



**HAL**  
open science

# Etude d'un gravimètre à atomes froids embarquable

Fabien Lienhart

► **To cite this version:**

Fabien Lienhart. Etude d'un gravimètre à atomes froids embarquable. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Observatoire de Paris, 2007. Français. NNT: . tel-00184758

**HAL Id: tel-00184758**

**<https://theses.hal.science/tel-00184758v1>**

Submitted on 1 Nov 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre :

OBSERVATOIRE DE PARIS

THESE

Présentée

Pour obtenir

**Le GRADE de DOCTEUR EN ASTROPHYSIQUE ET ASTRONOMIE  
MENTION INSTRUMENTATION  
DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS**

Par

**Fabien Lienhart**

**Sujet**

**ÉTUDE D'UN GRAVIMÈTRE À ATOMES FROIDS  
EMBARQUABLE**

Soutenue le 17 janvier 2007 devant la Commission d'examen :

M. Pierre ENCRENAZ	Président du jury
M. Jacques VIGUÉ	Rapporteur
M. François NEZ	Rapporteur
M. Nicholas LOCKERBIE	Rapporteur
M. Christian BORDÉ	Examineur
M. Bruno DESRUELLE	Examineur
M. Alain RIONDET	Invité
M. Philip TUCKEY	Directeur de thèse
M. Alexandre BRESSON	Encadrant de thèse

---

# Remerciements

Cette thèse a été cofinancée par l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (ENSL), l'Office National d'Etudes et de Recherche Aéronautique (ONERA), et la Délégation Générale de l'Armement (DGA). Je remercie ces trois organismes pour la confiance qu'ils m'ont témoignée. Je remercie Pierre Touboul et François Deyzac de m'avoir accueillis respectivement au sein de son département (Département de Mesures Physiques, DMPH) et de son unité (Capteurs et Micro-Technologies, CMT). Je remercie très chaleureusement Emmanuel Rosencher dont les conseils avisés et l'enthousiasme contagieux me guident judicieusement dans mon cheminement scientifique depuis le bac.

Je remercie mon directeur de thèse Philip Tuckey de l'observatoire de Paris qui s'est assuré du bon déroulement académique de mes travaux. Je remercie également Arnaud Landragin qui m'a consacré un temps considérable pour développer mes compétences en interférométrie atomique.

Je remercie François Nez, Jacques Vigué et Nicholas Lockerbie d'avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux, et les félicite d'être parvenu à bout de ce pavé. Je remercie Pierre Encrenaz de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury, et de l'intérêt qu'il a porté à mes travaux durant la thèse. Je remercie également les autres membres du jury : Christian Bordé, Bruno Desruelle et Alain Riondet.

Ce fut un vrai plaisir de travailler quotidiennement avec Alexandre Bresson, dans une ambiance détendue, et de façon néanmoins efficace. Son ingéniosité et son sens physique ont permis de débrouiller de nombreuses impasses expérimentales, et je lui dois l'idée séminale à l'origine de mes travaux. Merci ! J'ai également joyeusement travaillé durant deux ans avec Salah Boussen, et je regrette juste qu'il se soit laissé tenté par les sirènes de la médecine avant que nous ayons mené à bien le projet. Merci quand même ! J'ai travaillé trop peu de temps avec Nassim Zahzam, mais suffisamment pour savoir que j'aurais beaucoup aimé continuer à travailler avec lui. En un mot, je remercie le laboratoire Aimé Cotton de produire tant de post-docs compétents et sympathiques ! Je remercie vivement Yannick Bidet qui a rejoint l'équipe vers la fin de ma thèse, mais dont l'expertise a permis de faire rapidement progresser l'expérience. Il m'a montré les vertus de la rigueur expérimentale. Je souhaite bon courage au nouveau doctorant Olivier Carraz, car la tâche restant à accomplir est énorme !

---

Je remercie également tous les stagiaires ayant apporté un coup de pouce parfois substantiel, souvent décisif à l'expérience : Maximilien Portier, Magaly Costey, Aurélien Manchon, Chloé Mauroy, Charles Combes et Steven.

Je remercie également tous les doctorants que j'ai cotoyés durant ces trois années : nous avons travaillé sur des thématiques très variées que j'ai eu grand plaisir à découvrir en vous cotoyant, et réciproquement, j'ai eu grand plaisir à vous découvrir en cotoyant vos thématiques ! Merci de vous être prêté au rituel des apéritifs scientifiques que j'ai tenté d'instaurer. Merci donc à Michèle Cau, Dominique Messina, Björn Rossow, Myriam Raybaut, Isabelle Debecker, Jean-Michel Melkonian, Antoine Berrou, Perrine Jaffrenou, Philippe Barranger et Aude Désormeaux.

Cette thèse m'a amené à cotoyer de très nombreux domaines scientifiques, et je tiens à remercier certaines personnes dont l'expertise scientifique m'a facilité l'accès à ces domaines : Pierre Touboul pour son expertise en accélérométrie, Louis Gély et Marie-Françoise Lalancette pour leurs compétences en gravimétrie marine, François Deyzac pour ses analogies fructueuses avec les horloges atomiques, Jean-Paul Canny pour son expérience en électronique hyperfréquence, Jean-François Mermet pour ses compétences en électronique analogique, Charles Combes pour ses connaissances en électronique numérique, Michel Ory pour ses conseils en mécanique, Arnaud Landragin et les personnes que j'ai pu rencontrer au laboratoire LNE-SYRTE pour leur maîtrise de l'interférométrie atomique, Brigitte Attal-Trétout pour sa compréhension des faisceaux Raman et des phénomènes de fluorescence, Antoine Godard pour ses connaissances sur les guides d'onde, Denis Packan et ses techniques de réduction de bruit électronique, Elie Desmond qui m'a éclairé sur les phénomènes de marée, François-Xavier Theillet dont les discussions sur les analogies de mon système interférométrique avec la RMN furent stimulantes, Mélanie Picherot dont les discussions sur les analogies avec la trichine du porc furent un peu moins fructueuses, Simon Tricard pour sa maîtrise des logiciels de cristallographie, Pierre-Yves Plaçais pour l'infailibilité de ses bases scientifiques, Maryline Lebéon et Laure Goudard pour leurs connaissances géologiques, Laurent Guyon qui fut une véritable mine d'informations scientifiques, Bernard Tillet pour son implacable maîtrise de la langue française et Hélène Méler pour sa connaissance des dédales administratifs.

Le soutien qu'ont pu m'apporter mes proches durant ces trois ans fut, à mon sens, tout aussi indispensable à la réussite de cette thèse que l'aide scientifique que j'ai reçue. A cet effet, je souhaite remercier papa, dont l'intarrissable curiosité scientifique fut extrêmement stimulante, et dont les relectures attentives du manuscrit ont été d'un grand secours ; maman dont les encouragements immodérés furent un grand réconfort dans les périodes de doute, et contrastent tellement avec la modération qu'elle prône d'ordinaire ; mamie dont la générosité

---

et l'attention portée à autrui sont un exemple pour moi ; ma soeur Céline qui, très jeune déjà, a pris en main mon éducation en m'apprenant à parler.

Je remercie tous les amis qui, comme moi, ont décidé de faire une thèse, et ont compati en connaissance de cause : Pierre-Yves Plaçais, Julie Watrin, Patrick Szmidt, Grégoire Deback, Thomas Godet, Maximilien Portier, Laurent Guyon, et certains membres du Poil'O Brass Band ([www.poilobrass.com](http://www.poilobrass.com)). Je remercie également tous les amis qui ont eu la sagesse de ne pas faire de thèse : Julia Ferloni, Marie-Louise Maurilieras, Jean-Marie Renucci, Etienne Sandré, Patrick Szmidt, Grégoire Deback, les autres membres du [Poil'O Brass Band](#) et tant d'autres...

Gardant la meilleure pour la fin, je tiens à remercier ma tendre femme Dorothée qui apporte tant à ma vie : amour, joie, optimisme, perspectives futures... Merci !

---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1 Dimensionnement de l'instrument GIRAFON</b>	<b>17</b>
1.1 Description du champ de pesanteur terrestre . . . . .	17
1.1.1 Variations spatiales . . . . .	19
1.1.2 Variations temporelles . . . . .	21
1.2 Applications découlant de la connaissance de la pesanteur . . . . .	23
1.2.1 Géologie . . . . .	23
1.2.2 Prospection sub-surface . . . . .	24
1.2.3 Guidage-Navigation . . . . .	26
1.2.4 Conclusion . . . . .	26
1.3 Différents types de gravimètres . . . . .	27
1.3.1 Gravimètres absolus . . . . .	27
1.3.2 Gravimètres relatifs . . . . .	31
1.3.3 Gravimètres embarqués . . . . .	32
1.4 Intérêt d'un gravimètre à atomes froids . . . . .	34
1.4.1 Historique . . . . .	34
1.4.2 Principe du gravimètre à atomes froids . . . . .	36
1.4.3 Déroulement de la mesure . . . . .	40
1.4.4 Choix de l'atome . . . . .	44
1.4.5 Avantages de l'interféromètre à atomes froids . . . . .	45
1.5 Evaluation des performances du capteur . . . . .	47
1.5.1 Sources de bruit . . . . .	47
1.5.2 Effets systématiques . . . . .	48
1.5.3 Bilan des erreurs sur le capteur . . . . .	53
1.6 Evaluation globale de l'instrument . . . . .	55
1.6.1 Connaissance de l'environnement . . . . .	56
1.6.2 Mouvements du capteur . . . . .	60
1.6.3 Instrument complet . . . . .	65



## TABLE DES MATIÈRES

---

1.6.4	Stabilisation du système . . . . .	67
1.7	Conclusion : démarche expérimentale . . . . .	69
<b>2</b>	<b>Conception de l'enceinte à vide</b>	<b>71</b>
2.1	Introduction . . . . .	71
2.2	Détermination du niveau de vide . . . . .	72
2.3	Matériau de l'enceinte . . . . .	73
2.4	Source d'atomes . . . . .	75
2.5	Géométrie de l'enceinte à vide . . . . .	79
2.5.1	Tube de chute . . . . .	79
2.5.2	Zone de refroidissement . . . . .	81
2.5.3	Zone de détection . . . . .	84
2.5.4	Traversée de courant étanche . . . . .	84
2.6	Système de pompage . . . . .	85
2.7	Déformation du front d'onde par les hublots . . . . .	88
2.7.1	Problématique . . . . .	88
2.7.2	Méthode par joint usiné . . . . .	90
2.7.3	Déformation du front d'onde . . . . .	91
2.7.4	Impact sur la mesure de pesanteur . . . . .	92
2.7.5	Modélisation . . . . .	93
2.7.6	Etude paramétrique . . . . .	98
2.8	Réalisation de l'enceinte . . . . .	101
2.9	Conclusion . . . . .	102
<b>3</b>	<b>Choix et test d'une technologie pour la réalisation des sources lasers</b>	<b>105</b>
3.1	Etat de l'art et solution technologique préconisée . . . . .	106
3.1.1	Sources utilisées pour le refroidissement atomique . . . . .	106
3.1.2	Solutions utilisant l'optique non linéaire . . . . .	110
3.2	Caractérisation des composants à 1560 nm . . . . .	112
3.2.1	Lasers à fibre . . . . .	112
3.2.2	Diodes lasers . . . . .	115
3.2.3	Amplificateurs à fibre . . . . .	118
3.3	Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique . . . . .	120
3.3.1	Accord de phase par biréfringence . . . . .	120
3.3.2	Quasi-accord de phase . . . . .	124
3.3.3	Cristaux en guide d'onde . . . . .	132
3.4	Performances spectrales du doublage de fréquence . . . . .	137
3.5	Test de différentes architectures de doublage . . . . .	140

---

3.5.1	Cristaux en simple passage . . . . .	140
3.5.2	Cristal en cavité . . . . .	142
3.6	Limitations du PPLN en guide d'onde . . . . .	149
3.6.1	Effet photoréfractif . . . . .	150
3.6.2	Vieillessement du système . . . . .	152
3.7	Réalisation de la référence de fréquence . . . . .	155
3.7.1	Dispositif expérimental . . . . .	155
3.7.2	Asservissement en fréquence . . . . .	159
3.8	Conclusion . . . . .	165
<b>4</b>	<b>Développement d'un banc optique fibré et refroidissement atomique</b>	<b>167</b>
4.1	Asservissement en fréquence des faisceaux piègeur et repompeur . . . . .	170
4.1.1	Faisceau de piégeage : asservissement par battement . . . . .	170
4.1.2	Faisceau repompeur . . . . .	175
4.2	Doublage de fréquence à deux longueurs d'onde . . . . .	181
4.2.1	Cristal en simple passage . . . . .	181
4.2.2	Cristal en cavité . . . . .	184
4.2.3	Impact d'une raie parasite sur le refroidissement atomique . . . . .	186
4.3	Séparation des faisceaux . . . . .	188
4.3.1	Passage à l'air libre . . . . .	188
4.3.2	Coupleur fibré . . . . .	189
4.3.3	Optique intégrée . . . . .	190
4.4	Piégeage Magnéto-Optique . . . . .	191
4.4.1	Assemblage du dispositif . . . . .	191
4.4.2	Outils de diagnostic optique . . . . .	194
4.4.3	Obtention du piège magnéto-optique . . . . .	197
4.4.4	Caractérisation du piège magnéto-optique . . . . .	199
4.4.5	Comparaison des techniques de génération du faisceau repompeur . . . . .	205
4.4.6	Banc optique entièrement fibré . . . . .	205
4.5	Conclusion . . . . .	206
<b>5</b>	<b>Réalisation des faisceaux Raman</b>	<b>207</b>
5.1	Technique utilisant le modulateur électro-optique . . . . .	209
5.1.1	Avantages . . . . .	209
5.1.2	Inconvénients . . . . .	210
5.2	Impact d'une raie parasite . . . . .	213
5.2.1	Déplacement lumineux . . . . .	214
5.2.2	Interféromètres parasites . . . . .	217

## TABLE DES MATIÈRES

---

5.3	Réalisation de la chaîne hyperfréquence . . . . .	230
5.3.1	Nécessité d'une boucle à verrouillage de phase de type 2 . . . . .	231
5.3.2	Conception du filtre . . . . .	233
5.3.3	Estimation des performances de la chaîne hyperfréquence . . . . .	236
5.3.4	Réalisation et test du circuit . . . . .	239
5.4	Premiers tests sur les atomes froids . . . . .	242
5.4.1	Calcul de la pulsation de Rabi effective . . . . .	242
5.4.2	Amplificateur en régime impulsionnel . . . . .	243
5.4.3	Transition Raman sur les atomes froids . . . . .	247
5.5	Conclusion . . . . .	250
<b>Conclusion</b>		<b>251</b>
<b>Annexes</b>		<b>257</b>
<b>A Quelques formules pratiques</b>		<b>257</b>
A.1	Constantes et tables de conversions . . . . .	257
A.2	Transformée de Laplace . . . . .	258
A.3	Profils de raie . . . . .	259
A.4	Fonction de Bessel de première espèce . . . . .	260
A.5	Mesure du bruit de phase . . . . .	261
A.6	Formulaire . . . . .	261
<b>B Données spectroscopiques du Rubidium</b>		<b>263</b>
B.1	Structure hyperfine . . . . .	263
B.2	Effet Zeeman . . . . .	265
B.3	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	267
B.4	Force de raie . . . . .	268
B.5	Autres grandeurs . . . . .	268
<b>C Propriétés du Niobate de Lithium</b>		<b>271</b>
C.1	Propriétés cristallographiques . . . . .	271
C.2	Propriétés communes . . . . .	273
C.3	Propriétés pour différentes compositions . . . . .	274
<b>D Optique non linéaire</b>		<b>279</b>
D.1	Propagation dans un milieu non linéaire . . . . .	279
D.2	Génération de seconde harmonique . . . . .	280

---

D.3 Accord de phase . . . . .	281
D.4 Quasi-accord de phase dans les cristaux périodiquement retournés . . . . .	283
D.5 Efficacité de doublage dans le cas déplété . . . . .	285

<b>Bibliographie</b>	<b>287</b>
----------------------	------------

## Table des abréviations

ASE	<i>Amplified Stimulated Emission</i> Amplification de l'émission stimulée
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
BNM	Bureau National de métrologie
CF	<i>Conflat Flange</i>
CLN	<i>Congruent Lithium Niobate</i> Niobate de Lithium Congruent
CO	<i>Crossover</i> Croisement de niveaux
DBR	<i>Distributed Bragg Reflector</i> Système à miroirs de Bragg
DFB	<i>Distributed FeedBack</i> Système à contre-réaction répartie
DGPS	<i>Differential Global Positioning System</i> Système de positionnement global différentiel
DSP	Densité spectrale de puissance
DRO	<i>Dielectric Resonator Oscillator</i> Oscillateur à résonateur diélectrique
EDFA	<i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i> Amplificateur à fibre dopée à l'Erbium
EDFL	<i>Erbium Doped Fiber Laser</i> Laser à fibre dopée à l'Erbium
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i> Largeur à mi-hauteur
GIRAFON	Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids de l'ONERA
LN	<i>Lithium Niobate</i> Niobate de Lithium $LiNbO_3$
LNE-SYRTE	Laboratoire national de métrologie et d'essais Système de Références Temps-Espace
MOT	<i>Magneto-Optical Trap</i>

---

OCXO	Piège Magnéto-Optique <i>Oven Controlled Quartz Oscillator</i> Oscillateur à Quartz contrôlé en température
ONERA	Office Nationale d'Etudes et de Recherche Aérospatiale
PID	Montage Proportionnel Intégrateur Dérivateur
PM	<i>Polarization Maintaining</i> Fibre à maintien de polarisation
PMO	Piège Magnéto-Optique
PPLN	<i>Periodically Poled Lithium Niobate</i> Niobate de Lithium périodiquement retourné
PPLN-WG	<i>Periodically Poled Lithium Niobate Waveguide</i> Niobate de Lithium périodiquement retourné en guide d'onde
Rb	Rubidium
SHG	<i>Second Harmonic Generation</i> Génération de seconde harmonique
SLN	<i>Stoichiometric Lithium Niobate</i> Niobate de Lithium Stœchiométrique
SM	<i>Single Mode</i> Fibre monomode
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i> Rapport signal sur bruit
UHV	<i>Ultra High Vacuum</i> Ultravide
VCO	<i>Voltage Controlled Oscillator</i> Oscillateur commandé en tension

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Introduction

L'utilisation de l'interférométrie atomique comme capteur inertielle découle directement des développements en spectroscopie et au niveau des étalons de fréquence optique [1]. L'interférométrie à ondes de matière a permis de réaliser de nombreuses mesures de précision : interaction entre atomes, interaction d'un atome avec une surface, mesure de constantes fondamentales, mesure de rotation, de pesanteur, de gradient de pesanteur... Malheureusement, les instruments développés jusqu'à présent ne sont pas embarquables, et ce pour deux raisons : les dispositifs expérimentaux sont trop volumineux d'une part, et certains éléments, notamment les sources lasers, sont des éléments trop sensibles d'autre part. Des capteurs inertiels à atomes froids embarquables seraient pourtant particulièrement intéressants car ils seraient à la fois d'une grande sensibilité et sans dérive temporelle. Ils pourraient alors être utilisés dans des domaines aussi divers que la prospection pétrolière, la navigation à l'aide de cartes d'anomalie de gravité ou l'étude de la structure interne de la Terre.

En 1991, Mark Kasevich et Steven Chu réalisèrent le premier gravimètre à atomes froids [2], démontrant ainsi la faisabilité de tels capteurs inertiels. Après de nombreuses améliorations [3], l'instrument a permis une mesure absolue de la pesanteur avec une sensibilité d'environ  $10^{-9}g$ . Malheureusement cet instrument n'est toujours pas transportable.

Par ailleurs, la mission spatiale française PHARAO a pour but de faire fonctionner une horloge à atomes froids en micro-gravité. A cet effet, elle développe des sources lasers à cavité étendue ainsi qu'un banc d'optique satisfaisant les contraintes spatiales. Ce défi technologique est actuellement en train d'être relevé, mais nous ne bénéficions malheureusement pas à l'heure actuelle de tels composants. Une autre voie pour réaliser des sources laser robustes permettant de refroidir les atomes a été initiée par Fejer en 1996 [4] : elle consiste, à partir de sources lasers Télécom, à obtenir la longueur d'onde souhaitée par génération de seconde harmonique à l'aide d'un cristal non linéaire. Une telle source pourrait satisfaire les contraintes d'embarquabilité car elle peut être entièrement fibrée. Toutefois elle n'a pas encore été réalisée pour refroidir des atomes.

Les études précédentes ont donc démontré d'une part la faisabilité d'un gravimètre à atomes froids offrant une mesure à la fois précise et absolue, et d'autre part proposé un moyen de réaliser une source laser robuste. Un interféromètre à atomes froids utilisant de telles



sources laser n'a cependant pas été réalisé à ce jour. En particulier, le problème de l'obtention d'un banc optique entièrement fibré permettant de refroidir les atomes en environnement perturbé n'a pas encore été traité.

Le but de cette thèse est donc de contribuer à la réalisation d'un gravimètre à atomes froids embarquable, c'est-à-dire doté de sources lasers et d'un banc optique fonctionnant en environnement opérationnel. Notre démarche a tout d'abord consisté à dimensionner l'instrument (Chapitre 1) : pour cela, la précision de l'instrument a été déterminée en fonction de l'application visée. Un bilan d'erreur a ensuite été établi en fonction de l'architecture du capteur et des perturbations environnementales. Une fois l'instrument dimensionné, le travail a ensuite consisté à construire les briques élémentaires constitutives du capteur, c'est-à-dire l'enceinte à vide (chapitre 2), la source laser (chapitre 3), le banc optique (chapitre 4) et enfin le système d'interférences à ondes de matière (chapitre 5).

L'enceinte à vide (chapitre 2) a d'abord été conçue de façon à faciliter les nombreux tests à réaliser sur le banc optique, et à permettre une mesure sensible de la pesanteur. L'objectif suivant a été de développer une source laser continue suffisamment robuste et permettant de refroidir les atomes (chapitre 3). Pour cela, une architecture analogue à celle de Fejer a été développée. Après avoir testé différents cristaux et différentes configurations, la solution offrant le meilleur compromis entre robustesse et puissance de sortie a été retenue et développée.

A partir de cette source laser, le banc optique a ensuite été réalisé (chapitre 4). Cela implique, d'une part l'asservissement en fréquence de toutes les sources lasers afin de permettre le refroidissement nécessaire, et d'autre part la répartition des faisceaux fibrés autour de l'enceinte à vide. Enfin, pour obtenir la mesure de pesanteur, nous avons développé l'interféromètre utilisant les atomes précédemment refroidis (chapitre 5). Pour cela, une technique de synthèse des faisceaux Raman à l'aide d'un modulateur électro-optique fibré de Mach-Zehnder a été étudiée : l'influence d'une bande latérale parasite a tout d'abord été théoriquement évaluée ; puis le système a été conçu et des tests préliminaires sur les atomes froids ont été réalisés.

# Chapitre 1

## Dimensionnement de l'instrument GIRAFON

L'objectif de ce chapitre est de déterminer les spécifications d'un capteur à atomes froids pour une mesure embarquée. Pour cela, il est nécessaire de quantifier dans un premier temps les ordres de grandeur des variations du champ de pesanteur (1.1). Les applications découlant de la connaissance des anomalies de pesanteur sont ensuite décrites (1.2), en déterminant les précisions requises pour chaque application. Nous avons alors envisagé les différentes technologies de capteurs qui s'offraient à nous, tout d'abord en réalisant un état de l'art des gravimètres commerciaux (1.3), puis en évaluant l'apport d'un nouveau capteur à atomes froids (1.4). Enfin, une évaluation prospective d'un gravimètre atomique a été réalisée, en distinguant les erreurs associées au capteur (1.5) des perturbations liées à l'environnement (1.6). Ce bilan doit nous permettre de dimensionner un capteur en fonction de l'application visée.

### 1.1 Description du champ de pesanteur terrestre

La Terre, d'une masse  $M_T = 5,9742 \times 10^{24} \text{ kg}$  exerce sur tout corps à sa surface une force attractive due à la gravitation universelle. Cette force est décrite par la théorie de la relativité générale d'Einstein (1916). Toutefois, dans le cadre de l'étude du champ de pesanteur terrestre, les échelles en jeu nous permettent de simplifier le problème et de se ramener à la loi, beaucoup plus simple, de gravitation de Newton (1687). Cette dernière stipule que deux masses exercent l'une sur l'autre une force attractive proportionnelle au

produit de leur masse et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -G_{grav} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2} \quad (1.1)$$

Le corps 2 subit une force proportionnelle à sa masse. Ce coefficient de proportionnalité est, par définition, la gravitation  $\vec{g}_{grav}$ . Dans le cas d'un corps placé à la surface de la Terre, sa norme vaut approximativement  $g_{grav} \approx 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

De plus, la Terre étant en rotation sur elle-même, une force d'inertie centrifuge s'exerce sur tout corps se trouvant à sa surface. Cette accélération, nulle aux pôles, atteint  $34.10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$  à l'Equateur.

Ainsi, dans le référentiel terrestre, tout corps est soumis à la résultante de l'attraction gravitationnelle et de la force centrifuge. Cette résultante est la force de pesanteur  $\vec{P}$ . Elle correspond à la force subie par un corps en chute libre à la surface de la Terre. Les deux forces dont elle résulte étant proportionnelles à la masse du système, elle peut s'écrire  $\vec{P} \equiv m \cdot \vec{g}$ , où  $\vec{g}$  est le champ de pesanteur. Sa norme varie globalement entre  $9,83 \text{ m.s}^{-2}$  aux pôles, et  $9,79 \text{ m.s}^{-2}$  à l'équateur.

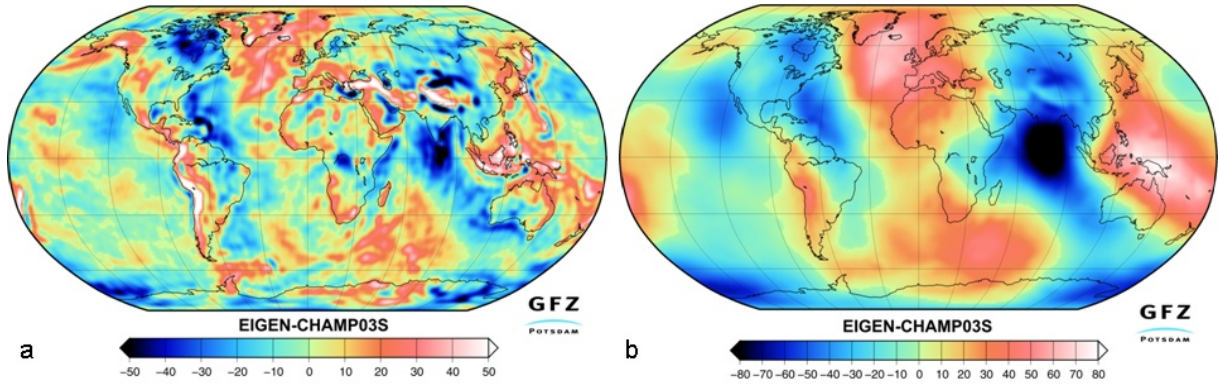
La Terre n'étant pas parfaitement sphérique et possédant une distribution de masse non homogène, il existe des variations locales du champ de gravitation. Ces variations sont une signature de la distribution de masse de la Terre : ce sont elles que nous cherchons à mesurer, car elles donnent des informations sur la structure du sous-sol, sur les mouvements de masse, et elles permettent de se repérer. La mesure de ces variations ouvre donc la voie à de nombreuses applications.

**Géodésie** Gravitation et force centrifuge dérivant toutes deux d'un potentiel, la pesanteur est donc une force conservative, c'est-à-dire qu'il existe un potentiel (appelé potentiel de pesanteur) dont le gradient donne la force de pesanteur. Le potentiel de pesanteur peut être représenté par des surfaces équipotentiels. Pour pouvoir donner les coordonnées des surfaces équipotentiels, on définit un ellipsoïde de référence, c'est-à-dire une surface mathématique fixant l'origine des altitudes. Cette surface, baptisée GRS80 (Geodetic Reference System 1980) est un ellipsoïde aplati aux pôles ayant les caractéristiques reportées dans le tableau 1.1.

Demi grand axe ( $a$ )	6 378 137,0 m
Demi petit axe ( $b$ )	6 356 752,314 14 m
Aplatissement ( $f$ )	1/298,257 222 097 2

**Tableau 1.1** - Caractéristiques de l'ellipsoïde de référence GRS80.

A partir de cette référence de coordonnées, le champ de pesanteur peut être représenté de deux façons équivalentes : la première consiste à représenter l'altitude du géoïde, défini



**FIG. 1.1** - Mesure du champ de pesanteur par le satellite CHAMP. (a) Anomalie de gravité [en  $mGal$ ]. (b) Altitude du géoïde par rapport à l'ellipsoïde de référence [en  $m$ ]. Figure extraite de [5].

comme l'équipotentielle dont l'altitude coïncide avec le niveau moyen de la mer ; la seconde consiste à représenter les anomalies de gravité, c'est-à-dire la valeur du champ de pesanteur ramenée au niveau de l'ellipsoïde de référence, et retranchée de la valeur normale de pesanteur, c'est-à-dire de la valeur de la pesanteur dans le cas où l'ellipsoïde serait à répartition de masse homogène et de masse totale égale à celle de la Terre. Un exemple de ces deux représentations équivalentes est donné sur la figure 1.1. L'altitude du géoïde est donnée en  $m$ . L'anomalie de gravité, qui est une accélération, est donnée en  $mGal$ . Dans la suite de ce mémoire, l'accélération associée à la force de pesanteur sera exprimée en  $Gal$  (unité définie en hommage à Galilée), et les gradients d'accélération seront exprimés en Eötvös, notés  $E\ddot{o}$ . Les conversions avec les unités du système international sont les suivantes (une table de conversion est donnée en annexe A.1) :

$$1 Gal = 10^{-2} m.s^{-2} \approx 10^{-3}.g \quad (1.2)$$

$$1 E\ddot{o} = 10^{-9} .s^{-2} = 0,1 \mu Gal.m^{-1} \quad (1.3)$$

### 1.1.1 Variations spatiales

La Terre présentant des inhomogénéités, tant au niveau du relief que de la densité, des variations spatiales du champ de pesanteur sont observées. Ainsi, l'altitude du géoïde passe de moins de  $-100 m$  au sud de l'Inde à  $+100 m$  dans la mer du Nord.

**Mesure aux grandes échelles** Pour les grandes échelles spatiales, la cartographie est réalisée par satellite. Notons qu'il ne s'agit jamais d'une mesure directe de la force de pesanteur. En effet, mesurer la pesanteur nécessite de mesurer le mouvement d'une masse de

test en chute libre par rapport à une masse d'épreuve, fixe par rapport à la Terre. Or un satellite est un corps en chute libre. Comme il ne possède aucun point immobile par rapport à la Terre, il est impossible de mesurer la pesanteur de façon directe.

En revanche, sa trajectoire peut être mesurée grâce au système de positionnement global (*Global Positioning System* en anglais, GPS). En mesurant simultanément les mouvements du satellite avec des accéléromètres embarqués, il est possible de retrancher les effets des forces de surface appliquées au mobile et d'en déduire les variations du champ de pesanteur. C'est sur ce principe que fonctionne le satellite CHAMP [5], lancé en 2000. La figure 1.1 représente le résultat de 33 mois de mesure. La précision du modèle EIGEN\_CHAMP03S est de 5 *cm* sur le géoïde et de 5 *mGal* sur l'anomalie de gravité, pour une résolution spatiale de 400 *km* de demi-longueur d'onde.

Un modèle plus précis est obtenu en combinant les données de trois sources : la paire de satellites GRACE mesurant leurs trajectoires ainsi que leur déplacement relatif par un système de suivi micro-ondes ; le satellite LAGEOS dont l'altitude est mesurée de la Terre par laser ; et des campagnes de relevé gravimétrique au sol [6]. Le modèle EIGEN\_GL04C ainsi obtenu permet d'obtenir une résolution spatiale de 100 *km*.

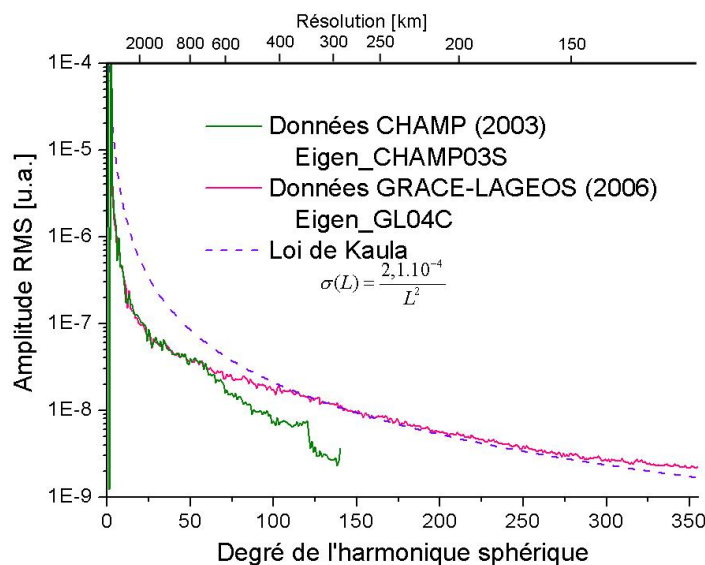
**Décomposition en harmoniques sphériques** Pour décrire de façon globale le champ de pesanteur, il est commode d'utiliser la base des harmoniques sphériques. Ces fonctions sont particulièrement adaptées pour décrire des potentiels  $U$  tels que :  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} U) = 0$ . C'est effectivement le cas du champ de gravité  $\vec{g}_{grav}$  qui dérive d'un potentiel d'une part, et qui obéit à une loi analogue au théorème de Gauss en électromagnétisme d'autre part :

$$div \vec{g}_{grav} = -4\pi \cdot G \cdot \rho \quad (1.4)$$

où  $\rho$  est la masse volumique, et  $G$  est la constante de gravitation universelle. En se plaçant à la surface, la masse volumique de l'air peut être négligée, et l'équation (1.4) devient :  $div \vec{g}_{grav} = 0$ .

En revanche, la force centrifuge n'est pas à divergence nulle. Toutefois, en soustrayant à la valeur de pesanteur, la pesanteur normale calculée au niveau de l'ellipsoïde de référence, l'anomalie de gravité  $\Delta g$  obtenue ne contient plus la force centrifuge. Ainsi, il est correct d'écrire que l'anomalie de gravité est un champ à divergence nulle, et par conséquent, le potentiel dont il dérive satisfait l'équation de Laplace. Le potentiel de pesanteur est ainsi décrit aux grandes échelles par une décomposition en harmoniques sphériques.

Les résultats des différentes missions spatiales fournissent des modèles de plus en plus précis. Ainsi EIGEN\_CHAMP03S est un modèle allant jusqu'à l'ordre 140, ce qui représente 15 928 composantes, tandis que EIGEN\_GL04C atteint l'ordre 260, soit 130 682 composantes.



**FIG. 1.2** - Coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques du géoïde et loi de Kaula. Les coefficients des modèles sont tirés de [5] et [6].

La figure 1.2 représente la variance de chaque degré de la décomposition pour ces deux modèles. La décroissance observée suit une loi empirique en  $L^{-2}$ , dite loi de Kaula [7, 8]. Cette tendance, également observée sur la Lune et Vénus [9], traduit le fait que plus les échelles de longueur considérées sont faibles, plus l'amplitude des variations de gravité est faible.

### 1.1.2 Variations temporelles

Les variations spatiales du champ de pesanteur sont également accompagnées de variations temporelles. Ces dernières sont essentiellement liées à l'activité interne de la Terre, ainsi qu'au phénomène de marée. Le tableau 1.2 recense ces fluctuations ainsi que leur période caractéristique.

Pour que l'information du profil spatial du champ de pesanteur soit exploitable, il sera parfois nécessaire de bien modéliser les variations temporelles déterministes, afin d'en retrancher les effets.

Le phénomène le plus important provient des éruptions volcaniques ainsi que des tremblements de terre, qui déplacent une quantité considérable de matière et affectent le champ de pesanteur de façon durable à des niveaux de l'ordre de  $1 \text{ mGal}$ . Une étude montre cependant que, sur une période de 15 ans, le champ de pesanteur de la zone centrale d'un rift actif (rift Asal-Ghoubbet à l'entrée du Golfe Persique) n'a varié que de  $30 \mu\text{Gal}$  [10].

Il se peut par ailleurs que le réchauffement climatique amène une évolution de plus en plus rapide du champ de pesanteur. Ainsi, sur la période 1993-2004, les satellites d'altimétrie

Effet perturbateur	Période	Amplitude maximale typique
Tremblement de terre Volcanisme	0,1 - 20 s	1000 $\mu Gal$
Marée	1/2 ou 1 jour	300 $\mu Gal$
Microséisme d'origine humaine ou naturelle	0,1 - 1 s	100 $\mu Gal$
Extraction (eau, gaz, pétrole)		10 $\mu Gal/an$
Variation de la nappe aquifère		10 $\mu Gal$
Mouvement polaire de Chandler (45°)	435 jours	8,2 $\mu Gal$
Oscillations libres de la Terre	1 min - 1 h	1 $\mu Gal$
Rebond post glacière		0,5 $\mu Gal/an$
Elévation du niveau de la mer		1,7 $\mu Gal/an$

Tableau 1.2 - Principales variations temporelles du champ de pesanteur.

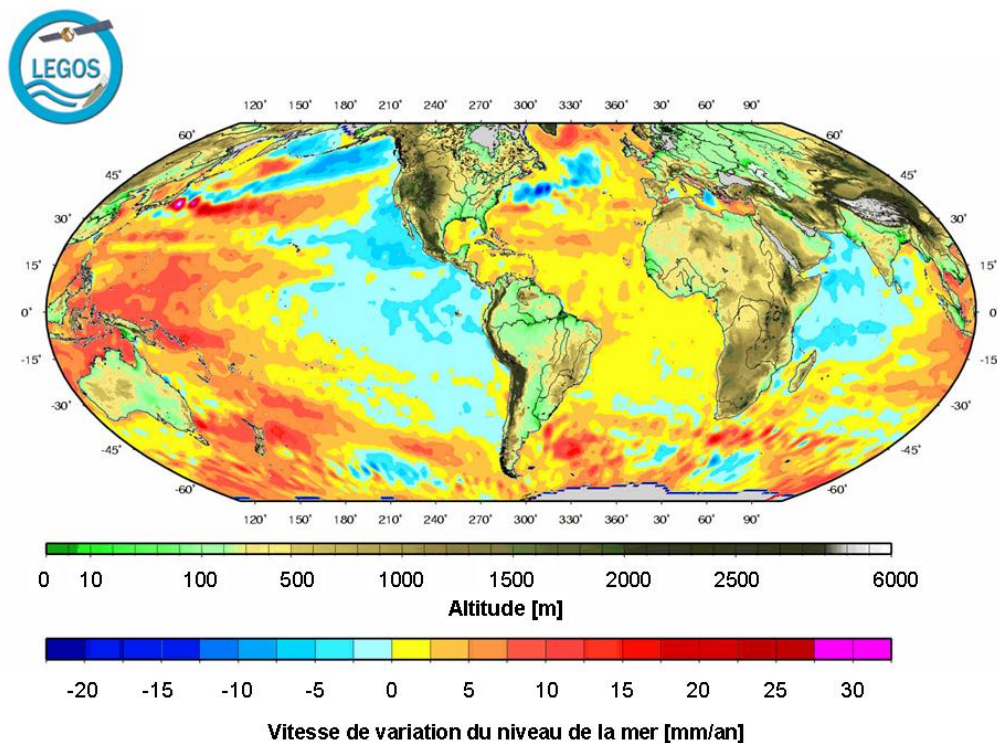


FIG. 1.3 - Vitesse de variation du niveau de la mer mesurée par Topex-Poséidon entre 1993 et 2003. Figure extraite de [11].

Topex-Poséidon et Jason-1 ont enregistré une augmentation régulière du niveau de la mer de  $2,83 \pm 0,4 \text{ mm.an}^{-1}$  [11]. Cette variation du niveau de l'eau est de plus inhomogène, comme le montre la figure 1.3, et varie de  $-20 \text{ mm.an}^{-1}$  au large de l'Alaska, à  $+20 \text{ mm.an}^{-1}$  dans le pacifique Ouest, ce qui correspond approximativement à une amplitude de variation annuelle de  $1,7 \mu\text{Gal.an}^{-1}$ .

Les marées sont des phénomènes résultant de l'attraction conjuguée de la Lune, du Soleil et, dans une moindre mesure, des autres astres. Leur amplitude est d'environ  $300 \mu\text{Gal}$  et leur période est, selon les régions du globe, de 12 ou 24 heures (c'est le cas le long des côtes vietnamiennes [12]). Comme nous le verrons plus tard (paragraphe 1.6.1), des modèles permettent de retrancher avec une bonne précision l'effet des marées.

## 1.2 Applications découlant de la connaissance de la pesanteur

L'exploitation de la mesure et de la connaissance du champ de pesanteur terrestre ouvre la voie à de nombreuses applications, réparties dans différents domaines : fondamental, industriel, stratégique. Comme nous allons le voir, en fonction de l'application visée, les spécificités de l'instrument de mesure souhaité varient, notamment en terme de précision, de stabilité et d'embarquabilité.

### 1.2.1 Géologie

**Etude de la structure interne de la Terre** Les mouvements de la structure interne de la Terre se traduisent par des variations de la gravité, notamment au niveau des zones de subduction, des dorsales océaniques et des zones d'activité volcanique. Une observation extrêmement précise (c'est-à-dire de l'ordre du  $\mu\text{Gal.Hz}^{-1/2}$ ) avec les dérives les plus faibles possibles est nécessaire. Des mesures sur Terre sont réalisées à l'aide d'un réseau de gravimètres supraconducteurs (voir paragraphe 1.3).

**Sismologie** En plaçant un gravimètre à proximité du cratère de l'Etna, une diminution du champ de pesanteur à été observée 4 heures avant le début de l'éruption [13]. De tels signes précurseurs peuvent être une signature précieuse du déclenchement de l'éruption. A  $3 \text{ km}$  du cratère, la variation de pesanteur observée était de  $400 \mu\text{Gal}$ , comme le montre la figure 1.4.

D'autres applications géologiques découlent de l'observation de mouvements verticaux sous-terrains de faible amplitude, tels que l'évolution du niveau des nappes phréatiques ou du stock de poches de gaz naturel.



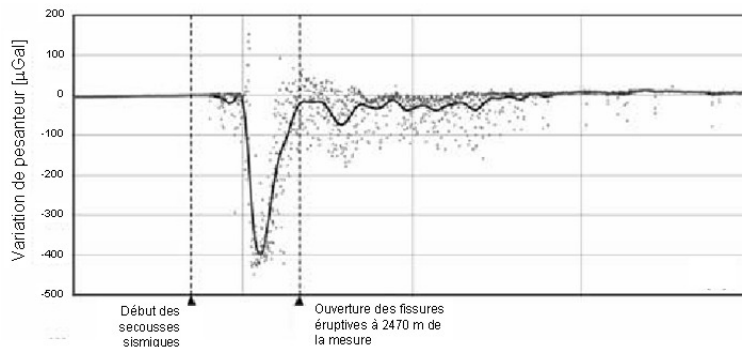


FIG. 1.4 - Mesure de gravité à 3 km de l'Etna autour de l'éruption. Figure extraite de [13].

### 1.2.2 Prospection sub-surface

**Prospection pétrolière** La détection de défauts de densité dans la croûte peut révéler des gisements de pétrole ou de minéral. La cartographie rapide par méthode aéroportée peut s'avérer particulièrement efficace, pour peu qu'elle ait la sensibilité suffisante. La figure 1.5 compare la signature gravimétrique de certains gisements connus aux performances actuelles des meilleures mesures réalisées en avion [14].

Comme nous le verrons dans l'état de l'art (paragraphe 1.3), de nombreux capteurs ont des sensibilité de 10  $\mu Gal$  en monocoup. La mesure est donc actuellement limitée par les performances d'isolation de la plate-forme et une connaissance insuffisante de l'accélération du porteur à soustraire. Notons au passage que seules les variations d'anomalie sont pertinentes dans le cadre de cette application. Une mesure absolue n'est donc pas indispensable. Elle peut représenter néanmoins un avantage, comparée à un instrument relatif présentant une dérive trop importante.

**Détection sub-surface** Donnons quelques exemples sur les possibilités de détecter des galeries, bunkers ou objets enfouis dans le sous-sol : un bunker vide sur un terrain militaire présente une anomalie de gravité de 75  $\mu Gal$  [15]. Pour cartographier les galeries enfouies de l'ancien port de Montréal (voir figure 1.6), des mesures à 1  $\mu Gal$  de sensibilité, et 10  $\mu Gal$  d'exactitude ont été nécessaires. Enfin, un baril (rayon  $R = 20\text{ cm}$ , hauteur  $L = 1\text{ m}$ ) de pétrole (densité  $\rho_p \approx 0,8 \cdot 10^3\text{ kg.m}^{-3}$ ) enfoui à  $h = 4\text{ m}$  sous terre (densité de la roche  $\rho_r \approx 2,5 \cdot 10^3\text{ kg.m}^{-3}$ ) produira une anomalie de gravité de :

$$\Delta g = 2\pi \cdot \delta\rho \cdot G \cdot \left( L + \sqrt{h^2 + R^2} - \sqrt{(h + L)^2 + R^2} \right) \approx 3,2\ \mu Gal \quad (1.5)$$

Une mesure absolue pourra éventuellement renseigner sur la densité de la substance contenue.

Ainsi, pour des activités de détection sub-surface, les contraintes sont extrêmement variables, allant de résolution grossières pour des poches d'air suffisamment peu enfouies, à des

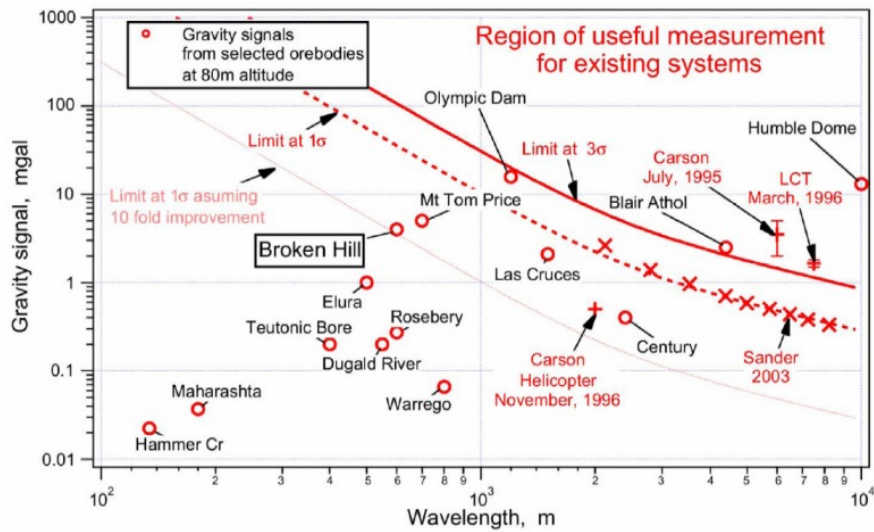


FIG. 1.5 - Signatures gravimétriques de gisements de pétrole et de minéral en fonction de la sensibilité et de la résolution spatiale de la mesure. La ligne pointillée représente les performances proposées par la société Sander Geophysics (voir paragraphe 1.3.3). Figure extraite de [14].

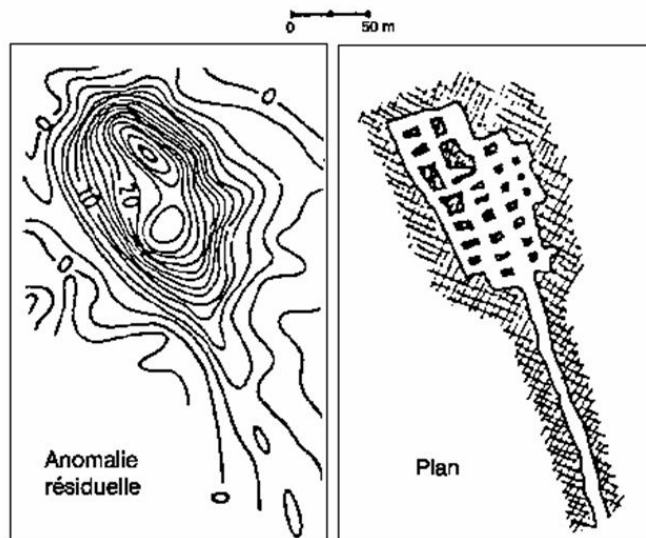


FIG. 1.6 - Reconstitution du plan des galeries du vieux port de Montréal (à droite) à partir de mesures de pesanteur (à gauche, où sont représentées les lignes de niveaux séparées de  $10 \mu Gal$ ).

sensibilités extrêmes pour des faibles différences de densité, ou des objets situés en profondeur. De plus, une mesure absolue peut renseigner sur la densité du matériau détecté<sup>1</sup>.

### 1.2.3 Guidage-Navigation

Même s'il n'existe pas de relation bijective entre la position et l'anomalie de gravité, la mesure de cette dernière le long de la trajectoire d'un porteur peut permettre d'identifier la position du véhicule à l'aide de cartes de pesanteur. Cette technique dite de navigation par corrélation de terrain consiste en une hybridation des données de centrale inertielle par une autre mesure d'un paramètre de terrain. L'avantage de la mesure des anomalies de gravité est qu'il s'agit d'une mesure non intrusive.

Pour identifier sa position sur une carte de gravité, des points expérimentaux doivent être accumulés suffisamment longtemps. La dérive de l'instrument de mesure est alors très préjudiciable. Un instrument absolu semble donc plus indiqué.

La sensibilité du capteur pour ce type d'applications dépend de l'amplitude des anomalies de gravité et de l'altitude du mobile. Comme nous l'avons vu précédemment (paragraphe 1.1.1), l'amplitude des harmoniques sphériques du potentiel de pesanteur décroît en  $L^{-2}$  où  $L$  est le degré de l'harmonique. Ainsi, plus les anomalies de gravités s'étaleront sur des longueurs caractéristiques faibles, plus elles seront difficiles à détecter.

De plus, à l'heure actuelle, le géoïde est cartographié de façon globale à l'aide de certains satellites (CHAMP, GRACE, GOCE). La résolution spatiale obtenue est de 100 *km*, pour une précision de l'ordre de 1 *mGal* (dans le cas de la mission GOCE). Pour une meilleure résolution spatiale, il est nécessaire de descendre en altitude : les mesures sont alors réalisées par bateau ou par avion.

### 1.2.4 Conclusion

Le tableau 1.3 récapitule les spécifications nécessaires pour chaque application. Outre les besoins de sensibilité ultime de la géophysique de recherche, la prospection pétrolière aéroportée semble être à l'heure actuelle l'application nécessitant le plus d'améliorations pour pouvoir être utilisée efficacement. La principale amélioration à apporter ne concerne pas le capteur : c'est l'accélération parasite du porteur qui n'est pas retranchée avec une précision suffisante.

Le caractère absolu de l'instrument est nécessaire dans deux situations : d'une part, si une absence de dérive est nécessaire, ce qui est le cas pour des observations à long terme ; d'autre part, pour tenter de déduire la composition du sous-sol. De manière générale, un

---

<sup>1</sup>Il faut pour cela avoir des informations sur la géométrie de l'objet enfoui.

Application visée	Sensibilité $\mu Gal$	Absolu/ Relatif	Commentaire
<b>Géologie</b> - Géophysique de recherche - Surveillance de volcans	1 ou mieux 100	Absolu Relatif	Absolu ou à faible dérive Capteur à 3 <i>km</i> du volcan
<b>Applications sub-surface</b> - Prospection pétrolière - Archéologie, détection	10 à 100 1	Relatif Absolu	Amélioration de l'isolation
<b>Guidage-Navigation</b>	?	Absolu	Absolu ou à faible dérive

**Tableau 1.3** - Tableau récapitulatif des spécifications relatives aux applications de la gravimétrie.

capteur absolu permet de gagner du temps sur une campagne de mesure, car il évite d'avoir à réitérer des mesures pour évaluer la dérive.

Nous allons à présent passer en revue les différents appareils disponibles à l'heure actuelle, afin de déterminer s'ils répondent aux besoins des différentes applications.

## 1.3 Différents types de gravimètres

Actuellement, différents types de gravimètres sont commercialisés. Nous les diviserons en trois catégories. Tout d'abord, les gravimètres absolus sont des appareils qui, à chaque mesure, donnent la valeur complète (exacte) du champ de pesanteur. Au contraire, les gravimètres relatifs sont des appareils qui requièrent un étalonnage préalable sur un gravimètre absolu et qui, d'une mesure à l'autre n'indiquent qu'une variation de la pesanteur. Ces instruments sont le plus souvent limités par leur dérive temporelle. Enfin, les gravimètres embarquables sont équipés d'un système d'isolation aux vibrations. Rien n'empêche a priori que le capteur choisi soit un gravimètre absolu, mais il se trouve qu'à l'heure actuelle, tous les instruments embarquables sont relatifs.

### 1.3.1 Gravimètres absolus

A l'heure actuelle, une seule technique est au cœur de tous les gravimètres absolus : elle consiste à réaliser un interféromètre optique de type Michelson, où l'un des bras de rétro-réflexion tombe en chute libre dans une enceinte à vide. Pour que la géométrie de l'interféromètre ne soit pas altérée durant la chute libre, le miroir en chute libre est en fait un coin de cube. Le défilement des franges d'interférence va permettre de remonter à la valeur du champ local de pesanteur.

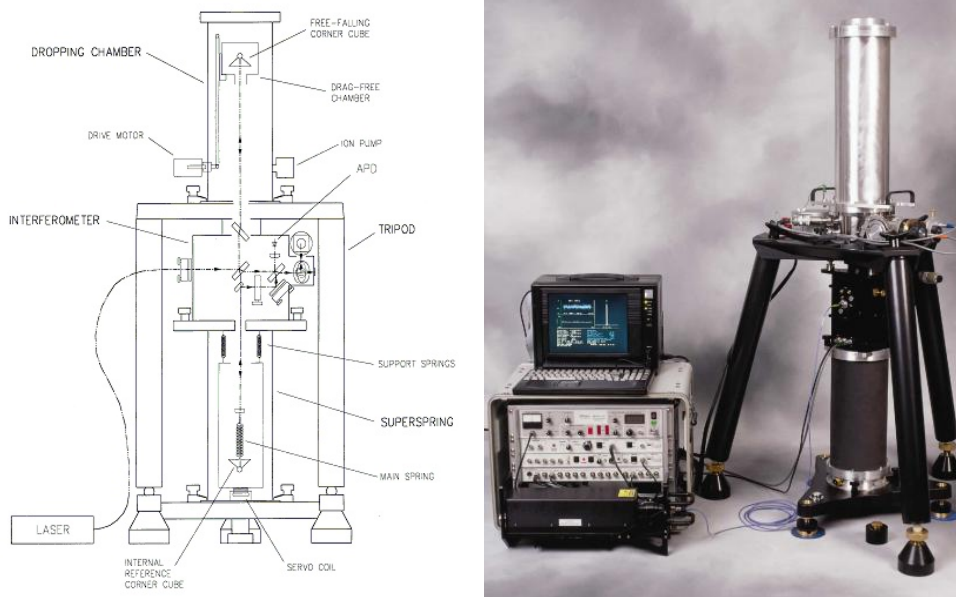


FIG. 1.7 - Diagramme et photo du FG-5 vendu par Micro-g Solutions.

**Description du FG-5** Détaillons un peu plus le fonctionnement du gravimètre FG-5 de Micro-g Solutions qui est actuellement l'instrument le plus sensible et le plus répandu [16]. Une photo et un schéma de fonctionnement sont représentés sur la figure 1.7.

La source lumineuse est un laser stabilisé en fréquence (dérive de  $5 \text{ MHz.an}^{-1}$ ). Le coin de cube est placé dans une chambre à vide ( $10^{-4} \text{ Pa}$ ). Le faisceau est réfléchi sur un autre coin de cube fixé sur une masse d'épreuve, placée sur une plate-forme avec isolation active des vibrations. La chute libre est d'environ  $20 \text{ cm}$ , représentant  $400\,000$  franges, et une fréquence finale de défilement de  $4 \text{ MHz}$ . Les franges sont détectées par une photodiode, comptées, datées à l'aide d'une référence au Rubidium. Environ  $200$  couples de points seront mémorisés et permettront, par interpolation, de remonter à la mesure de  $g$ . Il faut attendre quelques secondes après la mesure afin que l'appareil se stabilise. C'est ce qui limite le taux de répétition. L'appareil consomme un peu moins de  $500 \text{ W}$ .

**Gravimètres absolus en service** Lors de la comparaison internationale de gravimètres absolus de 2001 (ICAG-2001), les instruments comparés étaient les suivants :

- 1 **IMGC** Seul instrument européen, réalisé en collaboration avec le BIPM et l'IMGC (Istituto di Metrologia "G. Colonnetti") [17]. Son développement a commencé en 1976, et se poursuit. Les valeurs mesurées durant l'ICAG-2001 sont dans la moyenne des autres gravimètres.
- 3 **JILAg** Ces appareils ont été développés au JILA par l'équipe de J. E. Faller vers 1986, motivés par la communauté géophysicienne qui souhaitait bénéficier des performances

gravimétriques développées au JILA. Six exemplaires ont été produits. La sensibilité relative de l'appareil est d'environ  $3.10^{-8}$  en monocoup. Ce modèle présente toutefois un défaut conceptuel : les deux coins de cube (celui en chute libre et celui attaché à la masse d'épreuve) ne sont pas alignés sur le même axe vertical, ce qui rend le capteur sensible au premier ordre à l'inclinaison de l'appareil [16]. Ce défaut a été corrigé sur le FG-5.

**11 FG-5** Fruit de la recherche menée au JILA, ce modèle a bénéficié d'un transfert de technologie auprès de AXIS Instruments, devenu Micro-g Solutions. Les premiers modèles furent opérationnels en 1993. A ce jour, une quarantaine d'instruments ont été vendus. L'exactitude visée est de  $1 \mu Gal$ . Les résultats d'ICAG-2001 montrent que cette valeur est légèrement surestimée, l'ensemble des appareils ayant donné une mesure absolue de la pesanteur du site du BIPM à  $\pm 5,5 \mu Gal$  [18].

**2 A-10** Nouveau modèle développé par Micro-g Solutions, cet instrument se veut plus facilement transportable et utilisable que le FG-5, en perdant le moins possible l'exactitude de la mesure. L'appareil fonctionne sur une batterie de  $12 V$  et possède de nombreux alignements automatisés. Sa cadence de répétition est de  $1 Hz$ , la distance de chute a été ramenée à  $6 cm$ , la stabilisation de la masse d'épreuve est passive. En 2002, une erreur systématique de  $40 \mu Gal$  avait été constatée [19], principalement en raison de réglages automatiques défectueux qui ne pouvaient être rattrapés par un réglage manuel. L'appareil n'atteignait pas encore l'exactitude de  $10 \mu Gal$  annoncée par le fabricant. Depuis, une étude a montré un décalage moyen de  $3,2 \pm 3,5 \mu Gal$  par rapport à un gravimètre FG-5 [20], et donc une exactitude conforme aux spécifications du constructeur.

Deux autres modèles sont également commercialisés par Micro-g Solutions :

- FG-5-L Version miniature du FG-5
- I-10 Version de laboratoire du modèle A-10

Les spécifications du constructeur sont données dans le tableau 1.4. Toutefois elles sont à prendre avec réserve dans la mesure où les valeurs mesurées par les 11 FG-5 lors de l'ICAG-2001 s'évaluent sur environ  $15 \mu Gal$ .

**Développements actuels** J. E. Fallor explique le ralentissement de la progression des performances des gravimètres absolus par un "océan" d'effets difficilement quantifiables avec une grande précision [21] : l'attraction de l'atmosphère, la masse atmosphérique, les marées océaniques et terrestres... Aussi les développements actuels s'orientent-ils vers des mesures plus robustes, facilement réalisables, et des appareils transportables, plutôt que vers des résolutions encore meilleures.

Modèle	Sensibilité ( $\mu Gal$ )	Précision ( $\mu Gal.Hz^{-1/2}$ )	Répétabilité ( $\mu Gal$ )	Température ( $^{\circ}C$ )
FG-5	2	10	1	15 à 30
A-10	10	100	10	-20 à +35
I-10	10	100	10	10 à 30
FG-5L	50	100	25	15 à 30

**Tableau 1.4** - Spécifications des différents modèles de Micro-g Solutions.

Durée d'une mesure	1,3 s
Sensibilité relative	2.10 <sup>-8</sup> en 1,3 s 3.10 <sup>-9</sup> en 60 s 1.10 <sup>-10</sup> en 2 jours
Différence avec un FG-5	(7 ± 7).10 <sup>-9</sup> g

**Tableau 1.5** - Performances du gravimètre à atomes froids de Chu en 2001 [3].

Dans cet esprit, un nouveau système permettant de réaliser 200 mesures par minute avec une reproductibilité de quelques  $\mu Gal$  est développé au JILA [22]. Le principe de la mesure est toujours de faire chuter un coin de cube dans un interféromètre optique. L'innovation vient de la méthode servant à remonter le coin de cube en utilisant un arbre à came, en rotation permanente. La sensibilité actuelle de ce dispositif est de 20  $\mu Gal$ .

Enfin, dans les années 1990, l'équipe de Steven Chu de Stanford a développé un gravimètre utilisant des interférences à ondes de matière [2]. Le principe de cet appareil sera détaillé plus loin (paragraphe 1.4). Ses caractéristiques sont présentées dans le tableau 1.5.

Un tel appareil présente, d'un point de vue métrologique, deux intérêts : sa précision, comparable aux meilleurs gravimètres actuels ; mais surtout, le fait que la mesure repose sur un concept totalement différent des instruments actuels. Cela devrait permettre, par comparaison avec les gravimètres à interféromètre optique, d'identifier des erreurs systématiques sur les deux types d'appareils.

Malheureusement, le gravimètre réalisé par Steven Chu n'est absolument pas transportable. Le LNE-SYRTE (Laboratoire national de métrologie et d'essais - Système de Références Temps-Espace) à Paris développe actuellement un gravimètre à atome froids transportable pour l'expérience de la Balance du Watt qui vise une exactitude de 10<sup>-9</sup> [23].

En définitive, les meilleurs gravimètres absolus ont une exactitude et une sensibilité monocoup de quelques  $\mu Gal$ . C'est le cas notamment de ceux commercialisés par Micro-g Solutions. L'écrasante majorité des gravimètres absolus fonctionnent sur le même principe. A cet effet, le développement de gravimètres à atomes froids offre des perspectives métrologiques intéressantes. De plus, aucun gravimètre absolu embarqué n'a été recensé à ce jour, en dépit

des applications envisageables (voir paragraphe précédent).

### 1.3.2 Gravimètres relatifs

Contrairement aux gravimètres absolus, différentes techniques de mesure sont en jeu dans les gravimètres relatifs. On en distingue principalement trois :

**Ressort de "longueur nulle" (Lacoste & Romberg)** Ce système date de 1939 et repose sur une grande sensibilité aux variations de l'accélération verticale d'un ressort relié à une tige rigide. Les modèles commercialisés par la société Lacoste & Romberg proposent une résolution de  $5 \mu Gal$ , une répétabilité de  $20 \mu Gal$  et une dérive inférieure à  $1 mGal/mois$ .

**Ressort à Quartz (Scintrex)** Le capteur est un ressort à Quartz dont l'élongation est mesurée par effet piézo-électrique. Développé dans les années 80, ce système est commercialisé depuis 1998 par la société Scintrex<sup>2</sup>. Les modèles les plus récents sont relativement compacts, puisqu'ils pèsent environ  $10 kg$  pour un volume de  $10 L$ . Leurs performances sont comparables à celles des modèles Lacoste & Romberg.

**Gravimètre supraconducteur (GWR)** Dans ce modèle, une sphère supraconductrice est mise en lévitation au-dessus de bobines, également supraconductrices, dans lesquelles circulent un courant permanent. Ce système exploite la très grande stabilité du champ magnétique généré par les bobines supraconductrices qui fonctionnent en circuit fermé, sans ajout extérieur de courant, tant que la température est maintenue en-dessous de la transition de phase. En présence de fluctuations du champ de pesanteur, le déplacement de la sphère est compensé par des bobines de contre-réaction. Le courant injecté dans ces bobines est mesuré et permet de déduire l'anomalie de gravité. Développés en 1970, ces capteurs sont commercialisés depuis 1980 par la société GWR. L'École et Observatoire des Sciences de la Terre (EOST) à Strasbourg possède un tel gravimètre relatif, dont la dérive est de quelques  $\mu Gal$  par an [24]. Afin de déterminer la sensibilité de l'instrument, les mesures de deux gravimètres supraconducteurs placés à proximité l'un de l'autre ont été comparées : sur 30 jours, l'écart-type mesuré est de  $0,09 \mu Gal$  [25]. Cette valeur a été principalement attribuée à un déplacement relatif des supports suite à des pluies importantes au vingtième jour. Après soustraction de cet effet, l'erreur statistique sur 30 jours n'est que de  $0,003 \mu Gal$ . Il ne s'agit donc pas d'un instrument utilisé pour faire des relevés gravimétriques sur le terrain, mais d'un appareil destiné à un fonctionnement statique pour étudier des phénomènes géophysiques à long terme. Insistons sur le fait que ces gravimètres sont relatifs et qu'ils doivent donc être régulièrement étalonnés sur des instruments absolus.

<sup>2</sup>Scintrex, Lacoste & Romberg, et Micro-g Solutions ont fusionné en 2001.



Marque/ Modèle	Absolu/ Relatif	Système Embar- quable ?	Précision monocoup ( $\mu Gal$ )	Dérive ( $\mu Gal.mois^{-1}$ )	Prix (k€)	Remarque
$\mu$ -g Sol. FG-5	Absolu	Non	2	0	400	Coin de cube en chute libre
Stanford S. Chu	Absolu	Non	2	0		Atomes froids en laboratoire
Scintrex CG-5	Relatif	Oui	5	500	60	Système à Quartz
L & R Model G	Relatif	Oui	5	500		Ressort de longueur nulle
GWR SG	Relatif	Non	$10^{-3}$	$< 0,1$	200	Supra- conducteur

Tableau 1.6 - Tableau de synthèse sur les capteurs gravimétriques.

Le tableau 1.6 récapitule les différents gravimètres relatifs et absolus que nous venons d'évoquer. Ces appareils sont susceptibles de composer la partie capteur d'un instrument embarqué.

### 1.3.3 Gravimètres embarqués

Nous étudierons successivement les mesures réalisées en mer et en avion. Il s'agit de mesures réalisées à partir de capteurs relatifs étalonnés avant la campagne de mesure. Pour estimer la dérive, la trajectoire du porteur se recoupe à intervalle régulier, permettant ainsi de comparer des mesures du même point espacées dans le temps. De même après la campagne de mesure, le gravimètre est à nouveau comparé à sa borne d'étalonnage.

**Gravimétrie marine et sous-marine** Certaines sociétés proposent des modèles embarquables, où le gravimètre est installé sur une plate-forme qui l'isole des vibrations, et le maintient également le capteur vertical à l'aide d'un asservissement sur un gyroscope. Les mesures sont principalement réalisées en bateau. Certaines campagnes de mesure ont cependant été réalisées sous l'eau, voire au contact des fonds marins [26]. Il est en effet possible de propager l'anomalie de gravité *vers le haut* en connaissant le champ de pesanteur à une altitude donnée. En revanche, déduire le champ de pesanteur en-dessous du point de mesure nécessite certaines approximations engendrant une limite de la résolution.

En ce qui concerne les mesures réalisées sur un bateau, deux effets sont à retrancher. Tout d'abord, en raison des vagues, il est nécessaire de réaliser un filtrage temporel des mesures.

Le bateau avançant le plus souvent à vitesse constante, cela se traduit par une résolution spatiale de la mesure. Le tableau 1.7 donne des résolutions typiquement obtenues en fonction de l'agitation de la mer et de la vitesse du porteur (exprimée en nœuds  $Nd$ ) [27].

Vitesse	5 $Nd$	10 $Nd$
Mer calme	437 $m$	875 $m$
Mer très forte	1177 $m$	2355 $m$

**Tableau 1.7** - Résolution spatiale d'une campagne navale de gravimétrie.

Le deuxième phénomène dont il faut tenir compte est l'effet Eötvös (voir paragraphe 1.6) : le capteur avançant avec une vitesse horizontale, une composante verticale de la force de Coriolis vient entâcher la mesure. Il est donc nécessaire de bien connaître la vitesse et le cap du porteur.

Différents instruments sont disponibles dans le commerce : Scintrex propose le modèle BoatGRAV, contenant un capteur CG3 placé sur une plate-forme d'isolation. Les performances annoncées correspondent à celles du capteur, ce qui ne donne pas d'informations sur le composant en fonctionnement en milieu embarqué. Le modèle KSS-31 de Bodensee-werk est en revanche utilisé par le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM). Il a une précision de 100  $\mu Gal$  et une dérive de 6  $mGal/mois$ .

**Gravimétrie aéroportée** De telles mesures sont fortement motivées par l'exploration pétrolière. Elles permettent, idéalement, de cartographier rapidement de grandes surfaces. Elles sont souvent associées à une mesure du champ magnétique. Cette technique est maîtrisée depuis le début des années 1990. Une difficulté ayant longtemps fait obstacle était de déterminer avec précision l'accélération verticale de l'avion, afin de la soustraire de la mesure du gravimètre relatif. Aujourd'hui une mesure différentielle par GPS sur deux fréquences (DGPS) permet de déterminer la position de l'avion avec une exactitude de quelques  $cm$  [28, 29].

Plusieurs sociétés proposent de réaliser des cartes du champ de pesanteur d'une région donnée : Sander Geophysics, EDCON ou Fugro. A titre indicatif, le tableau 1.8 présente les prestations proposées par la société Sander Geophysics. Cette société utilise des gravimètres AirGRAV de Scintrex, qui sont l'équivalent des systèmes BoatGRAV pour des porteurs aériens. Une campagne de mesure réalisée avec ce système a révélé une dérive sur une journée de 1  $mGal$  et le bruit sur des mesures répétées en un même point est de 0,2  $mGal$  [30].

Des travaux légèrement moins optimistes de l'université de Calgary rapportent une cartographie aéroportée d'une exactitude de 1,5  $mGal$  pour une résolution spatiale de 2,5  $km$ , et une exactitude de 2,5  $mGal$  pour une résolution de 1,4  $km$  [31].

Exactitude ( <i>mGal</i> )	Résolution Spatiale ( <i>m</i> )	Taux de production ( <i>km<sup>2</sup>/jour</i> )
0,2	4000	500
0,2	2200	150
0,2	1100	100
0,2	700	30

**Tableau 1.8** - Cartographie proposée par Sander Geophysics.

En définitive, cet état de l'art fait ressortir trois faits :

- Les performances des plate-formes inertielles actuelles permettent de réaliser des cartes d'anomalie de gravité avec des résolutions spatiales inférieures à 1 *km* et des précisions sub-*mGal*.
- Il n'existe pas à notre connaissance de gravimètre absolu embarquable. L'absence de dérive d'un instrument absolu est un atout qui permettrait de diviser par deux le temps nécessaire pour cartographier une surface<sup>3</sup>.
- Tous les gravimètres absolus sont basés sur le même principe de mesure. Un gravimètre absolu exploitant une technique radicalement différente et avec le même degré de précision permettrait de traquer des effets systématiques insoupçonnés.

Ces raisons motivent le développement d'un gravimètre à atomes froids, a fortiori embarquable.

## 1.4 Intérêt d'un gravimètre à atomes froids

### 1.4.1 Historique

En 1924, Louis de Broglie propose d'associer à toute particule de matière une longueur d'onde. C'est cette nature ondulatoire de la matière qui permet la réalisation d'interférences avec des paquets d'ondes atomiques. De tels interféromètres seront réalisés en 1991 par quatre équipes différentes [2, 32, 33, 34]. Dès les années 1970, Collela, Overhauser et Werner réalisent un interféromètre à neutrons sensible à la pesanteur [35, 36], puis à la rotation [37].

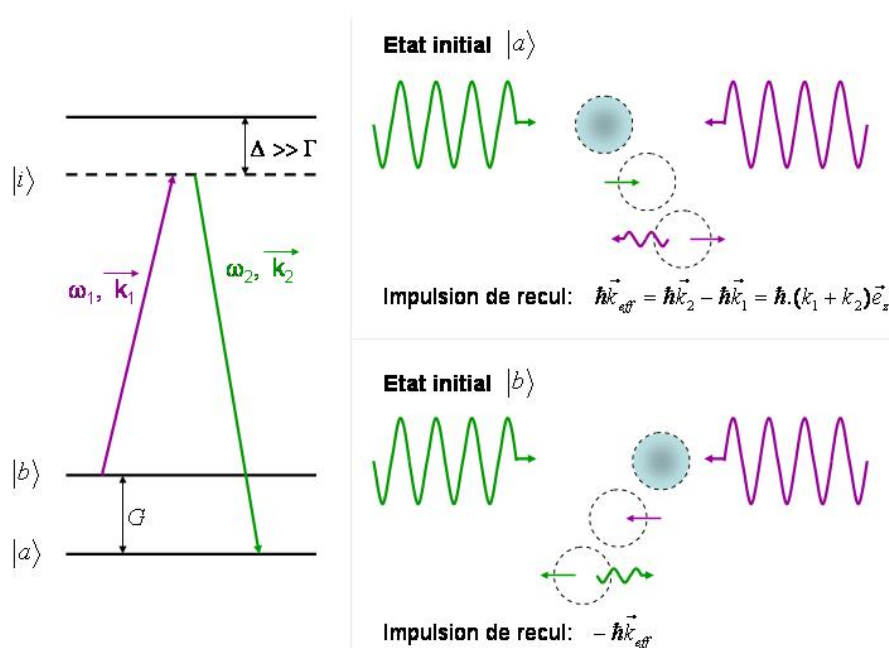
En comparant le déphasage en sortie de l'interféromètre avec celui du même interféromètre parcouru par des photons, il apparaît alors qu'à surface égale, l'interféromètre à ondes de matière est plusieurs ordres de grandeurs plus sensible à l'accélération et à la rotation. Cette sensibilité est notamment proportionnelle à la masse de la particule considérée. L'utilisation d'atomes à la place des neutrons apparaît alors comme une solution permettant de

---

<sup>3</sup>A l'heure actuelle, la dérive de l'instrument est mesurée en faisant se recouper fréquemment la trajectoire, ce qui représente une perte de temps.

gagner plusieurs ordres de grandeurs en sensibilité.

En 1989, Christian Bordé montre que la configuration à quatre ondes permettant d'obtenir des franges de Ramsey optiques peut être sensible à une accélération ou une rotation [1, 34], ce qu'il vérifie expérimentalement deux ans plus tard [38]. Il insiste notamment sur le double intérêt d'utiliser des transitions optiques pour réaliser des interféromètres sensibles aux champs inertiels : tout d'abord les photons optiques communiquent une impulsion de recul importante aux atomes, ce qui permet de séparer spatialement les bras de l'interféromètre. De plus, la transition atomique couple les niveaux d'énergie interne aux degrés de liberté externes. Ainsi il sera possible de détecter un seul bras en sortie d'interféromètre, associé à un état d'énergie interne, même s'il est spatialement confondu avec l'autre bras de sortie.



**FIG. 1.8** - Avantages des faisceaux Raman : ils permettent de travailler avec deux états de longue durée de vie (à gauche), et ils transfèrent à l'atome deux impulsions de recul, bien plus importantes que l'impulsion de recul associée à un photon radiofréquence (à droite).

Un deuxième pas vers la réalisation de capteurs de précision est franchi en 1991 par Steven Chu [2] : ce dernier utilise des transitions à deux photons, appelées transitions Raman pour réaliser la lame séparatrice et les miroirs de l'interféromètre atomique. Ces faisceaux, représentés sur la figure 1.8 sont légèrement désaccordés par rapport à la transition atomique, et leur différence de fréquence correspond à une transition entre deux sous-niveaux du fondamental. L'avantage de cette technique est double : elle permet tout d'abord de travailler avec des niveaux d'énergie à long temps de vie, ce qui autorise des interféromètres de longue

durée sans perte de cohérence. Toutefois, on peut remarquer qu'une telle transition entre sous-niveaux de l'état fondamental serait possible à l'aide d'une antenne hyperfréquence. Le deuxième intérêt des faisceaux optiques Raman consiste à communiquer aux atomes deux impulsions de recul (soit une vitesse de recul de  $12 \text{ mm.s}^{-1}$  pour le *Rb*), rendant l'interféromètre particulièrement sensible aux champs d'inertie. Ceci est réalisé en utilisant deux faisceaux contrapropageants.

Depuis, différents types de capteurs inertiels à atomes froids ont démontré d'excellentes sensibilités : le gravimètre à atomes froids de Chu a une sensibilité  $\frac{\Delta g}{g}$  de  $2.10^{-8}$  en  $1,3 \text{ s}$ , de  $10^{-9}$  en  $1 \text{ min}$ , et de  $10^{-10}$  en deux jours, et un écart par rapport à un gravimètre absolu FG5 de  $7 \pm 7 \mu\text{Gal}$  [3, 39, 40]; le gravimètre du LNE a une sensibilité de  $3,5.10^{-8} \text{ g.Hz}^{-1/2}$  [41], et atteint depuis peu  $2.10^{-8} \text{ g.Hz}^{-1/2}$  [42]; le gradiomètre vertical développé par Kasevich, utilisant la mesure différentielle de  $g$  à deux altitudes différentes atteint une sensibilité de  $4 \text{ Eö.Hz}^{-1/2}$  [43, 44]; le gyromètre de Kasevich permet de mesurer la rotation de la Terre avec une sensibilité de  $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$  [45, 46]. Plus récemment, une architecture permettant de déterminer les trois composantes spatiales de l'accélération et de la rotation a été proposée et réalisée [47].

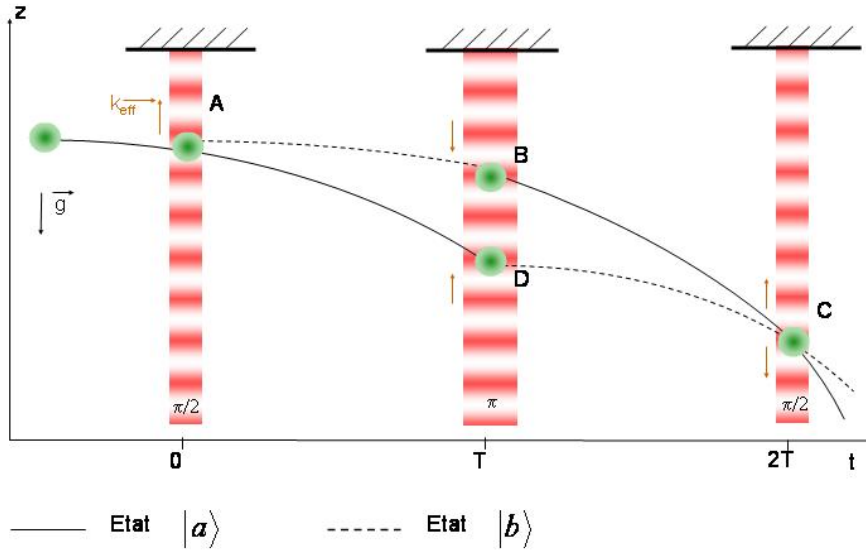
## 1.4.2 Principe du gravimètre à atomes froids

**Présentation** Nous considérons un atome susceptible d'avoir la structure énergétique présentée dans la figure 1.8, c'est-à-dire deux sous-niveaux dans l'état fondamental. C'est le cas des atomes alcalins (voir annexe B.1). En présence de faisceaux Raman suffisamment désaccordés par rapport à l'état excité, on peut alors montrer que la situation est analogue à un système à deux niveaux ( $|a \rangle$  et  $|b \rangle$ ) [48].

Le temps de vie des deux états étant suffisamment long, le système n'est pas limité par l'émission spontanée des niveaux considérés. Ainsi, en éclairant de façon continue l'atome avec des faisceaux Raman à résonance, la probabilité de transition de l'atome vers l'état excité oscille dans le temps, à une pulsation appelée pulsation de Rabi. Comme nous le verrons plus loin (paragraphe 5.4.1), cette pulsation dépend de l'intensité lumineuse.

Ainsi, en contrôlant la durée et la puissance des faisceaux, il est également possible de contrôler la fraction atomique excitée dans l'état  $|b \rangle$ . On appelle alors impulsion  $\pi/2$  une impulsion Raman de durée et de puissance telles que l'atome se trouve dans une superposition équiprobable d'états  $|a \rangle$  et  $|b \rangle$ . Une impulsion  $\pi$  correspond à une inversion totale de l'état de l'atome.

Le gravimètre à atomes froids consiste en une séquence de trois impulsions Raman  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  séparées d'une même durée  $T$ . Les atomes suivent une trajectoire de chute libre sans vitesse initiale et les faisceaux Raman sont installés verticalement en configuration contrapropageante. Un diagramme d'espace-temps de l'expérience est représenté sur la figure 1.9.



**FIG. 1.9** - Diagramme d'espace-temps de l'interféromètre Ramsey-Bordé symétrique.

Les atomes partent de l'état  $a$  sans vitesse initiale, soumis exclusivement à la force de pesanteur. A l'instant  $t = 0$ , ils subissent une première impulsion  $\pi/2$  : chaque atome se retrouve dans une superposition quantique équiprobable de l'état  $a$  et de l'état  $b$ . La transition  $a \rightarrow b$  est associée à un transfert d'impulsion  $\hbar \vec{k}_{eff}$ . Ainsi, après l'impulsion Raman, les deux états ont des trajectoires s'éloignant l'une de l'autre avec une vitesse  $\hbar \cdot k_{eff} / m$ , où  $m$  est la masse de l'atome.

Au bout d'un temps  $T$ , une impulsion  $\pi$  inverse l'état interne de chaque atome. Comme les transitions  $a \rightarrow b$  et  $b \rightarrow a$  sont associées à des impulsions de recul de signes opposés, les deux trajectoires reconvergent spatialement après la deuxième impulsion. A l'instant  $2T$ , les deux trajectoires se retrouvent au même point. Ce caractère symétrique fait que cet interféromètre est souvent appelé Ramsey-Bordé symétrique [49, 50].

Au temps  $t = 2T$ , une dernière impulsion  $\pi/2$  est envoyée afin de mélanger les états provenant des deux trajectoires. En sortie de cette impulsion, deux trajectoires différentes apparaissent, chacune étant associée à un état différent, et comportant un mélange équiprobable des deux chemins possibles dans l'interféromètre.

L'expérience que nous venons de décrire est très semblable à un interféromètre de Mach-Zehnder dans le domaine optique. Dans ce dernier, un faisceau lumineux incident est divisé spatialement à l'aide d'une lame séparatrice. Les deux faisceaux s'éloignent progressivement, sont ensuite réfléchis par des miroirs afin de reconverger. Au point de convergence, une seconde lame séparatrice mélange les photons des deux trajectoires. En sortie de lame, on

obtient deux bras dont l'intensité lumineuse dépend du déphasage entre les deux chemins pris par la lumière. Dans l'interféromètre de Ramsey-Bordé, nous avons en sortie d'interféromètre deux états d'énergie interne, dont la population dépend du déphasage entre les deux chemins pris par l'atome. La population relative d'un des états sera donc mesurée en sortie d'interféromètre.

**Calcul de l'interféromètre** Nous présentons ici un calcul simplifié du déphasage de l'interféromètre [48, 51], afin de mettre en évidence la dépendance de l'interféromètre au champ de pesanteur. Des calculs plus complets ont fait l'objet de nombreuses publications [50, 52, 53, 54, 55, 56, 57]. Nous considérons que l'atome est décrit par une onde plane d'impulsion initiale  $p_0$ . En entrée d'interféromètre, l'état de l'atome s'écrit  $|a, p_0 \rangle$ .

Il faut alors calculer la phase accumulée par l'atome le long de chacune des trajectoires avant d'en faire la différence. Cette phase est la somme de plusieurs contributions :

- La phase initiale de l'atome : les deux trajectoires démarrant du même point, la phase initiale sera la même pour les deux chemins empruntés.
- L'énergie interne de l'atome : lorsque l'atome est dans l'état  $|b \rangle$ , son énergie interne est  $h.G$ , où  $G$  est la fréquence d'horloge de l'atome<sup>4</sup>. Il accumule donc dans le temps une phase  $2\pi.G.t$ . Toutefois, les deux chemins passant le même temps  $T$  dans l'état  $b$ , cette contribution s'annule pour un interféromètre Ramsey-Bordé symétrique.
- La phase accumulée le long du trajet. Cette dernière est donnée par l'intégrale de chemin du Lagrangien du système le long de la trajectoire classique. Pour un atome dans un champ de pesanteur  $g$  constant, la différence de phase en sortie d'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi_{chemin} \equiv \frac{1}{\hbar} \oint \left( \frac{1}{2}m.\dot{z}^2(t) - m.g.z(t) \right) dt = 0 \quad (1.6)$$

La phase accumulée le long des deux trajectoires est rigoureusement la même.

Processus	Phase communiquée
$a \rightarrow a$	0
$b \rightarrow b$	0
$a \rightarrow b$	$\omega.t - k_{eff}.z + \phi$
$b \rightarrow a$	$-(\omega.t - k_{eff}.z + \phi)$

**Tableau 1.9** - Phase communiquée à l'atome dans les différentes interactions atome-photon.

---

<sup>4</sup>La fréquence d'horloge  $G$  correspond à la fréquence du photon se trouvant à résonance avec la transition entre les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental d'un atome alcalin. Cela revient à dire que  $h.G$  est la différence d'énergie entre les deux niveaux hyperfins.

- La phase de l'onde lumineuse interagissant avec l'atome : lorsque l'atome interagit avec le photon, ce dernier lui transfère sa phase. Le tableau 1.9 recense les différentes interactions possibles entre l'atome et l'onde laser de phase  $\omega.t - k_{eff}.z + \phi$ , ainsi que la phase communiquée à l'atome pour chaque processus.  $z$  correspond à la position classique de l'atome à l'instant  $t$ . Ici, le déphasage en sortie d'interféromètre est lié à cette seule contribution :

$$\Delta\Phi_{tot} = \Delta\Phi_{laser} = -k_{eff} \cdot [(z_A - z_B) - (z_C - z_D)] + (\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3) \quad (1.7)$$

$$= k_{eff} \cdot g \cdot T^2 + (\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3) \quad (1.8)$$

Si le faisceau Raman a un temps de cohérence supérieur à  $2T$ , le terme de phase  $\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$  devient négligeable, et le déphasage de l'interféromètre est alors directement proportionnel à  $g$ .

Notons que ce calcul possède de nombreuses approximations : il utilise tout d'abord des ondes planes, puis suppose les atomes localisés dans le faisceau atomique. Une démarche plus rigoureuse a été développée par Christian Bordé [49, 52] : à l'aide d'un formalisme analogue à celui de l'optique gaussienne, il est possible de considérer n'importe quel type de paquet d'ondes et de le propager de façon exacte grâce à des matrices ABCD et au paramètre  $\xi$ . Ce formalisme permet de traiter des hamiltoniens au plus quadratiques en impulsion et en position. Il est notamment possible de rendre compte de façon exacte de l'influence du gradient de gravité.

**Interprétations** Le calcul réalisé montre que le déphasage de l'interféromètre peut entièrement être imputé à la phase des lasers Raman. Expérimentalement, ces faisceaux sont co-propageants, et rétro-réfléchis par un miroir. Le miroir crée des ondes stationnaires pour chaque faisceau. Il peut donc être considéré comme l'origine d'une "règle graduée lumineuse". L'expérience peut alors être interprétée comme suit : des atomes tombent en chute libre dans le vide ; en trois instants  $0, T$  et  $2T$ , leur position  $z(0)$ ,  $z(T)$  et  $z(2T)$  est inscrite sur leur phase ; la différence des valeurs deux à deux donne la vitesse, et la différence des vitesses deux à deux permet de déduire l'accélération verticale des atomes.

Une autre interprétation peut être donnée en réalisant un calcul perturbatif<sup>5</sup> plutôt qu'un calcul exact [51] : en considérant le potentiel de pesanteur comme une perturbation par rapport à l'énergie cinétique, les contributions des différents termes de phase ( $\Delta\Phi_{chemin}$  et  $\Delta\Phi_{laser}$ ) seront affectées. Les atomes sont considérés sur une trajectoire classique sans vitesse initiale, et en l'absence du potentiel perturbateur, autrement dit, ils ne sont déplacés que s'ils interagissent avec la lumière. Le diagramme d'espace-temps est alors un parallélogramme, et il apparaît immédiatement que la contribution du déphasage lumineux devient nulle.

<sup>5</sup>Un exemple de calcul perturbatif sera donné dans la partie 5.2.2.



Au contraire, la phase accumulée le long des différents chemins classiques se calcule comme l'intégrale de chemin du potentiel de pesanteur le long de la trajectoire non perturbée. C'est donc le produit de  $m.g$  par l'aire du parallélogramme, soit :

$$\Delta\Phi_{tot} = \Delta\Phi_{chemin} = \frac{1}{\hbar} \cdot \left[ \frac{\hbar.k_{eff}.T}{m} . T \right] . (m.g) = k_{eff}.g.T^2 \quad (1.9)$$

On retrouve le même résultat, mais cette fois, il correspond à l'aire enfermée par les bras de l'interféromètre. Il est donc intéressant de chercher à maximiser l'aire<sup>6</sup> de l'interféromètre.

### 1.4.3 Déroulement de la mesure

L'explication précédente ne tient pas compte de nombreuses considérations expérimentales. Nous les abordons à présent.

**Remonter à la mesure de  $g$**  Lorsque, durant la chute libre, les atomes acquièrent une vitesse non nulle, l'effet Doppler provoque un désaccord de la transition Raman contre-propageante. Afin de garder une transition Raman à résonance durant les trois impulsions, il est nécessaire de compenser ce gain de vitesse en augmentant la différence de fréquence  $\Delta\nu$  entre les deux lasers Raman :

$$\Delta\nu(t) = k_1.g.t - (-k_2.g.t) \equiv k_{eff}.g.t \quad (1.10)$$

Expérimentalement, une solution consiste à réaliser un asservissement en phase des deux lasers, et d'augmenter à un taux constant  $\alpha$  la différence de fréquence entre les deux lasers. Insistons sur le fait qu'il doit s'agir d'un asservissement en phase, et pas seulement en fréquence, afin de pouvoir éliminer le terme parasite  $\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$  de l'équation (1.8). Pour réaliser cet asservissement, il faut comparer la différence de fréquence entre les deux lasers à une source hyperfréquence. A l'aide d'une boucle de rétroaction sur le système laser, la différence de fréquence entre les deux lasers reproduira le signal de la source hyperfréquence.

La phase laser communiquée aux atomes au niveau de l'interféromètre est alors sensiblement différente, et le déphasage total s'écrit :

$$\Delta\Phi_{tot} = (k_{eff}.g - 2\pi.\alpha).T^2 + (\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3) \quad (1.11)$$

Cette équation nous indique la marche à suivre pour obtenir la mesure absolue de la pesanteur. Elle correspond à trouver  $\alpha_0$  tel que :

$$\alpha_0 = \frac{k_{eff}.g}{2\pi} \quad (1.12)$$

---

<sup>6</sup>Rappelons que dans la configuration exclusivement verticale du gravimètre, l'aire en question n'est pas une aire spatiale comme dans le cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder optique, mais une aire sur un diagramme temps-espace.

Pour  $\alpha = \alpha_0$ , le déphasage en sortie d'interféromètre est indépendant de la durée  $T$  entre les impulsions Raman. Ainsi, par itérations successives, il est possible de trouver la rampe de fréquence  $\alpha_0$  ramenant l'interféromètre à la teinte plate. Il est important de noter que la mesure de  $g$  a pour facteur d'échelle  $k_{eff}$ . Or, la fréquence des lasers sera référencée de façon absolue sur le Rubidium. Le vecteur d'onde  $k_{eff}$  peut donc être connu de façon exacte ; le gravimètre est alors un capteur absolu.

Une deuxième conséquence de l'effet Doppler associé à la vitesse des atomes doit être pris en considération : dans notre configuration expérimentale, les faisceaux Raman sont copropageants, et rétro-réfléchis par un miroir horizontal. Il y a donc deux paires de faisceaux Raman contra-propageants. Si les atomes sont à vitesse nulle, les deux paires sont simultanément à résonance, ce qui a pour effet de créer des trajets interférométriques non souhaités. Lorsque les atomes ont atteint une vitesse non nulle, et que les faisceaux Raman sont soumis à une rampe de fréquence, seule une paire de faisceaux reste à résonance.

**Préparation des atomes avant l'interféromètre** Les impulsions Raman étant de durée  $\tau$ , elles auront une largeur spectrale  $\Delta\nu \approx 1/\tau$ . Si la dispersion de vitesse est trop importante, le décalage Doppler engendré par les atomes les plus rapides risque d'être important devant la largeur spectrale de l'impulsion  $\Delta\nu$ . La transition Raman n'est alors plus à résonance. Il est donc important de minimiser la dispersion en vitesse, c'est-à-dire de travailler avec des atomes froids. Le piégeage magnéto-optique [58] et le refroidissement sub-Doppler par mélasse optique [59] sont des techniques couramment utilisées pour refroidir par laser des atomes alcalins, et atteindre des températures de l'ordre du  $\mu K$ . Nous reviendrons sur ces étapes dans la partie 4.

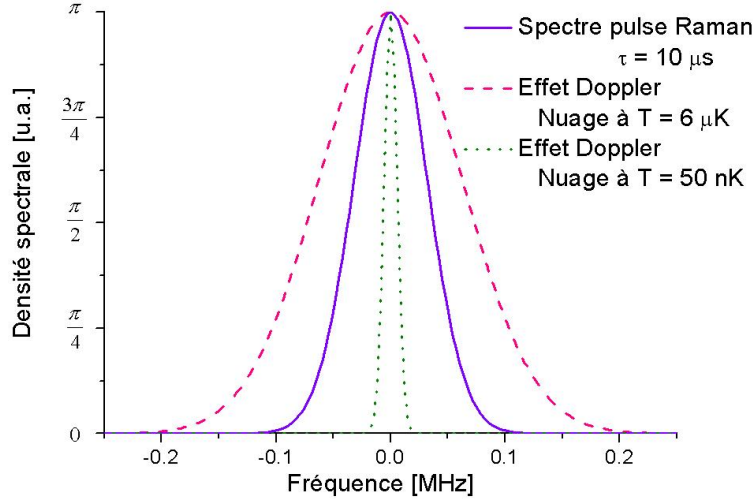
La condition de résonance d'une impulsion Raman gaussienne de durée  $\tau$  avec l'ensemble du nuage atomique à température  $T$  s'écrit :

$$k_{eff} \cdot \sqrt{\frac{k_B \cdot T}{m}} \lesssim \frac{2}{\tau} \quad (1.13)$$

La figure 1.10 présente le recouvrement fréquentiel d'une impulsion Raman gaussienne de durée<sup>7</sup>  $\tau = 2 \cdot \sigma_t = 10 \mu s$  et un nuage atomique à  $6 \mu K$ . Dans un tel cas, une partie importante des atomes ne réalisera pas la transition Raman  $\pi/2$  ou  $\pi$  souhaitée.

Une technique permet de sélectionner les atomes les plus lents [60] : elle consiste à réaliser une impulsion  $\pi$  de longue durée avec des faisceaux Raman contrapropageants. D'après la relation (1.13), plus l'impulsion est longue, plus la classe de vitesse qui réalisera la transition sera réduite. Il suffit de souffler les atomes n'ayant pas réalisé la transition à l'aide d'un faisceau transverse à résonance sur la transition fermée  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . Les atomes

<sup>7</sup>La durée  $\tau$  de la gaussienne correspond à sa largeur à  $1/\sqrt{e}$ .



**FIG. 1.10** - Profil spectral d'une impulsion Raman gaussienne de largeur  $10 \mu s$  à  $e^{-1/2}$ , ainsi que de l'effet Doppler de nuages à  $6 \mu K$  et  $50 nK$ .

restants auront une dispersion de vitesse correspondant à une température longitudinale  $T_l = \left( \frac{m}{k_B} \cdot \frac{2}{\tau \cdot k_{eff}} \right)^2$ . Ainsi, une impulsion de durée  $\tau = 55 \mu s$  permettra une sélection en vitesse verticale correspondant à  $T_l = 50 nK$ . Cette distribution est représentée sur la figure 1.10.

Précisons que cette température correspond juste à la dispersion de vitesse dans l'axe des faisceaux Raman. Cette température fictive ne correspond pas à un état d'équilibre thermodynamique car la dispersion de vitesse (donc la température) transverse diffère de la dispersion longitudinale.

Par ailleurs, afin de minimiser la dépendance du déphasage final au champ magnétique parasite (voir paragraphe 1.5.2), il est nécessaire de ne travailler qu'avec des atomes dans le sous-état  $m_F = 0$ . Pour cela, une étape de sélection est réalisée suivant la procédure de la figure 1.11.

Nous considérons ici les niveaux d'énergie du  $^{85}Rb$  (la spectroscopie du  $^{85}Rb$  est détaillée en annexe B). Après la phase de mélasse optique, les atomes sont uniformément répartis dans les sous-niveaux Zeeman de l'état  $F = 3$  (a). Un champ magnétique homogène permet de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Une impulsion micro-onde  $\pi$  à la fréquence d'horloge  $G$  permet de ne transférer dans l'état  $F = 2$  que les atomes du sous-état  $m_F = 0$  (b). Les atomes restant dans l'état  $F = 3$  sont alors soufflés par un faisceau pousseur (c). Ainsi n'entreront dans l'interféromètre que des atomes dans l'état  $F = 2$   $m_F = 0$  (d).

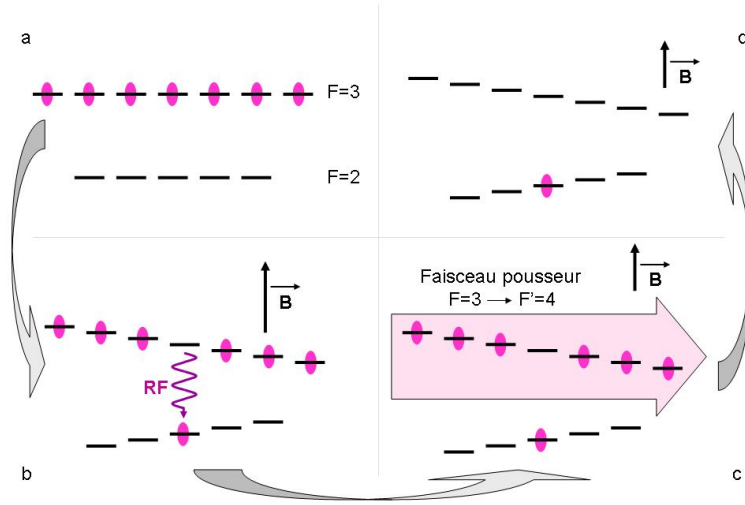


FIG. 1.11 - Schéma de l'étape de sélection du sous-niveau Zeeman  $m_F = 0$ .

**Mesure de la pesanteur** En sortie d'interféromètre, une mesure relative de population est effectuée : les atomes dans l'état  $b$  sont mesurés ainsi que le nombre total d'atomes dans les deux états (voir paragraphe 4.4.4). Cette technique permet de ne pas être sensible aux fluctuations du nombre d'atomes dans le nuage d'une mesure à l'autre. La population dans l'état  $a$  en sortie d'interféromètre s'écrit :

$$\mathcal{P}_a = \frac{1 + c \cdot \cos [(k_{eff} \cdot g - 2\pi \cdot \alpha) \cdot T^2 + \delta\phi]}{2} \quad \text{avec} \quad \delta\phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 \quad (1.14)$$

où  $c$  est un terme de contraste.

La démarche permettant de retrouver la valeur de  $g$  consiste à partir de  $\alpha \approx \frac{k_{eff} \cdot 9,8}{2\pi}$ , à modifier légèrement  $\alpha$  de façon à se placer à un maximum de frange, puis à varier légèrement  $T$  : si le signal reste à la même valeur, la valeur de  $\alpha$  correspond à la teinte plate ; sinon, le déplacement sur la figure d'interférométrie renseigne sur la distance à la teinte plate, et  $\alpha$  est corrigé de façon à se rapprocher de la teinte plate, et le processus est réitéré.

Une fois la valeur  $\alpha_0 = \frac{k_{eff} \cdot g}{2\pi}$  identifiée, il est préférable de se placer sur un flan de frange afin de maximiser la sensibilité aux fluctuations de pesanteur. Pour cela, il suffit de changer la rampe  $\alpha = \alpha_0 \pm \frac{1}{2T^2}$ . La variation de la mesure permet de déduire de combien la gravité a varié, et doit être prise en compte dans la valeur de  $\alpha_0$  pour la mesure suivante.

Ainsi, une fois que la position de la teinte plate a été approximativement identifiée, chaque lâcher d'atomes fournit une mesure du champ de pesanteur.

### 1.4.4 Choix de l'atome

L'atome que nous choisirons doit permettre un refroidissement efficace par laser, et avoir deux niveaux ayant de longues durées de vie, afin de ne pas perdre la cohérence de l'interféromètre. A cet effet, les atomes alcalins semblent particulièrement indiqués : comme ils ne possèdent qu'un seul électron sur leur dernière couche électronique occupée, leur moment cinétique électronique total dans l'état fondamental est  $J = 1/2$ . Ainsi par couplage avec le spin du noyau  $I$ , l'état fondamental se divise en deux sous-niveaux séparés en énergie de  $hG$ , où  $G$  est la fréquence d'horloge, spécifique de chaque espèce, de l'ordre de quelques  $GHz$ .

**Choix du Rubidium** Des expériences d'interférométrie atomique ont été réalisées avec de nombreux alcalins : Lithium [61], Sodium [2, 62], Rubidium [23], Césium [40]. Ces atomes, ainsi que le potassium, sont a priori envisageables.

Notre choix se fera en fonction des technologies les plus robustes à notre disposition pour réaliser l'expérience, notamment au niveau des sources lasers. Le Rubidium et le Potassium ont une transition cyclante respectivement à  $780\text{ nm}$  et  $767\text{ nm}$ . Or, ces fréquences peuvent être obtenues par doublage de fréquence de sources lasers à  $1560\text{ nm}$  et  $1534\text{ nm}$ . Ces deux longueurs d'onde correspondant à la bande C des Télécoms, il sera possible d'utiliser, comme nous le verrons en détail dans les chapitres 3 et 4, tous les composants fibrés issus de ces technologies.

Enfin, la structure hyperfine de l'état excité du Potassium présentant des niveaux relativement proches ( $\Delta\nu \approx 30\text{ MHz}$ ) [63], les températures atteintes en fin de mélasse optique seront plus élevées que celles atteintes avec le Rubidium<sup>8</sup>. Une technique consiste alors à utiliser des faisceaux désaccordés par rapport à l'ensemble de la structure hyperfine de l'état excité, mais l'intensité nécessaire pour réaliser un piège magnéto-optique est alors importante (typiquement, une intensité totale de  $90\text{ mW.cm}^{-2}$  est nécessaire pour piéger  $2.10^8$  atomes [65]). Nous choisirons donc le Rubidium pour réaliser notre expérience.

**Choix de l'isotope** Il existe 24 isotopes du Rubidium. Le  $^{85}\text{Rb}$  (d'abondance naturelle 72,2%) et le  $^{87}\text{Rb}$  (22,8%) sont les principales variétés. Les avantages des différents isotopes sont résumés dans le tableau 1.10.

L'abondance naturelle du  $^{85}\text{Rb}$  rend l'isotope attractif pour réaliser rapidement le piège magnéto-optique. Toutefois, la dégénérescence plus importante de ses sous-niveaux fondamentaux, fait qu'une plus grande fraction des atomes sera perdue pendant l'étape de sélection

---

<sup>8</sup>Ceci est vrai dans le cas de l'isotope le plus abondant, c'est-à-dire le  $^{39}\text{K}$ . En revanche pour le  $^{40}\text{K}$ , la structure hyperfine de l'état excité est inversée. Il n'y a donc pas de limite pour le désaccord du laser de piégeage, ce qui permet d'atteindre des températures de  $15\text{ }\mu\text{K}$  après une phase de mélasse optique [64].

Caractéristiques	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
Abondance	3 fois plus que $^{87}\text{Rb}$	
Etat excité	$\nu_{F'=4} - \nu_{F'=3} \approx 20.\Gamma$	$\nu_{F'=3} - \nu_{F'=2} \approx 45.\Gamma$ $\Rightarrow$ Température plus basse
Etat fondamental	$I = 5/2 \Rightarrow F = 2, 3$	$I = 3/2 \Rightarrow F = 1, 2$ $\Rightarrow$ Plus d'atomes après sélection $m_F = 0$
Transition d'horloge	$G = 3036 \text{ MHz}$ Plus facile à réaliser	$G = 6835 \text{ MHz}$ Raies parasites plus éloignées (voir 5.2)
<b>Conclusion</b>	Simplicité	Performance

**Tableau 1.10** - Avantages respectifs des différents isotopes du Rubidium.

de l'état  $m_F = 0$  : un nuage de  $^{85}\text{Rb}$  ne garde que 14% du nuage initial, contre 20% pour le  $^{87}\text{Rb}$ .

En ce qui concerne les températures atteintes, l'écart entre les deux sous niveaux  $F' = F + 1$  et  $F' = F$  est bien plus important pour le  $^{87}\text{Rb}$ , ce qui permet, a priori d'atteindre des températures plus faibles, en travaillant à désaccord final plus important. Toutefois, une étude a montré que les températures atteintes par les deux isotopes après des phases similaires de mélasse optique ne différaient que de 10% [66].

La grandeur véritablement déterminante est la valeur de la transition d'horloge  $G$ . Celle du  $^{85}\text{Rb}$  est deux fois plus faible que celle du  $^{87}\text{Rb}$ , ce qui la rend plus facile à synthétiser. En effet, en multipliant par 2 la fréquence d'un oscillateur, son spectre de bruit augmente uniformément de  $+20.\log 2 \text{ dB}$ . Une source à faible bruit est donc plus simple à synthétiser à basse fréquence.

En revanche, nous verrons dans les parties 4 et 5 que les méthodes que nous utilisons pour réaliser le banc optique ajoutent des bandes parasites désaccordées de  $\approx G$  par rapport à la transition atomique. Ainsi, tous les effets parasites seront plus importants dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$ .

Nous travaillerons dans un premier temps avec le  $^{85}\text{Rb}$  car la source hyperfréquence est plus facile à réaliser. Toutefois, le passage d'un isotope à l'autre ne devra pas être un problème pour notre système fibré, car le changement des différentes fréquences de l'instrument n'engendrera aucun désalignement mécanique.

### 1.4.5 Avantages de l'interféromètre à atomes froids

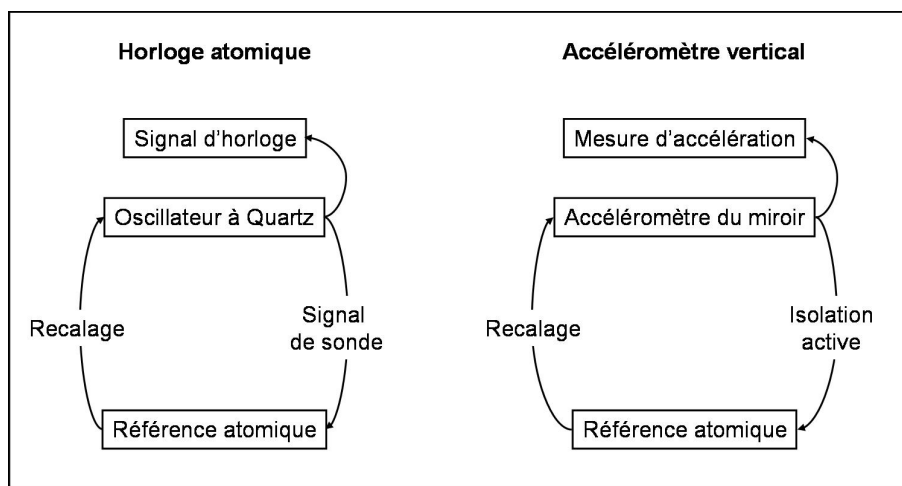
L'interprétation présentée précédemment du nuage atomique dont la position est mesurée en trois instants différents à l'aide d'une règle lumineuse montre le caractère absolu de l'instrument. En effet, la position de l'atome en chute libre est repérée grâce à une référence

connue de façon absolue.

Nous avons vu que le caractère absolu d'un gravimètre est un avantage certain pour réduire la durée de campagnes de mesure embarquée, et peut s'avérer indispensable dans le cas de mesures réalisées à long terme.

De plus, la possibilité d'obtenir un gravimètre absolu fonctionnant sur un principe radicalement différent du coin de cube est une opportunité métrologique : en comparant les deux instruments, des effets systématiques parasites devraient pouvoir être mis en évidence.

Enfin, en raisonnant par analogie avec les horloges atomiques, un accéléromètre vertical extrêmement précis, et sans dérive peut être envisagé [67]. Dans une horloge atomique, le signal temporel de sortie est fourni par un oscillateur ultra-stable. Toutefois, comme ce Quartz présente une dérive, il est nécessaire de le recalibrer sur une référence absolue, c'est-à-dire de le comparer à une transition atomique. Ceci est représenté sur la figure 1.12.



**FIG. 1.12** - Analogie entre une horloge atomique et un gravimètre à atome froids utilisé comme référence absolue d'un accéléromètre vertical.

Dans le cas d'un gravimètre à atomes froids, nous verrons plus loin que le miroir, qui sert de référence inertielle sera stabilisé de façon active, et ses déplacements seront détectés à l'aide d'un accéléromètre vertical. Cet accéléromètre, tout comme l'oscillateur de l'horloge atomique, présente de bonnes performances à haute fréquence, mais une dérive à long terme. L'asservir à une référence absolue devrait permettre d'obtenir un accéléromètre de précision sans dérive.

En définitive, les nombreux avantages du gravimètre à atomes froids motivent son développement, notamment pour l'instrumentation embarquée. Pour réaliser un prototype, un dimensionnement préalable de l'instrument est nécessaire. A cet effet, une évaluation des performances de l'instrument est présentée dans les paragraphes suivants, se basant sur l'état

de l'art [3, 23, 68, 69, 70, 71]. Cette évaluation se divise en deux parties. Dans un premier temps, les erreurs associées au *capteur* sont détaillées. On y retrouve des sources de bruit communes à de nombreux instruments de métrologie à atomes froids. Dans un deuxième temps, nous étudions l'instrument global, c'est-à-dire les erreurs qui viennent se rajouter sur la mesure du fait que le capteur est embarqué.

## 1.5 Evaluation des performances du capteur

Les erreurs au niveau du capteur sont divisées en deux types :

- Les sources de bruit correspondent à des termes dont la valeur varie d'une mesure à l'autre. Elles limitent la résolution du capteur. En revanche, le bruit peut être réduit en moyennant sur un grand nombre de mesures.
- Les effets systématiques représentent un biais sur la mesure. S'ils ne sont pas précisément estimés, ou si une incertitude existe sur leur valeur, l'exactitude de la mesure est alors entachée. Leur amplitude ne diminue pas en moyennant les mesures.

Nous passons en revue séparément ces deux types d'effet.

### 1.5.1 Sources de bruit

**Source hyperfréquence** Pour que les faisceaux Raman contra-propageants restent résonnants durant la chute libre des atomes, nous avons vu qu'une rampe de fréquence doit être appliquée sur la différence de fréquence imposée entre les deux faisceaux. Pour cela une chaîne hyperfréquence doit être réalisée. Elle sera étudiée en détail dans la partie 5.3. Nous donnons simplement ici quelques notions dimensionnantes.

La source hyperfréquence doit avoir une référence de fréquence, le plus souvent un oscillateur à Quartz, dont l'exactitude donne l'exactitude sur la rampe de fréquence. Il est donc souhaitable de choisir un Quartz offrant les meilleures performances à long terme, comme un Quartz contrôlé en température (*Oven Controlled Crystal Oscillator* en anglais, OCXO).

De plus, le bruit de phase de la source hyperfréquence se reporte directement sur la phase des faisceaux Raman. Il doit donc être minimum afin de ne pas perturber la mesure. Cependant, pour des impulsions lumineuses de durée  $\tau$ , le bruit de phase est intégré jusqu'à la fréquence  $1/\tau$ . Ainsi, plus les impulsions lumineuses seront longues, moins le bruit de phase sera important.

Comme nous le verrons plus en détail dans la partie 5.3.3, un bruit sur la mesure a été déduit de l'architecture de notre chaîne hyperfréquence, et des spécifications des appareils utilisés : l'erreur associée à la stabilité de notre oscillateur à Quartz est de  $0,5 \mu Gal$  ; le bruit de phase de la chaîne hyperfréquence doit engendrer un bruit de  $1,0 \mu Gal$  pour des



impulsions Raman de  $1 \mu s$ <sup>9</sup>.

**Intensité des faisceaux Raman** Les fluctuations d'intensité  $\sigma_I$  des faisceaux Raman provoquent une variation de la pulsation de Rabi  $\sigma_\Omega = \Omega \frac{\sigma_I}{I}$ . Ainsi les lames séparatrices ne sont plus parfaitement 50/50, et les miroirs ont une légère transmission. Des chemins s'ajoutent alors à l'interféromètre, provoquant une diminution du contraste.

La diminution de contraste peut s'interpréter, en fonctionnement monocoup, comme une modification de la phase, donc comme un bruit sur la mesure. Ainsi, en se plaçant à mi-hauteur de la première frange après la teinte plate, et en supposant le bruit sur les lasers non corrélés entre les différentes impulsions, le bruit sur la mesure est de [3] :

$$\sigma_g = \frac{1}{k_{eff} \cdot T^2} \cdot \frac{\sqrt{3}\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_I}{I} \quad (1.15)$$

En pratique, pour  $T = 100 \text{ ms}$ , le bruit en monocoup sera de  $5,1 \mu Gal$  pour  $\frac{\sigma_I}{I} = 0,3\%$ .

**Détection** Le nombre d'atomes  $N$  en fin d'interféromètre étant relativement faible, ses fluctuations sont observables. Le rapport signal à bruit est donné par le bruit de projection quantique, et s'écrit  $SNR = 1/\sqrt{N}$  [3]. Cela se traduit par un bruit sur la mesure  $\sigma_g = \frac{1}{k_{eff} \cdot T^2 \cdot \sqrt{N}}$ . Ainsi, pour  $N = 10^5$  atomes, et  $T = 100 \text{ ms}$ , on obtient  $\sigma_g = 1,9 \mu Gal$ . En se plaçant à mi-frange, la population détectée est deux fois plus faible, le bruit augmente donc d'un facteur  $\sqrt{2}$ , soit  $\sigma_g = 2,7 \mu Gal$ .

D'autres sources de bruit, notamment les vibrations du système entrent en jeu. Toutefois, comme elles seront bien plus importantes en situation embarquée, nous n'en tiendrons compte qu'au moment de faire le bilan d'instrument. Ainsi, nous ne présentons pas de bilan des sources d'erreurs maintenant, car il serait incomplet.

## 1.5.2 Effets systématiques

Nous nous intéressons à présent aux effets ajoutant un biais à la mesure.

**Champ magnétique** Les atomes étant préparés dans le sous-niveau  $m_F = 0$ , ils ne sont pas sensibles à l'effet Zeeman d'ordre 1. Toutefois, ils subissent une dépendance quadratique au champ magnétique (voir annexe B.2)  $\Delta E = \alpha \cdot B^2$ . Pour déterminer le déphasage additionnel lié à cet effet, le potentiel d'interaction est intégré le long de la trajectoire classique des atomes dans le champ de pesanteur [72].

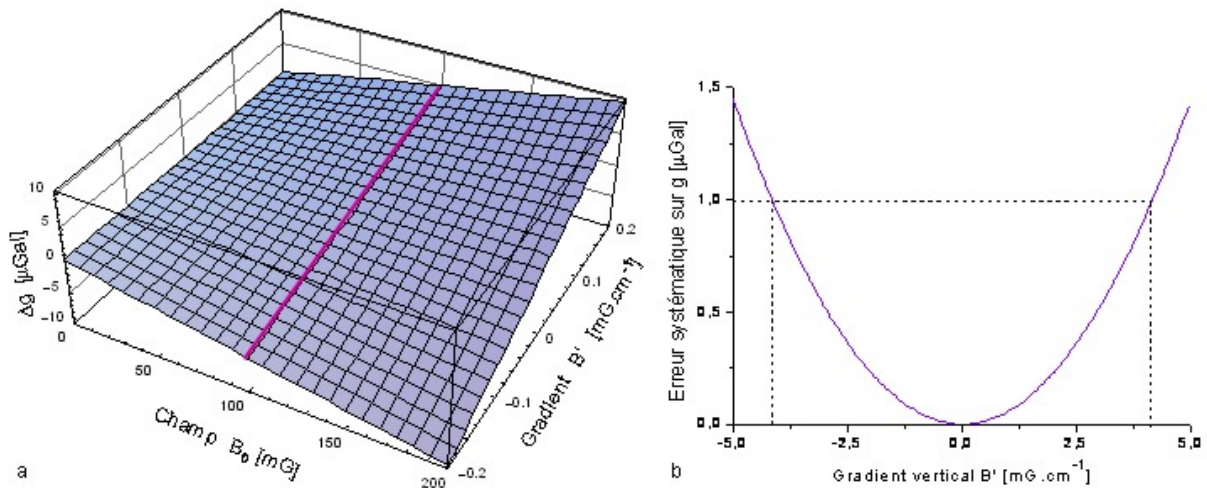
---

<sup>9</sup>Comparées aux performances des plus récentes chaînes hyperfréquences [41], notre estimation semble ambitieuse. Cet optimisme peut provenir des spécifications des constructeurs.

Si le champ magnétique est constant, le déplacement du niveau d'énergie n'aura pas d'effet sur la phase finale, du fait de la symétrie de l'interféromètre. En revanche, en présence d'un gradient vertical  $\Gamma$ , l'intégrale de chemin donnera un déphasage supplémentaire à l'interféromètre. Nous considérons un champ magnétique homogène  $B_0$  auquel est ajouté un gradient magnétique vertical  $B'$  dont l'origine est à mi-distance de chute :  $\vec{B}(\vec{r}) = B_0.\vec{e}_z + B'.(z.\vec{e}_z - r.\vec{e}_r/2)$ . En notant  $v_R$  la vitesse de recul et  $v_A$  la vitesse des atomes à l'instant de la première impulsion Raman, nous obtenons une expression de l'erreur sur la mesure :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{3}.\alpha.B'.v_R.T^2. [12B_0 + B'.(5g.T^2 + 12(v_A + v_R).T)] \quad (1.16)$$

En prenant  $v_A = 1 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  et  $T = 100 \text{ ms}$ , on obtient la dépendance au champ magnétique représentée sur la figure 1.13.a.



**FIG. 1.13** - Dépendance de la mesure de pesanteur au champ magnétique. a - Cas d'une seule mesure du déphasage. b - Cas où deux mesures du déphasage avec des impulsions de recul opposées sont réalisées et moyennées.

Rappelons qu'un champ magnétique permanent orienté selon l'axe des faisceaux est nécessaire pour conserver l'axe de quantification des atomes, et pour que les transition Raman vers les états  $m_F \neq 0$  ne soient pas à résonance. Ainsi, pour des impulsions lumineuses de  $10 \mu\text{s}$ , un champ d'au moins  $100 \text{ mG}$  semble indiqué. Dans ces conditions, la figure 1.13 montre que le gradient vertical global de champ magnétique ne doit pas dépasser  $0,2 \text{ mG.cm}^{-1}$  pour obtenir une incertitude de  $5 \mu\text{Gal}$  sur la mesure.

Le cas échéant, il est possible de mesurer le champ magnétique au niveau du tube de chute en réalisant des transitions Raman copropageantes sur des niveaux  $m_F \neq 0$  pour différents temps de chute. Cette mesure permet de retrancher l'effet attendu du gradient vertical.

Pour minimiser la dépendance au gradient de champ magnétique, une technique consiste à alterner le sens des faisceaux Raman à résonance, ce qui revient à remplacer  $v_R$  par  $-v_R$  dans l'expression (1.16). En moyennant deux mesures de phase consécutives, l'erreur résiduelle est :

$$\Delta\Phi' = 16\pi.\alpha.(B'.v_R.T)^2.T \quad (1.17)$$

L'expression est alors indépendante du champ magnétique homogène, et un gradient de  $5 \text{ mG.cm}^{-1}$  mène à une erreur sur la mesure de pesanteur de  $1,0 \text{ }\mu\text{Gal}$ , comme le montre la figure 1.13.b. Cette technique permet ainsi de gagner plus d'un ordre de grandeur sur la tolérance en gradient de champ magnétique.

**Vide dans l'enceinte** Dans le vide, l'indice de réfraction vaut 1. Toutefois, l'enceinte possède une pression résiduelle de Rubidium, et les faisceaux qui la traversent sont proches de la résonance. Le milieu induit une variation de l'indice de réfraction  $n$  : l'impulsion de recul communiquée aux atomes est alors de  $n.\hbar.k$  [71, 73]. La variation d'indice de réfraction est alors donnée par  $\Delta n = n - 1 = \frac{Im \alpha}{k}$ . Cette dernière expression peut être reliée à la pression dans l'enceinte par [3] :

$$Im \alpha = \frac{n_{at}.\sigma}{2} \cdot \frac{1}{1+s} \cdot \frac{\Delta}{\Gamma/2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma/2.\sqrt{1+s}}\right)^2} \quad (1.18)$$

$$\approx \frac{n_{at}.\sigma.\Gamma}{4\Delta} \quad (1.19)$$

où  $n_{at} [\text{cm}^{-3}] = 2,4.10^{14}.P [\text{Pa}]$  est la densité atomique,  $\sigma$  est la section efficace d'absorption à résonance,  $\Gamma$  est la largeur naturelle de la transition atomique,  $\Delta$  est le désaccord laser, et  $s$  est le paramètre de saturation. Dans le cas où le désaccord est important par rapport à la largeur de la transition atomique, l'expression (1.18) se réduit à l'équation (1.19).

Nous avons vu précédemment (paragraphe 1.4.2) que le déphasage final correspond à la phase imprimée par les faisceaux Raman. Si ces derniers se propagent dans un milieu d'indice  $n$ , il est donc tout naturel que la phase communiquée à l'atome soit proportionnelle à l'indice de réfraction. Ainsi le décalage de fréquence conduit à une variation de la mesure  $\Delta g = \Delta n.g = 3,3.10^{-2}.P [\text{Pa}]$ . Ainsi, une pression résiduelle de  $3.10^{-7} \text{ Pa}$  introduit un effet systématique de  $1 \text{ }\mu\text{Gal}$ .

**Collisions froides** Les collisions entre atomes dans un nuage refroidi provoquent une modification de la fréquence d'horloge. Cette dernière dépend de la température et de la concentration atomique. Le tableau 1.11 présente les déplacements collisionnels calculés par Kokkelmans [74] pour les deux isotopes du Rubidium, en supposant un nuage à  $1 \text{ }\mu\text{K}$  et de densité  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ .

Au niveau de l'interféromètre, le nuage est un mélange équiprobable des deux sous-niveaux de l'état fondamental. Pour le  $^{87}\text{Rb}$ , l'effet est alors 30 [75] à 50 fois [76] moins important que dans le  $^{133}\text{Cs}$ . Il ne devrait donc pas poser problème à nos niveaux de précision.

Isotope	Etat peuplé	Décalage $\kappa$ [mHz]
$^{87}\text{Rb}$	$F = 1, m_F = 0$	-0,7
	$F = 2, m_F = 0$	-0,9
$^{85}\text{Rb}$	$F = 2, m_F = 0$	5
	$F = 3, m_F = 0$	-45

**Tableau 1.11** - Déplacement collisionnel de la fréquence d'horloge du Rubidium dans un nuage à  $1 \mu\text{K}$  et de densité  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ . Données extraites de [74].

Pour le  $^{85}\text{Rb}$ , le déplacement est de signe opposé dans les sous-niveaux. Il peut donc être annulé en jouant sur les populations relatives dans les deux niveaux. Toutefois, pour notre expérience, ce ne sera pas le cas, et il devient nécessaire d'évaluer l'effet. Nous supposons qu'après la phase de sélection du sous-niveau  $m_F = 0$ , et la phase de sélection en vitesse verticale, la densité du nuage est de  $10^8 \text{ cm}^{-3}$ . Nous supposons alors une expansion linéaire du nuage, exclusivement de façon radiale, correspondant à une température radiale de  $1 \mu\text{K}$ . Pour un demi-temps de chute de  $T = 100 \text{ ms}$ , le déphasage en sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\kappa_{F=2, m_F=0} + \kappa_{F=3, m_F=0}}{2} \cdot T \cdot \frac{\rho_a - \rho_b}{10^9 \text{ cm}^{-3}} \quad (1.20)$$

où  $\rho_a$  et  $\rho_b$  sont les densités moyennes du nuage, respectivement sur la première et la deuxième moitié de l'interféromètre. Une borne supérieure sur l'erreur peut être donnée en considérant que la densité pendant la première moitié de l'interféromètre est maximale, et qu'elle devient nulle sur la deuxième moitié : le déphasage obtenu est alors de  $1,25 \text{ mrad}$ , ce qui correspond à  $\Delta g = 0,8 \mu\text{Gal}$ .

**Déformation du front d'onde** Comme les lasers Raman sont des faisceaux gaussiens, et qu'ils traversent des hublots, les conditions expérimentales sont relativement éloignées de l'interaction idéale d'un atome avec une onde plane. A. Wicht a récemment montré que l'impulsion de recul communiquée à l'atome correspond au gradient de la phase de l'onde électro-magnétique à la position de l'atome, dans la mesure où celui-ci est localisé dans l'enveloppe du faisceau [77]. A l'aide de ce résultat, nous pouvons donner une estimation de l'effet de la déformation du front d'onde sur la mesure de pesanteur. L'effet attendu sera estimé au paragraphe 2.7.4. Pour cela, nous exploiterons les mesures de front d'onde réalisées sur les hublots après fixation sur l'enceinte. Grâce à la technique utilisée pour serrer les hublots, l'erreur sur la mesure est estimée à  $0,4 \mu\text{Gal}$ .

**Exactitude des fréquences** Pour obtenir une exactitude de  $1 \mu Gal$ , la fréquence des lasers doit être connue à mieux que  $400 kHz$ , ce qui implique une connaissance précise de la transition optique  $D_2$  du Rubidium, ainsi que du désaccord laser, qui doit rester constant.

**Déplacement lumineux** La présence de faisceaux lumineux intenses provoque, par effet Stark, un déplacement des niveaux d'énergie. Nous verrons dans le chapitre 5.2.1 que les fréquences des faisceaux sont telles que les deux sous-niveaux de l'état fondamental sont décalés vers le bas. En jouant sur l'intensité relative des faisceaux, on peut faire en sorte que le décalage des deux sous-niveaux soit égal. Le déphasage en sortie d'interféromètre n'est alors pas modifié.

**Alignement des faisceaux Raman** Si le miroir de rétro réflexion présente une rotation selon un axe perpendiculaire à l'axe vertical, le faisceau réfléchi n'est alors plus colinéaire à l'axe de chute des atomes, ce qui diminue la projection de l'impulsion de recul le long de la verticale. La mesure de la pesanteur est alors décalée de  $\frac{\sigma_g}{g} \approx \frac{\theta^2}{4}$  où  $\theta$  est l'angle entre les deux faisceaux. Pour avoir une incertitude inférieure à  $1 \mu Gal$ , l'angle doit rester inférieur à  $\pm 63 \mu rad$ .

**Gradient de gravité** La formule du déphasage en sortie  $\Delta\Phi = k_{eff}.g.T^2$  ne tient pas compte du gradient de gravité verticale  $\gamma \approx 300 \mu Gal.m^{-1}$ . Un calcul perturbatif sur les trajectoires classiques des atomes en chute libre permet de rajouter une valeur approchée du terme de gradient associé au déphasage [3]. En écrivant le champ de pesanteur  $g(z) = g_0 - \gamma.z$ , la valeur mesurée  $g_m$  est alors :

$$\begin{aligned} g_m &\approx g_0 - \gamma \cdot \left( -\frac{7}{12} \cdot g_0 \cdot T^2 + \bar{v}_0 \cdot T + z_0 \right) \\ &\approx g(z_C) + \frac{1}{12} \cdot \gamma \cdot g_0 \cdot T^2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

où  $z_0$  est la position au début de l'interféromètre,  $\bar{v}_0 = v_0 + \frac{\hbar.k_{eff}}{2m}$  est la vitesse moyenne des atomes au niveau de la première impulsion, et  $z_C$  est la position moyenne du nuage au milieu de l'interféromètre, c'est-à-dire au moment de la deuxième impulsion lumineuse.

Ainsi, on peut interpréter la mesure de l'interféromètre comme la valeur du champ de pesanteur à une altitude correspondant à celle des atomes au moment de la deuxième impulsion Raman. L'erreur sur la mesure est alors  $\Delta g = \frac{1}{12} \gamma \cdot g_0 \cdot T^2$ , ce qui correspond à moins de  $1 \mu Gal$  pour  $T < 60 ms$ .

**Durée finie des impulsions lumineuses** L'expression du déphasage  $\Delta\Phi = k_{eff}.g.T^2$  ne tient pas compte de la durée finie des impulsions. Dans le cas où le décalage Doppler est compensé par trois échelons de fréquences, il est important de connaître l'expression exacte.

Une expression a été établie par Charles Antoine [57]. Pour cela, des paquets d'onde gaussiens sont propagés à l'aide du théorème  $ABCD\xi$  [52], et les lames séparatrices sont traitées à l'aide du théorème  $ttt$  généralisé [78], ce qui permet de traiter simultanément l'interaction électro-magnétique et gravitationnelle. En l'absence de compensation de l'effet Doppler, le déphasage final s'écrit :

$$\Delta\Phi_g = k_{eff}.g.(T_0 + 2\tau). \left( T_0 + \frac{4\tau}{\pi} \right) \quad (1.22)$$

où  $\tau$  est la durée d'une impulsion  $\pi/2$  et  $T_0$  est la durée séparant la fin d'une impulsion lumineuse et le début de la suivante. Cette expression est retrouvée par Patrick Cheinet à l'aide d'une technique utilisant une fonction de sensibilité [79].

Dans le cas où l'effet Doppler est compensé par une rampe de fréquence, l'expression exacte de la formule est nettement moins critique. En effet, le déphasage en sortie de l'interféromètre s'écrit alors :

$$\Delta\Phi = (k_{eff}.g - 2\pi.\alpha).f(T_0, \tau) \quad (1.23)$$

où  $\alpha$  est la rampe de fréquence, et  $f(T_0, \tau)$  est une fonction regroupant les dépendances temporelles. Lorsque  $\alpha = \frac{k_{eff}.g}{2\pi}$ , l'interféromètre est à la teinte plate, et ne dépend plus de  $T$  ni de  $\tau$ . Il n'est donc pas impératif de connaître l'expression exacte du déphasage pour obtenir la mesure exacte du champ de pesanteur.

En fonctionnement autonome, la mesure de pesanteur sera réalisée en se plaçant sur un flanc de frange plutôt qu'à la teinte plate. On retrouve alors une dépendance aux différents temps caractéristiques de l'expérience. Néanmoins, l'erreur commise en négligeant la durée des impulsions est faible : pour  $T = 100 \text{ ms}$ , le fait de déterminer  $\alpha$  permettant de se positionner sur la première frange d'interférence donne une mesure de précision relative  $10^{-5}$ . En considérant un rapport  $\tau/T_0 = 10^{-5}$ , l'inexactitude relative sur la mesure est d'environ  $10^{-10}$ . Une erreur sur l'estimation de la durée des impulsions lumineuses est donc a fortiori négligeable.

Le même raisonnement peut être adopté pour montrer qu'une erreur de  $1 \mu\text{s}$  sur la durée  $T$  de demi-chute apporterait une contribution négligeable au terme d'erreur. On serait tenté de penser, d'après l'expression du déphasage en  $k_{eff}.g.T^2$ , qu'une précision de la mesure de  $g$  à  $10^{-9}$  requiert un contrôle de  $T$  à  $5.10^{-10}$ , soit à  $50 \text{ ps}$ . En réalité, comme nous travaillons autour de la teinte plate, la dépendance en  $T$  est  $10^5$  fois plus faible, voire nulle si l'on se trouve précisément à la teinte plate. Nous pouvons donc négliger ce terme d'erreur.

### 1.5.3 Bilan des erreurs sur le capteur

Les tableaux 1.12 et 1.13 récapitulent les différentes sources d'erreur et leur importance. Plusieurs points sont à noter : tout d'abord, le bilan que nous venons de réaliser est *prospectif*,

c'est-à-dire qu'il ne se base pas sur les valeurs de notre expérience, car l'expérience n'a pas été achevée à l'heure actuelle. Aussi les valeurs se trouvant dans les tableaux correspondent à un temps de demi-chute  $T = 100 \text{ ms}$  et à une température de nuage d'environ  $1 \mu\text{K}$ , mais il se peut que les valeurs expérimentales diffèrent. Néanmoins, le principal mérite de ce bilan est de fournir des lois donnant la dépendance de la mesure aux différents paramètres expérimentaux. Il sera ainsi possible de réaliser le dimensionnement de l'appareil.

Source	Caractéristiques	Bruit $\sigma_g$ [ $\mu\text{Gal}$ ]
<b>Source hyperfréquence</b>	Calcul dans la partie 5.3.3	
Stabilité du Quartz	Variance d'Allan $\sigma_y(T)$	0,5
Bruit blanc de phase	Durée des impulsions Raman : $1 \mu\text{s}$	1,0
Intensité des faisceaux Raman	$\frac{\sigma_I}{I} = 0,3\%$	5,1
Détection du nombre d'atomes	$10^5$ atomes	2,7
Total		6,0

**Tableau 1.12** - Sources de bruit sur le capteur à atomes froids.

Source	Caractéristiques	Effet systématique $\Delta g$ [ $\mu\text{Gal}$ ]
Champ magnétique	Alterner le sens des faisceaux Raman $ B'  < 5 \text{ mG.cm}^{-1}$	1,0
Pression résiduelle de $Rb$	$P_{Rb} = 3.10^{-7} \text{ Pa}$	1,0
Collisions froides	$^{85}Rb$ $^{87}Rb$	0,7 Négligeable
Exactitude des fréquences	Connaissance à $400 \text{ kHz}$	1,0
Déformation du front d'onde	Calcul dans la partie 2.7.4	0,4
<b>Faisceaux Raman</b>		
Déplacement lumineux	Rapport d'intensité "magique"	voir 5.2.1
Alignement	$\theta < 63 \mu\text{rad}$	1,0
Gradient de gravité	Mesure au centre de l'interférogramme	0,9
Durée finie des impulsions	Balayage continu	0,1
Total		2,3

**Tableau 1.13** - Bilan des effets systématiques du capteur.

La somme quadratique des contributions au bruit de mesure est de  $6,0 \mu\text{Gal}$ , tandis que

l'ensemble des erreurs systématiques est de  $12,3 \mu Gal$ . Ce bilan de capteur est relativement optimiste car il ne tient pas compte des effets d'inertie, qui apporteront sûrement une contribution importante à l'erreur sur la mesure. Ces effets sont étudiés au niveau de l'instrument global qui doit comporter un système d'isolation aux perturbations de l'environnement. Nous allons à présent réaliser le bilan d'instrument en environnement embarqué.

## 1.6 Evaluation globale de l'instrument

Le but de cette partie est d'établir les lois donnant la dépendance de la mesure aux paramètres environnementaux. Les calculs seront menés pour un environnement fictif qui aura valeur d'exemple. Ainsi, la démarche menant au dimensionnement d'un instrument sera développée, mais nous ne proposerons pas de solution technique adaptée à un environnement spécifique.

L'influence de l'environnement peut être décomposée en quatre contributions :

- Les variations de certains paramètres extérieurs (pression, altitude...) modifient le champ local de pesanteur. A une précision de mesure donnée correspond une précision sur la connaissance de ces paramètres environnementaux.
- Le capteur est sur un mobile en mouvement. Il faut donc déterminer la sensibilité de l'instrument aux accélérations horizontales et aux rotations du porteur. Cela nous permet de déduire un cahier des charges sur la plate-forme inertielle dont le but sera d'isoler le capteur des mouvements du véhicule.
- Les effets du champ électromagnétique sont étudiés dans d'autres parties (voir paragraphes 1.5.2, 5.2.1 et 4.4.3). Précisons que, contrairement à une situation de laboratoire où le champ magnétique reste à peu près constant et peut donc être compensé par des bobines, le champ magnétique changera en fonction du lieu de mesure. Pour un instrument embarqué, il est donc préférable de réaliser un blindage magnétique de tout le capteur plutôt que de tenter de le compenser activement à l'aide de bobines.
- Le vieillissement du système (les désalignements progressifs des composants optiques, la tenue des asservissements, la dégradation des performances de l'enceinte à vide...) dû aux conditions embarquées (vibrations, variations de température). Cet aspect est difficile à quantifier a priori. La suite de la thèse consistera donc à réaliser un prototype permettant de développer et de tester le comportement du dispositif sur le long terme.

Nous développons à présent les deux premiers points.



### 1.6.1 Connaissance de l'environnement

Comme nous l'avons vu précédemment, le champ de pesanteur terrestre présente des variations spatio-temporelles. Pour pouvoir extraire une information exploitable de la mesure de pesanteur, il est donc important de pouvoir distinguer ces variations des anomalies de gravité. Cela nécessite de mesurer précisément certains paramètres (altitude, vitesse, cap...) afin de pouvoir retrancher les effets qui y sont associés. Nous passons à présent en revue les différents effets modifiant localement la mesure du champ de pesanteur.

**Altitude et profondeur** Nous présentons un modèle simplifié faisant apparaître la dépendance en altitude ou en profondeur du champ de pesanteur. La Terre est considérée à symétrie sphérique, composée d'une partie interne de rayon  $R$  et de densité  $\rho_1$ , et d'une couche en surface de densité  $\rho_2$ . La masse de la Terre est principalement contenue dans le noyau, ce qui s'écrit :  $M_T = \frac{4}{3}\pi \cdot \rho_1 \cdot R^3$ . Les notations sont rappelées sur la figure 1.14.

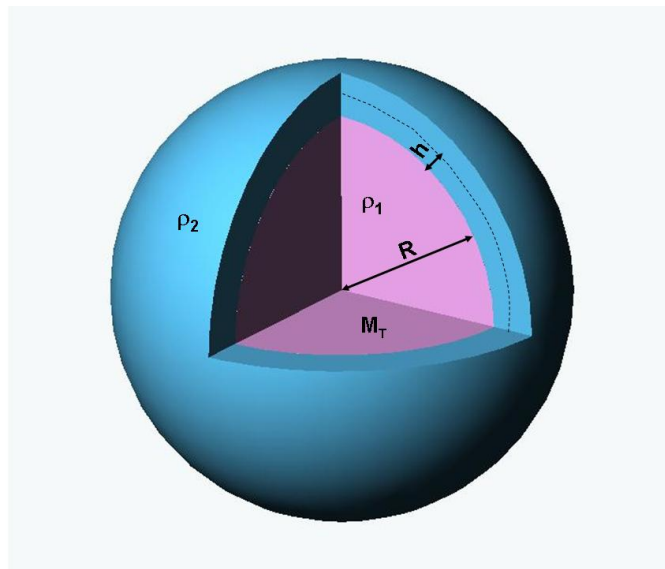


FIG. 1.14 - Modèle simplifié de la Terre.

Du fait du gradient de gravité, la mesure dépend de l'altitude. Pour pouvoir comparer différentes campagnes de mesure, toutes les valeurs sont ramenées à une altitude nulle (c'est-à-dire au niveau de l'ellipsoïde de référence). On définit alors l'anomalie à l'air libre comme la mesure de pesanteur retranchée de la valeur de la pesanteur donnée par l'ellipsoïde GRS80 et ramenée à une altitude nulle.

Pour déterminer les corrections à apporter en fonction de l'altitude, nous utilisons un modèle simplifié de la structure de la Terre : cette dernière est considérée à symétrie sphérique, possédant un noyau de rayon  $R$ , de densité constante  $\rho_1$  et de masse  $M_T = \rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ , et d'une couche en surface de densité  $\rho_2$ . Nous utilisons le théorème de Gauss  $div \vec{g} = 4\pi \cdot \rho(r) \cdot G$

que nous intégrons sur la boule de rayon  $R + h$  à l'aide du théorème d'Ostrogradsky. Un développement limité au premier ordre en  $h/R$  donne l'expression suivante :

$$g(h) \approx \underbrace{\frac{G.M_T}{R^2}}_{\text{Pesanteur de la partie interne}} - \underbrace{\frac{2G.M_T}{R^3}.h}_{\text{Gradient vertical}} + \underbrace{4\pi.\rho_2.G.h}_{\text{Correction de plateau}} \quad (1.24)$$

Les deux derniers termes de l'expression correspondent à la dépendance en altitude. Le premier est indépendant de la densité du milieu. Il correspond au gradient vertical associé à la masse de la partie interne. Cette correction doit être réalisée pour des mesures en surface comme pour les mesures sous-marines. Elle vaut :

$$\Delta g_1 \approx -308,6.h \quad (1.25)$$

où  $h$  est l'altitude en  $m$  par rapport au géoïde de référence, et  $\Delta g$  est en  $\mu Gal$ . Ainsi, pour avoir obtenu une mesure exacte à  $10 \mu Gal$ , l'altitude doit être connue à  $3 \text{ cm}$  près.

Le dernier terme de l'expression (1.24) n'est important que pour des milieux suffisamment denses. Il traduit un double effet se produisant lors de l'élévation en altitude dans un milieu exerçant une force gravitationnelle : la masse de la couche d'épaisseur  $\Delta h$  franchie cesse d'attirer vers le haut pour attirer vers le bas. Pour un milieu comme l'eau, la variation de cette anomalie avec l'altitude est de :

$$\Delta g_2 \approx 83,8.h \quad (1.26)$$

où  $\Delta g_2$  est donné en  $\mu Gal$ , et  $h$  en  $m$ . Des corrections plus fines peuvent également être réalisées en tenant compte de la variation de densité de l'eau. Cette dernière est donnée par l'équation d'état internationale de l'UNESCO (IES 80) [80], et dépend de la profondeur, de la salinité et de la température. Pour des variations extrêmes<sup>10</sup> de  $[T = 30^\circ C, S = 1 \text{ ppt}, z = 0 \text{ m}]$  à  $[T = -1^\circ C, S = 60 \text{ ppt}, z = 2000 \text{ m}]$ , la densité varie de 0,996 à 1,057, ce qui correspond à une variation de  $5,1 \mu Gal.m^{-1}$ .

**Pression atmosphérique** L'augmentation de la pression atmosphérique  $\delta p$  a un double effet [81] : tout d'abord, elle provoque une augmentation de la densité de l'air  $\delta \rho$  qui engendre une diminution du champ de pesanteur  $\delta g = -2\pi.\delta \rho.G.H$ , où  $H$  est la colonne d'air surplombant le point de mesure. La variation de pression, pouvant être exprimée  $\delta p = g.H.\delta \rho$ , on en déduit l'expression de la variation de pesanteur :

$$\delta g = -2\pi \frac{G}{g} \delta p \approx -0,43.\delta p \quad (1.27)$$

<sup>10</sup>A titre indicatif, la salinité moyenne de l'eau de mer est de  $35 \text{ ppt}$ , celle de la mer morte de  $200 \text{ ppt}$ .

pour une pression en  $mbar$  et  $\delta g$  en  $\mu Gal$ .

Toutefois, cette augmentation du poids de l'atmosphère provoque une déformation locale de la croûte terrestre entraînant une légère augmentation de la pesanteur. En tenant compte de cet effet, l'expression (1.27) est finalement ramenée à :

$$\Delta g_3 \approx -0,3 \delta p \quad (1.28)$$

**Phénomènes de marée** Les effets de marée sont des variations locales du champ de pesanteur qui résultent principalement de l'attraction de la lune et du soleil. Leur effet est double : dans un premier temps, la position relative des astres crée une certaine géométrie du champ de pesanteur ; ce champ de pesanteur crée alors un déplacement des masses océaniques et terrestres, qui entraînent à leur tour une modification du champ de pesanteur [81].

A nos latitudes, l'amplitude de la marée lunaire est de l'ordre de  $0,35 mGal$  sur une période de 24 heures. De nombreux modèles de marées océaniques ont été réalisés à partir de données de satellites d'altimétrie comme Topex-Poséidon (1992-2006), ERS 1 et 2 (*European Remote System*, 1991-1995 pour ERS-1, et 1995-2005 pour ERS-2), Jason 1 (lancé en 2001) et Jason 2 (prévu en 2008). Le modèle FES99, par exemple, développé par l'équipe de Le Provost au Laboratoire d'Etudes en Géophysique et Océanographie Spatiales (LEGOS) à Toulouse, donne le niveau des mers en tout point du globe avec une exactitude de  $11,8 cm$ <sup>11</sup> [83].

**Correction d'Eötvös** Considérons un mobile se déplaçant à une vitesse  $V$  le long d'une équipotentielle de pesanteur. C'est notamment le cas d'un bateau, ou d'un sous-marin en surface. Une mesure de pesanteur réalisée dans un tel porteur aura deux composantes verticales supplémentaires associées au mouvement du porteur : la force de Coriolis d'une part, et la force centrifuge du fait que le mobile suit une trajectoire circulaire d'autre part. Ainsi, pour un véhicule se déplaçant à une vitesse  $V$  (en nœuds  $Nd$ ), à une latitude  $L$ , avec un

---

<sup>11</sup>Notons au passage que le passage de l'altitude du géoïde  $N$  en un point à l'anomalie de gravité  $\Delta g$  en ce même point ne peut se faire simplement en multipliant la hauteur par le gradient de gravité  $\gamma$ . Le passage rigoureux de l'un à l'autre nécessite la connaissance globale du champ à la surface  $\sigma$ . Les deux grandeurs sont reliées par la formule de Stokes (1849) [82] :

$$N = \frac{1}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot S(R, \psi) \cdot dS \quad (1.29)$$

où  $S(R, \psi)$  est la fonction de Stokes :

$$S(R, \psi) = \frac{1}{R} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 6 \sin \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \cdot \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi^2}{2} \right) \right] \quad (1.30)$$

L'inversion de la formule de Stokes fut donnée par Molodenski en 1948 et permet de retrouver l'anomalie de gravité à partir de l'altitude du géoïde en tout point de la surface du globe [81].

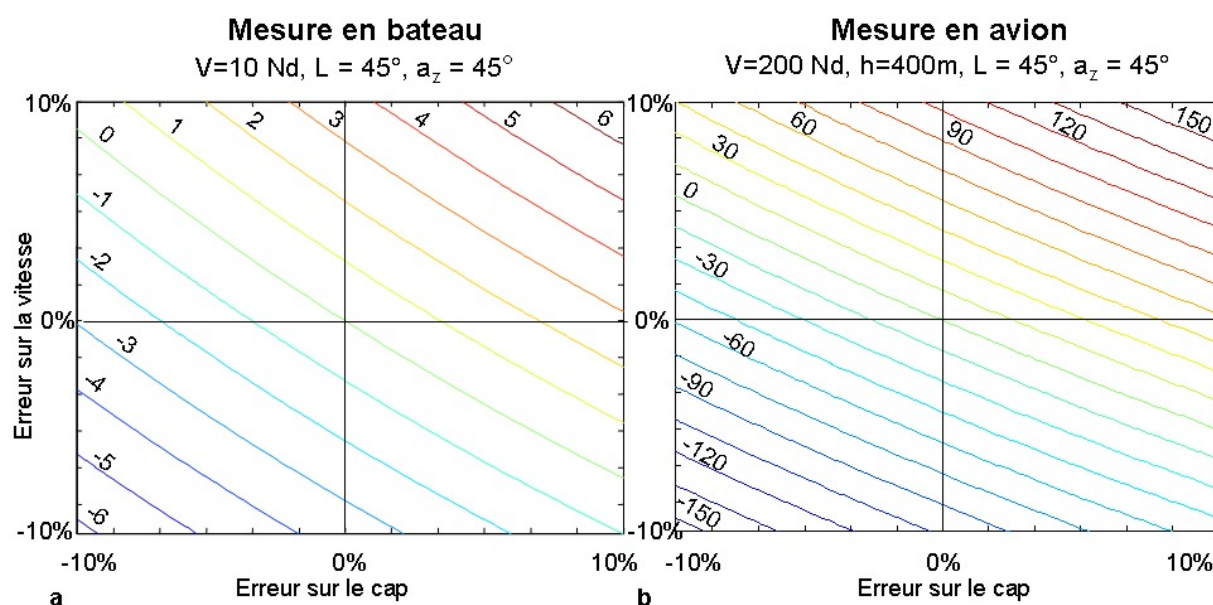
angle d'azimut<sup>12</sup>  $a_z$ , au niveau de la mer, l'expression de la correction d'Eötvös, en  $mGal$ , s'écrit [27] :

$$\Delta g_{E\ddot{o}} = 7,503.V.\cos L.\sin a_z + 0,004\,154.V^2 \quad (1.31)$$

Pour des mesures aéroportées, une formule plus générale est utilisée [81] :

$$\Delta g_{E\ddot{o}} = \left(1 + \frac{h}{a}\right) \cdot \left(2\omega.V.\cos L.\sin a_z + \frac{V^2}{r}\right) - \frac{1}{f}V^2a.(1 - \cos L^2).(3 - 2\sin a_z^2) \quad (1.32)$$

où  $h$  est l'altitude au-dessus de l'ellipsoïde,  $a$  est la taille du demi-axe majeur de la Terre,  $1/f$  est l'aplatissement de la Terre,  $\omega$  est la vitesse angulaire de la Terre,  $r$  est la distance au centre du référentiel géocentrique.



**FIG. 1.15** - Incertitude sur la mesure de pesanteur (en  $mGal$ ) pour une erreur en vitesse et cap du porteur allant jusqu'à 10%. Les valeurs sont calculées pour une mesure en mer (a) ou une mesure aéroportée (b).

Cet effet est important et doit impérativement être précisément déterminé afin d'être retranché à la mesure. Dans le cas le plus défavorable (azimut  $a_z = 90^\circ$ , latitude  $L = 0^\circ$ ), pour un navire avançant à  $V = 10 Nd$ , l'effet d'Eötvös est de  $75.10^3 \mu Gal$ . Il faut donc connaître avec précision la vitesse, l'azimut, la latitude et l'altitude. La figure 1.15 présente les erreurs sur la mesure de pesanteur en fonction d'une incertitude sur la vitesse et l'azimut allant jusqu'à 10%. Vitesse et altitude sont choisies de façon à représenter une mesure sur bateau ( $h = 0 m$ ,  $V = 10 Nd$ , figure a) et en avion ( $h = 400 m$ ,  $V = 200 Nd$ , figure b). La vitesse importante en avion est principalement responsable de l'augmentation de l'incertitude.

<sup>12</sup>L'angle d'azimut correspond au cap du porteur.

En définitive, la connaissance précise de certains paramètres extérieurs est indispensable à l'obtention d'une mesure exploitable, car nous avons mis en évidence l'existence d'effets engendrant des perturbations importantes.

### 1.6.2 Mouvements du capteur

Etudions à présent le bruit de mesure qui peut être engendré par un mouvement du capteur. Nous savons que la référence inertielle est constituée par le miroir de rétro-réflexion des faisceaux Raman. Celui-ci doit rester immobile *par rapport à la Terre* pendant la durée d'une mesure. Le gravimètre doit donc contenir un système d'isolation mécanique permettant de découpler le miroir des mouvements du porteur.

L'équation du mouvement des atomes dans leur référentiel en mouvement va donc être établie afin de quantifier les effets des diverses perturbations. Cela permettra de déduire un cahier des charges de la plate-forme d'isolation, en fonction de la précision visée.

**Equation du mouvement** Le gravimètre mesure l'accélération des atomes par rapport au miroir de rétro-réflexion. Ce miroir peut être en mouvement par rapport au porteur, lui-même en mouvement dans le référentiel terrestre. Enfin, il faut tenir compte de la rotation de la Terre.

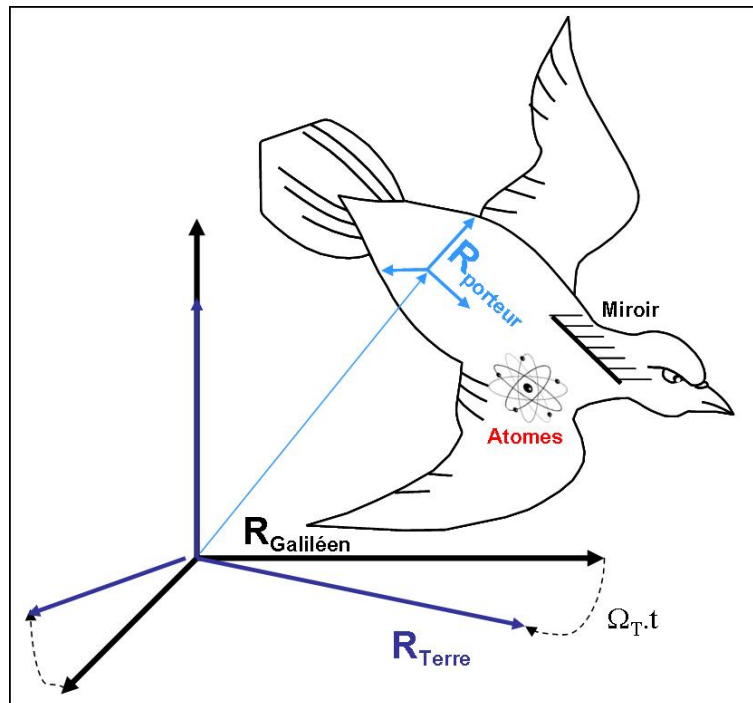


FIG. 1.16 - Notation pour les changements de référentiel.

Notre système de référentiels est représenté sur la figure 1.16 : le référentiel géocentrique

$R_{Gal}$  est considéré comme galiléen. Le référentiel terrestre  $R_{Terre}$  est en rotation constante à  $\vec{\Omega}_{Terre}$  par rapport à  $R_{Gal}$ . Le référentiel du porteur  $R_{Porteur}$  est attaché au mobile, et donc en mouvement libre par rapport à la Terre. Nous supposons pour l'étude que le miroir est rigidement lié au porteur. Cela permettra de mettre en évidence les différents effets perturbateurs dont la plate-forme devra affranchir le capteur. Le gravimètre est alors un accéléromètre mesurant l'accélération des atomes dans le référentiel du porteur  $\vec{a}_{atome/porteur}$ .

Lors de la mesure, le mouvement des atomes n'est soumis qu'à une seule force dans le référentiel galiléen : la force de gravité  $m \cdot \vec{g}_{grav}$ , c'est-à-dire la force de pesanteur  $m \cdot \vec{g}$  retranchée de la force centrifuge liée à la rotation de la Terre :

$$m \vec{a}_{abs} = m \cdot \vec{g}_{grav} = m \cdot \vec{g} + m \cdot \vec{\Omega}_{Terre} \times \left( \vec{\Omega}_{Terre} \times \vec{r}_{atome/Terre} \right) \quad (1.33)$$

Cette accélération du référentiel absolu peut être réexprimée en fonction des différents référentiels à l'aide des lois de la cinématique du point. L'accélération des atomes s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \vec{a}_{abs} &= \vec{a}_{atome/porteur} + \vec{a}_{porteur/Terre} \\ &+ \vec{\Omega}_{Terre} \times \left( \vec{\Omega}_{Terre} \times \vec{r}_{porteur/Terre} \right) + 2\vec{\Omega}_{Terre} \times \vec{v}_{porteur/Terre} \\ &+ \left( \vec{\Omega}_{porteur} + \vec{\Omega}_{Terre} \right) \times \left[ \left( \vec{\Omega}_{Terre} + \vec{\Omega}_{porteur} \right) \times \vec{r}_{atome/porteur} \right] \\ &+ 2 \left( \vec{\Omega}_{porteur} + \vec{\Omega}_{Terre} \right) \times \vec{v}_{atome/porteur} \\ &+ \frac{d\vec{\Omega}_{porteur}}{dt} \times \vec{r}_{atome/porteur} + \left( \vec{\Omega}_{porteur} \times \vec{\Omega}_{Terre} \right) \times \vec{r}_{atome/porteur} \end{aligned} \quad (1.34)$$

En supposant le porteur immobile, on retrouve bien l'expression connue de l'expression de l'accélération par changement de référentiel. Dans l'équation (1.34), quelques termes supplémentaires apparaissent, notamment l'accélération du porteur par rapport à la Terre, et la rotation du porteur qui s'ajoute à celle de la Terre. Comme nous avons

$$\|\vec{r}_{atome/porteur}\| \ll \|\vec{r}_{porteur/Terre}\|,$$

le premier terme de la deuxième ligne peut être assimilé à la force centrifuge associée à la rotation de la Terre<sup>13</sup>. Il est donc contenu dans la force de pesanteur  $m \vec{g}$ . De plus, pour que les termes de la troisième ligne soient importants, il faudra que la rotation du porteur soit importante devant la rotation de la Terre.

Les termes principaux sont à présent développés. Ils sont considérés séparément afin de bien identifier leur impact.

<sup>13</sup>La force centrifuge des atomes est, en toute rigueur,

$$\vec{\Omega}_{Terre} \times \left[ \vec{\Omega}_{Terre} \times \left( \vec{r}_{atome/porteur} + \vec{r}_{porteur/Terre} \right) \right]$$

**Vitesse du porteur** Si on suppose le mobile purement animé d'une vitesse constante, et suivant une équipotentielle, les termes d'accélération verticale obtenus correspondent à la force de Coriolis et à la force centrifuge créée par la trajectoire circulaire. On retrouve l'effet d'Eötvös étudié dans le paragraphe précédent.

**Rotation du porteur** Pour simplifier, supposons la rotation du porteur très supérieure à la rotation de la Terre. Les termes prépondérants sont alors :

$$\vec{\Omega}_{porteur} \times (\vec{\Omega}_{porteur} \times \vec{r}_{atome/porteur}) \quad \text{et} \quad 2\vec{\Omega}_{porteur} \times \vec{v}_{atome/porteur} \quad (1.35)$$

Il apparaît clairement qu'une rotation autour de l'axe vertical (noté  $z$ ) n'affecte pas la mesure. On considère alors une rotation autour de l'axe  $x$ . Le terme centrifuge n'est alors sensible qu'à la position en  $z$ , tandis que le terme de type Coriolis n'aura une composante verticale que pour des vitesses orientées selon  $y$ . Ce dernier terme est donc couplé à une accélération selon  $y$ . La différence d'accélération entre le début et la fin de la séquence donne une bonne idée de l'erreur commise sur la mesure :

$$\Delta g_{centrifuge} = \Omega_x^2 \cdot 2g \cdot T^2 \quad \text{et} \quad \Delta g_{Coriolis} = 2\Omega_x \cdot \Gamma_y \cdot 2T \quad (1.36)$$

Pour une accélération horizontale de  $\Gamma_y = 10^{-3} \cdot g$  et une vitesse de rotation  $\Omega_x = 1^\circ \cdot s^{-1}$ , le terme centrifuge fournit une contribution de  $6,0 \text{ mGal}$ , et l'effet Coriolis est de  $7,0 \text{ mGal}$ .

Ainsi, le système d'isolation pourra ne pas isoler le système des rotations autour de l'axe vertical, mais devra impérativement isoler des rotations qui désalignent le système par rapport à la verticale. Il apparaît d'ores et déjà que la plate-forme d'isolation jouera un rôle crucial dans la détermination des performances de l'instrument.

**Accélération horizontale du porteur** Nous venons de voir l'effet couplé d'une accélération du porteur avec sa rotation. Toutefois, même en l'absence de rotation du porteur, un effet Coriolis a lieu avec la rotation de la Terre  $\Omega_T$ . L'erreur s'écrit alors :

$$\Delta g_{Coriolis2} = 2\Omega_T \cdot \Gamma_y \cdot 2T \quad (1.37)$$

Pour une même accélération de  $\Gamma_y = 10^{-3}g$ , l'erreur est de  $29 \mu\text{Gal}$ .

**Accélération verticale du porteur** Au niveau du capteur, rien ne permet de distinguer l'accélération du porteur de l'accélération de pesanteur. Aussi, en l'absence de plate-forme d'isolation, toutes les accélérations verticales du porteur seront interprétées comme une variation du champ de pesanteur :

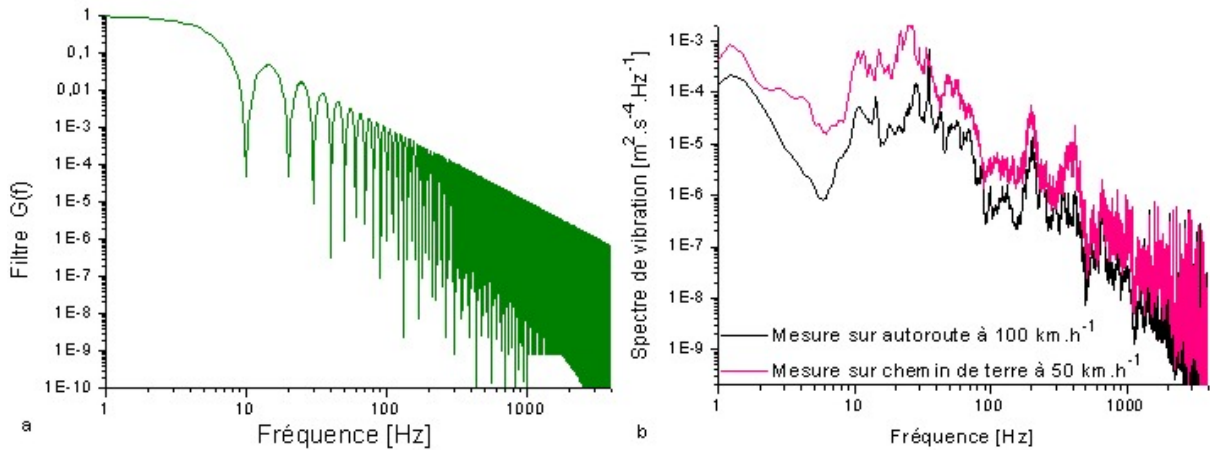
$$g_{mesure} = g_{réel} - \Gamma_z \quad (1.38)$$

Toutefois, une distinction fondamentale réside dans le fait que la pesanteur est une accélération constante, contrairement aux accélérations et vibrations du porteur. Ainsi, le choix de la bande passante de la plate-forme jouera un rôle déterminant.

Déterminons tout d'abord la sensibilité du capteur aux accélérations verticales. Pour cela, considérons une accélération sinusoïdale de la forme  $\vec{a}(t) = (a_s \cdot \sin \omega \cdot t + a_c \cdot \cos \omega \cdot t) \cdot \vec{a}$  où la référence de temps est prise au niveau de la deuxième impulsion. En raison de la symétrie de l'interféromètre, les contributions paires n'ont pas d'incidence sur le déphasage final. L'impact sur la mesure de pesanteur est donné par [3] :

$$\begin{aligned} \Delta g(f) &= a_s \cdot \frac{4 \cdot \sin(\omega T/2)^2}{\omega^2 \cdot T^2} \cdot \vec{a} \cdot \vec{v}_{rec} \\ &\equiv G_{capt}(f) \cdot a_s \cdot \vec{a} \cdot \vec{v}_{rec} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Le capteur possède de façon intrinsèque une fonction de filtrage coupant les hautes fréquences, et les fréquences multiples de  $1/T$ . Cette fonction  $G_{capt}(f)$  est tracée sur la figure 1.17.a pour  $T = 100 \text{ ms}$ .



**FIG. 1.17** - a. Réponse en fréquence du capteur interférométrique. b - Spectre de vibrations verticales d'une automobile roulant à  $100 \text{ km.h}^{-1}$  sur une autoroute, et à  $50 \text{ km.h}^{-1}$  sur un chemin de terre [84].

Le spectre d'accélération verticale dépendra évidemment du porteur. Nous ne proposons pas ici une solution adaptée à un type de véhicule spécifique, mais une méthode permettant de dégager les contraintes sur la plate-forme d'isolation.

A titre d'exemple, nous pouvons évaluer le bruit sur la mesure en fonction du spectre de vibrations verticales d'une voiture en mouvement. La figure 1.17.b représente le spectre d'une Ford Taurus roulant sur une autoroute à  $100 \text{ km.h}^{-1}$ , et sur une route de terre à  $50 \text{ km.h}^{-1}$  [84]. Le tableau 1.14 présente les contributions au bruit de mesure des différentes décades.

Il ressort que, sur la bande  $0,1 \text{ Hz} - 5 \text{ kHz}$ , le filtrage du capteur diminue le bruit d'un facteur 5, principalement aux hautes fréquences. Les principales sources de bruit se situent



Fréquence [Hz]	0,1 – 1	1 – 10	10 – 100	100 – 1k	1k – 5k	Total
Chemin de terre						
- Vibrations [Gal]	1,46	2,8	14,8	4,4	0,77	15,8
- Bruit de mesure [Gal]	1,40	2,49	1,34	0,63	$< 10^{-2}$	3,2
Autoroute						
- Vibrations [Gal]	0,9	1,45	4,9	2,12	4,4	5,6
- Bruit de mesure [Gal]	0,9	1,28	0,34	$2 \cdot 10^{-2}$	$< 10^{-2}$	1,6

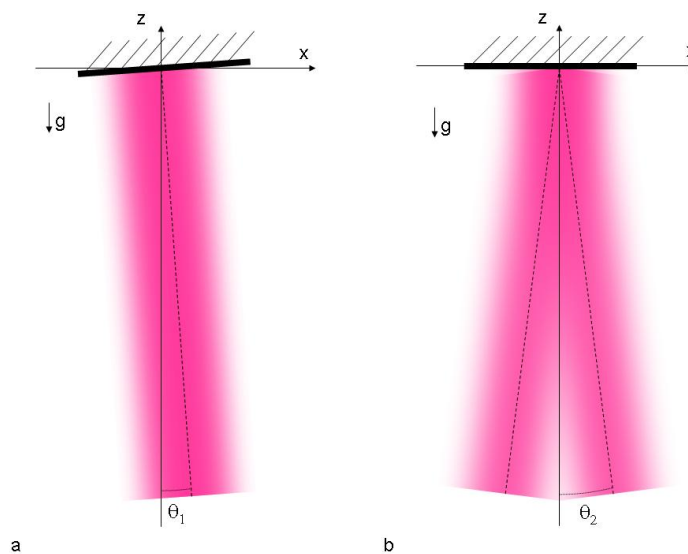
**Tableau 1.14** - Spectre de vibrations verticales d'une Ford Taurus roulant sur autoroute ou sur chemin de terre. Mesure brute, et bruit répercuté sur la mesure de pesanteur.

dans la bande  $0,1 \text{ Hz} - 100 \text{ Hz}$ . C'est donc dans cette gamme de fréquence que le système d'isolation doit être particulièrement actif.

**Désalignement des faisceaux** Les faisceaux Raman sont susceptibles de se désaligner de deux façons différentes : tout d'abord, si le capteur est incliné d'un angle  $\theta_1$  par rapport à la verticale (figure 1.18.a), l'axe de mesure étant défini par l'axe des faisceaux Raman, le déphasage en sortie s'exprime  $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{g} \cdot T^2$ . L'erreur commise est alors :

$$\Delta g = g \cdot (1 - \cos \theta_1) \approx g \cdot \frac{\theta_1^2}{2} \quad (1.40)$$

En maintenant le capteur vertical à  $0,1 \text{ mrad}$  près pendant la mesure, la plate-forme inertielle permet de réaliser une mesure exacte à  $5 \mu\text{Gal}$ .



**FIG. 1.18** - Deux configurations de désalignement des faisceaux Raman.

Une solution alternative consiste à mesurer l'écart à la verticale du capteur et de multiplier la mesure en sortie par  $1/\cos\theta_1$ . Il ne faut pas toutefois que le capteur soit trop incliné sinon les atomes risquent d'être excentrés des faisceaux Raman. Ainsi pour que la position finale des atomes soit excentrée de  $1\text{ mm}$  de l'axe des faisceaux pour un temps total de chute de  $300\text{ ms}$ , il faut que  $\theta_1 < 2\text{ mrad}$ . Une plate-forme est donc nécessaire, même si la contrainte sur  $\theta_1$  est largement relâchée. Néanmoins, la composante horizontale de l'impulsion de recul  $\frac{\hbar k_{eff}}{m} \sin\theta_1$  peut alors créer une aire non négligeable, rendant l'interféromètre sensible aux rotations le long d'un axe horizontal. L'erreur est alors de :

$$\Delta g \approx g \cdot \theta_1 \cdot \Omega_x \cdot T \quad (1.41)$$

Ainsi, pour  $\theta_1 < 2\text{ mrad}$ , la contrainte sur la vitesse de rotation est  $\Omega_x < 5 \cdot 10^{-3}\text{ mrad} \cdot \text{s}^{-1}$  pour garantir une erreur inférieure à  $5\ \mu\text{Gal}$ . Nous préférons donc la première solution si elle est réalisable.

La deuxième cause de désalignement peut provenir d'une rotation du miroir autour de  $x$  ou  $y$  : les deux faisceaux ne sont alors plus exactement confondus (figure 1.18.b). En notant  $\theta_2$  l'angle que fait le miroir avec le plan horizontal, l'erreur commise est alors :

$$\Delta g \approx g \cdot \frac{1 - \cos 2\theta_2}{2} \approx g \cdot \frac{\theta_2^2}{2} \quad (1.42)$$

L'erreur est la même que celle du défaut de verticalité.

En définitive, si l'enclente à vide peut être mobile, il est en revanche impératif d'assurer la verticalité des faisceaux Raman ainsi que l'horizontalité du miroir de rétro réflexion.

### 1.6.3 Instrument complet

Nous récapitulons à présent dans le tableau 1.15 la sensibilité de l'instrument en fonction des différentes perturbations. Cette sensibilité nous permet de déduire les spécifications de la plate-forme d'isolation à partir des caractéristiques de l'environnement, et de la résolution visée.

Il ressort clairement que l'exactitude de la mesure ne sera probablement pas limitée par la sensibilité du capteur, mais par les performances de la plate-forme d'isolation ainsi que par la connaissance de la vitesse du porteur.

Toutefois ce bilan d'instrument ne tient pas compte de la dégradation du capteur liée à l'environnement embarqué : la résistance des alignements optiques, des asservissements électronique, de la qualité du vide à un environnement perturbé n'a pas été évaluée jusqu'à présent. L'objet de la partie expérimentale de cette thèse est donc de proposer des technologies pertinentes pour réaliser un capteur inertiel à atomes froids fonctionnant en condition embarquée, et de tester leurs performances.

Phénomène	Loi d'erreur	Application numérique	
		Paramètre	Erreur $\Delta g$
Bruit du capteur	Voir tableau 1.12		6,0 $\mu Gal$
Exactitude	Voir tableau 1.13		2,3 $\mu Gal$
Alignement des faisceaux	$\theta^2/2$	$\theta < 0,1 \text{ mrad}$	5 $\mu Gal$
Altitude (air)	$-308 \mu Gal.m^{-1}$	$\delta h = 1,6 \text{ cm}$	5 $\mu Gal$
Profondeur (eau)	$-225 \mu Gal.m^{-1}$	$\delta h = 2,2 \text{ cm}$	5 $\mu Gal$
Pression atmosphérique	$-0,4 \mu Gal.mbar^{-1}$	$\delta p = 10 \text{ mbar}$	4 $\mu Gal$
Marée	Inexactitude du modèle FES99		4,8 $\mu Gal$
Effet Eötvös			
Vitesse	Formules	$\delta V = 10^{-3} Nd$	7,5 $\mu Gal$
Azimut	(1.31) et (1.32)	$\delta a_z = 0,1 \text{ mrad}$	7,5 $\mu Gal$
Latitude	( $V = 10 \text{ nd}$ )	$\delta L = 0,1 \text{ mrad}$	7,5 $\mu Gal$
Rotation du porteur	$\Omega_x^2 \cdot 2 \cdot g \cdot T^2$	$\Omega_x < 0,5 \text{ mrad} \cdot s^{-1}$	5 $\mu Gal$
Accélération horizontale	$4\Omega_x \cdot \Gamma_y \cdot T$	$\Gamma_y < 10 \text{ mGal}$	5 $\mu Gal$
Accélération verticale <sup>a</sup>	0,2. $\Gamma_z$ sur 0,1 – 1 Hz	$\Gamma_z < 25 \mu Gal$	5 $\mu Gal$
	0,04. $\Gamma_z$ sur 1 – 10 Hz	$\Gamma_z < 125 \mu Gal$	5 $\mu Gal$
	0,002. $\Gamma_z$ sur 10 – 100 Hz	$\Gamma_z < 2,5 \text{ mGal}$	5 $\mu Gal$

<sup>a</sup>Pour évaluer la sensibilité du capteur aux accélérations verticales du porteur, nous tenons compte de la fonction de sensibilité du capteur  $G_{capt}$  ainsi que de la fonction de transfert du système de ressort asservi  $G_{SS}$  (système présenté au paragraphe 1.6.4).

**Tableau 1.15** - Bilan d'instrument. L'amplitude des différents effets perturbateurs a été choisie de façon à ce que l'effet engendré corresponde à peu près à l'exactitude et à la résolution du capteur seul. Nous imposons ainsi des contraintes sur le système d'isolation.

Les spécifications que nous visons sont donc les suivantes. Nous envisageons une sensibilité pour le capteur légèrement supérieure au niveau de bruit donné par son évaluation, de façon à nous laisser une marge de manœuvre expérimentale. En fonctionnement monocoup, cela correspond à une erreur de  $10 \mu Gal$ .

Le taux de répétition visé sera choisi de l'ordre du  $Hz$  : techniquement,  $1 s$  devrait suffire pour réaliser le piège magnéto-optique, puis réaliser la séquence interférométrique ; technologiquement, un tel taux de répétition est supérieur à celui du FG-5, et une cadence élevée peut être intéressante pour des mesures aéroportées.

#### 1.6.4 Stabilisation du système

La sensibilité du capteur à l'accélération verticale étant bien supérieure à la sensibilité aux autres effets inertiels, un système d'isolation à deux niveaux est préconisé : le premier consiste en une plate-forme gyro-stabilisée, et le second est un contrôle des déplacements verticaux du miroir. Nous n'entrerons pas dans le détail d'une solution adaptée à un porteur spécifique, mais proposons quelques pistes.

**Gyrostabilisation** La compensation des rotations du porteur peut être réalisée à l'aide de systèmes commerciaux, tel que la série AMG de la société Aerotech [85]. Ces systèmes ont une exactitude sur l'orientation de  $24 \mu rad$ , et permettent une rotation du système autour des trois axes.

La stabilisation des mouvements de translation horizontale est ensuite réalisée au sein du système stabilisé en rotation. L'équipe d'Instrumentation et Equipements Aérospatiaux (IEA) de l'ONERA a développé des pendules contrôlés en  $x$  et  $y$  par des actionneurs en vue de tester les accéléromètres des missions spatiales GOCE et MICROSCOPE.

**Stabilisation verticale** Une stabilisation verticale du miroir à basse fréquence est indispensable. Une première solution consiste à utiliser un ressort de raideur  $k$  suffisamment faible pour que la fréquence de coupure  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  ( $m$  est la masse du miroir) soit suffisamment basse (typiquement de l'ordre de  $10 mHz$ ). La raideur d'un ressort hélicoïdal s'écrit [86] :

$$k = \frac{G.d^4}{8.n.D^3} \quad (1.43)$$

où  $G$  est une propriété du matériau ( $G = 70\,000 N.mm^{-2}$  pour l'Inox),  $d$  est le diamètre du fil,  $D$  est le diamètre du ressort et  $n$  le nombre de spires. Il est aisé de constater que, pour des paramètres raisonnables, la fréquence de coupure sera difficilement inférieure à  $1 Hz$ . De plus le paramètre d'amortissement d'un tel système ( $\xi_0 \approx 0,017$ ) n'empêche pas l'apparition d'une résonance à  $\omega_0$ , ce qui n'est pas souhaitable. Le gain d'un tel système est représenté sur la figure 1.19.b.

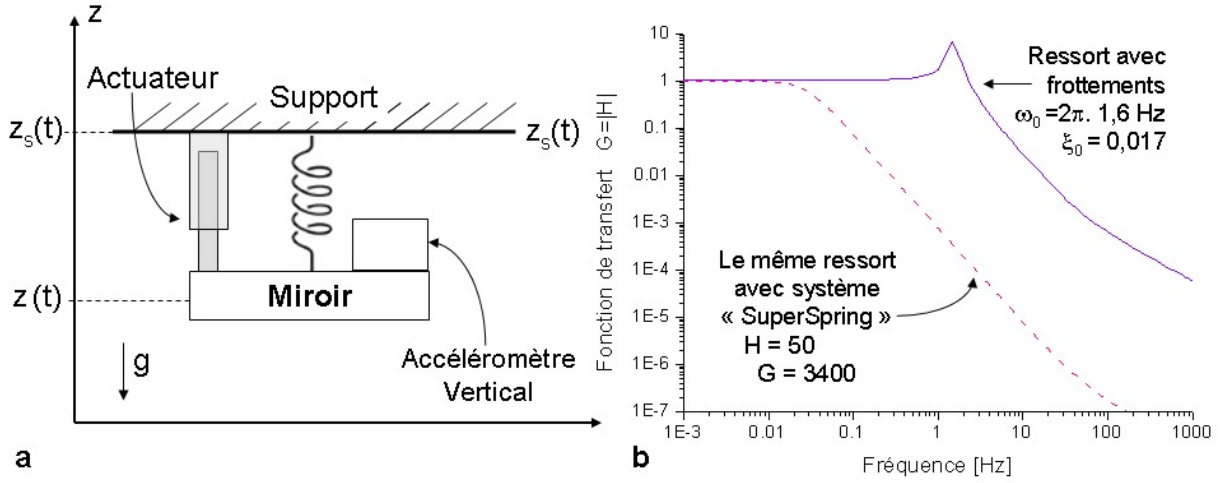


FIG. 1.19 - a. Schéma de principe du système "SuperSpring". b. Fonction de transfert d'un ressort de fréquence de coupure  $f_0 = 1,6$  Hz et d'amortissement  $\xi_0 = 0,017$  comparé au même ressort asservi.

Dans le cadre de l'expérience de gravimétrie à atomes froids, Chu a développé une technique permettant de diminuer la fréquence de coupure et d'augmenter le coefficient d'amortissement à l'aide d'une boucle de rétroaction [87]. Ce système est dit à "ressort asservi" (*SuperSpring* en anglais).

Le schéma du montage est représenté sur la figure 1.19.a. Un accéléromètre vertical est placé sur le miroir. Le signal de l'accéléromètre est envoyé dans un système électronique de rétroaction qui pilote un actuateur. Ce dernier communique ainsi une force de rétroaction. Cette force de rétroaction possède deux composantes :

- l'une est proportionnelle à l'accélération du miroir  $F_a = -m.G.\ddot{z}$ ,
- l'autre est une force de frottement supplémentaire  $F_v = -2.m.H.\dot{z}$ .

Ainsi, en notant,  $z(t)$  la position du miroir et  $z_s(t)$  celle du support, l'équation du mouvement s'écrit :

$$(1 + G).\ddot{z} + 2\xi_0.\omega_0.(\dot{z} - \dot{z}_s) + 2\omega_0.H.\dot{z} + \omega_0^2.(z - z_s) = 0 \quad (1.44)$$

L'amortissement du système est donné par le gain  $G_{SS}(\omega) = |H(\omega)| = \frac{\tilde{z}(\omega)}{\tilde{z}_s(\omega)}$ , où  $\tilde{z}$  et  $\tilde{z}_s$  sont les transformées de Fourier de  $z(t)$  et  $z_s(t)$ . Le gain du système correspond bien à celui d'un oscillateur amorti, mais avec des caractéristiques  $\omega_1$  et  $\xi_1$  différentes :

$$G_{SS}(\omega) = \sqrt{\frac{\omega_1^4 + 4\omega^2.\omega_1^2.\xi_1^2}{\omega_1^4 + 2\omega_1^2.\omega^2.(2\xi_1^2 - 1) + \omega^4}} \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + G}} \quad \text{et} \quad \xi_1 = \frac{\xi_0 + H}{\sqrt{1 + G}} \quad (1.45)$$

Ainsi, en prenant  $G = 3400$  et  $H = 46$ , on obtient  $\omega_1 = 1,7.10^{-2}.\omega_0$  et  $\xi_1 \approx 3/4$ . Le gain correspondant est représenté sur la figure 1.19.b. Le ressort asservi permet ainsi de gagner

deux ordres de grandeurs sur la fréquence de coupure, et de supprimer la résonance.

D'autres techniques d'isolation des vibrations sur la bande  $0 - 100 \text{ Hz}$  sont également développées, notamment dans le cadre du détecteur d'ondes gravitationnelles *Advanced LIGO* (*Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*) [88] : là encore, des systèmes passifs d'isolation sont couplés à des contrôles actifs afin de minimiser le déplacement des miroirs de l'interféromètre.

Remarquons que la qualité de l'isolation du miroir dépend de la qualité de l'accéléromètre. On serait alors tenté de penser que la dérive d'un accéléromètre relatif va se reporter sur le mouvement du miroir et donc sur la mesure de pesanteur. Ce n'est pas le cas, car le rôle de l'asservissement n'est pas d'immobiliser en permanence le miroir, mais seulement pendant la durée de l'interféromètre  $2.T$ . Le miroir peut en revanche avoir des positions différentes entre deux mesures, ce qui autorise une dérive lente de sa position sans affecter la mesure de pesanteur.

Mathématiquement, cela se traduit par le fait que la fonction de sensibilité du gravimètre par rapport à la position du miroir est une fonction périodique de période correspondant à la durée d'une mesure  $T_r$ . Ainsi, seule la partie supérieure à  $1/T_r$  du spectre de l'accéléromètre se reportera sur la mesure finale.

De plus, certaines limites de la performance de l'accéléromètre relatif, telles que la dérive du facteur d'échelle, sont supprimées du fait que l'instrument fonctionne en boucle fermée.

En définitive, l'isolation du capteur des mouvements du porteur nécessitera plusieurs étages :

- L'isolation des rotations à l'aide d'une plate-forme gyrostabilisée.
- La suppression des accélérations horizontales à l'aide d'un système type pendule.
- L'isolation des vibrations verticales à l'aide d'un système à ressort asservi.

## 1.7 Conclusion : démarche expérimentale

Dans ce chapitre, nous avons cherché à évaluer l'apport d'un gravimètre à atomes froids pour des mesures embarquées. Pour cela, nous avons tout d'abord décrit les principales caractéristiques du champ de pesanteur terrestre. Les différentes applications découlant de sa connaissance ont ensuite été évoquées, et les performances nécessaires à chaque application ont été établies.

Un état de l'art des moyens actuels de gravimétrie a alors été dressé, afin de déterminer si les instruments disponibles permettent de répondre aux besoins des différentes applications. Deux faits ont été notés : tout d'abord, l'absence de gravimètre absolu embarquable, en dépit de l'intérêt que représente un tel instrument (absence de dérive pour de longues campagnes de mesures, caractérisation du sous-sol...); de plus, la nécessité de développer des gravimètres

absolus fonctionnant sur de nouveaux concepts.

Ces deux raisons justifient l'étude d'un gravimètre à atomes froids embarquable. Le principe d'un tel instrument a alors été décrit, mettant en évidence le caractère absolu du capteur.

Enfin, en vue de concevoir un prototype, une évaluation prospective des performances de l'instrument a été réalisée. Ce dernier donne les tolérances sur les différents paramètres expérimentaux et environnementaux en fonction de la sensibilité d'instrument visée.

Toutefois, ce bilan d'instrument a supposé un fonctionnement correct du système de refroidissement des atomes, ainsi que de l'interféromètre, ce qui n'a pas été réalisé à ce jour en dehors des laboratoires. La suite de la thèse va donc consister à proposer et à tester des technologies suffisamment robustes pour réaliser un capteur à atomes froids fonctionnant en milieu opérationnel.

Le prototype que nous proposons de développer ne va pas satisfaire les contraintes d'embarquabilité d'un porteur donné. Il s'agira d'un instrument de laboratoire. En revanche, il doit permettre de tester les solutions originales développées, et notamment de déterminer quelle sensibilité d'instrument est atteignable à l'aide de ces technologies. Les spécifications visées sont une sensibilité de  $10 \mu\text{Gal}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$  et un taux de répétition de  $1 \text{ Hz}$ .

# Chapitre 2

## Conception de l'enceinte à vide

Dans ce chapitre, nous présentons la conception de l'enceinte à vide où sera réalisée l'expérience. Cette enceinte doit répondre à de nombreuses contraintes : elle doit d'abord permettre de tester des technologies prometteuses pour l'embarquabilité ; elle doit de plus minimiser les perturbations qu'elle pourrait apporter à la mesure ; elle doit enfin être suffisamment compacte pour être transportable, mais suffisamment grande pour pouvoir atteindre une sensibilité de  $10 \mu Gal.Hz^{-1/2}$  et un taux de répétition de  $1 Hz$ .

Notre démarche sera la suivante : pour chaque point critique de la conception de l'enceinte, les différentes solutions sont présentées, nous justifions le choix de la technique retenue, et présentons les vérifications expérimentales, lorsqu'elles ont pu être réalisées.

### 2.1 Introduction

Comme nous l'avons précisé à la fin du chapitre précédent, l'enceinte ne sera pas véritablement embarquable, elle se rapprochera plutôt d'une enceinte "classique" de laboratoire. Elle nous permettra ainsi de valider de nombreux points technologiques importants pour une embarquation future de l'instrument.

Cette validation se fera à deux niveaux. Tout d'abord, cette enceinte doit nous permettre de réaliser une mesure du champ de pesanteur avec une sensibilité de  $10 \mu Gal.Hz^{-1/2}$  et un taux de répétition de  $1 Hz$ . Bien qu'une telle sensibilité ne soit pas nécessaire dans la plupart des applications évoquées précédemment, cela nous permettra d'évaluer les performances des techniques originales que nous développerons dans les chapitres suivants, notamment au niveau du banc optique, et de choisir en connaissance de cause les meilleurs compromis.



De plus, l'enceinte utilisera certaines briques susceptibles d'être utilisées dans un véritable système embarquable (pompes à vides compactes, sources atomiques adaptées...). Cela nous permettra de les valider pour de futurs prototypes.

En définitive, l'enceinte doit remplir la double mission de tester certains composants à ultra-vide compacts, et permettre de réaliser une mesure de grande sensibilité pour tester le banc laser embarquable qui sera développé.

## 2.2 Détermination du niveau de vide

La première question à laquelle nous devons répondre concerne la qualité du vide que nous souhaitons atteindre. La pression résiduelle dans l'enceinte aura une incidence sur la dynamique du piège magnéto-optique d'une part, et risque de diminuer le contraste de l'interféromètre d'autre part. Ces deux phénomènes fixeront le niveau de vide à atteindre, ce qui impliquera des choix sur le matériau de l'enceinte ainsi que sur le système de pompage adopté.

Au niveau du Piège Magnéto-Optique, la contrainte de vide n'est pas extrême puisque les atomes sont couramment piégés à partir d'une enceinte à pression de vapeur saturante à température ambiante [89]. Pour le Rubidium, la pression de vapeur saturante  $P_V$  pour une température  $T$  donnée est [90], en unités SI :

$$\log_{10}P_V = -91.92907 - \frac{1961,258}{T} - 0,03771687.T + 42,57526.\log_{10}T \quad (2.1)$$

Ceci correspond, à 300 K à  $P_V = 4,8.10^{-5} Pa = 4,8.10^{-7} mBar$ .

La contrainte au niveau de l'interféromètre risque en revanche d'être plus forte. Après la phase de sélection en vitesse, il reste environ  $10^6$  atomes. Si un atome issu de la vapeur résiduelle à température ambiante entre en collision avec un atome du nuage refroidi, ce dernier sera éjecté du nuage atomique. Il faut donc que le temps total de chute  $T_{tot}$  soit très petit devant le temps entre deux collisions  $\tau$ . Si l'on néglige la densité d'atomes autres que le Rubidium, ce temps de vol peut être obtenu simplement par un modèle de sphères dures [89] :

$$\frac{1}{\tau} = n.\sigma.\sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (2.2)$$

où  $n$  est la densité de Rubidium résiduel,  $\sigma$  la section efficace de collision Rb-Rb,  $T$  la température de ce gaz résiduel, et  $m$  la masse d'un atome de Rubidium. En prenant  $\sigma = 1397.10^{-20} m^2$  [91]<sup>1</sup>, on obtient le taux de collision en fonction de la pression  $P$  (en Pa) dans l'enceinte :

$$\frac{1}{\tau} \approx P.10^6 \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup>Une mesure plus récente [92], mais moins précise donne une section efficace de  $\sigma = 3000.10^{-20} m^2$ .

Afin de ne pas perdre plus de 10% du nuage pendant la chute la pression devra être de l'ordre de  $10^{-7}$  Pa, ce qui correspond au domaine de l'Ultra-Vide (*Ultra High Vacuum* en anglais, UHV). Un tel niveau de vide va conditionner le choix du matériau de l'enceinte, du système de pompage, ainsi que de la géométrie de l'enceinte.

## 2.3 Matériau de l'enceinte

Deux facteurs vont principalement entrer en jeu dans le choix du matériau. Le premier, évoqué à l'instant, est de pouvoir atteindre le régime UHV. Pour cela, un étuvage de l'enceinte à des températures allant de 100 à 250°C sera nécessaire, afin d'assurer la désorption tous les gaz se trouvant sur les parois [93]. Des joints plus mous que le matériau de la chambre devront être utilisés, mais le plastique est d'ores et déjà proscrit, en raison de sa basse température de fusion et de son fort taux de dégazage.

De plus, le matériau devra posséder la susceptibilité magnétique  $\chi_m$  la plus faible possible (ou encore une perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  proche de 1 car cette dernière est définie par  $\mu_r = 1 + \chi_m$ ). En effet, durant le cycle de refroidissement par laser, un fort gradient de champ magnétique est appliqué. Si le matériau possède une perméabilité relative importante, il risque de conserver une aimantation rémanente<sup>2</sup>. Or comme nous l'avons vu précédemment, un champ magnétique non homogène risque de provoquer une erreur systématique de la mesure. Les fabricants ne donnent pas de spécifications sur l'aimantation rémanente des différents matériaux. A défaut, nous choisirons les matériaux ayant la plus faible susceptibilité magnétique, car l'aimantation rémanente en dépend.

Enfin, il pourra être intéressant de choisir un matériau de forte résistivité électrique afin de minimiser les courants de Foucault : lorsque le gradient de champ magnétique est brutalement coupé, la variation du flux magnétique provoque une force électro-motrice générant un courant électrique dans les parois de l'enceinte, à l'origine d'un champ magnétique transitoire. Une solution consiste à utiliser le matériau le moins conducteur possible, ce qui limite le courant induit, donc le champ magnétique parasite.

Différents matériaux sont envisageables.

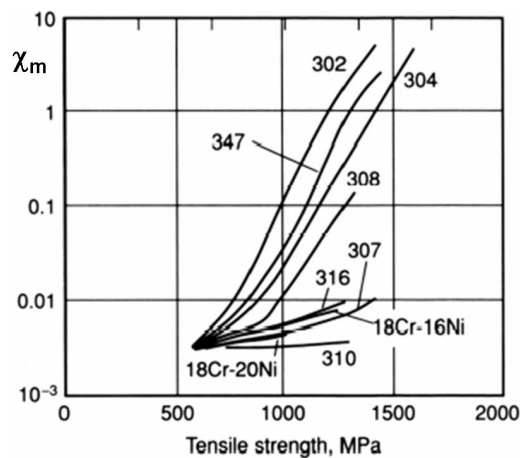
**Le verre** permet de maximiser les accès optiques. Toutefois, l'enceinte en verre doit pouvoir être reliée à des composants métalliques, comme les pompes. Elle peut être soudée à une bride

---

<sup>2</sup>En réalité, seuls les matériaux ferromagnétiques possèdent une aimantation rémanente. Toutefois, de nombreux matériaux existent sous différentes phases, l'une paramagnétique, l'autre ferromagnétique. Dans le cas de l'acier, la phase austénitique peut être transformée en martensite aimantable par simple travail à froid. Ainsi, le choix du matériau pour l'enceinte ne consistera pas simplement à choisir un matériau paramagnétique.

métallique, à l'aide d'un alliage de Fer, Nickel et Cobalt, baptisé Kovar. Malheureusement, cet alliage, contenant plus de 50% de Fer, est fortement aimantable [94].

**L'acier inoxydable** est le matériau le plus couramment utilisé pour réaliser des enceintes UHV. Deux nuances sont principalement utilisées pour ces applications : le 304 et le 316. Lorsque ces matériaux sont travaillés à froid, ils deviennent aimantables [95]. La figure 2.1 présente la perméabilité relative en fonction de la contrainte dans une feuille d'acier progressivement enroulée [95]. Des variantes de l'inox 316, le 316LN et le 316L permettent de réduire davantage la perméabilité du matériau. Néanmoins, il reste aimantable.



**FIG. 2.1** - Perméabilité relative de différentes nuances d'acier inoxydable pour des feuilles ayant été contraintes par enroulement. Figure extraite de [95].

Pour assurer l'étanchéité entre deux parties en Inox de l'enceinte, des joints solides à usage unique peuvent être utilisés. Un couteau est réalisé sur les brides en acier qui vont venir mordre le joint confectionné dans un matériau plus mou. La norme CF (de l'anglais *Conflat Flange*) correspond à un profil de couteau breveté, et utilise des joints en cuivre. C'est la technique la plus répandue pour les chambres UHV. De plus, le cuivre a une faible susceptibilité magnétique [96] :  $\chi_m = -0,64 \cdot 10^{-5}$ .

**L'aluminium** est un métal léger ( $\rho = 2,70 \text{ g.cm}^{-3}$ ) et paramagnétique ( $\chi_m = 1,6 \cdot 10^{-5}$ ). Sa dureté<sup>3</sup> ( $H_V = 15$ ) ne permet pas d'envisager l'utilisation de joints en cuivre ( $H_V = 50$ ). En revanche, des enceintes UHV en aluminium ont déjà été réalisées [97]. Elles utilisent des joints mous en Indium ( $H_V < 10$ ,  $\chi_m = -6,4 \cdot 10^{-5}$ ) que l'on vient écraser entre les brides

<sup>3</sup>La dureté d'un métal est sa capacité à résister à la déformation. On la détermine au moyen d'essais normalisés. Nous utiliserons la dureté de Vickers  $H_V$  qui est déduite de l'empreinte laissée par l'enfoncement d'une pointe de diamant dans le matériau. La dureté est une grandeur sans unité.

en aluminium. Même si une telle chambre ne peut être étuvée à plus de  $155^{\circ}C$ <sup>4</sup>, des vides de  $10^{-7}$  à  $10^{-8}$  Pa ont été atteints.

**Le Titane** Le Titane<sup>5</sup> est un métal plus lourd ( $\rho = 4,5 \text{ g.cm}^{-3}$ ) et plus aimantable ( $\chi_m = 15,3 \cdot 10^{-5}$ ) que l'aluminium, mais moins lourd, moins aimantable, et moins conducteur que l'acier. Sa grande dureté ( $H_V = 350$ ) permet d'exploiter les faces de l'enceinte comme référence pour le montage des optiques du système, et permet d'utiliser des joints de cuivre et tous les composants standards CF. Ceci est d'autant plus intéressant qu'en anticipant sur la partie (2.7), nous souhaiterons minimiser la déformation des faisceaux lasers traversant les hublots, et une méthode originale pourrait permettre d'y parvenir [98]. Cette technique nécessite l'utilisation de joints en cuivre, et de ce fait un matériau plus dur que le cuivre pour l'enceinte.

Un autre argument en faveur du Titane vient de ses propriétés vis-à-vis du vide : il a un taux de dégazage par unité de surface ( $5 \cdot 10^{-9} \text{ Pa.m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ) inférieur à celui de l'acier inoxydable ( $1 \cdot 10^{-8} \text{ Pa.m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ) [99]. De plus le Titane est un métal réfractaire qui, comme le Molybdène, le Tantale ou le Zirconium va emprisonner le gaz à sa surface par chimisorption [93]. Ainsi les parois de l'enceinte en Titane vont permettre d'améliorer la qualité du vide.

Enfin, il est intéressant de noter que son coefficient de dilatation ( $8,9 \mu\text{m.m}^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$ ) est proche de celui du verre BK7 ( $7,0 \mu\text{m.m}^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$ ) [100], ce qui limite les risques de fuite lors des phases d'étuvage.

En définitive, notre chambre sera réalisée en Titane, car c'est un matériau amagnétique, étuvable à plus de  $150^{\circ}C$ , compatible avec la norme CF, et qui absorbe une partie des gaz contenus dans l'enceinte<sup>6</sup>.

## 2.4 Source d'atomes

L'objectif que nous nous sommes fixés à la fin du chapitre précédent est de réaliser une mesure par seconde. Un chargement efficace du piège magnéto-optique sur des temps de l'ordre de  $500 \text{ ms}$  est donc souhaitable. Là encore, différentes techniques sont possibles.

**Vapeur de Rubidium** La pression de vapeur saturante du Rubidium est donnée par l'équation (2.1) et vaut à température ambiante  $P_V = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ . Evaluons le temps de

<sup>4</sup>Cette température correspond au point de fusion de l'Indium.

<sup>5</sup>Les données reportées correspondent à celles de l'alliage le plus répandu, le TA6V, ou Ti-6Al-4V.

<sup>6</sup>Notons au passage que le devis des pièces à réaliser a été demandé pour du Titane et pour de l'acier 316 : le surcoût de l'enceinte en Titane n'était que de 15%.

chargement du PMO à partir d'une telle vapeur de Rubidium. Lorsque le piège est mis en marche, le nombre d'atomes piégés  $N(t)$  est donné par l'équation suivante [89] :

$$\frac{dN(t)}{dt} = R - \frac{N(t)}{\tau_{Rb}} \quad (2.4)$$

où  $R$  est le taux de chargement du PMO et  $1/\tau_{Rb}$  est le taux de collisions avec la vapeur de Rubidium à température ambiante. Si les autres gaz sont en proportion importante, il faudra ajouter leurs taux de collision respectifs  $1/\tau$ . De plus, lorsque le PMO devient dense, les collisions assistées par photon entre atomes du nuage limitent le nombre d'atomes piégés [58, 101, 102]. Un terme en  $-\beta.N(t)^2$  apparaît alors. La solution de notre modèle simplifié est :

$$N(t) = R.\tau_{Rb} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{Rb}}}\right) \quad (2.5)$$

Le temps caractéristique de chargement est donc donné par  $\tau_{Rb}$ , que nous avons déjà exprimé en fonction de la pression résiduelle dans l'équation (2.3). Le nombre final d'atomes dans le PMO est  $N_0 = R.\tau_{Rb}$ . Toutefois, pour les raisons évoquées précédemment, cette valeur n'est pas fiable. Nous pouvons en revanche avoir une idée relativement fidèle du taux initial de chargement à l'origine  $R$ . Il est donné par la relation [89] :

$$R = \frac{n_v.d^2.v_c^4}{2.u^3} \quad (2.6)$$

où  $u = \sqrt{\frac{2.k_B.T}{m}}$  est la vitesse de probabilité maximale pour les atomes non piégés, et vaut  $u = 240 \text{ m.s}^{-1}$  à  $T = 300 \text{ K}$ .  $n_v$  est la densité d'atomes dans la vapeur atomique et vaut  $n_v = 2.10^{16} \text{ m}^{-3}$  à pression de vapeur saturante.  $d$  est le diamètre du faisceau, et  $v_c$  est la vitesse maximale pour qu'un atome puisse être arrêté pendant son trajet dans le faisceau. Ces deux grandeurs peuvent être reliées si l'on considère que  $d$  est la distance nécessaire pour arrêter un atome de vitesse  $v_c$ . On obtient alors l'équation suivante [103] :

$$d = \frac{v_c^2}{2.v_{rec}.r} \quad (2.7)$$

où  $v_{rec}$  est la vitesse de recul associée à l'absorption d'un photon et vaut  $v_{rec} = 5,94 \text{ mm.s}^{-1}$  dans le cas de la transition  $D_2$  du Rubidium.  $r$  est le taux de diffusion, qui s'écrit :

$$r = \frac{p}{2.(1+p).\tau_n} \quad \text{avec} \quad p = \frac{I}{I_{sat}} \frac{1}{1 + 4\frac{\Delta^2}{\gamma_n^2}} \quad (2.8)$$

où  $\tau_n$  est le temps de vie du niveau excité ( $1/\tau_n = \gamma_n \approx 2\pi.6 \text{ MHz}$ ),  $I$  est l'intensité du laser,  $I_{sat}$  est l'intensité de saturation de la transition cyclante du Rubidium, et  $\Delta$  est le désaccord du laser par rapport à cette même transition. Pour fermer le système, il nous reste

à ajouter que le désaccord sera optimum s'il compense l'effet Doppler des atomes ayant une vitesse  $v_c$  :

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot v_c \quad (2.9)$$

Ainsi, connaissant l'intensité et le diamètre de notre faisceau, les équations (2.7), (2.8) et (2.9) nous permettent de calculer la vitesse de capture, et d'en déduire le taux de chargement initial  $R$ . Par exemple, dans une enceinte à pression de vapeur saturante, pour des faisceaux de 20 mm de diamètre, et d'intensité  $I = 2.I_{sat}$ , la vitesse de capture est  $v_c = 14 \text{ m.s}^{-1}$ , et le taux de chargement est d'environ  $R \approx 7.10^9 \text{ atomes/s}$ .

Le tableau 2.1 recense les caractéristiques de quelques pièges magnéto-optiques trouvés dans la littérature.

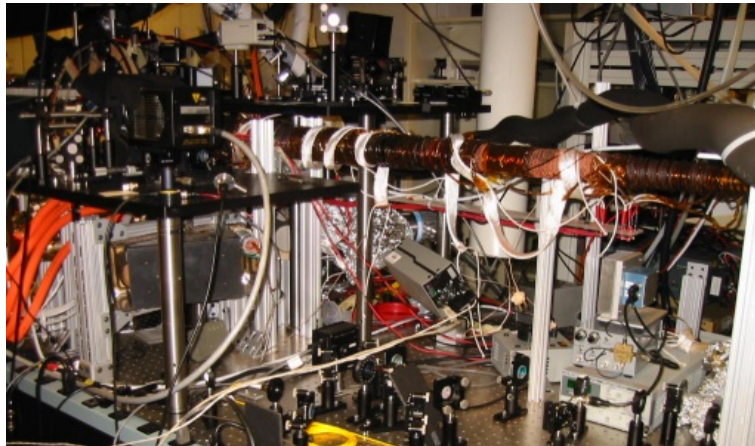
Equipe Expérience	Nombre d'atomes	Temps de chargement	Espèce	Commentaires
Monroe (1990) [89]	$1, 8.10^7$		Cs	
Gibble (1992) [103]	$3, 6.10^{10}$	$1/\tau_{Cs} = 0, 2 \text{ s}$	Cs	Faisceau de 40 mm
Myatt (1996) [104]	$3, 5.10^9$	2 s	Rb	

**Tableau 2.1** - Quelques Pièges Magnéto-Optiques chargés à partir d'une vapeur saturante trouvés dans la littérature.

Cependant, cette technique présente un inconvénient : elle implique d'avoir en permanence au niveau de la zone de refroidissement une pression élevée de Rubidium. Il sera alors nécessaire de réaliser un vide différentiel dans l'enceinte afin que la zone d'interférence ait un niveau de vide bien meilleur. De plus l'indice de réfraction du milieu est alors modifié par la présence de Rubidium, ce qui amène une erreur systématique supplémentaire (voir paragraphe 1.5.2).

**Ralentisseur Zeeman** Afin de ne pas polluer le vide dans la zone de refroidissement, il est possible de réaliser un jet collimaté d'atomes ralentis pour venir charger le Piège Magnéto-Optique. Une technique consiste à partir d'un jet d'atomes chauds que l'on va ralentir par pression de radiation d'un faisceau contra-propageant. Afin que les atomes restent toujours accordés avec le laser, des bobines enroulées autour de l'enceinte à vide créent un désaccord Zeeman qui compense l'effet Doppler [105]. Malheureusement, comme le montre la figure 2.2, ce dispositif est extrêmement volumineux, ce qui est un frein évident à son embarquabilité.

**MOT-2D** Une autre technique consiste à refroidir les atomes dans deux dimensions, en réalisant le même système qu'un piège magnéto-optique, mais en supprimant une paire de faisceaux lasers [108]. Un jet d'atomes refroidis est alors émis le long de cet axe. Une telle



**FIG. 2.2** - Ralentisseur Zeeman : une longue bobine dont le nombre de spires varie spatialement permet de maintenir les atomes à résonance avec le laser de freinage tout au long de la décélération des atomes. Photo de l'expérience de condensats de spineurs de l'équipe de Stamper-Kurn à Berkeley [106, 107].

technique permet d'obtenir des flux atomiques de  $6 \cdot 10^{10}$  *atomes/s* [109]. Un tel dispositif peut être beaucoup plus compact que le ralentisseur Zeeman. Des dispositifs ont ainsi été mis en place dans des cellules de  $20 \text{ cm}^3$  [110].

**Dispenser** Un *dispenser* est une résistance chauffante de 10 à 25 *mm* de long, sur laquelle est chimisorbé un complexe du Rubidium, et contenant 5 à 10 *mg* de Rubidium (voir photo 2.6). Lorsque la résistance est chauffée par un courant de quelques ampères, le Rubidium est libéré dans l'enceinte. L'intérêt d'un tel dispositif est qu'en-dessous de la température d'activation, le Rubidium reste fixé à la paroi, ce qui permet de travailler à des pressions bien inférieures à la pression de vapeur saturante de Rubidium.

Les vitesses de chargement sont en revanche bien inférieures à celles d'un MOT-2D, comme le montre le tableau 2.2, qui recense différentes expériences ayant utilisé des *dispensers*.

Un deuxième inconvénient est la faible quantité de Rubidium contenue. Les *dispensers* peuvent être vidés en 1 heure, s'ils sont traversés par un courant de plus de 7 *A* [111, 112]. Dans des conditions courantes d'utilisation pour le refroidissement atomique, la durée de vie d'un *dispenser* est de quelques années [113].

En définitive, les deux techniques les plus appropriées semblent être, d'une part le MOT-2D car il permet un chargement rapide sans polluer l'enceinte à vide, et le *dispenser* pour sa simplicité de mise en oeuvre et également la possibilité d'avoir un bon niveau de vide. Nous opterons pour l'utilisation de *dispensers*, car cette solution semble plus robuste, plus simple,

Equipe Expérience	Dynamique de chargement	Commentaires
Boulder (1998) [111]	$1,5 \cdot 10^9$ <i>atomes/s</i>	Utilisation en régime continu
Zimmerman (2000) [114]	$2 \cdot 10^7$ <i>atomes</i> en 4 s	Dispenser à 26 mm du piège
Rapol (2001) [92]	$10^8$ <i>atomes</i> en 3,3 s	Pression résiduelle de $1,7 \cdot 10^{-7}$ Pa
IOTA (2003) [115]	$3 \cdot 10^7$ <i>atomes</i> en 4 s	Cycle à 0,1 Hz
Cataliotti (2005) [116]	$8 \cdot 10^7$ <i>atomes</i> en 5 s	
Stamper-Kurn (2005) [117]	$3 \cdot 10^8$ <i>atomes</i>	Système à jet collimaté

**Tableau 2.2** - Dynamique de chargement de pièges magnéto-optiques utilisant des *dispensers*.

et ne requiert pas un surcoût en puissance laser, même si le taux de chargement attendu est beaucoup plus faible. Si ce taux n'est pas suffisant, il sera toujours possible d'utiliser le *dispenser* en mode continu [111], quitte à augmenter la pression dans l'enceinte.

Quatre *dispensers* ont été installés dans l'enceinte et ne sont pas vidés après un an et demi d'utilisation. Les tentatives d'utilisation en régime pulsé se sont avérées infructueuses : en allumant les *dispensers* à une période de 0,5 Hz, et une fois le régime permanent atteint, aucune variation de pression n'est mesurée au niveau des pompes, et le taux de chargement initial du piège magnéto-optique n'est pas non plus modifié. En revanche, les *dispensers* permettent d'imposer la pression de Rubidium désirée dans l'enceinte.

## 2.5 Géométrie de l'enceinte à vide

Nous comptons réaliser une enceinte relativement compacte, mais possédant une zone d'interaction suffisamment grande pour permettre d'atteindre une résolution de  $10^{-8}g$  en monocoup.

### 2.5.1 Tube de chute

Déterminons donc la longueur du tube de chute. Nous avons vu précédemment que la phase de l'interférogramme de sortie est donnée par  $\Phi = k_{eff} \cdot g \cdot T^2$ . Par conséquent une précision relative de  $10^{-8}$  sera réalisée par une mesure telle que :

$$\frac{\delta g}{g} = 10^{-8} = \frac{\delta \Phi}{\Phi} = \frac{2\pi/1000}{k_{eff} \cdot g \cdot T^2} \quad (2.10)$$

en supposant que l'on sait détecter un millième de frange. On trouve alors un temps de demi-chute  $T = 60$  ms. Or l'interféromètre ne commence pas juste au-dessous de la zone de piégeage pour deux raisons. Il faut tout d'abord que les atomes aient atteint une certaine



vitesse en chute libre avant de pouvoir réaliser l'étape de sélection en vitesse (voir paragraphe 1.4.3). De plus, il faut que les atomes se trouvent dans une partie blindée contre le champ magnétique. Il faut donc prévoir un blindage de l'enceinte au niveau de la zone de mesure, et ne pas démarrer l'interféromètre avant d'être entré dans cette zone. Si le tube de chute démarre 5 cm en-dessous du centre du piège, et pour  $T = 60$  ms, la longueur d'interaction correspondante est d'environ 20 cm.

Pour rendre le dispositif plus compact, ou pour augmenter la résolution de l'instrument, les atomes pourront être lancés verticalement dans le sens ascendant. Le temps de chute est alors multiplié par 2. A longueur égale, la précision est multipliée par 4.

Le diamètre du tube de chute sera choisi le plus petit possible afin de minimiser la pression dans la zone de chute. Toutefois, il devra être suffisamment grand pour pouvoir permettre l'expansion thermique du nuage. En prenant une dispersion de vitesse typique après l'étape de refroidissement par gradient de polarisation de  $\sigma_v \approx 2,5.v_{rec}$  (ce qui correspond à une température de 2,5  $\mu K$ ), la vitesse d'expansion du nuage de diamètre  $4.\sigma_v$  est alors de  $v = 60$  mm.s<sup>-1</sup>, et un tube de 16 mm de diamètre interne doit suffire.

Le tube de chute sera entouré d'une bobine afin de générer un faible champ magnétique vertical constant sur toute la chute. Comme nous l'avons vu précédemment, en l'absence de gradient magnétique, un champ constant ne doit pas affecter le résultat en sortie de l'interféromètre (voir paragraphe 1.5.2). De plus, ce champ magnétique est indispensable car il fixe l'axe de quantification des atomes, ce qui permet d'obtenir les règles de sélection en polarisation souhaitées pour les faisceaux Raman (voir le paragraphe 5.1.2).

Enfin, pour limiter les perturbations liées à d'autres champs magnétiques extérieurs, et surtout éviter l'effet d'un gradient de champ magnétique, un blindage du tube sera réalisé. Il utilisera un métal de très forte perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ . En effet, les équations de Maxwell à l'interface entre l'air et un milieu de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  sont<sup>7</sup> :

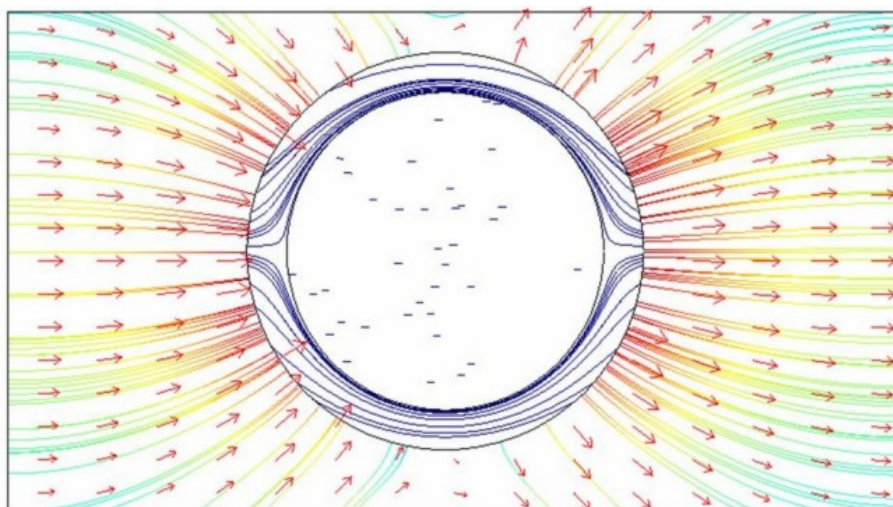
$$\begin{cases} B_n^{metal} &= B_n^{vide} \\ \vec{B}_t^{metal} &= \mu_r \vec{B}_t^{vide} \end{cases} \quad (2.11)$$

Il apparaît ainsi que, pour un matériau ayant une très forte perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ , les lignes de champ vont être canalisées dans le métal, et ne le traverseront donc pas. La figure 2.3 présente les lignes de champ magnétique pour un champ magnétique extérieur constant à l'approche d'une enceinte circulaire d'un métal ayant une forte perméabilité relative. Le champ magnétique résiduel à l'intérieur de l'enceinte est alors très faible. Nous utiliserons donc des feuilles de mu-métal, un alliage à base de Nickel, de perméabilité magnétique  $\mu \approx 10^5 \mu_0$ , enroulées autour du tube de chute.

Cependant, du fait de sa forte perméabilité magnétique, le blindage est également aimantable. Il faut donc installer des bobines autour du blindage afin de désaimanter le mu-métal

---

<sup>7</sup>Dans la mesure où les courants de surface sont négligeables.



**FIG. 2.3** - Lignes de champ magnétique à l'approche d'un matériau de forte perméabilité relative. Simulation réalisée avec le logiciel Femlab.

de temps en temps<sup>8</sup>, et prévoir plusieurs épaisseurs de blindage afin que les couches les plus proches du tubes soient le moins exposées possible à un champ magnétique.

## 2.5.2 Zone de refroidissement

Une fois déterminée la géométrie du tube de chute, nous nous intéressons à la zone de refroidissement. Afin d'obtenir le bon nombre d'accès optiques, une géométrie en forme octogonale a été adoptée (voir figure 2.4). Elle permet d'avoir un hublot pour les faisceaux Raman le long de l'axe vertical, ainsi que six hublots sur des axes orthogonaux pour les faisceaux du piège magnéto-optique (un axe à l'horizontale, et deux axes à  $45^\circ C$  de la verticale). Il reste alors un axe pour l'installation d'un système de détection.

La taille des faisceaux de piégeage va déterminer celle des hublots, et donc de l'enceinte du PMO. Cette taille résultera d'un compromis. Plus le faisceau sera grand, plus la vitesse de capture, c'est-à-dire la vitesse maximale que pourra avoir un atome en entrant dans la zone de capture pour être piégé, sera importante. En revanche, cela nécessitera une puissance plus importante pour conserver une intensité lumineuse supérieure à l'intensité de saturation. Nous optons pour des faisceaux de  $20\text{ mm}$  de diamètre, ce qui nécessite des hublots de type CF40. En prévoyant d'installer des barres sur chaque face afin de fixer l'arrivée des fibres optiques, ainsi que l'optique de collimation des faisceaux, nous déduisons la taille des faces de l'enceinte. L'octogone aura donc des arêtes de  $80\text{ mm}$ .

<sup>8</sup>Ce procédé consiste à générer à l'aide d'une bobine traversée par un courant alternatif, un champ magnétique oscillant qu'on fait décroître progressivement. L'aire du cycle d'hystérésis d'aimantation du mu-métal tend alors progressivement vers 0.

Les bobines de gradient de champ magnétique doivent être placées en configuration Anti-Helmholtz, c'est-à-dire que les bobines sont traversées par des courants de signe opposé. La distance séparant les bobines est prise égale au rayon des bobines. Cette configuration correspond au gradient le plus fort pour un courant donné, comme le montre la figure 2.5. Afin de rapprocher le plus possible les bobines, pour minimiser le courant les traversant, des gorges de 15 mm de profondeur ont été réalisées sur l'enceinte. Du fil de cuivre de 0,56 mm de diamètre a été enroulé sur un tore en téflon afin d'être introduit dans la gorge. On obtient finalement des bobines de 69 tours, de rayon moyen 70 mm, distantes également de 70 mm. L'expression du gradient axial (c'est-à-dire le long de l'axe des bobines) est alors  $B' \approx 1,7.I$ , où le gradient est exprimé en  $G.cm^{-1}$ , et le courant  $I$  est en  $A$ . Pour un fonctionnement typique en continu à 7 A, la température du fil s'élève à 40°C.

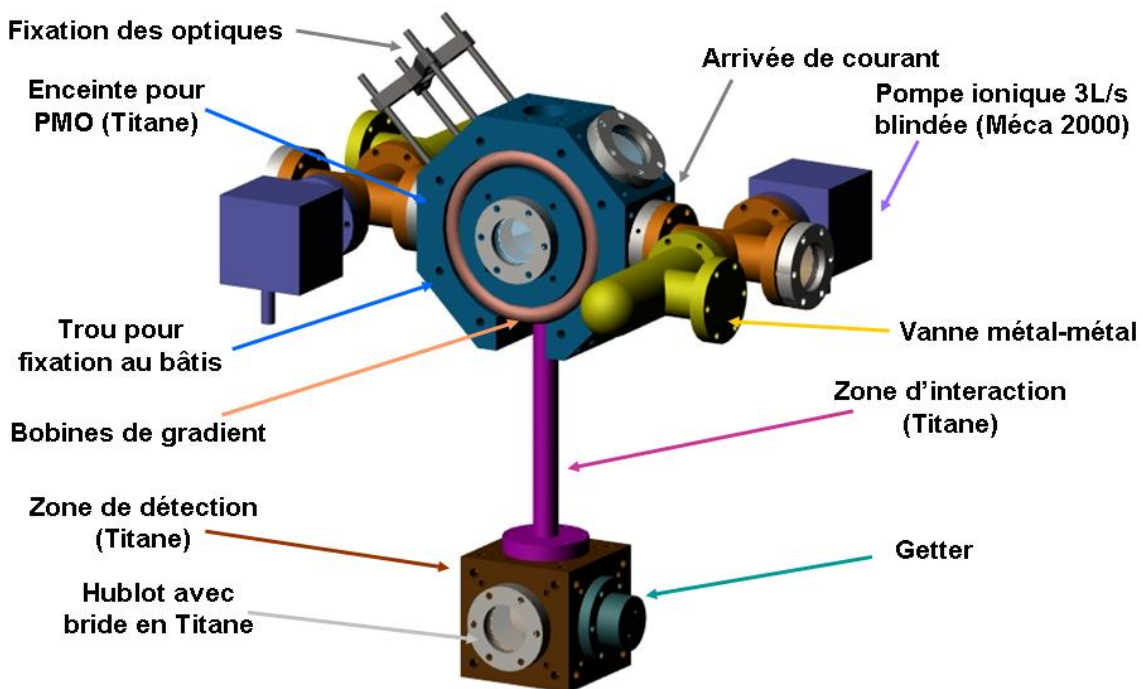


FIG. 2.4 - Vue isométrique de l'enceinte à vide.

**Effet d'un champ magnétique résiduel sur le refroidissement** Expliquons pourquoi il est nécessaire de compenser le champ magnétique terrestre ainsi que le champ occasionné par les pompes ioniques au niveau de la zone de piégeage. Si un champ magnétique résiduel ne

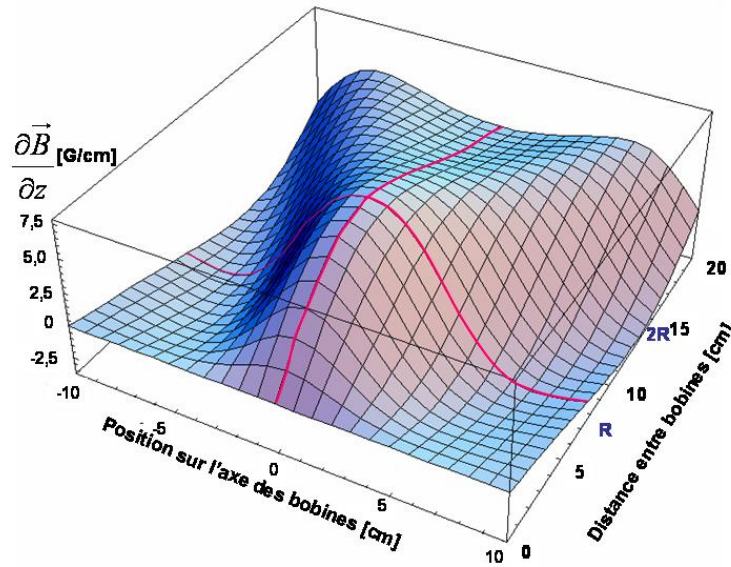
pose pas a priori de problème lors de la phase de piégeage magnéto-optique<sup>9</sup>, il est beaucoup plus gênant durant la phase de mélasse optique pour une configuration  $\sigma^+ - \sigma^-$  [118, 119, 120]. En effet, un champ magnétique longitudinal  $B$  centre la force de friction autour d'une vitesse  $v_D$  telle que l'effet Doppler compense le déplacement du niveau fondamental par effet Zeeman :

$$k.v_D = -\frac{\mu_B \cdot g_F \cdot B}{\hbar} \quad (2.12)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde du laser,  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr, et  $g_F$  est le rapport gyromagnétique hyperfin de l'état fondamental. Dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$  ( $g_{F=3} = 1/2$ ), cette dépendance au champ magnétique est :

$$\frac{dv_s}{dB} = 54 \text{ cm.s}^{-1} \cdot \text{G}^{-1} \quad (2.13)$$

Il est donc souhaitable d'avoir un champ magnétique résiduel inférieur à  $10 \text{ mG}$  pour obtenir une vitesse moyenne des atomes inférieure à la vitesse de recul.



**FIG. 2.5** - Gradient de champ magnétique en configuration Anti-Helmholtz : le gradient est maximum pour une distance entre bobines correspondant à leur rayon ( $R = 7 \text{ cm}$ ).

Un deuxième effet associé au champ magnétique longitudinal provoque également un échauffement du nuage si le rapport gyromagnétique hyperfin de l'état excité  $g_{F'}$  est différent de celui de l'état fondamental  $g_F$ . Dans ce cas, une dispersion de vitesse  $\Delta v$  apparaît :

$$k \cdot \Delta v = -\frac{\mu_B \cdot (g_{F'} - g_F) \cdot B}{\hbar} \quad (2.14)$$

<sup>9</sup>Le gradient de champ est tellement fort qu'un champ résiduel ne fait que déplacer la position du centre du piège.

Dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$  ( $g_{F'=4} = 1/3$ ), cet effet est trois fois plus faible que le précédent. En pratique [120], un champ résiduel inférieur à  $2\text{ G}$  suffira pour ne pas échauffer le nuage. Notons que ces lois correspondent à une situation unidimensionnelle, avec un champ magnétique longitudinal. Il se peut donc que le comportement varie dans un cas à trois dimensions.

Deux techniques sont alors possibles pour éliminer le champ magnétique au centre du piège. La première consiste à réaliser un blindage, comme au niveau du tube de chute. Cette technique est préférable pour un instrument embarqué, car le champ magnétique est susceptible de varier en fonction de l'environnement.

Toutefois, dans le cas d'un prototype de laboratoire, nous préférons utiliser trois paires de bobines orthogonales en configuration Helmholtz, afin de compenser le champ magnétique. Ce dispositif permettra de conserver un accès à l'enceinte en fonctionnement courant. Ces bobines seront placées relativement loin du centre du piège ( $\approx 30\text{ cm}$ ) afin d'obtenir un champ homogène.

### 2.5.3 Zone de détection

Placée sous le tube de chute, la zone de détection doit laisser un hublot sur la face du bas pour les faisceaux Raman. Elle doit posséder un système de pompage propre, ainsi que des accès optiques afin d'imager le nuage d'atomes, soit par fluorescence, soit par absorption. Un cube ou une croix à 6 branches en CF40 sont deux solutions envisageables. Toutefois, comme nous souhaitons pouvoir fixer l'optique de détection sur l'enceinte, l'utilisation d'un cube permettra d'installer des barres de fixation.

### 2.5.4 Traversée de courant étanche

Ayant opté pour des *dispensers* de Rubidium, des traversées de courant seront nécessaires. L'étude menée précédemment (section 2.4) a montré que la source d'atomes doit être placée relativement proche de la zone de piégeage. Les traversées les plus répandues sont fabriquées à partir de brides pleines. Elles ont l'inconvénient, dans notre cas, d'utiliser une des faces de l'octogone, et donc de supprimer un hublot d'observation.

Nous avons opté pour des brides creuses où les traversées de courant sont placées perpendiculairement à l'axe. Ces brides permettent de conserver l'axe optique de l'enceinte. En revanche, la traversée étanche, réalisée par soudure d'une bille de molybdène, est fragile. Comme le montre le schéma de l'enceinte (figure 2.4), deux traversées étanches seront installées de part et d'autre de la zone de piégeage. Ces éléments étant suffisamment éloignés à la fois de la zone de forts champs magnétiques, et de la zone d'interférence, ils pourront être réalisés en Inox (comme le reste des pièces du dispositif d'ailleurs).

Nous avons décrit jusqu'à présent les parties spécifiques à notre expérience d'interférométrie atomique. Il faut à présent installer le dispositif de pompage, et prévoir les vannes permettant de réaliser le pompage primaire. Ces parties seront malheureusement inévitablement volumineuses, et utiliser des composants en CF16, c'est-à-dire plus fins, diminuerait la conductance donc l'efficacité du système de pompage.

## 2.6 Système de pompage

Nous souhaitons atteindre des pressions de l'ordre de  $10^{-8}$  Pa. Le gaz est alors en régime moléculaire, c'est-à-dire que le libre parcours moyen des atomes est très supérieur aux dimensions de l'enceinte. Ainsi, chaque atome suit une trajectoire balistique et ne rencontre que très rarement un autre atome du gaz. Sa température est définie par thermalisation avec les parois.

Différents systèmes de pompage sont utilisés en fonction du régime de vide atteint. Une première phase, dite de pompage primaire, permettra d'atteindre le régime moléculaire. Le système sera ensuite séparé de l'enceinte car, si tout se passe bien, il ne doit servir qu'une fois. Le maintien du vide à très basse pression sera assuré par un système de pompes qui, elles, resteront en permanence en fonctionnement. Ces pompes devront être les plus compactes et les plus économiques possibles.

**Les différentes phases de pompage** Le premier système de pompage est constitué d'une pompe à palettes en série avec une pompe turbomoléculaire. La pompe à palettes permet d'atteindre une pression de  $10^{-1}$  Pa. La pompe turbomoléculaire se met alors en marche. Il s'agit d'une série de turbines tournant à 70 000 *tours/min* et dont les pales sont orientées de façon à accélérer vers l'échappement de la pompe les molécules les touchant. Lorsqu'une pression de  $10^{-5}$  Pa est atteinte, une pompe ionique d'un débit de  $60$  L.s<sup>-1</sup> est également mise en marche : elle est constituée d'électrodes dont la différence de potentiel ionise les atomes. Un fort champ magnétique permanent permet d'augmenter la trajectoire des ions et des électrons afin d'ioniser d'autres atomes. Les ions sont accélérés vers les électrodes où ils s'enfouissent dans une matrice de Titane. Le courant généré permet alors de déduire la pression au niveau de la pompe.

Pour atteindre des niveaux de vide encore plus poussés, il faut non seulement que l'enceinte ne possède pas de fuite, mais il faut également limiter le dégazage des parois. Pour cela, l'enceinte est étuvée pendant 15 jours à  $170^{\circ}\text{C}$ , afin d'assurer la désorption tous les gaz fixés aux parois, notamment l'eau. La redescende en température se fait lentement ( $8^{\circ}$  par heure), afin de pouvoir resserrer les brides si la contraction des matériaux fait apparaître des fuites. Après étuvage, une pression de  $7,2 \cdot 10^{-8}$  Pa est atteinte.

**Dimensionnement du système de pompage** Afin de choisir le dispositif de pompage le plus adapté à notre système, c'est-à-dire le plus petit permettant d'atteindre les  $10^{-8} Pa$ , nous pouvons calculer le taux de pompage nécessaire pour équilibrer le dégazage des parois. La variation de la quantité de gaz présente dans l'enceinte est égale à la différence entre le flux gazeux  $q_G$  et le flux pompé  $q_{Ve.p}$  [121] :

$$V \cdot \frac{dp}{dt} = q_G - q_{Ve.p} \quad (2.15)$$

où  $V$  est le volume de l'enceinte (en  $m^3$ ),  $q_{Ve}$  est le débit volume effectif du système de pompage (en  $m^3/s$ ) à la pression  $p$  (en  $Pa$ ). L'état stationnaire correspond au régime où le pompage équilibre le dégazage (en l'absence de fuite).

Estimons tout d'abord le flux de gaz dans notre enceinte : le tableau 2.6 recense la surface totale de l'intérieur de la chambre en fonction du matériau utilisé. Les taux de dégazage de l'acier et du Titane sont disponibles dans la littérature [99]. Les valeurs correspondent au dégazage après pompage pendant 50 heures. On peut estimer grossièrement le taux de dégazage après 15 jours d'étuvage [121] comme étant 50 fois plus faible. Le dégazage de nos hublots en verre n'est en revanche pas connu, car ils sont traités anti-reflet, et le dégazage des hublots sera dominé par le dégazage du traitement anti-reflet, dont nous ignorons la valeur. Nous supposons, pour le calcul, qu'il dégaze 5 fois plus que l'Inox, même si cela est sûrement excessif.

	<b>Titane</b>	<b>Inox</b>	<b>Verre</b>
Surface [ $m^2$ ]	0,103	0,077	0,018
Taux de dégazage [ $Pa.m^3.s^{-1}.m^{-2}$ ]	$1.10^{-10}$	$2.10^{-10}$	$1.10^{-9}$ (supposé)
Flux de gaz [ $Pa.m^3.s^{-1}$ ]	$1.10^{-11}$	$1,54.10^{-11}$	$1,8.10^{-11}$
Flux total	$4,4.10^{-11} Pa.m^3.s^{-1}$		

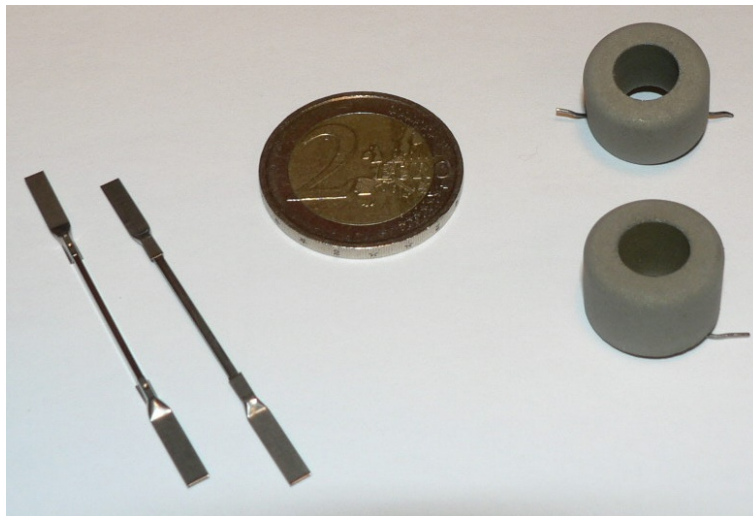
Afin d'estimer la capacité de pompage dont nous avons besoin, nous utilisons l'équation (2.15) en régime stationnaire. Pour simplifier le calcul nous ne tenons pas compte de la conductance des tuyaux. Pour obtenir une pression de  $10^{-8} Pa$ , il nous faut alors une capacité de pompage de  $4 L/s$ .

Toutefois, il faut également tenir compte du Rubidium libéré en quantités importantes lorsque les *dispensers* sont activés. Il sera donc nécessaire de prévoir une capacité de pompage plus importante. Nous n'avons également pas tenu compte de la géométrie de l'enceinte dans notre calcul. Il paraît logique de placer les pompes à proximité de la zone d'émission de Rubidium, c'est-à-dire près des *dispensers*. Ces derniers sont placés de façon à libérer le

Rubidium vers la zone de refroidissement, sans toutefois arriver en incidence directe sur le centre du piège. Les pompes sont placées à l'opposé de la zone de refroidissement par rapport aux *dispensers*.

Enfin, il est nécessaire de placer une pompe au bas de l'enceinte, car compte-tenu de la faible conductance du tube de chute le pompage de la zone de détection serait peu efficace. Nous présentons à présent les pompes qui ont été choisies.

**Pompe ionique** Lors de l'étuvage nous avons utilisé une pompe ionique d'une capacité de 60  $L/s$ . Cette pompe est malheureusement lourde et volumineuse, ce qui la rend impropre à une application embarquée. La société Méca 2000 a en revanche développé des pompes ioniques compactes pour la mission d'horloge atomique spatiale PHARAO<sup>10</sup>. D'une capacité de 3  $L/s$ , ces pompes ont un blindage en mu-métal afin de minimiser le champ magnétique parasite. En tenant compte du blindage, cette pompe pèse 1,5  $kg$  et occupe un volume de 0,6  $L$ . Deux pompes sont installées sur l'enceinte de part et d'autre de la zone de piégeage. Elles sont reliées au reste de l'enceinte par l'intermédiaire d'une croix, permettant d'une part de conserver l'axe optique, et fournissant d'autre part une bride supplémentaire pour pouvoir relier le dispositif de pompage primaire, ou tout autre appareil d'analyse.



**FIG. 2.6** - *Dispenser* de Rubidium (gauche) et *getter* en poreux de Zirconium (droite).

**Getter** La société SAES getters commercialise des tores poreux d'environ 1  $cm$  de diamètre à partir de poudre de Zirconium (voir photo 2.6). Le principe de ces composants passifs est d'utiliser les propriétés d'adsorption des métaux réfractaires. De plus, pour maximiser la surface de contact, le matériau utilisé est poreux.

<sup>10</sup>Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite.



Le *getter* subit d'abord une étape d'activation, où il est chauffé à  $450^{\circ}\text{C}$  à  $10^{-1}\text{ Pa}$  pendant 10 minutes, afin d'enlever la couche de passivation faite d'oxydes. Son taux de pompage est alors de l'ordre de  $1\text{ L/s}$ . Ce taux varie en fonction de l'espèce et de la température. Ainsi pour  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$  et  $\text{N}_2$ , molécules qui ne sont adsorbées qu'en surface à température ambiante, le taux de pompage sera largement supérieur une fois le *getter* chauffé à  $150^{\circ}\text{C}$ , car les espèces gazeuses pourront alors diffuser au coeur du poreux. Au contraire, le  $\text{H}_2$  qui est fixé au poreux sous forme de solution solide, va être en équilibre thermodynamique avec le  $\text{H}_2$  gazeux dans l'enceinte. Ainsi, si la température augmente, la pression de  $\text{H}_2$  augmentera dans l'enceinte.

Nous avons placé un *getter* dans la zone de détection. Etant données la simplicité et la compacité de ce système de pompage, nous pourrions être tentés de remplacer les pompes ioniques par plusieurs *getters*. Toutefois ces derniers pompent très mal les gaz rares. Elles ne suffiraient donc pas à garantir un bon niveau de vide.

L'installation des trois pompes nous permet de maintenir, lorsque les *dispensers* ne sont pas en fonctionnement, le vide de  $7.10^{-8}\text{ Pa}$  réalisé avec la pompe turbo-moléculaire et la pompe ionique de  $60\text{ L.s}^{-1}$ . Cette mesure vient du courant des pompes ioniques. Nous ne connaissons donc pas la pression ni dans le tube de chute, ni au niveau du cube de détection. Durant la suite de nos travaux, seules les deux pompes ioniques  $3\text{ L.s}^{-1}$  et le *getter* ont été utilisés pour maintenir le niveau de vide dans l'enceinte.

## 2.7 Déformation du front d'onde par les hublots

### 2.7.1 Problématique

Le passage des faisceaux dans l'enceinte à vide est un autre point technique délicat. Il est possible de réaliser des traversées étanches de fibre amenant directement le faisceau dans l'enceinte à vide. Cette technique a notamment été adoptée par la société Sodern dans le cadre de la mission PHARAO [122]. Un tel système ne permettrait que très peu de réglages sur les faisceaux, ce qui serait préjudiciable à notre prototype qui doit nous permettre de déterminer la configuration optimale d'un modèle embarquable.

Nous optons donc pour une technique plus conventionnelle où des hublots sont fixés à l'enceinte. Les faisceaux sont amenés sur les axes par des fibres monomodes à  $780\text{ nm}$  à maintien de polarisation (*Polarization Maintaining* en anglais, PM). Des barres de fixation en dural, reliées à l'enceinte permettent d'installer, entre la sortie de fibre et le hublot, la lame quart-d'onde permettant d'obtenir la polarisation circulaire désirée, ainsi que la lentille de focale  $f = 120\text{ mm}$ . L'ouverture numérique de la fibre, qui a été mesurée à l'aide d'un

imageur de faisceau<sup>11</sup>, est de  $N.A. = 0,10$  (voir figure 2.7). Ainsi, la lentille focalise un faisceau de  $24\text{ mm}$  de diamètre (en  $1/e^2$ ). En sortie d'enceinte, une lame quart-d'onde suivie d'un miroir permet d'obtenir le faisceau contra-propageant avec sa polarisation inversée.

Une configuration utilisant six faisceaux indépendants plutôt que trois faisceaux rétro-réfléchis, peut permettre un meilleur équilibrage des puissances lumineuses. Des températures plus basses sont ainsi susceptibles d'être atteintes en phase de mélasse optique. Toutefois, l'utilisation de faisceaux rétro-réfléchis permet de doubler l'intensité lumineuse du piège magnéto-optique. De plus, comme nous le verrons ultérieurement (paragraphe 4.3), la répartition d'un faisceau fibré sur plusieurs fibres est une étape délicate. Nous préférons donc ne réaliser qu'une division par 3 plutôt qu'une division par 6.

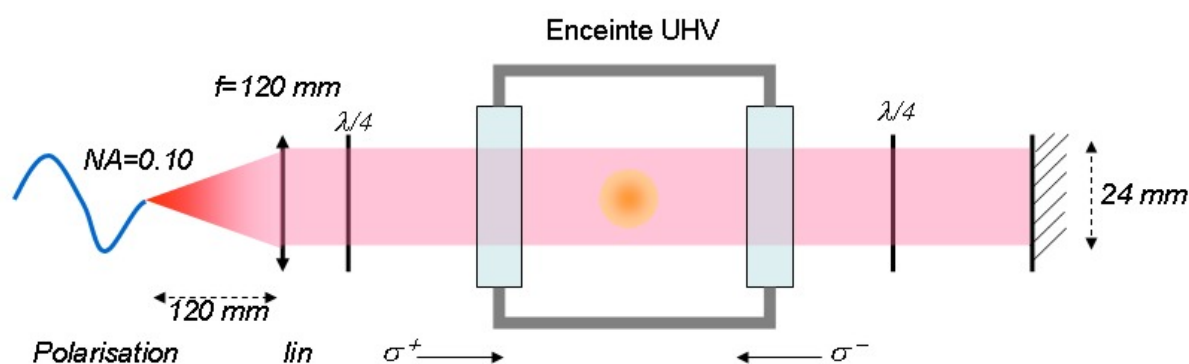


FIG. 2.7 - Montage optique préparant les faisceaux lasers avant d'entrer dans l'enceinte.

Cependant l'adjonction de hublots sur l'enceinte à vide pose certains problèmes. Les hublots disponibles dans le commerce sont généralement réalisés par soudure du verre sur le métal à l'aide de Kovar, afin de compenser la différence des coefficients de dilatation thermique. Cette technique présente deux inconvénients. Tout d'abord le Kovar est un alliage de ferromagnétique de Fer, Nickel et Cobalt. En-dessous de sa température de Curie ( $T_C = 435^\circ\text{C}$ ), il possède un champ magnétique rémanent [94]. De plus, lors de la soudure, l'extrémité des hublots est chauffée à très haute température, provoquant une déformation importante du hublot.

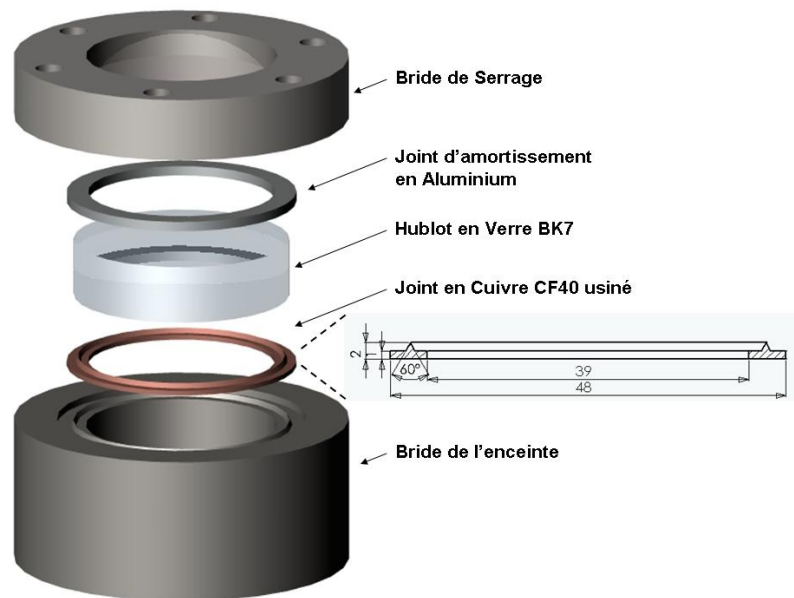
Pour remédier à ce problème, différentes techniques ont été proposées par le passé : Holleville [97] s'est affranchi de la soudure verre-métal en pressant le hublot contre l'enceinte à vide. L'étanchéité du système est assurée par un joint mou en Indium. Si cette technique n'utilise plus de matériau magnétique, la contrainte exercée sur le hublot en revanche a mené à des hublots de qualité  $\lambda/2,5$ . Pour minimiser les contraintes, il a alors eu recours à une

<sup>11</sup>Le rayon  $w(z)$  du faisceau gaussien est mesuré à  $1/e^2$  en intensité. Il est ensuite divisé par la distance parcourue pour donner l'ouverture numérique. Cette valeur peut varier de 30% par rapport à la valeur donnée dans les spécifications des fabricants de fibre, qui définissent souvent  $N.A. = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ , où  $n_c$  et  $n_g$  sont respectivement les indices de réfraction du cœur et de la gaine.

colle Epotek spécialement conçue pour le vide. Moins contraints, les hublots ont alors une qualité de  $\lambda/16$ . En revanche, il arrive que la colle en vieillissant dégaze et provoque des fuites.

### 2.7.2 Méthode par joint usiné

La technique que nous avons adoptée a été testée par Kasevich & Noble en 1994 [98]. Elle consiste, comme le montre la figure 2.8, à écraser un joint de cuivre entre le hublot en verre et la bride CF de l'enceinte. La pression est exercée sur le hublot par une bride CF. Pour amortir la contrainte, un joint d'aluminium est placé entre la bride de serrage et le verre. Afin de mieux assurer l'étanchéité entre le joint de cuivre et le verre, un couteau est préalablement usiné sur le joint de cuivre. Cette technique n'utilise pas de matériau magnétique, et Kasevich avait mesuré à l'aide de polariseurs croisés une biréfringence induite de 0,01%.



**FIG. 2.8** - Méthode de serrage de hublot proposée par Kasevich [98]. Un couteau est réalisé sur un joint de cuivre. Ce joint est placé entre un hublot en verre et la bride CF de l'enceinte. Le verre est pressé contre l'enceinte par une bride. La pression est amortie par un joint d'aluminium.

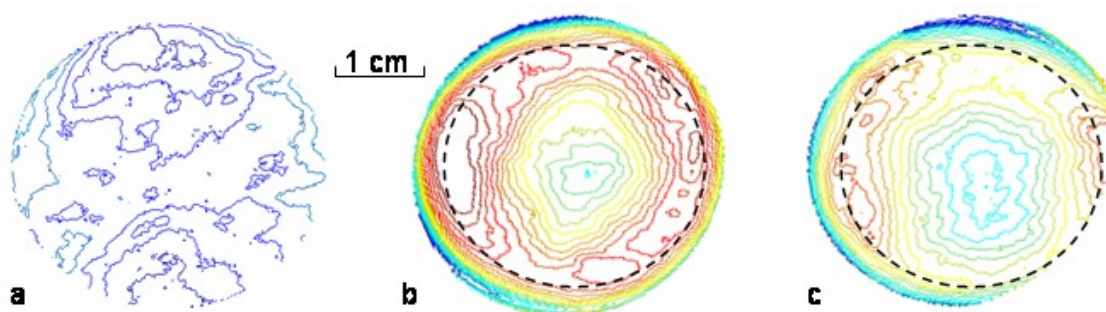
Cette méthode a été utilisée pour les 13 hublots de notre enceinte. Des joints conventionnels CF40 ont été usinés suivant le dessin technique représenté figure 2.8. Nous avons recuit une partie de ces joints. Le fait de recuire le cuivre le rend plus mou, et nous espérions ainsi serrer moins fort les hublots pour écraser le couteau de cuivre contre le verre, minimisant ainsi les contraintes dans le verre.

Avant d'installer tous les hublots, nous avons testé la méthode et les différents joints sur le cube de détection. Trois hublots ont été installés, deux avec des joints non recuits, et un avec

joint recuit. Nous avons relié le cube à un détecteur de fuites à l'Helium d'une sensibilité de  $10^{-8} Pa.L.s^{-1}$ , et serré les hublots à l'aide d'une clé dynamométrique jusqu'à ne plus détecter de fuites. Ainsi, la force appliquée sur chaque hublot est la plus faible permettant d'assurer l'étanchéité du système. Les couples obtenus sont de 3  $N.m$  par vis pour les joints non recuits, et de plus de 6  $N.m$  par vis sur les joints recuits.

### 2.7.3 Déformation du front d'onde

Le cube a alors été ramené à pression atmosphérique pour réaliser une mesure de déformation de front d'onde des différents hublots à l'analyseur de front d'onde Zygo de l'Institut d'Optique. La figure 2.9 montre les défauts de front d'onde d'un hublot qui n'a pas été scellé (a), du hublot scellé sur joint recuit avec un couple de 6  $N.m$  par vis (b), et d'un hublot scellé sur joint non recuit avec un couple de 3  $N.m$  par vis (c).



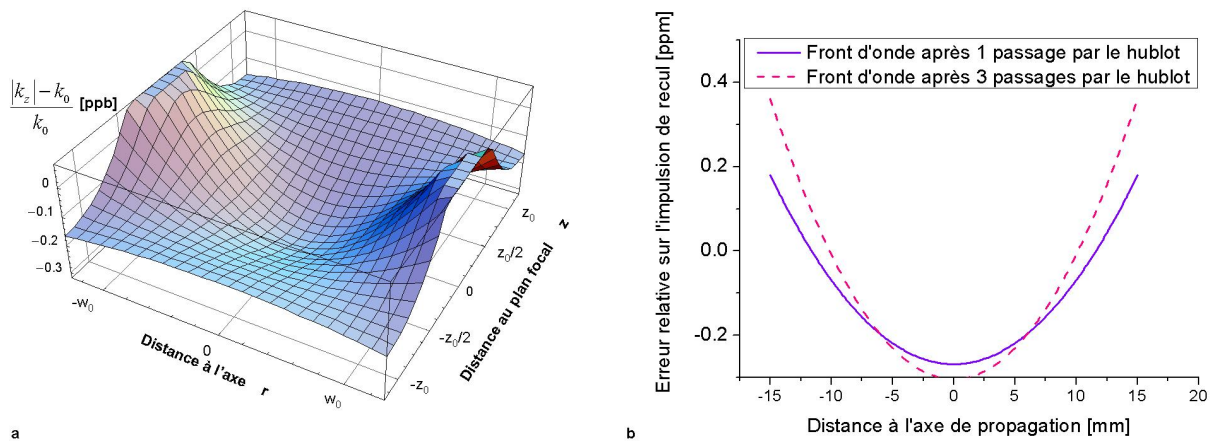
**FIG. 2.9** - Mesure des défauts de fronts d'onde. Les lignes de niveaux sont séparées de  $\lambda/100$ . (a) Hublot non scellé. (b) Hublot scellé sur un joint recuit avec un couple de 6  $N.m$  par vis. (c) Hublot scellé sur un joint non recuit avec un couple de 3  $N.m$  par vis. La ligne pointillée représente la zone centrale de 28  $mm$  de diamètre.

La mesure du hublot non scellé (a) indique une qualité de  $\lambda/94 rms$  et une amplitude maximale de  $\lambda/16$  avant serrage. Les deux hublots scellés (b et c) ont certaines caractéristiques communes : sur la partie extérieure, le front d'onde est très déformé. En pratique, cela limite la zone utile du hublot à une région centrale de 28  $mm$  de diamètre. De plus, le front d'onde présente une anisotropie. Ce phénomène sera expliqué plus loin dans ce chapitre. Enfin, on constate que le hublot scellé avec un joint recuit déforme plus le front d'onde que le hublot sur joint non recuit : sur la totalité du hublot, le hublot sur joint recuit présente une déformation de  $\lambda/27 rms$  et d'amplitude maximale  $\lambda/4$  tandis que le hublot sur joint non recuit a une déformation  $\lambda/33 rms$ , d'amplitude maximale  $\lambda/6$ . Aussi, pour l'assemblage complet de l'enceinte, les joints recuits ne seront pas utilisés.

### 2.7.4 Impact sur la mesure de pesanteur

Connaissant la déformation du front d'onde occasionnée par les hublots, il est à présent possible de donner une estimation de l'erreur commise sur la mesure de pesanteur. Pour cela nous utilisons le résultat de A. Wicht [77], qui précise que l'impulsion de recul transférée à l'atome correspond au gradient de la phase de l'onde laser.

Nous supposons que les deux faisceaux gaussiens à  $780 \text{ nm}$  ont le même waist  $w_0 = 10 \text{ mm}$  et suivent la même trajectoire, ce qui semble raisonnable puisqu'ils sortiront de la même fibre. La longueur de Rayleigh correspondante est  $z_0 = \frac{\pi \cdot w_0^2}{\lambda} = 400 \text{ m}$ . La formule de A. Wicht permet d'estimer l'écart relatif entre l'impulsion de recul totale  $\hbar \cdot k_0$  et sa projection sur l'axe des faisceaux  $\hbar \cdot k_z$ . Cet écart est représenté sur la figure 2.10.a en fonction de la distance à l'axe optique  $r$ , et la distance au plan focal  $z$ .

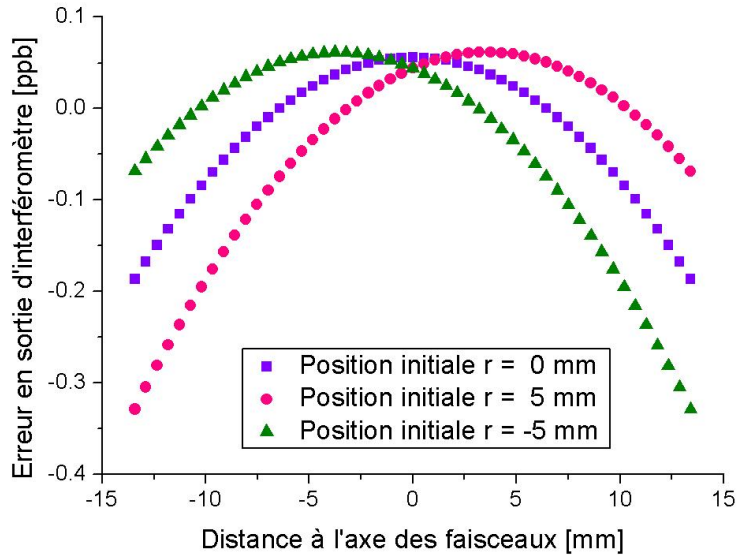


**FIG. 2.10** - Modification relative de l'impulsion de recul. a - Variation relative de la composante colinéaire à l'axe de propagation ( $z$ ) d'un faisceau gaussien. b - Modélisation des faisceaux propageant et réfléchi sous forme de fronts d'ondes de courbure équivalente à celle de faisceaux gaussiens de waist  $w_0 = 10 \text{ mm}$ , et situés à une distance au plan focal de  $z_0/8,5$  et  $z_0/2,6$ .

En anticipant sur l'étude du chapitre suivant, nous pouvons donner une estimation de l'impact de la qualité des hublots sur la mesure de pesanteur. Pour cela, nous utilisons les mesures de déformation du front d'onde présentées au paragraphe 2.7. Nous partons d'un front d'onde supposé relativement plan, ce qui correspond au faisceau gaussien dans le plan focal. Nous verrons plus loin que le passage à travers le hublot va accroître la courbure du front d'onde. Ainsi, après un simple passage du faisceau à travers le hublot, le front d'onde peut être modélisé par celui d'un faisceau gaussien à une distance  $z_0/8,5$  du plan focal. Pour le faisceau réfléchi, il faut tenir compte de la propagation supplémentaire, ainsi que de deux passages dans un hublot. Compte tenu de la faible distance parcourue par le faisceau comparée à la longueur de Rayleigh, nous ne considérerons que le double passage à travers le

hublot déformé. Ce dernier est équivalent au profil de phase du même faisceau gaussien à une distance  $z_0/2,6$  par rapport au plan focal. La figure 2.10.b représente l'erreur sur l'impulsion de recul pour l'onde propageante et l'onde réfléchiée en fonction de la distance à l'axe optique.

A l'aide de ce modèle, il est possible de déterminer le biais en sortie d'interféromètre. Nous considérons un atome partant d'une position initiale  $r_0$  et animé d'une vitesse transverse  $v_T$  associée à sa température. L'atome subira donc des impulsions de recul différentes pour les trois impulsions Raman, car il se situera à différentes positions du front d'onde aux trois instants. La figure 2.11 présente la distribution radiale du biais en sortie d'interféromètre, pour un temps  $T_m = 100 \text{ ms}$  avant d'entrer dans l'interféromètre, un temps  $T_0 = 100 \text{ ms}$  entre les lames séparatrices, et pour trois positions initiales  $r_0 = 0 \pm 5 \text{ mm}$ .



**FIG. 2.11** - Erreur relative sur la mesure de pesanteur associée à la déformation des fronts d'onde par les hublots.

On constate une faible dépendance à la position initiale des atomes. L'erreur sur la mesure varie sur un diamètre de  $30 \text{ mm}$  de  $0,4 \mu\text{Gal}$ .

### 2.7.5 Modélisation

Une modélisation mécanique de notre système à l'aide du logiciel Femlab permet de déduire les contraintes dans le hublot en verre. Il est alors possible de déduire la variation d'indice de réfraction du matériau associée au stress dans le matériau. En intégrant cet indice de réfraction le long du trajet optique, la déformation du front d'onde peut être déduite.

La première étape de la modélisation consiste donc à obtenir les contraintes mécaniques dans le hublot. Pour cela, nous utilisons une méthode numérique d'éléments finis. Nous nous ramenons à un modèle à 2 dimensions en supposant que notre système est à symétrie

cylindrique. Cela revient à supposer que la pression exercée par les 6 vis sur la bride est uniformément répartie. S'il est peu probable que ce soit le cas au niveau des vis, la pression transmise par la bride au joint d'aluminium est en revanche très probablement uniformément répartie. Nous pouvons ainsi nous ramener à un modèle 2D à symétrie cylindrique, réduisant ainsi significativement le temps de calcul.

La géométrie du système est représentée sur la figure 2.12.a. Femlab réalise alors un maillage d'environ 2500 éléments afin d'effectuer les calculs. Les propriétés mécaniques des différents matériaux doivent être spécifiées, ainsi que les contraintes sur les parois. Dans notre cas, les contraintes suivantes sont imposées :

**Pression atmosphérique** La pression atmosphérique s'exerce sur la face supérieure du hublot, pas sur la face inférieure. Nous enlèverons cette contrainte pour certaines simulations, afin d'évaluer l'impact de la pression atmosphérique sur la déformation du front d'onde.

**Mouvement vertical de la bride** Comme le montre la figure 2.12.a, les vis n'ont pas été modélisées. Il est donc nécessaire de rajouter une contrainte supplémentaire sur la bride supérieure afin d'empêcher la pièce de bouger horizontalement, et de n'autoriser qu'un mouvement vertical.

**Immobilité de l'enceinte** La bride inférieure est totalement bloquée en translation.

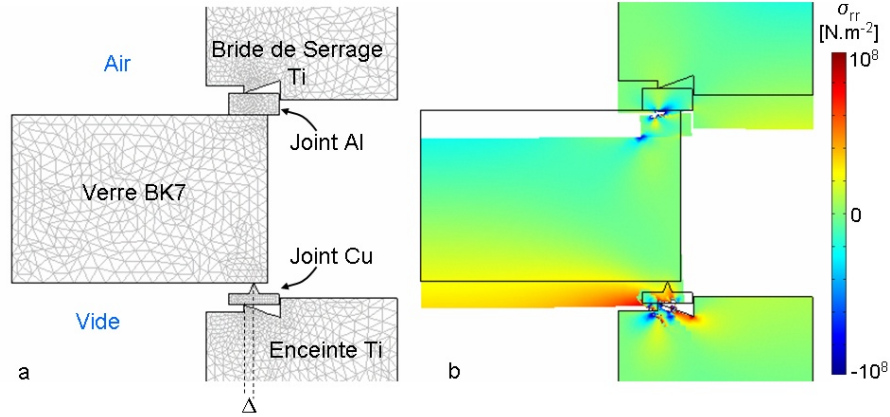
**Pression exercée par les vis** Le couple total  $M_{tot}$  exercé sur chacune des vis étant connu, la force  $F$  exercée par chacune d'elles sur la bride de serrage peut être déduite grâce aux formules suivantes [123] :

$$\begin{aligned} M_{tot} &= M_t + M_v \\ M_t &= \frac{d_t}{2} \cdot F \cdot \mu_t \\ M_v &= \frac{d_t}{2} \cdot F \cdot \tan(\alpha + \arctan(\mu_v)) \end{aligned} \quad (2.16)$$

où  $M_t$  est le moment de frottement au niveau de la tête de la vis,  $M_v$  est le moment de frottement dans le pas de la vis,  $d_t$  et  $d_v$  sont les diamètres de la tête et du pas de vis,  $\mu_t$  et  $\mu_v$  sont les coefficients de frottement au niveau de la tête et du pas de la vis, et  $\alpha$  est l'angle du pas de vis. Les vis sont de type M6, et nous supposons  $\mu_t = \mu_v = 0,16$ . Une fois la force totale exercée par les 6 vis déduite de leur couple de serrage, la pression exercée sur la bride de serrage est calculée en supposant que la force est uniformément répartie. Ainsi, un couple de 3  $N.m$  appliqué aux 6 vis est équivalent à une force de pression sur la bride de serrage de  $4,2 \cdot 10^6 Pa$ .

Une fois le modèle paramétré, Femlab calcule le tenseur de contraintes sur tout le système. La figure 2.12.b présente la contrainte radiale issue du calcul. Le logiciel calcule également

la déformation du système, la position initiale des contours étant représentée par une ligne noire.



**FIG. 2.12** - Calcul des contraintes dans le matériau par une méthode d'éléments finis. (a) Maillage déduit par Femlab de la géométrie du système. (b) Résultat de la simulation : représentation de la composante  $\sigma_{rr}$  du tenseur de contraintes.

La donnée du tenseur de contraintes permet alors de déduire les variations de l'indice de réfraction induites par contraintes. Nous ne détaillerons pas ici le calcul déjà réalisé par Lubin [124], mais en rappellerons néanmoins les principales étapes. L'indice de réfraction du milieu est relié au tenseur des contraintes par le tenseur photoélastique. Dans le cas d'une contrainte axi-symétrique, on peut montrer que les axes ordinaires et extra-ordinaires en un point donné du hublot correspondent aux axes des coordonnées polaires. Ainsi, la lumière incidente, polarisée linéairement doit être décomposée en coordonnées polaires. Dans cette base, l'indice de réfraction modifié peut être déterminé. Cet indice de réfraction est alors intégré sur l'épaisseur du hublot (on suppose dans un premier temps la trajectoire parfaitement normale au hublot), et exprimé à nouveau dans le repère cartésien. La lumière est alors dépolarisée du fait de la biréfringence induite. Toutefois comme l'analyseur de front d'onde est un interféromètre de type Michelson, seule la lumière polarisée comme la lumière incidente interférera. La différence de phase est donc donnée par la phase de la composante ayant la même polarisation que la polarisation incidente. La déformation du front d'onde  $w(r, \phi)$ , exprimée en ondes, s'écrit donc [124] :

$$w(r, \phi) = -\frac{1}{2\lambda} [(q_1 + q_2)(I_r + I_\phi) + 2q_2 I_z] - \frac{1}{2\pi} \arctan \left[ \cos 2\phi \cdot \tan \left( \frac{2\pi}{\lambda} (q_1 - q_2)(I_r - I_\phi) \right) \right] \quad (2.17)$$

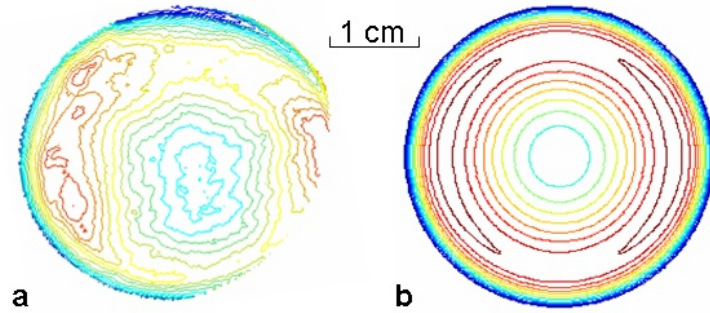
avec  $I_k = \int_0^e \sigma_{kk} dz$  pour  $k = r, z, \phi$  et  $q_1 = \frac{\partial n_{//}}{\partial \sigma}$ ,  $q_2 = \frac{\partial n_{\perp}}{\partial \sigma}$

$q_1$  et  $q_2$  sont les coefficients photoélastiques pour une contrainte respectivement parallèle et perpendiculaire à la polarisation de la lumière. Pour le BK7, on a  $q_1 = 0,25 \cdot 10^{-12} Pa$  et



$q_2 = -2,7 \cdot 10^{-12} Pa$  [125].  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser incident, et  $e$  est l'épaisseur du hublot.

Pour tenir compte de la déviation des rayons lumineux due à la déformation du hublot, la formule précédente doit être légèrement modifiée. L'épaisseur  $e$  du hublot doit être remplacée par la longueur réelle du trajet optique, c'est-à-dire par la trajectoire du rayon lumineux déduite des lois de réfraction aux interfaces. Rappelons que la courbure des interfaces est donnée par la simulation.

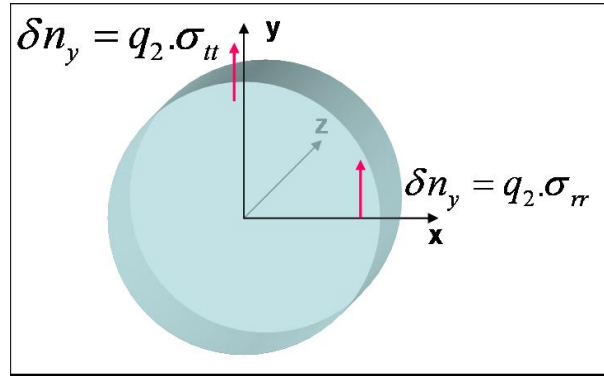


**FIG. 2.13** - Comparaison des défauts de fronts d'onde mesurés sur un hublot scellé sur un joint non recuit avec un couple de 3  $N.m$  par vis (a), et la modélisation utilisant les mêmes caractéristiques expérimentales (b). Les lignes de niveaux sont séparées de  $\lambda/100$ .

La figure 2.13 montre la comparaison entre la mesure de déformation réalisée sur un hublot scellé sur joint recuit avec un couple de 3  $N.m$  par vis, à notre modèle utilisant les mêmes spécifications. Les deux figures semblent en accord qualitatif. Cependant, l'anisotropie du front d'onde est moins prononcée sur le modèle que sur la mesure.

Expliquons l'origine de cette anisotropie. Pour rendre le phénomène plus compréhensible, constatons tout d'abord que  $|q_2| \gg |q_1|$ . Nous pouvons donc négliger la modification de l'indice de réfraction par des contraintes parallèles à la polarisation. Considérons, comme sur la figure 2.14, que la lumière se propage le long de l'axe  $z$ , polarisée selon l'axe  $y$ . Nous souhaitons alors connaître la variation de l'indice de réfraction  $\delta n_y$  en tout point du hublot. Sur l'axe  $x$ , sa variation est donnée par  $\delta n_y = q_2 \cdot \sigma_{rr}$ , tandis que sur l'axe  $y$ , elle vaut  $\delta n_y = q_2 \cdot \sigma_{tt}$ . Comme rien n'indique a priori que  $\sigma_{tt} = \sigma_{rr}$ , on doit s'attendre à une anisotropie de la déformation du front d'onde. Cette anisotropie est bien observée expérimentalement. En revanche le résultat de la simulation des contraintes par Femlab donne des composantes tensorielles  $\sigma_{tt}$  et  $\sigma_{rr}$  relativement proches. L'anisotropie est donc nettement moins marquée sur le modèle.

Pour comparer de façon quantitative le modèle aux données expérimentales, nous définissons une région utile et calculons quelques grandeurs caractéristiques. La région utile sera la zone s'étendant jusqu'au début de remontée violente de la phase à l'extrémité du hublot.



**FIG. 2.14** - Hublot parallèle au plan  $(x, y)$ , et laser polarisé selon  $y$  et se propageant selon  $z$ .

Ce sera donc un cercle de diamètre  $28 \text{ mm}$ . Sur cette surface, nous pouvons alors déterminer la variation maximale de phase, la variance, ainsi que le rapport de Strehl. Ce dernier est défini comme le rapport de l'intensité au point image gaussien sur l'intensité qui aurait été obtenu en l'absence d'aberration, et s'écrit [126] :

$$S.R. = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^{2\pi} \int_0^1 e^{i2\pi W(\rho, \theta)} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (2.18)$$

où  $W(\rho, \theta)$  est le défaut de front d'onde exprimé en ondes. Pour des rapports de Strehl  $S.R. < 0,1$ , on peut faire l'approximation suivante :

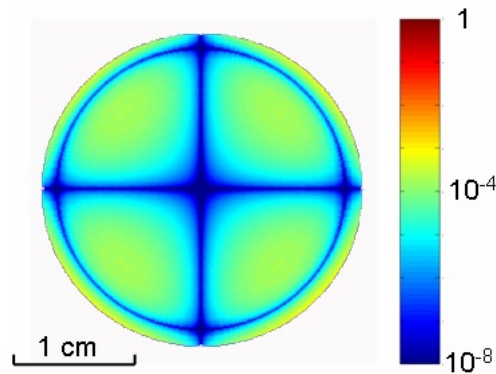
$$S.R. \approx e^{-(2\pi\sigma)^2} \quad (2.19)$$

où  $\sigma$  est la variance de la déformation du front d'onde, toujours en ondes. Le tableau 2.3 recense ces différentes grandeurs pour un hublot mesuré scellé sur joint non recuit, ainsi que pour le modèle. Les valeurs sont en bon accord quantitatif.

	Expérience	Modèle
Variation maximum [en ondes]	0,108	0,080
Variance $\sigma$ [en ondes]	0,026	0,045
Rapport de Strehl $S.R.$	0,973	0,979

**Tableau 2.3** - Données statistiques sur une mesure de déformation de front d'onde et sa modélisation.

Notre modèle nous permet enfin de déduire la dépolarisation créée par la traversée du hublot. Cette dernière est donnée par le rapport de l'intensité sur l'axe perpendiculaire à la polarisation incidente sur l'intensité totale [124]. Dans nos conditions expérimentales, la dépolarisation obtenue sur la surface utile du hublot est représentée figure 2.15.



**FIG. 2.15** - Profil de dépolarisation pour un hublot dans nos conditions expérimentales. La dépolarisation ne dépasse pas 0,1% sur l'ensemble du hublot et s'annule sur deux axes orthogonaux centrés, dont un correspond à l'axe de polarisation de la lumière.

La dépolarisation moyenne attendue est donc de  $5,5 \cdot 10^{-5}$  avec une variance de  $7,8 \cdot 10^{-5}$ , ce qui est en accord avec les valeurs mesurées par Kasevich [98]. On constate que la dépolarisation est nulle le long de l'axe de polarisation ainsi que sur l'axe qui lui est perpendiculaire, ce qui est logique puisque la lumière se trouve alors sur un axe principal du matériau devenu biréfringent. De plus, on observe un cercle le long duquel la dépolarisation est également nulle. Ce cercle doit correspondre à l'égalité des composantes  $\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{tt}$ . On obtient alors la même variation d'indice sur les deux axes, et donc une variation du chemin optique, mais pas de biréfringence.

### 2.7.6 Etude paramétrique

Afin de bien comprendre l'influence des différents paramètres sur la qualité du front d'onde, et éventuellement de déterminer un jeu de paramètres donnant des distorsions plus faibles du front d'onde, on utilise le modèle développé précédemment pour faire varier successivement les cinq paramètres suivants : le couple de serrage appliqué aux vis, l'angle du couteau en cuivre, l'alignement du couteau en cuivre avec le couteau de la bride, et enfin l'épaisseur et le diamètre du hublot.

Les paramètres par défaut correspondent à notre situation expérimentale : un couple de serrage de  $6 \text{ N.m}$  par vis, un angle de couteau de  $46^\circ$ , un rayon du couteau de cuivre dépassant de  $\Delta = 0,4 \text{ mm}$  celui du couteau CF, et un hublot de  $15 \text{ mm}$  d'épaisseur et  $46 \text{ mm}$  de diamètre.

**Force de serrage** La figure 2.16.a montre un profil radial de déformation du front d'onde pour différents couples de serrage. Les valeurs des rapports de Strehl reportées ont été calculées sur la zone utile du hublot. On constate qu'il est important de ne pas serrer trop fort

les hublots, car la déformation des fronts d'onde croît proportionnellement avec le serrage. Ce résultat semble relativement intuitif.

**Géométrie du joint de cuivre** L'impact de l'angle du couteau du joint de cuivre a également été évalué pour des valeurs comprises entre  $25^\circ$  et  $90^\circ$ . Les variations du rapport de Strehl (tableau 2.4) pour les différentes configurations montrent que ce paramètre n'est pas critique.

Angle du couteau	Rapport de Strehl
$25^\circ$	0,933
$46^\circ$	0,921
$64^\circ$	0,908
$79^\circ$	0,918
$91^\circ$	0,918

**Tableau 2.4** - Rapport de Strehl en fonction de l'angle du couteau sur le joint de cuivre.

L'alignement du couteau de cuivre par rapport à celui de la bride de serrage est en revanche un paramètre pertinent, comme le montre la figure 2.16.b.  $\Delta$ , représenté sur la figure 2.12, correspond à l'écart entre les deux couteaux, et est positif lorsque le couteau de cuivre est situé vers l'extérieur. On constate que l'alignement optimum dépend de la taille du faisceau utilisé : par exemple, un faisceau de  $10\text{ mm}$  de diamètre aura un front d'onde moins déformé pour  $\Delta = -0,4\text{ mm}$ , tandis qu'un faisceau de  $30\text{ mm}$  sera moins déformé pour  $\Delta = -0,8\text{ mm}$ . Pour notre faisceau Raman de  $16\text{ mm}$  de diamètre, un alignement parfait des couteaux  $\Delta = 0,0\text{ mm}$  aurait été optimal. Malheureusement, les couteaux de cuivre ont été usinés de façon à être centrés sur le joint, ce qui représente un désalignement  $\Delta = 0,4\text{ mm}$ .

**Dimensions du hublot** Les deux derniers paramètres que nous avons étudiés concernent les proportions du hublot. Nous avons tout d'abord examiné l'influence de l'épaisseur. Plus le hublot sera épais, plus le trajet optique dans un milieu contraint sera important. Aussi s'attend-on à ce que le front d'onde soit particulièrement distordu. En revanche, un hublot épais sera moins déformé qu'un hublot fin. En définitive, un compromis entre ces deux effets antagonistes doit mener à une épaisseur idéale. La figure 2.17.a donne les profils pour différentes épaisseurs. Le hublot optimum est trouvé pour une épaisseur de  $5\text{ mm}$ . Cela vient du fait qu'à cette épaisseur, les dioptries d'entrée et de sortie ont la même courbure, minimisant ainsi les effets de lentilles. En revanche pour des hublots plus fins ( $e = 3\text{ mm}$ ), on trouve un effet de focalisation important ( $f = 700\text{ mm}$ ).

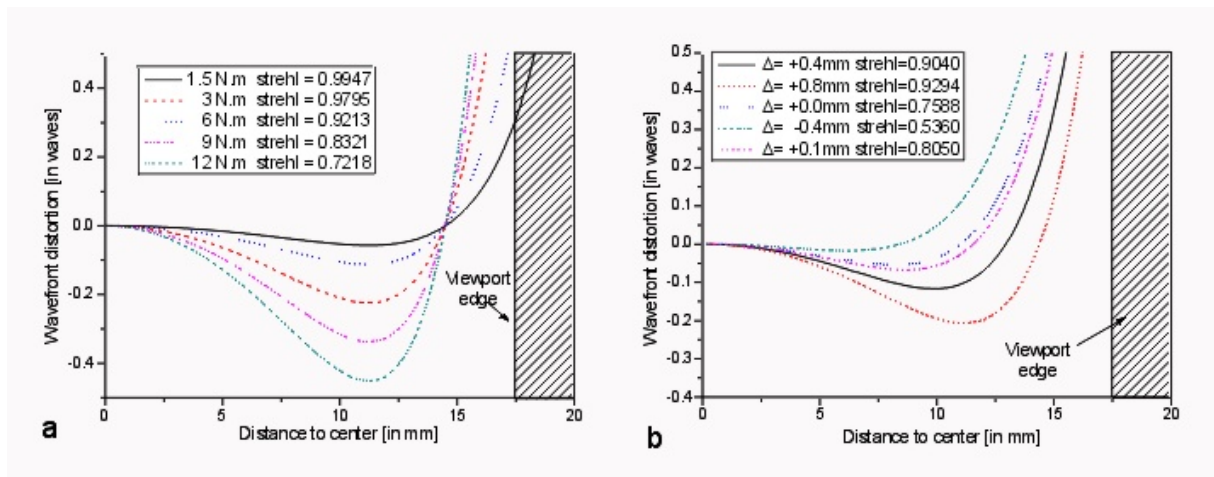
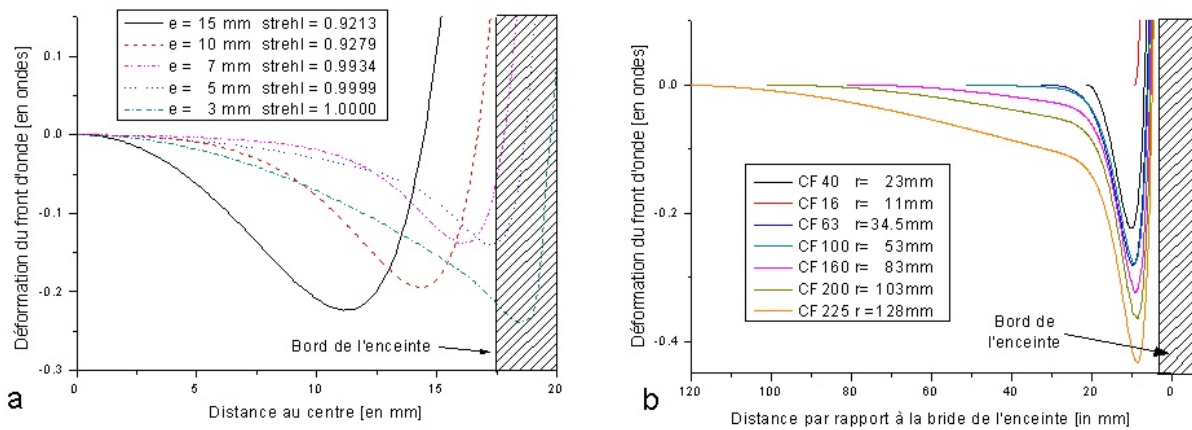


FIG. 2.16 - Profils radiaux de défauts de fronts d'onde. Influence de la force de serrage (a) et de l'alignement du couteau de cuivre sur le couteau de la bride de l'enceinte (b). Les rapports de Strehl sont calculés pour la zone d'intérêt de 28 mm de diamètre.

Le dernier paramètre étudié est le diamètre des hublots. Le choix de la taille du hublot est souvent contraint par d'autres motivations que la minimisation des défauts de front d'onde. Néanmoins, il est intéressant d'observer les analogies de front d'onde entre les différents diamètres de hublots. La figure 2.17.b représente les défauts de front d'onde avec pour origine des abscisses le couteau de l'enceinte à vide. Pour tous les diamètres on constate un déphasage maximal à 9 mm du bord, déphasage qui disparaît presque entièrement à 20 mm du bord. La partie centrale est alors affectée par une déformation plus lente. Les mêmes hublots modélisés sans pression atmosphérique montrent que la lente courbure centrale du front d'onde est responsable de 40% de la courbure centrale pour les plus gros hublots, et négligeable (moins de 2%) pour des hublots plus petits que 34,5 mm de diamètre.

**Optimum pour l'enceinte GIRAFON** Finalement, nous avons déterminé l'amélioration qu'on pourrait espérer en prenant des hublots d'épaisseur 5 mm, avec un couteau sur le joint de cuivre parfaitement aligné sur le couteau de l'enceinte : on obtiendrait alors une amélioration globale d'un facteur 3 sur la qualité du front d'onde, et sur la zone utile, le rapport de Strehl serait de 0,998.

Néanmoins, nous avons précédemment calculé l'erreur systématique engendrée par les défauts de front d'onde avec nos hublots, et constaté que l'erreur attendue sur la mesure est tout-à-fait acceptable (voir paragraphe 1.5.2). Aussi, nous travaillerons avec les hublots de 15 mm et les joints de cuivre initialement réalisés.



**FIG. 2.17** - Profils radiaux de défauts de fronts d'onde. Influence de l'épaisseur (a) et du diamètre (b) du hublot. Les rapports de Strehl sont calculés pour la zone d'intérêt de  $28\text{ mm}$  de diamètre.

## 2.8 Réalisation de l'enceinte

Suite à cette étape de conception, les plans de l'enceinte ont été dessinés à l'aide du logiciel Solidworks. Les pièces de l'enceinte ont ensuite été réalisées par la société Méca 2000. Les trois pièces centrales, c'est-à-dire l'enceinte de piégeage, le tube de chute et le cube de détection ont été réalisées en Titane. Les autres pièces sont en Inox 316L. Toutes les pièces ont été microbillées afin de réduire les aspérités des pièces, et donc de minimiser la surface de dégazage. Les arrivées de courant étanches radiales, réalisées sur des brides en Inox, ont été fournies par la société Plug In. Quatre *dispensers* de  $25\text{ mm}$  de long, et contenant chacun  $9,4\text{ mg}$  de Rubidium, ont ainsi été installés en parallèle dans l'enceinte.

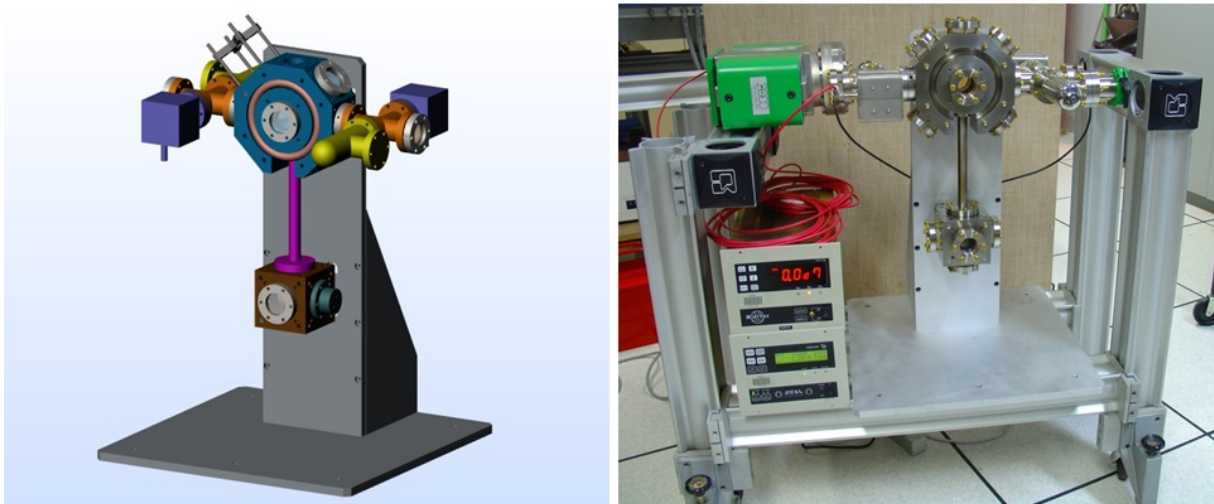
Pour l'assemblage de l'enceinte, des vis en laiton ont été utilisées, car le laiton est amagnétique. Le serrage des différentes brides a été réalisé à la clé dynamométrique, afin d'obtenir un écrasement homogène de chaque joint. Les joints reliant deux parties métalliques ont été serrés avec un couple de  $5\text{ N.m}$  par vis. En revanche, les hublots ont été serrés avec le couple le plus faible assurant l'étanchéité du système. Pour cela, tous les hublots ont d'abord été installés en serrant à  $1\text{ N.m}$ . Après pompage primaire, les fuites ont été cherchées au détecteur de fuites et réduite en serrant les hublots en cause. La pression appliquée à chaque hublot a ainsi été progressivement augmentée. Les couples finalement obtenus s'évaluent entre  $2,5$  et  $5\text{ N.m}$ . Nous avons constaté que les couples appliqués étaient légèrement plus importants pour fixer des hublots sur les parties en inox de l'enceinte.

L'enceinte a été placée sur un support dédié réalisé en Dural et maintenant l'enceinte par 8 vis au niveau de la zone de détection. Nous avons alors procédé à l'étuvage de l'enceinte à  $170^\circ\text{C}$  pendant 15 jours, pompé par une pompe turbomoléculaire et une pompe ionique de  $60\text{ L.s}^{-1}$ . Le retour à température ambiante a été effectué relativement lentement ( $8^\circ\text{C}$

par heure) : la contraction des matériaux risquant de créer des fuites au niveau des joints, il était important de les détecter rapidement afin de pouvoir resserrer les parties concernées. Les couples finalement appliqués aux différents hublots varient entre  $3 \text{ N.m}$  et  $6 \text{ N.m}$ .

De retour à température ambiante et après avoir retiré la pompe turbomoléculaire, la pression obtenue est de  $7.10^{-8} \text{ Pa}$ . Les petites pompes ioniques de  $3 \text{ L.s}^{-1}$  ont alors été mises en fonctionnement. Ces dernières ne permettent pas de lire des pressions inférieures à  $10^{-6} \text{ Pa}$ , mais en allumant ponctuellement la pompe de  $60 \text{ L.s}^{-1}$ , nous avons établi qu'en n'utilisant que les pompes de  $3 \text{ L.s}^{-1}$ , la pression ne devait pas augmenter de plus de 50%.

Des bobines de compensation du champ magnétique ont finalement été placées autour de l'enceinte dans une structure en plastique. De  $45 \text{ cm}$  de côté, et faisant chacune 100 tours<sup>12</sup>, elles créent au centre une composante axiale de champ magnétique permettant d'annuler le champ magnétique terrestre ainsi qu'un éventuel résidu dû aux pompes ioniques<sup>13</sup>. La figure 2.18 présente l'enceinte réalisée et placée sur son support.



**FIG. 2.18** - Enceinte du projet GIRAFON. (a) Vue isométrique du dessin technique. (b) Photo du dispositif après assemblage. Les bobines de compensation du champ magnétique ainsi que l'optique de collimation des faisceaux n'ont pas encore été installés.

## 2.9 Conclusion

Nous avons réalisé une enceinte à ultra-vide dans laquelle sera réalisée l'expérience d'interférométrie atomique. Cette enceinte n'est pas véritablement optimisée pour fonctionner sur un porteur : elle pourrait être plus compacte et plus légère, l'étude de la société Sodern

---

<sup>12</sup>sauf les bobines avant-arrière qui font 110 tours

<sup>13</sup>Rappelons que les pompes ioniques en question possèdent un blindage en  $\mu$ -métal.

dans le cadre du projet PHARAO ayant montré qu'une enceinte en Titane de seulement 2 mm d'épaisseur, permettait de garantir un niveau de vide équivalents au nôtre, tout en supportant le choc et les vibrations du décollage d'une fusée [122].

Néanmoins, cette enceinte permet tout d'abord de tester certains composants que nous souhaiterions utiliser dans une version future véritablement embarquable. Nous pourrions en effet tester si la faible capacité des pompes ioniques compactes et blindées que nous utilisons permet d'assurer un vide suffisant dans l'enceinte, même quand le Rubidium est massivement injecté. Nous pourrions de plus valider si le faible nombre d'atomes capturés par un piège magnéto-optique chargé par *dispenser* suffit pour obtenir un bon contraste d'interféromètre. Nous avons également pu évaluer l'impact de la technique à couteau usiné sur la déformation du front d'onde.

Enfin, cette enceinte va surtout permettre de tester les performances des sources lasers et du banc optique innovants que nous avons développés en parallèle, et qui sont présentés dans les chapitres suivants.





## Chapitre 3

# Choix et test d'une technologie pour la réalisation des sources lasers

L'objectif de ce chapitre est de réaliser une source laser robuste à  $780\text{ nm}$ , asservie sur le Rubidium. Cette source laser nous servira alors de référence de fréquence pour la suite de l'expérience. Pour cela, l'utilisation de sources lasers Télécom doublées par un cristal non linéaire nous semble une voie intéressante à explorer. Notre démarche a donc consisté à tester différentes sources lasers, sur différents cristaux, dans différentes configurations. A l'issue de ces essais, une architecture a été choisie et nous avons réalisé une source laser qui nous servira de référence de fréquence pour la suite de l'expérience.

Le refroidissement d'atomes par laser impose certaines exigences sur les sources optiques à utiliser. Celles-ci doivent tout d'abord être accordables sur une transition optique de l'atome concerné ( $780\text{ nm}$  pour le Rubidium,  $767\text{ nm}$  pour le Potassium). La largeur spectrale de la source doit être inférieure à la largeur de la transition optique. Nous souhaitons donc une largeur de l'ordre du  $MHz$ . Une puissance de quelques dizaines de  $mW$  (idéalement quelques centaines de  $mW$ ) en continu sera nécessaire.

Par ailleurs, pour réaliser un instrument capable de fonctionner de façon autonome pendant plusieurs années, d'autres considérations telles que la durée de vie des composants, la résistance aux vibrations, aux fluctuations thermiques, ou la robustesse des alignements doivent entrer en compte.

A partir de ce double cahier des charges, nous présentons un état de l'art des sources lasers permettant de réaliser des expériences de refroidissement atomique (3.1). Cet état de l'art fait ressortir une technologie prometteuse, basée sur le doublage de fréquence de sources

Télécom. Ainsi, après avoir caractérisé plusieurs sources à  $1560\text{ nm}$  (3.2), différents cristaux non linéaires ont été testés (3.3). Les propriétés spectrales de la source ont alors été évaluées (3.4), et différentes architectures permettant d'optimiser la puissance produite ont été testées (3.5). Enfin, une source asservie en fréquence a été réalisée (3.6).

## 3.1 Etat de l'art et solution technologique préconisée

Nous présentons les différentes sources lasers susceptibles d'être utilisées pour des expériences de refroidissement atomique en milieu perturbé. Les sources couramment utilisées pour des expériences en laboratoire sont tout d'abord présentées, et leur sensibilité aux perturbations de l'environnement est évaluée. Les sources à partir de cristaux non linéaires sont ensuite passées en revue. Enfin, nous présentons quelle solution sera retenue et étudiée par la suite.

### 3.1.1 Sources utilisées pour le refroidissement atomique

Pour les expériences de refroidissement par laser en laboratoire, seules trois contraintes doivent être respectées : la source laser doit être accordable sur la transition de l'atome à refroidir, sa largeur spectrale doit être inférieure à la largeur de raie de l'atome en question ( $\approx 5\text{ MHz}$  pour les alcalins), et sa puissance doit atteindre plusieurs dizaines de  $mW$ .

Si les contraintes de spectre et de puissance sont difficiles à réaliser avec une même source, il est possible de découpler les problèmes. Une solution consiste à réaliser dans un premier temps une source laser ayant la finesse spectrale et la stabilité requises, puis à injecter un étage de puissance afin d'obtenir la puissance souhaitée.

**Diodes lasers à cavité étendue** A l'heure actuelle, des sources lasers relativement compactes sont disponibles et répondent à ce cahier des charges. Les lasers couramment utilisés pour refroidir le Rubidium sont des diodes lasers à cavité étendue. Il s'agit d'une diode laser traitée anti-reflet en sortie, afin de limiter l'effet Fabry-Pérot. Les diodes de la bande  $750 - 890\text{ nm}$  sont réalisées en AlGaAs [127]. Ce sont des composants technologiquement matures et extrêmement répandus puisqu'ils sont au cœur de tous les lecteurs de CD (de longueur d'onde  $780\text{ nm}$ ). Malheureusement, les lecteurs de disques ne requièrent pas une largeur de raie de l'ordre du MHz.

Afin d'affiner le spectre de la source, une cavité d'environ  $20\text{ cm}$  est réalisée entre la surface arrière réfléchissante de la diode laser et une surface réfléchissante sur le trajet optique. En variant la taille de la cavité à l'aide d'un actuateur piézo-électrique, la longueur d'onde peut être ajustée. Deux configurations sont particulièrement utilisées et représentées sur la figure

3.1.

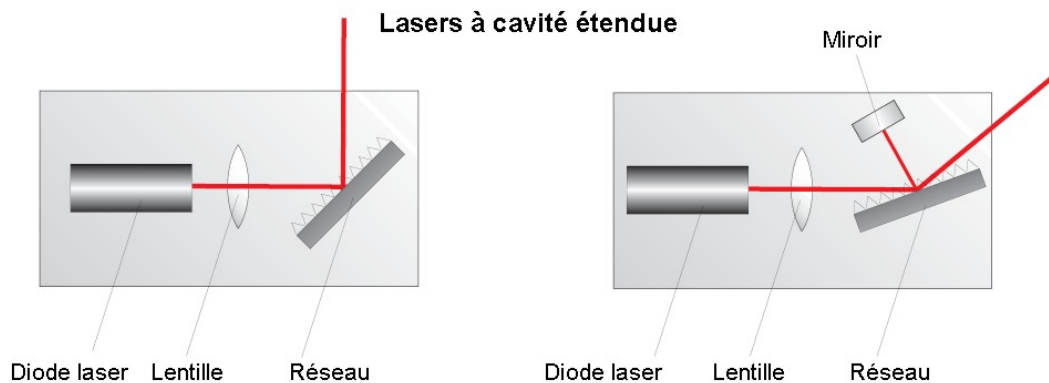


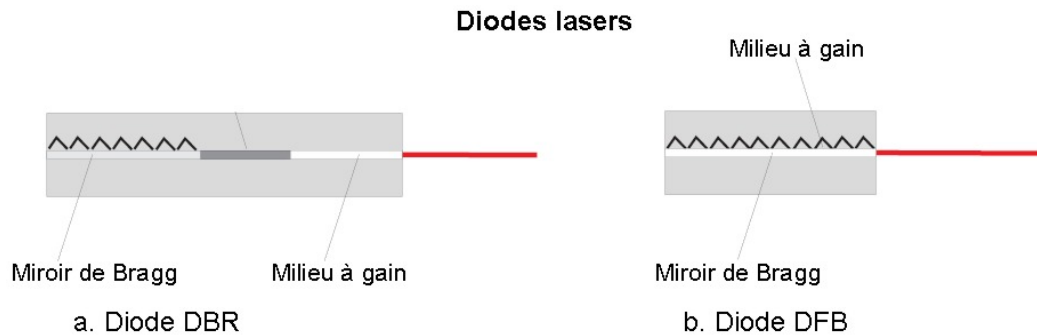
FIG. 3.1 - Configurations de diodes lasers à cavité étendue [128].

Dans la configuration dite Littrow (figure 3.1.a) [129, 130], un réseau de diffraction est placé de façon à ce que le premier ordre soit réfléchi vers la diode laser, tandis que l'ordre 0 constitue la sortie de la source. La cavité est accordée en déplaçant le réseau. Dans la configuration Littman (figure 3.1.b) [131, 132], la lumière diffractée à l'ordre 1 est réfléchie par un miroir ou par un prisme, qui est déplacé pour modifier la taille de la cavité.

A titre d'exemple, nous déclinons les spécifications d'un laser de type Littman commercialisé par la société Sacher Lasertechnik [133] : une puissance de sortie de  $30\text{ mW}$  à  $780\text{ nm}$ , accordable entre  $770$  et  $790\text{ nm}$ , balayable sur  $300\text{ GHz}$  sans saut de mode, et d'une largeur de raie de  $500\text{ kHz}$  sur  $50\text{ ms}$  et de  $2\text{ MHz}$  sur  $20\text{ s}$ .

Toutefois, la cavité risque de présenter une sensibilité considérable aux vibrations mécaniques en situation opérationnelle. Dans le cadre du projet d'horloge atomique dans l'espace (PHARAO) [134], la société Sodern a développé de telles sources satisfaisant aux contraintes spatiales [135]. Néanmoins, un système embarqué terrestre risque de présenter des vibrations bien plus importantes qu'un satellite en orbite. De manière plus générale, tous les alignements qui seront faits en espace libre risquent de poser problème lorsque l'instrument sera embarqué.

**Diodes lasers DFB et DBR** Certaines diodes lasers permettent également d'obtenir des largeurs de raies de l'ordre du MégaHertz. Pour cela, un réseau de Bragg est directement inscrit sur la diode. Deux configurations existent. Les diodes DFB (*Distributed Feedback* en anglais, ou à contre-réaction répartie en français) ont un réseau inscrit sur toute la zone à gain de la diode laser, tandis que les diodes DBR (*Distributed Bragg Reflector* en anglais, ou à miroir de Bragg en français) possèdent un réseau à une extrémité de la cavité laser, faisant office de miroir. Les deux types de composants sont représentés sur la figure 3.2.



**FIG. 3.2** - Diodes lasers à miroir de Bragg (a) et à contre-réaction répartie (b). Figures extraites de [128].

Depuis peu, les sociétés Eagleyard et Toptica commercialisent de nouveau des diodes DFB accordables sur la transition  $D_2$  du  $Rb$ , d'une largeur de raie annoncée de  $2 - 4 MHz$ . Une telle source semble d'autant plus prometteuse. Cependant, les avis de différentes équipes utilisant ces sources divergent, en particulier au niveau de la largeur de raie<sup>1</sup>. A l'heure actuelle, nous n'avons pas encore eu l'occasion de les tester.

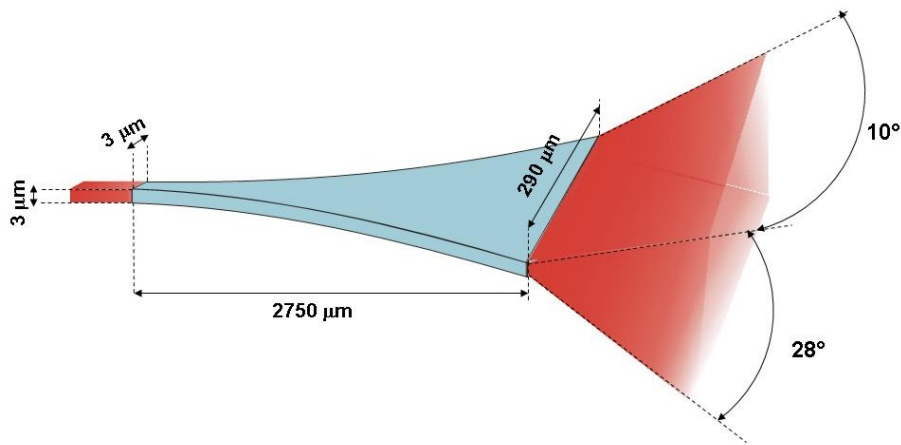
Des systèmes de collimation permettent d'injecter une fibre, ce qui présente un avantage certain pour l'embarquabilité. Cependant il est important de noter que les composants fibrés monomodes à  $780 nm$  (tels qu'isolateurs, coupleurs, obturateurs, atténuateurs...) sont rares, onéreux, et encore plus rarement à maintien de polarisation. Il est donc probable que le faisceau ait à repasser à l'air libre pour effectuer certaines opérations, telles que la séparation de faisceaux ou l'amplification.

**Amplification de la puissance** L'étage d'amplification de puissance peut être effectué principalement par deux techniques : soit en injectant une diode laser de puissance, soit à l'aide d'un amplificateur à semi-conducteur (*tapered amplifier* en anglais, ou amplificateur à ruban large en français). Idéalement, dans les deux cas la lumière en sortie reproduira les propriétés spectrales de la source en entrée. Pour la première solution, des diodes lasers de plus de  $80 mW$  sont aisément disponibles sur le marché.

Des puissances plus importantes peuvent cependant être obtenues à l'aide d'amplificateurs à semi-conducteur. La structure est analogue à celle d'une diode laser à deux différences près : les faces d'entrée et de sortie ne sont pas réfléchissantes, et la zone à gain a une géométrie exponentielle, comme le montre le schéma 3.3.

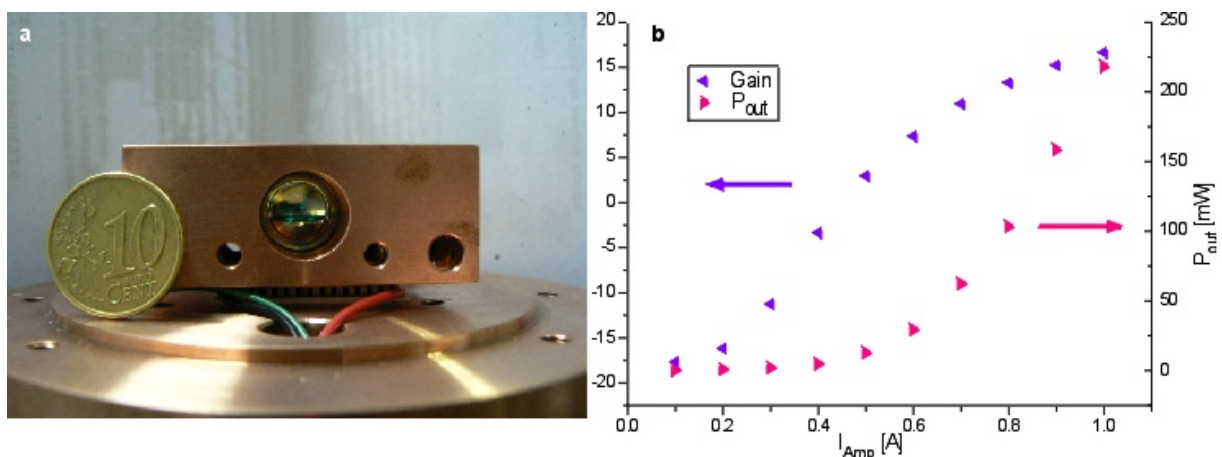
Nous avons testé un tel composant fabriqué par la société Eagleyard. Les performances

<sup>1</sup>L'équipe d'Ernst Rasel travaille avec de telles sources dont la largeur semble supérieure à  $5 MHz$ . A l'inverse, une équipe du MIT utilise de telles diodes et annonce des largeurs de  $1 MHz$ . Petelski rapporte une largeur de raie mesurée par battement entre deux diodes identiques, et valant  $3 MHz$  [136]. La différence de performances pourrait provenir de la qualité des alimentations.



**FIG. 3.3** - Vue d'artiste représentant la zone à gain de l'amplificateur à semi-conducteur ainsi le faisceau de sorties. Les valeurs reportées sont fournies par le constructeur.

annoncées sont une puissance de sortie maximale de  $1\text{ W}$  à  $2,5\text{ A}$ , et un gain de  $13\text{ dB}$ . Le composant a été installé sur une monture dédiée conçue par l'Institut d'Optique à Orsay (voir photo 3.4.a) [137]. Le composant a été injecté par un faisceau de  $4,4\text{ mW}$ , asservi en fréquence sur la raie  $D_2$  du Rubidium. La polarisation doit correspondre au mode TM du guide. Enfin, la monture est contrôlée en température et maintenue à  $20,0^\circ\text{C}$  par un module Peltier. La courbe 3.4.b présente la courbe de gain ainsi que la puissance obtenue dans ces conditions. Pour de faibles puissances d'injection, le gain dépasse les  $13\text{ dB}$  annoncés par le constructeur, et sature pour des courants bien inférieurs à  $2,5\text{ A}$ .



**FIG. 3.4** - a. pPhoto de la monture de l'amplificateur - b. Courbe de gain (violet) et puissance en sortie (fuschia) de l'amplificateur à semi-conducteur Eagleyard à  $20^\circ\text{C}$ , injecté par un faisceau de  $4,4\text{ mW}$  accordé sur la transition  $D_2$  du Rubidium.

Malheureusement, comme le présente la vue d'artiste de la figure 3.3, le faisceau de sortie est fortement anisotrope. Pour mettre en forme le faisceau, nous utilisons d'abord une lentille

de 8 *mm* à de façon à collimater le faisceau le plus divergent. Nous plaçons ensuite une lentille cylindrique à l'endroit où le faisceau est carré, d'une focale permettant de collimater l'axe qui ne l'était pas. Le faisceau passe alors dans un isolateur et peut ensuite être injecté dans une fibre. Les pertes dues à l'isolateur et par couplage dans la fibre ne permettent pas de dépasser 40% de la puissance de sortie de l'amplificateur. De plus, des fluctuations rapides de puissance sont observées en sortie de fibre.

**Laser Titane-Saphire** Ces lasers sont appréciés pour leur puissance typique de 2 *W* [3], leur accordabilité entre 700 *nm* et 1,0  $\mu\text{m}$  [138], et leur largeur de raie allant de 500 *kHz* à 10 *MHz*. Cette finesse est obtenue en plaçant dans la cavité des éléments sélectifs en longueur d'onde (étalon en Silice, filtre de Lyot, réseau de diffraction...) [139]. En revanche, un tel dispositif est beaucoup plus imposant qu'un système à diode, et semble difficilement immunisable aux perturbations mécaniques et thermiques.

En définitive, les sources lasers à 780 *nm* couramment utilisées en laboratoire semblent relativement peu transposables à une situation embarquée. La solution la plus envisageable reste la diode DBR injectant une fibre.

### 3.1.2 Solutions utilisant l'optique non linéaire

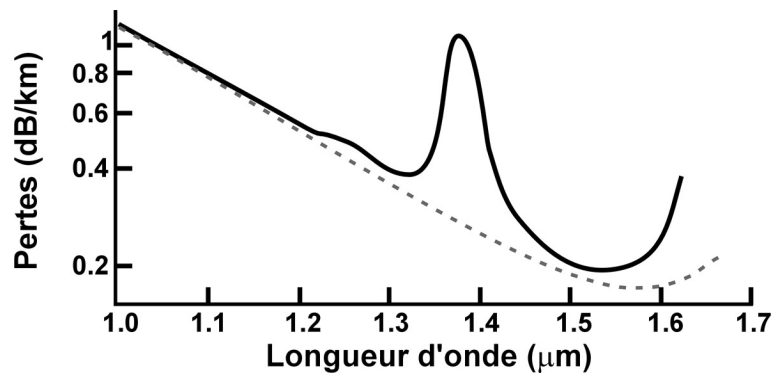
Afin de satisfaire simultanément aux contraintes de la physique atomique et des systèmes embarqués, une approche différente peut être adoptée. Plutôt que d'essayer de rendre embarquable des lasers de laboratoire, il peut être judicieux d'examiner les systèmes lasers les plus robustes existant à l'heure actuelle, et d'étudier si, par conversion de fréquence, il n'est pas possible d'obtenir les longueurs d'onde désirées. En effet, l'utilisation de cristaux non linéaires permet de convertir la fréquence laser incidente de façon cohérente par différents mécanismes [140] : somme ou différence de fréquence, ou génération d'harmoniques.

Différentes sources lasers sont répandues dans le domaine grand public et visant différentes applications : lecteur CD, DVD, imprimante, télécommunications. Les applications Télécoms requièrent, en plus de sources lasers de faible largeur de raie<sup>2</sup>, de nombreux composants fibrés : amplificateurs, isolateurs, atténuateurs, coupleurs, circulateurs, filtres de Bragg, modulateurs électro-optiques... Tous ces composants doivent satisfaire à des normes de résistance à de nombreuses perturbations (Telcordia) [141] : choc thermique de 0 à 100°C, vieillissement accéléré à 70°C pendant 2000 heures, résistance à l'humidité...

---

<sup>2</sup>La finesse spectrale minimise la dispersion chromatique par propagation le long des fibres optiques, permettant de propager l'information sur de plus longues distances. De plus, il est alors possible de réaliser un multiplexage de plusieurs longueurs d'onde.

Les sources Télécoms sont très répandues, fibrées de façon standard à des fibres monomodes, éventuellement à maintien de polarisation. Elles émettent entre 1530 et 1570  $nm$ . Cette gamme de longueur d'onde est appelée bande C des Télécoms. Or, le heureux hasard de la technologie veut que cette bande C corresponde au double de la longueur d'onde de la raie  $D_2$  du Rubidium ! Cette coïncidence est tout-à-fait fortuite puisque, comme le montre la figure 3.5, les Télécoms utilisent cette bande de fréquence pour une toute autre raison, à savoir qu'elle correspond au minimum d'absorption de la silice, ce qui permet de minimiser les pertes sur de longues lignes de transmission. En réalisant le doublage de fréquence d'une source Télécom, on obtient une source laser à 780  $nm$  tout en bénéficiant de l'abondance et de la robustesse des composants Télécom.



**FIG. 3.5** - Pertes dans une fibre optique en silice. Le minimum correspond à la bande C. Figure extraite de [142].

Cette relation entre longueur d'onde Télécom et fréquence de transition du Rubidium a été exploitée dès 1989 [143, 144]. L'idée était alors de stabiliser un laser à 1560  $nm$  en utilisant la référence absolue fournie par la transition du Rubidium. En utilisant une transition à deux photons du Rubidium [145], il est alors possible de stabiliser un laser à 1556  $nm$  sur des raies 10 fois plus fines [146, 147]. Les performances des cristaux non linéaires et les puissances des sources Télécoms s'étant considérablement accrues, il est envisageable d'utiliser la lumière à 780  $nm$  comme laser de puissance [148, 149].

En définitive, l'utilisation de source Télécoms doit permettre de réaliser un banc optique fibré monomode à 1560  $nm$ . Le doublage de fréquence à l'aide d'un cristal non linéaire fournira la longueur d'onde correspondant à la raie  $D_2$  du Rubidium. Un tel système semble prometteur pour satisfaire à la fois aux contraintes d'embarquabilité et de refroidissement par laser.

Dans la suite de ce chapitre nous présentons les sources Télécoms que nous avons caractérisées, puis les différents scénarios de doublage de fréquence que nous avons envisagés et testés.



## 3.2 Caractérisation des composants à 1560 nm

Dans le cadre général de l'expérience, différentes sources lasers et différents amplificateurs en bande C ont été utilisés. Nous présentons ici les tests que nous avons menés sur eux, même si tous les composants présentés ici n'entrent pas dans le cadre de la conception du laser de référence.

### 3.2.1 Lasers à fibre

Les lasers à fibre sont des sources où le milieu amplificateur est constitué d'une fibre dopée et pompée par des diodes lasers [150]. Pour la bande C des Télécoms, la fibre est dopée à l'Erbium<sup>3</sup>, et pompée par des diodes lasers à 980 nm. La pompe est injectée dans la fibre à l'aide d'un multiplexeur, c'est-à-dire un composant séparant dans des fibres distinctes les faisceaux aux différentes longueurs d'onde. Les principaux avantages de ce type de laser sont les suivants [151] :

- Une forte intensité de pompe : la puissance de pompe est confinée dans le cœur de la fibre de quelques microns de diamètre, ce qui permet des intensités bien plus importantes que dans un cristal massif.
- Le signal et la pompe sont tous deux guidés, ce qui permet un excellent recouvrement des deux champs lumineux, donc une conversion efficace.
- Le diamètre du faisceau de pompe est indépendant de la longueur du milieu à gain, ce qui n'est pas le cas pour un milieu massif pompé par un faisceau gaussien, comme nous le verrons dans le paragraphe 3.3.2. Le milieu à gain peut donc être arbitrairement long.
- Bien qu'arbitrairement long, le milieu à gain peut être également très compact, puisque la fibre peut être enroulée.
- Le faible diamètre de la fibre permet une bonne dissipation thermique, ce qui limite de nombreux problèmes, tels que les effets de lentille thermique, ou les contraintes thermiquement induites.
- Pour obtenir faisceau de bonne qualité, il suffit d'utiliser une fibre monomode.
- La cavité entièrement fibrée est bien plus robuste aux vibrations mécaniques qu'une cavité à l'air libre. Elle est notamment plus facilement isolable des vibrations qu'une cavité étendue.

Comme pour les diodes lasers, le laser à fibre peut être à contre-réaction répartie (DFB) si un réseau de Bragg est inscrit sur la fibre. Le pas du réseau fixe alors la fréquence de la source. La structure périodique peut être gravée près du cœur ou, si la fibre est photosensible,

---

<sup>3</sup>On parle alors de laser à fibre dopé à l'Erbium, ou de *Erbium Doped Fiber Laser* en anglais, EDFL. La fibre est parfois codopée Erbium-Ytterbium afin d'accroître l'effet du pompage.

être inscrite à l'aide d'un laser ultra-violet.

Le laser peut être accordé en fréquence grâce à trois paramètres. On peut tout d'abord faire varier la température de la fibre, ce qui va modifier le pas du réseau. De plus, le réseau de Bragg peut être monté sur un substrat piézo-électrique. En modulant la tension à ses bornes, on peut alors moduler la fréquence du laser jusqu'à environ 10  $kHz$ . Enfin, le courant dans les diodes de pompe permet de faire varier la fréquence du laser. Le tableau 3.1 précise l'accordabilité du laser à fibre que nous avons testé. Ces valeurs ont été déterminées en se repérant sur l'absorption saturée du Rubidium après doublage de fréquence de la source. Le tableau présente donc également les valeurs pour la fréquence doublée.

	1560 $nm$	780 $nm$
Température	$-2,7 \pm 0,3 \text{ MHz.m}^\circ\text{C}^{-1}$	$-5,3 \pm 0,5 \text{ MHz.m}^\circ\text{C}^{-1}$
Piézoélectrique	$10,4 \pm 0,3 \text{ MHz.V}^{-1}$	$20,8 \pm 0,5 \text{ MHz.V}^{-1}$
Courant	$-0,66 \pm 0,08 \text{ MHz.mA}^{-1}$	$-1,33 \pm 0,15 \text{ MHz.mA}^{-1}$

**Tableau 3.1** - Accordabilité du laser à fibre.

Nous possédons deux lasers à fibre dopée Erbium de la marque IDIL-Kohéras, de largeur de raie spécifiée inférieure à 2  $kHz$ , de puissance 10  $mW$  pour l'un et 50  $mW$  pour l'autre. Même si une telle finesse n'est pas nécessaire dans le cadre de nos applications, elle peut être utile pour des expériences de télémétrie laser, réalisées au sein de l'unité Diagnostics Optiques et Plasmas de l'ONERA. Afin de mesurer la largeur de raie de ces lasers, nous avons réalisé une simple expérience de battements optiques : les deux lasers fibrés sont mélangés à l'aide d'un coupleur fibré, et le signal de battement est détecté par une photodiode rapide. Le signal électrique est alors envoyé vers un analyseur de spectre.

La figure 3.6 montre les spectres de battement, pour une résolution de 1  $kHz$  et de 10  $kHz$ . Précisons tout d'abord comment déduire la largeur de raie à partir du signal de battement. Nous travaillerons avec la largeur à mi-hauteur (*Full Width at Half Maximum* en anglais, FWHM). Le profil du signal de battement étant souvent plus proche d'une Lorentzienne que d'une gaussienne (voir annexe A.3), nous considérerons que le spectre est bien décrit par une Lorentzienne. Comme le battement correspond au produit des deux ondes, les spectres de ces ondes sont convolués. La largeur spectrale du signal de battement est alors de  $2\Gamma$ , où  $\Gamma$  est la largeur à mi-hauteur de la raie. La photodiode renvoie un courant proportionnel à ce signal de battement, mais l'analyseur de spectre présente le spectre *de puissance*, il est donc proportionnel au carré du courant. Ainsi, pour remonter à la largeur à mi-hauteur du signal de battement, il faut prendre la largeur du spectre à  $-6 \text{ dB}$ . La largeur de raie du laser est alors déduite en prenant la moitié de la valeur mesurée.

Pour une résolution de 10  $kHz$  la largeur de raie mesurée est de 10  $kHz$ . Cette mesure est donc limitée par l'instrument. On peut donc seulement affirmer que la largeur de raie de

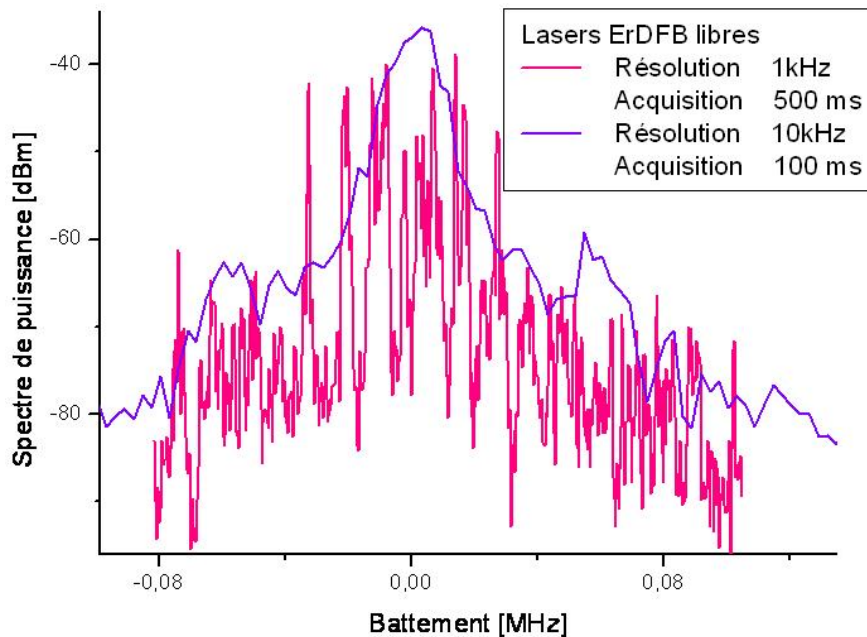
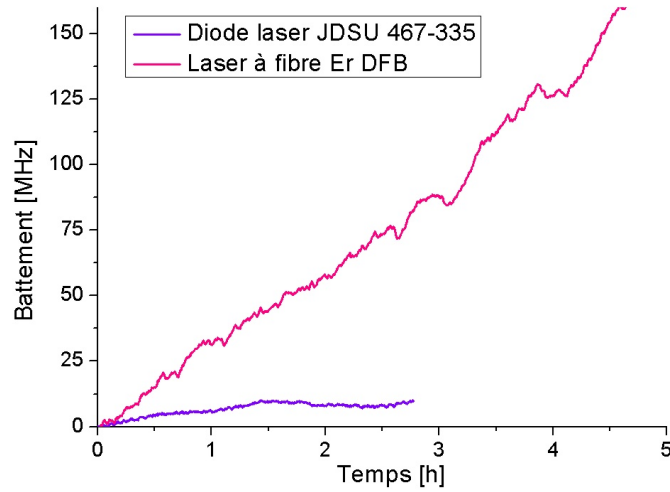


FIG. 3.6 - Battement de deux lasers à fibre dopée Erbium de la marque IDIL.

chaque laser est inférieure à  $5 \text{ kHz}$ . Le spectre à  $1 \text{ kHz}$  montre plusieurs pics de quelques  $\text{kHz}$  de largeur à mi-hauteur, ce qui laisse supposer que les lasers ont bien la finesse  $< 2 \text{ kHz}$  annoncée par le constructeur. En revanche, la fréquence de battement présente des oscillations rapides de l'ordre de quelques  $\text{kHz}$  en  $500 \text{ ms}$ . En résumé, les laser à fibres IDIL présentent effectivement une largeur spectrale de quelques  $\text{kHz}$ , mais leur stabilité à court terme élargit la raie.

La stabilité à long terme des lasers libres a été caractérisée en asservissant en fréquence une des deux sources. La figure 3.7 présente l'évolution de cette fréquence de battement pour des temps longs. Un laser à fibre et une diode laser ont successivement été comparés au laser à fibre asservi : alors que la dérive maximale de la diode laser est de  $6 \text{ MHz.h}^{-1}$ , le laser à fibre présente une dérive bien plus forte ( $25 \text{ MHz.h}^{-1}$ ). Ceci peut être imputé au fait que la zone à thermostatier dans le laser à fibre est nettement plus importante. Aussi, il n'est pas étonnant que, malgré la régulation thermique, la fibre ait localement certaines inhomogénéités de température. Cette importante dérive risque de poser problème pour asservir le laser sur de très longues durées : en effet, d'après le tableau 3.1, une électronique de contrôle de  $15 \text{ V}$  ne permettrait de corriger qu'une variation de fréquence d'environ  $150 \text{ MHz}$ . Ce problème sera adressé en fin de chapitre.



**FIG. 3.7** - Stabilité en fréquence d'un laser à fibre et d'une diode laser. Chaque laser est mélangé à un laser de référence asservi en fréquence.

### 3.2.2 Diodes lasers

Des diodes lasers à contre-réaction répartie (DFB) de trois sociétés ont été testées : JDS Uniphase, NEC et Avanex. Le tableau 3.2 donne quelques valeurs fournies par les constructeurs. Certaines diodes atteignent 80  $mW$  en sortie pour un courant de 600  $mA$ . Une telle puissance ne suffira cependant pas pour générer plusieurs dizaines de  $mW$  à 780  $nm$ . Il nous faudra alors utiliser un amplificateur à fibre. Dans ces conditions, il n'est plus nécessaire d'utiliser la diode laser à pleine puissance, quelques  $mW$  suffisant pour saturer l'amplificateur. Nous pourrions alors utiliser des alimentations en courant de plus faible puissance, de niveau de bruit d'intensité également plus faible.

Constructeur	JDS	Avanex	NEC
Série	935.808	1905LMI	NX8562LB
$I_{max}$ [ $mA$ ]	600	300	120
$P_{max}$ [ $mW$ ]	80	40	20
SMSR <sup>a</sup> [ $dB$ ]	51,1	50,4	53,6
Largeur de raie <sup>b</sup> [ $MHz$ ]	0,1338		
	0,0657		

<sup>a</sup>SMSR (*Side Mode Suppression Ratio* en anglais) correspond au taux d'extinction des modes longitudinaux par rapport au mode principal.

<sup>b</sup>Nous possédons deux diodes de ce type, et pour chacune d'elles, une valeur est spécifiée.

**Tableau 3.2** - Données du constructeur des diodes lasers DFB en InGaAsP.

Le comportement des différentes diodes en courant et en température a d'abord été

caractérisé. La figure 3.8 représente la puissance lumineuse de sortie en fonction du courant de diode. Les courants de seuil varient entre 20 et 30 mA.

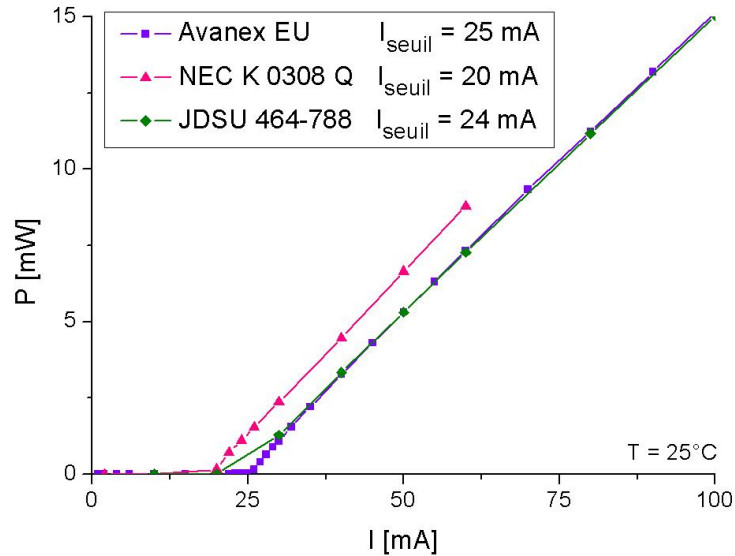


FIG. 3.8 - Puissance émise en fonction du courant traversant les diodes lasers.

La figure 3.9 présente la variation de la longueur d'onde mesurée à l'analyseur de spectre en fonction de la température de la diode ainsi que du courant. On peut d'ores et déjà constater que, après doublage, ces trois sources devraient pouvoir être accordées sur la transition  $D_2$  du Rubidium. Une régression linéaire des courbes tracées permet de déduire la loi régissant la longueur d'onde de chaque diode en fonction du courant et de la température. Ces lois sont reportées dans le tableau 3.3.

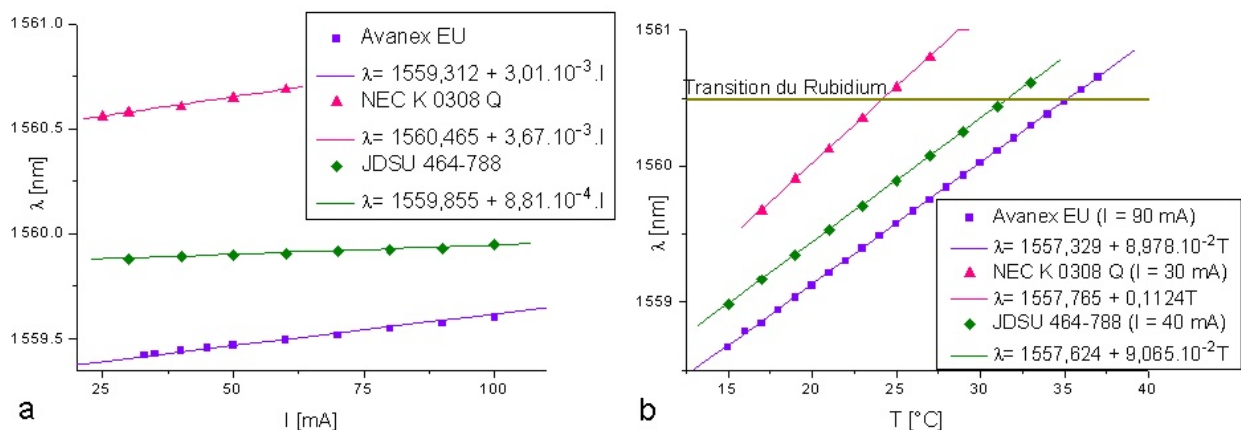


FIG. 3.9 - Variation de la longueur d'onde en fonction du courant et de la température.

Pour déterminer la largeur de raie des différentes sources, nous avons ensuite réalisé une expérience de battements optiques avec un laser à fibre, dont la largeur est bien inférieure.

Avanex EU	$\lambda_{[nm]} = 1557,060 + 8,978.10^{-2}T_{[^{\circ}C]} + 3,01.10^{-3}I_{[mA]}$
NEC K 0308 Q	$\lambda_{[nm]} = 1557,655 + 0,1124.T_{[^{\circ}C]} + 3,67.10^{-3}I_{[mA]}$
JDSU 464-788	$\lambda_{[nm]} = 1557,5887 + 9,065.10^{-2}T_{[^{\circ}C]} + 8,8.10^{-4}I_{[mA]}$

**Tableau 3.3** - Dépendance en intensité et température des longueurs d'onde des diodes lasers.

La largeur de raie du signal de battement a été calculée comme nous l'avons expliqué dans la partie précédente : en prenant la largeur de raie à  $-6$  dB. Ici, il s'agit d'un signal de battement entre le laser à fibre (d'une largeur inférieure à  $5$  kHz) et une diode laser. La largeur de la raie de battement peut donc être entièrement imputée à la diode laser. Les valeurs sont reportées dans le tableau 3.4.

Laser laser	Largeur de raie raie [MHz]	Bruit de courant [ $\mu A$ ]	Largeur due au courant [MHz]
Avanex EU	5,3	$< 3$	$< 4,4$
JDSU 464-788	1,1	$< 3$	$< 1,3$
NEC 0308 Q	2,7	$< 3$	$< 5,4$

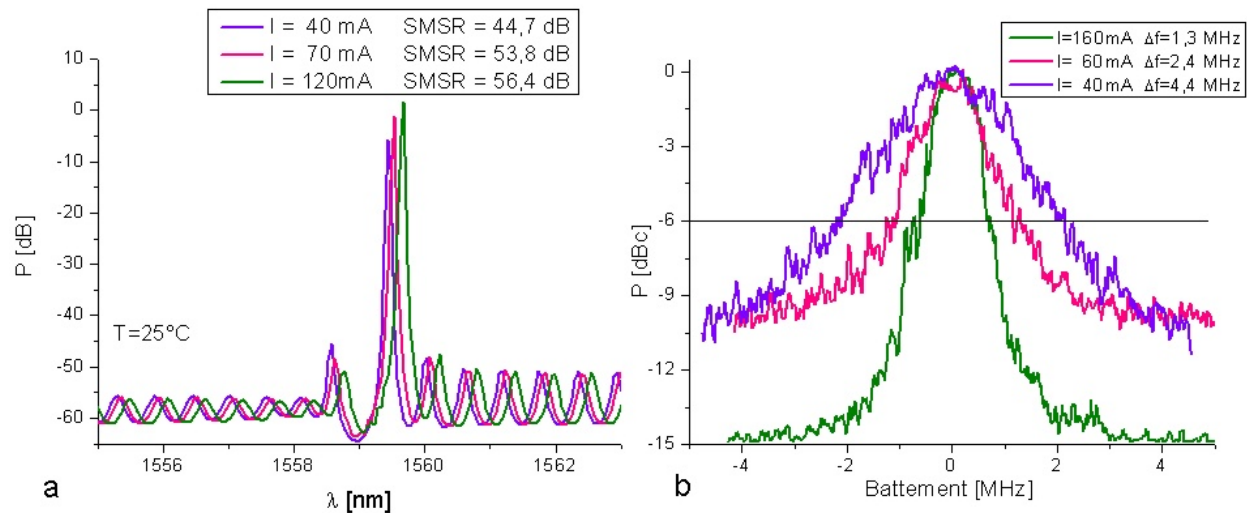
**Tableau 3.4** - Largeur de raie des différentes diodes lasers mesurées sur  $50$  ms.

Ces mesures ont été réalisées avec une alimentation Profile LDC8002 de bruit de courant spécifié inférieur à  $3\mu A$  sur une bande de  $10$  Hz à  $10$  MHz. En utilisant les coefficients du tableau 3.3, on peut déduire l'élargissement de la raie dû au bruit de l'alimentation. On constate que la largeur de raie mesurée peut être attribuée à ce bruit de courant. Toutefois cette donnée reste pertinente puisque c'est avec cette largeur de raie que nous allons manipuler les atomes.

Pour tenter de déterminer la largeur de raie intrinsèque de la diode laser, nous avons branché en série deux diodes lasers JDS-Uniphase sur la même alimentation de courant, et observé leur signal de battement. La dépendance de la fréquence de battement par rapport à l'intensité ( $\frac{d\Delta f}{dI} = 4,15$  MHz.mA $^{-1}$ ) étant 30 fois plus faible que la variation en intensité de la fréquence d'une des diodes ( $\frac{df_{DL}}{dI} = 121$  MHz.mA $^{-1}$ ), le bruit en intensité ne doit plus élargir le signal de battement. Nous avons alors mesuré des largeurs spectrales pour les diodes lasers 2 à 4 fois plus faibles, ce qui confirme l'importance du bruit de l'alimentation. La largeur minimale mesurée est de  $600$  kHz pour un courant de  $170$  mA, ce qui reste loin des performances annoncées par le constructeur. Notons cependant que les longueurs de cables reliant les deux diodes sont différentes. Ainsi, le bruit haute fréquence sur l'alimentation de courant n'est pas retranché sur le signal de battement, et peut expliquer la largeur observée.

Les spectres mesurés étant dissymétriques, un déplacement rapide devant la durée d'acquisition du spectre ( $100$  ms) pourrait expliquer la largeur excessive. D'après la loi de dé-

pendance de la longueur d'onde à la température du tableau 3.3, des fluctuations thermiques de  $50 \mu K$  sur  $100 ms$  suffiraient pour provoquer un élargissement à  $500 kHz$  de la raie, ce qui n'est pas du tout inconcevable. Nous avons tenté de réduire ces fluctuations thermiques à hautes fréquences en multipliant par 10 le gain du montage dérivateur du contrôleur de température. Un très léger affinement a été observé (de l'ordre de 10%), mais au détriment de la stabilité de l'asservissement en température. Nous n'avons donc jamais pu observer la largeur intrinsèque de  $150 kHz$  annoncée par le constructeur.



**FIG. 3.10** - Variation des caractéristiques des diodes lasers avec le courant - a. Compétition entre les modes longitudinaux d'une diode Avanex - b. Largeur de raie d'une diode JDSU.

Nous avons enfin vérifié l'importance de travailler suffisamment au-dessus du seuil afin d'obtenir une bonne suppression des modes longitudinaux ainsi que la largeur spectrale nominale. La figure 3.10 présente la variation de ces propriétés en fonction du courant.

### 3.2.3 Amplificateurs à fibre

Différents amplificateurs à fibre dopée Erbium de la société Kéopsys ont été testés. Ils permettent d'obtenir des puissances de  $500 mW$ ,  $1$ ,  $2$  ou  $5 W$  selon les modèles, et peuvent être à maintien de polarisation (*Polarization Maintaining* en anglais, PM). Nous possédons, un amplificateur à fibre de  $500 mW$  PM, deux amplificateurs, respectivement de  $1$  et  $2 W$ . Enfin, un amplificateur de  $5 W$  PM est en cours de modification car il ne satisfaisait pas les spécifications en polarisation.

Ces amplificateurs peuvent être contrôlés en puissance de sortie, ou en courant d'injection dans les diodes de pompe. En mode de contrôle de puissance de sortie, la stabilité de puissance de sortie est largement suffisante pour réaliser le refroidissement atomique. De

plus, d'autres facteurs prépondérants (stabilité en température du cristal, contrôle de la polarisation incidente du cristal) limiteront bien plus la stabilité de notre faisceau.

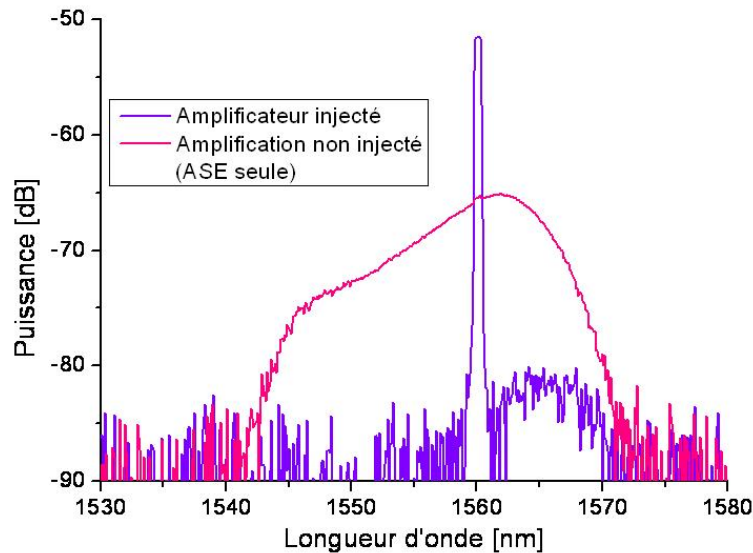


FIG. 3.11 - Spectre en sortie de l'amplificateur à fibre de 5 W en régime injecté et non injecté.

Chaque amplificateur possède deux étages d'amplification : un préamplificateur suivi d'un "booster". La puissance minimale permettant de saturer le système est d'environ  $-10$  dBm. Le gain varie alors entre 30 et 40 dB. Il est important de travailler en régime saturé, faute de quoi la longueur d'onde injectée risque d'être en compétition avec l'amplification de l'émission spontanée de l'Erbium (*Amplification of Spontaneous Emission* en anglais, ASE) dont le spectre s'étend entre 1540 et 1570 nm. La figure 3.11 présente le spectre de l'ASE ainsi que celui de l'amplificateur en régime injecté. Dans ce dernier cas, le pic est alors 30 dB supérieur à l'ASE<sup>4</sup>. Après doublage de fréquence, la lumière parasite provenant éventuellement du doublage de fréquence de l'ASE est également atténuée de 30 dB : elle vient de la somme de l'ASE avec le pic.

En définitive, les sources lasers et amplificateurs à fibres issus des technologies Télécoms ont a priori les propriétés spectrales et la puissance suffisantes pour nous permettre de réaliser le refroidissement atomique.

<sup>4</sup>En Télécoms, ce rapport est appelé *Optical Signal to Noise Ratio* (OSNR).



### 3.3 Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique

Le doublage de fréquence est réalisé à partir d'un cristal non linéaire. Les équations de l'optique non linéaire sont rappelées dans l'annexe D. Nous présentons dans ce paragraphe les critères permettant d'optimiser le choix du cristal pour notre application.

#### 3.3.1 Accord de phase par biréfringence

Pour obtenir un taux de conversion satisfaisant, il est impératif que les différentes ondes se propageant dans le matériau soient accordées en phase (voir annexe D.3). Dans le cas du doublage de fréquence, deux ondes de polarisation  $j$  et  $k$  s'ajoutent pour former une onde de polarisation  $i$ . La condition d'accord de phase s'écrit alors :

$$2n_i(2\omega) = n_j(\omega) + n_k(\omega) \quad (3.1)$$

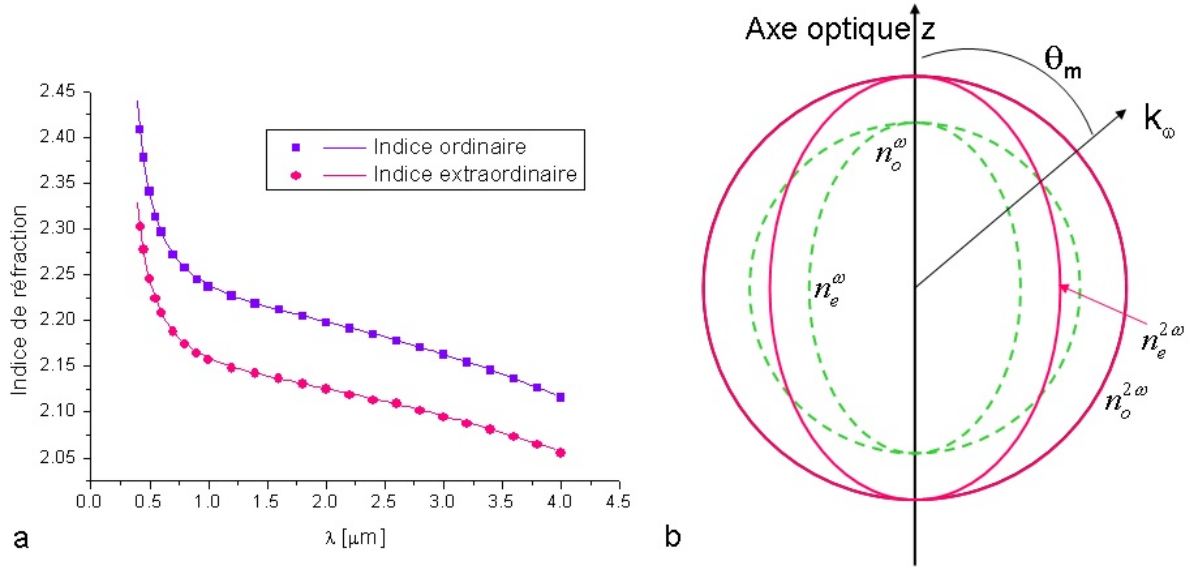
**Rappel de principe** Dans le cas d'un matériau biréfringent, cette condition sur les indices de réfraction peut être satisfaite en choisissant l'angle du cristal, ainsi que l'angle d'incidence sur le cristal des faisceaux de fréquence  $\omega$ . Cet accord de phase par biréfringence peut être de deux types.

- Soit les deux ondes de pompe à  $\omega$  ont la même polarisation. On parle alors d'accord de phase de type I. L'équation 3.1 s'écrit alors  $n_i(2\omega) = n_j(\omega)$ . Dans le cas du Niobate de Lithium, qui est un cristal de biréfringence négative ( $n_o > n_e$ ), cela implique que l'onde incidente est nécessairement polarisée sur l'axe ordinaire. Toutefois, si l'onde incidente est inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'axe optique primaire, la biréfringence peut être réduite, et l'accord de phase est alors réalisé pour d'autres longueurs d'onde.
- Soit les ondes de pompes sont polarisées, l'une sur l'axe ordinaire, l'autre sur l'axe extraordinaire. L'accord de phase est dit de type II.

Dans les deux cas, l'angle d'incidence du faisceau est imposé par la biréfringence du matériau. Cette contrainte sévère ne permet malheureusement pas toujours de profiter du meilleur coefficient non linéaire  $d_{ij}$  du matériau. Ainsi, dans le cas du Niobate de Lithium (dont les propriétés sont rappelées en annexe C), nous avons reporté sur la figure 3.12.a les indices ordinaires et extraordinaires du matériau. Comme il s'agit d'un cristal uniaxe<sup>5</sup>, la surface d'indice est à symétrie de révolution autour de l'axe optique et sa projection nous permet de déduire géométriquement l'angle d'accord de phase. En effet, en traçant, comme

---

<sup>5</sup>Rappelons que l'axe optique d'un cristal se définit comme l'axe tel que toute lumière se propageant parallèlement à cet axe voit le même indice de réfraction. Ainsi un cristal uniaxe possède un ellipsoïde des indices à symétrie de révolution.



**FIG. 3.12** - a - Indice de réfraction du Niobate de Lithium stœchiométrique (de rapport molaire  $Li/Nb \approx 1,0$ ). Courbe expérimentale extraite de [152]. Coefficients de Sellmeier extraits de [153]. b - Surface des indices dans le cas d'un cristal uniaxe. L'accord de phase est réalisé à l'intersection des surfaces aux différentes fréquences.

sur la figure 3.12.b les surfaces d'indice pour les ondes à 1560 et 780 nm, la condition d'accord de phase se trouve réalisée à l'intersection des surfaces, c'est-à-dire pour une onde incidente ayant un angle  $\theta_m$  par rapport à l'axe optique tel que :

$$\left(\frac{n_o^\omega \cos \theta_m}{n_o^{2\omega}}\right)^2 + \left(\frac{n_o^\omega \cos \theta_m}{n_e^{2\omega}}\right)^2 = 1 \quad (3.2)$$

Ainsi, si l'on examine la matrice de coefficients non linéaires du Niobate de Lithium (C.3), on se rend compte que l'accord de phase par biréfringence ne permet pas forcément d'exploiter le coefficient non linéaire le plus important, c'est-à-dire le coefficient  $d_{33}$ , qui correspond à une onde incidente polarisée selon l'axe optique, et une onde de seconde harmonique générée sur ce même axe optique. Le calcul du coefficient non linéaire effectif  $d_{eff}$  va dépendre du type d'accord de phase et est donné, dans le cas d'un cristal uniaxial dans [154].

De plus, si une onde est polarisée sur un axe qui n'est pas un axe principal du cristal, la matrice de permittivité relative n'est alors pas diagonale, ce qui implique que le déplacement  $\vec{D}$  et le champ électrique  $\vec{E}$  ne sont plus colinéaires. Or, le vecteur d'onde étant perpendiculaire à  $\vec{D}$  tandis que le vecteur de Poynting est perpendiculaire à  $\vec{E}$ , il en résulte que le faisceau ne se propage pas dans la direction du vecteur d'onde. Il peut en résulter une diminution du recouvrement entre les différentes ondes, provoquant une diminution de l'efficacité de doublage. Ce phénomène est appelé *Walk-Off*.

En définitive, la technique d'accord de phase par biréfringence permet de générer la seconde harmonique dans de nombreux cristaux. Toutefois, cette technique présente deux inconvénients majeurs : elle ne permet pas a priori de réaliser le processus non linéaire à l'aide du coefficient  $d$  le plus important ; de plus, le phénomène de walk-off risque de diminuer l'efficacité du doublage sur la longueur du cristal.

Dans notre cas, le faisceau incident étant continu, nous ne bénéficions pas des importantes puissances de crête disponibles en régime pulsé. Par conséquent, il est peu probable que nous ayons la puissance nécessaire pour obtenir une conversion totale du faisceau de pompe. Il est donc important de choisir un cristal permettant une conversion optimale.

**Cristaux pour la génération de seconde harmonique** Nous passons à présent en revue les cristaux non linéaires susceptibles de convenir à la conversion de fréquence de  $1,56 \mu m$  vers  $780 nm$  [155] :

**BBO** Le Borate de Béta-Barium ( $\beta - BaB_2O_4$ ) fut découvert en 1985 et est rapidement devenu un des cristaux les plus populaires pour les applications dans les domaines visible et Ultra-Violet.

**LBO** Le Triborate de Lithium ( $LiB_3O_5$ ), bien que possédant des coefficients non linéaires moins importants peut cependant être utilisé en accord de phase non critique (ou *Non Critical Phase Matching* en anglais, NCPM), c'est-à-dire que l'accord de phase peut être réalisé en jouant sur la température. L'acceptance angulaire est alors nettement plus importante que celle d'un cristal accordé en phase par biréfringence. Pour nos longueurs d'onde, la température correspondante est autour de  $120^\circ C$ .

**LN** Le Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ) fut l'un des premiers cristaux synthétisés dans l'optique de réaliser de la conversion de fréquence [152], dans les années 1960. Toutefois, son faible seuil de dommage<sup>6</sup>, l'avènement de cristaux plus robustes tels que KTP, BBO ou LBO a rendu le Niobate de Lithium obsolète. Un autre inconvénient du Niobate de Lithium est son faible seuil d'effet photoréfractif (voir le chapitre 3.6.1). Toutefois, en dopant le cristal avec de l'oxyde de magnésium  $MgO$ , le seuil de dommage photoréfractif peut être augmenté de plusieurs ordres de grandeurs [157]. La composition du cristal joue également un rôle : comme le précise l'annexe C, on distingue le cristal congruent (CLN) et le cristal stœchiométrique (SLN) par leur proportion relative de Nb et Li. Le tableau 3.5 présente les seuils photoréfractifs pour une onde à  $532 nm$  pour différentes compositions et différents dopages.

---

<sup>6</sup>Dans [156], un laser à fibre dopée Erbium à  $1,56 \mu m$  pulsé à  $300 Hz$ , d'impulsions de durée  $50 ns$ , focalisé dans un cristal avec un waist de  $80 \mu m$  a endommagé le cristal. Le seuil de dommage dans cette configuration est estimé à  $0,35 GW.cm^{-2}$ .

Type de cristal	Seuil de dommage photoréfractif (en $kW.cm^{-2}$ )
LN stœchiométrique (SLN)	$6.10^{-2}$
LN congruent (CLN)	1, 5
SLN dopé à 0,6% (mol.) en MgO	4, 0
SLN dopé à 1,8% (mol.) en MgO	$> 8.10^3$
SLN dopé à 3,6% (mol.) en MgO	$> 8.10^3$

**Tableau 3.5** - Seuil de dommage photoréfractif pour différents cristaux de Niobate de Lithium [157]. Les cristaux sont éclairés par un laser à 532 nm.

**KTP** Le Potassium Titanyl Phosphate ( $KTiOPO_4$ ) a été très largement utilisé dans les années 1980-1990, notamment pour doubler des lasers Nd :YAG à 532 nm.

**KDP** Le Dihydrogénophosphate de Potassium ( $KH_2PO_4$ ) est l'un des plus vieux cristaux ferro-électriques non linéaires. Utilisés dans les premières expériences dans les années 1960, il est aujourd'hui apprécié pour son seuil de dommage et son taux de croissance pouvant atteindre 50 mm par jour.

**KN** Le Niobate de Potassium ( $KNBO_3$ ) est très utilisé depuis le début des années 1980 pour la génération de seconde harmonique en continu.

**BIBO** Le Triborate de Bismuth ( $BiB_3O_6$ ) est un cristal découvert récemment ayant des coefficients non linéaires 1,7 fois plus grands que ceux du BBO et 4 fois plus importants que ceux du LBO.

**Critères de choix** Deux critères entreront principalement en compte pour déterminer le cristal pertinent pour notre application. Tout d'abord, il est évident que la meilleure efficacité de doublage sera recherchée. Pour cela, nous comparerons les différents cristaux à l'aide d'un facteur de mérite. Ce facteur tient compte de toutes les grandeurs dépendant du cristal et contenues dans l'expression du doublage de fréquence (D.11). Ainsi le coefficient non linéaire à l'accord de phase ( $d_{eff}$ ) n'est pas le seul chiffre à prendre en compte. Il doit être pondéré par le produit des indices de réfraction aux différentes ondes. On écrit donc le facteur de mérite :  $\eta = \frac{|d_{eff}|}{n_1(\omega).n_2(\omega).n(2\omega)}$ . Dans le cas d'un accord de phase de type I,  $n_1(\omega) = n_2(\omega)$ , tandis que pour un accord de type II,  $n_1(\omega) = n_o(\omega)$  et  $n_2(\omega) = n_e(\omega)$ .

A l'aide du logiciel SNLO [158], nous pouvons déterminer l'angle et le type d'accord de phase, ainsi que le coefficient non linéaire effectif  $d_{eff}$  et l'indice de réfraction pour chacun des cristaux mentionnés précédemment. Nous pouvons alors en déduire le facteur de mérite de chaque matériau. Le tableau 3.6 résume ces résultats. Il ressort que les cristaux les plus efficaces sont, par ordre décroissant : le KN, le KTP, le BBO et le LN.

Cristal	Polarisation des faisceaux	Indice de réfraction n	Angle avec l'axe optique $\theta$ [°]	Coefficient effectif $d_{eff}$ [ $pm.V^{-1}$ ]	Facteur de mérite $\eta$ [ $pm.V^{-1}$ ]
BBO	$o + o \rightarrow e$	1,646	19,8°	1,95	0,437
LBO	$o + o \rightarrow e$	1,596	NQPM <sup>a</sup>	0,81	0,199
SLN	$o + o \rightarrow e$	2,212	48,6°	-4,37	0,400
CLN	$o + o \rightarrow e$	2,211	49,5°	-4,35	0,402
MgLN <sup>b</sup>	$o + o \rightarrow e$	2,208	46,9°	-4,30	0,399
KTP	$o + e \rightarrow o$	1,74 1,79 1,76	52,9°	-2,76	0,506
KN	$o + o \rightarrow e$	2,197	38,8°	6,49	0,612
BIBO	$o + o \rightarrow e$	1,772	11,3°	2,12	0,381

<sup>a</sup>NQPM : *Non Critical Phase Matching*. L'accord de phase est réalisé en chauffant le cristal à 120°C [159].

<sup>b</sup>MgLN : Niobate de Lithium congruent dopé avec 5% (mol.) de MgO.

**Tableau 3.6** - Configuration d'accord de phase pour différents cristaux massifs. Calculs réalisés avec le logiciel SNLO dans le cas de la SHG 1560  $\rightarrow$  780 nm.

Le deuxième élément à prendre en compte est la maturité technologique. Tous ces cristaux ne sont pas également répandus, et ne sont pas forcément disponibles aux mêmes tailles. Ainsi les cristaux de Niobate de Potassium disponibles dans le commerce ne dépassent pas 10 mm. Le cristal de KN peut atteindre 20 mm, le BBO 25 mm, le KTP 40 mm et le LN 50 mm. Comme le rendement de doublage dépend quadratiquement de la longueur et seulement linéairement du facteur de mérite, on préférera un long cristal de LN à des cristaux plus court KN, BBO ou KTP.

### 3.3.2 Quasi-accord de phase

Pour de nombreux cristaux, on constate que le coefficient non linéaire le plus important est de type  $d_{ii}$ , c'est-à-dire pour les trois ondes polarisées sur le même axe. C'est le cas, entre autres, du LN ( $d_{33} = -25 pm.V^{-1}$ ), du KTP ( $d_{33} = 15,9 pm.V^{-1}$ ) et du KN ( $d_{11} = 21,9 pm.V^{-1}$ ) [158]. Malheureusement, en raison de la dispersion du matériau, il est impossible de réaliser l'accord de phase par biréfringence le long de ces axes.

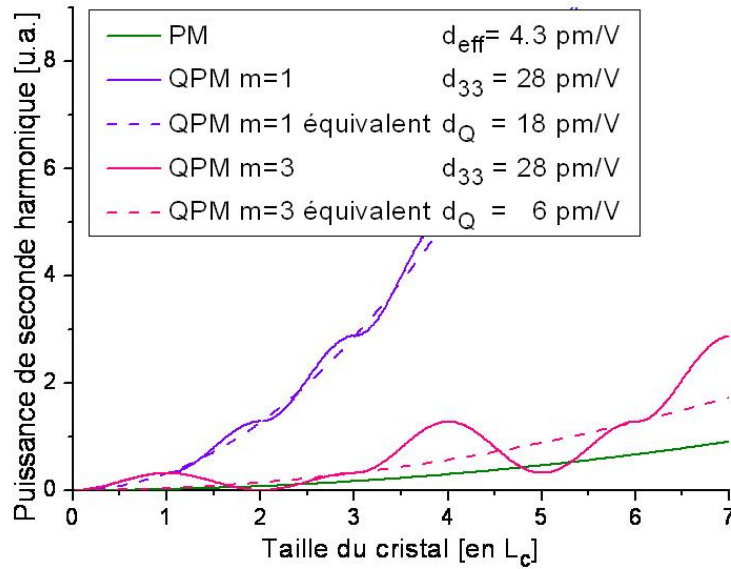
**Intérêt d'une nouvelle technique** Dès 1962, Blombergen<sup>7</sup> propose des mécanismes permettant de réaliser le doublage de fréquence de manière efficace, même lorsque l'accord de phase  $\Delta k = 0$  n'est pas réalisé [160]. Constatant que le terme de désaccord de phase  $e^{i.\Delta k.z}$

<sup>7</sup>Prix Nobel en 1981 pour ses travaux en spectroscopie laser.

change périodiquement de signe et provoque une diminution de l'amplitude de doublage générée (voir équation D.8), des techniques sont proposées pour réaliser un déphasage de  $\pi$  de ce terme pour chaque trajet optique de longueur  $L_c = \pi/\Delta k$ , appelée longueur de cohérence. Ainsi, le terme de désaccord de phase reste toujours positif, et les amplitudes de seconde harmonique générées tout le long du cristal s'ajoutent constructivement. Ces techniques sont dites de quasi-accord de phase (ou *Quasi-Phase Matching* en anglais, QPM).

En 1964, Miller propose une technique pour réaliser ce quasi-accord de phase dans des matériaux ferro-électriques [161]. Ces derniers ont un moment dipolaire électrique permanent sous la température de Curie, qui fixe un axe optique. En inversant le signe de ce moment dipolaire, on change alors le signe de certains coefficients non linéaires, ce qui revient à rajouter un déphasage de  $\pi$  dans le terme de désaccord de phase. Si les domaines ferro-électriques sont inversés pour des multiples impairs de la longueur de cohérence. Le cristal ainsi réalisé est dit périodiquement retourné (ou *Periodically Poled* en anglais, PP).

Dans le cas du Niobate de Lithium et pour les longueurs d'onde envisagées, le pas d'inversion doit être d'environ  $19 \mu\text{m}$  et le champ coercitif à inverser est de  $21 \text{ kV.mm}^{-1}$ <sup>8</sup>. Ce challenge technologique explique pourquoi les premiers cristaux de Niobate de Lithium périodiquement retourné ayant permis de réaliser le quasi-accord de phase n'aient été réalisés qu'en 1980 [162].



**FIG. 3.13** - Génération de seconde harmonique dans un cristal de LN massif accordé en phase (PM), ainsi que dans des cristaux de PPLN aux ordres 1 (QPM  $m = 1$ ) et 3 (QPM  $m = 3$ ).

Comme il est montré en annexe D.4, l'équation différentielle régissant l'enveloppe de

<sup>8</sup>pour du LN congruent, et  $4 \text{ kV.mm}^{-1}$  pour du LN stœchiométrique [155].

l'onde doublée (D.8) est simplement modifiée dans un cristal périodiquement retourné par un facteur  $\frac{i\pi}{2m}$  où  $m$  est l'ordre du quasi-accord de phase, qui ne peut prendre que des valeurs impaires<sup>9</sup>. L'efficacité de conversion de fréquence est donc réduite d'un facteur  $\frac{\pi}{4m^2}$ . Ainsi, pour le Niobate de Lithium, un gain du taux de conversion d'environ  $\left(\frac{2 \cdot d_{33}}{\pi} / d_{eff}\right)^2 \approx 15$  est attendu en utilisant un cristal périodiquement retourné. La courbe 3.13 compare les performances d'un cristal de LN massif accordé en phase par biréfringence à un cristal de PPLN accordé à l'ordre 1 et à l'ordre 3. On constate que les cristaux périodiquement retournés permettent d'obtenir de meilleurs rendements. Toutefois, un cristal à l'ordre 5 ne serait pas intéressant par rapport à un cristal massif accordé en phase par biréfringence.

Les cristaux périodiquement retournés présentent un deuxième avantage : comme ils sont optimisés pour être utilisés avec des polarisations alignées sur les axes principaux du cristal, les ondes incidentes et l'onde générée ne subiront pas de walk-off. Ainsi le recouvrement entre les ondes restera maximal tout le long du cristal.

Il faut cependant noter que le pas de retournement des domaines ferro-électriques  $\Lambda$  va donner la condition de quasi-accord de phase :

$$\Delta k_{QPM} = \Delta k - \frac{2\pi \cdot m}{\Lambda} = 0 \quad (3.3)$$

L'accord pourra être modulé en modifiant la température du cristal, ce qui aura pour effet de modifier l'indice ainsi que de dilater le cristal. Néanmoins, comme nous le verrons bientôt, cette accordabilité est restreinte.

Aux vues des avantages considérables que représentent les cristaux périodiquement retournés sur les cristaux massifs, il est clair que nous opterons pour ce type de structures.

**Cristaux disponibles** De nombreuses techniques ont été testées pour réaliser ces cristaux périodiquement retournés [163]. Le défi technologique consiste à inverser le champ coercitif de façon précise sur des périodes de l'ordre du micron. Le champ coercitif peut être diminué en augmentant la température. Les techniques chimiques qui consistent à faire migrer des ions Lithium par diffusion, ou par échange de protons, ne permettent pas d'obtenir des domaines parallèles. C'est pourquoi la technique la plus répandue consiste à créer un masque au pas correspondant à la période de retournement du réseau, et de s'en servir comme électrode sur un cristal suffisamment fin. Un fort champ électrique est alors appliqué et permet d'obtenir le cristal périodiquement retourné. Cette méthode est adaptée à la production de masse. Plus récemment, une nouvelle technique dite de retournement calligraphique [164] permet de retourner périodiquement un cristal posé sur une électrode liquide à l'aide d'une pointe

---

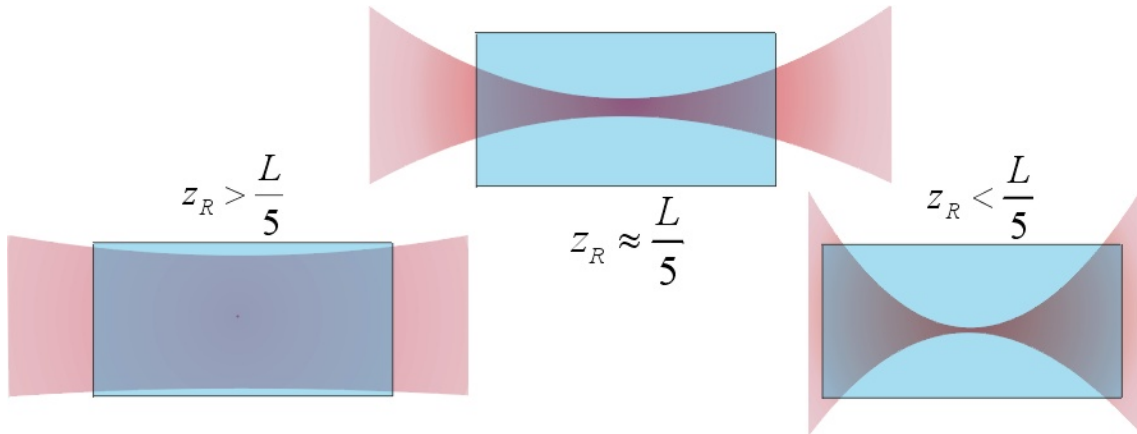
<sup>9</sup>du moins pour des domaines ayant tous la même taille.

de 1  $\mu\text{m}$  de diamètre. Cette technique a l'avantage de n'utiliser que du matériel de base de laboratoire, et peut être contrôlée en temps réel.

De nombreux matériaux ont été périodiquement retournés : Niobate de Lithium (LN), Tantalate de Lithium (TL), Niobate de Potassium (KN), KTP... mais peu sont encore commercialisés à l'heure actuelle.

**Test de cristaux périodiquement retournés** Nous allons tester les deux cristaux les plus répandus : le Niobate de Lithium (PPLN) et le potassium titanyl phosphate (PPKTP), tous deux périodiquement retournés.

Dans un premier temps, étudions la modification des expressions de l'optique non linéaire lorsque l'on s'éloigne d'une situation d'onde plane, ce qui est le cas dans une situation réelle où le faisceau est gaussien.



**FIG. 3.14** - Focalisation optimale d'un faisceau gaussien dans un cristal non linéaire. L'optimum calculé par Boyd [165] correspond à  $L = 5,68.z_R$ .

La puissance de seconde harmonique produite est proportionnelle au carré de la longueur d'interaction, et inversement proportionnelle à la surface du faisceau laser. Or, le faisceau incident étant gaussien, son waist évolue selon la loi :

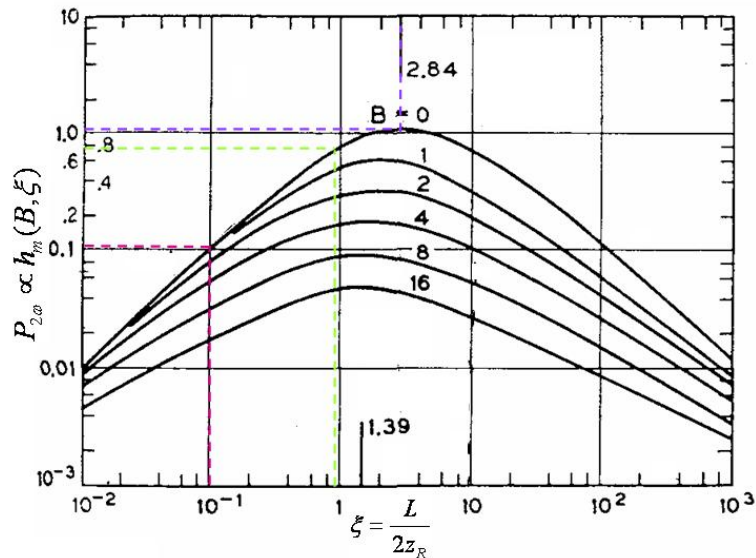
$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad \text{avec} \quad z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.4)$$

où  $z$  est la direction de propagation du faisceau,  $w_0$  est le rayon (ou *waist*<sup>10</sup> en anglais) du faisceau au point focal, et  $z_R$  est la distance de Rayleigh, qui caractérise la distance sur laquelle le faisceau s'élargit d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Cette équation nous montre qu'il n'est pas physiquement possible d'obtenir un faisceau extrêmement fin et collimaté en même temps.

<sup>10</sup>Le waist correspond à la distance au centre du faisceau et le point où l'enveloppe vaut  $1/e$  de l'amplitude au centre [166].



Ainsi, la figure 3.14 montre le compromis à trouver : la figure de gauche montre un faisceau présentant un grand waist donc une faible divergence, maximisant le volume d'interaction du cristal, mais minimisant la densité de puissance ; au contraire, sur la figure de droite, la densité est maximale mais sur un volume d'interaction très réduit. Pour une longueur de cristal  $L$  donnée, il existe un optimum [165] correspondant à  $L/z_R = 5,68$ . Cette configuration est dite confocale.



**FIG. 3.15** - Efficacité de doublage en fonction de la taille relative du cristal par rapport à la longueur de Rayleigh du faisceau gaussien. Le paramètre  $B$  rend compte du phénomène de walk-off. En l'absence de walk-off,  $B = 0$ . Figure extraite de [165].

Nous souhaitons avoir une estimation du rendement optimal du cristal, c'est-à-dire en configuration confocale. Pour cela, la démarche consiste à utiliser les résultats des calculs en annexe D, valables pour des ondes planes. Nous considérons ensuite un faisceau gaussien qui, sur la longueur du cristal, peut être assimilé à une onde plane. C'est le cas par exemple d'un faisceau de longueur de Rayleigh  $z_R = 5.L$ , car son waist varie de moins de 1% le long du cristal. Le rendement dans une telle configuration est alors comparé au rendement optimal grâce aux abaques de Boyd [165] reportés sur la figure 3.15. On constate un facteur 10 entre ces deux configurations. Ainsi, en tenant compte de ce facteur de correction, l'efficacité de doublage pour un faisceau gaussien confocal peut s'écrire <sup>11</sup> :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1^2} \approx \frac{16\pi^2 \cdot d_{QPM}^2}{n_2 \cdot n_1 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda^3} L \quad (3.5)$$

<sup>11</sup>Ici l'expression du waist diffère légèrement de l'expression (3.4) car elle tient compte de l'indice pour utiliser la longueur d'onde dans le vide au lieu de la longueur d'onde dans le milieu.

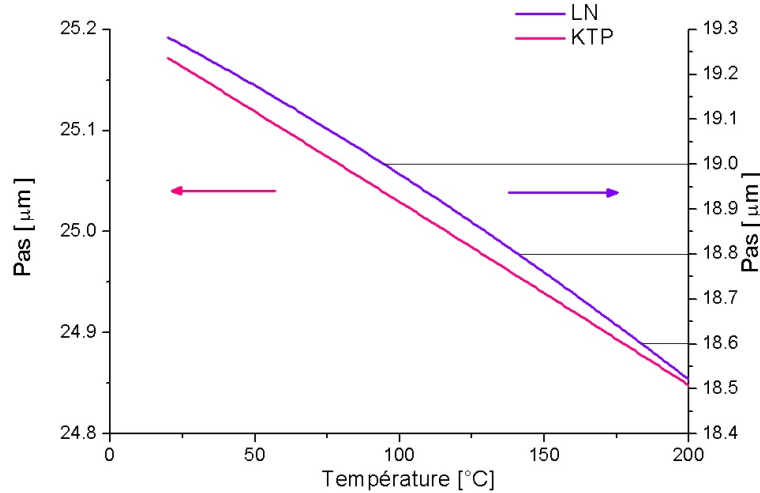
### 3.3 Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique

Cette expression est également utilisée dans la littérature [167]. On constate que la relation entre la focalisation du faisceau et la taille du cristal a fait disparaître un facteur  $L$ . Ainsi, contrairement aux ondes planes (ou aux ondes guidées, comme nous le verrons dans la suite), le rendement d'un cristal massif traversé par un faisceau gaussien s'exprimera en  $\%.W^{-1}.cm^{-1}$ , et non pas en  $\%.W^{-1}.cm^{-2}$ . Avec cette formule nous pourrions donc prévoir le rendement attendu pour les cristaux que nous allons tester.

Déterminons à présent la période de retournement périodique ou pas du réseau permettant de réaliser le doublage de fréquence de 1560 vers 780 nm. Les équations de Sellmeier du LN sont données en annexe C. Pour le KTP, nous utilisons les équations extraites de [155]. Nous pouvons alors extraire la longueur de cohérence  $l_c$  du processus. Le pas du cristal, à une température donnée, correspondra au double de cette longueur de cohérence. En tenant compte du coefficient de dilatation thermique du cristal  $\alpha$ , le pas à température ambiante  $l_{T_0}(T)$  s'exprime alors :

$$l_{T_0}(T) = \frac{2.l_c(T)}{\alpha.(T - T_0)} \quad (3.6)$$

où  $T$  est la température de quasi-accord de phase. La figure 3.16 trace la longueur de cohérence en fonction de la température pour les deux types de cristaux. Le pas du cristal de PPKTP doit donc être d'environ  $25\mu m$  et celui du PPLN d'environ  $18,9\mu m$ . Toutefois il est important de noter que la dépendance en température de l'indice de réfraction du KTP est relativement mal connue et on ne trouve qu'une dépendance linéaire dans la littérature.



**FIG. 3.16** - Pas du réseau de cristaux périodiquement retournés pour réaliser le quasi-accord de phase en fonction de la température.

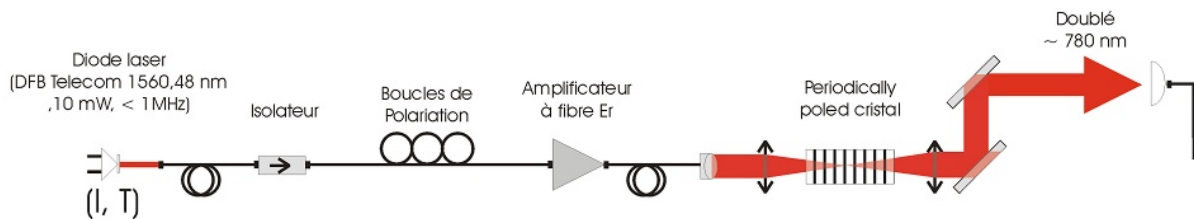
Le tableau 3.7 donne les informations générales sur les cristaux testés. Le rendement théorique optimal a été calculé à l'aide de l'expression (3.5).

Nous pouvons alors tester les cristaux grâce au dispositif expérimental décrit dans la

	PPKTP	PPLN
Fournisseur	Cobolt	Deltronic
Pas [ $\mu m$ ]	25,5	18,4 - 18,6 - 18,8 - 19
Longueur [ $mm$ ]	20 (puis 10)	20
Rendement calculé	0,8%/W	1,5%/W

**Tableau 3.7** - Spécifications des cristaux périodiquement retournés.

figure 3.17 : une source laser fibrée passe par un isolateur, puis dans un système de boucles de Lefèvre permettant d'ajuster la polarisation. Le faisceau injecte alors un amplificateur fibré, insensible à la polarisation. En sortie d'amplificateur, le faisceau passe alors à l'air libre où il est focalisé dans le cristal. Le cristal est thermostaté grâce à un four permettant d'atteindre  $200^{\circ}C$ . La température est contrôlée à  $\approx 0,2^{\circ}C$  près.



**FIG. 3.17** - Banc de test des différents cristaux non linéaires.

Le cristal de PPKTP dont nous disposons possède, au regard des indices de réfraction trouvés dans la littérature, un pas de retournement légèrement trop important, correspondant à une température d'accord de phase de  $-120^{\circ}C$ . Néanmoins l'optimum a été trouvé expérimentalement à  $+170^{\circ}C$ , pour un rendement inférieur à  $0,1\%/W$ , soit près d'un ordre de grandeur en-dessous de la valeur attendue. Ce rendement a été déterminé en ajustant la courbe de puissance doublée en fonction de la puissance de pompe, pour des puissances incidentes allant jusqu'à  $1 W$ . La figure 3.18 présente le quasi-accord de phase du cristal en température.

Devant ces résultats décevants, un nouveau cristal a été commandé en spécifiant une température d'accord de phase autour de  $30 - 40^{\circ}C$ . Malheureusement ce dernier cristal nous a conduit au même rendement. Le PPKTP a donc été abandonné pour la suite de l'étude. Ce cristal aurait permis de travailler à proximité de la température ambiante car il ne souffre pas du dommage photoréfractif<sup>12</sup>.

<sup>12</sup>Dans le domaine visible, il est néanmoins soumis à un phénomène appelé *gray-tracking* qui altère ses performances à long terme. Typiquement, la puissance moyenne de sortie à  $532 nm$  d'un cristal de KTP réalisant du doublage de fréquence passe de  $106 W$  à  $97,4 W$  après 100 heures d'opération continue [168]. A  $780 nm$ , cet effet devient négligeable [169]. Précisons enfin que cet effet est réversible.

### 3.3 Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique

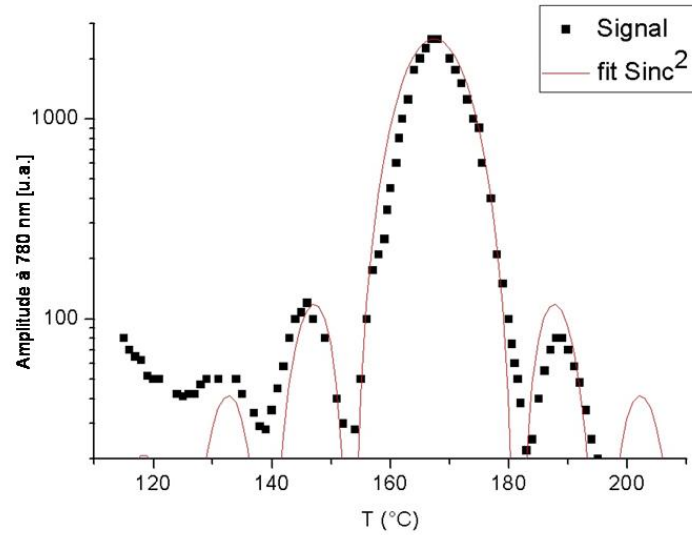


FIG. 3.18 - Quasi-accord de phase du PPKTP.

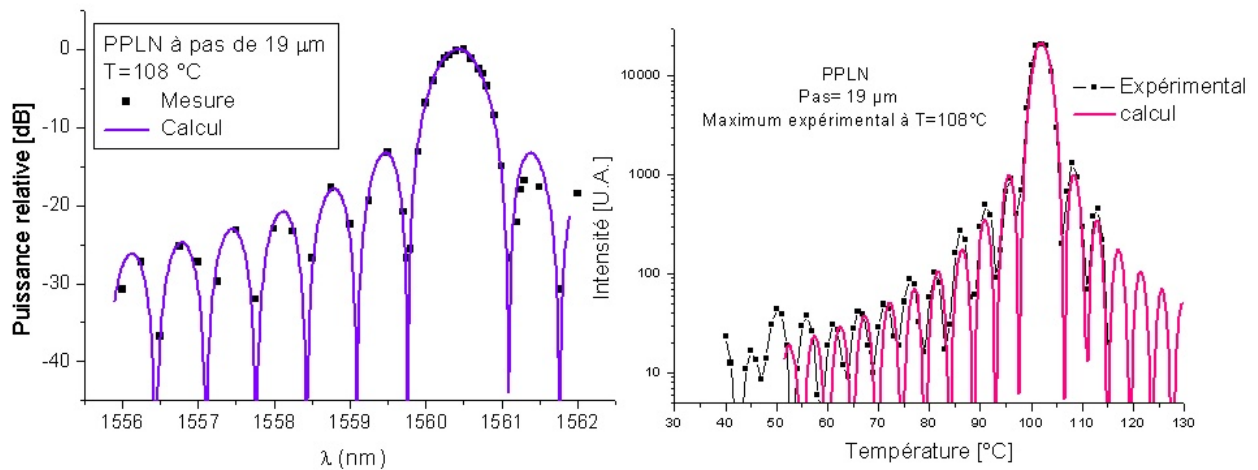


FIG. 3.19 - Courbes de quasi-accord de phase en température et en longueur d'onde d'un cristal de PPLN de 20 mm de long et de 19 μm de pas.

Nous avons ensuite testé un cristal de PPLN de dimension  $20 \times 5 \times 0,5 \text{ mm}^3$ . Ce cristal possède 4 domaines de pas différents : 19, 18,8, 18,6 et 18,4  $\mu\text{m}$ . D'après la courbe 3.16, le pas de 19  $\mu\text{m}$  correspond à la température d'accord de phase la plus basse, autour de  $100^\circ\text{C}$ . Pour chaque diminution du pas de 0,2  $\mu\text{m}$ , la température augmente de  $45^\circ\text{C}$ .

Expérimentalement, la température de quasi-accord de phase mesurée est de  $108^\circ\text{C}$ , ce qui est en relativement bon accord avec la prédiction. De plus, le rendement mesuré est de  $0,8\%/W$ , ce qui semble également en accord raisonnable avec la théorie. La plage d'accordabilité en fréquence pour une température donnée a également été déterminée et correspond, à  $-3\text{dB}$  à près de 0,5  $\text{nm}$  autour de 1,56  $\mu\text{m}$ , soit 0,25  $\text{nm}$  à 780  $\text{nm}$ , ou près de 125  $\text{GHz}$ . La figure 3.19 présente les courbes de quasi-accord de phase en température et en longueur d'onde. Comme le fait remarquer Fejer [170], la courbe de quasi-accord de phase correspond à la transformée de Fourier de la distribution spatiale du coefficient non linéaire  $d$  :

$$E_2(L) \propto \int_0^L d(z) e^{-i \cdot \Delta k' \cdot z} dz \quad (3.7)$$

Ainsi la largeur du pic, c'est-à-dire la plage fréquentielle de quasi-accord de phase est inversement proportionnelle à la longueur du cristal.

En définitive, le Niobate de Lithium semble technologiquement mieux maîtrisé [163] et offre de meilleures performances que les autres cristaux disponibles sur le marché. Nous travaillerons donc avec ce matériau, même si certaines limitations sont à craindre, notamment liées au faible seuil de dommage photoréfractif. Nous reviendrons sur cet effet ultérieurement.

### 3.3.3 Cristaux en guide d'onde

Comme nous l'avons vu, afin d'optimiser l'efficacité de doublage, il peut être intéressant de maximiser l'intensité du faisceau de pompe sur toute la longueur du cristal. Dans le cas d'un faisceau gaussien, il faut malheureusement choisir entre maximiser l'intensité ou le volume d'interaction. En revanche, dans le cas d'un guide d'onde, le faisceau lumineux est fortement confiné, et conserve un diamètre homogène sur toute la longueur du cristal. Ainsi un cristal de Niobate de Lithium périodiquement retourné où la lumière serait guidée devrait mener à des efficacités de doublage nettement supérieures. Notons au passage que dans une configuration en guide d'onde, il n'y a plus de relation entre la longueur du cristal, et la forme optimale du faisceau. Ainsi, l'efficacité s'écrit à nouveau en  $\%/W^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

En 1989, Lim *et al.* [171] réalisent un guide planaire de PPLN offrant une efficacité de doublage de  $5\%/W/\text{cm}^2$ . En 1996 [4], la même équipe réalise un cristal de PPLN en guide d'onde (ou PPLN *waveguide* en anglais, PPLN-WG) de 3  $\text{cm}$  de long d'une efficacité de  $120\%/W$  (soit un peu plus de  $13\%/W/\text{cm}^2$ ). Ce cristal leur a permis de réaliser l'absorption saturée du Rubidium à partir d'une diode laser à 1560  $\text{nm}$ .

### 3.3 Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique

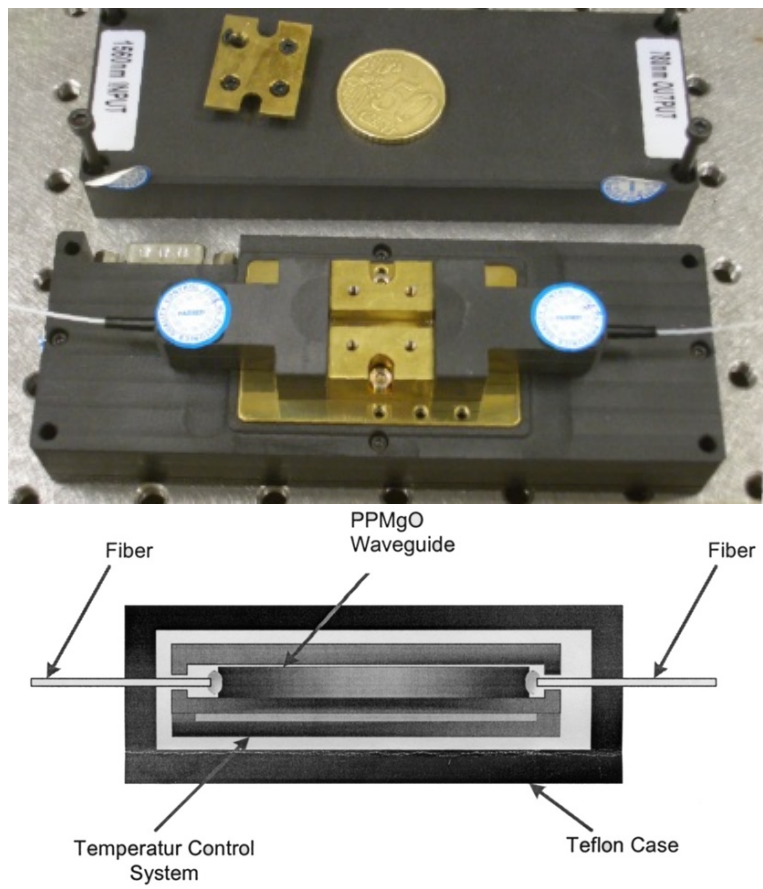


FIG. 3.20 - Photo et schéma d'un cristal de PPLN en guide d'onde.

A l'heure actuelle, la société Taïwanaise HC-Photonics est, à notre connaissance, la seule à commercialiser des cristaux de PPLN-WG. Ces cristaux, mesurant jusqu'à 30 *mm* sont connectés à des fibres et installés dans des fours. La figure 3.20 présente un schéma du cristal ainsi qu'une photo du système se trouvant à l'intérieur du four. De tels cristaux présentent un double avantage pour notre expérience : d'une part, ils doivent permettre d'obtenir de forts taux de conversion, d'autre part, ils sont entièrement fibrés, ce qui permet de réaliser le doublage de fréquence sans passer à l'air libre. Nous possédons deux cristaux de cette société. Leurs spécifications sont rappelées dans le tableau 3.8.

	PPLN-WG13	PPLN-WG30
Longueur du cristal	13 <i>mm</i>	30 <i>mm</i>
Pas du réseau	$\approx 14 - 16 \mu m$	
Taille du mode à 1550 <i>nm</i> à 775 <i>nm</i>	9,72 $\mu m$ ( <i>Z</i> ) $\times$ 7,26 $\mu m$ ( <i>X</i> ) 4,50 $\mu m$ ( <i>Z</i> ) $\times$ 3,89 $\mu m$ ( <i>X</i> )	
Composition Dopage MgO	Congruent 5% (mol.)	Stœchiométrique 1% (mol.)
Faces	à 5,4° non traitées	planes anti-reflet 1560/780 <i>nm</i>
Température max Puissance max	80°C 200 <i>mW</i>	
Fibre d'entrée Fibre de sortie	SM à 1560 <i>nm</i> SM à 1560 <i>nm</i>	SM à 1560 <i>nm</i> SM PM à 780 <i>nm</i>

**Tableau 3.8** - Spécifications des cristaux de PPLN en guide d'onde de la société HC-Photonics.

La taille des modes dans le guide d'onde est très proche de la taille du cœur des fibres monomodes standards. La propagation est donc monomode à l'intérieur du cristal. La génération de seconde harmonique se fait selon l'axe optique (*Z*), il est donc nécessaire de contrôler la polarisation incidente<sup>13</sup>, ce qui présente un certain inconvénient pour la stabilité de la puissance de sortie. Les cristaux ont été dopés en Oxyde de Magnésium (*MgO*) afin d'augmenter le seuil d'effet photoréfractif [157], ce qui semble nécessaire étant données les faibles dimensions du mode.

La fibre de sortie du cristal PPLN-WG13 étant monomode à 1560 *nm*, elle nous permettra de mesurer la puissance à 1560 *nm* et donc d'avoir une idée de la transmission du cristal. En contrepartie, le faisceau de seconde harmonique ne sera pas guidé de façon monomode. En pratique, en reliant cette fibre à une fibre monomode à 780 *nm*, la puissance maximale

---

<sup>13</sup>Une fibre PM avait été commandée en entrée de cristal. Toutefois, HC-Photonics n'a pas pu la réaliser.

### 3.3 Choix du cristal pour la génération de seconde harmonique

transmise sera de 25%, et des fluctuations importantes de puissance seront occasionnées par le mouvement de la fibre. Au contraire, pour le cristal PPLN-WG30, la fibre de sortie étant monomode à 780 nm, elle ne guidera pas le faisceau à 1,56 μm et nous ne pourrons pas mesurer la transmission du système. En revanche, la seconde harmonique générée sera guidée de façon monomode et sa polarisation sera maintenue dans la fibre.

Différentes mesures de transmission effectuées par HC-Photonics permettent de déduire les taux de couplage dans les différentes fibres. Pour le cristal PPLN-WG30, la transmission à 1560 nm a été mesurée avant de connecter la fibre de sortie, et vaut 52%. La transmission de la connectivisation de sortie a également été déduite en mesurant la puissance de seconde harmonique générée en sortie de cristal et en la comparant à la puissance en sortie de fibre après connectivisation. La transmission du couplage de sortie est de 75%.

Pour le PPLN-WG13, une transmission globale à 1,56 μm de 32% a été mesurée. Elle ne nous permet malheureusement pas de déduire la transmission en entrée et en sortie. Nous supposons que la transmission est la même en entrée et en sortie de cristal<sup>14</sup>.

Le rendement global  $\eta_G$  des cristaux a été mesuré : il s'agit du rapport de puissance de seconde harmonique en sortie de fibre par le carré de la puissance de pompe insérée dans la fibre. Pour des puissances de pompe suffisamment faibles, le processus est en régime faiblement déplété, l'efficacité mesurée est alors de 10%/W pour le cristal de 13 mm et de 120%/W pour le cristal de 30 mm. En utilisant les valeurs de transmission fournies par le constructeur, on en déduit une efficacité  $\eta$  de 89%/W du PPLN-WG13 et de 570%/W pour le PPLN-WG30. Les efficacités linéiques  $\eta_L$  des deux cristaux sont respectivement 53%/W/cm<sup>2</sup> et 63%/W/cm<sup>2</sup>. Ces valeurs sont résumées dans le tableau 3.9.

	<b>PPLN-WG13</b>	<b>PPLN-WG 30</b>
Rendement global ( $\eta_G$ )	10%/W	120%/W
Rendement du cristal ( $\eta$ )	89%/W	570%/W
Rendement linéique ( $\eta_L$ )	53%/W/cm <sup>2</sup>	63%/W/cm <sup>2</sup>

**Tableau 3.9** - Rendement des cristaux en guide d'onde.

Les courbes de quasi-accord de phase ont été réalisées et sont représentées pour les deux cristaux sur la figure 3.21. La courbe peut également être représentée en fonction de la

<sup>14</sup>Une expérience nous permet de valider cette supposition : elle consiste à injecter le signal de pompe dans un sens puis dans un autre et de comparer la puissance obtenue en sortie. La puissance à 1560 nm doit rester inchangée. En revanche, la puissance à 780 nm peut varier si le couplage des deux extrémités du cristal est différent.



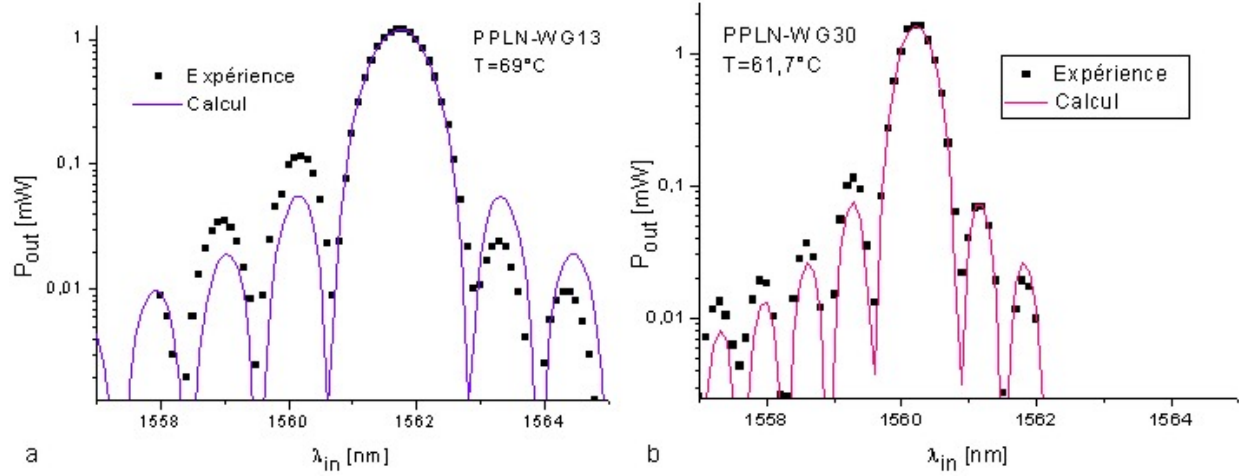


FIG. 3.21 - Quasi-accord de phase pour les cristaux PPLN-WG13 (a) et PPLN-WG30 (b).

variation de "quasi-désaccord de phase"  $\delta\Delta k'$  où  $\Delta k'$  est le "quasi-désaccord de phase" :

$$\begin{aligned}\Delta k' &= k_2 - 2k_1 - \frac{2\pi \cdot m}{\Lambda} \\ &= \frac{4\pi(n_2 - n_1)}{\lambda_1} - \frac{2\pi \cdot m}{\Lambda}\end{aligned}\quad (3.8)$$

où  $\Lambda$  est le pas du cristal, et  $m$  l'ordre utilisé, en l'occurrence  $m = 1$ . Au quasi-accord de phase, on a  $\Delta k' = 0$ , ce qui nous permet d'exprimer, grâce à l'équation précédente, la différence d'indice en fonction du pas du cristal. Si nous faisons alors varier la longueur d'onde de pompe de  $\delta\lambda_1$ , il s'ensuit une variation du "quasi-désaccord de phase"  $\delta\Delta k'$  :

$$\begin{aligned}\delta\Delta k' &= \frac{4\pi(n_2 - n_1)}{\lambda_1 + \delta\lambda_1} - \frac{2\pi}{\Lambda} \\ &\approx \frac{4\pi(n_2 - n_1)}{\lambda_1} \left(1 - \frac{\delta\lambda_1}{\lambda_1}\right) - \frac{2\pi}{\Lambda} \\ &\approx \frac{2\pi}{\lambda_1 \cdot \Lambda} \cdot \delta\lambda\end{aligned}\quad (3.9)$$

Ainsi, en supposant la longueur du cristal connue, le pas du réseau peut être déduit de la figure de quasi-accord de phase. Malheureusement, une imprécision de 1 mm sur la taille du cristal de 13 mm fait varier le pas déduit des mesures de 17 à 20  $\mu\text{m}$ .

En variant la température du cristal entre  $30^\circ\text{C}$  et  $75^\circ\text{C}$ , la longueur d'onde de pompe au quasi-accord de phase varie de 1557 à 1561,5 nm selon la loi :

$$\lambda_1(T) [\text{nm}] = 1552,49 + 0,1275 \cdot T [^\circ\text{C}]\quad (3.10)$$

ce qui correspond à 780 nm à une plage d'accordabilité de plus de 2 nm. Lorsque le cristal est soumis à des puissances de pompe supérieures à 100 mW, la température de quasi-accord

de phase diminue avec la puissance de pompe, selon une loi linéaire :

$$T_{QPM}(P) = T_{QPM}(100) - \frac{P - 100}{90} \quad (3.11)$$

où  $P$  est la puissance de pompe en  $mW$ , et la température est exprimée en  $^{\circ}C$ . L'interprétation qui peut en être donnée est que l'absorption du cristal chauffe celui-ci localement, ce qui nécessite de baisser la température moyenne du système afin de conserver au niveau du guide d'onde la même température de quasi-accord de phase.

Nous avons vu qu'une source laser continue à  $780 \text{ nm}$  est réalisable par génération de seconde harmonique. Il faut à présent évaluer si elle aura les propriétés spectrales et la puissance nécessaires à notre application. Les deux prochains paragraphes sont consacrés à la caractérisation spectrale et à l'étude et l'optimisation de la puissance de seconde harmonique générée.

### 3.4 Performances spectrales du doublage de fréquence

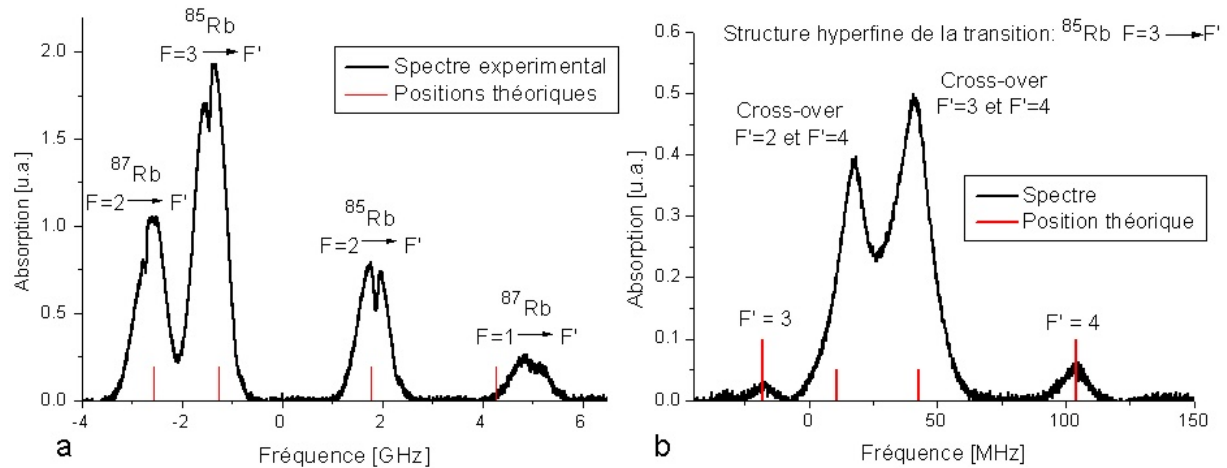
Nous souhaitons principalement répondre aux deux questions suivantes : notre source sera-t-elle suffisamment accordable pour adresser la transition atomique du Rubidium ? Quelle sera la largeur spectrale de notre source laser ? Nous dirons également un mot de la stabilité fréquentielle à long terme de notre source.

**Plage d'accordabilité** Toujours à l'aide du dispositif décrit sur la figure 3.17, nous avons vérifié que le système laser+cristal permet de balayer la raie  $D_2$  du Rubidium. Nous avons vu que les sources lasers à  $1,56 \mu m$  présentent une plage d'accordabilité sans saut de mode de l'ordre de quelques nanomètres, et qu'elles doivent permettre d'atteindre, par doublage de fréquence la transition atomique.

Au niveau du cristal, même pour les plus longs cristaux, la plage d'accordabilité à  $3 \text{ dB}$  est de l'ordre de  $100 \text{ GHz}$ . Il n'est donc pas a priori nécessaire de modifier la température du cristal lorsque l'on balaie la structure fine du Rubidium. La figure 3.22 présente l'absorption saturée du Rubidium réalisée avec une diode laser et le cristal massif de  $20 \text{ mm}$  de PPLN.

Ainsi, sans modifier la température du cristal, nous pouvons obtenir tout le spectre du Rubidium, et la source est accordable sur plusieurs dizaines de GHz à  $780 \text{ nm}$ . Il est également possible de déplacer le point de fonctionnement de la source en modifiant les températures de la source laser et du cristal. La plage d'accordabilité est alors limitée par celle des diodes lasers à environ  $1 \text{ nm}$  à  $780 \text{ nm}$ .

On remarque sur le profil d'absorption saturée des pics dont la fréquence correspond à la fréquence milieu entre deux transitions atomiques. Ils ne correspondent pas à des niveaux atomiques réels mais à des croisements de niveaux (*crossover* en anglais, CO). Pour



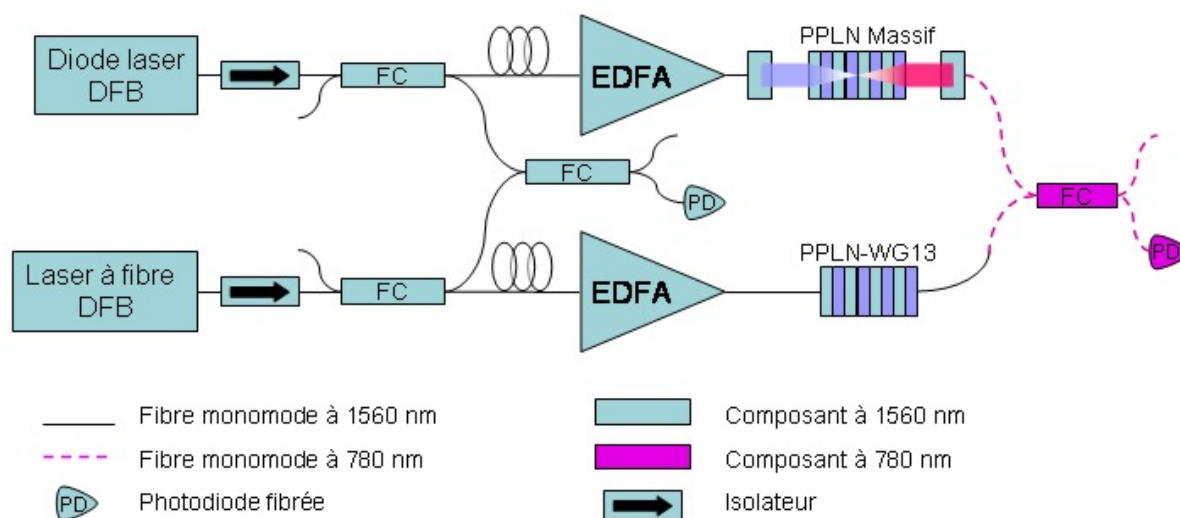
**FIG. 3.22** - Absorption saturée du Rubidium réalisée avec une diode laser à  $1,56 \mu\text{m}$  et un cristal de PPLN de  $20 \text{ mm}$ . A gauche, ensemble de la raie  $D_2$  pour les deux isotopes du Rubidium. A droite, structure hyperfine de la transition  $F = 3 \rightarrow F'$  du  $^{85}\text{Rb}$ . Le profil Doppler a été supprimé.

comprendre leur origine, il faut préciser que les pics d'absorption saturée correspondent à des transitions qui sont adressées simultanément par les deux faisceaux contra-propageants : le premier faisceau excitant tous les atomes, le deuxième faisceau n'est pas absorbé, et il en résulte un pic. Ainsi, les atomes à vitesse nulle provoquent un pic lorsque le laser est à résonance avec une transition atomique.

Toutefois, lorsque la pulsation du laser  $\omega_L$  se trouve être la fréquence moyenne entre deux niveaux  $a$  et  $b$ , deux classes d'atomes absorbent le faisceau aller. Ce sont les atomes dont la vitesse est telle que  $\omega_L - k.v = E_a$  et ceux tels que  $\omega_L + k.v = E_b$ . Le faisceau retour adresse les mêmes classes de vitesse  $-v$  et  $v$ . Ainsi, bien qu'il n'existe pas de niveau atomique d'énergie  $\hbar.\omega_L$ , on observe un pic d'absorption saturée au croisement entre les niveaux  $a$  et  $b$ .

**Largeur de raie** Lors du processus de génération de seconde harmonique, le champ généré correspond au carré de l'onde générée. En passant dans le domaine spectral, le spectre de l'onde de seconde harmonique correspond donc à l'autocorrélation du spectre de l'onde pompe. Ainsi, pour une onde pompe de profil de raie lorentzien et de largeur à mi-hauteur  $\Gamma$ , la seconde harmonique générée doit avoir un profil lorentzien de largeur à mi-hauteur  $2\Gamma$ . Notre source à  $780 \text{ nm}$  doit donc être élargie d'un facteur 2 par rapport à la source Télécom.

Pour le vérifier, nous réalisons l'expérience décrite sur la figure 3.23 : le laser à fibre génère une onde à  $780 \text{ nm}$  grâce au cristal PPLN-WG13, tandis que la diode JDSU 467-335 génère également une onde à  $780 \text{ nm}$  grâce au cristal massif, dont une partie de la lumière est envoyée dans une fibre monomode à  $780 \text{ nm}$ . Le battement à  $1560 \text{ nm}$  est mesuré grâce



**FIG. 3.23** - Expérience de battement simultané à 1560 nm et 780 nm permettant de déduire la largeur de raie de la source à 780 nm.

à une photodiode rapide autour de 20 MHz. Les faisceaux à 780 nm sont mélangés à l'aide d'un coupleur 50/50 monomode à 780 nm, et le signal de battement est détecté par une photodiode rapide en Silicium.

Comme précédemment, on peut considérer la largeur de raie du laser à fibre négligeable devant celle de la diode laser. Ainsi, la largeur de raie mesurée à  $-6dB$  correspond à celle du laser JDS-Uniphase. A 1560 nm, la largeur mesurée est de 1,6 MHz, et à 780 nm, elle est de 3,3 MHz. Ceci confirme donc le fait que la largeur de raie de l'onde générée correspond exactement au double de la largeur de la source.

Ainsi, pour les parties les moins exigeantes de l'expérience, les diodes lasers suffiront, tandis que des largeurs de raies sub-MHz pourront être générées à l'aide d'un laser à fibre. Notons au passage la flexibilité de notre système, où pour changer la largeur spectrale de la source à 780 nm, il suffit de remplacer le laser de pompe. Aucun alignement optique n'est nécessaire, et la puissance de la source étant fixée par le niveau de l'amplificateur qui fonctionne à saturation, le point de fonctionnement du laser de pompe pourra être choisi en modulant l'intensité aussi bien que la température.

Pour finir, remarquons cependant que l'élargissement de la raie de seconde harmonique dépend largement du profil de la raie : dans notre cas, le profil est lorentzien et la convolution de deux lorentziennes de même largeur conduit à une lorentzienne de largeur double. Il s'agit là de l'élargissement maximal. En effet, pour des profils de raie gaussiens, la largeur spectrale de la seconde harmonique aurait été multipliée par un facteur  $\sqrt{2}$  seulement.

**Stabilité à long terme** Le processus de génération de seconde harmonique ne faisant que multiplier la fréquence, la stabilité à long terme de la source à  $780\text{ nm}$  correspondra évidemment à la dérive fréquentielle de la source à  $1560\text{ nm}$  aggravée d'un facteur 2.

Dans notre expérience, l'obtention d'une stabilité de la fréquence laser meilleure que la largeur de raie de la transition atomique nécessite un asservissement en fréquence. Les dérives des sources ont été mesurées à  $1560\text{ nm}$  et présentées précédemment (voir figure 3.7). La dérive des diodes lasers devrait être compensée par une simple boucle de rétroaction. Nous verrons ultérieurement comment il est possible de s'accommoder de la dérive du laser à fibre...

## 3.5 Test de différentes architectures de doublage

Nous allons à présent tenter d'extraire le maximum de puissance à  $780\text{ nm}$ . Pour des questions de stabilité, il est évidemment préférable d'utiliser des technologies entièrement fibrées, et sans cavité. Pour le cristal massif, une technique utilisant une cavité monolithique a également été développée, avec une finesse suffisamment faible pour minimiser la sensibilité aux vibrations. Ce chapitre présente les différents tests en puissance qui ont été réalisés sur différents cristaux, puis présente une architecture en cavité.

### 3.5.1 Cristaux en simple passage

Comme nous l'avons vu précédemment, nous possédons un cristal de PPLN de  $20\text{ mm}$ , et deux cristaux de PPLN-WG de  $13$  et  $30\text{ mm}$ , le cristal de PPKTP ayant été écarté de la suite de notre étude.

**Puissance maximale** Les efficacités de doublage évoquées précédemment correspondent à de faibles puissances de pompe. Pour des puissances plus importantes, les cristaux présentant les meilleurs rendements vont dépléter la pompe, le rendement sera alors diminué (voir annexe D.5). Pour le cristal massif, cette déplétion n'a pas été observée, et en injectant  $1\text{ W}$  à  $1560\text{ nm}$  dans le cristal,  $8\text{ mW}$  à  $780\text{ nm}$  ont été obtenus.

Pour les cristaux de PPLN-WG, la courbe de puissance de sortie en fonction de la puissance de pompe ne peut être ajustée que par l'équation (D.24) correspondant à une pompe déplétée. Pour le cristal de  $30\text{ mm}$ , la déplétion apparaît autour de  $100\text{ mW}$ . Avec le cristal de  $13\text{ mm}$ , la déplétion devient notable vers  $600\text{ mW}$  de pompe.

La courbe 3.24 présente la puissance extraite des différents cristaux en fonction de la puissance de pompe. Le PPLN-WG13 injecté par  $950\text{ mW}$  de pompe permet d'obtenir  $66\text{ mW}$  de seconde harmonique, tandis que celui de  $30\text{ mm}$  de long produit jusqu'à  $100\text{ mW}$  à  $780\text{ nm}$

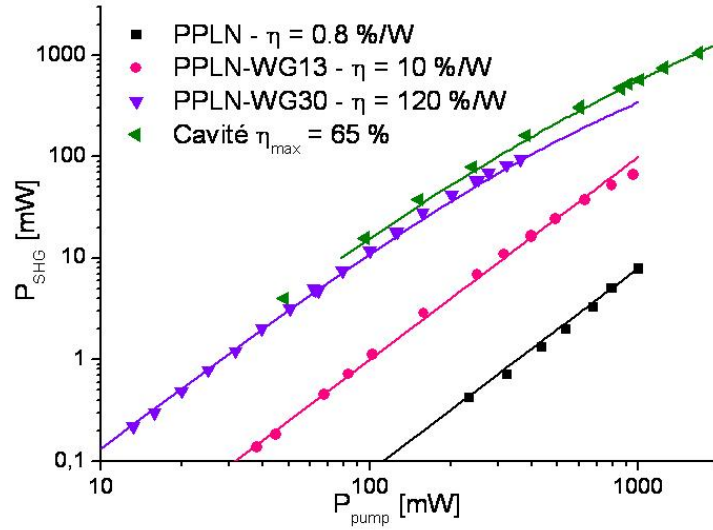


FIG. 3.24 - Puissance de seconde harmonique générée en fonction de la puissance de pompe pour les différentes architectures testées.

pour  $360 \text{ mW}$  de pompe. Outre le fait que le constructeur recommande de ne pas dépasser  $200 \text{ mW}$  en entrée, il ne nous a pas paru nécessaire de tester les cristaux en guide d'onde à plus forte puissance, dans la mesure où les performances obtenues sont limitées dans le temps par l'effet photoréfractif. Nous développerons cet aspect dans le chapitre suivant (3.6).

**Stabilité en intensité** Nous avons mesuré simultanément la puissance d'une diode laser à  $1560 \text{ nm}$  et la puissance de seconde harmonique générée. Le dispositif est analogue à celui présenté dans la figure 3.17. L'évolution en fonction du temps est représentée sur la figure 3.25. Seules les fluctuations dont la fréquence est supérieure à  $1 \text{ Hz}$  ont été mesurées. Deux types de fluctuations lentes ont été mis en évidence sur des temps de plusieurs minutes :

- la rotation de la polarisation dans le dispositif fibré qui n'est pas PM, en l'occurrence l'amplificateur. En effet, le cristal ne générant la seconde harmonique que selon l'axe  $Z$ , il est impératif que la lumière incidente reste polarisée le long de cet axe. Dans notre cas, l'amplitude des variations dues à la polarisation est de l'ordre de  $3,5\%$  sur 20 minutes. La rotation de la polarisation peut être supprimée en n'utilisant que de la fibre PM. Toutefois, pour les cristaux en guide d'onde, la société HC-Photonics ne proposait pas de connectoriser l'entrée avec de la fibre PM.
- la dérive lente de l'asservissement de la température du cristal. L'amplitude des variations associées à ce phénomène est de  $2,5\%$  sur 20 minutes.

En définitive, le cristal en guide d'onde semble très prometteur : il est entièrement fibré, et permet d'obtenir jusqu'à  $100 \text{ mW}$  avec moins de  $500 \text{ mW}$  de pompe. Il peut être néanmoins intéressant d'obtenir plus de puissance, c'est pourquoi nous présentons à présent une

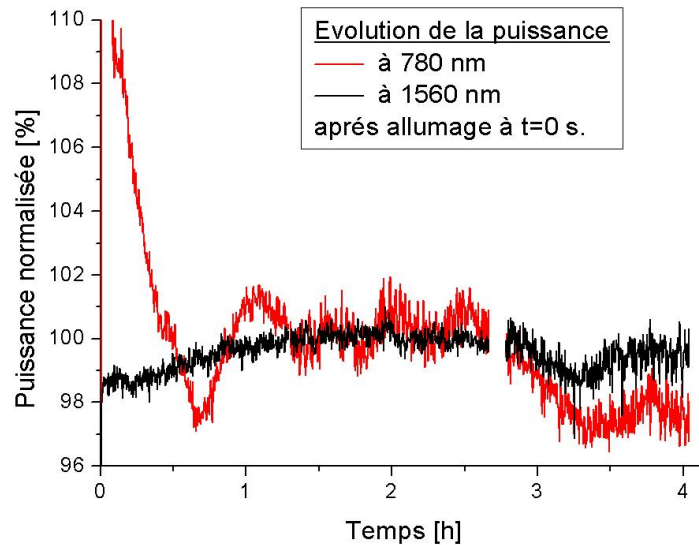


FIG. 3.25 - Fluctuations de puissance à 1560 nm et 780 nm en fonction du temps.

architecture où le cristal massif est placé en cavité.

### 3.5.2 Cristal en cavité

En plaçant le cristal dans une cavité accordée sur le faisceau de pompe, on profite de l'effet de résonance qui confine la puissance dans la cavité, permettant d'éclairer le cristal avec une puissance incidente nettement supérieure à la puissance en sortie d'amplificateur. Dans le cadre de notre application, où la résistance aux vibrations est un critère déterminant, nous ne chercherons pas à obtenir une finesse trop grande ( $\approx 10$  à  $100$ ), qui permettrait d'obtenir de meilleurs rendements au détriment de la stabilité.

**Conception** Afin de ne pas perturber le fonctionnement de l'amplificateur EDFA ainsi que la source laser, il est important de limiter les retours du faisceau de pompe dans la fibre de sortie. Dans le cas d'une cavité linéaire (de type Fabry-Pérot), la face d'entrée présente une réflexion importante, et nécessite l'adjonction d'un isolateur en sortie d'amplificateur. Or les isolateurs fibrés tenant des flux de plusieurs watts sont rares et incertains. Nous préférons donc une cavité de type "papillon", présentée sur la figure 3.26 : ainsi, la réflexion du faisceau de pompe sur la face d'entrée ne se trouve plus dans l'axe de la fibre de sortie. De plus, une telle cavité permet de traverser le cristal en sens unique, concentrant ainsi toute la puissance pour réaliser le doublage dans un seul sens. Le choix d'une cavité en papillon permet en outre de minimiser l'astigmatisme et les angles d'incidence sur les miroirs.

Le design du système de doublage doit satisfaire plusieurs contraintes : la cavité doit pouvoir être résonnante *simultanément* avec le faisceau de pompe correspondant au faisceau

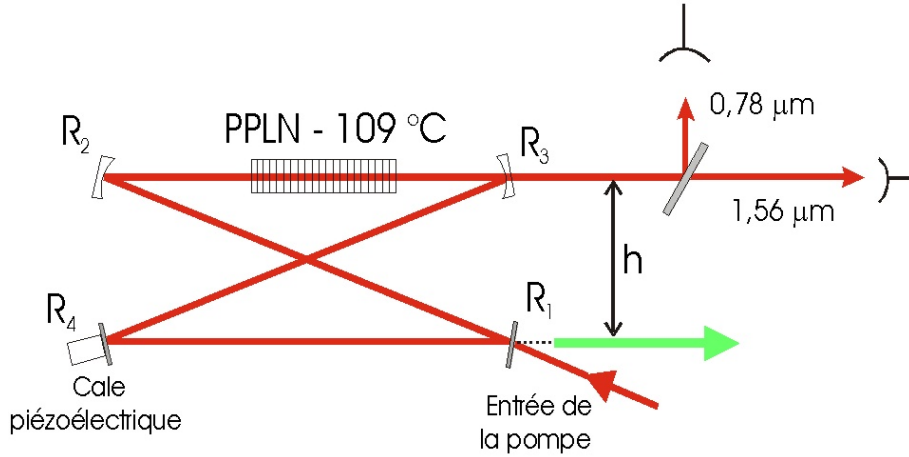


FIG. 3.26 - Schéma de la cavité papillon pour le doublage de fréquence.

de piégeage *et* au faisceau repompeur, soit pour  $^{85}\text{Rb}$ , soit pour  $^{87}\text{Rb}$ ; de plus, le mode spatial au niveau du cristal doit correspondre à la géométrie confocale afin d'optimiser le processus dans le cristal.

- Pour que la cavité soit simultanément résonnante sur les pompes des faisceaux piègeur et repompeur, il faut que leur différence de fréquence ( $\Delta\nu_{85} = 2915 \text{ MHz}$  pour le  $^{85}\text{Rb}$ , et  $\Delta\nu_{87} = 6568 \text{ MHz}$  pour le  $^{87}\text{Rb}$ ) soit un multiple de l'intervalle spectral libre de la cavité, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \exists m \in \mathbb{N} : \Delta\nu_{87} &= m \cdot \nu_{ISL} \\ \exists n \in \mathbb{N} : \Delta\nu_{85} &= n \cdot \nu_{ISL} \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $\nu_{ISL}$  est l'intervalle spectral libre. De plus, pour que la cavité soit accordable sur chaque isotope du Rubidium, il faut que son intervalle spectral soit un dénominateur commun de  $\Delta\nu_{85}$  et  $\Delta\nu_{87}$ . En constatant que :

$$\frac{\Delta\nu_{87}}{\Delta\nu_{85}} = 2,2531 \approx \frac{9}{4} \pm 1\% \quad (3.13)$$

on en conclut que la cavité doit avoir un intervalle spectral libre correspondant au quart de  $\Delta\nu_{85}$ , ou équivalamment au neuvième de  $\Delta\nu_{87}$ . La tolérance de 1% mentionnée dans l'équation (3.13) signifie que la largeur des pics de résonance de la cavité doit être supérieure à 1% de l'intervalle spectral libre. Cette condition sera remplie puisque, pour des raisons de stabilité, nous ne souhaitons pas une finesse trop importante. Le trajet optique dans la cavité doit donc être d'environ 402 mm, ce qui, en tenant compte de la variation d'indice dans le cristal correspond à une longueur géométrique de cavité  $L_{cav} \approx 378 \text{ mm}$ .

- Comme nous l'avons vu précédemment (partie 3.3.2), la longueur de Rayleigh optimale est liée à la longueur du cristal  $L$  par la relation :  $z_R = L/5,68$ . Toutefois, la puissance à l'intérieur de la cavité étant très importante, on prendra soin d'éviter les effets



photoréfractifs. Ainsi, comme le montre la figure 3.15, en multipliant par un facteur 3 la longueur de Rayleigh, la section efficace du faisceau sera également multipliée par un facteur 3, tandis que l'efficacité sera seulement diminuée de 20% [165]. Par conséquent, nous concevrons la cavité de manière à obtenir une longueur de Rayleigh à l'intérieur du cristal  $L/2$ . Un calcul de mode de cavité permet de figer la géométrie finale pour le cristal de 20 mm et des miroirs  $R_1$  et  $R_4$  plans. Les distances inter-miroirs sont  $l_1 = [R_1 - R_4] = 64 \text{ mm}$ ,  $l_2 = [R_2 - R_3] = 120 \text{ mm}$ . Les angles d'incidences ( $2\alpha = 20^\circ$ ) et les rayons de courbure des miroirs  $R_2$  et  $R_3$  (100 mm) sont également fixés. La figure 3.27 présente la simulation à l'aide du logiciel LASCAD de notre cavité. L'astigmatisme prédit est de 3 à 4%. L'injection au niveau du miroir  $R_1$  nécessite un faisceau quasi-collimaté de 370  $\mu\text{m}$  de rayon modal. L'injection sera réalisée grâce à une lentille boule de focale 2,79 mm. La longueur totale de la cavité est de 380 mm.

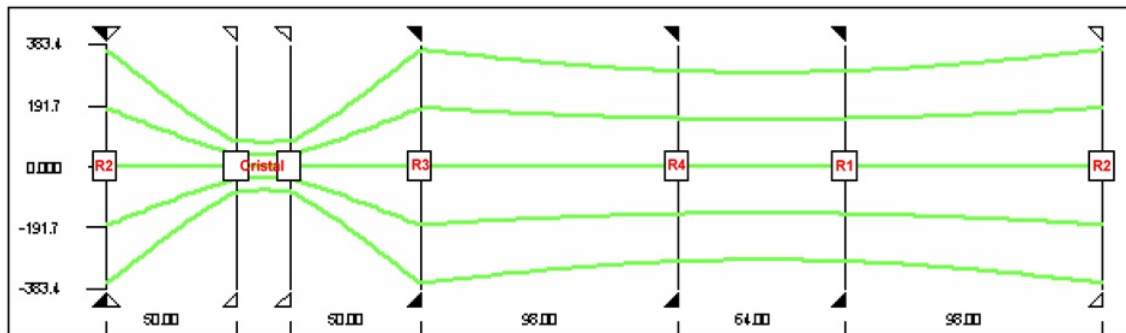


FIG. 3.27 - Simulation de la cavité à l'aide du logiciel LASCAD.

**Estimation de la finesse** En tenant compte des perturbations extérieures modifiant la fréquence de résonance de la cavité, nous allons déterminer une valeur raisonnable de la finesse pour notre système. Nous envisageons quatre types de perturbations, supposées indépendantes :

- fluctuation de la température de l'air dans la cavité  $\left( \frac{\partial n_{air}}{\partial T} = 3.10^{-9} \text{ K}^{-1} \right)$
- fluctuation de la température du cristal  $\left( \Delta n = n_{LN} - n_{air} \text{ et } \frac{\partial \Delta n}{\partial T} = 10^{-5} \text{ K}^{-1} \right)$
- fluctuation de la fréquence du laser de pompe
- fluctuation mécanique de la longueur de la cavité

En considérant que la longueur optique de la cavité s'écrit  $L_{opt} = n_{air} \cdot L_{cav} + \Delta n \cdot e$  où  $e$  est la taille du cristal, on peut exprimer les différentes perturbations évoquées précédemment. Le tableau 3.10 présente les déplacements de la fréquence de résonance.

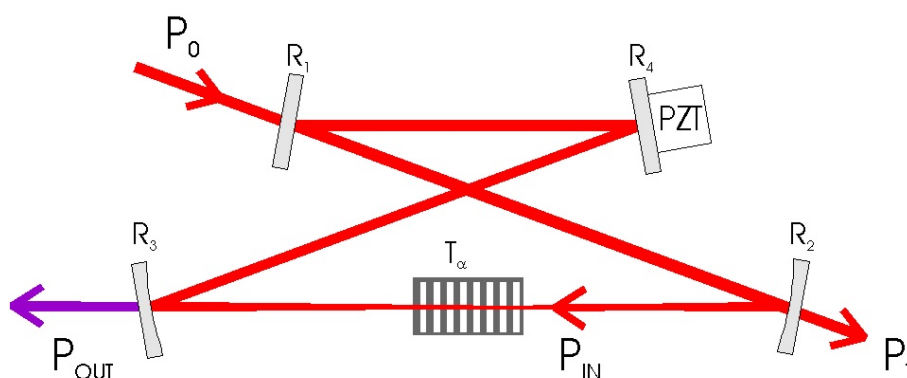
Ainsi, en raison des instabilités mécaniques, il paraît illusoire de vouloir travailler avec des résonances de cavité de largeur inférieure 25 MHz. La finesse de la cavité étant définie

Source de la fluctuation	Amplitude de la fluctuation	Formule approchée	Déplacement fréquentiel
Température de l'air	$\Delta T_{air} = 1^{\circ}C$	$\Delta T_{air} \cdot \frac{\partial n_{air}}{\partial T} \cdot \frac{c}{\lambda}$	0,6 MHz
Température du cristal	$\Delta T_{PPLN} = 0,1^{\circ}C$	$\Delta T_{PPLN} \cdot \frac{\partial \Delta n}{\partial T} \cdot \frac{c}{\lambda} \frac{e}{L_{opt}}$	9,6 MHz
Fréquence du laser	$\Delta \nu = 5 \text{ MHz}$	$\Delta \nu$	5 MHz
Bruit mécanique	$\Delta L_{cav} = 50 \text{ nm}$	$n_{air} \cdot \frac{\Delta L_{cav}}{L_{cav}} \cdot \frac{c}{\lambda}$	25,3 MHz

**Tableau 3.10** - Fluctuations de la fréquence de résonance de la cavité pour diverses perturbations extérieures.

comme le rapport de l'intervalle spectral libre sur la largeur à mi-hauteur (FWHM) d'un pic de résonance, nous travaillerons donc avec des finesses inférieures à 30. La finesse sera choisie en jouant sur les pertes de la cavité, notamment en changeant le miroir d'entrée  $R_1$  ou en variant l'efficacité de doublage en modifiant la puissance en entrée.

Si la cavité est asservie, les fluctuations à basse fréquence pourront être supprimées. Des effets perturbateurs recensés précédemment, seules les vibrations mécaniques à haute fréquence persisteront. Néanmoins, un bruit à haute fréquence amenant une variation de la taille de la cavité de 50 nm étant tout à fait concevable, nous garderons le même ordre de grandeur de finesse visée.



**FIG. 3.28** - Notations utilisées pour la cavité.

**Calcul des grandeurs mesurables de la cavité** Nous calculons à présent la puissance en sortie en fonction des différentes propriétés de la cavité et des grandeurs expérimentalement mesurables. Nous utilisons pour cela les notations de la figure 3.28 : les miroirs sont caractérisés par un taux de réflexion en puissance  $R_i$  ; la conversion du cristal se traduit pour le faisceau de pompe par des pertes au niveau du cristal, représentées par un coefficient de transmission  $T_\alpha(P_{in})$  qui dépend de la puissance intra-cavité  $P_{in}$  ; les puissances d'entrée, avant cristal ainsi que la puissance de pompe transmise par le miroir  $R_2$  sont nommées respectivement  $P_0$ ,  $P_{in}$  ainsi que  $P_T$  ; enfin la puissance de seconde harmonique en sortie de cavité est  $P_{out}$ .

En posant  $R = R_1.R_2.R_3.R_4.T_\alpha$ , on peut écrire simplement la finesse<sup>15</sup>  $\mathfrak{F}$  et le facteur de qualité  $Q$  à résonance :

$$\mathfrak{F} = \frac{\pi.R^{1/4}}{1 - \sqrt{R}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1 - R_1}{|1 - \sqrt{R}|^2} \quad (3.14)$$

La puissance intra-cavité croissant avec le facteur de qualité, la puissance de seconde harmonique générée sera maximale pour un  $Q$  maximal. Pour des pertes données, il faut donc choisir le miroir d'entrée  $R_1$  adapté tel que :  $R_1 = R_2.R_3.R_4.T_\alpha$ . Nous voyons ainsi que le choix du miroir d'entrée optimum sera fonction de la puissance de pompe utilisée, puisque  $T_\alpha$  diminue lorsque la puissance intra-cavité augmente. En utilisant l'efficacité de doublage en régime non déplété  $\eta$ , on peut exprimer  $T_\alpha$  :

$$\begin{aligned} \frac{P_{out}}{P_{in}} &= 1 - T_\alpha = P_{in} \cdot \tanh^2(\sqrt{\eta} \cdot P_{in}) \\ &\approx \eta \cdot P_{in}^2 - \frac{2}{3} \cdot \eta^2 \cdot P_{in}^3 + \frac{17}{45} \cdot \eta^3 \cdot P_{in}^4 + o(\eta^3 \cdot P_{in}^3) \end{aligned} \quad (3.15)$$

La sommation des champs électriques, supposés en phase dans la cavité<sup>16</sup>, nous permet d'exprimer la puissance intra-cavité en fonction de la puissance en entrée du système, et de la relier au facteur de qualité :

$$\frac{P_{in}}{P_0} = \frac{(1 - R_1).R_2}{(1 - \sqrt{R_1.R_2.R_3.R_4.T_\alpha})^2} = Q.R_2 \quad (3.16)$$

On peut également exprimer la puissance transmise  $P_T$  en fonction de la puissance transmise lors d'un simple passage dans la cavité  $P_T^{SP}$  :

$$\frac{P_T}{P_T^{SP}} = \frac{1}{(1 - \sqrt{R_1.R_2.R_3.R_4.T_\alpha})^2} = \frac{Q}{1 - R_1} \quad (3.17)$$

Ce rapport est facile à mesurer puisque la puissance transmise en simple passage peut être déterminée en obstruant le chemin optique au niveau du cristal. La mesure de la finesse, du

---

<sup>15</sup>La finesse correspond au rapport de l'intervalle spectral libre sur la largeur à mi-hauteur du pic de résonance de la cavité. Dans l'expression (3.14), la largeur à mi-hauteur a été estimée à partir du développement limité du pic autour de sa valeur maximale. L'erreur est de moins de 1% par rapport à la valeur exacte.

<sup>16</sup>Cela correspond au cas où la cavité est accordée sur la longueur d'onde incidente.

rapport  $P_T/P_T^{SP}$ , ainsi que de la puissance de doublage  $P_{out}$ , nous permettra de déduire les propriétés de la cavité, ainsi que la puissance intra-cavité.

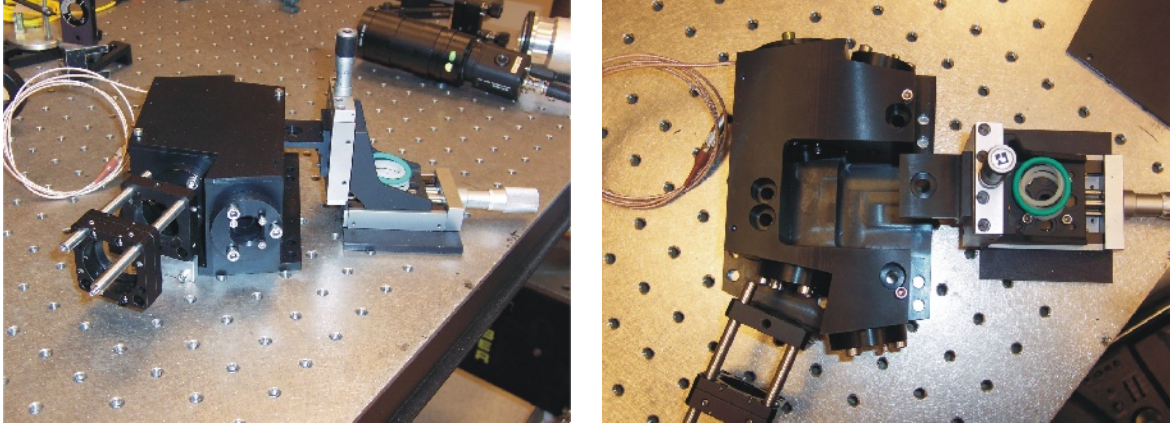


FIG. 3.29 - Photos de la cavité de doublage monolithique.

**Réalisation expérimentale** Afin de minimiser les perturbations mécaniques, et de limiter la convection d'air dans la cavité, une cavité monolithique fermée a été réalisée dans les ateliers de l'ONERA. Elle est représentée sur les photos 3.29. Elle comprend l'optique de collimation et la fixation de la fibre d'entrée, les miroirs de cavité, ainsi qu'une cale piézo-électrique permettant d'accorder la cavité. Pour régler la position des miroirs, ces derniers sont pressés contre des joints en caoutchouc par trois vis d'ajustement.

Nous mesurons tout d'abord le coefficient de réflexion des miroirs  $R_1$  et  $R_2$  sous une incidence de  $10^\circ$ . Le tableau 3.11 résume les valeurs nominales et les valeurs mesurées, notamment sur les deux coupleurs d'entrée que nous allons successivement utiliser.

Miroir	$R_1$	$R_1$	$R_2$
Constructeur	90% à $0^\circ$	95% à $0^\circ$	$R_{max}$ à $0^\circ$
Mesure	91,1% à $10^\circ$	96,7% à $10^\circ$	$R_{max}$ à $10^\circ$

Tableau 3.11 - Coefficients de réflexions des miroirs de la cavité.

En supposant  $R_1$  connu, nous pouvons alors tracer des abaques en fonction de la "transmission" de la cavité  $R_{eq} = R_2.R_3.R_4.T_\alpha$ . Ces courbes sont représentées sur la figure 3.30. Des mesures de finesse et du rapport  $P_T/P_T^{SP}$  sont reportées sur la courbe 3.30.a : leur valeur fournit une estimation de  $R_{eq}$  à  $\pm 1\%$ . De plus, des mesures en absence de cristal ( $T_\alpha = 1$ ) ont été réalisées, et permettent d'estimer  $R_2.R_3.R_4 = 97\%$ . Sur la courbe 3.30.b des mesures ont été reportées pour différentes puissances de pompe allant de 22 à 32,5 dBm : il apparaît clairement que lorsque la puissance augmente, la génération de seconde harmonique augmente également, entraînant une diminution de la transmission de la cavité. Ainsi, pour travailler à

une finesse de 30, la configuration optimale consiste à utiliser le coupleur  $R_1 = 96,7\%$  pour une puissance de pompe  $P_0 = 32,5 \text{ dBm}$ .

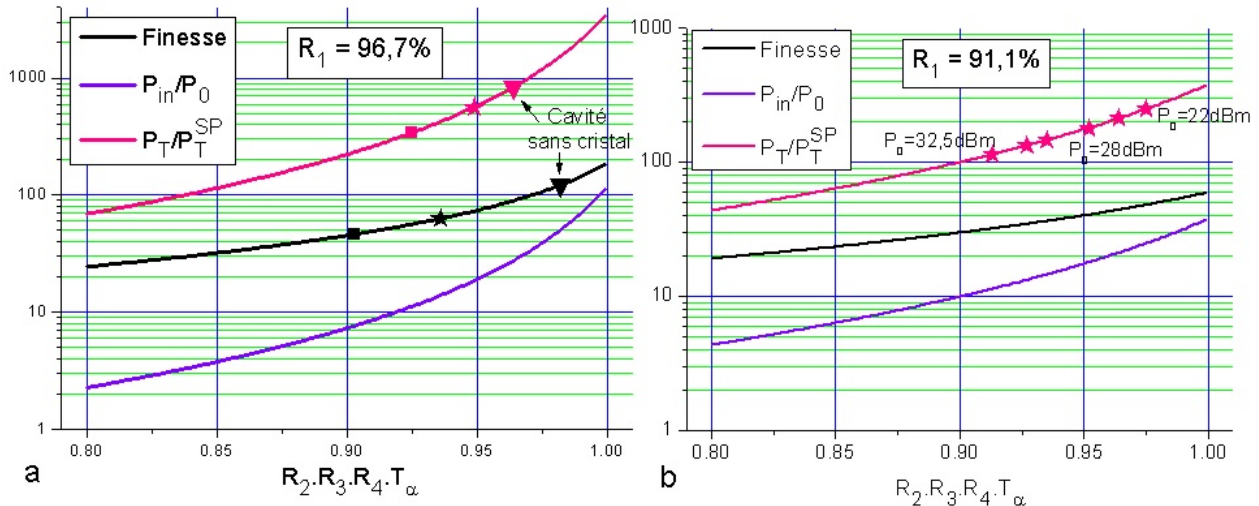
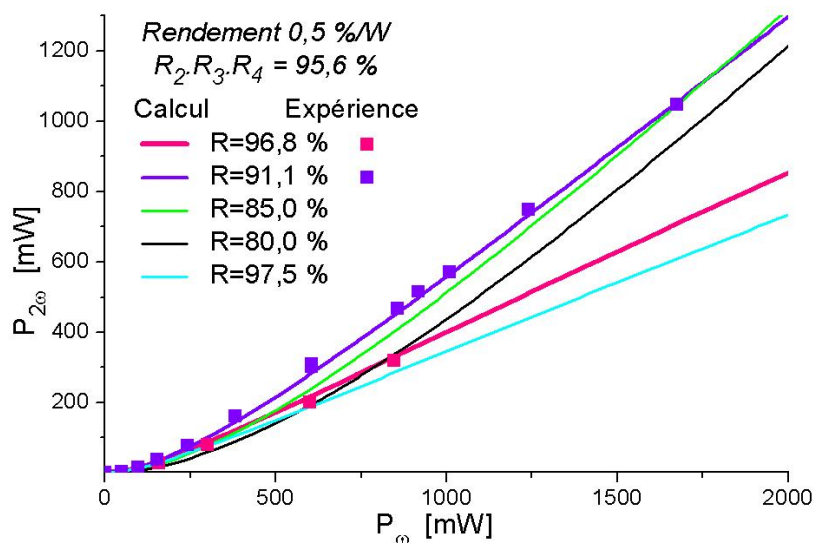


FIG. 3.30 - Abaques des principales variables de la cavité en fonction de sa transmission pour deux coupleurs d'entrée : (a)  $R_1 = 96,7\%$  et (b)  $R_2 = 91,1\%$ .

Pour chaque coupleur d'entrée, la puissance de doublage a été mesurée pour différentes puissances de pompe. Les points ont été reportés sur la figure 3.31. Les courbes calculées correspondent aux équations (3.15) et (3.16), où l'on a considéré le régime faiblement déplété. On constate tout d'abord un bon accord expérimental pour un rendement de doublage de  $0,5\%/W$  et un produit  $R_2.R_3.R_4 = 95,6\%$ , valeur légèrement inférieure à celle mesurée à l'aide des abaques. Le rendement de doublage correspond bien au rendement du cristal en simple passage diminué d'environ  $20\%$  du fait de l'écart à la géométrie confocale réalisé dans la cavité. Par ailleurs, pour des puissances de pompe inférieures à  $2 \text{ W}$ , la puissance maximale de seconde harmonique est obtenue grâce au coupleur  $R_1 = 91,1\%$ . Pour des puissances de pompe plus élevées, un coupleur de plus faible réflectivité sera nécessaire. La puissance maximale obtenue pour  $1680 \text{ mW}$  de pompe est  $1050 \text{ mW}$ , ce qui correspond à un rendement global de plus de  $60\%$ . La finesse de la cavité correspond alors à la limite maximale que nous nous étions fixés.

La courbe de puissance de sortie pour le coupleur d'entrée  $R_1 = 96,8\%$  est reportée sur la figure 3.24. En dépit de l'utilisation d'un cristal nettement moins efficace que ceux en guide d'onde, l'utilisation de la cavité permet d'atteindre des puissances maximales nettement plus importantes, avec un bon rendement global. De plus, même pour  $1 \text{ W}$  de signal généré à  $780 \text{ nm}$ , aucun effet photoréfractif n'a été observé.

Cependant, toutes les mesures de puissance ont été réalisées en balayant la cavité et en mesurant la puissance du pic. Pour que la cavité soit utilisable, il est impératif de la stabiliser



**FIG. 3.31** - Courbe de puissance doublée en fonction de la puissance de pompe pour différents coupleurs d'entrée

sur un pic avec un asservissement en puissance.

**Asservissement de la cavité** Pour rester en permanence accordé sur la longueur d'onde du laser, la position du miroir  $R_4$  est asservie à l'aide de la cale piézo-électrique. La puissance intra-cavité est mesurée et insérée dans un système de détection synchrone permettant de s'asservir sur le pic de puissance. Le signal de contre-réaction pilote une alimentation haute tension qui contrôle la cale piézo-électrique. Le schéma du montage est représenté sur la figure 3.32.

L'oscillateur local a une fréquence de  $2 \text{ kHz}$ . L'asservissement fonctionne correctement et les variations de puissance associées à la modulation sont de l'ordre de 1% RMS sur 40 s.

En définitive, la cavité pourra éventuellement être utilisée pour obtenir une puissance importante au niveau du piège magnéto-optique. En revanche, les fluctuations de puissance associées à la modulation risquent de poser problème au niveau des faisceaux Raman. On préférera alors une solution utilisant les cristaux en guide d'onde.

### 3.6 Limitations du PPLN en guide d'onde

Les cristaux en guide d'onde présentent une diminution de leurs performances de doublage dans le temps. Deux processus ont été identifiés, mettant en jeu deux échelles de temps différentes. Nous étudions dans un premier temps l'effet photoréfractif, observable sur des durées

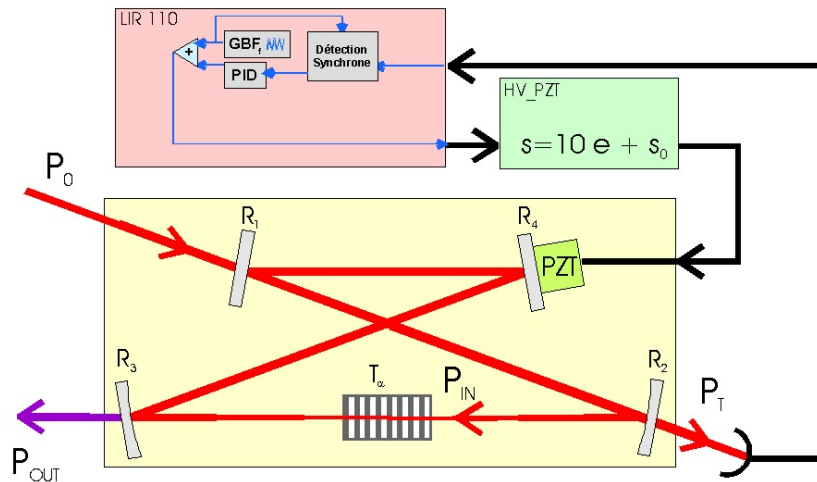


FIG. 3.32 - Système d'asservissement de la cavité de doublage sur une résonance.

de l'ordre d'une heure. De façon totalement indépendante, une altération des performances irréversible sur plusieurs mois a également été observée et étudiée.

### 3.6.1 Effet photoréfractif

L'effet photoréfractif fut découvert par Ashkin en 1966 [172] : en éclairant des cristaux ferroélectriques de Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ) et de Tantalate de Lithium ( $LiTaO_3$ ) avec quelques  $mW$  de lumière visible ( $\lambda = 514 \text{ nm}$  ou  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) focalisée, une inhomogénéité de l'indice de réfraction apparaît en quelques minutes, se traduisant par une déformation du profil des faisceaux. Cet effet est doublement dommageable pour le doublage de fréquence : en modifiant le profil du faisceau, l'efficacité du doublage est affectée ; de plus, la variation de l'indice de réfraction peut provoquer un léger désaccord de phase. Nous rappelons tout d'abord les principales caractéristiques de cet effet, avant de le présenter dans nos conditions expérimentales.

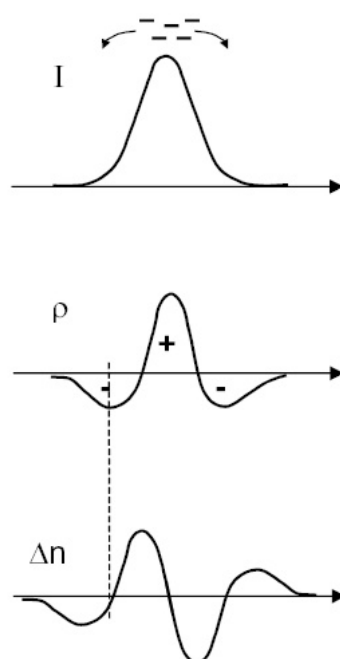
**Propriétés de l'effet photoréfractif** Dans le Niobate de Lithium, l'effet photoréfractif présente les caractéristiques suivantes :

- cet effet se produit aux longueurs d'onde visibles, et plus efficacement aux faibles longueurs d'onde. A l'opposé, il n'est pas détecté dans l'infra-rouge.
- une fois le seuil de dommage photoréfractif dépassé, l'effet est cumulatif, c'est-à-dire qu'il dépend de l'énergie traversant le matériau et non de la puissance. Ainsi, pour un faisceau moins puissant, le même effet photoréfractif sera observé, mais pour un temps d'exposition plus long.
- l'effet est durable, c'est-à-dire que la variation de l'indice de réfraction peut rester

inscrite dans le matériau beaucoup plus longtemps que la durée d'illumination (typiquement plusieurs jours).

- en revanche, cet effet est réversible : en chauffant le cristal à  $170^{\circ}\text{C}$  ou en l'éclairant uniformément (par exemple avec un faisceau moins focalisé), il est possible de revenir au profil d'indice d'origine.

**Mécanisme photoréfractif** Le mécanisme complet de l'effet photoréfractif [173] fait intervenir des processus relativement complexes, tels que la désexcitation de petits polarons en bipolarons. Un mécanisme simplifié est ici proposé [174].



**FIG. 3.33** - Profil de la distribution de charge et de la variation d'indice résultant d'un profil gaussien en intensité.

Lorsqu'un matériau photorefractif est éclairé, de façon cohérente ou non, des charges (électrons ou trous) initialement piégées sur des sites du cristal sont photo-excitées, puis transportées vers un autre site, où elles sont à nouveau piégées. La conductivité du matériau est augmentée par le rayonnement incident. On parle de photoconductivité. Ce processus se répète jusqu'à ce que ces charges sortent de la zone éclairée. Lorsque la répartition d'intensité  $I$  est non uniforme, la distribution finale  $\rho(\vec{r})$  des charges est également non uniforme, et reproduit en première approximation la figure d'illumination. Cette répartition de charges  $\rho(\vec{r})$  crée un champ de charge d'espace  $\vec{E}_{sc}(\vec{r})$  modulé spatialement. Ce champ engendre ensuite, par effet électro-optique une modulation  $\Delta n$  de l'indice de réfraction. La figure 3.33 présente les différentes étapes de ce mécanisme dans le cas d'un profil d'intensité gaussien.



Comme le montrait le tableau 3.5, le seuil d'effet photoréfractif peut être considérablement augmenté en dopant le cristal en Oxyde de Magnésium ( $MgO$ ) [157]. Une justification qualitative peut en être donnée : dans les cristaux non dopés, notamment dans le cas de cristaux congruents (voir annexe C), de nombreux sites cristallographiques restent vacants, ou remplis d'impuretés. Ces sites forment alors des accepteurs et des donneurs de charge qui peuvent engendrer une variation d'indice lorsqu'ils sont éclairés. Les électrons photo-excités forment alors un courant photogalvanique, c'est-à-dire qu'ils suivent le moment dipolaire de la maille cristalline. Les charges se déplacent donc le long de l'axe optique.

Lorsque le cristal est dopé  $MgO$ , le champ coercitif est réduit d'un facteur 4, ce qui réduit le courant photogalvanique. De plus, les anti-sites sont remplacés par le  $MgO$ , ce qui a pour effet de réduire la photoconductivité. En contrepartie, l'effet photoréfractif augmente pour le rayonnement Ultra-Violet [175]. De même, certains dopants tels que  $Fe$  ou  $Nb$  renforcent de plusieurs ordres de grandeurs l'effet photoréfractif dans le domaine visible. Cet effet peut être particulièrement intéressant pour des applications de stockage holographique de l'information [173].

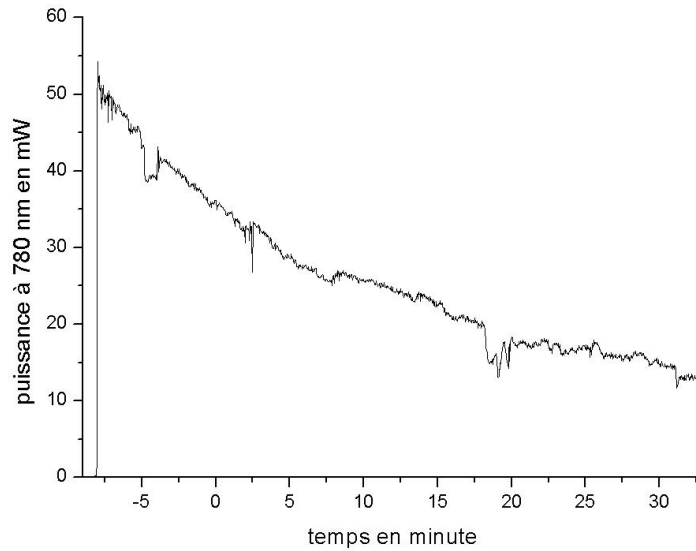
Dans le cas de matériaux périodiquement retournés un effet supplémentaire joue en notre faveur pour limiter l'effet photoréfractif [176] : comme deux domaines adjacents auront des champs coercitifs de sens opposé, les zones de charges d'espace créées par effet photoréfractif auront des signes également opposés. Ainsi, à la transition entre deux domaines, il existera un gradient de charge. Si les domaines sont suffisamment proches, la densité de charge sera réduite dans chaque domaine, entraînant une variation d'indice plus faible.

Dans notre configuration expérimentale, le cristal est en guide d'onde. Il concentre donc une forte intensité lumineuse. Toutefois, il est dopé  $MgO$  et a une structure périodiquement retournée, ce qui devrait fortement augmenter le seuil d'effet photoréfractif.

**Effet photoréfractif dans les cristaux en guide d'onde** La figure 3.34 montre la chute de puissance de doublage en sortie du cristal de PPLN en guide d'onde de 30  $mm$ . La puissance de pompe incidente à 1,56  $\mu m$  est de 630  $mW$ . Les pics observés dans la courbe correspondent aux vaines tentatives de l'expérimentateur de corriger la polarisation pour compenser la chute de puissance. Lorsque le cristal reste chauffé à 59°C sans faisceau de pompe pendant une nuit, l'intégralité de la puissance est récupérée. La décroissance peut donc être attribuée à l'effet photoréfractif.

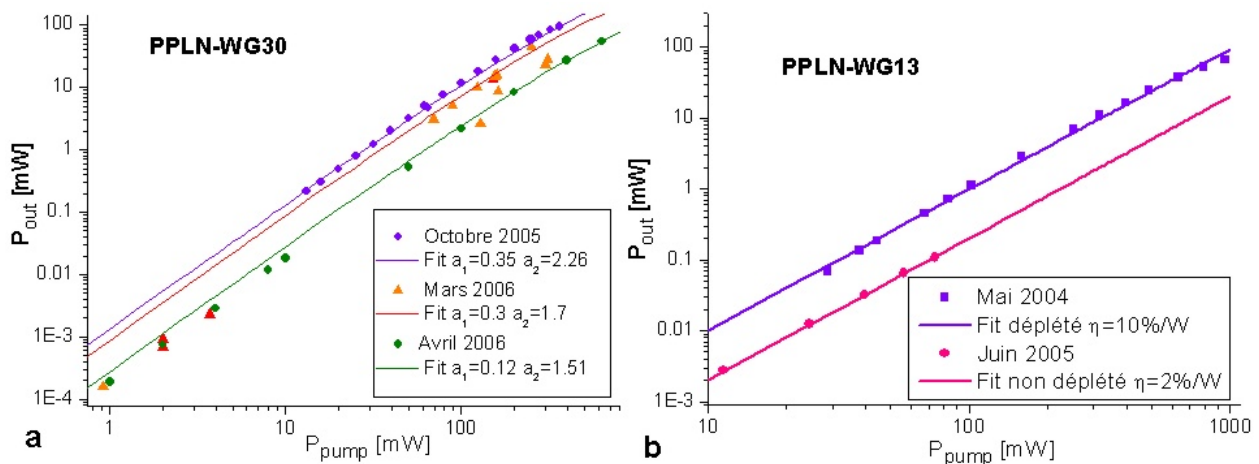
### 3.6.2 Vieillessement du système

Les guides d'onde vendus par la société HC-Photonics sont spécifiés pour travailler à des puissances de pompage inférieures à 200  $mW$  en mode continu. Toutefois la puissance obtenue est alors insuffisante dans le cadre de notre application. Nous avons donc été contraints à les



**FIG. 3.34** - Effet photoréfractif dans le cristal de PPLN en guide d'onde de 30 mm. La puissance de pompe incidente à  $1,56 \mu\text{m}$  est de 600 mW.

utiliser avec des taux de pompage supérieurs. Typiquement, le cristal était quotidiennement injecté par 400 mW de pompe. Les courbes de la figure 3.35.a montrent la dégradation de l'efficacité de doublage du cristal de 30 mm au cours du temps. Il s'agit d'une dégradation irréversible des performances : contrairement à l'effet photoréfractif, l'efficacité d'octobre 2005 n'a pu être retrouvée ni en chauffant le cristal pendant 24h à  $80^\circ\text{C}$ , ni en éclairant le cristal de façon homogène avec une ampoule de 100 W, ni avec des diodes bleues puissantes de 10 nm de large autour de 460 nm. Au contraire, le fait de chauffer est responsable de l'essentiel de l'altération des performances entre mars et avril 2006.



**FIG. 3.35** - Altération des performances du PPLN-WG de 30 mm au cours du temps.

Pour tenter de comprendre l'origine de la détérioration des performances, nous proposons une équation de la puissance de seconde harmonique générée pondérée par les taux de couplages en entrée ( $a_{in}$ ) et en sortie de cristal ( $a_{out}$ ). L'équation (D.24) devient alors :

$$\begin{aligned} P_{out} &= a_{out} \cdot a_{in} \cdot P_{in} \cdot \tanh^2(\sqrt{\eta \cdot a_{in} \cdot P_{in}}) \\ &= a_1 \cdot P_{in} \cdot \tanh^2(\sqrt{a_2 \cdot P_{in}}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

où  $P_{in}$  est la puissance à  $1,5 \mu m$  injectée dans la fibre,  $\eta$  est le rendement dans la fibre, et  $P_{out}$  est la puissance en sortie de fibre à  $780 nm$ . Ces grandeurs peuvent être reliées aux paramètres d'ajustement  $a_1$  et  $a_2$  de la figure 3.35 par les relations suivantes :

$$\begin{cases} a_1 &= a_{in} \cdot a_{out} \\ a_2 &= \sqrt{a_{in} \cdot \eta} \end{cases} \quad (3.19)$$

La courbe de rendement d'octobre 2005 correspond à un produit  $a_{in} \cdot a_{out} = 40\%$ , ce qui est conforme aux spécifications du constructeur ( $a_{in} = 52,5\%$  et  $a_{out} = 76,2\%$ ). Le rendement linéique du cristal déduit est de  $65\% \cdot W^{-1} \cdot cm^{-2}$ . L'ajustement à deux paramètres ne nous permettant pas de déduire les trois paramètres indépendants, nous devons faire une supposition pour pouvoir déduire leur valeur. D'après les informations du constructeur, le facteur limitant la tenue au flux n'est pas la qualité du cristal, mais la colle servant à fixer la fibre au cristal. En supposant le rendement intrinsèque du cristal inchangé, nous pouvons alors déduire l'évolution des pertes au niveau du couplage. Le tableau 3.12 donne l'évolution des différents paramètres, ainsi que du rendement total de doublage, i.e. le rapport entre la puissance en sortie de fibre, et la puissance de pompe en entrée de fibre.

Date	$a_{in}$	$a_{out}$	$\eta_L$ [%/W/cm <sup>2</sup> ]	$\eta_{tot}$ [%/W]
Octobre 2005	55%	72%	590	128
Mars 2006	49%	61%	590	86
Avril 2006	39%	31%	590	28

**Tableau 3.12** - Evolution de l'efficacité de doublage des cristaux en guide d'onde.

En ce qui concerne le cristal de  $13 mm$ , qui a été pompé par plusieurs centaines de  $mW$  pendant un an, on constate une diminution similaire des performances, comme le montre la figure 3.35.b. Les mesures prises en 2005, ne nous permettent pas d'observer la zone déplétée de la courbe. Par conséquent, il ne nous est pas possible d'estimer les pertes des transmissions en entrée et en sortie. En revanche, en injectant un laser He-Ne à  $633 nm$  dans le dispositif, nous avons pu observer des pertes locales dans la fibre. Ces dernières sont attribuées à une mauvaise utilisation des boucles de polarisation, ayant entraîné un cisaillement de la fibre. Après avoir coupé les parties détériorées de la fibre, et resoudé les connecteurs aux deux extrémités (les pertes au niveau de la soudure sont estimées par la soudeuse à  $0,01 dB$

et  $0,07 \text{ dB}$ ), l'efficacité global du dispositif est remontée à  $3,3 \text{ \%}/W$ . On peut néanmoins estimer que l'efficacité du système a diminué d'un facteur 3 en un an.

A l'heure actuelle, nous n'avons pas le recul nécessaire permettant de dire si de nouveaux cristaux fibrés, utilisés à moindre flux, nous permettront de réaliser durablement notre expérience. Le cristal PPLN-WG30 est en cours d'expertise dans les laboratoires du CNES : les premiers résultats semblent favoriser l'hypothèse d'un fluage de la colle plutôt qu'un endommagement du cristal.

### 3.7 Réalisation de la référence de fréquence

Après avoir caractérisé les différentes techniques de doublage, nous allons réaliser une première source continue à  $780 \text{ nm}$ . Ce laser va être asservi sur une transition atomique du Rubidium, et servira ainsi de référence de fréquence pour toute l'expérience de gravimétrie. A cet égard, nous dénommerons cette brique élémentaire de notre système "*laser maître*".

Nous présentons dans ce chapitre le dispositif expérimental mis en place, ainsi que les différentes techniques d'asservissement qui ont été mises en place.

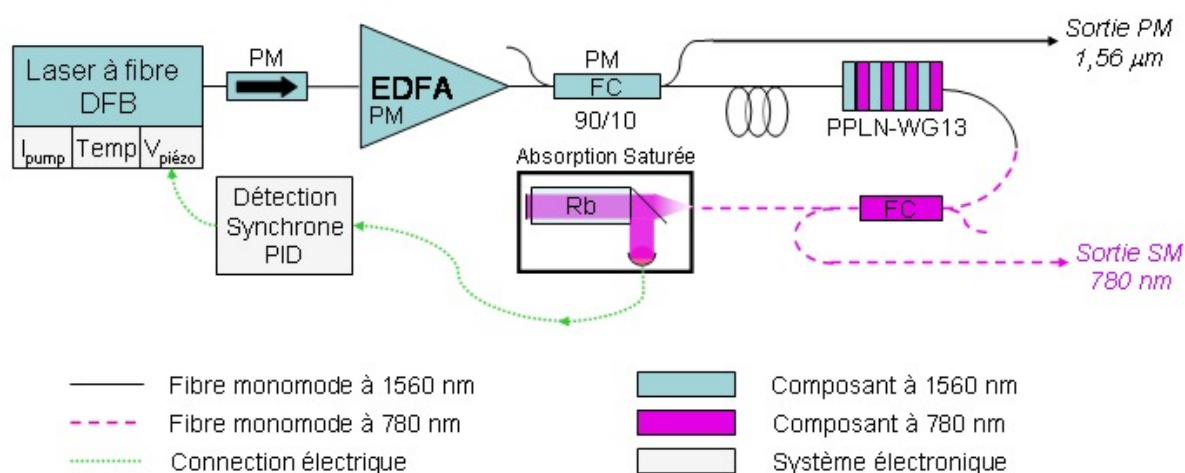


FIG. 3.36 - Schéma de montage du laser de référence, ou *laser maître*

#### 3.7.1 Dispositif expérimental

Afin de faciliter l'embarquabilité de cette source, nous utilisons un maximum de technologies fibrées, et installons le dispositif dans un rack. La figure 3.36 présente le schéma du montage : le laser à fibre intégré par IDIL, après passage dans un isolateur PM, injecte un amplificateur EDFA de  $500 \text{ mW}$  PM. En sortie d'amplificateur, un coupleur 90/10 PM

permet de renvoyer 10% de la puissance en face avant du rack. Cette première sortie constituera une référence de fréquence à 1560 nm lorsque le faisceau doublé sera asservi sur le Rubidium. La sortie à 90% du coupleur est reliée à un système à boucles de polarisation afin de régler la polarisation en entrée du cristal en guide d'onde PPLN-WG13. Ces boucles de polarisation sont nécessaires car la fibre d'entrée du cristal n'est pas PM. La fibre de sortie du cristal, monomode à 1560 nm est alors reliée à un coupleur 50/50 à 780 nm. Ainsi la moitié du faisceau de doublage est reportée en face avant du rack, et constitue le faisceau de sortie à 780 nm. L'autre moitié est envoyée à l'air libre dans un dispositif compact d'absorption saturée. L'électronique de contrôle de l'asservissement, ainsi que l'alimentation du four ont été également intégrées dans le rack. L'alimentation du laser à fibre ainsi que celle de l'amplificateur sont en revanche reportées à l'extérieur du rack. La photo 3.37 présente le laser maître installé dans son rack.

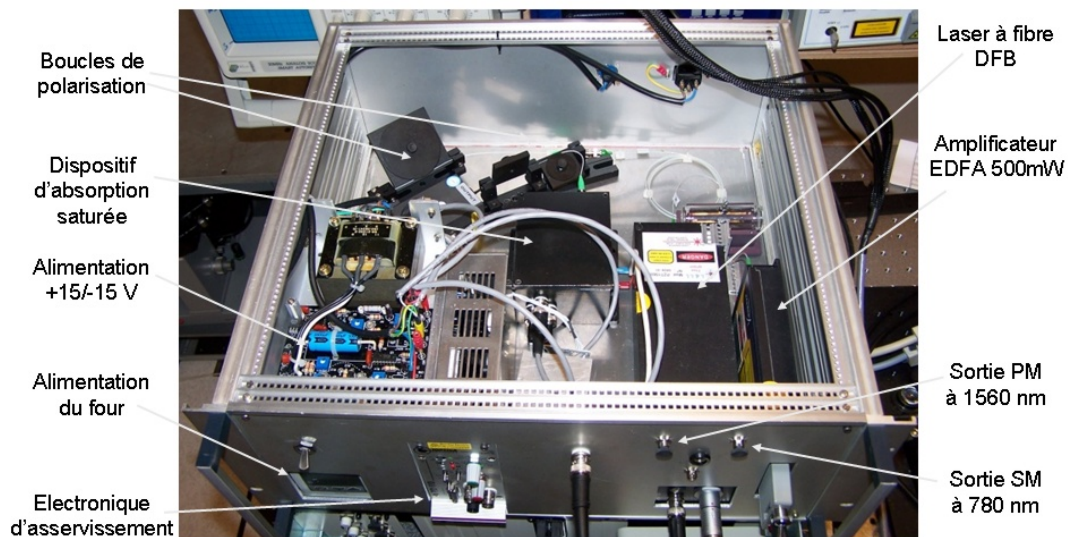
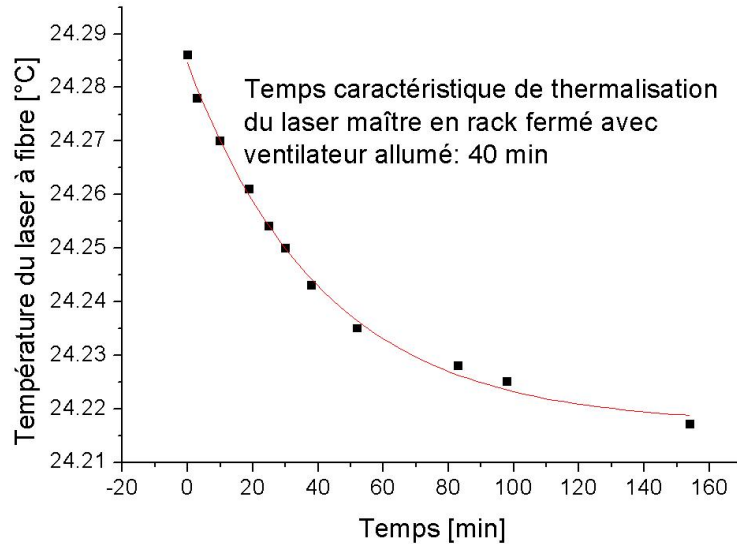


FIG. 3.37 - Photo du laser maître installé dans son rack.

Afin de limiter les fluctuations thermiques à l'intérieur du rack, ce dernier est refermé par un couvercle, et un ventilateur permet de diminuer l'échauffement à l'intérieur dû aux fuites thermiques du four, ainsi qu'à l'amplificateur. Les variations de température à l'intérieur du rack jouent un rôle important car elles entraînent une variation de la fréquence du laser à fibre, qui, comme nous l'avons mentionné au paragraphe 3.2.1, n'est pas parfaitement thermostaté. Pour mettre en évidence ce phénomène, nous avons mis en place une mesure indirecte : le capot du rack étant ouvert, nous avons tout d'abord réglé la fréquence du laser à fibre à l'aide de la consigne de température, de façon à observer un pic d'absorption avec le dispositif d'absorption saturée. Nous avons alors refermé le capot du rack, entraînant une variation lente de la température à l'intérieur du rack. Afin de garder la fréquence du laser

accordée sur le pic d'absorption, nous avons dû modifier la température de consigne du laser. La figure 3.38 montre l'évolution de la température de consigne en fonction du temps, le temps  $t = 0$  s représentant l'instant où le rack est fermé.



**FIG. 3.38** - Température de consigne du laser à fibre pour rester à la même fréquence après fermeture du rack.

La thermalisation suit une loi exponentielle décroissante de temps caractéristique 40 *min*. Les variations thermiques associées sont de l'ordre de 60 *mK*, ce qui correspond à une dérive fréquentielle de 300 *MHz*, soit une correction de 30 *V* sur la cale piézo-électrique. Nous voyons d'ores et déjà que, notre système de contre-réaction ne fonctionnant que sur la plage  $-15/+15$  *V*, ces variations de température risquent de poser problème au niveau de l'asservissement en fréquence.

**Puissance à 780 *nm*** Si notre système présente l'avantage de fournir une source à 780 *nm* entièrement fibrée, on peut en revanche déplorer de nombreuses pertes en lignes. A l'origine nous souhaitons obtenir en sortie un faisceau monomode de 1 *mW*. Toutefois, l'utilisation d'un coupleur monomode à 780 *nm* pour utiliser une partie du faisceau pour l'absorption saturée nous oblige à passer d'une fibre monomode à 1560 *nm* (de 9  $\mu\text{m}$  de diamètre de cœur) à une fibre monomode à 780 *nm* (de 4–5  $\mu\text{m}$  de diamètre de cœur). Cette connexion a une transmission valant à peu près le rapport des surfaces des deux cœurs de fibre, soit environ 25% et s'accompagne en outre de fluctuations d'intensité importantes, et d'une forte sensibilité aux déplacements de la fibre monomode à 1560 *nm*. En effet, cette dernière étant multimode à 780 *nm*, la distribution selon les différents modes dépendra de sa disposition.

Ainsi, pour une puissance de sortie de 1 *mW*, il nous faut sortir environ 10 *mW* du cristal, ce qui correspond à un pompage de plus de 300 *mW*. Un tel fonctionnement nous a

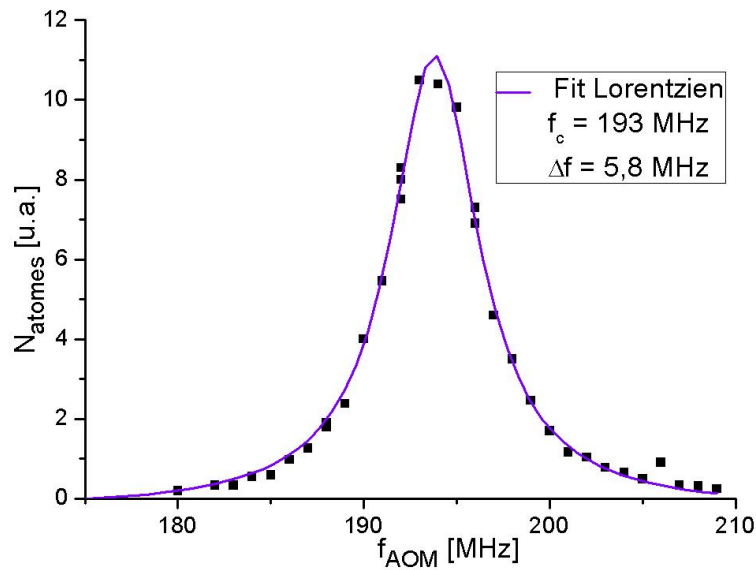


FIG. 3.39 - Spectre d'absorption d'un condensat de Bose-Einstein réalisé à l'aide du laser maître.

permis d'utiliser le laser maître comme faisceau imageur pour une expérience de condensat de Bose-Einstein réalisée par William Guérin, Jean-Félix Riou et Philippe Bouyer à l'Institut d'Optique à Orsay. La source en rack, aisément transportable, a pu être déplacée, installée, asservie et utilisée pour imager le condensat quelques heures. La figure 3.39 montre le spectre d'absorption du condensat de  $^{87}\text{Rb}$ . Le faisceau de détection est réalisé par le laser maître asservi, et dont la sortie est modulée en fréquence par un modulateur acousto-optique.

Toutefois, en éclairant durablement le cristal par une forte puissance de pompe, l'efficacité de doublage du système a été divisée par un facteur trois (voir 3.6.2). Pour éviter d'aggraver le vieillissement du cristal, nous avons diminué la puissance de pompe autour de  $100\text{ mW}$ . La sortie du laser maître ne fournit pas plus de  $30\ \mu\text{W}$ , qui ne peuvent plus nous servir de faisceau imageur. En revanche, dans le cadre de l'expérience de gravimétrie, même si ce système ne fournit pas de lumière à  $780\text{ nm}$ , il permet d'obtenir environ  $10\text{ mW}$  à  $1560\text{ nm}$  asservis en fréquence.

**Limitations** Le laser maître présente quelques inconvénients, notamment au niveau de la stabilité en intensité et en polarisation. En effet, le cristal en guide d'onde étant connecté à des fibres monomodes à  $1560\text{ nm}$  non PM, des fluctuations de la polarisation avant le cristal peuvent se traduire par des variations de la puissance de doublage. Même en fixant fermement les fibres, les fluctuations thermiques à l'intérieur du rack provoquent une lente diminution de la puissance en sortie. Toutefois, la principale limitation vient, en sortie de cristal, du passage de la fibre monomode à  $1560\text{ nm}$  à la fibre à monomode à  $780\text{ nm}$ . La fibre multimode à  $1560\text{ nm}$  provoque des variations importantes de puissance et de polarisation.

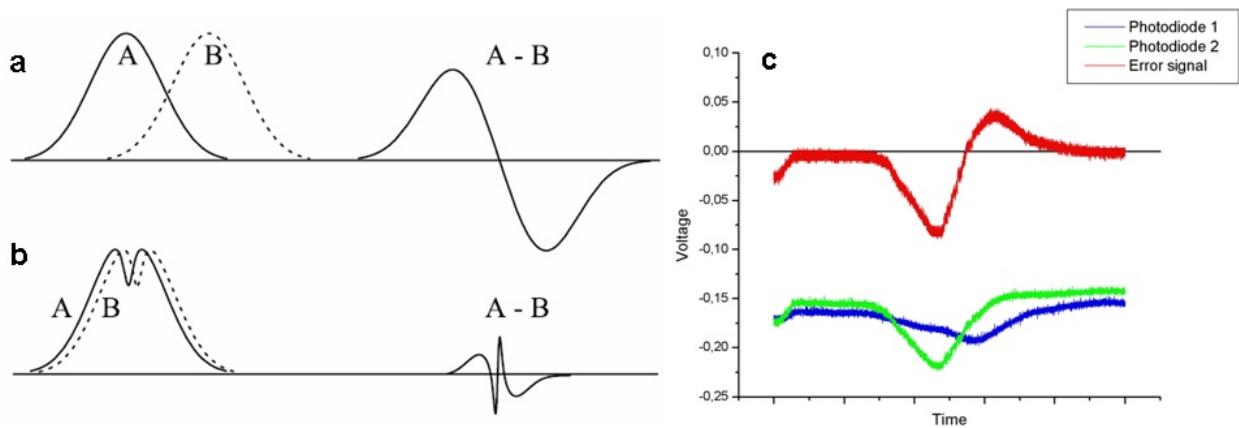
Ces inconvénients pourraient être évités en utilisant le cristal PPLN-WG30 qui est connecté en sortie à une fibre monomode à  $780\text{ nm}$ . Toutefois, comme nous allons le voir, les limitations mentionnées ne posent pas de problème pour que le laser maître assure sa fonction première, à savoir qu'il serve de référence de fréquence à  $1560\text{ nm}$  pour l'expérience d'atomes froids.

### 3.7.2 Asservissement en fréquence

Pour la résolution visée par notre instrument de mesure, une largeur de raie de l'ordre du  $MHz$  est suffisante. Nous pouvons donc nous permettre de réaliser une détection synchrone et de moduler la fréquence du laser. Toutefois, cette technique présente l'inconvénient d'élargir le spectre de la source.

C'est pourquoi nous essaierons dans un premier temps une méthode nous permettant d'asservir le laser à fibre sans le moduler, ce qui nous permettra d'obtenir une source à  $780\text{ nm}$  de largeur inférieure à  $10\text{ kHz}$ .

**Asservissement DAVLL** La technique d'asservissement que nous testons dans un premier temps est basée sur l'absorption saturée du Rubidium par effet Zeeman (ou *Dichroic Atomic Vapor Laser Lock* en anglais, DAVLL) [177, 178]. L'expérience consiste à soumettre les atomes à un champ magnétique constant et colinéaire au faisceau laser. La lumière polarisée  $\sigma^+$  induira alors des transitions  $\Delta m = +1$  dont l'énergie sera différente des transitions  $\Delta m = -1$  induites par la lumière polarisée  $\sigma^-$ .



**FIG. 3.40** - a - Soustraction de deux profils Doppler gaussiens décalés par effet Zeeman. b - Soustraction de deux profils Sub-Doppler décalés par effet Zeeman. Figures extraites de [178]. c - Signaux des deux photodiodes et du signal de soustraction lorsqu'une raie est balayée.

Un laser de polarisation linéaire est alors envoyé dans la cellule de Rubidium. Le faisceau



peut être considéré comme une superposition linéaire de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Ainsi, en balayant la fréquence du laser, on obtiendra deux gaussiennes légèrement décalées en fréquence, correspondant successivement aux transitions  $\Delta m = +1$  et  $\Delta m = -1$ . C'est ce qui est montré sur la figure 3.40.a. Si les signaux d'absorption des deux polarisations circulaires sont récupérés sur deux photodiodes distinctes, en faisant leur différence électronique, on obtient une pente passant par 0 au niveau du pic d'absorption. Ce signal de différence constitue le signal d'erreur. Pour un signal d'absorption saturée, le raisonnement est exactement le même, et la pente du signal d'erreur est bien plus forte, comme le montre la figure 3.40.b.

La mise en oeuvre expérimentale est très semblable à un dispositif d'absorption saturée classique, et est représentée sur la figure 3.41. Un faisceau, polarisé horizontalement ou verticalement, traverse un cube séparateur insensible à la polarisation, ou une lame à  $45^\circ$ , également insensible à la polarisation. Une partie de la lumière fait alors un aller-retour dans une cuve de Rubidium, les faisceaux aller et retour étant parfaitement superposés. Après passage dans le cube séparateur, il faut alors séparer les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Pour cela on place une lame quart d'onde à  $45^\circ$  de la verticale, de façon à transformer une polarisation circulaire en linéaire verticale, et l'autre en linéaire horizontale. Ainsi, un cube séparateur de polarisation permettra d'envoyer les deux signaux sur deux photodiodes distinctes. L'électronique d'asservissement consiste en un simple montage soustracteur, permettant d'obtenir le signal d'erreur, suivi d'un montage Proportionnel-Intégrateur-Dérivateur (PID). La figure 3.40.c présente les signaux expérimentaux obtenus avec notre dispositif.

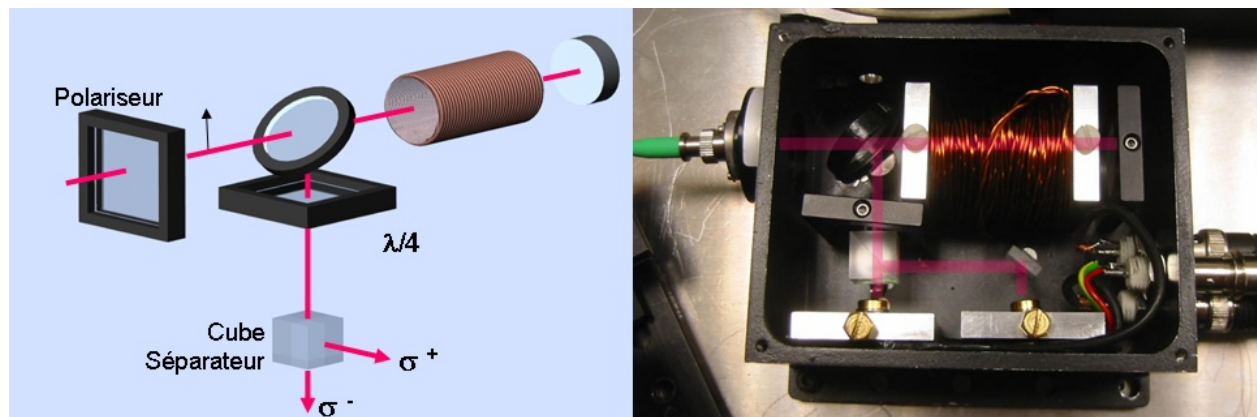


FIG. 3.41 - Dispositif expérimental DAVLL. A gauche, schéma de principe. A droite, photo du système intégré dans le rack du laser maître

Pour réaliser les mesures d'absorption du condensat de Rubidium (figure 3.39), le laser était asservi suivant cette méthode. La largeur de raie mesurée de  $5,7 \text{ MHz}$ , en accord avec la littérature ( $5,9 \text{ MHz}$ ) nous montre que la raie n'est pas élargie par le spectre du laser, qui est donc bien inférieur à  $1 \text{ MHz}$ .

Nous avons en revanche observé des dysfonctionnements du contrôle de la fréquence.

Nous avons mesuré des largeurs de raies inférieures à  $5 \pm 0,2 \text{ MHz}$ , traduisant une dérive lente de la fréquence. De plus, d'un jour sur l'autre, la fréquence centrale pouvait varier de  $40 \text{ MHz}$ , montrant que l'asservissement est susceptible de se verrouiller spontanément sur un autre pic d'absorption.

Ce fonctionnement peut s'expliquer du fait des fluctuations importantes de polarisation. Le faisceau incident devant être de polarisation fixée, deux filtres polariseurs successifs ont été installés en entrée du système d'absorption saturée. Les fluctuations de polarisation se transforment alors en fluctuations d'intensité, pouvant mener ponctuellement à un signal d'erreur noyé dans le bruit. Le laser peut alors aller s'asservir sur un autre pic. Ainsi, en raison des fluctuations trop importantes de polarisation, la méthode DAVLL a été abandonnée.

**Détection Synchrone** Les principaux inconvénients du laser maître résident dans ses fluctuations de polarisation et d'intensité. Il est donc nécessaire d'utiliser une technique d'asservissement la moins sensible possible à ces deux types de fluctuations, ce qui n'était pas le cas de la méthode DAVLL.

Nous nous replions donc sur une technique conventionnelle de détection synchrone. Elle consiste à moduler la tension  $V(t)$  de la cale piézo-électrique :  $V(t) = V_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ . On écrit la dépendance affine de la fréquence du laser par rapport à la tension de la cale piézo-électrique :  $f(V) = f_0 + \alpha \cdot V$ . Alors, autour d'un pic d'absorption saturée, le signal  $s(f)$  de la photodiode s'écrit :

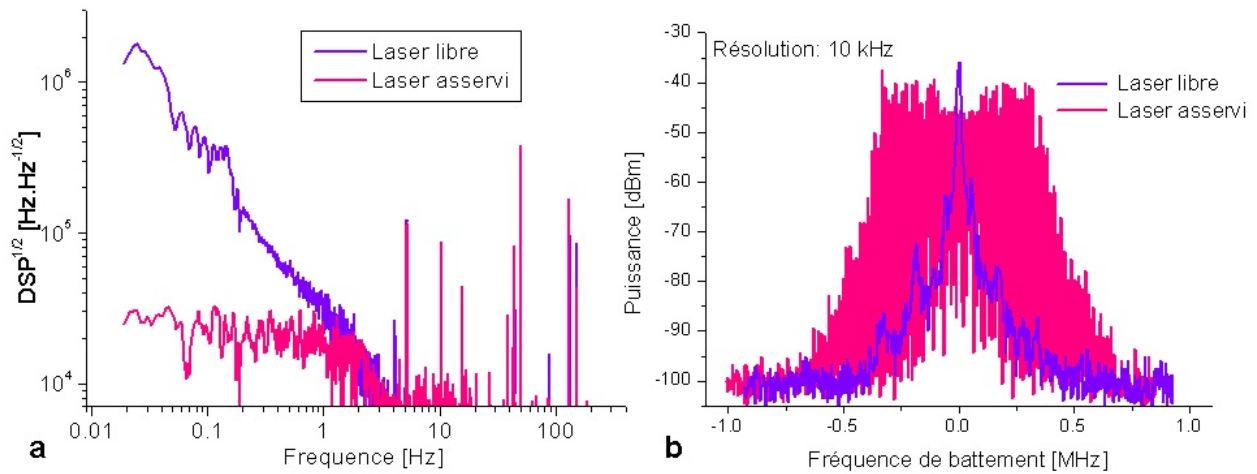
$$\begin{aligned} s(f) &= s(f_0 + \alpha \cdot V_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)) \\ &\approx s(0) + \alpha V_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \left. \frac{ds}{df} \right|_0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

En multipliant électroniquement le signal  $s$  par le signal excitateur de la cale piézo-électrique  $V(t)$ , puis en filtrant à une fréquence plus basse que  $\omega/2\pi$ , on réalise alors une démodulation, et le signal obtenu est proportionnel à la dérivée du signal d'absorption. Ainsi, au niveau d'un pic d'absorption, on obtient une pente qui passe par 0, qui va constituer le signal d'erreur. Ce signal est alors envoyé dans un montage PID avant de piloter la cale piézo-électrique.

Cette technique, insensible à la polarisation et aux fluctuations de puissance<sup>17</sup> présente l'inconvénient de moduler la fréquence du laser donc d'élargir artificiellement son spectre.

Nous utilisons pour cet asservissement le même dispositif que précédemment (voir figure 3.41), en supprimant les filtres polariseurs, le cube séparateur de polarisation, la lame quart d'onde et une photodiode. L'électronique d'asservissement est commercialisée par la société Toptica (modèle LIR 110). La fréquence de modulation est de  $2 \text{ kHz}$ . Etant donnée la bonne stabilité à court terme du laser à fibre, nous avons souhaité ne corriger que les dérives à basse fréquence. La figure 3.42.a présente la densité spectrale du signal d'erreur lorsque le laser est asservi et lorsqu'il est libre.

<sup>17</sup>Dans la mesure où le pic d'absorption saturé est suffisamment résolu.



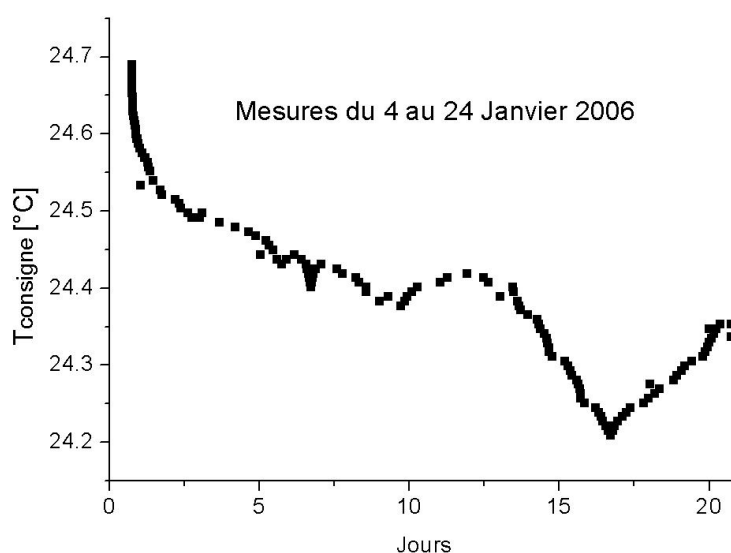
**FIG. 3.42** - Propriétés spectrales du laser maître libre et asservi. a - Densité spectrale de puissance du signal d'erreur. b - Battement du laser maître avec un laser à fibre non asservi

Il apparaît clairement que la dérive à basse fréquence est supprimée, pour des fréquences allant jusqu'à quelques  $Hz$ . En anticipant un peu sur les résultats du chapitre suivant, on peut apporter une preuve plus probante de l'absence de dérive du laser maître lorsqu'il est asservi par cette méthode : pour réaliser un piège magnéto-optique, les faisceaux de piégeage et de repompage seront asservis en fréquence de façon relative par rapport au laser maître. Or, expérimentalement, on ne constate pas de dérive de la fréquence optimale des différents lasers, ce qui prouve que la dérive du laser maître est faible devant la largeur de raie de la transition atomique du Rubidium.

L'inconvénient de cette méthode d'asservissement, rappelons-le, est l'élargissement de la largeur de raie du laser par modulation de la cale piézo-électrique. La figure 3.42 présente le spectre du battement entre le laser maître et un autre laser à fibre non asservi. On en déduit que le laser maître asservi présente une largeur de raie d'environ  $1\text{ MHz}$ , correspondant à l'amplitude de notre modulation. L'amplitude de modulation doit rester suffisamment grande par rapport à la largeur de raie de façon à explorer suffisamment le pic, et permettre d'obtenir une pente raisonnable pour le signal d'erreur. Il paraît donc difficile de réduire davantage l'amplitude de la modulation tout en conservant un asservissement robuste.

L'asservissement par détection synchrone nous permet de garder le laser asservi parfois pendant plusieurs jours de suite, et résiste bien aux perturbations mécaniques : il est possible de secouer le rack, de le "tapoter" (lui donner des coups à  $\approx 2\text{ Hz}$ ), de frapper dans ses mains, sans faire sauter l'asservissement. Toutefois, en présence de variations de température, la plage de rétroaction de la boucle ne suffit pas. Les variations de température de notre salle d'expérience étant de quelques degrés, une telle sensibilité aux conditions extérieures n'est pas acceptable.

**Asservissement long terme** Sur la figure 3.38, nous avons vu qu'en corrigeant la température de consigne du laser à fibre, il est possible de rester à la même fréquence. Une solution à notre problème consiste à créer une deuxième boucle de rétroaction, beaucoup plus lente qui détecte le dépassement d'une tension de seuil au niveau de la cale piézo-électrique. Cette deuxième boucle décide alors de modifier la température de consigne. En variant cette dernière, la stabilisation thermique de la fibre sera très lente comparée au temps de réaction de la boucle d'asservissement. Ainsi cette deuxième boucle d'asservissement n'affectera pas les performances de l'asservissement sur sa bande passante de quelques  $Hz$ . En revanche, elle devrait permettre de maintenir l'asservissement en présence de fluctuations thermiques bien plus importantes.



**FIG. 3.43** - Evolution de la température de consigne pilotée par LabView.

Pour modifier la température de consigne, il est nécessaire de communiquer avec l'alimentation du laser, en l'occurrence une alimentation Profile. Ceci est possible via un port GPIB ou un port série. Une première solution consiste à utiliser un ordinateur de contrôle avec le logiciel LabView, relié à l'alimentation par le port GPIB. La tension de rétroaction est mesurée sur une carte analogique. La routine LabView permet alors de détecter le dépassement d'une tension seuil par la tension de contre-réaction. En cas de dépassement du seuil (fixé à  $\pm 1$ ), la température de consigne est alors modifiée de  $\pm 4mK$ . Pour éviter les fausses alarmes, la valeur de seuil doit être dépassée pendant plusieurs secondes avant de modifier la température. La figure 3.43 présente l'évolution des températures de consigne sur 20 jours. Le laser ayant été allumé et asservi en fréquence à 18 heures le premier jour, on observe une forte variation dans les heures qui suivent l'allumage. Le laser se stabilise ensuite, mais aux vues des fortes variations observées sur 20 jours, un asservissement en température paraît

obligatoire car même en utilisant la plage de 100 V du piézo-électrique avec une alimentation haute tension, la dérive ne pourrait être corrigée.

Grâce à cette deuxième boucle d'asservissement, il est désormais possible de rester asservi pendant plus d'un mois. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle mobilise un ordinateur, ce qui est à la fois coûteux et volumineux dans le cadre d'applications embarquées. Nous avons donc décidé de développer un circuit électronique permettant d'assurer cette fonction.

Pour pouvoir communiquer avec l'alimentation, il est indispensable d'utiliser un composant électronique programmable, c'est-à-dire un micro-contrôleur. Ce dernier est programmé à l'aide d'un langage spécifique à chaque puce. Le programme est ensuite compilé puis transféré à la puce à l'aide d'une carte de programmation reliée à l'ordinateur via le port série. Une fois programmée, la puce est intégrée à un circuit dédié, en vue d'assurer l'asservissement.

Notre équipe n'ayant pas de compétence particulière dans un type de micro-contrôleur, et la procédure à réaliser étant assez rudimentaire, nous nous sommes intéressés aux composants les plus simples : les puces PIC de Microchip. Le premier modèle, le 16F84 connaît 35 instructions, peut réaliser des programmes de 1000 ordres, et est cadencé par un oscillateur à quartz externe de 4 MHz. Ces spécifications suffisent largement pour les besoins de notre application.

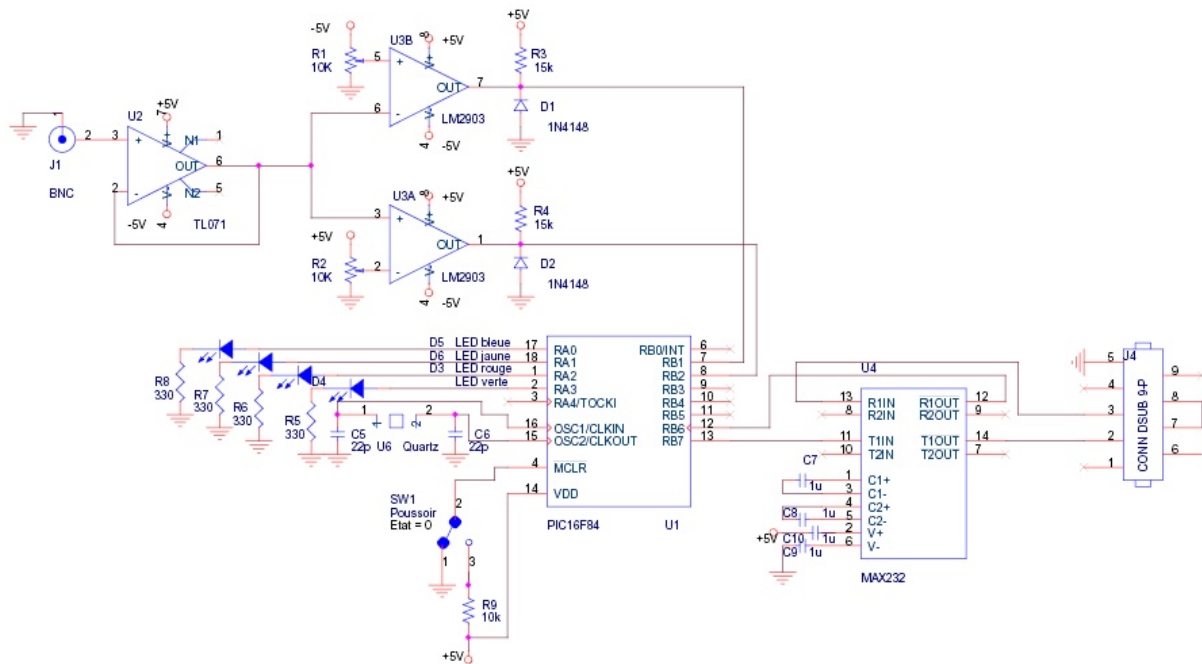


FIG. 3.44 - Schéma du circuit électronique réalisé sous OrCAD.

L'asservissement se déroule de façon analogue à celui réalisé avec le logiciel LabView. Le schéma du circuit électronique est représenté sur la figure 3.44. Un connecteur BNC (J1 sur le schéma) permet tout d'abord de récupérer le signal de contre-réaction. Après passage dans

un montage suiveur, le signal est comparé indépendamment à deux tensions de seuil  $V_1$  et  $V_2$ , réglables par des potentiomètres. Si la tension de contre-réaction est supérieure à  $V_1$ , un signal de 5 V est envoyé à une entrée du PIC 16F84. De même, si la tension de contre-réaction est inférieure à  $V_2$ , un signal de 5 V est envoyé sur une autre entrée du micro-contrôleur.

La routine effectuée par le PIC consiste à vérifier en permanence les niveaux des deux entrées mentionnées précédemment. Si, pendant une seconde, une des deux entrées se trouve à 5 V plus de 90% du temps, le PIC entame alors une procédure de communication avec l'alimentation Profile par le port Série. Pour cela, nous utilisons une puce MAX232 transformant les signaux TTL du pic en créneaux de +12/−12 V nécessaires à la communication Série. Le PIC lit alors la température de consigne de la diode laser et l'incrémente ou la décrémente de 4 m°C, en fonction de l'entrée dont provient l'alerte. Après avoir arrêté la communication, le PIC attend 20 s avant de recommencer à détecter des signaux d'alertes sur les deux entrées. Cette attente est nécessaire afin d'éviter qu'un overshoot du signal du piézo-électrique lors de la thermalisation ne redéclenche le PIC.

Le circuit est installé dans le rack du laser maître et utilise l'alimentation +15/−15 V. En face avant, un bouton poussoir permet de mettre en route le circuit, et des diodes permettent de suivre l'état du système. Le système est en fonctionnement depuis février 2006. Pour tester la résistance de l'asservissement aux fluctuations thermiques, nous avons changer la température de la pièce de 23°C à 12°C en une heure, puis de 12°C à 25°C en 30 minutes : le laser est resté asservi pendant toute la durée du cycle.

Les seules causes ayant entraîné un mauvais fonctionnement involontaire de l'asservissement proviennent des micro-coupures du secteur par temps orageux : ces dernières provoquent une extinction immédiate afin de protéger les diodes lasers. Une fois l'alimentation rallumée, le laser reste éteint, l'asservissement ne peut évidemment pas fonctionner. En plaçant l'alimentation sur courant secouru, ce dysfonctionnement doit pouvoir être évité. A cette exception près, l'asservissement en fréquence ne s'est encore jamais déverrouillé, et n'a pas non plus changé de point de fonctionnement sans que nous l'ayons spécifié.

## 3.8 Conclusion

Dans cette partie, nous avons développé une source laser à 780 nm originale pour le refroidissement atomique. Elle bénéficie des avantages des technologies Télécoms (maturité, robustesse, pérennité). Pour réaliser le doublage de fréquence, nous avons montré pourquoi le Niobate de Lithium périodiquement retourné s'est naturellement imposé à nous.

Dans le cadre de nos applications (où nous devons pouvoir balayer rapidement la raie  $D_2$  du Rubidium), nous avons alors vérifié que l'acceptance spectrale du cristal quasi-accordé en phase n'est absolument pas limitante. Par conséquent, les propriétés spectrales d'une

telle source correspondent juste à celles de la pompe, entachées d'un facteur deux. Pour obtenir de bons rendements et des puissances de seconde harmonique importantes, nous nous sommes orientés vers les cristaux en guide d'onde. Toutefois, leurs performances sont peut-être limitées dans le temps. Aussi, la piste d'une cavité de basse finesse et asservie en puissance n'est-elle pas à exclure. Une alternative envisageable consisterait à utiliser un amplificateur  $5\text{ W}$  injectant un ou deux cristaux de PPLN massif : une telle technique devrait permettre de produire plusieurs centaines de  $mW$  pour des cristaux de  $20\text{ mm}$ , tout en étant moins sensible aux vibrations que la cavité.

Enfin, après avoir mené cette série de tests, nous avons réalisé une source laser asservie sur le Rubidium, présentant une dérive inférieure au  $MHz$  sur plusieurs mois, et qui va servir de référence de fréquence pour toute la suite de l'expérience. Nous pouvons à présent développer la suite du banc optique de refroidissement atomique.

## Chapitre 4

# Développement d'un banc optique fibré et refroidissement atomique

Dans le chapitre précédent, nous avons montré qu'il peut être très avantageux d'utiliser les technologies fibrées pour réaliser des fonctions optiques, même complexes. Nous allons à présent poursuivre dans cette démarche, en développant un banc optique de refroidissement atomique par laser exploitant au maximum les fibres et composants fibrés. Des problèmes technologiques (comme la non-disponibilité de certains composants à  $780\text{ nm}$ ) ou scientifiques (comme la présence de faisceaux à des longueurs d'onde parasites) sont attendus. Nous allons étudier comment dépasser ces obstacles, ou à défaut, évaluer leur impact sur notre instrument.

Dans un premier temps nous réaliserons l'asservissement de sources lasers par rapport au laser maître, en vue de réaliser les faisceaux de piégeage et de repompage. Nous étudierons ensuite les problèmes associés au doublage de deux fréquences. Après doublage, il sera alors nécessaire de répartir la puissance lumineuse sur les différents axes de l'enceinte à vide. Nous pourrons alors tenter de réaliser un piège magnéto-optique.

Depuis sa première réalisation en 1987 [58], le piégeage magnéto-optique est devenu une technique largement répandue et maîtrisée en laboratoire [179, 180]. Nous n'étudierons pas ici en détail le principe du piège magnéto-optique, largement développé dans des ouvrages de référence [181, 182, 183].

Rappelons simplement que, pour ralentir les atomes, il est nécessaire d'utiliser un faisceau



laser désaccordé *vers le rouge*<sup>1</sup> de plusieurs fois la largeur de raie par rapport à une transition atomique cyclante, c'est-à-dire une transition telle que, une fois l'atome dans l'état excité, les règles de sélection dipolaires électriques ne l'autoriseront à se désexciter que dans l'état dont il vient. Une telle transition existe pour tous les atomes alcalins. Dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$ , il s'agit de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Une fois dans l'état  $F' = 3$ , l'atome ne peut se désexciter que vers  $F = 2$ . De plus, pour pouvoir refroidir à des températures plus basses que celle atteinte dans le piège magnéto-optique, il sera nécessaire de réaliser une phase de mélasse optique : le gradient de champ magnétique est alors coupé, et la fréquence du laser de piégeage est balayée à plus de 5 largeurs de raie<sup>2</sup> ( $\approx 30 \text{ MHz}$ ) en quelques millisecondes.

Pour réaliser ces changements de fréquence, des modulateurs acousto-optiques sont couramment utilisés. La société Gooch & Housego propose même de tels composants fibrés. Après en avoir testé un, nous avons décidé de ne pas en utiliser pour notre montage, principalement pour deux raisons : l'accordabilité de ses composants est limitée par la modification de l'angle de déflexion. Elle est typiquement limitée à  $20 \text{ MHz}$  à  $-3 \text{ dB}$  en simple passage pour un composant à  $110 \text{ MHz}$ . De plus, des effets thermiques sont observés liés à la puissance de radio-fréquences envoyées dans le composant (typiquement  $1 \text{ W}$ ). Nous développerons des solutions alternatives pour modifier la fréquence des faisceaux pendant l'expérience.

A ces contraintes sur le laser de piégeage, s'ajoute la nécessité d'un laser dit "repompeur". Bien qu'il soit plus accordé sur la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , l'atome peut être excité dans l'état  $F' = 3$ . Il peut alors se désexciter dans l'état  $F = 2$ . L'atome n'est alors plus résonant avec le laser de piégeage, et n'est donc plus refroidi. Il est donc nécessaire de rajouter un faisceau accordé sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , permettant de repomper les atomes dans  $F = 3$  afin de poursuivre le processus de refroidissement.

Nous souhaitons donc réaliser un banc optique selon le schéma structurel présenté sur la figure 4.1. Le banc se décompose en trois étapes :

**Contrôle des fréquences** Le laser maître présenté dans le chapitre précédent sert de référence à  $1560 \text{ nm}$  pour asservir les faisceaux piègeur et repompeur. Chacun des asservissements pourra être réalisé par battement [41], comme nous le présentons plus en détail dans la partie suivante (4.1). Cette technique nous permettra de varier la fréquence du faisceau de piégeage sans utiliser de modulateur acousto-optique.

**Doublage de fréquence** Les faisceaux à  $1560 \text{ nm}$  sont alors mélangés *avant* de passer à l'étape de doublage. Ainsi à l'aide d'un seul cristal et d'un seul amplificateur, il nous

---

<sup>1</sup>On dit qu'un faisceau est désaccordé vers le rouge par rapport à une transition atomique lorsque la fréquence du faisceau incident est inférieure à celle de la transition.

<sup>2</sup>Drewsen a vérifié que, pour un désaccord  $\Delta$  supérieur à  $5\Gamma$ , la température finale du nuage est inversement proportionnelle à  $\Delta$  [184].

est possible de synthétiser simultanément le faisceau de piégeage et le repompeur.

**Séparation des faisceaux** Après obtention des deux faisceaux à  $780\text{ nm}$ , il est nécessaire de répartir équitablement la puissance sur trois fibres, afin de réaliser le piège magnéto-optique.

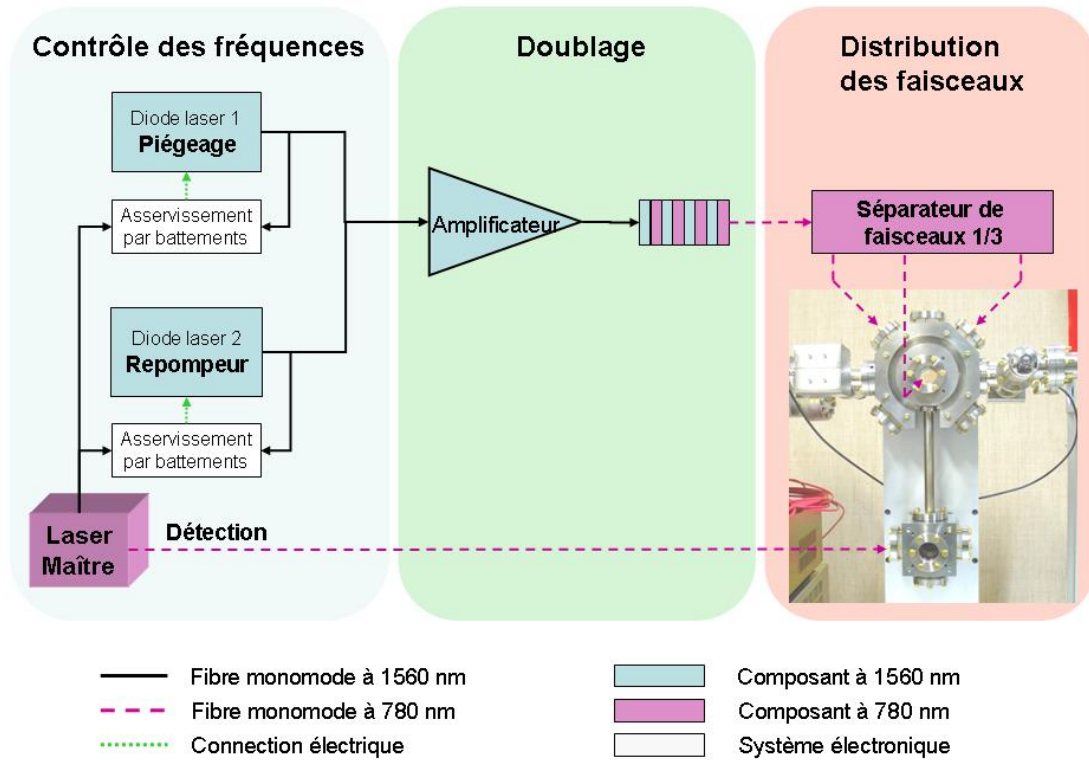


FIG. 4.1 - Schéma fonctionnel du banc optique.

Pour le faisceau de détection, en accordant le laser maître sur la transition cyclante  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  du  $^{85}\text{Rb}$ , la sortie à  $780\text{ nm}$  peut être utilisée. Toutefois, étant donnée la diminution de la puissance du PPLN-WG13 (voir chapitre 3.6), nous avons préféré pomper le cristal avec le minimum de puissance nécessaire pour réaliser l'asservissement du laser maître. La puissance au niveau de la sortie à  $780\text{ nm}$  est alors insuffisante pour réaliser la détection des atomes. C'est pourquoi nous avons finalement préféré utiliser une partie des faisceaux de piégeage que l'on accorde sur la transition au moment de la détection.

Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons successivement l'asservissement en fréquence des faisceaux piégeur et repompeur (4.1), puis le doublage des deux longueurs d'onde à l'aide d'un seul cristal (4.2), et enfin l'étape de séparation des faisceaux (4.3).

Pour chaque étage du banc optique, plusieurs solutions seront réalisées. Différentes combinaisons seront testées pour réaliser le refroidissement par laser (4.4).

## 4.1 Asservissement en fréquence des faisceaux piègeur et repompeur

### 4.1.1 Faisceau de piégeage : asservissement par battement

L'asservissement du laser maître par absorption saturée permet de caler le laser sur une transition atomique du  $^{85}\text{Rb}$ . En revanche, il est alors difficile de varier sa longueur d'onde sur plusieurs largeurs de raie. Cette méthode n'est donc pas adaptée au laser de piégeage dont la longueur d'onde doit pouvoir être variée au cours d'une séquence. C'est pourquoi nous préférons ici avoir recours à une technique d'asservissement relatif, où il est possible de contrôler la différence de fréquence par rapport au laser maître.

**Principe de l'asservissement par battement** Le schéma de montage d'un tel asservissement est présenté sur la figure 4.2. Une source laser, baptisée *laser esclave*, est séparée en deux faisceaux. L'un constitue la sortie du système, tandis que l'autre est mélangé au faisceau de référence. Ce mélange donne lieu à un battement, c'est-à-dire à une oscillation de l'intensité à la différence de fréquence entre les deux sources. Ce signal de battement est recueilli par une photodiode rapide. Le signal électrique sinusoïdal est alors transformé en un signal continu à l'aide d'un convertisseur fréquence→tension. Il est ensuite comparé à une tension de consigne qui correspond à la différence de fréquence imposée par l'utilisateur. Le signal d'erreur obtenu est alors envoyé à un circuit proportionnel-intégrateur (PI) avant de contre-réagir sur le courant du laser esclave. Ainsi, en variant la tension de consigne, on contrôle la différence de fréquence entre laser esclave et laser maître.

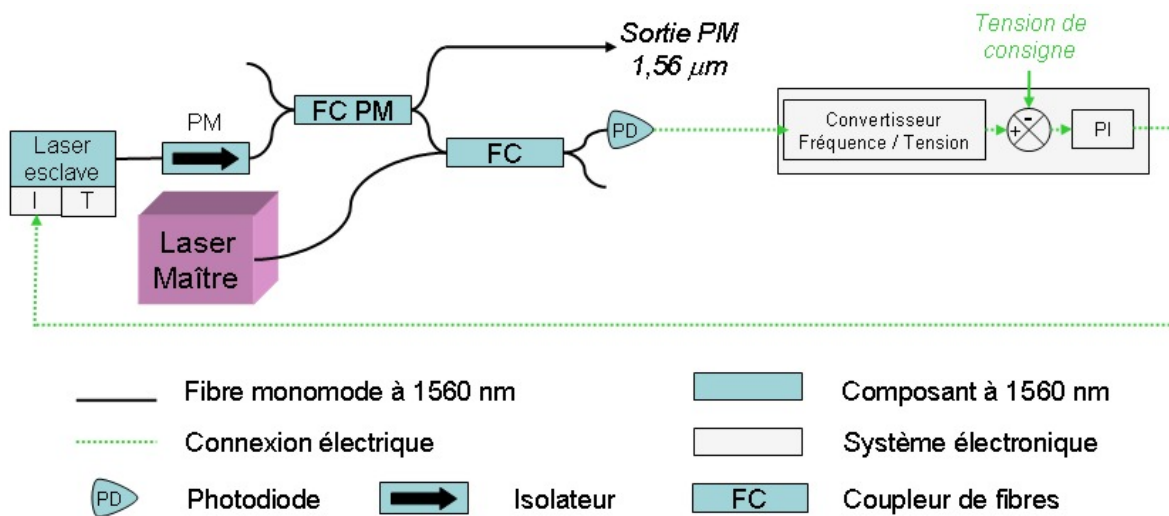


FIG. 4.2 - Schéma de montage d'un asservissement par battement.

## 4.1 Asservissement en fréquence des faisceaux piègeur et repompeur

Pour conserver en sortie la polarisation linéaire de la diode laser, le premier coupleur sera à maintien de polarisation. En revanche, pour réaliser le battement, des coupleurs non PM suffiront peut-être. Nous testerons différentes configurations afin de déterminer la nécessité d'un montage entièrement PM pour asservir les lasers.

**Circuit électronique** Afin d'adapter la bande passante de la photodiode ainsi que du circuit électronique d'asservissement à nos besoins, il est nécessaire de connaître la plage de fonctionnement fréquentiel avec laquelle nous travaillerons.

Le laser maître est asservi en fréquence sur le croisement de niveaux<sup>3</sup> (*crossover* en anglais, *CO*)  $F = 3 \rightarrow CO3/4$  du  $^{85}Rb$ . La fréquence du laser de piège devra être variée entre 1 et 10 largeurs de raie en-dessous de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , ce qui correspond à une variation de fréquence de battement de  $60\text{ MHz}$  à  $5\text{ MHz}$ . Le battement ayant lieu à  $1560\text{ nm}$ , il faut donc pouvoir balayer la fréquence entre 2 et  $30\text{ MHz}$ . De plus, il serait souhaitable que ce balayage en fréquence puisse se faire en  $1\text{ ms}$ .

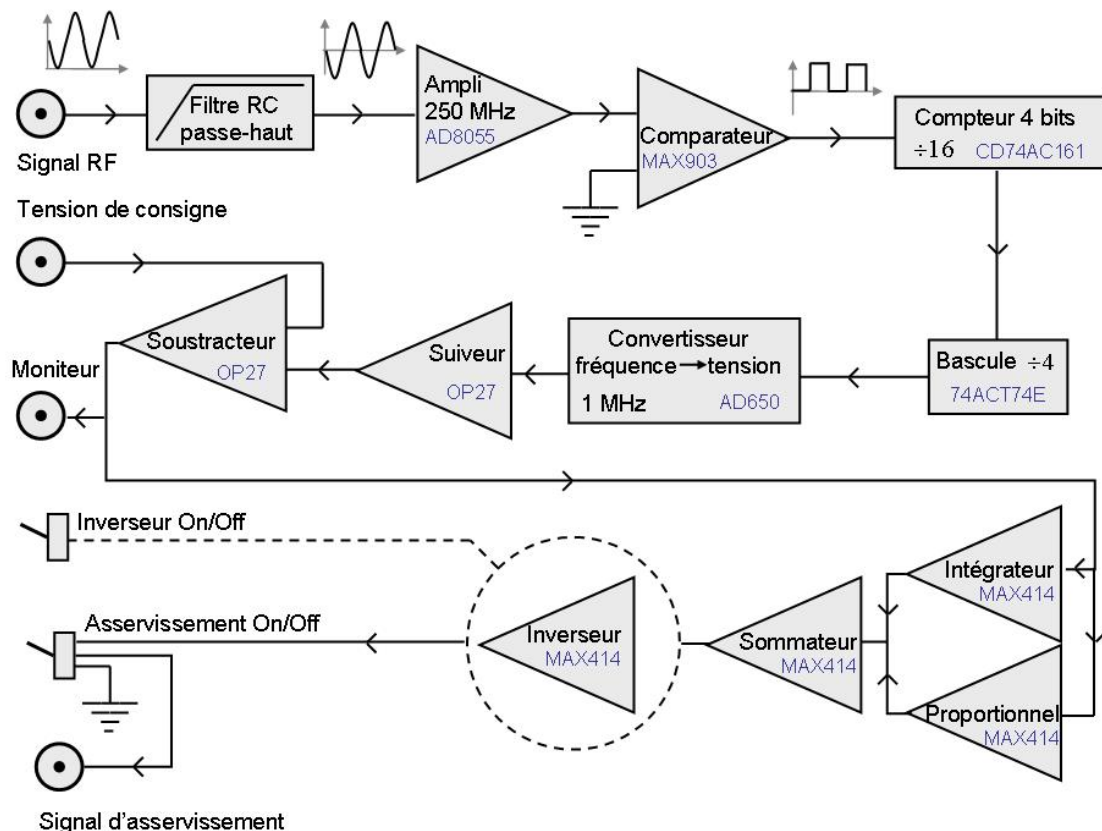


FIG. 4.3 - Principe du montage "Circuit 0 – 64 MHz v.5".

<sup>3</sup>Voir paragraphe 3.4.

Pour répondre à ces critères, nous détecterons le signal de battement avec une photodiode rapide. De plus, un circuit électronique permettant de convertir les battements de 0 à 64  $MHz$  en une tension de 0 à 10  $V$  sera réalisé.

Le principe du montage, baptisé "Circuit 0–64  $MHz$  v.5" est présenté sur le schéma 4.3, et le circuit est reproduit figure 4.4. Il est inspiré d'un montage de bande passante 4  $MHz$  réalisé par G. Santarelli à l'Observatoire de Paris. Le courant généré par la photodiode arrive sur le circuit par un connecteur BNC (J3 sur le schéma). Il est d'abord transformé en tension par une impédance de charge de 50  $\Omega$ . Le signal continu est supprimé avant amplification à l'aide d'un filtre passe-haut de fréquence de coupure 3  $kHz$ . Le signal est alors sinusoïdal et centré en 0. L'amplificateur utilisé est un AD8055 de bande passante 300  $MHz$ , et est utilisé en montage non inverseur. A sa sortie, le signal est transformé en TTL à l'aide d'un comparateur MAX903 de bande passante 100  $MHz$  dont l'entrée négative est reliée à la masse. A l'issue de ce premier étage électronique, le signal a été transformé en signal TTL de même fréquence.

Commence alors une succession de divisions de fréquence. Le signal TTL en sortie est d'abord envoyé dans un compteur à 4 bits, de bande passante 103  $MHz$ , le CD74AC161 : à chaque front de montée du signal d'horloge, un chiffre codé sur 4 bits est incrémenté d'une unité, chaque bit étant relié à une sortie. Ainsi le premier bit oscille à la moitié de la fréquence d'horloge et le dernier bit oscille à  $1/16^{ème}$  de la fréquence d'horloge. En utilisant la sortie de ce dernier bit, nous divisons donc la fréquence du signal de battement par 16. Cette fréquence est encore divisée par 4 à l'aide de deux bascules CD74ACT74E dont la sortie inverseuse rétroagit sur l'entrée. A l'issue de ces différentes étapes de division, la fréquence initiale a été divisée par 64.

Le signal est alors converti en tension continue par un AD650. Ne fonctionnant que jusqu'à 1  $MHz$ , ce composant limite la bande passante du circuit à 64  $MHz$ . La tension continue en sortie est comprise entre 0 et 10  $V$ . La conversion théorique du circuit est donc de 6,4  $MHz/V$ . Ainsi, en supposant un bruit important sur la tension de consigne d'environ 30  $mV$ , le laser esclave pourra malgré tout être asservi avec une bonne précision de 200  $kHz$ .

La tension continue en sortie de convertisseur est ensuite soustraite à une tension de consigne imposée aux bornes d'une fiche BNC (J1). Le montage soustracteur est réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel standard OP-27. Ce signal d'erreur est alors renvoyé d'une part sur un BNC afin de pouvoir l'observer, et d'autre part sur un montage de régulation proportionnel-intégrateur (PI) qui n'est pas représenté sur la figure. Les gains des différentes parties, ainsi qu'un gain global sont réglables à l'aide de potentiomètres. Un interrupteur en sortie de PI permet de changer le signe du signal de contre-réaction. Le signal est alors reporté sur un BNC (J2), afin d'être envoyé sur l'entrée modulation de l'alimentation de la diode laser.

4.1 Asservissement en fréquence des faisceaux piègeur et repompeur

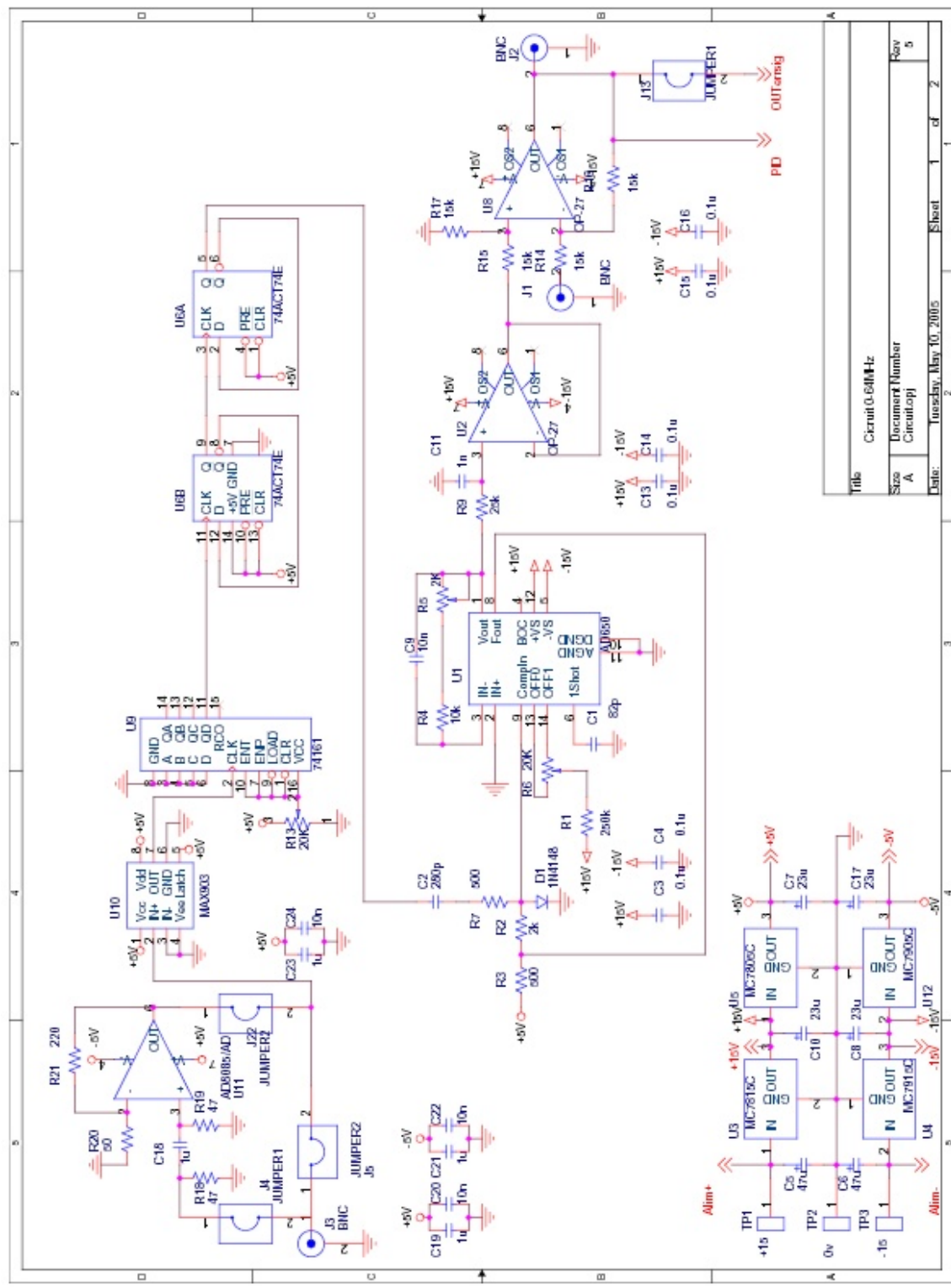


FIG. 4.4 - Circuit électronique du montage "Circuit 0 – 64 MHz v.5".

Afin de minimiser les bruits parasites, notamment dans la partie à hautes fréquences du circuit, de nombreuses précautions ont été prises. Tous les composants possèdent des capacités de découplage placées le plus près possible de leurs pattes d'alimentation. Pour la partie à basses fréquences, il s'agit de condensateurs de  $100\text{ nF}$ , tandis que les composants plus hautes fréquences (c'est-à-dire depuis l'entrée du circuit jusqu'au diviseur par 16) possèdent deux capacités en parallèle respectivement de  $10\text{ nF}$  et  $1\text{ }\mu\text{F}$ . De plus, le montage a été réalisé sur circuit imprimé à deux faces, avec une couche de masse dans la partie à hautes fréquences.

**Performances de l'asservissement** Après une phase de validation, quatre prototypes de ce circuit ont été réalisés sur circuit imprimé. Les cartes ont été installées dans un rack présenté sur la figure 4.5.a. Le tableau 4.1 présente les performances des différentes cartes.

Le réglage du circuit a été réalisé suivant deux critères : maximiser la plage de fonctionnement, c'est-à-dire la plage de fréquence sur laquelle la consigne est bien reproduite sur le laser ; minimiser la durée du régime transitoire ainsi que la sur-oscillation associée à un changement de consigne. Pour cela, les gains du montage PI sont ajustés à l'aide de résistances variables<sup>4</sup>, ce qui explique les variations des performances entre les différentes cartes.

	<b>Atchoum</b>	<b>Joyeux</b>	<b>Timide</b>	<b>Grincheux</b>
Pente [ $MHz.V^{-1}$ ]	6,91	6,5	$7,15 \pm 0,03$	$7,13 \pm 0,03$
Offset [ $MHz$ ]	1,2	1,0	$1,2 \pm 0,2$	$1,3 \pm 0,2$
Sur-oscillation	$20 \pm 4\%$	$57 \pm 4\%$	$46 \pm 4\%$	$35 \pm 4\%$
Relaxation [ $ms$ ]	$0,8 \pm 0,4$	$2,0 \pm 0,4$	$1,8 \pm 0,4$	$0,7 \pm 0,2$
Plage d'accord [ $mV$ ]	200	150	200	

**Tableau 4.1** - Performances des quatre cartes d'asservissement "Circuit 0 – 64 MHz v.5".

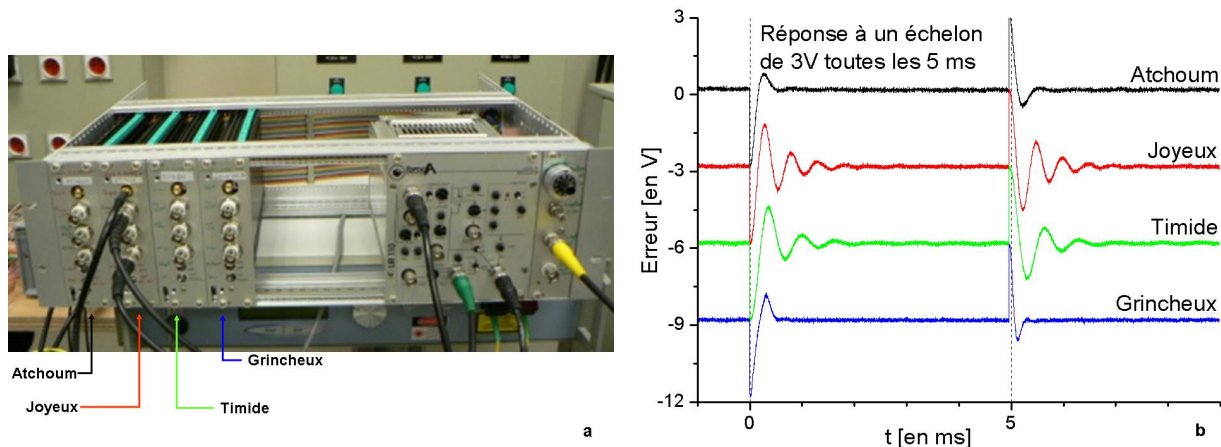
La plage de fonctionnement varie, selon les cartes, de 65 à 70 MHz. De plus, la tension de consigne peut être balayée de 1 à 60 MHz en 1 ms sans faire sauter l'asservissement. Enfin, la figure 4.5.b présente la réponse du signal d'erreur à un échelon de la consigne de 3 V ce qui correspond à une variation de la fréquence de 20 MHz. On observe un régime transitoire allant de 0,5 à 2 ms, et une sur-oscillation allant de 20 à 60% selon le montage.

L'asservissement permet de corriger une variation de la température de consigne de  $92\text{ m}^\circ\text{C}$  (ce qui correspond à un changement de fréquence de  $1,02\text{ GHz}$ ) ou une variation du courant de  $5,38\text{ mA}$  (correspondant à un changement de fréquence de  $2,0\text{ GHz}$ ), dans la mesure où la diode reste au-dessus du seuil.

Nous avons évalué la nécessité de réaliser le battement avec des composants PM : pour cela, un dispositif entièrement PM a été utilisé. En fonctionnement typique, la diode laser

---

<sup>4</sup>Il s'agit de potentiomètres 20 tours.



**FIG. 4.5** - a. Rack électronique comprenant les quatre cartes d'asservissement (à gauche) ainsi que le module d'asservissement par détection synchrone du laser maître (à droite) - b. Réponse des cartes d'asservissement à un échelon de  $20\text{ MHz}$ . Pour plus de clarté, les différents signaux d'erreurs ont été décalés verticalement.

émet  $14,7\text{ mW}$ . Toutefois le laser peut être asservi avec une puissance aussi faible que  $0,1\text{ mW}$ , ce qui représente  $0,6\%$  de la puissance totale. Ainsi, l'utilisation de composants PM ne semble pas indispensable pour réaliser l'asservissement.

Il est important de noter que l'asservissement par battement ne peut pas fonctionner pour une consigne de  $0\text{ MHz}$ , car le signal d'erreur ne change alors pas de signe de part et d'autre du point de fonctionnement. Ainsi, lorsque la tension de consigne est balayée des hautes vers les basses fréquences, il faut prendre garde à éviter les sur-oscillations susceptibles de ramener le laser esclave à la fréquence du laser maître, car cela risque de faire sauter l'asservissement.

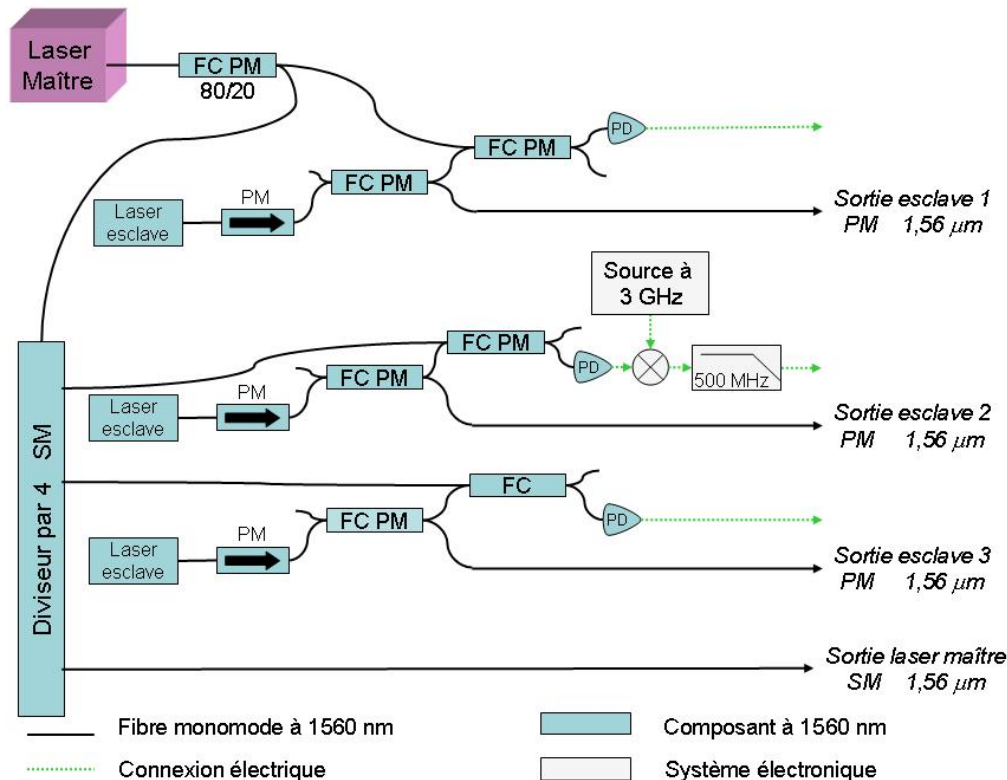
En résumé, le circuit  $0 - 64\text{ MHz}$  v.5 doit nous permettre de contrôler la fréquence du laser de piègeage sur une bande de  $128\text{ MHz}$  à  $780\text{ nm}$  autour de la fréquence du laser maître et il est possible de balayer toute sa bande passante en  $1\text{ ms}$ .

### 4.1.2 Faisceau repompeur

Le faisceau repompeur se trouve à  $2976\text{ MHz}$  de la fréquence du laser maître, ce qui est bien trop élevé pour pouvoir être traité correctement par le circuit développé précédemment. Deux solutions ont été testées pour résoudre ce problème : la première consiste à ramener le signal électrique dans la bande passante de la carte à l'aide d'un étage supplémentaire de battement électronique ; la seconde utilise un modulateur électro-optique pour obtenir des bandes latérales à  $2976\text{ MHz}$ .



**Utilisation d'une source hyperfréquence** La première méthode consiste simplement à intercaler, dans le montage de battement, un étage de battement *électronique* à  $3\text{ GHz}$  après le battement optique. En effet, en mélangeant le signal issu de la photodiode rapide avec le signal électrique issu d'un oscillateur hyperfréquence, on obtient un signal de battement *électronique* à la différence des deux fréquences. Ainsi, le signal en entrée de carte est à la fréquence  $3000 - 2976 = 24\text{ MHz}$ . On peut ainsi utiliser le même montage que précédemment.



**FIG. 4.6** - Schéma du rack contenant les sources à  $1560\text{ nm}$  et leur dispositif d'asservissement : le signal du laser maître sert de référence de fréquence. Il est divisé et mélangé à trois diodes esclaves. Les signaux de battement sont recueillis par des photodiodes rapides.

Les mesures ont montré que les caractéristiques de l'asservissement ne sont pas altérées par l'ajout de cet étage de battement intermédiaire. En effet, la largeur de raie de l'oscillateur est bien inférieure à celle du signal de la photodiode, et le signal en sortie de battement électronique est plus puissant que le signal en sortie de photodiode.

Les sources lasers à  $1560\text{ nm}$  ainsi que leur dispositif d'asservissement par battement ont été installées dans un même rack. Le schéma de montage est reporté figure 4.6, et la réalisation est présentée sur la photo 4.7. Trois diodes lasers ont été installées. La première correspond à la diode de piégeage. La deuxième possède un dispositif de battement électronique utilisant

#### 4.1 Asservissement en fréquence des faisceaux piègeur et repompeur

un synthétiseur accordable entre 2,4 et 3,4  $GHz$  permettant de réaliser l'asservissement du faisceau repompeur. La troisième diode laser pourra éventuellement être utilisée pour les faisceaux Raman ou comme diode de saturation, comme nous le verrons ultérieurement.

Afin de tester l'influence de la polarisation sur la robustesse de l'asservissement, les trois montages de battement sont sensiblement différents : le premier n'utilise que des composants PM pour le battement ; pour le second, le laser maître est séparé par un coupleur non PM, et mélangé à la diode esclave par un coupleur PM ; enfin, le troisième utilise un faisceau du laser maître issu du coupleur non PM, et le mélange avec la diode esclave à l'aide d'un coupleur non PM.

Après plusieurs mois d'utilisation, on constate que des performances similaires ont été obtenues dans les différentes configurations, c'est-à-dire que l'asservissement fonctionne en continu pendant plus d'une semaine, mais environ 2 à 3 fois par mois, il se déverrouille. Ce dysfonctionnement n'a pas été résolu à l'heure actuelle, mais ne semble pas dépendre du caractère PM du système de battement.

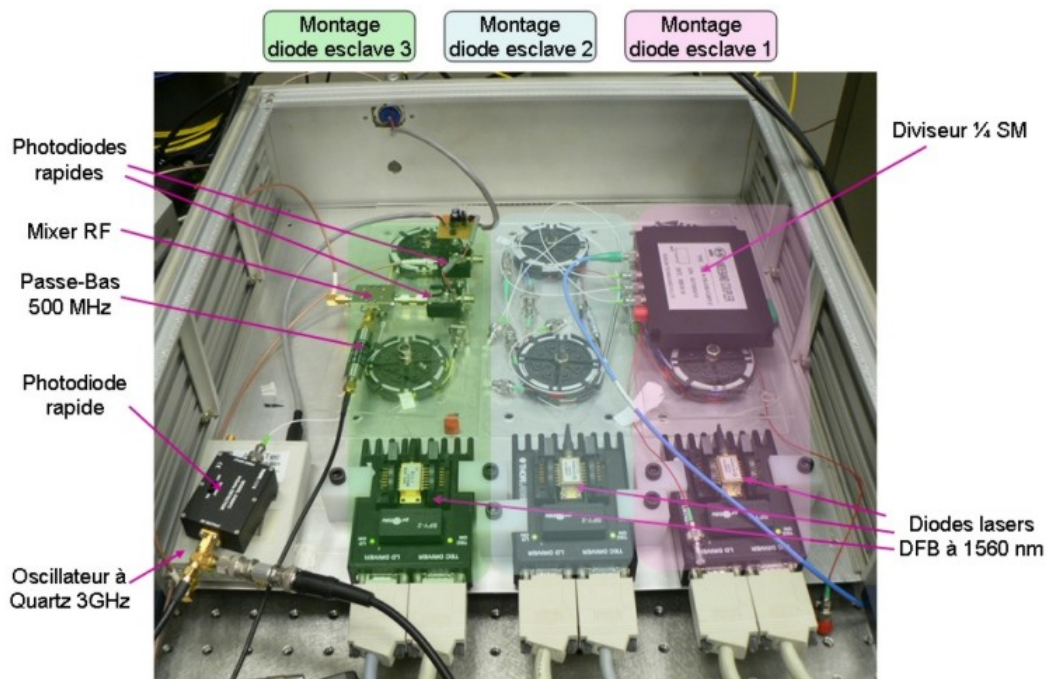
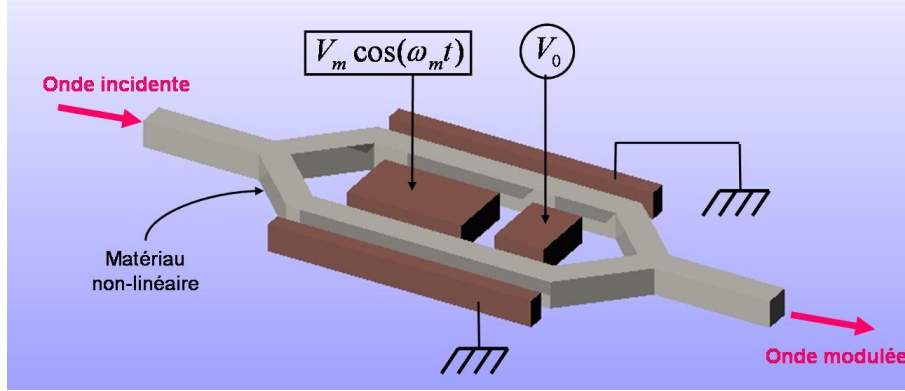


FIG. 4.7 - Photo du rack contenant les sources à 1560  $nm$  et leur système de battement.

**Modulateur Electro-Optique** Une deuxième technique permet d'économiser une diode laser. Elle consiste à placer un modulateur électro-optique de type Mach-Zehnder avant l'étage de doublage et à le moduler à  $\approx 3 GHz$ . Le principe d'un tel élément est représenté sur la figure 4.8 : il s'agit d'un interféromètre optique de type Mach-Zehnder où le matériau utilisé possède un fort coefficient électro-optique, c'est-à-dire que l'indice de réfraction est

modulé en fonction de la tension appliquée à ses bornes. Le matériau le plus couramment utilisé est le Niobate de Lithium [185]. Toutefois, de récentes études montrent que le Silicium, après certains traitements, peut également réaliser cette fonction [186]. En appliquant des tensions opposées aux bornes des deux bras, on peut donc contrôler la transmission de l'interféromètre.



**FIG. 4.8** - Schéma de fonctionnement d'un modulateur électro-optique de type Mach-Zehnder.

De plus, il est possible de moduler ce composant jusqu'à  $18 \text{ GHz}$ . La modulation de la transmission à la fréquence  $f_{RF}$  fait alors apparaître des bandes latérales autour de la fréquence centrale  $f_0$ . Pour de faibles amplitudes de modulation, seules les fréquences  $f_0 \pm f_{RF}$  apparaîtront. En augmentant l'amplitude progressivement, des harmoniques d'ordre supérieur ( $f_0 \pm 2f_{RF}$ ,  $f_0 \pm 3f_{RF}$ ...) sont observées. Ceci peut s'écrire de la façon suivante : la transmission en intensité  $T$  de l'interféromètre dépend sinusoidalement de la tension  $V$  appliquée aux bornes du composant :

$$T(V) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi \cdot V}{V_\pi} \right) \quad (4.1)$$

où  $V_\pi$  est la tension correspondant à une demi-période et qui vaut environ  $6 \text{ V}$  pour nos composants. Si l'on suppose que l'amplitude est équitablement répartie dans les deux bras de l'interféromètre, on peut, par identification, remonter à la transmission en amplitude. Ainsi, pour une onde incidente de pulsation  $\omega_0$ , le signal de sortie s'écrit :

$$s(t, V) = \cos \frac{\pi \cdot V}{2V_\pi} \cdot \cos \omega_0 \cdot t \quad (4.2)$$

En modulant la tension autour d'une valeur continue  $V_0$ , la consigne peut s'écrire :

$$V(t) = V_0 + V_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \quad (4.3)$$

Ainsi, en utilisant les trois équations précédentes, on peut écrire l'expression exacte de l'onde lumineuse en sortie de modulateur :

$$s(t) = \cos \left( \frac{\pi}{2V_\pi} (V_0 + V_m \cdot \cos \omega_m \cdot t) \right) \sin \omega_0 \cdot t \quad (4.4)$$

En développant les fonctions trigonométriques, on obtient des expressions de la forme  $\sin(\cos(\omega_m.t))$  ou  $\cos(\cos(\omega_m.t))$ . Ces expressions peuvent être développées en somme de fonctions de Bessel grâce à l'expression de Jacobi-Anger (voir annexe A.4). Des termes oscillant à  $\omega_0 \pm \omega_m$ ,  $\omega_0 \pm 2\omega_m$  et à des ordres plus élevés apparaissent alors. Le tableau 4.2 donne l'intensité des termes oscillant aux différentes pulsations.

Harmonique	Pulsation	Expression
Pair : $2p$	$\omega_0 \pm 2p.\omega_m$	$\frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi.V_0}{V_\pi}\right) \right] \cdot J_{2p}^2\left(\frac{\pi.V_m}{2V_\pi}\right)$
Impair : $2p + 1$	$\omega_0 \pm (2p + 1).\omega_m$	$\frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi.V_0}{V_\pi}\right) \right] \cdot J_{2p+1}^2\left(\frac{\pi.V_m}{2V_\pi}\right)$

**Tableau 4.2** - Génération de bandes latérales par modulation d'amplitude.

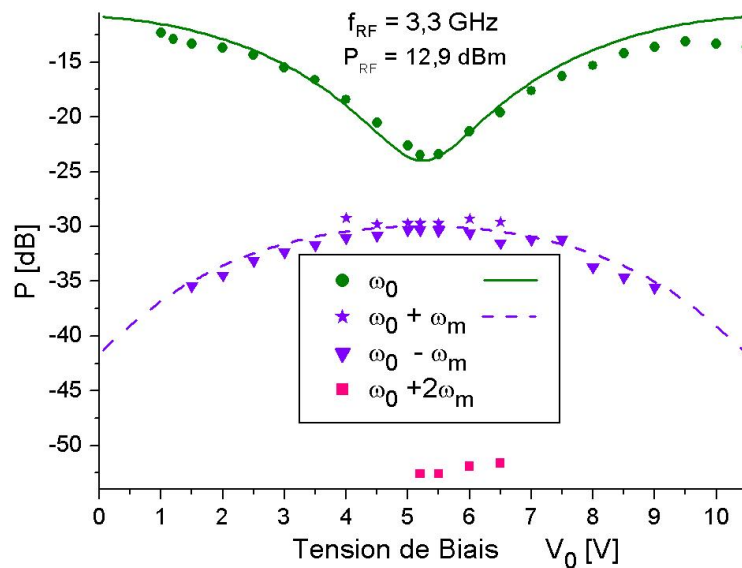
Plusieurs éléments sont à remarquer dans ces expressions. Tout d'abord, le spectre des harmoniques obtenues est parfaitement symétrique autour de la fréquence de l'onde incidente<sup>5</sup>. Il ne sera donc pas possible d'obtenir simplement une bande latérale unique en sortie de modulateur. De plus, on constate que l'évolution en fonction de la tension de biais  $V_0$  se fait en quadrature de phase entre harmoniques paires et impaires. Ainsi, il sera par exemple possible de ne travailler qu'avec des harmoniques paires en se plaçant à l'extinction, c'est-à-dire pour  $V = V_\pi$ . Enfin, l'ordre de l'harmonique correspond au degré de la fonction de Bessel. Comme le montre la figure A.3, cette dernière croît de plus en plus lentement avec le degré. Ainsi, plus les harmoniques seront d'ordre élevé, moins elles seront intenses.

La figure 4.9 représente la puissance en sortie de modulateur de l'onde incidente et des premiers ordres de modulation, en fonction de la tension de biais  $V_0$  appliquée aux électrodes. La mesure est réalisée à l'aide d'un spectromètre de 10 *pm* de résolution.

En ce qui concerne l'onde porteuse, le comportement sinusoïdal de la transmission est bien observé. Le faible taux d'extinction observé sur la figure (100 : 1)<sup>6</sup> vient du fait que la modulation réduit le contraste de la modulation d'amplitude de la porteuse, comme le montre l'expression des harmoniques paires dans le tableau 4.2. Lorsque la modulation est éteinte, le taux d'extinction est alors de 29,9 *dB*. Il est donc a priori possible d'utiliser le modulateur comme interrupteur rapide et comme contrôleur d'intensité. Malheureusement, sur des temps d'environ une heure, une dérive de la valeur de la fonction de transmission de l'ordre de 0,5 *V* a été observée. Elle ne semble pas provenir de fluctuations de la tension

<sup>5</sup>Si la répartition dans les bras de l'interféromètre n'est pas parfaitement équilibrée, une modulation résiduelle de la phase peut apparaître en sortie d'interféromètre. Cette dernière peut être à l'origine d'une dissymétrie des bandes latérales.

<sup>6</sup>La feuille de spécification donne un taux d'extinction  $\geq 20$  *dB*.



**FIG. 4.9** - Puissance des différentes ondes à  $1560 \text{ nm}$  en sortie du modulateur électro-optique en fonction de la tension de biais  $V_0$ , en présence d'une modulation.

d'entrée, et n'a pas pu être diminuée par un contrôle thermique du composant. Korotky a montré que cette dérive peut être attribuée à l'accumulation de charges entre matériaux lors d'un changement brutal de la tension appliquée aux bornes [185, 187]. Les charges ainsi accumulées ne sont dissipées que très lentement, entraînant une dérive de la tension vue par le matériau, donc de la phase en sortie d'interféromètre.

Le premier ordre de modulation est bien en quadrature de phase par rapport à l'onde porteuse, et les termes  $\omega_0 + \omega_m$  et  $\omega_0 - \omega_m$  sont bien superposés, ce qui est conforme aux prédictions. Les ordres supérieurs ont difficilement pu être observés, car nous sommes en limite de sensibilité du spectromètre.

En définitive, le modulateur électro-optique permet de contrôler l'intensité de l'onde incidente, et permet de synthétiser et de contrôler la fréquence du repompeur à l'aide de la modulation hyperfréquence. En revanche, il ne semble pas pouvoir être utilisé comme interrupteur optique de l'onde porteuse à cause des instabilités à long terme, et il ne peut fournir une bande latérale unique. Il est intéressant de voir si la présence de bandes latérales multiples va affecter les performances du piégeage magnéto-optique. Si aucune dégradation de performances n'est observée, cette solution sera préférée pour sa simplicité de mise en œuvre.

Dans cette partie, nous avons réalisé le contrôle des fréquences lasers à  $1560 \text{ nm}$  qui donneront, après passage dans le cristal, les faisceaux piégeur et repompeur. Toutes les techniques déployées sont entièrement fibrées.

Deux méthodes ont été proposées pour obtenir le faisceau donnant la fréquence du repompeur. Pour asservir le faisceau de piégeage, une carte d'asservissement a été réalisée et validée, et nous avons montré que le dispositif de battement fonctionne avec des composants ne maintenant pas la polarisation, pour peu que la puissance en sortie des lasers soit suffisante. Pour le faisceau repompeur deux méthodes ont été testées, la première exploitant la carte précédemment réalisée, et la seconde n'utilisant qu'un modulateur électro-optique fibré.

## 4.2 Doublage de fréquence à deux longueurs d'onde

Pour n'utiliser qu'un cristal et qu'un amplificateur à 1560 nm, nous présentons deux méthodes pour réaliser le doublage simultané des deux fréquences. La première consiste en un simple passage dans le cristal non linéaire, tandis que la seconde utilise la cavité développée précédemment (paragraphe 3.5.2).

### 4.2.1 Cristal en simple passage

**Problématique** Comme illustré sur la figure 4.10, en injectant dans un cristal non linéaire deux fréquences différentes<sup>7</sup>  $\nu_0$  et  $\nu_0 + \Delta\nu$ , on obtient non pas deux, mais trois fréquences en sortie : deux termes de doublage, à  $2\nu_0$  et  $2(\nu_0 + \Delta\nu)$ , mais également un terme de somme à  $2\nu_0 + \Delta\nu$ .

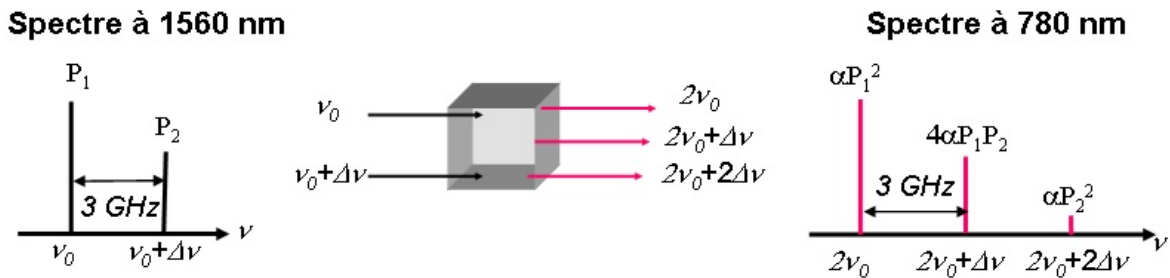


FIG. 4.10 - Principe du doublage de deux fréquences dans un seul cristal.

Déterminons la puissance relative des trois pics à 780 nm. En partant d'une puissance  $P_1$  pour l'onde  $\nu_0$  et d'une puissance  $P_2$  pour l'onde  $\nu_0 + \Delta\nu$ , les puissances de seconde harmonique générées seront respectivement  $\alpha.P_1^2$  et  $\alpha.P_2^2$ , où  $\alpha$  rend compte du processus de doublage et peut aisément être retrouvé grâce à l'équation (D.20) en annexe.

<sup>7</sup>Les deux fréquences en question doivent cependant être suffisamment proches pour que la condition de quasi-accord de phase soit simultanément réalisée aux deux fréquences.

En revanche, pour le terme de somme, nous avons affaire à deux champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  de fréquences différentes. La polarisation s'exprimera donc, d'après l'équation (D.3), par  $P_z = \epsilon_0.d_{33} \cdot (E_1 + E_2)^2$ , faisant apparaître un facteur 2 sur les termes croisés. La puissance du terme de somme peut donc s'écrire  $4\alpha P_1.P_2$ .

Pour vérifier expérimentalement la distribution de puissance entre les trois fréquences, nous avons mesuré à l'aide d'un Fabry-Pérot la puissance de chaque composante pour différents rapports de puissance en entrée du cristal. Les trois pics sont notés  $A$ ,  $B$  et  $C$  et identifiés aux pics du schéma 4.10 :

$$\begin{aligned} A &= \alpha P_1^2 \\ B &= 4\alpha P_1 P_2 \\ C &= \alpha P_2^2 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Il est alors aisé de déduire la relation suivante :

$$\begin{aligned} \ln \frac{C}{A} &= 2 \cdot \ln \frac{B}{A} - \ln 16 \\ &\approx 2 \cdot \ln \frac{B}{A} - 2,8 \end{aligned} \tag{4.6}$$

La figure 4.11 trace  $\ln C/A$  en fonction de  $\ln B/A$ . La régression linéaire confirme la théorie à 7% près.

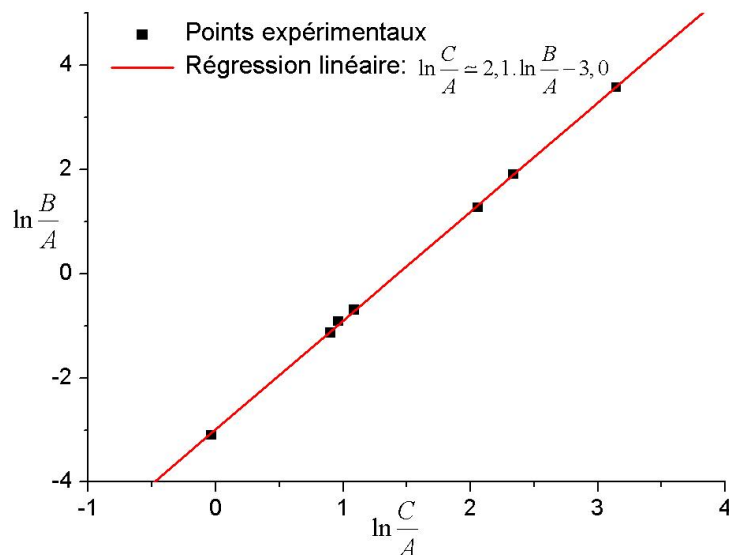


FIG. 4.11 - Importance relative des différents processus de conversion de fréquence.

**Minimiser la raie parasite** Nous nous trouvons donc en présence d'une raie parasite, même dans le cas idéal où seulement deux longueurs d'onde sont envoyées dans le cristal.

En utilisant le modulateur de Mach-Zehnder, au minimum trois fréquences entreront dans le cristal, ce qui augmentera le nombre de raies parasites.

Une telle situation peut être évitée en recourant à deux diodes lasers, deux amplificateurs et deux cristaux pour synthétiser séparément les deux fréquences. Toutefois, nous préférons évaluer cette technique à un seul cristal, car elle pourrait être particulièrement efficace pour générer des faisceaux Raman de faible bruit de phase, comme nous le verrons dans la prochaine partie.

Afin de minimiser l'impact de la raie parasite, nous ferons en sorte que sa puissance soit la plus faible possible, et que sa fréquence soit loin d'une résonance du  $^{85}\text{Rb}$ . Deux configurations sont a priori envisageables : le faisceau parasite correspond soit au terme de doublage, soit au terme de somme. S'il correspond au terme de somme, la modulation devra être réalisée autour de  $\Delta\nu \approx 1,5 \text{ GHz}$ , et la puissance parasite sera supérieure à la puissance de faisceau repompeur. En revanche, si le terme de somme est choisi pour correspondre au faisceau repompeur, la modulation sera de  $\Delta\nu \approx 3 \text{ GHz}$ , ce qui éloignera d'autant la raie parasite d'une résonance, et la puissance de la raie parasite sera la plus faible. C'est donc cette configuration que nous adopterons.

Dans la littérature, la puissance du faisceau repompeur correspond à quelques % de la puissance totale (nous prendrons 5% pour les besoins du calcul) [188]. En considérant que le faisceau de piégeage correspond au doublage du faisceau de puissance  $P_1$ , cette condition signifie que le rapport  $P_2/P_1$  doit être d'environ 1%. Ainsi, la puissance du terme parasite obtenue par doublage sera de 0,016% de la puissance de piège, est désaccordée de  $3 \text{ GHz}$ . Le terme parasite ne devrait donc pas poser problème pour obtenir un piège magnéto-optique (cet impact est évalué plus précisément au paragraphe 4.2.3).

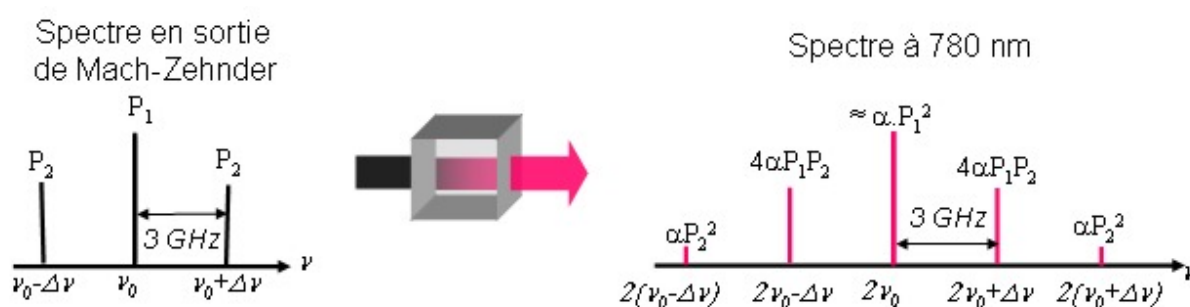


FIG. 4.12 - Conversion de fréquence après synthèse de bandes latérales avec un modulateur électro-optique.

Dans le cas d'un Mach-Zehnder, trois fréquences au minimum entrent dans le cristal. Cette configuration est représentée sur la figure 4.12. Si l'on considère toujours que le faisceau de piège est réalisé par le doublage de la pompe à  $\nu_0$  et que le repompeur correspond à la somme des faisceaux à  $\nu_0$  et  $\nu_0 + \Delta\nu$ , alors le faisceau parasite prépondérant correspond à la



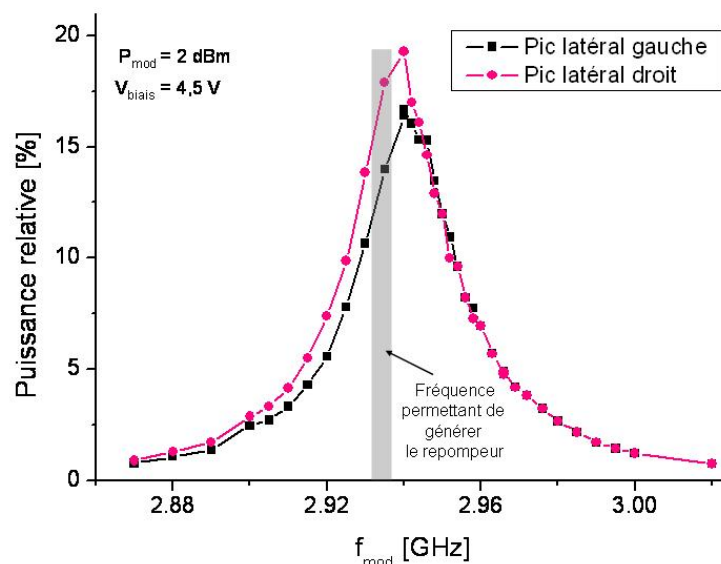
fréquence  $\nu_0 - \Delta\nu$  et représente, comme le repompeur, 5% de la puissance de piégeage. Ce faisceau est désaccordé vers le rouge de 3 GHz par rapport à la transition optique. Ainsi, l'impact sur le piège magnéto-optique devrait être plus important.

**Dispositif expérimental** Pour implémenter cette méthode en simple passage, nous avons utilisé le cristal PPLN-WG de 30 mm. En régime stationnaire, 50 mW fibrés à 780 nm sont produits. Si la puissance générée permet d'obtenir un nombre suffisant d'atomes dans le piège, cette solution sera préférée, car elle est à la fois plus simple et plus robuste.

Toutefois, comme nous avons constaté une baisse de puissance en sortie des cristaux dans le temps (voir le paragraphe 3.6), nous avons testé le fonctionnement de la cavité pour obtenir simultanément le doublage de fréquence menant au faisceau de piégeage, et la somme de fréquence donnant le faisceau repompeur.

### 4.2.2 Cristal en cavité

Pour augmenter la puissance laser du piège magnéto-optique, la cavité développée au paragraphe 3.5.2 reste la meilleure option. En fonctionnement courant, elle produit un faisceau gaussien de 700 mW à l'air libre. Elle doit alors être simultanément résonnante pour la fréquence  $\nu_0$  (qui va donner par doublage le faisceau de piégeage) et la fréquence  $\nu_0 + \Delta\nu$  (qui produira le faisceau repompeur par somme avec le faisceau à  $\nu_0$ ). Cette contrainte faisait partie du cahier des charges lors de sa réalisation.



**FIG. 4.13** - Puissance des termes de somme de fréquence comparée à la puissance de piégeage en sortie de cavité. Mesure réalisée en fonction de la fréquence de modulation du modulateur électro-optique.

Pour vérifier le bon fonctionnement de la cavité, nous y avons injecté le signal en sortie du modulateur électro-optique modulé autour de la fréquence  $f_{rep}$  permettant de générer le repompeur. La puissance de la modulation est de 2 *dBm* et la tension de biais est de 4,5 *V*. La cavité est asservie sur la fréquence correspondant au faisceau de piège. Elle est donc toujours au moins résonnante avec la longueur d'onde de piégeage. La figure 4.13 représente la puissance des signaux de somme de fréquence comparée à la puissance de piégeage, mesurée à 780 *nm* à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot. Nous constatons tout d'abord que la cavité est à résonance avec les bandes latérales issues du Mach-Zehnder lorsque la fréquence de modulation est  $f_{mod} = 2940$  *MHz*, ce qui est très proche de la fréquence permettant d'obtenir le repompeur ( $f_{rep} = 2934$  *MHz*). La cavité peut donc être simultanément résonnante avec le faisceau de piège et le faisceau repompeur.

Toutefois, lorsque la fréquence du laser de piégeage est modifiée (pendant la phase de mélasse optique par exemple), la fréquence de modulation doit être variée d'autant, de façon à ce que la somme des deux faisceaux à 1,56  $\mu\text{m}$  corresponde toujours à la fréquence du repompeur. La puissance du faisceau repompeur sera alors modifiée : ainsi, pour un faisceau de piège désaccordé vers le rouge de 33 *MHz* par rapport à la transition cyclante, les bandes latérales seront parfaitement à résonance pour la cavité ; en revanche, en diminuant le désaccord du faisceau de piège, la puissance du faisceau repompeur va diminuer. Cette diminution pourra être compensée en augmentant la puissance de modulation de l'électro-optique. Au demeurant, la puissance de repompeur n'étant pas un paramètre critique, celle-ci pourra diminuer sans entâcher les performances du système, la largeur du pic de résonance étant suffisante ( $\approx 40$  *MHz* à mi-hauteur).

Enfin, nous pouvons noter que pour une puissance de modulation de 2 *dBm*, aucun autre pic n'a pu être détecté à une puissance supérieure à 0,03% de la puissance de piégeage. La seule fréquence parasite correspond donc au symétrique de la fréquence du repompeur par rapport à la fréquence de piégeage.

Depuis le début du chapitre, nous avons proposé deux méthodes permettant d'obtenir le faisceau pour le repompeur, et deux méthodes permettant de réaliser la génération des fréquences à 780 *nm* dans le même cristal. Les tableaux 4.3 et 4.4 résument les avantages et inconvénients des différentes options.

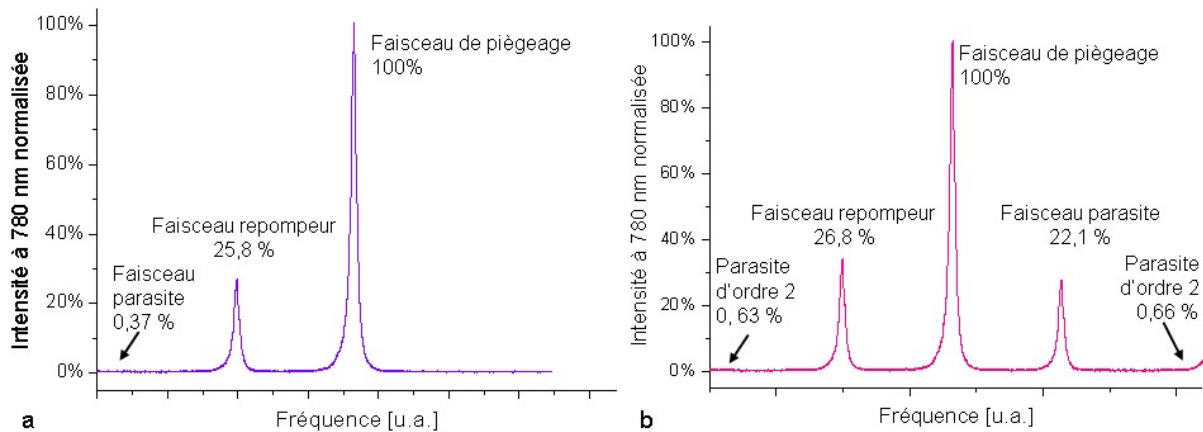
En ce qui concerne la génération du faisceau repompeur, le modulateur Mach-Zehnder introduit une bande parasite d'importance égale à la puissance de repompeur. La figure 4.14 représente les spectres à 780 *nm* obtenus par les deux techniques de synthèse du repompeur. Cette mesure a été réalisée en balayant la câle piézo-électrique d'une cavité Fabry-Pérot. Si la bande latérale parasite du modulateur Mach-Zehnder ne perturbe pas la réalisation du piège magnéto-optique, cette solution sera préférable car elle permet de varier aisément la

	Diode laser supplémentaire	Modulateur électro-optique
Nombre de bandes latérales générées à 1560 nm	Une seule ↓ Pas de raie parasite à 1,56 μm	Deux de même taille (à faible puissance) ⇒ Une raie parasite à 1,56 μm
Raies parasites à 780 nm	Une de faible puissance (≈ 0,01%)	Nombreuses, dont une de même puissance que le repompeur
Rapport de puissance	Fixe <sup>a</sup>	Contrôlable par l'amplitude de modulation

<sup>a</sup>Le rapport entre la puissance de repompeur et la puissance de piégeage peut être ajusté entre deux mesures en jouant sur le courant de la diode repompeur, et en ajustant sa température pour rester à fréquence constante. Cette opération ne peut être réalisée durant une séquence de mesure.

**Tableau 4.3** - Caractéristiques des différentes techniques de synthèse de bandes latérales.

puissance du faisceau de piège ainsi que celle du repompeur.



**FIG. 4.14** - Spectres à 780 nm réalisés en balayant une cavité Fabry-Pérot. La fréquence nécessaire au repompeur est réalisée avec une diode laser dédiée (a) ou à l'aide d'un modulateur électro-optique.

Au niveau de la méthode de conversion de fréquence, le cristal en guide d'onde sera préféré s'il offre une puissance suffisante. Une autre méthode consisterait à utiliser un cristal pour chacun des trois bras du piège magnéto-optique : la puissance demandée à chaque cristal serait alors divisée par 3. Cette méthode ne sera pas réalisée par manque de cristaux.

### 4.2.3 Impact d'une raie parasite sur le refroidissement atomique

Avant d'aller plus loin dans le développement du dispositif expérimental, nous cherchons à évaluer l'impact de la raie parasite sur le piège magnéto-optique et sur la mélasse optique.

	<b>Cristal en guide d'onde</b>	<b>Cristal en cavité</b>
Puissance typique	50 <i>mW</i>	700 <i>mW</i>
Stabilité	Résiste aux vibrations	Sensible aux vibrations et fluctuations thermiques
Sortie fibrée	Oui	Non
Rapport des puissances	Constant	Varie avec le désaccord du faisceau de piégeage

**Tableau 4.4** - Caractéristiques des différentes techniques de conversion de fréquence.

Nous venons de voir que la génération des deux faisceaux nécessaires au PMO à l'aide d'un seul cristal mène forcément à l'obtention d'une raie parasite. Dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire lorsqu'un modulateur électro-optique est utilisé, cette raie parasite est désaccordée vers le rouge de 3 *GHz*, et sa puissance correspond à la puissance du repompeur, soit  $\approx 5\%$ . Examinons successivement comment le piège magnéto-optique et la phase de mélasse sont affectés.

**Piège Magnéto-Optique** Durant la phase de piégeage magnéto-optique, la lumière exerce deux types de force sur les atomes [182] :

- Une force de rappel :

$$f_r = -\kappa.z \quad \text{avec} \quad \kappa = k_L \cdot \mu \cdot B' \cdot s_0 \cdot \frac{-2\delta\Gamma}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad \text{et} \quad s_0 = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (4.7)$$

où  $k_L$  est le vecteur d'onde du laser,  $\mu$  est le moment magnétique de l'atome dans l'état excité,  $B'$  est le gradient de champ magnétique,  $s_0$  est appelé paramètre de saturation,  $\Gamma$  est la largeur de raie de l'état excité,  $\delta$  est le désaccord laser et  $\Omega_1$  est la pulsation de Rabi.

- Une force de friction :

$$f_v = \frac{\hbar \cdot k_L \cdot \Gamma}{2} \left[ \frac{s_0 \cdot (\delta^2 + \Gamma^2/4)}{(\delta - k_L \cdot v)^2 + \Gamma^2/4} - \frac{s_0 \cdot (\delta^2 + \Gamma^2/4)}{(\delta + k_L \cdot v)^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (4.8)$$

Pour des vitesses suffisamment faibles ( $k_L \cdot v \ll \delta$ ), cette force se linéarise :

$$f_v = -\hbar \cdot k_L^2 \cdot s_0 \cdot \frac{-2\delta\Gamma}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (4.9)$$

On retrouve alors la même dépendance en intensité lumineuse et en désaccord laser que dans l'expression (4.7) de la force de rappel.

A l'aide des formules (4.7) et (4.9), les forces générées par le faisceau de piégeage (pour  $\delta = 2\pi \cdot 10$  *MHz*, saturation  $s_0$ ) sont estimées  $5,5 \cdot 10^3$  fois plus fortes que les forces générées par le faisceau parasite ( $\delta_p = 2\pi \cdot 3$  *GHz*, saturation  $0,05 \cdot s_0$ ). Ces dernières doivent donc avoir un impact négligeable.

**Refroidissement Sub-Doppler** L'impact de la raie parasite au niveau de la phase de mélasse est en revanche plus difficile à quantifier. Le principal effet attendu est une augmentation du nombre de photons diffusés, et consécutivement une augmentation du nombre de collisions assistées par photons, provoquant un léger échauffement du nuage. Toutefois, étant donné le grand désaccord et la faible puissance du faisceau, l'effet attendu est faible.

En définitive, la présence d'une raie parasite ne devrait pas modifier de façon trop importante les performances du piège magnéto-optique, ni la température finale atteinte par les atomes.

## 4.3 Séparation des faisceaux

A l'issue des étapes précédentes du banc optique, nous nous trouvons avec un faisceau, fibré ou non, où se superposent les faisceaux de piège et repompeur. Il convient à présent de les répartir équitablement dans trois fibres, afin d'injecter les lasers sur trois axes orthogonaux de l'enceinte. Différentes techniques ont été testées. De plus, une coopération avec la société Kloé est en cours, en vue de développer un composant d'optique intégrée, également présenté dans cette partie.

### 4.3.1 Passage à l'air libre

La société OFR propose un système optique à l'air libre permettant de répartir arbitrairement la puissance issue d'une fibre dans trois fibres. Ce système, relativement compact, est représenté sur la figure 4.15. Il est composé de 4 coupleurs de fibres, deux cubes séparateurs de polarisation, et deux lames  $\lambda/2$  situées devant chaque cube, permettant ainsi de répartir la puissance sur les différentes sorties.

Chaque coupleur possède les degrés de liberté suffisants devant permettre un couplage optimal dans la fibre. Toutefois l'alignement est beaucoup plus simple, et le couplage finalement obtenu est nettement meilleur lorsque les coupleurs d'entrée et de sortie sont réglés l'un par rapport à l'autre, ou qu'une optique placée sur le trajet du faisceau permet de régler sa direction. Un couplage de 70% peut alors être obtenu.

Lorsqu'un premier coupleur de sortie a été réglé de cette manière, il n'est plus possible de modifier les réglages du coupleur d'entrée. Les deux coupleurs de sortie restants doivent donc être réglés, soit simplement à l'aide de leurs propres degrés de liberté, soit en inclinant légèrement les cubes de polarisation. Malheureusement, les vis de réglage des cubes n'autorisent que des déplacements extrêmement grossiers, et il faut donc n'utiliser que les réglages

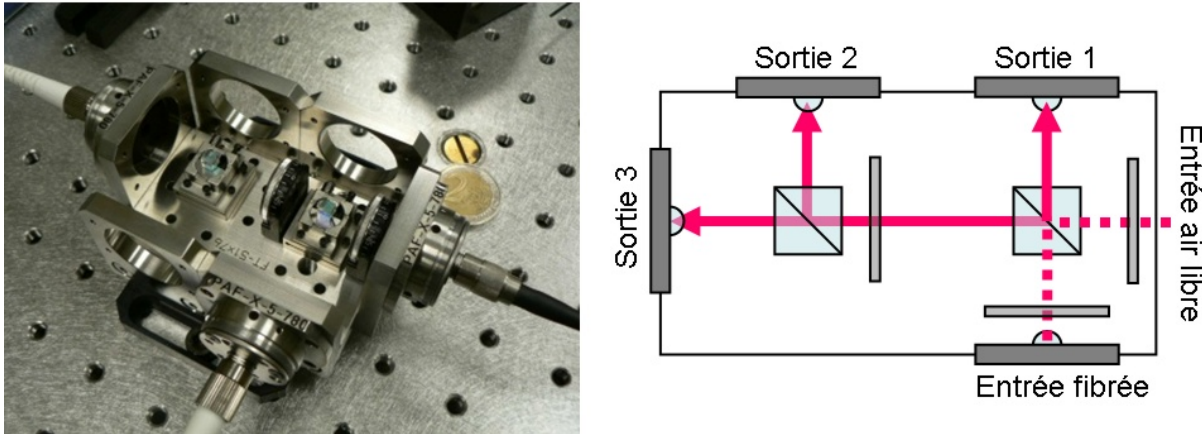


FIG. 4.15 - Système de division des faisceaux de la société OFR.

disponibles sur les coupleurs de sortie. Ceci explique que le rendement moyen obtenu<sup>8</sup> ne soit que de 50%.

Comme le montre la figure 4.15, le système peut être injecté par le faisceau fibré du cristal en guide d'onde ou par le faisceau à l'air libre en sortie de cavité sans modification majeure de la configuration. Il est important de noter que, de par son architecture, ce système est relativement robuste, et ne s'est pas désaligné sur plus d'un mois d'utilisation. Ce système présente également l'avantage sur des systèmes entièrement fibrés de pouvoir régler la puissance envoyée dans chaque bras de sortie.

De tels systèmes réglables, robustes et compacts à l'air libre sont également proposés par la société Schäfter Kirchhoff. Nous n'avons pas eu l'occasion de les tester.

### 4.3.2 Coupleur fibré

Nous avons tenté de travailler avec des composants monomodes à  $780 \text{ nm}$ , mais ne maintenant pas la polarisation. Pour limiter les fluctuations de polarisation, nous avons raccourci les longueurs de fibre. Le montage est constitué de deux coupleurs 50/50 branchés en série, comme le montre la figure 4.16. Le rendement global du système est de 47%, avec une répartition 20-60-20. On mesure d'importantes fluctuations de polarisation qui risquent d'affecter les performances du piège magnéto-optique ainsi que la phase de mélasse optique.

Des coupleurs 70/30 et 50/50 montés sur des fibres PM ont été récemment commandés à la société Oz-Optics et seront testés très prochainement. Contrairement au système air libre, il ne sera pas possible de modifier la répartition des faisceaux. En revanche, les pertes

<sup>8</sup>Le rendement moyen du système est défini comme la moyenne des taux de couplage de toutes les sorties pondérées par la puissance relative sur chaque bras. Dans le cas présent, la puissance est équi-répartie sur les trois bras. Le rendement moyen correspond donc à la moyenne des couplages de chaque sortie.

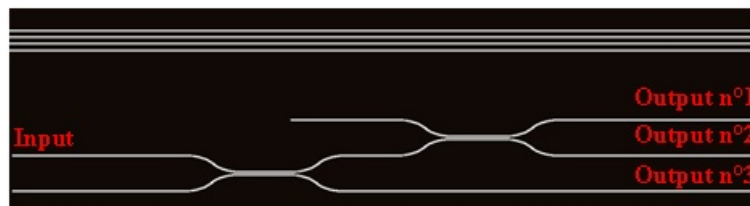


**FIG. 4.16** - Système fibré de séparation des faisceaux à 780 *nm*.

d'insertion de 1 *dB* annoncées par le constructeur permettent d'espérer un rendement global de 68% et une répartition 35,0/32,5/32,5. Comparé à la solution fibrée actuellement réalisée, ce nouveau système réduira significativement les fluctuations de polarisation.

### 4.3.3 Optique intégrée

Une alternative aux solutions commercialement disponibles est de développer un système d'optique intégrée, c'est-à-dire de graver sur un substrat une géométrie permettant de guider la lumière et de réaliser la fonction souhaitée. Les procédés habituellement utilisés pour la gravure requièrent une production de masse pour amortir les coûts. Cependant la société Kloé a développé un process permettant de graver avec une précision submicronique un substrat de silice adapté à la production de faibles quantités [189]. Par empilement de couches, il est ainsi possible de réaliser des guides d'ondes de section rectangulaire.



**FIG. 4.17** - Structure guidante photogravée sur un substrat de silice par la Société Kloé.

La structure proposée est schématisée sur la figure 4.17 : trois pistes sont gravées en haut du substrat pour tester les propriétés du guide. La fonction gravée plus bas divise le faisceau par couplage par onde évanescente entre les différents guides.

Le premier élément réalisé a été connectorisé à des fibres non PM. Le système global présente des pertes importantes de 5,5 *dB*, avec une répartition 23-36-41. Le rendement

global est indépendant de la polarisation incidente. En revanche, des fluctuations de  $0,5 \text{ dB}$  (12%) dans la répartition des puissances sont observées en modifiant la polarisation d'entrée.

Si le premier composant réalisé n'est pas pour l'instant exploitable dans le cadre de notre expérience, il démontre la faisabilité de la fonction de séparation des faisceaux. Pour élucider de nombreux points, un composant non fibré va nous être envoyé. Il sera testé afin de déterminer si le composant maintient la polarisation et si les pertes sont associées à un mauvais couplage de la puissance dans le composant ou proviennent du composant lui-même.

## 4.4 Piégeage Magnéto-Optique

Les paragraphes précédents nous ont permis de décrire les différentes briques utilisables pour réaliser le banc optique complet. Pour chaque étage, nous disposons de deux possibilités :

- Le faisceau à  $1,56 \mu\text{m}$  pour le faisceau repompeur peut être réalisé soit à l'aide d'un modulateur électro-optique, soit en asservissant une seconde diode laser sur la fréquence souhaitée.
- La conversion de fréquence peut être réalisée dans un cristal en guide d'onde de  $30 \text{ mm}$ , ou avec un cristal massif en cavité.
- La répartition des faisceaux peut être effectuée à l'aide de coupleurs fibrés, ou avec un système réglable à l'air libre.

Il convient à présent de combiner les différentes techniques et de tester leur efficacité pour réaliser le piège magnéto-optique. Il nous est possible de réaliser un système optique entièrement fibré. Toutefois, nous testerons également d'autres combinaisons afin d'identifier les limitations du système.

Après avoir décrit l'assemblage du dispositif complet (4.4.1) ainsi que les techniques utilisées pour mesurer les différentes grandeurs du nuage d'atomes (4.4.2), nous présentons les premiers résultats obtenus ainsi que le système couramment utilisé (4.4.3 et 4.4.4). Enfin, nous comparons les performances des deux techniques de synthèse du repompeur (4.4.5) et nous présentons un piège magnéto-optique réalisé à l'aide d'un banc optique entièrement fibré (4.4.6).

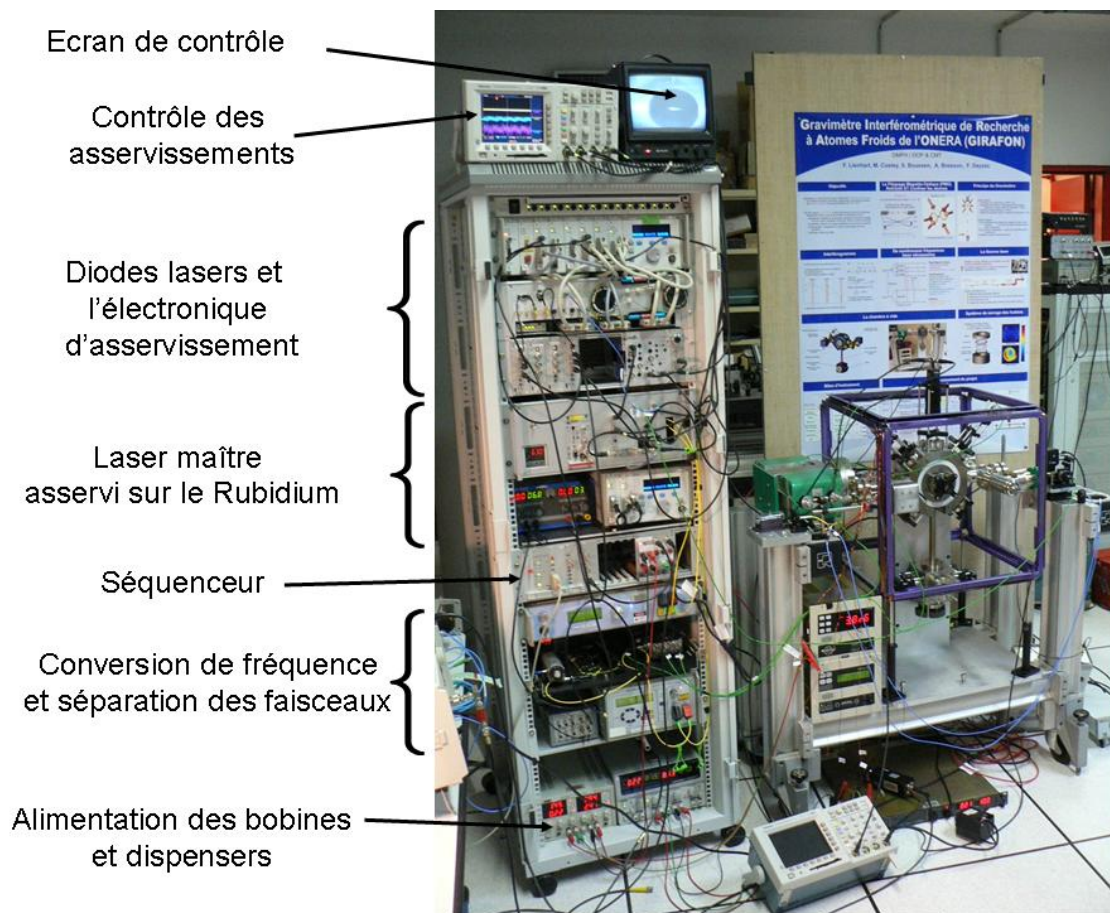
### 4.4.1 Assemblage du dispositif

Pour faciliter le transport ultérieur du système, tout le dispositif optique et électronique est placé dans une baie d'électronique. La figure 4.18 présente le système après intégration. Seuls deux ordinateurs supplémentaires contrôlant provisoirement l'expérience ne sont pas installés dans la baie.

L'expérience est pilotée par un séquenceur, prêté par l'Institut d'Optique à Orsay, et ins-



tallé au milieu de la baie. Ce dernier est constitué de micro-contrôleurs FPGA<sup>9</sup> programmés en VHDL<sup>10</sup> [190]. Un premier FPGA contient la séquence et envoie les ordres à différents modules. Chaque module contient également un FPGA qui envoie les niveaux souhaités aux différentes sorties du module. Nous disposons de deux modules : un module numérique de 8 voies, permettant d'envoyer des signaux TTL, et un module analogique de 4 voies permettant d'envoyer des tensions comprises entre +10 et -10 V. La séquence enregistrée par le premier FPGA peut contenir jusqu'à 32 pas. Chaque voie a une résolution temporelle de 1  $\mu$ s. Cette séquence est programmée dans le FPGA à l'aide d'un code Excel réalisé par Charles Combes [190].



**FIG. 4.18** - Photo du système intégré : à droite l'enceinte à vide, et à gauche la baie d'électronique contenant à la fois le banc optique, son électronique associée, et les alimentations des bobines de champ magnétique.

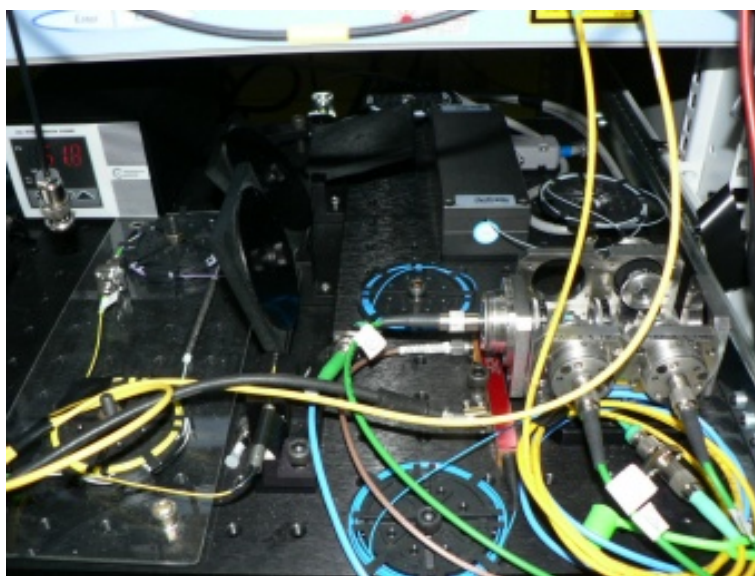
Le rack du laser maître est installé dans la baie. Pour fonctionner correctement, il requiert, en plus d'une alimentation secteur, une alimentation 5V/1A pour l'amplificateur, ainsi que

<sup>9</sup>Field Programmable Gate-Array

<sup>10</sup>Very High Descriptive Language

l'alimentation du laser à fibre. Ce rack possède une alimentation symétrique  $+15/ - 15V$ , reportée en face arrière afin d'alimenter d'autres entités du système.

Au-dessus du laser maître est installé le rack contenant les diodes lasers, ainsi que l'électronique d'asservissement, et les alimentations des diodes. Le système d'asservissement est alimenté par le laser maître. Comme décrit dans le schéma 4.6, la sortie à  $1,56 \mu m$  du laser maître sert de référence de fréquence aux diodes laser. Les deux racks sont donc reliés par l'intermédiaire d'une fibre PM. Les signaux d'erreurs des différents asservissements sont affichés sur un oscilloscope afin de contrôler leur fonctionnement.



**FIG. 4.19** - Photo de l'étage de conversion de fréquence et de répartition des faisceaux.

Les sorties des diodes lasers utilisées sont ensuite envoyées aux étages d'amplification, de conversion de fréquence et de séparation des faisceaux. Les différents éléments sont installés sur un panneau de  $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ , comme le montre la photo 4.19. L'amplificateur utilisé a une puissance nominale de  $2 \text{ W}$ , mais ne maintient pas la polarisation. C'est pourquoi des boucles de polarisation sont installées avant la conversion de fréquence. Après division, les fibres PM envoient les faisceaux sur axes de l'enceinte à vide.

Enfin cinq alimentations permettent de contrôler les dispensers, les bobines de gradient et de compensation du champ magnétique. Elles sont installées au bas de la baie.

Ce système est relativement compact dans la mesure où il s'affranchit d'une table optique. Il pourrait être réduit davantage, notamment en installant la conversion de fréquence et la division des faisceaux dans le rack des diodes lasers, seulement rempli au tiers. Cependant, dans la mesure où de nombreuses configurations doivent être testées, il paraît préférable de garder accessibles les parties qui devront être modifiées, notamment la conversion de fréquence et la séparation des faisceaux.

La consommation électrique du système a été estimée. Pour cela, nous avons mesuré le courant distribué par le secteur dans chaque appareil au secteur. L'intensité mesurée, multipliée par les 220 V du secteur donne la borne supérieure de la puissance efficace consommée par l'instrument. Il nous manque l'information du déphasage entre les deux valeurs pour en déduire la puissance réelle dissipée par chaque appareil. Les valeurs mesurées sont reportées dans le tableau 4.5. On distingue le courant lorsque l'appareil est allumé "au repos", et lorsqu'il est allumé et fonctionne pour l'expérience.

	Appareil allumé	Appareil en fonctionnement
<b>Laser maître</b>		
- Alimentation	170 mA	210 mA
- Rack	120 mA	120 mA
		Pics à 300 mA (four)
<b>Lasers esclaves</b>		
- Alimentation avec 1 diode	350 mA	360 mA
- Alimentation avec 2 diodes	350 mA	380 mA
- Alimentation avec 3 diodes	350 mA	390 mA
- Rack électronique	80 mA	80 mA
- Rack de battement	100 mA	100 mA (source HF)
<b>Amplificateur 1 W</b>	275 mA	370 mA à 27 dBm
<b>Alimentation des bobines</b>		
- Gradient (courant de 7 A)	190 mA	500 mA
- Compensation	70 mA	90 mA
<b>Dispenser (estimation) (courant de 10 A)</b>	190 mA	700 mA
<b>Courant total</b>	1550 mA	2650 mA
<b>Puissance maximale</b>	340 W	580 W

Tableau 4.5 - Courant d'alimentation sous 220 V des différents appareils du rack.

La puissance en fonctionnement est estimée à un peu moins de 600 W. On constate que la différence de consommation entre le système au repos et le piège magnéto-optique en fonctionnement n'est que d'un facteur 2. Il peut donc être intéressant de concentrer les contrôleurs de diode sur la même alimentation.

#### 4.4.2 Outils de diagnostic optique

Pour mesurer la température, le nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique, ou la fraction atomique dans un sous-niveau hyperfin, nous utilisons la fluorescence du nuage.

**Nombre d'atomes dans le piège** Au niveau de la zone de piégeage, nous ne possédons pas de faisceau laser dédié à la détection. Nous utilisons donc les faisceaux du piège magnéto-optique, en l'absence de gradient magnétique. La puissance diffusée par les atomes est mesurée à l'aide d'une photodiode étalonnée. Le nuage est imagé à l'aide d'un objectif. En supposant un rayonnement isotrope de la part du nuage, la puissance diffusée  $P_{diff}$  peut être déduite de la puissance détectée  $P_{detect}$  :

$$P_{diff} = \frac{4\pi}{\Omega} \cdot \frac{P_{detect}}{T} \quad (4.10)$$

où  $\Omega$  est l'angle solide capturé par l'objectif, et  $T$  est la transmission à  $780 \text{ nm}$  du hublot et de l'objectif. Dans la configuration du piège magnéto-optique, la puissance diffusée par un atome s'exprime [191] :

$$P_{at} = \frac{\Gamma}{2} \cdot \frac{\frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}} \cdot \hbar \cdot \omega_L \quad (4.11)$$

où  $\Gamma = 2\pi \times 5,98 \text{ MHz}$  est la largeur naturelle de la transition,  $\delta_L = 2\pi \cdot (\nu_L - \nu_0)$  est le désaccord laser par rapport à la transition optique,  $I$  est l'intensité *totale* des faisceaux de piège, et  $I_{sat} = 3,6 \text{ mW.cm}^{-2}$  est l'intensité de saturation pour de la lumière polarisée de manière isotrope (voir annexe B.5).

Finalement, le nombre d'atomes dans le piège est :

$$N_{at} = \frac{P_{detect}}{P_{at}} \quad (4.12)$$

**Température** La mesure de la température s'effectue dans la zone de détection, c'est-à-dire en-dessous du tube de chute, soit  $250 \text{ ms}$  après la fin du refroidissement. Cette mesure est réalisée par fluorescence. Une nappe laser horizontale de  $1 \text{ mm}$  d'épaisseur constituée du faisceau de piégeage à résonance avec la transition, ainsi que du faisceau repompeur, vient éclairer les atomes qui la traversent. Le signal de fluorescence est détecté par un photomultiplicateur dans le plan de la nappe laser et perpendiculaire à la direction de la nappe.

Lors de la traversée de la nappe par les atomes, un pic de fluorescence est détecté. En l'absence d'agitation thermique (c'est-à-dire pour  $T = 0 \text{ K}$ ), le nuage garde la même taille durant toute la chute libre, et la largeur du pic dépend alors uniquement de la taille initiale du nuage (mesurée à  $\approx 0,5 \text{ mm}$ ) et de la largeur de la nappe laser. Après une chute libre de  $T_{cl} = 250 \text{ ms}$ , la largeur du pic de détection est alors estimée à  $0,5 \text{ ms}$ . Si le pic mesuré expérimentalement possède une largeur temporelle suffisamment grande devant cette valeur, l'élargissement peut alors être entièrement attribué à la dispersion thermique du nuage. Ainsi en mesurant, la demi-largeur  $\sigma_t$  du pic à  $e^{-1/2}$ , la température du nuage peut être déduite de l'équipartition de l'énergie :

$$T = \frac{m \cdot \sigma_v^2}{k_B} = \frac{m \cdot g^2}{k_B} \sigma_t^2 \quad (4.13)$$

où  $m$  est la masse du Rubidium.

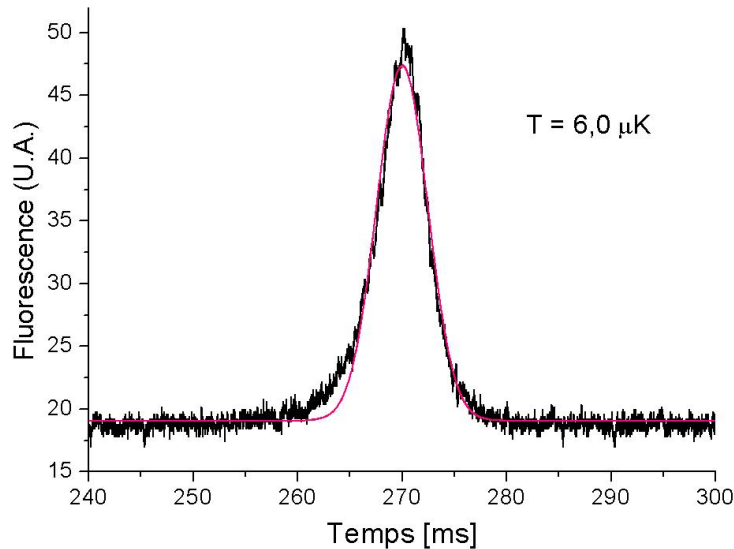


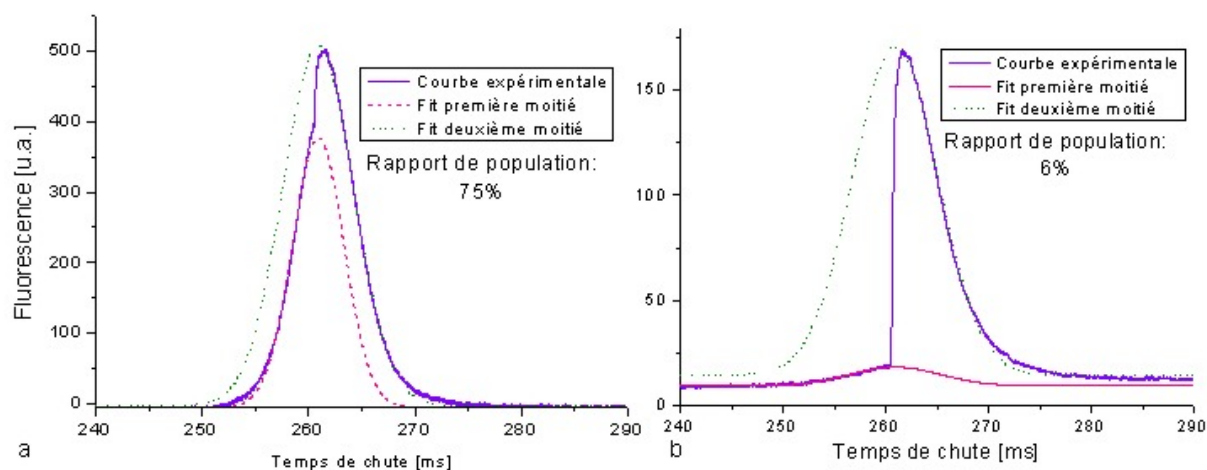
FIG. 4.20 - Mesure de la température du nuage après 250 ms de chute libre.

En pratique, les faisceaux que nous utilisons pour la mesure de température sont une partie des faisceaux du piège récupérés avant l'étape de division par trois, et injectés dans une fibre reliée au bas de l'enceinte. La figure 4.20 présente un pic de fluorescence dû au passage du nuage au niveau de la nappe laser de détection.

**Rapport des populations** Dans la suite de l'expérience, il sera primordial de mesurer précisément le rapport des populations des deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental. Cette mesure consiste à détecter les atomes dans l'état  $F = 3$ , les éjecter à l'aide d'un faisceau à résonance, pomper les atomes de l'état  $F = 2$  vers  $F = 3$  à l'aide du repompeur, et à nouveau mesurer les atomes de l'état  $F = 3$ .

Une méthode exploitant le système de détection de la mesure de température est utilisée pour déterminer le rapport des populations. Pour cela, nous utilisons le fait que le pic détecté par le photomultiplicateur est symétrique. La méthode consiste donc à éclairer seulement à l'aide du faisceau de piège pendant la première moitié du pic, puis avec le couple piège + repompeur pendant la fin du pic. Le pic est alors dissymétrique. La première moitié sonde la population  $F = 3$  tandis que la fin permet de détecter la population totale. Le rapport des deux grandeurs permet donc de déduire une mesure de population relative de l'état  $F = 3$ .

La figure 4.21.a présente une mesure du signal de fluorescence lorsque le repompeur reste allumé durant toute la phase de refroidissement. On constate alors que les atomes se



**FIG. 4.21** - Mesure de la population de l'état  $F = 3$  par rapport à la population totale. a - Cas avec une forte puissance de repompeur ( $> 15\%$  de la puissance de piège). b - Cas où le repompeur a été coupé  $50 \mu s$  avant la fin de la mélasse, et les atomes dans  $F = 3$  ont été "soufflés".

retrouvent principalement dans l'état  $F = 3$  sans étape de sélection préalable<sup>11</sup>. Au contraire, la figure 4.21.b présente le même signal lorsque le repompeur est coupé  $50 \mu s$  avant la fin du repompeur et que les atomes restant dans  $F = 3$  sont poussés en rallumant pendant  $1 ms$  les faisceaux du piège mis à résonance. Les atomes se retrouvent bien dans l'état  $F = 2$ . Cette méthode sera particulièrement utile dans le chapitre suivant pour tester les faisceaux Raman.

Notons que cette méthode sonde deux parties spatialement distinctes du nuage pour déterminer les différentes populations. Elle risque donc d'ajouter des effets systématiques, et devra donc être remplacée ultérieurement pour mesurer précisément la pesanture.

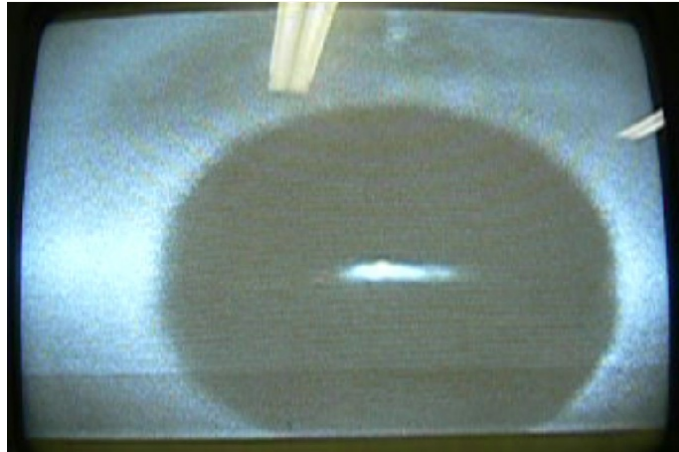
### 4.4.3 Obtention du piège magnéto-optique

Le premier piège magnéto-optique a été obtenu le 21 octobre 2005. Les conditions expérimentales ayant permis de le réaliser sont les suivantes : une diode laser est dédiée au faisceau de piège, une autre au faisceau repompeur, les deux étant respectivement asservies par battement sur le laser maître. Le ratio de puissance de  $1/100$  a été obtenu en utilisant un atténuateur fibré de  $10 dB$  sur la ligne du repompeur, puis un coupleur 90/10 PM. Le faisceau est ensuite amplifié dans un amplificateur de  $2W$  ne maintenant pas la polarisation<sup>12</sup>.

<sup>11</sup>Ceci est vrai si la puissance du faisceau repompeur est suffisamment importante, c'est-à-dire supérieure à  $15\%$  de la puissance du faisceau de piégeage.

<sup>12</sup>Dans une telle configuration, nous avons vu que les fluctuations d'intensité à  $780 nm$  ont une amplitude de l'ordre de  $2\%$  sur 3 heures (voir figure 3.25).

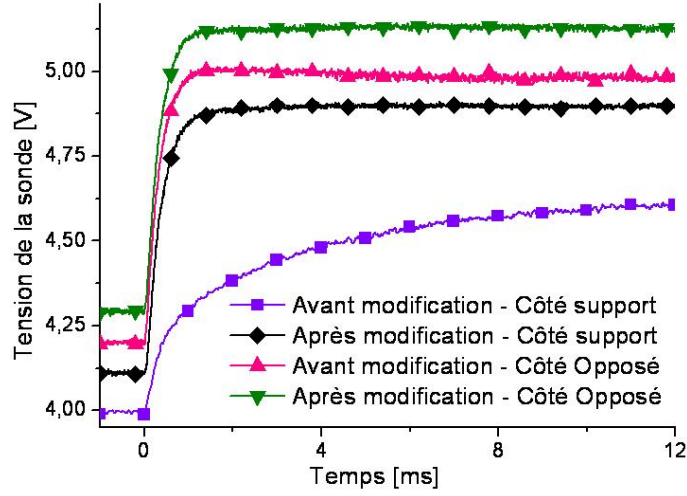
La fibre de sortie passe par un dispositif à boucles de Lefèvre avant l'entrée dans le cristal en guide d'onde de  $30\text{ mm}$ . Après doublage, toutes les fibres à  $780\text{ nm}$  sont à maintien de polarisation, ce qui permet de garantir la stabilité en polarisation du système. La puissance est répartie sur les trois axes de l'expérience grâce au diviseur à l'air libre OFR. Les dispensers sont traversés en continu par un courant de  $10\text{ A}$ .



**FIG. 4.22** - Premier nuage d'atomes froids. Le tube en arrière-plan de  $16\text{ mm}$  de diamètre donne une idée de l'échelle.

La figure 4.22 est une photo de l'écran de contrôle présentant le premier nuage d'atomes froids obtenu. Après optimisation des différents paramètres expérimentaux, une fuite systématique des atomes dans l'axe des bobines de gradient a été observée, lorsque le gradient était coupé. L'origine de ce problème a été identifiée et provenait de courants de Foucault induits dans le support en alliage d'aluminium lors de la coupure du gradient. Le support n'étant situé que d'un côté de l'enceinte, les courants induits provoquaient alors une dissymétrie du champ magnétique. En sciant une partie du support, la boucle de courant a pu être réduite. Les atomes ont alors pu tomber dans le tube de chute et être détectés. La courbe 4.23 montre l'évolution du champ magnétique juste après coupure du gradient, de part et d'autre de l'enceinte, avant et après modification du support. Avant modification, le champ magnétique du côté du support diminue en près de  $10\text{ ms}$ . Après modification, il se dissipe bien à la même vitesse que du côté opposé au support.

Parallèlement, les performances du cristal en guide d'onde se sont dégradées (voir paragraphe 3.6.2). Par conséquent, il a été remplacé par le cristal en cavité, réservant le guide d'onde pour des tests ponctuels. Ainsi, la caractérisation réalisée dans la partie suivante utilise le cristal massif en cavité pour générer les fréquences à  $780\text{ nm}$ .



**FIG. 4.23** - Champ magnétique lors de la coupure du gradient. Mesures réalisées à l'aide d'une sonde à effet Hall, de part et d'autre de l'enceinte, avant et après modification du support.

#### 4.4.4 Caractérisation du piège magnéto-optique

**Temps de chargement** L'évolution du nombre d'atomes dans le piège a été mesurée par fluorescence. La figure 4.24 montre un taux de chargement exponentiel de temps caractéristique  $\tau = 200 \text{ ms}$ , ce qui correspond à une vitesse de chargement à l'origine de  $6,7 \cdot 10^8 \text{ atomes/s}$ . Une fois le régime stationnaire atteint, le nuage contient  $1,4 \cdot 10^8 \text{ atomes}$ . Ces mesures ont été effectuées après optimisation des différents paramètres : une intensité totale des faisceaux de  $144 \text{ mW.cm}^{-2}$ , un gradient de champ magnétique de  $15 \text{ Gauss/cm}$ , un désaccord laser de  $-3\Gamma$ , un courant de  $11 \text{ A}$  dans les dispensers, menant à une pression de  $3 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$  mesurée par les pompes ioniques.

Parallèlement, la pression partielle en Rubidium peut être estimée par la mesure du temps de chargement à l'aide de l'équation (2.6) vue précédemment :

$$R = \frac{n_v \cdot d^2 \cdot v_c^4}{2 \cdot u^3} \quad (4.14)$$

En prenant les paramètres expérimentaux, la vitesse de capture est estimée à  $14,5 \text{ m.s}^{-1}$ , ce qui permet de déduire une pression partielle de Rubidium dans la zone de piégeage de  $4,5 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$ . La pression est donc plus importante qu'au niveau des pompes, d'autant plus qu'il ne s'agit ici que de la pression partielle.

**Nombre d'atomes** La dépendance du nombre d'atomes en fonction de l'intensité des faisceaux a également été mesurée et est représentée sur la figure 4.25. Comme le montre le tableau 4.6 répertoriant d'autres expériences utilisant des dispensers, notre dispositif possède



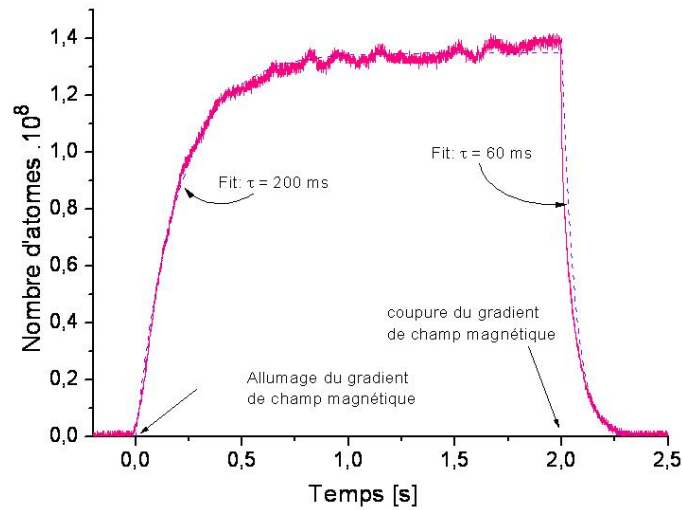


FIG. 4.24 - Chargement du piège magnéto-optique.

des performances analogues, les diamètres de nos faisceaux étant de 17 *mm*.

Intensité laser par faisceau ( $I_{total}/6$ )	Diamètre des faisceaux	Nombre d'atomes dans le piège	Référence
8,8 $mW.cm^{-2}$	19 <i>mm</i>	$3.10^8$	[117]
8 $mW.cm^{-2}$	20 <i>mm</i>	$10^8$	[116]
3,1 $mW.cm^{-2}$	18 <i>mm</i>	$10^8$	[92]
18 $mW.cm^{-2}$	17 <i>mm</i>	$10^8$	Notre étude

Tableau 4.6 - Chargement de pièges magnéto-optiques de Rubidium par des dispensers.

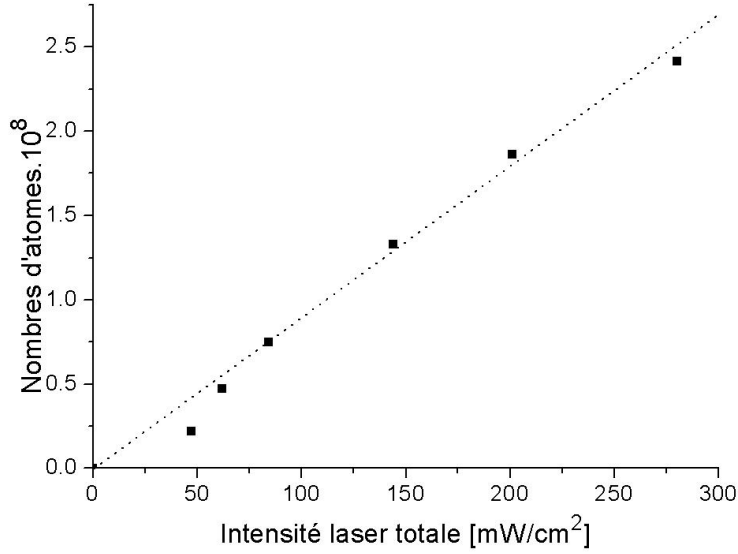
Examinons le moyen le plus efficace d'augmenter le nombre d'atomes piégés. Nous avons vu dans le paragraphe 2.4 l'évolution du nombre d'atomes  $N$  dans le système. Le taux d'accumulation  $R$  était donné par l'équation (4.14).

Ainsi, il peut être intéressant d'augmenter la pression de Rubidium  $n_v$  dans l'enceinte, ou augmenter le diamètre  $d$  des faisceaux pour augmenter la vitesse d'accumulation. Toutefois, augmenter la pression résiduelle ne contribuera pas à augmenter le nombre final d'atomes dans le piège  $N_f$ . En effet, ce dernier dépend également des pertes du piège, principalement occasionnées par les collisions avec la vapeur résiduelle. Ainsi, le taux de pertes  $1/\tau_{Rb}$  s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_{Rb}} \approx n_v \cdot \sigma \cdot u \quad (4.15)$$

On en déduit une expression de  $N_f$  :

$$N_f = R \cdot \tau_{Rb} = \frac{d^2}{\sigma} \left( \frac{v_c}{u} \right)^4 \quad (4.16)$$



**FIG. 4.25** - Nombre d'atomes piégés en fonction de l'intensité totale des faisceaux de piégeage.

Cette expression ne dépend plus de la pression résiduelle<sup>13</sup>. En revanche, la dépendance au diamètre des faisceaux subsiste. En utilisant l'expression (2.7), on constate finalement une dépendance de  $N_f$  en  $d^4$ <sup>14</sup>. Notons cependant, que si le diamètre des faisceaux augmente, la vitesse de capture augmentera également, et pour obtenir un ralentissement optimum, il faudra alors augmenter le désaccord laser pour compenser l'effet Doppler des atomes se trouvant à la vitesse de capture. Pour rester à paramètre de saturation constant, il faut alors augmenter l'intensité des faisceaux lasers. Les équations (2.7) et (2.8) nous indiquent que pour satisfaire cette condition, il faut  $d \propto v_c^2 \propto \Delta^2 \propto I$ .

En définitive, pour augmenter efficacement le nombre d'atomes piégés, il faut augmenter le diamètre  $d$  des faisceaux, et par conséquent augmenter proportionnellement l'intensité, et quadratiquement le désaccord laser. Malheureusement, le diamètre de nos faisceaux est limité par la taille des montures optiques.

**Température** Afin de minimiser la température du nuage, une phase de mélasse optique est nécessaire après le piégeage [59, 181, 192, 193]. Techniquement, cela consiste à couper le gradient de champ magnétique, tout en augmentant le désaccord et en diminuant l'intensité du laser. Cette étape dure quelques *ms*.

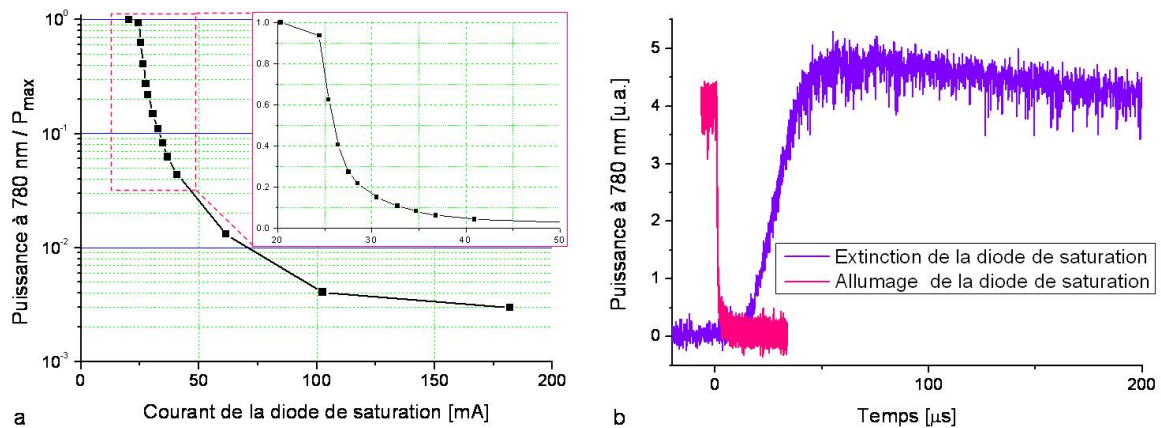
Tel qu'il a été présenté, notre banc optique ne nous permet pas de contrôler la puissance des lasers à des échelles de l'ordre de la *ms*. Différentes techniques seraient pourtant

<sup>13</sup>Ceci est vrai dans la mesure où l'on ne tient pas compte des collisions assistées par photons, qui représentent les pertes les plus importantes pour des nuages denses [101].

<sup>14</sup>Dans la mesure où l'on néglige la dépendance de la section efficace de collision à la vitesse de capture en  $v_c^{2/3}$ . On aurait alors  $N_f \propto d^{4-1/3}$ , ce qu'a vérifié S. Chu expérimentalement [103].

envisageables :

- Diminuer la puissance de sortie de l'amplificateur. Malheureusement, ce dernier n'est pas pilotable par le séquenceur et n'est pas suffisamment rapide.
- Diminuer la puissance de sortie des diodes lasers en modulant le courant. Si cette action peut être réalisée très rapidement, elle s'accompagne en revanche d'une modification de la fréquence. Maîtriser cette variation de fréquence nécessiterait de jouer sur la température des diodes, dont le temps de réaction est beaucoup plus lent.
- Changer la polarisation avant d'entrer dans le cristal permettrait de faire varier l'efficacité de doublage. De tels composants Télécoms sont disponibles dans le commerce. Comme les modulateurs, ils exploitent les propriétés électro-optiques du Niobate de Lithium. A l'heure actuelle, nous n'avons pas encore testé ce type de composants.



**FIG. 4.26** - Contrôle de la puissance à 780 nm à l'aide d'une diode de saturation. a - Puissance de doublage en fonction du courant traversant la diode. b - Dynamique d'allumage et d'extinction du faisceau à 780 nm en utilisant la diode de saturation.

La technique à laquelle nous avons recours est très répandue dans le domaine des Télécoms et consiste à utiliser une diode dite de "saturation" avant l'amplificateur. La ligne contenant les faisceaux à 1560 nm pour le piégeage et le repompeur est couplée à la sortie de la diode de saturation à 1556 nm, le tout étant ensuite envoyé dans l'amplificateur. Lorsque la diode de saturation se trouve en-dessous du seuil laser, son émission peut être négligée, et tout se passe comme si elle n'existait pas. En revanche, lorsque son courant passe au-dessus du seuil, elle entre en compétition avec la puissance issue des faisceaux de piégeage et repompeur. L'amplificateur partage alors son gain entre les différentes fréquences d'entrée, en respectant leurs puissances relatives. Ainsi, si la puissance de la diode de saturation est très grande devant les deux autres fréquences, seule la diode de saturation sera amplifiée.

Si la fréquence de la diode de saturation est choisie de sorte à ne pas respecter la condition de quasi-accord de phase du cristal, il est alors possible de doser la puissance des faisceaux du

piège magnéto-optique. La figure 4.26.a montre la puissance obtenue à  $780\text{ nm}$  en sortie de cristal en fonction de la puissance de la diode de saturation. La puissance est donc aisément contrôlable, et l'extinction maximale est de  $3 \cdot 10^{-3}$  pour une diode de saturation à  $1556\text{ nm}$ .

Ce taux d'extinction peut être augmenté grâce à deux techniques complémentaires : tout d'abord en injectant une polarisation orthogonale à la polarisation doublée par le cristal. De plus, l'utilisation d'une diode de saturation vers  $1550\text{ nm}$  permet une meilleure extinction. En effet, le signal résiduel à  $780\text{ nm}$  provient de la somme de fréquence entre la diode de saturation et le signal d'ASE de l'amplificateur à des longueurs d'onde aux alentours de  $1565\text{ nm}$ . Comme le montre le spectre de l'amplificateur (figure 3.11), la puissance d'ASE décroît rapidement vers  $1570\text{ nm}$ , et l'utilisation d'une diode à  $1550\text{ nm}$  réalisera donc la somme de fréquence avec une puissance d'ASE beaucoup plus faible. Ainsi, avec une diode de saturation à  $1550\text{ nm}$  ayant la polarisation adéquate, nous avons pu réaliser une extinction de  $40\text{ dB}$  à  $780\text{ nm}$ .

De plus, cette diode de saturation peut être contrôlée en modulant son courant, permettant des changements rapides de la puissance à  $780\text{ nm}$ . La figure 4.26.b montre la puissance doublée pour un changement de consigne de  $20\text{ mA}$  (valeur en-dessous du seuil) à  $180\text{ mA}$  à l'instant  $t = 0$ . Lors de l'allumage de la diode de saturation, la puissance à  $780\text{ nm}$  disparaît en  $1\text{ }\mu\text{s}$  après un délai de  $1\text{ }\mu\text{s}$ . En revanche, lors de l'extinction, la réapparition de la puissance est beaucoup plus lente, de l'ordre de  $50\text{ }\mu\text{s}$ . Ce phénomène est probablement dû au temps de vie des atomes excités dans l'amplificateur à fibre.

Nous contrôlons à présent les trois paramètres nécessaires à la réalisation de la mélasse optique. Le chronogramme de la figure 4.27 représente une séquence typiquement réalisée : après une phase de piégeage de  $1\text{ s}$ , le gradient de champ magnétique est coupé à l'instant  $t = 0$ . Le désaccord du faisceau de piège est alors augmenté en trois pas successifs de  $5\text{ ms}$ . Pendant le dernier pas, l'intensité des faisceaux est progressivement diminuée à l'aide de la diode de saturation. L'obturateur est alors baissé. Afin de réaliser les étapes suivantes (détection ou pompage dans un autre niveau), le faisceau de piège est finalement placé à résonance.

Afin d'améliorer cette séquence, le faisceau de piégeage pourra être placé à plus grand désaccord à l'aide d'une rampe de fréquence. A l'heure actuelle, la fréquence du faisceau de piégeage est modifiée par pas successifs, ce qui provoque des sur-oscillations importantes. La fréquence finale est donc relativement proche du désaccord maximal  $10\Gamma$ , qui correspond à une fréquence de battement nulle avec le laser maître. L'utilisation d'une rampe en tension de consigne permettra de diminuer cette sur-oscillation.

Cette séquence nous permet d'obtenir de façon reproductible une température de  $6\text{ }\mu\text{K}$ , comme le montre la figure 4.21.a. Une telle température correspond à une dispersion de

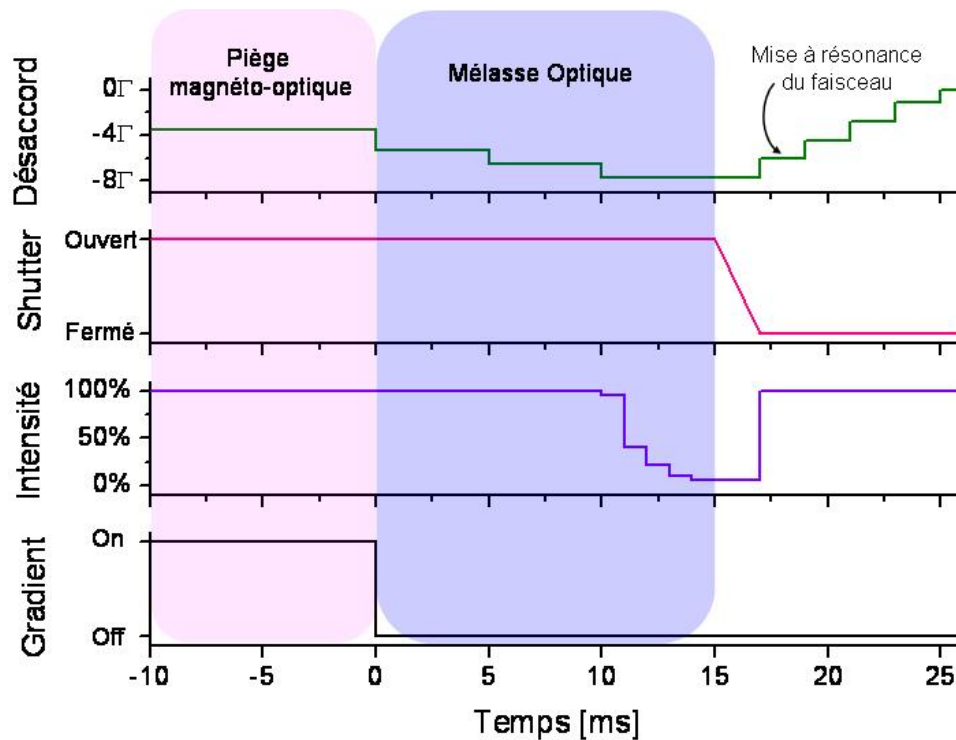


FIG. 4.27 - Chronogramme d'une séquence au niveau de la phase de mélasse optique.

vitesse de 4, 1 fois la vitesse de recul. Cette valeur est en accord avec la littérature<sup>15</sup> [66, 194].

**Sensibilité à l'environnement** La robustesse du système a été testée vis-à-vis des fluctuations thermiques de la pièce. Pour cela, la fréquence nécessaire au repompeur a été synthétisée à l'aide du modulateur de Mach-Zehnder. L'étage de doublage de fréquence a été réalisé en utilisant l'alternative proposée en conclusion du chapitre précédent, c'est-à-dire par simple passage dans deux cristaux consécutifs de PPLN de 20 mm, après amplification dans un amplificateur non PM de 5 W. La puissance obtenue à 780 nm est de 500 mW. La séparation de faisceaux est réalisée grâce au système à l'air libre OFR.

Nous observons la fluorescence d'un piège magnéto-optique pendant que la température de la pièce est changée. La température est d'abord baissée de 23°C à 12°C en une heure, puis remontée de 12°C à 25°C en 30 minutes. Pendant toute l'expérience, un signal de fluorescence est observé, dont l'intensité varie d'environ 25%, et de façon non corrélée aux variations de température.

Le dispositif à l'air libre ne subit donc pas de désalignement trop important. De plus, la polarisation du faisceau incident au cristal reste donc suffisamment alignée sur l'axe du cristal

<sup>15</sup>Salomon a atteint une température de 3  $\mu K$  avec le Cesium, soit une dispersion de vitesse de  $3,6.v_{rec}$  [194]. Pour les deux isotopes du Rubidium, Gerz a mesuré une température finale de 6  $\mu K$  [66].

pendant toute la durée du cycle thermique. Cela indique que l'utilisation d'un amplificateur PM n'est pas indispensable dans le cadre d'applications embarquées<sup>16</sup>.

L'asservissement du laser maître ainsi que l'asservissement par battement fonctionnent donc sur une plage de température allant de  $12^{\circ}C$  à  $25^{\circ}C$  et supportent des rampes de température de  $25^{\circ}C.h^{-1}$  : la fréquence de battement correspondant à la fluorescence maximale du piège est inchangée (à  $0,5 MHz$  près) entre le début et la fin de l'expérience.

#### 4.4.5 Comparaison des techniques de génération du faisceau repompeur

Dans le paragraphe 4.1.2, nous avons présenté deux techniques permettant de réaliser le faisceau repompeur : l'une avec une diode laser dédiée, l'autre à l'aide d'un modulateur électro-optique. Cette dernière présentait un inconvénient sur la première, à savoir la présence d'un faisceau parasite de la même puissance que celle du repompeur, et se trouvant désaccordé de  $3 GHz$  vers le bleu.

Nous avons réalisé un piège magnéto-optique selon les deux configurations. La même puissance totale à  $1,56 \mu m$  a été utilisée, et la puissance relative du faisceau repompeur par rapport au faisceau de piégeage a été identique (à 4% près) dans les deux configurations. Pour cela, le spectre à  $780 nm$  a été observé à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot (voir figure 4.14). La population du nuage a été dénombrée, et une variation de 2% (inférieure aux variations typiques d'intensité des lasers) a été mesurée. L'impact de la raie parasite sur le piège magnéto-optique est donc négligeable.

La température du nuage a également été mesurée pour les deux configurations après une phase de gradient de polarisation, à puissance de repompeur égale. De façon reproductible, le système avec Mach-Zehnder atteint une température finale plus élevée de 5% par rapport à la configuration avec une diode laser dédiée. L'effet de la raie parasite générée par le modulateur électro-optique est donc observable, mais relativement peu important.

En définitive, il apparaît que la présence d'une bande parasite générée par le modulateur de Mach-Zehnder n'affecte pas significativement le piégeage et le refroidissement des atomes. Même si ce résultat était attendu (voir paragraphe 4.2.3), il confirme qu'aucun effet parasite majeur n'a été négligé.

#### 4.4.6 Banc optique entièrement fibré

La configuration utilisant un banc entièrement fibré a été testée. Cette expérience ayant été réalisée le 30 mai 2006, le cristal PPLN-WG30 ne présentait pas des performances optimales (voir la figure 3.35). Pompé par un amplificateur  $1 W$  à  $27 dBm$ , ce dernier ne

<sup>16</sup>même s'il est évidemment préférable.

fournissait que 35  $mW$ . La division de faisceau est réalisée par le dispositif non-PM présenté au paragraphe 4.3.2 et de rendement global 47%. Disposant de moins de 20  $mW$  pour réaliser le piège, le désaccord a été ramené à  $-1,6\Gamma$ . Le faisceau repompeur est synthétisé à l'aide du modulateur électro-optique.

Le piège magnéto-optique fonctionne et permet de capturer environ  $6.10^6$  atomes. En revanche, le nuage apparaît et disparaît spontanément. La puissance des faisceaux restant constante sur chaque axe, ces instabilités sont attribuées aux fluctuations de polarisation au niveau du système de division. Ces fluctuations sont aggravées du fait que le système de division injecte des fibres à maintien de polarisation avant d'atteindre l'enceinte<sup>17</sup>.

Ainsi, contrairement à l'asservissement des fréquences (voir paragraphe 4.1), l'étage de séparation des faisceaux doit être réalisé à l'aide de composants à maintien de polarisation pour garantir une certaine résistance aux perturbations de l'environnement.

## 4.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons construit le banc optique, toujours basé sur l'idée de tirer au maximum profit des composants Télécoms ainsi que des fibres optiques en général. Nous avons obtenu un piège magnéto-optique contenant  $1,4.10^8$  atomes à  $6 \mu K$ , ce qui nous a permis de valider de nombreux points innovants du dispositif, notamment :

- l'utilisation d'un seul cristal pour obtenir les deux faisceaux du piège magnéto-optique.
- l'utilisation d'un modulateur électro-optique pour synthétiser la fréquence du repompeur. En dépit de la fréquence parasite aussi importante que le repompeur, le piège magnéto-optique obtenu présente des caractéristiques analogues. Ce résultat nous permet d'envisager l'utilisation du modulateur pour synthétiser les faisceaux Raman.
- l'utilisation de la cavité accordée simultanément sur deux fréquences, permettant d'obtenir les deux faisceaux du piège.

Nous avons également obtenu un nuage d'atomes froids à partir d'un banc entièrement fibré. Cependant, la division des faisceaux n'est pas encore satisfaisante pour pouvoir utiliser avantageusement un système entièrement fibré. Nous avons ainsi identifié les deux principaux obstacles à la fiabilisation d'un banc tout fibré : le vieillissement des cristaux en guide d'onde, et le manque de composants PM à  $780 \text{ nm}$  permettant de distribuer la puissance des faisceaux.

---

<sup>17</sup>L'ajout de fibre en sortie du système est indispensable pour atteindre l'enceinte, et nous ne disposons pas suffisamment de fibres non PM.

## Chapitre 5

# Réalisation des faisceaux Raman

Pour réaliser un interféromètre atomique, deux éléments sont indispensables : d'une part, une source atomique présentant de bonnes propriétés de cohérence et de "luminosité" ; et d'autre part, l'équivalent optique de "lames séparatrices". La source atomique ayant été réalisée et décrite dans la partie précédente, nous présentons ici la réalisation des lames séparatrices. Ces dernières sont réalisées par une paire de faisceaux lasers asservis en phase, permettant de réaliser une transition Raman stimulée.

Fort de l'obtention d'un piège magnéto-optique utilisant un faisceau repompeur synthétisé à l'aide d'un modulateur électro-optique Télécoms, nous proposons à présent de réaliser les faisceaux Raman à l'aide de ce même composant.

Comme précédemment, la présence de raies parasites risque de poser problème. C'est pourquoi l'impact d'une raie parasite sur l'interféromètre a d'abord été calculé. Nous présentons ensuite le circuit électronique nous permettant un contrôle précis de la différence de fréquence entre les faisceaux. Enfin, les faisceaux seront testés sur notre source d'atomes froids.

Les faisceaux Raman sont constitués d'une paire de faisceaux, désaccordés vers le rouge d'environ  $1\text{ GHz}$  par rapport à la transition  $D_2$ , et dont la différence de fréquence correspond exactement à la transition entre les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental, soit  $G = 3035,7\text{ MHz}$  pour le  $^{85}\text{Rb}$  (voir figure 1.8). La transition à deux photons ainsi réalisée permet de passer de façon cohérente d'un état à l'autre. La transition Raman est dite quasi-résonante dans la mesure où, pour augmenter sa pulsation de Rabi, les deux faisceaux sont à une fréquence proche d'une transition optique.

Nous allons tout d'abord déterminer les contraintes s'appliquant aux faisceaux Raman, en



vue d'une réalisation. Nous avons vu précédemment que la différence de phase entre les deux paquets d'onde en sortie de l'interféromètre pouvait être approchée par l'équation (1.11) :

$$\Delta\Phi = (k_{eff}.g - 2\pi.\alpha).T^2 + \Phi_I - 2.\Phi_{II} + \Phi_{III} \quad (5.1)$$

où  $\Phi_I$ ,  $\Phi_{II}$  et  $\Phi_{III}$  représentent les différences de phase des faisceaux Raman au moment de chaque impulsion. Si les deux faisceaux sont asservis en phase, la différence de phase reste alors constante, et nous avons  $\Phi_I = \Phi_{II} = \Phi_{III}$ . La mesure du déphasage en sortie de l'interféromètre permet alors de déduire la valeur de la pesanteur. Si, au contraire, la différence de phase ne reste pas constante durant les trois impulsions lumineuses, un terme parasite vient alors s'ajouter à la mesure de  $\Delta\Phi$ , rendant la mesure inexploitable. Il est donc indispensable d'asservir *en phase* les deux faisceaux lasers.

A ce jour, de nombreuses techniques ont été testées avec succès. La première consiste à faire battre deux lasers, puis à asservir en phase le signal électronique sur une source hyperfréquence stable grâce à une boucle à verrouillage de phase (*Phase Locked Loop* en anglais, PLL). Cette méthode a été utilisée avec succès par Achim Peters [3] et Patrick Cheinet [23] pour réaliser un gravimètre à atomes froids. Elle présente l'avantage de pouvoir contrôler indépendamment la polarisation et l'intensité des deux faisceaux.

Une solution alternative développée par Philippe Bouyer consiste à utiliser les ordres +1 et -1 d'un modulateur acousto-optique à haute fréquence pour injecter deux diodes de puissance [195]. Si cette technique s'affranchit d'asservissement en phase, les deux faisceaux Raman se propagent séparément sur d'importantes distances. Ainsi les vibrations du système optique risquent d'être reportées en bruit de phase au niveau des faisceaux Raman.

Une technique n'utilisant qu'une seule source laser et des faisceaux colinéaires réduirait l'inconvénient de la technique précédente. Une solution consiste à moduler directement le courant de la diode laser. Des bandes latérales apparaissent alors à la fréquence de modulation ainsi qu'aux harmoniques. Par construction, la différence de phase entre les différentes longueurs d'onde est donnée par le bruit de phase de la source hyperfréquence générant la modulation. Cette technique a été réalisée par Myatt [196] à l'aide d'une cavité étendue. La cavité permet en outre de favoriser une des bandes latérales, et il est possible de varier la puissance relative des deux faisceaux entre 2 et 30%. La polarisation, en revanche, ne peut pas être indépendamment contrôlée. Le principal inconvénient de cette technique est qu'elle nécessite l'utilisation d'une cavité étendue. De plus, pour limiter le bruit de phase sur les diodes lasers, les alimentations dont nous disposons proposent une entrée modulation dont la bande passante est bien inférieure à 1 GHz. Une solution consisterait à ajouter la modulation directement sur la diode laser : de nombreuses diodes Télécom ont à cet effet un Té de polarisation. Cela risque d'augmenter le bruit de fréquence du faisceau et de gêner l'asservissement en fréquence. D'autres variantes ont été testées, reprenant les idées maîtresses

des techniques présentées [197].

La solution que nous allons tester consiste à piloter le modulateur de Mach-Zehnder (voir paragraphe 4.1.2) à l'aide d'une source hyperfréquence stable. Nous détaillons les avantages et les inconvénients de cette méthode dans le paragraphe suivant (5.1). Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'utilisation du modulateur électro-optique introduit une bande latérale parasite (4.2.1). Nous évaluons l'ordre de grandeur de l'impact de cette raie parasite pour la transition Raman (5.2). Nous présentons ensuite la conception et la réalisation expérimentale des faisceaux Raman (5.3), et enfin nous les testons sur les atomes froids (5.4).

## 5.1 Technique utilisant le modulateur électro-optique

### 5.1.1 Avantages

L'utilisation d'un modulateur électro-optique reprend les avantages de la technique de modulation de la diode laser : tout d'abord les deux faisceaux se propagent de façon parfaitement colinéaire, ce qui rend le système insensible aux vibrations mécaniques. Toutefois, on peut s'interroger sur l'influence d'une variation de température sur le déphasage relatif des deux faisceaux. En effet, des études [198] ont mis en évidence la variation de la dispersion chromatique  $D$  des fibres standard monomodes à 1560 nm en fonction de la température :

$$D' = \frac{\partial D}{\partial T} = -1,4 \cdot 10^{-3} \text{ ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}.\text{°C}^{-1} \quad \text{avec} \quad D = \frac{2\pi}{\lambda^2} \cdot \frac{\partial n_{eff}}{\partial \omega} \quad (5.2)$$

où  $n_{eff}$  représente l'indice effectif de la fibre. Considérons des faisceaux Raman de différence de fréquence  $\Delta\nu$ , se propageant dans une fibre sur une distance  $d$ . Si la température varie entre deux impulsions Raman de  $\Delta T$ , alors le déphasage  $\Delta\Phi$  entre les faisceaux s'écrit :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{c} \Delta\nu^2 \cdot \lambda^2 \cdot D' \cdot \Delta T \cdot d \quad (5.3)$$

En reportant la valeur de (5.2) dans (5.3), on trouve finalement :

$$\frac{\Delta\Phi}{d \cdot \Delta T} = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ rad.m}^{-1}.\text{°C}^{-1} \quad (5.4)$$

Ainsi, la propagation colinéaire des deux faisceaux dans une même fibre permet bien de minimiser le bruit de phase associé aux vibrations, tout en restant relativement insensible aux fluctuations thermiques.

D'un point de vue pratique, cette méthode est réalisable car les modulateurs électro-optiques dont nous disposons ont une bande passante de 18 GHz.

### 5.1.2 Inconvénients

Cette méthode présente des inconvénients à deux niveaux : la polarisation des bandes latérales ne peut être choisie arbitrairement, et la synthèse d'une bande latérale s'accompagne de la génération d'une bande parasite symétrique. Nous discutons à présent ces deux aspects plus en détail, avant de calculer leurs effets respectifs dans la partie suivante.

**Polarisation** Les bandes latérales générées ont la même polarisation que l'onde incidente. Il est important de vérifier que les règles de sélection permettront de réaliser l'interaction à deux photons en dépit de cette restriction.

Pour réaliser un accéléromètre vertical, les deux faisceaux Raman doivent être contre-propageants. Pour que l'axe vertical fasse office d'axe de quantification, un champ magnétique permanent est installé le long du tube de chute, qui lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Ainsi les faisceaux Raman ne sont résonnants que sur la transition  $F = 2 \ m_F = 0 \leftrightarrow F = 3 \ m_F = 0$ . Nous ne nous intéresserons donc qu'à cette transition. Par ailleurs, comme les faisceaux se propagent le long de l'axe vertical, la polarisation de chaque faisceau devra être développée en combinaison linéaire des polarisations circulaires  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Ainsi, nous écrirons les polarisations rectilignes :

$$\begin{cases} \uparrow &= \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{\sqrt{2}} \\ \rightarrow &= \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (5.5)$$

Alors, pour établir les transitions interdites, il convient de déterminer les combinaisons linéaires dont les coefficients de Clebsch-Gordan<sup>1</sup> mènent à des interférences destructives. Ainsi, seuls les couples de polarisation  $\sigma^+ - \sigma^+$ ,  $\sigma^- - \sigma^-$  et  $lin \perp lin$ <sup>2</sup> permettent d'obtenir des transitions Raman.

Expérimentalement, les deux faisceaux Raman *I* et *II* sortent de la fibre polarisés rectilignement, ce qui ne permet pas a priori de réaliser la transition optique. Les modifications éventuelles de polarisation sont limitées au placement d'une lame  $\lambda/4$  avant l'enceinte, et une lame  $\lambda/4$  juste avant le miroir de rétro-réflexion. Le tableau 5.1 résume les quatre situations envisageables<sup>3</sup>.

Ainsi, compte-tenu de notre choix de réalisation des faisceaux Raman, et pour être sensible à l'effet Doppler sans être sensible aux faisceaux co-propageants, la solution consiste à placer une lame  $\lambda/4$  avant le miroir de rétro-réflexion (dernière ligne du tableau). Remarquons au passage que si les atomes ne sont pas animés d'une certaine vitesse par rapport

---

<sup>1</sup>fournis en annexe sur la figure B.2.

<sup>2</sup>La notation  $lin \perp lin$  signifie que les faisceaux Raman ont des polarisations rectilignes orthogonales.

<sup>3</sup>Dans le cas où les deux polarisations initiales sont orthogonales, d'autres configurations peuvent être envisagées en plaçant un cube séparateur de polarisation avant le miroir de rétro-réflexion [71].

Sortie de fibre		Lame $\lambda/4$ en entrée	Polarisation à l'aller		Lame $\lambda/4$ au miroir	Polarisation au retour		Transition Raman	Sensible en	
I	II		I	II		I	II		co-	contra-
↑	↑	Non	↑	↑	Non	↑	↑	Non		
↑	↑	Oui	$\sigma^+$	$\sigma^+$	Non	$\sigma^+$	$\sigma^+$	Oui	Oui	Oui
↑	↑	Oui	$\sigma^+$	$\sigma^+$	Oui	$\sigma^-$	$\sigma^-$	Oui	Oui	Non
↑	↑	Non	↑	↑	Oui	→	→	Oui	Non	Oui

**Tableau 5.1** - Configurations de polarisations d'un système rétro-réfléchi.

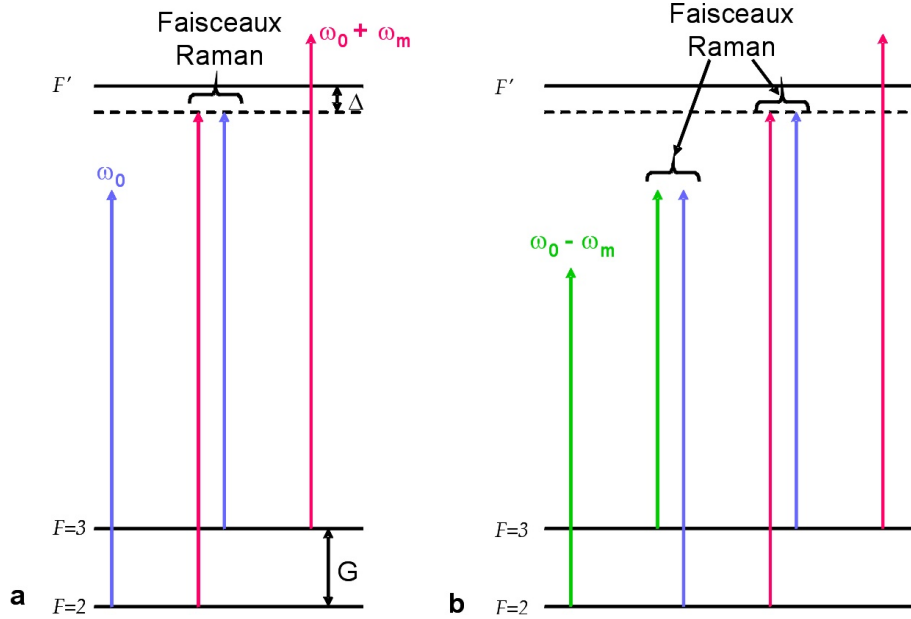
au miroir, ils verront les deux paires de faisceaux Raman. Sur Terre, il suffit de laisser la pesanteur agir. En revanche dans le cadre de projets spatiaux, comme par exemple I.C.E (Interférométrie Cohérente pour l'Espace) [199], les atomes devront être artificiellement accélérés avant de pouvoir utiliser une unique paire de faisceaux Raman rétro-réfléchis.

**Présence d'une raie parasite** Comme nous l'avons vu précédemment, la synthèse de la bande latérale souhaitée s'accompagne d'une raie parasite de même puissance. La figure 5.1 présente la configuration classique des faisceaux Raman sur un diagramme d'énergie (figure a), ainsi que la configuration en présence d'une raie parasite (figure b). Avec deux faisceaux, une seule transition Raman est possible. En revanche, pour chaque transition optique vers l'état excité, la présence de l'autre faisceau laser provoque un déplacement lumineux. Au niveau de la transition Raman, ce déplacement lumineux peut être compensé en ajustant les puissances relatives des faisceaux [3].

Si les bandes latérales sont synthétisées à l'aide d'un modulateur électro-optique, nous nous trouvons dans le cas de la figure 5.1.b : cette fois, le déplacement lumineux est modifié, puisque pour chaque transition, deux faisceaux seront à prendre en compte. Toutefois, on constate que la bande parasite est toujours plus désaccordée que la première raie. Le déplacement lumineux sera donc seulement légèrement différent, et devrait une fois de plus être annulé en jouant sur le rapport des puissances. Un calcul détaillé est présenté plus loin (paragraphe 5.2.1).

En revanche, la raie parasite fait apparaître un deuxième système de faisceaux Raman, c'est-à-dire une paire de faisceaux dont la différence de fréquence correspond à la transition hyperfine. On s'attend donc, à ce qu'un deuxième système de franges, de contraste et de période différentes, vienne s'ajouter à l'interféromètre d'origine<sup>4</sup>. Le contraste de cet interfé-

<sup>4</sup>Une telle situation peut être évitée en utilisant les deux faisceaux  $\omega_0 + \omega_m$  et  $\omega_0 - \omega_m$  pour générer les faisceaux Raman. Cela correspond à choisir  $2\omega_m = G$ . Le premier interféromètre parasite est alors environ 15 fois moins puissant. Une telle configuration n'est cependant pas souhaitable car le faisceau à  $\omega_0$  est plus puissant que chacun des faisceaux Raman, et est relativement peu désaccordé.



**FIG. 5.1** - Configuration des faisceaux Raman avec deux longueurs d'onde (a) ou en présence d'une raie parasite (b) à  $\omega_0 - \omega_m$ , avec  $\omega_m = G$ .

romètre parasite ne sera pas optimisé puisque le désaccord  $\Delta$  et les puissances des faisceaux sont ajustés pour optimiser le contraste du premier interféromètre. Le déphasage en sortie du deuxième interféromètre sera a priori de la forme  $k'_{eff}.g.T^2 - 2\pi.\alpha.T^2$  où  $k'_{eff} = k_{\omega_0} + k_{\omega_0 - \omega_m}$ . Le vecteur d'onde étant légèrement différent de celui de l'interféromètre principal, la période de l'interféromètre parasite sera donc légèrement différente, ce qui risque de conduire à une interprétation erronée de la phase de sortie de l'interféromètre.

Néanmoins, avant d'entrer dans le détail des calculs, nous pouvons montrer qu'il est envisageable de minimiser, voire d'annuler cet effet. Considérons simplement que nous sommes en présence de deux interféromètres décorrélés :

- le principal, de contraste  $1 - \epsilon$  et de phase  $(k_{eff}.g - 2\pi.\alpha)T^2$
- le parasite, de contraste  $\epsilon$  et de phase  $(k'_{eff}.g - 2\pi.\alpha)T^2$

Le signal en sortie d'interféromètre s'écrira alors :

$$\begin{aligned}
 s(\alpha) &= (1 - \epsilon). \cos [(k_{eff}.g - 2\pi.\alpha) T^2] + \epsilon. \cos [(k'_{eff}.g - 2\pi.\alpha) T^2] \\
 &= \cos [(k_{eff}.g - 2\pi.\alpha) T^2] + 2\epsilon \sin \left[ \left( \frac{k_{eff} + k'_{eff}}{2} g - 2\pi.\alpha \right) T^2 \right] \sin \left[ \frac{k_{eff} - k'_{eff}}{2} g.T^2 \right]
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Le deuxième terme de la deuxième expression présente une oscillation indépendante de  $\alpha$ . Or la mesure de  $g$  est réalisée en déterminant  $\alpha$  tel que  $k_{eff}.g = 2\pi.\alpha$ . Ainsi, en choisissant judicieusement le temps de chute  $T$ , il est possible de faire disparaître le dernier terme et de se retrouver dans une situation analogue à la situation à deux faisceaux. La mesure de  $g$  n'est alors plus entachée par l'interféromètre parasite.

Les temps de chute  $T$  judicieux sont tels que  $\sin \left[ \frac{1}{2}(k_{eff} - k'_{eff}) \cdot g \cdot T^2 \right] = 0$ . Ils correspondent aux cas où les deux interféromètres, oscillant en  $\alpha$ , sont en phase. De façon analogue, il existe des temps de chute maximisant l'effet de l'interféromètre parasite. Le tableau 5.2 répertorie les temps de demi-chute  $T$  judicieux et ceux maximisant l'erreur dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$ .

$\mathbf{n}$	$T$ judicieux ( $ms$ ) $T(n) = \sqrt{\frac{n}{2} \cdot \frac{c}{G \cdot g}}$	$T$ d'erreur max. ( $ms$ ) $T(n) = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + n \right) \cdot \frac{c}{G \cdot g}}$
0	0	50,2
1	70,9	86,9
2	100,4	112,2
3	122,9	132,8
4	142,0	150,4
5	158,7	166,4

**Tableau 5.2** - Ensemble des valeurs de demi-temps de chute libre  $T$  permettant de minimiser ou maximiser l'effet de l'interféromètre parasite.

En définitive, si la technique de réalisation des faisceaux Raman par modulateur électro-optique propose une stabilité accrue vis-à-vis de l'environnement, elle induit, par la présence d'une raie parasite des effets perturbateurs sur la mesure de pesanteur. Néanmoins, un raisonnement simple laisse penser que ces effets sont minimisables. Le paragraphe suivant va essayer d'estimer l'ordre de grandeur de l'effet..

## 5.2 Impact d'une raie parasite

Même si le spectre généré à 780  $nm$  comporte plus d'une raie parasite (voir figure 4.9), notre calcul n'en considérera qu'une seule, et ce pour deux raisons. Tout d'abord, il y a une seule raie parasite dont la puissance soit équivalente à celle du deuxième faisceau Raman. Les autres raies sont en effet d'une puissance d'au moins 15  $dB$  inférieure à la principale raie parasite. Elles sont en outre plus désaccordées de  $G$ , mis à part la raie à  $\omega_0 + \omega_m$  qui est désaccordée vers le bleu de  $G - \Delta$  par rapport à la transition  $F = 2 \rightarrow F'$ . Ainsi, nous considérerons l'impact d'une seule raie parasite dans un premier temps, et si la correction calculée est importante, nous rajouterons une raie parasite à  $\omega_0 + \omega_m$ , beaucoup moins puissante, mais à moindre désaccord, afin d'affiner le modèle.

De plus, nous pouvons considérer la configuration avec une raie parasite de même puis-

sance que le deuxième faisceau Raman comme un pire cas expérimental. En effet, il est possible de réduire la puissance de la bande latérale parasite générée à l'aide d'un miroir de Bragg à 1560 nm. Ce dernier joue le rôle de discriminateur de fréquence. La variation maximale de la transmission en fonction de la fréquence de l'onde incidente est de  $-1,5 \text{ dB.GHz}^{-1}$ . Il est ainsi possible de créer une différence de puissance entre la bande latérale utile et la bande latérale parasite de  $-9 \text{ dB}$ .

### 5.2.1 Déplacement lumineux

L'interaction entre le faisceau lumineux et l'atome provoque une augmentation de la différence d'énergie entre niveaux atomiques. Ainsi les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental baissent en énergie, comme le montre la figure 5.2. Or, comme nous ne nous intéressons qu'à la différence de fréquence entre les niveaux hyperfins pour la transition Raman, nous allons calculer le déplacement lumineux différentiel  $\delta^{ac} = \Omega_b^{ac} - \Omega_a^{ac}$ . Pour calculer exactement les déplacements du niveau fondamental, il faut tenir compte de la structure hyperfine du niveau excité [200]. Les conventions utilisées sont reportées sur le diagramme d'énergie 5.2 : les faisceaux Raman *I* et *II* ainsi que le faisceau parasite *p* correspondent respectivement à la fréquence porteuse  $\omega_0$  et aux bandes latérales  $\omega_0 + \omega_m$  et  $\omega_0 - \omega_m$ . Les deux sous-niveaux fondamentaux sont notés *a* et *b*. Ils correspondent au sous-état Zeeman  $m_F = 0$ . Enfin, le désaccord  $\Delta$  est défini comme l'écart au niveau  $|^5P_{3/2} F' = 2\rangle$ . Les écarts entre sous-niveaux hyperfins  $|^5P_{3/2} F' = k\rangle$  sont notés  $\Delta_k$ .

Le calcul perturbatif donne les expressions suivantes des déplacements lumineux [23] :

$$\begin{cases} \Omega_a^{ac} &= \sum_k \left( \frac{|\Omega_{k,a,I}|^2}{4(\Delta + \Delta_k + G)} + \frac{|\Omega_{k,a,II}|^2}{4(\Delta + \Delta_k)} + \frac{|\Omega_{k,a,p}|^2}{4(\Delta + \Delta_k + 2G)} \right) \\ \Omega_b^{ac} &= \sum_k \left( \frac{|\Omega_{k,b,I}|^2}{4(\Delta + \Delta_k)} + \frac{|\Omega_{k,b,II}|^2}{4(\Delta + \Delta_k - G)} + \frac{|\Omega_{k,b,p}|^2}{4(\Delta + \Delta_k + G)} \right) \end{cases} \quad (5.7)$$

On note  $\Omega_{k,m,n} = -\frac{1}{\hbar} \langle ^5P_{3/2} F' = k | d \cdot \hat{e} \cdot E_n | m \rangle$  la pulsation de Rabi du faisceau *n* entre le niveau  $|m\rangle$  et le niveau excité  $|^5P_{3/2} F' = k\rangle$ . *d* est l'opérateur dipolaire,  $\hat{e}$  est le vecteur polarisation du laser, et  $E_n$  son amplitude. Dans notre cas, comme nous l'avons montré plus haut, la configuration de polarisation adoptée est  $lin \perp lin$ , et compte tenu de l'axe de quantification, chaque polarisation linéaire doit être considérée comme combinaison de polarisations circulaires. Il faut de plus considérer les faisceaux rétro-réfléchis. Les différentes polarisations circulaires ne couplant pas les mêmes sous-états finaux, le déplacement lumineux s'écrit finalement comme une somme de pulsations de Rabi au carré associées à des polarisations circulaires.

En utilisant le théorème de Wigner-Eckart, il est possible de calculer les coefficients  $\Omega_{k,m,n}$  en les décomposant en un coefficient de Clebsch-Gordan et un élément de matrice

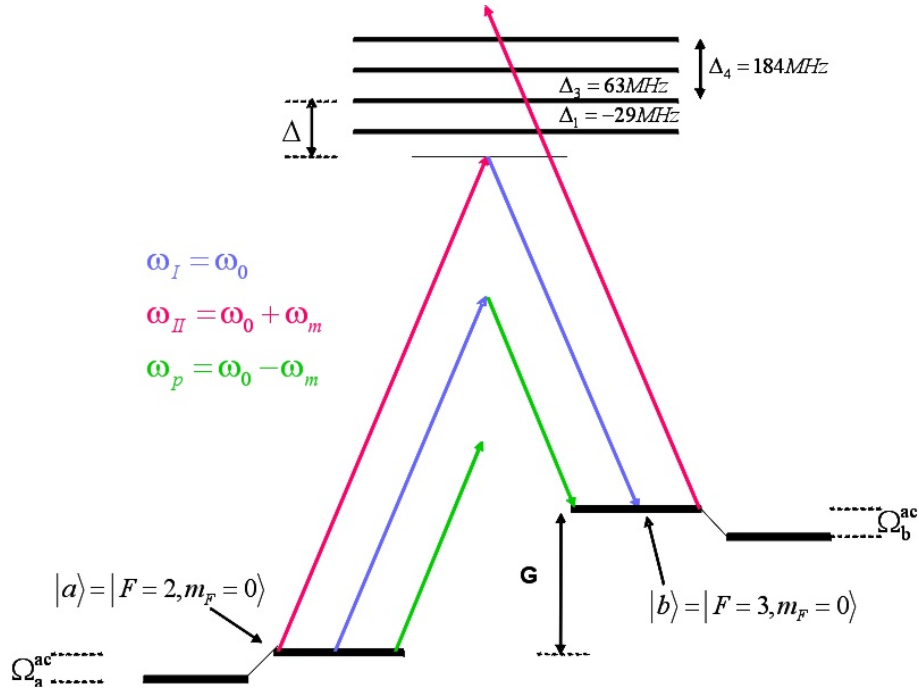


FIG. 5.2 - Déplacement lumineux de l'atome de  $^{85}\text{Rb}$  éclairé par trois faisceaux.

réduit [191] :

$$\langle F m_F | d \cdot \hat{\epsilon} | F' m_{F'} \rangle = \underbrace{\langle F || d || F' \rangle}_{\text{Elément de matrice réduit}} \cdot \underbrace{\langle F m_F | F' 1 m_{F'} \epsilon \rangle}_{\text{Coefficient de Clebsch - Gordan}} \quad (5.8)$$

L'élément de matrice réduit peut alors s'exprimer à l'aide de la force de raie  $\sqrt{S_{FF'}}$  dont les valeurs sont présentées dans l'annexe B.4 :

$$\begin{aligned} \langle F || d || F' \rangle &= \langle J || d || J' \rangle \cdot (-1)^{F'+J+I+1} \cdot \sqrt{S_{FF'}} \\ &= D \cdot (-1)^{F'+J+I+1} \cdot \sqrt{S_{FF'}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

où  $D$  est le moment dipolaire de l'atome. On note enfin les pulsations de Rabi simplifiées pour les différentes ondes lasers :

$$\Omega_I = \frac{2 \cdot D \cdot E_I}{\hbar} \quad \Omega_{II} = \frac{2 \cdot D \cdot E_{II}}{\hbar} \quad \Omega_p = \frac{2 \cdot D \cdot E_p}{\hbar} \quad (5.10)$$

Les déplacements lumineux peuvent alors s'écrire :



$$\begin{aligned}
 \Omega_a^{AC} &= \frac{|\Omega_I|^2}{4} \left( \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{\Delta + G} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_1 + G} + \frac{4}{45} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3 + G} \right) \\
 &+ \frac{|\Omega_{II}|^2}{4} \left( \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{\Delta} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_1} + \frac{4}{45} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3} \right) \\
 &+ \frac{|\Omega_p|^2}{4} \left( \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{\Delta + 2G} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_1 + 2G} + \frac{4}{45} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3 + 2G} \right) \\
 \Omega_b^{AC} &= \frac{|\Omega_I|^2}{4} \left( \frac{1}{63} \cdot \frac{1}{\Delta} + \frac{5}{36} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3} + \frac{5}{28} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_4} \right) \\
 &+ \frac{|\Omega_{II}|^2}{4} \left( \frac{1}{63} \cdot \frac{1}{\Delta - G} + \frac{5}{36} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3 - G} + \frac{5}{28} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_4 - G} \right) \\
 &+ \frac{|\Omega_p|^2}{4} \left( \frac{1}{63} \cdot \frac{1}{\Delta + G} + \frac{5}{36} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_3 + G} + \frac{5}{28} \cdot \frac{1}{\Delta + \Delta_4 + G} \right)
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Le faisceau Raman  $II$  et le faisceau parasite étant deux bandes latérales symétriques, leurs pulsations de Rabi simplifiée sont égales :  $\Omega_{II} = \Omega_p$ . Ainsi, en remplaçant  $\Omega_p$  par  $\Omega_{II}$  dans l'équation (5.11), il existe un rapport d'intensité  $r = \frac{I_I}{I_{II}}$  tel que  $\Omega_a^{AC} = \Omega_b^{AC}$ . Ainsi le déplacement lumineux différentiel pourra être annulé. En identifiant les équations (5.11) sous la forme

$$\begin{cases} \Omega_a^{AC} = \alpha_I(\Delta) \cdot |\Omega_I|^2 + \alpha_{II}(\Delta) \cdot |\Omega_{II}|^2 + \alpha_p(\Delta) \cdot |\Omega_p|^2 \\ \Omega_b^{AC} = \beta_I(\Delta) \cdot |\Omega_I|^2 + \beta_{II}(\Delta) \cdot |\Omega_{II}|^2 + \beta_p(\Delta) \cdot |\Omega_p|^2 \end{cases} \tag{5.12}$$

le rapport des intensités s'écrit alors :

$$r(\Delta) = \frac{I_I}{I_{II}} = - \frac{[\beta_{II}(\Delta) + \beta_p(\Delta)] - [\alpha_{II}(\Delta) + \alpha_p(\Delta)]}{\beta_I(\Delta) - \alpha_I(\Delta)} \tag{5.13}$$

La figure 5.3 représente l'évolution du rapport  $r$  en fonction du désaccord  $\Delta$ , avec et sans faisceau parasite. La valeur annulant le déplacement lumineux change de moins de 7% entre 0 et 2  $GHz$  entre les deux situations. Il ne paraît donc pas nécessaire de raffiner le modèle en ajoutant les raies parasites à  $\omega_0 + 2\omega_m$ . Il apparaît sur la figure que le faisceau  $I$  doit être plus intense que le faisceau  $II$ . La configuration retenue est donc bien celle représentée sur la figure 5.2, où le laser  $I$  correspond à l'onde porteuse, et le laser  $II$  à une raie parasite.

En définitive, même en présence d'une raie parasite, il existe encore un rapport d'intensités lumineuses permettant d'annuler le déplacement lumineux. De plus, ce rapport change peu par rapport à la situation à deux faisceaux, car le faisceau parasite est plus désaccordé que les autres faisceaux, donc contribue moins à l'effet Stark.

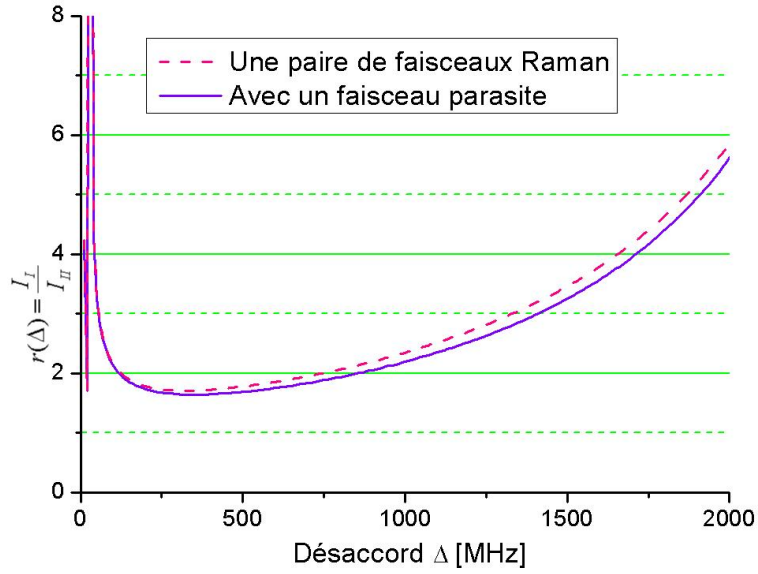


FIG. 5.3 - Comparaison des rapports d'intensité des faisceaux Raman annulant le déplacement lumineux différentiel, avec et sans bande latérale parasite.

### 5.2.2 Interféromètres parasites

Pour évaluer l'impact du faisceau Raman parasite, notre démarche sera la suivante. Dans un premier temps nous allons établir une base d'états propres dans laquelle nous allons étudier le système : chaque état de base sera caractérisé par un état interne ainsi que par une classe d'impulsions. Nous déterminerons ensuite les différents *chemins optiques* empruntés par l'onde atomique. Pour cela, nous déterminerons au préalable l'action des impulsions lumineuses sur les différents états de base. Enfin, nous calculerons le déphasage en sortie de l'interféromètre, en ne considérant que les chemins les plus probables.

**Base d'étude** Pour modéliser le système interférométrique, nous supposons tout d'abord que seules les transitions entre les niveaux hyperfins de l'état fondamental, que nous notons  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  sont possibles. Ces transitions ne sont réalisées qu'avec deux paires de faisceaux Raman. Nous définissons les vecteurs d'onde  $k$  et  $\Delta k$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} k &\equiv k_I + k_{II} \\ k + \Delta k &\equiv k_I + k_p \\ \Delta k &= k_p - k_{II} = -\frac{4\pi.G}{c} \end{aligned}$$

Ainsi la transition avec l'une ou l'autre des paires de faisceaux Raman provoquera une très légère différence d'impulsion de recul  $\hbar.\Delta k$ . Dans le cas idéal, les états internes  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  étaient tous les deux associés à une unique classe d'impulsion, respectivement  $p$  et  $p + \hbar.k$ .

Ainsi, en augmentant indéfiniment le nombre de lames séparatrices de l'interféromètre, le système était très bien décrit par une base à deux états :  $|a, p\rangle$  et  $|b, p + \hbar.k\rangle$ .

Au contraire, la présence d'une paire de faisceaux Raman parasite permet de coupler  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  avec une impulsion communiquée  $\hbar(k + \Delta.k)$  différente. Ainsi, à chaque lame séparatrice supplémentaire, un nouvel état est associé au système, et il n'est alors plus possible de former un système fermé.

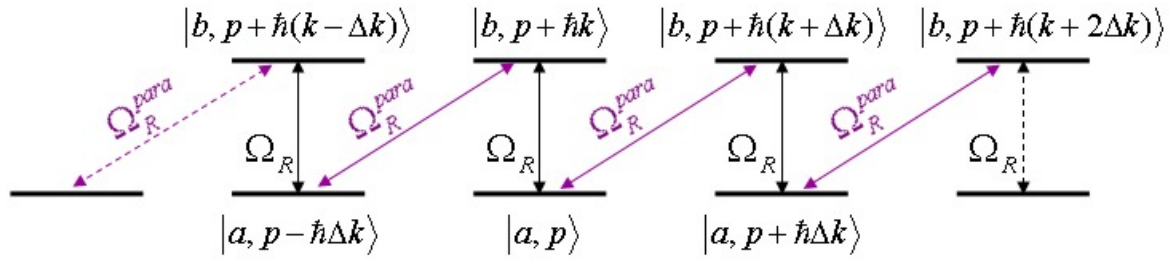


FIG. 5.4 - Base générée par l'action de trois lames séparatrices successives utilisant deux paires de faisceaux Raman (repérés par leur pulsation de Rabi  $\Omega_R$  et  $\Omega_R^{para}$ ).

Dans le cadre de notre interféromètre à trois lames, et en supposant que seules les transitions à deux photons sont possibles, sept états sont envisageables à partir de l'état initial  $|a, p\rangle$  :

$$\{ |a, p\rangle, \quad |a, p - \hbar.\Delta k\rangle, \quad |a, p + \hbar.\Delta k\rangle, \\ |b, p + \hbar.(k - \Delta k)\rangle, \quad |b, p + \hbar.k\rangle, \quad |b, p + \hbar.(k + \Delta k)\rangle, \quad |b, p + \hbar.(k + 2.\Delta k)\rangle \} \quad (5.14)$$

Ils sont représentés sur la figure 5.4. Ces sept états constituent la base d'étude dans laquelle l'interféromètre va être décrit.

**Action des impulsions lumineuses** Nous allons d'abord déterminer la population dans les différents états en sortie de chaque lame séparatrice. Pour cela, nous écrivons l'hamiltonien de l'atome habillé<sup>5</sup> [201]. Nous supposons les faisceaux Raman à résonance sur la transition atomique. Comme nous le verrons en détail plus loin (paragraphe 5.4.1), l'interaction dipolaire peut s'exprimer en fonction de la pulsation de Rabi effective des faisceaux

<sup>5</sup>Le modèle de l'atome habillé consiste à quantifier le champ lumineux, et à considérer des états associant l'état du champ électrique et l'état de l'atome. Les états de base se réécrivent alors  $|a, p, N, N_{para}\rangle$ ,  $|b, p + \hbar.k, N - 1, N_{para} + 1\rangle, \dots$  où  $N$  est le nombre de photons dans l'onde Raman principale, et  $N_{para}$  est le nombre de photons dans l'onde Raman parasite. Les états des champs électriques étant implicitement liés à celui de l'atome, ils ne seront pas notés par la suite, et nous garderons l'expression de la base 5.14.

Raman, notée  $\Omega_R$  pour le faisceau principal et  $\Omega_R^{para}$  pour le faisceau parasite<sup>6</sup> [54] :

$$\Omega_R = \frac{\Omega_I \cdot \Omega_{II}^*}{\Delta} \quad \text{et} \quad \Omega_R^{para} = \frac{\Omega_I \cdot \Omega_p^*}{\Delta + G} = \frac{\Delta}{\Delta + G} \cdot \Omega_R \equiv a(\Delta) \cdot \Omega_R \quad (5.15)$$

Ainsi, la pulsation de Rabi parasite peut s'exprimer très simplement en fonction de la pulsation principale. Plus le désaccord des lasers sera faible, moins le terme parasite sera important. Dans la base décrite en (5.14), l'hamiltonien s'écrit :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_R & a \cdot \Omega_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_R & a \cdot \Omega_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_R & a \cdot \Omega_R \\ 0 & \Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_R & a \cdot \Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a \cdot \Omega_R & 0 & \Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \cdot \Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

L'action d'une impulsion de durée  $\tau_l$  sur un état initial est obtenue en appliquant l'opérateur d'évolution  $U(\tau_l, 0) = e^{\frac{i}{\hbar} \int_0^{\tau_l} \hat{H} \cdot dt}$ . Pour calculer cet opérateur, le plus simple est de diagonaliser l'hamiltonien, de transformer chaque élément diagonal  $E_i$  en  $e^{\frac{i}{\hbar} E_i \cdot \tau_l}$  et enfin de faire le changement de base inverse. Afin que l'opérateur d'évolution reste bien unitaire, on prendra soin de normaliser les vecteurs propres formant la matrice de changement de base. En choisissant  $\tau_l$  tel que  $\Omega_R \cdot \tau_l = \pi$  ou  $\Omega_R \cdot \tau_l = \pi/2$ , on déduit l'action des différentes lames de l'interféromètre. Ainsi, pour connaître la distribution dans l'état de base  $|i\rangle$  après la première impulsion  $\pi/2$ , il suffit de calculer  $|\langle i | U(\frac{\pi}{2\Omega_R}, 0) | a, p \rangle|^2$ .

La figure 5.5 présente l'interférogramme en présence de différentes trajectoires parasites, dans le cas d'un désaccord  $\Delta = 1 \text{ GHz}$ . La probabilité est reportée sur chacune des trajectoires. Pour chaque interaction, seuls les trois bras les plus peuplés sont représentés, ce qui revient à négliger 5,2% de la population totale, mais simplifie largement le calcul !

A l'issue de la première lame séparatrice, 2,5% de la population initiale ont été transférés dans l'état  $|b\rangle$  par le faisceau parasite. 1% peuple des états correspondant à une transition à plus de deux photons.

Lors de l'impulsion  $\pi$ , 90% de la population sont bien transférés par le faisceau principal. Des 10% restants, seulement 0,05% restent dans leur état initial. En revanche, les états correspondant au même état interne mais avec une impulsion supplémentaire de  $\pm \hbar \cdot \Delta k$  sont tous les deux peuplés à 3,5%. Cela signifie que les processus à quatre photons ne sont pas

<sup>6</sup>L'expression (5.15) est valable pour la configuration de faisceaux de la figure 5.2. Nous avons vu que cette configuration permet de compenser le déplacement lumineux. De plus, elle permet de minimiser la pulsation de Rabi parasite (et donc l'impact de l'interféromètre parasite) car elle permet d'avoir un désaccord maximum de  $\Delta + G$  pour les faisceaux parasites.

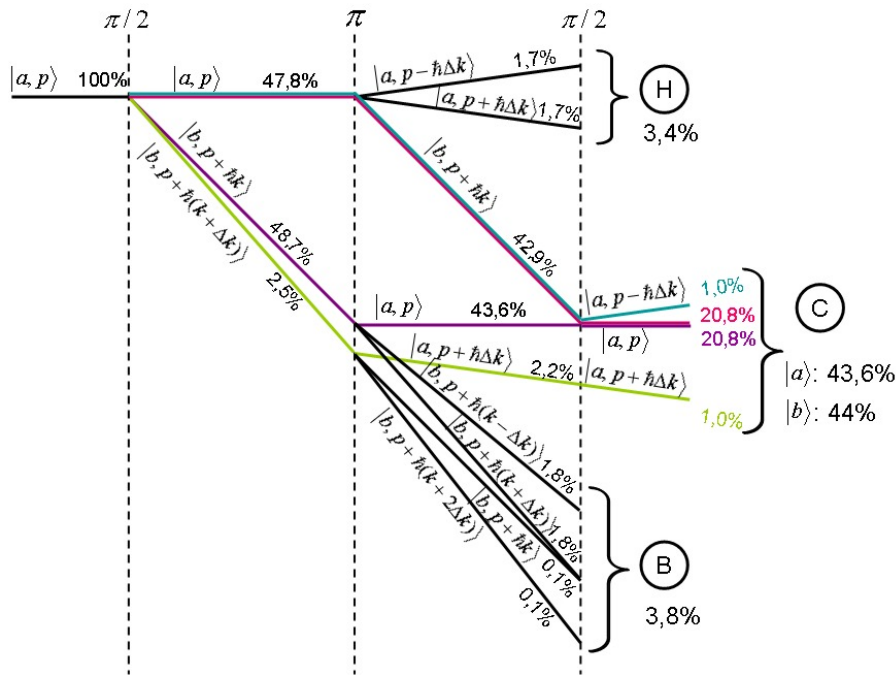


FIG. 5.5 - Interférogramme en présence d'un faisceau Raman parasite. En sortie de chaque lame, seules les trois transitions les plus probables sont représentées.

forcément négligeables, contrairement à ce que nous avons affirmé pour construire notre base. Ainsi, il se peut que d'autres états que les sept que nous considérons soient peuplés.

Au niveau de la dernière impulsion Raman, le nuage est divisé spatialement en trois zones, notées sur le schéma H (zone haute), C (zone centrale) et B (zone basse). Les deux zones périphériques représentent 7% de la population atomique.

Enfin, en sortie de la dernière lame, seuls les états  $|a\rangle$  dans la zone centrale ont été représentés : cela représente 43,6%. Les états  $|b\rangle$  dans la zone centrale représentent également 44,0%. Ainsi le contraste des franges peut être estimé à 88%. En adoptant la même démarche pour un désaccord de  $\Delta = 500 \text{ MHz}$ , on obtient un contraste de 94,5%.

**Validité du modèle à sept états** Avant de calculer le signal en sortie d'interféromètre, vérifions que la base à sept états est bien pertinente pour notre calcul. Nous venons de voir que l'impulsion  $\pi$  peuplait de façon non négligeable des états par des mécanismes à quatre photons. S'agit-il d'une erreur liée au choix d'une base inappropriée ?

Pour le vérifier, nous considérons un état initial  $|a, p\rangle$ , et nous étudions la population des différents états de la base en fonction de la durée de l'impulsion lumineuse. Nous nous plaçons successivement dans une base à cinq, sept et neuf états.

- Une base à cinq états permet de prendre en compte toutes les interactions à deux ou à quatre photons. Ainsi, partant de l'état  $|a, p\rangle$ , l'atome peut être excité dans les

états  $|b, p + \hbar.k \rangle$  et  $|b, p + \hbar.(k + \Delta k) \rangle$  pour une transition à deux photons, et dans les états  $|a, p + \hbar.\Delta k \rangle$  et  $|a, p - \hbar.\Delta k \rangle$  pour une transition à quatre photons. La figure 5.6.a correspond à la population des "principaux états", tandis que la figure 5.6.b présente différents états parasites. Comme nous l'avons constaté précédemment, pour une impulsion  $\pi/2$ , l'état parasite le plus peuplé est  $|b, p + \hbar.(k + \Delta k) \rangle$ , tandis que pour une impulsion  $\pi$  il s'agit des transitions à quatre photons  $|a, p \pm \hbar.\Delta k \rangle$ . Ceci est en accord avec ce qui a été calculé précédemment dans la base à sept états.

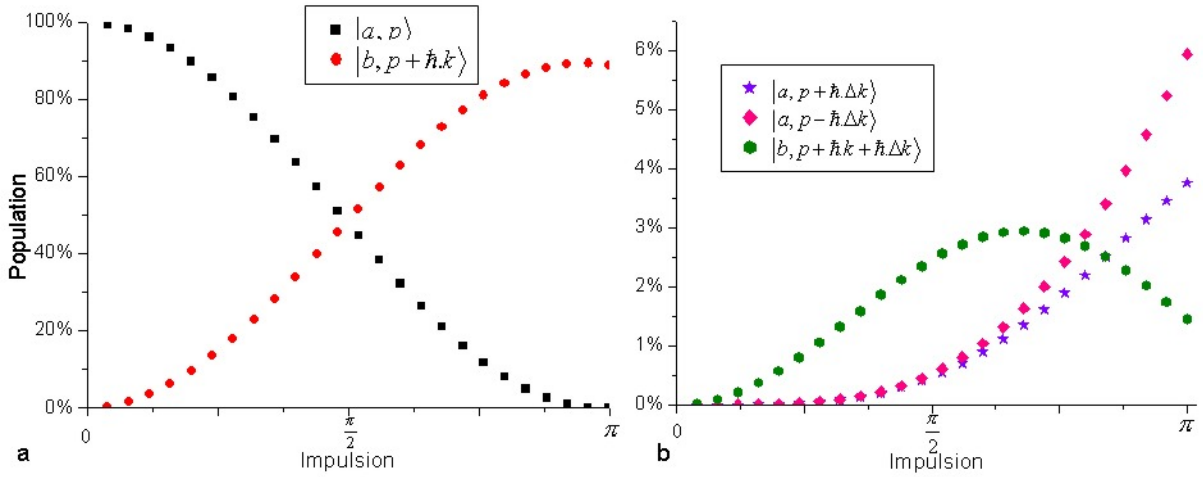


FIG. 5.6 - Evolution du système en fonction de l'impulsion pour une base à cinq états.

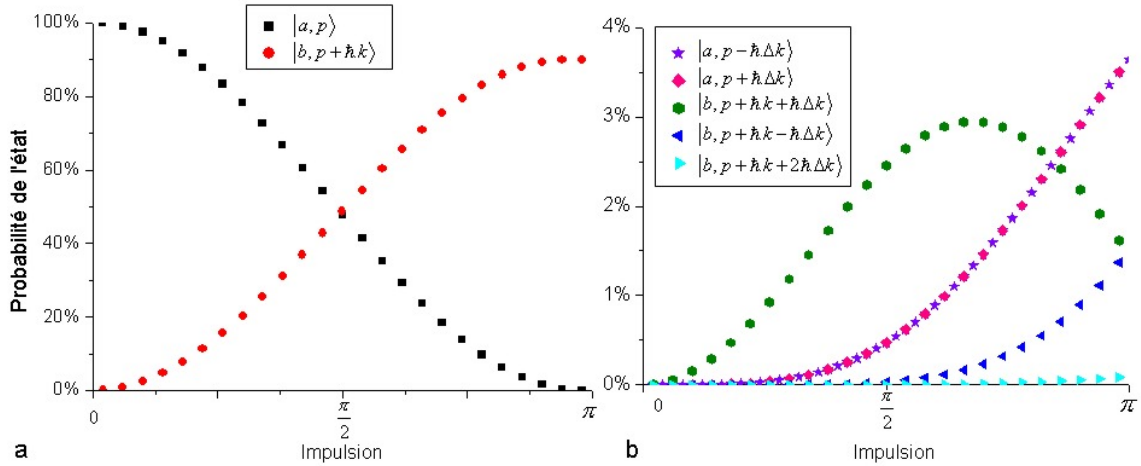


FIG. 5.7 - Evolution du système en fonction de l'impulsion pour une base à sept états.

- La base à sept états permet cette fois de prendre en compte les interactions à 6 photons. La figure 5.7 donne la population des différents états. Elle fournit les mêmes résultats qualitatifs que la base à cinq états, c'est-à-dire que les impulsions  $\pi/2$  sont dominées par les interactions à deux photons, et que les impulsions  $\pi$  ont un terme

parasite principalement donné par les interactions à quatre photons. La différence avec la représentation à cinq états, est que, cette fois, la population des états  $|a, p + \hbar.\Delta k >$  et  $|a, p - \hbar.\Delta k >$  est la même.

- La base à neuf états donne les mêmes résultats qu’une base à sept états, comme le montre la figure 5.8. Les interactions à huit photons représentées sur la figure 5.8.c restent très faibles pour des impulsions inférieures à  $\pi$ .

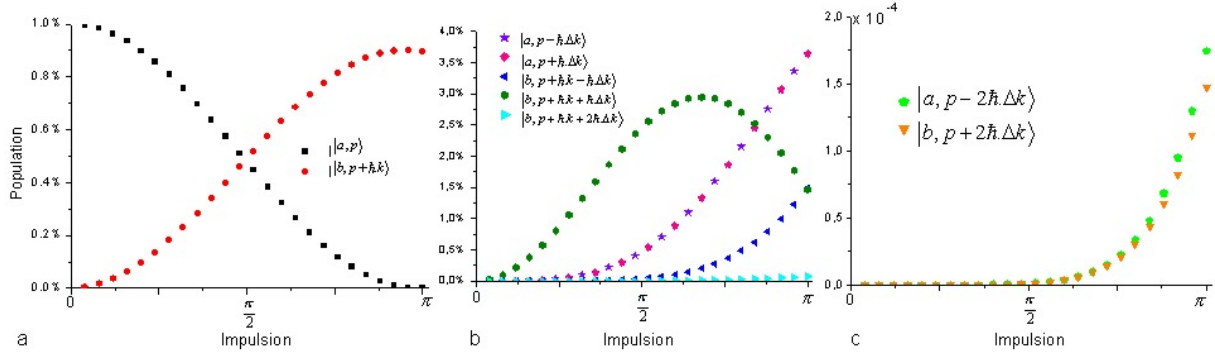


FIG. 5.8 - Evolution du système en fonction de l'impulsion pour une base à neuf états.

En définitive, les termes parasites principaux d’une impulsion  $\pi/2$  sont donnés par l’interaction à deux photons avec le faisceau parasite, tandis que les termes parasites de l’impulsion  $\pi$  viennent d’interactions à quatre photons, et les populations obtenues sont équiprobables.

La base à sept états que nous avons utilisée pour calculer la population dans les différents bras de l’interféromètre permet donc de faire apparaître tous les termes dominants au niveau de l’interféromètre central. En revanche, au niveau de l’interféromètre du bas B, les états  $|b, p + \hbar.(k - \Delta k) >$  et  $|b, p + \hbar.(k + 2.\Delta k) >$ , l’interaction avec la dernière lame ne sera pas idéalement traitée, car les états  $|a, p - 2.\hbar.\Delta k >$  et  $|a, p + 2.\hbar.\Delta k >$  qui doivent normalement être respectivement peuplés de  $4,5.10^{-2}\%$  et  $2,5.10^{-3}\%$  de la population totale ne sont pas accessibles dans la base à 7 états. L’erreur commise semble néanmoins acceptable.

**Déphasage en sortie de l’interféromètre central** À présent, nous connaissons les trajectoires les plus probables que sont susceptibles d’emprunter les atomes. Nous allons pouvoir estimer le déphasage en sortie de l’interféromètre. Il faut tout d’abord comparer la longueur de cohérence du nuage atomique aux différentes distances en jeu en sortie d’interféromètre, afin de déterminer les bras dont l’amplitude de probabilité s’additionne. Pour un nuage atomique à température  $T$ , la longueur de cohérence du paquet d’ondes atomique correspond à peu près à la longueur d’onde thermique [202] :

$$\lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi.m.k_B.T}} \quad (5.17)$$

Elle varie entre 60  $nm$  et 600  $nm$  pour des températures allant de 10  $\mu K$  à 100  $nK$ .

Cette longueur est à comparer à la distance séparant les bras H et C (ou B et C) de l'interféromètre :  $\delta l_1 = \frac{\hbar k}{m} \cdot 2T \approx 1,2 \text{ mm}$  pour  $T = 50 \text{ ms}$ . Ainsi, l'interféromètre peut être décomposé en trois interféromètres indépendants, correspondant aux zones H, C et B. Une fois les trois interféromètres calculés séparément, leur signal s'additionne de façon incohérente.

La longueur de cohérence doit également être comparée à la distance séparant des bras dont l'impulsion diffère seulement de  $\hbar \Delta k$ , c'est-à-dire  $\Delta l_2 = \frac{\hbar \Delta k}{m} \cdot T \approx 4,7 \text{ nm}$ . Ainsi, au sein d'une même zone (H, C ou B), tous les bras correspondant au même état interne en sortie d'interféromètre doivent être sommés de façon cohérente.

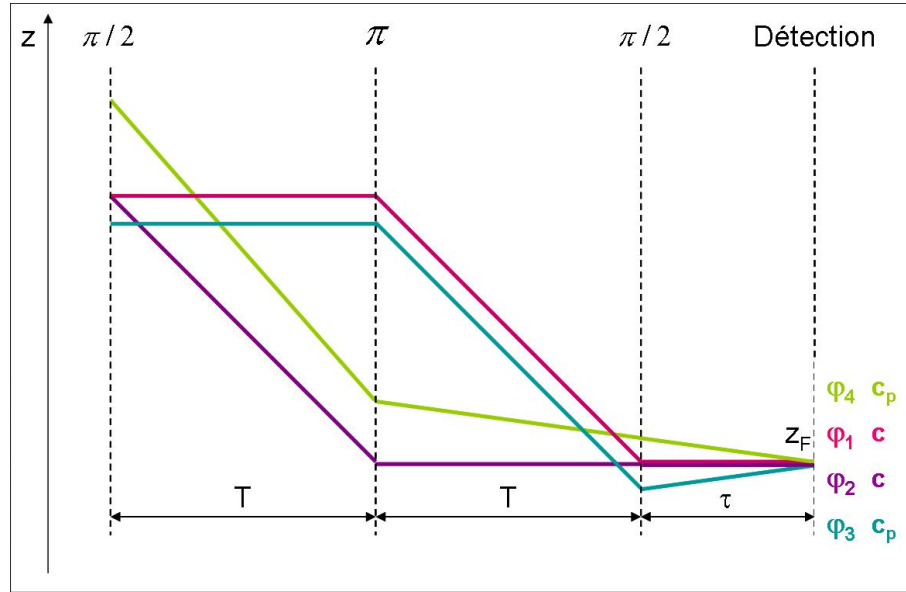
Nous allons donc calculer séparément trois interféromètres, correspondant aux zones H, C et B. Pour chaque interféromètre, nous sommerons de façon cohérente tous les atomes se trouvant dans l'état interne  $|a\rangle$  à l'issue de la séquence. Nous restreindrons l'étude aux trajectoires principales ainsi qu'aux trajectoires parasites les plus probables. Nous détaillons le calcul pour la zone centrale C. Le calcul des zones haute et basse se fera sur le même modèle, et seuls les résultats seront présentés.

Pour la zone centrale, quatre chemins vont être pris en compte, ils sont représentés en couleur sur la figure 5.5. Il est important de noter qu'en sortie de l'interféromètre, deux de ces chemins seulement ont exactement la même impulsion  $p$ , tandis que les chemins parasites correspondent à des impulsions  $p \pm \hbar \Delta k$ . Dans le cas d'ondes planes, les chemins parasites n'interféreraient pas. Cependant, le nuage atomique étant à température non nulle, on peut estimer qu'un état d'impulsion  $|p\rangle$  est en fait un paquet d'ondes gaussien de largeur finie. Ainsi l'onde provenant d'un chemin principal doit pouvoir interférer avec l'onde provenant d'un chemin parasite. Nous sommes donc en présence d'un interféromètre à quatre ondes.

Pour calculer la phase associée à chaque chemin, nous adoptons l'approche par intégrale de chemin présentée par Cohen-Tannoudji [51]. Pour chaque chemin, la phase finale est la somme de différents termes de phase :

- $\Phi_{path}$  : la phase acquise sur le chemin qui correspond à l'action le long de la trajectoire classique de l'atome. Dans le cas d'un champ de pesanteur constant  $g$ , il est possible de réaliser un calcul perturbatif. Ce dernier consiste à intégrer le terme perturbatif du Lagrangien, en l'occurrence le potentiel de pesanteur  $m \cdot g \cdot z$  le long de la trajectoire non perturbée, c'est-à-dire sur des trajectoires rectilignes uniformes entre deux impulsions lumineuses. Le long d'une trajectoire  $\Gamma$ , ce terme s'écrit :  $\Phi_{path} = \frac{1}{\hbar} \int_{\Gamma} m \cdot g \cdot z(t) \cdot dt$
- $\Phi_l$  : lorsque l'atome absorbe un photon (dans notre cas, une paire de photons Raman), la phase du laser lui est transférée. Les impulsions lumineuses se produisant exactement au même instant pour toutes les trajectoires, on pourra ne considérer que la composante





**FIG. 5.9** - Trajectoire des quatre chemins de l'interféromètre pour un système non perturbé. Les trajectoires convergent toutes au même point à l'instant de la détection.

spatiale<sup>7</sup>  $k.z$ , ainsi qu'un terme de phase  $\Phi_j = \pi.\alpha.(j.T)^2$  correspondant à la  $j$ -ième impulsion lumineuse. Il s'agit de la rampe de fréquence permettant de compenser l'effet Doppler. La phase associée à une transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$  à l'instant  $j.T$  s'écrit donc  $\Phi_l(j.T) = -G.j.T + k.z(j.T) - \pi.\alpha.(j.T)^2$ , et  $-\Phi_l$  pour une transition  $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ .

- $\Phi_{int}$  : les deux états internes de l'atome n'étant pas dégénérés, une différence de fréquence associée à la différence d'énergie entre les niveaux doit être ajoutée dans l'état excité. Cependant, comme chaque chemin passera le même temps dans les deux niveaux de l'atome, cette phase sera commune à tous les chemins, et n'apparaîtra donc pas en sortie d'interféromètre.
- $\Phi_{init}$  : la phase initiale du paquet d'ondes doit également être prise en compte. Nous supposons, pour simplifier, une vitesse initiale nulle. Toutes les chemins auront ainsi la même phase initiale.

Pour pouvoir comparer les phases associées à chaque trajectoire, les points de départ de chacune d'elles sont choisis tels qu'à l'instant de la détection, elles convergent toutes au même point. Le point de départ des trajectoires parasites dépend ainsi de l'instant  $\tau$  de détection. La figure 5.9 présente les quatre trajectoires dans le cas non perturbé. Les intégrales d'action ainsi que les phases des lasers seront calculées pour ces trajectoires classiques non perturbées.

<sup>7</sup>On prendra soin d'appliquer le vecteur d'onde  $k$  ou  $k_p$  selon que l'atome interagit avec les faisceaux Raman principaux ou parasites. Dans le cas d'une interaction à 4 photons, le vecteur d'onde résultant sera  $\pm\Delta k$ .

Les phases de sortie, exprimées en fonction de la position finale  $z_F$ , sont<sup>8</sup> :

$$\phi_1 = (k.g - 2\pi.\alpha).T^2 \quad (5.18)$$

$$\phi_2 = 0 \quad (5.19)$$

$$\phi_3 = (k.g - 2\pi.\alpha).T^2 - \Delta k.z_F + \frac{\hbar.\Delta k^2}{m}.\tau - \Delta k.g.\frac{\tau}{2}.(4T + \tau) \quad (5.20)$$

$$\phi_4 = \Delta k.z_F + \frac{\hbar.\Delta k^2}{m}.(2T + \tau) + \Delta k.g.\frac{1}{2}.(2T + \tau)^2 + \Delta k.g.(2T^2 + 4.T.\tau + \tau^2) \quad (5.21)$$

D'après la figure 5.5, nous avons vu que les deux bras principaux avaient à peu près la même amplitude de transition  $c \approx \sqrt{0,208}$ , et il en est de même pour l'amplitude des chemins parasites  $c_p \approx \sqrt{0,010}$ . Nous pouvons ainsi écrire la somme des contributions à l'état interne  $|a\rangle$  au point de détection  $z_F$  et à l'instant de détection :

$$|\psi_a(T, \tau, z_F)\rangle = (c.e^{i.\phi_1} + c.e^{i.\phi_2})|a, p\rangle + c_p.e^{i.\phi_3}|a, p - \hbar.\Delta k\rangle + c_p.e^{i.\phi_4}|a, p + \hbar.\Delta k\rangle \quad (5.22)$$

On peut en déduire l'expression de la population  $\mathcal{P}_C^a$  détectée dans l'état interne  $|a\rangle$  dans la zone centrale, au point et à l'instant de détection<sup>9</sup> :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_C^a &= 2(c^2 + c_p^2) + 2c^2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + 2c_p^2 \cos(\phi_3 - \phi_4) \\ &+ 8.c.c_p \cos \frac{\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4}{2} . \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} . \cos \frac{\phi_3 - \phi_4}{2} \end{aligned} \quad (5.23)$$

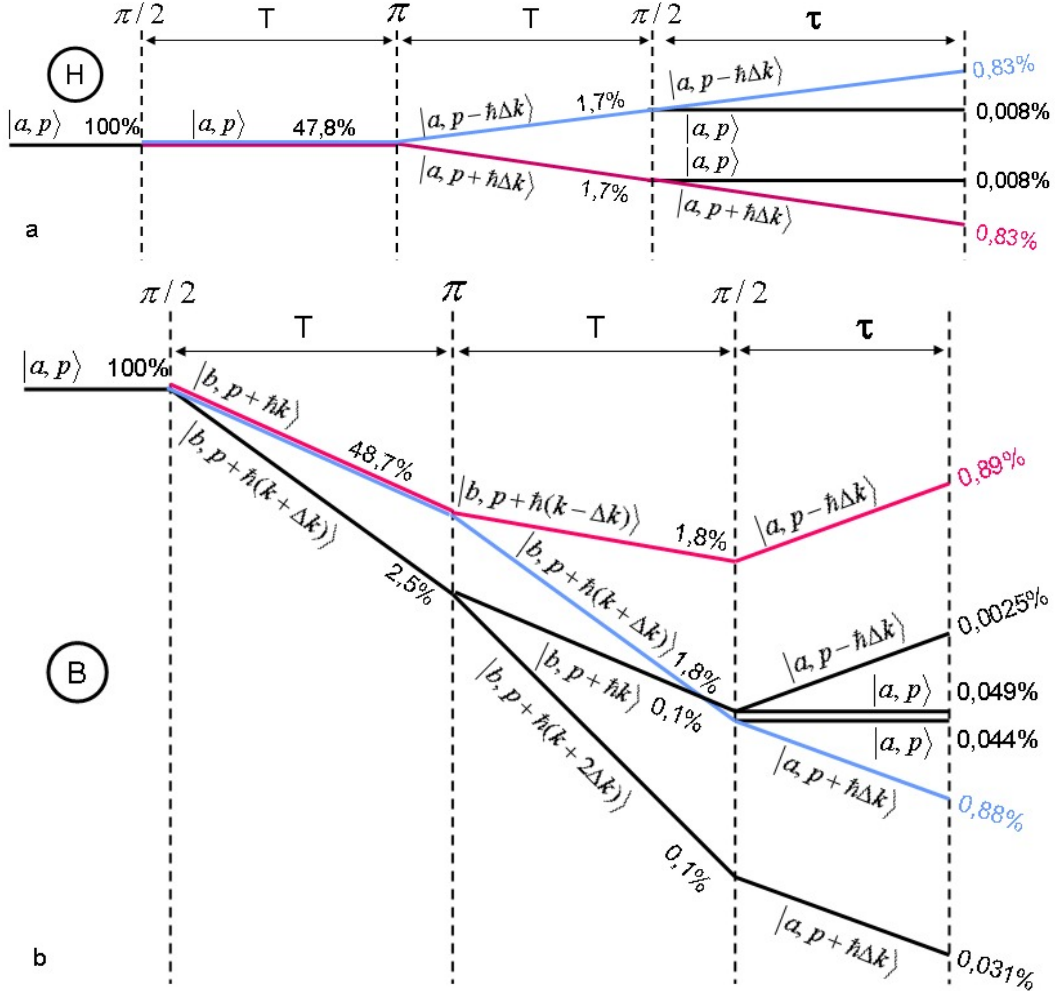
Cette expression contient tout d'abord le terme principal en  $\cos(k.g.T^2 - 2\pi.\alpha.T^2)$ . Deux termes supplémentaires viennent perturber l'interféromètre. On constate que le terme le plus important présente un terme de contraste en  $\cos \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)$ . Ce terme est indépendant de  $\alpha$ , il pourra donc peut-être être minimisé en choisissant un bon couple de temps  $(T, \tau)$ . Il faut par ailleurs garder à l'esprit que  $T$  et  $\tau$  sont reliés par le temps total de chute dans l'enceinte à vide (pour GIRAFON,  $2T + \tau = 148 \text{ ms}$ ). Ainsi, pour différentes valeurs de  $T$ , l'importance des interféromètres parasites variera, provoquant une variation de la valeur de  $\alpha$  mesurée à la teinte plate. Nous chercherons ces valeurs une fois l'interféromètre total calculé.

**Influence des interféromètres périphériques** Evaluons à présent le déphasage en sortie des deux interféromètres "périphériques" (H et B). La figure 5.10 représente les principaux

<sup>8</sup>Les termes communs à toutes les phases ont été supprimés, ce qui ne doit pas changer le résultat, puisque l'interféromètre ne sera sensible qu'à des différences de phase.

<sup>9</sup>Nous supposons ici un recouvrement parfait des fonctions d'onde d'impulsions différentes  $\langle a, p|a, p \pm \hbar.\Delta k\rangle = 1$ . Cette approximation explique que la probabilité  $\mathcal{P}_C^a$  puisse dépasser 1. Elle permet en revanche de calculer simplement le mélange des différentes trajectoires. Le calcul suivant ne sera donc pas utilisé pour évaluer le contraste de l'interféromètre, mais simplement pour déterminer le déphasage final.

bras de ces interféromètres. Après la dernière impulsion  $\pi/2$ , seuls les états internes  $|a\rangle$  sont représentés. Une étude rapide de la population des différents bras de sortie permet de conclure que pour chaque zone, le système peut être modélisé par un système à deux chemins. Ces deux chemins sont représentés en couleur.



**FIG. 5.10** - Principaux bras de l'interféromètre pour les zones H (figure a) et B (figure b). Les bras dont nous tenons compte dans le calcul du déphasage sont représentés en couleur.

Par un calcul analogue à celui de la zone centrale, le déphasage final de chaque zone ( $\Delta\phi_H$  pour la zone H, et  $\Delta\phi_B$  pour la B) est obtenu :

$$\begin{aligned}\Delta\phi_H &= \Delta k.g.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2) \\ \Delta\phi_B &= \Delta k.g.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2) - 2\frac{\hbar.\Delta k}{m}(T + \tau)\end{aligned}\quad (5.24)$$

Les probabilités des différents bras étant relativement proches, nous supposons, pour simplifier les calculs, qu'ils ont tous la même amplitude de probabilité  $c_{ext} \approx \sqrt{0.0085}$ . Ainsi,

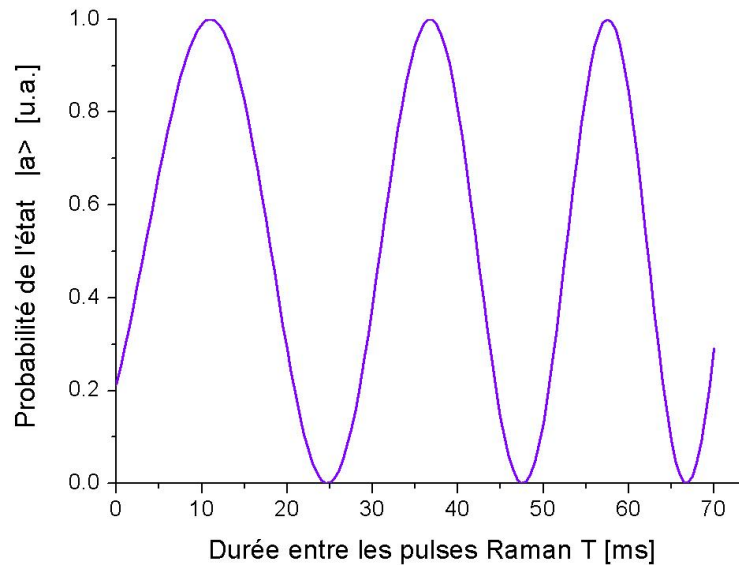
la probabilité de se trouver dans l'état interne  $|a\rangle$  en sortie d'interféromètre est, dans chaque zone :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_H^a &= 2c_{ext}^2 \left[ 1 + \cos(\Delta k.g.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2)) \right] \\ \mathcal{P}_B^a &= 2c_{ext}^2 \left[ 1 + \cos\left(\Delta k.g.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2) - 2\frac{\hbar.\Delta k}{m}(T + \tau)\right) \right]\end{aligned}\quad (5.25)$$

Nous avons vu que ces deux termes s'additionnent de façon incohérente. Ils donnent alors un terme de battement :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_H^a + \mathcal{P}_B^a &= 4c_{ext}^2 \left[ 1 + \cos(\Delta k.g.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2)) \cdot \cos\left(\frac{\hbar.\Delta k}{m}(T + \tau)\right) \right] \\ &\approx 4c_{ext}^2 \left[ 1 + \cos(1247.(T^2 + 3T.\tau + \tau^2)) \cdot \cos(9,49.10^{-8}.(T + \tau)) \right]\end{aligned}\quad (5.26)$$

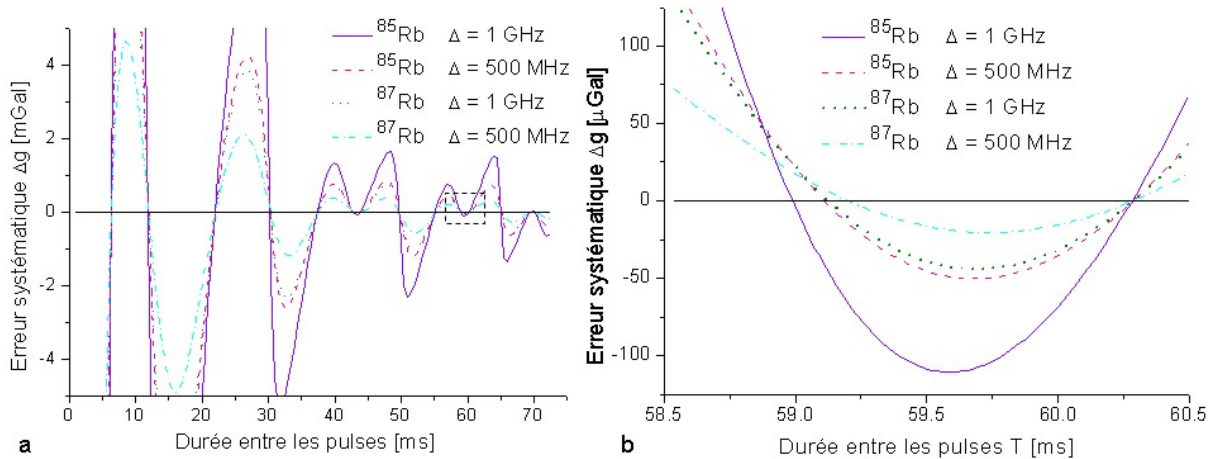
Ce terme est indépendant de la rampe de fréquence  $\alpha$  et ne changera donc pas la valeur de la mesure. Il oscille en revanche en fonction du temps de chute, ce qui risque de compliquer la détermination de la teinte plate. Toutefois, les oscillations à  $\frac{9,48.10^{-8}}{2\pi}$  Hz sont beaucoup trop lentes pour être observées. Quant au terme en  $\Delta k.g$ , il oscille bien plus lentement que le terme d'oscillation de l'interféromètre principal (d'un facteur  $k/\Delta k \approx 10^5$ ). Ainsi, la contribution de ces termes peut être vue comme une diminution du contraste de l'interféromètre central, mais n'affectera pas l'exactitude de la mesure. La figure 5.11 représente la probabilité  $\mathcal{P}_H^a + \mathcal{P}_B^a$  en fonction du temps entre deux impulsions Raman  $T$ . Trois valeurs permettent d'annuler cette probabilité, et ainsi de maximiser le contraste de l'interféromètre principal :  $T = 24,7$  ms,  $T = 47,6$  ms et  $T = 66,8$  ms.



**FIG. 5.11** - Probabilité de l'état interne en sortie des interféromètres périphériques H et B. Trois valeurs du temps de chute annulent la probabilité.

**Recherche des temps de chute  $T$  optimums** Nous considérons à présent la probabilité de l'état interne  $|a\rangle$  pour l'interféromètre central  $\mathcal{P}_C^a$ , donnée par l'équation (5.23), et nous cherchons à déterminer la valeur de la rampe  $\alpha$  ramenant l'interféromètre à la teinte plate. Cette valeur est alors comparée à la valeur théorique  $\alpha_0 = \frac{k \cdot g}{2\pi}$  afin d'estimer l'erreur systématique commise sur la mesure.

Le protocole permettant de trouver  $\alpha$  est le suivant : partant de  $\alpha = \alpha_0$ , le sommet d'intensité le plus proche en fonction de  $\alpha$  est trouvé. Ce point, s'il correspond à la teinte plate, ne doit pas dépendre de  $T$ . Toutefois en présence de parasite, on peut observer une légère fluctuation de ce dernier. C'est pourquoi la fluctuation de ce pic est comparée à celle des lobes adjacents en  $\alpha \pm \frac{1}{T^2}$ . Si la fluctuation des lobes adjacents est bien supérieure à celle du lobe central, alors  $\alpha$  correspond bien à la teinte plate. L'erreur systématique sur la mesure de pesanteur peut alors immédiatement être déduite de  $\alpha - \alpha_0$ . La figure 5.12 présente l'erreur systématique en fonction de la durée  $T$  entre les impulsions.



**FIG. 5.12** - Erreur systématique due à la présence de faisceaux Raman parasites. L'erreur a été calculée pour deux valeurs de désaccord laser  $\Delta$  et pour les deux isotopes.

L'erreur a été calculée pour les deux isotopes et différents désaccords  $\Delta$  : comme le montre l'hamiltonien (5.16), l'importance de la pulsation relative du faisceau parasite par rapport au faisceau principal dépend du rapport  $a = \frac{\Delta}{G+\Delta}$ . Pour minimiser l'impact des raies parasites, il est donc préférable de travailler avec  $^{87}\text{Rb}$  et à faible désaccord. Le tableau 5.3 recense les différentes configurations étudiées, et pour chacune d'elles, les valeurs des amplitudes de probabilité pour les bras principaux  $c$ , les bras parasites  $c_p$  et les bras périphériques  $c_{ext}$ <sup>10</sup>.

L'erreur sur la mesure peut être de plusieurs  $m\text{Gal}$ , comme le montre la figure 5.12.a.

<sup>10</sup>Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'amplitude des bras périphériques ne doit pas modifier la valeur de la teinte plate. Nous l'avons vérifié en comparant les valeurs de  $\alpha$  pour  $c_{ext} = 0$  et  $c_{ext} = \sqrt{0,9}$  : la différence sur l'erreur systématique est inférieure à  $10^{-3} \mu\text{Gal}$ .

Isotope	Désaccord $\Delta$	$a = \frac{\Delta}{G + \Delta}$	Probabilité des bras...		
			principaux ( $c^2$ )	parasites ( $c_p^2$ )	périphériques ( $c_{ext}^2$ )
$^{85}Rb$	1 GHz	0,248	20,9%	1,05%	0,850%
$^{85}Rb$	500 MHz	0,141	23,6%	0,375%	0,290%
$^{87}Rb$	1 GHz	0,128	23,9%	0,312%	0,245%
$^{87}Rb$	500 MHz	0,068	24,7%	0,0912%	0,0709%

**Tableau 5.3** - Amplitude de probabilité des différents bras de l'interféromètre en fonction du choix de l'isotope et du désaccord laser.

Toutefois, le choix d'une valeur judicieuse de  $T$  permet de minimiser cette erreur. La figure 5.12.b présente un agrandissement autour de  $T = 60 \text{ ms}$ . On constate alors qu'il existe certaines valeurs permettant d'annuler l'erreur, et ce indépendamment du choix de l'isotope et du désaccord ( $T \approx 60,285 \text{ ms}$ ). Cependant, travailler à faible désaccord avec  $^{87}Rb$  reste intéressant car cela minimise la sensibilité de l'interféromètre aux variations de  $T$ .

Notons que les valeurs annulant l'erreur sont bien différentes de celles prédites en début de chapitre (tableau 5.2). Cette différence vient du fait que, dans notre première description, nous avons considéré que le principal interféromètre parasite était réalisé *exclusivement* avec des faisceaux parasites. Or, l'analyse des amplitudes de probabilité des différents bras nous a montré que le principal interféromètre parasite provient de bras n'ayant interagi qu'une seule fois avec les faisceaux parasites. Le déphasage parasite ne s'écrit donc pas simplement  $k_p \cdot g \cdot T^2$ .

Le modèle néglige cependant de nombreux termes susceptibles de contribuer au déphasage global, et mélange une approche en ondes planes avec des paquets d'ondes gaussiens<sup>11</sup>.

**Conclusion** En définitive, nous avons développé un modèle ne prenant en compte que les bras principaux de l'interféromètre ainsi que les bras parasites les plus importants. Il a ainsi été possible de présenter une solution analytique du signal en sortie d'interféromètre. La partie centrale de l'interféromètre présente des bras parasites s'additionnant de façon cohérente avec les bras principaux. Ces bras parasites provoquent une modification de la valeur de la rampe  $\alpha$  donnant la teinte plate. Toutefois, il existe certaines valeurs du temps de chute  $T$  permettant d'annuler cette modification de  $\alpha$ . Certaines de ces valeurs sont indépendantes du désaccord et du choix de l'isotope.

<sup>11</sup>Nous avons dans un premier temps considéré les états  $|p\rangle$  comme des ondes planes vérifiant  $\langle p'|p\rangle = \delta_{pp'}$  pour calculer la matrice d'évolution. En revanche, après avoir calculé les probabilités des différents chemins, nous avons considéré que  $\langle p|p \pm \hbar \cdot \Delta k\rangle \approx 1$ . Notre modèle ne peut donc pas espérer rendre compte fidèlement du contraste. Il peut néanmoins décrire qualitativement le mélange des phases associées aux différents bras.

Les bras périphériques de l'interféromètre n'affectent pas la valeur de la teinte plate, mais provoquent une modification du contraste des franges. Afin d'optimiser le contraste, il est préférable de travailler à faible désaccord laser avec le  $^{87}\text{Rb}$ .

Néanmoins, le modèle présente certains problèmes importants. Le principal concerne la dépendance de l'interféromètre au temps de détection  $\tau$ , qui semble ne pas avoir de réalité physique : en effet, en sortie d'interféromètre, la population de l'état interne  $|a\rangle$  ne doit plus évoluer avec le temps. Les termes dépendant de  $\tau$  proviennent d'un phénomène de battement entre des états de même état interne, et dont l'impulsion varie de  $\hbar\Delta k$ . Toutefois, dans notre situation expérimentale, la largeur en impulsion est très supérieure à  $\hbar\Delta k$ , et le battement en  $\Delta k$  doit donc se moyenner sur l'ensemble du nuage. L'approche en ondes planes est donc très éloignée de notre situation expérimentale. Les résultats prédits par le modèle ne peuvent donc être considérés que comme qualitatifs, une approche plus rigoureuse étant nécessaire pour obtenir des résultats quantitatifs.

### 5.3 Réalisation de la chaîne hyperfréquence

Pour que l'interféromètre soit sensible à la pesanteur, nous avons vu que la configuration contra-propageante des faisceaux doit être adoptée. La résonance des faisceaux est alors affectée par l'effet Doppler. Ainsi, lors de la chute libre, il est impératif de rester accordé sur la transition hyperfine de l'état fondamental en compensant l'effet Doppler.

Si on note  $\nu_I$  et  $\nu_{II}$ , les fréquences des ondes lasers, alors la différence de fréquence  $\Delta\nu = \nu_{II} - \nu_I$  se transformera durant la chute libre en :

$$\begin{aligned}\Delta\nu'(t) &= \Delta\nu - \frac{v(t)}{c} \cdot (\nu_1 + \nu_2) \\ &\equiv \Delta\nu - \alpha \cdot t\end{aligned}\tag{5.27}$$

La fréquence de modulation devra donc être modifiée entre les différentes impulsions lumineuses à une vitesse de  $\alpha \approx 25,1 \text{ MHz} \cdot \text{s}^{-1}$ . De plus, la modulation doit être variée de façon continue afin de ne pas rajouter un terme de phase qui viendrait perturber la mesure de pesanteur.

Pour réaliser une telle source laser, nous nous inspirons du circuit réalisé par A. Peters [3]. L'idée générale du système consiste à ajouter le signal d'un générateur de fréquence fixe autour de  $f_{Gen} = 3 \text{ GHz}$  à celui d'un synthétiseur de fréquence  $f_{Synth}$  continûment variable. Pour cela, nous utilisons le dispositif représenté sur la figure 5.13.

Le signal de sortie du circuit provient d'un oscillateur à résonateur diélectrique (*Dielectric Resonator Oscillator* en anglais, DRO). Il s'agit d'un oscillateur contrôlable par une tension  $0 - 15 \text{ V}$  et émettant entre  $3020$  et  $3070 \text{ MHz}$ . Si le composant est asservi en phase sur la somme des fréquences  $f_{Gen} + f_{Synth}$ , il bénéficiera des propriétés de faible bruit des

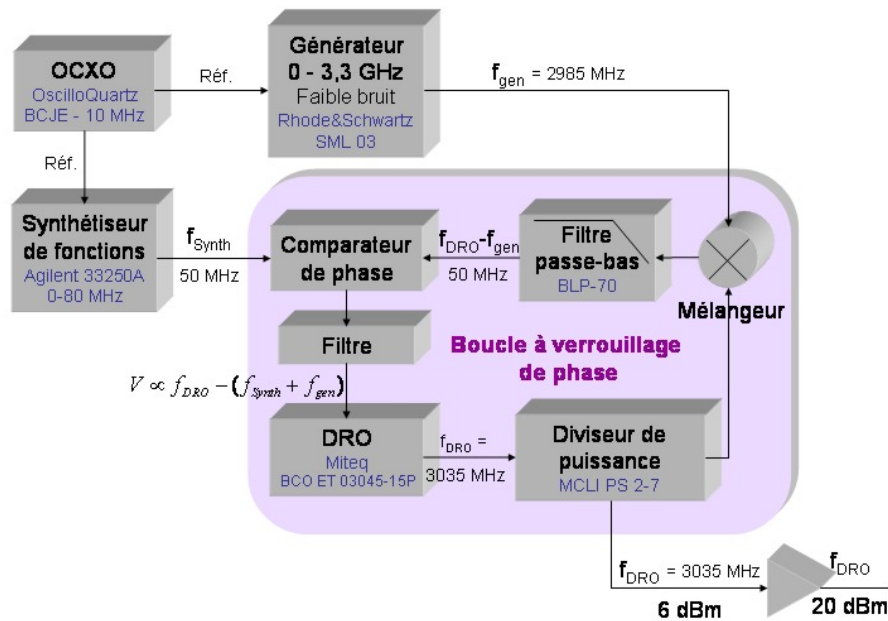


FIG. 5.13 - Chaîne hyperfréquence permettant de balayer continûment la fréquence.

deux sources sur la bande-passante de l'asservissement, et pourra être varié continûment en fréquence à l'aide du générateur de fonctions.

Un oscillateur à Quartz ultra-stable à  $10\text{ MHz}$ , contrôlé en température (*Oven Controlled Quartz Oscillator* en anglais, OCXO) sert de fréquence d'horloge de référence. Il injecte simultanément le générateur à  $3\text{ GHz}$  et le synthétiseur de fonction. Pour réaliser l'asservissement en phase du DRO, ce dernier est tout d'abord mélangé au générateur à  $3\text{ GHz}$ , puis filtré pour ne laisser passer que le signal de fréquence  $\Delta f = f_{DRO} - f_{Gen}$ . Nous utilisons alors un comparateur de phase afin de produire une tension proportionnelle à la différence de phase entre le synthétiseur de fonction et le signal en sortie du filtre passe-bas. La tension en sortie du comparateur sert à piloter le DRO qui reproduit alors la phase souhaitée.

La mise au point du comparateur de phase est relativement délicate, dans la mesure où il détermine la fidélité avec laquelle les qualités des sources radiofréquence et hyperfréquence utilisées sont reproduites au niveau du DRO. Il fait donc l'objet de l'étude du paragraphe suivant.

### 5.3.1 Nécessité d'une boucle à verrouillage de phase de type 2

La chaîne hyperfréquence du schéma 5.13 est en fait une boucle à verrouillage de phase hétérodyne [203], qui permet de décaler la fréquence d'entrée à l'aide d'une fréquence de référence. Dans notre cas, le DRO est verrouillé en phase sur le synthétiseur de fonction,



décalé de la fréquence du générateur à 3 GHz. Il a été montré qu'un tel montage peut être ramené à un schéma équivalent plus simple [204], dans lequel la boucle à verrouillage de phase ne contient que le comparateur de phase, un filtre passe-bas et le DRO.

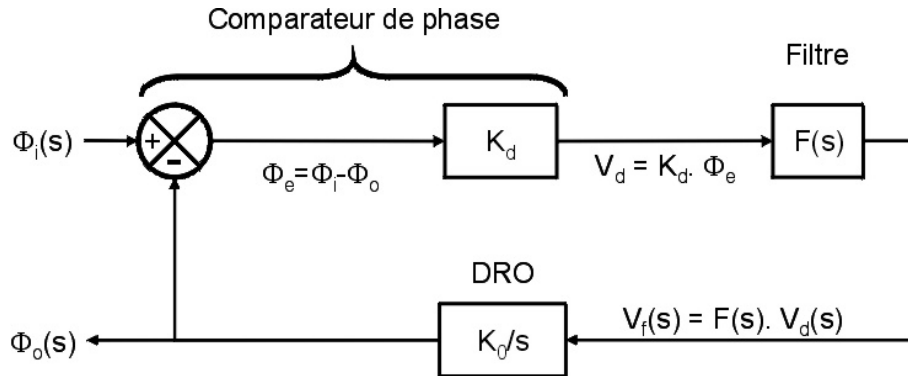


FIG. 5.14 - Schéma bloc de la boucle à verrouillage de phase équivalente

Nous pouvons alors étudier le système à rétroaction de façon conventionnelle à l'aide de la transformée de Laplace<sup>12</sup>. La figure 5.14 représente le schéma bloc avec les conventions que nous adopterons : le comparateur de phase renvoie une tension  $V_d$  proportionnelle à la différence de phase entre l'entrée de la boucle  $\phi_i(t)$  et la sortie du DRO  $\phi_o(t)$ . On note également l'erreur de phase  $\phi_e(t) = \phi_o(t) - \phi_i(t)$ . Le signal passe ensuite au travers d'un filtre de fonction de transfert  $F(s)$  que nous allons concevoir. En sortie de filtre, la tension obtenue  $V_f(t)$  contrôle la fréquence de sortie. Ainsi, on peut considérer que la phase de sortie s'écrit  $\phi_o(t) = \int K_0 dt$ . Les notations figurant sur le schéma correspondent à la transformée de Laplace des grandeurs précédemment évoquées.

La fonction de transfert du système en boucle ouverte est :  $G(s) = \frac{K_0 \cdot K_d \cdot F(s)}{s}$ .

Celle en boucle fermée est :  $H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_0 \cdot K_d \cdot F(s)}{K_0 \cdot K_d \cdot F(s) + s}$ .

Enfin, si on s'intéresse à l'erreur de phase  $\Phi_e(s)$ , sa fonction de transfert en boucle fermée est :  $H_2(s) \equiv 1 - H(s) = \frac{1}{1 + G(s)} = \frac{s}{K_0 \cdot K_d \cdot F(s) + s}$ .

Il est alors intéressant d'étudier la réponse de l'erreur de phase à une rampe de fréquence. En considérant qu'une rampe de fréquence est l'intégrale double d'un saut de phase  $\Delta\Phi \cdot \theta(t)$  où  $\theta(t)$  est la fonction de Heaviside, la phase d'entrée s'écrit alors  $\Phi_i(s) = \frac{\Delta\Phi}{s^3}$ . L'erreur de phase s'écrit finalement :

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{1 + G(s)} \cdot \frac{\Delta\Phi}{s^3} \quad (5.28)$$

Une interprétation physique de cette formule peut être donnée à l'aide du théorème de

<sup>12</sup>Des informations complémentaires sur la transformée de Laplace figurent dans l'annexe A.2.

la valeur finale [205] :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \Phi_e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)} \cdot \frac{\Delta\Phi}{s^2} \quad (5.29)$$

Ainsi, si la fonction de transfert en boucle ouverte  $G$  possède deux pôles<sup>13</sup> en 0, alors l'erreur de phase tend, en régime stationnaire, vers une valeur constante. La phase est alors bien verrouillée. En revanche, si  $G$  ne possède qu'un pôle en 0, alors  $\Phi_e$  se comporte en  $1/s$  au voisinage de 0, ce qui revient à dire qu'en régime stationnaire, la phase dérive de façon linéaire : il existe alors une différence de fréquence entre le DRO et la source de fréquence que l'asservissement n'arrive pas à compenser.

Le nombre de pôles en 0 de la fonction de transfert en boucle ouverte  $G$  définit le *type* d'asservissement [206]. Il correspond en fait au nombre d'intégrateurs dans le circuit. En l'absence de filtre, le DRO joue toujours le rôle d'intégrateur, donc la boucle est au minimum de type 1. Si le filtre  $F$  est également composé d'un montage intégrateur, l'asservissement est alors de type 2. Dans notre cas, un système de type 2 semble impératif.

Une autre grandeur caractérisant l'asservissement est l'ordre : il s'agit de l'ordre du dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée  $H$ .

En résumé, pour pouvoir rester accordé en phase face à une rampe de fréquence, le filtre  $F$  doit comporter un circuit intégrateur. Nous présentons dans la suite les autres critères dimensionnants.

### 5.3.2 Conception du filtre

Une autre fonction indispensable du filtre est de couper les hautes fréquences. En effet, le comparateur de phase est un multiplicateur de signal. Nous aurons donc en sortie un signal de différence qui doit rester constant une fois l'asservissement verrouillé, et un signal oscillant à la somme des deux fréquences. Ce signal doit impérativement être filtré, afin de limiter la génération de bandes latérales au niveau du DRO.

Nous étudions à présent cette fonction, avant de présenter le filtre complet.

**Filtre passe-bas** La fréquence de coupure d'un tel filtre ne peut pas être arbitrairement basse, et ce pour deux raisons. Tout d'abord, lorsque le système n'est pas encore asservi, le DRO n'oscille pas à la même fréquence que la référence. Le signal en sortie du comparateur oscille alors à la différence des deux fréquences. Si ce signal est filtré de façon trop importante, le gain de la boucle ne sera pas suffisant pour ramener le DRO à la fréquence de référence, et l'asservissement ne sera pas réalisé. On définit ainsi une plage, dite *plage de capture* : elle

<sup>13</sup>Rappelons que les pôles d'un polynôme fractionnaire sont les racines de son dénominateur.

correspond à la différence maximale de fréquence qui permet de verrouiller l'asservissement. Cette plage de capture est donc étroitement liée à la bande passante du filtre  $F$ .

Ensuite, une fois le système asservi en phase, la bande passante du filtre va donner la plage de fréquence sur laquelle le faible bruit de phase de la référence est reporté le DRO. Au-delà de cette fréquence, le DRO oscille librement et retrouve ses propriétés intrinsèques. La fréquence de coupure est donc observable sur la densité spectrale de bruit de phase, et se traduit par une remontée du bruit à la coupure, ou par une baisse si le bruit de phase du DRO est plus faible<sup>14</sup>.

Intérêt d'une fréquence de coupure...	
haute	basse
Augmente la plage de capture	Coupe mieux la somme de fréquence à $\omega_i + \omega_o$
Augmente la zone de faible bruit de phase <sup>a</sup>	Limite le bruit sur la tension de contrôle du DRO

---

<sup>a</sup>Cet argument est valable tant que le bruit de phase de la chaîne radiofréquence est plus faible que celui du DRO.

**Tableau 5.4** - Considérations sur le choix de la fréquence de coupure.

En définitive, les arguments à prendre en compte pour déterminer la fréquence de coupure du filtre sont résumés dans le tableau 5.4. Dans notre cas, la plage de capture n'est pas un paramètre véritablement pertinent, dans la mesure où nous ne comptons pas sortir de la plage de poursuite<sup>15</sup> durant l'expérience. En revanche, nous souhaitons avoir le bruit de phase le plus faible possible sur une plage de fréquence conditionnée par la durée des impulsions Raman. En supposant que les impulsions dureront  $\approx 10 \mu s$ , il faut donc que la bande passante du filtre soit  $\geq 100 kHz$ .

Nous avons testé la réponse du DRO à un signal d'entrée : pour cela, une tension modulée de  $20 mV_{c-c}$  à été envoyée. La figure 5.15 représente la puissance de la bande latérale ainsi générée en fonction de la fréquence de modulation. On observe une décroissance de  $-40 dB/décade$ . Ainsi, à l'aide d'une résistance adaptée, le filtre passe-bas pourra être réalisé en utilisant l'impédance d'entrée du DRO dont le comportement est analogue à celui d'une capacité, mesurée à  $50 nF$ . Pour obtenir la bande passante souhaitée, la résistance devrait alors être d'environ  $30 \Omega$ .

---

<sup>14</sup>Dans ce cas, il peut être intéressant de diminuer la fréquence de coupure, afin de profiter sur une plus large plage de fréquence des performances du DRO.

<sup>15</sup>La plage de poursuite correspond à la plage de fréquence sur laquelle le DRO reste asservi en phase sur la référence. Elle est toujours plus importante que la plage de capture.

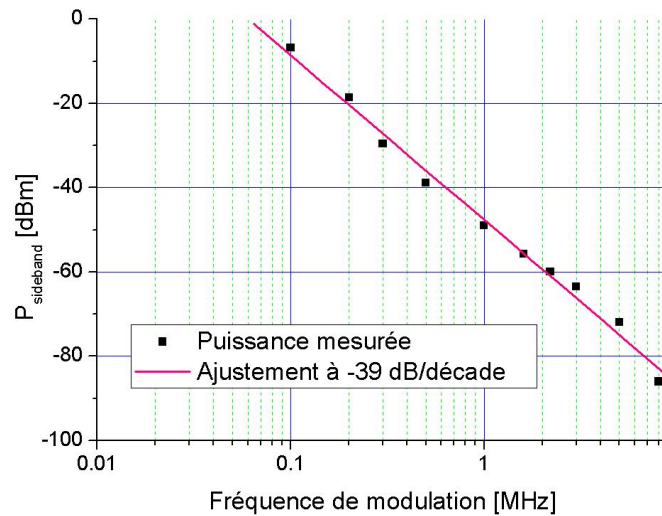


FIG. 5.15 - Puissance d'une bande latérale du DRO modulé en entrée.

**Intégrateur** La réalisation d'un circuit intégrateur nécessite l'utilisation d'un composant actif. Cependant ces derniers sont susceptibles de rajouter du bruit de phase [206]. Pour limiter le nombre de composants actifs, nous allons utiliser le comparateur de phase pour réaliser cette fonction.

La puce que nous utilisons est le AD-835 fabriqué par Analog Devices [207]. Il s'agit d'un multiplicateur à 4 quadrants de 250 MHz de bande passante, réalisant une fonction produit, ainsi qu'une fonction somme. Comme le montre le schéma 5.16.b, les cinq entrées  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$  et  $Z$  se combinent pour donner en sortie  $W$  :

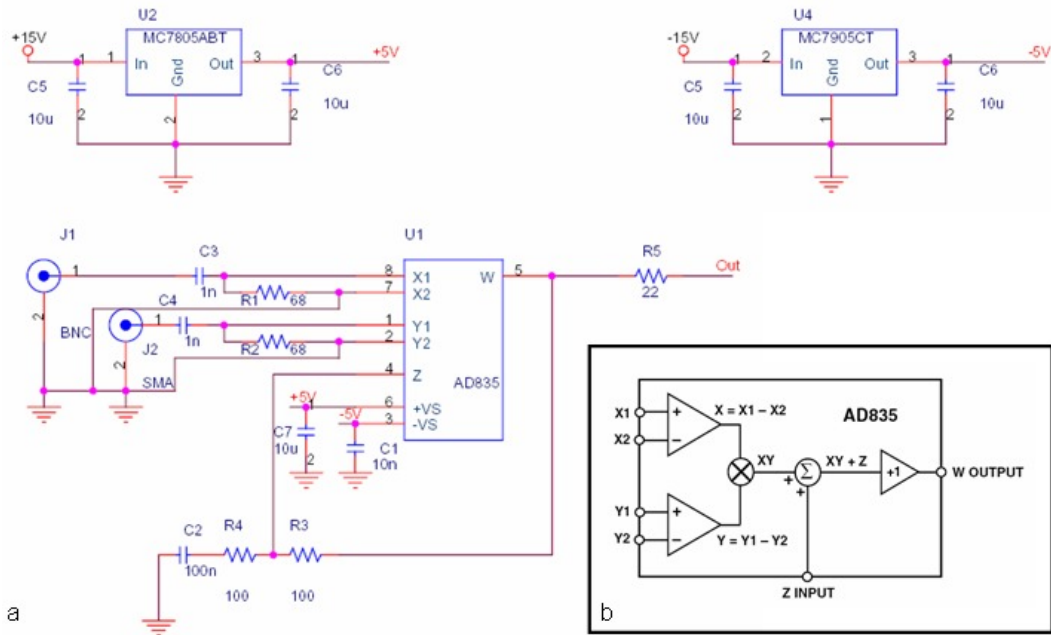
$$W = \frac{(X_2 - X_1) \cdot (Y_2 - Y_1)}{U} + Z \quad (5.30)$$

où  $U$  représente le gain du circuit et vaut 1 V. En réalisant une boucle de rétroaction sur l'entrée  $Z$ , il est alors possible de réaliser la fonction intégrateur sans ajouter de composants actifs. Le montage proposé est présenté sur le schéma 5.16.a. Sa fonction de transfert est, en utilisant les notations de la figure :

$$F_2(s) = 1 + \underbrace{\frac{R_4}{R_3}}_{\text{Gain}} + \underbrace{\frac{1}{s \cdot C_2 \cdot R_3}}_{\text{Intégrateur}} \quad (5.31)$$

Il est ainsi possible d'ajuster le temps caractéristique de l'intégrateur, et éventuellement d'ajouter du gain à la boucle.

Nous connaissons à présent toutes les fonctions de transfert de la boucle à verrouillage de phase. On peut ainsi en déduire l'expression de l'erreur de phase  $\phi_e(t)$  en régime transitoire, en calculant la transformée de Laplace inverse de l'expression (5.29). En utilisant les valeurs de la figure 5.16.a pour les composants électroniques du filtre  $F_2$ , un gain  $K_d = 1$  pour le



**FIG. 5.16** - a - Circuit comprenant le comparateur de phase et le filtre de la boucle à verrouillage de phase hétérodyne. Les composants  $U2$  et  $U4$  sont des régulateurs de tension. b - Schéma fonctionnel du comparateur de phase AD835.

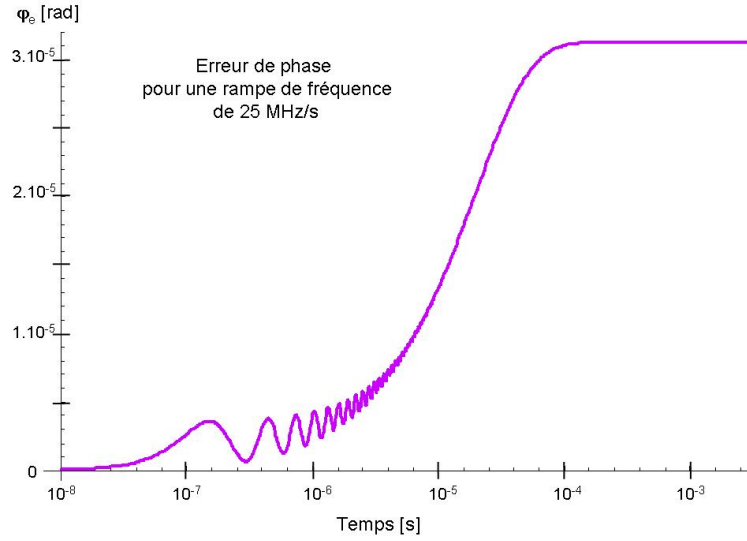
comparateur de phase<sup>16</sup>, un gain du DRO mesuré à  $K_0 = 2\pi \cdot 4 \text{ MHz} \cdot \text{V}^{-1}$ , et un paramètre  $\Delta\Phi = \pi \cdot 25 \cdot 10^6 \text{ rad}$  correspondant à la rampe de fréquence de  $25 \text{ MHz} \cdot \text{s}^{-1}$ , on calcule la réponse temporelle reportée sur la figure 5.17. Au bout de  $100 \mu\text{s}$  la différence de phase est bien stabilisée. On vérifie également qu'en supprimant l'étage intégrateur, le signal d'erreur dérive de façon linéaire, ce qui correspond à un décalage de fréquence constant entre le DRO et la référence.

### 5.3.3 Estimation des performances de la chaîne hyperfréquence

L'architecture de la chaîne hyperfréquence étant fixée, il est à présent possible d'estimer le bruit qu'elle est susceptible d'introduire sur la mesure de pesanteur. Trois types d'erreurs peuvent être engendrés : du bruit blanc de phase sur la durée des impulsions Raman, des fluctuations de phase entre impulsions Raman, et enfin une dérive long terme de la fréquence.

**Stabilité de l'oscillateur à Quartz** La dérive du cristal peut provoquer un bruit sur la mesure : en effet, le déphasage en sortie de l'interféromètre est donné par  $\Delta\Phi(t) = k_{eff} \cdot g \cdot T^2 + \Phi(t) - 2\Phi(t + T) + \Phi(t + 2T)$ . Les fluctuations lentes de la phase peuvent être reliées à

<sup>16</sup>Valeur fournie dans la notice [207].



**FIG. 5.17** - Erreur de phase en réponse à une rampe de fréquence de 25 MHz du circuit de la figure 5.16.a.

l'expression de la variance d'Allan  $\sigma_y(T)$  pour des échantillons séparés de  $T$  [208] :

$$\sigma_y^2(T) = \frac{1}{2T^2} \cdot \langle [x(t+2T) - 2x(t+T) + x(t)]^2 \rangle \quad (5.32)$$

Le terme entre  $\langle \rangle$  représente la moyenne, et  $x(t) = \frac{\Phi(t)}{2\pi G}$  est l'écart de phase instantané. Le bruit sur la mesure de pesanteur est alors :

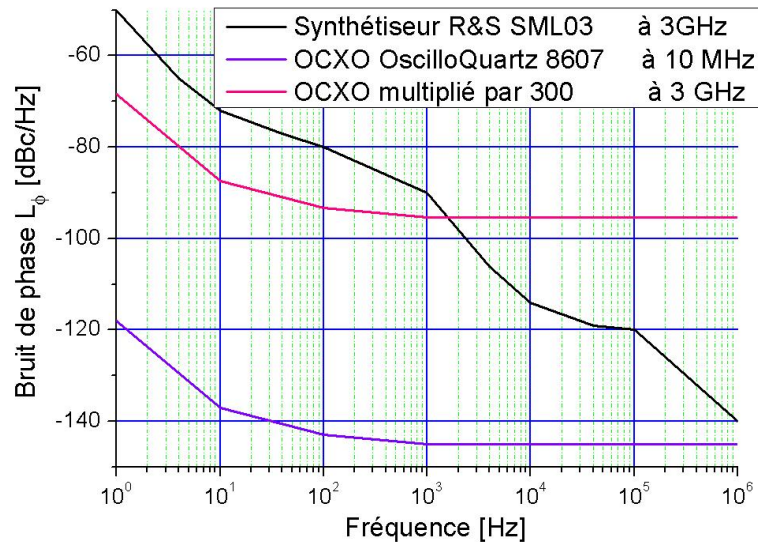
$$\sigma_g = \frac{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot G \cdot \sigma_y(T)}{k_{eff} \cdot T} \approx 1,67 \cdot 10^3 \frac{\sigma_y(T)}{T} \quad (5.33)$$

Le Quartz 10 MHz OCXO BVA de chez Oscilloquartz que nous utiliserons pour l'expérience a une spécification  $\sigma_y(0,1 s) = 3 \cdot 10^{-13}$ . Cela correspond à  $\sigma_g \approx 0,5 \mu Gal$ .

**Dérive long terme** Ce Quartz risque également de provoquer une dérive à long terme de la mesure. Une telle dérive se traduit par une dérive de la rampe de balayage donc une dérive directe de la mesure de pesanteur. Sur un mois, la déviation maximale mesurée par le constructeur est de  $6 \cdot 10^{-11}$ . Ainsi sur 3 ans, la dérive maximale attendue est de  $2,5 \mu Gal$ . Cette dérive pourra éventuellement être mesurée en réalisant une séquence d'horloge  $\pi/2 - \pi/2$  à l'aide de la fontaine atomique, ou en synchronisant régulièrement le Quartz sur un signal GPS.

**Bruit de phase** La dernière source d'erreur de la chaîne hyperfréquence provient du bruit de phase pendant la durée des impulsions Raman. Pour chaque impulsion, le bruit de phase

correspondra à l'intégrale de la densité spectrale de bruit  $S_{\phi}(f)$  pour des fréquences comprises entre  $1/T$  et  $1/\tau$ ,  $\tau$  étant la durée d'une impulsion. Les fréquences plus basses que  $1/T$  ont en fait déjà été prises en compte précédemment. Dans le circuit hyperfréquence, le bruit de phase en sortie correspond au bruit de phase du synthétiseur sur la bande passante de la boucle à verrouillage de phase (voir paragraphe 5.3.4).



**FIG. 5.18** - Bruit de phase d'un synthétiseur Rohde&Schwarz à 3 GHz et d'un oscillateur à Quartz multiplié par 300. Données constructeurs [209, 210].

Les spécifications du bruit de phase du synthétiseur et du Quartz sont reportées sur la figure 5.18 [209]. Pour comparer leurs performances, le spectre de l'oscillateur à Quartz est multiplié par  $20 \cdot \log(300) \text{ dB}$ . Par ailleurs, lorsque le synthétiseur est calé sur une référence extérieure, sa bande d'asservissement est de 1 kHz. Ainsi, l'injection de l'OCXO dans le synthétiseur permet de bénéficier du faible bruit de phase du Quartz jusqu'à 1 kHz, puis de celui du synthétiseur au-delà. Le tableau 5.5 recense les contributions au bruit de phase des différentes décades. Les chiffres en gras correspondent aux valeurs attendues en synchronisant le synthétiseur sur le Quartz.

Pour obtenir le bruit associé à une impulsion lumineuse, ces contributions sont sommées quadratiquement jusqu'à la fréquence  $1/\tau$ . Plus les impulsions sont courtes, plus le spectre est intégré sur une plage importante, ce qui augmente le bruit de phase. Enfin pour obtenir le bruit de phase en sortie de l'interféromètre, le bruit des impulsions est considéré comme décorréolé, les termes sont sommés quadratiquement. Les résultats obtenus sont dans le tableau 5.6. La qualité du synthétiseur doit permettre de réaliser des impulsions lumineuses de durée allant de 1 à 100  $\mu\text{s}$  sans sensiblement modifier le bruit sur la mesure de pesanteur.

Décade [Hz]	Bruit de phase $\sigma_\Phi$ [mrad]	
	Rohde&Schwarz	Quartz $\times 300$
$10^0 - 10^1$	4,4	<b>0,52</b>
$10^1 - 10^2$	0,67	<b>0,28</b>
$10^2 - 10^3$	1,16	<b>0,59</b>
$10^3 - 10^4$	<b>1,41</b>	1,6
$10^4 - 10^5$	<b>0,40</b>	5,1
$10^5 - 10^6$	<b>0,45</b>	16,2

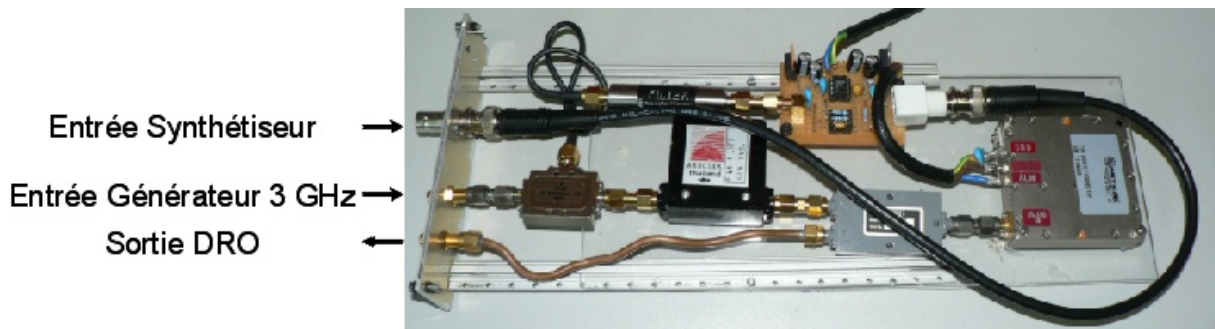
**Tableau 5.5** - Contribution de chaque décade au bruit de phase.

$\tau$	$1 \mu s$	$10 \mu s$	$100 \mu s$
$\sigma_\Phi$ [mrad]	1,66	1,60	1,58
$\sigma_g$ [ $\mu Gal$ ]	1,0	1,0	1,0

**Tableau 5.6** - Bruit de phase et sur la mesure pour un temps  $T = 100 ms$  et des impulsions Raman de durée  $\tau$ .

### 5.3.4 Réalisation et test du circuit

Le comparateur de phase et le filtre ont été installés sur une carte à souder. L'ensemble de la chaîne radio-fréquence, à l'exception des deux sources a été installé sur une carte, de façon à être inséré dans un rack d'électronique, et alimenté en  $+15/-15 V$  en face arrière. La photo 5.19 montre le dispositif.



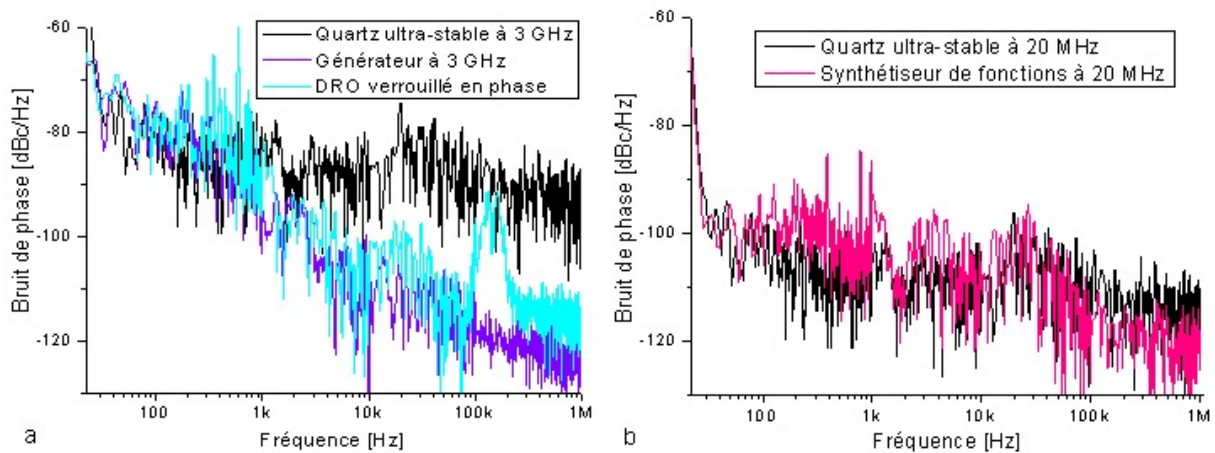
**FIG. 5.19** - Photo de la chaîne hyperfréquence pour les faisceaux Raman

Des mesures de bruit de phase ont tout d'abord été réalisées en mode statique, c'est-à-dire sans faire varier la fréquence du synthétiseur de fonctions. En envoyant le signal en sortie de DRO dans un analyseur de spectre, on peut montrer que le signal mesuré est proportionnel à la densité spectrale de bruit de phase, le spectre étant décalé de la fréquence de l'onde porteuse (voir annexe A.5). Les spectres ont été réalisés à l'aide d'un analyseur de spectre Rohde & Schwartz *FSP - 7 GHz*, de résolution maximale  $10 Hz$ . La figure 5.20 présente



des mesures de bruit de phase de la chaîne radio-fréquence. A titre de comparaison, les deux sources ont également été mesurées dans les mêmes conditions, ainsi que l'oscillateur à Quartz ultra-stable qui sert de référence.

On constate tout d'abord que le spectre du cristal est reproduit sur le synthétiseur radiofréquence jusqu'à des fréquences inférieures à  $100\text{ Hz}$ , tandis qu'il est reproduit jusqu'à  $1\text{ kHz}$  sur la source hyperfréquence. De plus, jusqu'à la fréquence de coupure du filtre de la boucle ( $\approx 150\text{ kHz}$ ), le DRO reproduit fidèlement les propriétés de bruit de phase de la source hyperfréquence. Au niveau de la fréquence de coupure du filtre, un large pic apparaît, correspondant au passage progressif du bruit du générateur au bruit intrinsèque de l'oscillateur diélectrique. Nous avons vérifié qu'en modifiant la fréquence de coupure du filtre, la position de ce pic change.



**FIG. 5.20** - Bruit de phase de la chaîne hyperfréquence réalisée, pour les composants fonctionnant autour de  $3\text{ GHz}$  (a) et autour de  $20\text{ MHz}$  (b).

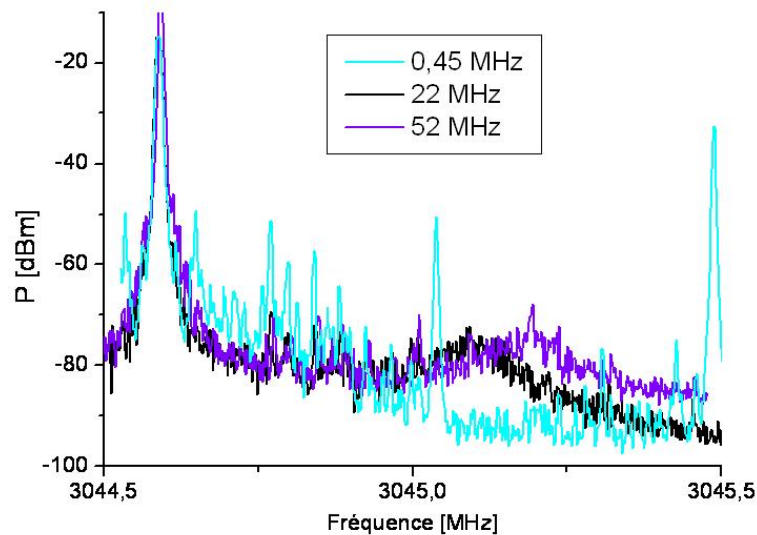
Le bruit de phase venant perturber la mesure de pesanteur peut être déduit en intégrant entre  $1/T$  et  $1/\tau$ , où  $T$  et  $\tau$  sont respectivement l'intervalle entre deux impulsions, et la durée d'une impulsion. Le tableau 5.7 donne les contributions des différentes décades. Les contributions à basse fréquence ne sont prises en compte qu'à partir de  $22\text{ Hz}$ , car les valeurs inférieures sont biaisées par la mesure. A haute fréquence, les valeurs sont prises en compte jusqu'à  $1\text{ MHz}$  tandis que le filtre a été conçu pour une bande passante de  $150\text{ kHz}$ .

Le bruit de phase de la chaîne radio-fréquence intégré jusqu'à  $1\text{ MHz}$  est de  $9,0\text{ mrad}$ , ce qui correspond à un bruit sur la mesure de  $5,6\ \mu\text{Gal}$  pour  $T = 100\text{ ms}$ . Les deux principales sources de bruit correspondent à un pic dans la bande  $100 - 1000\text{ Hz}$ , ainsi que le bruit dans la zone  $100 - 1000\text{ kHz}$ . La première source devrait être réduite en réalisant un montage plus "propre" sur circuit imprimé. La deuxième source ne sera pas un problème pour des impulsions Raman suffisamment longues. Si la durée des impulsions Raman doit être raccourcie, la bande passante de l'asservissement sera ajustée en conséquence.

	$\Delta\Phi^2$ [en $rad^2$ ]	$\Delta\Phi$ [en $rad$ ]
$22 - 10^2 Hz$	$3,24.10^{-6}$	$1,8.10^{-3}$
$10^2 - 10^3 Hz$	$4,61.10^{-5}$	$6,79.10^{-3}$
$10^3 - 10^4 Hz$	$1,49.10^6$	$1,22.10^{-3}$
$10^4 - 10^5 Hz$	$2,60.10^{-6}$	$1,6.10^{-3}$
$10^5 - 10^6 Hz$	$2,75.10^{-5}$	$5,24.10^{-3}$
Total	$80,8.10^{-6}$	$8,99.10^{-3}$

**Tableau 5.7** - Contribution des différentes décades au bruit de phase.

Nous avons également constaté une différence des spectres des sources radio- et hyperfréquences en fonction de la fréquence émise. Nous avons donc cherché un régime où le bruit de phase était minimum. La figure 5.21 montre le spectre en sortie du DRO pour différentes fréquences de fonctionnement du synthétiseur. La fréquence du générateur à 3 GHz a été modifiée de façon à rester toujours à proximité de la transition hyperfine du  $^{85}Rb$ . On constate que pour les fréquences les plus basses, le bruit est plus important. Dans le cas à 450 kHz, les raies parasites issues du comparateur de phase n'ont même pas été efficacement filtrées. Il est préférable de travailler à des fréquences supérieures à 20 MHz.



**FIG. 5.21** - Spectre de puissance du DRO verrouillé en phase en fonction de la fréquence de fonctionnement du synthétiseur.

Le comportement dynamique du circuit doit également être testé : pour que la mesure de la pesanteur soit exacte, il est important que le DRO suive parfaitement la rampe de fréquence. Pour le vérifier, la sortie de la chaîne radio-fréquence est mélangée une nouvelle fois avec le synthétiseur de fonctions. Ce dernier est modulé en fréquence sur une plage de

2 *MHz* avec une période de 100 *ms*. Si l'asservissement fonctionne correctement, le signal en sortie du mélangeur doit osciller exactement à la fréquence du générateur à 3 *GHz*, et cette fréquence ne doit absolument pas varier dans le temps. C'est bien ce que nous observons à l'analyseur de spectre. Malheureusement, la résolution de l'appareil nous limite à une mesure du pic de battement de 10 *Hz* de large. Nous pouvons donc juste affirmer que la déviation est inférieure à 10 *Hz*.

## 5.4 Premiers tests sur les atomes froids

Pour réaliser le doublage de fréquence des faisceaux Raman, nous ne disposons à l'heure actuelle que d'un cristal massif ayant un rendement de  $\approx 1\%.W^{-1}$ . Comme il se peut que la puissance générée limite le nombre d'oscillations observées, nous allons déterminer l'expression exacte de la pulsation de Rabi effective, afin de déterminer le diamètre maximal autorisé pour les faisceaux Raman. Notons que cette solution n'est que temporaire et que le cristal massif sera bientôt remplacé par un cristal en guide d'onde de 30 *mm*.

### 5.4.1 Calcul de la pulsation de Rabi effective

Dans le cas d'un système à trois niveaux (voir figure 5.1.a), la pulsation de Rabi effective peut s'écrire  $\Omega = \frac{\Omega_I \cdot \Omega_{II}^*}{2 \cdot \Delta}$ , où  $\Omega_I$  et  $\Omega_{II}$  sont les pulsations de Rabi associées aux faisceaux *I* et *II*. Dans le cas d'un atome alcalin, il faut tenir compte de la structure hyperfine de l'état excité. Comme les règles de sélection ne permettent de passer que par les états  $F' = 2$  et  $F' = 3$  dans le cas du  $^{85}Rb$ , la pulsation de Rabi effective s'écrit alors [72] :

$$\Omega = \sum_{F'=2}^3 \frac{\Omega_{I,F'} \cdot \Omega_{II,F'}^*}{2(\Delta + \Delta_{F'})} \quad (5.34)$$

où  $\Omega_{I,F'}$  correspond à la pulsation de Rabi du laser *I* associée à la transition jusqu'à l'état excité  $|F' \rangle$ . Il reste à présent à exprimer  $\Omega_{I,F'}$  et  $\Omega_{II,F'}$  en fonction de l'intensité des faisceaux *I* et *II*.

Pour cela, il nous faut d'abord déterminer l'élément de matrice dipolaire  $\hat{d}$  associé à la transition  $D_2$ . Ce dernier peut être déduit de la durée de vie du niveau excité grâce à la relation [191] :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0^3}{3\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \hbar \cdot c^3} \cdot \frac{2J+1}{2J'+1} \cdot \left| \langle J || \hat{d} || J' \rangle \right|^2 \quad (5.35)$$

Il est alors possible de remonter à l'élément de matrice réduit de structure hyperfine à l'aide du coefficient de force de raie :

$$\left| \langle F || \hat{d} || F' \rangle \right| = \sqrt{S_{FF'}} \cdot \left| \langle J || \hat{d} || J' \rangle \right| \quad (5.36)$$

puis d'en déduire l'élément de matrice dipolaire entre les sous-niveaux Zeeman concernés à l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan :

$$\left| \langle F \ m_F = 0 | \hat{d} \cdot \vec{\epsilon} | F' \ m_{F'} \rangle \right| = \left| \langle F || \hat{d} || F' \rangle \right| \cdot \sqrt{2F+1} \cdot \left| \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ m_{F'} & q & -m_F \end{pmatrix} \right| \quad (5.37)$$

où  $\vec{\epsilon}$  est le vecteur polarisation de la lumière. En réalisant cette série de calculs pour le  $^{85}\text{Rb}$  et en comptant le désaccord à partir du niveau  $F' = 2$ , on obtient une expression de la fréquence de Rabi :

$$f_{Rabi} = \frac{\Omega}{2\pi} \approx 1,267 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{I_I \cdot I_{II}} \cdot \left( \frac{7,602}{\Delta} + \frac{21,28}{\Delta + 63} \right) \quad (5.38)$$

où  $I_I$  et  $I_{II}$  sont en  $mW \cdot cm^{-2}$ ,  $\Delta$  en  $MHz$  et  $f_{Rabi}$  en  $Hz$ . Cette formule est valable à la fois pour une configuration copropageante  $\sigma - \sigma$  ou en configuration rétro-réfléchie  $lin \perp lin$ . La dépendance en  $\sqrt{I_I \cdot I_{II}}$  fait qu'il existe un optimum pour le ratio de puissance entre la bande latérale ( $P_{\omega_0 + \omega_m}$ ) et la bande principale ( $P_{\omega_0}$ ) à  $1560 \text{ nm}$ , la puissance totale en sortie de l'amplificateur étant constante ( $P_0$ ). On peut exprimer en fonction de la fraction  $x = \frac{P_{\omega_0}}{P_0}$  de puissance se trouvant dans la bande principale :

$$\sqrt{I_I \cdot I_{II}} = \frac{\alpha \cdot P_0^2}{S} \cdot \underbrace{\sqrt{2 \cdot x^3 \cdot (1-x)}}_{\eta(x)} \quad (5.39)$$

où  $\alpha$  est le rendement de doublage et  $S$  la surface du faisceau. La figure 5.22 trace la fonction  $\eta(x)$ . Ainsi la puissance maximale efficace pour la pulsation de Rabi correspond à une bande latérale représentant  $1/8$  de la puissance totale<sup>17</sup>, et atteint 46% de la puissance totale de doublage. Le rapport d'intensité<sup>18</sup> à  $780 \text{ nm}$  est alors  $\frac{I_I}{I_{II}} = 1,5$ .

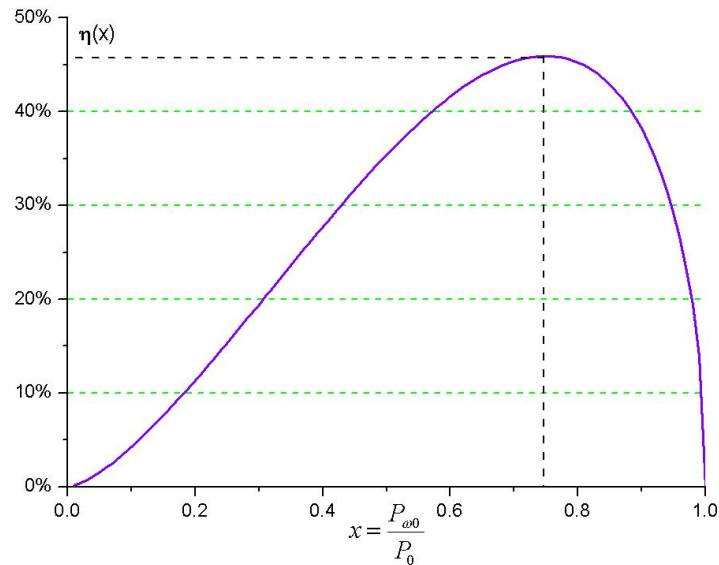
Ainsi, à l'aide d'un amplificateur de  $1 \text{ W}$ , pour un faisceau de  $1 \text{ cm}^2$  et pour un désaccord laser  $\Delta = 1 \text{ GHz}$ , la fréquence de Rabi correspondante est de  $4,6 \text{ kHz}$ , ce qui nécessite de longs temps d'exposition pour obtenir une impulsion  $\pi$ . Nous allons donc tester une technique alternative permettant d'obtenir des impulsions plus puissantes.

## 5.4.2 Amplificateur en régime impulsionnel

**Description phénoménologique** L'idée consiste à exploiter le régime transitoire de l'amplificateur à fibre lors de l'injection d'une impulsion laser. La figure 5.23 présente la réponse

<sup>17</sup>Le calcul tient compte de la présence de la bande parasite qui usurpe une partie de la puissance de l'amplificateur.

<sup>18</sup>Lorsque le gravimètre sera en fonctionnement, le rapport entre les deux intensités sera imposé par l'annulation du déplacement lumineux. Néanmoins, dans cette phase de développement, il nous a paru plus judicieux d'optimiser la puissance des faisceaux Raman.



**FIG. 5.22** - Figure de mérite de  $\sqrt{I_I \cdot I_{II}}$ . L'optimum de puissance est obtenu pour  $\frac{P_{\omega_0}}{P_0} = \frac{3}{4}$ .

de l'amplificateur à un tel signal d'entrée. L'impulsion a été réalisée à l'aide d'un obturateur optique fibré CrystalLatch de la société Agiltron, ayant un temps de commutation de  $6 \mu s$ .

On observe un pic d'intensité de quelques  $\mu s$  qui s'amortit de façon exponentielle avant d'atteindre le régime permanent. A la coupure de la puissance d'injection, un puits beaucoup plus long est produit avant d'atteindre le régime stationnaire non injecté.

Une explication qualitative du phénomène peut être donnée. L'Erbium dans une matrice de verre se comporte grossièrement comme un système à trois niveaux<sup>19</sup> [150]. Son diagramme d'énergie est représenté sur la figure 5.24 : un faisceau de pompe à  $980 \text{ nm}$  vient peupler un état excité  $^4I_{11/2}$  qui se désexcite rapidement ( $\Gamma = 15 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ ) de façon non radiative dans un état intermédiaire  $^4I_{13/2}$ . Cet état intermédiaire se désexcite en émettant un photon autour de  $1,53 \mu m$ , vers l'état initial  $^4I_{15/2}$ . Cette désexcitation peut être spontanée, elle est alors très lente ( $\tau \approx 10 \text{ ms}$ ), ce qui permet l'inversion de population. En revanche, en présence d'un faisceau d'injection l'émission est alors stimulée, dans la mesure où la puissance de pompe est suffisante pour maintenir l'inversion de population entre l'état fondamental et l'état intermédiaire.

En l'absence de signal en entrée de l'amplificateur, la population dans l'état intermédiaire  $^4I_{13/2}$  dépend du temps de vie de ce niveau<sup>20</sup> et du taux de pompage. Lorsque l'amplificateur est brusquement injecté, le régime change car un nouveau processus, plus rapide, vient domi-

<sup>19</sup>D'autres modèles [151] considèrent un système à quatre niveaux, le dernier niveau modélisant le phénomène d'amplification de l'émission spontanée (*Amplified Spontaneous Emission* en anglais, ASE).

<sup>20</sup>En réalité, il faut tenir compte de l'amplification de l'émission stimulée (ASE) qui déplete plus efficacement le niveau intermédiaire.

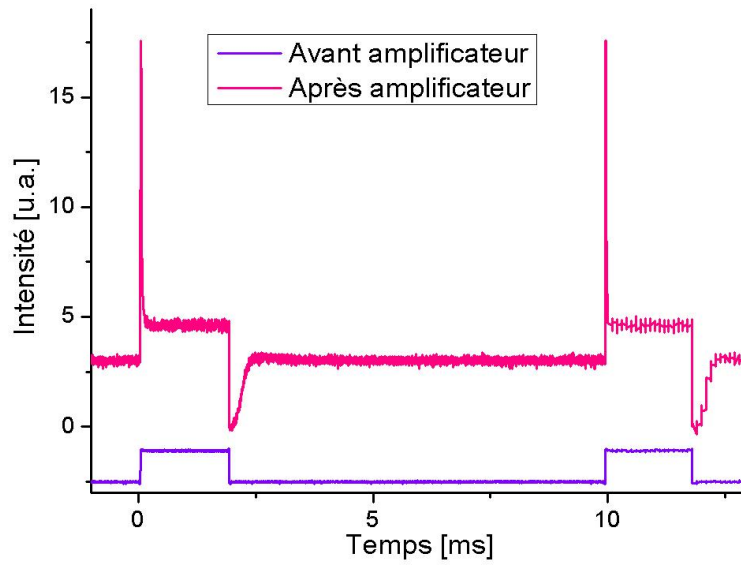


FIG. 5.23 - Réponse de l'amplificateur à fibre à un échelon de puissance.

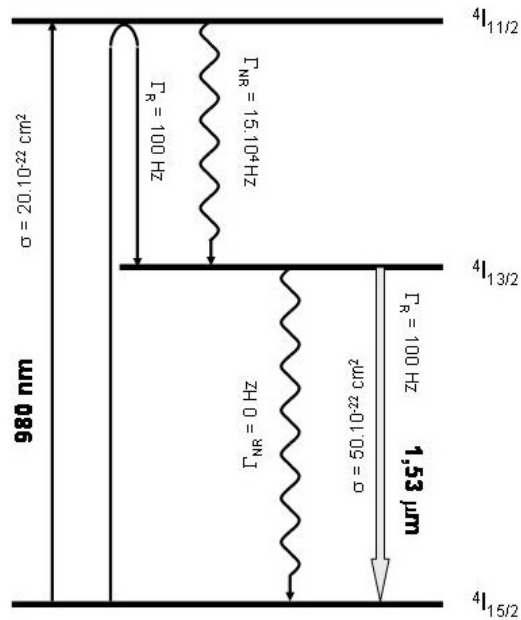


FIG. 5.24 - Spectre de l'Erbium dans une matrice de verre. Données extraites de [150].

ner l'émission spontanée, et déplete progressivement le niveau intermédiaire. Ce phénomène transitoire atteint finalement une nouvelle valeur d'équilibre, qui correspond au fonctionnement continûment injecté de l'amplificateur. On observe donc un pic de puissance émise en sortie de l'amplificateur, puis une décroissance jusqu'à une valeur stationnaire.

A la coupure du faisceau d'injection, le processus d'émission spontanée redevient dominant. Toutefois, le niveau intermédiaire étant moins peuplé à cet instant, on observe une chute de puissance en sortie. Cette chute de puissance retourne progressivement à une nouvelle valeur d'équilibre à mesure que le niveau intermédiaire est repeuplé par la pompe.

On peut remarquer que le temps caractéristique à la coupure est beaucoup plus court que le temps de vie du niveau intermédiaire (10 *ms*). Cela signifie que, rapidement, l'émission spontanée est amplifiée par le milieu (ASE), ce qui devient le processus dominant en l'absence d'injection.

**Caractéristiques des impulsions en sortie d'amplificateur** En variant la puissance de pompe, le profil du pic est légèrement modifié, comme le montre la figure 5.25 : plus la puissance de pompe augmente, plus la puissance du pic augmente. Parallèlement, la largeur du pic à mi-hauteur diminue légèrement, mais globalement l'énergie contenue dans le pic augmente.

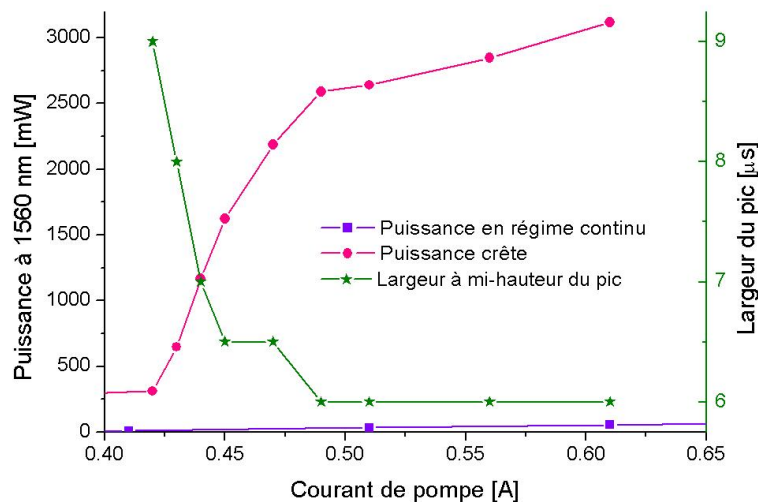


FIG. 5.25 - Caractéristiques du pic en sortie d'amplificateur en fonction du courant de pompe

Pour maximiser la pulsation de Rabi, il faut optimiser le produit du carré de la puissance crête par la durée du pic. Cela correspond aux plus forts courants de pompe. Avec un amplificateur de 1 *W*, la puissance crête maximale obtenue est de 5 *W*. Dans ce régime, la puissance crête est indépendante de la puissance d'injection. La puissance crête attendue à

780 nm est donc d'environ 250 mW. La durée est alors réduite à moins de 2  $\mu$ s.

L'impulsion ainsi obtenue est cependant très éloignée d'un créneau parfait, et il peut être souhaitable de façonner l'enveloppe de l'impulsion[211]. A cet effet, Siegman [166] propose un modèle simple de l'amplification d'une impulsion dans un milieu à gain. Ce dernier permet d'écrire l'évolution du gain  $G(t)$  de l'amplificateur, soit en fonction de l'énergie en entrée  $U_{in}(t) = \int_0^t I_{in}(t).dt$ , soit en fonction de l'énergie en sortie  $U_{out}(t) = \int_0^t I_{out}(t).dt$  :

$$G(t) = \frac{G_0}{G_0 - (G_0 - 1).exp\left[\frac{U_{in}(t)}{U_{sat}}\right]} \quad (5.40)$$

$$= 1 + (G_0 - 1).exp\left[-\frac{U_{out}(t)}{U_{sat}}\right] \quad (5.41)$$

où  $G_0$  est le gain initial, correspondant à l'inversion de population en régime non injecté, et  $U_{sat}$  est une énergie de saturation par unité de surface. La première équation nous confirme la forme en exponentielle décroissante du pic de la figure 5.23, puisque dans le cas d'un échelon en entrée, l'énergie  $U_{in}(t)$  est une fonction linéaire du temps.

La deuxième expression permet de déterminer la forme de l'impulsion d'entrée pour avoir un créneau d'intensité  $I_s$  en sortie : en injectant  $U_{out}(t) = I_s.t$  dans l'équation, on obtient l'évolution du gain souhaitée. L'enveloppe en entrée est alors simplement déduite de  $I_{in}(t) = I_{out}(t)/G(t)$ . Le profil d'intensité pourra être réalisé à l'aide d'un modulateur électro-optique. A l'heure actuelle, nous n'avons pas encore testé la méthode.

### 5.4.3 Transition Raman sur les atomes froids

La situation expérimentale dans laquelle nous avons réalisé les premiers tests sur les faisceaux Raman est loin d'être idéale : après la phase de mélasse optique, les atomes sont préparés dans l'état  $F = 2$ , comme nous l'avons décrit au paragraphe 4.4.4. Nous ne procédons ni à une étape de sélection de l'état  $m_F = 0$ , ni à une sélection en vitesse.

Le faisceau laser gaussien est collimaté avec un waist d'environ 5 mm. L'impulsion ayant été réalisée après 10 cm de chute libre, la taille du nuage n'est pas négligeable par rapport à celle du faisceau. On s'attend donc à ce que les atomes interagissant en différents points du faisceau soient soumis à des fréquences de Rabi différentes. Nous travaillerons en configuration copropageante verticale avec de la lumière polarisée  $\sigma - \sigma$ , afin d'adresser toutes les classes de vitesse.

**Observation de la transition Raman** La fréquence de modulation de l'électro-optique est déplacée autour de la transition d'horloge, valant  $G = 3035,73$  MHz pour  $^{85}\text{Rb}$ . La figure 5.26 présente la fraction de population mesurée dans l'état  $F = 3$  après l'impulsion Raman.



On observe bien un pic à la fréquence désirée. La largeur du pic à mi-hauteur de 1 MHz correspond à la durée de l'impulsion laser.

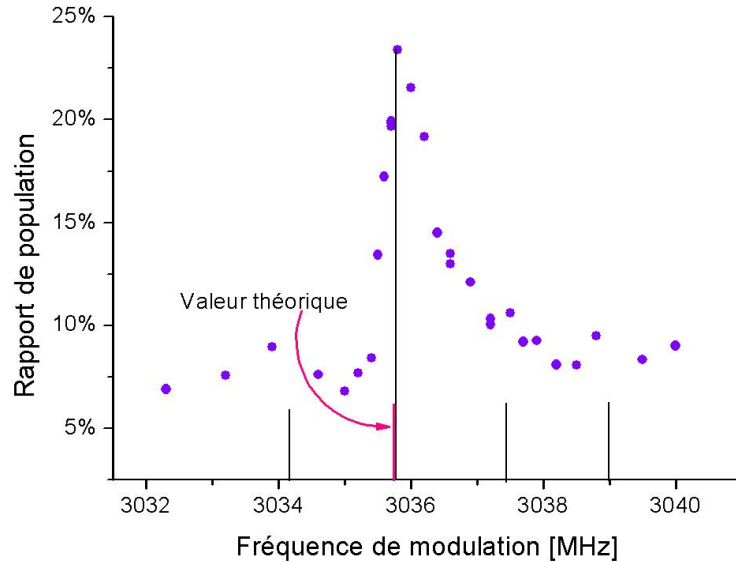


FIG. 5.26 - Transfert de population par transition Raman.

On observe également quelques pics latéraux distants de 1,6 MHz. Ces derniers peuvent être attribués aux transitions entre sous-niveaux Zeeman non nuls. En effet, le champ magnétique n'étant pas nul, les transitions  $|F = 2 m_F \rangle \rightarrow |F = 3 m_F \rangle$  sont décalées de  $\Delta E(m_F) = 940.m_F.B$  Hz pour un champ magnétique  $B$  exprimé en Gauss (voir annexe B). Le déplacement mesuré correspond à un champ magnétique de 1,7 G, ce qui est tout à fait raisonnable, compte tenu de la position du nuage atomique au moment de l'interaction par rapport aux bobines de compensation du champ magnétique terrestre (voir photo 2.18). Ceci peut également expliquer en partie le fait que l'inversion de population ne soit pas complète : les différents sous-niveaux Zeeman sont différemment peuplés et leurs transitions Raman ne sont pas résonantes aux mêmes fréquences de modulation.

**Oscillations de Rabi** L'expérience suivante a consisté à mesurer des oscillations de Rabi. Compte tenu de l'énergie limitée des impulsions Raman et de la taille limitée des faisceaux, une modélisation préalable du résultat attendu est nécessaire. En se plaçant en coordonnées cylindriques le long de l'axe du laser, le nuage atomique et l'intensité du faisceau laser sont approchés par des distributions radiales gaussiennes :

$$N_{at}(r) = \frac{1}{2.\pi.\sigma_N^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_N^2}} \quad (5.42)$$

$$I(r) = \frac{P_{tot}}{2.\pi.\sigma_L^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_L^2}} \quad (5.43)$$

La densité atomique est normalisée à 1, tandis que le profil d'intensité intégré sur le plan horizontal donne la puissance totale à 780 nm,  $P_{tot}$ . Ainsi, pour un point du nuage atomique de distance radiale  $r$ , la probabilité de transition mesurée après l'impulsion lumineuse doit être :

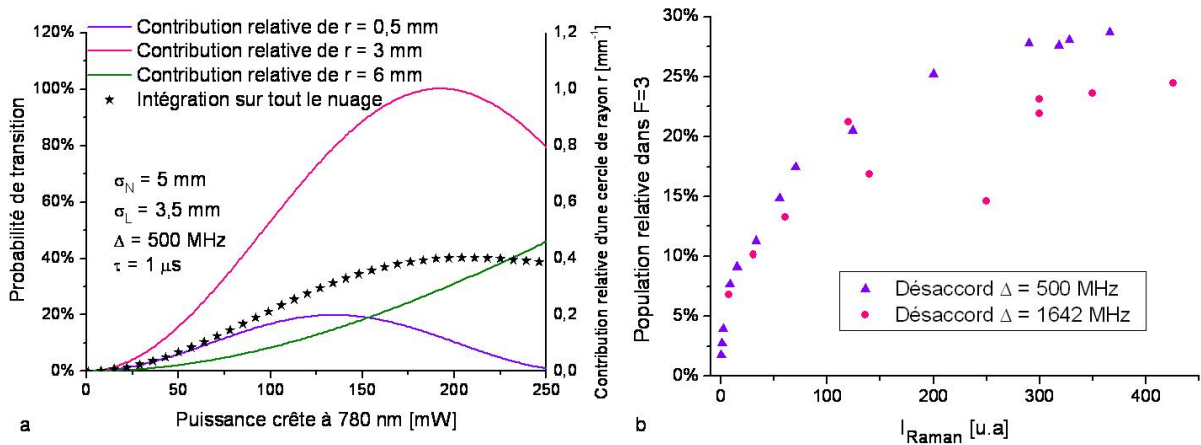
$$p(r) = N_{at}(r) \cdot \frac{1 - \cos[\Omega_{eq}(\Delta, \eta) \cdot \tau_l \cdot I(r)]}{2} \quad (5.44)$$

Dans cette formule, le coefficient  $\Omega_{eq}(\Delta, \eta) \cdot I(r)$  correspond à la pulsation de Rabi pour des faisceaux Raman d'intensité totale  $I(r)$ , de rapport de puissance  $\eta$  et de désaccord laser  $\Delta$ . Dans notre cas,  $\eta = 2,8$  et  $\Delta = 500 \text{ MHz}$ .

Ainsi, nous pouvons déduire l'expression de l'oscillation de Rabi globale du nuage atomique dans la nappe laser non uniforme :

$$S = \int_0^\infty \underbrace{2\pi \cdot r \cdot p(r)}_{g(r)} \cdot dr \quad (5.45)$$

La fonction  $g(r)$  donne la contribution au signal global d'une tranche d'épaisseur  $dr$  et de rayon  $r$ . Tous les atomes de cette tranche oscillent à la même pulsation de Rabi. Les courbes en couleur de la figure 5.27.a présentent cette fonction  $g(r)$  pour  $r = 0,5 \text{ mm}$ ,  $3 \text{ mm}$  et  $6 \text{ mm}$ . La série de points noirs présente l'intégration de l'équation (5.45), qui correspond à la courbe que l'on espère mesurer expérimentalement. Les caractéristiques de la courbe sont, d'une part, un comportement convexe à l'origine, et d'autre part un début de décroissance pour les très fortes puissances.



**FIG. 5.27** - Oscillations de Rabi. a. Modélisation du signal global attendu, et contribution relative de différentes tranches du nuage atomique. b. Mesure du transfert de population en fonction de la puissance totale.

La courbe obtenue expérimentalement est représentée sur la figure 5.27.b. Elle diffère grandement de la courbe attendue. Son profil saturé aux fortes puissances évoque un phénomène d'émission spontanée qui devient dominant si le faisceau Raman est désaccordé de la

transition d'horloge. C'est effectivement le cas pour les sous-niveaux  $m_F \neq 0$  comme nous l'avons vu précédemment. De plus, les deux courbes correspondent à différents désaccords lasers. On devrait donc observer une modification de la fréquence d'oscillation d'un facteur 3. Ces deux arguments semblent exclure l'hypothèse d'une transition Raman, et plaider en faveur d'un phénomène non cohérent. Toutefois, nous avons constaté que la transition devient beaucoup moins forte si la fréquence de modulation est décalée de quelques  $MHz$ . Cette finesse spectrale a tendance à confirmer l'hypothèse d'une transition Raman.

En définitive, si nous avons observé sur la figure 5.26 un transfert de population par transition Raman, nous n'avons en revanche pas observé d'oscillations de Rabi. Les éléments dont nous disposons à l'heure actuelle ne nous permettent pas d'expliquer le phénomène observé. Des travaux sont en cours à plusieurs niveaux :

- Un cristal de PPLN en guide d'onde va remplacer le cristal massif. Ce dernier a été testé et permet de convertir 90% de la puissance lumineuse des impulsions.
- Un blindage en mu-métal va être installé afin de limiter les perturbations magnétiques. Une bobine sera placée sous le blindage pour créer un axe de quantification.
- Les transitions vont également être testées à l'aide d'une antenne radio-fréquence afin de discriminer les effets liés à la source laser des effets liés à la source atomique.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la faisabilité de faisceaux Raman à l'aide d'un modulateur électro-optique Télécom. Cette technique générant des raies parasites, nous avons tout d'abord évalué leur impact sur la précision du gravimètre. Deux effets sont principalement ressortis : le déplacement lumineux, qui peut être compensé en ajustant les puissances relatives des deux faisceaux ; la génération d'interféromètres parasites provoquant d'une part une baisse de contraste liée aux bras non fermés de l'interférogramme, et d'autre part un décalage de la teinte plate de l'interféromètre en raison de l'addition de la phase d'autres interféromètres. Toutefois, nous avons remarqué que cet effet peut être minimisé en ajustant le temps séparant les impulsions lumineuses.

Nous avons alors entrepris la réalisation des faisceaux. Un circuit hyperfréquence a été mis au point. La nécessité d'un filtre d'ordre élevé pour la boucle à verrouillage de phase a été démontrée, et le circuit a ainsi été réalisé et caractérisé.

Finalement, les faisceaux ont été installés sur l'axe vertical de l'expérience et les premiers tests en configuration co-propageante ont été réalisés. Une transition Raman a bien été observée, mais les oscillations de Rabi n'ont pas encore été obtenues. Des améliorations du dispositif sont en cours, tant au niveau de la source laser que du système atomique.

# Conclusion

Cette étude d'un gravimètre à atomes froids embarquable a été divisée en deux parties. Dans un premier temps, nous avons évalué l'intérêt et les performances d'un tel instrument. Deux qualités semblent particulièrement intéressantes pour des applications embarquées : la sensibilité du capteur, et le caractère absolu de la mesure. L'évaluation des performances de l'instrument complet a alors montré que de fortes contraintes étaient requises au niveau du système d'isolation des vibrations si l'on veut bénéficier de la sensibilité atteignable par le capteur.

Dans un deuxième temps, des solutions technologiques robustes ont été proposées et développées pour réaliser un banc optique de refroidissement laser. En effet, la réalisation d'un capteur embarquable nécessite l'utilisation de technologies suffisamment résistantes aux perturbations de l'environnement (essentiellement vibrations et variations thermiques). Pour cela, nous avons tiré profit des sources lasers Télécoms à 1560 nm qui, après doublage de fréquence permettent d'obtenir des faisceaux à 780 nm pour refroidir le Rubidium.

Une enceinte à vide a d'abord été conçue et réalisée. Elle a permis de tester la durée de vie des *dispensers* ainsi que la qualité du vide assuré par deux pompes ioniques compactes blindées et par un *getter*. Ces technologies pourront être réutilisées pour un véritable prototype embarquable. De plus, une technique de serrage de hublot utilisant des joints de cuivre modifiés a été étudiée : tout en garantissant l'étanchéité de l'enceinte, cette méthode permet de garder une qualité de hublot de  $\lambda/30$  rms, engendrant une erreur systématique estimée à 0,4  $\mu Gal$  sur la mesure de pesanteur. Une modélisation du serrage a montré qu'un hublot de dimensions différentes permettrait de réduire davantage les déformations du front d'onde.

Parallèlement, une première source laser a été réalisée à partir d'un laser à fibre dopée Erbium, d'un amplificateur de puissance de 500 mW et d'un cristal de Niobate de Lithium périodiquement retourné en guide d'onde (PPLN-WG). Il a été asservi sur le croisement de niveau  $F = 3 \rightarrow CO3/4$  du  $^{85}Rb$ . Une boucle supplémentaire d'asservissement permet de compenser la dérive thermique : le laser ainsi asservi supporte des variations thermiques de 12°C à 25°C en 30 minutes. Ce laser est entièrement fibré, ce qui lui confère une grande

immunité à l'égard des perturbations mécaniques. Il possède deux sorties, l'une à  $780\text{ nm}$ , l'autre à  $1560\text{ nm}$ , permettant d'asservir par battement d'autres lasers Télécoms.

Un banc optique de refroidissement atomique a ensuite été réalisé à l'aide de diodes lasers Télécoms, de composants fibrés à  $1560\text{ nm}$ , d'un cristal non linéaire, et de système de séparation des faisceaux à  $780\text{ nm}$ . Un piège magnéto-optique de  $^{85}\text{Rb}$  a ainsi été obtenu, contenant  $10^8$  atomes, chargés en  $500\text{ ms}$ , et d'une température en fin de phase de mélasse de  $6\text{ }\mu\text{K}$ . Différentes configurations ont été testées, et les principaux résultats sont les suivants :

- Un piège magnéto-optique a été obtenu à l'aide d'un banc optique entièrement fibré : un cristal PPLN-WG de  $30\text{ mm}$ , ainsi que des coupleurs à  $780\text{ nm}$  ne maintenant pas la polarisation ont été utilisés. Les principales limitations d'un tel système sont la détérioration des performances du cristal fibré au cours du temps (attribuée à un vieillissement de la colle reliant les fibres au cristal), ainsi que la nécessité d'utiliser des coupleurs à maintien de polarisation à  $780\text{ nm}$ .
- Deux techniques de synthèse des fréquences de piégeage et de repompeur à l'aide d'un seul cristal et d'un seul amplificateur ont été caractérisées. La première technique utilise deux diodes lasers couplées dans la même fibre, tandis que la seconde utilise un modulateur électro-optique. Les deux méthodes ont permis d'obtenir des nuages atomiques de dimensions équivalentes, et la technique utilisant deux diodes lasers permet d'atteindre des températures 10% plus basses.
- Le banc optique utilisant un doublage de fréquence en simple passage à l'air libre et un système de séparation de faisceaux à  $780\text{ nm}$  à l'air libre a été soumis aux mêmes variations de température que celles mentionnées précédemment. Un nuage atomique a été observé en permanence, validant la résistance du banc optique et des asservissements de fréquence aux variations de température.

Enfin, des travaux ont été initiés pour la réalisation de faisceaux Raman. L'architecture proposée utilise un modulateur électro-optique à  $1560\text{ nm}$  modulé à  $3\text{ GHz}$ , puis doublé dans un cristal. L'impact de la raie parasite générée a été évalué : le déplacement lumineux qu'elle occasionne peut être compensé en choisissant le rapport de puissances adéquat ; au niveau de l'interféromètre, un modèle simplifié en onde plane a été développé. Il prédit une erreur systématique de l'ordre du  $m\text{Gal}$ , dont l'effet peut être minimisé en choisissant un temps de demi-chute  $T$  judicieux. Toutefois, ce modèle est à utiliser avec précautions, dans la mesure où il présente une inconsistance physique.

Une chaîne hyperfréquence préliminaire a été réalisée et son bruit de phase intégré jusqu'à  $1\text{ MHz}$  est de  $9,0\text{ mrad}$ , ce qui correspond à un bruit sur la mesure de  $5,6\text{ }\mu\text{Gal}$ . Des tests préliminaires des faisceaux Raman ont été réalisés sur les atomes froids, et une transition à

deux photons a été observée.

En définitive, les premières briques élémentaires menant à l'obtention du piège magnéto-optique ont été réalisées. Les efforts futurs porteront sur l'obtention d'interférences atomiques afin de valider la technique de réalisation des faisceaux Raman, ainsi que sur la nécessaire fiabilisation des performances du PPLN en guide d'onde.

Nos travaux ont montré que l'utilisation de sources lasers Télécoms doublées pour le développement de dispositifs à atomes froids embarquables est très prometteuse. Le développement d'un prototype véritablement embarquable semble à présent possible. De plus, dans le cadre du projet ICE [199], des tests d'embarquabilité des sources lasers que nous avons développées seront prochainement réalisés, lors d'une campagne de vol parabolique réalisée grâce au soutien du CNES.

De manière plus générale, l'utilisation de sources Télécoms doublées semble pertinente pour toute expérience d'atomes froids embarquable. C'est le cas du gravimètre, ainsi que d'autres capteurs inertiels (gradiomètre, gyromètre) ou des horloges atomiques au Rubidium. Ces instruments offrent de nombreuses perspectives dans les domaines civil et stratégique : cartographie marine et aéroportée, guidage-navigation, détection sub-surface, horloge atomique à atomes froids embarquée.

Même si les spécifications spatiales n'ont pas été abordées dans ce travail, les technologies développées semblent envisageables pour réaliser des expériences utilisant les atomes froids dans l'espace : test du principe d'équivalence à l'aide des principaux isotopes du Rubidium [212], horloge atomique à bord de la station internationale (horloge au Rubidium RACE du projet LCAP de la NASA [213], horloge PHARAO [134]), ou encore pour des expériences sur les condensats de Bose-Einstein (expérience *BEC under microgravity* [214], projet ICE [199]).



# Annexes





# Annexe A

## Quelques formules pratiques

### A.1 Constantes et tables de conversions

Grandeur	Unité 1	Conversion	Unité 2
Champ magnétique	Gauss	$1 G = 10^{-4} T$ $1 G = 1 Oe$	Tesla Oersted
Pesanteur (force)	Gal	$1 Gal = 10^{-2} N$ $1 \mu Gal = 10^{-8} N$ $1 \mu Gal \approx 10^{-9}.g$	SI
Gradient de gravité	Eötvös	$1 E\ddot{o} = 1 nGal.cm^{-1}$ $1 E\ddot{o} = 0,1 \mu Gal.m^{-1}$ $1 E\ddot{o} = 10^{-9} s^{-2}$	Gal SI
Pression	Torr	$1 Torr = 1 mm Hg$ $1 Torr = 1/760 bar$ $1 Torr = 1000/760 hPa$ $1 Torr = 10^5/760 Pa$	mm de Mercure Bar SI
Vitesse	Noeud	$1 Nd = 1,852 km.h^{-1}$ $1 Nd = 1 Kn$	SI Kn

Tableau A.1 - Tableau de conversions d'unités.

Masse	$5,9736.10^{24} kg$
Rayon équatorial	$6\,378,14 km$
Rayon polaire	$6\,356,78 km$
Aplatissement	$3,3529.10^{-3}$

Tableau A.2 - Données sur la Terre.

Permittivité du vide	$\epsilon_0$	$\frac{1}{36.\pi.10^9} \approx 8,85.10^{-12} F.m^{-1} = A^2.s^4.kg^{-1}.m^{-3}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0$	$4.\pi.10^{-7} kg.m.A^{-2}.s^{-2}$
Impédance du vide	$Z_0$	$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 376,7 \Omega$
Vitesse de la lumière	$c$	$\sqrt{\frac{1}{\epsilon_0.\mu_0}} \equiv 299\,792\,458 m.s^{-1}$
Constante de Planck	$h$	$6,6261.10^{-34} J.s$
Constante de Boltzmann	$k_B$	$1,38065.10^{-23} J.K^{-1}$
Constante de Gravitation	$G$	$6,673.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Magnéton de Bohr	$\mu_B$	$\frac{e.\hbar}{2m_e} = 9,274\,009\,49(80).10^{-24} J.T^{-1}$

Tableau A.3 - Quelques constantes utiles.

## A.2 Transformée de Laplace

La transformée de Laplace  $F$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+$  est :

$$F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s) = \int_0^{+\infty} e^{-s.t}.f(t).dt \quad (A.1)$$

Cette transformée, très ressemblante à la transformée de Fourier, est très utile dans l'analyse de systèmes dynamiques linéaires. En effet, un tel système ayant une fonction d'appareil  $h(t)$ , agit sur le signal d'entrée  $f_e(t)$  par convolution. En réalisant la transformée de Laplace, il suffit de multiplier la fonction de transfert  $H(s)$  obtenue par le signal d'entrée  $F_e(s)$ .

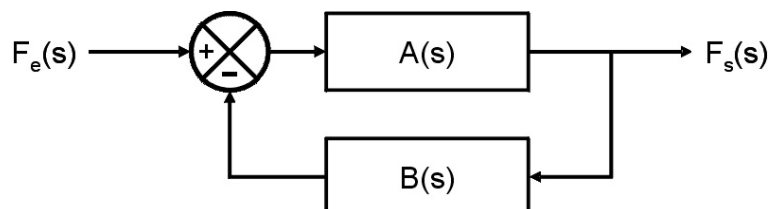


FIG. A.1 - Schéma bloc d'un système à boucle de rétroaction.

Ainsi, dans le cas d'un système à rétro-action, comme celui représenté figure A.1, la fonction de transfert du système  $H$  s'écrit :

$$H(s) = \frac{F_s(s)}{F_e(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s).B(s)} \quad (A.2)$$

Les opérations de dérivation et d'intégration par rapport au temps se traduisent simplement pour la transformée de Laplace par une multiplication ou une division par  $s$ . Ainsi il est aisé de calculer la réponse impulsionnelle, ou encore les réponses à un échelon ou à une rampe, ces fonctions étant reliées par des relations d'intégration. Le tableau A.4 donne les transformées de Laplace de ces fonctions.

	Domaine temporel	Transformée de Laplace
Impulsion (Dirac)	$\delta(t)$	1
Echelon (Heaviside)	$\theta(t) = \int_0^{+\infty} \delta(t).dt$	$\frac{1}{s}$
Rampe	$f(t) = t = \int_0^{+\infty} \theta(t).dt$	$\frac{1}{s^2}$

**Tableau A.4** - Transformées de Laplace de fonctions usuelles.

## A.3 Profils de raie

Pour décrire les spectres des sources lasers, on utilise couramment trois types de courbes, normalisées et caractérisées par leur valeur centrale ainsi que par leur largeur de raie.

**Gaussienne** La fonction gaussienne normalisée, centrée en  $x_0$  et de largeur  $\sigma$  s'écrit :  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$ . Sa largeur à mi-hauteur (ou *Full Width at Half Maximum* en anglais, FWHM) est  $f_G = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$ . Enfin la convolution de deux gaussiennes donne une gaussienne de largeur  $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ .

**Lorentzienne** La fonction lorentzienne normalisée, centrée en  $x_0$  et de largeur  $\Gamma$  s'écrit :  $\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma/2}{(x-x_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}$ . Sa largeur à mi-hauteur est  $f_L = \Gamma$ , et la convolution de deux lorentziennes est également une lorentzienne de largeur  $\Gamma_1 + \Gamma_2$ .

**Profil de Voigt** La fonction de Voigt résulte de la convolution d'une gaussienne de largeur  $\sigma$  par une lorentzienne de largeur  $\Gamma$ . Sa largeur à mi-hauteur peut alors être approchée par

$$f_V \approx f_G(1 - c_0 \cdot c_1 + \sqrt{(\frac{f_L}{f_G})^2 + 2c_1 \frac{f_L}{f_G} + c_0^2 \cdot c_1^2})$$

Ces trois fonctions sont tracées en diagramme logarithmique et linéaire sur la figure A.2. Toutes les courbes ont été tracées pour une même largeur de raie à mi-hauteur. On constate, qu'à proximité du pic, le profil de Voigt est plus pointu qu'un profil lorentzien, et chute en revanche comme celui-ci.

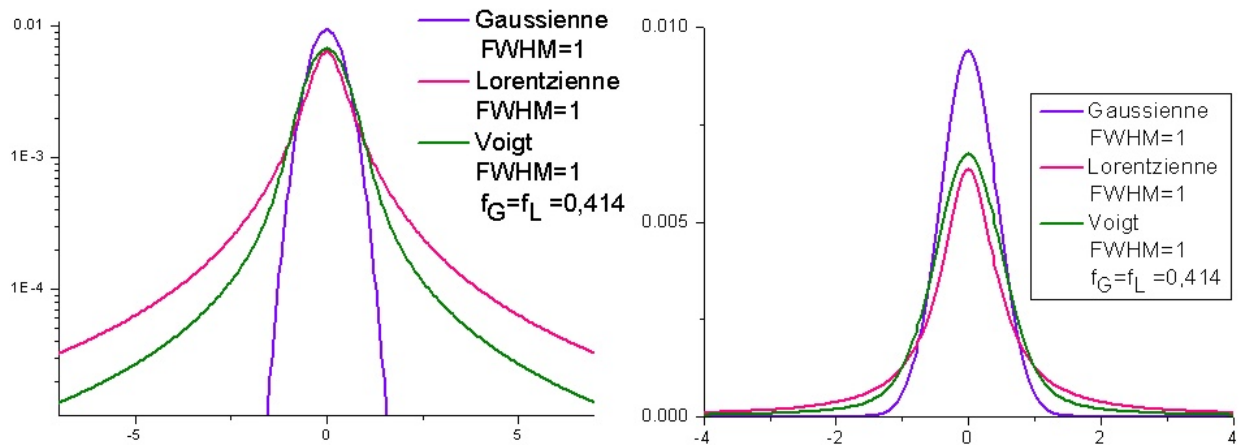


FIG. A.2 - Profils gaussien, lorentzien et de Voigt à largeur de raie constante.

## A.4 Fonction de Bessel de première espèce

Les fonctions de Bessel de première espèce  $J_n(z)$  sont solution de l'équation différentielle suivante, dite équation de Bessel [215] :

$$x^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + x \cdot \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) \cdot y = 0 \quad (\text{A.3})$$

Pour des nombres  $n$  entiers, la solution peut s'écrire :

$$J_n(x) = \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{(-1)^l}{2^{2l+n} \cdot l! \cdot (m+l)!} x^{2l+m} \quad (\text{A.4})$$

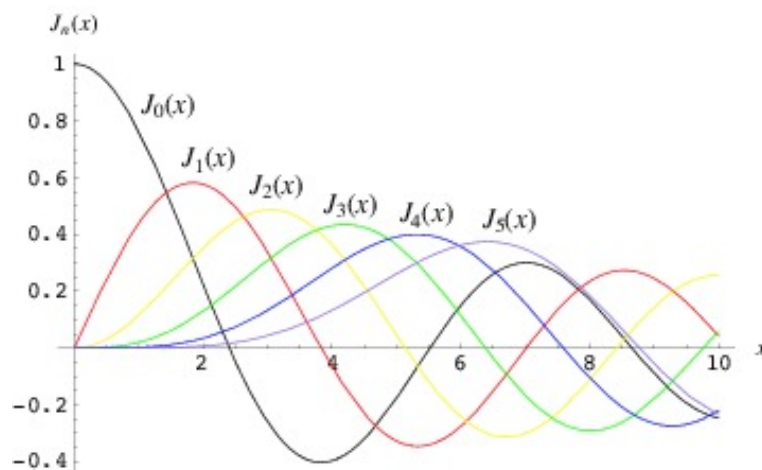


FIG. A.3 - Fonctions de Bessel d'ordre 1. Figure extraite de [215].

La figure A.3 présente les premiers ordres de la fonction de Bessel. Ces fonctions sont particulièrement utilisées pour décrire des phénomènes de modulation de phase à l'aide de

l'expansion de Jacobi-Anger :

$$e^{i.z.\cos\theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n \cdot J_n(z) \cdot e^{i.n.\theta} \quad (\text{A.5})$$

Deux propriétés de symétrie sont fréquemment utilisées dans les calculs :

$$\begin{cases} J_n(-z) &= (-1)^n \cdot J_n(z) \\ J_{-n}(z) &= (-1)^n \cdot J_n(z) \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

## A.5 Mesure du bruit de phase

Nous ne possédons pas d'analyseur de bruit de phase, c'est-à-dire un système composé d'un oscillateur de référence ultra-stable ayant la même fréquence que l'on mélange au système à étudier afin de mesurer la différence de phase. En revanche, pour mesurer le bruit de phase sur la bande de fréquence qui nous intéresse (entre 10 *Hz* et 1 *MHz*), il est possible d'utiliser l'analyseur de spectre. En effet, considérons un oscillateur émettant une tension de sortie  $V(t) = V_0 \cdot e^{i(\omega_0 t + \phi(t))}$ . Nous négligeons ici les fluctuations d'amplitude, et attribuons tout le bruit du signal au bruit de phase. La mesure de la densité spectrale de puissance *DSP* est donnée par la transformée de Fourier de l'autocorrélation de la fonction, soit :

$$\begin{aligned} DSP\{V\}(\omega) &= TF \left\{ \int V(\tau) \cdot V(t - \tau) \cdot d\tau \right\} (\omega) \\ &= V_0^2 \int dt \cdot e^{i(\omega_0 - \omega)t} \cdot \int d\tau \cdot e^{i\phi(\tau)} \cdot e^{i\phi(t-\tau)} \\ &\approx \underbrace{\int dt \cdot e^{i(\omega_0 - \omega)t}}_{TF \text{ centrée en } \omega_0} \cdot \underbrace{\int d\tau \cdot \phi(\tau) \cdot \phi(t - \tau)}_{\text{Autocorrélation de } \phi(t)} \\ &\propto DSP\{\phi\} \end{aligned}$$

Ainsi, si l'on suppose le bruit de phase suffisamment faible, alors le spectre du signal  $V(t)$  est proportionnel au spectre du bruit de phase  $\phi(t)$ , décalé en fréquence de  $\omega_0$ .

## A.6 Formulaire

### Champ magnétique sur l'axe d'une bobine

Le champ magnétique généré en un point  $M$  par un fil traversé par un courant  $i$  est calculé à partir de la loi de Biot et Savart :  $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}} \frac{i \cdot d\vec{\ell} \times \vec{SM}}{\|\vec{SM}\|^3}$  où  $\mathcal{C}$  est le contour

du circuit,  $\vec{dl}$  est un petit élément de circuit orienté dans le sens du courant, et situé en  $S$ .

**Bobine circulaire** Si l'on note  $z$  l'axe de symétrie d'une bobine de rayon  $R$ , de  $N$  tours, traversée par un courant  $i$ , la composante axiale  $B_z^{cercle}(z)$  du champ magnétique s'écrit :

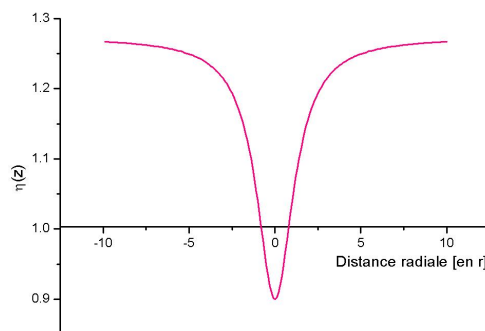
$$B_z(z)^{cercle} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot i}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{A.7})$$

**Bobine carrée** Pour une bobine carrée de côté  $a$ , la formule de Biot et Savart donne :

$$B_z^{carre}(z) = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 \cdot N \cdot i}{\pi} \frac{a^2}{(a^2 + 4z^2)\sqrt{a^2 + 2z^2}} \quad (\text{A.8})$$

Si on prend  $a = 2R$ , on peut alors comparer le champ magnétique axial créé par une spire circulaire et par une spire carrée :

$$\eta(z) = \frac{B_z^{carre}}{B_z^{cercle}}(z) = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{r^2 + z^2}{2r^2 + z^2}} \quad (\text{A.9})$$



**FIG. A.4** - Rapport des amplitudes des champs magnétiques axiaux d'une bobine carrée d'arête  $2r$  sur une bobine circulaire de rayon  $r$

La courbe A.4 trace  $\eta(z)$  pour  $r = 1$ . On constate qu'à l'infini, le rapport des amplitudes de champ est donné par le rapport des surfaces délimitées par la bobine. En revanche, lorsqu'on approche de l'origine de la bobine, le rapport change. Pour  $z = r$ , position qui correspond au centre d'une configuration de type Helmholtz, l'erreur commise en assimilant une bobine carrée à une bobine circulaire est de 4%.

# Annexe B

## Données spectroscopiques du Rubidium

Les informations spectroscopiques sur la transition  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  ont été compilées par Steck [191]. Les données sur le  $^{85}\text{Rb}$  en revanche restent éparpillées dans la littérature. Cette annexe fournit les grandeurs spectroscopiques que requièrent notre étude.

### B.1 Structure hyperfine

Le Rubidium est un élément alcalin, ce qui signifie qu'il possède un seul électron sur sa dernière couche occupée, ce qui simplifie largement sa spectroscopie. Son numéro atomique étant  $Z = 37$ , les quatre premières couches électroniques sont entièrement occupées. Ainsi, à l'état fondamental, sa configuration est :  $[\text{}_{36}\text{Kr}] 5s^1 4d^0 5p^0$ . La structure fine provient du couplage du moment cinétique orbital de l'électron  $\vec{L}$  avec son spin  $\vec{S}$ . La structure hyperfine vient du couplage du moment cinétique total de l'électron  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  avec le moment nucléaire  $\vec{I}$ . Ce dernier varie en fonction de l'isotope considéré :  $I = 3/2$  pour le  $^{87}\text{Rb}$  et  $I = 5/2$  pour  $^{85}\text{Rb}$ . Le moment cinétique total du système est donc l'opérateur  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ . Le tableau B.1 résume les opérateurs de moment cinétique évoqués précédemment. Ainsi, en l'absence d'effet Zeeman, un état sera caractérisé par la donnée du dernier niveau occupé  $X$ , ainsi que les moments cinétiques  $S$ ,  $J$ ,  $L$  et  $F$ . Nous adopterons donc la notation spectroscopique :  $X \ ^{2S+1}L_J F = \dots$

Le tableau B.2 recense le niveau fondamental, ainsi que les premiers niveaux excités accessibles par transition optique. Notons au passage que les états  $4 \ ^2D_{3/2}$  et  $4 \ ^2D_{5/2}$  sont les premiers états excités mais sont interdits par les règles de sélection dipolaire électrique.

La structure hyperfine est le fruit de deux types de couplage entre le spin nucléaire et le moment cinétique de l'électron : le couplage dipolaire magnétique, caractérisé par sa constante  $A_{hfs}$ , et le couplage quadrupolaire électrique, de constante  $B_{hfs}$ . Le décalage des niveaux d'énergie associé au Hamiltonien de structure hyperfine s'écrit donc [191] :



Opérateur	Définition	Valeur
Moment cinétique orbital électronique	$\vec{L}$	Dépend de la dernière couche électronique occupée
Spin électronique	$\vec{S}$	1/2
Moment cinétique électronique total	$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$	$ L - S  \leq J \leq L + S$
Spin nucléaire	$\vec{I}$	$I = 3/2$ pour $^{87}\text{Rb}$ $I = 5/2$ pour $^{85}\text{Rb}$
Moment cinétique total	$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$	$ I - J  \leq F \leq I + J$

**Tableau B.1** - Les différents moments cinétiques.

Configuration électronique	$\vec{L}$	$\vec{S}$	Structure fine $ L - S  \leq J \leq L + S$	Notation spectroscopique	Structure hyperfine $ I - J  \leq F \leq I + J$
$[Kr] 5s^1$	0	1/2	1/2	$^2S_{1/2}$	$F = 1$ $F = 2$
$[Kr] 5p^1$	1	1/2	1/2	$^2P_{1/2}$	$F = 1$ $F = 2$
$[Kr] 5p^1$	1	1/2	3/2	$^2P_{3/2}$	$F = 0$ $F = 1$ $F = 2$ $F = 3$

**Tableau B.2** - Niveaux de plus basse énergie accessibles par transition optique du  $^{87}\text{Rb}$ .

$$\Delta E_{hfs} = \frac{1}{2}A_{hfs} \cdot K + B_{hfs} \frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)} \quad (\text{B.1})$$

où  $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$ .

Les mesures de la structure hyperfine du  $^{85}\text{Rb}$  [216, 217] et du  $^{87}\text{Rb}$  [191] sont reportées dans le tableau B.3. La figure B.1 représente la transition  $D_2$  du  $^{85}\text{Rb}$ .

Constante	Etat	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
Dipolaire magnétique A	$5^2P_{3/2}$	25,041 (6)	84,718 5 (20)
Quadrupolaire électrique B	$5^2P_{3/2}$	26,013 (25)	12,496 5 (37)
Dipolaire magnétique A	$5^2S_{1/2}$	1 011,910 813 (5)	3 417,341 305 452 15 (5)

**Tableau B.3** - Constantes de couplage (en  $MHz$ ).

## B.2 Effet Zeeman

**Effet Zeeman d'ordre 1** Pour un champ magnétique suffisamment faible<sup>1</sup>, le déplacement des niveaux d'énergie par effet Zeeman est donné par l'expression :

$$\Delta E = \mu_B \cdot g_F \cdot m_F \cdot B_z \quad (\text{B.2})$$

où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr (voir tableau A.3),  $g_F$  est le facteur de Landé hyperfin,  $m_F$  est la valeur propre de l'opérateur projection du moment cinétique total le long de l'axe de quantification, et  $B_z$  est le champ magnétique le long de l'axe de quantification, en l'occurrence  $z$ . En négligeant les termes les plus faibles [191], on peut alors aisément calculer le facteur de Landé hyperfin :

$$g_F \approx g_J \frac{F \cdot (F+1) - I \cdot (I+1) + J \cdot (J+1)}{2F \cdot (F+1)} \quad (\text{B.3})$$

$$g_J \approx 1 + \frac{J \cdot (J+1) + S \cdot (S+1) - L \cdot (L+1)}{2J \cdot (J+1)}$$

$g_J$  est le facteur de Landé. Dans le cas, du  $^{87}\text{Rb}$  l'expression ci-dessus est en accord avec l'expérience à 0,1%. Pour  $g_F$ , la simplification a consisté à négligé le rapport nucléaire gyromagnétique  $g_I$  devant le facteur de Landé, qui lui est effectivement plus de trois ordres de grandeur supérieur<sup>2</sup>. Les estimations des facteurs de Landé hyperfins, ainsi que les déplacements de deux niveaux d'énergies de sous-niveaux  $m_F$  consécutifs ont été reportées sur la figure B.1.

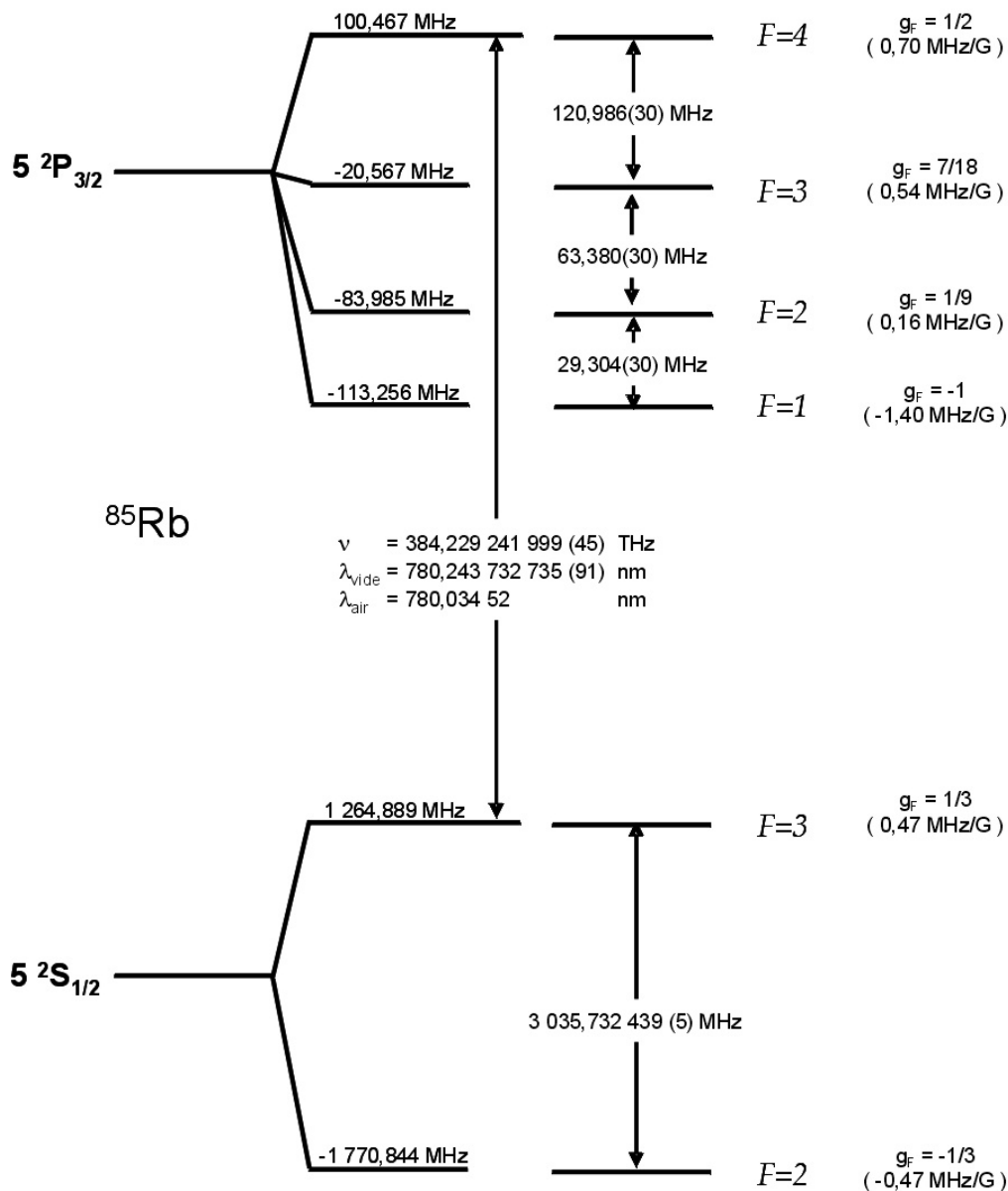
<sup>1</sup>C'est-à-dire tel que l'effet Zeeman engendre des déplacements des niveaux d'énergie faibles devant la structure hyperfine.

<sup>2</sup> $g_I = -0,000\,293\,640\,0(6)$  pour  $^{85}\text{Rb}$  et  $g_I = -0,000\,995\,141\,4(10)$  pour  $^{87}\text{Rb}$  [217]

**Effet Zeeman d'ordre 2** Pour les sous-niveaux  $m_F = 0$ , une dépendance quadratique au champ magnétique est également observée. Le décalage de la transition d'horloge pour ces sous-niveaux est donné par la formule de Breit-Rabi :

$$\Delta E(B) = \frac{(g_J - g_I)^2 \cdot \mu_B^2}{2 \cdot h \cdot G} B^2 \quad (\text{B.4})$$

Ce qui correspond à  $575 \text{ Hz/G}^2$  pour le  $^{87}\text{Rb}$ , et  $1292 \text{ Hz/G}^2$  pour le  $^{85}\text{Rb}$ .



**FIG. B.1** - Transition  $D_2$  du  $^{85}\text{Rb}$ . Les valeurs entre parenthèses correspondent au décalage en énergie de deux sous-niveaux Zeeman de valeurs  $m_F$  consécutives.

### B.3 Coefficients de Clebsch-Gordan

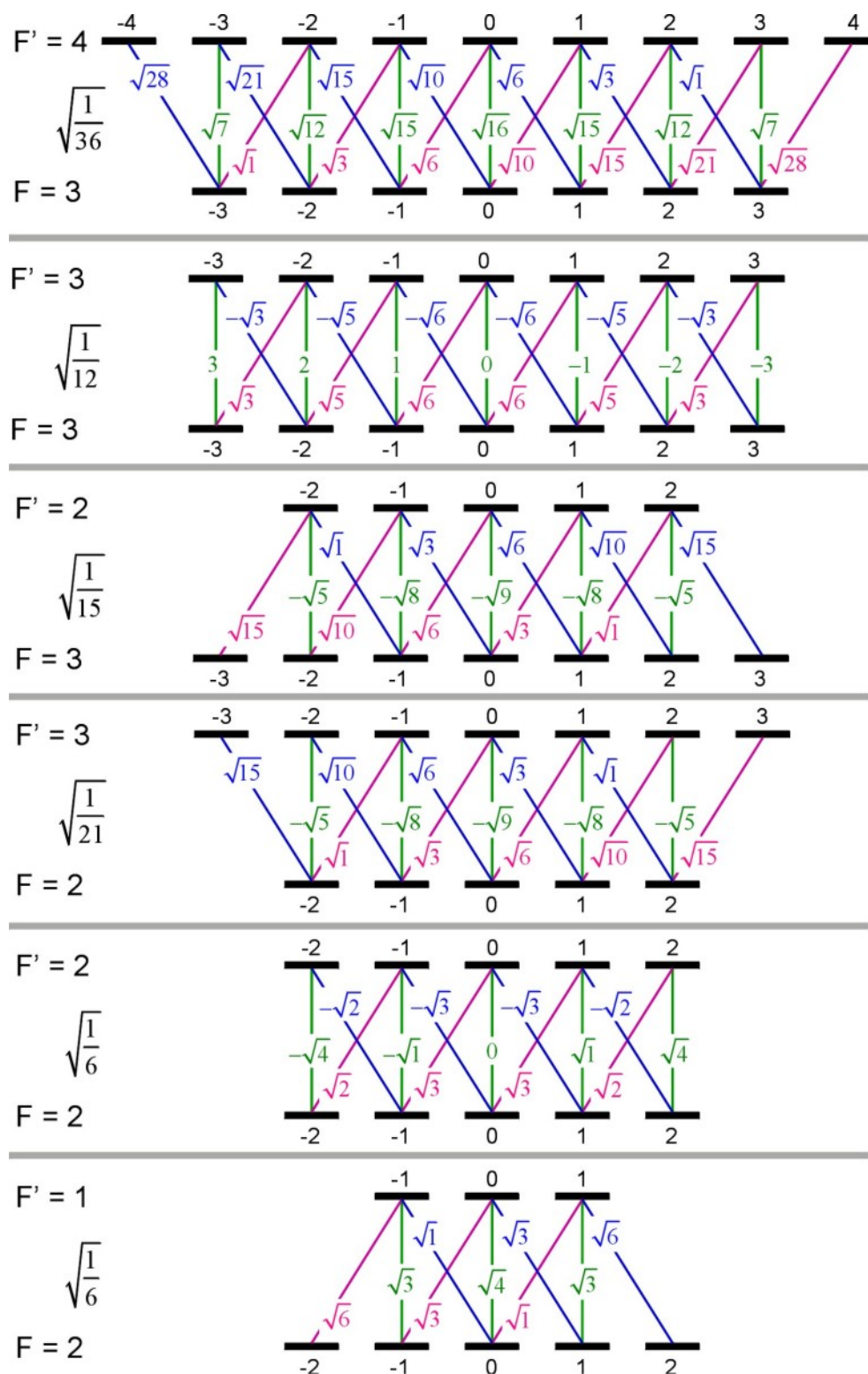


FIG. B.2 - Coefficients de Clebsch-Gordan pour la transition  $D_2$  du  $^{85}\text{Rb}$ .

## B.4 Force de raie

La force de raie pour une transition  $F \rightarrow F'$  vaut  $\sqrt{S_{FF'}}$  où [191] :

$$S_{FF'} = (2F' + 1).(2J + 1). \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{matrix} \right\}^2 \quad (\text{B.5})$$

Les notations du tableau B.1 sont utilisées. Le terme entre accolades correspond au symbole  $6j$ .

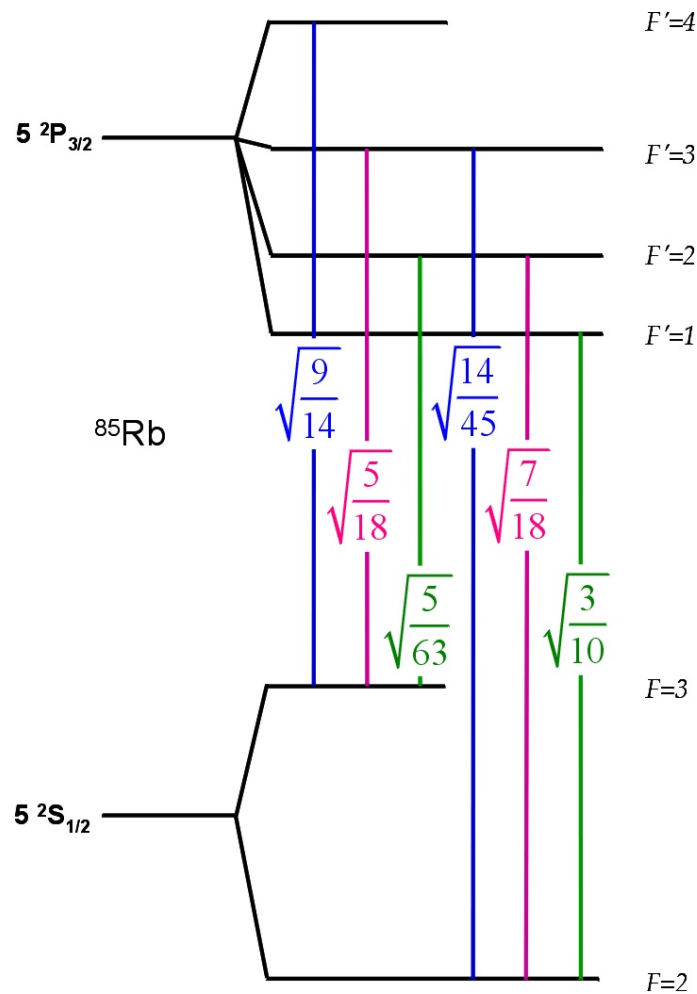


FIG. B.3 - Coefficients de force de raie entre les niveaux  $|5 S_{1/2}\rangle$  et  $|5 P_{3/2}\rangle$  du  $^{85}\text{Rb}$ .

## B.5 Autres grandeurs

Certaines grandeurs importantes sont rappelées dans le tableau B.4. La durée de vie correspond au niveau de la transition cyclante ( $F = 3 \rightarrow F' = 4$  pour  $^{85}\text{Rb}$  et  $F = 2 \rightarrow F' =$

3 pour  $^{87}\text{Rb}$ ). L'intensité de saturation est déduite par la formule [181] :

$$I_{sat} = \frac{\pi \cdot h \cdot c}{3\lambda^3 \cdot \tau} \quad (\text{B.6})$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $c$  la vitesse de la lumière,  $\lambda$  la longueur d'onde correspondant à la transition  $D_2$ , et  $\tau$  le temps de vie du niveau excité correspondant à la transition cyclante. Cette formule s'applique aux sous-niveaux Zeeman  $m_F = \pm F \rightarrow m_{F'} = \pm F'$  pour une lumière polarisée circulairement. Dans le cas d'un piège magnéto-optique, la situation est plus complexe, puisque nous sommes en présence d'un réseau d'intensité, et que les polarisations sont mélangées. Une intensité de saturation différente a également été établie dans ce cas [191], et figure dans le tableau pour le  $^{87}\text{Rb}$ . Pour l'autre isotope, nous pourrions supposer que l'intensité correspondante est très peu différente, dans la mesure où les intensités de saturation pour de la lumière polarisée circulairement sont très proches.

Grandeur	Unité	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
Abondance naturelle			
Masse atomique			
<b>Raie <math>D_2</math></b>			
Longueur d'onde	<i>nm</i>	780, 24	780, 24
Largeur de raie	<i>MHz</i>	$2\pi \cdot 5, 98$	$2\pi \cdot 6, 06$
Durée de vie	<i>ns</i>	26, 63	26, 24
Intensité de saturation	<i>mW.cm<sup>-2</sup></i>		
- Transition cyclante (polarisée $\sigma^\pm$ )		1, 64	1, 67
- Polarisation isotrope			3, 57
- Vitesse de recul	<i>mm.s<sup>-1</sup></i>	6, 02	5, 88

**Tableau B.4** - Données spectroscopiques des deux isotopes naturels du Rubidium. Données extraites de [181, 191].



# Annexe C

## Propriétés du Niobate de Lithium

Ce cristal de synthèse est le matériau phare de l'optique non linéaire. Il est décliné sous différentes stœchiométries, et éventuellement dopé. Durant cette thèse, nous avons travaillé avec trois cristaux : un premier de type congruent, ainsi que deux cristaux en guide d'onde, le premier congruent dopé avec 5% (mol.) de MgO (PPLN-WG13), le deuxième stœchiométrique dopé à 1% (mol.) de MgO (PPLN-WG30). Après une présentation cristallographique du matériau [218], nous passons en revue les données trouvées dans la littérature concernant ces trois cristaux [155].

### C.1 Propriétés cristallographiques

Nous présentons ici les rudiments sur la structure cristallographique du Niobate de Lithium, afin de lever toute ambiguïté sur les conventions des axes.

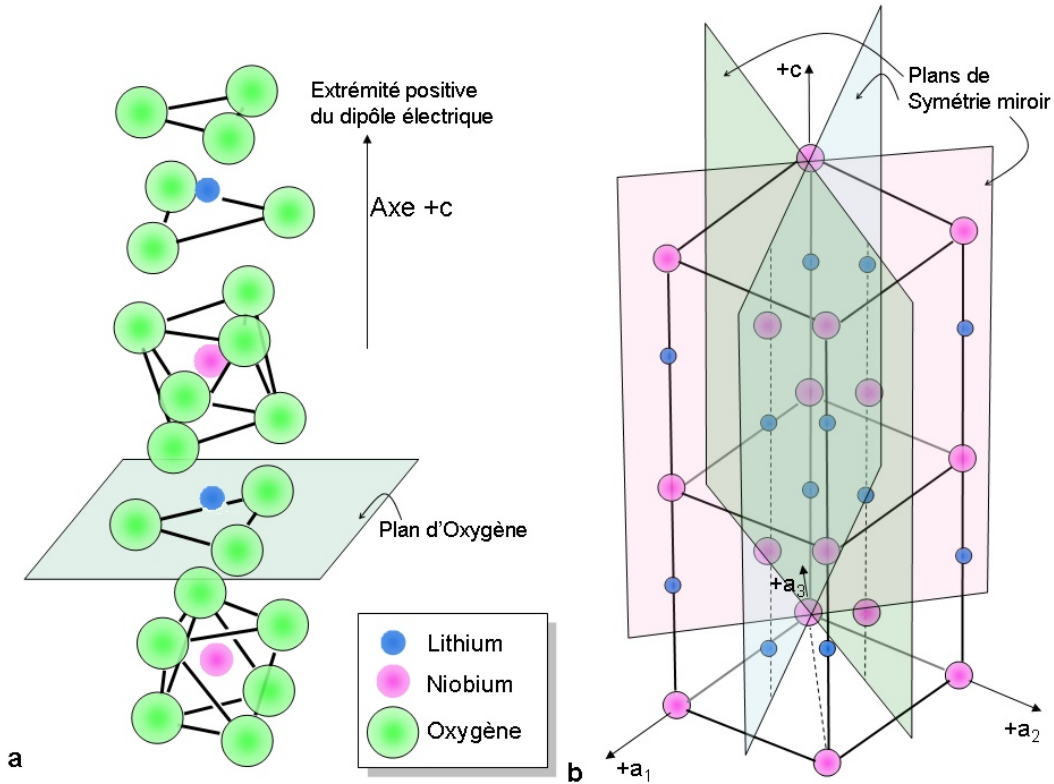
Une maille conventionnelle du cristal est représentée sur la figure C.1. Elle est constituée de plans d'Oxygène parallèles, formant des interstices octaédriques. Ces interstices sont remplis pour  $1/3$  d'atomes de Lithium, pour  $1/3$  d'atomes de Niobium, et restent vacants pour le dernier  $1/3$ . En suivant l'axe vertical de la figure (qui correspond à ce que nous définirons plus tard par l'axe  $c$ ), l'enchaînement des sites interstitiels est le suivant : Nb, vacant, Li, Nb, vacant, ...

A température ambiante, les atomes interstitiels sont déplacés de leur position centrale par les forces élastiques au sein du cristal. Ceci crée un moment dipolaire au sein du cristal, rendant le matériau ferro-électrique. Aux extrémités du cristal des charges vont s'accumuler afin de compenser le dipôle et assurer la neutralité du cristal. Lorsque le cristal est chauffé à la température de Curie (autour de  $1200^{\circ}\text{C}$ ), l'agitation thermique des atomes interstitiels fait disparaître cette polarisation, le matériau devient alors paraélectrique.

Le Niobate de Lithium possède deux classes de symétrie : il est invariant par rotation d'ordre 3 autour de l'axe représenté figure C.1.b, il est de plus invariant par symétrie planaire



par rapport à trois plans représentés figure C.1.b, ce qui classe ce cristal dans le groupe  $3m$ . Il peut être représenté selon deux types de mailles conventionnelles : hexagonale (comme c'est le cas sur la figure C.1) ou rhomboédrique.



**FIG. C.1** - Maille conventionnelle du Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ). a. Position des atomes de Li et de Nb dans sites interstitiels en phase ferro-électrique. b. Plans et axe de symétrie du Niobate de Lithium (cristal de la classe  $3m$ ).

L'axe  $c$  est défini comme celui présentant la symétrie de rotation d'ordre 3. Le sens  $+c$  correspond au vecteur sortant de la face où apparaissent des charges négatives lorsque le cristal est comprimé. La face  $+c$  correspond à l'extrémité positive du moment dipolaire. Ceci s'interprète comme suit : lorsque le cristal est comprimé, les atomes interstitiels sont contraints de se rapprocher du centre géométrique de l'interstice, ce qui réduit la polarisation du matériau, et laisse un excès de charges négatives de compensation au niveau de l'extrémité positive du dipôle.

Trois axes équivalents ( $a_1, a_2, a_3$ ) sont ensuite définis dans le plan orthogonal à  $c$ . Ils forment deux à deux un angle de  $120^\circ$  et il est aisé de constater qu'ils sont normaux aux plans de symétrie du cristal.

Les propriétés tensorielles (telles que le coefficient non linéaire) sont exprimées en coordonnées cartésiennes ; il est donc important de fixer certaines conventions. L'axe  $z$  du

crystal est défini comme colinéaire à  $c$  et orienté selon  $+c$ . L'axe  $x$  suit un des axes équivalents  $a_i$ . Son sens ne peut être déterminé, puisque, par construction, il est perpendiculaire à un plan de symétrie. Il ne présente donc pas de charge lorsque le cristal est comprimé. Enfin, l'axe  $y$  est choisi perpendiculaire à  $z$  et  $x$ . Son sens est déterminé par compression. On fixe alors le sens de  $y$  de façon à former avec  $(x, y, z)$  un trièdre direct.

Avec ces conventions, on voit que l'axe le plus fortement polarisable est l'axe  $c$ , donc l'axe  $z$ . De plus, la symétrie par rotation d'ordre 3 autour de l'axe  $c$  permet de conclure que  $c$  est un axe optique du LN, c'est-à-dire qu'une onde se propageant selon  $z$  verra le même indice de réfraction selon toutes les polarisations. Nous avons donc un cristal uniaxe, présentant un indice extraordinaire le long de l'axe  $z$ , et deux indices ordinaires selon  $x$  et  $y$ .

Les fabricants précisent l'axe normal à la face la plus large. Ainsi un cristal  $z$ -cut sera un cristal où la plus grande face sera orthogonale à l'axe  $z$ . Un axe supplémentaire est parfois précisé, il correspond à l'axe le plus long sur cette face. Ainsi un cristal  $zx$ -cut sera un cristal  $z$ -cut avec sa dimension la plus longue selon l'axe  $y$ .

## C.2 Propriétés communes

Comme nous le verrons dans la partie suivante, le Niobate de Lithium peut être synthétisé avec des concentrations relatives de Lithium allant de 46 à 50%, et avec un dopage en oxyde de magnésium inférieur à 10%. Ces différences de composition impliquent des variations de certaines propriétés physiques du cristal. Nous traiterons dans ce chapitre les propriétés qui sont peu sensibles à la composition.

**Dilatation thermique** Lorsque le cristal de PPLN est chauffé, il se dilate et par conséquent le pas du réseau varie également. La relation (C.1) exprime la dilatation du cristal en fonction de la température  $T$  (en  $^{\circ}C$ ) [219] :

$$l(T) = l(25^{\circ}C) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 25^{\circ}C) + \beta \cdot (T - 25^{\circ}C)^2] \quad (C.1)$$

Les coefficients de dilatation sont donnés dans le tableau suivant :

$\alpha$	$1,54 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
$\beta$	$5,3 \cdot 10^{-9} K^{-2}$

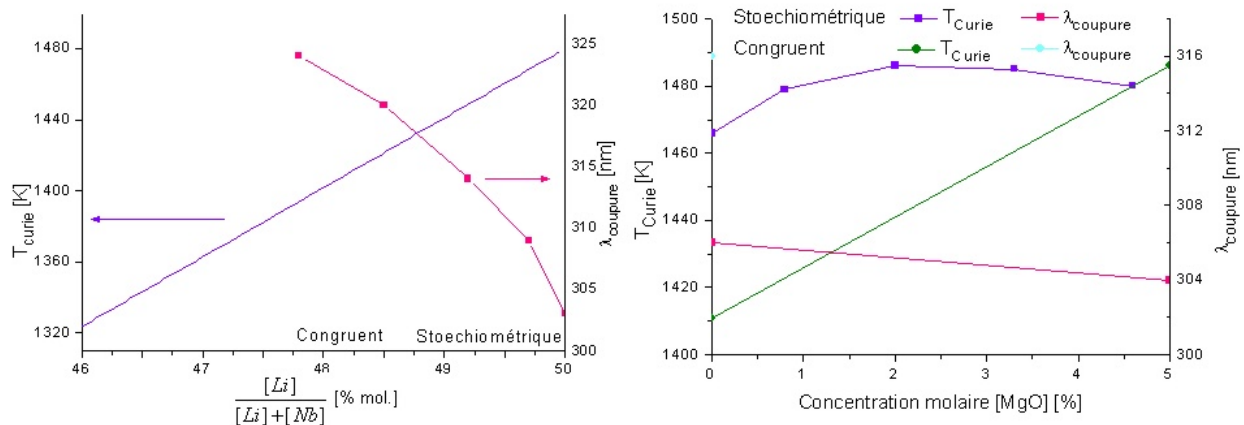
**Tableau C.1** - Coefficients de dilatation du PPLN

### C.3 Propriétés pour différentes compositions

On distingue deux types de Niobate de Lithium, en fonction des concentrations molaires relatives de Niobate et de Lithium. Le LN congruent (ou CLN) a un rapport molaire  $[Li]/[Nb] = 0,946$ , tandis que le LN stœchiométrique (SLN) possède, comme son nom l'indique un rapport molaire de 1. Ces deux types de cristaux auront des indices de réfraction ainsi que des coefficients non-linéaires différents. Il est important de bien connaître ces indices pour rendre compte de l'accord de phase.

De plus, pour limiter les effets photoréfractifs (voir chapitre 3.6.1), il peut être intéressant de doper le cristal avec quelques centièmes d'oxyde de Magnésium. Le dopage provoquera également des modifications des propriétés physiques du cristal. Après avoir donné une méthode de caractérisation de la composition du matériau, nous présentons les propriétés des matériaux en fonction de leur composition [155].

**Déterminer la composition** Il est possible de distinguer les deux types de composition en mesurant leur température de Curie qui évolue comme  $T_C = -473,57 + 39,064 [Li]$  pour une concentration molaire en Lithium variant entre 46 et 50%. Cette technique est cependant peu pratique à mettre en place. Une méthode récemment mise au point [220] permet de caractériser la concentration molaire relative de Lithium à 0,1% près en mesurant la coupure de la transmission à  $\alpha = 20 \text{ cm}^{-1}$  dans l'UV. Les figures C.2 reportent le comportement de ces deux paramètres en fonction de la composition du mélange.



**FIG. C.2** - Evolution de la température de Curie et de la longueur d'onde d'absorption à  $\alpha = 20 \text{ cm}^{-1}$  dans l'UV pour un cristal de  $LiNbO_3$  en fonction de sa composition. A gauche, variation de la concentration molaire relative de Lithium. A droite, variation de la concentration molaire de dopant. Données extraites de [155, 220]

**Indice de réfraction** L'indice de réfraction du PPLN varie en fonction de la température et de la longueur d'onde. L'indice extraordinaire nous intéresse particulièrement, puisque le doublage de fréquence sera réalisé pour des polarisations toutes orientées le long de l'axe optique. L'équation de Sellmeier dépendante de la température est :

$$n_e^2 = a_1 + b_1 \cdot f + \frac{a_2 + b_2 \cdot f}{\lambda^2 - (a_3 + b_3 \cdot f)^2} + \frac{a_4 + b_4 \cdot f}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \cdot \lambda^2 \quad (\text{C.2})$$

où  $f$  est le paramètre dépendant de la température  $T$  (exprimée en degrés Celsius). Le tableau C.2 donne les valeurs des coefficients pour les différentes compositions. Sur la figure C.3 sont tracés les indices extraordinaires pour ces différentes composition à température ambiante.

	Congruent	Stœchiométrique	CLN dopé 5% MgO
$a_1$	5,35583	4,546	4,5820
$b_1$	$4,629 \cdot 10^{-7}$	$2,72 \cdot 10^{-7}$	$2,2971 \cdot 10^{-7}$
$a_2$	0,100473	0,0917	0,09921
$b_2$	$3,862 \cdot 10^{-8}$	$1,93 \cdot 10^{-8}$	$5,2716 \cdot 10^{-8}$
$a_3$	0,20692	0,2148	0,21090
$b_3$	$-0,89 \cdot 10^{-8}$	$5,3 \cdot 10^{-8}$	$-4,9143 \cdot 10^{-8}$
$a_4$	100	—	—
$b_4$	$2,657 \cdot 10^{-5}$	—	—
$a_5$	11,34927	—	—
$a_6$	$1,5334 \cdot 10^{-2}$	$3,03 \cdot 10^{-2}$	$2,1940 \cdot 10^{-2}$
$f$	$(T - 24,5^\circ\text{C})(T + 570,82)$	$T^2 - 88506,25$	$(T - 24,5^\circ\text{C})(T + 570,82)$
Réf.	[219]	[221]	[222]

**Tableau C.2** - Coefficients de Sellmeier du Niobate de Lithium

**Coefficients non linéaires** Les symétries du cristal annulent de nombreux termes de la matrice de coefficients non linéaires. De plus la symétrie de Kleinman précise que tous les éléments du tenseur de susceptibilité non-linéaire reliés par permutation d'indice sont égaux. Nous avons donc l'égalité des coefficients  $d_{15} = d_{24} = d_{31} = d_{32}$ . Pour le Niobate de Lithium, la matrice se résume à 3 coefficients.

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{31} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

On trouve une grande variété de valeurs dans la littérature. Le tableau C.3 en référence quelques unes pour différentes longueurs d'onde.

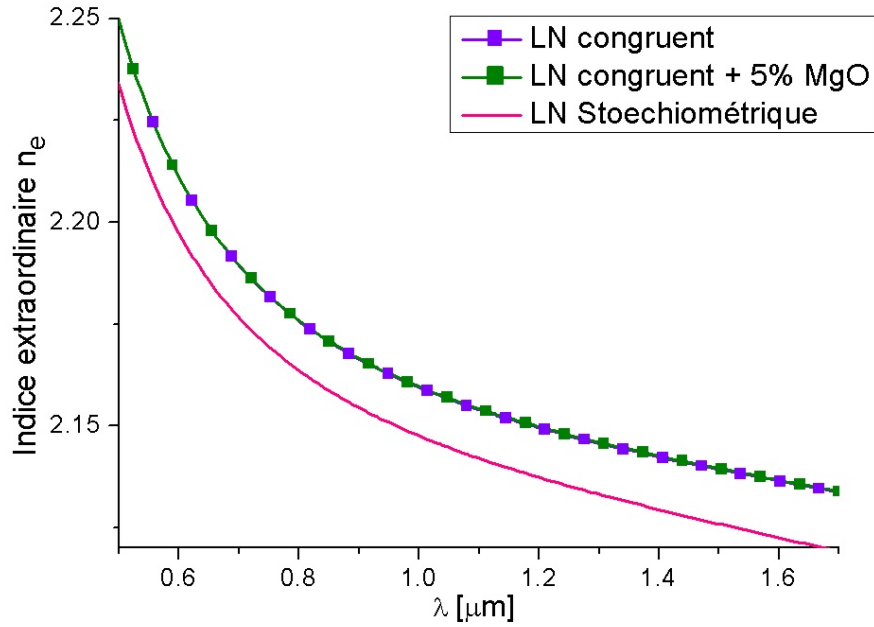


FIG. C.3 - Indice de réfraction à température ambiante pour différentes compositions

Coefficient non-linéaire	$\lambda$ [nm]	Valeur [ $pm/V$ ]		
		Congruent	Stœchiométrique	Dopé 5% $MgO$
$ d_{31} $	852	4,8		4,9
$ d_{33} $	852	25,7		28,4
$ d_{31} $	1064	4,6	$4,64 \pm 0,66$	4,4
$d_{31}$	1064	$-4,35 \pm 0,44$		
$ d_{33} $	1064	25,2	$41,7 \pm 7,8$	25
$d_{33}$	1064	$-27,2 \pm 2,7$		
$ d_{22} $	1064		$2,46 \pm 0,23$	
$d_{22}$	1064	$2,10 \pm 0,21$		
$ d_{31} $	1313	4,8		3,4
$ d_{33} $	1313	25,7		20,3

Tableau C.3 - Coefficients non linéaires du Niobate de Lithium relevés dans la littérature [155].

**Champ coercitif** Il est intéressant de constater que le champ électrique coercitif est plus facile à compenser dans le cas d'un cristal stœchiométrique, comme le montre le tableau C.4.

Stœchiométrie	Champ coercitif
Congruent	$\approx 21 \text{ kV/mm}$
Stœchiométrique	$\approx 4 \text{ kV/mm}$
Congruent + 5% <i>MgO</i>	$4.5 \text{ kV/mm}$

**Tableau C.4** - Champ coercitif pour différentes compositions du Niobate de Lithium



# Annexe D

## Optique non linéaire

### D.1 Propagation dans un milieu non linéaire

Lorsqu'une onde électrique  $\vec{E}$  se propage dans un milieu, elle en excite les électrons, induisant une polarisation  $\vec{P}$  de la matière. Pour des champs peu intenses, cette polarisation est proportionnelle au champ exciteur.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi_1 \cdot \vec{E} = \epsilon_0 (n^2 - 1) \vec{E} \quad (\text{D.1})$$

où  $\chi_1$  est la susceptibilité linéaire électrique du matériau, et  $n$  l'indice optique. Toutefois, pour des champs plus intenses, la réponse du matériau doit être modélisée par des ordres supérieurs en  $\vec{E}$ . Elle peut être interprétée classiquement en considérant un électron piégé dans un potentiel atomique : pour une excitation faible, l'électron va osciller dans le puits de potentiel, autour de la position d'équilibre. Le potentiel peut être approché par un potentiel harmonique. Lorsque le champ devient plus intense, l'électron explore une plus grande région du puits. Le potentiel vu alors par l'électron ne peut plus être considéré comme purement harmonique. La polarisation dépend alors du champ exciteur de façon non linéaire :

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \epsilon_0 \cdot \chi_1 \cdot \vec{E} + \vec{P}_{nl} \\ &= \epsilon_0 \cdot \chi_1 \cdot \vec{E} + \epsilon_0 \cdot \chi_2 : \vec{E} \vec{E} \\ (\chi_2 : \vec{E} \vec{E})_i &= \sum_{j,k} \chi_{2,ijk} \cdot E_j \cdot E_k \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

La polarisation non linéaire  $\vec{P}_{nl}$  peut s'écrire au premier ordre non linéaire par une dépendance quadratique au champ exciteur. Cette réponse quadratique est caractérisée par la susceptibilité électrique d'ordre 2  $\chi_2$ . Cette dernière, caractéristique du matériau, va dépendre de la longueur d'onde et des deux polarisations incidentes. Il s'agit donc d'un tenseur d'ordre 3, comportant a priori 27 composants. Cependant l'échange des ondes  $E_j$  et  $E_k$  laissant le terme non linéaire inchangé, la susceptibilité d'ordre 2 est donc réduite à 18 éléments,



et peut donc s'écrire sous la forme d'une matrice  $3 \times 6$ . Par convention, nous introduisons les coefficients non linéaires  $d_{ij} = \chi_{ij}/2$ , en  $pm.V^{-1}$ . La polarisation non linéaire s'exprime alors [223] :

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \cdot \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_y E_z \\ 2E_x E_z \\ 2E_x E_y \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

Pour des raisons de symétrie dans les cristaux<sup>1</sup>, de nombreux coefficients sont nuls, simplifiant la matrice de coefficients non linéaires.

Plaçons-nous dans un milieu en l'absence de charges libres et de courant de conduction. Les équations de Maxwell dans la matière nous donnent l'équation de propagation suivante :

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_{nl} \quad (D.4)$$

## D.2 Génération de seconde harmonique

Nous allons voir que, dans le milieu non linéaire précédemment décrit, une partie du champ électrique incident peut être convertie en un champ de fréquence différente. Ecrivons l'onde incidente sous la forme :

$$E_1(z, t) = \frac{1}{2} (E_1(z) \cdot e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.) \quad (D.5)$$

$E_\omega(z)$  est l'enveloppe de l'onde et  $c.c.$  constitue la partie complexe conjuguée de la fonction. Nous supposons que l'onde se propage selon  $z$ , et est polarisée rectilignement selon l'axe  $x$ , afin de travailler avec des champs scalaires. Pour la même raison, nous considérons dans la suite que le seul coefficient non linéaire non nul est  $d_{11}$ . La polarisation non linéaire s'écrit

$$\vec{P}_{nl} = \epsilon_0 \cdot d_{11} [E_1(z)^2 \cdot e^{i(2\omega_1 t - 2k_1 z)} + c.c. + 2 \cdot E_1(z) \cdot E_1^*(z)] \quad (D.6)$$

On voit que le terme source fait apparaître une onde de fréquence  $2\omega_1$  et de vecteur d'onde  $2k_1$ . Nous allons donc chercher une solution de l'équation de propagation de la forme de (D.5), mais pour un champ  $E_2$ . Nous appliquons l'approximation de l'enveloppe lentement variable, qui consiste à considérer les variations d'amplitudes  $E_\omega(z)$  comme lentes par rapport aux oscillations de l'onde :

$$\left| \frac{d^2 E_2}{dz_2^2} \right| \ll \left| k_2 \cdot \frac{dE_2}{dz_2} \right| \quad (D.7)$$

---

<sup>1</sup>Le principe de von Neumann (1833) stipule que toutes les propriétés physiques d'un cristal doivent avoir les symétries de la structure cristalline (ce qui n'exclut pas d'avoir plus de symétries que le cristal) [218].

Par ailleurs, considérer que l'équation de propagation est valable à tout instant implique que  $\omega_2 = 2\omega_1$ . Cette équation traduit la conservation de l'énergie lors du processus de conversion de fréquence. Dans notre cas, la conversion correspond à un doublage de fréquence. L'équation de propagation s'exprime finalement [140] :

$$\frac{dE_2}{dz} = -i \cdot \frac{\omega_1}{n_2 \cdot c} \cdot d_{11} \cdot E_1^2 \cdot e^{i \cdot \Delta k \cdot z} \quad (\text{D.8})$$

où  $\Delta k = k_2 - 2k_1$  est le désaccord de phase. Pour un terme source en  $E_2$  et  $E_1$ , l'équation de propagation donne l'évolution de l'enveloppe  $E_1$ .

$$\frac{dE_1}{dz} = -i \cdot \frac{\omega_1}{n_1 \cdot c} \cdot d_{11} \cdot E_2 \cdot E_1^* \cdot e^{-i \cdot \Delta k \cdot z} \quad (\text{D.9})$$

Ces deux équations couplées gouvernent la génération de seconde harmonique dans le milieu. Nous allons étudier les propriétés de doublage dans différentes configurations.

### D.3 Accord de phase

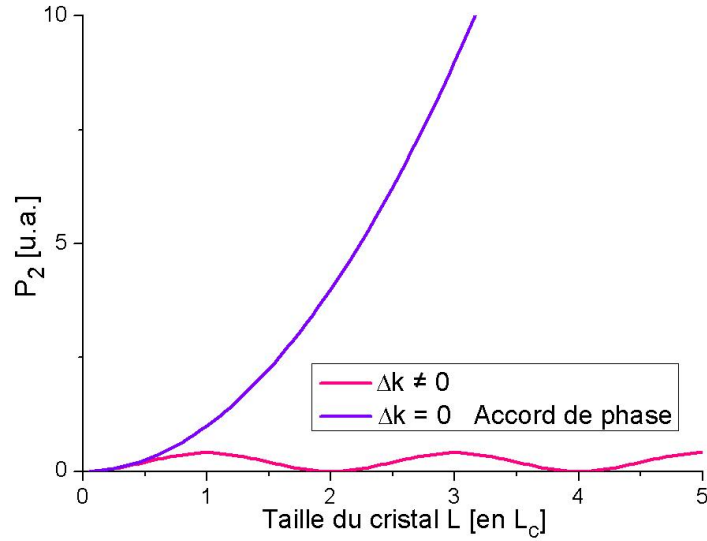
Afin de simplifier les calculs, considérons tout d'abord le cas où le rendement de conversion non linéaire est faible. Le champ  $E_1$  reste alors à peu près constant sur tout le volume d'interaction, soit  $E_1(z) = E_0$ . Il est alors aisé d'intégrer l'équation (D.8) sur la longueur  $L$  du cristal. La puissance est déduite en intégrant le vecteur de Poynting  $\vec{S}$  sur la surface  $A$  de l'onde incidente. Pour des champs complexes, le vecteur de Poynting s'écrit  $\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*$  [224]. La puissance générée s'exprime alors  $P_2 = \frac{1}{2Z_0} n_2 |E_2(L)|^2 \cdot A$ , où  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  est l'impédance du vide. La puissance en sortie de cristal est donc [140, 223] :

$$P_2 = \eta_L \cdot L^2 \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k \cdot L}{2} \right) \cdot P_1^2 \quad \text{avec} \quad \eta_L = 2 \frac{Z_0^3}{A \cdot n_2 \cdot n_1^2} (\omega_1 \cdot \epsilon_0 \cdot d_{11})^2 \quad (\text{D.10})$$

$\eta_L$ , exprimé en  $\% \cdot W^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$  est le rendement linéique de conversion. On définit également le rendement global  $\eta = \eta_L \cdot L^2$ , en  $\%/W$ . On retrouve fréquemment dans la littérature l'équation (D.10) réécrite sous la forme :

$$P_2 = \frac{8\pi^2 \cdot d_{eff}^2}{n_2 \cdot n_1^2 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda_1^2} \cdot \frac{P_1^2 \cdot L^2}{A} \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k \cdot L}{2} \right) \quad (\text{D.11})$$

La figure D.1 présente la puissance générée en sortie en fonction de la taille du cristal, pour  $\Delta k = 0$  et  $\Delta k \neq 0$ . Dans le cas où  $\Delta k \neq 0$  du fait du terme en *sinc*, la puissance générée s'annule de façon périodique, indiquant que, en raison du déphasage variable entre l'onde générée et l'onde de pompe, la seconde harmonique se recombine avec la pompe pour



**FIG. D.1** - Puissance de seconde harmonique générée en sortie de cristal à l'accord de phase et pour  $\Delta k \neq 0$

redonner des photons de pompe. Cette oscillation est caractérisée par la distance  $L_c$  où la puissance générée est maximale, baptisée à tort [140] longueur de cohérence :

$$L_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda_0}{4(n_2 - n_1)} \quad (\text{D.12})$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du faisceau de pompe. En revanche, pour  $\Delta k = 0$ , cas où l'onde de pompe et l'onde générée vont évoluer en phase dans le cristal, la puissance générée suit une loi quadratique en fonction de la taille du cristal, permettant de générer beaucoup plus efficacement le signal de seconde harmonique. Cette situation est appelée l'accord de phase, et n'est pas a priori réalisée dans un cristal, en raison de la dispersion d'indice. Différentes configurations permettent néanmoins d'obtenir l'accord de phase. Elles sont développées dans le chapitre 3.3.

Lorsque l'accord de phase est réalisé, l'équation (D.10) montre que l'efficacité de doublage est alors gouvernée par le facteur  $\frac{d_{11}}{n_2 \cdot n_1^2}$ , dit facteur de mérite. Ce terme permet de comparer l'efficacité de doublage de différents matériaux pour une longueur d'onde donnée. Il existera également pour chaque cristal un coefficient linéaire  $d_{ij}$  maximal, correspondant à la configuration de polarisation optimale.

## D.4 Quasi-accord de phase dans les cristaux périodiquement retournés

Comme nous l'avons mentionné au chapitre 3.3.2, il serait avantageux de réaliser le double de fréquence en utilisant les coefficients non linéaires les plus importants, ce qui est rarement possible par accord de phase par biréfringence. Un autre scénario dit de quasi-accord de phase est utilisé. Il consiste à retourner périodiquement la polarisation d'un matériau ferro-électrique, provoquant un changement de signe du coefficient non linéaire. Le coefficient est alors fonction de l'espace :  $d(z) = d_{eff}.f(z)$  où  $f(z)$  est une fonction périodique comprise entre  $-1$  et  $1$ . L'équation de l'enveloppe de la fréquence générée (D.8) s'écrit alors :

$$\frac{dE_2}{dz} = -i.\frac{\omega_1}{n_2.c}.d_{eff}.f(z).E_1^2.e^{i.\Delta k.z} \quad (D.13)$$

L'équation intégrée sur la longueur  $L$  du cristal donne :

$$E_2(L) = -i.\frac{\omega_1}{n_2.c}.d_{eff}.E_1^2.\int_0^L f(z).e^{i.\Delta k.z}.dz \quad (D.14)$$

La fonction  $f(z)$  étant périodique, il est alors pertinent de la décomposer en série de Fourier :

$$f(z) = \sum_m f_m.e^{-i.m\frac{2\pi}{\Lambda}z} \quad (D.15)$$

où  $\Lambda$  est la période du retournement périodique. L'amplitude de seconde harmonique générée en sortie est alors :

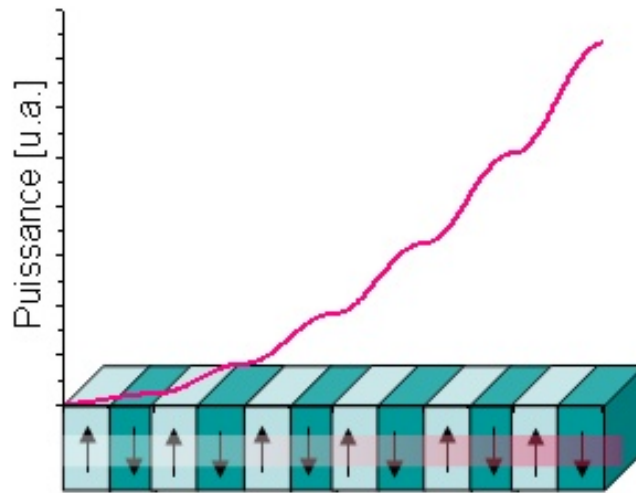
$$E_2(L) = -i.\frac{\omega_1}{n_2.c}.d_{eff}.E_1^2.\sum_m f_m.\int_0^L .e^{i.(\Delta k - m\frac{2\pi}{\Lambda})z}.dz \quad (D.16)$$

Pour chaque ordre  $m$ , il existe à présent une condition d'accord de phase modifiée, dite de quasi-accord de phase, telle que :

$$\Delta k_{QPM} = k_2 - 2k_1 - \frac{2m.\pi}{\Lambda} \quad (D.17)$$

On voit, en utilisant l'expression de la longueur de cohérence (D.12), que la période de retournement est un multiple de la longueur de cohérence :  $\Lambda = 2m.L_c$ . Ainsi, pour  $m = 1$ , le matériau sera retourné à chaque longueur de cohérence. De plus, si la condition de quasi-accord de phase est vérifiée pour un  $m$  donné, alors seul le terme d'ordre  $m$  dans la somme de l'équation D.16 sera important. L'équation dans le cas quasi accordé en phase se simplifie alors en :

$$E_2(L) = -i.\frac{\omega_1}{n_2.c}.d_{QPM}.E_1^2 \quad (D.18)$$



**FIG. D.2** - Amplitude de seconde harmonique générée dans un cristal périodiquement retourné et quasi-accordé en phase

avec un coefficient non linéaire effectif  $d_{QPM} = d_{eff} \cdot |f_m|$  et un coefficient de Fourier  $f_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda f(z) \cdot e^{i \cdot n \frac{2\pi}{\Lambda} z} dz$ . La figure D.2 représente la courbe de puissance de seconde harmonique générée en fonction de la taille du cristal. L'expression de l'amplitude de seconde harmonique générée est alors totalement équivalente au cas accordé en phase, le coefficient non linéaire  $d_{eff}$  ayant été remplacé par  $d_{QPM}$ . Nous pouvons évaluer ce terme dans le cas de domaines rectangulaires de facteur de cycle  $D$  [170] :

$$d_{QPM} = \frac{2 \cdot d_{eff}}{\pi \cdot m} \sin(\pi \cdot m \cdot D) \quad (D.19)$$

Ordre m	Facteur de cycle D	Coefficient effectif $d_{QPM}$	Configuration
1	50%	$\frac{2d}{\pi}$	
2	25% 75%	$\frac{2d}{2\pi}$	
3	18% 50% 82%	$\frac{2d}{3\pi}$	

**Tableau D.1** - Configurations de retournement périodique pour les trois premiers ordres.

Le tableau D.1 présente les configurations optimales pour les trois premiers ordres. Si les techniques de retournement périodique le permettent, il est évidemment préférable de

travailler à l'ordre 1 : cela représente un pas d'une dizaine de microns pour doubler un faisceau infra-rouge, et de quelques microns seulement pour générer un faisceau dans le bleu. On peut sinon utiliser les ordres plus élevés, mais l'ordre 2 nécessite de savoir retourner la polarisation du matériau avec la même résolution que l'ordre 1. Il n'est donc d'aucune utilité. L'ordre 3 en revanche peut être réalisé avec des domaines de dimension  $3L_C$ . Le coefficient effectif est alors 3 fois moins grand qu'à l'ordre 1.

Finalement, la puissance en sortie de cristal quasi accordé en phase et ayant un facteur de cycle de 50% s'écrit :

$$P_2 = \frac{32 \cdot d_{eff}^2}{m^2 \cdot n_2 \cdot n_1^2 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda_1^2} \cdot \frac{P_1^2 \cdot L^2}{A} \quad (\text{D.20})$$

## D.5 Efficacité de doublage dans le cas déplété

Nous allons à présent déterminer la puissance de seconde harmonique en sortie de cristal en régime déplété. Cette fois, nous ne pouvons plus supposer que la puissance de pompe reste constante le long du cristal. Néanmoins, nous allons supposer que l'accord de phase est réalisé ( $\Delta k = 0$ ). Dans le cas du quasi-accord de phase, l'étude du chapitre précédent nous montre que la puissance en sortie de cristal correspond à celle produite par un cristal accordé en phase, de coefficient non linéaire équivalent :

$$d_{eff} = \frac{\pi}{4 \cdot m} \cdot d \quad (\text{D.21})$$

où  $m$  est l'ordre du quasi-accord de phase. Nous réécrivons donc l'équation de propagation (D.8) sous la forme :

$$\frac{dE_2}{dz} = -i \cdot \frac{\omega_1}{n_2 \cdot c} \cdot d_{eff} \cdot E_1^2(z) \quad (\text{D.22})$$

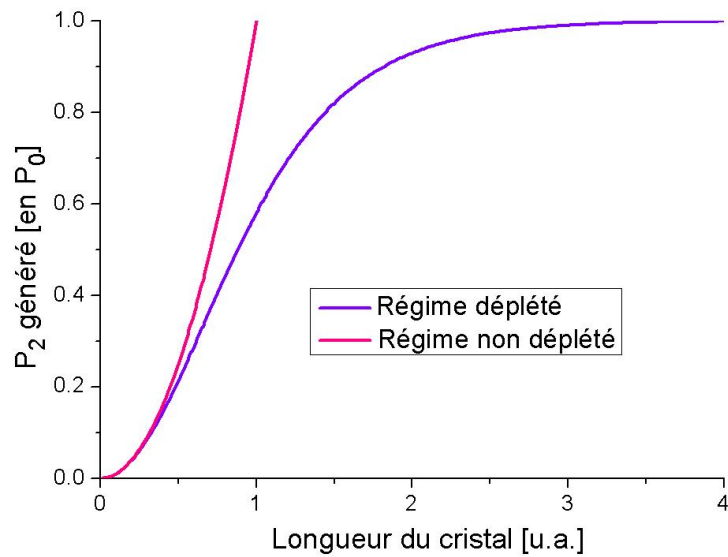
Par ailleurs, nous pouvons écrire la conservation de l'intensité lumineuse tout au long du cristal,  $|E_0|^2 = |E_1(z)|^2 + |E_2(z)|^2$  où  $E_0$  est l'enveloppe initiale du faisceau de pompe. Si on part d'une enveloppe  $E_1$  réelle, les équations de propagation (D.8) et (D.9) nous permettent alors de vérifier que, tout au long du cristal,  $E_1(z)$  est réel et  $E_2(z)$  est imaginaire pur. Par un changement de variable où  $E_2$  devient réel, la conservation du flux lumineux s'écrit alors :

$$E_1^2(z) - E_2^2(z) = E_0^2 \quad (\text{D.23})$$

En insérant (D.23) dans l'équation (D.8), cette dernière devient alors intégrable. En utilisant la définition de  $\eta_L$  (équation (D.10)), la puissance générée en sortie de cristal peut alors être mise sous la forme :

$$P_2(L) = P_0 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \tanh^2 \left( \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cdot \sqrt{\eta_L \cdot P_0 \cdot L} \right) \quad (\text{D.24})$$

Rappelons que le système étant à l'accord de phase, on a  $n_2 = n_1$ . La figure D.3 présente la génération de seconde harmonique en fonction de la taille du cristal. Pour des distances suffisamment courtes, on retrouve le comportement quadratique caractéristique du régime non dépleté. Pour un rendement global supérieur à 10%, l'approximation de pompe non déplettée ne pourra plus être considérée comme valable. Par ailleurs, pour un cristal de taille  $L_c \approx \frac{1,5}{\sqrt{\eta_L \cdot P_0}}$ , 80% de la puissance de pompe aura été convertie en seconde harmonique.



**FIG. D.3** - Puissance de seconde harmonique générée en fonction de la taille du cristal, dans le régime dépletté (violet) et pour une pompe non déplettée (fuschia)

# Bibliographie





- 
- [1] C. J. Bordé, *Atomic interferometry with internal state labelling*, Physics Letters A, 140 (1-2) (1989), p. 10.
- [2] M. Kasevich et S. Chu, *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*, Physical Review Letters, 67 (2) (1991), p. 181.
- [3] A. Peters, K. Y. Chung et S. Chu, *High-precision gravity measurements using atom interferometry*, Metrologia, 38 (1) (2001), p. 25.
- [4] V. Mahal, A. Arie, M. A. Arbore et M. M. Fejer, *Quasi-phase-matched frequency doubling in a waveguide of a 1560-nm diode laser and locking to the rubidium D2 absorption lines*, Optics Letters, 21 (1996), pp. 1217–1219.
- [5] C. Reigber, H. Jochmann, J. Wunsch et al., *Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP*, Dans *Earth Observation with CHAMP - Results from Three Years in Orbit*, pp. 25–30. Springer, Berlin (2004).
- [6] C. Förste, F. Flechtner, R. Schmidt, R. König, H. Neumayer, R. Biancale, S. Bruinsma, J.-M. Lemoine et S. Loyer, *A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface data - EIGEN-GL04C*, Geophysical Research Abstracts, 8 (2006), p. 03462.
- [7] W. M. Kaula, *Geophysical implications of satellite determinations of the earth's gravitational field*, Space Science Reviews, 7 (5-6) (1967), pp. 769–794.
- [8] W. M. Kaula, *Theory of Satellite Geodesy*, Dover Publication, Mineola (2000).
- [9] A. S. Konopliv, A. B. Binder, L. L. Hood, A. B. Kucinskis et J. G. W. W. L. Sjogren, *Improved Gravity Field of the Moon from Lunar Prospector*, Science, 281 (5382) (1998), p. 1476.
- [10] V. Ballu, M. Diament, P. Briole et J.-C. Ruegg, *1985-1999 gravity field variations across the Asal Rift : insights on vertical movements and mass transfer*, Earth and Planetary Science Letters, 208 (2003), pp. 41–49.
- [11] A. Cazenave et D. Massonnet, *La Terre vue de l'espace*, Pour la Science. Belin, Paris (2004).
- [12] Ifremer, *Cours d'océanographie : la marée* (2001).
- [13] S. Branca, D. Carbone et F. Greco, *Intrusive mechanism of the 2002 NE-Rift eruption at Mt. Etna (Italy) inferred through continuous microgravity data and volcanological evidences*, Geophysical Research Letters, 30 (20) (2003), p. 2077.
- [14] F. V. Kann, *Requirements and general principles of airborne gravity gradiometers for mineral exploration*, Dans *ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop*, Australia (2004).

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [15] A. J. Romaides, J. C. Battis, R. W. Sands, A. Zorn, D. O. B. Jr et D. J. DiFrancesco, *A comparison of gravimetric techniques for measuring subsurface void signals*, Journal of Physics D : Applied Physics, 34 (3) (2001), p. 433.
- [16] T. M. Niebauer, G. S. Sasagawa, J. E. Faller, R. Hilt et F. Klopping, *A new generation of absolute gravimeters*, Metrologia, 32 (1995), pp. 159–180.
- [17] A. Germak, S. Desogus et C. Origlia, *Interferometer for the IMGC rise-and-fall absolute gravimeter*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 471.
- [18] L. Vitushkin, M. Becker, Z. Jiang et al., *Results of the Sixth International Comparison of Absolute Gravimeters, ICAG-2001*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 407.
- [19] J. Liard et C. Gagnon, *The new A-10 absolute gravimeter at the 2001 International Comparison of Absolute Gravimeters*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 477.
- [20] D. Schmerge et O. Francis, *Set standard deviation, repeatability and offset of absolute gravimeter A10-008*, Metrologia, 43 (2006), pp. 414–418.
- [21] J. E. Faller, *Thirty years of progress in absolute gravimetry : a scientific capability implemented by technological advances*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 425.
- [22] A. L. Vitouchkine et J. E. Faller, *Measurement results with a small cam-driven absolute gravimeter*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 465.
- [23] P. Cheinet, *Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids*, Thèse de doctorat, Paris VI (2006).
- [24] E. Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, *Site institutionnel* (2006).
- [25] J. M. Goodkind, *The superconducting gravimeter*, Review of Scientific Instruments, 70 (11) (1999), pp. 4131–4152.
- [26] G. S. Sasagawa, W. Crawford, O. Eiken, S. Nooner, O. Stenvold et M. A. Zumberge, *A new sea-floor gravimeter*, Geophysics, 68 (2) (2003), pp. 544–553.
- [27] M.-F. Lequentrec-Lalancette, *Les Sources d'erreur en Gravimétrie Marine*, Rapport Technique Didacticiel du BGI (1992).
- [28] D. Hatch, *Evaluation of a full tensor gravity gradiometer for kimberlite exploration*, Dans *Airborne Gravity 2004 workshop*, Sydney, Australia (2004).
- [29] S. Elieff et S. Sander, *AIRGrav airborne gravity survey in Timmins, Ontario*, Dans *Airborne Gravity 2004 workshop*, Sydney, Australia (2004).
- [30] S. Sander, M. Argyle, S. Elieff, S. Ferguson, V. Lavoie et L. Sander, *The AIRGrav airborne gravity system*, Dans *Airborne Gravity 2004 workshop*, Sydney, Australia (2004).
- [31] A. M. Bruton, *Improving the Accuracy and Resolution of SINS/DGPS Airborne Gravimetry*, Thèse de doctorat, University Calgary (2000).

- 
- [32] O. Carnal et J. Mlynek, *Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer*, Physical Review Letters, 66 (21) (1991), pp. 2689–4.
- [33] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette et D. E. Pritchard, *An interferometer for atoms*, Physical Review Letters, 66 (21) (1991), pp. 2693–2696.
- [34] C. J. Bordé, *Atomic Interferometry and Laser Spectroscopy*, Dans *Laser Spectroscopy X*, sous la direction de W. Scientific, pp. 239–245. World Scientific (1991).
- [35] A. W. Overhauser et R. Colella, *Experimental Test of Gravitationally Induced Quantum Interference*, Physical Review Letters, 33 (20) (1974), pp. 1237 – 1239.
- [36] R. Colella, A. W. Overhauser et S. A. Werner, *Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference*, Physical Review Letters, 34 (23) (1975), pp. 1472 – 1474.
- [37] J. L. Staudenmann, S. A. Werner, R. Colella et A. W. Overhauser, *Gravity and inertia in quantum mechanics*, Physical Review A, 21 (5) (1980), pp. 1419 –1438.
- [38] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke et C. J. Bordé, *Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer*, Physical Review Letters, 67 (2) (1991), p. 177.
- [39] A. Peters, K. Y. Chung, B. Young, J. Hensley et S. Chu, *Precision atom interferometry*, Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 355 (1733) (1997), pp. 2223–2233.
- [40] A. Peters, K. Y. Chung et S. Chu, *Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms*, Nature, 400 (6747) (1999), pp. 849–852.
- [41] P. Cheinet, F. P. D. Santos, T. Petelski, J. L. Gouët, J. Kim, K. Therkildsen, A. Clairon et A. Landragin, *Compact laser system for atom interferometry*, Applied Physics B : Lasers and Optics, 84 (4) (2006), pp. 643–646.
- [42] A. Landragin, *Communication privée* (2006).
- [43] M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer, K. G. Haritos et M. A. Kasevich, *Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity*, Physical Review Letters, 81 (5) (1998), pp. 971–974.
- [44] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden et M. A. Kasevich, *Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry*, Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 65 (3) (2002), p. 033608.
- [45] T. L. Gustavson, P. Bouyer et M. A. Kasevich, *Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope*, Physical Review Letters, 78 (11) (1997), pp. 2046–4.
- [46] T. L. Gustavson, A. Landragin et M. A. Kasevich, *Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope*, Classical and Quantum Gravity, 17 (12) (2000), p. 2385.

- [47] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin et P. Bouyer, *Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry*, Physical Review Letters, 97 (1) (2006), p. 010402.
- [48] C. Cohen-Tannoudji, *Cours au Collège de France : interférométrie atomique* (1992).
- [49] C. J. Bordé, *Atomic clocks and inertial sensors*, Metrologia, 39 (5) (2002), p. 435.
- [50] C. Antoine et C. J. Bordé, *Exact phase shifts for atom interferometry*, Physics Letters A, 306 (5-6) (2003), p. 277.
- [51] P. Storey et C. Cohen-Tannoudji, *The Feynman path integral approach to atomic interferometry. A tutorial*, Journal de Physique II, 4 (1994), p. 1999.
- [52] C. J. Bordé, *Theoretical tools for atom optics and interferometry*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics, 2 (3) (2001), pp. 509–530.
- [53] C. Lammerzahl et C. J. Bordé, *Rabi oscillations in gravitational fields : Exact solution*, Physics Letters A, 203 (2-3) (1995), pp. 59–67.
- [54] P. R. Berman, *Atom Interferometry*, Academic Press (1997).
- [55] C. Antoine et C. J. Bordé, *Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update*, Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics, 5 (2003), p. 199.
- [56] C. J. Bordé, *Quantum Theory of Atom-Wave Beam Splitters and Application to Multi-dimensional Atomic Gravito-Inertial Sensors*, General Relativity and Gravitation, 36 (3) (2004), p. 475.
- [57] C. Antoine, *Contribution à la théorie des interféromètres atomiques*, Thèse de doctorat, Paris VI (2005).
- [58] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu et D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Physical Review Letters, 59 (23) (1987), pp. 2631–4.
- [59] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models*, Journal of the Optical Society of America B, 6 (11) (1989), p. 2023.
- [60] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi et S. Chu, *Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions*, Physical Review Letters, 66 (18) (1991), pp. 2297 – 2300.
- [61] A. Miffre, M. Jacquy, M. Buchner, G. Trenec et J. Vigué, *Measurement of the electric polarizability of lithium by atom interferometry*, Physical Review A, 73 (1) (2006), p. 011603.

- 
- [62] C. R. Ekstrom, J. Schmiedmayer, M. S. Chapman, T. D. Hammond et D. E. Pritchard, *Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer*, Physical Review A, 51 (5) (1995), pp. 3883–3888.
- [63] U. Gustafsson, J. Alnis et S. Svanberg, *Atomic spectroscopy with violet laser diodes*, American Journal of Physics, 68 (7) (2000), pp. 660–664.
- [64] G. Modugno, C. Benkő, P. Hannaford, G. Roati et M. Inguscio, *Sub-Doppler laser cooling of fermionic  $^{40}\text{K}$  atoms*, Physical Review A, 60 (5) (1999), pp. R3373 – R3376.
- [65] C. Fort, A. Bambini, L. Cacciapuoti, F. Cataliotti, M. Prevedelli, G. Tino et M. Inguscio, *Cooling mechanisms in potassium magneto-optical traps*, European Physical Journal D, 3 (1998), pp. 113–118.
- [66] C. Gerz, T. W. Hodapp, P. Jessen, K. M. Jones, W. D. Phillips, C. I. Westbrook et K. Molmer, *The temperature of optical molasses for two different atomic angular momenta*, Europhysics Letters, 21 (6) (1993), pp. 661–666.
- [67] F. Lienhart, A. Bresson, S. Boussen et F. Deyzac, *Atomic fountain clock and cold atom gravimeter : two atomic interferometers*, Dans *19th European Frequency and Time Forum*, Besançon (2005).
- [68] A. Makdissi et E. d. Clercq, *Evaluation of the accuracy of the optically pumped caesium beam primary frequency standard of BNM-LPTF*, Metrologia, 38 (2001), pp. 409–425.
- [69] M. Abgrall, *Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO*, Thèse de doctorat, Paris VI (2003).
- [70] P. Cladé, *Oscillations de Bloch d’atomes ultrafroids et mesure de la constante de structure fine*, Thèse de doctorat, Paris VI (2006).
- [71] P. Cladé, E. d. Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khelifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice*, Physical Review Letters, 96 (3) (2006), p. 033001.
- [72] M. A. Kasevich et S. Chu, *Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer*, Applied Physics B : Lasers and Optics, 54 (1992), pp. 321–332.
- [73] G. K. Campbell, A. E. Leanhardt, J. Mun, M. Boyd, E. W. Streed, W. Ketterle et D. E. Pritchard, *Photon Recoil Momentum in Dispersive Media*, Physical Review Letters, 94 (17) (2005), p. 170403.
- [74] S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar, K. Gibble et D. J. Heinzen, *Predictions for laser-cooled Rb clocks*, Physical Review A, 56 (6) (1997), pp. R4389 – R4392.

- [75] C. Fertig et K. Gibble, *Measurement and Cancellation of the Cold Collision Frequency Shift in an  $87\text{Rb}$  Fountain Clock*, Physical Review Letters, 85 (8) (2000), pp. 1622 – 1625.
- [76] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon et C. Williams, *Cold Collision Frequency Shifts in a  $87\text{Rb}$  Atomic Fountain*, Physical Review Letters, 85 (15) (2000), pp. 3117 – 3120.
- [77] A. Wicht, E. Sarajlic, J. M. Hensley et S. Chu, *Phase shifts in precision atom interferometry due to the localization of atoms and optical fields*, Physical Review A, 72 (2) (2005), p. 023602.
- [78] C. Antoine, *Matter wave beam splitters in gravito-inertial and trapping potentials : generalized ttt scheme for atom interferometry*, Applied Physics B, 84 (4) (2006), pp. 585–597.
- [79] P. Cheinet, B. Canuel, F. P. D. Santos, A. Gauguier, F. Leduc et A. Landragin, *Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer*, ArXiv (2005).
- [80] R. Chapman, *A Sea Water Equation of State Calculator* (2005).
- [81] W. Torge, *Gravimetry*, Walter de Gruyter, Berlin (1989).
- [82] R. Biancale, *Ecole de géodésie spatiale - Le Champ de Gravité* (2002).
- [83] F. Lefèvre, F. H. Lyard, C. L. Provost et E. J. O. Schrama, *FES99 : A Global Tide Finite Element Solution Assimilating Tide Gauge and Altimetric Information*, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 19 (9) (2002), p. 1345.
- [84] T. Irvine, *Automobile Vibration*, Vibrationdata Newsletter (2004).
- [85] Aerotech, *Spécifications des plateformes AMG* (2006).
- [86] W. Flügge, *Handbook of engineering mechanics*, Mc Graw-Hill, New York (1962).
- [87] J. M. Hensley, A. Peters et S. Chu, *Active low frequency vertical vibration isolation*, Review of Scientific Instruments, 70 (6) (1999), pp. 2735–2741.
- [88] N. A. Robertson, B. Abbott, R. Abbott et al., *Seismic isolation and suspension systems for Advanced LIGO*, Dans *Gravitational Wave and Particle Astrophysics Detectors*, sous la direction de J. Hough et G. H. Sanders, vol. 5500, pp. 81–91. SPIE (2004).
- [89] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson et C. Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapor cell*, Physical Review Letters, 65 (13) (1990), pp. 1571–1574.
- [90] A. N. Nesmeyanov, *Vapor Pressure of the Chemical Elements*, Elsevier, Amsterdam (1963).
- [91] D. J. Croucher et J. L. Clark, *Total collision cross sections and van der Waals constants for alkali atom interactions with atoms and non-reactive diatomic molecules at thermal*

- 
- energies*, Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics, 2 (5) (1969), pp. 603–623.
- [92] U. D. Rapol, A. Wasan et V. Natarajan, *Loading of a Rb magneto-optic trap from a getter source*, Physical Review A, 64 (2) (2001), p. 023402.
- [93] J. H. Moore, C. D. Davis et M. A. Coplan, *Building Scientific Apparatus*, Perseus Books, Cambridge, Massachusetts (1984).
- [94] MatWeb, *Material Property Data* (2006).
- [95] A. S. S. D. Association, *Magnetic effects of Stainless Steels* (2006).
- [96] R. C. Weast, D. R. Lide, M. J. Astle et W. H. Beyer, *Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press, Boca Raton, Florida (1986).
- [97] D. Holleville, *Conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids sur l'effet Sagnac pour les ondes de matières*, Thèse de doctorat, Université Paris XI (2001).
- [98] A. Noble et M. Kasevich, *UHV optical window seal to conflat@ knife edge*, Review of Scientific Instruments, 65 (9) (1994), pp. 3042–3043.
- [99] Y. Yamazaki, *Accelerator Technical Design Report for J-PARC*, Rapport Technique JAERI, Japan (2003).
- [100] Schott, *Site web : BK7 Schott glass optical properties* (2006).
- [101] M. G. Prentiss, A. Cable, J. E. Bjorkholm, S. Chu, E. L. Raab et D. E. Pritchard, *Atomic-density-dependent losses in an optical trap*, Optics Letters, 13 (6) (1988), p. 452.
- [102] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher et C. Wieman, *Collisional losses from a light-force atom trap*, Physical Review Letters, 63 (9) (1989), p. 961.
- [103] K. E. Gibble, S. Kasapi et S. Chu, *Improved magneto-optic trapping in a vapor cell*, Optics Letters, 17 (7) (1992), p. 526.
- [104] C. J. Myatt, N. R. Newbury, R. W. Ghrist, S. Loutzenhiser et C. E. Wieman, *Multiply loaded magneto-optical trap*, Optics Letters, 21 (4) (1996), p. 290.
- [105] A. Witte, T. Kisters, F. Riehle et J. Helmcke, *Laser cooling and deflection of a calcium atomic beam*, Journal of the Optical Society of America B, 9 (7) (1992), p. 1030.
- [106] J. M. Higbie, L. E. Sadler, S. Inouye, A. P. Chikkatur, S. R. Leslie, K. L. Moore, V. Savalli et D. M. Stamper-Kurn, *Direct Nondestructive Imaging of Magnetization in a Spin-1 Bose-Einstein Gas*, Physical Review Letters, 95 (5) (2005), p. 050401.
- [107] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore et D. M. Stamper-Kurn, *Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose-Einstein condensate*, Nature, 443 (7109) (2006), p. 312.



- [108] E. Riis, D. S. Weiss, K. A. Moler et S. Chu, *Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam*, Physical Review Letters, 64 (14) (1990), p. 1658.
- [109] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov et T. Pfau, *Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap*, Physical Review A, 66 (2) (2002), p. 023410.
- [110] R. S. Conroy, Y. Xiao, M. Vengalattore, W. Rooijackers et M. Prentiss, *Compact, robust source of cold atoms for efficient loading of a magnetic guide*, Optics Communications, 226 (1-6) (2003), pp. 259–266.
- [111] J. R. Ensher, *The First Experiments with Bose-Einstein Condensation of  $87\text{Rb}$* , Thèse de doctorat, JILA, Boulder, Colorado (1998).
- [112] T. M. Roach et D. Henclewood, *Novel rubidium atomic beam with an alkali dispenser source*, Journal of Vacuum Science and Technology A : Vacuum, Surfaces, and Films, 22 (6) (2004), pp. 2384–2387.
- [113] S. Aubin, M. H. T. Extavour, S. Myrskog, L. J. LeBlanc, J. Esteve, S. Singh, P. Scrutton, D. McKay, R. McKenzie, I. D. Leroux, A. Stummer et J. H. Thywissen, *Trapping Fermionic  $40\text{K}$  and Bosonic  $87\text{Rb}$  on a Chip*, Journal of Low Temperature Physics, 140 (2005), p. 377.
- [114] J. Fortagh, H. Ott, A. Grossmann et C. Zimmermann, *Miniaturized magnetic guide for neutral atoms*, Applied Physics B : Lasers and Optics, 70 (5) (2000), pp. 701–708.
- [115] C. Aussibal, *Réalisation d'un Condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*, Thèse de doctorat, Orsay (2003).
- [116] S. Bartalini, I. Herrera, L. Consolino, L. Pappalardo, N. Marino, G. D'Arrigo et F. Cataliotti, *Full characterization of the loading of a magneto-optical trap from an alkali metal dispenser*, European Physics Journal D, 36 (2005), p. 101.
- [117] K. L. Moore, T. P. Purdy, K. W. Murch, S. Leslie, S. Gupta et D. M. Stamper-Kurn, *Collimated, single-pass atom source from a pulsed alkali metal dispenser for laser-cooling experiments*, Review of Scientific Instruments, 76 (2) (2005), p. 023106.
- [118] M. Walhout, J. Dalibard, S. L. Rolston et W. D. Phillips,  *$\Sigma^+ - \Sigma^-$  Optical molasses in a longitudinal magnetic field*, Journal of the Optical Society of America B, 9 (11) (1992), p. 1997.
- [119] J. Yu, M.-C. Gagne, C. Valentin, S. Guellati, J. Djemaa, R. Yuan et P. Pillet, *Effects of a static magnetic field on sub-Doppler molasses : manipulation of cesium atoms*, Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, 42 (2) (1993), pp. 109–114.
- [120] M. Walhout, U. Sterr et S. L. Rolston, *Magnetic inhibition of polarization-gradient laser cooling in  $\sigma^+ - \sigma^-$  optical molasses*, Physical Review A, 54 (3) (1996), pp. 2275 – 2279.

- 
- [121] G. Rommel, *Gaz à très basse pression - Calcul des installations sous vide*, Techniques de l'Ingénieur, BL2 (1998), p. B4080.
- [122] S. Thomin et G. Lamour, *Communication Privée : présentation des travaux de Sodern pour la mission PHARAO* (06/05/12 2006).
- [123] R. Karwa, *A Textbook of Machine Design*, Laxmi Publications, New Dehli (2005).
- [124] O. Lubin et O. Heuzé, *Modelling of stress-induced birefringence in vacuum barrier lenses*, Pure and Applied Optics : Journal of the European Optical Society Part A, 7 (4) (1998), p. 699.
- [125] Schott, *Technical note TIE-27 : Stress in optical glass*, Rapport Technique (2004).
- [126] R. R. Shannon et J. C. Wyant, *Applied Optics and Optical Engineering*, Academic Press (1992).
- [127] C. E. Wieman et L. Hollberg, *Using diode lasers for atomic physics*, Review of Scientific Instruments, 62 (1) (1991), pp. 1–20.
- [128] Toptica, *Feuille de spécifications des diodes lasers DFB/DBR* (2005).
- [129] H. Kogelnik, C. V. Shank, T. P. Sosnowski et A. Dienes, *Hologram wavelength selector for dye laser*, Applied Physics Letters, 16 (12) (1970), p. 499.
- [130] T. W. Hänsch, *Repetitively Pulsed Tunable Dye Laser for High Resolution Spectroscopy*, Applied Optics, 11 (4) (1972), p. 895.
- [131] M. G. Littman et H. J. Metcalf, *Spectrally narrow pulsed dye laser without beam expander (ET)*, Applied Optics, 17 (14) (1978), p. 2224.
- [132] K. Liu et M. G. Littman, *Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers*, Optics Letters, 6 (3) (1981), p. 117.
- [133] Sacher-Lasertechnik, *Spécifications TEC 500/TEC 520* (2006).
- [134] C. Salomon, *PHARAO / ACES*, Dans *GREX*, Paris (2005).
- [135] L. Mondin, *CNES : Laser and Fibre components qualification results*, Dans *ESTEC* (2005).
- [136] T. Petelski, *Atom interferometers for precision gravity measurements*, Thèse de doctorat, European PhD Schhol (2005).
- [137] R. A. Nyman, G. Varoquaux, B. Villier, D. Sacchet, F. Moron, Y. L. Coq, A. Aspect et P. Bouyer, *Tapered-amplified antireflection-coated laser diodes for potassium and rubidium atomic-physics experiments*, Review of Scientific Instruments, 77 (3) (2006), p. 033105.
- [138] B. Cagnac et J.-P. Faroux, *Lasers - Interaction lumière-atomes*, EDP Sciences, Paris, cnrs editions édition (2002).

- [139] S. Bourzeix, *Laser continu à 205 nm : application à la mesure du déplacement de Lamb dans l'hydrogène*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1995).
- [140] E. Rosencher et B. Vinter, *Optoélectronique*, Dunod, Paris (2002).
- [141] Espec, *Telcordia Environmental Testing Information* (2003).
- [142] Wikipedia, *L'encyclopédie libre* (2006).
- [143] M. Ohtsu et E. Ikegami, *Frequency stabilization of 1.5 mm DFB laser using internal second harmonic generation and atomic 87Rb line*, Electronics Letters, 25 (1989), p. 22.
- [144] M. Breton, P. Tremblay, C. Julien, N. Cyr, M. Tetu et C. Latrasse, *Optically pumped rubidium as a frequency standard at 196 THz*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 44 (2) (1995), pp. 162–165.
- [145] F. Nez, F. Biraben, R. Felder et Y. Millerieux, *Optical frequency determination of the hyperfine components of the 5S1/2-5D3/2 two-photon transitions in rubidium*, Optics Communications, 102 (5-6) (1993), pp. 432–438.
- [146] M. Zhu et J. Roger W. Standridge, *Optical frequency standard for optical fiber communication based on the Rb 5 s 5 d two-photon transition*, Optics Letters, 22 (10) (1997), pp. 730–732.
- [147] A. Danielli, P. Rusian, A. Arie, M. H. Chou et M. M. Fejer, *Frequency stabilization of a frequency-doubled 1556-nm source to the 5S1/2 → 5D5/2 two-photon transitions of rubidium*, Optics Letters, 25 (12) (2000), pp. 905–907.
- [148] R. J. Thompson, M. Tu, D. C. Aveline, N. Lundblad et L. Maleki, *High power single frequency 780nm laser source generated from frequency doubling of a seeded fiber amplifier in a cascade of PPLN crystals*, Optics Express, 11 (14) (2003), pp. 1709–1713.
- [149] J. Dingjan, B. Darquié, J. Beugnon, M. Jones, S. Bergamini, G. Messin, A. Browaeys et P. Grangier, *A frequency-doubled laser system producing ns pulses for rubidium manipulation*, Applied Physics B : Lasers and Optics, 82 (1) (2006), pp. 47–51.
- [150] M. J. F. Digonnet, *Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers*, Marcel Dekker, New York (1993).
- [151] A. Bellemare, *Continuous-wave silica-based erbium-doped fibre lasers*, Progress in Quantum Electronics, 27 (4) (2003), p. 211.
- [152] G. D. Boyd, R. C. Miller, K. Nassau, W. L. Bond et A. Savage, *LiNbO3 : An efficient phase matchable nonlinear optical material*, Applied Physics Letters, 5 (11) (1964), pp. 234–236.
- [153] M. V. Hobden et J. Warner, *The temperature dependence of the refractive indices of pure lithium niobate*, Physics Letters, 22 (3) (1966), pp. 243–244.

- 
- [154] J. E. Midwinter et J. Warner, *The effects of phase matching method and of uniaxial crystal symmetry on the polar distribution of second-order non-linear optical polarization*, British Journal of Applied Physics, 16 (8) (1965), p. 1135.
- [155] D. N. Nikogosyan, *Nonlinear optical crystals*, Springer (2005).
- [156] P. E. Britton, D. Taverner, K. Puech, D. J. Richardson, P. G. R. Smith, G. W. Ross et D. C. Hanna, *Optical parametric oscillation in periodically poled lithium niobate driven by a diode-pumped Q-switched erbium fiber laser*, Optics Letters, 23 (8) (1998), p. 582.
- [157] Y. Furukawa, K. Kitamura, S. Takekawa, K. Niwa et H. Hatano, *Stoichiometric MgLiNbO<sub>3</sub> as an effective material for nonlinear optics*, Optics Letters, 23 (24) (1998), pp. 1892–1894.
- [158] S. N. Laboratories, *SNLO v4.0* (2006).
- [159] S. French, M. Ebrahimzadeh et A. Miller, *Visible picosecond pulse generation in a frequency doubled optical parametric oscillator based on LiB<sub>3</sub>O<sub>5</sub>*, Optics Communications, 128 (1-3) (1996), pp. 166–176.
- [160] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing et P. S. Pershan, *Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric*, Physical Review, 127 (6) (1962), pp. 1918 LP – 1939.
- [161] R. C. Miller, *Optical Harmonic Generation in Single Crystal BaTiO<sub>3</sub>*, Physical Review, 134 (5A) (1964), p. A1313.
- [162] D. Feng, N.-B. Ming, J.-F. Hong, Y.-S. Yang, J.-S. Zhu, Z. Yang et Y.-N. Wang, *Enhancement of second-harmonic generation in LiNbO<sub>3</sub> crystals with periodic laminar ferroelectric domains*, Applied Physics Letters, 37 (7) (1980), pp. 607–609.
- [163] M. Houe et P. D. Townsend, *An introduction to methods of periodic poling for second-harmonic generation*, Journal of Physics D : Applied Physics, 28 (1995), p. 1747.
- [164] M. Mohageg, D. Strelakov, A. Savchenkov, A. Matsko, V. Ilchenko et L. Maleki, *Caligraphic poling of Lithium Niobate*, Optics Express, 13 (2005), p. 3408.
- [165] G. D. Boyd et D. A. Kleinman, *Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams*, Journal of Applied Physics, 39 (8) (1968), pp. 3597–3639.
- [166] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, California (1986).
- [167] P. Zeppini, P. Cancio, G. Giusfredi, D. Mazzotti, A. Arie, G. Rosenman et P. De Natale, *Generation of tunable green radiation in bulk periodically poled KTiOPO<sub>4</sub>*, Optics and Lasers in Engineering, 37 (5) (2002), pp. 553–563.
- [168] Y. Hirano, N. Pavel, S. Yamamoto, Y. Koyata et T. Tajime, *100-W, 100-h external green generation with Nd :YAG rod master-oscillator power-amplifier system*, Optics Communications, 184 (1-4) (2000), pp. 231–236.

- [169] B. Boulanger, I. Rousseau, J. Feve, M. Maglione, B. Menaert et G. Marnier, *Optical studies of laser-induced gray-tracking in KTP*, Quantum Electronics, IEEE Journal of, 35 (3) (1999), pp. 281–286.
- [170] M. Fejer, G. Magel, D. Jundt et R. Byer, *Quasi-phase-matched second harmonic generation : tuning and tolerances*, Quantum Electronics, IEEE Journal of, 28 (11) (1992), pp. 2631–2654.
- [171] E. Lim, M. Fejer et R. Byer, *Second-harmonic generation of green light in periodically poled planar lithium niobate waveguide*, Electronics Letters, 25 (3) (1989), pp. 174–175.
- [172] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein et K. Nassau, *Optically-Induced refractive index inhomogeneities in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>*, Applied Physics Letters, 9 (1) (1966), pp. 72–74.
- [173] L. Hesselink, S. S. Orlov, A. Liu, A. Akella, D. Lande et R. R. Neurgaonkar, *Photorefractive Materials for Nonvolatile Volume Holographic Data Storage*, Science, 282 (5391) (1998), p. 1089.
- [174] J.-M. Melkonian, *Rapport de fin d'études : Etude et suppression du dommage photo-réfractif dans le Niobate de Lithium*, Rapport Technique ONERA (2004).
- [175] J. Xu, G. Zhang, F. Li, X. Zhang, Q. Sun, S. Liu, F. Song, Y. Kong, X. Chen, H. Qiao, J. Yao et Z. Lijuan, *Enhancement of ultraviolet photorefraction in highly magnesium-doped lithium niobate crystals*, Optics Letters, 25 (2) (2000), p. 129.
- [176] M. Taya, M. C. Bashaw et M. M. Fejer, *Photorefractive effects in periodically poled ferroelectrics*, Optics Letters, 21 (12) (1996), p. 857.
- [177] K. L. Corwin, Z.-T. Lu, C. F. Hand, R. J. Epstein et C. E. Wieman, *Frequency-Stabilized Diode Laser with the Zeeman Shift in an Atomic Vapor*, Applied Optics, 37 (15) (1998), pp. 3295–3298.
- [178] T. Petelski, M. Fattori, G. Lamporesi, J. Stuhler et G. M. Tino, *Doppler-free spectroscopy using magnetically induced dichroism of atomic vapor : a new scheme for laser frequency locking*, The European Physical Journal D, 22 (2003), pp. 279–283.
- [179] C. S. Adams et E. Riis, *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Progress in Quantum Electronics, 21 (1) (1997), p. 1.
- [180] H. J. Metcalf et P. v. d. Straten, *Laser cooling and trapping of atoms*, Journal of the Optical Society of America B, 20 (5) (2003), p. 887.
- [181] H. J. Metcalf et P. v. d. Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag, New-York (1999).
- [182] J. Dalibard, *Cours de M<sup>2</sup> - les atomes Ultra-Froids* (2006).

- 
- [183] C. Cohen-Tannoudji, *Refroidissement et piégeage d'atomes neutres par des faisceaux lasers* (1983), Cours au Collège de France.
- [184] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison et C. Salomon, *Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap*, Applied Physics B, 59 (3) (1994), pp. 283–298.
- [185] G. Li et P. Yu, *Optical intensity modulators for digital and analog applications*, Lightwave Technology, Journal of, 21 (9) (2003), pp. 2010–2030.
- [186] R. S. Jacobsen, K. N. Andersen, P. I. Borel et al., *Strained silicon as a new electro-optic material*, Nature, 441 (11) (2006), p. 199.
- [187] S. Korotky et J. Veselka, *An RC network analysis of long term Ti :LiNbO<sub>3</sub> bias stability*, Lightwave Technology, Journal of, 14 (12) (1996), pp. 2687–2697.
- [188] B. P. Anderson et M. A. Kasevich, *Loading a vapor-cell magneto-optic trap using light-induced atom desorption*, Physical Review A, 63 (2) (2001), p. 023404.
- [189] P. Coudray, J. Chisham, A. Malek-Tabrizi, C. Y. Li, M. P. Andrews, N. Peyghambarian et S. I. Najafi, *Ultraviolet light imprinted sol-gel silica glass waveguide devices on silicon*, Optics Communications, 128 (1-3) (1996), pp. 19–22.
- [190] C. Combes, *Rapport de Stage ESIEE : Commande et Asservissement de Diodes Lasers pour Refroidissement Atomique*, Rapport Technique ONERA (2005).
- [191] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data* (2003).
- [192] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould et H. J. Metcalf, *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*, Physical Review Letters, 61 (2) (1988), p. 169.
- [193] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis et S. Chu, *Optical molasses and multilevel atoms : theory*, Journal of the Optical Society of America B, 6 (11) (1989), p. 2058.
- [194] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon et S. Guellati, *Laser Cooling of Cesium Atoms below 3  $\mu$ K*, Europhysics Letters, 12 (8) (1990), pp. 683–688.
- [195] P. Bouyer, T. L. Gustavson, K. G. Haritos et M. A. Kasevich, *Microwave signal generation with optical injection locking*, Optics Letters, 21 (18) (1996), p. 1502.
- [196] C. J. Myatt, N. R. Newbury et C. E. Wieman, *Simplified atom trap by using direct microwave modulation of a diode laser*, Optics Letters, 18 (8) (1993), p. 649.
- [197] J. Ringot, Y. Lecoq, J. Garreau et P. Szriftgiser, *Generation of phase-coherent laser beams for Raman spectroscopy and cooling by direct current modulation of a diode laser*, The European Physical Journal D, 7 (3) (1999), p. 285.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [198] P. S. Andre et A. N. Pinto, *Chromatic dispersion fluctuations in optical fibers due to temperature and its effects in high-speed optical communication systems*, Optics Communications, 246 (4-6) (2005), pp. 303–311.
- [199] R. Nyman, G. Varoquaux, F. Lienhart et al., *I.C.E. : a transportable atomic inertial sensor for test in microgravity*, Applied Physics B : Lasers and Optics, 84 (4) (2006), p. 673.
- [200] F. Leduc, *Caractérisation d'un capteur inertiel à atomes froids*, Thèse de doctorat, Paris VI (2004).
- [201] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc et G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, InterEditions/Editions du CNRS, Paris (1988).
- [202] J. Dalibard, *Cours de M1 - Cohérence quantique et dissipation* (2003).
- [203] C. Ware, *Récupération d'horloge par boucle à verrouillage de phase utilisant le mélange à quatre ondes dans un amplificateur optique à semi-conducteurs*, Thèse de doctorat, ENS Télécom (2003).
- [204] A. Blanchard, *Phase-locked loops : application to coherent receiver design*, Wiley & Sons (1976).
- [205] C. Aslangul, *Cours de L3 Paris VI : Méthodes Mathématiques pour physiciens* (2006).
- [206] U. L. Rohde, *Digital PLL frequency synthesizers*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1983).
- [207] Analog-Devices, *Fiche technique : AD-835 - 250 MHz, Voltage Output 4-Quadrant Multiplier* (2003).
- [208] P. Urich, *Cours de M1 : Caractérisation de la stabilité en temps/fréquence. Applications aux comparaisons d'horloges*. (2004).
- [209] Rohde-Schwarz, *Feuille de spécifications du synthétiseur R-S SML* (2004).
- [210] OscilloQuartz, *Feuille de spécifications : OCXO 8607* (2004).
- [211] J. Reichel, F. Bardou, M. B. Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon et C. Cohen-Tannoudji, *Raman Cooling of Cesium below 3 nK : New Approach Inspired by Lévy Flight Statistics*, Physical Review Letters, 75 (25) (1995), p. 4575.
- [212] S. Fray, C. A. Diez, T. W. Hansch et M. Weitz, *Atomic Interferometer with Amplitude Gratings of Light and Its Applications to Atom Based Tests of the Equivalence Principle*, Physical Review Letters, 93 (24) (2004), pp. 240404–4.
- [213] C. Lämmerzahl, G. Ahlers, N. Ashby et al., *Review : Experiments in Fundamental Physics Scheduled and in Development for the ISS*, General Relativity and Gravitation, 36 (3) (2004), pp. 615–649.

- 
- [214] K. Bongs, *BEC under microgravity*, Dans *Quantum Mechanics for Space*, Chatillon (2005).
- [215] Wolfram, *MathWorld - The web's most extensive mathematics resource* (2006).
- [216] A. Banerjee, D. Das et V. Natarajan, *Precise frequency measurements of atomic transitions by use of a Rb-stabilized resonator*, Optics Letters, 28 (17) (2003), p. 1579.
- [217] E. Arimondo, M. Inguscio et P. Violino, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, Reviews of Modern Physics, 49 (1) (1977), p. 31.
- [218] R. S. Weis et T. K. Gaylord, *Lithium niobate : Summary of physical properties and crystal structure*, Applied Physics A : Materials Science and Processing, 37 (4) (1985), pp. 191–203.
- [219] D. H. Jundt, *Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction,  $n_e$ , in congruent lithium niobate*, Optics Letters, 22 (20) (1997), pp. 1553–1555.
- [220] L. Kovacs, G. Ruschhaupt, K. Polgar, G. Corradi et M. Wohlecke, *Composition dependence of the ultraviolet absorption edge in lithium niobate*, Applied Physics Letters, 70 (21) (1997), pp. 2801–2803.
- [221] D. Jundt, M. Fejer et R. Byer, *Optical properties of lithium-rich lithium niobate fabricated by vapor transport equilibration*, Quantum Electronics, IEEE Journal of, 26 (1) (1990), pp. 135–138.
- [222] R. C. Eckardt, C. D. Nabors, W. J. Kozlovsky et R. L. Byer, *Optical parametric oscillator frequency tuning and control*, Journal of the Optical Society of America B, 8 (3) (1991), p. 646.
- [223] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan et D. N. Nikogosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, Vol. 64. Springer-Verlag, Berlin (1991).
- [224] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley and Sons (1999).



## BIBLIOGRAPHIE

---

## Etude d'un gravimètre à atomes froids embarquable

**Résumé** L'interférométrie atomique permet de réaliser des capteurs inertiels absolus et de grande sensibilité. Un gravimètre embarquable présentant ces deux propriétés conjuguées serait exploitable dans de nombreuses applications : géologie, prospection pétrolière, guidage-navigation... Malheureusement, les dispositifs actuels de refroidissement atomique par laser sont trop sensibles aux perturbations environnementales. Le but de cette thèse est donc de développer des solutions robustes permettant le fonctionnement d'un gravimètre à atomes froids en conditions opérationnelles.

Dans un premier temps, une évaluation prospective des performances de l'instrument embarqué a été réalisée. Cette évaluation a permis le dimensionnement du prototype. Dans un deuxième temps, un banc optique permettant de refroidir des atomes de Rubidium a été réalisé : ce dernier repose sur l'utilisation de sources Télécoms fibrées à 1560 nm, doublées en fréquence à l'aide de cristaux de Niobate de Lithium périodiquement retourné (PPLN). L'ensemble du dispositif tient dans une baie d'électronique, et a permis d'obtenir un piège magnéto-optique, même en présence de vibrations mécaniques importantes et de fortes variations de température (de 10 à 25°C en 30 min). Enfin, les faisceaux Raman ont été synthétisés à l'aide d'un modulateur électro-optique à 1560 nm, et des tests préliminaires ont été menés sur les atomes refroidis.

**Mots clés** Atomes froids, génération de seconde harmonique, Niobate de Lithium, technologies Télécoms, gravimétrie, capteurs inertiels, interférométrie atomique, transition Raman stimulée.

## Study of a cold atom gravimeter for onboard applications

**Abstract** Atom interferometry is a very efficient technique to achieve both highly sensitive and absolute inertial sensors. An onboard gravimeter exploiting both advantages would be very helpful in many applications, such as geology, oil prospection or navigation... Unfortunately, state-of-the-art laser cooling techniques are too sensitive to environmental disturbances. This thesis aims at developing robust solutions allowing for a cold atom gravimeter to be operational in onboard conditions.

Firstly, a prospective evaluation of the performances of the onboard instrument was performed. It led to the design of our prototype. Secondly, an optical bench for Rubidium cooling was built up : fibered Telecom lasers at 1560 nm were used, and second harmonic generation was achieved with Periodically Poled Lithium Niobate (PPLN). The whole system was installed in an electronic rack cabinet, and magneto-optical trapping was obtained, even in presence of mechanical vibrations and strong thermal variations (from 10 to 25°C in 30 min). Finally, Raman beams were synthesized with a 1560 nm electro-optic modulator, and preliminary tests were performed on cold atomic clouds.

**Key words** Cold atoms, second harmonic generation, Lithium Niobate, Telecom systems, gravimetry, inertial sensors, atom interferometry, stimulated Raman transition.