le système piloté, l'asservissement en position doit avoir une bande passante supérieure à 35 Hz<sup>2</sup> ce qui est irréalisable actuellement en technologie électrique et difficilement envisageable en technologie hydraulique.

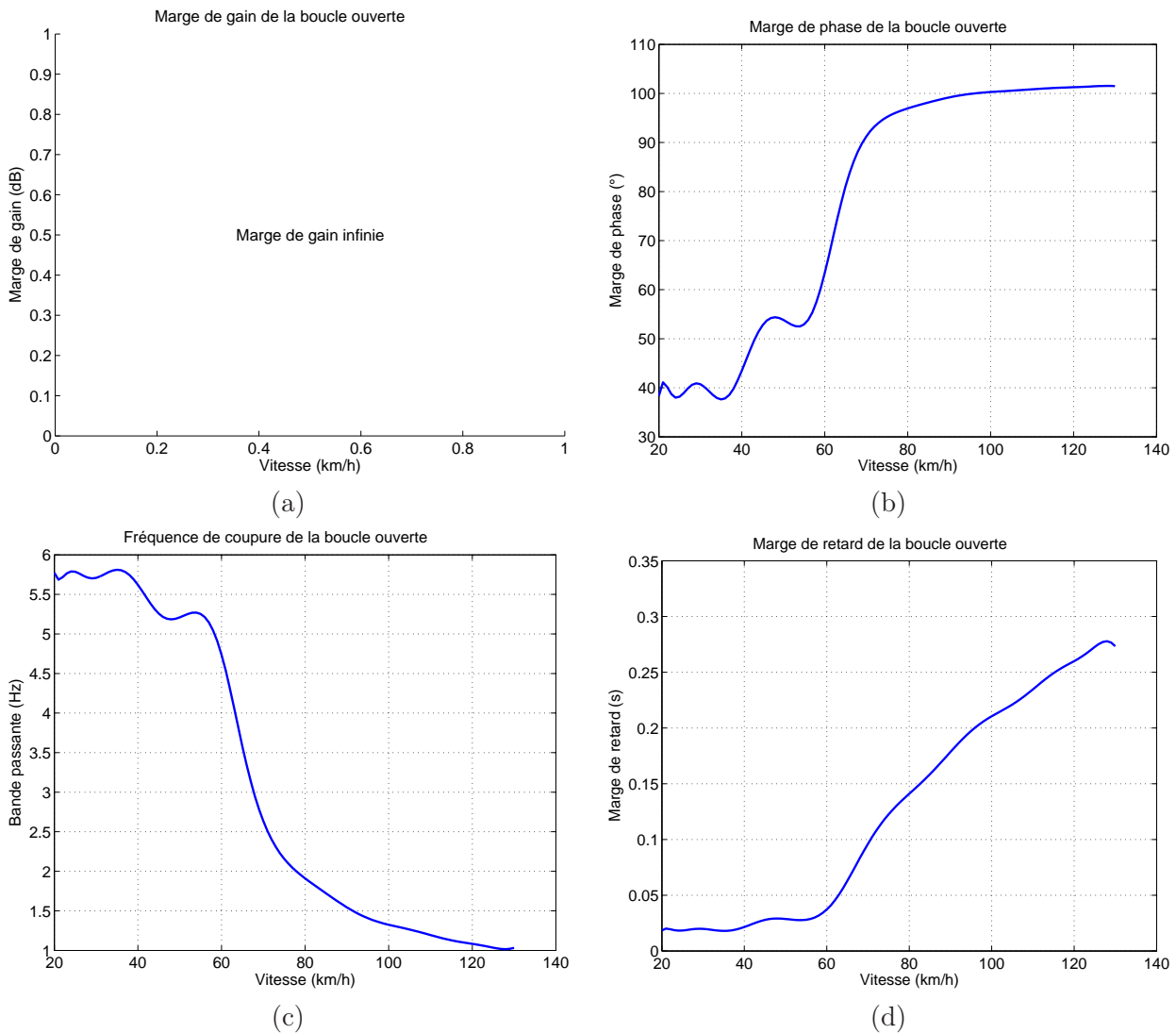


FIG. 4.5 – *Modèle de référence réduit: (a) marge de gain; (b) marge de phase; (c) bande passante; (d) marge de retard.*

### Modification du modèle de référence.

Il est donc nécessaire de modifier le modèle de référence réduit afin de prendre en compte les contraintes de retard introduites par l'asservissement en position du système de braquage des roues avant. Afin de ne pas modifier de manière trop importante les caractéristiques établies précédemment,

2. En supposant qu'il n'est pas souhaitable de perdre plus de 10° de marge de phase pour le système piloté par rapport au modèle de référence.

l'amortissement du modèle de référence (gain  $K_v(V)$ ) est alors légèrement augmenté à basses vitesses.

La Figure 4.6 montre clairement les améliorations apportées au modèle de référence réduit en termes de marge de phase, bande passante et marge de retard. La marge de phase a été nettement augmentée à basses vitesses et la la bande passante a légèrement diminué. Par conséquent, la marge de retard est largement supérieure au retard pouvant être induit par un asservissement en position des roues de faible bande passante (moins de 10 Hz). Il est donc tout à fait envisageable de piloter le système en Model-Following à partir du modèle de référence réduit ainsi modifié. Dans toute la suite, le modèle de référence réduit désignera le modèle modifié.

Le modèle de référence étendu (Figure 4.7) présente une marge de retard suffisante, quelle que soit la vitesse du véhicule, pour envisager un pilotage en position des roues avec une faible bande passante tout en préservant la stabilité du système global.

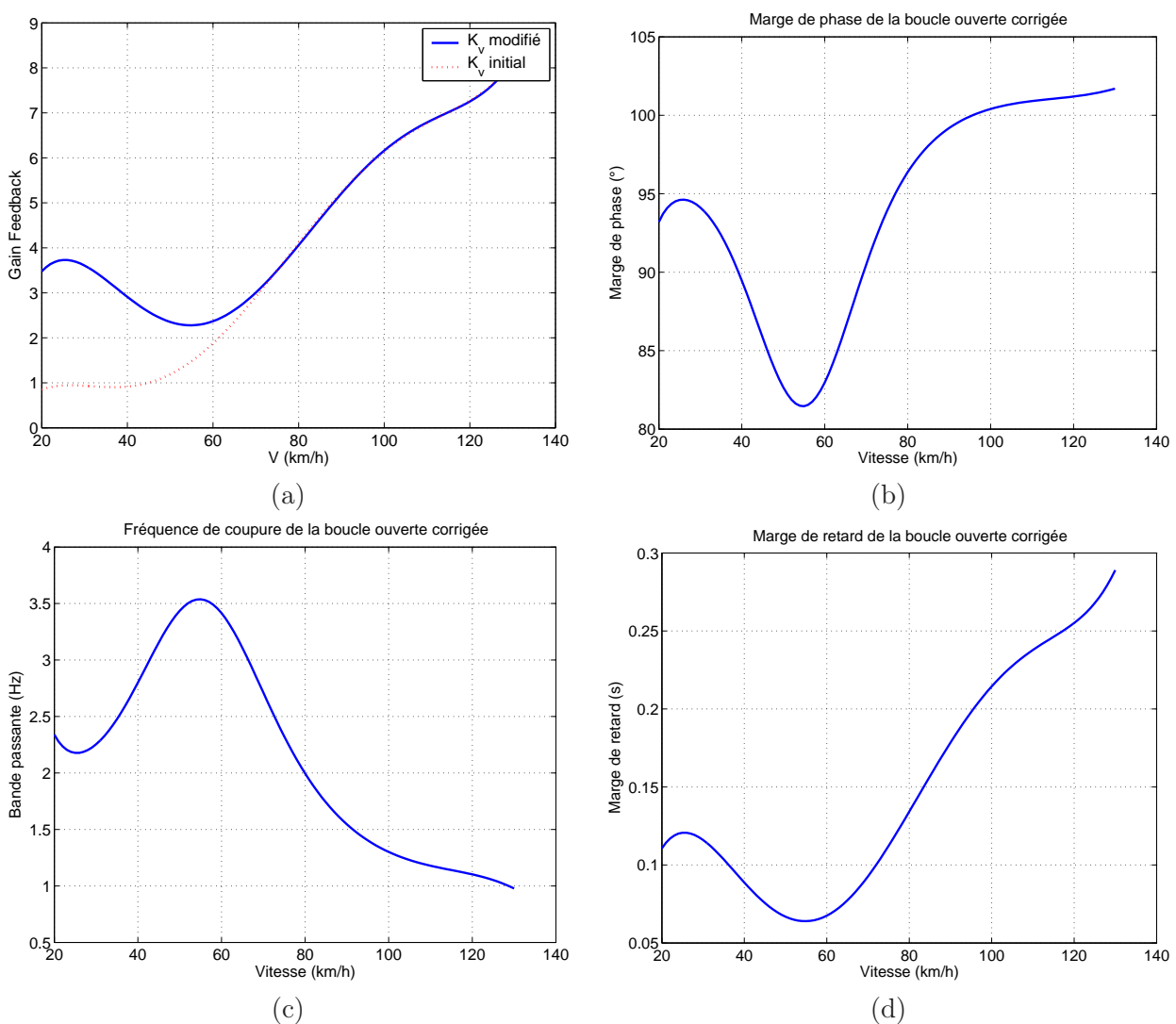


FIG. 4.6 – *Modèle de référence réduit modifié: (a) gain  $K_v$ ; (b) marge de phase; (c) bande passante; (d) marge de retard.*

### Couplage lié au conducteur.

Il est intéressant de remarquer que le conducteur induit un couplage entre certaines dynamiques du système (angle volant, couple ressenti, vitesse de lacet du véhicule...) et le couple qu'il va appliquer



sur le volant.

Il serait donc intéressant d'étudier l'influence de ce couplage sur les différentes boucles d'asservissement de la direction. Cependant, en première approximation, il est possible de supposer que le couple fourni par le conducteur sur le volant est réellement exogène au système et n'induit pas de problème de couplage. Dans la suite de l'étude, l'influence du conducteur sera donc négligée.

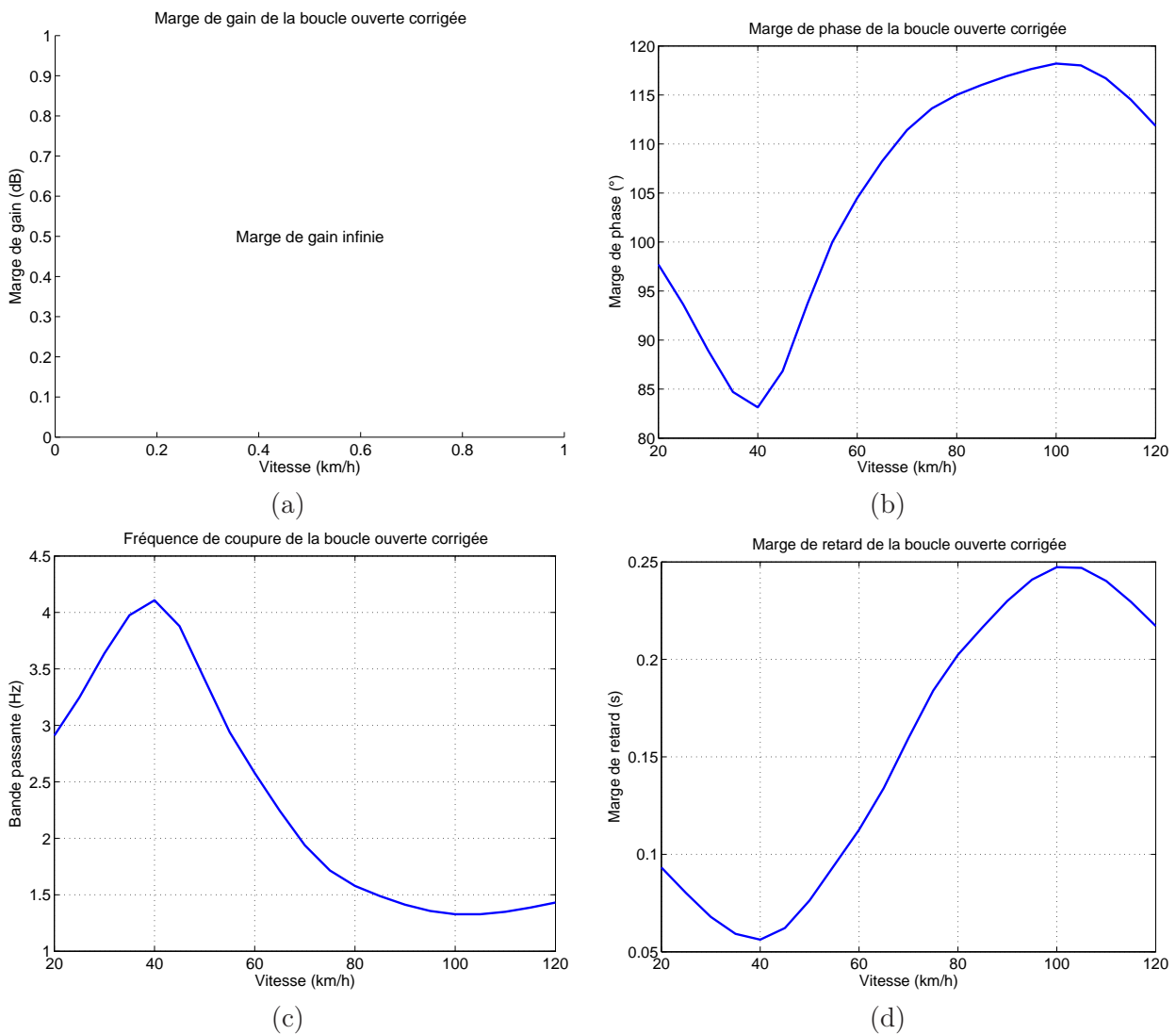


FIG. 4.7 – *Modèle de référence étendu*: (a) *marge de gain*; (b) *marge de phase*; (c) *bande passante*; (d) *marge de retard*.

La suite de l'étude consiste donc à mettre au point des lois de commande pour piloter en Mode-Following une direction découplée, à partir du modèle de référence présenté précédemment.

Dans un premier temps, un véhicule *idéal* est considéré. Son architecture mécanique est très simple et permet de mettre au point les concepts de commande qui sont utilisés par la suite.

Dans un deuxième temps, les lois de commande ayant montré un potentiel intéressant sont utilisées sur un véhicule d'architecture nettement plus complexe: le prototype SBW1 fourni par Renault.

## 4.2 Cas idéal: loi de commande pour un véhicule à architecture simple.

### 4.2.1 Architecture du véhicule.

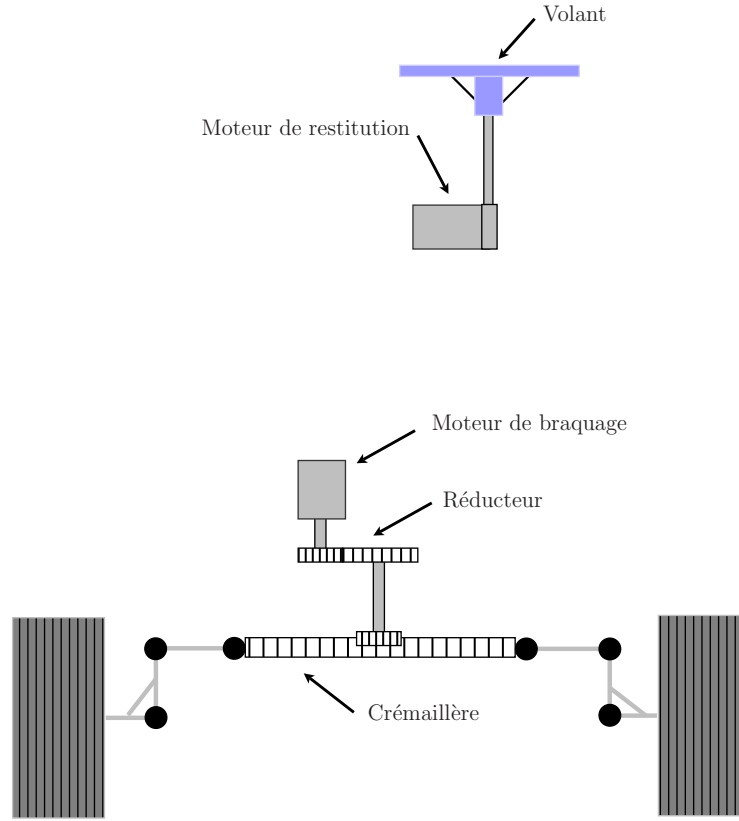


FIG. 4.8 – Architecture simple d'un véhicule à direction découplée.

Dans un premier temps, un véhicule à direction découplée d'architecture relativement simple est considéré. La direction est composée de deux systèmes:

- le système de restitution, chargé de fournir au conducteur des sensations de conduite;
- le système de braquage qui a pour but de braquer les roues avant du véhicule.

Le système de restitution est simplement constitué d'un moteur électrique directement relié au volant. Le système de braquage reprend certains organes d'une direction classique: un moteur électrique est relié à une crémaillère par un réducteur, la crémaillère étant reliée aux roues par le train avant.

La dynamique du système complet est décrite par les trois équations suivantes:

- Bilan des efforts au niveau du moteur restituteur;

$$J_v \ddot{\theta}_v = -\beta_v \dot{\theta}_v + \Gamma_h + u_v$$

- Bilan des efforts au niveau du moteur de braquage des roues avant;

$$J_2 \ddot{\theta}_2 = -\beta_2 \dot{\theta}_2 - \frac{R_{pc}}{R_2} f + u_r$$

- Bilan des forces au niveau de la crémaillère;

$$M_c \ddot{x}_c = -B_c \dot{x}_c + f + \frac{1}{R_{pc}} C_{ext}$$

Le couple fourni par le conducteur est noté  $\Gamma_h$ .  $C_{ext}$  décrit le couple induit par les efforts extérieurs au niveau du réducteur de l'actionneur de braquage (ce couple est équivalent à celui exercé par les efforts extérieurs sur la colonne de direction d'un véhicule traditionnel).

Une représentation d'état du système de restitution peut être donnée par:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} u_v \\ \dot{X}_v &= A_v X_v + B_v^e \Gamma_h + B_v u_v \end{aligned} \quad (4.3)$$

Définitions des paramètres du système			
$\theta_r$	Angle roues	$u_r$	Couple actionneur roues
$\theta_v$	Angle volant	$\beta_v$	Frottements visqueux volant
$\theta_2$	Angle actionneur roues	$\beta_2$	Frottements visqueux actionneur roues
$x_c$	position crémaillère	$B_c$	Frottements visqueux crémaillère
$J_v$	Inertie volant + restituteur	$R_2$	Rapport de réduction actionneur roues
$J_2$	Inertie actionneur roues	$R_{pc}$	Rayon du pignon de crémaillère
$M_c$	Masse crémaillère	$d_{biel}$	Bras de levier du train avant
$u_v$	Couple actionneur restituteur		

TAB. 4.1 – Paramètres du système.

En notant que  $\theta_r = \frac{x_c}{R_{pc}}$  et que  $x_c = \frac{R_{pc}}{R_2} \theta_2$ , il est possible de d'obtenir une représentation d'état du système de braquage:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{B_c + (\frac{R_2}{R_{pc}})^2 \beta_2}{\bar{M}} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext} + \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} u_r \\ \dot{X}_r &= A_r X_r + B_r^e C_{ext} + B_r u_r \end{aligned} \quad (4.4)$$

avec  $\bar{M} = M_c + J_2 \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2$

Valeurs numériques.		
$J_v = 0.02 \text{ kg.m}^2$	$M_c = 66 \text{ kg}$	$J_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$R_2 = 16.5$	$d_{biel} = 0.142 \text{ m}$	$R_{pc} = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$\beta_v = 0.2 \text{ N.m.s}$	$\beta_c = 500 \text{ m.s}$	$\beta_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ N.m.s}$

TAB. 4.2 – Valeurs numériques du système.

#### 4.2.2 Commande simple par régulateur PID.

La première idée consiste à utiliser des correcteurs classiques de type PID pour piloter chacun des deux actionneurs (restituteur et braquage des roues).

Chacun de ces deux systèmes doit être piloté en position selon une consigne qui lui est propre, issue du modèle de référence. Chacune des deux boucles d'asservissement va être étudiée séparément afin d'obtenir les deux correcteurs appropriés.

### Système de restitution.

Le gain de boucle (ou fonction de transfert en boucle ouverte du système) est donnée par:

$$L_v(s) = \frac{\Theta_v(s)}{U_v(s)} = C_v(s) \frac{\frac{1}{\beta_v}}{s \left( \frac{J_v}{\beta_v} s + 1 \right)}$$

où  $C_v(s)$  est le correcteur.

La pulsation de coupure (pour laquelle le gain est unitaire en boucle ouverte) est donnée par:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{-\beta_v + \sqrt{\beta_v^4 + 4 J_v^2}}{2 J_v^2}} = 2 \pi 0.724 \text{ rad.s}^{-1}$$

Il est donc nécessaire d'augmenter le gain du système de façon à obtenir une bande passante  $\omega_c^d$  suffisante (de l'ordre de 5 Hz). Afin de préserver la stabilité de la boucle fermée, il est important d'augmenter la phase du système en boucle ouverte au niveau de la pulsation de coupure désirée.

De même, un intégrateur est nécessaire afin de rejeter les perturbations induites par le couple conducteur  $\Gamma_h$ .

Un correcteur classique de la forme  $C_v(s) = K_v + \frac{I_v}{s} + D_v s$  est alors considéré. Le gain de boucle avec correcteur s'écrit:

$$L_v(s) = \left( K_v + \frac{I_v}{s} + D_v s \right) \frac{\frac{1}{\beta_v}}{s \left( \frac{J_v}{\beta_v} s + 1 \right)} = \frac{I_v}{\beta_v} \frac{\frac{D_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1}{s^2 \left( \frac{J_v}{\beta_v} s + 1 \right)} \quad (4.5)$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_v(s)$  et de la fonction de sensibilité aux perturbations  $S_v(s)$  sont alors données par:

$$H_v(s) = \frac{\Theta_v}{\Theta_v^{ref}} = \frac{L_v(s)}{1 + L_v(s)} = \frac{\frac{D_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1}{\frac{J_v}{I_v} s^3 + \frac{\beta_v + D_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1} \quad (4.6)$$

$$S_v(s) = \frac{\Theta_v}{\Gamma_h} = \frac{1}{I_v} \frac{s}{\frac{J_v}{I_v} s^3 + \frac{\beta_v + D_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1} \quad (4.7)$$

Les gains  $K_v$  et  $D_v$  sont choisis de manière à obtenir une bande passante de l'ordre de 5 Hz et une bonne marge de phase pour le système en boucle ouverte (supérieure à 40°).

Le gain  $I_v$  est enfin déterminé de façon à minimiser au maximum le gain de  $S_v(s)$  en basses fréquences sans pour autant déstabiliser le système en boucle fermée.

Expérimentalement, il est intéressant de noter que la valeur maximale de la sensibilité aux perturbations  $S_v^{max}$  peut être approchée par l'expression suivante:

$$S_v^{max} \simeq \frac{1}{K_v}$$

La limitation de cette méthode apparaît alors clairement: il est impossible d'espérer rejeter correctement les perturbations induites par le couple conducteur  $\Gamma_h$  sans augmenter la bande passante du système. Or, compte tenu de la technologie utilisée pour l'actionneur, la bande passante ne peut être augmentée.

Les performances du système corrigé obtenu sont alors très moyennes, ce dernier étant largement perturbé par le couple conducteur  $\Gamma_h$ .

Le correcteur obtenu est le suivant:  $C_v(s) = 10 \left( 1 + \frac{2\pi}{s} + \frac{s}{2\pi} \right)$ . Le système corrigé présente alors une marge de phase importante de près de  $90^\circ$  et une marge de gain **infinie**.

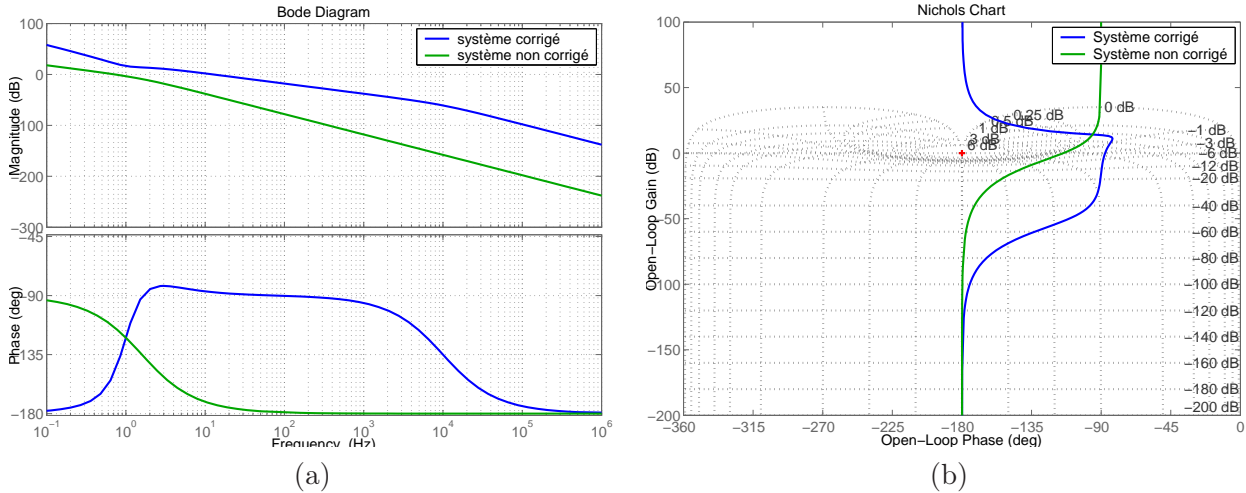


FIG. 4.9 – Réponse en boucle ouverte du système de restitution: (a) diagramme de Bode; (b) diagramme de Nichols.

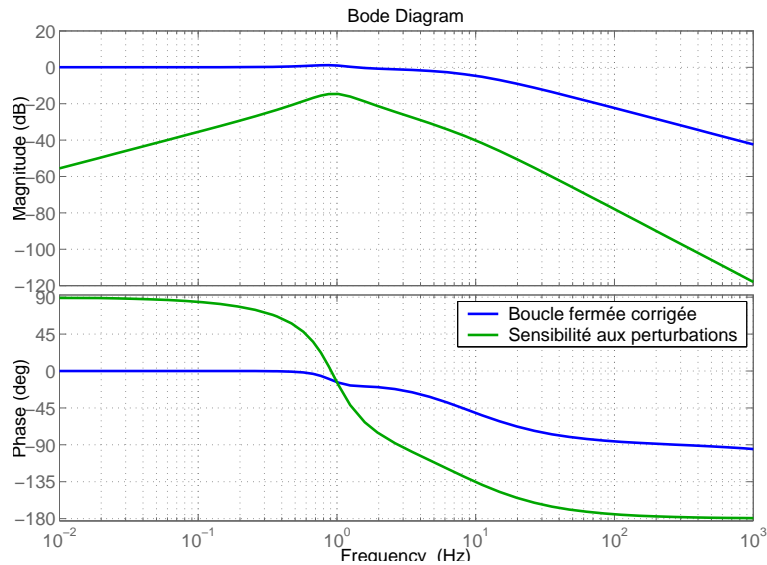


FIG. 4.10 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de restitution.

La bande passante à  $-3\text{ dB}$  du système en boucle fermée vaut **7 Hz**. Le gain maximal de la sensibilité aux perturbations est de **-15.7 dB** (Figure 4.10).

Les réponses temporelles présentées Figure 4.11 sont obtenues en supposant que le système de braquage des roues présente une bande passante de 5 Hz. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont calculés de la manière suivante (4.2):

$$C_{ext} = -R_{pc} 8.10^5 x_c = -R_{pc} 8.10^5 d_{biel} \theta_r$$

Le modèle de référence choisi pour les simulations utilise le correcteur PD modifié comme correcteur stabilisant (Figure 4.6). Il est supposé que le véhicule évolue à 20 km/h.

Les faibles performances en rejet de perturbations du système piloté sont clairement exposées. Le couple conducteur induit des dépassements très importants lors du suivi de référence.

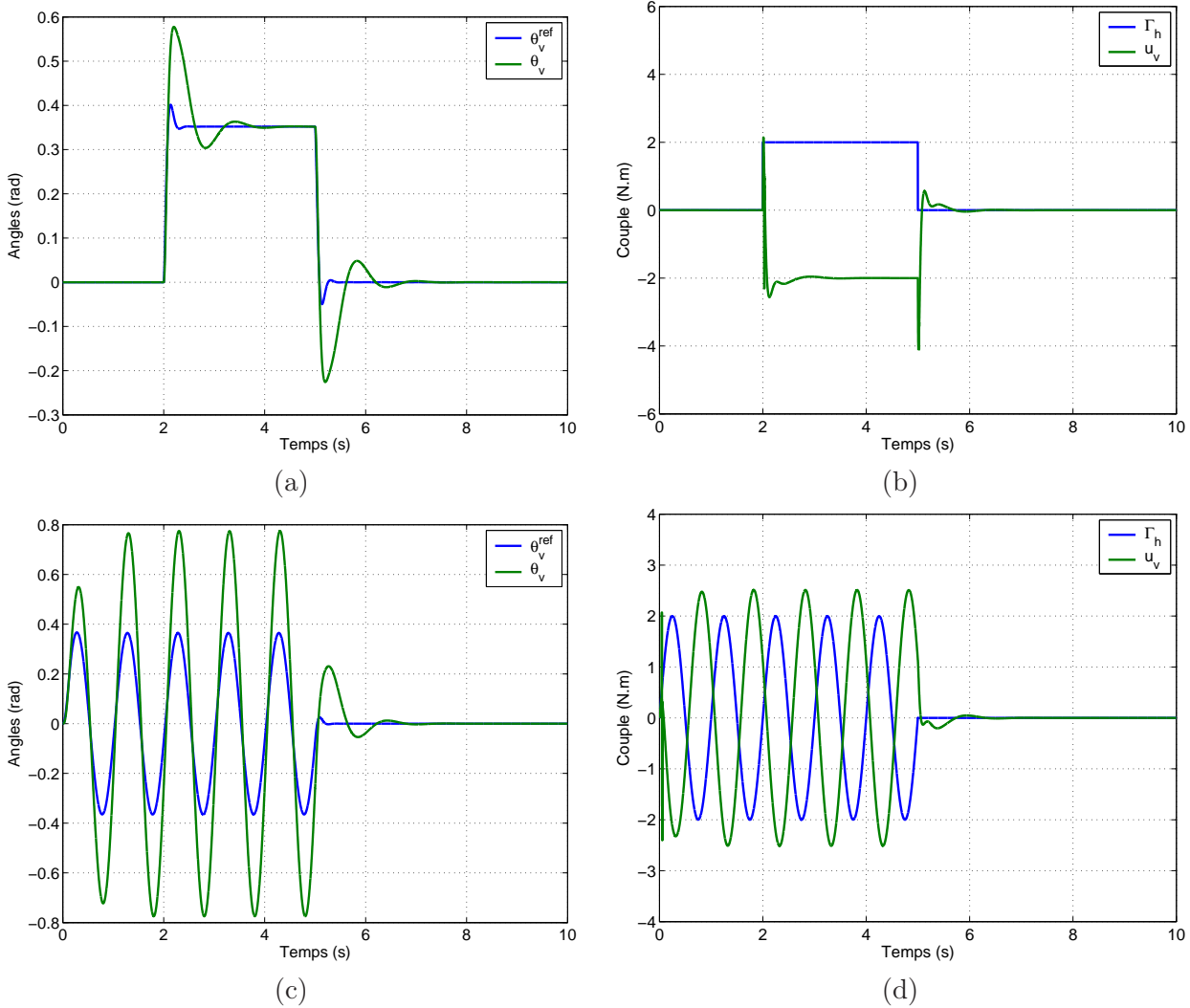


FIG. 4.11 – Réponse du système de restitution avec correcteur PID pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple conducteur et actionneur (b). Couple sinusoïdale: positions angulaires (c), couple conducteur et actionneur (d).

### Remarques:

1. Le système présenté est composé d'un actionneur directement connecté au volant sans réducteur. Les performances de la boucle de position peuvent être considérablement améliorées en considérant la présence d'un réducteur entre l'actionneur et le volant. Le système sera alors moins sensible aux perturbations induites par le couple conducteur.
2. Les niveaux d'efforts demandés à l'actionneur de restitution sont assez faibles. Dès lors, en considérant un actionneur de type électrique<sup>3</sup>, les saturations en courant interviennent pour des niveaux d'efforts plus élevés, il est donc possible d'augmenter la bande passante de la boucle de position

3. Si l'actionneur pouvait être hydraulique il n'y aurait alors aucun problème de limitation en bande passante de la boucle de position.

et ainsi diminuer la sensibilité aux perturbations.

Sans modifier l'architecture du système à piloter (rajout d'un réducteur), il est envisageable d'améliorer les performances de l'asservissement en modifiant la forme du correcteur utilisé. En effet, il existe plusieurs façons d'implanter un correcteur PID. L'une d'elle consiste à effectuer un retour en vitesse sur la variable de sortie  $\dot{\theta}_v$  et non sur l'erreur de suivi ( $\dot{\theta}_v^{ref} - \dot{\theta}_v$ ).

Le couple de commande  $u_v$  est défini par:

$$u_v = K_v (\theta_v^{ref} - \theta_v) + I_v \int_{t_0}^t (\theta_v^{ref} - \theta_v) dt - D'_v \dot{\theta}_v$$

Le gain de boucle du système avec le nouveau correcteur est alors donné par:

$$L_v(s) = \left( K_v + \frac{I_v}{s} \right) \frac{\frac{1}{(\beta_v + D'_v)}}{s \left( \frac{J_v}{\beta_v + D'_v} s + 1 \right)} = \frac{I_v}{\beta_v + D'_v} \frac{\frac{K_v}{I_v} s + 1}{s^2 \left( \frac{J_v}{\beta_v + D'_v} s + 1 \right)} \quad (4.8)$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_v(s)$  et de la fonction de sensibilité aux perturbations  $S_v(s)$  deviennent:

$$H_v(s) = \frac{\Theta_v}{\Theta_v^{ref}} = \frac{L_v(s)}{1 + L_v(s)} = \frac{\frac{K_v}{I_v} s + 1}{\frac{J_v}{I_v} s^3 + \frac{\beta_v + D'_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1} \quad (4.9)$$

$$S_v(s) = \frac{\Theta_v}{\Gamma_h} = \frac{1}{I_v} \frac{s}{\frac{J_v}{I_v} s^3 + \frac{\beta_v + D'_v}{I_v} s^2 + \frac{K_v}{I_v} s + 1} \quad (4.10)$$

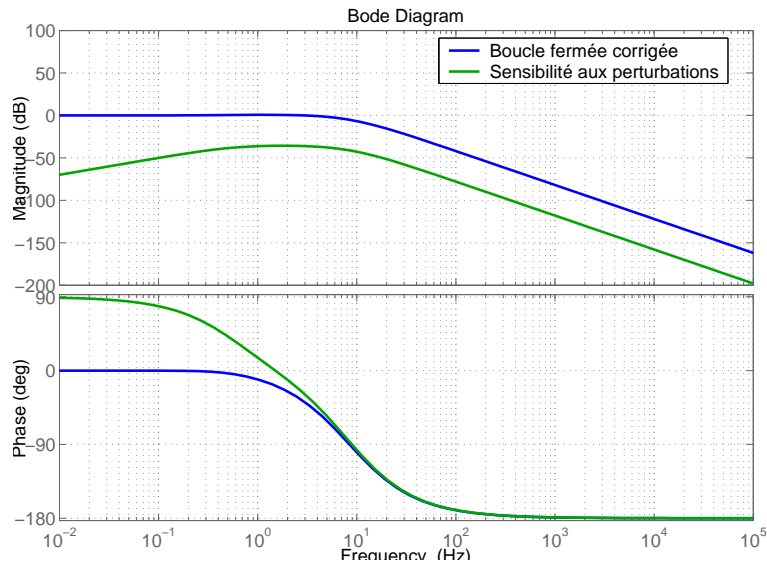


FIG. 4.12 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de restitution avec le correcteur modifié.

En annulant le terme  $D_v$  du PID, le gain de boucle ne présente plus qu'un seul zéro, au lieu d'un zéro double (cf. 4.5). La bande passante du système est alors plus faible. Une augmentation du gain de retour en vitesse permet d'augmenter artificiellement l'amortissement du système qui devient:  $\beta_v + D'_v$ ; le gain de boucle diminue encore.

Par ailleurs, la pulsation de coupure du système  $\omega_c = \frac{\beta_v + D'_v}{J_v}$  augmente, ce qui a pour effet de laisser augmenter la phase entre  $\omega_1 = \frac{I_v}{K_v}$  et  $\omega_c$ . Un choix judicieux du rapport  $\frac{I_v}{K_v}$  et de  $\omega_c$  va permettre de situer cette augmentation de phase dans la bande passante souhaitée de l'asservissement.

Il reste désormais à augmenter les gains  $K_v$  et  $I_v$  de manière à obtenir la bande passante désirée. La boucle de position est alors moins sensible aux perturbations induites par le couple conducteur  $\Gamma_h$ .

Finalement, les valeurs suivantes sont obtenues:  $K_v = 63$ ,  $I_v = 197.4$  et  $D'_v = 2$ . Le système bouclé conserve alors la même bande passante (**7 Hz**), mais le gain maximal de la sensibilité aux perturbations devient  $S_v^{\max} = -30$  dB. Par ailleurs, la marge de phase est légèrement diminuée et s'établit à **70°** tandis que la marge de gain demeure **infinie**.

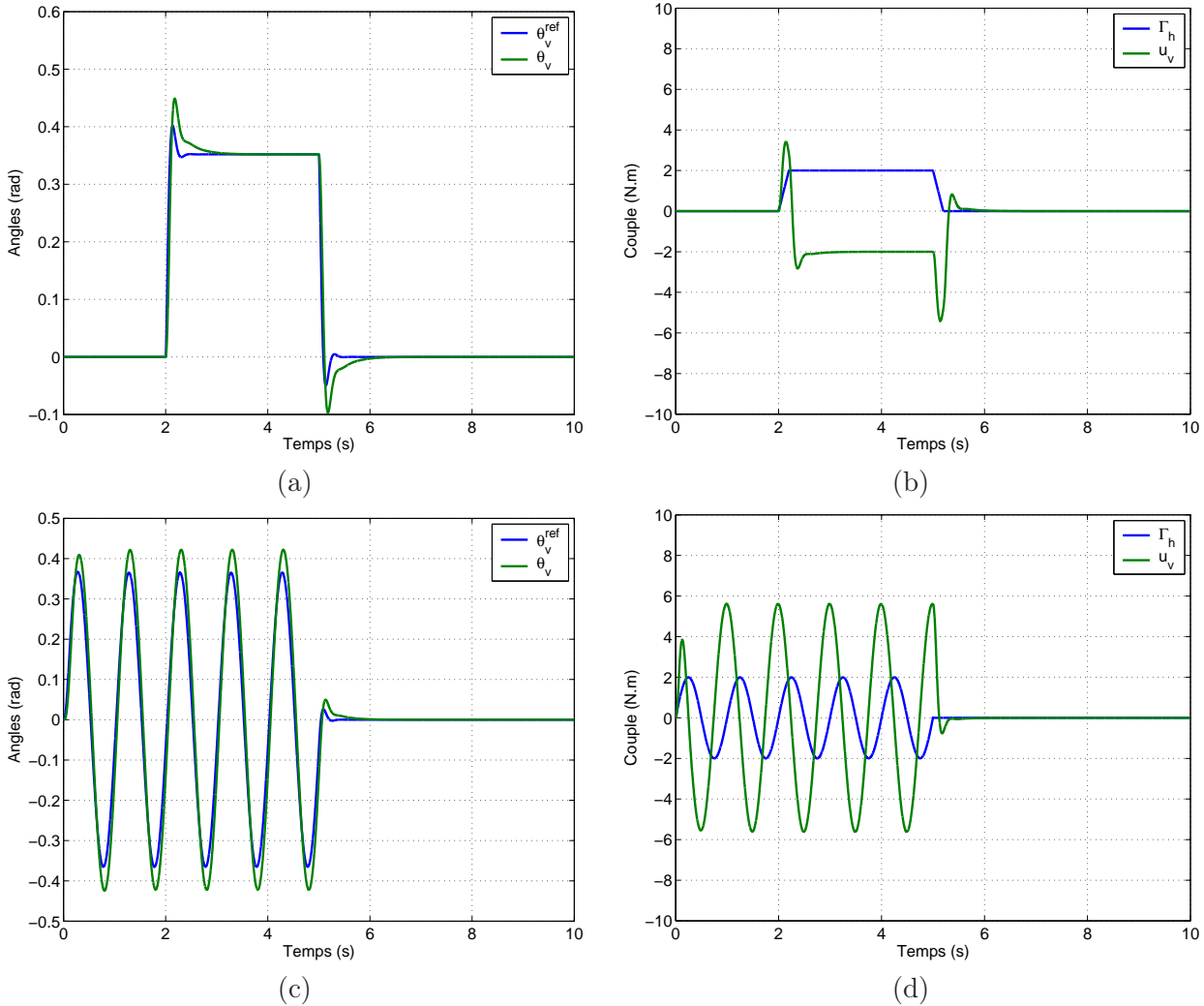


FIG. 4.13 – Réponse du système de restitution avec correcteur PID modifié pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple conducteur et actionneur (b). Couple sinusoïdal: positions angulaires (c), couple conducteur et actionneur (d).

La Figure 4.13 retrace les réponses temporelles du système de restitution dans les mêmes conditions de simulation que celles utilisées pour obtenir les tracés de la Figure 4.11. Les améliorations apportées sont très nettes. Les dépassements ont été considérablement diminués, le système suit avec plus de précision la consigne qui lui est imposée par le modèle de référence.

Les niveaux d'efforts demandés à l'actionneur restituteur sont plus importants que ceux demandés avec un correcteur PID classique. Toutefois, l'amplitude maximale demandée demeure dans les limites du raisonnable: sans réducteur l'actionneur doit être capable de fournir au moins 10 Nm de couple. Les niveaux d'effort mis en évidence restent en dessous de cette limite.



Par ailleurs, il est intéressant de noter que la bande passante en vitesse de l'asservissement est de l'ordre de **15 Hz**. Il n'y a donc aucun risque de saturation en vitesse de l'actionneur dans le cadre d'une technologie électrique.

Enfin, il est toujours possible de modifier l'architecture du système de restitution afin d'inclure un réducteur entre le moteur de restitution et le volant. Les performances globales s'en trouveraient, encore une fois, nettement améliorées et les niveaux d'effort demandés à l'actionneur seraient plus faibles.

### Actionneur de braquage des roues.

Le système est décrit par l'équation suivante (cf. 4.4):

$$\bar{M} \ddot{\theta}_r = \bar{\beta}_r \dot{\theta}_r + \frac{1}{R_{pc} d_{biel}} C_{ext} + \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}} u_r$$

avec  $\bar{\beta}_r = B_c + \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2 \beta_2$ .

Le gain de boucle est alors donnée par:

$$L_r(s) = \frac{\Theta_r(s)}{U_r(s)} = C_r(s) \frac{\frac{1}{\bar{\beta}_r}}{s \left(\frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} s + 1\right)} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}}$$

où  $C_r(s)$  est le correcteur.

Le système a une forme similaire à celui chargé de la restitution. Cependant, le moteur de braquage est relié à la crémaillère par deux réductions successives  $R_2 = 16.5$  et  $\frac{1}{R_{pc}} = 125$ . Ces deux dernières sont très importantes. Par conséquent, l'amortissement  $\bar{\beta}_r$  est important et il est d'ores et déjà possible de supposer qu'un correcteur PID de forme classique sera suffisant pour piloter en position le braquage des roues. Un intégrateur est nécessaire afin de rejeter les perturbations induites par les efforts extérieurs  $C_{ext}$ .

Un correcteur de forme classique est alors considéré:  $C_r(s) = K_r + \frac{I_r}{s} + D_r s$ . La fonction de transfert en boucle ouverte devient alors:

$$L_r(s) = \left(K_r + \frac{I_r}{s} + D_r s\right) \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}} \frac{\frac{1}{\bar{\beta}_r}}{s \left(\frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} s + 1\right)} = \frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}} \frac{\frac{D_r}{I_r} s^2 + \frac{K_r}{I_r} s + 1}{s^2 \left(\frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} s + 1\right)} \quad (4.11)$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_r(s)$  et celle de la fonction de sensibilité aux perturbations  $S_r(s)$  sont données:

$$H_r(s) = \frac{\Theta_r}{\Theta_r^{ref}} = \frac{L_r(s)}{1 + L_r(s)} = \frac{\frac{D_r}{I_r} s^2 + \frac{K_r}{I_r} s + 1}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{I_r} s^3 + \frac{1}{I_r} \left(\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + D_r\right) s^2 + \frac{K_r}{I_r} s + 1} \quad (4.12)$$

$$S_r(s) = \frac{\Theta_r}{C_{ext}} = \frac{1}{R_2 I_r} \frac{s}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{I_r} s^3 + \frac{1}{I_r} \left(\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + D_r\right) s^2 + \frac{K_r}{I_r} s + 1} \quad (4.13)$$

Les gains  $K_r$  et  $D_r$  sont choisis de manière à obtenir une bande passante de l'ordre de 5 Hz et une bonne marge de phase (supérieure à 40°).

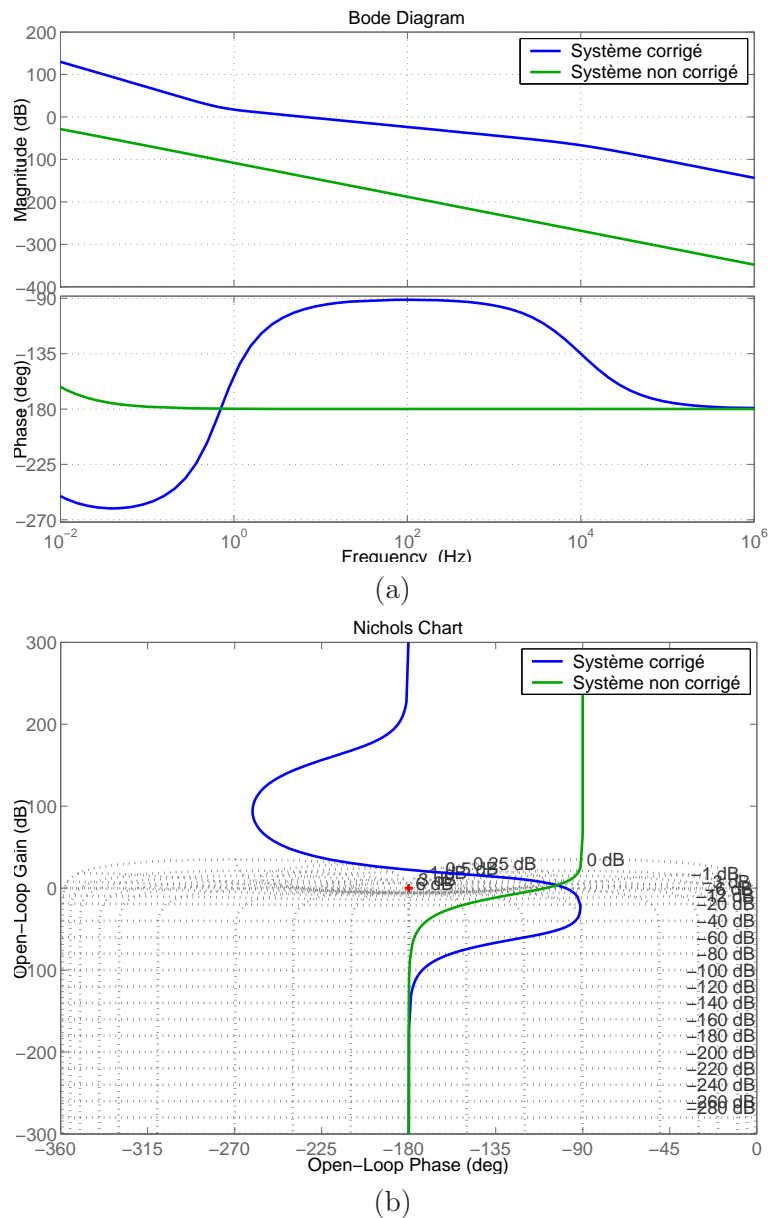


FIG. 4.14 – Réponse en boucle ouverte du système de braquage: (a) diagramme de Bode; (b) diagramme de Nichols.

Le gain  $I_r$  est enfin déterminé de façon à minimiser au maximum le gain de  $S_r(s)$  en basses fréquences sans pour autant déstabiliser le système en boucle fermée.

Les valeurs suivantes pour les gains du correcteur sont utilisées:  $K_r = 800$ ,  $I_r = 800 \cdot 2\pi \cdot 0.5$  et  $D_r = \frac{800}{2\pi}$ .

Le système corrigé présente une fois encore une marge de phase importante de près de  $81^\circ$  et une marge de gain de **22 dB** (Figure 4.14).

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_r(s)$  ainsi que de la sensibilité aux perturbations  $S_r(s)$  sont représentées Figure 4.15. La bande passante à  $-3dB$  du système en boucle fermée vaut **7 Hz**. Le gain maximal de la sensibilité aux perturbations est faible et s'établit à **-124 dB**.

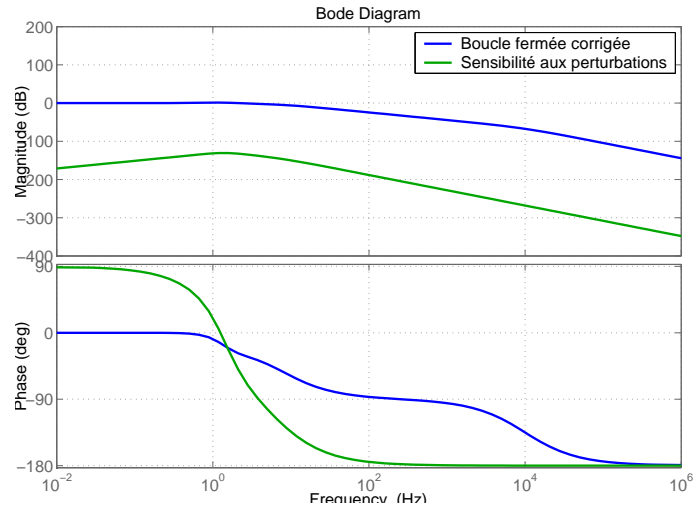


FIG. 4.15 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de braquage avec correcteur PID.

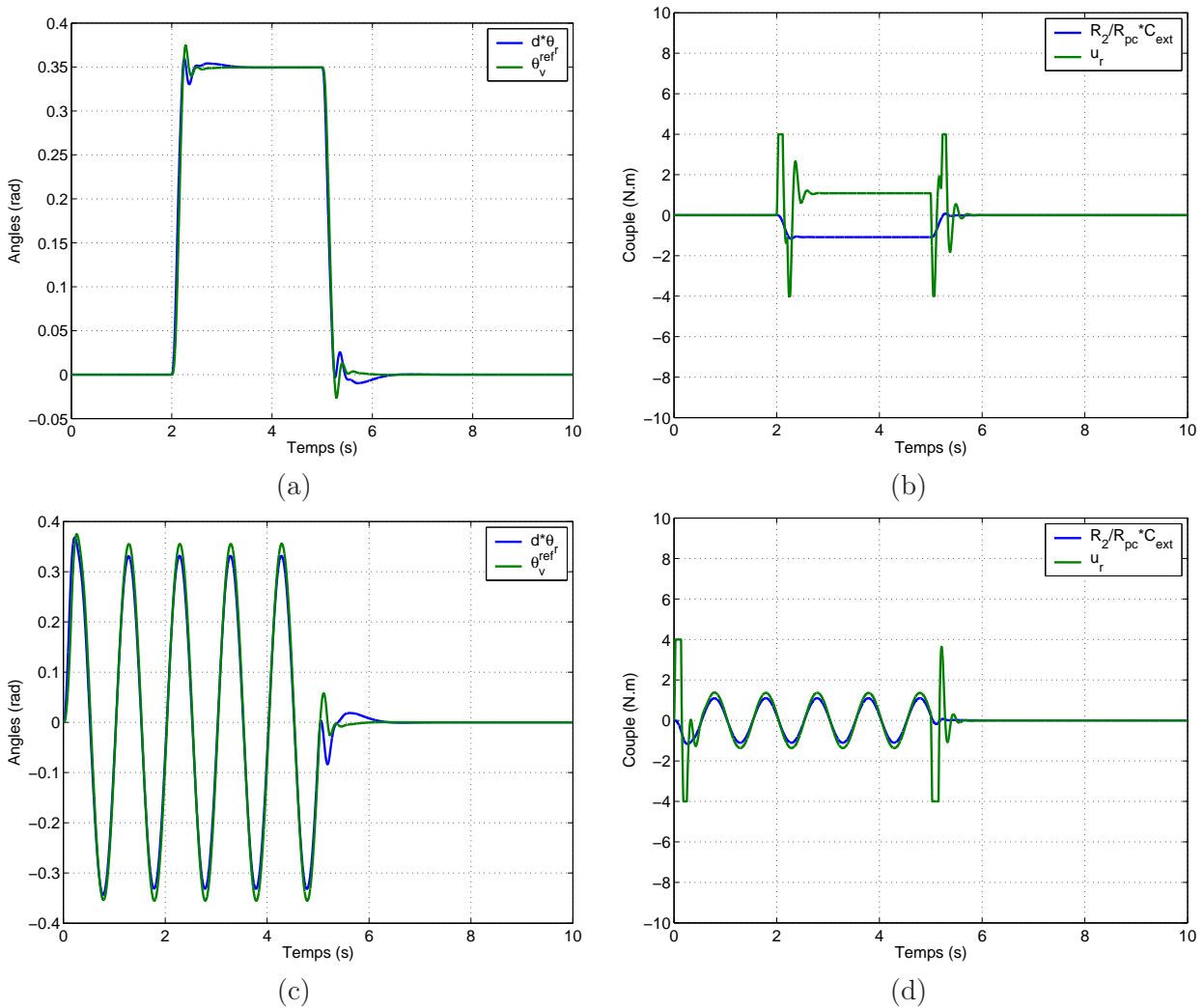


FIG. 4.16 – Réponse du système de braquage avec correcteur PID pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple actionneur et efforts extérieurs (b). Couple sinusoïdal: positions angulaires (c), couple actionneur et efforts extérieurs (d).

La Figure 4.16 représente les réponses temporelles du système de braquage, couplé avec le modèle de référence, suite à différentes sollicitations du conducteur, pour un véhicule évoluant à 20 km/h. Des saturations de l'actionneur de braquage à  $\pm 4$  Nm ont été ajoutées pour plus de réalisme.

Le système suit relativement bien les consignes envoyées par le modèle de référence. A noter tout de même un léger dépassement et une forte sollicitation en couple de l'actionneur lors d'une sollicitation en échelon entraînant une saturation de ce dernier. Cependant, les saturations ont un impact limité sur la réponse du système.

Les faibles oscillations de la référence, visibles sur la réponse à une sollicitation en échelon, sont dues au couplage entre la boucle de position et le modèle de référence. Dans le cas présent, malgré une bande passante relativement élevée, le déphasage induit par l'asservissement en position des roues engendre toujours un couplage, même si celui-ci reste faible.

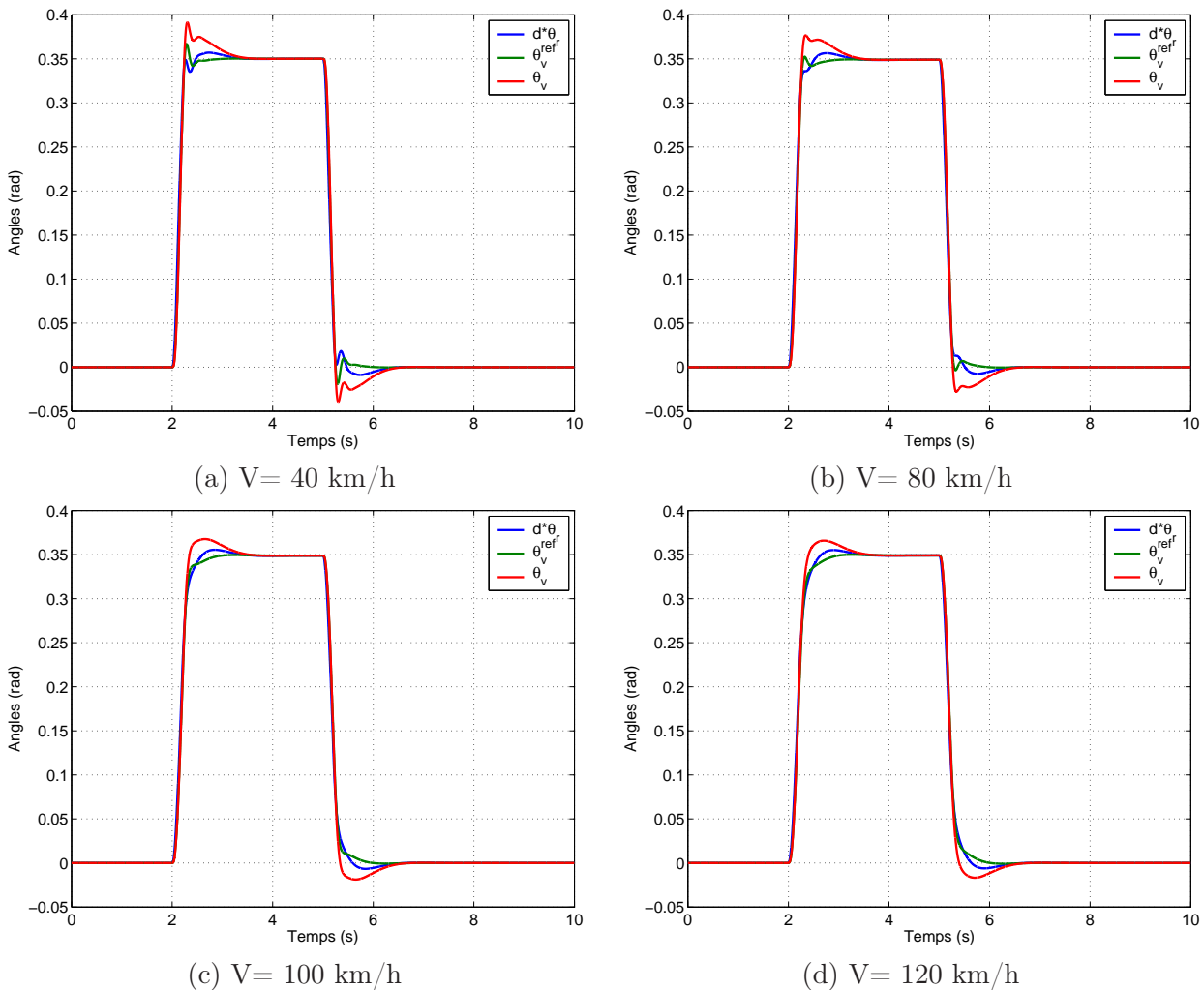


FIG. 4.17 – Réponse des systèmes de restitution et de braquage avec correcteurs PID suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence réduit est utilisé.

### Commande par PID: conclusion.

Au niveau des deux système pilotés en position, les résultats semblent assez satisfaisants. Les boucles d'asservissement présentent des marges de stabilité importantes ( de l'ordre de  $90^\circ$  de marge de phase chacune). Les bandes passantes sont en accord avec les possibilités physiques actuelles des actionneurs

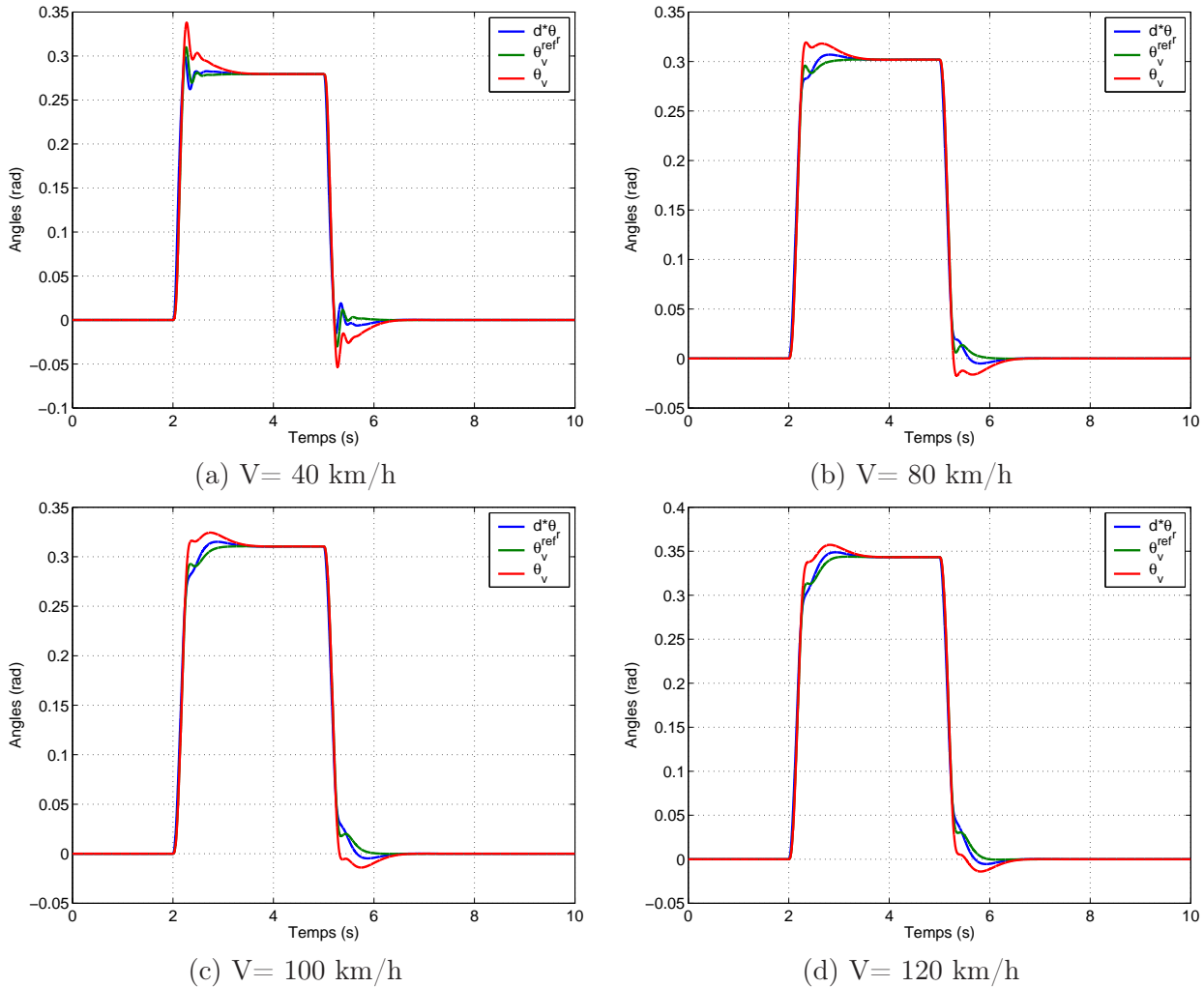


FIG. 4.18 – Réponse des systèmes de restitution et de braquage avec correcteurs PID suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence étendu est utilisé.

électriques. De même, les niveaux de couple à fournir par les actionneurs sont réalistes.

Les Figures 4.17 et 4.18 retracent les réponses indicielles du système de direction complet (restitution et braquage) dans le cadre de l'utilisation du modèle de référence réduit et étendu respectivement. Dans les deux cas, les performances des boucles de position sont très similaires.

Le retard induit par l'asservissement en position du système de braquage des roues peut induire un couplage avec le modèle de référence.

Dans le cas présent, la boucle de position génère un déphasage inférieur à  $45^\circ$  dans la bande passante considérée, ce qui correspond à un retard maximal de 0.03 s à 3 Hz. La marge de retard du modèle de référence, quel que soit le modèle, est nettement supérieure (0.1 s à 3 Hz), le couplage entre les boucles est faible, mais présent. Ses effets se traduisent par de légères oscillations des réponses indicielles des deux systèmes.

Un avantage certain est à mettre au crédit de ce type de commande: le régulateur est calculé une seule fois, il ne dépend ni du modèle de référence, ni de la vitesse du véhicule. Il serait néanmoins possible de calculer les gains des PID pour chaque valeur de la vitesse et de faire du *Gain Scheduling*. Mais le modèle de référence a été conçu pour conserver un comportement dynamique quasi-constant quelle que soit la vitesse du véhicule. Il n'est donc pas nécessaire de calculer les contrôleurs pour chaque

point de fonctionnement.

A noter cependant que le réglage des correcteurs PID présentés précédemment a été réalisé de manière empirique. Une méthode systématique visant à calculer les gains d'un correcteur PID est proposée en Annexe (A.3.3). Cette méthode ne s'applique qu'aux systèmes étudiés précédemment, à savoir des systèmes d'ordre deux, dont les variables d'état ne sont autres que la sortie à asservir et sa dérivée.

### 4.2.3 Commande par retour d'état.

Les résultats obtenus avec correcteur PID sont satisfaisants, mais ils présentent néanmoins des points susceptibles d'être améliorés. En effet, pour le système de restitution, le rejet des perturbations induites par le couple conducteur  $\Gamma_h$  n'est pas des plus performants et les dépassements de la réponse temporelle sont relativement importants (17 %).

En ce qui concerne le système de braquage, il peut être judicieux d'essayer d'améliorer la réponse du système afin de limiter le phénomène de couplage avec le modèle de référence.

Les états des deux systèmes à piloter (restitution et braquage) sont tous mesurables (4.3 et 4.4). Il peut donc être intéressant de développer une commande par retour d'état afin de commander les deux systèmes en position.

Dès lors différentes solutions sont envisageables: une première consisterait à considérer la direction découplée comme un seul et unique système, décrit par la concaténation des deux représentations d'état (4.3 et 4.4) et à développer ainsi un unique correcteur chargé de piloter le système de restitution et le système de braquage. Cependant, l'intérêt d'une telle solution semble réduit: le système physique est naturellement découplé et il paraît alors peu judicieux de créer une inter-dépendance entre le système de restitution et le système de braquage. De même les problématiques liées à la commande des deux systèmes sont différentes.

Dès lors, deux commandes séparées seront développées, une pour le pilotage du système de restitution et une autre pour le pilotage du système de braquage.

#### Actionneur restituteur.

Une solution consiste à calculer un retour d'état à partir du système décrivant la dynamique de l'erreur de suivi entre le système considéré (restitution) et le modèle de référence. Par souci de simplicité, seuls les calculs mettant en jeu le modèle de référence réduit sont présentés. L'utilisation du modèle de référence étendu se fait de manière similaire. La dynamique du modèle de référence réduit (cf. 3.18) est rappelée:

$$\dot{X}_{ref} = A_{ref} X_{ref} + B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

La référence  $\theta_v^{ref}$  est définie par:

$$y_{ref} = C_{ref} X_{ref} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} = \theta_v^{ref}$$

Le système de restitution est décrit par:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} u_v \\ &= A_v X_v + B_v \Gamma_h + B_v u_v \end{aligned} \quad (4.14)$$

La variable à piloter est la suivante:

$$y_v = C_v X_v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \theta_v$$

L'erreur d'asservissement est alors donnée par:  $\epsilon_v = y_v^{ref} - y_v = \theta_v^{ref} - \theta_v$ . Il est alors possible de calculer la dynamique de l'erreur:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_v &= \dot{y}_v^{ref} - \dot{y}_v \\ &= C_{ref} \dot{X}_{ref} - C_v \dot{X}_v \\ &= C_{ref} A_{ref} X_{ref} + C_{ref} B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} - C_v A_v X_v - C_v B_v u_v - C_v B_v \Gamma_h\end{aligned}$$

Or le terme  $C_v B_v$  est nul. Le système constitué par la dynamique de l'erreur de suivi n'est pas commandable par retour de sortie.

Le problème est donc posé sous une forme classique avec régulateur LQ<sup>4</sup>. Le schéma du système est représenté Figure 4.19.

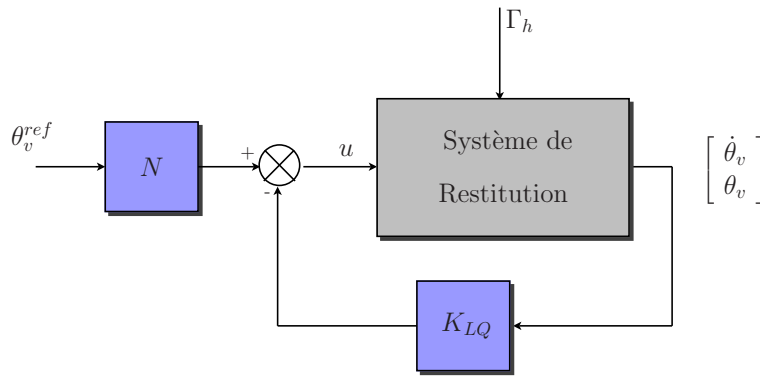


FIG. 4.19 – "Model-Following": schéma du système de restitution bouclé avec contrôleurs LQ.

### Régulateur LQ classique:

Les perturbations induites par le couple conducteur  $\Gamma_h$  ne sont pas prises en compte. Le système de restitution se résume alors à:

$$\begin{cases} \dot{X}_v &= A_v X_v + B_v u_v \\ y_v &= C_v X_v \end{cases}$$

Une commande stabilisante  $u_v$  par retour d'état est alors cherchée, amenant la sortie  $y_v$  sur des valeurs de consigne supposées constantes (ou à variations lentes)  $y_v^{ref}$ .

Si cet objectif est atteint, alors l'état du système ainsi que la commande prendront des valeurs constantes  $X_v^c$  et  $u_v^c$ . Ces dernières vérifient:

$$\begin{cases} 0 &= A_v X_v^c + B_v u_v^c \\ y_v^{ref} &= C_v X_v^c \end{cases}$$

Le changement de variable suivant est utilisé:

$$\begin{aligned}\tilde{X}_v &= X_v - X_v^c \\ \tilde{u}_v &= u_v - u_v^c \\ \tilde{y}_v &= y_v - y_v^c\end{aligned}$$

Les nouvelles variables ainsi définies sont liées entre elles par les mêmes équations que le système de restitution.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}_v &= A_v \tilde{X}_v + B_v \tilde{u}_v \\ \tilde{y}_v &= C_v \tilde{X}_v \end{cases}$$

4. Un rappel sur les conditions d'existence d'un régulateur LQ est en Annexe (A.3.2)

Le problème posé consiste alors à asservir la nouvelle sortie  $\tilde{y}_v$  vers 0, objectif qui peut être atteint avec une commande par retour d'état. La commande stabilisante  $\tilde{u}_v = K_{LQ} \tilde{X}_v$ , qui minimise le critère suivant, est cherchée:

$$J = \int_0^{\infty} \left( \tilde{X}_v^T Q \tilde{X}_v + u_v'^T R u_v' \right) dt$$

où  $Q = Q^T \geq 0$  et  $R = R^T > 0$ . De plus  $Q$  et  $R$  sont diagonales.

La paire  $(A_v, B_v)$  est commandable: le rang de la matrice de commandabilité vaut 2. La condition de détectabilité de la paire  $(H_v, A_v)$  avec  $H_v^T H_v = Q$  est satisfaite, le rang de la matrice de détectabilité est égal à 2.

Il est donc possible d'appliquer la théorie de la commande LQ et de calculer un correcteur par retour d'état en posant:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = r_0$$

**Remarque:**  $r_0 = 1$  est posé. Ce choix ne modifie pas la valeur de la commande  $u_v'$  pour laquelle le critère est minimum.

Les pondérations  $q_1$  et  $q_2$  sont déterminées de manière à obtenir la bande passante souhaitée en boucle fermée (5 Hz). En revenant aux variables d'origine, la commande obtenue s'écrit:

$$u_v = -K_{LQ} (X_v - X_v^c) + u_v^c = -K_{LQ} X_v + e_v \quad \text{pour rappel: } e_v = \theta_v^{ref} - \theta_v$$

Il reste alors à déterminer la valeur de  $e_v$ . Si la commande trouvée est appliquée au système décrit en (4.14), les équations du système bouclé sont obtenues:

$$\begin{cases} \dot{X}_v &= (A_v - B_v K_{LQ}) X_v + B_v e_v \\ y_v &= C_v X_v \end{cases}$$

Les conditions de stabilité de l'approche LQ étant remplies, le retour d'état assure la stabilité du système. L'entrée  $e_v$  étant constante, l'état  $X_v$  tend vers un état constant  $X_v^\infty$  qui vérifie:

$$\begin{cases} 0 &= (A_v - B_v K_{LQ}) X_v^\infty + B_v e_v \\ y_v^c &= C_v X_v^\infty \end{cases}$$

Le système étant stable, la matrice  $(A_v - B_v K_{LQ})$  est inversible. D'où:

$$y_v^c = -C_v (A_v - B_v K_{LQ})^{-1} B_v e_v$$

Dés lors, pour qu'il existe une valeur unique pour  $e_v$ , il faut vérifier deux conditions:

- $y_v$  et  $e_v$  doivent être de même dimension; le nombre de sorties à asservir doit être égal au nombre de commandes. Dans le cas présent  $y_v$  et  $e_v$  sont tous deux de dimension 1.
- la matrice  $C_v (A_v - B_v K_{LQ})^{-1} B_v$  doit être inversible. Cette matrice correspond à la matrice des gains statiques du système bouclé. Dans le cadre de l'étude,  $C_v (A_v - B_v K_{LQ})^{-1} B_v$  est bien évidemment différent de 0.

Finalement, la commande obtenue s'écrit:

$$u_v = -K_{LQ} X_v + (C_v (A_v - B_v K_{LQ})^{-1} B_v)^{-1} y_v^c = -K_{LQ} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + N_v \theta_v^{ref}$$

Cependant, ce type de commande ne peut donner des résultats satisfaisants. En effet, le couple conducteur  $\Gamma_h$  agit comme une perturbation sur le système et induit des écarts statiques entre la commande  $\theta_v^{ref}$  et la sortie  $\theta_v$ .



En effet, en posant  $K_{LQ} = [K_1 \quad K_2]$ , la fonction de sensibilité aux perturbations est alors donnée par:

$$S_v(s) = \frac{\Theta_v}{\Gamma_h} = \frac{1}{K_2} \frac{1}{\frac{J_v}{K_2} s^2 + \frac{K_1 + \beta_v}{K_2} s + 1}$$

L'asservissement ne pouvant avoir une bande passante élevée, les gains sont relativement faibles et les perturbations sont mal rejetées en basses fréquences. Il est donc nécessaire de compléter la commande avec une action intégrale.

### Régulateur LQ avec action intégrale:

La mise en place de ce type de commande est relativement simple. Il suffit de définir un nouvel état  $q$  comme l'intégrale de l'erreur d'asservissement:

$$q_v = \int_0^t (y_v - y_v^c) d\tau = \int_0^t (\theta_v - \theta_v^{ref}) d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{dq_v}{dt} = \theta_v - \theta_v^{ref}$$

En rajoutant  $q_v$  à l'équation d'état (4.14), un nouveau système est obtenu, défini par:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_v \\ q_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & 0_{[1 \times 1]} \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_v \\ q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_v \\ 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} B_v & 0_{[1 \times 1]} \\ 0_{[1 \times 1]} & -I_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} \\ \theta_v = [C_v \quad 0_{[1 \times 1]}] \begin{bmatrix} X_v \\ q_v \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.15)$$

En supposant qu'il existe une commande  $u_v$  qui permette d'amener  $y_v = \theta_v$  sur  $y_v^c = \theta_v^{ref}$ , sont définies  $X_v^c$ ,  $q_v^c$  et  $u_v^c$  les valeurs correspondantes de  $X_v$ ,  $q_v$  et  $u_v$ . De la même manière que précédemment, le changement de variables suivant est effectué:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_v &= X_v - X_v^c \\ \tilde{q}_v &= q_v - q_v^c \\ \tilde{u}_v &= u_v - u_v^c \\ \tilde{y}_v &= y_v - y_v^c \end{aligned}$$

Les nouvelles variables ainsi définies sont liées entre elles par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & 0_{[2 \times 1]} \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_v \\ 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \tilde{u}_v = \mathcal{A}_v \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} + \mathcal{B}_v \tilde{u}_v \\ \tilde{y}_v = [C_v \quad 0_{[1 \times 1]}] \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} = \mathcal{C}_v \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.16)$$

Le problème posé consiste à asservir la nouvelle sortie  $y'_v$  vers zéro, objectif qui peut être atteint avec une commande par retour d'état. Le processus d'obtention de la commande est alors identique au précédent (Régulateur LQ classique).

Les matrices de pondération sont données par:  $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$  et  $R = 1$ .

La paire  $(\mathcal{A}_v, \mathcal{B}_v)$  est commandable: le rang de la matrice de commandabilité vaut 3. La condition de détectabilité de la paire  $(\mathcal{H}_v, \mathcal{A}_v)$  avec  $\mathcal{H}_v^T \mathcal{H}_v = Q$  est satisfaite, le rang de la matrice de détectabilité est égal à 3.

Les pondérations  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  sont choisies de manière à obtenir la bande passante souhaitée en boucle fermée (5 Hz). En revenant aux variables d'origine, la commande obtenue s'écrit:

$$u_v = -K_{LQ}^1 (X_v - X_v^c) - K_{LQ}^2 (q_v - q_v^c) + u_v^c = -K_{LQ}^1 X_v - K_{LQ}^2 q_v + e_v$$

En appliquant la commande au système (4.14), en présence d'une consigne  $y_v^c = \theta_v^{ref}$  et d'une perturbation  $\Gamma_h$  constantes,  $\dot{q}_v$  tend vers 0. Cela signifie que quelles que soient les valeurs de la consigne et de la perturbation, la sortie  $y_v = \theta_v$  tend vers  $y_v^c = \theta_v^{ref}$ . Le mécanisme classique d'une commande à action intégrale est retrouvé.

Il est donc possible d'appliquer la commande obtenue en choisissant  $e_v = 0$ . Néanmoins, cette entrée supplémentaire peut être utilisée pour mettre en place une action de type "feedforward" afin d'accélérer les régimes transitoires. Pour calculer  $e_v$ , il est supposé que le régime permanent est atteint et que la perturbation constante  $\Gamma_h$  est nulle:

$$\begin{bmatrix} 0_{[2 \times 1]} \\ y_v^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & B_v \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_v^c \\ u_v^c \end{bmatrix}$$

Or,  $y_v$  et  $u_v$  sont de même dimension (il y a autant de variables à piloter que de commandes); la commande  $u_v^c$  est alors déterminée de façon unique:

$$u_v^c = \begin{bmatrix} 0_{[1 \times 2]} & I_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_v^c \\ u_v^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{[1 \times 2]} & I_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_v & B_v \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{[2 \times 1]} \\ I_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} y_c = N_v y_c^c$$

Si les matrices  $A_v$ ,  $B_v$  et  $C_v$  sont remplacées par leurs valeurs respectives (4.14), il est possible de montrer que  $N_v = 0$ .

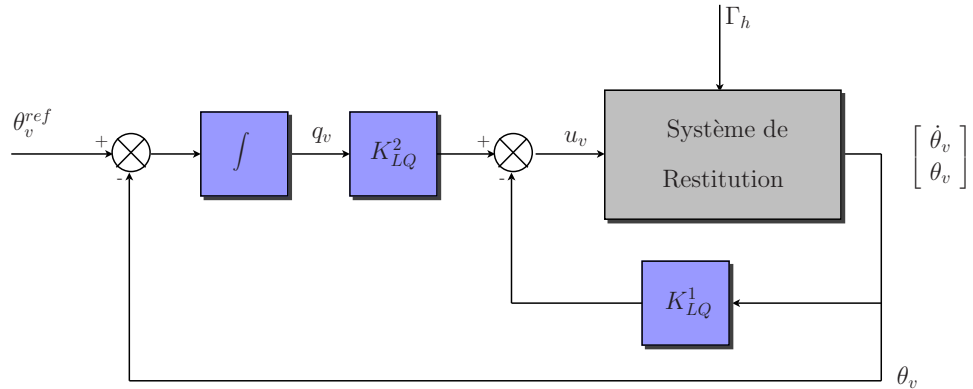


FIG. 4.20 – "Model-Following": schéma du système bouclé avec contrôleurs LQ et action intégrale.

L'expression dans le domaine de Laplace de la commande est la suivante:

$$u_v = -K_1 s \theta_v - K_2 \theta_v - K_3 \frac{\theta_v - \theta_v^{ref}}{s}$$

Il est possible d'exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé (ou gain de boucle) sans prendre en compte les termes n'intervenant pas dans la stabilité (hors boucle):

$$L_v = \frac{\Theta_v}{\frac{K_3}{s} \Theta_v^{ref}} = \frac{K_3}{\beta_v} \frac{\frac{K_1}{K_3} s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}{s^2 \left( \frac{J_v}{\beta_v} s + 1 \right)}$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée et de la fonction de sensibilité aux perturbations sont alors décrites par:

$$H_v = \frac{\Theta_v}{\Theta_v^{ref}} = \frac{1}{\frac{J_v}{K_3} s^3 + \frac{K_1 + \beta_v}{K_3} s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}$$

$$S_v = \frac{\Theta_v}{\Gamma_h} = \frac{1}{K_3} \frac{s}{\frac{J_v}{K_3} s^3 + \frac{K_1 + \beta_v}{K_3} s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}$$

L'action intégrale est clairement visible sur la fonction de sensibilité aux perturbations qui tend vers zéro en basses fréquences. Finalement, la valeur des gains obtenus après réglage des pondérations est :

$$u_v = -1.47 s \theta_v - 68.7 \theta_v - 1414 \frac{\theta_v - \theta_v^{ref}}{s}$$

La théorie de la commande LQ assure que le système présente une marge de phase importante d'au moins  $60^\circ$  et une marge de gain **infinie**. Mais dans le cas présent, de telles marges ne sont garanties que pour le système augmenté (4.15) et non pour le système physique réel (4.14). Il est donc nécessaire de vérifier a posteriori les marges de stabilité du système piloté.

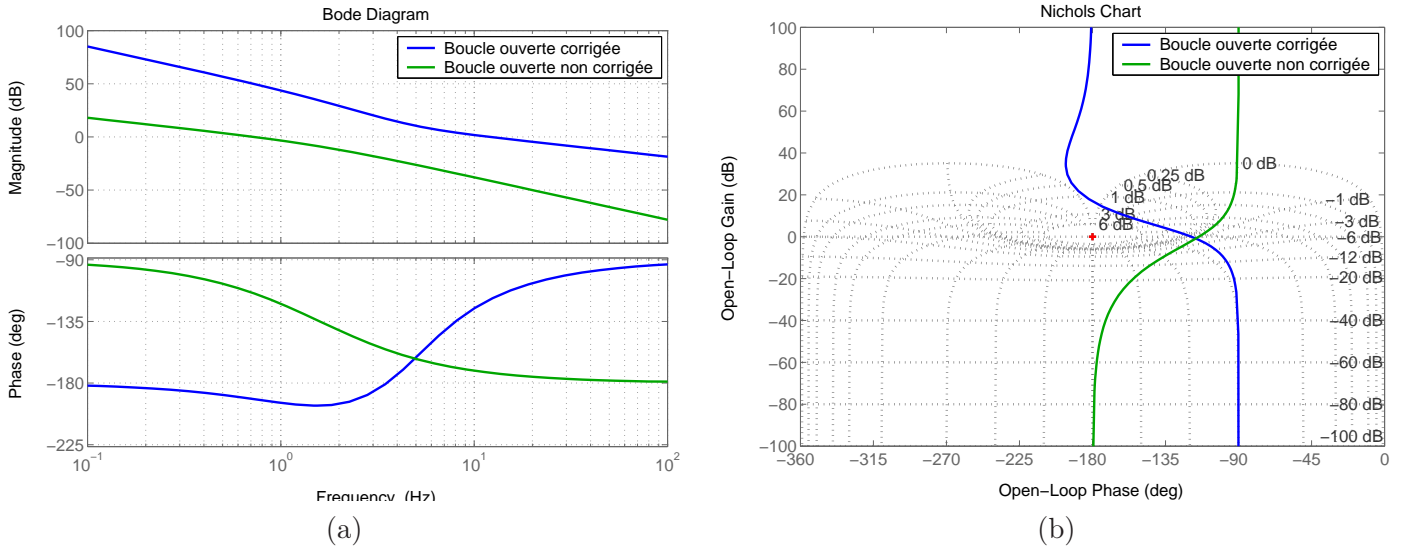


FIG. 4.21 – Réponse en boucle ouverte du système de restitution: (a) diagramme de Bode; (b) diagramme de Nichols.

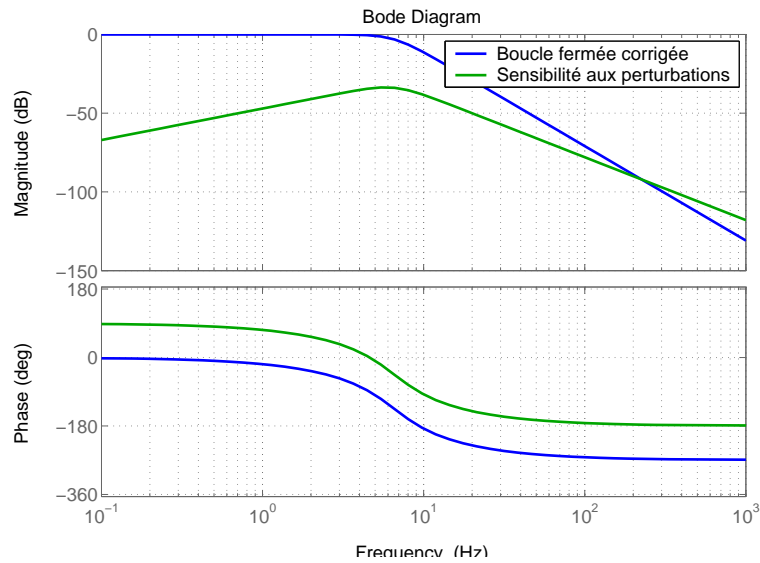


FIG. 4.22 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de restitution avec correcteur LQ et action intégrale.

La Figure 4.21 retrace la réponse en boucle ouverte du système de restitution. Ce dernier présente une marge de phase de  $60^\circ$  et une marge de gain de **17 dB**.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_v(s)$  ainsi que celui de la sensibilité aux perturbations  $S_v(s)$  est représenté Figure 4.22. La bande passante à  $-3\text{ dB}$  du système en boucle fermée vaut **6.5 Hz**. Le gain maximal de la sensibilité aux perturbations est faible et s'établit à **-35 dB**.

Les réponses temporelles présentées Figure 4.23 sont obtenues en supposant que le système de braquage des roues présente une bande passante de 5 Hz. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont calculés de la manière suivante (4.2):

$$C_{ext} = -R_{pc} 8.10^5 x_c = -R_{pc} 8.10^5 d_{biel} \theta_r$$

Le modèle de référence choisi pour les simulations utilise le correcteur PD modifié comme correcteur stabilisant (Figure 4.6). Il est supposé que le véhicule évolue à 20 km/h.

Le système suit correctement les consignes envoyées par le modèle de référence. Le dépassement est faible et l'actionneur est peu sollicité. La légère oscillation présente sur la réponse indicielle est due au faible couplage induit par le système de braquage, modélisé ici par un premier ordre avec une bande passante de 5 Hz. Cette formulation du problème permet donc d'obtenir rapidement un contrôleur performant et simple.

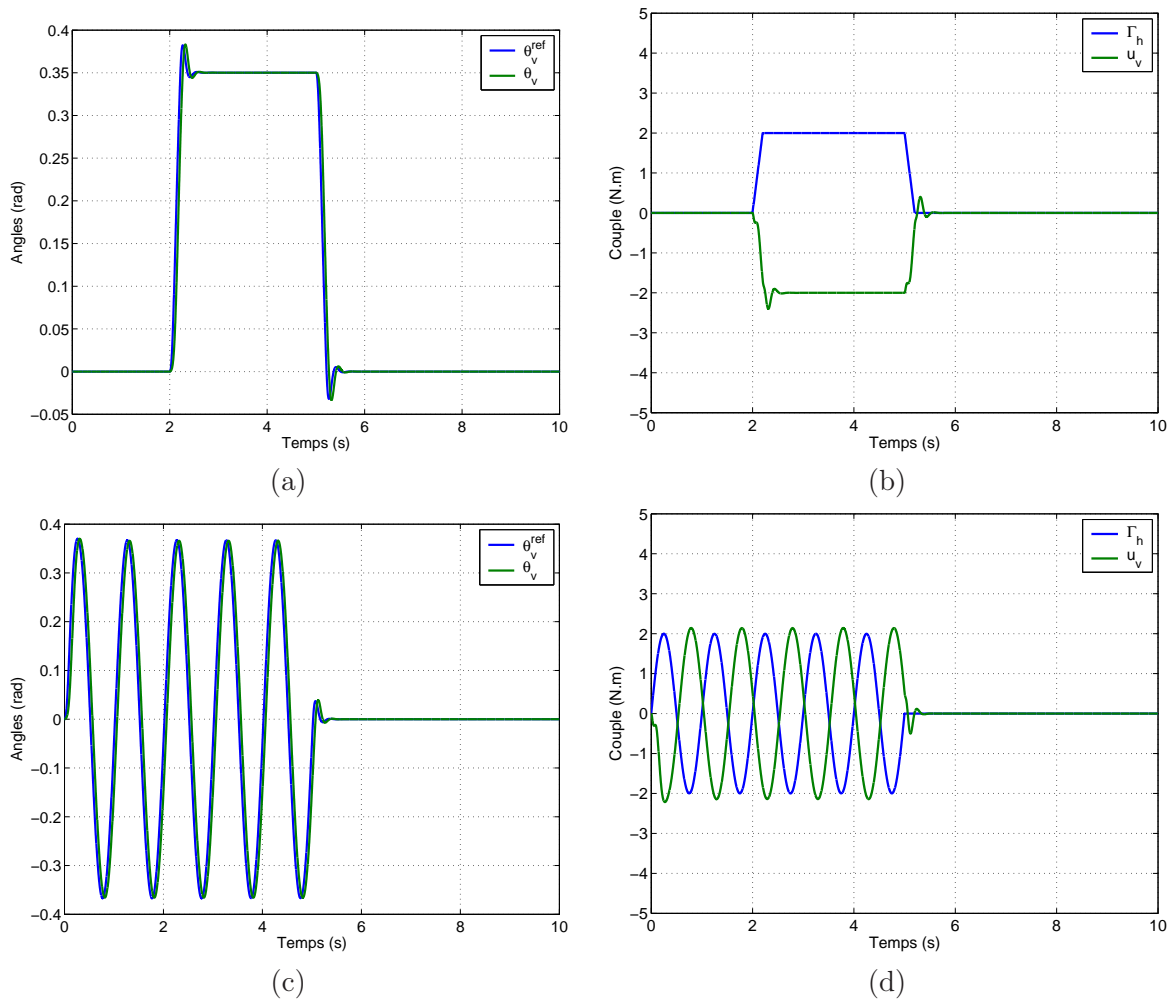


FIG. 4.23 – Réponse du système de restitution avec correcteur LQ et action intégrale pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple actionneur et efforts extérieurs (b). Couple sinusoïdal: positions angulaires (c), couple actionneur et efforts extérieurs (d).

**Actionneur de braquage.**

Après mise en forme de l'équation (4.4), il est possible d'obtenir une représentation d'état du système de braquage des roues très proche de celle du système de restitution:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\bar{\beta}_r}{\bar{M}} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext} + \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} u_r \\ \dot{X}_r &= A_r \bar{X}_r + B_r^e C_{ext} + B_r u_r \end{aligned} \quad (4.17)$$

avec  $\bar{M} = M_c + J_2 \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2$  et  $\bar{\beta}_r = B_c + \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2 \beta_2$

Même si le système est naturellement intégrateur, une commande à action intégrale s'avère nécessaire afin de rejeter les perturbations induites par les efforts extérieurs  $C_{ext}$ . En effet, ces derniers interviennent avant l'action intégrale naturelle du système.

Logiquement, une commande par retour d'état avec action intégrale est mise en place. Comme précédemment, le correcteur est calculé par minimisation LQ. L'expression de la commande dans le domaine de Laplace est la suivante:

$$\begin{aligned} u_r &= -K_1 s \theta_r - K_2 \theta_r - K_3 \frac{\theta_r - \theta_r^{ref}}{s} \\ &= -210 s \theta_r - 1.1 \cdot 10^4 \theta_r - 2.2 \cdot 10^5 \frac{\theta_r - \theta_r^{ref}}{s} \end{aligned}$$

Il est possible d'exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé sans prendre en compte les termes n'intervenant pas dans la stabilité (hors boucle). Le gain de boucle est donné par:

$$L_r = \frac{\Theta_r}{\frac{K_3}{s} \Theta_r^{ref}} = \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}} \frac{K_3}{\bar{\beta}_r} \frac{\frac{K_1}{K_3} s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}{s^2 \left( \frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} s + 1 \right)}$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée et de la fonction de sensibilité aux perturbations sont alors décrites par:

$$H_r = \frac{\Theta_r}{\Theta_r^{ref}} = \frac{1}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{K_3} s^3 + \frac{1}{K_3} \left( \frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + K_1 \right) s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}$$

$$S_r = \frac{\Theta_r}{C_{ext}} = \frac{1}{K_3 R_2} \frac{s}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{K_3} s^3 + \frac{1}{K_3} \left( \frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + K_1 \right) s^2 + \frac{K_2}{K_3} s + 1}$$

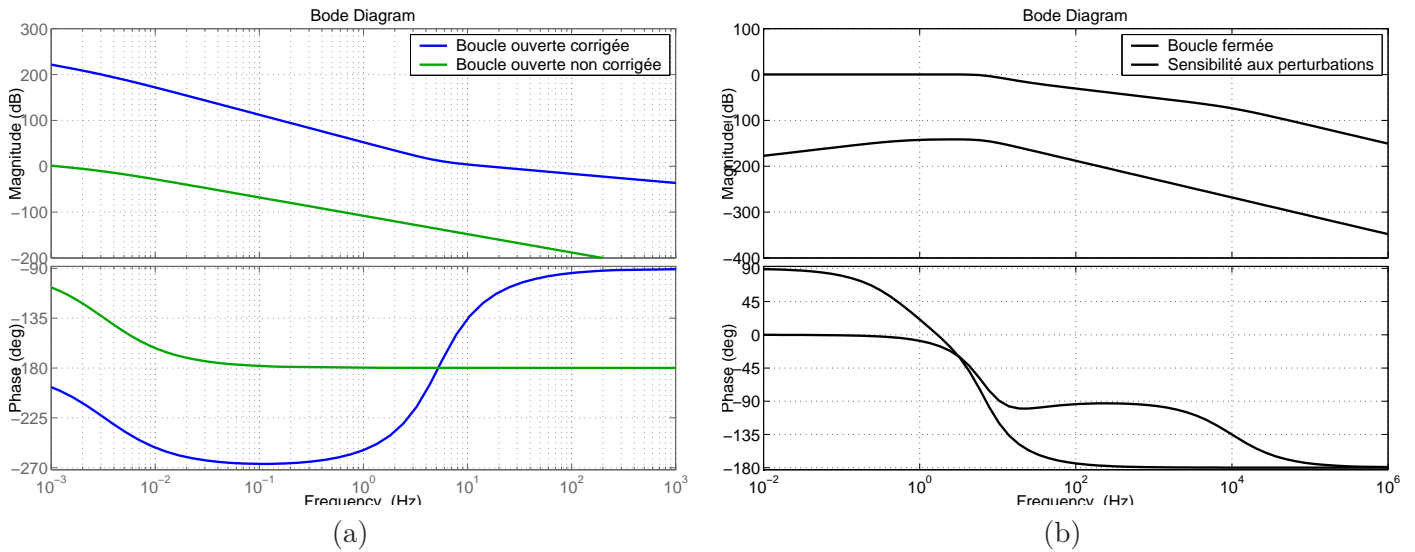


FIG. 4.24 – Réponse en boucle ouverte du système de braquage: (a) diagramme de Bode; (b) diagramme de Nichols.

Les marges de stabilité sont similaires à celles du système de restitution,  $60.5^\circ$  de marge de phase et **12 dB** de marge de gain.

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_r(s)$  ainsi que la sensibilité aux perturbations  $S_r(s)$  sont représentés Figure 4.25. La bande passante à  $-3\text{ dB}$  du système en boucle fermée vaut **7.2 Hz**. Le gain maximal de la sensibilité aux perturbations s'établit à **-144 dB**.

Les constatations faites lors de la mise en place des correcteurs PID sont retrouvées. Grâce aux deux réductions successives  $R2$  et  $R_{pc}$ , le gain de la fonction de sensibilité aux perturbations  $S_r(s)$  est faible.

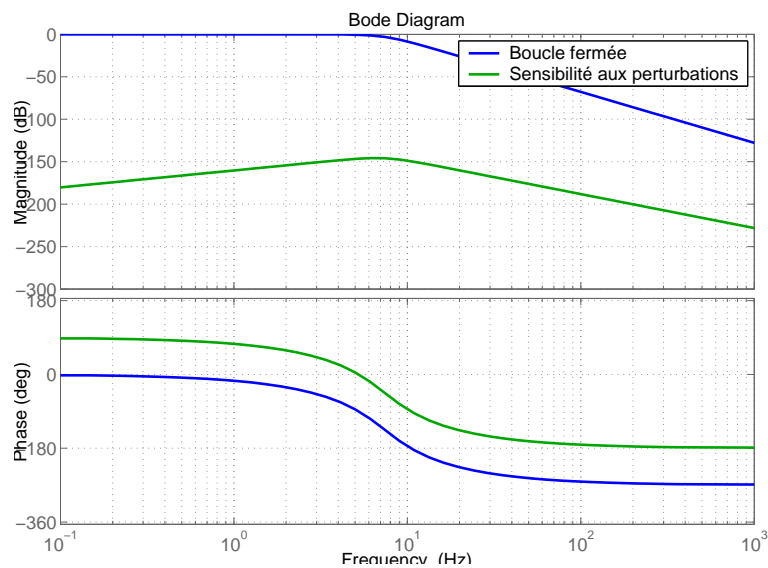


FIG. 4.25 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de braquage avec correcteur LQ et action intégrale.

La Figure 4.26 retrace les réponses temporelles du système de braquage des roues consécutives à différentes sollicitations du conducteur, pour un véhicule évoluant à 20 km/h. Les efforts extérieurs

$C_{ext}$  sont calculés de la manière suivante (4.2):

$$C_{ext} = -R_{pc} 8.10^5 x_c = -R_{pc} 8.10^5 d_{biel} \theta_r$$

Le modèle de référence choisi pour les simulations utilise le correcteur PD modifié comme correcteur stabilisant (Figure 4.6).

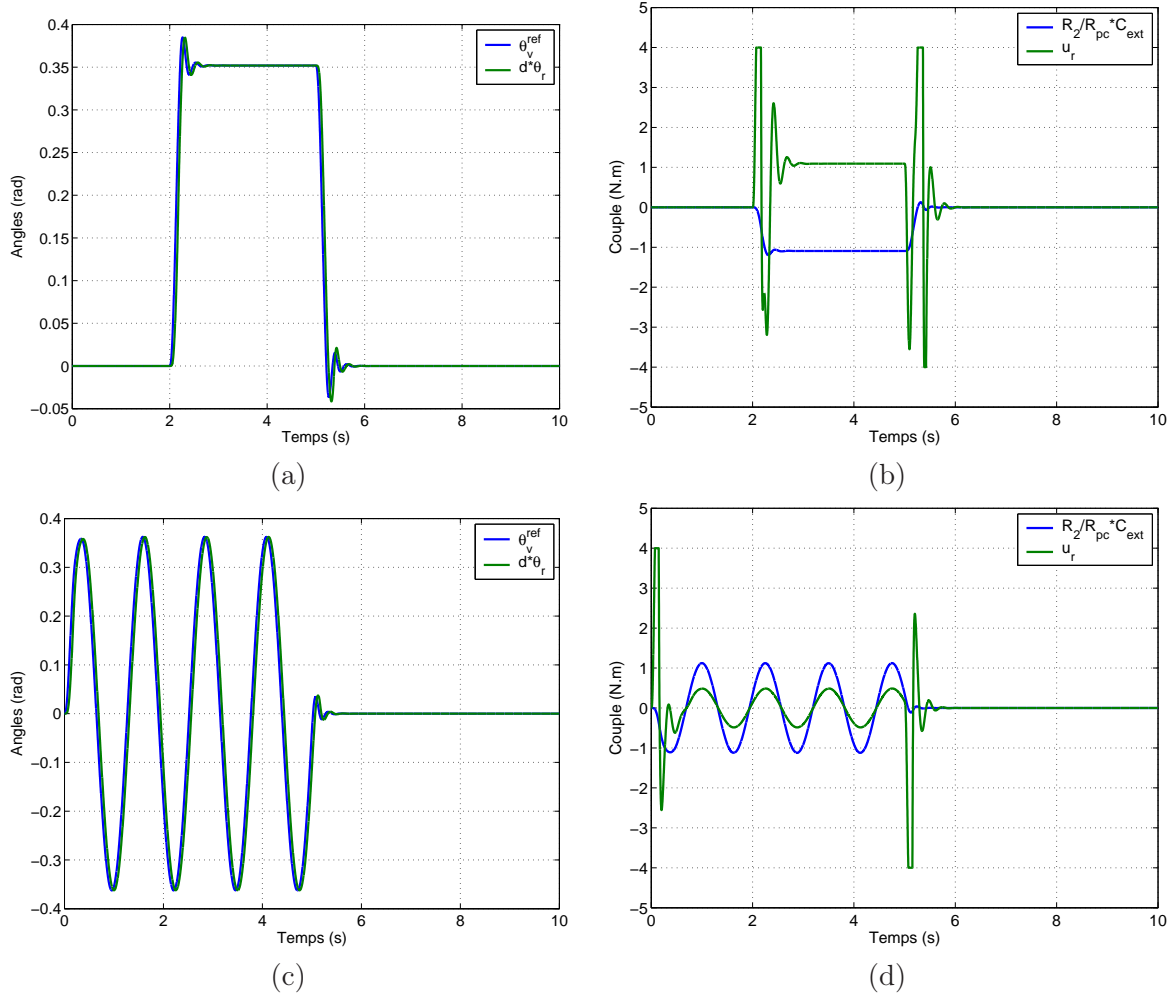


FIG. 4.26 – Réponse du système de braquage avec correcteur LQ et action intégrale pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple actionneur et efforts extérieurs (b). Couple sinusoïdal: positions angulaires (c), couple actionneur et efforts extérieurs (d).

Le système suit correctement les consignes issues du modèle de référence. En revanche, deux problèmes apparaissent. D'une part le contrôle mis en place sollicite la commande exagérément (surtout lors d'une réponse indicielle) ce qui nécessiterait la mise en place d'un anti-windup. D'autre part, le problème de couplage entre la boucle d'asservissement en position du système de braquage et le retour en effort du modèle de référence réapparaît. En effet, lors d'une sollicitation du conducteur de type échelon, le modèle de référence fournit une consigne avec de légères oscillations.

Le modèle de référence présente une marge de retard de 0.12 s à 3.6 Hz. Or, l'asservissement en position du système de braquage, même s'il présente une bande passante correcte (7.2 Hz), induit un déphasage important entre l'angle roue  $\theta_r$  et l'angle de consigne  $\theta_r^{ref}$  (Figure 4.25). Un retard de près de **0.055 s** à **3.6 Hz** est enregistré. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  vus par le modèle de référence sont alors eux aussi retardés de **0.055 s**. La stabilité du modèle de référence bouclé avec les efforts extérieurs est

diminuée; les consignes issues du modèle sont alors plus oscillantes.

Une première solution consisterait à modifier encore une fois le modèle de référence de façon à augmenter sa marge de retard. Il ne faut cependant pas oublier que ce modèle est bien évidemment soumis à des contraintes objectives (stabilité) mais aussi à des contraintes sensorielles. En effet, c'est le modèle qui détermine la forme du ressenti conducteur. Il n'est donc pas forcément judicieux de modifier à outrance le modèle de référence, au risque de détériorer le ressenti.

Il faut donc trouver un nouveau correcteur afin de piloter en position le système de braquage sans avoir à modifier le modèle de référence.

La solution consiste à augmenter la phase du système de braquage en boucle fermée dans la bande passante considérée, ou tout du moins, modifier le correcteur, de manière à "ralentir" la chute de phase. Il suffit alors de rajouter une action dérivée sur la consigne.

Une idée simple consiste à augmenter la taille du système servant à calculer le correcteur, en ajoutant la dynamique du modèle de référence. En effet, la dynamique du modèle de référence est connue, il est donc judicieux de la prendre en compte lors du calcul de la commande. Or, les états du modèle de référence sont en fait la consigne de sortie du modèle et sa dérivée. Dès lors, une synthèse LQ sur le système augmenté fournira un correcteur agissant sur :

- les états du système réel (retour d'état classique);
- l'intégrale de l'erreur de suivi (l'intégrale de l'erreur de suivi comme état est conservée);
- les états du modèle de référence, et particulièrement la dérivée de la consigne, ce qui va permettre de rajouter localement de la phase.

Dans un premier temps, seuls les calculs impliquant une utilisation du modèle de référence réduit sont présentés. La dynamique de ce dernier est rappelée:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Jd} & \frac{1}{Jd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

L'intégrale de l'erreur de suivi  $q_r$  est définie par:

$$q_r = \int_0^t (y_r - y_r^c) d\tau = \int_0^t (\theta_r - \theta_r^{ref}) d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{dq_r}{dt} = \theta_r - \theta_r^{ref}$$

Le système augmenté est alors décrit par l'équation suivante:

$$\dot{\mathcal{X}} = \mathcal{A}_r \mathcal{X} + \mathcal{B}'_r \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \mathcal{B} u_r \quad (4.18)$$

Avec:

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \\ q \end{bmatrix} \quad \mathcal{A}_r = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{\beta}_r}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{B}'_r = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{pc} d_{biel} M} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{Jd} & \frac{1}{Jd} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \mathcal{B}_r = \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Le système augmenté n'est globalement pas commandable (ce qui est logique, il n'est pas possible de commander le modèle de référence). En revanche, la dynamique du modèle de référence étant stable, les états non commandables sont stables.

Le vecteur d'erreur à minimiser est défini par:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \theta_r - \theta_r^{ref} \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathcal{X}_r = \mathcal{C}_r \mathcal{X}_r$$

La commande  $u_r$  qui minimise le critère suivant est recherchée:

$$J = \int_0^\infty [\epsilon^T Q \epsilon + u^T R u] d\tau$$

où  $Q = Q^T \geq 0$  et  $R = R^T > 0$ . De plus  $Q$  et  $R$  sont diagonales.

Il est alors possible de se ramener à un critère de forme classique en notant que  $\epsilon = \mathcal{C}_r \mathcal{X}_r$ :

$$J = \int_0^\infty [\mathcal{X}_r^T \mathcal{C}_r^T Q \mathcal{C}_r \mathcal{X}_r + u^T R u] dt = \int_0^\infty [\mathcal{X}_r^T \bar{Q} \mathcal{X}_r + u^T R u] dt$$

avec  $\bar{Q} = \mathcal{C}_r^T Q \mathcal{C}_r$

La condition de détectabilité de la paire  $(H, \mathcal{A})$  avec  $H^T H = \bar{Q}$  est satisfaite si et seulement si la paire  $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$  est détectable. Or le rang de la matrice de détectabilité est égal à 5.

Il est donc possible d'appliquer la théorie de la commande LQ et de calculer un correcteur par retour d'état en posant:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 1$$

Les pondérations  $q_1$  et  $q_2$  sont choisies de manière à obtenir la bande passante souhaitée pour l'asservissement en position. La commande s'écrit alors:

$$\begin{aligned} u_r &= -K_1 \quad s \theta_r \quad - \quad K_2 \quad \theta_r \quad - \quad K_3 \quad s \theta_r^{ref} \quad - \quad K_4 \quad \theta_r^{ref} \quad - \quad K_5 \quad \frac{\theta_r - \theta_r^{ref}}{s} \\ &= -197.5 \quad s \theta_r \quad - \quad 6.2 \cdot 10^3 \quad \theta_r \quad + \quad 57 \quad s \theta_r^{ref} \quad + \quad 5.79 \cdot 10^3 \quad \theta_r^{ref} \quad - \quad 2.2 \cdot 10^4 \quad \frac{\theta_r - \theta_r^{ref}}{s} \end{aligned}$$

Comme précédemment, il est possible d'exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé sans prendre en compte les termes n'intervenant pas dans la stabilité (hors boucle). Le gain de boucle est donné par:

$$L_r = \frac{\Theta_r}{\left( K_3 s + K_4 + \frac{K_5}{s} \right) \Theta_r^{ref}} = \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel}} \frac{K_5}{\bar{\beta}_r} \frac{\frac{K_1}{K_5} s^2 + \frac{K_2}{K_5} s + 1}{s^2 \left( \frac{\bar{M}}{\bar{\beta}_r} s + 1 \right)}$$

Les expressions de la fonction de transfert en boucle fermée et de la fonction de sensibilité aux perturbations sont alors décrites par:

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{\Theta_r}{\Theta_r^{ref}} = \frac{\frac{K_3}{K_5} s^2 + \frac{K_4}{K_5} s + 1}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{K_5} s^3 + \frac{1}{K_5} \left( \frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + K_1 \right) s^2 + \frac{K_2}{K_5} s + 1} \\ S_r &= \frac{\Theta_r}{C_{ext}} = \frac{1}{K_5 R_2} \frac{s}{\frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \frac{\bar{M}}{K_5} s^3 + \frac{1}{K_5} \left( \frac{R_{pc} d_{biel}}{R_2} \bar{\beta}_r + K_1 \right) s^2 + \frac{K_2}{K_5} s + 1} \end{aligned}$$

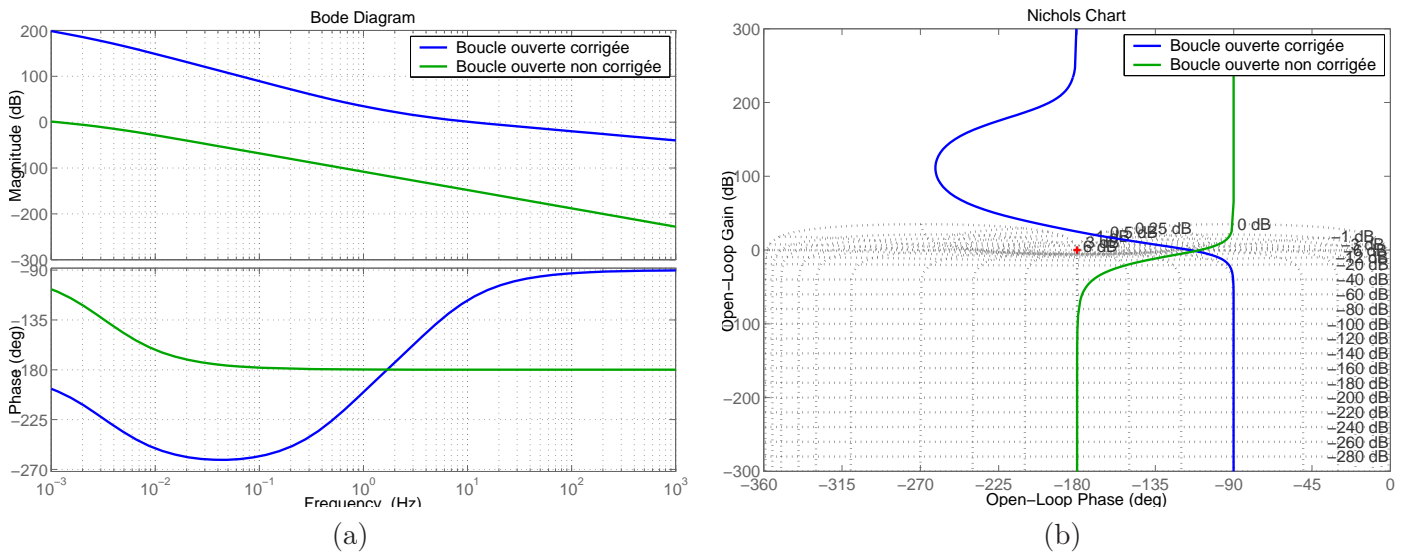


FIG. 4.27 – Réponse en boucle ouverte du système de braquage: (a) diagramme de Bode; (b) diagramme de Nichols.

La marge de phase reste proche de celle obtenue précédemment avec  $64.6^\circ$ . La marge de gain double et atteint **24 dB** (Figure 4.27).

Le tracé de Bode du système en boucle fermée (Figure 4.28) permet de constater une chute nettement moins brutale de la phase par rapport au correcteur système corrigé obtenu précédemment. À 3.6Hz, le système n'induit plus qu'un retard de **0.03 s** (à comparer aux **0.055 s** obtenus précédemment).

La boucle de position présente une bande passante de l'ordre de **6.5 Hz**. Le gain maximal de la sensibilité aux perturbations s'élève à **-144 dB**.

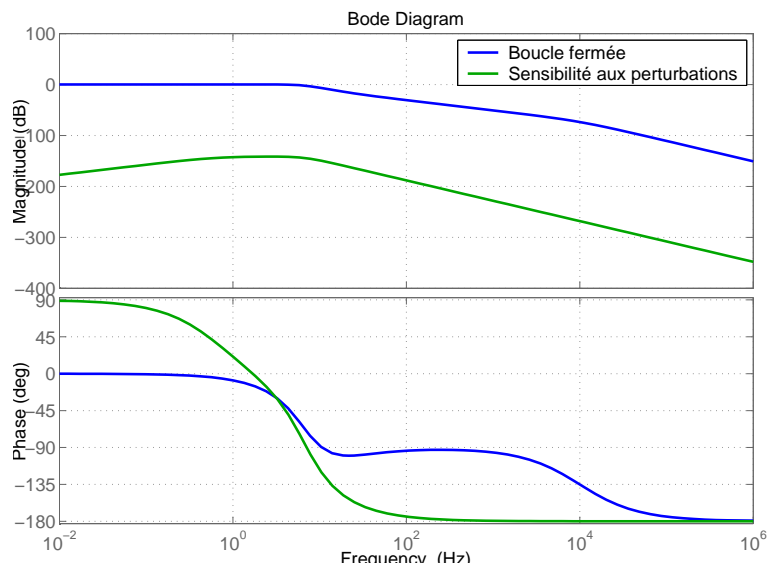


FIG. 4.28 – Réponse en boucle fermée (Bleu) et sensibilité aux perturbations (Vert) du système de restitution avec correcteur LQ modifié et action intégrale.

Les réponses temporelles retracées Figure 4.29 indiquent clairement que le problème de couplage entre la boucle de position et le modèle de référence a été minimisé (il reste néanmoins une faible oscillation lors d'une sollicitation en échelon).

Le système suit correctement les consignes du modèle de référence, avec très peu de dépassement et un faible retard. À noter aussi la faible sollicitation de l'actionneur.

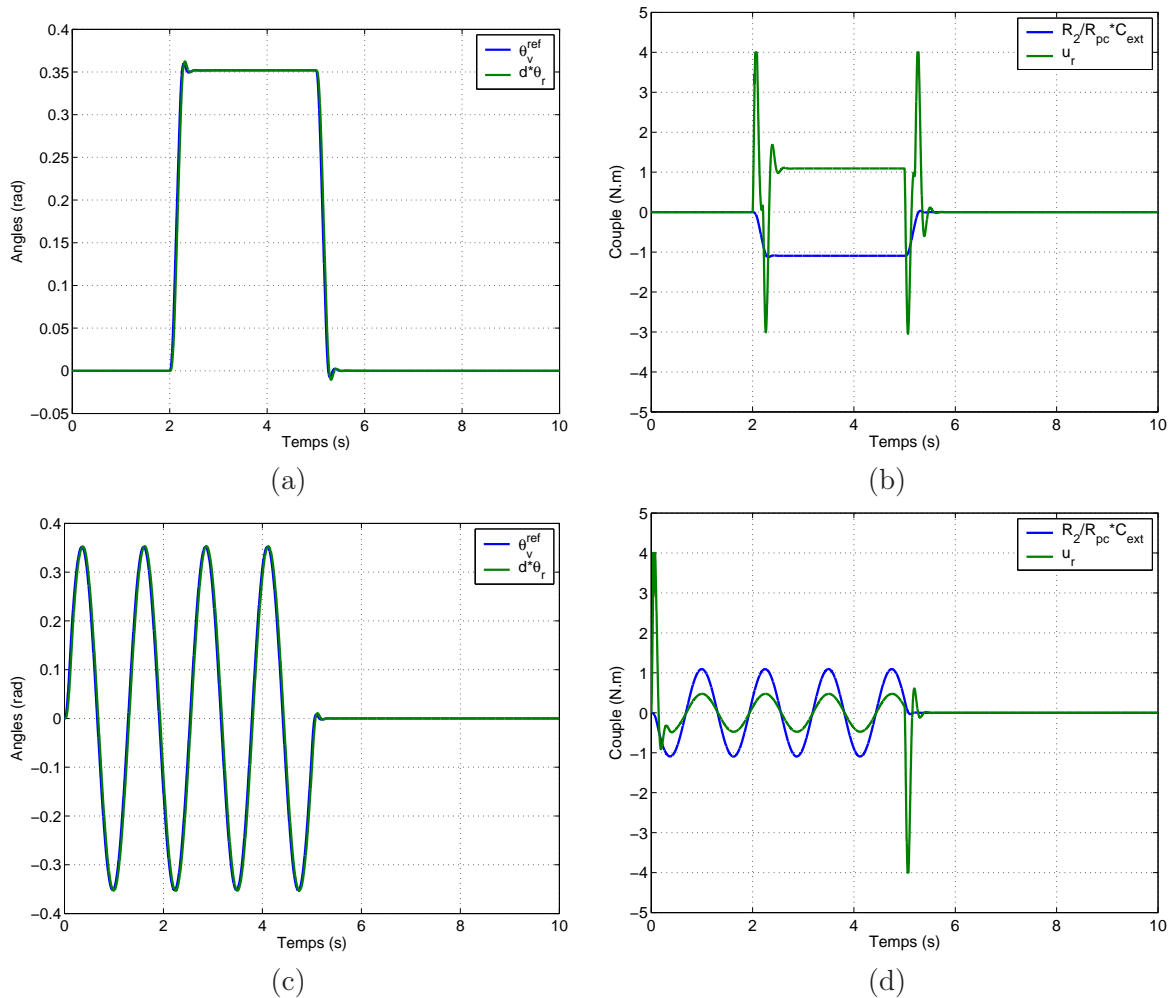


FIG. 4.29 – Réponse du système de braquage avec correcteur  $LQ$  et action intégrale pour différentes sollicitations du conducteur. Echelon de couple: positions angulaires (a), couple actionneur et efforts extérieurs (b). Couple sinusoïdal: positions angulaires (c), couple actionneur et efforts extérieurs (d).

### Commande par retour d'état: conclusion.

Une commande performante a pu être mise au point pour le système de restitution. Malgré l'absence de réducteur entre l'actionneur et le volant, le système est peu sensible aux perturbations et ne sollicite pas de manière démesurée l'actionneur de restitution. À noter que cette commande est indépendante du choix du modèle de référence.

Au niveau du système braquage, une première commande a été mise place. Cette dernière ne donnait pas satisfaction une fois le système bouclé avec le modèle de référence. Une nouvelle commande a donc été mise en place. Cette dernière permet de s'affranchir en grande partie du problème de couplage. Le suivi des consignes est précis et l'actionneur est modérément sollicité.

### Remarques:

1. Le dernier correcteur étudié a nécessité la prise en compte du modèle de référence lors de son calcul. Or, le modèle de référence dépend de la vitesse du véhicule, de par son correcteur stabili-

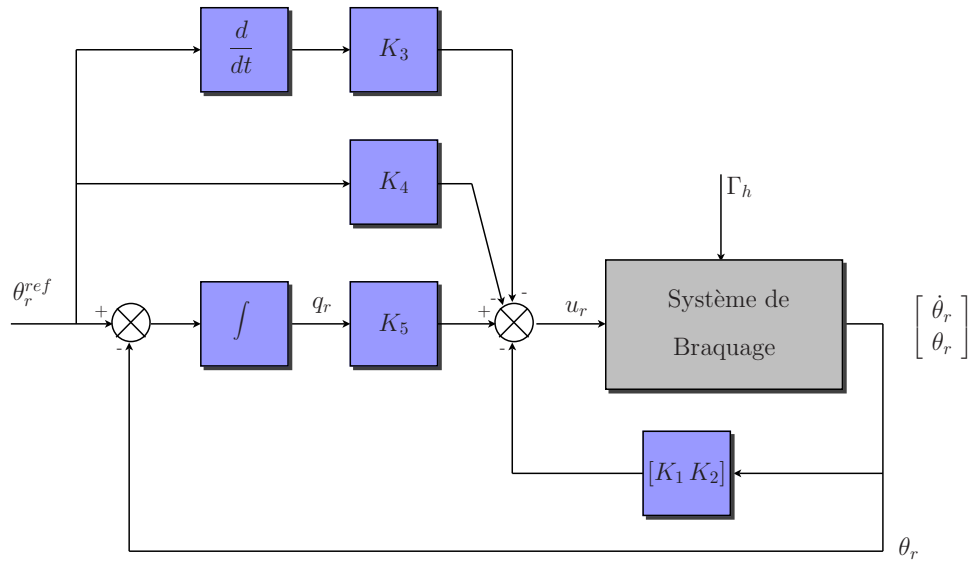


FIG. 4.30 – "Model-Following": schéma du système de braquage bouclé avec contrôleur LQ modifié et action intégrale.

sant, et aussi du correcteur stabilisant. Il serait donc naturel d'envisager d'une part de recalculer le retour d'état pour chaque valeur de la vitesse du véhicule et d'autre part, pour chacune des deux versions du modèle de référence.

Cependant, le schéma final du système corrigé (Figure 4.30) montre bien que la forme du correcteur est indépendante du modèle de référence, celui-ci n'étant utilisé que pour générer une consigne. Comme la dynamique du système bouclé obtenu est satisfaisante (marges de stabilité importantes, bande passante correcte, faible déphasage), il ne s'avère pas nécessaire de recalculer les gains du retour d'état en fonction de la vitesse et du modèle de référence.

Ce choix est d'autant plus justifié que le modèle de référence, quelle que soit sa version, a été mis au point pour présenter un comportement dynamique cible, indépendamment de la vitesse du véhicule. Dès lors, si le correcteur obtenu est performant pour une vitesse donnée, il l'est aussi pour les autres valeurs de la vitesse du véhicule, quel que soit le modèle de référence.

Par conséquent, les contrôleurs LQ calculés pour les systèmes de restitution et de braquage n'ont pas besoin d'être mis à jour en fonction de la vitesse du véhicule et du modèle de référence utilisé. Ils sont calculés pour une valeur de la vitesse et utilisés ensuite sans modification.

2. Le contrôleur du système de braquage a été calculé à partir d'une représentation d'état d'un système fictif, composé du système de braquage lui-même et du modèle de référence réduit. Un état a ensuite été ajouté comme étant l'intégrale de l'erreur de suivi. L'ordre du système fictif ainsi obtenu était de 5, d'où un contrôleur de dimension équivalente. Cependant, si ce même calcul avait été fait en utilisant le modèle de référence étendu, la dimension du système fictif eut été de 7. En effet, le modèle de référence étendu inclut deux entrées supplémentaires qui nécessitent la modélisation d'un véhicule pour le calcul du contrôleur.

Néanmoins, pour les mêmes raisons que celles évoquées au point précédent, les dynamiques des deux modèles de référence sont très proches, c'est pourquoi le contrôleur calculé à partir du système avec modèle de référence réduit peut être utilisé avec le modèle de référence étendu.

Les réponses indicielles du système de direction complet piloté en "Model-Following" avec le modèle de référence réduit et étendu sont présentées Figures 4.31 et 4.32 respectivement. Il est possible de vérifier le bon comportement des lois de commande mises au point et ce quels que soient le modèle

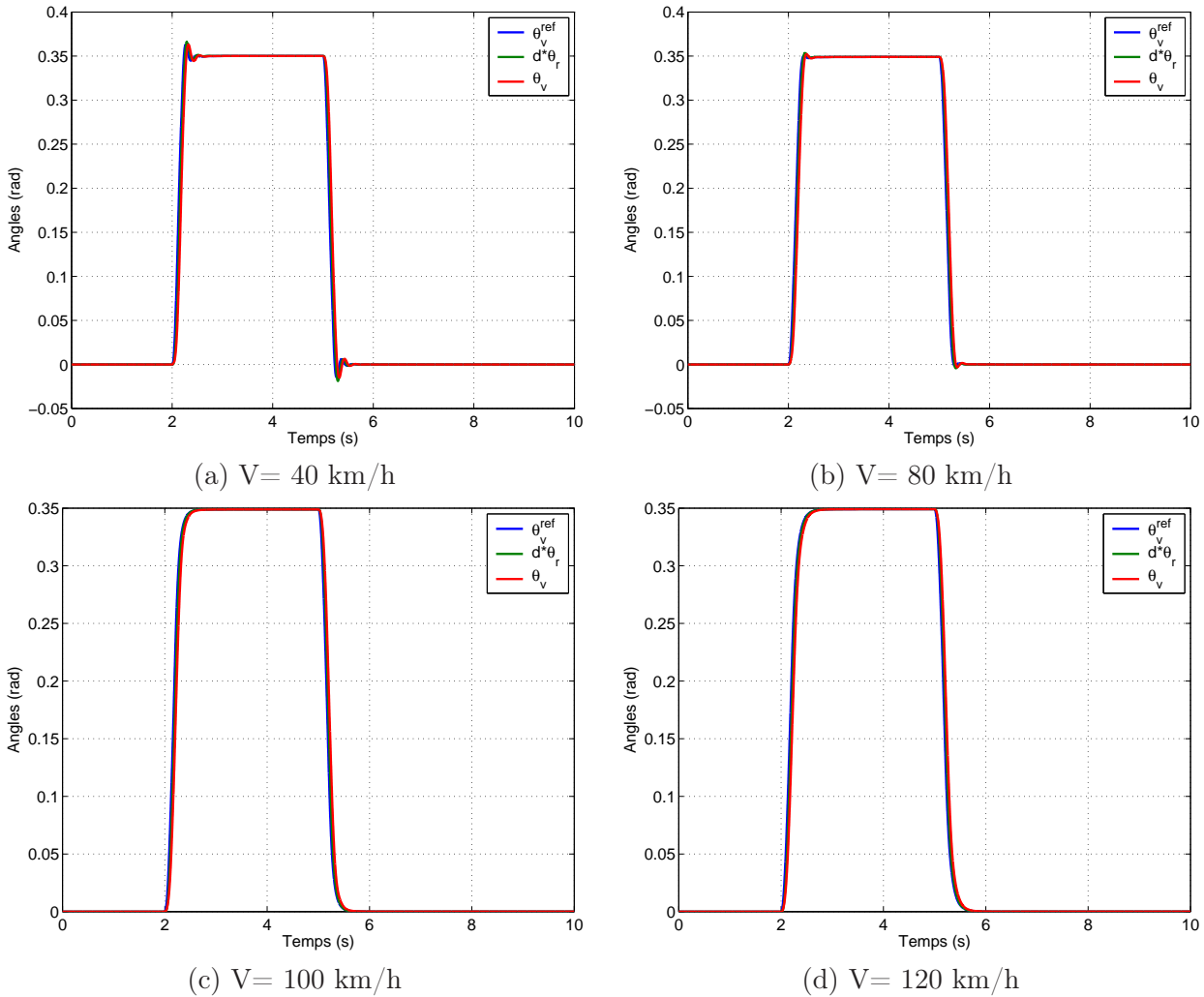


FIG. 4.31 – Réponse des systèmes de restitution et de braquage avec correcteurs LQ suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence réduit est utilisé.

de référence et la vitesse du véhicule.

Malgré tout, un léger couplage est à noter pour les vitesses modérées (40 km/h) indépendamment du modèle de référence. Les simulations ont été réalisées dans les situations les plus pénalisantes. En effet, les efforts extérieurs sont modélisés par une raideur très importante, valable essentiellement à vitesse nulle. La raideur apparente due aux efforts extérieurs est censée diminuer légèrement une fois le véhicule en mouvement. La réponse du système de braquage s'en trouverait alors améliorée ce qui tendrait à faire disparaître le phénomène de couplage.

Cependant, si le couplage demeurerait trop important lors des essais sur véhicule, deux solutions sont envisageables:

- le retour d'état du système de braquage est calculé dans la situation la plus pénalisante (vitesse véhicule et modèle de référence donnant lieu à la marge de retard la plus faible);
- le (ou les) modèle de référence est modifié, sans détériorer outre mesure son comportement dynamique, de façon à augmenter sa marge de retard.

#### 4.2.4 Récapitulatif.

Deux types de commande ont été mises au point afin de piloter les différents systèmes d'une direction découplée simple en "Model-Following". Une première méthode consiste à utiliser un correcteur

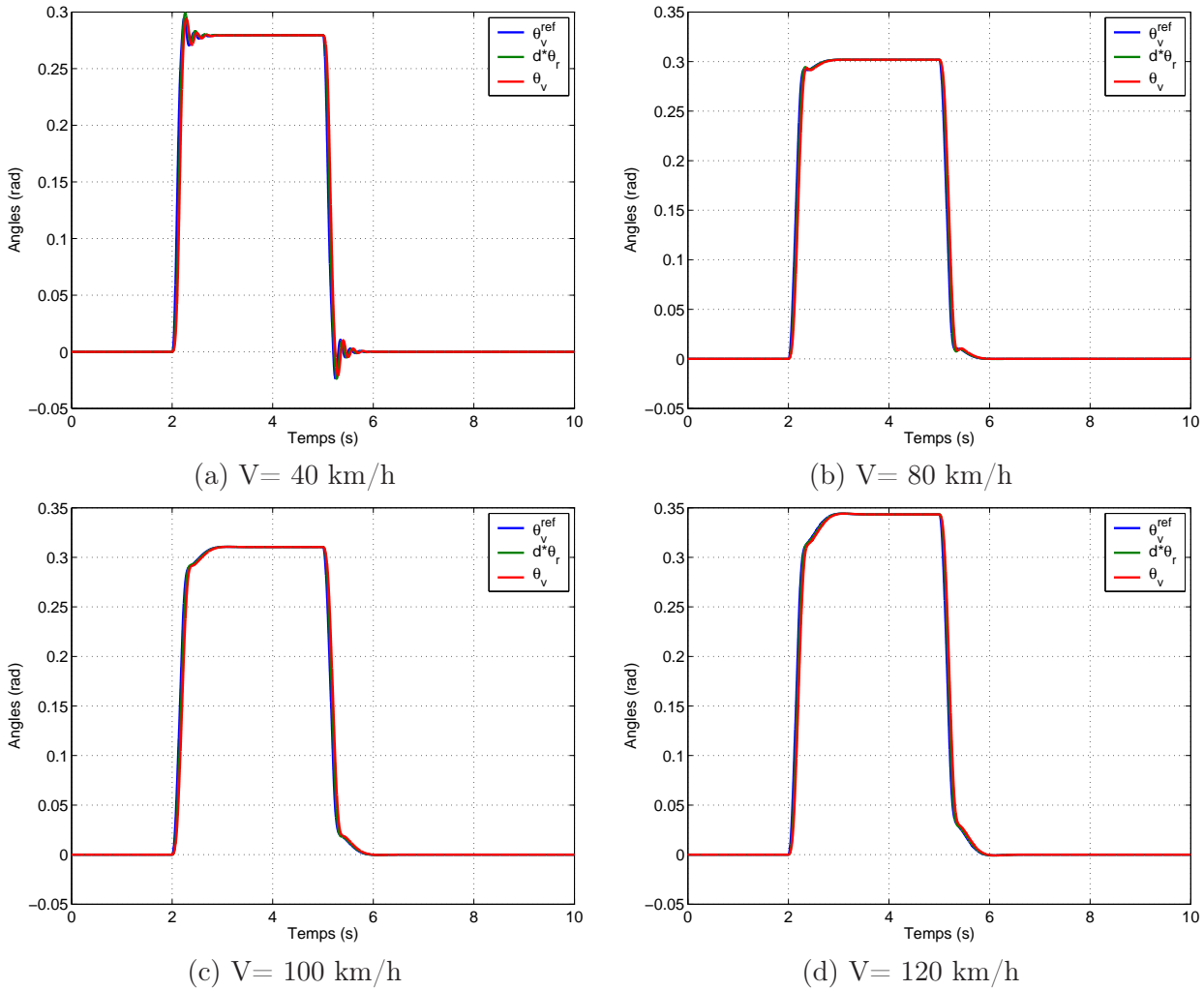


FIG. 4.32 – Réponse des systèmes de restitution et de braquage avec correcteurs LQ suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence étendu est utilisé.

PID, alors que la seconde méthode intègre une commande par retour d'état.

Au niveau du système de restitution, le correcteur PID donne des résultats peu satisfaisants. Les performances dynamiques du retour d'état sont nettement meilleures: dépassements presque inexistantes, faible retard et actionneur peu sollicité. Les marges de stabilité sont cependant plus importantes dans le cadre d'une correction par PID. Dans les deux cas, les correcteurs obtenus sont indépendants du choix du modèle de référence.

	PID	PID modifié	LQ
Marge de gain (dB)	infinie	infinie	17
Marge de phase ( $^{\circ}$ )	90	70	60
Bande passante (Hz)	7	7	6.5
Sensibilité (dB)	-15.7	-30	-35

TAB. 4.3 – Système de restitution: récapitulatif des performances des différentes commandes étudiées.

Les deux commandes mises au point pour le système de braquage présentent des performances relativement proches. Toutefois, les performances dynamiques du système avec retour d'état sont meilleures que celles obtenues avec correcteur PID. Une fois encore, les dépassements sont presque inexistantes et

l'actionneur est peu sollicité. En revanche, le système avec PID présente une marge de phase supérieure.

Au vu des résultats obtenus, il semble que le problème de couplage, entre la boucle d'asservissement en position du système de braquage et la boucle de retour en effort du modèle de référence, soit minimisé. Il a été possible, en conservant une bande passante de l'ordre de 5 Hz pour l'asservissement, d'obtenir de bonnes performances dynamiques sans perturber le fonctionnement du modèle de référence.

Il est cependant nécessaire de garder à l'esprit ce type de contrainte. En effet, le modèle de référence est amené à être modifié lors des essais sur prototype. Il faudra veiller à ce que les modifications engagées ne viennent pas contraindre encore plus l'asservissement en position du système de braquage.

	PID	LQ	LQ modifiée
Marge de gain (dB)	22	12	24
Marge de phase (°)	81	60.5	64.5
Bande passante (Hz)	7	7.2	6.5
Sensibilité (dB)	-124	-144	-144

TAB. 4.4 – *Système de braquage: récapitulatif des performances des différentes commandes étudiées.*

### 4.3 Application réelle: lois de commande pour le prototype SBW1.

Renault a construit un véhicule pourvu d'une direction découplée afin de tester les différentes possibilités d'une telle architecture. Il s'agit en fait d'un véhicule de série type B74 (Laguna II) dont la colonne de direction a été modifiée. La restitution est assurée par un système de DAE X44 (Twingo) adapté derrière le volant.

Le braquage des roues conserve l'assistance hydraulique. Un moteur électrique est connecté à la colonne par l'intermédiaire d'un réducteur, en amont de la valve.

Des lois de commande performantes ont été développées pour piloter la direction d'un véhicule type SBW à architecture simple par "Model-Following". Maintenant que ce type de stratégie est mieux connu, il est nécessaire de mettre au point des lois similaires pour piloter le prototype mis à disposition par Renault.

#### 4.3.1 Architecture du véhicule.

Paramètres du système			
$J_v$	<i>Inertie volant</i>	$J_2$	<i>Inertie de moteur de restitution</i>
$\beta_v$	<i>Amortissement axe volant</i>	$\beta_2$	<i>Amortissement moteur de restitution</i>
$K_2$	<i>Raideur barreau+capteur</i>	$R_2$	<i>Rapport de réduction</i>
$M_c$	<i>Masse crémaillère</i>	$J_b$	<i>Inertie moteur de braquage</i>
$\beta_c$	<i>Amortissement crémaillère</i>	$\beta_b$	<i>Amortissement moteur de braquage</i>
$K_t$	<i>Raideur de la valve</i>	$R_b$	<i>Rapport de réduction</i>
$R_{pc}$	<i>Rayon pignon crémaillère</i>	$d_{biel}$	<i>Bras de levier train avant</i>
$\theta_v$	<i>Angle volant</i>	$\theta_2$	<i>Angle moteur de restitution</i>
$X_c$	<i>Position crémaillère</i>	$\theta_b$	<i>Angle moteur de braquage</i>
$\theta_r$	<i>Angle roues</i>	$S$	<i>Section du vérin d'assistance</i>

TAB. 4.5 – *Paramètres mécaniques du prototype SBW1.*

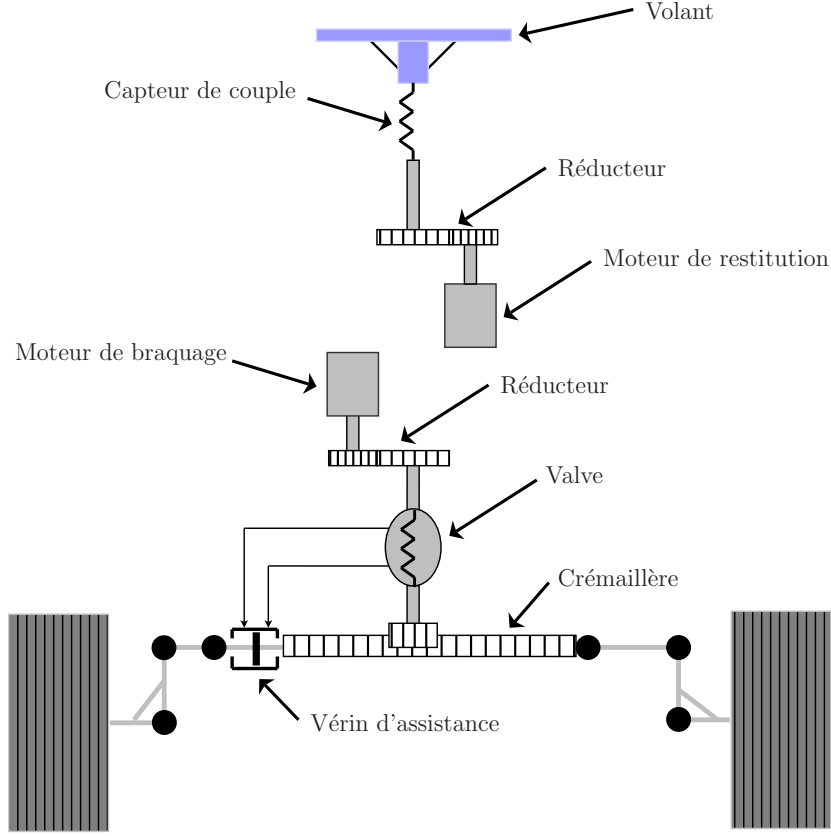


FIG. 4.33 – Véhicule SBW.

### Système de restitution

Les équations décrivant la dynamique du système de restitution sont données par:

$$\begin{aligned}
 J_v \ddot{\theta}_v &= -\beta_v \dot{\theta}_v - K_2 \delta + \Gamma_h \\
 J_2 \ddot{\theta}_2 &= -\beta_2 \dot{\theta}_2 + \frac{K_2}{R_2} \delta + u_v \\
 \delta &= \theta_v - \frac{\theta_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

avec  $\Gamma_h$  le couple exercé par le conducteur sur le volant et  $u_v$  le couple exercé par l'actionneur de restitution.

Des équations précédentes il est possible de déduire une représentation d'état du système de restitution:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2^2} & 0 & \frac{K_2}{J_2 R_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_v R_2} & -\frac{\beta_v}{J_v} & -\frac{K_2}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h \tag{4.20}$$

$$\dot{X}_v = A_v X_v + B_{v_u} u_v + B_{v_e} \Gamma_h$$

### Système de braquage.

Le système de braquage est très proche d'une DAH classique (3.1.1), la modélisation du système en est donc très largement inspirée. Les équations décrivant la dynamique du système de braquage sont



données par:

$$\begin{aligned}
 J_b \ddot{\theta}_b &= -\beta_b \dot{\theta}_b - \frac{K_t}{R_b} \alpha + u_r \\
 M_c \ddot{X}_c &= -\beta_c \dot{X}_c - \frac{K_t}{R_{pc}} \alpha - f(\alpha) S + \frac{C_{ext}}{R_{pc}} - K_{hy} X_c \\
 \alpha &= \frac{X_c}{R_{pc}} - \frac{\theta_b}{R_b} \\
 x &= d_{biel} \theta_r
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

avec  $C_{ext}$  le couple exercé par les efforts extérieurs sur le barreau,  $u_r$  le couple exercé par l'actionneur de braquage et  $f(\alpha)$  la loi de valve de l'assistance hydraulique.

$K_{hy}$  est la raideur hydraulique du vérin d'assistance. Cependant, un bref aperçu des valeurs numériques données en 3.2 montre que la raideur hydraulique n'a que peu d'influence sur la position des modes du système. Cette raideur ne sera donc pas prise en compte.

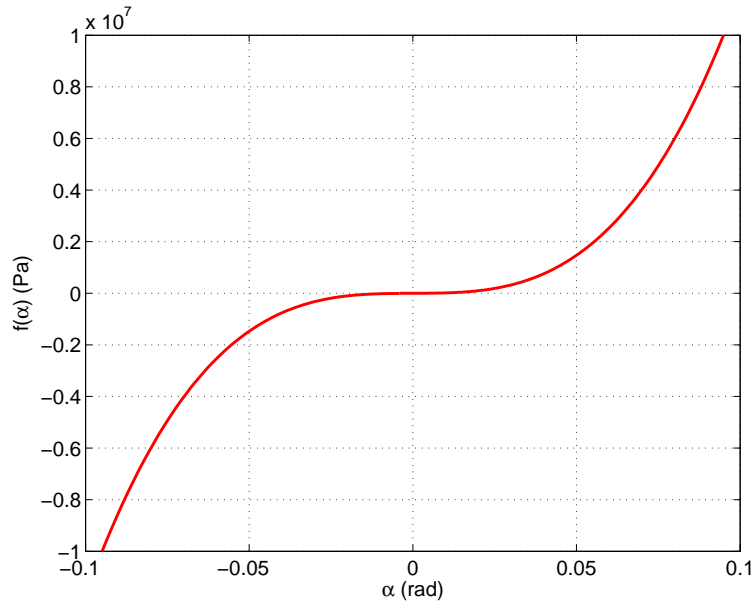


FIG. 4.34 – Loi de valve d'une Laguna.

La loi de valve  $f(\alpha)$  est une fonction non-linéaire de l'angle de torsion  $\alpha$ . Dans la [Mar04] il est montré que la loi de valve peut s'exprimer de la manière suivante:  $f(\alpha) = k_0 (\alpha + k_1 \alpha^3)$

Afin d'obtenir une représentation d'état du système de braquage, la loi de valve est linéarisée autour d'un point de fonctionnement, d'où:

$$f(\alpha) \simeq K_\alpha \alpha \tag{4.22}$$

où  $K_\alpha$  est la pente de  $f(\alpha)$  au point de fonctionnement choisi.

Le système d'équations décrivant la dynamique du système de braquage devient alors:

$$\begin{aligned}
 J_b \ddot{\theta}_b &= -\beta_b \dot{\theta}_b - \frac{K_t}{R_b} \alpha + u_r \\
 M_c \ddot{X}_c &= -\beta_c \dot{X}_c - K_\alpha \alpha + \frac{C_{ext}}{R_{pc}} \\
 \alpha &= \frac{X_c}{R_{pc}} - \frac{\theta_b}{R_b} \\
 X_c &= d_{biel} \theta_r
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

avec  $K_1 = K_\alpha S + \frac{K_t}{R_{pc}}$ .

Valeurs numériques.		
$J_v = 0.02 \text{ kg.m}^2$	$M_c = 66 \text{ kg}$	$J_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$J_b = 5.98 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$R_2 = 16.5$	$d_{biel} = 0.142 \text{ m}$
$R_{pc} = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$R_b = 5.5$	$K_t = 84 \text{ N.m}$
$\beta_v = 0.2 \text{ N.m.s}$	$\beta_c = 500 \text{ m.s}$	$\beta_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ N.m.s}$
$\beta_b = 4 \cdot 10^{-4} \text{ N.m.s}$	$K_2 = 1000 \text{ N.m}$	$S = 8.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

TAB. 4.6 – Valeurs numériques des paramètres mécaniques du prototype SBW1.

Des équations précédentes il est possible de déduire une représentation d'état du système de braquage:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext} \\
 \dot{X}_r &= A_r X_r + B_{r_u} u_r + B_{r_e} C_{ext} \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

### 4.3.2 Système de restitution.

Le système de restitution du prototype, tel qu'il est modélisé, est d'ordre 4. En effet, un barreau de raideur importante mais non infinie relie le moteur de restitution au volant. Les équations décrivant la représentation d'état du système sont rappelées (4.20):

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2^2} & 0 & \frac{K_2}{J_2 R_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_v R_2} & -\frac{\beta_v}{J_v} & -\frac{K_2}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h \\
 \dot{X}_v &= A_v X_v + B_{v_u} u_v + B_{v_e} \Gamma_h
 \end{aligned}$$

Une commande de type LQ avec action intégrale a montré de bons résultats sur un système simple (d'ordre deux). Cette stratégie de commande est donc envisagée pour piloter le système de restitution du prototype SBW1.

#### Remarques:

1. Le passage sur véhicule réel ne se fait pas sans certaines modifications importantes de la stratégie de commande. En effet, une mesure du couple conducteur est nécessaire pour alimenter le modèle de référence. Or, si le le modèle de véhicule simple étudié précédemment ne prenait pas en compte un quelconque capteur de couple (la mesure du couple conducteur était alors exogène au système), le système de restitution du prototype SBW1 inclut explicitement un capteur d'efforts derrière le volant.

La mesure fournie par ce capteur représente donc, à un coefficient près, l'angle de torsion du capteur. De plus, le barreau reliant le capteur au réducteur présente une raideur non infinie. Dès

lors, la mesure de couple n'est autre que la différence d'angle entre la position du volant et la position en sortie du réducteur, à un coefficient près. Ce coefficient est la raideur équivalente, notée  $K_2$ , obtenue par la mise en série du capteur de couple et du barreau.

$$\hat{C}_{mes} = K_2 \left( \theta_v - \frac{\theta_2}{R_2} \right) = K_2 \delta \quad \text{avec} \quad \delta = \theta_v - \frac{\theta_2}{R_2}$$

La mesure de couple  $\hat{C}_{mes}$  ne peut donc être considérée comme exogène au système de restitution. En effet, utiliser  $\hat{C}_{mes}$  dans un contrôle revient à faire un feedback sur deux variables d'état du système, à savoir  $\theta_v$  et  $\theta_2$ . Sans prise en compte de cette dépendance, la stabilité du contrôle peut être compromise.

2. D'autre part, le modèle de référence nécessite une mesure du couple fourni par le conducteur. Or  $\hat{C}_{mes}$  n'est pas une mesure du couple conducteur. Le bilan des efforts au niveau du volant est rappelé, avec prise en compte des frottements secs:

$$\begin{aligned} J_v \ddot{\theta}_v &= -\beta_v \dot{\theta}_v - K_2 \delta + \Gamma_h + C_{sec} \\ &= -\beta_v \dot{\theta}_v - \hat{C}_{mes} + \Gamma_h + C_{sec} \end{aligned}$$

où  $C_{sec}$  est le couple sur l'axe du volant induit par les frottements secs.

Dès lors, l'expression du couple mesuré en fonction des différents efforts appliqués sur le système est la suivante:

$$\hat{C}_{mes} = \Gamma_h - J_v \ddot{\theta}_v - \beta_v \dot{\theta}_v + C_{sec} \quad (4.25)$$

La mesure du couple conducteur est donc perturbée par les différents frottements (visqueux et secs) ainsi que par les forces d'inertie.

En présence de frottements secs modérés et pour une excitation basse fréquence (par rapport à la fréquence de coupure du système), il est possible de supposer que:

$$\hat{C}_{mes} \simeq \Gamma_h$$

Dans le cas contraire, il est nécessaire de construire un observateur afin d'estimer la valeur du couple conducteur.

Dans un premier temps, il est supposé que le couple mesuré est suffisamment proche du couple conducteur pour ne pas nécessiter la mise au point d'un observateur. La construction et l'utilisation d'un tel observateur est décrite plus tard.

Au vu des remarques précédentes, il devient nécessaire de modifier la stratégie de commande exposée précédemment (4.2) en prenant en compte le modèle de référence et la mesure du couple conducteur lors du calcul de la loi de commande.

En revanche, les efforts extérieurs  $C_{ext}$ , même s'ils sont modélisés par une raideur lors des simulations, restent considérés comme une entrée exogène. En effet, dans la réalité,  $C_{ext}$  comprend bien plus d'informations qu'une simple raideur: l'adhérence des pneumatiques, la qualité du revêtement du sol, le type de revêtement etc...

Lors du calcul de la commande, une action intégrale est ajoutée de manière à assurer une erreur statique de suivi nulle. L'intégrale de l'erreur de suivi  $q_v$  est définie par:

$$q_v = \int_0^t (y_v - y_v^c) d\tau = \int_0^t (\theta_v - \theta_v^{ref}) d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{dq_v}{dt} = \theta_v - \theta_v^{ref} \quad (4.26)$$

Un nouveau système est alors construit, intégrant le système de restitution, le modèle de référence et la variable supplémentaire  $q_v$ . Les calculs présentés décrivent l'utilisation du modèle de référence réduit pour le calcul de la commande.

Une représentation d'état de ce système est obtenue en combinant les équations (4.20), (3.18) et (4.26):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \\ \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \\ q_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2^2} & 0 & \frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_v R_2} & -\frac{\beta_v}{J_v} & -\frac{K_2}{J_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_2}{R_2 J} & 0 & \frac{K_2}{J} & -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \\ \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \\ q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Après avoir vérifié les conditions d'existence d'une commande par minimisation LQ sur un tel système, la commande suivante est obtenue:

$$u_v = -K_1^v s \theta_2 - K_2^v \theta_2 - K_3^v s \theta_v - K_4^v \theta_v - K_5^v s \theta_v^{ref} - K_6^v \theta_v^{ref} - K_7^v \frac{\theta_v - \theta_v^{ref}}{s}$$

Avec:

$$\begin{aligned} K_1^v &= 0.03 & K_2^v &= 2.22 & K_3^v &= -0.2 & K_4^v &= -32.3 \\ K_5^v &= -0.08 & K_6^v &= -3.75 & K_7^v &= 14.1 \end{aligned}$$

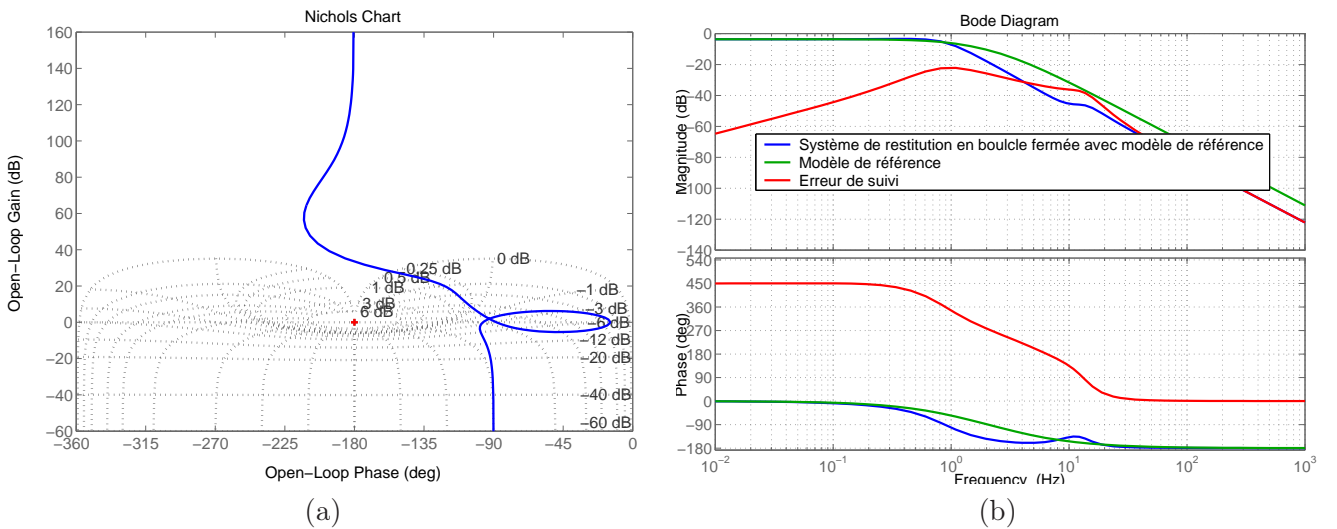


FIG. 4.35 – Réponses fréquentielles du système de restitution: (a) boucle ouverte corrigée; (b) boucle fermée.

La réponse fréquentielle du système de restitution en boucle ouverte est représentée Figure 4.35-(a). Le schéma bloc de la boucle ouverte corrigée est représenté Figure 4.36.

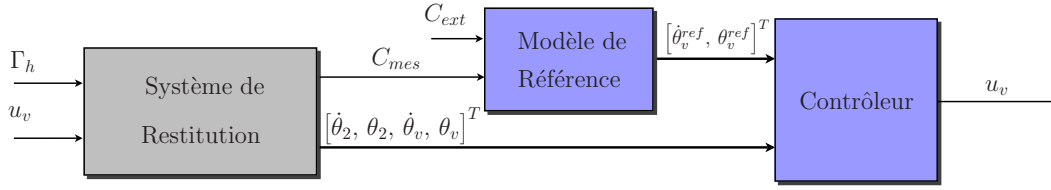


FIG. 4.36 – Schéma de la boucle ouverte corrigée du système de restitution piloté en Model-Following.

Le calcul du correcteur est fait en fixant la vitesse véhicule à 20 km/h. Le contrôle obtenu présente une marge de phase de  $83^\circ$  et une marge de gain de  $33$  dB. Les marges de stabilité sont donc satisfaisantes.

La Figure 4.35-(b) retrace la réponse fréquentielle du système de restitution en boucle fermée (transfert  $\Gamma_h \mapsto \theta_v$ ), comparée à la réponse du modèle de référence seul. L'erreur de suivi  $\theta_v - \theta_v^{ref}$  est elle aussi représentée.

La réponse du système de restitution piloté en Model-Following reste globalement proche de celle du modèle de référence. L'erreur de suivi ne dépasse jamais  $-20$  dB. Le bon comportement de la loi de commande est vérifié sur les réponses temporelles représentées Figure 4.37.

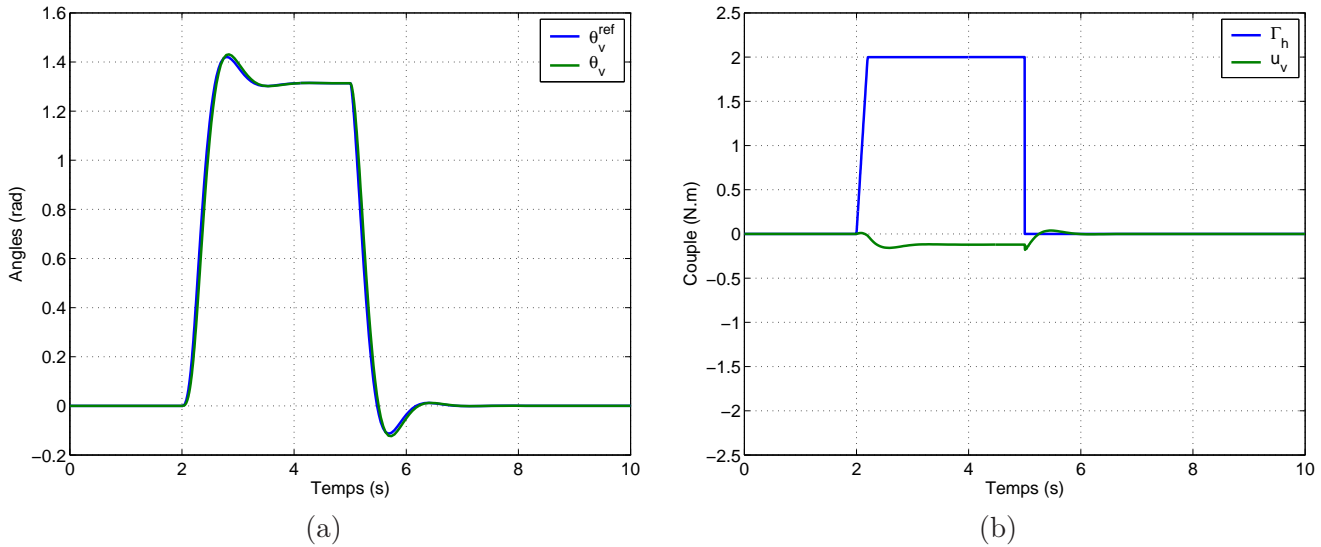


FIG. 4.37 – Réponses temporelles du système de restitution piloté en Model-Following: (a) positions angulaires; (b) couples.

Un passe-bas d'ordre un et de bande passante 5 Hz est utilisé pour modéliser la réponse du système de braquage. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont calculés de la manière suivante:

$$C_{ext} = -R_{pc}^2 8.10^5 \frac{\theta_v}{\frac{1}{2\pi \cdot 5} s + 1}$$

Le système de restitution suit correctement la consigne issue du modèle de référence. L'actionneur de restitution est peu sollicité. Cependant, la consigne fournie par le modèle de référence présente un dépassement non négligeable. Ce dernier est induit par l'utilisation du couple mesuré  $C_{mes}$  comme estimation du couple conducteur.

En effet, la Figure 4.38 montre à quel point le couple conducteur et le couple mesuré sont différents lors d'une excitation en échelon. Le dépassement présent sur la position du volant est clairement dû au dépassement marqué du couple conducteur. La consigne de position issue du modèle de référence pré-

sente alors elle-aussi un fort dépassement, accentué par l'utilisation d'un gain d'assistance relativement important en entrée du modèle de référence.

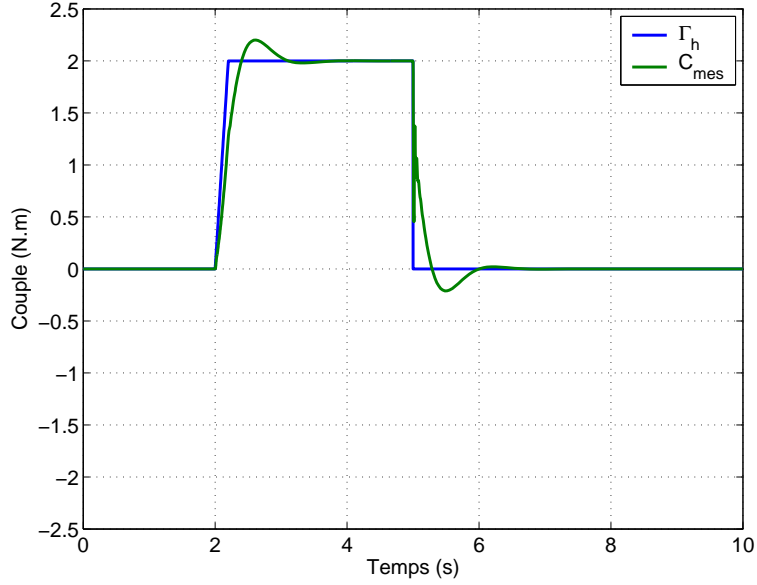


FIG. 4.38 – Couple conducteur et couple mesuré.

Pour pallier ce genre de phénomène, un observateur est développé. Ce dernier est chargé de fournir une estimation des variables d'état du système et du couple conducteur en fonction des mesures disponibles sur le véhicule, à savoir:

- $\theta_v$ , l'angle volant;
- $u_v$ , le couple fourni par l'actionneur;
- $C_{mes}$ , le couple mesuré par le capteur de couple.

L'observateur est construit de la manière suivante:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 & \frac{1}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2 R_2} & \frac{1}{J_2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{mes} \\ u_v \end{bmatrix} + L_v \begin{bmatrix} \theta_v - \hat{\theta}_v \\ C_{mes} - K_2 \left( \hat{\theta}_v - \frac{\hat{\theta}_2}{R_2} \right) \end{bmatrix}$$

Soit, après mise en forme:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} = \left( A_v^{ob} - L_v C_v^{ob} \right) \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} + \left[ L_v + B_{v1}^{ob}, B_{v2}^{ob} \right] \begin{bmatrix} \theta_v \\ C_{mes} \\ u_v \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

avec:

$$A_v^{ob} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 & \frac{1}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{v_1}^{ob} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_2 R_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_v} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{v_2}^{ob} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } C_v^{ob} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{K_2}{R_2} & 0 & K_2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Le gain  $L_v$  est calculé de manière classique par placement de pôles sur la matrice  $A_v^{ob} - L_v C_v^{ob}$ .

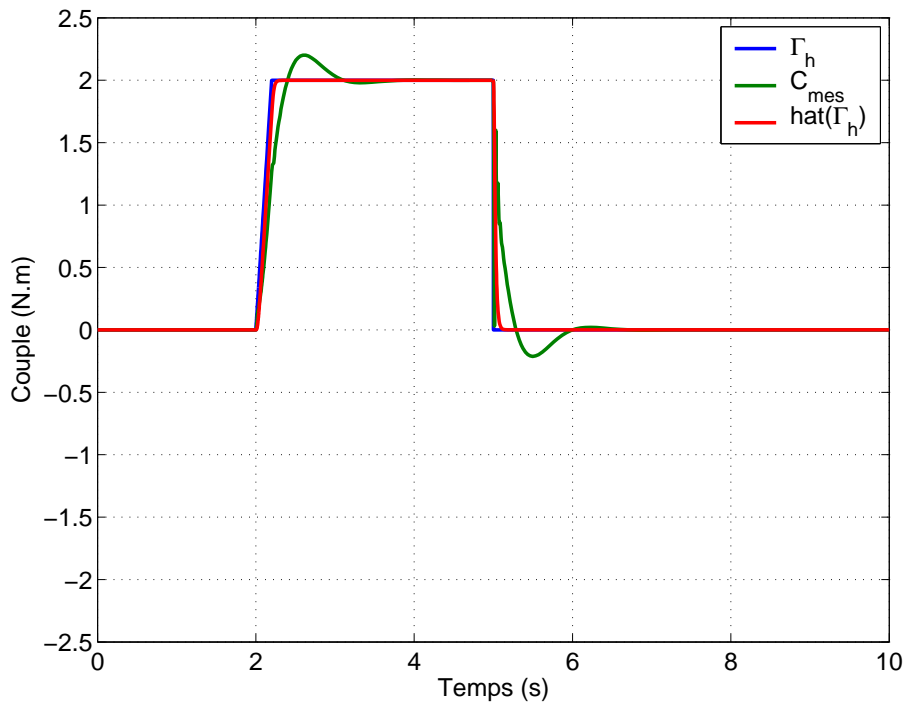


FIG. 4.39 – Couple conducteur, couple mesuré et couple conducteur estimé.

L'estimation des quatre variables d'état du système de restitution est tout à fait correcte, l'erreur d'estimation n'est pas perceptible en simulation.

La Figure 4.39 retrace le couple conducteur  $\Gamma_h$ , le couple mesuré  $C_{mes}$  ainsi que le couple conducteur estimé  $\hat{\Gamma}_h$ . L'amélioration apportée par l'observateur sur l'estimation du couple conducteur est flagrante.  $\hat{\Gamma}_h$  reste très proche du couple conducteur et ne présente aucun dépassement.

**Remarque:** Il est toujours possible de "calmer" la dynamique de l'observateur de manière à diminuer la sensibilité au bruit si le besoin s'en fait sentir.

L'observateur est inséré dans la boucle de contrôle du système de restitution afin de vérifier le bon comportement de l'ensemble. Il est possible par ailleurs de tester la réponse du système avec ou sans l'estimation du couple conducteur.

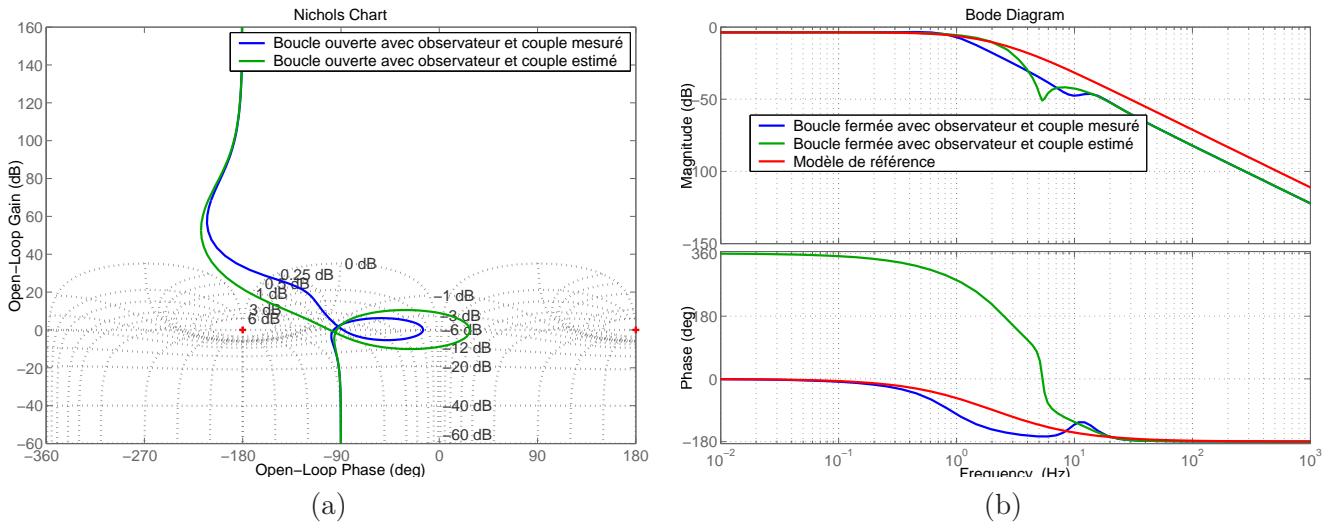


FIG. 4.40 – Réponses fréquentielles du système de restitution avec observateur: (a) boucle ouverte corrigée; (b) boucle fermée.

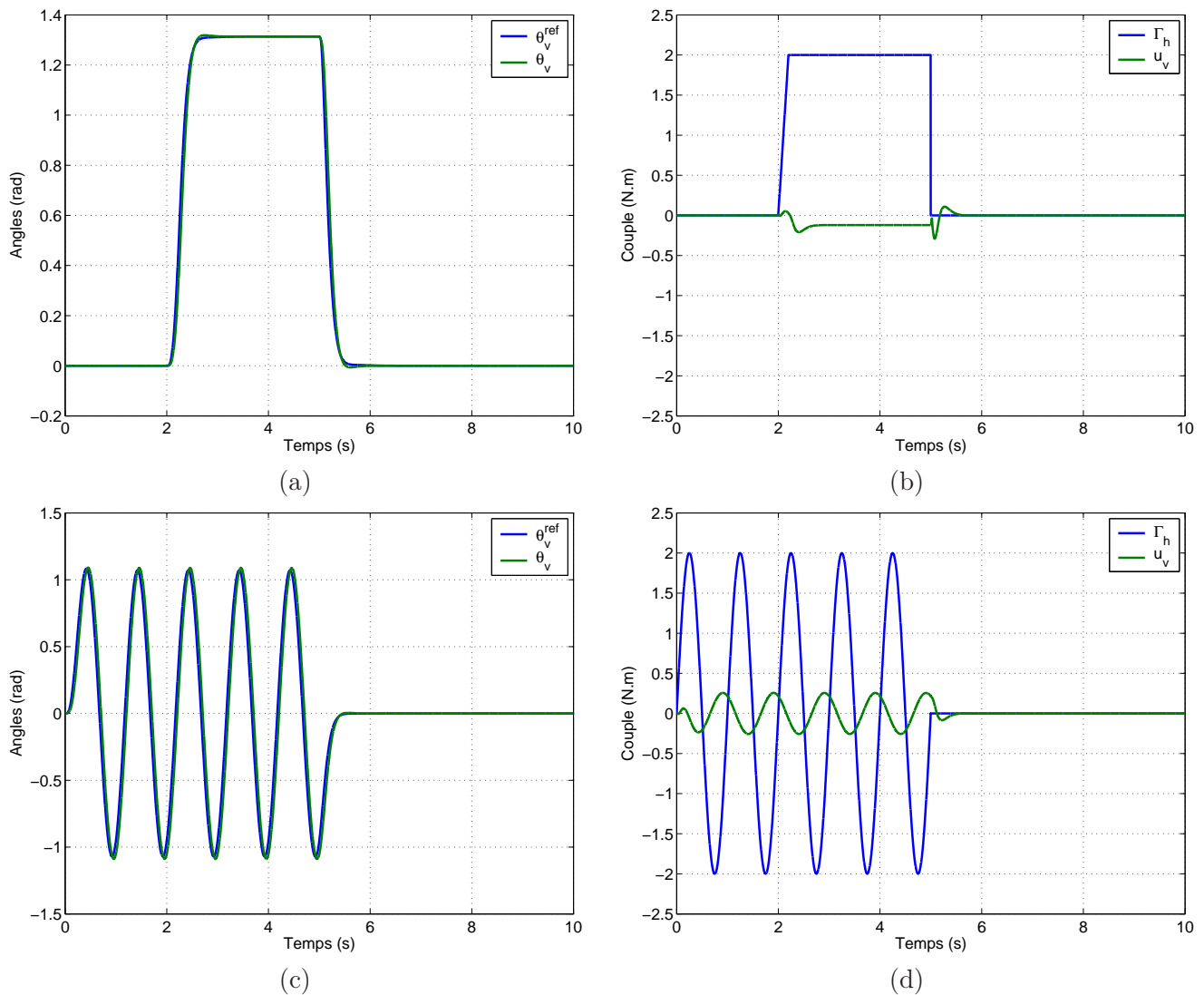


FIG. 4.41 – Réponses temporelles du système de restitution avec observateur. Excitation de type échelon: (a) positions angulaires; (b) couples. Excitation sinusoïdale: (c) positions angulaires; (d) couples.



La réponse en boucle ouverte du système (Figure 4.40-a) est peu modifiée par l'insertion de l'observateur. Si le couple mesuré  $C_{mes}$  est conservé en entrée du modèle de référence, les marges de stabilité demeurent satisfaisantes, **33 dB** de marge de gain et **83 °** de marge de phase. L'utilisation de  $\hat{\Gamma}_h$  entraîne une diminution de la marge de gain qui s'établit à **22 dB**.

En revanche, le comportement en boucle fermée du système de restitution est amélioré lorsque toutes les sorties de l'observateur sont utilisées. La réponse fréquentielle du système avec utilisation de  $\hat{\Gamma}_h$  "colle" mieux au modèle de référence. Cela signifie que l'observateur a permis d'améliorer la reproduction du comportement du modèle de référence.

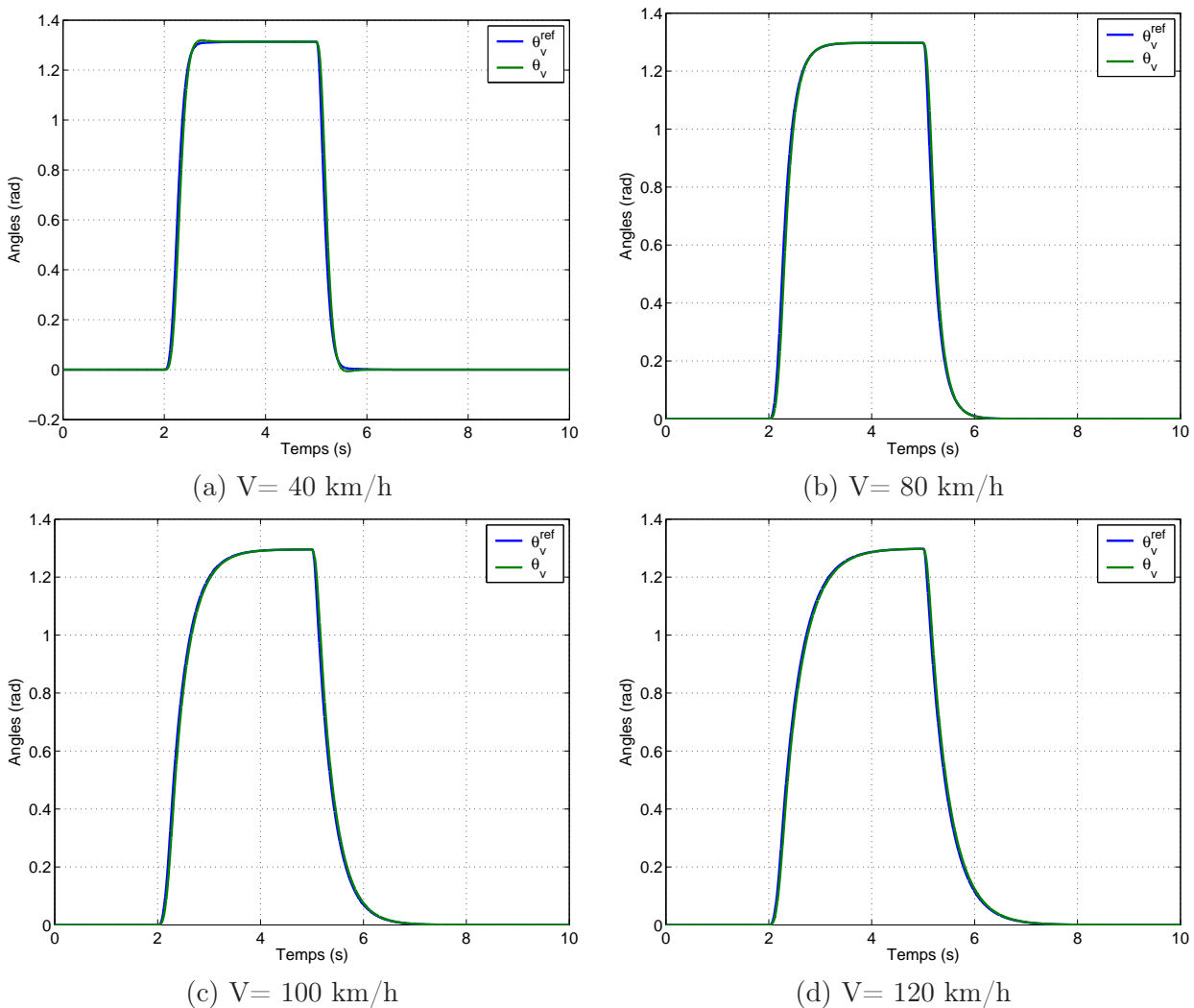


FIG. 4.42 – Réponse du système de restitution suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence réduit est utilisé.

Les réponses temporelles représentées Figure 4.41 viennent confirmer la nette amélioration apportée par l'utilisation de l'observateur et surtout de  $\hat{\Gamma}_h$ . Les dépassements ont disparu, le système de restitution suit précisément le modèle de référence. De même, le niveau d'effort demandé à l'actionneur est en accord avec les spécifications du système: de l'ordre de 20 N.m sur l'axe volant, soit 1.2 N.m en sortie du moteur.

Pour rappel, les simulations sont effectuées en supposant que le système de braquage réponde comme un passe-bas d'ordre un et de bande passante 5 Hz. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont calculés de

la manière suivante:

$$C_{ext} = -R_{pc}^2 8.10^5 \frac{\theta_v}{\frac{1}{2\pi 5} s + 1}$$

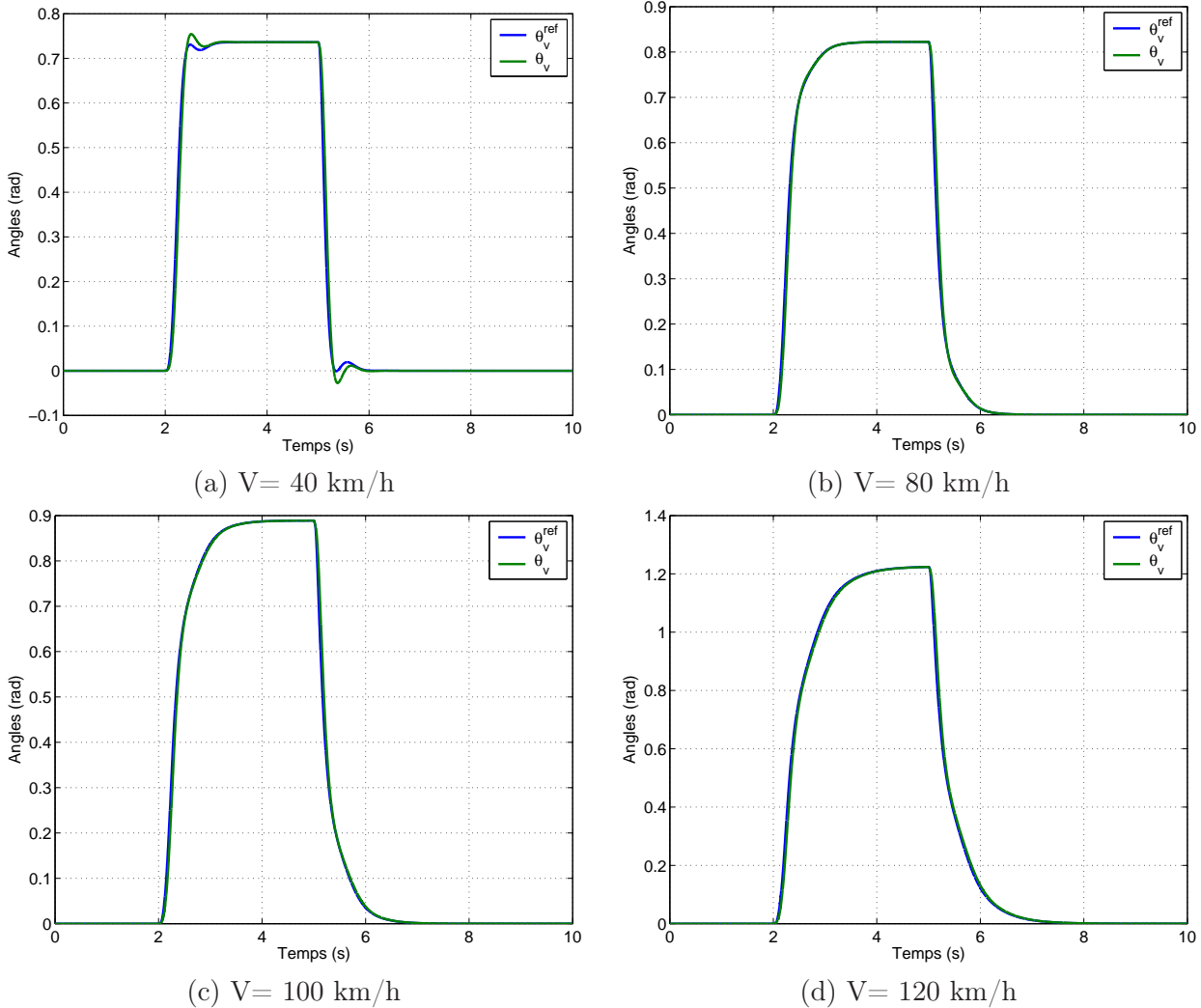


FIG. 4.43 – Réponse du système de restitution suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence étendu est utilisé.

Il faut vérifier que la commande mise au point permet d'utiliser le modèle de référence étendu. Il est clair que le contrôleur obtenu a été calculé en prenant en compte le modèle de référence réduit et ce pour une valeur de vitesse donnée.

Cependant, comme les deux modèles ont été conçus pour présenter un comportement dynamique proche quelle que soit la vitesse du véhicule, il est raisonnable de supposer que le contrôle présenté ci-dessus est valable pour les deux modèles de référence ainsi que pour toute la plage de vitesse envisagée.

La Figure 4.42 retrace la réponse du système de restitution piloté en Model-Following avec le modèle de référence réduit, pour différentes valeurs de la vitesse du véhicule. Les résultats sont en accord avec les attentes: le système garde un bon comportement quelle que soit la vitesse du véhicule. L'erreur de suivi reste faible et aucun dépassement ne vient perturber la réponse.

De même, les courbes de la Figure 4.43 montrent que le contrôle obtenu se comporte de manière satisfaisante lorsque le modèle de référence étendu est utilisé, et ce quelle que soit la vitesse du véhicule.

La légère oscillation de la réponse indicielle à 40 km/h est due à la diminution locale de la marge de retard du modèle de référence étendu. Ce phénomène n'est a priori pas gênant, il est toutefois possible de modifier le modèle de référence afin de s'en affranchir si les tests sur véhicule en montrent la nécessité.

### Pilotage du système de restitution en Model-Following: conclusion.

Le schéma de contrôle finalement retenu pour le pilotage du système de restitution en Model-Following est représenté sur le Figure 4.44. Un contrôleur unique est utilisé, indépendant du modèle de référence employé et de la vitesse du véhicule.

Un observateur est nécessaire pour reconstruire les états du système de restitution. Cette observateur permet aussi d'estimer le couple conducteur afin d'alimenter le modèle de référence.

Il est désormais nécessaire de mettre au point le contrôle du système de braquage. Ce contrôle ne doit pas venir perturber le comportement du système de restitution.

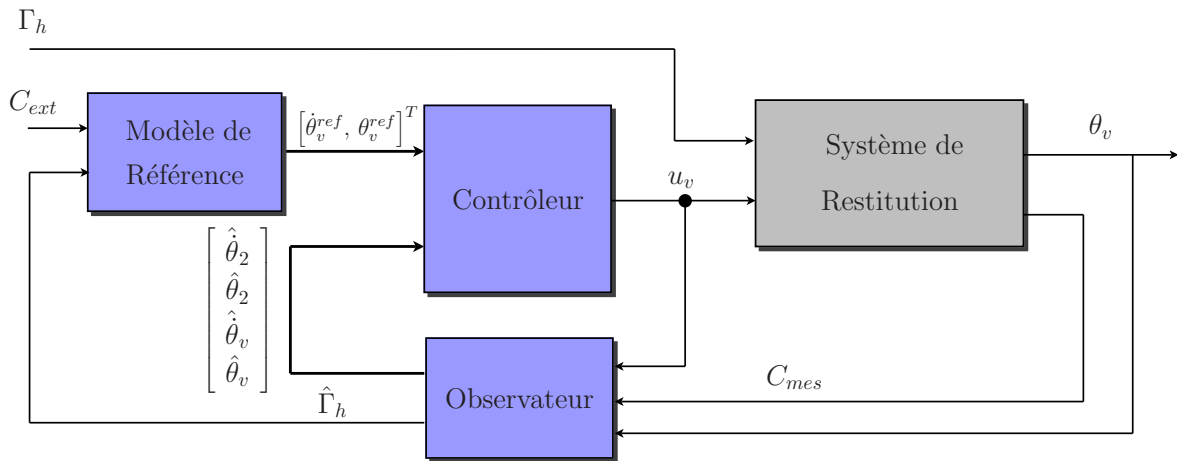


FIG. 4.44 – Schéma bloc du système de restitution piloté en Model-Following.

### 4.3.3 Système de braquage.

Le système de braquage du prototype SBW1 est modélisé par un système d'ordre quatre. Le moteur électrique de braquage est relié à la crémaillère par le barreau de valve. Les équations décrivant la dynamique du système sont rappelées:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext}$$

$$\dot{X}_r = A_r X_r + B_{r_u} u_r + B_{r_e} C_{ext}$$

Un contrôle de type retour d'état obtenu par minimisation LQ sur le système de braquage augmenté du modèle de référence a montré de bons résultats lors des premières simulations sur un véhicule à architecture simple. Cette stratégie va donc être appliquée au système de braquage du prototype SBW1.

**Remarques:**

1. Le modèle de référence nécessite une mesure des efforts extérieurs  $C_{ext}$  ramenés sur le barreau de valve. Des capteurs de couple sont intégrés dans le train avant du prototype, au niveau des deux biellettes de direction (droite et gauche).

Dès lors, le problème même que celui rencontré lors de l'étude du système de restitution avec le couple conducteur apparaît. La mesure des efforts extérieurs n'est pas exogène au système mais constitue plutôt un feedback de variables d'état du système.

Cependant, la modélisation retenue pour le système de braquage est d'ordre quatre et ne prend pas en compte les raideurs induites par le capteur de couple et l'ensemble de train avant.

D'autre part, le capteur d'efforts utilisé présente une raideur très importante, dont l'effet est négligeable devant l'ensemble des raideurs du train avant.

Enfin, même si lors des simulations les efforts extérieurs sont modélisés par une simple raideur, la réalité est toute autre. En effet, de nombreux paramètres exogènes viennent influencer le comportement de ces efforts (gonflage des pneumatiques, qualité du revêtement du sol etc...). C'est pourquoi lors de l'étude les efforts extérieurs seront considérés comme exogènes.

2. Le système de braquage est fortement non-linéaire de par la présence d'une assistance hydraulique. Celle-ci présente un gain non-linéaire (une cubique). Pour les besoins de l'étude, le gain d'assistance est linéarisé autour d'un point de fonctionnement moyen, correspondant à la moitié de la pression maximale d'assistance. Le comportement est bien entendu vérifié sur le système non-linéaire.

Lors du calcul de la commande, une action intégrale est ajoutée de manière à assurer une erreur statique de suivi nulle. L'intégrale de l'erreur de suivi  $q_r$  est définie par:

$$q_r = \int_0^t (y_r - y_r^c) d\tau = \int_0^t (\theta_r - \theta_r^{ref}) d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{dq_r}{dt} = \theta_r - \theta_r^{ref} \quad (4.29)$$

Un nouveau système est alors construit, intégrant le système de braquage, le modèle de référence et la variable supplémentaire  $q_r$ . Les calculs présentés décrivent l'utilisation du modèle de référence réduit pour le calcul de la commande. Une représentation d'état de ce système est obtenue en combinant les équations (4.24), (3.18) et (4.29):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \\ q_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_v(V)}{Jd} & -\frac{K_p(V)}{Jd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \\ q_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Après avoir vérifié les conditions d'existence d'une commande par minimisation LQ sur un tel système, la commande suivante est obtenue:

$$u_r = -K_1^r s \theta_b - K_2^r \theta_b - K_3^r s \theta_r - K_4^r \theta_r - K_5^r s \theta_r^{ref} - K_6^r \theta_r^{ref} - K_7^r \frac{\theta_r - \theta_r^{ref}}{s}$$

Avec:

$$\begin{aligned} K_1^r &= 0.08 & K_2^r &= 2.85 & K_3^r &= 1.13 & K_4^r &= 58 \\ K_5^r &= -7.51 & K_6^r &= -392.5 & K_7^r &= 7 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

Un observateur est mis au point afin de reconstruire les états du système, étape nécessaire pour la mise en place d'une commande par retour d'état sur le véhicule. Les mesures disponibles sur le véhicule sont les suivantes:

- $\theta_r$ , l'angle de braquage des roues;
- $\theta_b$ , la position angulaire du moteur de braquage;
- $u_r$ , le couple fourni par l'actionneur;
- $C_{ext}$ , le couple résultant sur le barreau de valve dû aux efforts extérieurs.

L'observateur est construit de manière classique, selon l'équation suivante:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_b \\ \hat{\theta}_b \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_b \\ \hat{\theta}_b \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ C_{ext} \end{bmatrix} + L_r \begin{bmatrix} \theta_b - \hat{\theta}_b \\ \theta_r - \hat{\theta}_r \end{bmatrix}$$

Soit:

$$\hat{\dot{X}}_r = (A_r^{ob} - L_r C_r^{ob}) \hat{X}_r + B_r^{ob} \begin{bmatrix} u_r \\ C_{ext} \end{bmatrix} + L_r \begin{bmatrix} \theta_b \\ \theta_r \end{bmatrix}$$

Le gain  $L_r$  est obtenu de manière classique par placement de pôles sur la matrice  $(A_r^{ob} - L_r C_r^{ob})$ . Les quatre pôles de l'observateur sont choisis purement réels, à une fréquence double de celle des pôles de la matrice  $(A_r - B_{r_u} [K_1^r, K_2^r, K_3^r, K_4^r])$  respectivement.

La réponse en boucle ouverte du système avec observateur et modèle de référence est donnée Figure 4.45-(a). Les marges de stabilité sont satisfaisantes, la marge de gain est **infinie** et la marge de phase s'établi à **80** °.

Le comportement du système de braquage en boucle fermée est représenté Figure 4.45-(b). La réponse fréquentielle du système reste très proche de celle du modèle de référence jusqu'à 10 Hz. L'erreur de suivi ne dépasse pas **54 dB**. Le contrôle présente donc de très bonnes performances avec une bonne reproduction du comportement du modèle de référence. Cependant, les réponses fréquentielles sont obtenues à partir d'un modèle linéarisé. Il est nécessaire de vérifier les résultats sur des simulations temporelles avec prise en compte des non-linéarités du système (loi de valve).

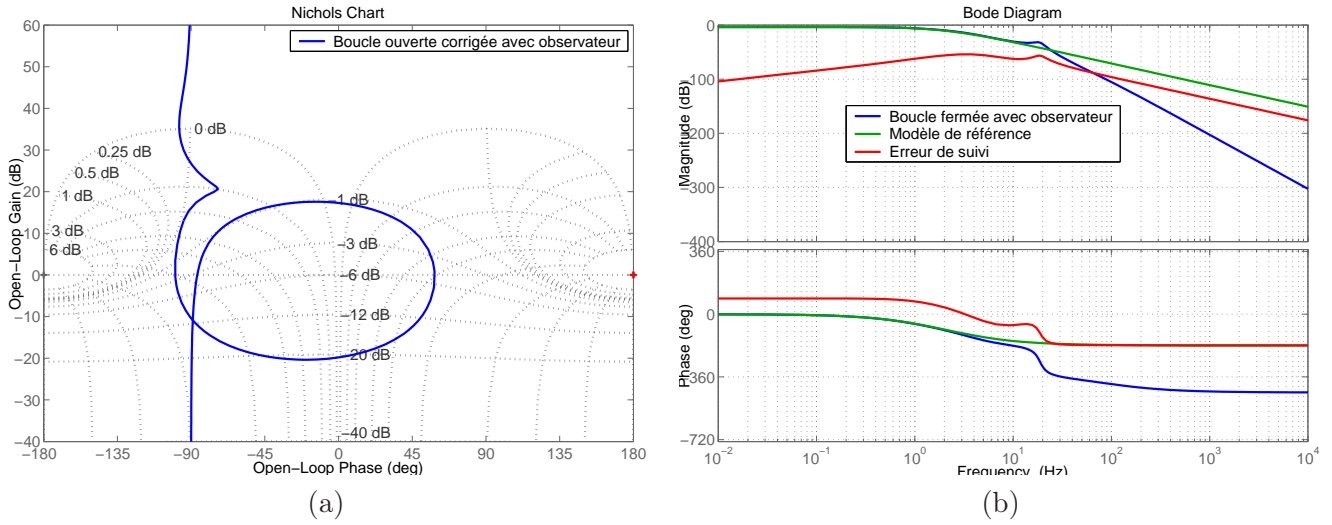


FIG. 4.45 – Réponses fréquentielles du système de braquage avec observateur: (a) boucle ouverte corrigée; (b) boucle fermée.

Les réponses temporelles du système de braquage du prototype SBW1 piloté en Model-Following sont représentées Figure 4.47. Pour les simulations, les efforts extérieurs sont modélisés de la manière suivante:

$$C_{ext} = -R_{pc} d_{biel} 8.10^5 \theta_r$$

De même, la loi de valve non-linéaire est utilisée pour l'assistance. Enfin, le modèle de référence réduit est adopté et la vitesse du véhicule est fixée à 20 km/h.

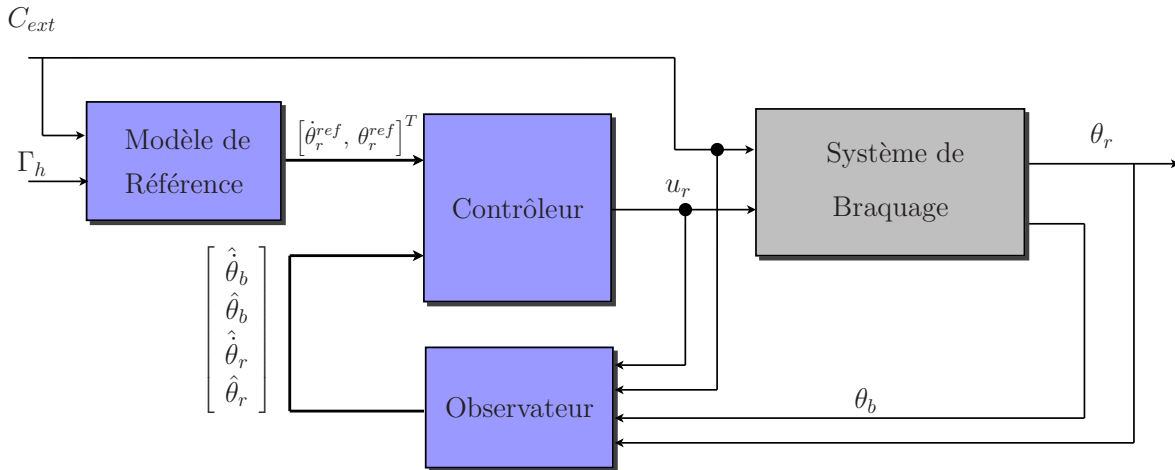


FIG. 4.46 – Schéma bloc de contrôle du système de braquage.

Les résultats sont très satisfaisants: le système de braquage suit correctement le modèle de référence quelle que soit le type de sollicitation. Aucune erreur statique n'est observée et ce malgré la présence d'un loi d'assistance non linéaire qui pénalise les faibles sollicitations.

Le couple fourni par l'actionneur de braquage reste raisonnable. En effet, la pression d'assistance peut monter à 100 bar, ce qui équivaut (en se reportant à la loi de valve exposée Figure 4.34) à une torsion du barreau de 0.08 rad. Cette torsion correspond à un couple de  $0.09 \frac{K_t}{R_b} = 1.4 \text{ N.m}$  sur l'axe

du moteur de braquage. Sur les simulations présentées, le couple fourni par l'actionneur ne dépasse pas 1.2 N.m.

L'ensemble contrôleur / observateur donne donc des résultats très satisfaisants. Cette stratégie reste performante si le modèle de référence utilisé est le modèle étendu. De même, une modification de la vitesse du véhicule ne vient pas perturber le bon fonctionnement du système. Les résultats des simulations avec le modèle de référence étendu sont présentés plus tard. Le schéma bloc résumant le contrôle du système de braquage est donné Figure 4.46.

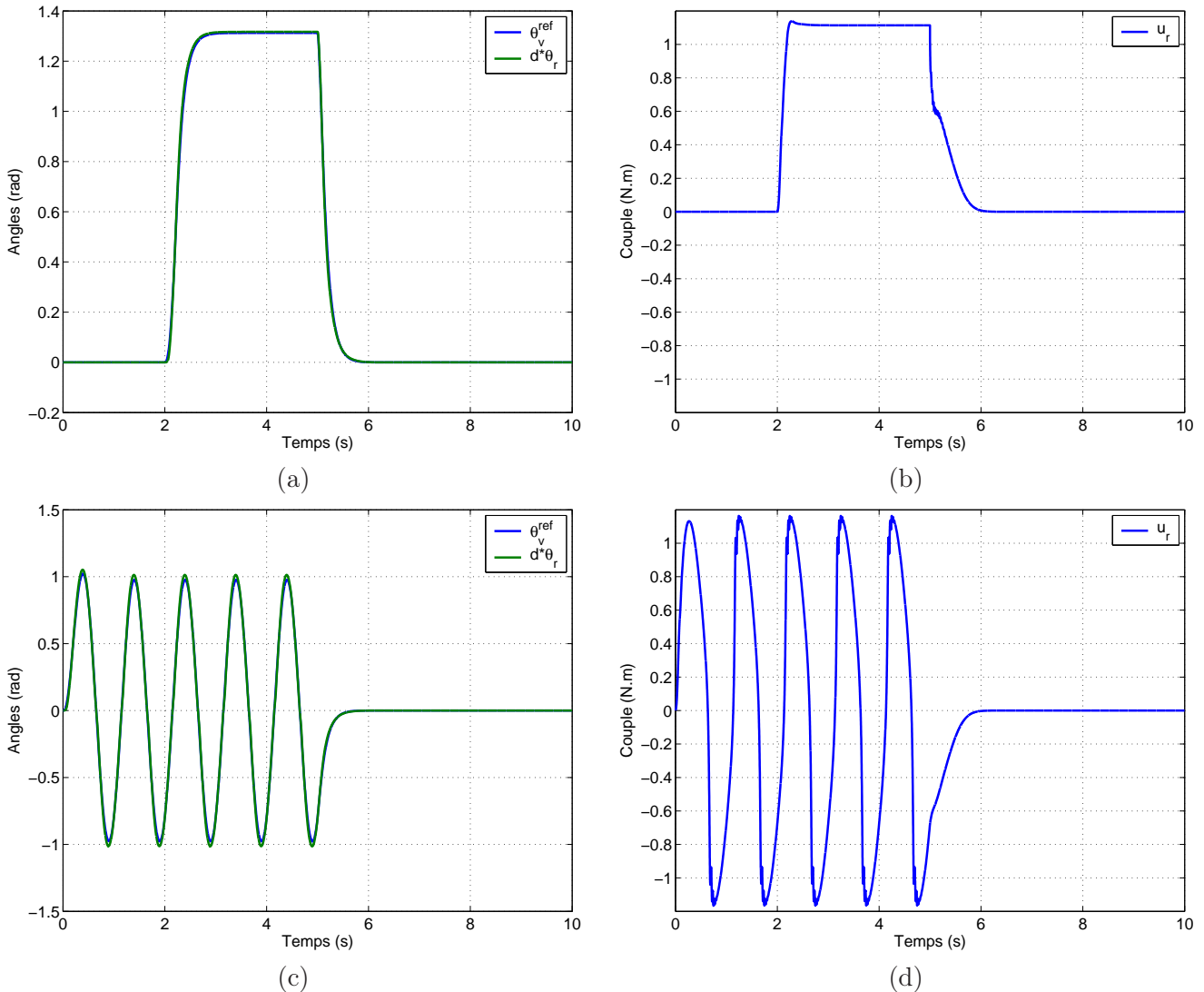


FIG. 4.47 – Réponses temporelles du système de braquage avec observateur. Excitation de type échelon: (a) positions angulaires; (b) couple actionneur. Excitation sinusoïdale: (c) positions angulaires; (d) couple actionneur.

#### 4.3.4 Récapitulatif.

Les stratégies de commande qui ont été retenues lors de l'étude d'un véhicule à direction découplée d'architecture simple restent pertinentes une fois adaptées à un véhicule d'architecture plus complexe, en l'occurrence le prototype SBW1 fourni par Renault.

Certaines modifications ont toutefois dû être apportées au niveau de la commande du système de restitution du fait de la nature non exogène de la mesure de couple.

Les Figures 4.48 et 4.49 représentent les réponses temporelles de la direction complète (système de restitution et système de braquage) avec utilisation du modèle de référence réduit et étendu respectivement.

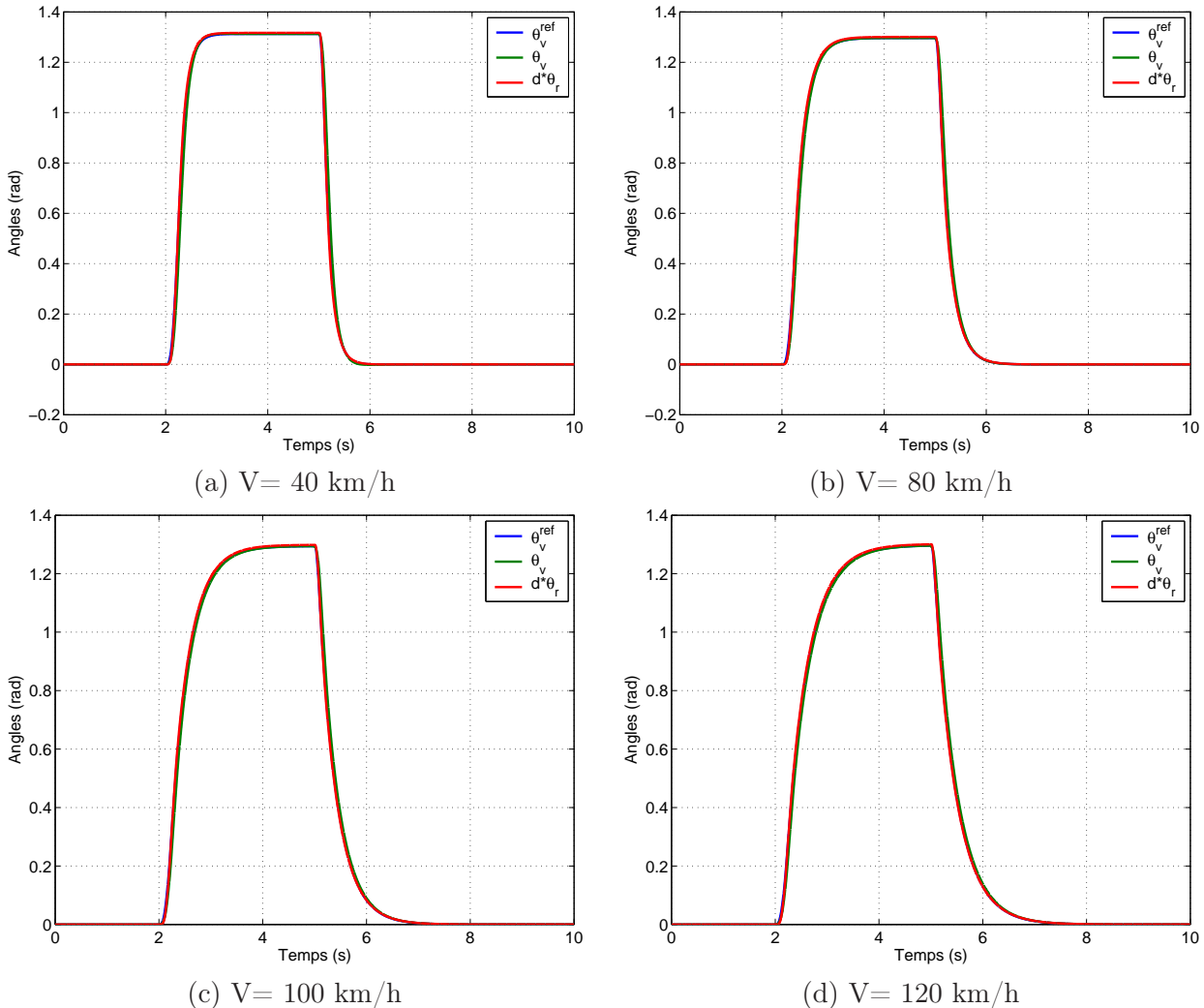


FIG. 4.48 – Réponse de la direction complète suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence réduit est utilisé.

Les conditions de simulation sont identiques à celles utilisées précédemment (mise à part la vitesse du véhicule qui varie).

L'ensemble de la direction se comporte très correctement. Le problème de couplage a été éliminé (mis à part à 40 km/h avec le modèle de référence étendu, mais des solutions ont déjà été évoquées lors de l'étude du véhicule à architecture simple). Les deux systèmes sont parfaitement synchronisés avec le modèle de référence.

#### 4.4 Model-Following: conclusion.

Cette étude en deux parties a permis de mettre au point des méthodes de contrôle performantes pour piloter une direction découplée en Model-Following.



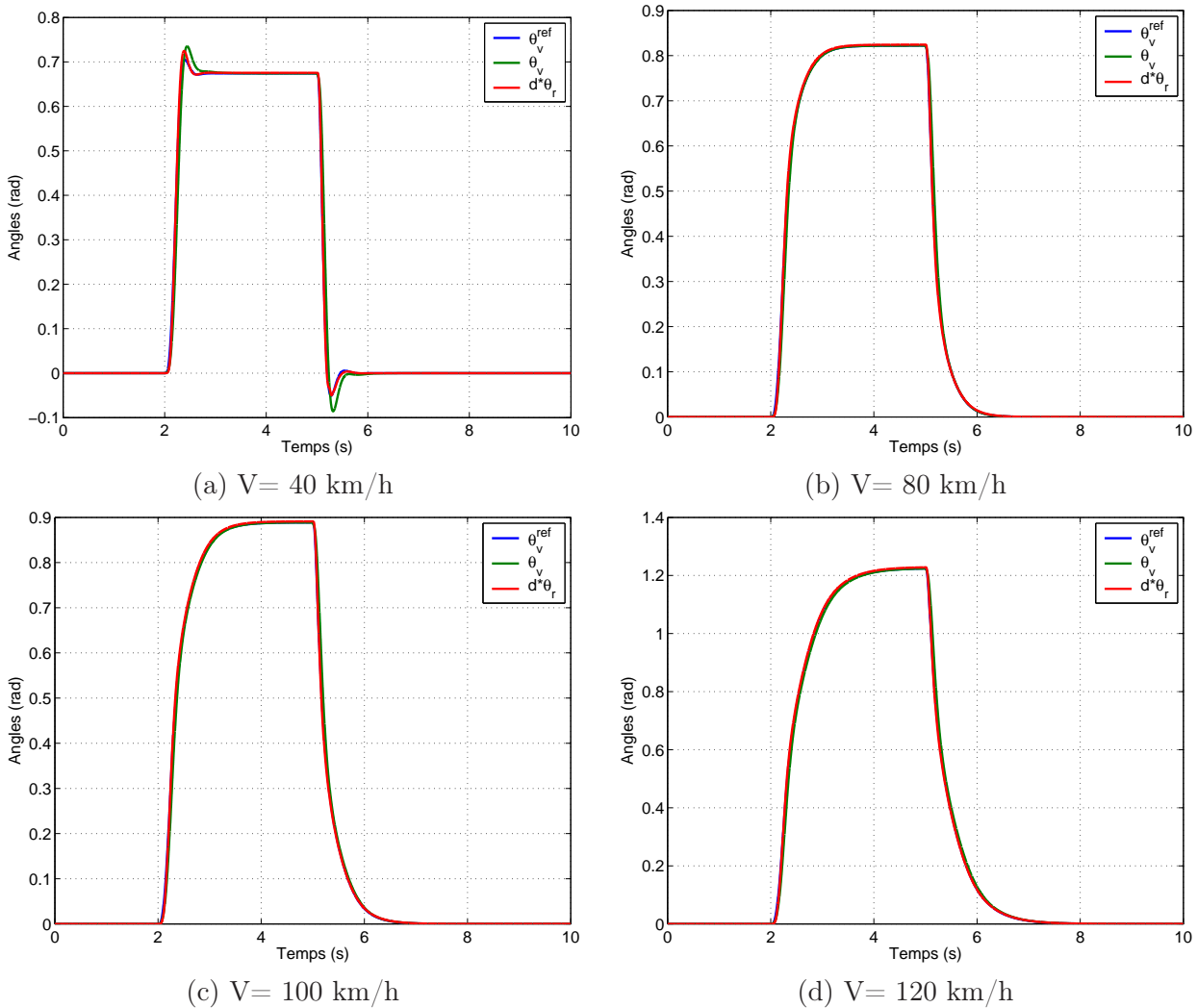


FIG. 4.49 – Réponse de la direction complète suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence étendu est utilisé.

Dans un premier temps, un véhicule avec une architecture simple a été étudié. A l'issue de ce travail, des stratégies de pilotage ont été retenues. Ces dernières ont été adaptées afin d'être utilisées pour piloter le prototype SBW1 fourni par Renault.

Un observateur du couple conducteur a été mis en place pour permettre d'alimenter le modèle de référence. Un observateur plus classique est utilisé au niveau du système de braquage afin d'estimer les variables d'état du système, nécessaires à la commande.

Le système de direction complet, une fois piloté, reproduit correctement le comportement du modèle de référence. Aucun couple important entre le modèle de référence et le système de braquage n'est à déplorer.

Les lois de commande mises en place se montrent robustes au changement de modèle de référence, ainsi qu'aux variations de la vitesse du véhicule.

Ce principe de commande est à comparer à une autre stratégie, le Model-Matching, étudiée dans le chapitre suivant.

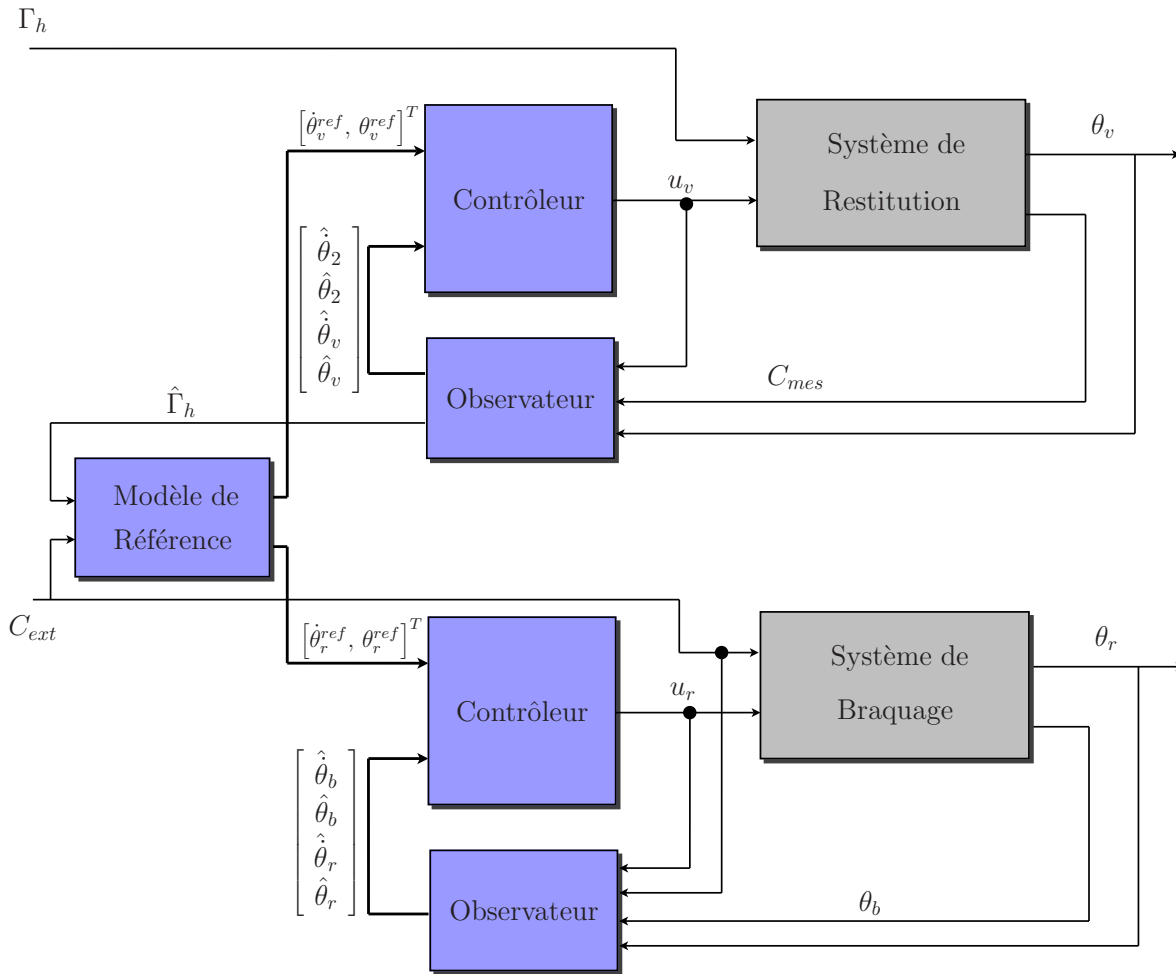


FIG. 4.50 – Schéma bloc de contrôle de la direction du prototype SBW1 en Model-Following.



# Chapitre 5

## Model-Matching.

### 5.1 Problématique.

#### 5.1.1 Présentation.

Cette stratégie de pilotage consiste à trouver des commandes pour les actionneurs de restitution et de braquage afin de forcer le système global (volant + actionneur de restitution + actionneur de braquage + train avant) à se comporter conformément au modèle de référence.

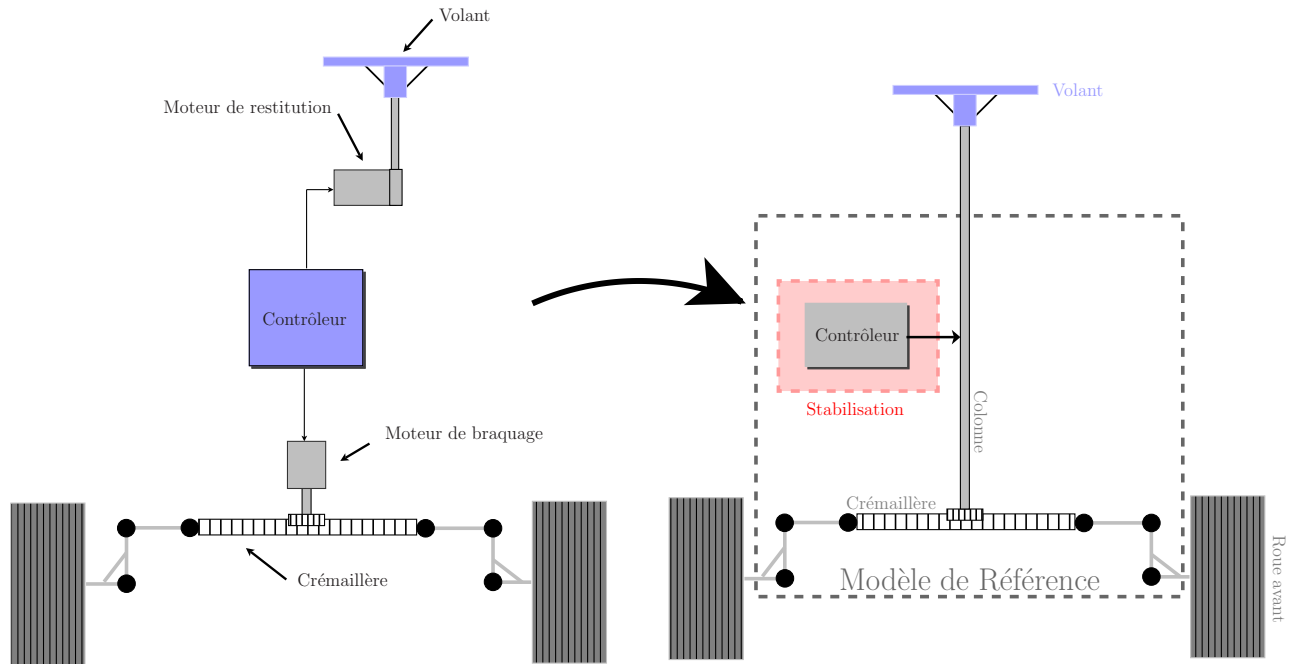


FIG. 5.1 – "Model Matching": schéma de principe.

Trouver  $u_v$  et  $u_r$  tq:  $(\Sigma) \Leftrightarrow (\Sigma^{ref})$

$$(\Sigma) = \begin{cases} J_v \ddot{\theta}_v = u_v + \Gamma_h \\ J_r \ddot{\theta}_r = u_r + C_{ext} \end{cases} \Leftrightarrow (\Sigma^{ref}) = \begin{cases} J \ddot{\theta}_v = -K_v(V) \dot{\theta}_v - K_p(V) \theta_v + \Gamma_h + C_{ext} \\ \theta_r = \frac{\theta_v}{d} \end{cases}$$

Ce principe de commande est fondamentalement différent de celui du Model-Following. Dans le cas présent, le modèle de référence n'apparaît pas explicitement dans la loi de commande. Le modèle n'a pas besoin d'être implémenté en temps réel dans les calculateurs du véhicule mais il est implicitement pris en compte dans le contrôleur.

### 5.1.2 Bref état de l'art.

Le *Model-Matching* est un problème classique de l'automatique. De nombreux auteurs ont abordé le sujet en proposant des approches différentes. Si pour des systèmes mono-variables (SISO), le problème semble pouvoir être résolu relativement facilement, le cas des systèmes multi-variables (MIMO) est nettement plus problématique.

Dans [CR70], [WD72], [MS72], [Mor73] et [MM98] une approche par retour d'état est envisagée. Des conditions nécessaires et suffisantes d'existence d'une solution par retour d'état et feedforward pour la réalisation exacte du *Model-Matching* sont proposées dans [Erz68], [CR70], [MS72] et [Mor73].

Une approche polynômiale est abordée dans [Mal03], [Fer99], [EE79] et [Seb83]. Les solutions envisagées pour la réalisation exacte du *Model-Matching* font appel aux propriétés de factorisation des polynômes des matrices de transfert.

Dans [Mal03] un lien est fait entre le contrôle  $\mathcal{H}^\infty$ , le *Model-Matching* et l'extension multi-variables du problème d'interpolation de Nevanlinna-Pick appliqué aux systèmes linéaires multi-dimensionnels.

Dans leur cours sur les systèmes bouclés [DFT90], les auteurs proposent une résolution mono-variables du problème du *Model-Matching*. Un correcteur optimal, obtenu par résolution du problème d'interpolation de Nevanlinna-Pick, est calculé de manière à minimiser la norme  $\mathcal{H}^\infty$  de l'écart entre la fonction de transfert désirée et la fonction de transfert du système réel corrigé.

Dans [Wit02] le problème du *Model-Matching* appliqué au *Steer By Wire* est abordé de manière indirecte. L'auteur s'intéresse à un problème de télémanipulation et souhaite forcer le système réel à adopter un comportement donné tout en conservant certaines propriétés (passivité). Il fait alors appel aux techniques de synthèses multi-objectifs par optimisation LMI.

Dans [BW] un algorithme de type "Branch and Bound" est utilisé pour minimiser un critère de type *Model-Matching*. Le problème d'optimisation est formulé comme un problème de type BMI (Bilinear Matrix Inequalities).

Dans [MB03], les auteurs formulent le problème exact du *Model-Matching* appliqué aux systèmes linéaires variant avec le temps. Aucune solution n'est proposée, seule une condition nécessaire et suffisante de l'existence d'une solution est démontrée.

Enfin, dans [CB04], une application du problème du *Model-Matching* est proposée pour le pilotage d'un véhicule *Steer By Wire*. La résolution du problème n'est pas exacte mais a l'avantage d'être relativement simple. Un retour d'état est obtenu par placement de pôles de manière à reproduire le comportement dynamique du modèle et un terme en feedforward est calculé de telle sorte que le système piloté ait le même gain statique que le modèle.

### 5.1.3 Principe de commande retenu.

Soit un modèle de référence décrit par la représentation d'état suivante:

$$\dot{X}_{ref} = A_{ref} X_{ref} + B_{ref} v \quad (5.1)$$

avec  $A_{ref} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_{ref} \in \mathbb{R}^{n \times n_v}$ .

Soit le système à piloter défini par la représentation d'état qui suit:

$$\dot{X} = A X + B_v v + B_u u \quad (5.2)$$

avec  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_v \in \mathbb{R}^{n \times n_v}$  et  $B_u \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ .

**Définition 1 (Problème du Model-Matching)** trouver  $u$  tel que le transfert  $v \mapsto X$  du système à piloter soit égal au transfert  $v \mapsto X_{ref}$  du modèle de référence.

**Propriété 1** Une résolution parfaite du problème du Model-Matching avec efforts bornés peut être obtenue si et seulement si:

$$\begin{aligned} (B_u B_u^+ - I_{[n_u \times n_u]})(A_{ref} - A) &= 0_{[n_u \times n]} \\ (B_u B_u^+ - I_{[n_u \times n_u]})(B_{ref} - B_v) &= 0_{[n_u \times n_v]} \end{aligned} \quad (5.3)$$

où  $B_u^+$  est la pseudo inverse de  $B_u$ .

Cette propriété a été démontrée dans [Erz68].

Si les deux conditions précédentes sont vérifiées, une solution au problème est donnée par:

$$u = -K X + N v \quad \text{Avec:} \quad \begin{cases} K &= B_u^+ (A - A_{ref}) \\ N &= B_u^+ (B_{ref} - B_v) \end{cases} \quad (5.4)$$

**Démonstration 1** Soit  $\epsilon = X_{ref} - X$  l'erreur de suivi en Model-Matching, définie de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= A_{ref} X_{ref} - A X + B_{ref} v - B_v v - B_u u \\ &= A_{ref} \epsilon + (A_{ref} - A) X + (B_{ref} - B) v - B_u u \end{aligned} \quad (5.5)$$

Le modèle de référence est supposé stable, l'ensemble des valeurs propres de  $A_{ref}$  sont dans le demi-plan gauche. La commande  $u$  doit être trouvée de manière à obtenir:

$$(A_{ref} - A) X + (B_{ref} - B) v - B_u u = 0_{[n \times n_u]}$$

En posant  $u = -K X + N v$ , le problème du Model-Matching est alors équivalent à trouver  $K$  et  $N$  de telle sorte que:

$$\begin{aligned} -B_u K &= (A_{ref} - A) \\ B_u N &= (B_{ref} - B_v) \end{aligned} \quad (5.6)$$

En remplaçant (5.4) dans (5.6) les expressions suivantes sont obtenues:

$$\begin{aligned} -B_u B_u^+ (A - A_{ref}) &= (A_{ref} - A) \\ B_u B_u^+ (B_{ref} - B_v) &= (B_{ref} - B_v) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Si les deux conditions énoncées précédemment (5.3) sont vérifiées, alors  $K$  et  $N$  sont solutions du problème du Model-Matching.

De plus, si  $(B_u^T B_u)^{-1}$  existe, des expressions analytiques pour  $K$  et  $N$  peuvent être données:

$$\begin{aligned} K &= (B_u^T B_u)^{-1} B_u^T (A - A_{ref}) \\ N &= (B_u^T B_u)^{-1} B_u^T (B_{ref} - B_v) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Trois conditions sont alors définies de manière à obtenir une commande analytique pour piloter une système en Model-Matching:

$$\begin{aligned} \text{[C1]:} & (B_u^T B_u) \text{ inversible;} \\ \text{[C2]:} & (B_u B_u^+ - I_{[n_u \times n_u]})(A_{ref} - A) = 0_{[n_u \times n]}; \\ \text{[C3]:} & (B_u B_u^+ - I_{[n_u \times n_u]})(B_{ref} - B_v) = 0_{[n_u \times n_v]}. \end{aligned}$$

Cette stratégie de commande est utilisée dans la suite de l'étude pour piloter en Model-Matching une direction découplée. Dans un premier temps, ce principe de commande est validé sur un véhicule à direction découplée d'architecture simple. Ensuite, ce type de contrôle est appliqué au pilotage de la direction du prototype SBW1 fourni par Renault.

## 5.2 Cas idéal: loi de commande pour un véhicule à architecture simple.

L'architecture considérée dans cette première partie de l'étude est la même que celle utilisée lors de l'étude du problème du Model-Following appliqué à un véhicule d'architecture simple (4.2).

Il serait ici possible de considérer un problème global en cherchant un contrôleur global pour les systèmes de restitution et de braquage. Cependant, la nature même d'une direction découplée permet de traiter les deux systèmes séparément (tout du moins pour le calcul du contrôleur pour le Model-Matching).

Il est très simple de montrer que si le problème est résolu séparément en considérant indépendamment chaque système (restitution et braquage), la solution est strictement identique à celle obtenue suite à la résolution d'un problème global.

### 5.2.1 Système de restitution.

Les équations décrivant la dynamique du système de restitution sont rappelées:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} u_v \\ \dot{X}_v &= A_v X_v + B_{v_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + B_{v_u} u_v \end{aligned}$$

Le principe de calcul de la loi de commande induit une dépendance directe du contrôle vis à vis du modèle de référence utilisé. Ainsi, deux contrôles distincts doivent être développés afin d'utiliser les deux types de modèle de référence proposés.

Cependant, le principe d'obtention du contrôleur est rigoureusement identique, le modèle de référence étendu présentant juste deux entrée supplémentaires. Dès lors, pour des soucis de simplicité, seuls les calculs utilisant le modèle de référence réduit sont présentés.

Les équations régissant la dynamique du modèle de référence réduit sont rappelées ci-dessous:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \\ \dot{X}_{ref} &= A_{ref} X_{ref} + B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L'ensemble des conditions permettant de résoudre le problème du Model-Matching entre le modèle de référence et le système de restitution sont vérifiées:

**[C1]:** la matrice  $B_{v_u}^T B_{v_u}$  est inversible:

$$B_{v_u}^T B_{v_u} = \frac{1}{J_v^2} \neq 0$$

une expression analytique de la pseudo inverse de  $B_{v_u}$  peut donc être utilisée:

$$B_{v_u}^+ = (B_{v_u}^T B_{v_u})^{-1} B_{v_u}^T = [J_v, 0]$$

**[C2]:** la matrice  $(B_{v_u} B_{v_u}^+ - I_{[2 \times 2]})(A_v - A_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} [J_v, 0] - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

**[C3]:** la matrice  $(B_{v_u} B_{v_u}^+ - I_{[2 \times 2]})(B_{v_e} - B_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} [J_v, 0] - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

Une commande par feedback et feedforward peut donc être calculée de manière analytique. Cette commande permet de forcer le système de restitution à se comporter exactement comme le modèle de référence:

$$u_v = -L_v(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + N_v \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Avec: 
$$\begin{cases} L_v(V) &= (B_{v_u}^T B_{v_u})^{-1} B_{v_u}^T (A_v - A_{ref}) = \begin{bmatrix} J_v \left( \frac{K_v(V)}{J} - \frac{\beta_v}{J_v} \right) & \frac{J_v K_p(V)}{J} \\ J_v \left( \frac{1}{J} - \frac{1}{J_v} \right) & \frac{J_v}{J} \end{bmatrix} \\ N_v &= (B_{v_u}^T B_{v_u})^{-1} B_{v_u}^T (B_{ref} - B_{v_e}) = \begin{bmatrix} J_v \left( \frac{1}{J} - \frac{1}{J_v} \right) & \frac{J_v}{J} \end{bmatrix} \end{cases}$$

Comme le modèle de référence dépend de la vitesse du véhicule, le contrôle obtenu dépend lui aussi de la vitesse par l'intermédiaire de  $L_v(V)$ . Les expressions de  $L_v(V)$  et  $N_v$  montrent explicitement la dépendance de la loi de commande vis à vis des différents paramètres du modèle de référence.

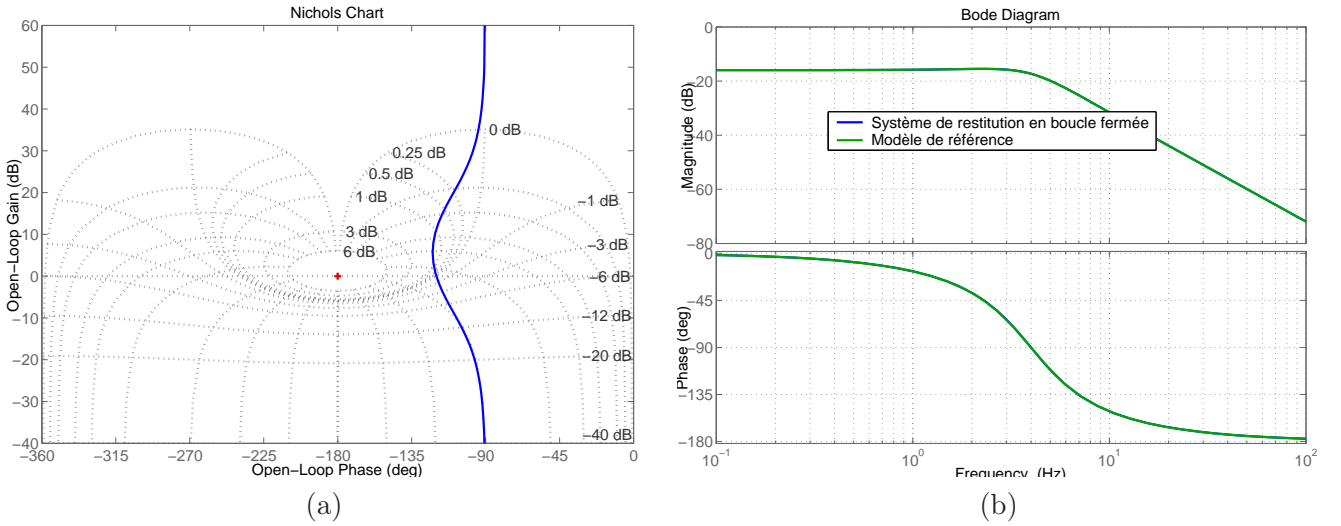


FIG. 5.2 – Réponses fréquentielles du système de restitution: (a) boucle ouverte corrigée; (b) boucle fermée.

La Figure 5.2 représente les réponses en boucle ouverte et boucle fermée du système de restitution corrigé par le contrôleur mis au point précédemment.

Les conditions de simulation sont les suivantes: la vitesse du véhicule est fixée à  $V = 40$  km/h. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont modélisés de la manière suivante:

$$C_{ext} = -R_{pc}^2 8.10^5 \theta_v$$

Le système présente une marge de phase de  $60^\circ$  et la marge de gain est **infinie**. En boucle fermée, le système de restitution reproduit exactement le comportement du modèle de référence, conformément aux attentes.

Les réponses temporelles du système de restitution suite à différentes sollicitations du conducteur sont représentées Figure 5.3. Les conditions de simulations sont les mêmes que celles décrites précédemment. Logiquement, la réponse du système est identique à celle du modèle de référence: il n'est pas



possible de discerner de différences entre la position du volant et la position du volant donnée par le modèle de référence. Le couple demandé à l'actionneur de restitution reste raisonnable et ne dépasse pas les limites de celui-ci.

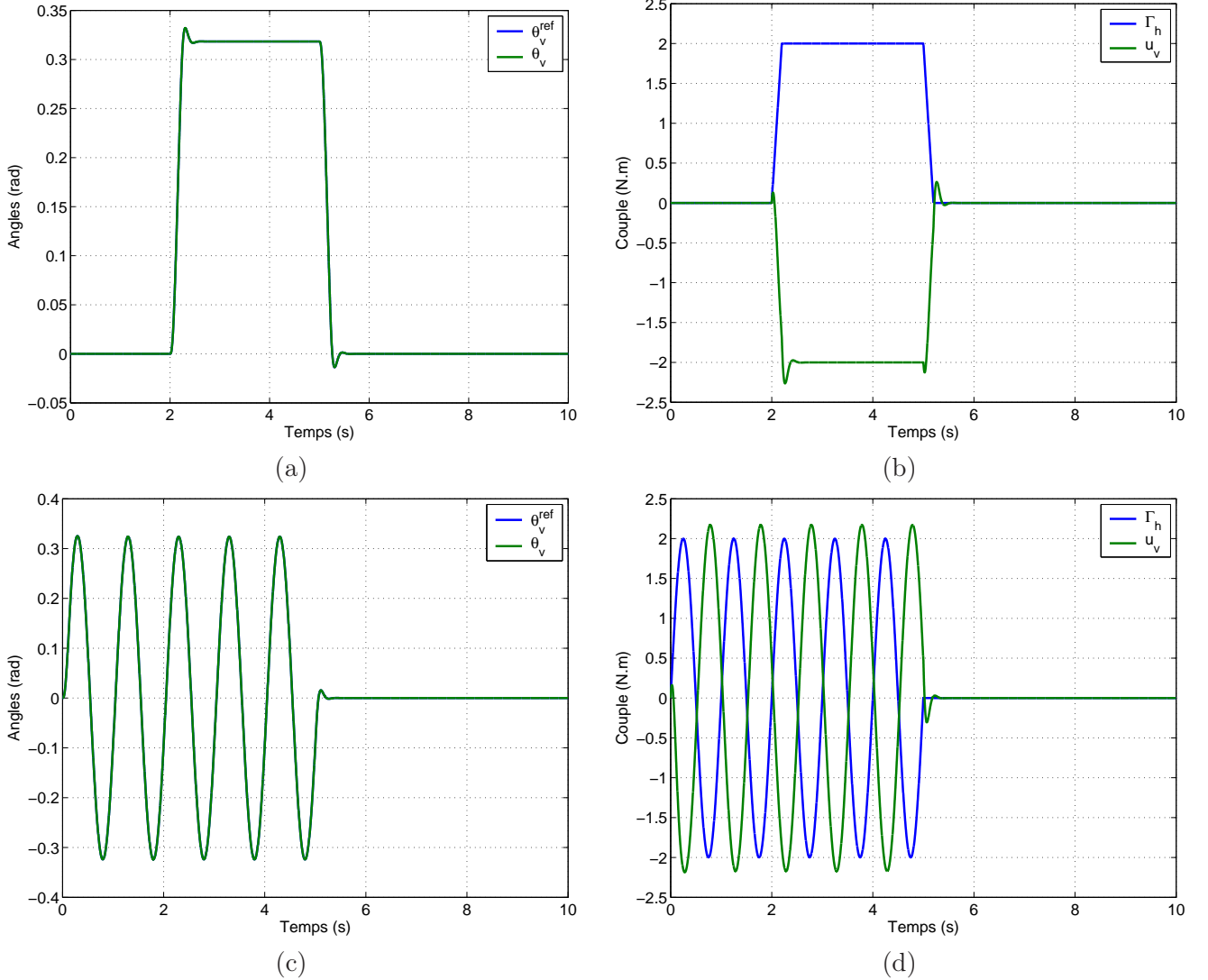


FIG. 5.3 – Réponses temporelles du système de restitution. Excitation de type échelon: (a) positions angulaires; (b) couples. Excitation sinusoïdale: (c) positions angulaires; (d) couples.

### 5.2.2 Système de braquage.

Les équations décrivant la dynamique du système de braquage du véhicule considéré sont rappelées:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\bar{\beta}_r}{\bar{M}} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} C_{ext} + \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} u_r \\ \dot{X}_r &= A_r X_r + B_{r_c} C_{ext} + B_{r_u} u_r \end{aligned}$$

avec  $\bar{M} = M_c + J_2 \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2$  et  $\bar{\beta}_r = B_c + \left(\frac{R_2}{R_{pc}}\right)^2 \beta_2$

Les équations régissant la dynamique du modèle de référence réduit, vu des roues, sont rappelées

ci-dessous:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r^{ref} \\ \theta_r^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Jd} & \frac{1}{Jd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \\ \dot{X}_{ref} &= A_{ref} X_{ref} + B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L'ensemble des conditions permettant de résoudre le problème du Model-Matching entre le modèle de référence et le système de braquage sont vérifiées:

**[C1]:** la matrice  $B_{r_u}^T B_{r_u}$  est inversible:

$$B_{r_u}^T B_{r_u} = \left( \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \right)^2 \neq 0 \quad \text{d'où} \quad B_{r_u}^+ = (B_{r_u}^T B_{r_u})^{-1} B_{r_u}^T = \left[ \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2}, 0 \right]$$

**[C2]:** la matrice  $(B_{r_u} B_{r_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (A_r - A_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{pc} d_{biel} \bar{M} \\ R_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -\frac{\bar{\beta}_r}{\bar{M}} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

**[C3]:** la matrice  $(B_{r_u} B_{r_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (B_{r_e} - B_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{pc} d_{biel} \bar{M} \\ R_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{Jd} & \frac{1}{Jd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

Une commande par feedback et feedforward peut donc être calculée de manière analytique. Cette commande permet de forcer le système de braquage à se comporter exactement comme le modèle de référence:

$$u_r = -L_r(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + N_r \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} L_r(V) &= (B_{r_u}^T B_{r_u})^{-1} B_{r_u}^T (A_r - A_{ref}) = \begin{bmatrix} \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2} \left( \frac{K_v(V)}{J} - \frac{\bar{\beta}_r}{\bar{M}} \right) & \frac{K_p(V) R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2 J} \\ \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2 J d} & \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2} \left( \frac{1}{Jd} - \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \right) \end{bmatrix} \\ N_r &= (B_{r_u}^T B_{r_u})^{-1} B_{r_u}^T (B_{ref} - B_{r_e}) = \begin{bmatrix} \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2 J d} & \frac{R_{pc} d_{biel} \bar{M}}{R_2} \left( \frac{1}{Jd} - \frac{1}{R_{pc} d_{biel} \bar{M}} \right) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Les mêmes remarques que celles faites lors de l'étude du système de restitution peuvent être appliquées ici. Comme le modèle de référence dépend de la vitesse du véhicule, le contrôle obtenu dépend lui aussi de la vitesse par l'intermédiaire de  $L_r(V)$ . Les expressions de  $L_r(V)$  et  $N_r$  montrent explicitement la dépendance de la loi de commande vis à vis des différents paramètres du modèle de référence.

La Figure 5.4 représente les réponses en boucle ouverte et boucle fermée du système de braquage corrigé par le contrôleur mis au point précédemment.

Les conditions de simulation sont les suivantes: la vitesse du véhicule est fixée à  $V = 40$  km/h. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  sont modélisés de la manière suivante:

$$C_{ext} = -R_{pc}^2 8.10^5 \theta_r$$

Le système présente une marge de phase de  $87^\circ$  et la marge de gain est **infinie**. En boucle fermée, le système de braquage reproduit exactement le comportement du modèle de référence, conformément aux attentes.

Les réponses temporelles du système de braquage suite à différentes sollicitations du conducteur sont représentées Figure 5.5. Les conditions de simulations sont les mêmes que celles décrites précédemment. Une saturation à 4 N.m du couple fourni par l'actionneur de braquage a été rajoutée.

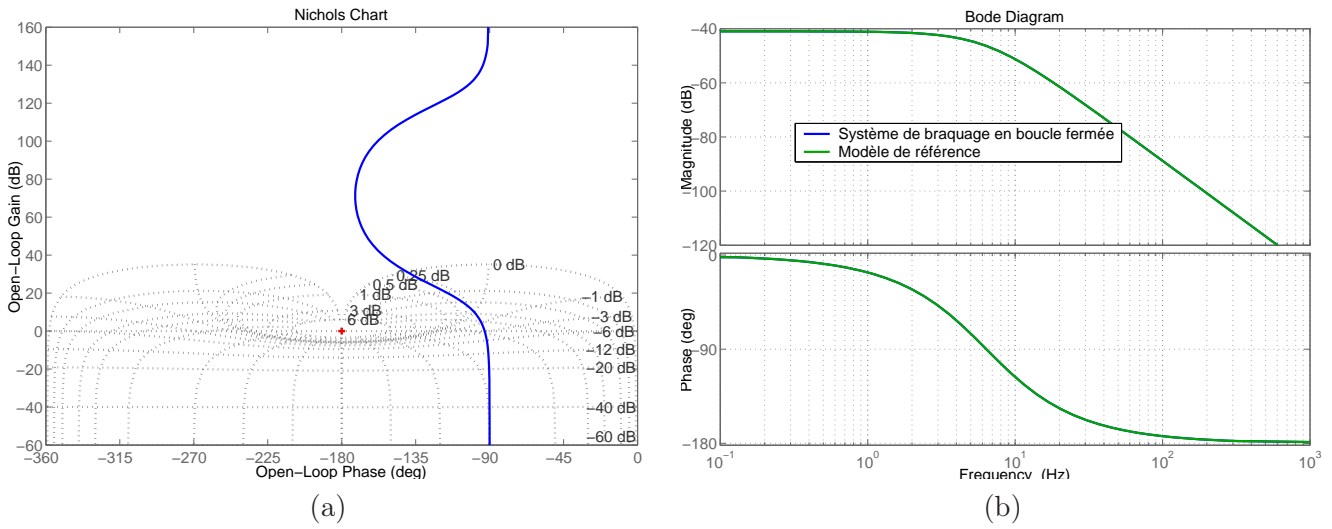


FIG. 5.4 – Réponses fréquentielles du système de braquage: (a) boucle ouverte corrigée; (b) boucle fermée.

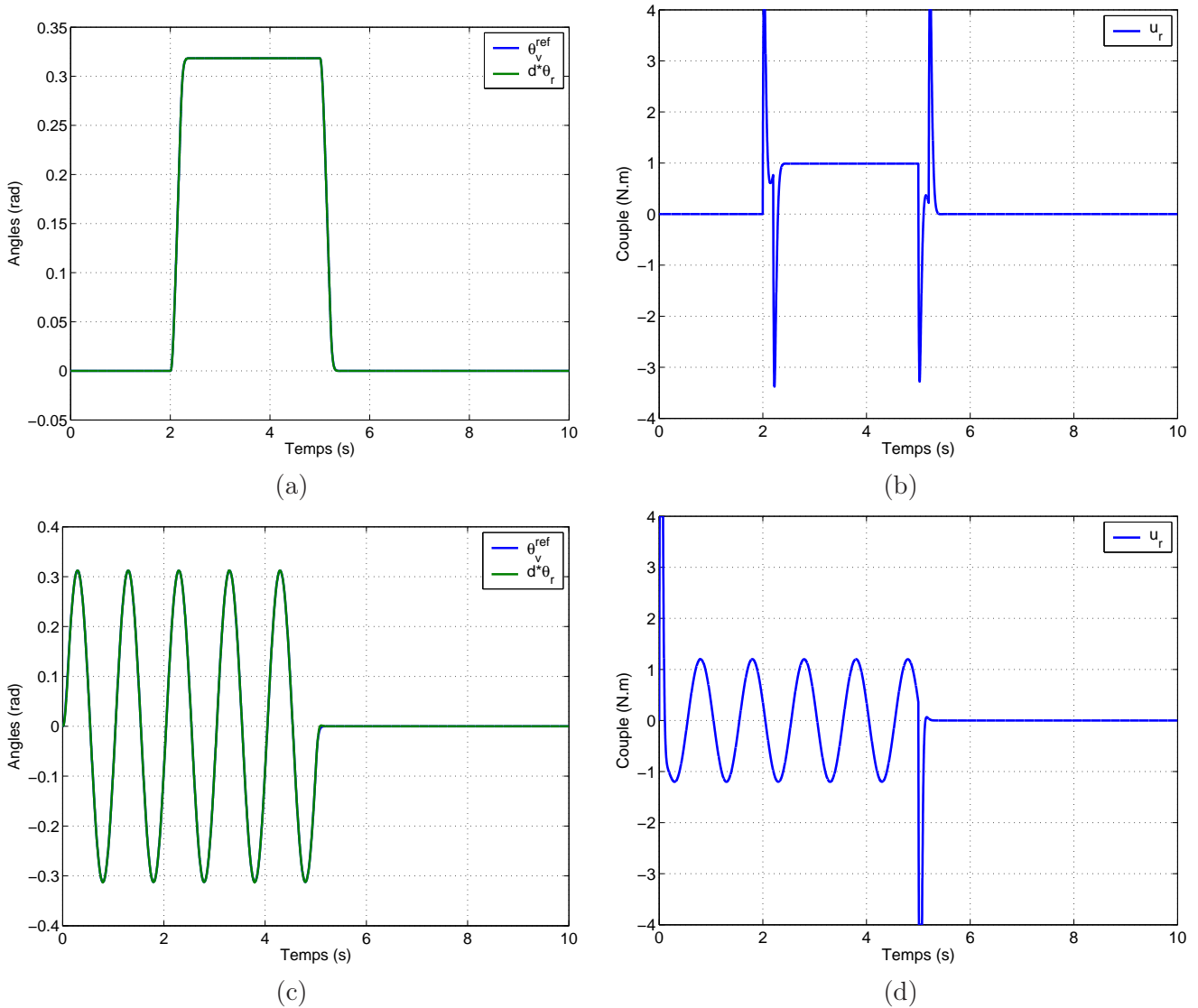


FIG. 5.5 – Réponses temporelles du système de braquage. Excitation de type échelon: (a) positions angulaires; (b) couple actionneur. Excitation sinusoïdale: (c) positions angulaires; (d) couple actionneur.

La réponse du système est identique à celle du modèle de référence: il n'est pas possible de discerner de différences entre la position des roues et la position des roues donnée par le modèle de référence. Le couple demandé à l'actionneur de braquage reste raisonnable mais présente cependant une légère saturation. Celle-ci ne perturbe pas outre-mesure la réponse du système.

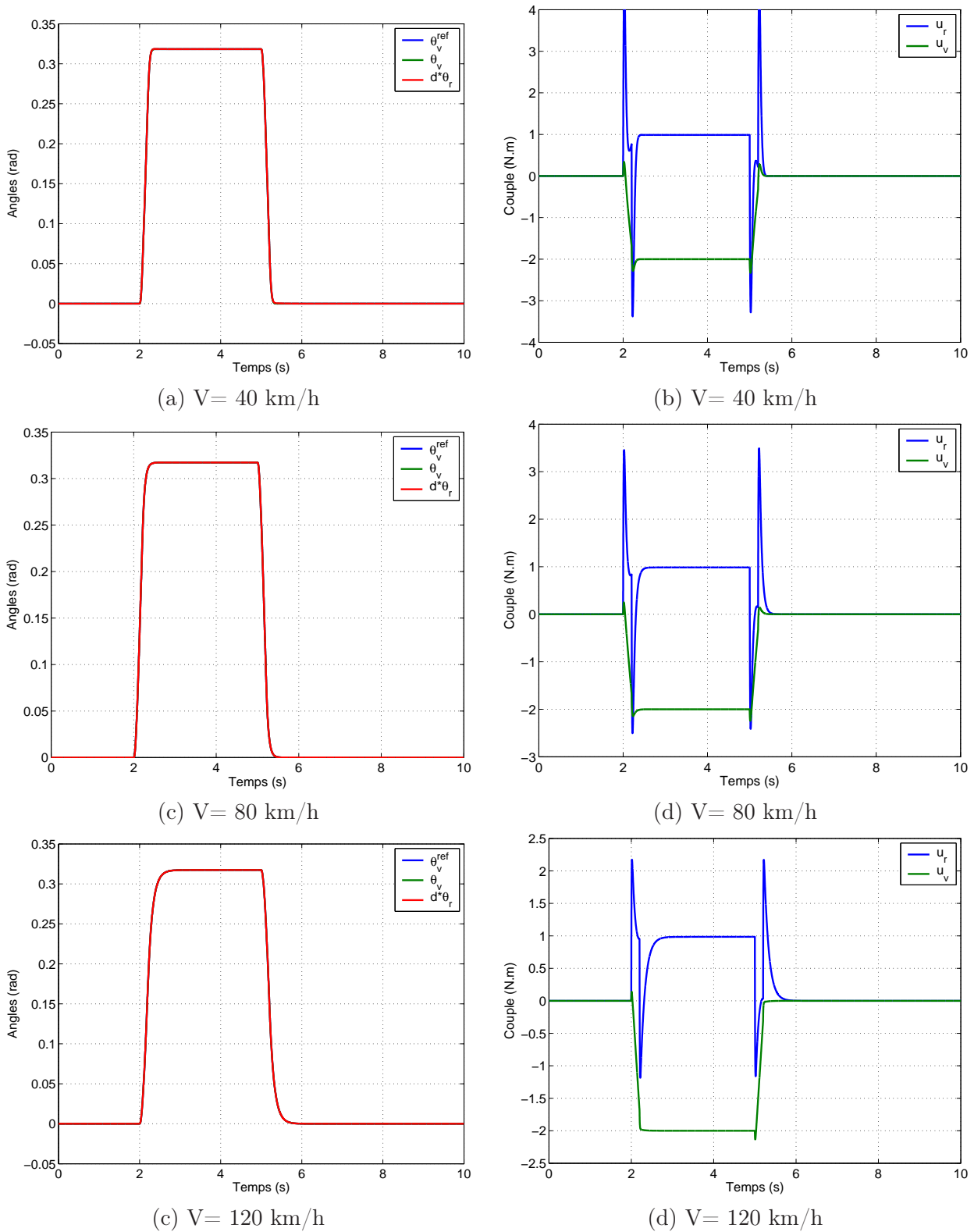


FIG. 5.6 – Réponse de la direction complète suite à une sollicitation en échelon du conducteur; le modèle de référence réduit est utilisé.

### 5.2.3 Conclusion.

La stratégie de commande par feedback et feedforward semble donner de bons résultats. La Figure 5.6 retrace les réponses temporelles de la direction découplée dans son ensemble, pilotée en Model-Matching.

Les conditions de simulations sont identiques à celles utilisées précédemment: les efforts extérieurs sont modélisés par une raideur au niveau des roues avant:

$$C_{ext} = -R_{pc}^2 8.10^5 \theta_r$$

Les systèmes de restitution et de braquage sont parfaitement synchronisés et reproduisent le comportement du modèle de référence. Cette approche ne peut induire de couplage entre le modèle de référence et le système de braquage, le modèle n'étant physiquement pas implanté dans le contrôleur.

Maintenant que cette stratégie a été validée sur un véhicule d'architecture simple, il faut désormais appliquer ce type de contrôle au prototype SBW1 fourni par Renault.

## 5.3 Application réelle: lois de commande pour le prototype SBW1.

### 5.3.1 Architecture du véhicule: rappels.

La dynamique du système de restitution du prototype SBW1 est rappelée. Il s'agit d'un système d'ordre 4 décrit par la représentation d'état suivante:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2^2} & 0 & \frac{K_2}{J_2 R_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_v R_2} & -\frac{\beta_v}{J_v} & -\frac{K_2}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h$$

$$\dot{X}_v = A_v X_v + B_{v_u} u_v + B_{v_e} \Gamma_h$$

Le système de braquage du prototype est fortement non-linéaire de par la présence du système d'assistance hydraulique. Néanmoins, après linéarisation de la loi de valve (4.22), le système peut être décrit par un modèle d'ordre 4 de représentation d'état:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext}$$

$$\dot{X}_r = A_r X_r + B_{r_u} u_r + B_{r_e} C_{ext}$$

Valeurs numériques.		
$J_v = 0.02 \text{ kg.m}^2$	$M_c = 66 \text{ kg}$	$J_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$J_b = 5.98 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$R_2 = 16.5$	$d_{biel} = 0.142 \text{ m}$
$R_{pc} = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$R_b = 5.5$	$K_t = 84 \text{ N.m}$
$\beta_v = 0.2 \text{ N.m.s}$	$\beta_c = 500 \text{ m.s}$	$\beta_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ N.m.s}$
$\beta_b = 4 \cdot 10^{-4} \text{ N.m.s}$	$K_2 = 1000 \text{ N.m}$	$S = 8.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

TAB. 5.1 – Valeurs numériques des paramètres mécaniques du prototype SBW1.

### 5.3.2 Principe: contrôle par boucles imbriquées.

Les lois de commandes établies lors de l'étude précédente permettent de piloter par Model-Matching, un véhicule de type *Steer By Wire* dont chacun des sous-systèmes (braquage et restitution) est du même ordre que le modèle de référence, en l'occurrence d'ordre II. Or, dans le cas présent, les deux sous-systèmes du prototype SBW1 sont clairement d'ordre IV. La technique utilisée pour calculer les lois de commande ne peut être appliquée directement.

Dès lors, il peut être intéressant de tenter de réduire l'ordre de chacun des deux sous-systèmes afin de pouvoir appliquer les techniques de calcul de commande mises au point précédemment.

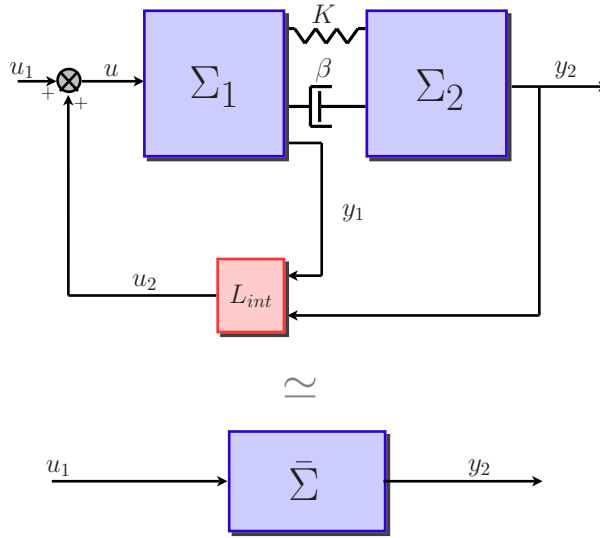


FIG. 5.7 – Réduction de modèle: schéma de principe.

L'idée est la suivante: soit un système mécanique dont la sortie  $y_2$  est pilotée par l'intermédiaire d'une commande  $u$  (Fig. 5.7). Ce système est lui-même composé de deux sous-systèmes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  reliés entre eux par une raideur et un amortissement. La variable  $\alpha = y_2 - y_1$  est définie, où  $y_1$  est la sortie de  $\Sigma_1$ .

Le but est alors de chercher, par l'intermédiaire d'un bouclage interne  $L_{int}$ , à amortir et accélérer la réponse de  $\alpha$  de manière à rendre sa dynamique relativement plus élevée que celles de  $y_1$  et  $y_2$ . Il sera ainsi possible de négliger son régime transitoire lors de l'étude de la dynamique de  $y_2$ , donnant ainsi une modélisation d'ordre inférieur. Il s'agit de *l'Approche par Perturbation Singulière* (voir par exemple [dWSB96]).

Sur la base de l'exemple précédent, en supposant que les deux sous-systèmes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont de masse respective  $M_1$  et  $M_2$  et que l'amortissement  $\beta$  est nul, les équations de la dynamique suivantes sont obtenues:

$$M_1 \ddot{y}_1 = -K(y_1 - y_2) + u \quad (5.11)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 = K(y_1 - y_2) \quad (5.12)$$

Le système dit "*perturbé singulièrement*" est défini par:

$$M_2 \ddot{y}_2 = -z \quad (5.13)$$

$$\epsilon^2 \ddot{z} = -\frac{1}{M} z - \frac{1}{M_1} u \quad (5.14)$$

avec  $\epsilon^2 = \frac{1}{K}$ ,  $z = K(y_2 - y_1)$ ,  $\frac{1}{M} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}$ .

La variable de dynamique rapide  $z$  doit être amortie de manière à appliquer la stratégie de contrôle en Model-Matching, à la variable de dynamique lente  $y_2$ . La commande  $u$  est alors définie de la manière suivante:

$$u = u_1 + \epsilon u_2 \quad (5.15)$$

où  $u_1$  est la commande de la variable  $y_2$  et  $u_2$  est utilisée pour commander la variable  $z$ .

### Amortissement de la variable de dynamique rapide.

En posant  $\epsilon = 0$  dans l'équation (5.14), la "valeur en régime stationnaire"  $\hat{u}$  de  $u$  est donnée par:

$$\hat{u} = -\frac{M_1}{M} \hat{z} \quad (5.16)$$

En remplaçant (5.15) et (5.16) dans l'équation de la variable de dynamique rapide, l'équation suivante est obtenue:

$$\epsilon^2 \ddot{z} = -\frac{1}{M} (z - \hat{z}) - \frac{1}{M_1} \epsilon u_2 \quad (5.17)$$

Soit  $\zeta = z - \hat{z}$  l'erreur sur la dynamique rapide:

$$\epsilon^2 \ddot{\zeta} = -\frac{1}{M} \zeta - \frac{1}{M_1} \epsilon u_2 \quad (5.18)$$

Le contrôle "rapide"  $u_2$  doit stabiliser cette erreur de telle sorte que la variable à dynamique rapide  $z$  converge le plus rapidement possible vers sa "valeur en régime stationnaire"  $\hat{z}$ . Classiquement,  $u_2$  est choisi de la manière suivante:

$$u_2 = \lambda \dot{\zeta} = \lambda \dot{z} = \lambda K (y_2 - y_1) \quad (5.19)$$

où  $\lambda$  est calculé de manière à fournir un amortissement satisfaisant pour  $\zeta$ .

Finalement, le contrôle global peut s'écrire de la manière qui suit:

$$u = u_1 + L_{int} \dot{\alpha} \quad (5.20)$$

avec  $L_{int} = \lambda K \epsilon$  et  $\alpha = y_2 - y_1$ .

### Construction d'un modèle d'ordre réduit.

Une fois que la variable de forte dynamique est amortie, il est possible de construire un modèle d'ordre réduit décrivant la dynamique de la variable  $y_1$ . Ce modèle est alors utilisé pour calculer la commande  $u_1$ .

Le modèle d'ordre réduit est obtenu en posant  $\epsilon = 0$  dans 5.14 et en remplaçant la solution obtenue en  $z$  dans 5.13:

$$M_2 \ddot{y}_2 = \frac{\bar{M}}{M_1} u_1 \quad (5.21)$$

Il suffit ensuite de trouver la commande  $u_1$  afin de piloter  $y_2$  selon le cahier des charges.

Quel que soit le système considéré (braquage ou restitution), le principe est le même. En effet, ces deux systèmes sont eux-mêmes constitués de deux sous-systèmes liés entre eux par une raideur ( $K_2$  pour le système de restitution et  $K_t$  pour le système de braquage).

Dès lors, le principe de commande exposé ci-dessus est utilisé pour réduire l'ordre des systèmes de restitution et de braquage, afin de pouvoir par la suite calculer des lois de commande pour les piloter en Model-Matching.

### Stratégie proposée.

Finalement, pour chaque système de la direction découplée du prototype SBW1, différentes boucles de contrôle sont utilisées:

1. une première boucle est mise en place afin d'amortir la dynamique rapide du système, permettant ainsi la construction d'un modèle d'ordre réduit.
2. Une deuxième boucle est utilisée, basée sur le principe de commande exposé en 5.1.3. Cette boucle est calculée à partir du modèle réduit et ensuite appliquée au système initial.
3. Enfin, une boucle de synchronisation est ajoutée, reproduisant une colonne virtuelle reliant le système de restitution au système de braquage. Cette boucle est nécessaire afin d'assurer une bonne synchronisation des deux systèmes.

### 5.3.3 Système de restitution.

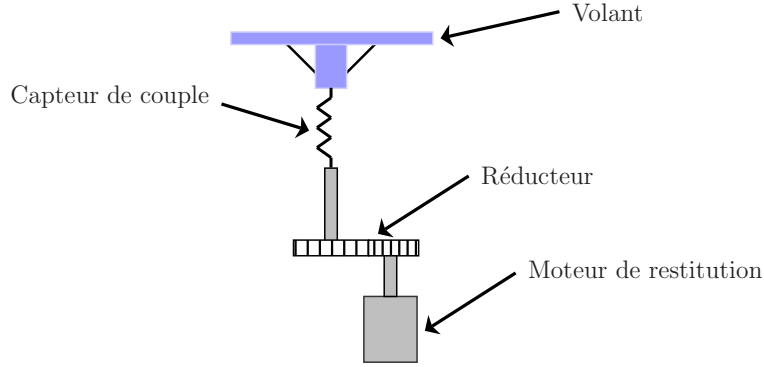


FIG. 5.8 – Système de restitution du prototype SBW1.

Les équations régissant la dynamique du système de restitution sont rappelées:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2^2} & 0 & \frac{K_2}{J_2 R_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_v R_2} & -\frac{\beta_v}{J_v} & -\frac{K_2}{J_v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}_v = A_v X_v + B_{v_u} u_v + B_{v_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

La représentation d'état précédente est alors légèrement modifiée, de manière à faire apparaître  $\delta = \theta_v - \frac{\theta_2}{R_2}$  et  $\dot{\delta}$  comme variables d'état.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \delta \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{J_2} & -\omega_\delta^2 & \frac{\beta_2}{J_2} - \frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_2}{J_v} & -\frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \delta \\ \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-1}{J_2 R_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_v} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}_v^\delta = A_v^\delta X_v^\delta + B_{v_u}^\delta u_v + B_{v_e}^\delta \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

avec  $\omega_\delta = \sqrt{\frac{K_2}{J_v} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2}}$ .



Afin de simplifier les notations, la représentation d'état précédente est finalement notée:

$$\dot{X}_v = A_v X_v + B_{v_u} u_v + B_{v_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

Les équations régissant la dynamique du modèle de référence réduit sont rappelées ci-dessous:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \\ \dot{X}_{ref} &= A_{ref} X_{ref} + B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### Réduction de l'ordre du système.

La technique de réduction d'ordre (5.3.2) présentée précédemment est appliquée au système de restitution. De manière à simplifier les modèles, il est supposé que  $\beta_v \simeq 0$  et  $\beta_2 \simeq 0$ . Le modèle "singulièrement perturbé" s'écrit alors:

$$J_v \ddot{\theta}_v = -z_v + \Gamma_h \quad (5.23)$$

$$\epsilon_v^2 \ddot{z}_v = -\frac{1}{J_v} z_v + \frac{1}{J_v} \Gamma_h - \frac{1}{J_2 R_2} u_v \quad (5.24)$$

avec  $z_v = K_2 \delta$ ,  $\frac{1}{J_v} = \frac{1}{J_v} + \frac{1}{J_2 R_2^2}$  et  $\epsilon_v^2 = \frac{1}{K_2}$ .

La commande globale  $u_v$  du système de restitution est définie par:

$$u_v = u_{v_1} + \epsilon_v u_{v_2} \quad (5.25)$$

En supposant  $\epsilon_v = 0$  dans (5.24) et (5.25) et en remplaçant la solution obtenue en  $z_v$  dans (5.23), un modèle d'ordre réduit décrit par les équations suivantes est obtenu:

$$J_v \ddot{\theta}_v = \frac{\bar{J}_v}{J_2 R_2} u_{v_1} + \left(1 - \frac{\bar{J}_v}{J_v}\right) \Gamma_h \quad (5.26)$$

soit la représentation d'état suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \left(1 - \frac{\bar{J}_v}{J_v}\right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{J}_v}{J_v J_2 R_2} \\ 0 \end{bmatrix} u_{v_2} \\ \dot{X}_v &= \bar{A}_v \bar{X}_v + \bar{B}_{v_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \bar{B}_{v_u} u_{v_1} \end{aligned} \quad (5.27)$$

### Commande de la dynamique lente: Model-Matching.

Une fois le modèle réduit obtenu (5.27), la même technique de calcul de commande que celle présentée en (5.1.3) est utilisée pour réaliser le Model-Matching, en prenant soin de vérifier les conditions d'existence des différents produits matriciels:

**[C1]:** la matrice  $\bar{B}_{v_u}^T \bar{B}_{v_u}$  est inversible:

$$\bar{B}_{v_u}^T \bar{B}_{v_u} = \left( \frac{\bar{J}_v}{J_v J_2 R_2} \right)^2 \neq 0 \quad \text{d'où} \quad \bar{B}_{v_u}^+ = (\bar{B}_{v_u}^T \bar{B}_{v_u})^{-1} \bar{B}_{v_u}^T = \left[ \frac{J_v \bar{J}_2 R_2}{\bar{J}_v}, 0 \right]$$

**[C2]:** la matrice  $(\bar{B}_{v_u} \bar{B}_{v_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (\bar{A}_v - A_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{\bar{J}_v}{J_v J_2 R_2} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{J_v \bar{J}_2 R_2}{\bar{J}_v}, 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

**[C3]:** la matrice  $(B_{v_u} B_{v_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (B_{v_e} - B_{ref})$  est nulle:

$$\left( \left[ \begin{array}{c} \bar{J}_v \\ \bar{J}_v \bar{J}_2 R_2 \\ 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} J_v \bar{J}_2 R_2 \\ \bar{J}_v \\ 0 \end{array}, 0 \right] - \left[ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] \right) \left( \left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{J_v} \left( 1 - \frac{\bar{J}_v}{J_v} \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{array} \right] \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

Il est donc possible de calculer les gains  $L_v(V)$  et  $N_v$  permettant de reproduire le comportement du modèle de référence sur le modèle réduit (5.27):

$$L_v(V) = (\bar{B}_{v_u}^T \bar{B}_{v_u})^{-1} \bar{B}_{v_u}^T (\bar{A}_v - A_{ref}(V)) \quad (5.28)$$

$$N_v = (\bar{B}_{v_u}^T \bar{B}_{v_u})^{-1} \bar{B}_{v_u}^T (B_{ref} - \bar{B}_{v_e}) \quad (5.29)$$

Les expressions analytiques des gains calculés précédemment sont données:

$$L_v(V) = \left[ \begin{array}{cc} \frac{(J_v + J_2 R_2^2) K_v(V)}{J R_2} & \frac{(J_v + J_2 R_2^2) K_p(V)}{J R_2} \end{array} \right] \quad (5.30)$$

$$N_v = \left[ \begin{array}{cc} \frac{1(J_v + J_2 R_2^2) - J}{J R_2} & \frac{J_v + J_2 R_2^2}{J R_2} \end{array} \right] \quad (5.31)$$

Ainsi, la commande  $u_{v_1}$  donnée par:

$$u_{v_1} = -L_v(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + N_v \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

permet de réaliser un *Model-Matching* exact entre le modèle de référence et le modèle réduit obtenu en (5.27).

Il est intéressant de noter que les gains  $L_v(V)$  et  $N_v$  sont indépendants de la commande choisie pour la boucle d'amortissement interne. Pour l'instant, la commande globale  $u_v$  du système de restitution, permettant de reproduire le comportement du modèle de référence est définie par:

$$u_v = -L_v(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + N_v \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \epsilon_v u_{v_2} \quad (5.33)$$

### Commande de la dynamique rapide: amortissement de la torsion.

Il est nécessaire maintenant de trouver  $u_{v_2}$  de manière à amortir et faire converger rapidement  $z_v = K_2 \delta$  vers sa valeur en "régime stationnaire"  $\hat{z}_v$ . En reprenant le raisonnement tenu en (5.3.2), l'équation régissant la dynamique rapide du système de restitution est donnée par:

$$\epsilon_v^2 \ddot{\zeta}_v = -\frac{1}{\bar{J}_v} \zeta_v - \frac{1}{J_2 R_2} \epsilon_v u_{v_2} \quad (5.34)$$

$$\ddot{\zeta}_v = -\omega_\delta^2 \zeta_v - \frac{1}{J_2 R_2} \epsilon_v u_{v_2} \quad (5.35)$$

avec  $\zeta_v = z_v - \hat{z}_v$  et  $\omega_\delta = \sqrt{\frac{K_2}{J_v} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2}}$ .

Si le système est correctement conçu, la fréquence de résonance  $\omega_\delta$  est raisonnablement plus élevée que la bande passante à laquelle le système doit être piloté (fréquence maximale à laquelle la dynamique lente doit être pilotée (5.27)). Si tel est le cas, il suffit d'amortir la dynamique lente, sans chercher à la déplacer plus haut en fréquence.

Soit  $\xi_v$  le coefficient d'amortissement désiré de la variable  $\zeta_v$ . Il est alors possible de trouver la commande  $u_{v_2}$  permettant d'obtenir un tel amortissement:

$$u_{v_2} = 2 J_2 R_2 \xi_v \omega_\delta \epsilon_v \dot{\zeta}_v \quad (5.36)$$

La fréquence de résonance  $\omega_\delta$  du système de restitution s'établit à  $\omega_\delta = 2\pi 29$  Hz. L'amortissement  $\xi_v$  de la dynamique rapide est fixé à 0.9, soit:

$$\lambda_v = 2 J_2 R_2 0.9 \omega_\delta \approx 1$$

La commande globale  $u_v$  du système de restitution est donc finalement donnée par:

$$u_v = -L_v(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + N_v \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \lambda_v \delta \quad (5.37)$$

où  $\lambda_v = 2 J_2 R_2 \xi_v \omega_\delta \epsilon_v^2 K_2 = 2 J_2 R_2 \xi_v \omega_\delta$ .

### Remarques:

1. Le contrôle présenté ci-dessus nécessite une mesure couple conducteur  $\Gamma_h$ . Or, si le problème théorique du Model-Matching suppose que cette entrée est exogène au système, la réalité est toute autre. De la même manière que pour le problème du Model-Following, deux possibilités se présentent:
  - soit la mesure issue du capteur de couple est utilisée comme estimée du couple conducteur:  $\hat{\Gamma}_h = C_{mes} = K_2 \left( \theta_v - \frac{\theta_2}{R_2} \right)$ .
  - soit un estimateur du couple conducteur est construit, basé sur le même principe que celui utilisé en Model-Following.
2. Si en Model-Following l'utilisation de l'estimateur du couple conducteur permet d'améliorer les résultats, en Model-Matching, l'utilisation d'un tel dispositif peut être sujette à caution.

Il est vrai que pour un Model-Matching idéal, un estimateur est nécessaire afin de reproduire les conditions théoriques. Cependant, le schéma de contrôle du système de restitution en Model-Matching avec utilisation du couple mesuré se rapproche beaucoup du schéma connu d'une DAE. Il est donc intéressant de ne pas négliger cette solution afin de fournir une base connue aux essayeurs et metteurs au point.

### Construction de l'observateur.

Un observateur est construit à partir de la modélisation décrite en (5.22) du système de restitution. Cet observateur est du même principe que celui développé en (4.28) lors de l'étude de la commande par Model-Following.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\dot{\theta}}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\dot{\theta}}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} = \left( A_v^{ob} - L_v^{ob} C_v^{ob} \right) \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\dot{\theta}}_2 \\ \hat{\theta}_v \\ \hat{\dot{\theta}}_v \\ \hat{\Gamma}_h \end{bmatrix} + \left[ L_v^{ob} + B_{v1}^{ob}, B_{v2}^{ob} \right] \begin{bmatrix} \theta_v \\ C_{mes} \\ u_v \end{bmatrix}$$

Le gain  $L_v^{ob}$  est calculé de manière classique par placement de pôles sur la matrice  $A_v^{ob} - L_v^{ob} C_v^{ob}$ .

Le contrôle dépendant de la vitesse du véhicule, les valeurs propres de cette matrice dépendent elles-aussi de la vitesse. Cependant, cette matrice est supposée reproduire la matrice  $A_{ref}$  du modèle de référence. Le calcul des valeurs propres est alors fait pour une vitesse donnée, l'observateur ne dépend pas de la vitesse du véhicule.

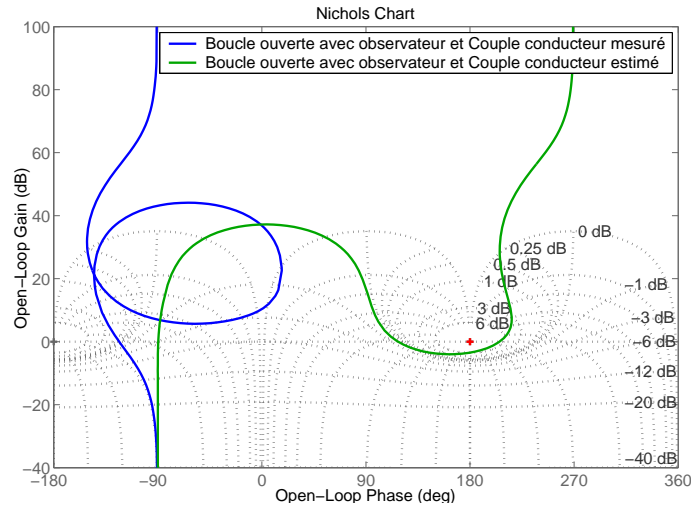


FIG. 5.9 – Boucle ouverte corrigée du système de restitution avec observateur.

La Figure 5.9 représente la boucle ouverte corrigée du système de restitution, piloté en Model-Matching. L'observateur décrit précédemment est utilisé pour estimer  $\dot{\theta}_v$  et  $\theta_v$ . Deux situations sont simulées:

- la mesure de couple est utilisée pour estimer le couple conducteur (courbe bleue);
- l'observateur est utilisé pour estimer le couple conducteur (courbe verte).

Pour les simulations, les réglages suivants sont utilisés:  $V = 40$  Km/h et  $C_{ext} = -R_{pc}^2 8 10^5 \theta_v$ . Contrairement aux résultats obtenus lors de l'étude du Model-Following, l'utilisation de l'estimation du couple conducteur détériore les résultats, ou tout du moins, les marges de stabilité de système piloté.

Avec utilisation du couple estimé, l'asservissement présente un marge de phase de seulement **25°** et une marge de gain de **3.5 dB**. En revanche, si le couple mesuré est utilisé, la marge de gain est **infinie** et la marge de phase vaut **56°**.

Le choix de  $\lambda_v$  n'est pas judicieux. Si initialement un amortissement de 0.9 a été choisi pour le mode souple du système (de fréquence  $\omega_\delta$ ), une fois l'ensemble de contrôle mis en place, l'amortissement effectif du mode en boucle fermée est beaucoup plus faible que prévu, ce qui explique les faibles marges de stabilité en boucle ouverte. Le mode souple du système est trop bas en fréquence et la commande en Model-Matching nécessite une bande passante trop étendue pour laquelle l'hypothèse de réduction d'ordre du système n'est plus valable.

Il n'est malheureusement pas possible d'obtenir une expression analytique des différents pôles et zéros du système en boucle fermée afin de mettre en évidence leur dépendance vis à vis de  $\lambda_v$ .

En revanche, une étude "a posteriori" de l'influence de  $\lambda_v$  sur le comportement du système piloté et en particulier sur les marges de stabilité de l'asservissement est envisageable. Le modèle réduit utilisé pour le calcul de  $L_v(V)$  et  $N_v$  ne dépend pas de  $\lambda_v$ . Il est donc possible d'étudier l'effet de ce paramètre sur le système de restitution avec le contrôle complet. La Figure 5.10 représente les évolutions de la marge de phase du système de restitution piloté en Model-Matching, en fonction de la vitesse du véhicule et de  $\lambda_v$ . Les évolutions de la marge de gain ne sont pas présentées, les courbes étant peu lisibles et ne présentant donc que peu d'intérêt.

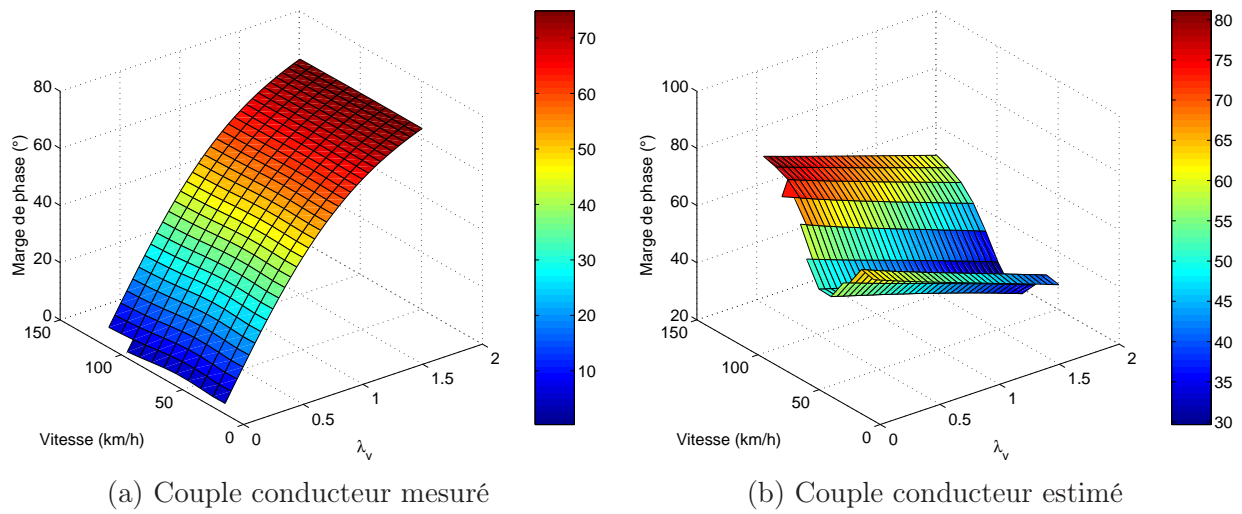
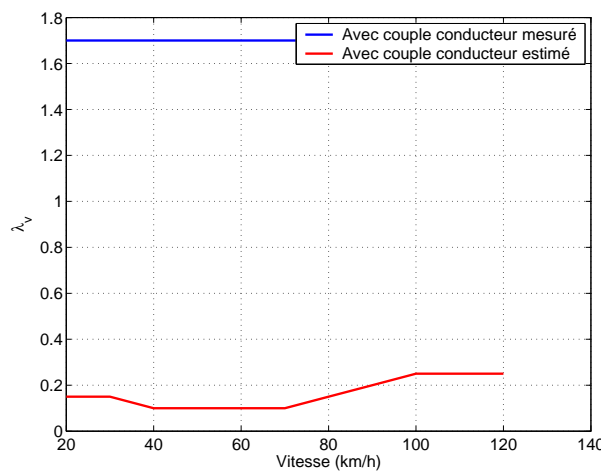
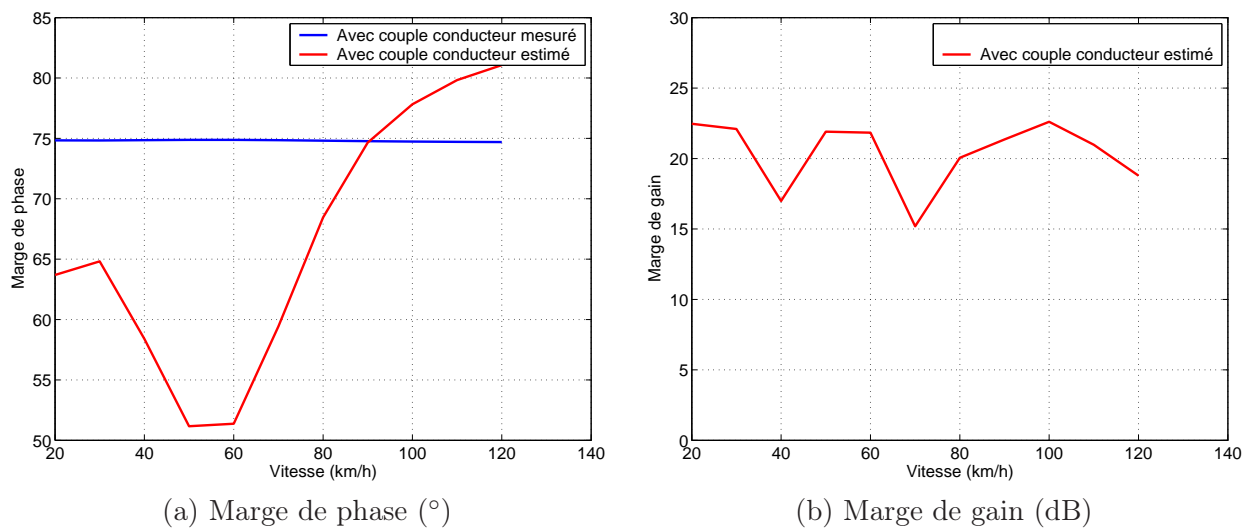


FIG. 5.10 – Marge de phase du système de restitution piloté en Model-Matching en fonction de la vitesse du véhicule et de  $\lambda_v$ .



(c) Evolution de  $\lambda_v$  en fonction de la vitesse.

FIG. 5.11 – Marge de phase du système de restitution piloté en Model-Matching en fonction de la vitesse du véhicule et de  $\lambda_v$  - Evolution de  $\lambda_v$  en fonction de la vitesse.

Pour chaque valeur de la vitesse du véhicule, un paramètre  $\lambda_v(V)$  est choisi de manière à maximiser les marges de stabilité du système. Ce processus est répété pour les deux stratégies proposées, selon que le couple conducteur est mesuré ou estimé par l'observateur.

Les résultats sont présentés Figure 5.11. L'amélioration des marges de stabilité du système piloté avec utilisation de l'estimation du couple conducteur issue de l'observateur est sensible. La marge de phase reste toujours supérieure  $50^\circ$ . La marge de gain est en moyenne supérieure à **15 dB**.

Si le couple mesuré est utilisé pour estimer le couple conducteur, l'amélioration apportée par le calcul a posteriori de  $\lambda_v$  est là aussi très nette: la marge de gain est toujours **infinie** et la marge de phase est de l'ordre de  $75^\circ$ , quelle que soit la vitesse du véhicule.

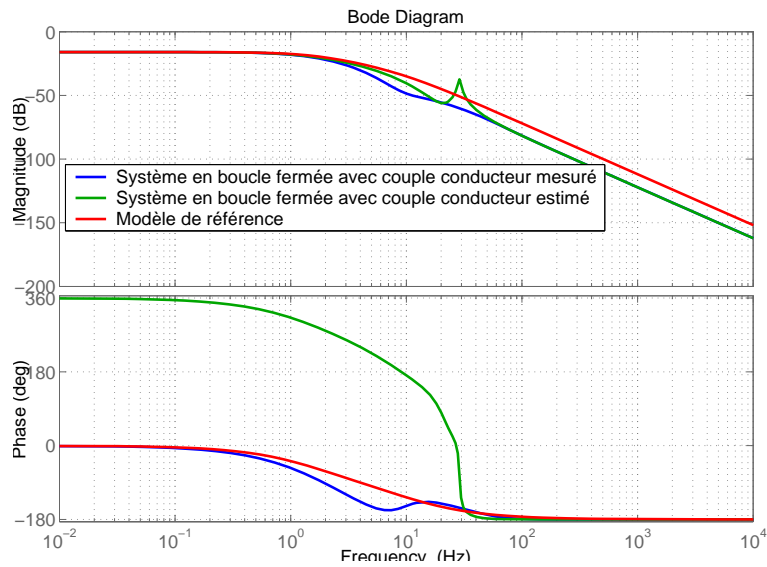
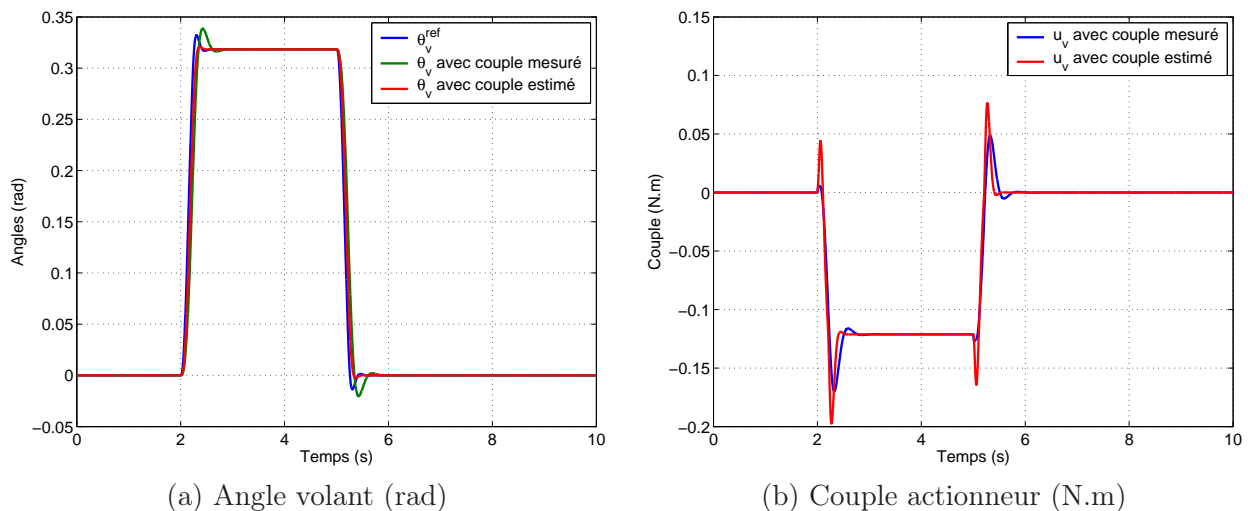


FIG. 5.12 – Boucle fermée corrigée du système de restitution avec observateur.

La réponse fréquentielle du système de restitution en boucle fermée est retracée Figure 5.12. Les deux configurations étudiées sont représentées, ainsi que la réponse du modèle de référence. Les simulations ont été faites à une vitesse de 40 km/h.



(a) Angle volant (rad)

(b) Couple actionneur (N.m)

FIG. 5.13 – Réponse temporelle du système de restitution suite à une sollicitation en échelon du conducteur, pour les deux configurations considérées.

Quelle que soit la configuration, avec couple conducteur mesuré ou estimé, le système de restitution reproduit correctement le comportement du modèle de référence jusqu'à 3 Hz, l'utilisation du couple conducteur estimé permettant de mieux approcher la réponse fréquentielle du modèle.

La Figure 5.13 représente les réponses temporelles du système de restitution suite à un échelon de couple du conducteur, pour les deux configurations étudiées. Dans les deux cas, le système reproduit correctement le comportement du modèle de référence. Par ailleurs, les niveaux de couple demandés à l'actionneur de restitution sont compatibles avec la réalité, celui-ci ne rentre pas en saturation.

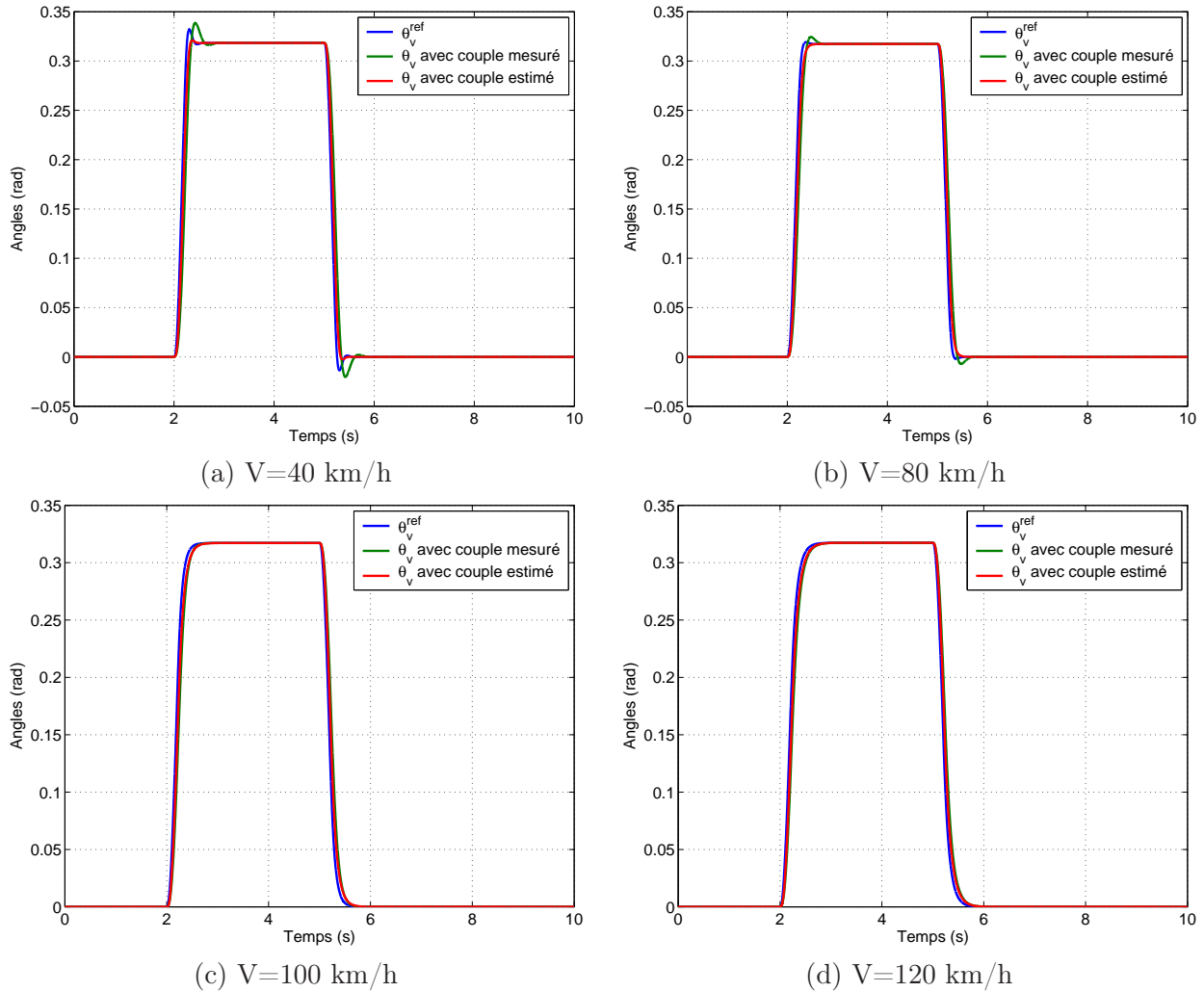


FIG. 5.14 – Réponse temporelle du système de restitution suite à une sollicitation en échelon du conducteur, pour les deux configurations considérées, pour différentes valeurs de la vitesse.

La Figure 5.14 représente le système de restitution dans les mêmes conditions que celles décrites précédemment, pour différentes valeurs de la vitesse du véhicule. Les conclusions restent identiques, le système suit correctement le modèle de référence, que ce soit avec le couple conducteur mesuré ou estimé, et ce pour l'ensemble de la gamme de vitesse considérée.

### 5.3.4 Système de braquage.

Les équations décrivant la dynamique du système de braquage sont rappelées:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \theta_b \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ext}$$

avec  $K_1 = K_0 S + \frac{K_t}{R_{pc}}$  et  $K_0$  est la pente de la loi de valve au point de fonctionnement choisi pour la linéarisation.

De la même manière que lors de l'étude du système de restitution, le système d'équations précédent est légèrement modifié de façon à faire apparaître  $\alpha = \frac{d_{biel}}{R_{pc}} \theta_r - \frac{1}{R_b} \theta_b$  et  $\dot{\alpha}$  comme variables d'état.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \alpha \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\omega_\alpha^2 & \frac{\beta_b d_{biel}}{J_b R_b} - \frac{\beta_c d_{biel}}{M_c R_{pc}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c} & -\frac{\beta_c}{M_c} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \alpha \\ \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-1}{J_b R_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M_c R_{pc}^2} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.38)$$

avec  $\omega_\alpha = \sqrt{\frac{K_1}{M_c R_{pc}} + \frac{K_t}{J_b R_b^2}}$ . Soit finalement:

$$\dot{X}_r = A_r X_r + B_{r_u} u_r + B_{r_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix}$$

Les équations régissant la dynamique du modèle de référence réduit sont rappelées ci-dessous:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_d} & \frac{1}{J_d} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \\ \dot{X}_{ref} &= A_{ref} X_{ref} + B_{ref} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### Réduction de l'ordre du système.

La technique de réduction d'ordre présentée en (5.3.2) est appliquée au système de braquage. De manière à simplifier les modèles, il est supposé que  $\beta_c \simeq 0$  et  $\beta_b \simeq 0$ . Le modèle "singulièrement perturbé" s'écrit alors:

$$\ddot{\theta}_r = -\frac{K_1}{K_t d_{biel} M_c} z_r + \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} C_{ext} \quad (5.39)$$

$$\epsilon_r^2 \ddot{z}_r = -\frac{1}{J_r} z_r + \frac{1}{M_c R_{pc}^2} C_{ext} - \frac{1}{J_b R_b} u_r \quad (5.40)$$

avec  $z_r = K_t \alpha$ ,  $\frac{1}{J_r} = \frac{K_1}{M_c R_{pc} K_t} + \frac{1}{J_b R_b^2}$  et  $\epsilon_r^2 = \frac{1}{K_t}$ .

La commande globale  $u_v$  du système de restitution est définie par:

$$u_r = u_{r1} + \epsilon_r u_{r2} \quad (5.41)$$



En supposant  $\epsilon_r = 0$  dans (5.40) et (5.41) et en remplaçant la solution obtenue en  $z_r$  dans (5.39), un modèle d'ordre réduit décrit par les équations suivantes est obtenu:

$$\ddot{\theta}_r = \frac{K_1 \bar{J}_r}{d_{biel} K_t M_c J_b R_b} u_{r_1} + \frac{1}{d_{biel} M_c} \left( \frac{1}{R_{pc}} - \frac{K_1 \bar{J}_r}{K_t M_c R_{pc}^2} \right) C_{ext} \quad (5.42)$$

soit la représentation d'état suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{d_{biel} M_c} \left( \frac{1}{R_{pc}} - \frac{K_1 \bar{J}_r}{K_t M_c R_{pc}^2} \right) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_1 \bar{J}_r}{d_{biel} K_t M_c J_b R_b} \\ 0 \end{bmatrix} u_{r_2} \\ \dot{X}_r &= \bar{A}_r \bar{X}_r + \bar{B}_{r_e} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \bar{B}_{r_u} u_{r_1} \end{aligned} \quad (5.43)$$

### Commande de la dynamique lente: Model-Matching.

Maintenant que la dynamique rapide est amortie, il est possible de travailler sur le modèle réduit obtenu précédemment (5.43). La même technique de calcul de commande que celle présentée en (5.1.3) est utilisée, en prenant soin de vérifier les conditions d'existence des différents produits matriciels:

**[C1]:** la matrice  $\bar{B}_{r_u}^T \bar{B}_{r_u}$  est inversible:

$$\bar{B}_{r_u}^T \bar{B}_{r_u} = \left( \frac{K_1 \bar{J}_r}{d_{biel} M_c K_t J_b R_b} \right)^2 \neq 0$$

une expression analytique de la pseudo inverse de  $\bar{B}_{r_u}$  peut donc être utilisée:

$$\bar{B}_{r_u}^+ = (\bar{B}_{r_u}^T \bar{B}_{r_u})^{-1} \bar{B}_{r_u}^T = \left[ \frac{d_{biel} M_c K_t J_b R_b}{K_1 \bar{J}_r}, 0 \right]$$

**[C2]:** la matrice  $(\bar{B}_{r_u} \bar{B}_{r_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (\bar{A}_r - A_{ref})$  est nulle:

$$\left( \begin{bmatrix} \frac{K_1 \bar{J}_r}{d_{biel} M_c K_t J_b R_b} \\ 0 \end{bmatrix} \left[ \frac{d_{biel} M_c K_t J_b R_b}{K_1 \bar{J}_r}, 0 \right] - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{1} & -\frac{K_p(V)}{0} \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]}$$

**[C3]:** la matrice  $(B_{r_u} B_{r_u}^+ - I_{[2 \times 2]}) (B_{r_e} - B_{ref})$  est nulle:

$$\begin{aligned} &\left( \begin{bmatrix} \frac{K_1 \bar{J}_r}{d_{biel} M_c K_t J_b R_b} \\ 0 \end{bmatrix} \left[ \frac{d_{biel} M_c K_t J_b R_b}{K_1 \bar{J}_r}, 0 \right] - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &\times \left( \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{d_{biel} M_c} \left( \frac{1}{R_{pc}} - \frac{K_1 \bar{J}_r}{K_t M_c R_{pc}^2} \right) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{J_d} & \frac{1}{J_d} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0_{[2 \times 2]} \end{aligned}$$

Il est donc possible de calculer les gains  $L_r(V)$  et  $N_r$  permettant de reproduire le comportement du modèle de référence sur le modèle réduit (5.43):

$$L_r(V) = (\bar{B}_{r_u}^T \bar{B}_{r_u})^{-1} \bar{B}_{r_u}^T (\bar{A}_r - A_{ref}(V)) \quad (5.44)$$

$$N_r = (\bar{B}_{r_u}^T \bar{B}_{r_u})^{-1} \bar{B}_{r_u}^T (B_{ref} - \bar{B}_{r_e}) \quad (5.45)$$

Les expressions analytiques des gains calculés précédemment sont données:

$$L_r(V) = \left[ \frac{d_{biel} K_v(V) (K_1 J_b R_b^2 + M_c R_{pc} K_t)}{K_1 R_b R_{pc} J} \quad \frac{d_{biel} K_p(V) (K_1 J_b R_b^2 + M_c R_{pc} K_t)}{K_1 R_b R_{pc} J} \right] \quad (5.46)$$

$$N_r = \left[ \frac{d_{biel} (K_1 J_b R_b^2 + M_c R_{pc} K_t)}{K_1 R_b R_{pc} J d} \quad \frac{d_{biel} K_1 J_b R_b^2 + d_{biel} M_c R_{pc} K_t - K_t J d}{K_1 R_b R_{pc} J d} \right] \quad (5.47)$$

Ainsi, la commande  $u_{r_1}$  données par:

$$u_{r_1} = -L_r(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + N_r \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

permet de réaliser un *Model-Matching* exact entre le modèle de référence et le modèle réduit obtenu en (5.43).

Les gains  $L_r(V)$  et  $N_r$  sont indépendants du réglage choisi pour la boucle d'amortissement interne. Pour l'instant, la commande globale  $u_r$  du système de braquage, permettant de reproduire le comportement du modèle de référence est définie par:

$$u_r = -L_r(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + N_r \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \epsilon_r u_{r_2} \quad (5.49)$$

### Commande de la dynamique rapide: amortissement de la torsion.

Il faut trouver  $u_{r_2}$  de manière à amortir et faire converger rapidement  $z_r = K_t \alpha$  vers sa valeur en "régime stationnaire"  $\hat{z}_r$ . En reprenant le raisonnement tenu en (5.3.2), l'équation régissant la dynamique rapide du système de braquage est donnée par:

$$\epsilon_r^2 \ddot{\zeta}_r = -\frac{1}{J_r} \zeta_r - \frac{1}{J_b R_b} \epsilon_b u_{b_2} \quad (5.50)$$

$$\ddot{\zeta}_r = -\omega_\alpha^2 \zeta_r - \frac{1}{J_b R_b \epsilon_r} u_{r_2} \quad (5.51)$$

avec  $\zeta_r = z_r - \hat{z}_r$  et  $\omega_\alpha = \sqrt{\frac{K_1}{M_c R_{pc}} + \frac{K_t}{J_b R_b^2}}$ .

Si le système est correctement conçu, la fréquence de résonance  $\omega_\delta$  est raisonnablement plus haute en fréquence que la bande passante à laquelle le système doit être piloté (fréquence maximale à laquelle la dynamique lente doit être pilotée (5.43)). Si tel est le cas, il suffit d'amortir la dynamique lente, sans chercher à la déplacer plus haut en fréquence.

Soit  $\xi_r$  le coefficient d'amortissement désiré de la variable  $\zeta_r$ . Il est alors possible de trouver la commande  $u_{r_2}$  permettant d'obtenir un tel amortissement:

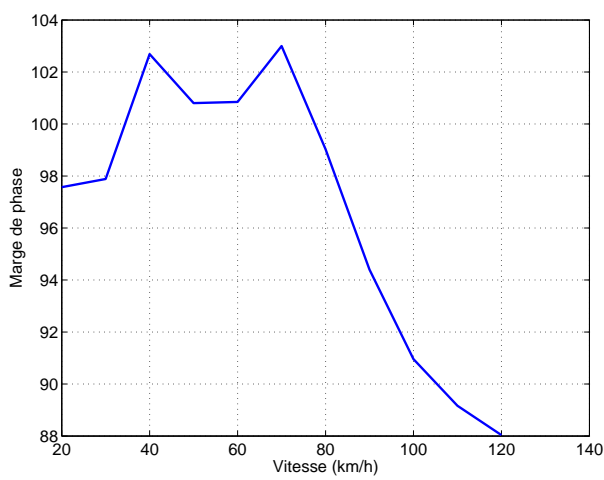
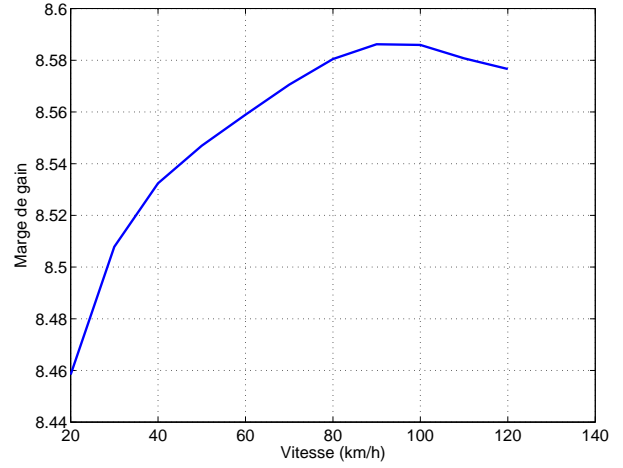
$$u_{r_2} = 2 J_b R_b \xi_r \omega_\alpha \epsilon_r \dot{\zeta}_r \quad (5.52)$$

La commande globale  $u_v$  du système de restitution est finalement donnée par:

$$u_r = -L_r(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + N_r \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \lambda_r \dot{\alpha} \quad (5.53)$$

où  $\lambda_r = 2 J_b R_b \xi_r \omega_\alpha \epsilon_r^2 K_t = 2 J_b R_b \xi_b \omega_\alpha$ .

De la même manière que pour lors de l'étude du système de restitution, une étude a-posteriori est menée afin de déterminer la valeur de  $\lambda_r$  en fonction de la vitesse, qui maximise les marges de stabilité du système de braquage.


 (a) Marge de phase ( $^{\circ}$ )


(b) Marge de gain (dB)

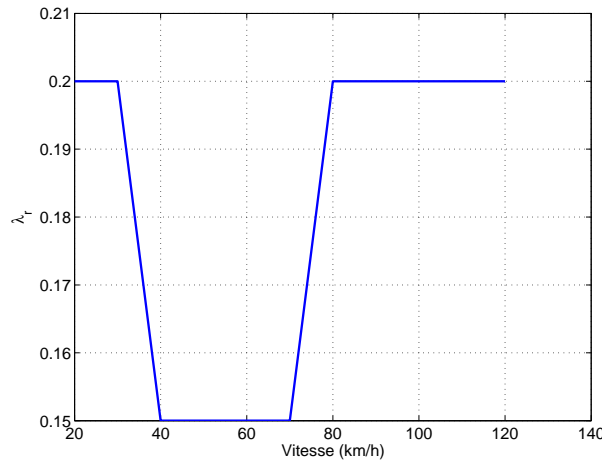

 (c) Evolution de  $\lambda_r$  en fonction de la vitesse.

 FIG. 5.15 – Marge de phase du système de braquage piloté en Model-Matching en fonction de la vitesse du véhicule et de  $\lambda_r$  - Evolution de  $\lambda_r$  en fonction de la vitesse.

Les résultats de l'étude sont présentés Figure 5.15. Les marges de stabilité du système sont satisfaisantes, la marge de phase est supérieure à  $88^{\circ}$  et la marge de gain est de l'ordre **8.5 dB**.

Un observateur est mis au point afin de reconstruire les états du système, étape nécessaire pour la mise en place d'une commande par retour d'état sur le véhicule. Les mesures disponibles sur le véhicule sont les suivantes:

- $\theta_r$ , l'angle de braquage des roues;
- $\theta_b$ , la position angulaire du moteur de braquage;
- $u_r$ , le couple fourni par l'actionneur;
- $C_{ext}$ , le couple résultant sur le barreau de valve dû aux efforts extérieurs.

L'observateur est construit de manière classique, selon l'équation suivante:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_b \\ \hat{\dot{\theta}}_b \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\dot{\theta}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_b}{J_b} & -\frac{K_t}{J_b R_b^2} & 0 & \frac{K_t}{J_b R_b R_{pc}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{d_{biel} M_c R_b} & -\frac{\beta_c}{M_c} & -\frac{K_1}{M_c R_{pc}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_b \\ \hat{\dot{\theta}}_b \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\dot{\theta}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_b} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_c R_{pc} d_{biel}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ C_{ext} \end{bmatrix} + L_r^{ob} \begin{bmatrix} \theta_b - \hat{\theta}_b \\ \theta_r - \hat{\theta}_r \end{bmatrix}$$

Soit:

$$\hat{X}_r = \left( A_r^{ob} - L_r^{ob} C_r^{ob} \right) \hat{X}_r + B_r^{ob} \begin{bmatrix} u_r \\ C_{ext} \end{bmatrix} + L_r^{ob} \begin{bmatrix} \theta_b \\ \theta_r \end{bmatrix}$$

Le gain  $L_r$  est obtenu de manière classique par placement de pôles sur la matrice  $(A_r^{ob} - L_r^{ob} C_r^{ob})$ . Les quatre pôles de l'observateur sont choisis purement réels, à une fréquence double de celle des pôles de la matrice  $\left( A_r - B_{ru} L_r(V) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$  respectivement (pour  $V = 40$  km/h).

Pour les simulations, les réglages suivants sont utilisés:

- $V = 40$  km/h;
- $C_{ext} = -R_{pc} d_{biel} 80000 \theta_r$

La réponse fréquentielle du système en boucle fermée, dans les mêmes conditions de simulation, est représentée Figure 5.16. Le système reproduit relativement bien le comportement du modèle de référence. L'erreur de Model-Matching, définie comme  $\epsilon = \theta_r^{ref} - \theta_r$ , est elle-aussi représentée. Celle-ci ne dépasse pas **-47 dB**.

Il est cependant important de remarquer que les réponses fréquentielles ne font évidemment intervenir que le modèle linéarisé du système de braquage. Il est nécessaire de vérifier que les réponses temporelles du système piloté, avec prise en compte de la loi de valve non-linéaire, sont conformes aux attentes.

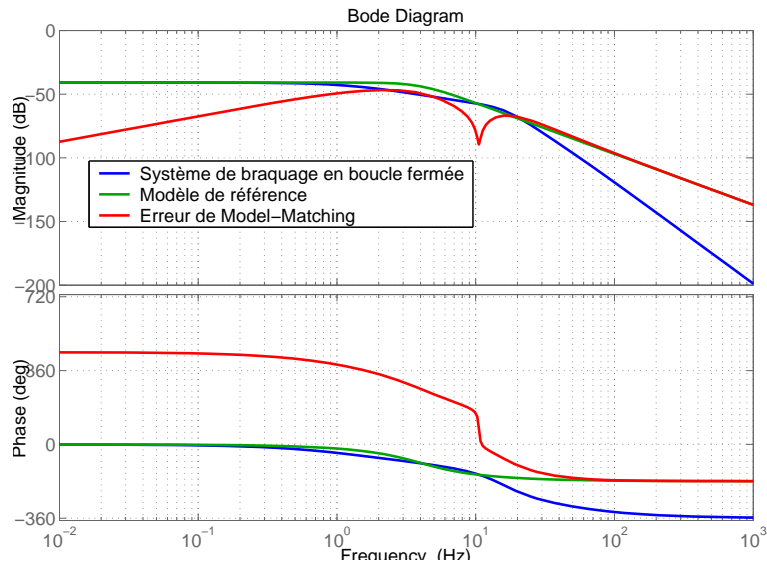


FIG. 5.16 – Boucle fermée corrigée du système de braquage avec observateur.

Les réponses temporelles du système de braquage du prototype SBW1 piloté en Model-Matching sont présentées Figure 5.17. Les conditions de simulations sont identiques à celles présentées précédemment.

L'effet de la non-linéarité de la loi de valve est clairement identifiable. Le système linéarisé reproduit correctement le comportement du modèle de référence alors que le système avec loi de valve non-linéaire manque de gain. L'explication est simple, la loi non linéaire est une cubique et présente donc un gain peu important pour les faibles torsions du barreau de valve.

Malgré tout, même si le système manque de gain, la forme de la réponse reste proche de celle prévue par le modèle de référence.

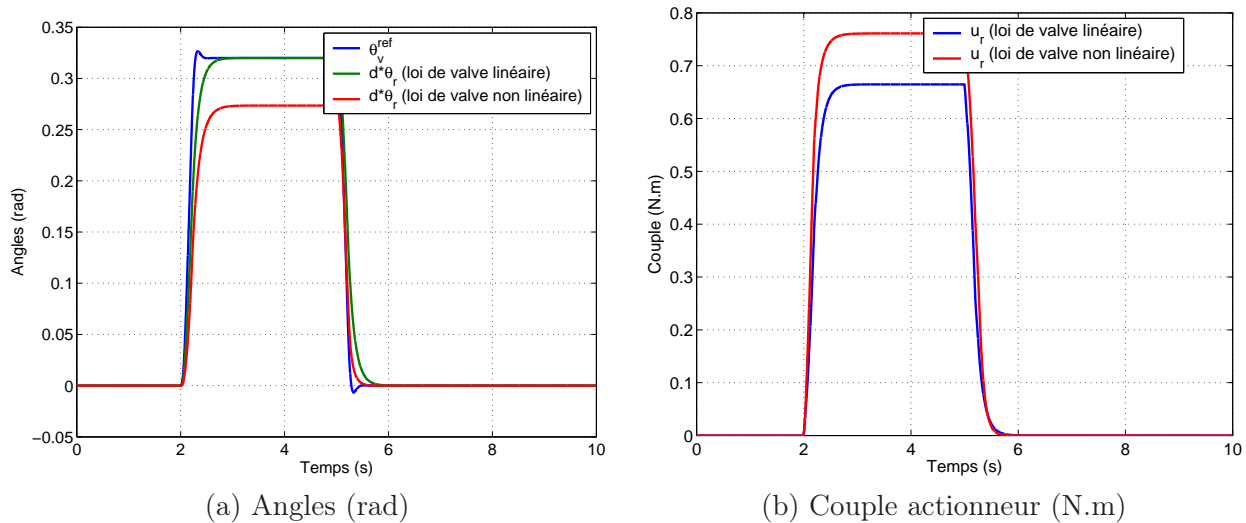


FIG. 5.17 – Réponse temporelle du système de braquage suite à une sollicitation en échelon du conducteur.

Par ailleurs, le couple que doit fournir l'actionneur de braquage est conforme aux possibilités de celui-ci (de l'ordre de 1.4 N.m).

En l'état actuel, il est inutile de présenter la réponse du système pour différentes vitesses du véhicule. En effet, les conclusions seraient identiques, le système manque de gain afin de répondre avec la même amplitude que le modèle de référence.

### Remarques:

Le point de fonctionnement autour duquel est linéarisée la loi de valve a son importance. En effet, les gains  $L_r(V)$  et  $N_r$  dépendent du gain  $K_1 = K_\alpha S + \frac{K_t}{R_{pc}}$ , où  $K_\alpha$  est la pente de la loi de valve au point de linéarisation choisi. Il serait donc envisageable d'utiliser un  $K_\alpha$  plus petit de manière à obtenir des gains  $L_r(V)$  et  $N_r$  plus importants (voir 5.46 et 5.47). Mais dans ce cas, le système non-linéaire diverge, la pression d'assistance devenant trop importante.

Il est donc plus judicieux d'utiliser une valeur moyenne pour  $K_\alpha$  et de mettre ensuite au point une boucle additionnelle afin d'aider le système à reproduire le comportement du modèle de référence.

### 5.3.5 Synchronisation des deux systèmes.

La forme de commande utilisée pour piloter en Model-Matching les systèmes de restitution et de braquage ne garantit pas une parfaite synchronisation entre les deux systèmes.

En effet, chacune des deux lois de commande est faite pour reproduire le comportement du modèle de référence mais aucun contrôle ne vient assurer, comme en Model-Following, que les systèmes reproduisent exactement le comportement du modèle. La commande mise en place pour le pilotage du système de braquage est d'ailleurs insuffisante et la non-linéarité intrinsèque au système vient perturber sa réponse.

D'autre part, en présence d'erreurs de mesure par exemple, une désynchronisation des deux systèmes peut survenir. Il est donc nécessaire de rajouter une boucle de contrôle dont le but est:

- d'assurer la bonne reproduction du modèle de référence par le système de braquage;
- de maintenir une synchronisation correcte entre les deux systèmes (braquage et restitution).

En supposant que chacun des deux systèmes (restitution et braquage) reproduit le comportement du modèle de référence réduit<sup>1</sup>, leur comportement est décrit par:

$$J \ddot{\theta}_v + K_v(V) \dot{\theta}_v + K_p(V) \theta_v = \Gamma_h + C_{ext} \quad (5.54)$$

$$J \ddot{\theta}_r + K_v(V) \dot{\theta}_r + K_p(V) \theta_r = \frac{\Gamma_h}{d} + \frac{C_{ext}}{d} + \lambda \quad (5.55)$$

où  $\lambda$  est une perturbation agissant sur les mesures de couple.

De plus en supposant que les deux systèmes ne présentent pas les mêmes conditions initiales (le système de braquage n'est pas en position nulle au moment de l'initialisation), en passant les équation (5.54) et (5.55) dans le domaine de Laplace et en définissant  $\epsilon = \frac{\theta_v}{d} - \theta_r$ :

$$\mathcal{E} = \frac{J s \theta_v(0^+) + J \dot{\theta}_v(0^+) + K_v(V) \theta_v(0^+) + \Lambda}{J s^2 + K_v(V) s + K_p(V)} \quad (5.56)$$

où  $\mathcal{E}$  et  $\Lambda$  sont les transformées de Laplace respectives de  $\epsilon$  et  $\lambda$ .

L'erreur de synchronisation est clairement non nulle en régime permanent. L'idée est de simuler, au niveau du système de braquage, un couple additionnel que devrait fournir le conducteur afin d'assurer une synchronisation entre l'angle de braquage des roues et celui du volant. Au vu des résultats présentés, le système de restitution reproduit correctement le comportement du modèle de référence. Dès lors, si le système de braquage est correctement synchroniser avec le système de restitution, le comportement du modèle sera aussi retrouvé au niveau des roues.

La commande du système de braquage est modifiée:

$$u_r = -L_r(V) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + N_r \begin{bmatrix} \Gamma_h + \Delta\Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} + \lambda_r(V) \dot{\alpha} \quad (5.57)$$

avec:  $\Delta\Gamma_h = C_P(V) \left( \frac{\theta_v}{d} - \theta_r \right) + C_I(V) \int \left( \frac{\theta_v}{d} - \theta_r \right) dt$

L'expression de l'erreur de synchronisation dans le domaine de Laplace devient alors:

$$\mathcal{E} = \frac{J s^2 \theta_v(0^+) + \left( J \dot{\theta}_v(0^+) + K_v(V) \theta_v(0^+) + \Lambda \right) s}{J s^3 + K_v(V) s^2 + (K_p(V) + C_P(V)) s + C_I(V)} \quad (5.58)$$

L'erreur devient nulle en régime permanent. Il suffit maintenant de trouver les gains  $C_P(V)$  et  $C_I(V)$  qui assurent une bonne synchronisation des deux systèmes sans détériorer outre mesure les marges de stabilité du contrôle.

L'effet d'un tel contrôleur est alors testé sur le système complet. Le gain maximum de l'erreur de synchronisation  $\epsilon = \frac{\theta_v}{d} - \theta_r$  ainsi que les marges de stabilité du transfert boucle ouverte associé sont calculés.

Un premier réglage est obtenu pour une vitesse donnée. Ce réglage est choisi afin de conserver au moins **6 dB** de marge de gain et **45 °** de marge de phase pour la boucle ouverte de synchronisation tout en minimisant le gain maximal de l'erreur.

---

1. afin de simplifier les calculs, le modèle de référence réduit est utilisé, mais le procédé est identique avec le modèle de référence étendu

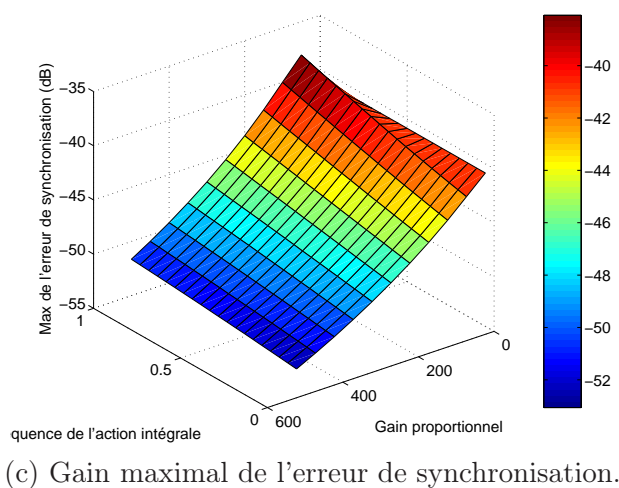
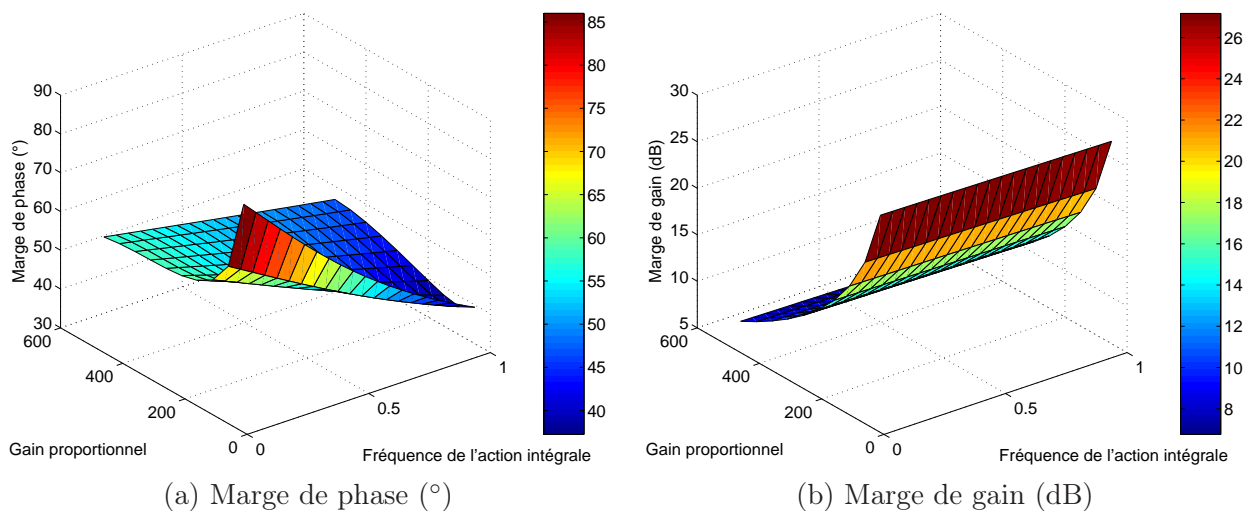


FIG. 5.18 – Influence des gains du PI sur le comportement de la direction à  $V=20$  km/h.

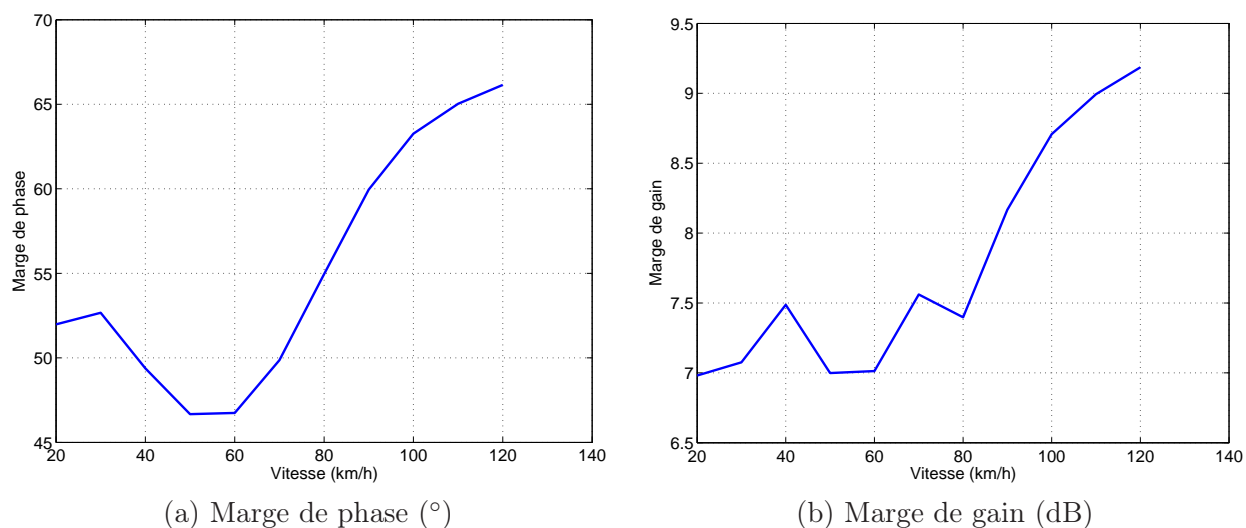


FIG. 5.19 – Marges de stabilité de la boucle de synchronisation en fonction de la vitesse du véhicule.

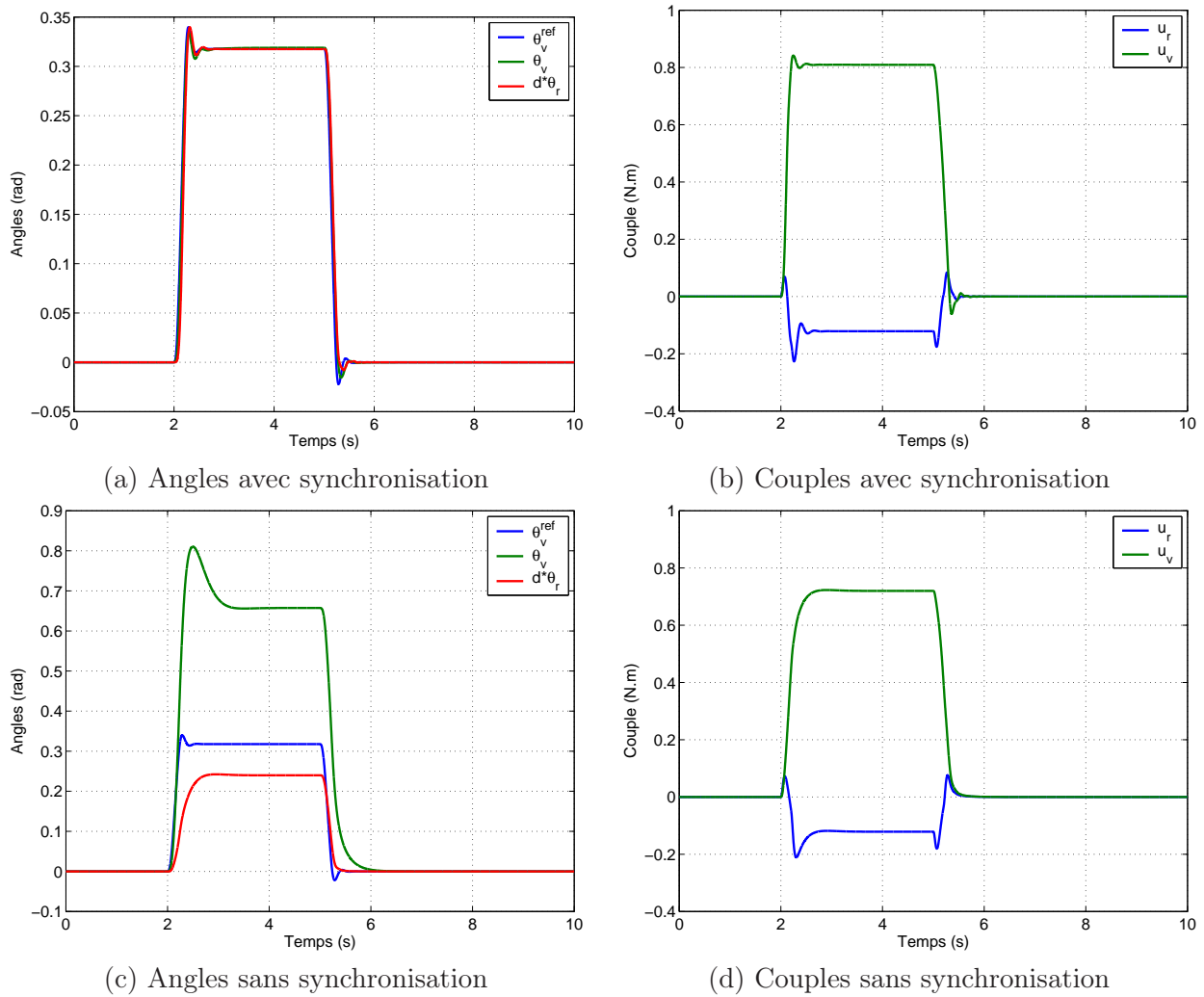


FIG. 5.20 – Réponse temporelle de la direction suite à une sollicitation en échelon du conducteur avec et sans la boucle de synchronisation.

Ce réglage a été obtenu pour une vitesse donnée du véhicule. Les marges de stabilité sont donc vérifiées pour l'ensemble des valeurs possibles de la vitesse du véhicule. Les résultats sont présentés sur la Figure 5.19. Au vu de l'évolution des marges en fonction de la vitesse, il n'est pas nécessaire de paramétrer les gains du PI, ces derniers sont donc choisis constants:

$$\begin{aligned} C_P(V) &= C_P = 500 \\ C_I(V) &= C_I = C_P 2\pi 0.5 \end{aligned}$$

La Figure 5.20 retrace les réponses temporelles de la direction complète, avec loi de valve non-linéaire. Les cas avec et sans boucle de synchronisation sont représentés. Le couple conducteur estimé par l'observateur est utilisé.

Les bénéfices de la boucle additionnelle sont clairement visibles. Sans cette dernière, le système de braquage ne répond pas avec assez d'amplitude ce qui a pour effet de perturber la réponse du système de restitution. En effet, les efforts extérieurs issus du braquage des roues ne sont pas en rapport avec le mouvement du volant. Le comportement du modèle de référence n'est plus reproduit sur aucun des deux systèmes qui sont alors totalement dé-synchronisés.

En revanche, en présence de la boucle additionnelle, le système de braquage, malgré la non linéarité de la loi de valve, suit correctement le système de restitution. L'ensemble de la direction est alors correctement synchronisé, le comportement du modèle de référence est bien reproduit.



## 5.3.6 Conclusion.

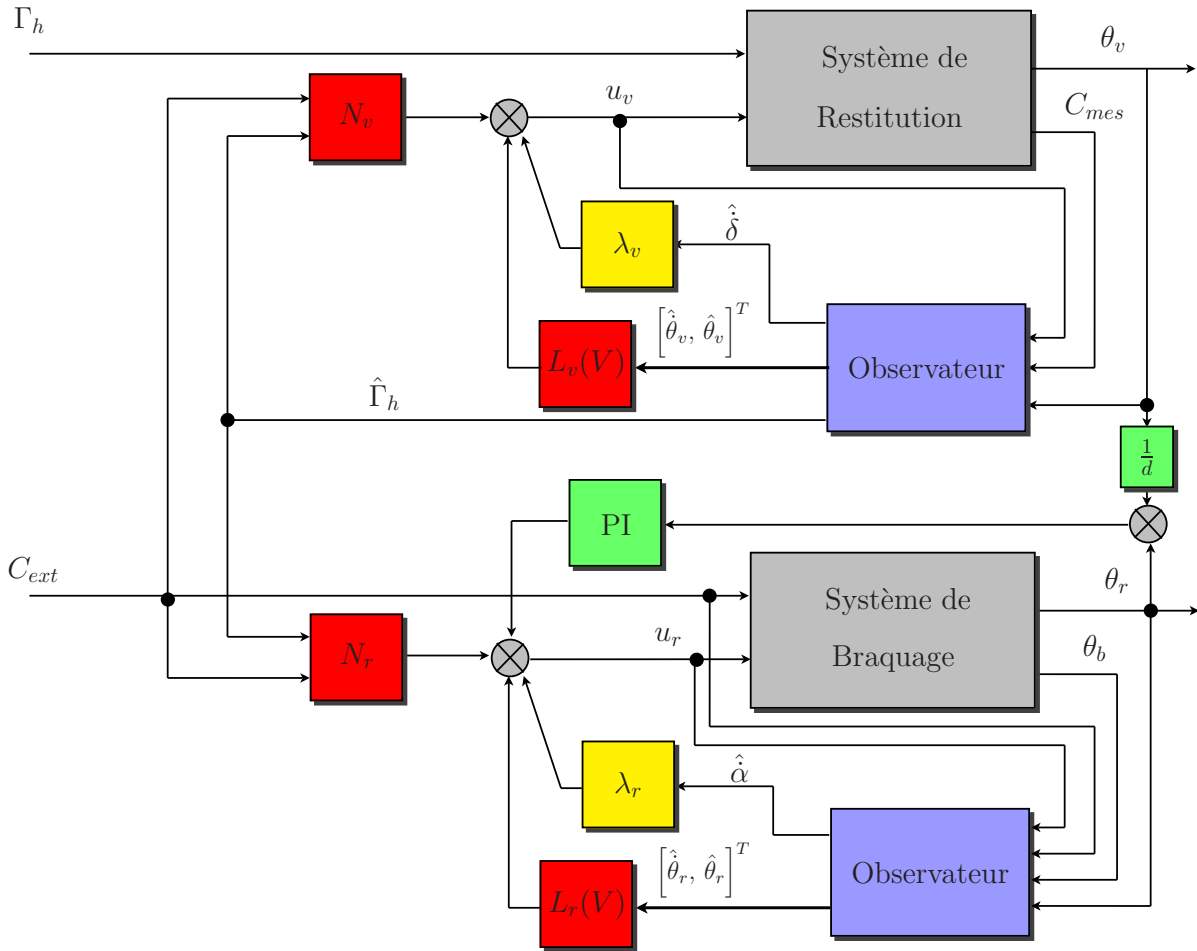


FIG. 5.21 – Schéma de contrôle en Model-Matching de la direction complète du prototype SBW1.

La Figure 5.21 représente le schéma bloc final de la direction découplée pilotée en Model-Matching. Les différentes boucles de contrôle sont présentées, ainsi que les observateurs.

La direction est ensuite testée pour différentes valeurs de la vitesse du véhicule. Les conditions de simulation sont les suivantes:  $C_{ext} = -R_{pc} d_{biel} 8 \cdot 10^5 \theta_r$ .

Les résultats sont exposés Figures 5.22 et 5.23. Dans le premier cas, le couple conducteur est estimé par l'observateur au niveau du système de restitution, dans le deuxième cas, le couple conducteur est simplement mesuré par le capteur de couple derrière le volant.

L'ensemble des résultats est satisfaisant, les systèmes de restitution et de braquage sont correctement synchronisés et reproduisent correctement le comportement du modèle de référence.

Néanmoins, les mêmes constatations que celles faites lors de l'étude du contrôle par Model-Following peuvent être faites. Si le couple conducteur est simplement mesuré, la réponse de la direction ne reproduit pas exactement le comportement du modèle. En effet, des oscillations perturbent la réponse de la direction. Celles-ci sont directement dues à la mesure de couple issue du système de restitution, cette dernière présentant des oscillations relativement importantes. L'utilisation de l'observateur permet d'éliminer ce phénomène et ainsi de mieux reproduire la dynamique du modèle de référence.

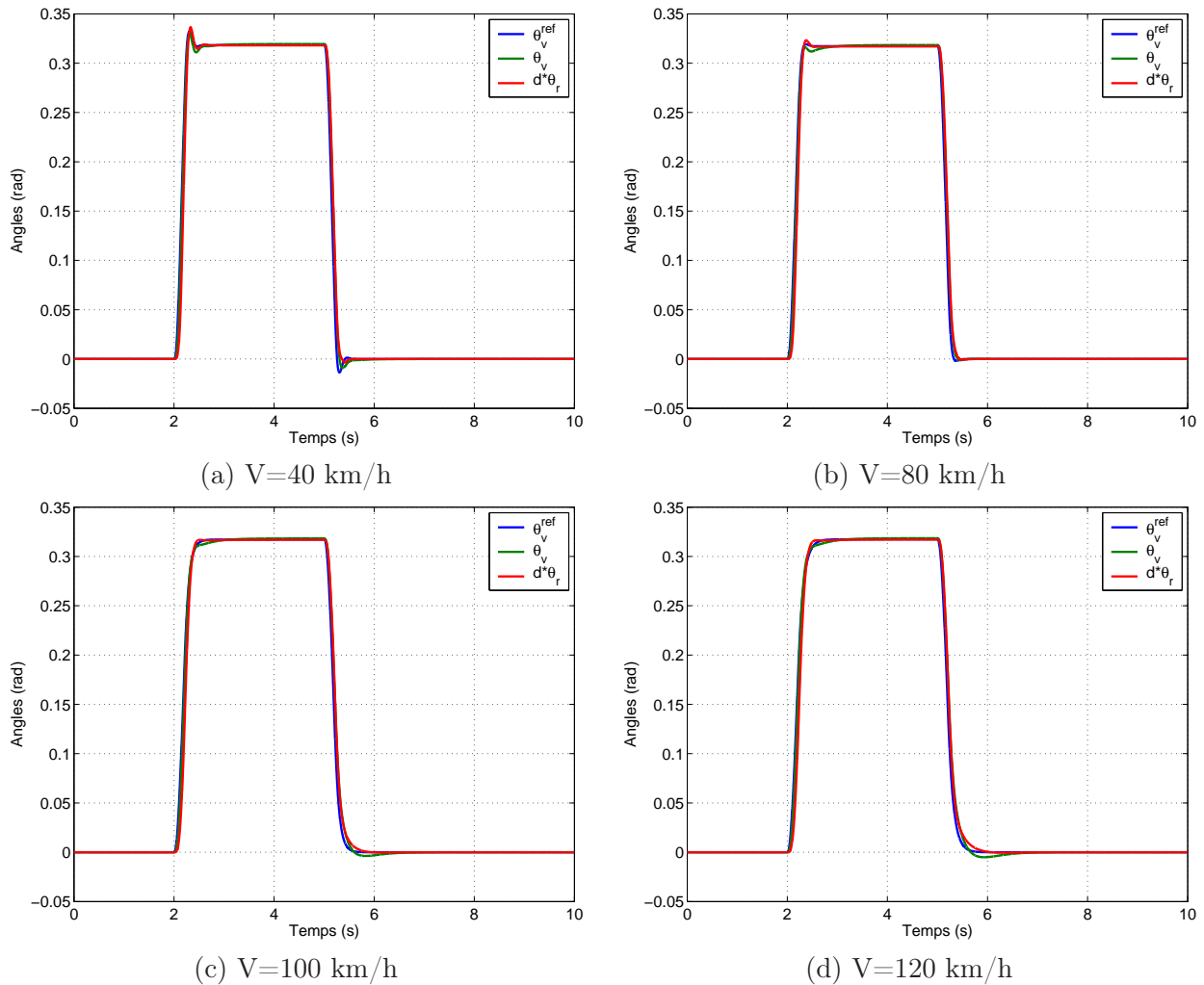


FIG. 5.22 – Réponse temporelle de la direction pour différentes valeurs de la vitesse (le couple conducteur est estimé).

## 5.4 Model-Matching: conclusion.

Le principe de commande utilisé permet, sous certaines conditions, de reproduire le comportement du modèle de référence sur le système de direction découplée.

Ce principe a d'abord été validé sur une direction d'architecture simple pour ensuite être adapté à la direction découplée du prototype SBW1. Des modifications ont dues être apportées afin de prendre en compte la complexité des systèmes de restitution et de braquage. Pour chaque système, l'architecture de contrôle finalement mise au point est composée de différentes boucles

- une première boucle interne est utilisée afin d'amortir la dynamique rapide de chacun des systèmes, permettant ainsi de construire un modèle d'ordre réduit de chaque système.
- une deuxième boucle, composée d'un feedback et d'un feedforward est alors calculée à partir des équations des modèles réduits. Cette boucle est mise en place afin de reproduire le comportement du modèle de référence.
- enfin, une dernière boucle est ajoutée au niveau du système de braquage afin d'assurer une bonne synchronisation entre les deux systèmes, malgré la présence d'erreurs de modélisation de mesures etc...

Seuls les résultats faisant intervenir le modèle de référence réduit ont été présentés. Bien évidem-

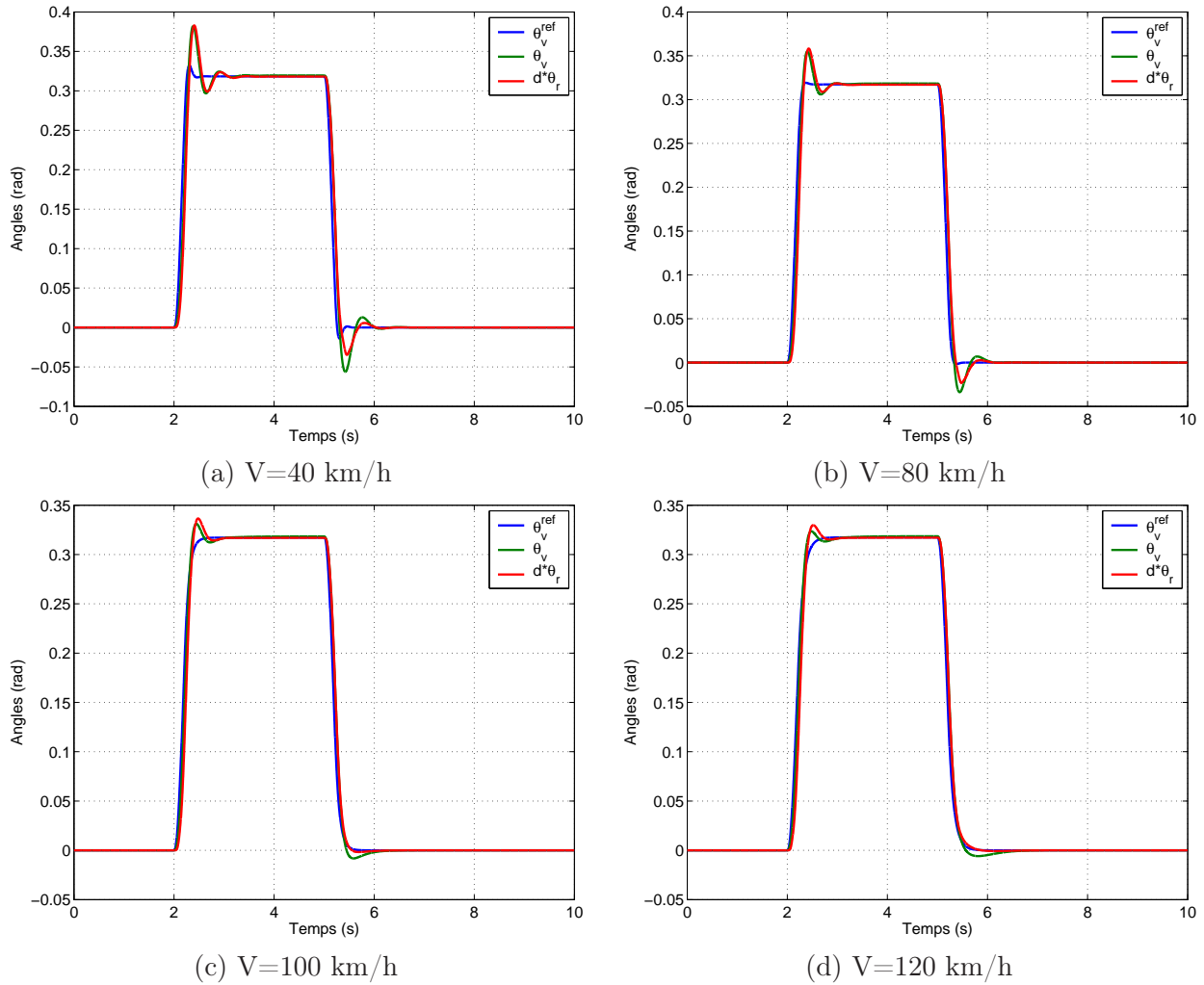


FIG. 5.23 – Réponse temporelle de la direction pour différentes valeurs de la vitesse (le couple conducteur est mesuré).

ment, l'utilisation du modèle de référence étendu se fait de manière tout à fait similaire et ne pose aucun problème particulier. Il est juste nécessaire de prendre en compte deux entrées supplémentaires.

Deux possibilités ont été testées afin d'obtenir une estimation du couple conducteur pour les besoins de la commande. Soit le couple conducteur utilisé est simplement mesuré par le capteur de couple placé derrière le volant, soit il est issu de l'observateur mis en place au niveau du système de restitution. La deuxième solution permet de mieux approcher le comportement du modèle de référence grâce à une meilleure estimation du couple fourni par le conducteur. Quoi qu'il en soit, la dynamique du modèle de référence est correctement reproduite sur l'ensemble de la gamme de vitesse considérée.

---

## Chapitre 6

# Essais sur prototype.

Deux stratégies de pilotage, basée sur le modèle de référence réduit, ont été mises au point afin de piloter la direction découplée du prototype SBW1 fourni par Renault.



FIG. 6.1 – *Renault Laguna 2, base du prototype SBW1.*

Après avoir validé le comportement des lois de commande en simulation, une phase d'essais sur prototype a été programmée. L'intérêt de ces essais est fondamental:

- dans un premier temps il est possible de vérifier le bon comportement des lois de commande une fois mises en place, avec toutes les imperfections et inconnues inhérentes à un système physique réel (dynamiques négligées, non-linéarités, bruit de mesure etc...);
- dans un deuxième temps, une évaluation du modèle de référence est rendue possible. Une fois que les lois de commande sont jugées performantes, les qualités (ou défauts) du modèle de référence sont testées. En effet, il n'a pour l'instant pas été possible de tester les capacités du modèle en terme de ressenti conducteur. La phase d'essais permet donc de valider les hypothèses qui ont été faites lors de la mise au point du modèle de référence (simplicité, prise en compte des efforts extérieurs etc...).

La période d'essais a été relativement courte (3 semaines). Il n'a donc pas été possible de tester l'ensemble des stratégies mises au point en simulation. Seul le Model-Matching au niveau du système de restitution a été testé de manière approfondie. Le système de braquage était alors asservi sur la position du volant, une commande existante étant utilisée. Dès lors, l'ensemble des travaux présentés impliquent le système de restitution, le système de braquage étant supposé suivre la position du volant.

De plus, le système de restitution a été modifié avant l'implantation des lois de commande sur le prototype. Une phase d'identification et de recalage des modèles a été nécessaire avant de pouvoir tester réellement les lois de commande.

## 6.1 Caractérisation du système de restitution et mise à jour du modèle.

La mise en place de lois de commande sur un système physique réel nécessite une bonne connaissance de celui-ci. Un modèle linéaire utilisable pour la mise au point de la commande peut alors être construit.

Avant l'implantation des lois de commande dans le prototype, le système de restitution a été modifié afin de pallier certains défauts qui perturbaient le ressenti conducteur et compliquaient le calcul des lois de commande. En effet, la raideur du barreau reliant le volant au réducteur était très/trop faible, faisant chuter la bande passante mécanique du système et limitant ainsi les possibilités du contrôle.

Un système modifié a alors été implanté dans le véhicule, incluant un barreau plus rigide. Une première estimation de la raideur du barreau a été faite, ce qui a permis de poursuivre les études en simulation en attendant que le système soit opérationnel.

### 6.1.1 Principe d'identification.

Le système de restitution correspond à un modèle à deux inerties reliées entre elles par une raideur (4.20). Ce modèle est bien connu sous l'appellation "modèle double haltère".

Ce type de modèle est caractérisé par 3 paramètres principaux qu'il est essentiel de bien connaître:

1. la raideur dynamique notée ici  $K_2$ ;
2. l'inertie du moteur  $J_2$ ;
3. l'inertie du volant notée  $J_v$ .

L'étude de certains transferts permet de faire ressortir deux fréquences caractéristiques. La connaissance des ces deux fréquences donne accès aux trois paramètres cités précédemment. Ces fréquences sont:

- une anti-résonance donnée par:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K_2}{J_v}}$$

- une résonance (mode souple du système) donnée par:

$$\omega_\delta = \sqrt{\frac{K_2}{J_v} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2}}$$

Classiquement, il est possible d'obtenir une estimation des différents paramètres en excitant le système à basse fréquence en consigne de type sinus. Cependant une identification fréquentielle est préférée, celle-ci permettant d'avoir une mesure plus pertinente de la raideur dynamique du système.

Une boucle de vitesse est alors implantée pour asservir en vitesse le moteur du système de restitution. Cette boucle permet entre autres de limiter le phénomène de résonance lors du balayage fréquentiel.

De manière très classique, une fonction a été développée afin de calculer l'amplitude et la phase du transfert entre deux points de mesure sur le système. Le principe suivant a été utilisé:

Soit  $c(t) = a * \sin(2\pi f t)$  le signal de consigne. Le signal en sortie du système est défini par  $S(t) = G(f) a * \sin(2\pi f t + \phi(f))$ , où  $G(f)$  et  $\phi(f)$  sont respectivement le gain et la phase du système à la fréquence  $f$ .

Soient les deux signaux suivants:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(t) a \sin(2\pi f t) = G(f) \frac{a^2}{2} (\cos(\phi(f)) - \cos(4\pi f t)) \\ s_2(t) &= s(t) a \sin(2\pi f t + \frac{\pi}{2}) = G(f) \frac{a^2}{2} \left( \cos(\phi(f) + \frac{\pi}{2}) - \cos(4\pi f t + \frac{\pi}{2}) \right) \end{aligned}$$

Il suffit ensuite de filtrer les composantes hautes fréquences de  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , obtenant ainsi les signaux:

$$\begin{aligned} re &= G(f) \frac{a^2}{2} \cos(\phi(f)) \\ im &= G(f) \frac{a^2}{2} \cos(\phi(f) + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Il est alors très simple d'obtenir les expressions de  $G(f)$  et  $\phi(f)$ :

$$\begin{aligned} G(f) &= \frac{2}{a^2} \sqrt{re^2 + im^2} \\ \phi(f) &= \arctan\left(\frac{im}{re}\right) \end{aligned}$$

L'étude de deux transferts particuliers permet de recalculer l'ensemble du modèle. Le premier transfert,  $u_v \mapsto \dot{\theta}_2$  contient toutes les informations pour re-calculer les valeurs des paramètres clés du système. Le transfert  $u_v \mapsto C_{mes}$  permet de vérifier le choix des valeurs obtenues après l'étude du premier transfert d'une part, et d'autre part, de mettre en évidence la bande passante du capteur de couple.

### 6.1.2 Balayages fréquentiels.

Les résultats des balayages sont présentés Figure 6.2 avec les mêmes transferts issus du modèle simulé. Ce dernier n'est clairement pas bien paramétré.

1. Un amortissement structural  $\beta_\delta$  est ajouté au niveau du barreau de torsion de manière à pouvoir faire coïncider les amplitudes respectives de la résonance et de l'anti-résonance.
2. Le frottement visqueux du moteur est ajusté de manière à régler le gain basse fréquence du système.
3. Les inerties  $J_v$ ,  $J_2$  et la raideur  $K_2$  sont calculées à partir des équations suivantes (un paramètre d'ajustement est ajouté sur  $\bar{J}$  de manière à faire coïncider le gain global):

$$\begin{aligned} J_2 &= \omega_1^2 \frac{\bar{J}}{R_2^2 \omega_\delta} \\ J_v &= \bar{J} \frac{\omega_\delta^2 - \omega_1^2}{\omega_\delta^2} \\ K_2 &= \bar{J} \omega_1^2 \frac{\omega_\delta^2 - \omega_1^2}{\omega_\delta^2} \end{aligned}$$

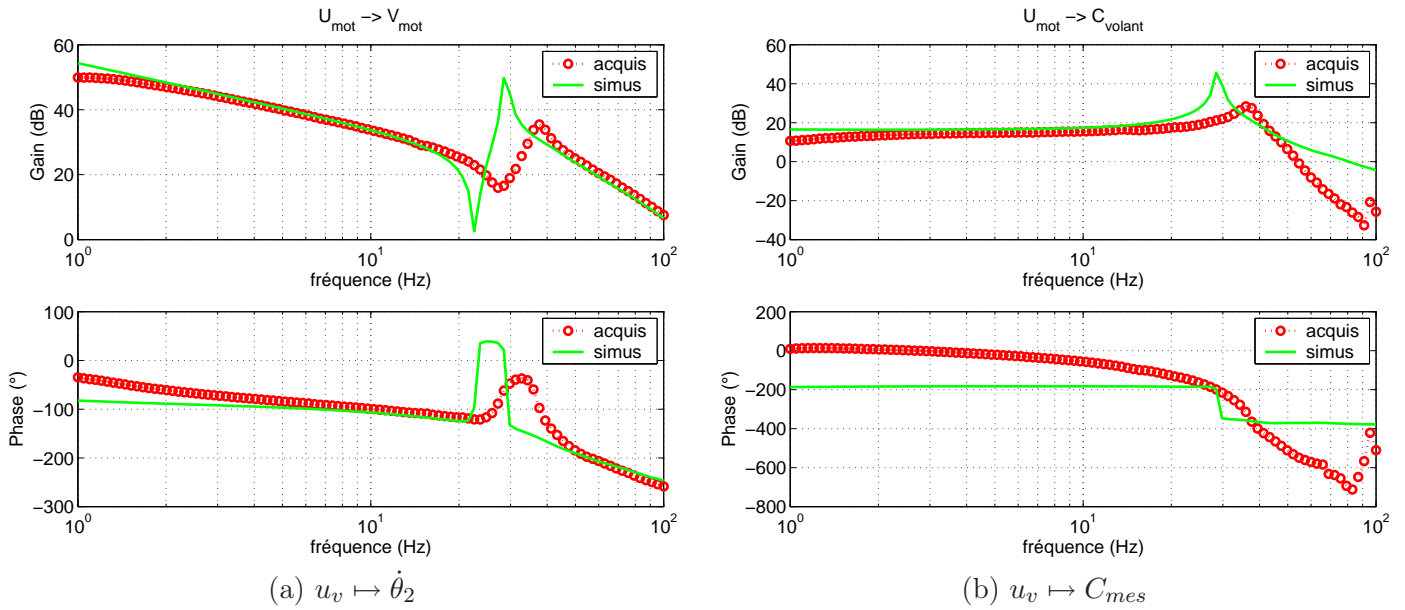


FIG. 6.2 – Transferts caractéristiques du système de restitution, mesures et simulation du modèle non recalé.

$$\text{avec } \frac{1}{J} = \frac{1}{J_v} + \frac{1}{J_2 R_2^2}.$$

4. Finalement un filtre est ajouté pour modéliser la bande passante du capteur de couple. Il s'agit en fait de deux Passe-Bas d'ordre 2 avec 35 Hz de fréquence de coupure.

Les résultats sont présentés Figure 6.3. Le modèle recalé ainsi que les mesures faites sur le prototype sont présentées. Désormais, le modèle correspond correctement au système réel.

Les valeurs numériques retenues à la suite de cette identification sont les suivantes:

- $J_v = 0.0325 \text{ kg.m}^2$ ;
- $\beta_v = 0.1 \text{ N.m.s}$ ;
- $\beta_\delta = 0.6 \text{ N.m.s}$ ;
- $J_2 = 1.72 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ ;
- $\beta_2 = 0.001 \text{ N.m.s}$ ;
- $K_2 = 1000 \text{ N.m}$ .

## 6.2 Mise en place des lois de commande.

Comme il l'a été précisé plus haut, le manque de temps a considérablement réduit les possibilités d'investigation sur le prototype. Dès lors, une seule stratégie a pu être testée réellement: les lois de commande en Model-Matching ont été implantées au volant, les roues étant asservies sur la position du volant par une loi de commande déjà présente sur le prototype.

Cependant, suite aux essais sur véhicule, l'ensemble des travaux a été mis à jour en simulation à partir des modèles recalés de la direction.

La mise à jour des lois de commande en simulation pour le pilotage en Model-Following du prototype est présentée en 6.2.3. Les résultats expérimentaux suite aux essais sur le prototype de la stratégie en Model-matching sont détaillés en 6.2.2, ainsi que certaines évolutions effectuées en simulation.

Enfin, des améliorations portant sur l'assistance et la sensation de clavetage sont finalement exposées en 6.3.

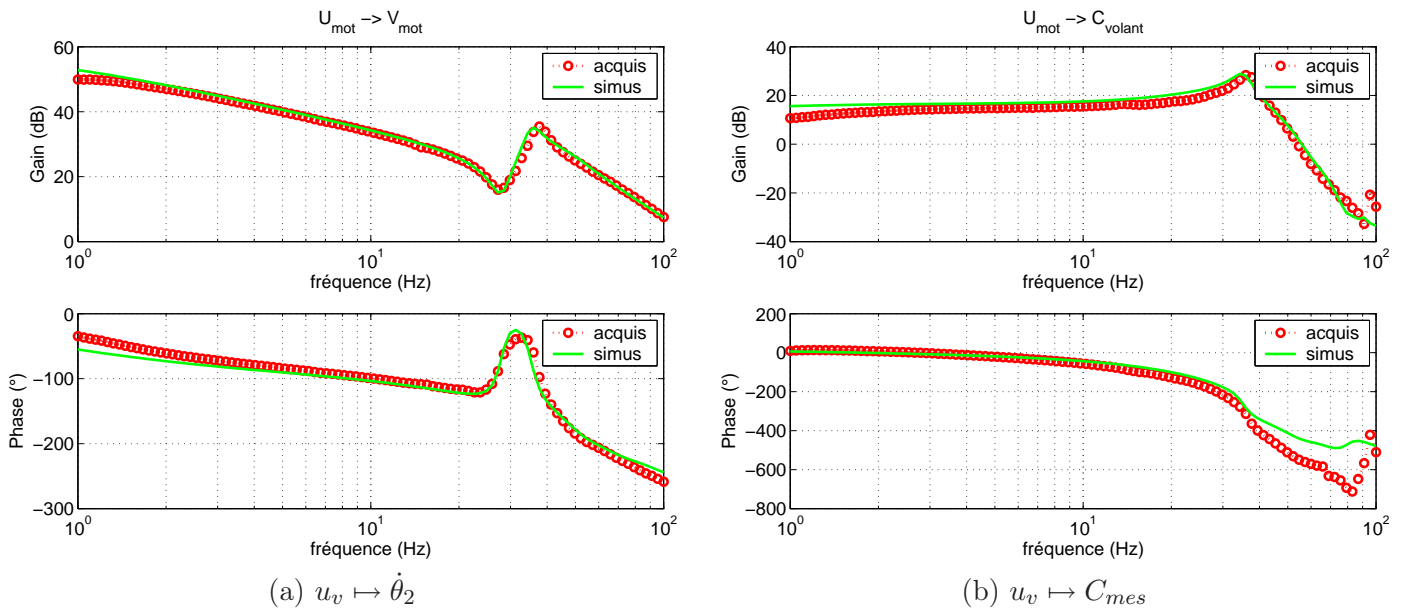
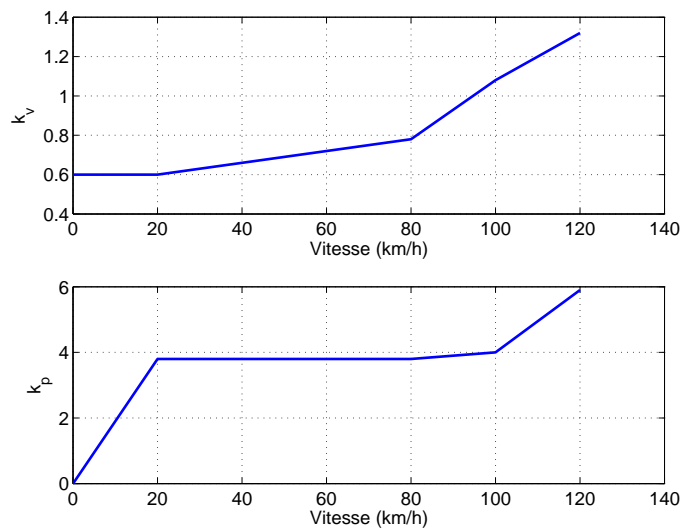


FIG. 6.3 – Transferts caractéristiques du système de restitution, mesures et simulation du modèle recalé.

### 6.2.1 Modifications du modèle de référence.

Lors de la phase de test sur prototype, seul le modèle de référence réduit a été utilisé. Dès les premiers essais, ce dernier a fait preuve d'un confort de conduite peu satisfaisant.

1. La direction semblait *collante*, ce qui signifie que l'amortissement était trop important. Le gain  $K_v(V)$  du modèle de référence était donc trop important.
2. La sensation de raideur au niveau du volant était trop prépondérante dans le ressenti conducteur avec un rappel du volant bien trop important.
3. Les efforts extérieurs  $C_{ext}$  mesurés sur le véhicule et utilisés pour la commande étaient de valeurs trop élevées. Ces efforts sont mesurés au niveau des bielles de direction, ces dernières se situant en aval de l'assistance hydraulique du système de braquage. Dès lors, même ramené en équivalent colonne, le niveau d'effort restait trop important.
4. L'ensemble de la direction était trop lourde et demandait un effort important de la part du conducteur afin de diriger le véhicule.

FIG. 6.4 – Gains  $K_v(V)$  et  $K_p(V)$  du modèle de référence réduit modifié.



Le modèle de référence a donc été modifié afin de résoudre les différents problèmes évoqués ci-dessus. De plus, la mise au point d'une loi d'assistance non-linéaire permettant de fournir au conducteur un confort de conduite satisfaisant est proposée en 6.3.

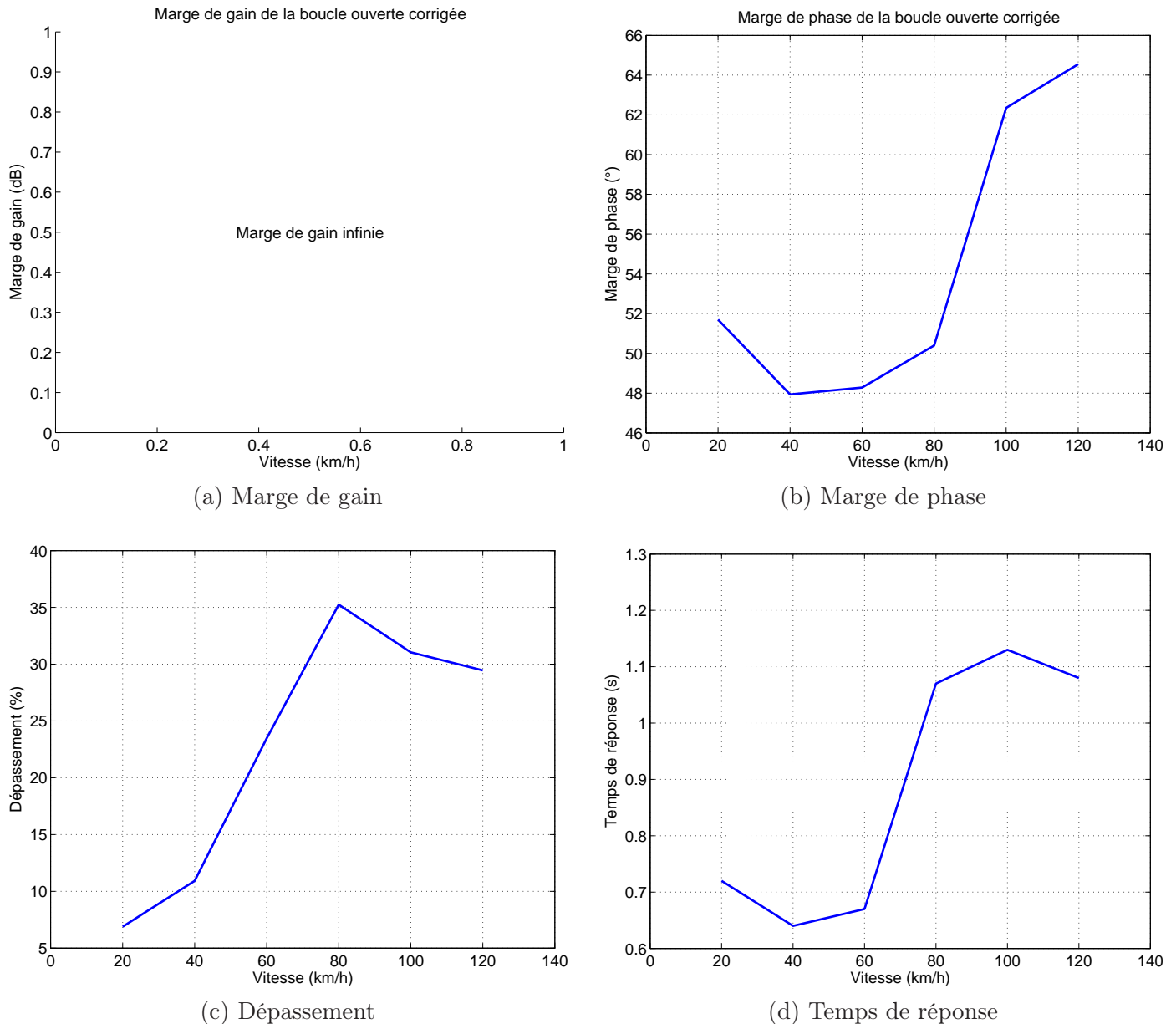


FIG. 6.5 – Indices de performance du modèle de référence réduit modifié.

Dans un premier temps, l'assistance a été choisie nulle (Gain unitaire) afin de ne pas engendrer de problème de stabilité. Afin de diminuer le niveau d'effort au volant, les efforts extérieurs ont été divisés par **dix** afin de les ramener à l'échelle par rapport à ce que peut fournir un conducteur (de l'ordre de 10 N.m).

Les gains  $K_v(V)$  et  $K_p(V)$  du modèle de référence ont été re-calculés afin de minimiser le niveau d'efforts demandé par la boucle de stabilisation du modèle. Pour ce faire, l'algorithme présenté Figure 3.17 a été modifié en conséquence:

- un paramètre de calibration est ajouté de manière à pondérer les efforts extérieurs;
- la fonction de coût  $J_{crit}$  a été revue: un terme supplémentaire a été ajouté afin de faire explicite-

ment apparaît le gain de la boucle de stabilisation du modèle de référence. De la même manière que lors d'une minimisation LQ, ce terme vient pondérer le gain de la boucle de stabilisation.

Les nouveaux gains sont présentés Figure 6.4. Leur extension pour les basses vitesses (inférieures à 20 km/h) est aussi représentée. Pour les faibles vitesses, il est choisi de maintenir un niveau d'amortissement constant tout en diminuant linéairement avec la vitesse la raideur apparente.

Les indices de performance associés au nouveau modèle de référence sont évalués et présentés Figure 6.5. Les marges de stabilité sont satisfaisantes. Le temps de réponse ainsi que le dépassement sortent des limites qui avaient été préconisées initialement, mais le comportement du véhicule obtenu répond aux critères de mise au point (les résultats expérimentaux sont présentés en 6.2.2).

### 6.2.2 Model-Matching.

Comme précisé plus haut, le système de braquage n'a pas fait l'objet de tests pendant la campagne d'essais. En effet, un asservissement en position sur la position du volant avait déjà été implanté dans le véhicule lors d'études précédentes. Ce dernier s'est montré suffisamment performant pour ne pas avoir à développer une nouvelle commande.

Dès lors, seule la stratégie en Model-Matching au volant a été testée, en partant du principe que si le système de braquage suivait parfaitement la position du volant, le comportement du modèle de référence serait alors reproduit sur l'ensemble de la direction.

Si le principe et l'obtention de la commande en Model-Matching est relativement complexe (comparé au principe de la commande en Model-Following), la commande finalement obtenue est très simple. Il n'est pas nécessaire d'implanter le modèle de référence dans le véhicule et il n'y a pas d'action intégrale (excepté pour la boucle de synchronisation mais celle-ci n'a pas été utilisée lors des tests).

De plus, le système de restitution, une fois bien identifié, s'est montré particulièrement bien adapté à ce type de commande.

1. Le mode souple  $\omega_\delta$  du système est situé très haut en fréquence par rapport à la bande passante utilisée pour le contrôle. Le mode est à 38 Hz et la bande passante utile pour le contrôle ne dépasse pas les 5 Hz.
2. L'amortissement structurel du barreau de torsion est important.

Par conséquent, la boucle interne de stabilisation n'est plus nécessaire, le mode souple étant suffisamment haut en fréquence et amorti pour ne pas perturber le fonctionnement du système dans la bande utilisée pour le contrôle. Le terme  $\lambda_v(V)$  n'est plus utile.

Dans le cas présent, l'avantage d'une commande analytique prend tout son sens. En effet, malgré les modifications apportées au modèle de référence, il n'est pas nécessaire de recalculer la commande mais de simplement mettre à jour les paramètres d'initialisation du système.

### Résultats expérimentaux.

Le prototype SBW1 fourni par Renault est équipé d'une Autobox contrôlée par le logiciel ControlDesk (DSpace). Le portage des lois de commande sur le véhicule se fait alors simplement par compilation du schéma Simulink des lois de commande afin de les exporter vers l'Autobox. Bien entendu, certaines précautions doivent être prises au préalable avant la compilation:

- tous les contrôleurs doivent être discrétisés;
- aucune boucle algébrique ne doit être présente dans le schéma de contrôle.

Lors des premiers essais, l'observateur qui avait été développé initialement a très rapidement montré ses limites. La bande passante du capteur de couple venait perturber le fonctionnement de ce dernier. Le manque de temps a très vite motivé la décision d'abandonner l'observateur au profit d'une dérivée filtrée<sup>1</sup> pour reproduire la vitesse volant à partir de la mesure de position. Le couple mesuré a alors été utilisé pour estimer le couple conducteur.

En effet, seules la position et la vitesse du volant ainsi que le couple conducteur sont nécessaires pour piloter en Model-Matching le système de restitution.

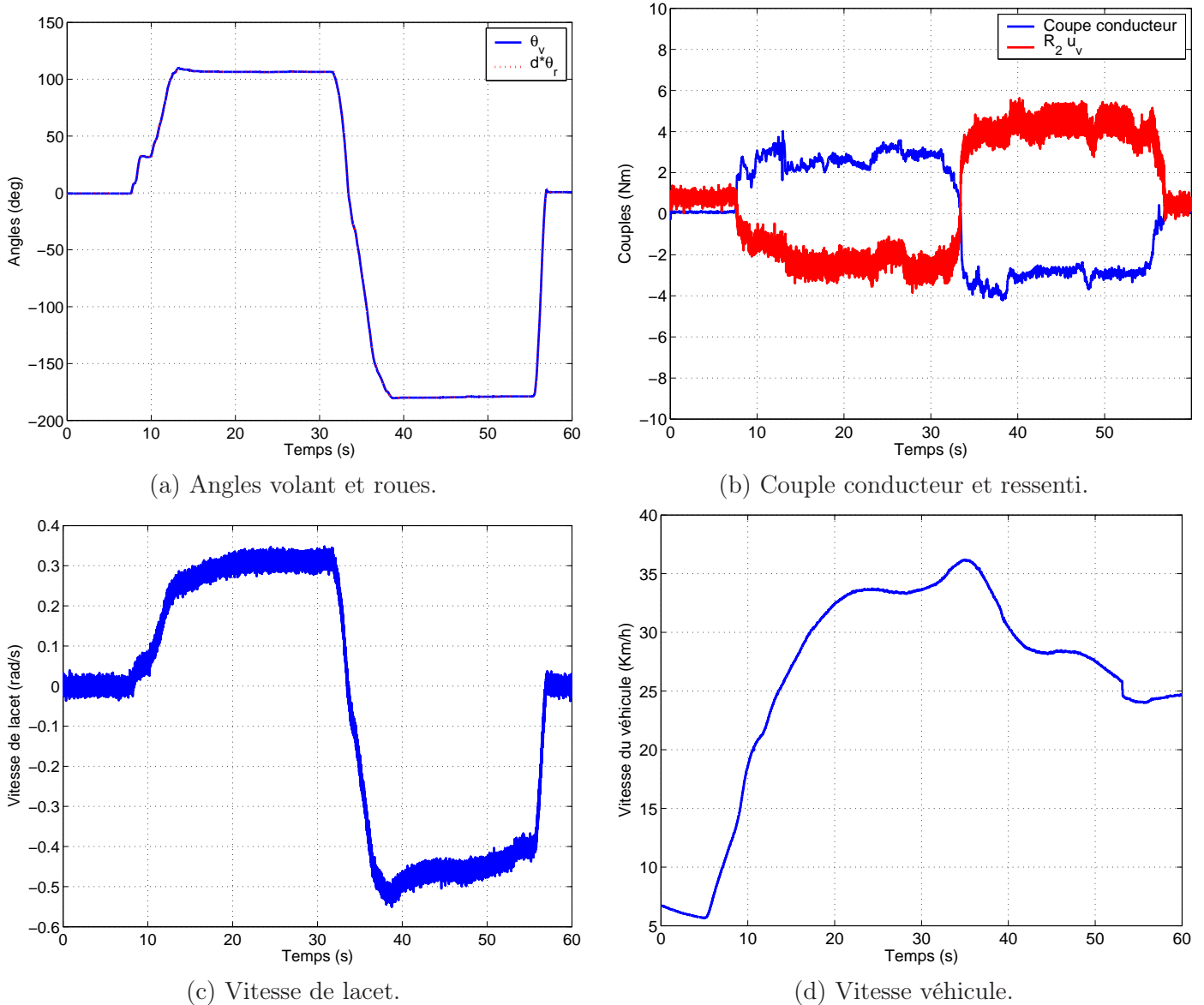


FIG. 6.6 – Essais sur prototype: mouvement en cercle.

La stabilité du système piloté en Model-Matching avec utilisation d'une dérivée filtrée pour recréer la vitesse du volant est vérifiée en simulation. Puis l'ensemble de la loi de commande est mis en place dans le prototype. Quelques résultats d'essais sont présentés Figure 6.6. Il s'agit de mouvements en cercle effectués avec le prototype sur l'aire d'évolution, à faible vitesse. Le bon comportement des lois de commande et du modèle de référence y sont clairement illustrés.

1. La stabilité dynamique du véhicule est bonne. En effet, la vitesse de lacet ainsi que la position

1. filtrage par un ordre II à 100 Hz

du volant ne présentent aucune oscillation parasite lors de la mise sous angle de la direction.

2. La vivacité de la direction est satisfaisante. Le volant, les roues ainsi que l'ensemble du véhicule s'auto-alignent rapidement, sans dépassement ni oscillations.
3. Le confort de direction est globalement correct. Il existe une bonne corrélation entre le couple appliqué par le conducteur, le couple fourni par l'actionneur et le mouvement global de la direction et du véhicule. Un échelon de couple du conducteur provoque un échelon de position de la direction. Le comportement de la direction est donc prévisible.

Ces jugements sur le modèle de référence ne sont rendus possibles que grâce au bon suivi de la position du volant par le système de braquage.

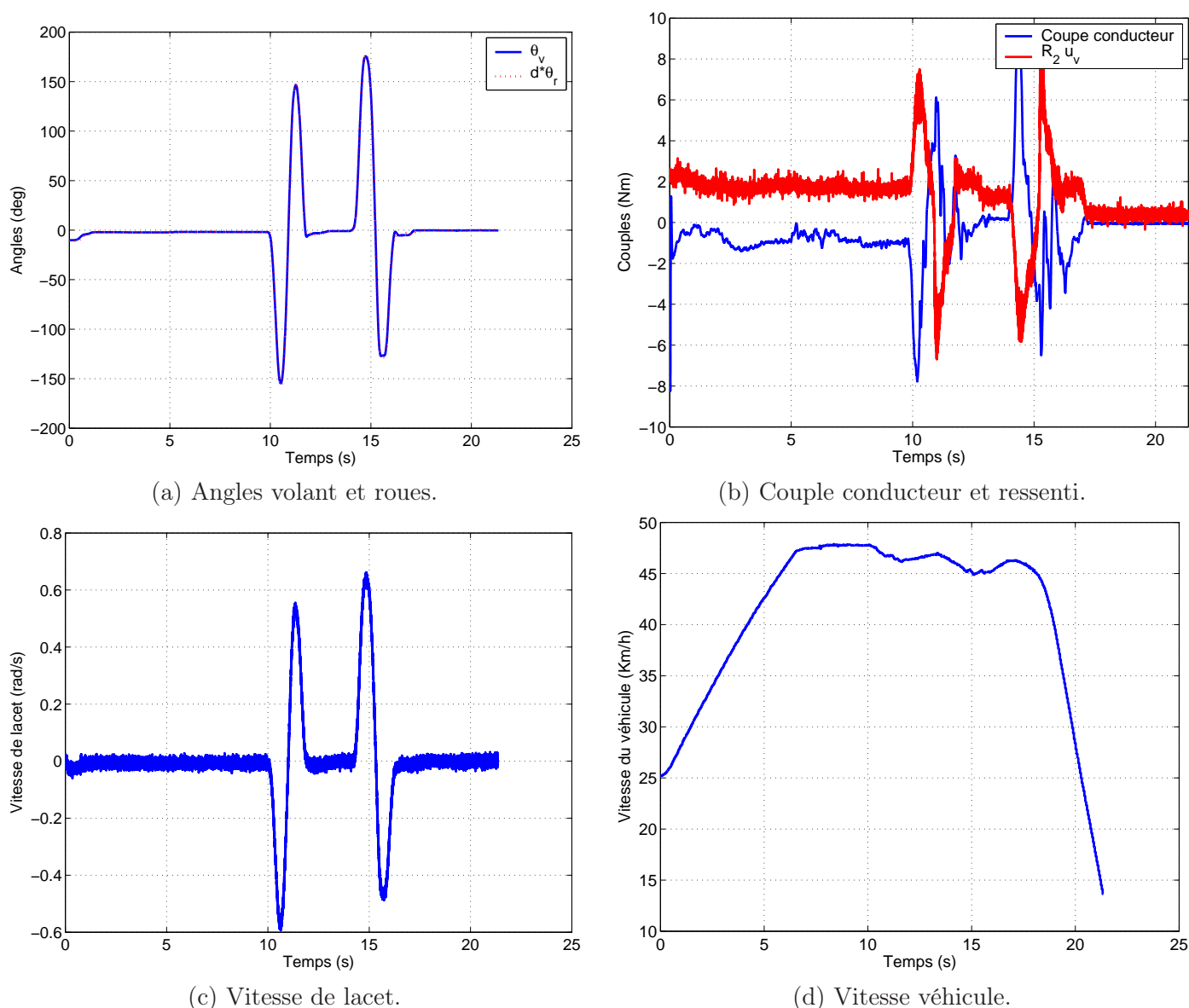


FIG. 6.7 – Essais sur prototype: mouvements de type baïonnette.

Une autre série de tests est présentée Figure 6.7. Des essais de type "baïonnette" ont été réalisés à vitesse modérée ( de l'ordre de 50 km/h). Les mêmes constatations quant au bon comportement du véhicule et du système de direction sont possibles.

Remarques.

Cependant, si le comportement dynamique du véhicule semble satisfaisant, le confort de conduite souffre de certains manques.

1. Malgré les modifications apportées au modèle de référence, la direction demeure trop lourde et collante. Si la stabilité de la direction lors de la mise en angle ou lors du ré-alignement des roues est plutôt satisfaisante, le conducteur peine à manoeuvrer le véhicule de manière confortable, aussi bien à l'arrêt que lors d'évolutions à vitesse modérée (en dessous de 80 km/h).
2. Certains effets non-linéaires, présents sur les directions classiques, ne sont ici pas ressentis.

Les phénomènes d'hysteresis ne sont pas reproduits. Classiquement, l'hysteresis provient de la montée en pression du système hydraulique d'assistance. Ce phénomène est désormais recherché sur les directions à assistance électrique. Il est donc nécessaire de le reproduire artificiellement.

La direction manque de **clavetage**. Il s'agit d'un phénomène particulier décrivant la montée en effort autour de la position de repos du volant. Le clavetage a un rôle important dans la sensation de tenue de cap ressentie par le conducteur. Le clavetage peut être défini comme une raideur non-linéaire au niveau du volant, présente seulement lorsque ce dernier sort de l'angle nul.

Afin de palier les différents manques mis en évidence lors des essais, des solutions sont développées et proposées en 6.3.

**Mise en place de l'observateur en simulation.**

Avant d'étudier différentes possibilités pour améliorer le confort de conduite, il est judicieux de présenter les travaux effectués sur l'observateur, afin de ne plus utiliser de dérivée filtrée et de disposer d'une estimation du couple conducteur. L'observateur qui a été proposé précédemment (4.28) ne fonctionne pas correctement sur le système réel en raison de la bande passante relativement réduite du capteur de couple situé derrière le volant.

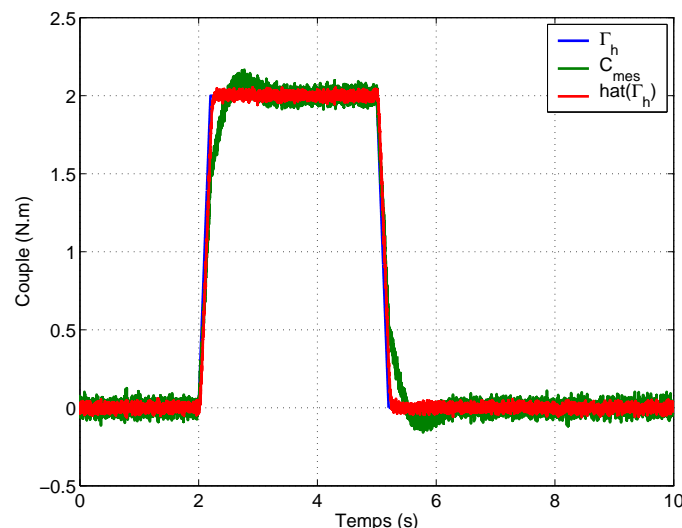


FIG. 6.8 – Couples conducteur mesuré et estimé en présence de bruit.

L'observateur est donc modifié afin de faire plus confiance au modèle du système plutôt qu'aux mesures et en l'occurrence à la mesure du capteur de couple. L'impact de la bande passante réduite de ce capteur est ainsi minimisé.

La Figure 6.8 retrace l'estimation du couple conducteur en simulation après ajout de bruit sur la mesure de couple issue du capteur. L'observateur est robuste au bruit de mesure, le couple conducteur estimé reste très proche du couple conducteur réel. La différence avec le couple mesuré est clairement visible.

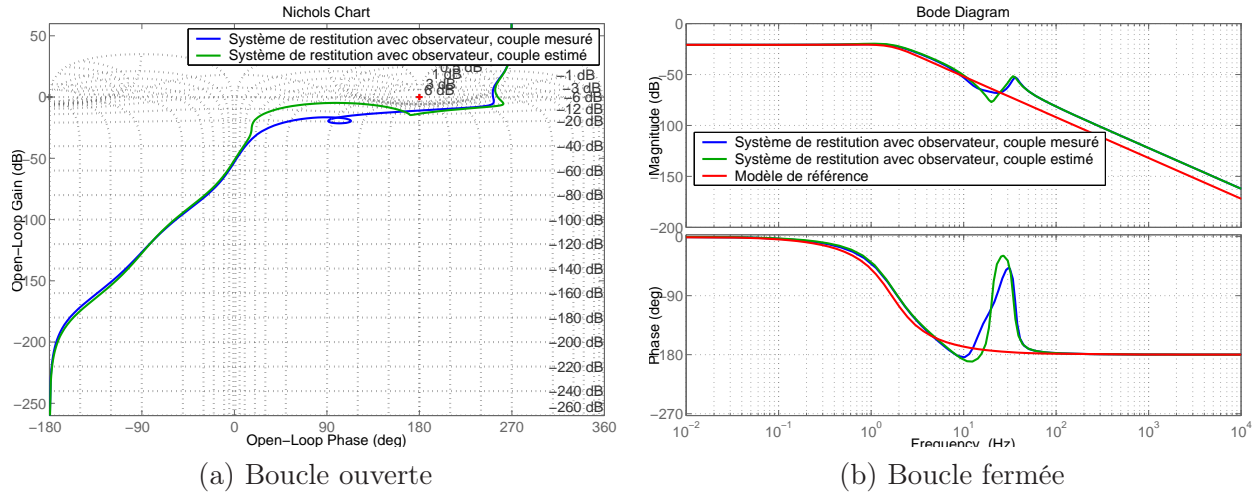


FIG. 6.9 – Réponses fréquentielles du système de restitution piloté en Model-Matching.

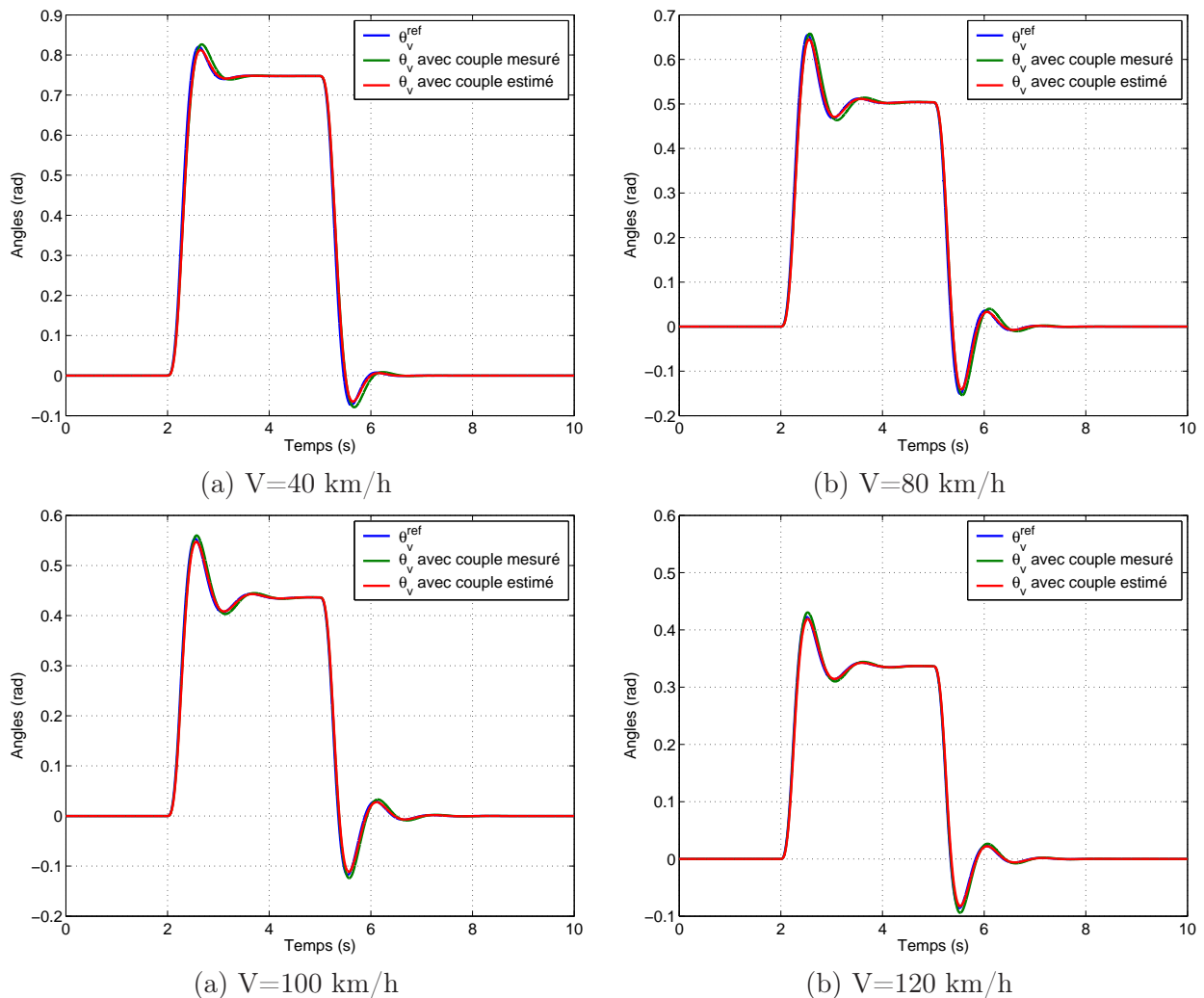


FIG. 6.10 – Réponses temporelles du système de restitution piloté en Model-Matching.

Les marges de stabilité du système (pilote en Model-Matching) sont vérifiées. Le contrôle présente, dans les deux situations étudiées (couple mesuré ou estimé), une marge de phase de près de  $70^\circ$  et une marge de gain de **14 dB**.

La Figure 6.9-b montre les réponses fréquentielles en boucle fermée du système de restitution et du modèle de référence. Le comportement de ce dernier est correctement reproduit sur une large plage de fréquence (jusqu'à 10 Hz).

Les modifications apportées au système de restitution (augmentation de la raideur du barreau de torsion) ont clairement permis d'améliorer la reproduction du comportement du modèle de référence, en augmentant la bande passante mécanique du système.

La Figure 6.10 représente quelques réponses temporelles du système de restitution avec le nouvel observateur et pour différentes valeurs de la vitesse. Il existe très peu de différences entre l'utilisation du couple mesuré ou du couple estimé. Le mode souple du système est suffisamment haut en fréquence avec un amortissement suffisamment important pour que le couple mesuré ne soit pas trop oscillant.

Cependant, comme le montre la Figure 6.8, le couple mesuré présente malgré tout un léger dépassement. Ce dernier peut être problématique lorsqu'une loi d'assistance, agissant sur le couple conducteur (mesuré ou estimé) est mise en place.

### 6.2.3 Model-Following.

La structure complexe de la loi de commande en Model-Following (intégration du modèle de référence, action intégrale etc...) n'a pas permis d'approfondir suffisamment l'étude. En effet, la commande mise au point nécessite la reconstruction complète des états de chacun des deux systèmes. Or au niveau du volant, la bande passante du capteur de couple, mise en évidence lors des balayages fréquentiels, a perturbé le fonctionnement de l'observateur.

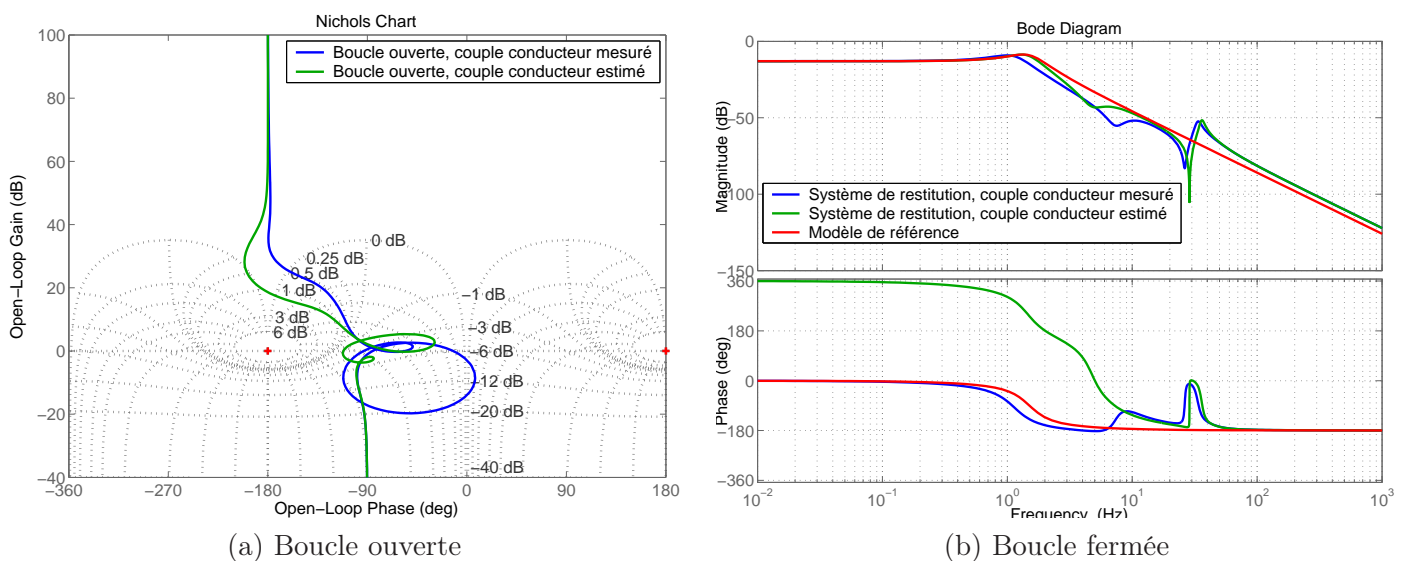


FIG. 6.11 – Réponses fréquentielles du système de restitution recalé.

Néanmoins, dans cette partie, la loi de commande en Model-Following pour le système de restitution est testée en simulation sur le modèle recalé du prototype.

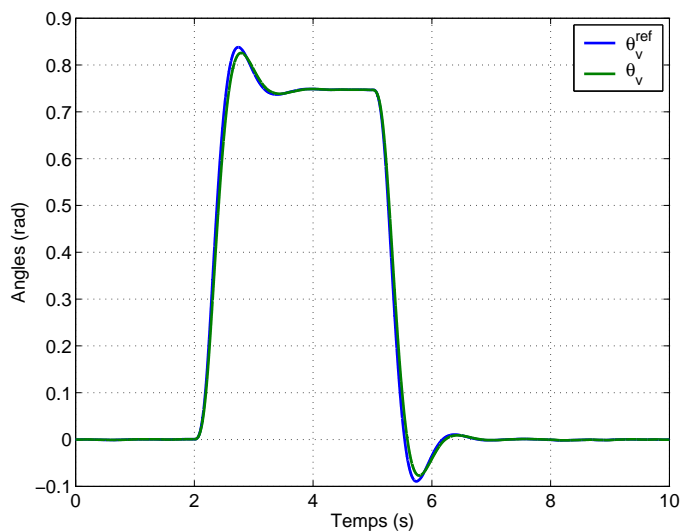
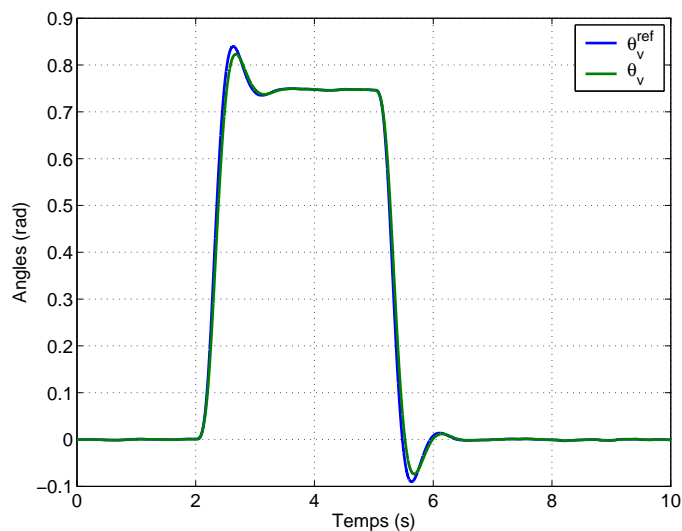
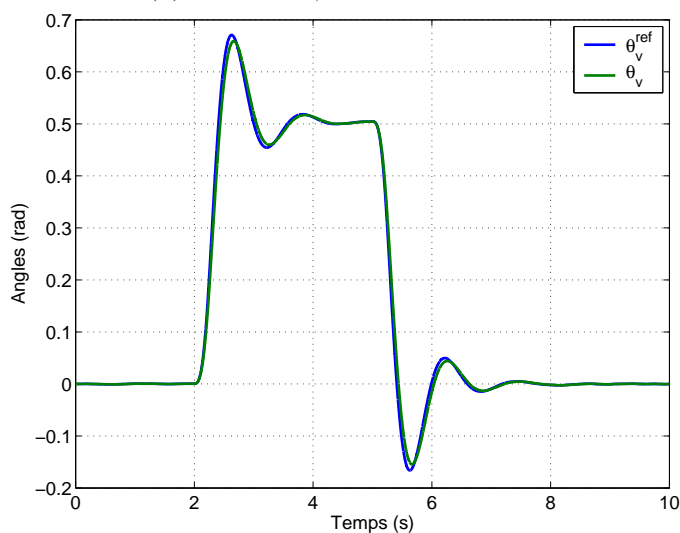
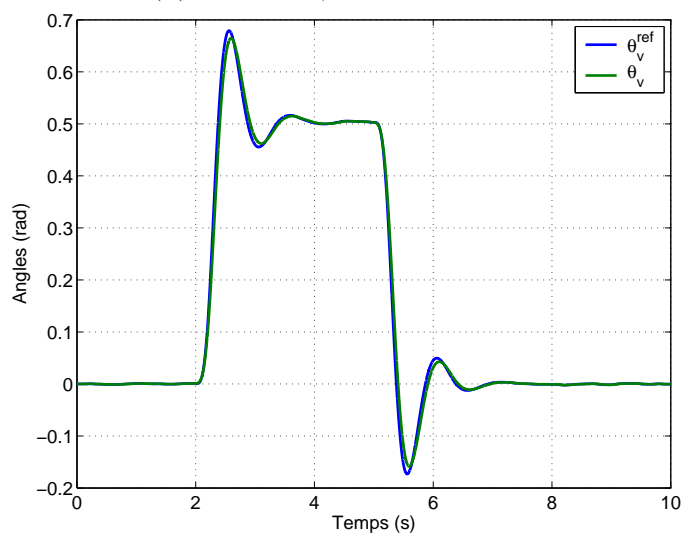
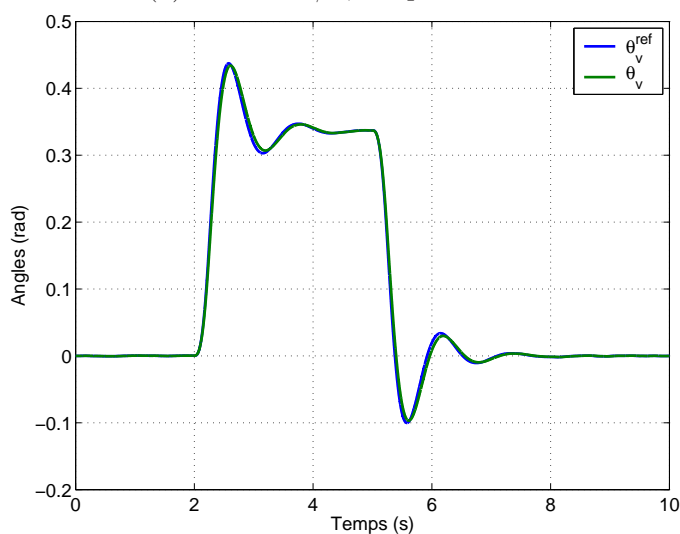
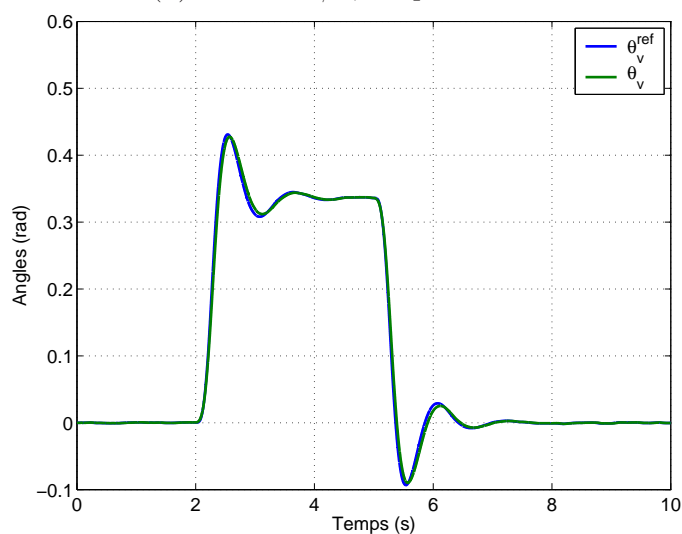
(a)  $V=40$  km/h, couple mesuré(b)  $V=40$  km/h, couple estimé(a)  $V=80$  km/h, couple mesuré(b)  $V=80$  km/h, couple estimé(a)  $V=120$  km/h, couple mesuré(b)  $V=120$  km/h, couple estimé

FIG. 6.12 – Réponses temporelles du système de restitution recalé.

Différentes modifications doivent être apportées lors du calcul de la loi de commande de manière à



prendre en compte:

- les corrections apportées au modèle de référence;
- la mise à jour du modèle du système de restitution avec prise en compte, entre autres, de la bande passante du capteur de couple placé derrière le volant.

La principale évolution intervient au niveau de l'observateur. L'observateur mis au point précédemment 6.2.2 est alors utilisé.

La Figure 6.11 représente les réponses fréquentielles en boucle ouverte et boucle fermée du système de restitution recalé. La bande passante du capteur de couple est prise en compte ainsi que le nouvel observateur.

Les conditions de simulations sont les suivantes:  $V = 20$  km/h,  $C_{ext} = R_{pc}^2 8 10^5 \theta_v$ . Les résultats sont satisfaisants. Que le couple conducteur soit mesuré ou estimé, les marges de stabilité sont importantes avec plus de **20 dB** de marge de gain et **70°** de marge de phase.

Les réponses fréquentielles en boucle fermée montrent que le comportement du modèle de référence est correctement reproduit jusqu'à 2 Hz. Il est donc intéressant de remarquer que l'approche par Model-Matching permet, dans le cas présent, de reproduire plus précisément la dynamique du modèle de référence.

Des simulations temporelles sont réalisées de manière à vérifier le bon comportement du système de restitution. Les réponses du système de restitution recalé sont présentées Figure 6.12, pour différentes vitesses du véhicule. Les résultats sont satisfaisants: quelle que soit la situation (couple conducteur mesuré ou estimé), la réponse du système est proche de celle du modèle de référence.

Or le modèle de référence réduit, après les modifications effectuées en 6.2.1, a montré lors des essais de la stratégie en Model-Matching sur le prototype de bonnes performances en termes de:

- comportement dynamique du véhicule (bon amortissement du mode de pendulage et bonne maniabilité);
- un confort de conduite globalement satisfaisant malgré certains manques (hystérésis et clavetage).

Il est donc logique de supposer que si le comportement du modèle de référence est correctement reproduit avec une loi de commande de type Model-Following, les performances (et manques) du véhicule et de la direction obtenus en termes de dynamique et de confort devraient être en accord avec les résultats obtenus en Model-Matching.

## 6.3 Améliorations.

A l'issue des essais, deux principales critiques ont été émises à propos du comportement du système obtenu. Ces critiques ont un caractère très subjectif et impliquent le confort de conduite. Le comportement de la direction est trop linéaire avec, comme cela a été précisé plus haut:

1. une sensation de lourdeur trop marquée lors des manoeuvres dynamiques et à l'arrêt;
2. un manque de clavetage pour des vitesses supérieures à 40 km/h.

### 6.3.1 Mise en place d'une assistance non linéaire.

Lorsque le modèle de référence a été mis au point (cf. 3), la possibilité de mettre une fonction d'assistance sur le couple conducteur a été envisagée. Cependant, afin de simplifier dans un premier temps l'étude, il a été supposé que le modèle ne présenterait pas d'assistance.

Les critiques à l'égard du modèle de référence montrent qu'il est nécessaire d'approfondir la question et de développer une fonction d'assistance susceptible d'apporter un meilleur confort de conduite, sans pour autant perturber les performances dynamiques de la direction et du véhicule.

La mise au point d'une fonction d'assistance doit se faire avec précaution. En effet, si la stabilité du modèle de référence n'est en aucun cas affectée par une quelconque loi d'assistance (le couple conducteur est exogène), le problème est bien différent en pratique.

En effet, que ce soit en Model-Matching ou en Model-Following, l'estimation du couple conducteur n'est pas exogène au système de restitution. Cette estimation provient soit directement de la mesure de couple, soit de l'observateur. Elle est donc intrinsèquement liée aux variables d'état du système de restitution. Mettre du gain sur le couple conducteur estimé de manière irréfléchie risque fortement de déstabiliser le système.

Dans [CLa02] et [dWBC<sup>+</sup>05] un modèle dynamique et non-linéaire d'une loi d'assistance hydraulique est proposé. Ce modèle permet de décrire les différents phénomènes (hystérésis, réactivité, amplification) qu'il est intéressant de reproduire. Cependant, la mise en place d'une telle fonction nécessite une étude complexe de la stabilité du système obtenu, faisant intervenir, entre autres, des problèmes de passivité.

Il a donc été choisi de s'orienter vers une solution plus simple susceptible d'être testée plus rapidement sur le prototype. L'idée consiste alors à développer une loi dont la pente est connue et maîtrisée à tout moment. Cette loi doit aussi rester proche des lois d'assistance connues. Dans [Mar06], une fonction analytique est proposée en s'inspirant de l'expression statique de la loi de valve d'une direction à assistance hydraulique classique.

$$C_{assist} = \frac{\beta G_a \Gamma_h^3 + p_0 \Gamma_h}{1 + \beta \Gamma_h^2} \quad (6.1)$$

avec  $G_a = \frac{8}{9} G_a^{max} + \frac{1}{9} p_0$ .

Le dénominateur est destiné à limiter le gain équivalent lorsque le couple conducteur devient trop important. Cette fonction présente trois paramètres de réglage:

- $G_a^{max}$  détermine le gain équivalent maximal;
- $p_0$  décrit la pente à l'origine;
- $\beta$  permet de modifier la valeur du couple conducteur pour laquelle  $G_a^{max}$  est atteint.

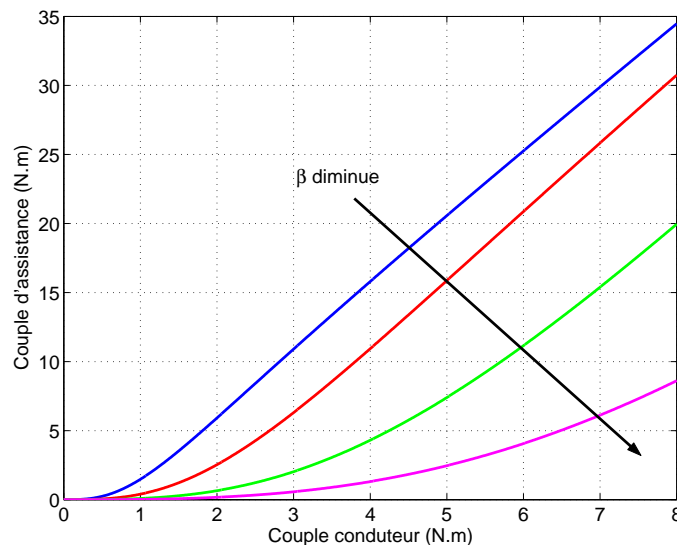


FIG. 6.13 – Loi d'assistance pour différentes valeurs de  $\beta$ , avec  $p_0 = 0$ .

Le schéma du modèle de référence incluant cette loi d'assistance est présenté Figure 6.14. L'indépendance de la stabilité du modèle vis à vis de la loi d'assistance y est clairement illustrée.

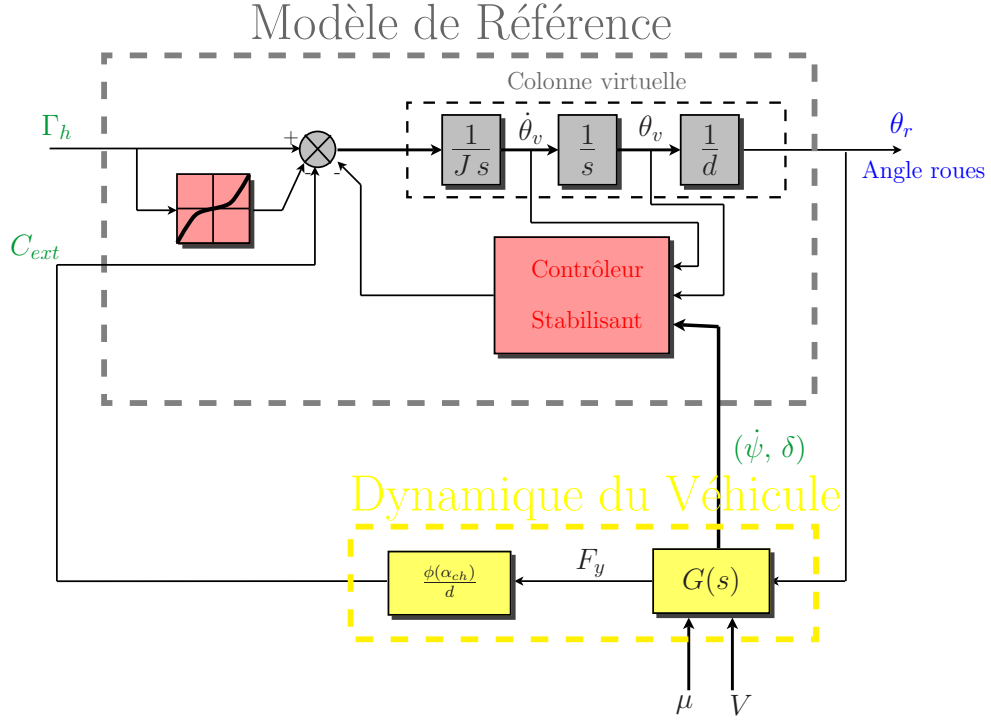


FIG. 6.14 – Schéma bloc du modèle de référence avec loi d'assistance non-linéaire.

La mise en place d'une telle loi est expliquée en détails pour le pilotage en Model-Matching du système de restitution<sup>2</sup>. Le même principe peut bien entendu être appliqué au pilotage en Model-Following.

L'étude est menée en linéarisant la loi d'assistance en supposant que le gain équivalent est  $G_a^{max}$ . De cette manière, il est possible de déterminer la valeur maximale de ce gain qui permet de préserver les marges de stabilité du système. Le modèle de référence réduit obtenu après linéarisation est décrit par:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_v(V)}{J} & -\frac{K_p(V)}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v^{ref} \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1+G_a^{max}}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ C_{ext} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\theta_r^{ref} = \frac{\theta_v^{ref}}{d}$$

La première chose à faire est de re-calculer les gains  $L_v(V)$  et  $N_v$  pour le contrôle en Model-Matching du système de restitution. Très simplement, les expressions suivantes sont obtenues:

$$L_v(V) = \begin{bmatrix} \frac{(J_v+J_2 R_2^2) K_v(V)}{J R_2} & \frac{(J_v+J_2 R_2^2) K_p(V)}{J R_2} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$N_v(G_a^{max}) = [N_v^1, G_a^{max} N_v^2, N_v^3] = \begin{bmatrix} \frac{J_v+J_2 R_2^2 - J}{J R_2} & G_a^{max} \frac{J_v+J_2 R_2^2}{J R_2} & \frac{J_v+J_2 R_2^2}{J R_2} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Il est désormais possible d'étudier la stabilité de la boucle d'assistance en fonction de la valeur de  $G_a^{max}$ . Comme il l'a été précisé plusieurs fois auparavant, le modèle de référence a été mis au point de manière à fournir des marges de stabilité constantes pour le système piloté en fonction de la vitesse.

2. Le pilotage du système de braquage ne pose pas de problème particulier étant donné que le couple conducteur est alors exogène.

Il n'est donc pas nécessaire d'étudier la boucle ouverte pour chaque valeur de la vitesse du véhicule. L'étude est faite pour une vitesse donnée.

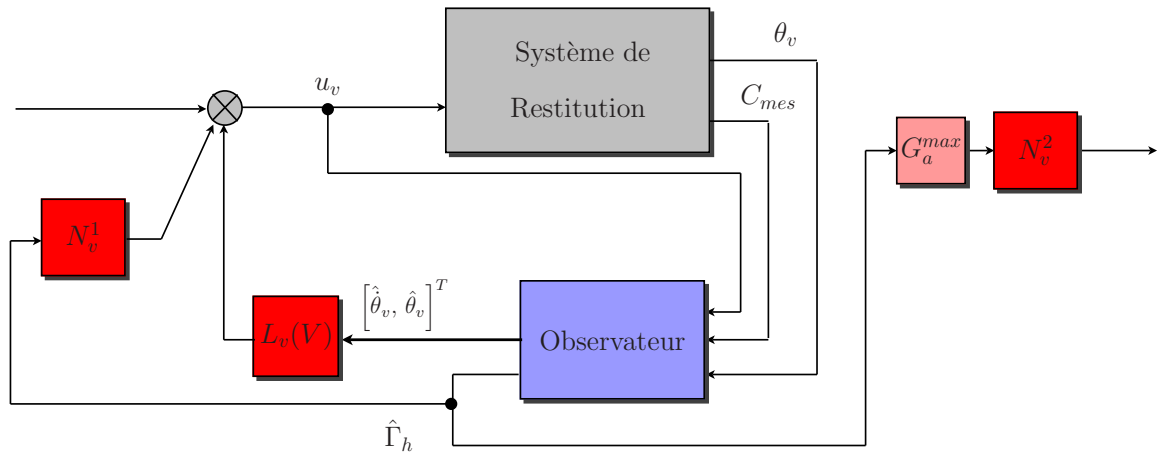


FIG. 6.15 – Schéma de la boucle ouverte d'assistance du système de restitution piloté en Model-Matching.

Le schéma de la boucle ouverte d'assistance du système de restitution piloté en Model-Matching est représenté Figure 6.15.

La Figure 6.16 retrace les réponses fréquentielles de la boucle ouverte d'assistance pour différentes valeurs de  $G_a^{max}$ . L'influence de ce paramètre sur la stabilité du système de restitution est clairement illustrée. Il n'est pas possible d'augmenter  $G_a^{max}$  sans diminuer les marges de stabilité du système et finalement le rendre instable.

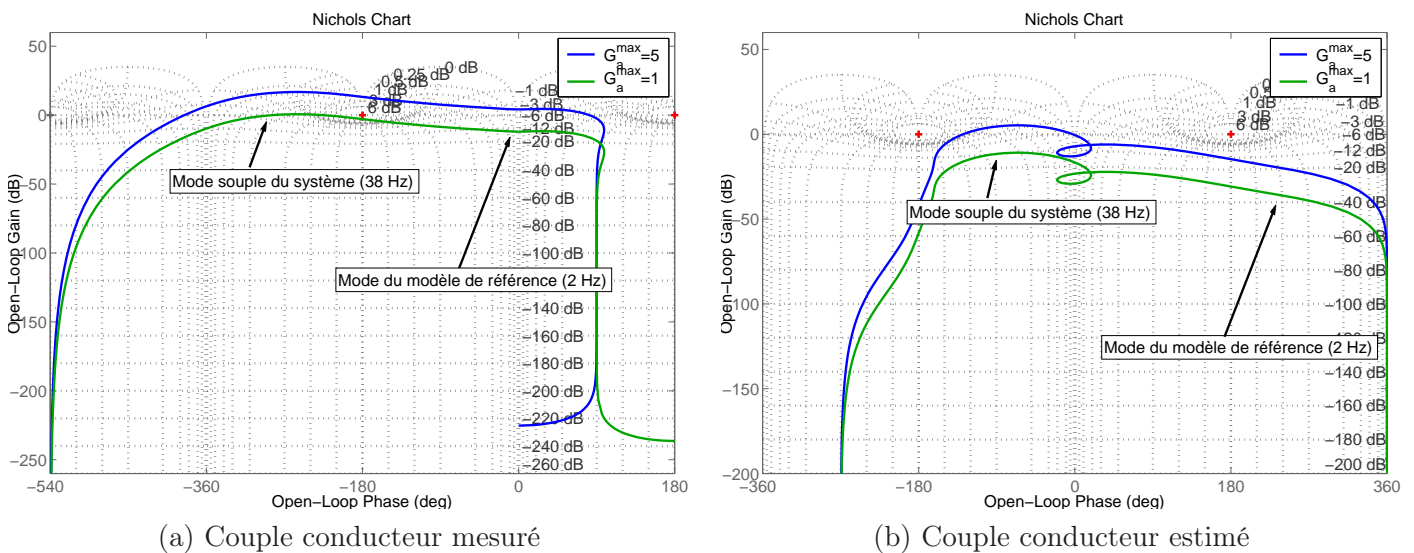


FIG. 6.16 – Réponse fréquentielle de la boucle ouverte d'assistance.

### Remarques.

1. Deux modes caractéristiques peuvent être identifiés: le mode souple du système à 38 Hz et le mode issu du modèle de référence à 2.5 Hz. Ce dernier pouvant être assimilé au mode de pendulage du véhicule.
2. L'utilisation du couple estimé par l'observateur permet d'atteindre des valeurs plus élevées pour le gain maximal de l'assistance sans déstabiliser le système, contrairement à l'utilisation du couple

mesuré. L'observateur permet de mieux découpler du système l'estimation du couple conducteur. Néanmoins, les marges de stabilité du système sont tout de même diminuées.

- Il n'est pas nécessaire de mettre du gain d'assistance sur toute la bande de fréquence. En effet, l'assistance n'est utile que dans le domaine de fréquence exploitable par un conducteur, ce qui correspond à un domaine de fréquence inférieur à 5 Hz.

Une solution permettant alors d'augmenter la valeur du gain maximal d'assistance, dans le domaine de fréquence utile, sans déstabiliser le système est de faire du *Roll-off*.

Un simple filtre passe-bas du premier ordre est inséré en entrée du gain  $N_v^2$  afin d'atténuer le gain en haute fréquence et notamment la résonance induite par le mode souple du système. Une étude est donc faite, permettant de déterminer la fréquence de coupure du filtre en fonction de la valeur de  $G_a^{max}$  désirée de telle sorte que la boucle ouverte d'assistance présente au moins:

- 45° de marge de phase;
- 6 dB de marge de gain.

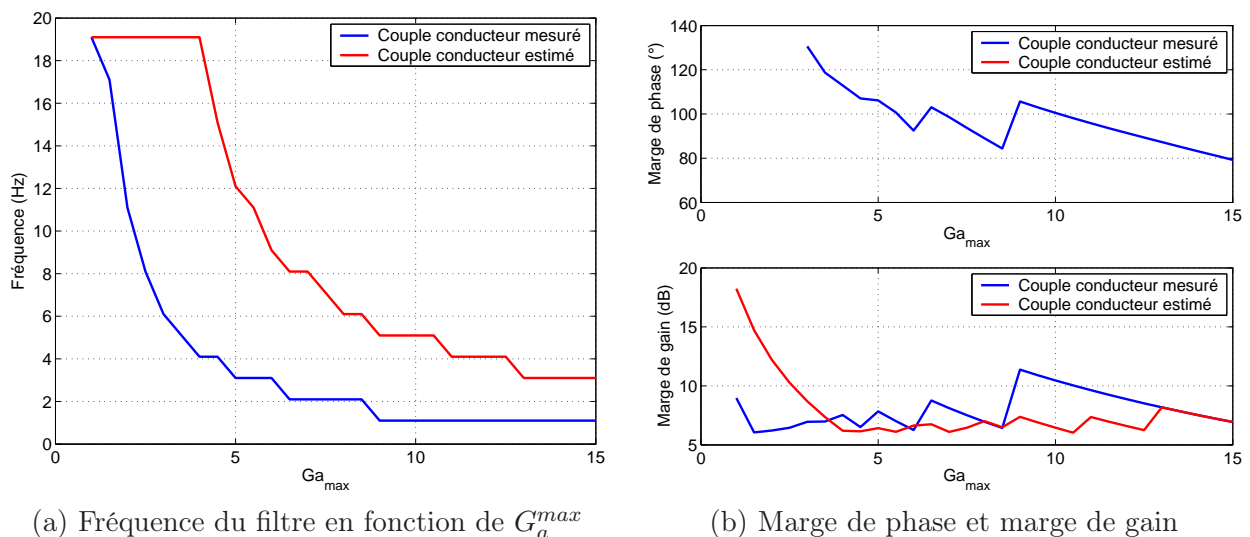


FIG. 6.17 – Caractéristiques du filtre et indices de stabilité.

Les évolutions de la fréquence du filtre passe-bas en fonction de  $G_a^{max}$  sont retracées Figure 6.17 ainsi que les marges de stabilité de la boucle d'assistance associée. Comme prévu, l'utilisation du couple conducteur estimé issu de l'observateur, à gain maximal équivalent, permet d'augmenter la fréquence du filtre tout en conservant de meilleures marges de stabilité (la marge de phase est **infinie**).

### Remarques

- Les deux relations entre le couple maximal et la fréquence du filtre définissent en fait une limite à ne pas franchir. Il est bien entendu possible, pour un gain maximal donné de diminuer la fréquence du filtre, la stabilité du système n'en sera que meilleure.
- La présence du filtre crée un phénomène d'hystérésis (Figure 6.18) entre le couple fourni par le conducteur et le couple d'assistance. Cette possibilité pourrait être particulièrement intéressante puisque ce genre de phénomène est recherché au niveau des systèmes de direction. Malheureusement, ce phénomène d'hystérésis est dynamique et peu maîtrisable. En effet il est induit par le filtre passe bas. La fréquence de coupure du filtre ainsi que la fréquence à laquelle le système est excité influent directement sur la largeur du cycle. Plus la fréquence du filtre est faible, plus le phénomène est marqué mais plus le couple d'assistance tarde à monter en gain. Dès lors, la direction devient lourde et le bénéfice de l'assistance est perdu.

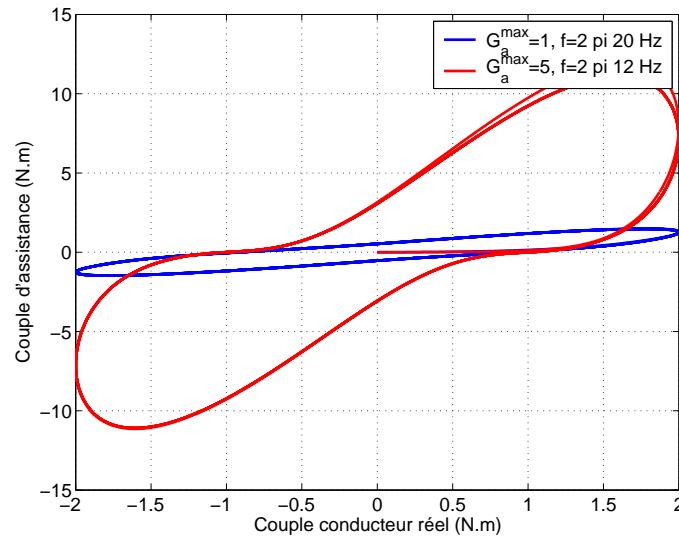


FIG. 6.18 – Phénomène d'hystérésis non maîtrisable entre le couple conducteur réel et le couple d'assistance.

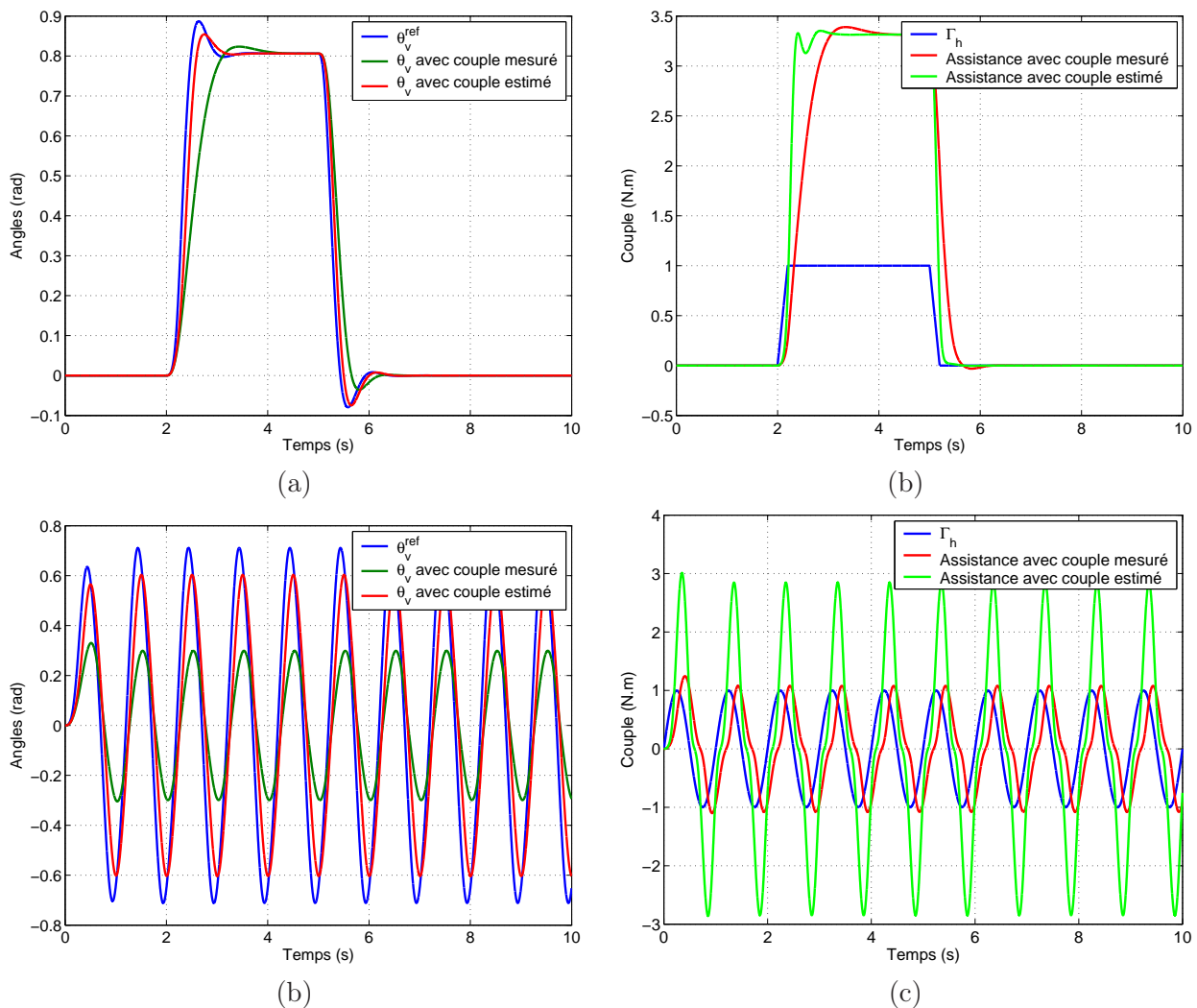


FIG. 6.19 – Réponses temporelles du système de restitution avec assistance non-linéaire,  $V = 40 \text{ km/h}$ .

L'effet de la fréquence du filtre sur la dynamique de l'assistance est clairement illustré sur la Figure 6.19. Ces simulations ont été faites à 40 km/h, le gain maximal est réglé sur 10,  $\beta = 0.5$  et  $p_0 = 0.5$ . Le modèle de référence est complété par la même loi d'assistance.

L'utilisation du couple estimé par l'observateur permet, par l'intermédiaire d'une fréquence du filtre plus élevée, d'obtenir un couple d'assistance dynamique. Le comportement du modèle de référence est bien reproduit. Inversement, l'utilisation du couple mesuré, pour un gain maximal équivalent de l'assistance, ne permet pas de reproduire correctement le comportement du modèle. Le couple d'assistance est trop déphasé par rapport au couple conducteur, le système de direction est alors moins dynamique. Cet effet est clairement visible lorsque la direction est excitée par un couple sinusoïdal.

Cette loi d'assistance a été testée sur le prototype SBW1, dans la configuration utilisant le couple mesuré. Les résultats ont été très positifs avec une amélioration notable du confort de conduite, sans détérioration du comportement dynamique de la direction et du véhicule. Les différents paramètres de la loi,  $G_a^{max}$  et la fréquence du filtre associé,  $\beta$  et  $p_0$  peuvent bien entendu être réglés en fonction de la vitesse du véhicule. Ce type de réglage a été fait sur le prototype.

Il est en effet judicieux de pouvoir augmenter le niveau d'assistance pour les faibles vitesses et au contraire, le diminuer pour les vitesses élevées.

La mise en place d'un loi d'assistance non-linéaire permet d'améliorer le confort de conduite en apportant un comportement non linéaire aux efforts de restitution sans pour autant détériorer le comportement dynamique de l'ensemble. La solution utilisée a le mérite d'être simple et facilement exploitable. Néanmoins une étude approfondie du problème d'assistance en utilisant les modèles développés en [CLa02] et [dWBC<sup>+</sup>05] pourrait apporter un gain au niveau des sensations de conduite en reproduisant de manière fidèle le comportement non linéaire d'une direction hydraulique, système qui sert actuellement de référence.

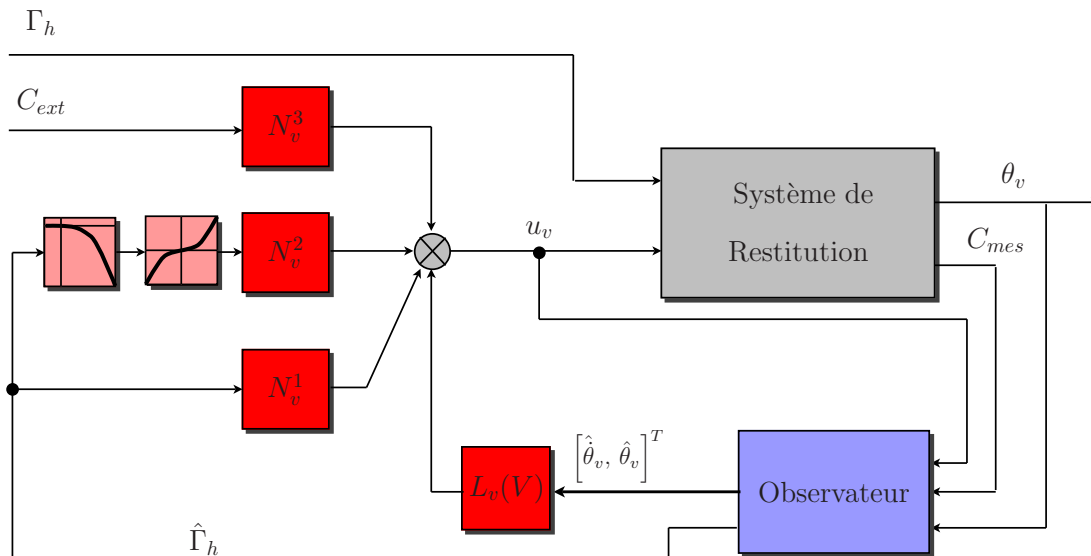


FIG. 6.20 – Schéma de contrôle en Model-Matching avec assistance du système de restitution.

### 6.3.2 Clavetage.

La fonction d'assistance non linéaire qui a été mise en place n'a pas permis de résoudre le problème de clavetage. La notion de clavetage est liée à la raideur apparente perçue par le conducteur. Une direction est dite *clavetée* si le volant est bien maintenu, ou verrouillé en position centrale. Mais une fois sortie de la position d'équilibre, le conducteur ne ressent plus cet effet en repassant par la position

d'angle nul.

Sur une direction hydraulique classique, le clavetage peut être en partie expliqué par la montée en pression du système hydraulique, ce qui a pour effet de retarder l'arrivée de l'effort d'assistance. Le phénomène de clavetage est intrinsèquement lié au phénomène d'hystérésis. Cependant, il n'est pour l'instant pas possible d'expliquer exactement l'origine complète du clavetage tant de nombreux éléments peuvent entrer en ligne de compte:

- la géométrie du train avant;
- le dimensionnement du système hydraulique d'assistance (longueur du circuit hydraulique et matériaux utilisés);
- forme de la loi de valve;
- non-linéarité du comportement des pneumatiques;
- etc...

Les premiers essais menés sur le prototype ont montré un manque de clavetage du système de direction pilotée avec le modèle de référence. Pour remédier à ce défaut, plusieurs solutions sont envisageables.

- La loi d'assistance permet de retarder la montée en effort du couple d'assistance en fonction du couple conducteur. Cependant, l'effet n'est pas suffisant pour les micro braquages.
- Il est possible d'augmenter le facteur multiplicatif agissant sur les efforts extérieurs pour les faibles braquages. Cette option n'est pas retenue car, dans ce cas la, le conducteur ressentirait plus les irrégularités de la route, ce qui n'est pas souhaitable.
- La raideur apparente du modèle de référence ( $K_p(V)$ ) peut être modifiée.

Cette dernière solution est choisie. Une fonction est développée de manière à modifier la raideur apparente du modèle de référence en fonction de différents paramètres:

- l'angle volant;
- la vitesse du volant;
- la vitesse du véhicule.

La fonction est développée sous STateflow (Matlab) sous la forme d'une machine d'état, décrivant les différentes formes que peut prendre le couple de clavetage, en fonction des conditions extérieures. Plus précisément, la fonction utilise comme entrée:

- $K_p(V)$ , la raideur apparente du modèle de référence;
- $N_{clav}(V)$ , facteur multiplicatif agissant sur  $K_p(V)$ , déterminant la raideur de clavetage en sortie de l'angle zéro, peut être choisi en fonction de la vitesse;
- $\theta_{clav}(V)$ , l'angle volant à partir duquel la sensation de clavetage disparaît; peut être choisi en fonction de la vitesse.

La sortie est un couple, venant remplacer le couple  $K_p(V)\theta_v$  du modèle de référence. La Figure 6.21 décrit les différentes phases de la fonction de clavetage.

- (a) Le volant sort de la position de repos (angle zéro). L'effort est de la forme  $N_{clav}(V)K_p(V)\theta_v$  jusqu'à ce que l'angle  $\theta_{clav}(V)$  soit atteint. L'effort tend alors à redevenir proche de celui prévu par le modèle de référence initial,  $K_p(V)\theta_v + cste$ .
- (b) L'angle volant diminue et passe par zéro sans annulation de sa vitesse. L'effort tend alors rapidement vers  $K_p(V)\theta_v$ .
- (c) Le mouvement du volant change de sens en repassant par l'angle zéro, sans annulation de sa vitesse. L'effort reste de la forme  $K_p(V)\theta_v$ .
- (d) Le volant est maintenu braqué, l'angle de braquage augmente de nouveau (la vitesse du volant s'annule puis augmente). L'effort tend alors rapidement vers  $K_p(V)\theta_v + cste$ .



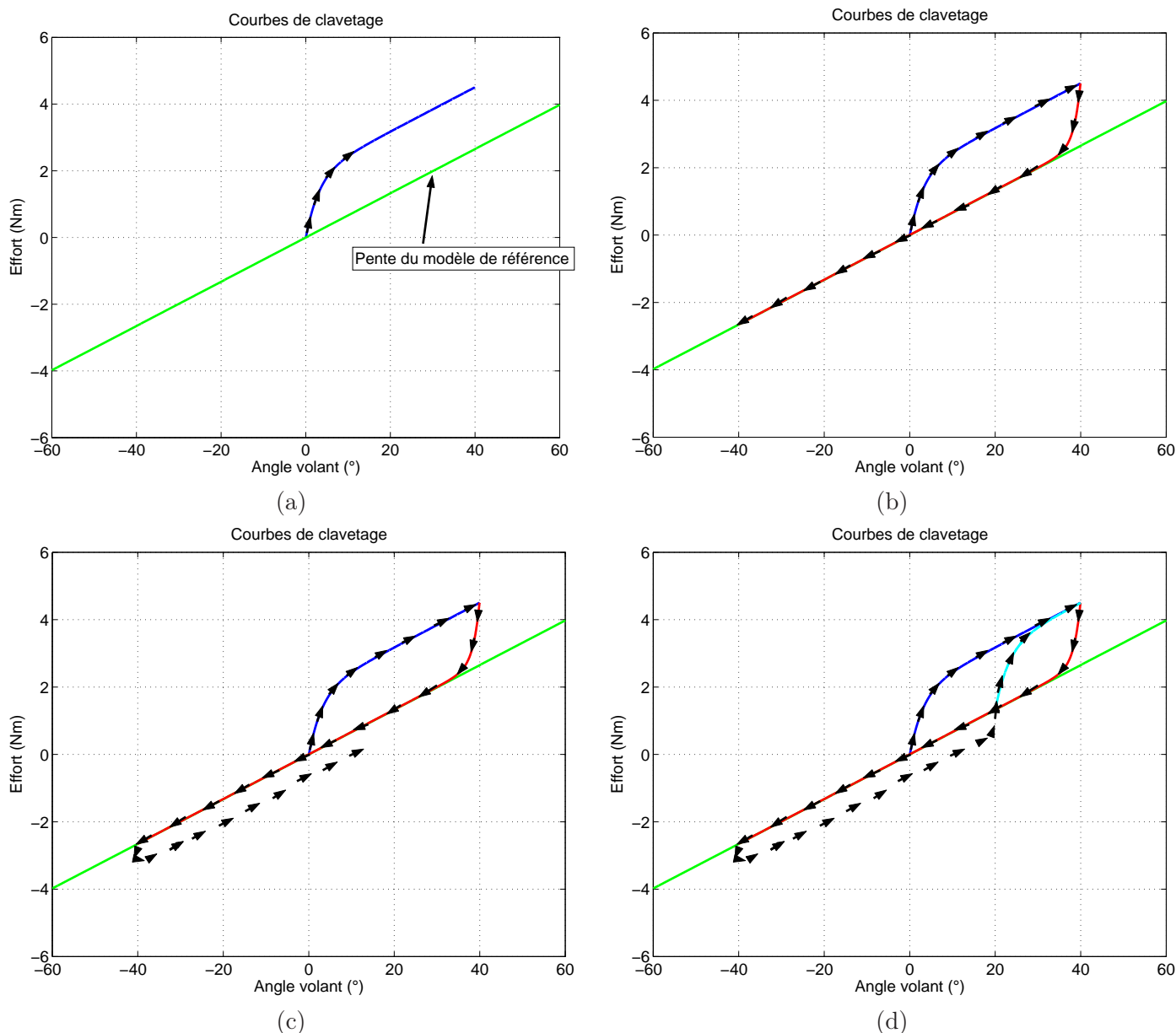


FIG. 6.21 – Courbes de clavetage au niveau de la raideur apparente du modèle de référence.

Bien entendu, le choix de  $N_{clav}(V)$  est limité afin de ne pas risquer de déstabiliser le système. De manière générale, la pente de la courbe présentée sur la Figure 6.21 ne peut pas dépasser une valeur limite, déterminée pour préserver les marges de stabilité du système. En limitant la pente à  $10 K_p(V)$ , le système présente au moins **6 dB** de marge de gain et **40°** de marge de phase.

Des simulations sont effectuées sur le système de restitution piloté en Model Matching. Les résultats sont présentés Figure 6.22. Le conducteur applique un couple sinusoïdal d'amplitude variable afin de mettre en évidence les différents phases possibles de la fonction de clavetage. La position du volant ainsi que l'effort utilisé en remplacement du terme  $K_p(V)\theta_v$  sont représentés.

Au vu de l'évolution de l'effort dû à la raideur équivalente en fonction de l'angle volant, une sensation de clavetage semble avoir été créée. L'évolution de l'effort est en accord avec les définitions de la sensation de clavetage données précédemment. Il n'y a pas de discontinuité lors des changements d'état de la fonction et celle-ci n'entraîne pas d'instabilité au niveau du système. La fonction a été testée à partir de mesures issues du prototype, la présence de bruit sur l'estimation de la vitesse du volant ne

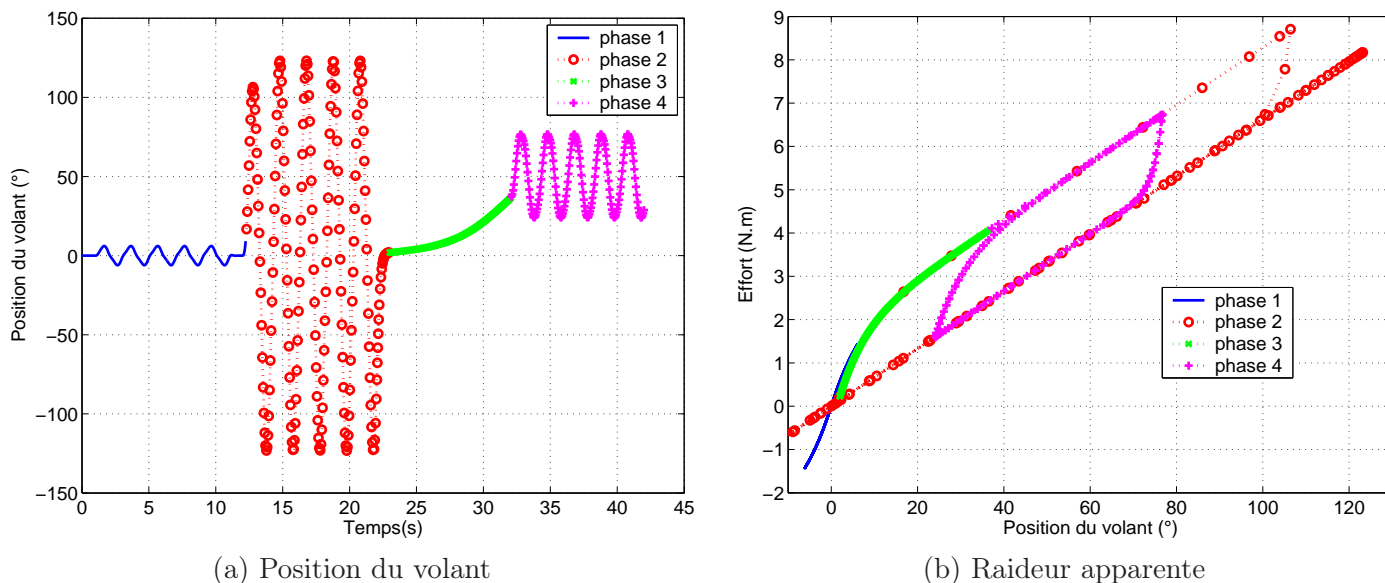


FIG. 6.22 – Réponse du système de restitution avec fonction de clavetage et assistance non-linéaire.

perturbe pas le bon fonctionnement du système.

Il est intéressant de noter qu'une telle fonction permet de créer un cycle d'hystérésis, non dynamique et maîtrisé en permanence.

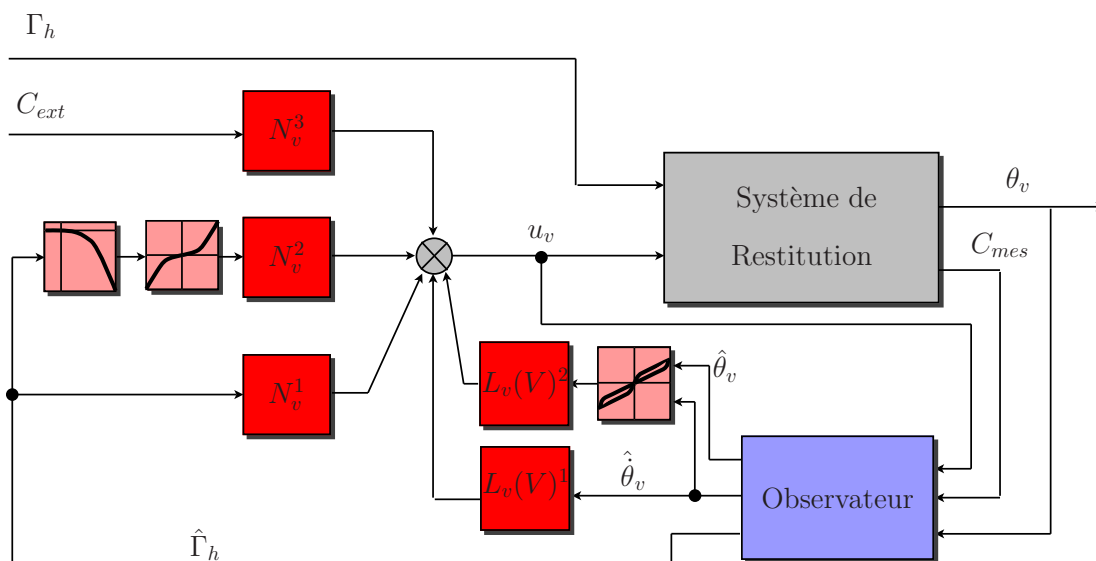


FIG. 6.23 – Schéma de contrôle en Model-Matching avec assistance et clavetage.

## 6.4 Bilan.

La mise au point des lois de commande sur le prototype SBW1 fourni par Renault a permis de valider les hypothèses et concepts développés tout au long de la thèse. Pour la première fois, les capacités en terme de ressenti conducteur du modèle de référence ont pu être évaluées.

Comme prévu en simulation, les performances dynamiques du véhicule sont satisfaisantes, avec une bonne réactivité et une bonne stabilité.

En revanche, le modèle de référence s'est avéré incapable de reproduire certaines sensations de conduites (hystérésis, clavetage) et a montré certains défauts (lourdeur excessive de la direction).

Plusieurs solutions ont été développées. Tout d'abord, une assistance non linéaire a été ajoutée afin d'alléger la direction et donner un comportement moins linéaire au couple de restitution. La mise en place de cette loi permet par la même occasion de créer un phénomène d'hystérésis, plus ou moins réglable, au niveau de la montée en gain du couple d'assistance. Cette solution a été testée avec succès sur le prototype

Une deuxième solution a été proposée. Il s'agit de recréer une sensation de clavetage au niveau des efforts de restitution. Une fonction venant modifier la raideur apparente du modèle de référence en fonction du point de fonctionnement a été développée. Si les résultats en simulation semblent prometteurs, la solution n'a pour l'instant pas été testée sur le prototype.

Au niveau des deux principales stratégies de commande envisagées, Model-Following et Model-Matching, seul le Model-Matching a réellement pu être testé. Le Model-Following a cependant été validé en simulation après mise à jour des modèles. Les performances des deux principes de commande semblent très proches. Les avantages et inconvénients inhérents à ces deux stratégies sont discutés plus tard.

---

## Chapitre 7

# Conclusion.

Dans ce mémoire, la technique du pilotage d'une direction découplée par modèle de référence a été abordée. Après une étude rapide du comportement des directions classiques (Direction à Assistance Hydraulique et Direction à Assistance Électrique), un modèle de référence a été proposé. Ce modèle se veut simple mais malgré tout représentatif des dynamiques qu'il est souhaitable de reproduire sur une direction découplée.

Ce modèle a été construit de manière à prendre en compte l'influence des efforts extérieurs issus du contact pneus/sol. Ce choix a été motivé par la volonté de laisser au conducteur un lien autre que visuel avec la dynamique de son véhicule. Or les efforts extérieurs appliqués au train avant du véhicule sont représentatifs de cette dynamique.

Dès lors, nécessairement, il a été mis au point en prenant en compte un modèle véhicule afin de gérer les interactions entre dynamique du véhicule et dynamique du système de direction. Le modèle obtenu est par conséquent paramétré en fonction de la vitesse du véhicule.

Sur la même base, deux modèles (réduit et étendu) ont été développés. Ils sont différenciés par leur nombre d'entrées, la version étendue prenant en compte des entrées supplémentaires issues des variables dynamiques du véhicule. Cependant, les performances des deux modèles semblent en simulation très similaires. Seul le modèle réduit a été testé sur prototype ce qui n'a pas permis de comparer réellement leurs performances.

Une fois que le modèle de référence a été élaboré, des stratégies de commande visant à reproduire le comportement du modèle sur le système de direction ont été développées.

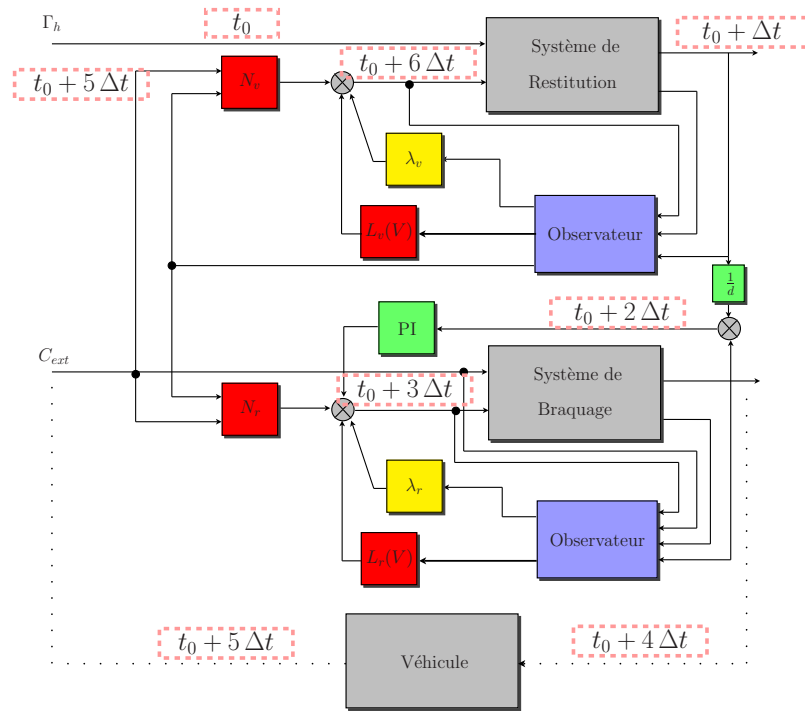
### 7.1 Éléments de comparaison entre les deux stratégies de commande.

Dans cette étude, deux méthodes ont été développées afin de reproduire la dynamique du modèle de référence sur un système de direction découplée, et plus particulièrement la direction découplée du prototype SBW1 fourni par Renault.

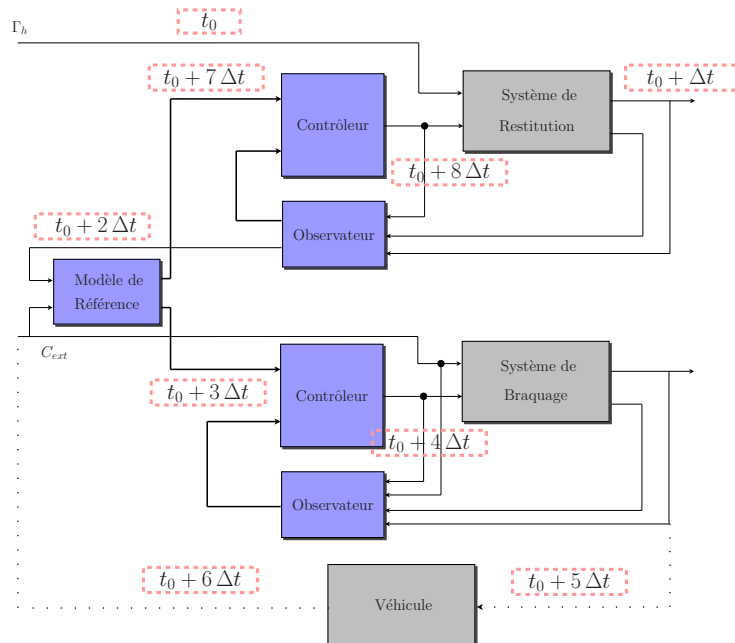
Si le but visé par ces deux techniques est identique, leur principe est radicalement différent. Le Model-Following tout d'abord nécessite la mise en place effective du modèle de référence dans le véhicule. Le modèle est alors alimenté par les mesures indispensables à son bon fonctionnement. Il est ensuite utilisé pour générer des consignes de position pour le système de restitution et le système de braquage.

Au contraire, le Model-Matching ne nécessite pas le codage du modèle de référence dans le véhicule. Une commande analytique est calculée a priori afin de reproduire la dynamique du modèle sur chacun des systèmes de la direction.

Si en simulation les performances des deux stratégies semblent similaires, il n'a malheureusement pas été possible de vérifier ces constatations dans la réalité. En revanche, un certain nombre de comparaisons peuvent être faites.



(a) Model-Matching



(b) Model-Following

FIG. 7.1 – Comparaison des délais de calcul du couple de restitution.

### Avantages Model-Matching.

1. La commande en Model-Matching est nettement plus simple que celle en Model-Following. Le modèle de référence ne doit pas être codé dans le véhicule, aucune action intégrale n'est présente et le nombre d'états nécessaires au pilotage est deux fois moins important.
2. La commande obtenue est analytique. Une modification du modèle de référence ne nécessite pas une mise à jour particulière de la commande.
3. Le système piloté en Model-Matching semble être plus réactif. De manière très grossière, en supposant que chaque étape du processus de calcul de la commande utilise un temps  $\Delta t$ , le système piloté en Model-Following a besoin de  $8 \Delta t$  pour fournir un couple de restitution au conducteur suite à une intervention sur le volant. En revanche, le système piloté en Model-Matching ne demande que  $6 \Delta t$ . La Figure 7.1 illustre cette différence.

### Avantages Model-Following.

1. A priori, la commande en Model-Following est plus robuste aux incertitudes que la commande en Model-Matching. En effet, les sous-systèmes sont asservis en position sur les sorties du modèle de référence et la présence d'intégrateurs dans les commandes vient assurer une erreur statique nulle. Par conséquent, normalement, la dynamique du modèle de référence est assurée d'être reproduite.
2. Le modèle de référence apparaît explicitement dans la commande. Ceci peut faciliter les réglages apportés au modèle lors de la mise au point fine sur véhicule en permettant une meilleure visualisation des paramètres sur lesquels sont faites les modifications.

## 7.2 Améliorations.

A la suite des premiers essais réalisés sur le prototype SBW1, des modifications ont été apportées au modèle de référence. Ces modifications sont censées améliorer le confort de conduite fourni au conducteur sans pour autant détériorer la dynamique du véhicule et du système de direction.

Deux principales nouvelles fonctions ont été développées: tout d'abord une fonction d'assistance non linéaire a été ajoutée au modèle de référence. Cette assistance permet de fournir des sensations de conduite moins linéaires tout en allégeant la direction. Différents paramètres (3) permettent de régler la loi et ce en fonction de la vitesse du véhicule. Cette loi a été testée avec succès sur véhicule.

Ensuite, toujours dans l'optique d'améliorer les sensations de conduite, une fonction dite de *clavetage* a été développée. Cette fonction vient améliorer la sensation de tenue de cap pour des vitesses supérieures à 60 km/h. Par ailleurs, une sensation d'hystérésis est créée, améliorant la tenue du véhicule en courbe. Cette fonction est réglable (3 paramètres) en fonction de la vitesse.

## 7.3 Perspectives.

Plusieurs pistes de travail intéressantes doivent être menées. Il est important tout d'abord d'être capable de discerner clairement les avantages et inconvénients des deux stratégies de commande, Model-Following et Model-Matching, présentes lors de cette étude. Des premiers éléments ont été présentés mais ils sont insuffisants pour permettre un choix argumenté. Il faut donc tester le Model-Following sur véhicule, dans les mêmes conditions que le Model-Matching afin d'apporter des réponses.

Si la fonction d'assistance a été testée sur véhicule et a montré son potentiel, des réglages fins en fonction de la vitesse n'ont pas encore été obtenus. Par ailleurs, la fonction de clavetage n'a pas été

expérimentée sur véhicule. Il est là-aussi nécessaire de faire des tests pour valider les concepts de cette fonction et arriver à un réglage fin de ses différents paramètres.

Il sera aussi particulièrement intéressant de comparer les deux modèles de référence présentés dans ce mémoire. Cette future étude devra permettre de motiver ou non la prise en compte d'entrées supplémentaires au niveau du modèle de référence.

Un autre point nécessaire à étudier est la mise en place d'une démultiplication variable entre le volant et les roues. Le Steer-By-Wire, à la base, facilite ce genre de stratégie, il sera donc important de l'inclure lors de la conception du modèle de référence. Une première idée consisterait à paramétrer le modèle on seulement en fonction de la vitesse mais aussi en fonction de la démultiplication désirée.

---

Annexe A

Annexes.



## A.1 Train avant (simplifié).

La géométrie du train avant d'un véhicule influe considérablement sur le comportement dynamique du véhicule ainsi que sur son confort d'utilisation. La compréhension des mécanismes de restitution au niveau du volant passe par la connaissance des différentes géométries possibles pour le train avant.

### A.1.1 Schémas.

L'axe autour duquel la roue pivote lors du braquage s'appelle l'*axe de pivot* (Figure A.1 et A.2). Il est incliné d'un angle  $\alpha_{piv}$ , *angle de pivot*. Son intersection avec le sol définit le *déport* au sol  $d_{ep}$ . L'*axe de pivot* est également incliné lorsque la roue est vue de profil; cette inclinaison est donnée par l'*angle de chasse*  $\alpha_{ch}$ . L'intersection de cet axe avec le sol détermine la *chasse*  $c$ .

La distance  $d_{biel}$  (Figure A.3) représente le bras de levier reliant la crémaillère au porte-fusée (qui est relié à la roue).

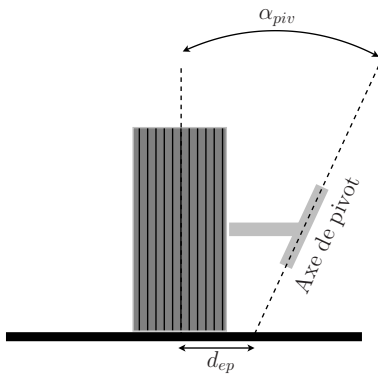


FIG. A.1 – Schéma d'une direction simplifiée: vue de face.

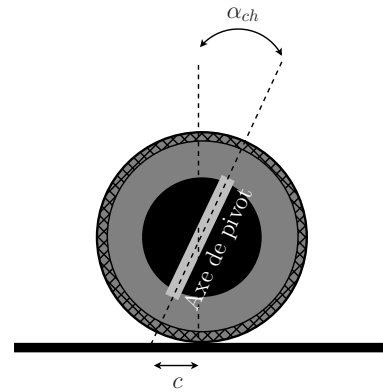


FIG. A.2 – Schéma d'une direction simplifiée: vue de profil.

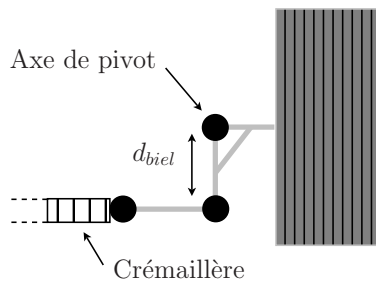


FIG. A.3 – Schéma d'une direction simplifiée (vue de dessus).

### A.1.2 Calcul des efforts crémaillère.

Dans un premier temps, seuls les efforts induits par la roue gauche sont calculés. Le repère utilisé est représenté figure (A.4).

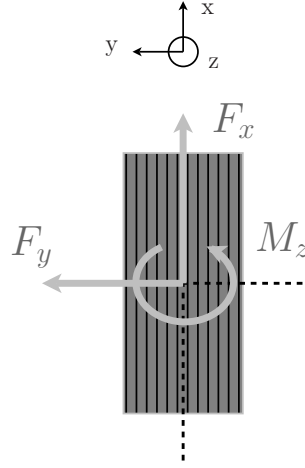


FIG. A.4 – Repère roue (vue de dessus).

**Efforts ramenés sur l'axe de pivot.**

- Efforts dus au *déport*.

$$M_{d\acute{e}port_g} = -d_{ep} \cos(\alpha_{piv}) \cos(\alpha_{ch}) F_{x_g} \quad (\text{A.1})$$

- Efforts dus à la *chasse*.

$$M_{chasse_g} = -c \cos(\alpha_{ch}) \cos(\alpha_{piv}) F_{y_g} - \cos(\alpha_{ch}) \cos(\alpha_{piv}) M_{z_g} \quad (\text{A.2})$$

- Efforts pivot.

$$\begin{aligned} M_{pivot_g} &= M_{chasse_g} + M_{d\acute{e}port_g} \\ &= -c \cos(\alpha_{ch}) \cos(\alpha_{piv}) F_{y_g} - \cos(\alpha_{ch}) \cos(\alpha_{piv}) M_{z_g} - d_{ep} \cos(\alpha_{piv}) \cos(\alpha_{ch}) F_{x_g} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

**Force appliquée à la crémaillère.**

En supposant que la bielle reliant la crémaillère au porte-fusée ne prend que de petits angles, les efforts induits par la roue gauche sont donnés par l'expression suivante:

$$\begin{aligned} F_{crem_g} &= \frac{\cos(\alpha_{ch}) \cos(\alpha_{piv})}{d_{biel}} M_{pivot_g} \\ &= -\frac{\cos(\alpha_{ch})^2 \cos(\alpha_{piv})^2}{d_{biel}} [c F_{y_g} + M_{z_g}] - d_{ep} \frac{\cos(\alpha_{ch})^2 \cos(\alpha_{piv})^2}{d_{biel}} F_{x_g} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

En prenant en compte les deux roues, l'effort crémaillère devient:

$$\begin{aligned} F_{crem} &= -\frac{\cos(\alpha_{ch})^2 \cos(\alpha_{piv})^2}{d_{biel}} [c(F_{y_g} + F_{y_d}) + (M_{z_g} + M_{z_d})] \\ &\quad - d_{ep} \frac{\cos(\alpha_{ch})^2 \cos(\alpha_{piv})^2}{d_{biel}} \Delta F_x \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

avec  $\Delta F_x = F_{x_g} - F_{x_d}$ .

Si un modèle 2 roues est considéré: les efforts à la roue droite sont alors identiques aux efforts à la roue gauche et  $M_z = M_{z_g} + M_{z_d}$  de même que  $F_y = F_{y_g} + F_{y_d}$  et  $\Delta F_x = F_{x_g} - F_{x_d} = 0$ .

Par ailleurs, en supposant que  $M_z = c_{pneu} F_y$ , et que l'angle de pivot reste faible, les efforts crémaillère sont alors décrits par:

$$F_{crem} = -\frac{\cos(\alpha_{ch})^2}{d_{biel}} (r \tan(\alpha_{ch}) + c_{pneu}) F_y = \frac{\phi(\alpha_{ch})}{d_{biel}} F_y \quad (\text{A.6})$$

avec la chasse pneumatique  $c_{pneu} \cong 4 \text{ cm}$ .

En supposant que l'actionneur "Slave" est relié à la crémaillère par l'intermédiaire d'un pignon de rayon  $R_{pc}$ , le couple  $C_{ext}$  des efforts extérieurs appliqués à l'actionneur est donné par:

$$C_{ext} = R_{pc} F_{crem} = \frac{\phi(\alpha_{ch})}{d} F_y \quad (\text{A.7})$$

avec  $d = \frac{d_{biel}}{R_{pc}}$  la démultiplication globale de la direction.

## A.2 Véhicule: modèle 2 roues.

Une modélisation du véhicule est nécessaire lors de la mise au point d'une loi de commande par modèle de référence. En effet, le modèle de référence fait appel à des mesures d'efforts issues du train avant. Une fois le train avant modélisé, le modèle véhicule va permettre de simuler les efforts enregistrés au niveau des pneumatiques du véhicule, c'est-à-dire les efforts exercés par l'environnement sur les pneus.

### A.2.1 Paramètres.

Définitions des variables du système			
$\theta_r$	Angle roues	$V$	Vitesse véhicule
$F_{y1}$	Efforts train avant	$V_1$	Vitesse roue avant
$F_{y2}$	Efforts train arrière	$V_2$	Vitesse roue arrière
$\delta_1$	Dérive train avant	$l_1$	Distance CDG à l'axe avant
$\delta_2$	Dérive train arrière	$l_2$	Distance CDG à l'axe arrière
$\delta$	Dérive au centre de gravité	$D_1$	Raideur roues avant
$\gamma$	Accélération radiale	$D_2$	Raideur roues arrière
$\psi$	Vitesse de lacet	$M_{tot}$	Masse totale du véhicule
$I_z$	Inertie en lacet du véhicule	$Bal$	Constante de ballant aux roues avant

TAB. A.1 – Variables du système.

### A.2.2 Hypothèses.

- $\sin(x) \cong x$  (petits angles);
- $V_1 \cong V_2 \cong V$ .

### A.2.3 Mise en équations.

Les différentes équations décrivant le modèle 2 roues sont les suivantes:

- expression des forces de contact:

$$\begin{aligned} F_{y1} &= -D_1 \delta_1 \\ F_{y2} &= -D_2 \delta_2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

- bilan des forces (transversales) sur le véhicule:

$$F_{y1} + F_{y2} = M_{tot} \gamma \quad (\text{A.9})$$

- bilan des moments (verticaux) sur le véhicule:

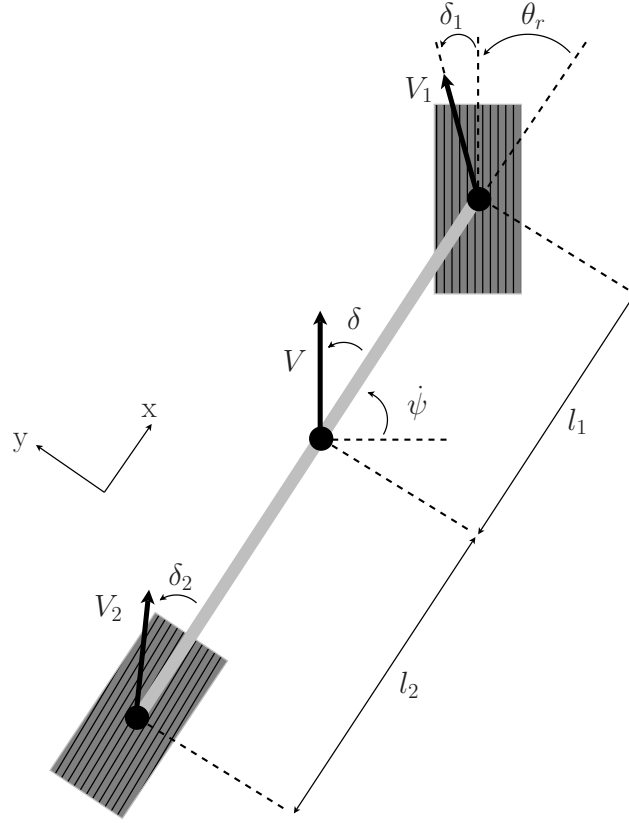
$$l_1 F_{y1} - l_2 F_{y2} = I_z \ddot{\psi} \quad (\text{A.10})$$

- expressions des vitesses transversales au niveau du train avant et du train arrière:

$$\begin{aligned} V(\theta_r + \delta_1 - \delta) &= l_1 \dot{\psi} \\ V(\delta_2 - \delta) &= -l_2 \dot{\psi} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

- expression de l'accélération transversale:

$$\gamma = V(\dot{\psi} + \delta) \quad (\text{A.12})$$

FIG. A.5 – *Modèle 2 roues (conventions).*

L'équation d'état associée au modèle est la suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{V I_z} & \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{I_z} \\ -1 + \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{M_{tot} V^2} & -\frac{D_1 + D_2}{M_{tot} V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_1 l_1}{I_z} \\ \frac{D_1}{M_{tot} V} \end{bmatrix} \theta_r \quad (\text{A.13})$$

Or, les efforts transversaux au niveau des roues avant sont donnés par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} F_{y_1} &= -D_1 \delta_1 \\ &= -D_1 \left( \frac{l_1}{V} \dot{\psi} + \delta - \theta_r \right) \end{aligned}$$

Il est alors possible d'exprimer  $F_{y_1}$  en fonction de la vitesse du véhicule  $V$  et de l'angle roues  $\theta_r$ :

$$\begin{aligned} F_{y_1} &= G(s, V) \theta_r \\ &= \frac{s_0 + s_1 s + s_2 s^2}{r_0 + r_1 s + r_2 s^2} \theta_r \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

avec:

$$\begin{aligned}
r_0 &= M_{tot} V^2 (l_2 D_2 - l_1 D_1) + D_1 D_2 (l_1 + l_2)^2 \\
r_1 &= M_{tot} V (l_1^2 D_1 + l_2^2 D_2) + V I_z (D_1 + D_2) \\
r_2 &= M_{tot} V^2 I_z \\
s_0 &= D_1 V (l_2 D_2 M_{tot} V) \\
s_1 &= D_1 V (M_{tot} l_2^2 D_2 + D_2 I_z) \\
s_2 &= D_1 M_{tot} V^2 I_z
\end{aligned}$$

Le modèle peut être modifié afin de reproduire une dynamique de déformation des pneumatiques décrites par le *ballant*:

$$\begin{aligned}
F_{y1} &= \frac{-D_1}{\frac{Bal}{V} s + 1} \delta_1 \\
F_{y2} &= \frac{-D_2}{\frac{Bal}{V} s + 1} \delta_2
\end{aligned} \tag{A.15}$$

La fonction de transfert du modèle devient alors:

$$\begin{aligned}
F_{y1} &= G(s, V) \theta_r \\
&= \frac{s_0 + s_1 s + s_2 s^2 + s_3 s^3}{r_0 + r_1 s + r_2 s^2 + r_3 s^3 + r_4 s^4} \theta_r
\end{aligned} \tag{A.16}$$

avec:

$$\begin{aligned}
r_0 &= M_{tot} V^2 (l_2 D_2 - l_1 D_1) + D_1 D_2 (l_1 + l_2)^2 \\
r_1 &= M_{tot} V (l_1^2 D_1 + l_2^2 D_2) + V I_z (D_1 + D_2) + Bal M_{tot} V (l_2 D_2 - l_1 D_1) \\
r_2 &= M_{tot} V^2 I_z + M_{tot} Bal (l_1^2 D_1 + l_2^2 D_2) + I_z Bal (D_1 + D_2) \\
r_3 &= 2 I_z V M_{tot} Bal \\
r_4 &= I_z Bal^2 M_{tot} \\
s_0 &= D_1 V (l_2 D_2 M_{tot} V) \\
s_1 &= D_1 V (M_{tot} l_2^2 D_2 + D_2 I_z) \\
s_2 &= D_1 M_{tot} V^2 I_z \\
s_3 &= D_1 V I_z M_{tot} Bal
\end{aligned}$$

Il est par ailleurs possible de prendre en compte la qualité du contact pneu / sol en faisant intervenir le paramètre d'adhérence  $\mu$ . Il suffit pour cela de remplacer dans les équations précédentes les raideurs des pneumatiques  $D_1$  et  $D_2$  par  $\mu D_1$  et  $\mu D_2$  respectivement. Dès lors:

$$F_{y1} = G(s, V, \mu) \theta_r \tag{A.17}$$

## A.3 Annexes: rappels théoriques.

### A.3.1 Marges de stabilité des systèmes linéaires.

Dans [ACA<sup>+</sup>99], [Lar96] et [Duc01], des études approfondies sur la stabilité des systèmes linéaires sont menées. Seules sont rappelées ici les définitions des marges de stabilité, utilisées dans cette étude pour décrire les lois de commande mises au point.

#### Marge de phase et marge de gain.

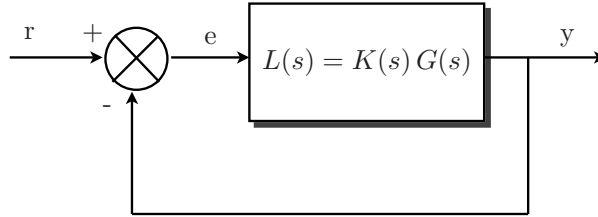


FIG. A.6 – Schéma d'une boucle fermée élémentaire.

Soit un système  $G(s)$  à piloter. Un régulateur  $K(s)$  est réalisé de telle sorte que le transfert en boucle fermée  $S(s)$  soit stable:

$$S(s) = \frac{y}{r} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad \text{avec} \quad L(s) = K(s)G(s)$$

Il est nécessaire de rappeler que, si  $\exists \omega$  tq  $L(j\omega) = K(j\omega)G(j\omega) = -1$ , alors le système bouclé défini par le transfert  $S(s)$  est instable.

Il est possible de quantifier la stabilité du système bouclé en calculant "l'écart" entre le tracé de la représentation fréquentielle du transfert de boucle  $L(j\omega) = K(j\omega)G(j\omega)$  et le point critique  $(-1)$ .

**Définition 2 (Marge de phase)** *La marge de phase est définie comme étant le plus grand déphasage parasite pouvant intervenir, sans que le tracé de la représentation fréquentielle de  $L(j\omega_c)$  n'atteigne le point critique  $(-1)$ .  $\omega_c$  est la pulsation de coupure du système, décrite par  $|L(j\omega_c)| = 1$ . Soit alors:*

$$M_\phi \triangleq \arg [K(j\omega_c)G(j\omega_c)] - 180^\circ$$

**Définition 3 (Marge de gain)** *La marge de gain est définie comme étant le plus grand gain parasite pouvant intervenir, sans que le tracé de la représentation fréquentielle de  $L(j\omega_p)$  n'atteigne le point critique  $(-1)$ .  $\omega_p$  est décrite par  $\arg [L(j\omega_p)] = -180^\circ$ . Soit alors:*

$$M_G \triangleq -20 \log_{10} [K(j\omega_p)G(j\omega_p)]$$

#### Marge de retard.

La marge de retard mesure la valeur maximale du retard pur qui, introduit dans la boucle, déstabilise le système. Il s'agit d'une première indication sur la robustesse du système bouclé.

**Définition 4 (Marge de retard)** *Étant donnée une marge de phase  $M_\phi$  intervenant à la pulsation  $\omega_c$ , la marge de retard du système bouclé est donnée par:*

$$M_\tau \triangleq \frac{M_\phi}{\omega_c}$$

La marge de retard permet de mettre en évidence le phénomène suivant: une marge de phase importante, intervenant à très hautes fréquences, n'engendre pas une très forte robustesse.

### A.3.2 Régulateur Linéaire Quadratique (LQ) à horizon infini.

Un système stationnaire est considéré, décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{X} = A X + B u$$

Aucune hypothèse n'est faite sur la valeur initiale  $X_0$  de  $X^1$ . Le but est de déterminer la commande stabilisante  $u$  qui minimise le critère suivant:

$$J = \int_0^\infty (X^T Q X + u^T R u) dt$$

avec  $Q = Q^T \geq 0$  et  $R = R^T > 0$ .

Soit  $H$  une matrice rectangulaire telle que  $Q = H^T H$ .

**Théorème 1** *Sous les conditions suivantes:*

- $(A, B)$  est stabilisable;
- $(H, A)$  est détectable;

*La commande par retour d'état, solution du problème du régulateur linéaire-quadratique à horizon fini en temps continu, est donnée par:*

$$u = -L X \quad \text{avec} \quad L = R^{-1} B^T P$$

où  $P$  est l'unique solution symétrique semi-définie positive de l'équation de Riccati:

$$P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q = 0$$

La valeur optimale du critère est définie par:

$$J^* = X_0^T P X_0$$

et le système bouclé est asymptotiquement stable.

La démonstration du théorème précédent est faite dans [Duc01] et [ACA<sup>+</sup>99].

### A.3.3 Méthode systématique de calcul des gains d'un correcteur PID.

Il existe différentes méthodes afin de calculer les gains d'un correcteur PID. La solution proposée ci-dessous fait appel à la théorie de la commande LQ.

A titre d'exemple, le système de restitution du véhicule d'architecture simple présenté est utilisé:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\beta_v}{J_v} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_h + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} u_v \\ &= A_v X_v + B_v \Gamma_h + B_v u_v \end{aligned}$$

La variable à piloter étant:

$$y_v = C_v X_v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \theta_v$$

La forme d'un correcteur PID classique est rappelée:  $C(s) = K + s D + \frac{I}{s}$ . Soit  $y_v^c = \theta_v^{ref}$  le signal de référence. La commande  $u_v$  en sortie du correcteur PID est donnée par:

$$u_v(t) = K \left( y_v^{ref} - y_v(t) \right) + D \frac{d}{dt} \left[ y_v^{ref} - y_v(t) \right] + I \int_{t_0}^t \left( y_v^{ref} - y_v(\tau) \right) d\tau$$

---

1. Le système étant stationnaire, il est possible de choisir  $t_0 = 0$



Ou bien, dans le domaine de Laplace:

$$U_v(s) = \left( K + D s + \frac{I}{s} \right) \left( Y_v^{ref} - Y_v(s) \right)$$

Un nouvel état  $q$  est défini comme l'intégrale de l'erreur d'asservissement:

$$q_v = \int_{t_0}^t (y_v - y_v^c) d\tau = \int_{t_0}^t (\theta_v - \theta_v^{ref}) d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{dq_v}{dt} = \theta_v - \theta_v^{ref}$$

En rajoutant  $q_v$  à l'équation d'état précédente, un nouveau système est obtenu, défini par:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_v \\ q_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & 0_{[1 \times 1]} \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_v \\ q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_v \\ 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} u_v + \begin{bmatrix} B_v & 0_{[1 \times 1]} \\ 0_{[1 \times 1]} & -I_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_h \\ \theta_v^{ref} \end{bmatrix}$$

En supposant qu'il existe une commande  $u_v$  qui permette d'amener  $y_v = \theta_v$  sur  $y_v^c = \theta_v^{ref}$ , sont définies  $X_v^c$ ,  $q_v^c$  et  $u_v^c$  les valeurs correspondantes de  $X_v$ ,  $q_v$  et  $u_v$ . Le changement de variables suivant est effectué:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_v &= X_v - X_v^c \\ \tilde{q}_v &= q_v - q_v^c \\ \tilde{u}_v &= u_v - u_v^c \\ \tilde{y}_v &= y_v - y_v^c \end{aligned}$$

Les nouvelles variables ainsi définies sont liées entre elles par l'équation suivante:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & 0_{[1 \times 1]} \\ C_v & 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_v \\ 0_{[1 \times 1]} \end{bmatrix} \tilde{u}_v = \mathcal{A}_v \begin{bmatrix} \tilde{X}_v \\ \tilde{q}_v \end{bmatrix} + \mathcal{B}_v \tilde{u}_v$$

Afin de calculer de manière systématique les gains d'un correcteur PID, il suffit de calculer une commande LQ par retour d'état sur le système définis précédemment. Soit:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 1$$

La commande  $u_v$  obtenue est décrite par:

$$u_v = -K_1 (\theta_v - \theta_v^{ref}) - K_2 (\theta_v - \theta_v^{ref}) - K_3 \int_0^t (\theta_v - \theta_v^{ref}) d\tau$$

L'expression de la commande d'un système par correcteur PID est exactement retrouvée. Il y a toujours trois paramètres à régler (pondérations  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ ), mais dans le cas présent, le correcteur PID obtenu possède tous les avantages apportés par la théorie de la commande LQ (stabilité, marges de stabilité garanties...).

---

Annexe B

Bibliographie.



---

# Bibliographie

- [ABDM04] Sanket Amberkar, Farhad Bolouchi, Jon Demerly, and Scott Millsap. A control system methodology for steer by wire systems. In *SAE World Congress*, March 2004.
- [ACA<sup>+</sup>99] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, and G. Ferreres. *Robustesse et Commande optimale*. Cépaduès - Editions, 1999.
- [AKT<sup>+</sup>04] Shoji Asai, Hiroshi Kuroyanagi, Shinji Takeushi, Toshiro Takashi, and Shoji Ogawa. Development of a steer by wire system with force feedback using a disturbance observer. In *SAE World Congress*, March 2004.
- [AS89a] R.J. Anderson and M. SPong. Bilateral control of teleoperators with time delay. In *IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 34, Issue 5*, May 1989.
- [AS89b] Robert J. Anderson and Mark W. Spong. Bilateral control of telemanipulators with time delay. *IEE Transaction on Automatic and Control*, May 1989.
- [BdW98] P. Bilot and C. Canudas de Wit. Human friendly control: application to drive-by-wire systems. In *Proceedings of AAC 2001*, Philadelphia, USA, June 1998.
- [BH99] G.P. Bertolini and R.M. Hogan. Applying driving simulation to quantify steering effort preferences as a function of vehicle speed. In *SAE World Congress*, Detroit, USA, January 1999.
- [Bil00] P. Billot. Commande des systèmes avec intervention humaine: Application à la commande drive-by-wire. Dea d'automatique, Laboratoire d'Automatique de Grenoble, INPG, Grenoble, 2000.
- [BL96] A.C. Beall and J.M. Loomis. Visual control of steering without course information. Technical report, Perception, 1996.
- [BM] J. Ball and T. Malakorn. Feedback control for multidimensional systems an interpolation problems for multivariable functions. Technical report, Virginia Tech, Blackburg, USA.
- [BW] P. Bigras and T. Wong. Structured controller design for optimal model-matching. Technical report, Ecole de Technologie Supérieure, 1100, Notre Dame Street West, Montreal, Quebec, Canada.
- [CB04] R. Cortesão and N. Bajcinca. Model-matching control for steer-by-wire vehicules with under-actuated structure. In *Proceedings of 2004 IEEE Intertantional Conference on Intelligent Robots and Systems*, Japan, October 2004.
- [CBH<sup>+</sup>03] R. Cortesão, N. Bajcinca, M. Hauschild, J. Bals, and G. Hirzinger. Haptic control for steer-by-wire systems. In *Proceedings of 2003 IEEE Intertantional Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, USA, October 2003.
- [CC05] J. Coudon and X. Claeys. Etude d'un modèle de référence pour direction découplée. Technical report, Renault, Janvier 2005. Note n°1974/2005/64250.
- [CdWC06a] J. Coudon, C. Canudas de Wit, and X. CLaeys. Model-matching control for steer-by-wire vehicles. In *Proceedings of 2006 4th IFAC Symposium On Mechatronics Systems*, Heidelberg, Germany, September 2006.
- [CdWC06b] J. Coudon, C. Canudas de Wit, and X. CLaeys. A new global reference model for steer-by-wire control with embedded vehicle dynamics. In *Proceedings of 2006 American Control Conference*, Minneapolis, USA, June 2006.

- 
- [Cha04] Y.W. Chai. A study of effects of steering gain and steering torque on driver's feeling for sbw vehicle. Technical report, FISITA World AUtomotive Congress, Barcelona, SPAIN, 2004.
- [CLa02] X. CLaey's. Commande latérale des véhicules automobiles avec prise en compte de la dynamique des actionneurs. application a la conduite en peloton des poids lourds. Thèse, Laboratoire d'Automatique de Grenoble, INPG, Grenoble, 2002.
- [CLF92] M.B. Chon, M. Lam, and R. Fearing. Tactil feedback for teleoperation. In *SPIE, Telemanipulation Technology*, 1992.
- [CR70] C.A. Chester and R.J. Roy. The application of specific optimal control to the design of desensitized model-following control systems. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-15, June 1970.
- [Dee04] P. Deepack. Steering wireless. In *SAE World Congress*, Detroit, USA, May 2004.
- [DFT90] J. Doyle, B. Francis, and A. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing CO., 1990.
- [Duc01] G. Duc. *Commande par variables d'état des systèmes linéaires*. 2001.
- [dWBC<sup>+</sup>05] C. Canudas de Wit, H. Bechart, X. Claeys, P. Dolcini, and J.J Martinez. Fun to drive by feedback. In *European Journal of Control: Fundamental issues in Control (special issue)*, Seville, SPAIN, December 2005.
- [dWSB96] C Canudas de Wit, B. Sciliano, and G. Bastin. *Theory Of Robust Control*. Springer, 1996.
- [EE79] R. Eising and E. Emre. Exact model-matching of 2-d systems. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-24, February 1979.
- [Erz68] H. Erzberger. Analysis and design of model following control systems by state feedback techniques. In *JACC*, 1968.
- [Fer99] Pedro M. G. Ferreira. The exact model-matching revisited. In *SBA Controle & Automação*, volume 10, Dezembro 1999.
- [GG02] B.A. Güvenç and L. Güvenç. Robust steer-by-wire control based on the model regulator. In *Proceedings of 2002 IEEE International Conference on Control Applications*, U.K., September 2002.
- [GGR<sup>+</sup>84] P. Green, T. Gillespie, S. Reifeis, L. Wei-Hass, and O. Ottens. Subjective evaluation of steering effort levels. Technical report, UMYRI, 1984.
- [GS00] S. Guegan and J. Szymansky. Power assisted steering system includes sensor determining vehicle speed and control determining required current in assisting motor, fr2795378. Technical report, Renault, 2000.
- [HA98] B. Hannaford and J. Anderson. Experimental and simulation studies of hardcontact in force reflecting teleoperation. In *Proceedings of 1998 IEEE Intertantional Conference on Robotics Automat.*, Philadelphia, USA, 1998.
- [HBDS97] S. Hanneton, A. Berthoz, A. Droulez, and S. Slotine. Does the brain use sliding variables for the control movements. Technical report, Biological Cybernetics, 1997.
- [HNNK00] R. Hayama, S. Nakano, K. Nishizaki, and K. Katou. The vehicle stability control responsibility improvement using steer-by-wire. In *Proceedings of 2000 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Dearborn, USA, October 2000.
- [JRCG04] J.P.Switkes, E.J. Rossetter, I.A. Coe, and J.C. Gerdes. Handwheel force feedback for lanekeeping assistance: Combined dynamics and stability. In *AVEC*, 2004.
- [Kit03] Toshiyuki Kitamori. A new controller including reference model and its relation to pid controller. In *SICE Annual Conference in Fukui*, Japan, August 2003.
- [KMM<sup>+</sup>01] T. Kukao, S. Miyasaka, K. Mori, N. Adachi, and K. Osuka. Active steering systems based on model reference adaptive nonlinear control. In *Proceedings of 2001 IEEE International Conference on Transportations Systems*, Oakland, USA, August 2001.
- [Lar96] P. De Larminat. *Automatique: Commande des systèmes Linéaires*. Hermes Collection Automatique, 1996.
-

- 
- [Lee76] D.N. Lee. A theory of visual control of braking based on information about time to collision. Technical report, Perception, 1976.
- [Lee97] A.Y. Lee. Matching vehicle responses using model-following control method. In *Society Of Automotive Engineers*, California, USA, 1997.
- [LL94] M.F. Land and D.N. Lee. Where we look when we steer. Technical report, Nature, 1994.
- [MAdW04] J. Martinez, J. Avila, and C. Canudas de Wit. A new bicycle vehicle model with dynamic contact friction. In *IFAC Symposium on Automotive Control*, April 2004.
- [Mal03] T. Malakorn. Multidimensional linear systems and robust control. Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2003.
- [Mar04] D. Martinez. Note technique n°64250/2004/1893. Technical report, Renault, 2004.
- [Mar06] D. Martinez. Stratégie de commande pour le contrôle des modes d'une dae, ph7849. Technical report, Renault, 2006.
- [MB03] B. Marinescu and H. Bourlès. The exact model-matching problem for linear time-varying systems: An algebraic approach. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-48, January 2003.
- [MM98] J.A. Torrez Muñoz and M. Malabre. Simultaneous model-matching and disturbance rejection by state feedback. In *Proceedings of 37th IEEE Intertantional Conference on Decision and Control*, USA, December 1998.
- [Mor73] A.S. Morse. Structure and design of linear model following systems. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-18, August 1973.
- [MS72] B.C. Moore and L.M. Silverman. Model-matching by state feedback and dynamic compensation. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-17, August 1972.
- [Pac92] H.B. Pacejka. Tyre models for vehicle dynamics analysis. In *Vehicle System Dynamics*, volume 21, 1992.
- [PSJH02] T.J. Park, S.W. Oh, J.H. Jang, and C.S. Han. The design of a controller for the steer-by-wire system using the hardware-in-the-loop-simulation system. In *SAE World Congress*, Detroit, USA, May 2002.
- [SDCJ02] P. Seltur, D. Dawson, J. Chen, and J. Wagner. A nonlinear tracking controller for a haptic interface steer by wire systems. In *Proceedings of the 41st IEEE, Conference on Decision and Control*, December 2002.
- [Seb83] M. Sebek. 2-d exact model-matching. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-28, February 1983.
- [SYC+03] S.W. Oh, S.C. Yun, O.C. Chae, S.H. Jang, and C.S. Han. The development of an advanced control method for the steer-by-wire system to improve the vehicle maneuverability and stability. In *SAE World Congress*, Detroit, USA, March 2003.
- [Tor03] G. Torres. Etude des lois de restitution d'un actionneur d'une direction découplée (drive-by-wire). Mémoire de stage, Renault, Grenoble, 2003.
- [TYST99] J. Tajima, N. Yuhara, S. Sano, and S. Takimoto. Effects of steering system characteristics on control performance from the viewpoint of steer-by-wire design. In *SAE World Congress*, March 1999.
- [VdWT05] S. Velenis, C. Canudas de Wit, and P. Tsiotras. Extension of the lugre dynamic friction model to 2d motion. In *Vehicle System Dynamics*, 2005.
- [WD72] S.H. Wang and C.A. Desoer. The exact model-matching of multivariable systems. In *IEEE Transaction on Automatic Control*, volume AC-17, June 1972.
- [Wit02] E. Witrant. Commande des systèmes avec intervention humaine: Application à la commande drive-by-wire. Dea d'automatique, Laboratoire d'Automatique de Grenoble, INPG, Grenoble, 2002.
- [YA04] Y. Yao and B. Ashrafi. Model-matching steering and reaction rate control, patent n° gb2392422. Technical report, Visteon, 2004.
-

- [YRG] P. Yih, J. Ryu, and J.C. Gerdes. Modification of vehicle handling characteristics via steer-by-wire. Technical report, Stanford University, Stanford, USA.
- [YS04] Y. Yao and G.J. Stout. System and method of controlling vehicle steer-by-wire systems with adjustable steering-feel, patent n° us 6728615b1. Technical report, Visteon, 2004.