



HAL
open science

Transfert de spin et dynamique de l'aimantation

Benoit Montigny

► **To cite this version:**

Benoit Montigny. Transfert de spin et dynamique de l'aimantation. Matière Condensée [cond-mat]. Université Paris Sud - Paris XI, 2007. Français. NNT: . tel-00192958v1

HAL Id: tel-00192958

<https://theses.hal.science/tel-00192958v1>

Submitted on 29 Nov 2007 (v1), last revised 1 Dec 2007 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat

Transfert de spin et dynamique de
l'aimantation

Benoit MONTIGNY

29 novembre 2007



Université Paris-Sud

Thèse de doctorat

Transfert de spin et dynamique de l'aimantation

Benoit Montigny

sous la direction de *Jacques Miltat*



en collaboration avec Altis Semiconductor/Quimonda

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	3
1 Théories de la magnéto-résistance	5
1.1 Théorie de la magnéto-résistance géante	7
1.1.1 Introduction	7
1.1.2 Conduction dépendant du spin	8
1.1.3 Modèle à deux courants	12
1.1.4 Modèles de diffusion	14
1.1.5 Conclusion	16
1.2 Théorie de la magnéto-résistance tunnel	16
1.2.1 Théorie classique du transport tunnel	17
1.2.2 Modèle d'électrons libres (<i>d</i> -itinérants)	19
1.2.3 Modèle des liaisons fortes	21
1.2.4 Calculs <i>ab initio</i>	23
1.3 Conclusion	26
2 Transport non colinéaire et transfert de spin	27
2.1 Description du phénomène	28
2.1.1 Le système étudié	28
2.1.2 Idée physique	29
2.2 Transfert de spin dans les jonctions métalliques	31
2.2.1 Un modèle de circuit	31
2.2.2 Modèle de Slonczewski	33
2.2.3 Mécanisme d'absorption du courant de spin	42
2.2.4 Résolution numérique	44
2.2.5 Conclusion	45
2.3 Transfert de spin dans les jonctions tunnel	46
2.3.1 Modèle théorique	46
2.3.2 Expériences récentes	48
2.4 Conclusion	48
3 Méthodes numériques	49
3.1 Bases théoriques	50
3.1.1 Description quantique	50
3.1.2 Interactions	52
3.1.3 Equation du mouvement	53
3.2 Modèle micro-magnétique	54
3.2.1 Champ effectif	55
3.2.2 Ensemble d'équations adimensionnées	60
3.2.3 Méthode des différences finies	60

TABLE DES MATIÈRES

4	Modèle du macrospin	69
4.1	Introduction	70
4.1.1	Expériences	70
4.1.2	Questions	74
4.2	Système sous champ axial	75
4.2.1	Expressions analytiques	75
4.2.2	Analyse spectrale des états précessionnels	84
4.3	Système sous champ transverse	96
4.3.1	Géométrie du dispositif	96
4.3.2	Système modèle sous champ transverse : états précessionnels	97
4.4	Valve de spin perpendiculaire/perpendiculaire	106
5	Micromagnétisme : système sous champ axial	111
5.1	Macrospin <i>vs</i> micromagnétisme	112
5.1.1	Motivations	112
5.1.2	Cas d'étude	113
5.1.3	Couple du transfert de spin	114
5.1.4	Champ d'Oersted	115
5.1.5	Champ dipolaire	116
5.2	Modes propres	119
5.2.1	Introduction	119
5.2.2	Susceptibilité magnétique	121
5.2.3	Cartes de susceptibilité	122
5.3	Modes excités sous courant	124
5.3.1	Comportement de la moyenne de l'aimantation	125
5.3.2	Distribution d'excitation dans la couche libre	129
5.3.3	Largeur de raie	134
5.4	Comparaison des modèles	139
6	Micromagnétisme : système sous excitation transverse	141
6.1	Introduction	142
6.2	Modèle micromagnétique	144
6.2.1	Spectres de puissance	144
6.2.2	Influence des paramètres numériques	146
6.3	Modes propres	148
6.4	Modes excités sous courant	150
6.5	Conclusion	154
A	Constantes fondamentales	159
B	Traitement du signal	161
B.1	Analyse spectrale	162
B.2	Digitalisation du signal	162
B.3	Transformées de Fourier continue et discrète	166
B.4	Fenêtrage et filtrage	169
B.5	Estimation de la densité spectrale de puissance	174
B.6	Application aux simulations numériques	177
	Références	185

Remerciements

Thèse effectuée sous la direction de Jacques Miltat, avec le soutien de la société d'Altis Semiconductor/Quimonda.

Introduction

Les années 80 ont vu l'apparition des techniques modernes de la micro-électronique. Ces avancées, destinées initialement à l'industrie des semi-conducteurs, ont également profité au domaine de l'électronique de spin. Ainsi, le phénomène de magnéto-résistance géante a été mis en évidence grâce à la maîtrise des dépôts de couches minces métalliques¹. Plus récemment de très fortes valeurs de la magnéto-résistance tunnel ont été mesurées grâce à l'effet de filtrage en spin dans la barrière d'oxyde². Ce qui a suscité en retour un grand intérêt des industriels du fait de l'utilisation de telles propriétés de transport dans les têtes de lecture pour disques durs 'haute densité'. De plus, durant les années 90, l'amélioration des techniques de façonnage des nano-structures a permis d'observer l'effet du transfert de spin, dont une des applications potentielles concerne les mémoires électroniques MRAM.

Le phénomène, initialement prédit théoriquement par Slonczewski³ et Berger⁴, a pu ainsi être étudié expérimentalement, notamment sur des piliers de taille sub-micrométrique (typiquement 100 nm) où le couple dû au transfert de spin est observable pour des densités de courant 'raisonables'. L'effet du couple sur le mouvement de l'aimantation se traduit par les variations du signal de magnéto-résistance. Mais les mesures de transport électrique ne permettent pas de connaître avec précision la dynamique de l'aimantation sous courant. C'est pourquoi d'importants efforts ont été entrepris en matière de simulations numériques, désormais essentielles à la bonne compréhension des expériences. Ainsi les modélisations micromagnétiques ont contribué à mieux comprendre le mécanisme de renversement sous champ dans une structure confinée, qui passe par des états d'aimantation fortement inhomogènes. L'ajout du terme de transfert de spin est un facteur de complexité supplémentaire car il s'agit d'une excitation paramétrique, non-linéaire et non-conservative.

L'objet de cette thèse est de déterminer la nature des régimes dynamiques excités par le courant dans un nano-pilier. Comme les dispositifs magnétiques sont de plus en plus petits, on se rapproche de la limite où l'aimantation peut être considérée comme uniforme. Parallèlement les effets de bords (et notamment les charges de bords) deviennent prépondérants par rapport aux effets de volume, ce qui tend à favoriser des états non homogènes. Deux niveaux de description sont donc envisagés : un modèle grossier où l'aimantation de la couche libre de l'empilement est traitée comme un macro-spin, et le modèle micromagnétique, plus raffiné, tenant compte de manière réaliste des interactions magnéto-statiques. L'intérêt d'une telle étude est non seulement de valider des théories du transfert de spin mais aussi de donner une idée, par comparaison de ces deux approches, de l'inhomogénéité de l'aimantation dans une nanostructure.

¹ M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F.N. Vandau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich et J. Chazelas, *Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988); G. Binash, P. Grünberg, F. Saurenbach et W. Zinn, *Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange*, Phys. Rev. B **39**, 4828 (1989)

² S. Yuasa, T. Nagahama, A. Fukushima, Y. Suzuki et K. Ando, *Giant room-temperature magnetoresistance in single-crystal Fe/MgO/Fe magnetic tunnel junctions*, Nat. Mater. **3**, 868 (2004); S.S.P. Parkin, C. Kaiser, A. Panchula, P.M. Rice, B. Hugues, M. Samant et S.H. Yang, *Giant tunnelling magnetoresistance at room temperature with MgO (100) tunnel barriers*, Nat. Mater. **3**, 862 (2004)

³ J.C. Slonczewski, *Current-driven excitation of magnetic multilayers*, J. Magn. Magn. Mater. **159**, L1 (1996)

⁴ L. Berger, *Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current*, Phys. Rev. B **54**, 9353 (1996)

Ce manuscrit s'organise en 6 parties.

Le *chapitre 1* revient de manière succincte sur deux phénomènes remarquables du transport dépendant du spin : la magnéto-résistance géante dans les jonctions métalliques et la magnéto-résistance tunnel.

Le *chapitre 2* est une revue des principaux modèles décrivant le phénomène de transfert de spin dans les systèmes où les aimantations des couches sont non-colinéaires. Le modèle de Slonczewski⁵ est analysé en détail, car il sert de base aux simulations numériques.

Le *chapitre 3* est consacré aux méthodes numériques nécessaires pour mettre en œuvre ce modèle de micromagnétisme. Les équations de base du mouvement de l'aimantation sont posées. Je détaille le calcul de chacun des termes du champ effectif par la méthode des différences finies, avec une attention particulière portée au champ démagnétisant.

Dans le *chapitre 4* j'étudie l'effet du courant sur la dynamique de l'aimantation analytiquement et numériquement dans le cadre du modèle macrospin. Dans le cas d'un champ axial, le diagramme de phase en champ et en courant est établi. Des calculs ont également été effectués à différentes températures, afin d'en étudier l'effet sur la fréquence des oscillations de l'aimantation. En *annexe* j'ai développé le calcul de la densité spectrale de puissance, grandeur représentant le contenu fréquentiel de la trajectoire de l'aimantation. Par ailleurs ces calculs sont étendus au cas d'un champ dans le plan légèrement désaligné par rapport à l'axe du nano-pilier et au cas d'un système où l'aimantation et le champ appliqué sont perpendiculaires au plan des couches.

Le *chapitre 5* reprend l'étude en champ axial sous l'angle des simulations micromagnétiques. Ces calculs permettent d'accéder à la distribution d'excitation dans la couche libre selon la densité de courant injectée dans le nano-pilier. La comparaison des résultats avec le modèle macrospin vise à donner une idée du comportement de l'aimantation lorsqu'elle est plongée dans un champ effectif fortement inhomogène. La largeur des pics de résonance pour les états précessionnels est une signature de ce désordre dans la distribution d'aimantation.

Une étude similaire est menée pour le cas où le champ appliqué et la polarisation des électrons ne sont plus alignés (*chapitre 6*). La comparaison avec les expériences de Krivorotov *et al.*⁶ sert de support à une discussion sur l'effet des paramètres numériques et magnétiques dans le cadre micromagnétique.

⁵ J.C. Slonczewski, *Currents and torques in metallic magnetic multilayers*, J. Magn. Magn. Mater. **247**, 324-338 (2002)

⁶ I.N. Krivorotov, N.C. Emley, J.C. Sankey, S.I. Kiselev, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Time-domain measurements of nanomagnet dynamics driven by spin-transfer torques*, Science **307**, 228 (2005)

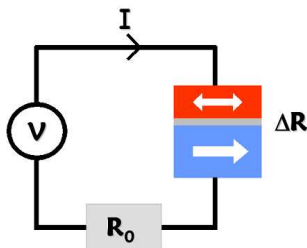
Chapitre 1

Théories de la magnéto-résistance

Le modèle le plus simple décrivant le transport électronique dans un conducteur est le modèle de Drude [1, 2]. Une description plus fine adaptée aux structures mésoscopiques est obtenue dans le cadre du formalisme de Landauer et Buttiker [3–6]. Une autre approche consiste à résoudre l'équation de Boltzmann dans les différentes régions de la nano-structure¹. Les électrons sont traités comme des particules, caractérisées par leur fonction d'onde $|\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)\rangle$. Dans la suite nous allons étendre ces théories en tenant compte du moment cinétique (en anglais *angular momentum*) de spin σ des électrons. Les modèles de Boltzmann et de Landauer peuvent être adaptés pour des systèmes où les électrodes sont des matériaux ferromagnétiques².

Les propriétés de transport des matériaux massifs dépendent du spin des électrons les parcourant ; mais d'autres effets non-triviaux apparaissent lorsqu'on considère des multicouches magnétiques. On ne peut plus simplement calculer leur conductivité comme la somme des conductivités de chacune des couches isolées. En effet la longueur de cohérence de spin excède souvent leur épaisseur et elles interagissent l'une avec l'autre.

Nous allons nous concentrer sur un type d'hétérostructure particulier, à savoir des empilements ferromagnétique/barrière/ferromagnétique, dans lesquels le courant circule perpendiculairement au plan des couches. Les matériaux magnétiques considérés sont les métaux de transition : Fe, Co, Ni, leurs alliages, etc ... qui sont à la fois bons conducteurs et ferromagnétiques à température ambiante.



La **magnéto-résistance** (MR) désigne la différence de résistance d'un tel empilement suivant la direction relative des aimantations dans les deux couches magnétiques.

$$\text{MR} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R_{\text{AP}} - R_{\text{P}}}{R_{\text{P}}}$$

P (resp. **AP**) désigne l'état où les aimantations sont parallèles (resp. antiparallèles).

On distingue deux types de structures qui ont des propriétés de transport très différentes :

- si la barrière est un conducteur métallique non-magnétique, c'est le cadre de la **magnéto-résistance géante** (GMR)
- si la barrière est un oxyde isolant, il s'agit alors de la **magnéto-résistance tunnel** (TMR)

Dans le premier cas, le transport des électrons est gouverné d'une part par la différence d'occupation au niveau de Fermi des bandes des électrodes magnétiques selon l'orientation de spin et d'autre part par la diffusion dépendante du spin dans le volume des couches et aux interfaces. La magnéto-résistance tunnel est quant à elle plus particulièrement liée aux propriétés des interfaces électrode-isolant. La résistance, bien plus élevée que pour les empilements métalliques, est dominée par celle de la barrière tunnel. La diffusion dans les électrodes magnétiques ne joue qu'un rôle marginal. La résistance est de fait contrôlée par le taux de transmission des électrons selon leur spin, leur vecteur d'onde et le type d'orbitale participant au transport.

¹ Voir pour cela l'ouvrage de Ashcroft et Mermin [7]

² Pour des revues détaillées de ces méthodes et de leurs applications à l'électronique de spin, consulter [8–12].

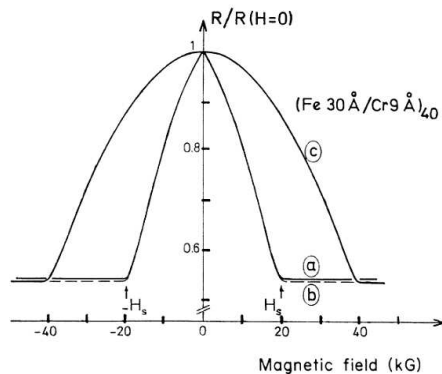


FIG. 1.1 : Première mise en évidence de la magnéto-résistance géante sur des multicouches de Fer/Chrome (40 bicouches de Fe(3nm)/Cr(0.9nm)) par Fert *et al.* en 1988 [13]. Le courant circule dans le plan des couches. La résistance dépend du champ magnétique appliqué : (a) dans le plan et selon la direction du courant, (b) dans le plan et perpendiculairement au courant, (c) perpendiculairement au plan des couches.

Bien que les mécanismes soient apparemment très différents, dans les deux cas la résistance de l'empilement est le plus souvent plus forte dans l'état antiparallèle et plus faible quand les aimantations sont alignées. On montrera dans ce chapitre que plusieurs phénomènes surviennent lorsqu'un courant circule perpendiculairement aux couches magnétiques :

- le courant est polarisé en spin lorsqu'il traverse un matériau ferromagnétique
- la présence d'une interface avec un matériau non-magnétique place le système localement hors équilibre
- la structure électronique de la barrière couple de manière sélective les états d'interfaces de chacune des électrodes

Nous allons détailler l'importance relative de ces effets et distinguer, dans les diverses théories présentées, les arguments en faveur d'un traitement diffusif, par opposition à un traitement ballistique, du transport.

1.1 Théorie de la magnéto-résistance géante

Dans ce paragraphe sont exposées les théories du transport dépendant du spin dans les dispositifs de type "vanne de spin". Les deux couches ferromagnétiques, séparées par un espaceur métallique non-magnétique, sont faiblement couplées. Dans la géométrie CPP ("current perpendicular to the plane"), un champ électrique est appliqué perpendiculairement au plan des couches et le courant est contraint de circuler selon la normale à ces interfaces. Au contraire, dans la géométrie CIP, le courant s'écoule dans le plan des couches. L'effet de l'angle relatif entre ces deux directions d'aimantation sur la conductance est appelé magnéto-résistance géante. Cet effet a été pour la première fois mis en évidence par Fert *et al.* [13] (**figure 1.1**) et par Grünberg *et al.* [14] en 1988.

Quand le matériau est aimanté selon la direction \mathbf{z} , l'axe de quantification du moment magnétique de spin est pris parallèle à \mathbf{z} . On distingue alors deux populations d'électrons : ceux dont le spin est parallèle à l'aimantation locale (on les qualifie de *majoritaires*, notés \uparrow) et ceux dont le spin à un sens opposé (électrons *minoritaires*, notés \downarrow).

1.1.1 Introduction

La conduction des électrons des matériaux ferromagnétiques est fortement affectée par leur spin (dans les matériaux ferromagnétiques, les électrons de conduction sont de type s hybridés $sp-d$). L'interaction d'échange couple le moment des électrons de conduction aux orbitales de type d des atomes magnétiques, ces derniers étant le

plus souvent des métaux de transition. Ainsi le libre parcours moyen (ou à l'inverse le taux de diffusion) peut être jusqu'à 5 fois plus grand pour les électrons \uparrow que pour les électrons \downarrow dans le Permalloy ($\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$) [15].

Diverses phénomènes peuvent être avancées pour décrire les interactions entre un courant et l'aimantation :

- la force de Lorentz ; mais elle n'est pas assez intense pour dévier significativement les électrons entre deux collisions
- la magnéto-résistance anisotrope (AMR), c'est-à-dire la variation de résistance en fonction de l'angle entre l'aimantation et la direction du courant de mesure. Cette propriété a été largement exploitée dans les têtes de lecture des disques durs durant les années 90. Pour les matériaux magnétiques considérés par la suite, sa contribution est un ordre de grandeur plus faible par rapport à l'effet GMR (quelques pourcents de l'effet observé).
- notons que les matériaux étudiés ont été choisis de manière à ce que la magnétostriction soit quasi-nulle (les coefficients magnétostrictifs du Ni et du Fe se compensent dans le Permalloy), ce qui élimine tout artefact dû aux déformations des couches magnétiques.

Les modèles théoriques présentés par la suite décrivent trois phénomènes qui sont à l'origine de la GMR :

1. la diffusion dépendante du spin dans les matériaux ferromagnétiques : le libre parcours moyen des électrons majoritaires est plus grand que celui des électrons minoritaires. Les centres de diffusion peuvent être des impuretés, des défauts de structure dans le métal, les interactions électron/phonon. Les électrons s sont plus mobiles que les d .
2. le raccordement des niveaux électroniques aux interfaces ferro/métal : cela crée des marches de potentiel que doivent franchir les électrons dans la géométrie CPP. Le paysage de potentiel dépend du type de bande et donc du spin des électrons. Cet effet se traduit par des résistances d'interfaces.
3. les variations de la densité d'états au niveau de Fermi selon le spin dans chacune des électrodes : cela modifie le nombre d'électrons participant au transport au travers de l'espaceur (l'effet présenté plus haut affecte la probabilité de transmission)

Ces modèles peuvent se ranger en trois catégories :

- le modèle de résistances à deux courants, simplification extrême où spins \uparrow et spins \downarrow circulent indépendamment les uns des autres
- les modèles à deux courants semi-classiques qui nécessitent l'emploi de coefficients empiriques (résistances d'interfaces ...) en appoint d'expressions analytiques pour le transport à l'intérieur de chaque couche (Boltzmann)
- les modèles de liaisons fortes et les calculs *ab initio*, a priori plus rigoureux car les structures de bandes sont recalculées pour chaque direction de spin

1.1.2 Conduction dépendant du spin

Formalisme quantique

Le spin est une quantité issue du formalisme de la physique quantique et apparaît comme une conséquence de l'équation de Schrödinger relativiste. Voici les expressions des grandeurs caractéristiques du transport électronique quantique³ :

³ Les vecteurs et tenseurs sont notés en gras, les scalaires sont en police normale.

– la **densité de charge** :

$$\boxed{\rho(\mathbf{r}) = -e\psi^\dagger\psi = -e|\psi|^2 = -en(\mathbf{r})} \quad (1.1)$$

où $n(\mathbf{r})$ est la densité d'électrons en \mathbf{r} (où, de manière équivalente, la probabilité de présence d'un électron en \mathbf{r}) et $-e$ est la charge de l'électron. Rappelons que l'opérateur densité s'écrit $\hat{\rho} = \sum_i n_i \varphi_i \varphi_i^\dagger$ où φ_i n'est pas simplement la fonction d'onde de l'électron mais est l'opérateur de champ associé à cette particule. La densité volumique de charge ρ est la moyenne d'ensemble⁴ de cet opérateur prise en \mathbf{r} (au facteur $-e$ près) : $\rho = \langle \hat{\rho} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho}) = \sum_i \langle \psi | \varphi_i \rangle p_i \langle \varphi_i | \psi \rangle = p_\psi$, c'est-à-dire la probabilité que le système de N particules soit dans l'état ψ .

– la **densité de courant** :

$$\boxed{\mathbf{J} = -e \frac{i\hbar}{2m} [\psi^\dagger \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^\dagger] = -e \Re e(\psi^\dagger \hat{\mathbf{v}} \psi) = \langle -e \hat{\mathbf{v}} \rangle} \quad (1.2)$$

C'est la moyenne de l'opérateur vitesse, qui s'écrit : $\hat{\mathbf{v}} = -i\hbar/m\vec{\nabla}$.

– l'opérateur **densité de spin** :

$$\boxed{\hat{\mathbf{S}} = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}} \quad (1.3)$$

$\hat{\sigma}$ est le vecteur des matrices de Pauli. $\pm\hbar/2$ sont les deux valeurs propres de \hat{S}_z . La moyenne de $\hat{\mathbf{S}}$ est l'aimantation : $\vec{S}(\mathbf{r}) = \psi^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{S}} \psi(\mathbf{r}) = \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle$.

– l'opérateur **courant de spin** :

$$\hat{\mathbf{J}}_S = \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{v}} \quad (1.4)$$

La valeur moyenne est donc : $\mathbf{J}_S(\mathbf{r}) = \Re e(\psi^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{v}} \hat{\mathbf{S}} \psi(\mathbf{r})) = \langle \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{v}} \rangle(\mathbf{r})$. On l'utilise en général la formule :

$$\boxed{\mathbf{J}_S(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{2m} \Im m\{\psi^\dagger \sigma \vec{\nabla} \psi\}} \quad (1.5)$$

L'opérateur $\hat{\mathbf{S}}$ agit sur la composante "spin" de la fonction d'onde tandis que $\hat{\mathbf{v}}$ est un opérateur qui agit lui sur la position de l'électron. $\hat{\mathbf{J}}_S$ est donc défini sur le produit extérieur de ces deux sous-espaces des phases.

– l'opérateur **couple**, dont la composante sur l'axe i est définie par :

$$\boxed{\langle \hat{T}_i \rangle = \frac{d\langle \hat{S}_i \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{S}_i, \mathcal{H}] \rangle} \quad (1.6)$$

où \mathcal{H} est l'hamiltonien du système⁵.

⁴ Par la suite la sommation sur tous les états ψ du système à N électrons est sous entendue dans la moyenne d'ensemble

⁵ Dans notre cas, l'hamiltonien s'écrit : $\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \hat{\sigma} \cdot \mathbf{B}$. Il peut aussi inclure d'autres termes tels que le couplage spin-orbite (couplage de Rashba), l'effet du champ électrique, etc ...

Les observables sont reliées par l'équation de continuité pour le spin [71] :

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} + \vec{\nabla} \mathbf{J}_S = -\mathbf{T}_{ext} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_{sf}} \quad (1.7)$$

dans l'approximation du temps de relaxation. Il n'y a donc pas conservation du spin des électrons comme il y a conservation du nombre de particules. Le premier terme de droite, le couple \mathbf{T}_{ext} , est un terme source représentant les effets de couplage spin-orbite, de l'interaction Zeeman avec un champ externe, etc... Le second terme représente l'accumulation de spin due aux collisions avec renversement du spin. Mathématiquement le terme \mathbf{T}_{ext} peut se mettre sous la forme d'un gradient $-\vec{\nabla} \hat{P}$, qui va s'ajouter au courant de spin, ce qui mène à définir une densité de courant effective $\hat{\mathbf{J}}_S + \hat{P}$:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} + \vec{\nabla} \mathbf{J}_{S\ eff} = -\frac{\mathbf{S}}{\tau_{sf}} \quad (1.8)$$

Le terme $-\langle \vec{\nabla} (\hat{\mathbf{J}}_S)_{eff} \rangle$ constitue donc le véritable couple sur l'aimantation. Il apparaît que la moyenne de \hat{P} est telle que :

$$(\mathbf{J}_S)_{eff} = \Re e(\psi^\dagger \{ \hat{v}, \hat{s} \} \psi) = \langle \hat{s} \hat{v} + \hat{v} \hat{s} \rangle \quad (1.9)$$

où $\{ , \}$ désigne l'anticommutateur.

Effets de volume

Dans un matériau magnétique massif, loin des interfaces, la conductivité σ_\uparrow des électrons majoritaires est supérieure à celle des électrons minoritaires (plus grande d'un facteur 3 dans le cas du cobalt). En circulant dans un matériau magnétique, du fait de l'interaction $s-d$, le spin des électrons de conduction s'aligne progressivement avec les moments magnétiques localisés sur les atomes. Cette interaction est caractérisée par une énergie de l'ordre de 0.1 eV (soit un temps de vie moyen $\tau_p = 10^{-13} - 10^{-14}$ s).

Si la couche est plus épaisse que la longueur de diffusion de spin, elle se comporte comme un filtre ou un polariseur en spin. La composante orthogonale du moment angulaire des électrons est cédée à l'aimantation. Le courant sortant est donc polarisé en spin. La polarisation est classiquement définie selon :

$$\mathcal{P} = \frac{\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow}{\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow} \quad (1.10)$$

Les collisions peuvent être élastiques (l'énergie est conservée) mais à température ambiante les interactions électron-phonon et électron-magnon, inélastiques, deviennent prépondérantes. Elles augmentent la résistance globale de l'empilement et donc tendent à réduire la magnéto-résistance. Les électrons perdent la mémoire de leur moment au cours de ce processus et, dans la géométrie CIP ("current in the plane"), la diffusion est la première source de résistance dans les métaux à basse température. Si les interfaces sont parfaites, les réflexions sont spéculaires et il n'y a pas perte d'information sur le moment $m\mathbf{v}$ des électrons. Les interfaces ne contribuent donc pas à la résistance de la structure. En revanche, dans la géométrie CPP ("current perpendicular to the plane"), les interfaces contribuent toujours à la résistance de l'empilement.

Diffusion à l'interface

Il faut distinguer les équations déterminant la distribution d'électrons et celles régissant la distribution de spin \uparrow et \downarrow . La densité de spin est en général hors équilibre. δn_\uparrow (resp. δn_\downarrow) représente l'écart par rapport à l'équilibre de porteurs de spin \uparrow (resp. \downarrow). La densité totale de particules est alors $n = n_\uparrow + n_\downarrow$.

Lorsqu'un courant traverse une interface entre un métal normal et un ferromagnétique, les électrons de spin majoritaire dans l'électrode magnétique ont une meilleure conductivité que les minoritaires ; une plus grande proportion d'entre eux est extraite depuis l'électrode métallique. Au contraire, les électrons minoritaires s'accumulent au voisinage de l'interface. Le système tente de restaurer l'équilibre par un mécanisme de diffusion des porteurs de spin.

A l'interface on définit trois quantités :

- l'**accumulation de spin** : c'est la différence entre la densité d'électrons minoritaires n_\downarrow et majoritaires n_\uparrow . On note $\delta n_S = \delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow$
- le **courant de spin** : le courant traversant l'interface est polarisé car $\mathbf{j}_\uparrow > \mathbf{j}_\downarrow$; $\mathbf{J}_S = \mathbf{j}_\uparrow - \mathbf{j}_\downarrow$
- le **potentiel électrochimique** dépendant du spin : $\mu_\sigma(\mathbf{r})$, qui n'est pas égal au potentiel électrique "vrai" $V(\mathbf{r})$ au voisinage de l'interface :

$$\mu_\sigma = \frac{2\pi^2 v_F \hbar}{k_F^2} \delta n_\sigma(\mathbf{r}) - eV(\mathbf{r}) \quad (1.11)$$

où v_F et k_F sont la vitesse et le vecteur d'onde d'un électron au niveau au niveau de Fermi.

L'équation de la diffusion appliquée à chaque population d'électrons conduit à :

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} = D_\sigma \nabla^2 n_\sigma \quad (1.12)$$

D dépend du spin car les électrons majoritaires ont un temps de vie τ_{sf} plus grand que celui des minoritaires (du fait de l'interaction *sp-d*). On a donc :

$$\mathbf{J}_\uparrow = \frac{\sigma_\uparrow}{e} \mathbf{E} - D_\uparrow \nabla \delta n_\uparrow \quad (1.13)$$

Il faut retenir que le courant de spin varie avec le *gradient* local de l'accumulation. L'équation d'évolution de l'accumulation de spin est :

$$\frac{d\delta n_S}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_S - \frac{\delta n_S}{\tau_{sf}} \quad (1.14)$$

Le premier terme de droite résulte du flux d'électrons polarisés en spin traversant la couche magnétique. Le second est un terme phénoménologique de relaxation. La longueur caractéristique sur laquelle se ressent l'accumulation de spin est $\ell_{sf} = \sqrt{D_S \tau_{sf}}$, où D_S est le coefficient de diffusion dépendant du spin. Elle est définie par [16] :

$$\ell_{sf}^{-2} = (\ell_\uparrow)^{-2} + (\ell_\downarrow)^{-2} \quad \text{avec} \quad \ell_\alpha = v_F \sqrt{\frac{\tau_{sf}}{3} \left(\frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{\tau_\alpha} \right)^{-1}} \quad (1.15)$$

Le cas d'un système où les aimantations ne sont pas colinéaires est plus complexe.

Longueurs caractéristiques

- Les longueurs caractéristiques du transport diffusif dépendant du spin sont :
- les libres parcours moyens (élastiques) dépendant du spin ℓ : c'est la distance moyenne entre deux collisions
 - la longueur de diffusion de spin ℓ_{sf}
 - la longueur de Fermi ℓ_F
 - et bien sûr l'épaisseur des couches

Dans les matériaux ferromagnétiques usuels, la longueur de diffusion de spin est souvent plus grande que le libre parcours moyen, car toutes les collisions n'entraînent pas le renversement du spin⁶. Ainsi choisit-on de déposer des couches magnétiques une épaisseur de l'ordre de ℓ (quelques nanomètres), fines par rapport à ℓ_{sf} (de quelques nanomètres à quelques dizaines de nanomètres).

1.1.3 Modèle à deux courants

A basse température ($T \ll T_c$), les processus de diffusion conduisant au renversement du spin d'un électron ("spin-flip"), les interactions magnon-électron par exemple, sont gelés. Mott a suggéré un modèle où les électrons de spin \uparrow et ceux de spin \downarrow se propagent en parallèle dans deux canaux distincts [17]. La conductivité de la structure est donc la somme des conductivités de ces deux canaux [15] :

$$\sigma = \sigma_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow} \quad (1.16)$$

d'où la résistivité dans les configurations parallèle et anti-parallèle :

$$\rho_P = \frac{\rho_{\uparrow}\rho_{\downarrow}}{\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}} \quad \text{et} \quad \rho_{AP} = \frac{\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}}{4} \quad (1.17)$$

σ_{α} et ρ_{α} sont la conductivité et la résistivité pour chaque direction de spin.

La polarisation des électrons dans les électrodes magnétiques est caractérisée par le coefficient d'asymétrie de spin α :

$$\alpha = \frac{\sigma_{\uparrow}}{\sigma_{\downarrow}} = \frac{\rho_{\downarrow}}{\rho_{\uparrow}} \quad (1.18)$$

Les conductivités $\sigma_{\uparrow,\downarrow}$ peuvent être estimées à l'aide du modèle de Drude [1, 2]. Le temps de relaxation des électrons placés dans un potentiel diffuseur $V_{\uparrow,\downarrow}$ vaut, dans l'approximation de Born :

$$\tau_{\uparrow,\downarrow}^{-1} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{\uparrow,\downarrow}|^2 \mathcal{D}_{\uparrow,\downarrow}(\epsilon_F) \quad (1.19)$$

La magnéto-résistance dépend ici de manière explicite à la fois du paysage de potentiel dépendant du spin V , traduisant les effets des impuretés, et aussi de la structure de bande via la densité d'état au niveau de Fermi \mathcal{D}_{α} . Calculer ces termes n'est possible qu'à partir de théories bien plus élaborées (méthodes *ab initio*), dans la limite où la densité d'impuretés est faible.

Quand la température est plus élevée, l'équation 1.17 devient :

$$\rho_{AP} = \frac{\rho_{\uparrow}\rho_{\downarrow} + \rho_{\uparrow\downarrow}(\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow})}{\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow} + 4\rho_{\uparrow\downarrow}} \quad (1.20)$$

⁶Notons que ce n'est pas toujours le cas et qu'en particulier, dans le Permalloy, $\ell_{\uparrow} \approx 7\text{nm}$, $\ell_{\downarrow} \approx 1\text{nm}$, tandis que $\ell_{sf} \approx$ vaut environ 5 nm.

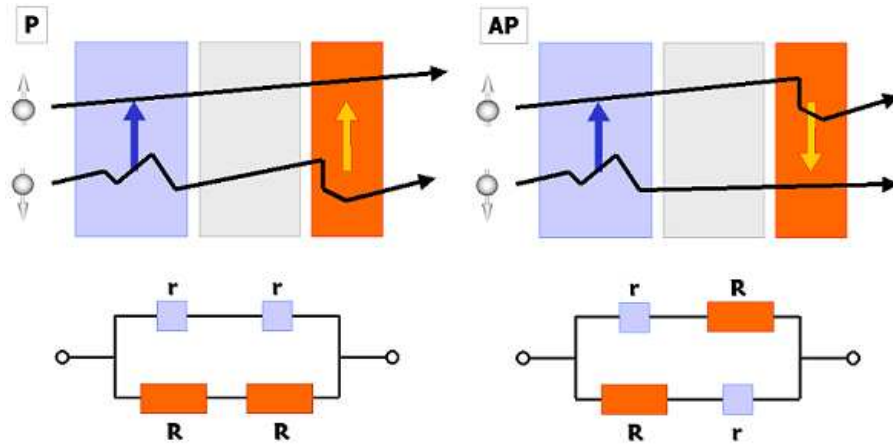


FIG. 1.2 : Illustration de la diffusion des électrons majoritaires (\uparrow) et minoritaires (\downarrow) dans les couches magnétiques, lorsque la jonction est dans l'état parallèle (**P**) ou antiparallèle (**AP**). En dessous, le circuit électrique équivalent pour le modèle à deux courants : la diffusion est faible pour les électrons dont le spin est majoritaire dans une couche magnétique (résistance faible r) et élevée lorsqu'ils sont dans l'état de spin minoritaire (résistance R)

où $\rho_{\uparrow\downarrow}$ représente le mélange de spin entre les deux canaux de conduction. Dans la limite des hautes températures, les collisions avec renversement de spin sont plus fréquentes que celles conservant le spin et la résistivité est réduite à :

$$\rho_{AP} = \frac{\rho_{\uparrow}\rho_{\downarrow}}{\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}} \quad (1.21)$$

Dans une vanne de spin dans l'état parallèle, les électrons majoritaires sont peu diffusés dans les deux couches magnétiques, au contraire des minoritaires : il y a court-circuit par le canal ρ_{\uparrow} . Dans l'état antiparallèle, chaque type d'électrons est fortement diffusé dans l'une des deux couches. On a alors :

$$R_P \approx R_{\uparrow} \quad \text{et} \quad R_{AP} = \frac{R_{\uparrow} + R_{\downarrow}}{4} \quad (1.22)$$

La magnéto-résistance s'écrit donc :

$$MR = \frac{R_{AP} - R_P}{R_P} = \frac{(\alpha - 1)^2}{4\alpha} \quad (1.23)$$

Ainsi plus l'asymétrie de spin est grande, plus la vanne de spin présente une magnéto-résistance élevée.

Ces calculs ne sont valides que pour des couches magnétiques assez fines car on néglige tout phénomène de "spin-flip". L'épaisseur globale doit être faible devant le libre parcours moyen. Par ailleurs, la résistivité de l'espaceur (par exemple le Cuivre : 6 nΩm) étant d'un ordre de grandeur plus faible que celle des matériaux ferromagnétiques (ainsi le Cobalt : 86 nΩm), il peut sembler logique de négliger cette résistance dans le circuit. L'espaceur ne sert ici qu'à découpler magnétiquement les deux aimantations. Mais c'est sans compter avec les résistances d'interfaces et l'effet du désordre sur la diffusion des électrons. Le transport pour des aimantations non-colinéaires ne peut se comprendre avec un modèle aussi simplifié.

1.1.4 Modèles de diffusion

Le modèle de Valet et Fert [16] tient compte des effets d'accumulation et de relaxation de spin aux interfaces. Les paramètres phénoménologiques de cette théorie sont les résistivités des matériaux massifs, les résistances d'interface, ainsi que les coefficients d'asymétrie associés, et les longueurs de diffusion de spin :

- β est le coefficient d'asymétrie de volume, tel que $J_{\uparrow,\downarrow} = 1/2J_0(1 \pm \beta)$ (J_0 est la moyenne de ces deux courants)
- γ est le coefficient d'asymétrie d'interface : $R_{F/N}^{\uparrow,\downarrow} = 2R_{F/N}^*(1 \pm \gamma)$, où $R_{F/N}^\sigma$ est la résistance d'interface pour chaque direction de spin et $R_{F/N}^*$ la moyenne des résistances.

Avec ce modèle, Valet et Fert ont montré que le potentiel électrochimique et l'accumulation de spin décroissent exponentiellement en fonction de la distance à l'interface. La longueur caractéristique de décroissance est ℓ_{sf} . Ce modèle étend la théorie de la conduction à deux canaux développée par Johnson et Silsbee [18] et par van Son *et al.* [19]. Dans le modèle de Boltzmann dépendant du spin, la fonction de distribution des électrons est régie par l'équation suivante :

$$v_z \frac{\partial f}{\partial z} - e \mathbf{E} v_z \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (1.24)$$

où le terme de droite représente la contribution des collisions aux variations de f .

Dans la limite des faibles perturbations, le développement au premier ordre de la fonction de distribution pour les électrons de spin σ donne :

$$f_\sigma = f^0 + \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} [-(\mu_\sigma - \mu_0) + g_\sigma] \quad (1.25)$$

où $g = g_\sigma(z, \mathbf{k})$ représente la composante anisotrope de la fonction de Boltzmann ($\mu(z)$ est isotrope dans l'espace des \mathbf{k}) [20]. Du fait de l'accumulation de spin, le potentiel chimique dépend du spin ; on note : $\mu_\sigma = \bar{\mu}_\sigma + eV$ et $\bar{\mu}_{\uparrow(\downarrow)} = \bar{\mu} \pm \Delta\mu$. En développant g en termes d'anisotropie croissante, l'équation de Boltzmann traitée dans l'approximation du temps de relaxation devient :

$$J_\alpha = \frac{\sigma_\alpha}{e} \frac{\partial \bar{\mu}_\alpha}{\partial z} \quad (1.26)$$

$$\frac{e}{\sigma_\alpha} \frac{\partial J_\alpha}{\partial z} = \frac{\bar{\mu}_\alpha - \bar{\mu}_{-\alpha}}{\ell_\alpha^2} \quad (1.27)$$

où ℓ_α est la longueur de diffusion de spin et σ_α est la conductivité pour un spin α . Cette équation est valide dans la limite où le libre parcours moyen est grand par rapport à la longueur de diffusion de spin, quelque soit l'épaisseur de la couche.

Les paramètres d'interface servent à définir les conditions de bords. Le potentiel $\Delta\mu$ n'est pas continu aux interfaces, et la chute de potentiel est proportionnelle à la densité de courant :

$$\bar{\mu}_\sigma(0^+) - \bar{\mu}_\sigma(0^-) = R_{F/N} \mathcal{A} e J_\sigma \quad (1.28)$$

ce qui définit les résistances d'interfaces. Les solutions de l'équation de Boltzmann décroissent exponentiellement avec la distance à l'interface. Pour une interface métal/ferro, Valet et Fert obtiennent [16] :

$$\Delta\mu = \frac{\beta}{1 - \beta^2} e E_0 \ell_{sf} e^{-\frac{|z|}{\ell_{sf}}} \quad (1.29)$$

où E_0 est le champ électrique appliqué à l'empilement et $|z|$ est la distance à l'interface. Ceci montre que l'accumulation de spin est localisée dans une couche d'épaisseur l_{sf} dans le ferromagnétique. Cette accumulation perturbe le champ électrique local, ce qui crée une résistance additionnelle purement interfaciale.

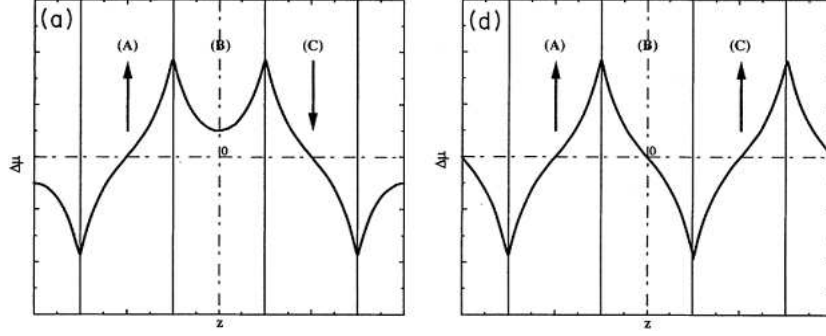


FIG. 1.3 : Accumulation de spin dans une valve de spin en courant perpendiculaire au plan des interfaces : variations du potentiel chimique dans les configurations parallèle et antiparallèle pour un empilement périodique ferromagnétique/métal normal. [16]

Si on inclut en plus les résistances dues à la diffusion à l'interface et ce, pour une structure de type F/N/F, on obtient des expressions plus complexes de la résistance totale [16]. Pour un empilement de M bicouches ferromagnétique/métal normal, Valet et Fert définissent la résistance comme la somme d'une résistance moyenne et d'un terme cumulant tous les effets dépendant du spin :

$$R_{P/AP} = M((1 - \beta^2)\rho_F^*t_F + \rho_N^*t_N + 2(1 - \gamma^2)r_b^* + 2r_{SI}^{P/AP}) \quad (1.30)$$

où $2\rho_F^*$ et $2\rho_N^*$ sont les résistances moyennes dans la couche ferromagnétique et dans le métal normal respectivement, t_F et t_N sont les épaisseurs des couches et $2r_b^*$ est la résistance moyenne due à la diffusion à l'interface ($r_{\uparrow(\downarrow)} = 2r_b^*(1 \pm \gamma)$). Enfin r_{SI} est la résistance d'interface due à l'accumulation de spin ; elle dépend de la longueur de diffusion de spin l_{sf} et du coefficient d'asymétrie de volume β . Dans la limite où $t \ll l_{sf}$, on aboutit à la relation suivante :

$$\sqrt{(R_{AP} - R_P)R_{AP}} = \beta \frac{t_F}{t_F + t_N} \rho_F^* L + 2M\gamma r_b^* \quad (1.31)$$

où L est l'épaisseur totale de l'empilement et M est le nombre de bicouches F/N. Cette équation peut être utilisée pour déterminer les facteurs d'asymétrie et les résistances d'interfaces à partir des mesures de GMR effectives sur des multicouches. On constate que les contributions de volume et d'interface sont distinctes. Lorsque les couches sont très fines, la diffusion à l'interface est prédominante.

Les paramètres pour les interfaces Py/Cu et Co/Cu, que nous avons étudiées lors de cette thèse, sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Cette méthode a permis de donner un cadre physique satisfaisant au phénomène de diffusion de spin dans les hétérostructures magnétiques. Les prédictions quantitatives de la GMR sont relativement correctes mais dépendent des valeurs retenues pour les paramètres.

Matériau	Co	Ni ₁₉ Fe ₈₁	Co ₅₀ Fe ₅₀	Cu
ρ^* (n Ω m)	86 \pm 5	159	250	6 \pm 1
β	0.5 \pm 0.05	0.7	0.65 \pm 0.05	
r^* (f Ω .m ²)	0.5 \pm 0.02	0.5		
γ	0.76 \pm 0.05	0.85		
ℓ_{sf} (nm)	60	5.5 \pm 1	12 \pm 1	> 450
ℓ (nm)	10			10

Tab. 1.1 : Principaux paramètres des modèles de diffusion pour des matériaux ferromagnétiques usuels et le Cuivre, qui est l'espaceur le plus employé ($T=4.2$ K) [21].

Stiles a repris le problème de l'accumulation de spin à l'aide du formalisme de Boltzmann afin de traiter la magnéto-résistance et le transfert de spin dans le cas d'aimantations non colinéaires [24]. Slonczewski a déterminé une expression de la magnéto-résistance dans un modèle basé à la fois sur des arguments balistiques et de diffusion [25]. Les résultats sont exposés dans la partie consacrée au transfert de spin.

1.1.5 Conclusion

Le modèle de diffusion développé par Valet et Fert permet de rendre compte d'un des mécanismes essentiels de la magnéto-résistance dans les jonctions métalliques, l'accumulation de spin. Le transport de charge et le transport de spin sont dès lors régis par des lois sensiblement différentes. La présence d'une interface métal normal/ferromagnétique place localement la distribution de spin hors équilibre, et, comme l'accumulation pénètre dans l'espaceur, celui-ci est partiellement aimanté. Sur cette base, un modèle à deux courants tenant compte de la diffusion dépendant du spin est construit pour les couches ferromagnétiques. Cependant, l'effet des densités d'états aux interfaces n'apparaît pas explicitement (il apparaît toute de même de manière implicite au travers des coefficients d'asymétrie γ) et, surtout, ce modèle n'est valable que pour des aimantations colinéaires.

1.2 Théorie de la magnéto-résistance tunnel

Les premières observations expérimentales de la magnéto-résistance dans les jonctions tunnel débutent en 1975 avec les travaux de Jullière [26] portant sur des structures Co/Ge/Ni (TMR de l'ordre de 14 % à 4,2 K). Maekawa et Gäfvert [27] ont tenté de reproduire cette expérience sur des jonctions Ni/NiO/Co mais mesurent seulement 2% à 4,2 K. L'amplitude de la magnéto-résistance était limitée par la qualité des interfaces et des dépôts. Il a fallu attendre 1995 pour que l'intérêt soit relancé par les mesures de TMR supérieures à 10 % relevées par Miyazaki [28] et Moodera [29], qui ont réussi à mettre au point un procédé de dépôt de couches d'Al₂O₃ fines et régulières.

La magnéto-résistance tunnel est la conséquence de l'effet tunnel dépendant du spin, découvert par Meservey et Tedrow [30]. Ces auteurs ont étudié la polarisation en spin du courant tunnel en utilisant une couche supraconductrice comme analyseur. Deux phénomènes concourent à cet effet de filtrage :

- électrons majoritaires et minoritaires n'ont pas la même densité d'états dans l'électrode supraconductrice, du fait de la levée de dégénérescence par effet Zeeman

- électrons majoritaires et minoritaires n'ont pas la même probabilité de transmission car ils n'ont pas les mêmes densités d'état.

La convolution de ces deux effets peut conduire à des polarisations en spin et des valeurs de TMR bien différentes de celles prévues par la méthode de Jullière, notamment dans le cas où la polarisation est négative. Il est vite apparu que la structure électronique à l'interface ferro/isolant est déterminante pour le processus tunnel [31]. L'amélioration des techniques de dépôt et de nano-fabrication a permis une étude approfondie de ces effets. Les plus fortes valeurs de TMR ont d'ailleurs été obtenues avec MgO, un matériau qui permet la croissance de couches particulièrement propres et ordonnées par épitaxie.

Il convient de noter que transport par effet tunnel et conduction au travers d'un métal résultent de mécanismes fondamentalement différents : le second est un processus de *diffusion*, au cours duquel les électrons peuvent changer de vecteur d'onde, de vitesse, de spin L'effet tunnel est en première approximation un processus *ballistique* : les règles de sélection imposent la conservation de la composante \mathbf{k}_{\parallel} du vecteur d'onde et du spin. Cependant les théories les plus avancées tiennent compte de processus de diffusion élastiques ou inélastiques dans la barrière ainsi que du désordre à l'interface [32].

Le transport tunnel dépendant du spin peut être traité en utilisant les formalismes développés plus haut (une revue des diverses méthodes est disponible dans [34] et [35]). En premier lieu nous allons étudier un modèle simple décrivant l'effet tunnel afin d'illustrer la célèbre formule de Jullière. Ensuite la théorie proposée par Slonczewski en 1989 est exposée en détail, avant quelques lignes sur les progrès en matière de calculs *ab initio*.

1.2.1 Théorie classique du transport tunnel

Quand la jonction tunnel est polarisée à une tension V , le courant d'électrons de spin σ se propageant au travers de la barrière est calculé à partir de la règle d'or de Fermi :

$$I_{\sigma}^{+}(V) = \frac{2\pi e}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{\sigma}|^2 f(\epsilon_{\mathbf{k}}) (1 - f(\epsilon_{\mathbf{k}'}) \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{k}'} + eV) \quad (1.32)$$

Les coefficients $T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{\sigma}$ représentent la densité de probabilité de transmission d'un électron de vecteur \mathbf{k} et de spin σ vers un état (\mathbf{k}', σ) . La contribution des électrons se propageant dans le sens opposé est donnée par un simple argument de symétrie : $I_{\sigma}^{-}(V) = I_{\sigma}^{+}(-V)$. Le courant tunnel s'écrit au final :

$$I_{\sigma}(V) = \frac{2\pi e}{\hbar} \langle |T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{\sigma}|^2 \rangle \int \mathcal{D}_{G\sigma}(\epsilon - eV) \mathcal{D}_{D\sigma}(\epsilon) (f(\epsilon - eV) - f(\epsilon)) d\epsilon \quad (1.33)$$

où $\mathcal{D}_{G\sigma}$ (resp. $\mathcal{D}_{D\sigma}$) est la densité d'états de l'électrode de gauche (resp. de droite) disponible pour l'effet tunnel. Ces densités d'états ont été mesurées expérimentalement sur des structures de type S/I/M (Supraconducteur/Isolant/Matériau magnétique) à très basse température. En présence d'un champ magnétique, les niveaux d'énergie des états du supraconducteur (Al dans les travaux de Meservey [30]) qui vont tunneler au travers la barrière sont séparés par effet Zeeman. La densité d'états disponibles est donnée par :

$$\mathcal{D}_{\uparrow(\downarrow)} = \mathcal{D}_{BCS}(\epsilon \pm \mu_B H) \quad (1.34)$$

où \mathcal{D}_{BCS} est la densité d'état de la théorie BCS⁷. Cette méthode permet de remonter à la polarisation en spin spécifique à chaque matériau ferromagnétique :

$$\mathcal{P} = \frac{G_{\uparrow} - G_{\downarrow}}{G_{\uparrow} + G_{\downarrow}} \quad (1.35)$$

Matériau	Ni	Co	Fe	Ni ₁₉ Fe ₈₁	Co ₅₀ Fe ₅₀	Co ₈₁ Fe ₁₆
Polarisation	33 %	42 %	45 %	48 %	55 %	55 %

TAB. 1.2 : Valeurs de la polarisation des éléments les plus employés, mesurées dans les empilements Métal/Al₂O₃/Al.

Supposons que la polarisation V appliquée à la jonction soit suffisamment faible pour que l'on puisse considérer les densités d'états constantes sur $[\epsilon_F, \epsilon_F + eV]$. La conductance de l'empilement vaut :

$$G(V) \approx \frac{2\pi e^2}{\hbar} \langle |T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^\sigma|^2 \rangle \mathcal{D}_{G\sigma} \mathcal{D}_{D\sigma} \quad (1.36)$$

L'hypothèse simplificatrice faite par Jullière [26] consiste à dire que la conductance est proportionnelle au produit du nombre d'états émetteurs par celui du nombre d'états disponibles. Ceci revient à considérer les éléments de matrice $T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^\sigma$ comme indépendants du spin et du vecteur d'onde.

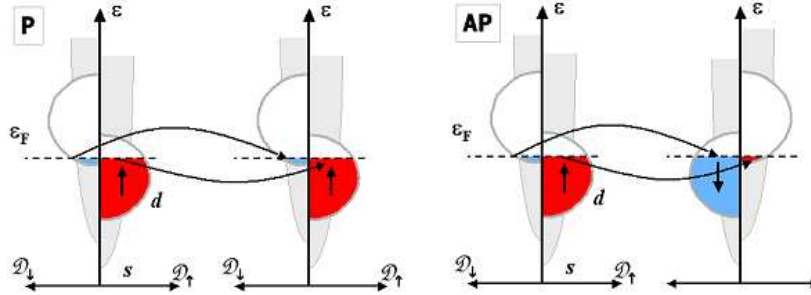


FIG. 1.4 : Calcul de la conductance à $V \approx 0$ pour les configurations **P** ou **AP** comme le produit des densités d'états \mathcal{D} des orbitales d de l'électrode de gauche (états donneurs) par les densités d'état de celle de droite (états disponibles)

La conductance des états parallèle et antiparallèle s'écrit alors :

$$G_P \propto \mathcal{D}_{G\uparrow} \mathcal{D}_{D\uparrow} + \mathcal{D}_{G\downarrow} \mathcal{D}_{D\downarrow} \quad (1.37)$$

$$G_{AP} \propto \mathcal{D}_{G\uparrow} \mathcal{D}_{D\downarrow} + \mathcal{D}_{G\downarrow} \mathcal{D}_{D\uparrow} \quad (1.38)$$

où \uparrow et \downarrow désignent les électrons majoritaires et minoritaires dans les couches magnétiques gauche et droite. \mathcal{P}_G et \mathcal{P}_D dénotent la polarisation de l'électrode ferromagnétique de gauche et de droite respectivement :

$$\mathcal{P}_i = \frac{\mathcal{D}_{\uparrow i} - \mathcal{D}_{\downarrow i}}{\mathcal{D}_{\uparrow i} + \mathcal{D}_{\downarrow i}} \quad (1.39)$$

⁷elle se détermine à partir de la densité d'état du supraconducteur dans l'état normal \mathcal{D}_N : $\mathcal{D}_{BCS} = \mathcal{D}_N \text{Re} \left[\frac{|e|}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}} \right]$, où Δ est la largeur du gap supraconducteur

La magnéto-résistance tunnel est alors donnée par la formule de Jullière [26] :

$$TMR = \frac{2\mathcal{P}_G\mathcal{P}_D}{1 - \mathcal{P}_G\mathcal{P}_D} \quad (1.40)$$

Cette méthode expression donne une estimation des polarisations et de la TMR avec un bon ordre de grandeur dans certains cas. Mais elle ne rend pas compte des cas de polarisation négative (par exemple \mathcal{P} est négative si on considère les densités d'état des électrons s dans Co ou Ni)⁸.

Structure	TMR (exp.)	TMR (Jullière)
Co ₂₅ Fe ₇₅ /Al ₂ O ₃ /Co ₂₅ Fe ₇₅	74 %	69 %
Co/Al ₂ O ₃ /Co	42 %	37 %
Ni/Al ₂ O ₃ /Ni	25 %	23 %

TAB. 1.3 : Valeurs de la magnéto-résistance tunnel pour différents empilements : données expérimentales et estimations selon la théorie de Jullière.

La question est de savoir quelle densité d'état participe effectivement à l'effet tunnel, notamment pour des métaux ferromagnétiques à la structure électronique complexe. Stearns [37] a montré que, du fait de l'interaction s - d , les électrons des bandes d contribuant au transport au niveau de Fermi possèdent un caractère s . Ce sont des électrons d "itinérants", avec une structure de bande parabolique décalée selon la direction de spin. Dans un modèle d'électrons libres, la relation de dispersion indique que $\mathcal{D}(\epsilon_F) \sim k$, d'où la polarisation :

$$\mathcal{P} = \frac{k_{\uparrow} - k_{\downarrow}}{k_{\uparrow} + k_{\downarrow}} \quad (1.41)$$

La difficulté réside dans l'évaluation des coefficients de transfert $T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$. Ils peuvent être déterminés par les méthodes de premiers principes ou être vus comme des paramètres phénoménologiques.

Le calcul développé ci-dessus donne une estimation de la magnéto-résistance tunnel uniquement pour la configuration colinéaire des aimantations dans les couches magnétiques. Le cas **non-colinéaire** a été analysé par Slonczewski dans [32, 38].

1.2.2 Modèle d'électrons libres (d -itinérants)

Pour traiter l'effet tunnel entre deux électrodes magnétiques, une deuxième possibilité consiste à employer le modèle d'électrons libres. Dans le calcul développé par Slonczewski [38], les fonctions d'ondes sont calculées exactement dans chacune des électrodes. Ces états sont caractérisés par un vecteur d'onde dont la composante transverse (\mathbf{k}_{\parallel}) est conservée lors de la traversée de la barrière tunnel (du fait de l'invariance par translation selon l'axe $0z$) et par leur spin σ .

Considérons tout d'abord une barrière tunnel dont les électrodes sont non-magnétiques. Sa conductance par unité de surface vaut :

$$G = \frac{e^2}{h} \int T(\mathbf{k}_{\parallel}) \frac{dk_{\parallel}^2}{(2\pi)^2} \quad (1.42)$$

⁸La détermination peut être améliorée par la technique de réflexion d'Andreev [36], où les éléments de matrice valent $|M|^2 \sim v_F$, alors que pour une barrière tunnel on a $|M|^2 \sim v_k^2$

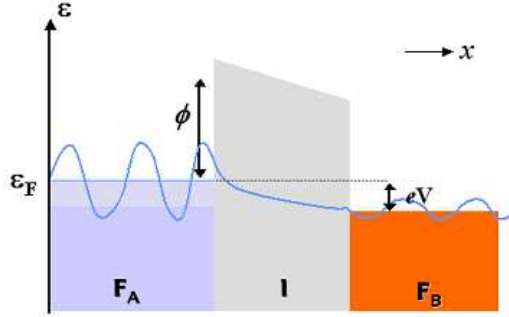


FIG. 1.5 : Profil de potentiel dans une jonction tunnel dont la barrière a une hauteur $\Phi(x)$ et allure de la fonction d'onde dont l'amplitude s'atténue exponentiellement dans l'isolant

Le coefficient de transmission $T(\mathbf{k}_{\parallel})$ est calculé en résolvant l'équation de Schrödinger pour l'ensemble de la structure. Les solutions associées au vecteur d'onde \mathbf{k}_{\parallel} sont des fonctions de Bloch qui s'écrivent comme une combinaison linéaire de fonctions de la forme $\varphi_i(x) = a_i e^{jk_i x} + b_i e^{-jk_i x}$. Le vecteur d'onde pour l'électrode de gauche, pour la barrière et pour l'électrode de droite sont respectivement :

$$\begin{aligned} k_G &= \sqrt{(2m/\hbar^2)(\epsilon - V_G) - k_{\parallel}^2} \\ \kappa &= \sqrt{k_{\parallel}^2 - (2m/\hbar^2)(\Phi - \epsilon_F)} \\ k_D &= \sqrt{(2m/\hbar^2)(\epsilon - V_D) - k_{\parallel}^2} \end{aligned} \quad (1.43)$$

L'atténuation dans la partie isolante reprend le résultat de l'approximation W.K.B.. Les coefficients a_i et b_i sont définis de telle sorte que φ et sa dérivée sont continues aux interfaces. On en déduit la probabilité de transmission :

$$T(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{|a_D|^2 k_D}{|a_G|^2 k_G} \approx \frac{16k_G \kappa^2 k_D}{(k_G^2 + \kappa^2)(k_D^2 + \kappa^2)} e^{-2\kappa d} \quad (1.44)$$

où d est l'épaisseur de la barrière isolante.

Plaçons nous dans le cas d'une barrière est faiblement transmissive : $e^{-2\kappa d} \ll 1$, c'est-à-dire $T(\mathbf{k}_{\parallel}) \ll 1$. On considère une structure de bande parabolique : $\int \frac{dk_{\parallel}^2}{(2\pi)^2} = \int \rho_{\parallel}(\epsilon) d\epsilon$ où l'énergie s'écrit $\epsilon = (\hbar^2/2m)k_{\parallel}^2$ et la densité d'états ρ_{\parallel} vaut $m/2\pi\hbar^2$. Dans la limite où la barrière de potentielle est grande, on a $\kappa \gg |\mathbf{k}_{\parallel}|$ et on en déduit une expression simplifiée de la conductance :

$$G \approx 2 \frac{e^2}{\hbar} \frac{\kappa_0}{4\pi d} T(\mathbf{k}_{\parallel} = 0) = 2 \frac{e^2}{\hbar} \frac{\kappa_0}{4\pi d} \frac{4k_{G0}\kappa_0^2 k_{D0}}{(k_{G0}^2 + \kappa_0^2)(k_{D0}^2 + \kappa_0^2)} e^{-2\kappa_0 d} \quad (1.45)$$

où les termes indicés par 0 désignent les vecteurs d'onde pris à $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$.

Dans le cas de jonctions tunnel magnétiques, le modèle d'électrons libres développé par Slonczewski [38] peut être utilisé en tenant compte de la structure de bande dépendante du spin. Le modèle repose sur les hypothèses suivantes :

- les électrodes sont de même matériau
- la structure électronique des électrodes est parabolique
- les canaux de conduction pour chaque direction de spin sont indépendants les uns des autres

– la barrière de potentielle est carrée (de hauteur Φ)

Le vecteur d'onde des électrons de spin majoritaire (resp. minoritaire) s'écrit :

$$k_{\uparrow(\text{resp.}\downarrow)} = \sqrt{(2m/\hbar^2)(\epsilon \pm V_{sp}) - k_{\parallel}^2} \quad (1.46)$$

où $2V_{sp}$ représente le décalage de bande entre les électrons majoritaires et les électrons minoritaires (c'est le couplage d'échange). Si on considère les deux électrodes symétriques, on a : $k_{G0} = k_{D0}$ pour chaque direction de spin. La dépendance angulaire de la conductance est :

$$G = G_0(1 + \mathcal{P}_{eff}^2 \cos \theta) \quad (1.47)$$

L'expression de la magnéto-résistance tunnel devient :

$$TMR = \frac{(k_{\uparrow 0} - k_{\downarrow 0})^2 (\kappa_0^2 - k_{\uparrow 0} k_{\downarrow 0})^2}{2k_{\uparrow 0} k_{\downarrow 0} (\kappa_0^2 + k_{\uparrow 0}^2) (\kappa_0^2 + k_{\downarrow 0}^2)} = \frac{2\mathcal{P}_{eff}^2}{1 - \mathcal{P}_{eff}^2} \quad (1.48)$$

où :

$$\mathcal{P}_{eff} = \frac{k_{\uparrow 0} - k_{\downarrow 0}}{k_{\uparrow 0} + k_{\downarrow 0}} \frac{\kappa_0^2 - k_{\uparrow 0} k_{\downarrow 0}}{\kappa_0^2 + k_{\uparrow 0} k_{\downarrow 0}}$$

Le premier terme dans \mathcal{P}_{eff} est le même que celui de Stearns et représente la polarisation intrinsèque du matériau. Le second terme est un préfacteur dépendant essentiellement de la hauteur de la barrière tunnel Φ . Dans la limite d'une barrière très haute, on trouve un résultat similaire à celui de Jullière : la conductance est proportionnelle au produit des densités d'états. Dans ce modèle, il est possible de déconvoluer \mathcal{P}_{eff}^2 en un produit de deux polarisations pour chacune des deux interfaces. Cette simplification n'est pas toujours possible [38]. Notons que la polarisation est spécifique à un couple métal/isolant et non pas au métal seul.

Ces résultats ne sont valides que pour une barrière carrée et les prédictions quantitatives de la TMR sont assez sensibles au profil de potentiel, expérimentalement mal connu. Simmons [39] a effectué le calcul du courant tunnel pour un profil de potentiel trapézoïdal de hauteur moyenne $\bar{\Phi}$:

$$J = \frac{J_0}{d} \left(\bar{\Phi} - \frac{1}{2} eV \right) e^{-Ad\sqrt{\bar{\Phi} - eV/2}} - \frac{J_0}{d} \left(\bar{\Phi} + \frac{1}{2} eV \right) e^{-Ad\sqrt{\bar{\Phi} + eV/2}} \quad (1.49)$$

Cette formule est souvent utilisée (ainsi que les travaux de Brinkman [40] ou Stratton [41]) pour déterminer la hauteur de barrière à partir des relevés $I(V)$. Ainsi la conductance $G(V)$ est constante à très faible tension puis, aux valeurs intermédiaires, est quadratique en V .

La sensibilité au profil de potentiel dans la barrière constitue la limitation à l'emploi de telles théories pour prédire quantitativement la TMR. Une explication est que la représentation en termes de fonctions d'onde d'états bien définis (dans le cœur du métal du moins) n'est pas adaptée car elles ne tiennent pas compte des densités d'états aux interfaces.

1.2.3 Modèle des liaisons fortes

Comme pour Stearns, le modèle de Slonczewski repose sur une structure électronique en deux sous-bandes paraboliques décalées de l'énergie d'échange (modèle d'électrons d itinérants). Mais la surface de Fermi a en général une topologie plus compliquée. De plus le taux de transfert entre les deux électrodes donné par la

formule W.K.B. est en toute rigueur inexact.

L'emploi de la méthode des liaisons fortes associé au formalisme de Kubo-Landauer a permis une description plus fine du transport tunnel, notamment dans les jonctions magnétiques [34, 42, 43]. Au contraire des jonctions métalliques, dans une jonction tunnel les électrodes se perturbent faiblement l'une l'autre. Les états qui contribuent à l'effet tunnel sont donc ceux des électrodes infiniment éloignées.

Par la suite, les hypothèses suivantes sont posées :

- aucun processus de collision inélastique pouvant engendrer un renversement du spin n'intervient dans la barrière tunnel
- \mathbf{k}_{\parallel} est conservé : absence de défaut dans la barrière ou de rugosité aux interfaces
- la résistance des électrodes est très faible et négligeable par rapport celle de la barrière ; ceci n'est évidemment pas le cas d'une structure GMR, où le système complet {électrodes + barrière} doit être modélisé.
- les processus de diffusion avec renversement du spin ne sont pas pris en compte [16].

Contrairement à ce qui se passe dans les jonctions métalliques, la chute de potentiel se produit essentiellement dans la barrière ; les effets d'accumulation de spin deviennent alors négligeables, et ce, quelque soit l'épaisseur des couches.

Considérons deux électrodes magnétiques, séparées par N plans atomiques du matériau isolant. La conductance au travers d'une barrière isolante est donnée par la formule de Kubo/Landauer [44] :

$$G = \frac{\pi \hbar^2}{N^2} \int \sum_{n=1}^N \sum_{\alpha, \beta} |\langle \alpha | J_n | \beta \rangle|^2 \delta(\epsilon + eV - \epsilon_{\beta}) \delta(\epsilon - \epsilon_{\alpha}) d\epsilon \quad (1.50)$$

où $|\alpha\rangle$ et $|\beta\rangle$ sont des états propres du système (le système {barrière}) d'énergie ϵ_{α} et ϵ_{β} , n est l'indice du n^{ieme} plan atomique de la barrière, qui en comporte N , et J_n est l'opérateur de courant traversant le n^{ieme} plan atomique :

$$J_n(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{ie}{\hbar} [tc_{n+1}^{\dagger}c_n - tc_n^{\dagger}c_{n+1}] \quad (1.51)$$

où t est l'intégrale de saut entre deux plans atomiques adjacents et c_n (resp. c_n^{\dagger}) est l'opérateur d'annihilation (resp. de création) pour un état $|i, \mathbf{k}_{\parallel}\rangle$.

Dans la limite des barrières hautes ou très épaisses, l'intégrale de saut est proche de 0 et on obtient [44] :

$$G \approx \frac{2\pi e^2}{\hbar} e^{-2\kappa a N} \mathcal{D}_G \mathcal{D}_D \quad (1.52)$$

où a est la constante du réseau dans l'isolant ($aN = d$, l'épaisseur de cette couche) et le coefficient d'atténuation dans la barrière κ peut se déduire de la relation de dispersion dans l'isolant : $\epsilon_F = \Phi + 2\cosh(k_{\perp}a) + 2(\cos(k_x a) + \cos(k_y a))$ avec $k_{\perp} = i\kappa$ et $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$. Φ est la hauteur de la barrière. Ce résultat est identique à celui donné par la théorie classique de l'effet tunnel. Le préfacteur $e^{-2\kappa a N}$ montre la forte dépendance de la conductance en fonction de la hauteur et de l'épaisseur de la barrière tunnel ; c'est un résultat similaire à l'approximation W.K.B. si on considère κ indépendant de \mathbf{k}_{\parallel} .

Les expressions de la conductance sont spécifiques à un type d'orbitale donné (s , p , d et orbitales hybrides) et pour un seul canal de spin σ . On considère que le transport tunnel se fait entre orbitales identiques. Ici encore on ne calcule les

conductances que pour des aimantations colinéaires. Ce modèle est en bon accord avec les valeurs expérimentales de TMR, mesurées par exemple pour des électrodes de Co [42]. L'intérêt de cette méthode est que la structure de bande utilisée est celle du matériau massif, c'est pourquoi il est possible de considérer des structures plus réalistes que les bandes paraboliques. Bien que plus précise que le modèle des électrons libres, cette méthode néglige malgré tout la structure électronique de l'isolant.

La dépendance en tension de la conductance G donnée par l'équation 1.52 n'est pas triviale car les polarisations changent avec V . Pour V assez grand, la TMR se dégrade, ce qu'on peut imputer à plusieurs facteurs :

- la barrière se déforme trapézoïdalement
- la diffusion par des magnons des électrons "chauds" à l'interface isolant/ferro, à faible tension
- la présence d'impuretés dans le gap de l'isolant, à la diffusion par les phonons
- une modification de la structure de bandes dans les électrodes (LeClair *et al.* [31], pour un empilement de type CoFe/Al/CoFe), qui modifie la contribution des différentes bandes à l'effet tunnel, à plus forte tension

C'est pourquoi pour aller plus avant il est nécessaire de connaître la structure électronique de l'ensemble { électrodes + barrière }, à la fois pour les matériaux massifs mais également pour les états d'interfaces. Il semble qu'une étude plus réaliste des effets de la tension sur la conductance puisse être abordée par la méthode des fonctions de Green hors équilibre (NEGF) [45, 46].

1.2.4 Calculs *ab initio*

La nature de la barrière et des électrodes est déterminante. Ainsi diverses compositions d'alliages CoFeB donnent des valeurs de TMR très différentes. L'orientation et la structure cristallographique modifient également leur polarisation : les textures {211}, {110} et {100} du Fer dans les jonctions Fe/AlO_x/CoFe de Yuasa [47] donnent des TMR décroissantes. Le choix de la barrière est lui aussi crucial : Co/SrTiO₃ a une polarisation négative alors que celle de Co/Al₂O₃ est positive. Désormais MgO s'est imposé comme le matériau de référence, du fait de ses qualités de croissance, et de la polarisation élevée attendue avec Fe et Co. Des mesures [48, 49] et des calculs *ab initio* ont confirmé l'intérêt de ce matériau.

En toute rigueur, la compréhension des propriétés électroniques, chimiques et magnétiques d'un matériau passe par la résolution exacte de l'équation de Schrödinger du système, c'est-à-dire un ensemble de $3N$ équations intégrales ($N \sim \mathcal{N}_A$), ce qui est concrètement impossible. Ce que l'on appelle calculs *ab initio* sont les méthodes de résolutions d'équations de Schrödinger approximées (équations de Kohn et Sham ou de Hartree-Fock). La théorie de la fonctionnelle densité (DFT), associée à l'approximation de la densité locale (LDA) est une des approches les plus répandues. Ce modèle consiste à supposer que :

- l'énergie dépend uniquement de la densité d'électrons $n(\mathbf{r})$ (on ne cherche à évaluer que l'état fondamental)
- les électrons sont placés dans un potentiel effectif vérifiant : $V_{eff} = \delta E_{ext} / \delta n(\mathbf{r})$ où E_{ext} représente la contribution non coulombienne à l'énergie
- l'énergie est calculée pour une super-cellule de quelques atomes, on suppose ensuite le système invariant par translation

Tsymbal et Pettifor [50] ont montré que les liaisons entre orbitales à l'interface influencent fortement la polarisation du ferromagnétique. Une hybridation de type $ss\sigma$ induit une polarisation positive dans les jonctions Co/Al₂O₃. Des calculs basés

sur la méthode de la fonctionnelle-densité de spin (LSDA) et de Landauer (pour le transport) permettent de déterminer les densités d'états à l'interface pour chacune des bandes. La méthode LKKR est celle employée par McLaren [51] pour déterminer la structure électronique pour des multicouches Fe/ZnSe/Fe. De là sont calculées les longueurs d'atténuation pour les électrons de chacune des bandes.

Plusieurs conclusions assez générales peuvent être tirées de ces calculs :

- l'effet tunnel se fait essentiellement avec des états proches de $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$
- l'existence de désordre autorise des transitions inélastiques où \mathbf{k}_{\parallel} n'est pas conservé, ce qui augmente le nombre de canaux de conduction [52]
- l'atténuation dans la barrière dépend du degré d'hybridation s - d . Dans le Cobalt fcc, les bandes s et d ont des polarisations opposées au niveau de Fermi. Les électrons tunnelant acquièrent donc un petit caractère d [53]. Or, comme on peut le voir dans la **figure 1.7**, les électrons minoritaires ont un caractère d au niveau de Fermi plus marqué que les majoritaires. Dans le cas du Fer, les électrons majoritaires peuplent des orbitales de type Δ_1 (de symétrie s) qui se couplent bien avec états Δ_1 du MgO, tandis que les électrons minoritaires ont des orbitales Δ_2 et Δ_5 de symétrie très différente (**figure 1.6**).
- l'effet tunnel se fait plus efficacement entre bandes de même symétrie. C'est pourquoi les électrons s se couplent facilement de part et d'autre de la barrière et sont les plus efficacement transmis.

Ces faits, constatés expérimentalement pour les métaux de transition (Co, Ni, Fe) avec les barrières d'oxide de magnésium cristallines, valident l'hypothèse de Stearns. Le filtrage dû à la symétrie des orbitales n'existe pas pour les barrières amorphes (c'est notamment le cas de l'alumine).

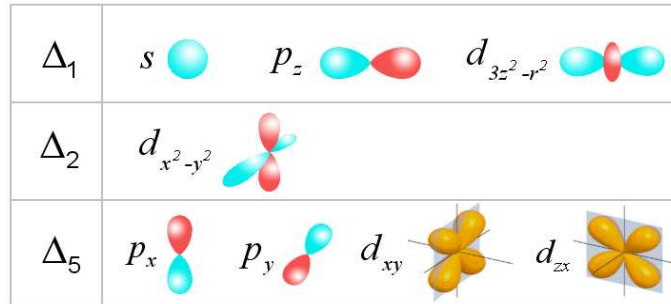


FIG. 1.6 : Allure des trois types d'orbitales électroniques impliquées dans le transport tunnel dans un empilement Co/MgO/Co, z étant la normal à l'interface.

Récemment les efforts se sont plus particulièrement portés sur les systèmes à barrière MgO. Butler *et al.* ont montré que les structures Fe/MgO/Fe [54] ou CoFe/MgO/CoFe [55] présentent des TMR très élevées, pouvant atteindre en théorie 1600 %. Mathon et Umerski ont obtenu les mêmes résultats par la méthode des liaisons fortes [42, 43]. Ces valeurs élevées s'expliquent dans la mesure où le bon accord de maille entre le MgO(001) et Co (bcc) ou Fer permet un dépôt sans défaut des atomes de l'électrode aux interfaces. De plus les structures électroniques du Co(001) [56] (très proche de la structure d'électrons libres) et du Fer(001) [57] ne présentent que la bande $\Delta_{1\uparrow}$ au niveau de Fermi. Ainsi les états Δ_1 ont un fort caractère s , une faible masse effective, et ont une constante d'atténuation de plusieurs ordres de grandeur plus faible que celle des états Δ_2 et Δ_5 .

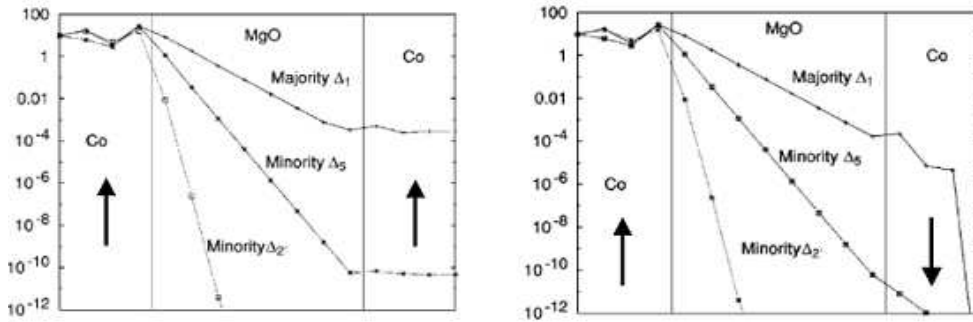


FIG. 1.7 : Transmission des différents états à $k_{\parallel} = 0$ dans les configurations parallèle et antiparallèle d'une jonction Co/MgO/Co [55].

Cependant les hauteurs de barrière mesurées sont d'un ordre de grandeur plus faibles que celles attendues pour une couche de MgO parfaite, ce qui suggère la présence d'états dans le gap due, sans doute, à des lacunes en oxygène à l'interface. C'est pourquoi les calculs les plus récents prennent en compte les défauts et le désordre [52], qui peuvent être bénéfiques dans la mesure où ils abaissent la résistance globale de la jonction.

Résultats expérimentaux

Les fortes valeurs de TMR ainsi que la possibilité de réduire la résistance des jonctions jusqu'à des valeurs "acceptables" a fait du MgO un candidat sérieux pour les mémoires MRAM. Ce matériau a suscité un intérêt profond et on dispose désormais de nombreuses caractérisations expérimentales. Les groupes de Nancy (Schuhl *et al.*), de Tsukuba (Yuasa *et al.*) et d'IBM (Parkin *et al.*) ont optimisé les techniques de dépôts, à la fois par épitaxie par jet moléculaire (MBE) [48, 49, 58–60] ou bien par pulvérisation cathodique [61]. La planarité, la qualité cristallographique et l'absence de défaut sont maintenant acquises, même pour des épaisseurs aussi faibles que 0,8 nm, soit quelques mono-couches de Mg-O. L'implantation de Bore dans les alliages $\text{Co}_{1-x}\text{Fe}_x$ permet de réduire la rugosité des électrodes à l'état amorphe. Un recuit à une température bien précise permet ensuite de redonner à l'empilement une texture (001), pour laquelle la structure de bande implique une polarisation très élevée du courant.

TMR	RA ($\Omega \cdot \mu\text{m}^2$)	Structure	Source
70 %		/Al ₂ O ₃ /	
27 %	430	Fe/MgO/CoFe	Bowen <i>et al.</i> [49]
67 %	445	Fe/MgO/Fe	Faure-Vincent <i>et al.</i> [58]
180 %	7	Fe/MgO/Fe	Yuasa <i>et al.</i> [60]
220 %		CoFe/MgO/Co ₃₀ Fe ₇₀ B ₂₀	Parkin <i>et al.</i> [61]
230 %	420	Co ₆₀ Fe ₂₀ B ₂₀ /MgO/Co ₆₀ Fe ₂₀ B ₂₀	Djayaprawira <i>et al.</i> [63]
138 %	2.4	Co ₈₁ Fe ₁₆ B/MgO/Co ₈₁ Fe ₁₆ B	Tsunekawa <i>et al.</i> [64]
271 %	1500	bcc Co/MgO/Fe	Yuasa <i>et al.</i> [62]
410 %	4	bcc Co/MgO/Co	Yuasa <i>et al.</i> [65]

TAB. 1.4 : Valeurs de TMR et de la résistance de jonctions à barrière MgO à 300 K, relevées dans les expériences récentes.

1.3 Conclusion

Les mesures expérimentales, dont un historique est donné dans le tableau 1.4 rejoignent ainsi les valeurs prédites par les calculs *ab initio* [43, 52, 54]. Comme attendu, les polarisations mesurées sont très élevées : 0,82 pour bcc Co/MgO. De tels progrès permettent d'obtenir des résistances de $RA = 1 \Omega \cdot \mu\text{m}^2$, alors que la TMR reste élevée (100 %) (figure 1.8).

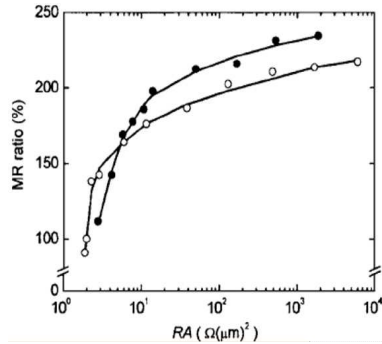


FIG. 1.8 : Magnéto-résistance en fonction du produit résistance-aire pour des jonctions $\text{CoFeB}/\text{Mg}/\text{MgO}/\text{CoFeB}$, pour diverses épaisseurs de MgO (de 0,7 à 2 nm), avec (symboles ouverts) et sans (symboles pleins) Mg. Les points correspondent à diverses épaisseurs de MgO, de 0.7 à 2 nm. [64]

C'est pourquoi il devient envisageable d'injecter de fortes densités de courants dans un nano-pilier gravé dans de tels empilements. En vue d'une application pour les MRAM, plusieurs critères sont désormais satisfaits : une résistance assez faible pour éviter l'échauffement et une variation de résistance ΔR assez élevée (en valeur absolue), qui permet une distinction aisée des états parallèle et antiparallèle lors de la lecture de la jonction.

1.3 Conclusion

La découverte de la magnéto-résistance géante dans les empilements magnétiques a suscité un grand intérêt parmi les scientifiques. Cet effet résulte de la conductivité dépendant du spin dans les matériaux ferromagnétiques et de l'accumulation de spin aux interfaces ferromagnétique/métal normal. La bonne compréhension de ce phénomène a permis d'améliorer les performances de ces dispositifs. En particulier la structure électronique à l'interface est déterminante pour la conduction des électrons de spin majoritaire ou minoritaire. Diverses approches ont été employées pour modéliser le transport dépendant du spin : la résolution de l'équation de Boltzmann et les méthodes *ab initio*. Du côté expérimental, l'optimisation des techniques de dépôts fait que l'on sait maintenant fabriquer des nano-structures pour lesquelles la magnéto-résistance tunnel est de plusieurs centaines de pourcents, ce qui en fait des candidats crédibles pour les applications industrielles telles que les MRAM.

Chapitre 2

Transport non colinéaire et transfert de spin

Dans le chapitre précédent ont été présentés des modèles de transport dépendant du spin des électrons dans des multicouches magnétiques, selon l'aimantation relative des couches ferromagnétiques. Des concepts essentiels tels que l'accumulation de spin et le courant de spin ont été introduits; mais bien qu'ils permettent d'évaluer quantitativement la magnéto-résistance géante, ces théories sont restreintes à des configurations d'aimantation colinéaires (parallèle ou antiparallèle). Or l'étude de la dynamique de l'aimantation exige une analyse plus large.

Le phénomène de transfert de spin a été prévu presque simultanément théoriquement par Slonczewski [66] et Berger [67] en 1996. L'observation et l'interprétation de la magnéto-résistance géante avait mis en évidence que le courant parcourant des couches magnétiques perpendiculairement au plan (en géométrie CPP) est polarisé en spin. La diffusion des moments magnétiques des électrons par les moments localisés dans une couche ferromagnétique affecte leur mobilité. Cette interaction est réciproque : lorsqu'elle est parcourue par un flux d'électrons polarisés, l'aimantation subit un couple qui tend à l'aligner sur cette direction de polarisation. L'action d'un courant polarisé était déjà connu de manière implicite sous le nom de "couplage d'échange", introduit par Slonczewski [38] pour les jonctions tunnel ou par Berger pour le mouvement de parois.

Depuis, une abondante série de résultats expérimentaux et de travaux théoriques ont suivi. L'effet de transfert de spin a été mis en évidence dans des structures "vanne de spin" avec une géométrie de type contact ponctuel, dans des nanofils déposés par électrochimie et dans des nano-piliers façonnés par lithographie (**figure 2.1**). Il a également été observé dans des jonctions tunnel.

2.1 Description du phénomène

2.1.1 Le système étudié

Le système modèle pour mettre en évidence le phénomène de transfert de spin est un empilement constitué de deux couches ferromagnétiques séparées par un métal non-magnétique, connectées à deux électrodes supposées être des métaux parfaits. L'une des couches, plus épaisse, ou d'aimantation à saturation plus élevée, est la couche dont l'aimantation reste fixe; elle joue le rôle de polariseur en spin. L'autre couche, plus fine (quelques nm), est la couche libre dont l'aimantation peut se retourner sous l'action du couple de transfert de spin. Dans l'analogie optique, c'est l'analyseur du faisceau de particules polarisées.

Cet empilement est le plus souvent façonné sous forme d'un pilier de dimensions de l'ordre de 100 nm afin de minimiser l'effet du champ d'Ersted, qui devient notable pour les densités de courant considérées (de $\sim 10^{11}$ à $\sim 10^{12}$ A/m²). Cette géométrie permet aussi de limiter l'échauffement par effet Joule en améliorant la dissipation thermique. Les techniques les plus élaborées permettent maintenant de fabriquer des contacts ponctuels d'un diamètre de l'ordre de 40 nm et des piliers de taille typique 50*100 nm², le tout sans dégrader les propriétés magnétiques des couches.

L'aimantation dans chacune des couches est, à l'équilibre, dirigée suivant une direction définie par l'anisotropie magnétique du matériau ou bien par l'anisotropie de forme si la structure est gravée. C'est un système bistable.

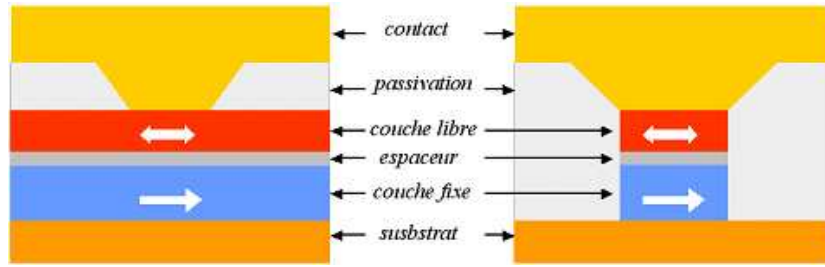


FIG. 2.1 : Deux types de dispositifs expérimentaux pour l'étude du transfert de spin. A gauche un contact ponctuel où est injecté le courant, une partie de la couche libre est excitée. A droite une structure confinée de type nano-pilier ; la couche dure est parfois partiellement gravée afin de limiter le couplage magnétostatique avec la couche libre.

2.1.2 Idée physique

Soit un courant non polarisé circulant dans un métal non magnétique. Le spin des électrons est orienté dans une direction aléatoire.

Dans la **figure 2.2**, on considère arbitrairement le destin d'un électron particulier dont le spin est aligné selon e_z . Lorsqu'il traverse une couche magnétique dont l'aimantation fait un angle θ avec e_z , le moment cinétique de spin de l'électron subit l'action du couplage $s-d$ des orbitales de type d des atomes du réseau. Ce sont ces atomes qui confèrent l'aimantation au matériau. Seule la composante de spin transverse à l'aimantation locale est absorbée. Par conservation du moment magnétique total, celle-ci subit un couple \mathbf{T} . Par moyenne sur tous les électrons incidents, c'est-à-dire sur toutes les directions de spin, et si la structure est symétrique de part et d'autre de la couche magnétique, ce couple total est nul : un courant non polarisé ne produit pas de transfert de spin.

Un point important est que le courant, initialement non polarisé, est maintenant majoritairement polarisé selon \mathbf{m} après avoir traversé la couche magnétique. C'est l'effet de 'filtrage' en spin.

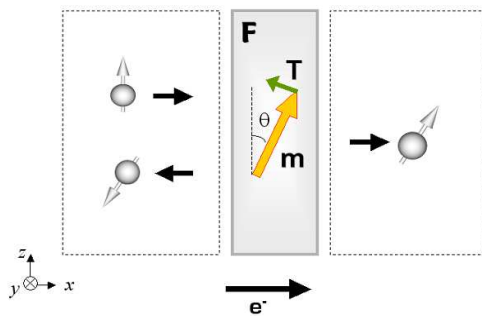


FIG. 2.2 : Couple de transfert de spin s'exerçant sur une couche magnétique \mathbf{F} lorsqu'un électron initialement polarisé selon e_z la traverse. La composante transverse à l'aimantation locale est cédée à l'aimantation du ferromagnétique.

L'idée maîtresse consiste à injecter un courant préalablement polarisé par une première couche magnétique. Le mécanisme du transfert de spin peut être illustré par la **figure 2.3**.

Supposons que les aimantations sont orientées à un angle θ l'une par rapport

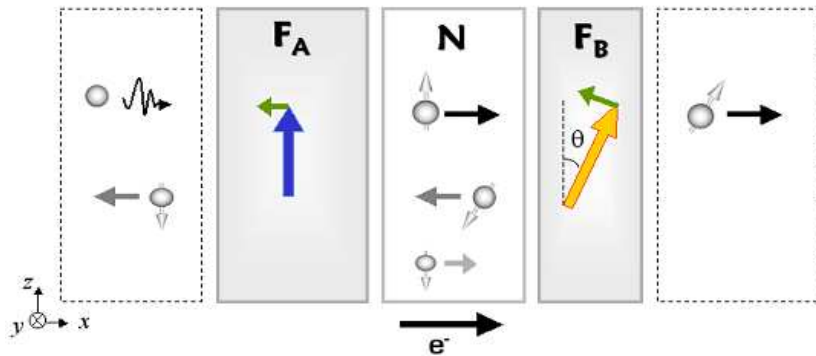


FIG. 2.3 : Mécanisme du transfert de spin. Les électrons sont polarisés par F_A (censée rester fixe) et cèdent une partie de leur moment magnétique à F_B

à l'autre. Le flux d'électrons parcourt l'empilement de la gauche vers la droite. Ils traversent la couche fixe, qui est soit une couche épaisse, soit constituée d'un matériau "dur"; leur spin est donc polarisé dans la direction de \mathbf{m}_A . Les électrons majoritaires sont presque tous transmis dans l'espaceur. La composante longitudinale à l'aimantation de la couche libre (notée F_B) est transmise à l'interface de droite. La couche libre voit donc un flux incident venant de la gauche polarisé avec un angle θ par rapport à \mathbf{m}_B . Le bilan net de moment angulaire est la composante transverse du flux incident. Par conservation du moment total, le moment magnétique absorbé crée un couple sur l'aimantation de la couche libre. Dans la configuration décrite par la **figure 2.3**, ce couple tend à aligner les aimantations dans l'état parallèle. La couche dure F_A subit elle aussi un couple dû au flux des électrons réfléchis sur F_B , mais il est en général moins intense.

Si le flot d'électrons circule de la droite vers la gauche, le processus est légèrement différent : les spins traversent la couche libre et sont polarisés selon \mathbf{m}_B . A l'interface espaceur/B, la composante longitudinale est transmise et sont réfléchis les électrons dont le spin est antiparallèle à \mathbf{m}_A . Ainsi la couche libre voit un flux d'électrons réfléchis dont le moment angulaire est orienté avec un angle $-\theta$ avec son aimantation venir par la gauche. Dans ce cas, le bilan de moment induit un couple qui tend à placer les aimantations dans une configuration antiparallèle.

Plusieurs points de l'explication ci-dessus sont sujets à discussion :

- les électrons majoritaires d'une couche magnétique sont-ils forcément transmis parfaitement au travers de l'espaceur jusqu'à l'interface opposée ?
- le transport dans l'espaceur doit-il être considéré comme balistique ou diffusif ?
- comment est absorbée la composante transverse du moment angulaire des électrons de conduction dans une couche magnétique ?
- l'accumulation de spin dans les électrodes ferromagnétiques au voisinage des interfaces affecte-t-elle le couple de transfert de spin ?

Les modèles exposés par la suite doivent répondre à ces questions. En outre, comme pour la GMR ou la TMR, ils doivent décrire l'influence des densités d'états des trois matériaux, avec la structure de bande à l'interface et avec, éventuellement le désordre structural des couches.

2.2 Transfert de spin dans les jonctions métalliques

La magnétorésistance géante dans les multicouches métalliques est due à plusieurs phénomènes : la conduction dépendante du spin dans les électrodes ferromagnétiques, la diffusion dépendante de spin sur les défauts à l'interface ferro/métal normal et la différence de densité d'états dans les électrodes ferromagnétiques. Si l'épaisseur des couches est de quelques nanomètres, on peut injecter de plus fortes densités de courant. Les théories décrivant le transfert de spin dans les valves de spin doivent donc combiner un modèle de diffusion aux interfaces d'électrons dont le spin est non colinéaire avec l'aimantation locale avec un modèle de transport.

On peut ranger ces théories en diverses catégories. Slonczewski, dans [66], décrit les couches métalliques par une structure de bande parabolique et utilise un modèle de transport purement balistique. Dans [25] il utilise le formalisme de Green pour le transport dans l'espaceur et un modèle diffusif pour le reste du circuit. Selon Berger [67], le transfert de spin peut se calculer à l'aide de la théorie du taux de transition. Le modèle de Waintal [68] repose sur l'emploi de la matrice de diffusion et en déduit une expression du couple, qu'il moyenne ensuite sur l'ensemble de l'interface ferromagnétique/métal normal. Stiles [12] résout l'équation de Boltzmann par morceaux dans l'ensemble de la structure.

2.2.1 Un modèle de circuit

Pour calculer les propriétés de transport d'une structure dont certaines couches sont magnétiques, la première idée consiste à transcrire les méthodes adaptées au transport dans les systèmes métalliques classiques. Ainsi, en 2000, Waintal [68] a proposé un modèle qui se base sur la formule de Landauer-Büttiker. La circulation des états de Bloch dans la structure est traitée dans l'analogie d'un circuit électrique, couche par couche [11]. Les densités de courant et le couple de transfert de spin sont écrits en termes de matrices de diffusion. Le désordre dans l'espaceur métallique est traité de manière statistique par les techniques des matrices aléatoires.

Pour une couche unique

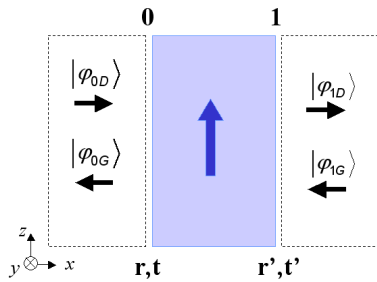


FIG. 2.4 : Description d'une couche unique dans le modèle de circuit : on distingue les fonctions d'onde des électrons entrant et sortant de chacune des interfaces gauche et droite de la couche magnétique. Les coefficients de transmission et de réflexion sont r et t pour l'interface gauche et r' et t' pour l'interface droite.

Selon la formule de Landauer-Büttiker, la conductance de la structure s'écrit :

$$G = \frac{e^2}{h} tr\{tt^\dagger\} \quad (2.1)$$

où t est la probabilité de transmission au travers de l'espaceur. La fonction tr désigne la somme sur tous les états $|\mathbf{k}, \sigma\rangle$ (on note \mathcal{N}_\perp le nombre de canaux de conduction) ;

t dépend a priori du vecteur d'onde \mathbf{k} . La première étape consiste donc à calculer le coefficient t . Pour chaque couche, Waintal définit la matrice de diffusion S par :

$$\begin{pmatrix} \Psi_{0G} \\ \Psi_{1D} \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \Psi_{0D} \\ \Psi_{1G} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

où 0 (resp. 1) indice les flux entrant ou sortant à l'interface gauche (resp. droite) de la couche considérée (**figure 2.4**). Dans l'espace des spins, S est une matrice de taille $4\mathcal{N}_\perp \times 4\mathcal{N}_\perp$. Elle se décompose en :

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

où chaque coefficient de transmission (t, t') et de réflexion (r, r') est une matrice dans l'espace des spins. Les termes non-diagonaux des matrices r et t représentent la diffusion avec spin-flip.

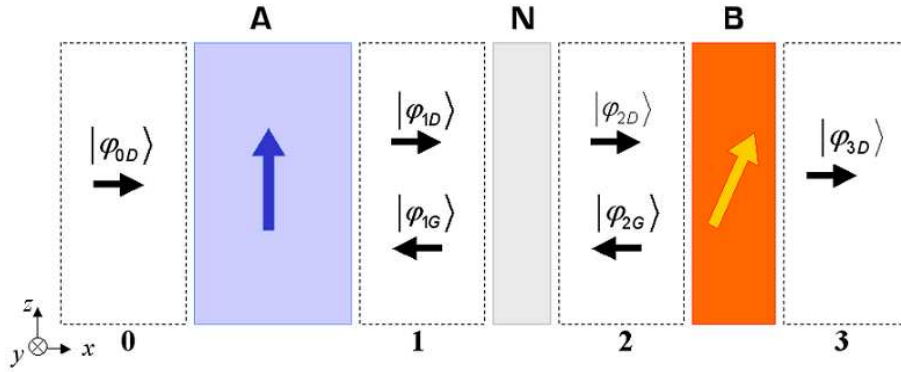


FIG. 2.5 : Description d'une multicouche magnétique dans la théorie de circuit ; les fonctions d'onde sont les états de Bloch des électrons de conduction. Les blocs en pointillés sont des zones 'virtuelles' représentant les interfaces entre les couches métalliques, numérotées de 0 à 3, avec les flux d'électrons correspondant.

Le courant de spin s'écrit à l'aide de la formule de Landauer. Le couple de transfert de spin s'exerçant sur la couche libre est la différence entre le courant de spin incident et le courant sortant, ce qui donne :

$$\frac{\partial \tau}{\partial V} = -\frac{e}{4\pi} \Re(\text{tr}\{\Sigma \Omega \Omega^\dagger\}) \quad (2.4)$$

où Σ et Ω sont des quantités (des matrices dans l'espace des spins) dépendant des coefficients de transmission de chacune des couches (**figure 2.5**).

Application à un système idéal

Considérons une jonction magnétique où les électrodes ferromagnétiques sont parfaitement conductrices, et parfaitement polarisantes.

$$t = t' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad r = r' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Comme l'aimantation de la couche B fait un angle θ avec la couche dure A, il faut réécrire ces matrices dans le repère local. On les note alors r_B et t_B . En prenant compte des réflexions multiples, le coefficient de transmission de l'empilement complet s'écrit alors :

$$t = t_B t_A + t_B r_A r_B t_A + \dots = t_B \left[\frac{1}{1 - r_A r_B} \right] t_A \quad (2.6)$$

Même dans le modèle balistique, chaque électron subit un déphasage $z = e^{ik_i L}$ lors de la réflexion à une interface (k_i est le vecteur d'onde au niveau de Fermi de l'électron et L est l'épaisseur de l'espaceur). Pour des surfaces de Fermi réelles, la moyenne sur tous les électrons induit une décohérence rapide. On obtient :

$$G = \frac{e^2 \cos^2(\theta/2)(z-1)(1-z)}{h |z|1 - z^2 \cos^2(\theta/2)|^2} \quad (2.7)$$

La statistique sur tous les canaux de conduction mène à une moyenne de la conductance G sur les valeurs de z :

$$\langle G \rangle = \frac{e^2}{h} \frac{2}{1 + \cos^2(\theta/2)} \quad (2.8)$$

On peut également calculer le couple de transfert de spin. La formule pour le courant de spin est similaire au courant de charge :

$$\langle \mathbf{J}_S \rangle = \text{tr}(\Psi^\dagger \{ \frac{\hbar^2}{2} \sigma, \frac{1}{m} \nabla \} \Psi) \quad (2.9)$$

d'où une expression du moment angulaire transféré à la couche libre :

$$\hat{\tau} = \frac{\hbar^2}{2m} \text{tr}(t^\dagger \hat{\sigma}_\perp t) \propto \frac{1}{2} \sin \theta \quad (2.10)$$

ce qui donne bien la dépendance angulaire habituelle pour le couple de transfert de spin.

Selon un calcul plus précis, si les électrons majoritaires sont complètement transmis, et après prise en compte d'un désordre qui couple les divers canaux de conduction de part et d'autre des interfaces, on obtient un couple [68] :

$$\langle \tau \rangle = \frac{\hbar}{2} V \left(\frac{e^2}{h} g_N \frac{2 \cos \theta/2}{3 + \cos \theta} \right) \sin \theta/2 \quad (2.11)$$

où g_N est la conductance du métal normal. Cette formule est cohérente avec les résultats d'autres auteurs [25] et démontre la validité de ce modèle. La cohérence de phase est bien perdue pour un espaceur considéré comme diffusif. Le couple dépend linéairement de la conductance de l'espaceur ; on peut donc espérer une plus forte amplitude si les techniques de dépôts améliorent la qualité des interfaces.

2.2.2 Modèle de Slonczewski

Dans ce modèle [25], est traité le transport des électrons entre deux couches magnétiques dont les aimantations ne sont pas colinéaires. Comme les conductivités des électrons majoritaires et des électrons minoritaires sont différentes, il s'agit non seulement d'un problème de transport de particules mais également du transport de moment angulaire.

Slonczewski considère que le transport de la composante longitudinale du moment angulaire des électrons est diffusif au sein du métal normal, tandis que la composante transverse a un comportement balistique. Le fait que les aimantations soient non-colinéaires pose problème car alors il n'y a pas d'axe de quantification adapté pour les spins injectés dans le métal normal.

Il s'appuie sur quelques hypothèses fondamentales :

- la diffusion à l'intérieur de l'espaceur est négligée.
- les électrons provenant d'une couche magnétique avec une polarisation donnée (\uparrow ou bien \downarrow , relativement à l'axe de quantification de cette couche) pénètrent dans l'espaceur métallique en gardant leur polarisation. Il s'en suit que le spin des électrons transmis $F_G \rightarrow N$ est dirigé selon l'aimantation de F_G (respectivement ceux réfléchis dans l'espaceur à l'interface N/F_D sont polarisés parallèlement à l'aimantation dans F_D). C'est l'hypothèse d'une transmittance parfaite des électrons de la bande majoritaire. Elle est appuyée par des calculs *ab initio* qui indiquent, pour une interface $Cu/Co(111)$, un taux de transmission supérieur à 0.97 [70] autour de \mathbf{k}_{\parallel} et à 0.75 en moyenne sur la surface de Fermi.
- dans chaque électrode ferromagnétique la conductivité peut être calculée par la méthode des deux canaux de spin (partie diffusive); les potentiels sont reliés par les lois de Kirchoff classiques. C'est un modèle de circuit.
- la longueur d'atténuation de la composante transverse du spin dans la couche ferromagnétique dans laquelle les électrons sont transmis est très petite, de l'ordre de 1 nm. Cette longueur est inférieure au libre parcours moyen, ce qui explique le traitement balistique de cette quantité. Le couple de transfert de spin est donc essentiellement un effet d'interface.
- la composante longitudinale du vecteur d'onde est conservée.

La première étape consiste à établir les équations de transport dans l'espaceur. Pour ce faire on utilise le formalisme de Landauer afin de calculer la matrice densité, dont on peut déduire la densité de particules et la densité de courant.

En vertu de la première hypothèse détaillée plus haut, on distingue :

- les électrons se dirigeant vers l'électrode de droite avec un moment \mathbf{k} , de vitesse positive, que l'on note par \rightarrow , provenant de l'électrode de gauche et donc ayant un spin $|G, +\rangle$ (majoritaires selon l'axe de quantification de F_G)
- les électrons se dirigeant vers l'électrode de droite, provenant de l'électrode de droite puis réfléchis sur l'interface de gauche : leur état de spin est donc $|G, -\rangle$ (minoritaires)

On fait de même pour les électrons circulant vers la gauche. Le moment \mathbf{k} de ces électrons est celui de la structure de bande de l'espaceur métallique. Dans le cas du cuivre la surface de Fermi est quasiment sphérique. Cela justifie a priori l'approximation d'une bande parabolique. Leur énergie est notée $\epsilon(\mathbf{k})$ et leur vitesse selon la normale au plan est donnée par : $v_x = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon}{\partial k_x}$.

Calcul de la magnéto-résistance

L'opérateur densité pour le système {espaceur} s'écrit :

$$\hat{\rho} = \sum_{\sigma} \left[\sum_{\mathbf{k}, v > 0} |G, \sigma\rangle |\mathbf{k}\rangle f_{\sigma}^{\rightarrow}(\mathbf{k}, v) \langle \mathbf{k} | \langle G, \sigma | \right] + \sum_{\sigma'} \left[\sum_{\mathbf{k}, v < 0} |D, \sigma'\rangle |\mathbf{k}\rangle f_{\sigma'}^{\leftarrow}(\mathbf{k}, v) \langle \mathbf{k} | \langle D, \sigma' | \right] \quad (2.12)$$

où $f_\sigma(\mathbf{k}, v)$ est la distribution des électrons portés à un potentiel μ_σ . Par un développement au premier ordre en énergie autour de la distribution d'équilibre, on a :

$$f(\epsilon) \approx f^0(\epsilon) - \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \mu_\sigma \approx f^0(\epsilon) - \delta(\epsilon - \epsilon_F) \mu_\sigma \quad (2.13)$$

où f^0 est la distribution de Fermi-Dirac. Par la suite on note $n_0 = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma} f^0$ la densité électronique et $n_F = (\partial n / \partial \epsilon)_{\epsilon_F}$ est la densité d'états au niveau de Fermi dans l'espaceur.

Calcul de l'accumulation de spin et du courant de spin

D'après l'équation 1.1, la densité d'électrons de spin σ provenant de la gauche (incidents sur l'interface N/D) :

$$\begin{aligned} n_{G,\sigma} &= \sum_{\mathbf{k}} \langle G, \sigma | [\langle \mathbf{k} | \hat{\rho} | \mathbf{k} \rangle] | G, \sigma \rangle \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma'} \left[\sum_{\mathbf{k}', v > 0} \langle i\sigma \mathbf{k} | \mathbf{k}' \sigma' G \rangle^2 f_{\sigma'}^{\vec{}} + \sum_{\mathbf{k}', v < 0} \langle i\sigma \mathbf{k} | \mathbf{k}' \sigma' G \rangle^2 f_{\sigma'}^{\leftarrow} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec i désignant l'électrode gauche ou droite. La contribution de la distribution d'équilibre f_0 à $n_{i,\sigma}$ vaut :

$$\dots = \sum_{\mathbf{k}, v > 0} f^0 [\langle i\sigma | G+ \rangle^2 + \langle i\sigma | G- \rangle^2 + \langle i\sigma | D+ \rangle^2 + \langle i\sigma | D- \rangle^2] \quad (2.15)$$

car $\langle k | k' \rangle = \delta(k, k')$ et f^0 ne dépend pas de σ . On obtient donc :

$$\dots = \left(\sum_{\mathbf{k}, v > 0} f^0 \right) (1 + \cos^2(\theta/2) + \sin^2(\theta/2)) = \frac{n_0}{4} * 2 = \frac{n_0}{2} \quad (2.16)$$

La contribution du second terme de la fonction de distribution donne :

$$\begin{aligned} \dots &= \sum_{\mathbf{k}, v > 0} \sum_{\sigma'} -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \left\{ \langle i\sigma | \sigma' G \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\vec{}} + \langle i\sigma | \sigma' D \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \right\} \\ \dots &= \frac{n_F}{4} \sum_{\sigma'} \left\{ \langle i\sigma | \sigma' G \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\vec{}} + \langle i\sigma | \sigma' D \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

soit

$$n_{i,\sigma} = \frac{n_0}{2} + \frac{n_F}{4} \sum_{\sigma'} \left\{ \langle i\sigma | \sigma' G \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\vec{}} + \langle i\sigma | \sigma' D \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \right\} \quad (2.18)$$

La densité de courant pour le canal de spin σ s'écrit d'après l'équation 1.4 :

$$\mathbf{J}_{G,\sigma} = \sum_{\mathbf{k}} \langle G, \sigma | [\langle \mathbf{k} | \hat{v} \hat{\rho} | \mathbf{k} \rangle] | G, \sigma \rangle \quad (2.19)$$

$$= \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma'} \left[\sum_{\mathbf{k}', v > 0} \langle i\sigma \mathbf{k} | \mathbf{k}' \sigma' G \rangle^2 v_0 f_{\sigma'}^{\vec{}} - \sum_{\mathbf{k}', v < 0} \langle i\sigma \mathbf{k} | \mathbf{k}' \sigma' G \rangle^2 v_0 f_{\sigma'}^{\leftarrow} \right] \quad (2.20)$$

En effectuant le même calcul que pour la densité d'électrons, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{G,\sigma} &= \left(\sum_{\mathbf{k},v>0} f^0 v_0 \right) (1 - \cos^2(\theta/2) - \sin^2(\theta/2)) \\
 &+ \left(\sum_{\mathbf{k},v>0} -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} v_0 \right) \sum_{\sigma'} \left\{ \langle i\sigma | \sigma' G \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\rightarrow} + \langle i\sigma | \sigma' D \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \right\} \\
 &= \frac{en_F v_0}{4} \sum_{\sigma'} \left\{ \langle i\sigma | \sigma' G \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\rightarrow} + \langle i\sigma | \sigma' D \rangle^2 \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

On peut alors exprimer les densités de particules et les courants en fonction des variables $\mu_{\sigma'}$, ce qui fournit 8 équations. Les produits scalaires entre les fonctions d'onde sont connus :

$$\begin{aligned}
 \langle G+ | D+ \rangle &= \cos(\theta/2) \\
 \langle G+ | D- \rangle &= -\sin(\theta/2) \\
 \langle G- | D+ \rangle &= \sin(\theta/2) \\
 \langle G- | D- \rangle &= \cos(\theta/2)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Cela exprime la rotation de l'axe de quantification du spin lorsqu'on passe de l'électrode de gauche à celle de droite. Par ailleurs dans chacune des électrodes, on a : $\langle i\sigma | i\sigma' \rangle = \delta(\sigma, \sigma')$. De ces huit équations on peut extraire les 4 relations mettant en jeu les accumulations de spin et les courants de spin :

$$\begin{aligned}
 \Delta n_D &= \frac{n_F}{4} (\cos(\theta) \Delta \mu^{\rightarrow} + \Delta \mu^{\leftarrow}) \\
 \Delta n_G &= \frac{n_F}{4} (\Delta \mu^{\rightarrow} + \cos(\theta) \Delta \mu^{\leftarrow}) \\
 \Delta J_D &= \frac{en_F v_0}{4} (-\cos(\theta) \Delta \mu^{\rightarrow} + \Delta \mu^{\leftarrow}) \\
 \Delta J_G &= \frac{en_F v_0}{4} (-\Delta \mu^{\rightarrow} + \cos(\theta) \Delta \mu^{\leftarrow})
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

En particulier on peut en tirer l'égalité suivante :

$$\Delta J_D = \frac{1}{2\cos(\theta)} \left[(1 + \cos^2\theta) \Delta J_G + ev_0 \sin^2\theta \Delta n_G \right] \tag{2.24}$$

Or l'accumulation de spin aux interfaces est reliée au potentiel électro-chimique W_σ donné par le circuit électrique équivalent décrit dans la **figure 2.6**. Ce potentiel vaut $W_{i,\sigma} = V_i \mp \Delta \mu_i / e$, si V_i est le potentiel appliqué à l'électrode i (infiniment loin de l'espaceur). Par élimination des termes $\Delta \mu$, on constate que $\Delta W_G = W_{G+} - W_{G-} = -(2/en_F) \Delta n_G$. L'équation 2.24 devient alors :

$$\Delta J_D = \frac{1}{2\cos(\theta)} \left[(1 + \cos^2\theta) \Delta J_G - \frac{e^2 n_F v_0}{2} \sin^2\theta \Delta W_G \right] \tag{2.25}$$

Le coefficient $e^2 n_F v_0 / 2$, noté G , est homogène à une conductance et Slonczewski l'estime par la résistance de Sharvin d'un contact ponctuel balistique. C'est une grandeur caractéristique du matériau constituant l'espaceur.

Cas d'une jonction symétrique

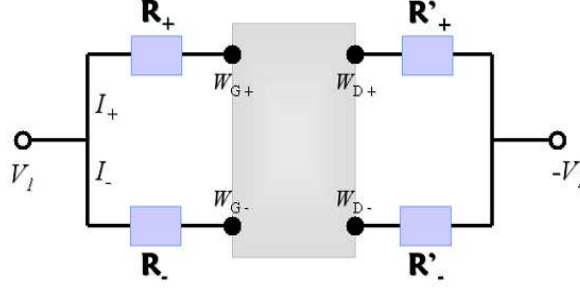


FIG. 2.6 : *Modèle de circuit pour le calcul de Slonczewski. L'électrode magnétique de gauche est soumise à un potentiel $+V_1$ et celle de droite à $-V_1$. Les courants circulant dans chaque branche (électrons majoritaires/minoritaires) sont I_+ et I_- . Chaque électrode a pour résistance R_+ (resp. R_-) pour les électrons majoritaires (resp. minoritaires). Le potentiel de chaque population d'électrons aux bornes de l'espaceur est $W_{G\pm}$ à gauche et $W_{D\pm}$ à droite.*

Supposons maintenant un système totalement symétrique : les deux électrodes sont identiques et soumises à un potentiel opposé. Dans le modèle de circuit, le transport est diffusif dans les électrodes magnétiques. La résistance pour chaque canal de spin est notée R_+ et R_- (**figure 2.6**). Notons que ces résistances n'incluent pas seulement la résistance des couches ferromagnétiques mais aussi la résistance des amenées de courant :

$$R_{\pm} = \rho_{\pm} d_F + 2r_{\pm} + \rho_N (2d_N + \pi/2 D_{\text{pilier}}) \quad (2.26)$$

où ρ_{\pm} et d_F sont la résistivité et l'épaisseur de la couche ferromagnétique, r_{\pm} est la résistance d'interface dépendant du spin, ρ_N et d_N la résistivité et l'épaisseur des amenées de courant et D_{pilier} est la hauteur du nano-pilier. R_{\pm} correspond à la résistance d'un demi-pilier pour chaque direction de spin. Les différents termes ont été mesurés expérimentalement pour de nombreux matériaux magnétiques [21], étant également utilisés dans les théories décrivant la diffusion de spin [16]. Ces résistances permettent d'écrire les relations de Kirchoff classiques $W_{i\pm} = V_i - R_{\pm} I_{\pm}$.

Si de plus on néglige la résistance de l'espaceur (faible en tout cas face à celle des électrodes), on a : $W_+ = -W_-$. L'équation 2.25 se simplifie en :

$$\Delta J (1 - \cos(\theta))^2 = G \Delta W \sin^2(\theta) \quad (2.27)$$

Si \mathcal{A} est la surface de la jonction métallique, alors :

$$\Delta I \sin^2(\theta/2) = \mathcal{A} G \Delta W \cos^2(\theta/2) \quad (2.28)$$

En combinant cette équation avec la relation $\Delta W = R_- I_- - R_+ I_+$, on trouve les courants pour chaque canal de spin :

$$\begin{aligned} I_+ &= \frac{2V_1 (\sin^2(\theta/2) + \mathcal{A} G R_- \cos^2(\theta/2))}{(R_+ - R_-) \sin^2(\theta/2) + 2\mathcal{A} G R_+ R_- \cos^2(\theta/2)} \\ I_- &= \frac{2V_1 (\sin^2(\theta/2) + \mathcal{A} G R_+ \cos^2(\theta/2))}{(R_+ - R_-) \sin^2(\theta/2) + 2\mathcal{A} G R_+ R_- \cos^2(\theta/2)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

La résistance globale de la structure s'écrit alors :

$$R(\theta) = \frac{2V_1}{I_+ + I_-} \quad (2.30)$$

$$= \frac{(R_+ + R_-)\sin^2(\theta/2) + 2AGR_+R_-\cos^2(\theta/2)}{2\sin^2(\theta/2) + AG(R_+ + R_+)\cos^2(\theta/2)} \quad (2.31)$$

Notons r la résistance adimensionnée :

$$r = \frac{R(\theta) - R(0)}{R(\pi) - R(0)} \quad (2.32)$$

On obtient :

$$r = \frac{1 - \cos^2(\theta/2)}{1 + \chi \cos^2(\theta/2)} \quad (2.33)$$

où χ est un coefficient d'asymétrie défini par :

$$\chi = \frac{1}{2}AG(R_+ + R_-) - 1 \quad (2.34)$$

Le coefficient χ caractérise la dépendance angulaire de la magnéto-résistance. Brataas [69] obtient une expression équivalente dans un modèle de circuit, où χ dépend également de la conductance de mélange $G_{\uparrow\downarrow}$, de la conductance moyenne et de la polarisation \mathcal{P} .

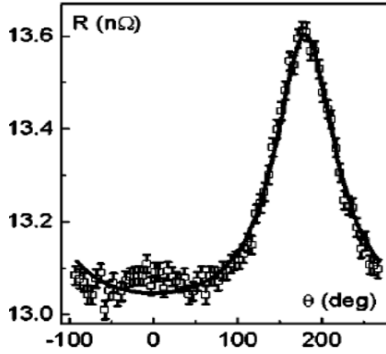


FIG. 2.7 : Dépendance angulaire de la GMR pour un empilement non-symétrique $\text{Cu}(20)/\text{FeMn}(8)/\text{Py}(6)/\text{Cu}(10)/\text{Py}(1.5)/\text{Cu}(20)$ (épaisseurs en nanomètres, Py désignant le $\text{Ni}_{84}\text{Fe}_{16}$), sous un champ de 100 Oe faisant un angle θ avec la direction de piégeage de la couche dure. Le trait plein est une modélisation avec $\chi = 7.7$ [72].

Cette relation semble relativement bien vérifiée dans le cas d'électrodes épaisses et symétriques, avec des valeurs du paramètre χ assez proches de la valeur théorique attendue. Mais pour une couche libre beaucoup plus fine que la couche fixe, on observe une déviation notamment aux petits angles (**figure 2.7**) et une valeur calculée peu cohérente avec le modèle. Ces effets peuvent être imputés à un effet de l'épaisseur de la couche libre sur l'accumulation de spin à ses interfaces. Elle influence par ailleurs la longueur sur laquelle le courant de spin transverse peut être absorbé, ce qui se traduit dans l'intensité du couple résultant.

Calcul du transfert de spin

La troisième étape de ce modèle consiste à calculer le couple de transfert de spin. Il apparaît naturellement lorsqu'on cherche à écrire les équations du transport non

pour les électrons mais pour le spin. Avec les notations de Slonczewski, l'opérateur courant de spin, dans l'électrode de droite par exemple, s'écrit sous la forme :

$$\hat{\mathbf{J}}_S = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma} \cdot \hat{v} \quad (2.35)$$

Le couple auquel est soumis l'ensemble des spins de la couche ferromagnétique de droite (en réalité l'action de ce couple est purement interfaciale, limitée au premier nanomètre du matériau) est obtenu par intégration sur tout le volume \mathcal{V} du gradient de \mathbf{J}_S : c'est le bilan du couple généré par les électrons incidents ou réfléchis à l'interface avec l'espaceur (de surface \mathcal{A}) (**figure 2.8**).

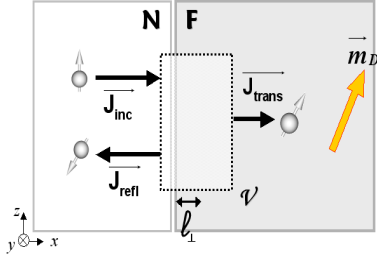


FIG. 2.8 : Continuité de la densité de courant de spin ; bilan sur le volume \mathcal{V} à l'interface métal normal (N)/électrode ferromagnétique (F).

La contribution essentielle est celle des électrons incidents provenant de l'espaceur. Par intégration sur le volume \mathcal{V} , la variation temporelle du spin total (électrons de conduction et atomes) contenu dans ce volume \mathcal{V} est donnée par :

$$\frac{d\hat{\mathbf{S}}_{\mathcal{V}}}{dt} = - \oint_{\mathcal{V}} \hat{\mathbf{J}}_S d\mathbf{A} \approx \hat{\mathbf{J}}_{S\perp} \mathcal{A} \mathbf{e}_x \quad (2.36)$$

où $\mathbf{J}_{S\perp}$ est la composante du courant de spin transverse à l'axe de quantification pour l'électrode de droite, c'est-à-dire la direction de l'aimantation locale. Cette équation définit le couple de transfert de spin qui s'exerce sur l'aimantation du volume \mathcal{V} . C'est la conséquence directe de l'absorption quasi-totale de la composante transverse. Par conservation du moment magnétique total, cette fraction de moment angulaire est cédée aux atomes du réseau. Dans le formalisme de Valet et Fert, l'accumulation de spin dans le métal normal, à la différence du cas traité dans [16], est un vecteur, qui n'est pas colinéaire avec l'aimantation de l'électrode voisine. La composante transverse de cette accumulation est quasi-totalement absorbée dans le ferromagnétique. Cette discontinuité engendre un courant de spin transverse.

Notons $\hat{\mathbf{z}}$ la direction de l'aimantation dans le matériau ferromagnétique (c'est l'axe de quantification de spin local). Les états ψ sont des spineurs (+, -) ; l'opérateur de spin exprimé en terme de matrices de Pauli est : $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_{\perp}, \sigma_z)$ où la composante transverse vaut :

$$\hat{\sigma}_{\perp} = \sigma^+ = \sigma_x + i\sigma_y = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

ce qui donne en moyenne $\langle \hat{\sigma}_{\perp} \rangle(\mathbf{r}) = 2\Psi_{\uparrow}^{\dagger} \Psi_{\downarrow}$. L'expression de l'opérateur courant de spin transverse est :

$$\hat{\mathbf{J}}_{S\perp} = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_{\perp} \cdot \hat{v} \quad (2.38)$$

Avec l'hypothèse que la vitesse est constante égale à $+v_0$ dans les cas des électrons pénétrant dans l'électrode de droite, l'opérateur se simplifie en :

$$\hat{\mathbf{J}}_{S\perp} = v_0 \frac{\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}} |D, +\rangle \langle D, -| \quad (2.39)$$

Le couple résultant par unité de surface vaut :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_D &= \sum_{\sigma} \sum_{\mathbf{k}} \langle D, \sigma | \langle \mathbf{k} | \hat{\rho} \hat{\mathbf{J}}_{S\perp} | \mathbf{k} \rangle | D, \sigma \rangle \\
 &= \frac{\hbar}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \left[\langle D\sigma\mathbf{k} | G\sigma'\mathbf{k}' \rangle f^{\rightarrow} \langle G\sigma'\mathbf{k}' | D+ \rangle v_0 \langle D- | D\sigma\mathbf{k} \rangle \right. \\
 &\quad \left. - \langle D\sigma\mathbf{k} | D\sigma'\mathbf{k}' \rangle f^{\leftarrow} \langle D\sigma'\mathbf{k}' | D+ \rangle v_0 \langle D- | D\sigma\mathbf{k} \rangle \right]
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

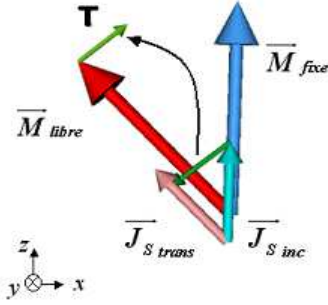


FIG. 2.9 : Mécanisme du transfert de spin. La composante transverse du courant de spin est cédée à l'aimantation de la couche libre, exerçant un couple T

Une première simplification provient du fait que le terme $\langle D- | D\sigma \rangle$ dans la somme impose $\sigma=-1$. Par ailleurs on a $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$. Le terme f^0 de la fonction de distribution donne une contribution nulle au transfert de spin car :

$$\begin{aligned}
 \dots &= \sum_{\sigma'} \sum_{\mathbf{k}'} f^0 v_0 \left[\langle D- | G\sigma' \rangle \langle G\sigma' | D+ \rangle - \langle D- | D\sigma' \rangle \langle D\sigma' | D+ \rangle \right] \\
 \dots &= \sum_{\mathbf{k}'} f^0 v_0 \left[(\cos(\theta/2)\sin(\theta/2) - 0) + (-\sin(\theta/2)\cos(\theta/2) - 0) \right] \\
 \dots &= 0
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Le second terme de f donne pour sa part :

$$\begin{aligned}
 \dots &= \sum_{\sigma'} \sum_{\mathbf{k}'} -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} v_0 \left[\mu_{\sigma'}^{\rightarrow} \langle D- | G\sigma' \rangle \langle G\sigma' | D+ \rangle - \mu_{\sigma'}^{\leftarrow} \langle D- | D\sigma' \rangle \langle D\sigma' | D+ \rangle \right] \\
 \dots &= \left[\sum_{\mathbf{k}'} -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} v_0 \right] \left[\mu_{-}^{\rightarrow} (\cos(\theta/2)\sin(\theta/2) - 0) + \mu_{+}^{\leftarrow} (-\sin(\theta/2)\cos(\theta/2) - 0) \right] \\
 \dots &= \frac{n_F v_0}{2} (\mu_{-}^{\rightarrow} - \mu_{+}^{\leftarrow}) \frac{\sin\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Or d'après les équations 2.23, $\Delta\mu^{\rightarrow}$ est égal à $-(\cos\theta J_D - J_G) * 4/(en_F v_0 \sin^2\theta)$, ce qui conduit à :

$$\mathbf{T}_D = \frac{\hbar}{2} \frac{1}{e \sin\theta} [-\cos\theta \Delta J_D + \Delta J_G] \tag{2.43}$$

Dans le cas d'une jonction symétrique, le couple devient :

$$\mathbf{T}_D = \frac{\hbar}{2} \frac{1}{e \sin\theta} \frac{\Delta I}{\mathcal{A}} 2\sin^2(\theta/2) \tag{2.44}$$

En reprenant les expressions littérales des courants I_+ et I_- (équations 2.29), le couple de transfert de spin s'écrit :

$$\mathbb{T}_D = \frac{\hbar}{2e} \frac{I}{\mathcal{A}} \frac{\mathcal{P}_r}{2} \frac{\Lambda \sin \theta}{\Lambda \cos^2(\theta/2) + \Lambda^{-1} \sin^2(\theta/2)} \quad (2.45)$$

où \mathcal{P}_r est un facteur de polarisation effective :

$$\mathcal{P}_r = \frac{R_+ - R_-}{R_+ + R_-} \quad (2.46)$$

et

$$\Lambda = \sqrt{AG(R_+ + R_-)/2} = \sqrt{\chi + 1} \quad (2.47)$$

Ce couple est donc dirigé suivant $\mathbf{m}_{libre} \times (\mathbf{m}_{libre} \times \mathbf{m}_{fixe})$, appartenant au plan défini par les aimantations des couches gauche et droite. Λ est le facteur d'asymétrie pour l'intensité du couple de transfert de spin en fonction de l'angle entre les aimantations des couches fixe et libre. Il est important de noter qu'il est relié de manière univoque au facteur d'asymétrie de la magnéto-résistance géante, χ . Pour $\Lambda = 1$ ($\chi = 0$), le profil du couple est symétrique et varie en $\sin \theta$, tandis que la GMR suit une loi en $\cos \theta$ (**figure 2.10**). C'est le comportement classique tel que prédit par plusieurs théories [67, 68]. Pour des valeurs croissantes de Λ , le couple est plus important aux grands angles et est réduit près de $\theta = 0$.

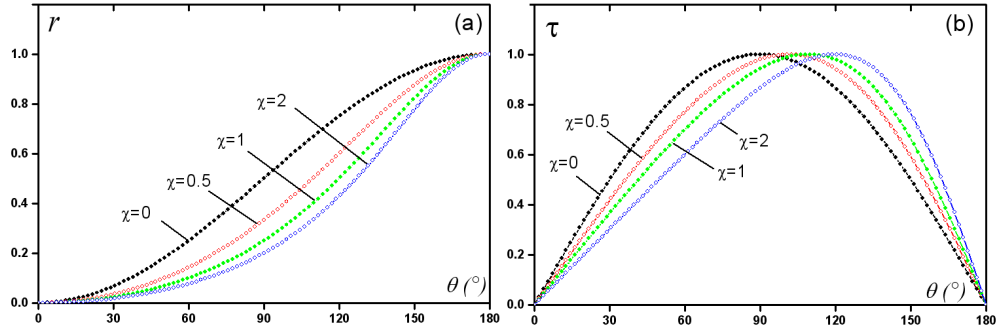


FIG. 2.10 : Dépendance angulaire (a) de la magnéto-résistance réduite r et (b) du couple de transfert de spin réduit τ pour des valeurs croissantes du coefficient d'asymétrie χ (0, 0.5, 1 et 2) d'après le modèle de Slonczewski. τ est défini par $\mathbb{T}/(\hbar J \mathcal{P}/4e\Lambda)$.

La forme du couple incluse dans l'équation de la dynamique de l'aimantation (équation de Landau-Lishfitz) est définie par un préfacteur g défini par :

$$g(\theta) = \frac{\Lambda P}{4[\Lambda \cos^2(\theta/2) + \Lambda^{-1} \sin^2(\theta/2)]} \quad (2.48)$$

Ce résultat est à comparer avec un modèle purement balistique [66], dans lequel tous les électrons subissent le même splitting par effet Zeeman (\mathbf{k}_\uparrow et \mathbf{k}_\downarrow constants). Les fonctions d'ondes incidente et réfléchie sont analytiquement calculées à l'aide de l'approximation W.K.B.. Le facteur de polarisation g s'écrit alors :

$$g(\theta) = \frac{4\mathcal{P}^{3/2}}{(1 + \mathcal{P})^3(3 + \cos \theta) - 16\mathcal{P}^{3/2}} \quad (2.49)$$

REMARQUE : notons que, dans l'expression du couple de transfert de spin, $\mathcal{P}_r/2$ joue le rôle d'une polarisation *effective*. Mais elle n'est pas identique à la polarisation électronique habituelle, telle que calculée dans le modèle de Jullière. En effet, les résistances R_{\pm} incluent la résistance des électrodes magnétiques et d'autres termes correspondant aux amenées de courant (équation 2.26). L'estimation de ces résistances effectives pose également problème pour le calcul du coefficient d'asymétrie χ . En prenant les valeurs des résistances du tableau 2.1, en considérant un pilier d'une hauteur de 100 nm, comportant des amenées de courant d'une longueur de 20 nm, on trouve une polarisation de 0.5 pour un pilier Co(4nm)/Cu(2nm)/Co(4nm) et de 0.55 pour un empilement Py/Cu/Py (avec des couches de même épaisseur). Cela indique que la polarisation équivalente est d'environ 27 % ; c'est cette valeur qui sera typiquement employée dans les simulations micromagnétiques.

Paramètres	
ρ_{Cu}^* (nΩm)	6
ρ_{Co}^* (nΩm)	81
β_{Co}	0.451
$r_{Co/Cu}^*$ (fΩm ²)	0.52
$\gamma_{Co/Cu}$	0.76
ρ_{Py}^* (nΩm)	159
β_{Py}	0.55
$r_{Py/Cu}^*$ (fΩm ²)	0.5
$\gamma_{Py/Cu}$	0.85

TAB. 2.1 : Résistivités, coefficients d'asymétrie de spin et résistances d'interface pour des empilements Co/Cu et Py/Cu. Les notations sont celles présentées dans la section 1.1.3 [16] : $\rho_{\uparrow\downarrow} = 2\rho^*(1 \mp \beta)$ et $r_{\uparrow\downarrow} = 2r^*(1 \mp \beta)$. Ces données proviennent de Bass et al. [21] et de Pratt et al. [22].

2.2.3 Mécanisme d'absorption du courant de spin

Comment expliquer l'absorption de la composante transverse du courant de spin dans un matériau ferromagnétique ? Slonczewski propose une démonstration découlant des propriétés des fonctions de Bloch. Soit une onde $|\mathbf{k} = \mathbf{k}_{trans}, \sigma\rangle$, transmise dans la couche libre, et se propageant vers la droite. On considère le déplacement de l'électron comme balistique dans les premiers nanomètres de l'électrode magnétique ; son état est toujours bien décrit par cette fonction d'onde. On l'écrit sous la forme :

$$\Psi_{\sigma} = \sum_{\mathbf{k}} C_{\mathbf{k},\sigma} \varphi_{\mathbf{k},\sigma}(\mathbf{r}) e^{-iE_{\mathbf{k},\sigma}t/\hbar} \quad (2.50)$$

La valeur moyenne (sur l'ensemble des états) de la composante transverse du courant de spin vaut $\langle \sigma_{\perp} \rangle(\mathbf{r}) = \Psi_{\uparrow}^{\dagger} \Psi_{\downarrow}$. D'après le théorème de Bloch, une translation d'un vecteur du réseau se traduit par un simple déphasage dans la fonction d'onde :

$$\langle \sigma_{\perp} \rangle(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} C_{\mathbf{k},\uparrow}^* C_{\mathbf{k}',\downarrow} \varphi_{\mathbf{k},\uparrow}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\mathbf{k}',\downarrow}(\mathbf{r}) e^{i[(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{R} + (E_{\mathbf{k},\uparrow} - E_{\mathbf{k}',\downarrow})t/\hbar]} \quad (2.51)$$

La distribution statistique de vecteurs d'onde \mathbf{k}_{inc} sur la surface de Fermi de \mathbf{F}_D fait que les termes de la somme précessent avec des périodes très différentes.

Cette décohérence provoque un moyennage à 0 de la somme sur une distance \mathbf{R} qui correspond à environ une période moyenne de précession. La longueur de décohérence vaut : $l_{\perp} \sim \pi/|\mathbf{k}_{\uparrow} - \mathbf{k}_{\downarrow}|$ (moyenne sur la surface de Fermi). On trouve que, pour le Cobalt, que l_{\perp} vaut environ 0,6 nm, soit quelques mono-couches atomiques. Cependant l'aimantation dans le cœur de la couche libre est liée par échange à l'aimantation à l'interface, ce qui fait que l'action du couple se répercute dans tout le volume.

Ceci indique que le couple de transfert de spin s'exerce seulement à l'interface dont la structure électronique est déterminante. Mais en ce qui concerne la composante longitudinale du courant de spin, la longueur caractéristique reste l_{sf} . La physique du transfert de spin met en jeu des phénomènes qui apparaissent à trois échelles bien distinctes :

$$\boxed{l_{sf} \gg l \gg l_{\perp}} \quad (2.52)$$

C'est pourquoi on peut traiter séparément la composante longitudinale, régie par des mécanismes *diffusifs*, et le courant transverse, qui a un comportement *ballistique*.

NB : la couche dure subit un couple identique, mais parce que son volume est plus important ou bien du fait d'une forte anisotropie, elle bouge peu. On considère donc la direction de polarisation comme constante.

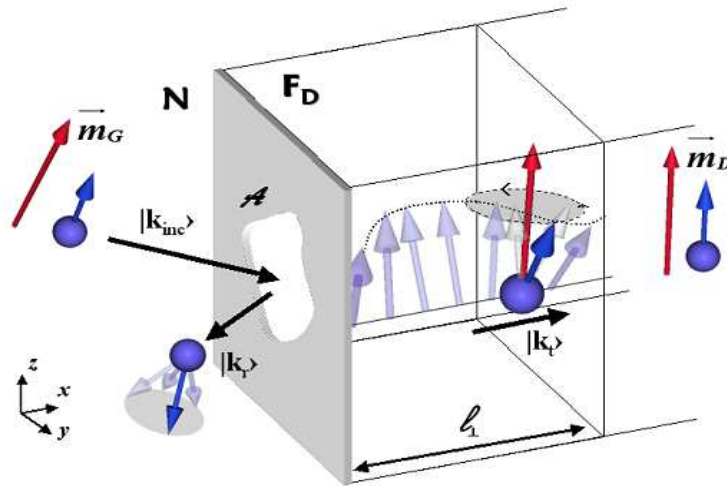


FIG. 2.11 : Absorption de la composante transverse du courant de spin à l'interface Métal/Ferromagnétique : précession des spins transmis dans le champ d'échange *s-d* et rotation aléatoire.

Pour rendre compte de l'absorption de la composante transverse du courant de spin par la couche ferromagnétique, Stiles *et al.* [71] avancent plusieurs explications résumées dans la **figure 2.11** :

- un premier effet pour chaque électron individuellement. Comme les composantes parallèle et antiparallèle d'un spin incident (relativement à l'aimantation de droite, avec laquelle il fait un angle θ) n'ont pas un taux de transmission de même amplitude, le spin transmis acquiert une phase $e^{i\alpha\mathbf{k}}$ lors de ce processus (rotation dans le plan $(\mathbf{m}_G, \mathbf{m}_D)$), conduisant à une réduction partielle de la composante transverse. C'est un effet de filtrage en spin.

- le même effet s'applique aux spins réfléchis. De plus, comme le coefficient de réflexion est complexe, le spin subit une autre rotation dans le plan du spin incident, entraînant la discontinuité de la composante transverse.
- un effet statistique : le spin des électrons précesse autour du champ d'échange $s-d$, dirigé suivant l'aimantation locale (terme en $e^{(k_{\parallel}-k_{\perp})x}$ annoncé par Slonczewski). Une large distribution de \mathbf{k}_{trans} induit une distribution de fréquence de précession, d'où la décohérence rapide et la disparition du courant transverse

2.2.4 Résolution numérique

Le calcul de la statistique sur l'ensemble des électrons requiert une intégration sur tous les états au niveau de Fermi. Ces données sont issues de calculs de bande *ab initio*. La forme de la fonction de distribution est régie par l'équation de Boltzmann. Valet et Fert [16] ont résolu cette équation dans des jonctions métalliques avec des aimantations colinéaires. Stiles a étendu cette méthode au cas non-colinéaire. La fonction de Boltzmann $f(\mathbf{k})$ est alors une matrice 2*2 dans l'espace des spins. On considère qu'elle se met sous la forme :

$$f_{\sigma}(\mathbf{k}) = f^0(\mathbf{k}) + g_{\sigma}(\mathbf{k}) \frac{\partial f^0(\mathbf{k})}{\partial \epsilon_{\mathbf{k}}} \quad (2.53)$$

où on fait l'hypothèse que l'écart à la distribution d'équilibre est $g_{\uparrow} - g_{\downarrow} \approx \Delta\mu$.

Le modèle de transport non-colinéaire proposé par Stiles [71] est similaire à celui développé par Slonczewski dans [25]. Il est fondé sur les mêmes équations définissant la densité de spin, le courant de spin et le couple de transfert de spin. Mais le traitement du transport au travers de l'espaceur est sensiblement différent. Le transfert de spin pour un ensemble statistique d'électrons est traité à l'aide de l'équation de Boltzmann. La méthode de résolution de cette équation pour un empilement magnétique de type 'vanne de spin' est décrite dans [129]. Bien que le modèle de Boltzmann soit a priori plus complet (en particulier il ne postule pas la transmission complète des électrons au travers de l'espaceur et le couple est intégré sur toute la surface de Fermi), les résultats numériques sont très proches [23]. Dans le cas général d'une jonction non-symétrique, Xiao *et al.* [129] arrivent à mettre le couple de transfert de spin sous une forme qui généralise la formule de Slonczewski :

$$\tau_D = \frac{\hbar I}{2e} \left[\frac{q_+}{A + B \cos \theta} + \frac{q_-}{A - B \cos \theta} \right] \sin \theta \quad (2.54)$$

où les coefficients q_{\pm} , A et B sont définis par :

$$\begin{aligned} q_{\pm} &= \frac{1}{2} \left[\mathcal{P}_G \Lambda_G^2 \sqrt{\frac{\Lambda_D^2 + 1}{\Lambda_G^2 + 1}} \pm \mathcal{P}_D \Lambda_D^2 \sqrt{\frac{\Lambda_G^2 - 1}{\Lambda_D^2 - 1}} \right] \\ A &= \sqrt{(\Lambda_G^2 + 1)(\Lambda_D^2 + 1)} \\ B &= \sqrt{(\Lambda_G^2 - 1)(\Lambda_D^2 - 1)} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Les polarisations \mathcal{P}_i (à l'interface i de l'espaceur) et les facteurs d'asymétrie Λ_i sont définis à l'aide des résistances effectives $R_{i,\pm}$ propres à chaque électrode i , de manière similaire au cas symétrique. Dans une jonction asymétrique, il apparait donc le terme en q_- ; il affecte sensiblement la dépendance angulaire du couple de transfert de spin (**figure 2.12**). Les calculs montrent que q_- n'excède pas $0.5q_+$ pour un empilement magnétique 'normal'. Le léger renflement du couple pour θ proche de 45° peut se

mettre en évidence expérimentalement car on peut placer l'aimantation à un angle θ_0 pour lequel le couple est nul [86].

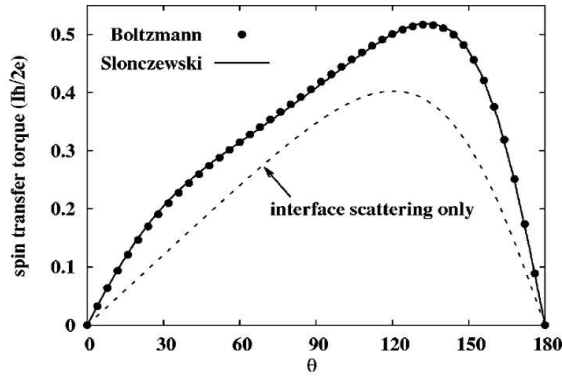


FIG. 2.12 : Dépendance angulaire du couple de transfert de spin calculé par la méthode de Boltzmann ou à l'aide du formalisme de Slonczewski. La courbe en pointillés reprend la formule de Slonczewski sans tenir compte de la diffusion dans les électrodes ; pour cette courbe le coefficient q_- est nul. L'empilement est constitué de Cu(5nm)/Co(40nm)/Cu(1nm)/Co(1nm)/Cu(180nm) [23].

Les divers modèles théoriques tendent donc à confirmer la validité des résultats exposés par Slonczewski et Stiles ces dernières années. Le couple de transfert de spin est exprimé à l'aide de quelques paramètres seulement : une polarisation effective \mathcal{P}_r et un coefficient d'asymétrie χ . Ce même modèle peut décrire des empilements asymétriques. Cependant la vérification expérimentale de l'exactitude des prédictions n'est pas aisée, car il ne s'agit que d'un modèle de transport 1D.

2.2.5 Conclusion

Le couple de transfert de spin a été mis en évidence expérimentalement dans des empilements métalliques par Tsoi *et al.* en 1998 [74]. De nombreux autres groupes ont suivi, avec pour objectif l'amélioration des techniques de nano-fabrication et une meilleure compréhension du mécanisme de renversement de l'aimantation sous courant. Les théories de Slonczewski, Stiles, etc ... ont été confrontées aux mesures expérimentales, avec plus ou moins de succès. Des calculs plus approfondis permettent de tenir compte du désordre aux interfaces [73]. Mais la complexité des systèmes réels fait que de simples modèles de transport 1D sont insuffisants. Par ailleurs, pour une petite particule magnétique, un modèle complet devrait en outre prendre en compte les aspects magnéto-statiques : c'est la raison d'être des simulations numériques du macrospin et du micromagnétisme. Ces calculs seront détaillés dans les chapitres 4 et suivants.

2.3 Transfert de spin dans les jonctions tunnel

2.3.1 Modèle théorique

J.C. Slonczewski a également développé un modèle du transfert de spin pour le cas des jonctions tunnel [32, 38]. Le cadre formel déjà établi pour le cas d'une barrière métallique est réutilisé, en particulier le modèle de circuit, mais le transport dans l'espaceur doit être reconsidéré. En effet plusieurs points imposent une approche différente :

- l'isolant ne possède pas une structure de bande au niveau de Fermi
- le taux de transmission des électrons, majoritaires comme minoritaires, à l'interface ferro/isolant est très faible
- le transport tunnel impose des règles de sélection particulières : conservation de \mathbf{k}_{\parallel} , de l'énergie, du spin

Pour ce faire, Slonczewski postule les hypothèses suivantes :

- étant donné l'importance de la résistivité aux interfaces, le désordre et de défauts aux interfaces et dans la barrière tunnel doit être pris en compte. Il considère cependant que ce désordre n'affecte qu'une couche externe de la barrière, laissant l'intérieur parfait
- il emploie la théorie du transport tunnel établie par Bardeen [75], tenant compte des collisions élastiques.

Dans [25], l'expression du couple de transfert de spin par unité de surface au niveau de l'interface droite est :

$$\mathsf{T}_D = \frac{\hbar}{2e} [\Delta J_G - \Delta J_D \cos \theta] \sin \theta \quad (2.56)$$

Cette relation reste valable dans les jonctions tunnel. De même on peut estimer que la composante du courant de spin orthogonale à la direction de l'aimantation locale décroît et s'annule sur une très faible épaisseur à l'interface Isolant/Ferro.

Dans une jonction métallique, la résistance de l'espaceur est très faible ou, au mieux, du même ordre de grandeur que celle des électrodes ferromagnétiques et que les résistances d'interfaces. Au contraire la résistance de la barrière tunnel, même dans l'état parallèle, domine toutes les autres résistances de la structure. Dans ce cas l'effet de l'accumulation de spin peut être négligé et le potentiel des électrons $W_{D(ou G)}$ à l'interface est bien le potentiel réel $V_{D(ou G)}$.

Dans la théorie de Bardeen [75], la densité de courant circulant entre des états polarisés σ (notés $\psi_{p,\sigma}$) dans l'électrode de gauche et σ' (notés $\varphi_{q,\sigma'}$) dans celle de droite est :

$$\mathcal{J}_{\sigma,\sigma'} = -\frac{2\pi e^2}{\hbar} V \sum_{p,q} |M_{p,\sigma,q,\sigma'}|^2 \quad (2.57)$$

où p et q sont des indices de bande. La forme analytique de ces coefficients tunnel est :

$$M_{p,\sigma,q,\sigma'} = \frac{\hbar^2}{2m} \int (\psi_{p,\sigma} \nabla \varphi_{q,\sigma'} - \varphi_{q,\sigma'} \nabla \psi_{p,\sigma}) d\mathbf{S} \quad (2.58)$$

Après quelques calculs, on arrive à une expression du couple de transfert de spin agissant sur l'électrode de droite :

$$\mathsf{T}_D = \frac{\hbar}{2e} J_0 \mathcal{P}_G \mathbf{s}_D \times (\mathbf{s}_D \times \mathbf{s}_G) \quad (2.59)$$

où \mathcal{P}_G est la polarisation effective de l'électrode de gauche (dépendant des coefficients de transfert M_G), dans le sens où la TMR s'écrit sous la forme énoncée par Jullière. J_0 est une conductivité définie par :

$$J = J_0(1 + \mathcal{P}_G \mathcal{P}_D \cos \theta) \quad (2.60)$$

où les facteurs de polarisation s'écrivent :

$$\mathcal{P}_i = \frac{k_{i\uparrow} - k_{i\downarrow}}{k_{i\uparrow} + k_{i\downarrow}} \cdot \frac{\kappa_0^2 - k_{i\uparrow} k_{i\downarrow}}{\kappa_0^2 + k_{i\uparrow} k_{i\downarrow}} \quad (2.61)$$

où, si on considère une bande parabolique, $k_i^2 = 2m\epsilon_i/\hbar^2$ et $\kappa_0^2 = 2m\Phi/\hbar^2$ (Φ est la hauteur de la barrière), à tension nulle. Le couple dépend linéairement de la tension appliquée V au travers du facteur J_0 .

Cependant il n'est en général pas possible de définir des polarisations \mathcal{P}_i indépendamment pour chacune des électrodes magnétiques, sauf sous certaines conditions.

La dépendance angulaire du préfacteur du couple de transfert de spin est symétrique, dans le cas où les deux électrodes sont symétriques. Ici, à la différence des jonctions métalliques, n'est pas inclus le facteur d'asymétrie Λ qui reflète l'accumulation de spin, négligée dans ce modèle. Par contre l'effet de la tension est plus subtil. Le couple T_D dépend de V au travers du courant $J_0(V)$ mesuré à $\theta = 0$. En première approximation on peut dire que : $J_0 = G_0 V$. D'autre part les polarisations sont affectées par la tension et deviennent asymétriques en fonction de V . Le couple s'exerçant sur l'électrode de droite est fonction de \mathcal{P}_G et donc asymétrique. En revanche, la TMR dépend du produit $\mathcal{P}_G \mathcal{P}_D$, qui est symétrique en V .

Expérimentalement, la dépendance en tension de la TMR n'est visiblement pas symétrique (**figure 2.13**). Comme il a été dit plus haut, la décroissance de la TMR est pour partie due aux interactions inélastiques, aux interactions électron/phonon et électron/magnon. Les collisions inélastiques pourraient expliquer l'asymétrie des courbes $G(V)$. Une autre hypothèse est que les deux électrodes ne sont pas de la même qualité de part et d'autre de la barrière. Mais vraisemblablement il faut invoquer la déformation de la surface de Fermi avec V : le couplage des états de part et d'autre de la barrière s'en trouve modifié. Cela dépend de la structure électronique de l'empilement entier et non pas des deux seules interfaces F/I et I/F prises séparément comme le fait Slonczewski [32]. Le facteur $\mathcal{P}_G \mathcal{P}_D$ n'est pas forcément symétrique.

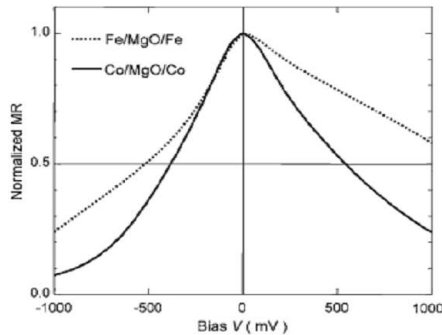


FIG. 2.13 : Variation de la magnéto-résistance en fonction de la tension appliquée pour $Co(001)/MgO(001)/Co(001)$ et pour $Fe(001)/MgO(001)/Fe(001)$ avec 2.2 nm de MgO [65]

2.3.2 Expériences récentes

Les progrès récents des techniques de dépôts et de nano-fabrication ont permis de mettre en évidence expérimentalement le transfert de spin dans les jonctions tunnel. En particulier, suite aux travaux de Suzuki *et al.* puis de Yuasa *et al.* et de Parkin *et al.*, on sait désormais fabriquer des barrières tunnel de MgO de faible résistivité, ce qui permet d'injecter de fortes densités de courant sans détruire la jonction. Le point remarquable de ces résultats est que la TMR reste raisonnablement élevée même pour des épaisseurs de MgO très faible : elle est passée de 15 % à 410 % ($RA = 4 \Omega \cdot \mu m^2$) en 2006.

Diverses séries d'expériences ont été menées, similaires à celles faites sur les valves de spin :

- caractérisation sous champ uniquement de la TMR, dépendance angulaire et décroissance en fonction de la tension V
- mise en évidence et mesure du transfert de spin en mode statique, sous un champ statique : Fuchs *et al.* [76] l'ont évalué de manière indirecte en cherchant le point de compensation avec le couple dû au champ. La dépendance en tension du transfert de spin et de la TMR est analysée
- observation du renversement de l'aimantation sous courant seul, mesure des courants critiques [78–80, 105]
- mesures dynamiques dans le domaine hyperfréquence d'états précessionnels entretenus par le couple de transfert de spin [126] dans les nano-piliers. Ces mesures sont rendues difficiles car, la jonction ayant une forte résistance (de l'ordre de $1k\Omega$), l'adaptation d'impédance à l'entrée des appareils de mesure n'est pas bien réalisée. Cet effet est d'autant plus accentué que les changements brusques de résistance $R_P \rightarrow R_{AP}$ sont importants en relatif (100 %).
- injection d'un courant AC de haute fréquence et expérience de résonance ferromagnétique par transfert de spin [171, 172]

2.4 Conclusion

Le phénomène de transfert de spin fournit un concept très novateur dans le domaine de l'électronique de spin. En effet il devient possible de manipuler l'aimantation sans recourir à un champ magnétique extérieur. En particulier l'écriture d'une cellule d'un mémoire électronique MRAM est simplifiée car elle s'effectue avec le même circuit que pour la lecture. De nombreux travaux théoriques se sont attachés à définir la forme et l'intensité de ce couple de transfert de spin en fonction du courant appliqué. Aujourd'hui le modèle de Slonczewski et les travaux de Stiles *et al.* convergent vers des résultats identiques. Le couple est la convolution de deux contributions : l'une varie en $\sin\theta$, l'angle entre les aimantations des deux couches, et l'autre est asymétrique en θ . Il est fortement lié aux propriétés de magnéto-résistance car il dépend de la forme de l'accumulation de spin aux interfaces ferromagnétique/métal normal.

Les propriétés du transfert de spin sont sensiblement différentes dans le cas des jonctions tunnel. La dépendance angulaire est simplement en $\sin\theta$ et le couple est également symétrique en fonction de la tension V . Mais cela n'est a priori vrai que si les électrodes sont symétriques (de polarisation identique) et sans désordre aux interfaces ; or les dispositifs expérimentaux ont souvent une structure plus complexe, ce qui limite la validité des résultats.

Chapitre 3

Méthodes numériques

3.1 Bases théoriques

L'objet de cette thèse est l'étude de la dynamique de l'aimantation dans des structures magnétiques. Cette partie détaillera l'ensemble des interactions auxquelles est soumise l'aimantation dans un solide. Dans un deuxième temps nous établirons la loi d'évolution d'une distribution de moment magnétique (aimantation) quand elle est soumise à un champ et/ou à un courant.

3.1.1 Description quantique

Le moment magnétique élémentaire est le spin des électrons. Sur un site donné, on peut alors définir le moment magnétique porté par un atome. La résultante de l'ensemble des moments magnétiques atomiques est l'aimantation. On peut ensuite passer de grandeurs définies dans un formalisme quantique à une grandeur observable aux échelles micro et macroscopique.

Moment magnétique d'un électron

Considérons une particule chargée placée sur une orbite circulaire. En mécanique classique, ce mouvement de rotation lui confère un moment cinétique \mathcal{L} et un moment magnétique orbital $\boldsymbol{\mu}$. Pour une particule de charge q et de masse m , les moments cinétique et magnétique sont reliés par :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{q}{2m} \mathcal{L} \quad (3.1)$$

Dans le cadre de la théorie électrodynamique des champs, l'électron est caractérisé par une grandeur intrinsèque, le *spin*, qui apparaît "naturellement" dans l'équation de Dirac (qui se substitue à l'équation de Schrödinger dans le cadre relativiste), caractérisé par le nombre s qui est soit entier ou demi-entier. L'interprétation physique traditionnelle est la vision d'une particule animée d'un mouvement de rotation sur elle-même. Cela lui confère un moment cinétique intrinsèque, dit "de spin", noté $\hat{\mathbf{s}}$. Mathématiquement cet opérateur quantique vectoriel peut se mettre sous la forme suivante :

$$\hat{\mathbf{s}} = \frac{1}{2} \hbar \boldsymbol{\sigma} \quad (3.2)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le vecteur des matrices de Pauli. L'électron est une particule de spin un demi : $s = 1/2$. Le moment cinétique de spin a pour module $\sqrt{s(s+1)}\hbar$ et sa projection sur un axe quelconque peut prendre uniquement les valeurs quantifiées $m_S \hbar/2$ ($m_S = \pm 1/2$).

A ce moment cinétique intrinsèque, on associe un moment magnétique intrinsèque de spin :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_S = g \frac{-|e|\hbar}{2m} \hat{\mathbf{s}} = \gamma \hat{\mathbf{s}} \quad (3.3)$$

où g est le facteur de Landé de l'électron¹ et $\gamma = g\mu_B/\hbar < 0$ est appelé rapport gyromagnétique. $\mu_B = -|e|\hbar/2m$ est le magnéton de Bohr. Le module du moment magnétique vaut $g\mu_B\sqrt{s(s+1)}$ et sa projection sur un axe quelconque vaut $m_S g\mu_B$.

¹ Ce facteur peut s'écrire sous la forme d'un développement en puissances de la constante de la structure hyperfine $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$, et vaut environ 2,0023. Mais on le prendra égal à 2 par la suite pour simplifier les calculs

Moment magnétique d'un atome

Dans un atome, un électron est également doué d'un moment cinétique orbital $\hat{\mathbf{L}}$ dû à son mouvement autour du noyau. Ce moment est de norme égale à $\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$, sa projection sur un axe vaut $m_\ell\hbar$, où m_ℓ est un nombre quantique entier. On lui associe un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}_L$ (d'amplitude $\sqrt{\ell(\ell+1)}\mu_B$ et dont la composante selon une direction donnée vaut $m_\ell\mu_B$).

Le moment cinétique total de l'électron est alors la somme des deux contributions : $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$. Les opérateurs quantiques $\hat{\mathbf{J}}$ et \hat{J}_z^2 ont pour valeurs propres respectivement $m_J\hbar$ et $J(J+1)\hbar^2$.

Le moment magnétique porté par un atome dépend du nombre d'électrons non appariés. Comme l'électron est un fermion, la loi de Pauli autorise deux électrons à occuper des états de même énergie pourvu qu'ils ne soient pas dans le même état quantique. Ils ne contribuent pas au moment magnétique de l'atome. Le remplissage des couches électroniques est régi par les règles de Hund : le remplissage doit maximiser dans l'ordre S (le spin total), puis L (le moment orbital total) et enfin J . Si l'atome possède N électrons sur sa couche externe, le vecteur \mathbf{J} est quantifié :

$$\begin{aligned} J &= |M_\ell - M_S| & \text{si } N \leq 2\ell + 1 \\ J &= M_\ell + M_S & \text{si } N \geq 2\ell + 1 \end{aligned}$$

où M_ℓ et M_S sont la somme des nombres quantiques $m_{\ell,i}$ et $m_{s,i}$ de chacun des électrons. Les $2\ell + 1$ premiers électrons placés dans une couche ont des spins alignés, puis les suivants ont une direction de spin opposée, ce qui réduit le moment cinétique total. Il est maximal pour une couche à demi-remplie.

Le moment magnétique total d'un atome libre vaut :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \hat{\boldsymbol{\mu}}_L + \hat{\boldsymbol{\mu}}_S = g_J\mu_B\hat{\mathbf{J}} \quad (3.4)$$

où le facteur de Landé g_J dépend des nombres quantiques S , L et J (qui sont respectivement la somme des nombres quantiques s_i , ℓ_i et J_i) :

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (3.5)$$

Moment magnétique d'un solide

Dans un solide, les électrons peuvent être localisés sur les atomes du réseau (électrons de valence) ou libres. Le moment magnétique observable est la somme de tous les moments atomiques individuels, chacun ayant une orientation aléatoire. Un solide présente un moment résultant non nul s'il existe un ordre local de spin. On définit l'aimantation comme le moment magnétique par unité de volume :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \sum_{\text{site } i} \boldsymbol{\mu}_i = \frac{1}{V} \langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle \quad (3.6)$$

la moyenne étant prise au sens quantique².

² Rappelons que la moyenne d'un opérateur s'obtient en appliquant l'opérateur densité : $\langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle = \text{tr } \rho \hat{\boldsymbol{\mu}}$

Dans la nature, certains matériaux peuvent être aimantés par application d'un champ extérieur et présentent une aimantation remanente, quand le champ redevient nul. Pour expliquer cette caractéristique, deux raisons peuvent être invoquées : l'alignement des moments magnétiques atomiques selon la direction du champ appliqué, et les interactions spin-spin. Lorsque tous les moments sont alignés, l'aimantation atteint sa valeur maximale M_S , sa valeur à saturation.

3.1.2 Interactions

Interaction dipolaire

Les propriétés des matériaux magnétiques s'expliquent par un alignement spontané des moments locaux dans le solide. Quelle est l'interaction qui favorise cet alignement ? On peut penser en premier lieu à l'interaction dipolaire. Le potentiel d'interaction entre deux moments voisins s'écrit (SI) :

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2 - 3(\mathbf{n}_{12} \cdot \boldsymbol{\mu}_1)(\mathbf{n}_{12} \cdot \boldsymbol{\mu}_2)}{r_{12}^3} \right] \quad (3.7)$$

où \mathbf{n}_{12} est le vecteur unitaire entre les moments 1 et 2. Un rapide calcul montre que l'interaction dipolaire entre les spins de deux électrons situés sur deux atomes voisins est de l'ordre de $10^{-4} eV$, ce qui ne correspond pas aux températures critiques annulant les propriétés magnétiques des matériaux usuels (plusieurs centaines de K).

Interaction d'échange

L'interaction d'échange est d'origine purement quantique. Dans le modèle de Heisenberg, on la relie à la différence d'énergie entre l'état *singulet* (d'énergie E_S) et l'état *triplet* (d'énergie E_T) de deux spins \mathbf{s}_1 et \mathbf{s}_2 :

$$\mathcal{H} = -J\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2, \quad J = E_S - E_T \quad (3.8)$$

J est appelée constante d'échange. L'interaction d'échange traduit la superposition des fonctions d'onde de deux électrons sur un même site. Si $J > 0$, l'alignement parallèle est favorisé : le matériau est ferromagnétique. Au contraire, si $J < 0$, les spins sont alignés dans des sens opposés et le matériau est dit anti-ferromagnétique. Ce couplage est de courte portée (entre plus proches voisins), cependant d'autres mécanismes (super-échange, échange itinérant ...) peuvent agir sur de plus grandes distances.

Interaction Zeeman

Chaque moment magnétique individuel tend à s'aligner avec un champ magnétique externe \mathbf{B} par interaction Zeeman. Le potentiel d'interaction s'écrit : $U = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$. Cependant l'ordre de grandeur de cette énergie est bien plus faible que l'agitation thermique $k_B T$, même pour des champs élevés. Un champ externe seul ne devrait pas suffire à aligner les spins d'un matériau magnétique, qui serait alors désordonné à température ambiante (état *super-paramagnétique*). L'interaction d'échange est donc principale responsable de l'ordre magnétique. Dans la suite de cette thèse, qui concerne uniquement des matériaux ferromagnétiques, on se place suffisamment loin de la température critique pour considérer leur aimantation comme uniforme et proche de M_S^3 .

³ La température critique du $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$ est de 655 K ($M_S=0.77$ T) et celle du Cobalt vaut 1388 K ($M_S=1.76$ T).

3.1.3 Equation du mouvement

Considérons un moment magnétique \mathbf{M} placé dans un champ magnétique externe \mathbf{B} . L'évolution temporelle de l'aimantation est donnée par la conservation de l'opérateur densité :

$$i\hbar \frac{d\hat{\rho}}{dt} = [\hat{\rho}, \mathcal{H}] \quad (3.9)$$

où l'hamiltonien de l'interaction Zeeman s'écrit : $\mathcal{H} = -\hat{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{B}$. L'équation qui régit l'évolution de la valeur moyenne de l'opérateur aimantation $\hat{\mathbf{M}}$ s'écrit :

$$i\hbar \frac{d\langle \hat{\mathbf{M}} \rangle}{dt} = \langle \hat{\rho} [\hat{\mathbf{M}}, \mathcal{H}] \rangle = i\hbar \gamma \langle \hat{\mathbf{M}} \rangle \times \mathbf{B} \quad (3.10)$$

d'après les règles de commutation de $\hat{\mathbf{s}}$ avec l'hamiltonien \mathcal{H} . En prenant $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ (en notations SI), on aboutit à l'équation établie par Landau et Lifshitz [82] :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \mu_0 \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H} \quad (3.11)$$

La constante γ_0 est ici positive. Cette équation décrit le mouvement de précession de l'aimantation \mathbf{M} autour du champ magnétique \mathbf{H} . La fréquence de précession ω est appelée fréquence de Larmor : $\omega = \gamma_0 \|\mathbf{H}\|$. Au cours de ce mouvement, le module de \mathbf{M} est conservé et l'énergie reste constante.

Dans un système physique réel, la rotation de l'aimantation s'amortit car l'énergie est dissipée progressivement dans l'environnement par de multiples mécanismes. On peut invoquer la présence de défauts structuraux dans le solide, les interactions électron-magnon, électron-phonon, etc ... Ces interactions ramènent l'aimantation vers son état d'équilibre, parallèlement au champ \mathbf{H} . C'est pourquoi on modélise la relaxation par un terme de frottement hydrodynamique. On attend du couple d'amortissement qu'il vérifie trois critères : (i) il est proportionnel à la vitesse de l'aimantation, (ii) il est orthogonal à \mathbf{M} , il conserve donc sa norme égale à M_S et (iii) un fort amortissement favorise la relaxation vers \mathbf{H} , bien que, simultanément, il ralentisse cette vitesse de retour à l'équilibre. Gilbert a proposé la forme suivante, ajoutée à l'équation de Landau-Lifshitz [82] :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{\alpha}{M_S} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}} \quad (3.12)$$

Ce n'est pas l'unique manière de modéliser l'amortissement, mais l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert (par la suite citée sous l'acronyme LLG) donne une image satisfaisante de la dynamique de l'aimantation dans les matériaux ferromagnétiques que nous modélisons. Le paramètre de Gilbert, α , est un coefficient phénoménologique, et ne peut traduire parfaitement la complexité des processus sous-jacents. L'interprétation, l'évaluation et même les mesures expérimentales de α demeurent des questions délicates. Mais en ce qui concerne les simulations, il est pris en première approximation comme constant pour un matériau donné et pour une méthode de fabrication particulière [83].

Comme l'équation de Landau-Lifshitz le laisse entrevoir implicitement, un système magnétique est placé dans un potentiel thermodynamique complexe au travers du champ interne \mathbf{H} . Le champ magnétique \mathbf{H} est le champ effectif ressenti par le spin $\hat{\mathbf{s}}$. Il comprend le champ appliqué \mathbf{B} et la contribution des moments magnétiques voisins. Il est relié à l'énergie ϵ du système par :

$$\boxed{\mathbf{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta \epsilon}{\delta \mathbf{M}}} \quad (3.13)$$

L'énergie dissipée par le système au cours du mouvement vaut :

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha\mu_0}{\gamma_0 M_S} \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right)^2 d\mathbf{r} \quad (3.14)$$

Le coefficient α décrit donc le rythme de dissipation d'énergie au cours du temps. En l'absence de dissipation, pour de petits déplacements de l'aimantation, une solution de l'équation de Landau-Lifshitz est une trajectoire précessionnelle autour du champ effectif, de fréquence f :

$$f = \frac{\gamma_0}{2\pi} \sqrt{(H + (N_y - N_z)M)(H + (N_z - N_x)M)} \quad (3.15)$$

où $N_{x,y,z}$ sont les facteurs du champ démagnétisant de l'objet étudié ($N_x=N_y=0$, $N_z=1$ dans le cas d'une couche mince étendue). Cette fréquence, appelée fréquence de Kittel [84], est la fréquence de résonance du mode uniforme pour un ellipsoïde isolé. Le mouvement de précession se fait à énergie constante si $\alpha=0$. Dans un solide, l'aimantation locale $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ oscille autour du vecteur champ effectif local $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{r})$, dépendant de la distribution d'aimantation dans l'ensemble du système. Un élément magnétique de taille nano-métrique peut être vu comme un ensemble d'oscillateurs couplés par échange.

A l'équilibre

A l'équilibre, l'équation de Landau-Lifshitz indique que :

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

dans tout le volume du matériau magnétique. Une attention particulière doit être portée aux conditions de bords. A la frontière du système magnétique, le couplage d'échange est dissymétrique. Cela se traduit par une énergie de surface, et donc par une condition spécifique sur le gradient de \mathbf{m} . En l'absence d'anisotropie de surface ou de couplage avec l'environnement extérieur (avec une couche oxydée anti-ferromagnétique par exemple), l'aimantation doit vérifier :

$$\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{0} \quad (3.18)$$

Cette égalité est la condition s'appliquant à des bords libres. La modification de l'environnement autour du système magnétique (couplage avec un autre matériau magnétique, anisotropie de surface, etc ...) conduit à une expression différente du gradient de l'aimantation aux bords.

3.2 Modèle micro-magnétique

La description du magnétisme au niveau atomique exposée au paragraphe précédent a permis d'établir la relation maîtresse de la dynamique de l'aimantation, l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert. Cependant, si petites que soient les nano-structures fabriquées par les techniques actuelles de la micro-électronique, leurs dimensions restent plusieurs ordres de grandeur plus grandes que les distances inter-atomiques. Malheureusement, modéliser la dynamique de plusieurs millions

de moments magnétiques atomiques simultanément demeure hors de portée des ordinateurs actuels. Les physiciens ont donc besoin d'un ensemble d'équations plus restreint afin de décrire le comportement collectif des moments magnétiques aux échelles mésoscopiques.

Le modèle du micro-magnétisme fixe un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- le système est décrit par l'aimantation \mathbf{M} qui est le moment magnétique moyenné sur un volume grand par rapport aux distance interatomiques
- $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ sont supposées être des variables continues du temps et de l'espace
- les variations spatiales et temporelles de \mathbf{M} sont lentes
- l'aimantation est de norme constante et uniforme égale à M_S , sa valeur à saturation : $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_S \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$

Moyennant ces hypothèses, on traite un ensemble de moments atomiques individuels comme une distribution continue de moment magnétique \mathbf{M} . Il faut définir les relations qui régissent le mouvement de l'aimantation dans le modèle micromagnétique. Tout d'abord seront détaillées les différentes contributions au champ effectif. Dans un deuxième on précisera les conditions de bords pour \mathbf{m} (elles peuvent aussi être dérivées par une méthode variationnelle [85]). La dernière partie est consacrée à la description du modèle numérique employé durant cette thèse.

3.2.1 Champ effectif

Champ d'échange

Le couplage d'échange entre deux spins voisins est décrit par l'hamiltonien d'Heisenberg. Dans la limite des faibles gradients d'aimantation, l'énergie d'échange s'écrit :

$$\epsilon = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \approx -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J |\mathbf{s}|^2 \left(1 - \frac{1}{2} [(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{m}_i]^2\right) \quad (3.19)$$

A la limite continue, l'énergie d'échange s'écrit :

$$\epsilon = A (\nabla \mathbf{m})^2 \quad (3.20)$$

où la constante d'échange A est égale à $\frac{1}{2a} J |\mathbf{s}|^2$ (a est le paramètre de maille du réseau, c'est-à-dire la distance entre deux moments magnétiques voisins). Le champ effectif associé est :

$$\mathbf{H}_{exch} = \frac{2A}{\mu_0 M_S} \nabla^2 \mathbf{m} \quad (3.21)$$

Il s'agit d'une interaction à courte portée, qui tend à rendre la distribution d'aimantation uniforme. La distance caractéristique sur laquelle elle s'exerce est appelée longueur d'échange :

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_S^2}} \quad (3.22)$$

qui est de l'ordre de quelques nanomètres pour les matériaux ferromagnétiques usuels (4,5 nm pour le $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$).

Champ d'anisotropie

Les moments magnétiques sont placés sur chacun des sites du réseau atomique. Le champ électrique local ayant la symétrie du réseau, les orbitales sont orientées de manière anisotrope. L'interaction spin-orbite définit ainsi des directions de facile aimantation, selon la géométrie du réseau. L'anisotropie magnéto-cristalline peut être uniaxiale, cubique, quadratique, etc ... La forme générale de l'énergie dans un système cubique est :

$$\epsilon = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2 + \dots \quad (3.23)$$

où α_i est le cosinus de l'aimantation avec l'axe cristallographique i . La constante K_1 est négative pour le Nickel et de l'ordre de $-5 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3$ mais positive pour le Fer ($4,2 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$). Dans le cas d'une anisotropie uniaxiale selon \mathbf{u}_K (et cela suffit pour les matériaux étudiés par la suite), l'énergie correspondante se présente sous la forme :

$$\epsilon = K_u(1 - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}_K)^2) \quad (3.24)$$

La constante d'anisotropie prend des valeurs qui sont de l'ordre de $5 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$ dans le cas du cobalt hexagonal. Le champ d'anisotropie s'écrit :

$$\mathbf{H}_{an} = \frac{2K_u}{\mu_0 M_S} \mathbf{m} \cdot \mathbf{u}_K \quad (3.25)$$

D'autre part il peut exister une anisotropie de surface qui se met sous la forme :

$$\epsilon = K_S(1 - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})^2) \quad (3.26)$$

où \mathbf{n} est la normale à la surface. Cela conduit à une nouvelle condition sur le gradient de l'aimantation à l'interface :

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{K_S}{A} (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{n} - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})\mathbf{m}) \quad (3.27)$$

Certains auteurs ont suggéré que les techniques de nano-fabrication provoquent une amorphisation des matériaux magnétiques en particulier sur les bords des nano-piliers. Ceci peut être modélisé via une anisotropie de bord aléatoire, ou bien par une augmentation locale du coefficient d'amortissement α . D'autre part l'oxydation du Nickel présent dans le Permalloy conduit à la formation de NiO, anti-ferromagnétique, sur les bords des nano-piliers. Ce couplage se traduit par une condition de bord spécifique, et sa contribution à l'énergie du système est du type $\epsilon_{AF} = J_{AF}(1 - \mathbf{m} \cdot \mathbf{m}')$, \mathbf{m}' étant la direction du vecteur aimantation du matériau anti-ferromagnétique à l'interface.

Champ Zeeman

Comme vu plus haut, une contribution à l'énergie du système provient de l'interaction avec le champ externe :

$$\epsilon = -\mu_0 M_S \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} \quad (3.28)$$

Champ démagnétisant

Un traitement spécifique doit être accordé aux interactions dues au comportement collectif des spins. D'un point de vue magnéto-statique, l'aimantation est reliée à \mathbf{B} et à \mathbf{H} au travers des équations de Maxwell. L'équation $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}$ permet de définir des courants électriques internes liés j_{lies} , vérifiant :

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H}_{lies} &= \mathbf{0} \\ \nabla \cdot \mathbf{H}_{lies} &= -\nabla \cdot \mathbf{M}\end{aligned}\quad (3.29)$$

Cette dernière relation montre que H_{lies} dérive d'un potentiel scalaire. A partir de ce potentiel, on peut construire une distribution de charges "magnétiques", comportant deux contributions, une de volume et une autre de surface :

$$\begin{aligned}\rho_m &= -\mu_0 \nabla \cdot \mathbf{M} \\ \sigma_m &= \mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}\end{aligned}\quad (3.30)$$

où \mathbf{n} est le vecteur normal à la surface orientée vers l'extérieur. Bien que la nature dipolaire du magnétisme interdise l'existence de véritables charges, l'analogie électro-statique fonctionne remarquablement. On en déduit le potentiel dont dérive le champ démagnétisant :

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_d &= -\nabla \phi_d \\ \phi_d(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\mu_0} \left[\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' + \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^2\mathbf{r}' \right]\end{aligned}$$

La contribution magnéto-statique à l'énergie du système est alors :

$$\epsilon = -\frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{M}\quad (3.31)$$

La somme des charges magnétiques sur tout le volume et toutes les surfaces est nulle. D'autre part l'énergie magnéto-statique est toujours positive ou nulle, ce qui explique que la configuration de l'aimantation, à l'équilibre, tende à limiter l'existence de pôles magnétiques. En particulier \mathbf{m} est de préférence parallèle aux bords (dans le cas de systèmes à géométrie confinée) ; dans le volume les structures à divergence nulle sont favorisées. Ceci a en contrepartie un coût en énergie d'échange. Notons que le champ démagnétisant est une interaction à longue portée, au contraire de l'échange. La compétition entre les effets magnéto-statiques et d'échange explique l'apparition de domaines magnétiques dans les objets de taille microscopique.

Le champ démagnétisant en un point donné dépend de la distribution de charges magnétiques (et donc de l'aimantation) dans tout le système, et pas seulement des plus proches voisins. Le potentiel d'interaction est non-local, et non-linéaire, ce qui explique la complexité de la dynamique de l'aimantation.

Transfert de spin

Le phénomène de transfert de spin se traduit par un couple qui s'exerce sur l'aimantation, et dont la forme générale est (chapitre 2) :

$$\mathbf{T} = \Gamma_{ST} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{p})\quad (3.32)$$

où \mathbf{p} est la direction de polarisation des électrons incidents sur la couche magnétique et Γ_{ST} est un préfacteur spécifique au modèle choisi. Il tient compte de la dépendance

angulaire de la polarisation (c'est-à-dire la variation selon l'angle entre l'aimantation de la couche libre et celle de la couche dure, qui fixe la polarisation des électrons) et dépend des divers paramètres matériaux. Il s'écrit de manière synthétique :

$$\Gamma_{ST} = -\frac{|g|\mu_B}{2M_S^2} \frac{1}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} = -\frac{\gamma_0}{\mu_0 M_S^2} \frac{\hbar}{2} \frac{1}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} \quad (3.33)$$

où d est l'épaisseur de la couche magnétique étudiée, J la densité de courant la parcourant et \mathcal{P} la polarisation des électrons incidents. Cette forme du préfacteur fait apparaître clairement les principales caractéristiques du transfert de spin. Le couple est proportionnel au moment cinétique porté par chaque électron ($\hbar/2$), multiplié par le flux d'électrons (J/e), transfert pondéré par un coefficient d'efficacité (\mathcal{P}). De plus les courants critiques de renversement diminuent avec le carré de l'aimantation à saturation. Les systèmes où le transfert de spin est le plus important sont donc des couches fines (inversement proportionnel à l'épaisseur d) de matériaux magnétiques à faible aimantation à saturation, tels que le Permalloy. Cependant on ne peut choisir des matériaux à trop bas M_S sans sacrifier la stabilité thermique de la nano-structure.

Le coefficient \mathcal{P} ne tient pas uniquement compte du degré de polarisation des électrons incidents sur la couche libre. Il dépend également de l'épaisseur des différentes couches magnétiques, qui modifie le profil d'accumulation de spin aux interfaces. Dans certaines conditions, il est même possible de le rendre négatif [86]. Il varie aussi avec l'angle θ entre les aimantations des deux électrodes magnétiques. Cette dépendance angulaire est un point essentiel que les expériences et les simulations numériques ont tenté d'analyser au cours de ces dernières années. Dans le modèle le plus simple, la polarisation est constante. Dans [25] Slonczewski fait apparaître un facteur d'asymétrie χ caractéristique de la géométrie de l'empilement. Le préfacteur se met sous la forme :

$$\Gamma = -\frac{\gamma_0}{\mu_0 M_S^2} \frac{\hbar}{2} \frac{1}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} g(\theta)$$

avec

$$g(\theta) = \frac{\Lambda \mathcal{P}}{4(\Lambda \cos^2(\theta/2) + \Lambda^{-1} \cos^2(\theta/2))} \quad (3.34)$$

où $\Lambda = \sqrt{1 + \chi}$. Si $\chi = 0$, le couple est symétrique en θ par rapport à $\pi/2$. Plus χ est important, plus le couple est intense aux grands angles, et faible pour les petits angles. Dans le cas de jonctions tunnel, l'asymétrie est censée être nulle, mais ce point reste un sujet d'investigations expérimentales.

Champ thermique

L'effet des fluctuations thermiques est délicat à modéliser et par la suite nous nous limiterons à une seule approche, le modèle de Brown [87]. Il stipule que, à l'échelle atomique, les moments magnétiques sont soumis à une force aléatoire (force de Langevin) qui les fait fluctuer autour de leur position d'équilibre de manière stochastique. La distribution des déviations par rapport à la position à l'équilibre est une gaussienne dont la largeur augmente avec la température. Ce modèle n'est valable que dans la limite où $T \ll T_C$. Cependant la plupart des matériaux ferromagnétiques usuels ont une température critique bien supérieure à 300 K.

Pour une particule mono-domaine, l'agitation thermique est modélisée par un champ d'amplitude et d'orientation aléatoire, qui vient s'ajouter aux différents termes du champ effectif. C'est un signal aléatoire, ce qui signifie l'absence de corrélations

temporelles et spatiales. Puisque le système est discrétisé à la fois en espace et en temps, la moyenne et la fonction d'autocorrélation de ce bruit s'écrivent :

$$\langle \mathbf{H}(\mathbf{r}_i, t_k) \rangle = 0 \quad (3.35)$$

et

$$\langle \mathbf{H}(\mathbf{r}_1, t_1) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = \mu \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) \quad (3.36)$$

d'après le théorème de fluctuation-dissipation. La variance μ est proportionnelle à la température, et est fonction de l'aimantation à saturation, du coefficient d'amortissement et du volume V de l'élément magnétique (le volume d'une cellule du maillage dans le cas des calculs micromagnétiques) :

$$\mu = \frac{2\alpha k_B T}{\mu_0 M_s V \gamma_0} \quad (3.37)$$

L'amplitude des fluctuations est d'autant plus grande que ce volume est petit. La validité du modèle de Langevin n'est pas établie quand le pas de maillage tend vers 0. Ce modèle postule que chaque cellule est à tout moment à l'équilibre thermique avec le milieu environnant. C'est pourquoi il est nécessaire que le pas de temps des calculs soit beaucoup plus petit que le temps caractéristique du mouvement de l'aimantation.

Champ d'Ampère

Les calculs micromagnétiques réalisés dans cette thèse tiennent compte du champ magnétique généré par le passage du courant dans la structure. Le champ d'Ampère créé par les amenées de courant n'est pas inclus ; la plupart des dispositifs expérimentaux sont dessinés pour minimiser son amplitude au niveau du nano-pilier. Le champ d'Ampère (ou champ d'Oersted) se calcule d'après le théorème d'Ampère.

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \mu_0 I_{int} \quad (3.38)$$

où I_{int} est le courant passant à l'intérieur de la surface délimitée par la frontière Γ (J_{int} est la densité de courant correspondante). Le champ d'Ampère est tangentiel aux bords du pilier. Pour un fil cylindrique infini, il est nul au centre du conducteur ; à l'intérieur, le champ magnétique varie linéairement avec la distance au centre :

$$|\mathbf{H}_{Oe}| = I_{int} \frac{r}{2\pi R^2} = J_{int} \frac{r}{2} \quad (3.39)$$

où R est le rayon du nano-pilier dans une direction donnée. A l'extérieur du nano-pilier, l'amplitude du champ décroît en $1/r$:

$$|\mathbf{H}_{Oe}| = I_{int} \frac{1}{2\pi r} = J_{int} \frac{R^2}{2r} \quad (3.40)$$

Le champ d'Oersted est donc maximal au bord du nano-pilier, et son amplitude maximale ($JR/2$) est proportionnelle à sa taille. Etant donné les fortes densités de courant nécessaires pour observer les effets du transfert de spin, il n'est pas possible de négliger ce terme de champ magnétique. Si on considère seulement un cylindre de longueur finie L , le champ d'Oersted est plus faible que pour un conducteur infini, mais reste d'intensité notable, notamment aux bords.

3.2.2 Ensemble d'équations adimensionnées

L'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert énoncée plus haut est écrite en unités SI; cependant l'usage des conventions CGS est encore largement répandu et reste pour certains plus facile d'emploi. Par commodité, nous avons tenté de travailler autant que possible avec des variables adimensionnées, ce qui limite le risque de confusions et améliore la lisibilité des résultats. Par la suite l'aimantation \mathbf{M} , les champs magnétiques \mathbf{H} , les différentes énergies ϵ et le temps t sont normés selon les conventions résumées dans le **tableau 3.1**.

	\mathbf{m}	\mathbf{h}	ω	τ
<i>CGS</i>	$\frac{\mathbf{M}}{M_S}$	$\frac{\mathbf{H}}{4\pi M_S}$	$\frac{\epsilon}{4\pi M_S^2}$	$4\pi\gamma M_S t$
<i>SI</i>	$\frac{\mathbf{M}}{M_S}$	$\frac{\mathbf{H}}{M_S}$	$\frac{\epsilon}{\mu_0 M_S^2}$	$\gamma_0 M_S t$

TAB. 3.1 : Tableau de conversion des variables en grandeurs adimensionnées selon leur système d'unités (SI ou CGS).

Une fois ces transformations faites, l'équation Landau-Lifshitz se présente sous une forme indépendante des unités des paramètres magnétiques :

$$\frac{d\mathbf{m}}{d\tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} - \chi[\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{p})] + \alpha \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{d\tau} \quad (3.41)$$

Le terme de transfert de spin est précédé d'un préfacteur adimensionné également :

$$\chi = \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\mu_0 M_S^2} \frac{1}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} \quad (3.42)$$

3.2.3 Méthode des différences finies

Description

Il nous faut résoudre l'équation 3.41 en tout point du système magnétique, en fonction du temps. Dans le cas général, il n'existe pas de solution analytique à cette équation, il faut donc l'évaluer numériquement. Pour ce faire, nous opérons simultanément une discrétisation en temps et en espace. Le code de calcul développé par J. Miltat, que j'ai repris, est basé sur l'évaluation du champ effectif, plutôt que sur l'évaluation de l'énergie. Ce calcul nécessite de connaître la valeur de \mathbf{m} en tout point du volume et sur chacune des faces latérales (pour évaluer les charges de surfaces), d'en connaître les dérivées premières dans le volume (pour les charges de volumes) ainsi que les dérivées secondes (pour le champ d'échange). La méthode des différences finies est particulièrement adaptée pour évaluer les dérivées spatiales avec une bonne précision en développant \mathbf{m} en série de Taylor.

Un maillage régulier est appliqué sur l'objet, qui est subdivisé en N cellules identiques. Dans notre cas, le système, la couche libre d'un nano-pilier, est représenté par une seule couche de cellules parallépipédiques. Ces cellules sont notées ijk et les nouvelles variables sont les aimantations au centre de chacune des cellules :

$\mathbf{m}_{ijk} = \mathbf{m}(\mathbf{r}_{ijk})$ (de même pour le champ effectif \mathbf{h}_{eff}). On suppose que l'aimantation est une forme trilineaire de x , y et z à l'intérieur de chaque cellule, ce qui revient à dire que la divergence est uniforme dans la cellule. D'autre part les charges de surface sont prises comme constantes sur chaque facette des cellules de bord.

Dans ce paragraphe un soin particulier est apporté au détail du calcul du champ effectif, et en particulier le champ démagnétisant. Ensuite on montrera comment sont implémentées les conditions de bord dans ce modèle de différences finies. Enfin est abordé le problème du calcul des différentes énergies magnétiques.

D'autres groupes travaillant sur le micromagnétisme utilisent les méthodes d'éléments finis, où le maillage n'est pas uniforme et les cellules sont pyramidales. Elles ont pour avantage de pouvoir facilement affiner le maillage localement, dans les zones où les gradients de \mathbf{m} sont importants, mais elles se prêtent mal à un calcul rapide du champ démagnétisant.

Calcul du champ démagnétisant

Le point le plus couteux en complexité, en temps de calcul et capacité de mémoire est le calcul du champ démagnétisant. D'après l'équation 3.31, il s'écrit :

$$\mathbf{H}_d(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left[\int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 \mathbf{r}' + \int_S \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' \right] \quad (3.43)$$

La contribution des charges de volume et de surface est illustrée dans la **figure 3.1** :

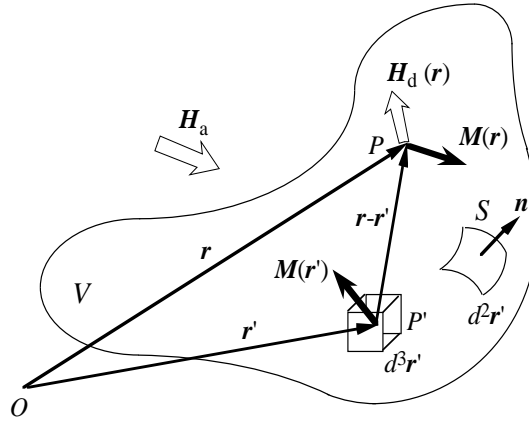


FIG. 3.1 : Charges magnétiques de volume (pour un élément $dV = d^3 r'$) et charges de surface (pour une facette $dS = d^2 r'$) ; notations pour le calcul du champ démagnétisant au point P

Dans un modèle de différences finies, une fois projeté sur une grille de pas a , on obtient :

$$\mathbf{H}_d = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left[\sum_{i'j'k'} \rho_{i'j'k'} \int_{V_{i'j'k'}} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 \mathbf{r}' + \sum_{l'm'n'} \sigma_{l'm'n'} \int_{S_{l'm'n'}} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^2 \mathbf{r}' \right] \quad (3.44)$$

où \mathbf{r}' est un vecteur pointant dans la cellule indiquée $i'j'k'$ ou bien vers un élément de surface rattaché à la cellule $l'm'n'$. Cette équation traduit le fait qu'on considère les

charges comme uniformes (dans une cellule ou sur une facette). Le champ démagnétisant est alors une combinaison linéaire des coefficients sous forme intégrale calculés pour chaque élément volumique (une cellule du maillage) et pour chaque élément de surface. Ils sont constants et ne dépendent que de la géométrie du système. Ils peuvent donc être calculés une fois pour toute avant même d'effectuer la simulation. Les coefficients correspondant aux charges de volume sont de la forme :

$$C_V^x(\mathbf{r}) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{x - x'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dx' dy' dz' \quad (3.45)$$

C'est la composante x du champ démagnétisant généré par un élément de volume délimité par $\{(x_1; x_2), (y_1; y_2), (z_1; z_2)\}$ et évalué au point \mathbf{r} . Dans le code de calcul employé dans cette étude, on ne calcule la valeur du champ qu'au centre de chaque cellule. Similairement, le coefficient d'interaction correspondant à une charge de surface S_{xy} de vecteur normal \mathbf{z} a pour composante selon z :

$$C_{S_{xy}}^z(\mathbf{r}) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{z - z'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dx' dy' \quad (3.46)$$

Numériquement ces intégrales sont calculées à l'aide d'un nombre restreint de fonctions de bases [88]. Ces fonctions reflètent la symétrie des sources de champ démagnétisant (cellules parallélépipédiques, surfaces rectangulaires) et celle de la couche magnétique (une ellipse dans le cadre de ce travail).

Le champ démagnétisant est évalué à l'aide de l'équation 3.43. C'est un produit de convolution, il peut donc être calculé très rapidement par Transformée de Fourier, et notamment à l'aide d'algorithmes de Transformée de Fourier Rapide (voir l'Annexe B ou [89]). Si N est le nombre de charges (de volume ou de surface), le nombre d'opérations à effectuer varie en $N \log(N)$, au lieu d'une loi en N^2 pour la sommation directe. Les données sont alors organisées en vecteurs complétés par des zéros afin que leur taille soit une puissance de 2 (de façon à ce que le vecteur comporte au moins autant de zéros que de données réelles), ce qui autorise l'emploi d'algorithmes plus efficaces. De plus le vecteur contenant les données doit être prolongé par N zéros supplémentaires afin de le rendre parfaitement périodique, condition nécessaire pour que le calcul du produit de convolution (TF puis TF inverse) n'altère pas les données.

Calcul des dérivées partielles

Pour estimer le couple s'exerçant sur l'aimantation, il faut calculer chacun des termes du champ effectif. Ce calcul se ramène à l'évaluation de dérivées spatiales (pour les charges de volume) et de dérivées secondes (pour le champ d'échange). Avec la méthode des différences finies, la formulation devient très simple. Considérons une variable continue f , représentant une des composantes de l'aimantation. Son développement de Taylor autour du point x_j s'écrit :

$$\begin{aligned} f'(x_i) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x_i - x_j)^{k-1}}{(k-1)!} f^{(k)}(x_j) \\ f''(x_i) &= \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(x_i - x_j)^{k-2}}{(k-2)!} f^{(k)}(x_j) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Un développement utilisant seulement les deux premiers voisins (d'ordre 2 en a) n'offre pas une précision suffisante pour les calculs micromagnétiques, où les gradients de

l'aimantation peuvent être importants, notamment à proximité des bords. Ainsi par la suite, les dérivées premières et secondes au point x_i sont estimées à l'aide des deux premiers voisins "à gauche" et "à droite" (avec une erreur en $o(a^4)$) :

$$\begin{aligned} f'_i &= \frac{f_{i-2} - 8f_{i-1} + 8f_{i+1} - f_{i+2}}{12a} \\ f''_i &= \frac{-f_{i-2} + 16f_{i-1} - 30f_i + 16f_{i+1} - f_{i+2}}{12a} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Ce schéma à 12 points (utilisant les 4 premiers voisins dans chaque direction de l'espace, représenté dans la figure 3.2a) assure une précision suffisante dans la plupart des calculs micromagnétiques.

Conditions de bord

L'estimation de l'aimantation sur la frontière du système est un point très important car la dynamique de l'aimantation est particulièrement conditionnée par la magnéto-statique, en particulier par la distribution des charges magnétiques de surface. Or les formules pour les dérivées partielles de l'aimantation ne sont plus valides sur les bords car il manque alors un ou plusieurs points pour calculer les développements de Taylor en cinq points dans chaque direction (**figure 3.2**). Pour compléter l'équation 3.48, on inclut alors la condition de bord. En l'absence d'anisotropie de surface, elle s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{0} \Rightarrow \left. \frac{\partial m_x}{\partial x} \right)_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_S} = \left. \frac{\partial m_y}{\partial x} \right)_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_S} = \left. \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_S} = 0 \quad (3.49)$$

pour une surface de normale orientée selon \mathbf{x} . Le développement de Taylor de $m(x)$ en $x = x_S$ fournit une expression de la dérivée première :

$$f'(x_S) = f'(x_i) + f^{(2)}(x_S - x_i) + \frac{1}{2}f^{(3)}(x_S - x_i)^2 + \frac{1}{6}f^{(4)}(x_S - x_i)^3 + \dots \quad (3.50)$$

Le point du maillage le plus proche se situe à $a/2$ du bord de l'élément (**figure 3.2b**). En réinjectant cette condition dans les développements de f pour le point situé à $+3a/2$ du bord, on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{bmatrix} -2a & \frac{(-2a)^2}{2!} & \frac{(-2a)^3}{3!} & \frac{(-2a)^4}{4!} \\ -a & \frac{(-a)^2}{2!} & \frac{(-a)^3}{3!} & \frac{(-a)^4}{4!} \\ +a & \frac{(+a)^2}{2!} & \frac{(+a)^3}{3!} & \frac{(+a)^4}{4!} \\ 1 & \frac{(+3a)}{2} & \frac{(+3a/2)^2}{2!} & \frac{(+3a/2)^3}{4!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^{(1)} \\ f_i^{(2)} \\ f_i^{(3)} \\ f_i^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{i-2} - f_i \\ f_{i-1} - f_i \\ f_{i+1} - f_i \\ f'_{x_S} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

De même, pour le point immédiatement voisin du bord (**figure 3.2c**), les dérivées partielles sont définies à l'aide de l'ensemble d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} -2a & \frac{(-2a)^2}{2!} & \frac{(-2a)^3}{3!} \\ -a & \frac{(-a)^2}{2!} & \frac{(-a)^3}{3!} \\ 1 & \frac{(+a)}{2} & \frac{(+a/2)^2}{2!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^{(1)} \\ f_i^{(2)} \\ f_i^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{i-2} - f_i \\ f_{i-1} - f_i \\ f'_{x_S} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Le développement de Taylor est tronqué à l'ordre 3 en a . Mais la dégradation de résolution qui en résulte n'est pas préjudiciable. Les dérivées partielles sont alors

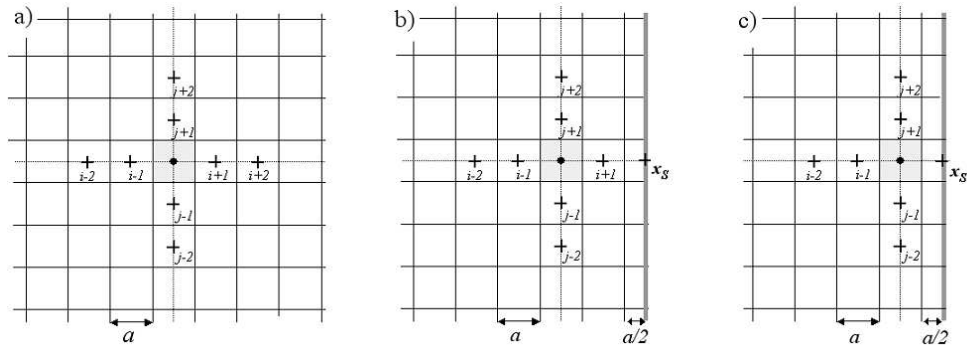


FIG. 3.2 : Schéma de calcul des dérivées à l'aide des 4 premiers voisins dans chaque direction : a) quand tous les points sont à l'intérieur du volume, b) quand le point est à une cellule du bord, c) quand il s'agit d'une cellule de bord du système.

calculées en inversant ces matrices 4×4 et 3×3 . Ces formules donnent également l'aimantation au point $x = x_S$, dont on a besoin pour évaluer les charges de surface, qui est simplement m_x dans le cas d'une face de normale $+\mathbf{e}_x$ (en notation réduite).

Les précédents calculs utilisant cette méthode [85, 90, 91] modélisaient le comportement d'un élément magnétique rectangulaire. Par souci de réalisme, les simulations micromagnétiques effectuées au cours de cette thèse ont été menées pour un élément de forme elliptique. Mais l'utilisation d'un maillage régulier dont les cellules sont cubiques génère une discrétisation des bords en marches d'escalier. Ce découpage est peu satisfaisant, en particulier dans les zones de faible rayon de courbure. Cela se traduit par des effets magnétostatiques anormaux dans les cellules de bord (**figure 3.3**). De fortes charges positives sont localisées sur les fronts des marches et ces pôles magnétiques agissent sur l'aimantation à proximité. Au contraire, dans la frontière réelle, ces charges de bord sont continuellement réparties sur toute la courbe et les variations du champ démagnétisant sont beaucoup plus régulières.

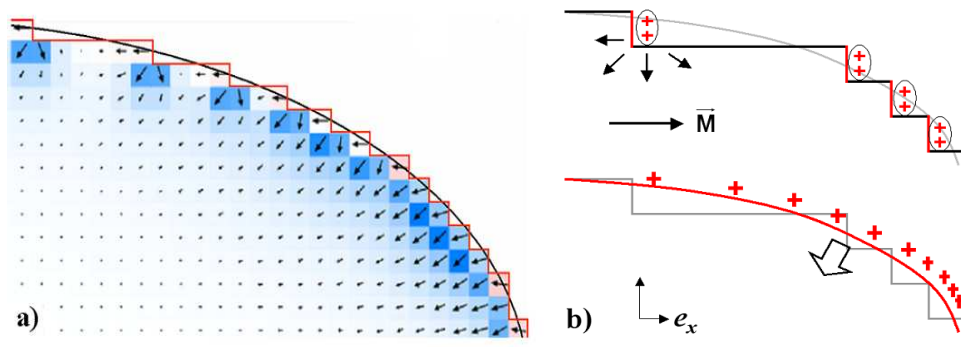


FIG. 3.3 : A gauche : distribution du champ démagnétisant dans une structure de forme elliptique aimantée selon \mathbf{e}_x . A droite, en haut : schéma représentant les charges de bord sur la frontière discrétisée. A droite, en bas : distribution de charge sur le bord continu ; la flèche représente le champ démagnétisant.

Pour éviter ce problème, une possibilité consiste à conserver le maillage carré dans le volume de la couche libre (pour le calcul du gradient de \mathbf{m}) mais à calculer les charges sur la frontière découpée en segments s'appuyant sur la frontière réelle [170].

Calcul des énergies

Dans cette méthode de résolution de l'équation de Landau-Lifshitz, le champ effectif est évalué directement. L'énergie magnétique est calculée ensuite mais n'intervient pas dans la résolution de l'équation de Landau-Lifshitz. On a vu plus haut les expressions des énergies dans le cadre micromagnétique. Ici on utilise seulement les valeurs des champs et de l'aimantation prises au centre des cellules. L'intégration de l'énergie sur le volume d'une cellule conduit alors à des approximations.

L'énergie d'échange s'écrit :

$$E_{ech} = \int_V A(\nabla \mathbf{m})^2 d\mathbf{r} \approx -AV_{cell} \sum_{ijk} \langle \mathbf{m} \cdot \left(\frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta z^2} \right) \rangle \quad (3.53)$$

On fait l'approximation que

$$E_{ech} = -AV_{cell} \sum_{ijk} \langle \mathbf{m} \rangle \cdot \left(\left\langle \frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta x^2} \right\rangle + \left\langle \frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta y^2} \right\rangle + \left\langle \frac{\delta^2 \mathbf{m}}{\delta z^2} \right\rangle \right) \quad (3.54)$$

où $\langle \rangle$ désigne une moyenne sur le volume de la cellule. La moyenne de l'aimantation est aisée à calculer car $\langle \mathbf{m} \rangle_{ijk}$ est trilineaire avec x , y et z .

Le calcul de l'énergie magnéto-statique pose les mêmes problèmes. Si on considère que l'aimantation et que le champ démagnétisant sont constants dans chaque cellule, alors on obtient :

$$E_d = -\frac{1}{2} \mu_0 V_{cell} \sum_{ijk} \mathbf{M}_{ijk} \cdot \mathbf{H}_{dijk} \quad (3.55)$$

C'est une estimation grossière de \mathbf{H}_d . Cependant il a été montré que ce calcul donne un résultat correct à la condition que les cellules soient cubiques. Dans ce cas, par symétrie, dans chaque cellule, les erreurs s'annulent ; en effet la moyenne du produit $\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d$ est égale au produit de la moyenne de chacun des deux termes. Une estimation plus fine est possible en calculant E_d à l'aide du potentiel scalaire [88] :

$$E_d = \frac{1}{2} \int_V \lambda(\mathbf{r}) \phi_d(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{1}{2} \int_S \sigma(\mathbf{r}) \phi_d(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.56)$$

On tire alors profit du fait que les charges de volume et de surface sont constantes dans chaque cellule. Il ne reste alors à calculer que les coefficients $\langle \phi_d \rangle_{ijk}$ et $\langle \phi_d \rangle_{lmn}$ (où ijk désigne une cellule de volume et lmn une facette latérale). La moyenne de ϕ_d dans ces deux cas peut se calculer à l'aide de fonctions similaires à celles déjà employées pour l'évaluation du champ démagnétisant. L'énergie magnéto-statique évaluée à l'aide de cette méthode a priori plus juste est assez sensible au pas de maillage. Le calcul semble converger quand la largeur des cellules (dans le plan) devient plus petit que la longueur d'échange. Les résultats indiquent que l'estimation grossière sous-estime assez fortement E_d [88].

Intégration temporelle

Une fois les différents termes du champ effectif correctement évalués, reste à calculer l'aimantation au pas de temps suivant $t + \Delta t$ en chaque nœud du maillage, selon l'équation adimensionnée :

$$(1 + \alpha^2) \frac{d\mathbf{m}}{d\tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{eff} - \alpha \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{eff}) \quad (3.57)$$

C'est une équation intégro-différentielle, du premier ordre en temps et du second ordre pour les dérivées spatiales. Pour la résoudre, il existe une grande variété de méthodes [89]. On distingue :

- les schéma d'Euler, de Runge-Kutta ou les méthodes d'extrapolation du type Bulirsch-Stoer
- les méthodes implicites ou semi-implicites (Crank-Nicolson par exemple)

La méthode d'Euler, la plus simple de toutes, est une méthode explicite. Soit y (l'aimantation) une fonction du temps et de l'espace, telle que $y_j^n = y(x_j, t_n)$, et régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, \dots, y_N) \quad (3.58)$$

où f représente le couple dû au champ effectif. La formule d'Euler s'écrit :

$$y_j(t + \Delta t) = y_j(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t \cdot \Delta t \quad (3.59)$$

Ce schéma d'intégration, d'ordre $o(\Delta t)$ en temps, n'est en pratique jamais employé car les erreurs s'additionnent à chaque pas de temps.

Par la suite nous avons adopté la méthode de Runge-Kutta, qui conjugue grande stabilité numérique et économie en terme de temps de calcul. L'idée est simple : avant de calculer $f(t + \Delta t)$, on essaie de calculer un point intermédiaire à $t + \Delta t/2$. Il s'agit de la méthode de Runge-Kutta au deuxième ordre (ou "mid-point method"). Avec le schéma de Runge-Kutta du quatrième ordre, on calcule trois points intermédiaires. On définit ainsi quatre coefficients :

$$\begin{cases} k_1 = \Delta t f(t_n, x_i) \\ k_2 = \Delta t f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, x_i + \frac{k_1}{2}) \\ k_3 = \Delta t f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, x_i + \frac{k_2}{2}) \\ k_4 = \Delta t f(t_n + \Delta t, x_i + k_3) \end{cases} \quad (3.60)$$

La valeur de la variable à $t + \Delta t$ suivant se calcule en fonction de ces quatres termes :

$$y_{i+1} = y_i + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6} + O(\Delta t^5) \quad (3.61)$$

Il s'agit en fait d'un développement de Taylor de f au quatrième ordre en temps. L'erreur est seulement d'ordre 5, ce qui permet de choisir un pas de temps plus long qu'avec les autres méthodes. Cette méthode exige de calculer f' (c'est-à-dire le couple $dm/d\tau$) quatre fois à chaque pas de temps, en tout point du maillage. L'évaluation du champ démagnétisant est en particulier grande consommatrice en temps de calcul. Mais les algorithmes de Transformée de Fourier Rapide allègent la quantité d'opérations à effectuer.

Pour les problèmes régis par une équation aux dérivées partielles en temps et en espace (comme par exemple l'équation de la diffusion), il existe d'autres algorithmes. Le plus connu d'entre eux est la méthode de Crank-Nicolson. C'est un schéma semi-implicite. La dérivée temporelle est calculée à l'aide de la formule d'Euler, et les dérivées spatiales sont une combinaison des termes calculés à t et à $t + \Delta t$. Cette méthode est également assez stable mais demande de plus grandes capacités de calcul.

Conclusion

Le modèle micromagnétique constitue une méthode éprouvée pour modéliser l'évolution de l'aimantation en présence de champs et de courant. Un cadre mathématique

rigoureux permet d'implémenter les équations dans un modèle de différences finies. Les approximations liées à la discrétisation en temps et en espace peuvent être minimisées, à condition de mener le développement de Taylor de l'aimantation à un degré assez élevé (l'ordre 4 dans notre cas) et d'adopter une méthode d'intégration temporelle suffisamment stable. Comme toutes les variables (l'aimantation et ses dérivées, le champ effectif) sont évaluées de manière cohérente avec une précision similaire, les résultats convergent lorsque l'on réduit la taille de cellule. Ils tendent vers des valeurs qui sont également les valeurs limites calculées par d'autres codes de micromagnétisme [88]. Cependant un effort particulier doit encore être porté sur la question de la discrétisation des bords courbes.

Chapitre 4

Modèle du macrospin

4.1 Introduction

4.1.1 Expériences

Le chapitre 2 résume les principaux résultats issus des travaux de Slonczewski [25, 66], Berger [67], Waintal [68] et Stiles [71]. Leur analyse du transfert de moment magnétique entre deux couches ferromagnétiques a suscité un intérêt qui ne s'est pas démenti depuis. En effet la possibilité d'agir sur l'aimantation d'une valve de spin ou d'une jonction tunnel sans avoir recours à un champ magnétique externe a donné un attrait nouveau aux mémoires de type MRAM. Dans les mémoires de première génération, pour renverser l'aimantation de la couche libre par un champ magnétique, les lignes de courant doivent être parcourues par des densités de courant importantes afin de générer un champ d'Ampère d'amplitude suffisante. Le risque d'affecter les cellules voisines est loin d'être négligeable. Le transfert de spin semble être une méthode plus sûre et plus économique pour modifier l'état d'une cellule mémoire. Plus fondamentalement l'étude du transfert de spin se révèle très stimulante scientifiquement car elle permet d'approfondir la relation entre transport et structure électronique, notamment aux interfaces. Elle ouvre la voie vers une véritable électronique de spin car on sait désormais manipuler séparément courant de particules et courant de spins dans des nano-structures.

Dispositifs expérimentaux

Nombre de groupes se sont attachés à observer expérimentalement une manifestation du transfert de spin dans des multicouches magnétiques lorsqu'elles sont parcourues par un courant perpendiculaire au plan des couches (configuration CPP). De nombreux efforts ont été consacrés à l'amélioration des techniques de nano-fabrication. Les contraintes sont nombreuses. Les couches magnétiques doivent être fines et peu résistives afin de limiter l'échauffement par effet Joule car les densités de courant peuvent être très importantes (de l'ordre de 10^7 A/cm²). De plus le couple agit essentiellement à l'interface, une couche libre de faible épaisseur sera donc plus sensible au transfert de spin. D'autre part la zone d'injection doit être d'aire faible afin de réduire l'effet du champ d'Ampère (qui peut atteindre plusieurs dizaines d'Oersted à la périphérie d'un objet d'une taille de 100nm) et de faciliter la dissipation thermique. Diverses géométries ont été proposées :

- injection via une fine pointe métallique [74]
- contact ponctuel défini par lithographie [93, 94]
- nanofils [95]
- nano-piliers partiellement ou complètement gravés [96–102]

Les premières expérimentations ont été menées sur des empilements métalliques de type vanne de spin, plus faciles à façonner et aptes à résister à de fortes densités de courant. Les techniques de lithographie électronique et de gravure sont maintenant suffisamment maîtrisées pour fabriquer des nano-piliers dans des jonctions tunnel, sans risque de court-circuit de la barrière tunnel ni altération des propriétés magnétiques des électrodes [103–106]¹. Dans la suite de ce manuscrit, le courant injecté dans l'empilement magnétique et le champ magnétique appliqué seront notés selon les conventions de signes illustrées par la **figure 4.1**.

¹ Dans le cas d'injection ponctuelle dans une couche étendue, de très fortes densités de courant sont nécessaires pour renverser un petit domaine autour de la zone d'injection, lié par échange au reste de la couche magnétique. Si le courant redevient nul, l'aimantation revient dans la direction d'aimantation initiale. Au contraire, dans un nano-pilier, ce couple de rappel n'existe pas ; les courants de renversement sont donc moins élevés et l'état final est stable.

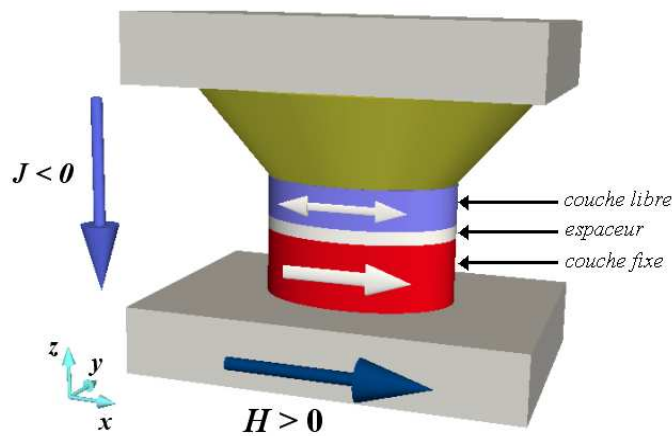


FIG. 4.1 : Convention de signe pour le champ magnétique appliqué \mathbf{H} et pour la densité de courant \mathbf{J} dans le cas des mesures du bruit hyperfréquence induit par un courant dans un nano-pilier dans la configuration CPP (courant perpendiculaire au plan). L'aimantation de la couche dure, orientée selon $+x$ est fixe. Un champ positif appliqué selon l'axe facile du pilier favorise l'état parallèle tandis qu'un courant positif tend à stabiliser l'état anti-parallèle.

Renversement sous courant

Pour obtenir une preuve irréfutable de l'existence du transfert de moment magnétique, il faut mettre en évidence un mouvement de l'aimantation lorsque l'empilement est parcouru par un courant. Ce mouvement doit dépendre du signe du courant injecté, au contraire des effets dus à l'agitation thermique (variant en I^2). Le champ d'Oersted généré par les lignes de courant peut être invoqué pour expliquer un mouvement de l'aimantation dépendant du sens du courant mais la géométrie du dispositif permet de le minimiser.

Les premières expériences ont montré de brusques variations de la direction de l'aimantation pour une direction du courant, ce qui, puisque l'aimantation de la couche de référence reste fixe, se traduit par des variations de la résistance (que ce soit par magnéto-résistance géante ou tunnel). Une discontinuité dans le signal $R(I)$ donne un pic pour la résistance différentielle dV/dI . Tsoi [74] a été le premier à les observer dans une couche magnétique étendue et à étudier la variation du courant critique avec le champ appliqué (**figure 4.2**). Ces fluctuations de résistance ont également été observées dans des contacts ponctuels définis par lithographie électronique par Myers *et al.* [93], dans des nano-piliers par Katine *et al.* [97] ou dans des structures électrodéposées [107].

Plusieurs groupes [93, 96, 98] ont ensuite montré qu'il était possible de renverser l'aimantation d'une nano-structure grâce au transfert de spin uniquement. Comme sous l'action d'un champ, le système transite de manière hystérétique entre l'état parallèle et l'état anti-parallèle. Cependant les densités de courant nécessaires sont encore trop élevées pour toute application en micro-électronique ($\sim 10^{11}$ A/m²). L'application d'un champ transverse permet de réduire les courants critiques [108].

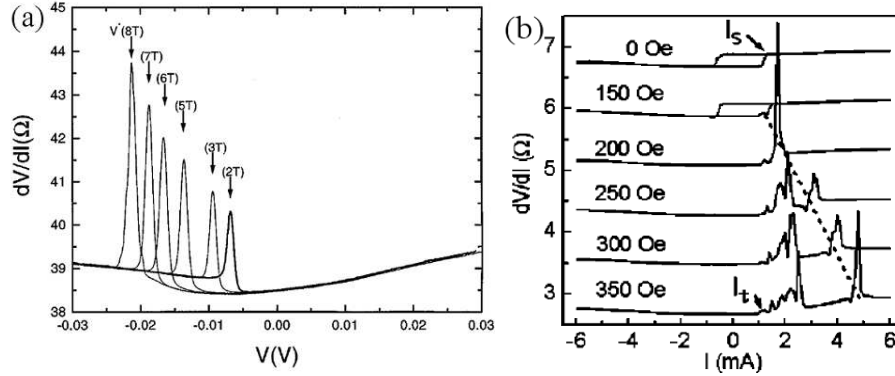


FIG. 4.2 : A gauche : excitation de pics d'instabilités dans les mesures de dV/dI , au voisinage de la transition P/AP pour un champ modéré [74] (dans ce graphe le signe du courant est inversé par rapport à la convention habituelle). A droite : résistance différentielle en fonction du courant pour des valeurs croissantes du champ appliqué selon l'axe facile du nano-pilier [99].

Renversement et bruit télégraphique

Lorsqu'on applique un champ selon l'axe facile (qui est aussi la direction de polarisation des électrons, **figure 4.1**), la dynamique de l'aimantation est plus complexe [109]. Pour $H > 0$ et $J > 0$, le champ magnétique stabilise l'état parallèle tandis le courant favorise l'état anti-parallèle. Le système est alors frustré. On distingue deux situations.

Dans le cas où le champ appliqué est faible par rapport au champ d'anisotropie H_K , l'aimantation transite sous l'action du courant entre les deux états (**figure 4.2b**). On peut représenter le paysage énergétique par deux puits de potentiel séparés par une barrière de hauteur ϵ_A (dépendant de l'anisotropie de forme). Bien que le couple de transfert de spin ne dérive pas d'une énergie, une image simpliste consiste à se représenter l'aimantation parcourant ce paysage de potentiel (même si elle ne conserve pas son énergie au cours du mouvement). Chacun de ces états est stable à l'échelle des temps des mesures si la barrière d'énergie est très supérieure à $k_B T$. On observe alors un phénomène d'hystérésis. Si au contraire $k_B T \sim \epsilon_A$, pour un courant s'approchant de la transition R_P/R_{AP} , on observe des fluctuations stochastiques de la résistance (**figure 4.3**). La fréquence de transition dépend de la température, de la forme et de la hauteur relative des puits de potentiel, paramétrés par le champ et par le courant. Le bruit télégraphique se traduit dans le spectre de bruit par un signal de basse fréquence caractéristique (pic lorentzien [99]). Divers auteurs [110–112] ont suggéré l'expression suivante pour estimer le temps de vie moyen d'un état donné :

$$\tau = \tau_0 \exp \left[\frac{\epsilon_A}{k_B T} \left(1 \pm \frac{H - H_{dip}}{H_C} \right) \left(1 \mp \frac{\gamma J}{J_C} \right) \right] \quad (4.1)$$

où τ_0^{-1} est la fréquence d'essai (de l'ordre du GHz), ϵ_A est la barrière d'énergie, H_{dip} est le champ dipolaire généré par la couche fixe, H_C et J_C sont les champ et courant de renversement à température nulle et γ un facteur d'efficacité du transfert de spin. La distinction entre comportement hystérétique et "fluctuation entre deux états" dépend aussi de la vitesse de balayage. Cette équation est phénoménologique ; on ne doit pas en conclure que le transfert de spin est assimilable à une énergie ou à une température effective. Par ailleurs elle n'est valable que pour des champs et courant éloignés des champ et courant de renversement.

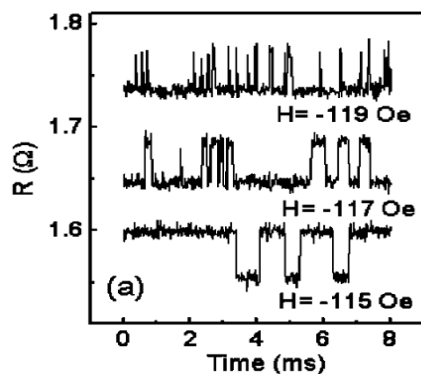


FIG. 4.3 : Bruit télégraphique de la résistance transitant entre les états parallèle et anti-parallèle, pour diverses valeurs du champ appliqué selon l'axe facile [99].

L'analyse du bruit télégraphique permet cependant de remonter à des informations sur l'intensité du couple de transfert de spin [76].

Etats précessionnels

Quand un champ intense est appliqué, les expériences de Kiselev *et al.* [113] ont mis en évidence qu'un fort courant (négatif) stabilise un état dynamique, au lieu de l'état anti-parallèle. L'aimantation précesse à haute fréquence autour du champ appliqué. Le spectre de puissance (densité spectrale de puissance, *DSP*) du signal de magnéto-résistance indique la présence de pics de résonance très marqués, dont la fréquence varie à la fois avec le champ et le courant².

Ces états de précession ont fait l'objet de nombre d'études :

- en fonction de l'amplitude du champ et du courant
- selon l'orientation du champ dans le plan de la couche et hors du plan
- selon la direction de polarisation, lorsqu'elle n'est pas alignée par rapport à l'axe facile de la couche libre, dans le plan ou bien perpendiculairement au plan
- concernant les valves de spin et les jonctions tunnel

Ces excitations ont été mises en évidence dans des contacts ponctuels [114] et dans le cas de nano-piliers [113]. La réponse en fréquence de la magnéto-résistance est complexe. Le diagramme de phase représentant la puissance dissipée en fonction du champ magnétique et du courant appliqués montre l'existence de plusieurs régimes. Comme attendu, pour des champs faibles, le système présente une hystérèse entre un état de basse résistance (pour les forts courants positifs dans cette convention) et un état de haute résistance (courant négatif). Quand le champ externe appliqué dépasse le champ d'anisotropie, trois comportements sont possibles :

- à faible courant, l'aimantation reste stabilisée dans l'état parallèle
- à plus fort courant, elle rentre dans un régime de précession
- au delà, la dynamique (zone dénotée "W") est plus complexe et apparemment chaotique

Le diagramme de phase de la **figure 4.4** résume le type d'états, statiques ou dynamiques, excités par le transfert de spin en fonction du champ appliqué selon l'axe facile.

REMARQUE : on attend une différence notable entre les valves de spin et les jonctions tunnel. Pour les premières, le couple ne varie pas symétriquement en fonction de l'angle θ entre l'aimantation de la couche libre et celle de la couche dure. Le paramètre d'asymétrie, χ , tend à augmenter le couple aux forts angles. Au contraire, dans une

² Le détail du calcul de la densité spectrale de puissance est exposé dans l'**Annexe B**

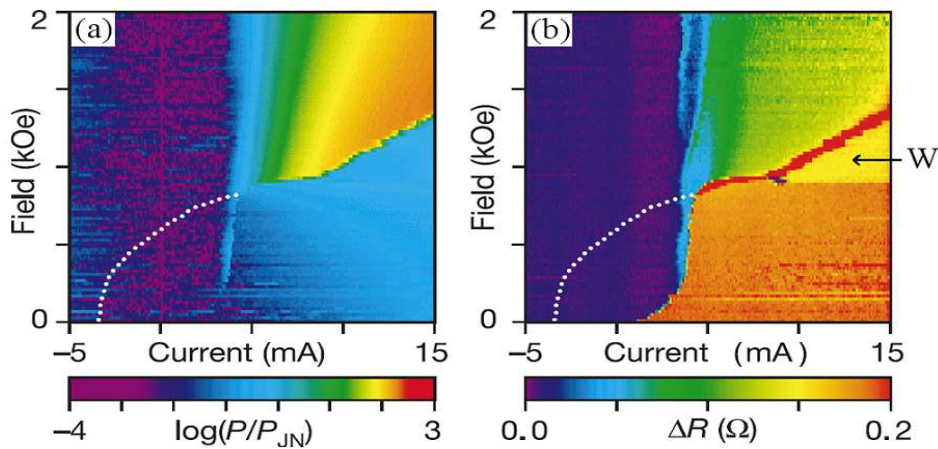


FIG. 4.4 : Diagramme de phase représentant l'intensité de la densité spectrale de puissance (à gauche) et la résistance "dynamique" (à droite) en fonction du courant injecté et du champ appliqué selon l'axe facile d'un nano-pilier de Permalloy [113]. Une résistance proche de l'état parallèle est codée en bleu, et la résistance de l'état anti-parallèle est notée en rouge. La puissance dissipée est maximale (colorée en rouge) dans les zones de fort courant et de fort champ magnétique.

jonction tunnel, le préfacteur du couple est supposé être simplement constant [32,115].

4.1.2 Questions

L'analyse de ces états dynamiques est complexe : dans [113] la fréquence de résonance présente plusieurs comportements selon la densité de courant, à l'inverse des systèmes à injection ponctuelle [114], ce qu'un simple modèle macro-spin ne peut expliquer. Les largeurs de raie sont également très variables d'une géométrie à l'autre [116]. En contact ponctuel, des largeurs de raie aussi fines que 10 MHz à une fréquence de 5 GHz [114,116] ont été mesurées, alors que pour les nano-piliers elles sont de l'ordre de 100 à 300 MHz pour un champ de 2 ou 3 fois le champ d'anisotropie (**figure 4.5**). En revanche Mistral *et al.* [117] relèvent des résonances extrêmement fines (quelques MHz) sur un dispositif similaire. Comment expliquer de telles différences ?

Un autre axe d'étude s'est développé autour des systèmes où le champ appliqué et/ou la direction de polarisation ne sont pas alignés avec l'axe facile de la couche libre. Cette configuration devrait permettre d'amplifier les effets du transfert de spin en augmentant l'amplitude du couple pour l'état initial de l'aimantation. Mais le comportement des fréquences de précession dans ces systèmes non-axiaux est plus complexe. Les études de Rippard *et al.* [116], Ozyilmaz *et al.* [101,118] ont montré qu'un champ hors du plan plaçait l'aimantation dans un régime précessionnel de fréquence croissante à de faibles densités de courant. D'autre part Sankey *et al.* [119] et Krivorotov *et al.* [120] ont observé de brusques sauts de fréquence en fonction de la densité de courant injectée, suggérant que le transfert de spin peut exciter des fréquences proches mais correspondant à des modes différents. Ces points constituent autant de différences avec le cas du champ axial.

Dans tous les cas, les spectres des oscillations entretenues par le courant sont très

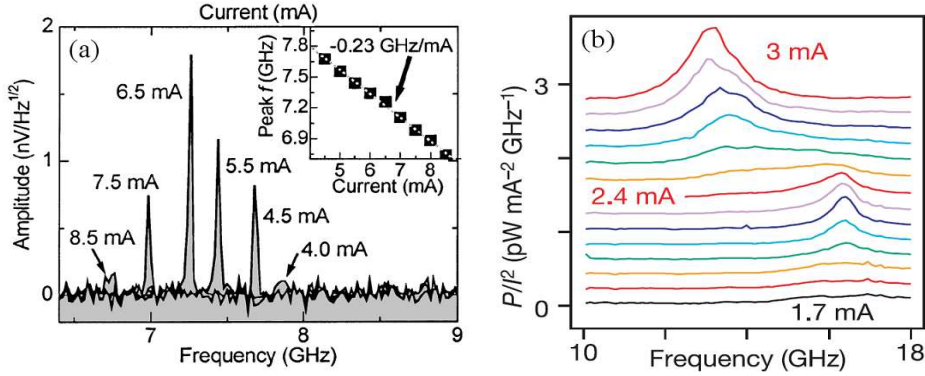


FIG. 4.5 : Spectres de densité de puissance en fonction du courant injecté dans un empilement magnétique de type valve de spin lorsqu'un fort champ axial est appliqué. (a) : le courant est injecté par un contact ponctuel à gauche pour Rippard *et al.* [114] (en insert la décroissance de la fréquence de précession en fonction de l'intensité du courant) et (b) dans un nano-pilier pour Kiselev *et al.* [113]. La couche libre est constituée de $Ni_{81}Fe_{19}$ pour [114] (a) et de Cobalt pour [113] (b).

sensibles à la fois aux détails de la structure de l'échantillon (forme, rugosité des bords et des interfaces, structure cristalline) et également au profil du couple de transfert de spin. Ce profil dépend de l'accumulation de spin, de la structure électronique des électrodes, etc ... La fréquence et la largeur des pics sont donc de très bons indicateurs pour tester la validité des modèles théoriques et des simulations numériques.

Ce chapitre est consacré à la description et à l'analyse de la dynamique de l'aimantation dans le modèle macrospin. C'est l'approche la plus simple mais elle donne déjà une interprétation qualitative très satisfaisante des observations. En premier lieu sera considéré le cas où le champ appliqué et la polarisation sont alignés selon l'axe facile (système axial) ; ensuite sera étudiée la configuration avec un champ transverse puis le système où le champ, l'aimantation et la polarisation sont perpendiculaires au plan de la couche libre.

4.2 Système sous champ axial

4.2.1 Expressions analytiques

Dans le modèle du macro-spin l'aimantation est considérée comme uniforme de module égal à M_S dans tout le système magnétique. Bazaliy *et al.* [121] et surtout Sun [111] ont cherché à étudier l'équation de Landau-Lifshitz en présence du terme de transfert de spin. Le formalisme employé dans la suite de ce paragraphe est décrit dans Stiles et Miltat [12]. En notation réduite, le mouvement de l'aimantation est régi par l'équation de Landau-Lifshitz augmentée du terme d'amortissement paramétré par α et du couple de transfert de spin (chapitre 3) :

$$\frac{d\mathbf{m}}{d\tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{eff} + \alpha \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{d\tau} - \chi \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{p}) \quad (4.2)$$

Le champ effectif associé dérive de l'énergie magnétique w :

$$w = \frac{1}{2}Q(1 - m_x^2) + \frac{1}{2}m_z^2 - \mathbf{m} \cdot \mathbf{h}_{app} \quad (4.3)$$

d'où :

$$\mathbf{h}_{eff} = (h_{app,x} + Qm_x, 0, -m_z) \quad (4.4)$$

Le premier terme correspond à l'anisotropie de forme de l'élément : $Q = H_K/M_S = 2K/(\mu_0 M_S^2)$. Le second est la contribution au champ démagnétisant des charges sur les surfaces $z = \pm d/2$; la contribution des charges de bord est incluse de manière implicite dans l'énergie d'anisotropie. Le dernier terme est l'énergie Zeeman. Comme l'aimantation réduite est de norme unité, on peut passer aux coordonnées sphériques (figure 4.6).

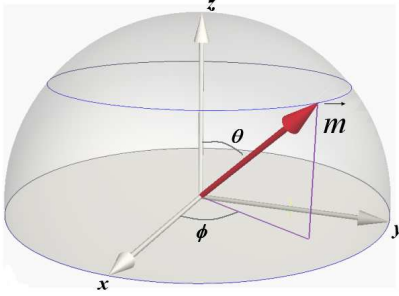


FIG. 4.6 : Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées sphériques pour l'aimantation réduite \mathbf{m}

$$\begin{cases} m_x = \sin \theta \cos \phi \\ m_y = \sin \theta \sin \phi \\ m_z = \cos \theta \end{cases}$$

L'équation d'évolution devient alors :

$$\begin{cases} (1 + \alpha^2) \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha(h_\theta - \chi p_\phi) + h_\phi + \chi p_\theta \\ (1 + \alpha^2) \sin \theta \frac{d\phi}{d\tau} = -(h_\theta - \chi p_\phi) + \alpha(h_\phi + \chi p_\theta) \end{cases} \quad (4.5)$$

Cette équation est une équation différentielle non-linéaire dans un espace à 2 dimensions, paramétrée par deux coefficients, χ et α . Le type et le nombre de solutions dépend du terme non-linéaire en χ . Quand l'aimantation précesse, il s'agit d'un système excité par une perturbation *périodique* et *paramétrique* (car le transfert de spin dépend de \mathbf{m}). Il faut noter que ce couple n'est pas conservatif, ce qui signifie que le champ effectif $h_{ST} = \chi(\mathbf{m} \times \mathbf{p})$ ne peut être dérivé d'une énergie. L'aimantation ne "navigue" donc pas dans un paysage d'énergie fixe mais celui-ci est *de facto* modifié paramétriquement par le courant. C'est pourquoi il est si difficile de déterminer les chemins de retournement de l'aimantation.

L'approche standard pour étudier ce type de système dynamique consiste à rechercher tout d'abord les solutions de l'équation pour une valeur fixée des paramètres de contrôle, puis à en étudier la stabilité. Une solution est stable si elle est atteinte à partir d'une certaine plage de conditions initiales. Les solutions particulières les plus simples sont les points fixes; en champ axial ce sont $m_x = \pm 1$. Pour déterminer leur stabilité, on introduit une petite perturbation et on observe son évolution.

Seuil d'excitation des oscillations

En l'absence de tout courant et de tout champ, $m_x = 1$ et $m_x = -1$ sont stables. Quand un champ h_x est appliqué selon l'axe facile, $m_x = -1$ devient instable. Considérons l'aimantation initialement dans l'état parallèle. Dans l'approximation des petites oscillations (c'est-à-dire des faibles courants), LLG peut être linéarisée autour de $m_x = 1$. On résout l'équation à la limite $\alpha \ll 1$. Les valeurs propres peuvent être réelles ou complexes selon la valeur de χ . On peut montrer qu'il existe un couple de solutions complexes correspondant à une solution oscillante de la forme :

$$e^{-t/t_0} \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.6)$$

où le temps caractéristique de relaxation t_0 et la pulsation ω dépendent du courant :

$$t_0 = \frac{1}{\gamma_0 M_S (\chi_{crit} - \chi)} \quad (4.7)$$

$$\omega = \gamma_0 M_S \sqrt{(Q + h_{app,x})(1 + Q + h_{app,x}) - (\chi_{crit} - \chi)^2} \quad (4.8)$$

Cette solution correspond à un mouvement de précession autour du champ effectif (aligné selon l'axe facile de la couche libre). La précession est entretenue si le courant est supérieur au courant critique défini par :

$$\chi_{crit} = \alpha(1/2 + Q + h_{app,x}) \quad (4.9)$$

Si $\chi < \chi_{crit}$, on observe un régime transitoire au cours duquel l'aimantation précesse autour du champ, mouvement qui est amorti progressivement vers l'état initial $m_x = 1$. χ_{crit} est donc le seuil de transition entre deux régimes stables, un point fixe et une trajectoire périodique. Il faut remarquer que ce courant critique est proportionnel au coefficient d'amortissement α . Le long d'une trajectoire de précession, le couple de transfert de spin tend effectivement à compenser le couple $\alpha \frac{d\mathbf{m}}{d\tau}$, c'est pourquoi on lui a parfois adjoint l'épithète (trompeuse) d'"antidamping". Au seuil d'excitation, la pulsation est maximale et égale à la pulsation de Kittel $\gamma_0 M_S \sqrt{(Q + h_{ax})(1 + Q + h_{ax})}$. Pour des courants plus intenses, la fréquence de précession diminue. Cela traduit l'élargissement des trajectoires. Ce calcul conclut à l'existence d'oscillations entretenues même en champ nul. Si le champ appliqué augmente, la fréquence de précession augmente et le cône dans lequel s'inscrit l'aimantation se rétrécit.

Précession de grande amplitude

Cette approche n'est valable que pour les petites oscillations. La résolution numérique de l'équation LLG indique bien l'existence de trajectoires de précession de grande amplitude pour une large gamme de densités de courant. Pour un courant croissant à partir de χ_{crit} , les trajectoires stables s'élargissent en prenant une forme dite de "clam-shell". L'angle de précession maximal dans le plan devient très important (jusqu'à 90° pour $H_x = 0$ et 180° pour $H_x = H_K$). L'angle d'excursion hors du plan est plus limité, ce qui donne une allure de plus en plus "écrasée" aux trajectoires. Le mouvement de précession autour du champ appliqué fait sortir \mathbf{m} légèrement hors du plan; un champ démagnétisant orienté selon \mathbf{e}_z apparaît. La combinaison des couples dus au champ démagnétisant et au transfert de spin entraîne \mathbf{m} dans un mouvement de précession de grande amplitude.

Au cours du mouvement de précession, la vitesse de l'aimantation n'est pas constante. Elle est maximale quand l'aimantation est proche de l'état parallèle ($\phi=0$), bien que le couple de transfert de spin y soit quasi-nul; la vitesse est minimale quand $\phi = \phi_{max}$. En ce point le transfert de spin est maximal, mais simultanément le champ démagnétisant exerce un couple de rappel vers l'état parallèle.

La **figure 4.8a** représente plusieurs de ces trajectoires stables de précession de grand angle autour du champ effectif, pour un champ appliqué de 3 fois le champ d'anisotropie. Pour des densités de courant de plus en plus grandes, l'angle de précession augmente, jusqu'à se rapprocher de $\pm 180^\circ$. Quand on continue à augmenter la densité de courant, la fréquence de précession tombe brusquement à 0 (**figure 4.7**). Les trajectoires de précession autour de $H_{app,x}$ ne sont plus stables et la dynamique change de régime.

Précession hors du plan

Comme le montre la résolution directe de LLG et divers résultats expérimentaux, deux nouveaux régimes apparaissent au-delà de ce deuxième courant critique selon la valeur du champ appliqué. S'il est plus petit que le champ d'anisotropie, l'aimantation se renverse et est stabilisée dans l'état anti-parallèle $m_x = -1$, qui devient un point fixe stable sous courant. Si $H_x > H_K$, au contraire, l'aimantation bifurque vers une trajectoire de précession hors du plan, autour d'une direction voisine de e_z .

- Dans le premier cas, le chemin de renversement est assez complexe (**figure 4.9a**) :
- une phase de pompage semblable à une précession autour de h_x dont l'amplitude diverge
 - une bifurcation vers $m_x = -1$ quand l'angle de précession dépasse le seuil ϕ_{crit}
 - une relaxation rapide vers $m_x = -1$, où le couple de transfert de spin agit comme un amortissement additionnel au terme α .

Le comportement est donc inversé par rapport au mécanisme de renversement par un champ avec une forte composante transverse. Dans ce cas la phase initiale est une rotation rapide autour de H_y , suivit d'une relaxation lente vers l'état antiparallèle. Au contraire, lors du renversement par un courant, le couple est initialement nul et maximal quand $m_y = 1$; la première partie du mouvement est donc plus lente

Dans le second cas ($H_x > H_K$), les trajectoires précessionnelles s'élargissent progressivement jusqu'à ce que $\phi_{max} \approx 180^\circ$ (**figure 4.7b**). Dans ce régime, l'exploration hors du plan est quasiment constante à environ $\pm 30^\circ$. Pour un courant supérieur au courant seuil, le couple de transfert de spin ne permet plus de renverser l'aimantation. Après une phase de pompage autour du champ appliqué, l'aimantation bifurque vers une trajectoire circulaire hors du plan (**figure 4.9b**). Elle précesse autour du champ démagnétisant. La composante m_z augmente avec le courant χ . Il existe deux orbites stables symétriques, l'une au dessus du plan et l'autre au dessous. Le sens de rotation est opposé pour chacune de ces orbites. Ces trajectoires sont définies par l'intersection de la sphère unité avec le plan d'équation $m_z = h_x/\sqrt{Q} + \sqrt{Q}m_x$ dans la limite $\alpha \rightarrow 0$. Dans cette gamme de courant ($\chi > \chi_2$), la relation de dispersion $f(\chi)$ change radicalement : la fréquence augmente brusquement avec χ , allant même au-delà de la fréquence de Kittel (**figure 4.7**). C'est pourquoi on note ce régime "blue-shift". Les orbites sont de plus en plus resserrées autour d'un point fixe voisin de $m_z = \pm 1$ et la vitesse est de plus en plus élevée (**figure 4.8b**). Il faut noter que la signature GMR de cet état est difficile à repérer expérimentalement car la magnéto-résistance varie avec $\cos \phi$ et les oscillations de ϕ sont d'amplitude de plus en plus faible.

Méthode de Melnikov

Une expression analytique des courants critiques est donnée par Stiles et Milat [12] en utilisant la méthode de Melnikov [122], déjà utilisée par Serpico [123,124] et Bertotti [125] pour l'analyse de stabilité des trajectoires précessionnelles. Il s'agit d'une théorie des perturbations généralisée.

Dans une première étape, le principe consiste à rechercher les trajectoires stables de précession en l'absence d'excitation et d'amortissement. Ces trajectoires non-perturbées, dites hamiltoniennes, sont paramétrées par leur énergie w . La topologie du paysage d'énergie est simple. Il existe deux points stables, $m_x = \pm 1$, chacun au centre de son bassin d'attraction. Il sont séparés par une barrière d'énergie, sur laquelle on trouve deux points selle, de coordonnées $(-h_x/Q, \pm\sqrt{1 - (h_x/Q)^2}, 0)$.

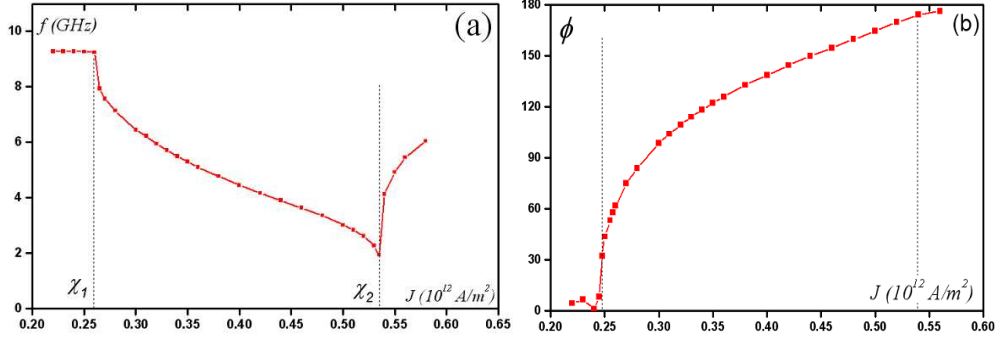


FIG. 4.7 : (a) Fréquence de précession de l'aimantation en fonction de la densité de courant dans le modèle du macro-spin pour $H_x = 3 \cdot H_K$ et $\alpha = 0.02$ (la température est nulle). χ_1 ($0.26 \cdot 10^{12}$ A/m²) est le seuil d'excitation des états de précession dans le plan et χ_2 ($0.535 \cdot 10^{12}$ A/m²) correspond à l'apparition des trajectoires de précession hors du plan de la couche magnétique. La fréquence de Kittel du système est 9.24 GHz. (b) angle maximal de précession dans le plan ϕ_{max} en fonction du courant : les oscillations sont très rapidement de grande amplitude ($\sim 30^\circ$ au seuil χ_1) et s'élargissent ensuite progressivement jusqu'à atteindre $\pm 180^\circ$ en χ_2 . Ces calculs ont été effectués avec les paramètres du Permalloy ($Ni_{81}Fe_{19}$) : l'aimantation à saturation $M_S = 800$ kA/m, le coefficient de Gilbert vaut 0.02, et l'anisotropie est prise égale à 19,5 kA/m (245 Oe), ce qui correspond à l'anisotropie de forme d'une ellipse de Permalloy de dimensions $114 \cdot 70 \cdot 2.5$ nm.

Quand $h_x = 0$, les trajectoires hamiltonniennes d'énergie comprise entre 0 et $Q/2$ sont des courbes contenues dans le bassin d'attraction de $m_x = 1$. Pour $w = Q/2$, ces trajectoires se heurtent aux cercles connectant ces deux points selle $m_y = \pm 1$, d'équation $m_z = \pm \sqrt{Q} m_x$. Pour $h_x > 0$, ces points selle sont situés à un angle ϕ_0 compris entre 90° et 180° .

Dans une seconde étape, on s'intéresse aux trajectoires quand le système est soumis au couple de transfert de spin. Il s'agit d'une perturbation périodique, paramétrée par le courant χ . Melnikov démontre qu'on peut trouver une trajectoire hamiltonienne aussi proche qu'on le veut de cette trajectoire excitée sous courant, si ces trajectoires comportent au moins un point selle. L'écart entre ces deux trajectoires, moyenné sur une période du mouvement, est caractérisé par la fonction de Melnikov :

$$\mathcal{M}(w, \chi) = \int_{\Gamma} \left[\chi (\mathbf{m} \times \mathbf{p}) \cdot \frac{d\mathbf{m}}{d\tau} - \alpha \left(\frac{d\mathbf{m}}{d\tau} \right)^2 \right] d\tau \quad (4.10)$$

L'annulation de cette intégrale traduit la compensation entre le travail du transfert de spin et l'amortissement. Le courant qui annule \mathcal{M} évalué sur une trajectoire hamiltonienne Γ_0 est le courant pour lequel cette trajectoire de précession est stable. En particulier, pour $\chi = \chi_1$, \mathcal{M} est nulle pour une oscillation infinitésimale autour de $m_x = 1$; c'est donc le courant critique d'apparition des précessions dans le plan. Pour $\chi = \chi_2$, la fonction \mathcal{M} est nulle pour la trajectoire passant par les deux points selle. C'est le courant seuil pour lequel les trajectoires de précession ne sont plus stables et l'aimantation bifurque vers l'autre bassin d'attraction ($m_x = -1$).

Pour $-Q \leq h_x \leq Q$, la méthode de Melnikov permet de trouver une expression

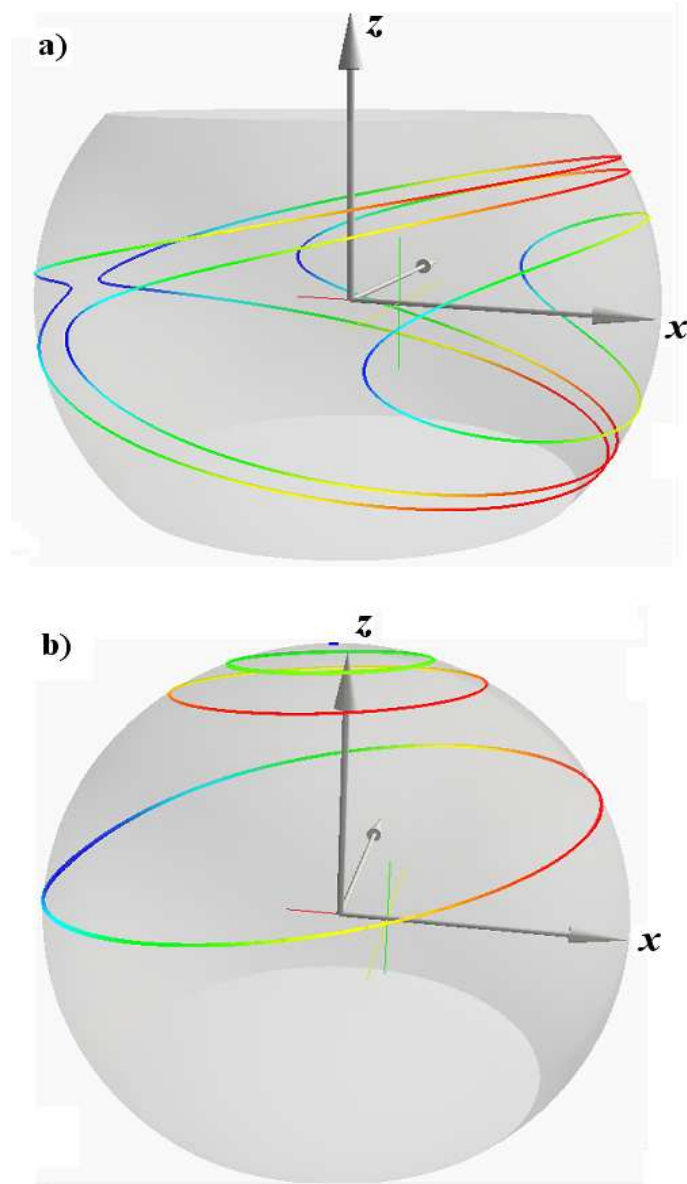


FIG. 4.8 : Trajectoires stables calculées dans le modèle macrospin pour un champ de 3^*H_K (744 Oe) appliqué selon l'axe facile $+x$. a) précession dans le plan pour une densité de courant de $0.265, 0.35$ et $0.53 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$. b) précession hors du plan pour une densité de courant de $0.6, 4, 5$ et $6 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$. Le code de couleur indique la vitesse de l'aimantation le long d'une trajectoire : le rouge représente la vitesse maximale et le bleu la vitesse minimale. La sphère représente la sphère unité que parcourt le vecteur aimantation réduite \mathbf{m} . Les paramètres de calculs sont ceux indiqués dans la *figure 4.7*.

analytique de ce seuil [12] :

$$\frac{\chi_2}{\alpha} = (1 - h^2)^2 \sqrt{1 + Q} \left[\frac{h\xi + \sqrt{Q(1 - (\frac{h_x}{Q})^2)}}{h\sqrt{1 - (\frac{h_x}{Q})^2} + (1 - h^2)^2 \sqrt{Q}\xi} \right] \quad (4.11)$$

où $h = \frac{h_x}{Q} \sqrt{\frac{Q}{1+Q}}$ et $\cos \xi = -\frac{h}{\sqrt{Q(1-h^2)}}$. Cette expression donne des valeurs des courants de renversement identiques à celles prédites par les simulations numériques.

Pour $h_x \geq Q$, la méthode de Melnikov n'est plus applicable. Le seuil d'excitation des précessions hors du plan doit être calculé numériquement par intégration directe de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert.

Diagramme de phase

La **figure 4.10** reprend l'essentiel des résultats analytiques et numériques du modèle de macro-spin. Les différents états stables sont représentés en fonction du champ et du courant appliqués. Pour $h < Q$, l'aimantation transite de manière hystérétique entre l'état parallèle et l'état anti-parallèle. La transition **P/AP** présente une gamme étroite de courants pour lesquels les précessions dans le plan peuvent être entretenues. Pour $h_x > Q$, l'état parallèle est stable quand χ est inférieur au seuil d'excitation des trajectoires précessionnelles. Il n'y a pas hystérèse. L'aimantation ne peut en aucun cas être dans la configuration anti-parallèle. Entre χ_1 et χ_2 , sont excités des états précessionnels d'amplitude croissante. Pour $\chi > \chi_2$ ce sont les oscillations hors du plan qui sont activées.

Ce diagramme de phase est très similaire à celui mesuré par Kiselev *et al.* [113], par Sankey *et al.* [119] (**figure 4.4**) ou par Deac *et al.* [126]. La tension aux bornes de l'échantillon (donc sa résistance) y est observée dans le domaine fréquentiel. Un signal oscillant est caractérisé par sa densité spectrale de puissance (**DSP**, ou PSD en anglais), c'est-à-dire la puissance électrique émise par le système magnétique dans l'intervalle de fréquence $[f, f + df]$. Plus l'aimantation précesse avec une forte amplitude, plus l'intensité du pic de résonance de la DSP est forte³.

Pour $H_x < H_K$, l'aimantation transite vers l'état parallèle ou anti-parallèle lorsque le courant injecté est assez intense. Pour des courants proches du seuil de renversement, des oscillations sont entretenues par le courant. La plage de courant $[\chi_1, \chi_2]$ dans laquelle on peut les observer est assez large pour la transition **P→AP**, mais est plus étroite pour la transition **AP→P** (courants négatifs), et est peu visible dans les diagrammes expérimentaux. Par ailleurs, dans ces expériences, la frontière **AP/P** est fortement arrondie alors que les calculs analytiques prédisent une droite, avec un courant χ_2 peu sensible au champ appliqué. C'est un effet de l'agitation thermique : quand le champ est proche de la frontière $h_x = Q$, la température promeut une transition vers l'état parallèle.

Pour $H_x > H_K$, la puissance émise augmente continument avec le courant injecté au fur et à mesure que les oscillations dans le plan s'élargissent. Pour χ voisin de χ_2 , l'aimantation parcourt une trajectoire d'amplitude proche de 180° ; la variation de résistance est maximale ($\Delta R = R_{AP} - R_P$) et donc la puissance

³ Pour plus de précisions sur le calcul des densités spectrales de puissance, se reporter à l'**Annexe B**

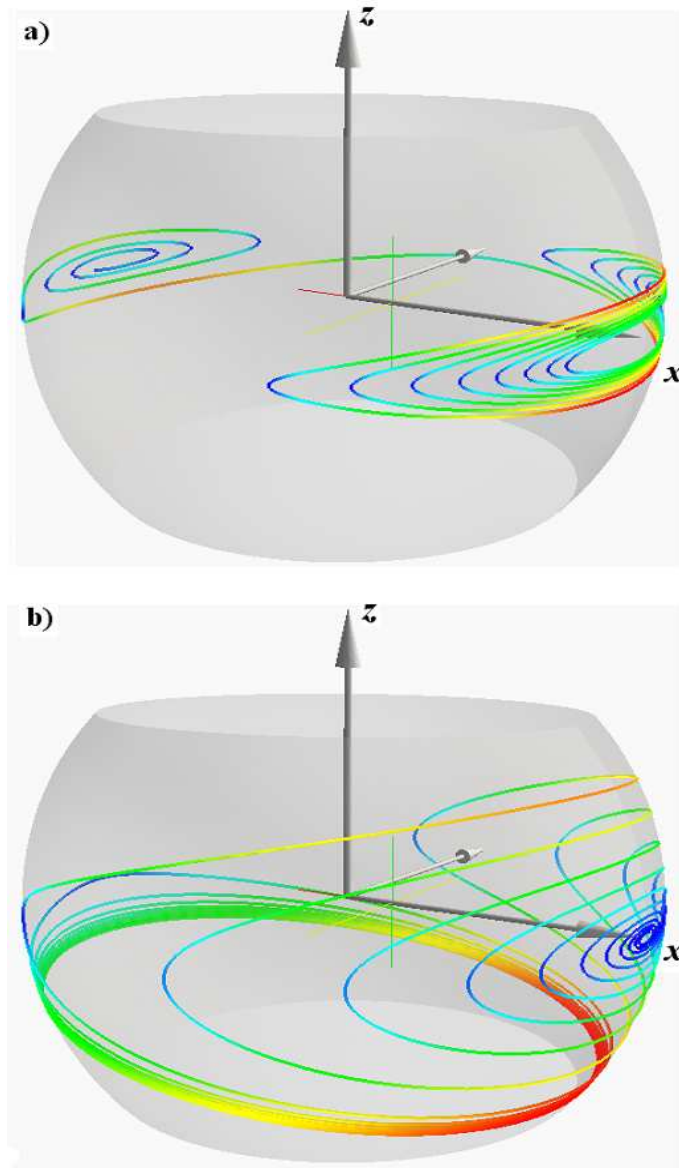


FIG. 4.9 : a) Trajectoire de renversement sous un courant de densité $0.53 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ en l'absence de champ appliqué. L'aimantation est "pompée" progressivement autour de sa position initiale, puis bifurque brusquement vers l'état anti-parallèle où le transfert de spin et l'amortissement la font relaxer rapidement vers $m_x = -1$. b) Bifurcation vers un état précessionnel hors du plan quand un fort champ est appliqué ($3 \cdot H_K$, $J = 1 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$). La phase de précession initiale est la même que pour le cas précédent, mais la bifurcation entraîne l'aimantation vers une des deux orbites hors du plan. Le code de couleur est le même que pour la figure 4.8. Ces calculs ont été effectués avec les paramètres du Permalloy : l'aimantation à saturation $M_S = 800 \text{ kA/m}$, le coefficient de Gilbert vaut 0.02, la polarisation est de 30 % et l'anisotropie est égale à $19,5 \text{ kA/m}$ (245 Oe).

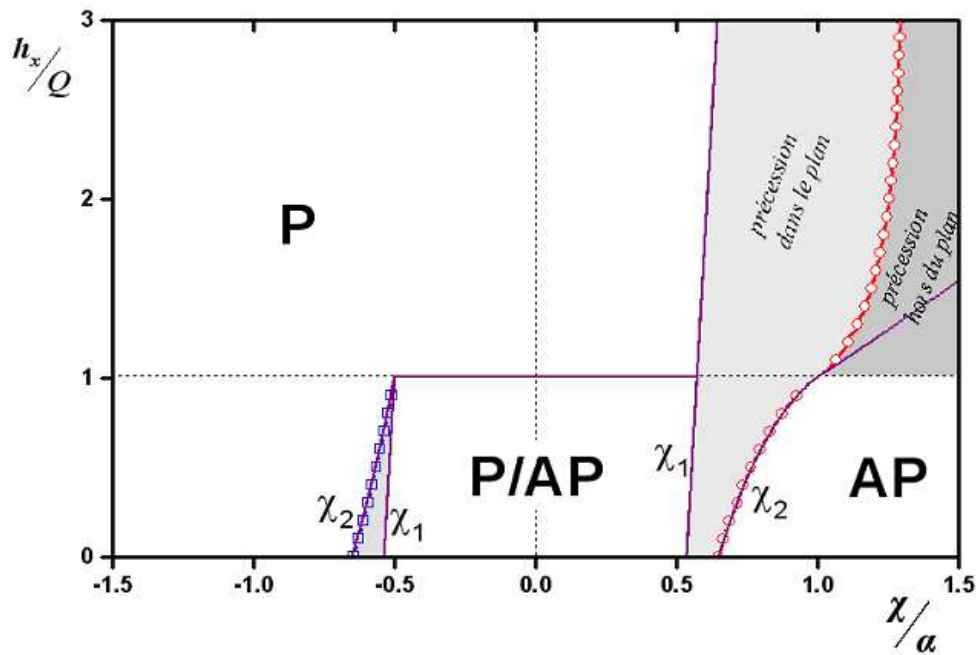


FIG. 4.10 : Diagramme de phase représentant les états et trajectoires stables en fonction du courant réduit χ/α et du champ appliqué selon l'axe facile h_x/Q . **P** (resp. **AP**) désigne les zones où l'état parallèle (resp. anti-parallèle) est stable, et **P/AP** est la zone d'hystérésis entre les deux configurations. Les frontières en noir représentent les transitions calculées analytiquement à l'aide du formalisme de Melnikov. χ_1 est le courant critique pour l'apparition d'états précessionnels dans le plan **IPP** (zones gris clair) et χ_2 est le courant critique de renversement (pour $h_x < Q$). Pour $h_x > Q$, la méthode de Melnikov n'est plus valide et la transition précession dans le plan **IPP**/hors du plan **OOPP** (zone gris foncé) est définie à partir de simulations numériques (lignes avec symboles vides).

est maximale. Dans le cas des précessions hors du plan **OOPP** (figure 4.8b), la composante $m_x \approx 0$ oscille avec une amplitude de plus en plus faible. Les variations de la magnéto-résistance sont de fréquence élevée et d'amplitude tendant vers 0. La résistance moyenne observée est intermédiaire entre R_P et R_{AP} .

Ce diagramme de phase explique les grandes caractéristiques des mesures expérimentales, mais certains aspects n'y apparaissent pas. Notamment Kiselev *et al.* [113] ont relevé la présence d'une zone appelée "W", existant pour de très fortes densités de courant et un champ légèrement supérieur à H_K . On peut interpréter cette mesure comme étant un régime turbulent de création/annihilation de vortex [127] ou bien comme un effet de l'agitation thermique et des transitions intermittentes entre l'état anti-parallèle et les oscillations hors du plan. On verra par la suite que ce régime peut aussi s'expliquer par la présence d'un faible champ transverse.

4.2.2 Analyse spectrale des états précessionnels

Pour une étude plus approfondie du transfert de spin, il est nécessaire de résoudre numériquement l'équation LLG pour un macro-spin. De nombreux groupes ont déjà effectué ce type de simulations sur un système soumis à un champ axial [128, 129]. Ce modèle permet de retrouver le diagramme de phase expérimental observé dans les systèmes à injection ponctuelle ou dans un nano-pilier. On retrouve bien les différents états excités par le transfert de spin (états statiques ou dynamiques) et les courants critiques sont cohérents avec les mesures. Mais certains points restent peu clairs ou inexplorés. Deux aspects m'ont particulièrement intéressé :

- l'importance du préfacteur du couple de transfert de spin
- l'effet de l'agitation thermique sur les états précessionnels, et, de manière plus générale, les facteurs affectant la largeur de raie des spectres de puissance

Dans ce paragraphe, les simulations servent à analyser les états précessionnels. L'objectif étant de calibrer les modèles théoriques par rapport aux mesures expérimentales, les spectres de puissance des états précessionnels constituent une bonne référence. La fréquence de résonance est très sensible à la densité de courant et au profil du transfert de spin, tandis que la largeur de raie dépend fortement de la température, de la géométrie, etc ... C'est pourquoi un modèle comme celui du macrospin, du fait même de sa simplicité, peut apporter des idées intéressantes. La comparaison avec les résultats expérimentaux permet de voir dans quelle mesure l'aimantation a un mouvement cohérent et les effets qu'on peut imputer aux inhomogénéités des excitations.

Spectres de résonance

Pics de résonance et harmoniques

Les états précessionnels sont caractérisés par leur fréquence de précession ainsi que la distribution de ces fréquences. Dans le cas des empilements métalliques, les spectres expérimentaux sont comparés à la densité spectrale de puissance (DSP) de la magnéto-résistance réduite⁴, telle que définie par Slonczewski [25] (cf. chapitre 2) :

$$r = \frac{R(t) - R_P}{R_{AP} - R_P} = \frac{1 - \cos^2 \theta/2}{1 + \chi \cos^2 \theta/2} \quad (4.12)$$

⁴Pour plus de détails, se référer à l'Annexe B.

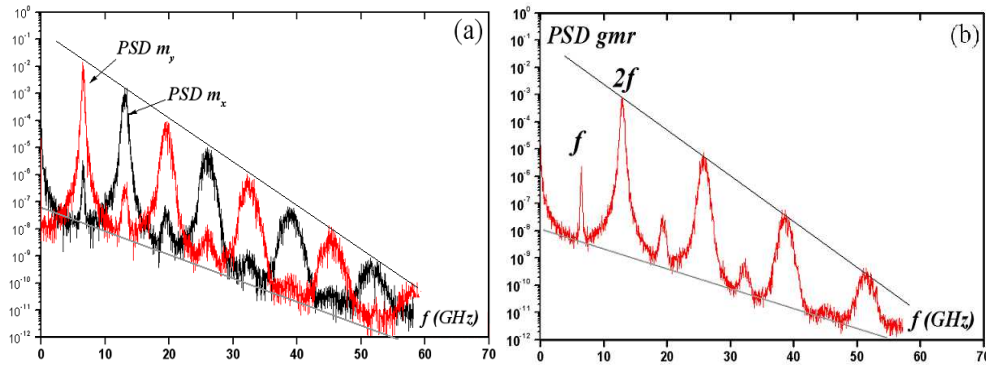


FIG. 4.11 : (a) spectre de puissance pour les composantes m_x et m_y de l'aimantation pour $J=0.3 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$. (b) spectre de puissance de la magnéto-résistance réduite pour une densité de courant de $0.3 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ et une température de 40 K . Il s'agit d'un état de précession de grand angle. On constate que le spectre contient les harmoniques paires comme les harmoniques impaires, avec un poids différent. Les paramètres du calcul sont ceux du Permalloy : $M_S=800 \text{ kA/m}$, $\alpha=0.02$, $P=0.3$ et $H_K=19,5 \text{ kA/m}$ (245 Oe).

où θ est l'angle entre l'aimantation et la direction de polarisation des électrons et χ est un paramètre d'asymétrie caractéristique de la géométrie de la multicouche (à ne pas confondre avec le courant réduit utilisé dans la partie précédente)⁵. Dans le cas général, il n'y a de relation analytique simple entre la densité spectrale de puissance de $r(t)$ et celle des composantes m_x ou m_y de l'aimantation. Or ici on suppose χ égal à 0. $r(t)$ vaut alors $-\cos\theta$. La direction de polarisation des électrons est alignée selon l'axe facile de la couche libre; $S_r(f)$ est alors égale à $S_{m_x}(f)$. Dans ce paragraphe, le champ appliqué est faiblement désaxé par rapport à l'axe de l'ellipse, S_r comporte donc une petite contribution de S_{m_y} en plus de S_{m_x} [113,128].

Pour un mouvement de précession, les spectres de m_y comportent la fréquence fondamentale f_0 et ses harmoniques impaires $3f_0, 5f_0$, etc tandis que les spectres de m_x font apparaître les harmoniques paires $2f_0, 4f_0$, etc L'amplitude des pics secondaires est inversement proportionnelle à la fréquence (figure 4.11a). Si l'aimantation oscille autour de l'état parallèle $m_x = 1$ avec un petit angle, l'amplitude des résonances de S_{m_x} est un ordre de grandeur plus petite que celle de S_{m_y} car m_x varie en θ^2 alors que m_y est égal à θ au premier ordre. C'est pourquoi un faible désalignement du champ avec l'axe du nano-pilier peut faire apparaître principalement la contribution de S_{m_y} dans le spectre de la magnéto-résistance réduite (figure 4.11b).

Dans la figure 4.11b, S_r comporte toutes les harmoniques. L'amplitude en $f = 0$ est égale à la valeur moyenne de $r(t)$ sur l'échantillonnage. L'échelle logarithmique met en évidence une ligne de base qui correspond à un bruit en $1/f$.

Effet des fluctuations thermiques

Le paragraphe précédent a permis d'établir le diagramme de phase champ/courant pour le cas macro-spin à température nulle. Il s'agit d'un diagramme de stabilité, dans lequel on indique les états auxquels parvient l'aimantation en un temps infiniment long. Par contre les simulations incluant la température peuvent rendre compte de la dynamique réelle des transitions entre chacun de ces états et de l'existence éventuelle

⁵Cette relation n'est strictement valable que pour un empilement symétrique.

d'états méta-stables.

Effet sur le diagramme de phase

L'effet de la température est modélisé par l'inclusion d'un champ stochastique de distribution gaussienne, conformément au modèle de Brown [87] (chapitre 3). L'agitation thermique permet à l'aimantation d'explorer le paysage énergétique et de rester dans des états (statiques ou dynamiques) méta-stables. Les frontières du diagramme de phase défini plus haut changent sous l'effet de la température. En particulier les courants critiques de renversement en l'absence de champ appliqué (noté χ_2) deviennent une distribution de courant qui s'élargit avec T . Russek *et al.* [128] et Xiao *et al.* [129] ont étudié en détail la modification du diagramme de phase dans le modèle de macro-spin. Leur conclusion principale est que les fluctuations thermiques tendent à faire disparaître la zone d'hystérésis à bas champ entre l'état parallèle et l'état anti-parallèle, et à réduire la zone d'existence des précessions dans le plan quand le champ appliqué est intense (**figure 4.12**, gauche). Il faut également noter que l'effet de la température doit être mis en regard avec la vitesse à laquelle est balayé le diagramme de phase (c'est-à-dire la vitesse à laquelle varie le courant lors d'un cycle d'hystérésis). Comme les simulations ont une durée bien plus limitée que les acquisitions expérimentales, cette vitesse est plus élevée que celle réellement appliquée. L'impact des fluctuations thermiques sur la largeur des hystérèses en courant est donc sous évalué.

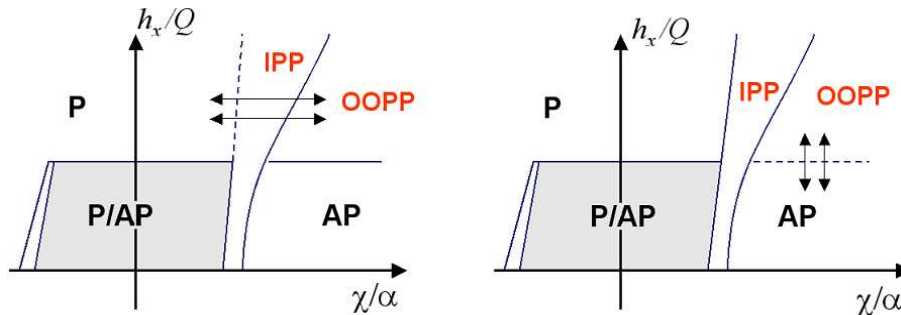


FIG. 4.12 : Diagramme de phase sous champ axial H_x , en présence de fluctuations thermiques : les doubles flèches indiquent la possibilité d'intermittence entre les deux états dont les domaines de stabilité sont voisins.

Au voisinage du seuil χ_2 , la dynamique est particulièrement sensible à une perturbation, même faible. L'aimantation peut passer d'un état de précession dans le plan à une orbite hors du plan, ou bien transiter entre les deux orbites hors du plan (**figures 4.13**). Cela se traduit par un bruit télégraphique dont la fréquence augmente avec la température.

A haute température, on peut également rencontrer des situations où l'aimantation transite de manière stochastique entre des états d'énergie distincte, par exemple entre l'état AP et les précessions hors du plan (à fort champ), ou bien entre l'état anti-parallèle et les oscillations hors du plan (pour h_{app} voisin de Q : **figure 4.12**, droite). Ces transitions s'effectuent à une fréquence relativement basse. Elles sont difficiles à observer expérimentalement dans le domaine fréquentiel, mais se traduisent par une résistance moyenne (dans le temps) intermédiaire entre R_P et R_{AP} . Cette

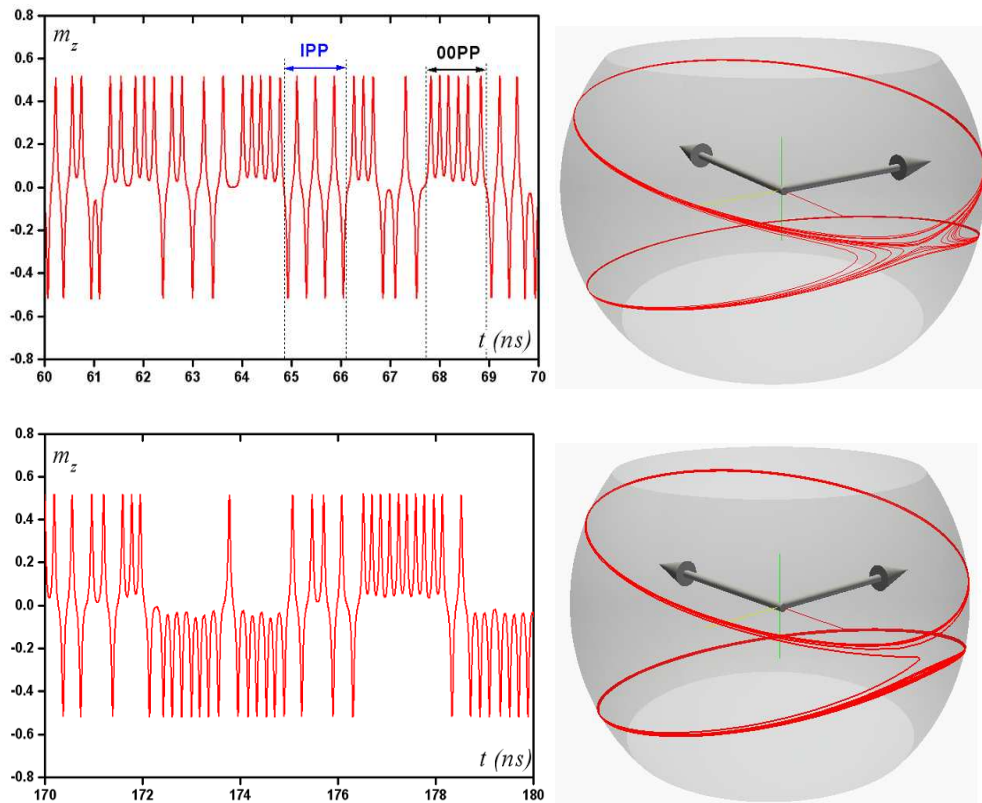


FIG. 4.13 : Figures du haut : transitions stochastiques entre une trajectoire de précession dans le plan (IPP) et une trajectoire de précession hors du plan (OOPP), pour une densité de courant de $0.535 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, un champ égal à $3 \cdot H_k$, et une température de 40 K . La figure de gauche représente l'évolution de la composante m_z de l'aimantation et celle de droite la trajectoire dans le repère cartésien. Le couple de figures du bas est un exemple de transition entre l'orbite hors du plan supérieure et l'orbite inférieure, quand $J = 0.6 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$.

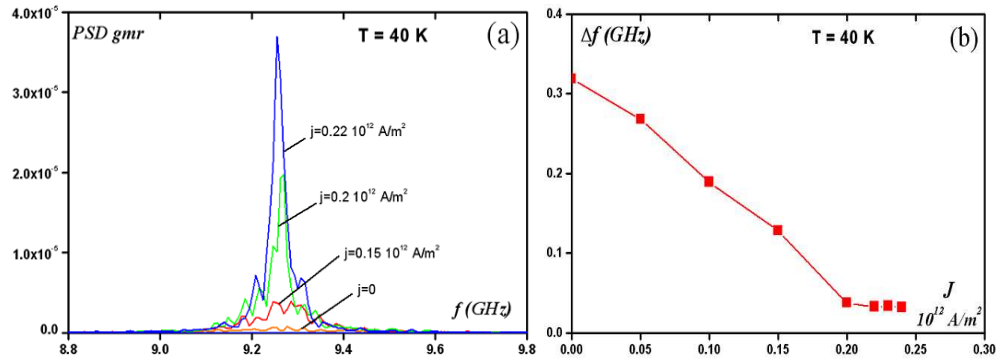


FIG. 4.14 : (a) : densité spectrale de puissance de la magnéto-résistance réduite r à une température de 40 K, pour des valeurs croissantes de la densité de courant ($0, 0.15, 0.2$ et $0.22 \cdot 10^{12}$ A/m²), plus faibles que la densité de courant critique ($0.26 \cdot 10^{12}$ A/m²) nécessaire à l'excitation des états précessionnels. Le champ appliqué est 3 fois le champ d'anisotropie. (b) : la largeur à mi-hauteur des pics de résonance en fonction de la densité de courant ; elle décroît quand elle se rapproche du courant critique. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800$ kA/m, $\alpha=0.02$, $\mathcal{P}=0.3$ et $H_K=19,5$ kA/m (245 Oe).

remarque suggère une interprétation possible et originale de la zone 'W' observée par Kiselev [113].

Dans le paragraphe suivant, l'influence des fluctuations thermiques sur la fréquence et sur la largeur des résonance est détaillé. La température est une source de décohérence du mouvement de l'aimantation : est-ce également le cas pour la dynamique entretenue par le courant ?

Excitations à faible courant

En l'absence d'excitation, les fluctuations thermiques font osciller l'aimantation selon son mode propre, à la fréquence de Kittel [84]. A température nulle, lorsque la densité de courant est inférieure à la densité de courant critique χ_1 , les oscillations de l'aimantation sont progressivement amorties et ne laisse pas de trace dans le spectre de puissance. Quand $T > 0$, les oscillations sont entretenues, toujours à la fréquence de Kittel. Elles sont en moyenne d'amplitude constante, bien que très faible ($\sim 1^\circ$). L'angle de précession croît à la fois avec la température et avec la densité de courant. La largeur du pic de résonance diminue fortement à proximité du seuil χ_1 , mais augmente avec la température. Cela montre que le couple de transfert de spin tend à rendre de plus en plus cohérentes des oscillations pourtant générées par un bruit aléatoire (figure 4.14).

Excitations à fort courant

Pour $H_x > H_K$, les spectres de densité de puissance de la figure 4.15 illustrent la baisse de la fréquence de résonance pour des courants modérés ("red-shift") et une augmentation pour de très fortes densités de courant ("blue-shift"). L'amplitude des pics de résonance est maximale quand le système est loin des transitions **P/IPP** ou **IPP/OOPP**.

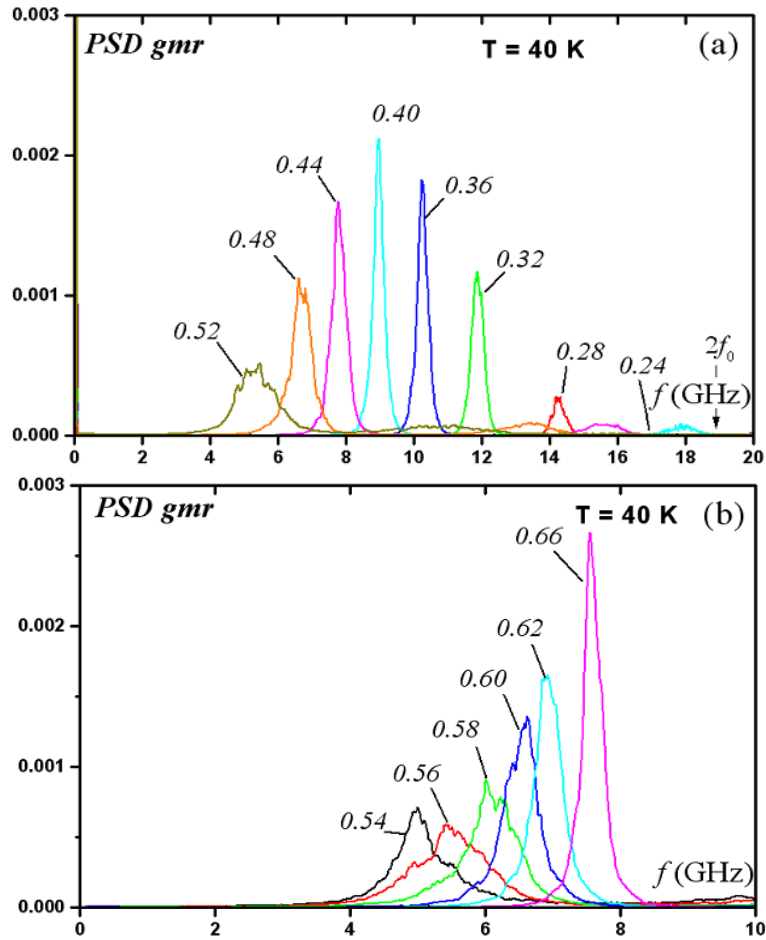


FIG. 4.15 : Spectres de densité de puissance de la magnéto-résistance réduite, pour une température de 40 K, quand le système est soumis à un champ axial de 3^*H_K . (a) : pour des densités de courant réduites (exprimées en 10^{12} A/m²), la fréquence de précession dans le plan diminue progressivement ; l'amplitude passe par un maximum. f_0 est la fréquence de Kittel du système (9.25 GHz). (b) : pour de plus fortes densités de courant, l'aimantation précesse hors du plan et la fréquence des oscillations augmente, ainsi que l'amplitude des pics de résonance. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800$ kA/m, $\alpha=0.02$, $\mathcal{P}=0.3$ et $H_K=19,5$ kA/m (245 Oe). Notons que la signature en fréquence du signal GMR est principalement celle de la composante m_x car la composante transverse est très faible. Ces spectres correspondent donc à l'harmonique paire $2f$.

A température non nulle, amplitude des pics et largeur de raie sont inversement proportionnels. Ainsi la résonance est la plus fine pour les états de précession dans le plan (**figure 4.16a**) ou pour f proche de la fréquence de Kittel. Au contraire, au voisinage de la transition **IPP/OOPP**, on observe un fort élargissement des pics de résonance. En effet, sous l'effet de l'agitation thermique l'aimantation peut transiter aléatoirement entre deux régimes dynamiques (**figures 4.12 et 4.13**). Le mouvement de l'aimantation est alors quasi-chaotique et les spectres comportent un important bruit en $1/f$.

A $T = 0$, la densité de puissance de l'aimantation précessant à une fréquence f est un pic de Dirac de largeur nulle. La dépendance en température des largeurs de raie des états précessionnels est linéaire, avec une pente d'environ 2.2 MHz/K (à $J=0.3 \cdot 10^{12}$ A/m² dans la **figure 4.16b**). Cette loi semble être identique pour une large gamme de densités de courant entre χ_1 et χ_2 . Ce comportement n'est pas exactement celui observé dans les mesures expérimentales. Sankey *et al.* [119], étudiant un système très proche de celui simulé ici (éch. n°1), supposent que la distribution de fréquence est corrélée à la distribution d'angle de précession, qui s'ajuste par une loi de puissance en $T^{1/2}$. Cette relation semble bien vérifiée pour $T < 100$ K. De plus les auteurs notent une claire divergence de la largeur des pics au-delà d'un seuil d'environ 100 K. Mais la dispersion des mesures est telle qu'il est difficile d'affirmer ou d'exclure une dépendance linéaire en T .

Les simulations numériques prédisent des largeurs de raie 1.5 à 2 plus grandes que les mesures de Sankey *et al.* (**figure 4.17**). On peut objecter que certains paramètres expérimentaux sont difficiles à évaluer et définis arbitrairement (champ d'anisotropie, polarisation, coefficient d'amortissement, couplage dipolaire avec la couche dure, etc ...), mais il n'est pas sûr que cela puisse expliquer cet écart tout de même significatif. La méthode de calcul de la densité spectrale et la faible durée des calculs numériques par rapport aux acquisitions expérimentales peuvent expliquer que la largeur des pics soit légèrement surestimée (cf. Annexe B).

Ajustement des pics de résonance

Traitement des données

La procédure de calcul de la DSP appliquée aux simulations numériques est détaillée dans l'Annexe B. Les spectres sont moyennés et lissés sur une fenêtre glissante. S'ils sont très bruités, il peut être nécessaire d'effectuer une moyenne sur un grand nombre de sous-intervalles (jusqu'à 100 fois), dont chacun a une longueur suffisante (de l'ordre de 100 ns) pour garantir une résolution spectrale satisfaisante. Dans le "pire" des cas, cela conduit à mener un calcul sur une durée de 10 μ s. Un tel calcul est possible pour le modèle macrospin mais impensable pour les simulations micromagnétiques. Mais dans le cas général, une simulation de 500 ns est suffisante et nous supposons cette étape correctement réalisée.

Modèle du bruit de phase

Le modèle du bruit de phase décrit dans l'Annexe B est susceptible d'expliquer l'élargissement des raies sous l'effet de la température. L'équation de Landau-Lifshitz conserve le module de \mathbf{m} . Dans le cas mono-domaine, la seule source de bruit est l'agitation thermique. La température intervient au travers d'un champ aléatoire gaussien

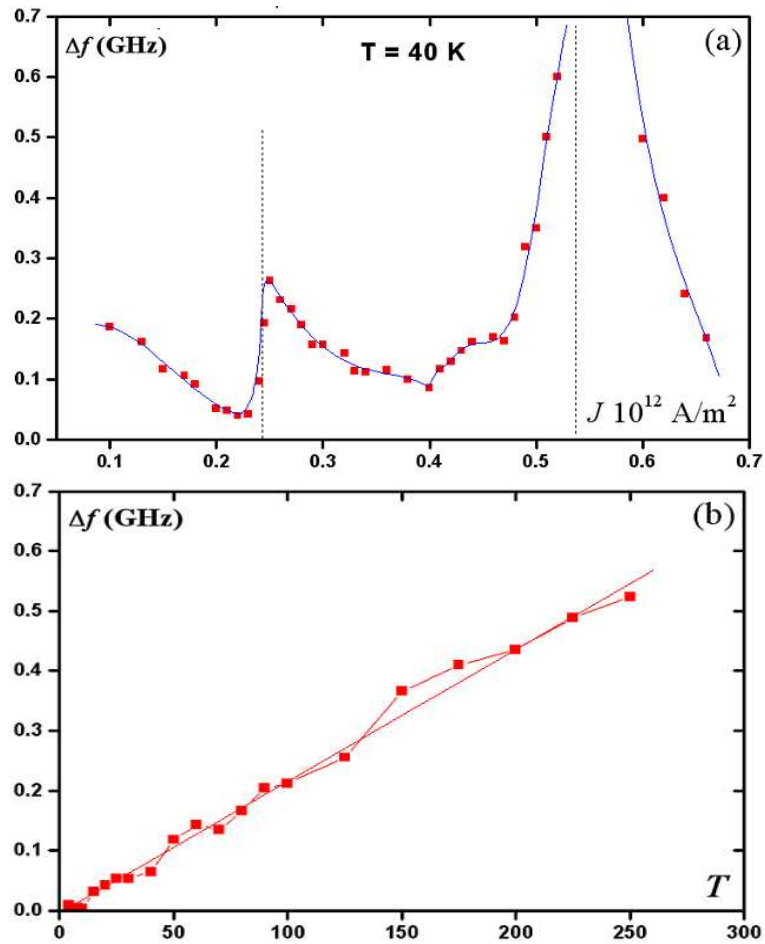


FIG. 4.16 : (a) : variation de la largeur à mi-hauteur des pics de résonance en fonction de la densité de courant (le champ appliqué vaut 3 fois le champ d'anisotropie, la température est de 40 K). Les deux lignes verticales indiquent les courants seuils d'excitations d'un mouvement de précession dans le plan et hors du plan respectivement. (b) : largeur à mi-hauteur des pics de résonance pour $J=0.3 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ en fonction de la température. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800 \text{ kA/m}$, $\alpha=0.02$, $\mathcal{P}=0.3$ et $H_K=19,5 \text{ kA/m}$ (245 Oe).

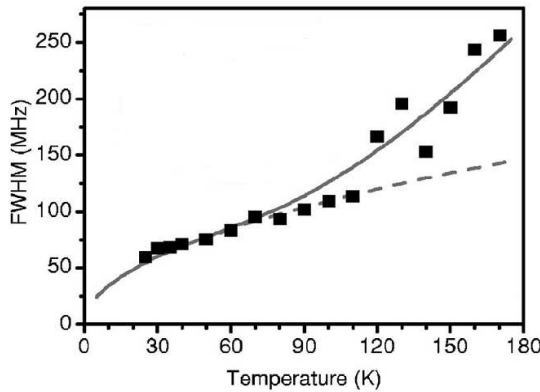


FIG. 4.17 : Largeur de raie en fonction de la température pour un nano-pilier de dimensions 120×60 nm, gravé dans un empilement Cu(80 nm)/Py(20 nm)/Cu(6 nm)/Py(2 nm)/Cu(2 nm)/Pt(30 nm) [119]. Le pilier est parcouru par un courant de 0.9 mA (soit $0.2 \cdot 10^{12}$ A/m²) et est soumis à un champ de 100 mT selon l'axe facile.

qui introduit un déphasage aléatoire. Considérons alors un signal sinusoïdal (d'amplitude A_0 et de fréquence f_0 constantes), affecté d'un bruit de phase aléatoire (dont la distribution est gaussienne de largeur σ). Sa densité spectrale de puissance s'écrit sous la forme :

$$S(f) = \frac{A_0^2}{\pi \Delta f} \frac{1}{1 + \left[\frac{f-f_0}{\Delta f/2} \right]^2} \quad (4.13)$$

C'est une lorentzienne centrée en f_0 de largeur à mi-hauteur Δf et d'amplitude $\frac{A_0^2}{\pi \Delta f}$. La largeur du pic est proportionnelle à la variance de la phase. Est-ce une bonne modélisation des expériences ?

Les simulations macrospin à basse température montrent que les pics de résonance ont bien une allure lorentzienne (**figure 4.18**). L'ajustement est encore meilleur si on a utilisé la procédure de moyennage et de lissage. Connaissant l'amplitude des oscillations, l'équation 4.13 prévoit une largeur à mi-hauteur de 46.3 MHz au lieu des 43.9 MHz mesurés pour des oscillations à 20 K (ce qui correspond à des fluctuations de phase de l'ordre de 0.5° à chaque pas de temps). À plus forte température, les pics peuvent toujours être ajustés par une lorentzienne, à condition que les spectres soient moyennés un plus grand nombre de fois (sinon l'enveloppe a une allure gaussienne et non pas lorentzienne).

Dans ce modèle, la largeur des pics de résonance vaut $\Delta f = \pi/\tau_C$, où τ_C est le temps de corrélation de la phase de l'aimantation. On peut la relier à l'écart-type du bruit de phase : $\Delta f = \mu \sigma_\phi^2$ (μ est le pas de temps du calcul numérique). Dans ces simulations numériques, les fluctuations de la phase résultent du terme de champ thermique introduit selon l'équation de Langevin. La variance du bruit de phase est donc égale à la variance σ_{th}^2 , proportionnelle à la température T . C'est pourquoi la largeur de raie est proportionnelle à T , ce qui est confirmé par les simulations numériques présentées plus haut.

Autres sources d'élargissement des raies

Les fluctuations de l'amplitude $A(t)$ de la trajectoire de précession tendent également à élargir le pic de résonance. L'élargissement est proportionnel à la variance du bruit d'amplitude (explication également invoquée par Sankey *et al.* [119]). En effet l'agitation thermique tend à perturber l'angle de précession ϕ , c'est-à-dire

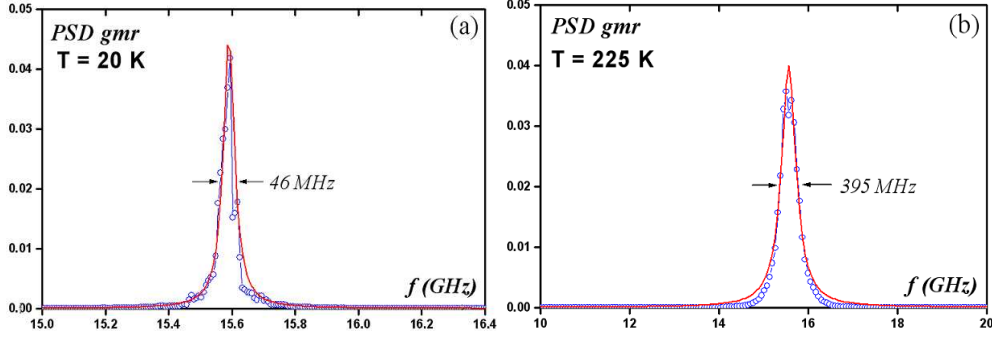


FIG. 4.18 : Densité spectrale de puissance de la composante transverse de l'aimantation m_y . Ce calcul en modèle macro-spin a été effectué pour une densité de courant de $0.44 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, α égal à 0.01, un champ de trois fois le champ d'anisotropie, sur une durée de $1 \mu\text{s}$. a) pour une température de 20 K, et b) pour $T=225 \text{ K}$; en rouge apparaît l'ajustement par la lorentzienne calculée dans le modèle du bruit de phase.

introduit un bruit normal à la trajectoire de l'aimantation. La largeur de raie est alors proportionnelle à l'écart-type de ϕ .

Considérons un signal comportant à la fois une modulation de l'amplitude $a(t)$ et une modulation de la phase $\phi(t)$ sous l'effet des fluctuations thermiques. Dans l'Annexe B, nous avons montré que la distribution de $a(t)$ est une gaussienne de largeur σ_a telle que $\sigma_a = \sqrt{\mu/2\beta} \sigma_{th}$. β est le coefficient d'amortissement de l'amplitude. σ_{th} est l'écart-type du champ thermique et il varie en \sqrt{T} dans le modèle de Brown. Les résultats des simulations numériques exposées dans la **figure 4.19a** confirment cette prédiction. L'effet sur la largeur des pics de résonance est la convolution du pic par une lorentzienne de largeur β/π et d'amplitude σ_a^2 (et donc proportionnelle à la température).

$$S_a(f) = \frac{2\sigma_a^2}{\beta} \frac{1}{1 + \left[\frac{f}{(\beta/2\pi)} \right]^2} \quad (4.14)$$

$$S(f) = S_\phi + S_\phi \otimes S_a(f) \quad (4.15)$$

Quand T augmente, la contribution du bruit d'amplitude à la largeur totale croît linéairement. La hauteur du pic de bruit de phase est A_0^2 tandis que celle du bruit d'amplitude vaut $2\sigma_a^2/\beta$. Si on suppose que l'amortissement de l'amplitude est le coefficient de Gilbert α , et que son écart-type typique est de 0.04 à 200 K (**figure 4.19a**), le rapport des densités spectrales est de 3.2 %. Cela suggère que l'effet des fluctuations d'amplitude sur la largeur de raie est négligeable par rapport à celui du bruit de phase.

REMARQUE : Dans la **figure 4.19b**, on relève les valeurs minimales et maximales de la résistance réduite au cours de 535 ns d'un mouvement d'oscillation à la fréquence 5 GHz. r_{min} correspond au passage de l'aimantation au voisinage de l'état parallèle, tandis que r_{max} correspond au passage à proximité de l'état anti-parallèle au cours d'une période du mouvement. La statistique sur de nombreuses périodes montre que la distribution de r_{min} (centrée en 0) est environ 10 fois plus fine que celle r_{max} (centré autour de 1). L'agitation thermique semble avoir un plus grand effet autour de l'état anti-parallèle ($\phi \approx \phi_{max}$), où la vélocité de l'aimantation est presque nulle. Le paysage d'énergie y est plus "plat", et les fluctuations thermiques

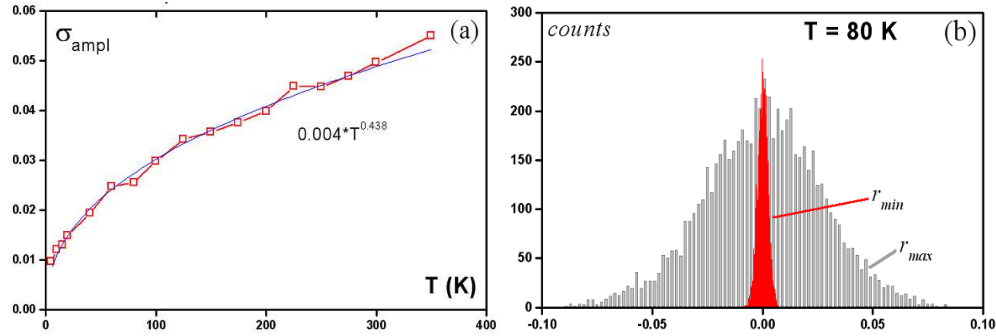


FIG. 4.19 : (a) écart-type de l'amplitude des oscillations de la magnéto-résistance pour une trajectoire précessionnelle en fonction de la température. (b) distribution statistique des minima (en rouge) et des maxima (en gris) la magnéto-résistance relevés à chaque période du mouvement d'oscillation de l'aimantation quand elle précesse à la une fréquence de 5 GHz (établi sur 535 ns). La température est de 80 K. Au cours d'une période du mouvement, quand r est minimale (resp. maximale), l'aimantation passe à proximité de l'état parallèle (anti-parallèle). Les fluctuations autour de leur valeur moyenne (respectivement 0 et 1) sont 10 fois plus importantes pour r_{max} que pour r_{min} , ce qui indique la plus grande susceptibilité de l'aimantation autour de l'état anti-parallèle. La densité de courant est $0.3 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, le champ appliqué est de $3 \cdot H_K$, $\alpha = 0.01$.

sont susceptibles de dévier l'aimantation plus facilement hors de la trajectoire non-perturbée. Au contraire, quand \mathbf{m} est proche de son état d'équilibre à $\phi \approx 0$, la vitesse est maximale et le temps de transit dans cette zone de l'espace des phases y est très court. La température n'a pas le temps de dévier significativement la trajectoire. La susceptibilité magnétique n'est donc pas constante au cours du mouvement.

Estimation quantitative de la densité spectrale

Avant de comparer simulations et résultats expérimentaux, il convient de préciser comment sont effectuées ces mesures de densités spectrales. Le schéma 4.20 illustre un circuit typique de mesure hyper-fréquence. L'échantillon, de résistance R est connecté, au travers de lignes coaxiales d'impédance 50Ω , à une source de courant constant i_0 (quelques mA) et à une source de courant modulé à quelques kHz (amplitude δi de l'ordre du μA). Comme l'échantillon n'a pas une résistance de 50Ω , l'adaptation d'impédance n'est pas réalisée partout dans le circuit. Il faut tenir compte du taux de réflexion de puissance T à l'entrée de la résistance R . Une détection synchrone récupère le signal modulé aux bornes du dispositif et mesure une valeur moyennée de $I(V)$ (dont est extraite la résistance différentielle dV/dI). Le signal brut est donc : $V = R(t)I$, où la résistance du nano-pilier varie au cours du temps : $R(t) = R_P + \Delta R(t)$. Cette tension est amplifiée puis envoyée à l'analyseur de spectre. Cependant, en réalité les circuits de mesure hyperfréquences sont bien plus complexes, car ils incluent diverses résistances, amplificateurs ou atténuateurs additionnels.

Quel est l'ordre de grandeur de la puissance dissipée dans un nano-pilier de type valve de spin? Si on considère que le signal mesuré $V(t)$ est une sinusoïde affectée d'un faible bruit de phase, alors sa densité spectrale devrait être une lorentzienne de largeur à mi-hauteur Δf et d'amplitude $|S_{ech}|_{max} = |0.5 \Delta V_{max}|^2 / (\pi \Delta f)$.

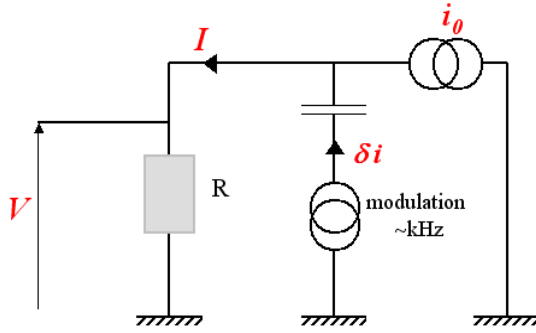


FIG. 4.20 : Schéma de montage hyperfréquence idéal pour la mesure de la densité spectrale de puissance de l'aimantation pour un nano-pilier

Dans ce manuscrit, les densités spectrales sont les DSP de la composante m_y de l'aimantation (S_{m_y}) ou bien celle de la magnéto-résistance réduite r ($S_r(f)$). On obtient : $V = R(t)I = (R_P + \Delta R r(t))I$. La puissance dissipée par le système à la fréquence f est alors :

$$S_{ech}(f) = \left(\frac{1}{2}\Delta R I\right)^2 S_r(f) \quad (4.16)$$

La puissance réellement absorbée⁶ par le système est pondérée par le facteur d'adaptation au circuit d'impédance 50Ω $T = 1 - \left(\frac{50 \Omega - R}{50 \Omega + R}\right)^2$.

Exemple

Prenons un exemple concret, représentatif des expériences récentes de dynamique de l'aimantation. Dans [130], Kiselev *et al.* examinent la dépendance en champ et en courant des fréquences de précession dans un nano-pilier. La résistance R_P du nano-pilier est de 27.9Ω , et la magnéto-résistance maximale mesurée sur les cycles d'hystérésis sous champ est de $\Delta R_0 = 0.085 \Omega$. Lorsqu'un courant d'environ 1.6 mA est injecté dans ce pilier et un champ de 1.3 kOe est appliqué selon l'axe facile, l'aimantation précesse autour du champ à une fréquence de 8 GHz . La largeur à mi-hauteur Δf du pic de résonance est d'environ 490 MHz . La tension aux bornes de l'échantillon est donc une sinusoïde d'amplitude $|V|_{max} = 1/2\Delta R I$. Les simulations numériques montrent d'autre part que l'angle de précession maximal est d'environ 70° , la variation de résistance au cours du mouvement est donc de $\Delta R \approx 0.34\Delta R_0$.

L'ordre de grandeur des puissances mesurées expérimentalement est de quelques $(\text{nV})^2/\text{Hz}$ ou bien du $\text{pW}.\text{GHz}^{-1}.\text{mA}^{-2}$. En utilisant le modèle du bruit de phase, la puissance émise est théoriquement $0.311 \cdot 10^{-18} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Ramenée à une puissance pour 50Ω et normée par I^2 , la densité spectrale vaut : $S(f_0) = 2.2 \text{ pW}.\text{GHz}^{-1}.\text{mA}^{-2}$, à rapprocher des $0.8 \text{ pW}.\text{GHz}^{-1}.\text{mA}^{-2}$ mesurés expérimentalement. Comme le système réel comporte des résistances et des capacités parasites indéterminées, il est difficile de parvenir à un accord exact. Ce modèle est également en accord avec les simulations micromagnétiques effectuées au cours de cette thèse. La densité spectrale

⁶REMARQUE : Puisque V est un voltage, la densité spectrale s'exprime normalement en V^2/Hz . L'usage est parfois de représenter $\sqrt{|S(f)|}$, au lieu de la densité spectrale elle-même; la DSP est donnée en $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Les mesures sont également parfois normées par I^2 (en mA) pour faciliter les comparaisons de spectres pour différentes valeurs de courant. Les analyseurs de spectres peuvent aussi afficher les densités spectrales en W/Hz , qui est la puissance dissipée par un circuit d'impédance 50Ω . D'autre part, pour une lecture plus facile, on représente souvent la puissance P en échelle logarithmique. L'unité d'usage est alors le décibel par Herz (dB/Hz), défini par : $1 \text{ dB} = 1/3 \cdot 10 \log(P/P_{ref})$, où P_{ref} est une puissance de référence. En particulier, si P_{ref} est égale à 1 mW , la densité spectrale de puissance s'exprime en dBm/Hz.

de la magnéto-résistance réduite r vaut au maximum $3.67 \cdot 10^{-3}$ (*a.u./Hz*) tandis que l'effet d'un bruit de phase donnerait une puissance de $3.66 \cdot 10^{-3}$.

4.3 Système sous champ transverse

4.3.1 Géométrie du dispositif

Les premières études expérimentales du transfert de spin ont concerné les dispositifs précédemment utilisés pour l'étude de la magnéto-résistance. La géométrie la plus simple est celle d'un nano-pilier où la couche dure (qui polarise les électrons incidents) est aimantée selon son axe facile, et alignée avec l'axe facile la couche libre. Mais cette configuration n'est pas la plus favorable pour exciter facilement la couche libre. En effet, non seulement, le couple de transfert de spin est presque nul au début du mouvement, mais de plus il est inhomogène (voir chapitre 5). Autant de facteurs qui tendent à expliquer les fortes densités de courant nécessaires pour renverser l'aimantation.

Pour maximiser l'effet du transfert de spin, la situation idéale consisterait à placer l'aimantation à 90° par rapport à la direction de polarisation. Pour ce faire, il ne suffit pas d'orienter l'axe facile de la couche dure perpendiculairement à celui de la couche libre, car il faut également tenir compte le couplage dipolaire. Des simulations micro-magnétiques permettent de définir la géométrie optimale. Dans la **figure 4.21**, on note que l'angle entre le champ dipolaire et l'axe facile de la couche libre atteint -45° si la couche dure est aimantée à un angle de $+20^\circ$ environ. Ce calcul illustre l'importance du champ de couplage dipolaire entre les deux couches magnétiques ; dans cet exemple, son intensité atteint $0.2 \cdot M_S$. Dans le cas où les aimantations et les champs sont alignés selon l'axe de l'ellipse, le couplage agit comme un simple off-set du champ appliqué. Si la couche de référence est fortement désaxée, le champ résultant est plus complexe.

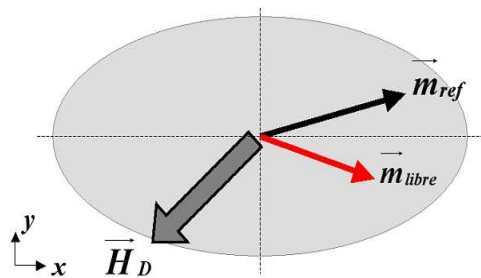


FIG. 4.21 : Angle du champ démagnétisant de la couche fixe calculé au niveau de la couche libre avec l'axe facile, en fonction de la direction l'aimantation dans la couche fixe (c'est-à-dire la direction de polarisation des électrons incidents). Ces calculs sont le résultat de simulations micromagnétiques pour un empilement $Py(4nm)/Cu(8nm)/Py(4nm)$, Py désignant le Permalloy ($Ni_{81}Fe_{19}$). Le nano-pilier a pour dimensions 130×60 nm.

La géométrie adoptée par Krivorotov *et al.* [120] est celle exposée dans la **figure 4.21**. La pertinence de ce choix est avérée par la finesse des pics de résonance pour les

états de précession entretenus par le courant (10 MHz à T=40 K), signe de la cohérence spatiale et temporelle des excitations. Cette géométrie sera traitée dans le cadre micromagnétique dans le chapitre 6. Dans un premier temps nous analyserons les états précessionnels dans le modèle du macrospin, avec un champ transverse uniforme.

4.3.2 Système modèle sous champ transverse : états précessionnels

La configuration étudiée dans ce paragraphe est la suivante : la polarisation des électrons est orientée selon l'axe facile du pilier et un champ magnétique comportant une composante transverse H_y est appliqué dans le plan de la couche libre.

Préambule : compléments pour le cas axial

Avant de détailler l'effet du champ transverse, il est utile de reconsidérer le diagramme de phase calculé pour le cas d'un champ purement axial (**figure 4.10**). Pour un champ appliqué H_x inférieur au champ d'anisotropie H_K , l'état parallèle $m_x = 1$ est stabilisé pour tout courant $\chi < \chi_1$. Pour $\chi > \chi_2$, les calculs théoriques prévoient que l'état anti-parallèle doit être toujours stable. Or les simulations numériques en modèle macro-spin montrent que ce n'est vrai que pour $H_x \lesssim 0.5 * H_K$. Au-delà, pour un champ H_x donné et pour un courant croissant,

- l'état parallèle est d'abord stabilisé pour $\chi < \chi_1$
- puis apparaît un état de précession dans le plan entretenu par le transfert de spin pour $\chi_1 < \chi < \chi_2$
- l'état anti-parallèle est stable pour une certaine gamme de courant pour $\chi > \chi_2$
- enfin est observé un régime pouvant conduire soit à l'état anti-parallèle soit à une précession sur une orbite hors du plan.

La **figure 4.22** donne la représentation en fréquence de ce comportement. On y trouve les deux régimes dynamiques entretenus paramétriquement par le courant, le régime de 'red-shift' (dont la fréquence décroît), correspondant à une précession dans le plan (zone 1), et le régime de 'blue-shift' apparaissant pour $\chi > \chi_2$ si $H_x \gtrsim 0.5 * H_K$, correspondant à la précession hors du plan (zone 3), séparé par un régime de stabilité de l'état AP (zone 2), pour $H_x < H_K$. La branche du 'blue-shift' est entrecoupée de zones où le courant entraîne l'aimantation vers le point fixe AP, donc à fréquence nulle.

L'existence d'états de précession hors du plan pour un champ inférieur au champ d'anisotropie n'est pas un effet des fluctuations thermiques ou du bruit numérique. C'est le résultat d'un mécanisme similaire au renversement balistique déjà observé sous champ [131]. La **figure 4.23** détaille le comportement en fréquence de l'aimantation pour $H_x = 0.8 * H_K$ et pour une fenêtre très étroite de courant. Selon la valeur du courant, l'aimantation bifurque soit vers la trajectoire hors du plan 'haute' ($\theta < \pi/2$), vers l'état anti-parallèle en passant par les valeurs de ϕ positives, vers une trajectoire hors du plan 'basse' ($\theta > \pi/2$) ou bien vers l'état anti-parallèle en passant par les ϕ négatifs. Pour des valeurs croissantes du courant, le système se place successivement dans un de ces 4 états, selon une séquence périodique avec le courant illustrée dans la **figure 4.23**.

Ces trajectoires sont tracées sur le paysage d'énergie représenté dans le repère (θ, ϕ) (**figures 4.24**). Après une phase de pompage par le courant autour de l'état initial $(0,0)$ (état parallèle), trois types de bifurcation sont possibles :

- la **figure a** montre un couple de trajectoires calculées pour des courants très proches : pour $\chi/\alpha = 1.2480$ (blanc), l'aimantation se renverse vers l'état anti-parallèle qui est un point d'équilibre méta-stable, tandis que pour $\chi/\alpha = 1.2482$

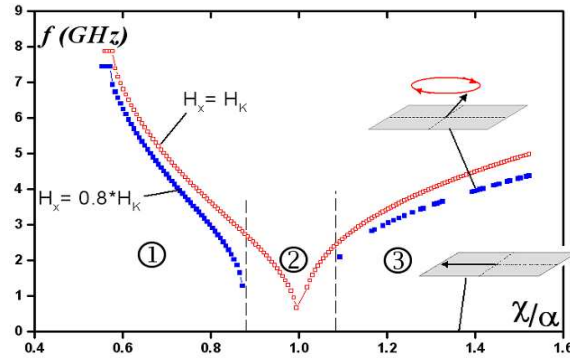


FIG. 4.22 : Fréquence de précession en fonction du courant pour un champ appliqué purement axial : $H_x = H_K$ (symboles ouverts) et $H_x = 0.8 * H_K$ (symboles pleins). La zone 1 correspond au régime de précession dans le plan, la zone 2 est une zone de stabilité de l'état anti-parallèle et la zone 3 conduit soit à l'état AP soit à un état de précession hors du plan.

(rouge) l'aimantation bifurque au point selle S_1 et oscille ensuite selon une orbite hors du plan 'haute' ($\theta < \pi/2$)

- la **figure b** montre deux autres trajectoires pour un courant légèrement plus élevé ($\chi/\alpha = 1.2499$, en rouge et $\chi/\alpha = 1.2502$, en blanc) : la première ne peut pas bifurquer vers le point stable AP au point selle S_1 et s'échappe autour d'une orbite hors du plan. La seconde illustre le renversement de l'aimantation en passant par des valeurs négatives de ϕ .
- dans la **figure c**, la courbe blanche correspond à une trajectoire similaire à celle de la **figure b**. L'aimantation bute alors sur le second point selle S_2 . Pour un courant légèrement supérieur, à $\chi/\alpha = 1.2529$ (rouge), l'aimantation se met à précession hors du plan sur l'orbite 'basse' ($\theta > \pi/2$)

Le diagramme de phase issu des simulations numériques (**figure 4.25b**) diffère donc sensiblement du diagramme de phase théorique (**figure 4.25a**). La poche représentant la zone pouvant conduire à un état de précession hors du plan apparaît à proximité de la frontière $H_x = H_K$, tandis que les frontières χ_1 et χ_2 restent inchangées.

Régime précessionnel en présence d'un champ transverse

Dès qu'on applique un petit champ transverse H_y ($H_x \leq H_K$), les fréquences d'excitation sont sensiblement modifiées. Plusieurs effets sont observés :

- à faible courant, la zone de régime précessionnel dans le plan ("red-shift") n'est que faiblement modifiée par l'application du champ H_y (**figure 4.26a** et **b**, zone 1).
- pour $0.5 * H_K \leq H_x \leq H_K$, et pour une densité de courant modérée, le régime de précession dans le plan se prolonge par un état de fréquence à peu près constante (**figure 4.26b**, zone 2).
- pour une densité de courant plus élevée l'aimantation bifurque vers les états de précession hors du plan, comme dans le cas axial. Le courant seuil d'apparition de ces états augmente avec H_y , mais diminue avec H_x . L'aimantation transite également par intermittence entre les deux trajectoires hors du plan, qui ont des fréquences de précession désormais distinctes car le champ transverse dissymétrise les orbites "haute" et "basse" (**figure 4.26c**).

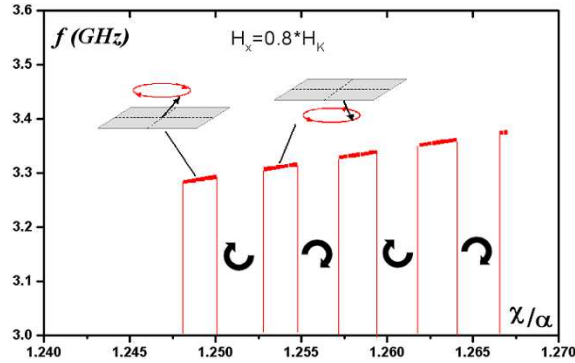


FIG. 4.23 : Fréquence de précession en fonction du courant pour un champ appliqué purement axial à $H_x = 0.8 * H_K$. Les états de fréquence non nulle sont des états de précession hors du plan. Sinon l'aimantation se renverse vers l'état anti-parallèle. Il y a deux chemins possibles de retournement : par $\phi > 0$ (dans le sens des aiguilles d'une montre) ou bien par $\phi < 0$ (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre). Tous les points de calcul correspondent à des conditions initiales identiques.

Une vue d'ensemble de l'effet de l'addition d'une composante transverse au champ magnétique sur les fréquences de précession est proposée par les **figure 4.27**. Le champ transverse stabilise l'état de précession dans le plan de fréquence constante et repousse les fluctuations vers les états hors du plan à des densités de courants plus élevées.

L'effet spécifique d'un champ transverse est de faire apparaître un état de précession dans le plan de fréquence presque constante pour des densités de courant modérées (on le note **IPP'**). Pour des valeurs de H_y supérieures à $0.2 * H_K$, ce régime est confondu dans le régime précessionnel "normal". C'est un état de précession dont la trajectoire est déformée car le champ transverse modifie le paysage énergétique. Le **figure 4.29** montre trois de ces trajectoires : la première est une précession de grand angle "classique" ($\chi/\alpha = 0.44$), tandis que les deux suivantes appartiennent à cet état original ($\chi/\alpha = 0.64$ et 0.84). Au delà du courant seuil, l'aimantation dévie de la trajectoire "clam-shell" classique et explore une zone proche de l'état anti-parallèle, formant un lobe très pincé. Cette partie de la trajectoire est parcourue à une vitesse faible par rapport au lobe principal, ce qui explique la quasi-stagnation de la fréquence.

Les **figures 4.30** et **4.31** expliquent l'apparition de ce nouveau type de trajectoires par une modification de la topologie du paysage d'énergie. Quand $H_y = 0$ et $H_x = 0$, les lignes iso-énergie sont des courbes centrées sur les points stables $\theta = 0$, $\phi = 0$ ou π ; quand H_x est inférieur à H_K , il existe deux bassins d'attraction, centrés sur $m_x = 1$ et $m_x = -1$, et séparés par des cols d'énergie. $m_x = 1$ est le minimum d'énergie tandis que $m_x = -1$ est un point d'équilibre métastable. Quand $H_y > 0$, le paysage d'énergie n'est plus symétrique. Le point selle S_2 décline et le bassin d'énergie lié au point stable m_{AP} s'ouvre. Pour $H_y \leq H_{y, \text{seuil}}$, ce point n'est plus stable et l'aimantation peut explorer cette région de l'espace des phases et revenir ensuite au puits de potentiel principal.

Le système est alors dans un paysage comportant un seul bassin d'attraction, similaire au cas axial quand $H_x > H_K$. Quand la densité de courant est plus

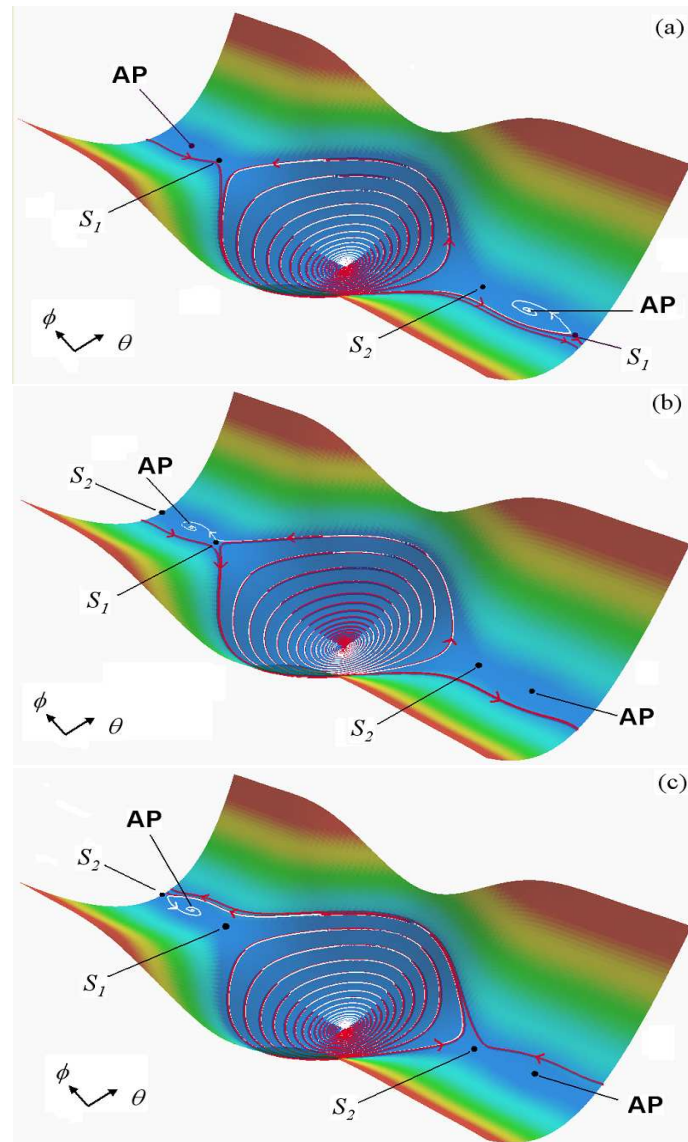


FIG. 4.24 : Paysage d'énergie pour un champ purement axial $H_x=0.8*H_K$, avec comme anisotropie $Q=0.0365$, dans le repère (ϕ, θ) . ϕ est compris entre -45° et $+405^\circ$ et θ entre 67° et 113° . Ce paysage comporte deux cols d'énergie (les points selle S_1 et S_2) et deux points fixes stables (P et AP). Les trajectoires sont représentées sur ce paysage d'énergie pour diverses valeurs du courant réduit : (a) χ/α est égal à 1.2480 (blanc) et 1.2482 (rouge); (b) $\chi/\alpha=1.2499$ (rouge) et 1.2502 (blanc); (c) 1.2526 (blanc) et 1.2529 (rouge).

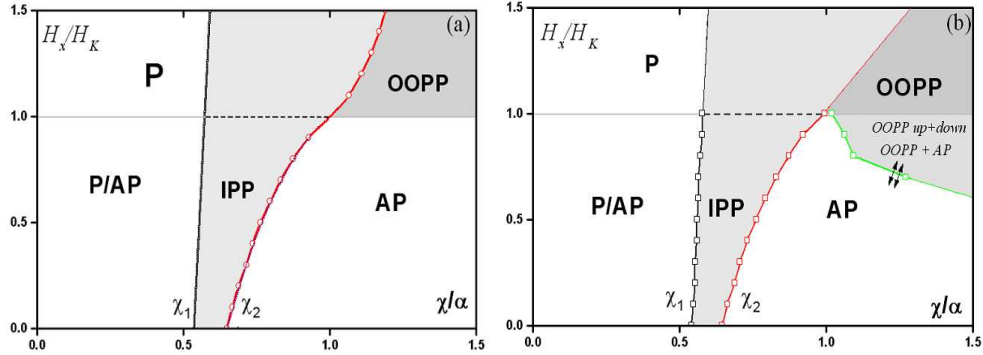


FIG. 4.25 : Diagramme de phase champ axial/courant : (a) diagramme de stabilité (b) diagramme dynamique. **P** et **AP** désignent les états parallèle et anti-parallèle, **IPP** et **OOPP** les états de précession dans le plan et hors du plan respectivement. **P/AP** est la zone d'hystérésis entre ces deux états, et le signe + désigne les zones d'intermittences entre deux états dont les domaines de stabilité sont contigus (les double flèches indiquent les frontières sujettes à cette intermittence).

importante, l'aimantation transite vers une trajectoire de précession hors du plan, et non pas vers l'état anti-parallèle.

Les deux points selle, notés S_1 et S_2 , sont symétriques par rapport à l'axe (Ox) lorsque le champ est axial. Ils correspondent à des points où la vitesse de l'aimantation est nulle. Etant donné que l'énergie magnétique s'écrit $w = 1/2m_z^2 + 1/2Q(1 - m_x^2) - m_x h_x^a - m_y h_y^a$, le champ effectif vaut $(h_x^a + Qm_y, h_y^a, -m_z)$, avec les notations adimensionnées. Les solutions de $\frac{d\mathbf{m}}{d\tau}$ sont de deux types. Celles avec $m_z \neq 0$, correspondant à des points instables; celles telles que $m_z = 0$, qui correspondent aux points stables (parallèle et anti-parallèle) et aux points selle. Le système d'équations se réduit alors à :

$$h'_y t^4 + 2(h'_x - 1)t^3 + 2(h'_x + 1)t - h'_y = 0 \quad (4.17)$$

où la variable t vaut $\tan(\phi/2)$ et les champs h' sont donnés par : $h' = h^a/Q = H^a/(H_K)$. Cette équation du quatrième ordre admet deux solutions réelles et deux solutions complexes conjuguées (les premières correspondent à un point selle et à un point fixe, i.e. l'état parallèle), ou bien quatre solutions réelles (les deux points selle et les deux points stables).

Un faible désalignement du champ par rapport à l'axe facile (dès 7°) suffit à modifier le diagramme de phase de l'aimantation dans la gamme des faibles champs ($H_x \leq H_K$). La composante transverse brise la symétrie des trajectoires, permet l'apparition d'états de précession de très grande amplitude (ils ne cessent d'exister que lorsque les points extrêmes ϕ_{max} se rejoignent), qui bifurquent vers des oscillations hors du plan lorsque le courant augmente.

Largeur de raie

Dans le système étudié par Krivorotov *et al.* [120], sont étudiés la dynamique de retournement et les états de précession dans le plan. La cohérence des oscillations est remarquablement stable dans le temps, alors que la température est estimée à 40 K. Cette géométrie très asymétrique tend à masquer l'effet des fluctuations incohérentes (d'origine thermique ou structurale (défauts, etc ...)) bien plus efficacement que

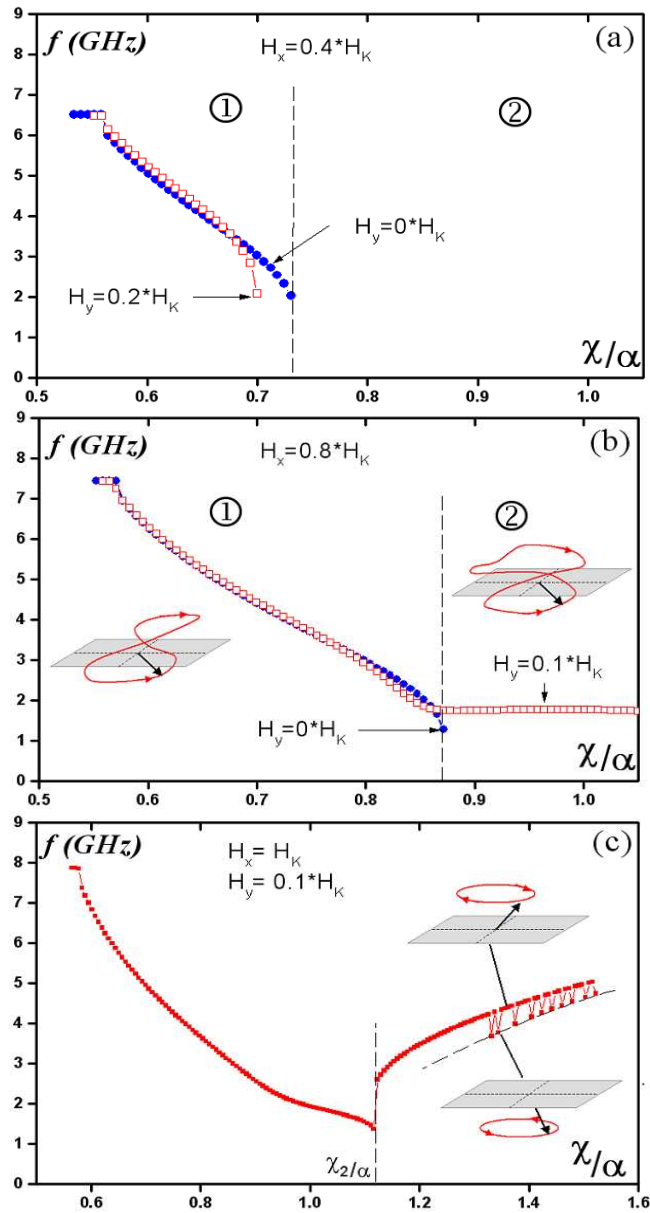


FIG. 4.26 : (a) fréquence de précession de l'aimantation en fonction de la densité de courant lorsque la couche libre est soumise à un champ axial de $0.4 \cdot H_K$ et un champ transverse de 0 et $0.2 \cdot H_K$. La zone 1 indique le régime de précession "classique" et la zone 2 correspond à la stabilité de l'état **AP**. (b) Le champ appliqué selon l'axe facile est égal à $0.8 \cdot H_K$ et la composante transverse vaut 0 et $0.1 \cdot H_K$. (c) Pour un champ axial égal à H_K et une composante transverse de $0.1 \cdot H_K$, l'aimantation bifurque directement d'une trajectoire de précession dans le plan à une trajectoire hors du plan. Pour de fortes densités de courant, l'aimantation bifurque de manière déterministe vers l'une ou l'autre deux orbites de précession hors du plan qui ne sont plus symétriques, donc de fréquences différentes.

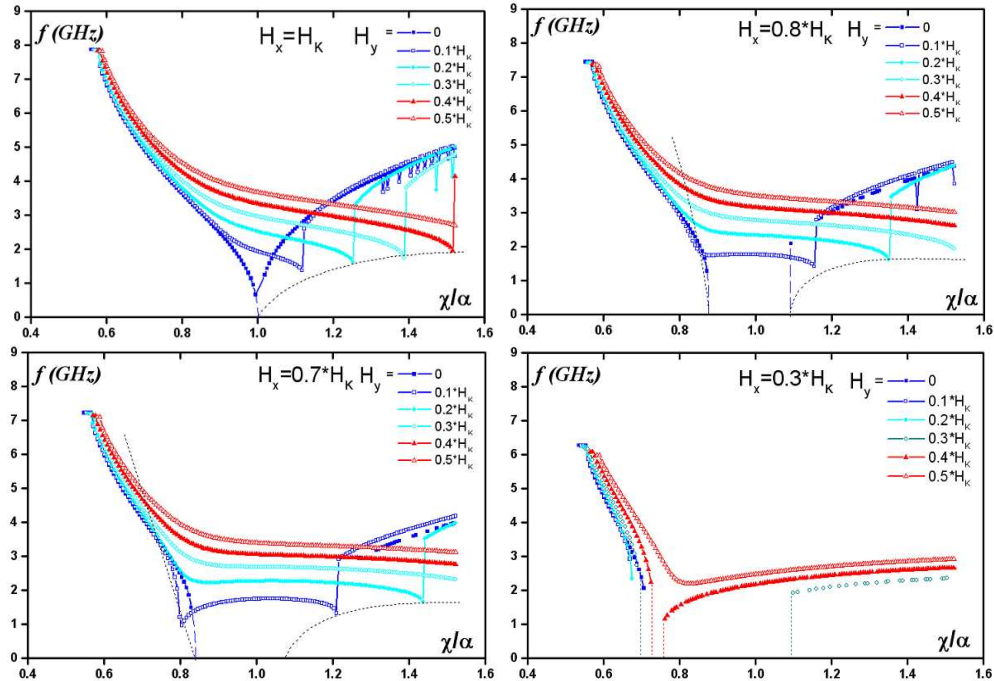


FIG. 4.27 : Fréquences de précession en modèle macro-spin pour un élément magnétique de dimensions $130 \times 65 \times 2.5$ nm. Les paramètres magnétiques sont ceux du Permalloy : $M_S = 800$ kA/m, $\alpha = 0.01$. Le champ d'anisotropie est estimé à 365 Oe et le paramètre d'asymétrie du transfert de spin est considéré comme nul. De gauche à droite, de haut en bas : la composante axiale vaut respectivement H_K , $0.8 \cdot H_K$, $0.7 \cdot H_K$ et $0.3 \cdot H_K$; dans tous les cas sont représentées les fréquences pour un champ transverse variant de 0 à $0.5 \cdot H_K$.

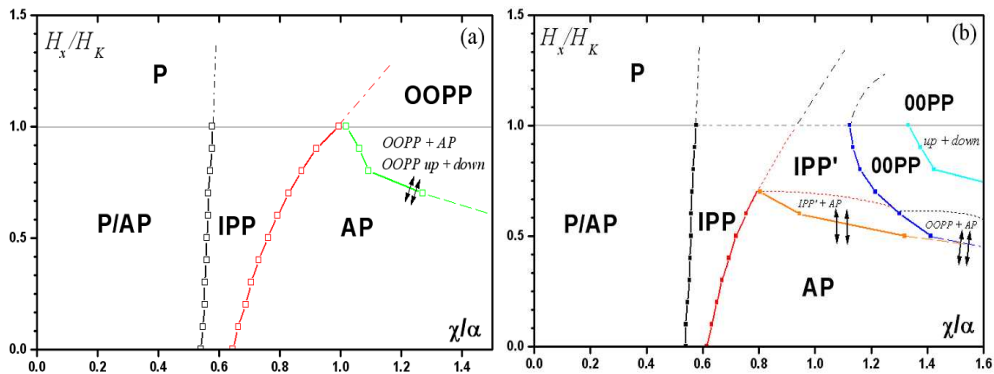


FIG. 4.28 : Diagramme de phase champ axial/courant : (a) sans champ transverse, (b) avec une composante transverse de $0.1 \cdot H_K$. **P** et **AP** désignent les états parallèle et anti-parallèle, **IPP** et **OOPP** les états de précession dans le plan et hors du plan respectivement. **IPP'** est le régime de précessions étendues dans le plan. **P/AP** est la zone d'hystérésis entre ces deux états, et le signe + désigne les zones d'intermittences entre deux états dont les domaines de stabilité sont contigus (les double flèches indiquent les frontières sujettes à intermittence).

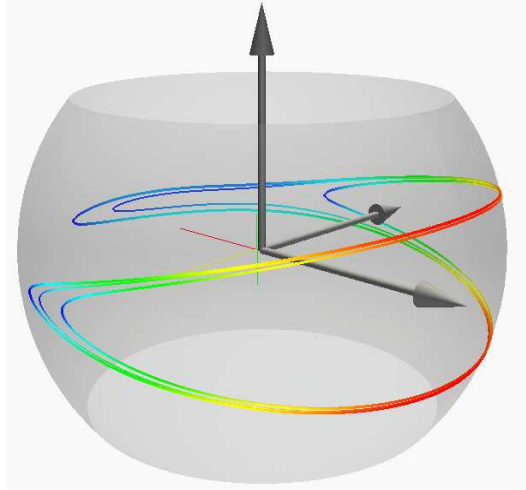


FIG. 4.29 : Trajectoires de l'aimantation pour un champ appliqué égal à ($H_x = 0.7 * H_K$, $H_y = 0.1 * H_K$). Les quatre trajectoires correspondent à des densités de courant de 0.44, 0.64 et 0.84 en unité réduite (χ/α). La vitesse de l'aimantation est représentée par le code de couleur, bleu quand elle est minimale et rouge quand elle est maximale. Dans le régime IPP', le mouvement de l'aimantation parcourt un lobe, proche de $-e_x$, qui élargit brusquement l'amplitude des oscillations.

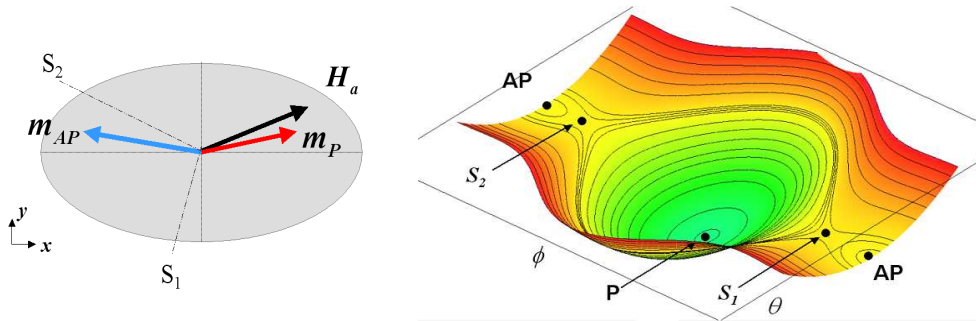


FIG. 4.30 : Schéma représentant les différents points remarquables de la dynamique de l'aimantation sous champs axial et transverse. A droite : position de ces points dans le paysage d'énergie paramétré par (θ, ϕ) ($H_x = 0.7 * H_K$ et $H_y = 0.04 * H_K$). L'état parallèle est légèrement désaligné par rapport à l'axe facile de l'ellipse, de même que l'état anti-parallèle. Quand le champ transverse est faible, il existe deux points selle S_1 et S_2 , à des positions très dissymétriques par rapport à l'axe de l'ellipse et par rapport à la direction du champ. Quand la composante H_y augmente, le point S_2 vient s'annihiler avec le point AP. Le système ne comporte plus alors qu'un point fixe et un point selle.

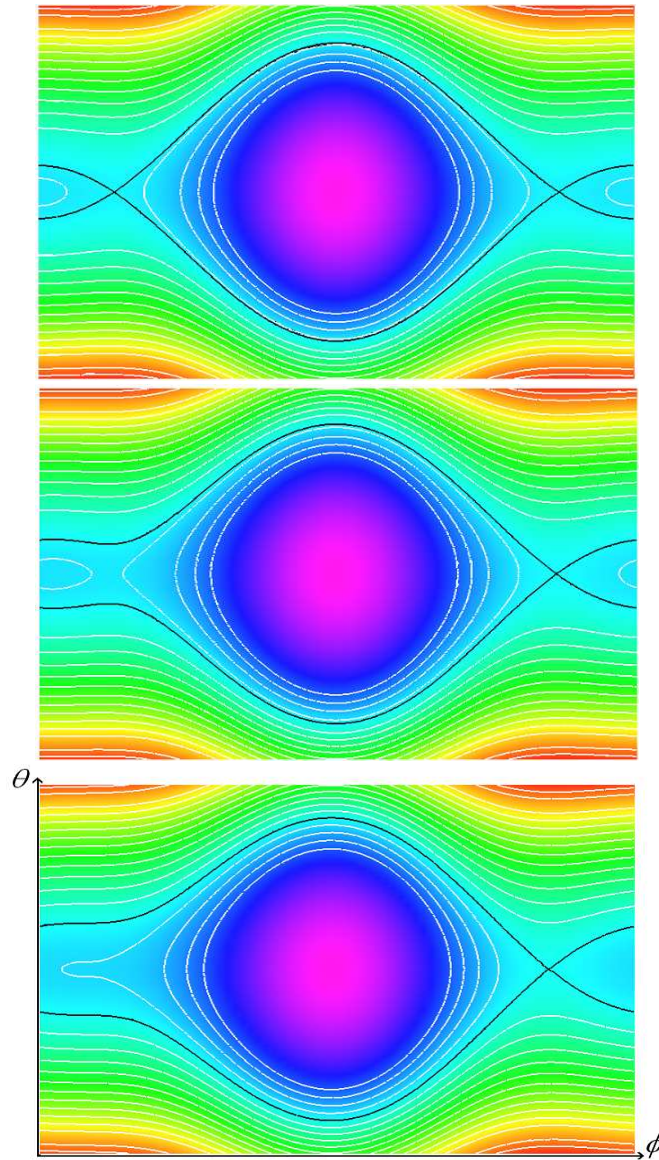


FIG. 4.31 : Courbes de niveau iso-énergie dans l'espace des phases (θ, ϕ) pour $H_x = 0.7 * H_K$ et $H_y = 0.00, 0.04$ et $0.1 * H_K$, ($Q = 0.0365$, soit $H_K = 380$ Oe). L'abscisse ϕ (angle de l'aimantation dans le plan par rapport à e_x) varie entre 0 et 360° et l'ordonnée θ (angle entre l'aimantation et la normale e_z) varie entre 22° et 36° . La couleur indique l'amplitude de l'énergie réduite w ; les courbes de niveau sont espacées de 0.05 . La courbe noire est la séparatrice entre les bassins d'énergie : en haut c'est une ligne hétéroclyme connectant les deux points selle; quand $H_y > 0$ c'est une ligne homoclyme passant par le point selle restant et circulant autour de l'état parallèle.

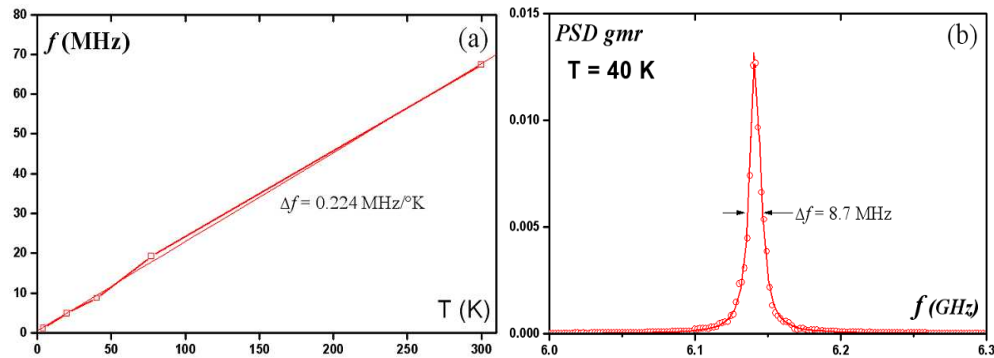


FIG. 4.32 : (a) : largeur de raie d'un état précessionnel en fonction de la température dans un système sous champ et polarisation désaxés par rapport à l'axe facile. La largeur des pics de résonance varie linéairement avec une pente de 0.22 MHz/K. (b) : spectre de densité de puissance à $T = 40 \text{ K}$. Les paramètres sont ajustés sur l'expérience de Krivorotov [120] : la couche libre a pour dimensions $130 \times 60 \times 4 \text{ nm}$, correspondant à une anisotropie de 500 Oe. L'aimantation à saturation vaut $M_S = 650 \text{ kA/m}$, le coefficient d'amortissement 0.025 et le paramètre d'asymétrie du couple est pris égal à 0.5. La polarisation des électrons et l'aimantation de la couche dure font un angle de 30° par rapport à l'axe de l'ellipse et le champ appliqué est de 680 Oe, à -45° par rapport à l'axe de facile aimantation (le champ démagnétisant résultant vaut 145 Oe, orienté à -126° par rapport à l'axe facile). La densité de courant injectée est de 10^{12} A/m^2 .

dans le cas axial. J'ai indiqué en introduction que dans cette géométrie le couple de transfert de spin est initialement beaucoup plus uniforme et intense ; cela laisse penser que la cohérence des oscillations est liée à l'homogénéité des excitations.

Les simulations dans le modèle du macrospin apportent des conclusions très intéressantes. Elles montrent que la largeur de raie est très fine, du même ordre que ce qui a été mesuré expérimentalement (dans la **figure 4.32b** elle vaut 8.7 MHz à 40 K). De plus, comme pour le cas axial, elle augmente linéairement avec la température, avec une pente d'environ 0.22 MHz/K (contre 22 MHz/K). Cela montre que la sensibilité des oscillations aux fluctuations thermiques dépend de la géométrie particulière de l'expérience (de la topologie du paysage d'énergie notamment). Notons que, même pour les fortes températures, les pics de résonance s'ajustent parfaitement par une lorentzienne, pourvu que la densité spectrale de puissance ait été calculée et moyennée sur une durée suffisamment longue (jusqu'à 30 μs). A nouveau, cela laisse penser que le modèle du bruit de phase est bien adapté au mouvement de l'aimantation.

4.4 Valve de spin perpendiculaire/perpendiculaire

Ces dernières années ont aussi vu l'émergence de travaux concernant les nano-structures fabriquées dans des couches à aimantation perpendiculaire. Leur intégration dans des nano-piliers est toutefois très récente. Slonczewski [132] ou Kent *et al.* [133] s'étaient auparavant intéressés à la dynamique sous courant d'un système particulier, le "rotateur". La couche fixe est aimantée perpendiculairement au plan, tandis que la couche libre est planaire. Le courant fait sortir l'aimantation hors du plan, et elle précesse sous l'effet du champ démagnétisant.

Les expériences les plus récentes [134] portent sur des systèmes où les deux couches magnétiques sont aimantées perpendiculairement au plan. Le champ est également appliqué selon la normale au plan (**figure 4.33**). Quelle dynamique peut on observer dans cette configuration ?

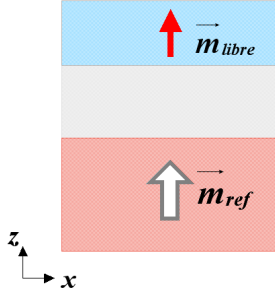


FIG. 4.33 : Schéma d'un empilement magnétique où les aimantations des couches fixe et libre sont perpendiculaires au plan.

L'énergie magnétique s'écrit :

$$w = \frac{1}{2}m_z^2 + \frac{1}{2}Q(1 - m_z^2) - m_z h_z \quad (4.18)$$

où Q est le coefficient d'anisotropie perpendiculaire, avec $Q \geq 1$. Le champ effectif a donc pour composantes $\mathbf{h} = (0, 0, h_z + (Q - 1)m_z)$. Les équations ne dépendent alors que de z . L'équation Landau-Lifshitz-Gilbert donne les conditions d'équilibre suivantes :

$$\begin{cases} m_y [h_z + (Q - 1)m_z] = 0 \\ m_x [h_z + (Q - 1)m_z] = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Les points fixes sont évidents : $m_z = \pm 1$; il existe aussi un cercle instable défini par l'intersection du plan $m_z = \frac{h_z}{1-Q}$ avec la sphère unité. Autour d'un des points fixes $\theta = 0, \pi$, on peut linéariser les équation du mouvement pour de petites oscillations :

$$\begin{cases} (1 + \alpha^2) \frac{d\theta}{d\tau} = [\chi - \alpha(h_z + (Q - 1) \cos \theta)] \sin \theta \\ (1 + \alpha^2) \frac{d\phi}{d\tau} = \alpha\chi + h_z + (Q - 1) \cos \theta \end{cases} \quad (4.20)$$

Un mouvement de précession apparaît pour un courant critique défini par :

$$\frac{\chi_C}{\alpha} = h_z + (Q - 1) \quad (4.21)$$

A la différence de la linéarisation de LLG dans le cas axial, à la limite $\theta \approx 0$, le système 4.20 est complètement découplé en θ et ϕ . Il n'y a donc que des valeurs propres réelles, qui correspondent à des exponentielles croissantes ou décroissantes. Il n'existe pas d'état précessionnel stable. Le mouvement en ϕ se traduit par une rotation à la fréquence f :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha^2} [\alpha\chi + h_z + (Q - 1)] \quad (4.22)$$

θ peut soit relaxer vers l'état parallèle $m_z = 1$ ou diverger avant de se renverser. Il faut noter que dans ce problème, tous les champs (champ d'anisotropie, champ appliqué et champ résultant du transfert de spin) sont alignés selon e_z . Le diagramme

de phase qui résulte de cette analyse est présenté dans la **figure 4.34**. L'aimantation transite directement entre l'état parallèle et l'état anti-parallèle si le champ appliqué est plus grand que le champ d'anisotropie, sinon elle présente une hystérèse de largeur proportionnelle à Q . Ce diagramme de phase est pour l'essentiel semblable à celui établi expérimentalement par Mangin *et al.* (**figure 4.35**). L'arrondi des lignes séparatrices est la trace des fluctuations thermiques. Cependant les régimes apparaissant à fort champ et fort courant, où la résistance est intermédiaire entre celle de l'état par parallèle et anti-parallèle, restent difficiles à expliquer dans le cadre macro-spin à aimantation perpendiculaire et pourraient traduire l'existence ou bien d'état multi-domaines ou bien l'excitation d'ondes de spins.

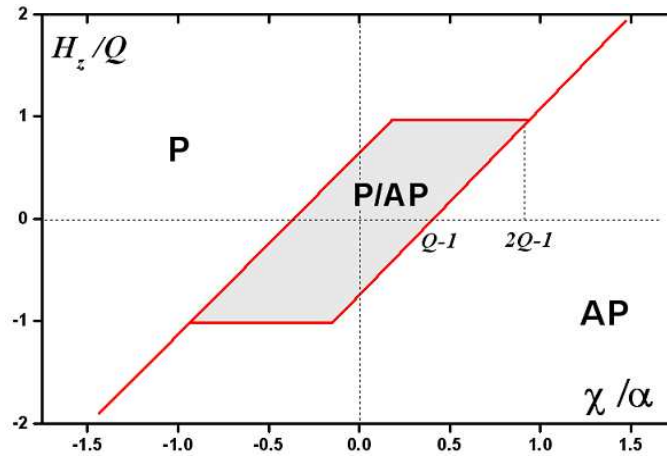


FIG. 4.34 : Diagramme de phase pour le système à aimantation et à polarisation perpendiculaires au plan des couches magnétiques. Il comporte une zone d'hystérésis entre les états parallèle **P** et anti-parallèle **AP** quand le champ appliqué selon la normale est de norme inférieure à Q , le champ d'anisotropie.

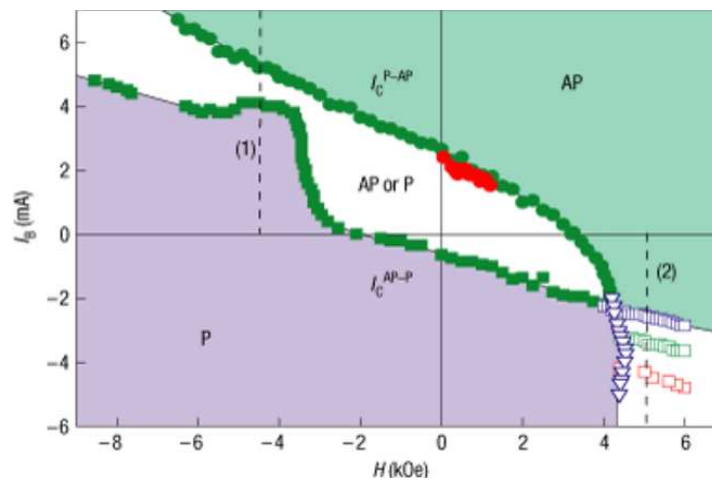


FIG. 4.35 : Diagramme de phase pour le système à aimantation et à polarisation perpendiculaires établi par Mangin et al.. Le pilier, de dimensions latérales $50 \times 10 \text{ nm}^2$, est un empliment où la couche libre est une couche de $(\text{Co/Ni})_{x4}$ et la couche dure est $(\text{Co/Pt})_4(\text{Co/Ni})_2$. Le champ coercitif de la couche libre est de 0.75 kOe . Noter la rotation des axes par rapport à la figure 4.34.

Conclusion :

Le modèle du macrospin est le modèle minimal pour décrire la dynamique de l'aimantation. L'aimantation est supposée uniforme et la magnéto-statique se résume à une anisotropie de type orthorhombique. L'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert augmentée du terme de transfert de spin est une équation différentielle non-linéaire.

Dans le cas où le champ appliqué et la direction de polarisation des électrons sont alignés avec l'axe facile du nano-pilier, l'aimantation a deux positions d'équilibre stables. Si le courant est supérieur à un seuil noté χ_1 , le couple peut déstabiliser l'aimantation et entretenir un mouvement permanent de précession autour de son état initial. Au delà d'un seuil χ_2 , l'aimantation peut adopter deux comportements : si le champ appliqué est faible, elle peut se renverser vers l'état anti-parallèle. Par contre, si le champ est plus grand que le champ d'anisotropie, l'état anti-parallèle n'est plus un point stable et l'aimantation bifurque vers des trajectoires de précession hors du plan. Une solution analytique permettant d'obtenir χ_1 et χ_2 existe dans la cas où $|H| < H_K$.

Si le champ appliqué est légèrement désaxé par rapport à l'axe facile du pilier, les zones de stabilité des différents états sont modifiées. En particulier, si le champ est inférieur à H_K , le régime de précession dans le plan subsiste sur une gamme de courant beaucoup large car l'état anti-parallèle n'étant plus stable, l'aimantation peut osciller avec une amplitude plus importante que dans le cas symétrique correspondant.

Dans le cas où la polarisation, l'anisotropie et le champ appliqués sont tous alignés selon la normale au plan des couches, le système d'équations peut être étudié analytiquement et les seuils de retournement définis. Il n'y a pas de trajectoire de précession stable dans cette configuration.

Les simulations numériques de type macrospin permettent également d'étudier l'effet de l'agitation thermique sur la dynamique de l'aimantation. La signature expérimentale de ces états dynamiques, la densité spectrale de puissance, a été étudiée en détail. L'effet de la température peut être modélisé sous la forme d'un bruit de phase et d'un bruit d'amplitude. Un tel modèle prévoit que la largeur de raie est proportionnelle à la température, ce qui est vérifié numériquement.

Le modèle macro-spin est un modèle assez efficace. Mais il n'en a pas moins certaines limites. En premier lieu les largeurs de raie, et leur dépendance en température, ne sont pas vraiment en accord avec les résultats expérimentaux. D'autre part les détails fins des variations de fréquence de précession en fonction du courant (sauts de fréquence, etc ..) n'apparaissent pas, car la magnéto-statique est traitée de manière trop simplifiée. Le couplage dipolaire ou le champ d'Oersted ne sont pas pris en compte non plus, ce qui peut expliquer les écarts aux expériences.

Chapitre 5

Micromagnétisme : système sous champ axial

5.1 Macrospin vs micromagnétisme

5.1.1 Motivations

Le chapitre précédent a montré que le modèle macrospin permet de retrouver, au moins qualitativement, les principales caractéristiques de la dynamique induite par le courant, notamment dans le cas d'un champ axial. Cependant les détails de la relation entre fréquence de précession et densité de courant injectée ne sont pas en accord avec les observations expérimentales. Par exemple la nature de la zone 'W' du diagramme de phase décrit dans [113] n'est pas clairement élucidée. Par ailleurs la variation de la largeur de raie en fonction de la température mesurée par Sankey *et al.* [119] ne suit pas la relation linéaire prévue par le modèle macrospin. Enfin de nombreux facteurs semblent indiquer que la distribution d'excitation n'est pas homogène. Des mesures expérimentales par diffusion Brillouin sur de grands éléments [156,157] et des études théoriques visant à déterminer la nature des ondes de spin stationnaires excitées par le courant [158,159] corroborent cette idée. Le modèle micromagnétique semble donc une solution plus pertinente que le macrospin pour décrire la dynamique sous courant. Non seulement il tient compte du couplage dipolaire et du champ d'Oersted, mais il offre une modélisation réaliste des interactions magnéto-statiques à l'intérieur de l'élément magnétique.

Plusieurs groupes ont implémenté des programmes de micromagnétisme en vue de simuler la dynamique de l'aimantation dans des structures confinées de dimensions sub-100 nm. Parmi eux, on peut citer notamment le programme Oomf (développé au NIST par M. Donahue, D. Porter et R. McMichael [135]), Berkov *et al.* [136,155], Zhu *et al.* [137–140], Schrefl *et al.* [141], Hertel *et al.* [142], Torres et Lopez-Diaz [143–145], Finocchio *et al.* [146], Garcia-Cervera *et al.* [147], Toussaint [148], Vukadinovic [149], etc Ces programmes diffèrent sur de nombreux points : méthode d'éléments finis vs différences finies, minimisation de l'énergie vs résolution directe de LLG, méthode de calcul du champ démagnétisant, etc Ces différentes approches ont été confrontées et validées sur de nombreux cas d'étude, comme par exemple le renversement sous champ [150]. Les résultats sont cohérents, et les prédictions sont considérées comme fiables à condition de rester dans les limites du modèle (faibles gradients de l'aimantation) et de s'assurer de la stabilité du schéma numérique [91].

Les travaux exposés dans ce chapitre reposent sur le modèle numérique déjà éprouvé dans le cas de la dynamique sous champ [85, 90, 91]. L'objectif consiste à décrire dans le cadre micromagnétique les états de précession de l'aimantation entretenus par le courant avec une plus grande finesse que dans le cas macrospin. Ce cas d'étude constitue un bon moyen de tester les théories du transfert de spin dans les jonctions métalliques, en particulier le modèle de Slonczewski [25]. Ces calculs permettent en outre de déterminer la distribution d'excitation dans le nano-pilier, ce qu'aucune technique expérimentale n'est en mesure d'observer pour des objets aussi petits. C'est pourquoi le micromagnétisme est un outil complémentaire des expériences pour la compréhension des phénomènes du type transfert de spin.

Les travaux de Lee [127], de Berkov [136,153–155] et de Zhu [139] ont déjà apporté des éléments de réponse. Ces auteurs retrouvent le régime de précession dans le plan observé par Kiselev *et al.* [113]. Tous mettent en évidence une dynamique sous courant complexe avec une distribution d'aimantation très désordonnée. Les simulations présentées dans ce chapitre tenteront de répondre à diverses questions :

- retrouve-t-on les états précessionnels dans le plan et hors du plan prédits par le modèle du macrospin ?
- quelle est la nature des modes excités sous courant ?
- obtient-on une meilleure estimation des largeurs de raie que dans le modèle

macrospin ?

- quelle est l'influence du profil du couple de transfert de spin sur les excitations ?

Ce travail prolonge l'étude de la dynamique de l'aimantation menée par Albuquerque *et al.* [151]. Les principales conclusions pour le cas d'un champ axial [160] sont discutées relativement aux prédictions analytiques ou numériques du modèle macro-spin.

5.1.2 Cas d'étude

La configuration du système étudié dans ce chapitre est aussi proche que possible que celle étudiée avec le modèle macrospin dans le chapitre 4.2 et des expériences telles que celles de Kiselev *et al.* [113] ou Sankey *et al.* [119], afin de jauger les différences entre les différents modèles, et leurs limites.

L'élément magnétique modélisé est la couche libre du nano-pilier gravé dans un empilement de type vanne de spin, un élément de Permalloy ($\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$) de forme elliptique (**figure 5.1**). Les dimensions sont typiques des dispositifs mesurés dans les expériences récentes : sa longueur est égale à 114 nm, sa largeur 70 nm et son épaisseur 2.5 nm. Les paramètres magnétiques employés ici sont ceux relevés traditionnellement pour le Permalloy : l'aimantation à saturation (M_S) est 800 kA/m , la constante d'échange A est prise égale à $1.10^{-11} J/m$, et le coefficient d'amortissement $\alpha = 0.01$ [83]. Aucune anisotropie magnéto-cristalline n'est prise en compte ici ; l'anisotropie de forme est estimée à environ 19.5 kA/m (soit 248 Oe).

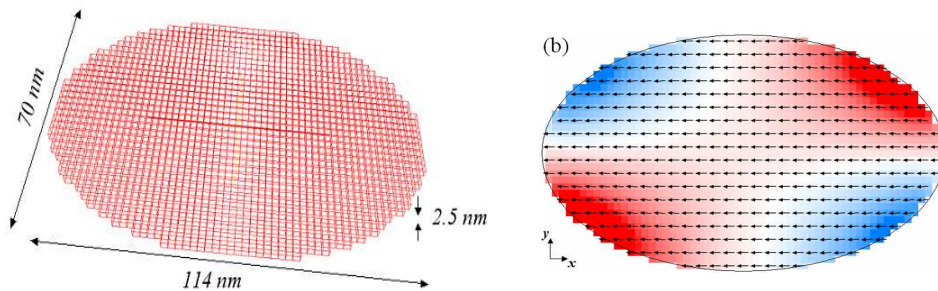


FIG. 5.1 : (a) : maillage de la couche libre d'un nanopilier. Les conventions de signe sont celles utilisées dans le chapitre précédent. La distribution d'aimantation à l'équilibre est représentée à droite (b). Chaque cellule est colorée selon l'amplitude de la composante transverse de l'aimantation m_y (bleu pour les valeurs négatives, rouge pour les valeurs positives).

Le maillage de la couche libre est présenté dans la **figure 5.1a** ; il est constitué de $57 \times 35 \times 1$ cellules (ce qui correspond à une taille de maille de 2 nm). Dans ce chapitre sont utilisées les conditions de bords 'classiques' : la frontière de l'élément elliptique est découpée en marches d'escalier. Cela crée des effets indésirables sur la distribution de charges magnétiques dont il faudra tenir compte dans les interprétations. Malgré cela la distribution d'aimantation à l'équilibre à champ nul (**figure 5.1b**) est lissée et presque uniforme car les dimensions sont très réduites. Les interactions magnéto-statiques, en particulier les effets de bords, tendent à aligner l'aimantation parallèlement aux bords du nano-pilier : \mathbf{m} s'écarte de \mathbf{e}_x au voisinage des extrémités de l'ellipse, ce qui indique que ce sont les zones les plus sensibles à une excitation

transverse comme, par exemple le transfert de spin.

Considérons maintenant les différents facteurs tendant à rendre la dynamique de l'aimantation inhomogène.

5.1.3 Couple du transfert de spin

La dynamique de l'aimantation induite par le passage du courant est simulée par un code reposant sur les méthodes numériques décrites dans le chapitre 3. Le couple de transfert de spin est écrit sous la forme définie par Slonczewski [25] et Stiles [71]. En unités SI, il s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \left(\frac{\hbar}{2} \frac{1}{\mu_0 M_S^2} \frac{1}{d} \frac{I_0}{e} \right) \left[\frac{\mathcal{P}}{\cos^2(\theta/2) + \frac{1}{1+\xi} \sin^2(\theta/2)} \right] [\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{p})] \quad (5.1)$$

L'équation sous sa forme adimensionnée est :

$$\frac{d\mathbf{m}}{d\tau} = -\chi \left[\frac{1}{\cos^2(\theta/2) + \frac{1}{1+\xi} \sin^2(\theta/2)} \right] [\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{p})] \quad (5.2)$$

où χ est la densité de courant adimensionnée¹. Ce couple est ajouté sous cette forme à l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert. \mathcal{P} est la polarisation des électrons incidents. Le coefficient d'asymétrie du couple est maintenant noté ξ pour éviter une confusion avec le courant χ . Cette formulation est en toute rigueur valable uniquement pour les vannes de spin symétriques, ce qui n'est pas le cas de la plupart des échantillons utilisés dans les expériences récentes. La couche dure est souvent beaucoup plus épaisse que la couche libre, et la jonction est déposée sur un anti-ferromagnétique artificiel. La forme de l'accumulation de spin réelle est inconnue, et la dépendance angulaire du couple également. Par ailleurs les modèles de transport sont uniquement 1D, ce qui n'est pas cohérent a priori avec la modélisation micro-magnétique. Mais, faute de connaître l'accumulation de spin à tout moment, $\mathcal{P}(\mathbf{r})$ est arbitrairement prise comme uniforme, ce qui signifie que la couche dure est supposée insensible au transfert de spin. Il semble en tout cas que les inhomogénéités de \mathcal{P} défavorisent une dynamique cohérente de l'aimantation. Par la suite la polarisation des électrons est estimée 30 %², ce qui est la valeur usuellement relevée pour le Permalloy. La densité de courant est également constante et uniforme sur toute la couche libre.

Le coefficient d'asymétrie du couplage de transfert de spin est pris égal à 0 dans ce chapitre, comme cela a été fait dans les simulations macrospin du chapitre 4. Notons qu'expérimentalement le paramètre ξ est approximativement compris entre 0 et 2, mais son estimation est délicate.

¹ Il s'exprime en fonction des paramètres expérimentaux qui, eux, sont dimensionnés :

$$\chi \equiv \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\mu_0 M_S^2} \frac{I_0}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} \quad (SI) \quad (5.3)$$

$$\equiv \frac{\hbar}{2} \frac{1}{4\pi M_S^2} \frac{I_0}{d} \frac{J}{e} \mathcal{P} \quad (CGS) \quad (5.4)$$

²Cette polarisation est une polarisation effective propre au modèle de Slonczewski [25]. Si \mathcal{P} est la polarisation des électrons au sens traditionnel (i.e. Meservey *et al.*), on aurait $\mathcal{P} = \frac{\mathcal{P}_{Slon}}{2}$. Pour plus de détails, se reporter au chapitre 2, section 2.2

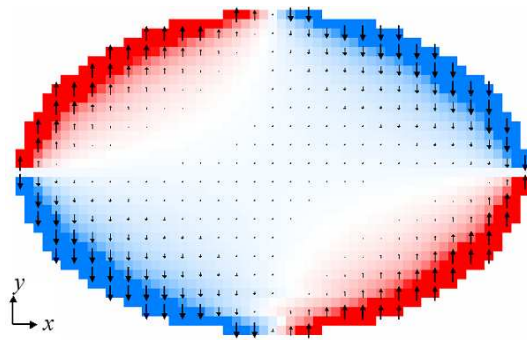


FIG. 5.2 : Distribution du terme de champ effectif provenant du transfert de spin pour une ellipse relaxée à l'équilibre selon $-\mathbf{e}_x$, traversée par une densité de courant de $0.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$. La couleur indique la norme du champ effectif de transfert de spin (de bleu à rouge).

La distribution du transfert de spin pour l'état d'équilibre de l'aimantation est représentée dans la **figure 5.2**. Bien que \mathbf{m} soit presque uniforme, le champ effectif, lui, ne l'est pas. Il est essentiellement transverse (orienté selon $\pm\mathbf{e}_y$) et symétrique par rapport à l'axe (Ox). Son amplitude est maximale aux bords et presque nulle au centre du nano-pilier. Le mouvement induit par ce couple correspond à un battement des 'ailes' de l'ellipse : à l'extrémité droite, elles se rapprochent, tandis qu'à l'extrémité gauche elles s'écartent. La distribution d'excitation est donc fortement inhomogène et, de plus, initie un mouvement incohérent de l'aimantation. Il s'agit là d'une première différence fondamentale avec le modèle macrospin.

5.1.4 Champ d'Oersted

Distribution

Lorsqu'une forte densité de courant parcourt le nano-pilier, la distribution d'aimantation est également soumise au champ d'Oersted. Même pour un pilier d'une taille aussi petite que 100 nm, son amplitude devient importante dès lors que le courant est de l'ordre de 10^{11} A/m^2 . Comme le montre la **figure 5.3a**, le champ généré par le courant est tangentiel à la frontière de l'ellipse. À l'intérieur du pilier, son intensité croît linéairement avec la distance au centre (r), tandis qu'à l'extérieur du pilier, elle diminue en $1/r$. Ainsi le champ d'Oersted est maximal aux extrémités de l'ellipse, où il s'oriente selon \mathbf{e}_y : il y est orthogonal à la direction de l'aimantation à l'équilibre. Sur le reste du périmètre de l'ellipse, il est essentiellement colinéaire à l'aimantation et exerce un couple plus faible.

Par ailleurs, le champ d'Oersted est calculé pour une hauteur de pilier finie. D'après ce que l'on peut relever dans la littérature récente, les couches magnétiques sont typiquement gravées sur une profondeur de 20 à 50 nm. L'amplitude du champ augmente avec la taille du pilier. La **figure 5.3b** montre à quel point ce facteur peut être important : l'amplitude du champ passe du simple (45 Oe) au triple (135 Oe) selon qu'on considère un pilier de 20 nm ou un pilier infiniment haut.

Processus de renversement de l'aimantation

Outre son amplitude importante, le couple dû au champ d'Oersted a donc deux particularités : il est fortement inhomogène et il n'est pas symétrique par rapport à l'axe du nano-pilier (il est de symétrie centrale). Ce dernier point est très important car cela affecte fortement la dynamique de l'aimantation. Considérons le cas du renversement sous courant en champ nul.

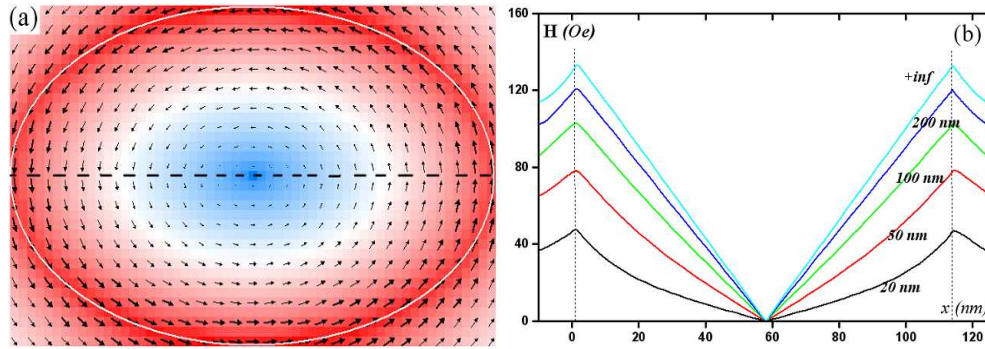


FIG. 5.3 : (a) Champ d'Oersted généré par le passage du courant dans un nano-pilier de dimensions 114×70 nm et d'une hauteur de 100 nm. Le champ est tangent aux bords et maximal aux bords du pilier. (b) Couple selon la direction (Ox) passant par le centre du pilier pour une densité de courant de 10^{11} A/m² ; l'amplitude du champ augmente avec la hauteur du pilier (de 20 nm à un pilier infiment haut).

A l'équilibre, en statique, le champ d'Oersted courbe la distribution d'aimantation dans un état C (**figure 5.5a**). Les **figures 5.4** illustrent comment la dynamique est affectée. La première étape du mouvement est une phase de pompage où l'aimantation précesse avec un angle de plus en plus grand jusqu'à ce que \mathbf{m} fasse un angle de 90° par rapport à l'axe facile. Si le champ d'Oersted n'est pas pris en compte (**figures 5.4a,c,e**), la distribution d'aimantation reste symétrique et le courant active le battement des 'ailes' de l'ellipse. Ensuite apparaissent des vortex sur les bords ; le renversement s'achève dans un chaos apparent. Par contre, si on le prend en compte, le champ d'Oersted dyssymétrise légèrement le mouvement (**figure 5.4b**). Cette petite déviation s'accroît au cours du mouvement et l'aimantation glisse progressivement dans un état S (**figure 5.4d**) qui permet une rotation cohérente jusqu'à l'état final anti-parallèle.

5.1.5 Champ dipolaire

Distribution

Le couplage avec la couche dure favorise également une distribution inhomogène de l'aimantation. Dans les dispositifs du type nano-pilier, la couche de référence est le plus souvent gravée en même temps que la couche libre. La distribution d'aimantation dans la couche dure est telle qu'il apparaît des charges magnétiques de surface sur les bords latéraux. Les lignes de champ démagnétisant générées par ces charges tendent à se refermer, ce qui se traduit par l'apparition d'un champ dipolaire approximativement colinéaire avec l'aimantation de la couche libre (**figure 5.6**). Il favorise en général une configuration anti-parallèle des aimantations. Ce champ peut être relativement intense même si ces deux couches sont séparées par un espaceur épais (typiquement de 2 à 12 nm). Son amplitude dépend également de l'épaisseur de la couche dure. Expérimentalement ce couplage conduit à un décalage des cycles d'hystérésis en champ, mais cela ne traduit que l'effet de sa composante axiale. La **figure 5.7** montre que les composantes H_x et H_y sont presque uniformes alors que la composante normale H_z prend des valeurs plus importantes aux extrémités de l'ellipse.

Pour une jonction Py/Cu/Py typique ($e_{Cu}=5$ nm), l'amplitude du couplage moyenné sur la couche libre est de 130 Oe. Elle peut atteindre 300 Oe aux extrémités de l'ellipse. La composante axiale vaut -88 Oe en moyenne. L'aimantation est

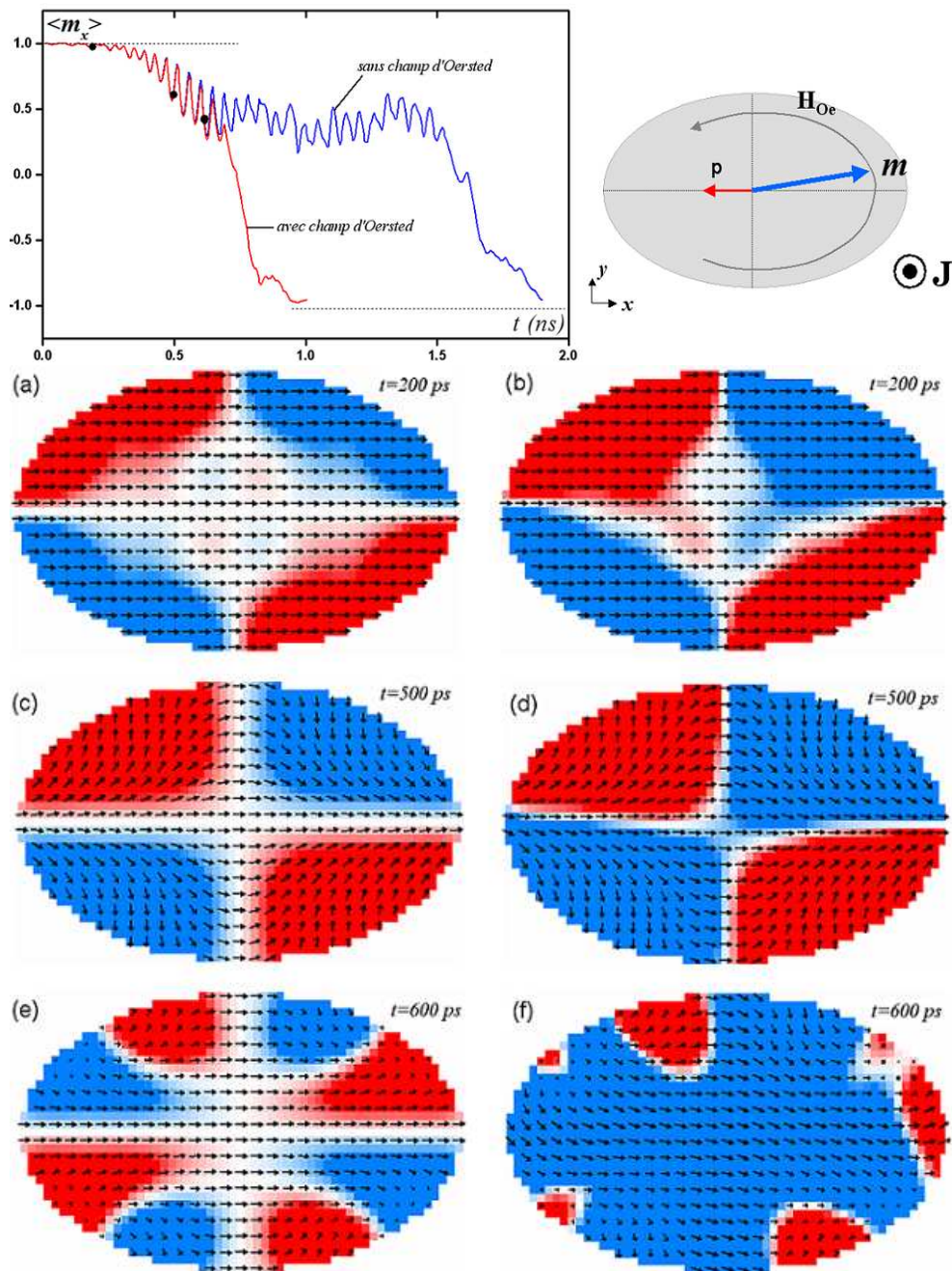


FIG. 5.4 : Déformation de la distribution d'aimantation sous l'effet du champ d'Oersted pour une densité de courant de 10^{12} A/m². A gauche la dynamique sans champ d'Oersted, à droite avec ce champ inclus (l'évolution de la moyenne de m_x au cours du temps est tracée dans le graphe du haut). Les distributions sont des clichés pris 0.2ns, 0.5ns et 0.6ns après l'établissement du courant. Le code de couleur correspond à la composante m_y de l'aimantation (de bleu à rouge). Aucun autre champ n'est appliqué. La température est nulle. Les dimensions de l'élément sont $114 \times 70 \times 2.5$ nm. Les paramètres sont ceux du Permalloy : $M_S = 800$ kA/m, $A = 10^{-11}$ J/m et $\alpha = 0.01$.

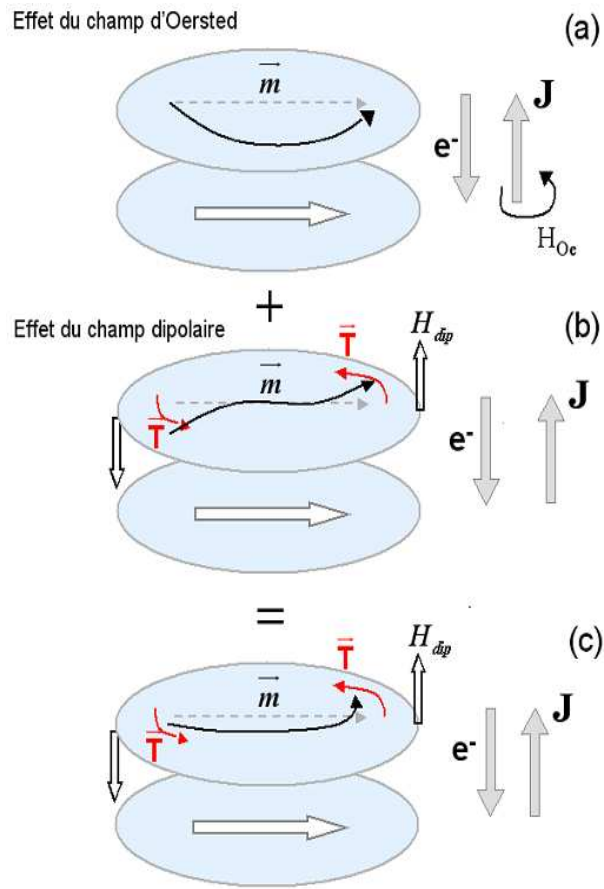


FIG. 5.5 : Schématisation de l'action du champ d'Oersted (a), du champ dipolaire (b) et des deux combinés (c) sur une distribution d'aimantation dans une couche libre elliptique, dans le cas du renversement de l'état parallèle vers l'état anti-parallèle. Au début du mouvement, pour de petites oscillations, le champ d'Oersted favorise un état 'C', tandis que la composante normale du champ dipolaire entraîne l'aimantation vers un état 'S'. \mathbf{T} désigne le couple dû à ces champs s'exerçant sur l'aimantation. Lors de la transition $AP \rightarrow P$, le même type d'asymétrie est introduit.

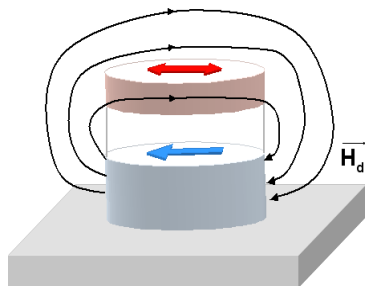


FIG. 5.6 : Schéma représentant le champ dipolaire créé par la couche dure au niveau de la couche libre dans un nano-pilier.

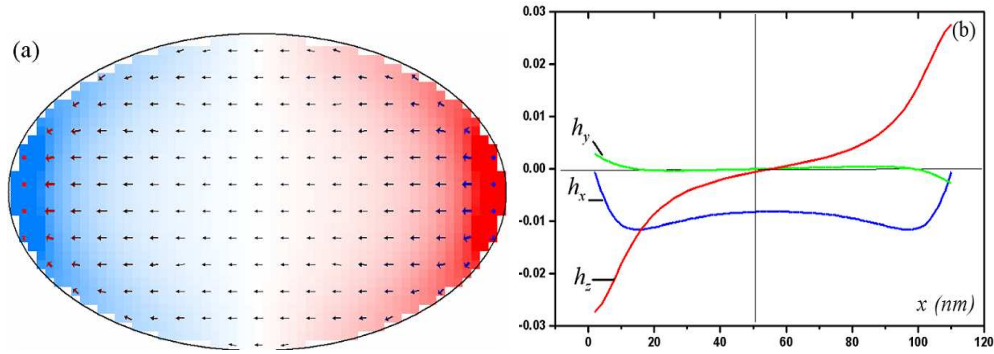


FIG. 5.7 : (a) Distribution du champ dipolaire créée par une couche de Permalloy d'épaisseur 6 nm, uniformément aimantée selon \mathbf{e}_x et placée à 12 nm au-dessous de la couche libre ($114 \times 70 \times 2.5$ nm). (b) Amplitude des trois composantes du champ (en unité réduite $H/4\pi M_S$) calculées selon l'axe de l'ellipse.

donc particulièrement déformée dans les zones où elle déjà la moins 'rigide'. Cet effet ne peut pas se résumer à un simple offset dans les courbes d'hystérésis. La composante axiale diminue le champ effectif ressenti par la couche libre, tandis que les composantes transverse et hors du plan favorisent l'excitation des états de bords.

Effet sur la dynamique de renversement

Là encore, le caractère inhomogène du champ a un effet important. La composante normale de H_{dip} tend à exciter les extrémités de l'ellipse en phase (**figure 5.5b**). Au début du mouvement, dans la phase de petites oscillations, le battement en opposition de phase des quatre 'ailes' de l'ellipse observé plus haut disparaît, au profit d'oscillations cohérentes des extrémités de l'ellipse (**figure 5.8a**). Aux temps courts, la distribution d'aimantation a un mouvement plus uniforme. Aux temps plus longs, le schéma de retournement devient cependant chaotique, en raison principalement de l'introduction de vortex (**figure 5.8b**).

La symétrie (ou l'asymétrie) du champ subi par la couche libre semble donc jouer un rôle primordial sur le mécanisme de retournement. De manière plus générale, ces simulations mettent en évidence la susceptibilité élevée de l'aimantation aux extrémités de l'ellipse, par opposition au centre de la couche libre plus 'rigide'. Une modélisation réaliste d'un nano-pilier de type 'vanne de spin' tenant compte de ces champs conduit à étudier une distribution d'aimantation inhomogène soumise à une excitation et des champs inhomogènes. La question est de savoir s'il est possible d'observer un mouvement cohérent dans ces conditions : on vient de voir que la réponse n'est pas triviale.

5.2 Modes propres

5.2.1 Introduction

Pour une distribution d'aimantation donnée, on peut distinguer deux régimes d'excitation par transfert de spin, selon l'intensité du courant injecté. D'une part il y a le cas des petites oscillations apparaissant sous l'effet d'une perturbation, comme par exemple les fluctuations thermiques : c'est le régime de la réponse linéaire. D'autre part il y a le cas des oscillations de grande amplitude, telles qu'observables

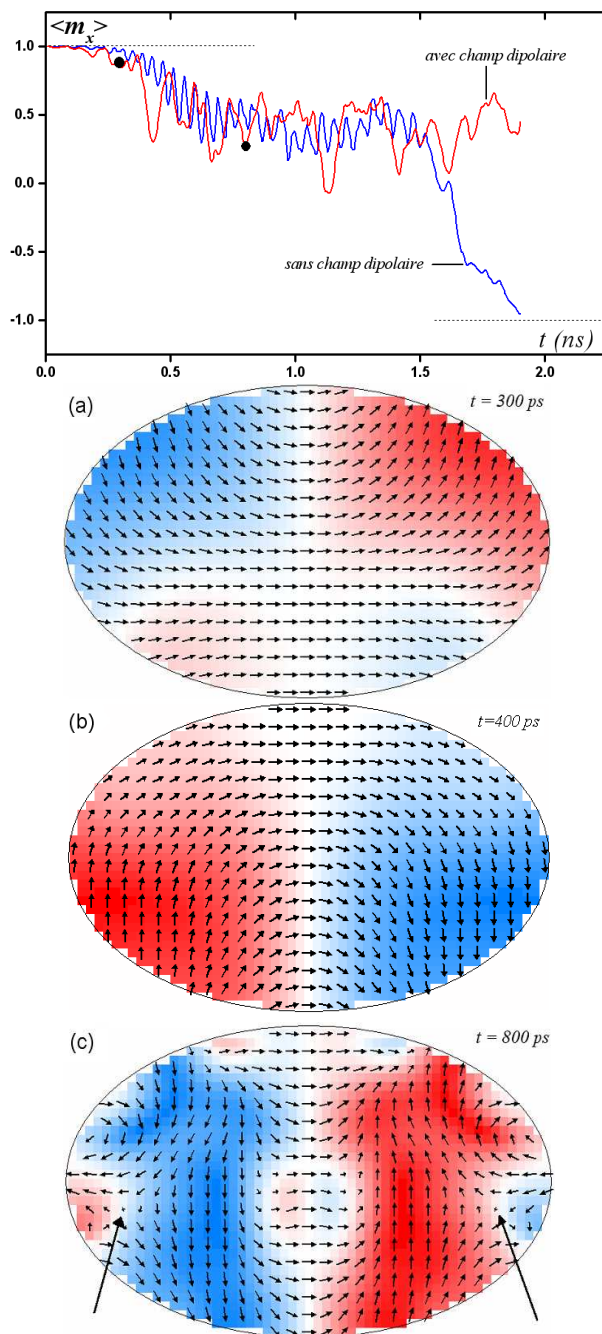


FIG. 5.8 : Déformation de la distribution d'aimantation sous l'effet du couplage dipolaire pour une densité de courant de 10^{12} A/m². Les distributions sont des clichés pris : (a) 0.3ns, (b) 0.4 ns et (c) 0.8ns après l'établissement du courant. L'évolution de $\langle m_x \rangle$ au cours du renversement est tracé sur le graphe du haut. Le code de couleur correspond à la composante m_y de l'aimantation (de bleu à rouge). Les deux flèches signalent la présence de deux vortex de polarités opposées dans la distribution d'aimantation. Aucun autre champ n'est appliqué; en particulier le champ d'Oersted n'est pas pris en compte dans ces calculs. La température est égale à 0. Les dimensions de l'élément sont $114 \times 70 \times 2.5$ nm. Les paramètres sont ceux du Permalloy : $M_S = 800$ kA/m, $A = 10^{-11}$ J/m et $\alpha = 0.01$.

lorsque le nano-pilier est traversé par des densités de courant importantes. La réponse du système est alors non-linéaire.

Dans cette partie, nous traitons le premier cas. La réponse d'un système magnétique dans le régime des faibles excitations est caractérisé par sa susceptibilité magnétique. On représente le plus souvent cette grandeur dans le domaine fréquentiel. Pour un objet de taille finie, le spectre de la réponse magnétique est discret, définissant ainsi les fréquences propres du système. Si ce problème est simple pour un élément uniformément aimanté, déterminer les modes propres d'une distribution d'aimantation inhomogène impose de faire appel aux simulations micromagnétiques.

5.2.2 Susceptibilité magnétique

La partie précédente a montré que divers termes du champ effectif (champ d'Oersted, champ dipolaire) tendent à rendre la distribution d'aimantation inhomogène. La distribution d'excitation au sein de la couche libre est donc a priori inhomogène. L'analyse des premières nano-secondes du processus de retournement sous courant montrent que le renversement débute par une phase d'oscillation de l'aimantation aux extrémités de l'ellipse. Cela suggère que la sensibilité de l'aimantation à une excitation n'est pas uniforme dans la couche libre.

Pour le calcul de la susceptibilité magnétique, on se restreint au cas d'une petite perturbation uniforme. Pour un macro-spin, il n'y a qu'un seul mode propre et il correspond à une oscillation à la fréquence de Kittel. Pour une plaquette rectangulaire uniformément aimantée, les modes propres correspondent à des ondes de spin stationnaires dont les vecteurs d'onde sont quantifiés : $k_x = n\pi/L_x$, où n est un entier et L_x la largeur ou la longueur de la plaquette. Dans le cas d'un élément elliptique, il n'existe pas d'expression analytique pour les fréquences propres. Reprenant l'idée initiée par Vukadinovic [149] et Toussaint [148], le tenseur de susceptibilité $\tilde{\chi}$ est calculé de la manière suivante. La composante α, β , notée $\tilde{\chi}_{\alpha\beta}$, exprime la réponse de la composante m_α de l'aimantation à une marche de champ δh appliquée dans la direction \mathbf{e}_β à l'instant $t = 0$:

$$\tilde{\chi}_{\alpha\beta}(\omega) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\epsilon - j\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta m_\alpha(t)}{\delta h_\beta} e^{j\omega t} dt \quad (5.5)$$

Une marche de champ crée une perturbation selon \mathbf{e}_β ayant un contenu 'blanc' en fréquence. Le spectre de la réponse (m_α) doit contenir tous les fréquences propres du système. Chaque composante de ce tenseur possède une partie réelle et une partie complexe : $\tilde{\chi} = \tilde{\chi}' + j\tilde{\chi}''$. La partie imaginaire correspond à l'absorption dans la couche étudiée. On s'intéresse à la dépendance en fréquence de $\tilde{\chi}''_{\alpha\beta}$. D'après la théorie de la réponse linéaire, la susceptibilité est reliée à la densité spectrale de puissance par la relation [161–163] :

$$S_{m_\alpha}(f) = \frac{2k_B T}{\pi \mu_0 f V} \tilde{\chi}''_{m_\alpha}(f) \quad (5.6)$$

En effet l'impulsion de champ δh place l'aimantation légèrement hors équilibre et elle se met à précesser autour du champ effectif local. Lorsque cette fréquence concide avec un mode propre du système, l'absorption de puissance est alors maximale, ce qui se traduit par un pic dans le spectre de puissance.

La **figure 5.9** représente la composante $\tilde{\chi}_{yy}$ du tenseur de susceptibilité quand la couche libre est soumise à un champ axial de 3^*H_K et à une petite excitation transverse. On applique une perturbation selon \mathbf{e}_y (car c'est la direction du couple

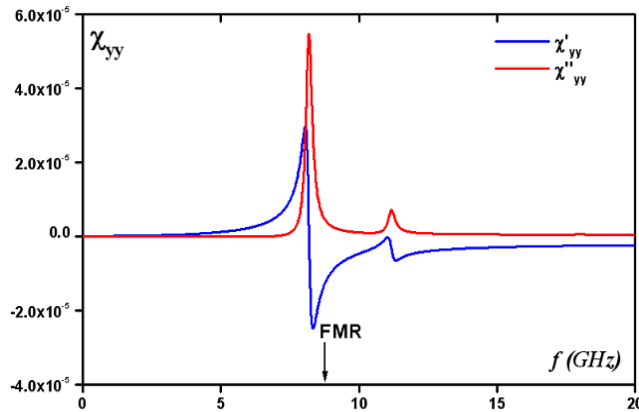


FIG. 5.9 : Partie réelle et partie imaginaire de la composante $\tilde{\chi}_{yy}$ du tenseur de susceptibilité magnétique calculé pour la valeur moyenne de l'aimantation en fonction de la fréquence f . Le système est soumis à un champ de 744 Oe selon l'axe facile. La fréquence de résonance ferromagnétique (de Kittel) vaut 9.25 GHz et est légèrement supérieure au premier mode propre (à 8.1 GHz). La seconde fréquence propre notable est à 11.2 GHz.

de transfert de spin pour la distribution initiale de l'aimantation) et on regarde la réponse selon \mathbf{e}_y également (car c'est la composante transverse qui contribue le plus au signal de magnéto-résistance). Sur cette figure est tracée la moyenne de $\tilde{\chi}_{yy}(f)$ prise sur le volume de la couche libre. Notons que ces calculs ont été effectués sans prendre en compte le couplage dipolaire avec la couche dure et sans champ d'Oersted.

Le spectre de la partie imaginaire de la susceptibilité présente deux pics d'intensité notable, l'un à 8.1 GHz, l'autre à 11.2 GHz. Il existe des pics secondaires à des fréquences plus élevées mais ils sont d'amplitude très faibles. Le fait que ces deux pics principaux ne soient pas harmoniques suggèrent qu'ils ne correspondent pas à des modes uniformes.

5.2.3 Cartes de susceptibilité

Connaître l'intensité de la susceptibilité permet de déterminer la nature des modes propres de la couche libre. Nous avons représenté l'amplitude de la susceptibilité magnétique en chaque point du maillage pour une fréquence donnée, c'est-à-dire la puissance que le système dissipe localement. Ainsi la **figure 5.10** donne la nature des principaux modes propres, parmi lesquels les plus importants sont à 8.1 GHz et 11.2 GHz. Le premier est un mode où les extrémités de l'ellipse sont excitées et le centre reste au repos. Le second est un mode d'ordre plus élevé, où les extrémités et le centre de l'ellipse oscillent, ces zones excitées étant séparées par des lignes nodales où $\tilde{\chi}_{yy}''$ s'annule.

Ces cartes donnent une indication sur l'amplitude des oscillations de l'aimantation, mais pas sur leur signe. L'analyse de la trajectoire de l'aimantation dans chacune des zones excitées montre que :

- à $f=8.1$ GHz, les deux extrémités oscillent en phase (les variations $m_y(t)$ sont en phase) mais leurs composantes hors du plan m_z sont en opposition de phase (**figure 5.11a**)

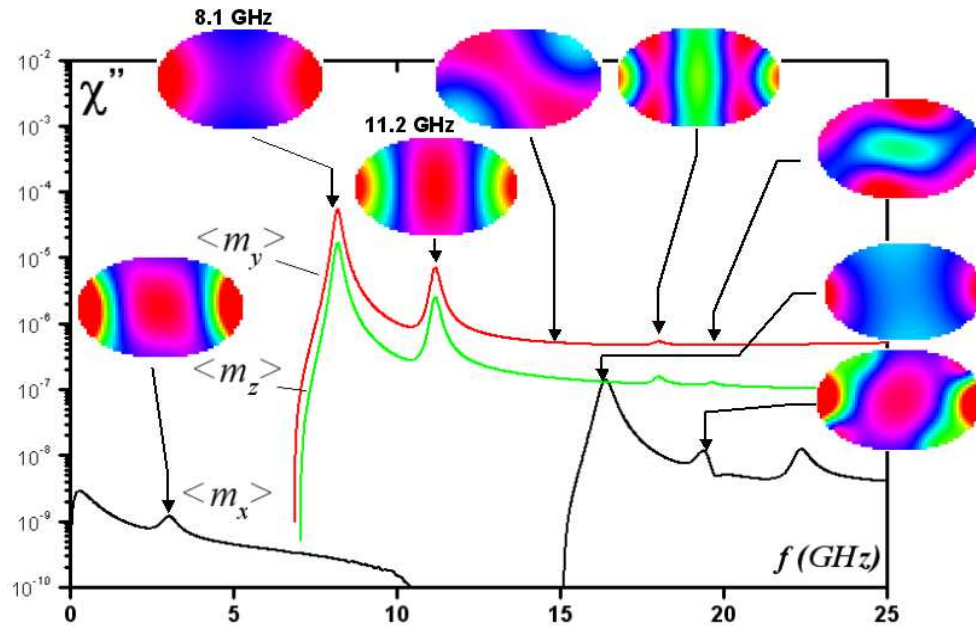


FIG. 5.10 : Cartes de la partie imaginaire de la susceptibilité magnétique (réponse selon m_x , m_y et m_z à une marche de champ selon e_y). Les modes principaux sont situés à la fréquence 8.1 GHz et à 11.21 GHz. Le code de couleur est : bleu azur pour $\chi'' = 0$, bleu marine pour les valeurs négatives, rouge pour les valeurs positives. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $A=10^{-11}$ J/m, $M_S=800$ kA/m, $\alpha=0.02$ et $P=0.3$. La couche libre est une ellipse de dimensions $114*70*2.5$ nm.

- à $f=11.2$ GHz, les composantes transverses m_y dans deux extrémités oscillent en opposition de phase par rapport au centre de l'ellipse (**figure 5.11b**).

Le couplage entre zones excitées est à la fois dynamique et magnéto-statique : c'est le mouvement de l'aimantation qui correspond au plus près à la précession d'un simple dipôle (**figure 5.11a**). Des modes d'ordre plus élevés existent en grand nombre. La **figure 5.10** en reprend certains dans la gamme de 0 à 20 GHz. Notons qu'en l'absence de champ d'Oersted, la distribution de susceptibilité est toujours symétrique par rapport à l'axe de l'ellipse. Ces modes comportent une ou plusieurs lignes nodales parallèles ou orthogonales à l'axe du nano-pilier, toujours en nombre impair, dont le nombre fixe l'ordre du mode. Plus ces modes sont d'ordre élevé, plus leur fréquence est élevée et plus leur amplitude est faible. Ils ressemblent à des ondes de spin stationnaires, comme dans le cas de plaquettes rectangulaires [165].

De la même manière, les autres composantes du tenseur de susceptibilité magnétique ont été calculées et les modes propres ont été déterminés lorsque le système est soumis à une perturbation selon e_x et selon e_z . La réponse de l'aimantation est la même que pour le cas d'une marche de champ selon e_y (**figure 5.12a**). Les modes propres ne dépendent pas de la direction de l'excitation. Cette conclusion est confirmée par le spectre de densité de puissance calculé pour une température de 300 K : le champ thermique constitue également une petite perturbation dans toutes les directions de l'espace (**figure 5.12b**). Les principales résonances sont également observées à 8.1 GHz et 11.2 GHz.

Un point remarquable est qu'aucun de ces modes propres ne correspond au mode

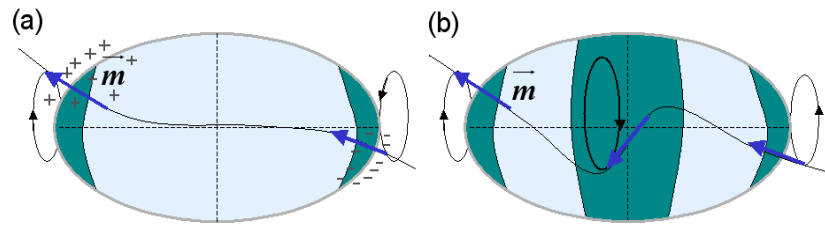


FIG. 5.11 : Mouvement de l'aimantation pour les deux principaux modes propres. (a) pour le mode de bords, les extrémités oscillent en phase. Les signes "+" et "-" désignent les charges magnétiques latérales, de surface et de volume, positives ou négatives. (b) pour le mode d'ordre supérieur, le centre oscille en opposition de phase par rapport aux extrémités.

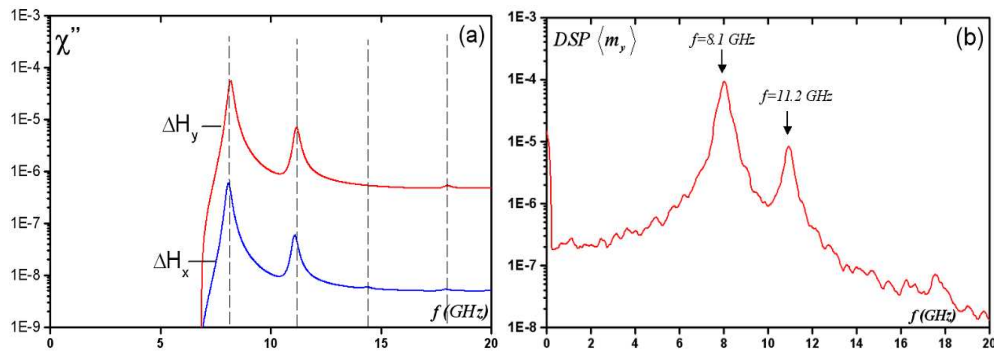


FIG. 5.12 : (a) spectres de susceptibilité mesuré sur $\langle m_y \rangle$ pour une marche de champ appliquée selon \mathbf{e}_x ou \mathbf{e}_y . (b) spectre de densité spectrale de $\langle m_y \rangle$ lorsque la couche libre n'est soumise qu'à une température de 300 K.

d'excitation uniforme. McMichael et Stiles [164] ont également déterminé les modes propres d'un élément de Permalloy de forme elliptique. Les résultats sont globalement identiques, à ceci près que l'ellipse qu'ils considèrent est beaucoup plus grande et de rapport d'aspect plus élevé (160*350 nm). Ils observent donc une plus grande variété de modes, qui n'apparaissent pas dans le même ordre que les résultats présentés dans ce paragraphe. Même en introduisant une perturbation non uniforme, le mode uniforme ne figure pas parmi les modes propres. La géométrie de la couche libre est donc un facteur déterminant de la dynamique de l'aimantation lorsqu'elle soumise à une petite perturbation.

5.3 Modes excités sous courant

Déterminer des modes propres de la couche libre permet de connaître son comportement face à une excitation de faible amplitude. Mais lorsque de très fortes densités de courant sont injectées dans le nano-pilier, le couple de transfert de spin peut être très intense. La dynamique de l'aimantation sort du régime perturbatif et devient non linéaire. L'objet de ce paragraphe est de comprendre le type de modes excités sous courant. A la différence du calcul de la susceptibilité magnétique, on a alors affaire à une excitation non-uniforme, non linéaire et incluant en plus le champ d'Oersted. Dans tout ce paragraphe nous ne tenons pas compte du champ dipolaire.

5.3.1 Comportement de la moyenne de l'aimantation

La signature expérimentale des variations de l'aimantation est la densité spectrale de puissance (DSP) de la résistance $R(t)$ du nano-pilier. Cette grandeur représente l'énergie dissipée à la fréquence f . Comme il s'agit de la résistance de toute la couche libre, il semble pertinent en premier lieu de comparer les spectres expérimentaux à la densité spectrale calculée pour la *moyenne* spatiale de l'aimantation. Les résultats présentés par la suite ne doivent pas faire oublier que la norme de $\langle \mathbf{m} \rangle$ n'est pas conservée au cours du mouvement et que cela peut affecter les spectres calculés.

Dans le chapitre consacré au modèle macrospin, on a vu que le spectre de la magnéto-résistance est la combinaison des spectres de la composante longitudinale m_x et transverse m_y de l'aimantation (**figure 4.11**). Dans le cas d'un champ presque axial, la fréquence fondamentale provient de m_y . C'est pourquoi on s'intéresse ici à la densité de puissance S_{m_y} de la moyenne de la composante transverse m_y (notée $\langle m_y \rangle$) en fonction de la densité de courant injectée (**figure 5.13**). La lecture des spectres est facilitée en les représentant en échelle logarithmique (**figure 5.14**)

On constate qu'il existe trois régimes de précession :

- à basse densité de courant, deux pics apparaissent à 7.9 GHz et 10.95 GHz. Leur amplitude passe par un maximum pour $J = 0.075 \cdot 10^{12}$ A/m² (**figure 5.14a**). Ils sont d'amplitude notable seulement si la température est supérieure à quelques dizaines de degrés Kelvin. Si $T=0$ K, ces oscillations sont amorties (sauf pour $J = 0.075 \cdot 10^{12}$ A/m²). Aucune de ces fréquences ne correspond à la fréquence de Kittel de ce système (environ 9.25 GHz).
- pour une densité de courant supérieure à $J_{C1}=0.1 \cdot 10^{12}$ A/m², un seul pic (avec un épaulement) subsiste et sa fréquence décroît avec le courant au taux environ de 1.7 GHz/mA. Son amplitude est maximale à $J = 0.125 \cdot 10^{12}$ A/m², ensuite ce pic s'écrase en s'élargissant (**figure 5.14b**)
- à fort courant, au delà de $J_{C2}=0.4 \cdot 10^{12}$ A/m², apparaît un régime où la fréquence de résonance augmente avec la densité de courant.

Ces spectres font apparaître les fréquences fondamentales et leurs harmoniques impaires. Les harmoniques paires sont également visibles car le champ de 744 Oe est appliqué avec un léger angle par rapport à l'axe facile de la couche libre (moins de 0.5 minute d'arc) et une faible contribution de $S_{m_x}(f)$ est incluse dans le spectre.

L'analyse des trajectoires de l'aimantation montre qu'il s'agit de petites oscillations pour $J < 0.1 \cdot 10^{12}$ A/m² (**figures 5.15a, b**), de précessions dans le plan de grande amplitude pour $J < 0.3 \cdot 10^{12}$ A/m² (**figures 5.15c, d**) et de précessions hors du plan pour $J > 0.4 \cdot 10^{12}$ A/m² (**figure 5.15f**). Entre les deux régimes précessionnels, le système est très désordonné et la moyenne de l'aimantation est presque nulle (**figure 5.15e**), ce qui s'apparente à un régime quasi-chaotique. Les simulations micromagnétiques sont donc capables de prédire des états hors du plan, alors que Lee *et al.* [127] et Berkov *et al.* [136,153] observent un régime chaotique à fort courant.

Ces trois régimes se distinguent nettement dans la courbe représentant les variations de la fréquence de résonance du pic principal en fonction de la densité de courant (**figure 5.16a**). Sous le seuil J_{C1} , la fréquence d'oscillation est quasi-constante. Entre les seuils J_{C1} et J_{C2} , il s'agit d'un mode de 'redshift' et au delà de J_{C2} , le mode de résonance à fréquence croissante est appelé 'blue-shift'. La seule 'anomalie' dans cette relation est localisée au voisinage de $0.075 \cdot 10^{12}$ A/m², où la fréquence de résonance est plus basse que celle du mode propre. Ce comportement

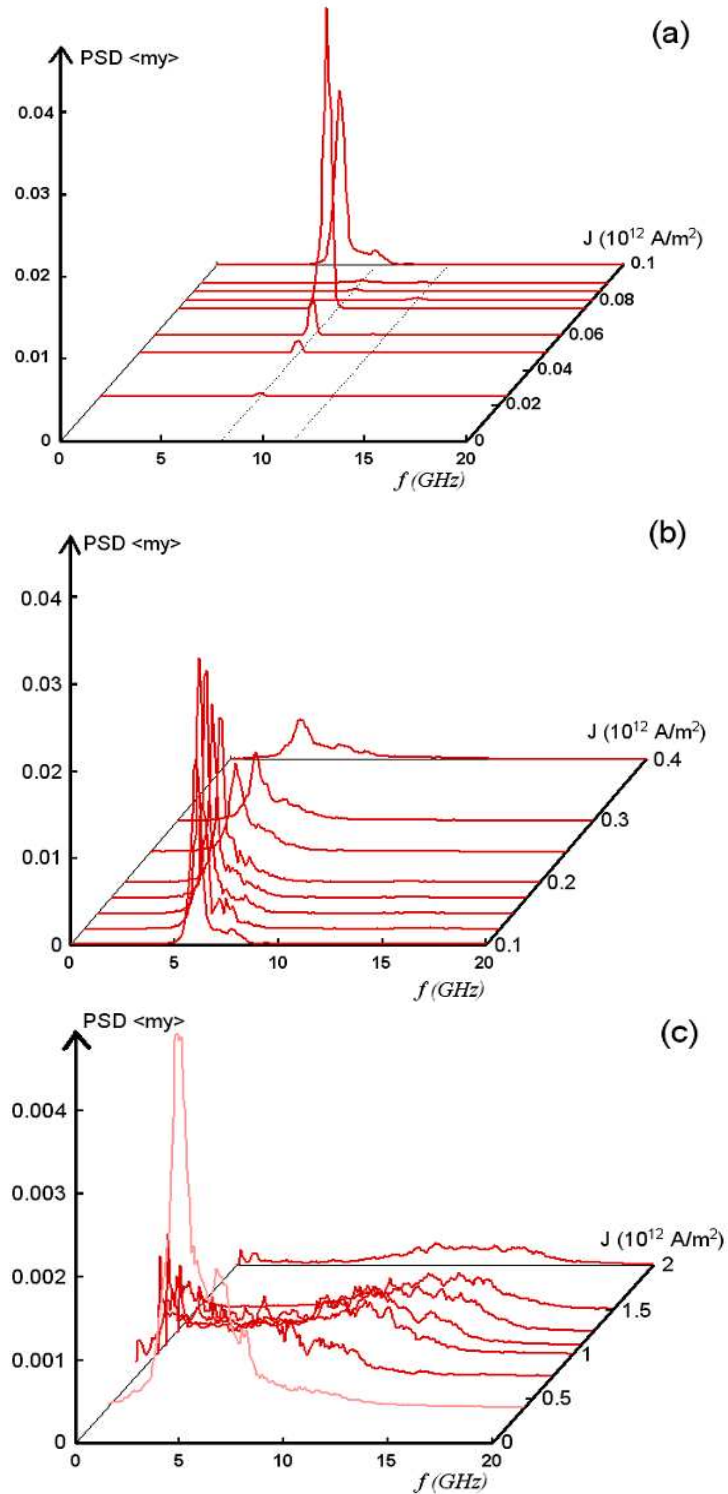


FIG. 5.13 : Densités spectrales de puissance de $\langle m_y \rangle$ en fonction de la densité de courant injectée ($T=300 \text{ K}$). (a) pour les basses densités de courant ($J < 0.1 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$), (b) régime de 'red-shift' pour les courants modérés ($J < 0.4 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$) et (c) régime de 'blue-shift' des fréquences pour les forts courants ($J > 0.4 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$). Le champ appliqué de 3^*H_K . Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800 \text{ kA/m}$, $A=10^{-11} \text{ J/m}$, $\alpha=0.01$ et $\mathcal{P}=0.3$. La couche libre a pour dimensions $70^*114^*2.5 \text{ nm}$.

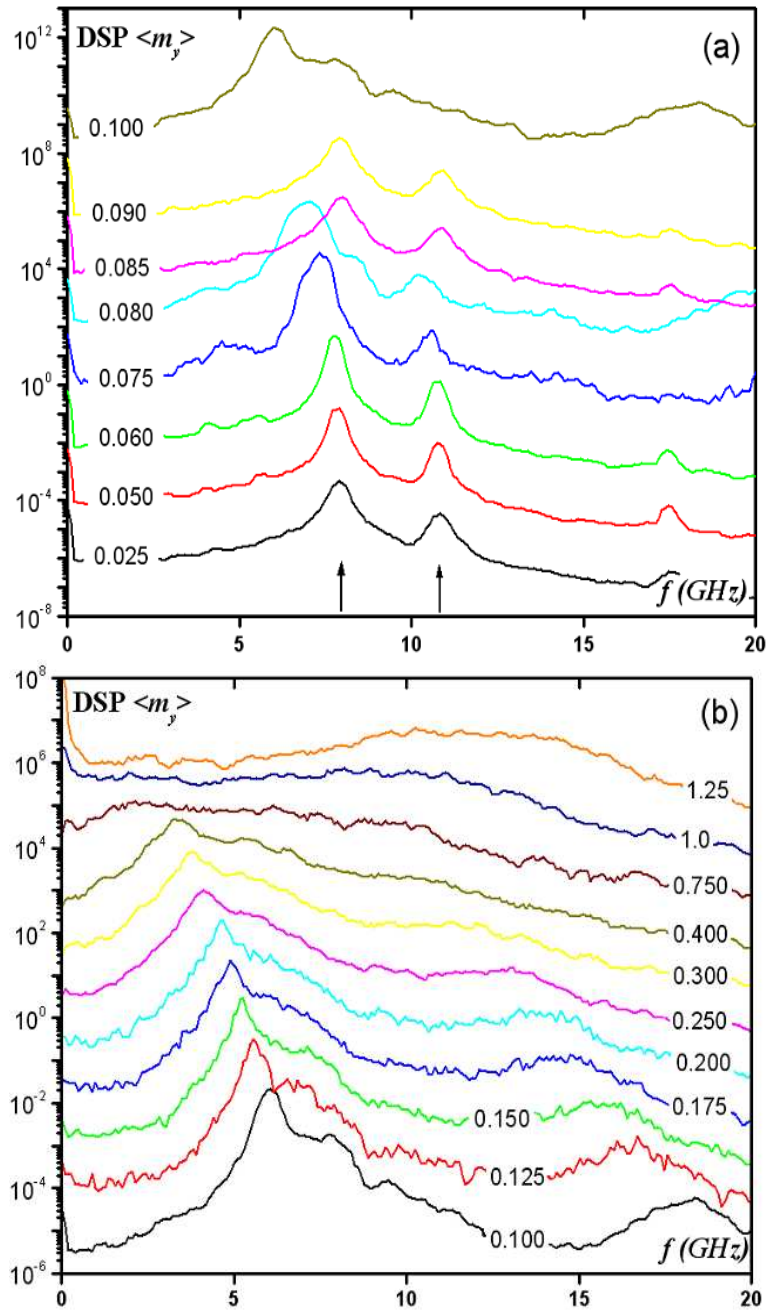


FIG. 5.14 : Spectres de densité de puissance de la moyenne de m_y sur tout l'élément magnétique en fonction de la densité de courant injectée dans le nano-pilier. (a) : régime des faibles densités de courant (de 0.025 à 0.1 10^{12} A/m²) (b) régime des fortes densités de courant (de 0.1 à 1.25 10^{12} A/m²). L'échelle des densités de puissance est logarithmique. Un offset de 100 est appliqué entre chaque courbe pour (a) et de 10 pour les courbes (b) pour clarifier la lecture. La température est de 300 K, le champ appliqué de $3 \cdot H_K$. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S = 800$ kA/m, $A = 10^{-11}$ J/m, $\alpha = 0.01$ et $\mathcal{P} = 0.3$. La couche libre a pour dimensions $70 \cdot 114 \cdot 2.5$ nm.

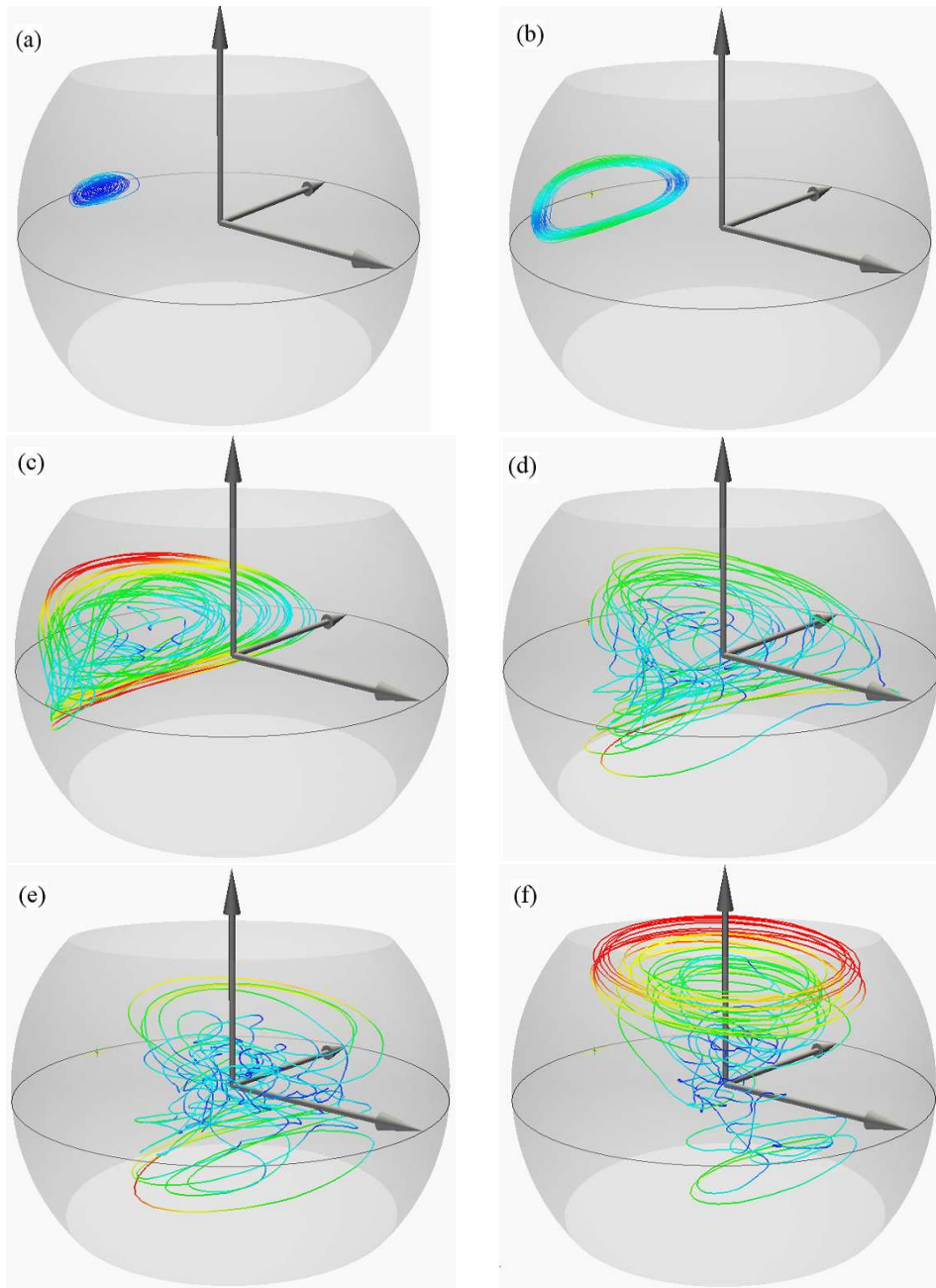


FIG. 5.15 : Trajectoires de la moyenne de l'aimantation pour les différents régimes de précession. De (a) à (f) les densités de courant sont respectivement 0.06, 0.075, 0.1, 0.3, 0.75 et $1 \cdot 10^{12}$ A/m². Ces états illustrent les petites oscillations entretenues thermiquement passant par un maximum ((a) et (b)), le seuil d'excitation des états précessionnels de grande amplitude ((c) et (d)), un état "chaotique" ((e)) et un état de précession hors du plan (f). Ces trajectoires correspondent à 4 ns du mouvement de l'aimantation relevés 100 ns après le début de l'injection du courant. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $A=10^{-11}$ J/m, $M_S=800$ kA/m, $\alpha=0.01$ et $\mathcal{P}=0.3$. La température est nulle. La couche libre est une ellipse de dimensions $114 \cdot 70 \cdot 2.5$ nm.

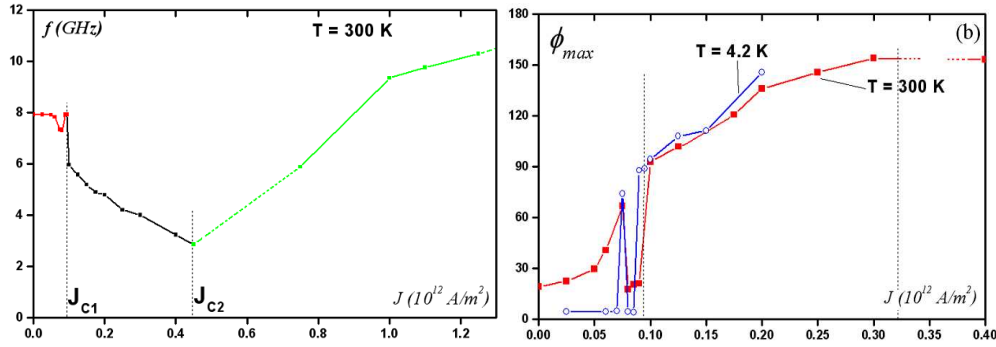


FIG. 5.16 : (a) Fréquence de résonance de la densité spectrale de $\langle m_y \rangle$ en fonction de la densité de courant à 300 K. Les deux seuils de courant correspondent aux courants critiques décrits dans le modèle de macrospin. (b) amplitude maximale dans le plan de l'aimantation au cours du mouvement de précession.

singulier apparaît comme un début d'instabilité. De même le seuil d'instabilité des oscillations est clairement visible dans la relation angle de précession-courant (**figure 5.16b**). Cet angle atteint 90° pour $J = 0.1 \cdot 10^{12}$ A/m², puis augmente progressivement jusqu'à 150° à $J = 0.3 \cdot 10^{12}$ A/m². Au-delà, les fluctuations thermiques suffisent à faire transiter l'aimantation vers un état hors du plan.

Ces résultats sont donc qualitativement semblables aux mesures expérimentales telles que celles de Kiselev *et al.* [113]. En particulier on retrouve le régime à fréquence constante que l'on peut observer pour $1.7 \text{ mA} < I < 2.4 \text{ mA}$ dans la **figure 4.5b**. Le régime de 'red-shift' apparaît pour $I > 2.4 \text{ mA}$. Mais ces auteurs ne relèvent pas d'état de précession hors du plan; à forts courants, ils notent seulement un régime de dynamique très chaotique, sans résonance bien définie. Par contre l'existence de précession hors du plan a été mise en évidence par des mesures sur des empilements du type Py/Cu/Py [119]. La raison peut en être imputée à la meilleure qualité des dépôts de Permalloy, ce qui a permis d'injecter de plus fortes densités de courant.

Si les simulations micromagnétiques sont également en bon accord avec le modèle du macrospin (chapitre 4), il existe cependant quelques différences. La principale réside dans le fait que, dans le régime à bas courant, deux pics, de fréquence constante, sont excités, au lieu d'un seul à la fréquence de Kittel dans le cas mono-domaine. D'autre part ce régime présente une singularité pour $J < 0.075 \cdot 10^{12}$ A/m², où la fréquence chute à $f = 7.05$ GHz. D'autre part la transition entre le régime de précession dans le plan et précession hors du plan est beaucoup plus large que dans le cas macrospin. Entre $J > 0.4 \cdot 10^{12}$ A/m² et $J < 0.75 \cdot 10^{12}$ A/m², le mouvement de l'aimantation est chaotique et il faut appliquer un courant de $J \geq 1 \cdot 10^{12}$ A/m² pour observer un mouvement hors du plan bien stabilisé (**figures 5.15**).

5.3.2 Distribution d'excitation dans la couche libre

Les résultats extraits de l'observation de la moyenne de l'aimantation semble en accord avec les expériences, du moins qualitativement. Pour déterminer la nature des modes excités, on peut tirer plein bénéfice des calculs micromagnétiques en cartographiant l'intensité de la densité spectrale de puissance, pour une fréquence donnée, en tout point de la couche libre. Les cartes ainsi obtenues indiquent la

distribution de la dissipation de puissance dans l'élément magnétique.

Modes excités sous courant

Cette analyse a été effectuée pour quatre courants, une valeur de courant pour chacun des régimes dynamiques (**figures 5.17** et **5.18**). Est représentée la distribution d'excitation dans la couche libre pour les principaux pics de résonances du spectre de $\langle m_y \rangle$.

Pour $J=0 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ et $T=300 \text{ K}$ (régime thermique, **figure 5.17a**), les premiers modes excités par la température sont les modes propres de l'ellipse.

Pour $J=0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ (régime des petites oscillations, **figure 5.17b**), le spectre comporte l'ensemble des modes propres mais la résonance principale (7.05 GHz) n'en est pas un. La distribution d'excitation est similaire à celle du premier mode propre mais la DSP s'affaïsse sur tout le pourtour de l'ellipse et en particulier aux deux extrémités. Les zones excitées forment deux lobes distincts localisés légèrement à l'intérieur de l'ellipse.

Pour $J=0.125 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ (précession dans le plan de grande amplitude, **figure 5.18a**), le mode principal est désormais un mode quasi-uniforme, similaire à celui du pic relevé à 7.05 GHz pour $0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$. La densité spectrale est clairement localisée à l'intérieur de l'ellipse. Le second mode propre est fortement atténué.

Pour $J=1 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ (précession hors du plan, **figure 5.18b**), le système est très désordonné et une grande diversité (un quasi continuum) de modes est activée. Le mode principal (de plus basse fréquence) est le mode étendu, à 3 GHz, cité dans le cas du régime précessionnel. Les modes d'ordre supérieur montrent souvent une densité spectrale importante le long des bords de l'élément.

Des **figures 5.17** et **5.18**, on peut tirer plusieurs conclusions :

- le régime thermique ne semble faire intervenir que les modes propres déjà observés dans les cartes de susceptibilité.
- dans le régime précessionnel dans le plan, le nombre de modes activés par le transfert de spin est limité et la résonance est très marquée pour le mode uniforme.
- la résonance à $J=0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ est un régime particulier, au contenu spectral identique à celui des états précessionnels de grande amplitude, à la différence que la distribution de puissance n'est pas aussi uniforme.
- le champ d'Oersted ne défavorise pas systématiquement les excitations sur les bords, explication avancée par Berkov [155], comme le montre le mode à 10.2 GHz de la **figure 5.18b**.

Cas du mode uniforme

Un point délicat à interpréter concerne l'origine du mode excité dans le régime précessionnel (mode excité à $f=5.56 \text{ GHz}$ pour $J=0.125 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ (**figure 5.18a**) et également observé à 7.05 GHz pour $J=0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$ (**figure 5.17b**). Comparons la géométrie des modes propres et des modes excités sous courant. Le pic principal à $J=0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$, qu'on appellera mode 'uniforme' (**figure 5.20c** et **figure 5.17b** à $f=7.35 \text{ GHz}$), n'a pas d'équivalent parmi les modes propres d'intensité notable. Par contre, l'épaule du pic principal (**figure 5.20d**) est un mode de bord, semblable au premier mode propre (**figure 5.20b**). Sa fréquence propre subit également un red-shift, de 8 GHz (à $J=0$) à 7.35 GHz (à $0.075 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$), puis à 6.54 GHz (à $0.125 \text{ } 10^{12} \text{ A/m}^2$). On peut avancer plusieurs hypothèses pour expliquer l'apparition

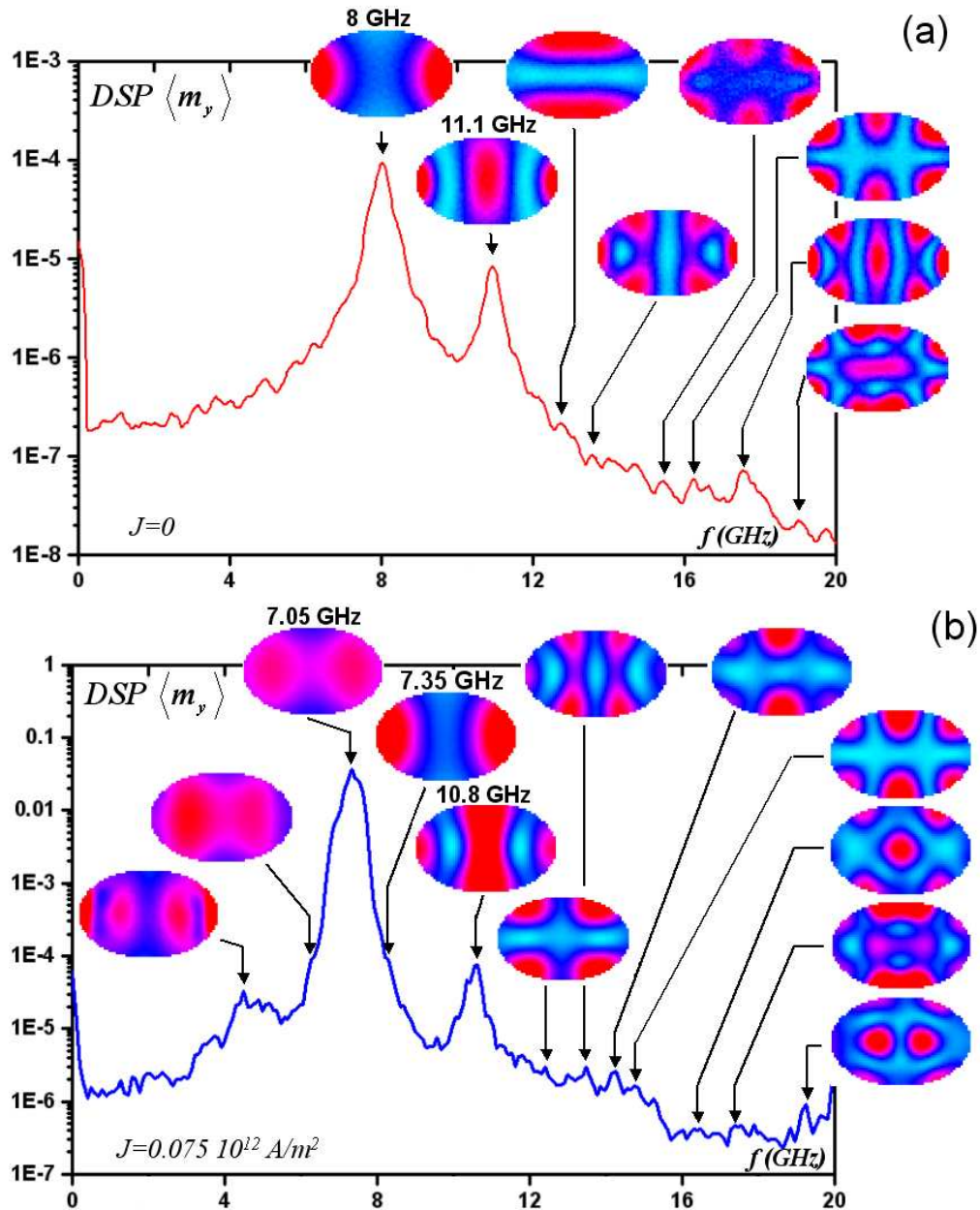


FIG. 5.17 : Distribution de la densité spectrale de puissance de la composante m_y de l'aimantation dans la couche libre en fonction de la fréquence. Sont représentés les principales résonances : (a) à courant nul et pour une température de 300 K, (b) pour une densité de courant de $J=0.075 \cdot 10^{12}$ A/m² (petites oscillations), également à $T=300$ K. L'intensité des spectres calculés pour la moyenne de m_y est tracée en échelle logarithmique. Le code de couleur est propre à chaque carte indépendamment des autres : le rouge correspond à la valeur maximale de la DSP dans la couche libre et le bleu azur à la valeur minimale.

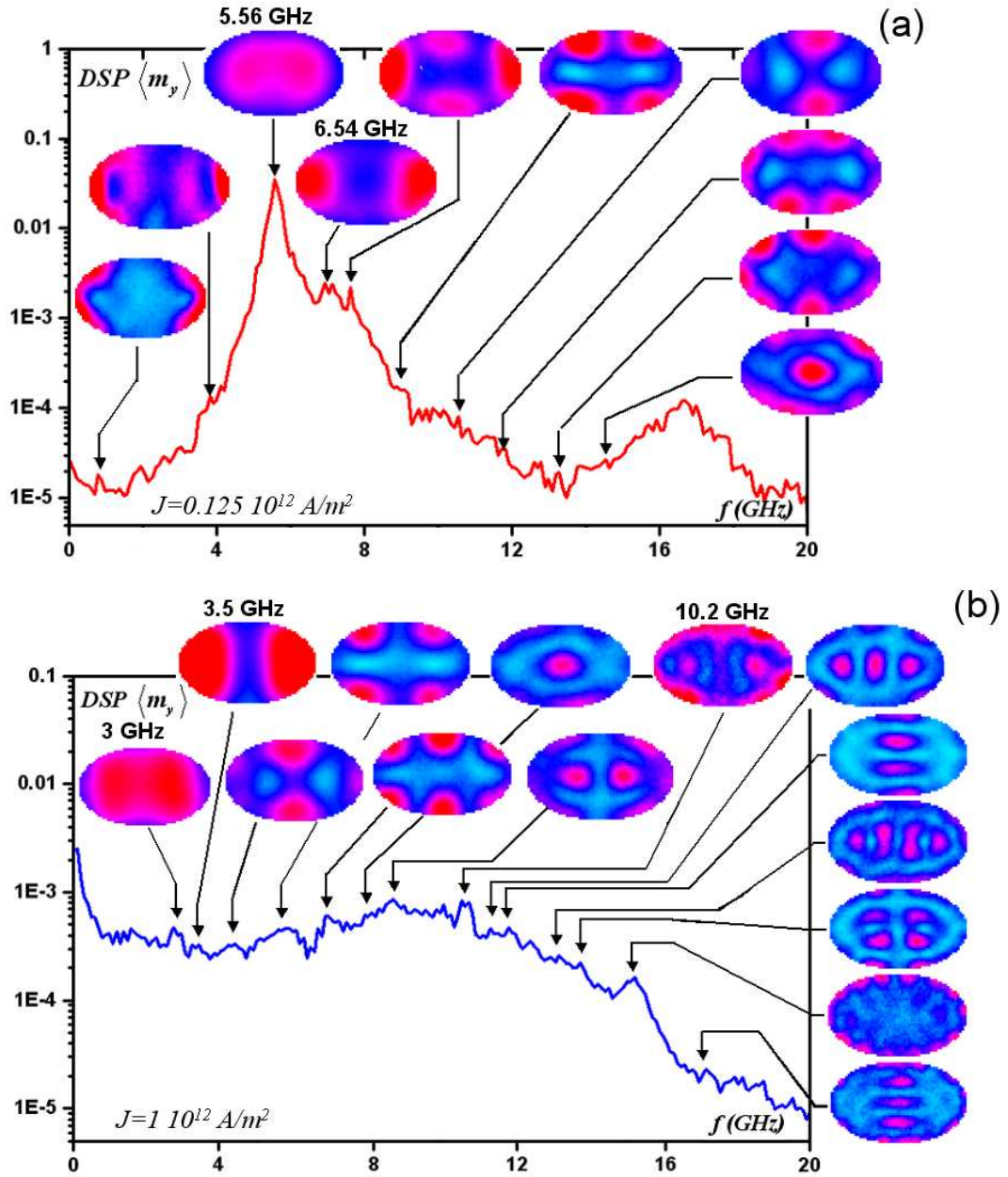


FIG. 5.18 : Distribution de la densité spectrale de puissance de la composante m_y de l'aimantation dans la couche libre en fonction de la fréquence. Sont représentés seulement les principales résonances : (a) $J=0.125 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ (grandes oscillations dans le plan), (b) $J=1 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ (précession hors du plan). La température est nulle. Le code de couleur est celui indiqué dans 5.17.

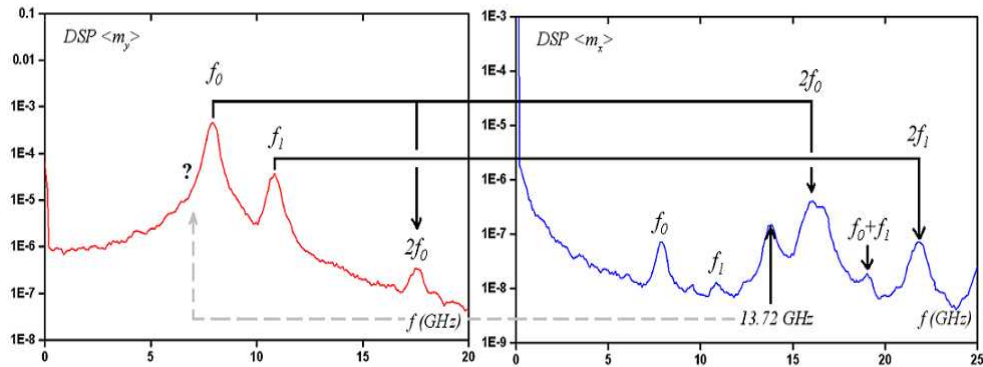


FIG. 5.19 : Spectres de densité de puissance à $J=0$ et $T=300$ K calculés pour la composante transverse m_y de l'aimantation (à gauche) et pour la composante longitudinale m_x à droite. La DSP est représentée en échelle logarithmique.

du mode uniforme.

La première consiste à dire qu'il dérive progressivement du mode propre d'excitation des extrémités de l'ellipse, déformé sous l'effet du transfert de spin et du champ d'Oersted. Mais ces deux modes coexistent, avec des fréquences sensiblement différentes, dans les spectres dans le régime de précession dans le plan, ce qui invalide cette hypothèse.

Une deuxième explication repose sur l'observation du spectre de χ_{xy}'' (ou bien de la densité spectrale calculée à $J=0$ avec uniquement les fluctuations thermiques). Le spectre de $\langle m_x \rangle$ comporte les harmoniques paires des fréquences propres. Or on constate qu'il existe une petite résonance à environ $2f_0=13.7$ GHz (**figure 5.19**) pour laquelle il n'y a pas d'équivalent dans le spectre de m_y . La carte de susceptibilité magnétique à la fréquence $f_0=6.85$ GHz indique que l'excitation est localisée au centre de l'élément (**figure 5.20a**). Comme cette résonance est de faible intensité et qu'elle noyée dans le pied du pic principal (localisé à 8.1 GHz), elle n'avait pas été relevée jusqu'à présent. La convolution de ces deux modes propres pourrait conduire à former le mode 'uniforme' excité à 7.05 GHz (pour $0.075 \cdot 10^{12}$ A/m²), pourvu que la phase des oscillations au centre soit la même qu'aux extrémités. Le transfert de spin favorisant un mouvement d'oscillation uniforme de l'aimantation, il amplifie fortement ce mode ayant pourtant une faible susceptibilité.

Conclusion

Le modèle micromagnétique permet d'élucider la nature des modes excités sous courant et de les comparer aux modes propres de l'ellipse. A faible courant, le transfert de spin agit comme une faible perturbation qui active les modes propres, et en particulier le mode d'extrémités. Par contre le régime précessionnel présente une distribution d'excitation quasi-uniforme dans la couche libre. Enfin lorsque l'aimantation précesse sur une orbite hors du plan, le spectre de puissance est très riche car la distribution d'aimantation est désordonnée et présente le plus souvent un comportement quasi-chaotique.

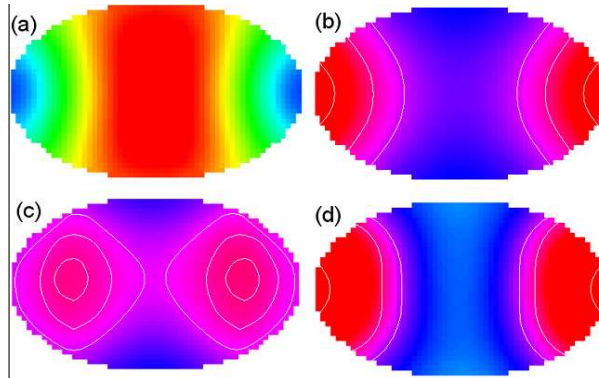


FIG. 5.20 : Analyse du mode d'excitation uniforme par comparaison des cartes de susceptibilité transverse (a) pour $f=6.85$ GHz (b) pour $f=8.2$ GHz (pic principal) avec les cartes de densité spectrale de puissance établies pour $J=0.075 \cdot 10^{12}$ A/m² (c) à la fréquence 7.05 GHz et (d) à la fréquence 8 GHz. Le code de couleur est le même que celui utilisé dans les figures précédentes. Quelques lignes de niveaux sont tracées pour mettre en évidence la localisation des maxima de DSP.

5.3.3 Largeur de raie

L'analyse micromagnétique révèle que les modes excités sous courant sont inhomogènes. Mais sont ils pour autant incohérents? L'étude la largeur des pics de résonance permet de caractériser la cohérence des oscillations. A ce titre la comparaison avec le modèle macros spin est très intéressante, car devant permettre de jauger les fluctuations internes de l'aimantation.

En fonction du courant

Le modèle macros spin a montré que la largeur de raie des excitations induites par le courant dépendait fortement de la densité de courant et surtout du régime dynamique dans lequel le système évolue (cf. chapitre 4.2, **figure 4.16a**). Les simulations micromagnétiques sont partiellement en accord avec ces résultats.

Pour de faibles densités de courant (sous le seuil d'excitation de l'état précessionnel), les oscillations de l'aimantation sont entretenues par l'effet combiné des fluctuations thermiques et du transfert de spin. La largeur à mi-hauteur du pic de résonance principal décroît progressivement lorsque le courant s'approche du courant seuil (environ $0.1 \cdot 10^{12}$ A/m²), passant de 300 MHz à 175 MHz (**figure 5.21a** et b). Pour un courant immédiatement supérieur à ce seuil, la largeur du pic augmente brusquement, puis diminue de nouveau progressivement avec le courant pour atteindre un minimum à $J=0.125 \cdot 10^{12}$ A/m² (~ 200 MHz). Ce comportement au voisinage du courant critique a été également observé expérimentalement. Selon Mistral *et al.* (**figure 5.22a**) la largeur est minimale à 5.6 mA, alors que le seuil est à 6 mA. Cependant ces résultats sont obtenus pour des pics globalement bien plus étroits que ce qui a été reporté dans la littérature (de 10 MHz à 100 MHz). Par ailleurs Sankey *et al.* (**figure 5.22b**) ont recherché le courant pour lequel les pics sont les plus fins. Au fur et à mesure que le courant s'approche du courant seuil, la largeur de raie chute de 400 MHz à 100 MHz³, ce qui est très proche des prédictions

³notons que si l'angle de précession est de 30°, on se situe juste au niveau du courant critique

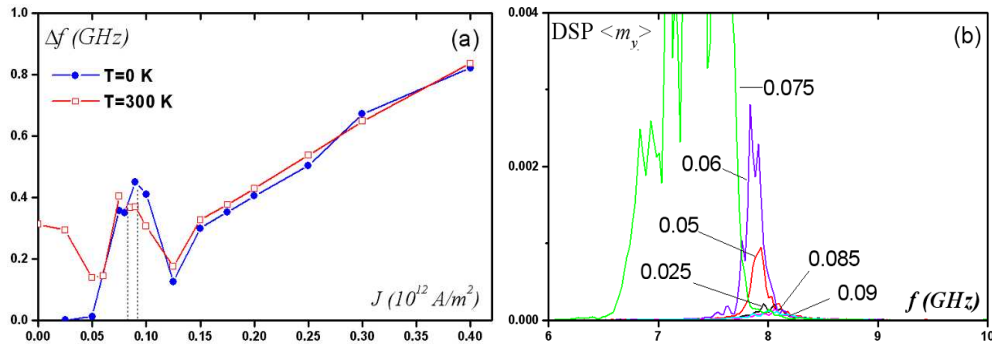


FIG. 5.21 : (a) : variation de la largeur à mi-hauteur des pics de la densité spectrale de puissance en fonction de la densité de courant, à 0K et à 300K. (b) variation de l'amplitude pour les oscillations entretenues pour des courants inférieurs au courant seuil χ_1 , pour une température de 300 K.

du micromagnétisme. Les mesures effectuées par Kiselev *et al.* indiquent que les largeurs de raie pour un champ axial sont bien de l'ordre de 200 à 500 MHz [113]. Ces auteurs n'ont en revanche pas analysé en détail le comportement au voisinage du seuil.

Pour $J \geq 0.125 \cdot 10^{12}$ A/m², toujours dans le régime de précession dans le plan, le comportement diverge par rapport au modèle mono-domaine car la largeur des pics augmente linéairement avec la densité de courant, alors qu'elle reste quasiment constante pour un macrospin (**figure 5.21a**). Il semble que dans ce régime la contribution principale à la largeur de raie soit le désordre de la distribution d'aimantation engendré par le transfert de spin car cette relation linéaire est observée aussi bien à température nulle qu'à température ambiante, signe que l'effet des fluctuations thermiques n'est plus prépondérant. Dans le cas des oscillations hors du plan, la dynamique de l'aimantation est très turbulente et les pics très larges (de l'ordre de 1 GHz).

Notons que l'amplitude des pics dépend également fortement du courant injecté dans le nano-pilier. Dans le régime des petites oscillations, l'amplitude passe par un maximum pour $0.075 \cdot 10^{12}$ A/m² (**figure 5.21b**), et dans le régime de précession dans le plan la plus grande amplitude est mesurée pour $0.125 \cdot 10^{12}$ A/m². Dans le cas micromagnétique, l'amplitude des pics est proportionnelle à l'angle de précession, mais elle dépend aussi du module de l'aimantation moyenne $|\langle \mathbf{m} \rangle|$. Ainsi, dans le régime chaotique à la transition entre précession dans le plan et précession hors du plan, la distribution d'aimantation est très désordonnée, et sa moyenne sur l'étendue de la couche libre diminue tandis que le désordre augmente. Ceci peut expliquer l'effondrement progressif du pic de résonance lorsque le courant augmente.

Une autre manifestation de l'effet des fluctuations internes de l'aimantation transparaît au travers du coefficient d'amortissement α . Dans le cas des expériences de résonance ferromagnétique, la largeur des pics est proportionnelle à α . Qu'en est-il pour les états excités sous courant ? En premier lieu, changer α modifie sensiblement la fréquence de résonance. D'autre part, la **figure 5.23** montre que la largeur du pic excité à $0.15 \cdot 10^{12}$ dépend peu de α dans la gamme 0 à 0.02. Au delà de 0.02, elle semble augmenter linéairement avec α . Ce changement de comportement peut s'expliquer par le fait que le désordre 'intrinsèque' de l'aimantation écrante l'effet du coefficient d'amortissement jusqu'à 0.02, valeur pour laquelle sa contribution à la largeur de raie devient prépondérante.

(figure 5.16)

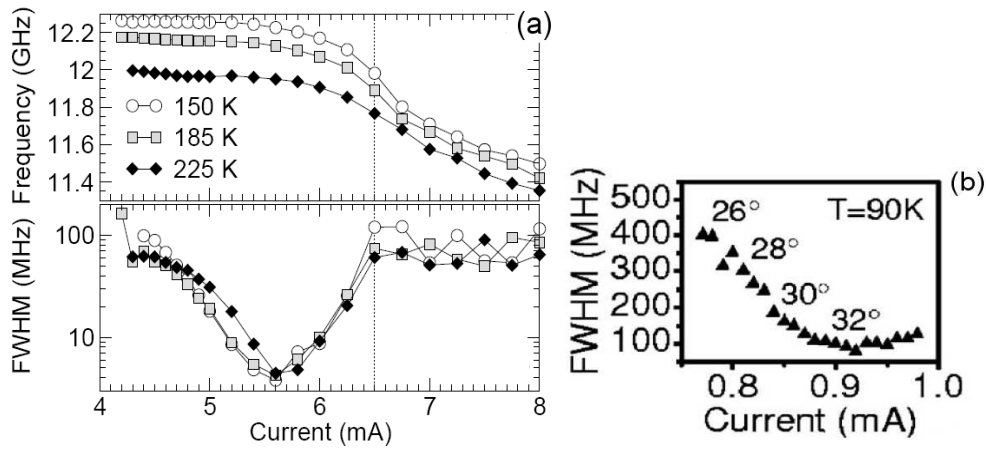


FIG. 5.22 : Largeur de raie pour la densité spectrale de puissance dans le régime de précession dans le plan, pour des courants très proches, mais inférieurs, au courant seuil d'instabilité. (a) expérience de Mistral *et al.* [117] pour un nano-pilier de dimensions 50×100 nm soumis à un champ de 1.3 kOe (la couche libre est constituée de $\text{CoFe}(1\text{nm})/\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}(1.8\text{nm})$); (b) résultats obtenus par Sankey *et al.* [119] à 90 K pour une couche libre de 60×120 nm de $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$ (le champ appliqué vaut 100 mT). Le courant critique est estimé à 1 mA.

En fonction de la température

L'agitation thermique se manifeste également par un élargissement des raies des résonances sous courant dans le régime précessionnel car elle déphase progressivement le mouvement de l'aimantation. La modélisation de la température par l'équation de Langevin s'est généralisée aux calculs micromagnétiques, bien qu'a priori valable uniquement pour une particule mono-domaine.

Dans ce chapitre les simulations ont été effectuées avec des paramètres similaires aux expériences de Sankey *et al.* [119] menées sous fort champ axial. A température ambiante, les calculs prédisent $\Delta f = 350$ MHz, ce qui concorde bien avec les mesures de Sankey, de Kiselev [113, 130], etc ..., à l'exception de celles de Mistral *et al.* [117]. Les prédictions du modèle macrospin (~ 600 MHz) semblent sur-estimées.

La variation de la largeur de raie Δf d'un état précessionnel en fonction de la température est illustrée dans la **figure 5.24**. Alors que le modèle macro-spin prédit une dépendance linéaire en T, on constate ici que Δf est quasiment constante. Ces deux modèles s'avèrent défaillants, surtout pour les basses températures, en dessous de 150 K. Les calculs ne montrent aucun rétrécissement des pics de résonance alors que les mesures de Sankey s'ajustent relativement bien par une droite de faible pente (environ 0.5 MHz/K dans [119], fig. 2a). Par ailleurs les mesures de Mistral *et al.* [117] montrent que les largeurs de raie sont constantes dans la gamme 180 à 300 K, même si elles sont beaucoup plus étroites que ce que les calculs peuvent prévoir. Il y a donc de grandes divergences entre les expériences et les simulations et entre les expériences elles-mêmes.

Divers facteurs semblent contribuer à une mauvaise évaluation de la largeur de raie dans ces simulations numériques :

- un défaut de statistique dû à la durée limitée des calculs, notamment pour les calculs à basse température

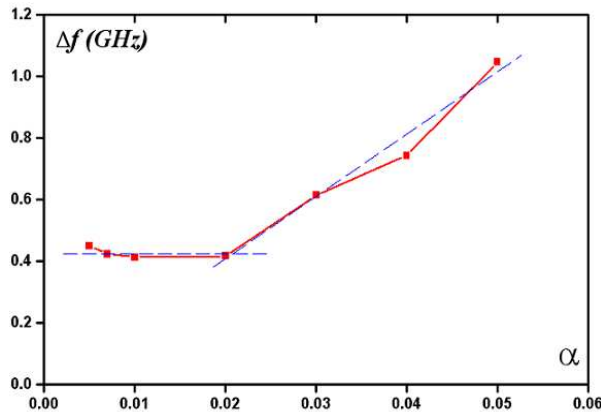


FIG. 5.23 : Variation de la largeur à mi-hauteur des pics de la densité spectrale de puissance en fonction du coefficient d'amortissement α , pour $J=0.15 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$. Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800 \text{ kA/m}$, $A=10^{-11} \text{ J/m}$, $\alpha=0.01$ et $\mathcal{P}=0.3$. La couche libre a pour dimensions $70 \cdot 114 \cdot 2.5 \text{ nm}$.

- la discrétisation des bords courbes en marches d'escalier, ne permettant pas l'application rigoureuse des conditions de bords
- le champ de couplage dipolaire avec la couche dure n'est pas pris en compte dans les calculs qui précèdent.

Il convient de noter que la structure réelle des bords du nano-pilier est mal connue : il peut y avoir oxydation et/ou amorphisation des matériaux magnétiques, une rugosité importante générée lors de la gravure, etc ... La comparaison aux expériences d'injection de courant par un contact ponctuel semblent appuyer ces arguments. L'absence de bords latéraux évite toute réflexion d'ondes de spin dont l'interférence pourrait être l'origine du désordre magnétique. Des raies très fines ont pu être mesurées à température ambiante [116]. Cependant les expériences de Krivorotov *et al.* [120] (avec un champ et une polarisation désaxés) montrent qu'on peut obtenir des excitations très fines dans une structure confinée. Deux hypothèses sont plausibles :

- ou bien ces calculs micromagnétiques font une mauvaise évaluation de la largeur de raie à température nulle (ici environ 200 MHz)
- ou bien la simulation de la température par un champ stochastique n'est pas valide

En l'absence d'outils théoriques sur les fluctuations d'un système à N corps dans une géométrie confinée, la seule possibilité est d'affiner encore le modèle micromagnétique.

Enfin la contribution intrinsèque à $T = 0 \text{ K}$ à la largeur de raie peut suggérer que le transfert de spin agit comme une température effective pour une distribution inhomogène de l'aimantation. Cette représentation permet de rendre compte du bruit télégraphique entre l'état parallèle et l'état anti-parallèle [76, 99, 167], mais Krivorotov *et al.* [168] ont montré que l'effet du désordre induit par le transfert de spin sur la probabilité de renversement de l'aimantation n'est pas similaire à l'agitation thermique.

Bruit de phase

Les résonances des états précessionnels mesurées expérimentalement ont sans ambiguïté un profil lorentzien (**figure 5.25**), même lorsqu'elles sont très larges [113].

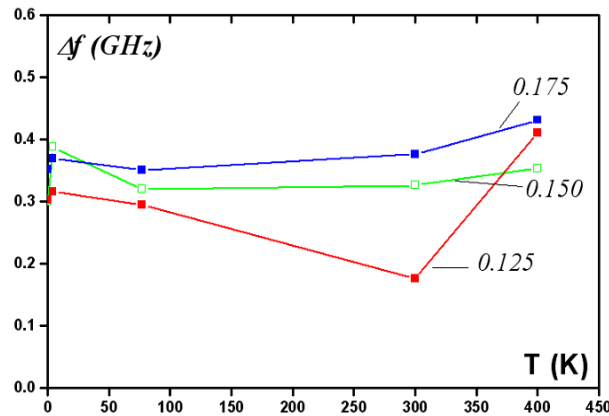


FIG. 5.24 : Variation de la largeur à mi-hauteur des pics de résonance en fonction de la température pour diverses valeurs de densité de courant (0.125 , 0.15 et 0.175 10^{12} A/m^2). Les paramètres des calculs sont ceux du Permalloy : $M_S=800$ kA/m , $A=10^{-11}$ J/m , $\alpha=0.01$ et $\mathcal{P}=0.3$. La couche libre a pour dimensions $70*114*2.5$ nm .

Cet ajustement est facilité par le fait que spectres sont moyennés sur une très longue durée. Dans le cas d'un macrospin, le modèle de bruit de phase permet d'interpréter l'allure de la distribution de fréquence quand l'aimantation est soumise à un bruit stochastique qui affecte sa phase (cf. Annexe B). Ce modèle ne donne pas une dépendance en température de la largeur de raie en accord avec les données expérimentales, mais l'estimation de l'amplitude des pics est du bon ordre de grandeur.

Dans le cas des simulations micromagnétiques, l'aimantation n'est pas seulement soumise aux fluctuations thermiques (de distribution gaussienne), mais aussi à la distribution spatio-temporelle du champ effectif interne. Cette deuxième source de bruit est corrélée car elle dépend du désordre dans la distribution de l'aimantation au travers du champ démagnétisant ou du couple de transfert de spin. Ce bruit n'est donc pas a priori gaussien, et le modèle du bruit de phase n'est pas applicable. Cependant, les simulations montrent que les pics de résonance ont un profil parfaitement lorentzien, et ce, même à température nulle. Cela est d'autant plus vrai pour le cas du régime précessionnel dans le plan, où l'aimantation a un comportement proche du macrospin. Le pic principal est légèrement asymétrique car il convole le mode uniforme et le mode d'extrémités, de fréquence légèrement supérieure (**figure 5.26a**). Dans le régime des petites oscillations, à bas courant, l'ajustement par une lorentzienne est plus délicat par manque de statistique (le profil des pics est alors plus gaussien (**figure 5.26b**)).

Le modèle du bruit de phase n'est donc pas adapté en principe au cas des trajectoires de précession sous champ axial. De même que la température, les fluctuations magnétiques semblent se traduire également par un élargissement des pics en un profil lorentzien. Le désordre intrinsèque de la distribution de l'aimantation domine le bruit thermique. Cependant quantifier la variance de ces fluctuations internes dépasse le cadre de cette étude et semble de toute façon très délicat.

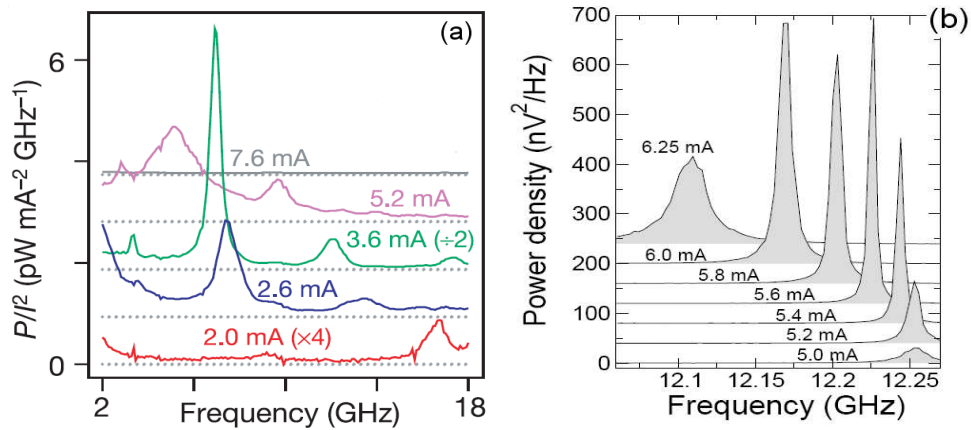


FIG. 5.25 : Allure des pics de résonance pour les états de précession dans le plan : (a) résultats de Kiselev et al. [113], (b) résultats de Mistral et al. [117].

5.4 Comparaison des modèles

Globalement le modèle micromagnétique est en accord avec le modèle du macrospin. En effet, dans les deux cas, trois régimes dynamiques sont observés en fonction du courant : petites oscillations, précession dans le plan puis précession hors du plan.

L'estimation du courant critique à l'aide des simulations numériques de macrospin ou bien du modèle analytique exposé dans le chapitre 4 est voisine de la valeur donnée par le micromagnétisme. Le premier seuil (J_{C1}) vaut $0.1 \cdot 10^{12}$ A/m², contre $0.12 \cdot 10^{12}$ A/m² attendus. Le second seuil, à $J_{C2} \approx 0.35 \cdot 10^{12}$ A/m², est légèrement supérieur à la valeur théorique ($\chi_2 \approx 0.28 \cdot 10^{12}$ A/m²). Par ailleurs les calculs présentés dans ce chapitre miment à peu de choses près le système décrit par Sankey *et al.* [119]. Le courant critique mesuré est d'environ 0.8 mA, soit $0.158 \cdot 10^{12}$ A/m², c'est-à-dire une densité de courant réduite $\chi_1^{exp} = 0.0142$. Avec les paramètres tirés des mesures expérimentales ($M_S = 645$ kA/m, $H_{an} = 15.9$ kA/m et des dimensions de $120 \cdot 60 \cdot 2$ nm), le modèle macrospin prévoit un courant seuil égal à $\chi_1^{th} / \alpha = 0.586$. L'expression analytique est cohérente avec les mesures si on prend $\alpha = 0.025$, contre $\alpha^{exp} = 0.01$ comme valeur communément admise pour le Permalloy.

Pour mieux modéliser les résultats expérimentaux, les calculs micromagnétiques doivent donc être effectués avec une valeur de α un peu plus grande que la valeur nominale (0,01). Mais une telle différence peut aussi provenir d'une mauvaise estimation de la polarisation, de l'aimantation à saturation ou même de la température locale dans le nano-pilier.

Pour le reste il existe des différences sensibles entre les deux modèles :

- la chute de fréquence dans le régime de red-shift est plus rapide pour un macrospin que pour le système micromagnétique
- la transition entre le régime de précession dans le plan et hors du plan est beaucoup plus large dans le cas des calculs micromagnétiques, signe que les fluctuations internes de l'aimantation sont plus importantes
- à bas courant, le système excite des modes non uniformes, de fréquences sensiblement différentes de la fréquence de Kittel
- la largeur des pics de résonance n'a pas la même dépendance en fonction du courant et de la température. En particulier le micromagnétisme prévoit qu'elle reste quasi-indépendante de T, signe que le désordre intrinsèque de la l'aimanta-

5.4 Comparaison des modèles

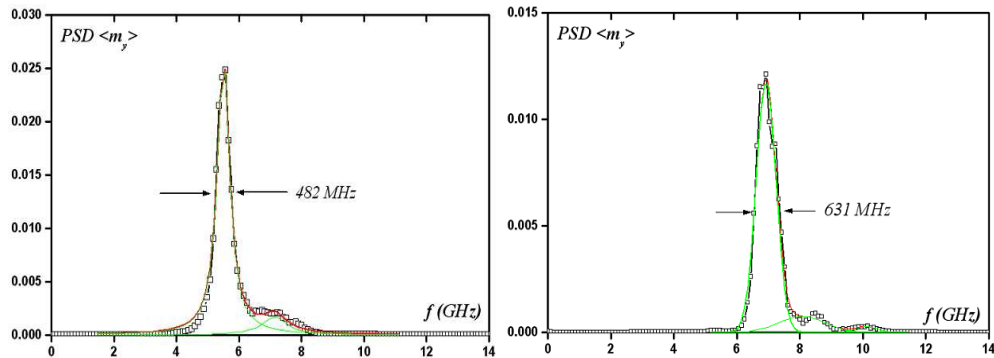


FIG. 5.26 : Densités spectrales de puissance de la composante m_y de l'aimantation calculée dans le modèle micromagnétique avec un champ axial valant $3 * H_K$ pour une ellipse de $130 * 70 \text{ nm}^2$, pour une température de 4.2 K . A gauche : pour une densité de courant $0.125 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, l'aimantation est placée sur une trajectoire précessionnelle de grande amplitude ($\pm 30^\circ$ dans le plan). A droite : la densité de courant est de $0.075 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ et seuls les modes propres sont excités ; l'amplitude des oscillations est très réduite (quelques degrés). A gauche le pic de résonance et son épaulement sont ajustés à l'aide de deux lorentziennes ; à droite le meilleur ajustement est obtenu par une gaussienne de largeur 631 MHz . Les calculs ont été effectués sur une durée de 525 ns .

tion et les champs internes inhomogènes (et notamment le champ démagnétisant et le champ d'Oersted) ont un rôle prépondérant par rapport aux fluctuations thermiques.

Pour un coût en temps de calcul très réduit, le modèle du macropsin offre une description de la dynamique de l'aimantation relativement satisfaisante. Le modèle micromagnétique aboutit aux mêmes conclusions qualitativement parlant pour le régime précessionnel. Les deux modèles sont très proches dès lors que le mouvement de l'aimantation est presque uniforme, comme c'est le cas du régime de 'red-shift' notamment. Mais son grand intérêt consiste dans l'analyse des modes excités sous courant. La magnéto-statique de la structure détermine de manière non-ambigüe la distribution d'excitation. D'autre part l'effet de paramètres tels que le champ d'Oersted et le champ dipolaire ne peut être compris que dans ce modèle. Mais la dépendance en température des pics de résonance n'est clairement reproduite par aucun des deux modèles.

Chapitre 6

Micromagnétisme : système sous excitation transverse

6.1 Introduction

Les premières expériences ayant mis en évidence les excitations de l'aimantation par transfert de spin ont été effectuées dans la configuration axiale : la polarisation des électrons et le champ appliqué sont alignés avec l'axe principal du nano-pilier. Dans les chapitres 4 et 5, il a été montré que, dans le régime de 'red-shift', la fréquence de précession de l'aimantation décroît progressivement avec le courant, tandis que dans le régime de 'blue-shift', la fréquence des oscillations hors du plan augmente. Cependant diverses expériences ont révélé que, si le champ et la polarisation ne sont pas alignés, la dynamique de l'aimantation est sensiblement différente.

Dans le chapitre 4, le cas où une composante transverse est ajouté au champ axial (la polarisation restant alignée avec l'axe de facile aimantation) est étudié dans le modèle macrospin. Pour $H < H_K$, lorsqu'on augmente le courant, le régime de précession dans le plan bifurque vers un nouveau régime d'oscillation de grande amplitude au lieu de bifurquer vers l'état anti-parallèle. La dynamique de l'aimantation est donc très sensible à toute modification de la direction du champ.

En laissant toujours la couche fixe (i.e. la direction de polarisation des électrons) alignée avec l'axe du nano-pilier, Kiselev *et al.* [169] ont étudié les résonances lorsque le champ est appliqué perpendiculairement au plan des couches. La **figure 6.1** indique que le régime de 'blue-shift' présente des sauts de fréquence pour certaines valeurs du courant. Les simulations en mode macrospin suggèrent qu'il existe différents modes de précession caractérisés par une direction autour de laquelle l'aimantation oscille. Par ailleurs, dans le cas de mesures par contact ponctuel, Rippard *et al.* [114, 116] ont observé deux types de sauts ([116], fig. 1a) : pour un champ intense orienté à 45° par rapport au plan des couches, le régime de 'red-shift' présente un saut vers une fréquence plus basse, tandis que si l'angle est de 75° , c'est le régime de 'blue-shift' qui comporte des sauts de fréquence. Le dynamique est donc bien plus complexe que dans le cas axial.

D'autres expériences ont été motivées par le fait que, dans la configuration axiale, le transfert de spin active en premier lieu un mode non-uniforme. Krivorotov *et al.* [120] ont choisi de modifier à la fois la direction de polarisation des électrons et la direction du champ appliqué. Pour une configuration bien précise, le couplage dipolaire entre la couche dure et la couche libre permet de rendre le couple de transfert de spin plus intense et plus homogène. Là encore le régime de précession dans le plan présente plusieurs sauts de fréquence. Dans une expérience similaire, Sankey *et al.* (**figure 6.2**) ont même mis en évidence la coexistence de deux modes de précession pour certaines valeurs du courant.

Ce phénomène de "saut" de fréquence semble être caractéristique des systèmes non-axiaux. Une explication possible serait que le mode de précession excité par le transfert de spin se 'bloque' sur des fréquences propres du système magnétique. Ce phénomène de 'lock-in' ne subsiste que sur une certaine plage de courant ; ensuite l'aimantation transite brusquement vers un autre mode, ce qui se traduit par un saut de fréquence. Mais cette hypothèse ne permet pas de répondre à certaines questions :

- pourquoi ce phénomène n'est il pas observé dans le cas axial (champ et polarisation alignés avec l'axe du nano-pilier) ?
- quelle est la nature de ces différents modes ? ils ne sont pas de fréquences harmoniques, on peut donc penser qu'ils ne sont pas homogènes.

Il n'existe pas de modèle analytique pour comprendre la dynamique de l'aimantation dans ces configurations. Dans ce chapitre on s'appuie sur les simulations micromagnétiques pour apporter quelques éléments de réponse.

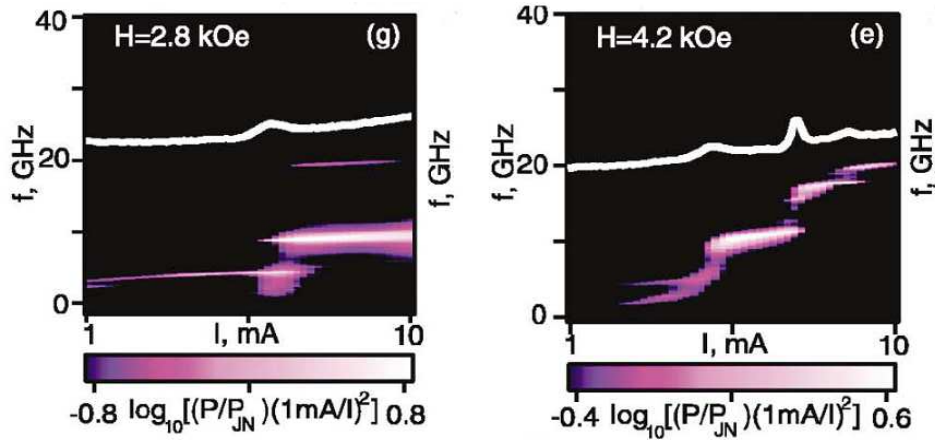


FIG. 6.1 : Fréquences de résonance en fonction de la densité de courant pour deux valeurs du champ lorsqu'il est appliqué perpendiculairement au plan ([169], fig. 2). En trait gras est tracé la résistance différentielle dI/dV . Ces oscillations correspondent à des états de précession hors du plan. Les mesures sont effectuées à 4,2 K sur un pilier de $130 \times 70 \text{ nm}^2$, gravé dans un empilement $\text{Co}(40\text{nm})/\text{Cu}(10\text{nm})/\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}(3\text{nm})$. Le champ d'anisotropie est estimé à 120 Oe et le couplage dipolaire à 180 Oe.

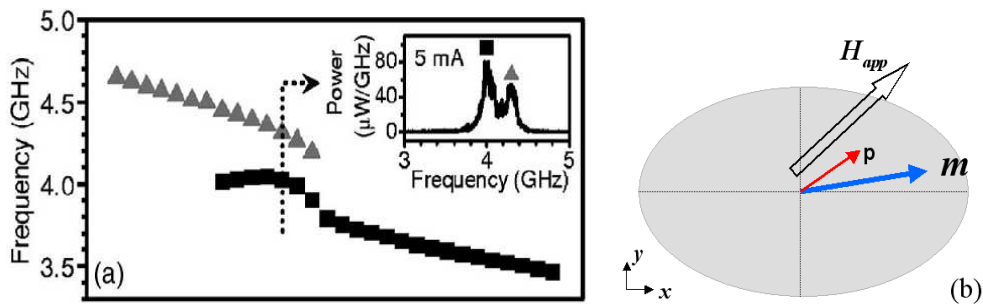


FIG. 6.2 : (a) Fréquences de résonance en fonction de la densité de courant pour la configuration décrite dans (b) : la polarisation et le champ appliqué sont orientés à 45° dans le plan par rapport à l'axe principal du nano-pilier [119]. Dans le régime de 'red-shift' apparaît un saut de fréquence entre deux modes distincts.

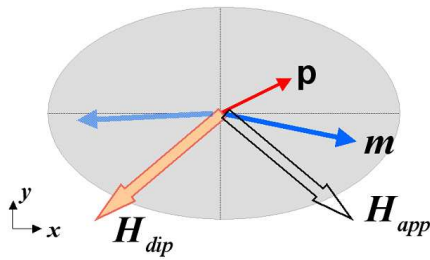


FIG. 6.3 : Schéma de l'expérience menée par Krivorotov *et al.* [120] simulée dans le modèle micromagnétique. L'aimantation est soumise au couplage dipolaire avec la couche dure H_{dip} et au champ appliqué H_{appl} .

6.2 Modèle micromagnétique

Miltat [170] a effectué un travail de simulations numériques sur la base des expériences de Krivorotov *et al.* [120]. Les mesures montrent qu'on peut obtenir des oscillations d'une cohérence remarquable pour une configuration précise de la direction de polarisation et du champ appliqué. Les calculs macro-spin présentés plus haut (chapitre 4) donnent une bonne estimation de la largeur des pics de résonance. Cela indique que la dispersion de fréquence est caractéristique du système et ne résulte pas de fluctuations internes de l'aimantation. Cependant ce modèle ne rend pas compte des sauts de fréquences qui apparaissent pour certaines valeurs du courant. Les calculs micromagnétiques permettent de décrire plus finement ces détails, qui révèlent les interactions entre le transfert de spin et la magnéto-statique.

Les simulations ont été effectuées pour un élément elliptique de dimensions $130 \times 60 \times 4$ nm. Le pilier a une hauteur estimée à 100 nm. Les paramètres sont ceux du Permalloy ($Ni_{81}Fe_{19}$) en couche très mince : l'aimantation à saturation est $M_S = 650$ kA/m, la constante d'échange vaut $1,3 \cdot 10^{11}$ J/m et l'amortissement est pris égal à 0.01. Le coefficient d'asymétrie du couple de transfert de spin est fixé à $\xi=0.5$. La température est estimée à 40 K d'après des mesures de résistivité. Un champ de 680 Oe est appliqué à -45° par rapport à l'axe facile et la direction de polarisation étant orientée à 30° (figure 6.3).

6.2.1 Spectres de puissance

La figure 6.4 présente la fréquence de résonance de l'aimantation en fonction de la densité de courant injectée dans le nanopilier. On constate que le mode excité à très bas courant est le mode thermique, de fréquence constante (6.66 GHz). Ensuite la fréquence de précession des modes précessionnels décroît, mais pas de manière monotone. La descente s'effectue par paliers, séparés par des sauts à 5.56, 5, 4.85 et 4.23 GHz. Ces résultats ont été déterminés pour un élément elliptique dont les bords sont découpés en marche d'escalier, dont on a vu qu'ils créaient des effets indésirables sur les charges de bords. Or, dans l'hypothèse où ces sauts de fréquences sont d'origine magnétostatique, une meilleure modélisation est nécessaire. Miltat [170] a développé un code où la frontière est découpée par segments. Les charges de bords sont réparties sur ces segments, alors que le reste du micromagnétisme (échange, charges de volume, etc ...) est calculé sur le maillage régulier traditionnel. Mais, en utilisant ce modèle, les sauts de fréquence persistent (figure 6.5), même s'ils ne sont pas positionnés exactement à la même densité de courant.

Une meilleure perception de la dynamique de l'aimantation au voisinage de ces sauts de fréquence est donnée par la figure 6.6. Trois points doivent être notés :

- pour $0.6 \cdot 10^{12} < J < 0.8 \cdot 10^{12}$ A/m², le pic principal est accompagné de deux

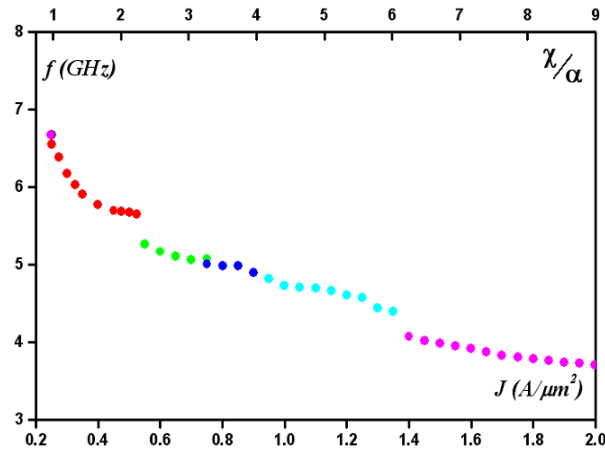


FIG. 6.4 : Fréquence de résonance de la magnéto-résistance réduite en fonction de la densité de courant exprimée en $A/10^{12} m^2$ ou en notation réduite χ/α . Les différents régimes séparés par des sauts abrupts de fréquence sont représentés par des couleurs différentes. Ce calcul utilise des charges de bord distribuées en marche d'escalier.

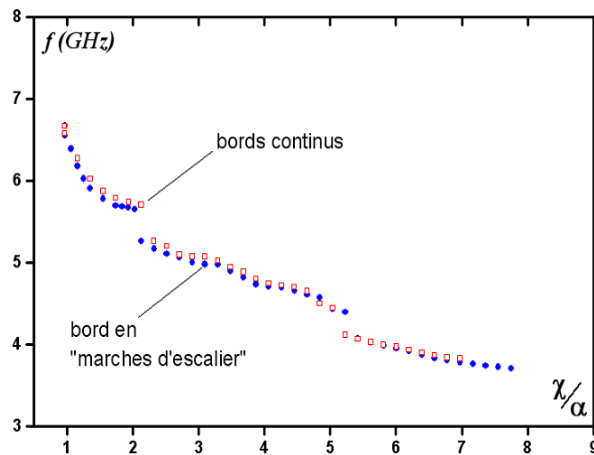


FIG. 6.5 : Comparaison des fréquences de résonance calculées avec un modèle où les bords sont découpés en marche d'escalier et avec un modèle où la frontière est découpée en segments.

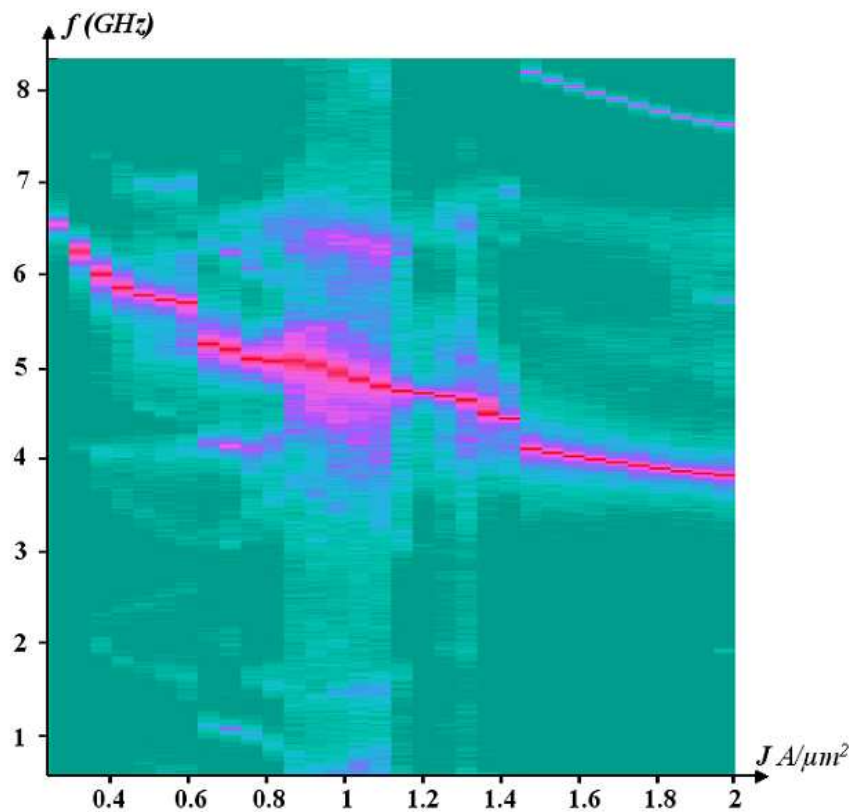


FIG. 6.6 : Densité spectrale de puissance en fonction de la fréquence (axe vertical) et de la densité de courant (axe horizontal). L'intensité de la DSP est transcrite en couleur (échelle logarithmique), de vert pour une puissance nulle à rouge pour la puissance maximale.

pics satellite d'intensité notable à ± 1 GHz. Il existe par ailleurs des pics sous harmoniques d'amplitude très faible.

- pour $0.8 \cdot 10^{12} < J < 1.1 \cdot 10^{12}$ A/m², les pics satellite fusionnent avec le pic principal; la résonance devient plus large, associé à un bruit important au pied des pics. Un pic non harmonique apparaît à $f \approx 6.5$ GHz, puis disparaît.
- pour $J > 1.4 \cdot 10^{12}$ A/m², les spectres comportent des pics très fins et très intenses. Les fréquences harmoniques $2f$, $3f$, etc ... apparaissent très clairement dans le spectre (seule $2f$ est visible dans la figure), alors qu'il n'y a plus de pics non-harmoniques.

Dans ce dernier régime où la résonance est la plus pure, la largeur de raie est beaucoup plus fine que tout ce qui a pu être mesuré dans des nano-piliers soumis à un champ axial, à l'exception de certaines mesures récentes [117].

6.2.2 Influence des paramètres numériques

Les caractéristiques très particulières de ces excitations sous champ transverse, en premier lieu les sauts de fréquence, sont observées uniquement dans une fenêtre étroite des paramètres physiques et numériques. Comme cela a déjà été noté dans

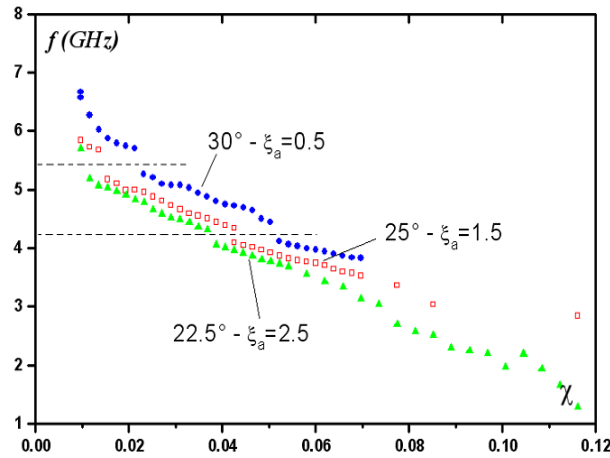


FIG. 6.7 : Fréquence de précession en fonction de la densité de courant en notation adimensionnée (χ) pour trois orientations de la couche dure (30° , 25° et 22.5°). Pour chacune le paramètre d'asymétrie du couple de transfert de spin est différent : 0.5, 1.5 et 2.5 respectivement.

la chapitre consacré au modèle macro-spin, la configuration optimale pour avoir le couple de transfert de spin le plus intense est celle où l'aimantation est initialement orientée à 90° par rapport à la direction de polarisation. Si la couche dure est orientée à $+30^\circ$ par rapport à l'axe facile du nano-pilier, le champ de fuite qu'elle exerce sur la couche libre est désaxé en moyenne de -135° . Le champ externe est quand à lui appliqué avec un angle de -45° . Cette géométrie assure l'homogénéité de la distribution d'aimantation et l'homogénéité du transfert de spin. On comprend alors que la pureté des excitations soit très sensible à un changement de la direction du champ.

La **figure 6.7** montre la fréquence de précession en fonction de la densité de courant, pour trois orientations de la couche dure par rapport à l'axe facile du nano-pilier : 30° , 25° et 22.5° . Le paramètre d'asymétrie du couple, ξ_a , est pris respectivement égal à 0.5, 1.5, 2.5, afin de mieux ajuster la réponse GMR en fonction du champ. L'allure générale de la dépendance en courant reste la même. Les excitations apparaissent pour des courants plus faibles quand ξ_a est plus élevé, ce qui n'est pas surprenant. Pour les courants très élevés, la fréquence chute plus rapidement pour le système moins désaxé, et atteint même 1.5 GHz pour $\chi=0.115$, ce qui est plus conforme aux résultats expérimentaux.

Les sauts de fréquence apparaissent à des courants différents, mais correspondent toujours à la même fréquence. Cela accrédite donc l'hypothèse d'une relation étroite entre les sauts de fréquence et la géométrie du nano-pilier.

La décroissance des fréquences de résonance en fonction du courant calculée avec les paramètres relevés dans la littérature est plus lente que ce qui est mesuré expérimentalement. En particulier le coefficient d'amortissement est usuellement mal connu dans les nanostructures. En pratique, des valeurs α pour le Permalloy comprises entre 0.01 et 0.025, appuyées par des mesures de FMR sous courant [171,172] sont crédibles. L'effet du choix de la valeur de α en micromagnétisme est illustré par la **figure 6.8**. Un α plus élevé décale le seuil d'excitation des états précessionnels vers

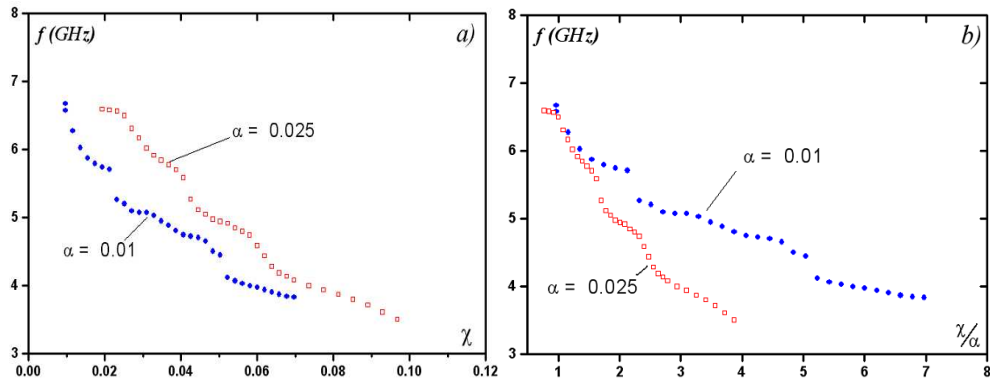


FIG. 6.8 : Fréquence de précession en fonction du courant pour $\alpha=0.01$ et 0.025 . (a) en fonction de la densité de courant réduite χ et (b) en fonction du coefficient χ/α .

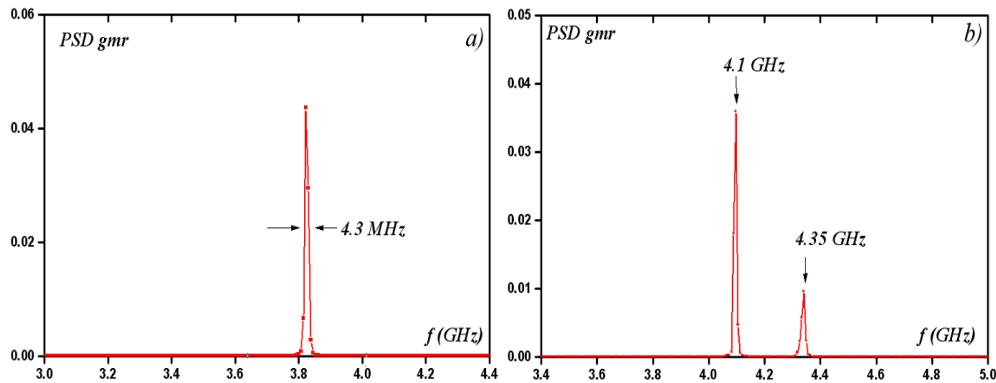


FIG. 6.9 : Spectres de densité de puissance de la magnéto-résistance réduite. (a) pour $J=1.8 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $\xi=0.5$, la résonance est très fine ($\Delta f=4.3 \text{ MHz}$). (b) pour $J=1.8 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $\xi=1.5$ et la polarisation orientée à 25° par rapport à l'axe facile du pilier, il y a superposition de deux modes non harmoniques.

des courants plus élevés. La **figure 6.8a** montre en outre que la chute de fréquence est plus rapide avec $\alpha=0.025$ qu'avec $\alpha=0.01$. La **figure 6.8b** en revanche indique que le seuil d'apparition des états précessionnels est bien paramétrisée par la variable réduite χ/α .

6.3 Modes propres

Comme la magnéto-statique à l'évidence joue un rôle dans l'apparition des sauts de fréquence apparaissant pour certaines valeurs du courant, on peut procéder à la même analyse que pour les systèmes sous champ axial. La comparaison entre les modes propres du système et les modes excités permet d'identifier quel type d'état se couple le mieux avec le transfert de spin. La **figure 6.10** est une mesure de la composante transverse de la susceptibilité magnétique de la couche libre soumise à un champ de 680 Oe à 45° de l'axe facile et au couplage dipolaire avec la couche piégée orientée à -30° .

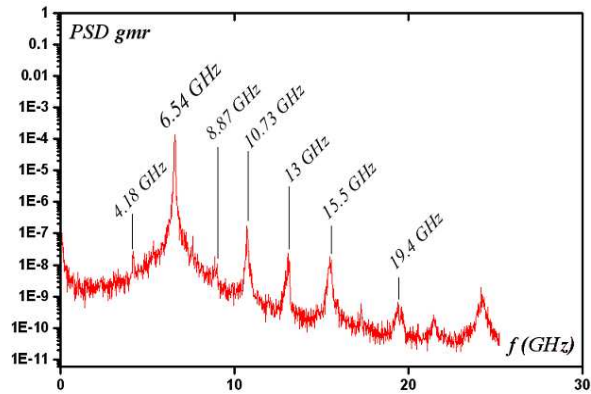


FIG. 6.10 : Densité spectrale de puissance de la magnéto-résistance réduite moyenne (en échelle logarithmique) sans courant injecté mais à une température de 40 K. Les modes excités sont les modes propres de l'ellipse.

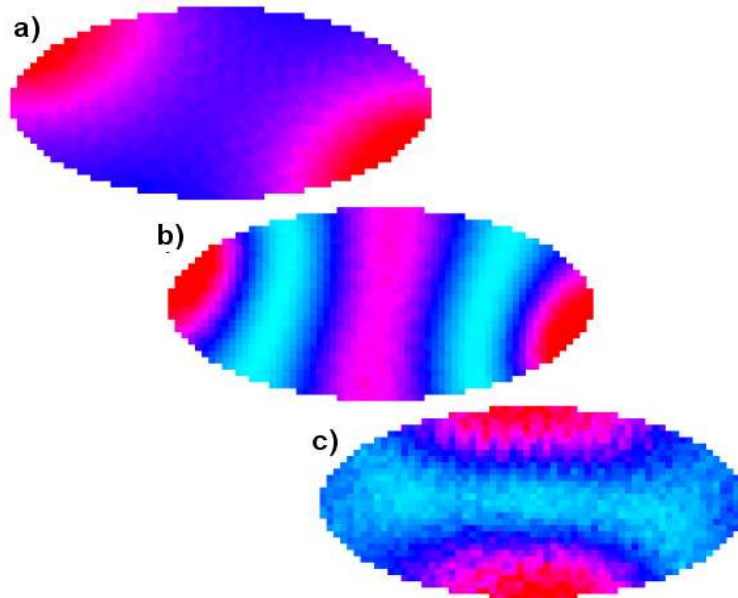


FIG. 6.11 : Carte d'intensité de la composante transverse du tenseur de susceptibilité magnétique, relevée pour (a) $f=6.55$ GHz, (b) $f=10.6$ GHz et (c) $f=13.5$ GHz. Le code de couleur transcrit l'intensité de la susceptibilité (zéro en bleu azur, et maximale en rouge.) La couche libre est soumise à un champ de 678 Oe (54 kA/m) orienté à -45° par rapport à l'axe principal du nano-pilier. Le champ dipolaire créé par la couche dure aimantée à $+30^\circ$ par rapport à cet axe est pris en compte.

On distingue deux modes principaux, l'un à 6.54 GHz et l'autre à 10.6 GHz. Le pic principal est accompagné de satellites, de fréquence 6.54 ± 2.35 GHz. Notons qu'il existe une résonance à 2.35 GHz mais elle émerge très peu du bruit de fond. La présence de ces pics secondaires se retrouve dans les spectres excités sous courant dans la gamme $0.6 \cdot 10^{12} < J < 0.8 \cdot 10^{12}$ A/m²; ils se rapprochent progressivement du mode f_1 et fusionnent avec lui. Les autres pics sont des harmoniques des modes principaux ou des combinaisons des deux. Comme l'aimantation est désaxée par rapport à l'axe facile du pilier, on observe à la fois les harmoniques paires et impaires.

Les **figures 6.11** montrent la distribution de susceptibilité magnétique dans la couche libre pour les trois principaux modes propres. Les résonances à 6.55 GHz et 10.6 GHz sont semblables aux modes propres dans le cas d'un champ axial. Le premier mode propre correspond à l'excitation de l'extrémité de l'ellipse. Le second est un mode d'ordre plus élevé, où le centre de la couche oscille en opposition de phase avec les extrémités. En revanche le mode à 13.5 GHz correspondant à l'excitation des flancs de la couche libre est original. Les modes "satellites" entourant le pic principal ne sont pas clairement identifiables ici car leur amplitude est à peine supérieure au bruit de fond. La contribution du mode $f = 2.35$ GHz semble être l'excitation du centre de l'ellipse mais cette hypothèse demande à être vérifiée.

6.4 Modes excités sous courant

Le trait le plus remarquable du comportement en fréquence de ce système est l'existence de sauts pour certaines valeurs du courant, suggérant la transition plus ou moins brutale entre différents modes. On en distingue deux : l'un où la fréquence chute de 5.7 GHz à 5.29 GHz, et l'autre, à plus fort courant, où la fréquence passe de 4.4 GHz à 4.05 GHz. L'analyse de la trajectoire de l'aimantation moyenne de part et d'autre de ces sauts ne montre que de petites modifications. Afin de mieux cerner la différence de comportement juste avant et juste après un saut, nous avons utilisé la même technique de "mapping" de la densité spectrale de puissance sur la couche libre que celle employée dans le chapitre précédent. Ainsi dans les **figures 6.12** sont représentées les distributions d'excitation pour 5 valeurs du courant.

La distribution d'excitation évolue en fonction du courant comme suit :

- à bas courant, la résonance principale correspond à un mode de bord (mode **A**). Le maximum d'excitation est localisé à l'extrémité basse de l'ellipse. Ceci constitue une grande différence avec le cas axial, car les deux bouts de la couche libre ne sont pas excités à l'identique.
- le premier saut coïncide avec l'agrandissement du volume excité à la fréquence de résonance (mode **B**). Par rapport au mode **A**, l'amplitude de précession a particulièrement augmenté à l'extrémité droite et sur le flanc haut de l'ellipse. La distribution de DSP comporte deux maxima, l'un à l'extrémité basse de l'ellipse et un nouveau, plus faible, symétrique par rapport à un axe proche de la direction de polarisation. Ces deux maxima fusionnent lorsqu'on augmente la densité de courant, pour former le mode **C**.
- au niveau du second saut, deux modes coexistent. L'un, à $f=4.34$ GHz (mode **D**), est similaire au mode **C**. L'autre, à $f=4.06$ GHz (mode **E**), voit apparaître deux maxima de densité de puissance. L'excitation est globalement concentrée dans une zone au centre de l'ellipse et sa distribution devient caliquement dyssymétrique.
- pour de plus fortes densités de courant, le mode **F** est similaire à celui que l'on vient de décrire, mais la densité de puissance y est beaucoup plus intense, ce qui

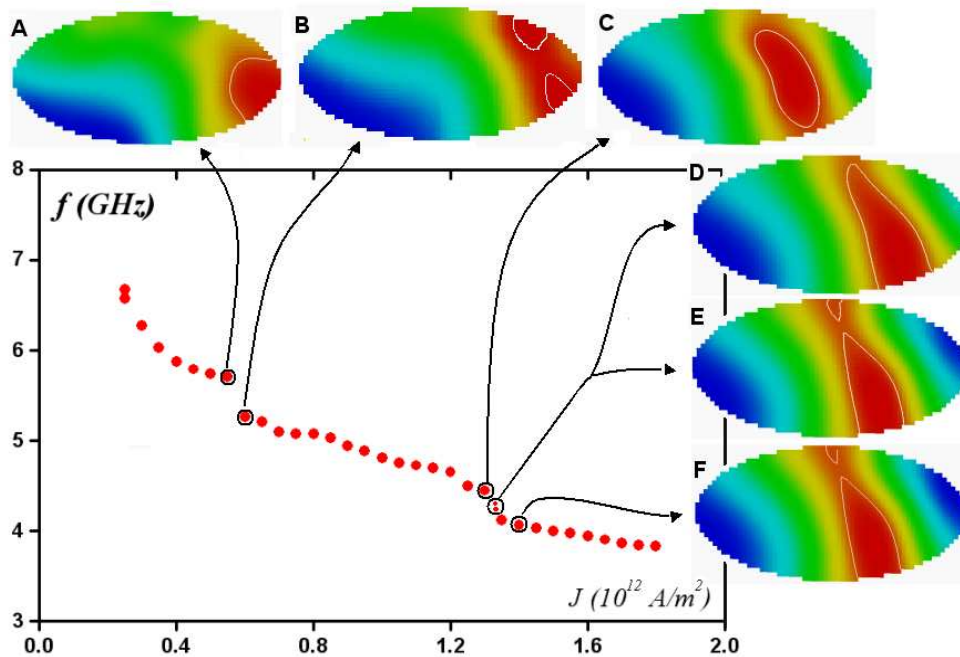
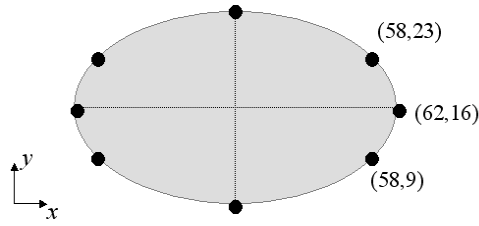


FIG. 6.12 : Cartes de densité spectrale de puissance dans la couche libre. Chacune est calculée pour la fréquence centrale du pic de résonance observé pour la valeur du courant considérée. Le code de couleur est propre à chaque carte et représente en bleu la puissance minimale et en rouge la puissance maximale. Les courbes blanches sont des lignes de niveau permettant de mettre en évidence la localisation des maxima de puissance. La couche dure est aimantée à 30° par rapport à l'axe principal du nano-pilier. Le champ externe est appliqué à -45° . Le coefficient d'amortissement α est égal à 0.01. L'aimantation à saturation vaut 650 kA/m . La température est prise égale à 40 K .

indique un élargissement des trajectoires de précession et/ou un volume activé plus important.

Le comportement de l'aimantation est pour le moins complexe. A bas courant, le transfert de spin semble activer un mode que l'on peut apparenter, du moins partiellement, au premier mode propre. Ensuite sont excités des modes où la densité de puissance est notable essentiellement à l'intérieur de l'ellipse, ce qui les rapproche à la fois du second mode propre (sauf que les extrémités ne sont plus activées) et du troisième mode propre (car les maxima sont localisés sur les flancs de la couche libre). Les sauts de fréquence coïncident donc avec une modification de la topologie de la distribution d'excitation dans la couche libre. Ces cartes de densité spectrale indiquent que les modes excités sous courant sont très inhomogènes, bien plus que dans le cas axial¹. Or les pics de résonance de la moyenne de l'aimantation sont très fins (10 MHz) : comment le système parvient-il à rester cohérent alors que l'amplitude de précession est très différente d'un point à l'autre de l'ellipse ?

¹Berkov *et al.* [155] n'observent pas le même type d'états activés par le transfert de spin. Avant le premier saut de fréquence, les deux extrémités de l'ellipse semblent excitées. Mais rappelons que ces auteurs ne tiennent pas compte du champ d'Oersted dans leurs calculs, facteur qui peut avoir un effet très important sur la dynamique de l'aimantation.



Prenons l'exemple du premier saut de fréquence. Nous avons représenté la trajectoire de l'aimantation pour certains points pris à la périphérie de la couche libre, pour deux valeurs de courant de part et d'autre du premier saut de fréquence (**figures 6.13**), pour J voisin de $0.6 \cdot 10^{12}$ A/m². En amont du saut de fréquence, dans la zone principalement excitée, l'extrémité droite de la couche libre (**figure 6.13a**), l'orbite a approximativement une allure de 'clam-shell', similaire à celle du cas axial. En revanche, dans des zones proches, où l'amplitude de la densité spectrale est moins importante (**figures 6.13c et e**), trois faits sont à rapporter. D'une part l'angle de précession est légèrement moins important. D'autre part l'allure de la trajectoire n'est plus du tout régulière. Elle se scinde en deux lobes quasi-circulaires centrés en $+e_x$ et $+e_y$. Enfin, aux points d'excursion maximale par rapport à l'axe du nano-pilier, on constate un ralentissement de l'aimantation, qui entre alors dans un régime d'attente presque immobile, fluctuant sous l'effet de la température. Ainsi la période de précession reste identique pour le point a) et les points c) et e) bien que la longueur de la trajectoire ne soit pas la même. Le mouvement de la moyenne de l'aimantation est alors cohérent.

Au delà du saut de fréquence, l'allure des trajectoires est sensiblement modifiée. De manière générale, ces trajectoires s'élargissent et l'angle d'excursion hors du plan est plus grand. Dans la zone où la DSP est maximale (**figure 6.13b**), à l'extrémité de l'ellipse, l'orbite prend une allure de 'clam-shell' assez classique. Pour les autres points de la couche libre (**figures 6.13d et f**), la trajectoire a une allure similaire car dans ces zones l'aimantation se met à précesser de manière cohérente et avec une forte amplitude (mode **B**). Notons cependant le pincement de l'orbite (**figure 6.13f**) au voisinage de $+e_x$. Ce comportement rappelle celui observé dans le modèle macrospin lorsqu'un faible champ transverse est appliqué. Il s'explique par l'existence d'un deuxième minimum dans le paysage d'énergie ; l'aimantation parcourt une orbite qui passe par les deux puits de potentiel. Cela révèle donc le fait que le paysage énergétique est variable d'un point à un autre.

Cette étude des trajectoires montre un aspect de la dynamique de l'aimantation qui n'apparaît pas dans les cartes de la densité spectrale : le mouvement est cohérent dans toute la couche libre. Les différences de longueur des orbites selon la position dans l'ellipse sont compensées par des vitesses de l'aimantation différentes. Par ailleurs le saut de fréquence traduit une modification très sensible de ces trajectoires locales. Elles transitent vers des états de précession plus réguliers après le saut. Notons que le pic de résonance de la moyenne de l'aimantation n'est pourtant pas plus fin après le saut.

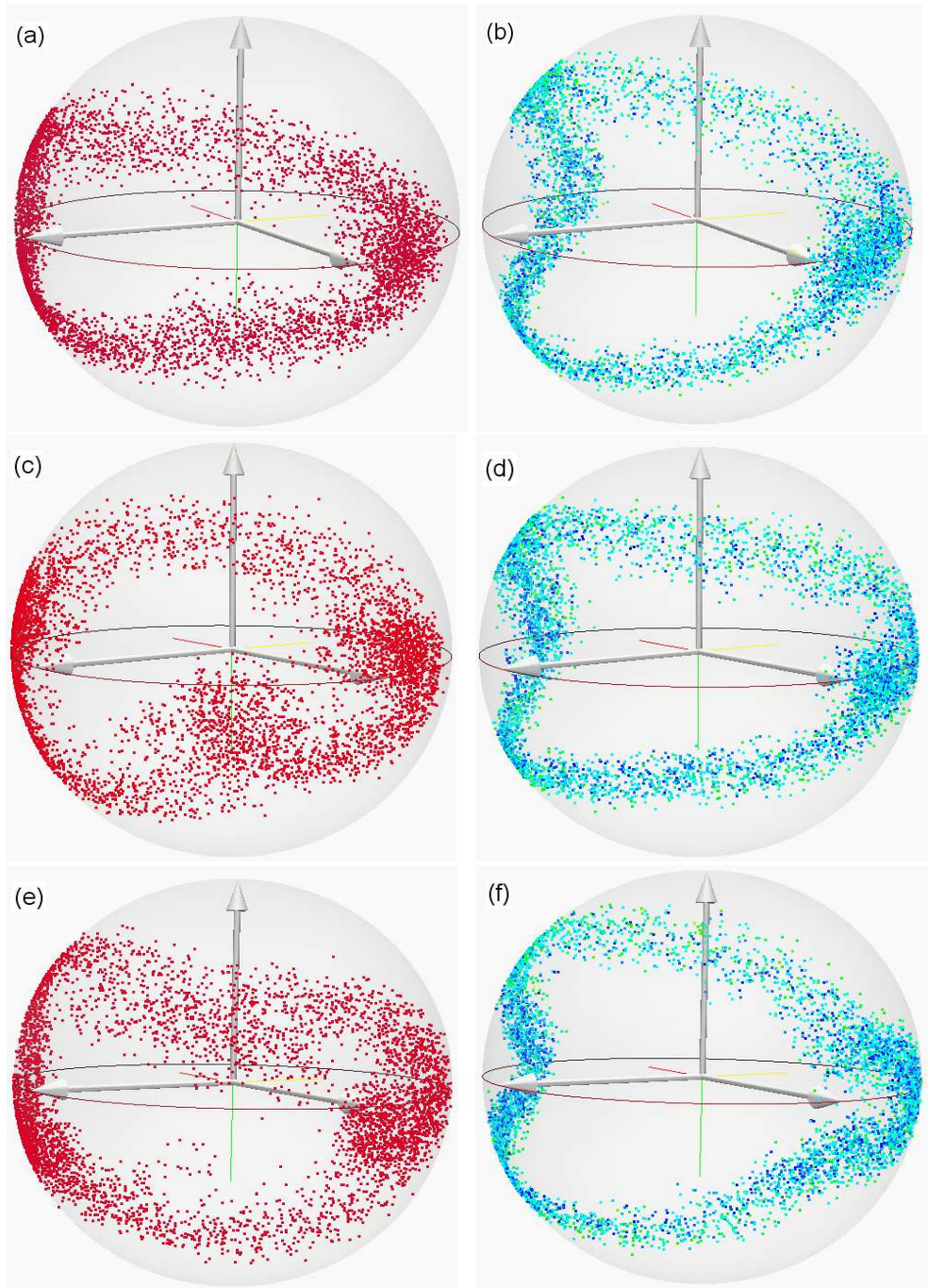


FIG. 6.13 : Trajectoires de l'aimantation pour divers points de la couche libre dans le régime précessionnel. Les trajectoires de gauche sont calculées en amont du premier saut de fréquence, pour $J=0.575 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, celles de droite sont calculées pour $J=0.6 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$, juste après ce saut. Les trajectoires a) et b) correspondent au point de coordonnées (62,16), c'est-à-dire à l'extrémité droite de l'ellipse. c) et d) sont les trajectoires de l'aimantation en (58,23), sur le bord en haut à droite et e) et f) sont les trajectoires de l'aimantation en (58,9), en bas à droite de l'ellipse. Ces trajectoires représentent 5 ns du mouvement de l'aimantation, enregistrés 50 ns après l'établissement du courant dans le pilier. La température est fixée à 40 K.

6.5 Conclusion

Lorsque l'aimantation est soumise à une excitation transverse, l'analyse spectrale révèle des caractéristiques particulières à cette configuration. La fréquence du mode de précession dans le plan ne varie pas continument avec le courant et on note de brusques sauts. Il s'agit de la transition entre deux modes d'oscillations très voisins. Une hypothèse est que le système se bloque sur la fréquence de certains modes 'propres' sur une plage donnée de courant. L'étude des modes propres et des modes excités sous courant montrent que la dynamique est sensiblement différente du cas axial. Différents modes peuvent être excités selon la densité de courant injectée. La discontinuité de la fréquence de précession de la moyenne de l'aimantation traduit d'importantes modifications des trajectoires locales de l'aimantation. Ces calculs mettent en évidence des mouvements de précession différents d'un point à l'autre de la couche libre mais néanmoins cohérents, ce qui conduit à des largeurs de raie extrêmement fines pour le signal GMR.

Conclusion et perspectives

Dans ce manuscrit nous avons décrit la dynamique de l'aimantation sous courant à l'aide de simulations numériques. Les calculs effectués au cours de ma thèse visent à mieux comprendre un ensemble de résultats acquis à l'Université de Cornell entre 2003 et 2006, lesquels ont mis en évidence des états de précession entretenus par le courant dans des nano-piliers au comportement complexe. En effet on ne dispose pas de caractérisation expérimentale du mouvement de l'aimantation à l'échelle nanométrique avec une résolution temporelle de l'ordre de la nanoseconde. Nous avons examiné deux types de modèles pouvant décrire les excitations de l'aimantation, le modèle du macrospin et le modèle micromagnétique. Tous deux intègrent le terme de transfert de spin tel qu'établi par Slonczewski dans l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert.

Dans le cas où la polarisation des électrons et le champ appliqué sont alignés avec l'axe de la couche libre, le modèle macrospin reproduit qualitativement le diagramme de phase établi par Kiselev. A bas champ, le transfert de spin permet de retourner l'aimantation de manière hystérétique entre états parallèle et anti-parallèle. Pour des courants proches du courant de renversement, il existe un régime de précession entretenue. Nous présentons des expressions analytiques pour le courant d'instabilité et pour le courant critique. Dans le régime des forts champs appliqués, nous montrons que ce modèle décrit bien les états de précession dans le plan et hors du plan. Les courants seuil calculés numériquement sont proches des mesures expérimentales. J'ai étudié plus précisément le régime précessionnel, au travers de sa caractérisation fréquentielle et présente une analyse rigoureuse du calcul de la densité spectrale de puissance de la magnéto-résistance. Il en ressort que l'interprétation de la largeur des pics de résonance doit être menée avec finesse. Si le modèle mono-domaine s'avère susceptible de décrire les différents régimes dynamiques avec clarté, la modélisation de la largeur de raie demeure imprécise : que ce soit dans la géométrie axiale ou dans une géométrie très asymétrique, le modèle macrospin prédit une dépendance de la largeur de raie linéaire en température, ce qu'aucune expérience n'a révélé.

J'ai également utilisé ce modèle dans le cas où le champ n'est pas aligné avec l'axe de la couche libre. Le comportement devient très différent du cas axial, notamment pour $H \lesssim H_K$. Il existe une gamme de courant où un état de précession asymétrique de grand angle dans le plan (et même hors du plan) peut être stabilisé au lieu de l'état anti-parallèle. Mais il n'existe pas à ce jour de vérification expérimentale permettant de valider ces prédictions.

La deuxième partie de ma thèse est consacrée au modèle micromagnétique. Ces simulations décrivent avec plus de réalisme les interactions magnétiques dans la couche libre du nano-pilier. J'ai montré que le champ d'Oersted et le couplage dipolaire modifient sensiblement la dynamique de renversement sous courant, favorisant des états d'aimantation inhomogène. Je montre cependant qu'on retrouve les mêmes

régimes dynamiques que dans l'approximation macrospin. En particulier j'ai établi que, bien que le système soit très désordonné, la transition vers les trajectoires de précession hors du plan est observable dans les calculs micromagnétiques pour de très fortes densités de courant. Ce modèle semble décrire correctement les fluctuations de la distribution d'aimantation, car les largeurs de raie mesurées sont cohérentes avec les résultats expérimentaux de Kiselev, bien que très différents de ceux de Mistral. Au voisinage du seuil, la structure fine de la variation de la largeur de raie en fonction du courant est bien décrite à la fois par le modèle macrospin et par le modèle micromagnétique. En revanche ce dernier indique une quasi-indépendance de la largeur de raie en fonction de la température, résultat conforme uniquement aux expériences de Mistral. Notons qu'une estimation correcte des courants critiques ou des fréquences d'oscillation n'est possible qu'à condition d'ajuster certains paramètres, tels que la polarisation ou le coefficient d'amortissement.

L'originalité des simulations micromagnétiques réside surtout dans la possibilité de visualiser la distribution d'excitation dans la couche libre. Ainsi j'ai pu montrer que, sous le courant seuil d'instabilité, le mode excité est un mode de bord, correspondant au mode propre fondamental. Dans le cas des précessions de grande amplitude, le mode excité est presque uniforme. Enfin, lorsque l'aimantation oscille hors du plan, le spectre est plus riche, faisant apparaître le mode d'excitation 'étendue' et des modes de bords. Nous avons effectué la même analyse pour une couche libre soumise à un champ et une direction de polarisation désaxés par rapport à l'axe du pilier. Cette fois le système est beaucoup plus résonant que dans le cas axial (avec des pics d'une largeur pouvant atteindre 10 MHz à 40 K). Il présente par ailleurs des sauts de fréquences pour certaines valeurs du courant. Ce comportement original est dû au fait que, dans le régime de précession dans le plan, lorsque le courant augmente, le transfert de spin excite successivement différents modes paramétriques. Une comparaison fine avec l'expérience reste cependant à faire.

Les travaux effectués au cours de ma thèse montrent que certains points méritent d'être approfondis. En premier lieu, la variation de la largeur de raie en fonction de la température sera mieux comprise dès lors que les calculs auront été menés sur une plus longue durée, avant d'être comparés à des mesures telles celles de Sankey et al.. Idéalement les simulations micromagnétiques devraient être capables, pour des échantillons parfaits, de prédire à la fois la dépendance en courant de la fréquence des états précessionnels, de la dépendance en courant et en température de la largeur des raies de densité spectrale. Plusieurs effets peuvent concourir à une description inexacte de la réalité expérimentale :

- a** - la dynamique de Langevin est un moyen simple d'introduire l'effet de la température dans les simulations micromagnétiques. Une preuve exacte de son applicabilité manque cruellement.
- b** - la modélisation micromagnétique s'appuie jusqu'à présent sur une description unidimensionnelle du transport. Il s'agit évidemment d'une approximation puisqu'un tel modèle ne saurait prédire le retournement d'une couche unique [71].
- c** - même dans le cadre du transport 1D, il serait plus pertinent d'utiliser une évaluation numérique du profil angulaire du couple (par exemple à l'aide du modèle de Stiles et al.), en lieu et place de la formule de Slonczewski strictement valable pour une structure symétrique. On peut espérer en attendre une meilleure estimation de la chute de fréquence dans le régime de 'red-shift'.

Ces remarques appellent, à l'évidence, une modélisation 3D, tant pour la partie purement magnétique que pour les termes de transport (calcul de la distribution d'accumulation de spin à l'interface, de la distribution des lignes de courant dans le pilier, etc ...).

Annexes

Annexe **A**

Constantes fondamentales

CONSTANTES FONDAMENTALES :

e	charge de l'électron	$1.6 \cdot 10^{-19}$	C
m	masse de l'électron	$1.910956 \cdot 10^{-31}$	kg
μ_0	perméabilité magnétique du vide	$4\pi \cdot 10^{-7}$	H/m
μ_B	magnéton de Bohr	$9.27 \cdot 10^{-24}$	A.m ²
γ	rapport gyromagnétique	$1.76 \cdot 10^{11}$	
γ_0	rapport gyromagnétique	$2.21 \cdot 10^5$	m.A ⁻¹ s ⁻¹
h	constante de Planck	$6.62620 \cdot 10^{-34}$	J.s
\hbar	constante de Planck réduite	$1.05459 \cdot 10^{-34}$	J.s
k_B	constante de Boltzmann	$1.38062 \cdot 10^{-23}$	J.K ⁻¹
α	constante de structure fine	1/137.0360	-

GRANDEURS ET UNITÉS :

Système **SI** :

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

- μ_0 est la perméabilité magnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$)
- \mathbf{B} est l'induction magnétique. On l'exprime en Tesla (T), ce qui correspond à 1 Weber par mètre carré (Wb/m²).
- \mathbf{H} est le champ magnétique (en Ampères par mètre, A/m)
- \mathbf{M} est l'aimantation. On l'exprime également en A/m.

Système **CGS** :

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$$

- $\mu_0=1$
- \mathbf{B} s'exprime en Gauss (1 gauss (G) vaut 10^{-4} Tesla).
- \mathbf{H} s'exprime en Oersted (Oe), avec $1 \text{ Oe} \equiv 1000/(4\pi) \text{ A/m}$ (soit environ 79.577 A/m)
- \mathbf{M} se note en Gauss

Annexe **B**

Traitement du signal

B.1 Analyse spectrale

Domaine temporel, domaine fréquentiel

Il est souvent plus facile de caractériser les variations de \mathbf{m} (en fait d'une de ses composantes m_i ou bien de la magnéto-résistance) dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel. D'un point de vue mathématique, passer d'une représentation à l'autre n'est rien d'autre qu'une opération de changement de base : on accède à la même information. L'analyse du spectre en fréquence nous permet d'identifier aisément les différents modes excités ainsi que leur dispersion.

Ce chapitre détaillera la technique de la transformée de Fourier (mais il existe d'autres types de transformations). Plus précisément sera détaillé le calcul de la densité spectrale de puissance (DSP) : c'est la grandeur qui permet de représenter le contenu fréquentiel d'un signal physique fluctuant au cours du temps¹.

Cadre mathématique

Soit un signal temporel réel continu $x(t)$, considéré comme une réalisation particulière de la variable aléatoire $\{x(t)\}$. L'acquisition expérimentale (par un analyseur de réseau par exemple) implique l'échantillonnage du signal mesuré. De même les calculs micro-magnétiques reposent sur la discrétisation de l'équation du mouvement. Dans les deux cas, l'analyse spectrale s'opère donc sur une variable discrète (dans le domaine temporel) et enregistrée sur une durée finie. Notons $\{x_n\}_{n \in [0 \dots N-1]}$ cette suite.

Le signal analogique échantillonné est caractérisé par :

- T , la durée de l'échantillonnage (soit N points enregistrés)
- f_{ech} , la fréquence d'échantillonnage
- Δt , le pas de temps. On a la relation : $f_{ech} = 1/\Delta t$.
- $1/T_0$, la fréquence avec laquelle on échantillonne le spectre expérimental.

Dans la suite de ce paragraphe, après quelques rappels sur la transformée de Fourier d'un signal discret, seront décrites les causes de distorsions numériques lors du calcul de la densité spectrale de puissance, et quelques techniques permettant de s'en affranchir.

B.2 Digitalisation du signal

Par la suite, comme $x(t)$ est un signal aléatoire, on utilise les notions suivantes pour les calculs de probabilités :

- $\mathcal{P}(x)$ est la densité de probabilité de x
- $E(x)$ désigne l'espérance, c'est à dire la moyenne de la variable aléatoire x :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \mathcal{P}(x) dx.$$
- σ^2 est la variance de la variable aléatoire : $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(x))^2 dx$
- l'écart-type σ est la racine carrée de la variance

Échantillonnage du signal

Mathématiquement cette opération correspond à une multiplication par une fonction "peigne de Dirac" de période f_{ech} . Dans le domaine fréquentiel, $X(f)$ est convolué

¹ E. Barbier, *Traitement du signal en RMN : Cours de master* (2003)

par un peigne de Dirac fréquentiel (**figure B.1**, schémas de gauche), d'où une périodisation du spectre (ibid. schémas de droite) :

$$x_{ech}(t) = x(t) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n\Delta t) \xleftrightarrow{TF} X_{ech}(f) = X(f) \otimes \frac{1}{\Delta t} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{p}{\Delta t}) \quad (\text{B.1})$$

où \otimes est l'opérateur produit de convolution.

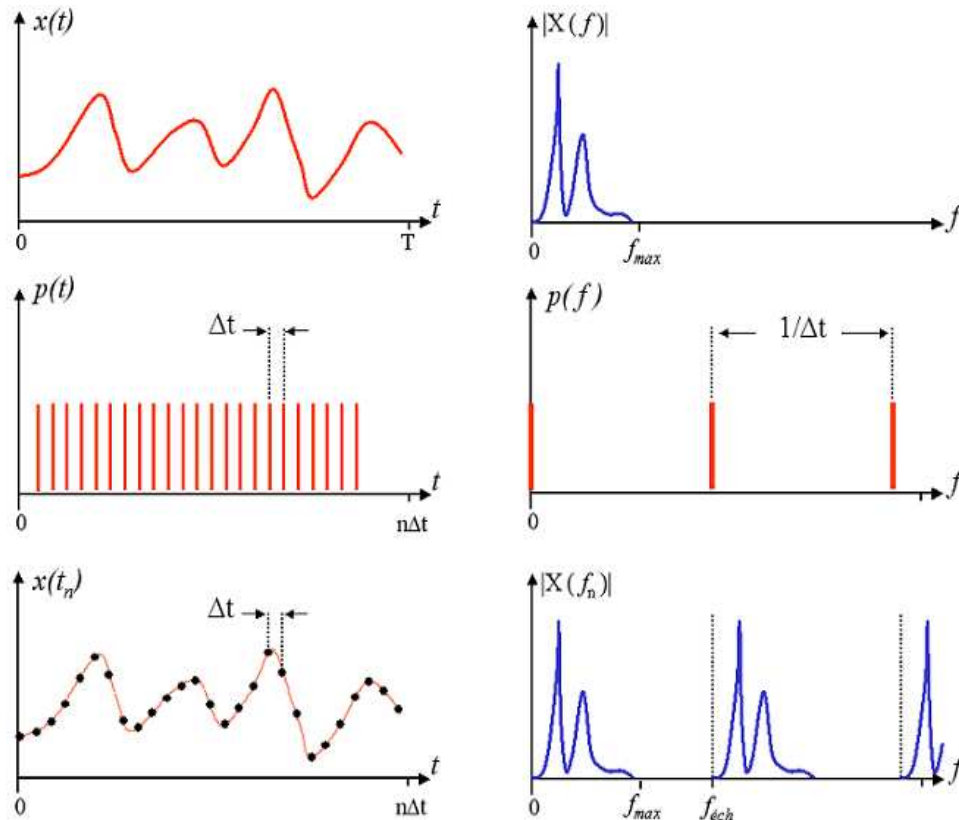


FIG. B.1 : Effet de la digitalisation d'un signal continu. De haut en bas : le signal original, le peigne de Dirac de période Δt , le signal échantillonné. A gauche le signal est tracé en fonction du temps, en vis à vis est représenté le spectre en fréquence correspondant. Le spectre du signal de bas est périodisé à la fréquence $1/\Delta t$ lors de l'échantillonnage.

Deux composantes du signal dont les fréquences diffèrent d'un multiple de $1/\Delta t$ donnent la même intensité dans le spectre. Si le signal est à bande limitée, on note $[-f_{max}; +f_{max}]$ la gamme sur laquelle il prend des valeurs non nulles. Si $f_{max} > 1/2\Delta t$, alors les spectres vont se chevaucher du fait de la périodisation (de période $1/\Delta t$) : c'est le phénomène de repliement (appelé également "aliasing" ou "fold-over"). Ainsi, pour que l'échantillonnage n'entraîne pas une dégradation du signal, il faut que $f_{ech} > f_{max}$ (**figure B.2**). Cette fréquence critique $1/2\Delta t$ est appelée fréquence de Nyquist. C'est la plus haute fréquence observable dans le signal digitalisé. Elle signifie qu'il faut au moins deux points échantillonnés dans une période

du signal temporel pour reconstituer le signal exact (critère de Shannon). Sinon on encourt le risque de sous-échantillonner et d'observer une fréquence apparente plus petite que la fréquence réelle.

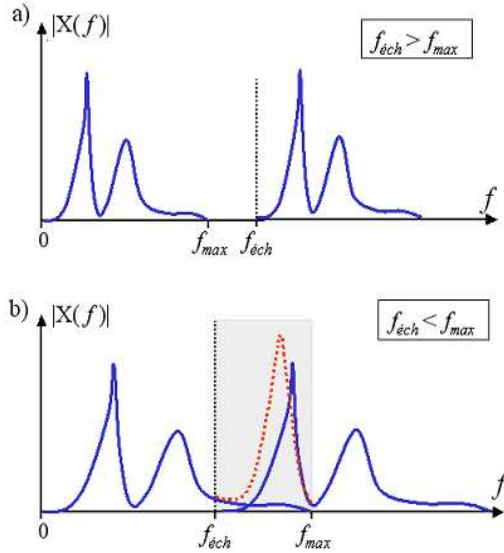


FIG. B.2 : Repliement des spectres périodiques. Si la fréquence d'échantillonnage est supérieure à la fréquence maximale de $x(t)$ (figure a)), le spectre n'est pas déformé. Si le critère de Shannon n'est pas respecté (figure b)), le spectre observé est altéré entre $f_{éch}$ et f_{max} car les harmoniques du spectre initial se chevauchent.

Malheureusement les signaux expérimentaux sont toujours à bande infinie. En particulier au signal d'intérêt s'ajoute généralement un terme de bruit. Un signal de bruit n'est pas borné et le critère de Shannon n'est en général pas respecté. Pour éviter le repliement, on applique des filtres passe-bas ; cependant la largeur du filtre est choisie légèrement supérieure à $f_{éch}$ pour prévenir les distorsions, d'où un résidu de repliement sur les bords du spectre.

A l'inverse, un signal digitalisé dans le domaine fréquentiel sera périodisé dans le domaine temporel. Comme on échantillonne la transformée de Fourier du signal discret tronqué $X_{tr}(f)$ aux fréquences espacées de $1/T_0$, qui n'est a priori pas égale à $1/T$, on obtient :

$$X_c(f) = X_{tr}(f) * \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{p}{T_0}) \quad (B.2)$$

d'où : $x_c(t) = T_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{tr}(t - nT_0)$. On note que :

$$X_c\left(\frac{k}{T_0}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} \quad (B.3)$$

ce qui signifie que $X_c(\frac{k}{T_0})$ est la transformée de Fourier de la suite x_n . L'échantillonnage en fréquence ne conserve donc que certaines fréquences du spectre initial.

Bruit de quantification

L'opération de numérisation du signal source introduit un bruit, dit bruit de quantification. Ce bruit provient de la différence entre le signal analogique (continu) et le signal digitalisé (discret). Ce bruit est d'autant plus faible que la fréquence

d'acquisition est grande. Ce terme de bruit est également conditionné par le nombre de bit d'encodage de chaque valeur x_k . Que ce soit expérimentalement, par le convertisseur, ou numériquement, lors de l'évaluation des variables, le signal digitalisé est codé en bit (de valeur 0 ou 1), sous forme de paquets de huit bits (appelé octet, "byte" en anglais) (**figure B.3**). La précision de cette évaluation dépend donc du nombre de bit choisi lors de l'encodage. Plus ce nombre de bits est élevé, plus le bruit de quantification est réduit.

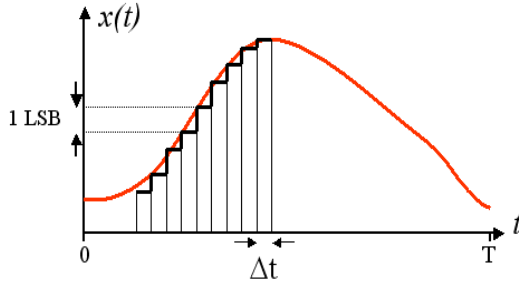


FIG. B.3 : Conversion du signal analogique d'origine en un signal numérique digitalisé. A chaque pas de temps, le signal est codé en un nombre entier de bit (compris entre 0 et $2^n - 1$), chaque bit correspond à un incrément d'amplitude de 1 LSB.

Sur-échantillonnage

Il peut être tentant d'augmenter la fréquence d'échantillonnage afin d'améliorer la résolution spectrale ou de limiter le bruit de quantification, en "approchant" le plus fidèlement possible le signal source, tout en gardant la durée d'acquisition inchangée.

Considérons un échantillonnage de référence de fréquence $f_{ech} = 1/\Delta t$, sur une durée de $T = N\Delta t$. Soit n le facteur de sur-échantillonnage, défini par : $f' = nf_{ech}$; la durée d'acquisition correspondante est : $T' = T$. Le sur-échantillonnage induit donc :

- une augmentation de la bande passante
- aucun changement de la résolution digitale

Ce traitement modifie le rapport signal/bruit. Dans le domaine temporel, cela revient à augmenter le seuil du filtre. Soit un signal défini par : $x(t) = x^e(t)e^{j2\pi ft}$ où $x^e(t)$ représente l'enveloppe du signal. Par transformée de Fourier on obtient :

$$X(f) = TF(x^e(t)) \otimes TF(e^{j2\pi ft}) = TF(x^e(t)) \otimes \delta(f) \quad (\text{B.4})$$

L'amplitude du pic à $f = 0$ est noté A . L'écart-type du bruit dans le domaine fréquentiel est proportionnel à la racine carrée de la largeur du filtre F $\sigma_{b,f} = \sqrt{F}\rho_{b,f}$ où $\rho_{b,f}$ est la densité spectrale de puissance du bruit, qui est une constante. D'après la relation de Parseval, on a :

$$\sigma_{b,f}^2 = N\sigma_{b,t}^2 \quad (\text{B.5})$$

d'où : $\sigma_{b,t} = \sqrt{\frac{F}{N}}\rho_{b,f}$. La largeur du filtre, F , est proportionnelle à la fréquence d'échantillonnage en général. Sur-échantillonner augmente donc la bande passante. On note $F = af_{ech} = a\frac{N}{T}$. Finalement, le rapport signal sur bruit vaut :

$$\frac{S}{B} = \frac{A}{\sqrt{\frac{a}{T}}\rho_{b,f}} \quad (\text{B.6})$$

On remarque que le rapport signal sur bruit est indépendant de la fréquence d'échantillonnage.

B.3 Transformées de Fourier continue et discrète

Transformée de Fourier continue

Soit $x(t)$ une fonction réelle, définie sur \mathfrak{R} et intégrable. Dans la suite, nous appellerons Transformée de Fourier de $x(t)$ la fonction suivante :

$$TF(x) = X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{B.7})$$

C'est une fonction complexe continue : une partie de l'information décrivant $x(t)$ est portée par la partie réelle de X , et une autre par sa partie imaginaire. Si $x(t)$ est réelle, $X(f)$ est paire : $X(-f) = X(f)$. C'est pourquoi on trouve parfois la transformée de Fourier sous sa forme "single-sided", où x est intégrée de 0 à $+\infty$.

La transformée de Fourier inverse est l'opération :

$$TF^{-1}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df \quad (\text{B.8})$$

Il faut noter la relation de fermeture suivante : $TF^{-1}(TF(x)) = x(t)$. Si on travaille avec les pulsations $\omega = 2\pi f$ au lieu des fréquences, la transformée de Fourier inverse porte un préfacteur de normalisation $1/2\pi$.

Si $x(t)$ est stationnaire, on peut définir sa fonction d'autocorrélation par :

$$\Gamma_{xx}(\tau) = E(x^*(t)x(t+\tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau) dt \quad (\text{B.9})$$

Si $x_T(t)$ est la restriction de x sur l'intervalle de temps $[0, T]$ (et $X_T(f)$ sa transformée de Fourier), la densité spectrale de puissance de $x(t)$ s'écrit (c'est le périodogramme de x) :

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \quad (\text{B.10})$$

REMARQUE : La densité spectrale de puissance d'un signal $A(t)$ a pour unité $[A]^2/\text{Hz}$.

Si $x(t)$ est stationnaire, le théorème de Wiener-Khintchine indique que la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation :

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_{xx}(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (\text{B.11})$$

La densité de puissance représente l'énergie dissipée dans l'intervalle de fréquence $[f, f + \Delta f]$. L'intégrale de S_{xx} sur $[-\infty, +\infty]$ est la puissance de $x(t)$ moyennée sur le temps. On peut appliquer la notion de densité spectrale aux signaux qui ne sont pas de carré intégrable (ne font pas partie de la classe $L^2(\mathfrak{R})$), mais qui sont de puissance finie. Cette définition est également valide pour les variables *aléatoires* à condition qu'elles soient stationnaires (c'est-à-dire dont la moyenne, la variance et la fonction d'autocorrélation sont indépendantes du temps t). Si $x(t)$ n'est pas stationnaire, on traite seulement une troncature $x_T(t)$ de ce signal et on emploie la formule du périodogramme ; on peut alors trouver une estimation qui converge vers la densité spectrale de puissance (analyse en fenêtre glissante, que l'on verra plus loin).

Transformée de Fourier Discrète

On cherche à évaluer au mieux la transformée de Fourier du signal original :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{B.12})$$

mais on ne dispose que d'un échantillonnage de $x(t)$ sur une durée finie. La valeur de l'intégrale est approchée par une somme discrète de rectangles de largeur Δt :

$$X(f) \approx \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t)e^{-j2\pi f\Delta t} \quad (\text{B.13})$$

On note $x_n = x(n\Delta t)$ les valeurs échantillonnées de $x(t)$. $f_k = f_{ech} \frac{k}{N} = \frac{k}{N\Delta t}$ sont les valeurs discrétisées de la fréquence, pour k variant de $-N/2$ à $+N/2$. Il y a autant de fréquences discrètes (N) que de points dans le signal. On obtient :

$$X(f_k) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t)e^{-j2\pi k \frac{n}{N}} \quad (\text{B.14})$$

Le n^{ieme} coefficient de Fourier est noté X_n et on a $X_n \approx \frac{1}{\Delta t} X(f_n)$.

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi k \frac{n}{N}} \quad (\text{B.15})$$

La transformée de Fourier fait donc correspondre N valeurs x_n du signal (réel ou complexe) à N coefficients de Fourier (a priori complexes). Il faut noter que les coefficients sont périodiques en n de période N ; on peut représenter X_n de manière équivalente sur l'intervalle $[0 \dots N-1]$. Dans ce cas une fréquence négative $-f_n$ de $[-f_C \dots 0]$ correspond au coefficient X_{N-n} .

La transformée de Fourier discrète inverse s'écrit :

$$TF^{-1}(X) = x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi n \frac{k}{N}} \quad (\text{B.16})$$

La relation de fermeture $TF^{-1}(TF(x)) = x(t)$ est également vérifiée pour la transformée de Fourier discrète.

Liens entre TFD et TF

La transformée de Fourier discrète possède les mêmes propriétés que la transformée de Fourier des signaux continus. C'est une opération linéaire qui agit comme un changement de base. Comme pour la transformée de Fourier des signaux continus, elle vérifie la relation de Parseval :

$$\sum_{n=0}^{N-1} \|x_n\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \|X_m\|^2 \quad (\text{B.17})$$

Le théorème de Plancherel (la transformée d'un produit de deux fonctions est le produit de convolution des deux transformées de Fourier) est également valide pour

les signaux discrets. L'extension du théorème de Wiener-Khintchine au cas discret sera étudiée plus loin.

On notera que la transformée de Fourier discrète (TFD) de $x(t_n)$ n'est qu'une approximation de la transformée de Fourier continue de $x(t)$. Il n'y a identité entre les deux expressions uniquement pour une classe très réduite de fonctions $f(t)$, qui doivent vérifier :

- $f(t)$ est périodique
- $f(t)$ est à bande limitée
- le critère de Shannon est respecté
- le signal est tronqué sur un nombre entier de périodes

Si $x(t)$ n'entre pas dans cette catégorie de fonctions, les coefficients de la TFD ne sont plus calculés aux fréquences harmoniques n/T . Un point X_k de fréquence f_k dans le spectre numérique peut correspondre à la contribution d'une fréquence en réalité comprise entre $f_k - 1/2N$ et $f_k + 1/2N$. On a ainsi l'impression que l'intensité "fuit" vers les fréquences proches. On nomme cet effet "**leakage**", et il se traduit concrètement par un élargissement des pics dans le spectre. Enfin si la fenêtre de troncature n'est pas égale à un multiple de la période du signal, alors, après périodisation due à l'échantillonnage en fréquence de $X_{tr}(f)$, de fortes discontinuités apparaissent dans le signal reconstitué $x(t)$. Après repliement du spectre, on risque alors de surestimer l'intensité de la transformée de Fourier autour de f_C .

En résumé, l'utilisation de la transformée de Fourier discrète sur un signal expérimental entraîne une dégradation du spectre du signal d'origine pour différentes raisons : l'échantillonnage du signal temporel, la troncature par une fonction porte et enfin l'échantillonnage en fréquence de la transformée de Fourier ainsi calculée. Chacun de ces phénomènes se traduit par une convolution de $X(f)$ par des fonctions qui distordent le spectre.

Transformée de Fourier rapide

Le calcul de chacun des N termes de la transformée de Fourier est défini par :

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi n \frac{k}{N}} \quad (\text{B.18})$$

Le calcul de la transformée de Fourier de x_n nécessite donc $4N^2$ multiplications réelles. Pour $N=256$, cela représente 262 144 opérations, ce qui devient rapidement prohibitif en terme de puissance et de temps de calcul, à plus forte raison pour une analyse spectrale en temps réel. Heureusement il existe des algorithmes qui nécessitent beaucoup moins de temps de calcul. Les travaux de Danielson et Lanczos en 1942, puis ceux de Cooley et Turkey en 1965 ont popularisé les méthodes appelées Transformées de Fourier rapides (ou FFT). Dans le cas où le nombre de points est une puissance de 2, l'idée maîtresse consiste à traiter séparément les termes d'indice pair et ceux d'indice impair. Soient $N = 2^p$ et K un entier compris entre 0 et $N/2-1$.

$$A_K = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} W^{2nK} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} W^{(2n+1)K} \quad (\text{B.19})$$

Le second terme peut se réécrire sous la forme :

$$A_{\text{impairs}} = W^K \left[\sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} W^{2nK} \right] \quad (\text{B.20})$$

D'où l'algorithme suivant :

$$\begin{aligned} A_K &= T_K^0 + W^K T_K^1 \\ A_{N/2+K} &= T_K^0 - W^K T_K^1 \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

avec $T_K^i = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+i} W^{2nK}$. T_K^0 et T_K^1 sont des transformées de Fourier sur $N/2$ points. En itérant cette méthode $(p-1)$ fois, on se ramène au calcul de $2^{(p-1)}$ transformées de Fourier discrètes sur un ensemble de 1 point ! (c'est l'opération identité). Cette méthode nécessite $N \log(N)$ multiplications et $2N \log(N)$ additions complexes (soit 1850 opérations pour $N=256$). En comparaison avec les $4N^2$ opérations nécessaires pour le calcul direct de la transformée de Fourier, l'économie en terme de temps de calcul est très intéressante.

Prolongation par zéro

Dans la pratique, la longueur du signal n'est jamais une puissance de 2. On prolonge alors x_n avec des zéros pour atteindre la puissance immédiatement supérieure. Il s'agit de la procédure de "zero filling". Ces points supplémentaires, n'étant pas d'origine "physique", n'apportent aucune information additionnelle. Cependant augmenter N artificiellement revient à suréchantillonner. Considérons un signal de N points que l'on prolonge par N zéros (**figure B.4**). Après zero-filling le signal a une longueur apparente de $2N\Delta t$. La largeur de bande reste elle inchangée (f_{ech}).

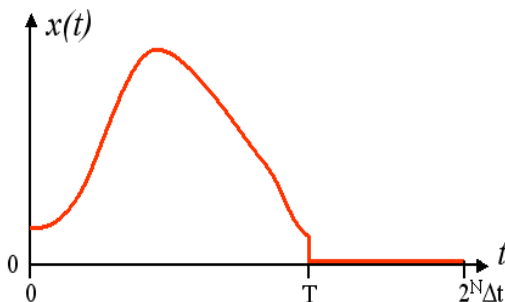


FIG. B.4 : Prolongation d'un signal par des zéros.

Comme on augmente le nombre de points du signal, la résolution digitale est améliorée. Par contre la résolution spectrale (la largeur des distributions de fréquences dans le système) ne se trouve pas modifiée. Ce prolongement conduit à analyser une fonction nulle sur un segment, c'est-à-dire comme multipliée par une fonction porte; le spectre est donc convolué par une fonction sinus cardinal, d'où des imprécisions éventuelles. D'autre part l'interpolation de Fourier est une opération de *lissage* du spectre : la résolution intrinsèque n'est pas améliorée mais permet une présentation plus agréable et plus lisible des pics.

B.4 Fenêtrage et filtrage

Résolution

La **résolution digitale temporelle** est donnée par Δt , le pas de temps de l'acquisition.

La **résolution digitale fréquentielle** vaut : $df = 1/T$. Elle est uniquement déterminée par la durée de l'enregistrement et elle ne dépend pas de la fréquence d'acquisition. df représente la largeur d'un "bin" de fréquence. Mais elle ne suffit pas à elle seule à caractériser la précision avec laquelle on évalue le contenu spectral de $\{x(t)\}$.

La **résolution spectrale** est donnée par la capacité à résoudre deux fréquences très voisines dans le spectre. Elle dépend de la fenêtre de pondération choisie, du niveau de bruit, ainsi que, bien entendu, de la résolution digitale en fréquence.

Effet de la troncature

Même s'il est à bande passante limitée, le signal temporel est lui défini sur $] -\infty; +\infty[$. Outre la discrétisation, l'acquisition expérimentale induit une troncature dans le domaine temporel : on ne peut l'échantillonner sur une durée infinie. $x(t)$ est multiplié par une fonction $\Pi(t)$ à support borné; donc $X(f)$ est convoluée par une fonction porte $\hat{\Pi}(f)$ (un sinus cardinal pour une fenêtre carrée) :

$$X_{tr}(f) = X(f) \otimes \hat{\Pi}(f) \quad (B.22)$$

d'après le théorème de Plancherel.

Concrètement, cela se traduit par des oscillations parasites dans l'amplitude des spectres. Ce phénomène a été mis en évidence par Gibbs dès 1898, notamment parce que ces ondulations sont facilement visibles autour des discontinuités du spectre (phénomène de "**ringing**"). Augmenter le nombre de points augmente la fréquence des oscillations sans en diminuer l'amplitude. Connaître l'allure de $\Pi(f)$ est donc très important afin de remonter au véritable profil des pics du spectre. C'est une autre manifestation du "leakage" car la convolution avec le sinus cardinal redistribue une partie de la puissance émise à $f = 0$ vers des fréquences voisines.

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{ech}(n\Delta t) \text{sinc}\{\pi f_{ech}(t - n\Delta t)\} \quad (B.23)$$

L'effet de la troncature sur la fonction de corrélation et la densité spectrale de puissance est similaire :

$$C_{x_{tr}x_{tr}}(t) = \frac{1}{T} [\Pi_T(\tau) * \Pi_T(\tau)] C_{xx}(t) \quad (B.24)$$

$$S_{x_{tr}x_{tr}}(f) = \frac{1}{T} [\hat{\Pi}_T(f)]^2 S_{xx}(f) \quad (B.25)$$

De nombreux efforts ont été déployés afin de minimiser l'influence du fenêtrage, voir même, dans certains cas, d'en tirer profit afin de faciliter la lecture des spectres.

Fenêtres de pondération

Si l'acquisition s'effectue sur $0 < t < T$, le signal est multiplié par la fonction de fenêtrage $p(t)$ telle que : $p(x) = f(x)$ si $-T/2 < x < T/2$ et 0 sinon. Il est donc pondéré par la fenêtre de pondération la plus "naturelle", la fonction carrée $\Pi(t)$: $x_{tr} = x(t) * \Pi(t/T)$. La transformée de Fourier du signal tronqué est convoluée par un sinus cardinal :

$$X_{tr}(f) = X(f) \otimes \frac{\text{sin}(\pi f T)}{\pi f T} \quad (B.26)$$

Le terme au numérateur fait que le spectre comporte alors des oscillations caractéristiques du sinus cardinal.

S'affranchir des effets de "ringing" et de "leakage" supposerait de disposer d'une fonction de pondération sans pic secondaire et dont le pic principal aurait une largeur infiniment fine (dans le domaine fréquentiel). Le cas idéal est la fonction de Dirac $\delta(f)$. Dans le domaine temporel, on recherche une fonction de pondération qui tende doucement vers 0 quand t tend vers T , d'où l'appellation de fonction d'apodisation (pour supprimer les discontinuités qui génèrent des hautes fréquences). Cependant cela entraîne un élargissement des raies. Dans la suite nous donnerons quelques exemples de fonctions qui présentent chacune un compromis entre lissage et élargissement.

Parmi les fonctions d'apodisation les plus souvent employées², on peut citer :

– la fonction **carrée**

$$p(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \quad (\text{B.27})$$

– la fonction **sinus**

$$p(t) = \sin\left(\pi\frac{t}{T}\right) \quad (\text{B.28})$$

– la fonction **triangulaire** (de Bartlett)

$$p(t) = 1 - \frac{|t - T/2|}{T/2} \quad (\text{B.29})$$

– la fonction de **Hamming**

$$p(t) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (\text{B.30})$$

– la fonction de **Hann** (ou de Hanning)

$$p(t) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right) \quad (\text{B.31})$$

– la fonction de **Blackman**

$$p(t) = 0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) + 0.08 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (\text{B.32})$$

– la fonction de **Dolph-Chebyshev**

$$\hat{p}(f) = \frac{\cos[P \cos^{-1}(\lambda \cos \pi f T / N)]}{\text{ch}[(N-1) \text{arg ch}(\lambda)]} \quad (\text{B.33})$$

où N est un entier pair et λ un coefficient permettant d'ajuster l'amplitude des lobes secondaires

– la fonction de **Kaiser**

$$p_k(t) = \frac{I_0(\pi V a) \sqrt{1 - (2t/NT_e)^2}}{I_0(\pi V a)} \quad (\text{B.34})$$

si $|t| < NT_e/2$, 0 sinon, où $I_0(x)$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce (a est un paramètre libre)

² W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling et B.P. Flannery, *Numerical recipes in Fortran : the art of scientific computing*, Cambridge University Press (1992)

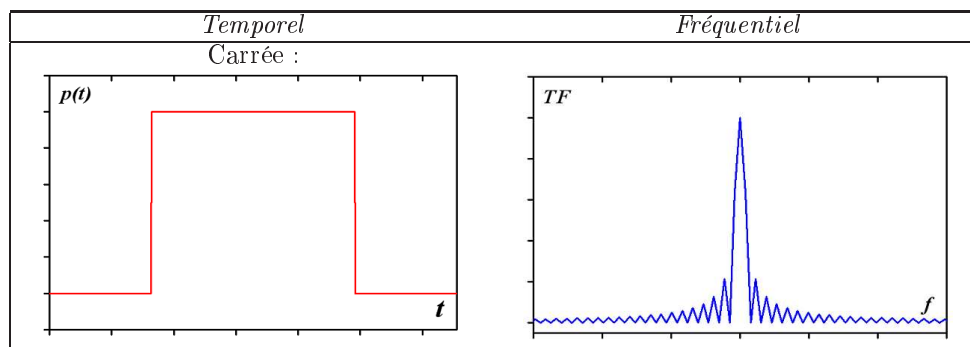
On caractérisera les diverses fonctions de pondération³ par :

- l'amplitude A_1 du premier pic (en dB)
- la pente de décroissance du pic central (en dB par octave)
- la largeur du pic central à mi-hauteur (à -3dB) $\Delta\nu$, en nombre de bins de fréquence

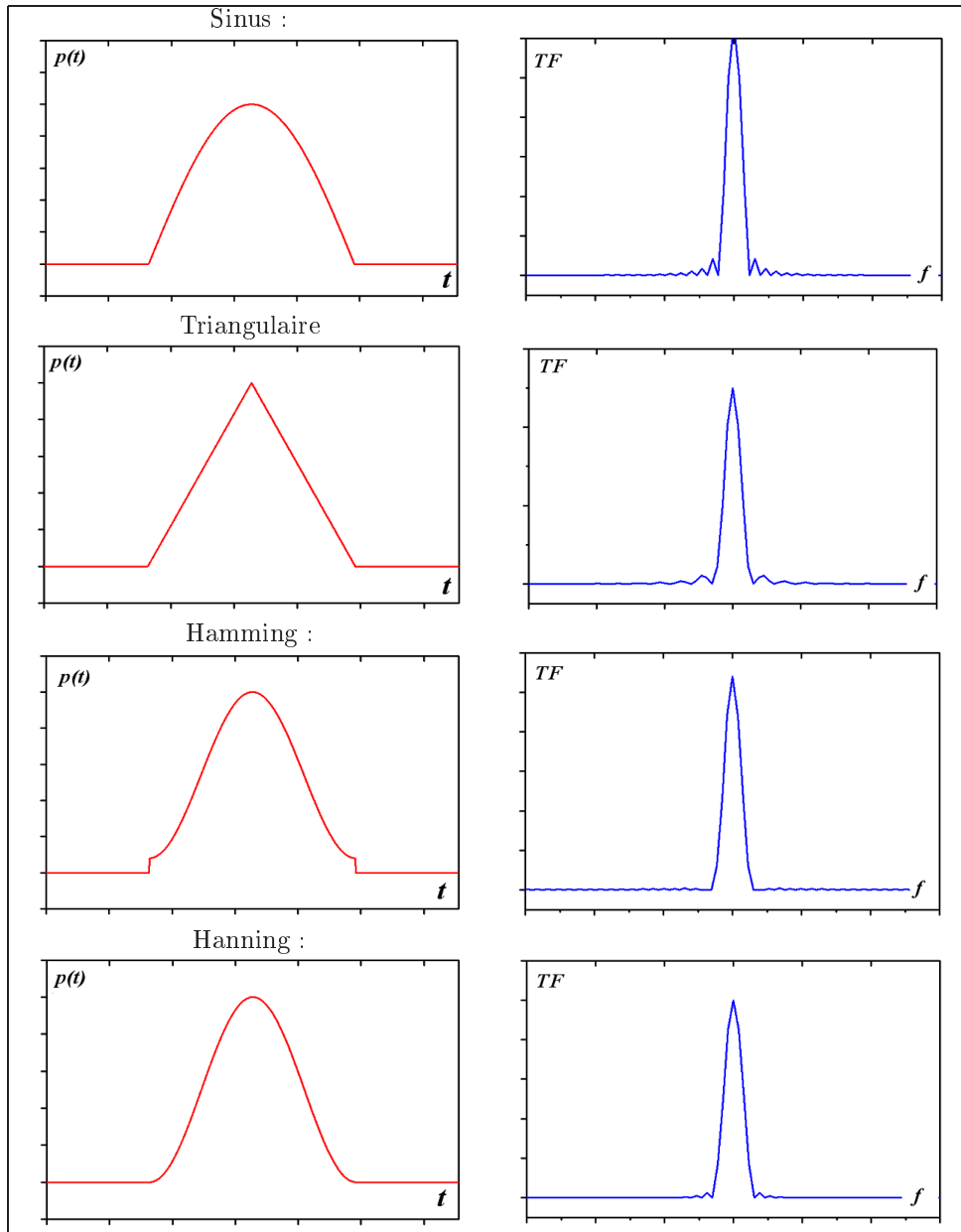
Fenêtre	A_1 (dB)	Pente (dB/oct)	$\Delta\nu$ (bins, -3dB)
Carré	-13	-6	0.89
Triangulaire	-27	-12	1.28
Sinus	-23	-12	1.2
Hanning	-32	-18	1.44
Hamming	-43	-6	1.3
Blackman	-51	-6	1.52
Kaiser	-82	-6	1.83
Dolph-Chebyshev	-80	0	1.65

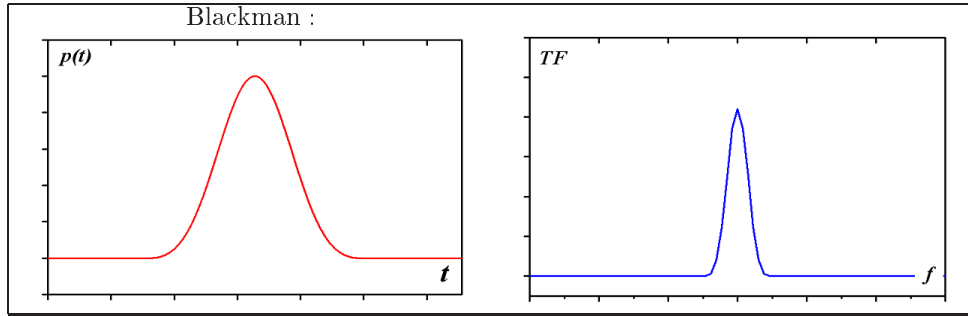
TAB. B.1 : Principales caractéristiques des fenêtres de pondération utilisées en traitement du signal : l'amplitude du principal lobe secondaire, la pente de décroissance du pic central et la largeur à mi-hauteur de ce pic.

Les principales caractéristiques de ces fonctions sont rassemblées dans le tableau B.1. Une "bonne" fenêtre de pondération minimise l'amplitude A_1 et la largeur $\Delta\nu$, et maximise la pente du pic principal. L'allure de la transformée de Fourier des fenêtres, présentées dans les graphes qui suivent, indique l'effet que peuvent avoir ces fenêtres sur le signal expérimental. De manière générale, la largeur du lobe principal est inversement proportionnelle à la durée temporelle de la fenêtre. De cette largeur dépend la résolution de l'analyse spectrale, c'est-à-dire la capacité à distinguer deux fréquences très proches. Malheureusement il n'est pas possible de minimiser simultanément la largeur du pic central et l'amplitude des pics secondaires. En pratique la fonction de Blackman convient le mieux à notre traitement du signal, car elle distord peu les pics de résonance et est facile à mettre en œuvre.



³ G. Baudoin, J.-F. Bercher, *Transformée de Fourier Discrète : cours de l'ESIEE* (2001)





L'utilisation d'une fenêtre de pondération permet-elle d'améliorer le rapport signal sur bruit ? Multiplions le signal $x(t)$ par la fonction de pondération $p(t)$ avant d'effectuer la transformée de Fourier. Supposons que le pic principal de $X(f)$ est centré en 0. Si la variance du signal de bruit est :

$$\sigma_{b,f}^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |p(t_n)x(t_n)|^2 = \sigma_{b,t}^2 \sum_{n=0}^{N-1} |p(t_n)|^2 \quad (\text{B.35})$$

, on peut montrer que :

$$\frac{S}{B} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} p(t_n)x(t_n)}{\sigma_{b,t} \sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} p(t_n)^2}} \leq \frac{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} x(t_n)^2}}{\sigma_{b,t}} \quad (\text{B.36})$$

Le résultat important est que le rapport signal sur bruit est maximal quand la fonction de pondération est proportionnelle au signal $x(t)$. On parle alors de filtrage adapté.

B.5 Estimation de la densité spectrale de puissance

Pour la catégorie des signaux à énergie infinie et à puissance finie, on ne peut pas toujours définir la transformée de Fourier du signal direct ; par contre on peut toujours calculer la fonction d'autocorrélation ainsi que la densité spectrale de puissance. On peut étendre ces définitions au cas des signaux discrets. Pour un signal discret de durée infinie, la fonction d'autocorrélation devient :

$$C_{xx}(n) = E(x(n+k)x^*(k)) \quad (\text{B.37})$$

et la densité spectrale de puissance devrait être alors, selon la formule du périodogramme :

$$S_{xx}(n) = \frac{1}{N} |X_n|^2 \quad (\text{B.38})$$

Cette procédure requiert que le signal $x(t)$ vérifie les conditions de stationnarité et d'ergodicité. Ces deux hypothèses ne sont pas équivalentes. Un signal (plus rigoureusement une réalisation particulière de ce signal) est **stationnaire** si toutes ses propriétés statistiques (tous ses moments) sont invariantes au cours du temps. Un signal dont la fréquence varie au cours du temps n'est pas stationnaire. Un signal est dit **ergodique** si et seulement si toutes ses moyennes temporelles sont calculables et toujours identiques quelque soit la réalisation du signal considérée. Dans le cas d'un

signal stationnaire et ergodique, la moyenne temporelle et la moyenne statistique des occurrences $x_{(k)}(t)$ de la variable $\{x(t)\}$ sont égales.

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t) \quad (\text{B.39})$$

Dans ce cas, le calcul de la moyenne $E(x(t))$ qui requiert la connaissance de la densité de probabilité de x peut se remplacer par une sommation sur les occurrences de $\{x\}$:

$$C_{xx}(n) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2K} \sum_{k=-K}^{+K} (x(n+k)x^*(k)) \right] \quad (\text{B.40})$$

Comme en pratique la sommation se fait seulement sur N valeurs, on ne sait calculer qu'un estimateur $C''_{xx}(n)$ de cette fonction :

$$C''_{xx}(n) = \frac{1}{N} \sum_0^{N-|n|-1} x_N(k)x_N(k+N) \quad (\text{B.41})$$

Cet estimateur est malheureusement biaisé :

$$E(C''_{xx}(n)) - C_{xx}(n) = \left(\frac{N-|n|}{N} - 1 \right) C_{xx}(n) \neq 0 \quad (\text{B.42})$$

La quantité suivante est alors une estimation biaisée de la DSP :

$$S''_{xx}(f) = \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} C''_{xx}(n) e^{-2\pi j n f} \quad (\text{B.43})$$

En effet, on a :

$$E(S''_{xx}(f)) = \sum_{-(N-1)}^{N-1} E(C''_{xx}(n)) e^{-2\pi j n f} = \sum_{-(N-1)}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N} \right) C_{xx}(n) e^{-2\pi j n f} \quad (\text{B.44})$$

Donc : $E(S''_x(f)) \neq S_x(f)$. L'espérance n'est pas égale à la "vraie" valeur de la DSP. On a pas d'expression analytique de la variance de $S''_x(f)$, sauf dans le cas d'un bruit gaussien :

$$\text{Var}(S''_{xx}) = \sigma^4 \left(1 + \left| \frac{\sin(2\pi N f)}{N \sin(2\pi f)} \right|^2 \right) \quad (\text{B.45})$$

ce qui implique que : $\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Var}(S''_x) = \sigma^4 \neq 0$. Le biais tend vers 0 quand la longueur N de l'échantillon tend vers l'infini mais pas la variance.

Estimateur moyenné

Pour palier cet inconvénient, une procédure possible consiste à diviser les N points en L paquets de M points et à calculer $S''_x(f)$ sur chacun de ces segments. On prend la moyenne de ces densités spectrales comme estimateur de $S_{xx}(f)$:

$$\overline{S''_x}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L S''_{xl}(f) \quad (\text{B.46})$$

La variance tend alors vers $\lim_{N \rightarrow \infty} \overline{\text{Var}(S''_x)} = \frac{1}{L} \text{Var}(S''_x)$ Ainsi l'estimation est améliorée asymptotiquement avec une précision en $1/L$, mais la résolution spectrale est dégradée. En effet la résolution ne dépend que du nombre de points sur lesquels on effectue le calcul de la DSP (ici M , au plus égal à N).

Estimateur lissé

Pour améliorer la convergence de l'estimation directe S_x'' vers la valeur théorique de la DSP, une idée simple consiste à effectuer plusieurs "tirages" de la variable aléatoire S_x'' puis à les lisser. $S_x''(f)$ est tout d'abord calculée sur une fenêtre de M points. $x(t)$ est préalablement multipliée par une fonction de pondération sur chaque segment. Ensuite on moyenne ces densités spectrales, et on divise par l'amplitude moyenne de la fenêtre de pondération sur un segment. Cette estimation de S_{xx} s'écrit sous la forme :

$$\widetilde{S}_x''(f) = \sum_{-(M-1)}^{M-1} W(n)C_{xx}''(n)e^{-2\pi jnf} \tag{B.47}$$

dont l'espérance s'écrit alors :

$$E(\widetilde{S}_x''(f)) = TF[W(n)(1 - \frac{|n|}{N})C_{xx}(n)] \tag{B.48}$$

Le choix de la fonction de pondération $W(n)$ permet de lisser la pondération intrinsèque en $1 - |n|/N$ induite par le calcul de la DSP sur un signal de longueur finie. En prenant W à support borné sur l'intervalle $[-M + 1, M - 1]$ et nulle aux bords, on limite l'effet des discontinuités de $x(t)$.

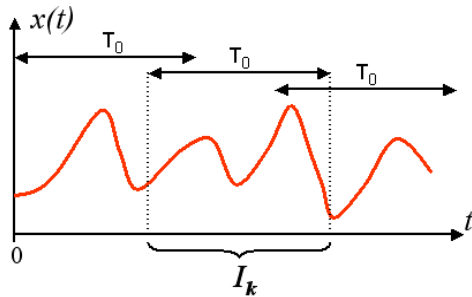


FIG. B.5 : Calcul de la densité spectrale de puissance par fenêtre glissante

Gabor a émis l'idée de calculer la TF sur une fenêtre glissante⁴, de façon à ce que, sur une fenêtre, le signal puisse être considéré comme stationnaire (faible variation de la fréquence). Le calcul est le même que précédemment, mais les intervalles I_k de longueur ΔT sur lesquels est calculée la TF ne sont plus disjoints. Ils se chevauchent sur une durée $\Delta T/2$. Le choix de la durée de recouvrement et de la longueur des segments est crucial car ces segments doit être assez longs pour bien rendre compte des fréquences basses du signal, et assez courts pour que la dérive en fréquence Δf soit limitée. Il faut prendre garde au fait que, si l'allure de $x(t)$ tend vers $\delta(t)$, alors l'écart type en fréquence tend vers $+\infty$, ce qui entraîne une délocalisation du spectre. Comme les signaux sur les segments I_k ne sont pas statistiquement indépendants, le gain en résolution n'est pas exactement d'un facteur K , mais plutôt un coefficient proche de $9K/11$ (contre un gain de $K/2$ si les segments ne se recouvrent pas). Le recouvrement est optimal pour une superposition de 50%. Cette méthode permet de calculer rapidement et précisément la densité spectrale, et exige une faible capacité de calcul et de mémoire⁵.

Conclusion

Dans le tableau suivant (B.5) sont résumées les grandeurs employées pour l'analyse spectrale d'un signal dans le cas continu et dans le cas discret :

⁴ D. Gabor, *Theory of communication*, J. Inst. Elect. Eng. **903**, 429 (1946)

⁵ cf. *Numerical recipes in Fortran : the art of scientific computing*

	Continu	Discret
Signal	$x(t)$	$x_k = x\left(\frac{k}{N}T\right)$
TF	$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$	$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}$
TF ⁻¹	$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df$	$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k \frac{n}{N}}$
Autocorrelation	$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau)d\tau$	$\Gamma_n = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_k^* x_{n+k}$
DSP	$S(f) = \frac{1}{T} X_T(f) ^2$	$P_n = \frac{1}{N} X_n ^2$

Rappelons enfin que, pour faire correspondre la transformée de Fourier continue d'un signal $x(t)$ avec la transformée discrete d'un échantillonnage x_n , il ne faut pas oublier le facteur Δt :

$$\begin{aligned} X(f_n) &= \Delta t X_n \\ S(f_n) &= \Delta t P_n \end{aligned}$$

où Δt est le pas de temps d'échantillonnage.

B.6 Application aux simulations numériques

Durant ma thèse j'ai effectué de nombreux simulations micromagnétiques pour des systèmes dont l'aimantation suit un mouvement de précession de très haute fréquence. La comparaison entre les simulations et les mesures expérimentales fournit des renseignements précieux sur la dynamique induite par transfert de spin. La fréquence de précession et la largeur de raie sont caractéristiques de la distribution d'aimantation et de la distribution d'excitation.

Méthode de calcul de la densité spectrale

Les calculs numériques génèrent une suite de données échantillonnées dans le temps, avec un pas Δt et sur une durée T : les composantes de l'aimantation $m_\alpha(t_n)$, la magnéto-résistance réduite $r(t_n)$, etc ... La fréquence de précession de

l'aimantation **M** est caractérisée par sa densité spectrale de puissance (ou DSP). Il s'agit de la puissance dissipée par l'aimantation dans l'intervalle de fréquence $[f, f + \Delta f]$. L'objectif de ce paragraphe est de détailler la méthode de calcul de la densité spectrale, et l'appliquer à un signal type, une sinusoïde avec un bruit de phase.

Etant donné une acquisition de données $\{x_i = x(t_i), t_i = \Delta t * i, i = 1 \dots N\}$, on calcule directement la densité spectrale P_n du signal pondéré par la fenêtre $\{w_n\}$. On note C_k le $k^{ième}$ coefficient de Fourier du signal pondéré ($k = 0, \dots, N-1$) :

$$C_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n w_n e^{j2\pi n \frac{k}{N}} \quad (\text{B.49})$$

La densité spectrale est évaluée pour $N/2 + 1$ fréquences $f_k = k/N\Delta t$ comprises entre 0 et f_c (la fréquence de coupure est $f_c = 2/\Delta t$). On estime la densité spectrale par le périodogramme du signal $\{x_n\}$ ⁶ :

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{N} \frac{1}{N.W} |C_0|^2 \\ P_k &= \frac{1}{N} \frac{1}{N.W} [|C_k|^2 + |C_{N-k}|^2] \\ P_{N/2} &= \frac{1}{N} \frac{1}{N.W} |C_{N/2}|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

La DSP est normée par l'amplitude moyenne de la fonction de fenêtrage : $W = \frac{1}{N} \sum_0^N w_j^2$. Rappelons que la densité de puissance discrète pour la fréquence f_n est donnée par :

$$P(f_n) = \frac{1}{W} \frac{|X(f_n)|^2}{T} = \frac{1}{W} \frac{\Delta t^2 |X_n|^2}{N\Delta t} = \frac{N\Delta t}{N.W} \frac{|X_n|^2}{N} = N\Delta t P_n \quad (\text{B.51})$$

Afin d'avoir une meilleure estimation de la densité spectrale de puissance, il faut jouer sur plusieurs paramètres :

- la fréquence d'acquisition $1/\Delta t$
- la durée de l'acquisition T
- la fenêtre de pondération des données
- le nombre et la longueur des segments pour obtenir un estimateur moyenné et lissé de la DSP

La précision de cette estimation est d'autant plus fine que T est grand. Pour avoir une statistique suffisante, cette durée doit être au minimum plusieurs centaines (voir milliers) de fois plus grande que la période des oscillations, qui sont de l'ordre de 0.1 ns dans notre cas. T est donc d'environ 100 ns. Mais, en pratique, la longueur des simulations micromagnétiques est limitée par la vitesse d'exécution des ordinateurs. Malgré l'amélioration permanente des processeurs, le délai "raisonnable" nécessaire pour obtenir un résultat (quelques jours) limite en pratique la durée du calcul. Puisque le pas de temps des simulations est fixé par la stabilité de la méthode d'intégration temporelle (Runge-Kutta par exemple), la durée d'acquisition typique est de 0.5 à 1 μ sec. La résolution en fréquence sera donc de l'ordre de 1 MHz, qui est suffisant pour résoudre les pics de résonance dans la plupart des cas.

Le pas de temps d'acquisition peut être choisi librement. Comme le pas de temps de calcul est l'ordre de 20 à 50 10^{-15} sec, on échantillonne typiquement avec une

⁶ cf. *Numerical recipes in Fortran : the art of scientific computing*

période de 10^{-12} sec (soit $f_{ech} \sim 1000$ GHz). On perd une partie du détail des fluctuations de très haute fréquence, mais les phénomènes physiques intéressants se produisent largement sous cette fréquence de coupure.

Le choix de la fenêtre de pondération est également un facteur déterminant qui peut élargir artificiellement les raies de résonance. Puisque la longueur de l'acquisition est limitée, il faut minimiser le plus possible les artefacts dus à la troncature. C'est pourquoi nous avons opté pour la fenêtre de Hanning ou de Blackman car elles introduisent très peu d'oscillations secondaires et élargissent peu le pic principal.

Comme on l'a vu plus haut, l'équation B.50 est un estimateur biaisé de la DSP du signal original. La méthode adoptée donne un estimateur moyenné et lissé de la DSP. Moyenné, la densité spectrale est calculée indépendamment sur K sous-intervalles (de longueur T' , comportant MM points) de la fenêtre d'acquisition. Lissé, car ces sous-intervalles se superposent entre eux. Cette méthode a l'inconvénient de dégrader la résolution spectrale (car $T' \ll T$). Il faut donc trouver un compromis entre le nombre K de sous-segments (c'est-à-dire la résolution $\Delta f = K/\Delta T$ qui doit rester assez fine afin qu'il reste un nombre de points significatif sur un pic de résonance) et la diminution du bruit obtenue dans le spectre. En pratique on souhaite avoir une résolution de 10 MHz au moins ; il faut donc que chaque sous-segment ait une durée de 100 ns au moins. Si les sous-intervalles se recouvrent de moitié, faire une moyenne sur 15 segments nécessite un calcul d'une durée totale de 800 ns.

Evaluation de la largeur de raie

Dans les simulations dans le modèle macrospin ou bien micromagnétique, l'aimantation précesse à une fréquence f_0 caractéristique de la géométrie du système magnétique et de l'excitation appliquée (champ et courant). Cependant l'effet des fluctuations thermiques et du désordre de l'aimantation dans la couche magnétique se traduit par une distribution de fréquence de largeur Δf . Quelle forme peut-on attendre pour les pics de résonance de la densité spectrale de l'aimantation ? Un modèle permettant d'illustrer l'influence des paramètres intervenant dans le calcul de la DSP est proposé.

Bruit de phase

En modèle macrospin, on peut considérer l'aimantation \mathbf{M} comme un signal $A(t)$ oscillant à une fréquence fixe f_0 et soumis à un bruit de phase $\phi(t)$ aléatoire (traduisant l'effet de la température, l'environnement magnétique, etc ...). Considérons dans un premier temps une variable **continue** du temps :

$$A = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) = \frac{A_0}{2} (e^{j2\pi f_0 t + j\phi(t)} + e^{-j2\pi f_0 t - j\phi(t)}) \quad (\text{B.52})$$

Si $\phi(t)$ est une variable aléatoire de variance σ^2 , la phase accumulée $[\phi(t) - \phi(t_0)]$ est une variable aléatoire gaussienne (c'est la résultante de la marche au hasard de $\phi(t)$), de variance $2D|t - t_0|$ telle que :

$$2D = \sigma^2 \mu \quad (\text{B.53})$$

où μ est la fréquence moyenne des fluctuations. Dans notre cas, μ^{-1} est égal au pas de temps de calcul Δt . On peut alors calculer la fonction d'auto-corrélation :

$$\Gamma(\tau) = \langle A(t)^* A(t + \tau) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t)^* A(t + \tau) dt \quad (\text{B.54})$$

On développe :

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau) = \frac{A_0^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ & e^{-j2\pi f_0 \tau - j(\phi(t) - \phi(t+\tau))} \\ & + e^{+j2\pi f_0 \tau + j(\phi(t) - \phi(t+\tau))} \\ & + e^{+j2\pi f_0 (2t+\tau) + j(\phi(t) + \phi(t+\tau))} \\ & + e^{-j2\pi f_0 (2t+\tau) - j(\phi(t) + \phi(t+\tau))} \} dt \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

Les deux derniers termes de la somme s'annulent par intégration car ce sont des fonctions centrées périodiques de t . Reste donc :

$$\Gamma(\tau) = \frac{A_0^2}{4} \{ e^{j2\pi f_0 \tau} + e^{-j2\pi f_0 \tau} \} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j(\phi(t) - \phi(t+\tau))} dt \quad (\text{B.56})$$

Le terme de phase se calcule en se rappelant que la densité de probabilité \mathcal{P} de $u = \phi(t) - \phi(t + \tau)$ est une gaussienne :

$$\int e^{ju} \mathcal{P}(u) du = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} \int e^{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} + ju} du = e^{-\frac{\sigma_u^2}{2}} = e^{-D|\tau|} \quad (\text{B.57})$$

La fonction d'autocorrélation s'écrit donc sous la forme :

$$\Gamma(\tau) = \frac{A_0^2}{4} \{ e^{j2\pi f_0 \tau} + e^{-j2\pi f_0 \tau} \} e^{-\frac{|\tau|}{\tau_c}} \quad (\text{B.58})$$

C'est une fonction sinusoïdale de τ dont l'amplitude décroît exponentiellement. On pose $\tau_c = 1/D$; c'est le temps de corrélation de la phase. Le bruit de phase n'est pas un processus stationnaire (sa variance dépend de t) mais Γ l'est; on peut donc calculer sa transformée de Fourier. La densité spectrale de puissance s'écrit alors⁷, pour $-f_c \leq f \leq f_c$:

$$\begin{aligned} S(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f \tau} \Gamma(\tau) d\tau \\ &= \frac{A_0^2}{4} \left\{ \frac{2\tau_c}{1 + [2\pi\tau_c(f - f_0)]^2} + \frac{2\tau_c}{1 + [2\pi\tau_c(f + f_0)]^2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.59})$$

La densité spectrale de puissance se met aussi sous la forme :

$$S(f) = \frac{A_0^2}{2\pi\Delta f} \left\{ \frac{1}{1 + \left[\frac{f-f_0}{\Delta f/2}\right]^2} + \frac{1}{1 + \left[\frac{f+f_0}{\Delta f/2}\right]^2} \right\} \quad (\text{B.60})$$

C'est une fonction paire de f , comportant deux pics de résonance centrés respectivement en f_0 et $-f_0$, de largeur à mi-hauteur $\Delta f = (\tau_c/\pi)^{-1}$. C'est pourquoi on

⁷ rappelons ici la primitive d'une exponentielle complexe :

$$\int e^{(a+jb)x} dx = \frac{a - jb}{a^2 + b^2} e^{(a+jb)x}$$

Ici $b = 2\pi(f \pm f_0)$, $a = -1/\tau_c$ si $\tau \geq 0$, $a = +1/\tau_c$ si $\tau \leq 0$ et . On scinde l'intégrale de la transformée de Fourier en deux parties :

$$I = \int_{-\infty}^0 + \int_0^{+\infty} = \frac{2|a|}{a^2 + b^2}$$

car les termes de la primitive évalués en $\tau = \pm\infty$ sont nuls du fait de la présence des exponentielles décroissantes.

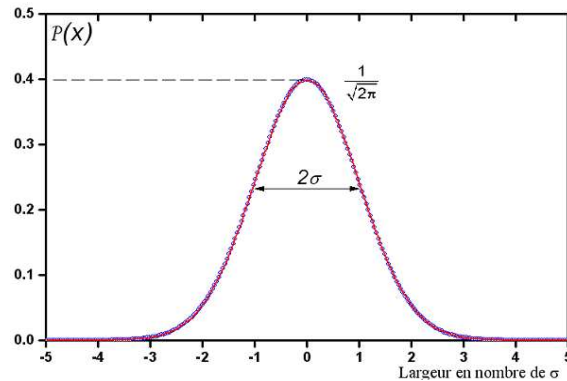


FIG. B.6 : Densité de probabilité d'un ensemble de données issues d'un générateur de nombres aléatoires. En rouge est représentée la distribution gaussienne idéal ayant le même écart-type 2σ (l'abscisse est définie en nombre de σ). L'histogramme est construit sur un ensemble de 4 000 000 de tirages.

emploie plus fréquemment la densité spectrale définie uniquement pour les fréquences positives (de 0 à f_C) :

$$P(f) = \frac{A_0^2}{\pi \Delta f} \frac{1}{1 + \left[\frac{f-f_0}{\Delta f/2} \right]^2} \quad (\text{B.61})$$

Le pic de résonance a une amplitude inversement proportionnelle à sa largeur Δf : $A_0^2/\pi \Delta f$.

Si $A(t)$ est un signal **discret**, la n^{ieme} fréquence du spectre contribue à la puissance par un facteur :

$$P_n = \frac{A_0^2}{\pi N \Delta f \Delta t} \frac{1}{1 + \left[\frac{f_n-f_0}{\Delta f/2} \right]^2} \quad (\text{B.62})$$

Le terme $N^* \Delta t$ au dénominateur est la durée T de l'échantillonnage du signal. Dans cette notation, l'unité de $P(f_n)$ est $[A]^2$ par bin de fréquence (qui vaut $1/T$), alors que $P(f)$ a pour dimension des $[A]^2/Hz$.

Pour illustrer cette modélisation des pics de résonances et valider la précision des procédures de traitement du signal, construisons un signal discret test, une sinusoïde de fréquence 5 GHz, d'amplitude 1, dont la phase comporte un bruit aléatoire d'écart-type 1° . Le pas d'échantillonnage est $\Delta t=1ps$ et la durée du calcul environ 4 μs . En employant un générateur de nombres aléatoires de grande période, on peut "fabriquer" une variable quasiment gaussienne, dont la distribution est présentée dans la **figure B.6**. L'écart par rapport à une distribution gaussienne idéale est minimale, ce qui monte la qualité du générateur.

La fonction d'autocorrélation du signal est calculée à l'aide de l'équation B.40 (**figure B.7**). L'amplitude de $\Gamma(f)$ est très bien approchée par une exponentielle décroissante. Le temps de corrélation de la phase est estimé dans ce cas à 6.90 ns. Les variations d'amplitude pour les temps longs indiquent que cette fonction n'est qu'un estimateur de Γ car le signal $x(t)$ est de durée finie. Si le calcul était plus long, ces fluctuations seraient moyennées à zéro.

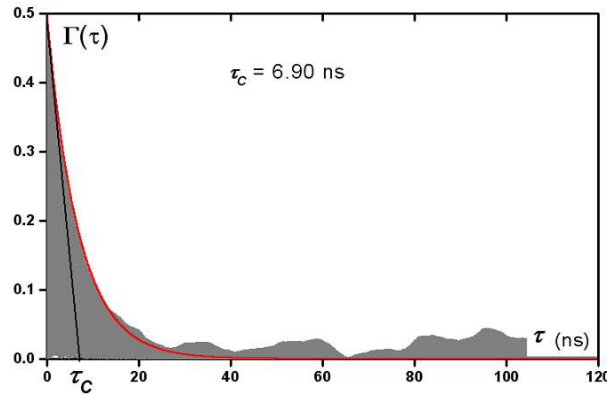


FIG. B.7 : Fonction d'autocorrélation du signal portant un bruit de phase d'écart-type 1° . La décroissance exponentielle de l'enveloppe (les oscillations à 5 GHz sont trop serrées pour qu'on puisse les distinguer sur cette figure) est conforme au calcul ; les oscillations pour les temps plus longs sont dues au fait que la somme est tronquée sur un nombre fini de termes. La pente à l'origine donne le temps de corrélation de la phase.

Le calcul de la densité spectrale montre que l'amplitude du pic et sa largeur à mi-hauteur sont en parfait accord avec les valeurs prévues par l'équation B.62. Le calcul de la transformée de Fourier avec une fenêtre standard (Hanning) n'élargit pas les pics de résonance. Dans la figure B.8 sont représentés quatre spectres moyennés par fenêtre glissante 7, 15, 31 et 63 fois respectivement. Le lissage réduit considérablement le bruit, mais dégrade la résolution spectrale également. Quand la statistique est suffisante (une moyenne sur 63 intervalles d'une durée de 131 ns chacun), le pic de résonance est à peu de chose près une lorentzienne de largeur 45 MHz, contre 46 MHz prévus analytiquement. Cette largeur est également cohérente avec la relation $\Delta f = (\pi\tau_c)^{-1} = 46.1$ MHz. L'amplitude du pic varie bien en $1/MM$, où MM est le nombre de points dans un intervalle, tandis la largeur de raie reste inchangée, conformément à l'équation B.62.

Cet exemple a permis de valider l'algorithme de calcul de la densité spectrale de puissance. S'il est possible de lisser et de moyennner un grand nombre de fois la DSP, le calcul numérique sur une variable discrète converge bien vers le profil de résonance prévu analytiquement.

Bruit d'amplitude

Le signal de magnéto-résistance n'est pas d'amplitude constante ; quelle est l'effet d'un bruit d'amplitude sur la largeur de raie ? Considérons un signal comportant à la fois une modulation aléatoire de la phase et une modulation de l'amplitude :

$$A(t) = A_0(1 + a(t))e^{j2\pi f_0 t} e^{j\phi(t)} \quad (\text{B.63})$$

Lorsque l'aimantation est soumise à des fluctuations aléatoires, l'amplitude est régit par une équation d'évolution temporelle du type équation de Langevin :

$$\frac{da}{dt} + \beta a = \xi(t) \quad (\text{B.64})$$

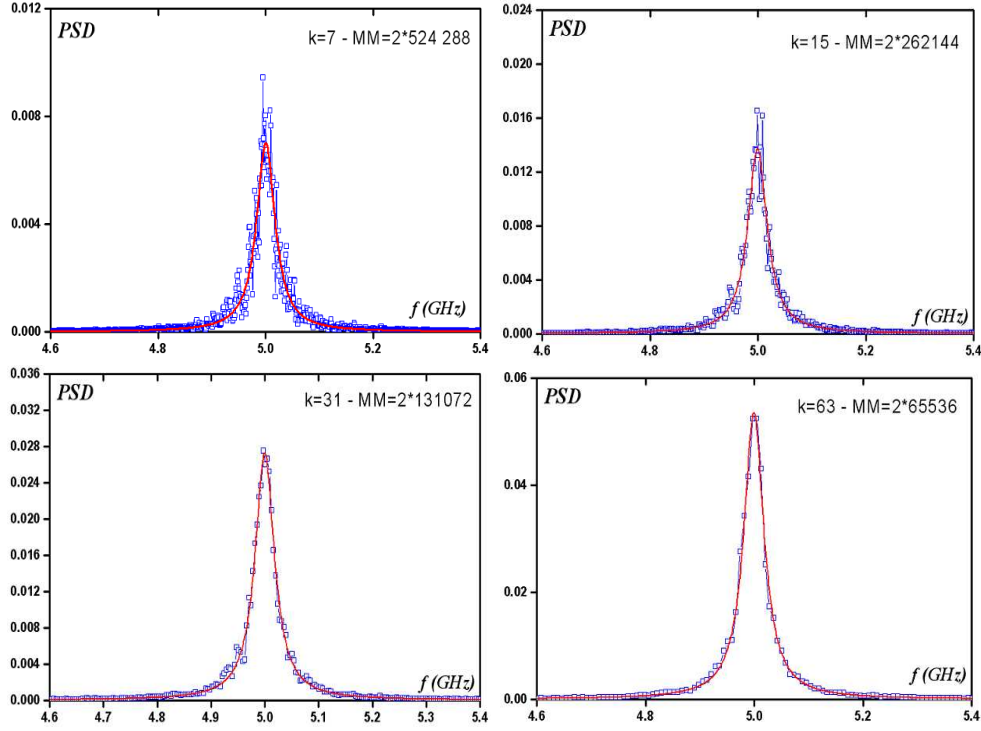


FIG. B.8 : Densités spectrales de puissance d'une sinusoïde de fréquence 5 GHz avec un bruit de phase d'écart-type 1° . Le calcul est d'une durée totale de $4 \mu\text{s}$ et le pas de temps de 1 ps . La DSP est estimée par la méthode de la fenêtre glissante. Les sous-intervalles ont une durée respectivement de $1.05 \mu\text{s}$ (comportant $MM=1.05 \cdot 10^5$ points, la DSP étant moyennée sur $k=7$ segments), 525 ns , 262 ns et 131 ns (de gauche à droite, de haut en bas). La fonction de pondération est la fonction de Hanning. L'amplitude des pics est inversement proportionnelle à la longueur des segments. Par moyennage et lissage le bruit est réduit, et le spectre tend à converger vers un profil lorentzien, mais la largeur à mi-hauteur est constante (44.7 MHz).

où β est un coefficient d'amortissement et $\xi(t)$ est un terme de bruit aléatoire de distribution gaussienne (dont la variance est égale à σ_ξ). Le coefficient de diffusion de l'amplitude vaut $2D_a = \sigma_\xi^2 \mu$. La modulation d'amplitude s'écrit alors :

$$a(t) = \int_{-\infty}^t \xi(t') e^{-\beta(t-t')} dt' \quad (\text{B.65})$$

avec $\xi(t') = 2D_a \delta(t')$. La variance de a vaut : $\sigma_a^2 = \frac{D_a}{\beta}$; l'écart-type est donc proportionnel à l'écart-type du bruit : $\sigma_a = \sqrt{\frac{\mu}{2\beta}} \sigma_\xi$.

La fonction d'auto-corrélation est :

$$\Gamma_a(\tau) = \frac{D_a}{\beta} e^{-\beta|\tau|} \quad (\text{B.66})$$

La densité spectrale de puissance de a devient donc :

$$S_a(f) = 2\sigma_a^2 \frac{\beta}{\beta^2 + [2\pi f]^2} = \frac{2\sigma_a^2}{\beta} \frac{1}{1 + (\frac{f}{\beta/2\pi})^2} \quad (\text{B.67})$$

Le spectre du bruit d'amplitude est donc une lorentzienne de largeur à mi-hauteur $\Delta f = \beta/\pi$. L'amplitude est donc directement proportionnelle à l'écart-type du bruit : $|S| = (\mu/\beta^2)\sigma_\xi^2$, et la largeur augmente avec le coefficient d'amortissement.

Comme les deux termes de bruit sont indépendants, la fonction d'autocorrélation du signal complet s'écrit (selon l'équation B.63) :

$$\Gamma_A(\tau) = (1 + \Gamma_a(\tau))\Gamma_\phi(\tau) \quad (\text{B.68})$$

où Γ_ϕ est la fonction d'autocorrélation du signal affecté du bruit de phase seulement (cf. calcul détaillé plus haut). D'après le théorème de Wiener-Khintchine, la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de ce produit de deux fonctions ; c'est donc le produit de convolution des densités de puissance de chacune des deux contributions :

$$S_A(f) = S_\phi(f) + S_a(f) \otimes S_\phi(f) \quad (\text{B.69})$$

La contribution du bruit d'amplitude émerge dans le pic de résonance si l'amplitude et la largeur de S_a augmentent. Puisque le coefficient β est a priori une constante physique fixée dans l'expérience, l'élargissement est donc essentiellement fonction de l'écart-type du bruit σ_ξ^2 .

Références

- [1] P. Drude, *Zur Elektronentheorie. I*, Annalen der Physik **1**, 566 (1900)
- [2] P. Drude, *Zur Elektronentheorie. II*, Annalen der Physik **3**, 369 (1900)
- [3] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957)
- [4] R. Landauer, *Residual resistivity dipoles*, Z. Phys. B **21**, 247 (1975)
- [5] R. Landauer, *Conductance determined by transmission : probes and quantised constriction resistance*, J. Phys. Condens. Matter **1**, 8099 (1989)
- [6] M. Büttiker, *Symmetry of electrical conduction*, IBM J. Res. Dev. **32**, 317 (1988)
- [7] N.W. Ashcroft et N.D. Mermin, *Solid States Physics*, Holt, Rinehart and Winston (New York) (1976)
- [8] E.Y. Tsymbal et D.G. Pettifor, *Perspectives of giant magnetoresistance*, Solid State Physics **56**, 113 (2001)
- [9] S. Maekawa et T. Shinjo, *Spin Dependent Transport in Magnetic Nanostructures*, CRC Press (2002)
- [10] B. Dieny, dans *Magnetoelectronics*, édité par M. Johnson, Elsevier (2004)
- [11] A. Brataas, G.E.W. Bauer et P.J. Kelly, *Non-collinear magnetoelectronics*, Phys. Reports **427**, 157 (2006)
- [12] M.D. Stiles et J. Miltat, *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures III : Topics in Applied Physics 101*, édité par B. Hillebrands et A. Thiaville, Springer (Berlin), 225-308 (2006)
- [13] M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F.N. Vandau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich et J. Chazelas, *Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988)
- [14] G. Binash, P. Grünberg, F. Saurenbach et W. Zinn, *Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange*, Phys. Rev. B **39**, 4828 (1989)
- [15] A. Fert et I.A. Campbell, *Electrical resistivity of ferromagnetic nickel and iron based alloys*, J. Phys. F **6**, 849 (1976)
- [16] T. Valet et A. Fert, *Theory of perpendicular magneto-resistance in magnetic multilayers*, Phys. Rev. B **48**, 7099-7113 (1993)
- [17] N. Mott, *The Electrical Conductivity of Transition Metals*, Proc. Roy. Soc. **156**, 368 (1936)
- [18] M. Johnson et R.H. Silsbee, *Thermodynamic analysis of interfacial transport and of the thermomagneto-electric system*, Phys. Rev. B **35**, 4959 (1987); *Ferromagnet-nonferromagnet interface resistance*, Phys. Rev. B **60**, 377 (1988)
- [19] P.C. van Son, H. van Kempen et P. Wyder, *Boundary resistance of the ferromagnetic-nonferromagnetic metal interface*, Phys. Rev. B **58**, 2271 (1987)

- [20] R.E. Camley et J. Barnas, *Theory of giant magnetoresistance effects in magnetic layered structures with antiferromagnetic coupling*, Phys. Rev. Lett. **63**, 664 (1989)
- [21] J. Bass et W.P. Pratt Jr., *Current-perpendicular (CPP) magnetoresistance in magnetic metallic multilayers*, J. Magn. Magn. Mater. **200**, 274-289 (1999)
- [22] W.P. Pratt, Q. Yang, L.L. Henry, P. Holody, W.-C. Chiang, P.A. Schroeder et J. Bass, *How predictable is the current perpendicular to plane magnetoresistance ?*, J. of Appl. Phys. **79**, 5811 (1996)
- [23] J. Xiao, A. Zangwill et M.D. Stiles, *Boltzmann test of Slonczewski's theory of spin-transfer torque*, Phys. Rev. B **70**, 172405 (2004)
- [24] D.R. Penn et M.D. Stiles, *Solution of the Boltzmann equation without the relaxation-time approximation*, Phys. Rev. B **59**, 13338 (1999)
- [25] J.C. Slonczewski, *Currents and torques in metallic magnetic multilayers*, J. Magn. Magn. Mater. **247**, 324-338 (2002)
- [26] M. Jullière, *Tunneling between ferromagnetic films*, Phys. Lett. **54 A**, 225 (1975)
- [27] S. Maekawa et U. Gäßfert, *Electron tunneling between ferromagnetic films*, IEEE Trans. Mag. **18**, 707 (1982)
- [28] T. Miyazaki et N. Tezuka, *Giant magnetic tunneling effect in Fe/Al₂O₃/Fe junction*, J. Magn. Magn. Mater. **139**, L2131 (1995)
- [29] J.S. Moodera, L.R. Kinder, T.M. Wong et R. Meservey, *Large magnetoresistance at room temperature in ferromagnetic thin film tunnel junctions*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3273 (1995)
- [30] P.M. Tedrow, R. Meservey et P. Fulde, *Magnetic field splitting of the quasi-particle states in superconducting aluminum films*, Phys. Rev. Lett. **25**, 1270 (1970); P.M. Tedrow et R. Meservey, *Spin-dependent tunneling into ferromagnetic nickel*, Phys. Rev. Lett. **26**, 192 (1971); P.M. Tedrow et R. Meservey, *Spin polarization of electrons tunneling from films of Fe, Co, Ni, and Gd*, Phys. Rev. B **7**, 318 (1973)
- [31] P.R. Leclair, *Fundamental aspects of spin polarized tunneling*, PhD thesis (2002)
- [32] J.C. Slonczewski, *Currents, torques, and polarization factors in magnetic tunnel junctions*, Phys. Rev. B **71**, 024411 (2005)
- [33] J.C. Slonczewski et J.Z. Sun, *Theory of voltage-driven current and torque in magnetic tunnel junctions*, J. Magn. Magn. Mater. **310**, 169 (2007)
- [34] S. Zhang et P.M. Levy, *Models for magnetoresistance in tunnel junctions*, Eur. Phys. J. B **10**, 599 (1999)
- [35] E.Y. Tsybal, O.N. Mryasov et P.R. LeClair, *Spin-dependent tunnelling in magnetic tunnel junctions*, J. Phys. : Condens. Matter. **15**, R 109 (2003)
- [36] R.J. Soulen, J.M. Byers, M.S. Osofsky, B. Nadgorny, T. Ambrose, S.F. Cheng, P.R. Broussard, C.T. Tanaka, J. Nowak, J.S. Moodera, A. Barry et J.M.D. Coey, *Measuring the spin polarization of a metal with a superconducting point contact*, Science **282**, 85 (1998)
- [37] M.B. Stearns, *Simple explanation of tunneling spin polarization of Fe, Co and Ni and its alloys*, J. Magn. Magn. Mater. **5**, 1062 (1977)
- [38] J.C. Slonczewski, *Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier*, Phys. Rev. B **39**, 10 (1989)
- [39] J.G. Simmons, *Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film*, J. Appl. Phys. **34**, 1763 (1963)
- [40] W.F. Brinkman, R.C. Dynes et J.M. Rowell, *Tunneling Conductance of Asymmetrical Barriers*, J. Appl. Phys. **41**, 1915 (1970)

- [41] R. Stratton, *Volt-current characteristics for tunneling through insulating films*, J. Phys. Chem. Solids **23**, 1177 (1962)
- [42] J. Mathon, *Tight-binding theory of tunneling giant magnetoresistance*, Phys. Rev. B **56**, 18 (1997)
- [43] J. Mathon et A. Umerski, *Theory of tunneling magnetoresistance of an epitaxial Fe/MgO/Fe(001) junction*, Phys. Rev. B **63**, 220403 R (2001)
- [44] J. Moodera et G. Mathon, *Spin polarized tunneling in ferromagnetic junctions*, J. Magn. Magn. Mater. **200**, 248 (2000)
- [45] C. Heide, R.J. Elliott et N.S. Wingreen, *Spin-polarized tunnel current in magnetic-layer systems and its relation to the interlayer exchange interaction*, Phys. Rev. B **59**, 4287 (1999)
- [46] C. Heide et R.J. Elliott, *Unified approach to the tunnel magnetoresistance and the non-equilibrium exchange interaction*, Europhys. Lett. **50**, 271 (2000)
- [47] S. Yuasa, T. Sato, E. Tamura, Y. Suzuki, H. Yamamori, K. Ando et T. Kayayama, *Magnetic tunnel junctions with single-crystal electrodes : a crystal anisotropy of tunnel magneto-resistance*, Europhys. Lett. **52**, 344 (2000) ; T. Nagahama, S Yuasa, Y. Suzuki et E. Tamura, *Quantum-well effect in magnetic tunnel junctions with ultrathin single-crystal Fe(100) electrodes*, Appl. Phys. Lett. **79**, 4381 (2001)
- [48] W. Wulfhekel, M. Klaua, D. Ullmann, F. Zavaliche, J. Kirschner, R. Urban, T. Monchesky, et B. Heinrich, *Single-crystal magnetotunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **78**, 509 (2001)
- [49] M. Bowen, *Large magnetoresistance in Fe/MgO/FeCo(001) epitaxial tunnel junctions on GaAs(001)*, Appl. Phys. Lett. **79**, 1655 (2001)
- [50] E.Y. Tymbal et D.G. Pettifor, *Modelling of spin-polarized electron tunnelling from 3d ferromagnets*, J. Phys. : Condens. Matter. **9**, L411 (1997)
- [51] J.M. MacLaren, X.-G. Zhang, W.H. Butler et X. Wang, *Layer KKR approach to Bloch-wave transmission and reflection : application to spin-dependent tunneling*, Phys. Rev. B **59**, 5470 (1999)
- [52] H. Itoh, J. Inoue et S. Maekawa, *Perpendicular electrical transport through a single random interface*, Physica B **237-238**, 264 (1997)
- [53] R. Meservey et P.M. Tedrow, *Spin-polarized electron tunneling*, Phys. Rep. **238**, 173 (1994)
- [54] W.H. Butler, X.-G. Zhang, T.C. Schulthess et J.M. MacLaren, *Spin-dependent tunneling conductance of Fe/MgO/Fe sandwiches*, Phys. Rev. B **63**, 054416 (2001)
- [55] X.-G. Zhang, et W.H. Butler, *Large magnetoresistance in bcc Co/MgO/Co and FeCo/MgO/FeCo tunnel junctions*, Phys. Rev. B **70**, 172407 (2004)
- [56] D. Bagayoko, A. Ziegler et J. Callaway, *Band structure of bcc Cobalt*, Phys. Rev. B **27**, 12 (1983)
- [57] J. Callaway et C.S. Wang, *Energy bands in ferromagnetic iron*, Phys. Rev. B **16**, 5 (1977)
- [58] J. Faure-Vincent, C. Tiusan, E. Jougelet, F. Canet, M. Sajjiedine, C. Bellouard, E. Popova, M. Hehn, F. Montaigne et A. Schul, *High tunnel magnetoresistance in epitaxial Fe/MgO/Fe tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **82**, 4507 (2003)
- [59] M. Sicot, S. Andrieu, P. Turban, Y. Fagot-Revurat, H. Cercellier, A. Tagliaferri, C. De Nadai, and N. B. Brookes, F. Bertran et F. Fortuna, *Polarization of Fe(001) covered by MgO analyzed by spin-resolved x-ray photoemission spectroscopy*, Phys. Rev. B **68**, 184406 (2003)

- [60] S. Yuasa, T. Nagahama, A. Fukushima, Y. Suzuki et K. Ando, *Giant room-temperature magnetoresistance in single-crystal Fe/MgO/Fe magnetic tunnel junctions*, Nat. Mater. **3**, 868 (2004)
- [61] S.S.P. Parkin, C. Kaiser, A. Panchula, P.M. Rice, B. Hugues, M. Samant et S.H. Yang, *Giant tunnelling magnetoresistance at room temperature with MgO (100) tunnel barriers*, Nat. Mater. **3**, 862 (2004)
- [62] S. Yuasa, T. Katayama, T. Nagahama, A. Fukushima, H. Kubota, Y. Suzuki et K. Ando, *Giant tunneling magnetoresistance in fully epitaxial bcc Co/MgO/Fe magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **87**, 222508 (2005)
- [63] D.D. Djayaprawira, K. Tsunekawa, M. Nagai, H. Maehara, S. Yamagata, N. Watanabe, S. Yuasa, Y. Suzuki et K. Ando, *230% room-temperature magnetoresistance in CoFeB/MgO/CoFeB magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **86**, 092502 (2005)
- [64] K. Tsunekawa, D.D. Djayaprawira, M. Nagai, H. Maehara, S. Yamagata, N. Watanabe, S. Yuasa, Y. Suzuki et K. Ando, *Giant tunneling magnetoresistance effect in low-resistance CoFeB/MgO(001)/CoFeB magnetic tunnel junctions for read-head applications*, Appl. Phys. Lett. **87**, 072503 (2005)
- [65] S. Yuasa, A. Fukushima, Y. Suzuki et K. Ando, *Giant tunneling magnetoresistance up to 410% at room temperature in fully epitaxial Co/MgO/Co magnetic tunnel junctions with bcc Co(001) electrodes*, Appl. Phys. Lett. **89**, 042505 (2006)
- [66] J.C. Slonczewski, *Current-driven excitation of magnetic multilayers*, J. Magn. Magn. Mater. **159**, L1 (1996)
- [67] L. Berger, *Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current*, Phys. Rev. B **54**, 9353 (1996)
- [68] X. Waintal, E.B. Myers, P.W. Brouwer et D.C. Ralph, *Role of spin-dependent interface scattering in generating current-induced torques in magnetic multilayers*, Phys. Rev. B **62**, 18 12317-12327 (2000)
- [69] A. Brataas, Y.V. Nazarov et G.E.W. Bauer, *Finite element theory of transport in ferromagnet-normal metal systems*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2481 (2000)
- [70] M.D. Stiles et D.R. Penn, *Calculation of spin-dependent interface resistance*, Phys. Rev B **61**, 3200-3202 (2000)
- [71] M.D. Stiles et A. Zangwill, *Noncollinear spin transfer in Co/Cu/Co multilayers*, Phys. Rev B **66**, 014407-1-14 (2002)
- [72] S. Urazhdin, R. Loloee et W.P. Pratt, *Non-collinear spin transport in magnetic multilayers*, Phys. Rev B **71**, 100401 (2005)
- [73] K. Xia, P.J. Kelly, G.E.W. Bauer, A. Brataas et I. Turek, *Spin torques in ferromagnetic/normal-metal structures*, Phys. Rev B **65**, 220401-1-4 (2002)
- [74] M. Tsoi, A.G. Jansen, J. Bass, W.C. Chiang, M. Seck, V. Tsoi et P. Wyder, *Excitation of a magnetic multilayer by an electric current*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4281 (1998)
- [75] J. Bardeen, *Tunnelling from a many-particle point of view*, Phys. Rev. B **6**, 57 (1961)
- [76] G.D. Fuchs, J.A. Katine, S.I. Kiselev, D. Mauri, K.S. Wooley, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Spin torque, tunnel-current spin polarization, and magnetoresistance in MgO magnetic tunnel junctions*, Phys. Rev. Lett **96**, 186603 (2006)
- [77] G.D. Fuchs, N.C. Emley, I.N. Krivorotov, P.M. Braganca, E.M. Ryan, S.I. Kiselev, J.C. Sankey, D.C. Ralph, R.A. Buhrman et J.A. Katine, *Spin-transfer effects in nanoscale magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **85**, 1205 (2004)

- [78] H. Kubota, A. Fukushima, Y. Ootani, S. Yuasa, K. Ando, H. Maehara, K. Tsunekawa, D.D. Djayaprawira, N. Watanabe et Y. Suzuki, *Evaluation of spin-transfer switching in CoFeB/MgO/CoFeB magnetic tunnel junctions*, Jpn. J. Appl. Phys. **40**, L1237 (2005)
- [79] J. Hayakawa, S. Ikeda, Y. M. Lee, R. Sasaki, T. Meguro, F. Matsukura, H. Takahashi et H. Ohno, *Current-induced magnetization switching in MgO barrier based magnetic tunnel junctions with CoFeB/Ru/CoFeB synthetic ferrimagnetic free layer*, Jpn. J. Appl. Phys. **44**, L1267 (2005)
- [80] Z. Diao, D. Apalkov, M. Pakala, Y. Ding, A. Panchula et Y. Huai, *Spin transfer switching and spin polarization in magnetic tunnel junctions with MgO and AlO_x barriers*, Appl. Phys. Lett. **87**, 232502 (2005)
- [81] A.M. Deac, *Static and dynamics spin-transfer induced effects in MgO-based magnetic tunnel junctions*, Proceedings ICMFS (2006)
- [82] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, *On the theory of the dispersion of the magnetic permeability in ferromagnetic bodies*, Phys. A. Sowjetunion **8**, 153 (1935)
- [83] S. Ingarsson, L. Ritchie, X.Y. Liu, Gang Xiao, J.C. Slonczewski, P.L. Trouilloud et R.H. Koch, *Role of electron scattering in the magnetization relaxation of thin Ni₈₁Fe₁₉ films*, Phys. Rev. B **66**, 214416 (2002)
- [84] C. Kittel, *Introduction to solid state physics*, 5^{ème} édition, Wiley & Sons (1976)
- [85] G. Albuquerque, *thèse de doctorat*, Laboratoire de Physique des Solides, Université Paris XI (2002)
- [86] O. Boulle, *thèse de doctorat*, Thalès/Université Paris XI (2007)
- [87] W.F. Brown, *Micromagnetics*, N.Y., Wiley (1963); W.F. Brown, *Thermal fluctuations of a single domain particule*, Phys. Rev. **130**, 1677 (1963)
- [88] J. Miltat et M. Donahue, *Numerical micromagnetics : finite differences methods dans* (2007)
- [89] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling et B.P. Flannery, *Numerical recipes in Fortran : the art of scientific computing*, Cambridge University Press (1992)
- [90] J. Miltat, G. Alburquerque et A. Thiaville, *Spin dynamics in confined magnetic structures*, édité par B. Hillebrands et K. Ounadjela, Springer, Berlin (2001)
- [91] G. Albuquerque, J. Miltat et A. Thiaville, *Self-consistency based control scheme for magnetization dynamics*, J. Appl. Phys. **89**, 6719 (2001)
- [92] J. Miltat (non publié)
- [93] E.B. Myers, D.C. Ralph, J.A. Katine, R.N. Louie et R.A. Buhrman, *Current-induced switching of domains in magnetic multilayer devices*, Science **285**, 867 (1999)
- [94] W.H. Rippard, M.R. Pufall et T.J. Silva, *Quantitative studies of spin-momentum-transfer-induced excitations in Co/Cu multilayer films using point-contact spectroscopy*, Appl. Phys. Lett. **82**, 1260 (2003)
- [95] J.E. Wegrowe, D. Kelly, Y. Jaccard, P. Guittienne et J.P. Ansermet, *Current-induced magnetization reversal in magnetic nanowires*, Europhys. Lett. **45**, 626 (1999)
- [96] F.J. Albert, J.A. Katine et R.A. Buhrman, *Spin-polarized current switching of a Co thin film nanomagnet*, Appl. Phys. Lett. **77**, 3809 (2000)
- [97] J.A. Katine, F.J. Albert, R.A. Buhrman, E.B. Myers et D.C. Ralph, *Current-driven magnetization reversal and spin-wave excitations in Co/Cu/Co pillars*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3149 (2000)
- [98] J. Grollier, V. Cros, H. Jaffrès, A. Hamzic, A. Fert, J.M. Georges, G. Faini, J. Ben Youssef et H. Le Gall, *Spin-polarized current induced switching in Co/Cu/Co pillars*, Appl. Phys. Lett. **67**, 174402 (2001)

- [99] S.I. Urazhdin, N.O. Birge, W.P. Pratt et J. Bass, *Current-driven magnetic excitations in Permalloy-based multilayer nanopillars*, Phys. Rev. Lett. **91**, 146803-1-4 (2003)
- [100] F.B. Mancoff et S.E. Russek, *Spin-current-induced magnetotransport in Co-Cu-Co nanostructures*, IEEE Trans. Magn. **38**, 2853 (2002)
- [101] B. Özyilmaz, A.D. Kent, J.Z. Sun, M.J. Rooks et R.H. Koch, *Current-induced magnetization reversal in high magnetic fields in Co/Cu/Co nanopillars*, Phys. Rev. Lett. **91**, 067203 (2003)
- [102] M. Covington, M. AlHajDarwish, Y. Ding, J. Gokemeijer et M.A. Seigler, *Current-induced magnetization dynamics in current perpendicular to the plane spin valves*, Phys. Rev. Lett. **69**, 184406 (2004)
- [103] Y.W. Liu, Z.Z. Zhang, P.P. Freitas et J.L. Martins, *Current-induced switching in low resistance magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **82**, 2871 (2003)
- [104] Y. M. Huai, F. Albert, P. Nguyen, M. Pakala et T. Valet, *Observation of spin-transfer switching in deep submicron-sized and low-resistance magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **84**, 3118 (2004)
- [105] G.D. Fuchs, N.C. Emley, I.N. Krivorotov, P.M. Braganca, E.M. Ryan, S.I. Kiselev, J.C. Sankey, D.C. Ralph, R.A. Buhrman et J.A. Katine, *Spin-transfer effects in nanoscale magnetic tunnel junctions*, Appl. Phys. Lett. **85**, 1205 (2004)
- [106] A. Deac, O. Redon, R.C. Sousa, B. Dieny, J.P. Nozières, Z. Zhang, Y. Liu et P.P. Freitas, *Current driven resistance changes in low resistance*area magnetic tunnel junctions with ultra-thin Al-O_x barriers*, J. Appl. Phys. **95**, 6792 (2004)
- [107] J.-E. Wegrowe, A. Fabian, Ph. Guittienne, X. Hoffer, D. Kelly et J.-Ph. Ansermet, *Exchange torque and spin transfer between spin polarized current and ferromagnetic layers*, Appl. Phys. Lett. **80**, 20 (2002)
- [108] T. Devolder, P. Crozat, J.-V. Kim, C. Chappert, K. Ito, J.A. Katine et M.J. Carey, *Magnetization switching by spin torque using subnanosecond current pulses assisted by hard axis magnetic fields*, Appl. Phys. Lett. **88**, 152502 (2006)
- [109] J. Grollier, V. Cros, H. Jaffrès, A. Hamzic, J.M. George, G. Faini, J. Ben Youssef, H. Le Gall et A. Fert, *Field dependence of magnetization reversal by spin transfer*, Phys.Rev. B **67**, 174402 (2003)
- [110] R.H. Victora, *Predicted time dependence of the switching field for magnetic materials*, Phys. Rev. Lett. **63**, 4 (1989)
- [111] J.Z. Sun, *Spin-current interaction with a monodomain magnetic body : a model study*, Phys. Rev. B **62**, 1 (2000)
- [112] R.H. Koch, J.A. Katine et J.Z. Sun, *Time-resolved reversal of spin-transfer switching in a nanomagnet*, Phys. Rev. Lett. **92**, 8 (2004)
- [113] S.I. Kiselev, J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, N.C. Emley, R.J. Schoelkopf, R.A. Buhrman et D.C. Ralph, *Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current*, Nature **425**, (2003)
- [114] W. H. Rippard, M.R. Pufall, S. Kaka, S.E. Russek et T.J. Silva, *Direct-current induced dynamics in Co₉₀Fe₁₀/Ni₈₀Fe₂₀ point contacts*, Phys. Rev. Lett. **92**, 027201 (2004)
- [115] J.C. Slonczewski et J.Z. Sun, *Theory of voltage-driven current and torque in magnetic tunnel junctions*, J. Magn. Magn. Mater. (in press) (2006)
- [116] W. H. Rippard, M.R. Pufall, S. Kaka, T.J. Silva et S.E. Russek, *Current-driven microwave dynamics in magnetic point contacts as a function of applied field angle*, Phys. Rev. Lett. **70**, 100406 (2004)
- [117] Q. Mistral, J.-V. Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, J.A. Katine, M.J. Carey et K. Ito, *Current-driven microwave oscillations in current perpendicular-to-plane spin-valve nanopillars*, cond-mat/0603293 (2006)

- [118] B. Özyilmaz, A.D. Kent, M.J. Rooks et J.Z. Sun, *Bipolar high-field excitations in Co/Cu/Co nanopillars*, Phys. Rev. B **71**, 140403 (2005)
- [119] J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, S.I. Kiselev, P.M. Braganca, N.C. Emley, R.A. Buhrman et D.C. Ralph, *Mechanisms limiting the coherence time of spontaneous magnetic oscillations driven by dc spin-polarized currents*, Phys. Rev. B **72**, 224427 (2005)
- [120] I.N. Krivorotov, N.C. Emley, J.C. Sankey, S.I. Kiselev, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Time-domain measurements of nanomagnet dynamics driven by spin-transfer torques*, Science **307**,228 (2005)
- [121] Y.B. Bazaliy, B.A. Jones et S.C. Zhang, *Modification of the Landau-Lifshitz equation in the presence of a spin-polarized current in colossal- and giant-magnetoresistive materials*, Phys. Rev B **57**, 6793 (1998)
- [122] V.K. Melnikov, *On the stability of the center for time periodic perturbations*, Trans. Moscow Math. Soc. **12**, 1-57 (1963) ; J. Guckenheimer et P. Holmes, *Non-linear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*, Springer-Verlag (1983)
- [123] C. Serpico, M. d'Aquino, G. Bertotti et I.D. Mayergoyz, *Quasiperiodic magnetization dynamics in uniformly magnetized particles and films*, J. of Appl. Phys. **95**, 7052 (2004)
- [124] C. Serpico, M. d'Aquino, G. Bertotti et I.D. Mayergoyz, *Analytical approach to current-driven self-oscillations in Landau-Lifshitz-Gilbert dynamics*, J. Magn. Magn. Mat. **290-291**, 502 (2005)
- [125] G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz, A. Magni, M. d'Aquino et R. Bonin, *Magnetization switching and microwave oscillations in nanomagnets driven by spin-polarized currents*, Phys. Rev Lett. **94**, 127206 (2005)
- [126] A. Deac, K.J. Lee, Y. Liu, O. Redon, M. Li, P. Wang, J.P. Nozières et B. Dieny, *Current-induced magnetization switching in exchange-biased spin valves for current-perpendicular-to-plane giant magnetoresistance heads*, Phys. Rev. B **73**, 064414 (2006)
- [127] K.-J. Lee, A. Deac, O. Redon, J.-P. Nozière et B. Dieny, *Excitations of incoherent spin-waves due to spin-transfer torque*, Nature Mater. **3**, 877 (2004)
- [128] S.E. Russek, S. Kaka, W.H. Rippard, M.R. Pufall et T.J. Silva, *Finite-temperature modeling of nanoscale spin-transfer oscillators*, Phys. Rev. B **71**, 104425 (2005)
- [129] J. Xiao, A. Zangwill et M.D. Stiles, *Macrospin models of spin transfer dynamics*, Phys. Rev. B **72**, 014446 (2006)
- [130] S.I. Kiselev, J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, N.C. Emley, A.G.F. Garcia, R.A. Buhrman et D.C. Ralph, *Spin-transfer excitations of permalloy nanopillars for large applied currents*, Phys.Rev. B **72**, 064430 (2005)
- [131] H.W. Schumacher, C. Chappert, R.C. Sousa, P.P. Freitas, J. Miltat et J. Ferré, *Precessional switching of the magnetization in microscopic magnetic tunnel junctions*, Phys. Rev. B **90**, 017201 (2003)
- [132] J.C. Slonczewski, US Patent No. 5,695,864 (1997)
- [133] A.D. Kent, B. Ozyilmaz et E. del Barco, *Spin-transfer-induced precessional magnetization reversal*, Appl. Phys. Lett. **84**, 19 (2004)
- [134] S. Mangin, D. Ravelosona, J.A. Katine, M.J. Carey, B.D. Terris et E.E. Fullerton, *Current-induced magnetization reversal with perpendicular anisotropy*, Nature Mater. **5**, 210 (2006)
- [135] Projet Oommf (<http://math.nist.gov/oommf/>), développé en collaboration avec le groupe μ Mag (<http://www.ctcms.nist.gov/rdm/mumag.org.html>)

- [136] D. Berkov et N. Gorn, *Transition from the macrospin to chaotic behavior by a spin-torque driven magnetization precession of a square nanoelement*, Phys. Rev. Lett. **71**, 052403 (2005)
- [137] J.-G. Zhu, *Thermal magnetic noise and spectra in spin valve heads*, J. Appl. Phys. **91**, 7273 (2002)
- [138] J.-G. Zhu, *Spin transfer induced noise in CPP read heads*, IEEE **40**, 182 (2004)
- [139] X. Zhu, J.-G. Zhu et R.M. White, *Spin transfer excited regular and chaotic spin waves in current perpendicular to plane spin valves*, J. Appl. Phys. **95**, 6630 (2004)
- [140] Y. Zhou, A. Roesler et J.-G. Zhu, *Experimental observations of thermally excited ferromagnetic resonance and mag-noise spectra in spin valve heads*, J. of Appl. Phys. **91**, 7276 (2004)
- [141] J. Fidler et T. Schrefl, *Micromagnetic modelling - the current state of the art*, J. Phys. D : Appl. Phys. **33**, 15 (2000)
- [142] R. Hertel, O. Fruchart, S. Cherifi, P.-O. Jubert, S. Heun, A. Locatelli et J. Kirschner, *Three-dimensional magnetic-flux-closure patterns in mesoscopic Fe islands*, Phys. Rev. B **72**, 214409 (2005)
- [143] L. Torres, L. Lopez-Diaz, E. Martinez, M. Carpentieri et G. Finocchio, *Micromagnetic computations of spin polarized current-driven magnetization processes*, J. Mag. Magn. Mat. **286**, 381 (2004)
- [144] L. Torres, L. Lopez-Diaz, E. Martinez, G. Finocchio, M. Carpentieri et B. Azzzerboni, *Micromagnetic modal analysis of spin-transfer-driven ferromagnetic resonance of individual nanomagnets*, J. Appl. Phys. **101**, 09A502 (2007)
- [145] L. Torres, L. Lopez-Diaz, E. Martinez, G. Finocchio, M. Carpentieri et B. Azzzerboni, *Coupling of spin-transfer torque to microwave magnetic field : a micromagnetic modal analysis*, J. Appl. Phys. **101**, 053914 (2007)
- [146] G. Finocchio, B. Azzzerboni, G.D. Fuchs, R.A. Buhrman et L. Torres, *Micromagnetic modeling of magnetization switching driven by spin-polarized current in magnetic tunnel junctions*, J. Appl. Phys. **101**, 063914 (2007)
- [147] C.J. Garcia-Cervera, Z. Gimbutas et W. E, *Accurate numerical methods for micromagnetics simulations with general geometries*, J. Comp. Phys. **184**, 37 (2003)
- [148] J.-C. Toussaint, A. Marty, N. Vukadinovic, J.B. Youssef et M. Labrune, *A new technique for ferromagnetic resonance calculations*, Comp. Mat. Sci. **24**, 175 (2002)
- [149] N. Vukadinovic, *Habilitation à diriger les recherches*, Université Paris-Sud (2003)
- [150] Problème μ Mag #4 (<http://www.ctcms.nist.gov/rdm/mumag.org.html>)
- [151] J. Miltat, G. Albuquerque, A. Thiaville et C. Vouille, *Spin transfer into an inhomogeneous magnetization distribution*, J. Appl. Phys. **89**, 6982 (2001)
- [152] T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, J. Miltat, A. Tulapurkar, Y. Suzuki et K. Yagami, *Instability threshold versus switching threshold in spin-transfer-induced magnetization switching*, Phys. Rev. B **71**, 184401 (2005)
- [153] D. Berkov et N. Gorn, *Magnetization precession due to a spin-polarized current in a thin nanoelement : Numerical simulation study*, Phys. Rev. Lett. **72**, 094401 (2005)
- [154] D. Berkov et N. Gorn, *Micromagnetic simulations of the magnetization precession induced by a spin-polarized current in a point-contact geometry*, J. Appl. Phys. Lett. **99**, 08Q701 (2006)

- [155] I.N. Krivorotov, D. Berkov, N.L. Gorn, N.C. Emley, J.C. Sankey, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Large-amplitude coherent spin waves excited by spin-polarized current in nanoscale spin valves, ...* (2007)
- [156] S. Demokritov et E. Tsymbal, *Light scattering from spin waves in thin films and layered systems*, J. Phys. : Condens. Matter **6**, 7145 (1994)
- [157] D.L. Mills, et S.M. Rezende, dans *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures II*, édité par B. Hillebrands et K. Ounadjela, Springer-Verlag, New York (2003)
- [158] A. Slavin et V. Tiberkevitch, *Spin wave modes excited by spin-polarized current in a magnetic nanocontact is a standing self-localized wave bullet*, (2005)
- [159] Z. Qian et G. Vignale, *Spin dynamics from time-dependent spin-density-functional theory*, Phys. Rev. Lett. **88**, 056404 (2002)
- [160] B. Montigny et J. Miltat, *Micromagnetic simulations of current-induced microwave excitations*, J. Appl. Phys. **97**, 10C708 (2005)
- [161] S. Ingvarsson, G. Xiao, S.S.P. Parkin, W.J. Gallagher, G. Grinstein et R.H. Koch, *Low-frequency magnetic noise in micron-scale magnetic tunnel junctions*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3289 (2000)
- [162] N. Smith, *Modeling of thermal magnetization fluctuations in thin-film magnetic devices*, J. of Appl. Phys. **90**, 5768 (2001)
- [163] N. Stutzke, S.L. Burkett et S.E. Russek, *Temperature and field dependance of high-frequency magnetic noise in spin valve devices*, Appl. Phys. Lett. **82**, 91 (2003)
- [164] R.D. Michael et M.D. Stiles, *Magnetic normal modes of nanoelements*, J. Appl. Phys. **87**, 10J901 (2005)
- [165] M. Grimsditch, G.K. Leaf, H.G. Kaper, D.A. Karpeev et R.E. Camley, *Normal modes of spin excitations in magnetic nanoparticles*, Phys. Rev. B **69**, 174428 (2004).
- [166] K. Y. Guslienko, R.W. Chantrell et A.N. Slavin, *Dipolar localization of quantized spin-wave modes in thin rectangular magnetic elements*, Phys. Rev. B **68**, 024422 (2003)
- [167] M.R. Pufall, W.H. Rippard, S. Kaka, S.E. Russek, T.J. Silva, J.A. Katine et M. Carey, *Large-angle, gigahertz-rate random telegraph switching induced by spin-momentum transfer*, Phys. Rev. B **69**, 214409 (2004)
- [168] I.N. Krivorotov, N.C. Emley, A.G.F. Garcia, J.C. Sankey, S.I. Kiselev, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Temperature dependence of spin-transfer-induced switching of nanomagnets*, Phys. Rev. Lett. **93**, 166603 (2004)
- [169] S.I. Kiselev, J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, N.C. Emley, M. Rinkoski, C. Perez, R.A. Buhrman et D.C. Ralph, *Current-induced nanomagnet dynamics for magnetic fields perpendicular to the sample plane*, Phys. Rev. B **93**, 036601 (2004)
- [170] J. Miltat, en préparation (2007)
- [171] J.C. Sankey, P.M. Braganca, A.G.F. Garcia, I.N. Krivorotov, R.A. Buhrman et D.C. Ralph, *Spin-transfer-driven ferromagnetic resonance of individual nanomagnets*, Phys. Rev. B **96**, 227601 (2006)
- [172] G.D. Fuchs, J.C. Sankey, V.S. Pribiag, L. Qian, P.M. Braganca, A.G.F. Garcia, E.M. Ryan, Z.-P. Li, O. Ozatay, D.C. Ralph et R.A. Buhrman, *Spin-torque ferromagnetic resonance measurements of damping in nanomagnets*, cond-mat/0703577 (2007)
- [173] J.-V. Kim, *Stochastic theory of spin-transfer oscillator linewidths*, Phys. Rev. B **73**, 174412 (2006)