



HAL
open science

Caractérisation mécanique de matériaux fibreux en vibro-acoustique

Olivier Doutres

► **To cite this version:**

Olivier Doutres. Caractérisation mécanique de matériaux fibreux en vibro-acoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2007. Français. NNT : . tel-00186424

HAL Id: tel-00186424

<https://theses.hal.science/tel-00186424v1>

Submitted on 9 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Académie de Nantes

ECOLE DOCTORALE DE L'UNIVERSITÉ DU MAINE
LE MANS, FRANCE

THÈSE DE DOCTORAT
Spécialité : ACOUSTIQUE

présentée par

Olivier DOUTRES

pour obtenir le titre de Docteur d'Université

**CARACTÉRISATION MÉCANIQUE DE MATÉRIAUX FIBREUX EN
VIBRO-ACOUSTIQUE.**

Soutenue le 28 Septembre 2007

devant le jury composé de :

N. DAUCHEZ	Maître de conférences, LAUM, Université du Maine	Co-directeur de thèse
O. DAZEL	Maître de conférences, LAUM, Université du Maine	Examinateur
J.M. GÉNEVAUX	Professeur, LAUM, Université du Maine	Co-directeur de thèse
J.L. GUYADER	Professeur, LVA, INSA de Lyon	Rapporteur
W. LAURIKS	Professeur, Katholieke Universiteit Leuven (Belgique)	Examinateur
G. LEMARQUAND	Professeur, LAUM, Université du Maine	Examinateur
V. TARNOW	Professeur, Danmarks Tekniske Universitet (Danemark)	Rapporteur
D. TRENTIN	Docteur, Dassault Aviation	Examinateur

Caractérisation mécanique de matériaux fibreux en vibro-acoustique

Ce travail de thèse a pour objectif la modélisation et la caractérisation des matériaux poreux, et en particulier des matériaux fibreux utilisés dans un contexte aéronautique.

La première partie est consacrée à la modélisation des matériaux poreux. Le modèle de Biot-Allard ainsi qu'un modèle simplifié dit de "fluide équivalent" sont présentés. Le modèle simplifié, encore appelé modèle "limp", est basé sur l'hypothèse que la rigidité du matériau est négligeable par rapport à celle de l'air. Il est donc principalement dédié aux matériaux souples du type laine de verre ou coton. Un critère d'utilisation de ce modèle est présenté dans cette partie. On montre alors que, dans la majorité des cas, le modèle limp peut être utilisé en dehors des fréquences de résonance du squelette et ce, même pour des matériaux rigides.

La seconde partie de ce travail propose trois nouvelles méthodes de caractérisation mécanique basses et moyennes fréquences dédiées aux matériaux fibreux. Le module d'Young et le facteur d'amortissement du squelette sont estimés indirectement par l'étude du comportement mécanique du matériau soumis à diverses sollicitations. Les deux premières méthodes placent le matériaux poreux dans un contexte proche de son utilisation réelle : étude de la transmission et du rayonnement acoustique de parois revêtues du matériau poreux. Dans les deux cas, le modèle utilisé pour l'inversion tient compte de l'effet de l'air saturant le matériau et de son couplage avec le milieu extérieur. La troisième méthode est basée sur la mesure de l'impédance mécanique d'un échantillon de taille réduite soumis à une sollicitation en traction-compression. L'échantillon est placé dans une cavité fermée afin de limiter l'effet de l'air ambiant. Un transducteur électrodynamique est utilisé comme source et comme capteur. Ce banc de mesure a fait l'objet d'un dépôt de brevet en 2007. Les premiers résultats obtenus à l'aide d'un prototype ont permis de valider la méthode.

Mots clés : *acoustique, aéronautique, matériau fibreux, caractéristiques mécaniques, viscoélasticité, modèle de Biot, modèle limp, plaque multicouche, indice d'affaiblissement, rayonnement .*

Mechanical characterization of fibrous materials in vibro-acoustics

This work deals with modelization and characterization of the mechanical properties of soft fibrous materials used in aeronautic industries.

First, the Biot-Allard model and a simplified model dedicated to soft materials are presented. The simplified model, called limp model, assumes that the frame has no bulk stiffness. Being an equivalent fluid model accounting for the the motion of the frame, it has fewer limitations than the usual equivalent fluid model assuming a rigid frame. A criterion is proposed to identify the porous materials for which the limp model can be used : the use of the Biot model is generally recommended in the vicinity of the frame resonances.

Next, three experimental methods of the characterization of elastic and damping properties of acoustic fibrous materials are presented. The main objective is to take into account the presence of the air inside and outside the porous material to insure a good evaluation of the viscoelastic properties. The first two methods are based on measurements representative of industrial use : transmission loss of large size coated panel and acoustic radiation of finite dimension vibrating multilayer plate. The use of an inverse method based on analytical models to determined the viscoelatic properties insure a good simulation of the porous material behaviour in the required context. The third method is based on a mechanical impedance measurement of a porous sample. The sample is placed in a closed cavity to take into account the effect of the air and it is loaded using an electrodynamic transducer. This method has been patented. First results validate the method.

Keywords : *acoustics, aeronautics, fibrous material, mechanical properties, viscoelasticity, Biot's model, limp model, multilayer plate, transmission loss, radiation*

Table des matières

Remerciements	v
Comptes rendus des rapporteurs	vii
Liste des tableaux	xv
Introduction générale	1
I Matériaux poro-élastiques : description et modélisation	5
Avant-propos	7
1 Propriétés et comportement mécanique	9
1.1 Introduction	9
1.2 Les matériaux fibreux	9
1.2.1 Fabrication de la laine de verre	10
1.2.2 Structure et propriétés microscopiques	10
1.2.3 Propriétés macroscopiques	10
1.3 Les mousses plastiques	12
1.4 Comportement mécanique	13
1.5 Conclusion	14
2 Modèle de Biot-Allard généralisé	15
2.1 Introduction	15
2.2 Contexte bibliographique	15
2.3 Hypothèses générales	17
2.4 Paramètres du milieu : description des dissipations visco-thermiques	18
2.5 Équations fondamentales	21
2.5.1 Relations contraintes-déformations	21

2.5.2	Équations du mouvement	24
2.6	Solutions des équations: propagation d'ondes en milieu poreux	25
2.7	Conclusion	26
3	Modèle limp	29
3.1	Introduction	29
3.2	Critère d'utilisation du modèle limp	30
3.3	Complément d'étude sur le critère	44
3.3.1	Détermination des valeurs critiques de FSI pour trois configurations caractéristiques	44
3.3.2	Influence des ondes de cisaillement	51
3.3.3	Étude comportementale du FSI et développement d'un critère simplifié	52
3.4	Conclusion	57
II	Méthodes de caractérisation mécanique	59
	Avant-propos	61
4	Méthodes existantes	63
4.1	Introduction	63
4.2	Méthodes quasistatiques	63
4.3	Méthodes dynamiques	69
4.4	Conclusion	72
5	Transparence acoustique de panneaux de grandes dimensions	75
5.1	Introduction	75
5.2	Modélisation	76
5.3	Méthode expérimentale	77
5.3.1	Dispositif de mesure	77
5.3.2	Caractéristiques des matériaux poreux	78
5.4	Résultats	80
5.4.1	Réponses des différentes configurations	80
5.4.2	Identification des paramètres mécaniques	83
5.5	Conclusion	85
6	Rayonnement acoustique de structures de dimensions finies	87
6.1	Introduction	87
6.2	Modèle vibratoire	89
6.2.1	Vibration libre <i>in vacuo</i>	90
6.2.2	Vibration forcée	91

6.2.3	Caractéristiques mécaniques de la plaque équivalente	92
6.3	Modèle acoustique	93
6.3.1	Rayonnement d'un piston recouvert de poreux : modèle par impédance de transfert	95
6.3.2	Rayonnement d'une plaque recouverte de poreux	105
6.4	Étude paramétrique de l'influence des propriétés du matériau sur l'efficacité de rayonnement	107
6.5	Méthode expérimentale et résultats	110
6.5.1	Dispositif expérimental	110
6.5.2	Comportement vibratoire	110
6.5.3	Comportement acoustique	111
6.6	Identification des paramètres mécaniques	114
6.6.1	Paramètres transverses (E_T, η_T)	114
6.6.2	Paramètres longitudinaux (E_L, η_L)	116
6.7	Conclusion	118
7	Impédance mécanique d'échantillons par méthode électro-acoustique	121
7.1	Introduction	121
7.2	Modélisation	123
7.2.1	Impédance électrique du haut-parleur	123
7.2.2	Impédance mécanique	127
7.3	Description du banc de mesure et des matériaux	131
7.4	Résultats	132
7.4.1	Mesure cavité vide : détermination des paramètres du haut-parleur	133
7.4.2	Mesure avec échantillon : identification des paramètres mécaniques des matériaux	136
7.4.3	Synthèse	140
7.5	Perspectives	141
7.6	Conclusion	141
	Conclusion générale	143
	Annexe A	147
	Bibliographie	149

Je tiens à remercier

- ... mes directeurs de thèse Nicolas Dauchez et Jean-Michel Génevaux, pour leur suivi, leur confiance et la liberté qu'ils m'ont accordé durant ces trois années,
- ... les membres du jury, pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail: Jean-Louis Guyader et Viggo Tarnow qui ont accepté d'être rapporteurs et Olivier Dazel, Walter Lauriks, Guy Lemarquand et Dominique Trentin pour avoir accepté d'être membre du jury,
- ... le Centre National de la Recherche Scientifique et la région des Pays de la Loire qui ont financé cette thèse au travers d'une Bourse de Docteur Ingénieur,

Ainsi que

- ... l'équipe du Centre de Transfert et de Technologie du Mans (CTTM) et en particulier celle du département Acoustique et Vibration, Jean-Cristophe Le Roux, Nicolas Poulain, Damien Parmentier,... , pour leur accueil chaleureux,
- ... Michel Bruneau, Olivier Dazel et Guy Lemarquand qui, par leurs conseils ou collaborations, ont mis un peu d'eux-mêmes dans ce travail,
- ... Eric Egon, Patrick Colas, James Blondeau, Stéphane Lebon et Emmanuel Brasseur pour leurs conseils techniques et leur contribution au bon déroulement des expériences,
- ... Claudine Giner, Anne-Marie Brulé et France Traoré pour leur soutien et leur précieuse contribution à la vie du laboratoire,
- ... mes collègues de bureau Benoit et Wenping pour l'ambiance studieuse et détendue et pour les discussions fructueuses que nous avons pu avoir,
- ... les doctorants et néanmoins amis: Ludo, Claude, Steph, Guillaume, Jean-Loïc, Benoit et Mathias pour avoir été là,

Enfin j'ai une pensée pour

- ... ma famille qui m'a toujours soutenue,
- ... mes amis Guigui, Alex, Amandine, Roro, Damien, Gringus pour l'indispensable épanouissement extra-professionnel auquel ils ont contribué,
- ... Louise pour qui l'art de l'équation est un peu trop abstrait, merci à toi pour ton soutien de tous les jours.

Compte rendu de J.L. Guyader (Professeur LVA, INSA de Lyon)

Le manuscrit de thèse comporte sept chapitres séparés en deux parties, il est un peu atypique car certains chapitres sont des copies d'articles publiés par l'auteur dans des revues internationales.

Le premier chapitre intitulé Propriétés et Comportement Mécanique donne une description des constituants et des procédés de fabrication des matériaux poreux et explique leur nature viscoélastique et anisotrope.

Le deuxième chapitre décrit la base du modèle de Biot, et les adaptations qui ont été faites pour décrire la physique des phénomènes acoustiques dans les matériaux poroélastiques. Les paramètres classiques porosité, tortuosité, résistance au passage de l'air, longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques sont définies, et replacées dans un contexte bibliographique complet.

L'exposé des travaux originaux commence véritablement au chapitre trois, intitulé Modèle Limp. L'approche est issue du modèle de Biot mais se base sur l'hypothèse que la raideur du squelette n'a pas d'influence sur le comportement vibroacoustique. Cette hypothèse simplifie considérablement la modélisation car les caractéristiques élastiques de la phase solide ne sont plus nécessaires. Naturellement, une telle hypothèse a une limite de validité que l'auteur examine au travers d'un paramètre, "FSI", qu'il introduit.

Ce paramètre est basé sur les nombres d'ondes des deux ondes de compression du modèle de Biot. Plus il est faible, plus le modèle Limp est une approximation raisonnable.

Plusieurs cas de matériau sont testés pour démontrer l'utilité de ce paramètre. La comparaison s'effectue sur le coefficient d'absorption et facteur de rayonnement obtenu par le modèle de Biot complet et le modèle Limp.

Parmi les conclusions que l'auteur propose, on montre que le modèle Limp n'est pas applicable dans les bandes de fréquences où les résonances de squelette se situent, il donne par contre de bons résultats en basses fréquences même pour des matériaux à squelette rigide.

A l'issue de ce chapitre, deux questions me semblent encore ouvertes : 1) la non prise en compte de l'onde de cisaillement dans le critère FSI, n'est pas vraiment évalué puisque les résultats présentés ont des excitations qui n'engendrent pas de cisaillement dans le modèle complet. Le seul cas présenté où l'onde de cisaillement est sollicitée (3.3.2.), est assez peu convainquant et ne représente qu'un cas particulier. Comment s'explique la grosse différence entre le modèle de Biot et le modèle Limp à incidence 0° ? 2) Il me semble plus difficile de caractériser la phase rigide des matériaux que de résoudre le modèle de Biot quand on connaît les caractéristiques

élastiques du matériau. De ce point de vue, le modèle Limp perd un peu de sa simplification puisque le critère FSI nécessite la connaissance des propriétés élastiques du matériau.

La deuxième partie porte sur les méthodes de caractérisations mécaniques du squelette. Nous sommes d'accord avec l'auteur qui dit que cette caractérisation est peu étudiée contrairement aux autres aspects des poreux.

Le chapitre quatre présente les méthodes existantes, la méthode quasi statique est celle classiquement utilisée en dynamique vibratoire pour les mesures d'impédance mécanique. Le passage de celle-ci au module d'Young et assez restrictif puisqu'il est basé sur l'hypothèse de poutre en traction compression.

L'auteur note bien les questions qui restent en suspend. L'anisotropie des fibreux, leur non linéarité liée au tassement de la matière fibreuse.

Naturellement, la méthode suppose aucun couplage du squelette avec le fluide, ce qui est exact pour les essais de cisaillement mais approché dans les autres cas. Les autres méthodes dites dynamiques, sont basées sur la mesure des fréquences de résonances et l'identification des paramètres par méthode inverse. L'auteur décrit les différents dispositifs proposés notamment basés sur le couplage avec une structure porteuse poutre ou plaque, et discute les limitations de leur utilisation.

En conclusion, l'auteur note l'abondance des méthodes développées pour la caractérisation des propriétés viscoélastiques du matériau, mais souligne la difficulté de ces mesures liées à différents aspects qu'il énumère en justifiant ainsi les méthodes nouvelles qu'il propose aux chapitres cinq, six et sept.

Le chapitre cinq porte sur la transparence acoustique de panneaux de grandes dimensions utilisés pour la mesure indirecte des caractéristiques des poreux. L'idée est d'utiliser une modélisation de la transparence de paroi simple ou doubles avec matériau poroélastiques dans différentes conditions de collage ou non collage aux parois.

Une première conclusion de l'auteur quand à l'influence du collage du poreux, met en évidence que pour certains matériaux, aucune modification est notée mais atteint 10 dB dans le cas de la mousse "C", un effet de "résonance" du matériau est nettement visible.

Ces conclusions sont confirmées par les résultats des doubles plaques. L'identification menée porte sur le module d'Young et le facteur de perte longitudinal. Le recalage est effectué sur la première fréquence de résonance du squelette, les résultats sont cohérents avec la mesure quasi statique directe.

L'avantage que l'on peut voir dans cette approche est qu'elle coïncide avec l'utilisation réelle du matériau, elle est cependant tributaire des incertitudes de mesure de transparence qui peuvent être importantes, et du modèle théorique supposé parfaitement représenter la réalité.

Une étude des incertitudes associées à la démarche aurait été intéressante car comme toute méthode "inverse", elle doit amplifier les incertitudes notamment sur le facteur de perte.

Le chapitre six, porte sur le rayonnement du système piston-poreux, comme au chapitre précédent, le modèle est utilisé pour identifier les caractéristiques du poreux par recalage théorie-expérience.

Une plaque circulaire est utilisée. Pour tenir compte de la présence du poreux, sur la réponse vibratoire, une hypothèse assez forte est faite, elle consiste à modéliser le poreux comme une couche de matériau viscoélastique. La théorie utilisée date de 1959, ce qui est dommage car les travaux menés depuis, notamment dans les années 70 et 80, ont atteint des degrés de finesse nettement supérieures.

Le couplage avec le milieu acoustique est introduit par une impédance de rayonnement. L'auteur utilise une approche simplifiée, milieu poreux à réaction localisée ou onde plane normale. L'approche appliquée à un piston rigide circulaire est comparée à l'expérience, elle montre que l'approche utilisant l'impédance de transfert depuis le piston est préférable à celle utilisant l'impédance de surface du poreux.

Le cas du piston élastique est ensuite présenté. Le texte laisse penser que les impédances pour le piston rigide sont utilisées, cette simplification semble forte et devrait être plus étayée.

L'expérience a été menée pour un matériau fibré et une mousse fixée sur une plaque. Pour la mousse, on constate une nette influence sur la vibration de la plaque qui est lissée par couplage avec les résonances du poreux. Pour le matériau fibreux, le couplage est nettement plus faible avec la plaque et se traduit par un effet de raideur.

Au plan du rayonnement acoustique, le fait marquant est la chute de l'efficacité de rayonnement localisée en fréquence que l'auteur explique par la présence de modes non axisymétriques, très peu rayonnant.

La fin du chapitre s'intéresse à l'identification des paramètres mécaniques du poreux. Les principaux résultats obtenus sont la forte anisotropie dans les directions transversales et longitudinales particulièrement pour le fibreux, les effets de raideur sont cohérents avec les mesures précédentes mais ceux d'amortissement nettement différents.

Le dernier chapitre, présente la mesure d'impédance par méthode électroacoustique. Cette méthode nouvelle fait appel au dispositif présenté page 122 du mémoire, elle permet la mesure de l'impédance mécanique d'un échantillon de matériau poreux posé sur une base rigide, excitée mécaniquement sur l'autre face par une membrane de haut parleur.

La modélisation du système est d'abord présentée, tenant compte de l'impédance du haut parleur, puis le dispositif expérimental, enfin les résultats obtenus encore par recalage des paramètres du modèle de Biot.

La mesure de l'impédance électrique cavité vide permet de remonter à l'impédance du haut

parleur. On introduit ensuite le matériau à caractériser et on mesure l'impédance électrique, ce qui permet l'identification des modules viscoélastiques du matériau par recalage du modèle.

Les résultats obtenus sont comparables à ceux de la méthode quasi statique, mais dans une plage de fréquences assez faible, les difficultés aillent en fréquence provenant en particulier de non linéarités.

En synthèse, le mémoire présenté par Monsieur DOUTRES présente un travail conséquent qui après avoir étudié une simplification du modèle de Biot en variante Limp s'est attaqué au difficile problème de la caractérisation mécanique du squelette. Trois méthodes sont proposées, basées sur l'identification par recalage du modèle de Biot sur les résultats expérimentaux.

L'idée d'utiliser des essais de transparence ou de rayonnement de plaque peut à priori ne pas être convaincante car les paramètres recherchés sont masqués dans un phénomène global complexe, cependant, l'auteur dit à juste titre que ces mesures sont proches de l'utilisation qu'on fait de ces paramètres.

La troisième méthode utilise plus classiquement un petit échantillon et se base de façon originale sur la mesure d'impédance électrique de haut parleur.

Le travail présenté par Monsieur DOUTRES démontre une profonde connaissance du sujet et propose plusieurs contributions originales. Naturellement, sur un sujet aussi difficile, on ne peut pas dire que les développements mettent un point définitif à la caractérisation mécanique des poreux, mais c'est une contribution forte à cet objectif.

J'émet un avis très favorable à la présentation orale de ce mémoire en vue de l'obtention du Doctorat de l'Université du Maine.

Professeur Jean-Louis GUYADER

Compte rendu de V. Tarnow (Professeur Danmarks Tekniske Universitet, Danemark)

Chapter 1 describes the micro structure and fabrication of fibre material and polyurethane foam used for acoustic purposes.

Chapter 2 gives a résumé of the Biot-Allard theory, which takes in considerations wave motion in the skeleton of porous acoustic materials.

Chapter 3. The validity of "limp model" is studied. This model assumes that the rigidity of the skeleton can be neglected, and computes the movement of the skeleton from its mass density. Part of the chapter is a paper published in the Journal of the Acoustical Society of America.

The absorption and radiation efficiency for a layer of thickness 2 cm is computed by the limp model and by the Biot-Allard theory. The computations are done for a range of acoustic and mechanical parameters of different materials. The calculations show that the limp model agrees with the Biot-Allard theory over most of the audio frequency range. The limp model is not accurate at frequencies near the frequency of the quarter wavelength resonance in the acoustic material. A new criterion for the validity of the limp model is proposed and analysed.

The layer studied is only 2 cm thick. Therefore, calculations of absorption and radiation efficiency for a rigid skeleton would have been interesting.

The chapter shows that the author master calculations based on the Biot-Allard theory.

Chapter 4 contains a résumé of known methods for measuring the mechanical parameters of acoustic materials. The method shown in figure 4.6A, and used by T. Pritz, is simple and has potentials for use at high audio frequencies. Can this method be used for the very soft fibre material studied in the thesis?

Chapter 5 reports measurement of sound transmission through an aluminium panel size $1\text{m} \times 1\text{m}$ and 1 mm thick covered with either fibre material or polyurethane foam. The transmission losses were measured. The measurements were compared with calculations based on the Biot-Allard theory. In the case of foam, one could deduce the Young elasticity module at frequency near 1 kHz by comparing measurement and calculation. The results are consistent with measurement at 10 – 100 Hz. This was not possible for the light fibre material.

The experiments are nicely done and presented.

Chapter 6 describes a study of radiation from surfaces covered with porous materials. The

chapter treats an experiment with a circular aluminium plate with diameter 290 mm and 1 mm thick. The rim of the plate is clamped, and it is excited with a force at the centre of the plate. The plate is covered with a porous material. The radiated power and the vibration amplitude of the plate are measured, and the radiation factor, acoustic power per unit surface / vibration power, is presented.

The velocity of the plate is calculated by modal theory, and the effect of the porous layer is taken into account by an equivalent plate. When the plate was covered with foam, Young modulus of the porous material could be found near the frequency 1 kHz. The Young moduli found from radiation data agreed with the values found by the transmission method.

A paper accepted for Journal of the Acoustical Society of America describes carefully the impedance needed for calculation of radiation from vibrating surfaces.

The theoretical and experimental work is fine.

Chapter 7 reports an alternative measurement of the Young modulus of porous material. A sample is placed on the membrane of a loudspeaker, and the other side of the sample is fixed on the inside wall of a cylinder mounted on the loudspeaker. The electric impedance of the loudspeaker coil is measured over a frequency range. From the electric impedance, the mechanical impedance of samples can be deduced. The theory of the measurement is given. For samples of glass wool and plastic foam, the deduced mechanical impedances are presented.

The mechanical impedance of the empty closed cylinder has a resonance peak. When light glass wool is placed in it, the resonance is shifted to a lower frequency. It is explained that the shift is due to mass loading of the loudspeaker membrane. Could the reason not be that the compression of the air changes from adiabatic to isothermal when the sample is placed in the cylinder?

The measurement is difficult because it is difficult to measure precisely the properties of the loudspeaker system alone. The system is not suitable for measuring the Young module of very soft glass wool. The impedance of the air in the sample is much higher than the Young module of the sample. Therefore, it will be difficult to deduce the Young module of the sample - the result is the difference between measured numbers of nearly equal magnitude. This is difficult, because the measured magnitudes are uncertain. I think that the only way to measure accurately the Young module of light glass wool is to make the mechanical measurement in vacuum.

Evaluation:

The subject of thesis - measurement of the mechanical vibration properties of glass wool - is very important. In the future one will need more accurate calculation of sound transmission

through panels containing glass wool in airplanes f. ex. This requires knowledge of the mechanical parameters of the glass wool.

The thesis shows that the author has a comprehensive knowledge of the theory of acoustics and vibrations. He masters the theory of porous materials and the classical theory of vibrations - modal analysis. It is apparent that he also has a profound knowledge of the scientific literature in the field. The experimental work is fine and very extensive. The author has a good understanding of the physics in his experiments and calculations.

Recommendation:

In view of the above qualities of the work I recommend that M. Olivier DOUTRES shall defend his thesis in order to obtain the title "Docteur de l'Université du Maine".

Professor Viggo TARNOW

Liste des tableaux

3.1	Caractéristiques du paramètre réduit FSI_r pour les matériaux A, B et C.	55
5.1	Propriétés des matériaux poreux A, B, C et D ¹	81
5.2	Estimation des paramètres mécaniques longitudinaux des mousses C et D par la méthode en transparence.	84
6.1	Paramètres de la plaque d'aluminium circulaire.	90
6.2	Paramètres mécaniques longitudinaux des matériaux A, B, C et D obtenus par la méthode quasistatique (à 5 Hz) et par la méthode de rayonnement de plaque (à f_r); Paramètres mécaniques transverses obtenus par la méthode de rayonnement de plaque (à la fréquence du second mode axisymétrique f_2).	118
7.1	Propriétés des matériaux poreux A et E.	133
7.2	Paramètres du haut-parleur.	134

Introduction générale

Ce dernier siècle a vu l'apparition de nombreux progrès technologiques qui se sont accompagnés de nouvelles sources de nuisances sonores. Une exposition continue aux bruits pouvant provoquer chez l'homme des problèmes physiques et psychiques (surdité, stress, perturbations du sommeil,...), l'assurance d'un confort acoustique au quotidien est devenu un enjeu politique. La loi sur le bruit du 31 décembre 1992 formule dans son article 1^{er} le double objectif de protéger les hommes et l'environnement : "*Prévenir, supprimer ou limiter l'émission ou les propagations des bruits qui, par leur nature, leurs caractéristiques et leur niveau, peuvent nuire à la santé et à la tranquillité publique et porter atteinte à la qualité de la vie ou à l'environnement*". De même, la motivation d'assurer la qualité acoustique de leurs produits est grandissante chez les industriels (bâtiment, aéronautique, automobile, ...), pour qui cet enjeu est désormais un argument commercial de grande importance.

La méthode la plus couramment utilisée pour répondre à l'amélioration du confort acoustique, utilise un contrôle passif de l'énergie acoustique au moyen de matériaux absorbants. Les matériaux rencontrés sont principalement des mousses polymères ou des fibreux (laines de roche, fibres de verre,...), le choix de la nature du matériau étant lié au type d'utilisation. Dans cette étude, nous nous intéresserons plus particulièrement aux matériaux fibreux de faible densité dédiés à l'isolation acoustique et thermique des cabines d'aéronefs (fuselage d'avion). Les propriétés d'absorption et d'isolation de ces matériaux acoustiques reposent sur le mouvement relatif entre la phase fluide et la microstructure du matériau, et donc sur leur nature poreuse. De plus, le matériau étant fixé sur une structure vibrante, son comportement mécanique a une influence sur ses qualités d'isolation.

Le travail présenté dans ce document s'attache à la modélisation ainsi qu'à la caractérisation du comportement mécanique des matériaux fibreux souples soumis à une excitation vibratoire. Ce document s'articule donc naturellement en deux parties.

La première partie est consacrée à la modélisation des matériaux poreux. L'optimisation des performances des matériaux poreux nécessite la prédiction de leurs comportements vibratoire et acoustique. La pertinence du modèle est fortement corrélée aux caracté-

ristiques mécaniques du matériau ainsi qu'au type de sollicitation appliqué. Par conséquent, la microstructure et le procédé de fabrication des mousses et des laines de verres sont décrits au chapitre 1 afin de mieux appréhender leur comportement mécanique à l'échelle macroscopique. Dans les applications où le matériau est placé sur un support en vibration (cas des parois d'un avion), un modèle complet qui prend en compte le mouvement du squelette et du fluide est nécessaire. Le modèle présenté au chapitre 2 est celui de Biot-Allard [1, 10, 11] : il fait intervenir des paramètres relatifs au comportement mécanique du squelette dans le vide ainsi que des paramètres relatifs au couplage entre les deux phases. Cette théorie est utilisée dans des codes d'éléments finis afin de simuler des structures tridimensionnelles contenant des couches poreuses. La principale limite est sa lourdeur d'utilisation due au grand nombre de degrés de liberté à manipuler.

Lorsque la raideur du squelette n'a pas d'effet sur la réponse vibroacoustique du système, ce modèle peut être simplifié en considérant que le module d'incompressibilité du squelette est nul [8, 25, 45]. Ce modèle de type "fluide équivalent", appelé modèle "limp"¹, est présenté au chapitre 3. Initialement conçu pour les matériaux fibreux comme le coton ou la laine de verre, ce modèle prend en compte le mouvement du squelette par l'effet de son inertie et peut donc être appliqué à l'étude de structures vibrantes. L'application de ce modèle dans une méthode de résolution par éléments finis permet de réduire de façon considérable le temps de calcul. Malgré tout, ce modèle n'est pas couramment utilisé car peu connu et peu référencé dans la littérature, au profit du modèle de fluide équivalent à squelette rigide [1]. BERANEK [8] propose un critère d'utilisation du modèle limp basé sur le rapport entre le module d'incompressibilité du fluide et celui du squelette. Cependant, l'influence du squelette étant fonction de la fréquence et des conditions aux limites [7, 45, 42], l'élaboration du critère doit les prendre en compte. Le travail proposé au chapitre 3 explicite l'élaboration d'un critère original d'utilisation du modèle limp pour cinq configurations caractéristiques de l'utilisation des matériaux acoustiques. Cette étude permet de mieux appréhender l'influence du squelette pour des configurations industrielles.

La modélisation ou le choix du modèle de poreux à l'aide d'un critère nécessite la connaissance des propriétés mécaniques des matériaux. La seconde partie du document propose trois méthodes de caractérisation de ces propriétés ; une attention toute particulière est donnée aux matériaux fibreux en laine de verre.

Une revue des méthodes existantes, proposée au chapitre 4, montre que de nombreuses méthodes ont été développées pour les mousses polymères mais peu pour les matériaux fibreux souvent résistifs, souples, fortement anisotropes et dont le comportement mécanique est non-linéaire [34, 66, 67, 81]. Les méthodes de mesure ne permettent pas d'atteindre les paramètres nécessaires, notamment parce qu'elles sont limitées en fréquence (< 100 Hz), qu'elles négligent l'effet de l'air environnant ou bien car la nature souple et légère de ces matériaux rend difficile

¹limp (angl.) = mou (fr.)

l'excitation et la mesure vibratoire du squelette.

Les trois nouvelles méthodes proposées ensuite dans la partie II ont pour objectifs de :

- repousser les limites fréquentielles de caractérisation,
- prendre en compte l'effet de l'air environnant,
- trouver un compromis entre le coût expérimental et le coût de la modélisation utilisés pour déterminer les paramètres.

La première méthode, présentée au chapitre 5, se base sur la transmission acoustique de système simple ou double paroi de grandes dimensions et revêtue d'un matériau poreux. Cette méthode, proche des configurations réelles telles le fuselage d'un avion, permet d'estimer les paramètres mécaniques aux fréquences où leur influence est la plus grande.

La seconde méthode, présentée au chapitre 6, est basée sur le rayonnement d'une structure de type plaque de dimension finie et recouverte d'une couche poreuse. Les paramètres mécaniques sont obtenus dans un contexte proche mais le dispositif expérimental est ici considérablement réduit. Ces deux méthodes sont basées sur une modélisation qui tient compte de l'effet de l'air environnant. L'étude de ces méthodes permettra en outre d'étudier l'effet d'une couche poreuse sur le comportement vibroacoustique de la structure.

Le chapitre 7 propose une nouvelle méthode de laboratoire basée sur la mesure de l'impédance mécanique d'un échantillon de matériau de taille réduite. L'échantillon est placé dans une cavité étanche et est soumis à un chargement en traction-compression à l'aide d'un transducteur électrodynamique. L'utilisation de ces divers éléments autorise une mesure sur une gamme de fréquences étendue et permet la prise en compte de l'air environnant à l'aide d'une modélisation simple. Ce nouveau banc de mesure a fait l'objet d'un dépôt de brevet en 2007.

Première partie

Matériaux poro-élastiques : description et modélisation

Partie 1 : Avant-propos

Les matériaux poreux sont des milieux constitués d'une phase solide appelée squelette et d'une phase fluide appelée fluide saturant. Dans cette étude,

- le fluide saturant est l'air et peut librement circuler autour du squelette dit à porosité ouverte.
- le squelette est constitué d'un assemblage continu de poutres formées à base de polymères (voir fig. 1 à gauche) ou discontinu de fibres de type minérales ou textiles (voir fig. 1 à droite).

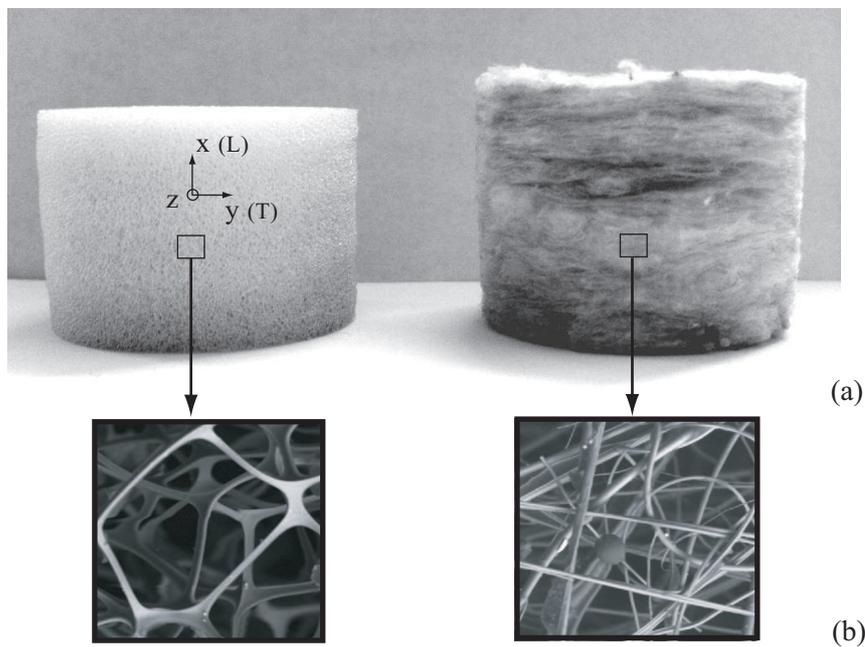


FIG. 1 – Photographies d'un échantillon de mousse de polyuréthane (à gauche) et d'une laine de verre (à droite): (a) échelle macroscopique, (b) échelle microscopique.

Couramment employés dans divers secteurs industriels concernant le confort acoustique, les matériaux poreux permettent de réduire à la fois le niveau sonore mais aussi d'amortir les

vibrations d'une structure comme dans les habitacles de véhicules (aviation, automobile). Les mécanismes de dissipation de l'énergie mécanique mis en jeu sont les suivants :

- Le premier de ces mécanismes est lié au comportement viscoélastique du squelette.
- Le second est rattaché à la viscosité de l'air : lors du mouvement relatif entre les deux phases, les frottements visqueux entre les parois du squelette et fluide vont dissiper l'énergie acoustique.
- Enfin, le dernier mécanisme est relié aux échanges thermique entre l'air et le squelette lors du passage d'une onde acoustique.

Afin de mieux appréhender les comportements acoustique et mécanique des mousses et plus particulièrement des laines de verre, une description de leurs constituants ainsi que des méthodes de fabrication est proposée au chapitre 1.

Le chapitres 2 et 3 sont consacrés à la modélisation des matériaux poreux. Le premier modèle présenté, appelé modèle de Biot-Allard, décrit le comportement d'un milieu poreux à squelette déformable par la propagation de trois ondes : deux ondes de compression se propagent dans les deux milieux en même temps et une onde de cisaillement se propage dans le squelette. Dans un code élément finis, cette théorie nécessite la prise en compte de 4 à 6 degrés de liberté par noeuds selon la formulation [3, 4, 22] et peut conduire à des temps de calcul importants. Le second modèle, appelé modèle limp, est un modèle de Biot-Allard simplifié conçu initialement pour les matériaux de très faible raideur (coton, laine de verre,...) dont l'influence sur le comportement vibroacoustique est nul. Dans ce cas, la raideur du squelette est négligée dans le modèle et seule l'onde se propageant dans le fluide saturant est considérée : les propriétés du fluide sont alors modifiées par l'effet d'inertie du squelette en mouvement. Cette dernière modélisation ne nécessite qu'un seul degrés de liberté par noeud et permet de réduire de façon considérable le temps de calcul d'une résolution par éléments finis. Un critère d'utilisation de ce modèle est présenté pour diverses configurations caractéristiques de l'utilisation des matériaux acoustiques.

Chapitre 1

Propriétés et comportement mécanique

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter la nature et les propriétés mécaniques des matériaux poreux. Une description des constituants et des procédés de fabrication explique la nature viscoélastique et anisotrope de ces matériaux. Les matériaux fibreux et plus particulièrement les laines de verre utilisées dans le contexte aéronautique sont tout d'abord présentés. Une brève description des mousses plastiques est ensuite proposée, ces matériaux ayant déjà fait l'objet d'études approfondies [28, 46].

1.2 Les matériaux fibreux

Les matériaux fibreux rencontrés dans des applications liées au transport ou au bâtiment sont constitués généralement de laines minérales. Les trois principales variétés de laines minérales utilisées sont :

- les laines de verre fabriquées généralement à partir de sable et de verre recyclé (calcin),
- les laines de roche produites à partir de roches volcaniques,
- les laines de laitier réalisées à partir de matières recyclées en provenance de hauts-fourneaux.

Le choix entre laine de verre et laine de roche se fait en fonction des applications : lorsque la souplesse du matériau est nécessaire (calfeutrement pour mur, pour plafond, garnison de double parois,...) les laines de verre sont choisies, dans le cas où le matériau subit essentiellement des chargements en compression (isolation des sols ou support d'étanchéité), les solutions en laines de roche sont à privilégier. Dans cette étude, l'attention sera principalement portée sur les matériaux de type laine de verre utilisés comme isolants acoustique et thermique dans le contexte aéronautique.

1.2.1 Fabrication de la laine de verre

Les laines de verre sont fabriquées à partir de diverses matières premières naturelles : sable, calcaire, dolomie, phélithe, bore, calcin de verre, carbonate de soude, etc. Des matériaux recyclés tels que le verre des vitres, le verre automobile ou des bouteilles ainsi que les rognures provenant du processus de production sont de plus en plus utilisés dans la fabrication de la laine de verre et peuvent représenter 30 à 60 % des matières premières intermédiaires.

Une chaîne de fabrication de matelas de laine de verre est représentée figure 1.1. Les matières premières sont tout d'abord concassées puis fondues dans une cuve à très haute température (environ 1450 °C). Après fusion, le mélange est étiré à travers une assiette percée de milliers de trous et animée d'une rotation rapide pour obtenir des fibres. Un liant est alors injecté afin de "coller" les fibres entre elles et d'assurer ainsi la cohésion et la tenue mécanique des produits. La structure et la densité du produit peuvent être adaptées selon l'utilisation finale. Les fibres s'enchevêtrent alors de manière aléatoire et désordonnée sur un tapis de conformation, formant un matelas de laine de verre. Le matelas est ensuite porté à environ 200 °C afin de fixer le liant aux fibres (polymérisation de la résine) puis comprimé à la hauteur désirée, ce qui lui donne tenue et stabilité.

1.2.2 Structure et propriétés microscopiques

Le comportement mécanique à l'échelle de la fibre est isotrope. En effet, les fibres de verre qui constituent le matériau sont principalement constituées de silice ($\approx 50 - 60$ % SiO_2). Divers oxydes (Ca, Na, Mg, K, etc) sont ajoutés en quantité moindre pour baisser la température de chauffe [21]. La structure de base est constituée d'un tétraèdre fait de quatre ions d'oxygène et d'un ion de silicium central. La composition d'un seul tétraèdre est donc SiO_4 . Cependant, chaque ion d'oxygène est partagé entre deux tétraèdres, donnant la composition en SiO_2 . La structure de base est donc répétée dans les trois dimensions. Lors de la fabrication, la chauffe des molécules à forte température et le refroidissement brutal rend la structure incapable de s'ordonner. Les tétraèdres s'arrangent donc en réseau de façon aléatoire empêchant ainsi tout alignement préférentiel. On considère donc, au niveau microscopique de la fibre, que leur comportement est isotrope [21].

La fibre de verre qui constitue le matériau est généralement de faible densité (≈ 2000 kg m^{-3}). Sa résistance à la traction peut être élevée (2 GPa) alors que son module d'Young ne l'est pas (70 GPa). Pour les matériaux dédiés à l'isolation, le diamètre des fibres est compris entre 5 et 20 μm .

1.2.3 Propriétés macroscopiques

A l'échelle macroscopique, le comportement du matelas fibreux est fortement anisotrope et hétérogène. L'hétérogénéité générée par l'empilement des couches successives est généralement

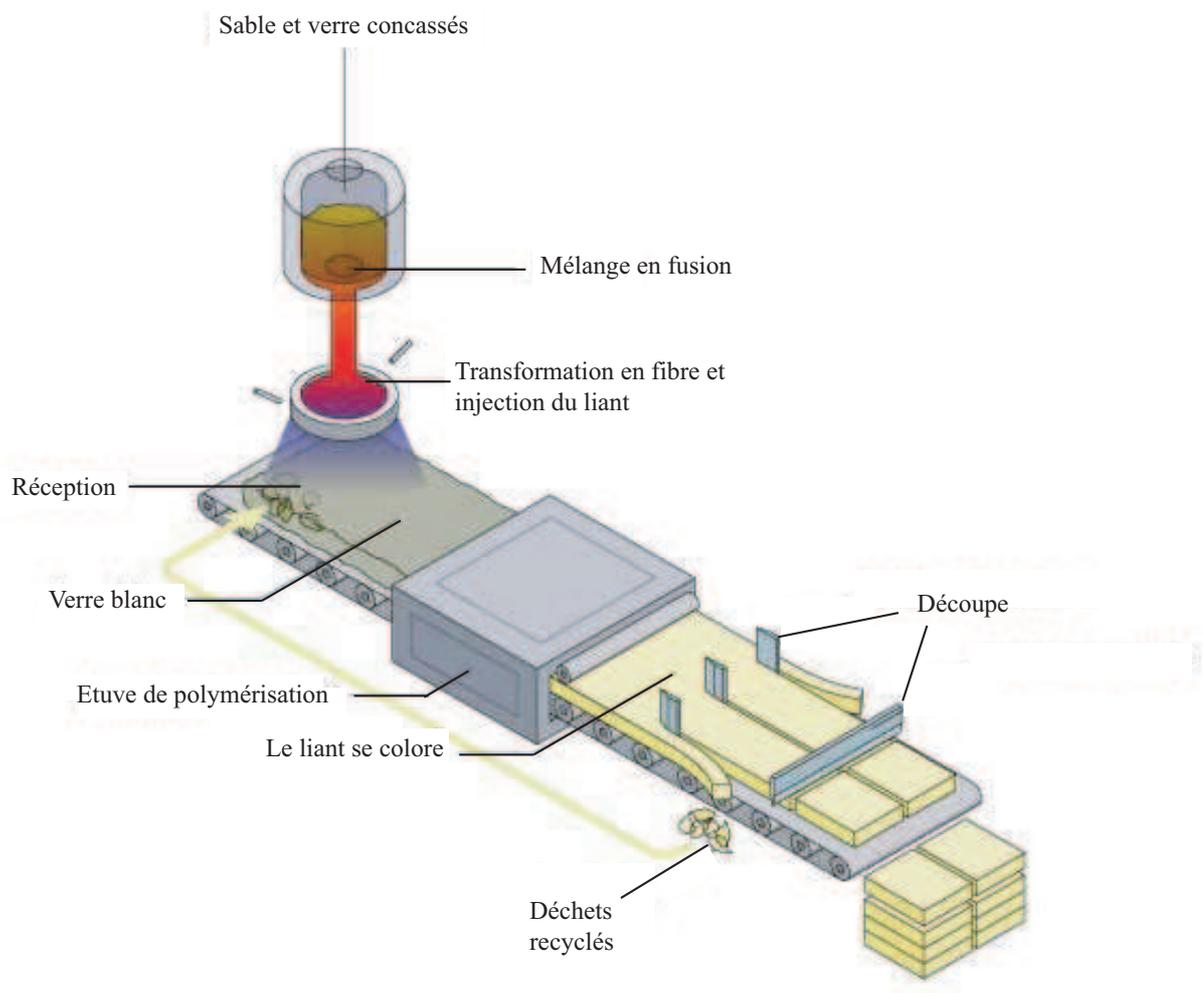


FIG. 1.1 – Chaîne de fabrication de matelas de laines de verre (source : www.eurima.org).

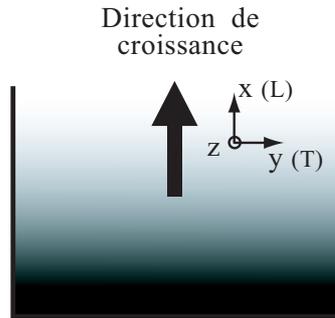


FIG. 1.2 – Représentation schématique du moussage d'un polymère.

plus forte que celle générée par la disposition aléatoire des fibres dans le plan. Par conséquent, l'axe perpendiculaire au plan des fibres (axe longitudinal L voir figure 1) peut être considéré comme un axe de symétrie : ces matériaux sont alors du type isotropes transverse.

- La résistivité et l'atténuation des ondes est plus importante dans selon l'axe longitudinal L que selon l'axe transverse T et les propriétés sont égales pour deux directions orthogonales prises dans le plan des fibres. Ceci a été montré par des mesures de résistivité au passage de l'air et de propagation du son dans diverses directions de laines de verre [79, 80].
- Les propriétés mécaniques de ces matériaux sont elles aussi anisotropes : la raideur est plus importante dans le plan parallèle aux fibres que dans le plan transverse [81].

1.3 Les mousses plastiques

Les mousses acoustiques sont généralement synthétisées à partir de polymères thermoplastiques tel le polyéthylène ou le polyuréthane. Ces polymères sont constitués d'un enchaînement macro-moléculaire de motifs simples (monomères). Différents arrangements de ces monomères confèrent une propriété macroscopique particulière du matériau. Leur loi de comportement dépend donc du niveau de désordre : si celui-ci est élevé, la rigidité est importante.

La formation des mousses à partir de polymère est généralement effectuée par génération puis expansion de bulles dans le polymère sous forme liquide. Ce processus de moussage génère une anisotropie car l'expansion s'effectue dans une direction privilégiée (figure 1.2). Ceci a été montré par des mesures de rigidité effectuées sur des mousses de polyuréthane dans trois directions (x, y, z) [34] : pour les mousses testées, la rigidité selon l'axe x est plus importante que celles dans les directions y et z qui sont assez proches. Par conséquent, l'hypothèse d'un comportement isotrope transverse peut convenir pour ce type de matériau. L'axe de symétrie étant la direction de croissance de la mousse, proche de la verticale.

Une analyse fine d'un échantillon au microscope montre que le squelette de la mousse ainsi formé peut être assimilé à un réseau tridimensionnel de poutres. Ces poutres forment des cellules

qui peuvent avoir diverses formes. Elles sont généralement étirées dans la direction d'expansion de la mousse lors du processus de moussage.

1.4 Comportement mécanique

Le squelette des matériaux poreux possède généralement un comportement mécanique du type viscoélastique aux températures ambiantes et dans la gamme de fréquence audible de 20 Hz à 20 kHz : les mousses, de par leur composition polymère et les fibreux de par leur teneur en liants thermoplastiques.

Par conséquent, leur réponse à une sollicitation mécanique dépend du temps ou de la fréquence de sollicitation (ou pulsation ω) ainsi que de la température, les deux variables étant intimement liées : la rigidité apparente du polymère diminue lorsque la température augmente ou lorsque la fréquence diminue. Dans le cadre de ce travail, les matériaux seront soumis aux conditions normales de température et de pression ($T_0 = 18 \text{ °C}$ et $P_0 = 1.0132 \cdot 10^5 \text{ Pa}$).

Dans le cas de faibles déformations, le comportement peut être considéré linéaire et décrit par une loi de Hooke utilisant des grandeurs complexes. A l'aide d'une représentation vectorielle des champs de déformations et de contraintes, on a

$$\{\tilde{\sigma}^s\} = [\tilde{H}_E]\{\tilde{\varepsilon}^s\}, \quad (1.1)$$

avec $\tilde{\sigma}^s$, $\tilde{\varepsilon}^s$ et $[\tilde{H}_E]$ respectivement la contrainte, la déformation et la matrice d'élasticité complexe de la phase solide (le symbole tilde désignant une quantité complexe et dépendante de la fréquence).

Dans le cas d'un modèle isotrope, la matrice d'élasticité $[\tilde{H}_E]$ peut être caractérisée à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson complexe

$$\tilde{E} = E(\omega) + jE'(\omega) = E(\omega)(1 + j\eta(\omega)) , \quad (1.2)$$

$$\tilde{\nu} = \nu(\omega) + j\nu'(\omega) , \quad (1.3)$$

avec η le facteur de perte défini comme le ratio de la réponse instantanée (partie réelle de la matrice) sur la réponse en quadrature de phase (partie imaginaire).

La fabrication des mousses et des fibreux fait apparaître un axe de symétrie naturel et une meilleure approximation peut être obtenue en considérant le squelette isotrope-transverse. Dans ce cas, 5 coefficients élastiques du squelette sont nécessaires : \tilde{E}_L et \tilde{E}_T , respectivement les modules d'élasticité dans les directions longitudinale ($\parallel \vec{x}$) et transverse ($\perp \vec{x}$) ; \tilde{G}_{LT} le module de cisaillement dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) ; $\tilde{\nu}_{LT}$, le coefficient de Poisson proportionnel à la déformation dans le plan transverse engendrée par une déformation dans le plan longitudinal et $\tilde{\nu}_{TT}$, le coefficient de Poisson dans le plan transverse.

De par la difficulté de déterminer les cinq paramètres précités ainsi que les directions réelles de symétrie, on travaillera dans le cadre de ce travail avec un modèle isotrope. Cette hypothèse autorise l'utilisation d'un modèle analytique pour décrire le comportement vibroacoustique du matériau poreux (voir chapitre 2). De plus, le coefficient de Poisson est considéré réel et indépendant de la fréquence ($\tilde{\nu} = \nu$) : il est fixé à 0 pour les matériaux fibreux et à 0.3 pour les mousses polymères. Cette hypothèse a été validée par l'expérience pour les matériaux fibreux [70, 81]. Pour les mousses, cette approximation est valide pour des mesures effectuées dans des gammes de fréquences restreintes [58, 69, 76].

Ces approximations, appliquées à une méthode de caractérisation inverse des propriétés mécaniques permettent d'accéder à des propriétés dites apparentes qui ne peuvent être utilisées que pour des sollicitations proches de celle appliquée pendant la mesure [22, 34]. Par conséquent, les méthodes proposées dans la partie II de ce document visent à reproduire les conditions réelles d'utilisation des matériaux poreux.

1.5 Conclusion

L'étude des composants et des méthodes de fabrication des matériaux fibreux et des mousses plastiques met en relief différentes propriétés macroscopiques :

- ces matériaux sont anisotropes et montrent un axe de symétrie dans la direction d'expansion du matelas (direction longitudinale d'axe L). Cette isotropie transverse naturelle est cependant beaucoup plus marquée pour un matériau fibreux.
- ces matériaux sont viscoélastiques : pour les laines minérales, cette propriété dépend de la teneur en liants thermoplastiques.
- la raideur des matériaux est déterminée par le processus de formation du matelas : l'utilisation d'un empilement de fibres permet d'obtenir un matelas beaucoup plus souple que le moussage de polymères thermoplastiques.

Chapitre 2

Modèle de Biot-Allard généralisé

2.1 Introduction

Dans le contexte aéronautique, des matelas de matériaux fibreux garnissent le fuselage afin d'assurer l'isolation thermique et acoustique de la cabine. Ces matériaux sont alors soumis aux vibrations de la structure sur laquelle ils sont fixés. Leur modélisation nécessite la prise en compte de la vibration des phases solide et fluide et du couplage entre elles. Le modèle utilisé dans ce travail de thèse est un modèle poroélastique appelé modèle de Biot-Allard [1, 10, 11].

Ce chapitre débute par une description des différents modèles existants qui justifient l'utilisation du modèle de Biot-Allard. Les hypothèses du modèle sont rappelées puis les mécanismes de dissipations visqueuse et thermique au sein du matériau ainsi que les paramètres du modèle qui les caractérisent sont présentés. Les équations fondamentales de la théorie sont alors introduites et les solutions conduisant aux caractéristiques des ondes se propageant dans le milieu poreux sont rappelées. Les résultats présentés ici sont des contributions extérieures mais les notions introduites sont essentielles à l'interprétation des résultats obtenus dans le reste du document.

2.2 Contexte bibliographique

Différents modèles ont été développés par le passé pour décrire la propagation acoustique au sein d'un matériau poreux. L'un des plus connus, car le plus simple à mettre en oeuvre, est le modèle de DELANY et BAZLEY (1970). A partir d'une étude systématique des constantes de propagation et des impédances caractéristiques pour les matériaux fibreux, ils établissent des lois empiriques suivant lesquelles ces caractéristiques acoustiques ne dépendent que du rapport de la fréquence f à la résistance au passage de l'air σ^1 , f/σ . Cependant, ce modèle est limité car il n'est représentatif que de l'ensemble des matériaux testés et ne met pas en évidence les

¹ σ défini dans la section 2.4

phénomènes liés aux vibrations du squelette.

Les premiers travaux de modélisation du comportement dynamique des milieux poreux sont initiés par ZWIKKER et KOSTEN [89] au milieu du siècle dernier (1949). Ils établissent un modèle de propagation d'ondes acoustiques dans des matériaux à structure rigide et immobile constituée de pores cylindriques de section circulaire ayant la même orientation. Ce modèle appelé communément, modèle de "fluide équivalent" à structure rigide, considère la propagation dans le matériau semblable à celle dans un fluide libre dont les caractéristiques sont modifiées par la présence du solide. Même si ce modèle semble limité, les considérations introduites sont toujours utilisées dans les modèles récemment développés; les effets visqueux sont pris en compte en modifiant la masse volumique de la phase fluide et les effets thermiques en modifiant son module de compressibilité dynamique. Une fréquence de découplage qui correspond à la fréquence à partir de laquelle l'onde acoustique ne peut pas mettre en mouvement la phase solide est alors définit.

Afin de modéliser plus finement les effets dissipatifs, JOHNSON et coll. [48] introduisent une fonction de forme visqueuse qui, contrairement à celle de ZWIKKER et KOSTEN, n'est pas limitée par la nature géométrique du squelette. La modélisation de la variation en fréquence du module de dissipation visqueuse met alors en évidence une longueur caractéristique visqueuse Λ , paramètre intrinsèque du matériau accessible par l'expérience. De façon similaire, CHAMPOUX et ALLARD [20] définissent une fonction de forme liée aux effets thermiques ainsi qu'une longueur caractéristique thermique Λ' . En 1996, LAFARGE et coll. [51] introduisent la perméabilité thermique k'_0 afin d'améliorer la prise en compte des effets thermiques en basses fréquences.

Cependant, le modèle de fluide équivalent à structure rigide n'est plus adapté lorsque le squelette du matériau est mobile ou se déforme: ceci est le cas dans de nombreuses applications où le matériau est directement soumis à une excitation mécanique ou lorsque la structure du poreux est excitée par une onde acoustique. Les premiers modèles de propagation d'ondes acoustiques dans les matériaux poreux, tenant compte des vibrations de structure mais restreints à une géométrie à une dimension, sont développés par BERANEK [8] et ZWIKKER et KOSTEN [89]. Une autre approche présentée par Biot [10, 11, 12] fournit un modèle fondamental pour décrire le comportement dynamique des matériaux poroélastiques. BIOT utilisa le formalisme de la mécanique des milieux continus et suggéra que le milieu poreux pouvait être vu au niveau macroscopique comme la superposition en temps et en espace de deux milieux continus couplés. Cette modélisation est adaptée à l'acoustique par ALLARD [1] en intégrant les diverses contributions précitées de JOHNSON et coll., CHAMPOUX et ALLARD, LAFARGE et coll. Ce modèle, couramment appelé le modèle de Biot-Allard, est utilisé ici car les matériaux étudiés peuvent être soumis à des sollicitations mécaniques.

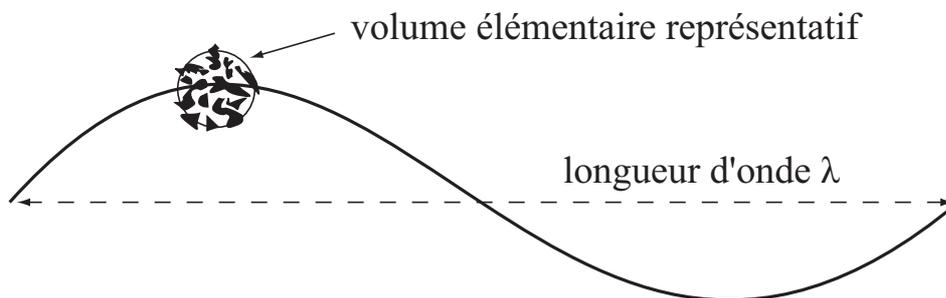


FIG. 2.1 – Schématisation de l'hypothèse de grande longueur d'onde devant la taille du volume élémentaire représentatif.

2.3 Hypothèses générales

La représentation du milieu poreux décrite par BIOT comme la superposition de deux milieux continus couplés nécessite la prise en compte de plusieurs hypothèses :

- l'échelle d'observation est macroscopique. Pour cela, la complexité de la micro-géométrie de ces matériaux est supposée homogène d'un point de vue statistique. Le matériau est alors décomposé en volumes élémentaires supposés suffisamment reproductibles pour pouvoir en dégager un volume élémentaire représentatif V_{er} . Ce volume correspond donc au plus petit volume pour lequel la moyenne des paramètres microscopiques est considérée constante. Les différentes variables qui décrivent le comportement du matériau, comme le déplacement solide u^s ou le déplacement fluide u^f , sont alors définies comme la moyenne de leur quantités microscopiques dans le volume V_{er} .
- les longueurs d'ondes élastiques et acoustiques se propageant dans le poreux sont grandes devant la taille des pores et devant la taille du volume élémentaire (voir figure 2.1). De cette façon, on peut négliger les effets de dimensions finies telle que la diffusion¹ et considérer le volume élémentaire comme étant homogène.
- le squelette du milieu est viscoélastique,
- le squelette est régi par une loi de comportement linéaire,
- les hypothèses de petits déplacements et de petites déformations sont faites,
- le matériau est considéré homogène et isotrope.

¹déviations de l'onde dans de multiples directions à l'échelle du pore [31, 84]

2.4 Paramètres du milieu : description des dissipations visco-thermiques

En plus des paramètres mécaniques caractérisant le squelette¹, la théorie de Biot-Allard requiert la connaissance de paramètres caractérisant le fluide saturant ainsi que le couplage entre les phases.

Le fluide saturant est l'air. Ses caractéristiques sont : température $T_0 = 18$ °C, pression au repos $P_0 = 1.0132 \cdot 10^5$ Pa, masse volumique au repos $\rho_f = 1.213$ Kg m⁻³, célérité du son $c_f = 342.2$ m s⁻¹, viscosité $\mu = 1.84 \cdot 10^{-5}$ Kg m⁻¹ s⁻¹, module d'incompressibilité adiabatique $K_a = 1.42 \cdot 10^5$ Pa, nombre de Prandlt $Pr = 0.71$ et rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = 1.4$.

Les couplages inertiels, visqueux et thermiques entre la phase fluide et le squelette sont prises en compte à l'aide de paramètres caractéristiques de la micro-géométrie. Les paramètres de couplage sont les suivants :

- **la porosité** ϕ et **la tortuosité** α_∞ traduisent le couplage inertiel entre les deux phases. La porosité ϕ permet la répartition des contraintes et des inerties entre les deux milieux et s'exprime comme le rapport du volume fluide V_f sur le volume total V , $\phi = V_f/V$. La tortuosité α_∞ est un paramètre uniquement décrit par la micro-géométrie. Sa valeur est supérieure ou égale à 1. Elle traduit le caractère tortueux du matériau par un effet de masse ajoutée. La masse volumique du fluide saturant le matériau est donc modifiée et est égale à

$$\rho_{fm} = \alpha_\infty \rho_f . \quad (2.1)$$

- **la résistivité au passage de l'air** σ et **la longueur caractéristique visqueuse** Λ traduisent les interactions visqueuses respectivement en basses et hautes fréquences.

Contrairement au couplage inertiel, le couplage visqueux est associé à un phénomène dissipatif. En effet, la viscosité du fluide va induire des frottements entre les parois de la structure et le fluide, et ainsi dissiper de l'énergie acoustique. Afin de tenir compte des effets de la viscosité, JOHNSON et coll. proposent de remplacer la tortuosité α_∞ par une tortuosité dynamique $\tilde{\alpha}_\infty$ dans l'expression de la densité équivalente ρ_{fm} (Eq.(2.1)).

En très basses fréquences, l'épaisseur de la couche limite visqueuse est supérieure à la taille des pores et les forces de frottements visqueux agissent dans tout le domaine fluide. L'amplitude de ces forces peut être caractérisée via la résistivité au passage de l'air σ d'après la loi de DARCY

$$\sigma = \frac{\Delta p S}{Q_v l} , \quad (2.2)$$

avec Δp la différence de pression aux bornes d'un échantillon de section S et de longueur l traversé par un débit Q_v . Cet effet est alors pris en compte dans l'expression de la densité

¹paramètres présentés au chapitre 1

équivalente du fluide via la tortuosité :

$$\tilde{\rho}_f = \tilde{\alpha}_\infty \rho_f, \quad \text{avec} \quad \tilde{\alpha}_\infty = \frac{\sigma \phi}{\rho_f j \omega}. \quad (2.3)$$

On rappelle que le symbole tilde est utilisé pour les grandeurs complexes et dépendantes de la fréquences.

En hautes fréquences, l'effet des frottements visqueux est significatif à proximité des parois dans l'épaisseur de la couche limite visqueuse δ (figure 2.2). Sa prise en compte dépend du ratio δ/Λ ,

$$\tilde{\alpha}_\infty = \alpha_\infty \left[1 + (1 + j) \frac{\delta}{\Lambda} \right], \quad (2.4)$$

où Λ a la dimension d'une longueur et ne dépend que de la géométrie du squelette :

$$\Lambda = \frac{1}{2} \frac{\int_{V_f} |\dot{\mathbf{u}}_m^f|^2 dV}{\int_{S_i} |\dot{\mathbf{u}}_m^f|^2 dS}, \quad (2.5)$$

avec $\dot{\mathbf{u}}_m^f$ la vitesse microscopique d'un fluide parfait incompressible circulant à travers les pores de la structure solide, V_f le volume de fluide et S_i la surface d'interface entre le fluide et la structure.

Lorsque la fréquence tend vers l'infini, l'épaisseur de la couche limite tend vers 0. Le fluide peut alors être considéré parfait et la valeur asymptotique de la tortuosité dynamique est simplement la valeur α_∞ .

Afin de relier les régimes basses et hautes fréquences (équations (2.3) et (2.4)), JOHNSON et coll. proposent une tortuosité dynamique de la forme :

$$\tilde{\alpha}_\infty = \alpha_\infty \left[1 + \frac{1}{j \hat{\omega}} \tilde{G} \right], \quad (2.6)$$

avec \tilde{G} un facteur correcteur de la viscosité qui traduit le fait que l'écoulement dans les pores s'éloigne d'un écoulement de Poiseuille lorsque la fréquence augmente (figure 2.2). Ce facteur est défini par

$$\tilde{G} = \sqrt{1 + j \frac{M}{2} \hat{\omega}}, \quad (2.7)$$

où $\hat{\omega} = \omega \frac{\alpha_\infty \rho_f}{\phi \sigma}$ et M est une quantité adimensionnelle appelée facteur de forme donnée par

$$M = \frac{8 \alpha_\infty k_0}{\phi \Lambda^2}, \quad (2.8)$$

avec k_0 la perméabilité de DARCY liée à la résistance au passage de l'air du matériau par $k_0 = \mu/\sigma$.

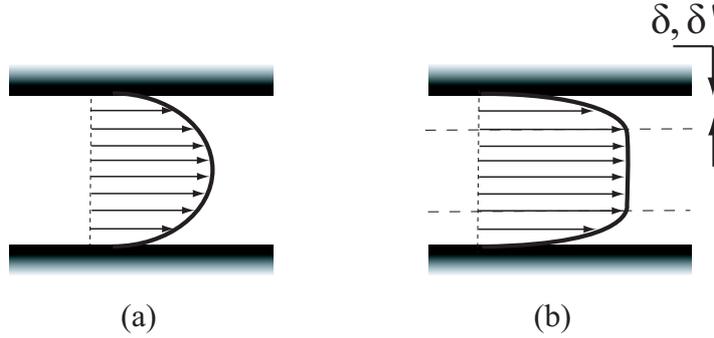


FIG. 2.2 – Schéma des profils de vitesse particulaire dans un pore de section cylindrique (a) basse fréquence, (b) haute fréquence.

- la **longueur caractéristique thermique** Λ' traduit les interactions thermiques entre les deux phases à haute fréquence.

Les pertes thermiques proviennent des échanges de chaleur entre le fluide et la structure dont la capacité calorifique est supposée très grande devant celle du fluide. Au passage d'une onde acoustique, une partie de l'énergie mécanique créée par les phénomènes de compression-détente du fluide est transformée en chaleur et transmise au squelette par conduction.

En basses fréquences, les échanges thermiques sont gouvernés par la perméabilité thermique k'_0 qui, par analogie avec les effets visqueux, peut être définie par une loi de type DARCY. En hautes fréquences, les couplages thermiques situés proche des parois sont caractérisés par la longueur caractéristique thermique Λ' introduite par CHAMPOUX et ALLARD [20]. A partir d'un raisonnement analogue à celui de JOHNSON et coll, CHAMPOUX et ALLARD proposent de modifier le coefficient de compressibilité de l'air K_a pour tenir compte de la dépendance en fréquence des échanges thermiques entre les deux phases. Le nouveau module d'incompressibilité du fluide intégrant les effets thermiques est défini comme :

$$\tilde{K}_f = K_a \left[\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 + \frac{1}{j\hat{\omega}'\tilde{G}'}} \right]^{-1}, \quad (2.9)$$

avec $\hat{\omega}' = \omega \frac{k'_0 \rho_0 Pr}{\phi \mu}$. \tilde{G}' est la fonction reliant les régimes thermiques à basse et haute fréquences et est donnée par

$$\tilde{G}' = \sqrt{1 + j \frac{M'}{2} \hat{\omega}'}, \quad (2.10)$$

avec M' le facteur de forme des pores

$$M' = \frac{8k'_0}{\phi \Lambda'^2}. \quad (2.11)$$

Enfin, la longueur caractéristique thermique s'exprime de la façon suivante :

$$\Lambda' = \frac{1}{2} \frac{\int_{V_f} dV}{\int_{S_i} dS} . \quad (2.12)$$

Λ' a une dimension de l'ordre des pores les plus grands, là où les surfaces d'échange sont les plus importantes.

On notera donc, que la prise en compte des phénomènes de dissipations présentés ci-dessus a été effectuée en considérant le squelette immobile. Les effets visqueux et thermiques sont alors introduit en modifiant respectivement la densité et le module d'incompressibilité de la phase fluide. Ces paramètres inertiels et constitutifs deviennent alors complexes et dépendent de la fréquence. Cinq paramètres de couplage caractérisant la micro-structure sont nécessaires à la prise en compte de ces phénomènes. Ces cinq paramètres sont accessibles à la mesure.

Dans le cadre de la théorie de Biot, bien que le squelette se déforme, il est admis que les mêmes facteurs de formes que ceux développés dans le cas d'un squelette rigide peuvent être utilisés. Le couplage thermique est alors introduit de la même façon. Cependant, la prise en compte des couplages inertiel et visqueux ne se limite pas à la phase fluide mais s'étend à la phase solide. Ces considérations sont détaillées ci-dessous, lors de la mise en équation du problème couplé.

2.5 Équations fondamentales

Un milieu continu est classiquement modélisé par la loi de comportement reliant contraintes et déformations et par l'équation de la dynamique. Le formalisme de Biot est donc basé sur ces deux relations appliquées aux phases solide et fluide en y ajoutant des termes de couplage.

2.5.1 Relations contraintes-déformations

Le tenseur des contraintes totales du milieu $\underline{\underline{\sigma}}^t$ s'écrit comme la somme des contraintes agissant sur les phases solide et fluide, indicée respectivement s et f :

$$\underline{\underline{\sigma}}^t = \underline{\underline{\sigma}}^s + \underline{\underline{\sigma}}^f = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{11}^s - \phi p & \tilde{\sigma}_{12}^s & \tilde{\sigma}_{13}^s \\ \tilde{\sigma}_{21}^s & \tilde{\sigma}_{22}^s - \phi p & \tilde{\sigma}_{23}^s \\ \tilde{\sigma}_{31}^s & \tilde{\sigma}_{32}^s & \tilde{\sigma}_{33}^s - \phi p \end{pmatrix} , \quad (2.13)$$

où p représente la pression du fluide et ϕ la porosité du milieu. Le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^s$ étant symétrique, les contraintes peuvent être écrites sous forme vectorielle

$$\{\tilde{\sigma}^s\} = \langle \tilde{\sigma}_{11}^s, \tilde{\sigma}_{22}^s, \tilde{\sigma}_{33}^s, \tilde{\sigma}_{12}^s, \tilde{\sigma}_{23}^s, \tilde{\sigma}_{31}^s \rangle^T , \quad (2.14)$$

$$\{\tilde{\sigma}^f\} = -\phi p \{m\} , \quad (2.15)$$

avec $\{m\} = \langle 1, 1, 1, 0, 0, 0 \rangle^T$.

En notant $\mathbf{u}^s = \langle u_1^s, u_2^s, u_3^s \rangle$ et $\mathbf{u}^f = \langle u_1^f, u_2^f, u_3^f \rangle$ les déplacements de la phase solide et de la phase fluide respectivement, les déformations de chacune des phases s'écrivent

$$\{\tilde{\varepsilon}^s\} = [L]\mathbf{u}^s, \quad \{\tilde{\varepsilon}^f\} = [L]\mathbf{u}^f, \quad (2.16)$$

avec $[L]$ l'opérateur de dérivation spatiale

$$[L]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Les relations contraintes-déformations pour les deux phases solide et fluide d'un milieu poroélastique s'écrivent :

$$\{\tilde{\sigma}^s\} = [\tilde{H}_E]\{\varepsilon^s\} + [\tilde{H}_Q]\{\varepsilon^f\}, \quad (2.18)$$

$$\{\tilde{\sigma}^f\} = [\tilde{H}_Q]\{\varepsilon^s\} + [\tilde{H}_R]\{\varepsilon^f\}, \quad (2.19)$$

avec $[\tilde{H}_E]$ la matrice d'élasticité de la phase solide, $[\tilde{H}_R]$ la matrice d'élasticité de la phase fluide et $[\tilde{H}_Q]$, la matrice de couplage entre la déformation des deux phases. Les matrices $[\tilde{H}_R]$ et $[\tilde{H}_Q]$ font intervenir respectivement des coefficients d'élasticité \tilde{R} et de couplage \tilde{Q} qui peuvent être calculés à partir des modules d'incompressibilité de la structure K_b , du matériau constituant le squelette K_s et du module équivalent de la phase fluide \tilde{K}_f . Pour la majorité des matériaux acoustiques, le module d'incompressibilité du poreux est faible devant celui du matériau constituant le squelette; ce qui permet d'écrire simplement les coefficients \tilde{R} et \tilde{Q} sous la forme [1, 27] :

$$\tilde{Q} = (1 - \phi)\tilde{K}_f, \quad (2.20)$$

$$\tilde{R} = \phi\tilde{K}_f. \quad (2.21)$$

Pour un squelette isotrope, les matrices de couplage et d'élasticité s'écrivent :

$$[\tilde{H}_Q] = \tilde{Q}\{m\}\{m\}^T, \quad (2.22)$$

$$[\tilde{H}_R] = \tilde{R}\{m\}\{m\}^T, \quad (2.23)$$

$$[\tilde{H}_E] = \begin{bmatrix} \tilde{P} & \tilde{A} & \tilde{A} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A} & \tilde{P} & \tilde{A} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A} & \tilde{A} & \tilde{P} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{N} \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

avec $\tilde{P} = \tilde{A} + 2\tilde{N}$, \tilde{A} et \tilde{N} pouvant être apparentés respectivement aux coefficients de Lamé λ et μ du formalisme de l'élasticité linéaire. Ces coefficients peuvent être directement reliés au module d'Young \tilde{E} et au coefficient de Poisson ν par

$$\tilde{N} = \frac{\tilde{E}}{2(1+\nu)}, \quad \tilde{A} = \frac{\nu\tilde{E}}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{\tilde{Q}^2}{\tilde{R}}. \quad (2.25)$$

Si l'on conserve la notation tensorielle, les relations contraintes-déformations pour chacune des phases d'un matériau à squelette isotrope s'écrivent sous la forme :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^s = \tilde{A}\nabla\cdot\mathbf{u}^s\mathbb{I} + 2\tilde{N}\underline{\underline{\tilde{\epsilon}}}^s + \tilde{Q}\nabla\cdot\mathbf{u}^f\mathbb{I}, \quad (2.26)$$

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^f = \tilde{Q}\nabla\cdot\mathbf{u}^s\mathbb{I} + \tilde{R}\nabla\cdot\mathbf{u}^f\mathbb{I}, \quad (2.27)$$

où $\underline{\underline{\tilde{\epsilon}}}^s$ est le tenseur de déformation de la phase solide, \mathbb{I} la matrice identité et $\nabla\cdot$ l'opérateur divergence.

La prise en compte de l'anisotropie du squelette du matériau peut être effectuée via les matrices d'élasticité $[\tilde{H}_E]$ et de couplage $[\tilde{H}_Q]$. Si le squelette est isotrope transverse, d'axe qui sera indicé L^1 , la matrice d'élasticité du squelette s'exprime en fonction de 5 coefficients élastiques \tilde{E}_L , \tilde{E}_T , \tilde{G}_{LT} , ν_{LT} et ν_{TT} :

$$[\tilde{H}_E] = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{11} & \tilde{H}_{12} & \tilde{H}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{H}_{12} & \tilde{H}_{22} & \tilde{H}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{H}_{12} & \tilde{H}_{23} & \tilde{H}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{G}_{LT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{G}_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{E}_T}{2(1+\nu_{TT})} \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

avec

$$\tilde{H}_{11} = \tilde{E}_L \frac{1 - \nu_{TT}}{1 - \nu_{TT} - 2\nu_{LT}^2 \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}, \quad (2.29)$$

$$\tilde{H}_{12} = \tilde{E}_T \frac{\nu_{LT}}{1 - \nu_{TT} - 2\nu_{LT}^2 \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}, \quad (2.30)$$

$$\tilde{H}_{22} = \tilde{E}_T \frac{1 - \nu_{LT}^2 \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}{1 - \nu_{TT}^2 - 2\nu_{LT}^2 (1 + \nu_{TT}) \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}, \quad (2.31)$$

$$\tilde{H}_{23} = \tilde{E}_T \frac{\nu_{TT} + \nu_{LT}^2 \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}{1 - \nu_{TT}^2 - 2\nu_{LT}^2 (1 + \nu_{TT}) \tilde{E}_T / \tilde{E}_L}. \quad (2.32)$$

Pour un squelette isotrope transverse, le coefficient de couplage dans la direction longitudinale \tilde{Q}_L diffère du coefficient dans la direction transverse \tilde{Q}_T . Ces coefficients peuvent être

¹axe perpendiculaire au plan des fibres pour les matériaux fibreux type laine de verre et parallèle à la direction de moussage pour les mousses polymères cf. figure 1.2

calculés à partir des trois modules de compressibilités et des constantes élastiques du squelette. La matrice de couplage $[\tilde{H}_Q]$ s'écrit alors

$$[\tilde{H}_Q] = \{m\} \langle \tilde{Q}_L, \tilde{Q}_T, \tilde{Q}_T, 0, 0, 0 \rangle . \quad (2.33)$$

2.5.2 Équations du mouvement

Les équations du mouvement des phases solide et fluide sont obtenues en appliquant les équations de Lagrange avec pour variables généralisées les déplacements u_i^s et u_i^f ($i = 1, 2, 3$). Pour tenir compte de la dissipation visqueuse, BIOT introduit une fonction de dissipation qui dépend de la vitesse relative entre les deux phases. Les équations du mouvement s'expriment de la façon suivante :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^s = \rho_{11} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2} + \tilde{b} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^s}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} \right) , \quad (2.34)$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^f = \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2} + \tilde{b} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{u}^s}{\partial t} \right) . \quad (2.35)$$

\tilde{b} est un coefficient d'amortissement visqueux qui dépend de la fréquence. Initialement dans la théorie de BIOT, ce coefficient était réel et indépendant de la fréquence. Il fut adapté pour mieux prendre en compte les phénomènes de dissipation visqueuse à partir de la fonction \tilde{G} (Eq. (2.7))

$$\tilde{b} = \phi^2 \sigma \tilde{G} . \quad (2.36)$$

Les termes ρ_{ij} sont les masses volumiques apparentes de Biot et sont définies par :

$$\rho_{12} = -\phi \rho_f (\alpha_\infty - 1), \quad \rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}, \quad \rho_{22} = \phi \rho_f - \rho_{12}, \quad (2.37)$$

où ρ_1 est la densité du matériau poreux, ρ_f la densité du fluide saturant les pores et ρ_{12} une masse ajoutée due à la tortuosité du matériau. L'ajout de masse pour la phase solide traduit le fait que, lors de son mouvement, le solide va drainer une partie de la masse fluide.

Sous l'hypothèse d'un mouvement harmonique de pulsation ω , les équations du mouvement peuvent être réécrites plus simplement en intégrant les effets visqueux dans les masses volumiques apparentes de Biot. Les nouvelles masses volumiques sont désormais complexes et dépendent de la fréquence. Elles s'écrivent sous la forme :

$$\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} + j \frac{\tilde{b}}{\omega}, \quad \tilde{\rho}_{11} = \rho_{11} - j \frac{\tilde{b}}{\omega}, \quad \tilde{\rho}_{22} = \rho_{22} - j \frac{\tilde{b}}{\omega} . \quad (2.38)$$

Dans le cas d'un matériau isotrope, les équations du mouvement solide et fluide sont finalement obtenues en remplaçant les expressions des contraintes données par les équations (2.26) et

(2.27), respectivement dans les équations (2.34) et (2.35). On obtient alors

$$\tilde{N}\nabla^2\mathbf{u}^s + (\tilde{P} - \tilde{N})\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^s + \tilde{Q}\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^f = -\omega^2\tilde{\rho}_{11}\mathbf{u}^s - \omega^2\tilde{\rho}_{12}\mathbf{u}^f, \quad (2.39)$$

$$\tilde{Q}\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^s + \tilde{R}\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^f = -\omega^2\tilde{\rho}_{12}\mathbf{u}^s - \omega^2\tilde{\rho}_{22}\mathbf{u}^f. \quad (2.40)$$

La nature anisotrope des matériaux acoustiques et plus particulièrement des matériaux fibreux présentée au chapitre 1, induit une différence de propagation des ondes acoustiques selon la direction parallèle ou perpendiculaire au plan des fibres [79, 80]. Un matériau fibreux pouvant être vu comme l'empilement de couches denses et de couches moins denses, alors la résistivité au passage d'un flux d'air parallèle au plan formé par les fibres σ_{\parallel} sera inférieure à la résistivité au passage d'un flux d'air perpendiculaire au plan des fibres σ_{\perp} . Cette anisotropie du type "isotrope transverse" peut être prise en compte à l'aide d'un tenseur de résistivité donné par TARNOW [79] sous la forme :

$$[\sigma] = \sigma_{\perp} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Les masses volumiques équivalentes de Biot (Eq.(2.38)) caractérisants les couplages inertiels et visqueux entre les deux phases ne sont plus dans ce cas représentées par des scalaires mais par des vecteurs dans les équations du mouvement.

TRAN-VAN et coll. [85] montrent que le calcul de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi garnie de matériau fibreux nécessite la prise en compte de l'anisotropie des propriétés acoustiques du matériau uniquement si le matériau présente une très forte anisotropie ; sinon un modèle isotrope est suffisant.

2.6 Solutions des équations : propagation d'ondes en milieu poreux

BIOT a montré que trois type d'ondes différentes pouvaient se propager au sein d'un matériau poreux : deux ondes de compression et une onde de cisaillement. Ceci peut être démontré en décomposant les déplacements solide et fluide à l'aide de potentiels scalaires φ^s et φ^f caractéristiques des ondes de compression et de potentiels vecteurs ψ^s et ψ^f caractéristiques des ondes de cisaillement :

$$\mathbf{u}^s = \nabla\varphi^s + \nabla \wedge \psi^s, \text{ et } \mathbf{u}^f = \nabla\varphi^f + \nabla \wedge \psi^f, \quad (2.42)$$

avec $\nabla \wedge$ représentant l'opérateur rotationnel.

En appliquant l'opérateur divergence ou rotationnel aux équations de Biot-Allard (Eq. (2.39)-(2.40)), on obtient respectivement les équations à résoudre pour décrire les ondes de compression ou de cisaillement. Chaque onde est alors caractérisée par un nombre δ_i ($i = 1, 2$ pour les ondes

de compressions, $i = 3$ pour l'onde de cisaillement) donné par :

$$\delta_1^2 = \frac{\omega^2}{2(\tilde{P}\tilde{R} - \tilde{Q}^2)} \left(\tilde{P}\tilde{\rho}_{22} + \tilde{R}\tilde{\rho}_{11} - 2\tilde{Q}\tilde{\rho}_{12} - \sqrt{\Delta} \right), \quad (2.43)$$

$$\delta_2^2 = \frac{\omega^2}{2(\tilde{P}\tilde{R} - \tilde{Q}^2)} \left(\tilde{P}\tilde{\rho}_{22} + \tilde{R}\tilde{\rho}_{11} - 2\tilde{Q}\tilde{\rho}_{12} + \sqrt{\Delta} \right), \quad (2.44)$$

$$\delta_3^2 = \frac{\omega^2}{\tilde{N}} \frac{\tilde{\rho}_{11}\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{12}^2}{\tilde{\rho}_{22}}, \quad (2.45)$$

avec $\Delta = (\tilde{P}\tilde{\rho}_{22} + \tilde{R}\tilde{\rho}_{11} - 2\tilde{Q}\tilde{\rho}_{12})^2 - 4(\tilde{P}\tilde{R} - \tilde{Q}^2)(\tilde{\rho}_{11}\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{12}^2)$. Le calcul des nombres d'onde de Biot est détaillé dans l'article présenté au chapitre 3 dans le cas d'un solide homogène et isotrope. La formulation utilisée diffère légèrement de celle présentée ici car elle fait intervenir le module d'incompressibilité du squelette exprimé dans le vide

$$\hat{P} = \tilde{P} - \frac{\tilde{Q}^2}{\tilde{R}} = \frac{(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} E(1 + j\eta). \quad (2.46)$$

Cette notation, initialement proposée par DAZEL et coll.[25]¹, permet d'obtenir une formulation simplifiée des nombres d'onde.

Les ondes de Biot sont caractérisées par leur vitesse $c_i^2 = \omega^2/\delta_i^2$ et par le mouvement relatif de chaque phase μ_i ,

$$\mu_i = \frac{u_i^f}{u_i^s}, \quad (2.47)$$

indiquant dans quelle milieu elles se propagent préférentiellement. Ainsi, l'onde de compression "1" est caractérisée par une vitesse c_1 et un rapport de déplacement μ_1 généralement positif. L'onde de compression "2" est caractérisée par une vitesse c_2 et un rapport de déplacement μ_2 généralement négatif. Lorsque les deux ondes de compressions sont fortement découplées ($\mu_2/\mu_1 \ll 1$) alors l'onde "1" se propage préférentiellement dans le fluide et est appelée "onde-fluide" (airborne wave), l'onde "2" quant à elle se propage préférentiellement dans le squelette et est appelée "onde-solide" (frame-borne wave).

2.7 Conclusion

Le comportement vibroacoustique d'un matériau poreux peut être décrit à l'aide du modèle de Biot-Allard. Ce modèle suppose que le milieu poreux peut être vu comme la superposition de deux milieux continus, solide et fluide. Il prend alors en compte la vibration du squelette ainsi que les divers mécanismes de dissipation dûs au couplage entre les deux phases. La description

¹dans le cadre d'un travail portant sur une nouvelle formulation des équations de Biot en déplacement solide/déplacement total, $\{u^s, u^t\}$

de la vibration du squelette considéré isotrope nécessite la caractérisation de ses propriétés mécaniques : le module d'Young E et le facteur de perte η . Le coefficient de Poisson est considéré connu, réel et indépendant de la fréquence (voir chapitre 1, section 1.4). La détermination de E et η fera l'objet de la seconde partie de cette thèse.

Chapitre 3

Modèle limp

3.1 Introduction

Ce chapitre présente un modèle simplifié de type "fluide équivalent", appelé modèle limp, qui tient compte du mouvement du squelette. L'objectif est de développer un critère d'utilisation de ce modèle.

En effet, l'utilisation du modèle de Biot-Allard dans un code éléments finis peut nécessiter des ressources informatiques importantes à cause du nombre de degrés de liberté à manipuler [3, 22]. Le nombre de degrés de liberté peut être considérablement diminué en utilisant un modèle de type "fluide équivalent". Issus de la simplification du modèle poroélastique de Biot-Allard, deux modèles de fluide équivalent peuvent être dérivés :

- le modèle à squelette rigide [1] est le plus connu. Il est basé sur l'hypothèse que le squelette est immobile et indéformable : ce modèle est limité aux calculs de structures immobiles,
- le modèle limp [8, 9, 44, 45] est basé sur l'hypothèse que la raideur du squelette n'a pas d'influence sur le comportement vibroacoustique. Le module d'incompressibilité du squelette dans le vide \hat{P} est négligé mais l'inertie de la phase solide est prise en compte : ce modèle peut être appliqué aux structures en vibration.

Le modèle limp peut donc être particulièrement adapté aux matériaux souples telles les laines de verre. La première partie de ce chapitre propose un critère d'utilisation du modèle limp basé sur un paramètre original appelé *FSI* (pour Frame Stiffness Influence) calculé à partir des propriétés caractéristiques du matériau et dont les valeurs critiques dépendent de la fréquences et des conditions aux limites. La méthode de critère est tout d'abord proposée pour deux configurations caractéristiques de l'utilisation des matériaux acoustiques : absorption sur fond rigide, rayonnement d'un système "plaque/poreux". La seconde partie du chapitre étend l'étude à trois nouvelles configurations : transmission double paroi avec ou sans lame d'air et

compression du matériau sur un fond rigide. Des précisions sur le paramètre FSI sont ensuite proposées puis un critère simplifié est présenté.

3.2 Critère d'utilisation du modèle limp

L'hypothèse "limp" est généralement appliquée aux matériaux de type fibreux. Cependant, le choix d'utiliser ou non ce modèle simplifié pour un matériau placé dans une configuration donnée doit être pris avec précaution. En effet, même appliquée à un matériau fibreux de faible densité, cette simplification peut engendrer d'importantes différences comparée à l'utilisation d'un modèle poroélastique complet [42, 45].

En 1947, BERANEK [8] propose un critère d'utilisation basé sur le rapport entre les modules d'incompressibilité du fluide K_f et du squelette K_s : le modèle limp est utilisable si $K_f/K_s > 20$. Ce critère basé sur l'approximation d'un modèle simple est assez limité car il ne donne pas d'information sur les bandes de fréquences autorisées et apparaît trop restrictif pour les matériaux mous. GÖRANSSON [41, 42] remarque que le modèle limp peut être utilisé dans les bandes de fréquence restreintes où n'apparaissent pas de résonances du squelette, et plus particulièrement aux fréquences pour lesquelles la longueur d'onde de l'onde squelette est grande devant l'épaisseur du matériau.

Afin d'améliorer le critère d'utilisation du modèle limp proposé par Beranek, l'étude d'un critère qui tient compte de l'évolution de l'influence du squelette avec la fréquence est proposée. Cette étude est présentée sous forme d'un article publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America*.

Le critère proposé est basé sur un nouveau paramètre, appelé "Frame Stiffness Influence" (FSI), qui quantifie l'influence de la raideur du matériau à partir de ses propriétés acoustiques et mécaniques. Des valeurs critiques de ce paramètre, au delà desquelles l'influence de la raideur ne peut plus être négligée, sont obtenues pour plusieurs configurations caractéristiques de l'utilisation des matériaux acoustiques. Pour cela, des simulations basées sur une modélisation unidimensionnelle sont effectuées sur un grand nombre de matériaux pour chaque configuration. Des valeurs critiques sont déterminées pour différentes épaisseurs de matériaux poreux puis sont présentées sous forme d'abaques. Pour un matériau et une configuration donnés, la comparaison du paramètre FSI avec les valeurs critiques permet de prédire dans quelles bandes de fréquences le matériau peut être ou non modélisé à l'aide du modèle limp.

Validity of the limp model for porous materials: a criterion based on the Biot theory

Olivier Doutres, Nicolas Dauchez, Jean-Michel G enevaux, and Olivier Dazel

Laboratoire d'Acoustique UMR CNRS 6613, Univ. du Maine, 72095 Le Mans cedex 9, France

The validity of using the limp model for porous materials is addressed in this paper. The limp model is derived from the poroelastic Biot model assuming that the frame has no bulk stiffness. Being an equivalent fluid model accounting for the motion of the frame, it has fewer limitations than the usual equivalent fluid model assuming a rigid frame. A criterion is proposed to identify the porous materials for which the limp model can be used. It relies on a new parameter, the Frame Stiffness Influence (*FSI*) based on porous material properties. The critical values of *FSI* under which the limp model can be used, are determined using a 1D analytical modeling for two boundary sets: absorption of a porous layer backed by a rigid wall and radiation of a vibrating plate covered by a porous layer. Compared with other criteria, the criterion associated with *FSI* provides information in a wider frequency range and can be used for configurations which include vibrating plates.

PACS numbers: 43.20.Jr, 43.20.Gp, 43.50.Gf [KA]

I. INTRODUCTION

In recent years, there has been a strong effort for modeling the vibroacoustic response of multilayer systems containing porous materials. During the past decade, numerical methods such as finite element methods based on the Biot theory^{1,2} have been widely developed for automotive and aeronautic industries. Classical methods consider the displacements of the solid and fluid phases as variables^{3,4}, respectively \mathbf{u}^s and \mathbf{u}^f , or a mixed formulation^{5,6} based on the displacement of the solid phase and the interstitial fluid pressure p . These numerical methods allow to predict the structural and fluid couplings induced by the poroelastic medium without any kinematic or geometrical assumptions. However, for large size finite element models, these methods can require a significant computational time.

To overcome this limitation, one can consider that the porous layer behaves like a dissipative fluid. Two porous "one-wave" formulations can be found: (i) the "rigid frame" model assumes that the solid phase remains motionless (ref.², page 79-111), (ii) the "limp" model assumes that the stiffness of the solid phase is zero but takes into account its inertial effects⁷⁻⁹ (ref.⁸, chapter 5-1). Because the motion of the solid phase is considered in the limp model, this model has to be preferred for most of the applications as in transports for example (car, train, aircraft), where the porous layers are bonded on vibrating plates. However, it is valid since the frame "flexibility" of the porous material has little influence on the vibroacoustic response of the system. The aim of this paper is to identify, for a given porous material, the frequency ranges for which the limp model can be used.

The approximation of the limp model was first proposed by Beranek⁷ and studied more in detail by Ingard⁸. It was applied to the poroelastic formulation of Zwikker and Kosten¹⁰ to model soft acoustical blankets in air-

craft. More recently, Dazel *et al.*⁹ applied the limp approximation to an alternative displacement formulation based on the Biot's poroelasticity equations. This simplified model accounts for (i) the dissipation mechanisms induced by the relative motion between the two phases, (ii) the effects of the motion of the solid phase using an inertia correction.

The validity of the limp model compared to the poroelastic model has been investigated by several authors. Beranek⁷ proposed a simple criterion to identify the porous materials for which the limp assumption can be applied. This criterion is based on the ratio of the bulk modulus of the fluid phase K_f over the bulk modulus of the solid phase K_s : the limp assumption can be used if $K_f/K_s > 20$. In his book, Ingard⁸ investigates the absorption coefficient of a porous layer covered or not by a screen and backed by a rigid wall (as presented Fig. 1(a)). He pointed out that the limp model is not valid in the low frequency range situated below the structural frame resonance of the porous layer because this region is mainly controlled by the stiffness. In the same way, G oransson^{11,12} investigated the validity of the limp model in the case of an aircraft double wall transmission problem and concluded that the limp model can be acceptable since no resonances of the frame are present in the frequency range of interest. The main conclusion of the previous works is that the use of the limp model depends not only on the properties of the porous layer but also on the boundary conditions which are applied to it.

In this paper, a criterion is proposed to identify the porous materials and the associated frequency ranges for which the limp model can be used according to the boundary conditions applied to the layer. The identification process relies on the derivation of a new frequency-dependent parameter, the Frame Stiffness Influence (*FSI*), based on the properties of the porous material. This parameter is developed from the Biot

theory^{1,2} and quantifies the intrinsic influence of the solid-borne wave² on the displacement of the interstitial fluid. Critical values of FSI above which the limp model cannot be used are determined for porous materials of thicknesses from 1 to 10 cm and for two boundary condition sets (see Fig. 1): (i) sound absorption of a porous layer backed by a rigid wall and (ii) sound radiation of a porous layer backed by a vibrating wall.

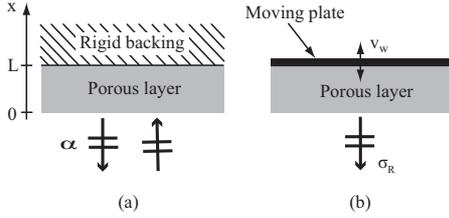


FIG. 1. Two one-dimensional configurations: (a) sound absorption of a porous layer backed by a rigid wall, (b) sound radiation of a porous layer backed by a vibrating wall.

The first part of the paper presents the Biot and the limp models. The FSI parameter which characterizes the influence of the frame is then introduced and the method to determine the critical values of FSI is detailed. Critical values are given in Fig. 8 for two boundary condition sets and for ten porous thicknesses. The reader who is mainly interested in the application of the FSI criterion could go directly to the final part of the paper (sec.VI). In this section, a short explanation on how to use the FSI criterion is proposed and it is illustrated with examples. Finally, a comparison with other criteria validates its efficiency.

II. POROUS MATERIAL MODELING

The limp model introduced in this paper is derived from the Biot theory adapted by Johnson¹³, Allard² and Champoux¹⁴. This poroelastic model accounts for frame motion, viscous and thermal dissipation mechanisms and is called the Biot model in this paper. In order to achieve a simple analytical description, the modeling is one-dimensional, i.e. the porous layer has infinite lateral dimensions in the y and z directions, and only plane waves propagate in the x direction (see Fig. 2). In this case, only two compressional waves are considered.

A. Biot theory

The motion of the poroelastic medium is described by the macroscopic displacement of solid and fluid phases represented by the vectors \mathbf{u}^s and \mathbf{u}^f . Assuming a harmonic time dependence $e^{j\omega t}$, the equation of motion can

be written in the form²

$$\begin{aligned} -\omega^2 \tilde{\rho}_{11} \mathbf{u}^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^f &= N \nabla^2 \mathbf{u}^s + (\tilde{P} - N) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}^s \\ &\quad + \tilde{Q} \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}^f, \\ -\omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{22} \mathbf{u}^f &= \tilde{Q} \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}^s + \tilde{R} \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}^f, \end{aligned} \quad (1)$$

where the tilde symbol indicates that the associated physical property is complex and frequency dependent. The inertial coefficients $\tilde{\rho}_{11}$, $\tilde{\rho}_{22}$ are the modified Biot's density of the solid and fluid phase respectively. The inertial coefficient $\tilde{\rho}_{12}$ accounts for the interaction between inertial forces of the solid and fluid phases together with viscous dissipation. The modified Biot's density can be written in the form:

$$\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} + j\tilde{b}/\omega, \quad (3)$$

$$\tilde{\rho}_{11} = \rho_{11} - j\tilde{b}/\omega, \quad (4)$$

$$\tilde{\rho}_{22} = \rho_{22} - j\tilde{b}/\omega, \quad (5)$$

with $\rho_{12} = -\phi\rho_f(\alpha_\infty - 1)$, $\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}$ and $\rho_{22} = \phi\rho_f - \rho_{12}$. ρ_{12} is the added mass due to tortuosity α_∞ , ρ_1 the mass density of the porous material, ρ_f the mass density of the interstitial fluid and ϕ the porosity of the poroelastic material. The coefficient \tilde{b} is related to the viscous and inertial coupling between the two phases. This parameter was first assumed real and constant by Biot¹. Johnson *et al.*¹³ improved the model by introducing a frequency dependent complex amplitude to account for the viscous effects. In the present work it is given by

$$\tilde{b} = \phi^2 \sigma \sqrt{1 + j \frac{M}{2} \frac{\alpha_\infty \rho_f}{\phi \sigma} \omega}, \quad (6)$$

$$M = \frac{8\alpha_\infty \mu'}{\sigma \phi \Lambda^2}, \quad (7)$$

where M is the shape factor, μ' is the viscosity of air, σ the resistivity of the porous material and Λ the characteristic viscous length.

In Eq. (1,2), \tilde{P} and \tilde{R} are the bulk modulus of the solid and fluid phases respectively and \tilde{Q} quantifies the potential coupling between the two phases. For the majority of sound absorbing materials, these coefficients are²

$$\tilde{Q} = (1 - \phi) \tilde{K}_f, \quad (8)$$

$$\tilde{R} = \phi \tilde{K}_f, \quad (9)$$

$$\tilde{P} = 2N^* \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu} + \frac{\tilde{Q}^2}{\tilde{R}} = \hat{P} + \frac{\tilde{Q}^2}{\tilde{R}}. \quad (10)$$

The effective bulk modulus of the air in the pores \tilde{K}_f is related to the thermal coupling between the two phases. In the initial paper of Biot¹, this parameter was real and constant. Champoux and Allard¹⁴ improved the model to account for the thermal effects:

$$\tilde{K}_f = K_a / \tilde{\beta}, \quad (11)$$

with K_a the adiabatic incompressibility of air and

$$\tilde{\beta} = \gamma - \frac{\gamma - 1}{1 + \left(j\omega \frac{k'_0 \rho_f Pr}{\phi \mu'}\right)^{-1} \tilde{G}'}, \quad (12)$$

$$\tilde{G}' = \sqrt{1 + j \frac{M'}{2} \frac{k'_0 \rho_f Pr}{\phi \mu'} \omega}, \quad (13)$$

$$M' = \frac{8k'_0}{\phi \Lambda'^2}. \quad (14)$$

In these equations, γ is the ratio of the specific heats, Pr the Prandtl number, k'_0 the thermal permeability, and Λ' the thermal characteristic length. According to Eq. (11), the bulk modulus of the interstitial fluid varies from its isotherm value at low frequencies ($K_f = P_0 = 101.3$ kPa, the atmospheric pressure at 20°C) to its adiabatic value at high frequencies ($K_f = K_a = \gamma P_0 = 141.2$ kPa at 20°C).

N^* and ν in Eq. (10) are the complex shear modulus and the Poisson ratio of the frame, considered as an isotropic material. N^* corresponds to the second Lamé coefficient μ and can be expressed in terms of the complex Young modulus *in vacuo* E^* :

$$N^* = \frac{E^*}{2(1 + \nu)} = \frac{E(1 + j\eta)}{2(1 + \nu)}, \quad (15)$$

with η , the loss factor of the frame. Note that N^* and E^* are complex and frequency dependent. For the sake of simplicity, these coefficients are assumed to be constant in this work.

Since the model is one-dimensional, the displacements are scalars and Eq. (1,2) are rewritten as

$$-\omega^2 \tilde{\rho}_{11} u^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{12} u^f = \tilde{P} \nabla^2 u^s + \tilde{Q} \nabla^2 u^f, \quad (16)$$

$$-\omega^2 \tilde{\rho}_{12} u^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{22} u^f = \tilde{Q} \nabla^2 u^s + \tilde{R} \nabla^2 u^f. \quad (17)$$

Equation (16) can be expressed in a more convenient way to identify the influence of the mechanical properties by introducing the bulk modulus of the solid phase *in vacuo* \hat{P} (see Eq. (10)). By solving Eq. (16) $-\frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}}$ \times Eq. (17), one gets

$$-\omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\phi} \tilde{\Gamma} u^s - \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\phi} \tilde{\gamma} u^f = \hat{P} \nabla^2 u^s, \quad (18)$$

with

$$\tilde{\Gamma} = \phi \left(\frac{\tilde{\rho}_{11}}{\tilde{\rho}_{12}} - \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \quad \text{and} \quad \tilde{\gamma} = \phi \left(\frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} - \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right). \quad (19)$$

$\tilde{\gamma}$ is a notation introduced by Atalla *et al.*⁵ in the mixed displacement-pressure formulation. According to the Biot theory, the two poroelastic equations Eq. (17) and (18), can be solved to determine the propagation constants of the two compressional waves. A derivation of the complete system is proposed in the next section.

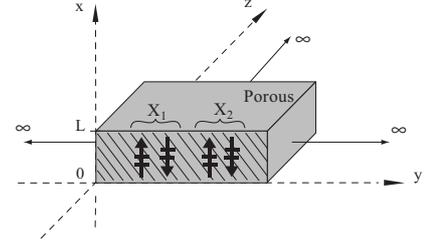


FIG. 2. One-dimensional porous modeling.

B. Poroelastic model: a two waves formalism

Compared to classical Biot equations^{1,2}, the equations of motion proposed in this paper (Eq. (17,18)) involve the bulk modulus of the frame *in vacuo* \hat{P} . The aim of this section is to derive an alternative and a more useful expression of the physical parameters of the Biot waves. This will be of interest for obtaining the *FSI*.

Using the vector $[\mathbf{w}] = [u^s \ u^f]^T$, Eq. (17) and Eq. (18) can be reformulated as

$$-\omega^2 [\boldsymbol{\rho}] [\mathbf{w}] = [\mathbf{M}] \nabla^2 [\mathbf{w}], \quad (20)$$

with

$$[\boldsymbol{\rho}] = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_{12} \tilde{\Gamma} / \phi & \tilde{\rho}_{22} \tilde{\gamma} / \phi \\ \tilde{\rho}_{12} & \tilde{\rho}_{22} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} \hat{P} & 0 \\ \tilde{Q} & \tilde{R} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Solution of the eigenvalue problem, $-\delta_i^2 [\mathbf{w}_i] = \nabla^2 [\mathbf{w}_i]$, gives the squared complex wave numbers δ_i^2 of the two compressional waves ($i = 1, 2$)

$$\delta_i^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{A} \delta_c^2 + \delta_f^2) + \frac{(-1)^i}{2} \sqrt{(\mathbf{A} \delta_c^2 + \delta_f^2)^2 - 4 \mathbf{B} \delta_c^2 \delta_f^2}, \quad (22)$$

where

$$\mathbf{A} = \left(1 - \frac{\tilde{Q} \tilde{\rho}_{22} \tilde{\gamma}}{\tilde{R} \tilde{\rho}_{12} \tilde{\Gamma}} \right) \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\Gamma}} \right). \quad (23)$$

The wave numbers of the compressional Biot waves δ_i are written in terms of two characteristic wave numbers: δ_f the wave number of the rigid frame model described in the next section (see Eq. (30)) and δ_c the wave number of a wave propagating in a medium which has the bulk modulus of the frame *in vacuo* and the density of the frame *in fluid* (it takes into account the inertial and viscous couplings):

$$\delta_c = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{12} \tilde{\Gamma}}{\phi \hat{P}}} = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_c}{\hat{P}}}, \quad (24)$$

with

$$\tilde{\rho}_c = \rho_1 - \tilde{\rho}_{12} / \phi. \quad (25)$$

Note that the expressions of the wave numbers δ_i (Eq. (22)) are equivalent to the classical expressions which can be found in reference² (page 130).

The two eigenvectors can be written $[u_1] = [u_1^s \ u_1^f]^T$, $[u_2] = [u_2^s \ u_2^f]^T$. Each component of the vectors $[u_i]$ ($i = 1, 2$), corresponds to the displacement of the solid phase u_i^s and the fluid phase u_i^f induced by the propagation of the Biot wave i . Using Eq. (18), the ratio of the displacement of the frame over the displacement of the air for the two compressional waves is given by

$$\mu_i = \frac{u_i^f}{u_i^s} = \frac{\tilde{\rho}_{12}\tilde{\Gamma}}{\tilde{\rho}_{22}\tilde{\gamma}} \left(\frac{\delta_i^2}{\delta_c^2} - 1 \right). \quad (26)$$

This ratio indicates in which medium the waves mainly propagate. If it is less than 1, the wave is mainly supported by the frame and is referred to as the "frame-borne wave". On the contrary, if the ratio is much greater than 1, the corresponding wave is mainly supported by the saturating fluid and is referred to as the "airborne wave". By considering the whole set of porous materials used in this study and presented in section III, one notices that the subscript $i = 1$ corresponds to the airborne wave and the subscript $i = 2$ corresponds to the frame-borne wave.

In the considered geometry (see Fig. 2), the displacement of each phase is due to the propagation of two compressional waves travelling in both directions, and can be written in the form

$$u^s(x) = X_1 + X_2, \quad (27)$$

$$u^f(x) = \mu_1 X_1 + \mu_2 X_2, \quad (28)$$

where $X_i = S_i \cos(\delta_i x) + D_i \sin(\delta_i x)$ is the contribution of each compressional wave $i = 1, 2$, S_i and D_i being set by the boundary conditions.

C. Equivalent fluid models: a one wave formalism

In this section, after a brief description of the classical rigid frame model, the limp model is presented. Both models are derived from the Biot theory presented in the previous section.

The rigid frame model assumes that the displacement u^s is zero. This assumption applied in Eq. (17) gives a propagation equation on u^f ,

$$\tilde{K}_f \nabla^2 u^f + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\phi} u^f = 0. \quad (29)$$

The compressional wave, solution of the propagation equation, is characterized by the wave number δ_f ,

$$\delta_f = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_f}{\tilde{K}_f}}, \quad (30)$$

where $\tilde{\rho}_f = \tilde{\rho}_{22}/\phi$.

The limp model is based on the assumption that the frame has no bulk stiffness: $\hat{P} = 0$. It is likely associated

to "soft" materials like cotton and glass wool. Hence, by considering this assumption in Eq. (18), one gets a simple relation between the displacements of both solid and fluid phases:

$$u^s = -\frac{\tilde{\rho}_{22}}{\tilde{\rho}_{12}} \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\Gamma}} u^f. \quad (31)$$

Then, substituting the solid displacement in Eq. (17) by Eq. (31) gives the propagation equation on u^f

$$\tilde{K}_f \nabla^2 u^f + \omega^2 \tilde{\rho}_{limp} u^f = 0, \quad (32)$$

where

$$\tilde{\rho}_{limp} = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}} \tilde{\rho}_f, \quad (33)$$

with \mathbf{A} and \mathbf{B} the two coefficients defined in Eq. (23).

The compressional wave, solution of the propagation equation, is characterized by the wave number $\delta_{limp} = \omega \sqrt{\tilde{\rho}_{limp}/\tilde{K}_f}$. According to the expression of the density $\tilde{\rho}_{limp}$, the wave number of the limp model can be expressed in terms of the wave number of the rigid frame model as:

$$\delta_{limp}^2 = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}} \delta_f^2. \quad (34)$$

As in the rigid frame model, the bulk modulus of the limp model is the modified bulk modulus of the saturating fluid \tilde{K}_f . However, the limp model takes into account the effect of the solid phase displacement by its modified effective density $\tilde{\rho}_{limp}$ which transcribes the inertia of the solid phase and its interaction with the fluid phase. This property enables use of the limp model for porous material mounted on a vibrating structure as long as the frame-borne wave has no influence on the vibroacoustic behaviour of the system. In this way, it is less restrictive than the rigid frame model.

III. FRAME STIFFNESS INFLUENCE

The aim of this section is to propose a parameter based on the properties of the porous material which quantifies the influence of the frame stiffness on the porous behaviour. This parameter is called *FSI* for "Frame Stiffness Influence".

A. FSI development

The use of the limp model is possible when the contribution of the frame-borne wave is negligible in the considered application. This approximation implies in the expressions of the solid and fluid displacements (Eq. (27,28)) that:

- (i) the contribution of the airborne wave X_1 is great compared to the contribution of the frame-borne wave X_2 ; this condition depends mainly on the

boundary conditions : two configurations will be studied in section IV to set critical values of the *FSI* parameter,

- (ii) considering the fluid motion (Eq. (28)), the displacement ratio μ_1 associated to the airborne wave is great compared to the displacement ratio μ_2 associated to the frame-borne wave: $\mu_2/\mu_1 \ll 1$; this condition is independent from the boundary conditions and will be used to build the *FSI* parameter.

According to equation (26), the ratio μ_2/μ_1 can be written in terms of the wave numbers of the Biot waves δ_i (Eq. (22)) and the characteristic wave propagating mostly in the frame δ_c (Eq. (24)) :

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{(\delta_2^2/\delta_c^2) - 1}{(\delta_1^2/\delta_c^2) - 1}. \quad (35)$$

From the study of the behavior of 259 porous materials presented in Sec.IV.B, the condition $\mu_2/\mu_1 \ll 1$ is met when the following conditions are observed:

- $r_1 = \delta_1^2/\delta_c^2$ tends to 0: this occurs when the wave number δ_1 of the air-borne wave is small compared to the wave number δ_c .
- $r_2 = \delta_2^2/\delta_c^2$ tends to 1: this occurs when the wave number δ_2 of the frame-borne wave is close to the wave number δ_c .

Both r_1 and r_2 ratios exhibit an asymptotic behavior as the frame stiffness becomes smaller: their convergence is controlled by a common parameter presented in the next section.

B. A simplified parameter

Let us first consider the asymptotic behavior of the ratio r_1 . Substituting δ_1 in the expression of r_1 for Eq. (22) gives

$$r_1 = \frac{\delta_1^2}{\delta_c^2} = \frac{1}{2}(\delta_f^2/\delta_c^2 + \mathbf{A}) [1 - \sqrt{1 - \varepsilon}] , \quad (36)$$

with

$$\varepsilon = \frac{4\mathbf{B}\delta_f^2/\delta_c^2}{(\delta_f^2/\delta_c^2 + \mathbf{A})^2}. \quad (37)$$

This expression shows that r_1 may tend to zero when ε tends to zero. Hence, by using the first-order Taylor series expansion of the square root function $\sqrt{1 - \varepsilon} = 1 - \varepsilon/2$, it comes

$$r_1 = \frac{(\mathbf{B}\delta_f^2)/(\mathbf{A}\delta_c^2)}{1 + \delta_f^2/(\mathbf{A}\delta_c^2)}. \quad (38)$$

By introducing the wave number of the limp model using Eq. (34), one gets

$$r_1 = \frac{\delta_{limp}^2/\delta_c^2}{1 + \delta_{limp}^2/(\mathbf{B}\delta_c^2)}. \quad (39)$$

Thus, r_1 tends to zero when the wave number ratio $\delta_{limp}^2/\delta_c^2$ tends to zero or when the term $\delta_{limp}^2/(\mathbf{B}\delta_c^2)$ is much greater than 1. The first condition is used as a parameter characterizing the influence of the frame, denoted the "Frame Stiffness Influence" (*FSI*)

$$FSI = \frac{\delta_{limp}^2}{\delta_c^2} = \frac{\tilde{\rho}_{limp} \hat{P}}{\tilde{\rho}_c \tilde{K}_f}, \quad (40)$$

with $\tilde{\rho}_{limp}$, $\tilde{\rho}_c$, \tilde{K}_f and \hat{P} given in Eq. (33), (25), (11) and (10) respectively. As the Beranek criterion⁷, the characteristic parameter *FSI* is expressed according to the ratio between the bulk moduli of the two phases. However, in the expression of *FSI*, each bulk modulus is divided by the density of their corresponding characteristic wave. Thus, Eq. (40) shows that *FSI* is frequency dependent and it decreases with the bulk modulus of the frame *in vacuo* \hat{P} . Physically, it can be noticed that *FSI* is small when δ_c is great compared to δ_{limp} , meaning that the interaction between the two associated waves is weak.

In the same way, using Eq. (22) and applying the first-order Taylor series expansion of the square root function, the ratio r_2 can be expressed in terms of the parameter *FSI* as:

$$r_2 = \mathbf{A} (1 + FSI/\mathbf{B}) - \frac{FSI}{1 + FSI/\mathbf{B}}. \quad (41)$$

According to Eq. (41), when the parameter *FSI* tends to zero, r_2 tends to the value of the coefficient \mathbf{A} which is close to 1 for all kinds of porous materials. Hence, the parameter *FSI* allows to describe the asymptotic behavior of both r_1 and r_2 and thus the behavior of the ratio μ_2/μ_1 . In the following, it is used to identify the porous materials according to the influence of their frame stiffness.

Fig. 3 presents the *FSI* for three characteristic materials (see section IV.B and TAB. I). It is shown that the parameter *FSI* is frequency dependent and that the material *A* which has the lower bulk modulus has the smaller *FSI*.

IV. DESCRIPTION OF THE CONFIGURATIONS

According to the previous analysis, the limp model can be applied instead of the Biot model if the parameter *FSI* tends to zero and if the amplitude of the frame-borne wave is negligible compared to the amplitude of the airborne wave. This last condition depends primarily on the boundary conditions. In this paper, two different sets of boundary conditions representative of classical applications are investigated. For each configuration, the

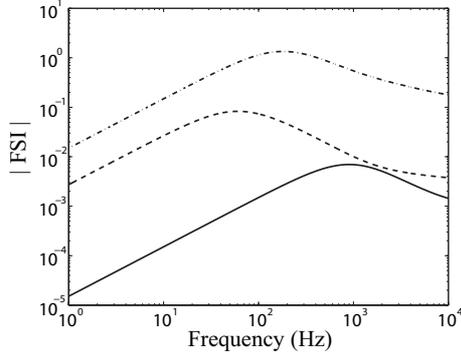


FIG. 3. Evolution of the parameter FSI as a function of the frequency: (—) material A, (---) material B, (- . -) material C, (see TAB. I).

critical values of FSI under which the limp model can be used are determined from the response of a wide variety of porous materials. This section presents the configurations and the tested porous materials.

A. The characteristic configurations

Fig. 1 presents the two configurations used to evaluate the difference between the Biot and the limp models. The chosen configurations are characteristic of the applications of the porous materials in industrial fields.

In configuration (a), the porous layer is attached to a rigid and motionless backing at $x = L$ and is hit by an acoustic plane wave at $x = 0$. The normal-incidence absorption coefficient α of the porous material is derived from the complex reflection coefficient R_x :

$$\alpha = 1 - |R_x|^2, \quad R_x = \frac{Z_n - \rho_f c_f}{Z_n + \rho_f c_f}, \quad (42)$$

with c_f the speed of sound in air and Z_n the normal-incidence surface impedance. This impedance is given by the pressure to the normal velocity ratio in the free air close to the front face of the material; $Z_n = p(0)/v(0)$. Both pressure and velocity are determined using the appropriate boundary conditions: continuity of the normal stress in the solid and fluid phases with the external pressure at the fluid-porous interface $x = 0$

$$\sigma_x^s(0) = -(1 - \phi)p(0), \quad (43)$$

$$\sigma_x^f(0) = -p(0), \quad (44)$$

and continuity of the total flow

$$j\omega[(1 - \phi)u^s(0) + \phi u^f(0)] = v(0), \quad (45)$$

with u^s and u^f given Eqs. (27,28). On the surface of the porous layer in contact with the backing ($x = L$), the displacement of the air and the frame are equal to zero

$$u^s(L) = u^f(L) = 0. \quad (46)$$

An analytical formulation of α can be found in reference² (page 21 and 137). This coefficient is usually measured in an impedance tube¹⁵ and is used in building or automotive applications¹⁶.

In configuration (b), the porous layer is excited by a vibrating plate at $x = L$ and radiates in a infinite half-space at $x = 0$. This configuration corresponds to trim panels, cars roofs or airplane floors. The radiation efficiency factor σ_R ¹⁷, defined as the ratio of the acoustic power radiated Π_a over the vibratory power of the piston Π_v , is used as vibroacoustic response :

$$\sigma_R = \frac{\Pi_a}{\Pi_v} = \frac{p(0)v^*(0)}{\rho_f c_f v_w^2}. \quad (47)$$

A vibrating surface area of 1 m² is considered here. Boundary conditions associated to this configuration are¹⁸: continuity of stress and total flow at $x = 0$ and Eqs. (43)-(45) are used. At $x = L$, the velocity of the fluid and the velocity of the frame are both equal to the wall velocity

$$j\omega u^s(L) = j\omega u^f(L) = v_w. \quad (48)$$

For each configuration, the vibroacoustic response is derived using the Transfer Matrix Method (TMM)^{2,19}. This method assumes the multilayer has infinite lateral dimensions and uses a representation of plane wave propagation in different media in terms of transfer matrices. To ensure a one-dimensional representation, the multilayer is excited by plane waves with normal incidence. The porous layer is either simulated using the Biot model presented in section II.B or the limp model presented in section II.C.

Note that the two characteristic configurations mainly differ by the kind of excitation applied to the frame: the frame will be less excited by an air domain than by a solid layer. Consequently, the limp model has a greater chance of being suitable for the configuration (a) than for the configuration (b).

B. Material properties

In order to study the behaviour of a wide variety of porous materials, a set of 256 simulated materials and 3 real materials is used. The properties of the real materials presented in Table I have been measured at our laboratory. The viscoelastic characteristics of the porous frames, Youngs modulus E and loss factor η , were measured at low frequency using the quasi-static method^{20,21}.

Material A is a low density glass wool material with a very high airflow resistivity. This material is found in aerospace applications for thermal and sound insulation. Material B is a high density fibrous material and material C is a plastic foam with a stiff skeleton and a high airflow resistivity. Both materials B and C are found in automotive applications, for roofs and floors treatment. According to the Beranek criterion (see last line in TAB. I),

only the material A can be considered as a limp material ($|\tilde{K}_f/\hat{P}| = 70 \gg 20$).

TABLE I. Measured properties of materials A, B and C.

Porous	A	B	C
Air flow resistivity: σ (kN s/m ⁴)	105	23	57
Porosity: ϕ	0.95	0.95	0.97
Tortuosity: α_∞	1	1	1.54
Viscous length: Λ (μm)	35.1	54.1	24.6
Thermal length: Λ' (μm)	105.3	162.3	73.8
Frame density: ρ_1 (kg/m ³)	17	58	46
Young's Modulus at 5 Hz: E (kPa)	1.4	17	214
Structural loss factor at 5 Hz: η	0.1	0.1	0.115
Poisson's ratio: ν	0	0	0.3
Beranek criterion at 5 Hz: $ \tilde{K}_f/\hat{P} $	70	6	0.4

The 256 simulated materials are obtained by setting a random value for the main properties of a porous material: E and η respectively the Young modulus and the loss factor of the frame in vacuum, ρ_1 the density of the porous material, σ the airflow resistivity and α_∞ the tortuosity. The range of values for the properties of the 256 porous materials are presented in Table II. The viscous characteristic length Λ is derived from the shape factor given by Eq. (7). For most of the sound absorbing materials, the shape factor lies between 0.1 and 10 (ref.¹³) and it is chosen here equal to 1. The thermal characteristic length Λ' is three times the viscous characteristic length Λ . For all the simulated materials, the porosity is set to 0.97 and the Poisson ratio ν to 0.3. The set of the randomly simulated materials is built to represent the variety of acoustical materials found in industrial applications.

TABLE II. Range of values for the properties of the 256 simulated materials.

Air flow resistivity: σ (kN s/m ⁴)	1-100
Porosity: ϕ	0.97
Tortuosity: α_∞	1-2
Shape factor: M	1
Viscous length: Λ (μm)	$\sqrt{8\alpha_\infty\mu'/\sigma\phi M}$
Thermal length: Λ' (μm)	3Λ
Frame density: ρ_1 (kg/m ³)	10-90
Young's Modulus at 5 Hz: E (kPa)	3-200
Structural loss factor at 5 Hz: η	0.01-0.2
Poisson's ratio: ν	0.3

V. DETERMINATION OF CRITICAL FSI VALUES

In section III.B the parameter FSI based on the physical properties of the material has been introduced. The next step is to identify, for each configuration, the critical values of FSI under which the limp model can be used

instead of the Biot model. The method to determine a critical value is demonstrated in the case of the absorption coefficient of materials A, B and C with a thickness of 2 cm. Then, in order to get a critical value independent of the chosen material, the method is generalized with a set of 256 simulated materials which properties are randomly determined among limits given in table II. Results for the two configurations and thicknesses from 1 to 10 cm are finally presented.

A. Analysis on materials A, B and C

1. Three characteristic frequency ranges

Because the influence of the frame is frequency dependent, the study of the critical values of FSI will be carried out in three characteristic frequency bands centered around the first $\lambda/4$ resonance frequency of the frame-borne wave, f_r . This frequency can be estimated by simply considering the properties of the frame *in vacuo*²²:

$$f_r \approx \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{\hat{P}}{\rho_1}} = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}}{\rho_1}}, \quad (49)$$

where L is the thickness of the porous layer. In the vicinity of f_r , the frame stiffness can have a great influence on both the absorption coefficient^{16,22} and the radiation efficiency¹⁸.

This is illustrated in Fig. 4 (grey zones) where the Biot and the limp simulations of both configurations are presented for materials A, B and C of thickness 2 cm. In the case of the absorption configuration, a decrease of the absorption coefficient is observed at the frequency f_r around 1000 Hz for material C (see Fig. 4(c)). In the case of the radiation configuration, an increase of the radiation efficiency is observed around 200 Hz for material B (see Fig. 4(e)) and 1000 Hz for material C (see Fig. 4(f)). Higher orders modes ($3\lambda/4, \dots$) have also an influence in the case of the radiation of material C (Fig. 4(f)).

In the following, three characteristic zones are chosen according to the frequency f_r (Eq. (49)): $[1, f_r/2]$ the low frequency range (**LF**), $[f_r/2, 2f_r]$ the mid frequency range (**MF**) and $[2f_r, 10^4]$ the high frequency range (**HF**).

2. Estimation of the difference between the models

The difference between the limp and the Biot models is given in third octave bands by the absolute value of the difference between the two vibroacoustic responses V (V being either α or σ_R): $\Delta V = |V_{Biot} - V_{Limp}|$. The frequency band 1 Hz to 10 000 Hz is divided in 41 third octave bands. The maximum accepted difference between the two models is set to 0.1 for the absorption coefficient and to 3 dB for the radiation efficiency. These values correspond to a classical industrial demand.

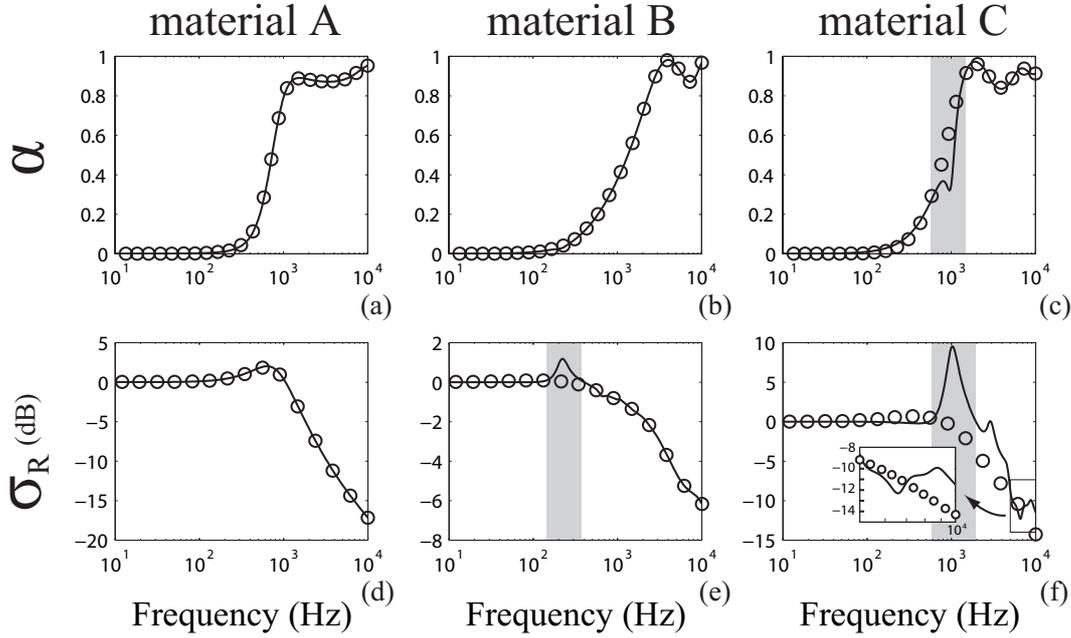


FIG. 4. Vibroacoustic response of the two configurations including the three real materials A, B and C of thickness 2 cm: (first line) absorption coefficient α , (second line) radiation efficiency σ_R : (—) Biot model, (○) limp model.

3. Method to determine the FSI critical values

The objective of this section is to determine, according to the configuration and the frequency domain, the maximum value of the FSI under which the limp model can be used. This maximum value is called "critical value".

The method to obtain a critical value is presented for the absorption configuration with materials A, B and C having a thickness of 2 cm. The difference between the two simulations $|\alpha_{Biot} - \alpha_{Limp}|$ is presented in Fig. 5 as a function of FSI in the three frequency ranges for each material. The higher value of FSI above which the maximum acceptable difference between the two models (here 0.1) is exceeded, is found in the medium frequency range at $FSI = 0.5$ (vertical dotted line on Fig. 5(b)): this value is set as critical value. No critical values are found in the low and the high frequency ranges.

B. Generalization using 256 simulated porous materials

To establish critical values of FSI which are independent of the chosen material, the preceding study is generalized by using the 256 simulated materials (see TAB. II). Figs. 6(a)-(c) are equivalent to Fig. 5 but present the difference between the limp and the Biot absorption coefficient derived for 256 simulated materials having a thickness of 2 cm. Figs. 6(d)-(f) present the same results in the case of the radiation configuration.

The first noticeable tendency is that the value of the

difference between the limp and the Biot models increases when the value of FSI increases. This is in agreement with the parameter behaviour which increases with the bulk modulus of the frame (see III.B). As stated previously, the critical value of FSI is set when the first parameterized curve exceeds the maximum accepted difference. However, this method can be inappropriate in this case because the limit can depend slightly on the random set of simulated materials. Thus, a simple statistic indicator called the "confidence rate" is used to set the critical values. The FSI range is first divided into 10 bands from 10^{-4} to 10^0 in a log scale. In each FSI band, the confidence rate gives the number of points below the acceptable limit (0.1 or 3 dB) over the number of points present in this FSI range. This rate, given in percent (solid grey line in Fig. 6), indicates the reliability of using the limp model according to the value of FSI .

The confidence rate of 95% is chosen as a threshold to set the critical value of FSI , called FSI_{95} . For a FSI larger than FSI_{95} , it is considered that the vibroacoustic response may become notably sensitive to the frame stiffness for most of the porous materials and the Biot model should be preferred. Note that the number of FSI bands used to derive the confidence rate is sufficiently important so that the critical value FSI_{95} does not depend on this number.

In the case of the absorption coefficient in the medium frequency range (see Fig. 6(b)), the critical value is $FSI_{95} = 0.16$. No critical values are set in the low and high frequency ranges: the limp model can be used to predict the absorption coefficient for all the acoustic ma-

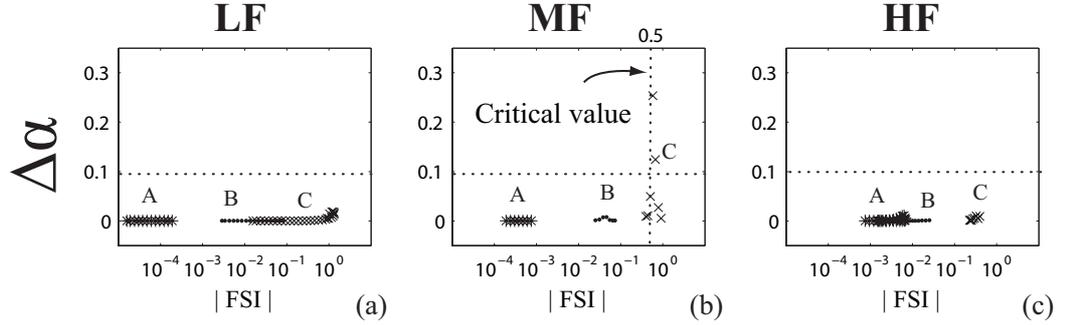


FIG. 5. Difference between the Biot and limp models on the absorption coefficient α of 2 cm thick materials A (*), B (•) and C (\times), functions of their FSI parameter in the three frequency domains: (a) low frequency band, (b) medium frequency band, (c) high frequency band.

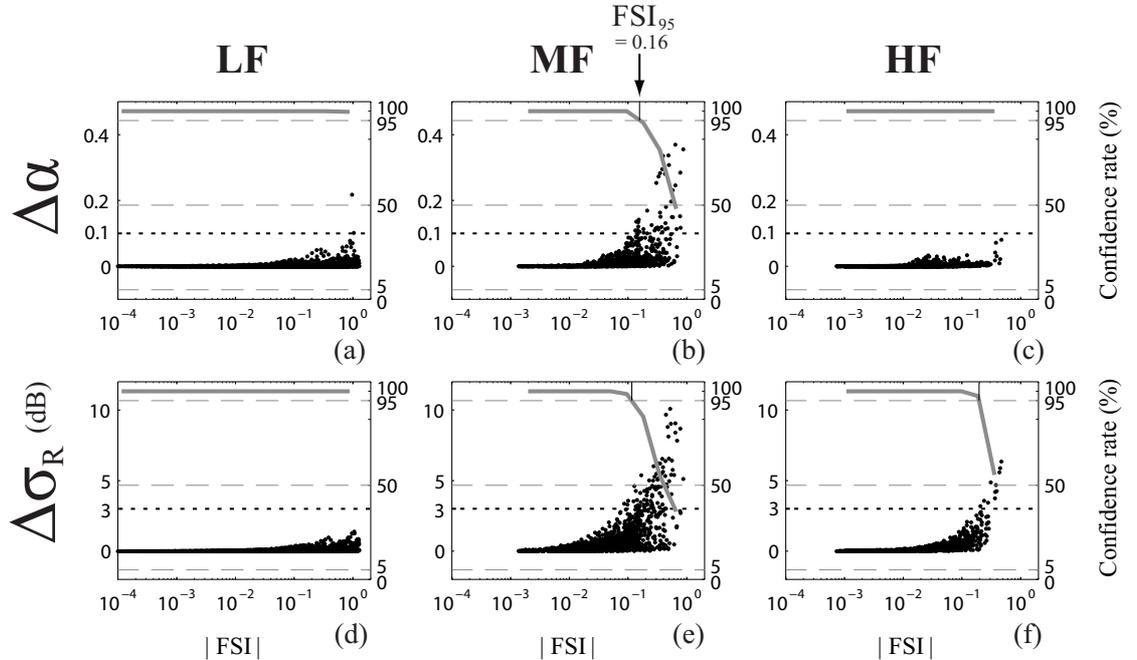


FIG. 6. Evolution of the difference between the Biot and limp models as a function of FSI for the two configurations including the 256 simulated materials of thickness 2 cm: (a)-(c) absorption coefficient, (d)-(f) radiation efficiency of a covered plate; in the three frequency ranges: (first column) Low frequency band **LF**, (second column) Medium frequency band **MF**, (third column) High frequency band **HF**.

terials. These results obtained for a thickness of 2 cm are summarized in an abacus presented in Fig. 7(a). In this figure, a white cell corresponds to the FSI values for which the limp model can be used. A grey cell corresponds to the FSI values for which the Biot model should be preferred.

Let us consider now the radiation configuration. Figs. 6(d)-(f) present the difference between the two models as a function of FSI , and the obtained critical FSI are summarized in Fig. 7(b). As shown Fig. 6(d), no critical FSI values are set in the low frequency range:

the radiation efficiency of a covered plate can be predicted using the limp model for all the acoustic materials for frequencies at less two times below the first resonance frequency of the frame f_r . Critical values of FSI are set in the medium and the high frequency ranges as seen in Fig. 6(e) and (f). The difference between the Biot and the limp models can be great in the high frequency range because higher order resonances ($3\lambda/4$, $5\lambda/4$,...) can be excited in the frame thickness and have a noticeable influence on the radiation efficiency.

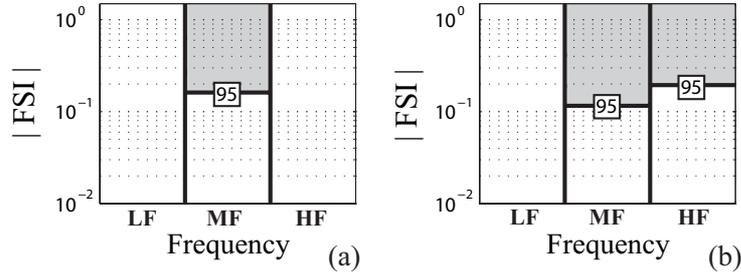


FIG. 7. Critical values of FSI in the three frequency ranges for the two configurations including a porous layer of thickness 2 cm: (a) absorption coefficient, (b) radiation efficiency of a covered plate; white area: the FSI is below the critical value FSI_{95} , light grey area: the FSI is above the critical value FSI_{95} .

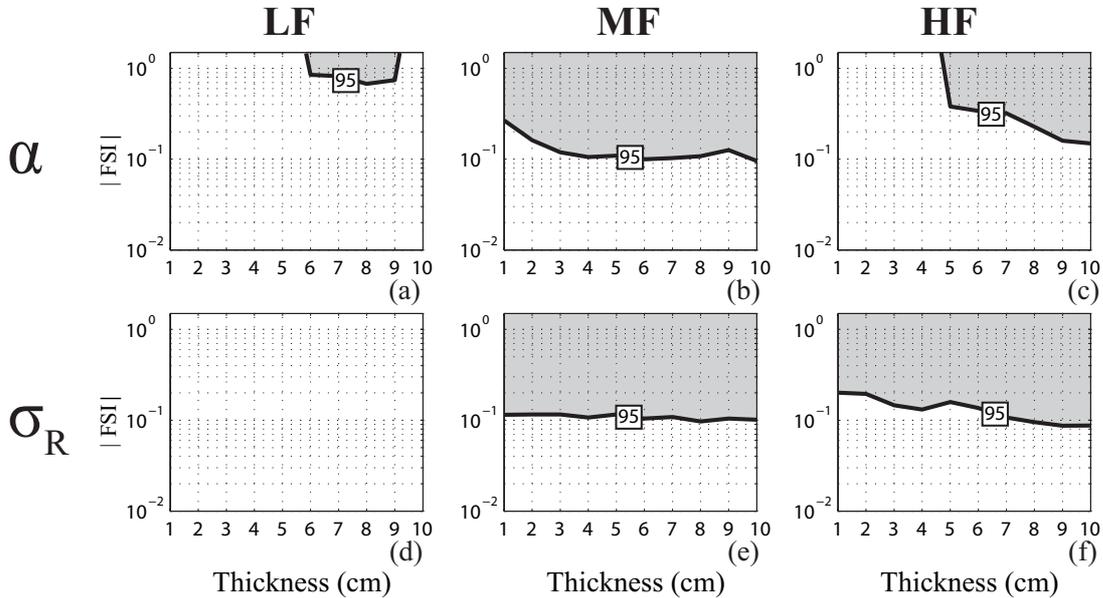


FIG. 8. Evolution of the FSI critical values as function of the thickness for the two configurations ((a,b,c): absorption coefficient, (d,e,f): radiation efficiency) in the three frequency ranges: (a,d): Low frequency band **LF**, (b,e): Medium frequency band **MF**, (c,f): High frequency band **HF**. White zone: limp model valid, Grayed zone: limp model not valid.

C. Critical values as a function of the thickness

The study of the critical values of FSI is carried out for thicknesses from 1 to 10 cm. Fig. 8 presents, in the three frequency domains, the evolution of the critical values of FSI as a function of the layer thickness for both configurations.

In the low frequency range (Fig. 8(a,d)), most of the configurations do not exhibit a critical FSI . In this frequency range, the wavelength of the frame-borne wave is large compared to the thickness of the layer and thus the frame thickness tends to be constant.

In the medium frequency range (Fig. 8(b,e)), centered around the quarter wavelength resonance, it is shown that the critical values of FSI slightly decrease when the porous thickness increases. This tendency is more

pronounced in the high frequency range as shown Fig. 8(c,f). For example, the absorption coefficient of a material having a FSI of 10^0 can be simulated with the limp model only for thicknesses up to 4 cm (see Fig. 8(c)). This shows that the difference between the Biot and the limp models increases with the thickness.

VI. DISCUSSION

It is possible to explain how the FSI criterion should be used. The prediction of the frequency bands for which the limp model can be used is proposed in the case of the absorption coefficient of materials A, B and C (see table I) of thickness 2 cm. This method only involves the calculation of the FSI parameter (Eq. (40)) of the tested

material and avoids solution of the absorption or radiation problems using the full Biot model and limp model (see sec. IV.A). Finally, the *FSI* criterion is compared to the Beranek criterion and, in the particular case of the absorption configuration, with classical "rigid frame" criteria.

A. The evaluation procedure and application

The procedure for determining the frequency ranges in which the limp model is valid is as follows:

- the properties of the porous materials have to be measured (see TAB. I for materials A, B and C),
- the *FSI* is derived using Eq. (40); the various parameters (\hat{P} , $\tilde{\rho}_c$ and $\tilde{\rho}_{limp}$) are evaluated using Eq.(10), Eq.(25) and Eq.(33); *FSI* curves are drawn for materials A, B and C in Fig. 9(a), (b) and (c) respectively,
- the frequency bands characteristic of the porous behavior are estimated from the center frequency of the medium frequency band f_r (Eq. (49)); for a 2 cm thick layer, the frame resonance is $f_{rA} \approx 113$ Hz for material A, $f_{rB} \approx 214$ Hz for material B and $f_{rC} \approx 990$ Hz for material C,
- the critical values of *FSI* are chosen in Fig. 8 according to the studied configuration, the thickness of the porous layer and the frequency band. The data corresponding to the absorption configuration with a layer having a thickness of 2 cm are added on the *FSI* curves presented in Fig. 9(a)-(c).

The comparison between the *FSI* curve and the critical value FSI_{95} enables identification of the frequency bands where the limp model can be used. The results of the comparison for the two configurations are summarized in Fig. 9(d)-(f). It is shown that materials A and B can be simulated using the limp model for both the absorption and the radiation configurations over the whole frequency range ($FSI < FSI_{95}$). These predictions agree with the simulations presented in Fig. 4(a,b,d,e). Note that the increase of the radiation efficiency of material B (see Fig. 4(e)) induced by the frame resonance does not exceed the maximum accepted difference of 3 dB. For material C, it is predicted that the Biot model should be used in the medium frequency range for both configurations ($FSI > FSI_{95}$). This is confirmed on Fig. 4(c,f). For the radiation configuration, the use of the Biot model is recommended up to 8 kHz (see Fig. 9(f)). For higher frequencies, the limp model can be used. This prediction is validated in Fig. 4(f) where the difference between the two simulations is great around the $3\lambda/4$ frame resonance (from 2 kHz to 5 kHz) and does not exceed 3 dB above 8 kHz.

B. Comparison with other criteria

According to the Beranek criterion⁷, only the material A can be simulated with the limp model (for material A, $\tilde{K}_f/\hat{P} = 70 \gg 20$, see Table I). The *FSI* prediction for this material agrees with Beranek prediction: the absorption coefficient and the radiation efficiency can be simulated with the limp model in the whole frequency range. For the two other materials, the criterion proposed by Beranek is too restrictive: the use of the limp model is banned for both materials B and C ($\tilde{K}_f/\hat{P} = 6$ for material B and 0.4 for material C).

In the particular case of the absorption configuration, the material is generally modeled using the rigid frame assumption (see sec. II.C). To insure the validity of this assumption, one can use a frequency criterion proposed by Biot¹. This criterion gives a high critical frequency limit above which the viscous forces only have a noticeable effect in a layer of air in contact with the frame, of equal thickness to the viscous skin depth: the frame cannot be excited by an acoustical wave and can be considered rigid. This frequency is expressed as the ratio of the airflow resistivity of the porous material over the density of the interstitial fluid: $f_{Biot} = \sigma/2\pi\rho_f$. Applied to materials A, B and C, this criterion allows the use of the rigid frame model above 13 881 Hz for material A, 3 041 Hz for material B and 7 535 Hz for material C. As stated previously, the parameter *FSI* allows the use of the limp model in the whole frequency range for both fibrous materials A and B, and recommends the use of the Biot model in the vicinity of the frame resonance for the material C. Hence, in this case, the frame can be excited by the motion of the air (predictable with the criterion f_{Biot}) but, since the stiffness has no influence (predictable with *FSI*), the "equivalent fluid" limp model can nevertheless be used.

Pilon *et al.*¹⁶ proposed a criterion to study the influence of the mounting conditions on the measurement of the sound absorption coefficient in a duct. This criterion, called *FAE* and defined as $FAE = \sigma E/\rho_1^2$, gives informations about the influence of the frame around its frequency resonance f_r . For material C, the *FAE* is equal to 5.7 MW/kg and greatly superior to the critical value (1 MW/kg) which indicates that the acoustic behaviour of the foam is very sensitive to the frame vibration in the vicinity of f_r . The prediction is in good agreement with the *FSI* criterion.

VII. CONCLUSION

In this paper, a criterion identifying which porous materials can be modeled with the one-wave limp model instead of the poroelastic Biot model has been investigated. The identification process relies on a new parameter derived from the properties of the material: the Frame Stiffness Influence (*FSI*). This parameter, based on the compressional wave numbers, expresses the influence of the

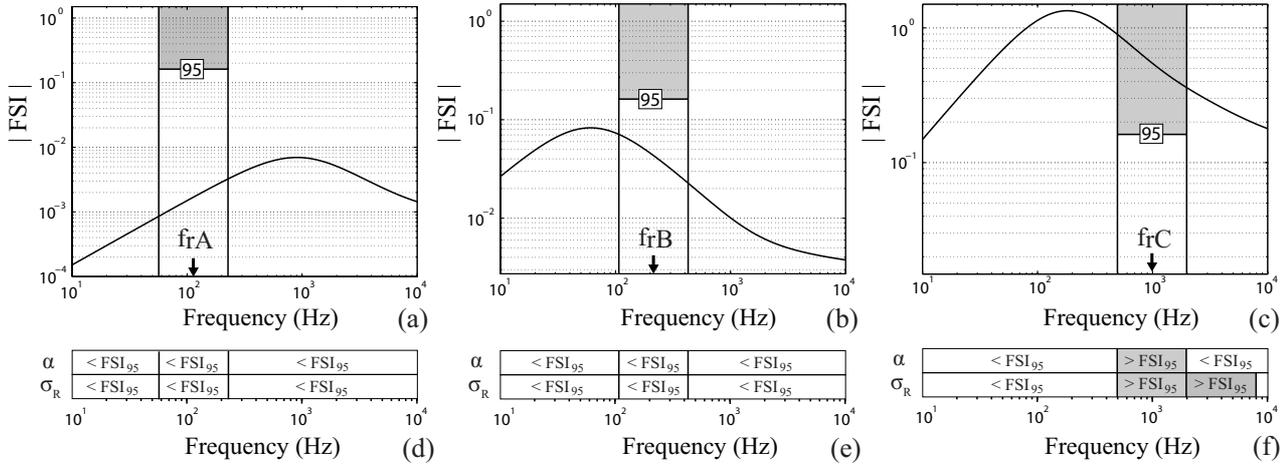


FIG. 9. (a)-(c) FSI curves and critical values obtained in the case the absorption configuration for a porous layer 2 cm thick: (a) material A, (b) material B, (c) material C ; (d)-(f) FSI compared to the critical values for the two characteristic configurations in the three frequency domains: (d) material A, (e) material B and (f) material C.

frame-borne wave on the fluid phase displacement. The method consists in evaluating the FSI for a given material and comparing it with critical values determined for two characteristic configurations: absorption of a porous layer bonded on a rigid backing and radiation of a vibrating plate covered by a porous layer. It is shown that the frequency bands predicted to be simulated with the limp or the Biot model using this method are in close agreement with one-dimensional simulations. Even if the application cases are one-dimensional, they involve both Biot compressional waves. It seems realistic to apply this criterion to 3D cases where the shear wave is not mainly excited, which is the case for a wide variety of industrial applications. Compared with other criteria, the FSI criterion provides a more accurate information in term of frequency and confirms that the limp model is less restrictive than the rigid frame one.

Acknowledgments

The authors would like to thank the CNRS and Région Pays de la Loire for their financial support.

- ¹ M. A. Biot, "The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. II. Higher frequency range", *J. Acoust. Soc. Am.* **28**, 168-191, (1956).
- ² J. F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*, (Elsevier Applied Science, London, 1993).
- ³ R. Panneton and N. Atalla, "An efficient scheme for solving the three-dimensional poroelasticity problem in acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.* **101**(6), 3287-3298, (1998).
- ⁴ N. E. Hörlin, M. Nordström, and P. Göransson, "A 3-D hierarchical FE formulation of Biot's equations for elasto-

acoustic modeling of porous media", *J. Sound. Vib.* **254**(4), 633-652, (2001).

- ⁵ N. Atalla, R. Panneton, and P. Debergue, "A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials", *J. Acoust. Soc. Am.* **104**(4), 1444-1452, (1998).
- ⁶ S. Rigobert, N. Atalla, and F. Sgard, "Investigation of the convergence of the mixed displacement pressure formulation for three-dimensional poroelastic materials using hierarchical elements", *J. Acoust. Soc. Am.* **114**(5), 2607-2617, (2003).
- ⁷ L. L. Beranek, "Acoustical properties of homogeneous, isotropic rigid tiles and flexible blankets", *J. Acoust. Soc. Am.* **19**(4), 556-568, (1947).
- ⁸ K. U. Ingard, *Notes on sound absorption technology*, (Noise Control Foundation, New York, 1994).
- ⁹ O. Dazel, B. Brouard, C. Depollier and S. Griffiths, "An alternative Biot's displacement formulation for porous materials", *J. Acoust. Soc. Am.* **121**(6), 3509-3516, (2007).
- ¹⁰ C. Zwikker and C.W. Kosten, *Sound absorption materials*, (Elsevier applied science, New York, 1949).
- ¹¹ P. Göransson, "A weighted residual formulation of the acoustic wave propagation through a flexible porous material and a comparison with a limp material model", *J. Sound Vib.* **182**(3), 479-494, (1995).
- ¹² P. Göransson, "Acoustic finite element formulation of a flexible porous material: a correction for inertial effects", *J. Sound Vib.* **185**(4), 559-580, (1995).
- ¹³ D. L. Johnson, J. Koplik and R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media", *J. Fluid Mechanics* **176**, 379-402, (1987).
- ¹⁴ Y. Champoux and J. F. Allard, "Dynamic tortuosity and Bulk modulus in air-saturated porous media", *J. Appl. Phys.* **70**, 1975-1979, (1991).
- ¹⁵ A. F. Seybert and D. F. Ross, "Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique", *J. Acoust. Soc. Am.* **61**, 1362-1370, (1977).
- ¹⁶ D. Pilon, R. Panneton and F. Sgard, "Behavioral criterion quantifying the edge-constrained effects on foams in the

- standing wave tube", *J. Acoust. Soc. Am.* **114**(4), 1980-1987, (2003).
- ¹⁷ C. E. Wallace, "Radiation resistance of a rectangular Panel", *J. Acoust. Soc. Am.* **51**(3), 946-952, (1972).
- ¹⁸ O. Doutres, N. Dauchez, and J.M. Génevaux, "Porous layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston", *J. Acoust. Soc. Am.* **121**, 206-213, (2007).
- ¹⁹ B. Brouard, D. Lafarge and J.F. Allard, "A general method of modeling sound propagation in layered media", *J. Sound Vib.* **183**(1), 129-142, (1995).
- ²⁰ N. Dauchez, M. Etchessahar and S. Sahraoui, "On measurement of mechanical properties of sound absorbing materials", 2nd Biot Conference on Poromechanics, Grenoble (2002).
- ²¹ M. Etchessahar, S. Sahraoui, L. Benyahia and J.F. Tassin, "Frequency dependence of elastic properties of acoustic foams", *J. Acoust. Soc. Am.* **117**(3), 1114-1121, (2005).
- ²² J. F. Allard, C. Depollier, P. Guignouard and P. Rebillard, "Effects of a resonance of the frame on the surface impedance of glass wool of high density and stiffness", *J. Acoust. Soc. Am.* **89**, 999-1001, (1991).

3.3 Complément d'étude sur le critère

3.3.1 Détermination des valeurs critiques de FSI pour trois configurations caractéristiques

En complément de l'étude proposée dans l'article [30] (section 3.2), des critères limites d'utilisation du modèle limp sont déterminés pour trois autres configurations caractéristiques (figure 3.1).

3.3.1.1 Description des configurations

Les deux premières configurations présentées figure 3.1 (a) et (b) sont représentatives de l'utilisation des matériaux poreux dans des applications aéronautiques (garnissage du fuselage). Le système multicouche (a) se compose de deux parois d'aluminium de 1.2 mm d'épaisseur, espacées de 10 cm. La paroi excitée par une onde acoustique en incidence normale est recouverte d'un élément poreux d'épaisseur variable. Pour cette configuration, deux épaisseurs caractéristiques sont étudiées : 4 cm et 7 cm qui correspondent respectivement à une moyenne mesurée de l'empilement de 4 et 6 matelas de 3/8 de pouce. Pour la configuration en transparence (b), appelée configuration tricouche, il n'y a pas de lame d'air et la distance entre les deux parois est égale à l'épaisseur du matériau poreux. Cette épaisseur varie pour cette configuration entre 1 cm et 10 cm. La continuité des vitesses et des contraintes est assurée aux deux interfaces "paroi/poreux". Pour ces deux configurations, la perte par transmission (ou transmission loss, notée TL) est utilisée comme indicateur du comportement du matériau (voir chapitre 5).

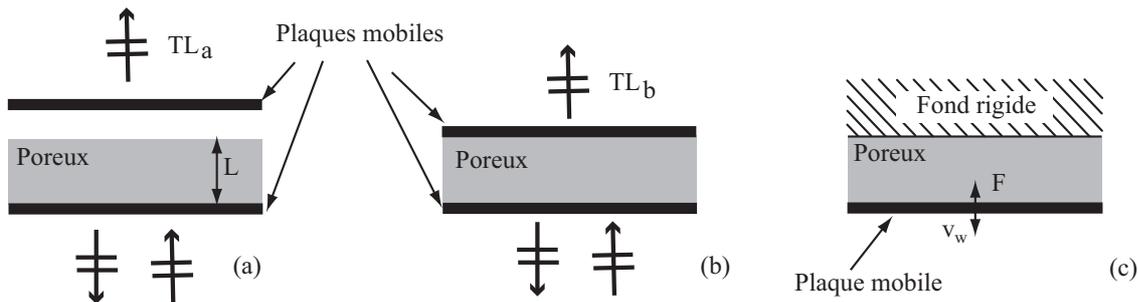


FIG. 3.1 – Schéma des configurations caractéristiques : (a) Transmission d'une double paroi avec lame d'air, (b) Transmission d'une double paroi sans lame d'air, (c) Compression mécanique d'un matériau.

Dans la troisième configuration (figure 3.1 (c)), une des faces de la couche du matériau poreux est soumise à un chargement en compression et la face opposée repose sur un fond rigide et immobile. Cette configuration est étudiée afin d'évaluer l'influence de la rigidité du squelette sur une mesure d'impédance mécanique comme celle proposée par Mariez *et al.* [58, 59]

dans le cas de la méthode quasistatique¹. L'impédance mécanique est exprimée ici comme le ratio de la contrainte exercée par le matériau sur la face inférieure, sur la vitesse d'animation v_w de cette même face.

3.3.1.2 Réponse vibroacoustique des différents matériaux

La figure 3.2 présente le comportement des trois matériaux A, B et C² placés dans les différentes configurations. On rappelle que les matériaux A et B sont des matériaux fibreux et que le matériau C est une mousse plastique. Pour la configuration en transparence avec lame d'air (TL_a), l'épaisseur de la couche poreuse est de 4 cm. Pour les deux autres configurations la couche poreuse a une épaisseur de 2 cm. Pour chaque matériau, la réponse vibroacoustique de la structure est simulée à l'aide du modèle de Biot-Allard et du modèle limp.

Pour les deux configurations en transmission (Fig. 3.2 (a-f)), il existe une fréquence caractéristique notée f_m qui correspond à la résonance de type "masse-ressort-masse". A cette fréquence, la propriété d'isolation de la structure est fortement diminuée et le TL passe par un minimum. Pour les fréquences inférieures à f_m , le comportement isolant de la structure est contrôlé par la masse (loi de masse) et une augmentation du TL de 6 dB par octave est observée. Dans cette bande de fréquence, l'effet du squelette du matériau poreux est nul. Pour les fréquences supérieures à f_m , le TL augmente de 18 dB par octave et l'effet du squelette peut être plus ou moins important selon le matériau.

Considérons en premier lieu la configuration en transmission avec lame d'air (Fig. 3.2 (a)-(c)). Dans le cas des matériaux fibreux A et B, on observe peu ou pas de différences entre les modèles Biot et limp. Pour le matériau C en revanche, des différences existent et sont maximales aux fréquences de résonance quart d'onde ($\lambda/4, 3\lambda/4, \dots$) de l'onde "solide" dans l'épaisseur de la couche poreuse (ici à 500 Hz et 1600 Hz). A ces fréquences, la vibration du squelette détériore la propriété d'isolation de la structure et le TL diminue.

Pour la configuration en transmission tricouche (Fig. 3.2 (d)-(f)), l'effet de la raideur du squelette est observé pour les matériaux B et C. Pour le matériau fibreux B, la chute du TL à 300 Hz induite par la résonance de type "masse-ressort-masse" est peu influencée par la raideur du matériau. Cependant, passé cette résonance, l'effet du squelette va être prépondérant car des résonances de l'onde "solide" en $\lambda/2$ sont excitées dans l'épaisseur de la couche. Comme pour la configuration précédente, le TL à ces fréquences de résonance est diminué. Dans le cas de la mousse C, la différence majeure entre les deux modèles provient du décalage de la fréquence de résonance du système "masse-ressort-masse". Le fait de négliger la raideur du matériau sous-estime grandement la fréquence de résonance et induit un écart dans la majorité

¹méthode présentée au chapitre 4

²les matériaux A, B et C correspondent à ceux de l'article [30] présenté à la section 3.2 (propriétés données dans le tableau 1)

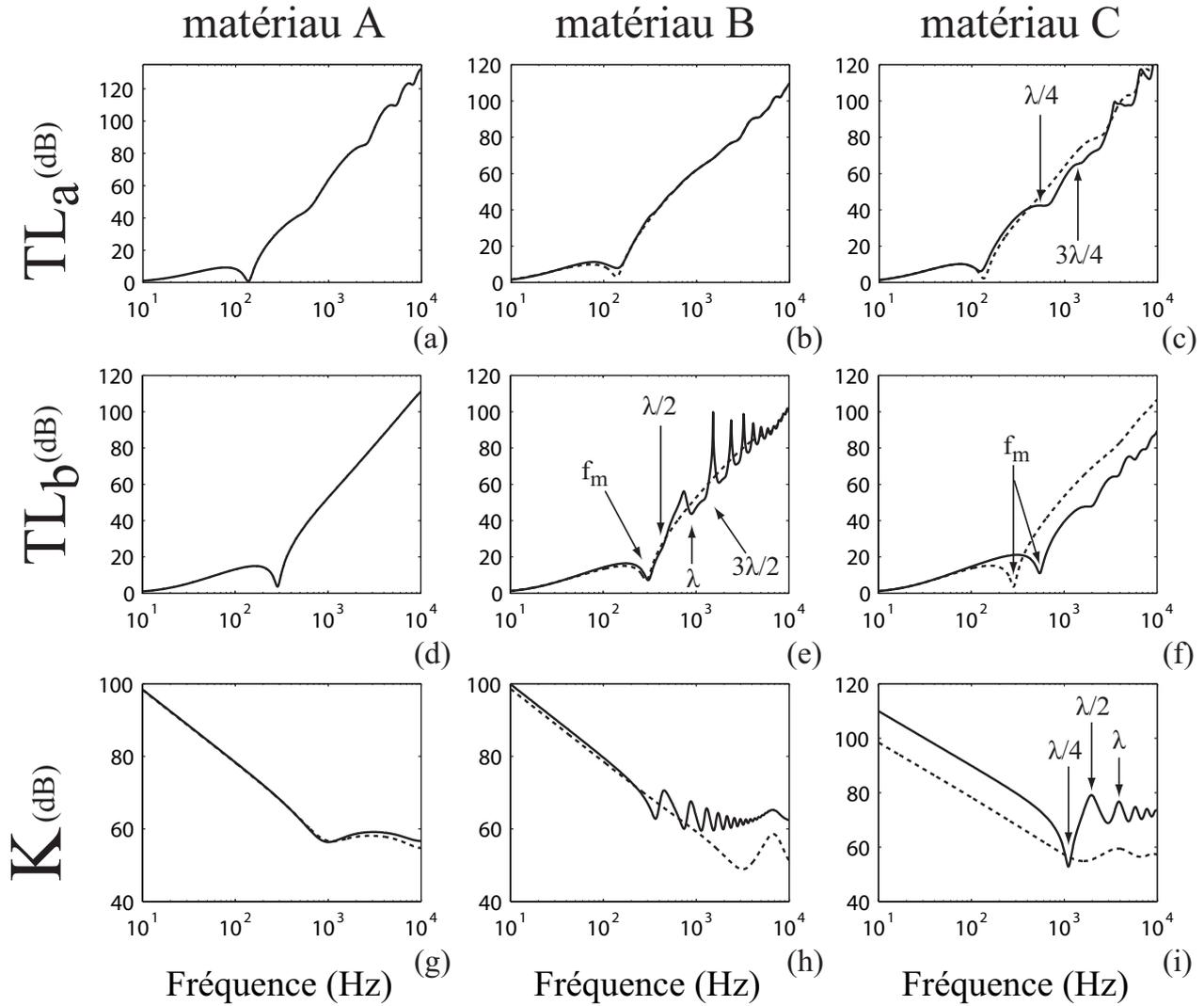


FIG. 3.2 – Réponses vibroacoustiques des matériaux A (a,d,g), B (b,e,h) et C (c,f,i) placés dans les trois configurations : (a-c) perte par transmission (TL_a) du système double parois garni d'un poreux d'épaisseur 4 cm avec une lame d'air d'épaisseur 6 cm, (d-f) perte par transmission (TL_b) du système double parois garni d'un poreux d'épaisseur 2 cm, (g-i) impédance mécanique sur fond rigide pour un échantillon de poreux d'épaisseur 2 cm; (-) modèle de Biot-Allard, (—) modèle limp.

de la bande fréquentielle.

Pour la configuration en compression (Fig. 3.2 (g)-(i)), les différences entre les deux modèles peuvent être importantes dans toute la bande de fréquence. Dans les basses fréquences, l'écart en amplitude est proportionnel à la raideur du matériau qui est considérée constante dans le modèle. La différence entre les deux modèles est donc réduite en basse fréquence pour le fibreux B (voir Fig. 3.2(h)) car son module d'Young est assez faible. En revanche cette différence est grande pour la mousse C (voir Fig. 3.2(i)). En plus hautes fréquences, l'impédance mécanique passe par des minima lorsque la longueur d'onde λ est proche de $(2n + 1)\lambda_2/4$ avec λ_2 la longueur d'onde de l'onde solide et $n = 0,1,2,\dots$. De même, on observe des maxima lorsque $\lambda \approx (n + 1)\lambda_2/2$. Dans le cas du matériau fibreux A, les deux modèles donnent des résultats similaires jusqu'à 1000 Hz. Au delà, on observe un léger décalage entre les deux simulations, révélateur de l'influence de la rigidité du matériau.

Comparée aux cinq autres configurations étudiées et présentées dans l'article, seule la configuration en compression révèle une influence de la rigidité pour ce matériau.

3.3.1.3 Déterminations des valeurs critiques de FSI

Pour ces trois configurations, la limite de validité du modèle limp est fixée lorsque la différence entre les deux modèles excède 3 dB. Les taux de confiance sur la validité du modèle limp sont alors obtenus en confrontant, pour les 256 matériaux simulés et pour une épaisseur donnée, le paramètre FSI avec la différence entre les deux modélisations. Les graphiques permettant d'obtenir les taux de confiances pour les trois configurations sont présentés figure 3.3.

Les trois bandes de fréquences pour lesquelles les analyses des valeurs critiques sont effectuées dépendent de la configuration. Pour la configuration en transmission avec lame d'air, la bande des moyennes fréquences **MF** est centrée sur la fréquence de résonance de l'onde "solide" en $\lambda/4$ (voir Eq.(49) de l'article présenté sec. 3.2). Pour la configuration en transmission tricouche, cette bande est centrée sur la première résonance de type "masse-ressort-masse". Soit f_{mb} la fréquence de résonance lorsque le matériau est modélisé à l'aide du modèle de Biot et f_{ml} celle lorsque le matériau est modélisé à l'aide du modèle limp :

$$f_{mb} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2(\hat{P} + \gamma P_0)}{LM_p}}, \quad f_{ml} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{LM_p}}, \quad (3.1)$$

avec L l'épaisseur de la couche poreuse et M_p la masse surfacique des parois. Le module d'incompressibilité du squelette \hat{P} étant négligé dans le modèle limp, la fréquence f_{ml} est toujours inférieure à f_{mb} . Par conséquent, les trois zones d'analyse sont définies par : $[1, f_{ml}/2]$ les basses fréquences, $[f_{ml}/2, 2f_{mb}]$ les moyennes fréquences et $[2f_{mb}, 10^4]$ les hautes fréquences. Pour la configuration en compression, la bande **MF** est définie entre $f_{\lambda/4}$ et f_λ . Cela permet de bien

dissocier la partie où la courbe décroît et dont l'amplitude dépend de la raideur (**BF**) et la partie où les résonances de la couche poreuse apparaissent (**HF**).

Le taux de confiance à 95 % et sa valeur critique associées FSI_{95} sont obtenus pour une configuration donnée, à l'aide de la différence entre les modélisations limp et Biot effectuées avec 256 matériaux simulés (voir section IV.B de l'article présenté sec. 3.2). Les valeurs critiques FSI_{50} et FSI_5 associées aux taux de confiance à 50 et 5 % sont proposées ici pour affiner l'analyse. La figure 3.3 est donnée pour une épaisseur de matériau de 4 cm pour la configuration en transmission avec lame d'air et de 2 cm pour les deux autres configurations. La même étude est effectuée pour différentes épaisseurs puis la synthèse des valeurs critiques obtenues est reportée dans des abaques (figures 3.4 et 3.5).

Pour la configuration en transmission avec lame d'air, une abaque par épaisseur de poreux est proposé figure 3.4: l'abaque 3.4(a) pour l'épaisseur de 4 cm et l'abaque 3.4(b) pour celle de 7 cm. Les valeurs critiques de FSI obtenues pour cette configuration sont proches de celles observées pour la configuration en rayonnement (cf. article section 3.2 figure 7(b)). Le squelette peut être fortement sollicité en moyennes et hautes fréquences à cause des résonances quart d'onde de l'onde "solide". Les résonances d'ordre supérieure ($3\lambda/4$, $5\lambda/4$,...) présentes dans la bande des hautes fréquences sont facilement excitées car le matériau repose directement sur une surface vibrante. Les valeurs critiques présentes en basses fréquences proviennent du fait que la résonance en $\lambda/4$ peut avoir de l'influence sur le TL sur une large bande de fréquence (cf. figure 3.2(c)).

Pour la configuration en transmission tricouche, les valeurs critiques du FSI sont présentées sur les figures 3.5 (a-c). Il apparaît que la raideur du squelette n'a pas d'influence pour les fréquences situées avant la résonance de type "masse-ressort-masse" (**BF**): le modèle limp pourra être utilisé pour la majorité des matériaux acoustiques. Dans les moyennes et hautes fréquences, le FSI est toujours supérieur à la valeur critique FSI_{95} (zones grisées). Par conséquent il sera préférable d'utiliser le modèle de Biot pour la majorité des matériaux. Cette estimation est erronée pour le matériau A comme on peut le voir sur la figure 3.2(a). Les valeurs critiques obtenues pour cette configuration semblent donc être trop discriminantes pour certains matériaux ayant un faible FSI .

La figure 3.5(d-f) présente les limites de FSI obtenues pour la configuration en compression incluant des couches poreuses d'épaisseur de 1 à 5 cm. Dans les trois bandes de fréquence, les valeurs de FSI limite sont basses et relativement constantes en fonction de l'épaisseur. Dans cette configuration, l'effet de la rigidité du squelette sur la valeur de l'impédance mécanique est donc importante pour la majorité des matériaux poreux.

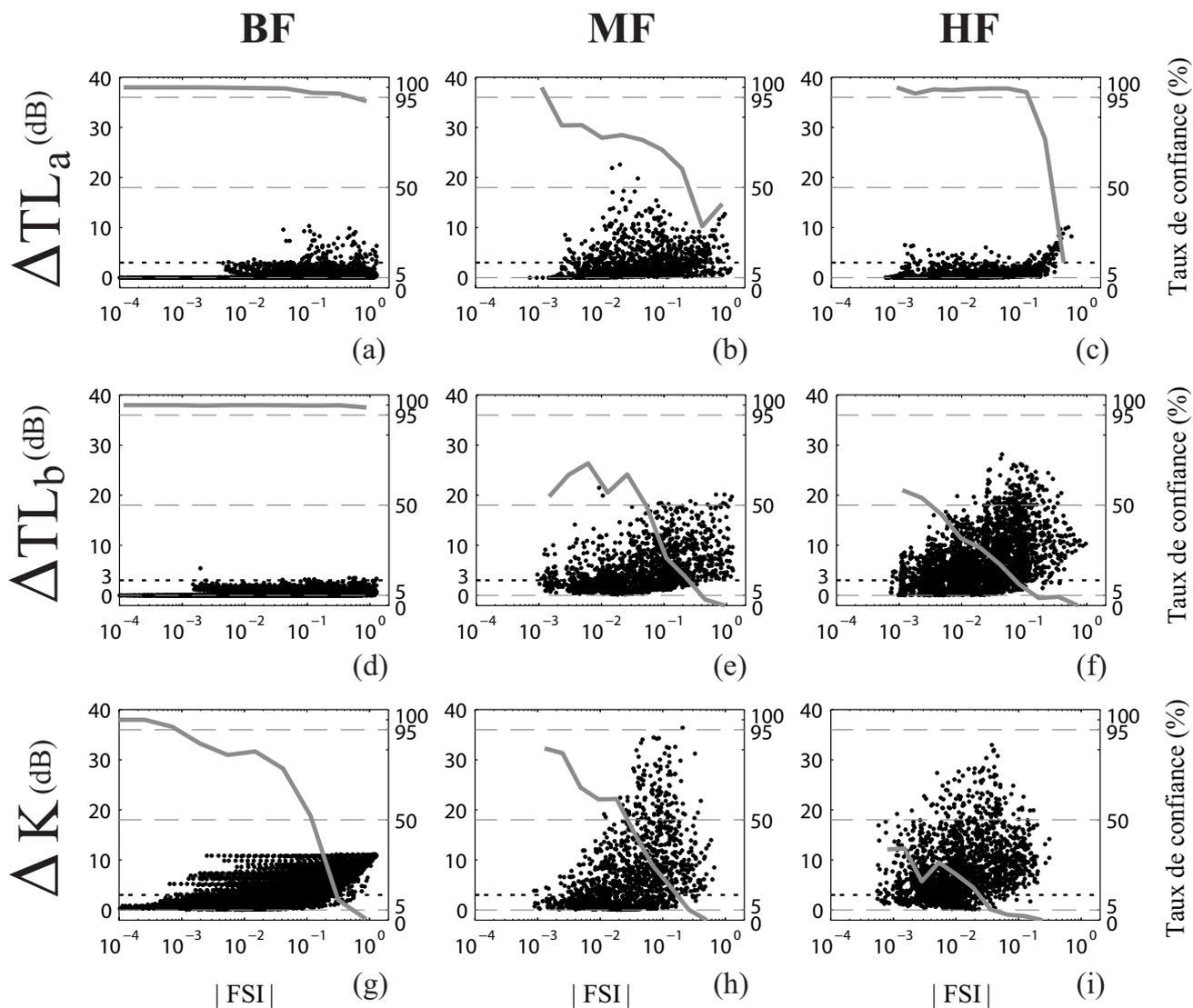


FIG. 3.3 – Évolution de la différence entre le modèle limp et le modèle de Biot pour les trois configurations incluant les 256 matériaux simulés : (a-c) transmission double paroi avec lame d'air de 6 cm et couche poreuse de 4 cm ; (d-f) transmission double paroi avec couche poreuse de 2 cm, (g-i) impédance mécanique avec couche poreuse de 2 cm.

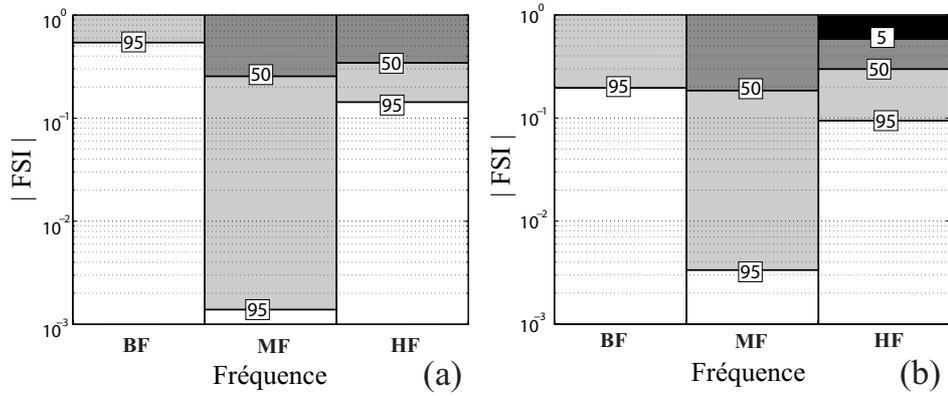


FIG. 3.4 – FSI limites dans les trois bandes de fréquences pour la configuration en transparence pour une couche de matériau poreux d'épaisseur : (a) 4 cm, (b) 7 cm.

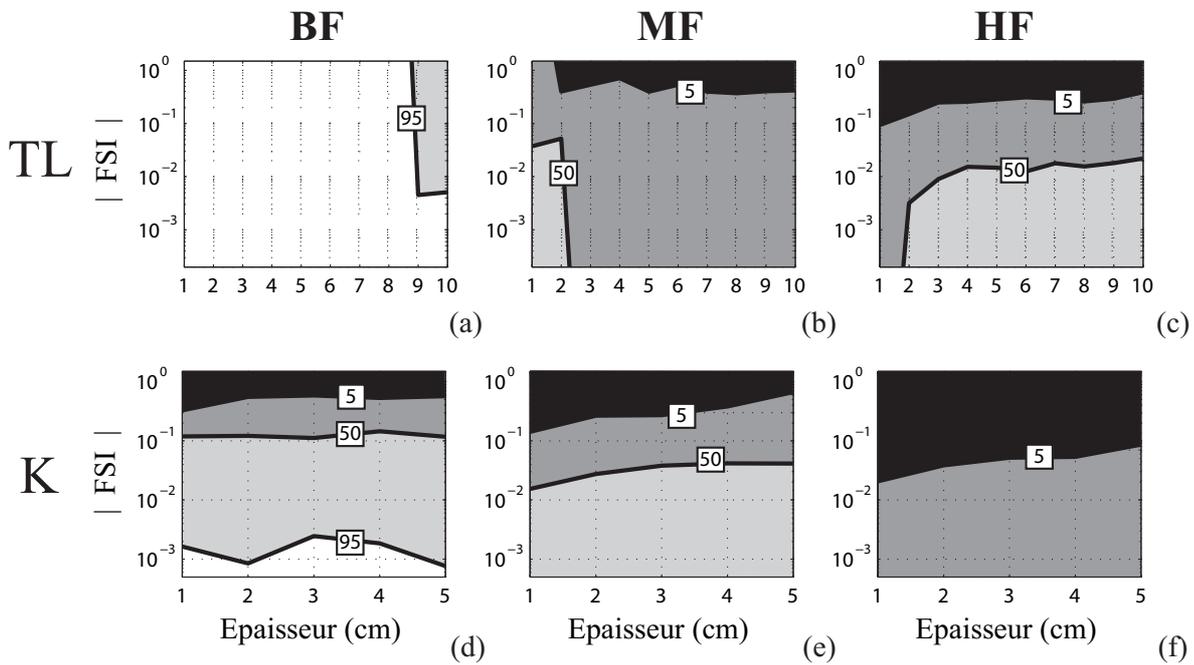


FIG. 3.5 – FSI limites dans les trois bandes de fréquences pour les configurations : (a-c) perte par transmission (TL_b) du système double parois garni d'un poreux d'épaisseur de 1 à 10 cm, (d-f) impédance mécanique sur fond rigide pour un échantillon de poreux d'épaisseur de 1 à 5 cm.

3.3.2 Influence des ondes de cisaillement

L'évaluation de la différence entre les modèle Biot et limp est basée sur une modélisation unidimensionnelle du comportement de la couche poreuse : le comportement poroélastique de la couche est décrit par la propagation des deux ondes de compression de Biot. Cependant, dans les applications industrielles le chargement n'est généralement pas unidirectionnel dans l'épaisseur de la couche et une troisième onde dite de cisaillement peut être excitée et se propager dans la couche poreuse. Le but de ce paragraphe est d'illustrer l'influence de cette onde sur l'évaluation de la différence entre les deux modèles sur la base de l'étude de la transmission du système tricouche présenté précédemment.

Le matériau utilisé est la mousse de polyuréthane C, dont les caractéristiques sont données dans le tableau TAB.1 de l'article [30] (section 3.2). Les simulations sont effectuées à l'aide du code de calcul MAINE3A basé sur une représentation multicouche en matrices de transfert [1]. Une description détaillée du code est proposée dans le chapitre 5. L'excitation du système est effectuée à l'aide d'ondes planes arrivant sur la plaque avec différents angles d'incidence.

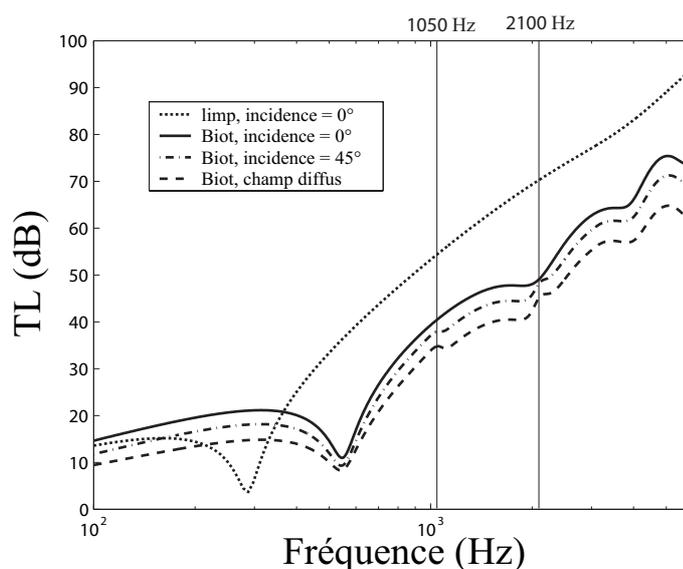


FIG. 3.6 – Étude de la perte par transmission (TL) d'une double paroi sans lame d'air incluant la mousse C de 2 cm d'épaisseur et soumis à une excitation en onde plane pour différents angles d'incidence.

La figure 3.6 montre que la perte par transmission de la structure est sensible à l'angle d'incidence de l'onde plane acoustique : le TL diminue lorsque l'angle d'incidence augmente car moins d'énergie est transmise à la structure. Des résonances en $\lambda/2$ de l'onde de cisaillement apparaissent vers 1050 Hz et 2100 Hz. Cependant, l'amplitude de ces résonances est très faible par rapport à l'écart engendré par l'hypothèse de rigidité nulle du modèle limp. Une modélisation unidimensionnelle est donc suffisante pour mettre en relief les différences entre le modèle

limp et le modèle de Biot-Allard.

3.3.3 Étude comportementale du FSI et développement d'un critère simplifié

Le paramètre FSI caractérise l'influence de l'onde "solide" de Biot sur le déplacement de la phase fluide. Il est défini comme le ratio du nombre d'onde de l'onde "limp" sur celui d'une onde se propageant principalement dans le squelette appelée onde "c" (voir Eq.(40) de l'article) :

$$FSI = \frac{\delta_{limp}^2}{\delta_c^2} = \frac{\tilde{\rho}_{limp}}{\tilde{\rho}_c} \frac{\hat{P}}{\tilde{K}_f}. \quad (3.2)$$

L'onde "limp" se propage dans un fluide équivalent caractérisé par la densité $\tilde{\rho}_{limp}$ et le module d'incompressibilité de l'air \tilde{K}_f . Ce fluide équivalent tient compte des dissipations visco-thermiques ainsi que de l'effet du mouvement de la phase solide. L'onde "c" se propage principalement dans le squelette caractérisé par le module d'incompressibilité dans le vide \hat{P} et la densité $\tilde{\rho}_c$ qui tient compte du couplage avec l'air. L'objectif de cette section est d'approfondir l'étude du paramètre FSI et de proposer un paramètre simplifié qui permet d'éviter le calcul fréquentiel du FSI .

3.3.3.1 Étude paramétrique du FSI

Une étude de la sensibilité du FSI avec les propriétés acoustiques et mécaniques des matériaux poreux est présentée figure 3.7. Les diverses simulations sont effectuées en faisant varier chaque paramètre autour d'une valeur nominale avec un taux de variation de $\pm 20\%$ ou $\pm 10\%$ selon les paramètres. Les valeurs nominales sont celles mesurées pour la mousse C présentée dans l'article [30] (section 3.2) et dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1 de l'article. Parmi les propriétés mécaniques, le module d'Young E joue principalement sur l'amplitude de la courbe alors que l'influence du coefficient structural η est négligeable. Une variation de la densité du matériau ρ_1 a pour conséquence un déplacement fréquentiel du FSI : ce déplacement est dirigé vers les hautes fréquences lorsque la densité diminue. En ce qui concerne les paramètres acoustiques, appelés aussi paramètres de couplage, seule la résistivité au passage de l'air σ a une influence sur le FSI . A noter que $\Lambda' = 3\Lambda$ et que Λ est déduite des autres paramètres de couplage de sorte que le facteur de forme M soit égal à 1 (cf. Eq. (7) de l'article [30], section 3.2). Comme pour la densité ρ_1 , une variation de σ crée un décalage fréquentiel de la courbe. Cette fois, le déplacement est dirigé vers les basses fréquences lorsque la résistivité diminue.

L'amplitude du paramètre FSI est donc principalement contrôlée par le module d'incompressibilité du squelette dans le vide et sa variation en fréquence (position du maximum) est

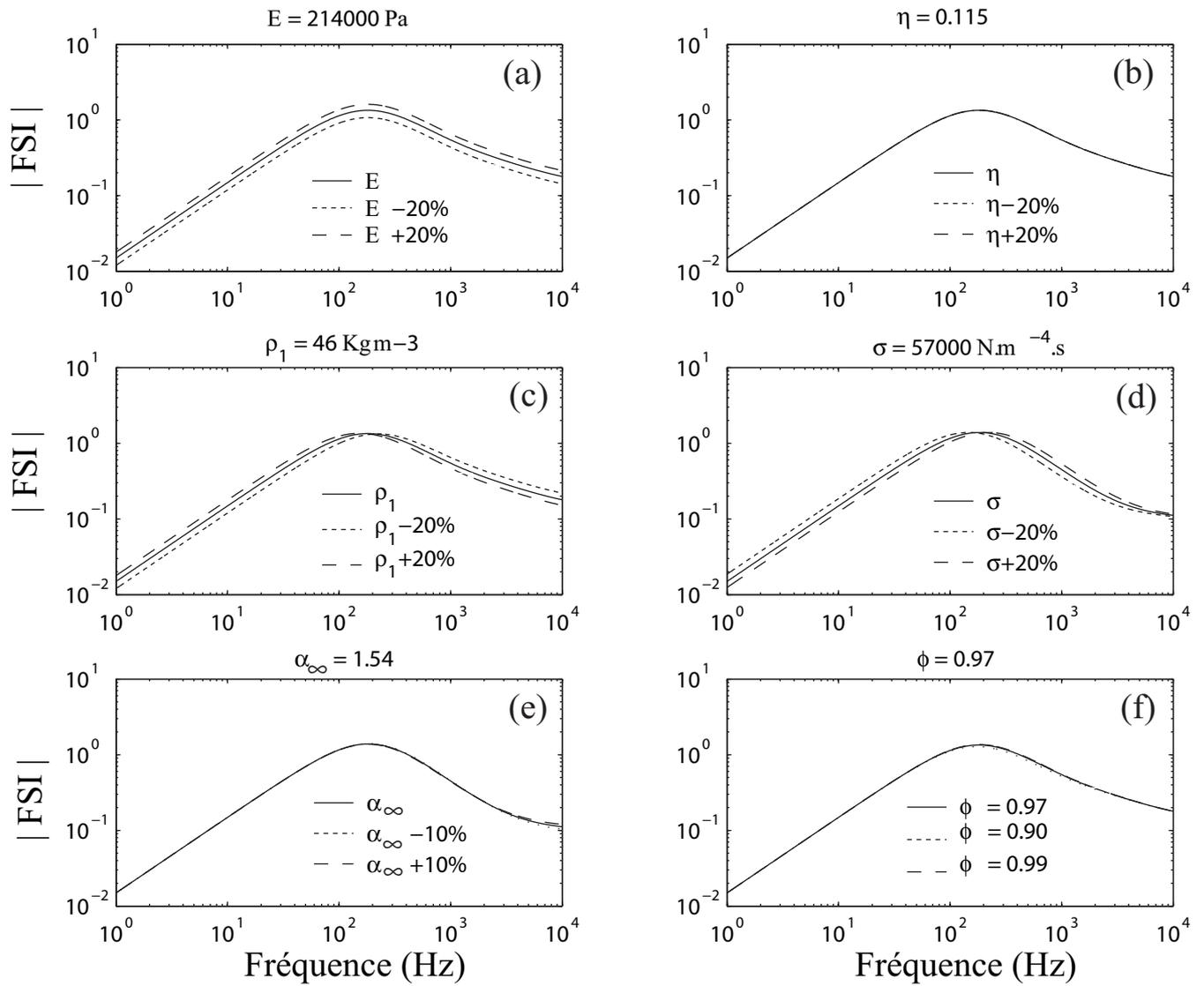


FIG. 3.7 – Étude paramétrique du FSI.

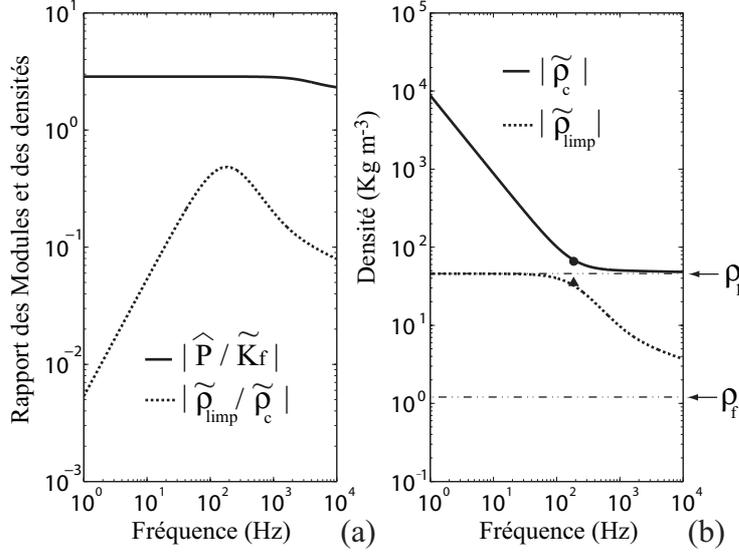


FIG. 3.8 – Termes constitutifs du FSI de la mousse C : (a) rapport des modules et des densités , (b) densités des ondes limp et "c".

contrôlée par les forces inertielles et visqueuses. Ce comportement est confirmé figure 3.8(a) où les rapports des densités et des modules d'incompressibilité constituant le FSI sont représentés pour la mousse C. La figure 3.8(a) montre que le rapport des modules d'incompressibilité des phases fluide et solide est constant dans la majeure partie de la bande de fréquences. La diminution en hautes fréquences est due à la prise en compte des échanges thermiques entre les deux phases et qui ont pour effet d'augmenter le module d'incompressibilité de l'air. L'évolution fréquentielle du rapport des densités de l'onde "limp" se propageant dans le fluide équivalent, et de l'onde "c" se propageant principalement dans le squelette, traduit quant à elle une limite basse et haute fréquence des effets inertiels et visqueux. En effet, dans les basses fréquences, les effets visqueux sont très importants ce qui favorise grandement le couplage entre les phases solide et fluide. La figure 3.8(b) montre qu'à ces fréquences, la densité associée au fluide équivalent "limp" est égale à la densité du matériau poreux ρ_1 . La densité de l'onde "c" associée au squelette est quant à elle fortement augmentée par le couplage avec l'air. En hautes fréquences, les effets visqueux diminuent et les effets inertiels deviennent prépondérants. La densité associée au fluide équivalent "limp" tend alors vers la densité de l'air ρ_f et celle de l'onde "c" vers la densité du matériau ρ_1 . Entre ces deux comportements asymptotiques, les densités associées aux deux ondes sont très proches : leur ratio passe donc par un maximum. Cette fréquence de transition a été évaluée par ZWIKKER et KOSTEN [89]. Elle est définie par

$$f_{ZK} = \frac{\phi^2 \sigma}{2\pi \rho_1}, \quad (3.3)$$

et indique la limite fréquentielle au delà de laquelle les forces d'inerties sont supérieures aux

forces visqueuses. Cette fréquence est donnée TAB.3.1 pour les trois matériaux A, B et C décrit dans l'article (TAB.1, section 3.2).

L'amplitude du paramètre FSI est maximum à la fréquence f_{ZK} et peut être approchée en exprimant les diverses densités apparentes de Biot (voir chap. 2, Eq. (2.38)) à cette fréquence. En supposant que l'effet de la densité du fluide ρ_f est négligeable devant celui de la densité du matériau poreux ρ_1 , les densités $\tilde{\rho}_c$ et $\tilde{\rho}_{limp}$, définies respectivement Eq. (25) et Eq. (33) de l'article (section 3.2), peuvent s'écrire sous la forme :

$$\tilde{\rho}_c(f_{ZK}) \approx \rho_1 \left(1 - j \frac{1}{\phi}\right), \quad (3.4)$$

$$\tilde{\rho}_{limp}(f_{ZK}) \approx \rho_1 \frac{(1 - j\phi)}{(1 + \phi^2)}. \quad (3.5)$$

Ces valeurs approchées sont représentées sur la figure 3.8(b) dans le cas de la mousse C : (\blacktriangle) pour $\tilde{\rho}_{limp}(f_{ZK})$ et (\bullet) pour $\tilde{\rho}_c(f_{ZK})$. A cette fréquence, le module d'incompressibilité du fluide est proche de sa valeur basse fréquence pour la majorité des matériaux : $\tilde{K}_f(f_{ZK}) = P_0$. L'amplitude maximum approchée du FSI , appelée FSI_r , est alors écrite sous la forme :

$$FSI_r = FSI_{max}(f_{ZK}) \approx \frac{\hat{P}}{P_0} \frac{[2 + j(1/\phi - \phi)]}{(1 + \phi^2)(1 + 1/\phi^2)}. \quad (3.6)$$

L'amplitude approchée FSI_r est donnée TAB.3.1 pour les trois matériaux A, B et C. Les approximations effectuées lors du calcul de FSI_r induisent un écart de 0.1 % pour le matériau A, 2 % pour le B et 6.5 % pour le C.

Matériau	A	B	C
f_{ZK} (Hz)	944	57	186
FSI_r	$6.94 \cdot 10^{-3}$	$8.42 \cdot 10^{-2}$	1.43

TAB. 3.1 – Caractéristiques du paramètre réduit FSI_r pour les matériaux A, B et C.

3.3.3.2 Simplification du critère à l'aide du paramètre réduit FSI_r

La mise en oeuvre du critère proposée dans l'article peut être simplifiée en utilisant uniquement la position du maximum du FSI (FSI_r). Sa fréquence (Eq. (3.3)) et son amplitude (Eq. (3.6)) sont déterminées simplement en fonction des propriétés du matériau.

Pour une configuration et une épaisseur de poreux données, le calcul des 3 bandes fréquentielles caractéristiques (**BF**, **MF** et **HF**) permet d'identifier dans quelle bande se situe le FSI_r . La comparaison de son amplitude avec la valeur critique permet d'estimer si le modèle limp peut être utilisé dans cette bande. Dans les autres bandes de fréquence, le FSI étant plus faible,

le critère sera plus restrictif.

Par exemple, pour les matériaux fibreux A et B, l'amplitude du paramètre FSI_r est inférieure à toutes les valeurs critiques obtenues pour les configurations en absorption et en rayonnement dans les trois bandes de fréquences et pour les différentes épaisseurs de matériaux (voir Fig. 8 de l'article section 3.2). Il n'est donc pas nécessaire de calculer les bandes fréquentielles et le modèle limp peut être utilisé pour ces matériaux pour toutes les configurations précédemment citées. Ceci est vérifié sur le coefficient d'absorption Fig. 3.9(a,b), pour une épaisseur de matériau de 8 cm.

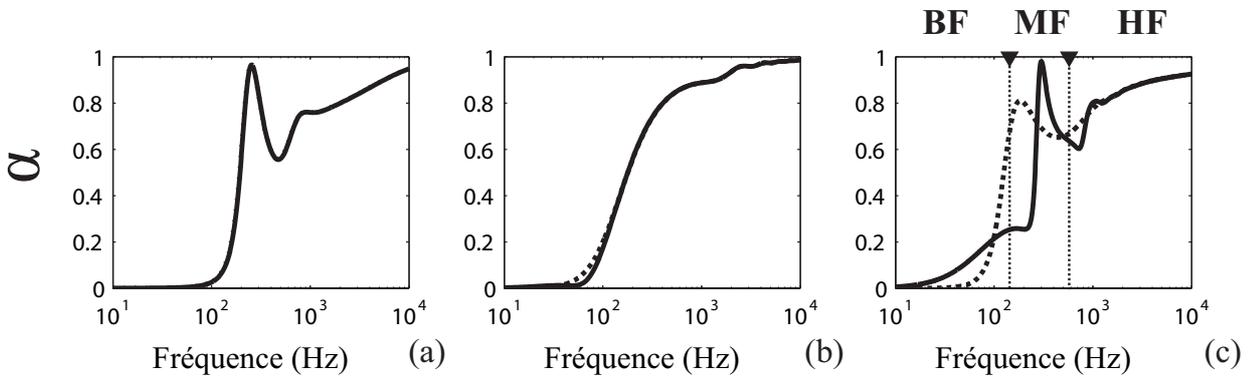


FIG. 3.9 – Coefficient d'absorption des trois matériaux (a) A, (b) B et (c) C, pour une épaisseur de 8 cm; (-) modèle de Biot, (- -) modèle limp.

Pour le matériau C, l'amplitude du FSI_r est très élevée (voir TAB.3.1). Au regard de l'abaque de la figure 8 présenté dans l'article, il se peut que le modèle limp ne soit pas valide pour ce matériau dans les moyennes et les hautes fréquences pour les deux configurations. Dans le cas d'une couche de matériau d'épaisseur 8 cm, la bande des moyennes fréquences (MF), centrée sur la résonance en $\lambda/4$ de l'onde "solide" (voir article, section 3.2, Eq.(49)), est comprise entre 145 Hz et 575 Hz. Le paramètre FSI_r se trouve dans cette bande de fréquences (voir Eq. (3.3) et valeur TAB. 3.1). Dans le cas de l'absorption, l'abaque de la figure 8 présentée dans l'article (section 3.2) montre que l'amplitude du paramètre FSI_r est supérieure à la valeur critique FSI_{95} : le modèle limp n'est pas valide. Pour cette même épaisseur, il existe une valeur critique FSI_{95} dans les basses et les hautes fréquences (voir article figure 8 (a) et (c)) : l'utilisation du modèle de Biot dans ces deux bandes est donc à privilégier. Ces prédictions sont en accord avec les simulations présentées figure 3.9(c). Le modèle limp est cependant valide au dessous de 40 Hz et au dessus de 1000 Hz. Ceci ne peut être prédit qu'avec le critère FSI qui tient compte de la dépendance fréquentielle. Pour cela il faut suivre la méthode présentée dans l'article section VI.A.

L'utilisation du critère réduit FSI_r est donc à mener en priorité. En cas de rejet du modèle

limp, il est alors possible d'affiner l'analyse dans les bandes de fréquences à l'aide du critère FSI . A noter que les deux critères utilisent les valeurs des abaques.

3.4 Conclusion

L'étude d'un indicateur d'utilisation du modèle limp montre que ce modèle peut être particulièrement adapté aux matériaux fibreux souples tels que les laines de verre, mais aussi aux matériaux plus rigides dans des bandes de fréquence plus restreintes. On a pu vérifier que pour une grande majorité de matériaux, le modèle limp n'était pas applicable dans les bandes de fréquences où se situaient des résonances du squelette. En revanche, il peut être utilisé dans les basses fréquences, même pour des matériaux très rigide, lorsque les longueurs sont grandes devant les longueurs d'ondes des ondes de Biot.

D'une manière générale, ce modèle peut être utilisé lorsque les deux ondes de compression ne sont pas ou peu couplées. Cette condition dépend grandement des propriétés du matériau mais aussi des conditions aux limites : par exemple, le couplage est favorisé lorsque les déplacements des phases fluides et solides sont égaux aux deux extrémités de la couche poreuse. Ainsi les configurations en transmission d'un système "sandwich" et la compression d'un matériau poreux sur un fond rigide sont des configurations pour lesquelles la raideur du matériau a une influence significative sur une bande étendue de fréquences : l'utilisation du modèle limp n'est pas conseillée.

L'application du critère nécessite le calcul du paramètre FSI (Eq. (3.2)) ou du paramètre simplifié FSI_r (Eq. (3.6)). Même si le calcul du FSI n'est pas coûteux, l'estimation du paramètre simplifié FSI_r est plus simple et permet de faire une première estimation sur la validité d'utiliser le modèle limp. Une analyse dans une bande de fréquence étendue nécessite le calcul du FSI .

Ces deux paramètres dépendent des propriétés mécaniques du matériau poreux (E, η) qui doivent être connues. Dans ce chapitre, FSI et FSI_r ont été calculés à l'aide des propriétés mécaniques mesurées à 5 Hz par la méthode quasistatique (voir chapitre 4). Cependant, ces propriétés évoluant avec la fréquence (voir chapitre 1), l'estimation de la possibilité d'utiliser le modèle limp dans une bande de fréquences donnée doit être effectuée avec la valeur des propriétés mécaniques dans cette même bande. La caractérisation mécanique des matériaux poreux dans une gamme de fréquences étendue fait l'objet de la seconde partie du document.

Deuxième partie

Méthodes de caractérisation mécanique

Partie 2 : Avant-propos

Le comportement des matériaux poreux peut être décrit à l'aide de trois groupes de paramètres caractérisant le fluide saturant, le comportement mécanique du squelette et les couplages :

- *Les propriétés du fluide saturant* sont généralement bien connues [1] et ne font pas l'objet d'une caractérisation particulière.
- *Les propriétés de couplages*, développées plus en détail au chapitre 2, ont fait l'objet de nombreuses études de caractérisation [6, 38, 43, 50] car elles sont suffisantes pour traiter une grande partie des études acoustiques à l'aide de modèles dits de fluide équivalent¹.
- *Le comportement mécanique* des matériaux poreux est généralement caractérisé par la masse volumique du matériau ρ_1 ² et la matrice d'élasticité complexe de HOOKE [\tilde{H}_E]. Contrairement à la mesure de la densité, la mesure des coefficients de la matrice d'élasticité est délicate. En effet, la nature biphasique de ces matériaux rend difficile la détermination des paramètres élastiques dans une large bande de fréquence en s'affranchissant de l'effet du fluide saturant le squelette.

L'objectif de cette partie est d'étudier différentes méthodes de caractérisation des propriétés mécaniques (composantes de la matrice d'élasticité) dédiées aux matériaux poreux, et plus particulièrement aux matériaux fibreux, qui permettent une mesure sur une gamme étendue de fréquences et en tenant compte de l'effet de l'air environnant. En effet, la synthèse des différentes méthodes expérimentales de caractérisation existantes proposée au chapitre 4 met en relief les hypothèses et les limites de ces méthodes qui peuvent être incompatibles à l'application des laines de verre et rendent nécessaire l'étude de nouvelles méthodes.

Les trois méthodes proposées dans cette partie reposent sur la mesure du comportement vibroacoustique d'une structure incluant une couche poreuse et les paramètres mécaniques sont déterminés par recalage de la modélisation sur la mesure. Le modèle de matériau utilisé dans ce document est le modèle de Biot-Allard en considérant le matériau isotrope (voir chapitre 2)

¹voir chapitre 3

² $\rho_1 = (1 - \phi)\rho_s$ avec ϕ la porosité et ρ_s la masse volumique du matériau constituant le squelette.

et de dimensions latérales infinies. Dans ce cas, seul le module d'Young E et le facteur de perte η sont recherchés à l'aide d'une modélisation analytique simple ; le coefficient de Poisson ν est considéré connu, réel et constant. Les paramètres mécaniques obtenus sont donc approchés, appelés paramètres apparents, et peuvent être utilisés uniquement pour modéliser des matériaux soumis à des sollicitations proches de celle imposée lors de la mesure.

Par conséquent, les deux premières méthodes proposées visent à reproduire les conditions réelles d'utilisation des matériaux : le chapitre 5 propose une étude de l'indice d'affaiblissement de structure de grande dimensions et le chapitre 6, une étude du rayonnement d'une surface vibrante de dimensions finies recouverte d'une couche poreuse. Contrairement aux méthodes existantes basées sur l'étude du comportement vibratoire de ce type de structure, la signature de l'effet des propriétés mécaniques est ici recherchée par une mesure acoustique. L'effet du fluide environnant est donc pris en compte dans la modélisation.

Les mises en oeuvre expérimentales étant très coûteuses, une troisième méthode dite de laboratoire est proposée : elle reproduit une sollicitation proche de sollicitations réelles mais sur un échantillon de taille réduite et permet une modélisation simple.

Chapitre 4

Méthodes existantes

4.1 Introduction

Les méthodes expérimentales existantes pour caractériser le comportement mécanique du squelette peuvent se répartir selon deux types : les méthodes quasistatiques qui permettent de négliger les effets inertiels et les méthodes dynamiques basées sur l'observation de résonances d'échantillons de forme particulière.

Le but de cette section est de présenter leurs limitations et de justifier ainsi le choix des méthodes proposées dans les chapitres suivants pour les matériaux fibreux.

4.2 Méthodes quasistatiques

Les méthodes quasistatiques, appelées aussi méthodes "non résonantes", se limitent aux fréquences inférieures à la première résonance du système. L'excitation est donc basse fréquence (de 0.1 Hz à 100 Hz typiquement) ce qui permet certaines hypothèses simplificatrices : l'inertie du squelette n'est pas prise en compte¹ ; il n'y a pas de couplage entre la phase solide et le fluide extérieur ; le coefficient de Poisson est considéré réel et indépendant de la fréquence [69]. En fonction des coefficients de la matrice de loi de comportement $[\tilde{H}_E]$ recherchés, ces méthodes peuvent être basées sur la compression (figure 4.1 A), le cisaillement (figure 4.1 B) ou la torsion (figure 4.1 C) d'un échantillon placé entre deux plans parallèles.

La méthode utilisée couramment au LAUM et choisie dans ce document comme méthode de référence est celle en compression (figure 4.1 A), développée par Mariez *et al.* [23, 58, 59]. Elle permet une mesure indirecte du module d'Young complexe \tilde{E} d'un échantillon de forme cubique ou cylindrique. Le matériau est soumis à une déformation dynamique ε_d autour d'une précontrainte statique ε_s , subissant alors une déformée totale de la forme :

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d \sin \omega t. \quad (4.1)$$

¹le matériau se comporte comme un ressort sans masse

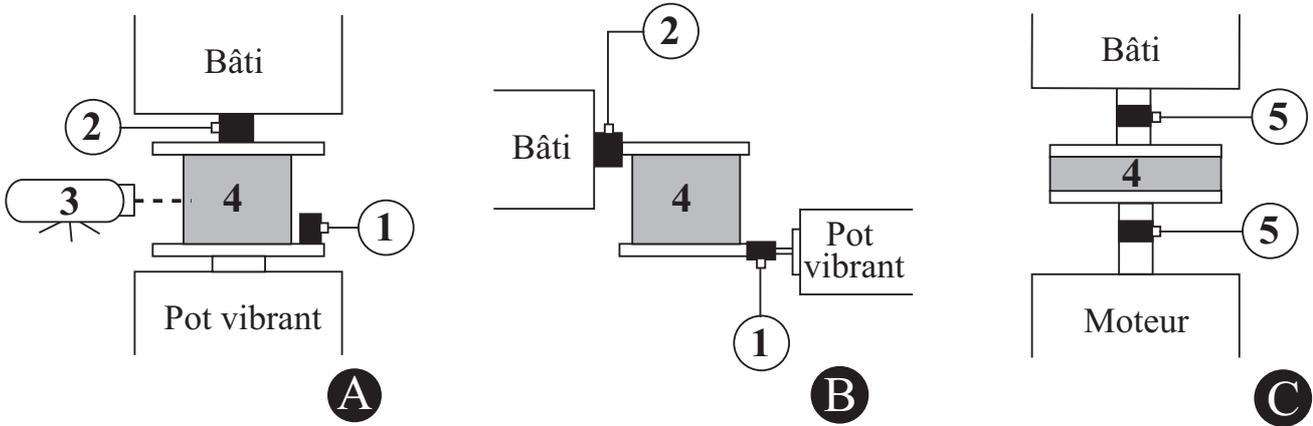


FIG. 4.1 – Schémas des montages quasistatiques expérimentaux pour la caractérisation des propriétés viscoélastiques des matériaux poreux. **A** : chargement en compression, **B** : chargement en cisaillement par glissement entre deux faces d'un cube, **C** : chargement en cisaillement par torsion d'un cylindre. 1 : accéléromètre, 2 : capteur de force, 3 : vibromètre laser, 4 : échantillon, 5 : capteur de couple.

A chaque mesure on relève la force exercée par le matériau sur la plaque supérieure $F(\omega)$, le déplacement imposé de la plaque inférieure $u_L(\omega)$ et les déplacements latéraux $u_T(\omega)$, $u'_T(\omega)$ induit par l'effet Poisson (2 directions transverses dans le cas d'échantillons cubiques). Trois fonctions de transfert sont alors calculées : l'impédance mécanique

$$K(\omega) = \frac{F(\omega)}{u_L(\omega)}, \quad (4.2)$$

et deux fonctions de transferts homogènes à un coefficient de Poisson,

$$T(\omega) = \frac{u_T(\omega)}{u_L(\omega)} \text{ et } T'(\omega) = \frac{u'_T(\omega)}{u_L(\omega)}. \quad (4.3)$$

Afin d'obtenir des informations dans les 3 directions, une mesure peut être effectuée sur une face d'un échantillon de forme cubique, puis répétée en effectuant la compression sur les deux autres faces du cube. Si les trois triplés ($K(\omega)$, $T(\omega)$ et $T'(\omega)$) sont identiques alors le matériau est isotrope. Une estimation du module d'Young et du coefficient d'amortissement peut alors être obtenue à partir de $K(\omega)$, $T(\omega)$ et d'une abaque d'inversion [23]. L'abaque a été établie à l'aide d'un calcul par éléments finis solides et permet de tenir compte des conditions limites et de la déformation tridimensionnelle.

Les coefficients d'élasticité peuvent être obtenus plus directement à l'aide d'une méthode d'inversion approchée. Cette méthode suppose que les faces latérales de l'échantillon restent planes lors de la déformation et implique, dans le cas d'un échantillon de forme cubique, une erreur d'approximation limitée à 6% [22]. Le module d'Young longitudinal est alors relié à

l'impédance mécanique par la relation :

$$\tilde{E} = \frac{K(\omega)L}{S}, \quad (4.4)$$

où L est l'épaisseur de l'échantillon et S sa section. Cette méthode est exacte pour les matériaux ayant un coefficient de Poisson nul, car il n'y a pas de glissement possible entre l'échantillon et les deux plans. Elle pourra donc être utilisée pour une majorité de matériaux fibreux.

Des mesures effectuées sur des matériaux poreux [23, 34] montrent que les coefficients de la loi de comportement dépendent de la précontrainte statique ε_s ainsi que de l'amplitude de la contrainte dynamique ε_d .

Pour les matériaux de type mousse, il existe une zone linéaire au delà de 2% de déformation statique ε_s où les mesures doivent être réalisées. De même, l'amplitude de la déformation dynamique ε_d est fixée à 0.02% afin d'éviter des non-linéarités. Dans ces conditions de mesures, il apparaît que le module d'Young et le coefficient d'amortissement sont croissants en fonction de la fréquence. Des mesures effectuées sur une mousse polyuréthane (figures 4.3 et 4.2) confirment les comportements observés dans les études précitées.

Les matériaux fibreux étudiés par ETCHESAHAR [34] sont fabriqués à partir de laine de roche et présentent une forte anisotropie : ils sont plus rigides dans le plan parallèle aux fibres. Seules des mesures du module d'Young longitudinal E_L (module dans la direction perpendiculaire au plan des fibres) ont été effectuées, les mesures du module transverse E_T effectuées dans la direction parallèle aux fibres endommagent le matériau. Pour les matériaux testés, ETCHESAHAR montre que le module d'Young longitudinal et le coefficient d'amortissement sont indépendants de la fréquence. Ce comportement fréquentiel est vérifié à l'aide d'une mesure effectuée dans les conditions de pression et de température ambiantes, sur une laine de verre peu rigide et de faible densité (figure 4.4). Contrairement aux mousses, aucune zone de linéarité n'est observée en fonction de la déformation statique ε_s : la rigidité augmente de façon non linéaire avec la déformation. Ce comportement peut être attribué au tassement progressif de la matière, limitant ainsi le mouvement des fibres. Cette non-linéarité est présentée figure 4.5 dans le cas de la laine de verre pour des déformations statiques allant jusqu'à 53 %. De même, un comportement non linéaire est observé en fonction de la déformation dynamique ε_d : la rigidité diminue et l'amortissement augmente avec la déformation [23, 34].

Les observations effectuées par ETCHESAHAR sur le comportement des matériaux fibreux sont en accord avec celles formulées par PRITZ [66, 67, 68] dans le cas d'études portant sur des méthodes résonantes (voir section 4.3).

Les principales limitations de cette méthode résident dans l'hypothèse d'une réponse quasistatique et d'un couplage "squelette/fluide" nul. A l'aide de simulations numériques, ETCHESAHAR observe que la première résonance du système se décale vers les hautes fréquences

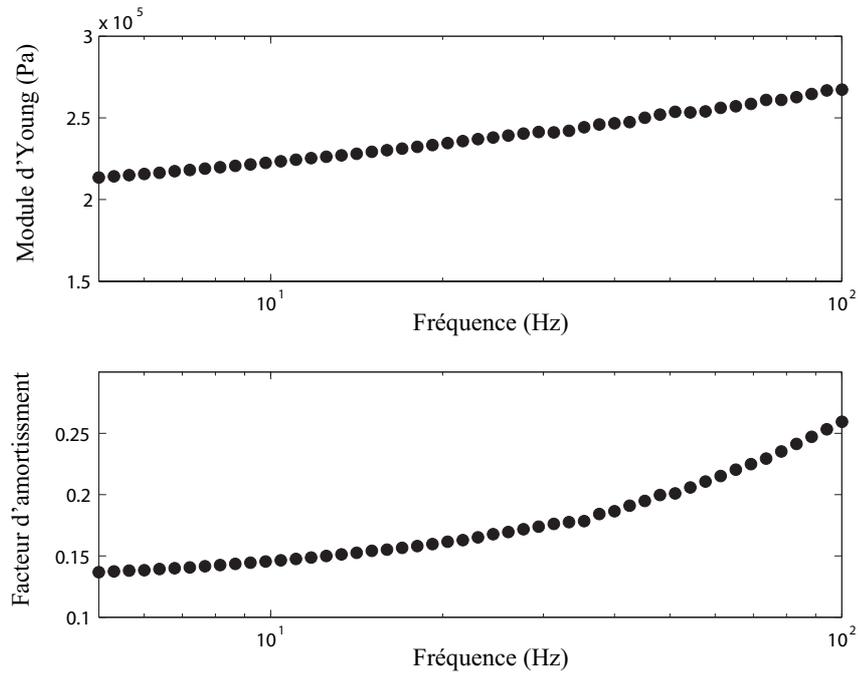


FIG. 4.2 – Module d'Young E et facteur d'amortissement η de la mousse polyuréthane C (voir TAB.5.1) en fonction de la fréquence pour $\varepsilon_s = 2.3\%$ et $\varepsilon_d = 0.02\%$.

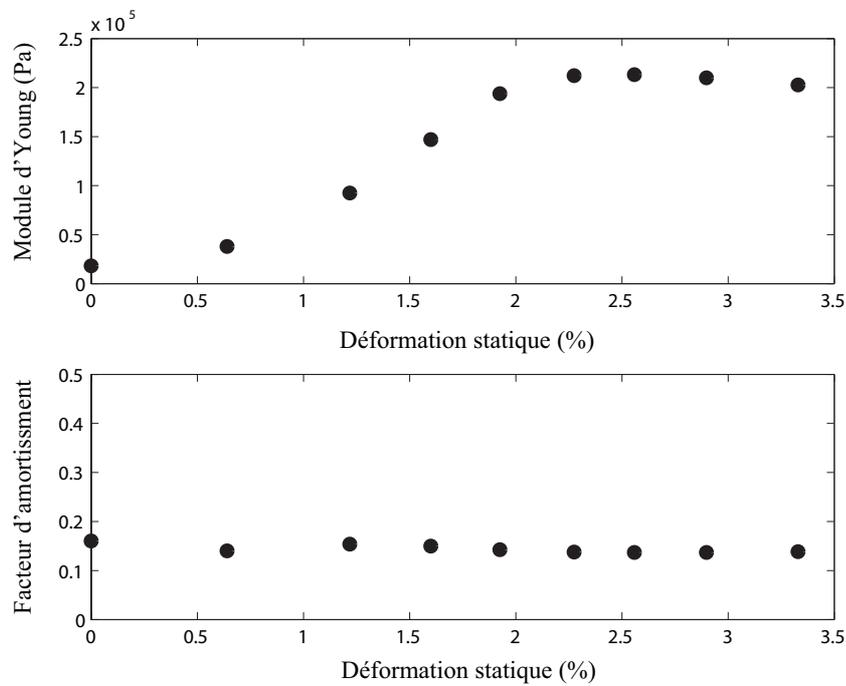


FIG. 4.3 – Module d'Young E et facteur d'amortissement η de la mousse polyuréthane C (voir TAB.5.1) mesurés à 5 Hz en fonction de la déformée statique ε_s pour $\varepsilon_d = 0.02\%$.

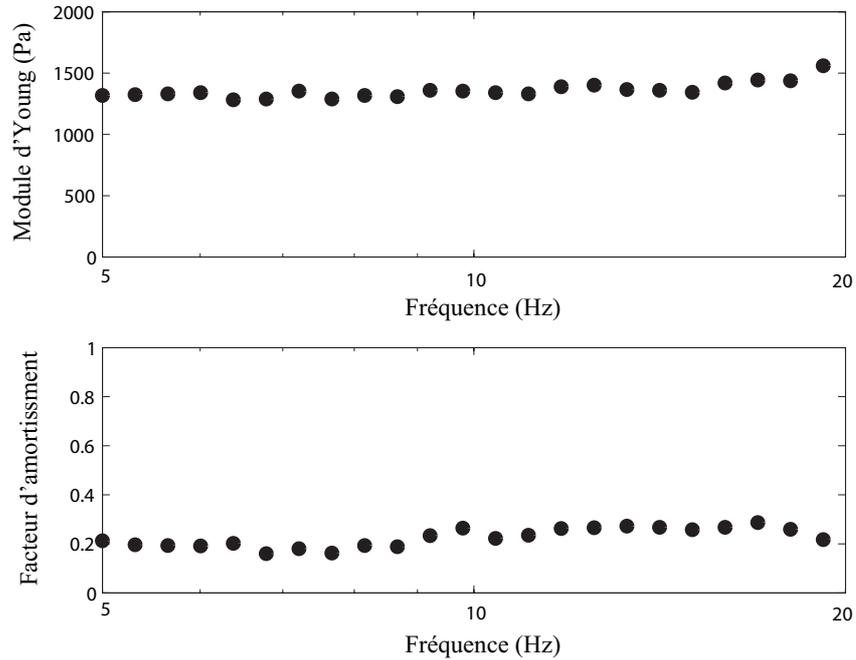


FIG. 4.4 – Module d'Young E et facteur d'amortissement η de la laine de verre A (voir TAB.5.1) en fonction de la fréquence pour $\varepsilon_s = 15\%$ et $\varepsilon_d = 0.02\%$.

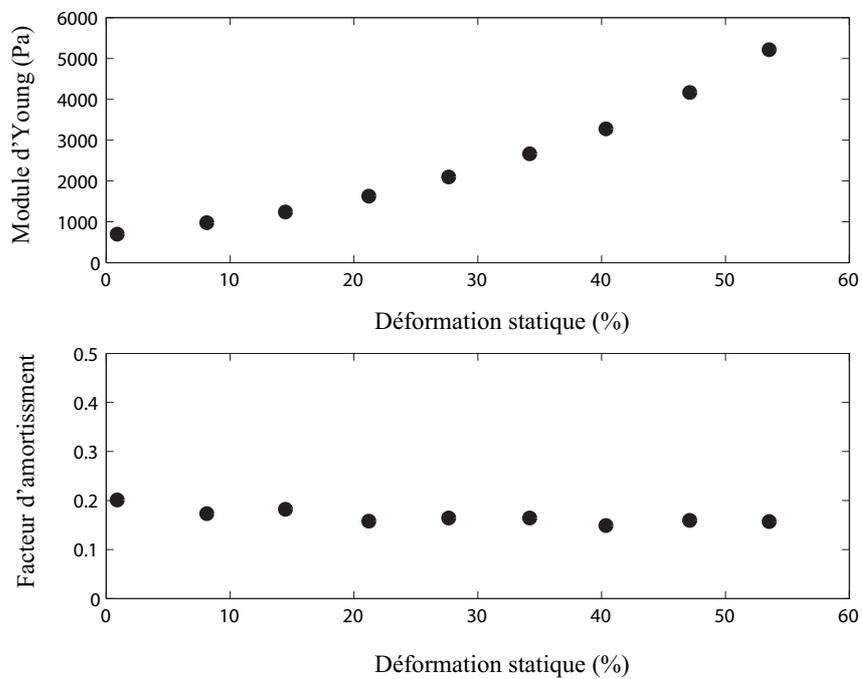


FIG. 4.5 – Module d'Young E et facteur d'amortissement η de la laine de verre A (voir TAB.5.1) mesurés à 5 Hz en fonction de la déformée statique ε_s pour $\varepsilon_d = 0.02\%$.

lorsque l'épaisseur de l'échantillon diminue (à masse constante). Par exemple, l'hypothèse quasi-statique est vérifiée à 100 Hz pour un échantillon cubique de 50 mm de côté. En revanche, le même modèle numérique montre que l'hypothèse de couplage "squelette/fluide" nul n'est pas vérifiée pour des matériaux fins et à forte résistivité au passage de l'air. Dans ce cas, les parties réelle et imaginaire de l'impédance mécanique augmentent avec la fréquence. Il est donc conseillé d'utiliser cette méthode pour des fréquences inférieures à quelques dizaines de hertz.

En utilisant la même méthode expérimentale (figure 4.1 A) sur des laines de verre de faible densité et dans des conditions de pression et de température ambiantes, TARNOW [81] montre aussi que le module d'Young E_L est indépendant de la fréquence. Cependant, il observe une augmentation du facteur d'amortissement avec la fréquence qui est due au couplage entre le squelette et l'air. Il propose alors une correction analytique qui quantifie l'effet de l'air sur la force mesurée sur la plaque supérieure pour des échantillons de matériaux de forme cylindrique. Lorsque cette force est retranchée à celle mesurée, le facteur d'amortissement est bien indépendant de la fréquence.

Les modules de cisaillement complexe \tilde{G} sont accessibles grâce à des montages de sollicitation par glissement entre deux faces d'un cube (figure 4.1 B) ou de torsion d'une éprouvette cylindrique (figure 4.1 C).

Pour l'essai sur le cube (figure 4.1 B), l'échantillon est collé aux deux plaques. L'une des plaques est animée d'un mouvement harmonique dans son plan et soumet alors le matériau à du cisaillement. Comme pour la méthode en compression, la mesure de la force engendrée par l'échantillon sur la plaque fixe et du déplacement de la plaque mobile permettent d'accéder au module de cisaillement complexe \tilde{G} . TARNOW [81] applique cette méthode à des laines de verre en conditions ambiantes. Les parties réelle et imaginaire du module de cisaillement sont alors indépendantes de la fréquence. Pour ce type de sollicitation, le fluide suit le mouvement du squelette et n'a donc pas d'influence sur la mesure.

Pour le montage en torsion (figure 4.1 C), un échantillon de forme cylindrique est soumis à un déplacement angulaire harmonique à l'aide d'une des deux plaques tandis que l'autre reste fixe. Le module de cisaillement complexe \tilde{G} est alors obtenu directement à partir de la mesure de la contrainte imposée et de l'angle de rotation entre les deux plaques.

Ces méthodes dédiées aux mousses polymère [46, 28] ont l'avantage d'être peu influencée par l'air saturant le matériau mais sont difficilement applicables aux matériaux stratifiés et fortement inhomogènes tel que les laines de verres. En effet, la déformation risque de se produire au niveau des strates qui sont les moins interconnectées, le module de cisaillement alors obtenu n'étant pas alors représentatif du matériau. De plus la sollicitation appliquée n'est pas proche de celle rencontrée dans des complexes multicouches tel le fuselage d'un avion où le matériau subit essentiellement de la compression.

4.3 Méthodes dynamiques

Afin de déterminer les propriétés viscoélastiques aux plus hautes fréquences, des méthodes utilisant des résonances de divers systèmes incluant l'échantillon poreux à caractériser ont été étudiées. Ces résonances peuvent être de type "masse-ressort" ou liées à la propagation d'ondes dans des structures simples ou couplées. Les propriétés viscoélastiques sont alors obtenues à l'aide de méthodes inverses utilisant des modèles analytiques ou numériques qui tiennent compte ou non du couplage avec le fluide extérieur. Les méthodes présentées figures 4.6 A-E permettent d'obtenir les modules d'Young complexes \tilde{E} , les méthodes F-H permettent quant à elles d'obtenir les modules de cisaillement complexes \tilde{G} .

Les méthodes de la figure 4.6 A et 4.6 B décrites par T. PRITZ [64, 65, 66, 67] reposent sur la mesure de la transmissibilité vibratoire d'un échantillon de matériau poreux dont l'extrémité opposée au chargement est couverte d'une masse.

Les deux montages proposés diffèrent par la forme de l'échantillon à tester : pour le montage de la figure 4.6 A, l'échantillon a des dimensions latérales de l'ordre de l'épaisseur alors que pour le montage de la figure 4.6 B, ces dimensions sont petites par rapport à l'épaisseur et l'échantillon se présente sous la forme d'une poutre. De par sa géométrie, le matériau placé dans le montage A peut être modélisé à l'aide d'un simple système "ressort-amortisseur", mais seulement pour des longueurs d'ondes grandes devant l'épaisseur de l'échantillon [64]. Pour une caractérisation en plus haute fréquence, une analogie de type poutre est proposée. Dans ce cas les mesures doivent être effectuées à l'aide du montage du type de la figure 4.6 B. Cependant, pour des matériaux ayant un coefficient de Poisson proche de zéro (cas de beaucoup de matériaux du type fibreux), cette analogie peut être utilisée même si l'épaisseur de l'échantillon est faible car le mouvement latéral est négligeable.

Les méthodes inverses décrites ne tiennent pas compte du mouvement du fluide dans les pores. Comme il a été mentionné précédemment, la méthode A est donc limitée aux matériaux de faible résistivité au passage de l'air σ ou bien nécessite de réaliser les mesures dans le vide. L'utilisation d'une géométrie élancée pour le montage B permet de réduire l'effet de l'air sur la mesure mais ce type d'échantillon n'est pas réalisable avec des fibreux type laines de verre.

Des mesures ont été réalisées par PRITZ pour les deux méthodes avec des matériaux poreux de type mousse placés en conditions ambiantes [64, 65]. Il réalisa aussi des mesures sur des matériaux fibreux de type laine de roche et fibre de verre de forte densité placés cette fois dans le vide afin d'éviter des effets dus à l'air [66, 67]. PRITZ montre alors que les propriétés élastiques des matériaux fibreux sont indépendantes de la fréquence et qu'il existe des non-linéarités avec les déformations statique et dynamique. Ce résultat est identique à celui obtenu à basses fréquences (voir section 4.2).

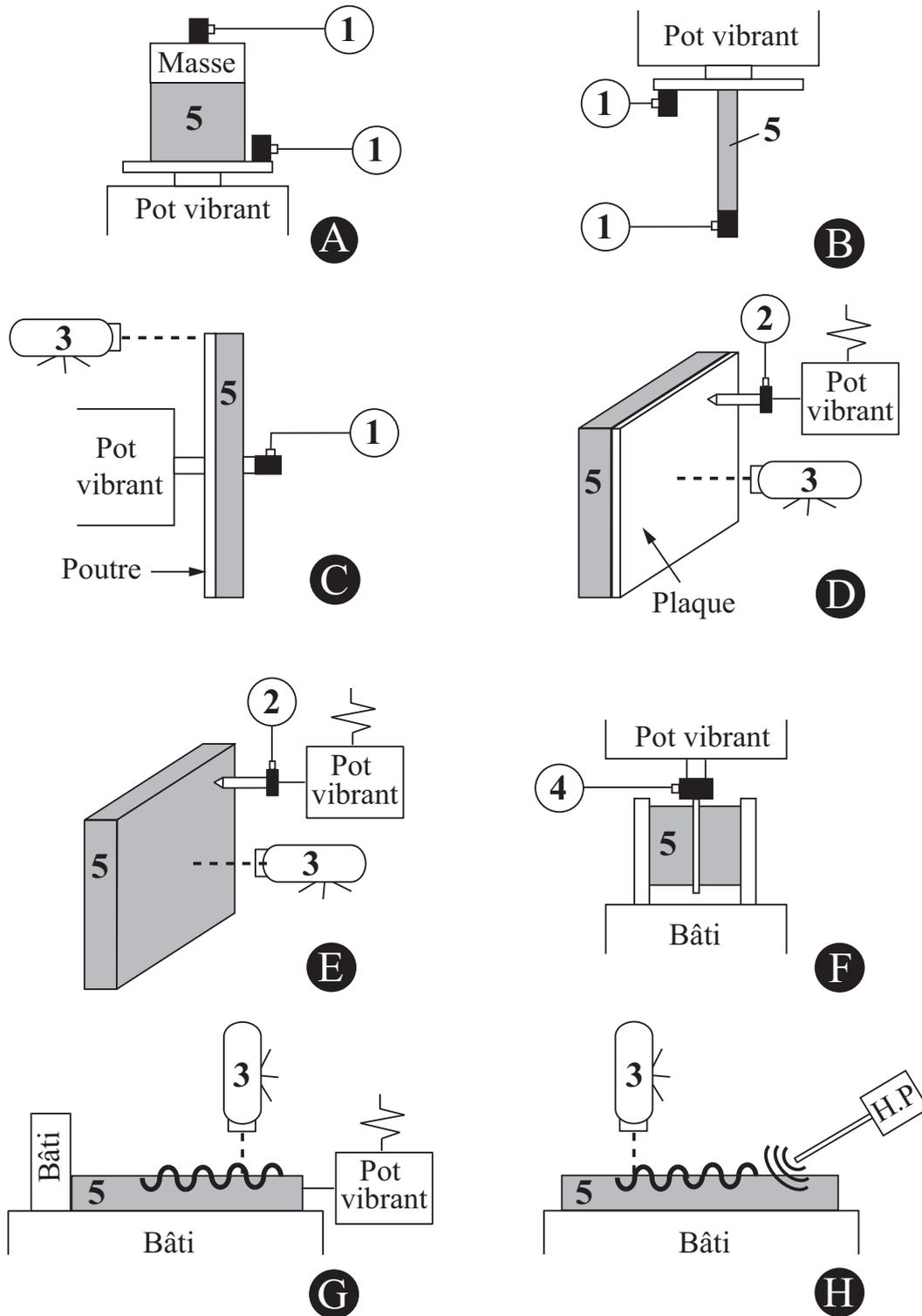


FIG. 4.6 – Schémas des montages dynamiques expérimentaux pour la caractérisation des propriétés viscoélastiques des matériaux poreux. **A** : vibrations d'une éprouvette massive, **B** : vibrations d'une éprouvette élancée, **C** : flexion de poutre couverte de poreux, **D** : flexion de plaque couverte de poreux, **E** : flexion de plaque poreuse, **F** : cisaillement, **G** : ondes de surface, **H** : ondes de surfaces et de compression. 1 : accéléromètre, 2 : capteur de force, 3 : vibromètre laser, 4 : tête d'impédance, 5 : échantillon.

Afin de caractériser un matériau dans une configuration plus proche de celles rencontrées en pratique, JAOUEN [46] réadapte la méthode d'Oberst [32] et propose le montage de la figure 4.6 C. Le matériau à tester est alors placé sur une poutre de dimension finie dont les caractéristiques élastiques sont connues, et dont la dissipation interne est moindre que celle que l'on souhaite quantifier. Le matériau poreux est sollicité dans la direction parallèle à l'axe de la poutre. Les propriétés viscoélastiques de la couche poreuse dans le sens de la poutre sont obtenues par méthode inverse à l'aide d'un code éléments finis basé un modèle poroélastique. Cette méthode inverse permet de tenir compte des couplages fluide-structure au sein du matériau poreux mais est relativement coûteuse en temps de calcul. De plus, le rayonnement de la couche poreuse n'est pas prise en compte dans le modèle.

JAOUEN propose d'étendre le système à deux dimensions et d'étudier la flexion de la structure "plaque/poreux" présentée figure 4.6 D [46, 47]. Cette configuration a l'avantage de se rapprocher des conditions d'utilisation réelles des matériaux et limite la dispersion des résultats causés par le caractère inhomogène des matériaux poreux. De plus, appliquée aux matériaux fibreux, cette méthode permet d'accéder aux propriétés dans les directions parallèles aux fibres, ce qui est difficile avec des méthodes sollicitant le matériau en compression. Le modèle d'inversion est cette fois basé sur une modélisation analytique simplifiée du système bicouche, ceci afin de limiter les ressources numériques nécessaires à la caractérisation. Le déplacement dans l'épaisseur de la couche poreuse est considéré constant dans ce modèle, aussi cette méthode est limitée aux fréquences inférieures à la première résonance dans l'épaisseur du squelette. De plus, comme pour le montage 1D utilisant une poutre, le rayonnement n'est pas pris en compte et les matériaux sont considérés isotropes.

Pour ne pas être sensible aux caractéristiques de la plaque support, une méthode similaire basée sur la flexion de plaque de poreux est proposée par ETCHESAHAR [34, 35] (figure 4.6 E). La mesure de la fonction de transfert entre la force injectée et la vibration transverse du squelette en divers points de la plaque permet d'obtenir les résonances de l'échantillon. Le module de rigidité en flexion est déduit pour chaque mode à l'aide d'une méthode inverse basée sur un modèle poroélastique dont les variables sont la pression du fluide saturant et le déplacement de la phase solide. Ce montage est cependant confronté à des problèmes expérimentaux. En effet, il est inadapté pour des matériaux trop mous comme les laines de verre car ni l'excitation ni la mesure du mouvement de la phase solide ne sont applicables. De plus, le modèle ne tenant pas compte du rayonnement, ETCHESAHAR [34] montre que la méthode n'est pas adaptée aux matériaux de faible densité où la charge fluide ne peut plus être négligée.

Le montage de la figure 4.6 F, dédié à la mesure du module de cisaillement \tilde{G} , est similaire à celui proposé en quasistatique (figure 4.1 B). Deux échantillons d'un même matériau sont collés

à des parois rigides et immobiles ainsi qu'à une fine plaque mobile animée à l'aide d'un pot vibrant. La mesure de la fonction de transfert entre la force et l'accélération permet d'obtenir les résonances de l'échantillon. Le module de cisaillement complexe \tilde{G} est alors déterminé à ces résonances à partir de la fonction de transfert, de l'épaisseur et de la masse volumique du matériau [52].

Des méthodes plus récentes, basées sur la propagation d'ondes de surface dans des plaques de matériaux ont été développées [2, 13]. Les plaques poreuses reposent sur un support rigide comme représenté figures 4.6 G et H, ou sont laissées libres. L'excitation peut être mécanique (4.6 G) ou acoustique (4.6 H) et les propriétés mécaniques sont obtenues à partir de la mesure de la vitesse de la phase solide sur la surface supérieure. Ces méthodes, basée sur des modèles poroélastiques complet, permettent de remonter au module de cisaillement dans le domaine des fréquences acoustiques (entre 200 Hz et 1400 Hz). L'inconvénient majeur de ces méthodes est de nécessiter un échantillon de matériau de grandes dimensions pour s'approcher des hypothèses de calcul. De plus, elles ne peuvent pas être appliquées aux fibreux trop dilués (laines de verre), pour lesquels la mesure de vitesse en surface par méthode optique n'est pas adaptée.

4.4 Conclusion

L'abondance de méthodes développées ces dernières années pour caractériser les propriétés viscoélastiques des matériaux poreux démontre leur importance dans un grand nombre d'applications industrielles. Les matériaux de type fibreux sont souvent préférés dans diverses applications liées au transport du fait de leur faible masse et pour leurs néanmoins fortes propriétés d'isolation acoustique et thermique. Cependant, la caractérisation mécanique de ces matériaux est difficile :

- la forte résistivité au passage de l'air souvent rencontrée pour ce type de matériau favorise le couplage "air-squelette" et affecte les mesures effectuées en conditions ambiantes : une correction de cet effet [81] ou une mesure dans le vide sont souvent préconisés [66, 67, 70, 71],
- leur structure stratifiée rend difficile les mesures de rigidité effectuées dans le plan des fibres car cela endommage le matériau,
- de fortes non-linéarités sont observées avec les déformations statiques et dynamiques [34, 67] : une mesure dans des conditions de chargement proches de l'utilisation est alors préconisée [34],
- leur faible raideur et leur structure très diluée rend difficile la mesure vibratoire ponctuelle du squelette.

Pour palier à ces difficultés, trois méthodes de caractérisation mécanique dédiées aux matériaux fibreux tel que les laines de verre sont présentées dans les chapitres 5, 6 et 7 de ce document. Les deux premières méthodes s'inspirent de la méthode "plaque/poreux" (figure 4.6 D) mais utilisent une mesure acoustique au lieu d'une mesure vibratoire pour quantifier l'effet du squelette sur la réponse de la structure. La troisième méthode s'inspire de la méthode quasi-statique en compression (figure 4.1 A), mais inclue l'échantillon dans une cavité fermée afin de réaliser les mesures à hautes fréquences en tenant compte facilement de l'effet de l'air.

Toutes les méthodes proposées sont réalisées dans des conditions normales de pression et de température. En effet, les mesures sur des échantillons de grandes dimensions ne peuvent pas être réalisées dans le vide. De plus, la réalisation du vide nécessite une mise en oeuvre expérimentale lourde et le contrôle de la température dans la cuve augmente considérablement le temps de mesure.

Chapitre 5

Transparence acoustique de panneaux de grandes dimensions

5.1 Introduction

La méthode de caractérisation étudiée dans ce chapitre repose sur la réponse en transmission acoustique de systèmes multicouches similaires aux systèmes rencontrés dans le contexte aéronautique (fuselage, sols,...). Dans ces applications, le squelette du matériau poreux peut être directement soumis au chargement vibratoire d'une paroi et avoir une influence importante sur l'isolation acoustique de la structure (voir [14, 63] et Partie 1, chap.3). L'estimation des propriétés mécaniques caractérisant le comportement vibratoire du matériau poreux est réalisée par méthode inverse à l'aide d'un modèle basé sur des matrices de transfert (modèle TMM) utilisant la théorie de Biot-Allard [1, 16]. Les mesures de transparence acoustique sont effectuées sur des échantillons de grandes dimensions ($\approx 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$) afin de (i) s'approcher au plus près des conditions réelles d'utilisation, (ii) baisser les fréquences des modes de structures en deçà de la bande de fréquence étudiée et permettre ainsi l'utilisation d'un modèle analytique simple et (iii) effectuer une moyenne spatiale limitant les effets d'éventuelles hétérogénéités des propriétés du matériau poreux.

Les systèmes étudiés sont représentés sur la figure 5.1. Ces configurations se composent d'une ou de deux parois d'aluminium et d'une couche de matériau poreux. Les configurations où l'échantillon de matériau est directement collé au support mobile (C,C-NC) sont à priori susceptibles d'exciter fortement le squelette du matériau. Elles sont donc étudiées afin de déterminer les caractéristiques mécaniques du poreux par méthode inverse. Les configurations où l'échantillon n'est pas directement collé sur le support mobile (NC, NC-NC) sont proposées afin d'étudier l'influence des conditions de montage du matériau et aideront à identifier l'influence du squelette par comparaison avec les configurations où l'échantillon est collé. Par exemple, la configuration NC-NC correspond au garnissage des fuselages, pour lesquels les matelas de

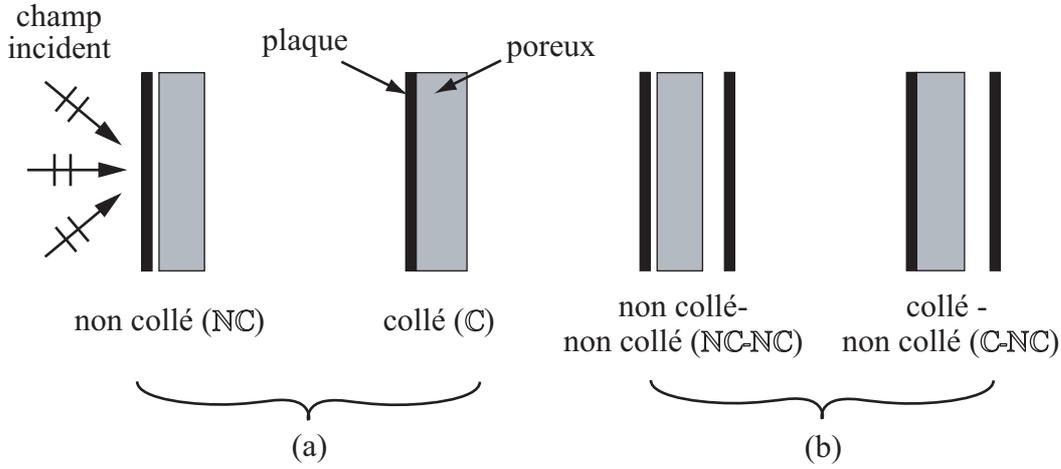


FIG. 5.1 – Schéma des différentes configurations en transparence : (a) simple paroi, (b) double paroi.

matériaux (généralement fibreux) sont attachés en quelques points à la structure métallique à l'aide de velcro.

Ce chapitre est découpé en trois parties. Le modèle ainsi que le dispositif expérimental sont présentés dans les deux premières sections. La troisième section présente les résultats de mesure et met en oeuvre la méthode inverse afin d'identifier des propriétés mécaniques sur différents matériaux.

5.2 Modélisation

L'indice d'affaiblissement est utilisé pour caractériser le comportement vibroacoustique des différentes configurations. Cet indicateur acoustique est très couramment utilisé afin de mesurer la capacité d'une structure à isoler deux espaces contigus. Il est défini à partir du coefficient de puissance transmise τ , calculé comme le rapport de la puissance acoustique transmise W_{trans} sur la puissance acoustique incidente W_{inc} . L'indice d'affaiblissement, appelé TL pour "Transmission Loss", s'écrit alors

$$TL(\theta) = 10 \log \frac{1}{\tau(\theta)} = 10 \log \frac{W_{inc}(\theta)}{W_{trans}(\theta)}. \quad (5.1)$$

où θ est l'angle d'incidence de l'onde plane acoustique excitatrice. La source acoustique est ici un champ diffus, représenté comme une superposition d'ondes planes qui arrivent sur la structure avec toutes les incidences. Le coefficient de puissance transmise est alors moyenné sur tous les angles d'incidence possible :

$$\tau = 2 \int_0^{\theta_{lim}} \tau(\theta) \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta. \quad (5.2)$$

L'angle d'incidence limite θ_{lim} est généralement déterminé par recalage sur une mesure d'une configuration connue [14]. Dans le cas de la salle réverbérante où les mesures ont été effectuées¹, cet angle a été fixé à 85°. Le facteur de perte par transmission en champ diffus est alors obtenu par $TL = 10 \log(1/\tau)$.

Le code de calcul MAINE3A² est utilisé afin de calculer le coefficient de perte par transmission (TL) en champ diffus. Chaque couche, supposée de dimensions latérales infinies, est représentée par une matrice de transfert (méthode TMM pour "Transfert Matrix Method" [1, 16]). Les modes vibratoires de structure ne sont pas pris en compte par cette méthode.

Afin de permettre la comparaison entre la mesure, qui a été effectuée dans une fenêtre de dimension finie, et la simulation d'une structure de dimension latérale infinie, une correction correspondant à un fenêtrage spatial des ondes acoustiques [87] est appliquée au modèle.

Les couches de matériaux poreux peuvent être simulés à l'aide du modèle de Biot-Allard ou bien du modèle limp (voir Partie 1, chap.3).

Lorsque le matériau est collé à la structure vibrante (voir fig. 5.1 configurations \mathbb{C} , \mathbb{C} - \mathbb{NC}), il y a continuité des vitesses entre la plaque, la phase solide et la phase fluide du matériau poreux : $u_w = u^s = u^f$. La vibration de la plaque est directement transmise au squelette.

La modélisation des configurations réelles où le matériau n'est pas collé est réalisée en introduisant une fine lame d'air entre la plaque et le matériau poreux (voir fig. 5.1 configurations \mathbb{NC} , \mathbb{NC} - \mathbb{NC}). L'épaisseur de cette lame d'air, fixée à 1 mm, est très inférieure à la longueur d'onde acoustique. Elle peut être considérée incompressible. Par contre, elle permet de répartir la vitesse vibratoire de la plaque sur les deux phases en fonction de la porosité : $u^f = \phi u_w$ et $u^s = (1 - \phi)u_w$. La phase solide n'est donc pas directement excitée par la plaque.

5.3 Méthode expérimentale

5.3.1 Dispositif de mesure

Le montage expérimental est schématisé figure 5.2 et une photographie est proposée figure 5.3. La structure à tester est placée entre une chambre réverbérante et une chambre anéchoïque. La chambre réverbérante est excitée à l'aide de deux haut-parleurs générant un bruit blanc entre 100 Hz et 8 kHz. Le niveau acoustique dans la chambre réverbérante est mesurée à l'aide de quatre microphones. La puissance incidente est donnée par $W_{inc} = Sp_m^2/4\rho_f c_f$, avec p_m la pression moyenne des quatre microphones et S la surface de la fenêtre.

¹salle réverbérante du Centre de Transfert de Technologie du Mans (CTTM)

²Licence Université du Maine-CNRS, distribution CTTM

La puissance acoustique transmise dans la chambre anéchoïque est déterminée par une mesure d'intensité acoustique à 3 cm de la structure en moyennant sur la surface par un balayage manuel : $W_{trans} = SI_m$. Cette mesure s'effectue à l'aide d'une sonde intensimétrique composée de deux microphones séparés par une entretoise de 12 mm, permettant une mesure jusqu'à 5 kHz [15].

La fiabilité des mesures intensimétriques est évaluée à l'aide d'un indicateur proposé par FAHY (voir ref. [36] page 162) : l'index de "Pression-Intensité" δ_{PI} . Cet indicateur est défini comme la différence en décibel entre le niveau de pression mesuré p et l'intensité I ,

$$\delta_{PI} = 10 \log\left(\frac{p^2}{I}\right) - 10 \log(\rho_f c_f) . \quad (5.3)$$

La quantité obtenue informe sur l'état du champ acoustique au point de mesure, à savoir, si la pression mesurée provient bien de la source étudiée (face à la sonde $\delta_{PI} = 0$ dB) ou bien de sources parasites entourant l'échantillon ($\delta_{PI} > 0$). En pratique, on veillera à ce que le δ_{PI} soit inférieur à 10 dB.

Afin de localiser en fréquence les accidents induits sur le facteur de transmission par des résonances dans l'épaisseur des couches poreuses, les mesures des puissances acoustiques incidente et transmise sont présentées en 1/12 d'octave. Les données en bandes fines sont donc moyennées sur 56 bandes comprises entre 200 Hz et 5000 Hz. Noter qu'une représentation en 1/3 d'octave est classiquement utilisée pour le TL mais elle n'est ici pas suffisante pour localiser finement les accidents causés par des résonances du squelette.

Des plaques d'aluminium d'épaisseur de 1.2 mm sont utilisées dans les différentes configurations. Elles sont encastrées dans des cadres ayant une ouverture de 0.85 m par 0.75 m puis fixées entre les deux chambres (voir figure 5.2). Dans le cas de double paroi (Fig. 5.1(b)), l'espacement entre les plaques est fixé à 115 mm afin de s'approcher des conditions réelles d'un fuselage d'avion. Dans les configurations où la couche poreuse est collée à la paroi vibrante (C, C-NC), le collage est assuré par une couche de ruban adhésif double face d'une épaisseur de 0.08 mm. L'épaisseur est choisie la plus fine possible afin de limiter son influence sur le comportement vibroacoustique de la structure. De plus, pour s'assurer d'exciter le squelette du matériau, l'utilisation d'une couche de double face sur la surface métallique doit être préférée à l'utilisation de patch de velcro réparti sur la surface [47].

5.3.2 Caractéristiques des matériaux poreux

L'étude porte sur quatre matériaux acoustiques : deux matériaux fibreux et deux mousses. Leurs caractéristiques ont été mesurées au laboratoire selon les procédés décrits dans les références [22, 38, 43, 58, 60] et sont présentées dans le tableau 5.1. Les propriétés mécaniques présentées dans le tableau ont été déterminées en basses fréquences par une inversion approchée à l'aide d'une mesure quasistatique (voir chap. 4). Seul le module d'Young longitudinal

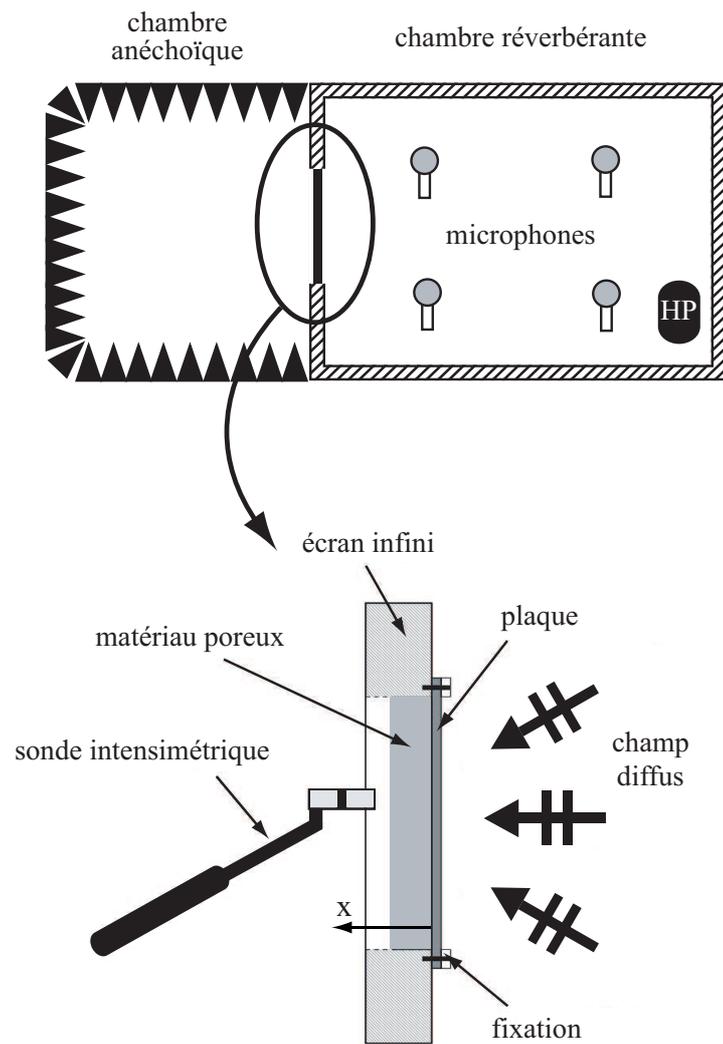


FIG. 5.2 – Schéma du montage expérimental de la mesure de transparence acoustique.

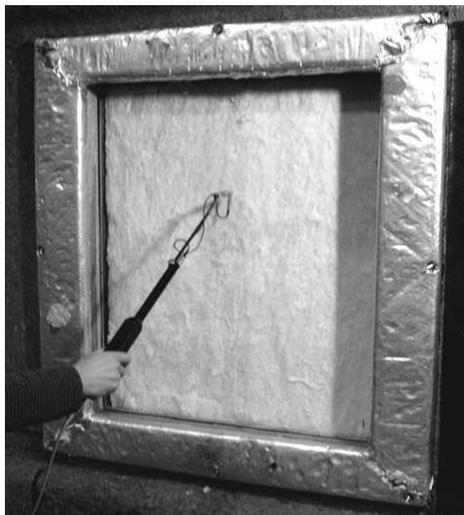


FIG. 5.3 – Photographie de la mesure d'intensité acoustique transmise.

E_L (dans l'épaisseur de la couche poreuse) est fourni ici bien que les matériaux soient pour la plupart anisotropes. Ce choix se justifie par le fait que les configurations étudiées vont principalement générer des contraintes selon l'axe x (selon la direction normale à la plaque, voir figure 5.2).

Les matériaux A et B sont des matériaux fibreux qui se différencient principalement par leur densité et leur résistivité au passage de l'air. Le matériau A est un matériau peu dense et très résistif qui est couramment rencontré dans des applications aéronautiques. Le matériau B, plus dense et moins résistif, est généralement rencontré dans des applications automobiles.

Les matériaux C et D sont des mousses polymères qui, comme les matériaux fibreux, se différencient principalement par leur densité et leur résistivité au passage de l'air. La mousse C est un matériau assez dense et résistif alors que le mousse D est peu dense et peu résistive. Ces deux matériaux sont rencontrés dans des applications automobiles. Étant donné la valeur de leur module d'Young, ces deux mousses peuvent être qualifiées de rigide. Ce choix des quatre matériaux offre un spectre relativement large de caractéristiques a été choisi.

5.4 Résultats

5.4.1 Réponses des différentes configurations

La figure 5.4 présente les indices d'affaiblissement (TL) des différentes configurations incluant les matériaux poreux présentés précédemment. Sur les différentes figures, la courbe

¹Dans le chapitre 6, les matériaux A et B de l'article [30] correspondent respectivement à la mousse C et au fibreux A de ce tableau.

Matériau	A	B	C	D
Type	laine de verre	fibreuse textile	mousse polymère	mousse polymère
Épaisseur : L (mm)	29	23	18.9	30
Résistivité au passage de l'air : σ (kN s/m ⁴)	105	23	57	5.6
Porosité : ϕ	0.95	0.95	0.97	0.98
Tortuosité : α_∞	1	1	1.54	1.15
Longueur caractéristique visqueuse : Λ (μm)	35.1	54.1	24.6	90.7
Longueur caractéristique thermique : Λ' (μm)	105.3	162.3	73.8	272.1
Densité du squelette : ρ_1 (kg/m ³)	17	58	46	28
Module d'Young à 5 Hz : E_L (kPa)	1.4	17	214	190
Facteur de perte à 5 Hz : η_L	0.1	0.1	0.115	0.07
Coefficient de Poisson : ν	0	0	0.3	0.3

TAB. 5.1 – Propriétés des matériaux poreux A, B, C et D¹.

en étoile (*) représente la réponse du système simple ou double plaque nu, c'est à dire sans matériau poreux mais avec l'adhésif. A noter qu'aucune influence significative sur le TL n'a été relevée quant à la présence de l'adhésif sur les systèmes nus.

Pour les configurations simple paroi sans matériau (figure 5.4 (a-b)), la bande de fréquence étudiée (200 – 5000 Hz) se situe entre la première résonance de plaque ($f_1 = 18$ Hz) et la fréquence de coïncidence ($f_c = 9900$ Hz). La réponse dans cette bande correspond bien à la loi de masse avec une augmentation du TL de 6 dB par octave. La figure 5.4(a) montre que les configuration "non collée" (\square) et "collée" (\circ) du matériau fibreux B sont superposées et donc, que la condition de montage n'a pas d'influence sur l'indice d'affaiblissement du système "plaque/poreux". En revanche, cette influence est grande dans le cas de la mousse C (voir figure 5.4(b)) : on observe un écart d'environ 10 dB entre les configurations "non collée" (\square) et "collée" (\circ). En basse fréquence, la légère augmentation du TL de la configuration C est due à la masse ajoutée par la couche poreuse. En moyenne fréquence, une décroissance locale du TL est observée à la fréquence de résonance quart d'onde du squelette (autour de 1300 Hz). En plus haute fréquence l'effet d'une seconde résonance du matériau est visible à 4700 Hz.

La réponse de la configuration double paroi sans matériau (courbe *, figure 5.4 (c-d)) est caractérisée par une diminution importante du TL à la fréquence de résonance du mode acoustique en $\lambda/2$ dans l'épaisseur de la cavité d'air. Ce mode est situé environ à 1500 Hz pour un espacement entre les parois de 115 mm. A noter que le mode de type "masse-ressort-masse" se situe à $f_0 = 140$ Hz, en deçà de la bande fréquentielle étudiée.

Le TL du système double plaque incluant le matériau fibreux A d'épaisseur 29 mm est

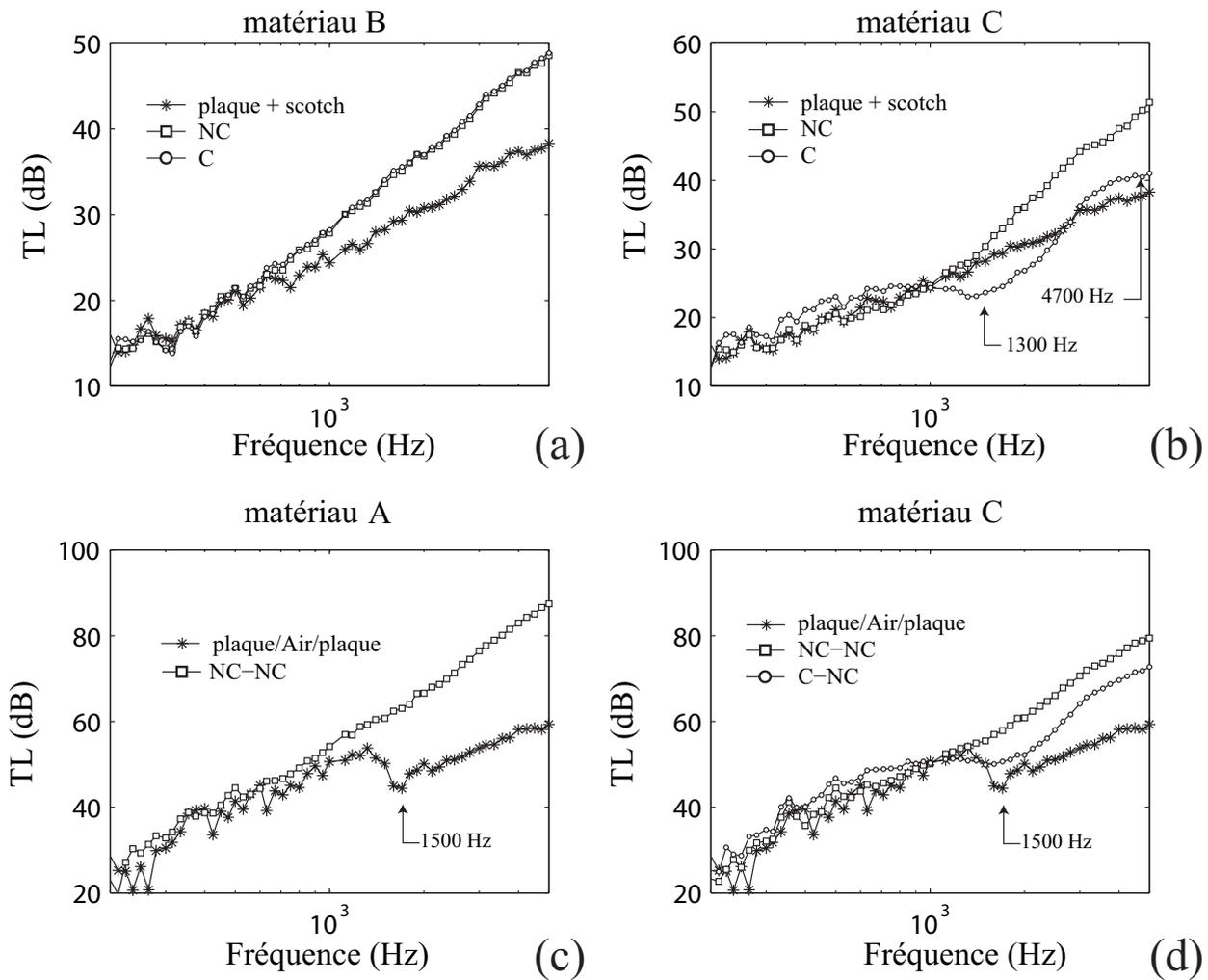


FIG. 5.4 – Indice d'affaiblissement (TL) mesuré pour les différentes configurations : (a) simple paroi avec matériau B, (b) simple paroi avec matériau C, (c) double paroi avec matériau A, (d) double paroi avec matériau C.

présenté figure 5.4(c) pour la configuration NC-NC. La mesure de la configuration C-NC est identique et n'est pas représentée sur la figure. Comme pour le matériau fibreux B (voir figure 5.4(a)), aucun effet induit par une résonance du squelette n'est observé. La présence de la couche de fibreux A améliore grandement la capacité isolante du système double paroi en moyennes et hautes fréquences, atteignant jusqu'à 87 dB à 5 kHz.

Pour le montage double paroi avec mousse C, la figure 5.4(d) montre que la réponse du système est très sensible aux conditions de fixation de la couche poreuse. Lorsque le poreux n'est pas complètement collé (NC-NC), le TL en basse fréquences est similaire à celui du système nu. En revanche, la présence de la mousse annihile l'effet de la résonance de la couche d'air et apporte un gain d'isolation significatif en moyennes et hautes fréquences. Lorsque le poreux est collé sur toute sa surface (C-NC), l'isolation est améliorée dans toute la bande de fréquence comparé au système nu. Une diminution du TL liée à la résonance de la couche poreuse est visible vers 1500 Hz.

5.4.2 Identification des paramètres mécaniques

L'identification des paramètres mécaniques (E_L et η_L) est réalisée à partir de l'inversion du modèle sur les configurations C et C-NC. Le recalage est effectué manuellement à la première fréquence de résonance du squelette dans l'épaisseur de la couche poreuse, là où l'effet du squelette est le plus marqué. Cette méthode fait donc parti de la famille des méthodes dynamiques (voir chap. 4). L'avantage de cette méthode réside dans le fait que le modèle utilisé pour l'inversion tient compte de l'effet de l'air. De plus, elle permet d'accéder aux paramètres mécaniques pour une sollicitation proche de la sollicitation réelle, notamment aux fréquences où ces derniers ont une influence significative.

D'après la figure 5.4, la caractérisation est uniquement possible pour les matériaux de type mousse car la réponse en transmission des matériaux fibreux ne permet pas de mettre en évidence une quelconque influence du squelette. La simulation est tout d'abord confrontée à la mesure pour le système plaque nue (voir figure 5.5(a)). Les deux courbes sont semblables jusqu'à 2000 Hz. Les différences observées à partir de cette fréquence peuvent être dues aux pertes induites par le dispositif expérimental. La figure 5.5(a) présente la réponse du système "plaque/Mousse C". L'ajustement des paramètres mécaniques dans le modèle est effectué afin de faire correspondre "au mieux" la simulation avec la mesure. Le module d'Young longitudinal E_L du squelette influe principalement sur la position du creux de TL , l'amortissement η_L sur son amplitude. Les résultats de l'inversion du modèle à la fréquence de résonance du squelette f_r pour les mousses C et D placés dans les configurations C et C-NC sont synthétisés dans le tableau 5.2.

	Matériau C			Matériau D		
	f_r (kHz)	E_L (kPa)	η_L	f_r (kHz)	E_L (kPa)	η_L
Configuration C	1.42	320	0.27	1.15	355	0.22
Configuration C-NC	1.40	330	0.27	1.18	420	0.20

TAB. 5.2 – Estimation des paramètres mécaniques longitudinaux des mousses C et D par la méthode en transparence.

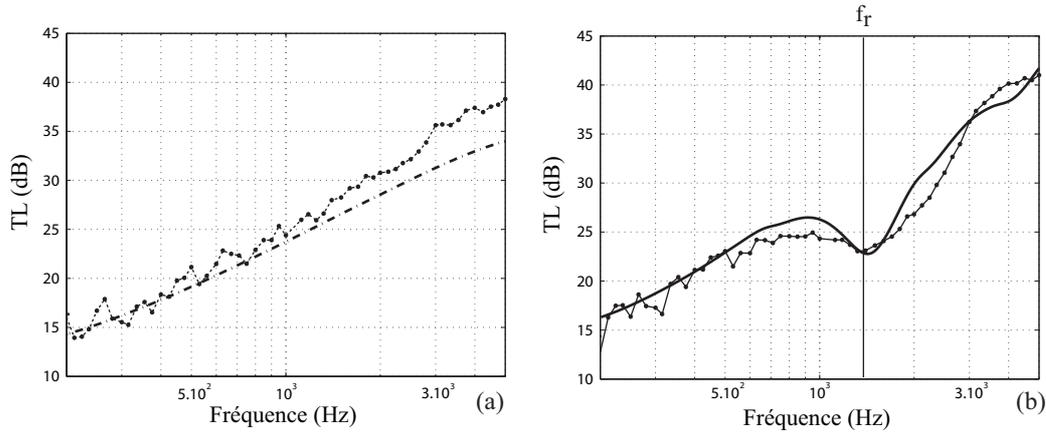


FIG. 5.5 – Facteur de perte par transmission du système simple paroi; (a) plaque seule: (- -●- -) mesurée, (-.-) simulée; (b) plaque avec matériau C collé: (-●-) mesurée, (-) simulée.

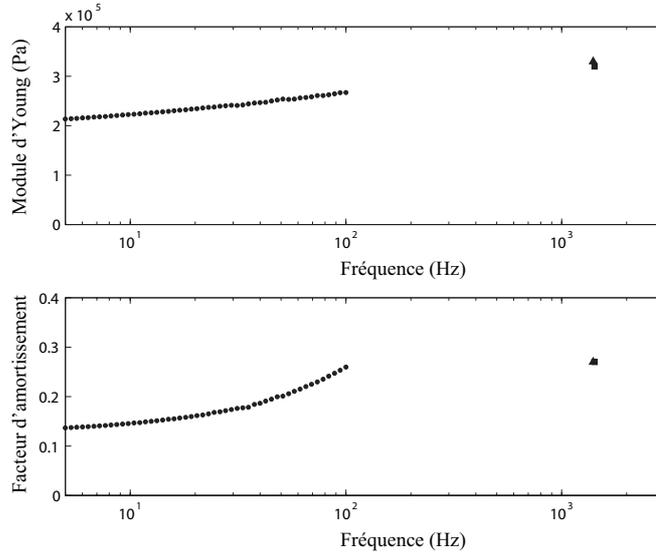


FIG. 5.6 – Estimations du module d'Young longitudinal E_L et du facteur de perte η_L pour la mousse C avec la méthode inverse basée sur la configuration simple paroi (■), double paroi (▲) et comparaison avec la mesure quasistatique (●).

La figure 5.6 superpose les résultats obtenus pour la mousse C avec ceux mesurés en basses fréquences à l'aide de la méthode quasistatique [58, 59]. Il existe une bonne cohérence entre les deux méthodes, le module d'Young et le facteur d'amortissement augmentent bien avec la fréquence. Cependant, la valeur du coefficient d'amortissement ne suit pas l'évolution mesurée dans les basses fréquences. La méthode proposée prenant en compte l'effet de l'air environnant, et le matériau C étant très résistif, on peut penser que les mesures basses fréquences surévaluent l'amortissement à partir de 20 Hz [81]¹.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux poreux basées sur la transmission d'échantillons de grandes dimensions a été présentée. Les configurations étudiées sont proches de configurations industrielles et permettent donc de déterminer ces propriétés pour des sollicitations réalistes et aux fréquences pour lesquelles leur effet est prépondérant. De plus, la grande taille des échantillons permet de moyennner l'hétérogénéité éventuelle des propriétés du matériau et d'utiliser un modèle pour l'inversion qui tient compte de l'influence du fluide saturant (méthode TMM).

Des mesures de transmission effectuées sur des configurations simple et double parois ont permis d'identifier les propriétés mécaniques de matériaux de type mousse à la fréquence de la première résonance du squelette dans l'épaisseur de la couche (~ 1400 Hz pour les matériaux testés). Les valeurs obtenues sont cohérentes avec celles mesurées en basses fréquences à l'aide de la méthode quasistatique [58, 59]. Cependant, la validité de la méthode quasistatique en compression est mise en cause pour mesurer η qui semble surévalué dès 20 Hz pour le matériau étudié.

Des mesures effectuées sur des matériaux fibreux de diverses densités montrent que la transmission de systèmes simple et double parois n'est pas sensible à la raideur du squelette. La méthode de caractérisation est donc inadéquate pour ces matériaux. Ceci confirme que le modèle limp est suffisant pour simuler des matériaux fibreux très souples placés dans ces configurations.

L'inconvénient majeur de cette méthode est le coût important du dispositif expérimental et l'utilisation d'un échantillon de matériau de grandes dimensions pour s'approcher des hypothèses de calcul TMM.

¹l'effet de l'air est négligé dans la méthode quasistatique

Chapitre 6

Rayonnement acoustique de structures de dimensions finies

6.1 Introduction

L'étude de l'influence des paramètres mécaniques sur le rayonnement du système "piston/poreux" présentée dans la Partie 1 (chapitre 3), montre que ces paramètres peuvent avoir un effet important aux fréquences de résonances quart d'onde du squelette excitées dans l'épaisseur du matériau. A ces fréquences, le rayonnement de la structure peut augmenter significativement. Cette caractéristique est utilisée ici afin de déterminer les paramètres mécaniques des matériaux poreux par méthode inverse. L'indicateur utilisé pour caractériser le rayonnement de la structure vibrante est le facteur de rayonnement σ_R [88]. Ce facteur est défini comme le rapport de la puissance acoustique rayonnée par unité de surface W_a sur la puissance vibratoire W_v de la structure :

$$\sigma_R = \frac{W_a}{W_v} . \quad (6.1)$$

Dans ce chapitre, le facteur de rayonnement d'une plaque d'aluminium circulaire ($\varnothing = 290$ mm) excitée en flexion et recouverte d'un matériau poreux est étudié. La structure est encadrée dans un écran rigide réfléchissant et rayonne dans un milieu semi-infini. L'excitation du système est réalisée par une force harmonique située au centre de la plaque. Comparé à la méthode en transmission présentée au chapitre précédent, le dispositif expérimental est ici considérablement simplifié : (i) la chambre réverbérante n'est plus nécessaire car l'excitation de la structure est mécanique et (ii) la taille des structures à tester est réduite.

Dans cette étude, le comportement vibroacoustique de la structure "plaque/poreux" est modélisé en considérant un découplage des comportements vibratoire et acoustique. Cette hypothèse permet d'utiliser une description analytique du problème, alors plus légère en temps de calcul qu'une méthode numérique par éléments finis. Le modèle se décompose en deux parties

distinctes (voir figure 6.1) :

- *le modèle vibratoire* consiste à déterminer les propriétés mécaniques équivalentes de la structure "plaque/poreux" en considérant le poreux comme une couche viscoélastique monophasique (modèle DAUCHEZ et coll. [24]),
- *le modèle de rayonnement* tient compte du couplage entre le poreux et le fluide extérieur au travers d'une impédance, appelée impédance de transfert, et calculée à l'aide de l'approximation en ondes planes (méthode TMM) et de la théorie de Biot.

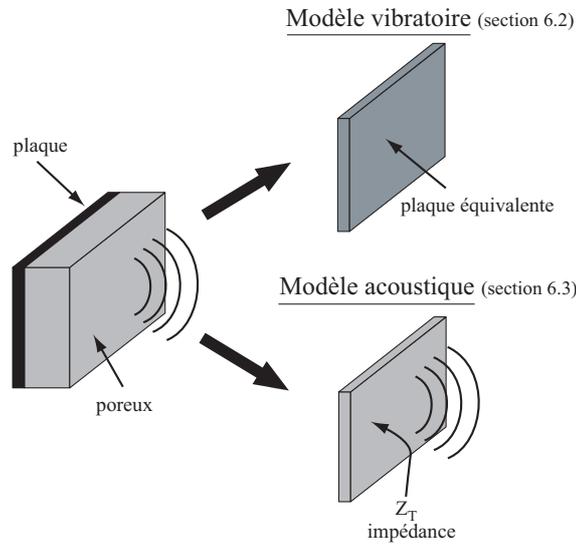


FIG. 6.1 – Schéma de la modélisation de la structure rayonnante "plaque/poreux".

Ce chapitre est structuré en quatre parties. Une première partie décrit le modèle vibratoire de la plaque encadrée. Les réponses libre et forcée de la plaque sont présentées puis le calcul des propriétés mécaniques équivalentes au multicouche "plaque/poreux" est rappelé.

Dans une seconde partie, le modèle acoustique de rayonnement par impédance est proposé dans le cas d'un piston bafflé recouvert d'un matériau poreux. L'impédance de transfert, notée Z_t , est introduite et son calcul basé sur la théorie de Biot est détaillé. Cette partie est présentée sous la forme d'un article paru dans le *Journal of Acoustical Society of America*. Le modèle acoustique est alors appliqué à la plaque circulaire et le facteur de rayonnement est calculé.

Une troisième partie propose une étude de la sensibilité du facteur de rayonnement σ_R avec les paramètres caractéristiques des matériaux poreux dans le cas d'un piston recouvert rayonnant dans un conduit semi-infini. Cette étude permet d'estimer l'influence de chaque paramètre aux fréquences pour lesquelles l'inversion est appliquée.

La quatrième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude expérimentale du facteur de rayonnement de la plaque puis à l'inversion du modèle afin d'estimer les propriétés mécaniques

de matériaux poreux.

6.2 Modèle vibratoire

La modélisation du comportement vibroacoustique de la structure "plaque/poreux" est généralement effectuée à l'aide de méthodes numériques par éléments finis [41, 63, 72]. Ces méthodes permettent de modéliser des structures à géométrie complexe sans hypothèses simplificatrices sur le comportement cinématique. En contre parti, elles peuvent nécessiter un temps de calcul très important. Dans le but de simplifier la modélisation du couplage vibratoire "plaque/poreux", DAUCHEZ et coll. [24] proposent un modèle supposant que la dissipation viscoélastique est la principale source de dissipation (les dissipations visqueuses dues à la vitesse relative entre les deux phases ainsi que les dissipations thermiques sont négligées) et considèrent alors que le matériau poreux se comporte comme un solide viscoélastique monophasique. En tenant compte du cisaillement dans la couche poreuse, cette méthode permet de modéliser des matériaux épais mais est limitée aux matériaux peu résistifs. De plus, la déflexion supposée constante sur l'épaisseur de la structure couplée limite la méthode aux fréquences inférieures à la première fréquence de résonance dans l'épaisseur de la couche poreuse (fréquence appelée f_r dans les chapitres précédents). Plus récemment, L. JAUEN [46, 47] ajoute l'effet du fluide saturant le matériau. Le matériau poreux est alors modélisé à l'aide de la formulation mixte "déplacement-pression" de la théorie de Biot en utilisant des développements en fonctions trigonométriques pour décrire les déplacements et le champ de pression. Il utilise alors cette modélisation du comportement vibratoire de la structure couplée afin d'obtenir les propriétés mécaniques du matériau poreux aux fréquences des modes de flexion.

La puissance vibratoire de la structure W_v , utile au calcul du facteur de rayonnement σ_R (Eq. (6.1)), est déterminée à partir de la vitesse quadratique moyenne de la structure :

$$W_v = \rho_f c_f \langle v_p^2 \rangle . \quad (6.2)$$

Le calcul de la vitesse quadratique moyenne utilise la distribution du déplacement normal w sur la surface de la structure vibrante S_p ,

$$\langle v_p^2 \rangle = \frac{\omega^2}{2S_p} \iint_{S_p} |w|^2 dS_p . \quad (6.3)$$

La distribution du déplacement normal w est étudiée dans cette section pour une plaque circulaire encastrée et excitée en son centre par une force ponctuelle. La plaque est choisie de forme circulaire car seuls les modes axisymétriques qui sont les plus rayonnants sont pris en compte. Cette simplification permet de réduire considérablement les temps de calculs comparé à l'utilisation d'une plaque rectangulaire et permet ainsi de calculer le rayonnement par synthèse

rayon a (mm)	145
épaisseur h_p (mm)	1
module d'Young E_p (Pa)	6.9e10
facteur de perte η_p	0.03
masse volumique ρ_p (kg m ⁻³)	2615
coefficient de Poisson ν_p	0.33

TAB. 6.1 – Paramètres de la plaque d'aluminium circulaire.

modale indispensable à la validation expérimentale. Dans un premier temps, la réponse *in vacuo* puis la réponse à une excitation forcée ponctuelle placée au centre sont proposées. Enfin, le modèle de couplage vibratoire entre la plaque et le matériau poreux utilisé est celui proposé par DAUCHEZ et coll. [24] et est brièvement présenté.

6.2.1 Vibration libre *in vacuo*

La réponse modale d'une plaque circulaire encastrée a fait l'objet de nombreuses études par le passé [39, 40] et seuls les principaux résultats sont rappelés ici.

La plaque étudiée est en vibration de flexion simple et est constituée d'un matériau homogène et isotrope. Dans le cadre des hypothèses de Kirchhoff et en négligeant le chargement exercé par l'air sur la plaque, l'équation d'onde dans la plaque en vibration libre s'écrit sous la forme

$$\Delta^2 w - \omega^2 \frac{\rho_p h_p}{D_p} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (6.4)$$

avec Δ l'opérateur Laplacien à exprimer en coordonnées polaires, w le déplacement vertical (seulement fonction du rayon r_0 pour un système axisymétrique) et D_p le module de rigidité en flexion

$$D_p = \frac{E_p h_p^3}{12(1 - \nu_p^2)}. \quad (6.5)$$

Ce module dépend du module d'élasticité E_p , de l'épaisseur h_p , de la masse volumique ρ_p et du coefficient de poisson ν_p . Les caractéristiques de la plaque utilisée sont les caractéristiques standards de l'aluminium et sont données dans le tableau 6.1

Pour une plaque circulaire encastrée de rayon a , les conditions aux limites sont :

$$w|_{r_0=a} = 0, \quad (6.6)$$

$$\partial w / \partial r_0|_{r_0=a} = 0. \quad (6.7)$$

L'équation aux valeurs propres s'écrit alors sous la forme

$$I_0(\beta a) J_1(\beta a) + J_0(\beta a) I_1(\beta a) = 0, \quad (6.8)$$

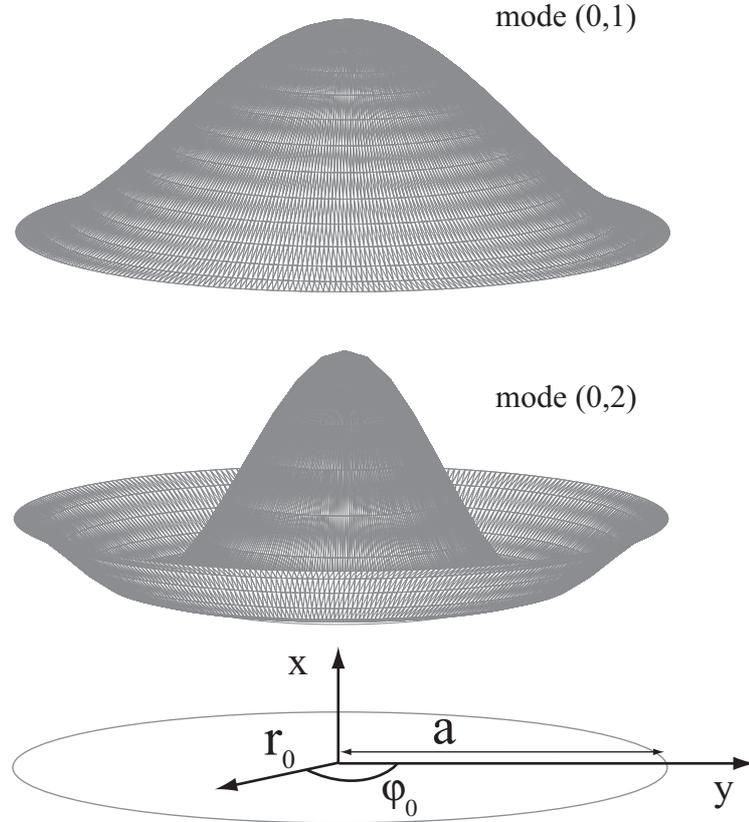


FIG. 6.2 – Allure des deux premiers modes axisymétriques de la plaque encadrée.

avec $\beta^4 = \omega^2 \rho_p h_p / D_p$, J_i et I_i les fonctions de Bessel et fonctions de Bessel modifiées d'ordre $i = 0, 1$. Cette équation admet les solutions notées β_{0n} dont on déduit les fréquences propres

$$f_n = \frac{\beta_{0n}^2}{2\pi} \sqrt{\frac{D_p}{\rho_p h_p}}. \quad (6.9)$$

La déformée modale pour le mode axisymétrique n prend alors la forme

$$w_n(r_0) = J_0(\beta_{0n} r_0) - \frac{J_0(\beta_{0n} a)}{I_0(\beta_{0n} a)} I_0(\beta_{0n} r_0). \quad (6.10)$$

Les déformées modales des deux premiers modes axisymétriques d'une plaque circulaire encadrée sont représentées figure 6.2.

6.2.2 Vibration forcée

La structure est excitée en son centre par une force harmonique de pulsation ω . L'équation du mouvement de la plaque en flexion excitée par une force s'écrit sous la forme

$$\Delta^2 w - \beta^4 w = \frac{F_\omega}{D_p} \quad (6.11)$$

avec F_ω , la force appliquée. Dans notre cas, la force est une force ponctuelle placée en (r_s, φ_s) , il faut donc calculer la fonction de Green du problème tel que (voir référence [61], page 218)

$$\nabla^4 G - \beta^4 G = \frac{1}{r} \delta(r_s) \delta(\varphi_s) \quad (6.12)$$

Si l'on choisit la fonction de Green de la forme

$$G = \sum_n A_n w_n(r) \quad (6.13)$$

avec A_n , les coefficients de pondération, on peut montrer que

$$G = \sum_n \frac{w_n(r_s) w_n(r)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \quad (6.14)$$

avec,

$$\Lambda_n = J_0^2(\beta_n a) + J_1^2(\beta_n a). \quad (6.15)$$

En tenant compte de l'expression de l'équation (6.11), la réponse $w(r)$ s'écrit

$$w(r) = \frac{F_\omega}{D_p} \sum_n \frac{w_n(r_s) w_n(r)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n}. \quad (6.16)$$

6.2.3 Caractéristiques mécaniques de la plaque équivalente

L'ajout d'un matériau poreux va modifier la masse, la raideur ainsi que l'amortissement de la plaque support. La prise en compte de ces effets est effectuée selon la méthode proposée par DAUCHEZ et coll. [22, 24]. Dans ce modèle, le matériau poreux est pris en compte comme une couche viscoélastique monophasique et isotrope : les dissipations viscoélastiques et thermiques induites par le couplage entre les phases solide et fluide du matériau poreux sont négligées. Le système bicouche est alors assimilé à une simple plaque avec des caractéristiques mécaniques équivalentes. Le modèle tient compte du cisaillement dans la couche poreuse et considère la déflexion constante¹.

La modélisation du comportement mécanique de la structure couplée est valide dans les basses fréquences et pour des matériaux peu résistifs. En effet, l'hypothèse de déflexion constante est valide jusqu'à la première fréquence de résonance du squelette dans l'épaisseur (f_r).

Le module de rigidité en flexion de la plaque équivalente D_{eq} est donné en fonction du module D_{12} calculé pour un mouvement de flexion pure [73] et corrigé par un terme qui prend en compte le cisaillement [24] de sorte que :

$$D_{eq} = D_{12} C_s. \quad (6.17)$$

¹pas de déformation dans l'épaisseur de la couche poreuse

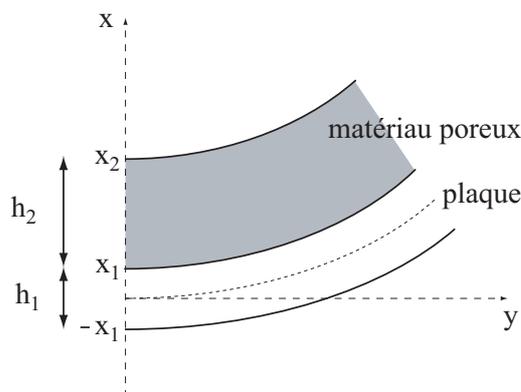


FIG. 6.3 – Géométrie du système "plaque/poreux".

Le module D_{12} , calculé à partir de la théorie de Ross-Kerwin-Ungar [73], est la somme des rigidités en flexion de la plaque $D_1 = D_p$ et du matériau poreux D_2 : $D_{12} = D_1 + D_2$. Dans cette section, l'indice "1" définit les caractéristiques de la plaque et l'indice "2" celles du matériau poreux. Ces deux modules sont donnés par :

$$D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1 - \nu_1^2)}, \quad (6.18)$$

$$D_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \frac{x_2^3 - x_1^3}{3}. \quad (6.19)$$

Les coordonnées x_1 et x_2 sont définies figure 6.3.

Le facteur de correction du cisaillement C_s est calculé pour des valeurs discrètes de fréquences correspondant aux fréquences propres de la plaque (voir référence [24], Eq. (44)). Il est inférieur à 1, ce qui a pour effet de diminuer les fréquences de résonances du système. Le facteur de perte équivalent η_{eq} est alors obtenu en calculant le ratio de la partie réelle et de la partie imaginaire du module de flexion équivalent D_{eq} .

La densité équivalente de la plaque est :

$$\rho_{eq} = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}. \quad (6.20)$$

Les vitesses quadratiques moyennes de la plaque nue et de la plaque équivalente à la plaque recouverte du matériau C (voir tableau 5.1) sont représentées figure 6.4(a). La présence du matériau C a pour effet de diminuer la fréquence et l'amplitude des résonances. Le poreux apporte donc principalement un effet de masse et d'amortissement ajouté.

6.3 Modèle acoustique

La modélisation du couplage acoustique entre le matériau poreux et le milieu infini est assez complexe et peu documentée dans la littérature. Jusqu'à maintenant, ce couplage a été

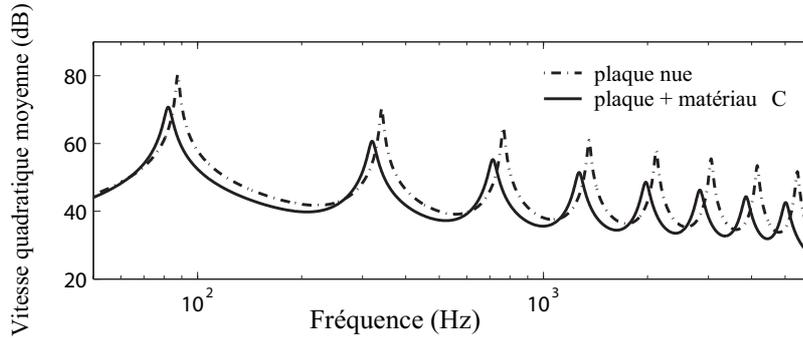


FIG. 6.4 – *Vitesse quadratique moyenne simulée pour la plaque nue et pour la plaque recouverte du matériau C (TAB. 5.1).*

généralement négligé [26, 34, 47], l'impédance du milieu acoustique environnant étant considérée négligeable devant celle de la phase solide à la surface du matériau : le matériau vibre dans le vide et l'impédance de rayonnement Z_{rad} est nulle. Cependant, pour certains matériaux très "mous" ou très résistifs, le chargement du fluide ne peut être négligé [34, 47]. Une autre méthode consiste à utiliser une approximation en ondes planes en modélisant le couplage "matériau poreux/milieu infini" par des matrices de transferts (méthode type TMM) [1]. Dans cette méthode, l'impédance de rayonnement est l'impédance caractéristique du fluide environnant $Z_{rad} = Z_f = \rho_f c_f$, avec ρ_f et c_f respectivement la densité de l'air et la célérité du son dans l'air. Cette hypothèse est valide en hautes fréquences lorsque la longueur d'onde est petite devant la taille de l'échantillon mais peut s'avérer erronée en basses fréquences. Plus récemment, ATALLA et coll. [5] proposent une méthode numérique couplant les éléments finis et les éléments de frontières afin d'effectuer le couplage acoustique avec le milieu infini. Cette méthode, dite "exacte", appliquée au rayonnement d'une plaque rectangulaire bafflée et recouverte d'un matériau poreux montre que l'hypothèse $Z_{rad} = Z_f$ surestime l'amortissement de la vibration de la plaque en basses fréquences. En hautes fréquences cependant, les résultats des deux méthodes sont similaires (pour $f > 300$ Hz dans le cas présenté ref. [5]). Comparée à la méthode "exacte", la méthode qui néglige le couplage avec le milieu extérieur ($Z_{rad} = 0$) sous-estime l'amortissement vibratoire de la structure couplée dans toute la bande de fréquence étudiée (20–800 Hz).

La puissance acoustique rayonnée par unité de surface par la structure W_a , utile au calcul du facteur de rayonnement σ_R (Eq. (6.1)), est déterminée en intégrant l'intensité acoustique en champ lointain exprimée en coordonnées sphériques (r, φ, θ) sur une hémisphère de rayon r :

$$W_a = \frac{1}{S_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\vec{r}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi . \quad (6.21)$$

Le calcul de l'intensité utilise la forme asymptotique de la pression en champ lointain $p(\vec{r})$,

$$I = \frac{|p(\vec{r})|^2}{2 \rho_f c_f} . \quad (6.22)$$

Le calcul de la pression rayonnée en champ lointain ainsi que du facteur de rayonnement est tout d'abord présenté dans le cas d'un piston rigide recouvert d'un matériau et placé dans un écran rigide. L'impédance Z_t caractérisant l'effet du matériau poreux sur le comportement acoustique de la structure est alors définie. Son calcul est basé sur la méthode TMM et l'impédance de rayonnement est donc celle du fluide environnant. Le modèle d'impédance est ensuite appliqué à la plaque mince recouverte de poreux puis le facteur de rayonnement de la structure est calculé.

6.3.1 Rayonnement d'un piston recouvert de poreux : modèle par impédance de transfert

Le rayonnement d'un piston ($\emptyset = 150$ mm) recouvert d'un matériau poreux, placé dans un écran rigide et chargé par un espace semi-infini est étudié. Cette étude est présentée sous la forme d'un article publié dans le *Journal of Acoustical Society of America*. L'effet du matériau poreux sur la pression rayonnée en champ lointain est pris en compte à l'aide d'une impédance. On montre que l'utilisation de l'impédance de surface mesurée en tube de Kundt ne permet pas d'estimer correctement la pression rayonnée par la structure. Pour cela, une impédance qui tienne compte du mouvement du matériau imposé par la plaque est proposée. Cette impédance, appelée impédance de transfert et notée Z_t , est calculée à l'aide du modèle de Biot-Allard (voir chapitre 2). Une étude expérimentale effectuée sur un piston placé dans un écran valide l'utilisation de l'impédance Z_t .

Dans cette étude, le calcul de l'impédance de transfert est basé sur l'approximation en ondes planes se propageant dans un matériau de dimensions latérales infinies (modélisation type TMM). Pour une structure rayonnant dans un espace semi-infini, l'impédance de rayonnement à l'interface "poreux/air" est alors l'impédance caractéristique de l'air $Z_{rad} = \rho_f c_f$. Cette impédance correspond à l'approximation hautes fréquences de l'impédance de rayonnement d'un piston placé dans un écran rigide (voir ref. [18] page 311). Aux basses fréquences, l'impédance de rayonnement d'un piston tend vers 0 : le chargement du fluide environnant sur le matériau sera donc surévalué [5]. Une limite indicative entre le domaine des basses et hautes fréquences peut être fixée en fonction d'un nombre sans dimension fonction à la fois de la fréquence d'excitation f et du rayon de la surface émissive a : cette limite est fixée pour $ka = 1$ avec k le nombre d'onde ($k = 2\pi f/c_f$). D'après cette limite, l'hypothèse hautes fréquences peut être utilisée lorsque $f > f_{lim} = c_f/2\pi a$. La fréquence limite est égale à 380 Hz pour la plaque d'aluminium, 1450 Hz pour le piston rigide et 350 Hz pour la plaque utilisée par ATALLA et

coll. [5]. Ce dernier cas valide l'utilisation de f_{lim} , ATALLA et coll. observant qu'au delà de cette fréquence, le modèle approché utilisant l'impédance caractéristique de l'air comme impédance de rayonnement est très proche d'une simulation "exacte".

Porous layer impedance applied to a moving wall: application to the radiation of a covered piston

Olivier Doutres, Nicolas Dauchez, and Jean-Michel Génevaux

Laboratoire d'Acoustique UMR CNRS 6613, Univ. du Maine, 72095 Le Mans cedex 9, France

Modeling a porous layer mounted on a vibrating structure using acoustic impedance is investigated in this paper. It is shown that the use of surface impedance usually measured with the impedance tube method can provide an inaccurate estimation of the acoustic pressure radiated by the covered structure. The paper focuses on the derivation of an impedance, denoted the "transfer impedance", which describes accurately the dynamic movement of the porous layer. Biot's theory is used in the model to account for deformations in the thickness of the layer. Experimental validation is performed using a circular piston covered by a foam or a fibrous layer, radiating in an infinite half-space. The radiation model including the transfer impedance shows close agreement with experimental data.

PACS numbers: 43.50.Gf, 43.40.Rj, 43.20.Rz

I. INTRODUCTION

The reduction of the sound radiated by vibrating structures is usually performed using covering materials. If the structure is immersed in a heavy acoustic fluid, as in marine applications, the covering decouples the surrounding fluid from the vibrations of the structure due to deformation in the thickness¹⁻³. In the case of light surrounding fluid, as in building or transport applications (car, aircraft, train), porous materials such as polymer foams and fibrous materials are widely used because they provide sound absorption and radiation attenuation due to interaction between the porous frame and the saturating fluid⁴.

The behavior of a layer attached to a vibrating structure can be described by using a simple model based on an impedance formulation. This model, known as "locally reacting" assumes that the motion at a point of the covering surface is independent of the motion of any other point of the surface area. When considering immersion in an acoustically-heavy fluid^{5,6}, this impedance is usually written in the form

$$Z_t = \frac{p}{v_p - v}, \quad (1)$$

where p is the pressure exerted by the fluid on the fluid-covering interface, v the velocity of the same covering surface and v_p is the velocity of the base plate (equal to the velocity on the other covering surface). In these studies, the covering is assumed to behave like massless distributed springs and the impedance is derived only by means of its thickness and bulk modulus. This simple model does not account for wave effects in the layer; however, it provides a good description of the main vibratory phenomena.

For acoustic radiation problems relating to vibrating structures immersed in light fluid, the impedance formulation is frequently used because of its apparent simplicity. However, according to the authors' knowledge, a

clear ambiguity appears regarding the definition of the impedance to be applied to the moving structure. For example, in their book, Morse and Ingard⁷ give an expression for the far field radiated pressure of a nonrigid boundary plane. The active and passive regions of the boundary plane are characterized by the same acoustic impedance which is defined as the structure reaction to an incoming pressure wave. This impedance is usually called the surface impedance and is given in the following form

$$Z_s = \frac{p}{v}, \quad (2)$$

where p and v are respectively the acoustic pressure and the particle velocity at the nonrigid boundary surface. Mangulis^{9,10} has already pointed out that the active and passive regions of a nonrigid plane should not be characterized by the same impedance. The case of a circular piston set in an infinite baffle was investigated, considering the characteristic impedances as vibratory impedances defined in terms of their mass per unit area. The same ambiguity in the definition of the acoustic impedance exists for applications dealing with porous coverings. Suzuki *et al.*¹¹ investigated the effect of porous coverings on the pressure radiated by vibrating structures in a vehicle cabin in terms of an acoustic impedance as in the form of Eq. (2). In the case of porous coverings, p and v of Eq. (2) are the pressure and the normal component of velocity in the free air close to the front face of the material. This impedance applied to a porous layer is generally experimental data which can be obtained using a common method such as an impedance tube⁸. However, by using this impedance, the moving boundary condition on the vibrating surface is not taken into account. In the same way, Piot *et al.*¹² modeled the behavior of an absorbent material in dynamic conditions using the surface impedance Z_s . More recently, Shao *et al.*¹³ used a surface impedance independent of the frequency to account for absorbing materials mounted on vibrating cylindrical

ducts, but, as in the previous models, the moving boundary condition is not clearly demonstrated in that case.

The problem considered in this paper focuses on the ambiguity of acoustic impedance applied to a porous material attached to a moving structure. An impedance as in Eq. (1), usually used for heavy fluid configurations, is implemented in the case of a covered boundary moving in a light acoustic fluid: the moving behavior of the covering is taken into account. The first part of the paper presents the acoustic boundary conditions linked to the impedances Z_s and Z_t . Then, both impedances are derived for two kinds of porous material commonly encountered in industrial applications. Both materials differ by their mechanical properties: one is a relatively rigid foam layer and the other, a limp fibrous layer. A one-dimensional model based on Biot's theory¹⁴ is used to take into account wave propagation in the solid and fluid phases of the porous media. Using Biot's theory is of great importance for the moving boundary configuration because the frame of the porous layer is directly excited by the vibrating structure. In order to validate the porous modeling using Z_t and illustrate the consequences of using Z_s instead of Z_t in an acoustic problem with moving covered boundaries, the derived impedances are applied to the radiation problem of a piston covered with the porous layers and set in an infinite baffle. Finally, these simulations are compared to acoustic radiation measurements.

II. IMPEDANCE LINKED TO COVERED BOUNDARIES

A. Definition of the boundary conditions

Let us consider an acoustic domain Ω limited by the nonrigid boundary $\Gamma = \partial\Omega$ as illustrated in Fig. 1. The normal to the boundary Γ , outwardly directed, is denoted n . The harmonic pressure field p is governed by the ho-

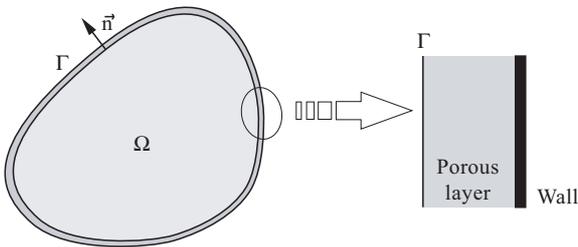


FIG. 1. System consisting of an acoustic domain Ω limited by a nonrigid boundary Γ .

mogeneous linear wave equation (the time factor $e^{j\omega t}$ is omitted throughout this paper),

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad (3)$$

where the wave number is $k = \omega/c_0$, with ω as the angular frequency and c_0 the speed of sound in the

medium. In the case of an acoustic problem involving a porous covering, the boundary condition can be expressed in terms of a harmonic acoustic impedance. If the backing is a rigid and impervious wall (see Fig. 2 (a)), the impedance applied to Γ , denoted in this paper as the "surface impedance" Z_s , is usually given as in Eq. (2). This impedance expresses the coupling between the scalar pressure and the z component of particle velocity in the free air close to the front face of the porous layer, respectively $p(0)$ and $v(0)$. Substituting the normal particle velocity v in equation (2) for the one-dimensional Euler equation

$$v = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (4)$$

gives the associated boundary condition

$$\frac{\partial p}{\partial z} + jk\beta_s p = 0 \quad \text{on } \Gamma, \quad (5)$$

where $\beta_s = \rho_0 c_0 / Z_s$, with ρ_0 as the acoustic fluid density. This boundary condition is known as the homogeneous mixed Dirichlet-Neumann boundary condition or Robin boundary condition. The acoustic impedance Z_s to be implemented in this boundary condition is easily measured, using the impedance tube method, for example. In addition, this impedance is mainly used to derive the absorption coefficient of a porous layer backed by a rigid wall.

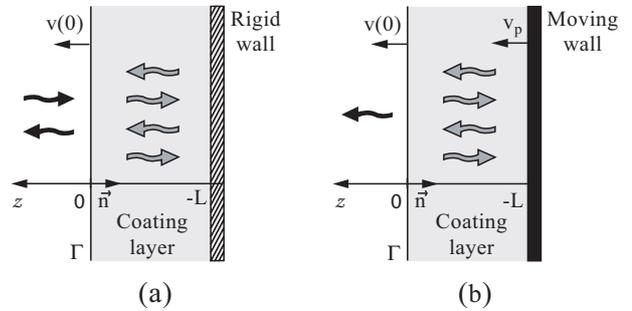


FIG. 2. Boundary condition: (a) static covered wall, (b) moving covered wall.

Let us now consider the covered wall moved by a harmonic velocity of magnitude v_p (see Fig. 2 (b)). As usually encountered in literature dealing with covered plates immersed in heavy fluid, the impedance applied to the boundary can be written in terms of the relative velocity between the velocity of the wall v_p and the normal component of the fluid velocity at the fluid-porous interface as written in Eq. (1). This formulation involves a transfer of energy from the moving wall to the acoustic medium through the covering and will thus be denoted in this paper as the "transfer impedance".

By substituting the normal particle velocity v in Eq. (1) for Eq. (4), the associated boundary condition

is written as an inhomogeneous mixed boundary condition

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + jk\beta_t p = j\omega\rho_0 v_p \quad \text{on } \Gamma, \quad (6)$$

where $\beta_t = \rho_0 c_0 / Z_t$. The source component on the right hand side of Eq. (6) appears because the impedance is expressed in terms of the wall velocity v_p . As a consequence, it may be difficult to measure the impedance, although it is usually considered as experimental data.

However, in most of the applications met in the literature which involve porous coverings, the acoustic impedance Z_s characteristic of Eq. (5) is also used in Eq. (6) instead of Z_t . This may be explained by the fact that only Z_s is easily obtained by experiment. However, substituting Z_t for Z_s may give an inaccurate estimation of the acoustic pressure generated in the domain Ω . This is illustrated in the following, first, by deriving both impedances with a one-dimensional model based on Biot's theory, and then, by implementing these impedances in a radiation problem of a covered piston.

B. Derivation of the acoustic impedance for a locally reacting porous material

To derive the transfer impedance Z_t (Eq. 1), it is necessary to calculate the acoustic pressure and porous surface particle velocity induced by the wall movement v_p . As a result of the "locally reacting" assumption, a simple one-dimensional model may be used. It assumes that only plane waves propagate in the z direction. It is interesting to note that this model is equivalent to the Transfer Matrix Method^{4,15}(TMM) where the multilayer was excited by plane waves with normal incidence.

The theoretical one-dimensional model of the porous layer is based on Biot's theory^{4,14} to take into account vibration of both solid and fluid phases induced by the wall vibration. According to Biot's theory two longitudinal waves can propagate at the same time in both phases. The one mainly supported by the frame is called the frame-borne wave and the one mainly supported by the saturating fluid is called the airborne wave⁴. A rotational wave may also be supported by the frame but it is not excited in the case of a one-dimensional problem. The motion of the poroelastic media is described by the macroscopic displacement of the solid and fluid phases represented by the scalars u^s and u^f respectively. Four waves contribute to the displacement of one fluid or solid particle: two waves propagating in the z direction and two waves propagating in the $-z$ direction (see Fig. 2(b)). Since the transfer impedance will be applied to a piston radiating in an infinite half space, we consider only one acoustic wave propagating from the porous interface to the semi-infinite acoustic domain. This assumption allows us to use the simple relation between acoustic pressure and particle velocity on the porous surface: $p(0)/v(0) = Z_0$, where Z_0 is the characteristic impedance of the acoustic fluid.

The boundary conditions at the fluid-porous interface ($z = 0$) are: continuity of the normal stress in the solid and fluid phases with the external pressure

$$\sigma_z^s(0) = -(1 - \phi)p(0), \quad (7)$$

$$\sigma^f(0) = -\phi p(0), \quad (8)$$

where ϕ is the porosity of the porous material, and continuity of the total flow

$$j\omega [(1 - \phi)u^s(0) + \phi u^f(0)] = v(0). \quad (9)$$

At $z = -L$ the velocity of the fluid and the velocity of the frame are both equal to the wall velocity

$$j\omega u^s(-L) = j\omega u^f(-L) = v_p. \quad (10)$$

From equations (7-10), it is possible to calculate amplitude of the five waves and derive the transfer impedance.

The surface impedance Z_s is derived using the same formalism with the appropriate boundary conditions. In this configuration, an acoustic plane wave hit the porous layer at $z = 0$ and Eq. (7-9) are used to express the continuity of stress and total flow at this interface. On the surface of the porous layer in contact with the backing, the displacement of the air and the frame are equal to zero,

$$u^s(-L) = u^f(-L) = 0. \quad (11)$$

The impedances Z_s and Z_t are derived for two kinds of porous materials, the characteristics of which are listed Table I.

Porous	A	B
Thickness: L (mm)	18.9	29
Air flow resistivity: σ (N s/m ⁴)	57 000	105 000
Porosity: ϕ	0.97	0.95
Tortuosity: α_∞	1.54	1
Viscous length: Λ (μ m)	24.6	35.1
Thermal length: Λ' (μ m)	73.8	105.3
Skeleton density: ρ_1 (kg/m ³)	46	17
Young's Modulus at 5 Hz: E (kPa)	214	1.4
Structural loss factor at 5 Hz: η	0.115	0.1
Poisson's ratio: ν	0.3	0

TABLE I. Properties of the porous materials.

Material A is a foam layer with a stiff skeleton and material B is a light fibrous layer with a very soft skeleton, both fairly resistive to airflow. Fig. 3 and Fig. 4 show the simulation of the transfer impedance Z_t and the surface impedance Z_s for both materials.

When the wall is covered with material A (Fig. 3), it appears that the impedances Z_t and Z_s are similar as far as 500 Hz. Above this frequency, the real part of the transfer impedance becomes negative. Now, if the wall is covered with material B (Fig. 4), the imaginary part of both impedances is seen to be similar in the entire frequency range. However, the real parts are completely different, the real part of the transfer impedance being negative in the whole frequency range.

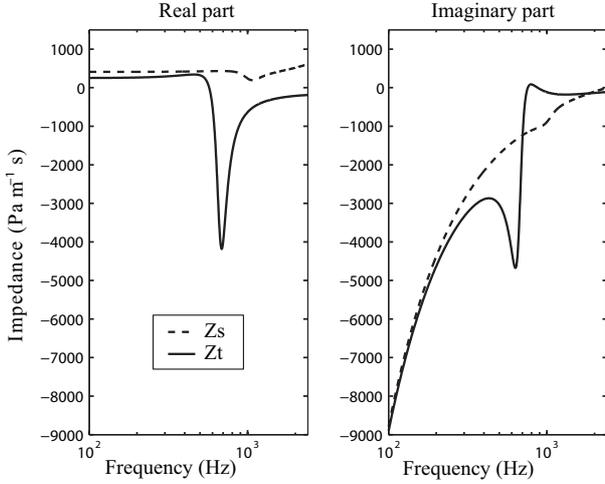


FIG. 3. Material A: real and imaginary part of the (---) surface impedance Z_s and (—) transfer impedance Z_t .

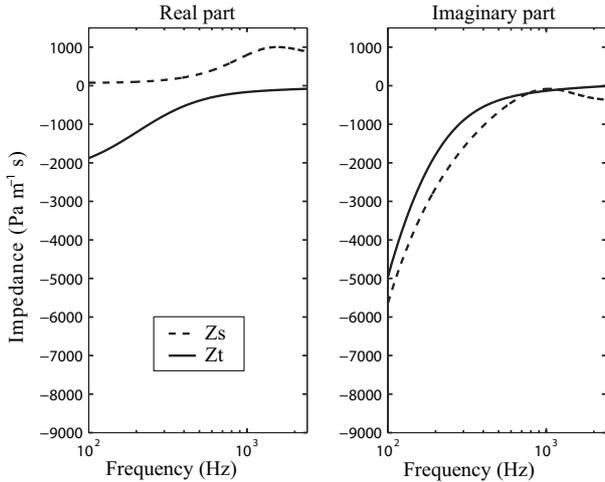


FIG. 4. Material B: real and imaginary part of the (---) surface impedance Z_s and (—) transfer impedance Z_t .

C. Discussion

For a better understanding, the vibratory behavior of the porous layers (A and B) is investigated for both kinds of excitation (depicted in Fig. 2).

Let us first consider the case of material A attached to the moving wall. Fig. 5(a) (solid curve) shows the velocity ratio between the frame velocity at the air-porous interface and the wall velocity v_p at $z = -L$. In the low frequency range, the velocity ratio is equal to one (0 dB), i.e. the material follows the wall movement and its thickness remains constant. At higher frequencies (up to 500 Hz), the thickness of the porous layer does not remain

constant during excitation and the velocity ratio reaches a maximum around 1100 Hz. Fig. 6(a) shows that this maximum appears around the first quarter-wavelength resonance frequency f_r corresponding to the frame-borne wave: the Biot frame-borne wavelength is four times the layer thickness L . This resonance frequency may be approached by simply considering the properties of the frame *in vacuo*¹⁶:

$$f_r \approx \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}}{\rho_1}}, \quad (12)$$

where L is the thickness, E , ν and ρ_1 are respectively the Young modulus, the Poisson ratio and the density. For the given parameters (see Table. I), f_r is evaluated at 1047 Hz for material A and it is observed at around 1100 Hz in Fig. 6(a). Considering next the static wall configuration, Fig. 5(a) (dashed curve) shows the ratio between the frame velocity at the air-porous interface and the velocity of the acoustic fluid $v(0)$ at $z = 0$. The low velocity ratio amplitude in the entire frequency band shows that the frame of the layer can be considered motionless, even at the resonance frequency of the frame. From the observations carried out in the low frequency range, it is possible to conclude that the acoustic behavior of material A, which is due to the fluid movement in the pores, is similar for both configurations because there is negligible deformation in the thickness of the layer. The frame's thickness tends to be constant at low frequencies because the wavelength of the frame-borne wave is long compared to the thickness of the layer as seen in Fig. 6(a). This explains the similarities observed below 500 Hz between the impedances Z_s and Z_t . However, at higher frequencies, the vibratory behavior of the porous frame exerts a greater influence on the acoustical behavior of the layer and it is different for both configurations: the frame of the layer is excited much more by mechanical loading than by acoustical loading.

Let us now consider now the configuration in which the wall is covered with material B. If the source is the wall vibration (Fig. 5(b) solid curve), it is seen that the frame follows the wall movement at low frequencies. In the mid frequency range, a slight increase in the velocity ratio is observed, related in this case to the first $\lambda/4$ resonance of the airborne wave (see Fig. 6(b)). At higher frequencies, the velocity ratio decreases until it reaches -20 dB at 2400 Hz which means that the frame tends to become motionless at the surface of the layer. Thus, material B allows a better decoupling between the vibration of the wall and the external media than material A because the relative velocity between both phases is greater. In the still wall configuration (Fig. 5(b) dashed curve) at low frequencies, it is seen that the ratio of the velocity of the frame at the air-porous interface to the velocity of fluid particle is close to 0 dB. This means that the airflow drags the fibers and induces a deformation in the thickness of the fibrous layer. At higher frequencies, the velocity ratio decreases and the frame also tends to become motionless, but at a slower rate than in case of the moving wall.

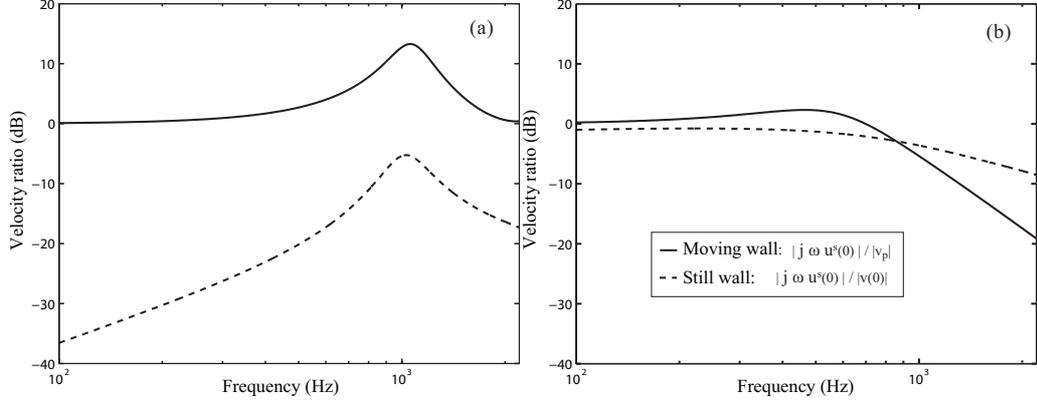


FIG. 5. Ratio between the velocity of the frame at the air-porous interface and: (--) the velocity of the fluid at the porous surface $v(0)$ (still wall model), (—) the velocity of the piston v_p (moving wall model): (a) Material A; (b) Material B.

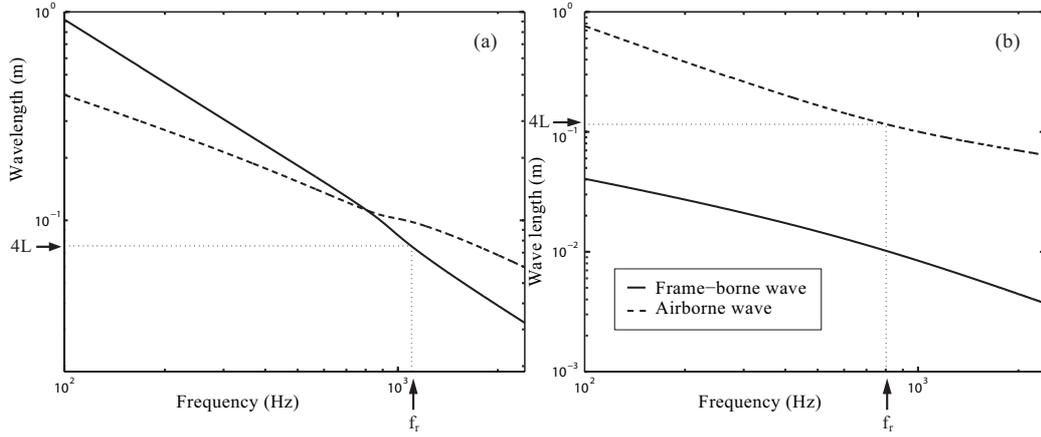


FIG. 6. Biot wavelengths: (a) Material A; (b) Material B.

To sum up, the surface impedance Z_s is close to the transfer impedance Z_t in a restrictive frequency range where the frame can be considered "rigid" for both static and moving backing configurations. This occurs when the frame-borne wavelength is greater than the porous layer thickness. In this paper, this only applies to material A below 500 Hz.

III. ACOUSTIC RADIATION OF A COVERED PISTON

In order to compare simulations with experimental results, the acoustic radiation of a circular piston covered with a porous layer and set in an infinite baffle is investigated. The aim is to illustrate the consequences of using the surface impedance Z_s instead of the transfer impedance Z_t in an inhomogeneous mixed boundary condition.

A. Theory

The radiation efficiency factor σ_R is used to characterize the acoustical effect of the covering. It is defined as the ratio of the radiated acoustic power, denoted as W , over the vibratory power

$$\sigma_R = \frac{W}{\rho_0 c_0 S_P \frac{|v_p|^2}{2}}, \quad (13)$$

where S_P is the piston surface, ρ_0 and c_0 are the ambient density and velocity of sound in air, and v_p is the amplitude of the piston velocity. The radiated acoustic power W can be derived by integrating the farfield acoustic intensity $I(\vec{r})$ expressed in spherical coordinates (r, θ, φ) over a hemisphere of radius r ,

$$W = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\vec{r}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (14)$$

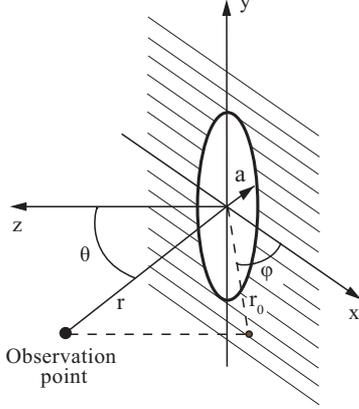


FIG. 7. Geometry of system and coordinates defining observation point.

Calculus of the intensity uses the asymptotic form of the far field pressure $p(\vec{r})$ as:

$$I = \frac{|p(\vec{r})|^2}{2 \rho_0 c_0}. \quad (15)$$

Mangulis^{9,10} and Feit *et al.*¹⁷ have investigated the pressure radiated from a rigid piston set in a nonrigid baffle. A similar approach is presented in the following. However, since we are interested in the influence of the covering applied to a moving structure, the baffle is taken as being perfectly reflecting.

Let us consider a circular piston in the infinite rigid baffle at $z = 0$ (see Fig. 7). The surface of the piston is denoted by S_P , and the surface of the baffle by S_B . In the acoustic domain, the pressure p is a solution of the harmonic Helmholtz equation (Eq. 3). The boundary conditions are: Sommerfeld condition

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p}{\partial r} + jkp \right) = 0, \quad (16)$$

homogeneous Neumann condition on S_B

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (17)$$

and inhomogeneous mixed condition on S_P

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + jk\beta_t p = j\omega\rho_0 v_p, \quad (18)$$

where $\beta_t = \rho_0 c_0 / Z_t$ and Z_t is the transfer impedance of Eq. (1) expressed on the surface of the covering.

The pressure field is derived using the surface integral equation. The Green function (at $z = 0$) chosen to satisfy

the Sommerfeld boundary condition and the boundary condition

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

on both S_B and S_P is

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{2\pi|\vec{r}-\vec{r}_0|}. \quad (20)$$

Next, the solution of Eq. (3) subjected to the specified boundary conditions is given by

$$p(\vec{r}) = j\omega\rho_0 \int_{S_P} v(\vec{r}_0) G(\vec{r}, \vec{r}_0) dS_P, \quad (21)$$

where v is the fluid velocity at the fluid-porous interface. This velocity v can be expressed in terms of the piston velocity v_p using the boundary condition of Eq. (18). Firstly, the normal derivative of the acoustic pressure is replaced by the particle velocity using Eq. (4):

$$j\omega\rho_0 v + jk\beta_t p = j\omega\rho_0 v_p. \quad (22)$$

Then, a radiation condition at the fluid-porous interface is used to write the acoustic pressure in terms of the particle velocity, $Z_{rad} = p/v$. Note that, since the plane wave approximation is used in the porous model to describe wave propagation (see Sec. II.B), the acoustic pressure is related to fluid velocity by the impedance of the acoustic fluid Z_0 . Furthermore, by definition, piston velocity v_p is uniform on S_P .

Eq. (21) can then be rewritten in the following form:

$$p(\vec{r}) = j\omega\rho_0 \frac{Z_t}{Z_t + Z_{rad}} \int_{S_P} v_p G(\vec{r}, \vec{r}_0) dS_P. \quad (23)$$

This gives the relation between the farfield pressure radiated by the bare system $p'(\vec{r})$ and by the covered system $p(\vec{r})$,

$$p(\vec{r}) = \frac{Z_t}{Z_t + Z_{rad}} p'(\vec{r}) \quad (24)$$

where $p'(\vec{r})$ is given by Morse and Ingard⁷ for a circular piston of radius a

$$p'(\vec{r}) = jk\rho_0 c_0 v_p \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \pi a^2 \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}. \quad (25)$$

The multiplicative term of Eq. (24) has no influence on the farfield directivity pattern. It acts mainly as an harmonic magnitude correction due to the presence of the covering.

B. Experimental validation

Radiation efficiency measurements of a piston with and without covering were performed. The flat piston was set in a rigid baffle (see Fig. 8) and radiated in an anechoic room. The excitation was performed using a shaker

driven with a white noise signal. The piston is honeycomb plate with a radius of 75 mm. Because this structure is extremely stiff and light, its first natural frequency resonance are shifted above 2500 Hz. Two types of covering materials were tested: a stiff foam layer 18.9 mm thick and a very soft fibrous layer 29 mm thick. The properties of these materials are given in Table. I (see Sec. II.B). The viscoelastic characteristics of the porous frames, Young's modulus E and loss factor η , were measured at low frequency using the quasi-static method^{18,19}.

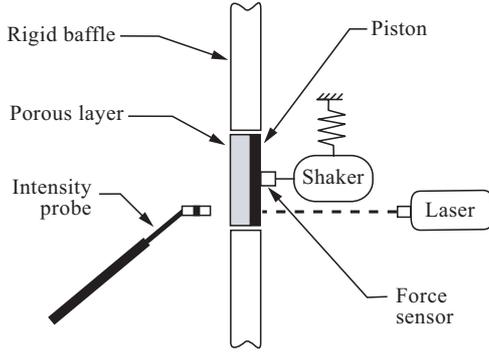


FIG. 8. Experimental set-up schema to measure structure radiation efficiency.

The vibratory power of the plate was determined from the quadratic normal velocity measured at the piston surface by a laser vibrometer. The acoustic radiated power was determined from intensity measurements on porous surface using an intensity probe made from two 1/2 inch microphones 12 mm apart. The lateral dimensions of the piston are large enough in relation to the thickness of the porous layer for the effect of the edges to be ignored.

Figure 9(a) shows the radiation efficiency measurement of the bare piston and the radiation efficiency measurement of the piston covered with material A. Three distinct zones are observed. In the low frequency range, the porous layer has little or no effect on the radiation efficiency. In the mid frequency range, an amplification of the acoustic radiation is observed around the first resonance frequency of the frame f_r (Eq. 12). This phenomenon which deteriorates the insulation efficiency of the covering has already been observed by Harrison *et al*²⁰ in the case of vibration reduction using insulating mounts. Above 2000 Hz, the radiation efficiency decreases due to losses and frame decoupling.

Figure 9(b) shows the simulated data when both the transfer impedance Z_t , which describes properly the moving boundary condition, and the surface impedance Z_s (see Sec. II.A) are applied in the inhomogeneous mixed boundary condition (Eq. 18). There is seen to be close agreement between the model including transfer impedance Z_t (solid line) and the measurements over

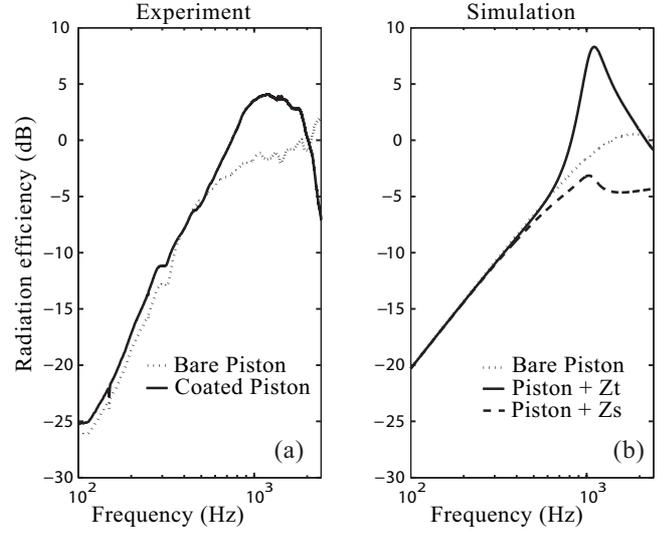


FIG. 9. Acoustic radiation efficiency of a bare and covered (material A) circular piston set in a rigid baffle: (a) experiment; (b) simulation.

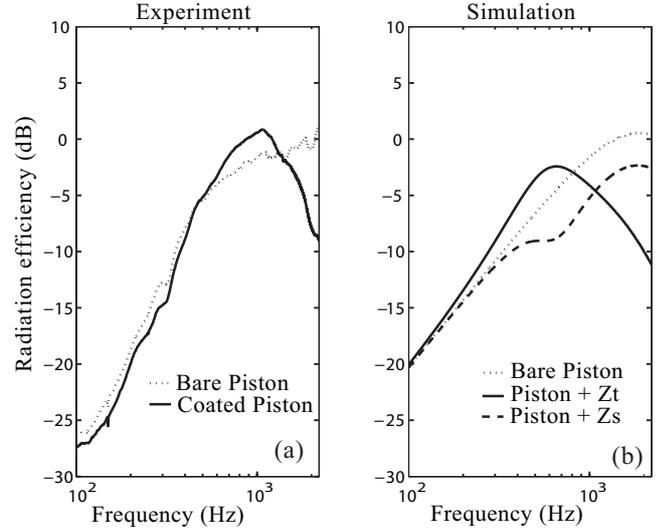


FIG. 10. Acoustic radiation efficiency of a bare and covered (material B) circular piston set in a rigid baffle: (a) experiment; (b) simulation.

the entire frequency range considered, i.e. the radiation peak is predicted and a decrease is observed at higher frequencies. Note that the predicted radiation peak due to the frame resonance is sharper than the experimental one because the porous model only accounts for dissipations in one direction in the thickness of the porous layer. Furthermore, constant viscoelastic properties E and η measured at 5 Hz are used in the model, but are

expected to increase at higher frequency^{18,21,22}. Thus, with more appropriate values of viscoelastic parameters, the simulated peak would be higher in frequency and lower in amplitude.

Figure 10(a) shows the radiation efficiency measurement of the piston covered with material B. It is seen that the same phenomena observed experimentally with material A occur with material B. An increase in radiation occurs around 800 Hz due, in this case, to the $\lambda/4$ airborne wave resonance in the thickness of the layer. At higher frequencies, the radiation efficiency strongly decreases compared to the radiation of the bare piston. The soft material B allows a better decoupling between the piston and the external media than material A. Note that only the model including the impedance Z_t closely agrees with experimental data (see Fig. 10(b)).

In the frequency range where the covering has a significant effect, using Z_s instead of Z_t is improper: the radiation peak is not predicted and the high frequency drop does not agree with the experimental data.

IV. CONCLUSION

In this paper, the impedance to be applied to a moving structure covered with a porous layer has been investigated. The well known surface impedance Z_s which can easily be measured in an impedance tube is often applied to vibrating structures to account for the covering effects. However, it is shown that the impedance must be expressed in terms of the base movement to account for the real behavior of the layer. This impedance, called "transfer impedance" and denoted as Z_t , is derived using Biot's theory and compared to the surface impedance. It is shown that these impedances are similar as long as the longitudinal wave lengths are large compared to the layer thickness. In the case of a covered piston set in a infinite rigid baffle, the acoustic radiation peak and the decrease at higher frequencies due to the presence of the porous layer can only be predicted using the transfer impedance: the surface impedance measured in an impedance tube is not suitable in this case.

¹ G. Maidanik, "Use of decoupling to reduce the radiated noise generated by panels", *J. Sound. Vib.* **81**(2), 165-185, (1982).

² B. Laulagnet and J.L. Guyader, "Sound radiation from finite cylindrical coated shells, by means of asymptotic expansion of the three-dimensional equations for coating", *J. Acoust. Soc. Am.* **96**(1), 277-286 (1994).

³ A. Berry, O. Foin and J.P. Szabo, "Three-dimensional elasticity model for a decoupling coating on a rectangular plate immersed in a heavy fluid", *J. Acoust. Soc. Am.* **109**(6), 2704-2714 (2001).

⁴ J. F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*, (Elsevier Applied Science, London, 1993).

⁵ B. Laulagnet and J.L. Guyader, "Sound radiation from a finite cylindrical coated shells covered with a compliant layer", *J. Vib. Acoust. ASME Trans.* **113**, 267-272 (1991).

⁶ O. Foin, A. Berry and J.P. Szabo, "Acoustic radiation from an elastic baffled rectangular plate covered by a decoupling coating and immersed in a heavy acoustic fluid", *J. Acoust. Soc. Am.* **107**(5), 2501-2510 (2000).

⁷ P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, (McGraw-Hill, New York, 1968).

⁸ A. F. Seybert and D. F. Ross, "Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique", *J. Acoust. Soc. Am.* **61**, 1362-1370 (1977).

⁹ V. Mangulis, "Radiation of sound from a circular rigid piston in a nonrigid baffle", *J. Eng. Sc.* **2**(1), 115-126 (1964).

¹⁰ V. Mangulis, "Comments on: Numerical evaluation of the radiation impedance for a piston in a nonrigid baffle", *J. Acoust. Soc. Am.* **45**, 1045-1046 (1969).

¹¹ S. Suzuki, S. Maruyama and H. Ido, "Boundary element analysis of cavity noise problems with complicated boundary conditions", *J. Sound. Vib.* **130**(1), 79-91 (1989).

¹² A. Piot, J.M. Ville and J.M. Auger, "Rayonnement acoustique dans un conduit par un piston recouvert d'un matériau absorbant", *Proc. of the International Symposium on the prediction of the noise emitted by vibrating structures*, CETIM-Senlis, March 26-28 (1991).

¹³ W. Shao and C.K. Mechefske, "Analysis of the sound field in finite length infinite baffled cylindrical ducts with vibrating walls of finite impedance", *J. Acoust. Soc. Am.* **117**(4), 1728-1736 (2005).

¹⁴ M. A. Biot, "The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. II. Higher frequency range", *J. Acoust. Soc. Am.* **28**, 168-191 (1956).

¹⁵ B. Brouard, D. Lafarge and J. F. Allard, "A general method of modelling sound propagation in layered media", *J. Sound. Vib.* **183**(1), 129-142, (1995).

¹⁶ J. F. Allard, C. Depollier, P. Guignouard and P. Rebillard, "Effects of a resonance of the frame on the surface impedance of glass wool of high density and stiffness", *J. Acoust. Soc. Am.* **89**, 999-1001, (1991).

¹⁷ D. Feit and M.E. Duncan, "Numerical evaluation of the radiation impedance for a piston in a nonrigid baffle", *J. Acoust. Soc. Am.* **43**, 885-886 (1968).

¹⁸ N. Dauchez, M. Etchessahar and S. Sahraoui, "On measurement of mechanical properties of sound absorbing materials", 2nd Biot Conference on Poromechanics, Grenoble (2002).

¹⁹ M. Etchessahar, S. Sahraoui, L. Benyahia and J.F. Tassin, "Frequency dependence of elastic properties of acoustic foams", *J. Acoust. Soc. Am.* **117**(3), 1114-1121 (2005).

²⁰ M. Harrison, A.O. Sykes and M. Martin, "Wave Effects in Isolation Mounts", *J. Acoust. Soc. Am.* **24**, 62-71 (1952).

²¹ T. Pritz, "Unbounded complex modulus of viscoelastic materials and the Kramers-Kronig relations", *J. Sound. Vib.* **279**, 687-697, (2005).

²² O. Doutres and N. Dauchez, "Characterisation of porous materials viscoelastic properties involving the vibroacoustical behaviour of coated panels", *Proc. of the International Symposium on the Acoustics of Poro-Elastic Materials (SAPEM)*, Lyon (2005).

6.3.2 Rayonnement d'une plaque recouverte de poreux

6.3.2.1 Pression rayonnée en champ lointain

La pression en champ lointain est calculée à l'aide de l'intégrale de Rayleigh qui dépend de la vitesse vibratoire de la structure ainsi que d'une fonction de Green G qui vérifie les conditions d'écran rigide et réfléchissant ainsi que les conditions de Sommerfeld (voir Eq. (19 – 21) de l'article). Pour une plaque nue, en utilisant l'intégrale de Rayleigh en coordonnées polaires (φ_0, r_0) , la pression en champ lointain p' s'écrit sous la forme

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \int_0^a w(r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} r_0 d\varphi_0 dr_0, \quad (6.23)$$

avec r_0 , θ et φ_0 ¹ représentés sur la figure 7 de l'article et w la distribution de déplacement sur la surface donnée Eq. (6.16). Contrairement au cas du piston rigide présenté dans l'article, la distribution de déplacement de la plaque n'est pas uniforme sur la surface. En remplaçant l'expression de w Eq. (6.16) dans la formulation de la pression en champ lointain, on a

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \sum_n \left[\frac{F_\omega}{D_p} \frac{w_n(r_s)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \int_0^{2\pi} \int_0^a w_n(r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} r_0 d\varphi_0 dr_0 \right]. \quad (6.24)$$

L'intégrale de surface se décompose alors en deux intégrales appelées M_n et N_n ,

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \sum_n \left[\frac{F_\omega}{D_p} \frac{w_n(r_s)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \left(M_n - \frac{J_0(\beta_{0n} a)}{I_0(\beta_{0n} a)} N_n \right) \right], \quad (6.25)$$

avec

$$M_n = \int_0^{2\pi} \int_0^a r_0 J_0(\beta_{0n} r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} d\varphi_0 dr_0, \quad (6.26)$$

et

$$N_n = \int_0^{2\pi} \int_0^a r_0 I_0(\beta_{0n} r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} d\varphi_0 dr_0. \quad (6.27)$$

Ces deux intégrales sont calculées à l'aide des propriétés des fonctions de Bessel données dans l'annexe A. Tous calculs faits, on trouve :

$$M_n = \frac{2\pi a}{k^2 \sin^2 \theta - \beta_{0n}^2} (-\beta_{0n} J_0(ka \sin \theta) J_1(\beta_{0n} a) + k \sin \theta J_0(\beta_{0n} a) J_1(ka \sin \theta)) \quad (6.28)$$

et

$$N_n = \frac{2\pi a}{k^2 \sin^2 \theta + \beta_{0n}^2} (\beta_{0n} J_0(ka \sin \theta) I_1(\beta_{0n} a) + k \sin \theta I_0(\beta_{0n} a) J_1(ka \sin \theta)). \quad (6.29)$$

¹noté φ dans l'article [29], section 6.3.1

Lorsque le support mobile est recouvert d'un matériau poreux, la fonction de Green est multipliée par un terme correctif exprimé en fonction de l'impédance de rayonnement Z_{rad} et de l'impédance de transfert Z_t . La pression rayonnée par la plaque couverte du matériau poreux p est simplement la pression rayonnée par la plaque seule p' pondérée par le terme d'impédance :

$$p(\vec{r}) = \frac{Z_t}{Z_t + Z_{rad}} p'(\vec{r}). \quad (6.30)$$

L'intensité acoustique rayonnée (Eq. (6.22)) ainsi que la puissance rayonnée par unité de surface (Eq. (6.21)) peuvent alors être calculées pour la plaque seule et la plaque recouverte de poreux. A noter que dans le cas où la plaque est recouverte du poreux, les propriétés mécaniques de la plaque équivalente doivent être utilisées.

6.3.2.2 Facteur de rayonnement

Les facteurs de rayonnement σ_R (Eq. (6.1)) de la plaque nue obtenus pour les trois premiers modes axisymétriques et par synthèse modale sont représentés figure 6.5. Les fréquences propres des modes axisymétriques sont marquées par des points.

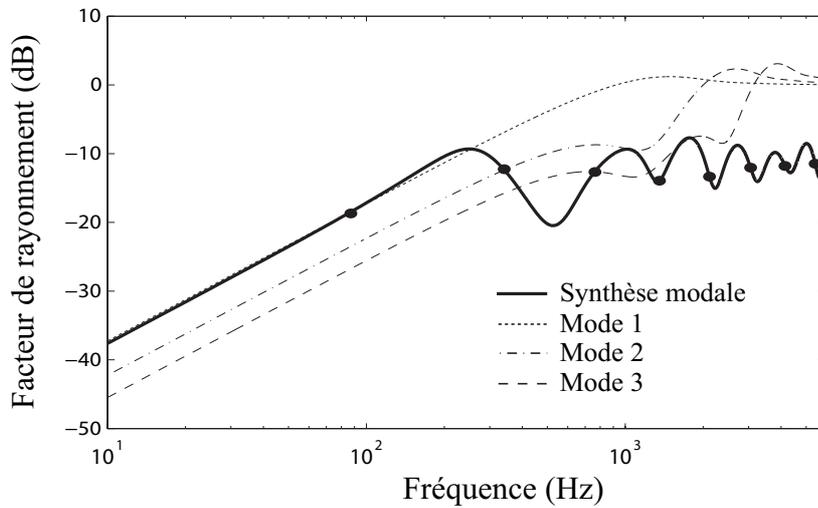


FIG. 6.5 – Facteurs de rayonnement de la plaque nue encadrée dans un écran rigide obtenus pour les trois premiers modes axisymétriques et par synthèse modale.

Le rayonnement pour chaque mode est maximum à la fréquence pour laquelle le nombre d'onde k est égal au nombre d'onde du mode [57]. En deçà de cette fréquence, la plaque rayonne faiblement et au dessus il décroît pour tendre vers 1 (0 dB). Aux basses fréquences, le facteur de rayonnement obtenu par synthèse modale, appelé facteur "global", est égal au rayonnement du mode 1 qui est le plus rayonnant. De plus, on remarque qu'aux fréquences de résonances de

chaque mode axisymétrique, le facteur de rayonnement "global" est égal au facteur de rayonnement du mode correspondant. On note une diminution importante du facteur de rayonnement entre le second et le troisième mode axisymétrique qui est due à des interférences acoustiques destructives.

La figure 6.6 présente le facteur de rayonnement simulé pour la plaque nue et pour la plaque recouverte d'un matériau poreux. La mousse C ainsi que le matériau fibreux B, dont les caractéristiques sont présentées au chapitre 5 dans le tableau 5.1, sont utilisés ici. A noter que le matériau C est aussi présenté dans l'article de ce chapitre mais est appelé matériau A. On retrouve bien dans le cas de la mousse figure 6.6(a), les trois bandes fréquentielles caractéristiques de l'effet d'un matériau poreux sur le rayonnement d'une structure (cf. Partie 1, chap. 3) :

- en basses fréquences (**BF**), le matériau n'a pas ou peu d'effet sur le rayonnement,
- en moyennes fréquences (**MF**), centrées autour de la fréquence de résonance du squelette en $\lambda/4$ (f_{rC}), le rayonnement augmente significativement,
- en hautes fréquences (**HF**), le rayonnement diminue à cause des diverses dissipations viscoélastiques, visqueuses et thermiques se produisant dans l'épaisseur de la couche poreuse.

Pour le matériau fibreux B, la fréquence de résonance f_{rB} est estimée à 186 Hz à l'aide de l'équation (12) donnée dans l'article. A cette fréquence, on observe une légère augmentation du facteur de rayonnement (figure 6.6(b)). La décroissance du facteur dans les hautes fréquences est aussi observée.

6.4 Étude paramétrique de l'influence des propriétés du matériau sur l'efficacité de rayonnement

La méthode de caractérisation des propriétés mécaniques proposée dans ce chapitre est basée sur l'augmentation du facteur de rayonnement de la structure "plaque/poreux" à la première fréquence de résonance en $\lambda/4$ de l'onde solide f_r . Afin d'évaluer l'influence de chacun des paramètres caractéristiques du matériau poreux sur le facteur de rayonnement σ_R à cette fréquence, une étude paramétrique est proposée. L'étude est basée sur la réponse d'un piston recouvert d'une mousse et rayonnant dans un conduit semi-infini. La modélisation est unidimensionnelle de type TMM [1] en utilisant la théorie de Biot.

La figure 6.7 présente les résultats de l'étude paramétrique pour un piston recouvert du matériau C¹ dont les caractéristiques sont données dans le tableau 5.1 du chapitre précédent.

¹ce matériau correspond au matériau A dans l'article présenté à la section 6.3.1

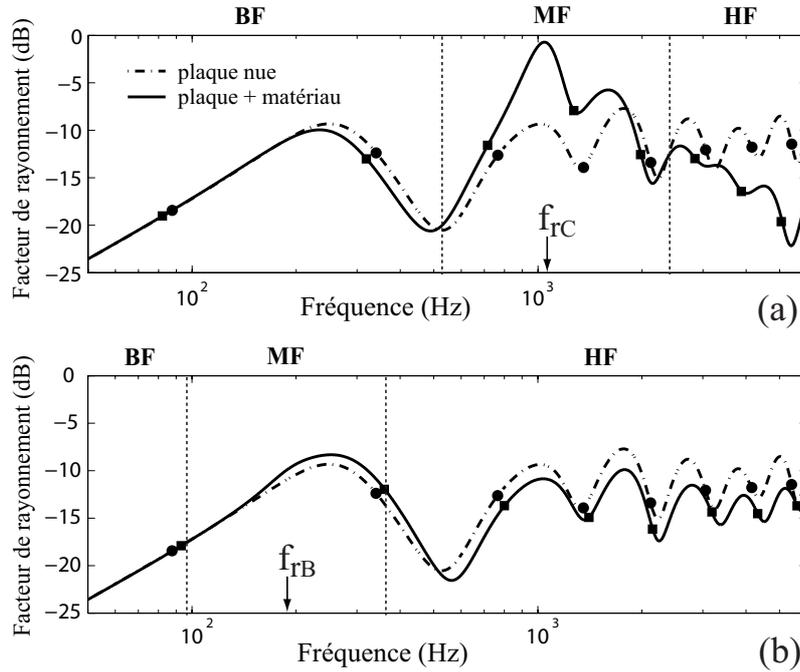


FIG. 6.6 – Facteur de rayonnement simulé pour la plaque nue et pour la plaque recouverte d'un matériau poreux : (a) mousse C, (b) fibreux B (TAB. 5.1); (●) fréquences de résonance de la plaque nue, (□) fréquences de résonance de la plaque équivalente.

Les diverses simulations sont effectuées en faisant varier chaque paramètre caractéristique de la mousse de $\pm 20\%$ ou $\pm 10\%$ selon les paramètres.

Parmi les propriétés mécaniques, le module d'Young E a une influence notable sur l'amplitude et la fréquence du maximum de rayonnement situé à la fréquence f_r (Fig. 6.7(a)) : l'amplitude et la fréquence du pic de rayonnement augmente avec E . La densité du matériau ρ_1 influe sur la fréquence du pic et le facteur d'amortissement η , sur l'amplitude (Fig. 6.7(b,c)). Parmi les paramètres de couplage, seule la résistivité au passage de l'air a un effet important sur le rayonnement de la structure dans la gamme de fréquence étudiée (Fig. 6.7(d)). Son influence est cependant réduite mais notable aux fréquences des pics de rayonnement, là où la vitesse relative entre les phases solide et fluide est minimum : à la fréquence f_r l'amplitude du pic augmente avec σ .

Le recalage des propriétés mécaniques (E et η) aux fréquences de résonance de l'onde "solide" nécessite donc une mesure précise de la densité ρ_1 et de la résistivité au passage de l'air σ . L'incertitude sur la mesure de σ est estimée à 2 % pour les matériaux acoustiques usuels ($1000 \text{ Nm}^{-4}\text{s} < \sigma < 1\text{e}6 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$) [22]. Cependant, cette mesure est assujétie à l'inhomogénéité du matériau et doit donc être moyennée sur un jeu d'échantillons prélevés à divers endroits du matelas. De même, la mesure de la densité doit être effectuée sur des échantillons de grandes

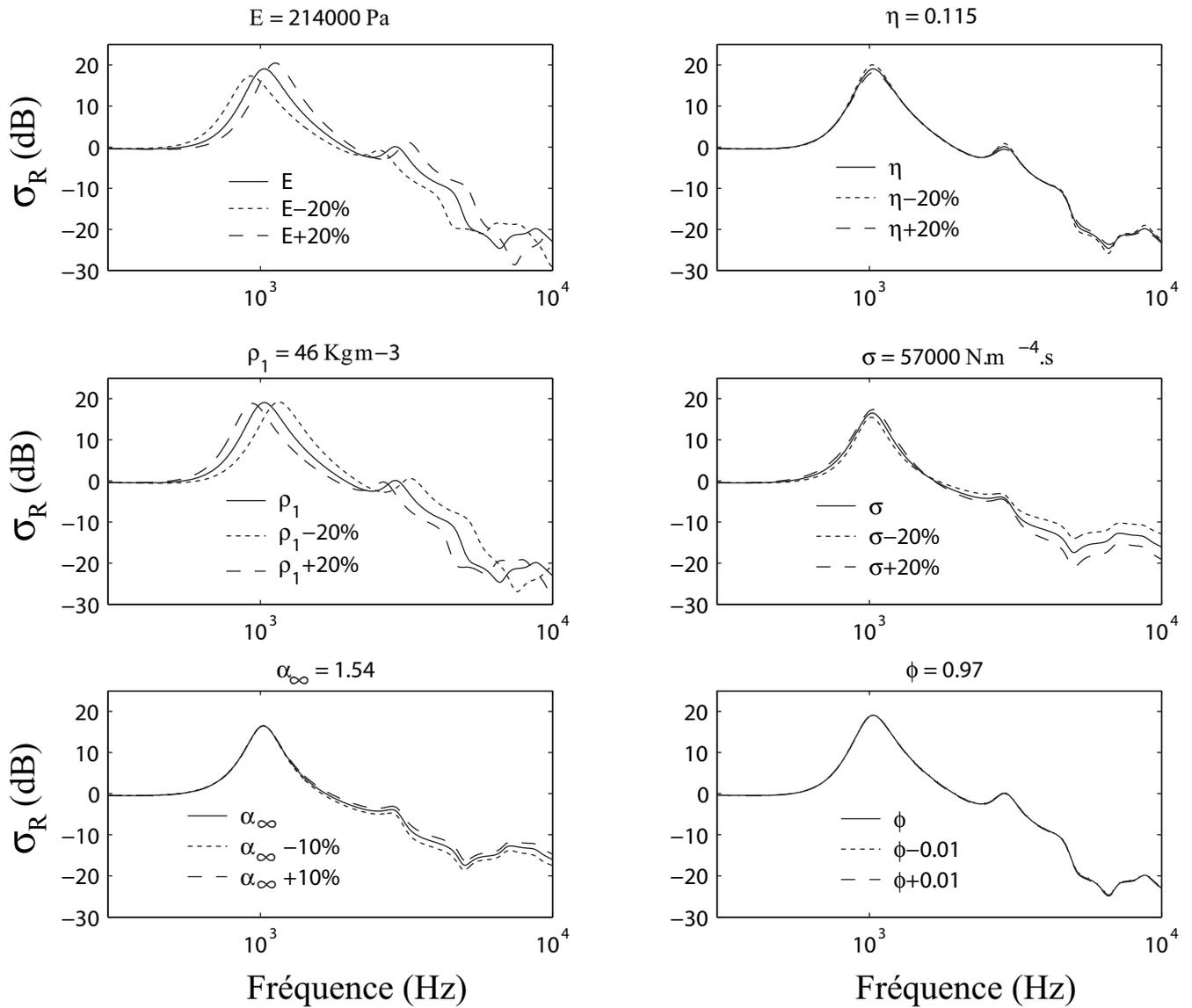


FIG. 6.7 – Étude paramétrique de l'efficacité de rayonnement d'un piston recouvert de la mousse C (TAB. 5.1) effectuée à l'aide d'un modèle unidimensionnel.

dimensions pour être déterminée avec précision et tenir compte des inhomogénéités.

6.5 Méthode expérimentale et résultats

6.5.1 Dispositif expérimental

La méthode expérimentale mise en oeuvre pour mesurer le facteur de rayonnement de la plaque circulaire est identique à celle présentée dans le cas du piston (voir article [29], section 6.3.1).

La plaque d'aluminium est encastrée dans un écran rigide, excitée en son centre à l'aide d'un pot vibrant et rayonne dans une chambre anéchoïque (voir figure 6.8). La mesure de vitesse par vibromètre laser du côté de l'excitation permet de déterminer la puissance vibratoire. Pour affiner l'étude du comportement du matériau poreux collé sur la plaque, la vitesse normale de la phase solide à la surface du matériau est aussi mesurée à l'aide d'un vibromètre laser. Des pastilles réfléchissantes sont placées aux points de mesures sur le squelette afin d'assurer un signal optique suffisant pour la mesure. Cette méthode est inadéquate pour les matériaux fibreux à squelette souple et à faible densité car la masse de la pastille n'est plus négligeable et celle-ci ne suit pas le mouvement du squelette. La puissance acoustique rayonnée est quant à elle obtenue par méthode intensimétrique en effectuant une moyenne de l'intensité acoustique rayonnée sur un quart de la plaque (voir figure 6.8(b)).

6.5.2 Comportement vibratoire

Les figures 6.9(a,b) et 6.10(a,b) présentent les vitesses quadratiques moyennes mesurées côté plaque et côté poreux ainsi que le rapport de ces deux vitesses pour deux configurations "plaque/mousse C" et "plaque/fibreux B" (voir TAB. 5.1). La vitesse quadratique moyenne mesurée pour la plaque seule est aussi représentée en trait pointillé sur les figures 6.9(a) et 6.10(a). Pour cette configuration, les fréquences de résonance des modes axisymétriques sont marquées d'un point et les premiers modes non-axisymétriques d'un cercle. On note que l'amplitude de vibration de la structure aux fréquences des modes axisymétriques est bien supérieure à celle des modes non-axisymétriques.

Lorsque la mousse C est appliquée sur la plaque, les premiers modes de plaque sont plus bas en fréquence et légèrement plus faibles en amplitude (voir fig. 6.9(a)) : le matériau apporte principalement un effet de masse ajoutée. A la fréquence de résonance quart d'onde de l'onde solide dans l'épaisseur de la couche poreuse, $f_{rC} \approx 1300$ Hz, l'amplitude de vibration à la surface du squelette est maximum (voir fig. 6.9(a,b)). Le mode de poreux en $\lambda/4$ se couple à la vibration de la plaque et induit un écrasement du mode de plaque axisymétrique suivant (voir fig. 6.9(a), trait plein). De même pour $f \approx 2100$ Hz, la résonance en $3\lambda/4$ de l'onde de

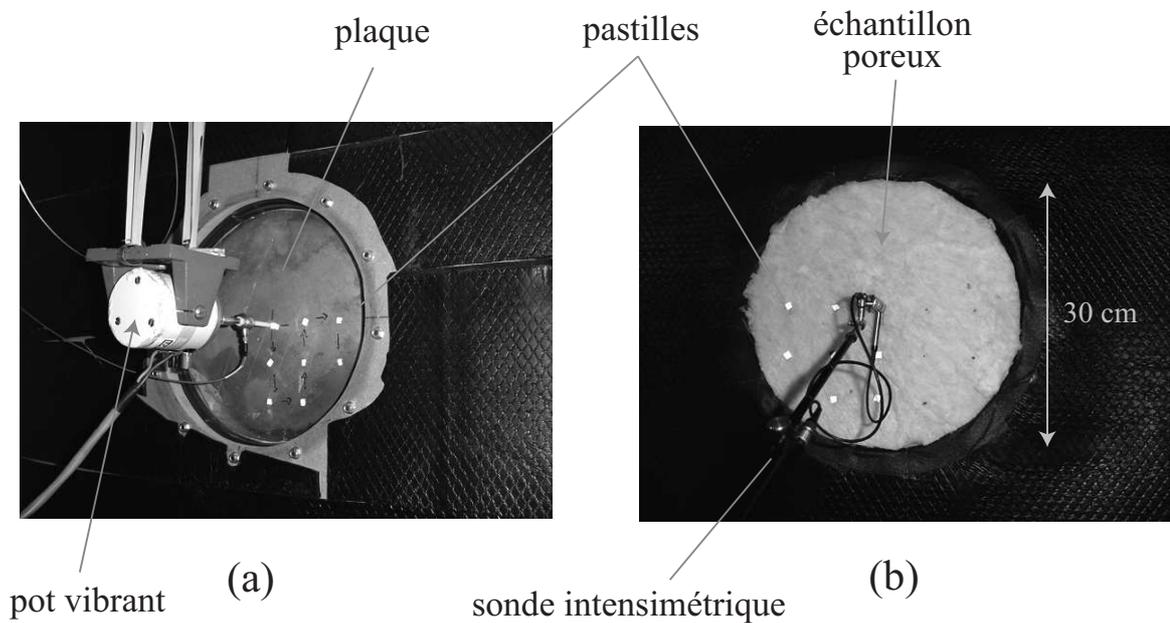


FIG. 6.8 – Photographie du dispositif expérimental pour la mesure du facteur de rayonnement d'une plaque circulaire encastrée : (a) côté excitation, (b) côté poreux.

cisaillement excitée dans l'épaisseur de la couche poreuse crée une augmentation de la vitesse normale à la surface du poreux et un écrasement du cinquième mode de plaque axisymétrique.

Pour le matériau fibreux dense B, la résonance quart d'onde de l'onde squelette se produit à plus basse fréquence ($f_{rB} = 170$ Hz). On observe pour ce matériau une légère augmentation de la vibration du squelette (fig. 6.10(b)) dans l'épaisseur mais qui n'induit pas de couplage fort avec la vibration de la plaque. En basses fréquences, jusqu'à la quatrième résonance axisymétrique, le matériau fibreux va principalement accroître le module de flexion de la plaque et les dissipations : les pics sont plus haut en fréquence et plus bas en amplitude par rapport à ceux visibles sur la réponse de la plaque seule. A partir de cette fréquence, le matériau fibreux n'a quasiment plus d'effet sur la vibration de la plaque support. En revanche, on peut observer une importante diminution de l'amplitude de vibration du squelette à la surface de la couche poreuse (courbe discontinue grise sur la figure 6.10(a)) : le matériau découple le milieu environnant de la vibration de la plaque.

6.5.3 Comportement acoustique

Les figures 6.9(c,d) et 6.10(c,d) présentent les mesures de puissances acoustiques mesurées côté poreux par la méthode intensimétrique ainsi que le facteur de rayonnement σ_R pour les deux configurations "plaque/mousse C" et "plaque/fibreux B" (voir TAB. 5.1). Les réponses de la plaque nue sont représentées en trait pointillé.

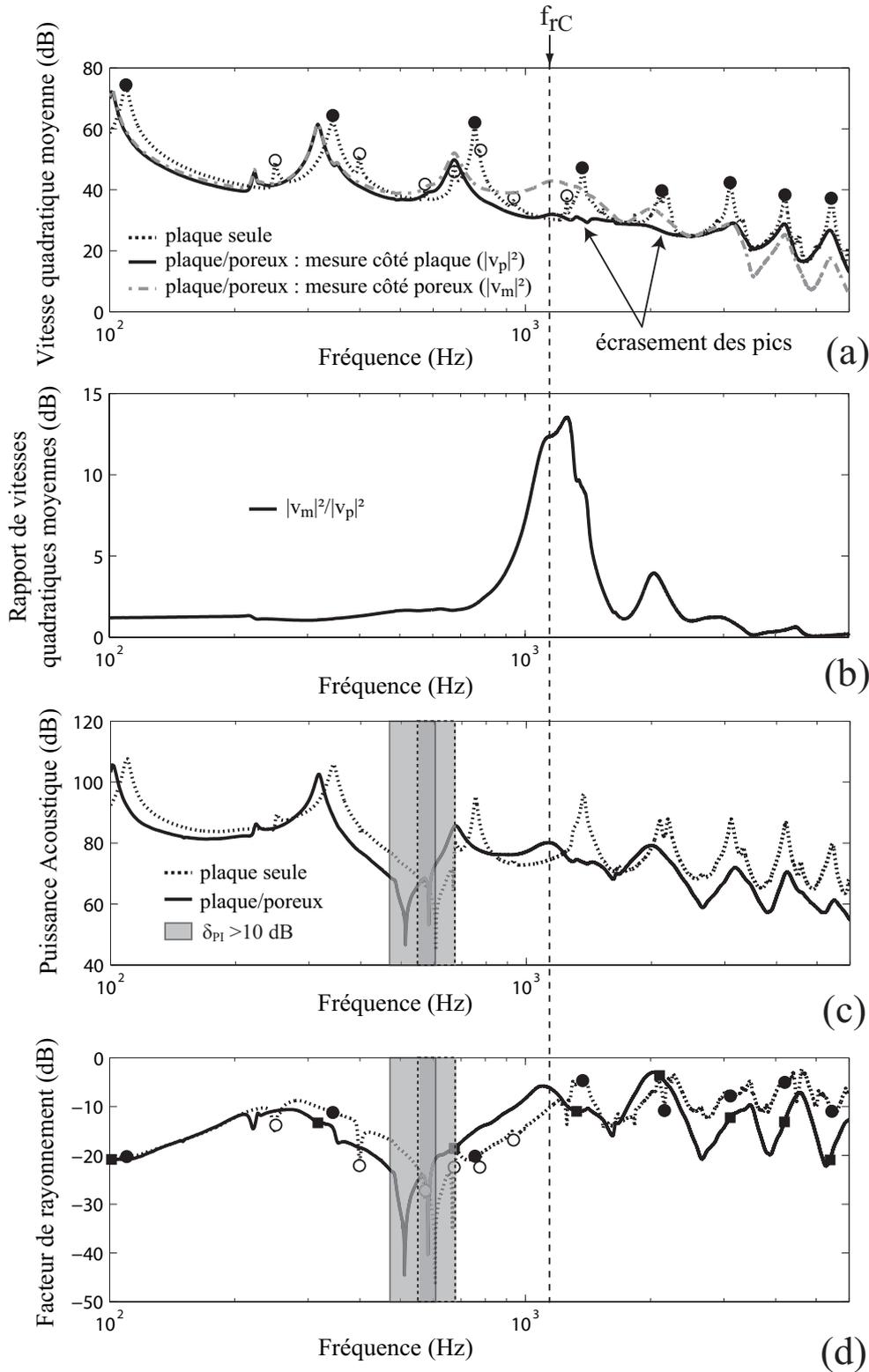


FIG. 6.9 – Mesures effectuées sur la structure "plaque/Mousse C" (TAB. 5.1) : (a) vitesse quadratique moyenne, (b) rapport de la vitesse quadratique mesurée côté poreux sur la vitesse quadratique mesurée côté plaque, (c) puissance acoustique, (d) facteur de rayonnement : (\bullet) fréquences de résonances des modes axisymétriques de la plaque seule, (\circ) fréquences de résonances des premiers modes non-axisymétriques de la plaque seule, (\blacksquare) fréquences de résonances des modes axisymétriques de la plaque recouverte.

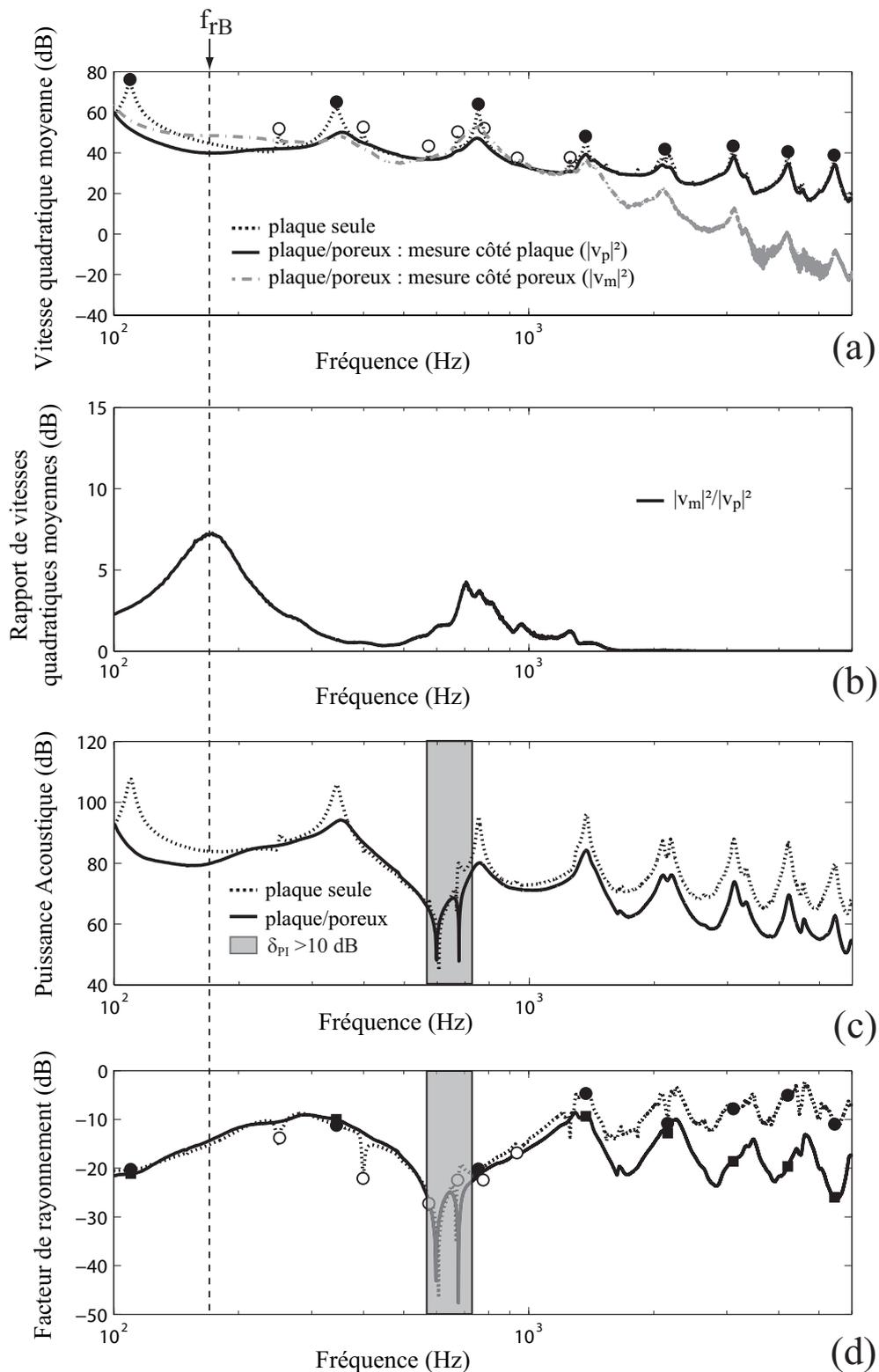


FIG. 6.10 – Mesures effectuées sur la structure "plaque/Fibreux B" (TAB. 5.1) : (a) vitesse quadratique moyenne, (b) rapport de la vitesse quadratique mesurée côté poreux sur la vitesse quadratique mesurée côté plaque, (c) puissance acoustique, (d) facteur de rayonnement : (●) fréquences de résonances des modes axisymétriques de la plaque seule, (○) fréquences de résonances des premiers modes non-axisymétriques de la plaque seule, (■) fréquences de résonances des modes axisymétriques de la plaque recouverte.

Les figures 6.9(c) et 6.10(c) permettent de vérifier que les modes axisymétriques sont les plus rayonnants. Au contraire, les modes non-axisymétriques ne rayonnent pas et induisent un minimum local du σ_R (fréquences repérées par des ronds blancs sur les figures 6.9(d) et 6.10(d)). Dans la bande de fréquence grisée (de 540 à 680 Hz pour la plaque seule), le rayonnement de la structure est très faible et inférieur au bruit de mesure induit par des sources extérieures au système (vibration du baffle,...) : le critère δ_{PI} proposé par Fahy [36] n'est pas respecté. Cette diminution du facteur de rayonnement, induite par des interférences acoustiques destructives, est prédite par le modèle vibratoire théorique qui ne tient compte que des modes axisymétriques (voir fig. 6.5).

L'ajout de la mousse C va accroître le facteur de rayonnement autour de la fréquence de résonance dans l'épaisseur de la couche poreuse f_{rC} (voir 6.9(d)). Une augmentation significative du rayonnement à la résonance de l'onde de cisaillement est aussi visible vers 2000 Hz. En plus hautes fréquences, le rayonnement décroît à cause des dissipations visqueuses et thermiques au sein de la couche poreuse.

Pour le matériau fibreux B, la résonance quart d'onde de l'onde squelette en basse fréquence ($f_{rB} = 170$ Hz) n'induit pas d'augmentation significative du facteur de rayonnement (fig. 6.10(d)).

Comme pour le matériau B, le matériau fibreux souple A (voir TAB. 5.1) ne présente pas d'augmentation du facteur de rayonnement à la résonance du squelette. De plus, pour ce type de matériau, la mesure vibratoire à la surface de la couche n'est pas réalisable.

6.6 Identification des paramètres mécaniques

Les résonances de plaque et la résonance quart d'onde dans l'épaisseur sollicitent le matériau selon deux directions privilégiées. Pour les modes de plaques axisymétriques, les contraintes ont lieu principalement selon l'axe du rayon r , alors qu'à la résonance dans l'épaisseur, les contraintes ont lieu principalement selon l'axe x (voir figure 6.3). Par conséquent

- le modèle de plaque équivalente [24] est utilisé pour estimer les paramètres mécaniques transverses E_T et η_T (selon r)
- le modèle de rayonnement par impédance [29] est utilisé pour estimer les paramètres mécaniques longitudinaux E_L et η_L (selon x).

6.6.1 Paramètres transverses (E_T, η_T)

Les paramètres transverses sont estimés à la fréquence de résonance du second mode axisymétrique de la plaque, notée f_2 . La fréquence et l'amplitude du pic de la vitesse quadratique de la plaque sont ajustés à l'aide de E_T et η_T respectivement.

La figure 6.11(a) présente la vitesse quadratique moyenne simulée et mesurée côté plaque

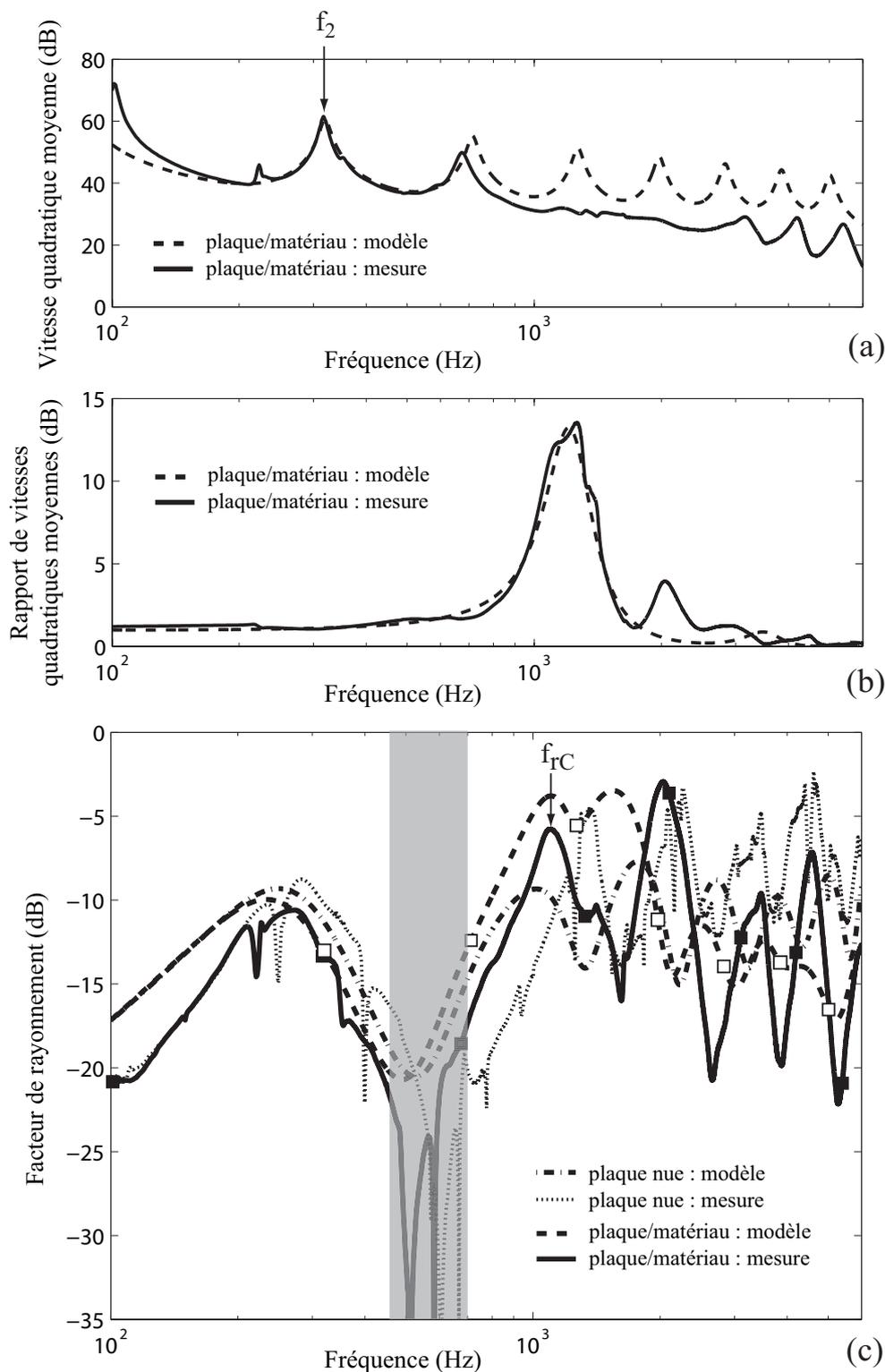


FIG. 6.11 – Comparaisons mesures-simulations pour la plaque recouverte de la mousse C: (a) vitesse quadratique moyenne, (b) rapport de la vitesse quadratique mesurée côté poreux sur la vitesse quadratique mesurée côté plaque, (c) facteur de rayonnement: (\square) fréquences de résonance des modes axisymétriques de la plaque recouverte simulée, (\blacksquare) fréquences de résonance mesurés des modes axisymétriques de la plaque recouverte.

pour la mousse C (TAB. 5.1). Le modèle est bien valide en deçà de la première fréquence de résonance dans l'épaisseur f_r : à partir de 1 kHz, l'écrasement des pics de résonance des modes axisymétriques 4 et 5 n'est prise en compte dans le modèle car la déflexion est considérée constante. Les résultats de l'inversion du modèle de plaque équivalente sur la fréquence et l'amplitude du mode axisymétrique 2 sont présentés dans le tableau 6.2 pour l'ensemble des matériaux. Au regard du module d'Young longitudinal E_L mesuré à 5 Hz (banc quasistatique [58, 59]) et rappelé dans le tableau 6.2, on note que tous les matériaux sont anisotropes. La plus forte anisotropie est observée pour les matériaux fibreux et on retrouve bien la raideur dans le plan parallèle aux fibres bien supérieure à celle dans le plan transverse [81]. En revanche l'amortissement structural η_T obtenu pour ces matériaux, et plus particulièrement pour le matériau A, est fortement surestimé. En effet, pour les matériaux à forte résistivité au passage de l'air tel le matériau A (voir TAB. 5.1), les dissipations visqueuses ont un effet significatif sur la dissipation de la structure et ne doivent pas être négligées dans le modèle de plaque équivalente [24].

6.6.2 Paramètres longitudinaux (E_L, η_L)

Les propriétés mécaniques longitudinales sont estimées à l'aide du facteur de rayonnement de la structure et du rapport entre la vitesse quadratique moyenne à la surface du matériau $\langle v_m^2 \rangle$ et celle de la plaque $\langle v_p^2 \rangle$. En effet, comme nous l'avons évoqué auparavant, d'importantes différences d'amplitude entre le modèle et la mesure sur toute la bande de fréquence ne permettent pas d'estimer le facteur d'amortissement η_L à partir d'une mesure acoustique et une mesure vibratoire est donc nécessaire. Les différences observées entre modèle et expérience proviennent principalement du fait que seuls les modes axisymétriques sont pris en compte et que les comportement acoustique et vibratoire sont considérés découplés.

La méthode consiste à ajuster à la fréquence f_r ,

- le module d'Young E_L , pour que le pic d'amplitude du facteur de rayonnement (ou celui du rapport des vitesses quadratiques $\langle v_m^2 \rangle / \langle v_p^2 \rangle$) obtenu par la simulation coïncide avec la mesure,
- le facteur d'amortissement η_L , pour que l'amplitude du pic du rapport des vitesses quadratiques $\langle v_m^2 \rangle / \langle v_p^2 \rangle$ obtenue par la simulation coïncide avec la mesure.

Le modèle pour simuler le rapport des vitesses est identique à celui utilisé pour calculer l'impédance de transfert Z_t . Ce modèle est unidimensionnel et ne permet donc pas de simuler l'effet de l'onde de cisaillement se propageant dans l'épaisseur du matériau.

La méthode d'inversion est présentée dans le cas de la mousse C sur les figures 6.11(b,c) et les résultats sont synthétisés pour l'ensemble des matériaux dans le tableau 6.2.

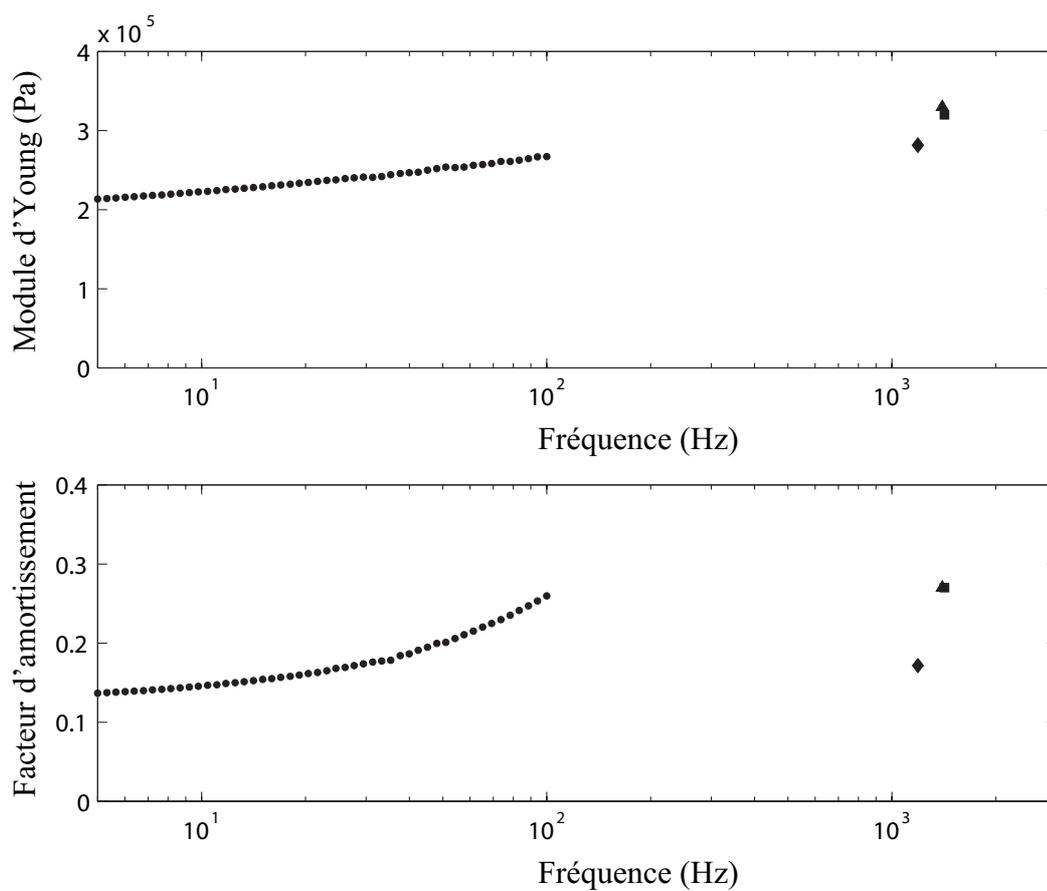


FIG. 6.12 – Estimations du module d'Young longitudinal E_L et du facteur de perte η pour la mousse C avec la méthode inverse basée sur le rayonnement de plaque (◆) et comparaison avec la méthode basée sur la transmission simple paroi (■), double paroi (▲) et la mesure quasistatique (●).

matériau	Méthode quasistatique			Méthode par rayonnement					
	f (Hz)	E_L (kPa)	η_L	f_r (Hz)	E_L (kPa)	η_L	f_2 (Hz)	E_T (kPa)	η_T
A	5	1.4	0.1				333	50	0.5
B	5	17	0.1	170	15.5	0.02	350	530	0.25
C	5	214	0.11	1200	280	0.17	320	190	0.17
D	5	190	0.07	1100	330	0.28	330	90	0.25

TAB. 6.2 – Paramètres mécaniques longitudinaux des matériaux A, B, C et D obtenus par la méthode quasistatique (à 5 Hz) et par la méthode de rayonnement de plaque (à f_r); Paramètres mécaniques transverses obtenus par la méthode de rayonnement de plaque (à la fréquence du second mode axisymétrique f_2).

Les propriétés mécaniques longitudinales des mousses C et D obtenues par la méthode en rayonnement sont cohérentes avec celles obtenues par la méthode quasistatique et par la méthode en transmission présentée au chapitre précédent (voir Tab. 5.2). La figure 6.12 présente la comparaison des différents résultats dans le cas de la mousse C. Le module d'Young déterminé par la méthode de rayonnement est proche de celui obtenu par la méthode en transmission. En revanche, l'amortissement est plus faible que celui obtenu par les autres méthodes. Cette valeur étant obtenue à partir d'une mesure vibratoire et d'un modèle qui tient compte de l'effet de l'air, il est possible de donner plus de crédit à cette méthode qu'aux trois autres. De plus, la valeur de l'amortissement η aurait été très proche de 0.28 si le recalage avait été effectué à la résonance f_{rC} à partir du facteur de rayonnement: les mesures acoustiques (TL et σ_R) sont inadaptées à la détermination du paramètre η . Cette conclusion est en accord avec les observations de GARETON [38] qui proposa une méthode de caractérisation basée sur la mesure acoustique de la vibration d'un système "plaque/poreux" placé sur un fond rigide.

Dans le cas des matériaux fibreux, la méthode utilisant le facteur de rayonnement ne permet pas de remonter aux propriétés mécaniques longitudinales car leur influence sur la réponse acoustique n'est pas significative. La mesure du rapport des vitesses quadratiques $\langle v_m^2 \rangle / \langle v_p^2 \rangle$ a cependant permis d'évaluer les propriétés du matériau fibreux B. La valeur du module d'Young E_L à la fréquence de résonance f_r est proche de celle mesurée à 5 Hz par la méthode quasistatique. Cette mesure est en accord avec les observations effectuées par PRITZ [66] sur la constance du module d'Young d'un matériau fibreux avec la fréquence.

6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de caractérisation des propriétés mécaniques de matériaux poreux basée sur le rayonnement d'une plaque recouverte a été présentée. Cette méthode est appliquée au rayonnement d'une plaque d'aluminium circulaire encastrée dans un écran rigide.

Le modèle analytique utilisé pour déterminer les paramètres mécaniques de l'échantillon de matériau décrit la structure "plaque/poreux" comme une plaque équivalente caractérisée par une impédance. Cette méthode de caractérisation permet de déterminer à la fois les paramètres mécaniques transverses du matériau poreux (E_T, η_T) à partir de l'étude vibratoire de la plaque support et les paramètres longitudinaux (E_L, η_L) à partir de l'étude acoustique de la structure couplée.

Cette méthode, appliquée à deux matériaux fibreux de nature différente, a montré que :

- les propriétés mécaniques longitudinales des matériaux testés n'ont pas d'influence sur le rayonnement acoustique de la structure : la mesure de puissance rayonnée n'a pas permis de déterminer les paramètres E_L et η_L . Ces paramètres peuvent éventuellement être obtenus en effectuant une mesure vibratoire à la surface de l'échantillon de matériau poreux, mais cette méthode ne peut être appliquée aux matériaux trop souples.
- les matériaux fibreux sont fortement anisotropes : les paramètres mécaniques transverses obtenus (E_T, η_T) sont très supérieurs aux paramètres longitudinaux. Ces matériaux ont donc une influence significative sur la vibration de la structure. Cependant, le facteur de perte η_T obtenu par cette méthode est largement surestimé pour les matériaux de forte résistivité au passage de l'air car l'effet de l'air est négligé dans le modèle de plaque équivalente [24].

Pour les matériaux de type mousse :

- les propriétés mécaniques longitudinales (E_L, η_L) ont pu être déterminées à la fréquence de résonance quart d'onde du squelette de la couche poreuse car une augmentation significative de rayonnement a été observée. Cependant, la différence d'amplitude du facteur de rayonnement entre mesures et simulations ne permet pas d'évaluer le facteur d'amortissement longitudinal η_L . Cette estimation est réalisée à partir du rapport de vitesse aux deux interfaces du matériau poreux.
- les paramètres mécaniques transverses (E_T, η_T) ont pu être déterminés : on observe aussi pour ces matériaux une anisotropie du squelette. Elle est cependant moins marquée que celle observée pour les matériaux fibreux.

Malgré les quelques limitations induites par les hypothèses du modèle, cette étude a permis de mieux appréhender le comportement de la structure "plaque/poreux" autour de la fréquence de résonance dans l'épaisseur de la couche poreuse. De plus, l'étude de l'impédance à appliquer sur une surface mobile a permis de lever une ambiguïté existante dans la littérature des matériaux poreux en fluide léger : cette impédance ne doit pas être l'impédance mesurée en tube de Kundt mais doit prendre en compte le mouvement imposé au matériau [29].

Cette méthode, appliquée à un échantillon de type mousse, est validée par comparaison avec les résultats obtenus par la méthode quasistatique et par la méthode en transmission présentée au chapitre 5. Pour des matériaux fibreux, on montre que les propriétés mécaniques n'ont pas d'influence sur le rayonnement de la structure et qu'une mesure vibratoire peut alors être nécessaire. C'est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 7

Impédance mécanique d'échantillons par méthode électro-acoustique

7.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de proposer une nouvelle méthode de laboratoire basée sur la compression d'échantillons de taille réduite pour différents niveaux de compression, sur une gamme de fréquences étendue et en permettant la prise en compte de l'effet de l'air ambiant. Cette méthode a fait l'objet d'un dépôt de brevet en 2007.

En effet, on a montré que la compression d'un échantillon sur un fond rigide est la configuration la plus favorable pour mettre en évidence l'influence des paramètres mécaniques (voir Partie 1, chap. 3). La méthode quasistatique [58, 59] est basée sur cette configuration mais est limitée aux basses fréquences et ne peut être appliquée aux matériaux trop résistifs pour lesquels l'effet de l'air n'est pas négligeable [34, 81].

La méthode proposée repose sur trois caractéristiques principales (voir figure 7.1) :

- un haut-parleur électrodynamique est utilisé dans la gamme de fréquences audibles comme actionneur et comme capteur. En effet, les premiers modes d'un tel système se situent à des fréquences supérieures au kHz. De plus, il permet un bon guidage en translation de l'échantillon et est capable d'imposer une déformation statique si on lui applique un courant continu. Enfin, le fonctionnement de ce système électrodynamique est bien connu et son comportement peut être modélisé simplement [77, 78, 83].
- l'échantillon de matériau est placé dans une cavité étanche. Ceci permet (i) d'éviter les flux d'air transverses qui perturbent la mesure de l'amortissement [81], (ii) de mettre la raideur du matériau en parallèle à celle de l'air comme c'est le cas dans les applications et (iii) de pouvoir tenir compte de l'effet de l'air saturant le matériau poreux dans le sens

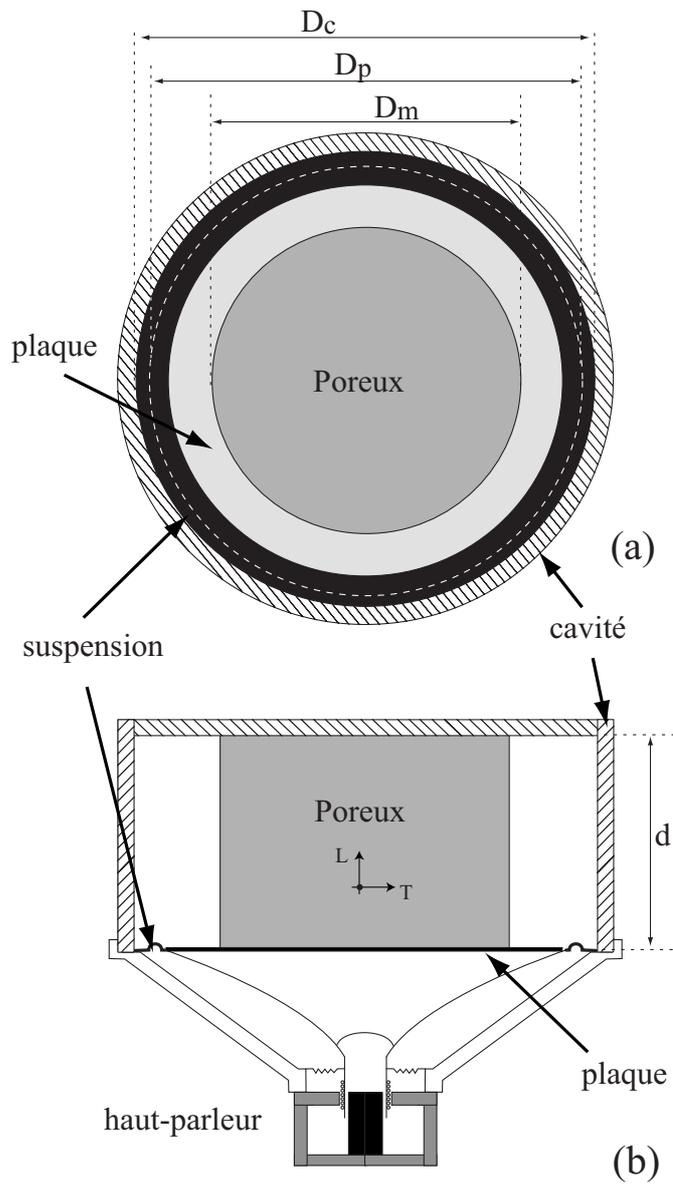


FIG. 7.1 – Schéma du banc de compression axiale électrodynamique : (a) vue de dessus, (b) vue de profil.

de la longueur de la cavité à l'aide d'un modèle analytique simple.

- l'échantillon est de petite taille pour permettre la réalisation d'un banc de mesure sur table. L'utilisation d'échantillons de forme cubique peut éventuellement permettre de caractériser l'anisotropie du matériau en effectuant des mesures sur trois de ses faces.

L'impédance mécanique de l'échantillon de matériau poreux Z_{mat} est déterminée à partir d'une mesure de l'impédance électrique réalisée aux bornes du haut-parleur. Cette impédance est définie comme le rapport de la force F transmise par l'échantillon à la surface vibrante, et de la vitesse v imposée par cette même surface vibrante :

$$Z_{mat}(\omega) = \frac{F(\omega)}{v(\omega)} . \quad (7.1)$$

Les paramètres mécaniques du matériau sont alors obtenus en recalant un modèle d'impédance mécanique basé sur la théorie de Biot-Allard avec la mesure. Dans cette étude, les échantillons sont de forme cylindrique et seuls les paramètres mécaniques longitudinaux (E_L, η_L) sont étudiés (voir figure 7.1).

Des méthodes de caractérisation de matériau impliquant l'utilisation d'actionneurs électrodynamiques ont déjà fait l'objet de plusieurs études par le passé. Par exemple, FITZGERALD et coll. [37] utilisent ce principe pour déterminer le module de cisaillement complexe de gels et de solides rigides. De même, TAYLOR [82] utilise un récepteur téléphonique comme source et comme capteur afin de déterminer le coefficient d'absorption de matériaux acoustiques placés dans un tube. L'originalité de la méthode proposée ici repose sur l'utilisation d'un haut-parleur et d'une cavité étanche, qui permettra ainsi d'obtenir les paramètres mécaniques de matériaux poreux sur une large bande de fréquences.

Ce chapitre est divisé en trois parties. Une première partie décrit le haut-parleur, son modèle basse fréquence puis le calcul théorique d'une impédance mécanique d'un matériau poreux. La méthode est appliquée à deux matériaux poreux de nature mécanique très différente à l'aide d'un prototype. Les gammes de fonctionnement du prototype sont alors mises en relief et la dernière partie se focalise sur les perspectives d'amélioration.

7.2 Modélisation

7.2.1 Impédance électrique du haut-parleur

La structure d'un haut-parleur est représentée figure 7.2 [74]. La partie fixe du haut-parleur se compose d'un saladier rigide fixé au moteur. Le moteur est formé de pièces polaires et d'un aimant permanent qui crée un champ magnétique radial dans l'entrefer. L'équipage mobile est composé de la membrane et de la bobine mobile plongée dans l'entrefer. La membrane est reliée

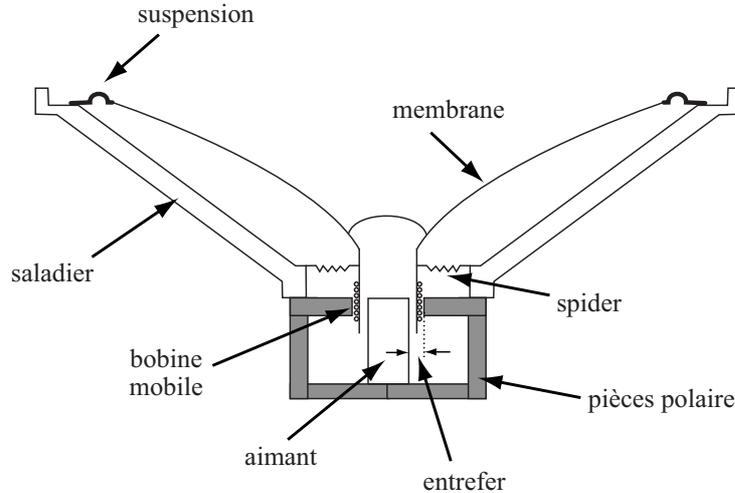


FIG. 7.2 – Structure mécanique d'un haut-parleur électrodynamique.

au saladier à l'aide de suspensions extérieures viscoélastiques et du spider. Le spider permet d'assurer le guidage de la bobine mobile dans l'entrefer.

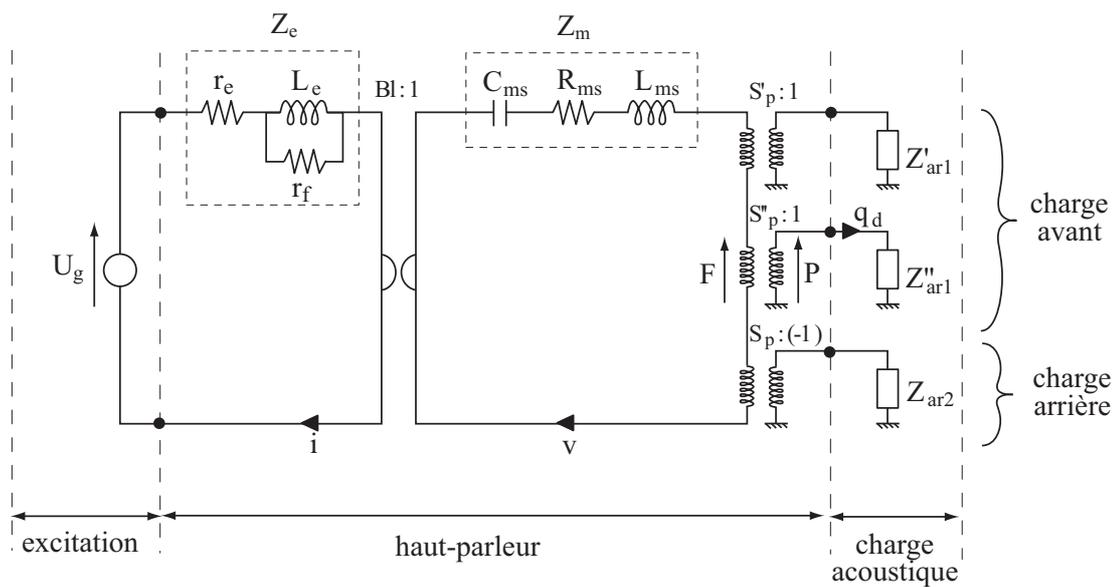
Le haut-parleur électrodynamique peut être modélisé dans les basses fréquences à l'aide d'un circuit électrique équivalent [77, 78, 83] : la gamme de fréquences étant limitée en dessous du premier mode de membrane, l'équipage mobile est considéré comme un ensemble rigide possédant un degré de liberté. Ce modèle est linéaire.

Le comportement du haut-parleur est caractérisé ici par son impédance électrique Z_{hp} définie comme le rapport de la tension aux bornes du haut-parleur U par le courant entrant i . Le système présenté figure 7.1 est modélisé par le circuit électrique donné figure 7.3(a).

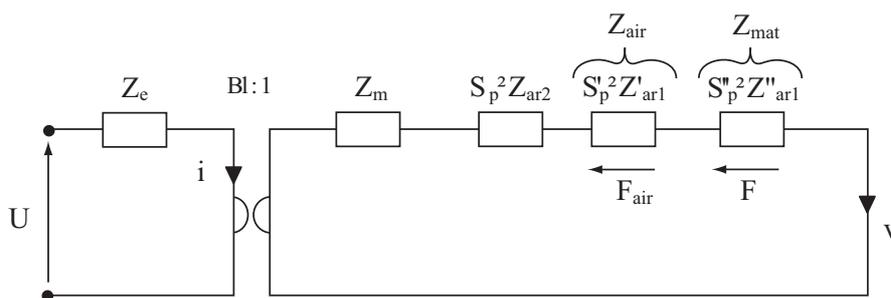
Dans la partie électrique (à gauche de la figure 7.3(a)), la source excitatrice est supposée imposer une tension réelle U_g . Idéalement, la partie électrique du haut parleur est représentée par une résistance r_e équivalente aux pertes par effet Joule dans le moteur, en série avec l'inductance propre de la bobine L_e . Cependant, en présence d'éléments conducteurs, une bobine réelle est le siège de phénomènes non linéaires qui induisent des pertes dans le circuit magnétique. La principale non linéarité considérée ici est l'apparition de courants induits appelés courants de Foucault. Pour les prendre en compte, une résistance r_f est ajoutée en parallèle à l'inductance de la bobine [56]. Ces effets étant dépendants de la fréquence [17, 53, 74, 86], on considérera les fonctions $L_e(\omega)$ et $r_f(\omega)$, avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation. L'impédance caractéristique de la partie électrique s'écrit alors sous la forme

$$Z_e(\omega) = r_e + \frac{j\omega L_e(\omega)r_f(\omega)}{r_f(\omega) + j\omega L_e(\omega)}. \quad (7.2)$$

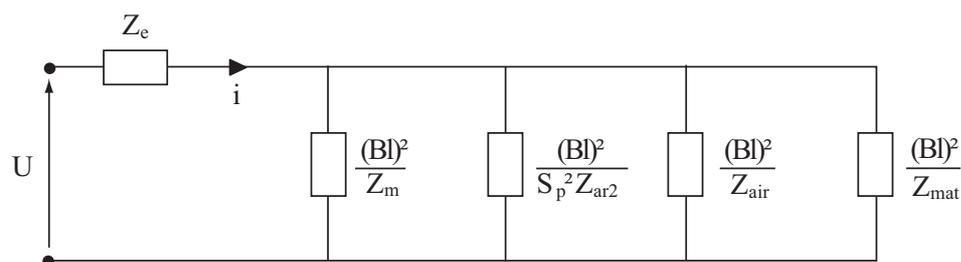
Le couplage électro-mécanique est décrit à l'aide d'un girateur caractérisé par le facteur de



(a)



(b)



(c)

- | | |
|-------------------------------|----------------|
| U : tension | F : Force |
| i : courant | v : vitesse |
| R : résistance | P : pression |
| L : inductance d'une bobine | q : débit |
| C : compliance | S : surface |

FIG. 7.3 – Schéma électrique équivalent du banc de mesure : (a) schéma descriptif des trois parties électrique, mécanique et acoustique; (b) schéma équivalent où la partie acoustique est exprimée dans la partie mécanique; (c) schéma équivalent entièrement exprimé dans la partie électrique.

force Bl où B est le champ magnétique régnant dans l'entrefer et l est la longueur du fil de la bobine.

La partie mécanique est décrite par la masse M_{ms} de l'équipage mobile (membrane, bobine, suspensions), la compliance C_{ms} associée à l'effet du spider et de la suspension viscoélastique ainsi que la résistance R_{ms} qui tient compte des pertes principalement dues aux frottements des suspensions [74]. L'impédance mécanique est donnée par

$$Z_m(\omega) = R_{ms} + j\omega M_{ms} + \frac{1}{j\omega C_{ms}} . \quad (7.3)$$

Le couplage mécano-acoustique est simplement réalisé à partir de la surface émissive S . Elle relie force F et pression p ($F = Sp$) ainsi que vitesse mécanique v et débit q ($v = q/S$). La surface émissive équivalente du haut-parleur, recouvert dans notre cas par une plaque plane, est notée S_p et est définie comme la moyenne des surfaces de la plaque et des suspensions viscoélastiques. Le diamètre moyen D_p est repéré sur la figure 7.1(a).

On considère en première approximation que le chargement acoustique arrière supporté par la surface S_p est l'impédance du piston plat rayonnant dans l'espace semi-infini [18]:

$$Z_{ar2}(\omega) = \frac{\rho_f c_f}{S_p} \left(\frac{(\delta_0 a)^2}{2} + j \frac{8}{3\pi} (\delta_0 a) \right) , \quad (7.4)$$

avec ρ_f et c_f respectivement la densité de l'air et la célérité du son dans l'air, δ_0 le nombre d'onde et $a = D_p/2$ le rayon de la surface équivalente. L'impédance de chargement avant Z_{ar1} est divisée en deux impédances car une partie de la surface vibrante équivalente S_p est chargée par le matériau poreux ($S_p'' = \pi(D_m/2)^2$) et la surface restante S_p' est chargée par l'air $S_p' = S_p - S_p''$ (voir figure 7.1). Le calcul de ces deux impédances est présenté dans la prochaine section.

Afin d'exprimer l'impédance électrique du haut-parleur Z_{hp} en fonction des divers paramètres caractérisant le système, le schéma équivalent est entièrement exprimé dans la partie électrique. Tout d'abord, la partie acoustique est ramenée dans la partie mécanique comme illustré figure 7.3(b). L'impédance mécanique caractérisant la force exercée par le poreux sur la surface vibrante $Z_{mat}(\omega)$ est donc le produit de l'impédance acoustique "pression/débit" par la surface $S_p''^2$: $Z_{mat}(\omega) = S_p''^2 Z_{ar1}$. Il en est de même pour l'impédance mécanique caractérisant l'effet de la couche d'air: $Z_{air}(\omega) = S_p'^2 Z_{ar1}$. La partie mécanique est ensuite exprimée dans le domaine électrique comme illustré figure 7.3(c). L'impédance électrique s'écrit alors en fonction des diverses caractéristiques du haut-parleur et de son chargement,

$$Z_{hp} = Z_e + \frac{(Bl)^2}{Z_m + [S_p^2 Z_{ar2} + Z_{air} + Z_{mat}]} = Z_e + Z_s , \quad (7.5)$$

avec Z_s appelée impédance motionnelle [17]. A partir de l'impédance électrique Z_{hp} et connaissant les paramètres caractéristiques du haut-parleur, il est alors possible de déterminer l'impédance mécanique du poreux Z_{mat} ,

$$Z_{mat}(\omega) = \frac{(Bl)^2}{Z_{hp} - Z_e} - (Z_m + S_p^2 Z_{ar2} + Z_{air}) . \quad (7.6)$$

Nous verrons par la suite que les paramètres du modèle du haut-parleur (r_e, L_e, r_f, Bl, \dots) sont déduit d'une mesure effectuée lorsqu'il n'y a pas d'échantillon dans la cavité.

Une simulation de l'impédance électrique d'un haut-parleur (Eq. (7.5)) sur lequel est placée une cavité sans échantillon de matériau poreux est présentée sur les figures 7.4(a,b). Dans ce cas, l'impédance Z_{mat} est nulle et l'impédance mécanique de la couche fluide Z_{air} est calculée à l'aide d'un modèle unidimensionnel présenté dans la suite du document (voir Eq. (7.9)). Les propriétés du haut-parleur sont données Tab.7.2 et une modélisation classique sans courant de Foucault est utilisée (soit $r_f = 0$ et $Z_e = r_e + j\omega L_e$).

Les figures 7.4(a-c) montrent que l'augmentation significative du module de Z_{hp} à la fréquence f_s est due à la résonance de l'équipage mobile. En deçà de cette fréquence, le module est proche de l'impédance électrique de la bobine r_e qui est la valeur asymptotique basse fréquence. En hautes fréquences, le comportement de l'impédance électrique est principalement contrôlé par l'induction de la bobine (comportement en $j\omega L_e$). La figure 7.4(d) montre que l'impédance de la cavité (Z_{air}) contrôle le comportement de l'impédance motionnelle en basses fréquences et l'impédance mécanique Z_m contrôle son comportement en hautes fréquences.

Le prochain paragraphe présente le calcul des impédances mécaniques Z_{air} et Z_{mat} qui seront utilisées pour le recalage et la détermination des paramètres mécaniques des échantillons de matériau poreux.

7.2.2 Impédance mécanique

Les impédances mécaniques poreuse Z_{mat} et fluide Z_{air} sont calculées à l'aide d'un modèle unidimensionnel considérant la propagation d'ondes planes dans la cavité de profondeur d et de diamètre D_c (voir figure 7.5). Dans les deux configurations, les déplacements solide et/ou fluide sont nuls en $x = 0$ et sont égaux au déplacement u_w imposé par la plaque en $x = -d$.

7.2.2.1 Cavité sans échantillon poreux

Par soucis de concision, cette configuration est appelée "cavité vide" dans la suite du document. L'impédance mécanique de l'air sur la plaque Z_{air} se calcule à partir de l'impédance acoustique "pression/débit" et de la surface de la plaque : $Z_{air} = S_p^2 Z_{ar1}$. Considérons le champ de pression dans la cavité de la forme

$$p_c(x) = S_f \cos(\delta_0 x) + D_f \sin(\delta_0 x) , \quad (7.7)$$

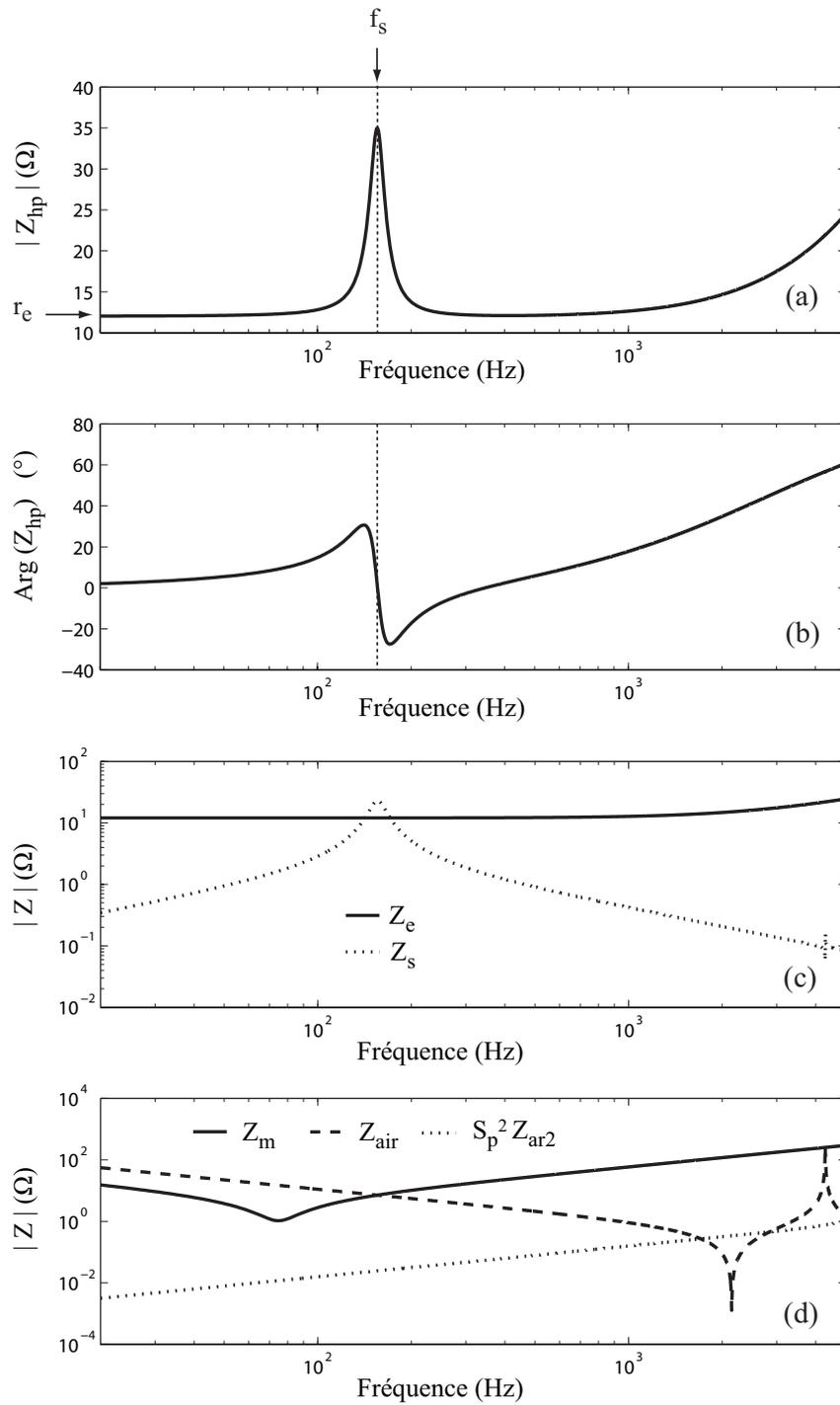


FIG. 7.4 – Simulations d'un haut-parleur (caractéristiques voir Tab.7.2) sur lequel est placé une cavité vide de 4 cm d'épaisseur : (a) module de l'impédance électrique Z_{hp} , (b) phase de l'impédance électrique Z_{hp} , (c) Impédances constitutives de l'impédance électrique (voir Eq.(7.5)), (d) impédances constitutives de l'impédance motionnelle $Z_s = Z_{hp} - Z_e$ (voir Eq.(7.5)).

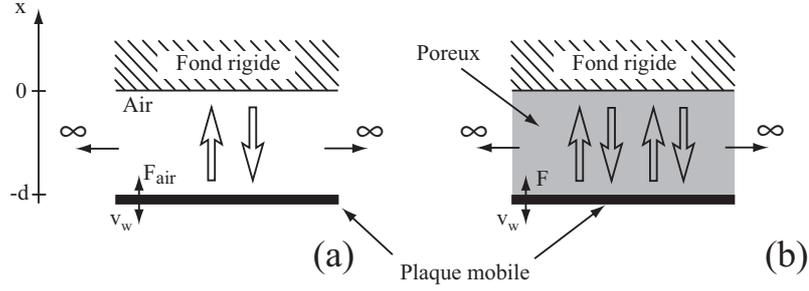


FIG. 7.5 – Modélisation 1D de la cavité pour calculer l'impédance mécanique $Z = F/v_w$: (a) cas d'une couche d'air; (b) cas d'une couche poreuse.

avec $\delta_0 = \omega/c_f$ le nombre d'onde dans l'air. En appliquant l'équation d'Euler, on peut déterminer la vitesse particulière qui satisfait les conditions limites et en déduire l'impédance acoustique

$$Z_{ar1} = \frac{p(-d)}{q(-d)} = \frac{p(-d)}{S_c v(-d)} = -j \frac{\rho_f c_f}{S_c} \cot(\delta_0 d), \quad (7.8)$$

avec $S_c = \pi(D_c/2)^2$. L'impédance mécanique est donc donnée sous la forme

$$Z_{air}(\omega) = \frac{F_{air}}{v_w} = S_p^2 Z_{ar1} = -j \rho_f c_f \frac{S_p^2}{S_c} \cot(\delta_0 d). \quad (7.9)$$

7.2.2.2 Cavité avec échantillon poreux

Dans le cas où un échantillon de matériau poreux garnit une partie de la cavité et dont S_p'' représente la surface en contact avec la plaque mobile, la raideur de l'air et la raideur du matériau sont mises en parallèle. L'impédance de charge est donc la somme des impédances mécaniques des deux milieux faisant face à la surface mobile du haut-parleur : $Z_{mat} + Z_{air}$.

Le calcul de l'impédance mécanique de l'air est identique à celui donné par l'équation (7.9) en remplaçant S_p par $S_p' = S_p - S_p''$ et S_c par $S_c' = S_c - S_p''$. On a alors,

$$Z_{air}(\omega) = S_p'^2 Z_{ar1} = -j \rho_f c_f \frac{S_p'^2}{S_c'} \cot(\delta_0 d). \quad (7.10)$$

Le calcul de l'impédance mécanique du poreux Z_{mat} est moins trivial mais une formulation analytique simple peut être obtenue. Si l'on considère le déplacement des phases solides et fluide sous la forme

$$u^s(x) = \sum_{i=1,2} S_i \cos(\delta_i x) + D_i \sin(\delta_i x) \quad (7.11)$$

$$u^f(x) = \sum_{i=1,2} \mu_i [S_i \cos(\delta_i x) + D_i \sin(\delta_i x)], \quad (7.12)$$

avec δ_i le nombre d'onde de l'onde de Biot i et μ_i le mouvement relatif de chaque phase induit par l'onde i (voir chapitre 2). Les coefficients S_i et D_i sont déterminés à l'aide des conditions aux limites. Pour cette configuration on a

$$S_1 = S_2 = 0, \quad (7.13)$$

$$D_1 = \frac{u_w(\mu_2 - 1)}{\sin(\delta_1 d)(\mu_1 - \mu_2)}, \quad (7.14)$$

$$D_2 = \frac{u_w(1 - \mu_1)}{\sin(\delta_2 d)(\mu_1 - \mu_2)}. \quad (7.15)$$

La contrainte totale σ_{xx}^t exercée par les phases solide et fluide du matériau poreux sur la plaque peut alors être calculée. Sachant que pour une propagation unidimensionnelle de direction x [1]

$$\sigma_{xx}^s(-d) = \tilde{P} \frac{\partial u^s(-d)}{\partial x} + \tilde{Q} \frac{\partial u^f(-d)}{\partial x}, \quad (7.16)$$

$$\sigma_{xx}^f(-d) = \tilde{Q} \frac{\partial u^s(-d)}{\partial x} + \tilde{R} \frac{\partial u^f(-d)}{\partial x}, \quad (7.17)$$

avec les coefficients \tilde{P} , \tilde{R} et \tilde{Q} qui sont liés à la microstructure du matériau (chapitre 2). D'où,

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^t(-d) &= \sigma_{xx}^s(-d) + \sigma_{xx}^f(-d) \\ &= \left[(\tilde{P} + \tilde{Q}) + \mu_1(\tilde{R} + \tilde{Q}) \right] \delta_1 \cos(\delta_1 d) D_1 + \left[(\tilde{P} + \tilde{Q}) + \mu_2(\tilde{R} + \tilde{Q}) \right] \delta_2 \cos(\delta_2 d) D_2. \end{aligned} \quad (7.18)$$

La force exercée par l'échantillon de matériau poreux sur la plaque est calculée en multipliant la contrainte totale par la surface S_p'' . L'impédance mécanique Z_{mat} est donc donnée par

$$Z_{mat}(\omega) = \frac{S_p'' \sigma_{xx}^t(-d)}{j\omega u_w}. \quad (7.19)$$

Cette impédance est représentée figure 7.6 pour deux matériaux poreux dont les caractéristiques sont données Tab. 7.1. L'épaisseur de la couche poreuse est de 40 mm et la surface est choisie unitaire. L'impédance mécanique d'une couche d'air de même épaisseur et de même surface en contact est aussi représentée.

La figure 7.6 montre que l'impédance mécanique d'une couche de matériau (ou de fluide) possède deux comportements caractéristiques. Aux basses fréquences, le module de l'impédance suit une décroissance logarithmique constante traduisant une raideur apparente ($j\omega Z$) constante. L'amplitude pour le matériau souple A est inférieure à celle de l'air car en présence du matériau, la raideur du fluide saturant tend vers sa valeur isotherme. Aux plus hautes fréquences, des résonances en $\lambda/4$ et $\lambda/2$ dans l'épaisseur de la couche apparaissent (par exemple à $f_{\lambda/2} = 1620$ Hz pour le matériau E).

L'impédance mécanique sera utilisée pour déterminer les paramètres mécaniques du matériau poreux (E_L , η_L) par recalage sur l'impédance mécanique mesurée à l'aide du système "haut-parleur/cavité".

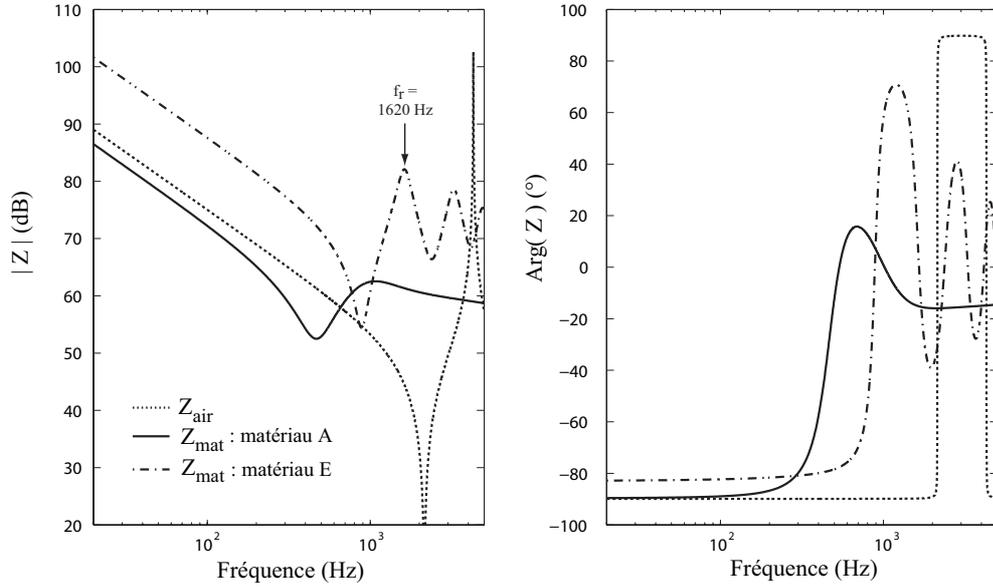


FIG. 7.6 – Impédances mécaniques Z_{mat} simulées pour une couche d'air et pour les deux matériaux poreux A et E présentés TAB.7.1. La surface est de 1 m^2 et l'épaisseur de la couche de 40 mm.

7.3 Description du banc de mesure et des matériaux

Le banc de mesure est schématisé figure 7.1 et des photographies sont présentées figure 7.7. Ce prototype utilise un haut-parleur médium électrodynamique dont la membrane est un dôme rigide et léger de forme concave. La membrane doit être rigide car elle ne doit pas se déformer lors de la compression du matériau. Une plaque d'aluminium d'épaisseur 1 mm, de masse 6.1 g et de diamètre 56.7 mm est collée sur le dôme concave. Elle permet d'assurer une compression uniforme sur la surface du matériau mais augmente considérablement la masse de l'équipage mobile. Le diamètre extérieur des suspensions viscoélastiques étant de 71 mm, le diamètre équivalent de la surface émissive est $D_p = 63.8 \text{ mm}$. Les surfaces de contact entre l'échantillon de matériau poreux, le haut-parleur et la paroi rigide de la cavité sont assurées par un adhésif double face de 0.08 mm d'épaisseur. La taille de la cavité est ajustée pour assurer une légère compression de la mousse de polymère étudiée. Ce prototype ne permet pas d'ajuster facilement la taille de la cavité qui est fixée à $d = 38.2 \text{ mm}$. Son diamètre D_c est de 75 mm.

Deux matériaux sont étudiés (tableau 7.1) : le matériau fibreux A est une laine de verre très souple, résistive et légère, et le matériau E est une mousse de polymère très rigide et très peu résistive. La hauteur de la cavité a été fixée pour pouvoir assurer une compression statique de la mousse E d'environ 1%. Pour le matériau fibreux, deux échantillons de matériau sont empilés pour pouvoir garnir la cavité en totalité. La hauteur à vide L_0 de cet empilement est bien supérieure à la taille de la cavité et une compression de 37 % est assurée. Les propriétés

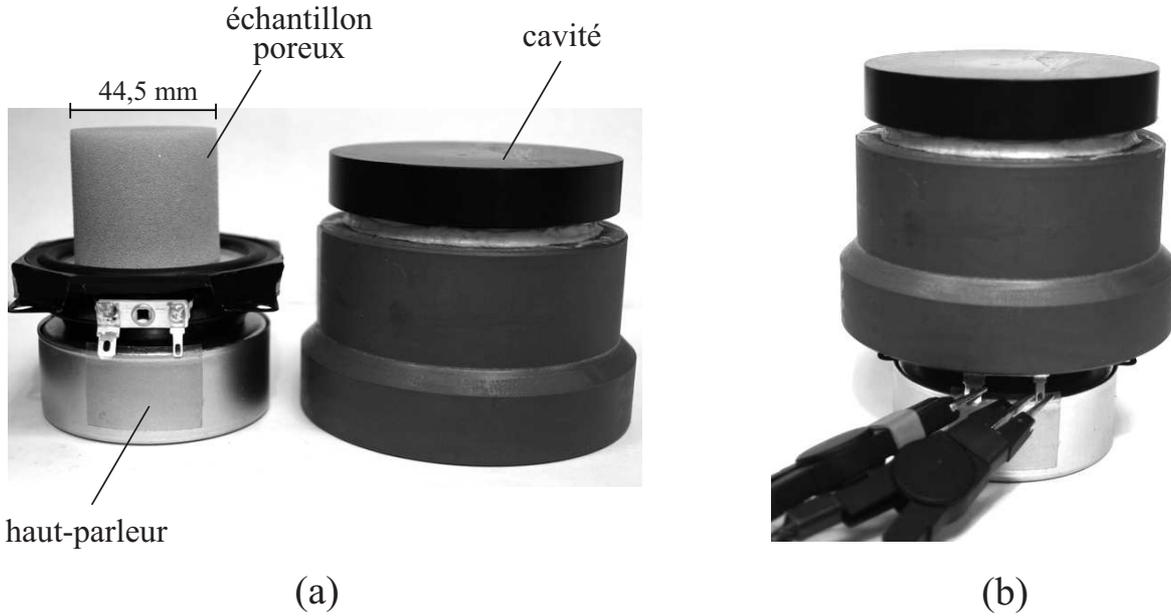


FIG. 7.7 – Photographies du banc de mesure des propriétés mécaniques de matériaux poreux utilisant un haut-parleur et une cavité étanche : (a) mise en place de l'échantillon, (b) système en condition de mesure.

mécaniques données dans le tableau 7.1 sont obtenues à l'aide de la méthode quasistatique pour l'empilement de matériau ayant le même taux de compression que celui mesuré lorsque les échantillons sont placés dans la cavité. Noter que le matériau fibreux fortement comprimé sera plus résistif [19].

La mesure de l'impédance électrique du haut-parleur Z_{hp} est réalisée à l'aide d'un banc WAYNE KERR *PMA 3260A*. Cet appareil présente une précision sur la mesure d'impédance de 0.01Ω [33]. Pour la mesure, le haut-parleur est alimenté par une tension d'amplitude constante 0.1 V.

7.4 Résultats

La détermination de l'impédance mécanique Z_{mat} du matériau poreux est effectuée par l'intermédiaire d'une mesure de l'impédance électrique Z_{hp} et du modèle basse fréquence du haut-parleur (voir Eq.(7.6)). Les paramètres mécaniques de l'échantillon de poreux sont alors déterminés à partir de cette impédance.

Matériau	A	E
Type	laine de verre	mousse polymère
Épaisseur à vide : L_0 (mm)	63	40.7
Taux de compression statique (%)	37	0.95
Diamètre de l'échantillon D_m (mm)	57	44.5
Résistivité au passage de l'air : σ (kN s/m ⁴)	105	3.3
Porosité : ϕ	0.95	0.98
Tortuosité : α_∞	1	1.03
Longueur caractéristique visqueuse : Λ (μm)	35.1	78.8
Longueur caractéristique thermique : Λ' (μm)	105.3	236.4
Densité du squelette : ρ_1 (kg/m ³)	17	29
Module d'Young à 10 Hz : E_L (kPa)	3	370
Facteur de perte à 10 Hz : η	0.17	0.15
Coefficient de Poisson : ν	0	0.3

TAB. 7.1 – Propriétés des matériaux poreux A et E.

7.4.1 Mesure cavité vide : détermination des paramètres du haut-parleur

Les cinq paramètres et les deux fonctions en fréquence nécessaires à la modélisation du haut-parleur (r_e , L_{ms} , C_{ms} , R_{ms} , Bl , $L_e(\omega)$ et $r_f(\omega)$) sont obtenus à partir d'une mesure d'impédance électrique réalisée lorsque la cavité est vide. Pour cela, une minimisation des écarts entre simulation et mesure est réalisée. La fonction coût utilisée est de la forme

$$\Delta Z_{hp} = \sum_n |Z_{hp}^m - Z_{hp}^{th}|^2, \quad (7.20)$$

avec n le nombre de points de fréquence utilisés pendant la mesure, Z_{hp}^m l'impédance électrique mesurée et Z_{hp}^{th} l'impédance simulée donnée par l'équation (7.5) avec $Z_{mat} = 0$ et Z_{air} donnée par l'équation (7.9), soit :

$$Z_{hp}^{th} = Z_e + \frac{(Bl)^2}{Z_m + [S_p^2 Z_{ar2} + Z_{air}]}. \quad (7.21)$$

Ces deux impédances sont complexes et dépendent de la fréquence. Les fonctions sont gardées complexes pour recaler aussi bien le module que la phase. La minimisation est effectuée sous contrainte¹, ce qui permet d'assurer des valeurs de sortie des paramètres réalistes.

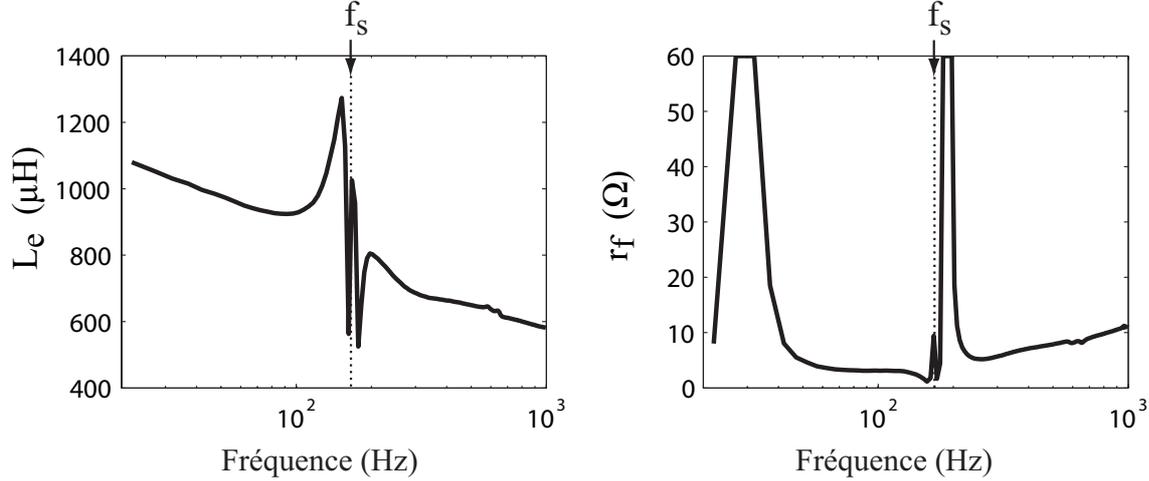
La minimisation de la fonction coût est effectuée en deux étapes :

- Une première minimisation réalisée sur toute la bande de fréquence permet d'obtenir une estimation des sept paramètres du haut-parleur (voir tableau 7.2).

¹fonction *lsqcurvefit* de MATLAB v6.5 (2005)

M_{ms} (g)	C_{ms} ($\mu\text{m.N}^{-1}$)	R_{ms} (N.s.m $^{-1}$)	Bl (N.A $^{-1}$)	L_e (μH)	r_e (Ω)	r_f (Ω)
9.37	484	1.05	4.93	681.4	12.03	8.44

TAB. 7.2 – Paramètres du haut-parleur.

FIG. 7.8 – Évolution des paramètres recalés L_e et r_f avec la fréquence.

- L'évolution fréquentielle des paramètres L_e et r_f est ensuite évaluée en minimisant la fonction coût (Eq.(7.20)) par bandes de fréquences de 5 Hz.

On retrouve bien figure 7.8 une diminution de l'inductance et une augmentation de la résistance avec la fréquence : comportements caractéristiques de l'effet des courants de Foucault dans les pièces conductrices [17]. Cependant, on observe sur les deux courbes un accident autour de la fréquence de résonance de l'équipage mobile f_s . Dans cette bande de fréquence, les écarts entre le modèle et l'expérience sont dûs à une non linéarité mécanique des suspensions qui induit une dissymétrie du pic de résonance de l'équipage mobile [17, 49, 75] : les non-linéarités ont un effet important autour de la fréquence f_s car l'excursion de l'équipage mobile y est maximale. La minimisation de cet écart par les paramètres électriques entraîne donc un biais de leur estimation. De même, l'importante valeur de l'impédance r_f dans les basses fréquences (pour $f < 50$ Hz) peut être reliée à la compensation des fuites de la cavité.

Les figures 7.9(a,b) présentent le recalage de l'impédance électrique simulée sur la mesure. L'expression théorique de l'impédance électrique Z_{hp} est donnée équation (7.21). Une simulation est effectuée avec Z_e calculée en considérant les paramètres L_e et r_f constants et une autre simulation utilise les fonctions $L_e(\omega)$ et $r_f(\omega)$. Si l'on observe peu de différence entre la mesure et les deux simulations, les estimations de Z_{air}^m associées présentent néanmoins des différences et peuvent être comparées à leur valeur théorique (voir figures 7.9(c,d)). L'inversion qui permet

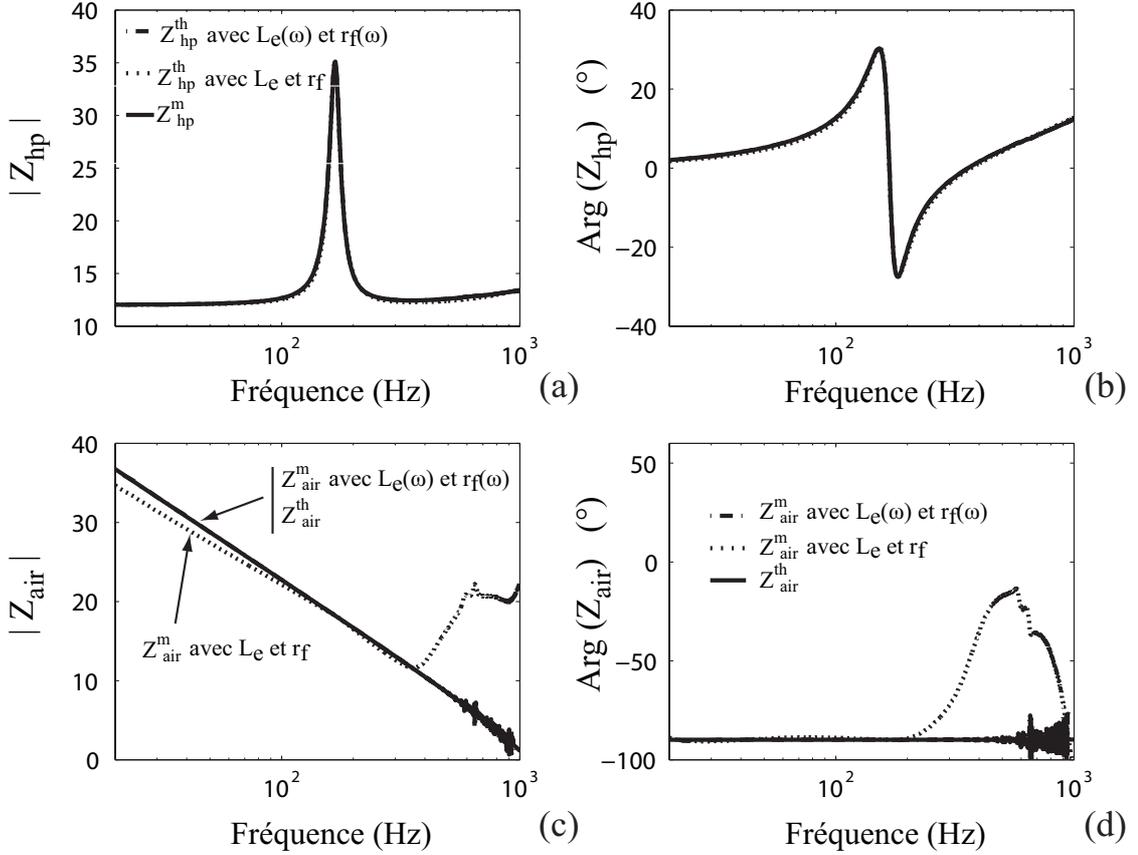


FIG. 7.9 – Réponse du système cavité vide: (a-b) impédance électrique du haut-parleur en module et phase, (c-d) impédance mécanique exercée par la cavité sur le haut-parleur en module et phase.

d'obtenir Z_{air}^m , équivalente à l'équation (7.6), est donnée par

$$Z_{air}^m(\omega) = \frac{(Bl)^2}{Z_{hp}^m - Z_e} - (Z_m + S_p^2 Z_{ar2}), \quad (7.22)$$

avec Z_{hp}^m l'impédance électrique mesurée, Z_m et Z_{ar2} l'impédance mécanique du haut-parleur et du rayonnement arrière calculées à l'aide des équations (7.3) et (7.4), respectivement. Le fait que la courbe théorique de l'impédance Z_{air} (figure 7.9(c,d)) soit confondue avec l'estimation utilisant les fonctions $L_e(\omega)$ et $r_f(\omega)$ montre la nécessité de considérer ces paramètres variables avec la fréquence. On observe cependant un problème de convergence à partir de 500 Hz qui peut s'expliquer par une insuffisance du modèle à représenter le comportement électrique hautes fréquences (effets des courants de Foucault).

Les paramètres caractéristiques du haut-parleur utilisés sont donc ceux donnés dans le tableau 7.2, avec l'inductance L_e et la résistance r_f fonctions de la fréquence (figure 7.8). Le comportement du haut-parleur est donc caractérisé et on considère que ses propriétés ne seront pas modifiées par l'ajout d'un échantillon de matériau poreux. Par conséquent, l'étude de

l'évolution de l'impédance électrique en fonction du chargement avant, modifié par la présence du matériau, permettra de remonter aux propriétés mécaniques du matériau.

7.4.2 Mesure avec échantillon : identification des paramètres mécaniques des matériaux

Une fois les paramètres caractéristiques du haut-parleur connus, une mesure de l'impédance électrique Z_{hp} est réalisée avec un échantillon de matériau poreux placé dans la cavité. L'impédance mécanique est déduite de l'équation (7.6) puis le modèle d'impédance mécanique (Eq. (7.19)) est recalé afin d'obtenir les paramètres mécaniques de l'échantillon (E_L, η_L). Le recalage est effectué par bandes de fréquences de 10 Hz en utilisant la même méthode de minimisation que celle utilisée pour obtenir les paramètres du haut-parleur.

Les échantillons à caractériser (voir tableau 7.1) sont placés dans la cavité et une mesure de l'impédance électrique est effectuée pour chaque matériau. La figure 7.10 présente ces impédances en module et en phase ainsi que l'impédance mesurée cavité vide. La principale influence du matériau sur l'impédance électrique est le décalage de la fréquence de résonance de l'équipage mobile f_s . Ce décalage est induit principalement par un effet de raideur ajoutée pour le matériau E et par une diminution de la raideur de l'air à sa valeur isotherme pour le matériau fibreux A.

Dans les basses et hautes fréquences, on observe une augmentation de l'amplitude de l'impédance électrique. Cette augmentation peut être due au comportement mécanique de l'échantillon de matériau poreux mais aussi à une variation du comportement électrique du moteur. En effet, on a montré sur la figure 7.4(c) que le comportement basses et hautes fréquences de l'impédance électrique Z_{hp} est principalement contrôlé par l'impédance Z_e et il est connu que l'inductance d'un haut-parleur varie avec la position instantanée de la bobine dans l'entrefer (voir figure 6 de la référence [49]) : dans notre cas, la variation de la position de la bobine est de l'ordre de 1 mm lorsque l'échantillon est placé dans la cavité.

Les impédances mécaniques Z_{mat}^m des matériaux A et E, obtenues par inversion du modèle basse fréquence à partir des impédances électriques mesurées Z_{hp}^m (voir Eq. (7.6)) sont présentées figure 7.11 ainsi que les impédances théoriques Z_{mat}^{th} calculées avec les propriétés mécaniques mesurée à 10 Hz avec la méthode quasistatique (voir Eq. (7.19)).

Le comportement basse fréquence des impédances mesurées est en accord avec les simulations.

- Dans le cas de la mousse E, on remarque que la décroissance du module de Z_{mat} en représentation "log-log" n'est plus linéaire, ce qui traduit bien l'augmentation caractéristique du module d'Young d'un matériau viscoélastique avec la fréquence. L'accident observé sur les courbes pour $f \approx 180$ Hz est la signature de la mauvaise estimation des paramètres

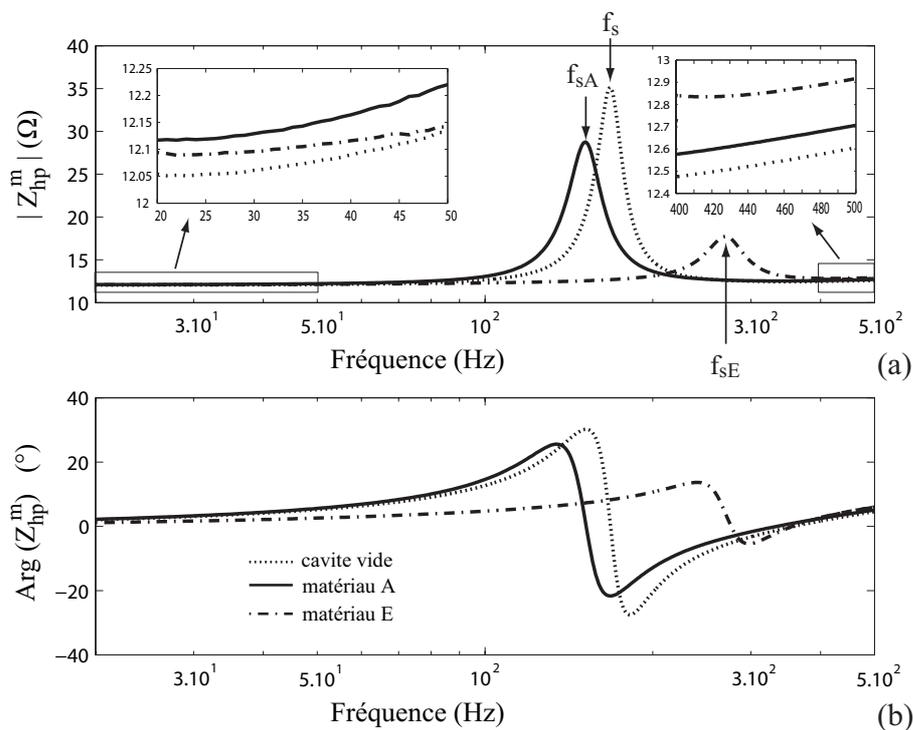


FIG. 7.10 – Impédance d'entrée du haut-parleur mesurée cavité vide et cavité garnie des trois matériaux A, B et E (Tab. 7.1): (a) module, (b) phase.

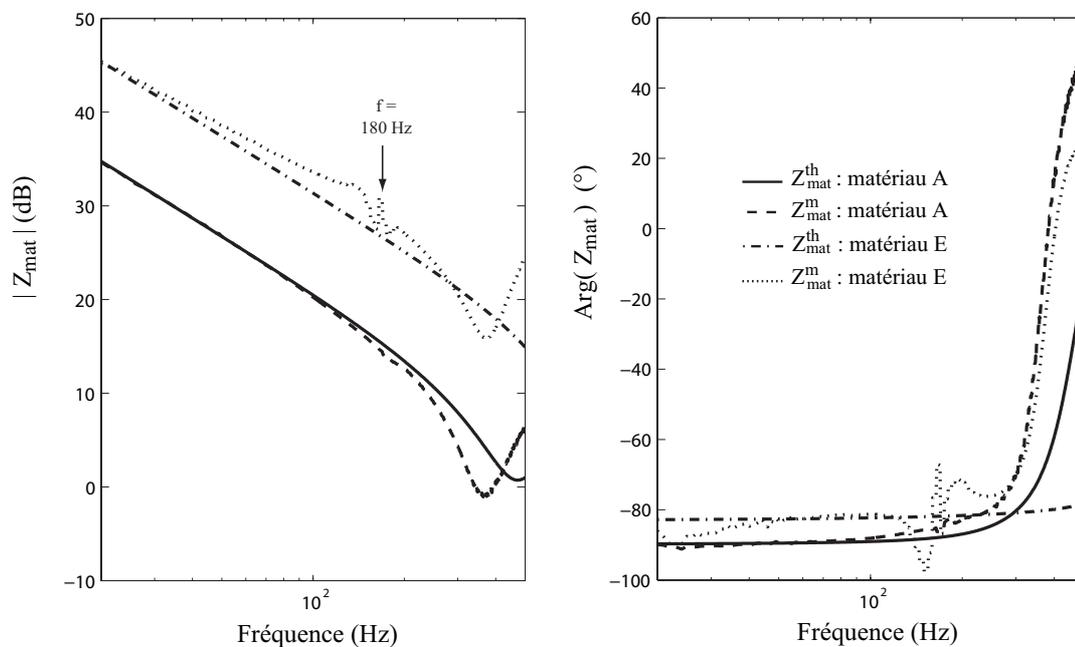


FIG. 7.11 – Impédances mécaniques Z_{mat} mesurées pour les deux échantillons de matériaux poreux A et E présentés TAB.7.1.

électriques L_e et r_f réalisée cavité vide autour de cette fréquence (voir sec. 7.4.1).

- Pour le matériau fibreux A, cette signature est moins marquée mais elle peut être responsable de la décroissance prématurée de l'impédance mécanique qui se produit à la résonance en $\lambda/4$ dans l'épaisseur de la couche poreuse.

De plus, les non-linéarités mécaniques vont aussi perturber la détermination de Z_{mat}^m autour de la résonance de l'équipage mobile : autour de la fréquence $f_{sA} = 150$ Hz pour le matériau A et $f_{sE} = 270$ Hz pour le matériau E (voir figure 7.10). Cela peut expliquer le fait que les mesures réalisées avec le matériau A sont valides dans une bande fréquentielle plus restreinte.

Au dessus de 200 Hz, les estimations de Z_{mat}^m sont très différentes des simulations à cause des non-linéarités de l'inductance du moteur qui ne sont pas prises en compte dans le modèle du haut-parleur. Les mesures d'impédances mécaniques sont donc uniquement valides dans les basses fréquences, avant l'apparition des non-linéarités mécaniques de l'équipage mobile. La gamme de mesure est donc 20 – 120 Hz pour la mousse E et 20 – 100 Hz pour le matériau fibreux A.

Les propriétés mécaniques (E_L, η_L) des matériaux A et E sont obtenues en recalant le modèle d'impédance mécanique (voir Eq.(7.19)) sur les mesures présentées figure 7.11. Comme précédemment, le recalage est effectué par une minimisation de l'écart ΔZ_{mat} entre ces deux grandeurs,

$$\Delta Z_{mat} = \sum_n |Z_{mat}^m - Z_{mat}^{th}|^2. \quad (7.23)$$

Les résultats de la minimisation pour les matériaux E et A sont présentés sur les figures 7.12 et 7.13, et sont comparés avec des mesures effectuées à l'aide du banc quasistatique. L'utilisation de ces deux matériaux permet de tester cette nouvelle méthode de caractérisation pour deux ordres de grandeur de module d'Young : 10^5 et 10^3 Pa.

Au vu des deux figures précitées, les résultats obtenus avec la méthode proposée sont en accord avec ceux obtenus par la méthode quasistatique pour les deux matériaux.

- Dans le cas de la mousse E, les résultats coïncident hormis pour l'estimation du facteur d'amortissement pour des fréquences inférieures à 50 Hz. Sous réserve de l'estimation des incertitudes sur ces résultats, cet écart peut provenir de la surestimation de l'impédance de Foucault r_f déterminée cavité vide (voir figure 7.8) ou de la variation de l'impédance r_e lorsque l'échantillon de poreux est ajouté dans la cavité.
- Pour le matériau fibreux A, les deux méthodes sont en accord mais ne permettent une mesure des propriétés mécaniques que sur une bande fréquentielle très restreinte. En effet, la nature très souple du matériau A met à défaut les deux méthodes de caractérisation. La méthode quasistatique est perturbée par une résonance du système et la méthode utilisant le haut-parleur est sujette à l'influence du comportement électrique haute fréquence du

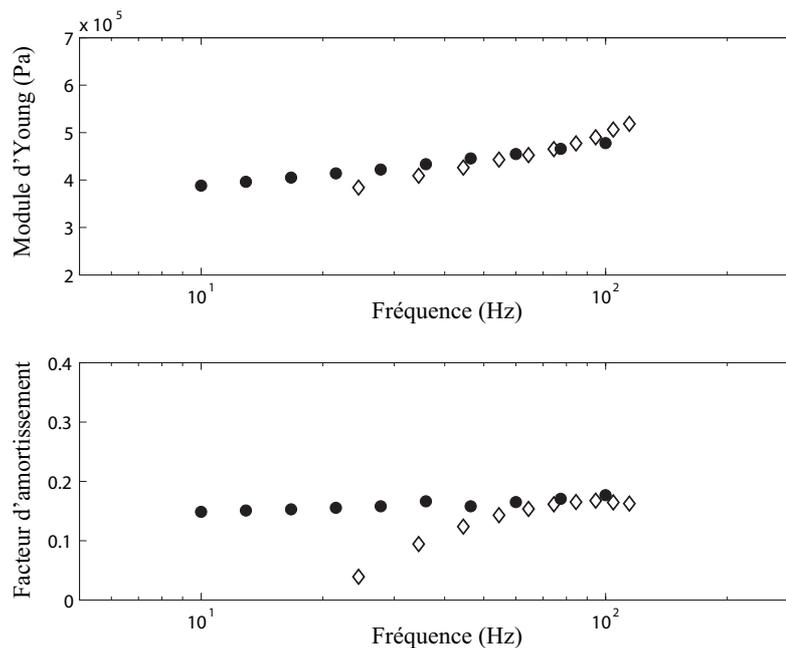


FIG. 7.12 – Estimations du module d'Young longitudinal E_L et du facteur de perte η pour la mousse E avec la méthode inverse basée sur la compression avec haut-parleur (\diamond) pour une compression statique de 0.95% et comparaison avec la méthode quasistatique (\bullet) pour une compression statique de 0.85%.

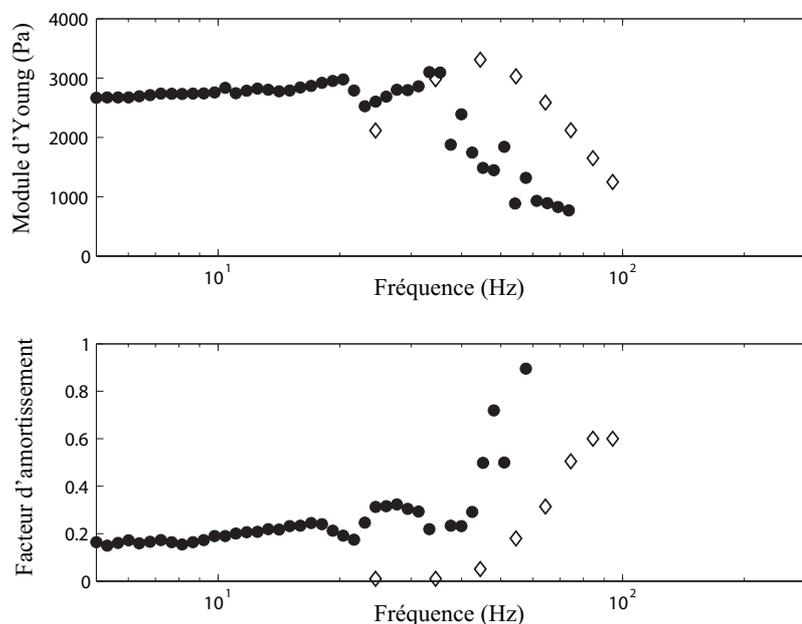


FIG. 7.13 – Estimations du module d'Young longitudinal E_L et du facteur de perte η pour le fibreuse A avec la méthode inverse basée sur la compression avec haut-parleur (\diamond) et comparaison avec la méthode quasistatique (\bullet), les deux méthodes sont effectuées à un taux de compression statique de 37%.

moteur qui est erronée.

Cependant, cette méthode donne un ordre de grandeur du module d'Young suffisamment précis pour pouvoir déterminer avec confiance si ce matériau peut être modélisé ou non à l'aide du modèle limp [30]. Par exemple, le paramètre FSI_r de ce matériau¹ vaut $1.5 \cdot 10^{-2}$ (voir Eq. (3.6), section 3.3.3.1). Comparé aux valeurs critiques données figure 8 de l'article [30] (voir section 3.2), le FSI_r autorise l'utilisation du modèle limp pour simuler le coefficient d'absorption et le rayonnement de ce matériau placé sur un fond mobile, et ce quelque soit l'épaisseur de la couche entre 1 et 10 cm.

7.4.3 Synthèse

Les mesures des propriétés mécaniques obtenues par cette nouvelle méthode sont cohérentes avec celles obtenues par la méthode quasistatique. Cependant, la bande de fréquence reste limitée ($30 \text{ Hz} < f < 100 \text{ Hz}$) pour les raisons suivantes :

- *en basses fréquences*, des fuites de la cavité et une variation de l'impédance r_e induite par l'ajout de l'échantillon engendrent une sous-estimation des propriétés mécaniques.
- *en moyennes fréquences*, le comportement de l'impédance électrique fait apparaître des effets non-linéaires dûs aux suspensions viscoélastiques du haut-parleur (dissymétrie du pic de résonance). Ces effets sont situés principalement autour de la fréquence de résonance de l'équipage mobile f_s car les déplacements de la membrane y sont importants. La non prise en compte de ces effets dans la modélisation du haut-parleur induit une erreur dans l'estimation de ses paramètres et des paramètres mécaniques de l'échantillon. Un pilotage de l'essai à amplitude constante du mouvement de la plaque mobile résoudrait cette difficulté.
- *en hautes fréquences*, l'inductance L_e et la résistance r_f varient de façon importante à cause des courants de Foucault créés dans les parties conductrices du moteur. L'inductance varie aussi avec la position au repos (instantanée) de la bobine dans l'entrefer et cette position change lorsque le matériau est placé dans la cavité. Par conséquent, l'estimation de ces paramètres effectuée avec la cavité vide n'est plus valable lorsque l'échantillon est présent dans celle-ci. De plus, l'importante masse de l'équipage mobile ($\approx 9 \text{ g}$) peut masquer l'effet du chargement créé par l'échantillon dans les hautes fréquences.

Afin d'améliorer la méthode proposée, une solution serait de prendre en compte les diverses non-linéarités dans la modélisation du haut-parleur. De nombreuses études ont été menées dans ce sens [86, 62, 53], mais restent insuffisantes pour pouvoir réaliser une modélisation fine qui conduirait à une mesure de précision. L'autre possibilité est d'utiliser un transducteur dépourvu des principales causes de non linéarités. Cet aspect est développé dans la prochaine section.

¹matériau A avec un taux de compression statique de 37%

7.5 Perspectives

Un nouveau concept de haut-parleur sans fer et sans suspensions viscoélastiques développé par LEMARQUAND [54, 55] permet de supprimer les non linéarités évoquées précédemment et d'optimiser le potentiel du banc de mesure (voir figure 7.14) :

- les suspensions viscoélastiques utilisées pour guider l'équipage mobile sont remplacées par des joints de ferrofluide confinés dans le moteur : les non-linéarités mécaniques disparaissent, et la limite actuelle à 120 Hz peut être repoussée vers les hautes fréquences. De plus, ces joints assurent l'étanchéité acoustique entre les surfaces avant et arrière du piston : une meilleure estimation des paramètres mécaniques en basses fréquences devrait être obtenue.
- l'absence de fer permet d'obtenir une inductance de la bobine faible et constante, et permet de réduire considérablement les courants de Foucault : il ne sera donc plus nécessaire de recalculer ces paramètres par fréquence.
- la masse de l'équipage mobile est très inférieure à celle du haut-parleur utilisé dans cette étude : des mesures en plus hautes fréquences devraient être obtenues car le terme Z_m sera inférieur à Z_{mat} sur une plus large bande de fréquence (voir équations (7.3) et (7.5)).
- l'absence de contacts mécaniques entre l'équipage mobile et le moteur autorise une excursion du piston de l'ordre du centimètre : des mesures à fort taux de compression pourront donc être facilement réalisées.

7.6 Conclusion

Une nouvelle méthode de caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux poreux a été présentée. Cette méthode est basée sur la compression d'un échantillon de matériau placé dans une cavité étanche. L'utilisation d'une cavité étanche permet de prendre en compte l'effet de l'air dans le modèle utilisé pour l'inversion. Un transducteur électrodynamique est utilisé comme source vibratoire et comme capteur afin de déterminer l'impédance mécanique de l'échantillon de matériau poreux et ainsi évaluer ses propriétés mécaniques.

Cette méthode, appliquée sur un échantillon de mousse polymère et un échantillon de laine de verre, est validée par comparaison avec les résultats obtenus par la méthode quasistatique. La gamme de mesure est limitée ici à 100 Hz à cause des non-linéarités mécaniques et électriques du transducteur utilisé : les non-linéarités ne sont pas prises en compte dans la modélisation basse fréquence du transducteur.

L'utilisation d'un nouveau haut-parleur dépourvu de ces principales non-linéarités [54, 55] permettrait d'étendre considérablement la bande fréquentielle de mesure, l'effet de l'air étant pris en compte dans le modèle. Cette solution a fait l'objet d'un dépôt de brevet.

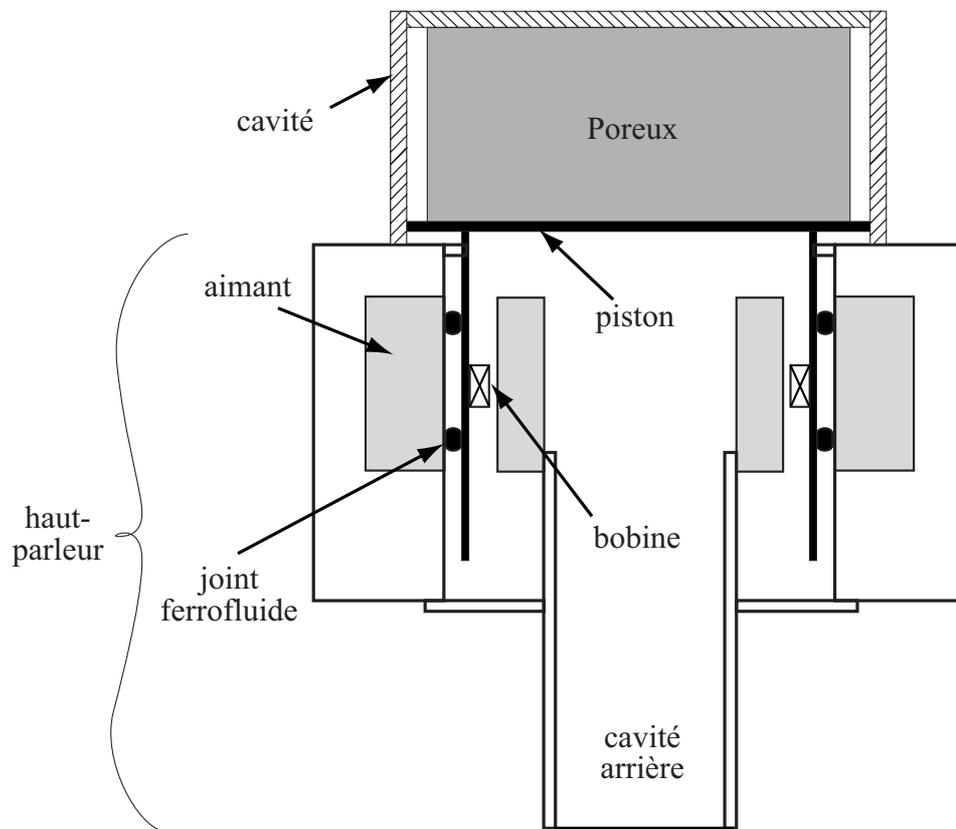


FIG. 7.14 – Schéma du banc de compression axiale électrodynamique avec haut-parleur sans fer à joints de ferrofluides.

La méthode de caractérisation proposée est basée sur la modélisation du comportement d'un matériau poreux considéré isotrope et de dimensions latérales infinies (méthode TMM) : les effets de bord ainsi que l'effet Poisson ne sont donc pas pris en compte. L'effet de la dimension finie de l'échantillon placé dans une cavité devra être étudié au moyen d'un code éléments finis.

Conclusion générale

Ce travail de thèse a fait l'objet d'une étude sur la modélisation et sur le développement de techniques expérimentales de caractérisation des matériaux fibreux utilisés pour l'isolation acoustique dans le contexte aéronautique.

Dans cette étude, on a montré que :

- les paramètres mécaniques longitudinaux (E_L, η_L) des matériaux fibreux n'ont pas d'influence sur le comportement acoustique des systèmes simple paroi "plaque/fibreux" ou double paroi "plaque/fibreux/air/plaque".
- ces matériaux présentent une forte anisotropie ($E_T \gg E_L$) qui peut induire une modification du comportement vibratoire de la plaque support s'ils sont collés.

La faible influence des paramètres mécaniques longitudinaux sur la réponse acoustique des structures étudiées autorise l'utilisation d'un modèle poroélastique simplifié, appelé modèle limp, pour prendre en compte l'effet du matelas de matériau fibreux. Cette conclusion, effectuée à l'aide du critère *FSI* développé au chapitre 3 a été validée par l'étude expérimentale présentée aux chapitres 5 et 6. Ce critère, appliqué à un matériau de caractéristiques données, permet d'identifier les bandes de fréquences pour lesquelles le modèle limp peut être utilisé et ce, pour cinq configurations caractéristiques de l'utilisation des matériaux acoustiques (absorption, rayonnement, transmission simple et double paroi, compression). L'utilisation du modèle limp dans un code élément finis va permettre, par la réduction du nombre de degrés de liberté, la simulation de structures de grandes dimensions tel le fuselage d'un avion garni de matériaux fibreux.

L'application de ce critère nécessite cependant la connaissance des propriétés mécaniques. Dans ce but, trois méthodes de caractérisation ont été proposées. L'objectif était d'accéder à ces propriétés sur une gamme étendue de fréquences et en prenant en compte l'effet de l'air environnant dans la modélisation. Les deux premières méthodes, basées sur la transmission et le rayonnement acoustique de la structure "plaque/poreux" visaient à reproduire les conditions réelles d'utilisation des matériaux poreux. Comme il a été évoqué précédemment, ces méthodes

n'ont pas permis de déterminer les propriétés mécaniques longitudinales des matériaux fibreux. En revanche, elles ont permis d'obtenir des paramètres mécaniques de mousses polymères là où leur effet est le plus significatif, c'est à dire à la fréquence de résonance quart d'onde du squelette (≈ 1200 Hz pour les matériaux testés) :

- les résultats du module d'Young longitudinal E_L obtenus sont cohérents avec ceux obtenus en basses fréquences par la méthode quasistatique.
- ces matériaux présentent une anisotropie : $E_T < E_L$.
- la mesure acoustique (indice d'affaiblissement TL , facteur de rayonnement σ_R) n'est pas adaptée à la détermination du facteur d'amortissement η_L : une mesure vibratoire doit être préférée. Une détermination de l'incertitude sur la valeur obtenue par ces méthodes reste cependant à mener.

Ces deux méthodes ont permis en outre d'identifier l'effet d'un matériau poreux collé à une structure vibrante :

- *en basses fréquences*, le matériau apporte principalement un effet de masse ajouté : l'indice d'affaiblissement d'une structure "plaque/poreux" de grande dimension augmente significativement ; le rayonnement de la structure "plaque/poreux" en flexion n'est pas perturbé, en revanche, les modes de flexion sont repoussés vers les basses fréquences.
- *en moyennes fréquences*, des résonances dans l'épaisseur du squelette du matériau poreux dégradent le caractère isolant de la structure : l'indice d'affaiblissement de la structure "plaque/poreux" de grande dimension est diminué ; le rayonnement de la structure "plaque/poreux" en flexion augmente et un fort couplage entre le matériau et la plaque support est observé.
- *en hautes fréquences*, les dissipations viscothermiques au sein de la couche poreuse améliore le caractère isolant de la structure : l'indice d'affaiblissement augmente et le rayonnement diminue.

Ces méthodes de caractérisation nécessitent cependant un dispositif expérimental très coûteux.

Une troisième méthode, dite "de table", a été proposée : elle doit permettre une mesure de E et η dans la direction longitudinale, sur une gamme de fréquence étendue, et sans négliger l'effet du fluide saturant. Elle est basée sur la mesure d'impédance mécanique d'un échantillon de petite taille placé dans une cavité étanche, à température et pression ambiante, à l'aide d'un transducteur électroacoustique. Un prototype conçu avec un haut-parleur électrodynamique classique a permis d'obtenir les paramètres mécaniques pour une laine de verre souple et une mousse plastique rigide : les résultats sont cohérents avec la méthode quasistatique. Sa sensibilité a montré sa capacité à évaluer des modules d'Young faibles, avec une précision suffisante pour

déterminer si un matériau peut être simulé ou non par le modèle limp.

Cependant, les mesures obtenues avec le prototype sont limitées à 100 Hz du fait des non-linéarités du transducteur. Le dimensionnement et l'utilisation d'un haut-parleur dépourvu de non-linéarité [54, 55] laisse espérer la détermination des propriétés mécaniques sur une bande de fréquence au delà d'1 kHz.

Annexe A :

Propriétés des fonctions de Bessel

$$J_m(z) = \frac{1}{2\pi j^m} \int e^{jz \cos w} \cos(mw) dw$$

$$J_{-m}(z) = (-1)^m J_m(z)$$

$$\frac{\partial J_0(z)}{\partial z} = J_{-1}(z)$$

$$\int J_m(\alpha z) J_m(\beta z) z dz = \frac{z}{\alpha^2 - \beta^2} [\beta J_m(\alpha z) J_{m-1}(\beta z) - \alpha J_m(\beta z) J_{m-1}(\alpha z)]$$

$$I_m(z) = j^{-m} J_m(jz)$$

$$I_{-m}(z) = I_m(z)$$

$$\frac{\partial I_0(z)}{\partial z} = I_1(z)$$

Bibliographie

- [1] J.F. Allard. *Propagation of sound in porous media: Modelling Sound Absorbing Materials*. Elsevier Applied Science, 1993.
- [2] J.F. Allard, B. Brouard, N. Atalla, and S. Ghinet. Excitation of soft porous frame resonances and evaluation of rigidity coefficients. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121(1):78–84, 2007.
- [3] N. Atalla. An overview of the numerical modeling of poroelastic materials. *SAPEM, Lyon, France*, pages 133–142, 2005.
- [4] N. Atalla, R. Panneton, and P. Debergue. A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(4):1444–1452, 1998.
- [5] N. Atalla, F. Sgard, and C.K. Amedin. On the modeling of sound radiation from poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(4):1990–1995, 2006.
- [6] K. Attenborough. Acoustical characteristics of porous media. *Physics reports, A review section of Physics letters*, 82 (3):179–227, 1982.
- [7] A. Bardot, B. Brouard, and J. F. Allard. Frame decoupling at low frequencies in thin porous layers saturated by air. *J. Acoust. Soc. Am.*, 79(11):8223–8229, 1996.
- [8] L.L. Beranek. Acoustical properties of homogeneous, isotropic rigid tiles and flexible blankets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 19(4):556–568, July 1947.
- [9] L.L. Beranek and G.A. Work. Sound transmission through multiple structures containing flexible blankets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 21(4):419–428, July 1949.
- [10] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):168–178, September 1955.
- [11] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):179–191, September 1955.
- [12] M.A. Biot and D.G. Willis. The elastic coefficient of the theory of consolidation. *J. Appl. Mechanics*, 24:594, 1957.
- [13] L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks, and J.F. Allard. Investigations of the phase velocities of guided acoustic waves in soft porous layers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117(2):545–554, 2005.
- [14] J.S. Bolton, N.M. Shiau, and Y.J. Kang. Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials. *J. Sound Vib.*, 191(3):317–347, 1996.

- [15] Brüel and Kjaer. Sound intensity. *Brüel and Kjaer's primer*: <http://www.bksv.com/2148.asp>, 1993.
- [16] B. Brouard. *Validation par holographie acoustique de nouveaux modèles pour la propagation des ondes dans les matériaux poreux stratifiés*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1994.
- [17] M. Bruneau. *Contribution à l'étude de l'impédance motionnelle d'un haut-parleur chargé par un tuyau sonore*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, France, 1975.
- [18] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes, 1998.
- [19] B. Castagnède, A. Aknine, B. Brouard, and V. Tarnow. Effects of compression on the sound absorption of fibrous materials. *Applied Acoustics*, 61:173–182, 2000.
- [20] Y. Champoux and J. F. Allard. Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *J. Appl. Phys.*, 70(4):1975–1979, August 1991.
- [21] K. K. Chawla. *Fibrous materials*. Cambridge University Press, 2005.
- [22] N. Dauchez. *Etude vibroacoustique des matériaux poreux par éléments finis*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1999.
- [23] N. Dauchez, M. Etchessahar, and S. Sahraoui. On measurement of mechanical properties of sound absorbing materials. *2nd Biot conference on Poromechanics*, 2002.
- [24] N. Dauchez, S. Sahraoui, and N. Atalla. Investigation and modelling of damping in a plate with a bonded porous layer. *J. Sound Vib.*, 265:437–449, 2003.
- [25] O. Dazel, B. Brouard, C. Depollier, and S. Griffiths. An alternative biot's displacement formulation for porous materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121(6):3509–3516, 2007.
- [26] P. Debergue, R. Panneton, and N. Atalla. Boundary conditions for the weak formulation of the mixed (u,p) poroelasticity problem. *J. Acoust. Soc. Am.*, 106(5):2383–2390, 1999.
- [27] C. Depollier, J.F. Allard, and W. Lauriks. Biot theory and stress-strain equations in porous sound-absorbing materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 84(6):2277–2279, 1988.
- [28] M. Deverge. *Propriétés mécaniques et rhéologiques des mousses de polymères réticulés*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2006.
- [29] O. Doutres, N. Dauchez, and J-M. Génevaux. Porous layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121(1):206–213, 2007.
- [30] O. Doutres, N. Dauchez, J-M. Génevaux, and O. Dazel. Validity of the limp model for porous materials: A criterion based on the biot theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(4):2038–2048, 2007.
- [31] A. Duclos. *Diffusion multiple en fluide visco-thermique, cas du cristal phononique à deux dimensions*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2007.
- [32] ASTM. E756 – 98. *Standard test method for measuring vibration-damping properties of materials*. American Society for Testing and Materials, 1998.

- [33] Wayne Kerr Electronics. *Precision magnetics analyser PMA3260A: user manual*. Wayne Kerr Electronics, 1997.
- [34] M. Etchessahar. *Caractérisation mécanique en basses fréquences des matériaux acoustiques*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2002.
- [35] M. Etchessahar, S. Sahraoui, and B. Brouard. Bending vibrations of a rectangular poroelastic plate. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics*, 329(8):615–620, 2001.
- [36] F. Fahy. *Sound intensity*. Elsevier Science, 1990.
- [37] E.R. Fitzgerald and J.O. Ferry. Method for determining the dynamic mechanical behavior of gels and solids at audio-frequencies; comparison of mechanical and electrical properties. *J. Colloid Sci.*, 8, 1953.
- [38] V. Gareton. *Contribution à l'acoustique de conduits traités avec un matériau poreux. Mesures de constantes élastiques et effets de la température*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2003.
- [39] R.J. Gibert. *Vibration des structures*. Eyrolles, 1988.
- [40] M. Géradin and D. Rixen. *Théorie des Vibrations: application à la dynamique des structures*. Masson, 1993.
- [41] P. Göransson. Acoustic finite element formulation of a flexible porous material: a correction for inertial effects. *J. Sound . Vib.*, 185(4):559–580, 1995.
- [42] P. Göransson. A weighted residual formulation of the acoustic wave propagation through a flexible porous material and a comparison with a limp material model. *J. Sound . Vib.*, 182(3):479–494, 1995.
- [43] M. Henry. *Mesures de paramètres caractérisant un milieu poreux. Etude expérimentale du comportement acoustique des mousses aux basses fréquences*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1997.
- [44] U. Ingard. Locally and nonlocally reacting flexible porous layers; a comparison of acoustical properties. *Journal of the Engineering for Industry (ASME)*, 103:302–313, 1981.
- [45] U. Ingard. *Notes on sound absorption technology*. Noise Control Foundation, 1994.
- [46] L. Jaouen. *Contribution à la caractérisation mécanique de matériaux poro-visco-élastiques en vibro-acoustique*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2003.
- [47] L. Jaouen, B. Brouard, N. Atalla, and C. Langlois. A simplified numerical model for a plate backed by a thin foam layer in the low frequency range. *J. Sound Vib.*, 280:681–698, 2005.
- [48] D.L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *J. Fluid Mech.*, 176:379–402, 1987.
- [49] W. Klippel. Tutorial: loudspeaker nonlinearities - causes, parameters, symptoms. *J. Audio Eng. Soc.*, 54(10):907–938, 2006.

- [50] D. Lafarge. *Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1993.
- [51] D. Lafarge, P. Lemarinier, J.F. Allard, and V. Tarnow. Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 102(4):1995–2006, October 1997.
- [52] W. Lauriks, L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, and L. Kelders. Characterization of porous acoustic materials. *SAPEM, Lyon, France*, pages 167–180, 2005.
- [53] W. Marshall Leach. Loudspeaker voice-coil inductance losses: Circuit models, parameter estimation, and effects on frequency response. *J. Audio Eng. Soc.*, 50(6):442–450, 2002.
- [54] G. Lemarquand. Ironless loudspeaker. *IEEE, Trans. Magn.*, 43, 2006.
- [55] G. Lemarquand. Un nouveau concept de haut-parleur électrodynamique. *Congrès français de mécanique, Tours*, 2006.
- [56] F. Leplus. Bobine à noyau de fer en régime variable. *Techniques de l'ingénieur*, D3040.
- [57] C. Lesueur and J.L. Guyader. "chapitre 4, Rayonnement acoustique des plaques et des coques cylindriques", *Rayonnement acoustique des structures: Vibroacoustique, Interactions fluide-structure*. coordinateur: C. Lesueur, Eyrolles, 1988.
- [58] E. Mariez and S. Sahraoui. Elastic constants of polyurethane foam's skeleton for biot model. *Internoise 96*, pages 951–4, 1996.
- [59] E. Mariez and S. Sahraoui. Measurement of mechanical anisotropic properties of acoustic foams for the biot model. *Internoise 97*, 1997.
- [60] M. Melon. *Caractérisation de matériaux poreux par ultrasons basse fréquence (20-500 kHz)*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1996.
- [61] P.M. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical acoustics*. Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- [62] E.R. Olsen and K.B. Christensen. Nonlinear modeling of low frequency loudspeakers - a more complete model. *100th convention, Copenhagen, Audio Eng. Soc.*, 1996.
- [63] R. Panneton and N. Atalla. Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100(1):346–354, 1996.
- [64] T. Pritz. Transfert function method for investigating the complex modulus of acoustic materials: spring-like specimen. *J. Sound . Vib.*, 72(3):317–341, 1980.
- [65] T. Pritz. Transfert function method for investigating the complex modulus of acoustic materials: rod-like specimen. *J. Sound . Vib.*, 81(3):359–376, 1982.
- [66] T. Pritz. Frequency dependence of frame dynamic characteristics of mineral and glass wool materials. *J. Sound . Vib.*, 106(1):161–169, 1986.
- [67] T. Pritz. Non-linearity of frame dynamic characteristics of mineral and glass wool materials. *J. Sound . Vib.*, 136(2):263–274, 1990.
- [68] T. Pritz. Dynamic young's modulus and loss factor of plastic foams for impact sound isolation. *J. Sound . Vib.*, 178:315–322, 1994.

- [69] T. Pritz. Measurement methods of complex poisson's ratio of viscoelastic materials. *Applied Acoustics*, 60(3):279–292, 2000.
- [70] H.J. Rice and P. Göransson. A dynamical model of light fibrous materials. *Int. J. Mech. Sc.*, 41:561–579, 1999.
- [71] H.J. Rice, A.A. Torrance, and G. Eikelman. A model of stiffness non-linearity in fibrous material dynamics. *J. Sound . Vib.*, 212(2):375–381, 1998.
- [72] S. Rigobert, F. Sgard, and N. Atalla. A two-field hybrid formulation for multilayers involving poroelastic, acoustic, and elastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(6):2786–2797, 2004.
- [73] D. Ross, E.E. Ungar, and E.M. Kerwin. Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminate. *Structural Damping, ASME, New-York*, pages 49–88, 1959.
- [74] M. Rossi. *Electroacoustique*. Presse Polytechniques Romandes, 1986.
- [75] J.C. Le Roux. *Le haut-parleur électrodynamique : estimation des paramètres électroacoustiques aux basses fréquences et modélisation de la suspension*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1994.
- [76] S. Sahraoui, E. Mariez, and M. Etchessahar. Linear elastic properties of anisotropic open-cell foams. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110:635–637, 2001.
- [77] R.H. Small. Closed-bocloudspeakers systems, part 1: analysis. *J. Audio Eng. Soc.*, 20:798–808, 1972.
- [78] R.H. Small. Closed-bocloudspeakers systems, part 2. *J. Audio Eng. Soc.*, 21, 1973.
- [79] V. Tarnow. Measurements of anisotropic sound propagation in glass wool. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108(5):2243–2247, 2000.
- [80] V. Tarnow. Measured anisotropic air flow resistivity and sound attenuation of glass wool. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(6):2735–2739, 2002.
- [81] V. Tarnow. Dynamic measurements of the elastic constants of glass wool. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(6):3672–3678, 2005.
- [82] H.O. Taylor. Tube method of measuring sound absorption. *J. Acoust. Soc. Am.*, 24(6):701–704, 1952.
- [83] A.N. Thiele. Loudspeakers in vented boxes, parts i and ii. *J. Audio Eng. Soc.*, 19:382–392, 1971.
- [84] V. Tournat, V. Pagneux, D. Lafarge, and L. Jaouen. Multiple scattering of acoustic waves and porous absorbing media. *Phys. Rev. E*, 70(026609):1–10, 2004.
- [85] J. Tran-Van, X. Olny, and F. Sgard. Effect of the porous media transverse isotropy on sound transmission properties of double wall systems. *Forum Acusticum*, Sevilla, Spain, 2002.
- [86] J. Vanderkooy. A model of loudspeakerdriver impedance incorporating eddy currents in the pole structure. *J. Audio Eng. Soc.*, 37:119–128, 1989.

- [87] M. Villot, C. Guigou, and L. Gagliardini. Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures. *J. Sound Vib.*, 245(3), 2001.
- [88] C.E. Wallace. Radiation resistance of a rectangular panel. *J. Acoust. Soc. Am.*, 51(3):946–952, 1972.
- [89] C. Zwikker and C. Kosten. *Sound absorbing materials*. Elsevier, New York, 1949.

Bibliographie complémentaire

Bibliographie de l'article [29] à la page 104

Bibliographie de l'article [30] à la page 42