



Modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les grands télescopes et les observations à Haute Résolution Angulaire

Jérôme Maire

► To cite this version:

Jérôme Maire. Modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les grands télescopes et les observations à Haute Résolution Angulaire. Astrophysique [astro-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2007. Français. $\langle$ NNT : $\rangle$. $\langle$ tel-00192172 $\rangle$

HAL Id: tel-00192172

<https://theses.hal.science/tel-00192172v1>

Submitted on 27 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Université de Nice - Sophia Antipolis - Faculté des Sciences

Ecole Doctorale Sciences Fondamentales et Appliquées

Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice

THESE

présentée pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences
de l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Spécialité : Sciences de l'Univers

par

Jérôme MAIRE

Modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les grands télescopes et les observations à Haute Résolution Angulaire

Soutenue le 22 Mai 2007 devant le jury composé de :

Denis Mourard	Observatoire de la Côte d'Azur	Président
Renaud Foy	CRAL-CNRS, Observatoire de Lyon	Rapporteur
Gérard Rousset	LESIA, Observatoire de Paris, Université Paris 7	Rapporteur
Jean-Marc Conan	Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales	Examineur
Marc Sarazin	European Southern Observatory	Examineur
Julien Borgnino	Université de Nice - Sophia Antipolis	Directeur de thèse
Aziz Ziad	Université de Nice - Sophia Antipolis	Directeur de thèse

à 11h00 à la Faculté des Sciences de l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Remerciements

Mes remerciements s'adressent en premier lieu à mes directeurs de thèse, Julien Borgnino et Aziz Ziad pour m'avoir fait confiance en me proposant ce sujet de recherche. Je les remercie pour toute l'aide et le soutien qu'ils m'ont apportés durant ces années. Mon expérience à leurs côtés a été très riche d'enseignements.

Je suis très honoré que Messieurs Renaud Foy et Gérard Rousset aient accepté d'expertiser ce travail. Je les remercie pour les remarques et les réflexions de synthèse très judicieuses qui ont été formulées.

Je souhaite également remercier Messieurs Jean-Marc Conan et Marc Sarazin d'avoir participé à mon jury de thèse en apportant d'intéressantes discussions.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Denis Mourard, pour son aide précieuse et sa grande sympathie. Je suis heureux d'avoir pu profiter de son dynamisme scientifique et je le remercie cordialement d'avoir présidé mon jury.

Je tiens à remercier Jean Vernin pour son accueil chaleureux au sein de l'équipe d'Optique Atmosphérique, et pour avoir toujours répondu amicalement à mes questions et sollicitations de toutes sortes. Ma compréhension de certains problèmes, inverses ou pas, a été grandement facilitée par les explications de Henri Lanteri. Je remercie également Claude Aime pour ses précieuses remarques. Je suis très reconnaissant à Sylvie Robbe-Dubois d'avoir pris le temps de commenter certaines parties du manuscrit.

Je remercie Mark Chun pour son accueil chaleureux ainsi que pour son soutien lors de mes observations au sommet du Mauna Kea.

Merci à Amokrane Berdja et à Hervé Trinquet pour toute l'aide apportée lors des observations ainsi que pour nos nombreuses discussions intéressantes. Pour tout le travail effectué en amont de cette thèse sur l'instrument GSM, je suis très redevable à François Martin et à Karim Agabi.

Je remercie Farrokh Vakili, le directeur du laboratoire, pour son accueil bienveillant, ses conseils pertinents et son soutien sans faille. Je remercie aussi tous les membres du laboratoire qui ont contribué par leur aide à la réalisation de ce travail.

Et parce qu'il y a une vie autre que la thèse pendant la thèse, un grand merci à tous mes proches et à ma famille, en particulier à mes parents pour leur soutien inconditionnel et leur aide tout au long de mes études. Merci également à mon frère Laurent pour sa générosité et ses conseils qui m'ont bien aidé. Je remercie mon épouse Nicole, pour son soutien, son sourire, sa patience et les heures passées à m'expliquer certains mystères de la langue anglaise. Un merci particulier à ma fille Shanon pour toute la joie qu'elle m'apporte.

Table des matières

Table des matières	1
Liste des figures	3
Liste des tableaux	7
Acronymes	7
Préambule	9
1 Introduction	13
1.1 La turbulence optique	15
1.1.1 Propagation dans l'atmosphère	16
1.1.2 Décomposition des déformations du front d'onde	18
1.1.3 Description statistique des déformations du front d'onde	19
1.1.4 Les paramètres optiques associés	23
1.1.5 Effets optiques de la turbulence atmosphérique sur la formation des images	30
1.2 Optimisation des techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire	32
1.2.1 Interférométrie optique	33
1.2.2 Systèmes d'optique adaptative	37
2 Caractérisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique à partir des données interférométriques	43
2.1 "Wavefront outer scale deduced from interferometric dispersed fringes."	44
2.2 Application aux données de l'interféromètre VLTI/AMBER	55
2.2.1 L'interféromètre VLTI/AMBER	55
2.2.2 Réduction de données AMBER	55
2.2.3 Analyse des mesures du piston différentiel	56
2.2.4 Effets atmosphériques et instrumentaux sur les mesures du piston différentiel	60
2.3 Note sur la validité de l'hypothèse gaussienne en interférométrie de Michelson	65
2.3.1 Rappel sur l'interférométrie des tavelures	65
2.3.2 Comparaison numérique des modèles normal et log-normal	69
2.4 Conclusion	75
3 Modélisation de la turbulence optique de l'atmosphère	77
3.1 "Towards the monitoring of atmospheric turbulence model"	78
3.2 "Experimental validation of the atmospheric model of optical turbulence with the GSM instrument."	83
3.3 Note sur les relations entre les échelles externes locales et l'échelle externe au sol	91

3.3.1	Spectres des fluctuations de phase et d'Angle d'Arrivée	91
3.3.2	Fonctions de filtrage du spectre	95
3.3.3	Grandeurs statistiques relatives au front d'onde	97
3.3.4	Conclusions	104
3.4	Conclusion	105
4	Mesures de la distribution verticale de l'échelle externe par observation du limbe de la Lune	107
4.1	"Measurements of the profiles of the wavefront outer scale using observations of the limb of the Moon."	108
4.2	Profils d'échelle externe par observation du limbe de la Lune. Compléments. . . .	118
4.2.1	Acquisitions des images du bord de la Lune	118
4.2.2	Fonction de structure angulaire des fluctuations d'Angle d'Arrivée	120
4.2.3	Détection angulaire des fluctuations d'Angle d'Arrivée	122
4.2.4	Résolution en altitude	127
4.2.5	Comparaison des résultats obtenus avec des profils d'échelle externe issus des mesures ballons	129
4.2.6	Exemples d'implications en Optique Adaptative	132
4.3	Conclusion	135
5	Conclusion et perspectives	137
6	Annexes	143
6.1	"Recent progress and future prospects of the GI2T interferometer"	143
6.2	"Optimization of observations of the High Angular Resolution techniques (Adaptive Optics & Interferometry)"	155
	Bibliographie	177
	Résumé	178

Liste des figures *(hors articles)*

1.1	Images simulées d'une même région du ciel vue par des télescopes de diamètres différents à la limite de diffraction.	14
1.2	Représentation des instabilités de type Kelvin-Helmholtz.	15
1.3	Propagation du front d'onde à travers une atmosphère composée de deux couches turbulentes.	17
1.4	Représentation de l'angle d'arrivée du front d'onde perturbé (J. Borgnino 1990 [24]) et des composantes de sa projection dans un plan normal à la direction de propagation.	18
1.5	Représentation des polynômes de Zernike.	20
1.6	Spectres des fluctuations de phase dans le cadre des modèles de Kolmogorov, von Kármán, Greenwood-Tarazano et exponentiel.	22
1.7	Fonction de structure des fluctuations de phase dans le cadre des modèles de Kolmogorov, von Kármán, Greenwood-Tarazano et exponentiel pour $\mathcal{L}_0=10, 25, 50m$ et $D = 10m$	23
1.8	Exemple de profils $C_N^2(h)$ mesurés par le SCIDAR obtenus à Mauna Kea le 17 Juillet 2005.	24
1.9	Photo du Generalized Seeing Monitor et représentation de sa configuration standard à 4 télescopes	27
1.10	Échelles externes mesurées par le moniteur GSM lors d'une mission d'observations au Cerro Paranal en Novembre et Decembre 1998.	28
1.11	Propagation à travers l'atmosphère de deux ondes issues de sources séparées d'un angle θ	29
1.12	Surface commune d'intersection, relative à la surface du télescope, de deux faisceaux séparés d'une distance θh calculée en fonction du diamètre du télescope.	30
1.13	Simulation d'images courtes poses dégradées par la turbulence atmosphérique.	31
1.14	Représentation schématique d'un interféromètre de Michelson à reconfiguration multi-axiale.	34
1.15	Représentation schématique de la densité spectrale dans le cas d'un interféromètre de Michelson (F. Roddier et P. Léna 1984 [130]).	35
1.16	Schéma d'un système d'optique adaptative classique.	37
1.17	Variance des coefficients des polynômes de Zernike en fonction de leur indice j et variance du tilt en fonction du diamètre du télescope.	39
1.18	Ecart-type des fluctuations de phase dues à la différence de tilt entre deux faisceaux en fonction de la séparation angulaire pour plusieurs valeurs d'échelle externe.	40
2.1	L'instrument Generalized Seeing Monitor (GSM) et le Grand Interféromètre à 2 télescopes (GI2T).	44
2.2	Configuration des télescopes du VLTI au Cerro Paranal.	56
2.3	Séquences piston différentiel obtenues à partir de l'interféromètre VLTI/AMBER	58

2.4	Ecart-types de la différence de marche en fonction de $\mathcal{L}_0$ pour 3 bases (61, 93 et 125m), calculés en utilisant un diamètre de télescope égal à 8m dans le cadre du modèle de von Kármán.	59
2.5	OPD rms en fonction du seuil de RSB obtenues à partir de l'interféromètre VLTI/AMBER	59
2.6	Exemple du filtrage par seuillage du RSB réalisé sur la différence de chemin optique (OPD) en fonction du temps	60
2.7	Histogramme des valeurs de l'OPD mesurée à partir de la base U1-U4 lors de la séquence d'acquisition de 07h04TU.	61
2.8	OPD rms pour chaque séquence de piston obtenue en fonction des différentes bases pour un seuil de RSB $s = 6$	62
2.9	Echelles externes $\mathcal{L}_0$ déduites des séquences de piston en fonction du temps suivant différentes bases de mesure pour un seuil de RSB $s = 6$	63
2.10	Exemples de configurations possibles de 4 sous-pupilles translatées.	66
2.11	Calcul de densités spectrales dans le cas du modèle log-normal lorsque le pas d'échantillonnage de la pupille diminue.	69
2.12	Densités spectrales $W(\vec{f})^{\log-normal}$ et $W(\vec{f})^{normal}$	70
2.13	Différence entre les densités spectrales normale et log-normale $\left(W(\vec{f})_B^{\log-normal} - W(\vec{f})_B^{normal}\right)$ calculées pour deux longueurs de bases.	71
2.14	Différence des densités spectrales $\delta_{D_{Obs}}$ calculées pour différentes tailles d'obstruction centrale	72
2.15	Différence entre les densités spectrales calculées dans les cas des modèles normal et log-normal, pour différents diamètres de télescopes.	73
2.16	Différences entre les densités spectrales monochromatiques calculées dans les cas des modèles normal et log-normal, pour différentes valeurs de r_0 et $\mathcal{L}_0$	73
3.1	Erreur relative du spectre de von Kármán due au développement fini.	92
3.2	La somme de 2 spectres de von Kármán à échelles différentes n'est pas un spectre de von Kármán.	94
3.3	Fonctions de filtrage pupillaire $G_1(f, D)$ et $G_2(f, D)$ pour différents diamètres de télescope.	96
3.4	Fonctions de filtrage dues à la base dans le cas de la fonction de structure de la phase et dans le cas des covariances des AA.	97
3.5	Filtrage dû à la propagation de Fresnel pour différentes altitudes des couches turbulentes.	98
3.6	Spectres et fonctions de structure des fluctuations de phase et ajustement de leur somme.	99
3.7	Erreurs relatives de la fonction de structure des fluctuations de phase, dues à une description "mono-couche" de l'échelle.	100
3.8	Erreur absolue associée à l'ajustement par des covariances calculées en utilisant une échelle externe déduite de l'Eq.3.10.	101
3.9	Somme des covariances longitudinales des fluctuations d'AA pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 20m$ et $\mathcal{L}_0(h_2) = 6m$ avec $D = 0.1m$	101
3.10	Exemples d'échelles externes résultantes au sol pour différentes valeurs de n (Eq.3.10) suivant les contributions énergétiques moyennes en altitude de la turbulence atmosphérique pour différents sites.	102
3.11	Modélisation "monocouche" et "multi-couche" de l'échelle externe.	103

4.1	Observations du limbe de la Lune à l'Observatoire de Mauna Kea.	108
4.2	Schéma de traitement des images du limbe de la Lune permettant de déduire les profils d'échelle externe $\mathcal{L}_0(h)$ et de $C_N^2(h)$	118
4.3	Logiciel d'acquisition des images du bord de la Lune.	120
4.4	Représentation des fonctions de structure angulaires transverses des fluctuations d'Angle d'Arrivée, en fonction de la séparation angulaire, calculées pour diffé- rentes valeurs de l'altitude h	121
4.5	Représentation des fonctions de structure angulaires transverses des fluctuations d'AA, en fonction de la séparation angulaire, pour différentes valeurs de r_0	122
4.6	Effets du filtrage par la valeur médiane et par la valeur moyenne.	123
4.7	Représentation des angles de courbure du bord lunaire et de la direction de mesure des AA.	125
4.8	Effet maximal de la courbure du bord de la Lune sur les fonctions de structure des AA.	126
4.9	Comparaison du bord moyen mesuré le 17 Juillet 2005 (08h19'TU) à Mauna Kea et profil de Watts correspondant.	127
4.10	Simulation des images du bord de la Lune par utilisation de la relation objet-image.	128
4.11	Etalement du bord pour différentes conditions atmosphériques et erreur rms de la position détectée du bord suivant différentes valeurs de la taille de la fenêtre utilisée pour le calcul barycentrique du photocentre.	129
4.12	Exemple de reconstruction par recuit simulé d'un profil donné d'échelle externe à 6 couches d'égales épaisseurs.	130
4.13	Erreurs médianes (en m) par couche sur les valeurs d'échelles obtenues en fonction du nombre de couches utilisées lors de la reconstruction d'un profil simulé d'échelles.	131
4.14	Erreurs liées à la reconstruction simultanée de profils simulés de C_N^2 et $\mathcal{L}_0$ par l'algorithme de recuit simulé.	131
4.15	Comparaisons des échelles externes déduites de données ballons et obtenues à par- tir des instruments GSM et MOSP.	132
4.16	Variance normalisée A_j des coefficients des polynômes de Zernike en fonction du mode i et du diamètre D du télescope calculée à partir des profils d'échelles externes et avec une échelle intégrée au sol.	133
4.17	Spectre résiduel calculé des fluctuations de phase dues à l'erreur d'échantillonnage spatial fini des corrections d'un système d'optique adaptative multi-conjuguée com- portant 1 et 2 miroirs déformables déduits du profil moyen d'échelle externe et avec une échelle intégrée au sol.	134
4.18	Spectre résiduel calculé des fluctuations de phase dues à l'erreur d'échantillonnage spatial fini des corrections d'un système d'optique adaptative multi-conjuguée orien- tée couche où l'on tient compte de 2 miroirs déformables pour un profil moyen d'échelle externe et sa valeur intégrée avec $n = -1/3$ mesurés à Mauna Kea.	134

Liste des tableaux *(hors articles)*

2.1	Configuration des bases au sol utilisées lors des observations AMBER le 16 Avril 2006.	57
2.2	Ecart-type de l'OPD obtenu pour chaque base de mesure et intervalle de confiance à 95% correspondant sur l'ensemble des séquences d'acquisition.	60
2.3	Récapitulatif des variations de l'écart entre densités spectrales normale et log-normale. Si l'on considère exact le modèle log-normal, l'hypothèse gaussienne est d'autant plus valide que cet écart diminue.	74

Acronymes

AA	Angle d'Arrivée
AMBER	Astronomical Multi-BEam combineR
Ex	Exponentiel
GI2T	Grand Interféromètre à 2 Télescopes
GSM	Generalized Seeing Monitor
GT	Greenwood-Tarazano
OA	Optique Adaptative
OPD	Différence de chemin optique
REGAIN	REcombineur du GrAnd INterféromètre
RSB	Rapport Signal à Bruit
SCIDAR	SCIntillation, Detection And Ranging
vK	von Kármán
VLT	Very Large Telescope Interferometer

Préambule

L'invention de la lunette astronomique puis celle du télescope ont donné aux astronomes la clef pour comprendre l'Univers. Au cours des siècles, l'augmentation du diamètre des télescopes s'est traduite par un énorme gain dans la capacité de collecter la lumière. Des objets de plus en plus faibles ont pu ainsi être détectés. La résolution angulaire des télescopes, c'est-à-dire le pouvoir de discerner les plus petits détails dans une image, n'a toutefois pas suivi cette progression. En effet, la turbulence atmosphérique traversée par la lumière impose aux observations une basse résolution qui a longtemps été sans possibilité d'amélioration.

La compréhension des phénomènes liés aux écoulements turbulents a connu une percée importante au cours du vingtième siècle. La description statistique du phénomène de turbulence a permis de mieux comprendre la dégradation des images obtenues au foyer des télescopes. Les rayons lumineux provenant d'un objet céleste sont aléatoirement et continuellement déviés pendant leurs traversées de l'atmosphère. La cohérence des ondes, ou leur possibilité d'interférer, est dégradée ce qui se traduit par un flou de l'image observée. Les paramètres qui rendent compte de l'amplitude de cette dégradation peuvent varier en fonction des conditions atmosphériques. On distingue les paramètres liés à la cohérence spatiale du front d'onde tels que le "paramètre de Fried" définissant la largeur caractéristique du front d'onde conservant des propriétés cohérentes, et les paramètres relatifs à la cohérence temporelle, comme le "temps de cohérence", ou encore à la cohérence angulaire qui définit le domaine isoplanétique. L'amplitude des déformations spatiales à grandes échelles du front d'onde peut être caractérisée par "l'échelle externe de cohérence spatiale", paramètre dont la connaissance suscite un intérêt justifié par l'augmentation du diamètre des télescopes et l'utilisation de grandes bases d'observation en interférométrie. Pour bénéficier de la résolution angulaire qu'apporte les grands télescopes, des techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire se sont développées ; l'interférométrie à grande base est la première de ces techniques qui ait donné lieu à de nombreux résultats scientifiques. D'autres techniques ont été élaborées pour extraire de l'observation d'un objet étudié une quantité plus ou moins grande d'informations physiques voilées par les effets de la turbulence optique. L'imagerie directe est une technique d'observation riche en informations scientifiques et elle a largement bénéficié de l'apport relativement récent des systèmes d'optique adaptative qui permettent de compenser en temps réel une grande partie des déformations provoquées par la traversée de l'atmosphère.

Toutes ces techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire ont participé à faire naître de nouvelles interrogations fondamentales comme la nature de la matière noire ou l'existence de planètes abritant la vie en-dehors du système solaire. Afin de répondre à ces grandes questions, les astronomes étudient la possibilité de construire un télescope de 30 à 100 m de diamètre. La connaissance des effets de l'atmosphère sur de grandes échelles spatiales devient donc essentielle. Elle intervient dans le choix du site par la caractérisation des conditions atmosphériques mais aussi dans la recherche de la conception optimale de ce télescope en rapport avec les techniques d'observation qui seront utilisées.

Ce travail de thèse est consacré à l'étude des propriétés spatiales à grandes échelles du front d'onde. La perte de cohérence spatiale doit être caractérisée au sol mais aussi en altitude afin d'op-

timiser au mieux les techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire. La première partie de ce mémoire est un rappel de certaines connaissances sur la turbulence optique : ses processus de formation dans l'atmosphère, la mesure de son amplitude à partir des paramètres mesurant le degré de cohérence du front d'onde et ses principaux effets sur les images astronomiques. On verra que les grandes bases de mesures des interféromètres sont particulièrement sensibles aux déformations des grandes structures du front d'onde et peuvent servir à les caractériser expérimentalement. On rappellera ensuite de manière non-exhaustive comment les performances des systèmes d'optique adaptative, indispensables aux observations des grands télescopes sont affectées par les déformations aux grandes échelles du front d'onde.

La deuxième partie de ce mémoire est consacrée à la caractérisation des propriétés spatiales du front d'onde à partir des grandes bases de mesure utilisées en interférométrie. A ces échelles, les déformations du front d'onde ne suivent pas les mêmes lois statistiques et cette étude confirme que l'amplitude des déformations spatiales du front d'onde n'augmente pas indéfiniment avec l'allongement de la base de mesure. A partir de mesures interférométriques, cette étude met plus spécifiquement en évidence la saturation des grandeurs liées aux déformations spatiales lorsque les distances considérées dépassent la valeur de l'échelle externe. Celle-ci est en outre mesurée indépendamment avec l'instrument dédié GSM à partir d'une méthode différente sur des échelles de mesure métriques. Ce travail a consisté à observer les franges d'interférence obtenues à l'aide de l'interféromètre GI2T/REGAIN puis à traiter les données acquises dans le but d'extraire l'information à grande échelle sur la turbulence optique et aussi d'en comparer les résultats avec ceux obtenus simultanément avec GSM. Le même type d'analyse a ensuite été effectué à partir des données de l'interféromètre VLT/AMBER. Les trois très grandes bases de cet instrument, utilisées simultanément, sont susceptibles d'apporter d'importantes informations sur les propriétés spatiales à grande échelle du front d'onde lorsque les aberrations propres à l'instrument sont parfaitement connues. De plus, une étude numérique de l'hypothèse utilisée dans l'estimation de la largeur de cohérence du front d'onde a été effectuée pour différentes conditions atmosphériques et plusieurs configurations instrumentales.

La troisième partie de ce mémoire porte sur la validation expérimentale des modèles de turbulence optique sur de grandes échelles spatiales ainsi que sur la modélisation en altitude des propriétés statistiques du front d'onde. Une nouvelle méthode utilisant l'information obtenue sur la turbulence optique à partir de l'interféromètre GI2T/REGAIN et de l'instrument GSM permet d'obtenir une modélisation empirique des déformations à grandes échelles. Ensuite, une extension des possibilités de l'instrument GSM est utilisée pour valider expérimentalement les différents modèles de turbulence atmosphérique existants. Les résultats des premières nuits d'observation sont présentés et donnent à l'instrument GSM un statut d'expérience capable de vérifier le modèle de turbulence optique dans le domaine des grandes échelles spatiales. Ensuite, une étude est consacrée à la modélisation multi-couches de l'échelle externe et aux relations avec l'échelle résultante au sol. La propagation du front d'onde à travers l'atmosphère permet de faire le lien entre les différentes lois régissant le comportement du front d'onde en altitude. Il est montré que dans le cadre d'une description multi-couches de l'atmosphère, les modèles usuels comportant une échelle externe "mono-couche" ne sont valables que dans certaines conditions atmosphériques et expérimentales. Il est alors préférable d'adopter une description multi-couches de l'échelle externe dans la modélisation des corrélations et des grandeurs liées au front d'onde.

La quatrième partie de ce mémoire est consacrée à la mesure de la distribution en altitude de l'échelle externe à partir d'observation du limbe de la Lune. La détection et l'analyse des fluctuations de position du limbe de la Lune permettent de mesurer les corrélations angulaires du front d'onde et d'estimer les profils d'échelles externes si des profils de l'énergie optique de la turbulence sont effectués par ailleurs. Des observations ont été réalisées à l'Observatoire de Haute Provence

et à l'Observatoire de Mauna Kea et les résultats de ces campagnes sont présentés.

Enfin la conclusion résume les principaux résultats obtenus et présente des perspectives possibles de ces travaux.

Chapitre 1

Introduction

Long Telescopes may cause Objects to appear brighter and larger than short ones can do, but they cannot be so formed as to take away the confusion of the Rays which arises from the Tremors of the Atmosphere.

I. Newton, 1717 *Optics*, Sec. Ed., Book I, Part I, Prop.VIII

Plusieurs projets concernent la construction de très grands télescopes ELT¹ tels le futur E-ELT² (R. Gilmozzi *et al* 1998 [66]), le TMT³ (J. Nelson & T. Mast 2000 [100]) ou le GMT⁴. Comportant des miroirs de 30 à 60 mètres de diamètre, ils seront les successeurs des télescopes de la classe des 8 à 10 m (VLT⁵, Keck, Gemini, Subaru, LBT⁶). L'ère des ELT devrait permettre de repousser les limites de l'Univers observable, de mieux connaître nos origines et d'obtenir plus d'informations sur les objets célestes. Il sera possible d'identifier et d'étudier des sources faibles situées à des distances extrêmement lointaines. Comme la lumière se propage à une vitesse finie, ils apporteront d'importantes informations sur le passé de l'Univers et sur son schéma évolutif. L'équation d'état de l'énergie noire, l'évolution des constantes physiques, la physique des trous noirs super-massifs sont des exemples de programmes d'étude astrophysique liés aux ELT. Ils permettront aussi d'étudier la fréquence et le type des planètes extra-solaires dans notre galaxie. Ces observations, à très Haute Résolution Angulaire, donneront la possibilité de distinguer des détails fins sur les objets célestes et donc de contraindre sévèrement les modèles existants concernant la formation des planètes, des étoiles et des galaxies. La capacité de collecter une grande quantité de lumière sera considérablement augmentée, permettant ainsi l'étude des objets célestes de très faibles magnitudes.

L'avantage d'un ELT sera de conjuguer à la fois un très grand collecteur optique, d'une surface de plusieurs milliers de m^2 très supérieure à celle des télescopes actuels (de l'ordre de $50m^2$ pour un télescope monolithique du VLT), et un pouvoir de résolution angulaire d'un millième de seconde d'arc dans le domaine des longueurs d'onde optique. Une comparaison simulée d'une région du ciel vue par des télescopes de différentes tailles à la limite de diffraction (Fig.1.1) montre le gain significatif en résolution angulaire apportée par l'augmentation du diamètre du télescope. Les interféromètres optiques à très grandes bases permettent déjà d'atteindre une telle résolution angulaire mais ils possèdent une surface collectrice nettement plus réduite et un champ de vue

¹Extremely Large Telescope

²European - Extremely Large Telescope

³Thirty-Meter Telescope

⁴Giant Magellan Telescope

⁵Very Large Telescope

⁶Large Binocular Telescope

relativement restreint. De plus, le mode d'extraction de l'information est différent de celui de l'imagerie classique. Par conséquent, un interféromètre peut obtenir des informations à Haute Résolution Angulaire sur des objets relativement brillants dont la magnitude limite dépend en partie du diamètre de ses télescopes.

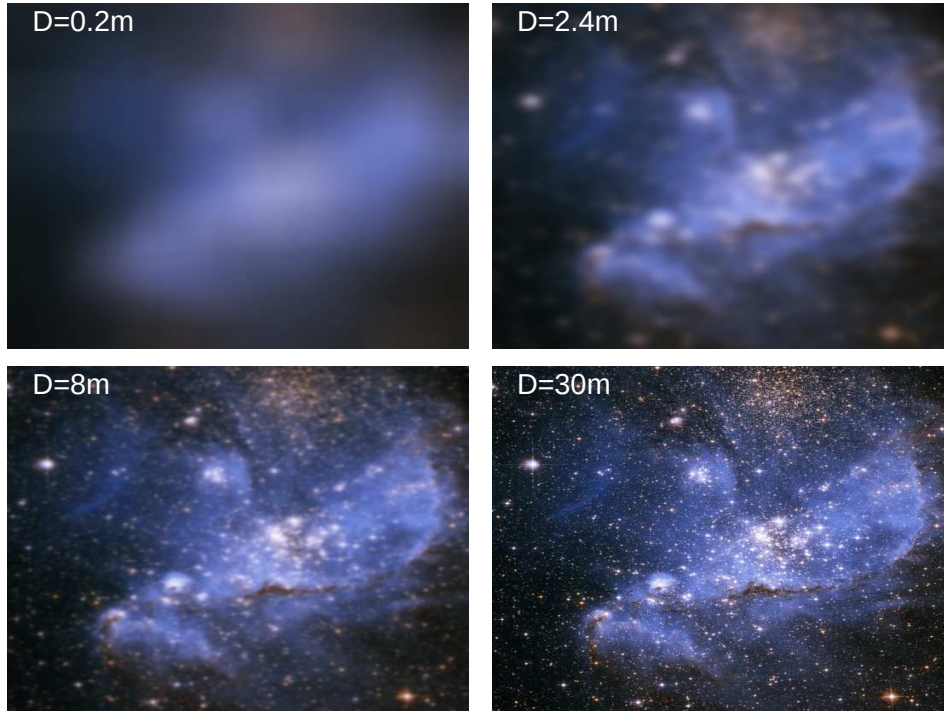


FIG. 1.1 – Images simulées d'une même région du ciel vue par des télescopes de diamètres différents à la limite de diffraction. Les résolutions angulaires théoriquement accessibles à la longueur d'onde $\lambda = 0.5\mu m$ par des télescopes de diamètres 0.2m, 2.6m (tel que Hubble), 8m (VLT) et 30m (ELT) sont respectivement de 600milliarcsec, 50 milliarcsec, 16 milliarcsec et 4milliarcsec. Un télescope de grand diamètre perçoit plus de détails dans les images d'objets célestes et permet de discerner des objets angulairement proches. Pour cette illustration, une image du satellite Hubble a été utilisée, sa résolution étant artificiellement diminuée pour cette illustration.

Un problème majeur, en dehors de la complexité technique de construction de ces télescopes terrestres, est la présence de turbulence atmosphérique qui dégrade les observations. En effet, la capacité de résolution de l'instrument est fortement diminuée par la traversée des couches atmosphériques terrestres par la lumière. Plus la turbulence est importante, plus la résolution du télescope sera affectée. Sans correction de ces effets, la limite inférieure est de l'ordre de la seconde d'arc dans le visible correspondant à la limite de diffraction d'un télescope d'une dizaine de centimètres de diamètre.

Pour diminuer les effets dus à l'atmosphère, on peut alors utiliser des systèmes d'optique adaptative qui permettent de corriger en temps réel les aberrations aléatoires produites lors de la traversée de l'atmosphère et de se rapprocher ainsi de la résolution théorique de l'instrument. Un analyseur récupère une partie de la lumière incidente pour mesurer les déformations spatiales du front d'onde. Il permet d'envoyer une commande de correction aux miroirs déformables utilisés pour

compenser ces déformations. Toutefois, les contraintes techniques liées aux systèmes d'optique adaptative ne permettent qu'une correction partielle des effets de la turbulence atmosphérique.

Les performances des instruments d'observation à Haute Résolution Angulaire sont donc très dépendantes des conditions atmosphériques. Les spécifications techniques requises pour la conception de ces instruments doivent aussi tenir compte des effets de la turbulence atmosphérique afin de bénéficier d'un gain en résolution angulaire proportionnel au diamètre du télescope.

1.1 La turbulence optique

L'écoulement turbulent d'un fluide est un phénomène largement répandu dans la nature. La circulation de l'air dans nos poumons aussi bien que les mouvements du gaz constituant une étoile sont des écoulements turbulents. L'équation de Navier et Stokes (écrite en 1823) permet de décrire l'ensemble des écoulements, c'est-à-dire de donner à chaque instant la position d'un objet entraîné par un fluide. Ces équations restent valables dans le cas d'un écoulement turbulent. Cependant, les solutions de ces équations différentielles ont une validité d'autant plus restreinte, dans le temps et l'espace, que la turbulence est intense. Ce caractère non-déterministe des solutions, très sensibles aux conditions initiales, a amené les physiciens à attendre une approche statistique pour qu'une théorie de la turbulence voit le jour.

Les causes et les phénomènes physiques liés à l'apparition de turbulence dynamique dans l'atmosphère sont la convection (principalement le jour et à basse altitude), le cisaillement du vent entre différentes masses d'air et la présence d'obstacles dans l'écoulement de l'air environnant. Les instabilités de type Kelvin-Helmholtz sont un exemple de turbulence se produisant lorsque des vitesses différentes d'écoulement ont lieu à l'intérieur d'un même fluide ou à l'interface entre deux fluides s'écoulant à vitesses différentes. La Fig. 1.2 représente ce type d'instabilités et met en évidence l'apparition de tourbillons de différentes tailles dans l'air.

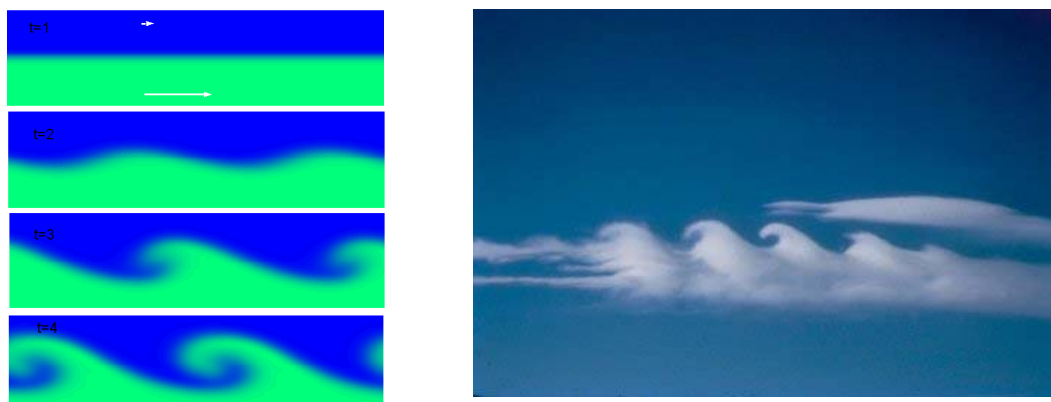


FIG. 1.2 – Représentation des instabilités de type Kelvin-Helmholtz apparaissant à l'interface entre deux fluides lorsque leurs vitesses d'écoulement sont différentes. La formation de tourbillons est caractéristique de ces écoulements turbulents et peut être mise en évidence par simulation 2D (à gauche, voir aussi I. Danaila *et al* 2005 [46]) ou parfois observée directement dans les couches nuageuses de l'atmosphère (à droite, Photo 2001 B. Martner, NOAA Environmental Technology Laboratory).

Le comportement aléatoire des écoulements turbulents ne peut être abordé que par une voie statistique. A. N. Kolmogorov, en 1941 [76, 77, 75], a émis l'hypothèse que l'énergie turbulente est transférée depuis les grandes échelles, où cette énergie est produite, jusqu'aux petites échelles, où

l'énergie est dissipée par frottement visqueux. Cette cascade d'énergie peut être alors caractérisée par une grande échelle, ou échelle externe L_0 , liée à la géométrie de chaque écoulement turbulent, des échelles intermédiaires définissant la zone inertielle où la turbulence est supposée homogène et isotrope et une petite échelle l_0 caractérisant la zone dissipative. Par des arguments d'analyse dimensionnelle, il lui a été possible d'exprimer des lois statistiques caractérisant la turbulence et les grandeurs physiques qui lui correspondent.

La turbulence optique désigne les perturbations d'une onde lumineuse traversant un milieu dynamiquement turbulent comportant un gradient vertical de température (J. Vernin 2002 [156]). La température de l'atmosphère variant avec l'altitude, les écoulements turbulents vont mélanger des masses d'air à températures inégales. Le champ de température devient alors localement turbulent et peut être caractérisé par une constante de structure C_T^2 des fluctuations de température. L'indice de réfraction de l'air $n(\vec{r}, h)$ étant directement dépendant de la température mais aussi de la pression et de la longueur d'onde, le champ $n(\vec{r}, h)$ devient turbulent et aléatoire. La phase d'une onde, arrivée plane au sommet de l'atmosphère sera donc elle aussi une variable aléatoire fluctuante après traversée des couches turbulentes. Par conséquent, la turbulence optique générée par la turbulence dynamique présente dans l'atmosphère peut être décrite par le même type d'étude statistique utilisée pour décrire la turbulence dynamique. Pour minimiser les effets de la turbulence optique, il est donc préférable d'observer sur des sites en altitude et de réduire la turbulence locale provoquée par des gradients de température résultants de la nature du terrain et des objets environnants (bâtiments surchauffés, structures environnantes, etc. . .). D'autres considérations interviennent dans le choix d'un site d'observation : des études locales et régionales doivent être menées sur la topographie, les caractéristiques des vents, la variabilité du climat ou la sismologie (M. Sarazin 2002 [136]).

Ainsi les vitesses des différents écoulements et la température des différentes masses d'air de l'atmosphère jouent un rôle prépondérant dans la formation des structures turbulentes. Les fluctuations aléatoires de l'indice de réfraction de l'air modifient la phase de l'onde traversant l'atmosphère. Les lois caractérisant cette turbulence optique sur des échelles supérieures à l'échelle externe sont toutefois encore incertaines et font l'objet de cette étude.

1.1.1 Propagation dans l'atmosphère

La propagation d'une onde plane à travers la turbulence atmosphérique a été décrite par F. Roddier (1981 [126]). On considère le cas de deux couches turbulentes, d'altitude h_1 et h_2 et d'épaisseurs respectives δh_1 et δh_2 , traversées par une onde plane de longueur d'onde λ (Fig. 1.3). Considérons aussi que l'amplitude complexe $\Psi(\vec{r}, h)$ de l'onde est normalisée à 1 à l'entrée de l'atmosphère ($h > h_1 + \delta h_1$), où $\vec{r}$ est un vecteur perpendiculaire à la direction de propagation.

Les fluctuations de sa phase, observées après traversée de la première couche turbulente d'altitude h_1 s'écrivent

$$\varphi_{h_1}(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(\vec{r}) \quad (1.1)$$

où $\delta(\vec{r})$ représente la différence de chemin optique due aux fluctuations $n(\vec{r}, h)$ de l'indice de réfraction de l'air donnée par

$$\delta(\vec{r}) = \int_{h_1}^{h+\delta h_1} n(\vec{r}, h) dh. \quad (1.2)$$

L'amplitude complexe de l'onde, après traversée de cette couche turbulente considérée suffisamment mince pour y négliger les effets de diffraction (F. Roddier 1981 [126]) peut s'écrire

$$\Psi(\vec{r}, h_1) = e^{i\varphi_{h_1}(\vec{r})} \quad (1.3)$$

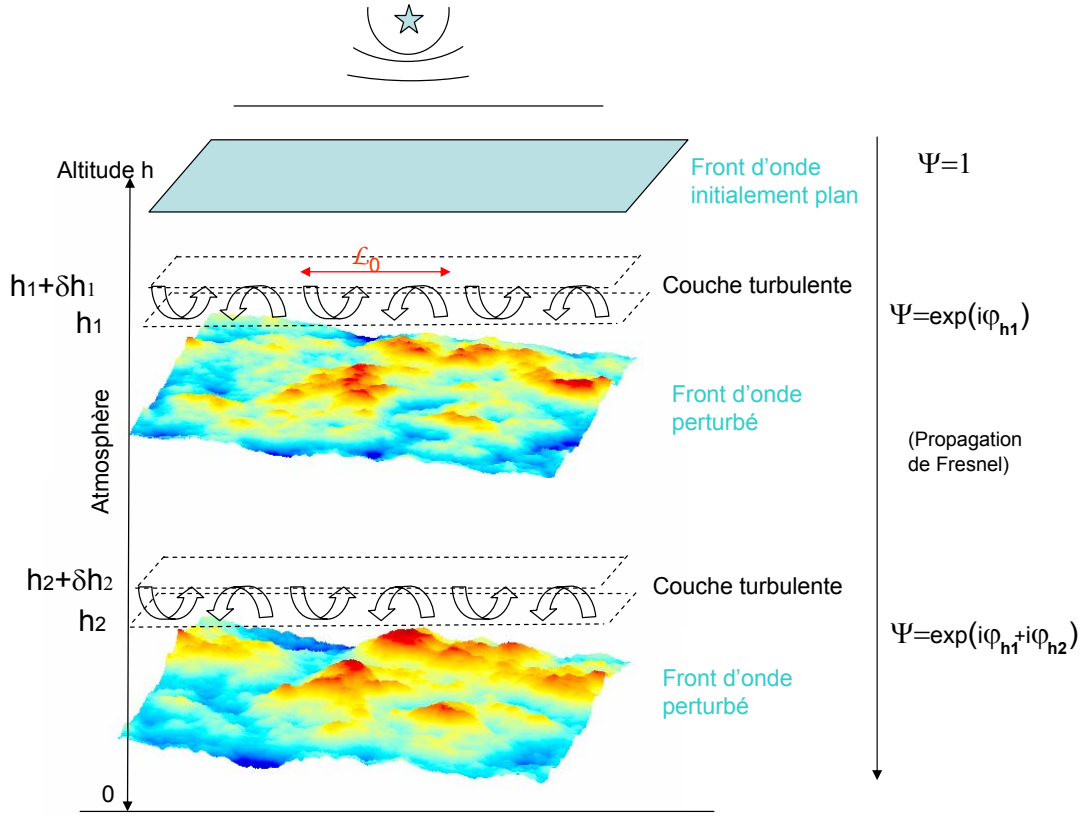


FIG. 1.3 – Propagation du front d’onde à travers une atmosphère composée de deux couches turbulentes. Le front d’onde issu d’une source lointaine est initialement plat en entrant dans l’atmosphère. Les fluctuations de phase produites par la traversée des couches turbulentes d’altitude h_1 et h_2 s’ajoutent linéairement.

Entre les couches d’altitudes h_1 et h_2 , la propagation de Fresnel s’applique et l’amplitude complexe de l’onde résultante fait intervenir le produit de convolution suivant

$$\Psi(\vec{r}, h_2 + \delta h_2) = \Psi(\vec{r}, h_1) * \frac{1}{i\lambda(h_1 - h_2)} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda(h_1 - h_2)}} \quad (1.4)$$

L’amplitude complexe de l’onde au sol, après traversée d’une seconde couche turbulente et application de la diffraction de Fresnel entre h_2 et le sol, s’écrit alors (F. Roddier 1981 [126])

$$\Psi_0(\vec{r}) = \left[\left(e^{i\varphi_{h_1}(\vec{r})} * \frac{1}{i\lambda(h_1 - h_2)} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda(h_1 - h_2)}} \right) e^{i\varphi_{h_2}(\vec{r})} \right] * \frac{1}{i\lambda h_2} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda h_2}} \quad (1.5)$$

Le front d’onde arrivant au sol résulte donc d’une succession de fluctuations de phase, dues aux couches turbulentes, et d’amplitude dues à l’effet diffractif de la propagation de Fresnel entre les couches. Dans le cas d’observations astronomiques, les fluctuations de la phase dues à une mince couche turbulente sont inférieures à un radian (F. Roddier 1981 [126]). Cette hypothèse des faibles perturbations ($\varphi_h \ll 1$) n’est pas valable pour des observations d’objets proches de l’horizon, l’épaisseur des couches turbulentes traversées augmentant avec l’angle zénithal. On peut alors développer les fluctuations de l’amplitude complexe provoquées par la traversée des couches comme

$$\begin{aligned} e^{i\varphi_{h_1}(\vec{r})} &\simeq 1 + i\varphi_{h_1}(\vec{r}) \\ e^{i\varphi_{h_2}(\vec{r})} &\simeq 1 + i\varphi_{h_2}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

En reportant ces développements dans l'Eq.1.5, l'amplitude complexe de l'onde au sol s'écrit alors

$$\begin{aligned} \Psi_0(\vec{r}) = 1 + \varphi_{h_1}(\vec{r}) * \frac{1}{\lambda h_1} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda h_1}} + \varphi_{h_2}(\vec{r}) * \frac{1}{\lambda h_2} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda h_2}} \\ + \left[\left(\varphi_{h_1}(\vec{r}) * \frac{1}{i\lambda(h_1 - h_2)} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda(h_1 - h_2)}} \right) \varphi_{h_2}(\vec{r}) \right] * \frac{1}{i\lambda h_2} e^{i\pi \frac{r^2}{\lambda h_2}} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Le dernier terme de cette équation, qui fait intervenir le produit de deux phases petites devant l'unité, est négligeable devant les autres termes du fait de l'approximation des faibles perturbations.

F. Roddier (1981 [126]) a ainsi montré que les fluctuations produites au sol par plusieurs couches turbulentes s'ajoutent linéairement. Puisqu'elles sont statistiquement indépendantes, leurs densités spectrales s'ajoutent aussi linéairement. Cette propriété, utilisée dans les calculs de grandeurs statistiques relatives au front d'onde, permet d'étudier et d'établir un lien entre la cohérence spatiale du front d'onde relative à la traversée de chaque couche turbulente et la cohérence résultante au sol. La Sect.3.3 utilise cette propriété pour établir des relations entre les échelles externes de cohérence spatiale relative aux fluctuations du front d'onde issues des couches en altitude et l'échelle résultante au sol.

1.1.2 Décomposition des déformations du front d'onde

L'angle d'arrivée (AA) du front d'onde arrivant au sol est l'angle entre la direction normale à la surface d'onde perturbée et la direction normale à la surface d'onde non-perturbée au point défini par $\vec{r}(x, y)$ (voir Fig.1.4). L'angle d'arrivée du front d'onde est proportionnel à la dérivée spatiale

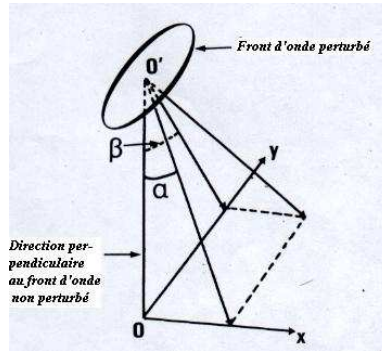


FIG. 1.4 – Représentation de l'angle d'arrivée du front d'onde perturbé (J. Borgnino 1990 [24]) et des composantes de sa projection dans un plan normal à la direction de propagation.

de la phase φ (J. Strohbehn & S. Clifford 1990 [144], J. Borgnino 1990 [24]) :

$$\begin{aligned} \alpha(x, y) &= -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \\ \beta(x, y) &= -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.8)$$

En pratique, l'angle d'arrivée mesuré à travers une pupille de diamètre D et de surface S est une quantité moyennée. L'angle d'arrivée moyen a pour expression :

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}(x, y) &= -\frac{\lambda}{2\pi S} \iint_{pup} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} dx dy \\ \bar{\beta}(x, y) &= -\frac{\lambda}{2\pi S} \iint_{pup} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} dx dy\end{aligned}\quad (1.9)$$

Il est possible de décomposer les fluctuations de phase sur la base de polynômes orthogonaux tels que les polynômes de Zernike. Les propriétés de ces polynômes rendent leur utilisation très pratique dans de nombreuses applications, comme l'étude des déformations et des corrections à apporter au front d'onde (R. J. Noll 1976 [103]). Les fluctuations de la phase sur une pupille de rayon R , s'expriment sur la base des polynômes de Zernike à partir des coefficients a_j par

$$\varphi(r, \theta) = \sum_j a_j Z_j\left(\frac{r}{R}, \theta\right) \quad (1.10)$$

Les polynômes de Zernike, notés $Z_j(\vec{r})$ sont définis sur un disque de rayon unité et s'expriment en fonction d'un ordre radial n et d'un ordre azimuthal m

$$\begin{aligned}Z_{jpair} &= (2n+2)^{1/2} R_n^m(r) \cos(m\theta) & m \neq 0 \\ Z_{jimpair} &= (2n+2)^{1/2} R_n^m(r) \sin(m\theta) & m \neq 0 \\ Z_j &= (n+1)^{1/2} R_n^0(r) & m = 0\end{aligned}\quad (1.11)$$

où $m \leq n$, $(n-m)$ paire, (r, θ) sont les coordonnées polaires et

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2-s]! [(n-m)/2-s]!} r^{n-2s}.$$

La Fig. 1.5 représente les polynômes de Zernike jusqu'à l'indice $j = 10$. On voit que les premiers ordres correspondent aux basses fréquences spatiales alors que les hauts ordres rendent compte des hautes fréquences spatiales présentes dans la phase du front d'onde perturbé. Le mode piston ($j=1$) correspond à une avance ou un retard de phase constant sur toute la pupille et n'intervient pas dans la formation de l'image à travers un télescope. En revanche, dans le cas des interféromètres, une différence de piston entre les télescopes correspond à une différence de marche entre les faisceaux au recombineur. Elle doit donc être mesurée et compensée par une ligne à retard pour répondre aux conditions d'interférence.

La variance de la phase intégrée sur toute la pupille s'écrit

$$\langle \varphi^2 \rangle = \sum_{j=1}^{\infty} \langle a_j^2 \rangle \quad (1.12)$$

Grâce à l'orthonormalité des modes Zernike, la variance d'un mode particulier est égale à $\langle a_j^2 \rangle$.

1.1.3 Description statistique des déformations du front d'onde

Introduisons des grandeurs statistiques spatiales relatives au front d'onde. La densité spectrale $W_\varphi(f)$ (ou "spectre") des fluctuations de phase intervient généralement dans les calculs des grandeurs statistiques relatives au front d'onde en décrivant les fluctuations de phase dans le plan des fréquences spatiales. Son expression est donné par

$$W_\varphi(f) = \langle |\hat{\varphi}(u)|^2 \rangle \quad (1.13)$$

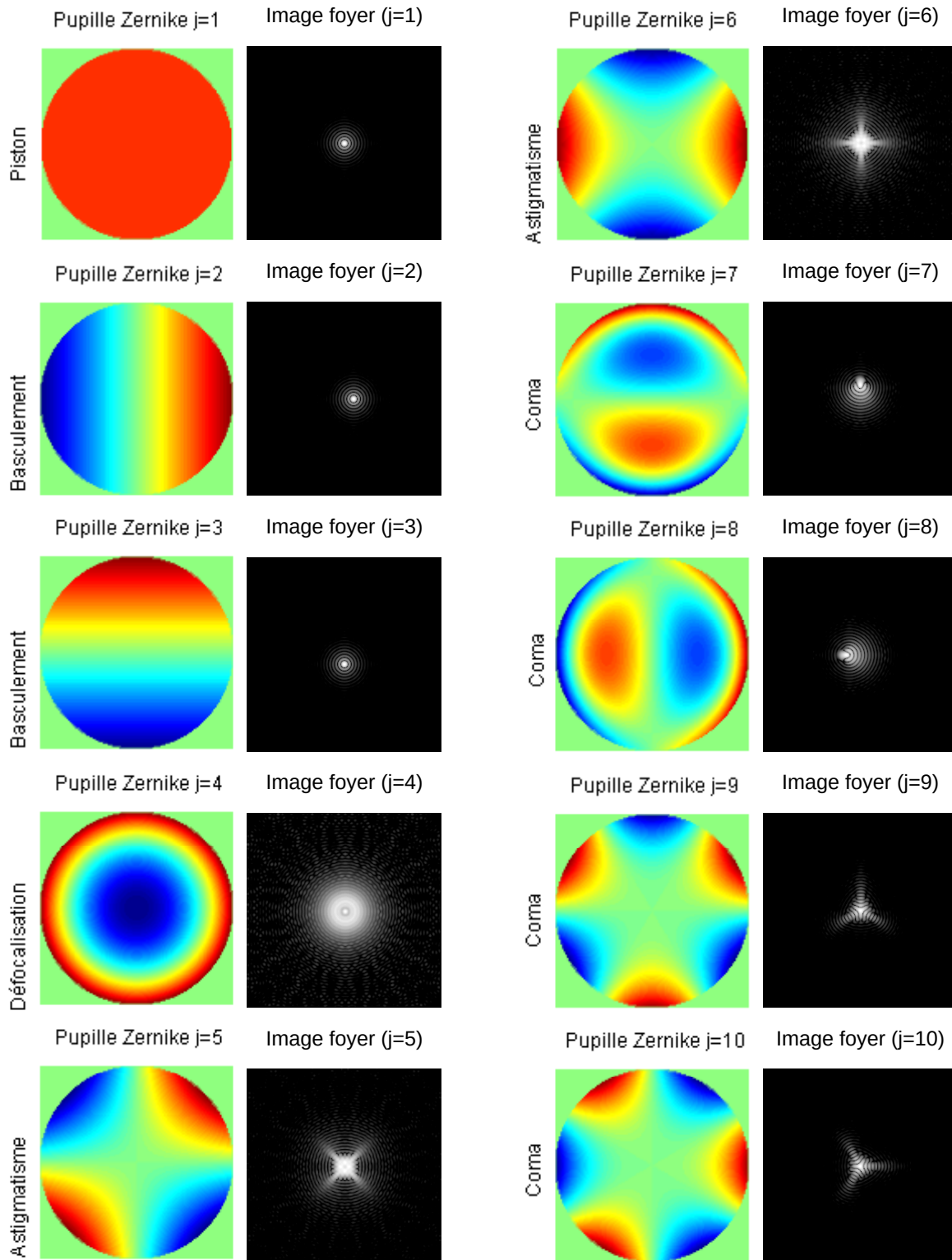


FIG. 1.5 – Représentation des premiers polynômes de Zernike permettant de décomposer spatialement les déformations de la phase de l'onde incidente. Si ces déformations arrivent sur la pupille d'un télescope, l'image résultante (figurée en échelle log) au foyer du télescope est dégradée. Pour cette représentation, les coefficients des polynômes sont tous choisis égaux à l'unité.

où $\hat{\varphi}(u)$ est la transformée de Fourier de $\varphi(\vec{r})$.

La variance différentielle, ou "fonction de structure" des fluctuations de phase entre deux points du front d'onde séparés de $\vec{B}$ est $D_\varphi(\vec{B}) = \left\langle \left(\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r} + \vec{B}) \right)^2 \right\rangle$.

Pour des bases de mesure submétriques comprises dans le domaine inertiel, des observations confirment la validité du modèle de turbulence de Kolmogorov (J. B. Breckinridge 1976 [33], J. Borgnino & F. Martin 1977 [28], J. Borgnino & J. Vernin 1978 [30]). Les travaux de A. M. Obukhov (1949 [104]) et A. M. Yaglom (1949 [104]) sur la statistique des fluctuations de température ont mené V. I. Tatarskii (1961 [148], 1971 [147]) à trouver une loi de puissance pour la densité spectrale de la phase dans le cadre du modèle de Kolmogorov telle que

$$W_\varphi(f) = 0.0228 r_0^{-5/3} f^{-11/3} \quad (1.14)$$

où r_0 est le paramètre de Fried caractérisant la cohérence spatiale du front d'onde. L'expression de la fonction de structure de la phase correspondante pour une base $\vec{B}$ s'écrit alors

$$D_\varphi(B) = 6.88 \left(\frac{B}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.15)$$

Ce modèle rend bien compte du comportement de la fonction de structure de la phase pour des bases inférieures à l'échelle externe de cohérence spatiale $\mathcal{L}_0$. Cependant, il a été constaté expérimentalement (J.M. Mariotti & G. P. di Benedetto 1984 [91], J. Davis *et al* 1995 [47] entre autres) que les différences de phase mesurées avec une base décimétrique sont beaucoup plus faibles que celles prédites par le modèle de Kolmogorov-Tatarskii.

Pour rendre compte de la saturation qui se produit à des longueurs de base supérieures à l'échelle externe $\mathcal{L}_0$, le modèle de von Kármán (vK) est bien adapté. L'expression de la densité spectrale des fluctuations de phase dans le cadre de ce modèle est donnée par (R. F. Lutomirski & H. T. Yura 1971 [90], J. Borgnino 1992 [29])

$$W_\varphi(f) = 0.0229 r_0^{-5/3} \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right]^{-11/6}. \quad (1.16)$$

On ne tiendra pas compte dans la suite du terme multiplicatif $e^{-\left(\frac{2\pi}{5.92} f l_0\right)^2}$ (J. Borgnino 2004 [25]) relatif à la perte d'énergie aux très hautes fréquences spatiales due à l'échelle interne l_0 dont l'effet est négligeable sur les déformations aux grandes échelles du front d'onde. De plus, on suppose que les fluctuations turbulentes sont localement homogènes et isotropes. La Fig.1.6 montre que dans le cadre du modèle de vK, l'amplitude des basses fréquences spatiales est atténuée par rapport au spectre du modèle de Kolmogorov. Ce modèle rend compte de la saturation de la fonction de structure qui peut se produire à des longueurs de base supérieures à $\mathcal{L}_0$ (voir ci-après Fig.1.7).

D'autres modèles tiennent compte de cette atténuation. Ils diffèrent dans la description de l'apport d'énergie aux basses fréquences spatiales. On peut considérer le modèle de Greenwood-Tarazano (D. P. Greenwood & D. O. Tarazano 1974 [67], C. S. Gardner 1976 [63]) pour lequel la densité spectrale des fluctuations de phase est

$$W_\varphi(f) = 0.0229 r_0^{-5/3} \left[f^2 + \frac{f}{\mathcal{L}_0} \right]^{-11/6} \quad (1.17)$$

Dans le cadre du modèle exponentiel (V. V. Voitsekhovich 1995 [159], J. Borgnino 2004 [25]), l'expression de la densité spectrale de la phase est

$$W_\varphi(f) = 0.0229 r_0^{-5/3} f^{-11/3} (1 - \exp(-f^2 \mathcal{L}_0^2)) \quad (1.18)$$

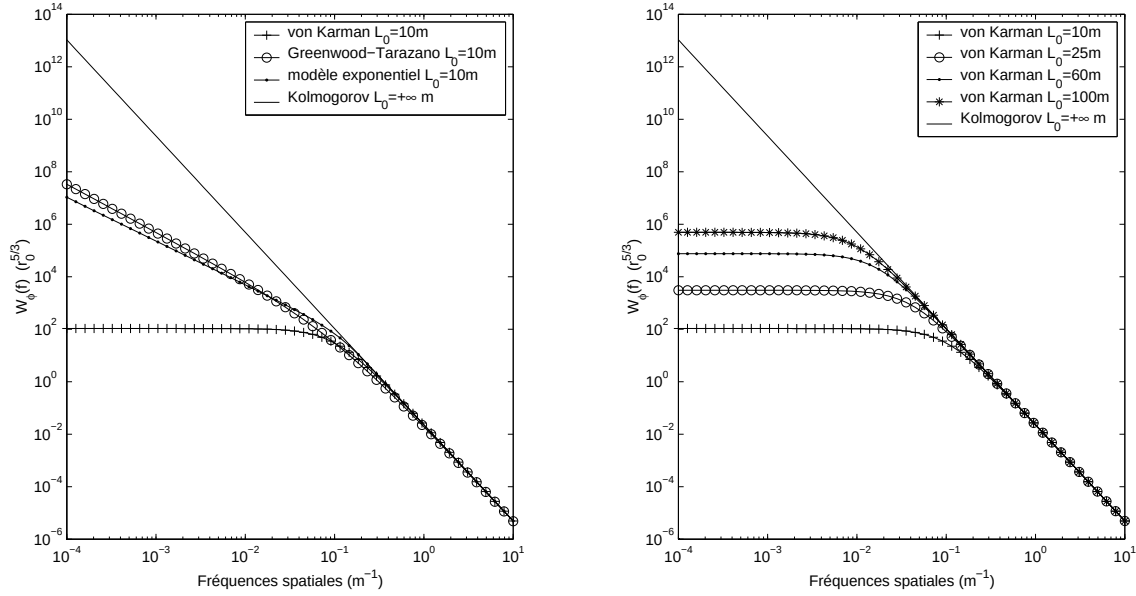


FIG. 1.6 – Spectres des fluctuations de phase dans le cadre des modèles de Kolmogorov, von Kármán, Greenwood-Tarazano et exponentiel pour $\mathcal{L}_0 = 10m$ (à gauche). À droite sont représentés les spectres des fluctuations de phase dans le cadre des modèles de Kolmogorov, von Kármán pour plusieurs valeurs d'échelle externe. Ces spectres se confondent dans le domaine inertiel où $f > \frac{1}{\mathcal{L}_0}$ et représentent un apport différent d'énergie pour l'amplitude des basses fréquences spatiales $f < \frac{1}{\mathcal{L}_0}$. L'effet de l'échelle interne sur les hautes fréquences est négligé.

La cohérence du front d'onde sur de grandes échelles spatiales et les grandeurs statistiques associées sont très différentes suivant le modèle utilisé pour les décrire. Les Sect.3.1 et 3.2 sont consacrées à la validation expérimentale du modèle de turbulence optique.

Une description multi-couches de la turbulence optique expriment les spectres des fluctuations de phase en fonction de l'altitude. On tient compte alors des profils d'énergie turbulente $C_N^2(h)$ et de l'échelle externe $\mathcal{L}_0(h)$ dans l'expression de la densité spectrale. La relation entre l'énergie turbulente en altitude caractérisée par $C_N^2(h)$ et le paramètre intégré au sol r_0 est bien défini (voir Eq.1.25 ci-après). Des relations théoriques entre les échelles en altitude et l'échelle intégrée au sol sont établies en Sect.3.3.

La fonction de structure de la phase calculée avec deux pupilles de diamètre D séparées de B est liée à la densité spectrale de la phase W_φ par (J. Borgnino 1992 [29], R. Conan *et al* [43]) :

$$D_\varphi(B) = 4\pi \int_0^{+\infty} f W_\varphi(f) [1 - J_0(2\pi B f)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 df \quad (1.19)$$

où J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel de première espèce et D le diamètre de la pupille du télescope. Le terme en $\left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2$ de cette expression tient compte du filtrage dû à l'effet de moyenne des fluctuations de phase sur la pupille du télescope. Cette fonction de structure augmente avec les valeurs de la base mais tend à saturer pour les modèles utilisant une échelle externe et pour les grandes bases (Fig.1.7).

Les propriétés de la dérivée de la transformée de Fourier permettent d'exprimer la densité spectrale $W_\alpha(f)$ de la composante α des angles d'arrivée en fonction de la densité spectrale de la phase $W_\varphi(f)$

$$W_\alpha(f) = \langle |\hat{\alpha}(u)|^2 \rangle = \lambda^2 f_x^2 \langle |\hat{\varphi}(u)|^2 \rangle = \lambda^2 f_x^2 W_\varphi(f) \quad (1.20)$$

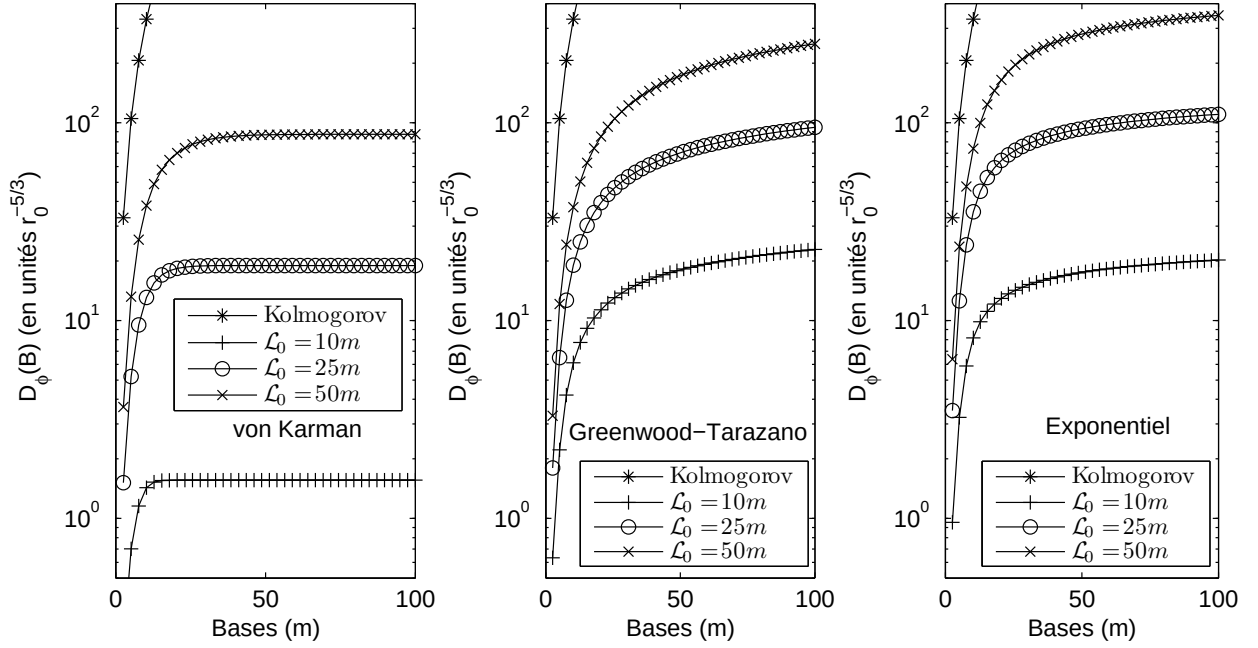


FIG. 1.7 – Fonction de structure des fluctuations de phase dans le cadre des modèles de Kolmogorov, von Kármán (à gauche), Greenwood-Tarazano (au milieu) et exponentiel (à droite) pour $\mathcal{L}_0=10, 25, 50m$ et $D = 10m$.

La covariance des fluctuations d'AA a pour expression (J. Borgnino *et al* 1992 [29], R. Avila *et al* 1997 [11]) :

$$C_\alpha(B, D) = \pi\lambda^2 \int_0^{+\infty} f^3 W_\varphi(f) [J_0(2\pi f B) - \cos(2\gamma) J_2(2\pi f B)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 df \quad (1.21)$$

Cette fonction a pour avantage d'être très sensible aux fluctuations de l'échelle externe sur des bases de mesure métriques et submétriques. Elle peut être calculée pour les fluctuations d'AA longitudinales par rapport à la base de mesure ($\gamma = 0$) ou pour les fluctuations d'AA transverses ($\gamma = \pi/2$). La variance des fluctuations d'AA peut se déduire de l'expression précédente en utilisant une base nulle :

$$\sigma_\alpha^2(D) = C_\alpha(0, D, \mathcal{L}_0) = \pi\lambda^2 \int_0^{+\infty} f^3 W_\varphi(f) \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 df \quad (1.22)$$

La variance différentielle, ou "fonction de structure", des fluctuations d'AA est une quantité statistique pouvant être déduite des deux expressions précédentes :

$$D_\alpha(B, D) = 2 (\sigma_\alpha^2(D) - C_\alpha(B, D)) \quad (1.23)$$

Cette relation est également valable dans le cas des fluctuations de phase. L'étude statistique des fluctuations d'AA peut être reliée à la statistique des fluctuations de phase (F. Roddier 1981 [126]) par la relation

$$C_\alpha(x, 0) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} \frac{\partial^2 D_\varphi(x, 0)}{\partial x^2}. \quad (1.24)$$

1.1.4 Les paramètres optiques associés

Les effets de la turbulence atmosphérique sur le front d'onde incident sont multiples et plusieurs paramètres sont nécessaires pour caractériser les décorrélations spatiales, angulaires, temporelles

ou chromatiques relatives au front d'onde. La connaissance de ces paramètres est nécessaire pour l'optimisation des techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire.

La constante de structure C_N^2 des fluctuations de l'indice de réfraction de l'air mesure l'énergie turbulente correspondant à une couche donnée. C. Coulman *et al* (1995 [45]) ont montré par des mesures in situ que l'énergie de la turbulence optique est située à l'interface de couches de turbulence dynamique ; ils ont mis en évidence la fine épaisseur (une dizaine de mètres) des couches générant la turbulence optique. Le profil en altitude $C_N^2(h)$ peut être mesuré optiquement par l'instrument SCIDAR⁷. La technique du SCIDAR (J. Vernin & F. Roddier 1973 [158], R. Avila *et al* 1997 [10]) analyse l'autocorrélation spatio-angulaire de la scintillation stellaire sur la pupille du télescope à partir de l'observation d'étoiles doubles. La scintillation produite par la turbulence à basse altitude étant très faible, A. Fuchs *et al* (1994 [58], 1998 [59]) ont proposé de la détecter dans un plan éloigné de la pupille de quelques kilomètres, permettant ainsi une détection correcte de la scintillation dans les basses couches (SCIDAR généralisé). Un exemple de profils obtenus est représenté sur la Fig.1.8 lors d'observations à Mauna Kea (Hawaii). Les profils typiques de turbulence montre que la turbulence est souvent localisée dans une ou deux couches (R. Racine & B. L. Ellerbroek 1995 [113]). La couche superficielle ($h \lesssim 50m$), la couche limite ($h \lesssim 1km$) et l'atmosphère libre ($h \gtrsim 1km$) sont souvent utilisées pour caractériser les contributions énergétiques relatives des différentes altitudes (A. Abahamid *et al* 2004 [3], R. Racine 2005 [112]). Le

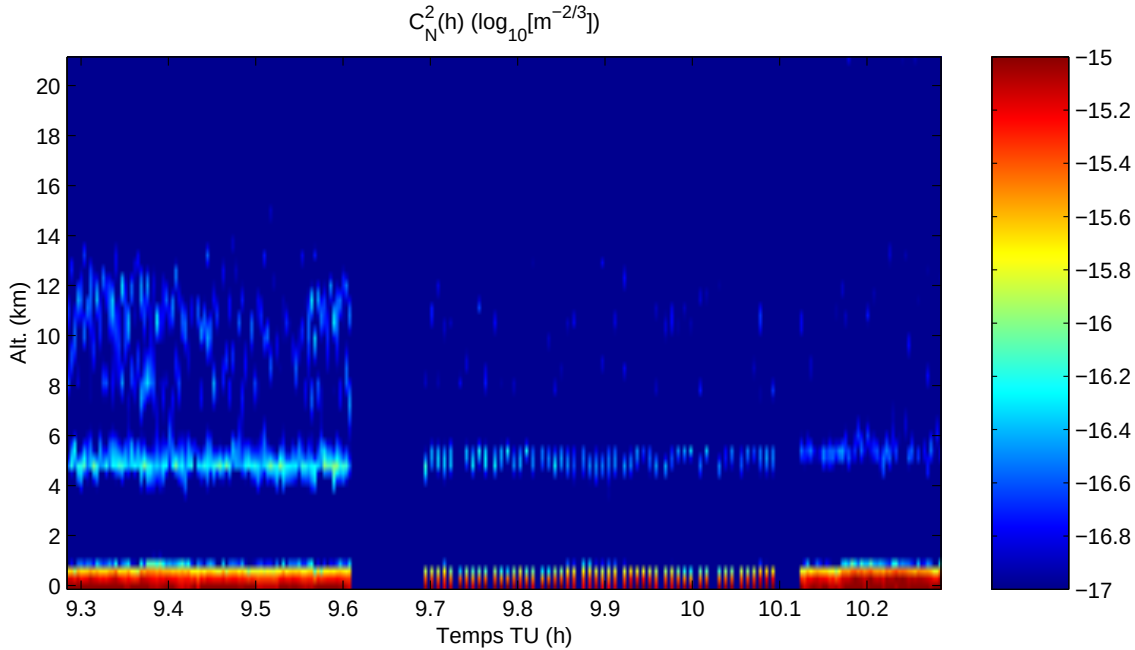


FIG. 1.8 – Exemple de profils $C_N^2(h)$ mesurés par le SCIDAR obtenus à Mauna Kea le 17 Juillet 2005. L'altitude du télescope UH2.2m est utilisée comme origine des altitudes. Les intervalles de temps à énergie constante (entièrement bleus) correspondent à une absence d'acquisition.

SCIDAR permet aussi de mesurer des profils de vents $\vec{v}(h)$ à partir de l'analyse des corrélations spatio-temporelles de la figure de scintillation. La technique du SCIDAR nécessite l'utilisation d'un télescope de diamètre supérieur à un mètre. La résolution en altitude de cet instrument, typiquement 300m, est inversement proportionnelle à la séparation angulaire du doublet d'étoiles.

Toutefois, la recherche des nouveaux sites d'observations astronomiques requiert des instruments de qualification portables. Des techniques relativement récentes de profilométrie de la tur-

⁷SCIntillation Detection And Ranging

bulence sont apparus : l'instrument MASS⁸ est un moniteur compact mesurant les profils $C_N^2(h)$. Son principe est basé sur l'analyse statistique de la scintillation stellaire à travers 4 anneaux circulaires (V. Kornilov & A. Tokovinin 2001 [79], A. Tokovinin *et al* 2003 [152]). Il est toutefois réservé à l'étude de la turbulence sur les hautes couches de l'atmosphère ($h > 1\text{km}$) avec une basse résolution ($\delta h/h \simeq 0.5$). Les profils de l'énergie turbulente $C_N^2(h)$ peuvent être obtenus à partir d'une analyse des angles d'arrivée : ainsi, l'instrument SLODAR⁹ (R. W. Wilson 2002 [163], R. W. Wilson & C. Saunter 2003 [164]) utilise un télescope de diamètre 40cm équipé d'un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann comprenant un système de micro-lentilles pour observer les angles d'arrivée dans le plan pupille. Son principe est basé sur l'analyse de l'intercorrélation spatio-angulaire des motifs obtenus à partir d'étoiles doubles. L'altitude maximale des profils est déterminée par le rapport entre le diamètre du télescope et la séparation des étoiles observées. Sa résolution verticale est d'environ 1.5km pour un couple d'étoiles séparés de 5-7arcsec et peut atteindre 150m pour des observations d'étoiles binaires angulairement très éloignées (55-60arcsec).

Le paramètre de Fried r_0 , initialement introduit par D. L. Fried (1965 [55]) représente la largeur de cohérence spatiale du front d'onde. On peut le définir comme le diamètre de la surface du front d'onde sur laquelle l'écart-type des fluctuations de phase est égal à 1 radian. Le paramètre r_0 s'exprime en fonction de l'énergie optique de la turbulence caractérisée par la constante de structure $C_N^2(h)$ des fluctuations d'indice de réfraction de l'air (F. Roddier 1981 [126]) par :

$$r_0 = \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sec(z) \int C_N^2(h) dh \right]^{-3/5}. \quad (1.25)$$

où z représente l'angle zénithal d'observation. L'image déformée longue pose au foyer d'un télescope a un diamètre de l'ordre de λ/r_0 . Cette valeur angulaire $\epsilon = 0.98\lambda/r_0$ est appelée "angle de seeing" et détermine la largeur à mi-hauteur de la tache-image. Le moniteur de seeing DIMM¹⁰ (M. Sarazin & F. Roddier 1990 [138]) est dédié à la mesure du paramètre de Fried. Pour cela, il effectue une mesure différentielle de l'angle d'arrivée en deux points du front d'onde. Un télescope de diamètre inférieur à 0.3m, est équipé d'un masque à deux trous au niveau du plan pupille. Un prisme à faible déviation permet de former deux images de la même étoile au foyer du télescope. Les barycentres respectifs des deux images courtes poses de l'étoile permettent de mesurer leur différence de position. La variance de cette différence, insensible aux vibrations du télescope permet de déterminer le paramètre r_0 (M. Sarazin & F. Roddier 1990 [138], A. Tokovinin 2002 [150]). Le paramètre r_0 est chromatique et varie en $\lambda^{6/5}$. Cette dépendance conduit à des pupilles qui deviennent entièrement cohérentes dans l'infrarouge, même en présence de turbulence : $r_0(\lambda = 0.5\mu\text{m}) = 10\text{cm}$ conduit à $r_0(\lambda = 20\mu\text{m}) = 8.4\text{m}$. On déduit donc que, pour un diamètre donné, un télescope donnera des images plus proches de la limite de diffraction dans l'infrarouge que dans le visible. Le temps caractéristique de variation significative du paramètre de Fried est de l'ordre de 17 minutes (R. Racine 1996 [111], A. Ziad *et al* 1999 [172]) à une heure (J. Vernin *et al* 1998 [157]). Les techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire dans les longueurs d'onde visibles ou proches infra-rouges requièrent des conditions atmosphériques de meilleure qualité que les techniques d'observation spectroscopiques, photométriques ou d'imagerie dans l'infra-rouge lointain. Les programmes d'observation des télescopes peuvent être optimisés en annonçant par avance les conditions atmosphériques (M. Sarazin & F. Murtagh 1996 [137], M. Sarazin 1997 [139]).

L'échelle externe de cohérence spatiale $\mathcal{L}_0$ a été introduite pour mieux rendre compte du comportement du front d'onde sur de grandes échelles spatiales (voir Sect. 1.1.3). Les basses fréquences

⁸Multi Aperture Scintillation Sensor

⁹SLOpe Detection And Ranging

¹⁰Differential Image Motion Monitor

spatiales relatives aux déformations du front d'onde dépendent fortement de la valeur cette échelle. Ainsi, l'effet de l'échelle externe intervient dans de nombreux domaines en astronomie : en astrométrie, elle intervient dans la précision de mesures (I. Han 1989 [68], P. F. Lazorenko 2002 [83]). Dans le domaine de l'imagerie, la valeur de l'échelle influence la forme des images obtenues au foyer d'un télescope de grand diamètre ou la largeur à mi-hauteur de la tache-image (R. Conan 2000 [40], A. Tokovinin 2002 [150]). L'amplitude des bas ordres de la décomposition de la phase en polynômes de Zernike est elle aussi fortement dépendante de l'échelle (D. M. Winker 1991 [165], R. J. Sasiela & J. D. Shelton 1993 [165]). Cette amplitude détermine la course des miroirs déformables utilisés dans les systèmes d'optique adaptative. Si cette amplitude est très importante, un miroir plan orientable peut être ajouté au système de correction. Dans le cas de l'interférométrie à grande base, l'excursion maximale des fluctuations de phase introduites par la propagation à travers l'atmosphère terrestre dépend essentiellement de ce paramètre optique (J. M. Mariotti & G. P. di Benedetto 1984 [91], M. Colavita *et al* 1987 [37]). La connaissance de $\mathcal{L}_0$ est très importante si l'on désire élaborer et mettre en œuvre un système de stabilisation des franges.

Différentes définitions de l'échelle externe existent et le lien existant entre ces définitions n'est pas clairement établi. L'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde doit être physiquement liée à l'échelle externe L_0 caractérisant la turbulence dynamique (Sect. 1.1). Cette dernière est un paramètre géophysique local caractéristique de chaque couche turbulente. Au sol, il est possible de mesurer un paramètre intégré s'exprimant en fonction des profils verticaux $L_0(h)$ et $C_N^2(h)$ par (J. Borgnino [24])

$$\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}} = \frac{\int_0^{+\infty} dh L_0(h)^{-\frac{1}{3}} C_N^2(h)}{\int_0^{+\infty} dh C_N^2(h)}. \quad (1.26)$$

La caractérisation du front d'onde nécessite donc la mesure de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde $\mathcal{L}_0$. Plusieurs méthodes ont été élaborées pour mesurer $\mathcal{L}_0$. Elles diffèrent largement quant à l'ordre de grandeur de la valeur obtenue de l'échelle externe. Les mesures de ce paramètre ont été fournies par différentes techniques :

- des mesures de pression et de température à partir de sondes météorologiques couplées à des mesures du gradient d'indice de réfraction (C. Coulman *et al* 1988 [44], A. Abahamid *et al* 2004 [2])
- des mesures interférométriques de piston différentiel (voir Sect. 2)
- par analyse statistique des fluctuations d'AA, à partir d'un analyseur de front d'onde utilisant un ou plusieurs télescopes. Un ensemble de micro-lentilles de type Shack Hartmann permet d'analyser les fluctuations spatiales du front d'onde et d'estimer l'échelle externe (F. Rigaut *et al* 1991 [120], M. Schöck *et al* 2003 [142], T. Fusco *et al* 2004 [60]).

Dans le cas où plusieurs télescopes sont utilisés, l'analyse statistique (variances et covariances) des fluctuations d'AA permet de déterminer la valeur de l'échelle externe $\mathcal{L}_0$ par comparaison avec la modélisation théorique (J. Borgnino *et al* [29]). L'expérience GSM ("Generalized Seeing Monitor", F. Martin *et al* 1994 [93]) est dédiée à ces mesures en temps quasi-réel et de manière continue. Elle permet de plus la mesure du paramètre de Fried r_0 , du temps de cohérence τ_0 , et de l'angle d'isoplanétisme θ_0 . Plusieurs campagnes de qualification de sites ont été menées dans le monde (A. Ziad *et al* 2000 [171]). Elles montrent que le logarithme de la valeur de l'échelle externe suit une loi de distribution normale centrée autour d'une valeur médiane d'une vingtaine de mètres.

Dans sa configuration standard, l'instrument GSM dispose de quatre modules équipés de télescopes de 10 cm (disposés suivant la Fig. 1.9) qui mesurent les fluctuations d'AA du front d'onde sur leurs pupilles d'entrée. Deux télescopes partagent la même monture équatoriale et sont destinés aux mesures différentielles indispensables pour soustraire les composantes ins-

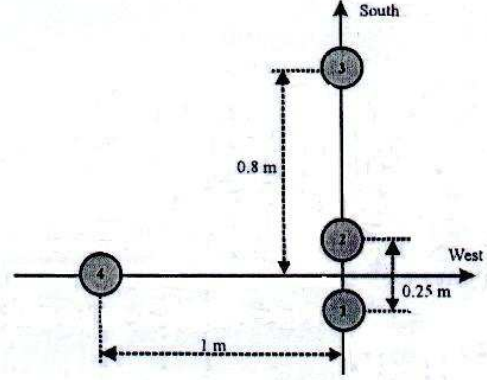


FIG. 1.9 – Photo du Generalized Seeing Monitor (GSM) et représentation de sa configuration standard à 4 télescopes (F. Martin *et al* 1998 [94], A. Ziad *et al* 2000 [171]). Il permet d’effectuer une analyse statistique des fluctuations d’AA pour déterminer les paramètres optiques de la turbulence atmosphérique.

trumentales liées à d’éventuelles vibrations (entraînement, vent). Les deux autres télescopes possèdent leurs propres montures. Pour chaque module, l’image d’une étoile non résolue est formée sur une grille après avoir été réfléchié par un miroir oscillant à la fréquence de 200Hz et d’amplitude égale à une période de la grille. Derrière celle-ci, le flux de l’étoile, modulé sinusoïdalement, est mesuré au moyen d’un photomultiplicateur. Durant une période de balayage de la grille, quatre mesures de flux sont effectuées pour des déphasages de 0, $\pi/2$, π et $3\pi/2$. Ces mesures de flux permettent de déduire la phase et le contraste de la sinusoïde. La phase donne alors directement la valeur de l’angle d’arrivée du front d’onde et le contraste est un des facteurs de qualité de la mesure. Un ordinateur synchronise les mesures d’AA entre les modules et effectue le calcul des grandeurs statistiques. Un exemple des distributions des valeurs d’échelle externe obtenues durant la campagne d’observation à Paranal en novembre et décembre 1998 est représenté sur la Fig.1.10 (F. Martin *et al* 2000 [92], R. Conan 2000 [40]).

L’échelle interne de cohérence spatiale l_0 permet de quantifier les plus petites structures cohérentes du front d’onde. Elle peut être aussi mesurée à partir de l’observation des fluctuations d’AA (A. Ziad *et al* 1992 [168]) à partir de pupilles de tailles différentes.

Le temps de cohérence τ_0 caractérise le temps d’évolution des déformations du front d’onde. Sa définition est relative à l’observable (speckles, fluctuations de phase, fluctuations d’angle d’arrivée, fluctuations de courbure) ; une distinction peut être effectuée entre le temps de cohérence caractérisant l’évolution de la phase du front d’onde $\tau_{0\varphi}$ et celle de l’angle d’arrivée τ_{0AA} . De nombreuses techniques d’imagerie à Haute Résolution Angulaire sont basées sur l’analyse des images acquises à court temps de pose figeant ainsi les effets de la turbulence. Le temps de pose doit être inférieur au temps d’évolution de la turbulence mais suffisamment grand pour recueillir un nombre important de photons. L’évolution de ce paramètre dépend de la distribution du vent (direction, vitesse) dans l’atmosphère. Pour un modèle de couches turbulentes multiples, le temps de vie des tavelures est (F. Roddier 1981 [126])

$$\tau_0 = 0.36 \frac{r_0}{\Delta v} \quad (1.27)$$

où Δv est l’écart type des vitesses $\vec{v}(h)$ pondérées par l’énergie dans les couches turbulentes $C_N^2(h)$. Typiquement, pour $r_0(0.5\mu m) = 10cm$ et $\Delta v = 10m/s$ on obtient $\tau_0 = 0.01s$. Pour

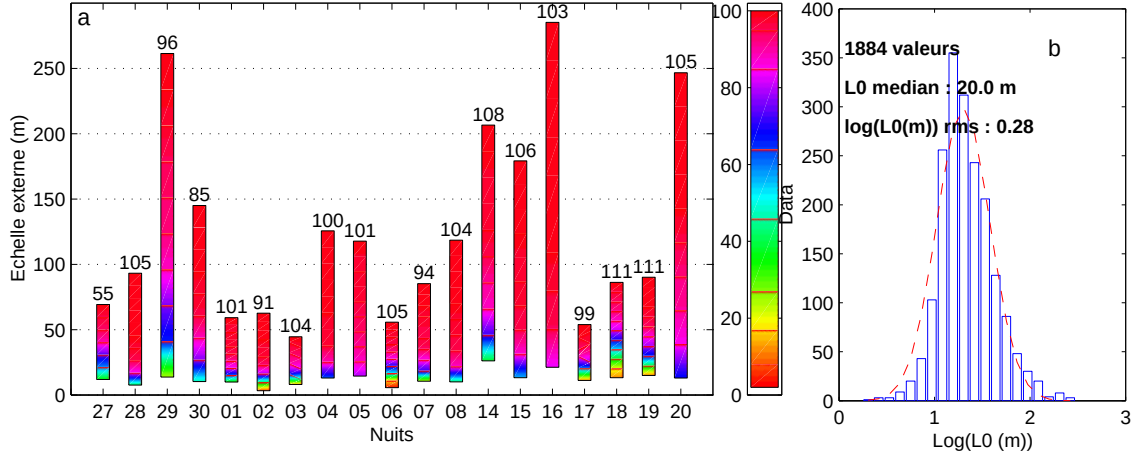


FIG. 1.10 – Échelles externes mesurées par le moniteur GSM lors d’une mission d’observations au Cerro Paranal en Novembre et Decembre 1998 (R. Conan 2000 [40]). A gauche, distributions cumulées des valeurs de l’échelle obtenues pour chaque nuit d’observation. A droite, distributions des valeurs d’échelle externe mesurées sur l’ensemble de la mission.

l’interférométrie de Michelson à longue base, le temps de vie des franges est sensiblement différent de celui qui est donné pour l’interférométrie de speckles. Il s’écrit

$$\tau_0 = 0.31 \frac{r_0}{v^*} \quad (1.28)$$

où v^* est une moyenne des vitesses pondérées par l’énergie dans les couches turbulentes :

$$v^* = \left(\frac{\int_0^{+\infty} |\vec{v}(h)|^{5/3} C_N^2(h) dh}{\int_0^{+\infty} C_N^2(h) dh} \right)^{3/5}. \quad (1.29)$$

Il est possible de montrer que le temps lié à la corrélation des grandes structures cohérente du front d’onde dépend de l’échelle externe (J. Borgnino 2004 [25]) sous la forme

$$\tau_0 \simeq \frac{\mathcal{L}_0}{v^*}. \quad (1.30)$$

L’angle d’isoplanétisme θ_0 quantifie la cohérence spatio-angulaire du front d’onde. Il correspond à l’angle entre deux sources pour lequel les déformations des fronts d’onde arrivant sur la pupille restent corrélées. Les faisceaux ne traversant pas exactement le même volume de turbulence, il résulte une décorrélation de la phase en fonction de la distance angulaire θ (Fig. 1.11). Un paramètre important est la séparation spatiale $d = \theta h$ des faisceaux à l’altitude h . Les corrélations subsistent tant que $d < \mathcal{L}_0$ même si les surfaces traversées par les faisceaux à l’altitude h sont disjointes. Les problèmes d’isoplanétisme doivent tenir compte de l’effet de l’échelle externe (R. C. Flicker 2003 [52]). La surface commune d’intersection des deux faisceaux séparées d’un angle θ , à une altitude h et en fonction du diamètre du télescope, est représentée sur la Fig. 1.12. Pour un télescope de diamètre donné, cette surface d’intersection décroît lorsque la distance de séparation (θh) augmente. Pour une altitude et une séparation angulaire données, la surface d’intersection augmente en fonction du diamètre du télescope.

Il est possible de définir d’autres paramètres relatifs à la cohérence spatio-angulaire pour chacun des ordres des déformations du front d’onde. Ces paramètres sont très importants lorsque la

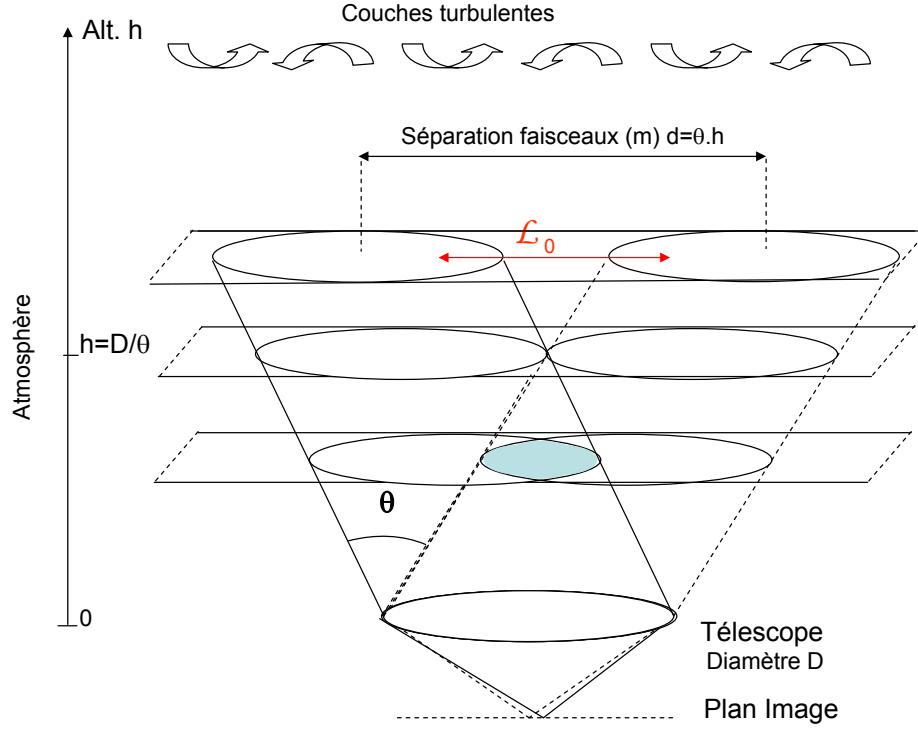


FIG. 1.11 – Propagation à travers l’atmosphère de deux ondes issues de sources séparées d’un angle θ . L’aire de recouvrement des deux faisceaux diminue lorsque l’altitude augmente et devient nulle lorsque $h = \frac{D}{\theta}$. Les corrélations spatiales de la phase subsistent jusqu’à ce que la distance entre les faisceaux soit supérieure à l’échelle externe.

correction est effectuée à partir d’une source de référence située à une certaine distance angulaire de l’objet de science. En interférométrie, l’angle isoplanétique détermine la séparation angulaire à utiliser pour asservir correctement le piston différentiel sur la source de référence (S. Esposito *et al* 2000 [50], T. Elhalkouj *et al* 2006 [48]). L’angle d’isoplanétisme du tilt correspond à l’angle entre deux sources pour lequel la variance de la phase due au tilt est inférieure à 1 rad^2 (R. J. Sasiela 1994 [140], J. Hardy 1998 [70]). Les systèmes d’optique adaptative utilisant des étoiles guides naturelles pour sonder le tilt doivent tenir compte de cet angle afin d’apporter une correction optimale du mouvement de l’image. A partir de mesures en bande K, M. van Dam *et al* (2006 [154]) ont montré que l’angle d’isoplanétisme du tilt est environ égal à 40arcsec.

Il est possible de montrer que des effets de décorrélation spectrale ont lieu pour des observations utilisant une large bande spectrale en interférométrie des tavelures (J. Borgnino *et al* 1989 [26]), en interférométrie de Michelson (A. Ziad *et al* 1994 [169], P. Berio *et al* 1999 [19]) ou pour la mesure des paramètres atmosphériques (A. Berdja *et al* 2006 [18]). De plus, le paramètre de Fried, le temps de cohérence et l’angle d’isoplanétisme sont des paramètres chromatiques contrairement à l’échelle externe $\mathcal{L}_0$ qui est indépendante de la longueur d’onde.

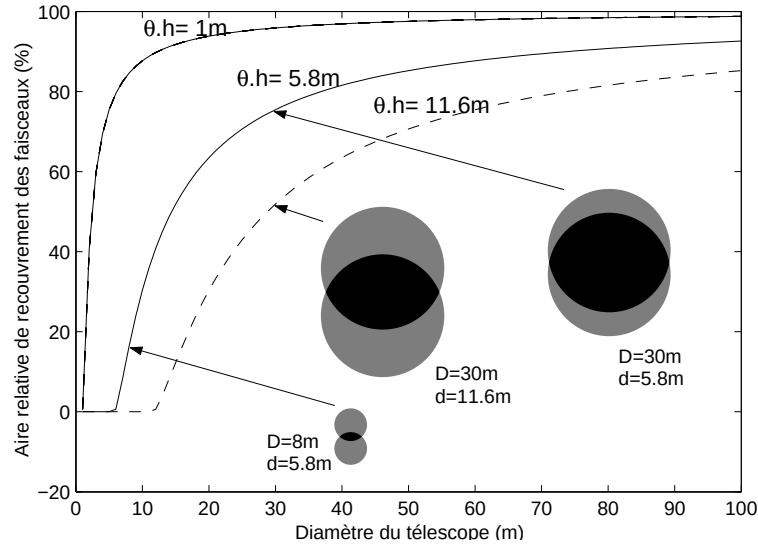


FIG. 1.12 – Surface commune d'intersection, relative à la surface du télescope, de deux faisceaux séparés d'une distance θh calculée en fonction du diamètre du télescope. Plusieurs séparations de faisceaux sont utilisées $d = 1m$ (correspondant par exemple à $\theta = 20\text{arcsec}$ et $h = 10km$), $d = 5.8m$ (correspondant par exemple à $\theta = 120\text{arcsec}$ et $h = 10km$) et $d = 11.6m$ (correspondant par exemple à $\theta = 240\text{arcsec}$ et $h = 10km$). La surface commune relative de recouvrement augmente avec le diamètre du télescope.

1.1.5 Effets optiques de la turbulence atmosphérique sur la formation des images

La traversée d'une onde lumineuse à travers l'atmosphère turbulente conduit à une dégradation du front d'onde présentant alors des fluctuations aléatoires de la phase. Ceci peut se traduire par plusieurs effets sur l'image observée à travers un télescope au niveau du sol.

La *scintillation* est une fluctuation temporelle de l'amplitude de l'onde correspondant à une dilution ou une concentration de l'énergie du front d'onde. Dans le cas de petits télescopes, la scintillation provoque une modulation aléatoire de l'intensité globale affectant l'ouverture. Pour les grands télescopes, la scintillation contribue à la dégradation totale de l'image. Fortement dépendante des profils de C_N^2 , la scintillation est relativement peu sensible à l'échelle externe (R. Avila 1998 [9]).

L'*agitation* de l'image dans le plan focal du télescope correspond à une fluctuation de l'angle du plan moyen du front d'onde incident sur la pupille d'entrée de l'instrument. Cette valeur dépend fortement de l'échelle externe (A. Ziad *et al* 1994 [170]).

L'*étalement* de l'image est dû à la perte de cohérence spatiale du front d'onde sur la pupille d'entrée du télescope, qui, dans le cas de grands télescopes ($D > r_0$), est composée de plusieurs aires de cohérence de taille r_0 . Au foyer du télescope, l'image courte pose se compose de nombreuses taches, appelées tavelures, de dimension λ/D , contenues dans un disque de dimension λ/r_0 . La Fig.1.13 représente une simulation d'images obtenues au foyer de différents télescopes.

La distribution d'intensité I d'une image courte pose au point $\vec{r}(x, y)$ du plan focal image peut s'écrire, dans un domaine angulaire où les perturbations atmosphériques restent corrélées (domaine isoplanétique soit quelques secondes d'arc dans le visible), par un produit de convolution $*$ entre la distribution de brillance de l'objet $O(\vec{r})$ et la réponse impulsionnelle instantanée (ou "fonction d'étalement du point") $S(\vec{r}, t, \lambda)$ du système télescope-atmosphère à l'instant t et à la longueur

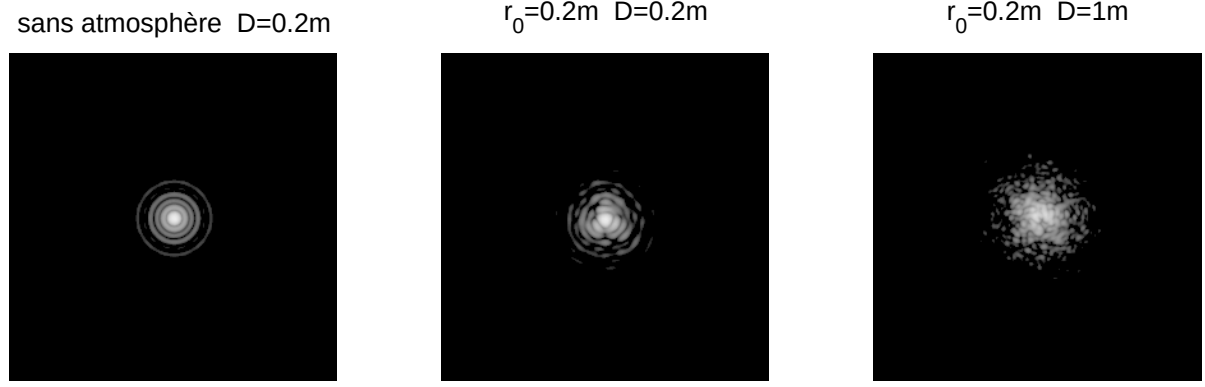


FIG. 1.13 – Simulation d’images courtes poses dégradées par la turbulence atmosphérique. A gauche est représentée une image simulée (en échelle log) d’une source ponctuelle en l’absence de turbulence atmosphérique. On observe alors une tache circulaire brillante entourée d’anneaux d’intensité décroissante (tache d’Airy) obtenue au foyer du télescope en raison du phénomène de diffraction. Quand la largeur r_0 de cohérence spatiale du front d’onde devient plus petite que le diamètre du télescope, l’image est étalée et composée de tavelures (au milieu et à droite).

d’onde λ ,

$$I(\vec{r}, t, \lambda) = O(\vec{r}) * S(\vec{r}, t, \lambda) \quad (1.31)$$

Pour une source non résolue, la brillance de l’objet peut être modélisée par une fonction Dirac $O(\vec{r}) = \delta(\vec{r})$. L’intensité de l’image équivaut alors à la réponse impulsionnelle $S(\vec{r}, t, \lambda)$. Dans le plan des fréquences spatiales, la transformée de Fourier de l’intensité est le produit

$$\hat{I}(\vec{f}, t, \lambda) = \hat{O}(\vec{f}) \cdot \hat{S}(\vec{f}, t, \lambda) \quad (1.32)$$

où $\hat{S}(\vec{f}, t, \lambda)$ est la fonction de transfert instantanée télescope-atmosphère. L’intensité d’une image longue pose est la moyenne temporelle (symbolisée par $\langle \rangle$) des intensités des images courtes poses

$$\langle I(\vec{r}, t, \lambda) \rangle = \langle O(\vec{r}) * S(\vec{r}, t, \lambda) \rangle = O(\vec{r}) * \langle S(\vec{r}, t, \lambda) \rangle. \quad (1.33)$$

La fonction de transfert longue pose correspondante est le produit entre la fonction de transfert atmosphérique $B(\vec{f})$ et la fonction de transfert du télescope $T(\vec{f})$

$$\langle \hat{S}(\vec{f}, t, \lambda) \rangle = B(\vec{f}) \cdot T(\vec{f}) \quad (1.34)$$

L’expression de la fonction de transfert atmosphérique $B(\vec{f}) = \langle \Psi_0(\vec{u}) \Psi_0^*(\vec{u} + \vec{f}) \rangle$ est, dans l’hypothèse du champ proche, donnée par (F. Roddier 1981 [126])

$$B(\vec{f}) = e^{-\frac{1}{2} D_\varphi(\vec{f})} \quad (1.35)$$

La turbulence atmosphérique réalise un filtrage spatial passe-bas de fréquence de coupure r_0/λ .

L’expression de la fonction de transfert du télescope est donnée par l’autocorrélation de la fonction pupille $P(\vec{u})$ du télescope

$$T(\vec{f}) = \frac{1}{S} \int P(\vec{u}) P^*(\vec{u} + \vec{f}) d\vec{u}. \quad (1.36)$$

où S est la surface de la pupille. Le télescope effectue un filtrage spatial passe-bas de fréquence de coupure D/λ .

En l'absence de turbulence atmosphérique, l'image d'une source ponctuelle obtenue au foyer d'un télescope à ouverture circulaire sans obstruction centrale, de focale F , est une tache d'Airy d'intensité

$$I_0(\vec{r}) = \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{2J_1\left(\frac{\pi D r}{\lambda F}\right)}{\left(\frac{\pi D r}{\lambda F}\right)} \right)^2. \quad (1.37)$$

Le premier anneau sombre, d'intensité nulle, est à une distance angulaire $1.22\lambda/D$ du centre. Cette distance est souvent prise comme la résolution maximale d'un télescope idéal en l'absence de turbulence atmosphérique.

L'amplitude complexe collectée sur la pupille de l'instrument est le produit de l'amplitude complexe de l'onde $\Psi_0(\vec{u})$ arrivant sur la pupille par la fonction de transmission $P(\vec{u})$ valant 1 sur la surface collectrice et 0 ailleurs. Par conséquent, l'amplitude complexe $U(\vec{r})$ au foyer de l'instrument est donnée par la transformée de Fourier de l'amplitude complexe collectée soit

$$U(\vec{r}) = \hat{\Psi}_0\left(\frac{\vec{r}}{\lambda F}\right) * \hat{P}\left(\frac{\vec{r}}{\lambda F}\right) \quad (1.38)$$

La distribution d'intensité observable est alors $I(\vec{r}) = |U(\vec{r})|^2$.

1.2 Optimisation des techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire

De nombreuses techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire ont été mises au point pour s'affranchir des effets de la turbulence. Elles restituent une partie de l'information à haute fréquence spatiale filtrée par l'atmosphère. Parmi les plus utilisées, l'interférométrie des tavelures (A. Labeyrie 1970 [80]) fige les effets de la turbulence par une succession de poses courtes. Elle restitue, après traitement des images, l'information à haute fréquence spatiale mais rend difficile la restitution de la phase de l'objet observé. L'optique adaptative s'est largement développée au cours des vingt dernières années car elle permet de corriger en temps réel une partie considérable des déformations du front d'onde. La méthode de "Lucky exposures" (D.L. Fried 1978 [56]) effectue une sélection des images de bonne qualité dont la probabilité d'obtention diminue fortement avec l'augmentation du diamètre du télescope. D'autres techniques ont été proposées utilisant par exemple un filtrage spatial réalisé par fibres optiques (G. Perrin 2006 [107]). Toutes ces techniques nécessitent une connaissance précise des effets de la turbulence atmosphérique pour pouvoir les corriger de manière optimale.

L'interférométrie directe permet d'obtenir de l'information à Haute Résolution Angulaire sur l'objet observé. Son mode opérationnel est contraint par les effets de l'atmosphère. Les déformations spatiales aux grandes échelles du front d'onde peuvent être analysées grâce aux grandes bases de mesure accessibles. On étudie dans la suite ces déformations à grandes échelles et l'extraction des paramètres atmosphériques correspondants à l'aide d'un type particulier d'interféromètre, fonctionnant en recombinaison multi-axiale en mode cohérencé. L'information obtenue sur les déformations du front d'onde à grande échelle peut alors être utilisée pour optimiser toutes les techniques d'observations HRA. On aborde ensuite quelques aspects liés à l'optimisation des systèmes d'optique adaptative par la connaissance des déformations aux grandes échelles du front d'onde.

1.2.1 Interférométrie optique

Le besoin de haute résolution angulaire et les limitations technologiques dans la construction des très grands télescopes ont contribué à développer des interféromètres avec de grandes bases. L'interférence des faisceaux permet d'effectuer une mesure du spectre spatial de l'objet à la fréquence spatiale $\frac{B}{\lambda}$ où B est la projection sur le ciel de la base au sol. La résolution est alors équivalente à celle d'un télescope dont le diamètre serait égal à la base projetée entre les deux télescopes de l'interféromètre.

T. Young (1804 [167]) fût le premier à réaliser une expérience mettant en évidence la nature ondulatoire de la lumière. Il observe des franges d'interférence derrière un écran percé de deux trous éclairés par une source lumineuse. H. Fizeau (1868) proposa de placer l'écran devant une lunette pour séparer les étoiles doubles serrées ou pour résoudre le diamètre des étoiles. A.A. Michelson (1891 [96]) fût le premier à résoudre des satellites de Jupiter par interférence en plaçant un masque percé de 2 fentes sur un télescope. Il utilisa ensuite des miroirs placés sur une poutre pour mesurer le diamètre de l'étoile α Orionis (A. A. Michelson & F. G. Pease 1921 [97]). Puis, A. Labeyrie est parvenu à obtenir des interférences dans le visible à partir de deux télescopes indépendants (1975 A. Labeyrie [81]). L'expérience fût renouvelée avec des télescopes de grandes tailles grâce au GI2T¹¹.

La turbulence atmosphérique entraîne des pertes de cohérence aléatoires entre les faisceaux issus des deux ouvertures. Un rayonnement est cohérent s'il possède une phase uniforme ; à l'intérieur du domaine de cohérence, le rayonnement peut interférer avec lui-même. Il est possible de montrer que les faisceaux ne peuvent interférer que si la différence de trajet optique de l'onde entre les deux bras de l'interféromètre est inférieure à la longueur de cohérence $\ell_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$. Il est relativement plus aisé d'obtenir des franges d'interférence dans l'infrarouge que dans le visible (ou dans les domaines radio). L'observation à large bande spectrale apporte plus de photons mais réduit la longueur de cohérence ℓ_c . Il est toutefois possible de disperser le champ de franges sur un ensemble de canaux spectraux de largeur $\delta\lambda$ couvrant la bande $\Delta\lambda$ permettant d'obtenir une longueur de cohérence opératoire plus élevée $\ell_c = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}$, typiquement de l'ordre du millimètre. L'imagerie directe à partir d'un interféromètre à plusieurs télescopes est possible si les faisceaux sont cophasés à mieux qu'une fraction de longueur d'onde (A. Labeyrie 1996 [82], F. Patru 2007 [106]). Ce mode de recombinaison est techniquement difficile à mettre en oeuvre et nécessite une correction élevée des déformations du front d'onde.

De nombreux interféromètres à très grandes bases utilisent un mode de recombinaison co-axiale où les faisceaux issus des deux télescopes interfèrent dans le plan pupille. Ils donnent au foyer de l'interféromètre une teinte uniforme dont l'intensité, mesurable avec un détecteur mono-pixel, dépend de la différence de marche entre les deux ondes. L'interférogramme est alors obtenu temporellement en faisant varier la différence de marche grâce à un miroir monté sur un piezo. Ce type de recombinaison est utilisée par les interféromètres ISI¹², SUSI¹³, COAST¹⁴, IOTA¹⁵, NPOI¹⁶, PTI¹⁷, CHARA¹⁸ et Keck. Dans le cas des interféromètres GI2T/REGAIN (D. Mourard *et al* 2001 [99]) et VLTI/AMBER (R. Petrov *et al* 2007 [108]), une recombinaison multi-axiale est utilisée : les deux faisceaux arrivent parallèlement pour former le plan pupille et l'écart entre

¹¹Grand Interféromètre à 2 télescopes

¹²Infrared Spatial Interferometer

¹³Sydney University Stellar Interferometer

¹⁴Cambridge Optical Aperture Synthesis Telescope

¹⁵Infrared-Optical Telescope Array

¹⁶Navy Prototype Optical Interferometer

¹⁷Palomar Testbed Interferometer

¹⁸Center for High Angular Resolution Astronomy

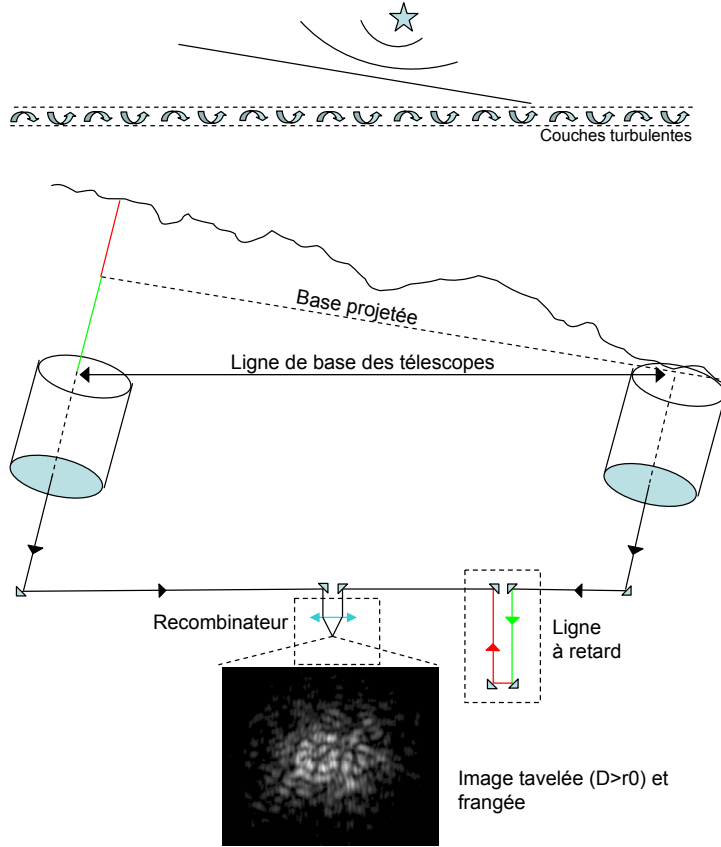


FIG. 1.14 – Représentation schématique d'un interféromètre de Michelson à reconfiguration multi-axiale. La différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre est compensée grâce à une ligne à retard variable. Les faisceaux provenant des télescopes interfèrent dans le plan image du recombineur. On distingue alors les franges dans l'image tavelée.

les deux sous-pupilles est fixé quelle que soit la longueur réelle de la base de l'interféromètre. En l'absence de turbulence atmosphérique, on obtient au foyer de l'interféromètre une tache d'Airy frangée. L'interfrange est fixée par l'écart entre les deux sous-pupilles. On peut enregistrer alors directement l'interférogramme codé spatialement à l'aide d'un détecteur multi-pixels. En présence de turbulence, l'image est frangée et tavelée (Fig. 1.14). Pour atténuer l'effet d'étalement dû à la perte de cohérence spatiale sur la pupille de l'instrument, il est possible de diaphragmer la pupille d'entrée afin de ne conserver qu'un nombre minimum d'aire de cohérence.

L'intensité observée au foyer de l'interféromètre à recombinaison multi-axiale s'exprime comme le module au carré de l'amplitude complexe de l'onde collectée sur la pupille (Eq. 1.38). L'expression de l'intensité observable par un interféromètre à deux télescopes est fonction des intensités relatives à chaque télescope et d'un terme d'interférence où intervient les termes de phase respectives

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\text{Re} [\langle \varphi_1(x, y) \varphi_2^*(x, y) \rangle P_1(x, y) P_2^*(x, y)] \quad (1.39)$$

Dans le cas où les intensités des deux faisceaux sont identiques et égales à $I_0(x, y)$ et en tenant compte d'une différence de marche aléatoire δ , l'intensité observable devient (S. Robbe 1996 [122])

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \left(1 + V(\vec{B}) \cos\left(2\pi \frac{bx}{\lambda F}\right) \right). \quad (1.40)$$

où $V(\vec{B})$ est la visibilité des franges pour la base $\vec{B}$ et b est la séparation des pupilles de sortie dans le plan pupille.

F. Roddier & P. Léna (1984 [130]) ont donné l'expression de la densité spectrale moyenne pour des images courtes poses permettant de mesurer la visibilité. Elle est formée de plusieurs pics (Fig.1.15) dont le "pic seeing" dépendant des conditions atmosphériques et le "pic speckle" dépendant des conditions atmosphériques et de la disposition des pupilles interférométriques. Ces deux pics basses fréquences peuvent être utilisés pour extraire le paramètre de Fried. Deux "pics franges" symétriques et à hautes fréquences correspondent aux franges d'interférence. Ces pics peuvent servir à la détermination de l'échelle externe et de la fonction de structure de la phase en mesurant leur déplacement dépendant de la différence de marche entre les deux faisceaux.

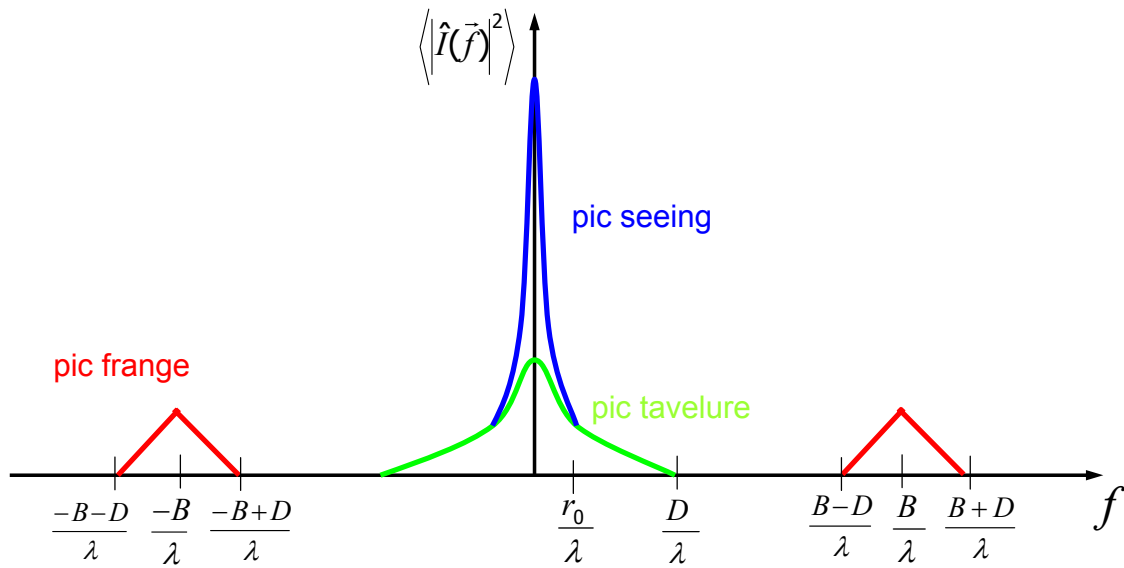


FIG. 1.15 – Représentation schématique de la densité spectrale dans le cas d'un interféromètre de Michelson (F. Roddier et P. Léna 1984 [130]).

Les perturbations du front d'onde dues à la turbulence atmosphérique ont pour effet principal une perte de contraste des franges. L'effet de piston différentiel, correspondant à un décalage temporel de l'arrivée du front d'onde sur chaque télescope, entraîne des fluctuations aléatoires de la différence de marche et ainsi une translation aléatoire des franges d'interférence. La différence de marche doit être alors compensée en temps réel par une Ligne A Retard variable. M. Tallon & I. Tallon-Bosc (1992 [146]) ont montré que la re-configuration des pupilles en interférométrie multi-axiale n'a pour effet qu'un simple décalage des composantes à hautes fréquences spatiales du spectre de l'objet.

En mode de franges dispersées, l'existence d'une différence de marche (OPD) amène l'inclinaison des franges par rapport à l'axe de dispersion (S. Robbe 1996 [122]). Le décalage observé des franges d'interférence se traduit par un déplacement de la position des pics franges dans le spectre de puissance. L. Koechlin *et al* (1996 [74]) ont montré que la différence de marche résiduelle entre les bras de l'interféromètre GI2T est proportionnelle au décalage spectral du pic franges par rapport à l'axe des fréquences spectrales. On peut donc mesurer l'écart-type de la différence de marche qui est proportionnel à la la fonction de structure de la phase (F. Roddier 1981

[126], R. Conan 2000 [43]), soit

$$\sigma_{OPD} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\varphi(\vec{B}, \mathcal{L}_0)}. \quad (1.41)$$

On peut estimer la valeur de l'échelle externe en comparant la valeur de σ_{OPD} mesurée avec celles obtenues théoriquement pour différentes valeurs d'échelle externe et une base donnée.

La valeur de l'échelle externe est particulièrement importante pour mesurer la différence de marche atmosphérique entre les bras de l'interféromètre. J.M. Mariotti & G.P. di Benedetto (1984 [91]) et J. Davis *et al* (1995 [47]) ont montré que les valeurs de la différence de marche sont beaucoup plus faibles que celles prédites par le modèle de Kolmogorov lorsque les bases de mesures sont décimétriques. D'autres procédures basées sur l'analyse du spectre temporel de la position des franges permettent de mesurer l'échelle externe. Elles utilisent généralement l'hypothèse que les structures turbulentes sont figées et se déplacent en bloc suivant le sens du vent ("hypothèse de Taylor") des couches turbulentes (J. M. Conan *et al* 1995 [39]). M. M. Colavita *et al* (1987 [37]) estimèrent une valeur d'échelle externe supérieure à 2km avec l'interféromètre Mark III. Plus tard, des valeurs décimétriques d'échelle externe furent mesurées par D. Buscher *et al* (1995 [34]) avec le même instrument. N. Nightingale & D. Buscher (1991 [102]) obtinrent des mesures métriques de l'échelle externe à l'Observatoire de La Palma alors que C. A. Haniff *et al* (1994 [69]) ont obtenu de très grandes valeurs au même observatoire. Avec l'interféromètre ISI, M. Bester *et al* (1992 [22]) trouvèrent des valeurs comprises entre 5 et 20m. R. P. Linfield *et al* (2001 [86]) mesurèrent des échelles externes comprises entre 10 et 25m avec l'interféromètre PTI. B. Sorrente *et al* (2001 [143]) ont mesuré une échelle externe comprise entre 20 et 120m de valeur moyenne 40m avec l'interféromètre I2T. D'autres méthodes ont été utilisées. Ainsi, P. Berio *et al* (1997 [20]) utilisèrent l'atténuation de la visibilité due à la décorrélation spectrale avec l'interféromètre GI2T. A. Ziad *et al* (2004 [173]) ont extrait l'échelle externe de la mesure de la vitesse des franges obtenue avec PTI en la comparant à des mesures effectuées avec GSM. Les observations simultanées d'instruments indépendants et les comparaisons de leurs résultats limitent les mauvaises interprétations et peuvent donner des informations spatiales et temporelles sur différentes échelles.

Lorsque les fronts d'onde sont basculés l'un par rapport à l'autre sur les pupilles (différence de tilt due à la turbulence atmosphérique), les effets peuvent être ramenés à une perte de contraste des franges d'interférences. Dans le cas de l'interférométrie co-axiale, la teinte n'est plus uniforme spatialement et ces fluctuations brouillent l'interférogramme reconstitué temporellement à partir du détecteur mono-pixel. Pour une recombinaison multi-axiale, une différence de tilt entre les deux faisceaux entraîne une mauvaise superposition des taches d'Airy provenant des sous-pupilles. Les franges sont alors présentes uniquement dans l'intersection entre les deux taches, diminuant ainsi le contraste des franges.

Chaque effet atmosphérique se traduit par un terme supplémentaire de phase ou d'amplitude qui se multiplie au terme de visibilité. Par conséquent, le contraste des franges mesuré est atténué par des facteurs liés à la présence de tavelures, au piston différentiel ou à la différence relative de tilt. L'estimation de la visibilité "vraie", due à la cohérence du front d'onde issu de l'objet céleste observé, doit donc tenir compte de ces atténuations. Le facteur d'atténuation q_p de la visibilité dû au piston différentiel est donné par (F. Roddier 1981 [126], S. Robbe 1996 [122])

$$q_p = e^{-\frac{1}{2}D_\varphi(\vec{B})} \quad (1.42)$$

D'autres facteurs aléatoires ou systématiques contribuent à dégrader le contraste des franges. Une différence de photométrie entre les deux télescopes dues à l'atmosphère ou à une transmission imparfaite des pièces optiques entraîne une atténuation supplémentaire de la visibilité. Les

aberrations des télescopes entraînent des dégradations qui peuvent être liés aux défauts des pièces optiques mais aussi aux variations de température. Les conditions thermiques dans la propagation des faisceaux depuis les télescopes jusqu'au recombineur peuvent aussi dégrader le contraste des franges. La rotation de champ différentielle entre les deux faisceaux et la dispersion atmosphérique due à la chromaticité de l'indice de réfraction de l'air peuvent être corrigées par un système optique adapté (D. Mourard *et al* 2001 [99]).

1.2.2 Systèmes d'optique adaptative

L'optique adaptative est une technologie qui a été développée pour corriger les fluctuations du front d'onde et restituer en temps réel les fréquences spatiales filtrées par l'atmosphère. Une mesure des perturbations de phase sur la pupille permet, après analyse, de commander un dispositif opto-mécanique de correction optique des défauts de phase et d'acquérir des images longue pose avec une résolution proche de la résolution théorique de l'instrument.

Initialement proposé par H. W. Babcock (1953 [13]), le premier système d'optique adaptative opérationnel dédié à l'observation astronomique (G. Rousset *et al* 1990 [133]) a fourni des images corrigées dans le domaine infra-rouge. Tous les télescopes de la classe des 8-10m en sont maintenant équipés et les travaux actuels de recherche portent sur l'amélioration des performances de ces systèmes. De nombreuses découvertes astronomiques ont été possibles grâce aux systèmes d'optique adaptative dont la découverte d'un trou noir au centre de notre galaxie (R. Genzel *et al* 2003 [64]) ou la première détection directe d'une exo-planète (G. Chauvin *et al* 2004 [35]) à l'aide du système VLT/NAOS (G. Rousset *et al* 2003 [134]). Un système d'optique adaptative classique est schématisé sur la Fig. 1.16. La mesure du front d'onde perturbé est effectuée par un analyseur de

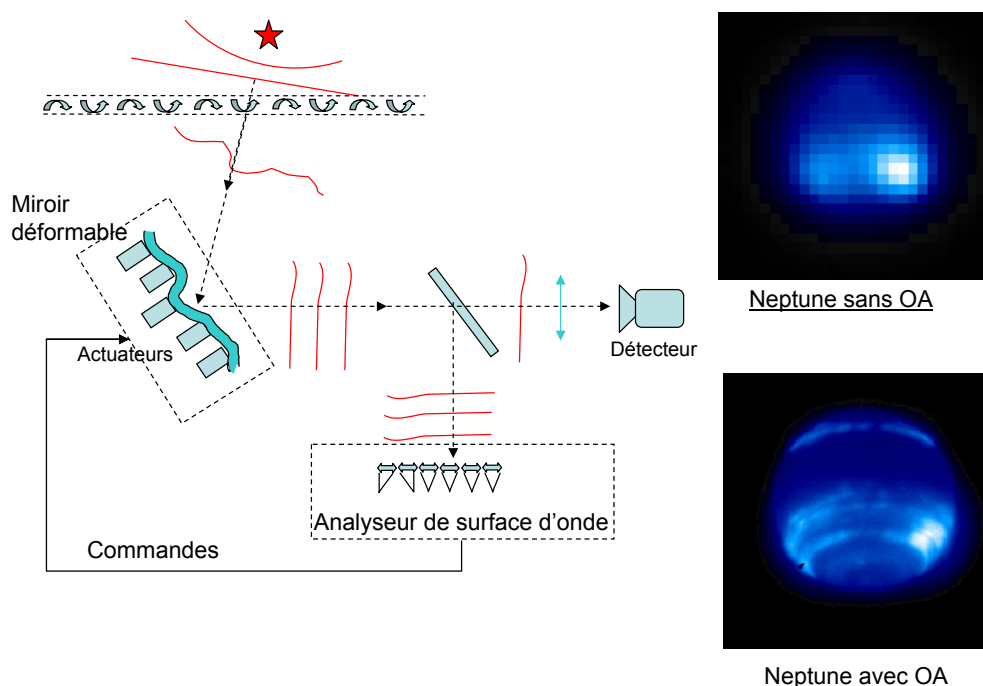


FIG. 1.16 – Schéma d'un système d'optique adaptative classique. Images de Neptune prises à partir du Keck II équipé d'un système d'optique adaptative (P. Wizinowich *et al* 2000 [166]) opérant en bande J (proche infra-rouge, temps d'exposition 180s) le 25 Mai 1999. Neptune a été directement utilisée comme référence pour l'analyse des déformations du front d'onde.

surface d'onde (G. Rousset 1994 [132]). Son principe consiste à mesurer le gradient de la phase sur la pupille segmentée en sous-pupilles (analyseur "Shack-Hartmann") ou à partir d'un prisme à 4 faces (analyseur à pyramide, R. Ragazzoni 1996 [114]). Il est possible aussi d'analyser la surface d'onde en mesurant le laplacien de la phase (analyseur de courbure, F. Roddier 1988 [127]). L'échantillonnage spatial de la phase à la fréquence spatiale $2r_0/\lambda$ est nécessaire. De plus, le temps de réponse doit être compatible avec le temps de cohérence caractéristique de l'atmosphère.

Après analyse des déformations du front d'onde, une correction est apportée par un miroir déformable qui compense les avances et les retards de phase. Les miroirs déformables se composent d'une couche réfléchissante et flexible. Ils peuvent être déformés grâce à des pistons piezo-électriques, ou actionneurs, qui exercent une poussée mécanique locale sur la surface du miroir ("Stack Array Mirror"). La poussée peut s'exercer par les forces électrostatiques d'électrodes dans le cas des "miroirs électrostatiques". Il existe aussi des "miroirs bimorphes" constitués de plaques diélectriques à géométrie annulaire qui, en se déformant, donne une courbure au miroir. De nouvelles technologies (A. Liotard 2006 [87]) sont à l'étude pour construire des miroirs capables d'atteindre des courses de $10\mu m$ indispensables pour les observations des grands télescopes dans les longueurs d'onde optique. Le nombre et la position des actionneurs ainsi que la forme que ces derniers donnent au miroir déformable lorsqu'ils sont actionnés, caractérisent spatialement le miroir déformable. La fréquence spatiale maximale qu'un miroir déformable peut corriger est $f = 2/d_{act}$ où d_{act} est la distance entre les actuateurs répartis uniformément sous le miroir. Les performances des systèmes d'optique adaptative peuvent être mesurées en évaluant la variance de la phase résiduelle. Si le système corrige parfaitement jusqu'à l'ordre radial n , J. M. Conan (1994 [38]) et T. Fusco *et al* (2004 [60]) ont montré que la variance de la phase résiduelle est donné pour n grand par

$$\sigma_{res}^2 \simeq 0.458 \left(\frac{D}{(n+1)r_0} \right)^{\frac{5}{3}}. \quad (1.43)$$

La commande fait le lien entre l'analyseur de front d'onde et le miroir déformable. Elle définit les tensions à appliquer aux actuateurs pour effectuer la correction et doit s'opérer en temps réel. On distingue la reconstruction zonale qui détermine la phase en chaque point de la pupille et la reconstruction modale qui décompose la commande sur la base de polynômes tels que les polynômes de Zernike (G. Rousset 1994 [132]).

Après analyse du front d'onde et décomposition des fluctuations de la phase, une commande est envoyée aux actuateurs du miroir déformable pour corriger les déformations du front d'onde. La variance des fluctuations de phase à l'entrée du télescope ou la variance des coefficients des polynômes de Zernike peuvent être décrites à partir des modèles de turbulence vus précédemment. Les basculements du front d'onde causés par l'atmosphère sont les perturbations les plus amples et ils impliquent un mouvement rapide de l'image au foyer du télescope. Les premiers ordres de la décomposition sont les plus énergétiques et sont très dépendants de la valeur de l'échelle externe. Cette dernière est donc un paramètre important dans les choix technologiques des composants à utiliser. Il est possible d'insérer un correcteur de tilt en amont du miroir déformable pour diminuer considérablement la variance des fluctuations de phase et réduire les contraintes sur la course maximale des miroirs déformables. La correction du basculement est parfois assurée par un miroir plan installé sur une monture orientable suivant deux axes et capable de s'orienter très rapidement.

La variance des coefficients des polynômes de Zernike est donnée dans le cadre du modèle de vK par (R. Conan 2000 [40]) :

$$\langle a_j^2 \rangle = 3.9 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} (n+1) \int_0^\infty dx \frac{J_{n+1}^2(x)}{x \left(x^2 + \frac{(\pi D)^2}{\mathcal{L}_0^2} \right)^{\frac{11}{6}}}. \quad (1.44)$$

où n est l'ordre radial du polynôme j de Zernike.

La Fig. 1.17 représente la variance des coefficients des polynômes de Zernike lorsque $\mathcal{L}_0 = 10m$, $r_0(\lambda = 0.5\mu m) = 0.1m$, pour une couche située à $h = 1km$ ainsi que la variance du tilt en fonction du diamètre du télescope pour plusieurs valeurs de l'échelle externe. Lorsque le diamètre

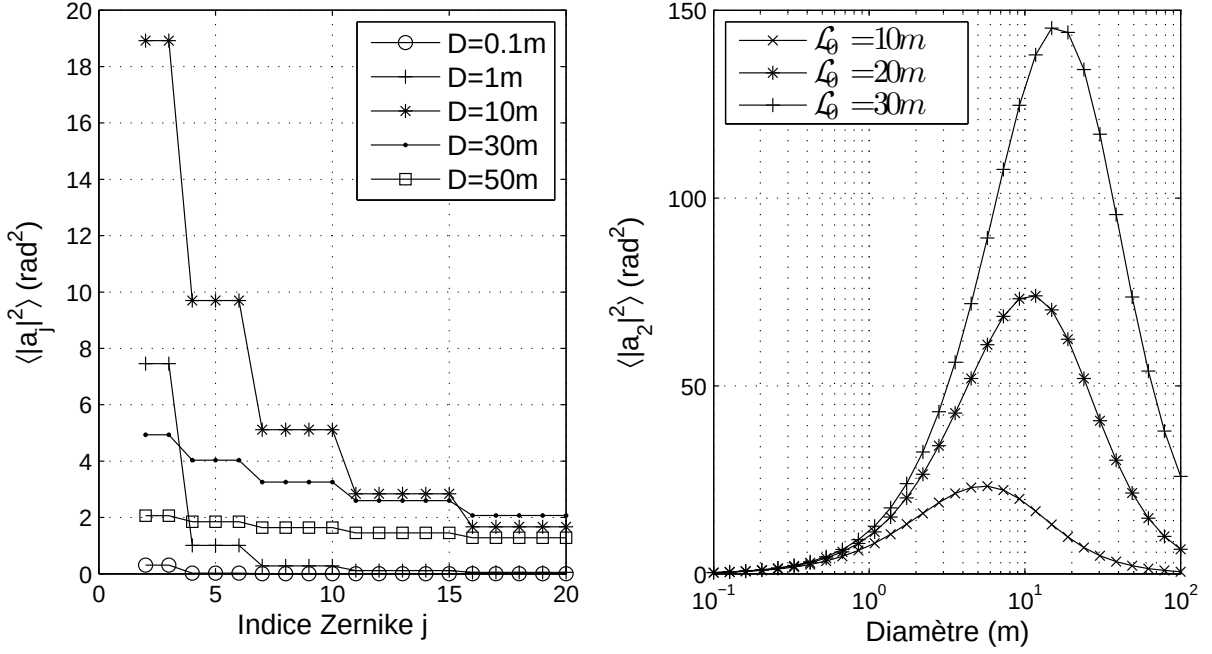


FIG. 1.17 – Variance des coefficients des polynômes de Zernike en fonction de son indice j lorsque $\mathcal{L}_0 = 10m$, $r_0(\lambda = 0.5\mu m) = 0.1m$ (à gauche), ainsi que la variance du tilt ($j = 2$) en fonction du diamètre du télescope pour plusieurs valeurs de l'échelle externe (à droite).

est supérieur à l'échelle externe, le basculement du front d'onde est moyenné sur la pupille et la variance totale du tilt diminue.

Il est technologiquement difficile d'atteindre la résolution théorique d'un télescope pour un système d'optique adaptative classique. La qualité de l'image après correction dépend de la variance résiduelle de la phase : elle peut se décomposer comme la somme des variances des différentes erreurs intervenantes. Différents bruits interviennent dans les mesures, de par l'échantillonnage spatial fini des déformations dû à l'analyseur, du nombre fini de degrés de liberté du miroir déformable et du délai temporel entre la détection et la correction des déformations. D'autres erreurs peuvent intervenir, liées à la calibration du système d'optique adaptative, aux aberrations non vues ou aux bruits de mesures, tel que le bruit de photon ou le bruit de lecture. Enfin on distingue des erreurs directement dépendantes des effets atmosphériques tels que la scintillation ou les effets diffractifs. On peut ajouter à cela des erreurs liées à une analyse des déformations sur une référence hors-axe. Lorsque l'analyse du front d'onde se fait sur une partie de la lumière provenant de l'objet de science observé, les performances du système sont limitées par la magnitude de l'objet. Pour les objets faibles, il est possible d'effectuer l'analyse de front d'onde sur une étoile de référence plus lumineuse située à distance angulaire proche de l'objet. Cependant, les faisceaux issus de l'objet et de l'étoile de référence ne traversent pas exactement les mêmes volumes de l'atmosphère turbulente. Il en résulte que lorsque la séparation angulaire entre l'objet et l'étoile de référence augmente, les corrélations entre les fronts d'onde diminuent. La proportion du ciel accessible par correction sur des étoiles naturelles de référence demeure limitée (M. Le Louarn *et al* 1998 [84]).

R. Foy & A. Labeyrie (1985 [53]) ont proposé d'utiliser une étoile artificielle créée à partir d'un faisceau laser excitant les atomes de la couche de sodium de l'atmosphère située à une

centaine de kilomètres d'altitude. Cette étoile laser peut être positionnée à une distance angulaire très proche de l'objet de science. Elle permet au système de s'affranchir des limitations imposées par la distribution aléatoire des étoiles naturelles brillantes nécessaire à l'analyse du front d'onde. Cette technique est toutefois affectée par une autre forme d'anisoplanétisme, "l'effet de cône" dû à la distance finie de l'étoile laser. Le volume de turbulence traversé par le front d'onde issu de l'étoile laser est conique et non pas cylindrique comme dans le cas d'une source naturelle. Des techniques de tomographie de l'atmosphère utilisant plusieurs étoiles laser peuvent être utilisées pour corriger cet effet (M. Tallon & R. Foy 1990 [145]). De plus, du fait de la double traversée de l'atmosphère par le faisceau laser, le tip-tilt ne peut pas être directement extrait quand l'étoile de référence est artificielle. Il est possible d'avoir recours à une étoile naturelle pour déterminer le tip-tilt. L'angle d'isoplanétisme du tilt étant plus élevé que l'angle d'isoplanétisme il est possible d'utiliser des étoiles naturelles situées à plus grandes distances angulaires de l'objet de science. D'autres techniques ont été proposées pour résoudre ce problème d'indétermination du tilt lorsque une étoile laser est utilisée (R. Foy *et al* 1995 [54], M. S. Belen'kii *et al* 1999 [16], M. S. Belen'kii 2000 [15], S. Esposito *et al* 2000 [49]).

La variance des fluctuations de phase sur la pupille due à la différence de tilt entre deux faisceaux séparés d'une distance angulaire θ est donné par (R. J. Sasiela & J. D. Shelton 1993 [141])

$$\sigma_T^2 = \frac{666.9}{16} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^\infty C_N^2(h) dh \int_0^\infty df f \left(f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right)^{-\frac{11}{6}} \left(\frac{J_2(fD/2)}{fD/2} \right)^2 (1 - J_0(f\theta h)). \quad (1.45)$$

La Fig. 1.18 représente l'écart-type de la phase due à la différence de tip-tilt en fonction de la séparation angulaire. L'effet de l'échelle externe devient important pour les grandes séparations

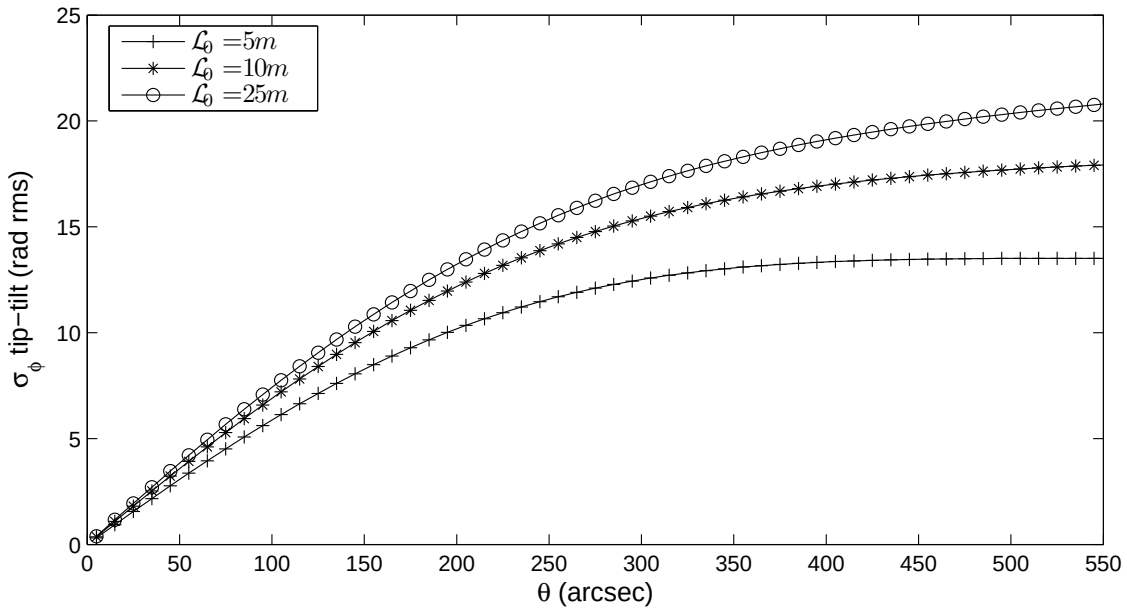


FIG. 1.18 – Ecart-type des fluctuations de phase due à la différence de tilt entre deux faisceaux en fonction de la séparation angulaire pour plusieurs valeurs d'échelle externe lorsque $r_0(\lambda = 0.5\mu m) = 0.2m$, pour une couche située à $h = 5km$ et pour un diamètre de télescope $D = 10m$.

angulaires. Les corrélations subsistent jusqu'à ce que la séparation des faisceaux à l'altitude considérée soit équivalente à l'échelle externe après quoi la fonction sature.

La phase arrivant sur le télescope est différente dans toutes les directions d'observation puisque à chaque direction correspond une section différente du volume de turbulence traversé. Les correc-

tions effectuées par le miroir déformable sont basées sur l'analyse des déformations du front d'onde issu d'une étoile de référence dans une direction particulière du ciel. Il en résulte une erreur supplémentaire due à l'anisoplanétisme. J. Beckers (1988 [14]) a proposé d'utiliser plusieurs miroirs déformables pour corriger cet effet et effectuer ainsi des observations à grand champ. Plusieurs étoiles de référence permettent d'analyser les déformations à corriger. Deux approches différentes peuvent être utilisées : à chaque étoile de référence, d'un groupe d'au moins trois étoiles, est associé un analyseur de front d'onde permettant de reconstruire le volume de turbulence (approche "orientée objet") ou bien les déformations sont analysées suivant certaines couches et corrigées par des miroirs conjugués optiquement sur ces mêmes couches (approche "orientée couche", R. Ragazzoni 1999 [115], R. Ragazzoni *et al* 2002 [116]). Dans ce cas, les aberrations provenant d'une couche analysée peuvent être entièrement corrigées si l'échantillonnage spatial de l'analyseur et le nombre d'actuateurs sont suffisamment grands. De plus, une correction des basses fréquences spatiales des déformations dues aux couches d'altitudes voisines est apportée. Cette correction diminue lorsque l'altitude considérée s'éloigne de l'altitude de conjugaison (F. Rigaut *et al* 2000 [121]). L'altitude de conjugaison des miroirs déformables doit donc être choisie judicieusement sur les couches les plus turbulentes. Pour ces deux approches, une connaissance volumique des propriétés du front d'onde et par conséquent la profilométrie des paramètres de la turbulence atmosphérique tels que $C_N^2(h)$ et $\mathcal{L}_0(h)$ sont importants pour quantifier l'amplitude des effets atmosphériques en altitude.

Différents niveaux de correction peuvent être requis suivant les applications et plusieurs techniques sont en cours d'élaboration. Les observations à grand champ seront possibles grâce aux systèmes MCAO¹⁹ qui analysent le volume de turbulence atmosphérique à partir de plusieurs analyseurs et corrigent le front d'onde dans plusieurs directions et plusieurs altitudes en utilisant plusieurs miroirs déformables. Les systèmes MOAO²⁰ (F. Assemat *et al* 2007 [8]) permettront d'obtenir des corrections locales sur des régions spécifiques du champ. Les systèmes GLAO²¹ (F. Rigaut *et al* 2002 [119], A. Tokovinin 2004 [151]) augmenteront le champ de vue corrigé avec un seul miroir déformable en diminuant les effets de la turbulence des basses couches de l'atmosphère à l'aide de plusieurs analyseurs de front d'onde issus de différentes directions du ciel. D'autres applications requiert un niveau élevé de correction, notamment en coronagraphie pour réaliser des observations à très haute dynamique, pour lesquelles des systèmes XAO²² spécifiques doivent être développés (R. Conan *et al* 2004 [41]). Toutes ces techniques nécessitent l'utilisation d'étoiles laser afin d'assurer une plus grande couverture du ciel. La réalisation des systèmes d'optique adaptative qui équiperont les ELT est un défi technologique dont les performances et les spécifications constituent aujourd'hui un sujet d'études (T. Fusco *et al* 1999 [61], M. Le Louarn *et al* 2000 [85]). Le dimensionnement de ces systèmes est contraint par les effets de la turbulence atmosphérique et particulièrement par la valeur de l'échelle externe compte tenu de la largeur du front d'onde arrivant sur le télescope. Leurs performances peuvent être estimées par simulation : R. Conan *et al* (2003 [42]) ont montré qu'un ELT peut obtenir des images à la limite de diffraction sur un site approprié où l'échelle externe est inférieure à 25m et le paramètre de Fried supérieur à 15cm. Une connaissance précise des lois gouvernant les déformations du front d'onde arrivant au sol est nécessaire pour la spécification des contraintes techniques et l'optimisation de tels systèmes.

¹⁹Optique Adaptative Multi-Conjuguée

²⁰Multi-Object Adaptive Optics

²¹Ground Layer Adaptive Optics

²²eXtreme Adaptive Optics

Chapitre 2

Caractérisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique à partir des données interférométriques

The different portions of a beam of light which have passed through different parts of the atmosphere and reached different parts of the objective of the telescope would be differently retarded, and these differences in retardation would not be constant, but would vary, sometimes rapidly and sometimes slowly
A. A. Michelson, 1903 *Light waves and their uses* p129

L'étude des propriétés statistiques du front d'onde sur des échelles spatiales de l'ordre du diamètre des futurs télescopes géants revêt une grande importance quant à la conception et à l'optimisation de ces derniers. Les interféromètres à grandes bases, optiques et infra-rouges, permettent de sonder le comportement du front d'onde à des échelles déca- et hectométriques. Etant affectés par les effets de la turbulence atmosphérique, une connaissance précise des propriétés et des déformations du front d'onde est un élément important pour les observations à Haute Résolution Angulaire à partir du sol.

L'échelle externe de cohérence spatiale caractérise l'amplitude des déformations spatiales à grande échelle du front d'onde. Des mesures simultanées de ce paramètre ont été effectuées avec l'instrument GSM et l'interféromètre GI2T/REGAIN (voir Sect.2.1). Ces observations simultanées d'instruments indépendants permettent de comparer les résultats à différentes échelles en limitant les mauvaises interprétations. De plus, cette étude met en évidence qu'aux grandes bases les déformations du front d'onde ne suivent plus les mêmes lois statistiques et que leurs amplitudes saturent.

La Sect.2.2 est consacrée à l'étude du piston différentiel à partir de données de l'interféromètre VLTI/AMBER. Les trois très grandes bases de cet instrument, utilisées simultanément, peuvent apporter d'importantes informations sur les propriétés spatiales à grande échelle du front d'onde.

Enfin, la Sect.2.3 présente l'étude par calcul numérique du domaine de validité de l'hypothèse gaussienne sur l'amplitude complexe de l'onde dans la modélisation utilisée en Sect.2.1 pour l'estimation du seeing.

2.1 "Wavefront outer scale deduced from interferometric dispersed fringes."

Note introductive à l'article *Astronomy & Astrophysics* 448 (2006) p.1225-1234 :

Cet article présente les résultats de mesures simultanées des paramètres optiques de la turbulence au moyen de l'interféromètre à grandes bases GI2T/REGAIN et de l'instrument dédié GSM.

A partir du mouvement de franges d'interférence dispersées, l'étude se base sur l'amplitude spatiale du piston différentiel entre les télescopes formant une très grande base. Cette étude a demandé la mise en place d'un logiciel permettant de traiter les images courtes poses des franges issues de la caméra à comptage de photons ALGOL pour extraire des mesures de piston différentiel ayant un échantillonnage temporel élevé.

Les mesures des paramètres réalisées en parallèle sont en bon accord et permettent de mettre en évidence de manière séquentielle *la saturation* de la fonction de structure de la phase pour les grandes bases.



FIG. 2.1 – Trois modules de l'instrument Generalized Seeing Monitor (GSM) en premier plan et le Grand Interféromètre à 2 télescopes (GI2T) en arrière plan.

A&A 448, 1225–1234 (2006)
 DOI: 10.1051/0004-6361:20052806
 © ESO 2006

**Astronomy
&
Astrophysics**

Wavefront outer scale deduced from interferometric dispersed fringes

J. Maire¹, A. Ziad¹, J. Borgnino¹, D. Mourard², F. Martin¹, S. Jankov^{1,3}, D. Bonneau², and F. Patru²

¹ Lab. Univ. d'Astrophysique de Nice (LUAN) UMR 6525 UNSA, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2, France
 e-mail: maire@unice.fr

² OCA, GEMINI, UMR6203, Avenue Nicolas Copernic, 06130 Grasse, France

³ Astronomical Observatory, MSEP of Serbia 146007, Volgina 7, 11 050 Belgrade, Serbia and Montenegro

Received 2 February 2005 / Accepted 4 November 2005

ABSTRACT

In addition to site characterization, measurements of critical atmospheric parameters are required to design and to optimize future adaptive optic systems and long-baseline interferometers. It is possible to estimate seeing conditions by processing data obtained with existing High Angular Resolution instruments. We report the results of joint observations with the GI2T interferometer and the GSM site-testing monitor performed over a period of several nights. We compared estimates of the wavefront outer scale done at various baselines as well as the seeing (Fried's parameter). We processed interferometric data by calculating power spectra of dispersed fringe images. Deduced measurements of the optical path difference lead to the estimates of the outer scale. We found that the outer scale values obtained from the GI2T data are mostly in the 5–30 m range, in good agreement with GSM measurements.

Key words. atmospheric effects – techniques: interferometric

1. Introduction

The fringes produced by a Michelson stellar ground-based interferometer are severely degraded by atmospheric turbulence. The characterization of wavefront fluctuations is very important for the design of the next generation of interferometers and large telescopes; this will enable the specification of basic parameters of these instruments and also the design of sub-systems like adaptive optics, wavefront tip-tilt correctors and fringe trackers that overcome the limitations imposed by the atmosphere.

To estimate these incoming wavefront degradations, different instruments have been developed such as the DIMM (Differential Image Motion Monitor, Sarazin & Roddier 1990) and the GSM (Generalized Seeing Monitor, Martin et al. 1994), which allow the monitoring of atmospheric optical parameters. As these facilities are not present in all observatories, it is possible to estimate seeing conditions by processing data obtained with existing High Angular Resolution (HAR) instruments like adaptive optic systems (Schöck et al. 2003; Fusco et al. 2004) or optical interferometers (see below). An initial calibration by simultaneous measurements with a seeing monitor is needed to overcome possible instrumental degradations.

A debate concerning the spatial coherence outer scale of the degraded wavefront $\mathcal{L}_0$ (called the outer scale hereafter) still exists (Avila et al. 1997). Its value is particularly important

for modeling the Optical Path Difference (OPD) between the arms of an interferometer. In conditions of astronomical observations, experimental measurements of the variance of the phase difference made at small baselines are in excellent agreement with Kolmogorov turbulence spectra (Roddier 1981). In the case of long-baseline interferometers and Extremely Large Telescopes, the validity of this model may become questionable. Extensions of the Kolmogorov model beyond the inertial range have to take into account the outer scale influence. The GSM instrument deduces $\mathcal{L}_0$ on metric baselines from angle-of-arrival fluctuations as a parameter of the von Kàrmàn (VK) turbulence spectrum. However, the validity of the VK model has never been proven. A long-baseline interferometer can be used to improve the knowledge of wavefront decametric properties. The first interferometric estimates of $\mathcal{L}_0$ were deduced from the spatial behaviour of the wavefront by Mariotti & di Benedetto (1984): their long-baseline measurements show values of the pathlength difference lower than Kolmogorov model expectations. They estimated an 8 m outer scale with the I2T¹ interferometer. Davis et al. (1995) found significant departure from a Kolmogorov model with the SUSI² interferometer when baselengths are above 5–10 m. Fitting the VK model to their data, we found a 53 m outer scale.

¹ Interféromètre à 2 Télescopes.

² Sydney University Stellar Interferometer.

An other procedure in which the temporal power spectrum of fringe position is considered allowed Colavita et al. (1987) to estimate, with the Mark III interferometer, the value of the outer scale to be over two kilometers. Later, evidence for a decametric outer scale was presented by Buscher et al. (1995) with the same instrument. Nightingale & Buscher (1991) obtained interferometric measurements of a metric outer scale at La Palma Observatory while Haniff et al. (1994) have found very large values at the same observatory. With the ISI³ interferometer, Bester et al. (1992) measured the outer scale in the range 5–20 m. Linfield et al. (2001) found most values in the 10–25 m range with the PTI⁴ interferometer.

Other methods have been used to estimate $\mathcal{L}_0$: using the GI2T⁵ interferometer, Berio et al. (1997) measured the visibility losses due to the spectral decorrelation; Ziad et al. (2004) derived $\mathcal{L}_0$ values from fringe speed measurements of the PTI interferometer and compared them with simultaneous GSM measurements. Except for this last work, no independent outer scale monitor was run simultaneously during these measurements. The use of different instruments limit misinterpretations, and give simultaneous spatial and temporal information on various scales. The joint observation and comparison of such data could check the validity of the VK model by measurement of the phase structure function.

Dispersed fringe images are obtained using the GI2T/Regain⁶ and VLTI⁷/Amber⁸ interferometers. The GI2T interferometer can be used to measure the phase structure function at several baselines assuming the stationarity of turbulence. With the VLTI/Amber instrument, it will soon be possible to measure it simultaneously at 3 different baselines up to 200 m.

Here, we processed the GI2T data to monitor the spatial coherence parameters of the wavefront, r_0 and $\mathcal{L}_0$. The method used can be applied for any dispersed fringe data as shown in Sect. 2. We briefly describe the instrument and we examine errors that can affect our estimates in Sect. 3. GI2T results are compared to those obtained with the GSM instrument in Sect. 4. A discussion and perspectives are given in Sect. 5.

2. Method of $\mathcal{L}_0$ estimation from interferometric data of dispersed fringes

In the context of optical astronomy, the theoretical phase structure function D_ϕ describes the wavefront distortions due to the light propagation path. This function is defined as the mean-squared difference of the phase fluctuations ϕ observed at two points separated by $\vec{B}$,

$$D_\phi(\vec{B}) = \left\langle \left[\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{B}) \right]^2 \right\rangle \quad (1)$$

where the brackets $\langle \rangle$ denote an ensemble average.

If the phase fluctuations are averaged over two circular apertures of diameter D , this function can be deduced from the phase power spectrum $W_\phi(\vec{u})$ (Conan et al. 2000), and becomes

$$D_\phi(\vec{B}) = 4\pi \int_0^{+\infty} u W_\phi(\vec{u}) [1 - J_0(2\pi B u)] \times \left[\frac{2J_1(\pi D u)}{\pi D u} \right]^2 du \quad (2)$$

where u is the modulus of the spatial frequency $\vec{u}$. J_0 and J_1 represent respectively the zeroth and first order Bessel functions of the first kind.

Atmospheric OPD fluctuations between the light beams coming from the arms of an interferometer depend on the turbulence parameters (Roddier 1981) as

$$\sigma_{\text{OPD}} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\phi(\vec{B})}. \quad (3)$$

The value of σ_{OPD} is needed for the design and the optimization of fringe trackers. For large baselines, the VK model strongly reduces the value of σ_{OPD} that can be deduced in the frame of the Kolmogorov model. A relation between σ_{OPD} obtained with the two models is developed in Appendix A.

In the case of an interferometer with two circular apertures of diameter D , large enough to have $D \gg r_0$ and sufficiently distant by a baseline B , the expression of the image power spectrum is given by (Roddier & Lena 1984; Mourard et al. 1994)

$$\left\langle \left| \widehat{I}(\vec{f}) \right|^2 \right\rangle = \exp(-D_\phi(\vec{f})) + \frac{\sigma_c^2}{2s} \left[T_0(\vec{f}) + \frac{V^2}{2} \left(T_0(\vec{f} + \vec{f}_0) + T_0(\vec{f} - \vec{f}_0) \right) \right] \quad (4)$$

where $\vec{f}_0 = \frac{\vec{B}}{\lambda}$ is the angular frequency related to the baseline, $s = \iint T_0(\vec{f}) d^2\vec{f}$ is the sub-pupil area, and $T_0(\vec{f})$ is the Modulation Transfer Function (MTF) of a sub-pupil, $\sigma_c(\lambda) = \iint \exp(-D_\phi(\vec{f})) d^2\vec{f}$ and V is the fringe visibility amplitude. This analytical expression of the image power spectrum is obtained assuming that the wavefront complex amplitude is a Gaussian process. In the case of atmospheric fluctuations, the log-normal model is in better agreement with experimental results than the normal model (Aime et al. 1979), but does not lead to analytical solutions and requires numerical computations.

The classical representation of the image power spectrum (Fig. 1, Mourard et al. 1994) shows the distinct parts expected in the case of images dispersed by a spectrograph. A low frequency part called the “seeing peak”, centred on 0, depends only upon the atmospheric conditions. A second low frequency part called the “speckle peak”, centred on 0, depends on the atmospheric conditions and upon the shape of the pupils; its cut-off frequency D/λ , is due to properties of image formation. When fringes are present in the images, the power spectrum has two high frequency peaks, centred at $\pm B/\lambda$ with an extent of $\pm D/\lambda$. They depend upon the turbulence (proportionally to $\sigma_c(\lambda)$) and upon the shape of the pupils (Eq. (4)).

³ Infrared Spatial Interferometer.

⁴ Palomar Testbed Interferometer.

⁵ Grand Interféromètre à 2 Télescopes.

⁶ Recombinateur du Grand Interféromètre.

⁷ Very Large Telescope Interferometer.

⁸ Astronomical Multi-Beam Recombiner.

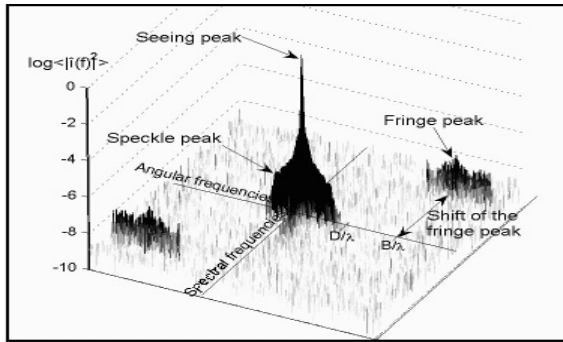


Fig. 1. Example of a real power spectrum averaged over short exposure dispersed images for the GI2T interferometer with two 1.5 m apertures measured at 00h41'(UT) in the night of June 7, 2003. Observation of α Lyr.

High spectral resolution is obtained by spectral dispersion of the fringes. The fringe parallel to the direction of dispersion corresponds to the zero path difference. As the distance that separates two adjacent fringes rises with the wavelength, the tilt of a fringe in a narrow spectral bandwidth is a measure of the instantaneous OPD as described by Koechlin et al. (1996). The GI2T fringe tracker detects the corresponding shift of the fringe peak in the power spectrum (Fig. 1) to deduce the OPD between the two arms of the interferometer.

This global OPD includes contributions of instrumental and atmospheric effects. It is necessary to remove instrumental effects by filtering out their contribution. Introducing the phase power spectrum of the VK model (Eq. (A.4)) in Eq. (3) and using a r_0 measurement, one can deduce an estimation of the outer scale. This method is appropriate given that the standard deviation of the OPD strictly increases with $\mathcal{L}_0$ for a fixed baseline.

The wavefront coherence diameter r_0 is deduced from the low frequency part of the experimental spectrum. Using the Kolmogorov model of turbulence, the expression of $\sigma_c(\lambda)$ depends upon r_0 (Roddier 1981) as

$$\sigma_c(\lambda) = 0.342 \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2 \quad (5)$$

and leads to the r_0 estimation by integrating the seeing peak. At frequencies lower than r_0/λ , both seeing and speckle peaks contribute to the spectrum. It follows that this method requires the reconstruction of the low frequency part of the speckle peak by using an extrapolation of a higher frequency experimental part, for example over the interval $\left[\frac{D}{2\lambda}, \frac{D}{\lambda} \right]$. This reconstruction is better when $D \gg r_0$. The reliability of this reconstruction depends on the quality and the number of images used for the calculation of the power spectrum as well as the actual geometry of the pupils.

This r_0 estimation does not take into account the outer scale influence. It is based on Fried's definition and r_0 characterizes the optical resolution imposed by the atmosphere and the telescope in the framework of the Kolmogorov model.

3. Experimental data

The observing campaign regrouping the GI2T interferometer and the GSM monitor was performed during several nights at the Calern Observatory in the south of France (altitude 1170 m, latitude $43^\circ 44' 55''$ N, longitude $06^\circ 55' 30''$ E). The two instruments are described below. The steps performed to extract wavefront parameters from interferometric measurements are reported in the second subsection. We estimate errors that affect the outer scale and seeing measurements with the GI2T data.

3.1. Instruments

3.1.1. The GI2T/REGAIN interferometer

The GI2T interferometer, part of the "Observatoire de la Côte d'Azur", has been detailed elsewhere (Mourard et al. 2001), the most important aspects related to seeing measurement are repeated here. The two telescopes have a diameter of 1.52 m and a 0.2 m central obscuration. Light is collected from a single star and is sent towards a central laboratory where the beams are combined. The baseline is oriented to the North-South and can vary continuously from 12 m to 65 m. It is equipped with a spectrograph to achieve simultaneous high spatial and spectral resolutions (X- λ mode configuration). Light is received in two spectral channels constituted by two photon-counting detectors with a 764×574 pixel array.

A multichromatic mode or a dispersed fringe mode can be used for observations. In order to increase sensitivity by using the whole speckle pattern, the multichromatic mode records filtered images in discrete adjacent spectral bands. To increase the spectral resolution the dispersed fringe set includes a one speckle wide slit in the recombined image plane. This allows three different spectral resolutions $R = 30\,000, 5000$ and 1500 . This mode was used for measurements of the wavefront optical parameter simultaneously with the GSM instrument.

The REGAIN entrance optical table contains a delay line for optical path compensation. For our observations, the correction in real-time of the path difference was not activated but the delay line followed the diurnal movement which depends on the coordinates of the star, the universal time and the position of the telescopes. The entrance optical table contains a rotator for field rotation and atmospheric dispersion compensations. The beam combiner carries out a Michelson pupil reconfiguration.

3.1.2. The GSM instrument

The GSM instrument allows the evaluation of the optical parameters of the perturbed wavefront by measuring Angle-of-Arrival (AA) fluctuations. Four telescopes allow AA measurements at different points of the wavefront with baselines of 0.25 m to 2.1 m. After computing AA spatio-temporal correlations, it estimates the seeing ϵ_0 , the outer scale $\mathcal{L}_0$, the isoplanetic angle θ_0 and the coherence time τ_{0AA} (Ziad et al. 2004).

This instrument consists of four identical modules, equipped with 0.1 m telescopes installed on equatorial mounts. Telescopes point at the same star and AA fluctuations are measured by means of flux modulation that is produced by the

displacement of the star image over a Ronchi grating. Detected photons are counted by a photomultiplier working in photon counting mode, allowing fast and continuous monitoring of AA fluctuations. Two modules share the same mount which avoids instrumental errors like vibrations due to wind effect on modules or telescope tracking. The AA fluctuations are measured with a 5 ms exposure time during an acquisition time of two minutes. A correction of this exposure time on the r_0 and $\mathcal{L}_0$ estimates is performed (Ziad et al. 2000).

The Fried parameter r_0 is measured from the AA differential variances obtained with modules sharing the same mount.

The outer scale $\mathcal{L}_0$ is determined for each pair of modules (6 different baselines) by computing the ratio of AA covariance to the differential AA variance. These normalized covariances are then compared to the grid of theoretical covariances calculated with the VK model for different baseline coordinates and also for different values of $\mathcal{L}_0$. The adopted $\mathcal{L}_0$ value is the median of the 6 obtained values. A detailed description of the GSM experiment is given by Ziad et al. (2000).

3.2. Data processing

Methods used in this paper to extract the wavefront parameters from dispersed fringes are based on the calculation of the power spectrum of the short exposure images obtained from the GI2T interferometer. The X- λ mode configuration permits one to obtain both high spatial and spectral resolution. Each image corresponds to a 20 ms exposure time, and is processed in real-time to generate a stream of 2-dimensional photon coordinates. Each image has a size determined by the slit height and the spectral bandwidth. The result is that the power spectrum has a set of angular and spectral frequency axes (see Fig. 2). The data files correspond to sequences of about 3 mn, this duration being defined by the telescope driving system.

We first calculate the sum of the 2-D autocorrelation of the dispersed fringe images (Mourard et al. 1994). The Wiener-Khinchin theorem shows that this autocorrelation and the power spectrum of the images are Fourier transform pairs; then, the power spectrum is determined by applying a 2-D Fourier transform to this sum. This method allows a very fast calculation of the power spectrum in comparison to the calculation of the Fourier transform of each image. Indeed, the algorithm for the computation of the image autocorrelation takes into account that the number of photons is small in comparison with the number of pixels per image. The steps of this process are represented in Fig. 2.

For r_0 estimation, the whole file (≈ 9000 images) is processed in order to compute the power spectrum. During an observation, images of sub-pupils are also recorded in order to determine the MTF $T_0(f)$ of a sub-pupil (Eq. (4)). For the separation of the seeing peak from the speckle peak, a least-square method is performed between the power spectrum values and the sub-pupil MTF over the frequencies $\left[\frac{D}{2\lambda}, \frac{D}{\lambda}\right]$. It allows the calculation of the speckle peak over the frequencies $\left[0, \frac{D}{2\lambda}\right]$. The seeing peak is determined by subtracting the speckle peak obtained from the power spectrum (Mourard et al. 1994).

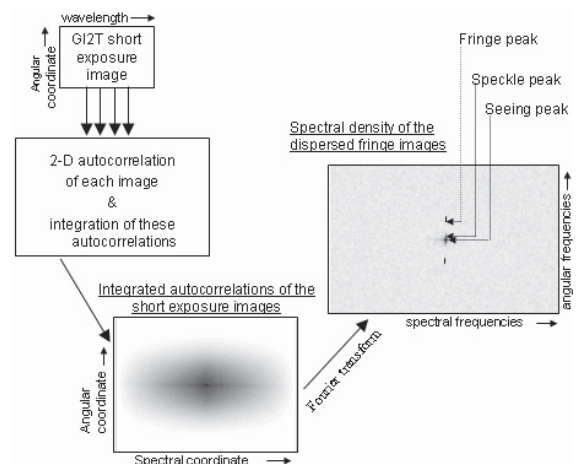


Fig. 2. Calculation of the power spectrum of the short exposure images.

Each data file leads to one estimation of $\mathcal{L}_0$. Indeed, for each sequence, we calculate about 180 continuous path difference values deduced from image power spectra, as described in Sect. 2, and performed by steps of 1 s and for an integration time of 8 s. The dynamic range of the OPD measured is limited by the lowest temporal frequency reachable which depends on the number of images per sequence of acquisition; it was typically 5 mHz in our run. The highest frequency (0.5 Hz) is determined by the time calculation step used in the process. Typically, a Kolmogorov model can be expected beyond this frequency (Buscher et al. 1995) in the temporal power spectrum of the fringe position.

3.3. Error estimation

Different errors can affect outer scale and seeing measurements deduced from the GI2T data.

The photometry of the images is degraded by the photon centroiding electronics of the camera that computes the coordinates of the photo-events: indeed, when several simultaneous photo-events are very close in the image, the photon centroiding device is unable to identify them properly and does not take into account all events. The photon centroiding hole appears at the center of the mean autocorrelation of images obtained with the camera. This hole becomes larger when the photon flux increases. This centroiding hole is removed in the autocorrelation by fitting a 2D polynomial function (Berio et al. 1998).

The photon noise bias is also corrected. Due to the short exposure time, the photo-events (a few hundred per image) are assumed to be independent and follow Poisson statistics. Consequently, it can be shown (Aime 2001) that the detected autocorrelation origin of the image takes into account a supplementary term, which is inversely proportional to the mean photo-events per image N . The power spectrum obtained is biased by a additional term $1/N$ for all frequencies. We change the autocorrelation center value to correct it.

In order to automatically remove the power spectra that have fringes highly attenuated by atmospheric effects, or

possible instrumental and star tracking problems, we calculated the signal-to-noise ratio (SNR) defined as the ratio of the mean value over the fringe peak extent to the noise level. This noise level is determined by averaging a part of the power spectrum without interferometric signals. Due to the spectral bandwidth used during our observation, the sampling resolution of the spectral frequency axis corresponds to an OPD of $5 \mu\text{m}$ per pixel. The maximum of the integration over the high spatial and spectral frequencies determines the position of the fringe peak in the power spectrum. The position of the center is calculated by a centroid algorithm using only the data within a "small" window around that peak. By processing 50 one-dimensional profiles of the fringe peak extent, this algorithm is able to determine the OPD with an accuracy of $1/20$ th of a pixel or $0.25 \mu\text{m}$ rms. This OPD accuracy was found by applying the process of centroid determination on a simulated fringe peak that has the minimum SNR allowed for the detection. A typical value of σ_{OPD} in the GI2T case (Appendix A) gives a relative uncertainty of 8% on σ_{OPD} measurements.

3.3.1. Error on $\mathcal{L}_0$ estimates

The relative uncertainty on $\mathcal{L}_0$ can be deduced with the asymptotic solutions for long-baseline regimes of the phase structure function (Eq. (A.5)): when $D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B$ the relative uncertainty on $\mathcal{L}_0$ is:

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0} = \frac{6}{5} \frac{\Delta \sigma_{\text{OPD}}}{\sigma_{\text{OPD}}} + \frac{\Delta r_0}{r_0} \quad (6)$$

Eq. (6) is appropriate in the case of the GI2T or interferometers with small apertures. When $\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$, it becomes

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0} = \frac{6}{11} \frac{\Delta \sigma_{\text{OPD}}}{\sigma_{\text{OPD}}} + \frac{5}{11} \frac{\Delta r_0}{r_0} \quad (7)$$

Eq. (7) is appropriate in the case of the VLTI or interferometers with large apertures when the value of the outer scale is small.

The limit of the method appears for small baselines, when $\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$ which is the least favorable case in the calculation of error bars. It makes it necessary to use long baselines to apply the method properly.

With two telescopes of an interferometer observing a distant source, the OPD measured is the sum of the atmospheric path difference and the internal path difference. Different sources of internal OPD can be considered, such as mechanical instabilities, star tracking errors or horizontal propagation in the arms of the interferometer.

Different characteristic times of the wavefront qualify the evolution of structures in the images. In the case of a single turbulent layer with wind velocity $\vec{v}$, the speckle life-time is (Roddier 1981)

$$\tau_0 \approx 0.31 r_0 / v. \quad (8)$$

The correlation time T_c of the larger structures of the wavefront is given by (Borgnino 2004)

$$T_c \approx \mathcal{L}_0 / v. \quad (9)$$

This correlation time is a relevant parameter for the temporal power spectrum of the fringe position: $F_c = 1/T_c$ is the knee

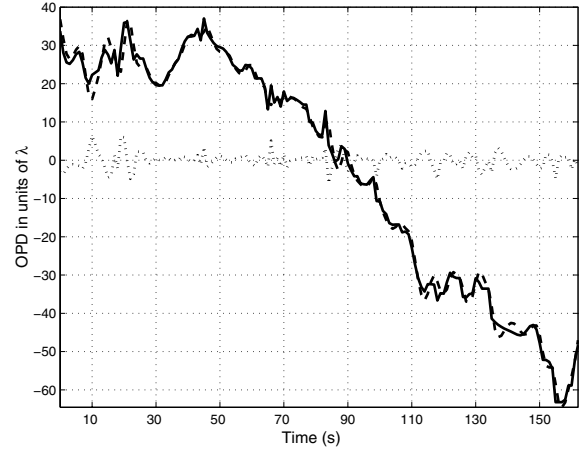


Fig. 3. Example of the high-pass filtering performed on the OPD to remove instrumental effects. The filtered OPD (dotted line) is obtained by subtracting the low frequency components (dashed line) from the total OPD measured (solid line). Observation of η Uma the night of April 21, 2004 at 21h59' (UT).

frequency that limits the inertial range of turbulence. In the case of the VK model, this power spectrum saturates at frequencies lower than F_c .

Measurements of vibrations of the GI2T delay line by accelerometers prior to the observation have shown that a very slow instrumental drift could be at the origin of additional OPD. The 3 Hz resonance frequency of the telescopes, which is not included in our temporal frequency range, has an amplitude sufficiently low to be considered negligible. Analysis of several OPD power spectra obtained during our run show that frequencies lower than 0.03 Hz have an asymptote noticeably steeper than the Kolmogorov model expectations. These low frequencies of OPD power spectra are affected by instrumental drifts and contain both atmospheric and instrumental contributions.

After a selection of fringe positions with good signal to noise ratio, a Chebyshev high-pass filtering (Parks & Burrus 1987) of the pathlength difference discards the major part of the instrumental drift. Figure 3 shows a plot of a 160-s long record, and the OPD obtained by filtering out frequencies below 0.03 Hz. The filtering cut-off frequency f_c must be higher than the highest instrumental contribution frequencies but lower than the characteristic frequency F_c of the fringe motion spectrum: the mean value of this latter frequency, calculated with GSM data (Eqs. (8) and (9)), is $F_c = 0.2$ Hz for these nights of observation. Therefore the dynamic range of the OPD measured is restricted and the filtered OPD obtained does not take into account atmospheric long-period variations. If the entire night's data are examined, this low frequency contribution appears not significant as remarked first by Davis et al. (1995). By filtering out OPD variations with a cut-off frequency f_c determined with 10% precision, we found a mean relative uncertainty of 7.5% on the σ_{OPD} estimates.

Colavita et al. (1987) defined the interferometric coherence time T_0 as the time interval during which the rms differential

phase between both beams does not exceed 1 rad. They found the relation

$$T_0 \approx 0.81 r_{0,v} / v. \quad (10)$$

It follows from Eq. (8) that $T_0 \approx 2.61 \tau_0$. The τ_0 value is considered to be close to the wavefront coherence time τ_{0AA} measured by GSM. During our observation, its mean value was 8 ms in the visible. Hence the mean value of T_0 was larger than the exposure time used during the GI2T run. Thus, we will consider negligible the influence of the exposure time on the measurement of the OPD.

In order to have a sufficient SNR to detect fringes, the power spectrum used for the OPD estimation is a time average of individual power spectra of each image. In the case of GI2T, we found that the best compromise between the number of images per power spectrum and the SNR is to compute power spectra after each series of 400 images in steps of 50 images; this process will smooth OPD variations. To correct this effect, we calculated σ_{OPD} for a series of acquisitions with a different number of images per power spectrum; we used 400, 300, 200, 150 and 100 images. An exponential extrapolation of the different σ_{OPD} obtained can be applied to obtain a mean correction factor, corresponding to σ_{OPD} estimated with 50 images per power spectrum. This process allows us to obtain σ_{OPD} estimates each second less than the characteristic time T_c of the fringe agitation estimated from GSM data during our run. Assuming that OPD samples are independent and follow a Gaussian probability law, the statistical relative error in the calculation of σ_{OPD} is given by (Frieden 1983) $\frac{1}{2} \left(\frac{2}{N-1} \right)^{1/2}$ where N is the number of OPD samples per estimation of $\mathcal{L}_0$. The expected error is approximatively 5% for 3 min of acquisition.

Any wavefront phase fluctuations $\phi(\vec{r})$ observed just before the beam combiner can be considered as the sum of uncorrelated phase fluctuations, $\phi_v(\vec{r})$ due to the vertical atmospheric propagation and $\phi_h(\vec{r})$ due to the horizontal propagation inside the arm of the interferometer. In the recombined image plane, the variance of the phase difference is

$$D_{\phi,m}(\vec{B}) \approx D_{\phi,v}(\vec{B}) + D_{\phi,h}(\vec{B}). \quad (11)$$

Using Eq. (A.5(b)), we can qualitatively compare the two right terms of Eq. (11) by calculating the ratio

$$\frac{D_{\phi,h}(\vec{B})}{D_{\phi,v}(\vec{B})} = \left(\frac{\mathcal{L}_{0,h}}{\mathcal{L}_0} \right)^{5/3} \left(\frac{r_{0,v}}{r_{0,h}} \right)^{5/3}$$

where $r_{0,v}$ is the atmospheric coherence diameter and $r_{0,h}$ is the wavefront coherence diameter due to the horizontal propagation. The outer scale $\mathcal{L}_{0,h}$ value inside the arms is limited by their cross section size. If we assume that propagation inside the horizontal arms follows the same properties as light vertical propagation, we can compare $r_{0,v}$ deduced from atmospheric $C_N^2(h)$ profile (Eq. (A.2)) and $r_{0,h}$ deduced from propagation with a constant C_N^2 value measured at 3 m above the ground. In this latter case, we do not take into account the zenith distance γ dependence in Eq. (A.2). In-situ measurements made by Martin et al. (2000) at Paranal gave

a mean value $C_N^2(3 \text{ m}) \approx 6 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$. For a 7 m horizontal propagation, it gives $r_{0,h} = 53.8 \text{ cm}$ in the visible and the ratio $(r_{0,v}/r_{0,h})^{5/3}$ obtained in the same campaign is 7%. If $\mathcal{L}_{0,h} \approx 2.5 \text{ m}$, then the ratio $D_{\phi,h}(\vec{B})/D_{\phi,v}(\vec{B}) \approx 0.2\%$. For a propagation corresponding to a 32 m baseline, the ratio increases to 0.4%. The error on the $\mathcal{L}_0$ estimates, due to the horizontal propagation, can be considered negligible with regard to the atmospheric propagation.

3.3.2. Error on r_0 estimates

Several errors can be considered in the r_0 estimation from the power spectrum.

The narrow spectral bandwidth used gives a negligible attenuation of the power spectrum (Borgnino et al. 1989) taking into account the typical ratio $D/r_0 \approx 15$ for GI2T observations.

The exposure time per image, τ , should be maximum, given the low photon flux and smaller than τ_0 in order to obtain a perfectly frozen speckle pattern. Roddier & Roddier (1975) described the attenuation of the spectral components for several exposure times. They have shown experimentally that exposure times up to 20 ms have a negligible effect on the power spectrum. This effect becomes pronounced for τ_0 less than one millisecond. They found that the effect is greater with a small telescope. The seeing peak should not be affected given the GI2T camera exposure time $\tau = 20 \text{ ms}$ compared to the mean $\tau_{0AA} = 8 \text{ ms}$ in the visible measured by GSM during the acquisition. The value of r_0 obtained by our method could be punctually overestimated due to high wind velocities and bad seeing (Roddier & Roddier 1975).

For a long-baseline interferometer, horizontal propagation inside the arms can lead to an error in the r_0 determination. Assuming that the horizontal propagation follows the same properties as vertical atmospheric propagation, the expression of σ_c (Eq. (5)) is modified by considering Eq. (A.2) as $\sigma_c(\lambda) = \frac{0.342}{\lambda^2} \left((r_{0,v}^{-5/3} + r_{0,h}^{-5/3})^{-3/5} \right)^2$.

For the same values of $r_{0,v}$ and $r_{0,h}$ used in Sect. 3.3.1, the r_0 estimation using this modified σ_c is a 4% underestimate for a propagation corresponding to a 14 m baseline. This ratio increases to 9% for a 32 m baseline.

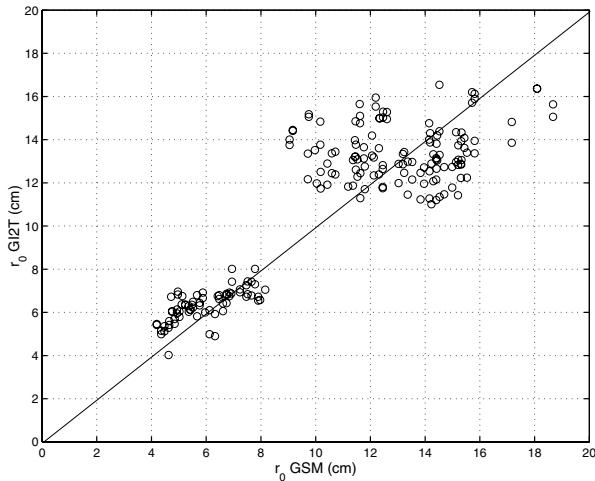
4. Results

In order to validate the methods of estimation described previously, we apply them to GI2T data and compare their results with GSM simultaneous measurements performed on several nights. Due to inadequate observational conditions, only three of the nights, 7th June 2003, 21st April 2004 and 22nd April 2004, gave exploitable data.

The GI2T configuration during the simultaneous observations is reported in Table 1. Some of the stars that were chosen in the scheduling of observations are different between the two instruments. This is due to instrumental constraints but their angular separation stays relatively small and does not change the seeing condition much. The addition of a new camera “Algolb” in 2004 at the GI2T focus allowed the testing of the

Table 1. Configuration of the GI2T interferometer during the simultaneous observations.

Date	Star observed by GI2T	λ (nm)	Base- line (m)	First acqui- sition (TU)	Star observed by GSM
7th June 2003	α Lyr	656	12.4	00h41'	γ Cyg
21st April 2004	β Uma	529	12	20h32'	β Uma
	η Uma	& 656	–	22h27'	η Uma
	β Uma	–	11.9	19h49'	β Uma
22nd April	η Uma	529	–	21h00'	η Uma
	ϵ Uma	&	–	22h22'	η Uma
2004	ϵ Uma	656	32	23h15'	η Uma
	α CrB	–	14.4	00h55'	α CrB

**Fig. 4.** Comparison of r_0 measurements obtained with the GSM and derived from the GI2T interferometer data obtained on 21st and 22nd April 2004. The correlation coefficient is equal to 0.89.

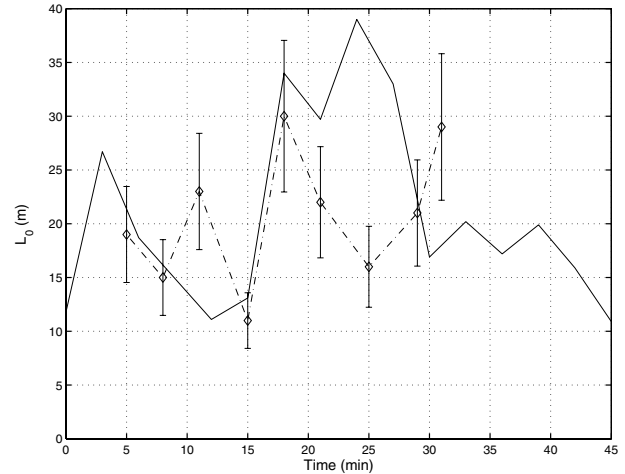
methods at two different wavelengths. The spectral bandwidth used was 35 nm and the sampling frequency was 50 images/s.

We repeated simultaneous observations in order to verify the reliability of the methods under different weather and seeing conditions; the first night had a clear sky but we remarked a high level of humidity at ground level. During the second night, the sky was slightly misty and there was weak ground wind. On the third night, the sky was clear and there was no ground wind.

4.1. Comparison of r_0 measurements

The comparison between the seeing estimation obtained with the GI2T interferometer and those measured simultaneously with the GSM instrument is presented in Fig. 4.

Each GI2T acquisition, with a typical duration of three minutes, corresponds to about 9000 short exposure images to estimate r_0 reliably. All seeing estimates are scaled to the wavelength $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ and are given for the zenith direction.

**Fig. 5.** Comparison of outer scale $\mathcal{L}_0$ measurements obtained with the GSM (solid line) and derived from the GI2T interferometer data (diamond dots) during the night of June 7th 2003. Origin is at 0h36' UT.

We found a strong correlation coefficient of 0.89 between GSM measurements and GI2T estimates.

The error on GSM r_0 measurements is 1.2% (Ziad et al. 2000). The error on the GI2T r_0 estimates is greater; this is due to the propagation inside the horizontal arms and can be due to the long exposure time of the camera (Sect. 3.3.2). The horizontal propagation leads to an underestimation of r_0 and the exposure time leads to an overestimation of it. Excellent agreement is found when the first effect compensates for the second one.

Some good seeing conditions were present on the night of April 22nd that is unusual for this observatory. Statistics for this site show that the probability of having a seeing larger than 10 cm is 20% (Bonneau 1997).

4.2. Comparison of $\mathcal{L}_0$ measurements

Substituting standard deviations of the OPD obtained from GI2T data into Eq. (3) with GSM r_0 measurements leads to estimations of the outer scale presented in Fig. 5 for the night of June 07th 2003 and in Fig. 6 for the night of April 22nd 2004. Each GI2T estimation presented in Fig. 6 is a mean value of results obtained with the red and blue channels. These results are in very close agreement, $\mathcal{L}_0$ being achromatic. These estimates are compared with $\mathcal{L}_0$ measured by GSM. A good agreement is seen despite the difference in the two instrument scales. One can choose to use GI2T r_0 estimates, as mentioned above, for a completely independent interferometric seeing monitor. The relative uncertainty on $\mathcal{L}_0$ estimates deduced from Sect. 3.3.1 and GSM error on r_0 measurement is about $\pm 25\%$. If r_0 deduced from GI2T data is used, this uncertainty is greater and it increases with the baselength (Sect. 3.3.2).

5. Discussion and perspectives

The results presented here show the possibility of measuring the outer scale and seeing from long-baseline interferometric data. We have shown that the GI2T, a dispersed fringe mode

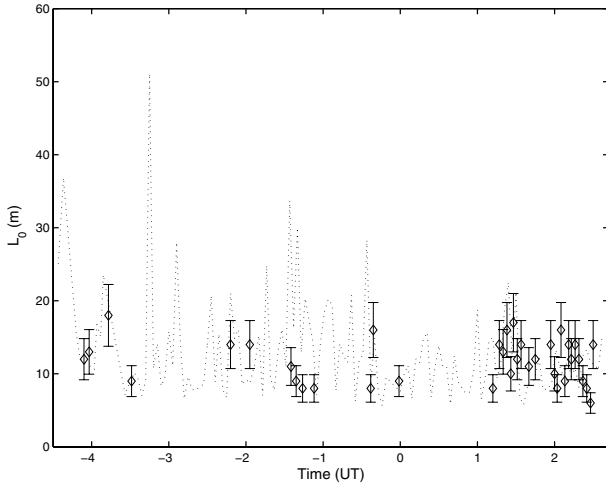


Fig. 6. Comparison of outer scale $\mathcal{L}_0$ measurements obtained with the GSM (dotted line) and derived from the GI2T interferometer data during the night of 22nd April 2004: diamond markers are mean values obtained from the blue and red channel.

interferometer, in addition to being a powerful astronomical instrument, is also capable of providing reliable measurements of wavefront spatial coherence parameters. Estimated values of r_0 and $\mathcal{L}_0$ obtained at several baselines from GI2T data are in good agreement with GSM measurements.

These interferometric estimates could be suitable for optimizing HAR observational techniques, without the need for seeing monitors, except for an initial calibration in order to characterize instrumental contributions. It can determine, for example, the SNR imposed by the turbulence for upcoming observations, or the magnitude limit which depends upon the seeing conditions (Roddiér 1988). Variations of $\mathcal{L}_0$ should be considered in the specifications of the finite exposure time of a fringe sensor and the finite response time of a delay line (Conan et al. 2000). These estimates also could be convenient in acquiring reliable seeing statistics for a particular site with the goal to implement new HAR instruments like adaptive optics or fringe trackers.

In contrast to outer scale estimates, OPD fluctuations are obtained without the need for an atmospheric turbulence model. The three points in Fig. 7 represent mean values of σ_{OPD} for three baselines used sequentially on the night of 22nd June, 2004. Error bars correspond to the standard deviation of σ_{OPD} obtained for each baseline performed. As remarked by Mariotti & di Benedetto (1984) and then by Davis et al. (1995), the departure from the Kolmogorov model is significantly pronounced for long baselines. The non-simultaneity of our measurements makes it difficult to draw a conclusion about the validity of the VK model on decametric baselines. It is noticeable however that the saturation of σ_{OPD} and hence the saturation of the phase structure function is highlighted for baselines longer than the outer scale.

As the VLTI/Amber is a dispersed fringe mode interferometer, methods used in this paper could be applied to its data. The advantage of this instrument is that some instrumental contribution to the OPD are known and that others could be evaluated by specific measurements. Inside the VLTI, fringe signals

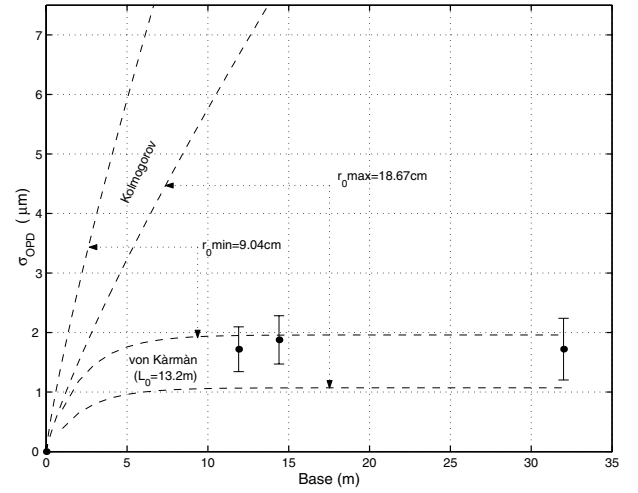


Fig. 7. Standard deviation of OPD fluctuations as a function of baseline. The three points are the mean measurements performed sequentially on the night of the 22nd June 2004 obtained with the GI2T interferometer. Dashed lines represent σ_{OPD} in cases of Kolmogorov and VK models for extreme values of r_0 (9.0 cm and 18.6 cm) measured by GSM during OPD acquisition. Using the VK model, we represent σ_{OPD} in the case of the outer scale median value $\mathcal{L}_0 = 13.2$ m measured by GSM during OPD acquisition.

are affected by static optical path differences and also by time-varying OPD fluctuations introduced by the motion of delay lines, by vibrations of mechanical structures and by air turbulence. It is possible to measure in real-time all of these internal contributions. With 3 baselines available simultaneously, the VLTI/Amber interferometer makes it possible to considerably improve our knowledge of phase fluctuations at decametric and hectometric scales and therefore makes possible the validation of atmospheric turbulence models.

Appendix A: Theoretical background

Statistics of phase fluctuations follow that of temperature and refractive index inhomogeneities. As long as the base length B is included in the inertial range that is limited by the turbulence inner and outer scales, the phase structure function is governed by the Kolmogorov law which leads to the phase power spectrum,

$$W_{\phi}^K(\vec{u}) = 0.0229 r_0^{-5/3} u^{-11/3} \quad (\text{A.1})$$

where u is the modulus of the spatial frequency $\vec{u}$. r_0 depends physically on the structure constant of refractive index fluctuations $C_N^2(h)$ integrated along the propagation path (Roddiér 1981) as,

$$r_0 = \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 (\cos \gamma)^{-1} \int C_N^2(h) dh \right]^{-3/5}. \quad (\text{A.2})$$

In the framework of this model and without pupil filtering effects, the phase structure function can be rewritten as (Roddiér 1981)

$$D_{\phi}^K(\vec{B}) = 6.88 (B/r_0)^{5/3}. \quad (\text{A.3})$$

The VK model formalizes the long-baseline saturation of the phase structure function and its phase power spectrum is given by (Borgnino et al. 1992)

$$W_{\phi}^{\text{VK}}(\vec{u}) = 0.0229 r_0^{-5/3} \left[u^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right]^{-11/6}. \quad (\text{A.4})$$

Using this model, Conan et al. (2000) derived asymptotic solutions for Eq. (2) in three regimes:

$$\begin{aligned} (a) \quad D \ll B \ll \mathcal{L}_0/\pi: & \quad (\text{A.5}) \\ D_{\phi}^{\text{VK}}(\vec{B}) &= 6.88 \left(\frac{B}{r_0} \right)^{5/3} \left[1 - 1.49 \left(\frac{B}{\mathcal{L}_0} \right)^{1/3} \right] \\ (b) \quad D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B: & \quad D_{\phi}^{\text{VK}}(\vec{B}) = 0.17 \left(\frac{\mathcal{L}_0}{r_0} \right)^{5/3} \\ (c) \quad \mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B: & \quad D_{\phi}^{\text{VK}}(\vec{B}) = 0.06 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{D}{\mathcal{L}_0} \right)^{-11/3}. \end{aligned}$$

The relation between σ_{OPD} obtained with the two models may be found, as was carried out by Avila et al. (1997) in the case of the AA covariance. We take into account pupil effects in the VK model but not in the Kolmogorov model. In this latter case, the telescope diameter can be considered infinite. Substituting Eq. (A.4) into Eq. (2) and substituting x for the dimensionless variable $2\pi Bu$ leads, with respect to the VK model, to

$$\begin{aligned} D_{\phi}^{\text{VK}}(\vec{B}) &= 0.287 r_0^{-5/3} \int_0^{+\infty} \frac{x}{(2\pi B)^2} \\ &\times \left[\frac{x^2}{(2\pi B)^2} + \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0} \right)^2 \right]^{-11/6} [1 - J_0(x)] \\ &\times \left[\frac{2J_1(\frac{Dx}{2B})}{\frac{Dx}{2B}} \right]^2 dx. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Taking Eq. (3) into account leads to the expression of σ_{OPD} in the framework of the VK model as

$$\sigma_{\text{OPD}}^{\text{VK}}(\vec{B}) = \sigma_{\text{OPD}}^{\text{K}}(\vec{B}) \cdot [H_{\phi}^{\text{VK}}(B)]^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

where $\sigma_{\text{OPD}}^{\text{K}}(\vec{B})$ is the OPD standard deviation for the Kolmogorov model when the pupils are assumed to be infinitely small. $H_{\phi}^{\text{VK}}(B)$ is the distortion function which includes filtering effects that are due to the outer scale and to the pupil size, as

$$\begin{aligned} H_{\phi}^{\text{VK}}(B) &= 0.894 \int_0^{+\infty} x \left[x^2 + \left(\frac{2\pi B}{\mathcal{L}_0} \right)^2 \right]^{-11/6} \\ &\times [1 - J_0(x)] \left[\frac{2J_1(\frac{Dx}{2B})}{\frac{Dx}{2B}} \right]^2 dx. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Figure A.1 represents $\sigma_{\text{OPD}}^{\text{VK}}$ as a function of the dimensionless variable $B/\mathcal{L}_0$, given in units of $\lambda(B/r_0)^{5/6}$, for different values of the ratio D/B . The value at the origin, i.e. when $\mathcal{L}_0/B$ tends to infinity, is $\sigma_{\text{OPD}}^{\text{VK}}(0) = 0.417$: it corresponds to the case $H_{\phi}^{\text{VK}}(B) = 1$; at this point, the phase structure function is equivalent in both VK and Kolmogorov models. $\sigma_{\text{OPD}}^{\text{VK}}$ in units of $\lambda(B/r_0)^{5/6}$ decreases as $B/\mathcal{L}_0$ increases but $\sigma_{\text{OPD}}^{\text{VK}}$ in units of λ increases with B . The median values of $\mathcal{L}_0 = 22$ m and $r_0 = 11.5$ cm (at $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$) measured at Paranal (Martin et al. 2000) give a typical value of σ_{OPD} equal to 4λ for UT's separation of 47 m. Considering $\mathcal{L}_0 = 25$ m, $r_0 = 10$ cm and a 12 m GI2T baseline leads to $\sigma_{\text{OPD}} = 6\lambda$.

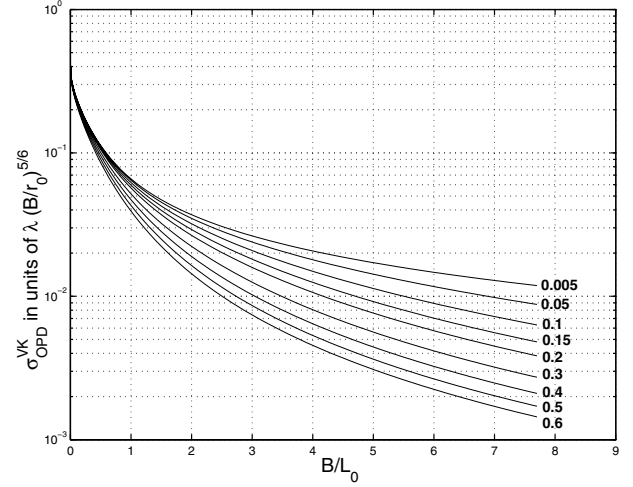


Fig. A.1. Standard deviation of the OPD, in units of $\lambda(B/r_0)^{5/6}$, as a function of the dimensionless parameter $B/\mathcal{L}_0$ for different values of the ratio D/B , obtained from numerical integration of Eq. (A.7).

Acknowledgements. The authors gratefully acknowledge the referee for relevant comments and constructive suggestions. We also thank C. Aime, H. Lantéri and F. Vakili for helpful comments. We are grateful to the technical team of the GI2T interferometer, especially J. L. Chevassut for his part in the successful observations.

References

- Aime, C. 2001, *Eur. J. Phys.*, 22, 169
- Aime, C., Kadir, S., Ricort, G., Roddier, C., & Vernin, J. 1979, *Opt. Acta*, 26, 575
- Avila, R., Ziad, A., Borgnino, J., et al. 1997, *J. Opt. Soc. Am. A*, 11, 3070
- Berio, P., Mourard, D., Vakili, F., Borgnino, J., & Ziad, A. 1997, *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 114
- Berio, P., Vakili, F., Mourard, D., & Bonneau, D. 1998, *A&AS*, 129, 609
- Bester, M., Danchi, W., Degiacomi, C., Greenhill, L., & Townes, C. 1992, *ApJ*, 392, 357
- Bonneau, D. 1997, *J. Astron. Fr.*, 52, 35
- Borgnino, J. 2004, *EAS Public. Ser.*, 12, 103
- Borgnino, J., Aime, C., Martin, F., Petrov, R. G., & Ricort, G. 1989, *J. Opt. Soc. Am. A*, 6, 244
- Borgnino, J., Martin, F., & Ziad, A. 1992, *Opt. Com.*, 91, 267
- Buscher, D., Armstrong, J., Hummel, C., et al. 1995, *Appl. Opt.*, 34, 1081
- Colavita, M. M., Shao, M., & Staelin, D. H. 1987, *Appl. Opt.*, 26, 4106
- Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., & Tokovinin, A. A. 2000, in *Proc. SPIE*, 4006, 963
- Davis, J., Lawson, P., Booth, A., Tango, W., & Thorvaldson, E. 1995, *MNRAS*, 273, L53
- Frieden, B. R. 1983, *Probability, Statistical optics, and data testing* (Springer-Verlag)
- Fusco, T., Rousset, G., Rabaud, D., et al. 2004, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 6, 585
- Haniff, C. A., Baldwin, J. E., Warner, P. J., & Scott, T. R. 1994, *Proc. SPIE*, 2200, 407
- Koechlin, L., Lawson, P. R., Mourard, D., et al. 1996, *Appl. Opt.*, 35, 3002

- Linfield, R. P., Colavita, M. M., & Lane, B. F. 2001, *ApJ*, 554, 505
- Mariotti, J. M., & di Benedetto, G. P. 1984, in *IAU Coll.*, 79, 257
- Martin, F., Conan, R., Tokovinin, A., et al. 2000, *A&AS*, 144, 39
- Martin, F., Tokovinin, A., Agabi, A., Borgnino, J., & Ziad, A. 1994, *A&AS*, 108, 173
- Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Rigal, F., et al. 1994, *A&A*, 288, 675
- Mourard, D., Thureau, N., Abe, L., et al. 2001, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 2, 35
- Nightingale, N., & Buscher, D. 1991, *MNRAS*, 251, 155
- Parks, T., & Burrus, C. 1987, *Digital Filter Design* (New York: John Wiley and Sons)
- Roddier, C., & Roddier, F. 1975, *J. Opt. Soc. Am.*, 65, 664
- Roddier, F. 1981, in *Progress in Optics*, Vol. XIX
- Roddier, F. 1988, *Phys. Rep.*, 170, 99
- Roddier, F., & Lena, P. 1984, *J. Optics (Paris)*, 15, 171
- Sarazin, M., & Roddier, F. 1990, *A&A*, 227, 294
- Schöck, M., Le Mignant, D., Chanan, G.-A., Wizinowich, P.-L., & van Dam, M.-A. 2003, *Appl. Opt.*, 42, 3705
- Ziad, A., Conan, R., Tokovinin, A., Martin, F., & Borgnino, J. 2000, *Appl. Opt.*, 39, 5415
- Ziad, A., Schöck, M., Chanan, G. A., et al. 2004, *Appl. Opt.*, 43, 2316

2.2 Application aux données de l'interféromètre VLTI/AMBER

Les propriétés spatiales du front d'onde sur de grandes échelles peuvent être déduites à partir des données d'un interféromètre à grandes bases. On utilise dans cette partie des données de piston différentiel obtenues avec l'interféromètre VLTI/AMBER pour sonder le comportement du front d'onde sur trois bases simultanément.

2.2.1 L'interféromètre VLTI/AMBER

L'interférométrie à longues bases permet d'atteindre une très haute résolution angulaire. Pour obtenir des échelles de l'ordre de la milli-seconde d'arc, l'European Southern Observatory (ESO) a équipé ses Very Large Telescopes d'un mode interférométrique (VLTI) combinant les 4 télescopes sur des bases pouvant atteindre 200m (associés à des télescopes auxiliaires) sur le site exceptionnel du Cerro Paranal au Chili (Fig.2.2).

Au foyer du VLTI est placé l'instrument AMBER¹ (R. Petrov *et al.* 2007 [108]) qui recombine les faisceaux issus des télescopes dans le proche infrarouge. Il a été installé par un consortium constitué du Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice, du Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble, de l'Observatoire de la Côte d'Azur, du Max Planck Institute, et de l'Osservatorio Astrofisico di Arcetri.

La fonction principale de l'instrument proche infrarouge AMBER du VLTI est de mesurer la visibilité associée aux différentes bases d'observation d'une source astrophysique. Pour cela, il recombine de manière cohérente les faisceaux pour obtenir des franges d'interférence. Le principe de l'instrument est semblable à celui du GI2T/REGAIN, en ce sens qu'ils produisent tous deux des franges dispersées codées spatialement. La différence de marche optique (OPD) entre les faisceaux au foyer recombinateur ne doit pas dépasser la longueur de cohérence l_c . Elle est donc mesurée et contrôlée dans le but de garder les franges au foyer du recombinateur.

S. Robbe-Dubois *et al.* (2007 [123]) donnent une analyse détaillée de l'instrument. Les faisceaux issus des télescopes sont injectés séparément dans des fibres mono-mode pour subir un filtrage spatial. Les fluctuations de phase du front d'onde sont transformées en fluctuations d'intensité en sortie des fibres. Ces fluctuations sont enregistrées sur des zones différentes du détecteur. Le recombinateur fait interférer les 3 faisceaux pour former les franges qui sont ensuite dispersées à l'aide d'un spectrographe. Ce dernier permet d'atteindre des résolutions spectrales $R=35$, 1500 et 12000. Le détecteur infra-rouge est une caméra CCD 512×512 refroidie à 78K permettant d'observer l'interférogramme produit par les 3 voies ainsi que la photométrie de chacune des voies sur la bande spectrale utilisée.

2.2.2 Réduction de données AMBER

La réduction des données AMBER est détaillée dans l'article de E. Tatulli *et al.* (2006 [149]). Elle consiste à modéliser les interférogrammes obtenus sur le détecteur puis à les ajuster aux données. L'addition cohérente des faisceaux produit des franges d'interférence ainsi qu'un fond continu dans l'interférogramme, connu à partir des voies photométriques. Les pertes de contraste dues aux défauts instrumentaux résiduels ou aux défauts de polarisation entre les faisceaux sont estimées par calibration en utilisant une source interne pour chaque observation. L'amplitude des flux cohérents entre les différentes bases, dont la modulation donne les franges sur l'interférogramme et l'information sur la visibilité, sont les inconnues d'un système d'équations comprenant

¹ Astronomical Multiple BEam Recombiner

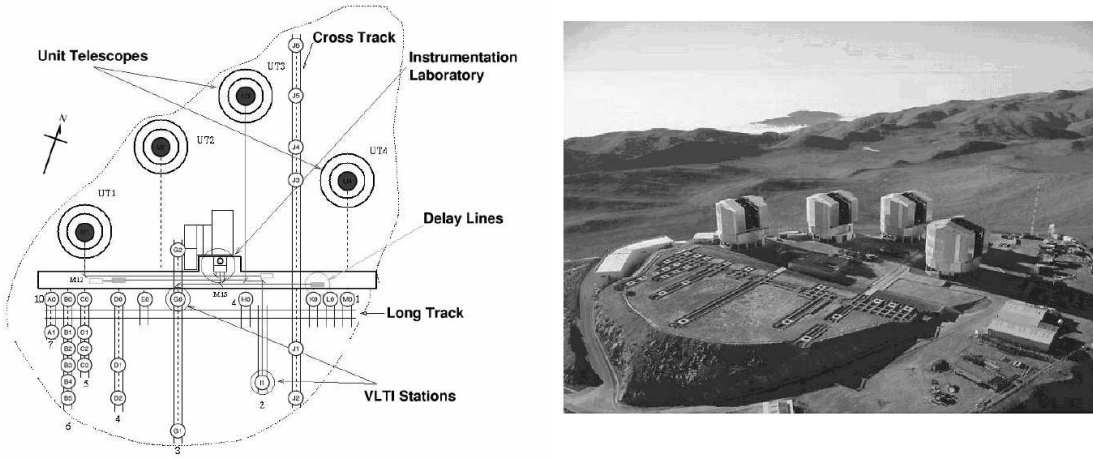


FIG. 2.2 – Configuration des télescopes du VLTI au Cerro Paranal. Source : eso.org

la matrice de calibration "P2VM" (Pixels To Visibility Matrix) et l'intensité des pixels de l'interférogramme. C'est un système comprenant N_{pix} (nombre de pixels de l'interférogramme) équations à $2N_b$ inconnues (où N_b est le nombre total de bases).

La détection des franges d'interférence requiert des flux assez intenses ainsi qu'un contraste des franges suffisamment élevé. Un critère pertinent permettant de déterminer la qualité de détection des franges observées est issu de la résolution du système d'équations précédent. Le rapport signal sur bruit (RSB) est calculé à partir des rapports des flux cohérents sur leurs variances, les fluctuations étant dues principalement à l'atmosphère, à la propagation des faisceaux à l'intérieur du télescope et des tunnels, aux bruits de photon et au détecteur.

La configuration des pupilles de sortie, choisie par souci de réduction de l'encombrement optomécanique, amène un recouvrement partiel des pics franges dans la densité spectrale. Ainsi, l'estimation des variations d'OPD pour chacune des bases, décrite par L. Koechlin *et al.* (1996 [74]), à partir de la densité spectrale des franges dispersées est difficile à mettre en œuvre dans la configuration utilisée par AMBER. Toutefois, c'est encore la dispersion des franges, i.e. l'information recueillie à 2 longueurs d'onde, qui permet dans le cas d'AMBER d'extraire le piston différentiel pour chacune des bases de mesures. La phase interférométrique Φ est obtenue en mesurant l'angle entre la composante réelle et la composante imaginaire du pic frange centré sur la fréquence B/λ (M. Vannier 2003 [155]). La phase différentielle est mesurée entre deux canaux spectraux. Cette différence de phase est directement reliée au piston différentiel ou à la différence de marche (OPD) achromatique δ par $\Delta\Phi(\lambda_1, \lambda_2) = 2\pi(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2})\delta$.

2.2.3 Analyse des mesures du piston différentiel

Les séquences de piston obtenues ont été observées par les membres de l'équipe AMBER dans la nuit du 15 au 16 Avril 2006 (phase de commissioning) et ont été mises à notre disposition par l'équipe d'Interférométrie différentielle du LUAN, dirigée par R. G. Petrov.

L'étoile observée était τ Boo de magnitude 3.5 en bande K ($\lambda \simeq 2.2\mu m$). Le temps d'exposition de la caméra était de 23ms avec une fréquence d'acquisition de 41ms. Les différentes bases utilisées durant ces observations sont répertoriées dans le Tab.2.1.

L'observation de chaque objet est précédée de l'obtention des fichiers de calibration pour le calcul de la matrice P2VM. Chaque série de 1000 images est enregistrée dans un fichier. La série de 10 fichiers présentée ici a été obtenue en basse résolution spectrale. Les valeurs d'OPD pour chacune des bases et le RSB correspondant ont été extraits des données brutes par F. Millour et L.

Paire de télescopes	Bases au sol	Angle de position des bases
UT1-UT3	102.4m	32.4°
UT3-UT4	62.5m	110.8°
UT1-UT4	130.2m	60.4°

TAB. 2.1 – Configuration des bases au sol utilisées lors des observations AMBER le 16 Avril 2006. L'angle de position des bases est donné dans le sens horaire à partir de la direction Nord. Source : eso.org

Rolland (2006 [131]) à l'aide du logiciel de réduction des données AMBER *amdlib*. Le résultat est représenté sur la Fig.2.3 pour chacune des trois bases de mesure.

Le RSB des voies U1-U3 et U3-U4 est affecté par l'ajout (1 acquisition sur 2) de 6 miroirs supplémentaires dans le montage optique, provoquant une baisse sensible du flux transmis. Un recentrage des franges est effectué entre deux séquences d'acquisition successives. Pendant une séquence d'acquisition, aucune compensation de la différence de marche n'est effectuée, mais les systèmes d'optique adaptative fonctionnant sur chaque télescope assurent l'obtention des franges d'interférence avec un Rapport Signal sur Bruit (RSB) relativement élevé.

La principale source de piston étant l'atmosphère, les méthodes employées en Sect.2.1 pour estimer la composante atmosphérique dans les variations d'OPD peuvent être utilisées : le calcul de l'écart-type de l'OPD (σ_{OPD}) donne une information majeure sur la contribution atmosphérique aux mesures de piston différentiel. Les valeurs attendues de cet écart-type sont calculées théoriquement en utilisant la relation entre σ_{OPD} et la fonction de structure de la phase pour le modèle de vK (Sect.2.1, Eq.3). Cette méthode est bien appropriée compte tenu du fait que la fonction de structure est monotone, strictement croissante en fonction des valeurs de l'échelle externe : la Fig.2.4 représente les valeurs de σ_{OPD} attendues en fonction de l'échelle externe $\mathcal{L}_0$. Lorsque la valeur de l'échelle externe diminue, les valeurs de σ_{OPD} se rejoignent pour les 3 bases compte tenu de la saturation de la fonction de structure de la phase, représentée en fonction de la base, qui apparaît lorsque $B > \mathcal{L}_0$.

A chaque mesure d'OPD correspond une mesure de RSB sur la détection des franges. Il convient donc de supprimer les points de mesures d'OPD présentant un RSB trop faible pour ne pas altérer le calcul de l'écart-type. La Fig.2.5 (*haut*) représente l'écart type de l'OPD pour l'ensemble des 10 fichiers en fonction du seuil de RSB en dessous duquel les OPD sont supprimées du calcul. Les mesures d'OPD entachées d'un faible RSB ont des valeurs aberrantes qui ont pour effet d'augmenter considérablement la valeur de σ_{OPD} . Ainsi, on peut déterminer graphiquement un "coude" pour lequel σ_{OPD} diminue plus faiblement lorsque la valeur du seuil de RSB augmente. Ce seuil $s \simeq 6$ pour la base U3-U4 donne une valeur optimale du seuil de détection pour le calcul de l'écart-type de l'OPD. Lorsque les fichiers sont considérés séparément pour le calcul de σ_{OPD} , on retrouve cette valeur de s pour les 3 bases sur une majorité de fichiers d'acquisition. On applique donc le même seuil à toutes les bases. C'est un compromis entre le RSB minimum et le nombre d'OPD nécessaires au calcul de l'écart-type, qui doit être suffisamment élevé pour diminuer l'erreur statistique correspondante. La Fig.2.5(*bas*) représente le nombre de valeurs d'OPD restantes lorsque l'on utilise le seuil minimum de RSB.

Un exemple du filtrage effectué par seuillage sur le RSB est représenté sur la Fig.2.6. Les mesures d'OPD de moins bonne qualité sont ainsi supprimées du calcul de l'écart-type.

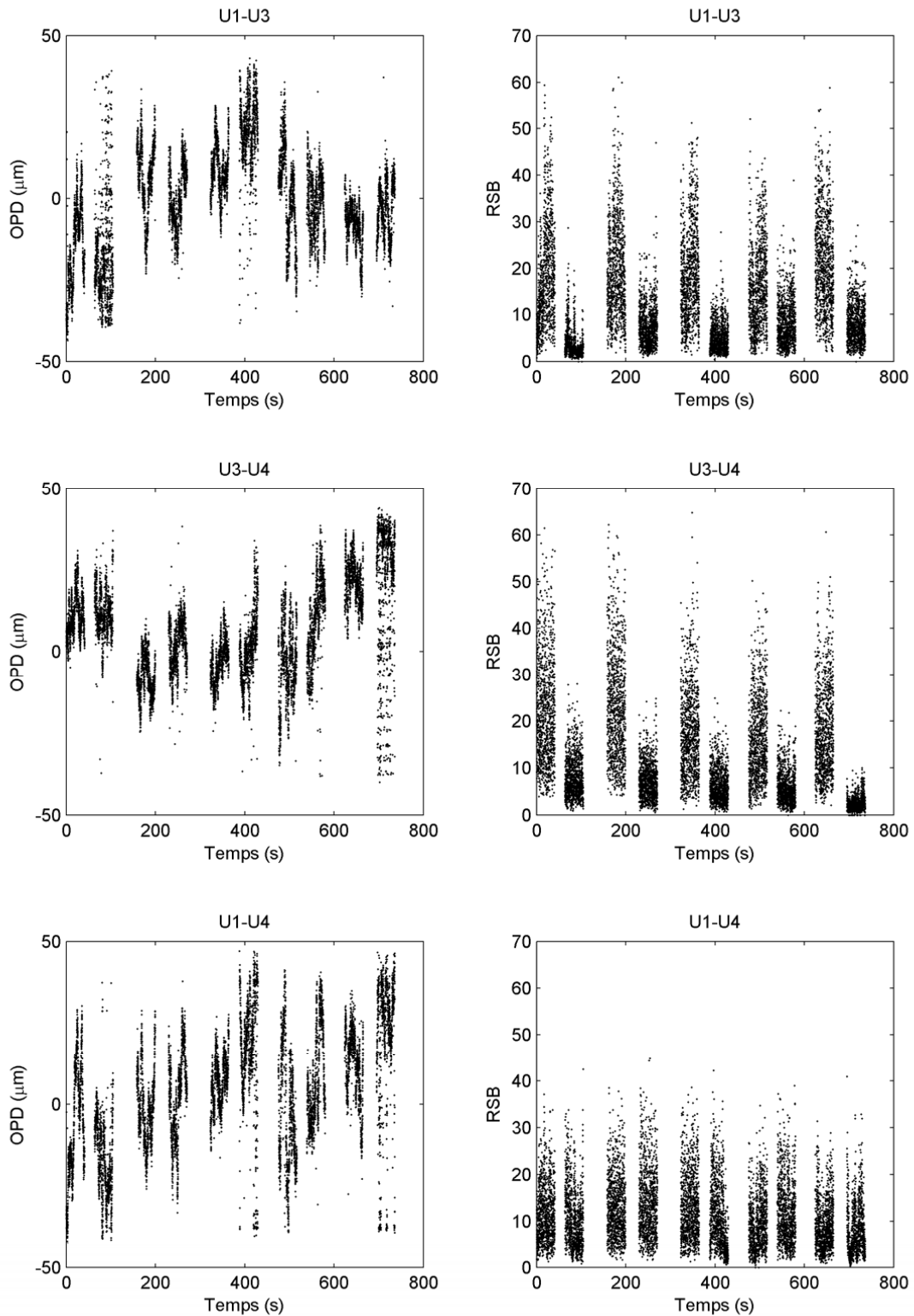


FIG. 2.3 – Séquences de piston différentiel (à gauche) obtenues à partir de l'interféromètre VLT/AMBER le 16 Avril 2006 entre 6h59 et 7h09TU en bande K et le RSB correspondant (à droite), pour chacune des bases U1-U3, U1-U4 et U3-U4.

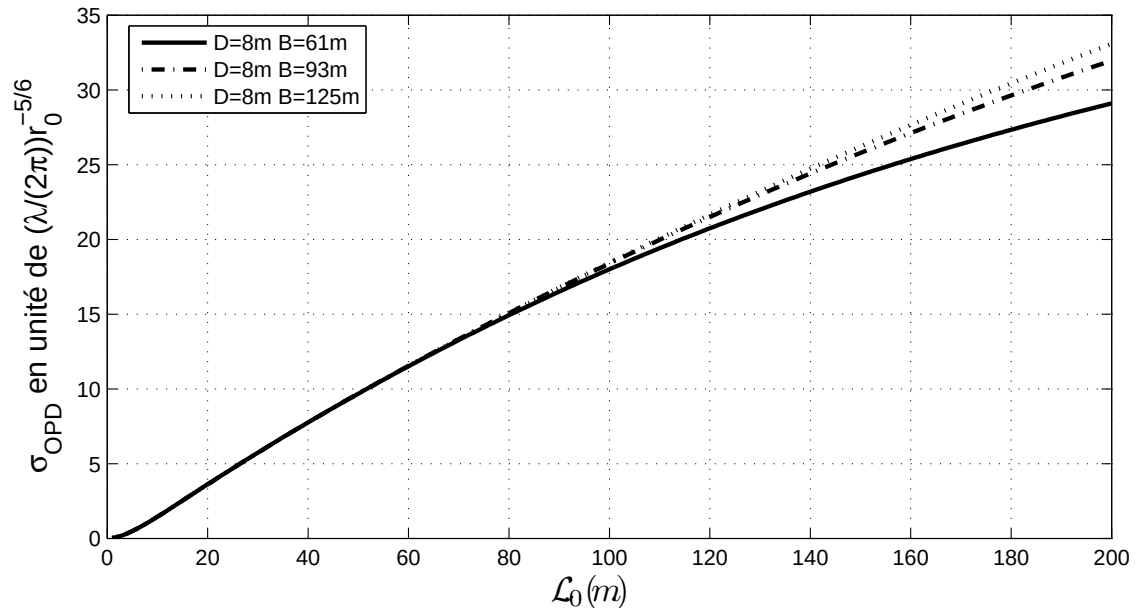


FIG. 2.4 – Ecart-types de la différence de marche en fonction de $\mathcal{L}_0$ pour 3 bases (61, 93 et 125m), calculés en utilisant un diamètre de télescope égal à 8m dans le cadre du modèle de von Kármán.

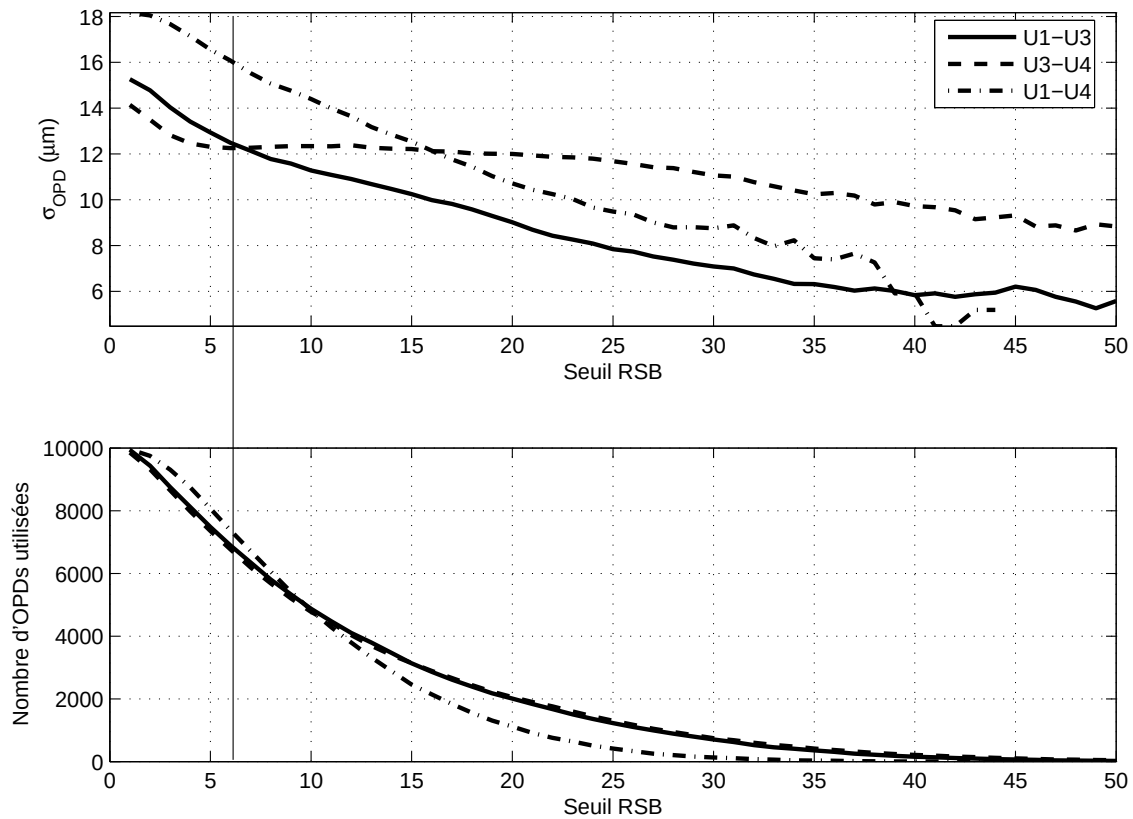


FIG. 2.5 – OPD rms en fonction du seuil de RSB (*en haut*) obtenues à partir de l'interféromètre VLT/AMBER le 16 Avril 2006 en bande K. *En bas* : nombre total de mesures d'OPD ayant un RSB supérieur au seuil (trait vertical).

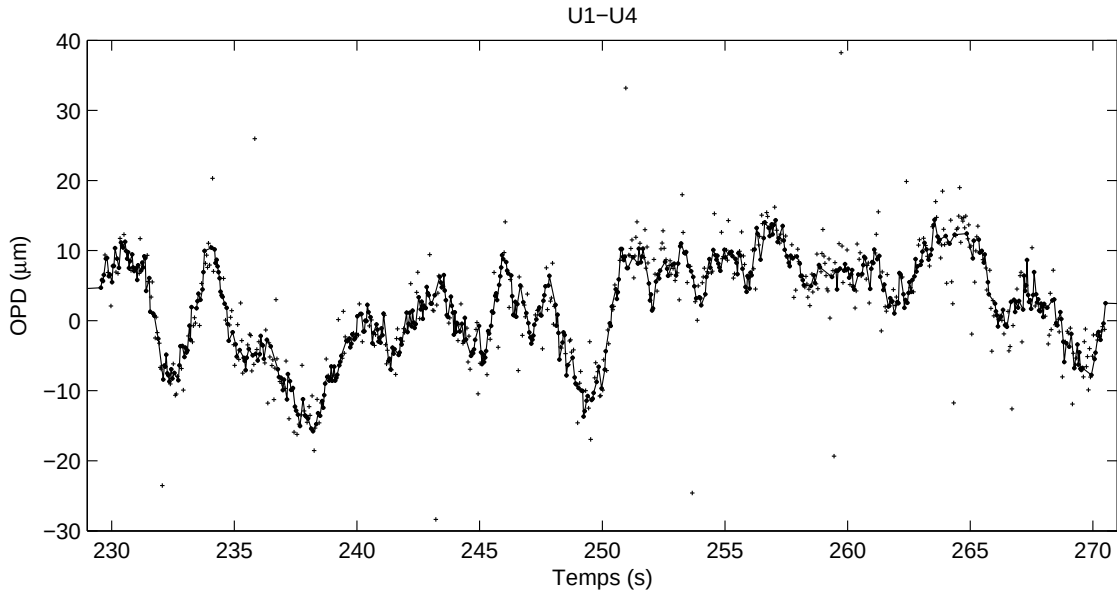


FIG. 2.6 – Exemple du filtrage par seuillage du RSB ($s = 6$) réalisé sur la différence de chemin optique (OPD) en fonction du temps. Les points reliés par un trait plein représentent les mesures de piston différentiel ayant un $RSB \geq 6$.

2.2.4 Effets atmosphériques et instrumentaux sur les mesures du piston différentiel

Le piston différentiel est une variable aléatoire qui suit une loi de distribution gaussienne. Ainsi, on peut mesurer l'écart-type de l'OPD et estimer également sa précision, c'est-à-dire donner une marge d'erreur ou un intervalle de confiance. L'intervalle de confiance à 95% de l'écart-type est donné par (J. S. Bendat 1971 [17])

$$\left[\sqrt{\frac{(N-1)\sigma^2}{\chi_{N-1; (1-0.95)/2}^2}} \leq \sigma_{OPD} < \sqrt{\frac{(N-1)\sigma^2}{\chi_{N-1; 1-(1-0.95)/2}^2}} \right] \quad (2.1)$$

où N est le nombre de mesures de piston différentiel considérées. Le Tab.2.2 répertorie les valeurs obtenues à partir de l'ensemble des séquences d'acquisition sur chacune des bases de mesure.

Bases projetées sur ciel (m)	$\sigma_{OPD}(\mu m)$	Intervalle de confiance à 95 %
U1-U3 $B_{U1-U3} = 93$	14.8	14.6 15.1
U3-U4 $B_{U3-U4} = 61$	13.4	13.2 13.7
U1-U4 $B_{U1-U4} = 125$	16.0	15.8 16.3

TAB. 2.2 – Ecart-type de l'OPD obtenu pour chaque base de mesure et intervalle de confiance à 95% correspondant sur l'ensemble des séquences d'acquisition.

On peut vérifier la validité de l'hypothèse gaussienne ou un possible écart à la normalité en représentant un histogramme des fréquences des valeurs d'OPD (Fig.2.7, acquisition 07h04TU).

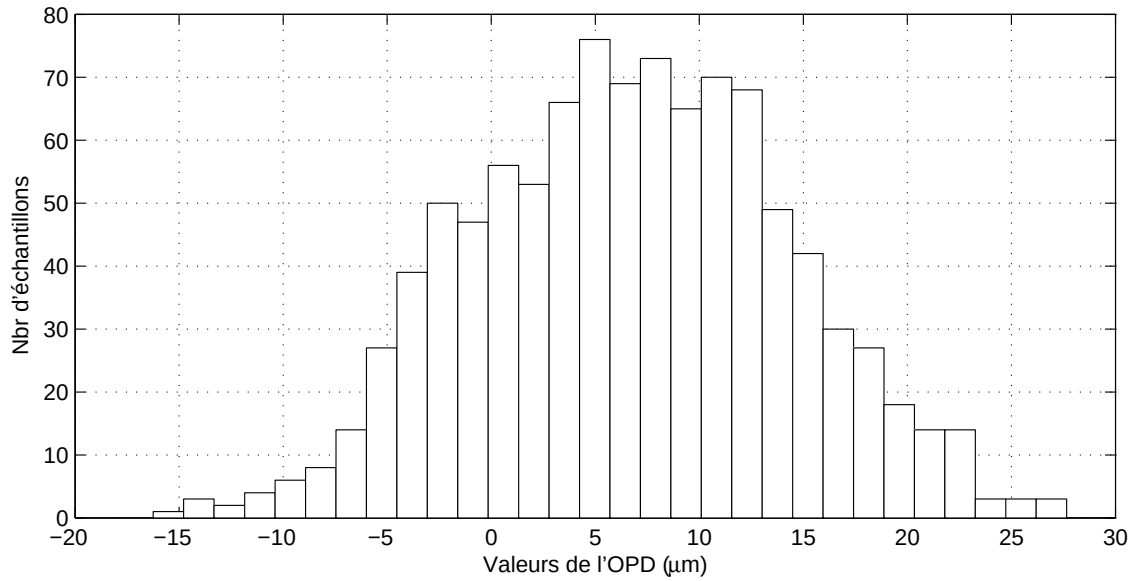


FIG. 2.7 – Exemple de la distribution des valeurs de l'OPD mesurée pour un seuil de RSB $s = 6$ pour la base U1-U4 lors de la séquence d'acquisition de 07h04TU.

Un test de normalité classique consiste à sélectionner les intervalles des classes de telle manière que les fréquences attendues F_i sur chacun de ces intervalles soient égales puis à effectuer le calcul de χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(f_i - F_i)^2}{F_i} \quad (2.2)$$

où K est le nombre de classes ($K=30$ est optimal lorsque $N=1000$ J. S. Bendat 1971 [17]) et f_i est la fréquence observée dans la i^{eme} classe. Comme la moyenne et la variance doivent être calculées pour comparer les fréquences théoriques aux fréquences observées, le nombre de degré de liberté est $n = K - 3$. On obtient dans l'exemple de la séquence d'acquisition de 07h04TU $\chi^2 = 23.06$ que l'on peut comparer à la distribution théorique de $\chi^2_{27;0.05} = 40.11$. Par conséquent, on peut accepter l'hypothèse de normalité au risque de se tromper de 5%.

Les mesures de σ_{OPD} pour chaque fichier d'acquisition et pour les 3 bases sont représentées sur la Fig. 2.8. Cette valeur peut varier au cours du temps en fonction des valeurs du paramètre de Fried et de l'échelle externe. Si l'hypothèse d'isotropie de la turbulence est vérifiée entre les 3 bases, r_0 et $\mathcal{L}_0$ peuvent être considérés constants quelle que soit la base, la théorie prévoit que les valeurs de σ_{OPD} à un instant donné doivent être croissantes en fonction des valeurs de base lorsque $B \leq \mathcal{L}_0$. Les valeurs de σ_{OPD} à un instant donné doivent être égales entre les 3 voies lorsque $B \geq \mathcal{L}_0$.

Une manière de s'affranchir de l'effet de la base sur les valeurs de σ_{OPD} est de comparer les valeurs correspondantes de l'échelle externe $\mathcal{L}_0$, paramètre atmosphérique supposé indépendant de l'instrument. Les valeurs de seeing r_0 peuvent être déduites des mesures effectuées simultanément par le moniteur VLT Astronomical Site Monitor² (ASM) sur le site de Paranal (M. Sarazin et F. Roddier 1990 [138], B. Lopez et M. Sarazin 1993 [88], S. Sandrock *et al.* 2000 [135]). Il est situé sur une tour à 6m du sol. Cet instrument comporte un DIMM qui mesure le seeing avec une erreur inférieure à 5%. La valeur moyenne entre le début et la fin de chaque fichier d'acquisition a été retenue pour le calcul de l'échelle externe. Les faisceaux issus des télescopes subissent une propagation aérienne horizontale avant d'arriver au laboratoire focal. Il en résulte une contribution

²Archives accessibles sur le site de L'ESO : <http://archive.eso.org/asm/ambient-server>

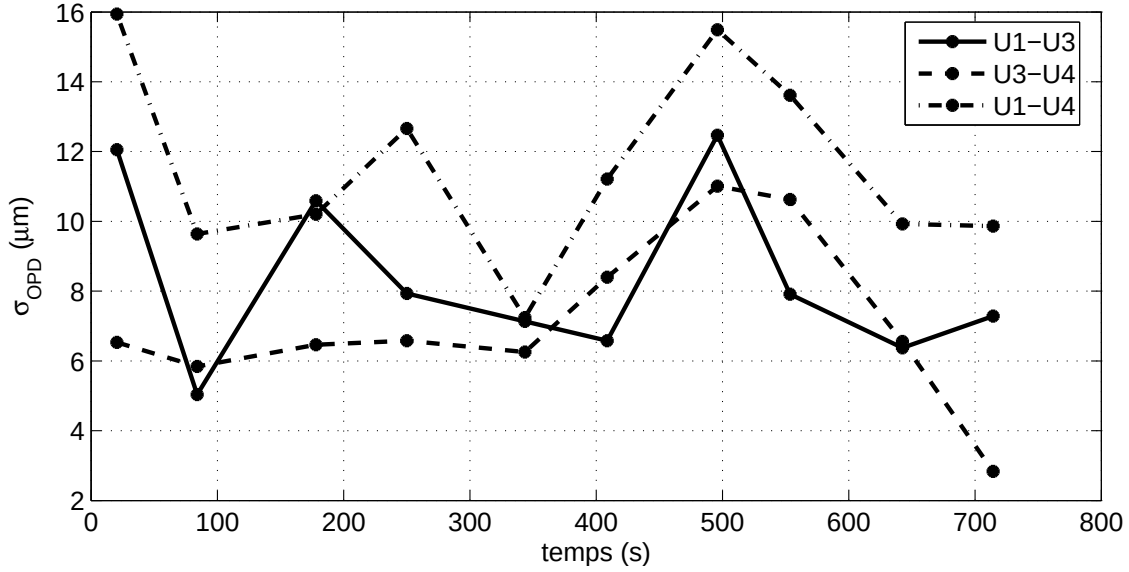


FIG. 2.8 – OPD rms pour chaque séquence de piston obtenue en fonction des différentes bases pour un seuil de RSB $s = 6$.

au seeing total due à l'effet de la couche au sol. Cette contribution a été évaluée à la Sect.2.1 en utilisant des mesures effectuées par F. Martin *et al* 2000 [92]. En utilisant une valeur constante de $C_n^2 = 6.10^{-15} m^{-2/3}$ à 3m d'altitude et une distance de propagation de 150m, il résulte un seeing additionnel (Sect.2.1,Eq.11) r_{0hor} dont la contribution au seeing total r_{0tot} peut s'écrire :

$$r_{0tot} = \left(r_{0hor}^{(-5/3)} + r_{0atm}^{(-5/3)} \right)^{(-3/5)} \quad (2.3)$$

Les valeurs d'échelles externes obtenues en comparant les données AMBER et le modèle prévu incluant des mesures de seeing par l'instrument ASM sont présentées sur la Fig.2.9.

Une estimation de l'erreur relative sur ces valeurs d'échelle externe peut être obtenue à partir de l'Eq.7 de la Sect.2.1, valable lorsque $\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$. Cette dernière condition est bien adaptée aux mesures effectuées avec les UTs du VLTI à Paranal compte tenu de la distribution de l'échelle externe mesurée par F. Martin *et al* 2000 [92] avec l'instrument GSM. L'erreur relative sur les mesures d'échelle externe est estimée à 6.2% en tenant compte de l'erreur relative sur les mesures ASM de r_0 et de l'erreur statistique sur les mesures de σ_{OPD} (voir Sect.2.1). On constate que les valeurs de $\mathcal{L}_0$ obtenues à partir de l'interféromètre sont relativement grandes par rapport aux mesures effectuées antérieurement par l'instrument GSM. Cet écart peut s'expliquer par un effet de la contribution instrumentale de l'interféromètre sur la mesure de la différence de marche. Par ailleurs, à partir d'une description multi-couche de l'atmosphère, il est possible de montrer (Sect.3.3) que les valeurs de l'échelle externe obtenue à partir d'un interféromètre à grandes bases sont systématiquement plus grande, l'amplitude de cet écart étant dépendant des conditions atmosphériques. Par conséquent, la différence des mesures de l'échelle externe entre GSM et l'interféromètre AMBER mise en évidence sur la Fig.2.9 peut être due à une contribution instrumentale supplémentaire dans l'interféromètre mais aussi à un effet dû à la modélisation mono-couche de l'échelle externe utilisée ou à une combinaison des deux effets précédents.

En supposant l'hypothèse d'isotropie de la turbulence vérifiée lors de ces observations, les valeurs d'échelle externe obtenues sur les 3 bases de l'interféromètre peuvent permettre de séparer les contributions instrumentales des contributions atmosphériques à l'OPD. En effet, lorsque $\mathcal{L}_0$ a la même valeur sur les 3 bases (t=340s, Fig.2.9), on peut conclure que l'hypothèse d'isotropie

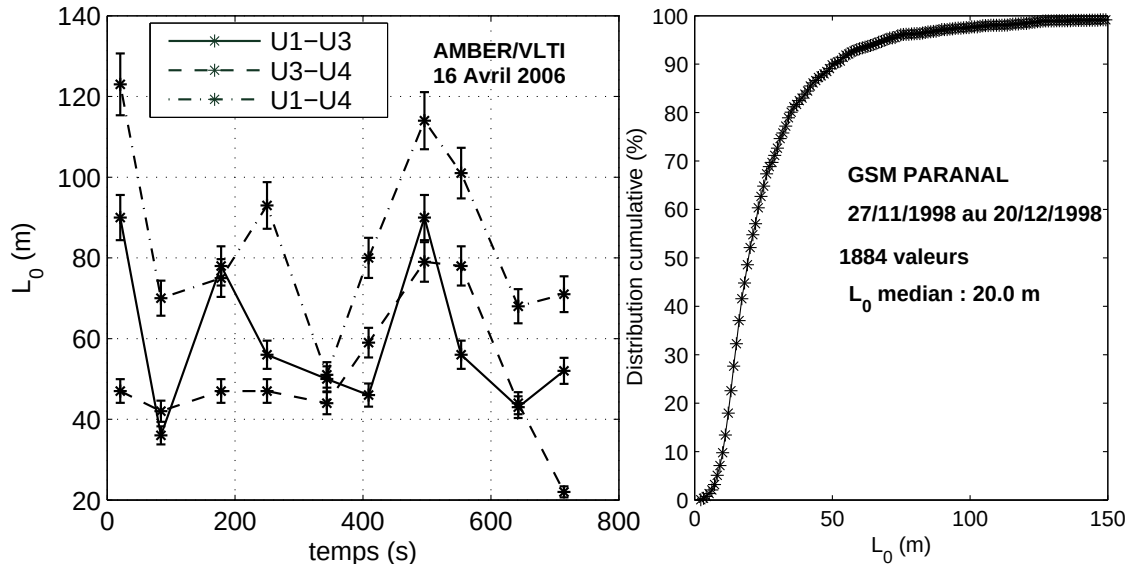


FIG. 2.9 – *A gauche* : Echelles externes $\mathcal{L}_0$ déduites des séquences de piston en fonction du temps suivant différentes bases de mesure pour un seuil de RSB $s = 6$. Le paramètre de Fried r_0 utilisé est une composition de mesures simultanées ASM sur le site du Paranal et de l'estimation des effets de la propagation des faisceaux dans les tunnels. *A droite* : Distribution cumulée des valeurs d'échelle externe mesurée par l'instrument GSM lors de la campagne d'observation à Paranal (F. Martin *et al* 2000 [92])

est bien vérifiée et que les contributions instrumentales sont identiques sur les 3 voies. Si une OPD de type instrumental est provoquée par un des télescopes (dérives, flexion des montures...), la contribution à l'OPD doit affecter 2 voies de mesures et par conséquent augmenter les valeurs d'échelle externe correspondantes ($t=240s$, Fig.2.9). En revanche, si une seule base présente des mesures d'échelle externe plus importantes que les deux autres, cela peut amener à conclure sur la présence d'une contribution instrumentale issue d'un des tunnels de propagation (lignes à retard,...) entre le télescope et le laboratoire focal. Ainsi, les échelles externes obtenues à partir de la base U1-U4 sont en moyenne plus grandes que celles obtenues sur les autres bases. L'isotropie étant hypothétique, des écarts de mesure d'échelle externe dus à la turbulence peuvent toutefois exister entre les différentes bases.

La principale source de piston est l'atmosphère, mais il existe d'autres sources possibles d'instabilité : vibrations, flexions des montures, ventilation... Des mesures simultanées d'échelle externe avec l'instrument GSM seraient très utiles pour évaluer séparément les contributions atmosphériques et instrumentales sur l'OPD mesurée à partir des données de l'instrument AMBER.

2.3 Note sur la validité de l'hypothèse gaussienne en interférométrie de Michelson

L'hypothèse gaussienne sur les fluctuations de l'amplitude complexe $\Psi(\vec{u})$ de l'onde est couramment utilisée pour estimer la visibilité des franges (F. Roddier et P. Lena 1984 [130], D. Mourard *et al.* 1994 [98]). Cette hypothèse permet d'obtenir une formulation analytique de la densité spectrale des franges plus simple que dans le formalisme du modèle log-normal. Elle permet ainsi d'utiliser des méthodes relativement simples d'estimation du paramètre de Fried (utilisées en Sect.2.1). Le modèle log-normal étant plus conforme aux données expérimentales (C. Aime *et al.* 1979 [7], A. Chelli *et al.* 1979 [36]), on peut se demander si le modèle normal utilisé en Sec.2.1 n'affecte pas l'estimation des paramètres optiques de la turbulence atmosphérique. Il s'agit d'étudier le domaine de validité de l'hypothèse gaussienne. Pour répondre à cette question, les densités spectrales calculées dans les deux cas, normal et log-normal, ont été étudiées en faisant varier les paramètres instrumentaux de l'interféromètre et les paramètres optiques de la turbulence atmosphérique.

2.3.1 Rappel sur l'interférométrie des tavelures

L'étude se place dans le cadre de l'interférométrie des tavelures. La densité spectrale d'une image d'une source ponctuelle, dégradée par la turbulence peut s'écrire (M. Born et E. Wolf 1959 [31]) :

$$W(\vec{f}) = \left\langle \left| \hat{S}(\vec{f}) \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{S^2} \int_{\mathbb{R}^2} M(\vec{f}, \vec{f}') A(\vec{f}, \vec{f}') d\vec{f}' \quad (2.4)$$

où $\vec{f}$ et $\vec{f}'$ sont les vecteurs représentant les fréquences angulaires mesurées en rad^{-1} sur le ciel, S est la surface de la pupille de l'instrument (en unité de longueur d'onde au carré) et

$$M(\vec{f}, \vec{f}') = \left\langle \Psi(\vec{u}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}') \Psi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right\rangle \quad (2.5)$$

est le moment du 4^{ième} ordre de l'amplitude complexe $\Psi(\vec{u})$ du front d'onde dégradé aléatoirement par la turbulence atmosphérique. $\Psi^*(\vec{u})$ est le complexe conjugué de $\Psi(\vec{u})$. Le terme

$$A(\vec{f}, \vec{f}') = \int_{\mathbb{R}^2} P(\vec{u}) P^*(\vec{u} + \vec{f}) P^*(\vec{u} + \vec{f}') P(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') d\vec{u} \quad (2.6)$$

correspond à l'aire de recouvrement des images des pupilles translatées localisées en $0, \vec{f}, \vec{f}'$, $\vec{f} + \vec{f}'$ où $P(\vec{u})$ est la fonction de transmission complexe de la pupille du télescope.

A. Cas d'un interféromètre à deux télescopes

On se place maintenant dans le cas de l'interférométrie à deux télescopes où l'on considère la pupille d'entrée comme un système de deux ouvertures circulaires de même diamètre D séparées par un vecteur $\lambda \vec{f}_0$ et comportant une obstruction centrale de diamètre D_{Obs} . Appelons $\sqrt{F_1}$ et $\sqrt{F_2}$ les amplitudes complexes incidentes sur les ouvertures. La fonction de transmission de la pupille $P(\vec{u})$ de l'interféromètre peut s'écrire comme la somme des fonctions de transmission des sous-pupilles $P_0(\vec{u})$,

$$P(\vec{u}) = \sqrt{F_1}P_0(\vec{u}) + \sqrt{F_2}P_0(\vec{u} - \vec{f}_0) \quad (2.7)$$

où

$$P_0(\vec{u}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{D_{Obs}}{\lambda} < |\vec{u}| < \frac{D}{\lambda} \\ 0 & \text{si } |\vec{u}| < \frac{D_{Obs}}{\lambda} \quad \text{ou} \quad |\vec{u}| > \frac{D}{\lambda} \end{cases} \quad (2.8)$$

est la fonction de transmission d'une sous-pupille.

En reportant l'équation (2.7) dans (2.6), $A(\vec{f}, \vec{f}')$ se décompose en une somme de seize termes où interviennent les aires de recouvrement des sous-pupilles translattées. Les conditions (2.8) annulent dix de ces termes et on peut regrouper les six termes restants en trois paires (C. Roddier et F. Roddier 1976 [125]) :

- La contribution de la première paire à $\langle |\hat{S}(\vec{f})|^2 \rangle$, non nulle pour $|\vec{f}| < \frac{D}{\lambda}$ et $|\vec{f}'| < \frac{D}{\lambda}$, est

$$W_1(\vec{f}) = \frac{F_1^2 + F_2^2}{S^2} \int_{\mathbb{R}^2} M(\vec{f}, \vec{f}') A_0(\vec{f}, \vec{f}') d\vec{f}' \quad (2.9)$$

où $A_0(\vec{f}, \vec{f}')$ représente l'aire d'intersection de 4 sous-pupilles translattées (voir Fig.2.10) définie par

$$A_0(\vec{f}, \vec{f}') = \int_{\mathbb{R}^2} P_0(\vec{u}) P_0^*(\vec{u} + \vec{f}) P_0^*(\vec{u} + \vec{f}') P_0(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') d\vec{u} \quad (2.10)$$

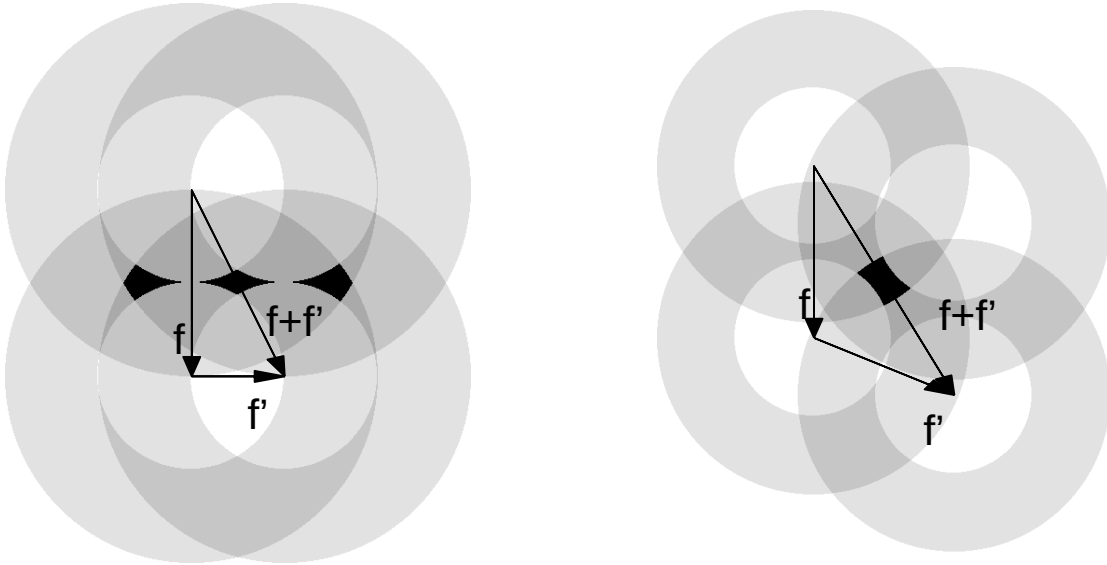


FIG. 2.10 – Exemples de configurations possibles de 4 sous-pupilles translattées. L'aire de recouvrement commune aux 4 sous-pupilles est représentée en noir.

- La deuxième paire, non nulle pour $|\vec{f}| < \frac{D}{\lambda}$ et $|\vec{f}' \pm \vec{f}_0| < \frac{D}{\lambda}$ apporte une contribution à

$\langle |\hat{S}(\vec{f})|^2 \rangle$ correspondant à

$$W_2(\vec{f}) = \frac{2F_1F_2}{S^2} \int_{\mathbb{R}^2} M(\vec{f}, \vec{f}') A_0(\vec{f}, \vec{f}' - \vec{f}_0) d\vec{f}' \quad (2.11)$$

- La troisième paire, non nulle pour $\left| \vec{f} \pm \vec{f}_0 \right| < \frac{D}{\lambda}$ et $\left| \vec{f}' \right| < \frac{D}{\lambda}$,

correspond à la partie haute fréquence de $\left\langle \left| \hat{S}(\vec{f}) \right|^2 \right\rangle$ ("pics franges") dont la contribution est

$$W_3(\vec{f}) = \frac{2F_1 F_2}{S^2} \int_{\mathbb{R}^2} M(\vec{f}, \vec{f}') A_0(\vec{f} - \vec{f}_0, \vec{f}') d\vec{f}' \quad (2.12)$$

B. Le modèle normal

En admettant que l'amplitude complexe $\Psi(\vec{u})$ de l'onde est une variable aléatoire complexe gaussienne centrée, le moment du quatrième ordre est donné par

$$\begin{aligned} & \left\langle \Psi(\vec{u}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}') \Psi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right\rangle \\ &= \left\langle \Psi(\vec{u}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \right\rangle \left\langle \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}') \Psi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right\rangle \\ &+ \left\langle \Psi(\vec{u}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}') \right\rangle \left\langle \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \Psi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right\rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le moment du quatrième ordre s'exprime alors à partir de deux moments du deuxième ordre :

$$M(\vec{f}, \vec{f}') = B_\Psi^2(\vec{f}) + B_\Psi^2(\vec{f}') \quad (2.14)$$

où $B_\Psi(\vec{f})$ est le moment du second ordre de l'amplitude complexe, aussi appelé degré complexe de cohérence du front d'onde.

A partir de l'approximation du champ proche (on néglige les fluctuations d'amplitude) et en supposant que la phase $\phi(\vec{u})$ de l'amplitude complexe est une variable aléatoire gaussienne, le moment du deuxième ordre $B_\Psi(\vec{f})$ de l'amplitude complexe dépend de la fonction de structure de la phase $D_\phi(\vec{f})$ sans filtrage pupillaire (F. Roddier 1981 [126], R. Conan *et al.* 2000 [43]) :

$$B_\Psi(\vec{f}) = e^{-\frac{1}{2} D_\phi(\vec{f})} \quad (2.15)$$

Pour de large ouvertures $D \gg r_0$, suffisamment éloignées l'une de l'autre, et en supposant $F_1 = F_2$, la densité spectrale a alors une expression analytique approchée simple (F. Roddier et P. Léna [130], D. Mourard *et al.* [98]) :

$$\left\langle \left| \hat{S}(\vec{f}) \right|^2 \right\rangle = B_\Psi^2(\vec{f}) + \frac{\sigma_c}{S} \left[T_0(\vec{f}) + \frac{1}{2} T_0(\vec{f} - \vec{f}_0) + \frac{1}{2} T_0(\vec{f} + \vec{f}_0) \right] \quad (2.16)$$

où $T_0(\vec{f})$ est la fonction de transfert, ou l'autocorrélation, d'une sous-pupille. $\sigma_c(\lambda)$ représente l'aire de cohérence du front d'onde perturbé définie par

$$\sigma_c(\lambda) = \int_{\mathbb{R}^2} B_\Psi^2(\vec{f}, \lambda) d\vec{f} \quad (2.17)$$

Le rapport $\frac{\sigma_c}{S}$ est inversement proportionnel au nombre moyen de speckles observés dans chaque image.

C. Le modèle log-normal

Le modèle log-normal, plus conforme aux données expérimentales (C. Aime *et al.* 1979 [7], A. Chelli *et al.* 1979 [36]), a été utilisé par D. Korff (1973 [78]) dans le cadre de l'interférométrie des tavelures. Il considère le log de l'amplitude et la phase comme des variables aléatoires gaussiennes. En utilisant l'approximation du champ proche, on a

$$\Psi(\vec{u}) = e^{i\phi(\vec{u})} \quad (2.18)$$

Le moment du 4^{ieme} ordre de l'amplitude complexe s'écrit alors (C. Roddier et F. Roddier 1976 [125])

$$\begin{aligned} M(\vec{f}, \vec{f}') &= \left\langle \Psi(\vec{u}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \Psi^*(\vec{u} + \vec{f}') \Psi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right\rangle \\ &= \left\langle e^{i(\phi(\vec{u}) - \phi(\vec{u} + \vec{f}) - \phi(\vec{u} + \vec{f}') + \phi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}'))} \right\rangle \\ &= e^{-\frac{1}{2} \left\langle \left[\phi(\vec{u}) - \phi(\vec{u} + \vec{f}) - \phi(\vec{u} + \vec{f}') + \phi(\vec{u} + \vec{f} + \vec{f}') \right]^2 \right\rangle} \end{aligned} \quad (2.19)$$

soit en développant,

$$M(\vec{f}, \vec{f}') = e^{-\frac{1}{2} (2D_\phi(\vec{f}) + 2D_\phi(\vec{f}') - D_\phi(\vec{f} + \vec{f}') - D_\phi(\vec{f} - \vec{f}'))} \quad (2.20)$$

D. Estimation de la fonction de transfert

L'intégration numérique des densités spectrales des images courtes poses dans les cas normal et log-normal prend en compte les termes définis par les Eq. 2.9, 2.11 et 2.12. Le moment du 4^{ieme} ordre de l'amplitude complexe est calculé en utilisant la fonction de structure de la phase sans filtrage pupillaire dans le cas du modèle de vK (J. Borgnino *et al.* 1992 [29], R. Conan *et al.* 2000 [43]).

Cette simulation fait intervenir l'aire de recouvrement A_0 de quatre anneaux translétés. On peut alors utiliser deux méthodes pour réaliser ce calcul :

- L'aire de recouvrement est décomposée en somme d'aires de triangles et de secteurs circulaires : c'est la méthode utilisée par D. Korff (1973 [78]) qui a l'avantage d'être très précise et relativement peu coûteuse en temps de calcul ; cependant elle ne tient pas compte d'une éventuelle obstruction centrale. On peut se référer alors à la méthode de A. Chelli *et al.* (1979 [36]) qui tient compte de l'obstruction. Cependant ces méthodes sont difficiles à mettre en œuvre dès lors que l'on veut tenir compte d'une forme de pupille plus complexe.
- On tabule par ordinateur les pupilles puis on effectue les produits membres à membres des tableaux translétés. Pour une pupille circulaire et du fait de la pixelisation, l'approximation sera d'autant meilleure que l'échantillonnage en pixels de la pupille sera grande. J. Borgnino *et al.* (1989 [26]) ont utilisé cette méthode pour calculer la densité spectrale bichromatique avec des pupilles de 256 pixels de diamètre. Malgré un temps de calcul relativement long (dépendant de la précision voulue), cette méthode a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre et ce pour toute forme de pupille. Cette méthode a été utilisée ici pour le calcul de l'aire de recouvrement de quatre cercles obstrués translétés. Les simulations suivantes utilisent aussi des pupilles de 256 pixels de diamètre pour conserver un bon rapport entre la précision du calcul et le temps de calcul. La Fig. 2.11 montre que la précision du calcul converge lorsqu'on augmente l'échantillonnage en pixels des pupilles ; le fait de doubler le diamètre en pixels de la pupille multiplie par huit le temps de calcul.

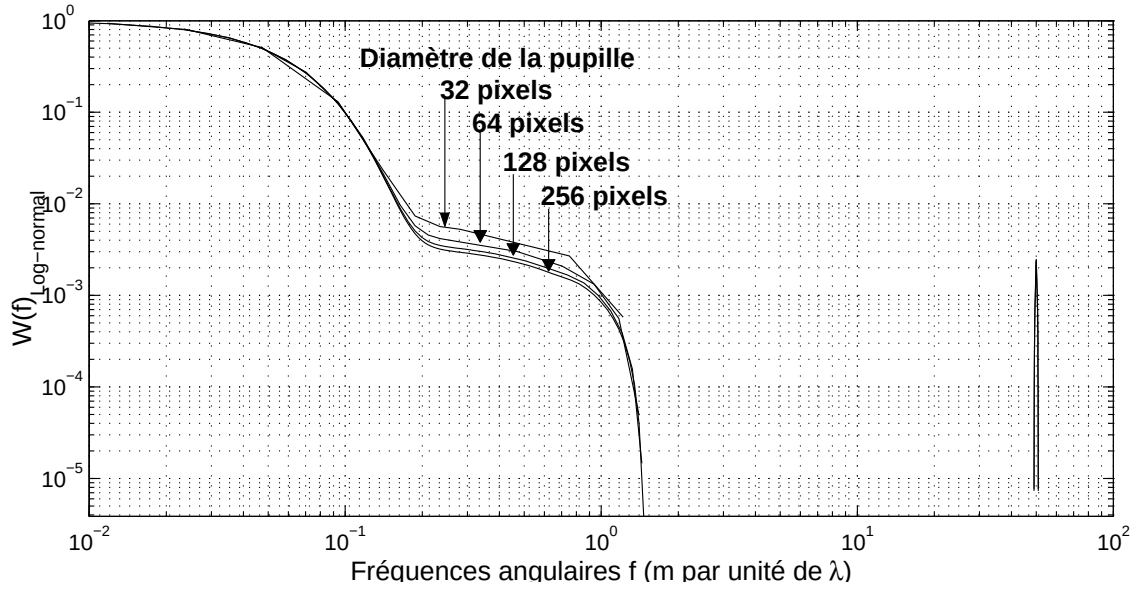


FIG. 2.11 – Calcul d'une densité spectrale dans le cas du modèle log-normal, pour les paramètres atmosphériques et instrumentaux suivants : base de l'interféromètre=50 m, diamètre du télescope=2 m, $D/D_{Obs} = 8$, $r_0 = 10$ cm, modèle de turbulence de Kolmogorov) et pour différents pas d'échantillonnage de la pupille. La précision du calcul de la densité spectrale converge lorsque le pas d'échantillonnage de la pupille diminue.

Cependant, le rapport D/r_0 doit être inférieur au nombre de pixels du diamètre de la pupille utilisée afin que le pic seeing soit correctement échantillonné.

2.3.2 Comparaison numérique des modèles normal et log-normal

Le modèle normal est utilisé pour estimer la visibilité (F. Roddier et P. Léna 1984 [130], D. Mourard *et al* 1994 [98]). Il a été implicitement utilisé en Sect.2.1 pour estimer le paramètre de Fried r_0 . Le modèle log-normal étant plus conforme aux données expérimentales, on peut se demander si l'utilisation du modèle normal n'affecte pas l'estimation de r_0 . Pour répondre à cette question, nous avons calculé numériquement les densités spectrales dans les deux cas, normal et log-normal, en faisant varier les paramètres instrumentaux de l'interféromètre et les paramètres optiques de la turbulence atmosphérique. La Fig.2.12 représente un exemple de densités spectrales obtenues par calcul numérique dans une configuration instrumentale et des conditions atmosphériques données.

La différence entre les densités spectrales normale et log-normale est accentuée au niveau du "coude" entre les parties basse et haute fréquences. L'estimation graphique de r_0 à partir de la fréquence de coupure du pic seeing (r_0/λ) peut être différente selon le modèle choisi. On constate que l'énergie représentée par le rapport de l'intégrale du pic frange sur l'intégrale de la partie basse fréquence diffère dans le cas normal ou log-normal.

A. Influence des paramètres instrumentaux

Les paramètres pris en compte dans cette étude sont la longueur de la base de l'interféromètre, la taille de l'obstruction centrale et le diamètre du télescope.

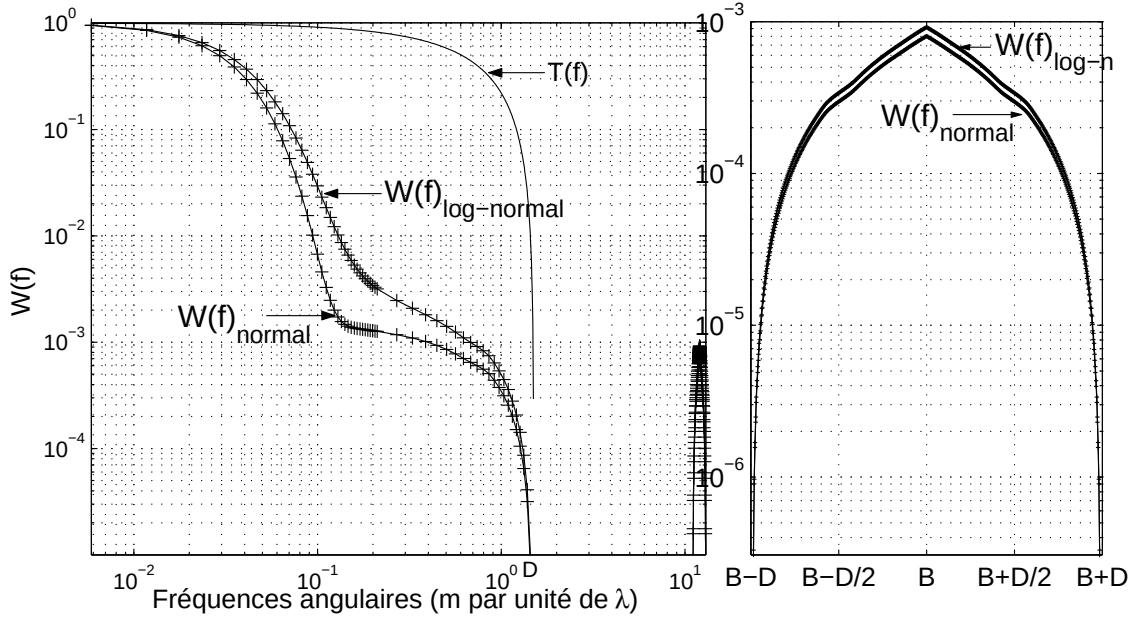


FIG. 2.12 – Densités spectrales $W(\vec{f})^{\log-normal}$ et $W(\vec{f})^{normal}$ calculées pour $B = 12m$, $D = 1.5m$ (cas du GI2T), $D_{Obs} = 0.15D$, $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de Kolmogorov. Les pics franges sont représentés sur la partie droite.

Effet de la longueur de base

Pour étudier l'effet de la longueur de base sur l'écart entre les densités spectrales des modèles normal et log-normal, on calcule à une longueur de base fixée B les densités spectrales

$W(\vec{f})_B^{\log-normal}$ et $W(\vec{f})_B^{normal}$ (voir Fig. 2.12) puis leur différence

$\delta_B = W(\vec{f})_B^{\log-normal} - W(\vec{f})_B^{normal}$. Cette différence est représentée sur la Fig. 2.13.

On effectue la comparaison à des longueurs de base différentes B_1 et B_2 . Si l'on considère le modèle log-normal exact, on remarque que l'hypothèse gaussienne est d'autant mieux vérifiée que la longueur de base est élevée. L'écart entre les densités spectrales des modèles log-normal et normal diminue faiblement quand la longueur de base augmente. L'influence de la longueur de base sur cet écart est maximale aux très basses fréquences spatiales inférieures à r_0/λ (correspondant à $0.12rad^{-1}$ sur la figure).

De plus, si l'on considère le rapport des énergies hautes fréquences (pics franges) et basses fréquences, l'allongement de longueur de base diminue la différence des rapports calculés à partir du modèle normal et log-normal.

Effet de la taille de l'obstruction centrale

Dans le cas de l'interférométrie des tavelures à un télescope, A. Chelli *et al* (1979 [36]) ont mis en évidence l'effet de la taille de l'obstruction centrale sur l'aile haute fréquence du spectre. Le calcul de la densité spectrale est effectué avec des tailles d'obstruction centrale D_{Obs} différentes. La différence entre les densités spectrales issues des modèles normal et log-normal peut être représentée par $(W(\vec{f})_{D_{Obs}}^{\log-normal} - W(\vec{f})_{D_{Obs}}^{normal})$. La Fig. 2.14 représente l'influence de la taille de l'obstruction centrale lorsque $D_{Obs} = 0.15D$ (cas du GI2T, 0.14D pour le VLTI) et $D_{Obs} = 0.39D$ (valeur extrême).

L'écart entre les densités spectrales issues des modèles normal et log-normal diminue lorsque

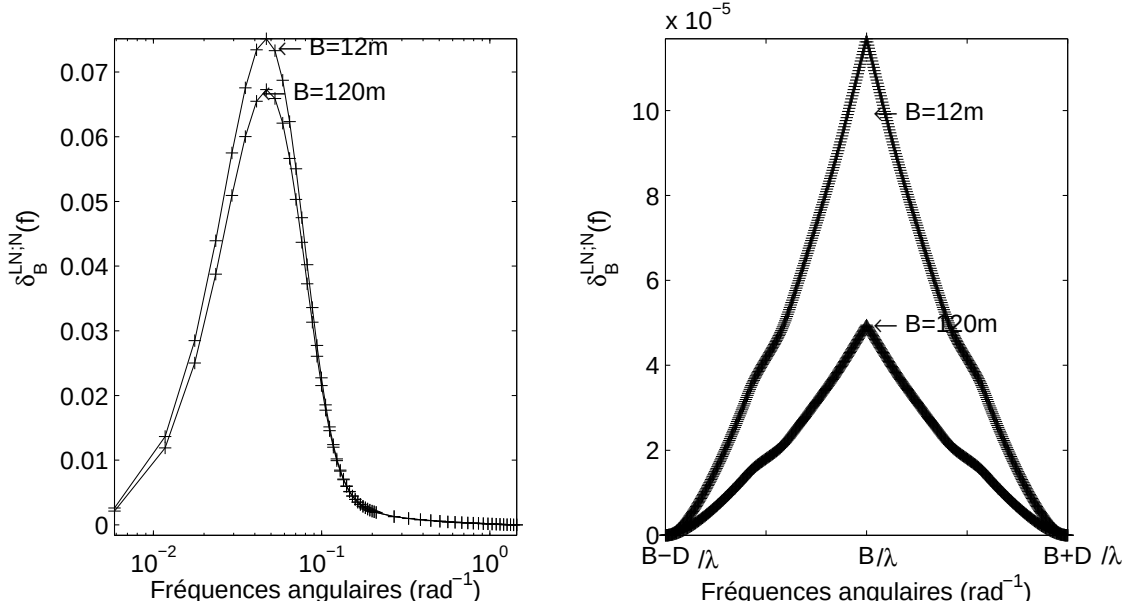


FIG. 2.13 – Différence entre les densités spectrales normales et log-normales $\left(W(\vec{f})_B^{\log-normal} - W(\vec{f})_B^{normal}\right)$ calculées pour deux longueurs de bases $B_1 = 12m$ et $B_2 = 120m$, avec $D = 1.5m$, $D_{Obs} = 0.15D$, $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de Kolmogorov.

le rapport D_{Obs}/D augmente. La partie basse fréquence est la plus affectée par l'hypothèse gaussienne. En effet, l'obstruction du télescope filtre une partie des basses fréquences spatiales accessibles.

Effet du diamètre des télescopes

On se restreint ici au cas où les deux télescopes de l'interféromètre ont le même diamètre. On se place maintenant dans le cadre plus général du modèle de turbulence de vK afin d'étudier le comportement de la densité spectrale en tenant compte des trois régimes possibles d'échelle externe par rapport au diamètre des télescopes utilisés (R. Conan *et al* [43]) :

1. $D < B < \frac{\mathcal{L}_0}{\pi}$
2. $D < \frac{\mathcal{L}_0}{\pi} < B$
3. $\frac{\mathcal{L}_0}{\pi} < D < B$

L'influence du modèle normal ou log-normal est représentée ici pour différentes valeurs de diamètre des télescopes et dans le cas du modèle de vK ($\mathcal{L}_0 = 20m$) sur la Fig. 2.15. On peut remarquer sur cette figure que la différence entre les densités spectrales induite par les modèles normal et log-normal ainsi que la fréquence correspondant au maximum de $\delta_D(\vec{f})$ diminuent lorsque le diamètre du télescope augmente.

L'influence du diamètre des télescopes sur l'écart entre les densités spectrales des modèles normal et log-normal est maximale aux basses fréquences spatiales et l'écart diminue lorsque le diamètre des télescopes augmente. Si l'on considère le modèle log-normal exact, le modèle gaussien est donc d'autant plus valide que le diamètre du télescope est grand.

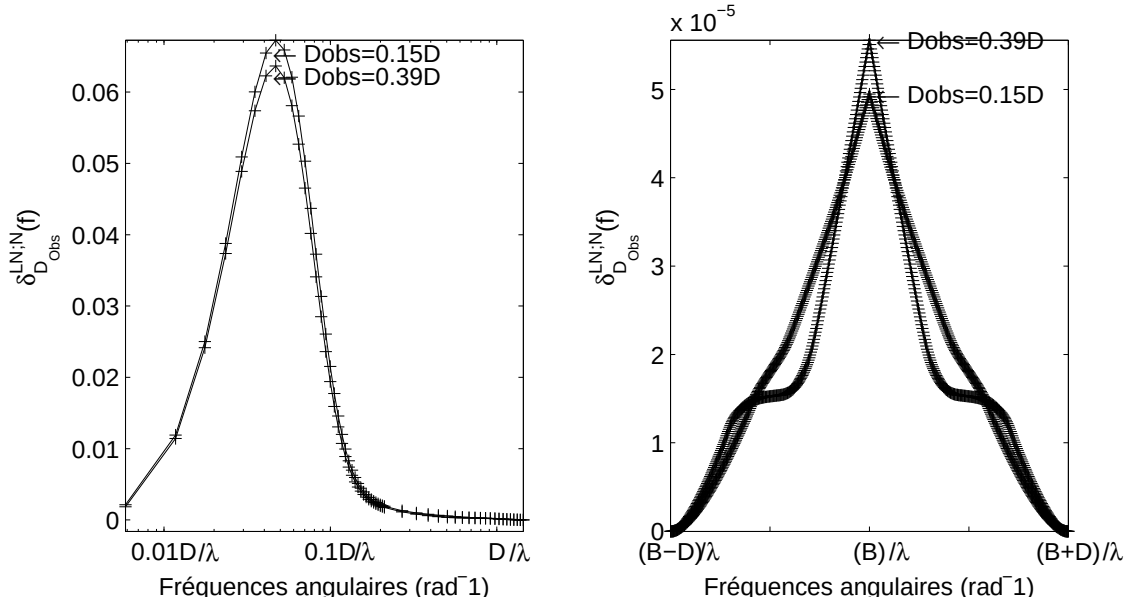


FIG. 2.14 – Différence des densités spectrales $\delta_{D_{Obs}}$ calculées pour différentes tailles d'obstruction centrale $D_{ObsA} = 0.15D$ et $D_{ObsB} = 0.39D$, avec $B = 12m$, $D = 1.5m$, $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de Kolmogorov. Les basses fréquences angulaires sont représentées sur la figure de gauche alors que la figure de droite représente la partie des pics franges.

B. Influence des paramètres atmosphériques

Les paramètres pris en compte dans cette étude sont le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe de cohérence spatiale $\mathcal{L}_0$.

La différence entre les densités spectrales calculées avec les modèles normal ou log-normal est représenté ici pour $r_0 = 5cm$, $12cm$ et $25cm$.

On remarque sur la Fig.2.16 (à gauche) que l'hypothèse gaussienne est d'autant plus valide que le paramètre de Fried diminue. Lorsque la valeur de r_0 augmente, la fréquence correspondant au maximum de $\delta_{r_0}(f)$ augmente et la validité de l'hypothèse gaussienne devient faible aussi bien pour les basses que pour les hautes fréquences angulaires.

La différence des densités spectrales calculées avec les modèles normal ou log-normal est représentée pour différentes valeurs de l'échelle externe et dans le cas du modèle de Kolmogorov ($\mathcal{L}_0 = +\infty$) sur la Fig.2.16. Lorsque l'échelle externe diminue, l'écart entre les densités spectrales diminue, l'hypothèse gaussienne étant alors d'autant plus valide. La partie basse fréquence (pic seeing) est la plus affectée par les effets de l'échelle externe.

Dans la configuration des paramètres instrumentaux et atmosphériques utilisée dans la représentation de la figure 2.12 (pour $B = 12m$, $D = 1.5m$, $D_{Obs} = 0.15D$, $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de Kolmogorov), la visibilité estimée par l'estimateur C_1 (rapport entre l'énergie haute fréquence de la densité spectrale et l'énergie basse fréquence, C. Roddier et F. Roddier 1976 [125], D. Mourard *et al.* 1994 [98]) pour le modèle log-normal est 12.8% plus faible que la visibilité estimée en faisant l'hypothèse gaussienne. Dans le cas de visibilité estimées par l'estimateur C_3 (rapport entre l'énergie haute fréquence et l'énergie du pic speckle D. Mourard *et al.* 1994 [98]), la visibilité obtenue à partir du modèle normal est 11% plus élevée que celle obtenue dans le cas du modèle log-normal. L'estimateur C_1 dans le cas du modèle log-normal est 8.4% plus faible que celui issue du modèle normal lorsque $\mathcal{L}_0 = 20m$.

Le Tab.2.3 résume les différents effets des paramètres instrumentaux et atmosphériques sur

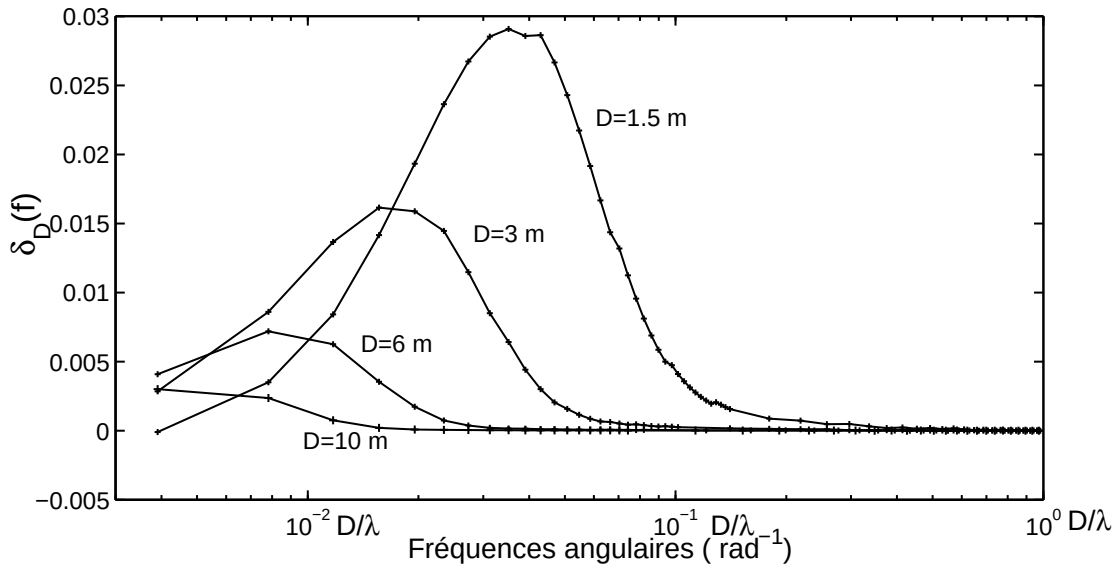


FIG. 2.15 – Différence entre les densités spectrales monochromatiques calculées dans les cas des modèles normal et log-normal, pour différents diamètres de télescopes avec $D_{Obs} = 0.15D$, $B = 12m$, $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de vK où $\mathcal{L}_0 = 20m$.

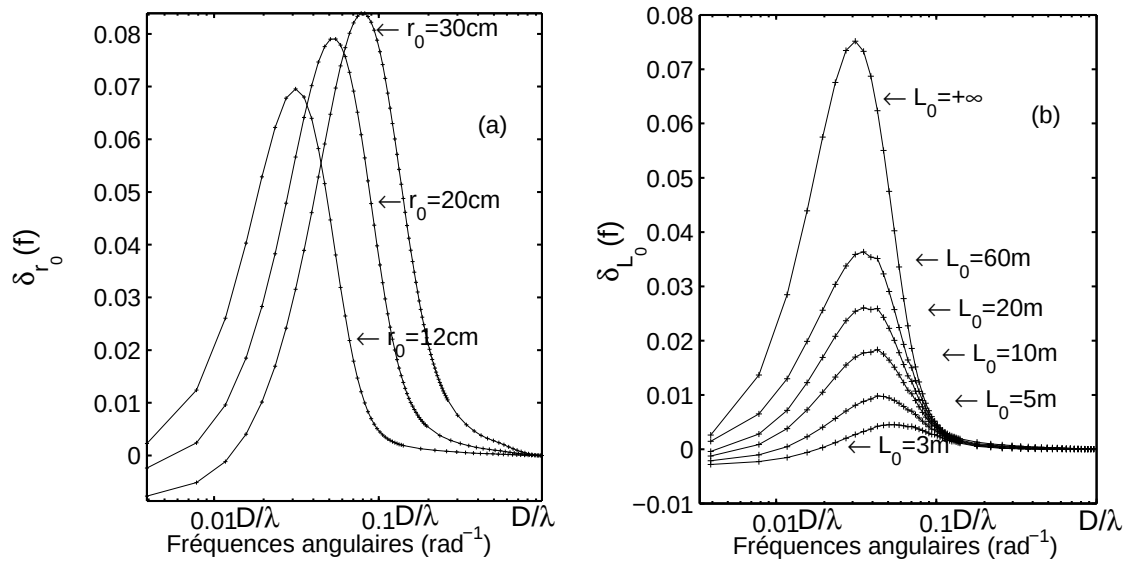


FIG. 2.16 – Différences entre les densités spectrales monochromatiques calculées dans les cas des modèles normal et log-normal, (a) pour différentes valeurs de r_0 dans le cadre du modèle de Kolmogorov et (b) pour différentes valeurs de $\mathcal{L}_0$ pour $D = 1.5m$, $D_{Obs} = 0.15D$, $B = 12m$ et $r_0 = 12cm$ dans le cas du modèle de turbulence de vK.

l'écart entre les densités spectrales issues des modèles log-normal et normal. L'estimation de r_0 par intégration du pic seeing sera d'autant plus précise que cet écart est faible dans la partie basse fréquence. Le diamètre des télescopes est un paramètre qui a beaucoup de poids dans l'écart obtenu entre les densités spectrales : nous avons vu que le fait de doubler le diamètre des télescopes diminue d'un facteur deux la valeur maximale de l'écart entre les densités dans les conditions utilisées à la Fig. 2.15. Si l'on veut comparer les écarts obtenus dans le cas d'applications concrètes, pour différents interféromètres, certains effets peuvent se contrebalancer. En utilisant les paramètres instrumentaux des interféromètres GI2T et VLTI/AMBER/UT et les conditions atmosphériques typiques de leur sites $r_0 = 12\text{cm}$ pour le site de Calern, $r_0 = 20\text{cm}$ pour le site de Paranal et une échelle externe $\mathcal{L}_0 = 25\text{m}$ pour les deux sites, l'écart entre les densités spectrales des modèles log-normal et normal est considérablement plus faible dans le cas de l'interféromètre VLTI/AMBER/UT. En effet, l'augmentation du paramètre de Fried typique entre les sites de qualité "moyenne" à "bonne" tend à augmenter l'écart entre les densités spectrales alors que l'effet important de l'augmentation du diamètre des télescopes compense et réduit cet écart.

Paramètres instrumentaux et atmosphériques	$B \nearrow$	$D_{Obs} \nearrow$	$D \nearrow$	$r_0 \nearrow$	$\mathcal{L}_0 \nearrow$
Diff. entre DS issues des modèles Log-N et N	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow^*$	$\nearrow^*$	$\nearrow$
Diff. entre pics seeing correspondant	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$
Diff. du rapport énergie Hautes fréq./Basses fréq.	$\searrow$	$\rightarrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

* dépend de l'intervalle de fréquences considérées, valable pour la valeur maximale de $\delta(f)$

TAB. 2.3 – Récapitulatif des variations de l'écart entre densités spectrales normale et log-normale. Si l'on considère exact le modèle log-normal, l'hypothèse gaussienne est d'autant plus valide que cet écart diminue.

2.4 Conclusion

L'étude présentée dans ce chapitre montre que l'interférométrie à grandes bases peut servir à mieux connaître les propriétés statistiques du front d'onde sur de grandes échelles spatiales. Les mesures d'échelle externe effectuées simultanément avec l'interféromètre GI2T et l'instrument GSM sont en bon accord. En utilisant des mesures différées d'OPD, la *saturation* de la fonction de structure de la phase a été mise en évidence. Pour avoir accès à plusieurs bases de mesure, l'instrument AMBER/VLTI est approprié pour déterminer cette fonction caractéristique du modèle de turbulence. Toutefois, une attention spéciale doit être portée afin de discriminer les contributions instrumentales et atmosphériques à la différence de marche. Des mesures en parallèle de l'instrument GSM permettent de calibrer et de statuer sur l'apport atmosphérique. Cette inter-calibration des mesures est nécessaire à l'estimation de l'échelle externe et à la détermination du modèle de turbulence à partir des données interférométriques.

Une demande de temps d'observation avec l'instrument AMBER a été effectuée par l'équipe d'Optique Atmosphérique du LUAN dans le cadre d'une campagne impliquant différents instruments de caractérisation de la turbulence dont fera partie l'instrument GSM. Des observations à Paranal sont prévues au cours de l'été 2007.

De plus, le calcul numérique effectué à la Sect.2.3 montre que la modélisation de la densité spectrale des images courtes poses effectuée sous hypothèse que l'amplitude complexe de l'onde suit une loi gaussienne est d'autant plus valide que la valeur de l'échelle externe est faible. Dans ce cas, les densités spectrales modélisées sous hypothèse gaussienne et log-normale se confondent, cette dernière ayant déjà été validée expérimentalement.

Chapitre 3

Modélisation de la turbulence optique de l'atmosphère

Lorsque les vents soufflent, la pellucidité de l'air est souvent troublée à ce point, même quand il paraît serein, que par cela seul l'observation télescopique est absolument empêchée [..]. Il arrive même parfois qu'on applique les télescopes en vain lorsque le ciel est tranquille et tout-à-fait clair et que les étoiles scintillent aussi fortement que possible.

C. Huygens, 1684 *Astroscopia* - Œuvres complètes v.21 p224

La conception et l'optimisation des télescopes de grands diamètres, des interféromètres à grandes bases et des instruments permettant l'observation à Haute Résolution Angulaire nécessitent une connaissance précise de l'amplitude des effets de la turbulence atmosphérique. Les grandes bases de mesure donnent accès à la Haute Résolution Angulaire. A ces échelles, les propriétés du front d'onde sont très dépendantes de la valeur de l'échelle externe.

Les deux premières parties de ce chapitre sont consacrées à la validation du modèle de turbulence. Une méthode couplant l'information sur la turbulence obtenue à partir de l'interféromètre GI2T/REGAIN (Sect.2.1) et les mesures de l'instrument GSM est présentée en Sect.3.1.

Ensuite, une extension des possibilités de l'instrument GSM est utilisée pour tester les différents modèles de turbulence atmosphérique existants. Les résultats des premières nuits d'observation sont présentés en Sect.3.2.

Enfin, une étude est consacrée à la modélisation multi-couche de l'échelle externe et aux relations avec l'échelle résultante au sol. Il est montré que pour rendre compte des effets atmosphériques, une description utilisant les modèles usuels comportant une échelle externe "mono-couche" n'est valable que dans certaines conditions atmosphériques et expérimentales. Il convient donc d'adopter une description multi-couche de l'échelle externe dans la modélisation des corrélations et des grandeurs liées au front d'onde.

3.1 "Towards the monitoring of atmospheric turbulence model"

Note introductive à la lettre *Astronomy & Astrophysics* (2004) 414, p.L33-L36 :

Cette lettre présente une méthode de vérification du modèle de turbulence atmosphérique en associant des mesures effectuées avec l'instrument GSM et avec l'interféromètre GI2T/REGAIN. Les grandeurs statistiques spatiales des fluctuations d'AA mesurées par GSM sont traduites en grandeurs statistiques sur les fluctuations de phase du front d'onde. Par couplage avec l'information obtenue sur les effets optiques de la turbulence atmosphérique à partir d'une grande base du GI2T, une forme empirique de la fonction de structure de la phase est proposée. Elle est comparée à celle obtenue dans le cadre des modèles existants.

Towards the monitoring of atmospheric turbulence model

A. Ziad¹, J. Borgnino¹, F. Martin¹, J. Maire¹, and D. Mourard²

¹ Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice, UMR 6525, Université de Nice-Sophia Antipolis, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2, France

² Observatoire de la Côte d'Azur, Département Fresnel, UMR 6528, 2130 route de l'Observatoire, 06460 Caussols, France

Received 23 July 2003 / Accepted 5 December 2003

Abstract. A new method is proposed for the verification of the atmospheric turbulence model. It is based on the reconstruction of the phase structure function from simultaneous measurements of the Angle-of-Arrival longitudinal covariance at different baselines with the Generalized Seeing Monitor (GSM). In addition, with this new technique we obtain the first non-model dependent estimates of the outer scale with the GSM. Preliminary results of the reconstructed phase structure function with this technique are presented and compared to those obtained theoretically with the most known atmospheric turbulence models.

Key words. atmospheric turbulence

1. Introduction

Atmospheric turbulence reduces severely the resolution of the ground-based telescopes and degrades the performances of high angular resolution (HAR) techniques (Interferometry and Adaptive Optics (AO)). These observing methods require a better understanding of the behavior of the perturbed wavefronts, more exactly a better knowledge of the atmospheric turbulence model and the associate parameters. This is very crucial for the modelization in the domain of HAR techniques. Indeed, it is well-known that the performance of an AO system depends upon the seeing conditions, the outer scale $\mathcal{L}_0$, the isoplanatic angle θ_0 and the wavefront coherence time τ_0 . The definition of most of these parameters is given using the Kolmogorov model which is valid only in the inertial range (spatial range between inner and outer scales). Other models (a review is given in Voitsekhovich 1995) have been proposed for a better understanding of the atmospheric turbulence effects beyond the limit scales. These models are empirical and up to now nothing could decide in favour of one of them. In addition, the small values found for the outer scale (Coulman et al. 1988) reduce significantly the inertial range and therefore the Kolmogorov model field to take into account the turbulence effects in the performance of large telescopes and long baseline interferometers.

In this paper, we describe a new technique of reconstruction of the phase structure function (PhSF) which is characteristic of the atmospheric turbulence model. The principle of this technique is based on simultaneous measurements of the Angle-of-Arrival (AA) longitudinal covariance at different baselines with the GSM. The first attempts of this PhSF reconstruction have

been performed by Mariotti et al. (1984) and later by Davis et al. (1995) obtained respectively with the I2T and SUSI interferometers. With these instruments, the PhSF have been measured at only 3 different baselines which have been performed sequentially. On the other hand, the technique suggested in this paper allows a continuous reconstruction of this PhSF from AA longitudinal covariances measured simultaneously at several baselines with the GSM instrument. In addition, the GSM is user-friendly and runs faster than an interferometer which allows a monitoring of this PhSF (every 4 min, see Ziad et al. 2000) and, therefore, the atmospheric turbulence model verification. Indeed, the shape of the PhSF is characteristic of the atmospheric turbulence model (Voitsekhovich 1995). In addition, with this new technique, the first non-model-dependent estimates of the outer scale are provided with the GSM (currently the von Kármán model is used, see Ziad et al. 2000).

A theoretical description of this new technique is given in Sect. 2 in the context of optical astronomy. In Sect. 3, we briefly describe the GSM instrument and its particular configuration in regards to this new suggested technique. The data analysis and the associated results of the PhSF are presented in Sect. 4 and compared to those obtained theoretically from the most known models. The conclusions are given in Sect. 5.

2. Theoretical background

In the context of optical astronomy, the study of the atmospheric turbulence effects can be analyzed by means of the air refractive index and therefore by means of wavefront phase. The structure function of these parameters has a specific behavior for each model (Voitsekhovich 1995). The phase structure function D_ϕ is defined as the mean-squared

L34

A. Ziad et al.: Towards the monitoring of atmospheric turbulence model

difference in phase ϕ measured at 2 points separated by baseline $\mathbf{B}$,

$$D_\phi(\mathbf{B}) = \langle [\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \mathbf{B})]^2 \rangle \quad (1)$$

where $\langle \rangle$ represents an ensemble average.

The general expression of this quantity is deduced from the phase spectrum $W_\phi(f)$ as,

$$D_\phi(\mathbf{B}) = 4\pi \int_0^{+\infty} df f W_\phi(f) [1 - J_0(2\pi B f)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 \quad (2)$$

where f is the modulus of the spatial frequency and D the aperture diameter measuring the phase ϕ . J_0 and J_1 represent the Bessel functions.

In the case of Kolmogorov model and if one neglects the telescope spatial filtering, integrating Eq. (2) gives the well-known expression,

$$D_\phi(\mathbf{B}) = 6.88(B/r_0)^{5/3} \quad (3)$$

where r_0 represents the Fried parameter.

This expression diverges for large baselines and therefore doesn't show the saturation observed by the interferometers (Davis et al. 1995; Mariotti et al. 1984). This saturation leads to an attenuation of the phase spectrum at low frequencies limited by a finite outer scale which is explicitly indicated in different models,

von Kármán model:

$$W_\phi(f) = 0.0229r_0^{-5/3} \left(f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right)^{-11/6} \quad (4)$$

Greenwood-Tarazano model:

$$W_\phi(f) = 0.0229r_0^{-5/3} \left(f^2 + \frac{f}{\mathcal{L}_0} \right)^{-11/6} \quad (5)$$

One can remark that when the outer scale $\mathcal{L}_0$ tends to infinity these expressions converge toward the Kolmogorov one.

In the case of these models, the integral in Eq. (2) has no analytical expression but approximate solutions exist under some assumptions (Voitsekhovich 1995; Conan et al. 2000).

Figures 3 and 4 of Voitsekhovich (1995) show the PhSF behavior for these models without spatial filtering of the telescope aperture. This spatial filtering is taken into account in whole of this paper. One can remark the significant difference between the different models for the same turbulence conditions (r_0 , $\mathcal{L}_0$) pointing the fact that the PhSF is an interesting criterion to check the model validity.

In this paper, we suggest a new method for monitoring the PhSF from AA longitudinal covariances measured with the GSM. Indeed, the AA covariance C_α is related to the PhSF (Roddiier 1981) by,

$$C_\alpha(x, y) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} \frac{\partial^2 D_\phi(x, y)}{\partial x^2} \quad (6)$$

By integrating 2 times this expression, one can reconstruct the PhSF. Indeed, the integral of Eq. (6) over x -direction leads to

$$D_\phi(x, y) = \frac{8\pi^2}{\lambda^2} \int dx \left[\int dx C_\alpha(x, y) \right] + Ex + F \quad (7)$$



Fig. 1. The GSM configuration at Calern Observatory near the GI2T interferometer. Only four of the six GSM modules are presented here.

where E and F are integration constants. F is determined by the fact that $D_\phi(x, y)$ is equal to zero at the origin.

A direct determination of the second integration constant E requires the knowledge of the PhSF at one baseline B preferably large (saturation range). This is possible with an interferometer; the standard deviation of the optical path difference (OPD) between the 2 arms separated by a baseline $B = \sqrt{x^2 + y^2}$ is given by,

$$\sigma_{\text{OPD}}(B) = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\phi(B)}. \quad (8)$$

Another way to obtain this second integration constant E is to use the Kolmogorov phase structure function in Eq. (3) for small baselines ($B \ll \mathcal{L}_0$). This is justifiable because the Kolmogorov model is only valid in the inertial range which is limited by the outer scale $\mathcal{L}_0$. Indeed, by fitting our reconstructed PhSF model with Eq. (3) for small baselines ($B < 1$ m) should lead to the constant E determination.

3. The GSM instrument

The GSM consists of evaluating the optical parameters of the perturbed wavefront by measuring AA fluctuations. Indeed, the GSM uses the same principle than a Shack-Hartmann, i.e., measuring AA at different points of the wavefront. Computing spatio-temporal correlations of these measured AA leads to estimates of the seeing ϵ_0 , outer scale $\mathcal{L}_0$, isoplanatic angle θ_0 and coherence time τ_0 .

The instrument consists of different identical units equipped with 10 cm telescopes installed on equatorial mounts and pointing at the same star (Fig. 1). Each telescope measures the AA fluctuations by mean of flux modulation which is produced by the displacement of the observed star image over a Ronchi grating.

The AA fluctuations are measured with 5 ms resolution time during 2 min acquisition time. Data are processed immediately after each acquisition, allowing a quasi real-time monitoring of ϵ_0 , $\mathcal{L}_0$, θ_0 , τ_0 and of the covariances. The data acquisition is repeated typically every 4 min. A detailed description of the GSM instrument is given by Ziad et al. (2000).

In the framework of this paper, a special set-up of the GSM has been performed. Two modules were installed on a

Table 1. The GSM configurations used during the night of June 06, 2001 at Calern Observatory. The units 1, 2 and 3, 4, 5, 6 were synchronized in a manual way.

Units combination	Baseline (m)	Baseline (m)
1–2	0.25	0.25
3–4	0.80	0.80
3–5	2.4	3.0
3–6	6.0	10.0
4–5	1.6	2.2
4–6	5.2	9.2
5–6	3.6	7.0

common mount on a central pier working as a differential image motion monitor (DIMM) with a 25 cm baseline (for r_0 estimation). These 2 modules were managed by a first computer PC1. Four other modules having different mounts were interfaced to a second computer PC2. The modules were located at 1.5 m above the ground on different platforms installed on rails allowing a fast baseline change. Two configurations have been chosen with the 6 modules (see Table 1) for a better sampling of the AA longitudinal covariance function. The starting time of the acquisitions of the two PCs was made in a manual way.

4. Results

During the night of July 06, 2001 measurements of the AA covariances have been performed with the GSM at the Calern Observatory near the GI2T interferometer (Mourard et al. 2001). Two GSM configurations have been used successively during these observations (see Table 1). At 0h22 UT the GSM switched from the first configuration to the second one (see Table 1). In order to increase the sampling of the AA covariance we combined the results of the 2 nearest acquisitions in the 2 configurations. These acquisitions have been performed at 0h16 and 0h22 UT on the same source δ Cyg. The value at the origin is an average of the different variances obtained with the different modules. As 0.25 m and 0.8 m baselines are present in both configurations (see Table 1), an average of the 2 acquisitions has been adopted. These results are shown in Fig. 2. One can remark that the AA fluctuations present negative covariances which is specific to the longitudinal case. A theoretical fit has been done combining a polynomial function for the oscillations and a decreasing exponential to attenuate these oscillations for long baselines and also to avoid the divergence of the polynomial fit. The best fit is shown in Fig. 2 obtained with a polynomial of degree 9. The coefficients of the polynomial and the exponential are obtained using the Mathematica fit function "NonLinearFit" (see Mathematica Web Site at <http://www.wolfram.com/>). This function which uses the Levenberg-Marquardt method searches for a least-squares fit to a list of data according to a model containing unknown parameters (Bates et al. 1988). The only limitation of this method is when the data set is smaller than the number of parameters which is not the case of the fit presented in Fig. 2. The degree of the polynomial has been chosen according to this limitation and also to reduce the residual error.

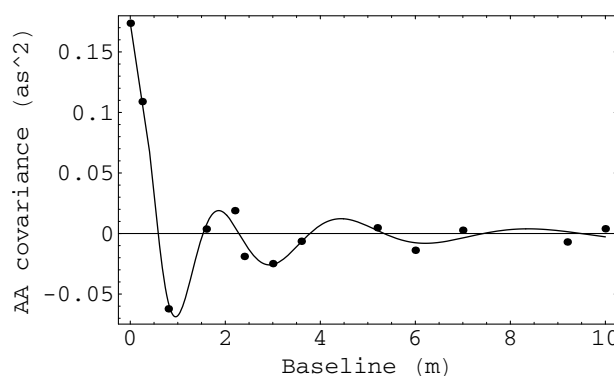


Fig. 2. AA longitudinal covariances measured with the GSM for different baselines. These data are well-fitted by a model (full line) described in Sect. 4.

The model obtained with this fit is easily integrable and therefore make easier the reconstruction of the PhSF. Indeed, including this fitting model in the first term of Eq. (7), leads to a similar form with different coefficients. The value of the integration constant F in Eq. (7) is given by the integral value at the origin.

As explained in Sect. 1 the second integration constant E could be obtained either by interferometric measurements or by fitting the reconstructed model of the PhSF with the Kolmogorov expression in Eq. (3) for small baselines ($B \ll \mathcal{L}_0$). Only this last method has been used because the poor seeing conditions during the simultaneous observations between the GSM (Fig. 2) and the GI2T interferometer on July 06, 2001, didn't allow the GI2T running and therefore the fringe acquisitions. Indeed, during the period of the GSM data presented in Fig. 2 the seeing was of $1.63''$ at $0.5 \mu\text{m}$.

Thus, the best fit of this reconstructed PhSF model to the Kolmogorov definition in Eq. (3) for baselines less than 1 m gives a value of the integration constant E of $5.6 \text{ rad}^2 \text{ m}^{-1}$. This constant value leads to a standard deviation of the OPD of 9.5λ for a baseline $B = 15.2 \text{ m}$. This σ_{OPD} value is rather close to those measured directly with the GI2T interferometer during the night of June 22, 2001. Indeed, for the same baseline $B = 15.2 \text{ m}$, the GI2T interferometer obtained between 23h18 and 23h25 values of σ_{OPD} between 11.63λ and 17.28λ for a measured seeing less than $1''$ at $0.5 \mu\text{m}$.

Introducing the E value in Eq. (7) leads to the PhSF in Fig. 3 (full line). This result is in excellent agreement with the empirical von Kármán model for an outer scale $\mathcal{L}_0$ of 25 m and Fried parameter r_0 of 6.2 cm corresponding to the value measured with the GSM at this time. For comparison, the Kolmogorov and Greenwood-Tarazano models are given for the same conditions (r_0 , $\mathcal{L}_0$). The exponential model has been ignored because of its similar behavior to the von Kármán model (Voitsekhovich et al. 1995). As it is predictable, if the σ_{OPD} (or integration constant E) estimation had given a stronger value, the most suitable model would be that of Kolmogorov. This is possible in the case of strong values of the outer scale $\mathcal{L}_0$ which have been observed sometimes with the GSM in the most sites (Ziad et al. 2000).

L36

A. Ziad et al.: Towards the monitoring of atmospheric turbulence model

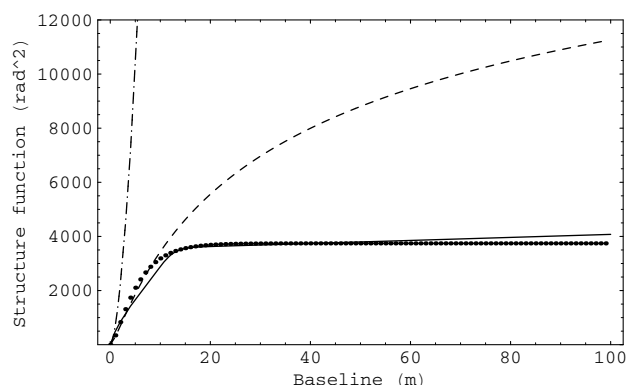


Fig. 3. Phase structure function reconstructed (full line) from GSM data in Fig. 2. An excellent agreement is found with the von Kármán model (dotted line) for $\mathcal{L}_0 = 25$ m and $r_0 = 6.2$ cm. The Kolmogorov (dashed-dotted) and Greenwood-Tarazano (dashed) models are given for the same conditions.

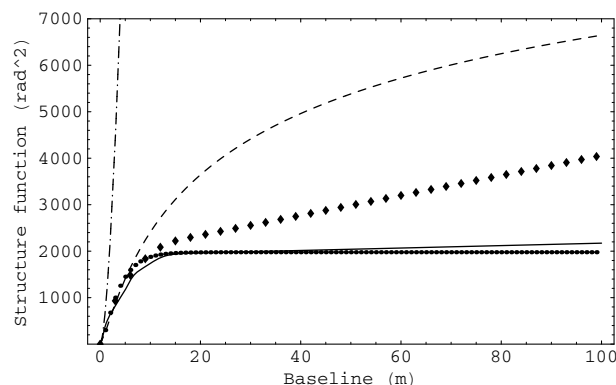


Fig. 4. Same than Fig. 3. The diamond plot correspond to an artificial increase of 0.5λ of the σ_{OPD} for a baseline of 15.2 m (see text). The von Kármán and Greenwood-Tarazano models have been obtained with $\mathcal{L}_0 = 17$ m and $r_0 = 6.23$ cm.

In addition, Fig. 4 shows another result obtained 10 mn later than the one presented in Fig. 3. The corresponding integration constant E value of this new result is of $2.62 \text{ rad}^2 \text{ m}^{-1}$ leading to a σ_{OPD} value of 7.01λ for a baseline $B = 15.2$ m. The von Kármán model is once again the most convenient for this result with $\mathcal{L}_0 = 17$ m and $r_0 = 6.23$ cm. One can remark that this technique is very sensitive to the outer scale variation even if the seeing remains the same (the r_0 is almost similar for results in Figs. 3 and 4). Indeed, the saturation level and beginning of the reconstructed PhSF in Fig. 4 are lower than those in Fig. 3 leading to different values of the outer scale in the case of the von Kármán model. In addition, if we increase artificially of 0.5λ the σ_{OPD} value of the last result (corresponding to a relative difference of 6.6%), this leads to a new E value of $21.48 \text{ rad}^2 \text{ m}^{-1}$ instead of $2.62 \text{ rad}^2 \text{ m}^{-1}$. The result corresponding to this case is shown in Fig. 4 as asterisk plot. One can remark that this reconstructed phase function deviates from the von Kármán model and tends to Greenwood-Tarazano one. This means that in the case of simultaneous measurement with an interferometer an excellent precision of the OPD measurement is desirable.

5. conclusion

A new method has been proposed for the reconstruction of the phase structure function which is characteristic of the model

describing the atmospheric turbulence. This technique allows, therefore, the first non-model dependent estimates of the outer scale $\mathcal{L}_0$ from the GSM with a good sensitivity to $\mathcal{L}_0$ variation. The preliminary results show that the von Kármán model is more convenient for large scales. But the Kolmogorov model could be also suitable in the case of large $\mathcal{L}_0$ values. We plan long observations campaigns in the future to bring a confirmation of these GSM's σ_{OPD} with direct and simultaneous measurements of the GI2T interferometer and to bring a better statistical knowledge on the atmospheric turbulence model.

References

- Bates, D., & Watts, D. 1988, *Nonlinear Regression Analysis and its Applications* (New York: John Wiley & Sons)
- Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., & Tokovinin, A. 2000, *Proc. SPIE*, 4006, 963
- Coulman, C. E., Vernin, J., Coqueugniot, Y., & Caccia, J.-L. 1988, *Appl. Opt.*, 27, 155
- Davis, J., Lawson, P. R., Booth, A. J., Tango, W. J., & Thorvaldson, E. D. 1995, *MNRAS*, 273, L53
- Mariotti, J. M., & Di Benedetto, G. P. 1984, *ESO Proc.*, 19, 257
- Mourard, D., Thureau, N., et al. 2001, *C. R. Acad. Sci.*, IV, 35
- Roddier, F. 1981, *Progr. Opt.*, 19, 337
- Voitsekovich, V. V. 1995, *J. Opt. Soc. Am. A*, 12, 1346
- Ziad, A., Conan, R., Tokovinin, A., Martin, F., & Borgnino, J. 2000, *Appl. Opt.*, 39, 5415

3.2 "Experimental validation of the atmospheric model of optical turbulence with the GSM instrument."

Note introductive à la lettre soumise après révision à Monthly Notes of the Royal Astronomical Society :

Cette lettre présente une expérience visant à vérifier le modèle atmosphérique de la turbulence optique. Les possibilités de l'instrument GSM sont étendues en augmentant le nombre de bases de mesure par l'addition (et la synchronisation) de deux modules supplémentaires, passant ainsi de 6 à 15 bases. De plus, l'alignement des 6 télescopes dans un mode d'observation longitudinal permet de s'affranchir de l'hypothèse d'isotropie utilisée pour estimer l'échelle externe dans la configuration standard de GSM. Les covariances longitudinales des fluctuations d'AA obtenues sont comparées aux modèles existants en tenant compte de l'erreur de mesure expérimentale. La qualité des ajustements obtenus est analysée, et les valeurs d'échelle externe mesurées sont présentées.

Cette étude montre que cette nouvelle configuration "étendue" de l'instrument GSM donne la possibilité de vérifier le modèle de turbulence atmosphérique. Les premières mesures réalisées à l'Observatoire de Calern sont présentées et montrent une bonne adéquation avec les modèles de Greenwood-Tarazano et de von Kármán. Dans la majorité des cas (69.2%), les modèles existants ajustent de manière acceptable les données expérimentales obtenues. L'ajustement est considéré de très bonne qualité dans 26% des fichiers considérés.

Experimental validation of the atmospheric model of optical turbulence with the GSM instrument

J. Maire,^{1*} A. Ziad,¹ J. Borgnino¹ and F. Martin¹

¹ *Université de Nice-Sophia-Antipolis. UFR Sciences,*

Lab. Univ. d'Astrophysique de Nice (LUAN) UMR 6525, Parc Valrose, F-06108 Nice Cedex 2, France

Accepted. Received.

ABSTRACT

Context. In the context of astronomical observations, large scale wavefront modelling is crucial to define specifications and to evaluate expected performances of large aperture telescopes and long-baseline interferometers.

Aim. We investigate experimentally the validity of usual models which allow to describe optical effects of atmospheric turbulence.

Method. We analyze simultaneous measurements of Angle of Arrival covariances on 15 baselines of the Generalized Seeing Monitor (GSM) in an aligned configuration of its telescopes and modules. We use weighted least-square method on data obtained to test usual models of turbulence. Wavefront outer scale is derived from the minimization of the deviation of the model from the measurements.

Results. We report first results of 3 nights of observations at Observatoire de Calern. We show here that a best-fit model can be readily identified. As a result of first observations, we found that data are acceptably fitted by usual outer scale models in 69% of data acquisition.

Key words: Atmospheric effects - site testing

1 INTRODUCTION

Ground-based astronomy is severely limited by the atmospheric optical turbulence. Design, performances and optimization of High Angular Resolution instruments such as large aperture telescopes or long-baseline interferometers are related to atmospheric conditions and large scale wavefront properties. The Kolmogorov model of turbulence is frequently used for the calculations of wavefront statistical properties at submetric baselines. This physical model has been validated many times for small distances between points of observation (Roddier 1981). Extension beyond the inertial range is required for the characterization of wavefront large scale properties. Interferometric measurements with decametric baselines (Mariotti & di Benedetto 1984; Davis et al. 1995; Ziad et al. 2004; Maire et al. 2006) show values of pathlength difference significantly lower than Kolmogorov model expectations. Several outer scale models describe this departure from the Kolmogorov model (Voitsekhovich 1995), but their phase fluctuation expectations are drastically different from each other when the baseline increases. The most-often-used outer scale models are the so-called von Kármán, Greenwood-Tarazano and exponen-

tial one. Limited knowledge exists about the validity of these large-scale wavefront models and their related statistics. Because these models are analytic, a experimental test needs to be performed in order to investigate the validity of these usual models of optical turbulence.

This paper is devoted to the validation of the atmospheric model of optical turbulence by processing data obtained with 15 aligned baselines of the GSM instrument. We briefly review in Sect.2 theoretical background related to AA spatial covariances used to fit data obtained. We detail observations performed, experimental device used and data processing in Sect.3. First results are presented in Sect.4.

2 BRIEF REVIEW

Let us consider a plane wave with wavelength λ propagating downward through the atmosphere, towards a ground based observer. In a thin turbulent layer between h and $h+\delta h$, air-index fluctuations characterized by structure constant C_n^2 , introduce phase shift fluctuations ϕ . In the geometrical optics case, Angle of Arrival (AA) is the normal to the wavefront at the observed point (Roddier 1981; Borgnino 1990).

For two telescopes of diameter D separated by a projected baseline B on the wavefront plane, longitudinal co-

* E-mail:Jerome.MAIRE@unice.fr

2 *J. Maire et al.*

variances of AA fluctuations α are given by (Borgnino et al. 1992; Avila et al. 1997)

$$C_\alpha(B, D, \mathcal{L}_0) = \pi \lambda^2 \int_0^{+\infty} f^3 W_\phi(f, \mathcal{L}_0) \times [J_0(2\pi f B) - J_2(2\pi f B)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 df \quad (1)$$

where f is the modulus of the spatial frequency $\vec{f}$. J_n represent the n th order Bessel functions of the first kind and $W_\phi(f, \mathcal{L}_0)$ is the power spectrum of the phase fluctuations that depends on the spatial coherence outer scale $\mathcal{L}_0$.

Outer scale models were introduced to extend the range of validity of the Kolmogorov model for the case of large distances between points of observation, when these distances are larger than the outer scale value. Turbulent fluctuations are considered locally homogeneous. Several models formalize the long-baseline saturation of the phase structure function and their phase power spectra are given in the case of the vK model (Borgnino et al. 1992), by

$$W_\phi^{vK}(\vec{f}, \mathcal{L}_0) = 0.0229 r_0^{-5/3} \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right]^{-11/6} \quad (2)$$

and in the case of the Greenwood-Tarazano (GT) model (Voitikhovich 1995),

$$W_\phi^{GT}(\vec{f}, \mathcal{L}_0) = 0.0229 r_0^{-5/3} \left[f^2 + \frac{f}{\mathcal{L}_0} \right]^{-11/6} \quad (3)$$

or in the case of the Exponential (Ex) model (Borgnino 2004):

$$W_\phi^{Ex}(\vec{f}, \mathcal{L}_0) = 0.0229 r_0^{-5/3} f^{-11/3} (1 - \exp(-f^2 \mathcal{L}_0^2)). \quad (4)$$

The Fried parameter r_0 is the size of a spatial coherence area of the perturbed wavefront and it depends physically on the structure constant of refractive index fluctuations $C_N^2(h)$ integrated along the propagation path (Roddier 1981).

Fig.1a represents phase power spectra (Eq.2-4) with the same value of the outer scale. These outer scale dependent models differ in amount of energy contained in the spectral input range ($f \lesssim 1/\mathcal{L}_0$). The shape of the spectrum at low spatial frequencies depends on the model and also on the amplitude of the outer scale value (Fig.1b with vK model). The larger the outer scale, the more energy the phase power spectrum has. In the inertial range, these power spectra have a typical Kolmogorov behaviour.

Different expectations of wavefront statistical quantities amplitude occur when one or the other model is invoked. Indeed, the variance of phase difference increases differently with baselines (Fig.1c with $\mathcal{L}_0 = 10m$). For example, variance of optical path difference between arms of an interferometer, due to atmospheric propagation (Conan et al. 2000), is expected to be 2.4 times greater when GT model is considered instead of the vK one, with a 25m outer scale and for two telescopes of 10m diameter and a 25m baseline. This ratio increases to 5 for a 100m baseline. These ratios depends also on $\mathcal{L}_0$, increasing from 6.7 for a 25m baseline to 11.5 for a 100m baseline with conditions of Fig.1c ($\mathcal{L}_0 = 10m$, $D = 8m$).

For adaptive optics systems, GT model expectations of tip-tilt variances, which specify maximal stroke needed for

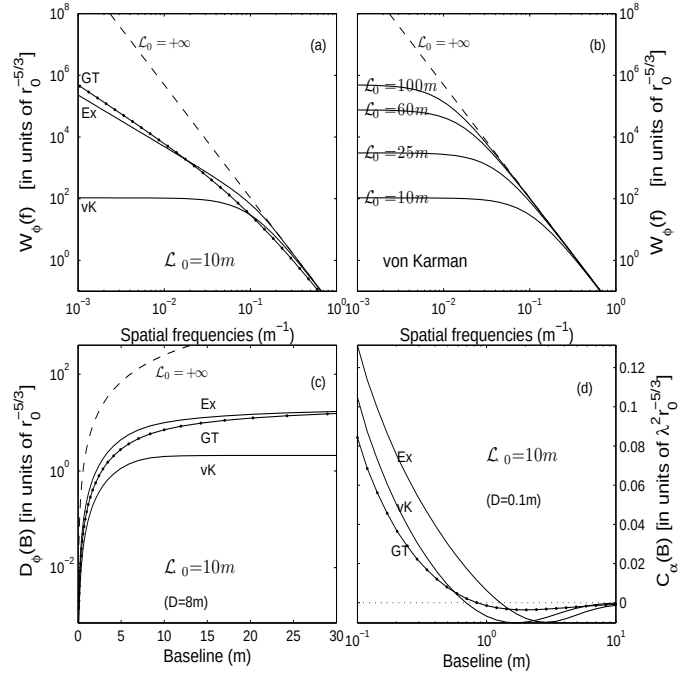


Figure 1. (a) Representation of phase power spectra in the case of vK, GT and Ex models for $\mathcal{L}_0 = 10m$. (b) For a given model (vK), the shape of the spectrum at low spatial frequencies depends on the outer scale value. (c) Variances of phase difference in the case of vK, GT and Ex models for $\mathcal{L}_0 = 10m$ and $D = 8m$. (d) Longitudinal covariances of AA fluctuations in the case of vK, GT and Ex models for $\mathcal{L}_0 = 10m$ and $D = 0.1m$.

deformable mirrors, are 2 and 5.4 times greater than vK ones for $\mathcal{L}_0/D$ ratio of 1 and 0.5 respectively.

It is useful to consider normalized AA longitudinal covariances as measured with the GSM instrument (Agabi et al. 1995; Avila et al. 1997),

$$\Gamma_\alpha = \frac{C_\alpha(B, D, \mathcal{L}_0)}{\sigma_d^2(D, \mathcal{L}_0)} \quad (5)$$

where $\sigma_d^2(D, \mathcal{L}_0)$ is the variance of AA fluctuations deduced from the differential modules. As vibrations of separated mounts are considered decorrelated, this expression, which is no longer r_0 and λ dependent, avoids instrumental errors like vibrations due to wind effect on modules or telescope tracking.

3 EXPERIMENTAL DATA

3.1 A new specific configuration of the GSM instrument

In its standard configuration, the GSM instrument allows the evaluation of the optical parameters of the perturbed wavefront by measuring AA fluctuations. After computing AA covariances, it estimates the seeing related to r_0 , the outer scale $\mathcal{L}_0$, the isoplanetic angle θ_0 and the coherence time $\tau_{0,AA}$ (Martin et al. 1998, 2000; Ziad et al. 2000).

This instrument consists of identical modules, equipped

Experimental validation of the atmospheric model 3

Table 1. Configuration of the GSM experiment during observations. Position relative to an arbitrary reference point.

Units	1	2	3*	4*	5	6
Position (m)	-3	-1	-0.125	0.125	0.5	1.3

* part of the differential modules working on the same mount.

with 0.1m telescopes installed on equatorial mounts. Telescopes point at the same star and AA fluctuations are measured by means of flux modulation that is produced by the displacement of the star image over a Ronchi grating. Detected photons are counted by a photomultiplier working in photon counting mode, allowing fast and continuous monitoring of AA fluctuations which are measured with a 5ms exposure time during an acquisition time of two minutes. A detailed description of the GSM experiment is given by Ziad et al. (2000).

We extended the possibilities of the GSM configuration by adding two modules and corresponding telescopes on two independent mounts. All modules have been synchronized in order to coordinate AA measurements. GSM acquisition software was also modified in order to take into account these 2 supplementary modules and to synchronise data obtained. In the standard configuration (4 modules), only 6 baselines are accessible for measurements in different directions. In the new version (6 modules), AA covariances are measured on 15 aligned baselines simultaneously. This larger sampling size gives a more significant number of longitudinal covariance measurements for probing departure from usual models.

Furthermore, the alignment of the 6 modules used in this study assures that the angle γ between the baseline of measurements of the covariance and the direction of AA measurement defined by the orientation of the Ronchi grating is identical for each baseline. In the standard 2D-configuration of the telescope positions, it is assumed that the outer scale value is the same for several value of γ . This hypothesis of isotropy is not necessary in the new configuration with aligned modules and gives more reliability for probing departure from usual models.

There is a strong sensitivity of the AA covariance to the outer scale for metric and submetric values of the baseline (Borgnino et al. 1992; Agabi et al. 1995). The choice of baseline values is an arrangement between instrumental constraints and the need to sample regularly longitudinal AA covariances in the 0-4m range. Configuration of ground position used is given in Tab.1. Projected baselines can be deduced taking into account of the zenithal angular distance of the observed star (Avila et al. 1997). Observations are performed near the meridian in order to measure longitudinal AA covariances.

3.2 Data processing

The new aligned configuration of the GSM instrument allows us to test the validity of the three models given in Sect.2. The method of Weighted Least Square (WLS) is built on the hypothesis that the optimum description of a set of data is one which minimizes the weighted sum of squares of devi-

ations of the experimental normalized covariances Γ_α^i from the theoretical fitting function $\Gamma_\alpha(B_i, \mathcal{L}_0)$. It can be written

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\Gamma_\alpha^i - \Gamma_\alpha(B_i, \mathcal{L}_0))^2}{\sigma_i^2} \quad (6)$$

where n is the number of baselines and σ_i^2 is the variance of Γ_α^i that acts as a weighting factor for each spatial covariances. Minimization of χ^2 is obtained by varying the only non-fixed parameter $\mathcal{L}_0$ of the model with help of precalculated grids (Eq.5). Solely $\mathcal{L}_0$ needs to be adjusted to minimize the value of χ^2 , so the number of degrees of freedom is $\nu = n - 1$. Under an uncorrelated normal AA error assumption, the variance σ_i^2 is a suitable choice of weights and can be estimated from the data. Advantage of this method is that it gives more weight to accurate covariances and deduced outer scale estimations take into account errors of covariance measurements on which normally distributed errors are assumed. It is quite justified as final covariance obtained is a time-average of several thousands of instantaneous covariances, each one measured with a total error that is a sum of independent errors (Frieden 1983). Errors on measured GSM covariances have been extensively described by Martin et al. (1994) and Ziad et al. (2000). It can be summarized by

$$\sigma_i^2 = \Gamma_\alpha^2 \left[\left(2 \frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \frac{\tau_c}{T} + \frac{\Delta \sigma_d^2}{\sigma_d^2} \right] + \frac{\tau_\alpha}{T} \quad (7)$$

where p is the angular period of the Ronchi grating known with an uncertainty Δp , T is the integration time (60s.), and the error related to the normalization with AA differential variance σ_d^2 is $\Delta \sigma_d^2$ (exposure time, statistical error). Parameters τ_α and τ_c are time-constants related to temporal AA cross correlations between two apertures of the baseline considered and between apertures of the differential modules.

It is common practice to consider χ^2 in order to judge the quality of the fit achieved. A "large" value of χ^2 is used as an indicator for a "significant" deviation between the observations and the model to be fitted. For a good model fit, the ratio $\frac{\chi^2}{\nu}$ should be as small as possible. As there exist no absolute standards, a ratio $\frac{\chi^2}{\nu} \lesssim 1$ is indicative of an acceptable data-model fit. An other convenient measure of goodness-of-fit is given by the probability distribution $P(\chi^2|\nu)$ for χ^2 . It is defined as the probability that the chi-square for a correct model should be less than a particular value χ^2 for ν degrees of freedom (Press et al. 1992). The probability $P(\chi^2|\nu)$ is related to the incomplete gamma function as

$$P(\chi^2|\nu) = P\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\chi^2}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \int_0^{\frac{\chi^2}{2}} \exp(-t) t^{\frac{\nu}{2}-1} dt \quad (8)$$

This computed probability gives a quantitative measure for the goodness-of-fit of the model. We will consider the fit "acceptable" ($\frac{\chi^2}{\nu} < 1$) when $P < 0.5$ and "excellent" when $P < 0.1$.

All χ^2 functions obtained are unimodal, with a single minimum. It is possible to assume that the chi-square distribution holds even if covariance models are not linear with $\mathcal{L}_0$ (Press et al. 1992) taking account of theoretical series expansion of covariances (Conan et al. 2000b). Typical examples of χ^2 obtained for each model on a particular normalized covariance measured are represented in Fig.2. Estimated $\mathcal{L}_0$

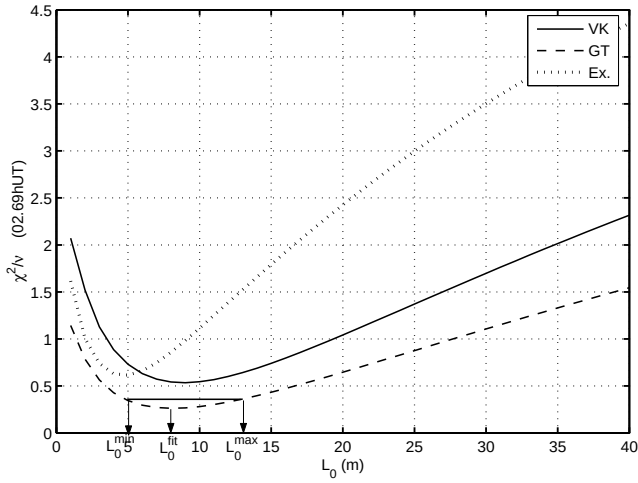
4 *J. Maire et al.*

Figure 2. Example of χ^2_v obtained with normalized covariances measured at 02.69hUT for several models of turbulence in function of the outer scale value.

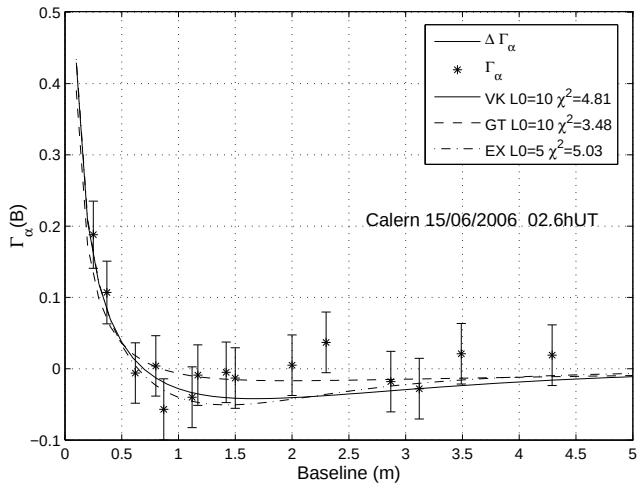


Figure 3. Example of normalized AA longitudinal covariances (star plot) measured at Calern the 15th June 2006 (2.6UT) and error bars calculated with Eq.7. Theoretical covariances are fitted with the WLSF method in order to minimize the χ^2 . It gives an estimation of the outer scale for each model.

are deduced from the χ^2 minimum. We noted $\mathcal{L}_0^{min}$ and $\mathcal{L}_0^{max}$ corresponding to a chi-square difference $\Delta\chi^2 = 0.1$ as a measure of the interval with significant variations of the chi-square quantity.

Fig.3 represents an example of experimental normalized covariances obtained at Calern the 15th June 2006 and best fit obtained for usual turbulence models (Eq.2-4). A graphical examination shows that residuals for both fits appear to be randomly distributed. Some outlier points appear but their effects on the χ^2 minimization are diminished by the weighting factor $1/\sigma_i^2$ which decreases with large values of Γ_α^i .

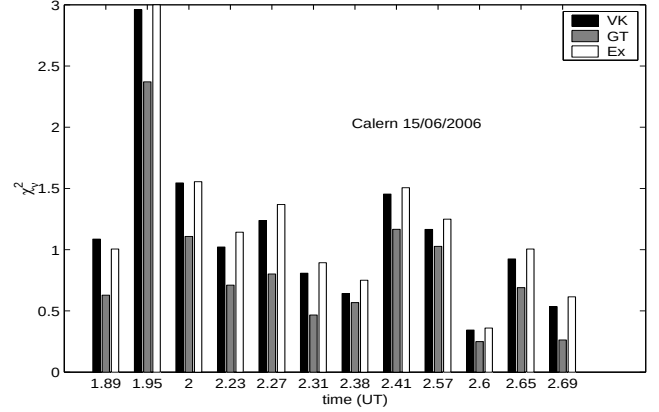


Figure 4. Minimal χ^2_v obtained during GSM acquisitions the 15th June 2006 for the vK model (black chart), GT model (grey chart) and exponential model (white chart). In this night, GT is the most suitable model as it gives minimal χ^2 but some acquisitions shows significant departure from all of these usual outer scale model.

4 RESULTS

Observations have been performed at Observatoire de Calern in South of France in the nights of the 15th June, 27th September and 26th October 2006. Wavefront outer scale of turbulence models are adjusted to achieve a minimum in χ^2 functions.

Fig.4 represents minimal χ^2_v obtained in the first night of observation. It suggests that models do not match the data in the second acquisition (1.95hUT). It can be due to departure of errors measurements from normal distribution or bad estimation of these latter ones. Departure from these usual outer scale model can also be suspected.

Tab.2 gives examples of fitting results obtained and provides outer scale values for each model, error estimates on these parameters and measures of goodness-of-fit. The interval $[\mathcal{L}_0^{min}; \mathcal{L}_0^{max}]$ assures significant variations of the chi-square quantity. It gives the likely errors of the best-fit parameters. Because the outer scale value gives the amount of energy contained in the spectral input range (Sect.2), variations of outer scale values obtained are strongly correlated between models. It has been remarked by Ziad et al. (2000) who gave quadratic formula that relate outer scales between models. However, even if outer scale values are similar (15/06 2.65h), their goodness-of-fit quantities are different.

All-night distribution of the χ^2 , given for the three models, shows that the data-fit is acceptable in 69.2% of the data acquisition. It can be considered excellent in 26% of the acquisitions. Departure from the Kolmogorov model may be described by a different exponent power law instead of $-11/3$ (Nicholls et al. 1995). As its power spectrum diverges when spatial frequency tends to zero, outer scale should be also considered to test this general exponent case. Alternatively, departure from the data can be due to the mono-layered approach of the outer scale used (Maire 2007). Profiles of outer scale should serve to adjust the data and minimizing errors related to the mono-layered approach.

Statistics on χ^2 values reveal a notable difference between the three models considered. Mean value of χ^2 ob-

Experimental validation of the atmospheric model 5

Table 2. Examples of results obtained during three nights of observations at Calern.

Night	Time (UT)	Model	$\mathcal{L}_0^{fit}$ (m)	χ^2/ν fit	P	$\mathcal{L}_0^{min} - \mathcal{L}_0^{max}$ (m)-(m)
15/06 2006	2.31	vK...	8	0.81	0.34	5-12
		GT...	7	0.47	0.05	5-11
		Ex...	3	0.89	0.43	2-5
	2.38	vK...	11	0.64	0.17	8-14
		GT...	9	0.57	0.11	6-14
		Ex...	6	0.75	0.28	5-8
	2.65	vK...	15	0.92	0.47	11-20
		GT...	15	0.69	0.21	10-22
		Ex...	7	1.01	0.56	6-10
27/09	1.7	vK...	10	0.63	0.16	7-13
		GT...	9	0.46	0.04	6-13
		Ex...	5	0.71	0.24	4-7
	1.85	vK...	8	0.81	0.34	6-10
		GT...	7	0.63	0.16	5-11
		Ex...	4	0.86	0.39	3-5
	2.0	vK...	15	0.8	0.33	12-21
		GT...	16	0.71	0.23	11-23
		Ex...	8	0.85	0.39	6-10
26/10 2006	23.0	vK...	17	0.68	0.21	13-23
		GT...	18	0.6	0.13	12-27
		Ex...	9	0.74	0.26	7-11
	23.42	vK...	14	0.65	0.18	10-19
		GT...	14	0.61	0.14	10-21
		Ex...	7	0.7	0.22	6-9
	23.63	vK...	14	0.59	0.13	11-18
		GT...	15	0.69	0.22	10-21
		Ex...	7	0.58	0.12	6-9

Table 3. Mean results obtained during three nights of observations at Observatoire de Calern.

Night	nb.files	mean χ^2/ν			mean $\mathcal{L}_0^{fit}$ (m)		
		vK	GT	Ex	vK	GT	Ex
15/06	12	1.14	0.83	1.2	11.9	11.6	5.7
27/09	35	0.83	0.58	0.9	11.0	10.8	5.8
26/10	18	0.92	0.81	0.96	16.8	18.8	8.3

tained (Tab.3) with the WLS method suggests that the GT model best fits the data in the three nights at the Calern Observatory. Exceptions occur in less than 8% of data files (see, for example, Tab.2 26/10 23.63hUT).

5 CONCLUSION

We show that the GSM instrument in its 15 baseline configuration is useful for model validation. In this sense, its status is improved from a model-dependent outer scale monitor to

an experiment allowing us to test the relevance of turbulence models.

As a result of first observation, we found that data are acceptably fitted by models in 69% of data acquisition and some need to be examined again. Departure from usual outer scale models can occur. The vK model of optical turbulence is widely used for describing large scale properties of the wavefront. We found, in this three nights of observations at Observatoire de Calern that the GT model should be also considered, as mentioned before by (Greenwood & Tarazano 1974) and (Gardner 1976). Further accumulation of data is needed to provide statistically significant validation of the model and of its variability. Large scale wavefront properties depend on meteorological conditions and therefore vary with altitude, time and location. New campaign in major astronomical sites might be performed.

ACKNOWLEDGMENTS

We thanks A. Agabi for its help in the synchronization of the six GSM modules.

REFERENCES

- Agabi A., Borgnino J., Martin F., Tokovinin A., Ziad A., 1995, A&AS, 109, 557-562
- Avila R., Ziad A., Borgnino J., Martin F., Agabi A., Tokovinin A., 1997, J. Opt. Soc. Am. A, 14, p.3070-3082
- Borgnino J., 1990, Appl. Opt., 29, p.1863-1865
- Borgnino J., Martin F., Ziad A., 1992, Opt. Comm., 91, p.267-279
- Borgnino J., 2004, EAS Publications Series, 12, p.103-124
- Conan R., Ziad A., Borgnino J., Martin F., Tokovinin A., 2000, Proc. SPIE v.4006, Ed. Léna, p.963-973
- Conan R., Borgnino J., Ziad A., Martin F., 2000, JOSA A, 17, p.1807-1818
- Davis J., Lawson P.R., Booth A.J., Tango W.J., Thorvaldson E.D., 1995, MNRAS, 273, p.53-58
- Frieden B. R., 1983, Probability, statistical optics, and data testing (Berlin: Springer Series)
- Gardner C. S., 1976, Appl. Opt., 15, p.2539-2545
- Greenwood D. P., Tarazano D. O., 1974, RADC Tech. Rep. RADG-TR-74-19
- Maire J., Ziad A., Borgnino J., Mourard D., Martin F., Jankov S., Bonneau D., Patru F., 2006, A&A, v.448, 3, p.1225-1234
- Maire J., 2007, PhD thesis, University of Nice SA
- Martin F., Tokovinin A., Agabi A., Borgnino J., Ziad A., 1994, A&AS, 108, p.173-180
- Martin F., Conan R., Tokovinin A., Ziad A., Trinquet H., Borgnino J., Agabi A., Sarazin M., 2000, A&AS, 336, p.39
- Martin F., Tokovinin A., Ziad A., Conan R., Borgnino J., Avila R., Agabi A., Sarazin M., 1998, A&A, 336, L49-L52
- Mariotti J. M., di Benedetto G., 1984, IAU Coll. 79, p.257
- Nicholls T. W. and Boreman G. D. and Dainty J. C., 1995, Optics Letters, 20, p.2460-2462
- Press W., Teukolsky S., Vetterling W., Flannery B., 1992, Numerical recipes in C (Cambridge Univ. Press)
- Rodder F., 1981, Progress in optics, v.19 (Amsterdam, North-Holland Publishing Co.), p.281-376

6 *J. Maire et al.*

Voitsekhovich V. V., 1995, J. Opt. Soc. Am. A, 12, p.1346
Ziad A., Conan R., Tokovinin A., Martin F., Borgnino J.,
2000, Appl. Opt., 39, p.5415-5425
Ziad A., Borgnino J., Martin F., Maire J., Mourard D.,
2004, A&A, 414, L33-L36

3.3 Note sur les relations entre les échelles externes locales et l'échelle externe au sol

Les déformations à grandes échelles du front d'onde sont gouvernées par les effets de l'échelle externe de cohérence spatiale $\mathcal{L}_0$ du front d'onde. L'échelle externe est un paramètre important dans l'évaluation des performances observationnelles des grands télescopes. La future génération de systèmes d'Optique Adaptative fera appel à une connaissance volumique des déformations du front d'onde (techniques de tomographie, systèmes d'Optique Adaptative Multi-Conjuguée, J. M. Beckers 1988 [14], R. Ragazzoni *et al* 2005 [117]). La mesure de la distribution verticale de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde (Sect.4) est utile pour la spécification des contraintes techniques, l'évaluation des performances et l'optimisation de tels instruments.

Une description multi-couche de l'atmosphère est nécessaire. Il est utile de comparer les mesures de profils d'échelles externes avec les valeurs de l'échelle externe résultante au sol. Une relation théorique entre ces échelles a été trouvée par J. Borgnino (1990 [24]).

L'instrument GSM est dédié à la mesure de l'échelle externe et différentes campagnes de mesure ont été menées dans le monde. La modélisation des effets atmosphériques utilisée pour extraire la valeur de l'échelle externe utilise une description mono-couche de l'atmosphère où l'échelle externe est considérée indépendante de l'altitude.

3.3.1 Spectres des fluctuations de phase et d'Angle d'Arrivée

Dans le cas d'observations astronomiques, les fluctuations résultantes au sol produites par plusieurs couches turbulentes s'ajoutent linéairement (F. Roddier, 1981 [126]) et les effets résultant au sol sont décrits par la somme des spectres correspondant à chaque altitude. Le spectre total des fluctuations est $W(\vec{f}) = \sum_h W(\vec{f}, h)$, lorsque la propagation de Fresnel n'est pas pris en compte. Dans le cas d'une description multi-couche de l'atmosphère utilisant le modèle de turbulence de Kolmogorov, le spectre résultant au sol est décrit par le même modèle, avec une amplitude qui est la somme des valeurs de C_n^2 correspondant à chaque altitude. Des écarts importants au modèle de Kolmogorov ont été mesurés pour de grandes bases (voir Sect.2.1) et rendent nécessaire l'utilisation d'une échelle externe dans la modélisation des effets optiques provoqués par les couches turbulentes. Toutefois, la somme de deux (ou plusieurs) spectres de vK n'est pas un spectre de vK, excepté dans le cas où toutes les échelles en altitudes sont égales. Cette remarque peut être généralisée à tous les autres modèles usuels (utilisés par exemple par V. Voitsekhovich 1995 [159]) faisant intervenir une échelle externe. Démontrons-le en développant le spectre des fluctuations de phase et montrons qu'il est cependant possible d'établir des relations entre la distribution verticale de l'échelle et l'échelle résultante au sol, valables dans certains domaines fréquentiels.

Nous utilisons la formule du binôme généralisé permettant de développer une puissance réelle (ou complexe) d'une somme de deux termes sous forme d'une somme de séries. Elle est une généralisation de la formule du binôme de Newton. Pour tous réels (ou complexes) r , x et y ($y \neq 0$) tels que $|x/y| < 1$, on a

$$(x + y)^r = \sum_{k=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} r \\ k \end{bmatrix} x^k y^{r-k} \quad (3.1)$$

où $\begin{bmatrix} r \\ k \end{bmatrix} = \frac{r(r-1)\dots(r-k+1)}{k!}$ est le coefficient binomial (avec $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} = 1$, $\begin{bmatrix} r \\ 1 \end{bmatrix} = r$).

Cette formule peut s'appliquer pour développer les spectres des fluctuations de phase et d'AA dans les cas des modèles de vK et GT. Ainsi le spectre des fluctuations de phase dans le modèle de

vK

$$W_\varphi(\vec{f}) = \eta(h) \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right]^{-11/6}. \quad (3.2)$$

où $\eta(h) = 0.38\lambda^{-2}C_n^2(h)\delta h$, peut se développer sous la forme

$$W(\vec{f})_{f \leq \frac{1}{\mathcal{L}_0}} = \eta(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6k} \right] f^{2k} \mathcal{L}_0^{\frac{11}{3}+2k} \quad (3.3)$$

et

$$W(\vec{f})_{f \geq \frac{1}{\mathcal{L}_0}} = \eta(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6k} \right] f^{-\frac{11}{3}-2k} \mathcal{L}_0^{-2k} \quad (3.4)$$

On vérifie bien que lorsque $f = \frac{1}{\mathcal{L}_0}$, les parties basse et haute fréquences du spectre sont strictement égales.

Les séries obtenues à partir des Eq.3.3 et 3.4 sont convergentes quelle que soit f . Cependant, pour une application numérique, k ne peut être choisi infini. La Fig.3.1 représente l'erreur relative $\delta W(\vec{f}) = [W_\varphi(\vec{f}) - W(\vec{f})] / W_\varphi(\vec{f})$ due au développement fini, lorsque k n'est pas suffisamment élevé par rapport au pas d'échantillonnage du spectre. L'erreur relative est plus importante

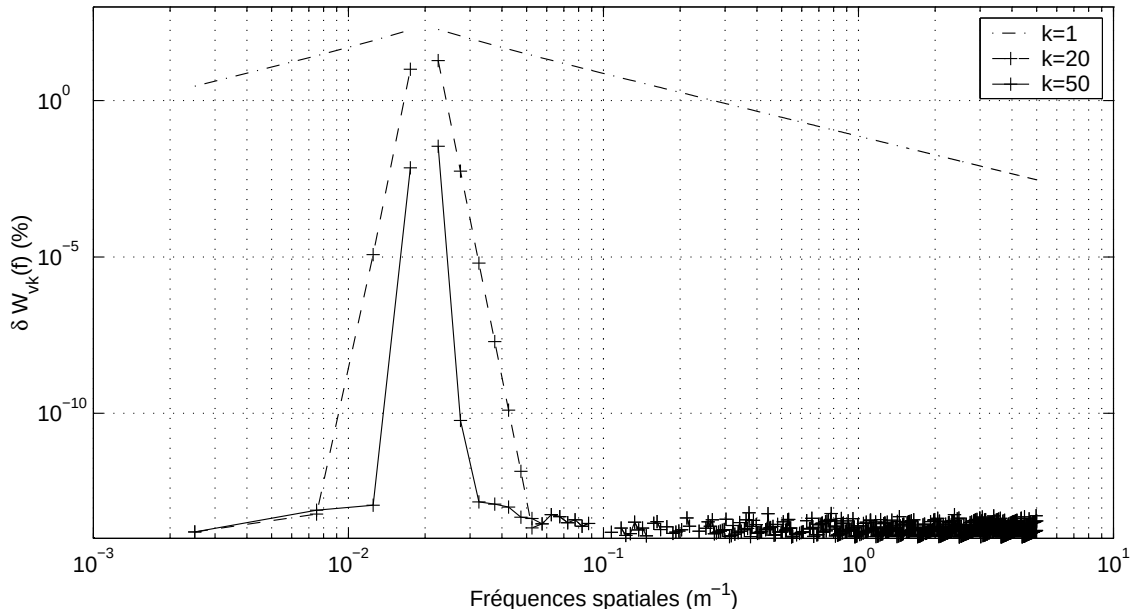


FIG. 3.1 – Erreur relative du spectre due au développement fini, échantillonné avec un pas $\Delta f = 0.005m^{-1}$ pour différents ordres de développement k lorsque $\mathcal{L}_0 = 50m$ dans le cas du modèle de von Kármán. L'erreur relative est inférieure à 0.1% pour un ordre du développement $k = 50$ et pour toutes les fréquences spatiales.

lorsque f tend vers $\frac{1}{\mathcal{L}_0}$. On constate alors une erreur relative non-nulle autour de $f = \frac{1}{\mathcal{L}_0}$ lorsque k est choisi trop petit par rapport à l'échantillonnage en fréquence désiré du spectre. Le développement doit alors être poussé jusqu'à un ordre k suffisamment élevé pour que la largeur du pic d'erreur soit inférieure au pas d'échantillonnage en fréquence utilisé.

Si plusieurs couches turbulentes sont considérées, le spectre total résultant au sol est donné par les séries convergentes,

– pour $f \leq \inf \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$,

$$W(\vec{f}) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{2k} \sum_h \eta(h) \mathcal{L}_0(h)^{\frac{11}{3}+2k} \quad (3.5)$$

– pour $f \geq \sup \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$,

$$W(\vec{f}) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{-\frac{11}{3}-2k} \sum_h \eta(h) \mathcal{L}_0(h)^{-2k} \quad (3.6)$$

On démontre à partir de l'Eq.3.5 que la somme de deux (ou plusieurs) spectres issus du modèle de vK n'est pas un spectre vK : en effet, cette somme s'écrit pour deux couches turbulentes d'altitudes h_1 et h_2 (Eq.3.5),

$$\begin{aligned} W(\vec{f}) &= \left(\eta(h_1) \mathcal{L}_0(h_1)^{\frac{11}{3}} + \eta(h_2) \mathcal{L}_0(h_2)^{\frac{11}{3}} \right) \\ &\quad - \frac{11}{6} f^2 \left(\eta(h_1) \mathcal{L}_0(h_1)^{\frac{17}{3}} + \eta(h_2) \mathcal{L}_0(h_2)^{\frac{17}{3}} \right) \\ &\quad + \frac{187}{72} f^4 \left(\eta(h_1) \mathcal{L}_0(h_1)^{\frac{23}{3}} + \eta(h_2) \mathcal{L}_0(h_2)^{\frac{23}{3}} \right) + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

Or si on admet que $\mathcal{L}_0$ est l'échelle externe résultante au sol dans le cadre du même modèle vK, elle doit vérifier pour chacun des termes du développement en k

$$\mathcal{L}_0^{\frac{11}{3}+2k} = \frac{\eta(h_1)}{\eta(h_1) + \eta(h_2)} \mathcal{L}_0(h_1)^{\frac{11}{3}+2k} + \frac{\eta(h_2)}{\eta(h_1) + \eta(h_2)} \mathcal{L}_0(h_2)^{\frac{11}{3}+2k} \quad \forall k \quad (3.8)$$

pour tout k, ce qui n'est possible que dans le cas où les échelles en altitude sont égales, i.e. si l'échelle est indépendante de l'altitude (cas "mono-couche"). La Fig.3.2 illustre graphiquement le comportement non-vK de la somme de 2 spectres vK, accentué par les valeurs extrêmes d'échelles choisies. Le cas du spectre des fluctuations d'AA peut se déduire du spectre des fluctuations de phase par (F. Roddier 1981 [126], Eq.1.20),

$$W_{AA}(\vec{f}, h)_{x,y} = \lambda^2 f_{x,y}^2 W_\varphi(\vec{f}, h). \quad (3.9)$$

Toutefois, pour certaines parties fréquentielles du spectre, il est possible d'établir des relations entre la somme des spectres des couches turbulentes et un spectre selon le même modèle avec une échelle indépendante de l'altitude. En effet, le développement au premier ordre en k du spectre (Eq.3.5, $f \leq \inf \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$) permet d'obtenir l'approximation

$$\mathcal{L}_0 \approx \left[\frac{\sum_h \delta h C_n^2(h) \mathcal{L}_0(h)^n}{\sum_h \delta h C_n^2(h)} \right]^{(1/n)} \quad (3.10)$$

avec $n = 11/3$. Cette approximation est bien justifiée dans la partie basse fréquence ($f < 1$) par le fait que le facteur f^{2k} tend vers zéro dans l'Eq.3.5 lorsque k augmente. Cette relation peut se formuler sous forme d'une intégrale continue sur l'altitude h lorsque δh tend vers zero.

Pour les fréquences spatiales $f \geq \sup \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$ (Eq.3.6), on retrouve au premier ordre le spectre en $f^{-11/3}$ du modèle de Kolmogorov.

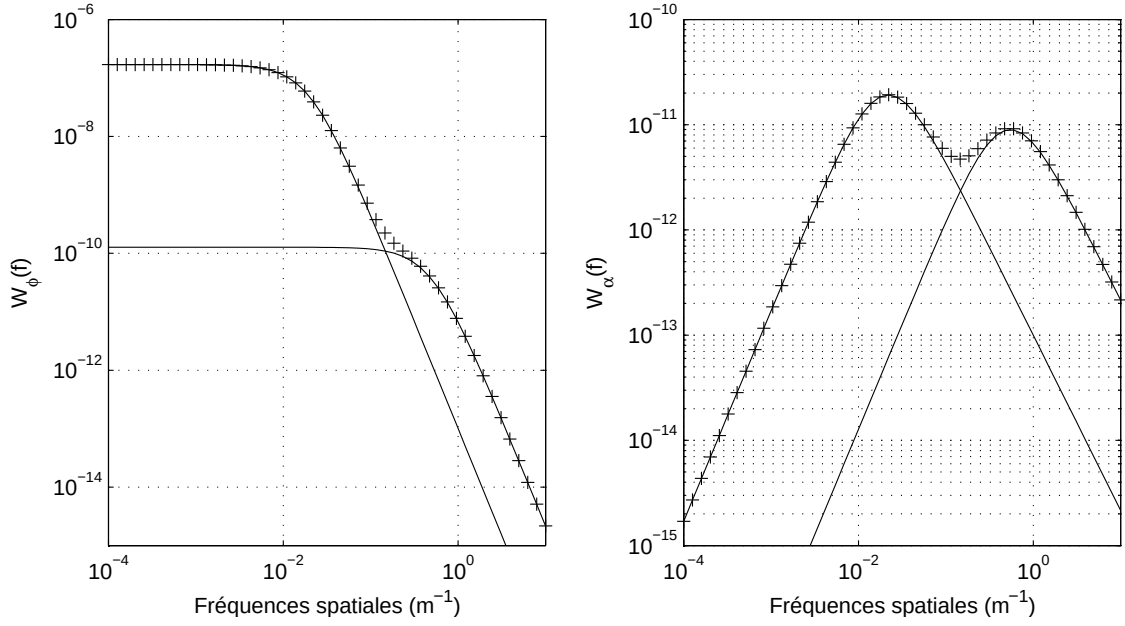


FIG. 3.2 – La somme (croix) de 2 spectres de von Kármán (trait plein, $\mathcal{L}_0(h_1) = 50m$, $\mathcal{L}_0(h_2) = 2m$, $C_n^2(h_2)/C_n^2(h_1) = 100$) n'est pas un spectre de von Kármán. Le spectre des fluctuations de phase est représenté sur la figure de gauche et le spectre des fluctuations d'AA sur la figure de droite.

La formule du binôme généralisé permet aussi de développer le spectre des fluctuations de phase du modèle GT sous la forme

$$W(\vec{f})_{f \leq \frac{1}{\mathcal{L}_0}} = \eta(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{k-\frac{11}{6}} \mathcal{L}_0^{\frac{11}{6}+k} \quad (3.11)$$

et

$$W(\vec{f})_{f \geq \frac{1}{\mathcal{L}_0}} = \eta(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{-\frac{11}{3}-k} \mathcal{L}_0^{-k} \quad (3.12)$$

Comme dans le cas du modèle vK, on vérifie bien que lorsque $f = \frac{1}{\mathcal{L}_0}$, les parties basse et haute fréquences du spectre sont strictement égales.

Dans le cas multi-couche, le spectre GT résultant au sol peut s'écrire,

– lorsque $f \leq \inf \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$,

$$W(\vec{f}) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{k-\frac{11}{6}} \sum_h \eta(h) \mathcal{L}_0(h)^{\frac{11}{6}+k} \quad (3.13)$$

– lorsque $f \geq \sup \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$,

$$W(\vec{f}) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[-\frac{11}{6} \right] f^{-k-\frac{11}{3}} \sum_h \eta(h) \mathcal{L}_0(h)^{-k} \quad (3.14)$$

La partie intermédiaire du spectre, lorsque $\inf \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i \leq f \leq \sup \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$, est une combinaison des Eq.3.11 et 3.12 qui dépend des valeurs des échelles externes $\mathcal{L}_0(h_i)$.

Le développement au premier ordre en k du spectre total GT permet de retrouver l'Eq.3.10, lorsque $f \leq \inf \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$, avec $n = \frac{11}{6}$. Pour les hautes fréquences ($f \geq \sup \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}_0(h_i)} \right\}_i$), on retrouve le spectre de Kolmogorov en $f^{-\frac{11}{3}}$.

Dans le cas du modèle exponentiel, on se restreint à trouver une relation entre les échelles valable uniquement pour les très basses fréquences. Un développement limité du spectre exponentiel en $f = 0$ permet d'obtenir

$$W(\vec{f})_{f \rightarrow 0} = \eta(h) f^{-\frac{11}{3}} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k!} f^{2k} \mathcal{L}_0^{2k} \quad (3.15)$$

En se limitant au premier ordre du développement, on trouve à nouveau l'Eq.3.10 avec $n = 2$, valable uniquement pour les très basses fréquences dans le cas du modèle exponentiel.

3.3.2 Fonctions de filtrage du spectre

Les quantités statistiques mesurables liées au front d'onde, telles que la fonction de structure, la variance ou la covariance des fluctuations de phase ou des AA, sont modélisées par l'intégrale sur les fréquences spatiales du produit du spectre total $W_{\varphi,\alpha}$ des fluctuations correspondantes par des fonctions de filtrage dépendantes de paramètres instrumentaux et expérimentaux tels que le diamètre des télescopes ($P(f, D)$) ou la base entre les points de mesure ($F(f, B)$), J. Borgnino *et al* 1992 [29], R. Avila *et al* [11]). Ces quantités peuvent donc s'écrire

$$Q_{\varphi,\alpha}(B, D, \mathcal{L}_0) = \pi \lambda^2 \int_0^{+\infty} dh \int_0^{+\infty} f W_{\varphi,\alpha}(f, C_n^2(h), \mathcal{L}_0(h)) F(f, B) P(f, D) df \quad (3.16)$$

Ces fonctions de filtrage F et P donnent un poids dans l'intégrale plus considérable à certaines bandes de fréquence de la densité spectrale $W_{\varphi,\alpha}$. Nous allons mettre en évidence dans cette section que, dans certains cas, l'intégrand de la quantité $Q_{\varphi,\alpha}$ considérée pourra être ajusté avec précision en utilisant un spectre de type mono-couche et les relations entre les échelles locales et les échelles au sol trouvées précédemment pourront s'appliquer pleinement. Les fonctions de filtrage les plus utilisées sont décrites ci-après de manière à faire apparaître les différents cas possibles qui donneront une fonction totale de filtrage passe-haut, passe-bas ou passe-bande.

A. Filtrage pupillaire

La fonction de filtrage pupillaire apparaît dans la modélisation dès lors que l'on prend en compte une mesure effectuée avec une ouverture. Pour une ouverture circulaire de diamètre D , la fonction de filtrage relative aux fluctuations de phase ou d'AA peut s'écrire $G_1(f, D) = \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2$ (J. Borgnino *et al* 1992 [29], R. J. Sasiela 1994 [140]). Il s'agit d'une moyenne de l'observable sur la pupille. Elle apparaît pour calculer des grandeurs statistiques relatives aux fluctuations de phase ou d'AA. Certaines grandeurs utilisées en OA, par exemple la variance du tilt (R. J. Sasiela 1994 [140]), font intervenir la fonction $G_2(f, D) = \left[\frac{2J_2(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2$. La Fig.3.3 représente ces fonctions de filtrage pupillaire pour différents diamètres de télescope. On remarque que lorsque le diamètre augmente, la fréquence de coupure du filtre (passe-bas pour G_1) diminue. La fonction de filtrage pupillaire va agir sur la densité spectrale atmosphérique comme un filtre passe-bas. Lorsque le diamètre est relativement grand, le poids des hautes fréquences de la densité spectrale atmosphérique $W_{\varphi,\alpha}$ dans l'intégrale (Eq.3.16) est alors négligeable. Ainsi, la contribution majeure dans

l'intégrale du spectre total est dominée par la partie basse fréquence. Lorsque le diamètre est relativement petit, de l'ordre du mètre et moins, la fonction de filtrage pupillaire va augmenter le poids de la partie haute fréquence du spectre total, ajustable par le modèle de Kolmogorov.

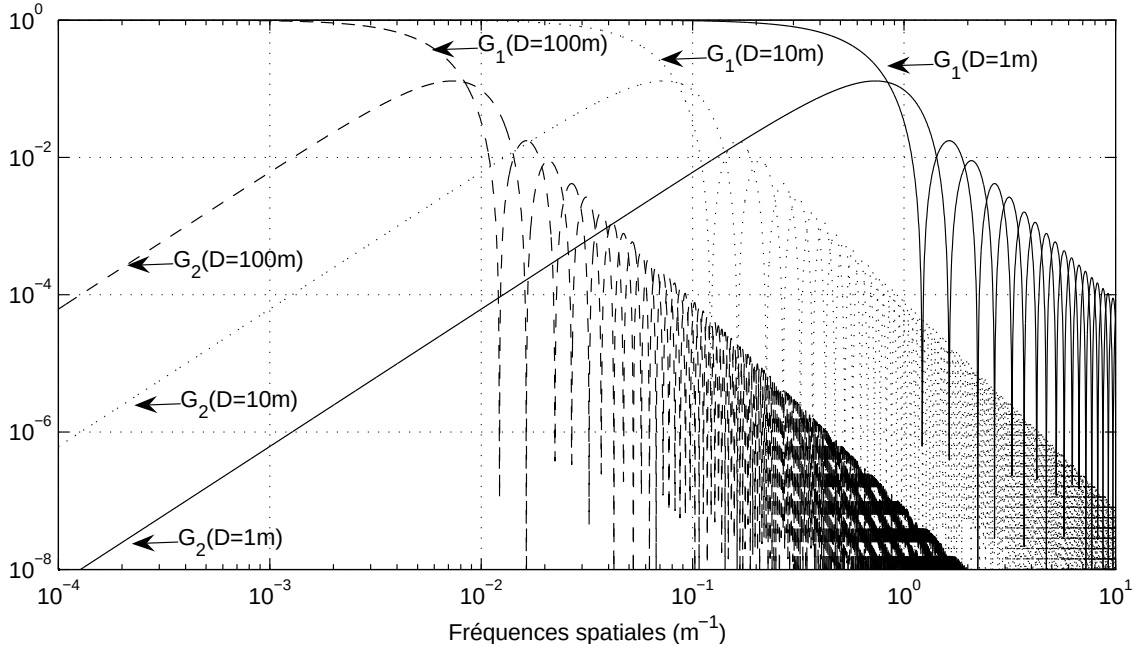


FIG. 3.3 – Fonctions de filtrage pupillaire $G_1(f, D)$ et $G_2(f, D)$ pour différents diamètres de télescope. Lorsque le diamètre des télescopes augmente, les hautes fréquences sont filtrées par un effet de moyenne des fluctuations de phase ou d'AA sur la pupille.

B. Filtrage dû à la base

On étudie le cas de deux quantités relatives au front d'onde. Dans le cas de la fonction de structure des fluctuations de phase, le filtrage dû à la base B peut s'écrire (R. Conan *et al* 2000 [43]) $F_\varphi(f, B) = [1 - J_0(2\pi Bf)]$. Dans le cas des covariances des fluctuations d'AA, la fonction s'écrit (R. Avila *et al* 1997 [11]) $F_{AA}(f, B) = [J_0(2\pi fB) + \cos(2\gamma)J_2(2\pi fB)]$ où γ représente l'angle entre la base et la direction de mesure des AA. Ces fonctions sont représentées sur la Fig. 3.4 pour différentes valeurs de base et pour $\gamma = 0$ (cas longitudinal) et $\gamma = \pi/2$ (cas transverse).

On remarque dans tous les cas, que lorsque la base augmente, le poids donné par ces fonctions de filtrage aux basses fréquences du spectre augmente. Les mesures effectuées sur de grandes bases donnent en effet accès aux basses fréquences spatiales.

Les mêmes remarques s'appliquent au cas où l'on considère les fluctuations le long d'une source étendue. Il est en effet possible d'introduire le filtrage dû à la séparation angulaire θ (A. Bouzid *et al* 2002 [32]) entre différentes directions d'observation où la variable B peut être remplacée par le produit θh (cas du limbe lunaire, voir Sect. 4.1).

C. Filtrage dû à la propagation de Fresnel

Cette étude ne tient pas compte du terme $\cos^2(\pi\lambda h f^2)$ de filtrage dû à la propagation de Fresnel puisque aux longueurs d'onde considérées ce terme n'a pour effet que de filtrer les très hautes fréquences. Quelques exemples sont illustrés sur la Fig. 3.5 pour différentes altitudes de couches

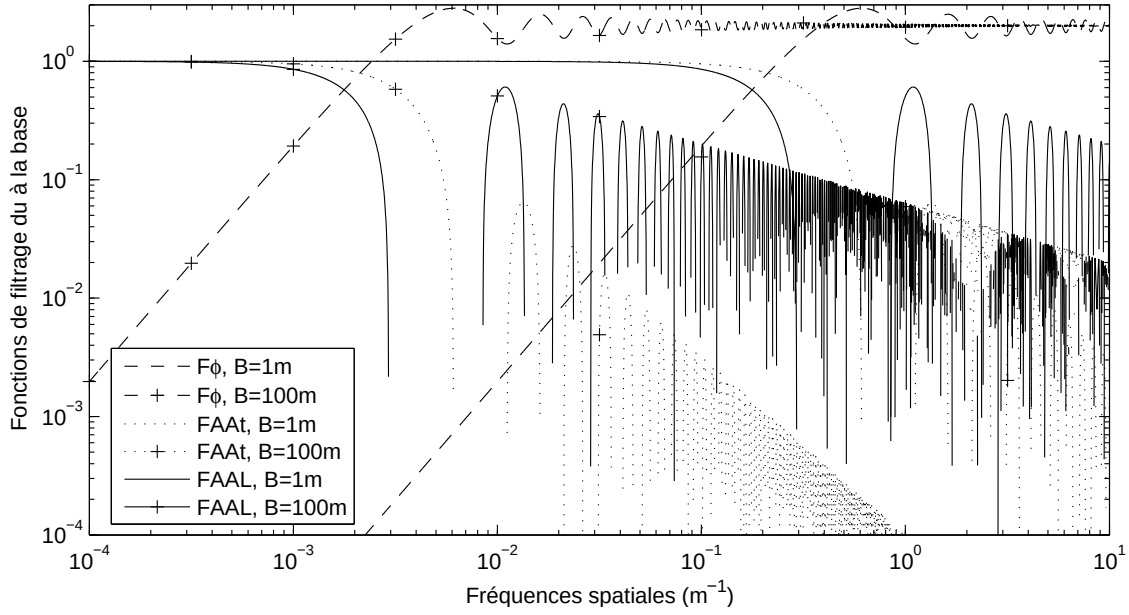


FIG. 3.4 – Fonctions de filtrage dues à la base dans le cas de la fonction de structure de la phase et dans le cas des covariances des AA, pour $B = 1m$ et $B = 100m$. On remarque que lorsque la base augmente, le poids donné aux basses fréquences du spectre par ces fonctions de filtrage augmente.

turbulentes et $\lambda = 0.5\mu m$. Ainsi, on prend dans la suite $\cos^2(\pi\lambda h f^2) = 1$ ce qui n'affecte pas les conclusions de cette note.

On a vu que selon la grandeur statistique mesurée et la valeur des paramètres expérimentaux, le spectre des fluctuations est filtré suivant une certaine bande spectrale. Dans le cas des très grands télescopes, un poids plus important est donné aux basses fréquences du spectre, étant elles-mêmes les fréquences de plus grandes amplitudes. De même lorsque l'on augmente la base de mesure. Ainsi, dans ces cas, il est possible d'ajuster le spectre total multi-couche par un spectre "mono-couche" du même modèle en utilisant une échelle externe donné par l'Eq.3.10, avec $n = 11/3$ pour le modèle de turbulence de vK , $n = 11/6$ pour le modèle de GT ou $n = 2$ pour le modèle Ex. Dans le cas d'un filtrage passe-haut (valeurs faibles de D et B), le modèle de Kolmogorov est bien adapté pour décrire les spectres en altitude ainsi que leur somme dans le domaine inertiel.

3.3.3 Grandeurs statistiques relatives au front d'onde

A. Fonction de structure des fluctuations de phase

La fonction de structure de la phase a été développée en série par Conan *et al* (2000 [43]) : ils se sont intéressés à trois régimes possibles dépendant des paramètres atmosphériques (r_0 , $\mathcal{L}_0$) et expérimentaux (B et D).

$$\begin{aligned}
 (a) \quad D \ll B \ll \mathcal{L}_0/\pi : \quad D_\varphi^{vK}(\vec{B}) &= 6.88 \left(\frac{B}{r_0}\right)^{5/3} \left[1 - 1.49 \left(\frac{B}{\mathcal{L}_0}\right)^{1/3}\right] \\
 (b) \quad D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B : \quad D_\varphi^{vK}(\vec{B}) &= 0.17 \left(\frac{\mathcal{L}_0}{r_0}\right)^{5/3} \\
 (c) \quad \mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B : \quad D_\varphi^{vK}(\vec{B}) &= 0.06 \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3} \left(\frac{D}{\mathcal{L}_0}\right)^{-11/3}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Pour le cas multi-couche, on considère ces relations valables pour chacune des couches turbulentes d'altitude h , d'épaisseur δh , avec un r_0 "local" lié à la valeur de $C_n^2(h)$ (Eq.1.25). Ces

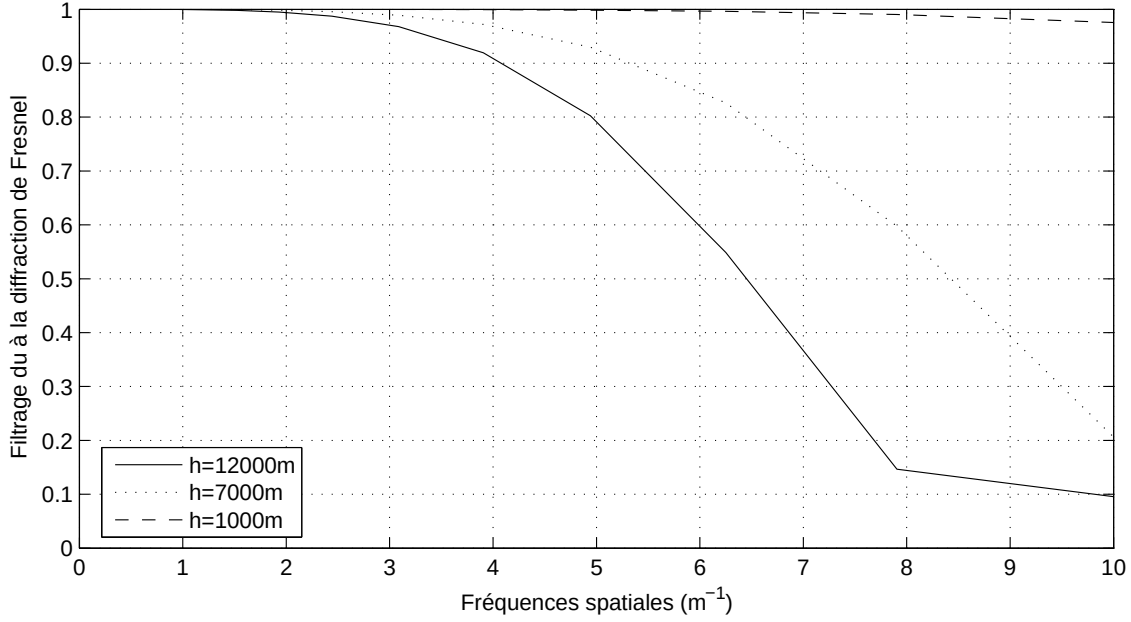


FIG. 3.5 – Filtrage dû à la propagation de Fresnel pour différentes altitudes des couches turbulentes ($\lambda = 0.5\mu m$).

formules asymptotiques deviennent alors :

$$\begin{aligned}
 (a) \quad D \ll B \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi : \quad & D_\varphi^{vK}(\vec{B}, h) = 2.91 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 C_n^2(h) \delta h B^{5/3} \left[1 - 1.49 \left(\frac{B}{\mathcal{L}_0(h)}\right)^{1/3}\right] \\
 (b) \quad D \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi \ll B : \quad & D_\varphi^{vK}(\vec{B}, h) = 0.072 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 C_n^2(h) \delta h \mathcal{L}_0(h)^{5/3} \\
 (c) \quad \mathcal{L}_0(h)/\pi \ll D \ll B : \quad & D_\varphi^{vK}(\vec{B}, h) = 0.025 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 C_n^2(h) \delta h \frac{1}{D^2} \mathcal{L}_0(h)^{11/3}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Puisque le spectre total des fluctuations de phase est la somme des spectres correspondants aux couches en altitude, la fonction de structure au sol est la somme des fonctions de structure dues aux couches turbulentes. Dans le cas de grandes valeurs d'échelles externes ou pour de petits télescopes et de petites bases ($D \ll B \ll \mathcal{L}_0/\pi$, Eq.3.18a), on retrouve l'Eq.3.10 avec $n = -1/3$. Il s'agit alors de la relation trouvée par J. Borgnino (1990 [24]) qui avait été établie à partir du calcul de la variance et dans le cas du modèle de Kolmorov-Tatarskii.

A partir des Eq.3.18c, on retrouve l'Eq.3.10 avec $n = 11/3$ dans le cas des grands télescopes ($\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$). Dans le cas intermédiaire ($D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B$, Eq.3.18b), l'Eq.3.10 est donné avec $n = 5/3$. Cette valeur intermédiaire de n a déjà été obtenue différemment par V.P. Lukin (1992 [89]).

Il est donc possible d'ajuster une fonction de structure calculée pour différentes couches turbulentes par une fonction de structure "mono-couche" pour une échelle externe donnée par l'Eq.3.10 avec $-1/3 \leq n \leq 11/3$ lorsque $D < B$. La Fig.3.6 représente l'effet des fonctions de filtrage sur la valeur de n permettant de se ramener au cas "mono-couche" lorsqu'on considère deux couches turbulentes d'altitudes h_1 et h_2 . Le spectre des fluctuations de phase, l'intégrant de la fonction de structure et la fonction de structure pour différentes bases sont représentés dans le cas des très grands télescopes. L'effet des fonctions de filtrage donne plus de poids aux basses fréquences et la fonction de structure totale, somme des fonctions de structure dues aux couches turbulentes, est mieux ajustée lorsque $n = 11/3$.

Une grandeur permettant de caractériser l'erreur relative due à une description "mono-couche"

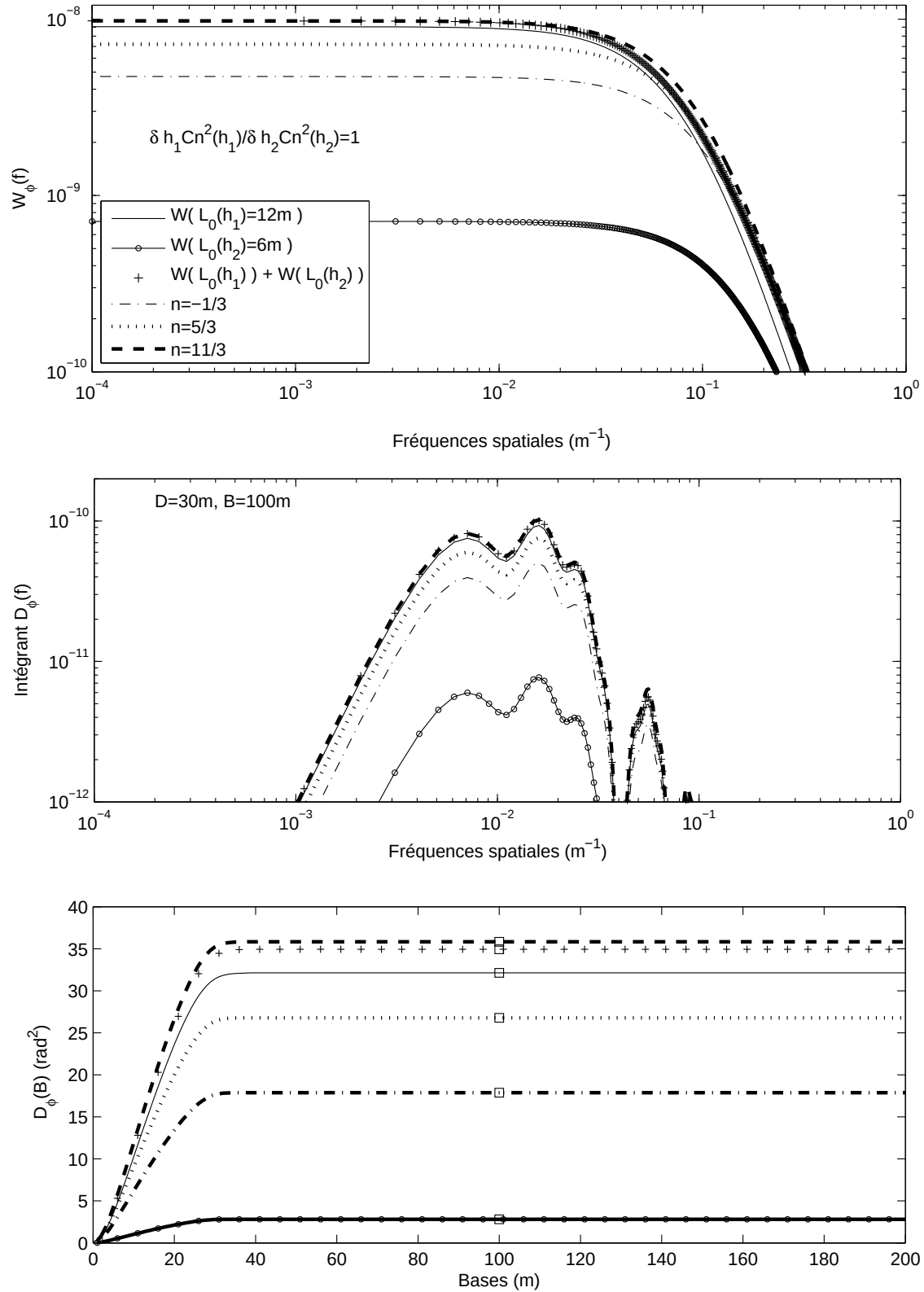


FIG. 3.6 – *En haut* : Spectres des fluctuations de phase (modèle vK) pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 12m$ et $\mathcal{L}_0(h_2) = 6m$ ainsi que leur somme (*croix*) comparée avec des spectres "mono-couche" ($n = -1/3, 5/3, 11/3$). *Au milieu* : Intégrant des fonctions de structure lorsque $D = 30m$ et $B = 100m$. L'intégrant total est ici bien ajusté par un intégrant "mono-couche" avec $n = 11/3$. *En bas* : Fonctions de structure des fluctuations de phase et ajustements possibles. Dans le cas des grands télescopes, $n = 11/3$ est bien adapté.

de l'atmosphère peut être définie par

$$E_{\varphi}(B, \mathcal{L}_0^{Eq}, D) = \frac{D_{\varphi}(B, h_1, \mathcal{L}_0(h_1), D) + D_{\varphi}(B, h_2, \mathcal{L}_0(h_2), D) - D_{\varphi}(B, \mathcal{L}_0^{Eq}, D)}{(D_{\varphi}(B, h_1, \mathcal{L}_0(h_1), D) + D_{\varphi}(B, h_2, \mathcal{L}_0(h_2), D))} \quad (3.19)$$

où $\mathcal{L}_0^{Eq}$ est l'échelle externe "mono-couche" équivalente obtenue à partir de l'Eq.3.10. La Fig.3.7 illustre l'erreur relative E_{φ} dans 3 configurations expérimentales possibles (Eq.3.18).

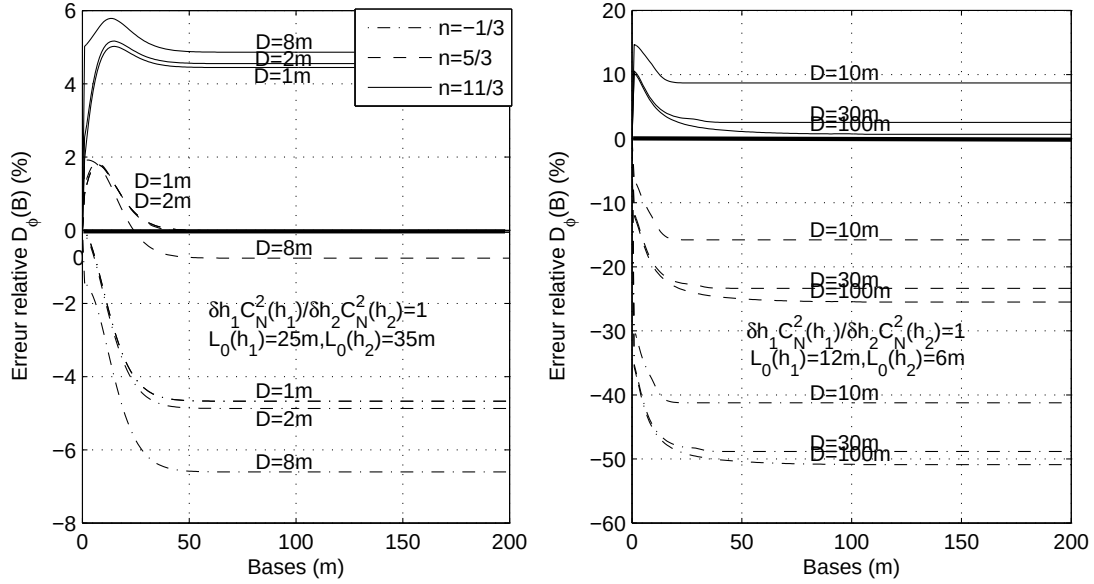


FIG. 3.7 – Erreurs relatives de la fonction de structure des fluctuations de phase, dues à une description "mono-couche" de l'échelle, pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 25m$, $\mathcal{L}_0(h_2) = 35m$, et $D = 1, 2, 8m$ (à gauche) en comparaison avec la somme totale des fonctions de structure correspondante ainsi que pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 15m$, $\mathcal{L}_0(h_2) = 10m$, et $D = 10, 30, 100m$ (à droite). Dans le premier cas (à gauche), l'erreur est plus faible lorsque $n = 5/3$ pour les grandes bases et $n = -1/3$ pour les bases plus petites. Dans le second cas considéré (à droite), l'erreur atteint 50% si la somme des fonctions de structure est ajustée par une fonction de structure de type "mono-couche" avec $n = -1/3$. Cette erreur est la plus faible pour $n = 11/3$, dans ce cas de type "grands télescopes".

B. Covariance des fluctuations d'AA

Une approche similaire peut être adoptée dans le cas des covariances des fluctuations d'AA. En effet, la fonction de filtrage due à la base dans le cas des covariances (longitudinales ou transverses) filtre d'autant plus les hautes fréquences que la base est grande. Ainsi, pour les grands télescopes et les grandes bases de mesure, on doit retrouver les mêmes valeurs de n . Pour les fortes valeurs d'échelle externe, le développement de la covariance dans le cadre du modèle vK (J. Borgnino *et al* 1992 [29]) permet de retrouver $n = -1/3$. La Fig.3.8 permet d'illustrer le cas des grands télescopes. Sur la figure de gauche sont représentées les covariances produites par deux couches turbulentes, leur somme et les ajustements possibles par un modèle "mono-couche". En raison de l'annulation de la fonction pour certaines bases, l'erreur *absolue* est donnée dans chaque cas (Fig. à droite). L'erreur est minimale lorsque la somme des covariances est ajustée par la covariance "mono-couche" avec $n = 11/3$.

L'erreur est ensuite calculée dans la configuration expérimentale de l'instrument GSM ($D = 0.1m$ et $0.25 < B(m) < 3$) sur la Fig.3.9. La valeur de n pour laquelle l'erreur est minimale

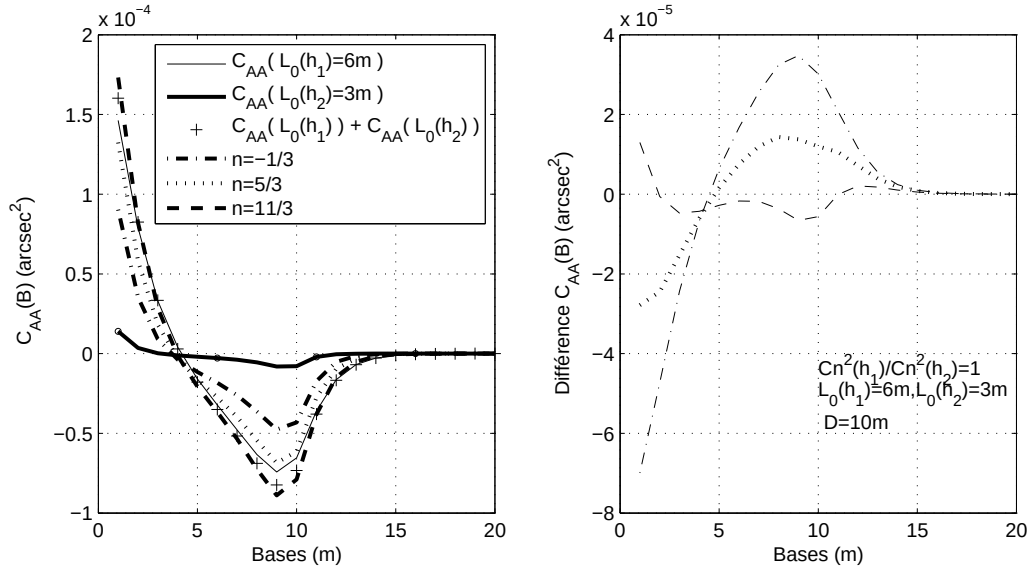


FIG. 3.8 – Somme des covariances longitudinales des fluctuations d'AA pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 6m$ et $\mathcal{L}_0(h_2) = 3m$ avec $D = 10m$ (à gauche). Erreur absolue associée à l'ajustement par des covariances calculées en utilisant une échelle externe déduite de l'Eq.3.10. Dans ce cas, l'erreur est minimale lorsque $n = 11/3$.

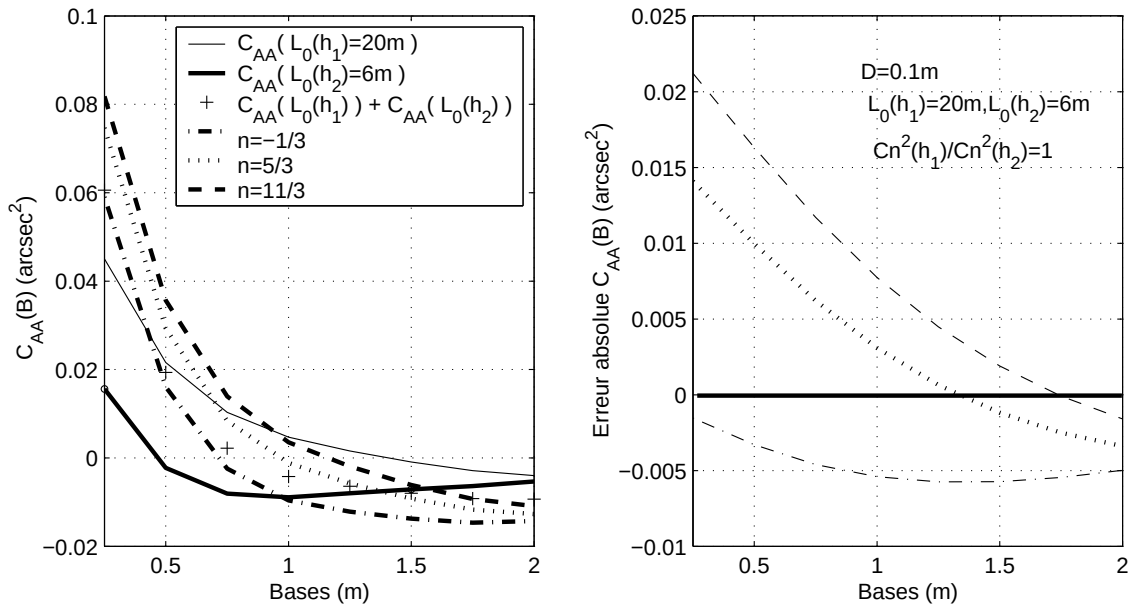


FIG. 3.9 – Somme des covariances longitudinales des fluctuations d'AA pour $\mathcal{L}_0(h_1) = 20m$ et $\mathcal{L}_0(h_2) = 6m$ avec $D = 0.1m$ (à gauche). Erreur absolue associée à l'ajustement par des covariances calculées en utilisant une échelle externe déduite de l'Eq.3.10. Dans ce cas, la valeur de n pour laquelle l'erreur est minimale dépend de la base.

dépend de la base de mesure. La valeur mesurée de l'échelle résultante au sol varie suivant le profil d'échelle externe et suivant la base et le diamètre utilisés des télescopes.

C. Echelles externes résultantes au sol

Pour un profil donné d'échelle externe, les valeurs d'échelle externe résultantes au sol diffèrent selon la valeur de n utilisée dans l'Eq.3.10 et selon le profil $C_N^2(h)$ utilisé. Seuls les cas particuliers pour lesquels les échelles externes sont indépendantes de l'altitude ou lorsqu'une seule couche a une valeur $C_N^2(h)$ non-nulle donnent au sol une échelle externe unique quelque soit n . Les écarts entre les échelles externes obtenues au sol peuvent être importants même si une couche possède une contribution dominante à l'énergie turbulente. Pour étudier les écarts entre les échelles externes obtenues suivant n , on peut considérer les contributions relatives de l'énergie turbulente C_N^2 répartie entre la couche limite ($h \leq 1km$) et l'atmosphère libre ($h > 1km$) pour différents sites astronomiques. On utilise les répartitions de l'énergie $C_N^2(h)$ analysées par A. Abahamid *et al* (2004 [3]). La Fig.3.10 représente les valeurs d'échelles résultantes au sol obtenues lorsque l'échelle externe est supposée constante dans la couche limite ($\mathcal{L}_0^{BL}$) et dans l'atmosphère libre ($\mathcal{L}_0^{FA}$). Une

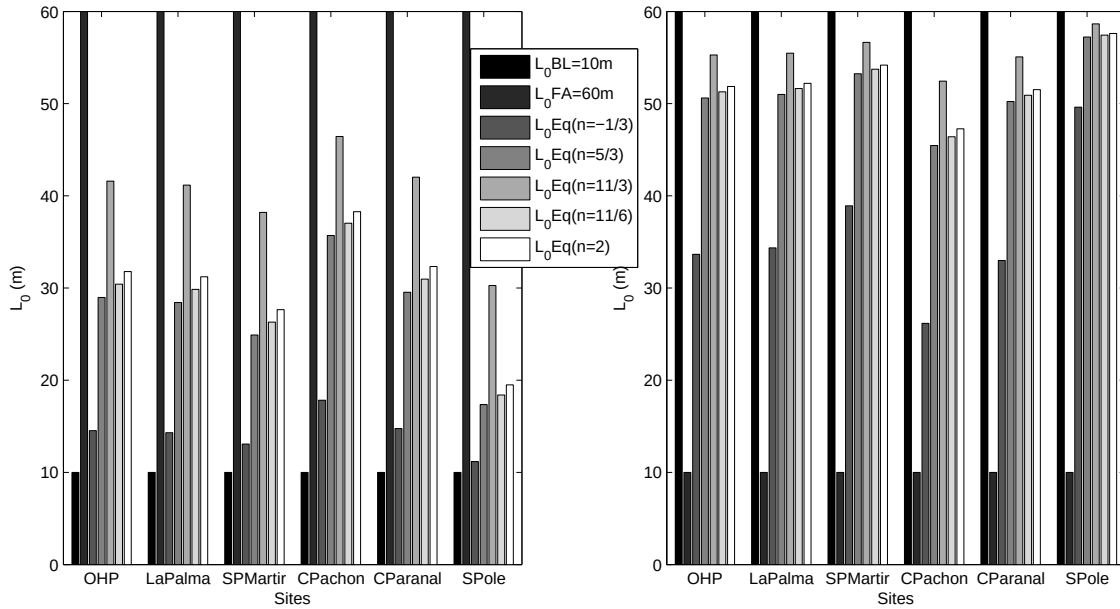


FIG. 3.10 – Exemples d'échelles externes résultantes au sol pour différentes valeurs de n (Eq.3.10) suivant les contributions énergétiques moyennes en altitude de la turbulence atmosphérique pour différents sites, lorsque $\mathcal{L}_0 = 60m$ est constante dans la couche limite et $\mathcal{L}_0 = 10m$ constante dans l'atmosphère libre (à gauche). Les contributions énergétiques utilisées pour ces couches sont issues de Abahamid *et al* (2004 [3]). À droite, les valeurs d'échelles sont inversées.

valeur relativement grande d'énergie C_n^2 pour une couche donne plus de poids à l'échelle correspondante dans l'Eq.3.10. Toutefois, l'écart entre les échelles résultantes restent important comme à Cerro Paranal où le rapport des contributions énergétiques est $\Sigma_{BL}\delta h C_N^2(h)/\Sigma_{FA}\delta h C_N^2(h) = 3$ (A. Abahamid *et al* 2004 [3]).

Lorsque l'on se rapproche d'une description monocouche de l'atmosphère (une valeur de $C_N^2(h)$ très dominante par rapport aux autres), les valeurs d'échelles résultantes tendent vers la valeur d'échelle correspondante à la couche. Au Pôle Sud, le rapport des contributions énergétiques mesurées par A. Abahamid *et al* (2004 [3]) est $\Sigma_{BL}\delta h C_N^2(h)/\Sigma_{FA}\delta h C_N^2(h) = 11.5$. Les valeurs d'échelles résultantes dans le cadre du modèle de vK sont alors comprises entre 11.2m

(pour $n = -1/3$) et 30.3m (pour $n = 11/3$) lorsque $\mathcal{L}_0^{BL} = 10m$ et $\mathcal{L}_0^{FA} = 60m$ et entre 49.6m ($n = -1/3$) et 58.6m ($n = 11/3$) lorsque les valeurs d'échelles dans les couches sont inversées. Les mêmes remarques s'appliquent dans le cas du site Dôme C en Antarctique où les mesures ballons effectuées par A. Agabi *et al* (2006 [4]) ont montré que les 36 premiers mètres d'altitude sont responsables de 87% de la turbulence ($\Sigma_{SL}\delta h C_N^2(h)/\Sigma_{FA}\delta h C_N^2(h) = 6.7$ où SL représente la couche superficielle).

Nous avons vu que pour une modélisation "monocouche" de C_N^2 ou de $\mathcal{L}_0$, la valeur de l'échelle au sol est la même pour tous instruments qui la mesurent (Fig.3.11, à gauche). Si les couches turbulentes de l'atmosphère sont caractérisées par des valeurs d'échelle différentes suivant l'altitude, la valeur "mono-couche" correspondante au sol est différente selon l'instrument qui la mesure (Fig.3.11, à droite). Les valeurs représentées sont obtenues en ajustant à la somme des fonctions de structure de la phase (ou des covariances AA) de chaque couche, une fonction de structure "monocouche" d'énergie $C_N^2(h_1)\delta h_1 + C_N^2(h_2)\delta h_2$. Les valeurs de n varient dans cet exemple entre 0.7 et 2.7. De plus, du fait des différentes fonctions de filtrage liées à l'observable (phase ou AA), de la valeur de la base, du diamètre des télescopes, l'échelle externe mesurée varie selon l'instrument utilisé. Si on tient compte d'une couche supplémentaire caractérisée par une échelle $\mathcal{L}_0(h_2) = 50m$ et une valeur de C_N^2 trois fois plus faible que celle de la première couche (avec une échelle $\mathcal{L}_0(h_2) = 5m$) les valeurs mesurées au sol sont dispersées entre 13.6m (covariance des AA, base de 0.5m) et 30.1m (fonction de structure de la phase, base de 100m).

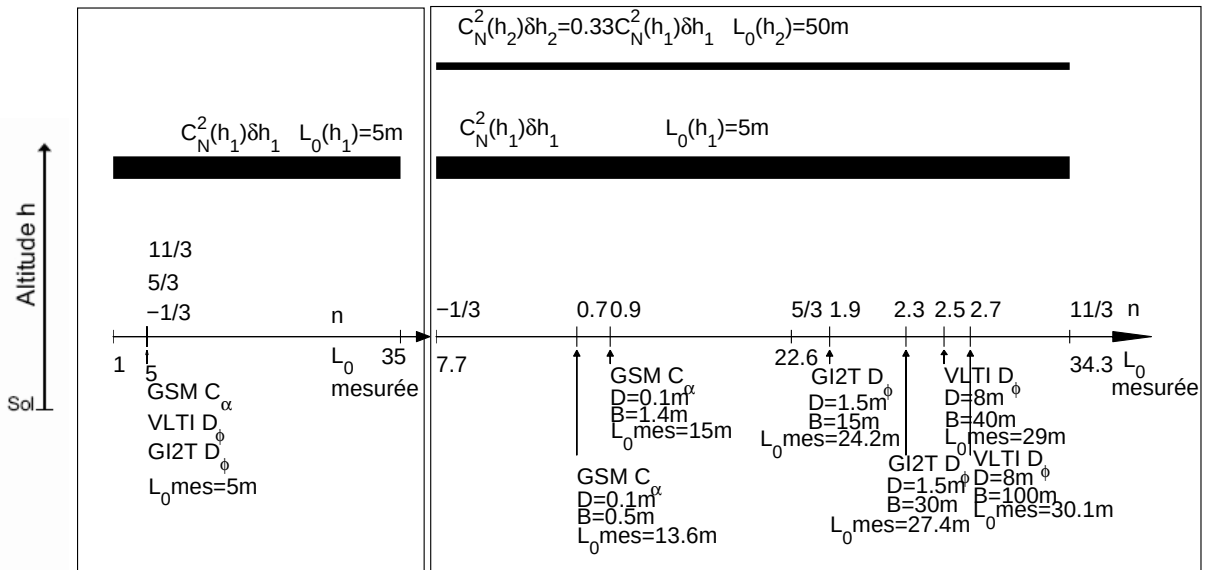


FIG. 3.11 – A gauche : Pour une modélisation "monocouche" de C_N^2 ou de $\mathcal{L}_0$, la valeur de l'échelle au sol est la même pour tous instruments qui la mesurent. Dans cet exemple, $\mathcal{L}_0 = 5m$. A droite : Si la turbulence optique dans chaque couche turbulente est décrite par le modèle vK avec une échelle externe différente, alors le modèle des fluctuations au sol est non-vK. Dans cet exemple, une couche supplémentaire de $C_N^2(h_2)\delta h_2$ trois fois plus faible que $C_N^2(h_1)\delta h_1$, avec une échelle externe $\mathcal{L}_0(h_2) = 50m$ est utilisée. Le modèle résultant au sol peut toutefois être ajusté par un modèle vK avec des valeurs d'échelles externes dispersées suivant les conditions expérimentales et atmosphériques. Si à chaque couche turbulente de l'atmosphère correspond une valeur différente d'échelle externe, la valeur d'échelle "monocouche" mesurée au sol est différente suivant l'instrument qui la mesure et suivant les valeurs de l'échelle externe en altitude.

3.3.4 Conclusions

Les fluctuations résultantes au sol produites par plusieurs couches turbulentes s'ajoutent linéairement. On a vu que la somme des spectres d'un modèle usuel de turbulence faisant intervenir une échelle externe (vK, GT et Ex) ne peut pas être décrite par le même modèle. Toutefois, selon la grandeur statistique mesurée et la valeur des paramètres expérimentaux, le spectre des fluctuations de phase (ou d'AA) est filtré suivant une certaine bande spectrale. Par exemple, dans le cas des très grands télescopes ou quand la base de mesure augmente, un poids plus important est donné aux basses fréquences du spectre. Ainsi, dans ces cas, il est possible d'ajuster le spectre total multi-couche par un spectre "mono-couche" du même modèle en utilisant une échelle externe donnée par l'Eq.3.10. La valeur du paramètre n dépend du modèle de turbulence utilisé et des conditions expérimentales. En effet, dans le cas du modèle vK, n tend vers $11/3$ pour les grands télescopes ($\frac{\mathcal{L}_0(h)}{\pi} < D$) et vers $-1/3$ pour les grandes valeurs d'échelles. Dans le cas des modèles GT et Ex pour les grands télescopes, n tend respectivement vers $11/6$ et 2 .

Puisque l'échelle externe résultante au sol mesurée dépend des conditions atmosphériques, mais aussi des paramètres instrumentaux (diamètre des télescopes, bases) et expérimentaux (observables : phase, AA), i.e. n'est pas purement atmosphérique, une description "mono-couche" de l'atmosphère (une seule valeur de $\mathcal{L}_0$ pour toute les couches de l'atmosphère) est dépendante de ces mêmes paramètres. Une valeur d'échelle "mono-couche" mesurée par un instrument n'est pas nécessairement valable pour une description des effets de la turbulence sur un autre instrument. Autrement dit, deux instruments utilisant le même principe de fonctionnement mais par exemple de tailles différentes, ne mesurent pas forcément la même valeur de l'échelle externe "mono-couche".

Il n'existe pas de relation purement atmosphérique entre les échelles externes locales et résultante au sol mais il est possible de trouver des relations dépendantes de l'observable et des conditions instrumentales. Il serait donc intéressant de pouvoir trouver un modèle de turbulence, utilisant des échelles externes, tel qu'une combinaison linéaire de son expression, ayant $\mathcal{L}_0(h)$ pour variables, appartiendrait encore à ce même modèle. Ce modèle doit respecter des règles de compatibilité avec le modèle de Kolmogorov dans le domaine inertiel ou lorsque l'échelle est infinie (V. Voitikhovich 1995 [159]).

Pour rendre compte des effets atmosphériques, une description utilisant les modèles usuels comportant une échelle externe "mono-couche" n'est valable que dans certaines conditions atmosphériques et expérimentales. Il convient d'adopter une description multi-couche des fluctuations dans la modélisation des corrélations et des grandeurs liées au front d'onde. Ainsi, la partie suivante est consacrée aux mesures de la distribution verticale de l'échelle externe à partir d'observation du bord de la Lune et des fluctuations d'AA déduites.

3.4 Conclusion

La modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique sur de grandes échelles spatiales a une grande importance pour les observations à Haute Résolution Angulaire.

Dans sa configuration standard, l'instrument GSM permet de mesurer les paramètres optiques de la turbulence atmosphérique dont l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde à partir d'un modèle supposé valide. Nous avons vu que l'expérience GSM est aussi bien adaptée à la vérification du modèle de turbulence. Une extension de sa configuration standard a permis de tester différents modèles de turbulence atmosphérique. De plus, il est possible d'obtenir une forme empirique de la fonction de structure des fluctuations de phase sur différentes échelles spatiales à partir de l'instrument GSM dans sa configuration standard.

Une approche multi-couche de l'échelle externe est proposée afin de rendre compte des effets optiques de la turbulence. Des relations avec le cas "mono-couche" ont été établies. Il est à noter qu'une description multi-couche de l'échelle externe permet de s'affranchir des erreurs liées à une approche mono-couche pour la mesure de l'échelle externe. Il est possible d'ajuster le spectre total multi-couche par un spectre mono-couche du même modèle en utilisant une échelle externe équivalente dont la valeur dépend des conditions atmosphériques et instrumentales. Nous avons pour cela introduit le paramètre n qui permet d'établir le lien entre les échelles externes en altitudes et l'échelle externe résultante au sol. Dans le cas du modèle vK, n tend vers $11/3$ pour les grands télescopes ($\frac{\mathcal{L}_0(h)}{\pi} < D$) et vers $-1/3$ pour les grandes valeurs d'échelles. Dans le cas des modèles GT et Ex pour les grands télescopes, n tend respectivement vers $11/6$ et 2 et ce, quelle que soit la grandeur statistique considérée liée au front d'onde.

Chapitre 4

Mesures de la distribution verticale de l'échelle externe par observation du limbe de la Lune

This irregular, unequal and unconstant inflection of the Rays of Light, is the reason why the limb of the Sun, Moon, Jupiter, Saturn, Mars, and Venus, appear to wave or dance ; and why the body of the Starrs appear to tremulate or twinkle, their bodies, by this means, being sometimes magnify'd, and sometimes diminished ; sometimes elevated, otherwhiles depress'd

R. Hooke, 1665 *Micrographia*, *Observ. LVIII. p.231*

L'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde est un paramètre important pour spécifier certaines contraintes techniques des télescopes de grands diamètres, des interféromètres à très grandes bases ainsi que des sous-systèmes corrigeant les effets de la turbulence. La caractérisation de la turbulence en altitude est nécessaire pour spécifier les systèmes d'Optique Adaptative Multi-conjuguée indispensables aux observations grand champ des futurs ELTs. Un exemple est celui de l'altitude optimale de conjugaison des miroirs déformables qui dépend des paramètres de la turbulence atmosphérique. Suivant l'altitude de conjugaison, une contrainte différente s'applique sur la course maximale des miroirs déformables. Les profils en altitude de l'échelle externe permettent de compléter la connaissance des propriétés spatiales du front d'onde traversant l'atmosphère.

La distribution en altitude de l'échelle externe est mesurée expérimentalement à partir de l'observation du limbe de la Lune. La première section de ce chapitre présente les mesures effectuées et les résultats obtenus sous la forme d'un article publié. La section suivante complète cette étude en développant les aspects liés à l'acquisition des images, à la mesure des Angles d'Arrivée, aux erreurs dues à la courbure du limbe de la Lune et aux reliefs présents sur le bord. La résolution en altitude est étudiée par simulation à partir de l'algorithme d'inversion utilisé pour déduire les profils. Les résultats sont aussi comparés à des profils d'échelle externe obtenus à partir de sondages in-situ (par capteurs de pression et de température). Enfin, quelques applications pour les systèmes d'optique adaptative sont considérées.

4.1 "Measurements of the profiles of the wavefront outer scale using observations of the limb of the Moon."

Note introductive à l'article publié dans Monthly Notes of the Royal Astronomical Society :

Cet article présente les résultats de mesure de la distribution verticale de l'échelle externe à partir d'observation du bord de la Lune réalisée à l'Observatoire de Mauna Kea et à l'Observatoire de Haute Provence. La détection et l'analyse des fluctuations d'AA le long du limbe de la Lune permettent d'estimer les profils de l'échelle externe en utilisant des profils SCIDAR de l'énergie optique de la turbulence. Pour réaliser l'inversion non linéaire nécessaire à la mesure de la dépendance en altitude de l'échelle, la méthode de recuit simulé est bien adaptée. Cette étude a permis de concevoir une chaîne d'acquisition et de traitement des images du bord qui a été testée lors des deux campagnes d'observation et a donné lieu aux premières mesures des profils d'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde. L'annexe reprend en partie des éléments de la Sect.3.3.

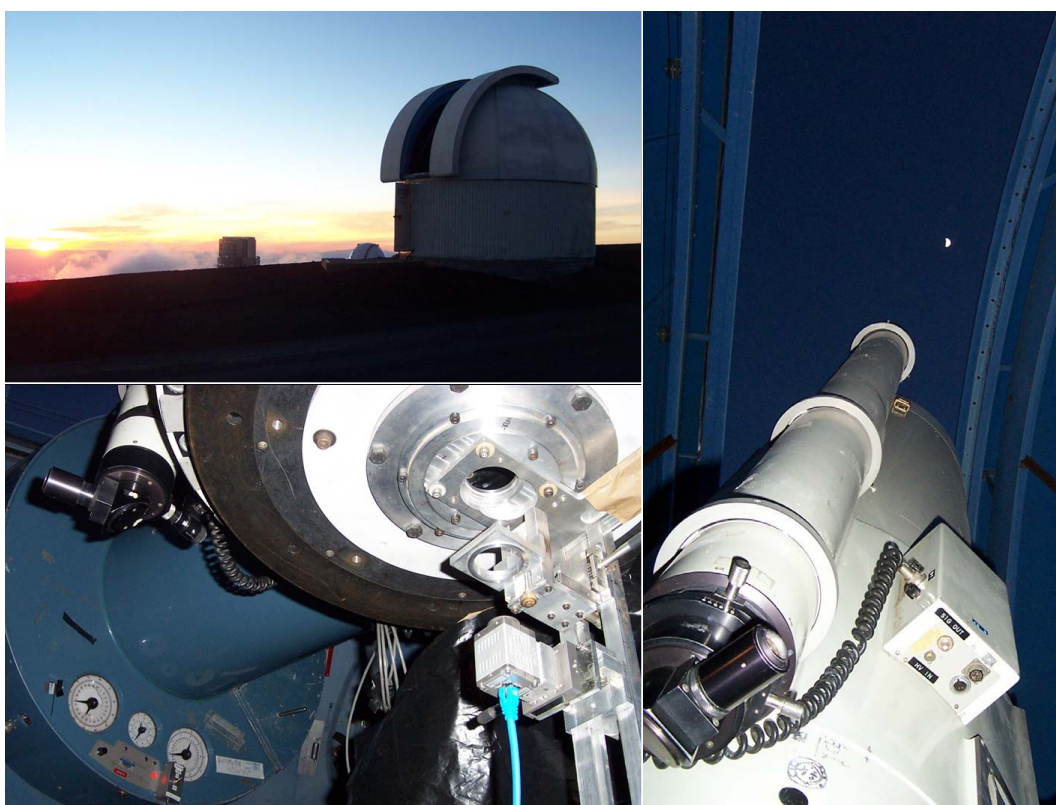


FIG. 4.1 – Observations du bord lunaire à l'Observatoire de Mauna Kea. *En haut, à gauche* : Dôme du télescope UH0.6m de l'Université d'Hawaii (au coucher de soleil). *En bas, à gauche* : Foyer du télescope avec détecteur CCD. *A droite* : Télescope pointant la Lune.

Measurements of profiles of the wavefront outer scale using observations of the limb of the Moon

J. Maire,^{*} A. Ziad, J. Borgnino and F. Martin

Université de Nice-Sophia-Antipolis, UFR Sciences, Lab. Univ. d'Astrophysique de Nice (LUAN) UMR 6525, Parc Valrose, F-06108 Nice Cedex 2, France

Accepted 2007 February 27. Received 2007 February 26; in original form 2006 July 14

ABSTRACT

The wavefront outer scale is an important parameter to use when evaluating the experimental performance of large aperture telescopes. Knowledge of three-dimensional atmospheric wavefront distortions is required for specifications of multiconjugate adaptive optics systems, which are essential for observations using Extremely Large Telescopes with a wider field of view. We aim to estimate the vertical distribution of the wavefront outer scale. We analyse the angular correlation of the fluctuations of the wavefront angle of arrival, deduced from image motion of the limb of the Moon. We use a simulated annealing algorithm to deduce the height dependence of the wavefront outer scale with given C_N^2 profiles simultaneously measured with the scintillation detection and ranging (SCIDAR) instrument. We present results obtained during two campaigns of observation at the Mauna Kea Observatory (Hawaii) and the Observatoire de Haute Provence (France). Estimated profiles of the outer scale exhibit smaller values in the boundary layer than in the free atmosphere. Comparisons with measurements of the outer scale using the Generalized Seeing Monitor (GSM) are possible and give good agreement. We consider some implications for adaptive optics systems.

Key words: atmospheric effects – instrumentation: adaptive optics.

1 INTRODUCTION

Astronomical images produced by a ground-based telescope are severely degraded by wavefront atmospheric propagation. Knowledge of wavefront fluctuations is very important for the design of the next generation of Extremely Large Telescopes (ELTs) and long-baseline interferometers. With this knowledge it is possible to specify the basic parameters of these instruments and their subsystems, such as adaptive optics systems, wavefront tip-tilt correctors and fringe trackers, which overcome the limitations imposed by the atmosphere.

The performance and optimization of such systems are related to atmospheric conditions and notably to the amplitude of the wavefront outer scale, which gives an estimation of the spatial coherence and spatial correlation of the wavefront at large scales. This is an important parameter that influences several topics in astronomy, such as diffraction-limited cores in uncorrected images, astrometric accuracy, the stroke of deformable mirrors and interferometer operations.

The Generalized Seeing Monitor (GSM) instrument is dedicated to measurements of this outer scale (Martin et al. 1994), and several site-testing campaigns have been carried out worldwide (Ziad et al. 2000). Measurements of the outer scale have been confirmed by processing data obtained with existing high angular resolution

instruments such as optical interferometers (Ziad et al. 2004; Maire et al. 2006) and adaptive optics systems (Rigaut et al. 1991; Schöck et al. 2003; Fusco et al. 2004). However, there is limited knowledge about the properties and statistics of a large-scale wavefront. The model of turbulence must be statistically validated for decametric scales. A complete approach should consider wavefront perturbations arising from all turbulent layers located at different distances from the observer. Borgnino (1990) found a theoretical relation between height-dependent outer scales and those related to wavefront perturbations entering the pupils of telescopes.

Sky coverage limitations of an adaptive optics system as a result of anisoplanatism can be improved by techniques such as turbulence tomography and multiconjugate adaptive optics (Beckers 1988; Ragazzoni, Marchetti & Valente 2000), which retrieve three-dimensional instantaneous wavefront perturbations. The fluctuations of the air refractive index, as measured by the scintillation detection and ranging (SCIDAR) instrument, give information on the contribution of the different heights to the wavefront distortions. Spatial correlations on wavefront fluctuations at a large scale and related wavefront outer scale profiles are needed to complete the evaluation of atmospheric components that intervene in the optimal design of ELTs. For example, wavefront outer scale profiles are useful to define the maximal stroke needed for mirrors optically conjugated at different altitudes of the atmosphere.

We present a monitor of wavefront outer scale profiles (MOSP), which probes the correlations of the wavefront angle of arrival (AA) of the extent of the Moon's limb. In Section 2, we briefly review

^{*}E-mail: jerome.maire@unice.fr

the theoretical background related to the angular correlations of the AA used to extract outer scale profiles. In Section 3, we detail the observations of the limb of the Moon, the experimental device used and the data processing. In Section 4, we present our results, and in Section 5 we consider some implications for adaptive optics systems. In Appendix A, we examine the relations between the height-dependent outer scale and the resulting outer scale measured at ground level, depending on the experimental conditions.

2 THEORETICAL BACKGROUND

Let us consider a plane wave with wavelength λ propagating downwards through the atmosphere, towards a ground-based observer. In a thin layer between h and $h + \delta h$, fluctuations in the air index, characterized by the structure constant C_N^2 , introduce fluctuations of phase shift ϕ . The phase power spectrum may be expressed by the von Kármán (vK) spectrum, which introduces the height-dependent wavefront outer scale $\mathcal{L}_0(h)$ (Borignino, Martin & Ziad 1992)

$$W_\phi(f, h) = 0.38\lambda^{-2}C_N^2(h)\delta h \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0(h)^2} \right]^{-11/6}, \quad (1)$$

where f is the modulus of the spatial frequency $\mathbf{f}$. The inner scale of the turbulence is assumed to be infinitely small and the turbulence is assumed to be isotropic, even at scales larger than the outer scale.

For geometrical optics, the AA is the normal to the wavefront at the observed point. The angular structure function $D_\alpha(\theta)$ of AA fluctuations α is defined as the mean-squared difference of the AA fluctuations observed in directions $\mathbf{r}$ and $\mathbf{r} + \theta$, $D_\alpha(\theta) = \langle [\alpha(\mathbf{r}) - \alpha(\mathbf{r} + \theta)]^2 \rangle$, where the brackets $\langle \rangle$ denote an ensemble average. If the AA fluctuations are averaged over unobstructed circular apertures of diameter D , this angular structure function is obtained, taking account of a continuous distribution of turbulence (Borignino et al. 1992; Avila et al. 1997; Bouzid et al. 2002) as

$$D_\alpha(\theta) = 2.4 \sec(z) \int_0^{+\infty} dh C_N^2(h) \int_0^{+\infty} df f^3 \times \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0(h)^2} \right]^{-11/6} F(f, h, \theta) G(f, D) H(f, h), \quad (2)$$

where z is the zenithal distance. The factor $F(f, h, \theta) = [1 - J_0(2\pi f \theta h) + \cos(2\gamma) J_2(2\pi f \theta h)]$ is the spatial frequency high-pass filter related to the different directions of observation or beam separation at altitude h , where J_n represents the n th-order Bessel function of the first kind. If AA fluctuations are observed perpendicular to the baseline B , the structure function is called transverse and $\gamma = \pi/2$ (Avila et al. 1997). The aperture filter function

$$G(f, D) = \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2$$

acts as a low-pass filter with a cut-off frequency that decreases with increasing D . The factor $H(f, h) = \cos^2(\pi \lambda h f^2)$, because of the Fresnel propagation, attenuates very high frequencies. The experiment proposed below measures the motion of the Moon's limb, which is considered as a distribution of incoherent point sources.

This structure function (equation 2), which gives an estimation of AA angular decorrelations, increases with the beam separation θ and becomes saturated for θh larger than $\mathcal{L}_0(h)$. Fig. 1 represents AA structure functions, for given altitude and outer scale, calculated from equation (2), with the value of C_N^2 at altitude h deduced from the Hufnagel profile (Voitsekhovich et al. 1998, equation 7 with $C_0^2 = 1.229 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$). It shows the effect of changing the value of the outer scale on the AA structure function. The AA angular

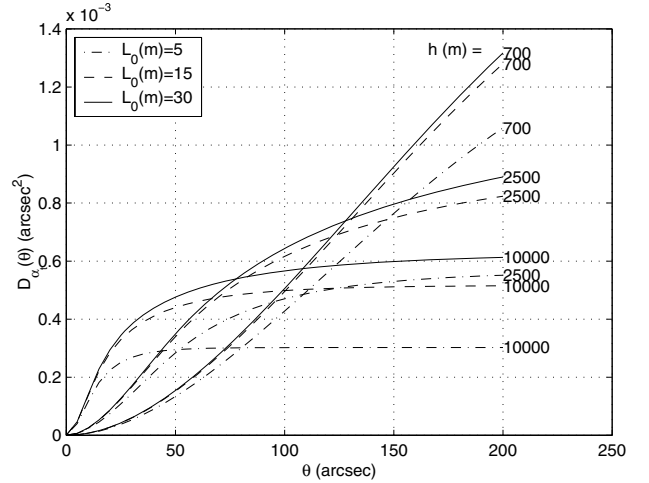


Figure 1. The AA transverse angular structure function deduced from equation (2), with $D = 0.6$ m and $\lambda = 0.5$ μm , for several values of the outer scale and for single layers (with altitudes labelled) with C_N^2 value at altitude h deduced from Hufnagel profile with $\delta h = 300$ m.

decorrelations are enhanced for small angular separations when the considered altitudes increase. For a given altitude, the saturation of the structure function appears at greater angular separation when the value of the outer scale increases.

The contribution to the seeing from different heights can be deduced by integrating $C_N^2(h)$. The Fried parameter r_0 depends physically on the structure constant of refractive index fluctuations $C_N^2(h)$ integrated along the propagation path (Roddier 1981) as

$$r_0 = \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sec(z) \int dh C_N^2(h) \right]^{-3/5}. \quad (3)$$

A turbulence distribution with altitude-dependent strength and outer scale can produce an integrated effect described by some average outer scale (see Appendix A).

3 EXPERIMENTAL DATA

3.1 Experimental device and observing campaigns

The telescope used during the Mauna Kea observing campaign was the 61-cm telescope of the University of Hawaii (UH), which has a 9.24-m Cassegrain focal length ($f/15.2$). For the Observatoire de Haute Provence (OHP) campaign, a 20-cm telescope ($f/15$) was used with a $\times 3$ diverging Barlow lens increasing the effective focal length of the system, thereby increasing the magnification of the instrument.

The optimal diameter of the telescope is a trade-off between the need to measure AA correlations in a large field of view and the angular resolution required for AA measurements. As there is a strong sensitivity of the AA structure function (equation 2) to the outer scale at large angular separation, we can consider a large field of view and a small diameter. However, the angular resolution, luminosity and magnification necessary tend to require a diameter in the range of 0.2–0.6 m for the instrumental set described here.

Images at the focal plane are recorded using a PixelFly CCD camera with 640×480 pixel matrix and $(9.9 \times 9.9) \mu\text{m}^2$ pixel size. The dynamic range of the analogue/digital conversion is 12 bits. The readout noise is 12 e- rms and the imaging frequency is 33 Hz.

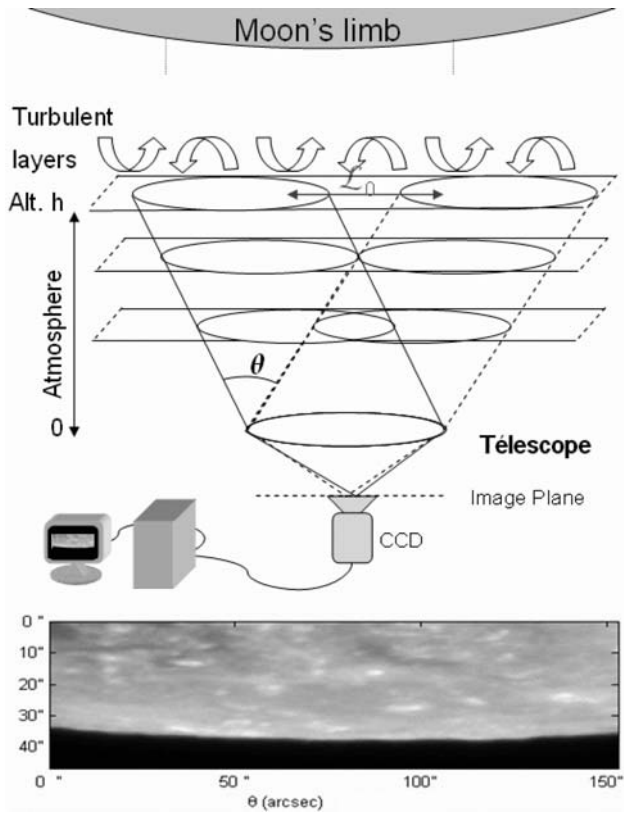
1238 *J. Maire et al.*

Figure 2. Experimental device and example of a 2-ms exposure image of the Moon limb observed with the UH 0.61-m telescope on 2005 July 17 at Mauna Kea. Axis units are in arcsec. The edge is detected and 2000 successive images are processed. θ is the angular beam separation.

In order to freeze atmospheric effects on the image motion of the Moon's limb, the exposure time was set to 1 or 2 ms. The spectral response of the camera is maximal for $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ in a 375–550 μm range. An example of the images obtained is given in Fig. 2 with an angular resolution of 0.22 arcsec per pixel. It can be seen in this figure that wavefronts arriving from two directions separated by an angle θ have a larger intersection at a low altitude; this gives more angular AA correlations on the image plane. At an altitude $h = D \cos(z)/\theta$, the two beams are disjointed but correlations are not loose until the altitude is high enough to have the two beams separated by a distance larger than $\mathcal{L}_0(h)$. We examine the recorded AA measurements in order to retrieve the optical wavefront parameters.

3.2 Data processing

The first step of data processing is to retrieve accurately the AA fluctuations from the motion of the Moon's limb. After processing on each image a flat and dark field correction, each image $I(x, y)$ is slightly blurred with a median filter M on 3×3 pixel blocks. This avoids possible outliers as a result of Poisson noise or the Moon's small features with relatively high intensity differences that can affect the detection of the limb. This type of filtering is more effective than convolution when the goal is to simultaneously reduce noise and preserve edges (Pratt 1978). Each output pixel with coordinates (x, y) contains the median value in the 3×3 neighbourhood around the corresponding pixel in the input image. Then, an image gradient

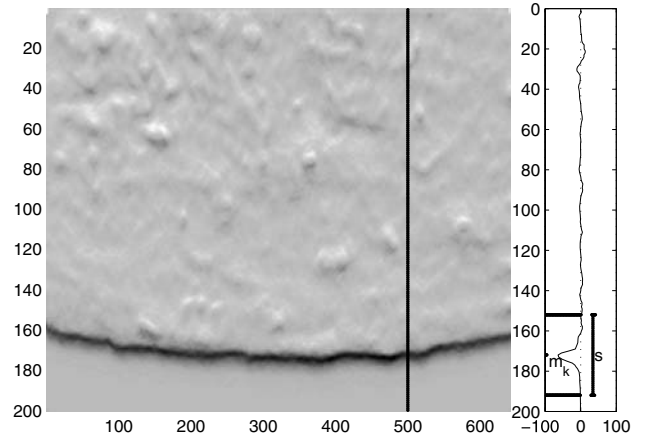


Figure 3. The Prewitt gradient of a short-exposure image of the limb of the Moon. Axis units are in pixels. The photocentre is detected on each column normal to the limb with a barycentric calculus of the photocentre in an extent s around the max m_k .

$G(x, y)$ is processed (Fig. 3) by convolution with a 3×3 Prewitt edge detector (Pratt 1978) defined as

$$P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

or $-P$ if the y -axis points to the centre of the Moon. Different edge detectors have been tested and the Prewitt edge detector appears to be more efficient (see below). Thus, the image gradient is defined as the convolution product $G(x, y) = P * M * I(x, y)$. When small apertures are used (i.e. in case of low photon flux level), the size of the neighbourhoods over which the differential gradients are computed should be extended. The detection of the limb position in absolute values of the image gradient is determined by a centroid calculation over columns k around each minimum at position m_k and with a window extent s . The centroid c_k is the position along each column normal to the edge extent, defined as

$$c_k = \frac{\sum_{j=m_k-s/2}^{j=m_k+s/2} j G(j, k)}{\sum_{j=m_k-s/2}^{j=m_k+s/2} G(j, k)}, \quad (4)$$

where the minimum at position m_k of the row gradient G_{kj} is taken as the centre of the window.

We process $N = 2000$ images (about 1 min of acquisition), which gives a set of limb angular positions obtained at time t . In order to retrieve transverse AA fluctuations $\alpha_\perp$ in a particular set of positions of the limb, we subtract from this set the temporal mean limb position obtained. The structure function of transverse AA fluctuation is calculated as

$$D_{\alpha_\perp}(\Theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \frac{1}{\Theta_m - \Theta} \sum_{k=1}^{k=\Theta_m - \Theta} [\alpha_\perp(k) - \alpha_\perp(k + \Theta)]^2 \quad (5)$$

where Θ is the angular separation in pixels and Θ_m is the maximal extent accessible in the image (i.e. 640 pixels in our case). This differential variance calculated for each image has the practical advantage of being insensitive to the vibration effects of the telescope and tracking errors.

This function and all the parameters deduced are scaled for the zenithal direction. Fig. 4 represents several AA transverse structure functions obtained at Mauna Kea on 2005 July 17. It is possible to

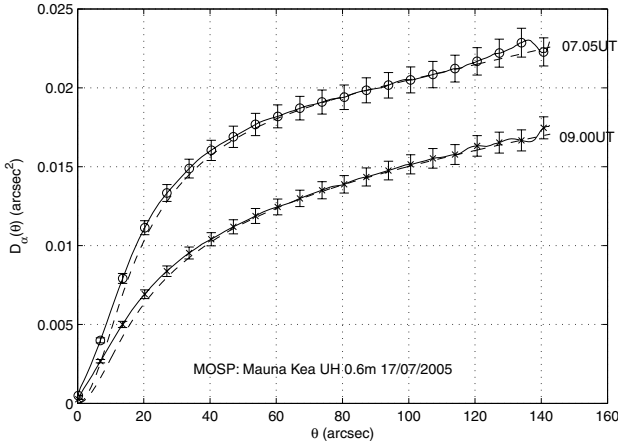


Figure 4. Examples of experimental structure functions of transverse AA fluctuations (solid line) obtained with 2000 successive images of the Moon’s limb during the night of 2005 July 17 with the UH 0.6-m telescope. A theoretical curve (dashed line) is fitted to each experimental curve. The error bars are calculated for each structure function by considering the precision of the AA measurements (see Section 3.3).

measure the AA angular correlation scale θ_c as the angular separation where the AA structure function reached e^{-1} of its saturation level. Our method can be affected by strong turbulence near the ground, which can give rise to an unsaturated AA structure function (see Fig. 1) in the angular extent considered. Ghedina, Ragazzoni & Baruffolo (1998) used a similar method to measure the isokinetic patch size on the edge of the Moon. As remarked by Belen’kii (2000) in the case of transverse Z-tilt, this correlation scale increases with the outer scale and with the telescope diameter. θ_c decreases as the optical strength located in the higher layers of the atmosphere increases (see Section 2).

Retrieving the profiles of $C_N^2(h)$ and $\mathcal{L}_0(h)$ from the AA structure functions (equation 2) is a non-linear inverse problem. We use a simulated annealing (SA) algorithm to minimize the cost function E , defined as the sum over the angular extent of the squared difference between measured and theoretical AA structure functions $E = \sum_{\theta} [D_{\alpha_1}(\theta) - D_{\alpha_1}(\theta)]^2$. This algorithm was developed to statistically find the best global fit of a non-linear non-convex cost function (Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi 1983) and it has been recently used in the context of $C_N^2(h)$ measurements (Habib et al. 2006). Its name comes from thermodynamic statistics: when the temperature of a system of particles in interaction is cooled sufficiently slowly, the system reaches a minimal energy state. Each step of the SA algorithm replaces the current solution $[C_N^2(h); \mathcal{L}_0(h)]$ by a random ‘nearby’ solution, chosen with a probability that depends on the variations of the cost function and on a global parameter T (called temperature), which is gradually decreased during the process. The process is started with a given configuration $[C_N^2(h); \mathcal{L}_0(h)]$, and elementary random perturbation is applied to the current solution. If the cost decreases, the perturbation is accepted. If the cost increases, the perturbation is not systematically rejected but accepted with a probability $p = \exp(-\Delta E/T)$, where ΔE is the cost variation. This allowance saves the method from becoming stuck at local minima. In cases where $C_N^2(h)$ profiles are given by SCIDAR measurements, only $\mathcal{L}_0(h)$ are perturbed. At a given temperature, each component of the solution is iteratively perturbed until a statistical equilibrium is reached. Optimization is performed by gradually decreasing the temperature in order to converge to the optimal solution.

Several parameters of this method need to be adjusted. The initial temperature is chosen in order to have 80 per cent of accepted states when random perturbation is applied. For a given temperature, the statistical equilibrium is reached when the standard deviation of the cost function over a given number of iterations is practically constant. A proportional decreasing law of temperature is chosen as $T_{k+1} = aT_k$ with $a = 0.99$ (van Laarhoven & Aarts 1987; Aarts & Korst 1989). This is not the only possible cooling schedule but it is predominantly used. The system is considered sufficiently cooled when the cost function is lower than a value ϵ . This stop criterion is determined by testing the algorithm with synthetic data. This is a trade-off between the desired accuracy and the computing time constraint. The cost function gives a measure of the goodness of fit and the stop criterion of the SA algorithm ensures that a good fit has been reached for each file acquisition.

3.3 Error estimation

Owing to the high level of photon flux of the Moon, the exposure time (1 or 2 ms) is chosen to be short enough to freeze image motion completely and to keep a high signal-to-noise ratio. Indeed, the typical wavefront coherence time τ_0 is of the order of a few milliseconds (Roddier et al. 1990). The narrow spectral band, which is a result of the response of the CCD, has no significant effect on the differential and absolute image motion (Tokovinin 2002). The subtraction of the temporal mean limb position is needed to overcome the effect of the limb curvature when retrieving AA fluctuations. The fluctuations measured are not perfectly transverse to the limb on the image border (Fig. 2), that is, γ in equation (2) varies slightly over the limb extent. However, these variations are weak enough to be neglected given the maximal angular extent considered (140 arcsec for the Mauna Kea observations); the maximal variation is $\Delta\gamma = 4^\circ$, which gives a maximal variation lower than 0.1 per cent of the transverse AA structure function for all angular separations calculated using $\gamma = 90 \pm 4^\circ$ (equation 2). Given that the measured AA structure function for a given angular separation (equation 5) is averaged over the limb extent, the curvature effect can be neglected for all our measurements. For observations in a larger field of view, this effect should be considered as it yields up to 3 per cent of variations for a limb with an extent of 600 arcsec.

Conan et al. (2000b) found that both the theoretical and measured decorrelation times of AA fluctuations are of the order of 10 ms at La Silla. Assuming that temporal AA fluctuations are independent (imaging frequency of 33 Hz) and follow a Gaussian probability law, the statistical relative error in the calculation of AA differential variance depends on the angular separation considered (see equation 5). This is given by (Frieden 1983)

$$\frac{1}{2} \left[\frac{2}{N(\theta_{\max} + 1 - \theta) - 1} \right]^{1/2},$$

where N is the number of successive images per structure function obtained and θ is the angular separation in pixels. This gives a maximal statistical error of 1.5 per cent for 1 min of acquisition in the most unfavourable case of maximal angular separation measured.

The errors in measured limb position come from the noise in light intensities: the additive readout noise of the CCD and the Poisson noise of the signal itself. Tokovinin (2002) showed that the contribution of readout noise to image motion variance is inversely proportional to the square of the (stellar) flux. Typical photon counts per pixel are 1500 for a 2-ms short exposure image of the edge. We consider that the errors due to the readout noise given the high level of the Moon’s flux are negligible.

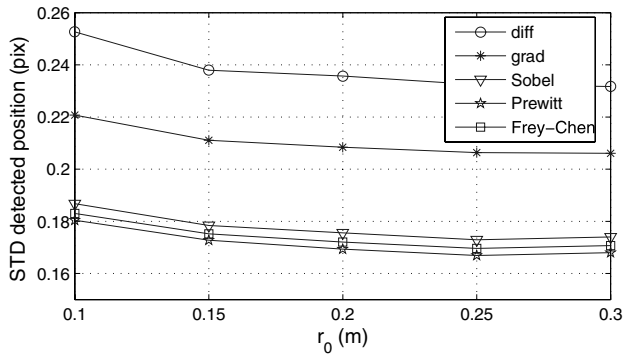
1240 *J. Maire et al.*

Figure 5. The simulated error position (rms) due to the photon noise effect on the detection of the Moon's edge for several atmospheric conditions. Several edge detectors are compared; the Prewitt operator provides the best accuracy for detection, better than one-fifth of a pixel.

To estimate the effect of Poisson noise on measured position, we simulate images of the Moon's limb for several seeing conditions. The atmospheric short-exposure two-dimensional (2D) transfer function (Korff 1973), the aperture transfer function and the Fourier transform of a 2D Heaviside function are multiplied in the Fourier plane. The 2D inverse Fourier transform gives a simulated Moon's edge and intensities are scaled to correspond with the mean intensity measured in our images of the Moon. Poisson noise is added, input pixel values being interpreted as means of Poisson distributions. Then we applied methods of edge detection described above (median filtering and centroid windowing on a Prewitt gradient) to estimate the difference in position measured between initial and noisy images. This error and the standard deviation measured in fractions of pixels is averaged over the edge extent and given for several values of r_0 in Fig. 5. The detections of AA in these atmospheric conditions are always better than one-fifth of a pixel when the Prewitt gradient operator is used for edge detection. The best accuracy is obtained with the Prewitt operator rather than other edge detectors, such as the pixel difference, gradient, Sobel and Frei-Chen as defined by Pratt (1978). Considering $\alpha_\perp$ over the limb as an independent variable, the total differential of equation (5) is calculated for each angular separation, leading to the error in $\alpha_\perp$. Given our angular resolution of 0.2 arcsec per pixel, this yields a maximal error of 3 per cent on the AA structure function (Fig. 4).

The resolution in altitude for the solution is chosen in order to have the same number of slices in the boundary layer and in the free atmosphere. We simulated AA structure functions with synthetic $C_N^2(h)$ and $\mathcal{L}_0(h)$ profiles in order to test the SA algorithm by comparing the results obtained. The results are more reliable when unknowns are only $\mathcal{L}_0(h)$. Noise is enhanced by inversion, especially when the resolution in altitude is high. Simulations with noisy synthetic data show that four layers in the first few kilometres of the atmosphere and three layers of 5–6 km thickness above give reliable results. The average difference between initial profiles of the outer scale and those obtained with the SA method is about 3 m per slice. Several resolutions in altitude for the atmosphere have been tested with several slices of equal thickness. Errors on $\mathcal{L}_0(h)$ increase with the number of slices, being less than 1 m per slice when four slices or fewer are used. Beyond eight slices, the errors become substantial. These errors increase considerably when C_N^2 and $\mathcal{L}_0$ need to be obtained simultaneously using the SA method. In this case, the optimal number of slices should not be greater than four in order to have errors on the outer scale of less than 5 m per slice.

4 RESULTS

A first observing campaign was performed at the OHP in France between 2004 November 24 and December 6. The site testing instruments GSM and SCIDAR were also observing simultaneously.

A second observation mission was carried out at the Mauna Kea Observatory in Hawaii between 2005 July 13 and 19 with simultaneous observations using the SCIDAR instrument installed at the UH 2.2-m telescope, 150 m north-east of the 0.61-m dome.

The GSM instrument measured the wavefront outer scale by measuring AA fluctuations at several points on the wavefront using four telescopes pointing at the same star. The outer scale $\mathcal{L}_0$ is determined for each pair of modules (six different baselines) by computing the ratio of AA covariance to the differential AA variance. These normalized covariances are then compared to a grid of theoretical covariances calculated with the vK model for different baseline coordinates and also for several values of $\mathcal{L}_0$. The adopted $\mathcal{L}_0$ value is the median of the six obtained values. Ziad et al. (2000) have given a detailed description of the GSM instrument.

The generalized SCIDAR technique (Vernin & Roddier 1973; Fuchs, Tallon & Vernin 1998) is aimed at measuring C_N^2 profiles by analysing the spatial autocorrelation function of double star scintillation away from the pupil plane. The stars, separated by an angular distance θ , form two identical speckle patterns and give a peak in the autocorrelation function proportional to $C_N^2(h)$.

4.1 Profiles

First, we estimate both $C_N^2(h)$ and $\mathcal{L}_0(h)$ from the limb of the Moon. As the difference in altitude between the UH 0.6-m and the UH 2.2-m telescopes is about 30 m, a difference of total turbulent energy on the propagation path can occur. We increase the value of the SCIDAR C_N^2 in the lower slices until the C_N^2 integration over altitude corresponds to the initial integration of $C_N^2(h)$ estimated with the limb of the Moon. Secondly, these modified simultaneous SCIDAR C_N^2 profiles are used with the SA algorithm in order to have only $\mathcal{L}_0(h)$ as unknowns. The total error expected is about 10 per cent (see Section 3.3). The vertical resolution obtained is a trade-off between the need to have a good sample of the first kilometre above the observatory and the reliability expected for the results. The time series of wavefront outer scale profiles obtained at Mauna Kea are represented in Fig. 6. Examples of profiles obtained during the OHP and Mauna Kea campaigns are given in Fig. 7. The median profiles obtained during all the missions show lower values for the

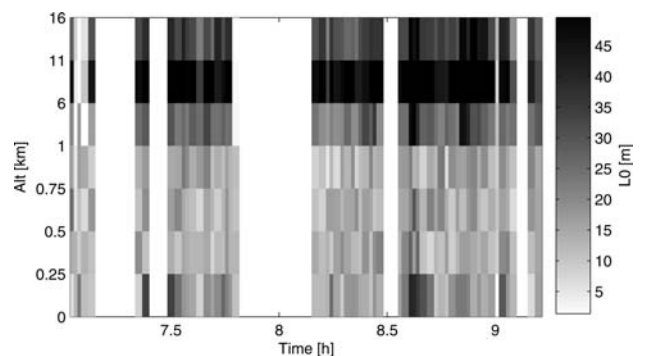


Figure 6. The height dependence of the outer scale measured at the Mauna Kea Observatory on the night of 2005 July 17. The altitude above the observatory is represented by a non-linear vertical axis. The C_N^2 profiles used were measured simultaneously by the SCIDAR instrument.

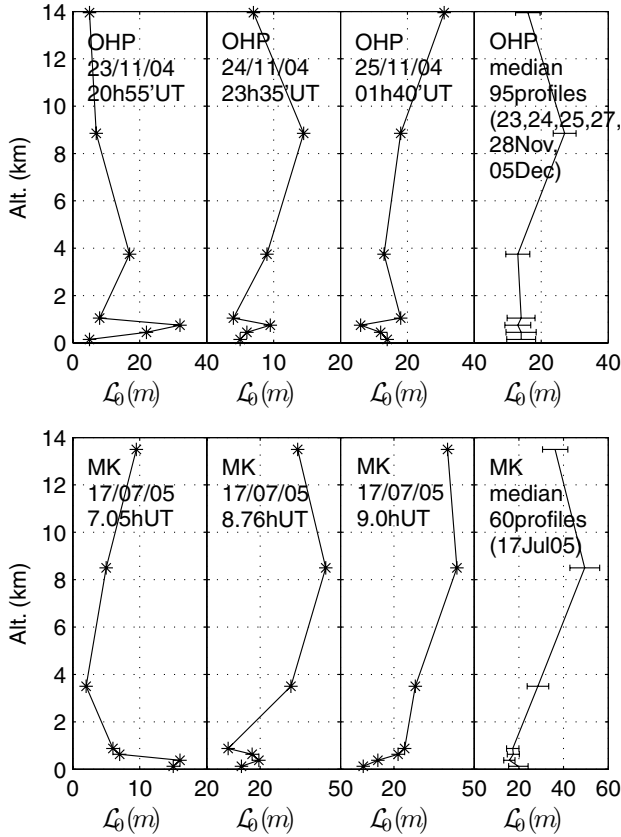


Figure 7. Examples of outer scale profiles obtained at the OHP (top) and the Mauna Kea Observatory (bottom) over several nights. Altitudes are those above the observatory. On the right, the median values of the outer scale for all the campaigns are represented with the standard deviation of the values obtained. The integrated outer scale (equation A4, $n = -1/3$) gives 14.0 m at the OHP and 26.9 m at Mauna Kea.

outer scale for the first kilometre of the atmosphere. These results can be completed with the theoretical relation found by Ishimaru (1978), who found that the outer scale is on the order of height near the ground.

It should be pointed that the SA algorithm is also appropriate to extract both $C_N^2(h)$ and $L_0(h)$. In this case, the MOSP can be a completely independent instrument. However, the optimal vertical resolution in the free atmosphere is small compared to that of the SCIDAR instrument and the results obtained are less reliable. An example of the $C_N^2(h)$ profile obtained is compared with a simultaneous SCIDAR measurement and shows good agreement (Fig. 8).

4.2 Integrated results

The AA angular correlation scale is deduced directly from the AA structure function (see Section 3.2) and values estimated during the run of 2005 July 17 are presented in Fig. 9. The values obtained are very close to the results found by Ghedina et al. (1998). The tilt anisoplanatism angle (Sasiela & Shelton 1993) is defined as the angle between two beams at which the wavefront phase error as a result of the tilt anisoplanatism is 1 rad (Hardy 1998). This angle, calculated with SCIDAR C_N^2 profiles and an infinite outer scale, is

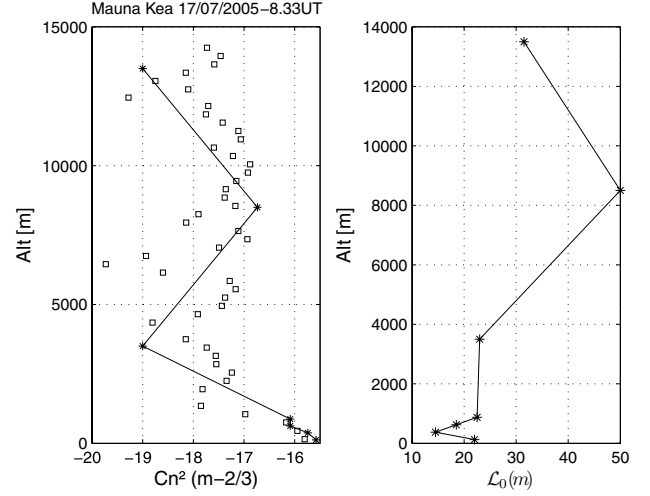


Figure 8. Example of C_N^2 and outer scale profiles (solid line) that can be retrieved simultaneously using the SA method. Comparisons with a simultaneous SCIDAR profile (squares) are in close agreement, despite the different vertical resolutions of these instruments.

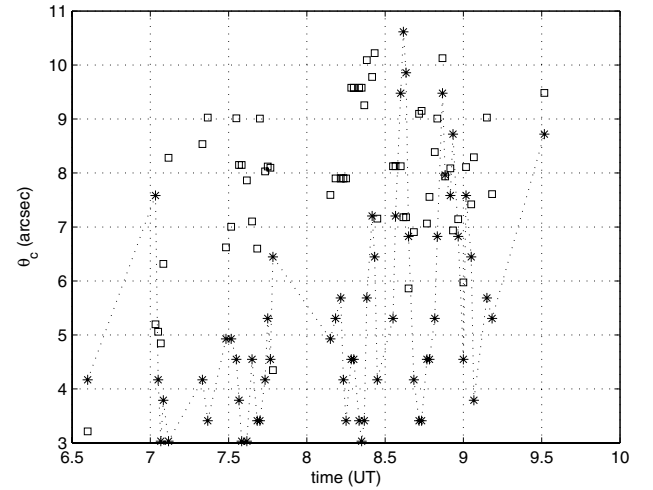


Figure 9. The AA angular correlation scale (asterisks) measured during the night of 2005 July 17 with the UH 0.6-m telescope. This scale is close to the tilt anisoplanatism (squares) calculated in parallel from the SCIDAR data.

also presented (shown by asterisks). This shows good agreement between these two quantities. The tilt anisoplanatism angle gives the maximal distance over which a natural guide star should be used to solve the tilt indeterminism problem inherent in laser guide star adaptive optics systems (Foy et al. 1995).

The comparison between the outer scale measured by the GSM and the integrated MOSP outer scale is appropriate, seeing that both consider the same vK model of turbulence. Fig. 10 presents comparisons obtained at the OHP where the GSM and MOSP instruments were placed at the same place, 1 m apart. Good agreement is found between these simultaneous measurements.

5 DISCUSSION AND CONCLUSION

The design, performance and optimization of adaptive optics systems are related to considerations of atmospheric turbulence and

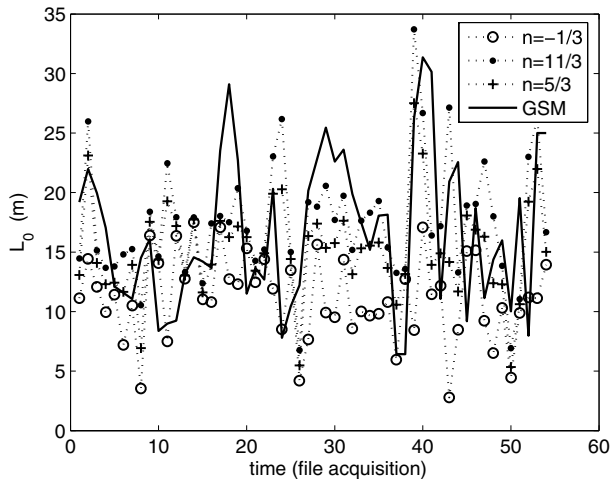
1242 *J. Maire et al.*

Figure 10. Integrated outer scales (dotted line) deduced from outer scale profiles compared with GSM outer scales (solid line) obtained at the OHP on 2004 November 23, 24 and 28. The parameter n (equation A4), which occurs in the integration of the outer scale profile, depends on the atmospheric conditions and instrumental configuration. Because of irregular time intervals between acquisitions, these time series are ordered by successive acquisitions.

notably to the amplitude of the wavefront outer scale. Several analyses of the effects of the outer scale in terms of the Zernike decomposition of the atmospherically induced phase aberrations have been studied theoretically (Winker 1991; Sasiela & Shelton 1993; Voitsekovich & Cuevas 1995; Conan 2000). Ragazzoni, Le Roux & Arcidiacono (2005) noted that tip-tilt aberrations for ELTs can be corrected with the same mirror used to correct higher-order modes.

Zernike phase variances using outer scale profiles and an integrated outer scale exhibit differences for the tip-tilt modes but no significant differences for higher-order modes. Fig. 11 represents the piston-removed phase variance calculated with the method described by Winker (1991) with $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$. These variances are normalized by the factor $(D/r_0)^{-5/3}$,

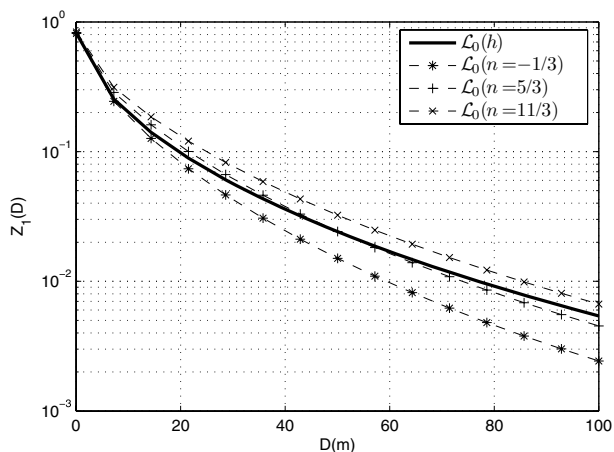


Figure 11. Normalized residual piston-removed phase variance as a function of the telescope diameter. A significant difference occurs when considering the height-dependent outer scale (solid line) instead of the integrated outer scale with $n = -1/3$ (dashed line with asterisks), $n = 5/3$ (plus signs) and $n = 11/3$ (crosses).

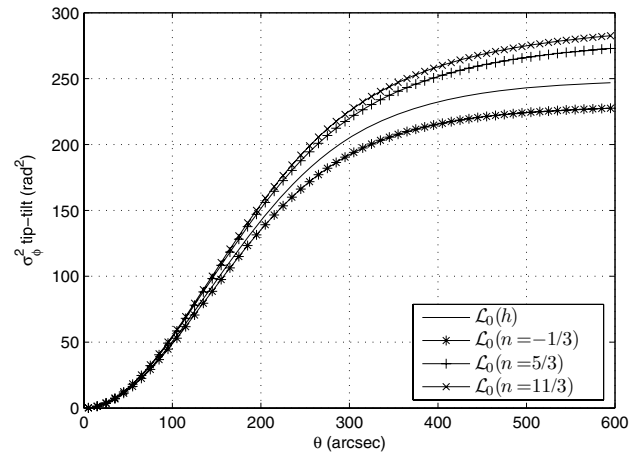


Figure 12. The phase variance due to tip-tilt versus angular separation for a 15-m telescope deduced from the height-dependent outer scale (solid line) measured at Mauna Kea and with an integrated outer scale calculated with $n = -1/3$ (asterisks), $n = 5/3$ (plus signs) and $n = 11/3$ (crosses).

which explains the decrease of the curves when the diameter increases. We use mean $C_N^2(h)$ and median L_0 profiles measured on 2005 July 17 at Mauna Kea (see Section 4) to calculate all the following quantities. If the errors are assumed to be solely the result of atmospheric aberrations, the resulting difference in the Strehl ratio is about 1.5 per cent for $D = 8 \text{ m}$ between the Strehl ratio obtained with outer scale profiles and an integrated outer scale ($n = -1/3$) with $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ and the tip-tilt being compensated.

The use of laser beacons to create artificial reference stars yields the tip-tilt indetermination problem. A natural guide star within the tilt isoplanatism patch is a solution to obtain an optimal correction but limits the sky coverage. The angular distance between the object of the observation and the tip-tilt reference star introduces an error in the correction of the wavefront distortions. Fig. 12 represents phase variances as a result of tip-tilt modes with respect to the angular separation deduced from the analytical expression found by Sasiela & Shelton (1993) and calculated for a 15-m telescope with $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$. It is shown that a significant difference occurs when considering the height-dependent outer scale instead of the integrated outer scale.

Observations of the Moon's limb using a straightforward device and small telescope apertures have allowed us to extract profiles of the wavefront outer scale and can be used to obtain a low vertical resolution of C_N^2 profiles. The outer scale profiles estimated during our observations exhibit smaller values in the boundary layer than in the free atmosphere. Comparisons with outer scale measurements using the GSM are possible and give good agreement. High angular resolution techniques could be optimized by considering the height dependence of the outer scale.

ACKNOWLEDGMENTS

We gratefully acknowledge J. Vernin for supplying the SCIDAR data. We are grateful to M. Chun (University of Hawaii) who organized and coordinated the observations in Mauna Kea. Thanks are due to H. Trinquet and A. Berdja for their part in the successful SCIDAR and GSM observations. We also thank H. Lantéri for helpful comments.

REFERENCES

- Aarts E., Korst J., 1989, *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*. Wiley, Chichester
- Avila R., Ziad A., Borgnino J., Martin F., Agabi A., Tokovinin A., 1997, *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 3070
- Beckers J. M., 1988, in Ulrich M.-H., ed., *Proc. ESO Conf., Very Large Telescopes and their Instrumentation*. European Southern Observatory, Garching, p. 693
- Belen'kii M. S., 2000, *Appl. Opt.*, 39, 6097
- Borgnino J., 1990, *Appl. Opt.*, 29, 1863
- Borgnino J., Martin F., Ziad A., 1992, *Opt. Commun.*, 91, 267
- Bouziid A., Irbah A., Borgnino J., Lantéri H., 2002, in Vernin J., Benkhaldoun Z., Muñoz-Tuñón C., eds, *ASP Conf. Ser. Vol. 266, Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 64
- Conan R., 2000, PhD thesis, Univ. Nice Sophia-Antipolis
- Conan R., Ziad A., Borgnino J., Martin F., Tokovinin A. A., 2000a, in Lena P. J., Quirrenbach A., eds, *Interferometry in Optical Astronomy*. Proc. SPIE, 4006, 963
- Conan R., Borgnino J., Ziad A., Martin F., 2000b, *J. Opt. Soc. Am. A*, 17, 1807
- Foy R., Migus A., Biraben F., Grynberg G., McCullough P. R., Tallon M., 1995, *A&AS*, 111, 569
- Frieden B. R., 1983, *Probability, Statistical Optics, and Data Testing*. Springer, Berlin
- Fuchs A., Tallon M., Vernin J., 1998, *PASP*, 110, 86
- Fusco T. et al., 2004, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 6, 585
- Ghedina A., Ragazzoni R., Baruffolo A., 1998, *A&AS*, 130, 561
- Habib A., Vernin J., Benkhaldoun Z., Lanteri H., 2006, *MNRAS*, 368, 1456
- Hardy J. W., 1998, *Adaptive Optics for Astronomical Telescopes*. Oxford Univ. Press, New York
- Ishimaru A., 1978, *Wave Propagation and Scattering in Random Media II*. Academic Press, New York
- Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P., 1983, *Sci*, 220, 671
- Korff D., 1973, *J. Opt. Soc. Am. A*, 63, 971
- Maire J., Ziad A., Borgnino J., Mourad D., Martin F., Jankov S., Bonneau D., Patru F., 2006, *A&A*, 448, 1225
- Martin F., Tokovinin A., Agabi A., Borgnino J., Ziad A., 1994, *A&AS*, 108, 173
- Pratt W. K., 1978, *Digital Image Processing*. Wiley-Interscience, New York
- Ragazzoni R., Marchetti E., Valente G., 2000, *Nat*, 403, 54
- Ragazzoni R., Le Roux B., Arcidiacono C., 2005, *C. R. Physique*, 6, 1081
- Rigaut F., Rousset G., Kern P., Fontanella J. C., Gaffard J. P., Merkle F., Léna P., 1991, *A&A*, 250, 280
- Roddier F., 1981, *Progress in Optics*, Vol. 19. North-Holland, Amsterdam, pp. 281–376
- Roddier F., Cowie L., Graves J. E., Songaila A., McKenna D., 1990, *Advanced Technology Optical Telescopes IV*. Proc. SPIE, 485–491
- Sasiela R. J., Shelton J. D., 1993, *J. Opt. Soc. Am. A*, 10, 646
- Schöck M., Le Mignant D., Chanan G. A., Wizinowich P. L., van Dam M. A., 2003, *Appl. Opt.*, 42, 3705
- Tokovinin A., 2002, *PASP*, 114, 1156
- van Laarhoven P. J. M., Aarts E., 1987, *Simulated Annealing: Theory and Applications*. Kluwer Academic, Dordrecht
- Vernin J., Roddier F., 1973, *J. Opt. Soc. Am.*, 63, 270
- Voitikhovich V. V., 1995, *J. Opt. Soc. Am. A*, 12, 1346
- Voitikhovich V. V., Cuevas S., 1995, *J. Opt. Soc. Am. A*, 12, 2523
- Voitikhovich V. V., Orlov V. G., Cuevas S., Avila R., 1998, *A&AS*, 133, 427
- Winker D. M., 1991, *J. Opt. Soc. Am. A*, 8, 1568
- Ziad A., Conan R., Tokovinin A., Martin F., Borgnino J., 2000, *Appl. Opt.*, 39, 5415
- Ziad A., Schöck M., Chanan G. A., Troy M., Dekany R., Lane B. F., Borgnino J., Martin F., 2004, *Appl. Opt.*, 43, 2316

APPENDIX A:

It will be helpful to compare the values of the outer scale found using methods that consider the outer scale height-independent as measured by the GSM instrument and height-dependent $[\mathcal{L}_0(h)]$ as estimated in this paper observing deformations of the Moon's limb. Within the small perturbation approximation, fluctuations produced at ground level by several turbulent layers add linearly (Roddier 1981) and their power spectra as well. Indeed, the total power spectrum is given by $W(f) = \sum_h W(f, h)$, where Fresnel propagation is not taken into account. In the case of the Kolmogorov model of turbulence, the resulting power spectrum at ground level is described using the same model with an optical strength that is the sum of C_N^2 for each altitude. However, the sum of height-dependent vK spectra are not a vK spectrum, except in the case where the outer scale is constant with height. This remark can be generalized to other usual models described, for example, by Voitikhovich (1995).

Let us consider models of observable wavefront quantities as the product of the corresponding vK spectrum by filtering functions with spectral passband range depending on experimental conditions (measured observables, aperture diameter, baselines used, etc.). As a limited portion of the vK spectrum is transmitted, it is possible to find approximative relations that relate the outer scale found with a single-layer whole atmospheric approach to a multilayer description of the atmosphere. Indeed, using the generalized binomial formula to develop the vK spectrum (equation 1) yields

$$W(f)_{f \leq (1/\mathcal{L}_0)} = \epsilon(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[\begin{matrix} -(11/6) \\ k \end{matrix} \right] f^{2k} \mathcal{L}_0^{(11/3)+2k} \quad (\text{A1})$$

and

$$W(f)_{f \geq (1/\mathcal{L}_0)} = \epsilon(h) \sum_{k=0}^{+\infty} \left[\begin{matrix} -(11/6) \\ k \end{matrix} \right] f^{-(11/3)-2k} \mathcal{L}_0^{-2k} \quad (\text{A2})$$

where

$$\left[\begin{matrix} -(11/6) \\ k \end{matrix} \right] = \frac{-(11/6)[-(11/6)-1] \cdots [-(11/6)-k+1]}{k!}$$

is the binomial coefficient and $\epsilon(h) = 0.38\lambda^{-2}C_N^2(h)\delta h$. If several layers are considered, it gives for spatial frequencies $f \leq \inf\{1/\mathcal{L}_0(h_i)\}_i$ the exact relation for the total power spectrum:

$$W(f) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[\begin{matrix} -(11/6) \\ k \end{matrix} \right] f^{2k} \sum_h \epsilon(h) \mathcal{L}_0(h)^{(11/3)+2k}. \quad (\text{A3})$$

A first-order expansion of this equation gives

$$\mathcal{L}_0 \approx \left[\frac{\sum_h \delta h C_N^2(h) \mathcal{L}_0(h)^n}{\sum_h \delta h C_N^2(h)} \right]^{(1/n)} \quad (\text{A4})$$

with $n = 11/3$. When δh tends to zero, this relation can be extrapolated in a continuous integral form on height h . When outer scales are deduced from observable wavefront quantities, equation (A4) with $n = 11/3$ is appropriate for low-pass filtering functions. For spatial frequencies $f \geq \sup\{1/\mathcal{L}_0(h_i)\}_i$ (equation A2), the resulting spectrum is described well by the Kolmogorov model. For intermediate frequencies of the total spectrum, the relation between outer scales depends on the values of $C_N^2(h)$ and $\mathcal{L}_0(h)$. For large telescopes, or long baseline instruments, the low-frequency part of the spectrum is preponderant in the integral calculus of wavefront quantities. The aperture filter function G (equation 2) cancels out higher frequencies as the aperture increases and the function f (equation 2) is a high-pass filter. Fig. A1 represents AA power spectra for two layers

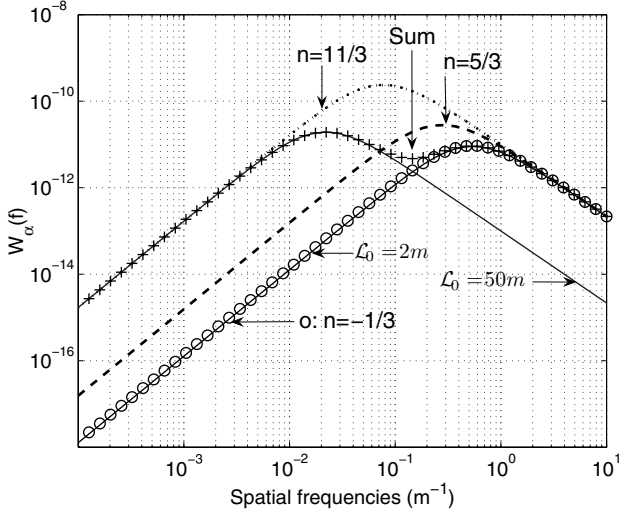
1244 *J. Maire et al.*

Figure A1. The theoretical sum (shown by plus signs) of two height-dependent AA power spectra (solid lines) for outer scales of 2 and 50 m. The sum is fitted by vK spectra with outer scales calculated using equation (A4) for several values of n . This parameter links the profiles of the wavefront outer scale to the integrated value of the outer scale. The parameter n , which occurs in the integration of the outer scale profile, depends on atmospheric conditions and the instrumental configuration. The best fit of the spectra sum and the corresponding value of n depends on the spatial frequency passband range of the filter functions that multiply the spectra.

with outer scales $\mathcal{L}_0(h_1) = 50$ m, $\mathcal{L}_0(h_2) = 2$ m and $\epsilon(h_2)/\epsilon(h_1) = 100$. Their sum (shown by plus signs) exhibits a non-vK behaviour accentuated by the extreme outer scales chosen. In the case considered in Fig. A1, intermediate frequencies are predominant when the power spectra are integrated.

The phase structure function is often used in the statistical description of wavefront aberrations. Conan et al. (2000a) found three asymptotic formulations of the phase structure function averaged over circular apertures with baseline B , as follows.

(i) $D \ll B \ll \mathcal{L}_0/\pi$:

$$D_{\phi}^{vK}(B) = 6.88 \left(\frac{B}{r_0} \right)^{5/3} \left[1 - 1.49 \left(\frac{B}{\mathcal{L}_0} \right)^{1/3} \right].$$

(ii) $D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B$:

$$D_{\phi}^{vK}(B) = 0.17 \left(\frac{\mathcal{L}_0}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (\text{A5})$$

(iii) $\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$:

$$D_{\phi}^{vK}(B) = 0.06 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{D}{\mathcal{L}_0} \right)^{-11/3}.$$

If we consider these valid for each altitude h and substitute equation (3) into equation (A5), we have the following.

(i) $D \ll B \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi$:

$$D_{\phi}^{vK}(B, h) = 2.91 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 C_n^2(h) \delta h B^{5/3} \times \left[1 - 1.49 \left(\frac{B}{\mathcal{L}_0(h)} \right)^{1/3} \right].$$

(ii) $D \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi \ll B$:

$$D_{\phi}^{vK}(B, h) = 0.072 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 C_n^2(h) \delta h \mathcal{L}_0(h)^{5/3}. \quad (\text{A6})$$

(iii) $\mathcal{L}_0(h)/\pi \ll D \ll B$:

$$D_{\phi}^{vK}(B, h) = 0.025 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 C_n^2(h) \delta h \frac{1}{D^2} \mathcal{L}_0(h)^{11/3}.$$

In the first case, when $D \ll B \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi$ for all h , equation (A4) is found with $n = -1/3$. This relation was found first by Borgnino (1990). It is appropriate for high values of the outer scale (i.e. when stronger layers are well described by the Kolmogorov model and for average over small apertures).

When $\mathcal{L}_0(h)/\pi \ll D \ll B$ for all h , the total phase structure function deduced from item (iii) of equation (A6) yields equation (A4) with $n = 11/3$. This relation is appropriate, for example, for large apertures as ELTs.

When $D \ll \mathcal{L}_0(h)/\pi \ll B$ for all h is verified, the total phase structure function is given by equation (A4) with $n = 5/3$. The different regimes of equation (A6) imply that the relation between the vertical profiles of the outer scale and the 'single layer' outer scale depends on experimental conditions. Fig. 13 shows how the AA power spectra obtained with these three different outer scale relations fit the sum of the two-layer spectra. The integrant of the structure function (equation 2) is well fitted depending on the spatial frequency passband range of the filter functions as a result of experimental configurations and atmospheric conditions.

This paper has been typeset from a $\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

4.2 Profils d'échelle externe par observation du limbe de la Lune. Compléments.

Cette section développe différents points de l'article précédent sur les mesures de profils d'échelle externe par observation du limbe de la Lune. Quelques considérations concernant l'acquisition des images sont données en Sect.4.2.1. La distribution verticale de l'échelle externe est déduite par analyse des corrélations angulaires des fluctuations d'Angle d'Arrivée (AA) du front d'onde déduites du mouvement du limbe de la Lune. Un aperçu des variations théoriques de la fonction de structure des fluctuations d'AA est donné à la Sect.4.2.2. Cette fonction est obtenue expérimentalement à partir des images du limbe. Le traitement des données, schématisé sur la Fig.4.2, comporte deux étapes : tout d'abord, la détection des bords et des fluctuations d'AA est développée en Sect.4.2.3B ainsi que les erreurs de détection en Sect.4.2.3C. La méthode de recuit simulé utilisée pour déduire les profils d'échelle externe à partir des corrélations angulaires limite la résolution en altitude (4.2.4). Les échelles, mesurées par l'instrument dédié GSM (A. Ziad *et al* 2000 [171]) et par capteurs de pression et température (M. Azouit & J. Vernin 2005 [12]) obtenues lors de la campagne d'observation à l'Observatoire de Haute Provence, sont comparées en Sect.4.2.5. Les profils de l'énergie turbulente $C_n^2(h)$ et certains paramètres intégrés tels que l'angle θ_c de corrélation des fluctuations d'AA, le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe résultante au sol $\mathcal{L}_0$ peuvent être aussi déduits de ce traitement. Quelques implications relatives aux systèmes d'Optique Adaptative sont considérées en Sect.4.2.6.

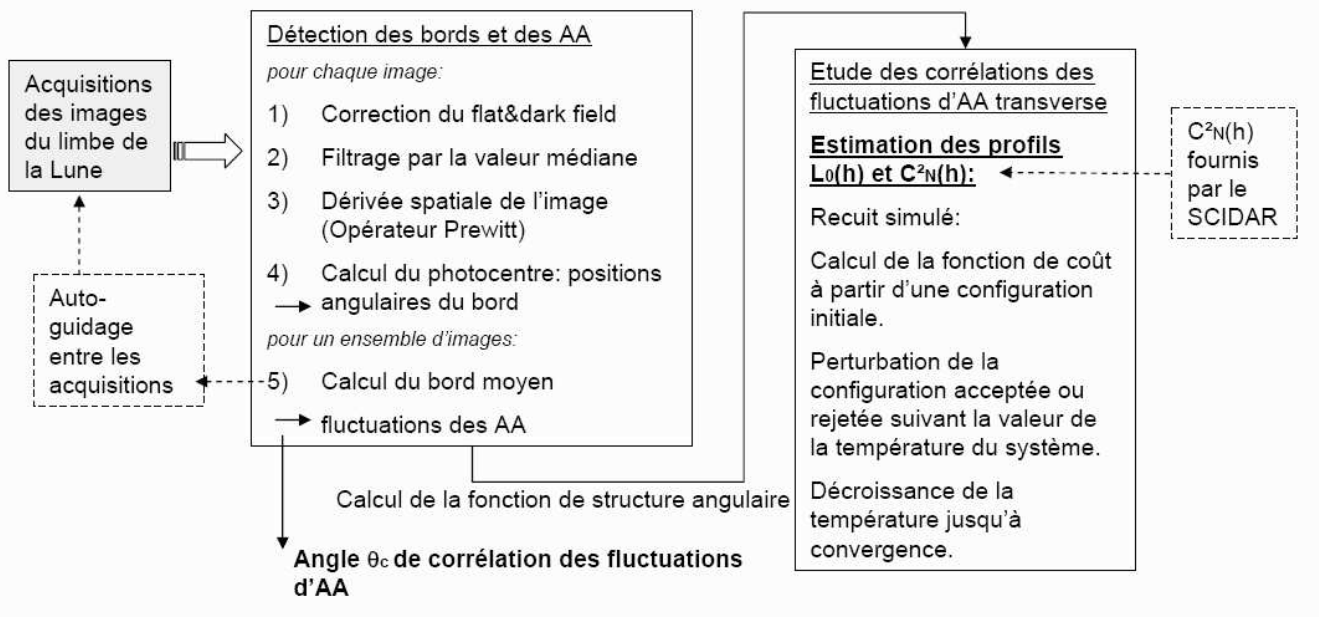


FIG. 4.2 – Schéma de traitement des images du limbe de la Lune permettant de déduire les profils d'échelle externe $\mathcal{L}_0(h)$, de l'énergie turbulente $C_N^2(h)$ et des paramètres intégrés tels que l'angle θ_c de corrélation des fluctuations d'AA, le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe résultante au sol $\mathcal{L}_0$.

4.2.1 Acquisitions des images du bord de la Lune

Quelques relations concernant le champ angulaire des images, l'ajout d'une lentille sont rappelées puis une description sommaire du logiciel d'acquisition programmé est effectuée.

Le champ angulaire correspondant aux images détectées se calcule aisément. On utilise l'approximation des conditions de Gauss où les rayons sont voisins de l'axe optique et peu inclinés sur cet axe. Le champ des images obtenues est donné par

$$\text{Champ_im(arcsec)} \simeq \tan(\text{Champ_im}) = \left(\frac{180^\circ \cdot 3600''}{\pi} \right) \frac{\text{taille_CCD}(m)}{\text{focale_totale}(m)}. \quad (4.1)$$

L'angle correspondant à un pixel du détecteur peut se déduire de cette expression en divisant le champ obtenu par le nombre de pixels correspondants ou de manière équivalente par le rapport de la taille d'un pixel (en m) par la focale totale de l'instrument (en m). La focale totale de l'instrument n'étant pas toujours connue, on peut déterminer le champ en effectuant des images longues poses d'étoiles doubles séparées par une distance angulaire adéquate et connue.

Si on souhaite augmenter la focale de l'instrument pour diminuer le champ observé, on place une lentille divergente de Barlow entre le miroir primaire et son foyer image. Sa forme est prévue pour obtenir le minimum d'aberrations sphériques lorsqu'elle est utilisée avec le grandissement pour lequel elle a été conçue. Le grandissement g que procure cette lentille varie en fonction de la distance d qui la sépare du foyer image primaire du télescope. Ce grandissement est par définition donné par le rapport de la distance focale totale résultante du système (télescope+lentille de Barlow) f_{tot} sur la distance focale du miroir primaire ($g = \frac{f_{tot}}{f_{pri}}$). La relation entre la focale du système total et les focales des deux systèmes qui le composent est donné en considérant l'association de deux lentilles minces par (la formule de Gullstrand)

$$\frac{1}{f_{tot}} = \frac{1}{f_{pri}} + \frac{1}{f_{Bar}} - \frac{p}{f_{Bar} \cdot f_{pri}} \quad (4.2)$$

où p est la distance optique séparant le miroir primaire de la lentille de Barlow de focale f_{Bar} . En tenant compte que $p = f_{pri} + d$, la focale totale de l'instrument s'écrit alors

$$f_{tot} = \frac{f_{pri} \cdot f_{Bar}}{f_{Bar} - d}. \quad (4.3)$$

Par conséquent le grandissement que procure la lentille de Barlow s'écrit

$$g = \frac{f_{Bar}}{f_{Bar} - d}. \quad (4.4)$$

Une grandeur dont la mesure est facilement contrôlable expérimentalement est la distance z entre la lentille de Barlow et le détecteur situé dans le plan focal du système total (télescope+lentille Barlow). A partir de la relation de conjugaison pour la lentille de Barlow ($\frac{1}{z} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f_{Bar}}$) et des Eq.4.3 et 4.4, on obtient

$$z = f_{Bar} \cdot (g - 1). \quad (4.5)$$

L'augmentation de la focale de l'instrument par l'addition d'une lentille de Barlow ne modifie pas la limite de résolution angulaire de l'instrument toujours déterminée, pour une pupille circulaire, par le critère de Rayleigh, correspondant à $1.22 \frac{\lambda}{D}$.

Le programme d'acquisition réalisé visualise et enregistre la partie sélectionnée des images du bord de la Lune obtenues à partir du détecteur CCD *PixelFly*. Programmé en langage C++, il présente une interface utilisateur (Fig.4.3) permettant de contrôler et sauvegarder les observations. Il permet de récupérer les données provenant de la CCD, d'obtenir des images de calibration, de fermer les images à enregistrer, de définir le temps d'exposition, d'ajuster la dynamique des images affichées, de contrôler la température de la CCD, de sauvegarder les images et les paramètres liés aux observations du bord de la Lune.

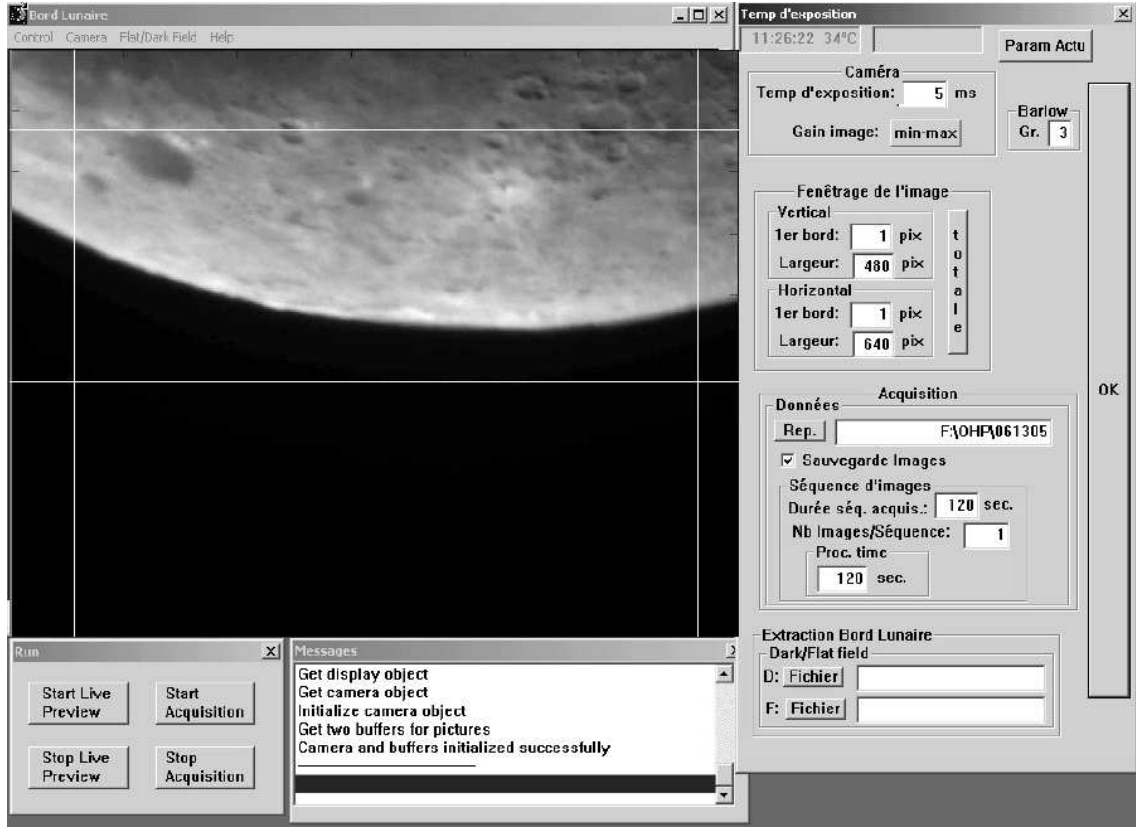


FIG. 4.3 – Logiciel d'acquisition des images du bord de la Lune.

4.2.2 Fonction de structure angulaire des fluctuations d'Angle d'Arrivée

L'analyse des corrélations angulaires des AA transverses peut s'effectuer à partir de la fonction de structure. Celle-ci est obtenue expérimentalement à partir de la différence des fluctuations d'AA séparées par une distance angulaire θ . Elle permet d'effectuer une mesure différentielle et de s'affranchir en partie des effets des vibrations du télescope. La fonction de structure angulaire des fluctuations d'AA peut s'écrire, dans le cas du modèle de vK selon (J. Borgnino *et al* 1992 [29], R. Avila *et al* 1997 [11], A. Bouzid *et al* 2002 [32])

$$D_{AA}(\theta) = 2.4 \sec(z) \int_0^{+\infty} dh C_N^2(h) \int_0^{+\infty} df f^3 \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0(h)^2} \right]^{-11/6} \times [1 - J_0(2\pi f \theta h) + \cos(2\gamma) J_2(2\pi f \theta h)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 (\cos(\pi \lambda h f^2))^2 \quad (4.6)$$

Cette fonction dépend des paramètres atmosphériques $C_N^2(h)$ et $\mathcal{L}_0(h)$ ainsi que des paramètres expérimentaux tels que le diamètre D du télescope, la séparation angulaire θ entre les points de mesure sur le limbe et l'altitude h des couches turbulentes. L'angle zénithal d'observation z formé entre la direction de visée de la Lune et le zénith peut être calculé à partir d'une base d'éphémérides accessible par exemple à partir des sites de l'IMCCE¹ ou de la NASA².

Les variations théoriques de la fonction de structure sont établies suivant un paramètre en fixant la valeur des autres paramètres libres. Chaque couche turbulente d'altitude h contribue avec un poids différent dans la fonction de structure résultante au sol même lorsque l'énergie optique de la

¹Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides www.imcce.fr/ephemeride.html

²JPL Horizons System (NASA - Jet Propulsion Laboratory) <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>

turbulence C_N^2 et l'échelle externe $\mathcal{L}_0$ sont indépendantes de l'altitude. La Fig.4.4a représente la fonction de structure angulaire, calculées à partir de l'Eq.4.6, pour différentes altitudes lorsque les profils de C_N^2 et $\mathcal{L}_0 = 25m$ sont constants et indépendants de l'altitude. On constate dans ce cas que la fonction de structure augmente suivant θ mais aussi suivant h . La saturation de la fonction de structure apparaît pour des séparations angulaires plus faibles lorsque l'altitude de la couche turbulente augmente.

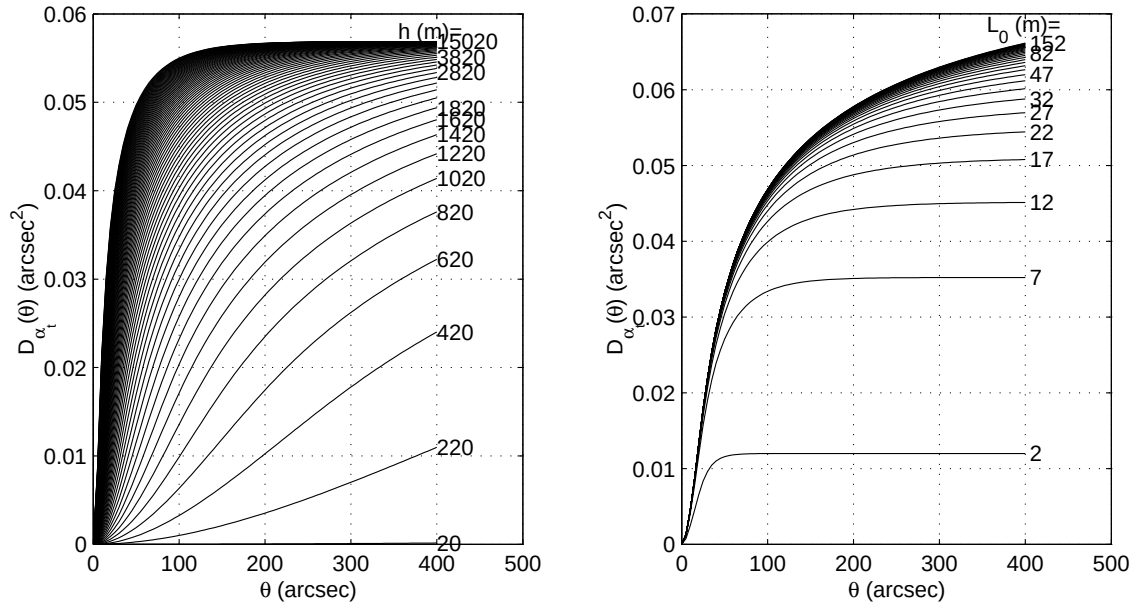


FIG. 4.4 – Représentation des fonctions de structure angulaires transverses des fluctuations d'Angle d'Arrivée, en fonction de la séparation angulaire, calculées pour différentes valeurs de l'altitude h (à gauche) et pour un télescope de diamètre $D = 0.6m$ avec $r_0 = 0.15m$ et $\mathcal{L}_0 = 25m$. A droite : pour différentes valeurs de l'échelle externe $\mathcal{L}_0$ avec $r_0 = 0.15m$ et $h = 5000m$ par intégration numérique de l'Eq.4.6.

On peut évaluer qualitativement l'effet de l'échelle externe locale sur la fonction de structure pour une couche turbulente donnée en fixant la valeur de l'altitude dans l'Eq.4.6 (Fig.4.4b). On remarque une forte sensibilité aux faibles valeurs de l'échelle. L'amplitude de la fonction de structure croît lorsque $\mathcal{L}_0$ augmente. La séparation angulaire à laquelle apparaît la saturation augmente avec l'échelle.

L'énergie optique de la turbulence C_N^2 pour une couche donnée apparaît de manière linéaire dans l'Eq.4.6. Par conséquent, la fonction de structure dépend de $r_0^{5/3}$ (Eq.1.25). La Fig.4.5a représente l'amplitude des fonctions de structure lorsque l'on fait varier la valeur de C_N^2 ou la valeur intégrée r_0 correspondante. La fonction de structure des fluctuations d'AA, mesurant la décorrélation angulaire des AA, augmente lorsque r_0 diminue et les décorrélations sont donc plus importantes lorsque l'énergie de la turbulence caractérisée par le paramètre C_N^2 augmente.

Pour se rapprocher des conditions atmosphériques réelles, on peut utiliser un profil de $C_N^2(h)$ donné par le modèle de Hufnagel dont l'expression est donnée par (V. Voitsekhovich *et al* 1998 [161]) :

$$C_N^2(h) = C_0^2 \left[\left(\frac{h}{h_0} \right)^{10} \exp\left\{-\frac{h}{h_1}\right\} + \exp\left\{-\frac{h}{h_2}\right\} \right] \quad (4.7)$$

avec $h_0 = 4.632 \cdot 10^3 m$, $h_1 = 10^3 m$, $h_2 = 1.5 \cdot 10^3 m$. Le paramètre C_0 est un facteur permettant d'ajuster la valeur de r_0 intégrée au sol aux conditions atmosphériques réelles. Dans le cadre de

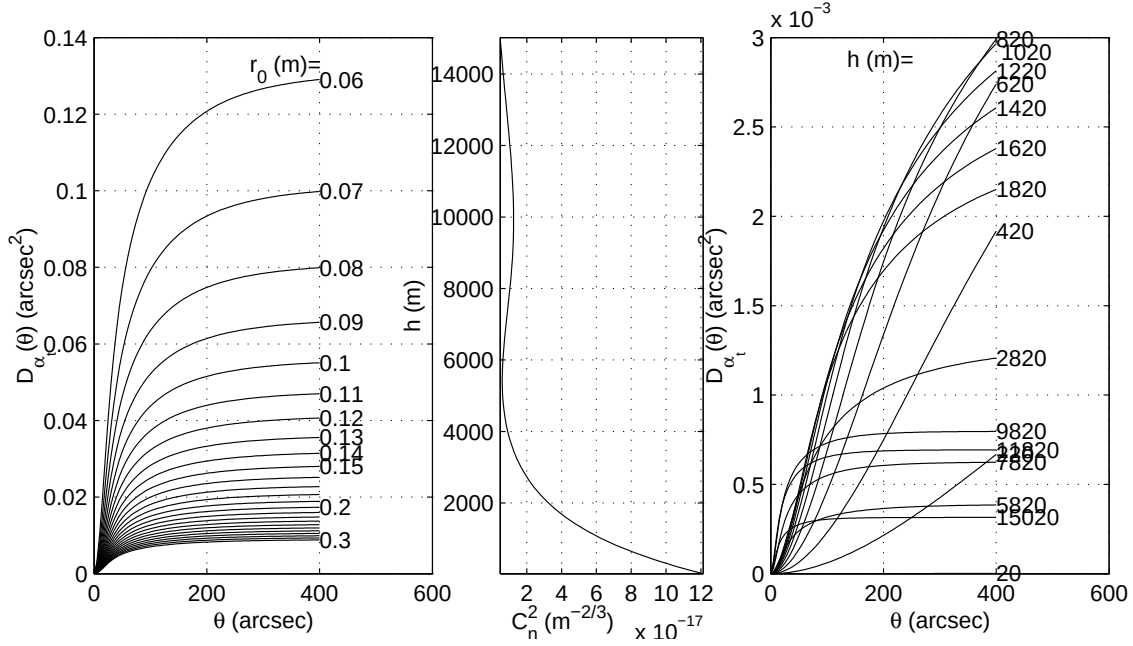


FIG. 4.5 – à gauche : Représentation des fonctions de structure angulaires transverses des fluctuations d'AA, en fonction de la séparation angulaire, pour différentes valeurs de r_0 calculées pour un télescope de diamètre $D = 0.6\text{m}$ avec $\mathcal{L}_0 = 25\text{m}$ et $h = 5000\text{m}$ par intégration numérique de l'Eq.4.6. Au centre : Profil Hufnagel $C_n^2(h)$ correspondant à $r_0 = 0.176\text{m}$ et représentation des fonctions de structure angulaires transverses des fluctuations d'AA correspondantes (à droite) avec $\mathcal{L}_0 = 25\text{m}$.

ce modèle, les poids relatifs des différentes couches dans la fonction de structure résultante au sol (Fig.4.5) sont différents de ceux vus précédemment. Les couches d'altitudes $h \leq 1\text{km}$ sont dominantes, les fortes valeurs de C_N^2 au sol contre-balançant l'effet de l'augmentation de la fonction de structure en fonction de l'altitude. La Fig.4.5 (à droite) représente le cas où le facteur $C_0 = 1,23 \cdot 10^{-16} \text{m}^{-2/3}$ est choisi pour avoir $r_0 = 0.176\text{m}$ et avec $\mathcal{L}_0 = 25\text{m}$ pour toutes les altitudes.

4.2.3 Détection angulaire des fluctuations d'Angle d'Arrivée

A. Débruitage des images du limbe

Différents bruits peuvent affecter la détection des AA tels que les bruits liés au détecteur CCD (le bruit de lecture, la non-linéarité de la réponse des pixels, les pixels défectueux), ou à l'instrument (vibrations hautes fréquences, aberrations) ou enfin lié à la source elle-même (bruit photonique). De plus, des différences importantes d'albedo des structures lunaires et un angle particulier d'illumination de la Lune peuvent gêner la détection du bord car ils peuvent apporter des différences d'intensité importantes entre deux pixels voisins.

Dans le cas des mesures présentées dans ce chapitre, le bruit de photon est dominant dans les images. Une solution possible consiste à utiliser le filtrage par la valeur médiane sur chaque image afin de réduire le bruit. Ce type de filtrage est bien adapté car il a la particularité de préserver la forme du bord tout en réduisant le bruit. La valeur du pixel est remplacée par la valeur médiane d'un bloc constitué par ce pixel et des pixels voisins. Ce type de filtrage est plus efficace qu'une convolution ou un filtrage par la moyenne pour conserver la forme du bord. La Fig.4.6 illustre

à une dimension l'effet du filtrage par la valeur médiane. Ce filtrage n'affecte pas la fonction "marche" (Fig.4.6, ligne 1) contrairement au filtrage par la valeur moyenne qui lisse la marche. Ce cas schématise le limbe lunaire. De même, le filtrage par la valeur médiane n'affecte pas les valeurs d'une rampe (Fig.4.6, ligne 2). Lorsque un pixel possède une valeur singulière (bruit de photon, pixel défectueux,...), le filtrage par la valeur médiane permet de corriger sa valeur (Fig.4.6, ligne 3). Enfin dans le cas d'une rampe à laquelle on a ajouté une impulsion (Fig.4.6, lignes 6 et 7), le filtrage par la valeur médiane permet de retrouver la forme originale. Pour un filtre à une dimension utilisant des blocs (1×3) , un écart existe. En utilisant des blocs 2D (3×3) , on obtient exactement la forme originale. Ce filtrage s'applique donc bien aux rampes "abruptes" telles que le bord de la Lune. Il s'applique aussi aux rampes moins pentues tel que bord du Soleil, compte tenu de l'effet dû à l'assombrissement centre-bord.

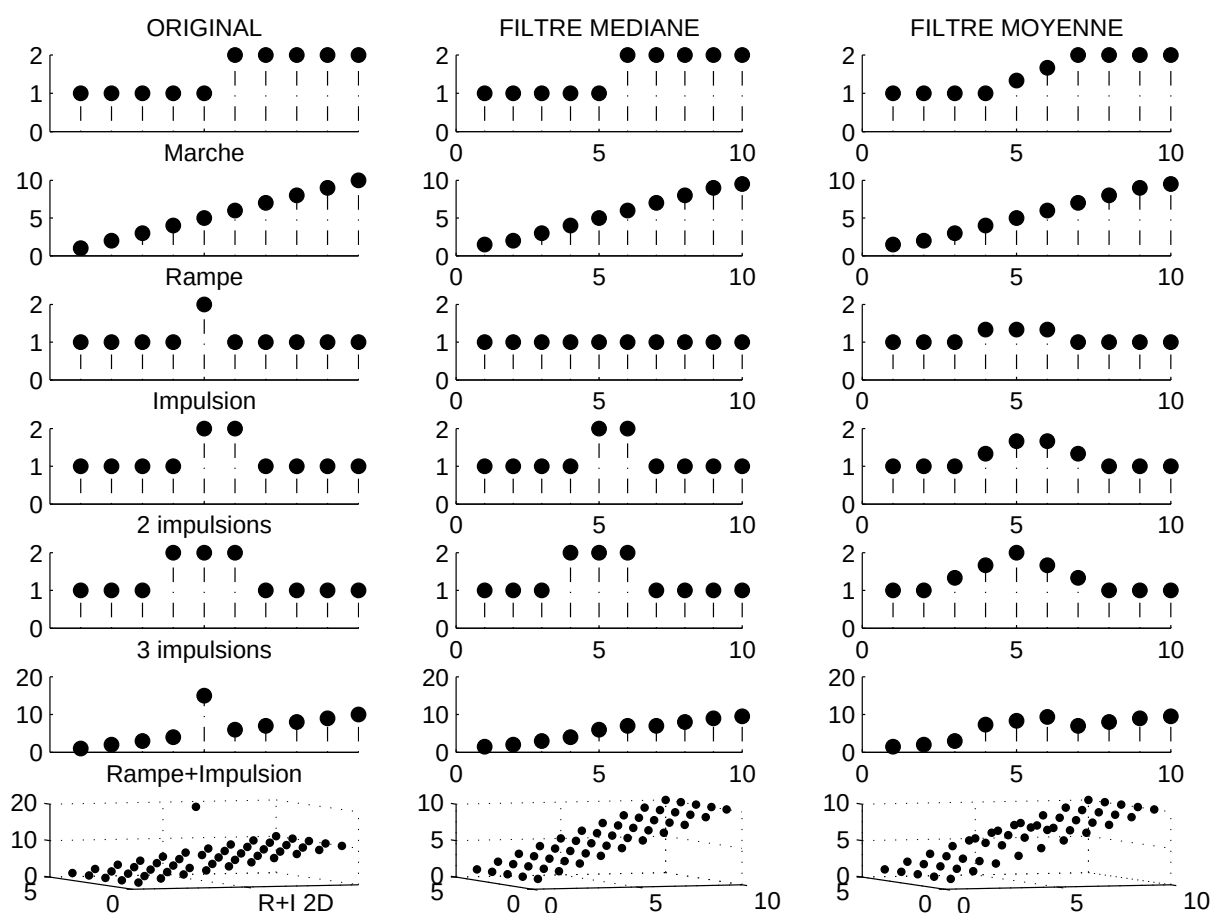


FIG. 4.6 – Effets du filtrage par la valeur médiane et par la valeur moyenne. Le filtrage par la valeur médiane préserve les bords et diminue le bruit. Il rend, de plus, la détection du bord par dérivation spatiale plus fiable en éliminant les différences d'intensité importantes liées aux bruits ou aux structures lunaires. *A gauche* : signal original. *Au centre* : signal filtré par la valeur médiane. *A droite* : signal filtré par la valeur moyenne. Ces filtrages sont effectués par des blocs (1×3) pour les signaux 1D et (3×3) pour le signal 2D.

B. Détection des bords et des fluctuations d'AA

Il existe deux approches différentes dans les techniques de détection des bords présents dans une image à niveaux de gris : ajustement d'un modèle de bord et détection différentielle (W. K.

Pratt [109]). La première approche consiste à ajuster une partie de l'image à un modèle de bord approprié. Elle doit tenir compte de la réponse impulsionnelle du système télescope-atmosphère mais aussi de l'intensité de l'objet observé. L'intensité du bord de la Lune dans la ligne de visée du télescope, n'est pas facilement modélisable compte tenu des variations spatiales d'albedo, de l'angle d'incidence des rayons solaires, de la topographie lunaire et des librations longitudinales et transverses. Cette méthode n'est donc pas très appropriée pour extraire les positions du bord de la Lune.

La seconde approche générale de détection de bord procède en calculant le gradient spatial de l'image afin d'obtenir une image différentielle où les changements d'amplitude de l'intensité sont accentués. Une seconde étape permet de déterminer la position des pixels de plus grandes différences. Différents opérateurs de dérivation spatiale peuvent être utilisés : la détection des AA transverses, lorsque le bord est dirigé suivant les lignes de l'image, peut s'effectuer à partir du calcul de gradient suivant les colonnes de l'image, le bord est déterminé par le maximum du produit de convolution $h(x) * I(x)$, où h peut être l'opérateur

$$\begin{array}{ll}
 \text{Pixel Difference :} & \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \text{Roberts :} & \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \text{Sobel :} & \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{Pixel Difference Séparée :} & \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \text{Prewitt :} & \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{Frei-Chen :} & \frac{1}{2+\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} .
 \end{array}$$

L'opérateur de Roberts est plus efficace pour la détection de bord oblique dans l'image. L'efficacité de ces opérateurs dans la détection du bord, en présence de bruit de photon, est comparée dans l'article par simulation numérique. L'écart type de l'erreur liée à la détection du bord en présence de bruit de photon est plus faible lorsque l'opérateur de Prewitt est utilisé, et ce pour toute valeur de r_0 considéré.

Le calcul du photocentre sur chaque colonne de la dérivée permet de déduire l'AA transverse avec une précision inférieure au pixel. Il s'agit d'un calcul barycentrique à une dimension où l'intervalle de calcul du barycentre est fixé autour du maximum de la dérivée spatiale de l'image. La largeur de l'intervalle doit être suffisamment grande pour contenir le maximum de points de mesure mais assez étroite pour limiter les effets du bruit sur la mesure. Compte tenu de la forte luminosité de la Lune, le pic dans la dérivée spatiale correspondant au bord est très élevée par rapport au niveau de bruit et la largeur de la fenêtre barycentrique influe peu sur la mesure du photocentre (voir Sect. suivante). Le bord moyen au cours du temps est calculé à partir d'un ensemble d'images et il est utilisé pour déduire les fluctuations angulaires d'AA transverse de chaque bord.

C. Erreurs de détection des fluctuations d'Angle d'Arrivée

On peut montrer que la courbure du limbe de la Lune influe peu sur la modélisation de la fonction de structure sur les distances angulaires considérées dans nos mesures. En effet, l'angle γ (Eq.4.6) entre la direction de mesure des AA et la tangente au bord lunaire varie suivant la séparation angulaire d considérée du fait de la courbure du bord lunaire (Fig.4.7). Lorsque la séparation angulaire maximale du bord est petite devant le rayon angulaire R_L de la Lune, on a $\gamma \simeq \frac{\pi}{2} + \frac{d}{2R_L}$. Par conséquent, le terme dépendant de γ dans l'Eq.4.6 devient $\cos(2\gamma) \simeq \cos(\pi +$

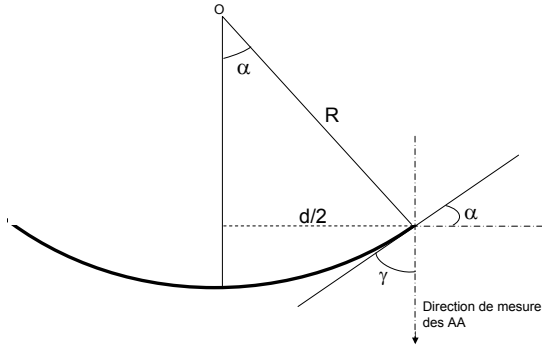


FIG. 4.7 – Représentation des angles de courbure du bord lunaire et de la direction de mesure des AA.

$\frac{d}{R_L}) \simeq -\cos(\frac{d}{R_L})$. De manière générale, on a $\gamma \simeq \frac{\pi}{2} + \arcsin(\frac{d}{2R_L})$ et

$$\cos(2\gamma) \simeq \cos(\pi + 2\arcsin(\frac{d}{2R_L})) \simeq -\cos(2\arcsin(\frac{d}{2R_L})) \quad (4.8)$$

Nous pouvons considérer négligeable l'effet des variations de γ sur la fonction de structure angulaire des AA lorsque la longueur du bord étudié est inférieure à 5 minutes d'arc. En effet, la différence des fonctions de structure pour différentes valeurs de γ , considérées constantes le long du bord, est négligeable lorsque γ varie de 90° à 69° (Fig.4.8). Pour les mesures des AA sur le bord lunaire, γ dépend de la séparation angulaire θ . L'écart maximal entre les fonctions de structure étant très faible à γ constante lorsque d est inférieur à 640arcsec , l'écart peut être considéré négligeable pour la suite. On peut prendre alors $\gamma = 90^\circ$ constante ce qui est une très bonne approximation et ce d'autant plus que la longueur du bord étudié est petite.

La moyenne temporelle du bord qui est utilisée pour calculer les fluctuations d'AA à partir des AA peut être une source d'erreur dans la détection des fluctuations d'AA. Ce bord moyen ne peut pas être modélisé par un arc de cercle ; en effet, la taille des reliefs observés sur le limbe peut atteindre 3 secondes d'arc. Pour des mesures effectuées avec une résolution angulaire de l'ordre de 0.2 arcsec , et pour une modélisation en arc de cercle du bord, les reliefs lunaires seraient alors considérés comme des fluctuations d'AA. Un biais apparaît alors dans le calcul de la fonction de structure. On utilise donc la moyenne temporelle du bord pour déduire les fluctuations d'AA à partir des bords. Les vibrations et la dérive de guidage du télescope entre deux images successives doivent être contrôlées et leur amplitude minimisée. Ainsi, un paramètre important à déterminer est le nombre optimal d'images successives à utiliser pour calculer le bord moyen. Les reliefs lunaires apparaissent sur le bord moyen si cette moyenne est calculée sur un nombre suffisant d'échantillons. Il est possible de comparer le bord moyen obtenu aux profils du limbe lunaire. En effet, des cartographies entières du bord ont été effectuées à partir d'occultations d'étoiles par la Lune, d'images complètes de la Lune ou plus récemment par analyse topographique des sondes spatiales dédiées aux observations lunaires. Chaque carte indique l'élévation de la Lune en rapport avec une référence donnée en fonction de l'angle de position le long du bord pour différentes librations de la Lune. La Fig.4.9 représente un exemple de comparaison des mesures

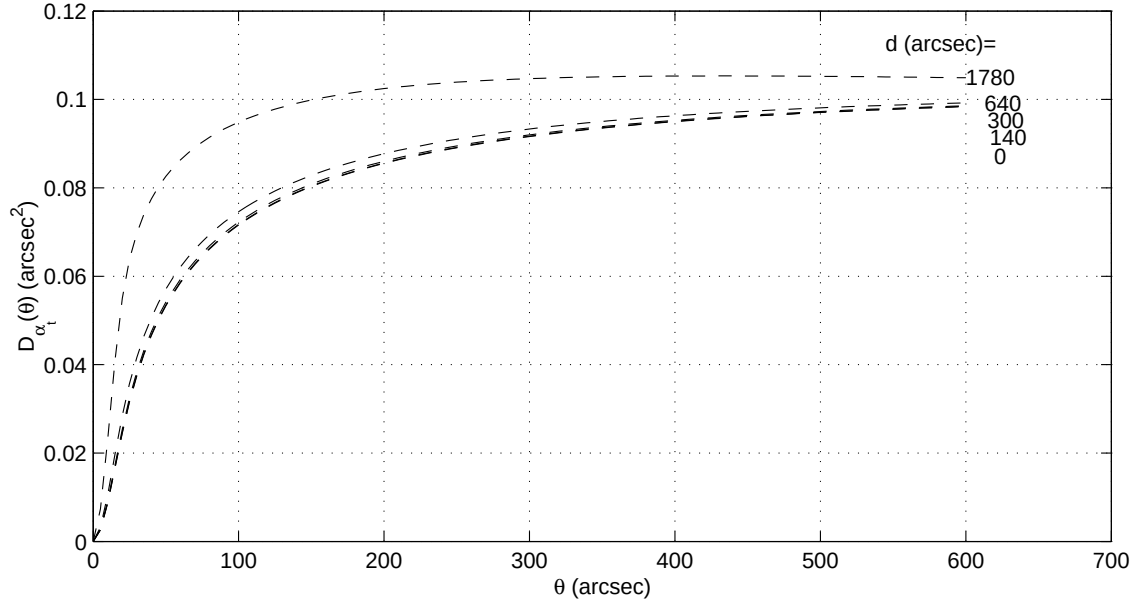


FIG. 4.8 – Effet maximal de la courbure du bord de la Lune sur les fonctions de structure des AA pour différentes distances de bord $d = 0, 140, 300, 640$ et 1780 arcsec correspondant respectivement à $\gamma = 90, 85, 80, 69$ et 0° lorsque $r_0 = 0.15m$, $\mathcal{L}_0 = 25m$, $h = 2000m$ et $D = 0.2m$.

de profils du limbe effectuées par C. B. Watts (1963 [162]) et le bord moyen obtenu par nos mesures. Les reliefs de grandes tailles sont bien détectés en utilisant 2000 images pour calculer le bord moyen. Toutefois les comparaisons sont difficile à opérer pour plusieurs raisons ; l'angle de position des bords moyens obtenus, déterminé à partir des positions de structures de la Lune sur nos images, est connu avec une précision de $3-4^\circ$. L'erreur de cartographie sur l'amplitude des reliefs du bord est estimée à $\pm 0.2''$ (C. Meyer 1976 [95]). De plus, la représentation la plus fidèle du bord a lieu lorsque la lumière du Soleil arrive perpendiculairement au bord, c'est à dire, lors du premier quartier près de l'équateur lunaire. D'autre part, les interpolations réalisées sur les profils de bord des cartes lunaires entre deux librations ou deux angles de position peuvent affecter la détermination du limbe puisque la vue est très tangentielle sur cette zone.

On peut aussi vérifier la distribution des fluctuations des AA obtenue et la comparer à une distribution gaussienne pour mettre en évidence un biais dans la détermination du bord moyen. Lorsque le nombre de bords utilisés pour calculer le bord moyen atteint 2000, l'hypothèse de normalité est acceptable au risque de se tromper de 5% sur la quasi-totalité des mesures effectuées sur le télescope UH0.6m de l'Université d'Hawaii.

Les méthodes de détection du bord peuvent être testées par simulation numérique ; l'image obtenue au foyer du télescope est déduite de la relation objet-image

$$I(x, y) = TF^{-1} \left[\hat{O}(f_x, f_y) \hat{B}(f_x, f_y) \hat{P}(f_x, f_y) \right] \quad (4.9)$$

où $\hat{O}$ est la transformée de Fourier de l'objet étudié simulé par une marche à 2D, $\hat{B}$ est la fonction de transfert atmosphérique courte pose ayant pour expression (D. Korff 1973 [78])

$$\hat{B}(f_x, f_y) = \exp\left(-3.44 \frac{\lambda}{r_0} f\right)^{5/3} \left(1 - \left(\frac{\lambda}{D} f\right)^{1/3}\right) \quad (4.10)$$

$\hat{P}$ représente la fonction de transfert du télescope, dont l'expression pour une pupille circulaire est

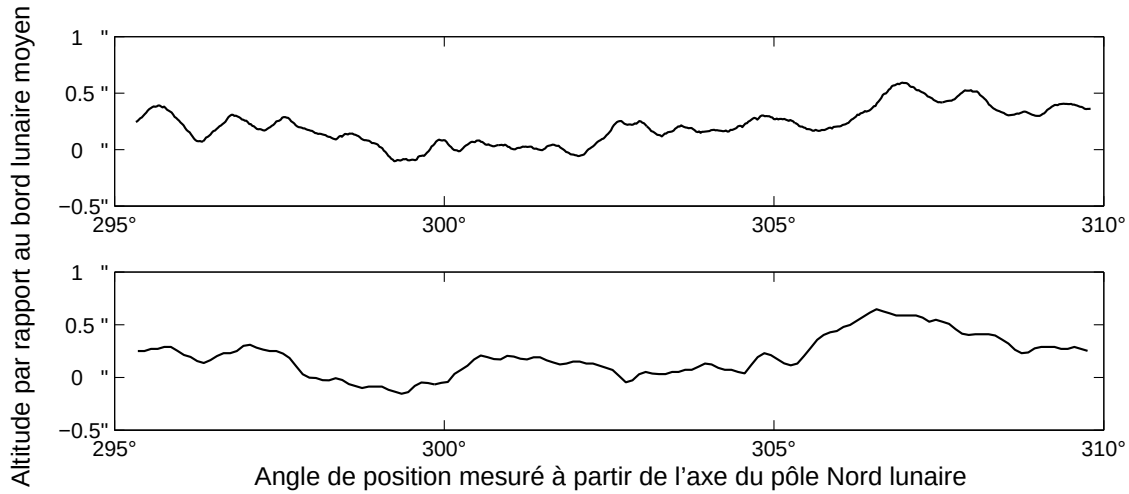


FIG. 4.9 – Comparaison du bord moyen mesuré (*haut*) le 17 Juillet 2005 (08h19'TU) à Mauna Kea et profil de Watts correspondant (*bas*) où la libration en longitude est $l = -7.4^\circ$ et en latitude $b = 4.6^\circ$.

donnée par

$$\hat{P}(f_x, f_y) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\lambda f}{D} \right) - \frac{\lambda f}{D} \left(1 - \frac{\lambda^2 f^2}{D^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.11)$$

Un exemple des différentes fonctions utilisées est représenté sur la Fig.4.10

Un bruit de photon est généré pour chaque pixel : sa valeur est interprétée à partir de la valeur de chaque pixel comme la moyenne ρ d'une distribution de Poisson. L'écart type des fluctuations générées est alors $\sqrt{\rho}$. Le bruit ajouté dépend donc de la valeur de chaque pixel, son amplitude relative $1/\sqrt{\rho}$ est plus faible pour les fortes valeurs d'intensité. Pour correspondre avec les observations réalisées du limbe à Mauna Kea sur le télescope UH0.6m, la partie éclairée de la Lune est ajustée à 1000 détections de photons par pixel pour 2ms de temps de pose.

La Fig.4.11 (à gauche) rend compte de l'étalement croissant du bord lorsque la valeur de r_0 diminue. À droite est représenté l'erreur rms (en pixel) de la position détectée en présence de bruit de photon pour différentes tailles de fenêtre de calcul du photocentre. Après filtrage par la valeur médiane des images, le photocentre est calculé sur la dérivée spatiale (opérateur Prewitt) de l'image. On voit que cette grandeur agit peu sur la détermination du photocentre, les fluctuations étant dues au caractère aléatoire du bruit ajouté dans la simulation.

4.2.4 Résolution en altitude

L'inversion effectuée par la méthode de recuit simulé est le principal facteur limitant la résolution en altitude des profils obtenus. Cette méthode est testée avec une fonction de structure calculée à partir de profils arbitraires ($C_N^2(h)_{synt}$ et $\mathcal{L}_0(h)_{synt}$). On compare ensuite les résultats obtenus aux profils utilisés. L'erreur moyenne sur les mesures de $\mathcal{L}_0(h)$ peut être définie comme la moyenne sur l'ensemble des couches de la grandeur

$$|\mathcal{L}_0(h)_{synt} - \mathcal{L}_0(h)_{obt}|. \quad (4.12)$$

Pour l'erreur obtenue sur les profils de C_N^2 , on peut comparer les valeurs intégrées r_0 au sol. Cependant ce critère de comparaison peut être affecté par des effets de compensation d'énergie entre les différentes couches. On peut alors s'intéresser au critère défini par

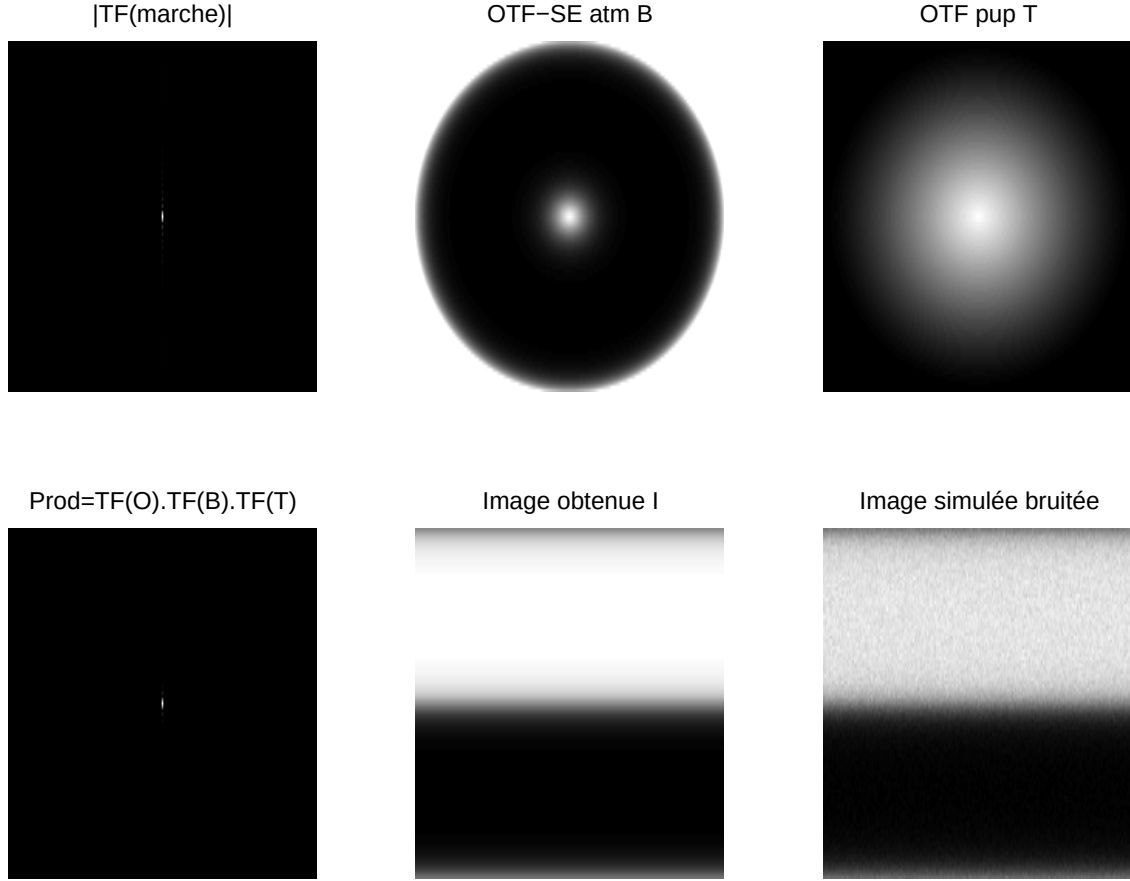


FIG. 4.10 – Simulation des images du bord de la Lune par utilisation de la relation objet-image. La transformée de Fourier d'une marche (a) est multipliée par la fonction de transfert du système atmosphère-télescope (b et c). Le résultat obtenu (d) permet d'obtenir, par transformée inverse, une image simulée (e) rendant compte de l'étalement du bord en fonction de la valeur de r_0 utilisée. Le bruit de photon est généré et additionné à l'image (f).

$$\sum_h |\log_{10}(C_N^2(h)_{synt}) - \log_{10}(C_N^2(h)_{obt})|. \quad (4.13)$$

La Fig.4.12 représente les résultats obtenus avec une résolution de 6 couches équivalentes d'égale épaisseur dans le cas d'un test utilisant une fonction de structure non bruitée calculée à partir d'un profil d'Hufnagel des valeurs de $C_N^2(h)$ et d'un profil d'échelle externe augmentant avec l'altitude. Les valeurs $\mathcal{L}_0(h)$ sont ensuite déduites par l'algorithme pour un nombre donné d'itérations. La fonction de coût diminue lorsque les itérations augmentent et l'erreur d'estimation des profils d'échelle diminue.

Ce test est effectué plusieurs fois pour chaque profil ("nombre d'échantillons") comportant un nombre donné de couches. La Fig.4.13 représente la valeur médiane de l'erreur d'estimation en fonction du nombre de couches équivalentes d'égales épaisseurs comprises dans l'intervalle $[0..16km]$.

L'erreur d'estimation des profils augmente lorsque la résolution en altitude croît. Cette erreur dépend des profils de $C_N^2(h)$ et $\mathcal{L}_0(h)$ utilisés ainsi que du nombre maximal d'itérations choisi. L'erreur représentée sur la Fig.4.13 est nulle dans les cas à 2 et 4 couches équivalentes ; les profils d'échelles sont alors parfaitement reconstruits à partir de la fonction de structure non bruitée. Les tests effectués en ajoutant un bruit aléatoire uniforme à chaque valeur angulaire de la fonction de

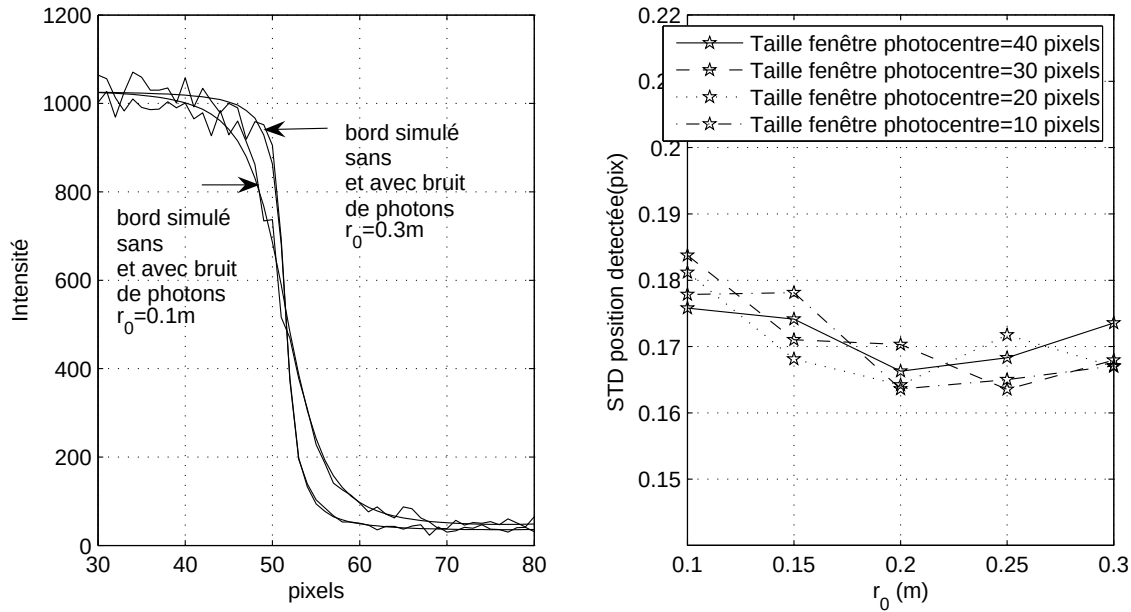


FIG. 4.11 – *A gauche* : coupe de l'image simulée représentant l'étalement du bord pour différentes conditions atmosphériques, pour un télescope de diamètre 0.6m. *A droite* : Erreur rms (en pixel) de la position détectée du bord suivant différentes valeurs de la taille de la fenêtre utilisée pour le calcul barycentrique du photocentre, pour différentes valeurs de r_0 . La taille de la fenêtre a peu d'influence sur l'erreur de détection des positions. Compte tenu des paramètres D et r_0 utilisés dans cette simulation, le pixel représente 0.4arcsec.

structure (4% de sa valeur) montre que l'erreur d'estimation de l'échelle externe augmente de 5 à 9m pour des profils de 2 à 16 couches dans les mêmes conditions atmosphériques que le test précédent. Les résultats des observations à l'OHP et Mauna Kea (Sect.4.1) ont été obtenus avec une résolution plus importante à basse altitude (4 couches entre 0 et 1.2km d'épaisseur 300m) et 3 couches d'épaisseur 5km dans l'atmosphère libre. Les tests effectués à partir de cette résolution donne une erreur d'estimation des profils d'échelle de 19% plus faible que dans le cas équivalent à 7 couches d'égale épaisseur.

Lorsque l'on cherche à déterminer les profils d'échelle ainsi que les profils de $C_N^2(h)$, par exemple lorsque on ne dispose pas de mesures SCIDAR simultanées, l'erreur d'estimation de l'échelle augmente considérablement par rapport au cas précédent où l'on a supposé le profil de $C_N^2(h)$ connu (Fig.4.14). L'erreur d'estimation des profils de $C_N^2(h)$ augmente lorsque le nombre de couches croît.

4.2.5 Comparaison des résultats obtenus avec des profils d'échelle externe issus des mesures ballons

Les ballons météorologiques instrumentés (M. Azouit & J. Vernin 2005 [12]) donne accès aux profils de C_N^2 par mesure de la température absolue et de la pression durant leur ascension en vol libre. La loi spectrale de Kolmogorov détermine la constante de structure C_T^2 des fluctuations de température et les profils d'échelle externe sont déduits à partir du modèle de turbulence de Kolmogorov-Tatarskii par $C_N^2 \approx 2.8M^2L_0^{4/3}$ où M est le gradient vertical de l'indice de réfraction dépendant de la température potentielle et de la pression (V. I. Tatarskii 1971 [147]).

Une étude récente effectuée par Abahamid *et al* 2004 [3] compare des mesures de profils in-

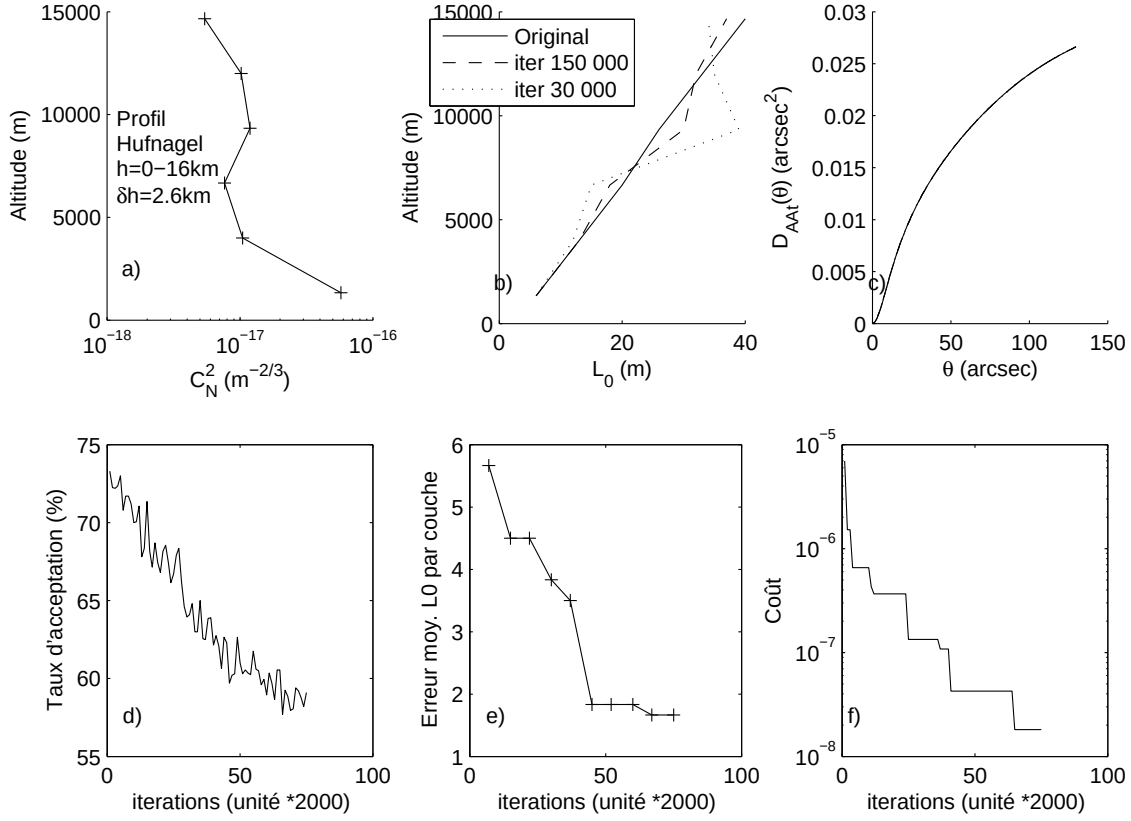


FIG. 4.12 – Exemple de reconstruction par recuit simulé d'un profil donné d'échelle externe à 6 couches d'égales épaisseurs. a) Profil de C_N^2 utilisé suivant le modèle de Hufnagel. b) Profils d'échelle original (*trait plein*) et reconstruit pour un nombre total d'itérations donné. c) Fonction de structure angulaire des AA correspondante. d) Taux d'acceptation des perturbations générées par l'algorithme de recuit, diminuant avec la température, en fonction du nombre d'itérations. e) Erreurs moyennes sur les valeurs d'échelle obtenues par couche équivalente (Eq.4.12). f) Fonction de coût correspondante représentée à chaque changement de température (2000 itérations à T constant).

tégrés de l'échelle externe effectuées avec des ballons avec celles intégrées issues du modèle de vK mesurées optiquement au moyen de l'instrument GSM. Les auteurs donnent 7 comparaisons d'échelles mesurées pendant la campagne d'évaluation du site de Cerro Pachon pour déduire un facteur de conversion entre ces deux grandeurs.

La campagne d'observation à l'OHP a permis de rassembler différents instruments dédiés aux mesures de la turbulence atmosphérique tels que GSM, SCIDAR, ballons et MOSP. Une inter-comparaison des résultats obtenus, en particulier sur les valeurs de l'échelle externe, est intéressante. Durant cette campagne, 45 ballons ont été envoyés et 15 correspondent au temps d'observation GSM et MOSP.

Pour les comparaisons d'échelles MOSP/ballons (Fig.4.15 à droite), des valeurs moyennes en altitude d'échelle "ballons" sont calculées afin d'obtenir la même résolution verticale. Pour les comparaisons des profils d'échelle et des valeurs intégrées GSM/Ballons, la relation $n = -1/3$ (Eq.3.10) est utilisée pour intégrer les profils "ballons" d'échelle externe (Fig.4.15 à gauche). Comme la durée du vol ascensionnel est d'environ une heure, à chaque mesure de l'échelle intégrée déduite des ballons correspond plusieurs valeurs d'échelles mesurées par les instruments GSM et MOSP. La Fig.4.15 révèle un manque de corrélation aussi bien entre les mesures GSM/ballons

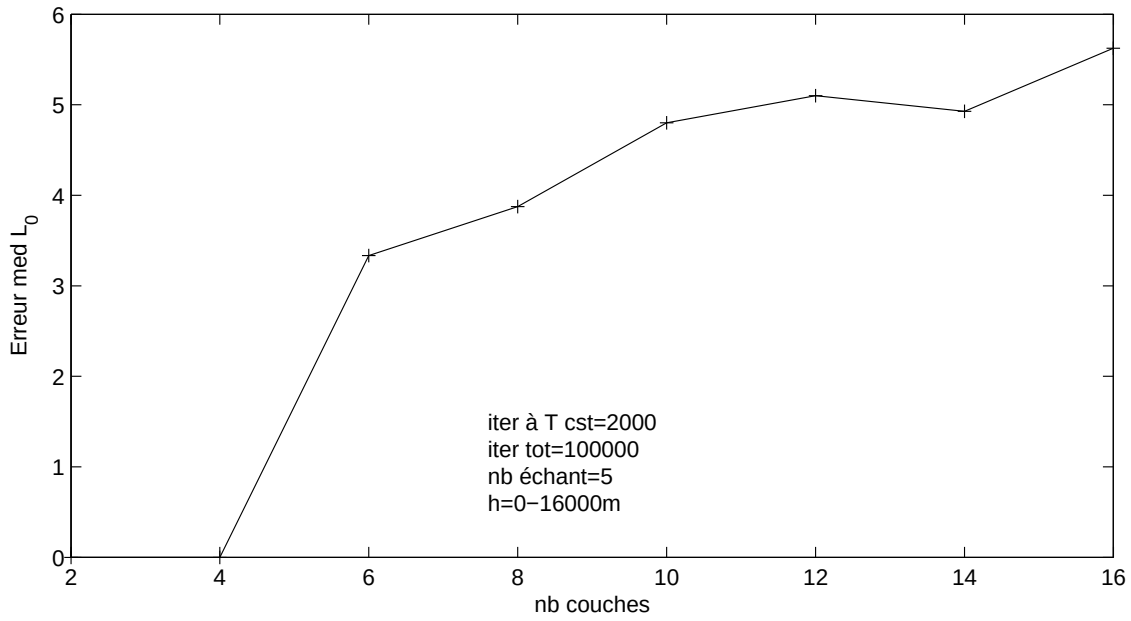


FIG. 4.13 – Erreurs médianes (en m) par couche équivalentes sur les valeurs obtenues d'échelle externe en fonction du nombre de couches équivalentes utilisées (Eq.4.12) lors de la reconstruction d'un profil simulé d'échelles.

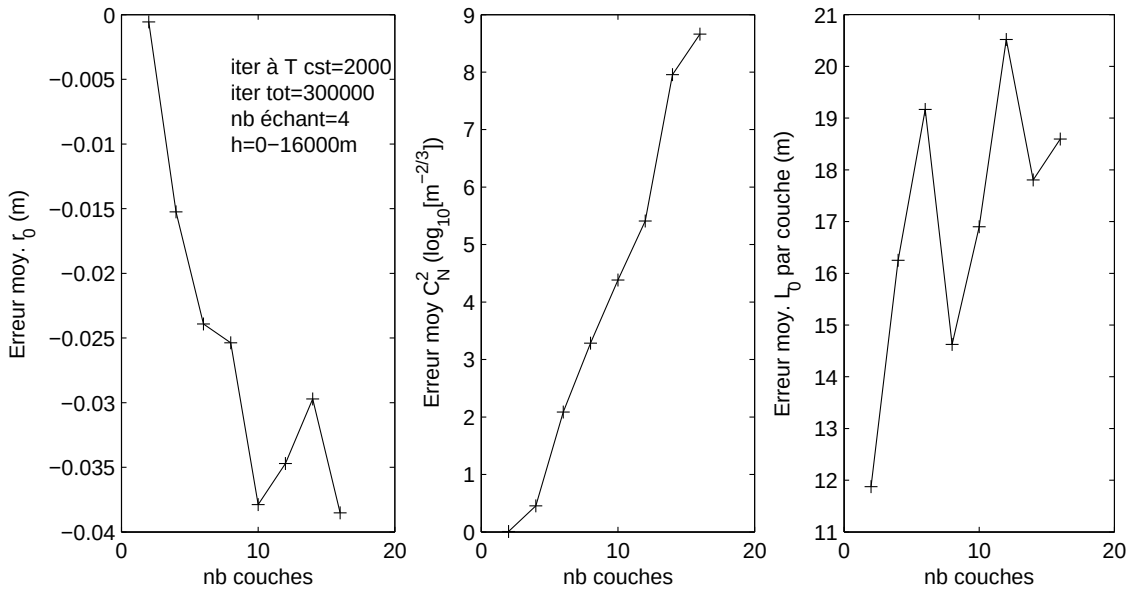


FIG. 4.14 – Erreurs liées à la reconstruction simultanée de profils simulés de C_N^2 et L_0 par l'algorithme de recuit simulé calculées à partir d'un test utilisant une fonction de structure construite à partir de profil Hufnagel de C_N^2 et d'un profil d'échelle augmentant avec l'altitude. *A gauche* : Différence ($r_{0obt} - r_{0synt}$) entre les profils intégrés de $C_N^2(h)$. *Au milieu* : Erreur d'estimation (Eq.4.13) des profils de C_N^2 . L'erreur augmente lorsque le nombre de couches croît. *A droite* : Erreur médiane (en m) par couche équivalente sur les valeurs de l'échelle obtenues en fonction du nombre de couches équivalentes utilisées (Eq.4.12)

qu'avec les comparaisons MOSP/balloons. Toutefois ces comparaisons sont difficile à établir car en plus d'utiliser une définition différente de l'échelle, les ballons dérivent suivant la direction du vent et ne sondent pas les premiers mètres de l'atmosphère.

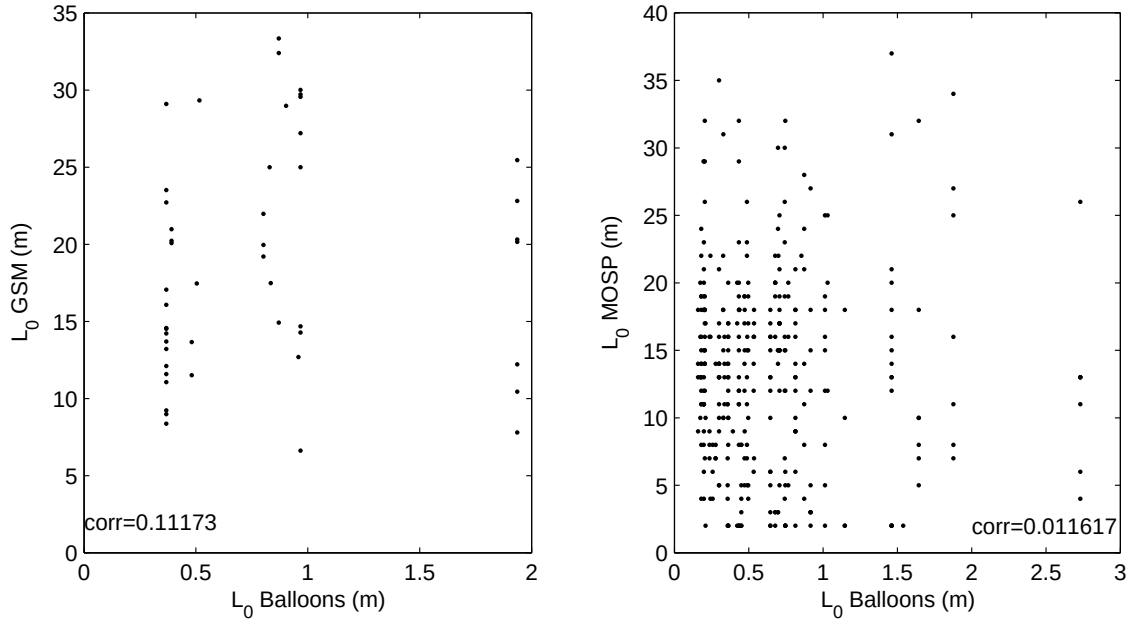


FIG. 4.15 – Comparaisons des échelles déduites de données ballons et obtenues à partir des instruments GSM et MOSP. Ces comparaisons ne montrent aucune corrélation significative pendant la campagne d'observation à l'OHP lors de la campagne d'observation de novembre et décembre 2004.

4.2.6 Exemples d'implications en Optique Adaptative

Les polynômes de Zernike sont souvent utilisés pour décrire les déformations du front d'onde dues à la propagation à travers l'atmosphère terrestre. La variance des coefficients des polynômes de Zernike est donnée dans le cadre du modèle de vK par l'Eq. 1.44. On peut choisir de s'intéresser à la variance normalisée

$$A_j = \frac{\langle |a_j|^2 \rangle}{\left[D^{5/3} \frac{2.91}{6.88} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^\infty dh C_N^2(h) \right]} = (D/r_0)^{-5/3} \langle |a_j|^2 \rangle. \quad (4.14)$$

dans le cas d'une échelle intégrée au sol ($n = -1/3$) ou dans le cas du profil d'échelle externe. La Fig. 4.16 représente la variance normalisée des coefficients des j premiers polynômes de Zernike en fonction du mode j calculée à partir du profil moyen d'échelle externe obtenu à Mauna Kea et de son échelle intégrée au sol. La différence absolue des variances calculées avec les profils d'échelle externe et l'échelle externe intégrée est plus importante lorsque le diamètre du télescope diminue contrairement à la différence relative des variances $\frac{|A_j(\mathcal{L}_0(h)) - A_j(\mathcal{L}_0 Eq)|}{A_j(\mathcal{L}_0(h))}$ qui augmente lorsque D augmente. Cette différence est directement reliée à l'erreur de l'approche mono-couche sur l'échelle externe (Sect. 3.3). Dans les deux cas, on constate que l'écart d'amplitude entre les modes tip-tilt et les modes de plus haut degré diminue lorsque le diamètre du télescope augmente.

L'altitude de conjugaison des miroirs déformables pour les systèmes d'Optique Adaptative Multi-Conjuguée est dépendante de la distribution verticale de la turbulence (D. Johnston et B.

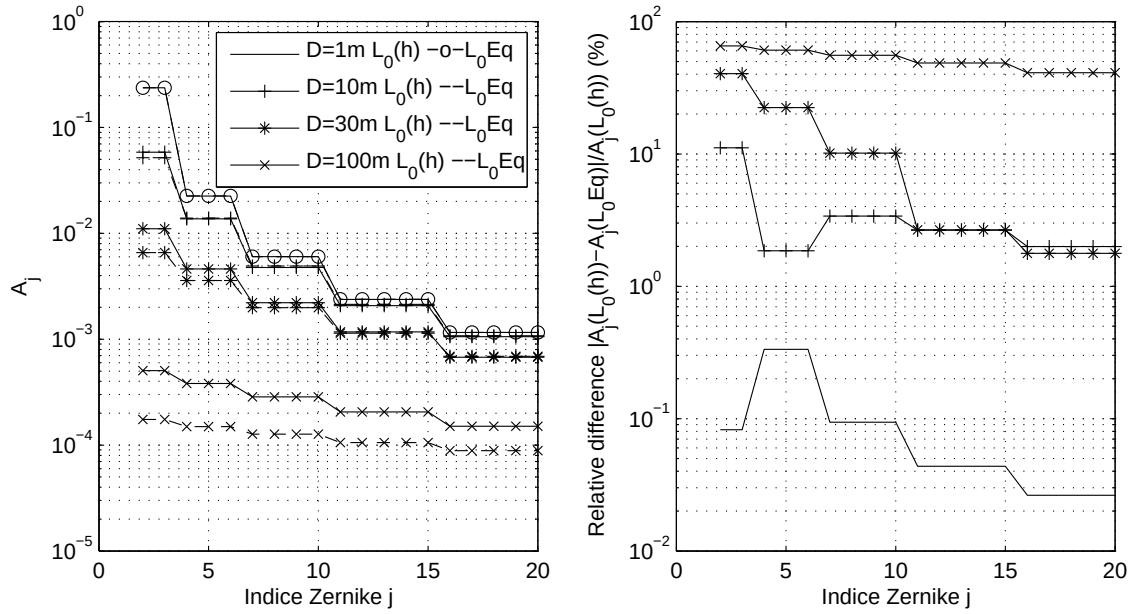


FIG. 4.16 – à gauche : Variance normalisée A_j des coefficients des polynômes de Zernike en fonction du mode j et du diamètre D du télescope calculée à partir des profils d'échelle externe (en traits plein) et avec une échelle intégrée au sol ($n = -1/3$, en tirets). à droite : Différence relative des A_j correspondant au profil et à la valeur intégrée de l'échelle.

Welsh 1994 [72], A. Tokovinin *et al* 2000 [153], M. Le Louarn *et al* 2000 [85], B. Femenia et N. Devaney 2003 [51]). Même si une analyse complète des performances et de l'évaluation des erreurs de ces systèmes sort du cadre de cette étude, on peut toutefois noter que la prise en compte des profils d'échelle externe change l'amplitude du spectre des fluctuations de phase. Il est possible de calculer la variance du tip-tilt apporté par chacune des couches turbulentes pour estimer la course des miroirs déformables optiquement conjugués sur celles-ci. De plus, la distance entre les actuateurs des miroirs déformables sous-échantillonne la correction des déformations du front d'onde et introduit une erreur dépendante du spectre des fluctuations de phase (F. Rigaut *et al* 2000 [121]). La distance d_{act} entre actuateurs donnent la plus haute fréquence $f_c = 2/d_{act}$ compensée. La Fig.4.17 représente le spectre résiduel des fluctuations de phase lorsque l'on utilise les profils moyens $C_N^2(h)$ et $\mathcal{L}_0(h)$ mesurés à Mauna Kea le 17 Juillet 2005. Le spectre est corrigé par un terme multiplicatif $(1 - \text{sinc}(\theta \cdot \Delta h \cdot f))W_\phi$ dû aux défauts d'échantillonnage spatial fini des corrections apportées. La distance d_{act} entre actuateurs est choisie égale à 0.5m, l'altitude de conjugaison des miroirs déformables est 150m et 10km, avec un champ de vue $\theta = 2'$.

Pour l'optique adaptative multi-conjuguée orientée couche, les hautes fréquences spatiales non corrigées résultant de l'espace entre actuateurs sont supérieures à la fréquence de coupure $f_c = 1/(\theta \cdot \Delta h)$ (R. Ragazzoni *et al* 2005 [117]). La Fig.4.18 représente le spectre résiduel des fluctuations de phase dans une représentation altitudes-fréquences spatiales et les corrections basses fréquences dues aux miroirs déformables. L'effet de l'échelle sur le spectre fait varier les basses fréquences qui sont corrigées par les miroirs déformables. On s'attend donc à ce que les profils d'échelle externe aient peu d'effet sur l'amplitude du spectre résiduel. Cependant, la correction étant dépendante de l'altitude de conjugaison des miroirs, un spectre résiduel différent est obtenu lorsqu'on considère les profils d'échelle externe.

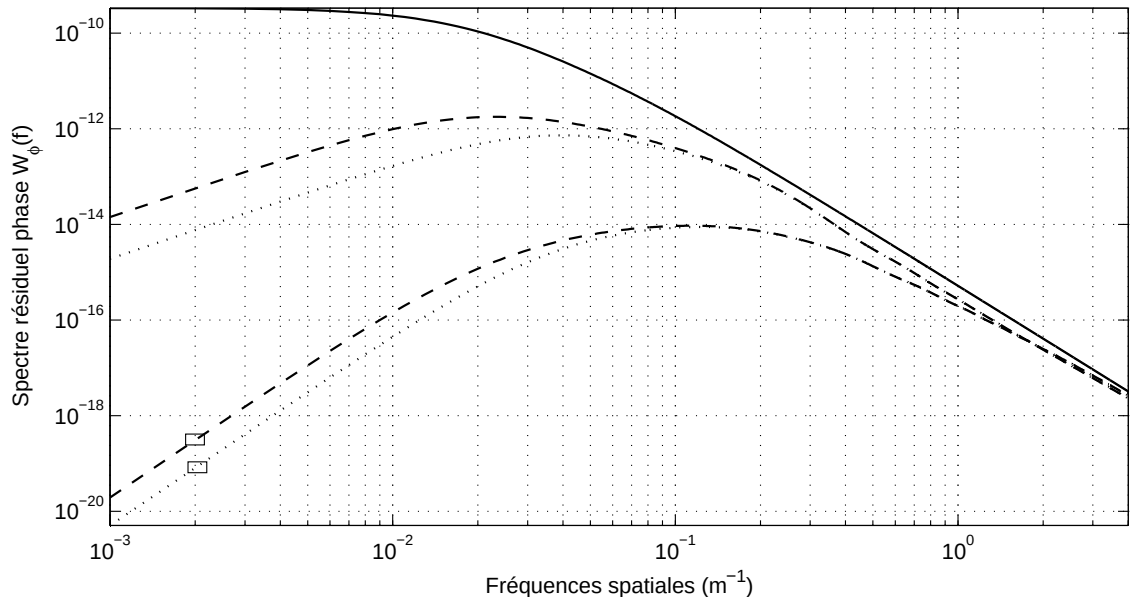


FIG. 4.17 – Spectre résiduel calculé des fluctuations de phase dues à l'erreur d'échantillonnage spatial fini des corrections d'un système d'optique adaptative multi-conjuguée, sans correction (pleine ligne), avec 1 (sans marques) et 2 miroirs déformables (courbes avec marques carrées) conjugués à 150m et 10km avec un FoV de 2' et une distance entre actuateurs de 0.5m, déduits du profil moyen d'échelle externe (en tirets) et avec une échelle intégrée au sol ($n = -1/3$, pointillés).

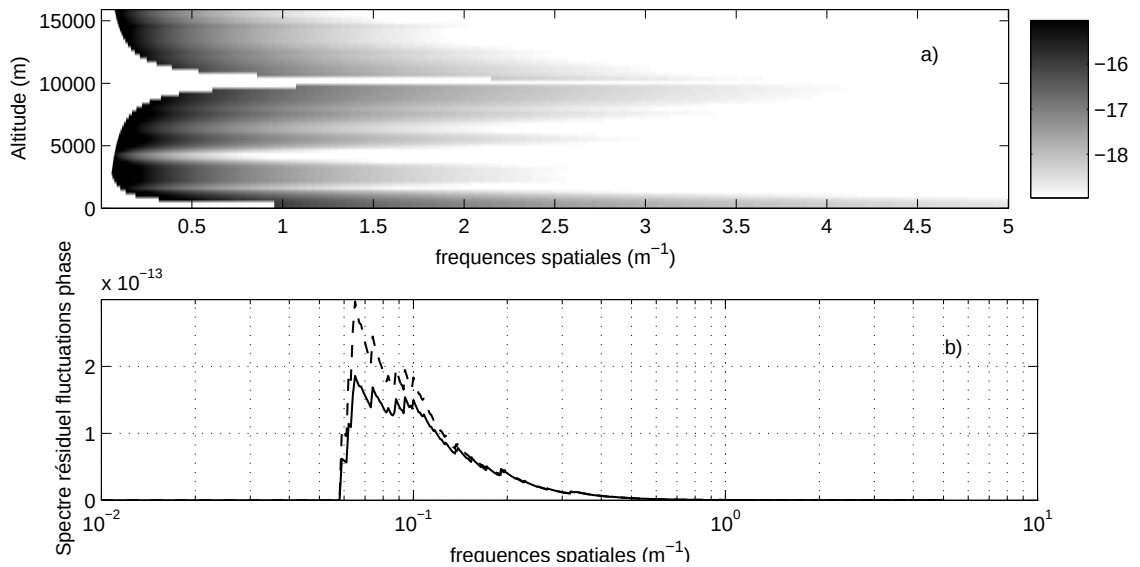


FIG. 4.18 – Spectre résiduel calculé des fluctuations de phase dues à l'erreur d'échantillonnage spatial fini des corrections d'un système d'optique adaptative multi-conjuguée orientée couche où l'on tient compte de 2 miroirs déformables conjugués à 150m et 10km avec des FoV de 12' et 4', pour le profil moyen d'échelle externe (tirets) et sa valeur intégrée avec $n = -1/3$ (ligne pleine). *En haut* : représentation en échelle log du spectre des fluctuations de phase dans le plan altitudes-féquences spatiales mesuré à Mauna Kea.. *En bas* : spectre de la phase résultant au sol après correction des miroirs déformables.

4.3 Conclusion

Le résultat majeur de ce chapitre est la mise en évidence de la distribution verticale de l'échelle externe, s'écartant ainsi de la notion habituelle de paramètre intégré. Une méthode originale de mesure du profil vertical de l'échelle externe a été développée. Elle repose sur l'analyse des fluctuations des angles d'arrivée déduites des mouvements des images du limbe lunaire à partir d'une méthode inverse de recuit simulé. Les observations sont effectuées sur un champ suffisamment grand pour permettre de calculer les corrélations angulaires et l'inversion permet de remonter au profil d'échelle externe.

Les résultats de simulations montrent qu'il est possible d'estimer les profils $C_N^2(h)$ et $\mathcal{L}_0(h)$ sur un nombre limité de couches équivalentes (3 pour toute l'atmosphère). La résolution en altitude des profils d'échelle externe peut être considérablement améliorée en utilisant un profil C_N^2 mesuré par ailleurs par l'instrument SCIDAR. La résolution en altitude, principalement limitée par la méthode d'inversion, donne alors des résultats fiables lorsque le nombre de couches considérées est inférieur ou égal à 7.

Les premiers résultats de profils d'échelle externe exposent un comportement dans la couche limite différent des couches en altitude. Ces profils sont en partie validés avec l'instrument GSM pour ce qui concerne l'échelle externe équivalente au sol.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

Les futurs très grands télescopes donneront la possibilité d'effectuer des observations à très Haute Résolution Angulaire, mais leur conception nécessite une connaissance précise des effets optiques de la turbulence atmosphérique sur de grandes échelles spatiales afin de pouvoir s'en affranchir. La modélisation des effets atmosphériques intervient dans la spécification des contraintes techniques liées à la réalisation d'un très grand télescope et dans l'évaluation de ses performances. L'étude présentée dans ce mémoire a eu pour objectif de caractériser les propriétés spatiales du front d'onde sur des bases de mesure métriques, décamétriques et hectométriques. Cette étude s'est effectuée en plusieurs parties, dont les axes principaux portent sur la validation expérimentale des modèles de turbulence optique ainsi que sur la modélisation en altitude de cette même turbulence.

L'interférométrie stellaire optique est une technique pouvant servir à mieux connaître les propriétés statistiques du front d'onde sur de grandes échelles spatiales. L'observation et l'analyse des franges d'interférence obtenues à l'aide de l'interféromètre GI2T/REGAIN ont permis de détecter directement l'amplitude des déformations spatiales du front d'onde sur de longues bases. Le modèle de Kolmogorov-Tatarskii est souvent utilisé pour décrire les fluctuations de la phase sur des distances sub-métriques. Pour des bases supérieures à l'échelle externe, la *saturation* de la fonction de structure de la phase, caractéristique du modèle de turbulence, a été mise en évidence expérimentalement. A ces échelles, l'allongement de la base de mesure n'implique plus nécessairement une augmentation de l'amplitude des déformations spatiales du front d'onde. Cette saturation a été mesurée de manière séquentielle à partir de différentes bases de mesure. Nous avons vu qu'une attention particulière doit être portée afin de discriminer les contributions instrumentales et atmosphériques à la différence de marche. Les valeurs d'échelle externe (modèle de vK) déduites des variations d'OPD mesurées à partir des données interférométriques, sont en bon accord global avec les mesures effectuées en parallèle à l'aide de l'instrument GSM. Le même type d'analyse est directement applicable aux données de l'interféromètre VLTI/AMBER. En plus des longueurs hectométriques de bases accessibles, celui-ci permet d'avoir accès de manière simultanée aux mesures réalisées à partir de trois différentes longueurs de bases. Toutefois, afin de statuer sur l'apport instrumental, une calibration des mesures est nécessaire à l'estimation de l'échelle externe et à la détermination du modèle de turbulence à partir des données interférométriques. Nous avons vu aussi par une étude numérique que les modélisations des densités spectrales des images interférométriques effectuées sous les hypothèses que l'amplitude complexe de l'onde suit une loi normale ou log-normale, sont d'autant plus proches que la valeur de l'échelle externe est faible.

L'échantillonnage spatial de la fonction de structure de la phase obtenue par cette méthode de mesure interférométrique est limitée par le nombre de bases disponibles. Afin d'améliorer la caractérisation des effets de la turbulence sur les observations, une méthode permettant de coupler

les informations issues de l'interféromètre GI2T/REGAIN et de l'instrument GSM a été proposée et mise en œuvre. Une forme empirique de la fonction de structure de la phase a pu ainsi être obtenue. D'autre part, une étude spéciale a été menée sur la validation des modèles usuels de turbulence caractérisant les déformations aux grandes échelles du front d'onde. L'évaluation des effets atmosphériques diffère suivant le modèle utilisé et la base de mesure considérée. En plus des quatre modules déjà existants dans sa configuration standard, une nouvelle configuration de l'instrument GSM a été élaborée comprenant deux modules supplémentaires. Le nombre de bases de mesure a ainsi été considérablement augmenté. Fonctionnant en mode longitudinal, les 15 bases de mesure rendues accessibles simultanément par les 6 modules permettent de tester les modèles existants. De plus, l'alignement des 6 télescopes dans un mode d'observation longitudinal permet de s'affranchir de l'hypothèse d'isotropie utilisée pour estimer l'échelle externe dans la configuration standard de GSM. Trois modèles de turbulence optique ont été utilisés pour interpréter les données à partir d'une méthode de moindres carrés pondérés. Les résultats des premières nuits d'observation montrent que le modèle de Greenwood-Tarazano, généralement peu utilisé pour représenter les déformations aux grandes échelles, devrait être aussi considéré. Ces premiers résultats donnent ainsi à l'instrument GSM un statut d'expérience capable de valider dans le domaine des grandes échelles spatiales les différents modèles de turbulence optique existants.

La perte de cohérence spatiale a été caractérisée au sol mais aussi en altitude afin d'optimiser au mieux les techniques d'observation à Haute Résolution Angulaire. Une approche multi-couche de l'échelle externe est proposée afin de rendre compte des effets optiques de la turbulence atmosphérique. Des relations avec le cas "mono-couche" ont été établies. Il est possible d'ajuster le spectre total multi-couche des fluctuations de phase par un spectre mono-couche du même modèle en utilisant une échelle externe équivalente dont la valeur dépend des conditions atmosphériques et instrumentales. Cela m'a demandé d'introduire l'exposant n qui généralise la relation théorique issue du modèle de Kolmogorov-Tatarskii entre les profils d'échelle externe et l'échelle externe résultante au sol, au cas des modèles usuels décrivant la turbulence optique sur de grandes distances. La valeur de n est égale à $-1/3$ pour les grandes valeurs d'échelle externe. Dans le cas des grands télescopes et pour le modèle de von Kármán, la valeur de n augmente et tend vers $11/3$. Dans le cas des modèles de turbulence de Greenwood-Tarazano et exponentiel, n tend respectivement vers $11/6$ et 2 pour les grands télescopes. Il est montré que dans le cadre d'une description multi-couche de l'atmosphère, les modèles usuels comportant une échelle externe "mono-couche" ne sont valables que dans certaines conditions atmosphériques et expérimentales. Il est alors préférable d'adopter une description multi-couche de l'échelle externe dans la modélisation des corrélations et des grandeurs liées au front d'onde.

Nous avons vu que l'erreur relative à une modélisation mono-couche de l'échelle externe pouvait être très élevée (Fig.3.7, 3.11). Cette approche mono-couche est en fait d'autant plus valide que la distribution des valeurs de l'échelle en altitude est étroite ou qu'une seule couche est fortement dominante en terme d'énergie C_N^2 . Nous avons toutefois utilisé cette approche usuelle mono-couche en Sec.2 puis 3.1 et 3.2. En effet, les comparaisons des valeurs de l'échelle externe mesurées de manière interférométrique et à l'aide de GSM ont été effectuées en Sect.2 à partir d'une approche mono-couche de l'échelle externe. Ces résultats peuvent être interprétés à nouveau à partir d'une modélisation multi-couche de l'échelle externe. En effet, nous avons vu en Sect.3.3 que, dans une modélisation multi-couche de l'atmosphère, la valeur de l'échelle externe mono-couche résultante au sol est différente suivant l'instrument qui la mesure. Les valeurs obtenues à partir des grandes bases interférométriques sont théoriquement plus élevées que celles obtenues par GSM (Fig.3.11). Si cette différence théorique peut être supposée faible dans le cas des comparaisons avec l'interféromètre GI2T/REGAIN (bases décimétriques), elle devient plus élevée dans le cas des bases hectométriques utilisées par l'interféromètre VLTI/AMBER. En effet, cette différence

augmente avec la longueur de base et peut expliquer en partie les valeurs élevées de l'échelle externe obtenues à partir de l'instrument VLTI/AMBER en comparaison des valeurs moyennes obtenues par GSM sur le même site. Par ailleurs, la validation expérimentale du modèle de turbulence atmosphérique utilisant une échelle externe mono-couche effectuée en Sect.3.2 est aussi au centre de cette discussion. En effet, il est montré que les modèles de type mono-couche ne permettent pas toujours d'ajuster correctement les données. La prise en compte de la distribution verticale de l'échelle externe est une réponse possible pour expliquer ces écarts significatifs aux modèles usuels à échelle externe mono-couche. Afin de calculer l'échelle externe mono-couche résultante au sol à partir de sa distribution verticale, nous avons identifié trois configurations expérimentales "typiques" à partir desquelles il est possible d'établir les relations permettant ce passage : le cas des "grandes valeurs de l'échelle externe" ($D \ll B \ll \mathcal{L}_0/\pi$), le cas "des interféromètres à grandes bases" ($D \ll \mathcal{L}_0/\pi \ll B$) et enfin le cas des "grands télescopes" ($\mathcal{L}_0/\pi \ll D \ll B$). L'exposant n varie alors entre la valeur minimum $-1/3$ (cas des "grandes valeurs de l'échelle externe") et la valeur maximum (cas des "grands télescopes") variant suivant le modèle utilisé.

Enfin, mon travail a consisté aussi à développer l'instrument "MOSP" (Monitor of Outer Scale Profile) mesurant la distribution verticale de l'échelle externe à partir de l'observation du limbe lunaire. En utilisant les profils $C_N^2(h)$ mesuré simultanément avec le SCIDAR généralisé, la détection et l'analyse des fluctuations d'AA le long du limbe de la Lune permettent d'estimer les profils de l'échelle externe (modèle de vK). L'inversion non-linéaire effectuée par la méthode de recuit simulé est le principal facteur limitant la résolution en altitude des profils obtenus. L'erreur d'estimation due à l'amplification du bruit de mesure est faible lorsque la résolution en altitude est basse. Nous avons vu par une étude numérique que 6 à 7 couches équivalentes permettent d'obtenir des résultats fiables. Cette étude a permis de concevoir une chaîne d'acquisition et de traitement des images du bord qui a été testée lors de deux campagnes d'observation, à l'Observatoire de Mauna Kea et à l'Observatoire de Haute Provence. Celles-ci ont abouti aux premières mesures des profils d'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde. Les valeurs d'échelle externe obtenues sont plus faibles à basse altitude, dans la couche limite, en comparaison des valeurs obtenues dans l'atmosphère libre. Les valeurs d'échelles intégrées au sol sont en bon accord avec les mesures effectuées à partir de l'instrument GSM.

Le travail entrepris dans le cadre de cette thèse ouvre plusieurs perspectives. La caractérisation des propriétés du front d'onde sur de grandes échelles dépend des conditions atmosphériques et peut varier dans le temps, en altitude et en fonction du lieu d'observation. Ce travail de thèse a donc consisté à élaborer et à tester de nouvelles méthodes et peut être poursuivi entre autres par des campagnes d'observations permettant d'acquérir une statistique importante sur la validation des modèles de turbulence.

Une demande de temps d'observation avec l'instrument VLTI/AMBER a été effectuée par l'équipe d'Optique Atmosphérique du LUAN dans le cadre d'une campagne impliquant différents instruments de caractérisation de la turbulence dont l'instrument GSM. Ces observations à Paranal sont prévues au cours de l'automne 2007. De plus, les travaux effectués à partir des mesures de l'interféromètre GI2T/REGAIN vont être directement applicables à l'interféromètre CHARA grâce à l'adaptation VEGA de la table REGAIN sur cet instrument. Comprenant 6 télescopes de 1m sur des bases pouvant atteindre 330m, l'interféromètre CHARA/VEGA donnera des possibilités d'études de la turbulence optique encore plus grandes et ceci dès les premières observations qui débiteront pendant l'été 2007.

La voie ouverte par la validation expérimentale des modèles de turbulence à partir de la configuration étendue de l'instrument GSM doit être poursuivie et complétée par l'intensification des campagnes de qualification des sites astronomiques en étudiant la variabilité spatiale et temporelle des propriétés du front d'onde. D'autre part, la modélisation multi-couche de l'échelle externe

pourrait être étudiée en comparant les différentes échelles externes mesurées au sol par différentes configurations instrumentales et différents observables. La résolution du système formé par les échelles intégrées au sol et les valeurs correspondantes de l'exposant n pour différentes bases de mesures et différents observables peut permettre de déterminer les profils d'échelle externe. Pour cela, la configuration étendue de GSM comportant un nombre important de bases de mesure est bien adaptée. Ce système peut être complété par des mesures interférométriques de l'échelle externe. Il serait alors possible d'augmenter considérablement la résolution en altitude des profils déjà mesurés avec l'observation du limbe lunaire.

La détermination des profils d'échelle externe par observations du limbe de la Lune a été entreprise dans le cadre de la qualification du site du Dôme C en Antarctique pendant l'hivernage 2007. Les premières observations et mesures de cette version antarctisée du MOSP sont en cours, en parallèle avec les instruments de qualification GSM et Single Star SCIDAR¹. Des améliorations du dispositif expérimental peuvent être envisagées ; l'analyse des fonctions de structure angulaires des fluctuations d'AA le long du limbe permettent d'obtenir des mesures différentielles mais qui peuvent être entachées par le calcul du bord moyen. L'ajout d'un biprisme dans le dispositif d'observation permettrait d'effectuer des mesures entièrement différentielles. Par ailleurs, en ajoutant la possibilité d'observer le plan pupille du télescope (J. Borgnino *et al* 2007 [27]), il serait possible de déduire directement des profils de l'énergie optique $C_N^2(h)$ avec une résolution en altitude suffisante à la détermination des profils de l'échelle externe.

De plus, une étude des causes physiques et des processus de formation à grandes échelles de la turbulence dans l'atmosphère pourrait permettre d'orienter et de justifier l'utilisation des modèles empiriques de turbulence, incluant l'effet de l'échelle externe, utilisés dans ce mémoire. D'importantes hypothèses ont été utilisées dans ce mémoire dont l'isotropie de la turbulence, selon laquelle les moyennes temporelles décrivant statistiquement le champ turbulent sont indépendantes de l'orientation spatiale des axes du référentiel choisi pour étudier ce champ. Dans l'atmosphère, cette propriété d'isotropie est communément admise mais ne se rencontre pas forcément proche de la surface terrestre. Une généralisation de ces travaux à une turbulence anisotrope pourrait être considérée en développant une expérience spécifique. En outre, l'hypothèse d'homogénéité de la turbulence, selon laquelle les moyennes temporelles décrivant statistiquement le champ turbulent sont indépendantes de la position du point en lequel est étudié ce champ, pourrait être confirmée, ou infirmée par observation. Enfin, une étude de l'hypothèse de stationnarité de la turbulence et des temps caractéristiques associés aux effets optiques de la turbulence atmosphérique permettrait de compléter l'étude des propriétés statistiques à grandes échelles du front d'onde.

Nous avons vu l'importance de la modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les observations à Haute Résolution Angulaire. Elle intervient dans de nombreux domaines en astronomie ; en astrométrie, cette modélisation permet de déterminer la précision des mesures ; dans le domaine de l'imagerie, la valeur de l'échelle externe influence la forme des images obtenues. Elle conditionne le niveau de correction à atteindre pour tous les systèmes ayant pour but de s'affranchir des effets de la turbulence. Les bas ordres de déformation du front d'onde sont en effet très sensibles à la valeur de l'échelle externe. En interférométrie à grandes bases, l'excursion maximale des fluctuations d'OPD générées par la propagation à travers l'atmosphère terrestre dépend fortement de ce paramètre optique et doit être bien connue afin d'élaborer de manière optimale un système de stabilisation des franges. Les projets d'interféromètres imageurs (ou hyper-télescopes) par exemple comportent un grand nombre de télescopes dont le cophasage des faisceaux, ou le contrôle du front d'onde à mieux qu'une fraction de longueur d'onde, nécessite une connaissance précise des déformations aux grandes échelles. Les projets d'imagerie à Très

¹Le SSS est un instrument mesurant les profils de $C_N^2(h)$ en fonction de l'altitude. Le principe du SSS est semblable à celui du SCIDAR mais il fonctionne en observant une seule étoile.

Haute Dynamique comme la coronographie pour l'observation des exoplanètes demandent un niveau très élevé de correction des déformations du front d'onde. L'amplitude des bas ordres de la décomposition de la phase du front d'onde est déterminante dans la définition de la course des miroirs déformables utilisés dans les systèmes d'Optique Adaptative des futurs très grands télescopes. La modélisation en altitude des déformations du front d'onde permet par exemple de déterminer l'altitude optimale de conjugaison des miroirs déformables pour les systèmes d'Optique Adaptative Multi-Conjuguée. Le dimensionnement de ces systèmes doit tenir compte des contraintes techniques liées aux effets optiques de la turbulence atmosphérique par la caractérisation des propriétés à grandes échelles du front d'onde.

Chapitre 6

Annexes

6.1 "Recent progress and future prospects of the GI2T interferometer"

Proc. SPIE, Vol. 6268, (2006)
Advances in Stellar Interferometry, Orlando.

Recent progress and future prospects of the GI2T interferometer

D. Mourard^a, A. Blazit^a, D. Bonneau^a, J.L. Chevassut^a, J.M. Clausse^a, J.B. Le Bouquin^{b,c}, J. Maire^d, G. Merlin^a, K. Rousselet-Perraut^b, J. Borgnino^d, N. Nardetto^a, F. Patru^a, X. Rondeau^e, P. Stee^a, I. Tallon-Bosc^e, E. Thiébaut^e, F. Vakili^d, A. Ziad^d

^aObservatoire de la Côte d’Azur, GEMINI, Av. Copernic, Grasse, France

^bObservatoire de Grenoble, LAOG, Grenoble, France

^cEuropean Southern Observatory, Santiago, Chile

^dUniversité de Nice, LUAN, Parc Valrose, Nice, France

^eObservatoire de Lyon, CRAL, Lyon, France

ABSTRACT

We give an overview of recent results obtained with the GI2T interferometer. On the technical side, great improvements have been obtained on photon counting detectors, especially in terms of quantum efficiency and of photon centroiding algorithms. Piston measurements with the GI2T dispersed fringes have been made during coordinate observations with the Generalized Seeing Monitor GSM. These observations have lead to wavefront outer scale determinations. The last topic we will present concerns the polarimetric measurements done with the SPIN device on the GI2T spectrograph. We conclude this paper by a summary of the results obtained with the GI2T during its scientific life.

Keywords: GI2T, seeing monitor, polarimetry, visible wavelength

1. INTRODUCTION

The GI2T/REGAIN interferometer^{1,2} is in operation at Observatoire de la Côte d’Azur since 20 years. After a first period of scientific exploitation (beginning of 90’s), we have developed a new interferometric bonnette with field rotators, pupils stabilization and atmospheric dispersion compensation and a dedicated spectrograph. Due to the great ageing of the first photon counting detectors used on GI2T (CP40³), we have developed a new generation of photon counting detectors for speckle and long baseline interferometry at visible wavelengths. Results are reported in Section 2. All these equipments have been in operation since a few years but large difficulties have been encountered in the global operation of the GI2T interferometer mainly due to the ageing of the mechanical driving system of the ‘boules’ telescopes. The decision of stopping the operation of GI2T has been taken in December 2005 and we are now involved in the development of the VEGA^{4,5} project, which consists in adapting the GI2T spectrograph at the visible coherent focus of the CHARA⁶ array. In Section 3 we will present recent results obtained during coordinated observations between the GI2T interferometer and the Generalized Seeing Monitor^{7,8}. Section 4 is devoted to recent results⁹ obtained with the polarimetric device installed in the GI2T spectrograph. Finally we will conclude this paper by a rapid summary of the scientific results obtained by the GI2T during its scientific life at Observatoire de la Côte d’Azur.

2. PHOTON-COUNTING DETECTORS

We developed a new generation of intensified CCD photon counting cameras for high angular resolution instruments: SPID speckle interferometer, GI2T interferometer and the VEGA proposal for CHARA. It is designed to replace CP40³ photon counting systems, intensified CCD cameras with 40 mm diameter photocathode and 4-CCD readout. Its sensitivity was too low for many interesting objects. CPNG-Algol cameras are developed in collaboration between Observatoire de la Côte d’Azur and Observatoire de Lyon. The modular structure of the

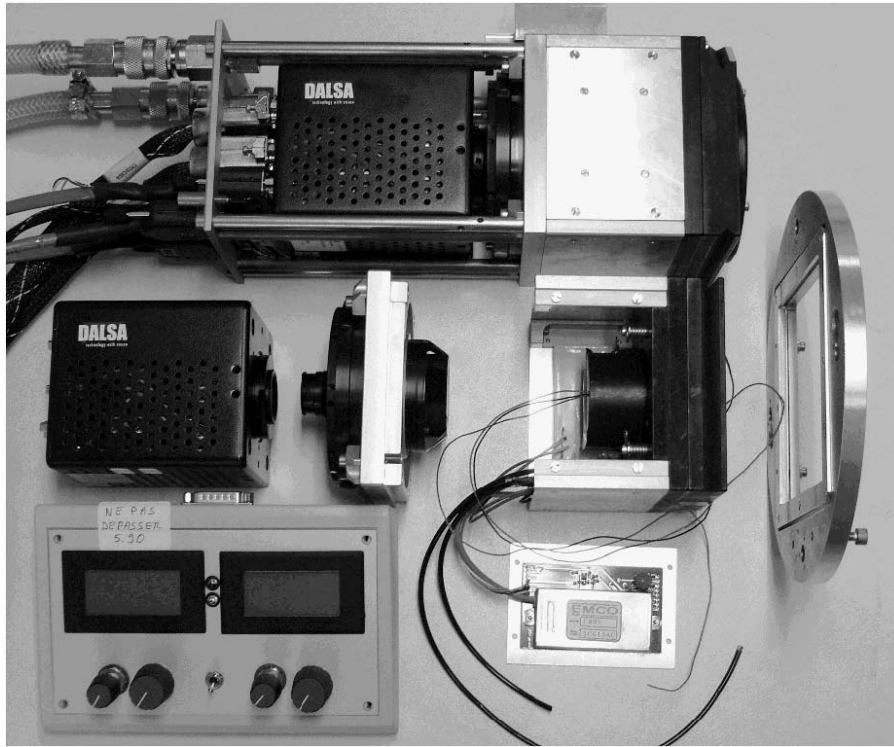


Figure 1. A CPNG camera and the elements of a second one. From right to left: fixation, image intensifiers, coupling lens, CCD camera. The intensifiers manual gain control is also shown.

design led to four different cameras, with blue or red photocathodes, and with 100 images/s (i/s) or 262 i/s (see figure 1).

The new low light level CCD technology (LLLCCD) has been evaluated. It has enough gain for photon counting operation¹⁰. It contains an amplification register placed just before the readout amplifier, providing intensification of the charge packets by avalanches between electrodes of the register. J. L. Gach et al. tested such camera¹¹, and some experiments were made at OHP with LISE team, using Andor iXon cameras. We concluded this architecture is too much noisy for our low photon fluxes. Moreover, it is impossible to perform super-resolution: their photon events spread on only one pixel, preventing better precision by computing position of the photocenter. We concluded it is too early to use LLLCCD as photon counting detector in case of very low fluxes.

Two image intensifiers have been selected for their high quantum efficiency: Hamamatsu V8070U-64 and ITT FS9910. The first one has a Ga As P photocathode sensitive to visible wavelengths (400 to 700 nm), and second one a Ga As photocathode sensitive to red and extreme red (600 to 850 nm). Both have a 18 mm diameter photocathode. Photocathodes are cooled down to -15°C for Ga As P and to -30°C for As Ga. This is done by 10 Peltier modules, their hot side being cooled by water circulation. A second intensifier stage, DEP XX1450VN, is used to provide enough gain. Image transfer between second intensifier output and readout CCD is fulfilled by a Rodenstock lens type HR-Heligar. It reduces the image size to fit the CCD dimensions. Using a lens gives better image quality, without distortions and dislocations found with fiber optics reducers. The photon localization and centroiding are made in real time and we can perform¹² a super-resolution down to $1/5^{\text{th}}$ pixel.

Quantum efficiency has been determined using low light sources (stabilized light emitting diodes) at various wavelengths, measured with calibrated Si photodiode, and density. Fig. 2 shows the measurement points and the

Further author information: (Send correspondence to D.Mourard)
D. Mourard: E-mail: Denis.Mourard@obs-azur.fr

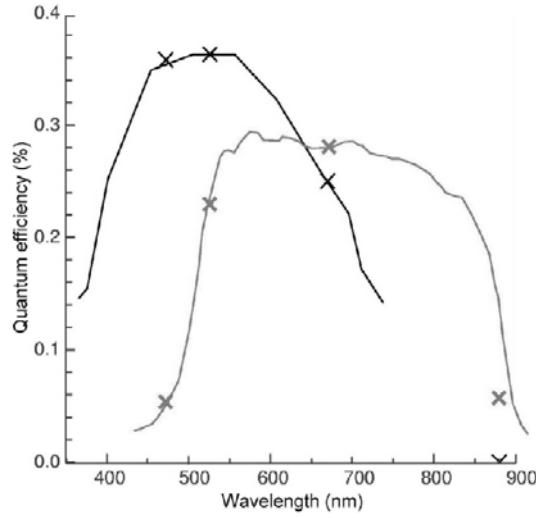


Figure 2. CPNG photon counting quantum efficiency (blue and red photocathodes). Crosses show the measures, curves are derived from intensifiers data and fitted to the measures.

efficiency profiles from the manufacturers fitted to the measures. Thanks to background subtraction on CPNG, it has been pushed to 36 % in blue to green wavelengths and 28 % in red ones. This important gain in sensitivity (compared to less than 10 % for CP 40 cameras) will open new objects to interferometric observation in visible wavelengths.

3. GI2T+GSM RESULTS

In addition to site characterization, measurements of critical atmospheric parameters are required to design and to optimize future adaptive optic systems and long-baseline interferometers. It is possible to estimate seeing conditions by processing data obtained with existing High Angular Resolution instruments. We report the results of joint observations with the GI2T interferometer and the GSM site-testing monitor performed over a period of several nights.

A debate concerning the spatial coherence outer scale of the degraded wavefront $\mathcal{L}_0$ (called the outer scale hereafter) still exists¹³. Its value is particularly important for modeling the Optical Path Difference (OPD) between the arms of an interferometer. In conditions of astronomical observations, experimental measurements of the variance of the phase difference made at small baselines are in excellent agreement with Kolmogorov turbulence spectra¹⁴. In the case of long-baseline interferometers and Extremely Large Telescopes, the validity of this model may become questionable. Extensions of the Kolmogorov model beyond the inertial range have to take into account the outer scale influence. The GSM instrument deduces $\mathcal{L}_0$ on metric baselines from angle-of-arrival fluctuations as a parameter of the von Kàrmàn (VK) turbulence spectrum. However, the validity of the VK model has never been proven.

In the context of optical astronomy, the theoretical phase structure function D_ϕ describes the wavefront distortions due to the light propagation path. This function is defined as the mean-squared difference of the phase fluctuations ϕ observed at two points separated by $\vec{B}$,

$$D_\phi(\vec{B}) = \langle [\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{B})]^2 \rangle \quad (1)$$

where the brackets $\langle \rangle$ denote an ensemble average.

Atmospheric OPD fluctuations between the light beams coming from the arms of an interferometer depend on the turbulence parameters¹⁴ as

$$\sigma_{OPD} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\phi(\vec{B})} \quad (2)$$

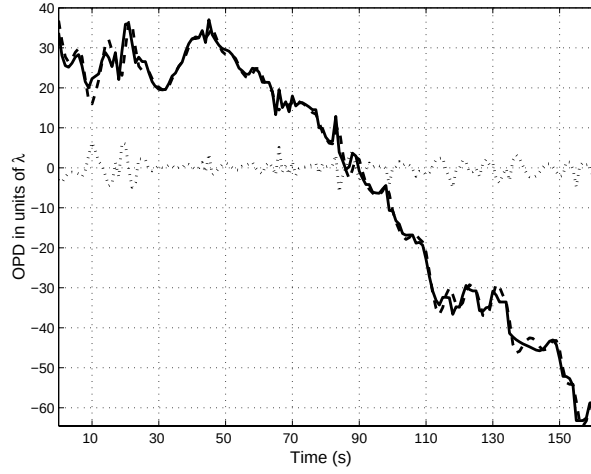


Figure 3. Example of the high-pass filtering performed on the OPD to remove instrumental effects. The filtered OPD (dotted line) is obtained by subtracting the low frequency components (dashed line) from the total OPD measured (solid line). Observation of η Uma the night of April 21, 2004 at 21h59'(UT).

Here, we processed the GI2T data to monitor σ_{OPD} and then the spatial coherence parameters of the wavefront, r_0 and $\mathcal{L}_0$.

After a selection of fringe positions with good signal to noise ratio, a Chebyshev high-pass filtering¹⁵ of the pathlength difference discards the major part of the instrumental drift. Fig. 3 shows a plot of a 160-s long record, and the OPD obtained by filtering out frequencies below 0.03 Hz. The filtering cut-off frequency f_c must be higher than the highest instrumental contribution frequencies but lower than the characteristic frequency F_c of the fringe motion spectrum: the mean value of this latter frequency, calculated with GSM data, is $F_c = 0.2Hz$ for these nights of observation.

Therefore the dynamic range of the OPD measured is restricted and the filtered OPD obtained does not take into account atmospheric long-period variations. If the entire night's data are examined, this low frequency contribution appears not significant as remarked first by Davis et al.¹⁶. By filtering out OPD variations with a cut-off frequency f_c determined with 10% precision, we found a mean relative uncertainty of 7.5% on the σ_{OPD} estimates.

In contrast to outer scale estimates, OPD fluctuations are obtained without the need for an atmospheric turbulence model. The three points in Fig. 4 represent mean values of σ_{OPD} for three baselines used sequentially on the night of 22nd June, 2004.

Error bars correspond to the standard deviation of σ_{OPD} obtained for each baseline performed. As already remarked^{16,17} the departure from the Kolmogorov model is significantly pronounced for long baselines. The non-simultaneity of our measurements makes it difficult to draw a conclusion about the validity of the VK model on decametric baselines. It is noticeable however that the saturation of σ_{OPD} and hence the *saturation* of the phase structure function is highlighted for baselines longer than the outer scale.

4. GI2T/SPIN RESULTS

Coupling high angular resolution to spectropolarimetry is very attractive but also very challenging as illustrated by the first attempts to detect astrophysical polarization by optical long-baseline interferometry. At the beginnings of modern interferometry Hanbury-Brown et al.¹⁸ tried to detect the diameter variation of β Orionis versus linear polarization. The same experiment was carried out again on α Lyr¹⁹ and on γ Cas²⁰ with the GI2T and Ireland et al.²¹ report recently measurements with the SUSI interferometer. But all of these observations were strongly limited by poor signal-to-noise ratios whose limitations were clearly greater than the amplitude of the

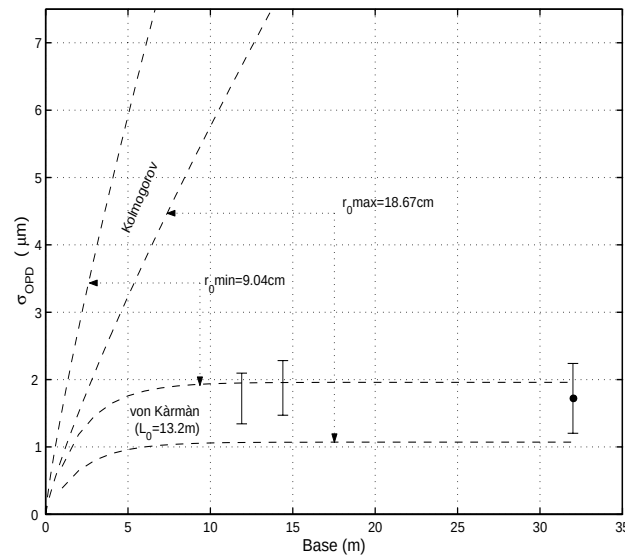


Figure 4. Standard deviation of OPD fluctuations as a function of baseline. The three points are the mean measurements performed sequentially on the night of the 22nd June 2004 obtained with the GI2T interferometer. Dashed lines represent σ_{OPD} in cases of Kolmogorov and VK models for extreme values of r_0 (9.0cm and 18.6cm) measured by GSM during OPD acquisition. Using the VK model, we represent σ_{OPD} in the case of the outer scale median value $L_0 = 13.2m$ measured by GSM during OPD acquisition.

expected signals. In fact, long baselines (and thus high angular resolutions) are mandatory when correctly detecting local polarized structures, which are typically smaller than the stellar diameter. If the angular resolution is not large enough, relevant signals are diluted over large-scale structures as the net polarization is averaged over the stellar disk in classical polarimetry. As a consequence high accuracy has to be reached on each measurement point. Moreover, such detection of local polarized features requires close control of the instrumental polarization to prevent it from dominating the measured signals.

Within this context of both instrumental polarization modelling for interferometers and detection of the astrophysical polarization with better spatial resolution, the GI2T/REGAIN was designed with minimal instrumental polarization and with a polarimetric mode inside its spectrograph². As such, it is the only equipment providing spectro-polarimetry at the 1-milliarcsecond (mas) angular resolution that allows investigation of mass-loss events from hot stars²² or inhomogeneous circumstellar materials²³ or magnetic field topologies²⁴.

The GI2T/REGAIN interferometer is equipped with a spectrograph with three spectral resolutions reaching 30000. It is a multispeckle dispersed-fringe interferometer that records (x, λ) images in its photon-counting detectors and thus provides visibility and differential phase for different spectral channels. A polarimetric mode was designed to allow astrophysical observations by spectro-polarimetric interferometry.

This polarimeter is mainly composed of a Wollaston prism to separate two orthogonal polarization states and of a movable quarter waveplate (Fig. 5-left). The polarimeter is placed inside the GI2T spectrograph, just before the grating wheel (Fig. 5-right). To avoid unbalanced transmissions of the polarization states by the grating, a fixed quarter waveplate is assembled after the Wollaston prism in the same mechanical mount to transform the two linearly polarized output beams in two circularly polarized ones that are affected by the same throughput factor by the grating grooves. The Wollaston prism is made of calcite and provides a beam angular separation of 0.37° to avoid beam vignetting on the camera. Quarter waveplates are made of three thin glass plates to reduce the chromatic effects as much as possible: the phase shift of $\lambda/4$ is given at $\pm 3\%$ throughout the $[0.4 \mu m ; 0.7 \mu m]$ spectral range.

After being spectrally dispersed, the two beams carrying both the interference and the polarization information are focused on a photon-counting camera that contains two (x, λ) images, one per polarization state referred to as *High* and *Low* with respect to their position on the detector (Fig. 6).

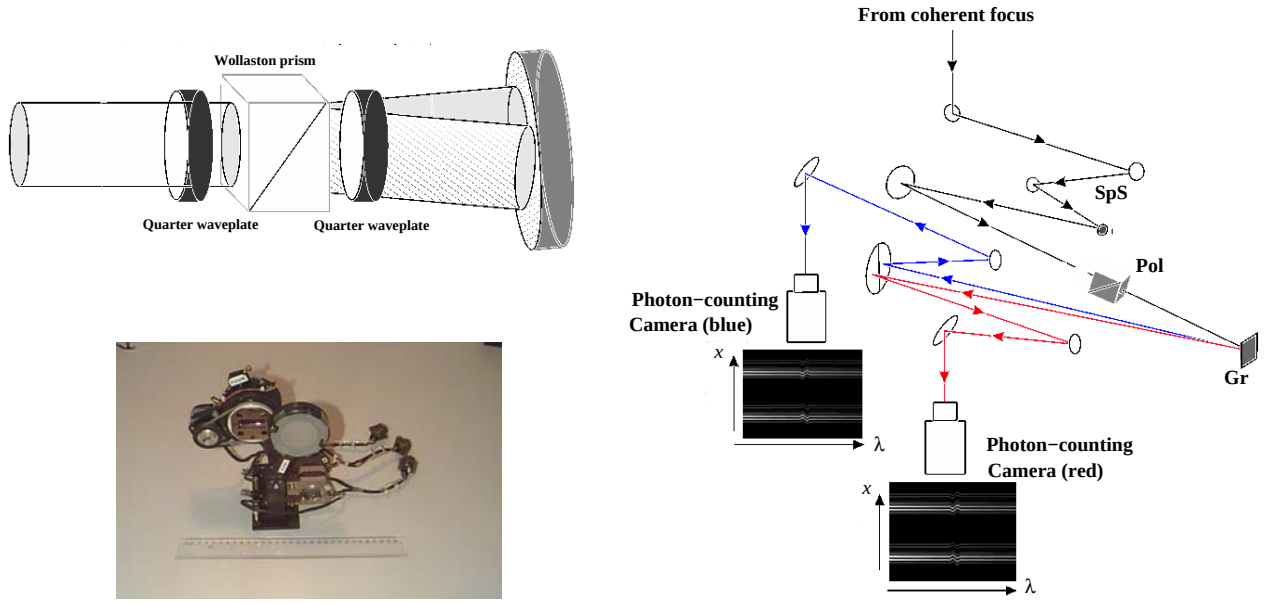


Figure 5. Left. Sketch (top) and front-view photograph (bottom) of the polarimetric mode (Pol) included in the GI2T/REGAIN spectrograph placed at the combined focus of the interferometer. **Right.** GI2T/REGAIN spectrograph: after the spectrograph slit (SpS), light is collimated, goes eventually through the Wollaston prism and the quarter waveplates of the polarimeter (Pol), and is then dispersed by a diffraction grating (Gr) and detected on blue and red cameras. The (x, λ) images including spatial (x) and spectral (λ) information are recorded. An image is composed of either a naturally dispersed fringe pattern centered on the detectors or of two polarized dispersed fringe patterns placed at the top and the bottom of the detectors as displayed in this Figure.

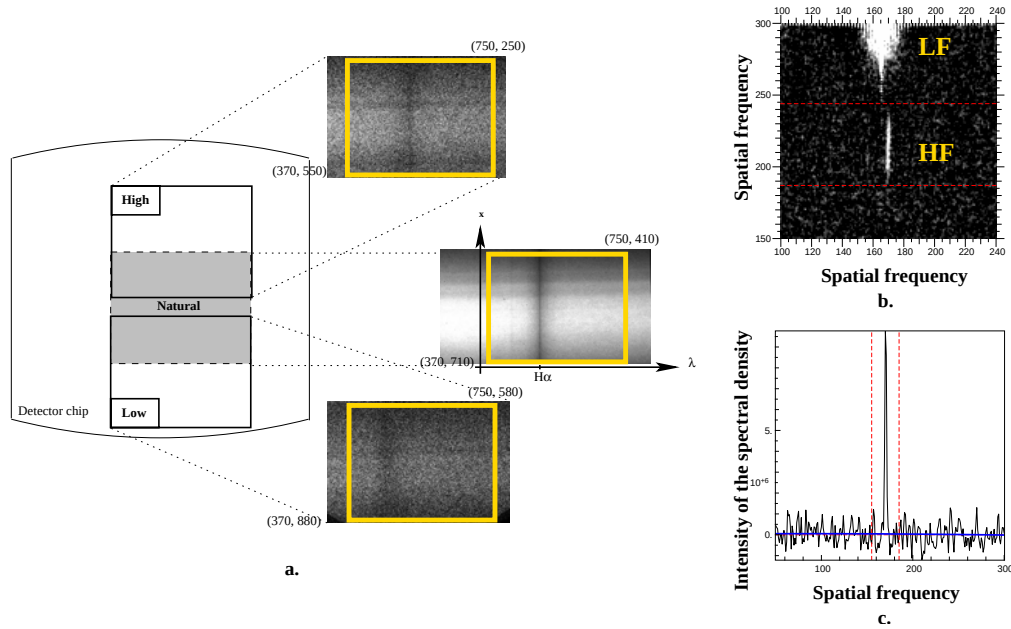


Figure 6. a. Long-exposure images of α Lyr. Spectral and spatial windows used for computation of the average autocorrelation are displayed by large rectangles in thick lines. **b.** Spectral density with the low-frequency LF and high-frequency HF contributions. **c.** Estimation of the energy of the high frequency peak E_{HF} (see text for details).

We observed two polarimetric calibrators (i.e. without known polarized features) with short baselines of the GI2T. They were chosen to cover the declination range of the GI2T since the instrumental polarization effects theoretically change with declination.

- α Lyr (HD172167) is a well-known A0V star whose angular diameter was first measured by interferometry¹⁸ ($\Phi = 3.08 \pm 0.07$ mas). This star is very bright ($m_V = 0$) and slightly resolved at the shorter baseline of the GI2T: the expected visibility at a wavelength of $0.65 \mu\text{m}$ equals 0.878 ± 0.005 for a 14-m baseline. It is surrounded by a dusty debris disk whose flux at our wavelength is about a factor 1200 smaller than the photospheric one.²⁵ The effect of the disk on the visibility in our configuration is thus negligible considering that visibility accuracy is a few percent. We thus adopted α Lyr as a calibrator for intermediate declinations ($\delta = 38^\circ 47'$).
- α Cep (HD203280) is a A7IV-V rapid rotator ($v \sin i \sim 280$ km/s). It is a bright star in the visible ($m_V = 2.4$), whose angular dimensions were recently measured²⁶ at $2.2 \mu\text{m}$. Thanks to a wide coverage in hour angle, the authors determine a polar uniform disk diameter of $\Phi_p = 1.625 \pm 0.056$ mas and an equatorial uniform disk diameter of $\Phi_e = 1.355 \pm 0.080$ mas. Given our baseline of about 20 m, a position angle (PA) ranging from 2° and 30° , such an oblateness induces a visibility variation of a fraction of a percent throughout our hour angle range. We thus adopted α Cep as a good calibrator for large declinations ($\delta = 62^\circ 35'$).

Both targets were observed close to the $H\alpha$ hydrogen line with the medium spectral resolution mode ($R = 5460$). The dispersed fringes were recorded as a series of data both in natural light (when the polarimeter was removed) and in linearly polarized light (when the polarimeter was inserted). For calibration purposes, observation in polarized light (called *Pol*) and observation in natural light (called *Nat*) succeeded one another. All the recorded data correspond to 20 ms short exposures for freezing the atmospheric turbulence. During recording, a fringe tracker had servo-controlled the fringe position, and furthermore we only considered those files for which the fringes were tracked. As a consequence, the hour-angle coverage was segmented and the observation sequence *Nat/Pol/Nat* was not always achieved.

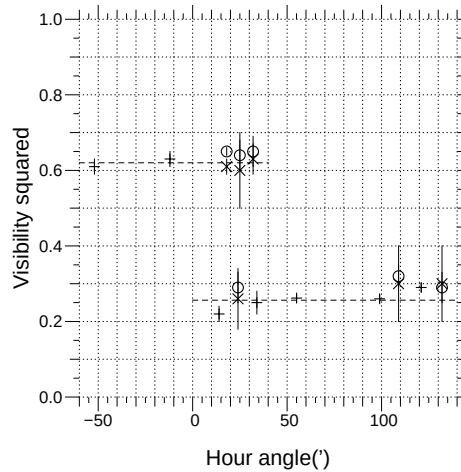


Figure 7. *Natural* (+), *High* (o), and *Low* (x) squared visibility versus hour angle obtained on α Lyr (top) and on α Cep (bottom) during the July 29, 2004 observations. The dash on the visibility curves gives the average of the *Natural* squared visibility for each data set. α Lyr visibilities squared have been shifted by 0.5. Visibilities are not calibrated but only corrected for main instrumental effects (see Appendix B).

For α Cep, the *Nat* squared visibility was constant throughout the 2h-long observations: the average over the 5 files gives a mean squared visibility of 0.26 ± 0.03 . The μ^2 decrease of 24% from the transit up to 2 hours predicted by the modelling of the differential celestial rotation was not observed. This differential celestial

rotation that generates instrumental polarization smearing the fringe patterns is thus well-compensated by the field rotators. Polarized visibilities (*High* and *Low*) seem not to vary with hour angle: throughout the 2h-long observations, the mean squared visibility equaled 0.29 ± 0.02 for the *Low* polarization and 0.30 ± 0.01 for the *High* one, which is comparable to the *Nat* value.

Due to its lower declination for α Lyr, the differential celestial rotation between the North and South telescopes was large, even 1 h before or after the transit. Without instrumental polarization correction by field rotators, a μ^2 decrease of 16% was expected throughout the hour angle range of observations. Such a decay was not observed and observations presented the same trend as those of α Cep: the mean squared visibility equals 0.11 ± 0.05 for the *Low* polarization, 0.15 ± 0.03 for the *High* one, which is comparable to the *Nat* value (0.12 ± 0.02) with respect to the error bars. We conclude that residual instrumental polarization effects are very light, if any.

5. GI2T: AN EVALUATION OF THE SCIENTIFIC OUTCOME

The GI2T (Grand Interféromètre à 2 Télescopes) has been the successor of the I2T (Interféromètre à 2 Télescopes) build by Antoine Labeyrie and that has allowed the birth of the modern optical long baseline interferometry in 1974. As already said, it has been recently decided to stop the operation of the GI2T and to focus our studies on the development of the VEGA project intending to install the GI2T spectrograph on the CHARA Array. In 25 years, 33 Ph.D. thesis have been related to GI2T and 6 years of post-doc positions have been offered. The scientific outcome of GI2T is contained in 35 papers and more than 100 publications in conference's proceedings. This scientific outcome is distributed among the following items.

Instrumentation and related topics

- General: 3 papers^{1, 27, 28}
- Fringe tracking: 2 papers^{29, 30}
- Polarization: 5 papers^{9, 31–34}
- Data processing: 4 papers^{35–38}
- Atmospheric turbulence: 3 papers^{8, 39, 40}

Astrophysical studies

- Be stars: 12 papers^{41–52}
- Binaries: 2 papers^{53, 54}
- Cepheids: 1 paper⁵⁵
- Luminous Blue Variable: 1 paper⁵⁶
- Stellar surface structure: 2 papers^{57, 58}

ACKNOWLEDGMENTS

GI2T has been supported by the french 'Institut National des Sciences de l'Univers', the stellar program 'Programme National de Physique Stellaire', the high angular resolution group 'Action Spécifique pour la Haute Résolution Angulaire'. We also thank the directors of the 'Observatoire de la Côte d'Azur' (R. Michard, P. Delache, J. Pachéco and J. Colin) as well as the directors of our laboratory (J.M. Le Contel, J. C. Valtier and P. Exertier) for their continuous support.

REFERENCES

1. D. Mourard, N. Thureau, L. Abe, P. B  rio, A. Blazit, D. Bonneau, R. Petrov, and F. Vakili, "The GI2T/REGAIN interferometer," *C.R.A.S.* **t2, S.IV**, pp. 35–44, 2001.
2. D. Mourard, L. Abe, A. D. de Souza, D. Bonneau, A. Blazit, F. Vakili, and P. Stee, "Status report on the GI2T interferometer," in *Interferometry for Optical Astronomy II*, W. A. Traub, ed., *Proc. SPIE* **4838**, pp. –, 2002.
3. A. Blazit, "A 40 mm photon counting camera," in *Image Detection and Quality*, L.F.Guyot, ed., *Proc. SPIE* **702**, pp. 259–263, 1986.
4. D. Mourard, "VEGA: a visible spectrograph and polarimeter for CHARA," in *Advances in Stellar Interferometry*, B. Danchi, J. Monnier, and M. Sch  ller, eds., *Proc. SPIE* **6268**, pp. –, 2006.
5. P. Stee, "VEGA: science cases," in *Advances in Stellar Interferometry*, B. Danchi, J. Monnier, and M. Sch  ller, eds., *Proc. SPIE* **6268**, pp. –, 2006.
6. T. ten Brummelaar, H. McAlister, S. Ridgway, W. Bagnuolo, N. Turner, L. Sturmann, J. Sturmann, D. Berger, C. Ogden, R. Cadman, W. Hartkopf, C. Hopper, and M. Shure, "First results from the CHARA Array. II. A description of the instrument," *Astrophys. J.* **628**, pp. 453–465, 2005.
7. F. Martin, A. Tokovinin, A. Agabi, J. Borgnino, and A. Ziad, "G.s.m.: a grating scale monitor for atmospheric turbulence measurements. i. the instrument and first results of angle of arrival measurements.," *Astron. Astrophys. Sup. Ser.* **108**, pp. 173–180, 1994.
8. J. Maire, A. Ziad, J. Borgnino, D. Mourard, F. Martin, S. Jankov, D. Bonneau, and F. Patru, "Wavefront outer scale deduced from interferometric dispersed fringes," *Astron. Astrophys.* **448**, pp. 1225–1234, 2006.
9. K. Rousselet-Perraut, J. L. Bouquin, D. Mourard, F. Vakili, O. Chesneau, D. Bonneau, J. Chevassut, A. Crocherie, A. Glentzlin, S. Jankov, S. M  nardi, R. Petrov, and C. Stehl  , "First sky validation of an optical polarimetric interferometer," *Astron. Astrophys.* **in press**, pp. –, 2006.
10. A. Basden, D. Busher, C. Haniff, and C. Mackay in *Interferometry for Optical Astronomy II*, W. A. Traub, ed., *Proc. SPIE* **4838**, pp. 786–, 2003.
11. J. Gach, C. Guillaume, O. Boissin, and C. Cavadore in *Proc. Astrophysics and space science library*, **300**, pp. 611–, 2004.
12. A. Blazit, E. Thi  baut, F. Vakili, L. Abe, A. Spang, J. Clausse, D. Mourard, and X. Rondeau, "CPNG-ALGOL: photon-counting cameras for visible interferometry," in *Technology roadmap for future interferometric facilities*, JENAM, pp. –, 2005.
13. R. Avila, A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, A. Agabi, and A. Tokovinin, "Theoretical spatio-temporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the grating scale monitor experiment," *J. Opt. Soc. Am A* **11**, pp. 3070–3082, November 1997.
14. F. Roddier, "The effect of atmospheric turbulence in optical astronomy," in *Progress in Optics*, **XIX**, 1981.
15. T. Parks and C. Burrus, *Digital Filter Design*, New York: John Wiley and Sons, 1987.
16. J. Davis, P. Lawson, A. Booth, W. Tango, and E. Thorvaldson, "Atmospheric path variations for baselines up to 80 m measured with the sydney university stellar interferometer," *MNRAS* **273**, pp. L53–L58, 1995.
17. J. M. Mariotti and G. P. di Benedetto, "Pathlength stability of synthetic aperture telescopes - the case of the 25 cm cerga interferometer," in *IAU Colloquium, Very large telescopes, their instrumentation and programs; Proceedings of the Colloquium* **79**, p. 257, 1984.
18. R. H. Brown, J. Davis, and L. Allen *MNRAS* **168**, pp. 93–, 1974.
19. F. Vakili *Astron. Astrophys.* **101**, pp. 352–, 1981.
20. K. Rousselet-Perraut, F. Vakili, D. Mourard, F. Morand, D. Bonneau, and P. Stee, "An attempt to detect polarization effects in the envelope of γ cas with the GI2T interferometer," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **123**, pp. 173–177, 1997.
21. M. Ireland, P. Tuthill, J. Davis, and W. Tango *MNRAS* **361**, pp. 337–, 2005.
22. O. Chesneau, S. Wolf, and A. Domiciano *Astron. Astrophys.* **410**, pp. 375–, 2003.
23. F. Vakili, D. Mourard, D. Bonneau, F. Morand, and P. Stee, "Subtles structures in the wind of p cyg," *Astron. Astrophys.* **323**, pp. 183–, 1997.
24. K. Rousselet-Perraut, C. Stehl  , T. Lanz, J. L. Bouquin, T. Boudoyen, M. Kilbinger, O. Kochukhov, and S. Jankov *Astron. Astrophys.* **422**, pp. 193–, 2004.

25. O. Absil *Astron. Astrophys.* **in press**, pp. –, 2006.
26. G. Vanbelle, D. Ciardi, and T. ten Brummelaar *Astronomical Journal* **in press**, pp. –, 2005.
27. A. Labeyrie, G. Schumacher, M. Dugue, C. Thom, and P. Bourlon, "Fringes obtained with the large boules interferometer at CERGA.," *Astron. Astrophys.* **162**, pp. 359–, 1986.
28. D. Mourard, I. Tallon-Bosc, A. Blazit, D. Bonneau, G. Merlin, F. Morand, F. Vakili, and A. Labeyrie, "The GI2T interferometer on plateau de calern," *Astron. Astrophys.* **283**, pp. 705–, 1994.
29. L. Koechlin, P. Lawson, D. Mourard, A. Blazit, D. Bonneau, F. Morand, P. Stee, I. tallon Bosc, and F. Vakili, "Dispersed fringe tracking with the multi-r0 apertures of the GI2T," *Applied Optics* **35**, pp. 3002–3009, 1996.
30. E. Pedretti and A. Labeyrie, "A hierarchical phasing algorithm for multi-element optical interferometers," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **137**, pp. 543–, 1999.
31. K. Rousselet-Perraut, F. Vakili, and D. Mourard, "Polarization effects in stellar interferometry," *Optical Engineering* **35**, pp. 2943–2955, 1996.
32. K. Rousselet-Perraut, D. Mourard, and F. Vakili, "Polarization effects in aperture synthesis arrays," *Optical Engineering* **36**, pp. 980–987, 1997.
33. K. Rousselet-Perraut, "Can interfero-polarimetry constrain extended atmospheres models?," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **131**, pp. 361–, 1998.
34. K. Rousselet-Perraut, O. Chesneau, P. Berio, and F. Vakili, "Spectro-polarimetric interferometry (spin) of magnetic stars," *Astron. Astrophys.* **354**, pp. 595–, 2000.
35. D. Mourard, I. Tallon-Bosc, F. Rigal, F. Vakili, D. Bonneau, F. Morand, and P. Stee, "Estimation of visibility amplitude by optical long-baseline michelson interferometry with large apertures," *Astron. Astrophys.* **288**, pp. 675–, 1994.
36. P. Berio, F. Vakili, D. Mourard, and D. Bonneau, "Removing the photon centroiding hole in optical stellar interferometry," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **129**, pp. 609–, 1998.
37. P. Berio, D. Mourard, O. Chesneau, P. Stee, N. Thureau, F. Vakili, and J. Borgnino, "Spectrally resolved michelson interferometry: I exact formalism in the multi-speckle mode," *JOSA A* **16N4**, pp. 872–881, 1999.
38. P. Berio, D. Mourard, M. Pierron, and A. Chelli, "Spectrally resolved michelson interferometry: Ii noise analysis," *JOSA A* **18N3**, pp. –, 2001.
39. P. Berio, D. Mourard, F. Vakili, J. Borgnino, and A. Ziad, "Effects of the atmospherical spectral decorrelation on the visibility measurements in michelson interferometry," *JOSA-A* **14**, pp. 114–121, 1997.
40. A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, J. Maire, and D. Mourard, "Towards the monitoring of atmospheric turbulence model," *Astron. Astrophys.* **414**, pp. L33–L36, 2004.
41. D. Mourard, I. Bosc, A. Labeyrie, L. Koechlin, and S. Saha, "The rotating envelope of the hot star gamma cassiopeiae resolved by optical interferometry," *Nature* **342**, pp. 520–, 1989.
42. P. Stee and F. Araujo, "Line profiles and intensity maps from an axi-symmetric radiative wind model for be stars," *Astron. Astrophys.* **292**, pp. 221–, 1994.
43. P. Stee, F. Araujo, F. Vakili, D. Mourard, L. Arnold, D. Bonneau, F. Morand, and I. Tallon-Bosc, "Gamma cassiopeiae revisited by spectrally resolved interferometry," *Astron. Astrophys.* **300**, pp. 219–, 1995.
44. P. Stee, "Comparison between a radiative wind model for be stars and high angular resolution data from the gi2t interferometer," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **224**, pp. 561–, 1995.
45. P. Stee, "On the kinematics of the envelope of gamma cassiopeiae," *Astron. Astrophys.* **312**, pp. 879–, 1996.
46. K. Rousselet-Perraut, F. Vakili, D. Mourard, F. Morand, D. Bonneau, and P. Stee, "An attempt to detect polarization effects in the envelope of γ cas with the gi2t interferometer," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **123**, pp. 173–, 1997.
47. P. Stee, F. Vakili, D. Bonneau, and D. Mourard, "On the inner envelope of the be star gamma cassiopeiae," *Astron. Astrophys.* **332**, pp. 268–, 1998.
48. P. Stee, "How thin b[e] supergiant disks can be?," *Astron. Astrophys.* **335**, pp. 261–, 1998.
49. P. Berio, P. Stee, F. Vakili, D. Mourard, D. Bonneau, O. Chesneau, N. Thureau, D. L. Mignant, and R. Hirata, "Interferometric insight of gamma cas long-term variability," *Astron. Astrophys.* **345**, pp. 203–, 1999.

50. P. Stee, "Importance of small telescopes in the understanding of active hot stars physics," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **273**, pp. 225–, 2000.
51. P. Stee and J. Bittar, "Near-ir and visible interferometry of be stars: constraints from win models," *Astron. Astrophys.* **367**, pp. 532–, 2002.
52. P. Stee, "Active hot star shells," *Astron. Astrophys. Supp. Ser.* **286**, pp. 225–, 2003.
53. P. Harmanec, F. Morand, D. Bonneau, H. Bozic, E. Guinan, P. Hadrava, D. Hall, J. Jiang, J. L. Contel, D. Mourard, P. Stee, C. Sterken, I. Tallon-Bosc, F. Vakili, G. Walker, and S. Yang, "Jet-like structures in beta lyrae. results of optical interferometry, spectroscopy and photometry," *Astron. Astrophys.* **312**, pp. 879–, 1996.
54. F. Vakili, D. Mourard, P. Stee, D. Bonneau, P. B  rio, O. Chesneau, N. Thureau, F. Morand, A. Labeyrie, and I. Tallon-Bosc, "Evidence for one-armed oscillations in the equatorial disk of ζ tau from gi2t spectrally resolved interferometry," *Astron. Astrophys.* **335**, pp. 261–, 1998.
55. D. Mourard, D. Bonneau, L. Koechlin, A. Labeyrie, F. Morand, I. T.-B. Ph. Stee, and F. Vakili, "The mean angular diameter of δ cephei measured by optical long baseline interferometry," *Astron. Astrophys.* **317**, pp. 789–792, 1997.
56. F. Vakili, D. Mourard, D. Bonneau, F. Morand, and P. Stee, "Subtles structures in the wind of p cyg," *Astron. Astrophys.* **323**, pp. 183–, 1997.
57. S. Jankov, F. Vakili, A. Domiciano, and E. Janot-Pacheco, "Interferometric-doppler imaging of stellar surface structure," *Astron. Astrophys.* **377**, pp. 721–, 2001.
58. A. Domiciano, F. Vakili, S. Jankov, E. Janot-Pacheco, and L. Abe, "Modelling rapid rotators for stellar interferometry," *Astron. Astrophys.* **393**, pp. 345–, 2002.

6.2 "Optimization of observations of the High Angular Resolution techniques (Adaptive Optics & Interferometry)"

Proc. SPIE, Vol. 5490, (2004), p. 810-817

Advancements in Adaptive Optics Eds. Astronomical Telescopes & Instrumentation Conference, Glasgow.

Optimization of the observations of the High Angular Resolution techniques (Adaptive Optics & Interferometry)

J. Maire^a, A. Ziad^a, J. Borgnino^a, F. Martin^a, and D. Mourard^b

^aLaboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice UMR 6525, Parc Valrose,
F-06108 Nice Cedex 2, France

^bOCA, GEMINI, UMR6203, Avenue Nicolas Copernic F-06130 GRASSE, France

ABSTRACT

Atmospheric turbulence reduces severely the angular resolution of ground based telescopes and degrades the performances of High Angular Resolution techniques (Interferometry and Adaptive Optics). These observing methods require a better understanding of the behavior of the perturbed wavefronts, more exactly a better knowledge of the atmospheric turbulence model and the associate parameters. Indeed, the performance of an Adaptive Optics system (AO) depends upon the seeing conditions (seeing, outer scale, isoplanatic angle and wavefront coherence time). For interferometric observations, atmospheric turbulence introduces random phase variations above each telescope. The resulting variable optical path difference between the interferometer arms produces fringe displacements across the detector, which results in a blurring of the fringe pattern and therefore a degradation of the fringe contrast observed. We describe, here, a seeing measurement of the spatial coherence outer scale and the wavefront coherence diameter from interferometric data. First results obtained with the GI2T ("Grand Interféromètre à 2 Télescopes") interferometer at the Calern Observatory are presented and compared to those measured directly and simultaneously with the GSM ("Generalized Seeing Monitor").

1. INTRODUCTION

Atmospheric turbulence is the main factor limiting the performance of all ground-based astronomical light gathering. The seeing is at least as important as the size of the telescope in determining the limiting sensitivity of an instrument. Knowledge of the optical wavefront perturbations on a variety of spatial scales is necessary when making decisions about the design of such instruments and the sites where they could be installed. The spatial coherence outer scale of the wavefront $\mathcal{L}_0$, called outer scale in the following, is the horizontal distance scale over which the phase structure function begins to saturate and to deviate significantly from the 5/3 power law associated with Kolmogorov turbulence. The actual size of the outer scale is still discussed, with different orders of magnitude: the measured values range from less than 10 meters¹⁻³ to more than 2 km.⁴ What is known is the fact that when the diameter of the telescope approaches or exceeds the size of the outer scale, the optical consequences of atmospheric turbulence are changed dramatically from the Kolmogorov behavior. Firstly, power in the lowest Zernike aberration modes (e.g. tip and tilt)^{5,6} and the overall stroke required for an adaptive optics (AO) system can be significantly reduced. Secondly, a finite outer scale has implications for interferometry as well.⁷ The design of extremely large ground-based optical and infrared telescopes is greatly studied and estimations of the true size of the outer scale are increasingly more important.

In this paper, we describe simultaneous measurements of the outer scale and the wavefront coherence diameter r_0 by two different techniques, using the GSM instrument⁸ and the GI2T interferometer. Despite of the difference of these two instrument's scales, a very good agreement between the $\mathcal{L}_0$ results have been found.

In Section 2, we review some effects of turbulence on both interferometry and AO measurements. New methods of estimating the wavefront optical parameters from interferometric data are presented. In Section 3, we briefly describe each instrument and how the outer scale is extracted from its particular data set. The GI2T results are compared to those for the GSM in Section 4. The conclusions are given in Section 5.

Send correspondence to J. Maire, E-mail: Jerome.MAIRE@unice.fr

2. THEORY

The study of the atmospheric turbulence effects can be done by observing the air refractive index and also the wavefront phase fluctuations in the context of optical astronomy. It is well known that the calculation and the analysis of the structure function of these quantities is an efficient way to perform this study. The phase structure function D_ϕ is defined as the mean-squared difference in the phase ϕ for two points of observation separated by $\vec{B}$,

$$D_\phi(\vec{B}) = \langle [\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{B})]^2 \rangle \quad (1)$$

where $\langle \rangle$ represents an ensemble average.

The general expression of this quantity is deduced from the phase power spectrum W_ϕ ⁶ as,

$$D_\phi(\vec{B}) = 4\pi \int_0^{+\infty} f W_\phi(\vec{f}) [1 - J_0(2\pi B f)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 df \quad (2)$$

where f is the modulus of the spatial frequency and D the aperture diameter measuring the phase ϕ . J_0 and J_1 represent the Bessel functions. The phase structure function of these parameters has a specific behavior depending on the atmospheric turbulence model.⁹ Different models can be used: for the Kolmogorov model, the phase power spectrum is defined as

$$W_\phi(\vec{f}) = 0.0228 r_0^{-5/3} f^{-11/3} \quad (3)$$

This model is valid only in the inertial range of turbulence which is limited by the inner and outer scales of turbulence. Some interferometric measurements with long baselines^{10,11} show values of pathlength differences lower than what is predicted by the Kolmogorov turbulence model. This can be due to the effect of a finite spatial coherence outer scale of the wavefront.

The Von Kàrmàn model formalizes this saturation and its phase power spectrum is

$$W_\phi(\vec{f}) = 0.0228 r_0^{-5/3} \left[f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2} \right]^{-11/6} \quad (4)$$

A comparison of the phase structure function induced by these two models is presented in figure 1 considering the median value of the outer scale $\mathcal{L}_0$ measured at the Paranal ESO observatory by the GSM.¹²

More generally, another approach is to consider a variation of the power-law exponent -11/3 of the phase power spectrum¹³ and the effect of the outer scale at the same time. Some investigations have been performed to verify the atmospheric turbulence model, based on the reconstruction of the phase structure function.¹⁴

The effect of the outer scale on the images obtained by large telescopes or large baseline interferometers has to be taken into account in order to design and optimize them. Indeed, with an adaptive optic system, the variance of the Zernike coefficients and the residual error after correction is strongly attenuated when the outer scale is finite and more especially when the diameter is large.⁵ When the ratio $D/\mathcal{L}_0$ increases, the energy of the lowest orders modes, and mainly the first ones i.e. the tip-tilt modes, decreases. Consequently, for large $D/\mathcal{L}_0$ and r_0 , tip-tilt energy becomes so low that almost no image wandering is still visible in the focal plane of the instrument and the long exposure PSF core is maintained within a diffraction limited width.¹⁵ Moreover, the stroke of the deformable mirror, imposed by the turbulence, is strongly dependent on the outer scale. Indeed, this stroke is proportional to the variance of the angle of arrival fluctuations, so to r_0 and $\mathcal{L}_0$.

In interferometry, the standard deviation of the Optical Path Difference (OPD) between the light beams coming from the arms of the interferometer depends upon the turbulence parameters as,

$$\sigma_{OPD} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\phi(\vec{B})} \quad (5)$$

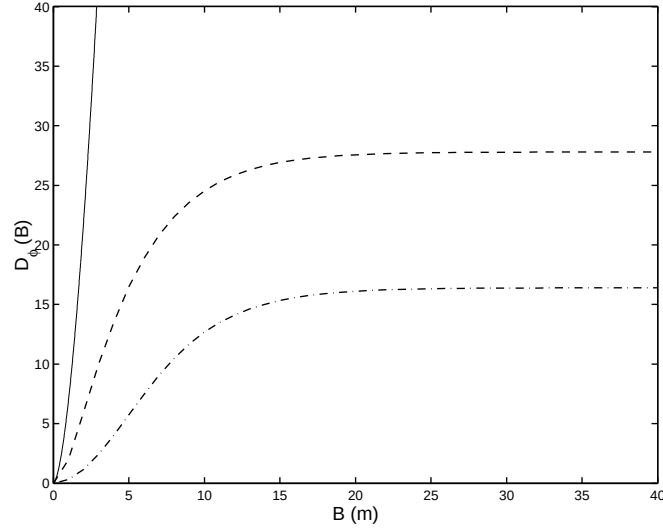


Figure 1. Structure function of the phase fluctuations in units of $r_0^{-5/3}$ computed from Equation (2) for median outer scale value $\mathcal{L}_0 = 22m$ measured at Paranal,¹² for $D = 1.5m$ (dashed line) and for $D = 8m$ (dashed-dotted line) and for Kolmogorov ($\mathcal{L}_0 = +\infty$) model without spatial aperture filtering (solid line).

Atmospheric turbulence has to be taken into account in order to evaluate the quality of the visibility measurements. As in the speckle interferometry technique, a Michelson interferometer records a set of instantaneous fringes exposures $I(\alpha)$ and treats them as independent outcomes of a stochastic process, for which one can derive the spectral density $|\widehat{I}(f)|^2$. For an interferometer with identical sufficiently distanced sized apertures D , with a baseline B , and taking into account the gaussian assumption, i.e. assuming that the complex amplitude of the wave front is a complex Gaussian process, the spectral density is given by^{16, 17}

$$\left\langle \left| \widehat{I}(\vec{f}) \right|^2 \right\rangle = W^2(\vec{f}) + \frac{\sigma_c}{2s} \left[T_0(\vec{f}) + \frac{V^2}{2} (T_0(\vec{f} + \vec{f}_0) + T_0(\vec{f} - \vec{f}_0)) \right] \quad (6)$$

where $\vec{f}_0 = \frac{\vec{B}}{\lambda}$,

$$s = \int \int T_0(\vec{f}) d^2 \vec{f}, \quad (7)$$

$$\sigma_c(\lambda) = \int \int W^2(\vec{f}) d^2 \vec{f} = 0.342 \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2, \quad (8)$$

$T_0(\vec{f})$ is the modulation transfer function (MTF) of a single pupil, $W(\vec{f})$ is the optical transfer function of the atmosphere for long exposure images and V is the fringe visibility. The Equation (6) shows three distinct parts in the image spectral density:

- a very low frequency part, the "seeing peak", centered on 0, depends only upon the atmospheric conditions. We use this peak to extract the wavefront coherence diameter r_0 ;
- a low frequency part, the "speckle peak", centered on 0, depends upon the atmospheric conditions and upon the position of the pupils and it has a cutoff frequency D/λ ;
- two high frequency peaks corresponding to the fringes, depend upon the turbulence (proportionally to $\sigma_c(\lambda)$). We use these peaks to extract the outer scale as described below.

Now, the dependency of these instruments upon the atmospheric parameters is established and one can use it for their estimations. Indeed, some simultaneous measurements between seeing monitors and interferometer or adaptive optic have been performed^{18–20} and have given good agreement. However, highly discordant values of the outer scale have been published; different methods were applied to measure it interferometrically. With temporal phase power spectrum analysis,⁴ the outer scale measurements in different publications vary from a few meters up to a few thousand meters. However, Avila *et al*²¹ show the difficulties in extracting outer scale from temporal phase power spectrums if the atmosphere have more than one turbulent layer.

3. GSM-GI2T SIMULTANEOUS OBSERVATIONS

The observation campaign between the GI2T interferometer and the GSM experiment was performed in the night from the 6th to the 7th of June, 2003 at the Calern Observatory (altitude 1170m, latitude 43d 44' 55" N , longitude 06d 55' 30" E) in the countryside of Nice in France. The first subsection describes these two instruments and then the way we can use interferometric measurements for extracting wavefront parameters.

3.1. Instruments

3.1.1. The GSM experiment

The GSM experiment consists of evaluating the optical parameters of the perturbed wavefront by measuring Angle-of-Arrival (AA) fluctuations. Four telescopes allow to measure AA at different points of the wavefront. After computing AA spatio-temporal correlations, it estimates the seeing ϵ_0 , the outer scale $\mathcal{L}_0$, the isoplanetic angle θ_0 and the coherence time τ_0 .

This instrument consists of four identical modules, each equipped with 0.1 m telescopes installed on equatorial mounts. Each telescope, points at the same star and measures the AA fluctuations by means of flux modulation which is produced by the displacement of the star image over a Ronchi grating. Detected photons are counted by a photomultiplier working in the photon counting mode, allowing fast and continuous monitoring of AA fluctuations. Two modules share the same mount permitting avoidance of instrumentals errors like vibrations due to wind effect on the modules or due to the telescope tracking. The AA fluctuations are measured with a 5 ms resolution time during two minutes acquisition time. A detailed description of the GSM experiment is given by Ziad *et al*.⁸

The wavefront coherence diameter r_0 is estimated from the AA differential variances obtained with the modules sharing the same mount.

The outer scale $\mathcal{L}_0$ is determined for each pair of modules by computing the ratio of AA covariance to the differential AA variance obtained for the r_0 measurement. These normalized covariances are then compared to the grid of theoretical covariances calculated for different baseline coordinates and different values of the $\mathcal{L}_0$ parameter in the Von Kàrmàn model obtained by the Fourier transform of the phase power spectrum as,

$$C_\alpha(\vec{r}) = \lambda^2 \int \int d\vec{f} (\vec{f} \cdot \vec{u})^2 W_\phi(\vec{f}) \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 \exp \left[2i\pi \vec{f} \cdot \vec{r} \right] \quad (9)$$

where λ is the wavelength, $\vec{f}$ is a spatial frequency, $\vec{r}$ is the baseline vector, $\vec{u}$ is the unity vector of the AA measurement direction and $W_\phi(\vec{f})$ is the Von Kàrmàn phase fluctuation spectrum defined in Equation (4).

3.1.2. The GI2T/REGAIN interferometer

The GI2T interferometer is a part of the "Observatoire de la Côte d'Azur" and is located at the Calern Observatory. It is an optical interferometer with two large 1.52 m telescopes (with 0.2 m central obstruction). The baseline is oriented in the North-South direction and can vary continuously from 12 m to 65 m. These two primaries subapertures operate in visible wavelengths. It use a spectrograph as fringe detector to achieve simultaneously high spatial and spectral resolutions (X- λ mode configuration). The visible spectrograph is equipped with two photon counting detectors.

A multichromatic mode or a dispersed fringe mode can be used; in order to increase sensitivity by using the whole speckle pattern, the multichromatic mode records filtered images in discrete adjacent spectral bands; in

order to increase spectral resolution the dispersed fringe mode uses a slit, one speckle wide, in the recombined image plane. This allows three different spectral resolution $R = 30000, 5000$ and 1500 . This mode was used for measurements of the wavefront optical parameter simultaneously with the GSM experience.

The beam combiner uses a Michelson pupils reconfiguration. It contains a cat's eye for pupil reimaging and optical path compensation, a field rotator for field rotation compensation and an atmospheric dispersion compensation. A detailed description of the GI2T interferometer is given by Mourard *et al.*²²

3.2. Data processing

The methods we have used in this paper to extract the wavefront parameters from interferometric data are based on the calculation of the spectral density of the short exposures obtained from the GI2T interferometer. Each image corresponds to a 20 ms exposure which is realtime processed to generate a stream of 2-dimensional photon coordinates. The data files correspond to sequences of about 3 mn, this duration being defined by the telescope driving system.

Firstly, we calculate the sum of the 2-D autocorrelation¹⁷ of the dispersed fringe's images. The centroiding hole and the photon bias are corrected, then the spectral density is determined by applying a 2-D Fourier transform. This method allows a very fast calculation of the spectral density in comparison with the calculation of the Fourier transform of each image, taking into account that the number of photons is small in comparison with the number of pixels of each image.

During an observation, pupils images are recorded. The MTF of a sub pupil is then determined by calculating the autocorrelation of a single pupil. In order to separate the seeing peak from the speckle peak, a least-square method is performed between the spectral density values and the MTF over the frequencies $[\frac{D}{2\lambda}, \frac{D}{\lambda}]$. It allows to calculate the speckle peak over the frequencies $[0, \frac{D}{2\lambda}]$. Then, seeing peak is obtained by subtracting the speckle peak from the spectral density. The integration of this seeing peak gives an estimation of the wavefront coherence diameter r_0 using Equation (8).

The path difference is derived from the slope of the dispersed fringes which corresponds to a shift of the fringe peak in the spectral density; the pathlength difference between the two arms of the interferometer is proportionnal to the spectral frequency of the fringe peak center.²³

Except the atmospheric turbulence, different optical and mechanical factors can change the pathlength difference like deformation of the base length, a misalignment of the light beams with the beam combiner or errors on the star coordinates. These variations of the pathlength difference are relatively slow in comparison with the characteristic time of evolution of the OPD due to the atmosphere. The subtraction of the slow variations from the pathlength difference allows to obtain the atmospheric OPD. After that we can deduce, with its standard deviation, a point of the phase structure function $D_\phi(\vec{B})$ independently of the turbulence model choice. Moreover, it allows to obtain an estimation of the outer scale $\mathcal{L}_0$ from Equation (5), if r_0 is know. The separation between slow variations of the pathlength difference and fast variations due to the atmosphere is obtained by determining the separation between the low and high temporal frequencies of the pathlength difference. We calculate $\mathcal{L}_0$ value for each data acquisition.

4. FIRST RESULTS

The first comparison between the results of these methods of estimation of the wavefront parameters obtained with the GI2T interferometer at the Calern Observatory and those measured directly and simultaneously with the GSM are presented. The GI2T data were recorded during the night from the 6th to the 7th of June, 2003 observing the star αLyr , for a baseline 12.3m long, a spectral resolution $R = 5000$ and γCyy for the GSM. All wavefront parameters are scaled to the wavelength $\lambda = 0.5\mu m$ and are given for zenithal direction. GSM measurements of the whole night are given in figure 2. One can remark the quality of the seeing: it was less than 0.5 arcsec for the beginning of the night which is exceptional for this observatory. At the same time, one may note the strong variations of the outer scale values.

In the 30 minutes of simultaneous GI2T-GSM observation, the interferometer GI2T performs 9 acquisitions of continuous data which means 9 estimations of r_0 and $\mathcal{L}_0$. Each acquisition, with typical duration of 2 minutes

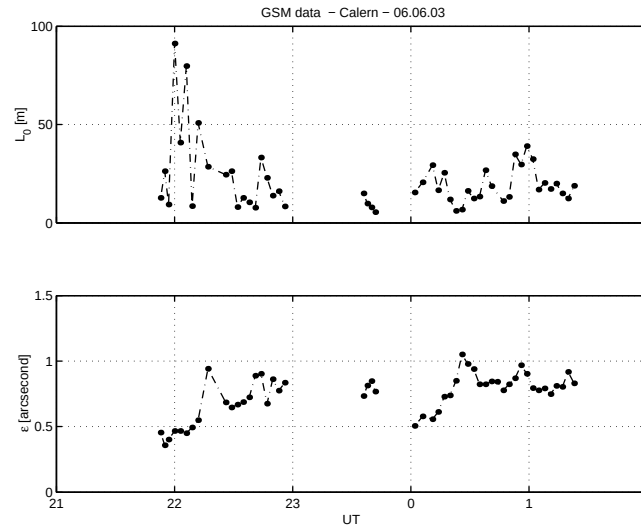


Figure 2. Wavefront parameters measured by the GSM at Calern Observatory during the night from the 6th to the 7th of June, 2003. $\mathcal{L}_0$ is the outer scale and ϵ is the seeing FWHM.

acquisition time, corresponds to about 6 thousand short exposures in order to estimate r_0 reliably. Results and comparison are shown in figure 3.

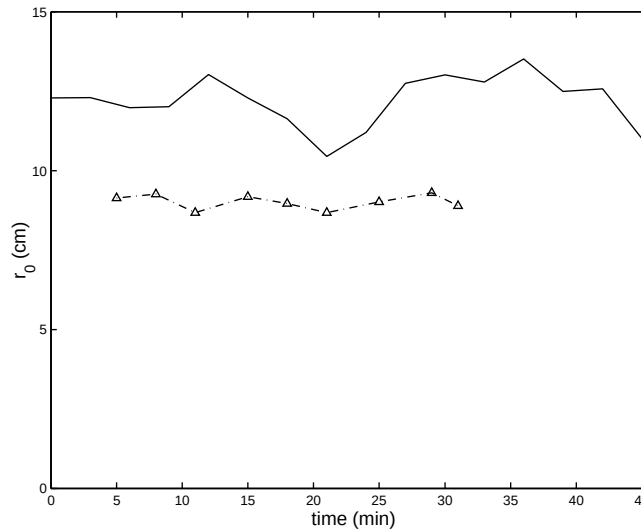


Figure 3. The comparison of wavefront coherence length r_0 measurements obtained with the GSM (solid line) and derived from the GI2T interferometer data during the night from the 6th to the 7th of June, 2003. Origin is at 0.6 UT

The calculation of the spectral density is performed with 8s. integration time and with a 1s. calculation step allowing to have a few hundred of continuous values for the path difference. A selection of fringe positions with good signal to noise ratio is made before filtering. Introducing standard deviation of the OPD in Equation (5) using the Von Kàrmàn model and GSM r_0 measurements leads to an estimation of the outer scale presented in figure 4, using r_0 values of GSM. Values of $\mathcal{L}_0$ calculated from interferometric data are compared with $\mathcal{L}_0$ values measured by the GSM instrument. One can remark the good agreement between them despite of the difference of these two instrument's scales.

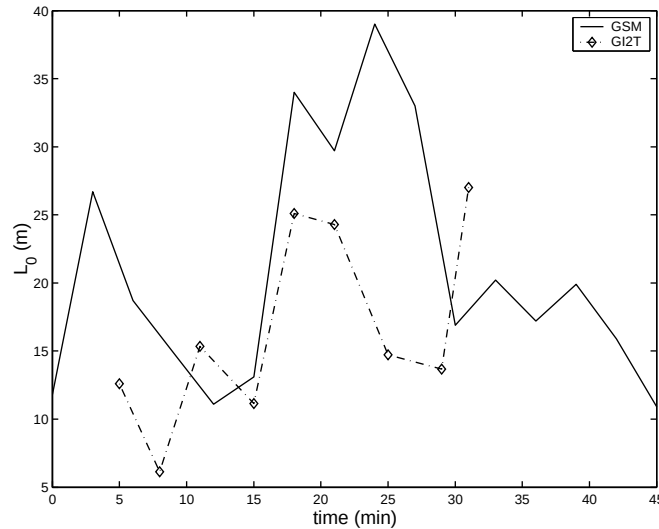


Figure 4. The comparison of outer scale L_0 measurements obtained with the GSM (solid line) and derived from the GI2T interferometer data during the night from the 6th to the 7th of June, 2003. Origin is at 0.6 UT.

5. CONCLUSION

These first results show good agreement between GSM and GI2T measurements. However, values of r_0 obtained from GI2T data are smaller than measurements made by GSM. It could be due to the fact that the speckle entrance slit is not exactly the size of the speckle pattern, so the sampling of the low frequency of the spectral density, i.e. the seeing peak, is too low. For reasons of instrumental magnitude limits, the stars chosen for the simultaneous observations were different, but with an angular distance too short to interpret this difference. Future observation will decide in favor of a calibration factor between r_0 -GI2T estimation and GSM measurements.

The separation made between atmospheric effects (relatively fast) on the path difference and instrumental effects (relatively slow) is a good first order assumption. The temporal frequencies domain, which separate this effects, has a relation with the coherence time of the tip that could be interesting to investigate.

Future simultaneous observation campaigns have been planned for a more complete comparison, as well as investigations of the model of the phase structure function. In case of good agreement between the results, similar measurements could be done from VLTI/AMBER data and could become available for real time optimization of High Angular Resolution observation.

REFERENCES

1. C. E. Coulman, J. Vernin, Y. Coqueugniot, and J. L. Caccia, "Outer scale of turbulence appropriate to modeling refractive-index structure profiles," *Appl. Opt.* **27**, pp. 155–160, 1988.
2. N. S. Nightingale and D. F. Buscher, "Interferometric seeing measurements at the La Palma Observatory," *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **251**, pp. 155–166, 1991.
3. M. Bester, W. C. Danchi, C. G. Degiacomi, L. J. Greenhill, and C. H. Townes, "Atmospheric fluctuations - structure functions and projected performance of future instruments," *Astrophysical Journal* **392**, pp. 357–374, 1992.
4. M. M. Colavita, M. Shao, and D. Staelin, "Atmospheric phase measurements with the Mark III stellar interferometer," *Applied Optics* **26(19)**, pp. 4106–4112, 1987.
5. D. M. Winker, "Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence," *J. Opt. Soc. Am. A* **8**, pp. 1568–1573, 1991.
6. R. Conan, *Modélisation des effets de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde pour l'observation à Haute Résolution Angulaire en Astronomie*, PhD Thesis Nice University, 2000.

7. F. Roddier, "The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy," *Progress in Optics* **19**, pp. 281–376, 1981.
8. A. Ziad, R. Conan, A. Tokovinin, F. Martin, and J. Borgnino, "From the Grating Scale Monitor to the Generalized Seeing Monitor," *Applied Optics* **39**, pp. 5415–5425, 2000.
9. V. V. Voitsekhovich, "Outer scale of turbulence: comparison of different models," *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, p. 1346, 1995.
10. J. M. Mariotti and G. P. D. Benedetto, "Pathlength stability of synthetic aperture telescopes: the case of the 25 cm CERGA interferometer," in *Very Large Telescopes, their Instrumentation and Programs, Proceedings of the IAU Colloquium* **79**, 1984.
11. J. Davis, P. Lawson, A. Booth, W. Tango, and E. Thorvaldson, "Atmospheric path variations for baselines up to 80 m measured with the Sydney University Stellar Interferometer," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **273**, pp. L53–L58, 1995.
12. F. Martin, R. Conan, A. A. Tokovinin, A. Ziad, H. Trinquet, J. Borgnino, A. Agabi, and M. Sarazin, "Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution," *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* **144**, pp. 39–44, 2000.
13. G. D. Boreman and C. Dainty, "Zernike expansions for non-Kolmogorov turbulence," *Journal of the Optical Society of America A* **13**, pp. 517–522, 1996.
14. A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, J. Maire, , and D. Mourard, "Towards the monitoring of atmospheric turbulence model," *Astronomy and Astrophysics* **414**, pp. L33–L36, 2004.
15. R. Conan, M. L. Louarn, J. Braud, E. Fedrigo, and N. Hubin, "Results of AO simulations for ELTs," *Proc. SPIE conference Future Giant Telescopes* **35**, pp. 3002–3009, 2002.
16. F. Roddier and P. Lena, "Long-baseline Michelson interferometry with large ground-based telescopes operating at optical wavelengths," *J. Optics (Paris)* **15**, pp. 171–182, 1984.
17. D. Mourard, I. Tallon-Bosc, F. Rigal, F. Vakili, D. Bonneau, F. Morand, and P. Stee, "Estimation of visibility amplitude by optical long-baseline Michelson interferometry with large apertures," *Astronomy and Astrophysics* **288**, pp. 675–682, 1994.
18. M. Schöck, D. L. Mignant, G. Chanan, P. L. Wizinowich, and M. A. V. Dam, "Atmospheric turbulence characterization with the Keck adaptive optics systems I: open-loop data," *Applied Optics* **42**, pp. 3705–3720, 2003.
19. A. Ziad, M. Schöck, G. A. Chanan, M. Troy, R. Dekany, B. F. Lane, J. Borgnino, and F. Martin, "Comparison of measurements of the outer scale of turbulence by three different techniques," *Journal of the Optical Society of America A* **43**, pp. 2316–2324, 2004.
20. T. Fusco, G. Rousset, D. Rabaud, E. Gendron, D. Mouillet, F. Lacombe, G. Zins, P.-Y. Madec, A.-M. Lagrange, J. Charton, D. Rouan, N. Hubin, and N. Ageorges, "NAOS on-line characterization of turbulence parameters and adaptive optics performance," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **6**, 2004.
21. R. Avila, A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, A. Agabi, and A. Tokovinin, "Theoretical spatiotemporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the Grating Scale Monitor experiment," *J. Opt. Soc. Am.* **14**, pp. 3070–3082, 1997.
22. D. Mourard, N. Thureau, L. Abe, P. Berio, A. Blazit, D. Bonneau, R. Petrov, and F. Vakili, "The GI2T/REGAIN interferometer," *C.R. Acad. Sci. Paris serie IV*, pp. 35–44, 2001.
23. L. Koechlin, P. Lawson, D. Mourard, A. Blazit, D. Bonneau, F. Morand, P. Stee, I. Tallon-Bosc, and F. Vakili, "Dispersed fringe tracking with the multi- r_0 apertures of the Grand Interferometre a 2 Telescopes," *Applied Optics* **35**, pp. 3002–3009, 1996.

Bibliographie

- [1] E. H. L. Aarts et J. Korst. *Simulated annealing and Boltzmann machines. A stochastic approach to combinatorial optimization*. Chichester, New York : Wiley, 1989.
- [2] A. Abahamid, A. Jabiri, J. Vernin, Z. Benkhaldoun, M. Azouit et A. Agabi. Optical turbulence modeling in the boundary layer and free atmosphere using instrumented meteorological balloons. *Astronomy & Astrophysics*, 416:1193–1200, mars 2004.
- [3] A. Abahamid, J. Vernin, Z. Benkhaldoun, A. Jabiri, M. Azouit et A. Agabi. Seeing, outer scale of optical turbulence, and coherence outer scale at different astronomical sites using instruments on meteorological balloons. *Astronomy & Astrophysics*, 422:1123–1127, août 2004.
- [4] A. Agabi, E. Aristidi, M. Azouit, E. Fossat, F. Martin, T. Sadibekova, J. Vernin et A. Ziad. First Whole Atmosphere Nighttime Seeing Measurements at Dome C, Antarctica. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 118:344–348, février 2006.
- [5] A. Agabi, J. Borgnino, F. Martin, A. Tokovinin et A. Ziad. G.S.M : A Grating Scale Monitor for atmospheric turbulence measurements. II. First measurements of the wavefront outer scale at the O.C.A. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 109:557–562, mars 1995.
- [6] C. Aime. Teaching astronomical speckle techniques. *European Journal of Physics*, 22: 169–184, mars 2001.
- [7] C. Aime, S. Kadir, G. Ricort, C. Roddier et J. Vernin. Measurements of stellar speckle interferometry lens-atmosphere modulation transfer function. *Optica Acta*, 26(5):575–581, 1979.
- [8] F. Assemat, E. Gendron et F. Hammer. The FALCON concept : multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy. Principles and performances on an 8 meter telescope. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* accepted, décembre 2007.
- [9] R. Avila. *Caractérisation de la turbulence atmosphérique pour la Haute Résolution Angulaire en Astronomie : Mise en oeuvre et exploitation du Scidar Généralisé et du Grating Scale Monitor*. Thèse de doctorat, Université de Nice, 1998.
- [10] R. Avila, J. Vernin et E. Masciadri. Whole atmospheric-turbulence profiling with generalized scidar. *Appl. Opt.*, 36:7898–7905, octobre 1997.
- [11] R. Avila, A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, A. Agabi et A. Tokovinin. Theoretical spatio-temporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the grating scale monitor experiment. *Journal of the Optical Society of America A*, 14: 3070–3082, novembre 1997.

- [12] M. Azouit et J. Vernin. Optical Turbulence Profiling with Balloons Relevant to Astronomy and Atmospheric Physics. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 117: 536–543, mai 2005.
- [13] H. W. Babcock. The Possibility of Compensating Astronomical Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 65:229, octobre 1953.
- [14] J. M. Beckers. Increasing the Size of the Isoplanatic Patch with Multiconjugate Adaptive Optics. Dans M.-H. Ulrich, éditeur, *Very Large Telescopes and their Instrumentation, ESO Conference and Workshop Proceedings, Proceedings of a ESO Conference on Very Large Telescopes and their Instrumentation, held in Garching, March 21-24, 1988, Garching : European Southern Observatory (ESO), 1988, edited by Marie-Helene Ulrich., p.693, page 693, 1988.*
- [15] M. S. Belen’kii. Tilt Angular Anisoplanatism and a Full-Aperture Tilt-Measurement Technique with a Laser Guide Star. *Appl. Opt.*, 39:6097–6108, novembre 2000.
- [16] M. S. Belen’kii, S. J. Karis, J. M. Brown et R. Q. Fugate. Experimental validation of a technique to measure tilt from a laser guide star. *Optics Letters*, 24:637–639, mai 1999.
- [17] A. G. Bendat, J. S. ; Piersol. *Random Data Analysis and Measurement Procedures*. Wiley Interscience, 1971.
- [18] A. Berdja, J. Borgnino et A. Irbah. Fresnel diffraction and polychromatic effects on angle of arrival fluctuations. *J. Opt. A : Pure and Appl. Opt.*, 8:244–251, 2006.
- [19] P. Berio, D. Mourard, D. Bonneau, O. Chesneau, P. Stee, N. Thureau, F. Vakili et J. Borgnino. Spectrally resolved Michelson stellar interferometry. I. Exact formalism in the multispeckle mode. *Journal of the Optical Society of America A*, 16:872–881, avril 1999.
- [20] P. Berio, D. Mourard, F. Vakili, J. Borgnino et A. Ziad. Effects of atmospheric spectral decorrelation on visibility measurements in Michelson interferometry. *Journal of the Optical Society of America A*, 14:114–121, janvier 1997.
- [21] P. Berio, F. Vakili, D. Mourard et D. Bonneau. Removing the photon-centroiding hole in optical stellar interferometry. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 129:609–615, mai 1998.
- [22] M. Bester, W.C. Danchi, C.G. Degiacomi, L.J. Greenhill et C.H. Townes. Atmospheric fluctuations : Empirical structure functions and projected performance of future instruments. *Astrophysical Journal*, 392:357–374, June 1992.
- [23] D. Bonneau. Résumé - rapport sur la qualité astronomique du site de calern. *Journal des Astronomes Français*, 52:35, 1997.
- [24] J. Borgnino. Estimation of the spatial coherence outer scale relevant to long baseline interferometry and imaging in optical astronomy. *Appl. Opt.*, 29:1863–1865, mai 1990.
- [25] J. Borgnino. Modelling the optical effects of atmospheric turbulence in High Angular Resolution astronomical observations : wavefront coherences and related parameters. Dans C. Aime et R. Soummer, éditeurs, *EAS Publications Series*, pages 103–124, 2004.

- [26] J. Borgnino, C. Aime, F. Martin, R. G. Petrov et G. Ricort. Polychromatic transfer functions in stellar speckle interferometry. *Journal of the Optical Society of America A*, 6:244–251, février 1989.
- [27] J. Borgnino, A. Berdja, J. Maire et A. Ziad. An optical turbulence profiler for the terrestrial atmosphere boundary-layer. Dans *Symposium on Seeing, Kona, Hawaii*, March 2007.
- [28] J. Borgnino et F. Martin. Correlation between angle-of-arrival fluctuations on the entrance pupil of a solar telescope. *Journal of the Optical Society of America*, 67:1065–1072, août 1977.
- [29] J. Borgnino, F. Martin et A. Ziad. Effect of a finite spatial-coherence outer scale on the covariances of angle-of-arrival fluctuations. *Optics Communications*, 91:267–279, 1992.
- [30] J. Borgnino et J. Vernin. Experimental verification of the inertial model of atmospheric turbulence from solar limb motion. *Journal of the Optical Society of America*, 68:1056–1062, août 1978.
- [31] M. Born et E. Wolf. *Principles of Optics Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. NY : Pergamon Press, 1959.
- [32] A. Bouzid, A. Irbah, J. Borgnino et H. Lantéri. Atmospheric turbulence profiles $C_n^2(h)$ deduced from solar limb observations. Dans J. Vernin, Z. Benkhaldoun et C. Muñoz-Tuñón, éditeurs, *ASP Conf. Ser. 266 : Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*, page 64, 2002.
- [33] J. B. Breckinridge. Measurement of the amplitude of phase excursions in the earth's atmosphere. *Journal of the Optical Society of America*, 66:143, février 1976.
- [34] D. F. Buscher, J. T. Armstrong, C. A. Hummel, A. Quirrenbach, D. Mozurkewich, K. J. Johnston, C. S. Denison, M. M. Colavita et M. Shao. Interferometric seeing measurements on mt. wilson : Power spectra and outer scales. *Applied Optics*, 34(6):1081–1096, February 1995.
- [35] G. Chauvin, A.-M. Lagrange, C. Dumas, B. Zuckerman, D. Mouillet, I. Song, J.-L. Beuzit et P. Lowrance. A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing. *Astronomy & Astrophysics*, 425:L29–L32, octobre 2004.
- [36] A. Chelli, P. Lena, C. Roddier, F. Roddier et F. Sibille. Modulation transfer function for infra-red stellar speckle interferometry : Evidence for a log-normal statistic. *Optica Acta*, 26(5):583–595, 1979.
- [37] M. M. Colavita, M. Shao et D. H. Staelin. Atmospheric phase measurements with the Mark III stellar interferometer. *Appl. Opt.*, 26:4106–4112, octobre 1987.
- [38] J.-M. Conan. *Etude de la correction partielle en optique adaptative*. Thèse de doctorat, Ph. D. thesis, Université Paris XI Orsay, (1994), 1994.
- [39] J.-M. Conan, G. Rousset et P.-Y. Madec. Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, Volume 12(Issue 7):1559–1570, 1995.

- [40] R. Conan. *Modélisation des effets de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde*. Thèse de doctorat, 2000.
- [41] R. Conan, T. Fusco, G. Rousset, D. Mouillet, J.-L. Beuzit, A. Blanc, M. Nicolle et C. Petit. Modeling and analysis of XAO systems : application to VLT-Planet Finder. Dans D. Bonaccini Calia, B. L. Ellerbroek et R. Ragazzoni, éditeurs, *Advancements in Adaptive Optics. Edited by Domenico B. Calia, Brent L. Ellerbroek, and Roberto Ragazzoni. Proceedings of the SPIE, Volume 5490, pp. 602-608 (2004).*, pages 602–608, octobre 2004.
- [42] R. Conan, M. Le Louarn, J. Braud, E. Fedrigo et N. N. Hubin. Results of AO simulations for ELTs. Dans J. R. P. Angel et R. Gilmozzi, éditeurs, *Future Giant Telescopes. Edited by Angel, J. Roger P.; Gilmozzi, Roberto. Proceedings of the SPIE, Volume 4840, pp. 393-403 (2003).*, pages 393–403, janvier 2003.
- [43] R. Conan, A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin et A. A. Tokovinin. Measurements of the wavefront outer scale at Paranal : influence of this parameter in interferometry. Dans P. J. Lena et A. Quirrenbach, éditeurs, *Proc. SPIE Vol. 4006, p. 963-973, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds.*, pages 963–973, juillet 2000.
- [44] C. E. Coulman, J. Vernin, Y. Coqueugniot et J.-L. Caccia. Outer scale of turbulence appropriate to modeling refractive-index structure profiles. *Appl. Opt.*, 27:155, janvier 1988.
- [45] C. E. Coulman, J. Vernin et A. Fuchs. Optical seeing-mechanism of formation of thin turbulent laminae in the atmosphere. *Appl. Opt.*, 34:5461, août 1995.
- [46] I. Danaila, P. Joly, S. M. Kaber et M. Postel. *Introduction au calcul scientifique par la pratique*. 2005.
- [47] J. Davis, P. R. Lawson, A. J. Booth, W. J. Tango et E. D. Thorvaldson. Atmospheric path variations for baselines up to 80 m measured with the sydney university stellar interferometer. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 273:L53–L58, 1995.
- [48] T. Elhalkouj, R. G. Petrov, M. Lazrek et Z. Benkhaldoun. Limiting magnitude for Dome C optical interferometers. Dans C. Aime et F. Vakili, éditeurs, *IAU Colloq. 200 : Direct Imaging of Exoplanets : Science - Techniques*, pages 313–316, 2006.
- [49] S. Esposito, R. Ragazzoni, A. Riccardi, C. O'Sullivan, N. Ageorges, M. Redfern et R. Davies. Absolute Tilt from a Laser Guide Star : A First Experiment. *Experimental Astronomy*, 10:135–145, avril 2000.
- [50] S. Esposito, A. Riccardi et B. Femenía. Differential piston angular anisoplanatism for astronomical optical interferometers. *Astronomy & Astrophysics*, 353:L29–L32, janvier 2000.
- [51] B. Femenía et N. Devaney. Optimization with numerical simulations of the conjugate altitudes of deformable mirrors in an MCAO system. *Astronomy & Astrophysics*, 404:1165–1176, juin 2003.
- [52] R. C. Flicker. Efficient first-order performance estimation for high-order adaptive optics systems. *Astronomy & Astrophysics*, 405:1177–1189, juillet 2003.
- [53] R. Foy et A. Labeyrie. Feasibility of adaptive telescope with laser probe. *Astronomy & Astrophysics*, 152:L29–L31, novembre 1985.

- [54] R. Foy, A. Migus, F. Biraben, G. Grynberg, P. R. McCullough et M. Tallon. The polychromatic artificial sodium star : a new concept for correcting the atmospheric tilt. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 111:569–578, juin 1995.
- [55] D. L. Fried. Statistics of a Geometric Representation of Wavefront Distortion. *Journal of the Optical Society of America*, 55:1427–1435, 1965.
- [56] D. L. Fried. Probability of getting a lucky short-exposure image through turbulence. *Journal of the Optical Society of America*, 68:1651–1658, décembre 1978.
- [57] B. R. Frieden. *Probability, statistical optics, and data testing. A problem solving approach*. Springer Series in Information Sciences, Berlin : Springer, 1983, 1983.
- [58] A. Fuchs, M. Tallon et J. Vernin. Folding-up of the vertical atmospheric turbulence profile using an optical technique of movable observing plane. Dans W. A. Flood et W. B. Miller, éditeurs, *Proc. SPIE Vol. 2222, p. 682-692, Atmospheric Propagation and Remote Sensing III*, Walter A. Flood ; Walter B. Miller ; Eds., pages 682–692, juin 1994.
- [59] A. Fuchs, M. Tallon et J. Vernin. Focusing on a Turbulent Layer : Principle of the “Generalized SCIDAR”. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 110:86–91, janvier 1998.
- [60] T. Fusco, N. Ageorges, G. Rousset, D. Rabaud, E. Gendron, D. Mouillet, F. Lacombe, G. Zins, J. Charton, C. Lidman et N. N. Hubin. NAOS performance characterization and turbulence parameters estimation using closed-loop data. Dans D. Bonaccini Calia, B. L. Ellerbroek et R. Ragazzoni, éditeurs, *Advancements in Adaptive Optics. Edited by Domenico B. Calia, Brent L. Ellerbroek, and Roberto Ragazzoni. Proceedings of the SPIE, Volume 5490, pp. 118-129 (2004).*, pages 118–129, octobre 2004.
- [61] T. Fusco, J.-M. Conan, V. Michau, L. M. Mugnier et G. Rousset. Efficient phase estimation for large-field-of-view adaptive optics. *Optics Letters*, 24:1472–1474, novembre 1999.
- [62] T. Fusco, Rousset G., Rabaud D., Gendron E., Mouillet D., Lacombe F., Zins G., Madec P.-Y. and Lagrange A.-M., Charton J., Rouan D., Hubin N. et Ageorges N. Naos on-line characterization of turbulence parameters and adaptive optics performance. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 6:585–596, 2004.
- [63] C. S. Gardner. Effects of random path fluctuations on the accuracy of laser ranging systems. *Appl. Opt.*, 15:2539–2545, octobre 1976.
- [64] R. Genzel, R. Schödel, T. Ott, A. Eckart, T. Alexander, F. Lacombe, D. Rouan et B. Aschenbach. Near-infrared flares from accreting gas around the supermassive black hole at the Galactic Centre. *Nature*, 425:934–937, octobre 2003.
- [65] A. Ghedina, R. Ragazzoni et A. Baruffolo. Isokinetic patch measurements on the edge of the Moon. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 130:561–566, juin 1998.
- [66] R. Gilmozzi, B. Delabre, P. Dierickx, N. N. Hubin, F. Koch, G. Monnet, M. Quattri, F. J. Rigaut et R. N. Wilson. Future of filled aperture telescopes : is a 100-m feasible ? Dans L. M. Stepp, éditeur, *Proc. SPIE Vol. 3352, p. 778-791, Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI*, Larry M. Stepp ; Ed., pages 778–791, août 1998.

- [67] D. P. Greenwood et D. O. Tarazano. A proposed form for the atmospheric microtemperature spatial spectrum in the input range. *RADC-TR-74-19*, 1974.
- [68] I. Han. The accuracy of differential astrometry limited by the atmospheric turbulence. *AJ*, 97:607–610, février 1989.
- [69] C. A. Haniff, J. E. Baldwin, P. J. Warner et T. R. Scott. Atmospheric phase fluctuation measurement : interferometric results from the WHT and COAST telescopes. Dans J. B. Breckinridge, éditeur, *Proc. SPIE Vol. 2200, p. 407-417, Amplitude and Intensity Spatial Interferometry II, James B. Breckinridge ; Ed.*, pages 407–417, juin 1994.
- [70] J. W. Hardy. *Adaptive optics for astronomical telescopes*. 1998.
- [71] A. Ishimaru. *Wave propagation and scattering in random media. Volume II - Multiple scattering, turbulence, rough surfaces, and remote-sensing*. Research supported by the U.S. Air Force, NSF, and NIH. New York, Academic Press, Inc., 1978. 267 p., 1978.
- [72] D. C. Johnston et B. M. Welsh. Analysis of multiconjugate adaptive optics. *Optical Society of America Journal A*, 11:394–408, janvier 1994.
- [73] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt et M. P. Vecchi. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.
- [74] L. Koechlin, D. Lawson, P.R. and Mourard, A. Blazit, D. Bonneau, F. Morand, P. Stee et F. Tallon-Bosc, I. and Vakili. Dispersed fringe tracking with the multi- r_0 apertures of the grand interferometre à 2 telescopes. *Applied Optics*, 35(16):3002–3009, 1996.
- [75] A. N. Kolmogorov. Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 32:19–21, 1941.
- [76] A. N. Kolmogorov. Local structure of turbulence in incompressible fluids with very high reynolds number. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30:229–303, 1941.
- [77] A. N. Kolmogorov. On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 31:538–541, 1941.
- [78] D. Korff. Analysis of a method for obtaining near diffraction limited information in the presence of atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America*, 63(8):971–980, 1973.
- [79] V. G. Kornilov et A. A. Tokovinin. Measurement of the Turbulence in the Free Atmosphere above Mt. Maïdanak. *Astronomy Reports*, 45:395–408, mai 2001.
- [80] A. Labeyrie. Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *Astronomy & Astrophysics*, 6:85–+, mai 1970.
- [81] A. Labeyrie. Interference fringes obtained on VEGA with two optical telescopes. *ApJ*, 196: L71–L75, mars 1975.
- [82] A. Labeyrie. Resolved imaging of extra-solar planets with future 10-100km optical interferometric arrays. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 118:517–524, septembre 1996.

- [83] P. F. Lazorenko. Non-Kolmogorov features of differential image motion restored from the Multichannel Astrometric Photometer data. *Astronomy & Astrophysics*, 396:353–360, décembre 2002.
- [84] M. Le Louarn, R. Foy, N. Hubin et M. Tallon. Laser Guide Star for 3.6- and 8-m telescopes : Performance and astrophysical implications. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295:756–768, avril 1998.
- [85] M. Le Louarn, N. Hubin, M. Sarazin et A. Tokovinin. New challenges for adaptive optics : extremely large telescopes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 317:535–544, septembre 2000.
- [86] R. P. Linfield, M. M. Colavita et B. F. Lane. Atmospheric Turbulence Measurements with the Palomar Testbed Interferometer. *ApJ*, 554:505–513, juin 2001.
- [87] A. Liotard. *Micro-miroirs déformables pour l'optique adaptative de prochaine génération*. Thèse de doctorat, Université de Provence Aix-Marseille I, 2006.
- [88] B. Lopez et M. Sarazin. The ESO atmospheric temporal coherence monitor dedicated to high angular resolution imaging. *Astronomy & Astrophysics*, 276:320–+, septembre 1993.
- [89] V. P. Lukin. Investigation of some peculiarities in the structure of large-scale atmospheric turbulence. *Atmos. Oceanic Opt.*, 5:834, 1992.
- [90] R. F. Lutomirski et H. T. Yura. Wave Structure Function and Mutual Coherence Function of an Optical Wave in a Turbulent Atmosphere. *Journal of the Optical Society of America*, 61: 482–+, avril 1971.
- [91] J. M. Mariotti et G. P. di Benedetto. Pathlength stability of synthetic aperture telescopes - The case of the 25 CM CERGA interferometer. Dans M.-H. Ulrich et K. Kjaer, éditeurs, *IAU Colloq. 79 : Very Large Telescopes, their Instrumentation and Programs*, pages 257–265, 1984.
- [92] F. Martin, R. Conan, A. Tokovinin, A. Ziad, H. Trinquet, J. Borgnino, A. Agabi et M. Sarazin. Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 144:39–44, mai 2000.
- [93] F. Martin, A. Tokovinin, A. Agabi, J. Borgnino et A. Ziad. G.S.M. : A Grating Scale Monitor for atmospheric turbulence measurements. I. the instrument and first results of angle of arrival measurements. *Astronomy & Astrophysics*, 108:173–180, 1994.
- [94] F. Martin, A. Tokovinin, A. Ziad, R. Conan, J. Borgnino, R. Avila, A. Agabi et M. Sarazin. First statistical data on wavefront outer scale at La Silla observatory from the GSM instrument. *Astronomy & Astrophysics*, 336:L49–L52, août 1998.
- [95] C. Meyer. Comparisons of the lunar profiles of C. B. Watts and Th. Weimer. *Moon*, 16: 27–40, décembre 1976.
- [96] A. A. Michelson. Measurement of Jupiter's Satellites by Interference. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 3:274–278, septembre 1891.

- [97] A. A. Michelson et F. G. Pease. No. 203. Measurement of the diameter of alpha Orionis with the interferometer. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 203:1–11, 1921.
- [98] D. Mourard, I. Tallon-Bosc, F. Rigal, F. Vakili, D. Bonneau, F. Morand et P. Stee. Estimation of visibility amplitude by optical long-baseline michelson interferometry with large apertures. *Astronomy & Astrophysics*, 288:675–682, 1994.
- [99] D. Mourard, N. Thureau, L. Abe, P. Berio, A. Blazit, Bonneau D., R. Petrov et F. Vakili. The gi2t/regain interferometer. *C. R. Physique de l'Académie des Sciences*, 2:25–44, 2001.
- [100] J. Nelson et T. Mast. Giant Optical Devices. Dans T. Andersen, A. Ardeberg et R. Gilmozzi, éditeurs, *Proceedings of the Backaskog workshop on extremely large telescopes*, pages 1–2, 2000.
- [101] T. W. Nicholls, G. D. Boreman et J. C. Dainty. Use of a Shack-Hartmann wave-front sensor to measure deviations from a Kolmogorov phase spectrum. *Optics Letters*, 20:2460–2462, décembre 1995.
- [102] N. S. Nightingale et D. F. Buscher. Interferometric seeing measurements at the la palma observatory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 251:155–166, 1991.
- [103] R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 66:207–211, mars 1976.
- [104] A. M. Obukhov. Structure of the temperature field in turbulent flows. *Isv. Akad. Nauk SSSR*, 13:58, 1949.
- [105] T.W. Parks et C.S. Burrus. *Digital filter design*. Wiley-Interscience New York, NY, USA, 1987.
- [106] F. Patru. *Imagerie Directe en Interférométrie Stellaire Optique. Capacités d'Imagerie des Hypertélescopes et Densifieur de Pupille Fibré*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis - UFR Sciences, 2007.
- [107] G. Perrin, S. Lacour, J. Woillez et É. Thiébaud. High dynamic range imaging by pupil single-mode filtering and remapping. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 373:747–751, décembre 2006.
- [108] R. G. Petrov, F. Malbet, G. Weigelt, A. Chelli, T. Driebe, K.-H. Hofmann et 86 co auteurs. AMBER, the near-infrared spectro-interferometric three telescopes VLTI instrument. *Astronomy & Astrophysics*, 464:1–12, 2007.
- [109] W. K. Pratt. *Digital image processing*. A Wiley-Interscience Publication, New York : Wiley, 1978.
- [110] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling et B. P. Flannery. *Numerical recipes in C. The art of scientific computing*. Cambridge : University Press, 1992, 2nd ed., 1992.
- [111] R. Racine. Temporal Fluctuations of Atmospheric Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 108:372, avril 1996.

- [112] R. Racine. Altitude, Elevation, and Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 117:401–410, avril 2005.
- [113] R. Racine et B. L. Ellerbroek. Profiles of nighttime turbulence above Mauna Kea and isoplanatism extension in adaptive optics. Dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate, éditeurs, *Proc. SPIE Vol. 2534, p. 248-257, Adaptive Optical Systems and Applications, Robert K. Tyson ; Robert Q. Fugate ; Eds.*, pages 248–257, août 1995.
- [114] R. Ragazzoni. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*, 43:289–293, février 1996.
- [115] R. Ragazzoni. No Laser Guide Stars for adaptive optics in giant telescopes ? *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 136:205–209, avril 1999.
- [116] R. Ragazzoni, E. Diolaiti, J. Farinato, E. Fedrigo, E. Marchetti, M. Tordi et D. Kirkman. Multiple field of view layer-oriented adaptive optics. Nearly whole sky coverage on 8 m class telescopes and beyond. *Astronomy & Astrophysics*, 396:731–744, décembre 2002.
- [117] R. Ragazzoni, B. Le Roux et Arcidiacono C. Multi-conjugate adaptive optics for elts : constraints and limitations. *C. R. Physique de l'Académie des Sciences*, 6:1081–1088, 2005.
- [118] R. Ragazzoni, E. Marchetti et G. Valente. Adaptive-optics corrections available for the whole sky. *Nature*, 403:54–56, janvier 2000.
- [119] F. Rigaut. Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs. Dans E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito et N. Hubin, éditeurs, *Beyond conventional adaptive optics : a conference devoted to the development of adaptive optics for extremely large telescopes. Proceedings of the Topical Meeting held May 7-10, 2001, Venice, Italy. Edited by E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, and N. Hubin. Garching, Germany : European Southern Observatory, 2002 ESO Conference and Workshop Proceedings, Vol. 58, ISBN 3923524617, p.11, page 11, 2002.*
- [120] F. Rigaut, G. Rousset, P. Kern, J. C. Fontanella, J. P. Gaffard, F. Merkle et P. Léna. Adaptive optics on a 3.6-m telescope - Results and performance. *Astronomy & Astrophysics*, 250: 280–290, octobre 1991.
- [121] F. J. Rigaut, B. L. Ellerbroek et R. Flicker. Principles, limitations, and performance of multiconjugate adaptive optics. Dans P. L. Wizinowich, éditeur, *Proc. SPIE Vol. 4007, p. 1022-1031, Adaptive Optical Systems Technology, Peter L. Wizinowich ; Ed.*, pages 1022–1031, juillet 2000.
- [122] S. Robbe. Mise en opération de l'interféromètre asservi i2t/assi. *Thèse de doctorat de l'Université de Nice Sophia-Antipolis*, 1996.
- [123] S. Robbe-Dubois, S. Lagarde, P. Antonelli, Y. Bresson, G. Martinot-Lagarde, R.G. Petrov et 84 co authors. AMBER : optical analysis and configuration. *Astronomy & Astrophysics*, 464:13–27, 2007.
- [124] C. Roddier et F. Roddier. Influence of exposure time on spectral properties of turbulence-degraded astronomical images. *Journal of the Optical Society of America*, 65:664–667, juin 1975.

- [125] C. Roddier et F. Roddier. On the fringe visibility in a michelson stellar interferometer. *Journal of the Optical Society of America*, 66:580–584, 1976.
- [126] F. Roddier. The effect of atmospheric turbulence in optical astronomy. Dans *Progress in Optics*, volume XIX. E. Wolf, 1981.
- [127] F. Roddier. Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics. *Appl. Opt.*, 27:1223–1225, 1988.
- [128] F. Roddier. Interferometric imaging in optical astronomy. *Physics Reports*, 170(2):97–166, 1988.
- [129] F. Roddier, L. Cowie, J. E. Graves, A. Songaila et D. McKenna. Seeing at Mauna Kea - A joint UH-UN-NOAO-CFHT study. Dans L. D. Barr, éditeur, *Advanced technology optical telescopes IV ; Proceedings of the Meeting, Tucson, AZ, Feb. 12-16, 1990. Part 1 (A91-23201 08-89)*. Bellingham, WA, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1990, p. 485-491., pages 485–491, juillet 1990.
- [130] F. Roddier et P. Lena. Long-baseline michelson interferometry with large ground-based telescopes operating at optical wavelengths. i. general formalism. interferometry at visible wavelengths. *J. Optics (Paris)*, 15(4):171–182, 1984.
- [131] L. Rolland. Etude de la turbulence atmosphérique pour les futurs télescopes géants. Mémoire de maîtrise, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2006.
- [132] G. Rousset. Wavefront Sensing - Analyse de front d’onde en optique adaptative. Dans D. M. Alloin et J. M. Mariotti, éditeurs, *NATO ASIC Proc. 423 : Adaptive Optics for Astronomy*, pages 115–+, 1994.
- [133] G. Rousset, J. C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, Léna P. Rigaut, F. et 4coauthors. First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astronomy & Astrophysics*, 230:L29–L32, avril 1990.
- [134] G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. N. Hubin, E. Gendron, T. Fusco, R. Arsenault, J. Char-ton, P. Feautrier, P. Gigan, P. Y. Kern, A.-M. Lagrange, P.-Y. Madec, D. Mouillet, D. Rabaud, P. Rabou, E. Stadler et G. Zins. NAOS, the first AO system of the VLT : on-sky performance. Dans P. L. Wizinowich et D. Bonaccini, éditeurs, *Adaptive Optical System Technologies II. Edited by Wizinowich, Peter L. ; Bonaccini, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 4839, pp. 140-149 (2003)*., pages 140–149, février 2003.
- [135] S. Sandroek, R. Amestica, P. Duhoux, J. Navarrete et M. S. Sarazin. VLT astronomical site monitor : control, automation, and data flow. Dans H. Lewis, éditeur, *Proc. SPIE Vol. 4009, p. 338-349, Advanced Telescope and Instrumentation Control Software, Hilton Lewis ; Ed.*, pages 338–349, juin 2000.
- [136] M. Sarazin. The ideal site revisited for future ground based telescope projects (Invited Speaker). Dans J. Vernin, Z. Benkhaldoun et C. Muñoz-Tuñón, éditeurs, *ASP Conf. Ser. 266 : Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*, pages 342–+, 2002.
- [137] M. Sarazin et F. Murtagh. The Prediction of Seeing and Other Relevant Climatological Conditions. Dans T. Boroson, J. Davies et I. Robson, éditeurs, *ASP Conf. Ser. 87 : New Observing Modes for the Next Century*, pages 47–+, 1996.

- [138] M. Sarazin et F. Roddier. The ESO differential image motion monitor. *Astronomy & Astrophysics*, 227:294–300, janvier 1990.
- [139] M. S. Sarazin. Automated seeing monitoring for queue-scheduled astronomical observations [3125-40]. Dans P. Proc. Spie Vol. 3125, L. R. B. Imaging Through The Atmosphere et E. Christopher Dainty, éditeurs, *Proc. SPIE Vol. 3125, Propagation and Imaging Through the Atmosphere*, Luc R. Bossonnette and Christopher Dainty, Eds., p.366, pages 366–+, 1997.
- [140] R. J. Sasiela. *Electromagnetic wave propagation in turbulence. Evaluation and application of Mellin transforms*. Springer Series on Wave Phenomena, Berlin : Springer, 1994, 1994.
- [141] R. J. Sasiela et J. D. Shelton. Transverse spectral filtering and Mellin transform techniques applied to the effect of outer scale on tilt and tilt anisoplanatism. *Journal of the Optical Society of America A*, 10:646–660, avril 1993.
- [142] M. Schöck, D. Le Mignant, G. A. Chanan, P. L. Wizinowich et M. A. van Dam. Atmospheric turbulence characterization with the Keck adaptive optics systems. I. Open-loop data. *Appl. Opt.*, 42:3705–3720, juillet 2003.
- [143] B. Sorrente, F. Cassaing, G. Rousset, S. Robbe-Dubois et Y. Rabbia. Real-time optical path difference compensation at the Plateau de Calern I2T interferometer. *Astronomy & Astrophysics*, 365:301–313, janvier 2001.
- [144] J. Strohbehn et S. Clifford. Polarization and angle-of-arrival fluctuations for a plane wave propagated through a turbulent medium. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions*, 15:416–421, 1967.
- [145] M. Tallon et R. Foy. Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect. *Astronomy & Astrophysics*, 235:549–557, août 1990.
- [146] M. Tallon et I. Tallon-Bosc. The object-image relationship in Michelson stellar interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 253:641–645, janvier 1992.
- [147] V. I. Tatarskii. *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*. Jerusalem : Israel Program for Scientific Translations, 1971.
- [148] V.I. Tatarskii. *Wave Propagation in a Turbulent Medium*. Dover Publications, inc New York, 1961.
- [149] E. Tatulli et the AMBER Consortium. Interferometric data reduction with AMBER/VLTI.Principle,estimators and illustration. *Astronomy & Astrophysics*, mars 2006.
- [150] A. Tokovinin. From Differential Image Motion to Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 114:1156–1166, octobre 2002.
- [151] A. Tokovinin. Seeing Improvement with Ground-Layer Adaptive Optics. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 116:941–951, octobre 2004.
- [152] A. Tokovinin, V. Kornilov, N. Shatsky et O. Voziakova. Restoration of turbulence profile from scintillation indices. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 343:891–899, août 2003.

- [153] A. Tokovinin, M. Le Louarn et M. Sarazin. Isoplanatism in a multiconjugate adaptive optics system. *Journal of the Optical Society of America A*, 17:1819–1827, octobre 2000.
- [154] M. A. van Dam, A. H. Bouchez, D. Le Mignant, E. M. Johansson, P. L. Wizinowich, R. D. Campbell, J. C. Y. Chin, S. K. Hartman, R. E. Lafon, P. J. Stomski et D. M. Summers. The W. M. Keck Observatory Laser Guide Star Adaptive Optics System : Performance Characterization. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 118:310–318, février 2006.
- [155] M. Vannier. *L'interférométrie différentielle - Application à l'observation d'exoplanètes chaudes*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2003.
- [156] J. Vernin. Mechanism of formation of optical turbulence (Invited Speaker). Dans J. Vernin, Z. Benkhaldoun et C. Muñoz-Tuñón, éditeurs, *ASP Conf. Ser. 266 : Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*, pages 2–+, 2002.
- [157] J. Vernin et C. Muñoz-Tuñón. The temporal behaviour of seeing. *New Astronomy Review*, 42:451–454, novembre 1998.
- [158] J. Vernin et F. Roddier. Experimental determination of two-dimensional spatiotemporal power spectra of stellar light scintillation. Evidence for a multilayer structure of the air turbulence in the upper troposphere. *Journal of the Optical Society of America*, 63:270–+, mars 1973.
- [159] V. V. Voitsekhovich. Outer scale of turbulence : comparison of different models. *Journal of the Optical Society of America A*, 12:1346–1353, juin 1995.
- [160] V. V. Voitsekhovich et S. Cuevas. Adaptive optics and the outer scale of turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 12:2523–2531, novembre 1995.
- [161] V. V. Voitsekhovich, V. G. Orlov, S. Cuevas et R. Avila. Efficiency of off-axis astronomical adaptive systems : Comparison of theoretical and experimental data. *Astronomy & Astrophysics Supp.*, 133:427–430, décembre 1998.
- [162] C. B. Watts. *The marginal zone of the moon*. Washington, U. S. Govt. Print. Off., 1963.
- [163] R. W. Wilson. SLODAR : measuring optical turbulence altitude with a Shack-Hartmann wavefront sensor. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 337:103–108, novembre 2002.
- [164] R. W. Wilson et C. Saunter. Turbulence profiler and seeing monitor for laser guide star adaptive optics. Dans P. L. Wizinowich et D. Bonaccini, éditeurs, *Adaptive Optical System Technologies II. Edited by Wizinowich, Peter L. ; Bonaccini, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 4839, pp. 466-472 (2003).*, pages 466–472, février 2003.
- [165] D. M. Winker. Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 8:1568–1573, octobre 1991.
- [166] P. Wizinowich, D. S. Acton, C. Shelton, P. Stomski, J. Gathright, K. Ho, W. Lupton, K. Tsutobota, O. Lai, C. Max, J. Brase, J. An, K. Avicola, S. Olivier, D. Gavel, B. Macintosh, A. Ghez et J. Larkin. First Light Adaptive Optics Images from the Keck II Telescope : A New Era of High Angular Resolution Imagery. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112:315–319, mars 2000.

- [167] Thomas Young. Experiments and calculations relative to physical optics. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 1804.
- [168] A. Ziad, J. Borgnino, A. Agabi et F. Martin. Estimation of the spatial-coherence inner scale of the wavefronts perturbed by the atmospheric turbulence from first order angle-of-arrival statistics. *Journal of Optics*, 23:131–142, juillet 1992.
- [169] A. Ziad, J. Borgnino, A. Agabi et F. Martin. Optimized Spectral Bandwidth in High Angular Resolution Imaging Effect of a Finite Spatial-Coherence Outer Scale. *Experimental Astronomy*, 5:247–268, 1994.
- [170] A. Ziad, J. Bornino, F. Martin et A. Agabi. Experimental estimation of the spatial-coherence outer scale from a wavefront statistical analysis. *Astronomy & Astrophysics*, 282:1021–1033, février 1994.
- [171] A. Ziad, R. Conan, A. Tokovinin, F. Martin et J. Borgnino. From the grating seeing monitor (GSM) to the generalized seeing monitor (GSM). *Applied Optics*, 39(30), 2000.
- [172] A. Ziad, F. Martin, R. Conan et J. Borgnino. Generalized seeing monitor (GSM) : a dedicated monitor for wavefront optical parameter measurements. Dans A. Kohnle et J. D. Gonglewski, éditeurs, *Proc. SPIE Vol. 3866, p. 156-164, Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems III*, Anton Kohnle ; John D. Gonglewski ; Eds., pages 156–164, décembre 1999.
- [173] A. Ziad, M. Schöck, G. A. Chanan, M. Troy, R. Dekany, B. F. Lane, J. Borgnino et F. Martin. Comparison of Measurements of the Outer Scale of Turbulence by Three Different Techniques. *Appl. Opt.*, 43:2316–2324, avril 2004.

Résumé

Les futurs très grands télescopes donneront la possibilité d'effectuer des observations à très Haute Résolution Angulaire, mais leur conception nécessite une connaissance précise des effets optiques de la turbulence atmosphérique sur de grandes échelles spatiales. Cette étude porte sur la validation expérimentale de la modélisation de la turbulence optique lors de l'observation astronomique à partir du sol.

La caractérisation des propriétés spatiales du front d'onde est effectuée à partir des grandes bases de mesure utilisées par les interféromètres stellaires optiques GI2T / REGAIN et VLTI / AMBER. A ces échelles, les déformations du front d'onde ne suivent pas les mêmes lois statistiques et cette étude confirme que l'amplitude des déformations spatiales du front d'onde n'augmente pas indéfiniment avec l'allongement de la base de mesure. Cette étude met en évidence la saturation des grandeurs liées aux déformations spatiales lorsque les distances considérées dépassent la valeur de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde.

Le GSM ("Generalized Seeing Monitor"), unique instrument dédié à la mesure de l'échelle externe, est utilisé dans une configuration étendue pour tester expérimentalement les différents modèles existants de turbulence optique lors d'observations sur le site de Calern. Une modélisation multi-couche de l'échelle externe est aussi proposée afin de rendre compte des effets optiques de la turbulence atmosphérique selon sa distribution en altitude. Les résultats de cette étude permettent de mieux dimensionner les systèmes d'optique adaptative de nouvelle génération associés aux futurs grands télescopes et interféromètres à très grandes bases.

Enfin, cette étude a consisté à développer l'instrument MOSP ("Monitor of Outer Scale Profile") mesurant la distribution verticale de l'échelle externe à partir de l'observation du limbe de la Lune. Plusieurs campagnes d'observation ont été effectuées aux Observatoires de Haute Provence et de Mauna Kea et les premières mesures de profils d'échelle externe sont présentées.

Mots Clefs : Haute Résolution Angulaire, Turbulence Atmosphérique, Propagation Optique, Grands Télescopes, Tests de sites, Interférométrie, Optique Adaptative.

Abstract

Future Extremely Large Telescopes will give us the possibility to observe with High Angular Resolution. However, their conception requires a precise knowledge of optical effects due to atmospheric turbulence at large scales. This study aims to investigate the experimental validation of optical turbulence modelization for ground based observations.

The characterization of wavefront large scale properties is performed with the long baseline GI2T/REGAIN stellar interferometer with the perspective of observations with the VLTI/AMBER interferometer. In the case of large baselines, wavefront deformations do not follow the same statistical laws as in cases of shorter distances of separation. This study provides confirmation that the amplitude of wavefront spatial deformations do not increase indefinitely with the baseline extension. This highlights the saturation of variables related to spatial deformations when distances considered are larger than the value of the wavefront outer scale.

The GSM ('Generalized Seeing Monitor'), an unique instrument dedicated to the wavefront outer scale measurements, is used in an extended configuration to experimentally validate the different existing models of optical turbulence during observations at the Calern Observatory. A multi-layer modelization of the outer scale is proposed to describe optical effects of atmospheric turbulence corresponding to each altitude.

Finally, a part of this study was devoted to the development of the 'Monitor of Outer Scale Profile' which measures the vertical distribution of the wavefront outer scale from detection of Moon's limb position fluctuations. Several campaigns of observations have been performed at the "Observatoire de Haute Provence" and Mauna Kea Observatory and first measurements of wavefront outer scale profiles are presented.

Keywords : High Angular Resolution, Atmospheric Turbulence, Optical Propagation, Large Telescopes, Site Testing, Interferometry, Adaptive Optics.