



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites

Bertrand Vieille

► **To cite this version:**

Bertrand Vieille. Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2007. Français. NNT: . tel-00185947v4

**HAL Id: tel-00185947**

**<https://theses.hal.science/tel-00185947v4>**

Submitted on 20 Aug 2010 (v4), last revised 19 Jan 2012 (v5)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par  
BERTRAND VIEILLE

pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine :  
**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse :  
**Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement  
magnétique des ferrites**

Thèse soutenue le 9 Juillet 2007 à l'ENS de Cachan devant le Jury composé de :

Frédéric BOUILLAULT	Président du jury
Marcel LE FLOC'H	Rapporteur
Etienne PATOOR	Rapporteur
Olivier GEOFFROY	Examineur
Yves-Patrick PELLEGRINI	Examineur
Olivier HUBERT	Co-encadrant
René BILLARDON	Directeur de thèse

---

Laboratoire de Mécanique et Technologie  
ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6  
61, avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN CEDEX





Fait en l'an 2007  
Mémoire de « Thèse »

# **Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites**

Bertrand VIEILLE

Responsables : Olivier HUBERT, Nicolas BUIRON, René BILLARDON



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Frédéric Bouillault qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi que messieurs Marcel Le Floc'h et Etienne Patoor pour le travail qu'ils ont réalisé en tant que rapporteurs. Je remercie également messieurs Yves-Patrick Pellegrini et Olivier Geoffroy pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je remercie René Billardon qui a encadré ce travail. Ses encouragements et ses conseils m'ont été d'une grande utilité ; il a su m'encadrer dans ce long travail tout en me laissant une liberté d'initiative.

Un grand merci à Olivier Hubert qui a su me faire profiter de sa grande expérience et qui m'a toujours encouragé dans les moments difficiles. Il a su s'adapter à mon emploi du temps chargé et m'aider à terminer ce travail avec une grande générosité.

Merci à Nicolas Buiron, pour m'avoir appris les bases du magnétisme nécessaires au commencement de ce travail.

J'exprime mes sincères remerciements à messieurs Pierre Ladevèze, Olivier Allix et Ahmed Benallal pour m'avoir accueilli au sein du secteur Mécanique et Matériaux du LMT Cachan durant ma "longue" thèse.

Mes remerciements s'adressent également à Xavier Pinelli et "Boubou" qui m'ont toujours aidé et encouragé, y compris les week-ends, notamment pour les préparations de la soutenance.

Je remercie également tout le personnel du LMT Cachan pour la bonne ambiance qui règne au sein du laboratoire ainsi que tous les doctorants et stagiaires qui au fil des années sont devenus plus des amis que des collègues.

Je remercie également mes parents et ma sœur pour m'avoir encouragé pendant ces six années. Et Lydie, qui a su toléré mon emploi du temps très chargé et qui s'est toujours montrée disponible pour me conseiller. Je la remercie et la félicite de son courage pour m'avoir supporté les deux dernières semaines avant la soutenance... A toi, merci.



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction au comportement magnéto-élastique</b>	<b>5</b>
1 Cadre de l'étude . . . . .	7
2 Matériau et microstructure . . . . .	8
2.1 Structure cristallographique . . . . .	8
2.2 Propriétés électromagnétiques . . . . .	9
2.3 Propriétés mécaniques . . . . .	10
2.4 Phénomènes de couplage magnéto-mécanique . . . . .	10
2.5 Microstructure du matériau . . . . .	12
2.6 Texture cristallographique du matériau . . . . .	15
2.7 Conclusion . . . . .	17
3 Aspects macroscopiques du comportement . . . . .	18
3.1 Comportement mécanique . . . . .	18
3.2 Comportement magnétique . . . . .	18
3.3 Notion de comportement macroscopique anhystérétique . . . . .	19
4 Mécanismes microscopiques du comportement . . . . .	20
4.1 Comportement mécanique . . . . .	21
4.2 Comportement magnétique . . . . .	22
5 Comportement haute fréquence . . . . .	26
<b>2 Caractérisation expérimentale des comportements élastique et magnétique du matériau</b>	<b>27</b>
1 Introduction . . . . .	29
2 Mesure du comportement magnéto-mécanique du VER . . . . .	29
2.1 Bancs de caractérisation du comportement magnéto-mécanique . . . . .	29
2.2 Caractérisation du comportement magnétique . . . . .	31
2.3 Caractérisation de la magnétostriction . . . . .	34
3 Résultats expérimentaux sur VER [26] . . . . .	35



3.1	Comportement mécanique . . . . .	35
3.2	Comportement magnétique . . . . .	36
3.3	Comportement magnétostrictif . . . . .	38
4	Essais sur tores . . . . .	42
4.1	Méthodes expérimentales . . . . .	42
4.2	Résultats expérimentaux statiques . . . . .	48
4.3	Résultats expérimentaux dynamiques . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Modélisation multiéchelle</b>	<b>57</b>
1	Phénomènes de couplage magnéto-élastique . . . . .	59
1.1	Énergie d'échange . . . . .	59
1.2	Énergie d'anisotropie magnétocristalline . . . . .	60
1.3	Énergie magnétostatique . . . . .	61
1.4	Énergie élastique . . . . .	61
2	Différentes échelles d'observation et de modélisation . . . . .	62
3	Échelle du domaine magnétique . . . . .	63
3.1	Énergie libre d'un domaine magnétique . . . . .	63
3.2	Choix et calcul des variables d'état [44] . . . . .	66
4	Échelle du monocristal . . . . .	68
4.1	Modélisation schématique . . . . .	69
4.2	Modèle microscopique . . . . .	75
4.3	Conclusion . . . . .	81
5	Passage au polycristal . . . . .	81
5.1	Principe d'homogénéisation . . . . .	81
5.2	Identification des paramètres du modèle . . . . .	82
5.3	Comparaisons modèle / expérience . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Modélisation du comportement haute fréquence</b>	<b>97</b>
1	Dynamique des parois . . . . .	99
1.1	Revue de quelques modèles classiques . . . . .	99
1.2	Modélisation du mouvement de paroi dans un champ pulsé . . . . .	103
1.3	Identification des constantes : dissipation par courants de Foucault . . . . .	107
1.4	Calcul de la susceptibilité initiale . . . . .	110
1.5	Comportement issu de la dynamique des parois . . . . .	113
2	Gyromagnétisme . . . . .	114
2.1	Définition du gyromagnétisme . . . . .	114
2.2	Détermination du comportement magnétique d'un domaine magnétique . . . . .	115
2.3	Homogénéisation et résultats du modèle gyromagnétique . . . . .	118
2.4	Couplage du mouvement des parois et du gyromagnétisme . . . . .	121
3	Comparaison avec les données expérimentales . . . . .	123
3.1	Fréquence de coupure du système du premier ordre . . . . .	123
3.2	Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux . . . . .	127

3.3	Comparaison des diagrammes de Bode . . . . .	129
<b>Conclusion</b>		<b>131</b>
<b>A Modélisation du comportement magnétique quasistatique macroscopique</b>		<b>135</b>
1	Modèles macroscopiques . . . . .	136
1.1	Modèle de Globus [62] . . . . .	136
1.2	Identification avec modèle anhystérétique phénoménologique . .	137
1.3	Modèle phénoménologique hystérétique . . . . .	138
2	Variabilité du matériau . . . . .	140
2.1	Effet de la porosité dans le matériau . . . . .	140
2.2	Effet de la taille de grains . . . . .	142
2.3	Influence de la fréquence . . . . .	143
<b>B Localisations et homogénéisations dans un milieu ferrimagnétique polycristallin</b>		<b>145</b>
1	Introduction . . . . .	145
2	Champs locaux et macroscopiques . . . . .	146
2.1	Champs magnétiques . . . . .	146
2.2	Champs mécaniques . . . . .	146
3	Modèle microscopique . . . . .	146
4	Localisation et homogénéisation . . . . .	148
4.1	Localisation et homogénéisation des champs mécaniques . . . . .	148
4.2	Localisation et homogénéisation des champs magnétiques . . . . .	151
5	Résolution d'un problème magnéto-élastique . . . . .	154
6	Suite des développements : prise en compte des effets de bord . . . . .	155
<b>C Identification des constantes d'élasticité du matériau</b>		<b>157</b>
1	Introduction . . . . .	157
2	Identification du coefficient d'anisotropie . . . . .	158
2.1	Principe de la méthode . . . . .	158
2.2	Exploitation des mesures photothermiques interférométriques . .	159
2.3	Optimisation de l'anisotropie . . . . .	163
3	Identification des constantes élastiques macroscopiques . . . . .	164
3.1	Tenseur d'élasticité isotrope . . . . .	164
3.2	Données expérimentales . . . . .	164
4	Etablissement des règles d'homogénéisation . . . . .	166
4.1	Localisation des champs mécaniques . . . . .	166
4.2	Définition du comportement effectif . . . . .	166
5	Mise en place numérique et identification des constantes d'élasticité . . .	167
<b>Bibliographie</b>		<b>169</b>



# Table des figures

1.1	Structure cristallographique du ferrite [1] . . . . .	8
1.2	Répartition des moments élémentaires dans les matériaux magnétiques (ferro, anti-ferro et ferrimagnétiques) . . . . .	9
1.3	Illustration de l'effet $\Delta E$ . . . . .	11
1.4	Effet d'une contrainte uniaxiale sur l'aimantation d'un ferrite Ni-Zn . . . . .	12
1.5	Faciès de rupture du ferrite Ni-Zn [17] . . . . .	13
1.6	Analyse topographique d'une micrographie d'échantillon de ferrite Ni-Zn pour calcul de porosité [17] . . . . .	14
1.7	Répartition de taille de grains de notre échantillon . . . . .	15
1.8	Figures de pôles . . . . .	16
1.9	Reconstruction en grains à partir de la mesure EBSD . . . . .	17
1.10	Comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du fer silicium (Fe-3%Si non orienté) - première aimantation (resp. magnétostriction) - cycle d'hystérésis magnétique (resp. magnétostrictif) - courbe anhystérétique magnétique (magnétostrictive) [22] . . . . .	21
1.11	Mise en évidence des domaines magnétiques dans des cristaux de fer-silicium . . . . .	23
1.12	Paroi de Bloch à 180° [12] . . . . .	23
1.13	Evolution des domaines magnétiques dans un monocristal 2D . . . . .	24
1.14	Principe du processus d'aimantation dans un monocristal . . . . .	25
1.15	Principe du processus de magnétostriction dans un monocristal . . . . .	25
2.1	Système de traction uniaxiale par poids . . . . .	30
2.2	Eprouvette équipée pour les essais de traction . . . . .	31
2.3	Montage pour les essais de compression . . . . .	32
2.4	Principe de mesure du comportement anhystérétique . . . . .	33
2.5	Comportement mécanique en traction . . . . .	35
2.6	Effet d'une contrainte uniaxiale de traction sur l'aimantation . . . . .	36
2.7	Effet d'une contrainte uniaxiale de compression sur l'aimantation . . . . .	37
2.8	Effet d'une contrainte uniaxiale sur l'aimantation - coupe à $H=500A/m$ . . . . .	37
2.9	Déformations de magnétostriction à contrainte nulle . . . . .	39
2.10	Déformations de magnétostriction sous contrainte de traction (brut) . . . . .	40
2.11	Déformations de magnétostriction sous contrainte de traction (recalées) . . . . .	41

2.12	Evolution de la déformation de magnétostriction longitudinale sous contrainte de traction . . . . .	42
2.13	Evolution de la déformation de magnétostriction transversale sous contrainte de traction . . . . .	43
2.14	Déformations de magnétostriction sous contrainte de compression (recalées)	44
2.15	Effet $\Delta E$ expérimental - longitudinal et transversal . . . . .	45
2.16	Tore élémentaire d'une ligne APC7 . . . . .	45
2.17	Tore en compression axiale au champ magnétique . . . . .	46
2.18	Tore en compression radiale au champ magnétique . . . . .	46
2.19	Evolution des contraintes dans un tore en compression radiale pour une pression $P=49\text{MPa}$ . . . . .	47
2.20	Bobinages autour du tore pour la mesure du comportement magnétique .	48
2.21	Comportement magnétique du tore en compression axiale . . . . .	49
2.22	Comportement magnétique du tore en compression radiale . . . . .	50
2.23	Comparaison de mesures de cycles d'hystérésis en l'absence de contrainte	50
2.24	Evolution type des perméabilités initiales relatives réelle ( $\mu'$ ) et imaginaire ( $\mu''$ ) d'un matériau ferrimagnétique (ici grenat d'Yttrium YIG) [31] .	51
2.25	Evolution des perméabilités relatives réelle et imaginaire du ferrite Ni-Zn	53
2.26	Diagrammes de Bode en gain (G) et en phase ( $\phi$ ) de la perméabilité du ferrite Ni-Zn . . . . .	53
2.27	Evolution de la perméabilité réelle du ferrite Ni-Zn en fonction du niveau de la contrainte axiale . . . . .	54
2.28	Evolution de la perméabilité imaginaire du ferrite Ni-Zn en fonction du niveau de la contrainte axiale . . . . .	54
3.1	Représentation spatiale de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline pour le ferrite Nickel-Zinc (l'énergie est ici minimale sur les bosses et maximale dans les creux) . . . . .	60
3.2	Définition de la direction de l'aimantation dans un domaine magnétique .	66
3.3	Répartition des valeurs de l'angle entre le plan $(\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H})$ et $\vec{M}^\alpha$ à contrainte nulle . . . . .	67
3.4	Répartition des valeurs de l'angle entre le plan $(\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H})$ et $\vec{M}_\alpha$ - compression radiale de $-49\text{MPa}$ . . . . .	68
3.5	Configuration magnétique (schématique) de référence à l'état désaimanté	69
3.6	Configuration magnétique (schématique) pour un champ magnétique dans la direction [111] . . . . .	70
3.7	Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sans contrainte sous champ magnétique croissant . . . . .	71
3.8	Configuration magnétique (schématique) pour une contrainte de traction uniaxiale dans la direction [111] . . . . .	72
3.9	Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sous contrainte de traction et sous champ magnétique croissant . . . . .	73

3.10	Configuration magnétique (schématique) pour une contrainte de compression uniaxiale dans la direction [111] . . . . .	74
3.11	Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sous contrainte de compression et sous champ magnétique croissant . . . . .	74
3.12	Comportement du monocristal sans contrainte appliquée avec $\vec{H} // [111]$ .	78
3.13	Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution de la fraction volumique des domaines magnétiques avec $\vec{H} // [111]$ . . . . .	79
3.14	Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution de l'aimantation avec $\vec{H} // [111]$ . . . . .	79
3.15	Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution des déformations de magnétostriction avec $\vec{H} // [111]$ (traction/compression appliquée suivant [111]) . . . . .	80
3.16	Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur les fractions volumiques de domaines et le comportement magnétostrictif . . . . .	80
3.17	Evolution de la dispersion de la valeur de la magnétostriction à saturation calculée, rapportée à la valeur théorique, en fonction du nombre d'orientations - 200 tirages sont réalisés par série - chaque barre d'incertitude correspond à 6 écarts-type [48], [49] . . . . .	82
3.18	Schéma de distribution isotrope des 8 familles de domaines . . . . .	83
3.19	Comparaison modèles/expérience pour les essais de traction-compression sur éprouvettes parallélépipédiques . . . . .	88
3.20	Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la courbe d'aimantation anhystérétique, pour différents niveaux de contraintes . . . . .	89
3.21	Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la magnétostriction longitudinale anhystérétique, pour différents niveaux de contraintes . . . . .	90
3.22	Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la magnétostriction transversale anhystérétique, pour différents niveaux de contraintes . . . . .	90
3.23	Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de l'effet $\Delta E$ . . . . .	91
3.24	Décomposition du tore en anneaux concentriques pour tenir compte de l'hétérogénéité du champ appliqué . . . . .	92
3.25	Comparaison entre la modélisation multiéchelle et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression axiale . . . . .	93
3.26	Comparaison entre la modélisation multiéchelle hystérétique et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression axiale . .	94
3.27	Comparaison entre la modélisation multiéchelle et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression radiale . . . . .	95
3.28	Comparaison entre la modélisation multiéchelle hystérétique et les résultats expérimentaux en compression radiale . . . . .	96

4.1	Déplacement réversible et irréversible d'une paroi dans un potentiel aléatoire $V(x)$ . . . . .	100
4.2	Cycle élémentaire d'une paroi dans le potentiel décrit figure 4.1 . . . . .	101
4.3	Modèle de Globus à l'échelle du grain . . . . .	102
4.4	Grain parallélépipédique modèle à 2 domaines à $180^\circ$ . . . . .	104
4.5	Evolution de la susceptibilité modélisée en fonction de la contrainte appliquée (contrainte uniaxiale parallèle au champ magnétique appliqué) . . . . .	110
4.6	Susceptibilités anhystérétique et initiale . . . . .	111
4.7	Rapport ( $\chi_0$ issue du modèle multiéchelle) / ( $\chi_{i0}$ obtenue expérimentalement) . . . . .	112
4.8	Comparaison entre les susceptibilités initiales calculées et mesurées en fonction de la contrainte . . . . .	112
4.9	Evolution de la susceptibilité normée de la dynamique des parois . . . . .	113
4.10	Evolution de la susceptibilité complexe issue de la modélisation du mouvement des parois . . . . .	114
4.11	Evolution de la susceptibilité par la dynamique des parois en diagrammes de Bode . . . . .	115
4.12	Directions d'aimantation d'un domaine magnétique . . . . .	116
4.13	Susceptibilité réelle gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	120
4.14	Susceptibilité imaginaire gyromagnétique en fonction de la contrainte . . . . .	120
4.15	Module de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	121
4.16	Gain de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	122
4.17	Phases de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	122
4.18	Comparaison entre les fréquences de coupure calculées et mesurées en fonction de la contrainte - essai en compression axiale . . . . .	124
4.19	Grain parallélépipédique modèle à 2 domaines à $180^\circ$ . . . . .	125
4.20	Evolution schématique de la répartition en domaines avec une contrainte de compression perpendiculaire au champ magnétique; (a) contrainte nulle; (b) sous contrainte . . . . .	126
4.21	Comparaison entre les susceptibilités réelles calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	127
4.22	Comparaison entre les susceptibilités imaginaires calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	128
4.23	Comparaison entre les modules de susceptibilité calculés (courbes continues) et mesurés (pointillés) en fonction de la contrainte . . . . .	128
4.24	Comparaison entre les gains de susceptibilité calculés (courbes continues) et mesurés (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	129

---

4.25	Comparaison entre les phases de la susceptibilité calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale . . . . .	130
A.1	Modèle de Globus à l'échelle du grain . . . . .	136
A.2	Modèle de Globus à l'échelle d'une structure . . . . .	137
A.3	Comparaison de l'évolution des fractions volumiques avec le modèle multiéchelle et le modèle de Globus . . . . .	137
A.4	Comparaison entre modèles phénoménologiques et résultats expérimentaux (comportement anhystérétique) . . . . .	138
A.5	Comparaison entre modèle phénoménologique et résultats expérimentaux LMT (comportement cyclique) . . . . .	139
A.6	Comparaison des cycles d'hystérésis obtenus expérimentalement (tores) et avec le modèle phénoménologique . . . . .	140
A.7	Susceptibilité initiale en fonction de la porosité . . . . .	142
A.8	Comportement magnétique en fonction de la porosité . . . . .	142
A.9	Effet de la taille de grains sur le cycle d'hystérésis . . . . .	143
C.1	Amplitude de l'élévation - cristal d'orientation $\{111\}$ . . . . .	160
C.2	Phase de l'élévation - cristal d'orientation $\{111\}$ . . . . .	161
C.3	Optimisation de l'orientation - cristal d'orientation $\{111\}$ . . . . .	161
C.4	Optimisation de l'anisotropie - cristal d'orientation $\{111\}$ . . . . .	162
C.5	Amplitude de l'élévation - cristal d'orientation $\{100\}$ . . . . .	162
C.6	Phase de l'élévation - cristal d'orientation $\{100\}$ . . . . .	163
C.7	Optimisation de l'anisotropie phase de l'élévation - cristal d'orientation $\{111\}$ . . . . .	164
C.8	Comparaison simulation-expérience pour l'orientation $\{100\}$ , mêmes paramètres que pour l'orientation $\{111\}$ . . . . .	165





# Introduction

Notre époque est caractérisée par une utilisation de plus en plus intensive de l'électronique dans des domaines d'application extrêmement vastes, s'étendant encore de jours en jours. La quantité et la diversité de ces applications, associées à des attentes toujours plus exigeantes des consommateurs et une importance grandissante des contraintes énergétiques, expliquent l'intérêt suscité par la mise au point de composants électroniques à haute performance, passant nécessairement par l'élaboration de modèles toujours plus prédictifs.

L'amélioration des performances des systèmes électroniques se traduit bien souvent par une augmentation de leur fréquence de fonctionnement. C'est la raison pour laquelle les ferrites sont de plus en plus utilisés en électronique : ce sont des oxydes magnétiques dont la résistivité électrique est très élevée et qui dissipent donc peu d'énergie par courants de Foucault même à haute fréquence. Les ferrites Nickel-Zinc en particulier sont destinées principalement au domaine des radiofréquences. Dans l'état actuel des connaissances, les voies d'optimisation envisageables et les potentialités d'innovation concernent principalement les propriétés de couplage, magnéto-thermique ou magnéto-mécanique. C'est dans cette perspective d'évolution que nous nous plaçons.

A titre d'exemple, les ferrites sont des matériaux frittés, c'est à dire mis en forme à haute température sous une très forte pression. Ce procédé d'obtention peut être la source de contraintes résiduelles à l'échelle de la pièce. Des contraintes mécaniques sont également susceptibles d'apparaître en cours d'utilisation ou au moment de l'assemblage. Or il est maintenant bien connu que toute contrainte mécanique peut entraîner une modification du comportement magnétique et par conséquent une diminution du rendement énergétique du système dans lequel il est intégré. Parallèlement, un matériau magnétique soumis à un champ magnétique se déforme, ce qui peut produire dans certaines conditions des nuisances sonores importantes, désagréables pour l'utilisateur, voire néfastes pour l'intégrité du système électronique. Ce deuxième aspect du couplage n'est pas à négliger.

L'optimisation actuelle des composants électroniques impose donc une connaissance approfondie des matériaux magnétiques et en particulier du couplage magnéto-mécanique. Dans le cadre de ce travail, cela va consister en une caractérisation préalable des comportements magnétique, mécanique et magnéto-mécanique des ferrites, puis par la modélisation de l'ensemble de ces propriétés. C'est à ce prix qu'on peut envisager d'optimiser ultérieurement une structure magnétique réelle au sein de son environnement.

La problématique de cette étude porte sur trois points du comportement des matériaux ferrimagnétiques. Le premier est l'effet d'une sollicitation mécanique sur le comportement magnétique. On sait en effet que l'application d'une contrainte conduit à une modification des propriétés magnétiques. Quelle que soit la cause de l'apparition d'une contrainte mécanique lors de l'utilisation de matériaux ferrimagnétiques, on cherche à en identifier les effets, afin d'optimiser les caractéristiques du matériau ou la géométrie de la pièce. Le second point est l'étude de la déformation de magnétostriction. Cette déformation est la déformation spontanée induite dans les matériaux magnétiques par la présence d'un champ magnétique. On souhaite être capable de la quantifier en fonction des sollicitations extérieures. Le troisième point abordé concerne le comportement haute-fréquence des matériaux ferrimagnétiques : il s'agit de prévoir l'effet d'une sollicitation mécanique sur le comportement magnétique dans une plage de fréquence de 10KHz à environ 10GHz.

Un modèle numérique de couplage magnéto-élastique a été développé au LMT-Cachan ces dernières années. Son application première a été la prévision du comportement des matériaux ferromagnétiques doux utilisés dans les machines électriques (alliages fer-silicium par exemple). L'objectif numérique de cette étude consiste à étendre ce modèle aux matériaux ferrimagnétiques. Dans un premier temps, les expériences réalisées ont permis d'observer les particularités du comportement magnéto-mécanique couplé du ferrite et d'adapter le modèle existant anhystérétique à ces particularités. La deuxième étape a consisté à étendre le modèle au comportement magnétique couplé haute fréquence.

Les difficultés associées à la résolution de ce problème sont de plusieurs natures.

Il s'agit tout d'abord d'un problème multi-physique. Outre les difficultés liées au recoupement de champs disciplinaires habituellement distincts, le problème du couplage ajoute des éléments supplémentaires. Tout d'abord, les effets de couplage sont des effets de deuxième ordre, qui sont souvent masqués par les effets non couplés (la déformation dépend en effet principalement de la contrainte et, plus marginalement, de l'aimantation). Une autre difficulté est associée aux conditions aux limites des problèmes étudiés. Ainsi, dans le cas des couplages magnéto-mécaniques, les limites du problème mécanique sont en général définies par les limites du solide étudié, alors que l'équilibre magnétique se fait sur tout l'espace. En effet, si l'air ne peut transmettre de contrainte, il peut en

revanche être parcouru par un champ magnétique.

Il s'agit d'un problème non-linéaire. La réponse magnétique d'un matériau est en effet fortement non-linéaire en fonction du champ magnétique appliqué, et cette non-linéarité du comportement découplé implique également une non-linéarité du comportement couplé. Une conséquence est notamment que les conditions d'utilisation d'un certain nombre d'outils de modélisation développés dans le cadre linéaire ne sont pas remplies. A noter que la modélisation du comportement haute fréquence se placera dans le cadre restreint linéaire.

Il s'agit enfin d'un problème multi-échelle. Dans le cas des couplages magnéto-mécaniques, l'échelle d'observation pertinente n'est pas nécessairement la même pour le comportement magnétique et pour le comportement mécanique. Les mécanismes mis en jeu ne s'expliquent en effet pas à la même échelle. Il en résulte qu'un modèle couplé doit faire dialoguer ces deux échelles. Dans le cas du polycristal ferrimagnétique de l'étude, nous identifions quatre échelles pertinentes :

L'échelle d'observation la plus basse est l'échelle de l'atome ou du groupement d'atomes. C'est souvent à cette échelle que l'on définit les mécanismes physiques fondamentaux du comportement. Vient ensuite l'échelle du grain, soit l'échelle du micromètre dans les matériaux polycristallins que nous étudions. L'échelle suivante est celle qui définit un volume élémentaire représentatif (VER), soit l'échelle du millimètre. Vient enfin l'échelle de la structure qui intéresse in fine les utilisateurs de ferrite et à laquelle on peut faire intervenir des hétérogénéités de chargement (mécanique ou magnétique). Une modélisation capable de rendre compte des phénomènes magnéto-élastiques de l'échelle de l'atome à celle du système électromagnétique ne paraissant pas envisageable, nous utilisons des passerelles entre les modélisations à différentes échelles.

La complexité du problème posé rend nécessaire le recours à certaines hypothèses simplificatrices. Elles amenuisent la rigueur de la démarche, mais permettent d'obtenir des prévisions macroscopiques que l'on peut confronter à l'expérience sans avoir recours à des dispositifs expérimentaux particulièrement sophistiqués, ni à des temps de calcul prohibitifs. Il convient de noter que la démarche suivie ici a toujours été d'appliquer le modèle aux ferrites.

Ce document se découpe en quatre chapitres.

- Dans le premier chapitre, nous détaillerons les particularités du ferrite nickel-zinc étudié. Nous présentons également les comportements mécanique et magnétique nominaux (en absence de couplage) du matériau.
- Le second chapitre présente toute la partie expérimentale qui a été réalisée pour caractériser le comportement magnéto-mécanique couplé. Des résultats d'essais complémentaires réalisés sur banc hyperfréquence sont également présentés. Le

chargement mécanique est statique ; le champ magnétique est sinusoïdal. La plage de fréquence étudiée va de 10KHz à 10GHz.

- Le troisième chapitre présente le fonctionnement du modèle multiéchelle magnéto-mécanique pour un chargement magnétique quasi-statique. Des comparaisons avec les résultats expérimentaux permettent d'apprécier les performances du modèle.
- Le quatrième chapitre a pour objet la modélisation de l'effet d'une sollicitation mécanique sur le comportement magnétique haute-fréquence. Relaxation des parois et des spins sont traités séparément et couplés in fine via la susceptibilité initiale du matériau.

# Chapitre 1

## Introduction au comportement magnéto-élastique

*Dans ce premier chapitre, nous allons présenter le matériau sur lequel porte cette étude, ainsi que les différents phénomènes magnéto-mécaniques associés.*

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Cadre de l'étude</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Matériau et microstructure</b> . . . . .	<b>8</b>
2.1	Structure cristallographique . . . . .	8
2.2	Propriétés électromagnétiques . . . . .	9
2.3	Propriétés mécaniques . . . . .	10
2.4	Phénomènes de couplage magnéto-mécanique . . . . .	10
2.5	Microstructure du matériau . . . . .	12
2.6	Texture cristallographique du matériau . . . . .	15
2.7	Conclusion . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Aspects macroscopiques du comportement</b> . . . . .	<b>18</b>
3.1	Comportement mécanique . . . . .	18
3.2	Comportement magnétique . . . . .	18
3.3	Notion de comportement macroscopique anhystérétique . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Mécanismes microscopiques du comportement</b> . . . . .	<b>20</b>

4.1	Comportement mécanique . . . . .	21
4.2	Comportement magnétique . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Comportement haute fréquence . . . . .</b>	<b>26</b>

---

Ce chapitre introductif vise tout d'abord à préciser le cadre dans lequel s'inscrit ce travail, et les restrictions qui y sont associées. Les phénomènes magnéto-élastiques sont ensuite présentés, d'un point de vue macroscopique puis microscopique. Après avoir introduit la notion de comportement anhystérétique, différentes échelles pour la description du comportement magnéto-élastique sont envisagées.

## 1 Cadre de l'étude

Cette étude est limitée aux matériaux ferrimagnétiques et ferromagnétiques, c'est à dire les matériaux capables de s'aimanter en présence d'un champ magnétique. Cela restreint donc a priori le champ de l'étude à certains matériaux contenant du fer, du nickel, du cobalt, ou certaines terres rares associées à d'autres matériaux en proportions moindres.

Parmi ces matériaux, notre attention se portera plus particulièrement sur les matériaux cristallins, c'est à dire les matériaux dont les atomes sont ordonnés en un réseau donné. Cela exclut donc les matériaux magnétiques amorphes ou semi-cristallins, même si certaines extensions peuvent être envisagées. Dans ce document nous nous intéresserons plus particulièrement au comportement d'un ferrite Nickel-Zinc ( $\text{Ni}_{0,48}\text{Zn}_{0,52}\text{Fe}_2\text{O}_4$ ).

Le cadre des sollicitations considérées doit également être défini. Dans le cas des sollicitations magnétiques, aucune restriction particulière n'est faite. Cependant, l'influence de la fréquence d'excitation sur le comportement magnétique ne sera traitée que dans la quatrième partie de ce document dans le cadre des hautes et très hautes fréquences. Dans la première partie, les aspects dynamiques ne seront pas abordés ; on se limitera au comportement anhystérétique dont la définition sera explicitée au paragraphe 3.3. Concernant les sollicitations mécaniques, on se limitera à l'hypothèse de petites perturbations en régime statique, ce qui permettra de se placer dans un cadre classique.

L'accent sera mis sur le caractère hétérogène de ces matériaux, que cette hétérogénéité soit structurale ou induite par les sollicitations extérieures. Dans ce contexte, la notion de volume élémentaire représentatif (VER) est très importante. Elle définit l'échelle que nous appellerons macroscopique. Ce volume doit être suffisamment grand pour que son comportement définisse le comportement de l'ensemble du matériau. Dans notre cas, la taille du VER (de l'ordre du  $\text{mm}^3$ ) sera directement reliée au nombre de grains considérés. Ce nombre est principalement limité en pratique par les temps de calcul. Les résultats présentés dans ce document décrivent le plus souvent un polycristal avec une centaine d'orientations cristallographiques distinctes.

Un autre point important est la notion de séparation d'échelles. Les modèles de changement d'échelle exigent en général que les différentes échelles considérées soient



clairement séparées, c'est à dire que les dimensions caractéristiques de l'une soient très petites devant les dimensions caractéristiques de l'autre ; nous supposons que cette condition est toujours respectée.

## 2 Matériau et microstructure

### 2.1 Structure cristallographique

Le ferrite Nickel-Zinc étudié est de la famille des ferrites spinels  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  [1], [2]. Il est constitué d'oxyde de fer  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  et d'un oxyde métallique  $\text{MO}$ , où  $\text{M}$  correspond à un mélange  $\text{Ni}_{0,48}\text{Zn}_{0,52}$ . La formule générale du matériau est donc  $(\text{Ni}_{0,48}\text{Zn}_{0,52})\text{Fe}_2\text{O}_4$ . Le ferrite étudié a une structure cristallographique cubique à faces centrées (CFC).

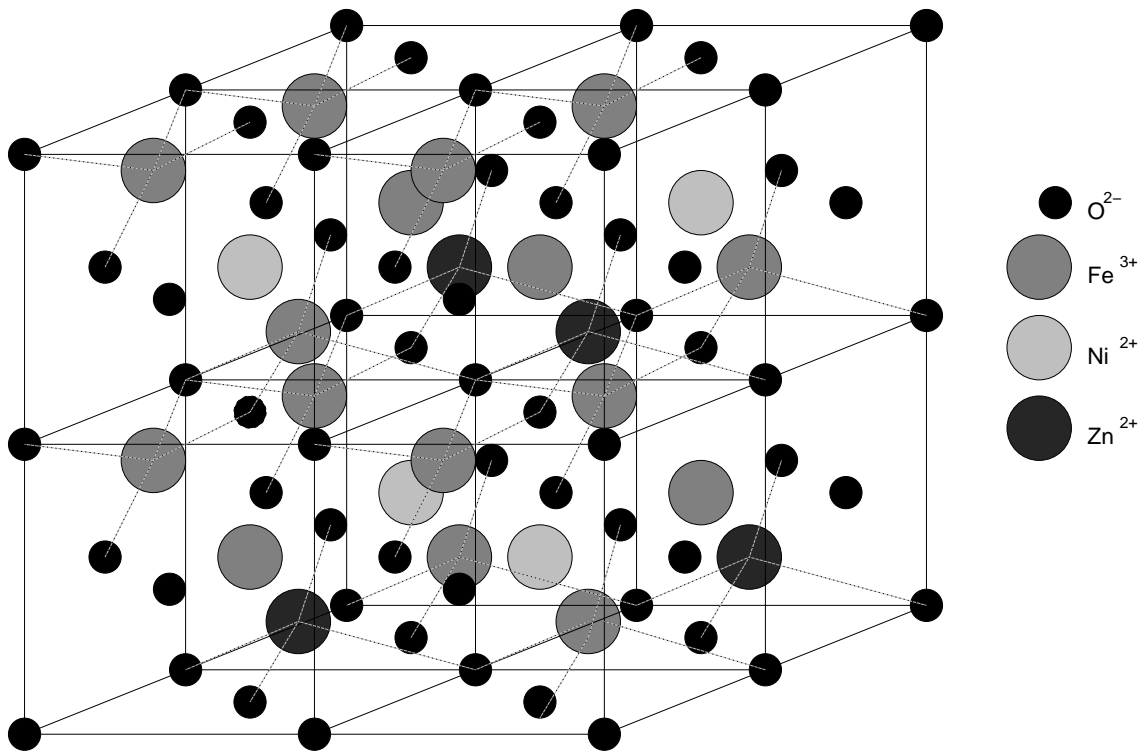


FIGURE 1.1: Structure cristallographique du ferrite [1]

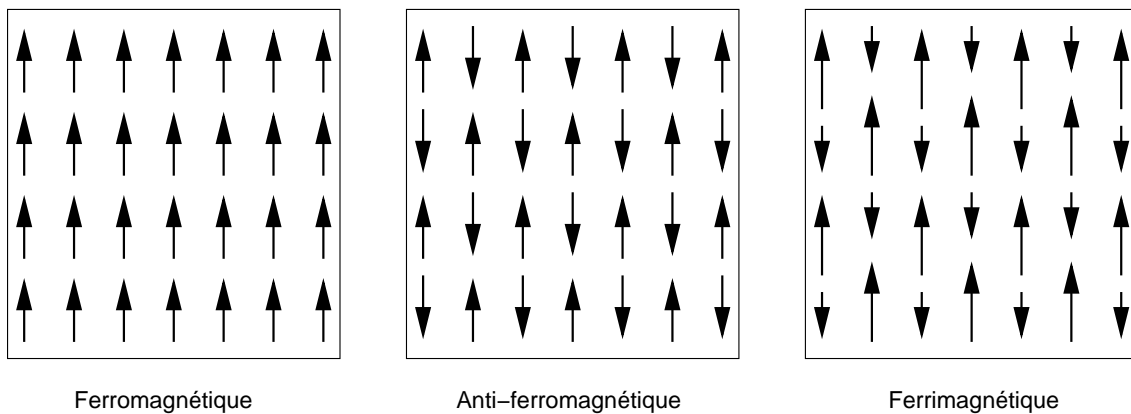
Les anions  $\text{O}^{2-}$  forment la maille cubique à faces centrées (figure 1.1). Les cations  $\text{Ni}^{2+}$  se placent sur les sites octaédriques, les cations  $\text{Zn}^{2+}$  se placent sur les sites tétraédriques. Les ions  $\text{Fe}^{3+}$  se répartissent sur les sites tétraédriques et octaédriques. Chaque maille a donc deux sites tétraédriques occupés (un par  $\text{Fe}^{3+}$  et un autre par  $\text{Fe}^{3+}$  ou  $\text{Zn}^{2+}$ ) et un site octaédrique occupé (par  $\text{Fe}^{3+}$  ou  $\text{Ni}^{2+}$ ).

L'arrangement des cations vis à vis des sites du réseau cubique à faces centrées est très important puisqu'il détermine l'ordre ferrimagnétique des moments magnétiques. Les cations étant positionnés sur les sites tétraédriques et octaédriques, le matériau est ferrimagnétique.

## 2.2 Propriétés électromagnétiques

Il existe différents types de matériaux magnétiques, suivant l'énergie d'interaction entre les électrons, les spins peuvent être colinéaires (matériaux ferromagnétiques) ou en opposition (matériaux anti-ferromagnétiques et ferrimagnétiques) [3] (figure 1.2). Les matériaux anti-ferromagnétiques sont composés d'un seul type de moment magnétique et présentent donc une aimantation spontanée nulle à température nulle.

Les matériaux ferrimagnétiques sont composés de deux types de moments magnétiques d'aimantations différentes, ils présentent donc une aimantation spontanée non nulle. Bien que différents au niveau atomique, les matériaux ferrimagnétiques présentent beaucoup de similitudes de comportement avec les ferromagnétiques (structures en domaines magnétiques, parois, hystérésis).



**FIGURE 1.2:** Répartition des moments élémentaires dans les matériaux magnétiques (ferro, anti-ferro et ferrimagnétiques)

Le ferrite étudié est un matériau ferrimagnétique doux. Les caractéristiques électromagnétiques qui nous intéressent sont l'aimantation à saturation, les coefficients d'anisotropie magnétocristalline et les coefficients de magnétostriction [3]. L'aimantation à saturation est relativement réduite à cause de la nature ferrimagnétique du ferrite. Le matériau présente huit directions de facile aimantation suivant les diagonales du réseau cubique (directions  $\langle 111 \rangle$ ).

## 2.3 Propriétés mécaniques

Comme toutes les céramiques, le ferrite a un comportement élastique fragile : le matériau n'a pas de déformation plastique avant la rupture. Ce comportement mécanique rend les essais mécaniques particulièrement délicats : il n'est pas possible de prévoir la limite de résistance du matériau sans aller jusqu'à la rupture et le matériau ne peut supporter aucun choc. Néanmoins, le fait que le matériau ne se plastifie pas permet de réaliser plusieurs essais sur la même éprouvette, sans risquer l'apparition d'une déformation résiduelle. La limite à la rupture expérimentalement mesurée vaut en traction  $\sigma_y \simeq 25\text{MPa}$ . Cette valeur n'est pas intrinsèque puisque la limite à rupture d'un matériau fragile ne peut être définie qu'à partir d'une statistique et elle dépend de la taille de l'échantillon testé [4].

## 2.4 Phénomènes de couplage magnéto-mécanique

On ne s'est intéressé ci-dessus qu'aux comportements magnétique et mécanique découplés. Le couplage magnéto-mécanique a deux manifestations principales : la déformation de magnétostriction (dite de Joule) et l'effet des contraintes sur l'aimantation.

### 2.4.1 Déformation de magnétostriction

Quand un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, il se déforme. Cette déformation est associée à deux phénomènes distincts :

- Les forces d'origine magnétique, associées aux gradients d'aimantation, provoquent une déformation purement élastique. Ces forces apparaissent sur les surfaces libres de l'échantillon, mais aussi en volume [5]. Elles sont directement reliées à la géométrie de l'échantillon d'où leur nom d'"effet de forme", et s'ajoutent à la déformation de magnétostriction [6], [7], [8].

Il s'agit d'un couplage global (ou de structure) n'impliquant pas un phénomène de couplage local (ou de matériau). L'hypothèse des petites perturbations est vérifiée puisque le niveau général des forces magnétiques est faible (contrainte associée de quelques MPa) et provoque une déformation de l'ordre de  $10^{-6}$ .

- Une déformation "spontanée", intrinsèque au matériau apparaît également (déformation de Joule [9], [10]). Cette déformation ne dépend que de l'état magnétique du matériau [6], [11]. Elle correspond à un couplage local d'état. Il est donc possible de lui associer une loi de comportement.

C'est ce deuxième phénomène qui est appelé magnétostriction dans la suite de ce document. Le comportement magnétostrictif, comme le comportement magnétique est fortement non-linéaire aussi bien par rapport au champ magnétique appliqué que par

rapport à la contrainte mécanique [12].

L'exploitation des propriétés magnétostrictives de certains matériaux dits à magnétostriction géante permet la fabrication de capteurs et d'actionneurs magnétostrictifs. L'ordre de grandeur de la déformation de magnétostriction pour ces matériaux est de  $10^{-3}$  [13].

La déformation de magnétostriction permet également d'expliquer l'effet  $\Delta E$ , qui correspond à une apparente perte de linéarité du comportement élastique des échantillons magnétiques désaimantés aux faibles contraintes [3], [14]. Cet effet s'explique par la superposition de la déformation de magnétostriction (qui dépend de la contrainte) à la déformation élastique lors de l'acquisition des déformations au cours d'un essai mécanique (voir figure 1.3). On retrouve un comportement linéaire quand la contrainte appliquée devient suffisamment élevée et "sature" la déformation de magnétostriction.

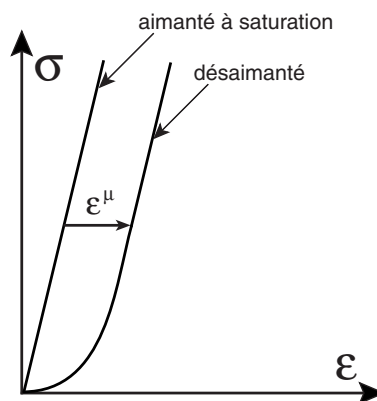
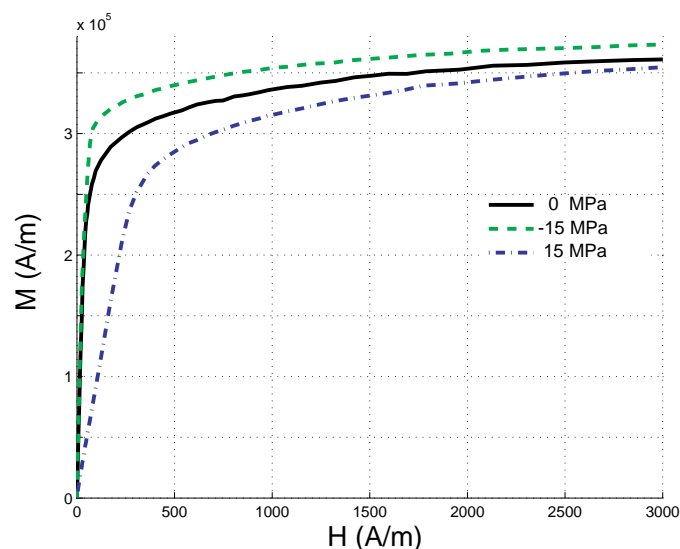


FIGURE 1.3: Illustration de l'effet  $\Delta E$

#### 2.4.2 Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique

Le phénomène conjugué de la déformation de magnétostriction est l'effet des contraintes sur le comportement magnétique : l'application d'une contrainte modifie considérablement le comportement magnétique. Ainsi, dans le cas du ferrite Nickel-Zinc étudié, une contrainte de compression uniaxiale de -15MPa multiplie par deux la perméabilité initiale (pente à l'origine de la courbe  $B(H)$ ) et une traction uniaxiale du même niveau la divise par cinq (voir figure 1.4).

Tous les matériaux n'ont pas un comportement aussi simple : dans le cas du fer une contrainte de traction entraîne une augmentation de la perméabilité pour des champs magnétiques faibles, mais une chute pour des niveaux de champ magnétique plus élevés [3], [15]. Ce phénomène est appelé effet Villari. Une contrainte de compression conduit



**FIGURE 1.4:** Effet d'une contrainte uniaxiale sur l'aimantation d'un ferrite Ni-Zn, résultats expérimentaux présentés au chapitre suivant

en revanche généralement à une chute de la perméabilité. Dans tous les cas, l'influence sur le comportement magnétique de l'application d'une contrainte n'est pas symétrique en traction et compression.

## 2.5 Microstructure du matériau

### 2.5.1 Elaboration du matériau [16]

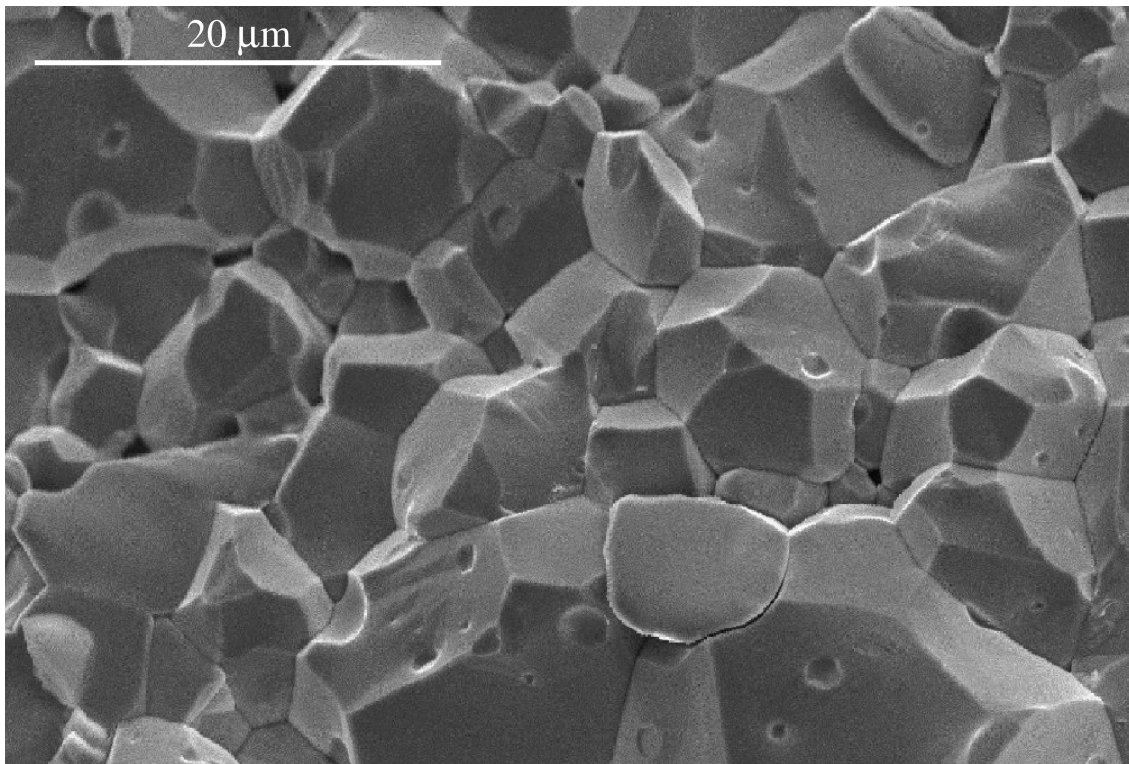
Les oxydes de fer sont instables à haute température, il n'est donc pas envisageable de les couler dans un moule comme on peut procéder habituellement pour un alliage métallique. Les ferrites sont obtenus par la métallurgie des poudres. A partir de sels métalliques que l'on mélange en milieu aqueux puis que l'on chauffe à haute température (1050°C), (opération de calcination), on obtient les oxydes qui donnent naissance au ferrite spinel souhaité. Le ferrite ainsi obtenu sous forme de billes est finement broyé en présence d'eau, cette opération contribue à améliorer l'homogénéité du produit qui, après séchage, se présente comme une poudre fine : les grains ne dépassent pas le  $1\mu\text{m}$ . Le matériau est alors mis en forme : la poudre est placée dans un moule et subit un pressage hydrostatique à froid (1100bars), La pièce obtenue a sa forme définitive, mais il subsiste une forte porosité (40 à 50%). La pièce est alors portée à très haute température (1150°C) pendant plusieurs heures en atmosphère oxydante pour maintenir la bonne composition chimique du matériau. Au cours de ce frittage, les grains en contact s'agglomèrent par diffusion ionique et on obtient un produit final dur et compact. 95% des vides entre les grains disparaissent, il subsiste tout de même quelques pores dans la céramique. Le mode de fabrication du matériau entraîne une orientation aléatoire des grains : le matériau est donc isotrope d'un point de vue macroscopique mais ses caractéristiques dimensionnelles

sont peu précises.

### 2.5.2 Observations microscopiques du matériau

Le matériau étant fragile, un simple choc suffit à provoquer une rupture. On peut ainsi observer les grains du matériau sur le faciès de rupture (figure 1.5), on constate la présence de porosité dans le matériau. La rupture semble mixte (inter et intra granulaire).

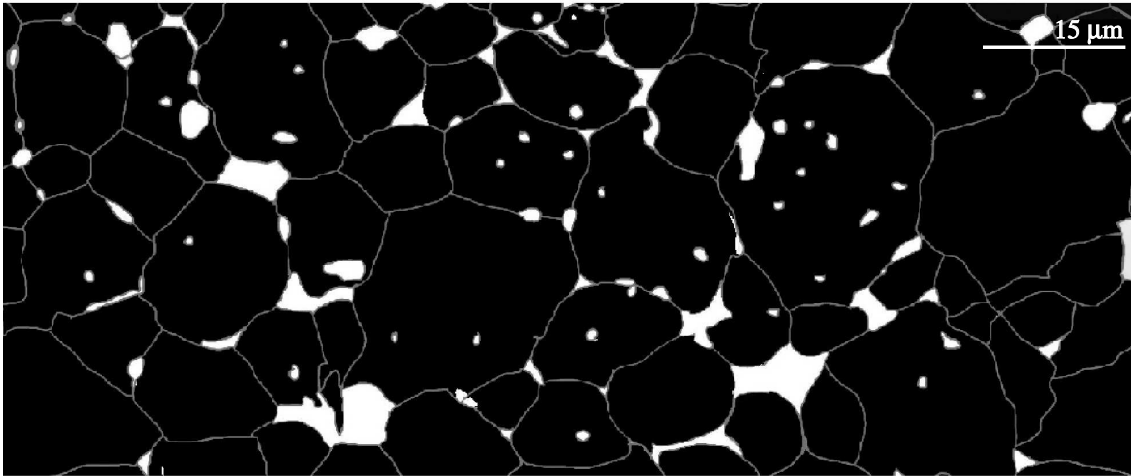
A l'aide de micrographies du matériau, il est possible d'évaluer la porosité et la taille des grains (moyenne et distribution). Pour révéler la structure granulaire du matériau, on procède à un polissage fin d'un échantillon de matériau. On lui applique ensuite un traitement thermique qui consiste en un maintien à une température de 1050°C pendant 24 heures [16]. Ce traitement thermique a pour effet de révéler les joints de grains du ferrite. Le logiciel de traitement d'images Optimas a été employé pour analyser les micrographies obtenues.



**FIGURE 1.5:** Faciès de rupture du ferrite Ni-Zn [17]

Figure 1.6, nous remarquons que la forme des grains et des porosités est tout à fait caractéristique des matériaux obtenus par frittage. Deux types de porosité sont observés :

- de la porosité intergranulaire, qui provient essentiellement du procédé de frittage mais aussi de la phase de polissage qui a pu arraché quelques grains de la surface



**FIGURE 1.6:** Analyse topographique d'une micrographie d'échantillon de ferrite Ni-Zn pour calcul de porosité [17]

- observée (le comptage tente de ne pas en tenir compte)
- de la porosité intragranulaire qui est due au procédé d'obtention de la poudre d'oxydes métalliques : recristallisation et coalescence des grains qui peuvent emprisonner des vides.

### 2.5.3 Dépouillement statistique

La figure 1.7 présente la distribution de taille de grains obtenue à partir des micrographies et du logiciel de traitement d'images. Les informations relatives à cette distribution sont regroupées dans le tableau 1.1. L'estimation de la taille des grains est réalisée par une méthode surfacique (équivalence d'aire), qui, sans correction, conduit à une surévaluation de la dispersion et une sous évaluation de la taille moyenne des grains. On effectue une correction de cette valeur moyenne en faisant l'hypothèse que les grains sont sphériques. Un calcul géométrique simple donne un facteur correctif multiplicatif de  $4/\pi$ . Cette évaluation de la dispersion des tailles de grains constitue néanmoins une borne supérieure.

Le matériau présente une taille de grains moyenne d'environ  $10,5\mu\text{m}$ . L'écart-type de la distribution est d'environ  $5\mu\text{m}$ . Ces valeurs sont assez inattendues compte tenu du protocole d'obtention du matériau. La taille de grains de cette nuance est généralement de l'ordre de  $5\mu\text{m}$  avec un écart-type beaucoup plus réduit (de l'ordre de  $1\mu\text{m}$ ). Il semble donc que le matériau présente une assez forte variabilité d'un lot à l'autre, pouvant entraîner des conséquences en terme de comportement.

La porosité évaluée expérimentalement est de 5,3% (tableau 1.1). Cette valeur est vraisemblablement surestimée car l'opération de polissage a arraché des grains de la surface observée (valeur attendue inférieure à 1% !); certaines porosités n'existent donc

pas dans le matériau massif. On peut par conséquent considérer que l'évaluation de la porosité effectuée ici est une borne supérieure de la mesure de la porosité réelle du matériau.

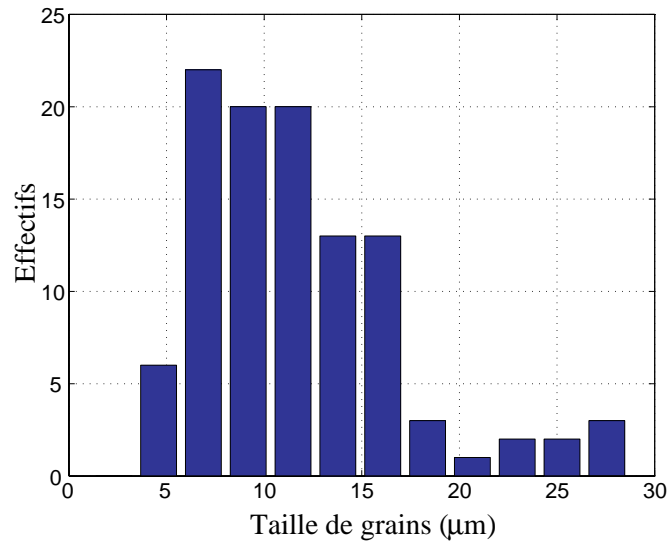


FIGURE 1.7: Répartition de taille de grains de notre échantillon

	Dimension mesurée	Dimension corrigée
Taille maxi	21,63 $\mu\text{m}$	27,54 $\mu\text{m}$
Taille mini	2,70 $\mu\text{m}$	3,43 $\mu\text{m}$
Ecart type	4,10 $\mu\text{m}$	5,22 $\mu\text{m}$
Moyenne	8,27 $\mu\text{m}$	10,52 $\mu\text{m}$
Porosité	5,30%	

TABLE 1.1: Dépouillement du diamètre du grains et de la porosité

## 2.6 Texture cristallographique du matériau

Le ferrite est un matériau fritté. Ce procédé de fabrication induit généralement une répartition isotrope des grains. La cristallographie des grains est par ailleurs indépendante de la forme compte tenu du mode de fabrication. La texture cristallographique du ferrite est donc a priori isotrope. L'objet de cette partie expérimentale est de le vérifier.

### 2.6.1 Procédure expérimentale

Après polissage mécanique et traitement thermique, réalisés dans les mêmes conditions que pour les observations micrographiques, on installe l'échantillon dans un micro-



scope électronique à balayage (MEB) équipé d'un détecteur EBSD (electron back scattered diffraction). Cet équipement a pu être utilisé au LCPES d'Orsay. Nous remercions par la même occasion T. Baudin et A.L. Etter pour nous avoir permis d'accéder à ces résultats. Une mesure sur deux zones a été réalisée balayant une surface totale rectangulaire de  $2,4 \times 4,8 \text{mm}^2$ .

### 2.6.2 Figures de pôles

La figure suivante (figure 1.8) montre une figure de pôles obtenue. Les contrastes sont faibles voire nuls, traduisant une distribution isotrope des orientations cristallines.

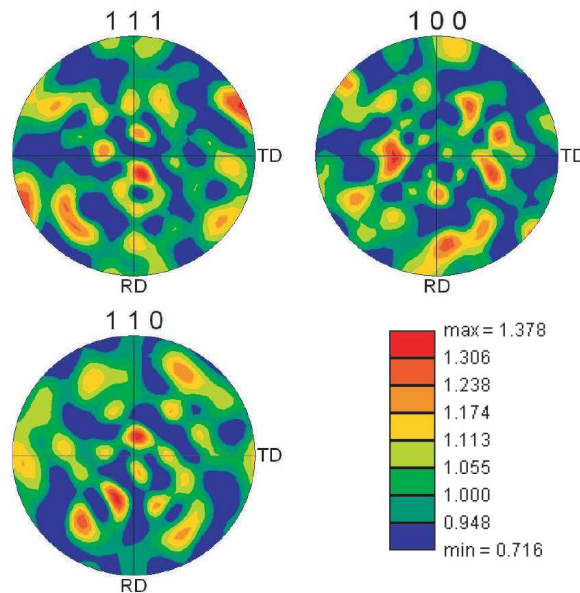


FIGURE 1.8: Figures de pôles

### 2.6.3 Reconstruction granulaire

En affectant un code couleur à une orientation particulière, il est possible de réaliser une image des orientations et ainsi identifier les entités cristallographiques indépendantes (figure 1.9). Cette technique permet par exemple un comptage des grains précis ainsi qu'une analyse de leur distribution de taille. La figure obtenue révèle une taille de grain moyenne en accord avec les dépouillements précédents (de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ ); l'hétérogénéité de taille de grains est également une caractéristique de la structure.

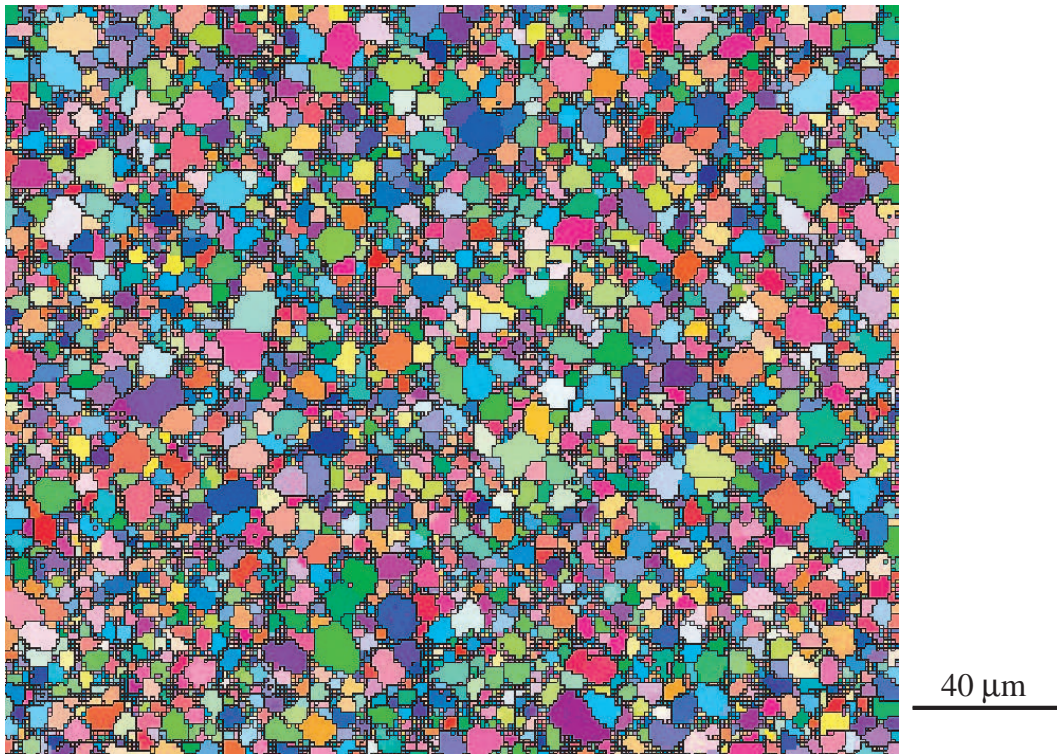


FIGURE 1.9: Reconstruction en grains à partir de la mesure EBSD

#### 2.6.4 Interprétations

On peut tirer deux conclusions de ces observations : tout d'abord elles confirment la présence d'une texture cristallographique isotrope. Ensuite, on observe clairement que la taille des grains est hétérogène, composée d'une population à petits grains de l'ordre de  $5\mu\text{m}$ , et d'une population à taille de grain 4 à 5 fois plus massive.

#### 2.7 Conclusion

Comme le matériau étudié est fritté à partir d'une poudre d'oxydes métalliques, tous les grains qui le composent ont une orientation aléatoire et indépendante les uns des autres. On peut donc considérer que le comportement macroscopique sera isotrope aussi bien du point de vue mécanique que magnétique. La porosité du matériau est assez faible grâce au frittage sous haute pression. On peut donc en première approximation la négliger dans la modélisation du comportement magnéto-mécanique. Par ailleurs, l'isotropie apparente de la distribution des grains semble nous guider naturellement vers le choix d'un tirage d'orientation de type Monte-Carlo pour la reconstruction de la microstructure dans le cadre du modèle développé chapitre 3. De plus, compte tenu de la taille des grains, l'hypothèse classique de séparation des échelles (en particulier domaines / grains) nécessaire à notre modélisation multiéchelle semble là aussi valide.

### 3 Aspects macroscopiques du comportement

Une fois le cadre de cette étude défini, nous présentons une rapide description phénoménologique du comportement magnéto-élastique des matériaux ferrimagnétiques standards.

#### 3.1 Comportement mécanique

Lorsqu'on applique une contrainte sur un matériau, il se déforme. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état mécanique sont la contrainte  $\Sigma$  et la déformation  $\mathbb{E}$ , qui sont des tenseurs d'ordre 2. La loi de comportement qui relie ces deux variables d'état peut s'écrire sous la forme :

$$\Sigma = \mathbf{C}^{\text{eff}} : \mathbb{E} \quad (1.1)$$

Cette relation est en général non-linéaire : le tenseur d'ordre 4  $\mathbf{C}^{\text{eff}}$  peut dépendre de la déformation, ou de la vitesse de déformation. Dans le cadre de l'élasticité linéaire,  $\mathbf{C}^{\text{eff}}$  est une constante (1.2). La gamme des déformations envisagées dans ce document étant en général très petite (de l'ordre de  $10^{-3}$ ), la restriction à l'hypothèse de petites perturbations est justifiée. De plus le comportement isotrope permet d'écrire le tenseur de rigidité à l'aide des deux coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  seulement, ou encore avec le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

$$\mathbf{C}^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

avec

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ et } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.3)$$

#### 3.2 Comportement magnétique

Quand on soumet un matériau ferrimagnétique à un champ magnétique, il s'aimante. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état magnétique sont : le champ magnétique  $\vec{H}$ , l'induction magnétique  $\vec{B}$  et l'aimantation  $\vec{M}$ .

Ces trois grandeurs sont reliées par la relation (1.4) :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (1.4)$$

où  $\mu_0$  désigne la perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H/m}$ .

La relation de comportement peut donc s'exprimer comme la relation entre le champ magnétique et l'induction :

$$\vec{B} = \underline{\underline{\mu}} \vec{H} \quad \text{où la perméabilité } \underline{\underline{\mu}} \text{ est un tenseur d'ordre 2,} \quad (1.5)$$

ou de façon équivalente par la relation :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad \text{où la susceptibilité } \chi \text{ est un tenseur d'ordre 2,} \quad (1.6)$$

perméabilité et susceptibilité étant reliées par la relation :

$$\underline{\underline{\mu}} = \mu_0 (\mathbb{I} + \chi) \quad (1.7)$$

Les grandeurs  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  sont en général des fonctions non-linéaires du champ. La définition de  $\underline{\underline{\mu}}$  ou  $\chi$  est complexe, et dépend de  $\vec{H}$ . A la différence du comportement mécanique, les niveaux de champ étudiés impliquent la nécessité de prendre en compte cette non-linéarité. Ceci peut se faire en prenant exemple sur les modèles thermodynamiques développés dans le cadre de la mécanique non-linéaire des matériaux (Cf. annexe A et [18], [19], [20], [21]). A noter que dans le cas de notre matériau, les courants de Foucault sont négligeables aux basses et moyennes fréquences ( $f < 1\text{MHz}$ ), étant donnée sa faible conductivité électrique. Ceci doit permettre d'avoir une approche simplifiée de la modélisation du comportement quasi-statique (Cf. Chapitre 3). En revanche, les courants de Foucault devront être pris en compte dans le cadre de la modélisation du comportement magnéto-mécanique du matériau à haute fréquence (Cf. Chapitre 4).

### 3.3 Notion de comportement macroscopique anhystérique

Le comportement magnétique macroscopique des matériaux ferrimagnétiques est fondamentalement irréversible. Jusqu'aux hautes fréquences d'excitation magnétique, cette irréversibilité est essentiellement liée au phénomène d'annihilation et réapparition des parois des domaines magnétiques ainsi qu'à leur accrochage sur les défauts du matériau. Aux hautes fréquences, les courants de Foucault induits par les variations de champ magnétique constituent une source supplémentaire de dissipation.

Le matériau initialement désaimanté s'aimante suivant la courbe dite de première aimantation. Aux champs très faibles, dans le domaine dit de Rayleigh, le mécanisme d'aimantation correspond à un "gonflement" des parois<sup>1</sup> ancrées sur des défauts (joints de grain, inclusions). Le déplacement d'ensemble de ces parois intervient ensuite, et

---

1. Ce mécanisme explique également la formation des cycles dits mineurs obtenus en faisant légèrement varier l'intensité du champ magnétique autour d'une valeur fixée.

pour des champs plus intenses, le mécanisme de rotation apparaît<sup>2</sup>. L'apparition de ces mécanismes correspond grossièrement à des points d'inflexion sur la courbe de première aimantation. Si l'on diminue l'intensité du champ, le matériau se désaimante, mais suivant un autre chemin. Il se forme un cycle d'hystérésis. La valeur de l'aimantation dans un matériau pour une valeur de champ dépend donc de son histoire. Ce cycle d'hystérésis dépend également de la vitesse d'excitation magnétique. On peut imaginer une sollicitation quasi-statique et un matériau idéal dont la configuration d'équilibre serait atteinte en dépassant les obstacles énergétiques. La courbe d'aimantation d'un tel matériau, non linéaire mais réversible, est appelée courbe anhystérétique. La figure 1.10 (a) montre les trois grands mécanismes décrits.

Le comportement magnétostrictif est fondamentalement réversible à l'échelle microscopique (voir paragraphe 2.4.1). Cependant, à l'échelle macroscopique, il apparaît hystérétique. Il est possible de définir de la même façon un comportement anhystérétique qui décrira l'équilibre du matériau idéal sans effet de la vitesse de sollicitation. La figure 1.10 (b) montre la courbe de première magnétostriction, le cycle d'hystérésis magnétostrictif ainsi que la courbe anhystérétique magnétostrictive mesurés sur du fer-silicium (Fe-3%Si NO - non orienté) [23], [24].

Le trajet décrit par les courbes anhystérétiques (magnétique et magnétostrictive) n'est pas possible à suivre en continu dans la pratique, parce qu'il supposerait l'absence complète de phénomènes dissipatifs. Il est cependant possible d'en faire une acquisition expérimentale point par point, comme on le verra au paragraphe 2.2 du chapitre 2.

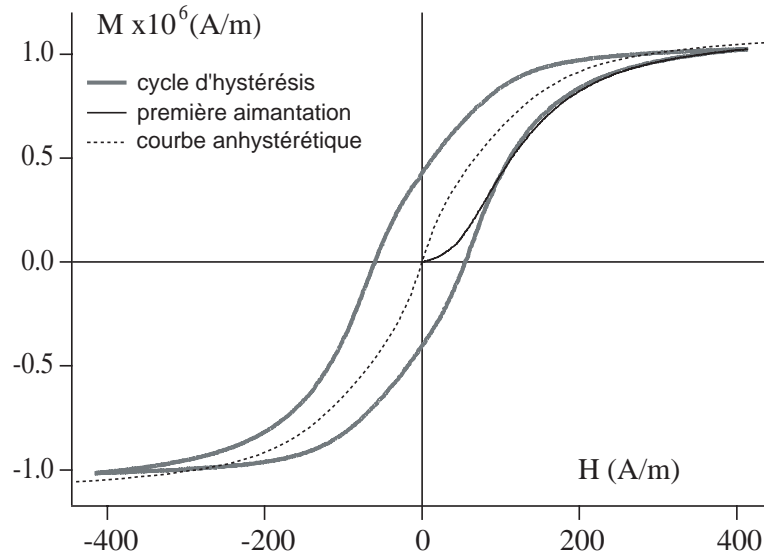
Le travail présenté dans le chapitre 3 traitant de la modélisation quasi-statique se limite à l'étude du comportement anhystérétique, c'est à dire réversible. Les aspects dissipatifs sont en partie traités dans le chapitre 4.

## 4 Mécanismes microscopiques du comportement

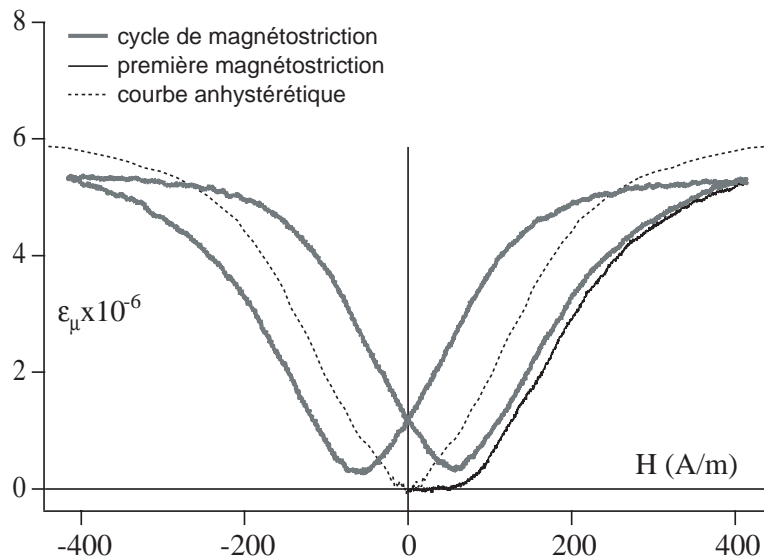
La connaissance de la loi de comportement macroscopique ne suffit pas à définir l'état mécanique en un point donné du matériau. La plupart des matériaux sont en effet de nature hétérogène, ce qui conduit à une hétérogénéité des propriétés, de l'état de contrainte, de la déformation, de l'aimantation et du champ. Il peut donc dans ce cas être utile de définir le comportement du matériau à une échelle plus fine, qui correspond ici à l'échelle microscopique.

---

2. Cette description reste néanmoins schématique puisque l'apparition des rotations dépend en toute rigueur de la valeur des constantes magnéto-cristallines du matériau - elle n'est valable que pour une norme de la constante  $K_1$  élevée - à titre d'exemple, si  $K_1=0$ , les domaines n'existent pas et la rotation est un mécanisme instantané.



(a) Comportement magnétique



(b) Comportement magnétostrictif

**FIGURE 1.10:** Comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du fer silicium (Fe-3%Si non orienté) - première aimantation (resp. magnétostriction) - cycle d'hystérésis magnétique (resp. magnétostrictif) - courbe anhysterétique magnétique (magnétostrictive) [22]

### 4.1 Comportement mécanique

Dans le cas des propriétés mécaniques, il est possible de définir des zones du matériau où l'hétérogénéité des propriétés mécaniques est beaucoup plus faible que pour le matériau dans son ensemble. Il s'agit par exemple des grains dans un polycristal. Dans

ces zones, la relation de comportement est supposée uniforme et peut s'écrire :

$$\sigma_g = \mathbf{C}^g : \varepsilon_g \quad (1.8)$$

En raison des orientations cristallographiques variables d'un grain à l'autre du polycristal, le tenseur  $\mathbf{C}^g$  est différent d'un grain à l'autre.

L'un des objectifs de l'homogénéisation consiste, à partir de la relation (1.8) et d'hypothèses sur la microstructure, à définir le milieu homogène équivalent (MHE), c'est à dire le tenseur d'élasticité  $\mathbf{C}^{\text{eff}}$  qui vérifie la relation (1.1), en l'absence de sollicitations autres que mécaniques.

Le monocristal de ferrite a une structure cristallographique de type cubique face centrée. Le tenseur d'élasticité correspondant dépend donc de trois constantes indépendantes.

$$\mathbf{C}^g = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

On peut définir un paramètre d'anisotropie  $a$ , tel que  $a = C_{44}/(C_{11} - C_{12})$ . L'isotropie est obtenue pour  $a=2$ . Plus on s'éloigne de cette valeur, plus le cristal peut être considéré comme mécaniquement anisotrope.

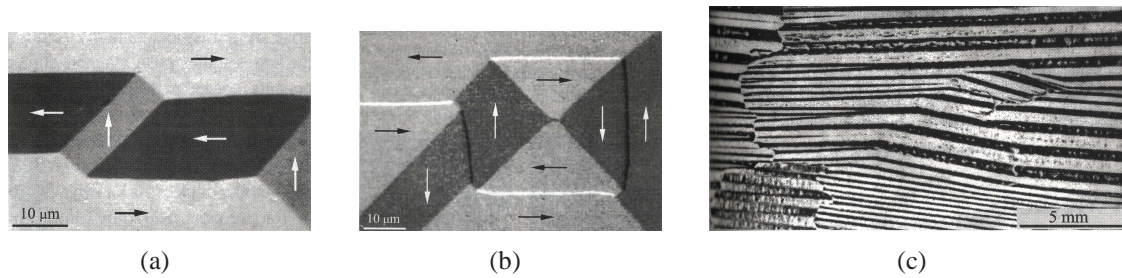
## 4.2 Comportement magnétique

De la même façon que pour le comportement mécanique, les grandeurs magnétiques au sein d'un matériau sont elles aussi hétérogènes.

### 4.2.1 Microstructure magnétique

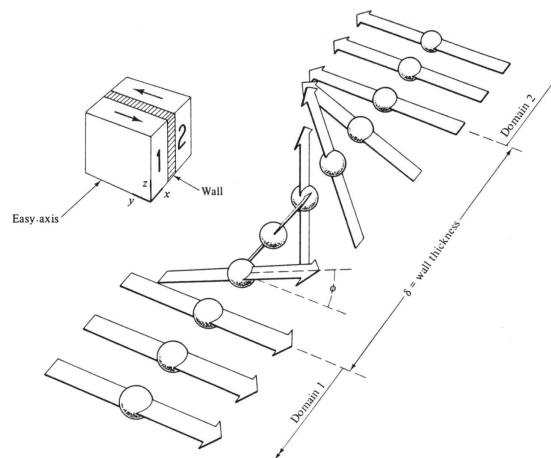
L'observation assez fine d'un matériau magnétique permet de mettre en évidence l'existence de régions où l'aimantation est uniforme : ce sont les domaines magnétiques [25] [11] ou domaines de Weiss (figure 1.11).

Chacun de ces domaines présente une aimantation uniforme, de norme  $M_s$  (aimantation à saturation), caractéristique du matériau. D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, sa direction en revanche change. Les zones de transition entre deux domaines, où la direction de l'aimantation varie progressivement sur quelques dizaines de distances interatomiques sont appelées parois magnétiques (Cf. figure 1.12 - il s'agit ici d'une paroi à  $180^\circ$  de Bloch associée à une rotation hors plan), l'épaisseur d'une paroi magnétique est pilotée par l'énergie d'échange  $W_{ech}$  et l'énergie d'anisotropie  $W_{an}$



**FIGURE 1.11:** Mise en évidence des domaines magnétiques dans des cristaux de fer-silicium, d'après A. Hubert [25]

(énergies définies au chapitre 3), l'épaisseur de paroi est proportionnelle à  $\sqrt{A/|K_1|}$  pour une paroi à  $180^\circ$ ,  $A$  et  $K_1$  correspondant respectivement aux constantes d'échanges et d'anisotropie magnéto-cristalline. Pour le ferrite considéré, l'épaisseur de ce type de paroi est de l'ordre de  $100\text{nm}$ . Cette dimension étant très inférieure à la taille moyenne des grains ( $5 - 10\mu\text{m}$ ), on peut tout à fait supposer l'existence de plusieurs domaines dans chaque grain du matériau. Par ailleurs, on montre que l'énergie de surface associée à une paroi à  $180^\circ$  vaut  $\gamma_w = 2\pi\sqrt{|K_1|A}$ .



**FIGURE 1.12:** Paroi de Bloch à  $180^\circ$  [12]

Outre les parois à  $180^\circ$ , il existe également des parois à  $90^\circ$  entre domaines aimantés orthogonalement pour la symétrie  $\{100\}$ , à  $70,5^\circ$  ou  $109,5^\circ$  pour la symétrie  $\{111\}$ . Pour une épaisseur de matière inférieure à quelques centaines de nanomètres, la structure en parois de Bloch est remplacée progressivement par une structure en parois de Néel où les moments magnétiques élémentaires tournent dans le plan du film mince.

En général, la différence d'orientation cristallographique entre deux grains adjacents

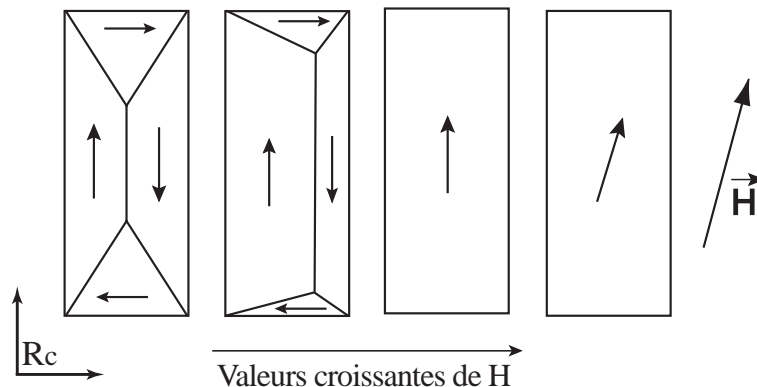


est telle que les parois magnétiques ne peuvent traverser les joints de grain. La structure en domaines magnétiques est alors une sous-structure de la structure en grains, et la séparation d'échelles entre ces deux structures est souvent assez nette. Dans le cas de matériaux très fortement texturés, où les désorientations de grains à grains sont très faibles, il arrive qu'une paroi magnétique traverse un joint de grain - cas des tôles dites à grains orientés (GO). La distinction des échelles mises en jeu est alors beaucoup plus contestable.

#### 4.2.2 Aimantation microscopique

En l'absence de champ magnétique, l'aimantation s'aligne spontanément suivant les directions de facile aimantation. L'existence de plusieurs directions faciles, liées à la forme de l'énergie d'anisotropie  $W_{an}$ , explique la formation de structures en domaines (Cf. chapitre 3).

Lorsque l'on applique un champ magnétique, deux mécanismes d'aimantation distincts apparaissent : l'équilibre magnétique est modifié par mouvement des parois, c'est à dire par changement de taille des domaines, et par rotation de l'aimantation à l'intérieur des domaines (voir figure 1.13). Dans le cas des matériaux à anisotropie magnétocristalline élevée, le mouvement des parois est prédominant pour les champs faibles et la rotation de l'aimantation apparaît pour des champs magnétiques plus intenses.



**FIGURE 1.13:** Evolution des domaines magnétiques dans un monocristal 2D

L'état désaimanté désigne une configuration pour laquelle, en l'absence de champ extérieur, l'aimantation macroscopique est nulle, c'est à dire que la distribution d'aimantation dans le matériau est telle que la moyenne des aimantations est nulle. C'est la situation représentée sur le premier schéma de la figure 1.13 (avec dans chaque domaine une aimantation uniforme de norme  $M_s$ ).

Il est possible de mettre schématiquement en parallèle les mécanismes locaux de mouvement de parois et de rotation avec le processus d'aimantation vu à l'échelle

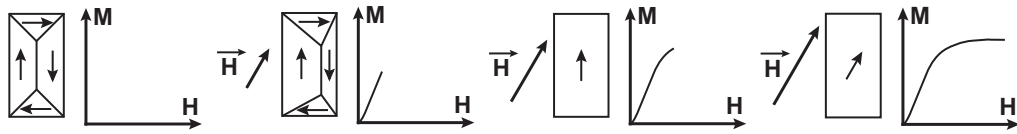


FIGURE 1.14: Principe du processus d'aimantation dans un monocristal

macroscopique. C'est ce qu'illustre la figure 1.14 dans le cas des matériaux à forte anisotropie magnétocristalline.

Pour les matériaux à forte anisotropie magnétocristalline, le début de la courbe d'aimantation, approximativement linéaire, est principalement dominé par des mécanismes de mouvement de parois. Le "coude" de la courbe d'aimantation annonce le début de la rotation de l'aimantation dans les domaines. Cette zone où les deux mécanismes d'aimantation sont superposés est la plus délicate à modéliser, notamment en raison de sa forte non-linéarité. C'est également la zone la plus intéressante d'un point de vue pratique, puisqu'on peut y obtenir une aimantation très forte sans toutefois avoir recours à des champs magnétiques trop intenses (ce phénomène est notamment utilisé dans les machines électriques). A champ encore plus élevé, l'aimantation tourne en direction du champ appliqué. Sa valeur tend vers la limite théorique représentée par l'aimantation à saturation  $M_s$ .

### 4.2.3 Magnétostriction microscopique

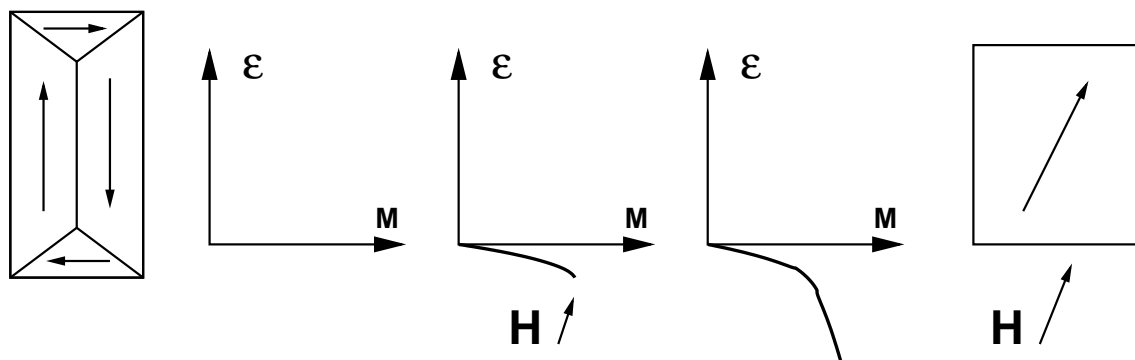


FIGURE 1.15: Principe du processus de magnétostriction dans un monocristal

Il est également possible de faire un parallèle entre comportement microscopique et macroscopique en ce qui concerne la magnétostriction. Pour ce faire, il convient de considérer un matériau à  $K_1$  élevé (existence d'une structure en domaines). La déformation libre d'un domaine dans le repère de son aimantation est donnée par le tenseur (1.10). A supposer que la structure en domaines est initialement répartie de manière isotrope, la déformation moyenne  $\bar{\epsilon}$  en absence de tout chargement vaut  $\mathbb{O}$ . Supposons main-

tenant qu'un champ soit appliqué. Le volume du domaine le mieux orienté va augmenter entraînant une déformation macroscopique qui doit nécessairement tendre vers la déformation libre du domaine considéré ( $\bar{\varepsilon} \simeq \varepsilon$ ). Le ferrite étant un matériau à magnétostriction négative, l'effet macroscopique sera une contraction dans la direction d'application du champ. Ce mécanisme se poursuit jusqu'à ce que la rotation intervienne entraînant une modification du tenseur des déformations. On atteint la déformation de magnétostriction à saturation, donnée par le tenseur (1.11).

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_0}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_0}{2} \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

En résumé, au départ,  $\bar{\varepsilon} = \mathbb{O}$ , à champ croissant sans rotation  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1$ , puis avec rotation  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_s$  :

$$\bar{\varepsilon}_s = \begin{pmatrix} \lambda_s & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_s}{2} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

## 5 Comportement haute fréquence

Il est courant d'employer des ferrites sous des champs magnétiques à haute fréquence. Pour ces applications, il convient d'étudier les propriétés magnétiques du matériau en fonction de la fréquence du champ d'excitation appliqué. Deux phénomènes interviennent dans le comportement du ferrite : à moyenne fréquence, il y a un phénomène de dissipation par mouvement des parois et éventuellement l'existence d'une résonance du mouvement des parois. Si la fréquence du champ appliqué est trop élevée, les courants de Foucault deviennent importants et empêchent les parois de se déplacer. Il en résulte une chute des propriétés magnétiques du matériau. A plus haute fréquence le gyromagnétisme est le phénomène dominant. Il s'agit de la résonance de spins des électrons des atomes du matériau. Ce phénomène modifie de façon gyrotoire l'aimantation à saturation du ferrite. Certains aspects expérimentaux liés à ces phénomènes sont présentés dans le chapitre 2. Leur modélisation fait l'objet du chapitre 4.

## Chapitre 2

# Caractérisation expérimentale des comportements élastique et magnétique du matériau

*Dans ce second chapitre, nous traitons l'étude expérimentale du comportement du ferrite Nickel-Zinc. Il s'agit des comportements mécanique, magnétique et couplé.*

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>2</b>	<b>Mesure du comportement magnéto-mécanique du VER</b> . . . . .	<b>29</b>
	2.1 Bancs de caractérisation du comportement magnéto-mécanique . . . . .	29
	2.2 Caractérisation du comportement magnétique . . . . .	31
	2.3 Caractérisation de la magnétostriction . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Résultats expérimentaux sur VER [26]</b> . . . . .	<b>35</b>
	3.1 Comportement mécanique . . . . .	35
	3.2 Comportement magnétique . . . . .	36
	3.3 Comportement magnétostrictif . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Essais sur tores</b> . . . . .	<b>42</b>
	4.1 Méthodes expérimentales . . . . .	42
	4.2 Résultats expérimentaux statiques . . . . .	48

4.3	Résultats expérimentaux dynamiques . . . . .	49
-----	--	----

---

# 1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de regrouper l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus sur le ferrite. Notre objectif premier a été d'accéder au comportement du VER en régime statique : nous avons ainsi cherché à mesurer les comportements mécanique, magnétique et magnétostrictif du matériau soumis à différents chargements magnétiques et/ou mécaniques. Ces essais ont été réalisés l'aide d'éprouvettes parallélépipédiques au LMT-Cachan. Nous avons également pu avoir accès à des résultats expérimentaux réalisés sur tores au CEA Le Ripault. Ces essais mêlent comportements magnétique statique et dynamique sous chargements mécaniques de différentes natures. La troisième catégorie d'essais a également été réalisée au CEA Le Ripault. Elle est constituée de mesures de diffusivité thermique sur monocristal de ferrite. L'objectif est d'accéder aux constantes d'élastiques du matériau nécessaires à la définition des incompatibilités élastiques (Cf. modèle multiéchelle au chapitre 3). Ces résultats font l'objet de l'annexe C.

## 2 Mesure du comportement magnéto-mécanique du VER

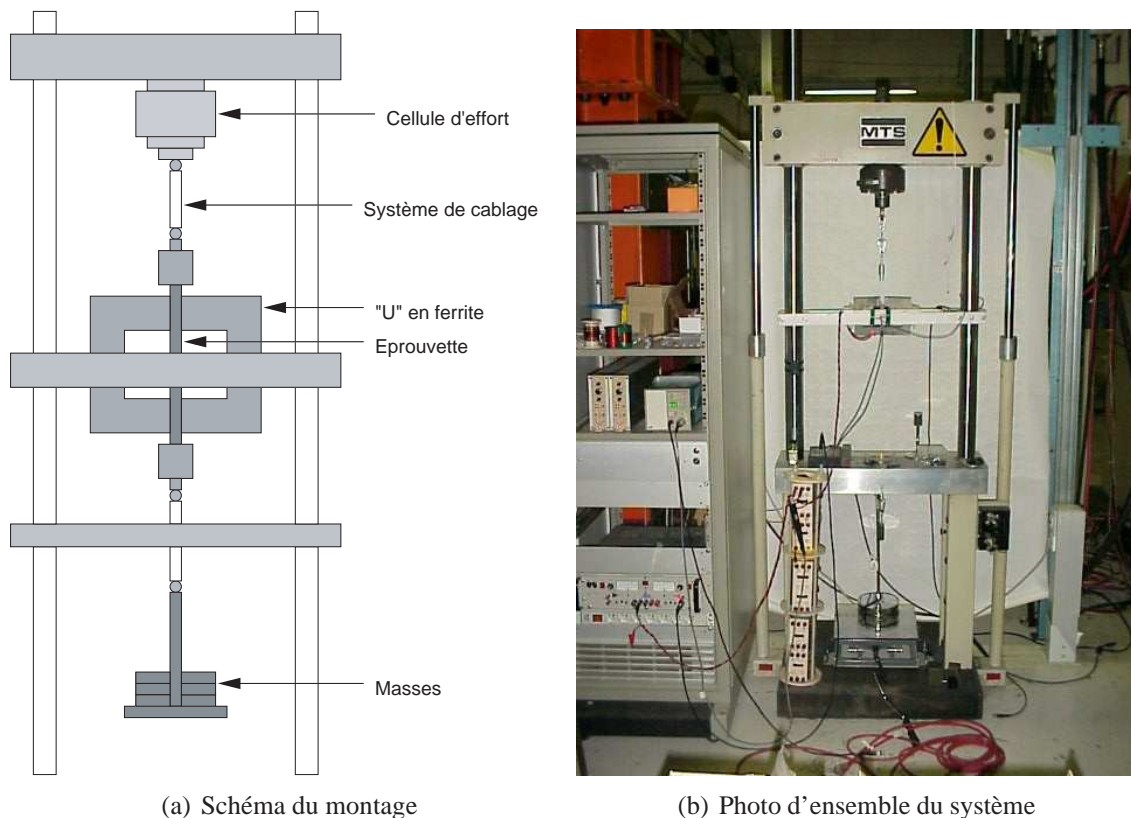
L'ensemble de ces mesures a été réalisée à l'aide d'éprouvettes parallélépipédiques spécialement usinées pour l'occasion dans un bloc de ferrite massif. L'objectif est de pouvoir mesurer leur comportement quasi-statique sous chargement mécanique de traction et compression. Nous présentons d'abord les bancs de caractérisation et les méthodes utilisées. Les résultats expérimentaux sont détaillés dans une deuxième partie.

### 2.1 Bancs de caractérisation du comportement magnéto-mécanique

#### 2.1.1 Banc de traction à masses pesantes

Le matériau étudié est une céramique : son comportement mécanique est de type fragile. Le chargement mécanique que nous devons lui appliquer doit donc se faire sans choc ni concentration de contrainte excessive. Par ailleurs, les mesures de magnétostriction demandent une application de la contrainte très stable, donc un pilotage en effort sans vibration. Pour ces deux raisons, nous avons adopté le principe d'une machine de traction par masses pesantes (figure 2.1) avec têtes d'amarrages articulées et collées à l'échantillon. L'application de la charge se fait par l'intermédiaire d'un câble.

L'éprouvette utilisée a une section d'environ  $30\text{mm}^2$  ( $12,5\text{mm} \times 2,5\text{mm}$ ); la masse totale des masses suspendues à l'éprouvette est d'environ 50Kg ce qui correspond à une contrainte maximum de 16MPa dans l'éprouvette. Lors de ces essais, trois types de mesures ont été effectués : des mesures de comportement mécanique, magnétique (hystérétique et anhystérétique) et des mesures de magnétostriction.



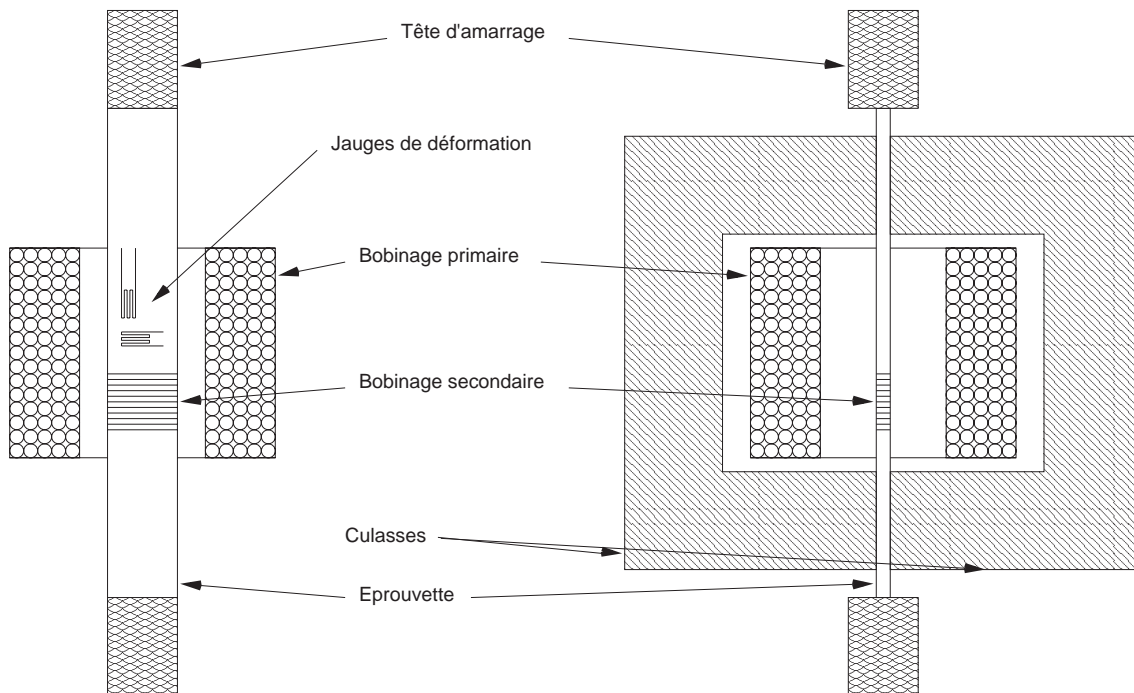
**FIGURE 2.1:** Système de traction uniaxiale par poids

### 2.1.2 Problématique des essais de compression

Les céramiques ont une résistance en compression bien plus importante qu'en traction, ce qui doit faciliter la réalisation de ces essais. Les essais de compression ont été réalisés à l'aide d'une machine d'essais hydraulique. L'asservissement en effort conduit à une stabilité médiocre (il génère en particulier un bruit de mesure élevé pour les déformations de magnétostriction) mais demeure nécessaire.

Les éprouvettes dont nous disposons sont très élancées. Le principal risque est le flambage qui entraînerait la ruine immédiate de l'éprouvette compte tenu de sa fragilité. Le serrage dans les mors est aussi capital, il est impératif que celui-ci soit extrêmement équilibré : tout déséquilibre provoquerait la rupture du matériau.

La solution envisagée est l'utilisation d'une structure sandwich afin d'augmenter le moment quadratique de l'éprouvette et éloigner les risques de flambage. La structure sandwich adoptée est constituée de deux éprouvettes de ferrite accolées à une âme centrale évidée en laiton (figure 2.3). Ce matériau a l'avantage de posséder des caractéristiques mécaniques proches de notre ferrite ( $E=110\text{GPa}$  et  $\nu=0,33$ ) (faible inhomogénéité des contraintes) et est amagnétique.



**FIGURE 2.2:** Eprouvette équipée pour les essais de traction

L'éprouvette sandwich a été équipée de jauges de déformations et d'une bobine de mesure du flux. La longueur de l'éprouvette a été guidée par un compromis entre un encombrement minimal à respecter dû au système de mesures magnétiques utilisé et un élanement minimal pour minimiser les risques de flambage de l'éprouvette.

Pour la prise de mors, nous avons décidé de venir créer une interface en polymère thermodurcissable entre les mors de la machine et les faces de l'éprouvette afin de répartir au mieux la pression de serrage et d'éviter des niveaux de contrainte locaux trop importants qui auraient entraîné la ruine de l'éprouvette.

## 2.2 Caractérisation du comportement magnétique

Les mesures magnétiques sont réalisées à l'aide d'un montage de type transformateur : autour des éprouvettes, on dispose deux bobinages, on impose le courant dans le bobinage primaire afin de créer un champ magnétique connu dans l'éprouvette, et on mesure la tension aux bornes du bobinage secondaire afin d'en déduire le flux magnétique à l'intérieur du matériau étudié. Cette mesure du flux permet de caractériser l'aimantation du matériau en fonction du champ magnétique appliqué par le bobinage primaire.

Pour les mesures anhystériques, il est nécessaire d'effectuer des cycles autour de la valeur de champ à laquelle on souhaite connaître l'aimantation pour être certain d'obtenir



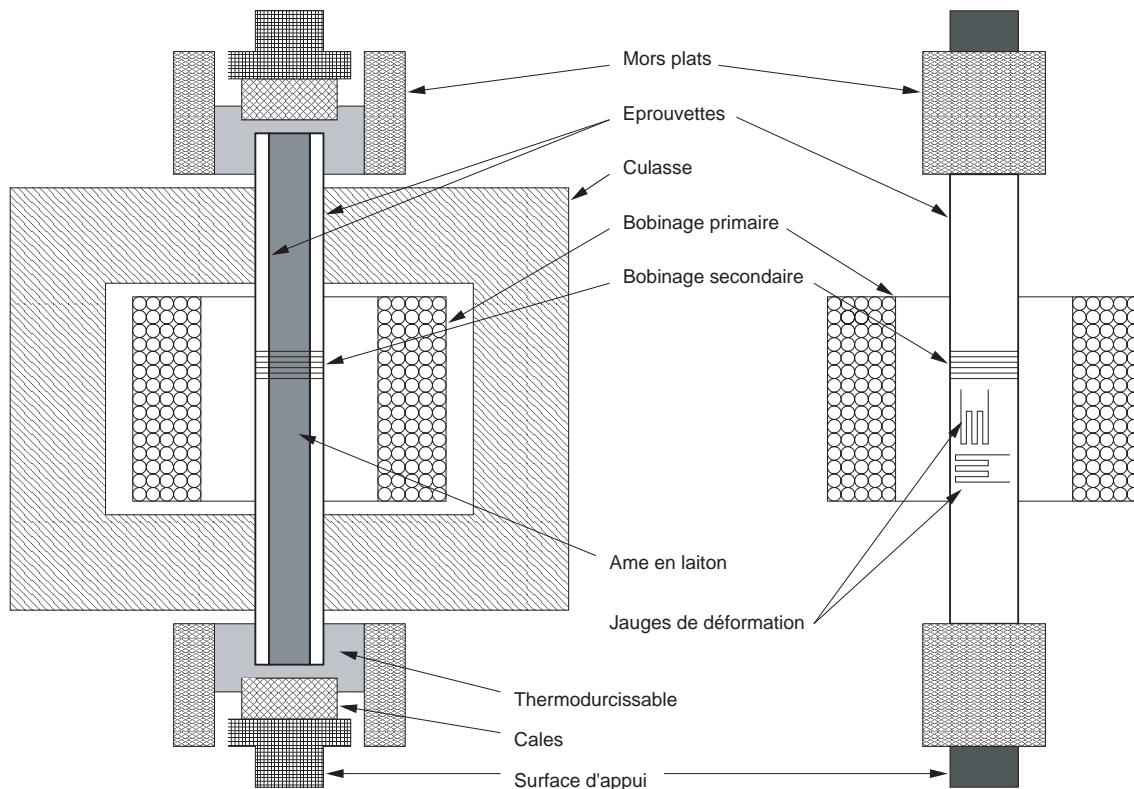


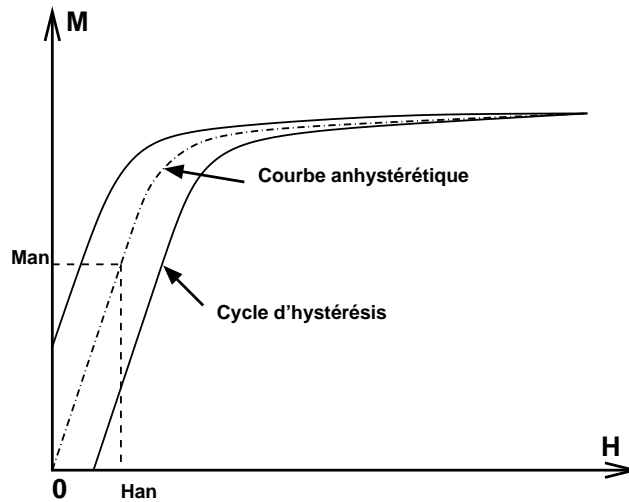
FIGURE 2.3: Montage pour les essais de compression

le comportement à l'équilibre (figure 2.4). Le fait de cycler permet de décrocher les parois magnétiques et de les amener dans un état d'équilibre stable à énergie minimale. La courbe anhystérétique se construit ainsi point par point avec cyclage autour de chacune des valeurs de champ désirée et le matériau subit une désaimantation entre deux points de mesure afin d'éliminer toute influence de l'histoire dans la mesure.

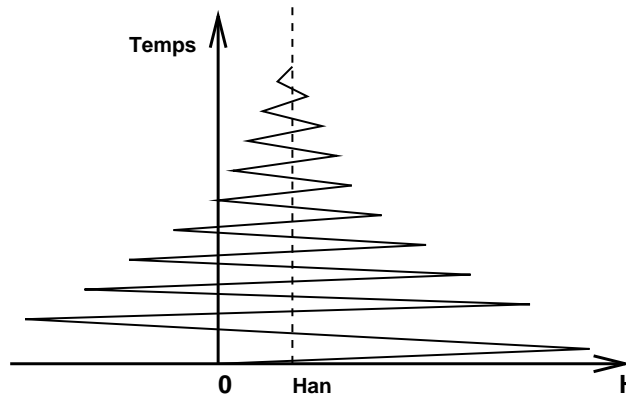
Le champ magnétique  $H$  est calculé à partir de la mesure du courant  $I_{prim}$  dans le bobinage primaire en appliquant le théorème d'Ampère (2.1), où  $N_{prim}$  désigne le nombre de spires du bobinage.

$$\oint H dl = N_{prim} I_{prim} \quad (2.1)$$

Compte tenu de la différence importante de section entre l'éprouvette et la culasse, des épaisseurs d'entrefer négligeables et de la susceptibilité linéaire et élevée du matériau constitutif des culasses, le champ  $H$  dans l'éprouvette est quasiment proportionnel à l'intensité de courant (2.2) (cette linéarité a par ailleurs été vérifiée à l'aide d'une H-coil). Le coefficient de proportionnalité fait intervenir le nombre de spires du primaire et une longueur équivalente, approximativement également à longueur d'échantillon entre culasses et estimée à  $L_{equiv.} = 77,7\text{mm}$ .



(a) Point mesuré de la courbe anhystérétique



(b) Evolution de H en fonction du temps

**FIGURE 2.4:** Principe de mesure du comportement anhystérétique

$$H \approx \frac{N_{prim} \cdot I_{prim}}{L_{equiv.}} \tag{2.2}$$

La force électromotrice aux bornes du bobinage est proportionnelle à la variation de flux magnétique par rapport au temps (2.3).

$$V_{mes} = -N_{spires} \frac{d\phi_S}{dt} \tag{2.3}$$

Par définition le flux magnétique est égal à :

$$\phi_S = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{2.4}$$

En faisant l'hypothèse que l'induction est constante sur toute la section de l'éprouvette et colinéaire au champ magnétique appliqué, on obtient :

$$\phi_S = B \cdot S \quad (2.5)$$

De plus, nous avons la relation :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.6)$$

On en déduit la valeur de l'aimantation en la supposant colinéaire au champ magnétique appliqué :

$$\|\vec{M}\| = \left| \frac{-1}{\mu_0 N_{spires} S} \int V_{mes} dt \right| - \|\vec{H}\| \quad (2.7)$$

Pour le montage de compression, il est nécessaire de réaliser une correction des relations de champ et d'aimantation. On doit tout d'abord faire l'hypothèse que la partie centrale n'induit aucune perturbation du flux magnétique et que le flux magnétique est réparti équitablement entre les deux éprouvettes de ferrite. La section efficace de matériau magnétique vaut  $2 \times 12,5 \times 2,5 \text{ mm}^2$  ( $S=62,5 \text{ mm}^2$ ). Compte tenu de l'âme en laiton, la section de la bobine secondaire est beaucoup plus importante ( $S_{bob}=125 \text{ mm}^2$ ), ce qui signifie qu'une partie de la tension mesurée provient des variations de l'induction magnétique dans le laiton. Ce matériau étant a priori a-magnétique, l'induction qui le traverse est proportionnelle au champ appliqué. L'aimantation dans le ferrite est alors donnée par l'équation suivante :

$$\|\vec{M}\| = \left| \frac{-1}{\mu_0 N_{spires} S} \int V_{mes} dt \right| - \|\vec{H}\| \left( \frac{S_{bob}}{S} \right) \quad (2.8)$$

En ce qui concerne le calcul du champ H, une application intégrale du théorème d'Ampère semble nécessaire avec estimation des longueurs de parcours du champ dans les entrefers et dans les culasses (la section de l'éprouvette ne peut plus être considérée comme très inférieure à la section de la culasse). La correction apportée est néanmoins très faible et peut être considérée comme négligeable dans la gamme de champ utilisée pour les essais.

### 2.3 Caractérisation de la magnétostriction

Mesurer les déformations de magnétostriction sous contrainte est délicat pour diverses raisons : les déformations de magnétostriction sont très faibles, de l'ordre de  $10^{-6}$ . Il est donc nécessaire d'appliquer un effort extrêmement stable et d'éviter au maximum les variations de température pendant l'essai, les déformations élastiques issues des vibrations et celles d'origine thermique pouvant être du même ordre de grandeur que la magnétostriction. Le principe des masses pesantes permet de réduire le bruit de mesure (effort strictement constant). Les essais de compression sont réalisés à l'aide d'une machine hydraulique : l'effort appliqué n'est jamais parfaitement stable et la fluctuation de déformation élastique associée engendre parfois une importante dérive des mesures. L'estimation des déformations de magnétostriction est alors délicate, d'autant plus que

la magnétostriction dépend non-linéairement du niveau de contrainte. A noter que le moyennage des signaux intrinsèques à la procédure de mesure anhystérique permet de diminuer considérablement cet effet. Nous nous baserons par conséquent exclusivement sur ces mesures dans l'interprétation des résultats.

Les mesures de magnétostriction nécessitent de coller des jauges de déformation sur les éprouvettes. On mesure systématiquement les déformations longitudinale et transversale qui correspondent à deux des trois termes du tenseur des déformations.

### 3 Résultats expérimentaux sur VER [26]

#### 3.1 Comportement mécanique

La figure 3.1 montre le comportement mécanique en traction du matériau obtenu à l'aide du système de masses pesantes.

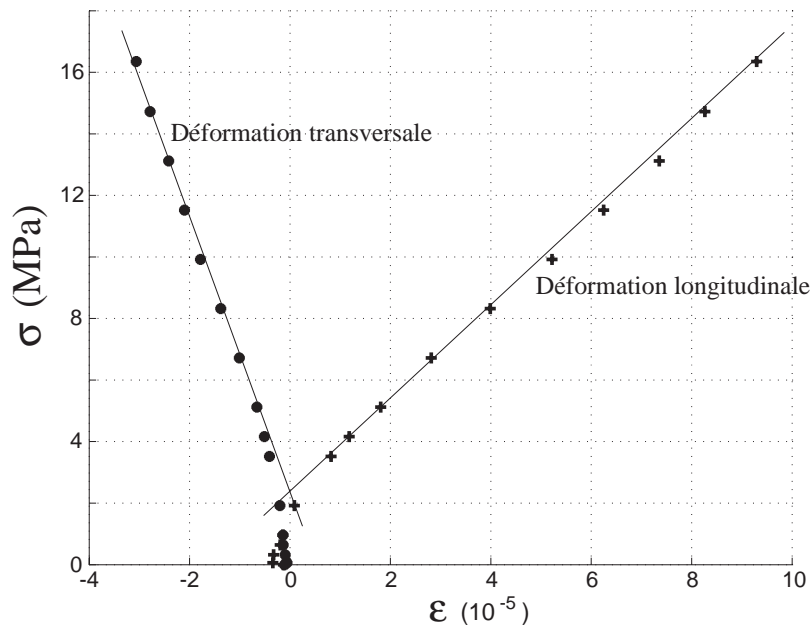


FIGURE 2.5: Comportement mécanique en traction

Une simple régression linéaire permet d'accéder au module d'Young et au coefficient de Poisson avec une bonne précision (A noter que l'effet  $\Delta E$  est très difficilement estimable à partir de ces courbes - son ordre de grandeur est de l'ordre du bruit de mesure).

On obtient :

- Module d'Young :  $E=160 \text{ GPa} \pm 1\%$

– Coefficient de Poisson :  $\nu=0,32 \pm 2\%$ .

### 3.2 Comportement magnétique

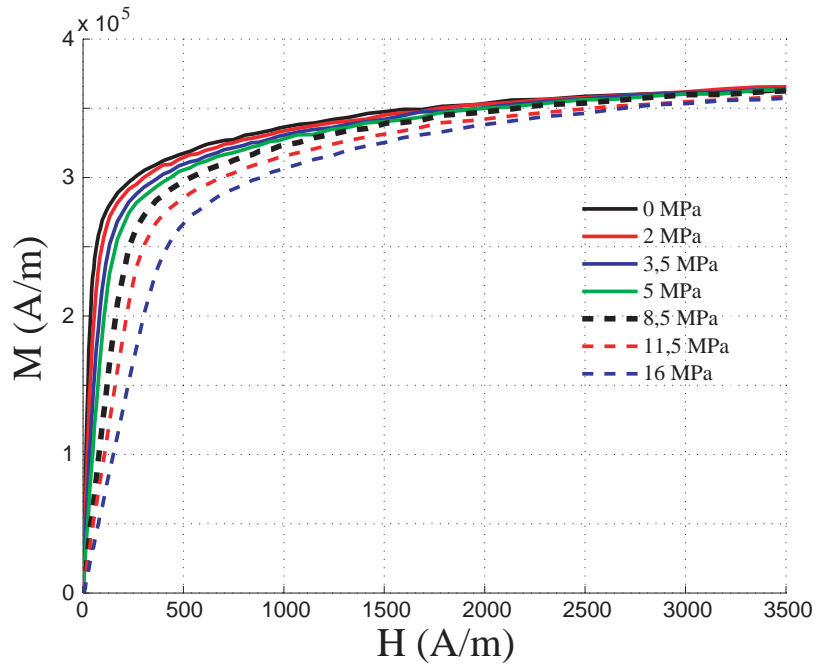


FIGURE 2.6: Effet d'une contrainte uniaxiale de traction sur l'aimantation

Le système de chargement magnétique est couplé au système de chargement mécanique. La figure 2.6 montre les résultats obtenus pour le montage à masses pesantes (traction). L'effet de la contrainte n'est pas négligeable. Une contrainte de traction dans la direction parallèle au champ magnétique engendre une dégradation du comportement magnétique du matériau (diminution de la susceptibilité magnétique).

L'application d'une contrainte de compression sur notre matériau (machine hydraulique) a un effet inverse : un état de contrainte de compression améliore le comportement magnétique (figure 2.7).

La figure 2.8 correspond à une coupe pour un champ de 500A/m des deux figures précédentes. On trace l'évolution de l'aimantation en fonction de la contrainte uniaxiale appliquée. Cette figure met tout d'abord en évidence un effet du montage sur la mesure : en absence de contrainte, l'aimantation pour les deux montages diffère d'environ  $2 \cdot 10^4$  A/m. Cette différence affecte également les valeurs d'aimantation à faible contrainte (en traction ou compression). Même si le montage de traction donne en théorie les mesures les plus fiables, il convient de considérer ici l'évolution moyenne (tracée en pointillés). On observe ainsi très clairement la non linéarité de l'effet de la contrainte sur

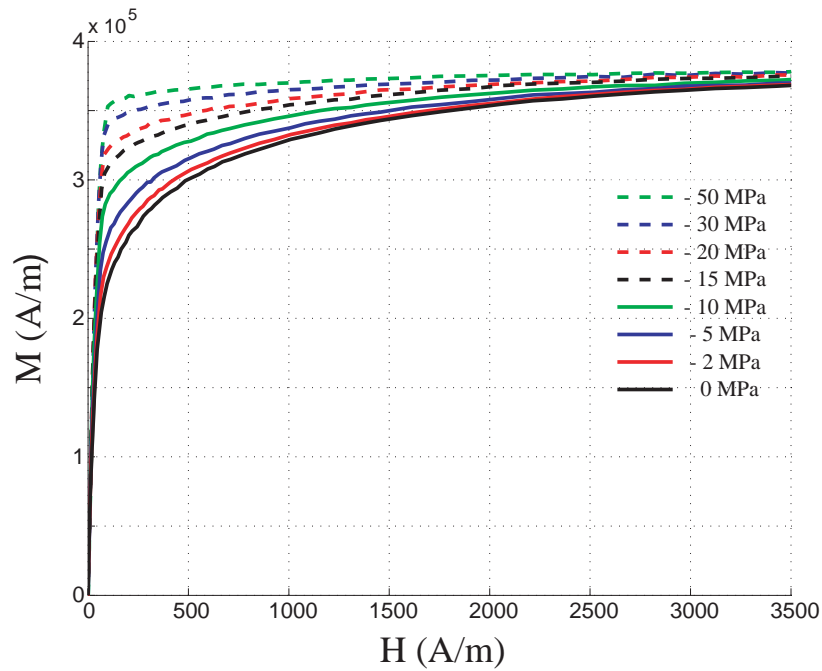


FIGURE 2.7: Effet d'une contrainte uniaxiale de compression sur l'aimantation

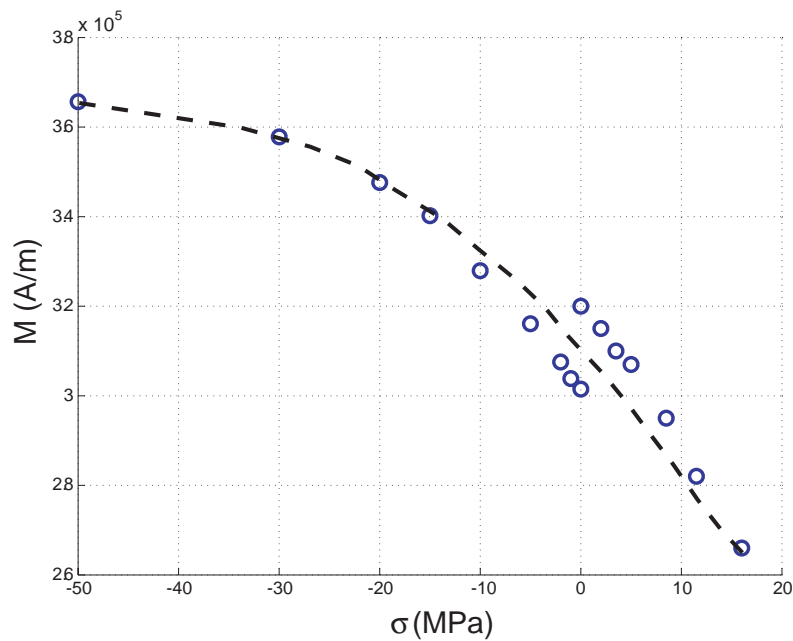


FIGURE 2.8: Effet d'une contrainte uniaxiale sur l'aimantation - coupe à H=500A/m

les propriétés magnétiques ainsi que son influence monotone. Ce type d'évolution n'est pas généralisable ; il dépend des matériaux magnétiques considérés et de leur texture [27].

### 3.3 Comportement magnétostrictif

En l'absence de contrainte appliquée, les déformations du matériau mesurées par les jauges sont dues à l'existence de l'aimantation créée par le champ magnétique. Ces déformations ont deux origines :

- Déformation intrinsèque au matériau et dépendant uniquement du niveau d'aimantation locale : c'est la magnétostriction, dont l'expression peut être décrite par une loi de comportement.
- Déformation de structure, liée aux forces d'origine magnétique et dépendant des variations spatiales du champ et de l'aimantation (d'où l'effet de forme correspondant à la déformation des forces magnétiques [8]). La loi de comportement dont elle est issue est la loi de Hooke classique.

Un travail basé sur des éprouvettes en fer-silicium (mesures de déformations à l'aide du même banc) a permis de construire une expression expérimentale de la déformation élastique associée aux forces d'origine magnétique [28]. On a pu déduire de cette déformation un tenseur des contraintes puis un torseur-force équivalent. On montre également que ce torseur est au premier ordre intrinsèque au montage et ne dépend ni du type de matériau "magnétique", ni de sa section. Une fois appliqué à notre éprouvette, ce torseur produit une déformation élastique négligeable compte tenu de sa section (cinq fois plus importante que la section des éprouvettes de fer-silicium). Une récente tentative de modélisation magnéto-statique par éléments finis a permis de confirmer la valeur négligeable des déformations d'origine magnétique créées par le banc [29], [30].

Les déformations mesurées sont faibles. Des conditions opératoires très strictes doivent être respectées : stabilité de la force appliquée, température en cours d'essai constante. Nous procédons également à un moyennage des mesures et un filtrage (butterworth de second ordre) à 10Hz.

#### 3.3.1 Traction uniaxiale

##### Résultats expérimentaux bruts

La figure 2.9 montre l'évolution des déformations longitudinale et transversale en fonction de l'aimantation en l'absence de contrainte appliquée. Ces mesures confirment la valeur négative de la magnétostriction (longitudinale). La déformation transversale est positive et son amplitude vaut approximativement la moitié de la déformation longitudinale (ce résultat est en accord avec la texture isotrope du matériau et l'hypothèse de conservation du volume [25]). L'évolution de la déformation avec l'aimantation est non-linéaire mais monotone. La forme de la fonction obtenue est très approximativement "parabolique".

En ce qui concerne les mesures de magnétostriction sous chargement mécanique, la procédure expérimentale est la suivante : nous imposons tout d'abord le chargement mécanique. Le matériau est ensuite désaimanté. Ces étapes conduisent à une déformation initiale non nulle (majoritairement élastique) qu'il convient d'initialiser à zéro avant la

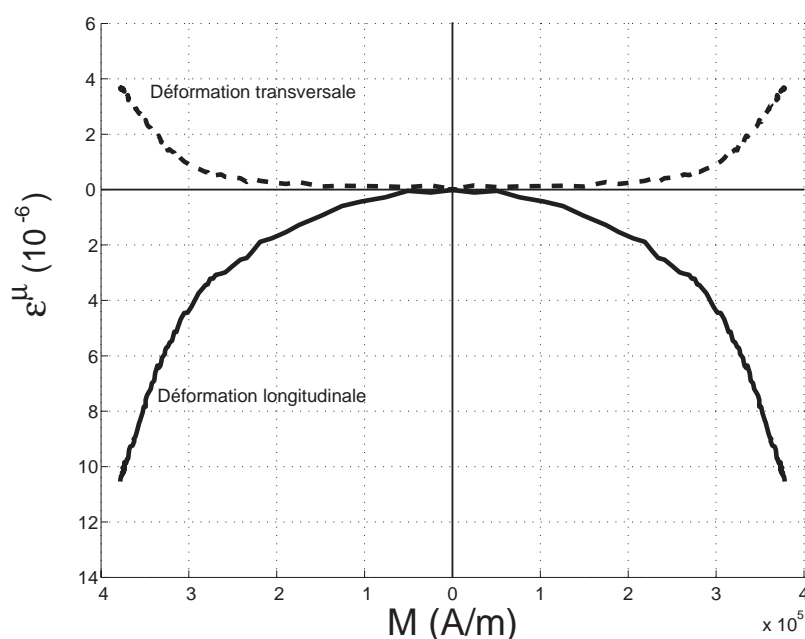


FIGURE 2.9: Déformations de magnétostriction à contrainte nulle

procédure anhystérique en tant que telle, de manière à conserver une sensibilité de mesure des déformations élevée. Ceci conduit à ce que, quelque soit le niveau de contrainte appliquée, la déformation mesurée est "artificiellement" nulle à aimantation nulle. Nous éliminons de ce fait la composante élastique de la déformation mais également la déformation de magnétostriction à aimantation nulle, autrement dit la déformation associée à l'effet  $\Delta E$ . Seules les variations de magnétostriction sont ainsi mesurées.

La figure 2.10 montre par exemple l'influence d'une contrainte de 11,5MPa sur l'évolution des déformations longitudinale et transversale en fonction de l'aimantation. Le système de chargement par masses pesantes assure une contrainte très stable dans le temps et permet d'obtenir des mesures de déformation très peu bruitées. La traction produit une augmentation des amplitudes de magnétostriction. Le facteur 1/2 entre déformations longitudinale et transversale est globalement conservé.

#### Recalage des mesures à la saturation

En faisant l'hypothèse que sous fort champ magnétique appliqué, la déformation de magnétostriction a atteint sa valeur de saturation quelle que soit la contrainte appliquée, la valeur à saturation devient valeur de référence vers laquelle doivent nécessairement tendre toutes les courbes. On procède alors à un recalage courbe par courbe. On obtient ainsi, par exemple pour le chargement à 12MPa, la figure 2.11.

Nous avons appliqué au total une quinzaine de niveaux de contrainte différents.



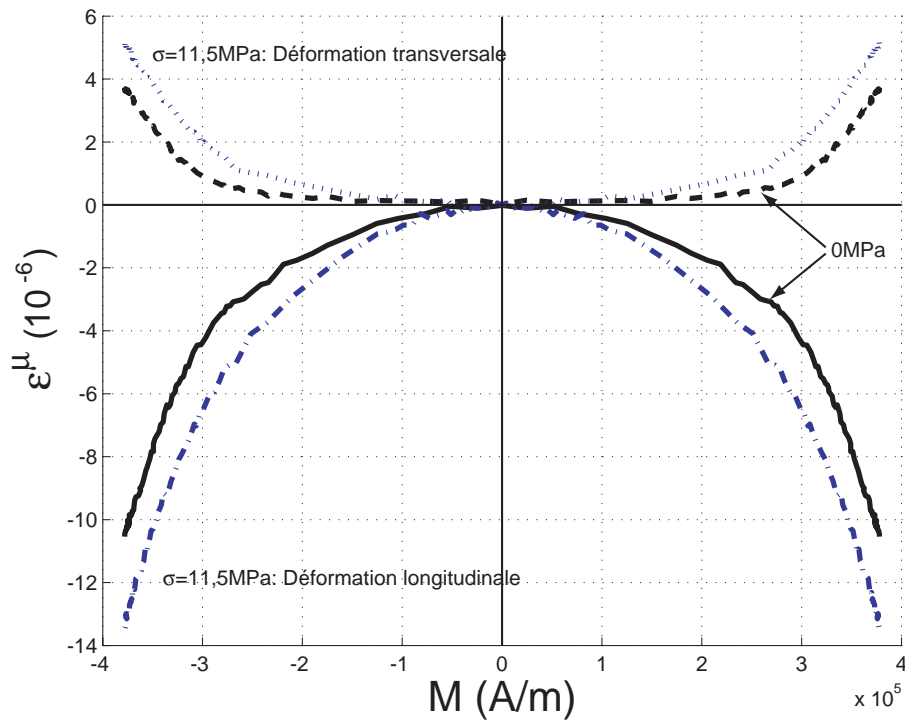


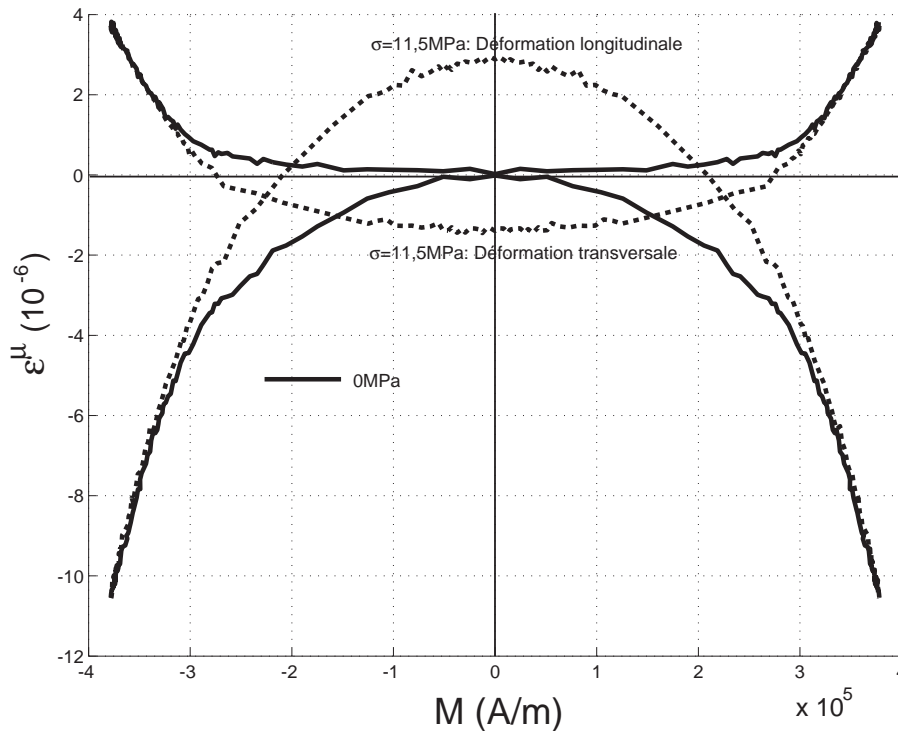
FIGURE 2.10: Déformations de magnétostriction sous contrainte de traction (brut)

Les figures 2.12 et 2.13 montrent respectivement l'évolution des déformations de magnétostriction longitudinale et transversale avec la contrainte. L'influence de la contrainte sur le comportement magnétostrictif est monotone mais clairement non-linéaire puisque les courbes tendent à se rapprocher les unes des autres au fur et à mesure de l'augmentation de la contrainte. Ceci traduit un effet de "saturation" du mécanisme de magnétostriction à contrainte élevée.

### 3.3.2 Compression uniaxiale

En ce qui concerne les mesures sous compression, seuls les relevés de déformations de magnétostriction transversales sont exploitables et donc présentés dans ce document (figure 2.14). On observe que le bruit de mesure est très important (beaucoup plus que pour l'essai de traction). Ceci est dû principalement à l'asservissement imparfait de la machine d'essai. Les résultats restent néanmoins tout à fait utilisables pour qualifier l'influence d'une contrainte de compression sur la déformation de magnétostriction. Comme précédemment, les courbes sont recalées en supposant que pour toutes les valeurs de contrainte, la magnétostriction a atteint sa valeur à saturation à fort champ.

Sur ces mesures, on observe à la fois la non-linéarité du comportement magnétostrictif vis à vis du champ appliqué ou des contraintes appliquées. A compression croissante cor-



**FIGURE 2.11:** Déformations de magnétostriction sous contrainte de traction (recalées)

respond une diminution très notable de l'amplitude de magnétostriction. On s'attendrait même à observer à des contraintes plus élevées une complète saturation du phénomène. Ce mécanisme n'est pas sans rappeler la saturation mécanique de la magnétostriction du fer en traction ! [15].

### 3.3.3 Effet $\Delta E$

Le recalage pratiqué en post-traitement des mesures de magnétostriction sous contrainte de traction et de compression a une conséquence intéressante : il correspond intrinsèquement à la déformation de magnétostriction à champ nul, c'est à dire la déformation de magnétostriction induite uniquement par le chargement mécanique. La figure 2.15 montre l'évolution de cette déformation en fonction de la contrainte. Cette courbe est représentative de l'effet  $\Delta E$  pour notre matériau.

On constate qu'une contrainte de traction conduit à une déformation longitudinale positive (resp. transversale négative). Une contrainte de compression à l'effet inverse mais les amplitudes sont beaucoup plus importantes. Il est ainsi remarquable que quel que soit le signe de la magnétostriction d'un matériau, le sens de variation de l'effet  $\Delta E$  est le même. Ceci s'explique assez bien compte tenu de la nouvelle répartition en domaines que provoque l'état de contrainte. Seul le sens de la dissymétrie traction/compression trahit le signe de la magnétostriction du matériau (on aurait obtenu une amplitude moindre en compression qu'en traction pour le fer pur par exemple). La saturation mécanique de

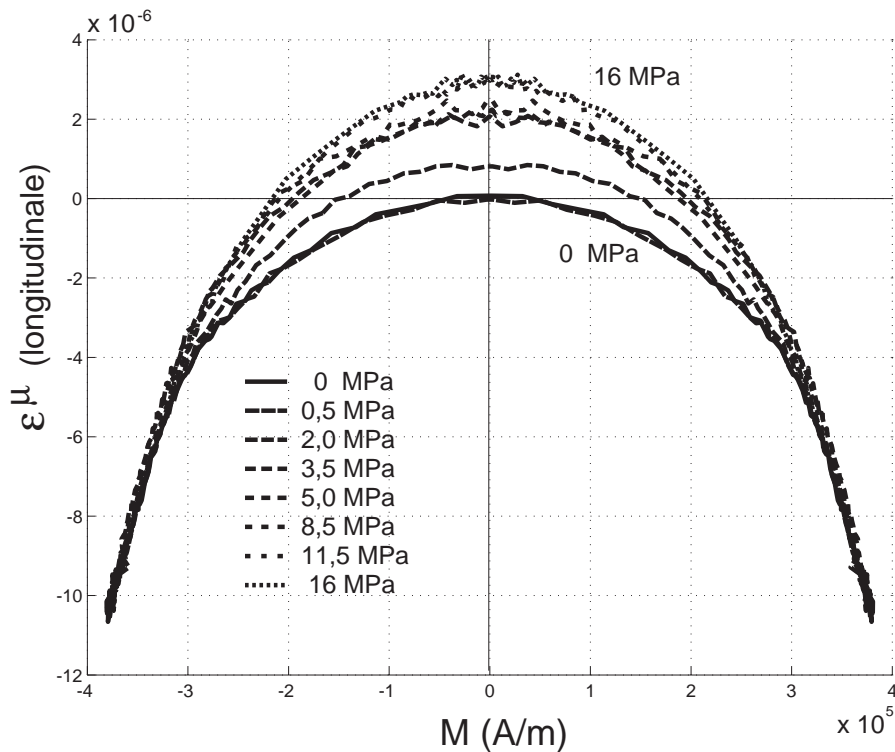


FIGURE 2.12: Evolution de la déformation de magnétostriction longitudinale sous contrainte de traction

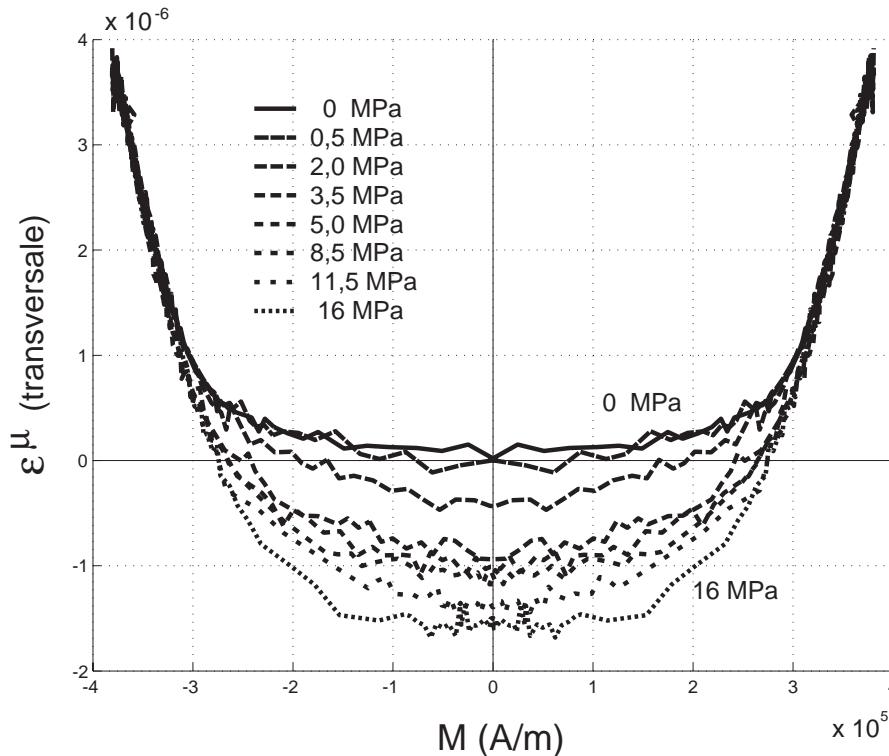
l'effet  $\Delta E$  a été impossible à mettre en évidence : elle semble bien au delà de la contrainte à la rupture obtenue. Il aurait peut-être été possible de l'obtenir en compression, bien que sans garantie de succès compte tenu de la difficulté expérimentale associée à cet essai. On observe par ailleurs qu'il y a approximativement un rapport de moitié entre les valeurs des déformations dans les deux directions de mesure. Ce rapport de deux est en accord avec la distribution isotrope des grains constatée expérimentalement.

## 4 Essais sur tores

Les essais qui ont été effectués par le CEA sur le site du Ripault sont des mesures de cycles d'hystérésis pour deux chargements mécaniques différents à des niveaux de contrainte variables.

### 4.1 Méthodes expérimentales

Le choix de la géométrie torique tient d'une part à la facilité d'intégration de tels échantillons dans des lignes de caractérisation hyperfréquences coaxiales, et d'autre part aux effets démagnétisants minimaux associés à cette géométrie. La taille des échantillons



**FIGURE 2.13:** Evolution de la déformation de magnétostriction transversale sous contrainte de traction

correspond à la cellule qui sert aux mesures hyperfréquences, une ligne APC7 standard : le tore a donc un rayon externe ( $R_{ext}$ ) de 3,5mm, un rayon interne ( $R_{int}$ ) de 1,5mm et une longueur ( $h$ ) de 3mm (figure 2.16). Aucune mesure de magnétostriction n'a été réalisée.

Ce système est principalement dédié à la mesure du comportement de ferrites à haute fréquences (typiquement de 100kHz à 10GHz). La gamme de champ investiguée est alors assez faible (quelques dizaine d'A/m). Les montages de sollicitation mécanique adaptés à la géométrie des pièces et du système électromagnétique sont nécessairement assez rudimentaires : il est possible de réaliser au choix une compression axiale ou radiale. La principale critique qu'on puisse faire à ces montages est que la pression est exercée sur le ferrite par l'intermédiaire des bobinages primaire et secondaire. L'homogénéité de l'état de contrainte est un point discutable. Les résultats obtenus sont en conclusion à considérer avec une certaine prudence.

#### 4.1.1 Application d'une contrainte de compression axiale

La contrainte de compression est appliquée suivant la direction de l'axe du tore (on parlera de sollicitation de compression axiale). Le chargement consiste en une pression

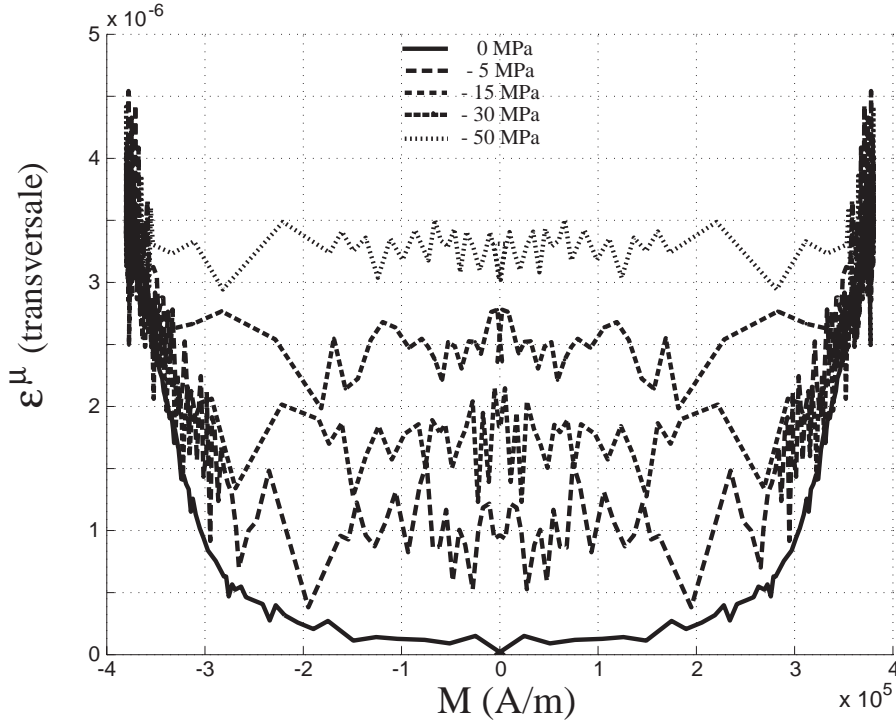


FIGURE 2.14: Déformations de magnétostriction sous contrainte de compression (re-calées)

$P$  appliquée sur les faces planes et parallèles du tore. Le champ de contraintes est en première approximation homogène dans tout l'échantillon :

$$\sigma_{33} = -P \quad (2.9)$$

Pour les mesures magnétiques, un hystérésismètre de type transformateur est utilisé : bobinages primaire et secondaire autour du matériau. Notons que le chargement magnétique est orthoradial (donc orthogonale à la direction d'application de la contrainte).

#### 4.1.2 Application d'une contrainte de compression radiale

La contrainte de compression est appliquée sur la périphérie du tore. L'application de cette "pression"  $P$  s'effectue par encerclement du tore avec des cordelettes constituées de fibres synthétiques. L'état de contrainte à l'intérieur du tore n'est pas uniforme (figure 2.19), il varie suivant le rayon et est biaxial :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{-P \left( 1 + \left( \frac{R_{int}}{r} \right)^2 \right)}{1 - \left( \frac{R_{int}}{R_{ext}} \right)^2} \quad \sigma_{rr} = \frac{-P \left( 1 - \left( \frac{R_{int}}{r} \right)^2 \right)}{1 - \left( \frac{R_{int}}{R_{ext}} \right)^2} \quad (2.10)$$

La figure 2.19 illustre l'évolution du niveau de contrainte en fonction du rayon.

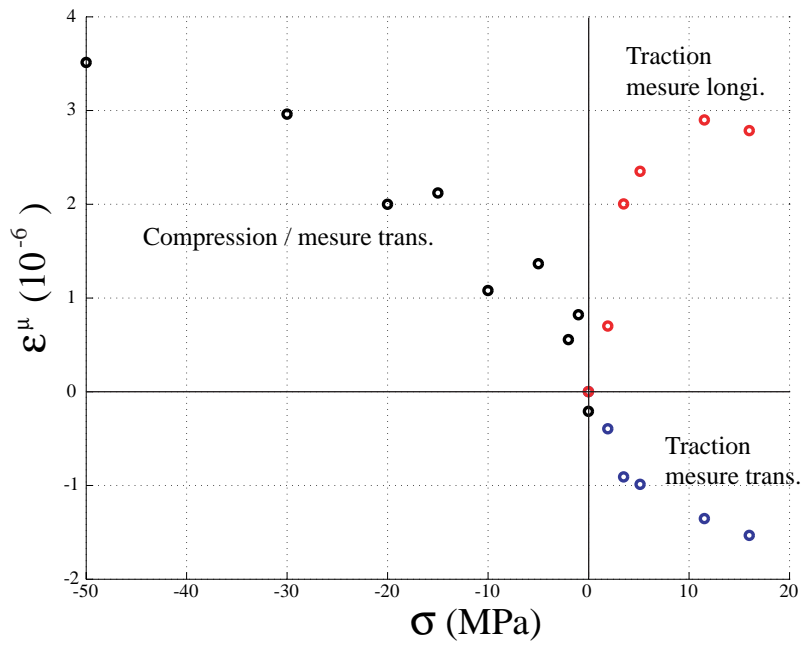


FIGURE 2.15: Effet  $\Delta E$  expérimental - longitudinal et transversal

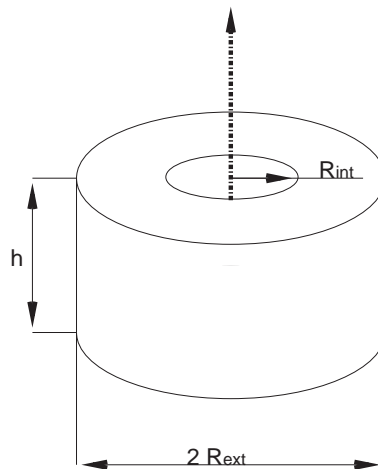


FIGURE 2.16: Tore élémentaire d'une ligne APC7

On remarque que la direction de la contrainte principale de plus grande norme est orthoradiale, dans la même direction que le chargement magnétique.

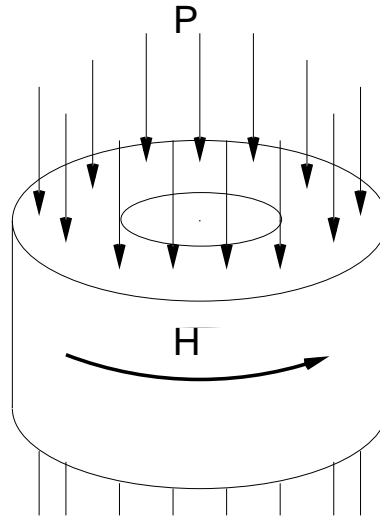


FIGURE 2.17: Tore en compression axiale au champ magnétique

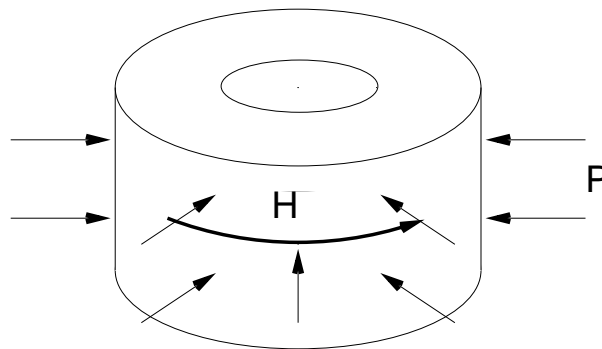


FIGURE 2.18: Tore en compression radiale au champ magnétique

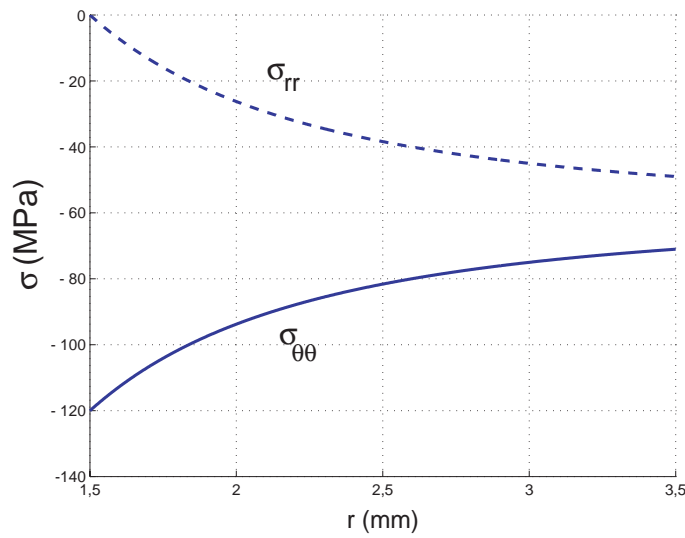
### 4.1.3 Mesures magnétiques quasi-statiques

Dans le tore, le champ magnétique est orthoradial et varie suivant le rayon selon une relation de la forme :

$$\vec{H} = H_{\theta} \vec{e}_{\theta} \quad \text{et} \quad H_{\theta} = \frac{H_0}{r} \quad (2.11)$$

Les valeurs  $H_{mes}$  du champ magnétique indiquées par l'hystérésismètre correspondent à la moyenne du champ au travers de la surface définie par l'enroulement primaire, c'est à dire une section rectangulaire.

$$H_{mes} = \int_S \frac{H_0}{r} dS \quad \text{et} \quad H_{mes} = H_0 \ln \left( \frac{R_{int}}{R_{ext}} \right) h \quad (2.12)$$



**FIGURE 2.19:** Evolution des contraintes dans un tore en compression radiale pour une pression  $P=49\text{MPa}$

d'où :

$$\vec{H} = \frac{H_{mes}}{\ln\left(\frac{R_{int}}{R_{ext}}\right)h} \vec{e}_{\theta} \quad (2.13)$$

Une application rapide du théorème d'Ampère nous permet d'écrire la relation entre le champ magnétique moyen à l'intérieur du tore et l'intensité du courant  $I_{prim}$  circulant dans les  $N_{prim}$  spires de l'enroulement primaire :

$$H_{\theta} = \frac{N_{prim}I_{prim}}{2\pi r} \text{ d'où } H_0 = \frac{N_{prim}I_{prim}}{2\pi} \quad (2.14)$$

De même la valeur de l'induction mesurée, notée  $B_{mes}$ , correspond à une valeur moyenne de l'induction au travers de la surface  $S$  définie par l'enroulement secondaire. Cette valeur est calculée à partir de la mesure de la tension  $V_{sec}$  aux bornes des  $N_{sec}$  spires de l'enroulement secondaire. On note  $\phi_S$  le flux moyen sur la section.

$$V_{sec} = -N_{sec} \frac{d\phi_S}{dt} \quad (2.15)$$

Or, l'induction  $B_{mes}$  est reliée au flux par la relation suivante :

$$\phi_S = \int \vec{B} d\vec{S} \quad (2.16)$$

En supposant que l'induction est normale à la surface et en ne s'intéressant qu'à la valeur moyenne de l'induction on peut écrire :



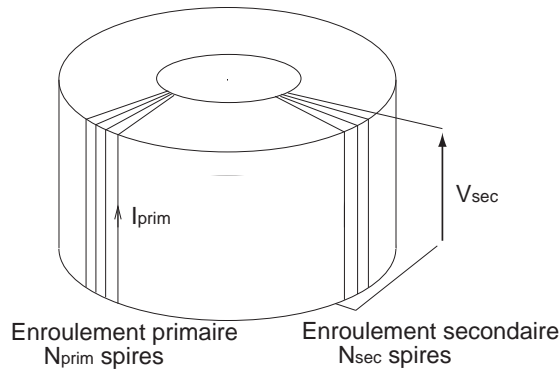


FIGURE 2.20: Bobinages autour du tore pour la mesure du comportement magnétique

$$B_{mes} = \frac{\phi S}{S} \quad (2.17)$$

D'où :

$$V_{sec} = -N_{sec} S \frac{dB_{mes}}{dt} \text{ donc } B_{mes} = -\frac{1}{N_{sec} S} \int V_{sec} dt \quad (2.18)$$

Lors de toutes les mesures de cycles d'hystérésis sur le tore, la fréquence du champ magnétique appliqué est de 50Hz<sup>1</sup>.

## 4.2 Résultats expérimentaux statiques

### 4.2.1 Mesures quasi-statiques (cycliques)

#### Essais en compression axiale

L'effet des contraintes sur cette géométrie d'éprouvette et avec ce type de champ appliqué correspond tout à fait aux prévisions : une contrainte de compression dans une direction perpendiculaire au champ magnétique appliqué a pour effet de dégrader le comportement magnétique du matériau.

#### Essais en compression radiale

La direction de la contrainte principale est parallèle au champ magnétique appliqué, on trouve donc une modification du comportement comparable, d'un point de vue qualitatif, aux mesures obtenues avec les éprouvettes parallélépipédiques : le comportement magnétique est amélioré par l'application d'une contrainte de compression. Dans les deux cas, l'effet sur le comportement magnétique est non linéaire.

1. Cette fréquence peut être considérée comme "quasi-statique" du fait de l'absence de courants de Foucault dans ce type de matériau - On a pu observer qu'un cycle réalisé à 0,1Hz est strictement identique à celui réalisé à 50Hz.

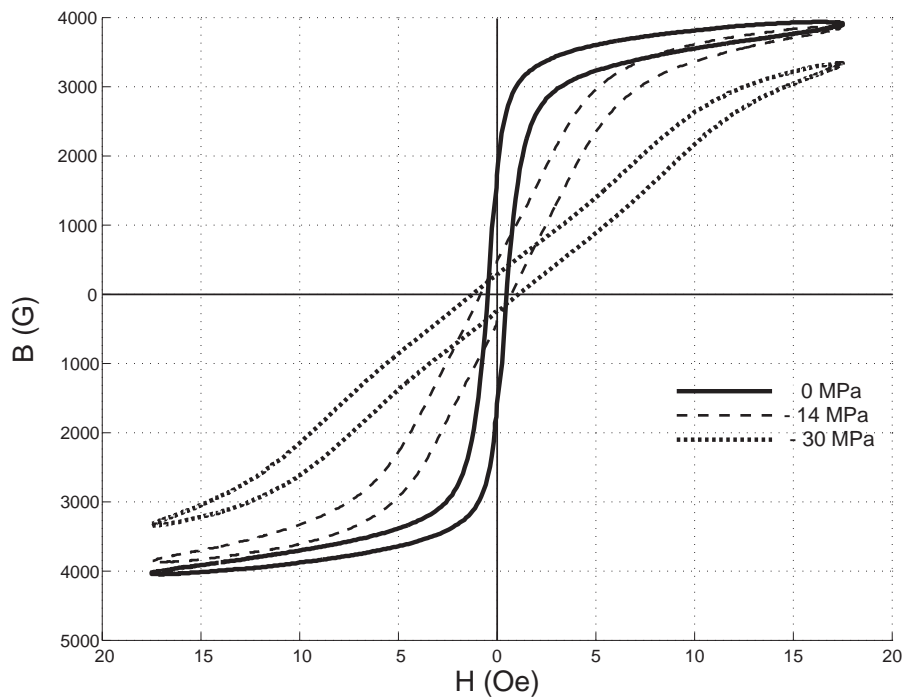


FIGURE 2.21: Comportement magnétique du tore en compression axiale

#### 4.2.2 Comparaison avec les mesures sur éprouvettes parallélépipédiques

La figure 2.23 montre que, sans aucune contrainte appliquée, il existe des dispersions dans le comportement du matériau, ceci peut être dû à des différences dans le protocole bien que celui-ci ait été suivi de façon très rigoureuse avec les éprouvettes parallélépipédiques. Cette dispersion peut aussi être expliquée par des variations de composition ou de porosité du matériau : tous les essais ont été menés indépendamment et sur une durée de trois ans.

### 4.3 Résultats expérimentaux dynamiques

#### 4.3.1 Quelques généralités sur le comportement dynamique des ferrites [31], [32], [33]

Dans les matériaux ferro et ferrimagnétiques doux, les variations d'aimantation à bas ou moyen champ sont associées au mécanisme de mouvement de paroi. La dynamique des parois est ainsi à la base de nombreuses études, aussi bien d'un point de vue théorique que pratique. L'étude de cette dynamique a souvent utilisé les monocristaux, mais également des polycristaux. On montre ainsi que le comportement à haute fréquence d'un polycristal est fortement corrélé au comportement des parois. La dynamique des

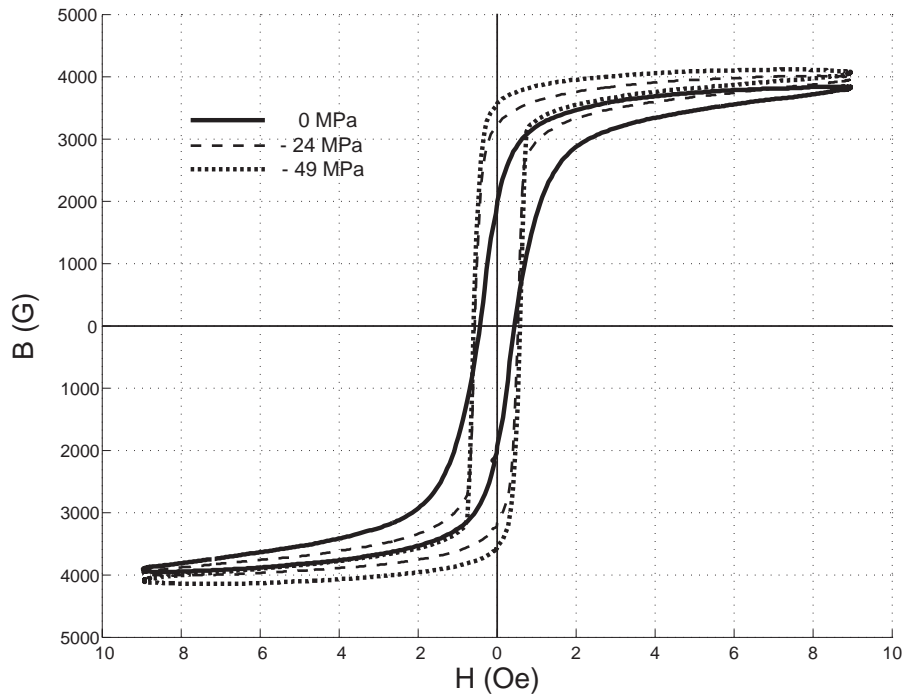


FIGURE 2.22: Comportement magnétique du tore en compression radiale

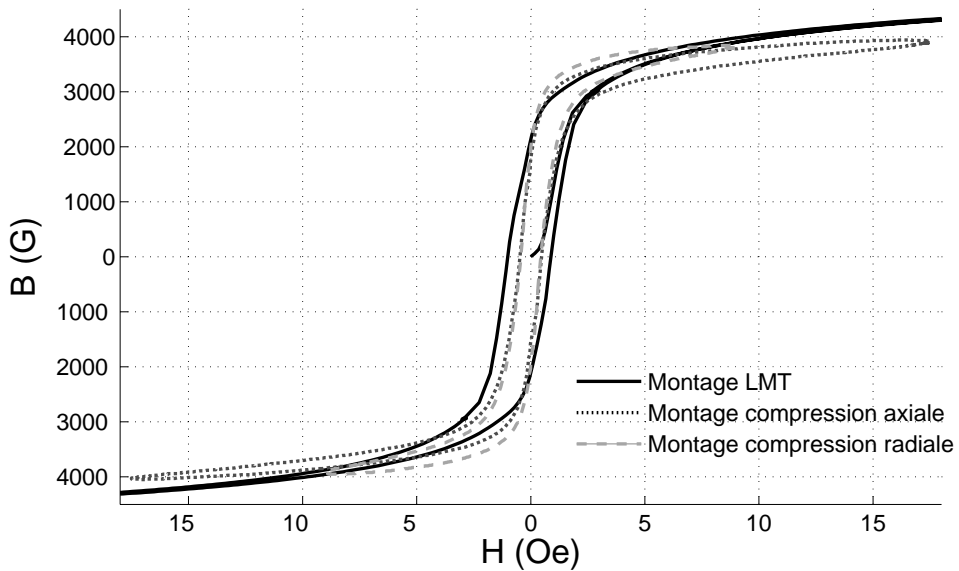
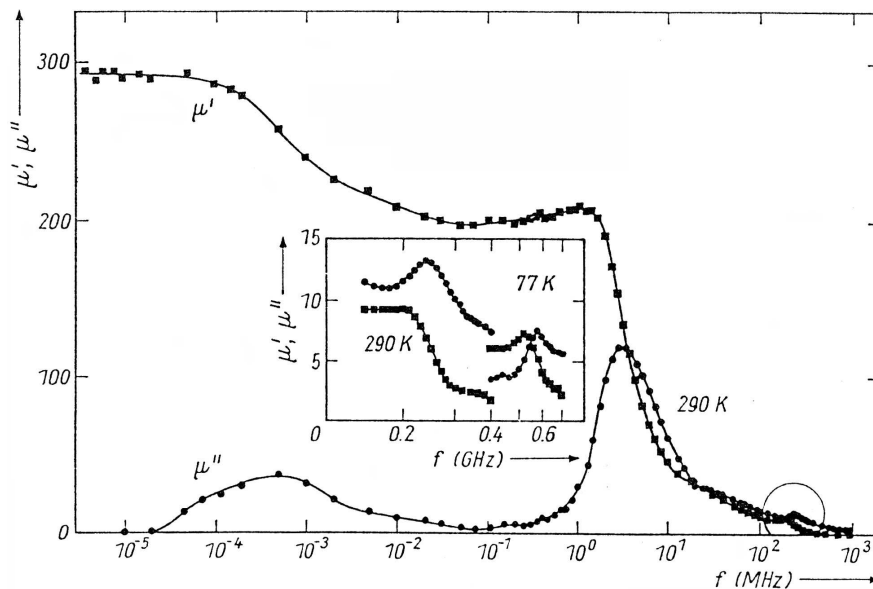


FIGURE 2.23: Comparaison de mesures de cycles d'hystérésis en l'absence de contrainte

spins intervient généralement à des fréquences plus élevées, où le mouvement de paroi

est déjà fortement amorti.



**FIGURE 2.24:** Evolution type des perméabilités initiales relatives réelles ( $\mu'$ ) et imaginaires ( $\mu''$ ) d'un matériau ferrimagnétique (ici grenat d'Yttrium YIG) [31]

L'étude du comportement dynamique se base sur le tracé des perméabilités initiales réelles et imaginaires en fonction de la fréquence (mécanisme en champ faible). La figure 2.24 montre un tracé typiquement obtenu pour un ferrite d'Yttrium (YIG) non conducteur sur une large bande de fréquence. Ce type de comportement se retrouve pour des natures de ferrites très différentes et est reporté dans de nombreuses publications. On observe ainsi des évolutions du signal caractéristiques de mécanismes qui sont bien connus et admis :

- A partir de 100MHz, le pic de résonance est attribué au mécanisme de relaxation des spins (zone entourée sur la figure 2.24 relative au grenat d'Yttrium YIG).
- De 10 à 100MHz, on observe une atténuation de forte amplitude, associée ou non à une légère résonance. Il s'agit de la relaxation du mouvement des parois de domaines magnétiques. Leur mouvement est en effet ralenti par les courants de Foucault qui se dissipent par effet Joule. La fréquence caractéristique de relaxation est dans quelques cas particuliers le siège d'une résonance, dite résonance de parois. Ce mécanisme n'est que rarement pris en compte dans la description du comportement haute fréquence des ferrites.
- Dans la gamme du kHz, une atténuation de la partie réelle de la perméabilité associée à un léger déphasage, apparaît parfois. On attribue généralement ce phénomène à un mécanisme de diffusion des interstitiels sous l'action du champ, connu sous le nom d'"after effect".
- Du statique jusqu'à plusieurs centaines d'Hz, la perméabilité initiale des ferrites

est généralement très stable, bien que fortement dépendant de la température et de l'état mécanique (on reviendra naturellement sur ce dernier point). On rejoint ici le comportement statique déjà mis en évidence expérimentalement.

### 4.3.2 Résultats des mesures haute-fréquence

Les mesures présentées ici ont été réalisées au CEA Le Ripault [34], à l'aide d'un analyseur de réseau. La géométrie employée est la géométrie torique APC7. Des essais sans chargement mécanique ont d'abord été réalisés, essais permettant d'accéder au comportement magnétique nominal du matériau. Les fréquences balayées vont de 300kHz à 6GHz. Le champ magnétique appliqué est sinusoïdal de très faible amplitude (une dizaine d'A/m), autour d'une valeur moyenne nulle. Dans un deuxième temps, l'influence d'un chargement mécanique axial a été étudiée. Le même type de montage que pour les essais quasi-statiques a été utilisé.

#### Mesures sans contrainte

La figure 2.25 montre l'évolution des perméabilités relatives initiales réelle et imaginaire du matériau en fonction de la fréquence<sup>2</sup>. Les évolutions observées sont en accord avec les mécanismes cités plus haut. Jusqu'à 1MHz, la perméabilité est essentiellement réelle et constante. La relaxation des parois apparaît autour de 2MHz, elle s'accompagne d'une légère résonance, particulièrement visible sur la perméabilité imaginaire. L'atténuation qui suit est de forte amplitude. Une deuxième relaxation de plus faible amplitude apparaît pour une fréquence moyenne d'environ 100MHz. On associe cette résonance au gyromagnétisme.

Le tracé du diagramme de Bode de ces résultats nous permet de faire les constatations suivantes : tout d'abord, on évalue approximativement à -20dB/décade l'atténuation associée à la relaxation des parois. Ceci semble en accord avec un mécanisme de relaxation dominant du premier ordre. La résonance de paroi n'est donc a priori à considérer que de manière mineure. Ces diagrammes mettent également en évidence un défaut probable de mesure après 1GHz : l'atténuation n'atteint pas la pente attendue de -40dB/décade. De même, le déphasage atteint  $-\pi/2$  au lieu du  $-\pi$  attendu. Il est possible que le niveau de signal mesuré soit trop faible aux fréquences élevées pour permettre une interprétation fiable des résultats. Le tracé en perméabilités relatives réelle et imaginaire masque naturellement ce défaut compte tenu des très faibles amplitudes considérées.

#### Influence de la contrainte axiale sur le comportement dynamique

Les figures 2.27 et 2.28 montrent l'évolution des susceptibilités réelle et imaginaire du matériau en fonction de la fréquence, pour différents niveaux de contrainte axiale.

---

2. Remarque : on a tendance à confondre susceptibilité et perméabilité relative, en effet on a  $\mu_r = \chi + 1$  compte tenu des valeurs mesurées, on peut faire l'approximation  $\mu_r \simeq \chi$ .

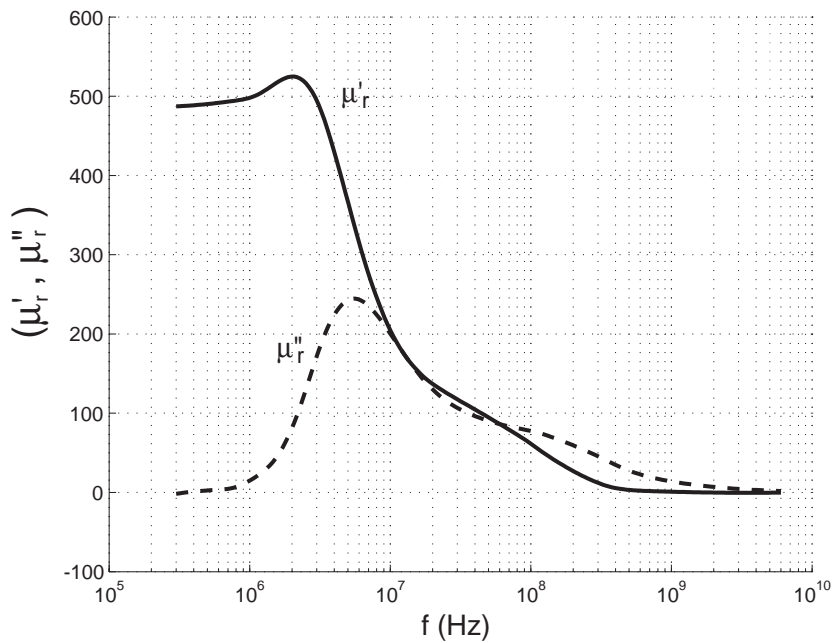


FIGURE 2.25: Evolution des perméabilités relatives réelle et imaginaire du ferrite Ni-Zn

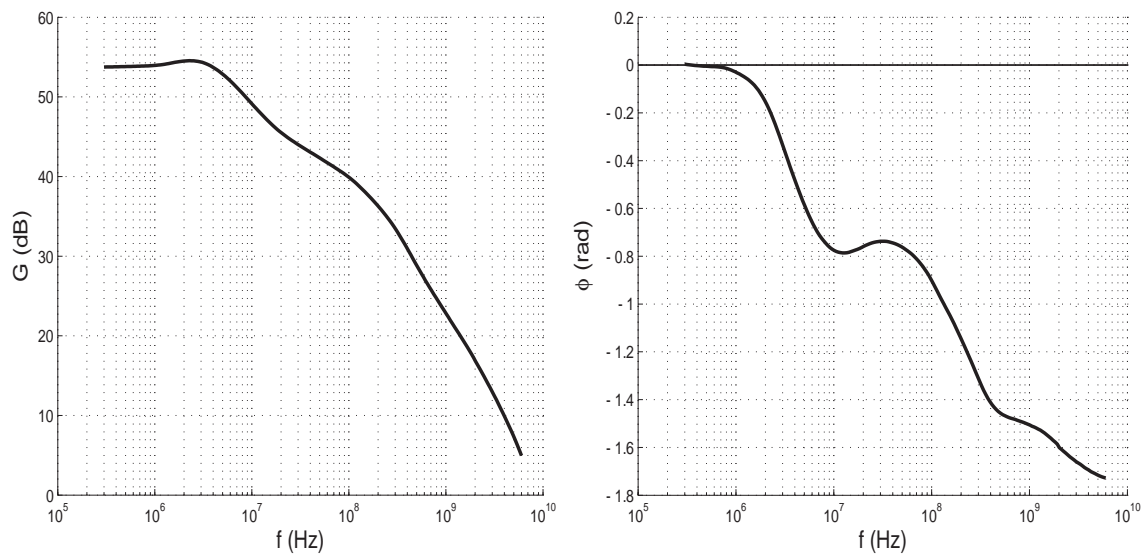


FIGURE 2.26: Diagrammes de Bode en gain ( $G$ ) et en phase ( $\phi$ ) de la perméabilité du ferrite Ni-Zn

L'effet observé est tout d'abord en accord avec ce qui a déjà été observé sur le comportement statique à l'aide du même montage : une contrainte de compression axiale diminue globalement la perméabilité du matériau. Cet effet est monotone et visible sur

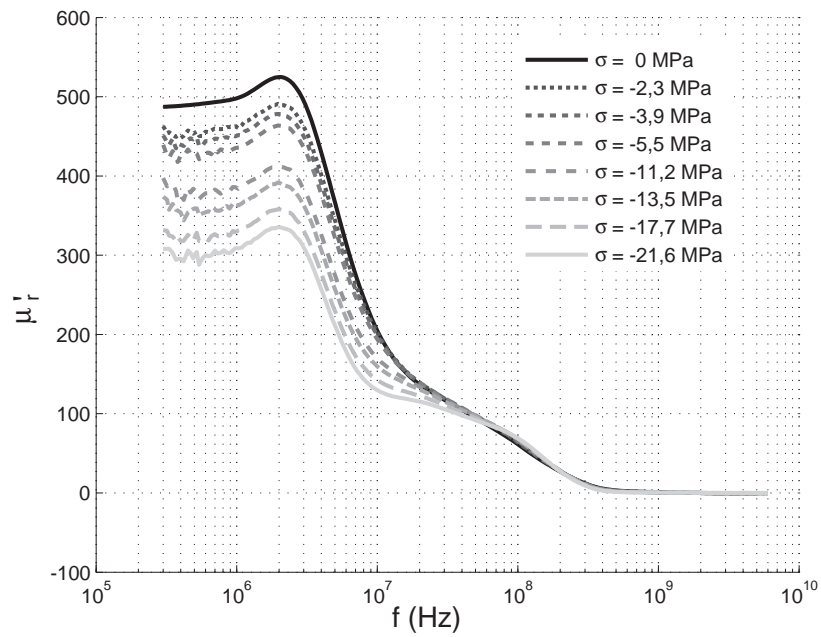


FIGURE 2.27: Evolution de la perméabilité réelle du ferrite Ni-Zn en fonction du niveau de la contrainte axiale

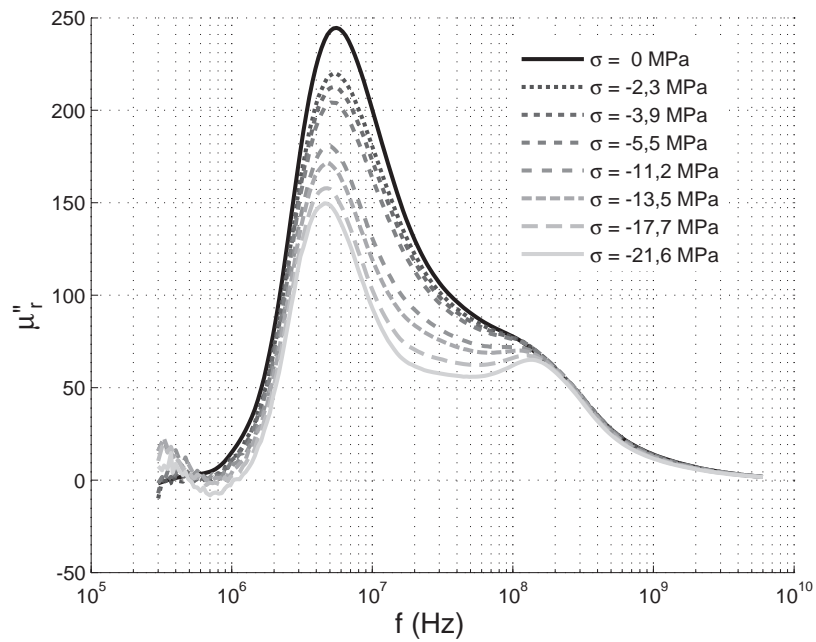


FIGURE 2.28: Evolution de la perméabilité imaginaire du ferrite Ni-Zn en fonction du niveau de la contrainte axiale

les courbes jusqu'à 100MHz. L'amplitude de la résonance de paroi évolue de manière homothétique avec l'ensemble de la courbe. La fréquence caractéristique de relaxation semble en revanche légèrement diminuer avec l'intensité des contraintes. L'amplitude de la résonance des spins paraît peu affectée par l'état de contrainte : on observe même une légère augmentation de cette amplitude (modulo les erreurs de mesure très importantes à cette fréquence). La fréquence caractéristique du phénomène n'est que peu ou pas modifiée.

Ces résultats sont en accord avec des travaux antérieurs sur les ferrites [35], [36] ; la variation de la fréquence de la résonance de paroi peut être due aux imperfections dans la structure granulaire du matériau [37].



## **56 Caractérisation expérimentale des comportements élastique et magnétique du matériau**

# Chapitre 3

## Modélisation multiéchelle

*Dans ce troisième chapitre, nous allons nous intéresser au modèle multiéchelle développé pour simuler le comportement magnétique anhystérétique sous contrainte.*

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Phénomènes de couplage magnéto-élastique . . . . .</b>	<b>59</b>
1.1	Énergie d'échange . . . . .	59
1.2	Énergie d'anisotropie magnétocristalline . . . . .	60
1.3	Énergie magnétostatique . . . . .	61
1.4	Énergie élastique . . . . .	61
<b>2</b>	<b>Différentes échelles d'observation et de modélisation . . . . .</b>	<b>62</b>
<b>3</b>	<b>Échelle du domaine magnétique . . . . .</b>	<b>63</b>
3.1	Énergie libre d'un domaine magnétique . . . . .	63
3.2	Choix et calcul des variables d'état [44] . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Échelle du monocristal . . . . .</b>	<b>68</b>
4.1	Modélisation schématique . . . . .	69
4.2	Modèle microscopique . . . . .	75
4.3	Conclusion . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Passage au polycristal . . . . .</b>	<b>81</b>
5.1	Principe d'homogénéisation . . . . .	81
5.2	Identification des paramètres du modèle . . . . .	82

5.3	Comparaisons modèle / expérience . . . . .	89
-----	--	----

---

# 1 Phénomènes de couplage magnéto-élastique

Le couplage magnéto-élastique se manifeste par l'influence d'un état de contrainte sur le comportement magnétique et la magnétostriction [38], [39]. La contrainte intervient à travers l'expression de l'énergie élastique (équation (3.1)). Sous cette forme la contrainte ne permet que d'augmenter ou de diminuer l'énergie du système sans créer d'effet sur le comportement magnétique. On doit faire intervenir l'échelle de la microstructure magnétique, et en particulier la déformation de magnétostriction à l'échelle d'un domaine (3.11), afin d'obtenir la relation (3.24) qui produit le couplage souhaité. Une fois la déformation de magnétostriction locale définie, il suffit de pondérer cette déformation par les fractions volumiques des microstructures magnétiques considérées afin d'obtenir la déformation de magnétostriction moyenne. L'utilisation d'un changement d'échelle semble ainsi la méthode la plus pertinente pour décrire de manière la plus physique et efficace les phénomènes associés au couplage magnéto-élastique.

A l'échelle du groupement d'atomes, l'état d'équilibre magnétique peut s'expliquer par la compétition de différents termes énergétiques. L'énergie libre s'écrit ainsi [25] :

$$W = W_{ech} + W_{an} + W_{mag} + W_{\sigma} \quad (3.1)$$

- $W_{ech}$  désigne l'énergie d'échange.
- $W_{an}$  désigne l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.
- $W_{mag}$  désigne l'énergie magnétostatique.
- $W_{\sigma}$  désigne l'énergie élastique.

## 1.1 Énergie d'échange

L'énergie d'échange correspond à l'effet de couplage ferromagnétique entre atomes voisins qui tend à rendre uniforme l'aimantation. Elle s'écrit [25] :

$$W_{ech} = A \left( \text{grad} \vec{\gamma} \right)^2 \quad (3.2)$$

où  $A$  est la constante d'échange, caractéristique du matériau, et  $\vec{\gamma}$  un vecteur unitaire dans la direction de l'aimantation :

$$\vec{M} = M_s \vec{\gamma} = M_s {}^t[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3], \quad \text{avec } \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \quad (3.3)$$

L'énergie d'échange est minimale quand les variations spatiales de la direction de l'aimantation sont faibles.

Pour le ferrite nickel-zinc étudié, l'aimantation à saturation vaut  $M_s = 3,8 \cdot 10^5$  A/m.

## 1.2 Énergie d'anisotropie magnétocristalline

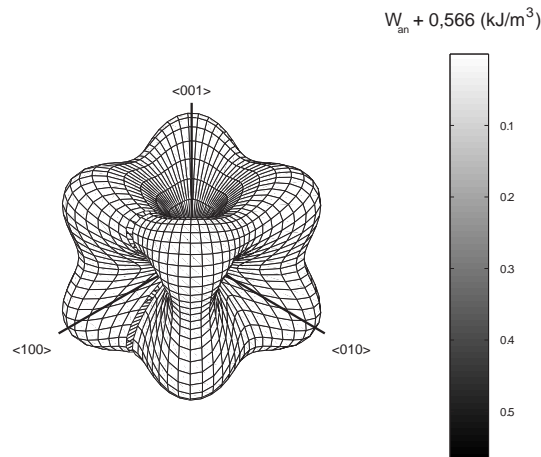
L'énergie d'anisotropie magnétocristalline tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions cristallographiques particulières dites directions de facile aimantation. La nature de ces directions faciles est principalement liée aux symétries du cristal. Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline peut s'écrire [25] :

$$W_{an} = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (3.4)$$

où  $K_1$  et  $K_2$  désignent les constantes d'anisotropie magnétocristalline, caractéristiques du matériau. Dans le cas du ferrite nickel-zinc ou du nickel pur, de structure cubique à faces centrées, les directions faciles sont les directions  $\langle 111 \rangle$  ( $K_1 < 0$ ). Ce n'est pas le cas de tous les matériaux magnétiques : pour le fer, par exemple, l'aimantation s'aligne sur un axe  $\langle 100 \rangle$  du cristal ( $K_1 > 0$ ).

L'énergie magnétocristalline est minimale quand  $\vec{\gamma}$  est aligné avec un axe de facile aimantation.

La figure 3.1 donne la représentation spatiale de cette énergie pour le ferrite.



**FIGURE 3.1:** Représentation spatiale de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline pour le ferrite Nickel-Zinc (l'énergie est ici minimale sur les bosses et maximale dans les creux)

Les coefficients d'anisotropie du ferrite sont :

- $K_1 = -1700J/m^3$
- $K_2 = -5J/m^3$

### 1.3 Énergie magnétostatique

L'énergie magnétostatique se divise habituellement en deux contributions [25].

L'énergie associée au champ magnétique appliqué  $\vec{H}_0$ , ou énergie de Zeeman s'écrit :

$$W_z = -\mu_0 \vec{H}_0 \cdot \vec{M} \quad (3.5)$$

Ce terme énergétique tend à aligner la direction de l'aimantation avec celle du champ appliqué. Il est minimum quand l'aimantation est parallèle à  $\vec{H}_0$  et de même sens.

Par ailleurs, les variations spatiales d'aimantation provoquent un champ dit démagnétisant  $\vec{H}_d$  auquel est associée une énergie qui s'écrit :

$$W_d = -\mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} \quad (3.6)$$

Ce champ démagnétisant s'oppose à l'effet du champ magnétique appliqué  $\vec{H}_0$  et vérifie :

$$\text{div} \vec{H}_d = -\text{div} \vec{M} \quad (3.7)$$

L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$W_{mag} = -\mu_0 \vec{H}_0 \cdot \vec{M} - \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} = -\mu_0 \vec{H}_{\text{eff}} \cdot \vec{M} \quad (3.8)$$

avec :

$$\vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H}_0 + \vec{H}_d \quad (3.9)$$

**NB1** : le montage expérimental que nous utilisons comprend des culasses de refermeture de flux qui réduisent en théorie le champ démagnétisant à zéro à l'échelle de l'éprouvette. Le champ effectif vaut alors le champ appliqué déduit dans notre cas du courant via le théorème d'Ampère.

**NB2** : cette distinction entre champ appliqué et champ effectif trouve néanmoins un intérêt pour nous en particulier si on souhaite prendre en compte l'hétérogénéité de la distribution des champs locaux dûe, par exemple, aux désorientations cristallines entre les grains. Le champ local (champ effectif) ne vaut ainsi généralement pas le champ appliqué ; en revanche la moyenne des champs locaux est égale au champ appliqué :  $\langle \vec{H}_{\text{eff}} \rangle = \vec{H}_0$ .

### 1.4 Énergie élastique

L'énergie élastique permet de traduire les effets couplés entre phénomènes magnétiques et mécaniques notamment ceux dus à la déformation de magnétostriction. Dans le cas général, l'énergie élastique s'écrit :

$$W_\sigma = \frac{1}{2} (\sigma : \mathbf{C}^{-1} : \sigma) \quad (3.10)$$

Dans notre cas, nous supposons que la déformation est la somme de deux déformations :  $\varepsilon_e$  d'origine mécanique et  $\varepsilon_\mu$ , déformation de magnétostriction.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_\mu \quad (3.11)$$

La contrainte est associée linéairement à la déformation élastique : il s'agit de la loi de comportement élastique habituelle. Elle est également liée à la déformation de magnétostriction de manière locale via les incompatibilités de déformation intrinsèque à sa forme. C'est par ce biais qu'on aboutit au couplage magnéto-élastique.

## 2 Différentes échelles d'observation et de modélisation

Si on reprend l'équation (3.1), mais en s'intéressant maintenant à un élément de volume  $V$ , l'énergie libre totale s'écrit :

$$W = \frac{1}{V} \int_V (W_{ech} + W_{an} + W_{mag} + W_\sigma) dV \quad (3.12)$$

La résolution d'un problème de magnéto-élasticité passe en général par la minimisation de cette énergie libre pour l'échantillon considéré. C'est ce qui constitue la base des approches micromagnétiques. Le terme de champ démagnétisant présent dans le terme  $W_{mag}$  est obtenu en exploitant les équations d'équilibre de Maxwell.

Les grandeurs macroscopiques sont définies en faisant la moyenne sur le volume des grandeurs locales :

$$\Sigma = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \langle \sigma \rangle \quad (3.13)$$

$$\mathbb{E} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon dV = \langle \varepsilon \rangle \quad (3.14)$$

$$\vec{M}_m = \frac{1}{V} \int_V \vec{M} dV = \langle \vec{M} \rangle \quad (3.15)$$

$$\vec{H}_0 = \frac{1}{V} \int_V \vec{H} dV = \langle \vec{H} \rangle \quad (3.16)$$

S'il s'agit de définir le comportement d'un volume élémentaire représentatif au sens de la mécanique des milieux continus, une modélisation de ce type conduit à d'importants temps de calcul, ce qui la rend concrètement inexploitable.

L'objectif de la modélisation multiéchelle est d'adopter des hypothèses simplificatrices qui permettent d'accéder plus rapidement à une estimation du comportement magnétique, au travers le choix de différentes échelles pertinentes [40] [41].

La première échelle est celle de l'atome ou du groupement d'atomes. A cette échelle, on

peut de façon rigoureuse faire une hypothèse d'homogénéité des grandeurs magnétiques et mécaniques.

Une autre échelle d'étude possible est l'échelle des domaines magnétiques, zones où l'aimantation peut raisonnablement être considérée comme homogène.

L'échelle suivante est celle de la phase mécanique, zone où on peut considérer que les propriétés élastiques sont homogènes. Cette échelle est celle du monocristal ou d'un grain dans un polycristal.

Vient ensuite l'échelle du VER. La zone d'étude est alors suffisamment grande pour que le comportement du VER soit représentatif du comportement du matériau. Il n'est pas possible de définir précisément cette échelle, qui dépend du matériau étudié. Dans le cas présenté ici, l'échelle du VER est de l'ordre du dixième de millimètre.

La dernière échelle enfin, est l'échelle de la structure, où les effets de géométrie doivent être pris en compte.

La modélisation multi-échelle qui est présentée dans ce chapitre s'appuie sur trois échelles différentes et leurs relations de passages associées. Le comportement des domaines est tout d'abord étudié. Un changement d'échelle permet ensuite de définir le comportement à l'échelle du monocristal (ou du grain). Un deuxième changement d'échelle permet de définir le comportement d'un VER. Quelques effets de structure, enfin, sont abordés : la géométrie du tore par exemple.

### 3 Échelle du domaine magnétique

La première échelle d'étude des phénomènes magnétiques, après l'échelle atomique, est celle du domaine magnétique. Le domaine magnétique, noté  $\alpha$ , est une zone où l'aimantation est supposée uniforme (3.17). La direction  $\vec{\gamma}^\alpha$  et la norme  $M_s$  de l'aimantation suffisent à définir l'état magnétique du domaine. On peut donc définir des modèles plus simples, tirant parti de cette uniformité de l'aimantation. Le modèle présenté ci-après, inspiré du modèle des phases de Néel [42], reprend les travaux de thèse de Nicolas Buiron [43] et de Laurent Daniel [27].

$$\vec{M}_\alpha = M_s \vec{\gamma}^\alpha = M_s {}^t[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3], \quad \text{avec } \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \quad (3.17)$$

#### 3.1 Énergie libre d'un domaine magnétique

On reprend ici la définition de l'énergie libre donnée par la relation (3.12), en essayant d'y apporter des simplifications associées à l'uniformité de l'aimantation et à la constance des coefficients d'élasticité.

##### 3.1.1 Énergie d'échange

Dans un domaine, si les variations d'aimantation sont inexistantes, l'énergie d'échange est nulle. Elle n'interviendra pas dans la définition de l'état d'équilibre du



domaine.

### 3.1.2 Énergie d'anisotropie magnétocristalline

L'aimantation étant uniforme dans le domaine, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline l'est aussi, et l'intégration sur le volume devient aisée. Aucune modification n'est apportée à la définition donnée par la relation (3.4). L'énergie d'anisotropie magnétocristalline s'écrit :

$$W_{an}^\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (3.18)$$

### 3.1.3 Énergie magnétostatique

Afin de simplifier la définition de l'énergie magnétostatique, on introduit une hypothèse forte : le champ démagnétisant dans un domaine est considéré uniforme et parallèle (de sens opposé) à l'aimantation. L'expression de l'énergie de champ démagnétisant devient alors :

$$W_d^\alpha = -\frac{1}{2}k\vec{M}_\alpha^2 = \text{Constante} \quad (3.19)$$

Ce terme est indépendant de la direction de l'aimantation. Il ne participe pas à l'équilibre énergétique du domaine.

Par ailleurs, le champ magnétique étant également supposé uniforme dans le domaine, l'énergie magnétostatique l'est aussi et s'écrit :

$$W_{mag}^\alpha = -\mu_0\vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_\alpha \quad (3.20)$$

$\vec{H}_\alpha$  est le champ magnétique appliqué au domaine.

### 3.1.4 Énergie élastique

Un domaine est une sous-structure d'une zone dont les propriétés élastiques sont homogènes (en l'occurrence un monocristal ou un grain). La déformation de magnétostriction est également homogène dans le domaine. On choisit de se placer dans l'hypothèse de déformations homogènes (Cf. annexe B).

On peut donc écrire l'énergie élastique comme une fonction de la contrainte appliquée au grain, notée  $\sigma_g$  et de la déformation de magnétostriction :

$$W_\sigma = K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu) - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + L(\varepsilon_\alpha^\mu) \quad (3.21)$$

$\varepsilon^\mu$  désigne la déformation de magnétostriction "libre", c'est à dire la déformation de magnétostriction qu'on observerait si le matériau pouvait se déformer librement, sans apparition d'incompatibilités. On peut donc distinguer  $\varepsilon_g^\mu$ , déformation de magnétostriction à l'échelle du grain, et  $\varepsilon_\alpha^\mu$ , déformation de magnétostriction à l'échelle du domaine.

$$\text{avec : } K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu) = \frac{1}{2} (\sigma_g : \mathbf{C}_g^{-1} : \sigma_g) + \sigma_g : \varepsilon_g^\mu + \frac{1}{2} (\varepsilon_g^\mu : \mathbf{C}_g : \varepsilon_g^\mu) \quad (3.22)$$

et

$$\text{et } L(\varepsilon_\alpha^\mu) = \frac{1}{2} (\varepsilon_\alpha^\mu : \mathbf{C}_\alpha : (\varepsilon_\alpha^\mu - 2 \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle)) \quad (3.23)$$

$K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu)$  est uniforme dans tout le grain. Ce terme n'intervient donc pas dans les déséquilibres énergétiques entre domaines.  $L(\varepsilon_\alpha^\mu)$  est négligeable quand la contrainte appliquée est supérieure à la contrainte d'incompatibilité de déformation de magnétostriction. La part de couplage magnéto-élastique se réduit donc au produit  $-\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu$ .

On considèrera donc dans la suite l'énergie magnéto-élastique comme uniforme dans un domaine et s'écrivant :

$$W_\sigma^\alpha = -\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu \quad (3.24)$$

Dans le cas d'un matériau à symétrie cubique, trois paramètres suffisent à décrire la déformation de magnétostriction. En admettant de plus l'hypothèse de déformation isochore [25], on réduit à deux le nombre de ces paramètres. Ainsi, la déformation de magnétostriction s'écrit (dans le repère cristallographique  $RC$  ( $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$ )) :

$$\varepsilon_\alpha^\mu = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix}_{RC} \quad (3.25)$$

où  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  désignent les deux constantes magnétostrictives,  $\lambda_{100}$  (resp.  $\lambda_{111}$ ) étant égal à la déformation de magnétostriction mesurée dans la direction  $\langle 100 \rangle$  (resp.  $\langle 111 \rangle$ ) d'un monocristal lorsqu'il est aimanté à saturation suivant cette direction.

Les coefficients de magnétostriction du ferrite nickel-zinc sont :  $\lambda_{100} = -26.10^{-6}$  et  $\lambda_{111} = -4.5.10^{-6}$ , autrement dit le ferrite se contracte nécessairement quelque soit la direction d'excitation magnétique.

### 3.1.5 Énergie libre totale d'un domaine magnétique

En conclusion, l'énergie libre totale d'un domaine magnétique, définie par la relation (3.12), est choisie sous la forme de l'équation (3.26) :

$$W^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_\alpha - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (3.26)$$

### 3.2 Choix et calcul des variables d'état [44]

Il suffit de connaître la direction  $\vec{\gamma}_\alpha$  de l'aimantation  $\vec{M}_\alpha$  pour décrire l'état magnétique d'un domaine. Cette direction est définie dans le repère cristallographique par deux angles  $\theta_\alpha$  et  $\delta_\alpha$  (voir figure 3.2(a)).

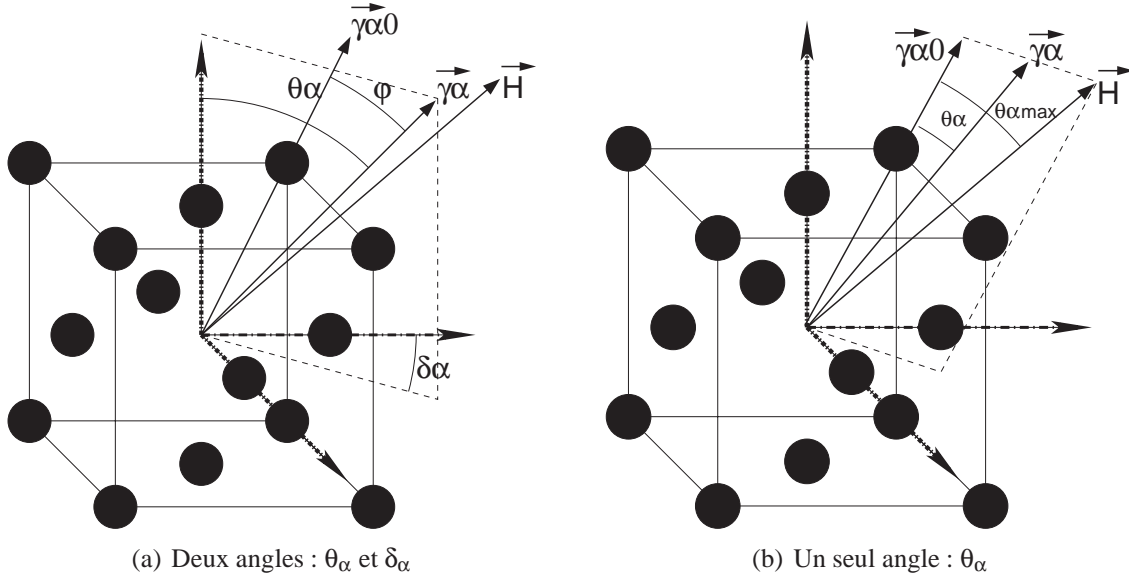


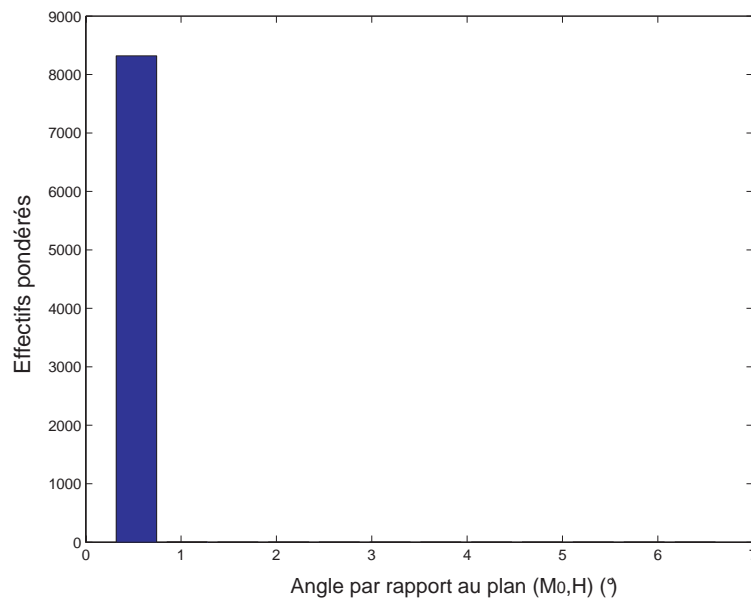
FIGURE 3.2: Définition de la direction de l'aimantation dans un domaine magnétique

Ces deux angles peuvent être déterminés par minimisation de l'énergie libre (3.26). Une hypothèse simplificatrice consiste à supposer que l'aimantation  $\vec{M}_\alpha$  reste toujours dans le plan formé par la direction de facile aimantation initiale et le champ magnétique (figure 3.2(b)), ceci permet d'alléger les calculs (hypothèse par exemple retenue dans les thèses de N.Buiron [43] et L.Daniel [27]).

Sous faible contrainte, il semble raisonnable de supposer que c'est principalement le champ magnétique qui entraîne une rotation de l'aimantation. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à l'application de contraintes multiaxiales d'intensité importante. La surface de minimum d'énergie du domaine n'est donc pas triviale, et l'orientation qui minimise l'énergie du domaine n'est pas strictement dans le plan ( $\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H}$ ). Les deux angles sont nécessaires pour représenter correctement la direction de l'aimantation du domaine.

Le champ magnétique et le champ de contraintes étant supposés connus, suivant l'hypothèse faite, les variables  $\theta_\alpha$  et  $\delta_\alpha$  sont obtenues par minimisation de l'énergie libre du domaine :

$$W^\alpha(\theta_\alpha, \delta_\alpha) = \min(W^\alpha) \quad (3.27)$$



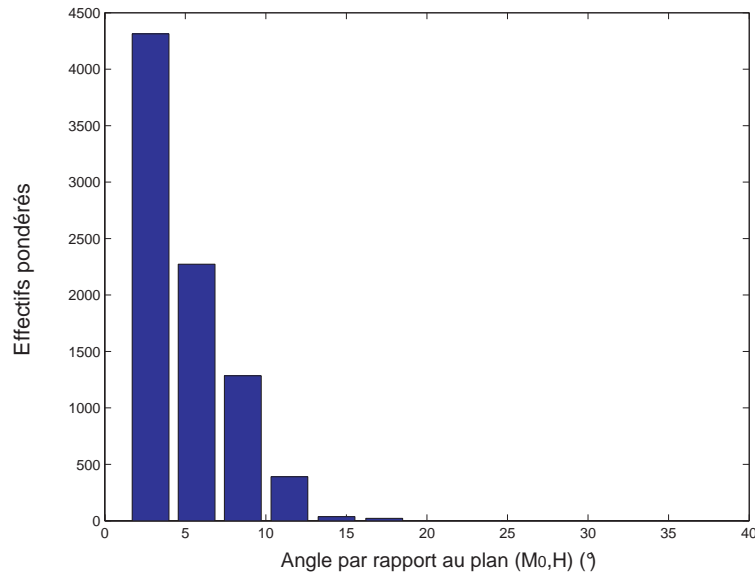
**FIGURE 3.3:** Répartition des valeurs de l'angle entre le plan  $(\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H})$  et  $\vec{M}^\alpha$  à contrainte nulle

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons considéré le cas du tore polycristallin soumis à un champ magnétique circonférentiel d'intensité moyenne 1440A/m (18Oe) et soumis ou non à une contrainte radiale de compression d'intensité -49MPa. Le modèle polycristallin est explicité dans les paragraphes suivants mais n'interfère pas avec le problème posé. L'ensemble des grains constitue une distribution aléatoire de domaines magnétiques. Nous cherchons à déterminer l'angle formé par le vecteur aimantation instantané  $\vec{M}_\alpha$  avec le plan formé par le vecteur initial  $\vec{M}_\alpha^0$  et le champ appliqué  $\vec{H}$  supposé homogène.

Dans le cas d'un chargement uniquement magnétique (figure 3.3), on observe que tous les domaines forment un angle de moins de 1° avec ce plan. Un calcul à un seul angle serait alors suffisant.

Une fois la compression radiale prise en compte, on observe qu'un grand nombre de domaines magnétiques ont une aimantation relativement décalée par rapport au plan  $(\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H})$  (figure 3.4). L'effectif de chaque barre de l'histogramme correspond au nombre de domaines pondérés de leur fraction volumique. On constate ainsi que ce ne sont pas seulement des domaines très minoritaires qui ont une orientation non coplanaire avec  $\vec{M}_\alpha^0$  et  $\vec{H}$ . Le calcul à deux angles est incontournable.

Remarquons qu'une analyse en énergie permet d'observer facilement les ordres de grandeur nécessaires. Il suffit de comparer les énergies de champ et magnétoélastique.



**FIGURE 3.4:** Répartition des valeurs de l'angle entre le plan  $(\vec{M}_\alpha^0 - \vec{H})$  et  $\vec{M}_\alpha$  - compression radiale de -49MPa

Pour un domaine [111] sollicité dans la même direction, l'ordre de grandeur de l'énergie de champ vaut environ  $-4,77.H$  (Cf. équation (3.20)); celle de l'énergie magnétoélastique vaut  $-4,5.\sigma$  (Cf. équation (3.24) -  $\sigma$  exprimée en MPa). 1MPa produit donc une énergie équivalente à 1A/m. On comprend donc qu'une contrainte de 50MPa puisse "orienter" l'aimantation hors d'une direction du plan initialement prévue<sup>1</sup>. A champ magnétique élevé (supérieur à 5000A/m), on peut supposer que la contrainte ne peut plus rivaliser.

## 4 Échelle du monocristal

Lorsqu'on souhaite déterminer le comportement d'un monocristal (ou grain, noté  $g$ ), les hypothèses énoncées dans le cas du domaine magnétique ne peuvent être maintenues. Il est par exemple difficile de considérer que l'aimantation dans un monocristal est uniforme. L'énergie d'échange prend alors une part importante dans la définition de l'équilibre, sous la forme d'énergie de paroi.

Cependant, l'étude du comportement des domaines magnétiques, sans faire intervenir l'énergie de paroi, peut permettre d'appréhender de manière simplifiée le comportement du monocristal. C'est ce que nous montrons de façon schématique pour le monocristal de ferrite dans le paragraphe suivant.

1. On remarque que le rapport d'amplitude entre contrainte et champ pour l'exemple choisi conduit à une valeur dont l'arctangente peut s'apparenter à un angle de désorientation. On obtient un angle de  $2^\circ$ . L'ordre de grandeur est en accord avec les valeurs calculées.

## 4.1 Modélisation schématique

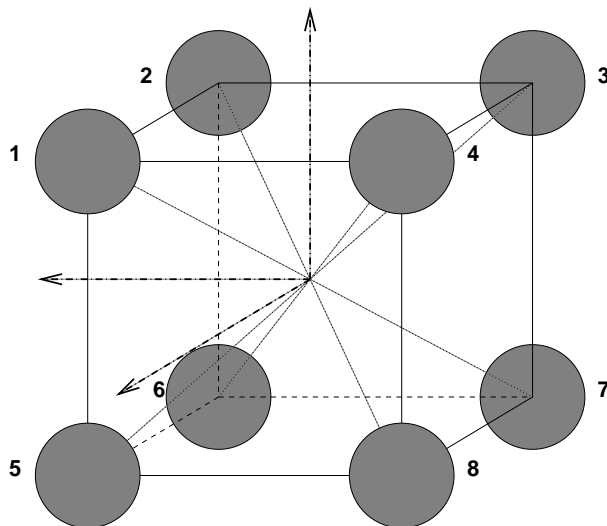
Considérons un monocristal de ferrite nickel-zinc. Le champ magnétique et la contrainte sont supposés connus. La contrainte est par ailleurs considérée comme uniaxiale de même axe que le champ appliqué. On suppose que seules huit familles (ou variants) de domaines magnétiques peuvent coexister, associées chacune à une direction de facile aimantation. On ne s'intéresse pas ici aux configurations en domaines, mais seulement à leurs proportions relatives. Un monocristal peut donc être représenté schématiquement de la manière proposée sur la figure 3.5, la taille de chaque boule représentant approximativement le volume du domaine lui correspondant.

Les familles de domaines 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 désignent les familles de domaines dont les directions d'aimantation facile sont respectivement les directions  $[111]$ ,  $[1\bar{1}1]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}1]$ ,  $[\bar{1}11]$ ,  $[11\bar{1}]$ ,  $[1\bar{1}\bar{1}]$  et  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ .

L'énergie associée à chacune des familles de domaines ainsi définie s'écrit d'après la relation (3.26), et fait intervenir l'énergie magnétostatique  $W_{mag}$ , l'énergie magnéto-cristalline  $W_{an}$  et l'énergie élastique  $W_{\sigma}$ .

### 4.1.1 Etat désaimanté

En l'absence de champ magnétique,  $W_{mag} = 0$ . L'aimantation étant portée dans chaque domaine par une direction facile,  $W_{an} = 0$ . Enfin, en l'absence de contraintes,  $W_{\sigma} = 0$ . Toutes les familles de domaines ont la même énergie libre, et toutes sont donc a priori équiprobables. La figure 3.5 correspond donc à l'état désaimanté de référence.



**FIGURE 3.5:** Configuration magnétique (schématique) de référence à l'état désaimanté

Dans ces conditions, on a :

$$f_\alpha = \frac{1}{8} \quad \forall \alpha \quad (3.28)$$

On en déduit facilement, d'après les équations (3.3) et (3.25) :

$$\begin{cases} \vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha = \vec{0} \\ \varepsilon_g^\mu = \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu = \mathbb{0} \end{cases} \quad (3.29)$$

#### 4.1.2 Application d'un champ magnétique

Si on applique maintenant un champ magnétique suivant la direction  $[111]$ , ce champ magnétique modifie l'énergie magnétostatique. On montre, d'après la définition de  $W_{mag}$  que :

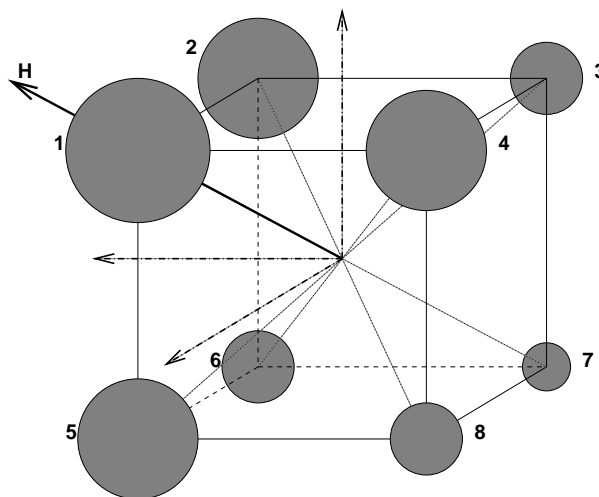
$$W_{mag}^1 < 0, \quad W_{mag}^7 > 0 \quad (3.30)$$

$$W_{mag}^1 < W_{mag}^2 = W_{mag}^4 = W_{mag}^5 < W_{mag}^3 = W_{mag}^6 = W_{mag}^8 < W_{mag}^7 \quad (3.31)$$

Les autres termes énergétiques sont en première approximation supposés inchangés. Les domaines les plus représentés étant les domaines présentant l'énergie la plus basse, on déduit :

$$f_1 > f_2 = f_4 = f_5 > f_3 = f_6 = f_8 > f_7 \quad (3.32)$$

Une configuration de ce type est représentée sur la figure 3.6.



**FIGURE 3.6:** Configuration magnétique (schématique) pour un champ magnétique dans la direction  $[111]$

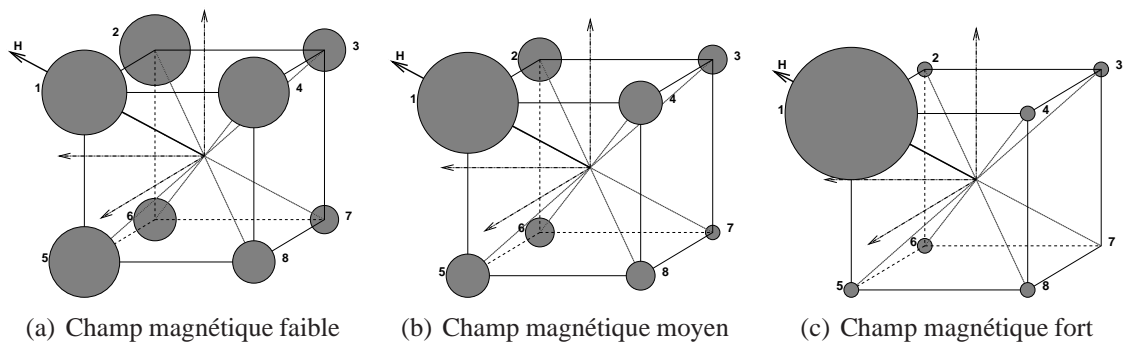
Il en résulte que :

$$\begin{cases} \vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} \neq \vec{0}, & \text{avec } \langle \vec{M}_g \rangle \text{ colinéaire à } \vec{H} \\ \varepsilon_g^{\mu} = \langle \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \rangle = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \neq \textcircled{0} \end{cases} \quad (3.33)$$

Si le champ magnétique est appliqué suivant la direction  $-\vec{H}$ , la situation est exactement semblable, en permutant les indices. L'aimantation est alors la même, mais suivant  $-\vec{H}$ , et la déformation de magnétostriction est inchangée.

Cette approche simplifiée est en accord avec le fait que l'aimantation est une fonction impaire du champ magnétique (en l'absence de contraintes), et la magnétostriction une fonction paire.

Si on applique un champ magnétique de valeur croissante (figure 3.7), les domaines dont la direction de facile aimantation est proche de la direction du champ magnétique vont être énergétiquement favorisés par le champ magnétique, leur fraction volumique va donc augmenter. A l'inverse, les domaines qui correspondent à une direction de facile aimantation non-colinéaire au champ appliqué vont être énergétiquement défavorisés, leur fraction volumique va diminuer jusqu'à devenir nulle : on considère alors que le monocristal ne comporte plus de domaine magnétique de l'orientation correspondante (figure 3.7 (c)). On atteint ainsi progressivement un état de saturation à la fois magnétique et magnétostrictif.



**FIGURE 3.7:** Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sans contrainte sous champ magnétique croissant

### 4.1.3 Application d'une contrainte

Retournons maintenant à la situation à champ nul, mais en imposant cette fois une contrainte de traction  $\sigma$  suivant la direction  $[111]$ . Par rapport à la situation de référence,



seule l'énergie magnéto-élastique est modifiée.

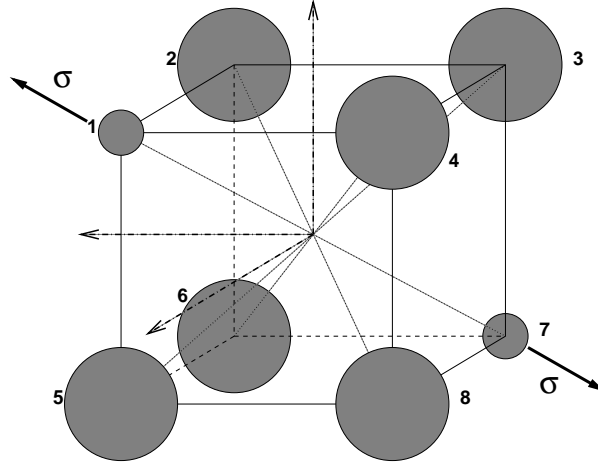
D'après la définition de  $W_\sigma$ , on en déduit (en supposant que  $\lambda_{111} < 0$ , ce qui est en accord avec le comportement du ferrite) :

$$\begin{cases} W_{mag}^1 = W_{mag}^7 = -\lambda_{111} \sigma > 0 \\ W_{mag}^2 = W_{mag}^3 = W_{mag}^4 = W_{mag}^5 = W_{mag}^6 = W_{mag}^8 = \frac{1}{3}\lambda_{111} \sigma > 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

On en déduit :

$$f_1 = f_7 < f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = f_8 \quad (3.35)$$

Cette situation correspond à une configuration du type de celle représentée sur la figure 3.8.



**FIGURE 3.8:** Configuration magnétique (schématique) pour une contrainte de traction uniaxiale dans la direction [111]

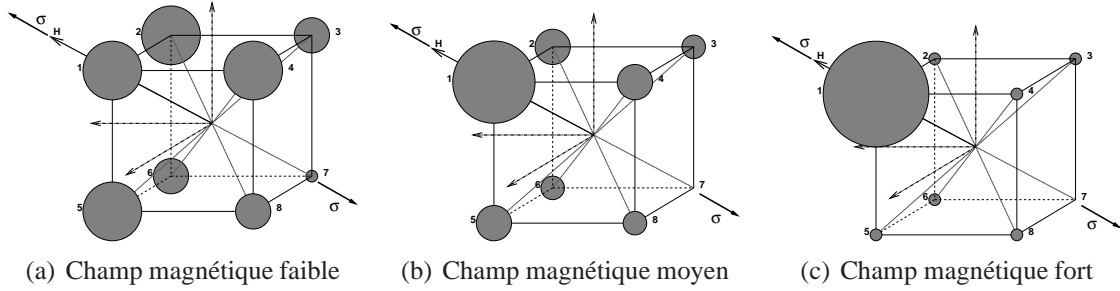
Les fractions volumiques des familles de domaines d'aimantation opposées étant égales, l'aimantation moyenne est toujours nulle. En revanche, la moyenne des déformations de magnétostriction n'est pas nulle :

$$\begin{cases} \vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} = \vec{0} \\ \varepsilon_g^{\mu} = \langle \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \rangle = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \neq 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

Cette déformation de magnétostriction à champ nul correspond autrement dit à l'effet  $\Delta E$ .

Si on ajoute maintenant un champ magnétique de valeur croissante dans la direction [111] (figure 3.9), les domaines dont la direction de facile aimantation est proche de

la direction du champ magnétique vont être énergétiquement favorisés par le champ magnétique même s'ils étaient défavorisés par la contrainte, leur fraction volumique faible sous champ nul va donc augmenter avec le champ magnétique. A l'inverse, les domaines qui sont défavorisés par le champ magnétique vont avoir leur fraction volumique qui diminuent qu'ils soient favorisés par la contrainte ou non. Notons que l'application d'un champ conduit au même type de saturation avec ou sans contrainte appliquée (figure 3.9 (c)). L'état de référence du matériau correspond donc bien à l'état magnétiquement saturé<sup>2</sup>.



**FIGURE 3.9:** Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sous contrainte de traction et sous champ magnétique croissant

Remplaçons maintenant la contrainte appliquée par une contrainte de compression ( $\sigma < 0$ ). L'énergie magnéto-élastique pour chaque famille de domaine s'écrit :

$$\begin{cases} W_{mag}^1 = W_{mag}^7 = -\lambda_{111} \sigma < 0 \\ W_{mag}^2 = W_{mag}^3 = W_{mag}^4 = W_{mag}^5 = W_{mag}^6 = W_{mag}^8 = \frac{1}{3}\lambda_{111} \sigma > 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

On en déduit :

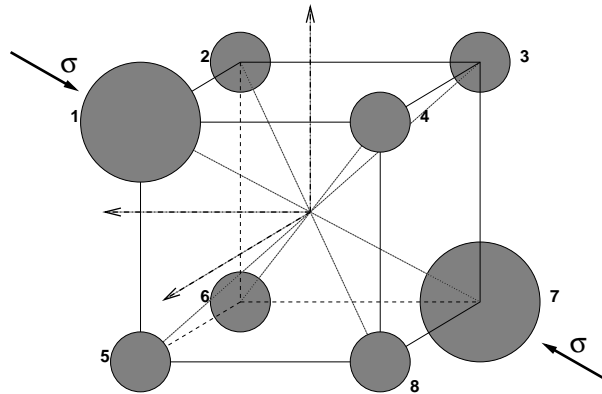
$$f_1 = f_7 > f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = f_8 \quad (3.38)$$

Cette situation correspond à la configuration présentée sur la figure 3.10.

La moyenne de l'aimantation et la moyenne de la déformation de magnétostriction sont définies formellement de la même façon qu'en traction (équation (3.36)). Cependant, rien n'indique que  $(f_1 - f_7)_{traction} = -(f_1 - f_7)_{compression}$  à amplitude de contrainte donnée, la moyenne de la déformation de magnétostriction en compression est donc (sauf cas particuliers) différente de l'opposé de la déformation de magnétostriction en traction.

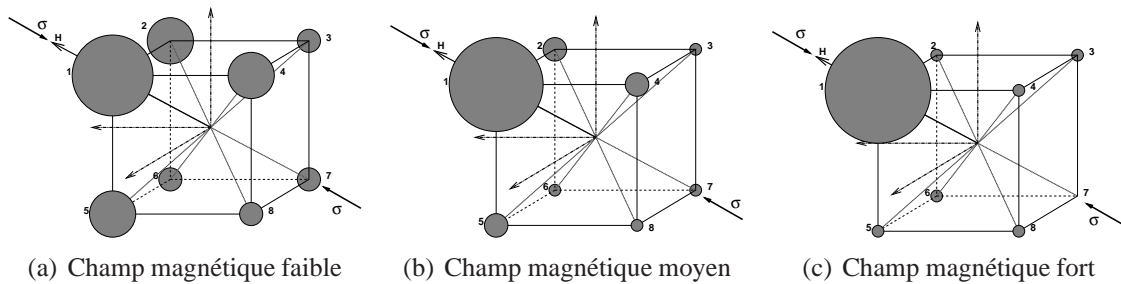
Si on ajoute maintenant un champ magnétique de valeur croissante dans la direction [111], on obtient l'évolution des fractions volumiques décrites sur les figures 3.11. La

2. Cette constatation justifie a posteriori le recalage à la saturation opéré sur les résultats expérimentaux permettant de construire l'effet  $\Delta E$  expérimental.



**FIGURE 3.10:** Configuration magnétique (schématique) pour une contrainte de compression uniaxiale dans la direction  $[111]$

saturation et donc l'état de référence sont atteints vraisemblablement plus rapidement.



**FIGURE 3.11:** Evolution de la fraction volumique des domaines magnétiques sous contrainte de compression et sous champ magnétique croissant

En résumé, cette approche simplifiée permet, sans avoir recours à l'énergie de parois, d'expliquer et de comprendre qualitativement quelques aspects du comportement magnéto-élastique :

- Un état désaimanté de référence peut être défini en considérant que toutes les familles de domaines sont en proportions égales. La déformation de magnétostriction associée (valeur de référence) est alors nulle.
- L'application d'un champ magnétique favorise les domaines pour lesquels la direction de l'aimantation est proche du champ magnétique appliqué au détriment des autres.
- L'application d'une contrainte ne permet pas d'aimanter un matériau initialement désaimanté.
- Une contrainte de compression (dans le cas où  $K_1 < 0$  et  $\lambda_{111} < 0$  (matériaux dits à magnétostriction négative)) favorise les domaines pour lesquels la direction de l'aimantation est proche de la direction de compression, au détriment des autres, provoquant une déformation de magnétostriction initiale négative dans la direction

de sollicitation (effet  $\Delta E$ ).

- Une contrainte de traction (dans le cas où  $K_1 < 0$  et  $\lambda_{111} < 0$ ) favorise les domaines pour lesquels la direction de l'aimantation est perpendiculaire à la direction de traction, au détriment des autres, provoquant une déformation de magnétostriction initiale positive dans la direction de sollicitation (effet  $\Delta E$ ) et dissymétrique comparée à la sollicitation de compression.

S'appuyant sur ce type de raisonnement, une solution de modélisation consiste en la définition d'une loi de changement d'échelle phénoménologique, qui permette de définir le comportement du monocristal simplement à partir du comportement des domaines qui le constituent et d'une (ou deux) variable scalaire d'ajustement, permettant de contourner la définition de l'énergie de paroi. C'est le modèle initialement proposé par N. Buiron [43] puis complété pour s'adapter aux spécificité du ferrite Nickel-Zinc [45], [46], [47].

## 4.2 Modèle microscopique

Le monocristal est divisé en un ensemble de domaines. L'aimantation dans ces domaines, en l'absence de sollicitation extérieure, est dirigée suivant un axe de facile aimantation. Ces axes faciles sont en nombre fini. On définit, comme on l'a déjà vu, des familles de domaines magnétiques ( $\alpha$ ) associées chacune à une direction de facile aimantation ( $\vec{\gamma}_0^\alpha$ ).

Les variables d'état choisies sont définies pour chaque famille de domaines  $\alpha$  et se divisent en deux catégories :

- les angles  $\theta_\alpha$  et  $\delta_\alpha$  caractérisant la désorientation définis au paragraphe 3.2.
- la fraction volumique  $f_\alpha$  de la famille de domaines  $\alpha$  dans le monocristal.

### 4.2.1 Ecriture énergétique à l'échelle d'un domaine

L'énergie libre de chaque domaine (équation 3.39) est écrite en supposant que le champ magnétique  $\vec{H}_g$  et le tenseur des contraintes  $\sigma_g$  sont homogènes dans le monocristal. L'énergie d'un domaine est définie selon :

$$W^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_g - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1(\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2) \quad (3.39)$$

### 4.2.2 Calcul des fractions volumiques

Compte tenu de l'énergie magnétocristalline, il est possible de diviser le cristal en 8 familles de domaines magnétiques notés  $\alpha$  (pour le ferrite). Le modèle microscopique est essentiellement piloté par la manière dont est définie l'évolution des fractions volumiques (absence de terme frein).

### Calcul des fractions volumiques à un paramètre

Le raisonnement habituel dans le cadre du modèle multiéchelle historique [43], [27] est de considérer qu'à l'échelle du grain, l'équilibre anhystérétique correspond à un minimum énergétique déterminé en combinant une formulation explicite (3.40) basée sur une fonction de Boltzmann pour calculer les fractions volumiques  $f_\alpha$  des familles de domaines (3.40), et une minimisation de l'énergie totale pour calculer l'orientation de l'aimantation des domaines (3.41).  $A_s$  est le seul paramètre ajustable de ce modèle.

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W^\alpha)}{\sum_{\alpha} \exp(-A_s \cdot W^\alpha)} \quad (3.40)$$

$$W^\alpha(\theta_\alpha, \phi_\alpha) = \min(W^\alpha), \quad \theta_\alpha \in [0, \pi], \quad \phi_\alpha \in [0, 2\pi] \quad (3.41)$$

Le comportement élastique étant homogène à l'intérieur d'un monocristal, la déformation de magnétostriction moyenne d'un grain (3.42) est égale à la moyenne des déformations de magnétostriction de chacun des domaines  $\alpha$ . L'aimantation du grain réalise également la moyenne des aimantations de chacun des domaines pondérées des fractions volumiques (3.43).

$$\varepsilon_g^\mu = \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = \sum_{\alpha} f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \quad (3.42)$$

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha} f_\alpha \vec{M}_\alpha \quad (3.43)$$

L'écriture proposée de  $f_\alpha$  n'est fonction que du paramètre  $A_s$ . Celui-ci peut être identifié à partir des courbes d'aimantation à champ faible. On montre en effet que  $A_s = 3\chi_0/(\mu_0 \cdot M_s^2)$ ,  $\chi_0$  représentant la susceptibilité initiale du matériau [27].

### Proposition d'une formulation des fractions volumiques à deux paramètres

Le fonctionnement à un seul paramètre a le principal défaut que les variations d'énergie dues à une contrainte ou un champ ont une influence "identique" sur le comportement modélisé.  $A_s$  a en effet un rôle régulateur. Il serait tentant de doubler ce paramètre afin de rendre compte de sensibilités différentes à un état de contrainte ou un champ. Deux alternatives s'offrent à nous : considérer d'une part un paramètre différent d'une énergie à l'autre (le problème est que 3 énergies sont en jeu, ce qui signifie 3 paramètres), ou d'utiliser 2 paramètres différents mais affectant l'ensemble des énergies. Le premier choix se justifie dans une vision simplifiée où l'énergie magnéto-cristalline est négligeable par exemple (3.44). Le deuxième choix semble plus général.

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_H^\alpha - B_s \cdot W_\sigma^\alpha)}{\sum_{\alpha} \exp(-A_s \cdot W_H^\alpha - B_s \cdot W_\sigma^\alpha)} \quad (3.44)$$

Dans la deuxième expression, on va considérer les domaines deux à deux. On parvient ainsi à créer une différence entre domaines à  $180^\circ$  et les autres. Le domaine directement opposé au domaine  $\alpha$  est noté  $-\alpha$ . L'expression de la fraction volumique du domaine  $\alpha$  devient ainsi non seulement fonction de son énergie mais également fonction de l'énergie de son domaine opposé :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W^\alpha) + \exp(-A_s \cdot W^{-\alpha})}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W^\alpha)} \times \frac{\exp(-B_s \cdot W^\alpha)}{\exp(-B_s \cdot W^\alpha) + \exp(-B_s \cdot W^{-\alpha})} \quad (3.45)$$

On vérifie bien entendu que  $\sum_\alpha f_\alpha = 1$ .

### 4.2.3 Comportement du monocristal

Une fois les variables d'état calculées pour chaque famille de domaines  $\alpha$ , on peut définir l'aimantation moyenne dans le cristal :

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha \quad (3.46)$$

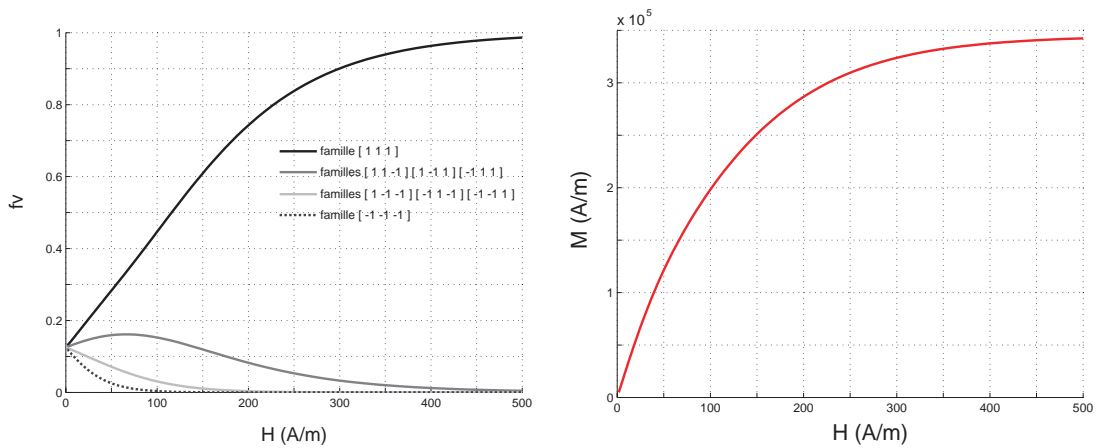
On peut de la même façon définir la déformation de magnétostriction moyenne dans le monocristal :

$$\varepsilon_g^\mu = \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \quad (3.47)$$

Le matériau considéré dans toute la suite est le matériau d'étude : un ferrite Ni-Zn de maille cristallographique cubique à faces centrées dont les directions de facile aimantation sont les directions  $\langle 111 \rangle$ .

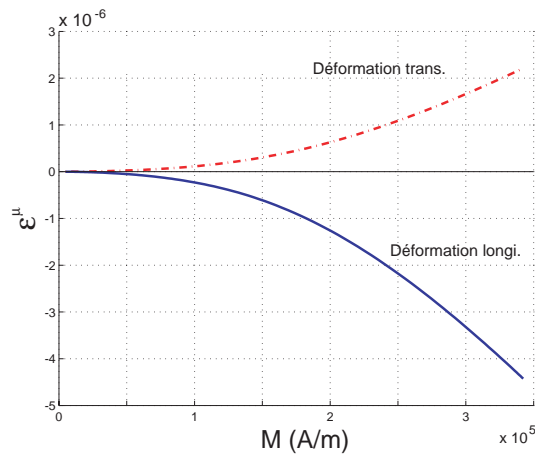
L'évolution des fractions volumiques de chacune des huit familles de domaines peut être calculée pour différents chargements mécaniques. Sur la figure 3.12 (a), l'évolution des fractions volumiques de chaque famille de domaines est représentée en fonction du champ magnétique appliqué suivant la direction cristallographique  $[111]$ , aucune contrainte n'étant appliquée.

On observe tout d'abord que la fraction volumique de départ est bien la même pour toutes les familles et égale à  $1/8$ . L'application du champ favorise le domaine  $[111]$  et défavorise le domaine opposé dans des proportions égales. Les domaines intermédiaires sont soit défavorisés directement, soit légèrement favorisés, quand leur orientation est "proche" de celle du champ appliqué, puis défavorisés à champ plus élevé. Les comportements magnétique et magnétostrictif moyens associés sont en accord avec cette évolution. La structure en domaines tend vers une situation monodomaine  $[111]$ . En conséquence, l'aimantation tend vers la valeur  $M_s$  (figure 3.12 (b)), la déformation



(a) Evolution des fractions volumiques

(b) Evolution de l'aimantation



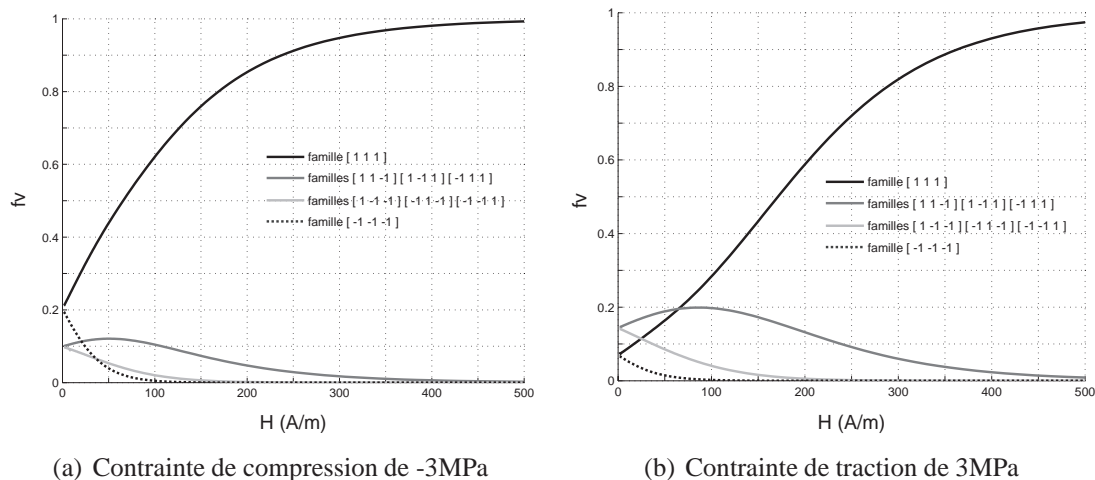
(c) Evolution des déformations de magnétostriction

**FIGURE 3.12:** Comportement du monocristal sans contrainte appliquée avec  $\vec{H} // [111]$ 

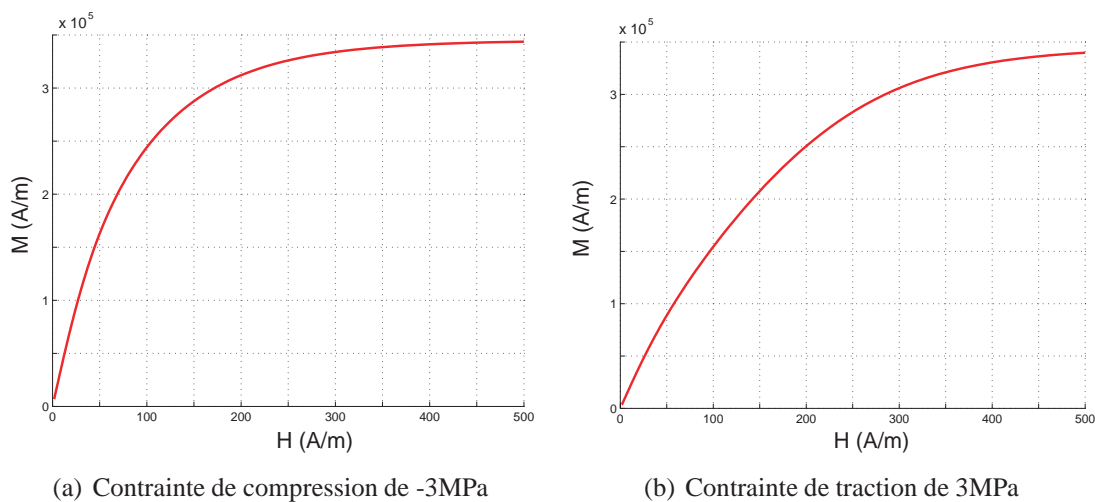
longitudinale tend vers  $\lambda_{111}$  et la déformation transversale vers  $-\lambda_{111}/2$  (figure 3.12 (c)).

Les figures 3.13 (a) et 3.13 (b) montrent l'évolution des fractions volumiques des domaines dans le cas d'un monocristal soumis respectivement à une précharge de compression de -3MPa et une précharge de traction de 3MPa suivant la direction  $[111]$ , en fonction du champ.

On observe que les fractions volumiques de départ sont différentes de la situation déchargée et différentes entre elles. La compression "favorise" les domaines orientés dans sa direction ; la traction a l'effet inverse. L'application du champ a un effet très similaire à la situation déchargée. La contrainte semble ainsi produire soit un effet accélérateur, soit retardateur en fonction de son signe.



**FIGURE 3.13:** Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution de la fraction volumique des domaines magnétiques avec  $\vec{H} // [111]$

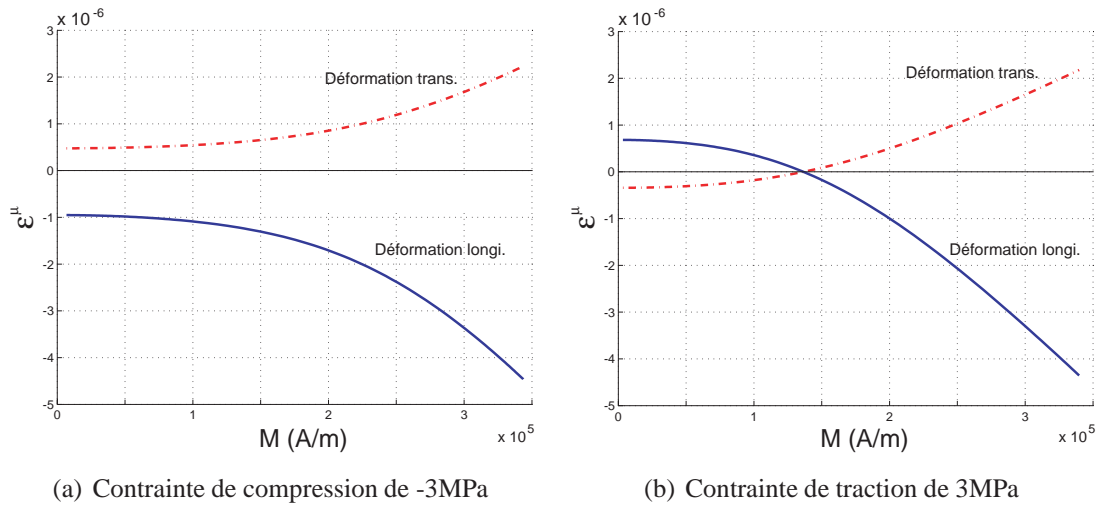


**FIGURE 3.14:** Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution de l'aimantation avec  $\vec{H} // [111]$

Les figures 3.14 (a) et 3.14 (b) montrent l'évolution de l'aimantation moyenne associée. On constate l'effet accélérateur ou retardeur de la contrainte, qui se traduit par une modification de la susceptibilité. La saturation reste évidemment inchangée.

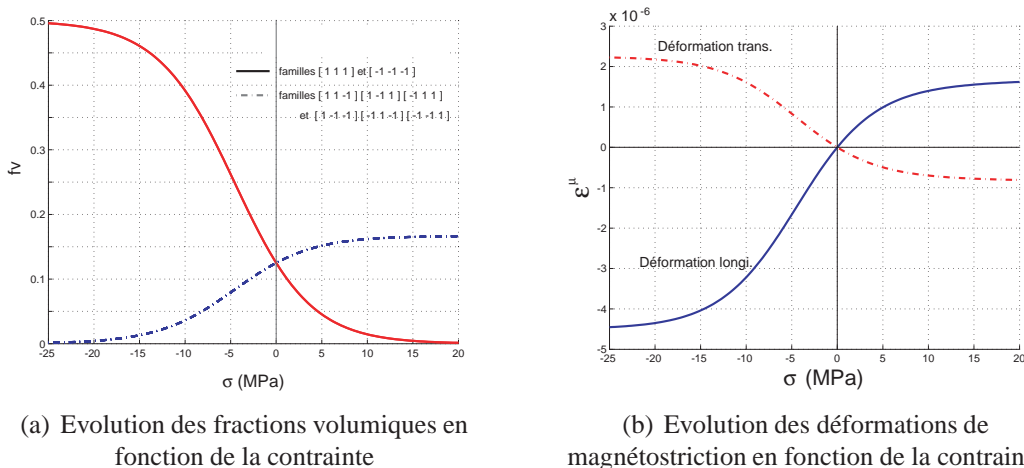
Les figures 3.15 (a) et 3.15 (b) montrent l'évolution des déformations de magnétostriction moyennes longitudinale et transversale associée. Le déséquilibre en fraction volumique en absence de champ conduit à l'apparition d'une déformation





**FIGURE 3.15:** Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur l'évolution des déformations de magnétostriction avec  $\vec{H} // [111]$  (traction/compression appliquée suivant  $[111]$ )

initiale. Le sens de cette déformation dépend du signe de la contrainte. Malgré ce décalage, les valeurs des déformations à saturation restent inchangées comparativement à la situation déchargée (on retrouve bien ici la notion d'état de référence associé à la saturation magnétique). Notons également que le rapport de 1/2 entre déformation longitudinale et transversale est bien respecté.



**FIGURE 3.16:** Mise en évidence de l'effet de la contrainte mécanique sur les fractions volumiques de domaines et le comportement magnétostrictif

La figure 3.16 (a) montre l'évolution des fractions volumiques des domaines d'un

monocristal en fonction d'une contrainte appliquée suivant la direction  $[111]$  en absence de champ. La figure 3.16 (b) montre l'évolution des déformations de magnétostriction moyennes longitudinale et transversale associées. Il s'agit ici de mettre en évidence le phénomène d'effet  $\Delta E$  sur le monocristal. Il est curieux d'observer qu'il existe seulement deux types d'évolution pour les huit familles de domaines, respectant les règles de saturation en traction et compression. A ce mécanisme est associée la saturation de l'effet  $\Delta E$ . Le rapport de  $1/2$  entre déformation longitudinale et transversale est là encore respecté.

### 4.3 Conclusion

L'approche proposée permet, connaissant le chargement mécanique et magnétique appliqué à un monocristal, d'estimer avec rapidité son comportement. Le modèle s'appuie sur une forme admissible de l'énergie libre des familles de domaines associée à une loi de changement d'échelle, du domaine vers le grain.

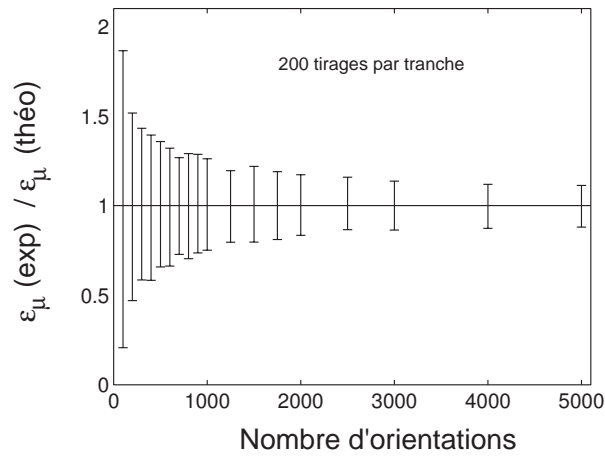
Cette approche contourne, avec l'utilisation d'une variable d'ajustement phénoménologique, certains aspects de la complexité du comportement magnéto-élastique. En particulier, le problème des interactions de domaine à domaine n'est pas pris en compte. De la même façon, la participation des parois dans les mécanismes étudiés n'est traitée que de manière globale, et le modèle ne fournit aucune information sur la distribution des domaines dans le matériau.

## 5 Passage au polycristal

### 5.1 Principe d'homogénéisation

Nous ne nous intéressons qu'au comportement magnétique  $M(H)$  sous contrainte sans prise en compte des contraintes d'incompatibilité entre les grains. Le couplage complet magnéto-élastique est présenté en annexe A. Le processus d'homogénéisation est trivial : l'aimantation macroscopique est la moyenne des aimantations de chaque grain qui compose l'échantillon ; de même, la déformation de magnétostriction moyenne est calculée comme la moyenne des déformations de magnétostriction des grains.

De nombreuses simulations à partir de plusieurs tirages ont été réalisées (tirages aléatoires de 100 à 7000 grains) afin de déterminer le nombre de grains optimal à choisir. Il s'avère que le nombre de grains nécessaire afin d'obtenir une dispersion limitée des propriétés dépend fortement de l'anisotropie du comportement du monocristal. Le comportement le plus sensible est sans conteste le comportement magnétostrictif : L. Daniel a ainsi clairement montré que dans la perspective de réduire le temps de calcul, il valait mieux utiliser un nombre de grains limité mais d'orientation "choisie", plutôt qu'un nombre plus grand d'orientation aléatoire [48], [49]. La figure 3.17 permet d'observer cette



**FIGURE 3.17:** Evolution de la dispersion de la valeur de la magnétostriction à saturation calculée, rapportée à la valeur théorique, en fonction du nombre d'orientations - 200 tirages sont réalisés par série - chaque barre d'incertitude correspond à 6 écarts-type [48], [49]

dispersion sur la magnétostriction à saturation en fonction du tirage. L'utilisation d'une texture "isotrope" de 546 grains se révèle produire une dispersion équivalente à une texture "aléatoire" de 5000 grains ! Ceci est dû en grande partie à la forte anisotropie magnétostrictive du monocristal de fer étudié. En ce qui nous concerne, les tirages aléatoires à 400 grains donnent des résultats équivalents à la texture "isotrope" de 546 grains. C'est ce mode de tirage que nous avons décidé d'adopter.

## 5.2 Identification des paramètres du modèle

La modélisation multiéchelle nécessite la connaissance de certains paramètres physiques du matériau : l'aimantation à saturation  $M_s$ , les deux constantes magnétocristallines  $K_1$  et  $K_2$ , ainsi que les constantes magnétostrictives  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$ . Les différentes valeurs associées ont pu être relevées dans la bibliographie [2], et sont regroupées dans le tableau 3.1. A ces constantes à caractère plutôt magnétique s'ajoutent les constantes d'élasticité du monocristal. On compte trois constantes ( $C_{11}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{44}$  en notation de Voigt) pour cause de symétrie cubique. Les recherches bibliographiques n'ont pas permis leur détermination. Nous avons eu cependant accès à deux monocristaux de ferrite orientés différemment pouvant conduire à une détermination expérimentale des constantes élastiques. La taille trop réduite des monocristaux ne nous permettait pas de réaliser un essai mécanique. Nous avons par conséquent mis en place une procédure expérimentale associant des mesures de diffusivité thermique [50], à une procédure d'identification inverse utilisant le comportement élastique du polycristal. La procédure et les résultats obtenus constituent l'annexe C. Les valeurs moyennes des coefficients d'élasticité apparaissent également dans le tableau 3.1.

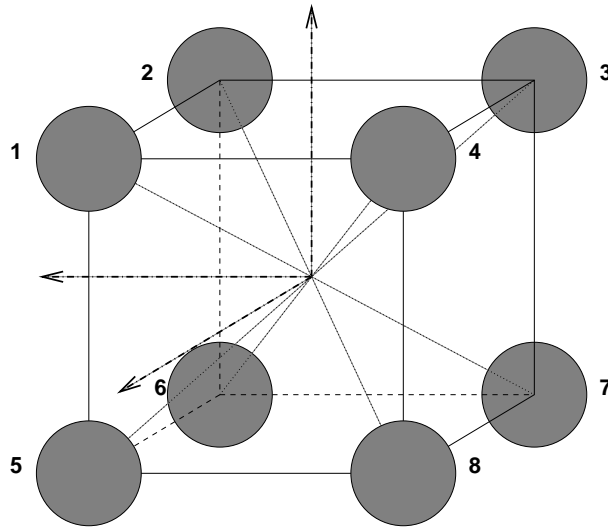
Notons cependant que les constantes d'élasticité ne sont requises qu'à partir du moment

où on cherche à localiser la contrainte macroscopique dans chaque grain et ainsi donner au chargement mécanique un caractère hétérogène. Les calculs ayant clairement montré l'effet négligeable de la localisation de la contrainte, cette opération n'est pas réalisée dans la suite du document.

Coefficients	$M_s$	$K_1 ; K_2$	$\lambda_{100} ; \lambda_{111}$	$C_{11} ; C_{12} ; C_{44}$
Unités	A/m	J.m <sup>-3</sup>	-	GPa
Valeurs	$3,8.10^6$	-1700 ; -5	$-26.10^{-6} ; -4,5.10^{-6}$	199,6 ; 122,4 ; 162,1

**TABLE 3.1:** Constantes physiques utilisées pour la modélisation multiéchelle

A ces paramètres physiques, s'ajoutent les deux seuls paramètres ajustables du modèle :  $A_s$  et  $B_s$ . Afin des les identifier, nous nous plaçons volontairement dans le cadre simplifié d'un monocristal de ferrite considéré comme sollicité mécaniquement et magnétiquement suivant la direction [111]. La figure 3.18 donne un aperçu schématique de la distribution initiale des 8 familles de domaines suivant les 8 directions de facile aimantation.



**FIGURE 3.18:** Schéma de distribution isotrope des 8 familles de domaines

### 5.2.1 Influence d'un champ appliqué de faible intensité

Supposons tout d'abord que seul un champ est appliqué. L'énergie de champ s'écrit pour chacun des domaines :

$$W_H^\alpha = -\mu_0 \vec{H}_\alpha \cdot \vec{M}_\alpha \quad (3.48)$$

On suppose à faible champ que seule cette énergie varie et doit être prise en compte dans l'expression des fractions volumiques des 8 familles de domaines. On utilise les hypothèses classiques d'homogénéité du champ :  $\vec{H}_\alpha = \vec{H}$ . Si on applique le champ magnétique suivant la direction [111]. On montre, d'après la définition de  $W_H^\alpha$  et en reprenant les notations des familles de la figure 3.18, que :

$$\begin{aligned} W^1 &= -\mu_0 H . M_s \\ W^7 &= \mu_0 H . M_s \\ W^2 = W^4 = W^5 &= -\frac{1}{3} \mu_0 H . M_s \\ W^3 = W^6 = W^8 &= \frac{1}{3} \mu_0 H . M_s \end{aligned}$$

On en déduit une expression analytique des fractions volumiques en fonction du champ. Ceci donne par exemple pour la fraction volumique du domaine "1" :

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\exp(A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + \exp(-A_s \cdot \mu_0 H . M_s)}{\exp(A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + \exp(-A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + 3\exp\left(\frac{1}{3} A_s \cdot \mu_0 H . M_s\right) + 3\exp\left(-\frac{1}{3} A_s \cdot \mu_0 H . M_s\right)} \\ &\quad \times \frac{\exp(B_s \cdot \mu_0 H . M_s)}{\exp(B_s \cdot \mu_0 H . M_s) + \exp(-B_s \cdot \mu_0 H . M_s)} \end{aligned}$$

On utilise ensuite un développement limité au premier ordre de l'exponentielle :  $\exp(x) \approx 1+x$ . Ceci conduit à une écriture relativement simple de  $f_1$  :

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{(1 + A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + (1 - A_s \cdot \mu_0 H . M_s)}{(1 + A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + (1 - A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + (3 + A_s \cdot \mu_0 H . M_s) + (3 - A_s \cdot \mu_0 H . M_s)} \\ &\quad \times \frac{(1 + B_s \cdot \mu_0 H . M_s)}{(1 + B_s \cdot \mu_0 H . M_s) + (1 - B_s \cdot \mu_0 H . M_s)} \end{aligned}$$

ce qui donne finalement après simplification :

$$f_1 = \frac{1}{8} + \frac{B_s \cdot \mu_0 H . M_s}{8}$$

On obtient de même :

$$\begin{aligned} f_7 &= \frac{1}{8} - \frac{B_s \cdot \mu_0 H . M_s}{8} \\ f_2 = f_4 = f_5 &= \frac{1}{8} + \frac{B_s \cdot \mu_0 H . M_s}{24} \\ f_3 = f_6 = f_8 &= \frac{1}{8} - \frac{B_s \cdot \mu_0 H . M_s}{24} \end{aligned}$$

Cette définition des fractions volumiques nous permet de définir la moyenne de l'aimantation via l'expression (3.43) :

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = f_1 \cdot \vec{M}_s \frac{1}{\sqrt{3}} [111] + f_7 \cdot \vec{M}_s \frac{1}{\sqrt{3}} [\bar{1}\bar{1}\bar{1}] + f_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} ([1\bar{1}1] + [\bar{1}11] + [11\bar{1}]) + f_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} ([\bar{1}1\bar{1}] + [1\bar{1}\bar{1}] + [\bar{1}\bar{1}1])$$

$$\vec{M}_g = (f_1 - f_7 + f_2 - f_3) \cdot \vec{M}_s \frac{1}{\sqrt{3}} [111] = \frac{1}{3} B_s \cdot \mu_0 H \cdot M_s^2 \frac{1}{\sqrt{3}} [111]$$

$$\vec{M}_g = \frac{1}{3} B_s \cdot \mu_0 M_s^2 \vec{H} \quad (3.49)$$

On obtient un vecteur aimantation dans la direction et proportionnel au champ appliqué (3.49). Ceci nous permet de définir une susceptibilité initiale  $\chi_0 = \frac{1}{3} B_s \cdot \mu_0 M_s^2$ . Cette relation peut être inversée ce qui permet d'estimer  $B_s$  à partir de la susceptibilité expérimentale :  $B_s = 3\chi_0 / (\mu_0 \cdot M_s^2)$ , mesurée sur les courbes anhystériques  $M(H)$ . Cette relation est équivalente à celle issue de la fraction volumique à un seul paramètre. On peut en effet généraliser la relation à un polycristal dont les orientations de domaines suivraient une distribution isotrope [48], [49].

Après optimisation, le coefficient  $B_s$  obtenu est égal à  $5,6 \cdot 10^{-2} \text{m}^3/\text{J}$ .

### 5.2.2 Influence d'une contrainte uniaxiale de faible intensité

On procède de la même manière en considérant cette fois qu'on applique seulement une contrainte uniaxiale orientée suivant la direction  $[111]$ . L'énergie élastique s'écrit pour chacun des domaines :

$$W_\sigma^\alpha = -\sigma_g \cdot \varepsilon_\alpha^\mu \quad (3.50)$$

On suppose à faible contrainte que seule cette énergie varie et doit donc être prise en compte dans l'expression des fractions volumiques des 8 familles de domaines. Considérons un tenseur des contraintes uniaxial suivant la direction  $[111]$ . Il s'exprime dans le repère de traction (RT) ou dans le repère cristallographique (RC) selon :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{RT} = \frac{\sigma}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{RC}$$

Par ailleurs, le tenseur des déformations de magnétostriction à l'échelle du domaine  $\alpha$  s'exprime en fonction des cosinus directeurs du domaine considéré selon :

$$\varepsilon_{\alpha}^{\mu} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix}_{RC}$$

Par exemple, pour le domaine "1",  $\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$  et  $\gamma_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , ce qui donne pour le tenseur des déformations :

$$\varepsilon_1^{\mu} = \frac{\lambda_{111}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}$$

On montre, d'après la définition de  $W_{\sigma}^{\alpha}$  et en reprenant les notations des familles de la figure 3.18, que :

$$\begin{aligned} W^1 &= -\sigma \cdot \lambda_{111} \\ W^7 &= -\sigma \cdot \lambda_{111} \\ W^2 &= W^4 = W^5 = \frac{1}{3}\sigma \cdot \lambda_{111} \\ W^3 &= W^6 = W^8 = \frac{1}{3}\sigma \cdot \lambda_{111} \end{aligned}$$

On en déduit une expression analytique des fractions volumiques en fonction de la contrainte. Ceci donne par exemple pour la fraction volumique du domaine "1" :

$$f_1 = \frac{\exp(A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + \exp(A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}{\exp(A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + \exp(A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + 3\exp(-\frac{1}{3}A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + 3\exp(-\frac{1}{3}A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})} \times \frac{\exp(B_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}{\exp(B_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + \exp(B_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}$$

On utilise ensuite le développement limité au premier ordre de l'exponentielle :  $\exp(x)=1+x$ . Ceci conduit à une écriture relativement simple de  $f_1$  :

$$f_1 = \frac{(2 + 2A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}{(2 + 2A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}) + (6 - 2A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})} \times \frac{(1 + B_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}{(2 + 2B_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111})}$$

ce qui donne finalement après simplification :

$$f_1 = \frac{1}{8} + \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}}{8}$$

On obtient de même :

$$\begin{aligned}
f_7 &= \frac{1}{8} + \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}}{8} \\
f_2 = f_4 = f_5 &= \frac{1}{8} - \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}}{24} \\
f_3 = f_6 = f_8 &= \frac{1}{8} - \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}}{24}
\end{aligned}$$

Cette définition des fractions volumiques nous permet de définir la moyenne de la déformation de magnétostriction via l'expression (3.42) :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_g^\mu &= \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = f_1 \cdot (\varepsilon_1^\mu + \varepsilon_7^\mu) + f_2 \cdot (\varepsilon_2^\mu + \varepsilon_4^\mu + \varepsilon_5^\mu + \varepsilon_3^\mu + \varepsilon_6^\mu + \varepsilon_8^\mu) \\
\text{avec } \varepsilon_1^\mu = \varepsilon_7^\mu &= \frac{\lambda_{111}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}, \quad \varepsilon_2^\mu = \varepsilon_8^\mu = \frac{\lambda_{111}}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}, \\
\varepsilon_3^\mu = \varepsilon_5^\mu &= \frac{\lambda_{111}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}, \quad \varepsilon_4^\mu = \varepsilon_6^\mu = \frac{\lambda_{111}}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}
\end{aligned}$$

Cette expression se simplifie alors en :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_g^\mu &= f_1 \cdot \lambda_{111} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC} - f_2 \cdot \lambda_{111} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC} = (f_1 - f_2) \cdot \lambda_{111} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC} \\
\varepsilon_g^\mu &= \left( \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}^2}{6} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{RC}
\end{aligned}$$

On obtient un tenseur des déformations diagonal dans le repère de traction (RT) dont les termes sont proportionnels à la contrainte appliquée.

$$\varepsilon_{g^{[111]}}^\mu = \frac{A_s \cdot \sigma \cdot \lambda_{111}^2}{3} \quad (3.51)$$

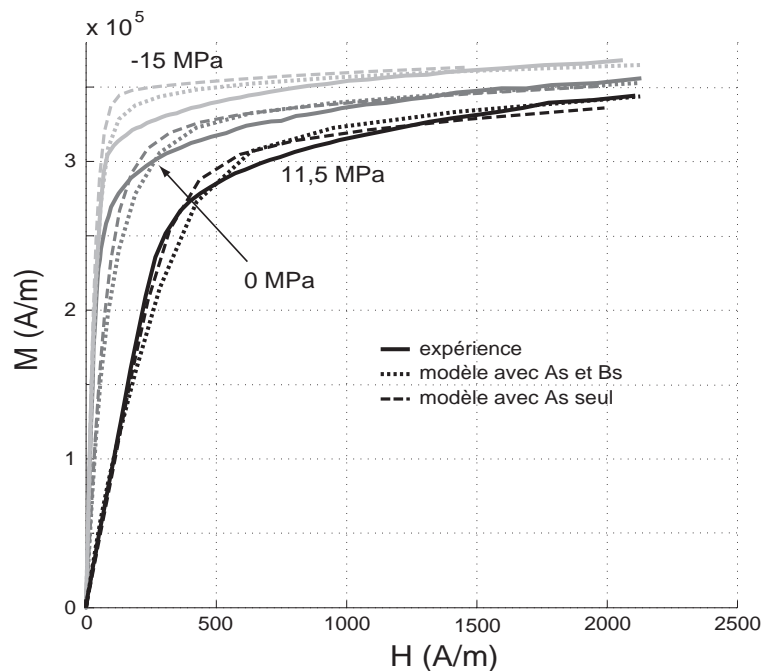
L'équation (3.51) donne la valeur de la déformation de magnétostriction dans l'axe de traction. Cette fonction relie la déformation de magnétostriction "mesurée" dans la direction de traction en fonction de la contrainte. Il s'agit donc d'une approximation linéaire de la courbe caractéristique de l'effet  $\Delta E$  à l'origine. On voit que cette fonction est dépendante en particulier du paramètre  $A_s$ , comme la courbe d'approximation de l'aimantation à l'origine était fonction de  $B_s$ . Nous obtenons donc ici une méthode d'identification de  $A_s$  à l'aide d'un relevé expérimental de l'effet  $\Delta E$ . On peut également généraliser la relation à un polycristal dont les orientations de domaines suivraient une distribution isotrope.

Après optimisation, le coefficient  $A_s$  obtenu est égal à  $4 \cdot 10^{-2} \text{m}^3/\text{J}$ .



Pertinence du calcul à deux coefficients dans la fonction de Boltzmann ?

On constate que  $A_s$  diffère assez peu de  $B_s$ , ce qui signifie qu'un modèle à un seul paramètre aurait pu être suffisant. Cette légère distinction produit par conséquent une légère amélioration de la modélisation, comme on peut l'observer sur la figure 3.19 : cette figure donne le résultat obtenu pour la simulation du comportement magnétique sous chargement mécanique du polycristal (traction et compression). On observe que les approches à un ou deux paramètres ajustables donnent des résultats similaires et proches des résultats expérimentaux. Le modèle à un seul paramètre conduit néanmoins à un comportement simulé légèrement plus "raide" que l'autre.



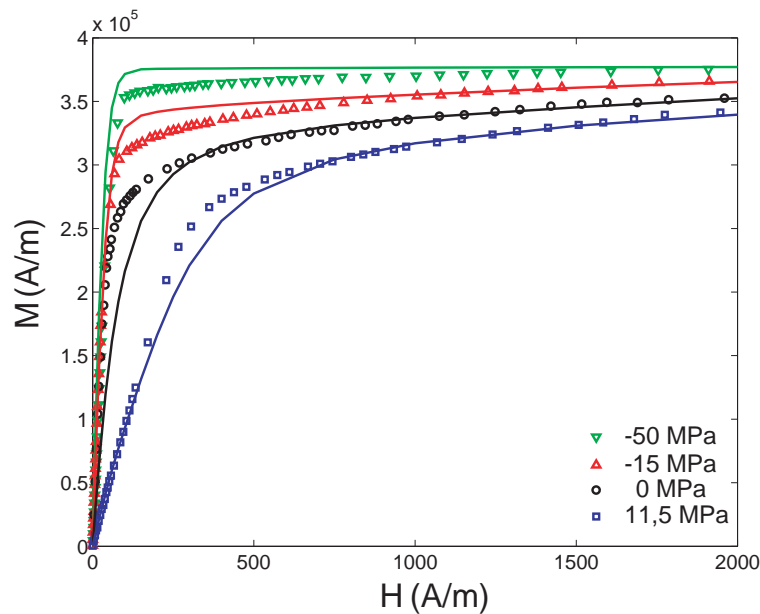
**FIGURE 3.19:** Comparaison modèles/expérience pour les essais de traction-compression sur éprouvettes parallélépipédiques

Cette "amélioration" est à mettre en perspective avec le principal inconvénient du calcul à deux coefficients, qui est l'identification du deuxième coefficient (ici  $A_s$ ). Cette identification peut poser certaines difficultés liées au fait qu'il n'est pas forcément facile de mesurer l'effet  $\Delta E$ . On peut néanmoins s'attendre à des résultats intéressants du modèle à deux coefficients, notamment dans le cas de sollicitations complexes comme un chargement mécanique biaxial ou un champ magnétique appliqué non homogène. Des matériaux plus "magnétostrictifs" seraient certainement aussi des candidats plus pertinents.

## 5.3 Comparaisons modèle / expérience

### 5.3.1 Eprouvettes parallélépipédiques

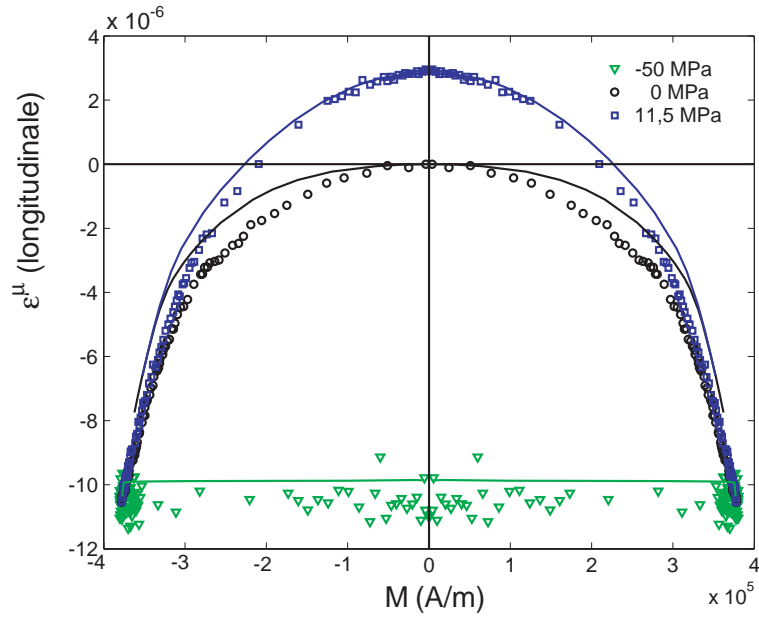
Nous utilisons tout d'abord les données expérimentales issues des essais an-hystériques sur les éprouvettes parallélépipédiques en traction simple : dans ce type d'essais, les contraintes mécaniques imposées sont homogènes dans l'échantillon, de même que le champ magnétique appliqué. Des comparaisons sont ensuite réalisées avec les essais de compression.



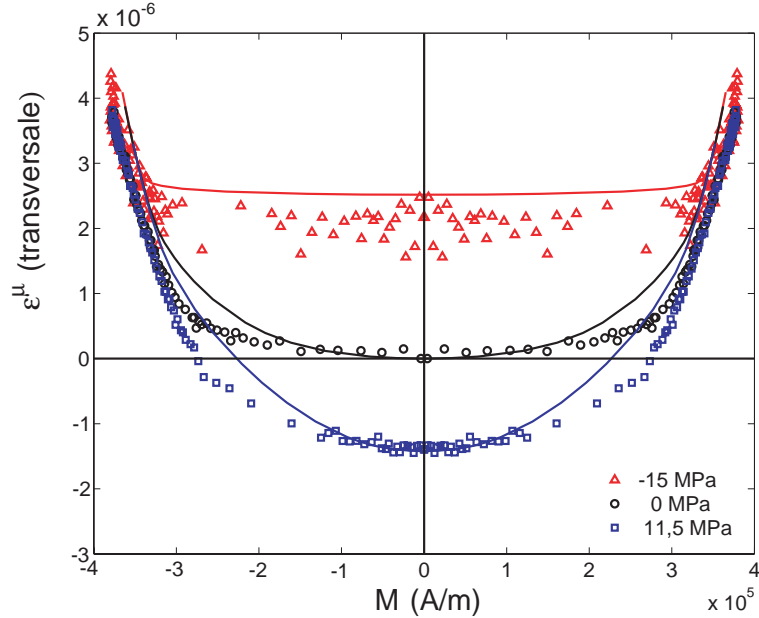
**FIGURE 3.20:** Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la courbe d'aimantation an-hystérique, pour différents niveaux de contraintes

Sur les figures 3.20 nous observons que le modèle multiéchelle est capable de simuler correctement le comportement magnétique du matériau pour différents niveaux de contrainte aussi bien en traction qu'en compression. Bien que la simulation soit bien plus lourde qu'avec des modèles macroscopiques, ce modèle a l'avantage de pouvoir prendre en compte l'influence d'un état de contraintes multiaxial.

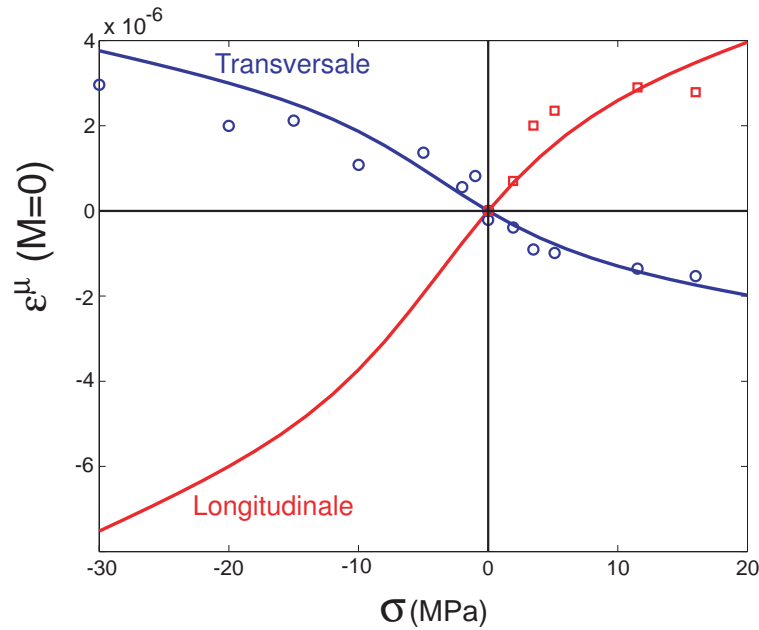
Les figures 3.21 et 3.22 permettent de comparer modèle et expérience pour les comportements magnétostrictifs longitudinaux et transversaux. Les résultats obtenus semblent de très bonne qualité aussi bien en ce qui concerne les saturations que les évolutions. La modélisation de l'effet  $\Delta E$  (figure 3.23), issue des courbes précédentes, donne des résultats du même type. On observe en particulier la très bonne concordance des pentes à l'origine (résultat associé à l'identification de  $A_s$ ). Seule la saturation mécanique semble sous-estimée, aussi bien en traction qu'en compression.



**FIGURE 3.21:** Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la magnétostriction longitudinale anhystérique, pour différents niveaux de contraintes



**FIGURE 3.22:** Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de la magnétostriction transversale anhystérique, pour différents niveaux de contraintes



**FIGURE 3.23:** Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et la modélisation (lignes) de l'effet  $\Delta E$

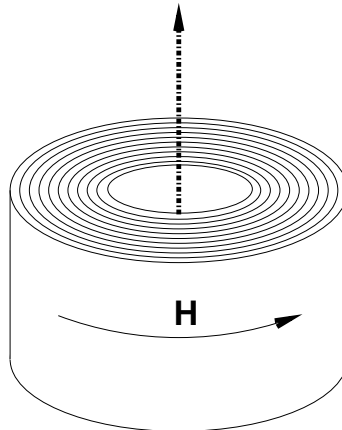
### 5.3.2 Géométrie torique

Afin de valider le principe de modélisation, il est nécessaire de faire des simulations sur des cas plus complexes : chargement mécanique multiaxial et champ magnétique appliqué non constant dans l'éprouvette. Nous utilisons pour cela les résultats obtenus sur les tores sous compression radiale et axiale.

Compte tenu de la géométrie torique et du bobinage utilisé, le champ magnétique appliqué sur le tore n'est pas homogène dans tout l'échantillon, il varie en fonction du rayon :

$$\vec{H} = H_{\theta} \vec{e}_{\theta} \quad \text{et} \quad H_{\theta} = \frac{H_0}{r} \quad (3.52)$$

Pour prendre en compte cette hétérogénéité à l'intérieur du modèle, on décompose le tore en un grand nombre d'anneaux concentriques à l'intérieur desquels on considère le champ magnétique comme homogène. Le nombre de ces tranches concentriques doit être relativement élevé de manière à ce que le résultat du modèle soit sensible à l'évolution des différentes grandeurs physiques ; d'autre part, le nombre de grains au sein d'une tranche doit être suffisant pour que la tranche puisse être considérée comme un VER. Nous avons choisi une décomposition en 20 tranches, chacune étant constituée de 400 grains dont l'orientation a été tirée de manière aléatoire. Le champ magnétique moyen par tranche est défini par la relation (3.52).



**FIGURE 3.24:** Décomposition du tore en anneaux concentriques pour tenir compte de l'hétérogénéité du champ appliqué

### 5.3.3 Essais de compression axiale

En compression axiale, la direction d'application des contraintes est perpendiculaire au champ magnétique appliqué, la contrainte est supposée homogène dans tout l'échantillon.

Dans un premier temps, on compare les résultats du modèle multiéchelle (anhystérique) avec les résultats expérimentaux réalisés sur les tores (hystériques). Nous ne disposons pour ces essais que de mesures cycliques.

Pour obtenir ces courbes, on utilise les paramètres ajustés sur les essais réalisés au LMT à l'aide des éprouvettes parallélépipédiques. Nous constatons la bonne adéquation entre le modèle et les expériences, l'effet des contraintes de compression est donc correctement estimé.

A partir de la courbe anhystérique obtenue par le modèle multiéchelle, il est possible de rajouter la composante hystérique du comportement pour être en mesure de comparer le modèle avec les cycles obtenus expérimentalement, l'annexe A rappelle en particulier le modèle hystérique développé au LMT par C. Gourdin [19] et utilisé ici. La figure 3.25 montre les résultats obtenus.

Les résultats numériques décrivent correctement les effets de la contrainte appliquée sur l'échantillon de géométrie torique. Les écarts entre les cycles expérimentaux et ceux issus de la modélisation peuvent en partie être expliqués par un mauvais ajustement des paramètres. En effet, les paramètres hystériques utilisés ont été ajustés sur les essais menés au LMT Cachan, or il existe des dispersions dans les propriétés magnétiques du matériau, de plus peut s'ajouter un effet de la fréquence du champ magnétique d'excitation.

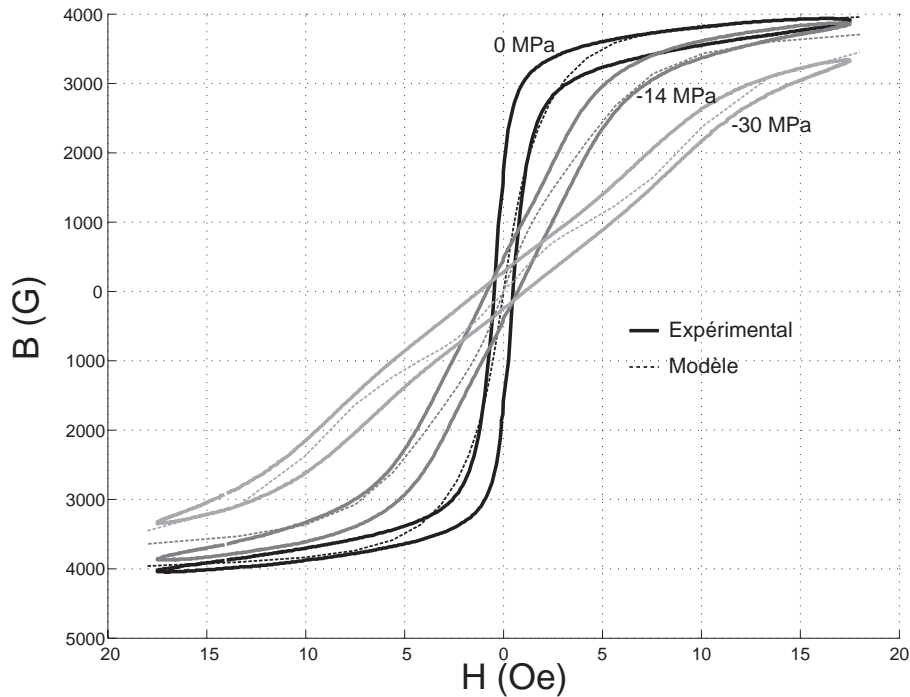


FIGURE 3.25: Comparaison entre la modélisation multiéchelle et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression axiale

### 5.3.4 Essais de compression radiale

La compression radiale produit un chargement mécanique biaxial et non uniforme dans l'échantillon.

L'évolution des contraintes est donnée par les équations suivantes :

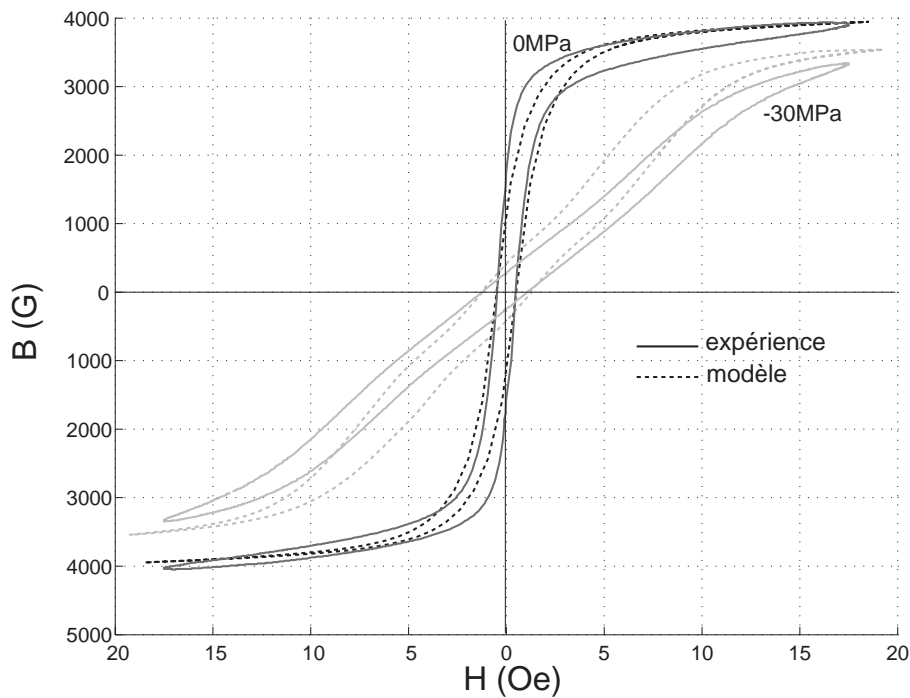
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{-P \left(1 + \left(\frac{r_{int}}{r}\right)^2\right)}{1 - \left(\frac{r_{int}}{r_{ext}}\right)^2} \quad (3.53)$$

$$\sigma_{rr} = \frac{-P \left(1 - \left(\frac{r_{int}}{r}\right)^2\right)}{1 - \left(\frac{r_{int}}{r_{ext}}\right)^2} \quad (3.54)$$

où  $P$  est la pression exercée sur la surface extérieure du tore.

Pour représenter la non uniformité de la contrainte, une décomposition en tranches concentriques identique à celle utilisée pour le calcul du comportement magnétique est employée. Chaque grain de chaque anneau est ainsi soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte uniforme.

On utilise les paramètres identifiés sur les éprouvettes parallélépipédiques. Sur la figure 3.27, nous constatons une bonne adéquation entre le comportement simulé et



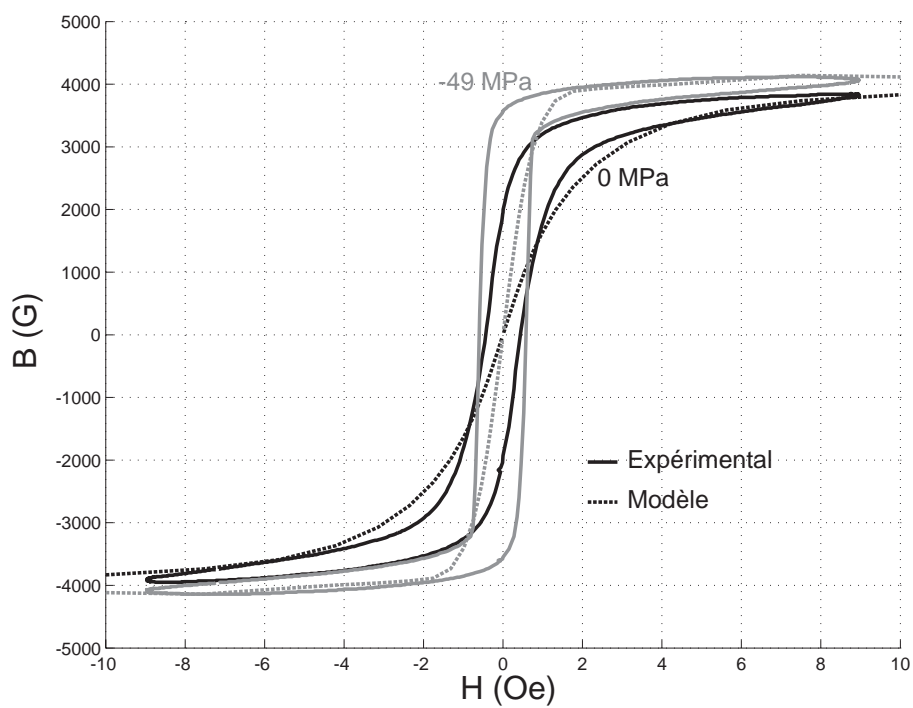
**FIGURE 3.26:** Comparaison entre la modélisation multiéchelle hystérétique et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression axiale

le comportement expérimental. Le modèle permet donc de prédire l'effet d'un état de contraintes biaxial et non uniforme sur un échantillon soumis à un champ magnétique non uniforme.

Là encore, le modèle anhystérétique peut être enrichi avec une composante hystérétique, les résultats sont corrects (figure 3.28), même si on note toujours des écarts dus à l'ajustement des paramètres et aux hypothèses simplificatrices faites.

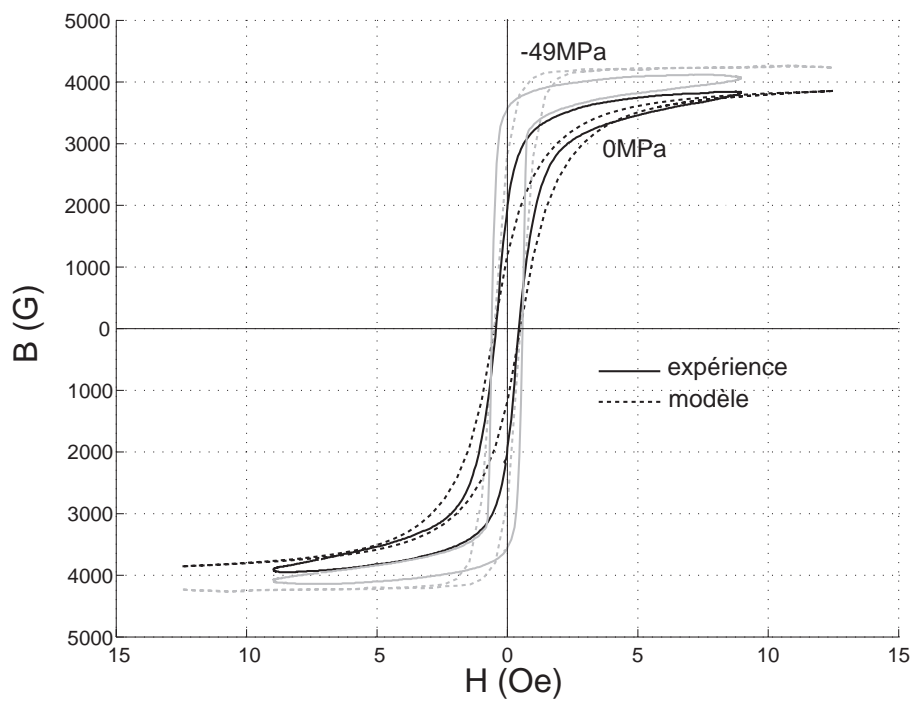
#### Remarque à propos de la sensibilité à la variabilité de l'état de contrainte

Les échantillons toriques étant relativement petits, il peut s'avérer difficile de leur appliquer une contrainte homogène, en particulier si on tient compte du mode de chargement utilisé (pression exercée sur les conducteurs) ; une dispersion du niveau de contrainte appliquée peut exister. Une étude de sensibilité à la dispersion autour de la contrainte moyenne a alors été réalisée. Nous avons ainsi remarqué que le comportement magnétique de l'échantillon reste assez insensible à la dispersion de contrainte, tant que la largeur de la dispersion n'atteint pas la valeur de la contrainte moyenne. On peut se considérer dans ce cadre étant donnée l'adéquation correcte entre simulation multiéchelle et expériences.



**FIGURE 3.27:** Comparaison entre la modélisation multiéchelle et les résultats expérimentaux obtenus avec des tores en compression radiale





**FIGURE 3.28:** Comparaison entre la modélisation multiéchelle hystérétique et les résultats expérimentaux en compression radiale

# Chapitre 4

## Modélisation du comportement haute fréquence

*Dans ce quatrième chapitre nous allons nous intéresser au comportement magnétique dynamique d'un échantillon de ferrite sur une large de bande de fréquences. La dynamique des parois magnétiques sera abordée pour les moyennes fréquences, pour les hautes fréquences nous allons traiter le phénomène de gyromagnétisme.*

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Dynamique des parois . . . . .</b>	<b>99</b>
1.1	Revue de quelques modèles classiques . . . . .	99
1.2	Modélisation du mouvement de paroi dans un champ pulsé . . . . .	103
1.3	Identification des constantes : dissipation par courants de Foucault .	107
1.4	Calcul de la susceptibilité initiale . . . . .	110
1.5	Comportement issu de la dynamique des parois . . . . .	113
<b>2</b>	<b>Gyromagnétisme . . . . .</b>	<b>114</b>
2.1	Définition du gyromagnétisme . . . . .	114
2.2	Détermination du comportement magnétique d'un domaine magnétique . . . . .	115
2.3	Homogénéisation et résultats du modèle gyromagnétique . . . . .	118

2.4	Couplage du mouvement des parois et du gyromagnétisme . . . . .	121
<b>3</b>	<b>Comparaison avec les données expérimentales . . . . .</b>	<b>123</b>
3.1	Fréquence de coupure du système du premier ordre . . . . .	123
3.2	Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux . . . . .	127
3.3	Comparaison des diagrammes de Bode . . . . .	129

---

Le comportement dynamique du ferrite doit être apprécié autour d'une position d'équilibre à champ fixé  $H_0$ , en supposant une excitation de faible amplitude  $\Delta H$ . Les deux mécanismes expérimentaux mis en évidence sur le ferrite à haute fréquence sont, la relaxation du mouvement des parois de domaines magnétiques, observée de 1 à 10MHz environ (dissipation d'énergie par courants de Foucault), et le gyromagnétisme ou relaxation de spin observé à de 10MHz à 1GHz. Ces deux mécanismes sont influencés par l'état de contraintes. Il convient donc de pouvoir les modéliser. La direction choisie est celle d'un couplage partiel, compte tenu de la différence claire de fréquence propre à chacun des mécanismes. Nous débutons par la modélisation de la dissipation associée au mouvement de la paroi dans un champ pulsé : ce système est considéré du premier ordre. La dynamique des spins, système du second ordre, est étudié dans un deuxième temps.

## 1 Dynamique des parois

### 1.1 Revue de quelques modèles classiques

#### 1.1.1 Mouvement des parois magnétiques dans un champ potentiel

L'application d'un champ extérieur ne peut provoquer que la rotation des moments élémentaires. Cette rotation est plus facile dans les parois et dans leur voisinage immédiat (mécanisme en champs faibles). La paroi semble alors se déplacer. Un ancien modèle, introduit par Louis Néel, permet d'interpréter ce mouvement : le modèle de la fonction potentiel [11]. Tout matériau comporte un certain nombre de défauts (dislocations, lacunes, interstices, inclusions...), qui déforment localement la matrice et génèrent des contraintes. La densité d'énergie surfacique d'une paroi de Bloch varie alors en fonction de sa position dans le cristal vis à vis des défauts. Ce freinage est essentiel car il empêche la paroi se déplacer à vitesse infinie.

Considérons une paroi à  $180^\circ$  rectiligne. Son déplacement est perpendiculaire au plan de paroi et repéré par sa coordonnée  $x$ . On lui affecte une énergie potentielle  $V$  fonction de sa position ( $V = f(x)$ ). Les variations de l'énergie potentielle rendent compte de l'effet de différents obstacles (figure 4.1). On applique alors un champ magnétique  $\vec{H}$  parallèlement à la paroi.

Les forces par unité de surface  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  dues respectivement aux obstacles s'exerçant sur la paroi et à l'application du champ sont définies par les équations (4.1) et (4.2). Il s'agit de forces par unité de surface : le produit  $2M_s\mu_0H$  représente en particulier ce que certains auteurs appellent la pression magnétique. La paroi est stable quand les deux forces s'équilibrent (équation (4.3)).

$$\vec{F}_1 = -\frac{dV(x)}{dx} \vec{x} \quad (4.1)$$

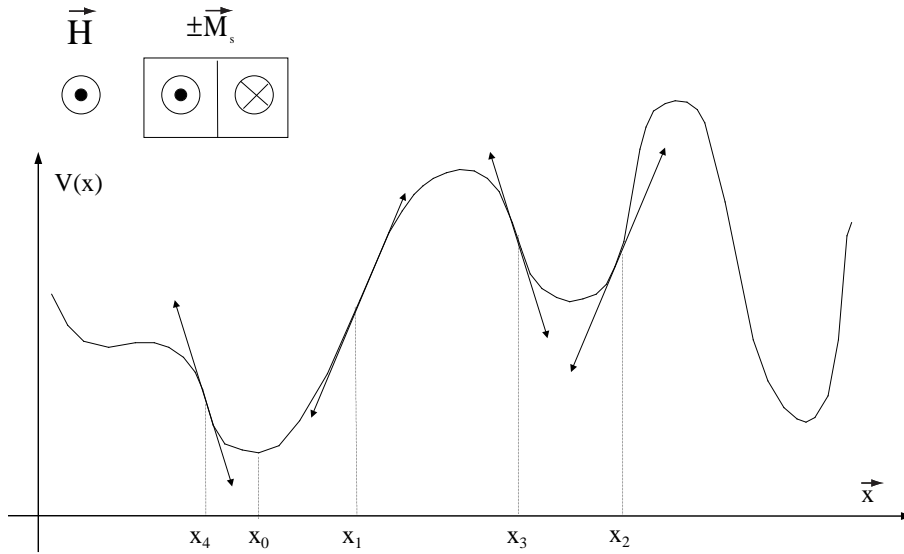


FIGURE 4.1: Déplacement réversible et irréversible d'une paroi dans un potentiel aléatoire  $V(x)$

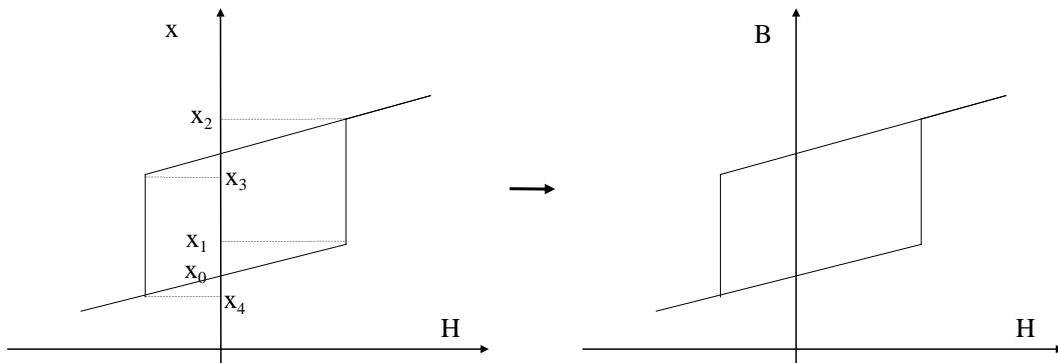
$$\vec{F}_2 = 2M_s\mu_0H \vec{x} \quad (4.2)$$

$$2M_s\mu_0H - \frac{dV(x)}{dx} = 0 \quad (4.3)$$

L'étude se ramène alors à considérer le mouvement d'une paroi située au point  $x$  sur la courbe  $V(x)$  présentée schématiquement sur la figure précédente. En l'absence de champ, la paroi est dans une position d'équilibre  $x_0$ . Lorsqu'on applique un champ croissant, la paroi se déplace d'abord réversiblement ( $x$  croissant,  $\frac{dV}{dx}$  augmente) jusqu'au point où  $\frac{dV}{dx}$  est maximal (en  $x_1$ ), point d'inflexion de la courbe ( $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$ ). La paroi saute irréversiblement jusqu'au point d'abscisse  $x_2$  où  $\frac{dV(x_2)}{dx} = \frac{dV(x_1)}{dx}$ . Le mouvement de la paroi s'effectue de manière discontinue. L'induction  $\vec{B}$  est proportionnelle à ce déplacement. La caractéristique  $B(H)$  présente alors une évolution en escalier, composée d'incrémentés très rapprochés (sauts de Barkhausen), reflet de l'accrochage des parois sur les différents défauts du réseau cristallin assimilés à des pics (ou puits selon) de potentiel.

Quand on inverse le champ, le déplacement de la paroi est de la même manière d'abord réversible entre  $x_2$  et  $x_3$ . Elle saute ensuite de la position  $x_3$  à  $x_4$  : la paroi n'a pas emprunté le même "chemin", la caractéristique  $B(H)$  forme alors un cycle d'hystérésis élémentaire (figure 4.2).

On peut associer à ce cycle élémentaire une dissipation élémentaire d'énergie. Celle-ci est liée à l'existence de ces minima de potentiels locaux. Ce modèle permet de rendre



**FIGURE 4.2:** Cycle élémentaire d'une paroi dans le potentiel décrit figure 4.1

compte des pertes par hystérésis, indépendantes de la fréquence. Il s'applique en particulier au comportement quasi-statique. Les modèles suivants concernent le comportement à plus haute fréquence.

### 1.1.2 Modèles classiques de comportement dynamique des parois - application aux ferrites

#### Modèle de Döring

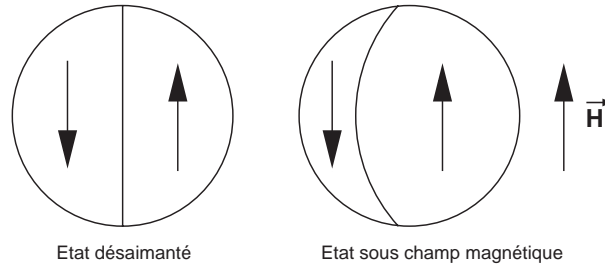
Pour décrire le mouvement des parois à  $180^\circ$ , il est classique d'utiliser une équation du mouvement, en considérant une portion de surface de paroi parallèle au champ appliqué. Le mouvement de cette portion de paroi est alors orthogonal au champ et dû à la "pression" magnétique exercée par le champ combiné au saut d'aimantation associé aux deux domaines antiparallèles. L'équation du mouvement (4.4) a été établie par Döring [32], [51] en 1948 ; elle constitue toujours à l'heure actuelle une référence pour la modélisation du comportement magnétique dynamique des ferrites.

$$m\ddot{z} + \beta\dot{z} + \alpha z = 2\cdot\mu_0\cdot M_s\cdot H \quad (4.4)$$

On suppose que ce mouvement s'applique ensuite à l'ensemble de la paroi.  $m$  est la "masse" de la paroi magnétique,  $\beta$  est un coefficient d'amortissement phénoménologique,  $\alpha$  est le coefficient de rigidité définissant à basse fréquence la sensibilité de la position de la paroi  $z$  à la "pression" (ou potentiel) magnétique figurée par le produit  $2\cdot\mu_0\cdot M_s\cdot H$ .

Dans le cas de polycristaux massifs, les défauts structuraux comme les inclusions, dislocations, joints de grains, sont des sites privilégiés d'accrochage des parois. A partir du moment où le champ magnétique est suffisamment faible, la paroi magnétique reste "ancrée" et ne fait que "gonfler" telle une membrane sous l'action de la pression magnétique. C'est dans ce cadre qu'a été construit le modèle de Globus.

### Modèle de Globus



**FIGURE 4.3:** Modèle de Globus à l'échelle du grain

Ce modèle est couramment employé pour modéliser le comportement magnétique dynamique des ferrites. Dans ce modèle, on considère que chaque grain du matériau est sphérique de rayon  $r$  et divisé en seulement deux domaines magnétiques séparés par une paroi à  $180^\circ$  (figure 4.3). L'aimantation dans ces domaines est de plus parallèle au champ magnétique extérieur appliqué et vaut l'aimantation à saturation du matériau. Ceci revient à négliger l'énergie d'anisotropie magnétocristalline, terme qui n'est pas considéré dans le reste du développement. C'est pour cette raison que cette modélisation convient surtout aux matériaux présentant une faible anisotropie cristalline.

Dans ce modèle, le déplacement de la paroi magnétique entraîne l'aimantation du matériau par effet de volume. On utilise un formalisme proche de celui proposé par Döring en paramétrant la position de la paroi. On considère de plus une excitation magnétique alternative de faible amplitude ( $H = H_0 \cdot \exp(j\omega t)$ ); on fait l'hypothèse que la position de la paroi prend une forme équivalente :  $z = Z_0 \cdot \exp(j\omega t)$ , où  $Z_0$  est une fonction complexe dépendant de la fréquence  $f$  en module et phase :  $Z_0 = z_0(f) \cdot \exp(j\phi(f))$ .

Comme pour Döring, l'énergie magnétostatique est la force motrice. Une énergie équivalente à une tension de membrane sur la paroi magnétique assure un mécanisme de frein à l'aimantation du grain. A partir du moment où le champ est suffisamment faible, on peut considérer que la paroi ne fait que "gonfler" de manière sphérique sous l'effet du champ. On suppose que tous les paramètres cinématiques sont indépendants de la fréquence et que le déplacement de la paroi reste sphérique malgré les différences de dissipation d'un point à l'autre de la paroi. La dernière hypothèse nécessaire est celle de négliger l'effet de masse de paroi comparativement aux autres termes (*ie* supprimer le terme  $m\ddot{z}$  de l'équation (4.4)).

La force de rappel est associée à l'énergie de surface de la paroi : toute variation de position  $z$  produit en effet une augmentation de la surface de paroi, qu'on peut linéariser au premier ordre. L'énergie associée vaut alors :  $4\pi\gamma_w z$  ( $\gamma_w$  est l'énergie de surface de la paroi définie au chapitre 1). L'énergie dissipée est écrite comme proportionnelle à la surface de paroi, et à sa vitesse  $\dot{z}$ . Enfin l'énergie apportée au système vaut :  $2\mu_0 M_s H \pi r^2$ .

L'écriture de l'équilibre énergétique du système conduit à une équation différentielle du premier ordre comparable à l'expression de Döring (sans la "masse"). L'expression de la dissipation peut également se mettre sous la forme  $j\omega\beta z \frac{\pi r^2}{2}$  où  $\beta$  est le coefficient d'amortissement dynamique. On obtient ainsi facilement la position de la paroi à tout instant (équation (4.5)).

$$z = \frac{\mu_0 M_s H_0 r^2}{(2\gamma_w + j\omega\beta z r^2/4)} \exp(j\omega t) \quad (4.5)$$

Cette équation une fois introduite dans l'expression de Döring permet de définir par exemple la permabilité statique en fonction de  $M_s$ , de l'énergie de surface et du rayon caractéristique  $r$ . On accède aussi à tout le comportement fréquentiel, typique d'un système du premier ordre, avec en particulier l'atténuation à -20dB/décade au delà de la fréquence de relaxation. On retrouve d'autre part une corrélation claire entre cette fréquence de relaxation et le coefficient d'amortissement  $\beta$ . Le coefficient d'amortissement peut ainsi être facilement déduit d'une mesure expérimentale.

## 1.2 Modélisation du mouvement de paroi dans un champ pulsé

La voie de modélisation que nous avons choisie est proche. Elle diffère des modèles précédents pour trois raisons : nous souhaitons que les modélisations du comportement statique et dynamique ne soient pas découplés : cela revient à conserver certains aspects du modèle multiéchelle à l'intérieur de la description dynamique. La deuxième raison est la prise en compte de la dissipation que nous souhaitons être la plus physique possible (écriture des courants de Foucault). Enfin, nous souhaitons pouvoir apporter au système d'autres types d'énergie telles que l'énergie mécanique : ceci devra pouvoir se faire via le modèle multiéchelle. A noter que nous ne prendrons pas en compte les pertes par hystérésis, caractéristiques du comportement et généralement associées aux phénomènes de "pinning-unpinning" et d'"annihilation-crédation" de la microstructure magnétique [31], [52].

Comme pour le modèle multiéchelle, nous appliquons la règle qui lie aimantation locale (celle du domaine) et aimantation globale : celle du grain (équation (4.6)). Nous nous restreignons à l'étude d'un grain parallélépipédique (cube de côté  $L$ ) composé de deux domaines anti-parallèles notés  $(\alpha)$  et  $(-\alpha)$ , et séparés par une paroi à  $180^\circ$  (figure 4.4). Nous utilisons également l'hypothèse de champ homogène (équation (4.7)). Nous supposons enfin que le comportement du grain s'apparente à celui du polycristal, ou, qu'en tout état de cause, une opération de moyennage permettrait ce calcul ; et ne modifierait que marginalement le résultat de l'approche.

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = f_\alpha \vec{M}_\alpha + f_{-\alpha} \vec{M}_{-\alpha} \simeq \vec{M} \quad (4.6)$$

$$\vec{H}_g = \vec{H}_\alpha = \vec{H} \quad (4.7)$$



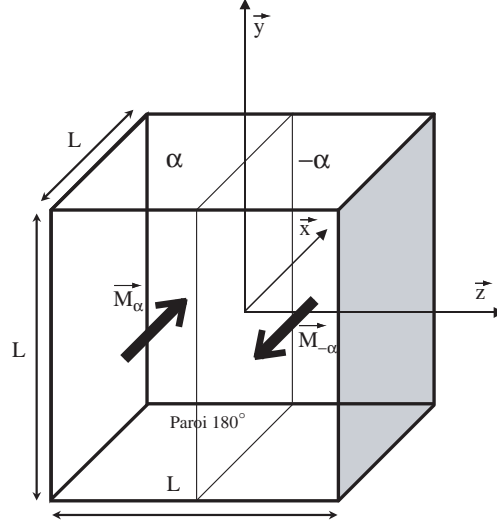


FIGURE 4.4: Grain parallélépipédique modèle à 2 domaines à 180°

### 1.2.1 Fraction volumique statique tout étant nul par ailleurs

Commençons par la définition classique des fractions volumiques. On utilise le modèle multiéchelle. Le calcul de la fraction volumique est basé sur l'équilibre énergétique entre chacun des domaines. Dans le cadre d'une première approche, nous négligeons les hétérogénéités de tout ordre. Apparaissent dans l'expression de l'énergie totale (4.8) uniquement l'énergie magnétocristalline (4.9) et l'énergie de champ (4.10). La définition des fractions volumiques de chacune des phases reste inchangée (équation (3.45)).

$$W^\alpha = W_{mag}^\alpha + W_{an}^\alpha \quad (4.8)$$

$$W_{an}^\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (4.9)$$

$$W_{mag}^\alpha = -\mu_0 \vec{H}_\alpha \cdot \vec{M}_\alpha \quad (4.10)$$

Considérons donc notre grain à 2 domaines à 180°, dont l'aimantation est orientée suivant les vecteurs  $\vec{x}$  et  $-\vec{x}$ . Les champs mis en jeu sont suffisamment faibles pour que les vecteurs aimantations dans chacun des domaines restent inchangés (le volume constitué par la paroi est considéré comme négligeable). Dans ces conditions, l'énergie magnétocristalline de chacun des domaines est également nulle : seule l'énergie de champ contribue à la variation des fractions volumiques et donc au mouvement de la paroi (hystérésis statique négligé). Notons que le mouvement décrit à ce stade est nécessairement un mouvement "à l'équilibre", autrement dit statique. Il constitue ainsi

une solution particulière "basse fréquence" à l'équation du mouvement de la paroi. Le champ est également appliqué suivant  $\vec{x}$  (4.11).

$$\vec{H}_\alpha = \vec{H}_{-\alpha} = \vec{H} = H\vec{x} \quad (4.11)$$

L'évolution de la fraction volumique peut être paramétrée en terme de position  $z_p$  de la paroi. Dans la configuration choisie, l'équation (4.12) fournit une relation simple entre position et fraction volumique. Cette relation fait intervenir le paramètre dimensionnel  $L$ . Il s'agit là encore d'une position "à l'équilibre". On constate d'autre part que  $\vec{M}_\alpha = -\vec{M}_{-\alpha}$  et  $f_\alpha = 1 - f_{-\alpha}$  ce qui conduit aux équations (4.13) et (4.14).

$$f_\alpha = \frac{1}{2} + \frac{z_p}{L} \quad (4.12)$$

$$\vec{M}_g = 2(f_\alpha - 1)\vec{M}_\alpha \quad (4.13)$$

$$\vec{M}_g = \frac{2z_p}{L}\vec{M}_\alpha \quad (4.14)$$

### 1.2.2 Comportement dynamique de la paroi : équation du mouvement

Le mouvement de la paroi est repéré par sa position  $z_p$  fonction du temps. La position  $z_p$  est alors une fonction du champ appliqué (4.15), comme pour le modèle de Döring. Une équation du premier ordre peut être construite à partir d'un équilibre énergétique entre excitation et dissipation (cette forme classique peut être retrouvée dans des publications de différents auteurs [53], [54], [55], [56]). L'équation (4.15) fournit la forme générale de cette équation, avec  $k_1$  et  $k_2$  deux constantes à déterminer. Afin de simplifier la modélisation, les coefficients de cette équation différentielle sont supposés constants, l'aimantation des domaines est ici considérée comme égale à  $M_\alpha$ .

$$k_1 \cdot \frac{dz_p(t)}{dt} + k_2 \cdot z_p(t) = \mu_0 H(t) \cdot M_\alpha \quad (4.15)$$

### 1.2.3 Passage en transformées de Laplace

Dans le domaine de Laplace, l'équation (4.15) devient :

$$k_1 \cdot p \cdot Z_p(p) + k_2 \cdot Z_p(p) = \mu_0 H(p) \cdot M_\alpha \quad (4.16)$$

Soit :

$$Z_p(p) = \frac{\mu_0 H(p) \cdot M_\alpha}{k_1 \cdot p + k_2} \quad (4.17)$$

En reportant  $z_p$  dans l'équation (4.14), on obtient :

$$M_g(p) = \frac{2\mu_0 H(p) \cdot M_\alpha^2}{L(k_1 \cdot p + k_2)} \quad (4.18)$$

Nous nous intéressons plus particulièrement à la susceptibilité du matériau,  $\chi_m = \partial M_g / \partial H$ , compte tenu que nous travaillons ici sous des champs très faibles et dans un état désaimanté, on peut considérer que  $\chi_m = M_g / H$ , on obtient ainsi l'équation suivante :

$$\chi_m(p) = \frac{M_g(p)}{H(p)} = \frac{2\mu_0 \cdot M_\alpha^2}{L(k_1 \cdot p + k_2)} \quad (4.19)$$

#### 1.2.4 Résolution à champ constant : réponse indicielle

Si l'on suppose le grain divisé en deux domaines, sa susceptibilité est égale à la susceptibilité initiale du matériau : c'est à dire à la pente de la courbe d'aimantation à champ nul :  $\chi_0$ . A champ constant, on a  $M_\alpha = M_s$ . Ceci nous permet d'identifier dans cette situation particulière une des constantes du modèle.

Si on applique un champ faible constant  $\delta H_0$  sur notre grain de susceptibilité  $\chi_0$ , le champ  $\delta H_0$  étant supposé suffisamment faible pour que le comportement magnétique du matériau reste linéaire, on obtient :

$$M_{g0} = \lim_{t \rightarrow +\infty} M_g(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \chi_0 \cdot H(t) = \chi_0 \cdot \delta H_0 \quad (4.20)$$

Dans le domaine de Laplace :

$$M_{g0} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot M_g(p) = \chi_0 \cdot \delta H_0 \quad (4.21)$$

$$M_{g0} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{2\mu_0 \cdot \delta H_0 \cdot M_s^2}{L \cdot p(k_1 \cdot p + k_2)} = \chi_0 \cdot \delta H_0 \quad (4.22)$$

On en déduit :

$$k_2 = \frac{2\mu_0 \cdot M_\alpha^2}{L \cdot \chi_0} \quad (4.23)$$

A noter que  $\chi_0$  est une donnée issue du modèle multiéchelle. Sa valeur prendra en particulier en compte l'effet des contraintes. On peut également prendre  $M_\alpha = M_s$  pour application numérique.

#### 1.2.5 Résolution en champ pulsé : phase et amplitude

Supposons maintenant le champ appliqué soit pulsé :  $H(t) = H_0 \cdot \exp(j\omega t)$ . La réponse en position est également pulsée :  $z_p(t) = \tilde{z}_1 \cdot \exp(j\omega t)$ , où  $\tilde{z}_1$  a une forme complexe. En utilisant la transformée de Laplace :

$$\chi_m(\omega) = \frac{2\mu_0 \cdot M_\alpha^2}{L(k_1 \cdot j\omega + k_2)} \quad (4.24)$$

Les modules et phases peuvent être calculés avec l'équation (4.24).

### 1.3 Identification des constantes : dissipation par courants de Foucault

#### 1.3.1 Identification de $k_2$

Cette identification est déjà réalisée dans les paragraphes précédents.  $k_2$  peut être calculé à partir de la solution "statique", on aboutit à la relation (4.23) :  $k_2 = \frac{2\mu_0 \cdot M_\alpha^2}{L \cdot \chi_0}$

#### 1.3.2 Identification de $k_1$

Cette identification passe par la résolution du problème électrodynamique du mouvement d'une paroi plane dans un champ magnétique. Ce problème a été étudié par plusieurs auteurs [55], [56], [57]. Seules généralement les conditions de chargement et conditions limites changent. Nous partons de l'expression des équations locales de Maxwell<sup>1</sup> (équations (4.25) à (4.28)).

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = \operatorname{div}(\vec{E}) = 0 \quad (4.25)$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (4.26)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (4.27)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (4.28)$$

Comme indiqué précédemment nous supposons le champ  $\vec{H}$  uniforme. L'induction  $\vec{B}$  ne l'est en revanche pas étant donné le saut d'aimantation à la paroi, soit :

$$\vec{B}_\alpha = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}_\alpha) \quad \text{et} \quad \vec{B}_g = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}_g) \quad (4.29)$$

D'autre part un changement de variable  $t \leftrightarrow z_p$  est possible en introduisant la vitesse de la paroi  $\frac{dz_p}{dt}$ . L'équation (4.27) peut alors s'écrire :

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{dz_p}{dt} \frac{d\mu_0(\vec{H} + \vec{M}_g)}{dz_p} = -\mu_0 \frac{dz_p}{dt} \frac{d\vec{M}_g}{dz_p} \quad (4.30)$$

L'expression suivante fournit la dérivée de l'aimantation par rapport à  $z_p$  (l'aimantation dans chaque domaine est supposée constante) :

$$\frac{d\vec{M}_g}{dz_p} = 2 \frac{df_\alpha}{dz_p} \vec{M}_\alpha \quad (4.31)$$

Il suffit ensuite d'utiliser la relation (4.12), permettant d'obtenir l'expression (4.32), pour que le rotationnel du champ électrique se simplifie selon l'équation (4.33) :

1. avec  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  : les vecteurs induction et champ électrique ;  $\vec{j}$  : le vecteur densité de courant électrique.

$$\frac{df_\alpha}{dz_p} = \frac{1}{L} \quad (4.32)$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -2\frac{\mu_0}{L}\vec{M}_\alpha \frac{dz_p}{dt} = -2\frac{\mu_0}{L}M_\alpha \dot{z}_p \vec{x} \quad (4.33)$$

Les première et troisième équations de Maxwell aboutissent au système suivant, où le champ électrique appartient au plan  $(y,z)$  et dépend également de ces variables.

$$\vec{E} = E_y(y,z)\vec{y} + E_z(y,z)\vec{z} \quad (4.34)$$

$$E_{y,y} + E_{z,z} = 0 \quad (4.35)$$

$$E_{z,y} - E_{y,z} = -2\frac{\mu_0}{L}M_\alpha \dot{z}_p \quad (4.36)$$

A l'aide de simples conditions limites du type :

$$E_y(y,0) = 0 \quad E_z(0,z) = 0 \quad \vec{E}(0,0) = \vec{0} \quad (4.37)$$

On exprime une solution admissible pour  $\vec{E}$  de la forme :

$$E_y(y,z) = \frac{\mu_0}{L}M_\alpha z \dot{z}_p \quad E_z(y,z) = -\frac{\mu_0}{L}M_\alpha y \dot{z}_p \quad (4.38)$$

On obtient une forme rotationnelle du champ électrique. Le calcul de dissipation thermique par courants de Foucault est alors possible (4.39). Il fait intervenir la conductivité électrique  $\zeta$ .

$$Q = \frac{\zeta}{V} \int E^2 dv = \frac{\zeta}{V} \int (E_y^2 + E_z^2) dv \quad (4.39)$$

soit, en considérant un cristal cubique de volume  $L^3$ .

$$Q = \frac{\zeta}{V} \int 2\frac{\mu_0^2}{L}M_\alpha^2 \dot{z}_p^2 (z^2 + y^2) dv = \frac{\zeta}{L^3} \frac{2L\mu_0^2 M_\alpha^2 \dot{z}_p^2}{L} \int (z^2 + y^2) ds \quad (4.40)$$

$$Q = \frac{1}{3}\zeta\mu_0^2 \dot{z}_p^2 M_\alpha^2 \quad (4.41)$$

Or  $Q = k_1 \cdot \dot{z}_p^2$  car le terme  $k_1 \cdot \dot{z}_p$  représente la partie motrice de la paroi dans l'équation différentielle.

Il y a équivalence entre l'expression (4.41) et le terme dissipatif  $k_1 \cdot \frac{dz_p(t)}{dt}$  de l'équation différentielle (4.15).

On estime que les courants de Foucault interviennent à fréquence suffisamment faible comparé au phénomène gyromagnétique pour faire l'approximation suivante :  $M_\alpha = M_s$  dans la valeur de  $k_1$ . On identifie ainsi facilement  $k_1$  :

$$k_1 = \frac{1}{3} \zeta \mu_0^2 M_\alpha^2 = \frac{1}{3} \zeta \mu_0^2 M_s^2 \quad (4.42)$$

### 1.3.3 Comportement moyen du cristal et homogénéisation : introduction de la dynamique des spins

Le mouvement de la paroi est à présent complètement défini. Reste à estimer le résultat de ce comportement en terme de "mesure", c'est à dire d'aimantation effective. La dissipation affectera essentiellement la susceptibilité du matériau à fréquence élevée.

Nous pouvons par exemple dès à présent fournir la fréquence de coupure caractéristique du phénomène dissipatif.

On écrit le gain, rapport entre amplitude basse fréquence et amplitude haute fréquence :

$$\chi_m(\omega) = \frac{2\mu_0 \cdot M_\alpha^2}{L(k_1 \cdot j\omega + k_2)} \quad (4.43)$$

$$G = \frac{k_2}{\sqrt{k_2^2 + \omega^2 k_1^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2}} \quad (4.44)$$

La fréquence de coupure  $f_c$  peut être définie comme la fréquence pour laquelle le gain vaut sa valeur maximale divisée par  $\sqrt{2}$ . La valeur maximale du gain vaut 1 pour une fréquence nulle, donc  $G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  avec  $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ .

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_c)^2 \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2}} \quad (4.45)$$

d'où

$$(2\pi f_c)^2 \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 = 1 \quad (4.46)$$

$$\frac{k_1}{k_2} f_c = \frac{1}{2\pi} \quad (4.47)$$

$$f_c = \frac{k_2}{2\pi k_1} = \frac{3}{\pi \mu_0 \chi_0 \zeta L} \quad (4.48)$$

A l'intérieur d'un diagramme de Bode classique, l'atténuation doit ensuite suivre approximativement une pente à -20dB/décade.

Bien entendu, la première approche consistant à ne considérer que ce mouvement de paroi est incomplète puisque la résonance du moment magnétique n'est pas considérée. Pour ce faire, il conviendrait de développer d'une manière différente l'équation (4.31), en

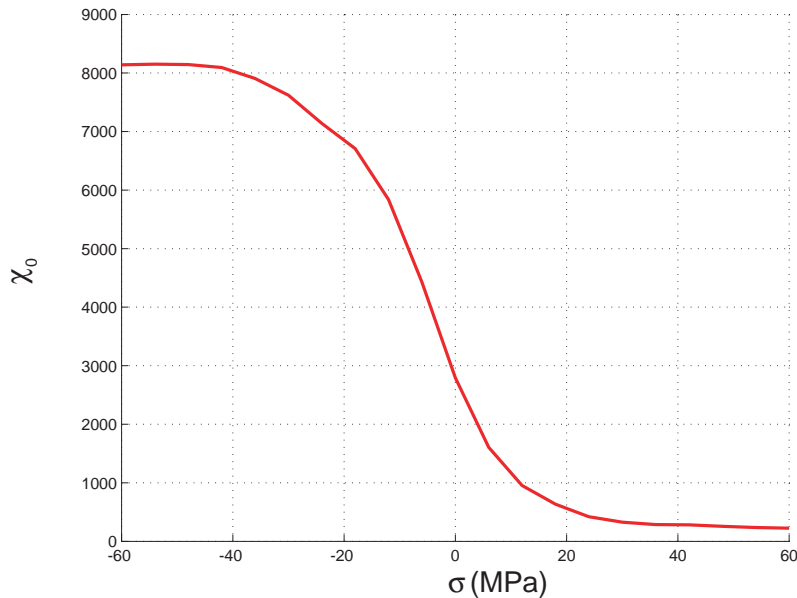
y intégrant la possibilité que l'aimantation propre à l'intérieur d'un domaine puisse varier. Ce n'est pas la voie choisie : nous ne pouvons proposer qu'un couplage partiel étant données les difficultés importantes qu'un couplage total engendrerait. Ce couplage partiel se justifie pleinement si les fréquences caractéristiques des phénomènes de dissipation (fréquence de coupure) et de résonance sont éloignées. C'est a priori le cas. On remarque cependant que la fréquence de coupure est indépendante de  $M_\alpha$ , ce qui signifie qu'elle est a priori indépendante du phénomène de gyromagnétisme.

De même, on peut développer l'équation (4.43) en y intégrant les définitions de  $k_1$  et  $k_2$ . On obtient l'expression suivante :

$$\chi_m(\omega) = \frac{2\mu_0.M_\alpha^2}{L(k_1.j\omega + k_2)} = \frac{\chi_0}{1 + \frac{1}{6}\zeta\mu_0\chi_0Lj\omega} \quad (4.49)$$

On observe que la réponse en fréquence de la susceptibilité du matériau est également indépendante de la grandeur  $M_\alpha$ . Le traitement de la relaxation des parois peut donc se faire a priori de manière indépendante du traitement du gyromagnétisme. Il conviendra de traiter de gyromagnétisme de manière équivalente, c'est à dire en terme de susceptibilité. C'est l'objet de la partie 2.

## 1.4 Calcul de la susceptibilité initiale



**FIGURE 4.5:** Evolution de la susceptibilité modélisée en fonction de la contrainte appliquée (contrainte uniaxiale parallèle au champ magnétique appliqué)

Le modèle multiéchelle nous permet de simuler le comportement anhystérétique d'un matériau soumis à un état de contrainte quelconque. Ce modèle nous permet ainsi de connaître la susceptibilité anhystérétique  $\chi_0$  autour d'un champ nul. La figure 4.5 montre l'évolution de cette susceptibilité anhystérétique à champ moyen nul pour une contrainte uniaxiale de traction et de compression dans la direction parallèle au champ magnétique appliqué.

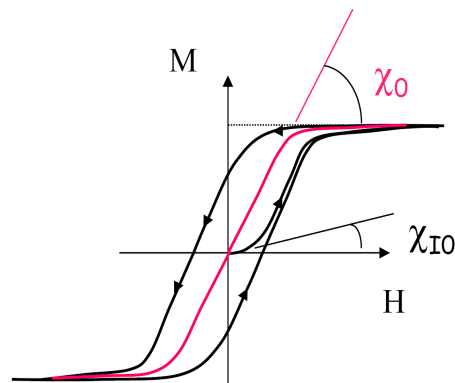


FIGURE 4.6: Susceptibilités anhystérétique et initiale

Les phénomènes de mouvement des parois et de gyromagnétisme se situent dans le domaine de Rayleigh. La susceptibilité initiale  $\chi_{i0}$  dans ce domaine est très différente de la susceptibilité anhystérétique (figure 4.6) et dépend également de la contrainte. Or les mesures réalisées à haute fréquence sont des mesures de susceptibilité initiale. Nous avons donc besoin de réaliser un passage entre susceptibilité anhystérétique et susceptibilité initiale. Pour estimer la susceptibilité initiale "modèle", nous allons utiliser la susceptibilité anhystérétique issue du modèle multiéchelle à laquelle nous allons appliquer un facteur correctif dépendant de l'état de contrainte de l'échantillon.

L'évolution du rapport entre susceptibilité initiale et susceptibilité anhystérétique à champ nul (figure 4.7), semble être bornée entre deux valeurs limites. Si la contrainte de compression est élevée, la susceptibilité initiale semble se rapprocher de la susceptibilité anhystérétique : le rapport tend vers 1. En traction, on note l'apparition d'une inflexion qui peut traduire une seconde asymptote horizontale, dont la valeur reste difficile à estimer. L'ensemble de ces constatations nous guide vers une relation de la forme :

$$R_\chi = \frac{\chi_0}{\chi_{i0}} = 1 + c_1 \left( 1 + \tanh\left(\frac{\sigma - a_1}{b_1}\right) \right) \quad (4.50)$$

Pour notre matériau, dans le cadre de notre étude, c'est à dire un tore en compression axiale (la contrainte principale étant alors perpendiculaire au champ magnétique appliqué), on ajuste les paramètres de la relation avec les valeurs suivantes :  $a_1 = -8\text{MPa}$ ,  $b_1 = 19\text{MPa}$  et  $c_1 = 2,35$  (sans unité).



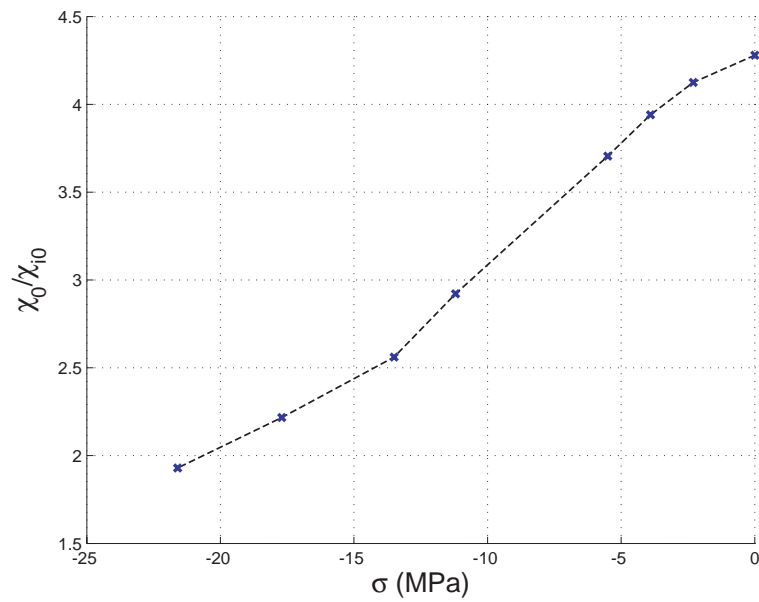


FIGURE 4.7: Rapport ( $\chi_0$  issue du modèle multiéchelle) / ( $\chi_{i0}$  obtenue expérimentalement)

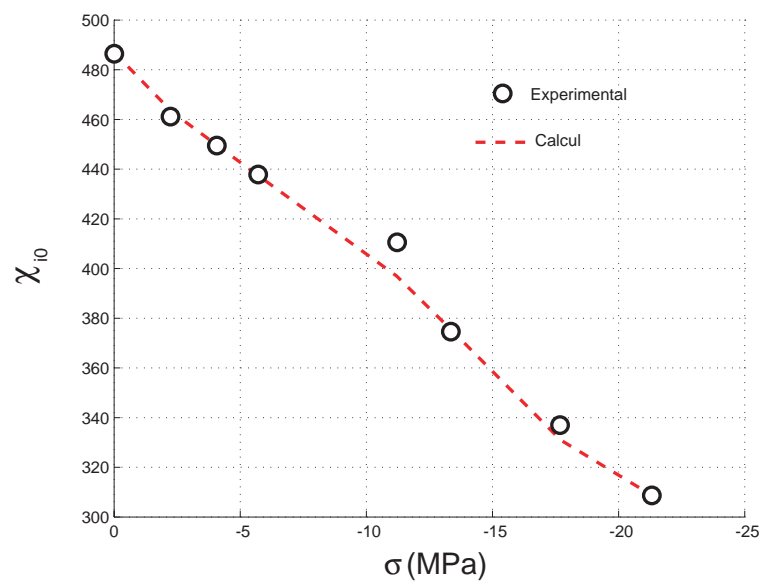


FIGURE 4.8: Comparaison entre les susceptibilités initiales calculées et mesurées en fonction de la contrainte

Comme le montre la figure 4.8, la relation entre  $\chi_{i0}$  et  $\chi_0$  semble convenir pour ce matériau dans les conditions précédemment citées; son utilisation dans un cadre plus large doit être envisagée avec prudence.

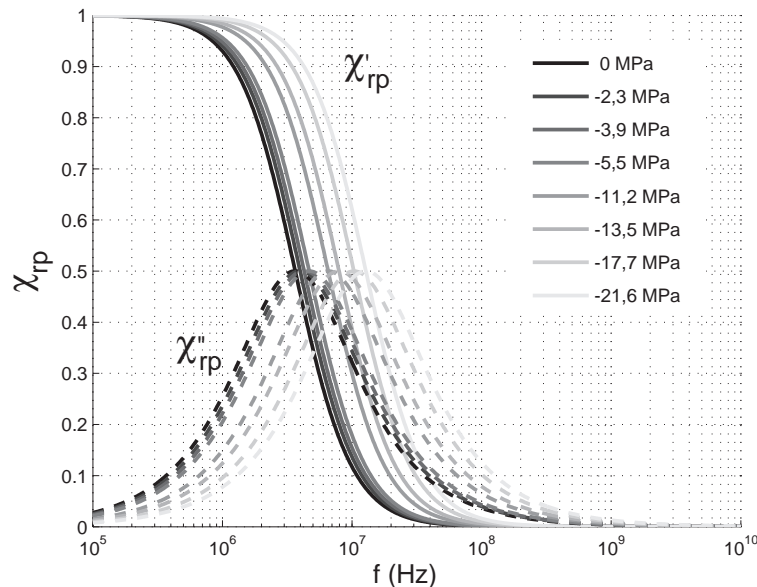
## 1.5 Comportement issu de la dynamique des parois

### 1.5.1 Evolution de la susceptibilité relative complexe

Pour étudier l'influence de la dynamique des parois indépendamment de tous les autres phénomènes (en particulier l'effet de la contrainte sur la susceptibilité initiale à basse fréquence et le gyromagnétisme à haute fréquence), on utilise une susceptibilité normée issue du mouvement des parois, notée  $\chi_{rp}$  telle que :

$$\chi_{rp}(\omega) = \frac{\chi_m(\omega)}{\chi_m(\omega=0)} = \frac{k_2}{(k_1 \cdot j\omega + k_2)} = \frac{1}{1 + \frac{k_1}{k_2} j\omega} = \frac{1}{1 + \frac{1}{6} \zeta \mu_0 \chi_0 L j\omega} \quad (4.51)$$

NB : Le paramètre  $L$  utilisé ici prend une valeur moyenne de  $50\mu m$ , son ajustement fait l'objet du paragraphe 3.1.1.



**FIGURE 4.9:** Evolution de la susceptibilité normée de la dynamique des parois

La figure 4.9 décrit l'évolution la susceptibilité normée (parties réelle et imaginaire) due au mouvement des parois en fonction de la fréquence du champ magnétique d'excitation. On constate un effet notable de la contrainte mécanique appliquée sur la fréquence de coupure : la compression axiale a pour effet d'augmenter la fréquence de coupure.

### 1.5.2 Evolution de la susceptibilité complexe

Sur la figure 4.10, nous avons représenté la susceptibilité complexe (non normée) issue de la modélisation du mouvement des parois ; en plus des constatations précédentes, cette figure met en évidence l'important effet de la contrainte sur la susceptibilité initiale. Les valeurs sont obtenues à partir des résultats du modèle multiéchelle et de la relation 4.50.

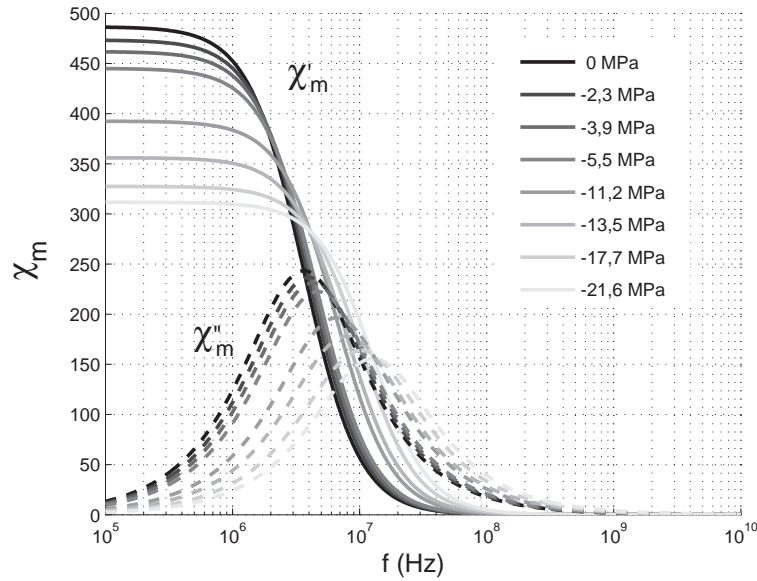


FIGURE 4.10: Evolution de la susceptibilité complexe issue de la modélisation du mouvement des parois

### 1.5.3 Diagrammes de Bode de la susceptibilité

Les diagrammes de Bode de la figure 4.11 montrent des évolutions en gain et en phase typiques d'un système du premier ordre : le gain décroît suivant une pente à  $-20\text{dB/décade}$ , tandis que la phase a une asymptote horizontale à  $-\frac{\pi}{2}$ .

## 2 Gyromagnétisme

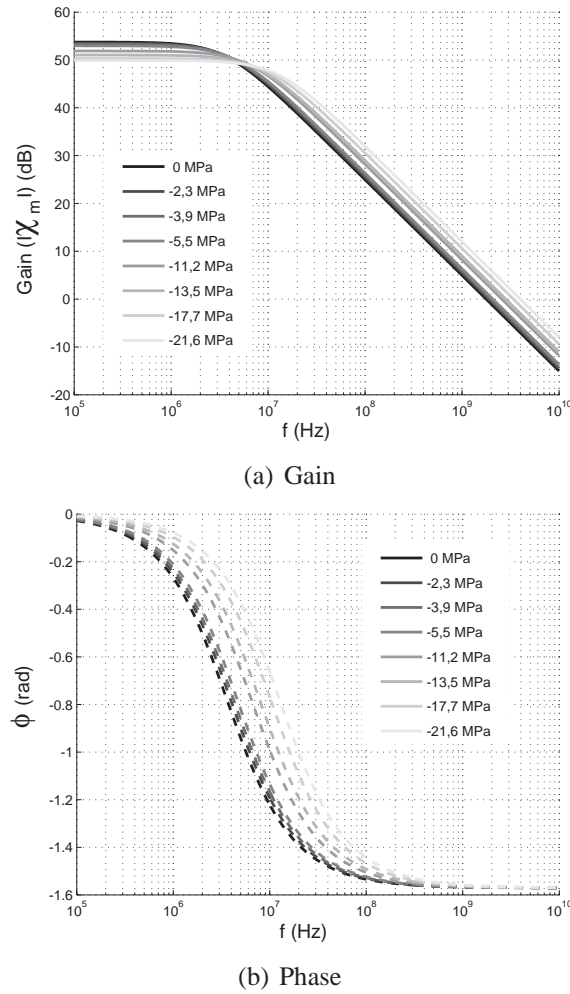
### 2.1 Définition du gyromagnétisme

Sous l'action d'un champ magnétique dynamique, les moments magnétiques oscillent autour de leur position d'équilibre. La résonance gyromagnétique correspond à un mouvement de précession des moments magnétiques d'un domaine autour d'une direction fixe. Le gyromagnétisme est basé sur le fait que le moment magnétique  $\vec{M}_\alpha$  porté par un électron est lié à son moment angulaire  $\vec{p}$  par la relation :

$$\vec{M}_\alpha = \gamma \cdot \vec{p} = \frac{g \cdot q_e}{2m_e} \vec{p} \quad (4.52)$$

où  $g$  est le facteur de Landé ( $g = 1$  pour un moment orbital pur ;  $g = 2$  pour un moment de spin pur)<sup>2</sup>,  $m_e$  est la masse de l'électron,  $q_e$  la charge de l'électron.  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique.

2. nous prendrons  $g=2$  dans nos applications numériques.



**FIGURE 4.11:** Evolution de la susceptibilité par la dynamique des parois en diagrammes de Bode

## 2.2 Détermination du comportement magnétique d'un domaine magnétique

Le comportement magnétique d'un moment magnétique élémentaire soumis à l'action d'un champ magnétique  $\vec{H}$  obéit à l'équation de Landau et Lifshitz. Ici, nous considérons que ce moment élémentaire correspond à l'aimantation du domaine magnétique  $\alpha$ . On obtient la formulation suivante du mouvement gyromagnétique :

$$\frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} = -\gamma\vec{M}_\alpha \wedge \vec{H} \quad (4.53)$$

Cette équation est complétée par un terme d'amortissement  $\alpha'$ <sup>3</sup>, résultant principalement des interactions dissipatives avec le réseau cristallin :

3. Pour ce type de matériau,  $\alpha'$  est faible, de l'ordre de 0,2u.s.i.

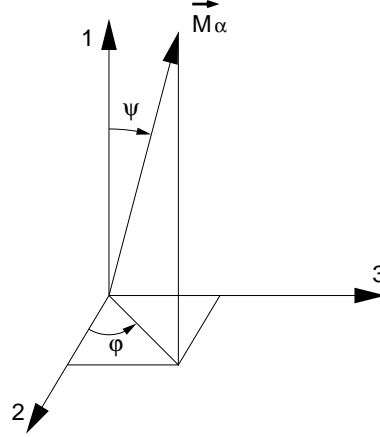


FIGURE 4.12: Directions d'aimantation d'un domaine magnétique

$$\frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} = -\gamma\vec{M}_\alpha \wedge \vec{H} - \frac{\alpha'\gamma}{M_s}\vec{M}_\alpha \wedge \frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} \quad (4.54)$$

La régularité de la structure cristallographique ou l'existence de contraintes mécaniques affectent le comportement gyromagnétique. En considérant que le champ  $\vec{H}$  utilisé dans les équations de comportement ne peut être assimilé avec le champ magnétique extérieur, il correspond à un champ magnétique effectif  $\vec{H}_{eff}$ , dont la valeur tient compte de l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline et de l'énergie de couplage magnéto-élastique. Ce champ effectif est défini comme proportionnel au gradient de l'énergie potentielle par rapport à l'aimantation.

$$W^\alpha = -\mu_0\vec{M}_\alpha \cdot \vec{H} - \Sigma : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (4.55)$$

d'où

$$\vec{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha} \quad (4.56)$$

D'où l'expression utilisée pour cette étude :

$$\frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} = \gamma\vec{M}_\alpha \wedge \frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha} - \frac{\alpha'\gamma}{M_s}\vec{M}_\alpha \wedge \frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} \quad (4.57)$$

Au voisinage de la position d'équilibre  $\vec{M}_{\alpha 0}$  le terme  $\frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha}$  peut être estimé par un développement limité :

$$\frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha} = \frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha}(\vec{M}_{\alpha 0}) + \frac{d^2W^\alpha}{d\vec{M}_\alpha^2}(\vec{M}_{\alpha 0}) : (\vec{M}_\alpha - \vec{M}_{\alpha 0}) \quad (4.58)$$

Conformément aux conditions d'équilibre, le premier terme  $\frac{dW^\alpha(\vec{M}_0)}{d\vec{M}_\alpha}(\vec{M}_{\alpha 0})$  est nul, on obtient donc l'expression simplifiée :

$$\frac{dW^\alpha}{d\vec{M}_\alpha}(\vec{M}_\alpha) = \frac{d^2W^\alpha}{d\vec{M}_\alpha^2}(\vec{M}_{\alpha 0}) : (\vec{M}_\alpha - \vec{M}_{\alpha 0}) \quad (4.59)$$

Si on néglige l'amortissement, on obtient l'équation du mouvement suivante :

$$\frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} = \gamma \vec{M}_\alpha \wedge \frac{d^2W^\alpha}{d\vec{M}_\alpha^2} : (\vec{M}_\alpha - \vec{M}_{\alpha 0}) \quad (4.60)$$

On peut écrire  $\vec{M}_\alpha - \vec{M}_{\alpha 0}$  comme un petit "déplacement" :

$$\vec{M}_\alpha - \vec{M}_{\alpha 0} = \begin{pmatrix} 0 \\ M_s \delta\psi \\ M_s \sin\delta\psi \delta\varphi \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

On exprime l'équation de précession de l'aimantation dans le repère sphérique associé au grain :

$$\frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} = \gamma \vec{M}_\alpha \wedge \frac{-1}{M_s^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi^2} & \frac{1}{\sin\delta\psi} \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi \partial \varphi} \\ 0 & \frac{1}{\sin\delta\psi} \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi \partial \varphi} & \frac{1}{\sin^2\delta\psi} \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \varphi^2} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 0 \\ M_s \delta\psi \\ M_s \sin\delta\psi \delta\varphi \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

La pulsation de résonance peut alors être calculée facilement :

$$\omega_0 = \frac{\left\| \frac{d\vec{M}_\alpha}{dt} \right\|}{M_s \sin\delta\psi} \quad (4.63)$$

D'où :

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{M_s \sin\delta\psi} \sqrt{\frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi^2} - \left( \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi \partial \varphi} \right)^2} \quad (4.64)$$

La réponse dynamique d'un élément de volume (ici le domaine magnétique) d'aimantation  $\vec{M}_\alpha$  soumis à un champ magnétique alternatif peut être représentée par le tenseur de susceptibilité appelé tenseur de Polder [58], [59] :

$$\chi_\alpha^{gyro} = \begin{pmatrix} \chi_{11} & j\kappa_{12} & 0 \\ -j\kappa_{12} & \chi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(1,2,3)} \quad (4.65)$$

exprimé dans la base de Polder  $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$  associée à la position d'équilibre statique de l'aimantation. Cette base est définie de la façon suivante :

$$\mathbf{3} = \frac{\vec{M}_\alpha}{\|\vec{M}_\alpha\|} \quad \mathbf{2} = \frac{\vec{z} \wedge \mathbf{3}}{\|\vec{z} \wedge \mathbf{3}\|} \quad \mathbf{1} = \mathbf{2} \wedge \mathbf{3} \quad (4.66)$$

Dans cette base, les différents termes du tenseur de susceptibilité s'écrivent :

$$\chi_{11} = \frac{1}{D} \left( \frac{1}{\sin^2 \psi} \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \phi^2} \right) \quad (4.67)$$

$$\chi_{22} = \frac{1}{D} \left( \frac{\partial^2 W^\alpha}{\partial \psi^2} \right) \quad (4.68)$$

$$\kappa_{12} = \frac{M_s}{D} \left( \frac{\omega}{\gamma} + j \frac{1}{\gamma T} \right) \quad (4.69)$$

$$D = \frac{\omega_0'^2}{\gamma^2} - \frac{\omega^2}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma^2 T^2} - j \frac{2\omega}{\gamma^2 T} \quad (4.70)$$

$$T = \frac{1}{\alpha' \omega_0'} \quad (4.71)$$

où  $\omega_0'$  est la fréquence de résonance sans amortissement.

Dans le cadre de notre étude, l'amortissement gyromagnétique est faible, on considère que les pulsations de résonance avec et sans amortissement sont les mêmes :

$$\omega_0' = \omega_0 \quad (4.72)$$

En régime dynamique, les termes de ce tenseur ont des valeurs complexes représentées par une partie réelle ( $\chi_{\alpha}^{gyro'}$  et  $\kappa_{\alpha}^{gyro'}$ ) et une partie imaginaire ( $\chi_{\alpha}^{gyro''}$  et  $\kappa_{\alpha}^{gyro''}$ )

## 2.3 Homogénéisation et résultats du modèle gyromagnétique

Un matériau polycristallin présente deux niveaux d'hétérogénéité distincts : d'une part, chaque grain est divisé en domaines magnétiques d'orientations différentes. Ces domaines sont susceptibles d'interagir et l'évaluation de leur réponse globale à une sollicitation est un problème délicat [60], [61]. Elle dépend en particulier du type de structure, de leur taille et de leur nombre. La prise en compte de ce niveau d'hétérogénéité nécessite donc une connaissance très précise du matériau.

Le second niveau d'hétérogénéité d'un matériau cristallin est lié à sa division en grains d'orientations cristallographiques différentes. C'est ce niveau d'hétérogénéité que nous avons considéré ici en représentant le matériau par un ensemble de monocristaux en interaction. Les calculs sont donc réalisés sur des assemblages de grains d'orientations aléatoires composés de huit domaines par grains.

### 2.3.1 Comportement d'un ensemble de monocristaux en interaction

Les interactions entre grains d'un polycristal sont prises en compte par l'usage de techniques d'homogénéisation. On trouvera en annexe B les développements analytiques

associés à la résolution de ce problème.

Considérons une inclusion magnétique de forme sphérique, d'aimantation homogène et de susceptibilité linéaire  $\chi^I$ , placée dans un milieu linéaire de susceptibilité  $\chi_0$ .

Dans le cadre de notre problème, l'inclusion est assimilée au grain et la susceptibilité gyromagnétique de chaque grain est calculée comme étant égale à la moyenne pondérée des fractions volumiques de la susceptibilité des domaines qui le composent (4.73). De plus, par souci de simplification, nous considérerons uniquement la projection de la susceptibilité dans la direction du champ moyen appliqué. La susceptibilité par grain est par conséquent assimilable à une grandeur scalaire.

$$\chi_g^{gyro} = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \chi_{\alpha}^{gyro} \quad (4.73)$$

Pour obtenir la réponse gyromagnétique du VER, une première approche serait de réaliser une moyenne brutale des susceptibilités  $\chi_g^{gyro}$ . Cette démarche conduit à des résultats médiocres, tout comme l'approche en inverse de susceptibilité. L'approche auto-cohérente a alors été envisagée compte tenu des importants contrastes d'un grain à l'autre. Dans le cadre autocohérent, le milieu extérieur à l'inclusion est assimilé au milieu homogénéisé dont on recherche les propriétés. Cette recherche est effectuée par itérations jusqu'à convergence de l'équation autocohérente suivante :

$$\chi^m = \left\langle \chi_g \frac{3 + 3\chi^m}{3 + \chi_g + 2\chi^m} \right\rangle \quad (4.74)$$

où  $\chi^m$  figure la susceptibilité auto-cohérente du milieu.

Après cette étape d'homogénéisation, on considère que la susceptibilité gyromagnétique  $\chi_{gyro}$  du polycristal vaut  $\chi^m$ . La susceptibilité normée  $\chi_{rgyro}$  liée au gyromagnétisme vaut donc :

$$\chi_{rgyro}(\omega) = \frac{\chi_{gyro}(\omega)}{\chi_{gyro}(\omega = 0)} \quad (4.75)$$

### 2.3.2 Evolution de la susceptibilité complexe

Les figures 4.13 et 4.14 montrent les prédictions du modèle gyromagnétique en fonction du niveau de compression axiale appliquée sur une éprouvette de géométrie torique définie au chapitre 2. Nous constatons que le phénomène de gyromagnétisme intervient pour des fréquences de 30MHz à 500MHz. Sur les courbes de susceptibilité complexe, nous pouvons remarquer que le gyromagnétisme provoque une résonance du mouvement des spins vers une fréquence d'excitation d'environ 200MHz. Ceci confirme que le gyromagnétisme est un mécanisme totalement dissociable du mouvement des parois magnétiques : il s'agit d'un phénomène volumique qui intervient à fréquences bien plus élevées que la dynamique des parois.

L'effet de la contrainte est assez faible et semble non linéaire, une interprétation plus précise est difficile car les différences entre les courbes obtenues pour différentes



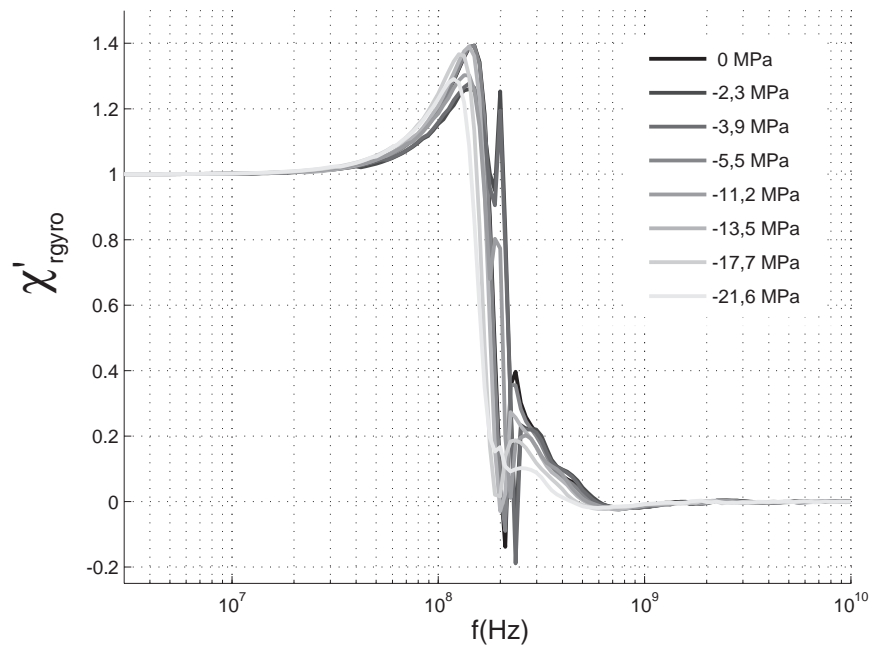


FIGURE 4.13: Susceptibilité réelle gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale

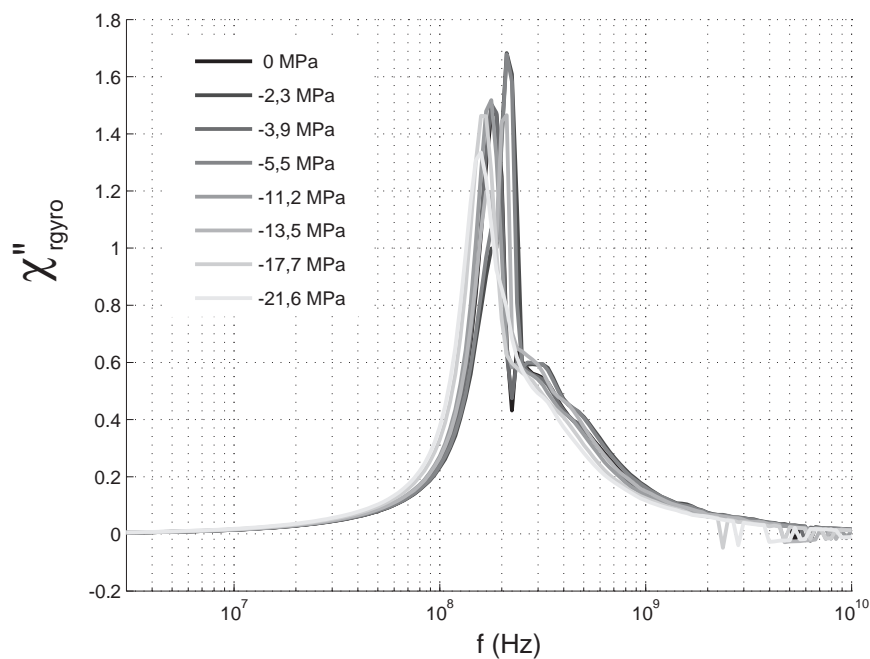
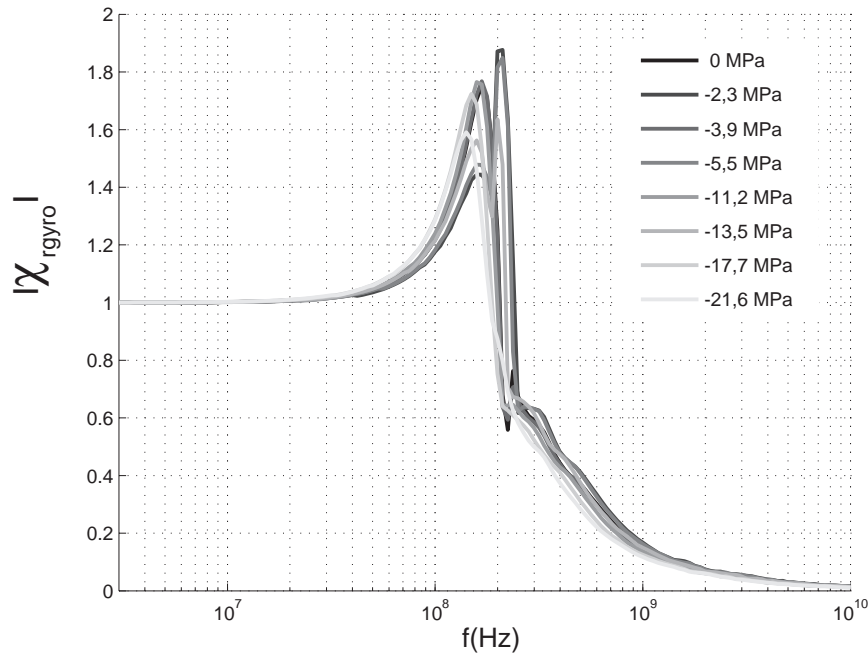


FIGURE 4.14: Susceptibilité imaginaire gyromagnétique en fonction de la contrainte

valeurs de la contrainte mécanique sont du même ordre que les imprécisions du calcul numérique. Ces "bruits numériques" peuvent vraisemblablement être attribués aux



**FIGURE 4.15:** Module de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale

imprécisions numériques dans les estimations des dérivées de l'énergie nécessaires au calcul du tenseur de Polder.

### 2.3.3 Diagrammes de Bode de la susceptibilité

Sur les diagrammes de Bode représentant les résultats du modèle gyromagnétique (figures 4.16 et 4.17), la résonance est bien visible à une fréquence de 200MHz. L'asymptote à -20dB/décade sur le diagramme du gain ainsi que la valeur limite de la phase à  $-\frac{\pi}{2}$  nous indiquent que le gyromagnétisme peut-être assimilé à un système du premier ordre pour des fréquences supérieures à 500MHz ce qui est bien conforme aux équations de Landau et Lifshitz. Ici encore les imprécisions numériques créent des perturbations à très haute fréquence sur les courbes notamment sur le diagramme de phase.

## 2.4 Couplage du mouvement des parois et du gyromagnétisme

Dans la partie consacrée au mouvement des parois, nous avons obtenu l'expression suivante pour la susceptibilité relative :

$$\chi_{rp}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{6}\zeta\mu_0\chi_0Lj\omega} \quad (4.76)$$

- La susceptibilité relative  $\chi_{ryro}(\omega)$  est issue du gyromagnétisme.

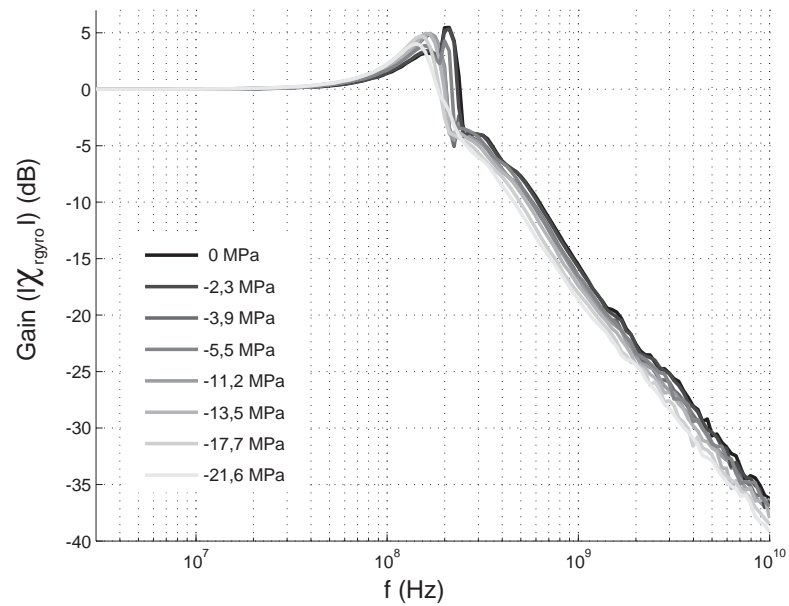


FIGURE 4.16: Gain de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale

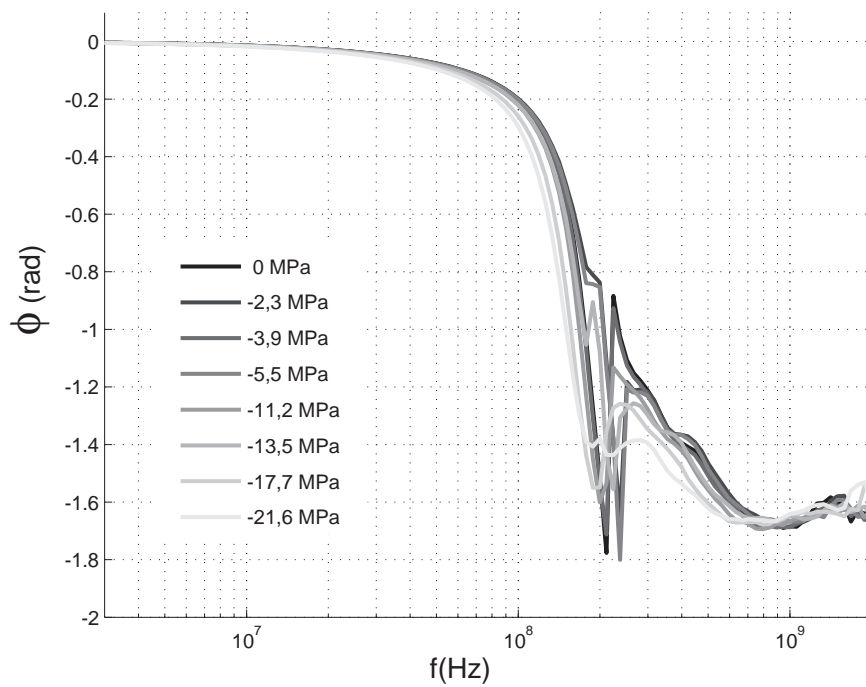


FIGURE 4.17: Phases de la susceptibilité gyromagnétique en fonction de la contrainte de compression axiale

- Le modèle multiéchelle nous donne la valeur de  $\chi_0$  en fonction de la contrainte mécanique appliquée sur l'échantillon de matériau.
  - La relation (4.50) nous permet ainsi d'estimer la susceptibilité initiale à champ nul.
- A l'aide de ces données il est possible de coupler les trois phénomènes : susceptibilité statique, dynamique des parois et gyromagnétisme, pour obtenir la susceptibilité (réelle et imaginaire) du matériau sur toute la plage de fréquence étudiée (300KHz à 6GHz) :

$$\chi(\omega, \sigma) = \frac{\chi_0(\sigma) \cdot \chi_{rp}(\omega) \cdot \chi_{rgyro}(\omega, \sigma)}{R_\chi(\sigma)} \quad (4.77)$$

avec

$$R_\chi(\sigma) = \frac{\chi_0(\sigma)}{\chi_{i0}(\sigma)} \quad (4.78)$$

### 3 Comparaison avec les données expérimentales

Les données expérimentales à notre disposition sont des mesures de susceptibilités complexes en fonction de la fréquence d'excitation. Les composantes  $\chi'$  et  $\chi''$  peuvent être combinées de manière à reconstruire phase et amplitude. Les deux mécanismes décrits dans les paragraphes précédents sont mis en évidence : atténuation par dissipation due au mouvement de parois à moyenne fréquence, et résonance de spins à plus haute fréquence. Les mesures ont été réalisées à champ moyen imposé et oscillations de faibles amplitudes. Ceci nous met bien dans le cadre de l'approche théorique précédente.

Pour cette étape, nous n'utiliserons pas les essais de compression axiale.

#### 3.1 Fréquence de coupure du système du premier ordre

L'équation (4.48) donne la fréquence de coupure théorique en ne considérant que le mouvement de paroi.

$$f_c = \frac{k_2}{2\pi k_1} = \frac{3}{\pi\mu_0\chi_0\zeta L} \quad (4.79)$$

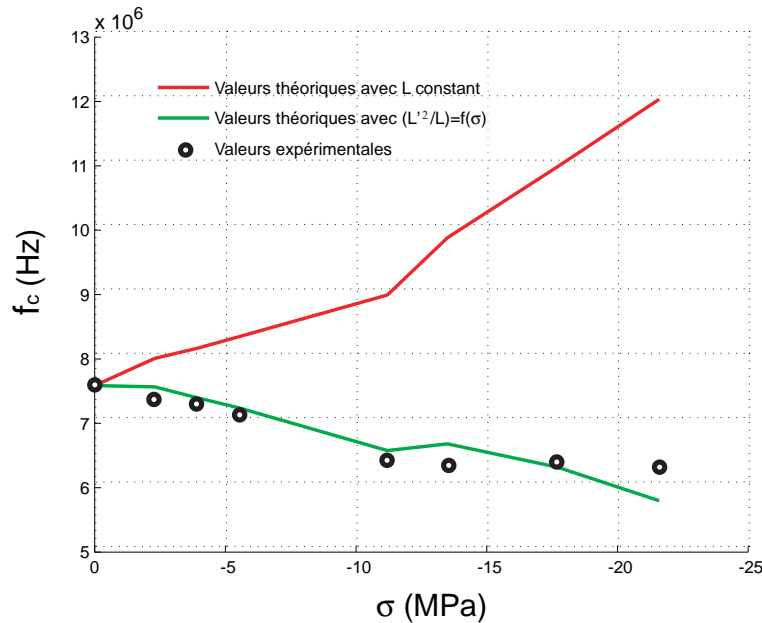
Les constantes matériau sont  $\zeta = 1.10^{-6} S/m$  [57] et  $\chi_0 = 2085$  pour l'état sans contrainte appliquée. Seule L est une grandeur "à estimer".

##### 3.1.1 Valeur de L

L est un paramètre du modèle. Idéalement, sa valeur devrait être assez proche de la taille de grain si on s'essaie à un rapprochement avec le modèle de Globus. Ramené à sa définition originale, L correspond ainsi à une dimension de la taille du grain dans la direction du mouvement de la paroi magnétique. Pour obtenir une valeur cohérente de la fréquence de coupure, L doit prendre la valeur de  $100\mu m$ . Cette valeur est supérieure à la taille de grain mais reste dans un ordre de grandeur en bonne adéquation avec la

taille de la microstructure, en particulier si on considère les simplifications au niveau de la modélisation du mouvement de la paroi magnétique, et la valeur "très approchée" de la conductivité.

### 3.1.2 Variation de $L$ avec la contrainte



**FIGURE 4.18:** Comparaison entre les fréquences de coupure calculées et mesurées en fonction de la contrainte - essai en compression axiale

Expérimentalement, nous constatons une variation de la fréquence de coupure du mouvement des parois en fonction de la contrainte (figure 4.18). La fréquence de coupure diminue légèrement lorsque l'intensité de la contrainte appliquée augmente. Ce résultat est en désaccord avec la prédiction du modèle : comme la susceptibilité initiale diminue avec la contrainte, la fréquence de coupure,  $f_c = \frac{k_2}{2\pi k_1} = \frac{3}{\pi\mu_0\chi_0\zeta L}$  augmente, à  $L$  fixé. Pour corriger ce défaut, la solution est de proposer une dépendance du paramètre  $L$  avec la contrainte.

La variation de  $L$  avec la contrainte peut s'expliquer par le fait que la répartition en domaines magnétiques change. Une contrainte de compression a pour effet de favoriser les domaines magnétiques parallèles à la direction principale de la contrainte ; dans notre cas il s'agit de domaines perpendiculaires au champ magnétique. La fraction des domaines dont l'aimantation est parallèle au champ diminue donc. Le modèle de dynamique des parois est construit sur la base de deux domaines dont l'aimantation est parallèle au champ magnétique. Leur fraction volumique diminuant avec une compression axiale d'intensité croissante, la dimension  $L$ , paramètre du modèle, diminue également.

Dans notre cas, une diminution de  $L$  aura une action inverse à l'effet souhaité : si  $L$  diminue avec l'intensité de la contrainte, la fréquence de coupure  $f_c$  du modèle connaîtra une augmentation encore plus forte. Cette dépendance à la contrainte a déjà été constatée [37] ; elle s'explique par l'effet des imperfections dans le matériau.

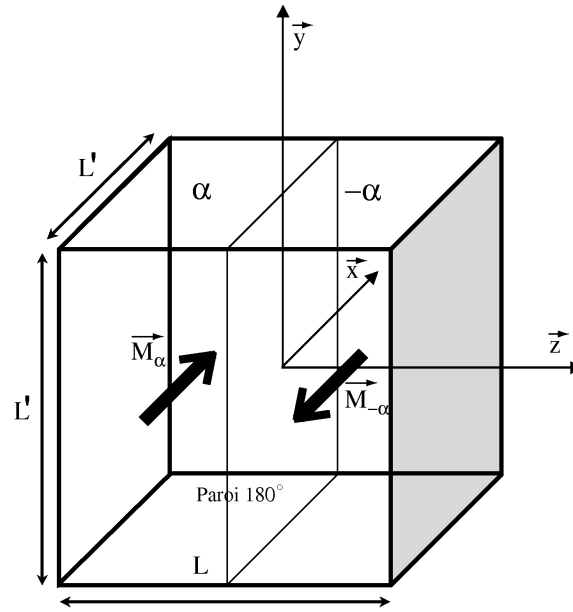


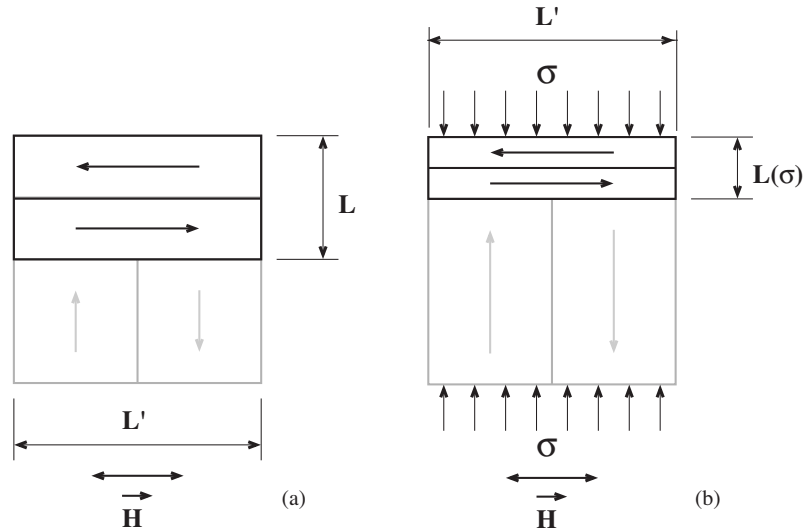
FIGURE 4.19: Grain parallélépipédique modèle à 2 domaines à 180°

La signification de  $L$  doit néanmoins être discutée car ce paramètre intervient pour définir à la fois la surface de parois, la distance entre parois et la taille du cristal. Il est possible d'introduire une distinction en considérant un cristal parallélépipédique non cubique. Le grain est maintenant de section carrée  $L'^2$  et de longueur  $L$  suivant le sens de déplacement de la paroi (figure 4.19). Après calcul, cette nouvelle géométrie conduit à des expressions différentes de  $k_1$  et  $f_c$  :

$$k_1 = \frac{1}{3} \zeta \mu_0^2 M_s^2 \left( \frac{L'}{L} \right)^2 \quad (4.80)$$

$$f_c = \frac{k_2}{2\pi k_1} = \frac{3L}{\pi \mu_0 \chi_0 \zeta L'^2} \quad (4.81)$$

L'équation (4.81) fait apparaître  $L$  au numérateur. La figure 4.20 illustre très schématiquement l'influence de la contrainte axiale de compression sur la répartition en domaines. On s'aperçoit qu'en première approximation,  $L'$  n'évolue pas avec la contrainte, à la différence de  $L$ . La diminution de  $L$  est donc cette fois-ci en accord avec les résultats expérimentaux puisqu'elle provoque une diminution de la fréquence de résonance, tout autre paramètre étant fixé.



**FIGURE 4.20:** Evolution schématique de la répartition en domaines avec une contrainte de compression perpendiculaire au champ magnétique ; (a) contrainte nulle ; (b) sous contrainte

Pour mettre en place cette dépendance des paramètres du modèle en fonction de la contrainte nous avons considéré le rapport  $\frac{L'^2}{L}$ . Ce rapport, homogène à une longueur caractéristique de la répartition en domaines magnétiques, peut évoluer entre 0 et la dimension de la structure étudiée : la géométrie du tore nous fixe la borne supérieure de cette dimension  $\frac{L'^2}{L}$  à 2mm (rayon intérieur : 1,5mm ; rayon extérieur : 3,5mm). Nous utiliserons donc une évolution croissante (car  $L$  diminue avec l'intensité de la contrainte et  $L'$  est une constante) bornée entre deux asymptotes, type tangente hyperbolique.

Dans notre cas, c'est à dire pour l'échantillon torique de ferrite étudié et sous des sollicitations mécaniques axiales, la relation suivante donne un bon accord entre la théorie et le modèle :

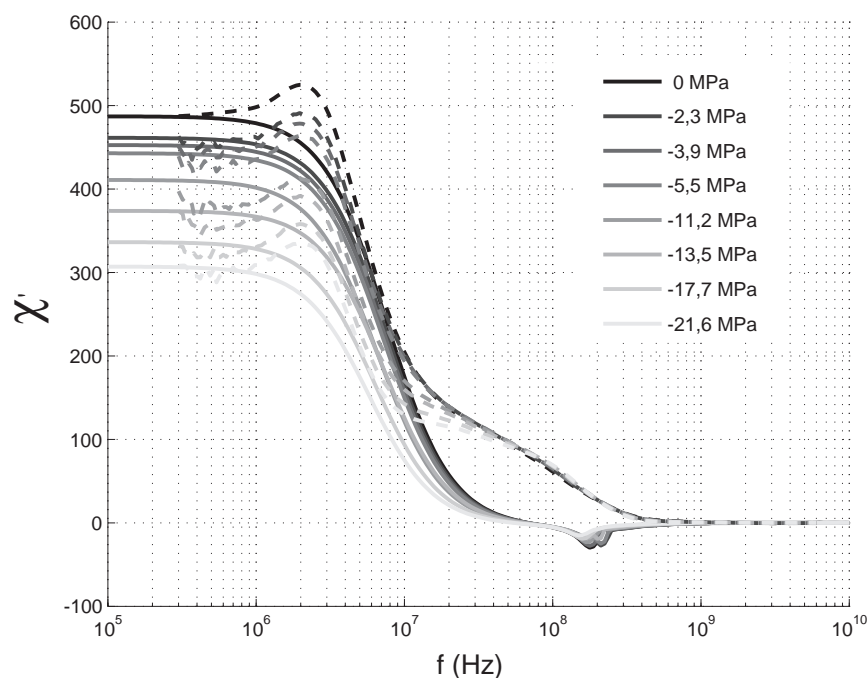
$$\frac{L'^2}{L}(\sigma) = c_2(1 - \tanh(\frac{\sigma}{b_2} + a_2)) \quad (4.82)$$

avec  $a_2 = 2,2$  (sans unité),  $b_2 = 29\text{MPa}$  et  $c_2 = 2\text{mm}$ .

On obtient alors une évolution de la fréquence de coupure en fonction de la contrainte en accord avec l'expérience (figure 4.18). Cette évolution reste néanmoins discutable puisque les références bibliographiques parlent généralement d'"augmentation" de la fréquence de coupure. En effet,  $f_c$  reste piloté par le rapport  $\frac{L}{\chi_0}$  dont le sens de variation n'est pas trivial à estimer.

### 3.2 Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux

Les figures 4.21 et 4.22 montrent les comparaisons des résultats du modèle haute fréquence intégrant à la fois la dynamique des parois magnétiques et le gyromagnétisme avec les expériences réalisées au CEA-Le Ripault.



**FIGURE 4.21:** Comparaison entre les susceptibilités réelles calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale

Le comportement modélisé est globalement en bon accord avec les résultats expérimentaux. Toutes les fréquences caractéristiques des différents mécanismes sont correctes ; l'effet de la contrainte (ici compression axiale sur un géométrie torique) est très bien simulé. Les imprécisions obtenues lors du calcul gyromagnétique n'apparaissent plus, leur amplitude reste négligeable par rapport aux autres phénomènes.

On peut en revanche noter quelques imperfections : l'effet mesuré du gyromagnétisme semble intervenir sur une plage de fréquence bien plus étalée et d'amplitude supérieure, comparé à ce qui est prévu par le modèle. Nous avons utilisé dans le modèle une valeur du coefficient d'amortissement qui est couramment donnée pour les ferrites, elle n'est peut être pas optimale pour notre matériau.

Le mouvement des parois magnétiques a une légère résonance vers 2MHz, ce phénomène n'apparaît pas sur la modélisation. De plus, on constate que la fréquence du pic de la valeur imaginaire du modèle ne correspond pas tout à fait aux valeurs expérimentales (figure 4.22) : ceci peut s'expliquer par le fait que l'ajustement du



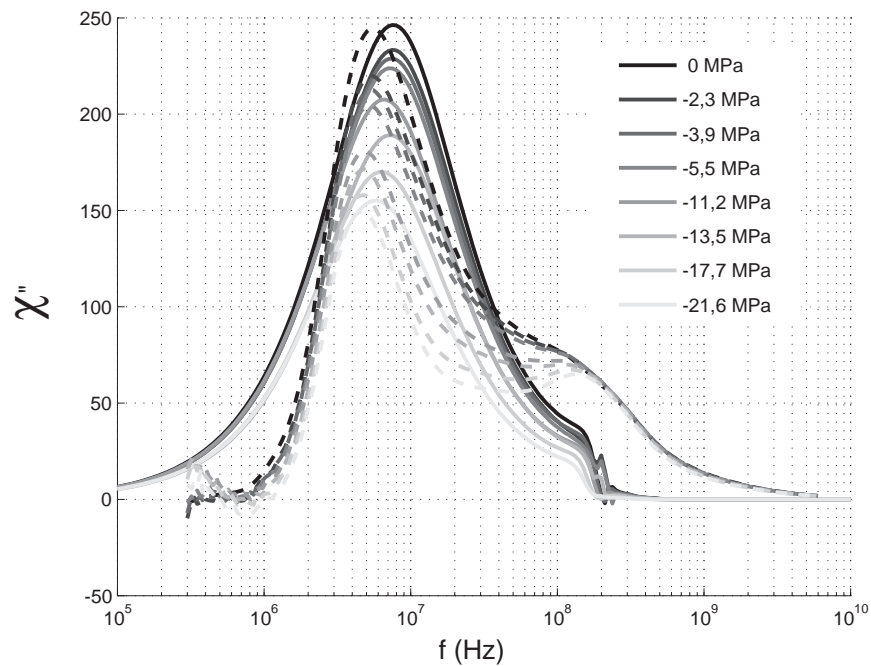


FIGURE 4.22: Comparaison entre les susceptibilités imaginaires calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale

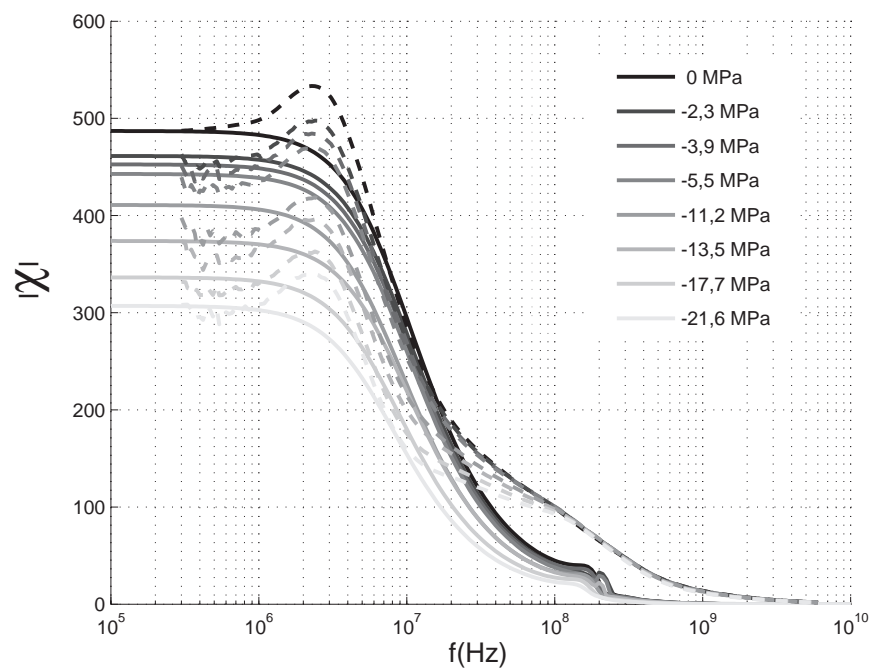
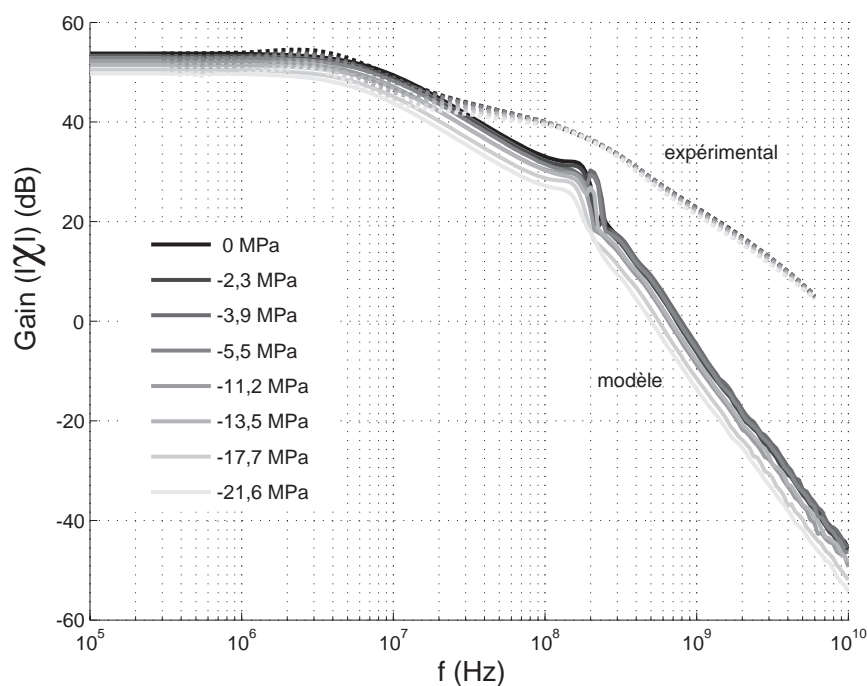


FIGURE 4.23: Comparaison entre les modules de susceptibilité calculés (courbes continues) et mesurés (pointillés) en fonction de la contrainte

paramètre du modèle ( $L$ ) a été effectué en se basant sur le module de la susceptibilité (figure 4.23) et non sur la partie imaginaire de la susceptibilité.

### 3.3 Comparaison des diagrammes de Bode

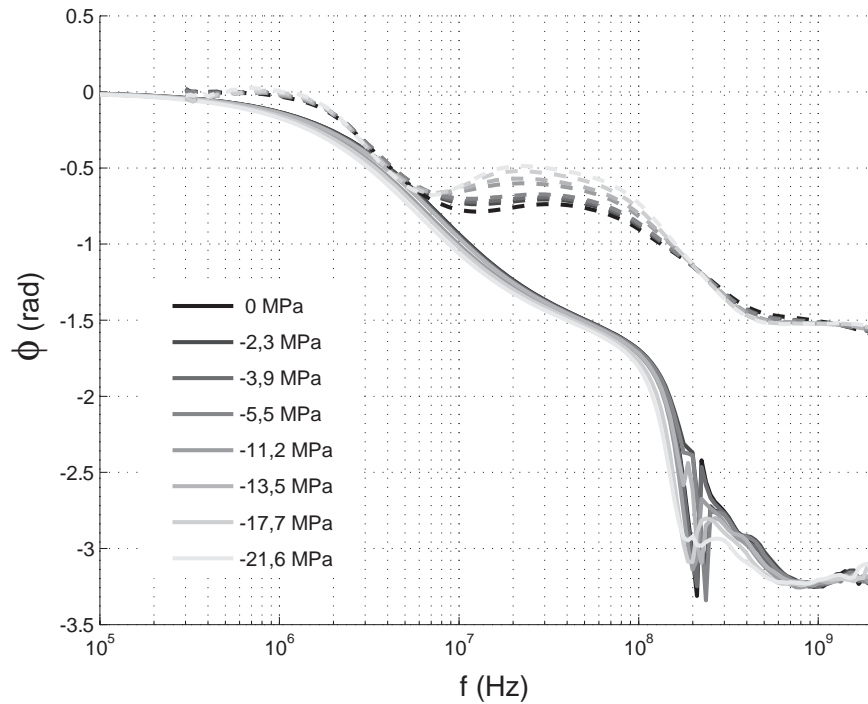


**FIGURE 4.24:** Comparaison entre les gains de susceptibilité calculés (courbes continues) et mesurés (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale

Les diagrammes de Bode (figures 4.24 et 4.25) de la susceptibilité modélisée et expérimentale montrent une bonne concordance.

Sur le diagramme du gain, on peut constater que le modèle a une pente à  $-40\text{dB/décade}$  ce qui est logique compte tenu de la modélisation choisie pour représenter les deux phénomènes magnétiques dus à l'excitation dynamique. Les résultats expérimentaux présentent une asymptote de pente bien plus faible. On peut d'une part s'interroger sur la précision de ces résultats : la résolution et la précision des appareils de mesure ne sont peut être pas suffisantes pour visualiser une valeur correcte de la pente. D'autre part, il s'agit peut-être d'un défaut du modèle, construit à partir de la multiplication des susceptibilités normées ; un couplage différent des modes pourrait être envisagé.

Le diagramme de phase permet de connaître l'allure des variations dues à la contrainte en fonction de la fréquence du champ magnétique. Les résultats numériques sont assez imprécis car fortement bruités à haute fréquence (imprécisions numériques). L'imprécision des résultats de l'analyseur de réseaux est aussi pénalisante. Néanmoins,



**FIGURE 4.25:** Comparaison entre les phases de la susceptibilité calculées (courbes continues) et mesurées (pointillés) en fonction de la contrainte de compression axiale

les variations sont globalement identiques, même si expérimentalement le déphasage semble atteindre une asymptote à une valeur plus faible  $-\frac{\pi}{2}$  contre  $-\pi$  pour la méthode numérique. De même, l'amplitude expérimentale de la résonance gyromagnétique est plus importante que l'amplitude numérique.

A noter également que l'emploi d'une hypothèse de champ homogène pour le calcul des susceptibilités gyromagnétiques des domaines pourrait être à l'origine du faible étalement fréquentiel numérique de la résonance.

# Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire ont conduit à des développements expérimentaux qui ont permis une caractérisation complète des propriétés magnéto-élastiques quasi-statiques des ferrites Nickel-Zinc. Les essais réalisés au LMT-Cachan ont été effectués à l'aide d'éprouvettes de ferrite parallélépipédiques sollicitées en traction et compression. L'équipement des éprouvettes est composé d'une bobinage et de jauges d'extensométrie ce qui permet de mesurer simultanément le comportement magnétique et le comportement magnétostrictif sous contrainte uniaxiale.

La base expérimentale est constituée des courbes d'aimantation et de magnétostriction en traction et compression pour un champ magnétique orienté parallèlement à l'axe de sollicitation mécanique.

La démarche expérimentale rigoureuse adoptée nous a fourni des résultats dont la précision est très satisfaisante et a permis d'ensivager une modélisation fine des phénomènes couplés.

D'autres essais réalisés sur des tores ont permis d'estimer l'effet d'un champ magnétique non uniforme sous un chargement de compression dans la direction perpendiculaire au champ magnétique. Un état de contrainte biaxial a également pu être appliqué sur l'échantillon de ferrite ; ce type de sollicitation est particulièrement utile pour valider la modélisation proposée.

La géométrie torique a permis également de faire des mesures de comportement haute-fréquence grâce à la combinaison du système d'application du chargement mécanique et de la ligne hyperfréquence du CEA Le Ripault. Ces résultats fournissent une base de données expérimentales permettant d'étendre le modèle magnéto-mécanique statique aux sollicitations magnétiques haute-fréquence.

Le but principal de la partie numérique de l'étude a été d'adapter la modélisation tri-

dimensionnelle du comportement anhystérique magnéto-élastique couplé aux ferrites. Elle s'appuie sur une description du comportement à trois échelles distinctes. L'équilibre magnéto-mécanique est tout d'abord considéré à l'échelle du domaine magnétique où l'aimantation est supposée uniforme. On déduit la situation d'équilibre par minimisation de l'énergie libre. Des règles d'homogénéisation très rudimentaires permettent de réaliser le passage entre l'échelle du domaine magnétique, microscopique, et celle du grain puis à celle du VER. Les étapes de localisation et d'homogénéisation pour obtenir le comportement macroscopique à partir du comportement microscopique sont très simples : le matériau présentant une faible anisotropie et n'étant pas texturé, on s'est placé dans le cadre simplifié de chargements mécaniques et magnétiques homogènes.

Une autre caractéristique de ce modèle, basé sur une minimisation de l'énergie au niveau du domaine magnétique est d'être fortement non-linéaire. Le changement d'échelle permet de conserver cette non linéarité qui se transmet donc à l'échelle macroscopique.

Le modèle multiéchelle permet de définir l'effet des contraintes sur le comportement magnétique. On peut ainsi intégrer ce comportement dans un calcul de structure où contraintes et champs ne sont pas forcément uniformes ; on peut également réaliser des calculs sous chargement mécanique multiaxial : c'est d'ailleurs ce qui a pu être réalisé pour le tore sous chargement mécanique radial. La comparaison entre expérience et modèle est tout à fait satisfaisante. Une des caractéristiques de la modélisation proposée est qu'elle ne nécessite pas de recourir à une "contrainte équivalente" pour estimer l'effet d'un état de contrainte complexe sur le comportement magnétique d'un matériau.

Si la microstructure "mécanique" du matériau (taille de grain, anisotropie, orientation des grains) peut être assez facilement prise en compte dans le modèle, la configuration en domaines magnétiques n'est absolument pas représentée : elle est limitée aux fractions volumiques et à la direction de l'aimantation dans les domaines. En particulier, le modèle nécessite deux constantes phénoménologiques  $A_s$  et  $B_s$  pour définir les fractions volumiques ce qui interdit, entre autres, toute anisotropie magnétique initiale (au voisinage de l'état désaimanté) pour le monocristal. Les fractions volumiques des familles de domaines étant estimées, la donnée manquante est la distribution des domaines au sein d'un monocristal ou d'un grain. L'introduction de la densité de parois magnétiques donnerait une information exploitable sur cette distribution. Il reste bien sûr à définir la façon dont cette densité de parois dépendrait du chargement, ce qui constitue le nœud du problème. Cette répartition des parois serait également un élément prédominant pour une modélisation améliorée. La répartition des parois magnétiques dans un monocristal est une donnée qui a probablement son importance quand on s'intéresse à la relaxation des parois à haute fréquence. Une définition plus précise de la configuration en domaines permettrait ainsi d'adopter une démarche moins phénoménologique dans la définition du comportement du monocristal. Les effets d'anisotropie et la contribution de l'énergie magnéto-élastique à l'équilibre magnétique seraient ainsi mieux décrits.

La modélisation du comportement développée dans cette étude est basée sur des aspects phénoménologiques ; la dynamique des parois est simulée grâce à de très fortes hypothèses sur la répartition des domaines magnétiques ainsi que sur leur mouvement : seuls deux domaines ont été considérés, le seul mouvement modélisé de la paroi est un déplacement causé par le champ extérieur et freiné par des courants de Foucault ; d'autres phénomènes comme le gonflement de la paroi et son "adhérence" sur les frontières, par exemple, n'apparaissent pas. Néanmoins, les résultats sont tout à fait cohérents avec les mesures expérimentales, et le modèle est capable de prédire l'effet d'une contrainte mécanique appliquée sur l'échantillon.

Du point de vue de la mise en œuvre numérique de la modélisation, la dynamique des parois est un post-traitement du modèle multiéchelle quasi-statique : cette partie du modèle ne nécessite que très peu de calculs comparé au modèle statique qui doit prendre en compte un grand nombre de grains pour estimer la valeur de la susceptibilité anhystérique. Le mouvement des parois est la solution d'un système du premier ordre dont la solution statique correspond au résultat du modèle multi-échelle. L'avantage de ce type de méthode est sa rapidité de calcul. En revanche, ce modèle n'est valable que pour des cas de sollicitations mécaniques simples pour lesquelles on peut évaluer les évolutions du paramètres du modèle en fonction du chargement mécanique, et un chargement magnétique de faible amplitude (cadre linéaire). Le calcul des paramètres du modèle pour des sollicitations mécaniques complexes n'est pas envisageable en l'état. Ce modèle simplifié de dynamique des parois magnétiques ne permet donc pas de traiter tous les types de sollicitations sans ajustement préalable, comme est capable de le faire le modèle multiéchelle quasi-statique. Le développement du modèle pour décrire finement la géométrie des domaines magnétiques permettrait sûrement d'envisager une modélisation étendue à des cas plus complexes.

Le phénomène de gyromagnétisme est décrit d'une manière beaucoup plus rigoureuse : il s'agit d'un phénomène volumique, indépendant de la géométrie des domaines magnétiques. La description de l'état magnétique par les fractions volumiques des différents domaines magnétiques du grain en fonction de l'état de contrainte et du champ magnétique est suffisante pour modéliser le comportement à très haute fréquence des spins. Les carences du modèle sur la description de la géométrie des domaines affectent donc très peu le gyromagnétisme. Le modèle gyromagnétique reprend un découpage multiéchelle de description des phénomènes magnéto-mécaniques. Ce modèle est tout à fait apte à prévoir la réponse gyromagnétique du matériau y compris dans le cas de sollicitations mécaniques complexes.

Ce modèle doit néanmoins être amélioré : les résultats expérimentaux montrent qu'il est assez délicat de distinguer la contribution des parois de celle du gyromagnétisme ; de plus, on constate un niveau de bruit de mesure élevé dans la gamme de fréquence qui correspond au gyromagnétisme. La valeur du déphasage expérimental est alors difficile

à estimer et la comparaison avec le modèle est donc hasardeuse. On note également un étalement de la fréquence de résonance des spins beaucoup plus important pour les mesures expérimentales que pour le modèle. Ceci pourrait être lié aux hypothèses simplificatrices d'homogénéité du champ et de la contrainte. Finalement, une validation de la démarche nécessiterait de caractériser le comportement haute-fréquence sous des sollicitations mécaniques complexes : l'incorporation d'un montage d'application d'un chargement mécanique multiaxial homogène au sein de la ligne hyperfréquence est difficile à mettre au point, en particulier à cause des faibles dimensions de l'échantillon.

Le modèle multiéchelle magnéto-mécanique développé au LMT-Cachan est un outil puissant ; il permet de simuler le comportement magnéto-mécanique quasi-statique d'une multitude de matériaux. Sa structuration peut également être utilisée pour simuler d'autres aspects du comportement magnétique. Nous avons vu ici l'adaptation de ce modèle pour la simulation du comportement haute-fréquence. Il est actuellement envisagé d'utiliser le modèle multiéchelle pour obtenir le comportement hystérétique d'un matériau magnétique et l'étendre à une large gamme de fréquence en introduisant les mécanismes physiques de dissipation aux échelles pertinentes.

## Annexe A

# Modélisation du comportement magnétique quasistatique macroscopique

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Modèles macroscopiques</b> . . . . .	<b>136</b>
1.1	Modèle de Globus [62] . . . . .	136
1.2	Identification avec modèle anhystérétique phénoménologique . . .	137
1.3	Modèle phénoménologique hystérétique . . . . .	138
<b>2</b>	<b>Variabilité du matériau</b> . . . . .	<b>140</b>
2.1	Effet de la porosité dans le matériau . . . . .	140
2.2	Effet de la taille de grains . . . . .	142
2.3	Influence de la fréquence . . . . .	143

---

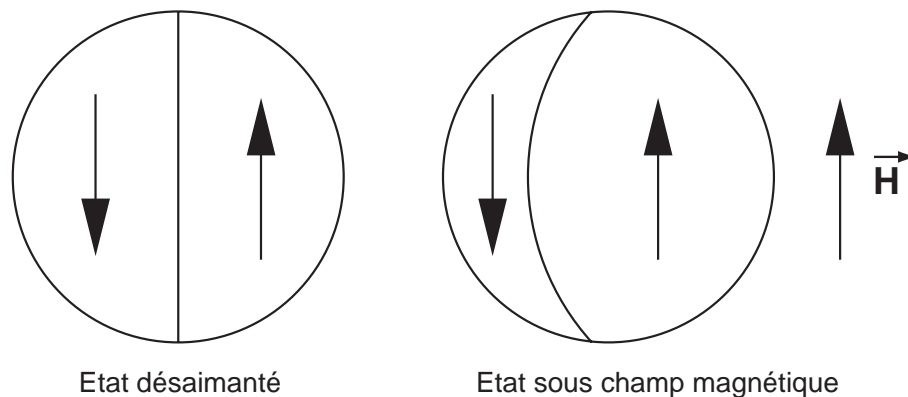


# 1 Modèles macroscopiques

## 1.1 Modèle de Globus [62]

Pour modéliser le comportement magnétique des ferrites, il est courant d'utiliser le modèle de Globus. Dans ce modèle, on considère que chaque grain du matériau est sphérique et découpé en seulement deux domaines magnétiques séparés par une paroi à  $180^\circ$ . L'aimantation dans ces domaines est parallèle au champ magnétique extérieur et vaut l'aimantation à saturation du matériau. C'est la "déformation" ou le déplacement de cette paroi magnétique qui entraîne l'aimantation du matériau (figure A.1).

A l'échelle d'une structure, il est possible d'extrapoler le modèle de Globus et de



**FIGURE A.1:** Modèle de Globus à l'échelle du grain

considérer qu'un domaine magnétique peut traverser les joints de grains et s'étendre sur plusieurs grains, voire sur toute une région de la structure (figure A.2). L'énergie d'anisotropie magnétocristalline qui tend à orienter l'aimantation suivant les directions de facile aimantation de la maille cristalline est toujours négligée, l'orientation de l'aimantation dans les domaines magnétiques est donc parallèle à la direction du champ magnétique appliqué.

Ce modèle est principalement intéressant pour prédire le comportement sous une sollicitation magnétique dynamique, il est en effet bien moins onéreux à manipuler en terme de temps de calcul que le modèle multiéchelle (figure A.3). Par contre, il ne prend pas en compte les rotations de l'aimantation dans les domaines magnétiques ce qui réduit très sensiblement ses prévisions en régime statique sous contrainte.

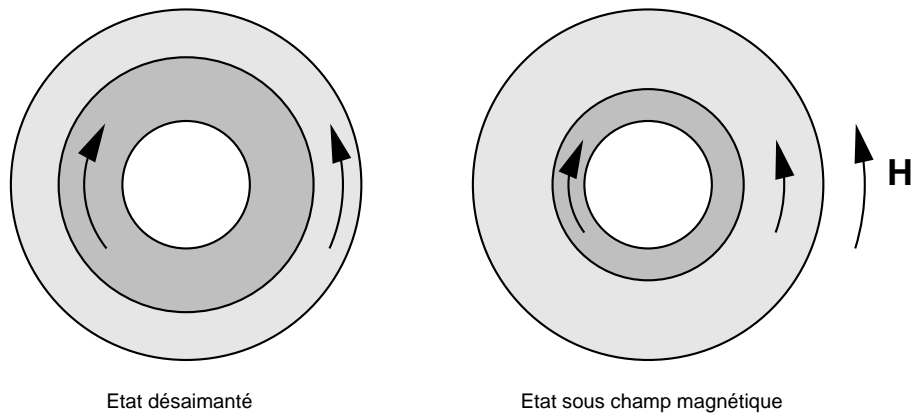


FIGURE A.2: Modèle de Globus à l'échelle d'une structure

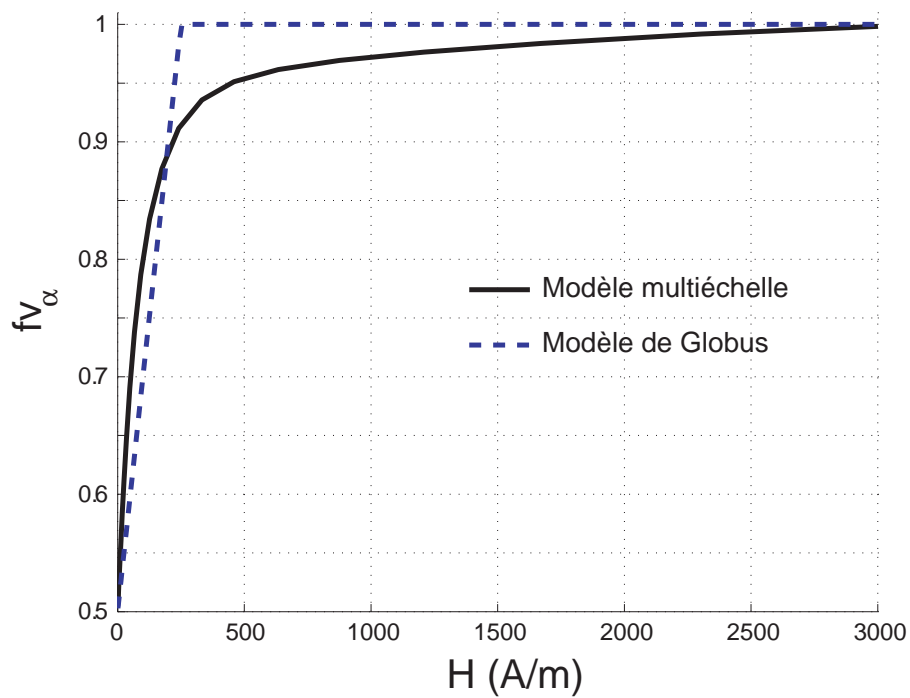


FIGURE A.3: Comparaison de l'évolution des fractions volumiques avec le modèle multiéchelle et le modèle de Globus

## 1.2 Identification avec modèle anhystérétique phénoménologique

### 1.2.1 Présentation des modèles phénoménologiques

Dans un premier temps, nous allons utiliser une loi simple pour identifier le comportement anhystérétique du ferrite  $\text{Ni}_{0,48}\text{Zn}_{0,52}\text{Fe}_2\text{O}_4$ . Plusieurs modèles ont été envisagés :

Modèle en arctangente :

$$M_{an}(H) = \frac{2M_s}{\pi} \text{Arctan} \left( \frac{\pi\chi_{an0}H}{2M_s} \right) \quad (\text{A.1})$$

Modèle de Fröhlich :

$$M_{an}(H) = \frac{M_s H}{\frac{M_s}{\chi_{an0}} + H} \quad (\text{A.2})$$

Ces deux modèles sont anhystériques. Le premier est issu des travaux de Jiles et Atherton [63], repris par de nombreux auteurs depuis. Le second est classiquement utilisé par les concepteurs de machines, il est adapté aux champs moyens à élevés.

## 1.2.2 Comparaisons avec les résultats expérimentaux

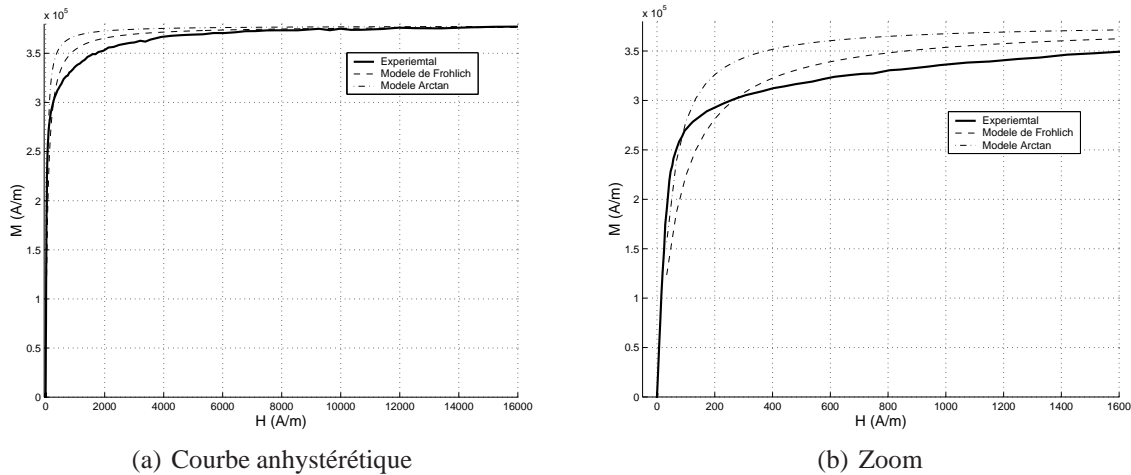


FIGURE A.4: Comparaison entre modèles phénoménologiques et résultats expérimentaux (comportement anhystérique)

## 1.3 Modèle phénoménologique hystérique

Suite aux travaux de C. Gourdin [19], [64], le modèle d'hystérésis développé au LMT-Cachan, basé sur la thermodynamique des milieux continus est utilisé pour simuler la composante hystérique du comportement magnétique.

### 1.3.1 Présentation du modèle LMT-Cachan

Ce modèle est basé sur une partition du champ magnétique :

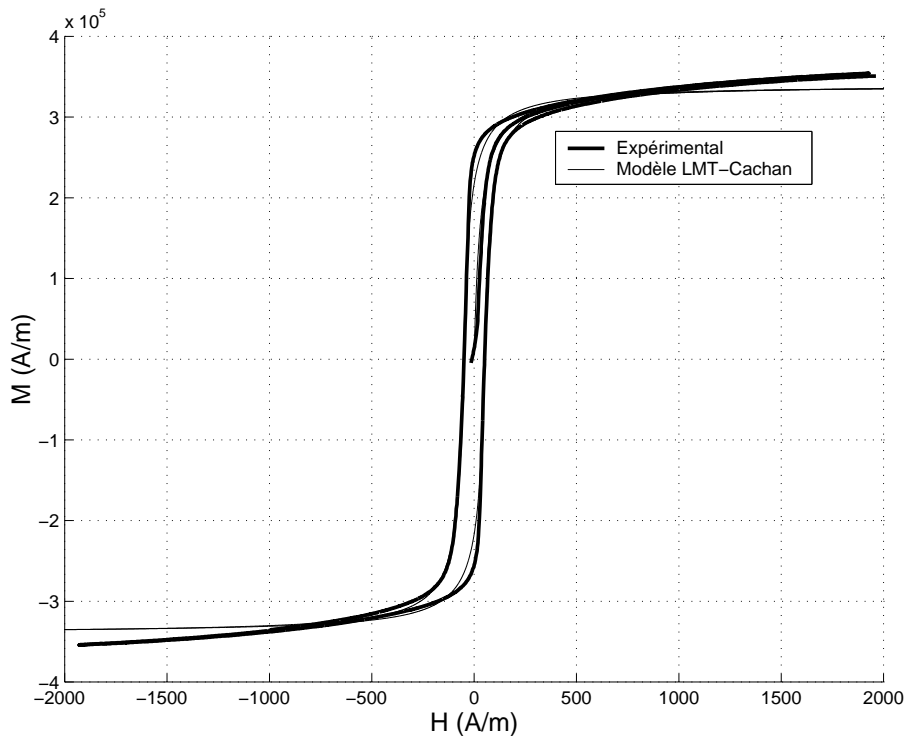
$$H = H_{an} + H_i + H_{vis} \quad (\text{A.3})$$

où  $H_{an}$  représente le champ associé à l'aimantation anhystérétique (directement issu du calcul précédent, modèle de Frölich),  $H_i$  le champ associé aux transformations irréversibles et  $H_{vis}$  associé aux transformations dites "visqueuses", c'est à dire dépendantes de la vitesse. Dans le cadre de notre étude, ce dernier terme est négligé : le matériau étudié n'est pas conducteur, donc il n'y a pas de courants de Foucault qui seraient responsables de cette sensibilité à la vitesse, de plus, la fréquence à laquelle sont obtenus les cycles d'hystérésis est suffisamment faible pour s'affranchir de ces effets visqueux.

$$\dot{H}_i = \chi_{i0} \dot{H} \text{ si } \begin{cases} \dot{H} > 0 & \text{et } H_i \leq H_y \\ \dot{H} < 0 & \text{et } H_i \geq -H_y \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{H}_i = \chi_{i0} \left( \frac{H_c - \delta H_i}{H_c - H_y} \right) \dot{H} \text{ si } \begin{cases} \dot{H} > 0 & \text{et } H_i > H_y \\ \dot{H} < 0 & \text{et } H_i < -H_y \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

### 1.3.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux



**FIGURE A.5:** Comparaison entre modèle phénoménologique et résultats expérimentaux LMT (comportement cyclique)

Sur les figures A.5 et A.6 sont comparés les résultats expérimentaux obtenus sur les géométries parallélépipédique et tore, et le résultat du modèle LMT. Le modèle prédit relativement bien le comportement du matériau, les cycles expérimentaux semblent dissiper

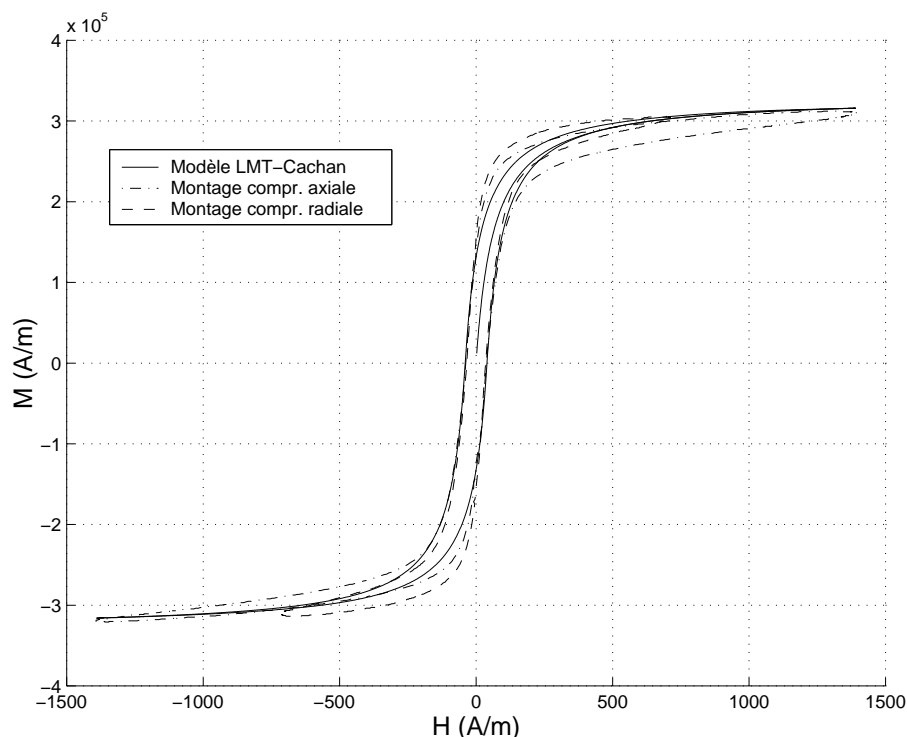


FIGURE A.6: Comparaison des cycles d'hystérésis obtenus expérimentalement (tores) et avec le modèle phénoménologique

plus d'énergie que les cycles calculés, en particulier pour la géométrie torique : ceci est probablement dû à l'effet de la fréquence : dans la modélisation nous avons négligé le terme visqueux, dans les essais sur tore la fréquence est assez élevée, ce qui peut influencer. La qualité des montages électromagnétiques peut également intervenir.

## 2 Variabilité du matériau

### 2.1 Effet de la porosité dans le matériau

Les éprouvettes d'essais en ferrite Nickel-Zinc sont obtenues par frittage sous pression. Du vide demeure entre les grains de ferrite malgré le procédé. Il est intéressant de connaître l'influence de cette porosité résiduelle sur le comportement magnétique macroscopique du matériau. L'approche autocohérente magnétique développée dans la thèse de Nicolas Buiron pour modéliser l'effet de la porosité a été retenue. Dans l'hypothèse autocohérente, les différentes phases du matériau sont supposées parfaitement désordonnées. Chaque grain, de susceptibilité  $\chi = \mu/\mu_0 - 1$  est supposée sphérique, de comportement magnétique linéaire et isotrope, et entouré d'un milieu de comportement linéaire isotrope dont les propriétés sont celles du matériau homogénéisé  $\chi_m$ . L'aimanta-

tion moyenne s'écrit alors :

$$M = \langle m \rangle = \langle \chi h \rangle = \left\langle \chi \frac{3 + 3\chi_m}{3 + \chi + 2\chi_m} \right\rangle H \quad (\text{A.6})$$

Mais aussi :

$$M = \chi_m H \quad (\text{A.7})$$

La susceptibilité magnétique effective est donc la solution de l'équation :

$$\chi_m = \left\langle \chi \frac{3 + 3\chi_m}{3 + \chi + 2\chi_m} \right\rangle \quad (\text{A.8})$$

### 2.1.1 Effet sur l'aimantation à saturation

Pour prendre en compte l'effet de la porosité, on considère une poudre magnétique composée de granulats sphériques d'aimantation à saturation  $m_s$  et de fraction volumique  $C$  ; la seconde phase est le vide séparant les grains. On peut alors résoudre le problème d'homogénéisation avec :

$$M_{s_m} = CM_s \quad (\text{A.9})$$

Le procédé d'obtention des ferrites permet d'obtenir un matériau dense à environ 99%.

### 2.1.2 Effet sur la susceptibilité initiale

La susceptibilité homogénéisée autocohérente  $\chi_m$  est la solution positive de l'équation :

$$\frac{3}{2}\chi_m^2 + \left(1 + \left(\frac{1}{3} - C\right)\chi\right)\chi_m - C\chi = 0 \quad (\text{A.10})$$

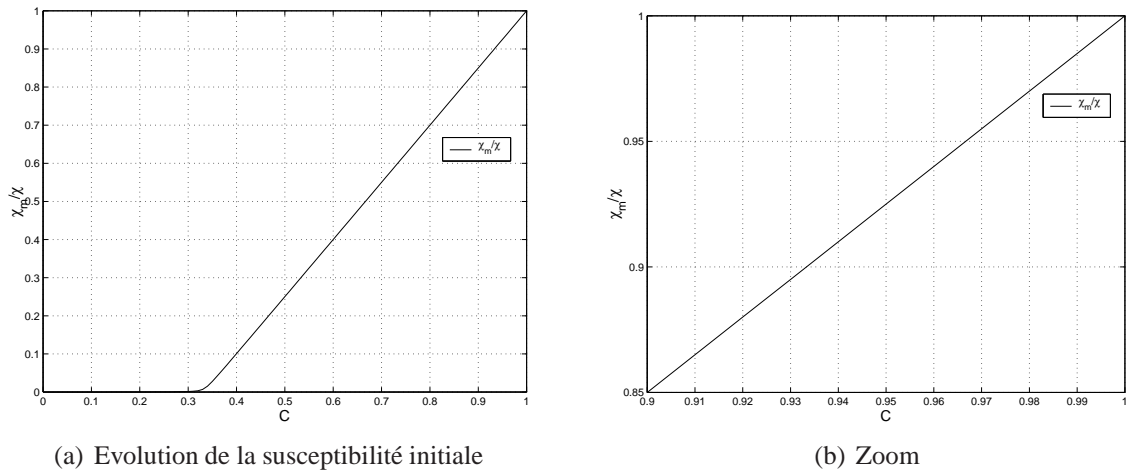
soit :

$$\chi_m = \frac{3}{4} \left( \sqrt{\left(1 + \left(\frac{1}{3} - C\right)\chi\right)^2 + \frac{8}{3}C\chi + \left(C - \frac{1}{3}\right)\chi - 1} \right) \quad (\text{A.11})$$

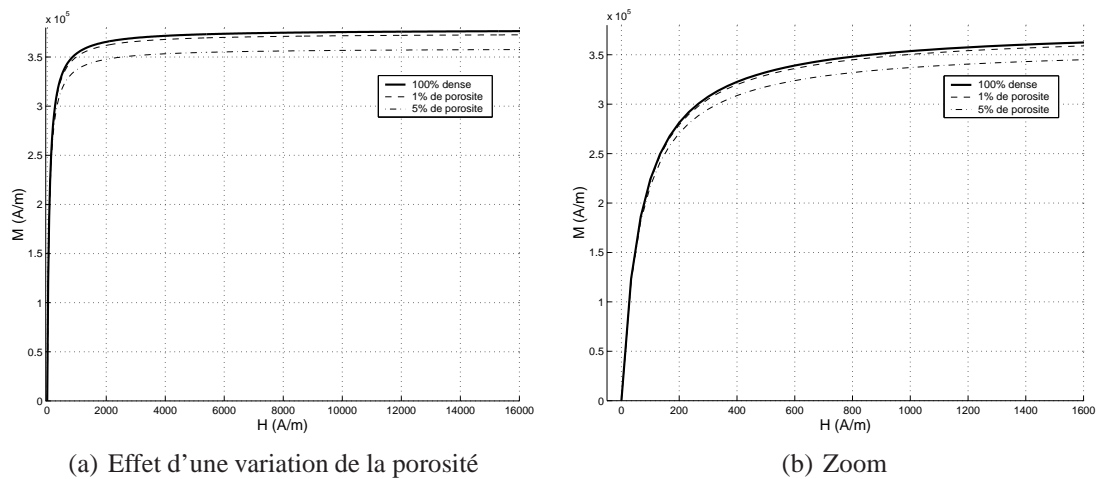
On obtient un comportement à deux pentes (Cf. figure A.7) :

- si  $C \lesssim 0,3$  : on peut faire l'approximation  $\chi_m \simeq 0$ .
- si  $C \gtrsim 0,3$  :  $\frac{d\chi_m}{dC} \simeq 3$ , on a une très bonne sensibilité à la teneur en matériau magnétique.

On peut également utiliser le modèle multiéchelle pour représenter ce phénomène. La figure A.8 montre par ailleurs qu'à faible taux de porosité, la diminution de l'aimantation à saturation est l'effet dominant.



**FIGURE A.7:** Susceptibilité initiale en fonction de la porosité



**FIGURE A.8:** Comportement magnétique en fonction de la porosité

## 2.2 Effet de la taille de grains

La taille de grains a principalement un effet sur le comportement magnétique irréversible. La composante anhystérique du comportement n'est pas affectée par une variation de la taille des grains. D'après les mesures effectuées par Globus, le champ coercitif  $H_c$  est inversement proportionnel à la taille moyenne des grains de l'échantillon. La figure A.9 illustre l'influence du paramètre  $H_c$  sur le modèle LMT, représentatif de l'effet du diamètre de grain expérimental.

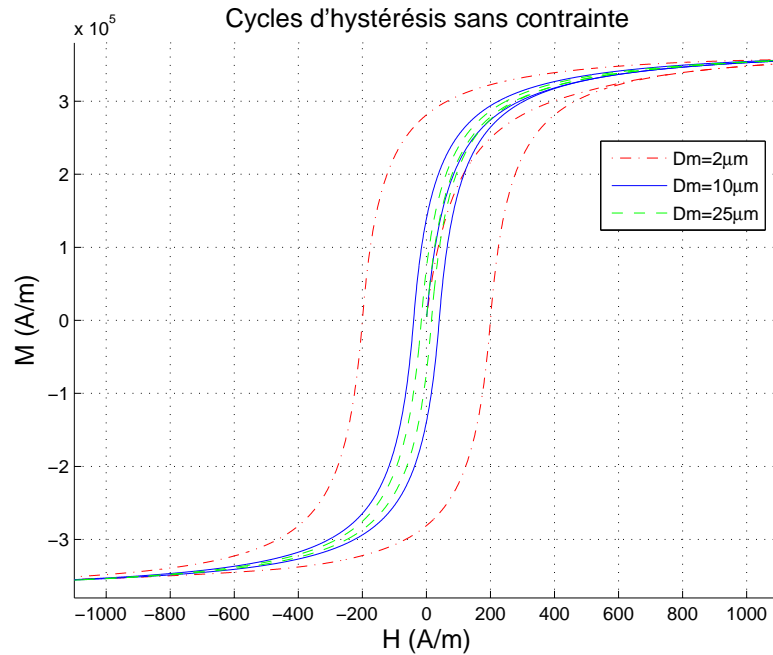


FIGURE A.9: Effet de la taille de grains sur le cycle d'hystérésis

### 2.3 Influence de la fréquence

Le ferrite Nickel-Zinc étudié est un matériau non conducteur ; les courants de Foucault responsables de dissipation d'énergie pendant les cycles magnétiques sont donc très faibles. Sous forts champs appliqués, il est possible que les phénomènes de création et d'annihilation de parois à l'intérieur du matériau soient dépendants de la vitesse, mais ces phénomènes n'interviendraient que pour des champs susceptibles d'entraîner la saturation magnétique du matériau, cela se traduirait par un simple retard du premier ordre.





## Annexe B

# Localisations et homogénéisations dans un milieu ferrimagnétique polycristallin

## 1 Introduction

La mise en forme des matériaux produit souvent des microstructures compliquées, à l'origine d'hétérogénéités locales influençant le comportement global. Dans le cas qui nous intéresse, la mise en forme est obtenue par frittage de poudre ; Cette technique produit un assemblage polycristallin, assurant, malgré un comportement "cubique" à l'échelle du cristal, un comportement isotrope à l'échelle de la pièce. Les désorientations locales subsistent bien entendu. Des travaux antérieurs, aussi bien dans le domaine de la mécanique que du magnétisme, montrent l'importance des hétérogénéités entre le monocristal et la matrice sur la distribution des champs locaux. Par ailleurs, le comportement local (mécanique et magnétique) est non seulement anisotrope (symétrie cubique) mais également non-linéaire (en particulier pour le comportement magnétique). Dans ces conditions, il paraît évident que la réponse macroscopique sera fonction des chargement et comportement locaux, de leur amplitude et de leur distribution.

Cette dernière remarque montre l'importance de connaître avec précision ces champs dans l'optique d'en déduire par méthode multiéchelle le comportement moyen (ou effectif). Il convient de procéder à :

- l'identification des champs locaux, définition des échelles
- l'établissement des règles de localisation
- l'établissement des règles d'homogénéisation
- une mise en place d'un test de convergence

Ce travail a pour l'essentiel été réalisé dans le cadre des thèses de doctorat de Nicolas Buiron [43] et Laurent Daniel [27]. Nous reprenons ici les grandes lignes des démonstrations des règles de localisation et homogénéisation.

## 2 Champs locaux et macroscopiques

### 2.1 Champs magnétiques

Il existe deux (ou trois) grandeurs magnétiques. Leurs expressions aux échelles locales et macroscopiques sont les suivantes :

- le champ magnétique local est noté :  $\vec{H}^I$ . On pourra l'écrire à différentes échelles (domaine, grains, ensemble de grains)
- le champ magnétique global est égal au champ magnétique appliqué en absence de champ démagnétisant macroscopique. Il est noté :  $\vec{H}$ . On précise parfois  $\vec{H} = \vec{H}_{\text{ext}}$ .
- l'induction locale est notée :  $\vec{B}_I$ . On lui associe l'aimantation locale  $\vec{M}^I$ .
- l'induction globale est notée :  $\vec{B}$ . On lui associe l'aimantation macroscopique  $\vec{M}$ .

On distinguera en particulier deux échelles locales : le domaine magnétique ou plus exactement la famille de domaines magnétiques  $\alpha$  ; et le grain (entité monocristalline du polycristal)  $g$ . Le champ magnétique local se décline par exemple en  $\vec{H}_\alpha$  ou  $\vec{H}_g$ .

### 2.2 Champs mécaniques

Les champs mécaniques sont la contrainte et la déformation, résultat de deux contributions aux origines physiques différentes : la déformation élastique et la déformation de magnétostriction. On utilise les mêmes indices employés pour les champs magnétiques :

- la contrainte locale est notée :  $\sigma_I$
- la contrainte globale est notée :  $\Sigma$
- la déformation élastique locale est notée :  $\varepsilon_I^e$
- la déformation élastique globale est notée :  $\mathbb{E}^e$
- la déformation de magnétostriction locale est notée :  $\varepsilon_I^\mu$
- la déformation de magnétostriction globale est notée :  $\mathbb{E}^\mu$
- la déformation totale locale est notée :  $\varepsilon_I$
- la déformation totale globale est notée :  $\mathbb{E}$

Là encore, on distinguera deux échelles locales : la famille de domaines magnétiques  $\alpha$  ; et le grain  $g$ . La contrainte locale se décline par exemple en  $\sigma_\alpha$  ou  $\sigma_g$ .

## 3 Modèle microscopique

Chaque grain d'un polycristal ferrimagnétique est constitué d'un ensemble de domaines magnétiques aimantés à saturation, ceci quels que soient le niveau et l'orientation du champ magnétique extérieur. Le vecteur aimantation associé à chacun des domaines est initialement orienté suivant une direction cristallographique privilégiée notée direction de "facile aimantation",  $\langle 111 \rangle$  pour le ferrite. Il existe donc au maximum 8 familles de domaines dans un grain pour ce matériau. La structure en domaines évolue avec le champ magnétique suivant deux mécanismes concomitants : le mouvement des parois magnétiques, constituant la frontière entre deux domaines à bas champ, et la rotation de l'aimantation en direction du champ appliqué à plus fort champ. Quand la saturation

magnétique est atteinte, chaque grain est composé d'un unique domaine aimanté dans la direction du champ. La modélisation du comportement magnéto-mécanique d'un polycristal passe par une description des mécanismes à l'échelle du monocristal. Les deux mécanismes à décrire sont la déformation de magnétostriction et l'aimantation

Le modèle microscopique magnéto-élastique a initialement été proposé par Nicolas Buiron. Les variables internes intervenant dans ce modèle sont : les fractions volumiques  $f_\alpha$  de chaque famille de domaine  $\alpha$ , ainsi que les deux angles repérant la position spatiale du vecteur aimantation de chacun de ces domaines [65], [66]. Pour chaque famille de domaines  $\alpha$ , l'énergie interne est définie comme la somme de l'énergie magnéto-cristalline (B.1), l'énergie magnétostatique (B.2) et l'énergie élastique (B.3) détaillées ci-après :

$$W_{an}^\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (B.1)$$

$$W_{mag}^\alpha = -\mu_0 \vec{H}_\alpha \cdot \vec{M}_\alpha \quad (B.2)$$

$$W_\sigma^\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_\alpha : \mathbf{C}_\alpha^{-1} : \sigma_\alpha) \quad (B.3)$$

$$\text{où } \vec{M}_\alpha = M_s \vec{\gamma} = M_s^t [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3] \quad (B.4)$$

$$\gamma_1 = \cos(\phi_\alpha) \sin(\theta_\alpha) \quad (B.5)$$

$$\gamma_2 = \sin(\phi_\alpha) \sin(\theta_\alpha) \quad (B.6)$$

$$\gamma_3 = \cos(\theta_\alpha) \quad (B.7)$$

Les  $\gamma_i$  sont les cosinus directeurs de l'aimantation dans le repère cristallographique (RC). Les équations (B.5), (B.6) et (B.7) précisent leur expression en coordonnées sphériques. La contrainte à laquelle la famille de domaines  $\alpha$  est soumise a deux origines possibles : la contrainte macroscopique appliquée, et la contrainte liée à l'incompatibilité de déformation entre le domaine considéré et le milieu qui l'entoure. En effet chaque domaine est le lieu d'une déformation intrinsèque appelée magnétostriction  $\varepsilon_\alpha^\mu$ , dont l'expression tensorielle est la suivante :

$$\varepsilon_\alpha^\mu = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix}_{RC} \quad (B.8)$$

L'équilibre énergétique est satisfait par une répartition spécifique des fractions volumiques et des angles. Les fractions volumiques  $f_\alpha$  sont calculées à partir d'une expression explicite (B.10) dérivée d'une fonction de Boltzmann ( $A_s$  est une constante numérique). Les angles  $\theta_\alpha$  et  $\phi_\alpha$  sont obtenus par minimisation (B.11) de l'énergie totale (B.9) de chaque domaine.

$$W^\alpha = W_{mag}^\alpha + W_{an}^\alpha + W_\sigma^\alpha \quad (B.9)$$

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_\alpha) + \exp(-A_s \cdot W_{-\alpha})}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W_\alpha)} \cdot \frac{\exp(-B_s \cdot W_\alpha)}{\exp(-B_s \cdot W_\alpha) + \exp(-B_s \cdot W_{-\alpha})} \quad (\text{B.10})$$

$$W^\alpha(\theta_\alpha, \phi_\alpha) = \min(W^\alpha), \quad \theta_\alpha \in [0, \pi], \quad \phi_\alpha \in [0, 2\pi] \quad (\text{B.11})$$

## 4 Localisation et homogénéisation

### 4.1 Localisation et homogénéisation des champs mécaniques

#### 4.1.1 Localisation des champs mécaniques

La localisation mécanique consiste à postuler une fonction  $g$  telle que :

$$\sigma_I = g(\Sigma, \vec{H}) \quad (\text{B.12})$$

On détermine cette fonction à partir d'une approche auto-cohérente. Chaque grain est considéré comme une inclusion dans un milieu homogène équivalent au polycristal. On se ramène à un problème type inclusion d'Eshelby [23]. Le tenseur d'Eshelby  $\mathbf{S}^E$  est calculé à partir des fonctions de Green. Il ne dépend que des modules élastiques de la matrice et de la forme choisie pour l'inclusion. Il permet de lier la déformation libre de magnétostriction à la déformation totale de l'inclusion (B.13).

$$\varepsilon_I = \mathbf{S}^E : \varepsilon_I^\mu \quad (\text{B.13})$$

A partir de cette relation, on peut déterminer la contrainte dans l'inclusion (B.14), fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma$  et de la différence des déformations totales macroscopique  $\mathbb{E}$  et de l'inclusion  $\varepsilon_I$ . Il s'agit de la relation de Hill [67], où  $\mathbf{C}^*$  est le tenseur d'influence de Hill défini par la relation (B.15).  $\mathbf{C}^o$  représente le tenseur d'élasticité du milieu infini équivalent. Pour sa détermination, nous utilisons la solution de l'équation autocohérente bien adaptée aux milieux polycristallins.

$$\sigma_I = \Sigma + \mathbf{C}^* : (\mathbb{E} - \varepsilon_I) \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}^o : (\mathbf{S}^{E^{-1}} - \mathbf{I}) \quad (\text{B.15})$$

#### 4.1.2 Définition du comportement effectif

On recherche le milieu homogène équivalent (MHE) au matériau hétérogène étudié, c'est à dire le milieu homogène qui se comporte macroscopiquement de la même façon. Le modèle auto-cohérent consiste à considérer chaque phase du matériau comme une hétérogénéité élastique dans ce milieu et à confondre milieu de référence et milieu équivalent pour le calcul du tenseur d'influence de Hill :

$$\mathbf{C}^o = \mathbf{C}^{\text{eff}} \quad (\text{B.16})$$

Supposons un milieu parfaitement élastique. Dans ce milieu, déformation totale et déformation élastique sont confondues. Il est alors possible, en utilisant les équations de comportement (B.17) et (B.18) et la relation de Hill, de localiser la déformation et la contrainte (équations (B.19) et (B.20)).

$$\sigma_I = \mathbf{C}^I : \varepsilon_I^e \quad (\text{B.17})$$

$$\Sigma = \mathbf{C}^{\text{eff}} : \mathbb{E}^e \quad (\text{B.18})$$

$$\varepsilon_I^e = \left( \mathbf{C}^I + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) : \mathbb{E}^e \quad (\text{B.19})$$

$$\sigma_I = \mathbf{C}^I : \left( \mathbf{C}^I + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} \right)^{-1} : \Sigma \quad (\text{B.20})$$

En utilisant les propriétés  $\langle \varepsilon_I \rangle = \mathbb{E}$  et  $\langle \sigma_I \rangle = \Sigma$ , les équations (B.19) et (B.20) imposent :

$$\left\langle \left( \mathbf{C}^I + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) \right\rangle = \mathbf{I} \quad (\text{B.21})$$

Le tenseur des modules effectifs du matériau homogène équivalent au polycristal vérifie donc la relation (B.22), qui est une autre écriture de l'équation précédente :

$$\mathbf{C}^{\text{eff}} = \left\langle \mathbf{C}^I : \left( \mathbf{C}^I + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) \right\rangle \quad (\text{B.22})$$

Cette équation est implicite ( $\mathbf{C}^{\text{eff}}$  figure dans la définition de  $\mathbf{C}^*$ ) et sa résolution nécessite dans le cas général le recours à un processus itératif. Cette approche permet également de définir le tenseur de localisation des déformations  $\mathbf{A}^I$  (B.23), déduit de l'équation (B.19) ainsi que le tenseur de concentration de contrainte  $\mathbf{B}^I$  (B.24), qui se déduit de l'équation (B.20).

$$\mathbf{A}^I = \left( \mathbf{C}^I + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) \quad (\text{B.23})$$

$$\mathbf{B}^I = \mathbf{C}^I : \mathbf{A}^I : \mathbf{C}^{\text{eff}^{-1}} \quad (\text{B.24})$$

$\mathbf{A}^I$  permet de relier une déformation macroscopique à la déformation associée dans l'inclusion (B.25).  $\mathbf{B}^I$  permet de relier une contrainte macroscopique à la contrainte associée dans l'inclusion (B.26).

$$\varepsilon_I^e = \mathbf{A}^I : \mathbb{E}^e \quad (\text{B.25})$$

$$\sigma_I = \mathbf{B}^I : \Sigma \quad (\text{B.26})$$

### 4.1.3 Règles de localisation et homogénéisation en présence de magnétostriction

L'équation (B.14) peut être décomposée de manière à y intégrer les déformations de magnétostriction locale et macroscopique. Il suffit de décomposer les déformations totales (équations (B.27) et (B.28)) puis d'exprimer les relations de comportements micro et macro (B.17) et (B.18). On obtient alors l'équation de localisation des contraintes (B.29).

$$\varepsilon_I = \varepsilon_I^e + \varepsilon_I^\mu \quad (\text{B.27})$$

$$\mathbb{E} = \mathbb{E}^e + \mathbb{E}^\mu \quad (\text{B.28})$$

La contrainte dans l'inclusion devient la somme de la contrainte macroscopique localisée avec la contrainte d'incompatibilité de magnétostriction. La relation devient implicite si nous faisons dépendre la déformation de magnétostriction de la contrainte.

$$\sigma_I = \mathbf{B}^I : \Sigma + \mathbf{C}^* : (\mathbf{I} + \mathbf{C}^* : \mathbf{C}^{\mathbf{I}^{-1}})^{-1} : (\mathbb{E}^\mu - \varepsilon_I^\mu) \quad (\text{B.29})$$

Les quelques règles d'homogénéisation concernent la contrainte (B.30), puis les déformations totale (B.31) et de magnétostriction (B.32) :

$$\Sigma = \langle \sigma_I \rangle \quad (\text{B.30})$$

$$\mathbb{E} = \langle \varepsilon_I \rangle \quad (\text{B.31})$$

$$\mathbb{E}^\mu = \langle {}^T \mathbf{B}^I : \varepsilon_I^\mu \rangle \quad (\text{B.32})$$

### 4.1.4 Application au passage domaine $\Rightarrow$ grain puis grain $\Rightarrow$ polycristal

Nous pouvons appliquer ces règles successivement au passage du domaine magnétique au grain, puis du grain au polycristal. La difficulté reste néanmoins de déterminer suffisamment précisément le tenseur d'Eschelby associé à l'inclusion. Pour le premier passage (domaine  $\Rightarrow$  grain), l'inclusion et le milieu ont un même module d'élasticité ( $\mathbf{C}^\alpha = \mathbf{C}^g$ ), la contrainte par domaine se simplifie selon :

$$\sigma_\alpha = \sigma_g + \mathbf{C}^g : (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{\mathbf{E}^\alpha}) : (\varepsilon_g^\mu - \varepsilon_\alpha^\mu) \quad (\text{B.33})$$

Le calcul du tenseur d'Eschelby  $\mathbf{S}^{\mathbf{E}^\alpha}$  pose un problème important puisque la forme supposée de l'inclusion dépend en toute rigueur de l'état magnétique (évolution de la taille et morphologie des domaines en fonction du niveau de champ). Le calcul du tenseur d'Eschelby n'est alors possible que pour des situations limites : contrainte homogène ou déformation homogène. La condition de contrainte homogène correspond à la situation où le tenseur d'Eschelby vaut l'identité. La conséquence est l'absence effets d'incompatibilité. Le couplage magnéto-élastique n'apparaît strictement pas ; cette condition n'est donc pas acceptable. La condition de déformation homogène se traduit par un tenseur d'Eschelby nul. Cette condition fait bien apparaître le couplage mais amplifie les effets

d'incompatibilité. Nous conservons cette condition à défaut de pouvoir écrire plus proprement le tenseur d'Eschelby. Le tenseur de magnétostriction du monocristal est alors obtenu en réalisant une moyenne des magnétostrictions de chacun des domaines (B.34).

$$\varepsilon_g^\mu = \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \quad (\text{B.34})$$

On peut à ce moment écrire une expression simplifiée de l'énergie élastique de chaque domaine (équation (B.3)), fonction de la contrainte appliquée au grain et de la déformation de magnétostriction du domaine considéré :

$$W_\sigma^\alpha = K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu) - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + L(\varepsilon_\alpha^\mu) \quad (\text{B.35})$$

$$\text{avec } K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu) = \frac{1}{2} (\sigma_g : \mathbf{C}_g^{-1} : \sigma_g) + \sigma_g : \varepsilon_g^\mu + \frac{1}{2} (\varepsilon_g^\mu : \mathbf{C}_g : \varepsilon_g^\mu) \quad (\text{B.36})$$

$$\text{et } L(\varepsilon_\alpha^\mu) = \frac{1}{2} (\varepsilon_\alpha^\mu : \mathbf{C}_\alpha : (\varepsilon_\alpha^\mu - 2 \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle)) \quad (\text{B.37})$$

$K(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu)$  est uniforme dans tout le grain. Ce terme n'intervient donc pas dans les déséquilibres énergétiques entre domaines.  $L(\varepsilon_\alpha^\mu)$  est négligeable quand la contrainte appliquée est supérieure à la contrainte d'incompatibilité de déformation de magnétostriction. La part de couplage magnéto-élastique se réduit donc au produit  $-\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu$ .

Le calcul du tenseur d'Eschelby est beaucoup plus aisé à calculer lorsqu'on cherche à passer du grain au polycristal.

$$\sigma_g = \mathbf{B}^g : \Sigma + \mathbf{C}^* : (\mathbf{I} + \mathbf{C}^* : \mathbf{C}^{g-1})^{-1} : (\mathbb{E}^\mu - \varepsilon_g^\mu) \quad (\text{B.38})$$

$$\text{avec } \mathbf{C}^* = \mathbf{C}^{\text{eff}} : (\mathbf{S}^{\text{E}^{g-1}} - \mathbf{I}) \quad (\text{B.39})$$

Les règles suivantes s'appliquent pour la détermination des contraintes (B.40) et déformations de magnétostriction macroscopiques (B.41) :

$$\Sigma = \langle \sigma_g \rangle \quad (\text{B.40})$$

$$\mathbb{E}^\mu = \langle {}^T \mathbf{B}^g : \varepsilon_g^\mu \rangle \quad (\text{B.41})$$

## 4.2 Localisation et homogénéisation des champs magnétiques

### 4.2.1 Localisation des champs magnétiques

La localisation magnétique consiste à calculer la fonction  $h$  telle que :

$$\vec{H}^{\mathbf{I}} = h(\Sigma, \vec{H}) \quad (\text{B.42})$$



L'expression des champs magnétiques locaux, fonctions des expressions macroscopiques n'est pas un problème nouveau en électromagnétisme. On effectue usuellement le passage micro-macro à l'aide de l'expression du champ démagnétisant (B.43). On peut séparer les effets de champ démagnétisant en trois contributions distinctes :

$$\vec{H}^I = \vec{H} + \vec{H}_d^I(\Sigma, \vec{H}, \vec{H}^I) \quad (\text{B.43})$$

- un champ démagnétisant macroscopique lié à la géométrie des échantillons étudiés. Ce champ est déjà pris en compte dans la définition de  $\vec{H}$  et n'intervient donc pas dans la modélisation.
- un champ démagnétisant à l'échelle du grain. L'existence de ce champ, dans un grain, est liée à la présence autour de lui de grains dont l'aimantation est différente, créant ainsi une hétérogénéité du champ d'aimantation, source de champ démagnétisant.
- un champ démagnétisant de domaine à domaine, provoqué également par une non-uniformité de l'aimantation mais cette fois à l'intérieur du grain.

Le rôle d'une inclusion peut donc être joué successivement par le domaine ou le grain. D'autre part, l'influence de l'état de contrainte réclame de pouvoir faire intervenir le comportement du milieu effectif dans l'expression du champ démagnétisant (au travers l'aimantation ou la susceptibilité).

Le champ magnétique dans l'inclusion est lié au champ global par l'intermédiaire d'un tenseur de localisation  $\mathbf{A}_\mu$ . Il en va de même pour la perméabilité :

$$\mathbf{A}_\mu = [\mathbb{I} - g(\mu^I - \mu^m)]^{-1} \quad (\text{B.44})$$

où  $\mathbb{I}$  désigne le tenseur identité.  $\mu^I$  et  $\mu^m$  sont les perméabilités locales et effectives.

Le tenseur  $g$  est défini par l'intégrale suivante réalisée sur l'ensemble des directions de l'espace  $k$  :

$$g = - \int \frac{\hat{k}\hat{k}}{\hat{k}\mu^I\hat{k}} \frac{d\Omega}{4\pi} \quad (\text{B.45})$$

La perméabilité effective du milieu vaut alors par définition :

$$\mu^m = \frac{\langle \mathbf{A}_\mu : \mu^I \rangle}{\langle \mathbf{A}_\mu \rangle} \quad (\text{B.46})$$

La résolution d'un tel problème passe par un certain nombre d'hypothèses. Nous supposons une inclusion sphérique dont le comportement magnétique est linéaire et obéit à la relation de comportement (B.47). Cette inclusion est plongée dans un milieu homogène équivalent à l'ensemble des inclusions dont le comportement magnétique est également linéaire et obéit à la relation de comportement (B.48).

$$\vec{M}^{\mathbf{I}} = \chi^{\mathbf{g}} \cdot \vec{H}^{\mathbf{I}} \quad (\text{B.47})$$

$$\vec{M} = \chi^{\mathbf{m}} \cdot \vec{H} \quad (\text{B.48})$$

A ces hypothèses s'ajoutent la prise en compte des relations de continuité normale de l'induction et tangentielle du champ, associé à l'expression d'un potentiel scalaire duquel le champ magnétique dérive. Si on considère d'autre part les milieux isotropes et tels que le comportement effectif macroscopique corresponde au comportement moyen de l'ensemble des inclusions (modélisation autocohérente), le champ dans une inclusion est alors donné par la relation (B.49) [48], [49], [68].

$$\vec{H}^{\mathbf{I}} = \vec{H} + \frac{1}{3 + 2\chi^{\mathbf{m}}} (\vec{M} - \vec{M}^{\mathbf{I}}) \quad (\text{B.49})$$

Nous choisissons d'étendre cette définition au cas non-linéaire en utilisant pour  $\chi^{\mathbf{m}}$  une estimation de la susceptibilité sécante du polycristal. On définit donc le champ démagnétisant sous la forme :

$$\vec{H}_d^{\mathbf{I}} = N_d (\vec{M} - \vec{M}^{\mathbf{I}}) \quad (\text{B.50})$$

en notant :

$$N_d = \frac{1}{3 + 2\chi^{\mathbf{m}}} \quad (\text{B.51})$$

$\chi^{\mathbf{m}}$  est définie par :

$$\chi^{\mathbf{m}} = \frac{\|\vec{M}\|}{\|\vec{H}\|} \quad (\text{B.52})$$

Les relations d'homogénéisation sont, dans le cadre des hypothèses prises, très simples (équations (B.53) et (B.54)).

$$\vec{M} = \langle \vec{M}^{\mathbf{I}} \rangle \quad (\text{B.53})$$

$$\vec{H} = \langle \vec{H}^{\mathbf{I}} \rangle \quad (\text{B.54})$$

En appliquant ces relations, combinées aux équations de comportement (B.47) et (B.48), et à l'équation de localisation (B.49), on peut définir le comportement effectif comme solution de l'équation autocohérente (B.55). On peut définir de même des opérateurs de concentration de champ ou de concentration d'aimantation.

$$\chi^{\mathbf{m}} = \langle \chi^{\mathbf{I}} \frac{3 + 3\chi^{\mathbf{m}}}{3 + \chi^{\mathbf{I}} + 2\chi^{\mathbf{m}}} \rangle \quad (\text{B.55})$$

#### 4.2.2 Application au passage domaine $\Rightarrow$ grain puis grain $\Rightarrow$ polycristal

Nous pouvons appliquer ces règles successivement au passage du domaine magnétique au grain, puis du grain au polycristal. La difficulté reste néanmoins de vérifier que les hypothèses prises ont toujours un sens. Pour le premier passage (domaine  $\Rightarrow$  grain), les hypothèses d'isotropie et de forme sphérique des domaines n'ont pas de sens. A défaut de proposer une loi alternative, nous préférons nous placer dans les conditions de champ homogène (B.56). La valeur de l'aimantation par grain est une estimation fournie par le modèle (B.57).

$$\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g \quad (\text{B.56})$$

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} \quad (\text{B.57})$$

Le deuxième passage (grain  $\Rightarrow$  polycristal) est plus régulier. L'hypothèse d'inclusion sphérique est acceptable. L'équation (B.58) fournit le champ dans un grain fonction du champ macroscopique et des aimantations. Les équations (B.59) et (B.60) donnent les règles d'homogénéisation.

$$\vec{H}_g = \vec{H} + \frac{1}{3 + 2\chi^m} (\vec{M} - \vec{M}_g) \quad (\text{B.58})$$

$$\vec{H} = \langle \vec{H}_g \rangle \quad (\text{B.59})$$

$$\vec{M} = \langle \vec{M}_g \rangle \quad (\text{B.60})$$

## 5 Résolution d'un problème magnéto-élastique

Comme les calculs magnétiques et mécaniques sont autocohérents, le schéma de modélisation avec localisations et homogénéisations a donc nécessairement recours à un processus itératif pour déterminer le comportement magnétique, et le comportement magnétostrictif. L'effet du couplage magnéto-mécanique intervient au niveau du calcul de l'énergie des domaines (énergie élastique (B.35)). Les conséquences sont alors multiples, en terme de fractions volumiques, puis de contraintes d'incompatibilité. La mise en place numérique réclame de réaliser un premier calcul avec comme paramètres d'entrée, un champ magnétique et un état de contrainte macroscopiques. Une première itération fournit une aimantation et une déformation de magnétostriction macroscopiques. Ces solutions sont réinjectées en entrée. Le processus est réitéré jusqu'à stabilité des grandeurs de sortie.

## 6 Suite des développements : prise en compte des effets de bord

L'hypothèse d'un échantillon de taille infinie est faite dans le modèle précédent, on ne prend pas en compte que la composante de l'aimantation normale à la surface est très défavorisée d'un point de vue énergétique à cause de la présence de bords libres. Une solution est de traiter cet effet structural en ajoutant un terme spécifique d'énergie de surface (B.61) à l'énergie totale (B.9) qui agit comme une énergie d'anisotropie supplémentaire (à l'échelle macroscopique) [69].

$$W_{\alpha}^s = N_s (\vec{\gamma}_{\alpha} \cdot \vec{n}_0)^2 \quad (\text{B.61})$$

$\vec{n}_0$  est le vecteur normal à la surface et  $N_s$  une constante qui définit le niveau maximum de l'énergie de surface. L'introduction du terme de démagnétisation dans le modèle peut conduire à des configurations spécifiques où l'aimantation moyenne est nulle mais la déformation de magnétostriction est différente de zéro (si les fractions volumiques sont différentes de 1/8). En conséquence, une déformation initiale apparaît.



# Annexe C

## Identification des constantes d'élasticité du matériau

### 1 Introduction

Les règles de changement d'échelles nécessitent la connaissance du comportement élastique du monocristal de  $(\text{Mn}_{0,52}\text{Zn}_{0,48})\text{Fe}_2\text{O}_4$ , en particulier pour définir les contraintes d'incompatibilités dues à la magnétostriction. Une des difficultés provient de l'absence de données utilisables dans la littérature. La seule information utilisable est que le cristal de base est de symétrie cubique (cubique à faces centrées précisément), ce qui signifie trois coefficients d'élasticité indépendants à déterminer. Par ailleurs, nous disposons d'un monocristal de cette matière, insuffisamment massif pour réaliser des essais mécaniques, mais suffisant pour utiliser une technique thermique proposée par J. Jumel et expliquée préalablement dans son mémoire de thèse [50]. Cette méthode permet la détermination des coefficients d'anisotropie d'un monocristal (ratio de modules d'élasticité [70]).

D'autre part, nous savons que le ferrite est un assemblage polycristallin fritté. Le mode de fabrication explique que le comportement macroscopique de ce matériau (aussi bien mécanique, magnétique, que couplé) soit isotrope, ce qui signifie deux coefficients que nous pouvons a priori déterminer à l'aide d'un simple essai mécanique uniaxial. A partir de la connaissance du coefficient d'anisotropie, complété par les caractéristiques élastiques macroscopiques (module d'Young et coefficient de Poisson par exemple), il est théoriquement possible, à l'aide d'une technique d'homogénéisation, de remonter aux coefficients d'élasticité du monocristal.

Il convient de procéder à :

- identification du coefficient d'anisotropie
- mesure des constantes élastiques macroscopiques
- établissement des règles d'homogénéisation
- mise en place numérique et identification des constantes d'élasticité.

Nous utilisons les notations suivantes pour le tenseur d'élasticité (général et cubique).

Le tenseur d'élasticité anisotrope (21 coefficients)

	Notation tensorielle	$\mathbf{C} : C_{ijkl}$
	Notation vectorielle	$\hat{\mathbf{C}} : C_{ij}$

$$\text{avec } \hat{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{1131} & \sqrt{2}C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{2231} & \sqrt{2}C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & \sqrt{2}C_{3323} & \sqrt{2}C_{3331} & \sqrt{2}C_{3312} \\ \sqrt{2}C_{2311} & \sqrt{2}C_{2322} & \sqrt{2}C_{2333} & 2C_{2323} & 2C_{2331} & 2C_{2312} \\ \sqrt{2}C_{3111} & \sqrt{2}C_{3122} & \sqrt{2}C_{3133} & 2C_{3123} & 2C_{3131} & 2C_{3112} \\ \sqrt{2}C_{1211} & \sqrt{2}C_{1222} & \sqrt{2}C_{1233} & 2C_{1223} & 2C_{1231} & 2C_{1212} \end{pmatrix}$$

Le tenseur d'élasticité cubique (3 coefficients)

$$\text{avec } \hat{\mathbf{C}}_c = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}$$

Avec, en notations de Voigt :

$$C_{44} = 2C_{2323} \quad (\text{C.1})$$

$$a = \frac{C_{44}}{C_{11} - C_{12}} \quad (\text{C.2})$$

## 2 Identification du coefficient d'anisotropie

L'identification du coefficient d'anisotropie d'un monocristal nécessite de pouvoir accéder d'une part à un monocristal du matériau considéré, et d'autre part à un microscope photothermique. Ce matériel est disponible au CEA Le Ripault à Monts (37260) près de Tours. Il a été développé par J.Jumel au cours de sa thèse [50] en partenariat avec l'ONERA. L'objectif initial de son travail était de mesurer les propriétés thermiques et thermo-élastiques des constituants (fibre et matrice) de composites carbone/carbone (tenseur de diffusivité thermique + tenseur d'élasticité), matériaux graphités et par nature fortement anisotropes.

### 2.1 Principe de la méthode

Un microscope photothermique interférométrique est utilisé pour mesurer des propriétés thermo-élastiques locales. La technique consiste à chauffer très localement la

surface de l'échantillon analysé au moyen d'un faisceau laser focalisé et modulé en intensité. S'en suit une élévation périodique de température qui est confinée dans une zone d'autant plus réduite que la fréquence de modulation est élevée (quelques microns à 1MHz). En outre, l'échantillon se dilate au voisinage de la source de chaleur, la surface de l'échantillon se soulève périodiquement. Cet effet mécanique est mesuré au moyen d'un interféromètre de façon à cartographier l'élévation périodique de la surface de l'échantillon au voisinage de la source de chaleur. Le phénomène périodique est représenté sous forme d'une cartographie d'amplitude (amplitude ou atténuation du signal) et de phase, ce dernier terme représentant le retard entre déplacement de la surface et excitation thermique. Cette technique mise en œuvre sur des monocristaux d'AMI (superalliage base nickel) permet en pratique dans le cas d'un matériau de symétrie cubique d'accéder à la diffusivité thermique (rapport conductivité thermique/chaleur spécifique), ainsi qu'à un coefficient d'anisotropie (coefficient  $a$  du réseau cubique par exemple (C.2)), en suivant la démarche expliquée ci-dessous. Les valeurs absolues des coefficients d'élasticité restent en revanche indéterminables.

## 2.2 Exploitation des mesures photothermiques interférométriques

L'analyse des cartographies de déplacement réalisées par microscopie photothermique interférométrique repose sur l'hypothèse que l'influence des paramètres diffusivité thermique, orientation cristallographique et anisotropie élastique peut être découplée. Ainsi, on constate que l'anisotropie élastique du matériau se traduit par une perturbation qui se superpose au champ de déplacement normalement observé sur les matériaux isotropes pour lesquels il est simple d'identifier le paramètre diffusivité thermique. Pour effacer cette perturbation, on reconstruit l'évolution radiale moyenne du champ déplacement en amplitude et phase. La diffusivité thermique du matériau s'obtient par simple régression linéaire des profils d'atténuation et/ou de phase. Pour identifier l'orientation cristallographique et le coefficient d'anisotropie, il faut maintenant analyser la perturbation elle-même. On observe que la forme de la perturbation (forme des lignes d'isodéplacement) est corrélée de façon unique à l'orientation des axes principaux d'anisotropie. Celle-ci est donc déterminée par calcul d'un produit de corrélation ou d'une fonction mérite qui permet de comparer la forme des lignes d'isodéplacement expérimentales à une famille de courbes de référence déterminées par simulation. L'optimum indique l'orientation cristallographique. Enfin, le coefficient d'anisotropie n'a d'effet que sur l'amplitude de la perturbation, la relation pour une orientation cristallographique donnée entre coefficient d'anisotropie et amplitude de la perturbation étant en première approximation linéaire (le coefficient de proportionnalité étant à nouveau déterminé au moyen de simulations numériques).

Nous disposons d'un monocristal de ferrite. Il possède deux faces exploitables d'orientation prévues  $\{111\}$  et  $\{100\}$ . Le calcul du coefficient d'anisotropie peut donc être estimé de deux manières différentes. Nous fournissons dans ce qui suit les principaux enseignements des mesures réalisées :

Les mesures sont réalisées à 10KHz. Une fois les mesures de phase et d'amplitude



réalisées, on procède à un dépouillement de l'évolution radiale de ces grandeurs ; celui-ci donne accès à une mesure de la diffusivité thermique (C.3). Cette mesure peut se faire sur l'atténuation (amplitude) ou la phase (généralement de meilleure qualité). On obtient également la longueur de diffusion thermique (C.4). Les images d'amplitude et de phase font clairement apparaître des anisotropies, qu'on peut relier, à l'aide d'un modèle analytique proposé par J.Jumel, à l'orientation du cristal (définie par les angles d'Euler  $(\phi_1, \psi, \phi_2)$ ). L'anisotropie élastique est ensuite estimée à partir de l'amplitude des variations de phase et de l'augmentation de l'amplitude des oscillations.

$$\alpha = \frac{k}{\rho C} \quad (\text{C.3})$$

avec :

- $\rho$  : masse volumique ( $kg.m^{-3}$ )
- $C$  : capacité calorifique ( $J.kg^{-1}$ )
- $k$  : conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi f}} \quad (\text{C.4})$$

avec  $f$  : fréquence ( $s^{-1}$ )

### 2.2.1 Dépouillement à partir du cristal orienté {111}

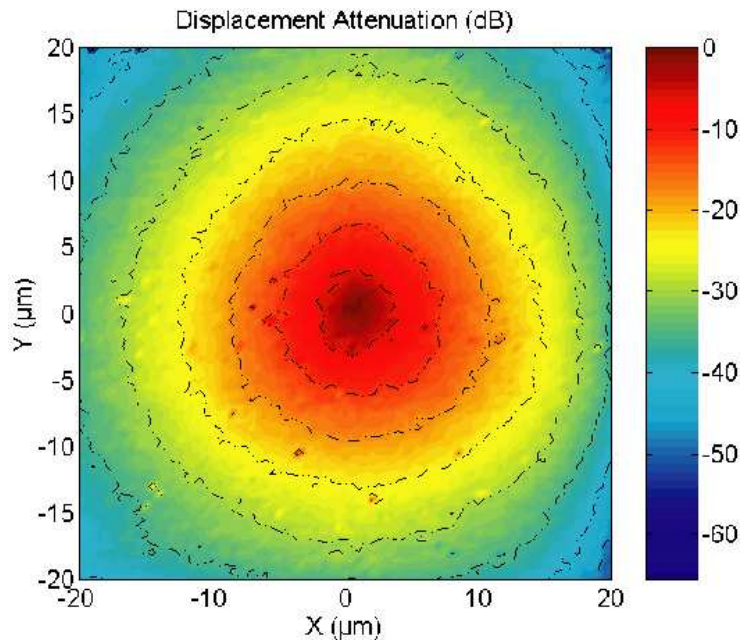


FIGURE C.1: Amplitude de l'élevation - cristal d'orientation {111}

On déduit des variations radiales d'amplitude (figure C.1) et de phase (figure C.2) une longueur de diffusion thermique moyenne de  $6,2\mu m$  et une diffusivité thermique de

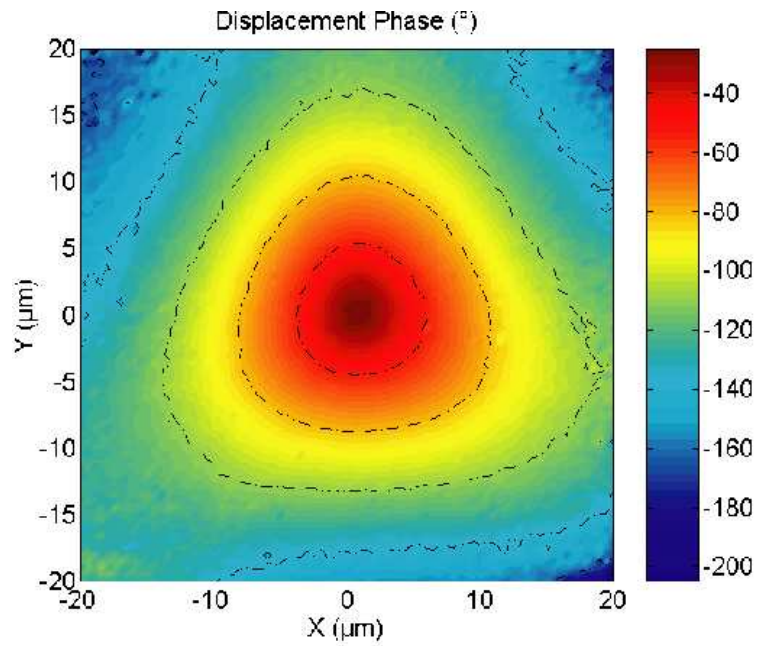


FIGURE C.2: Phase de l'élévation - cristal d'orientation  $\{111\}$

$1,2\text{mm}^2.\text{s}^{-1}$ . L'orientation cristalline est donnée grâce aux variations circonférentielles de phase (figure C.3). On indexe le plan sous-jacent selon :  $\phi_1=-6,83^\circ$ ,  $\psi=40^\circ$  et  $\phi_2=50^\circ$ .

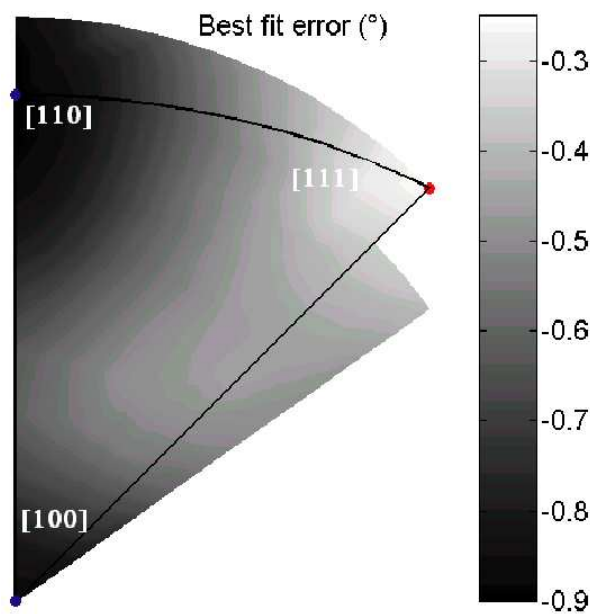


FIGURE C.3: Optimisation de l'orientation - cristal d'orientation  $\{111\}$

L'amplitude des variations de phase en  $R=2\mu\text{m}$  (figure C.4) indique une anisotropie

de 1,91. L'augmentation de l'amplitude des oscillations indique une anisotropie plus élevée de 2,19.

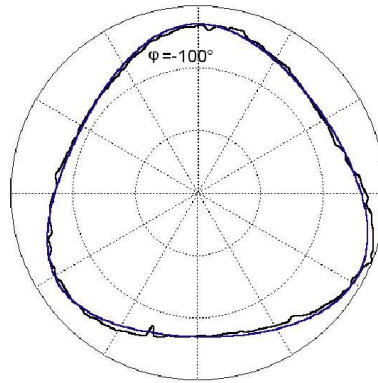


FIGURE C.4: Optimisation de l'anisotropie - cristal d'orientation  $\{111\}$

### 2.2.2 Dépouillement à partir du cristal orienté $\{100\}$

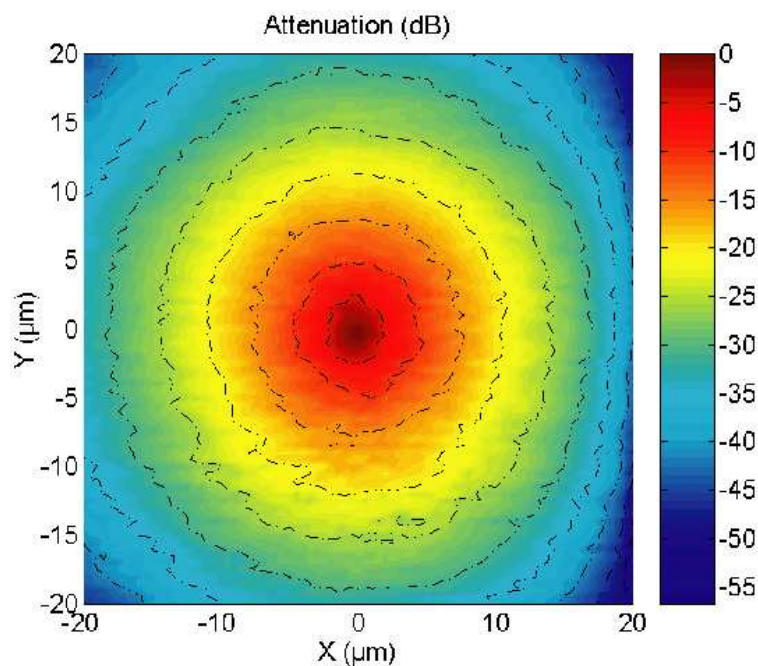


FIGURE C.5: Amplitude de l'élévation - cristal d'orientation  $\{100\}$

On déduit des variations radiales d'amplitude (figure C.5) et de phase (figure C.6) une longueur de diffusion thermique moyenne de  $6,05\mu\text{m}$  et une diffusivité thermique de  $1,15\text{mm}^2.\text{s}^{-1}$ . L'orientation cristalline indexée vaut  $\phi_1=-9,36^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ ,  $\phi_2=10^\circ$ .

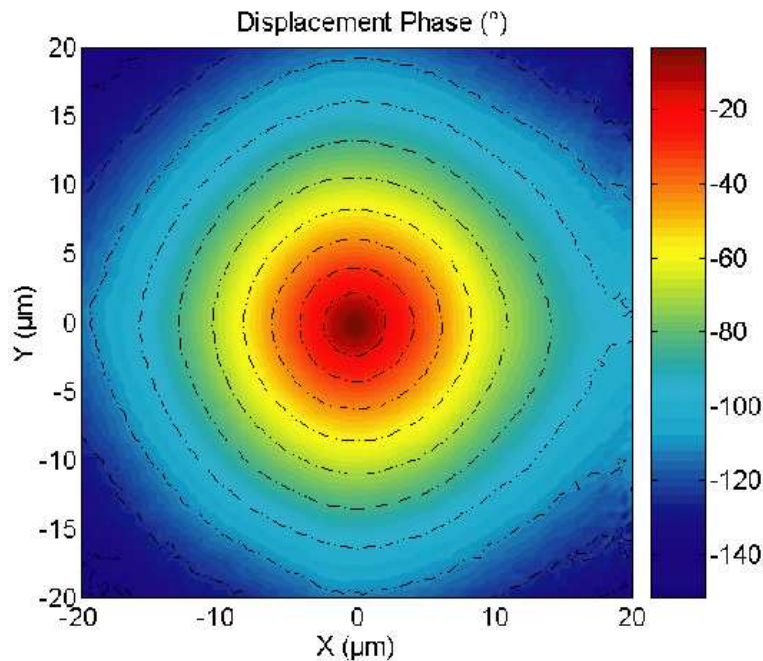


FIGURE C.6: Phase de l'élévation - cristal d'orientation  $\{100\}$

L'amplitude des variations de phase et des oscillations indique une anisotropie comprise entre 1,95 et 3,3. L'erreur est donc très importante ; beaucoup plus qu'avec l'orientation précédente.

### 2.3 Optimisation de l'anisotropie

On utilise principalement le résultat de l'optimisation pour l'échantillon d'orientation  $\{111\}$  (en réalité,  $\phi_1=-6,83^\circ$ ,  $\psi=40^\circ$  et  $\phi_2=50^\circ$ ). La figure C.7 montre les résultats de l'ajustement numérique des paramètres de l'expérience. La diffusivité thermique retenue vaut  $1,18\text{mm}^2.\text{s}^{-1}$  ; l'anisotropie moyenne retenue est de 2,1 (rouge) ; elle est encadrée par les tracés à 1,7 et 2,7. On utilisera ces paramètres optimisés pour simuler le même type de résultat pour l'échantillon d'orientation  $\{100\}$  (figure C.8).

En conclusion, la mesure photothermique permet de remonter correctement aux orientations cristallines attendues. L'incertitude de 50% sur le coefficient d'anisotropie reste cependant élevée, avec une valeur moyenne de 2,1, pour un encadrement compris entre 1,7 et 2,7 environ. Nous décidons donc de calculer les tenseurs d'élasticité cubique correspondant à cet intervalle manière à ensuite tester la sensibilité du modèle multiéchelle aux coefficients d'élasticité. A noter que l'anisotropie observée est en moyenne moins élevée que celle du monocristal de fer ( $a_{fer}=2,4$  [70]).

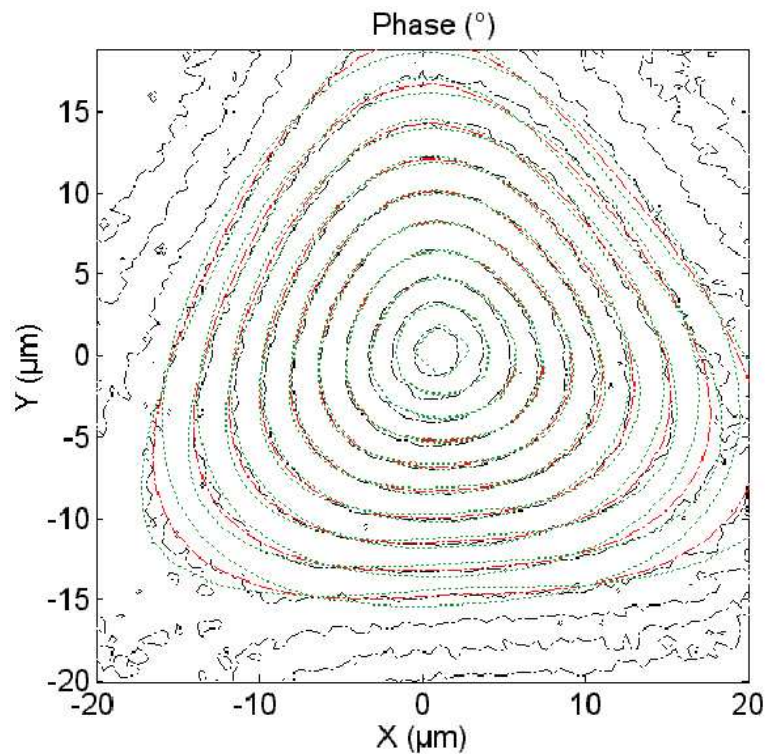


FIGURE C.7: Optimisation de l'anisotropie phase de l'élévation - cristal d'orientation  $\{111\}$

### 3 Identification des constantes élastiques macroscopiques

Les constantes d'élasticité du polycristal sont obtenues grâce à la traction uniaxiale réalisée sur une éprouvette équipée de jauges de déformation longitudinale et transversale (Cf. paragraphe 2).

#### 3.1 Tenseur d'élasticité isotrope

Les coefficients de Lamé sont  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  et  $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ . Ces relations permettent le passage entre tenseurs des souplesses et des rigidités.

#### 3.2 Données expérimentales

- Le module d'Young expérimental vaut  $E=160\text{GPa}$
- et le coefficient de Poisson vaut  $\nu=0,32$ .

On obtient par conséquent les deux coefficients de Lamé :

- $\mu=60,6\text{GPa}$
- $\lambda=107,7\text{GPa}$ .

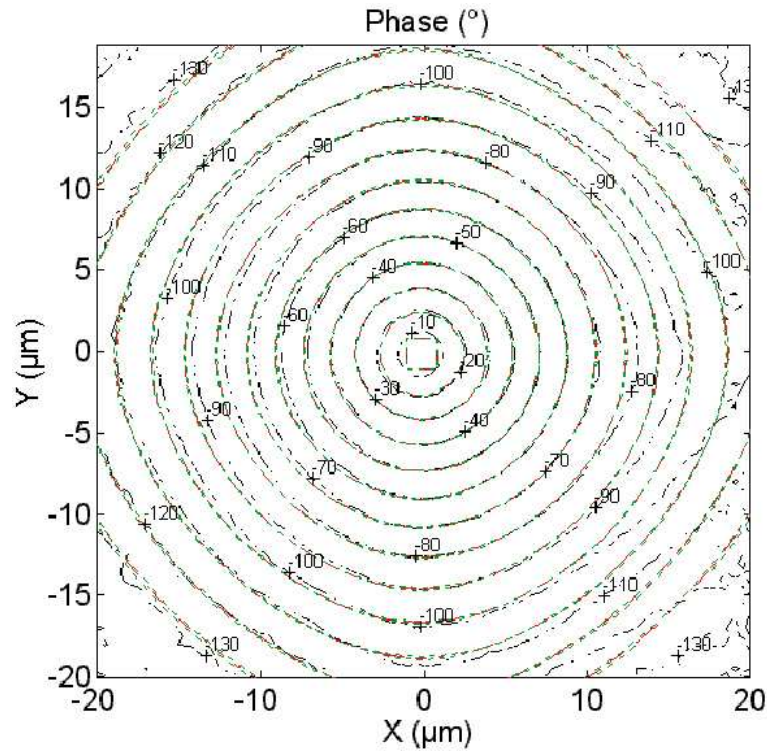


FIGURE C.8: Comparaison simulation-expérience pour l'orientation  $\{100\}$ , mêmes paramètres que pour l'orientation  $\{111\}$

Tenseur des rigidités isotrope (2 coefficients)

$$\hat{\mathbf{C}}_{eff} = \begin{pmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu \end{pmatrix}$$

Tenseur des souplesses isotrope (2 coefficients)

$$\text{avec } \hat{\mathbf{S}}_{eff} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{2E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{2E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{2E} \end{pmatrix}$$

## 4 Etablissement des règles d'homogénéisation

Il s'agit d'établir un lien micro-macro entre la contrainte mécanique macroscopique appliquée et la déformation élastique résultante.

### 4.1 Localisation des champs mécaniques

On détermine cette fonction à partir d'une approche auto-cohérente (les estimations de Voigt et de Reuss ne nous donnent qu'un intervalle insuffisant). Chaque grain est considéré comme une inclusion dans un milieu homogène équivalent au polycristal. On peut déterminer la contrainte dans l'inclusion (C.5), fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma$  et de la différence des déformations totales macroscopique  $\mathbb{E}$  et de l'inclusion  $\varepsilon_I$ . Il s'agit de la relation de Hill [67], où  $\mathbf{C}^*$  est le tenseur d'influence de Hill défini par la relation (C.6).  $\mathbf{C}^o$  représente le tenseur d'élasticité du milieu infini équivalent. Pour sa détermination, nous utilisons la solution de l'équation autocohérente bien adaptée aux milieux polycristallins.

$$\sigma_I = \Sigma + \mathbf{C}^* : (\mathbb{E} - \varepsilon_I) \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}^o : (\mathbf{S}^{\mathbb{E}^{-1}} - \mathbf{I}) \quad (\text{C.6})$$

### 4.2 Définition du comportement effectif

On recherche le milieu homogène équivalent (MHE) au matériau hétérogène étudié, c'est à dire le milieu homogène qui se comporte macroscopiquement de la même façon. Le modèle auto-cohérent consiste à considérer chaque phase du matériau comme une hétérogénéité élastique dans ce milieu et à confondre milieu de référence et milieu équivalent pour le calcul du tenseur d'influence de Hill :

$$\mathbf{C}^o = \mathbf{C}^{\text{eff}} \quad (\text{C.7})$$

Le milieu est parfaitement élastique. Dans ce milieu, déformation totale et déformation élastique sont confondues. Il est alors possible, en utilisant les équations de comportement (C.8) et (C.9) et la relation de Hill, de localiser la déformation et la contrainte (équations (C.10) et (C.11)).

$$\sigma_I = \mathbf{C}^{\mathbf{I}} : \varepsilon_I^e \quad (\text{C.8})$$

$$\Sigma = \mathbf{C}^{\text{eff}} : \mathbb{E}^e \quad (\text{C.9})$$

$$\varepsilon_I^e = \left( \mathbf{C}^{\mathbf{I}} + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) : \mathbb{E}^e \quad (\text{C.10})$$

$$\sigma_I = \mathbf{C}^{\mathbf{I}} : \left( \mathbf{C}^{\mathbf{I}} + \mathbf{C}^* \right)^{-1} : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^* \right) : \left( \mathbf{C}^{\text{eff}} \right)^{-1} : \Sigma \quad (\text{C.11})$$

En utilisant les propriétés  $\langle \varepsilon_I \rangle = \mathbb{E}$  et  $\langle \sigma_I \rangle = \mathbb{\Sigma}$ , les équations (C.10) et (C.11) imposent :

$$\langle (\mathbf{C}^I + \mathbf{C}^*)^{-1} : (\mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^*) \rangle = \mathbf{I} \quad (\text{C.12})$$

Le tenseur des modules effectifs du matériau homogène équivalent au polycristal vérifie donc la relation (C.13), qui est une autre écriture de l'équation précédente :

$$\mathbf{C}^{\text{eff}} = \langle \mathbf{C}^I : (\mathbf{C}^I + \mathbf{C}^*)^{-1} : (\mathbf{C}^{\text{eff}} + \mathbf{C}^*) \rangle \quad (\text{C.13})$$

Cette équation est implicite ( $\mathbf{C}^{\text{eff}}$  figure dans la définition de  $\mathbf{C}^*$ ) et sa résolution nécessite le recours à un processus itératif.

## 5 Mise en place numérique et identification des constantes d'élasticité

Comme les calculs magnétiques et mécaniques sont autocohérents, le schéma de modélisation avec localisations et homogénéisations a donc nécessairement recours à un processus itératif. Une première itération fournit un tenseur d'élasticité macroscopique, comparé au tenseur solution. Une fonction d'erreur aux moindres carrés est estimée. Le processus est réitéré jusqu'à stabilisation de l'erreur à une valeur minimale. Le tableau ci-dessous regroupe les résultats obtenus pour les trois coefficients d'anisotropie à tester (coefficient moyen et coefficients limites). Ces coefficients seront retenus pour le calcul multiéchelle avec localisation.

$a$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$
1,7	206,8	118,9	149,4
2,1	199,6	122,4	162,1
2,7	192,2	126,2	178,2





# Bibliographie

- [1] Dr. Steven Celotto. [www.ifm.eng.cam.ac.uk/people/sc444/](http://www.ifm.eng.cam.ac.uk/people/sc444/).
- [2] H. Pascard. Matériaux ferrimagnétiques. Cours de l'école polytechnique, 1998.
- [3] R. M. Bozorth. Ferromagnetism. Van Nostrand, 1951.
- [4] P. Forquin, C. Denoual, C. E. Cottenot, and F. Hild. Experiments and modelling of the compressive behaviour of two sic ceramics. Mechanics of materials, 35(10) :987–1002, 2003.
- [5] G. A. Maugin. Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids. Elsevier, 1988.
- [6] E. du Trémolet de Lacheisserie. Magnetostriction - Theory and applications of magnetoelasticity. CRC Press, 1993.
- [7] L. Hirsinger. Etude des déformations magnéto-élastiques dans les matériaux ferromagnétiques doux. Application à l'étude des déformations d'une structure de machine électrique. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, France, 1994.
- [8] R. Billardon and L. Hirsinger. Magnetostriction and so-called form effect. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 140-144(7) :2199–2200, 1995.
- [9] J. P. Joule. On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars. Philosophical Magazine, sér. 3, 30(199) :76–87, 1847.
- [10] J. P. Joule. On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars. Philosophical Magazine, sér. 3, 30(201) :225–241, 1847.
- [11] P. Brissonneau. Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique. Hermès, 1997.
- [12] B. D. Cullity. Introduction to magnetic materials. Addison Wesley, 1972.
- [13] F. Claeysen, N. Lhermet, R. Le Letty, and P. Bouchilloux. Actuators, transducers and motors based on giant magnetostrictive materials. Journal of Alloys and Compounds, 258 :61–73, 1997.
- [14] W. J. Carr. Magnetism & Metallurgy. Academic Press, New York & London, 1969.
- [15] L. Lolloz, S. Pattofatto, and O. Hubert. Application of piezo-magnetism for the measurement of stress during an impact. Journal of electrical engineering, 57(8/S) :10–15, 2007.
- [16] A. C. F. M. Costa and E. Tortella. Synthesis, microstructure and magnetic properties of ni-zn. Journal of magnetism and magnetic materials, 256(1-3) :174–182, 2002.

- [17] O. Cerri. Comportement magnéto-mécanique d'une ferrite Ni-Zn, Aspects expérimentaux et numériques. Mémoire de DEA Mécanique et Matériaux, 2004.
- [18] J. Lemaitre and J. L. Chaboche. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Paris, 1985.
- [19] C. Gourdin. Identification et modélisation du comportement électromagnétoélastique de structures ferromagnétiques. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, France, 1998.
- [20] C. Gourdin, L. Hirsinger, and R. Billardon. Finite element implementation of an internal variable magneto-elastic hysteresis model. IOS Press, pages 625–628, 1998.
- [21] J. Lemaitre. Handbook of Materials Behavior Models - volume 3 : Multiphysics behaviors. Academic Press, 2001.
- [22] O. Hubert. Magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy. In 15th Soft Magnetic Materials Conference, volume Bilbao, 2003.
- [23] O. Hubert, L. Daniel, and R. Billardon. Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 254-255 :352–354, 2003.
- [24] V. Maurel. Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2002.
- [25] A. Hubert and R. Schäfer. Magnetic domains. Springer, 1998.
- [26] O. Hubert, L. Daniel, B. Vieille, and R. Billardon. Influence de l'état mécanique multiaxial élastique (-plastique) sur le comportement magnéto-mécanique d'alliages ferromagnétiques - résultats expérimentaux et modélisation. Colloque National Mecamat / Ecole de Mécanique des Matériaux : Approches multiéchelles en mécanique des matériaux, 2006.
- [27] L. Daniel. Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2003.
- [28] O. Hubert and L. Daniel. Multiscale modelling of the magneto-mechanical behaviour of grain oriented silicon steels. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, page submitted, 2007.
- [29] L. Hirsinger and R. Billardon. Magneto-elastic finite element analysis including magnetic forces and magnetostriction effects. IEEE Transactions on Magnetics, 31(3) :1877–1880, 1995.
- [30] N. Galopin, K. Azoum, M. Besbes, L. Daniel, O. Hubert, F. Alves, and F. Bouillault. Experimental device for magneto-elastic characterization : comparison of strains induced by magnetic and magnetostriction forces. Rev. Int. Génie Electrique, 9(4-5) :499–514, 2006.
- [31] M. Guyot, T. Merceron, V. Cagan, and A. Messékher. Mobility and/or damping of the domain wall. Phys. Stat. Sol. (a), 106 :595–612, 1988.

- [32] E. du Trémolet de Lacheisserie. Magnétisme : II - Matériaux et applications. Presses Universitaires de Grenoble, 1999.
- [33] T. Taffary. Contribution à l'étude des mécanismes d'amortissement de la résonance gyromagnétique dans les grenats de terres rares : comparaison entre l'état saturé et l'état non saturé. PhD thesis, Université Paris XI, Orsay, France, 1997.
- [34] M. Ledieu and O. Acher. New achievements in high-frequency permeability measurements of magnetic materials. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 258-259 :144–150, 2003.
- [35] M. Le Floch and A. Globus. Effects of perpendicular stresses on the magnetization processes of polycrystalline magnetic materials. Journal of Applied Physics, 61 :4850–4857, 1987.
- [36] M. Le Floch. Effects of parallel compressions on ring-shaped polycrystalline ferromagnetic samples. Journal of Applied Physics, 66 :1279–1284, 1989.
- [37] J. Gieraltowski, M. Le Floch, L. Loaëc, and A. Globus. Relaxation frequency as a function of domain wall topography in polycrystalline ferrites. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 49 :357–360, 1985.
- [38] N. Buiron, L. Hirsinger, and R. Billardon. A multiscale model for magneto-elastic couplings. J. Phys. IV, 9 :139–141, 1999.
- [39] N. Buiron, L. Hirsinger, and R. Billardon. A micro-macro model for magnetostriction and stress effect on magnetisation. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 196-197 :868–870, 1999.
- [40] N. Buiron, S. He, L. Hirsinger, S. Depeyre, M. Bernadou, and R. Billardon. From micromagnetic to multiscale modeling of the coupled magnetoelastic behavior of ferromagnetic materials. Physica B, 306 :33–37, 2001.
- [41] N. Buiron, L. Hirsinger, and R. Billardon. A multiscale model for magnetostriction and stress effect. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 226-230 :1002–1004, 2001.
- [42] L. Néel. Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer. J. Phys. Radiat., 5 :241–251, 1944.
- [43] N. Buiron. Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2000.
- [44] L. Daniel, O. Hubert, and B. Vieille. Multiscale strategy for the determination of magneto-elastic behaviour : Discussion and application to ni-zn ferrites. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 25(1-4) :31–36, 2007.
- [45] B. Vieille, L. Daniel, O. Cerri, N. Buiron, O. Hubert, and R. Billardon. Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique des ferrites ferrimagnétiques. Colloque National Mecamat : Mécanismes et Mécanique des Matériaux et Structures à Longueur Interne : Comportement et Effets d'Echelles, 2004.

- [46] B. Vieille, N. Buiro, Y. P. Pellegrini, and R. Billardon. Modelling of the magnetoelastic behaviour of a polycrystalline ferrimagnetic material. Journal de Physique IV, 115 :129–140, 2004.
- [47] B. Vieille, O. Hubert, and R. Billardon. Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites. CFM 2005 - 17e Congrès français de mécanique, 2005.
- [48] L. Daniel, N. Buiro, O. Hubert, and R. Billardon. Reversible magnetic behavior part i : from the atomistic to the single crystal scale. J. Mechanics and Phys. of Solids, page submitted, 2007.
- [49] L. Daniel, O. Hubert, and R. Billardon. Reversible magnetic behavior part ii : from the grain to the polycrystal scale. J. Mechanics and Phys. of Solids, page submitted, 2007.
- [50] J. Jumel. Caractérisation des propriétés thermoélastiques microscopiques de composites carbone/carbone et de barrières thermiques. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2003.
- [51] E. du Trémolet de Lacheisserie. Magnétisme : I - Fondements. Presses Universitaires de Grenoble, 1999.
- [52] M. Guyot and V. Cagan. The acoustic emission along the hysteresis loop of various ferro and ferrimagnets. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 101(1-3) :256–262, 1991.
- [53] O. Acher, A. L. Adenot, and S. Deprot. Parallel permeability of ferromagnetic wires up to ghz frequencies. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 249 :264–268, 2002.
- [54] O. Acher and Al. Influence of the domain structure on the microwave permeability of soft magnetic films and multilayers. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 292 :201–209, 2005.
- [55] N. A. Buznikov and K. N. Rozanov. The effect of stripe domain structure on dynamic permeability of thin ferromagnetic films with out-of-plane uniaxial anisotropy. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 285 :314–326, 2005.
- [56] N. A. Buznikov and Al. The effect of domain-walls motion on second harmonic amplitude of magnetoinductive response in co-based amorphous wires. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 285 :101–111, 2005.
- [57] A. Verma, T. C. Goel, R. G. Mendiratta, and R. G. Gupta. Modelling of the magnetoelastic behaviour of a polycrystalline ferrimagnetic material. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 192 :271–276, 1999.
- [58] J. O. Artman. Microwave resonance relations in anisotropic single-crystal ferrites. Physical Review, 105(1) :62–73, 1956.
- [59] J. O. Artman. Ferrimagnetic resonance in metal single-crystal. Physical Review, 105(1) :74–84, 1956.

- [60] Y. P. Pellegrini. Field distributions and effective-medium approximation for weakly nonlinear media. Physical Review B, 61(14) :9365–9372, 2000.
- [61] Y. P. Pellegrini. Self consistent effective medium approximation for strongly nonlinear media. Physical Review B, 64, 2001.
- [62] A. Globus, P. Duplex, and M. Guyot. Determination of initial magnetization curves from crystallites size and effective anisotropy field. IEEE Transactions on Magnetism, Mag 7(3) :617–622, 1971.
- [63] D. C. Jiles and D. L. Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 61 :48–60, 1986.
- [64] C. Gourdin, L. Hirsinger, G. Barbier, and R. Billardon. Experimental identification of the coupling between the anhysteretic magnetic and magnetostrictive behaviours. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 177-181 :201–202, 1998.
- [65] N. Buiro, L. Hirsinger, and R. Billardon. Influence of the texture of soft magnetic materials on their magneto-elastic behaviour. J. Phys. IV, 11 :373–380, 2001.
- [66] L. Daniel, O. Hubert, F. Ossart, and R. Billardon. Experimental analysis and multiscale modelling of the anisotropic mechanical and magnetostrictive behaviours of electrical steels. J. Phys. IV, 105 :247–253, 2003.
- [67] R. Hill. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. J. Mech. Phys. Solids, 13 :89–101, 1965.
- [68] L. Daniel, O. Hubert, and R. Billardon. Homogenisation of magneto-elastic behaviour : from the grain to the macro scale. Computational and applied mathematics, 23(2-3) :285–308, 2003.
- [69] L. Daniel, O. Hubert, and R. Billardon. Multiscale modelling of the magnetostrictive behaviour of electrical steels - demagnetising surface effect and texture gradient. Int. J. of applied electromagnetics and mechanics, 19(1-4) :293–297, 2004.
- [70] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. Comportement mécanique des matériaux - Tome 1 : Elasticité et plasticité. Hermès, 1995.







### **Résumé :**

L'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites est étudié de façon expérimentale (essai en traction et compression sur des éprouvettes parallélépipédiques et de compression sur des tores) et par une modélisation multiéchelle. Les mesures réalisées permettent de caractériser à la fois les comportements magnétique et magnétostrictif du ferrite étudié. Le modèle multiéchelle développé repose sur trois échelles : le domaine magnétique, le grain et le polycristal. A l'échelle du domaine magnétique, une minimisation de l'énergie totale permet de calculer l'orientation de l'aimantation sous les effets couplés de la contrainte mécanique, du champ magnétique appliqué et de l'orientation cristalline. A partir de ce calcul énergétique, une fonction de Boltzmann fournit une estimation de la fraction volumique des différents domaines du grain. Le comportement du polycristal est calculé par homogénéisation du comportement d'un nombre suffisant de grains. Le modèle ainsi élaboré permet de simuler le comportement magnétique et magnétostrictif. Les résultats sont en bonne adéquation avec les mesures expérimentales. Une modélisation du comportement sous champ magnétique haute fréquence décrivant l'effet des contraintes sur les phénomènes de relaxation de parois et de gyromagnétisme complète le modèle.

### **Mots clé :**

Magnétisme, magnétostriction, modèle multiéchelle, caractérisation expérimentale, gyromagnétisme, relaxation de parois, ferrite, couplages magnéto-mécaniques, comportement haute fréquence.

### **Abstract :**

The effect of stress on the magnetic behaviour of ferrites has been investigated by the use of experiments (parallelepipedic samples submitted to compression and tensile stress, and toric samples submitted to compressive stress) and a multiscale model. The measurements allow us to estimate the magnetic and magnetostrictive behaviours of the ferrite. The numerical model is based upon three scales : the magnetic domain, the single crystal and the polycrystal. At the scale of the magnetic domain, a minimisation of the potential energy gives the direction of magnetisation under the combined effect of magnetic field, stress, and crystal orientation. At the scale of the single crystal, the volumetric fractions of domains of different orientations are computed from their respective energies through a constitutive equation (Boltzmann function). The polycrystalline behaviour is deduced from the behaviour of a sufficient number of grains thanks to an averaging operation. The model allows us to simulate the magnetic and magnetostrictive behaviours. Experimental and numerical results are in good accordance. The modelling of the magnetic behaviour under high frequency magnetic field conditions constitutes the final point to the work. It allows us to describe the effect of stress on the domain walls motion and gyromagnetism.

### **Keywords :**

Magnetism, magnetostriction, multiscale model, magnetic measurements, gyromagnetism, domain walls motion, ferrite, high frequency behaviour.