



HAL
open science

Contribution à l'estimation de la vitesse acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler & Application à l'étalonnage de microphones en champ libre

Anne Laurence, Martine Degroot

► To cite this version:

Anne Laurence, Martine Degroot. Contribution à l'estimation de la vitesse acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler & Application à l'étalonnage de microphones en champ libre. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2007. Français. NNT: . tel-00193066

HAL Id: tel-00193066

<https://theses.hal.science/tel-00193066>

Submitted on 30 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Académie de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE DE L'UNIVERSITÉ DU MAINE
LE MANS, FRANCE

THÈSE DE DOCTORAT
Spécialité : ACOUSTIQUE

présentée par

ANNE DEGROOT

pour obtenir le titre de Docteur d'Université

**CONTRIBUTION À L'ESTIMATION DE LA VITESSE ACOUSTIQUE PAR
VÉLOCIMÉTRIE LASER DOPPLER & APPLICATION À L'ÉTALONNAGE DE
MICROPHONES EN CHAMP LIBRE**

Soutenue le 11 octobre 2007

devant le jury composé de

Y. GERVAIS	Professeur, LEA (Poitiers)	rapporteur
C. RICHARD	Professeur, LM2S (Troyes)	rapporteur
M. CAMPBELL	Professeur, School of physics (Edimbourg)	examineur
G. PLANTIER	Enseignant-chercheur, ESEO (Angers)	examineur
S. MONTRESOR	Maître de Conférence, LAUM (Le Mans)	examineur
L. SIMON	Professeur, LAUM (Le Mans)	directeur de thèse
B. GAZENGEL	Maître de Conférence, LAUM (Le Mans)	co-directeur de thèse
O. RICHOUX	Maître de Conférence, LAUM (Le Mans)	co-directeur de thèse

Résumé

La Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) est un outil de mesure de vitesse particulaire non-invasif couramment utilisé en mécanique des fluides qui reste cependant encore marginal en acoustique. L'accès à l'information de vitesse particulaire acoustique permet de caractériser les champs acoustiques complexes, autorisant l'étude de phénomènes acoustiques au voisinage de parois vibrantes ou de discontinuités géométriques par exemple. L'application de la VLD à l'acoustique de l'audible pour des niveaux allant de 60 à 120 dB_{SPL} en présence de faibles écoulements (quelques mm/s) constitue le domaine d'investigation du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine depuis le milieu des années 90. Les méthodes de traitement du signal aujourd'hui implémentées sur le banc de mesure appartiennent à la famille des méthodes temps-fréquence donnant accès à la loi de fréquence instantanée (proportionnelle à la vitesse) de la particule lors de son passage dans le volume de mesure. Ces méthodes ont été développées et validées expérimentalement sur une seule bouffée Doppler en présence de très faible écoulement conduisant à une loi de variation de la vitesse de plusieurs périodes acoustiques.

L'objectif de cette thèse est double. Dans un premier temps, il vise à développer un traitement de signal qui permette d'estimer la vitesse acoustique à partir de l'analyse de plusieurs bouffées. Dans un deuxième temps, il vise à utiliser la VLD pour estimer une pression acoustique à partir des vitesses acoustiques mesurées au voisinage d'une structure (d'un microphone).

La première partie du travail consiste à développer et valider une méthode de traitement du signal, basée sur l'utilisation de la transformée en ondelette, capable de détecter, localiser, classifier (simple ou multiple) les bouffées contenues dans un signal bruité et propose une méthode d'estimation des paramètres acoustiques et de vitesse d'écoulement par utilisation d'une méthode des moindres carrés appliquée au signal de fréquence instantanée estimé suite à la détection des bouffées.

La deuxième partie de cette thèse permet d'initialiser des travaux, en collaboration avec le laboratoire d'acoustique d'Edimbourg, sur l'étalonnage de microphone en champ libre par mesures de vitesses acoustiques VLD. Une première étude de faisabilité d'estimation de la pression à partir de mesures de vitesses à une dimension est menée, permettant d'envisager un étalonnage des microphones à réponse en pression. Puis, dans un second temps, une approche analytique basée sur la formulation intégrale de Green propose de développer un modèle à deux dimensions du champ de pression en fonction de la vitesse au voisinage très proche du microphone dans le but d'étalonner les microphones en champ libre.

Mots-clés : Détection, localisation, classification, estimation, temps-fréquence, ondelettes, microphones, étalonnage, cavité acoustique

Abstract

Laser Doppler Velocimetry (LDV) is a non intrusive technique widely used in fluid mechanics, but still marginal in acoustics, for measuring the particle velocimetry. Accessing to the acoustic particle velocity allows to characterize complex acoustics fields to study phenomena close to vibrating surfaces or around geometrical discontinuities for example. Research works of LDV applications to audible acoustics levels going from 60 to 120 dB_{SPL} in presence of weak flows (a few mm/s) has been investigated by the *Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine* for the middle of the ninetees. Signal processing methods nowadays implement on the measurement bench belong to time-frequency methods allowing to get the instantaneous frequency (proportional to the velocity) of the particle during its crossing of the measuring probe. These methods have been developed and validated experimentally on one single burst for weak flow leading to a velocity variation of several acoustics periods.

The objective of this Ph.D thesis is dual. In a first time, this thesis develops a new signal processing to get an estimation of the acoustic velocity parameters thanks to a large number of bursts. In a second time, this works presents the use the LDV sensor to estimate the acoustic pressure thanks to the measurement of the acoustic velocities.

The first part of this study consists in developing and validating a signal parametric method, based on the use of a wavelet transform, able to detect, localize, classify (single or overlap) bursts present on the noisy Doppler signal and in processing an estimation method of acoustics parameters and flow velocities estimation with the help of a least mean square method on the instantaneous frequency after the detection process of bursts.

The second part of this thesis allows to initiate new works, in collaboration with the Acoustics and Fluid dynamics group of Edinburgh, on free field microphone calibration thanks to acoustic velocities measurements by LDV. A first study investigates the possibility of getting an accurate pressure estimation thanks to acoustic velocities measurement to calibrate at first pressure microphones. Then, in a second time, an analytic approach based on the Green integral formulation proposes a two dimensional model of the acoustic pressure field function of the velocity close to the microphone membrane to hope a future calibration of free-field microphone.

Keywords : Detection, localisation, classification, estimation, time-frequency, wavelets, microphones, calibration, acoustical cavity

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont permis, de près ou de loin, à ce travail de voir le jour.

Je remercie particulièrement M. Laurent Simon qui a su me guider vers le chemin du DEA d'Acoustique Appliquée puis celui de la thèse doctorat.

Je remercie M. Yves Aurégan, directeur du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, de m'avoir accueillie et donnée les moyens matériels de réaliser ce travail de thèse.

Je tiens à remercier MM. Yves Gervais et Cédric Richard d'avoir accepté de rapporter ce mémoire de thèse, ainsi que MM. Guy Plantier, Murray Campbell et Silvio Montrésor d'avoir accepté d'être membres du jury. J'ai particulièrement apprécié l'intérêt critique qu'ils ont porté à mes travaux de thèse.

Je remercie également l'équipe initiatrice et encadrante de ce travail, MM. Bruno Gazengel, Olivier Richoux et Laurent Simon, qui m'ont enrichie de leurs connaissances et expériences dans le domaine de la recherche. Leur patience, leur écoute, leurs encouragements, leurs disponibilités et leur sens précis de la physique ont conditionné la réussite de ce mémoire de thèse.

Je tiens à remercier M. Silvio Montrésor pour avoir collaboré à une grande partie de ce travail en traitement du signal.

Je remercie également MM. Guy Plantier et Alain Le Duff de l'École Supérieure d'Électronique de l'Ouest pour leurs conseils qui ont permis d'orienter ou (ré)orienter ce travail de thèse.

Un grand merci au laboratoire d'Acoustique d'Edimbourg de m'avoir accueillie à trois reprises durant ces trois années de thèse afin de mener les travaux engagés sur l'étalonnage de microphones en champ libre. Je tiens tout particulièrement à remercier M. Murray Campbell, responsable de l'*Acoustics and Fluid dynamics group of Edinburgh*, pour l'enrichissement scientifique, humain et musical qu'il a pu m'apporter. Enfin, un très grand merci à M. Robert MacDonald qui a partagé mes joies et désillusions de la recherche expérimentale ! Je le remercie pour cette collaboration scientifique et humaine.

Je tiens à remercier MM. James Blondeau et Stéphane Lebon pour la réalisation expérimentale de ce travail de thèse.

Je remercie également Mme Catherine Potel pour son écoute et sa disponibilité en tant que tutrice dans la cadre de mon monitorat mené durant ces trois années de thèse.

Je tiens enfin à remercier tous les membres du laboratoire, permanents et non-permanents, pour la bonne humeur qui règne au laboratoire.

Merci à mes collègues doctorants de m'avoir accompagnée, soutenue et "écoutée"...

Un grand merci à mes parents, ma soeur et mon frère qui ont eu le courage de me (sup)porter pendant ces années de thèse...

Merci à toi, Benoît, qui m'a donné la force de ne jamais baisser les bras...

Table des matières

Résumé	i
Remerciements	iii
Notations	ix
Introduction générale	1
I Vélocimétrie Laser à effet Doppler	5
1 Mesure de vitesse acoustique avec écoulement par Vélocimétrie Laser Doppler	7
1.1 Introduction	7
1.2 Principe de la VLD	8
1.2.1 Système optique : fréquence Doppler	8
1.2.2 Modèle du signal de bouffée Doppler	10
1.2.3 Discrimination du sens de la vitesse	11
1.3 Application de la VLD à l'acoustique	11
1.3.1 Spécificités des vitesses acoustiques	12
1.3.2 Modèle du signal de bouffée Doppler en régime sinusoïdal	12
1.3.3 Bruit de mesure : définition du RSB	13
1.3.4 Modèle analytique du signal Doppler	14
1.3.5 Temps de vol de la particule	16
1.3.6 Classification des bouffées Doppler acoustiques	16
1.3.7 Classification des signaux Doppler acoustiques	18
1.4 Traitement du Signal Doppler acoustique	20
1.4.1 Traitement paramétrique	21
1.4.2 Traitement semi-paramétrique	23
1.5 Performances	30
1.5.1 Traitement paramétrique	30
1.5.2 Traitement semi-paramétrique	31
1.6 Principales applications décrites dans la littérature	33
1.6.1 Champ clos	33
1.6.2 Champ libre	34
1.6.3 Écoulements moyens	35
1.6.4 Écoulements forts	36
1.7 Bilan des méthodes VLD appliquées aux signaux acoustiques avec écoulement	36
1.8 Contexte de l'étude	37
1.8.1 Besoins et objectifs	37

1.8.2	Orientations choisies	38
II Détection de bouffées Doppler pour l'estimation de la vitesse acoustique en présence d'écoulement		
	Introduction	43
2	Détection de bouffées simples et multiples par ondelettes	47
2.1	Introduction	47
2.2	Transformée en Ondelettes Continue	47
2.2.1	Généralités	47
2.2.2	Définition	48
2.2.3	Propriétés	49
2.2.4	Représentation en ondelette temps-fréquence et analogies avec les bouffées Doppler	49
2.2.5	Choix de l'ondelette analysante	50
2.3	Détection, localisation et classification des bouffées Doppler	52
2.3.1	Objectif	52
2.3.2	Principe général de la détection, localisation et classification	52
2.4	Performances du détecteur	58
2.4.1	Courbes <i>Receiver Operating Characteristic</i> (ROC)	58
2.4.2	Taux d'insertion	59
2.5	Résultats	59
2.5.1	Jeux de paramètres	60
2.5.2	Performances des détecteurs	60
2.5.3	Performances de l'estimation des paramètres temporels de localisation	63
2.6	Conclusion	66
3	Estimation de la vitesse particulière acoustique en présence d'écoulement	69
3.1	Introduction	69
3.2	Vitesses acoustique et écoulement estimées : enveloppe et temps-fréquence	69
3.2.1	Estimation de la vitesse d'écoulement	70
3.2.2	Estimation des paramètres acoustiques	70
3.2.3	Performances	71
3.2.4	Conclusion	74
3.3	Vitesses acoustique et écoulement estimées : <i>LMS-based algorithm</i> et CRB	75
3.3.1	Introduction	75
3.3.2	Calcul de bornes de Cramér-Rao (CRB)	75
3.3.3	Algorithme de minimisation par moindres carrés	79
3.3.4	Résultats numériques et discussion	79
3.3.5	Conclusion	83
3.4	Conclusions & Perspectives	83
III Étalonnage de microphones		
4	Estimation de la pression acoustique par mesure de vitesse acoustique à 1D	91
4.1	Introduction	91
4.2	Modèle d'estimation de la pression	91
4.2.1	Modèle de la pression	91

4.2.2	Incertitudes minimales sur la pression estimée	93
4.2.3	Pression minimale mesurable	96
4.3	Etude expérimentale	96
4.3.1	Dispositif expérimental	96
4.3.2	Conception de l'expérience	100
4.3.3	Résultats	106
4.4	Conclusion	110
5	Modélisation de la pression acoustique au voisinage d'un microphone à 2D	111
5.1	Introduction	111
5.2	champ de vitesse au voisinage de la membrane microphonique	111
5.2.1	Principe général de la Vélocimétrie par Image de Particule	112
5.2.2	Acoustique & PIV	113
5.2.3	Dispositif expérimental : Laser, Caméra Digitale, caisson PIV	113
5.2.4	Champ de vitesse acoustique au voisinage de la membrane d'un microphone	114
5.3	Modèle analytique du champ de pression (formulation intégrale)	117
5.3.1	Equation intégrale de la pression dans le volume, théorème de Green	117
5.3.2	Fonction de Green du système acoustique, problème aux valeurs propres	119
5.3.3	Pression acoustique dans le volume	120
5.3.4	Résultats théoriques : champ acoustique au voisinage de la membrane microphonique	124
5.4	Conclusions et perspectives	127
	Conclusion générale & Perspectives	128
	A Classification des bouffées	133
	B Validation du détecteur	135
	C Acoustic and mean flow velocities : LMS-based algorithm and CRB	137
	D CRB asymptotique	151
	E Dérivation du problème de minimisation par moindres carrés (LMS)	153
	F Suitability of LDV for the Calibration of Pressure Microphones	155
	G Nombre d'onde avec pertes viscothermiques dans un tube de section carrée	179
	H Formulation des incertitudes relatives sur la différence de vitesse	181
H.1	Incertitude relative sur l'amplitude de la différence de vitesse	181
H.2	Incertitude relative sur la phase de la différence de vitesse	182
	I Champ de vitesse acoustique au voisinage de la membrane d'un microphone	183
	J Nouveau Chapitre de la thèse : valorisation de compétences	187

Liste des principales notations

Optique

dx_o	dimension du volume sonde dans la direction x
f_B	fréquence de Bragg
f_D	fréquence Doppler
i	interfrange du réseau d'interférences défini par le croisement de 2 faisceaux laser
λ_o	longueur d'onde de la source laser
θ_o	angle formé par les 2 faisceaux laser incidents
F	distance de focalisation

Acoustique

k	nombre d'onde avec pertes viscothermiques
k_0	nombre d'onde sans pertes viscothermiques
ρ	densité de l'air au repos
c	célérité de l'onde acoustique au repos
f_{ac}	fréquence acoustique
ω	pulsation acoustique
$v_{ac}(x, t)$	vitesse particulaire acoustique
$V_{ac}(x)$	amplitude de la vitesse particulaire acoustique
$\phi_{ac}, \Phi_{v_{ac}}$	phase de la vitesse particulaire acoustique
$p_{ac}(x, t)$	pression acoustique
$P_{ac}(x)$	amplitude de la pression acoustique
$\Phi_{p_{ac}}$	phase de la pression acoustique
ξ_{ac}	amplitude du déplacement particulaire acoustique
α	indice de modulation
\bar{R}	coefficient de réflexion acoustique de la vitesse
R	amplitude du coefficient de réflexion acoustique
Φ_R	phase du coefficient de réflexion acoustique
$\bar{P}_e(x)$	amplitude du champ de pression acoustique à la terminaison rigide
\bar{P}_{ref}	pression de référence

Modélisation du signal Doppler

V_x	amplitude de la vitesse de la particule dans la direction x
$A_q(t)$	enveloppe du signal Doppler pour une particule $q \Rightarrow$ bouffée Doppler
K_q	amplitude du maximum d'une bouffée Doppler
$\phi_q(t)$	phase d'une bouffée Doppler à un instant t

$x_q(t)$	position de la particule q au sein du volume de mesure à un instant t
$n(t)$	bruit additif complexe
$s_q(t)$	signal Doppler associé à une particule q
$s(t)$	signal Doppler constitué d'une somme de bouffées Doppler $s_q(t)$
$v_q(t)$	composante suivant l'axe \vec{x} de la vitesse de la particule q
$t_{c,q}$	temps auquel la particule q atteint le centre du volume de mesure
$V_{e,q}$	composante suivant l'axe \vec{x} de la vitesse de convection de la particule q
$z_q(t)$	signal analytique de $s_q(t)$
$z(t)$	signal Doppler analytique de $s(t)$
N_{mod_q}	nombre de modulations d'une bouffée
Δx_q	déplacement particulaire spatial maximum
$T_{e,qac}$	temps de vol de la particule dans le volume de mesure
$T_{e,q}$	temps de vol pour une contribution négligeable de l'acoustique comparée à l'écoulement
$t_{d,q}$	temps de début d'une bouffée Doppler
$t_{f,q}$	temps de fin d'une bouffée Doppler

Traitement du signal

\hat{u}	estimation du paramètre u
b_u	biais d'estimation du paramètre u
σ_u^2	variance du paramètre u
$\bar{F}I(x)$	amplitude complexe de la fréquence instantanée $\bar{F}I = FI \exp^{j\Phi_{FI}}$ du signal Doppler en un point x de l'espace
$FI(t)$	variation de la fréquence instantanée
$n_{FI}(t)$	bruit additif de la variation de fréquence instantanée
SNR_q	Signal to Noise Ratio (Rapport Signal sur Bruit) associé à la particule q
ω_0	pulsation de l'ondelette mère
t_0	paramètre de translation temporelle
a	facteur d'échelle
$ W_z(t_0, a) ^2$	scalogramme du signal Doppler analytique $z(t)$
R_{zt}	représentation temps-amplitude du signal Doppler analytique $z(t)$
T_{zt}	dérivée temporelle de la représentation énergétique R_{zt} filtrée par moyennage à court terme avec fenêtre glissante
$W_{zt,f}$	représentation temps-fréquence du signal $z(t)$
T_{zf}	dérivée de la marginale fréquentielle de la représentation $W_{zt,f}$
P_d	taux de détection (vrai mono ou multi bouffées)
P_f	taux de fausses alarmes (faux mono or multi bouffées)
N_1	nombre de vrai bouffées simples
N_2	nombre de vrai bouffées multiples
$N_{1 2}$	nombre de fausses bouffées simples, en vraies bouffées multiples
$N_{2 1}$	nombre de fausses bouffées multiples, en vraies bouffées simples
$N_{1 0}$	nombre de fausses bouffées simples, en vrai bruit
$N_{2 0}$	nombre de fausses bouffées multiples, en vrai bruit
$N_{T,1+2}$	nombre total de bouffées simples et multiples réelles
$N_{T,0}$	nombre total d'évènements bruit

Abréviations

BSA	Burst Spectrum Analyser - <i>analyseur de spectre de bouffée</i>
CRB	Cramer-Rao Bounds - <i>bornes de Cramer-Rao</i>
DWV	Distribution de Wigner Ville
CWV	Distribution de Wigner Ville Croisée
FFT	Fast Fourier Transform - <i>transformée de fourier rapide</i>
<i>FI</i>	Fréquence Instantanée
HP	Haut-Parleur
LAUM	Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine
LMS	Least Mean Square method - <i>méthode des moindres carrés</i>
MLE	Maximum Likelihood Estimator - <i>estimateur par maximum de vraisemblance</i>
PDBE	Phase Derivative-Based Estimator - <i>Estimateur basé sur la dérivée de la phase</i>
PM	Photomultiplicateur
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SPL	Sound Pressure Level - <i>niveau de pression acoustique</i>
TFCT	Transformée de Fourier à Court Terme
VLD	Vélocimétrie Laser à effet Doppler

Introduction générale

Un champ acoustique se caractérise à la fois par une grandeur scalaire, la pression acoustique, et par une grandeur vectorielle, la vitesse particulaire acoustique. La combinaison de ces deux grandeurs permet d'estimer des grandeurs d'intérêt telles que l'impédance ou l'intensité acoustiques. En outre, la vitesse acoustique permet la caractérisation des champs de structure complexe au voisinage de parois vibrantes ou de discontinuités géométriques par exemple. La pression est aujourd'hui facilement mesurée grâce aux microphones dont la technologie est bien maîtrisée, mais qui constituent des systèmes intrusifs. La vitesse particulaire acoustique peut être mesurée de façon indirecte par la technique du doublet microphonique ou de façon directe par la technique du fil chaud. Ces deux techniques de mesure sont intrusives, ce qui peut être un inconvénient pour certaines configurations expérimentales. Enfin, les difficultés d'étalonnage des microphones dans les hautes fréquences limitent la validité des mesures en hautes fréquences du doublet microphonique. Les méthodes optiques développées à la fin du XX^e siècle, la Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD), objet de ce travail de thèse, et la Vélocimétrie à Images de Particules (VIP) présentent l'avantage d'être très faiblement intrusives.

La Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) est une technique de mesure de vitesse particulaire par interférométrie laser. Son principe repose sur l'estimation de la vitesse d'une particule placée dans un fluide en mouvement lors de son passage dans un volume de mesure défini par le croisement de deux faisceaux laser cohérents. Au moment de son passage dans le volume de mesure, la particule diffuse une lumière collectée par le système de mesure, lumière dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse cherchée. Le signal recueilli est ainsi constitué de bouffées (ou bursts) contenant l'information cherchée et peut être observé à deux échelles de temps différentes. La première est une grande échelle qui montre un signal présentant des événements échantillonnés irrégulièrement dans le temps. La deuxième est l'échelle de la bouffée qui présente un signal d'amplitude variable et dont la fréquence permet d'estimer la vitesse de la particule. Cette technique développée et couramment utilisée en mécanique des fluides reste encore marginale pour la mesure de vitesses acoustiques. Les premiers travaux d'adaptation de cet outil à l'acoustique furent proposés par Taylor en 1976 [105]. L'application de la VLD à l'acoustique se divise aujourd'hui en deux grandes familles : la caractérisation des signaux audibles dans l'air et dans l'eau.

L'adaptation de cet outil à l'acoustique de l'audible dans l'air pour des niveaux acoustiques allant de 60 à 120 dB_{SPL}, pour des excitations sinusoïdales et en présence de faibles écoulements constitue le domaine d'investigation des travaux menés au sein du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) depuis le milieu des années 90. Ces recherches se sont orientées vers l'élaboration et la validation expérimentale de méthodes de traitement des signaux propres à extraire la vitesse particulaire acoustique, l'objectif du laboratoire étant d'utiliser la VLD comme outil de caractérisation du champ acoustique existant au voisinage de structures vibrantes rayonnant ou diffractant une onde acoustique. Jusqu'à maintenant, la plupart des travaux réalisés ont consisté à développer et valider ces méthodes en considérant le signal à l'échelle d'une seule bouffée, ce qui est possible dans le cas où la particule est soumise à un écoulement de convection d'amplitude inférieure au mm/s. Dans ce cas, la particule a le temps d'osciller pendant plusieurs périodes acoustiques lors de son passage dans

le volume de mesure et le problème posé est un problème de démodulation de fréquence à adapter au signal d'excitation.

Lors de mesures effectuées en champ libre, cas typique d'analyse de structures vibrantes, la vitesse d'écoulement due aux effets de convection est généralement supérieure au mm/s. Dans ce cas, la particule passe plus ou moins rapidement dans le volume de mesure et elle peut osciller pendant moins d'une période acoustique. Dans ce cas, il est nécessaire d'observer le signal sur les deux échelles de temps, c'est à dire d'une part détecter chacune des bouffées observées, d'autre part réaliser la démodulation de fréquence bouffée par bouffée. Ainsi, l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique peut être réalisée grâce à l'acquisition d'un nombre important de bouffées Doppler afin de minimiser les erreurs sur l'estimation des paramètres de la vitesse.

L'objectif général de ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'une nouvelle thématique de recherche portant sur l'étalonnage de microphones en champ libre par VLD. Les faiblesses de l'outil VLD pour la mesure de vitesse en champ libre nécessite d'optimiser la procédure de traitement du signal Doppler acoustique en présence de faibles écoulements afin de rendre le banc de mesure fonctionnel pour l'étalonnage de microphones en champ libre. Ainsi, dans un premier temps, ce travail de thèse vise à développer un traitement du signal qui permette d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique à partir de l'analyse de plusieurs bouffées pour des signaux acoustiques en présence de faibles écoulements. Puis, dans un deuxième temps, il vise à utiliser la VLD pour estimer une pression acoustique à partir des vitesses acoustiques mesurées, ce qui permet de constituer un capteur de pression non intrusif, en vue d'équiper les microphones.

La première partie de ce travail donne lieu au développement et à la validation d'une méthode de traitement du signal capable de détecter, localiser, classifier (simple ou multiple) les bouffées contenues dans un signal bruité et à la proposition d'une méthode d'estimation des paramètres acoustiques et de vitesse d'écoulement. La bouffée simple correspond à une bouffée bien localisée temporellement et associée au passage d'une seule particule dans le volume de mesure. En revanche, la bouffée multiple se caractérise par des bouffées qui se recouvrent plus ou moins, liées au passage de plusieurs particules dans le volume de mesure ou à une modulation très importante du signal Doppler. Compte tenu de la complexité du signal et du bruit additif (non Gaussiens et fonctions de densité de probabilité inconnues), une approche empirique de la détection est adoptée. Cette méthode, basée sur une transformée en ondelettes appliquée au signal Doppler, donne accès à une représentation temps-échelle (ou temps-fréquence) peu bruitée du signal (scalogramme). Les ondelettes sont choisies en regard de précédents travaux menés dans le cadre de la mécanique des fluides par Nobach *et al* pour leur capacité à détecter, entre autres, des événements transitoires dans le bruit et leurs similitudes avec les bouffées Doppler. Une fois le signal pré-traité (détection-localisation-classification) et traité (estimation de la vitesse), un post-traitement adapté à l'estimation des paramètres acoustiques en présence d'écoulement sur un grand nombre de bouffées Doppler doit être développé. La méthode d'estimation des paramètres acoustiques propose deux approches : la première est locale (estimation de vitesses d'écoulement de chaque bouffée) puis globale (estimation des paramètres acoustiques à partir d'un signal de vitesse acoustique reconstitué) et la seconde est uniquement locale (estimation des paramètres acoustiques et écoulement grâce à une procédure de minimisation par moindres carrés).

La deuxième partie de cette thèse propose donc l'initialisation de travaux, en collaboration avec le laboratoire d'acoustique d'Edimbourg, portant sur l'étalonnage de microphones en champ libre par mesures de vitesses acoustiques VLD. Les microphones de mesure utilisés en acoustique sont aujourd'hui étalonnés de manière absolue à l'aide de la méthode dite de "l'étalonnage par réciprocité". Cette méthode, basée sur le couplage de deux microphones par une cavité, offre des résultats très satisfaisants pour l'étalonnage des microphones à réponse en pression. En revanche, si cette méthode est utilisée en champ libre, le niveau sonore délivré par le microphone source au microphone récepteur est extrê-

mement faible, ce qui rend la mesure particulièrement difficile. Cette méthode nécessite, par ailleurs, d'estimer la localisation des centres acoustiques. L'objectif général du projet cherche à évaluer la précision de la VLD pour estimer le champ de pression à partir de mesures directes du champ de vitesse au voisinage de la membrane microphonique en champ libre. Une caractérisation expérimentale du champ de vitesse au voisinage de la membrane est réalisée par mesures VIP. Les cartographies du champ laissent apparaître l'existence d'un champ de vitesse acoustique complexe au voisinage très proche de la membrane (de l'ordre de quelques mm). Une première étude de faisabilité d'estimation de la pression à partir de mesures de vitesses à une dimension est menée dans le but d'envisager un étalonnage des microphones à réponse en pression. Puis, une approche analytique basée sur la formulation intégrale de Green propose de développer un modèle à deux dimensions du champ de pression en fonction de la vitesse au voisinage très proche du microphone dans le but d'étalonner les microphones en champ libre.

Première partie

Vélocimétrie Laser à effet Doppler

Chapitre 1

Mesure de vitesse acoustique en présence d'écoulement par Vélocimétrie Laser Doppler

1.1 Introduction

La Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) est une technique de mesure de la vitesse particulière dans un fluide. La première expérience permettant de mesurer la vitesse d'un écoulement laminaire, à l'aide d'un spectromètre laser, est décrite par Yeh et Cummins en 1964 [120]. Cette technique est basée sur la mesure du décalage en fréquence entre la lumière émise par une source laser et celle diffusée par une particule d'ensemencement en mouvement dans le fluide, éclairée par cette même source. Le décalage en fréquence correspond à l'effet Doppler, phénomène découvert par Fizeau en 1848 dans le cas des ondes lumineuses. Rudd [94] proposa en 1969 le modèle des franges qui constitue une explication simplifiée du principe de la VLD. En effet, la fréquence du signal diffusé par une particule et recueilli par le photodétecteur ou photomultiplicateur permet l'estimation de la vitesse de cette particule à l'intérieur du réseau de franges formé par deux faisceaux incidents, décalés en fréquence l'un par rapport à l'autre au moyen d'une cellule de Bragg. Une procédure de traitement du signal adéquate permet d'estimer la vitesse de la particule, à condition toutefois que ces particules soient de dimensions suffisantes pour diffuser assez d'énergie lumineuse, et qu'elles soient en même temps assez légères pour suivre fidèlement les mouvements du fluide étudié. Actuellement, la VLD est une méthode couramment utilisée en mécanique des fluides pour mesurer des vitesses dans des écoulements de natures très variées : laminaires, turbulents, sub ou hypersoniques, à hautes températures... L'adaptation de cette méthode à la mesure de vitesses acoustiques est née des travaux de Taylor [105] en 1976. Cependant, l'utilisation de la VLD en acoustique fait encore l'objet de recherches, car des difficultés supplémentaires (cf. § 1.8.1) apparaissent lorsque les particules sont soumises à un champ acoustique en présence de convection naturelle ou forcée.

Ce chapitre a pour objectif de rappeler brièvement le principe de la VLD et son application générale à la mesure des vitesses particulières acoustiques et de proposer une étude bibliographique succincte des différentes méthodes de traitement du signal aujourd'hui utilisées dans le cadre de l'application de la VLD à l'acoustique.

1.2 Principe de la VLD

1.2.1 Système optique : fréquence Doppler

Les travaux d'Einstein, complétés des travaux de De Broglie, donnèrent naissance à la définition de la double nature de la lumière : ondulatoire et corpusculaire [34, 42]. Ces travaux servirent de base à la mécanique ondulatoire et furent nécessaires à la description des phénomènes d'interférence et de diffraction. Cette double nature de la lumière, ondulatoire et corpusculaire, amène naturellement à envisager deux approches pour décrire les principes physiques et les relations de base régissant le fonctionnement d'un Vélocimètre Laser à effet Doppler :

- une approche ondulatoire qui considère le signal Doppler comme la résultante d'un hétérodynage optique entre deux faisceaux réfléchis à des fréquences différentes,
- une approche corpusculaire qui prend en compte l'effet quantique dans la formation du signal Doppler.

La première approche constitue la définition communément adoptée en VLD ; la seconde approche, évoquée très rapidement, constitue une nouvelle considération de formation du signal Doppler.

Approche ondulatoire de l'effet Doppler : système à deux faisceaux

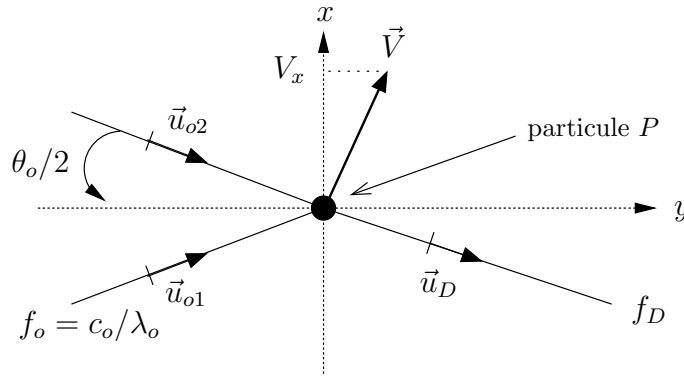


FIG. 1.1: Principe de l'effet Doppler : particule P éclairée par deux ondes monochromatiques de fréquence f_o et de direction \vec{u}_{o1} et \vec{u}_{o2} .

La VLD utilise une technique d'hétérodynage optique qui consiste à éclairer la particule P , animée d'une vitesse \vec{V} , avec deux ondes lumineuses de fréquences identiques f_o et d'incidences respectives \vec{u}_{o1} et \vec{u}_{o2} (Fig. 1.1), afin de mesurer la fréquence Doppler f_D . La fréquence de ces sources est donnée par $f_o = c_o/\lambda_o$, avec c_o la célérité de la lumière dans le vide. La particule illuminée diffuse dans toutes les directions de l'espace et la direction d'observation est définie par le vecteur unitaire \vec{u}_D orienté vers le capteur optique (Fig. 1.1). Si la vitesse de la particule est très petite devant la célérité de la lumière (V très inférieure à c_o) [29], la superposition des deux ondes diffusées, très proches en fréquence, donne naissance à un phénomène de battement. Ce phénomène équivaut à une modulation en amplitude de l'intensité lumineuse, présentant une variation de fréquence, appelée fréquence Doppler :

$$f_D = f_{D2} - f_{D1} = \frac{1}{\lambda_o} \vec{V} \cdot (\vec{u}_{o1} - \vec{u}_{o2}), \quad (1.1)$$

appelée fréquence Doppler, s'écrivant encore

$$f_D = \frac{2 \sin(\theta_o/2)}{\lambda_o} V_x, \quad (1.2)$$

où θ_o est l'angle orienté entre les deux faisceaux incidents et V_x la projection du vecteur vitesse \vec{V} sur l'axe des x . Il est donc possible de déterminer la vitesse de la particule à partir de la seule mesure de la fréquence Doppler (très peu sensible aux paramètres autres que la vitesse), à condition que les valeurs de θ_o et de λ_o soient connues avec précision.

Le croisement des deux faisceaux lasers monochromatiques et cohérents définit un volume de mesure dans lequel apparaissent des motifs d'interférence, appelés franges d'interférence. Ces franges sont successivement sombres et brillantes, parallèles et équidistantes (Fig. 1.2). La distance séparant deux franges sombres ou claires, appelée interfrange, est définie par

$$i = \frac{\lambda_o}{2 \sin(\theta_o/2)}. \quad (1.3)$$

Une particule d'ensemencement animée d'une vitesse constante \vec{V} traversant le réseau de franges d'interférence diffuse de la lumière dont l'intensité varie directement en fonction de la fréquence Doppler. La vitesse de la particule se déduit alors de la fréquence f_D à partir de l'expression

$$V_x = \frac{f_D}{D} \quad \text{avec} \quad D = \frac{1}{i}, \quad (1.4)$$

où $1/D = i$ est le facteur de conversion fréquence-vitesse, encore appelé facteur de calibration, qui ne dépend que de la longueur d'onde de la lumière laser et de l'angle formé entre les deux faisceaux. $1/D$ s'exprime comme le rapport d'une vitesse sur une fréquence, en (m/s)/MHz ou (mm/s)/kHz, afin de relier plus directement les valeurs de la vitesse mesurée à la fréquence Doppler induite par cette vitesse. Le facteur D caractérise la sensibilité du dispositif optique : plus D est grand, soit i petit, plus le dispositif permet d'accéder à de faibles vitesses.

Le volume de mesure créé par l'intersection des deux faisceaux prend la forme d'une ellipsoïde de révolution à section circulaire [26] de dimensions

$$dx_o = \frac{d_F}{\cos(\theta_o/2)}, \quad dy_o = \frac{d_F}{\sin(\theta_o/2)} \quad \text{et} \quad dz_o = d_F, \quad (1.5)$$

pour chacun des axes (Fig. 1.2). Ces dimensions ont été calculées en considérant deux faisceaux laser cylindriques à profil Gaussien dans la zone de focalisation de diamètre

$$d_F = \frac{4F\lambda_o}{\pi d_o}, \quad (1.6)$$

où F est la distance focale des lentilles d'émission des faisceaux et d_o le diamètre des faisceaux avant focalisation [84].

Approche corpusculaire

L'approche corpusculaire de la formation du signal Doppler, décrite succinctement par Galtier [36], consiste à considérer l'aspect granulaire de la lumière. Le signal optique peut alors être vu comme la somme des contributions des photons réfléchis par la particule dans le volume de mesure et distribués temporellement suivant une loi de Poisson. La probabilité d'apparition des photons est alors proportionnelle à l'intensité lumineuse instantanée à l'entrée du photodétecteur. Le signal Doppler est formulé grâce au produit de convolution de ce signal photonique par la réponse impulsionnelle du photodétecteur [72].

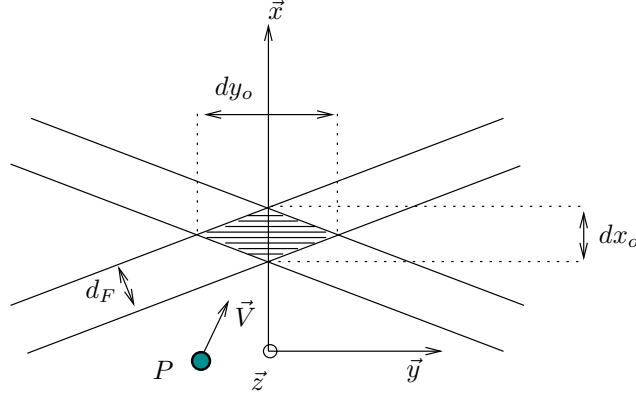


FIG. 1.2: Particule P animée d'une vitesse \vec{V} traversant le réseau de franges d'interférences produit à la croisée des faisceaux laser.

1.2.2 Modèle du signal de bouffée Doppler

La lentille de collimation focalise la lumière vers le photomultiplicateur (PM) qui effectue la transduction de l'intensité lumineuse en signal électrique. Le signal analogique en sortie du PM, associé à une particule q , est alors modélisé sous la forme suivante :

$$s_q(t) = A_q(t) [M + \cos \phi_q(t)], \quad (1.7)$$

où

- $A_q(t) = K_q \exp(-[2x_q(t)/dx_o]^2)$ avec K_q qui représente l'amplitude du signal fonction de la puissance lumineuse du laser, de la sensibilité du PM, de l'amplification électronique, du pouvoir diffusant de la particule dans la direction d'observation et de la section diffusante de la particule. Le terme $\exp(-[2x_q(t)/dx_o]^2)$ traduit la modulation Gaussienne de l'intensité lumineuse liée au passage de la particule au centre du volume de mesure, hypothèse forte mettant en évidence les limites du modèle,
- M caractérise une composante continue, appelée piedestal, dont la valeur dépend de la différence de luminosité entre les bandes sombres et claires. Le contraste, en conséquence la qualité de la mesure, dépend de la valeur de M ,
- $\cos \phi_q(t) = \cos [2\pi x_q(t)/i]$ traduit la variation d'intensité de la lumière diffusée par la particule à la position $x_q(t)$ dans le référentiel lié au volume sonde avec ϕ_0 la phase initiale. Lorsque la vitesse est constante, dans le cas d'un écoulement laminaire, la fréquence Doppler f_D (proportionnelle à la vitesse V_x) est constante et la quantité $\phi_q(t)$ est proportionnelle au déplacement de la particule $x_q(t)$. Le signal $s_q(t)$ s'exprime sous la forme générale suivante :

$$s_q(t) = A_q(t) \left\{ M + \cos [2\pi x_q(t)/i + \phi_0] \right\}. \quad (1.8)$$

Dans l'hypothèse où la particule est animée d'une vitesse \vec{V} constante, sa position $x_q(t)$ au sein du volume de mesure suivant l'axe x s'exprime par

$$x_q(t) = V_x(t - t_{c,q}), \quad (1.9)$$

où $t_{c,q}$ désigne l'instant où la particule passe au centre du volume de mesure. L'Eq. (1.8) devient alors

$$s_q(t) = K_q \exp \left\{ -[2V_x(t - t_{c,q})/dx_o]^2 \right\} \left\{ M + \cos [2\pi V_x(t - t_{c,q})/i + \phi_0] \right\}. \quad (1.10)$$

1.2.3 Discrimination du sens de la vitesse

L'analyse de l'Eq. (1.10) montre qu'il est impossible de déterminer le signe de la vitesse V_x . Deux vitesses identiques en valeur absolue mais de signes opposés conduisent au même signal Doppler. Ce problème est résolu en décalant en fréquence le signal Doppler en intercalant, par exemple, une cellule de Bragg sur le trajet de l'un des deux faisceaux laser. Ce dispositif acousto-optique, excité à une fréquence de 40 MHz, permet de décaler la fréquence optique de l'un des deux faisceaux et d'obtenir ainsi un défilement des franges d'interférence [95]. La fréquence f_s du signal lumineux recueilli à la surface du PM s'écrit alors

$$\begin{aligned} f_s &= f_B + f_D, \\ &= f_B + \frac{V_x}{i}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

où f_B définit la fréquence de Bragg égale à 40 MHz. Une particule immobile dans le volume de mesure diffuse un signal optique sinusoïdal de fréquence 40 MHz alors qu'une particule en mouvement voit sa vitesse se retrancher ou s'ajouter à la vitesse de défilement des franges. Le signal Doppler prend la forme d'un signal sinusoïdal de fréquence porteuse $f_B = 40$ MHz modulé en fréquence par la vitesse de la particule et s'écrit

$$s_q(t) = A_q(t) \{M + \cos [2\pi f_B t + \phi_q(t)]\}, \quad (1.12)$$

$$\text{avec } A_q(t) = K_q \exp\left(-\left[\frac{2x_q(t)}{dx_o}\right]^2\right) \quad (1.13)$$

$$\text{et } \phi_q(t) = \frac{2\pi x_q(t)}{i} + \phi_0. \quad (1.14)$$

La pertinence et la précision du modèle choisi pour décrire le signal Doppler $s_q(t)$ associé à une bouffée conditionnent les méthodes de traitement du signal mises en oeuvre et en conséquence la qualité des estimations de la vitesse. Il est utile de faire remarquer que l'amplitude et la phase du signal Doppler sont déterministes et contiennent chacune l'information de déplacement de la vitesse particulière. De plus, le volume de mesure étant de dimensions limitées, le signal Doppler est donc de durée finie et la longueur de son support temporel dépend à la fois de la vitesse V_x et de la dimension dx_o . Enfin, compte tenu du passage successif et aléatoire des particules dans le réseau de franges, le signal Doppler est constitué d'une succession de bouffées Doppler $s_q(t)$ apparaissant de façon discontinue et brève.

1.3 Application de la VLD à l'acoustique

Le travail présenté dans cette thèse s'intéresse à l'utilisation de la VLD dans le cadre d'une excitation acoustique sinusoïdale. Ce régime sinusoïdal s'avère être largement utilisé en acoustique et présente l'avantage de permettre l'utilisation de techniques simples pour permettre l'estimation des paramètres d'amplitude et de phase acoustiques. La simplicité du régime harmonique n'offre cependant pas la possibilité de couvrir toutes les situations intéressantes pour l'expérimentateur en acoustique. Ainsi, le travail mené en VLD est réalisé en tenant compte des perspectives d'évolution des méthodes pour les cas où l'excitation du champ acoustique n'est plus sinusoïdale.

La gamme de vitesses accessibles en acoustique diffère largement de celle couverte par la mécanique des fluides, tant en ce qui concerne leur dynamique en amplitude que la rapidité de leurs variations temporelles. Les dispositifs de mesure développés dans le cadre de la mécanique des fluides ne s'adaptent donc pas toujours aux spécificités des vitesses acoustiques décrites au paragraphe 1.3.1. Des systèmes spécifiques dédiés à la mesure de vitesses acoustiques ont donc été développés au cours de divers travaux [105, 96, 49, 74, 108, 60, 75, 101, 12]. La Fig. 1.3 donne la structure de base d'un dispositif de mesure par VLD.

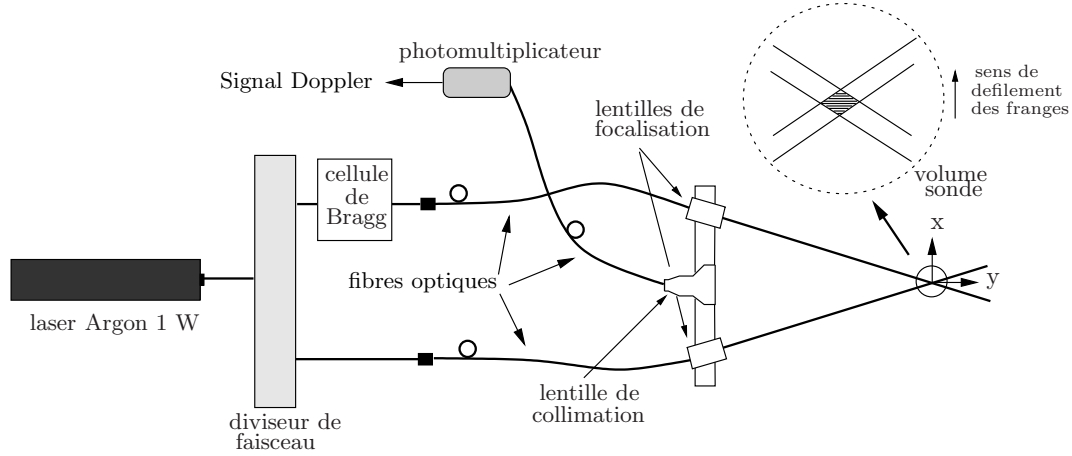


FIG. 1.3: Schéma de principe d'un système de mesure par VLD.

1.3.1 Spécificités des vitesses acoustiques

La gamme de fréquences des signaux acoustiques audibles s'étend de 20 Hz à 20 kHz et les niveaux de pression acoustique sont compris entre 0 dB_{SPL} (Sound Pressure Level) et 140 dB_{SPL}. Le niveau de pression acoustique, exprimé en dB_{SPL}, est défini par

$$L_p = 20 \log_{10} \left(\frac{P_{ac}}{P_{ref}} \right), \quad (1.15)$$

où $P_{ref} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa correspond à la pression de référence associée au seuil d'audition dans l'air [16]. Dans le cas d'une onde plane progressive sinusoïdale, obtenue en situation idéale de champ libre, la pression acoustique est liée à la vitesse particulière acoustique par la relation

$$P_{ac} = \rho c V_{ac}, \quad (1.16)$$

avec ρ la masse volumique du milieu et c la célérité de l'onde dans ce milieu. Le produit ρc définit l'impédance acoustique caractéristique du milieu dont la valeur est d'environ 413 Pa.s/m dans l'air pour des conditions normales de température et de pression ($P_{atm} = 10^5$ Pa et $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$). Les valeurs des amplitudes de vitesse acoustique V_{ac} correspondant à la gamme 0-140 dB_{SPL} sont comprises entre $5 \cdot 10^{-5}$ mm/s et 500 mm/s environ pour des amplitudes de déplacement particulière ξ_{ac} extrêmes de l'ordre de $4 \cdot 10^{-13}$ m ($L_p = 0$ dB_{SPL} pour une fréquence acoustique f_{ac} de 20 kHz) et de $4 \cdot 10^{-3}$ m ($L_p = 140$ dB_{SPL} pour une fréquence acoustique f_{ac} de 20 Hz). Ces ordres de grandeur ont une grande influence sur la forme du signal Doppler dont le modèle est décrit ci-après.

1.3.2 Modèle du signal de bouffée Doppler en régime sinusoïdal (non bruité)

Le modèle du signal Doppler présenté dans ce chapitre repose sur plusieurs hypothèses : passage de la particule au centre du volume de mesure et réalisation d'un ensemencement de façon à n'avoir qu'une seule particule à la fois dans ce volume. Cette dernière condition semble réalisable en pratique par le contrôle de la concentration des traceurs introduits dans le fluide [108, 115]. L'ensemencement est alors primordial car les particules traceuses sont la source du signal optique recueilli par le photodétecteur.

Parmi les hypothèses posées pour établir la modélisation du signal Doppler généré par une particule soumise à un champ acoustique en présence d'écoulement, il est important de rappeler que la vitesse d'écoulement est considérée comme uniforme à l'intérieur du volume de mesure. Cependant, cette vitesse d'écoulement peut varier d'une particule à l'autre tandis que les particules sont toutes soumises

au même champ acoustique (fréquence acoustique f_{ac} , amplitude V_{ac} et phase ϕ_{ac} de la vitesse acoustique) lors de leur passage dans le volume de mesure. La particule q soumise à un champ acoustique sinusoïdal de fréquence f_{ac} en présence d'écoulement a pour vitesse

$$v_q(t) = V_{e,q} + v_{ac}(t), \text{ soit} \quad (1.17)$$

$$v_q(t) = V_{e,q} + V_{ac} \cos(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac}), \quad (1.18)$$

où $v_q(t)$ correspond à la projection de la vitesse de la particule q sur l'axe x perpendiculairement aux franges d'interférences à chaque instant t . La vitesse d'écoulement $V_{e,q}$, inconnue, correspond à la contribution de l'écoulement superposé à la vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ indépendante de la particule considérée.

Par intégration, il est alors possible d'en déduire la position de la particule à l'intérieur du volume de mesure

$$x_q(t) = V_{e,q}(t - t_{c,q}) + \frac{V_{ac}}{2\pi f_{ac}} \sin(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac}), \quad (1.19)$$

où $t_{c,q}$ représente la date de passage de la particule q au centre du volume de mesure sans excitation acoustique. Le modèle du signal Doppler associé à une particule q à l'instant t dans le volume de mesure s'énonce en remplaçant $x_q(t)$ donné par l'Eq. (1.19) dans les Eqs. (1.12), (1.13) et (1.14). Les caractéristiques spectrales du signal Doppler laissent apparaître que le piedestal M correspond à une composante continue basse fréquence systématiquement retirée par un filtrage passe-haut ; la valeur moyenne du signal résultant est nulle. Le signal d'une bouffée Doppler s'exprime alors :

$$s_q(t) = A_q(t) \cos \left[2\pi F_B t + \frac{2\pi V_{e,q}}{i} (t - t_{c,q}) + \frac{V_{ac}}{i f_{ac}} \sin(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac}) \right], \quad (1.20)$$

$$\text{avec } A_q(t) = K_q \exp \left(- \left[\frac{2x_q(t)}{dx_o} \right]^2 \right). \quad (1.21)$$

La particule présente dans le volume de mesure génère un signal $s_q(t)$ qui prend la forme d'une sinusoïde à modulation de fréquence sinusoïdale de fréquence porteuse $f_p = f_B + V_{e,q}/i$ modulée en amplitude par une fonction correspondant à une Gaussienne modulée par une sinusoïde. Dans l'Eq. (1.20), il est possible d'identifier le taux de modulation du signal Doppler [98] par le terme

$$\alpha = \frac{V_{ac}}{i f_{ac}}, \quad (1.22)$$

qui est proportionnel au déplacement particulière acoustique

$$\xi_{ac} = \frac{V_{ac}}{2\pi f_{ac}} = \frac{\alpha i}{2\pi}. \quad (1.23)$$

1.3.3 Bruit de mesure : définition du RSB

Le signal Doppler est constitué de plusieurs bouffées Doppler "idéales" définies par l'Eq. (1.20). Ce signal "idéal" est entaché d'un bruit de mesure noté $b(t)$ dû à des perturbations de nature très diverses [84]. Valeau [108] établit que dans des conditions expérimentales normales, la principale source de bruit est due au bruit électronique du PM. Il précise que ce bruit est de nature additive, assimilable à un bruit blanc, gaussien, de variance σ_b^2 , observable lorsqu'aucune particule n'est présente dans le volume de mesure. Le signal Doppler, constitué d'une succession de bouffées Doppler, a alors pour expression

$$s(t) = \sum_q s_q(t) + b(t), \quad (1.24)$$

où $b(t)$ est un bruit blanc Gaussien de variance σ_b^2 ($b(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2)$).

Le Rapport Signal à Bruit (RSB) d'un signal est, par définition [35], le rapport entre la puissance moyenne du signal et la puissance moyenne du bruit. Dans le cas des signaux Doppler, deux RSB peuvent être définis : un RSB global considérant la puissance moyenne du signal constitué de N bouffées et un RSB local associé à chacune des bouffées Doppler, dont l'amplitude varie d'une bouffée à l'autre. Le RSB local du signal, rend compte du RSB associé à chacune des bouffées constituant le signal Doppler et s'énonce suivant

$$\text{RSB}_q = \frac{P_{\text{moy}_q}}{\sigma_b^2}, \quad (1.25)$$

où P_{moy_q} correspond à la puissance moyenne de la bouffée q et σ_b^2 correspond à la puissance du bruit. Sachant que la forme de l'enveloppe du signal Doppler est de forme Gaussienne d'écart-type σ , la puissance moyenne d'une bouffée calculée sur une durée 4σ s'exprime par

$$P_{\text{moy}_q} = \frac{K_q^2}{4\sigma} \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} \left(\exp \left[-\frac{t^2}{2\sigma^2} \right] \right)^2 dt, \quad (1.26)$$

$$= \frac{K_q^2 \sqrt{\pi}}{4} \text{Erf}(2) \simeq \frac{K_q^2 \sqrt{\pi}}{4}, \quad (1.27)$$

avec K_q correspondant à l'amplitude d'une bouffée q et $(K_q^2 \sqrt{\pi})/4$ représentant la puissance associée à une bouffée q . Le RSB global du signal permet d'évaluer la qualité d'un signal vis à vis du bruit et s'exprime

$$\text{RSB} = \frac{P_{\text{moy}}}{\sigma_b^2}, \quad (1.28)$$

où la puissance moyenne du signal Doppler P_{moy} est définie arbitrairement comme suit

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{N} \sum_q P_{\text{moy}_q}, \quad (1.29)$$

avec N le nombre de bouffées contenues sur le signal Doppler et P_{moy_q} la puissance moyenne d'une bouffée Doppler q donnée par l'Eq. (1.26). Les Rapports Signal sur Bruit (RSB et RSB_q) peuvent être exprimés en décibels par

$$\text{RSB}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} (\text{RSB}). \quad (1.30)$$

1.3.4 Modèle analytique du signal Doppler

Les méthodes de traitement temps-fréquence essentiellement développées au LAUM sont appliquées à un signal Doppler analytique ramené en bande de base grâce à une procédure de démodulation en quadrature (voir Fig. 1.4) [60]. Le décalage en bande de base du signal Doppler permet d'améliorer la résolution temporelle des estimations de la fréquence des signaux obtenus pour de faibles écoulements [19]. De plus, cette technique permet d'aboutir aux parties réelle et imaginaire du signal analytique correspondant au signal Doppler. Ce principe de démodulation en quadrature est par ailleurs adopté par le système d'analyse BSA de la société *Dantec* [22]. Cette technique permet de soustraire la fréquence de Bragg f_B du signal.

Les deux signaux issus de la démodulation en quadrature s'expriment par

$$s_{q1}(t) = A_q(t) \cos \phi_q(t), \quad (1.31)$$

$$s_{q2}(t) = A_q(t) \sin \phi_q(t), \quad (1.32)$$

où $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire du signal Doppler analytique. En supposant que ces deux observations soient bruitées par deux processus aléatoires blancs,

Gaussiens et de valeurs moyennes nulles, les équations d'observations (1.31) et (1.32) deviennent

$$s_{q1}(t) = A_q(t) \cos \phi_q(t) + b_1(t), \quad (1.33)$$

$$s_{q2}(t) = A_q(t) \sin \phi_q(t) + b_2(t), \quad (1.34)$$

où

$$A_q(t) = K_q \exp\left(-\left[\frac{2x_q(t)}{dx_o}\right]^2\right), \quad (1.35)$$

$$\phi_q(t) = \frac{2\pi x_q(t)}{i}, \quad (1.36)$$

$$\text{avec } x_q(t) = V_{e,q}(t - t_{c,q}) + \frac{V_{ac}}{2\pi f_{ac}} \sin(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac}). \quad (1.37)$$

Dans les Eqs. (1.33) et (1.34)

$$b_1(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_1^2), \quad (1.38)$$

$$b_2(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_2^2), \quad (1.39)$$

sont deux bruits blancs à moyennes nulles et de variances respectives σ_1^2 et σ_2^2 issues toutes deux du bruit décrit au § 1.3.3, telles que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

Le modèle du signal Doppler, donné par l'Eq. (1.24), s'énonce sous sa forme analytique par

$$z(t) = \sum_q z_q(t), \quad (1.40)$$

avec $z_q(t)$ le signal analytique d'une bouffée Doppler q , obtenu en pratique à l'aide des deux observations bruitées de $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ (Eqs. (1.33) et (1.34)).

L'amplitude $A_q(t)$ et la phase $\phi_q(t)$ se calculent concrètement à partir des signaux $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ issus de la démodulation en quadrature :

$$A_q(t) = \sqrt{s_{q1}(t)^2 + s_{q2}(t)^2}, \quad (1.41)$$

$$\phi_q(t) = \arctan\left[\frac{s_{q2}(t)}{s_{q1}(t)}\right], \quad (1.42)$$

où $A_q(t)$ et $\phi_q(t)$ sont alors entachées de bruit lié aux bruits $b_1(t)$ et $b_2(t)$ des signaux $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ donnés par les Eqs. (1.33) et (1.34).

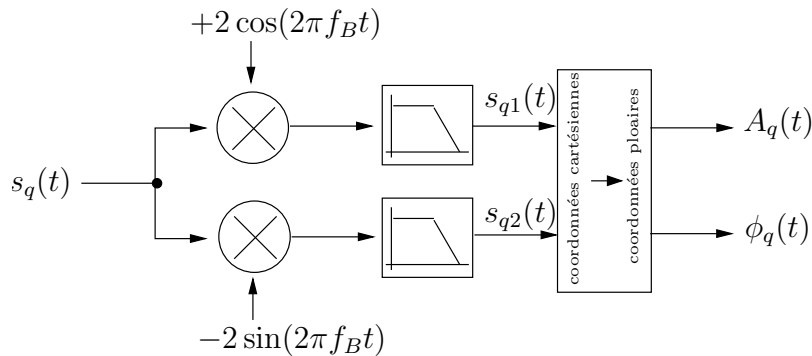


FIG. 1.4: Démodulation en quadrature.

1.3.5 Temps de vol de la particule

Considérant l'absence d'excitation acoustique, le temps de vol de la particule q est défini comme la durée pendant laquelle la particule $x_q(t)$ se déplace de $-dx_o/\sqrt{2}$ à $dx_o/\sqrt{2}$ dans le volume de mesure (Fig. 1.5). Le temps de vol $T_{e,q}$ est défini à partir de l'écart-type σ_q de l'enveloppe Gaussienne $A_q(t)$ (Eq. (1.35)) comme suit (voir Fig. 1.5)

$$T_{e,q} = \frac{4\sigma_q}{V_{e,q}} = \frac{\sqrt{2}dx_o}{V_{e,q}}. \quad (1.43)$$

Si la particule q est soumise à la fois à un écoulement et une onde acoustique, le temps de vol $T_{e,qac}$ est défini dans ce travail par

$$T_{e,qac} = T_{e,q} + \frac{2\xi_{ac}}{V_{e,q}}, \quad (1.44)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{V_{e,q}} \left(dx_o + \sqrt{2}\xi_{ac} \right), \quad (1.45)$$

où ξ_{ac} est le déplacement particulaire acoustique défini par $\xi_{ac} = V_{ac}/(2\pi f_{ac})$. Lorsque le déplacement particulaire est suffisamment petit devant les dimensions du volume de mesure (ξ_{ac} très inférieur à $dx_o/\sqrt{2}$), il est alors possible de considérer ξ_{ac} tendant vers 0 dans l'Eq. (1.44). Dans ce cas, le temps de vol $T_{e,qac}$ est équivalent au temps de vol considérant uniquement la contribution écoulement $T_{e,q}$

$$T_{e,qac} \simeq T_{e,q} \simeq \frac{4\sigma_q}{V_{e,q}} \simeq \frac{\sqrt{2}dx_o}{V_{e,q}}. \quad (1.46)$$

Pour respecter la condition donnée par l'Eq. (1.46), le niveau acoustique L_p doit vérifier

$$L_p \ll 119 \text{ dB}_{\text{SPL}} \quad \text{pour} \quad f_{ac} = 100 \text{ Hz}, \quad (1.47)$$

$$L_p \ll 139 \text{ dB}_{\text{SPL}} \quad \text{pour} \quad f_{ac} = 1000 \text{ Hz}, \quad (1.48)$$

$$L_p \ll 157 \text{ dB}_{\text{SPL}} \quad \text{pour} \quad f_{ac} = 4000 \text{ Hz}. \quad (1.49)$$

1.3.6 Classification des bouffées Doppler acoustiques

Suivant le niveau acoustique, la fréquence acoustique et la vitesse d'écoulement auxquelles la particule est soumise, nous définissons quatre familles de bouffées Doppler à l'aide de deux paramètres pertinents. Le premier s'appelle le nombre de modulations N_{mod_q} de l'enveloppe de la bouffée dû à l'excitation acoustique. Le second paramètre correspond au déplacement maximal Δx_q entre deux extrema du déplacement particulaire $x_q(t)$ dans le volume de mesure.

Le nombre de modulations N_{mod_q} se définit comme le nombre de maxima de l'enveloppe modulée $A_q(t)$ de la bouffée Doppler (voir Fig. 1.6). Pour t proche du temps central $t_{c,q}$, les zéros de $x_q^2(t)$, correspondant à des maxima de l'enveloppe, apparaissent périodiquement tous les $T_{ac}/2$ (soit à la fréquence $2f_{ac}$). Ceci permet d'estimer N_{mod_q} (cf. Annexe A) qui s'énonce, compte tenu de la symétrie de la bouffée par rapport à $t_{c,q}$, par

$$N_{mod_q} = 2f_{ac}T_{e,qac} - 1, \quad (1.50)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}f_{ac}}{V_{e,q}} (dx_o + \sqrt{2}\xi_{ac}) - 1, \quad (1.51)$$

avec ξ_{ac} le déplacement particulaire acoustique, f_{ac} la fréquence acoustique et $V_{e,q}$ la vitesse d'écoulement à laquelle la particule q est soumise. Dans le cas où le déplacement particulaire ξ_{ac} peut être

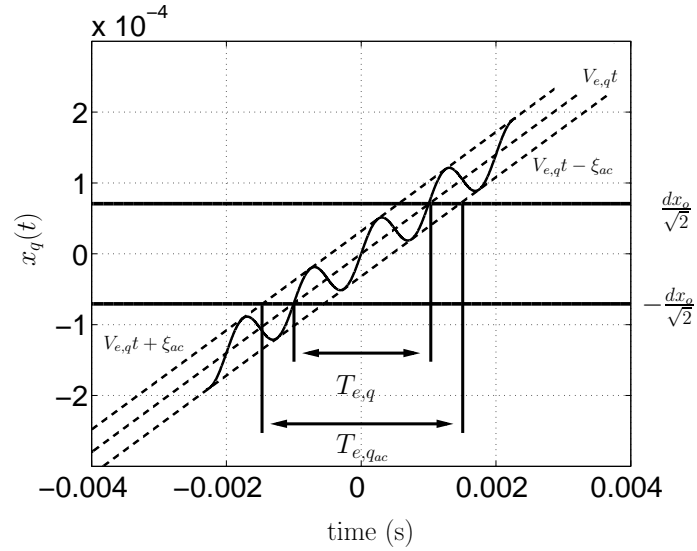


FIG. 1.5: Déplacement particulière dans le volume de mesure et définition des temps de vol $T_{e,q,ac}$ et $T_{e,q}$ pour une date de passage de la particule au centre du volume de mesure $t_{c,q}$ considérée comme nulle ($t_{c,q} = 0$).

considéré comme très inférieur aux dimensions du volume de mesure, le nombre de modulations N_{mod_q} peut se réécrire

$$N_{mod_q} \simeq 2f_{ac}T_{e,q} - 1, \quad (1.52)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}f_{ac} dx_o}{V_{e,q}} - 1. \quad (1.53)$$

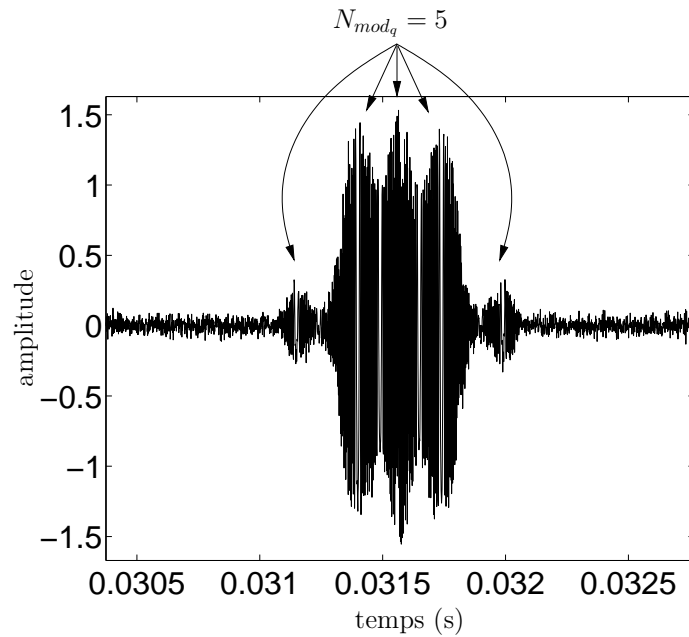


FIG. 1.6: Signal de bouffée Doppler $s_q(t)$ et définition du nombre de modulations N_{mod_q} d'une bouffée Doppler ($N_{mod_q} = 5$).

Le déplacement particulaire maximal Δx_q (Fig. 1.7) est défini par

$$\Delta x_q = \frac{V_{e,q}}{2f_{ac}} + 2\xi_{ac}. \quad (1.54)$$

Les deux paramètres N_{mod_q} et Δx_q conduisent aux quatre familles de bouffées récapitulées dans le Tab. 1.2. Ce tableau donne les références des figures pour chaque famille de bouffées. Chaque figure présente l'évolution de $x_q(t)$ dans le volume de mesure et l'allure des bouffées correspondantes (Fig. 1.8). À chacun de ces cas est associée (grâce aux Eqs. (1.51) et (1.54)) une gamme de vitesses d'écoulement dépendant du déplacement particulaire acoustique ξ_{ac} , présentée en Annexe A.

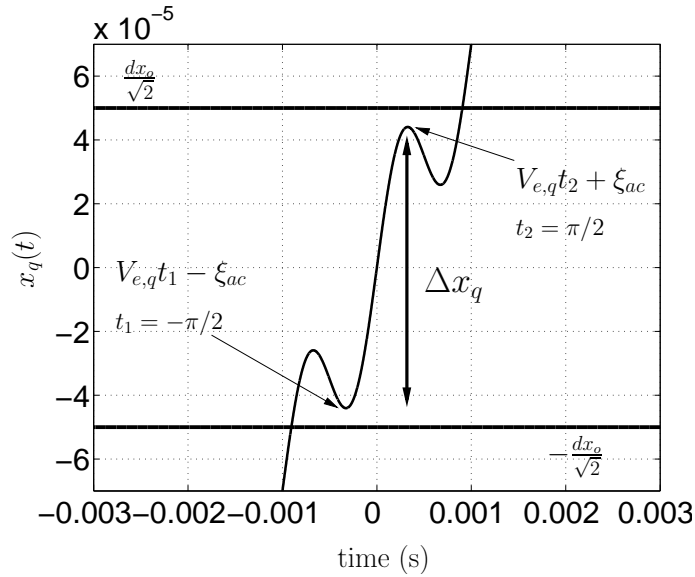


FIG. 1.7: Description du déplacement particulaire maximal Δx_q .

	$N_{mod_q} > 1$ $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} > 1$ $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} < 1$ $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} < 1$ $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$
$x_q(t)$	Fig. 1.8(a)	Fig. 1.8(b)	Fig. 1.8(c)	Fig. 1.8(d)
$s_q(t)$	Fig. 1.8(e)	Fig. 1.8(f)	Fig. 1.8(g)	Fig. 1.8(h)

TAB. 1.1: Classification des bouffées Doppler.

D'après l'allure générale des bouffées Doppler, les quatre familles de bouffées représentées sur la Fig. 1.8 peuvent être réduites à deux grandes familles : les bouffées modulées en amplitude ($N_{mod_q} > 1$) et les bouffées non-modulées en amplitude ($N_{mod_q} < 1$). À noter cependant que l'influence de la modulation peut être très faible dans le cas où le déplacement particulaire maximal est très inférieur aux dimensions du volume de mesure.

1.3.7 Classification des signaux Doppler acoustiques

L'application de la VLD à l'acoustique se divise en deux grandes familles : la caractérisation des signaux audibles dans l'air et dans l'eau [115]. L'application de la VLD aux signaux audibles dans l'air, objet de nos investigations, se subdivise en sous familles suivant les domaines d'étude (niveaux acoustiques et vitesses d'écoulement) considérés. Ce chapitre a pour but de dresser une liste non-exhaustive

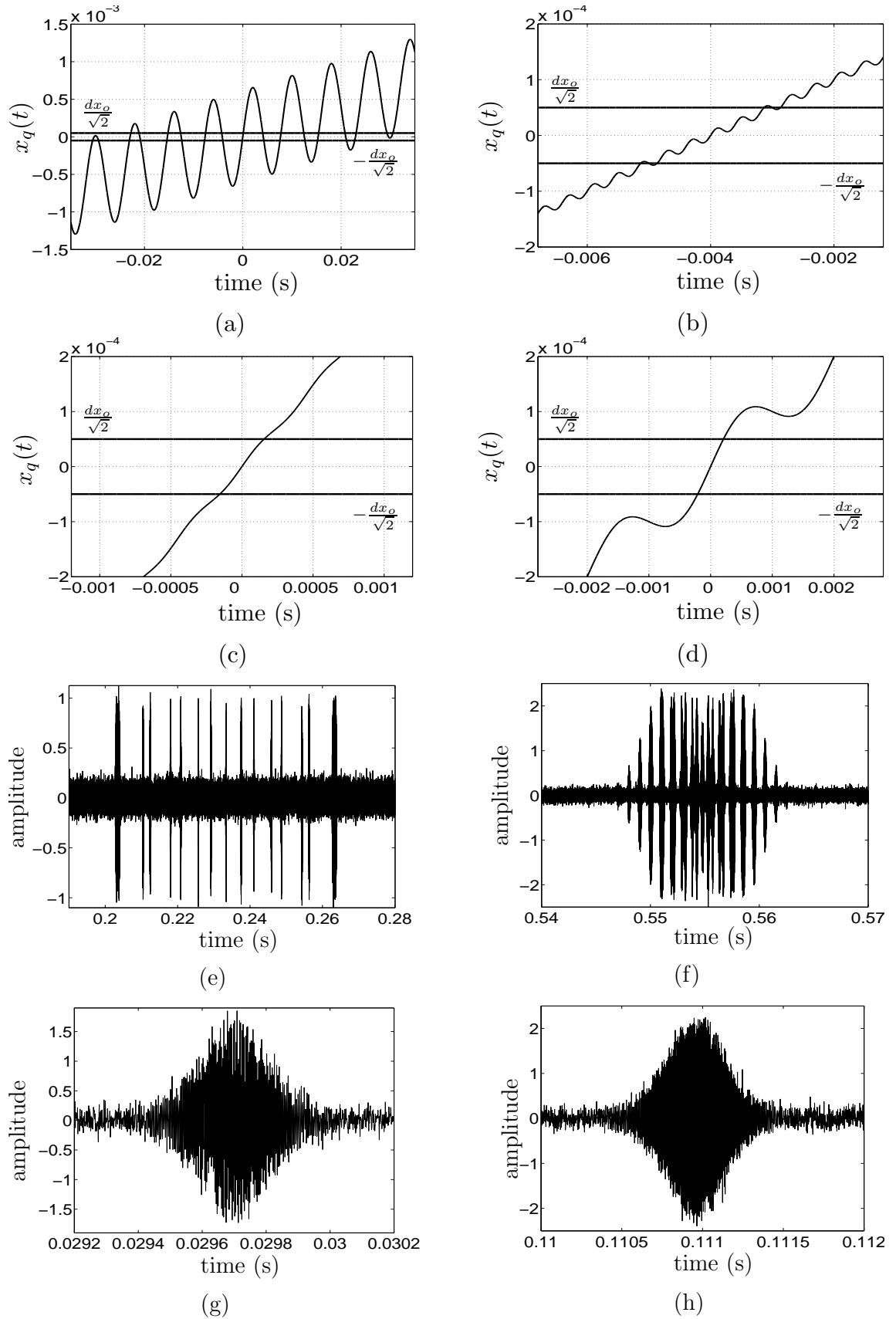


FIG. 1.8: Déplacement particulière $x_q(t)$ dans le volume de mesure et les bouffées associées. (a), (e) : $N_{\text{mod}_q} > 1$, $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$. (b), (f) : $N_{\text{mod}_q} > 1$, $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$. (c), (g) : $N_{\text{mod}_q} < 1$, $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$. (d), (h) : $N_{\text{mod}_q} < 1$, $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$.

	$N_{mod_q} > 1$ $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} > 1$ $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} < 1$ $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$	$N_{mod_q} < 1$ $\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o$
f_{ac} (Hz)	125	1000	2200	500
V_{ac} (mm/s)	484	484	80	100
$V_{e,q}$ (mm/s)	20	20	290	100

TAB. 1.2: Paramètres acoustiques et écoulement des bouffées Doppler représentées sur la Fig. 1.8. N_{mod_q} : nombre de modulations, Δx_q : déplacement particulaire maximal et dx_o : dimension du volume sonde suivant x .

des diverses méthodes de traitement du signal utilisées dans l'application de la VLD à l'acoustique de l'audible en présence d'écoulement d'air pour l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique. Ces méthodes sont classées en deux grandes familles : les méthodes paramétriques et semi-paramétriques.

L'indice de modulation α , donné par l'Eq. (1.22), est un paramètre pertinent pour caractériser les configurations acoustiques (amplitude de la vitesse et fréquence liées) accessibles par les méthodes de traitement du signal en VLD. Ce paramètre varie de 10^{-3} à 10^2 selon l'amplitude de la vitesse particulaire acoustique et la fréquence d'excitation. Cette dynamique relativement étendue est représentative des mesures effectuées en laboratoire.

1.4 Traitement du Signal Doppler acoustique

Estimer la vitesse de la particule revient à estimer la fréquence du signal délivré par le PM (Eq. (1.4)). Les méthodes de traitement du signal Doppler acoustique se divisent en deux grandes familles (Fig. 1.9) :

- les méthodes paramétriques, basées sur un modèle du signal de Doppler, qui permettent l'estimation des paramètres de la vitesse de la particule (acoustique et écoulement),
- les méthodes semi-paramétriques qui allient un traitement non paramétrique du signal Doppler permettant d'extraire le signal de vitesse de la particule (composante sinusoïdale acoustique et composante continue liée à l'écoulement) à un post-traitement paramétrique pour l'estimation des paramètres acoustiques et écoulement utiles.

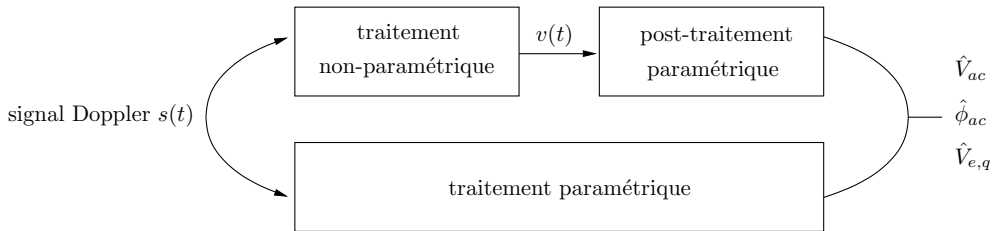


FIG. 1.9: Principe général du traitement des bouffées Doppler.

1.4.1 Traitement paramétrique

Le principe des méthodes paramétriques repose généralement sur l'utilisation d'un modèle intégrant l'information *a priori* sur la forme des signaux.

Les méthodes paramétriques développées et/ou utilisées dans le cadre de l'application de la VLD à l'acoustique peuvent se regrouper en quatre grandes familles :

- méthode d'analyse spectrale [105, 24],
- méthode par spectroscopie de corrélation de photons [97, 49],
- modélisation par maximum de vraisemblance [74, 60],
- modélisation par filtrage de Kalman étendu [60].

1.4.1.a Analyse spectrale

L'analyse spectrale du signal Doppler délivré par le PM est une méthode largement utilisée par différents auteurs (Taylor [105, 106], Davis et Hews-Taylor [24], Vignola *et al* [115]) pour mesurer des vitesses acoustiques avec une contribution de l'écoulement inférieure au mm/s. La densité spectrale de puissance (DSP) du signal modélisé par l'Eq. (1.40) s'écrit

$$Z_q(f) \propto A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\alpha) \delta(f - f_p - n f_{ac}), \quad (1.55)$$

où $f_p = f_B + V_{e,q}/i$ correspond à la fréquence porteuse et δ la distribution de Dirac. La DSP du signal Doppler consiste donc en un peigne de raies régulièrement espacées de la quantité f_{ac} centré autour de la fréquence porteuse f_p . Le rapport des amplitudes du $n^{ième}$ pic $J_n(\alpha)$ de fréquence $f_p + n f_{ac}$ avec le pic central $J_0(\alpha)$ et l'espacement entre les pics permettent de déterminer l'amplitude du déplacement acoustique et la fréquence acoustique. La fréquence de Bragg étant connue, la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ peut être estimée à partir de l'estimation de la fréquence porteuse $f_B + V_{e,q}/i$ *. En revanche, la phase ne peut pas être estimée.

1.4.1.b Spectroscopie de corrélation de photons

La spectroscopie de corrélation de photons est une méthode d'analyse temporelle qui a été développée par une équipe de chercheurs de l'*Acoustics and Fluid dynamics group* d'Edimbourg [28, 96, 97, 49]. La technique de corrélation des photons consiste à calculer par moyennage la fonction d'auto-corrélation du signal Doppler délivré par le PM (sous sa forme réelle avec piedestal : Eq. (1.12)). À partir d'un modèle théorique, développé dans le cas d'un mouvement acoustique sinusoïdal superposé à un écoulement laminaire, les amplitudes des composantes continue et acoustique de la vitesse particulière peuvent être déduites de la fonction d'auto-corrélation. Une forme approchée de la fonction d'auto-corrélation du signal Doppler peut être utilisée dans l'hypothèse où la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ et l'amplitude de la vitesse acoustique V_{ac} satisfont la relation [97]

$$1/15 < V_{ac}/V_{e,q} < 15. \quad (1.56)$$

Ce modèle de fonction d'auto-corrélation s'écrit, pour une vitesse $V(t) = V_{e,q} + V_{ac} \cos(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac})$, comme suit

$$R(\tau) = C \sqrt{\frac{\pi}{8dx_o^2}} \exp[-2\tau^2(V_{e,q}^2 + V_{ac}^2)/dx_o^2] \left[1 + M \cos\left(\frac{2\pi V_{e,q}}{i} \tau\right) J_0\left(V_{ac}\tau \sqrt{(2\pi/i)^2 - (2/dx_o)^4 V_{e,q}^2 \tau^2}\right) \right], \quad (1.57)$$

*La vitesse $V_{e,q}$ est supposée constante sur la durée de la bouffée, hypothèse de toutes les méthodes développées.

où C est fonction de la concentration des particules et de leurs propriétés diffusantes.

Les valeurs de la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ et de l'amplitude de la vitesse acoustique V_{ac} sont déduites des positions des pics et des zéros du corrélogramme [49].

1.4.1.c Estimation par Maximum de Vraisemblance (MLE)

L'estimation par maximum de vraisemblance appliquée au signaux Doppler acoustique a été initialisée dans le cadre de la thèse de Mellet [74]. Cependant, Mellet ne prévoit pas l'estimation de la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ associée à chaque bouffée. La prise en compte de cette vitesse d'écoulement dans le modèle a été réalisée par Le Duff *et al* [60].

L'estimateur par maximum de vraisemblance (MLE) permet de déterminer les valeurs des paramètres qui rendent maximum la fonction de vraisemblance du modèle du signal étudié, pour une observation \mathbf{y} donnée. Cette méthode d'estimation de paramètres revient à chercher les valeurs du vecteur θ qui produisent le modèle $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T]$ le plus proche possible des observations bruitées $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T]$ (en notation vectorielle) [62]. $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T]$ correspond aux signaux Doppler d'observation bruités (Eqs. (1.33) et (1.34)) et $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T]$ correspond à la partie *utile* du signal Doppler (Eqs. (1.31) et (1.32)).

Le MLE est bon estimateur, non-biaisé, efficace (lorsque le nombre d'observations N_o tend vers l'infini) avec une densité de probabilité (DdP) des estimations convergeant vers une loi normale, si le modèle théorique du signal est correctement établi. La maximisation de la DdP s'obtient par la maximisation de la fonction de vraisemblance logarithmique

$$\Lambda(\mathbf{y}; \theta) = -(N_o + 1) \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{s}_1\|^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y}_2 - \mathbf{s}_2\|^2, \quad (1.58)$$

avec σ la puissance du bruit des observations \mathbf{y} et N_o le nombre d'échantillons. L'estimateur par maximum de vraisemblance des paramètres acoustiques est donc la solution au problème de maximisation suivant

$$\theta_{\text{MLE}} = \arg \min_{\theta} J(\theta), \quad (1.59)$$

avec

$$J(\theta) = \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{s}_1\|^2 + \|\mathbf{y}_2 - \mathbf{s}_2\|^2. \quad (1.60)$$

La fonction $J(\theta)$ présente un caractère fortement non-linéaire, car les paramètres V_{ac} , ϕ_{ac} et $V_{e,q}$ apparaissent simultanément dans l'enveloppe et la phase instantanée du signal Doppler. Aucune solution analytique simple à ce problème d'optimisation ne peut être envisagée, la détermination des paramètres doit s'effectuer de façon numérique.

Afin de réduire la complexité algorithmique, l'utilisation de la méthode Levenberg-Marquart [87] a été proposée par Le Duff. Cette technique d'optimisation au sens des moindres carrés non linéaires nécessite de connaître la dérivée première de $J(\theta)$. Le calcul de la dérivée est disponible dans la thèse de Le Duff [60]. La procédure d'optimisation a pour but de trouver les paramètres optimaux qui rendent la fonction $J(\theta)$ minimale et qui par conséquent maximisent la fonction de vraisemblance. Afin d'optimiser l'estimateur, une initialisation de la recherche itérative avec des valeurs crédibles de θ s'avère indispensable. Cette initialisation est réalisée par une première estimation basée sur la dérivée de la phase (PDBE) (cf. §1.4.2.a). Le principal inconvénient de la méthode réside dans le fait que la maximisation de la fonction de vraisemblance ne peut être assurée tant que toutes les informations ne sont pas disponibles, autrement dit tant que l'ensemble des mesures n'a pas été réalisé. La complexité des calculs augmente alors rapidement avec la durée d'observation.

1.4.1.d Filtrage de Kalman Etendu (EKF)

L'estimation des paramètres de la vitesse acoustique à l'aide du filtrage de Kalman a été initialisée par Mellet [74] qui considérait la loi de FI comme une quantité à poursuivre. La méthode proposée par Mellet correspond à une "compilation" de deux applications, proposées par Vincent [117] (filtrage de Kalman comme estimateur de FI pour des signaux à modulation de fréquence linéaire et sinusoïdale avec un fort indice de modulation) et El Kaakour [30] (filtrage de Kalman comme estimateur de FI adapté aux signaux à variation de phase polynomiale). Le Duff a proposé une adaptation, par Filtrage de Kalman Etendu (EKF) aux signaux acoustiques en présence d'écoulement [60, 62, 63].

Le principe de la méthode de traitement d'un système non-linéaire, comme le problème d'estimation des paramètres de la vitesse acoustique en VLD, à l'aide de l'EKF repose sur la linéarisation du problème grâce à un développement limité de Taylor à l'ordre 1. La méthode de l'EKF utilise une représentation dans l'espace d'état du signal Doppler. Son principe consiste à évaluer par récurrence l'estimée du vecteur d'état à l'instant k , tout en tenant compte de l'estimée de ce même vecteur à l'instant $k - 1$ et de l'information acquise depuis cet instant.

Le modèle d'état permettant de décrire l'évolution des signaux d'observation $s_{q1}(k)$ et $s_{q2}(k)$ ($s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ échantillonnés et donnés par les Eqs. (1.31) et (1.32)) est déterminé pour chaque instant à l'aide de la représentation en enveloppe du signal Doppler $A(k) = \sqrt{s_{q1}(k)^2 + s_{q2}(k)^2}$. Le modèle d'état, associé au signal Doppler, est déterminé par quatre étapes successives : le choix des variables d'état, l'écriture des équations d'état, la formulation des équations d'observation et le calcul des développements de Taylor de ces équations.

Le signal Doppler est complètement décrit avec les quatre états suivants

$$x_1(k) = \phi_q(k), \quad x_2(k) = V_{ac} \cos \phi_{ac}, \quad x_3(k) = V_{ac} \sin \phi_{ac} \quad \text{et} \quad x_4(k) = V_{e,q}, \quad (1.61)$$

avec $\phi_q(k)$ correspondant à la phase du signal Doppler (Eq. (1.36)). La définition de ces quatre états rend alors possible l'estimation conjointe de l'amplitude V_{ac} , la phase ϕ_{ac} de la vitesse acoustique et la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ dans le temps. Ces quatre états, grâce à l'écriture de l'équation d'état, la formulation des équations d'observation et le développement limité de Taylor de ces équations, permettent l'estimation des paramètres acoustique et écoulement recherchés. En effet, le vecteur θ défini comme suit

$$\theta(k) = [V_{ac}(k), \phi_{ac}(k), V_{e,q}(k)]^T, \quad (1.62)$$

peut être estimé à chaque instant k à partir des trois états x_2 , x_3 et x_4 du système à l'instant précédent avec

$$\hat{V}_{ac}(k) = \sqrt{\hat{x}_2^2(k) + \hat{x}_3^2(k)}, \quad \hat{\phi}_{ac}(k) = \arctan \left[\frac{\hat{x}_3(k)}{\hat{x}_2(k)} \right] \quad \text{et} \quad \hat{V}_{e,q}(k) = \hat{x}_4(k). \quad (1.63)$$

1.4.2 Traitement semi-paramétrique

1.4.2.a Traitement : estimation de la vitesse

Le traitement du signal Doppler consiste à évaluer la vitesse de chaque particule lors de son passage dans le volume de mesure en traitant chaque bouffée une à une.

i. Compteurs de périodes

Les premières estimations de fréquences Doppler ont été réalisées par des compteurs de périodes (e.g. [68]). Un opérateur de comparaison estime la fréquence Doppler, proportionnelle à la vitesse de la particule, par l'évaluation de sa période moyenne (durée de la bouffée divisée par le nombre de passages à zéro). Cette technique, de mise en œuvre très simple, suppose une vitesse de la particule constante sur la durée de la bouffée acquise. Le principal inconvénient de cette méthode concerne la nécessité d'avoir

de bons RSB locaux des bouffées Doppler (cf. §1.3.3). Cette méthode n'est plus beaucoup utilisée à l'heure actuelle. Elle a été remplacée par les analyseurs de spectre de bouffées (*Burst Spectrum Analyser* (BSA)) qui estiment la fréquence du maximum du spectre du signal Doppler au moyen généralement d'une Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT) présentée ci-après (cf. §1.4.2.a .ii).

ii. Analyse temps-fréquence

Le traitement basé sur l'utilisation des transformées temps-fréquence consiste à extraire la variation de fréquence, appelée fréquence instantanée, définie théoriquement comme la dérivée temporelle de phase du signal Doppler [35]. Cette méthode présente l'avantage de suivre l'évolution temporelle de la vitesse de la particule et d'accéder aux informations d'amplitude et de phase de la vitesse acoustique.

Les méthodes de traitement du signal offrant une estimation de la loi de fréquence instantanée ont été développées et validées sur une bouffée Doppler au LAUM par Valière *et al* [113, 111, 40, 41] et Le Duff [60]. La loi de fréquence instantanée d'une bouffée Doppler q correspond à la dérivée de la phase [35] du signal analytique à étudier (Eq. (1.36)) et s'énonce suivant

$$FI_q(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_q(t)}{dt}. \quad (1.64)$$

La dérivée de la phase conduit à l'obtention d'une composante continue liée à la vitesse d'écoulement et d'une composante sinusoïdale liée à l'excitation sinusoïdale acoustique. La fréquence instantanée s'écrit, en l'absence de bruit,

$$FI_q(t) = \frac{1}{i} (V_{e,q} + V_{ac} \cos(2\pi f_{ac} t + \phi_{ac})). \quad (1.65)$$

En pratique la loi de fréquence instantanée est entachée d'un bruit dont la nature n'a pas été bien définie dans les précédents travaux. Moreau [76] montre que pour un traitement réalisé par TFCT (cf. ci-après), l'amplitude du bruit est proportionnelle à celle du signal, ce qui tendrait à considérer un bruit multiplicatif. La loi de fréquence instantanée associée au signal Doppler complet s'énonce

$$FI(t) = \begin{cases} FI_q(t) & \text{pour } t \in [t_{c,q} - T_{e,q}/2, t_{c,q} + T_{e,q}/2] \quad \forall q, \\ b_{FI}(t) & \text{ailleurs,} \end{cases} \quad (1.66)$$

où $FI_q(t)$, donné par l'Eq. (1.65), correspond aux fréquences instantanées des bouffées Doppler contenues dans le signal Doppler entre les dates $t_{c,q} - T_{e,q}/2$ et $t_{c,q} + T_{e,q}/2$ ($t_{c,q}$ temps central et $T_{e,q}$ temps de vol de la bouffée) et $b_{FI}(t)$ est un bruit additif compris entre les signaux de fréquence instantanée utiles (bouffées Doppler).

Les distributions temps-fréquence illustrent la répartition de l'énergie d'un signal dans le plan temps-fréquence (t, f) . Elles peuvent donc présenter de façon directement interprétable un signal non-stationnaire. Pour de plus amples détails sur les distributions temps-fréquence, il est conseillé de se reporter aux ouvrages de Cohen [18] et de Flandrin [35].

La loi de fréquence instantanée d'une bouffée Doppler permet d'extraire la loi de vitesse de la particule, mais ne permet pas à elle seule d'estimer les paramètres recherchés (V_{ac} , ϕ_{ac} et $V_{e,q}$). L'estimation des paramètres utiles, nécessite l'application de procédures de post-traitement au signal de fréquence instantanée issu du traitement temps-fréquence : moindres carrés et détection synchrone [84].

Les méthodes de traitement temps-fréquence s'appuient toutes, à l'exception de la dérivée de la phase ou encore *Phase Derivative Based Estimator* (PDBE) [60], sur le même principe. Le signal est tout d'abord fenêtré. Puis, le choix de la fenêtre, de sa durée et de son taux de recouvrement est laissé à l'utilisateur. Pour chaque fenêtre, le traitement suivant est appliqué au signal

$$S_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{K}(\tau, t) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \quad (1.67)$$

où $\mathcal{K}(\tau, t)$ est un opérateur appelé noyau [35] fonction du signal Doppler $z(t)$ et de la fenêtre de pondération. La fréquence instantanée $FI(t)$ est alors estimée à chaque date t à partir du signal $S_z(t, f)$ en effectuant une recherche de maximum [84] ou un calcul de barycentre [5]. Les différentes méthodes temps-fréquence se caractérisent donc par le choix d'un noyau, le choix d'un fenêtrage et le choix d'un estimateur.

Précisons que les diverses méthodes de traitement temps-fréquence du signal Doppler ont été développées et validées avec un post-traitement ne considérant qu'une seule bouffée Doppler $z_q(t)$. Le signal Doppler $z(t)$ dans l'Eq. (1.67) est donc réduit à $z_q(t)$. Or, le signal Doppler $z(t)$ est constitué de plusieurs bouffées Doppler qui conduisent à un signal de fréquence instantanée présentant plusieurs signaux utiles, à variation sinusoïdale autour d'une composante continue liée à la vitesse d'écoulement, entrecoupés de bruit correspondant chacun à une bouffée. L'objet du post-traitement de ces signaux Doppler sera évoqué par la suite.

Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT) Une première approche consiste à utiliser la TFCT qui pondère le signal par une fenêtre glissante. L'hypothèse de stationnarité du signal de bouffée Doppler $z_q(t)$ peut être vérifiée à court terme sur des fenêtres de courte durée pour des signaux Doppler acoustiques présentant une variation sinusoïdale de la fréquence (basse fréquence). Dans le cas de la TFCT, le noyau s'écrit $\mathcal{K}_q(\tau, t) = h_{T_f}(\tau - t)z_q(\tau)$ et l'Eq. (1.67) s'énonce

$$S_{z_q}^{TFCT}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{T_f}(\tau - t) z_q(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \quad (1.68)$$

où $h_{T_f}(\tau - t)$ est la fenêtre de pondération, centrée en t et de la largeur T_f . L'utilisation de la TFCT étant limitée à des variations lentes dans le temps de la loi de fréquence instantanée et compte tenu des variations rapides de la fréquence instantanée du signal de vitesse de la particule, l'utilisation de méthodes basées sur la distribution de Wigner-Ville a été adoptée par Valière *et al* [113, 111].

Distribution de Wigner-Ville Les méthodes basées sur la pseudo distribution de Wigner-Ville (PDWV) [118, 116, 35] sont particulièrement bien adaptées à l'analyse des signaux à modulation de fréquence linéaire, nommés *chirp*. Or, la loi de fréquence instantanée $FI_q(t)$ du signal de bouffée Doppler analytique $z_q(t)$ est une sinusoïde (Eq. (1.65)). La variation de la fréquence instantanée sur chaque fenêtre peut donc être modélisée en première approximation par une droite de la forme $FI_q(t) = \mathcal{A} + \mathcal{B}t$. La PDWV s'avère être rapidement inefficace pour de faibles RSB [89]. C'est pourquoi Boashash propose une distribution temps-fréquence adaptative nommée distribution de Wigner-Ville Croisée (CWV) [11, 10], reposant sur le principe d'estimation itérative de la loi de fréquence instantanée, qui permet d'augmenter la précision des coefficients \mathcal{A} et \mathcal{B} par le biais des itérations. Pour un signal analytique $z(t)$ quelconque, le noyau de la CWV s'écrit $\mathcal{K}(\tau, t) = |h(\tau/2)|^2 z(t + \tau/2) \hat{x}^*(t - \tau/2)$ [10, 35, 108], où $h(t)$ est la fenêtre de pondération et $\hat{x}(t)$ est un chirp de synthèse, dont les paramètres sont calculés à chaque itération en fonction de l'itération précédente. Le processus itératif s'arrête lorsqu'une condition d'arrêt fixée par l'utilisateur est vérifiée. L'équation (1.67) s'écrit alors pour une bouffée Doppler de signal analytique $z_q(t)$:

$$S_{z_q}^{CWV}(t, f) = CWV_{z_q}(t, f), \quad (1.69)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| h\left(\frac{\tau}{2}\right) \right|^2 z_q\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \hat{x}_q^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (1.70)$$

Lorsque le signal $z_q(t)$ est un *chirp*, l'énergie du signal est localisée, dans le plan temps-fréquence, sur la droite $FI_q(t) = \mathcal{A}t + \mathcal{B}$. Dans le cas du signal de bouffée Doppler, la linéarité de la loi de fréquence

instantanée sur chaque fenêtre n'étant qu'une approximation, des interférences apparaissent dans le plan temps-fréquence de chaque côté de la droite $FI_q(t) = \mathcal{A}t + \mathcal{B}$. La loi de fréquence instantanée est obtenue par extraction de la crête.

Détecteur Temps-Fréquence Synchrone (DTFS) La loi de variation de fréquence instantanée du signal $z_q(t)$ étant connue (Eq. (1.65)), il est possible de déterminer un noyau $\mathcal{K}(\tau, t)$ adapté au traitement de ce type de signal dans un contexte d'analyse synchrone, c'est-à-dire en connaissant la fréquence d'excitation acoustique. Le DTFS s'appuie sur ce principe. Le DTFS est une méthode de traitement temps-fréquence développée au LAUM par Valeau *et al* [110, 108] définie par

$$S_z^{DTFS}(t, f) = DTSF_{z_q}(t, f) = TF_\tau [\mathcal{K}_q(\tau, t)], \quad (1.71)$$

où TF_τ signifie transformée de Fourier en τ avec

$$\mathcal{K}(t, \tau) = (z_q(t + \tau)z_q^*(t - \tau))^{\pi f_{ac}\tau \sin(2\pi f_{ac}\tau)} (z_q(t + \tau + T_{ac}/4)z_q^*(t - \tau - T_{ac}/4))^{\pi f_{ac}\tau \cos(2\pi f_{ac}\tau)}, \quad (1.72)$$

où $z_q(t)$ correspond au signal de bouffée Doppler.

Dérivation de la phase du signal Doppler (PDBE) La méthode PDBE permet d'obtenir une estimation de la loi de fréquence instantanée (ou loi de vitesse à $1/i$ près) en dérivant la phase instantanée du signal de bouffée Doppler $\phi_q(t)$ (Eq. (1.42)), obtenue à partir des deux signaux en quadrature $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$. L'opération de dérivée de la phase par rapport au temps correspond dans le domaine fréquentiel au produit du spectre du signal de phase par un filtre approché satisfaisant au théorème d'échantillonnage et de réponse en fréquence [81, 60]

$$H_a(f) = \begin{cases} j2\pi f & \text{pour } f \in [-f_e/2; +f_e/2], \\ 0 & \text{partout ailleurs,} \end{cases}$$

avec f_e la fréquence d'échantillonnage. La transformée de Fourier inverse de $H_a(f)$ conduit à la réponse impulsionnelle $h_a(t)$, puis $h_a(k)$ par échantillonnage. L'expression de la fréquence instantanée (Eq. (1.65)) numérique s'exprime par le produit de convolution de la phase numérique $\phi_q(k)$ et de la réponse impulsionnelle $h_a(k)$ suivant

$$FI_q(k) = \frac{1}{2\pi} \phi_q(k) * h_a(k). \quad (1.73)$$

En pratique, la réalisation de cette convolution oblige à tronquer la réponse impulsionnelle de durée infinie $h_a(k)$, pour ne garder que les éléments les plus pertinents [81]. La troncature est réalisée avec une fenêtre de Hanning. Une approximation grossière consiste à ne conserver que les coefficients $k = -1; 0; +1$ sont conservés et la loi de fréquence instantanée s'énonce alors :

$$FI_q(k) = \frac{1}{2\pi} \frac{[\phi_q(k+1) - \phi_q(k-1)]}{2T_e}, \quad (1.74)$$

avec T_e est la période d'échantillonnage. Cette expression peut s'énoncer en fonction du déplacement particulière $x_q(k)$ et conduit à la formulation :

$$FI_q(k) = V_{e,q} + \left(\frac{\sin(2\pi F_{ac})}{2\pi F_{ac}} \right) V_{ac} \cos(2\pi F_{ac}k + \phi_{ac}). \quad (1.75)$$

L'amplitude de la vitesse se trouve être biaisée, à cause de la présence du terme en sinus cardinal, $\sin(2\pi F_{ac})/(2\pi F_{ac})$, qui témoigne de la troncature subie par la réponse impulsionnelle $h_a(t)$. Heureusement, ce terme s'évalue facilement car il ne dépend que de la fréquence acoustique réduite $F_{ac} = f_{ac}/f_e$. L'estimée de la fréquence instantanée est assez bruitée. Ce phénomène est d'autant plus

important que le RSB local est faible. La présence de ces perturbations se traduit par une variance importante de l'estimateur basé sur la dérivée de la phase. Cependant, dans ce cas, cette variance ne s'avère pas trop gênante. Les paramètres de la vitesse de la particule (V_{ac} , ϕ_{ac} et $V_{e,q}$) seront estimés au moyen de post-traitement type détection synchrone (§1.4.2.b).

1.4.2.b Post-traitement : estimation des paramètres de la vitesse

Une fois le signal de vitesse de chaque bouffée Doppler obtenu (par traitement du signal Doppler), l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique (composante sinusoïdale) et de la vitesse d'écoulement de chaque bouffée est réalisée grâce à une procédure de post-traitement.

i. Classement par cases ou *Slotting Technique*

La technique de classement ou *Slotting Technique* est basée sur l'estimation de la densité spectrale de puissance (DSP), obtenue par transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du signal de vitesse échantillonné aléatoirement, afin d'extraire un pic de la DSP donnant la valeur de la vitesse acoustique. Elle repose sur un calcul particulier de l'auto-corrélation développé par Mayo *et al* [73, 72]. Ce calcul suppose que le processus est échantillonné aléatoirement selon une distribution de Poisson et qu'il est stationnaire et ergodique. Pour cela, une estimation discrète de l'auto-corrélation du signal aléatoire est déterminée en triant, quel que soit le temps, les paires de points de retard identiques [78]. La *Slotting Technique* est la technique la plus couramment employée pour les études en turbulence [4].

ii. Échantillonnage-Blocage ou *Sample and Hold*

La technique de l'échantillonnage-blocage, désignée par l'anglicisme *Sample and Hold* [13, 3], repose également sur l'estimation de la DSP. Cependant, il ne s'agit pas d'une méthode de traitement directe telle que la *Slotting Technique*, car elle est basée sur une interpolation particulière du signal, interpolation obtenue à partir des données brutes. Le calcul de l'auto-corrélation se fait une fois le signal reconstruit. Le signal ainsi reconstruit est ensuite ré-échantillonné à une fréquence très élevée (de l'ordre de 10 fois le taux de données moyen), et sa DSP est estimée par le périodogramme de Welch par exemple. Enfin, la DSP du signal de vitesse est obtenue à partir de la DSP du signal reconstruit en compensant - dans le domaine de Fourier - les effets de l'interpolation. Cette technique a longtemps été considérée comme moins performante que la *Slotting Technique* pour l'estimation des DSP, mais elle est cependant tout aussi efficace si les corrections de filtre dues au ré-échantillonnage régulier sont correctement apportées [101].

iii. Pério-corrélation

Boucheron *et al* ont développé une nouvelle méthode de traitement du signal VLD appelée pério-corrélation adaptée à la recherche des paramètres d'une composante périodique acoustique dans des écoulements moyens à élevés (10 à 30 m/s) par VLD [12]. Cette technique est une méthode mixte entre la *Slotting Technique* et la détection synchrone. Elle consiste à calculer une corrélation du signal de vitesse issu d'une acquisition avec un BSA, mais avec des conditions sur les temps d'arrivée de chaque bouffée dans le but d'optimiser les calculs. Le premier terme issu du calcul de pério-corrélation ne dépend que des paramètres acoustiques (V_{ac} , ϕ_{ac}) à estimer. Le deuxième terme est un terme résiduel qui tend à s'annuler si les temps d'arrivée des particules sont bien distribués selon une loi de Poisson. La pério-corrélation est donc une fonction d'auto-corrélation adaptée à la recherche d'un signal sinusoïdal.

iv. Détection synchrone

La détection synchrone est une méthode de post-traitement bien adaptée à l'estimation des paramètres d'un signal périodique et stationnaire. Elle ne nécessite que la connaissance de la fréquence d'excitation acoustique et reste efficace pour des signaux fortement bruités.

Cette méthode a été appliquée par Poggi *et al* [84] à l'estimation des paramètres acoustiques sur la loi de fréquence instantanée de la bouffée (ou vitesse au facteur de conversion fréquence-vitesse i près) obtenue par traitement temps-fréquence du signal Doppler grâce à la TFCT [108, 84]. La détection synchrone a été développée en ne considérant qu'une seule bouffée, soumise à une convection extrêmement faible (inférieure au mm/s), de manière à ce que la loi de fréquence instantanée présente un nombre suffisant de périodes acoustiques pour permettre une estimation des paramètres d'amplitude et de phase (V_{ac} et Φ_{ac}). Cette méthode présente, en effet, le principal inconvénient de nécessiter un nombre entier et important de périodes acoustiques (30 à 40) pour ne pas générer de biais. Ainsi, lorsque le nombre de périodes acoustiques est trop faible (inférieur à 5) la détection synchrone présente une forte variance sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique.

Or, la loi de fréquence instantanée d'une bouffée possède souvent 4 à 10 périodes acoustiques en champ clos à cause de l'effet de convection pourtant très faible. Une seule bouffée ne permet alors plus une estimation de qualité des paramètres de la vitesse acoustique qui présentent alors une forte variance. Rouquier [91] a mis en place une procédure de post-traitement par détection synchrone, adaptée à un signal composé de plusieurs bouffées pour un écoulement de convection maximal de 40 mm/s, qui permet d'améliorer les performances d'estimation des paramètres de la vitesse acoustique.

La loi de fréquence instantanée pour un signal Doppler constitué de plusieurs bouffées q , contenant chacune un nombre entier de périodes acoustiques, est notée $FI_N(t)$

$$FI_N(t) = \begin{cases} FI_q(t) & \text{pour } t \in [t_{c,q} - n_q T_{ac}/2, t_{c,q} + n_q T_{ac}/2] \quad \forall q, \\ b_{IF}(t) & \text{ailleurs,} \end{cases} \quad (1.76)$$

avec $FI_q(t)$ donné par l'Eq. (1.65). Chaque signal de la fréquence instantanée correspondant au passage d'une particule au sein du volume de mesure est tronqué en multipliant ce signal par une fenêtre carrée de longueur égale à un nombre entier de périodes acoustiques $n_q T_{ac}$, où n_q est le nombre entier le plus proche par défaut du rapport $T_{e,q}/T_{ac}$, avec $T_{e,q}$ déterminé par une procédure de détection sommaire par dépassement de seuil.

Le principe de la détection synchrone consiste donc à calculer les coefficients de Fourier associés à chaque harmonique constituant le signal de fréquence instantanée. L'Eq. (1.76) ne possède pas d'harmonique de rang supérieur, seul le mode fondamental se trouve être présent. Lorsque la largeur de la bouffée est réduite à un nombre entier de périodes du signal acoustique, la détection synchrone, pour une valeur quelconque de $(T_{e,q}/T_{ac})$, conduit à [91]

$$V_{ac} = \frac{2N_i}{\sum_{q=1}^N n_q} \left(\left[\frac{1}{N_i T_{ac}} \int_0^{N_i T_{ac}} F I_N(t) i \cos(\omega_{ac} t) dt \right]^2 + \left[\frac{1}{N_i T_{ac}} \int_0^{N_i T_{ac}} F I_N(t) i \sin(\omega_{ac} t) dt \right]^2 \right)^{1/2} \quad (1.77)$$

$$\phi_{ac} = \arctan \left(- \frac{\frac{1}{N_i T_{ac}} \int_0^{N_i T_{ac}} F I_N(t) i \sin(\omega_{ac} t) dt}{\frac{1}{N_i T_{ac}} \int_0^{N_i T_{ac}} F I_N(t) i \cos(\omega_{ac} t) dt} \right) \quad (1.78)$$

$$V_{e,q} = \frac{1}{n_q T_{ac}} \int_0^{n_q T_{ac}} V_p(t) dt, \quad (1.79)$$

où N_i désigne le nombre total de périodes d'intégration, tel que $N_i T_{ac}$ soit la plus proche valeur par défaut de la durée totale du signal Doppler. Les paramètres N_i et $\sum_{q=1}^N n_q$ sont estimables. v_p désigne la vitesse d'une particule donnée, soit le signal de vitesse pour une bouffée donnée

$$v_p(t) = \frac{F I_q(t)}{i} \quad \text{pour } t \in [t_{c,q} - n_q T_{ac}/2, t_{c,q} + n_q T_{ac}/2] \quad \forall q. \quad (1.80)$$

Le post-traitement du signal de fréquence instantanée d'un signal Doppler permet une estimation de la vitesse particulière acoustique, une estimation de la phase acoustique et autant d'estimations de vitesse d'écoulement qu'il y a de bouffées, lorsque les bouffées présentent au minimum une période acoustique.

v. Moindres carrés

La méthode des moindres carrés a été développée dans le cadre de la thèse de Poggi [84] pour un signal de vitesse sinusoïdal sans composante continue. La vitesse d'écoulement n'est donc pas prise en compte dans cette méthode. Le principe de la méthode des moindres carrés consiste à minimiser la fonction de coût $V(\theta)$ correspondant à l'erreur quadratique moyenne définie par la relation

$$V(\theta) = \frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^{N_0} (u_n - v_q[n; \theta])^2, \quad (1.81)$$

où N_0 est le nombre de données valides, u_n sont les données de vitesses extraites de la mesure, $v_q[n; \theta]$ est la vitesse discrétisée estimée et modélisée à partir de l'Eq. analytique (1.18) par

$$v_q[n; \theta] = V_{e,q} + V_{ac} \cos(2\pi \frac{f_{ac}}{f_e} n + \phi_{ac}), \quad (1.82)$$

avec θ défini par

$$\theta = [V_{ac} \quad \phi_{ac}]^T. \quad (1.83)$$

Les quantités $a_{ac} = V_{ac} \cos \phi_{ac}$ et $b_{ac} = V_{ac} \sin \phi_{ac}$ sont déterminées par résolution de

$$\frac{\partial V(\theta)}{\partial a_{ac}} = 0, \quad (1.84)$$

$$\frac{\partial V(\theta)}{\partial b_{ac}} = 0. \quad (1.85)$$

L'amplitude et la phase de la vitesse estimée s'expriment

$$\hat{V}_{ac} = \sqrt{\hat{a}_{ac}^2 + \hat{b}_{ac}^2}, \quad (1.86)$$

$$\hat{\phi}_{ac} = \arctan \left[\frac{\hat{a}_{ac}}{\hat{b}_{ac}} \right] \quad [\pi]. \quad (1.87)$$

Pour estimer la phase modulo 2π , il est nécessaire de tenir compte du signe de \hat{a}_{ac} pour enlever l'ambiguïté associée au calcul de la fonction arctan. La méthode des moindres carrés ne pose aucune hypothèse sur la fréquence d'échantillonnage du signal u_n et reste donc valable pour des signaux sinusoïdaux aléatoirement échantillonnés.

L'utilisation des moindres carrés appliquée à un signal sinusoïdal avec composante continue sera proposée au Chap. 3.

1.5 Performances

Ce paragraphe a pour objectif de présenter les performances des méthodes de traitement du signal paramétriques et semi-paramétriques qui permettent d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique et les vitesses d'écoulement associées aux bouffées Doppler contenues dans le signal Doppler.

1.5.1 Traitement paramétrique

1.5.1.a Analyse spectrale

L'analyse spectrale présente le principal avantage d'une mise en œuvre simple. Elle ne nécessite pas de signal continu et tolère des signaux de qualité médiocre à condition que le moyennage des DSP soit effectué sur un nombre suffisamment important de signaux, imposant un temps d'acquisition élevé de 10 à 300 s. Cette méthode ne permet donc pas d'obtenir une évolution dans le temps de la vitesse instantanée. Pour de faibles valeurs de l'indice de modulation α , l'amplitude des lobes secondaires de la DSP est plus forte que celle des pics d'indice n différent de 0, rendant difficile la détection de ces pics. Cette détection est d'autant plus compliquée que la faible amplitude des pics principaux d'indice non nul risque de les faire disparaître dans le bruit. Cette méthode nécessite d'avoir un indice de modulation α supérieur à 0.3 [105].

1.5.1.b Spectroscopie de corrélation de photons

La technique est particulièrement efficace pour des signaux lumineux de faible puissance. Cet avantage peut s'avérer particulièrement intéressant en configuration de rétrodiffusion ou bien lorsqu'une grande distance sépare la zone de mesure de l'optique de réception de la lumière. Cette technique présente un inconvénient majeur car elle est limitée à des indices de modulation α supérieurs à 1.8. Le déplacement particulaire minimum admissible par cette technique est d'environ $0.3 i$ (i est l'interfrange ou encore le facteur de conversion fréquence-vitesse défini par l'Eq. (1.3)). Cette technique ne permet pas, par ailleurs, d'estimer la phase de la vitesse acoustique.

1.5.1.c Estimation par maximum de vraisemblance (MLE)

Le MLE, appliqué aux signaux acoustiques en présence d'écoulement, s'avère être un très bon estimateur non-biaisé pour des RSB locaux supérieurs à 12 dB, un indice de modulation α supérieur à 0.02 et des fréquences acoustiques supérieures à 500 Hz sur signaux simulés, ce qui conduit à une plage limitée de situations expérimentales [74, 60]. En-dessous de ces valeurs, le comportement de la méthode est étroitement lié à son initialisation obtenue à l'aide du PDBE (cf. §1.4.2.a). Cependant, la modélisation MLE présente par rapport à l'EKF un biais plus faible aux forts RSB, mais les performances du MLE se dégradent très vite pour de faibles RSB (biais supérieur à 3 % pour un RSB égal à 3 dB) et de faibles fréquences (biais acceptable pour une fréquence acoustique f_{ac} égale à 100 Hz à partir d'un RSB égal à 30 dB). Par ailleurs, le MLE présente une complexité algorithmique importante entraînant une implémentation délicate de la méthode. Enfin, le coût calculatoire du MLE est élevé en regard du PDBE ou de l'EKF (cf. §1.4.1.d).

1.5.1.d Filtrage de Kalman Etendu

L'EKF est globalement plus performant que le MLE initialisé par PDDBE pour l'estimation conjointe des paramètres de la vitesse acoustique et les vitesses d'écoulement. L'EKF est performant pour des RSB locaux supérieurs à 6 dB et il ne nécessite aucune procédure d'initialisation avec un coût calculatoire deux fois plus faible que le MLE. De plus, cet estimateur présente une meilleure robustesse en vue de modifications du modèle : caractère adaptatif de la méthode et calcul à chaque itération de l'amplitude du signal Doppler. Les résultats sur signaux réels permettent d'atteindre un indice de modulation α supérieur à 0.05. L'EKF a été testé par Le Duff en vue de valider la méthode d'estimation sur des bouffées présentant différents nombres de périodes acoustiques. Il montre ainsi que l'EKF est capable d'estimer correctement les paramètres recherchés à partir de 1.2 périodes acoustiques pour des indices de modulation compris entre 0.01 et 10 et des niveaux acoustiques inférieurs à 123 dB_{SPL} et un RSB local supérieur à 15 dB [64].

1.5.2 Traitement semi-paramétrique

1.5.2.a Analyse temps-fréquence et détection synchrone

i. Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT)

- Les techniques basées sur l'analyse de Fourier mises en œuvres par différents matériels commercialisés (tels que le BSA de DANTEC) donnent entière satisfaction pour des indices de modulation α allant de 1 à 100 [84]. L'écart en amplitude reste inférieur à 10 % sur l'ensemble de la gamme fréquentielle considérée pour un indice de modulation α supérieur à 1 et un RSB supérieur à 0 dB.

- Les performances de la TFCT pour l'estimation de la fréquence instantanée dépendent du choix de la fenêtre de pondération, de sa largeur et du taux de recouvrement. La méthode s'avère très robuste au bruit. Globalement, le traitement temps-fréquence des signaux Doppler par TFCT associé à un post-traitement de type "détection synchrone" permet d'atteindre un indice de modulation α supérieur ou égal à 1 pour une fréquence acoustique inférieure à 2000 Hz sur des signaux réels [84] avec un RSB global supérieur à 3 dB. Une étude exhaustive sur des signaux réels [84] a montré que les performances obtenues par cette technique sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par les systèmes d'analyse du commerce.

- L'application de la TFCT, développée par Poggi [84], aux signaux Doppler acoustique obtenus en présence de faibles écoulement (inférieurs à 20 mm/s en moyenne) a été réalisée par Rouquier [91]. Rouquier utilise la procédure de traitement temps-fréquence TFCT en raison de sa simplicité algorithmique et de sa robustesse au bruit. Les simulations numériques, réalisées pour une gamme de fréquence acoustique allant de 500 à 2000 Hz, un indice de modulation supérieur à 1 et un écoulement ne dépassant pas 40 mm/s, montrent des résultats en accord avec ceux obtenus par Poggi [84]. Toutefois, l'écart-type sur l'amplitude de la vitesse acoustique augmente à mesure que la vitesse d'écoulement augmente. Par ailleurs, les performances se dégradent lorsque la fréquence acoustique augmente, ainsi le biais et l'écart-type sur les paramètres recherchés (amplitude V_{ac} et phase ϕ_{ac} de la vitesse acoustique et vitesse d'écoulement $V_{e,q}$) restent inférieurs à 5 % pour un RSB local supérieur à 0 dB pour une fréquence acoustique égale à 500 Hz et un RSB local supérieur à 10 dB pour fréquence acoustique égale 2000 Hz. Les résultats expérimentaux sont globalement en accord avec les simulations numériques pour un indice de modulation α supérieur à 2 et une fréquence acoustique inférieure ou égale à 2000 Hz, malgré une légère baisse des performances pour une fréquence acoustique de 2000 Hz. L'application de la procédure de post-traitement "détection synchrone" à un nombre de bouffées N nécessite de considérer un nombre entier de périodes acoustiques sur chacune des bouffées, entraînant une limitation sur la

vitesse d'écoulement maximale admissible.

ii. Distribution de Wigner-Ville croisée

Tout comme pour la TFCT, le choix de la fenêtre de pondération, de sa largeur, et son taux de recouvrement influencent les performances de cette méthode. Pour information le traitement temps-fréquence par CWV implémenté par Valeau *et al* [111] permet d'atteindre α supérieur ou égal à 0.25 pour des signaux réels présentant un RSB global de 6 dB avec un biais de 8 % sur l'estimation de l'amplitude et 0° sur la phase ϕ_{ac} de la vitesse acoustique. Cette méthode reste très efficace pour un RSB global (cf. §1.3.3) supérieur à 13 dB, mais montre malgré tout de bonnes performances pour un RSB supérieur à 6 dB (erreur inférieure à 10 %). Cependant, la CWV ne permet pas le suivi des variations rapides de fréquence. La transformée temps-fréquence synchrone a été développée dans le but de trouver une solution exacte au problème de la démodulation du signal de bouffée Doppler dans un contexte d'analyse synchrone, à savoir en connaissant la fréquence d'excitation acoustique.

iii. Détecteur Temps-Fréquence Synchrone (DTFS)

Cette approche a fait l'objet d'une étude approfondie sur des simulations [108, 113] et quelques exemples sur signaux réels ont démontré le bien-fondé de cette démarche. Néanmoins des limites apparaissent et ont été mises en évidence statistiquement [109]. En effet, la méthode nécessite de considérer un RSB supérieur à 10 dB. La DTFS permet d'atteindre sur signaux réels un indice de modulation α supérieur ou égal à 0.25. Le domaine de validation de la CWV et de la DTFS est le même, ces méthodes ne diffèrent du point de vue de leur performance que par leur résistance au bruit. En revanche, la méthode DTFS, toujours adaptée au signal, présente l'avantage de ne posséder aucun biais dans la plage d'indices de modulation où elle suit la modulation.

iv. Dérivation de la phase du signal Doppler (PDBE)

Il ressort des évaluations que la méthode d'estimation PDBE de la fréquence instantanée permet, moyennant la prise en compte d'un maximum d'informations *a priori* dans le modèle du signal Doppler, d'estimer avec des précisions acceptables les paramètres de la vitesse acoustique pour des indices de modulation α proches de 0.2 sur signaux réels [112]. Cependant, la comparaison de l'ensemble des résultats avec ceux obtenus précédemment avec les autres méthodes temps-fréquence développées au LAUM s'avère délicate. En effet, la prise en compte de l'amplitude variable dans la modélisation du signal Doppler ne permet plus de considérer l'indice de modulation α comme un paramètre invariant comme cela était fait dans les précédents travaux [108, 84]. Dans l'étude proposée par Le Duff [60], la précision des estimations des paramètres de la vitesse acoustique est étroitement liée à la fréquence acoustique pour une vitesse d'écoulement donnée. Les simulations ont été menées pour une vitesse d'écoulement très faible de 1.2 mm/s. Le fonctionnement de la méthode PDBE s'avère limitée à un domaine où la fréquence acoustique est supérieure à 500 Hz et les RSB locaux supérieurs à 12 dB. Cet estimateur présente un biais toujours inférieur à 0.3 % sur les mesures des vitesses V_{ac} , $V_{e,q}$ et proche de 0° sur la mesure de ϕ_{ac} pour un RSB local supérieur à 12 dB. Les variances sont en revanche élevées, l'estimateur ne devenant efficace qu'à partir d'un RSB local supérieur à 15 dB [60]. Malgré ses performances modestes, cette méthode s'avère être intéressante car sa mise en œuvre est très simple et elle ne nécessite aucune connaissance *a priori* sur la nature du signal Doppler, à l'exception de la fréquence acoustique.

1.5.2.b Compteurs, analyse temps-fréquence et échantillonnage aléatoire

- Loizeau et Gervais utilisent, quant à eux, un compteur (cf. §1.4.2.a) pour mesurer des vitesses acoustiques en présence d'écoulement laminaire de quelques centaines de cm/s [68]. Une procédure de traitement du signal spécifique fut développée pour s'adapter à l'échantillonnage aléatoire des données qui disperse les informations de vitesses acoustique utiles. La vitesse d'écoulement moyenne est estimée à l'aide d'un calcul de vitesse moyenne proposé par Barnett et Bentley [20]. Puis, une procédure de traitement du signal des données échantillonnées à intervalles non réguliers est développée pour déterminer les paramètres d'amplitude et de fréquence de l'onde acoustique sinusoïdale grâce à une analyse du spectre d'amplitude [39]. Des amplitudes de vitesse acoustique comprises entre quelques mm/s et 200 mm/s en basses fréquences pour un écoulement laminaire autour de 0.5 m/s offrent des résultats avec un écart relatif de 5 % [68].

- L'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique d'une particule excitée par une onde acoustique dans un fort écoulement d'air (supérieur au m/s) nécessite l'utilisation d'un traitement du type compteur ou analyseur de spectre (reposant sur la TFCT) associé à un post-traitement adapté aux écoulements étudiés : *Slotting Technique*, *Sample and Hold* et périocorrélation. Pour des écoulements variant de 10 à 30 m/s pour une gamme de fréquence acoustiques de 500 à 2000 Hz et des vitesses acoustiques variant de 50 à 500 mm/s, Boucheron [12] montre que la *Slotting Technique* s'avère être la plus robuste, même si la technique du *Sample and Hold* devrait fournir des résultats identiques. Cependant, les corrections apportées par Simon et Fitzpatrick [101] laissent espérer une amélioration des résultats de la technique *Sample and Hold*. De plus, l'utilisation des méthodes adaptées des techniques propres à la turbulence nécessite un très grand nombre de bouffées avant de converger. La périocorrélation présente l'avantage de ne nécessiter que très peu de points de mesure (soit bouffées Doppler). Les résultats obtenus sont équivalents à la *Slotting Technique* sauf lorsque la vitesse acoustique devient faible par rapport à la vitesse d'écoulement.

1.6 Principales applications décrites dans la littérature

Ce paragraphe a pour objectif de présenter les principales applications des méthodes de traitement du signal Doppler acoustique décrites au §1.4 pour la mesure de champs de vitesse acoustique en présence ou non d'écoulement.

1.6.1 Champ clos

1.6.1.a Mesure d'impédance

Davis *et al* [24] développe la méthode de mesure proposée par Taylor [105] qui permet de déterminer l'amplitude de la vitesse acoustique et son déphasage par rapport au signal microphonique acquis au même point. Le signal Doppler et le signal microphonique sont multipliés afin d'extraire les informations d'amplitude et de phase de la vitesse acoustique à partir du spectre de raies asymétriques. Un tube à ondes stationnaires rempli d'air permet des mesures d'impédance acoustique pour des fréquences allant de 498 à 993 Hz et des niveaux acoustiques compris entre 80 et 100 dB_{SPL}. Davis *et al* comparent les résultats obtenus par mesure VLD à ceux déduits de la mesure du taux d'ondes stationnaires et notent une erreur d'environ 0.2 dB sur le module de l'impédance et de 2° sur sa phase.

Sharpe *et al* [96] réalisent des mesures d'impédance acoustique complexe dans un guide en utilisant la Spectroscopie de Corrélation de Photons jugée plus apte à l'étude des bas niveaux acoustiques et plus rapide que la méthode de Davis *et al* [24]. Sharpe *et al* comparent la mesure de l'impédance

d'entrée au modèle analytique. Les résultats témoignent d'un bon accord entre modules d'impédance mesurés et calculés dans la gamme de fréquences allant de 50 à 700 Hz.

1.6.1.b Thermoacoustique

La VLD s'avère être un outil de mesure très intéressant en thermoacoustique car elle permet la mesure locale directe de la vitesse particulière dans des systèmes difficilement accessible aux méthodes classiques. La VLD peut ainsi permettre d'appréhender, dans le fonctionnement des machines thermoacoustiques, les rôles de certains effets liés aux écoulements redressés et à la turbulence au voisinage des empilement de plaques (*stacks*). Atchley et Thompson [107] utilise l'analyseur de spectre de bouffées (BSA) dans des applications thermoacoustiques pour la mesure de vitesse acoustique fort niveau (de l'ordre du m/s) en présence de *streaming* dans un résonateur cylindrique à ondes stationnaires. Des mesures de vitesses acoustiques autour d'empilements thermoacoustiques en présence de très faibles écoulements (inférieurs au mm/s) ont également été réalisées par Poignand [85]. La mesure de la puissance acoustique apporte une information particulièrement recherchée lorsqu'il s'agit de caractériser le rendement ou l'efficacité d'un transducteur acoustique ou bien encore l'émission de bruit d'une machine. Dans le cas d'un réfrigérateur thermoacoustique, la puissance acoustique délivrée par la source influence directement le transfert de chaleur de la source froide à la source chaude [104]. Cette mesure s'avère indispensable pour déterminer l'efficacité intrinsèque du système thermoacoustique. La mesure de puissance acoustique au sein d'un résonateur acoustique a été réalisée grâce à la mesure de vitesse acoustique par VLD couplée à une mesure microphonique : information essentielle permettant d'accéder au rendement ou à l'efficacité du système thermoacoustique [6, 119, 84].

1.6.1.c Étalonnage de microphones

Taylor propose en 1981 [106] une méthode d'étalonnage absolu d'un microphone utilisant la mesure de vitesse par VLD comme mesure de référence. Le microphone est localisé à l'extrémité d'un tube excité par un haut-parleur et un modèle physique basé sur la connaissance de l'impédance acoustique spécifique du fluide (air) permet d'estimer la pression à partir d'une seule mesure de la vitesse. Il montre qu'il est possible d'étalonner un microphone électrostatique avec une précision de 0.03 dB pour une fréquence de 500 Hz et des niveaux variant de 88 à 108 dB, à condition de prendre un large échantillon de mesures. La méthode de réciprocité offrant en 1981 une précision à 0.02 dB, Taylor considère que ces résultats confirment la validité de l'hypothèse de réciprocité sur laquelle repose l'étalonnage absolu des microphones. Ces résultats montrent en outre l'intérêt de la VLD pour l'étalonnage absolu des microphones. Une nouvelle voie concernant l'étalonnage absolu de microphones en champ libre est, par ailleurs, explorée dans la troisième partie de cette thèse.

MacGillivray *et al* [69, 70] utilisent la même approche que Taylor et l'estimation de la vitesse acoustique est réalisée avec deux méthodes : l'analyse spectrale et la Spectroscopie par Corrélation de Photons. Ils montrent que l'incertitude sur l'estimation de la pression est ± 0.1 dB pour l'analyse spectrale et ± 0.2 dB pour la Spectroscopie par Corrélation de Photon.

1.6.2 Champ libre

Rayonnement de haut-parleur

La première étude relatant la mesure de vitesse particulière en champ libre a été proposée en 1986 par Greated [44]. Greated utilise un dispositif VLD afin de scruter le champ de vitesse acoustique généré par un haut-parleur (HP) électrodynamique à pavillon. Les valeurs mesurées par Spectroscopie de Corrélation de Photons sont comparées à celles déduites des mesures de niveaux acoustiques réalisées avec

un sonomètre avec l'hypothèse d'ondes planes. Greated évalue la précision sur les valeurs comparées à $\pm 10\%$ pour une fréquence acoustique de 1000 Hz et trois niveaux acoustiques de 110, 115 et 120 dB_{SPL}.

L'objet de l'étude proposée par Poggi *et al* [84, 92] est d'étendre l'étude de Greated en essayant de mieux approcher les conditions de champ libre. Pour réaliser son étude, Poggi [84] propose un autre dispositif de contrôle pour obtenir les vitesses utilisées comme référence. Le dispositif expérimental est constitué d'un HP électrodynamique fonctionnant en régime sinusoïdal monté sur une enceinte. L'étude des vitesses particulières est réalisée en situation de pseudo champ libre afin d'avoir des vitesses d'écoulement inférieures au mm/s. L'expérience a permis de confronter les valeurs des vitesses acoustiques sur l'axe du HP mesurées par VLD (traitement par TFCT suivi d'un post-traitement par "détection synchrone") à celles estimées à partir des relevés de pression. Les résultats obtenus pour une fréquence acoustique de 1000 Hz et une amplitude de la vitesse acoustique allant de 5 à 22 mm/s (correspondant à des niveaux de 100 à 115 dB_{SPL}) montrent un écart relatif inférieur à 15 % (soit 1.2 dB), résultats très encourageants. Rappelons que les travaux de Greated proposaient pour une fréquence acoustique de 1000 Hz des écarts relatif de 7 %, 23 % et 14 % pour des niveaux acoustiques respectivement de 110 dB_{SPL}, 115 dB_{SPL} et 120 dB_{SPL}.

La seule application des méthodes temps-fréquence (TFCT) à une excitation acoustique sinusoïdale en présence de faible écoulement (post-traitement "détection synchrone") a été réalisée par Rouquier [93, 91] dans le but d'étudier le rayonnement d'un HP en champ libre avec un écoulement moyen de 10 mm/s. Cette étude a permis la comparaison des vitesses particulières mesurées par VLD aux vitesses particulières calculées à l'aide d'un modèle mathématique de rayonnement du HP. Les modules des vitesses estimées à l'aide du modèle de rayonnement présentent un profil analogue à celui des modules de vitesses estimées par VLD avec un biais de 2 dB en champ proche et de 9 dB en champ lointain. Ce biais est directement lié au biais déjà observé entre les deux profils de pressions (pression mesurée et pression estimée par le modèle), qui varient dans les mêmes proportions. La mise en place d'un montage qui respecterait mieux les hypothèses de départ du modèle (conditions de Sommerfeld) permettraient d'améliorer le modèle.

La validation expérimentale des performances de la méthode EKF a été réalisée pour la mesure de vitesses acoustiques rayonnées par un HP (monté dans un espace semi-infini) en conditions de champ libre. La méthode a été testée pour des niveaux acoustiques variant de 97 à 102 dB_{SPL} et deux fréquence acoustiques de 1000 et 2000 Hz. L'écart entre l'amplitude de la vitesse estimée par VLD avec l'EKF et celle estimée par mesure de pression reste inférieur à 4 %. Compte tenu de la vitesse d'écoulement maximale de 25 mm/s, le signal Doppler acoustique présente seulement deux à trois périodes acoustiques pour une fréquence acoustique de 1000 Hz. En revanche, dès que la fréquence acoustique diminue le nombre de périodes acoustiques disponibles pour la mesure décroît de manière significative ce qui rend problématique des estimations précises.

1.6.3 Écoulements moyens

Loizeau et Gervais [68] mesurent des vitesses acoustiques instantanées dans un guide d'onde stationnaire ouvert aux deux extrémités à l'aide de compteurs et de traitements spécifiques du signal de vitesse développé par les auteurs (cf. §1.5.2.b) ; la vitesse acoustique est superposée à une vitesse de convection laminaire de 600 mm/s, ce qui permet d'obtenir un signal Doppler suffisamment continu. Ces auteurs s'intéressent également à la mesure de vitesses particulières acoustiques dans un tube de Rijke, le but étant de fournir une description expérimentale du dégagement instantané de chaleur entre une grille chauffante et l'onde acoustique auto-excitée dans un tube ouvert aux deux extrémités [67].

Hann *et al* utilisent la Spectroscopie de Corrélation de Photons pour effectuer des mesures de vitesses acoustiques en présence d'écoulement pour des amplitudes de vitesses acoustiques importantes de l'ordre du m/s [49], des mesures d'amplitude moyenne de vitesse dans le cas d'une excitation par bruit blanc dans un guide [96] et une mesure de profil de vitesse acoustique le long d'un tuyeau d'orgue [48]. Dans toutes ces expérimentations, la spectroscopie par corrélation de photons est utilisée pour extraire l'amplitude de la vitesse acoustique. La méthode de mesure semble constituer un outil adapté à l'étude des phénomènes acoustiques mis en jeu dans les instruments à vent (notamment au niveau de leur embouchure et de leurs trous latéraux), domaine de recherche de prédilection des auteurs.

1.6.4 Écoulements forts

Le domaine de l'aéroacoustique nécessite de pouvoir caractériser les vitesses acoustiques dès que les phénomènes en jeu deviennent très complexes comme dans le cas du bruit de soufflante de moteurs d'avions ou de ventilateurs. Les appareils de mesure courants tels que le fil chaud sont généralement utilisés pour des écoulements sans acoustique et les microphones ne peuvent mesurer que la pression acoustique. Ils ont en plus l'inconvénient de perturber l'écoulement et d'être des sources de bruit supplémentaires. Dans ce contexte, la VLD, caractérisée par sa très faible intrusivité, semble être une bonne alternative pour effectuer des mesures aéroacoustiques grâce à l'utilisation des traitements adaptés tels que la *Slotting Technique*, le *Sample and Hold* et la périocorrélation. Les mesures de vitesses acoustiques en présence d'écoulements élevés (supérieurs au m/s) permettent alors d'estimer l'impédance locale acoustique ou l'intensité acoustique, utiles à la caractérisation par exemple des traitements acoustiques des nacelles d'avion [75], des bruits de soufflante de moteur d'avion [12] ou toute autre application aéroacoustique [59].

1.7 Bilan des méthodes VLD appliquées aux signaux acoustiques en présence d'écoulement

L'étude présentée dans ce chapitre s'est limitée à l'application de la VLD aux signaux acoustiques audibles dans l'air. Néanmoins, les méthodes employées suivant les gammes d'études (niveaux acoustique et vitesses d'écoulement) sont vastes. Plusieurs catégories de traitements suivant ces gammes d'études ont été définies de la manière suivante :

- forts niveaux acoustiques ($> 120\text{-}140 \text{ dB}_{\text{SPL}}$) et très faibles écoulements ($< 2 \text{ mm/s}$) [84, 6, 107, 85] et faibles écoulements laminaires ($0.02 - 1 \text{ m/s}$) [68],
- faibles à très forts niveaux acoustiques ($60 \text{ à } > 130 \text{ dB}_{\text{SPL}}$) et forts écoulements ($> \text{m/s}$) [72, 3, 75, 101, 13, 78, 12],
- moyens à forts niveaux acoustiques ($80\text{-}120 \text{ dB}_{\text{SPL}}$) et faibles écoulements ($0.02 - 1 \text{ m/s}$) [97, 49],
- faibles à forts niveaux acoustiques ($60 \text{ à } 120 \text{ dB}_{\text{SPL}}$) et faibles écoulements ($1 \text{ à } 200 \text{ mm/s}$), [115, 106, 28, 24, 96, 113, 74, 111, 41, 60].

Un tableau (Tab. 1.3) récapitule les méthodes associées aux indices de modulation acoustique $\alpha = DV_{ac}/f_{ac}$. Cet indice ne prend pas en compte l'influence de l'écoulement dans l'utilisation des méthodes. Ainsi, un second tableau (Tab. 1.4) permet de mettre en évidence les méthodes à employer et les références bibliographiques associées en fonction de la gamme d'étude choisie en acoustique et en écoulement.

Les tableaux (Tabs. 1.3 et 1.4) montrent que pour la gamme de niveaux acoustiques $60 - 120 \text{ dB}_{\text{SPL}}$ et pour de faibles écoulements ($2 \text{ à } 500 \text{ mm/s}$), il est nécessaire de développer et valider des méthodes de

Traitement	BSA et compteurs	Analyse Spectrale	Spectroscopie par Corrélation
α	1 à 100	>0.3	>1.8

Traitement	TFCT	CWV	DTFS	PDBE
α	>1	>0.25	>0.25	>0.2

Traitement	MLE	EKF
α	0.2	0.05

TAB. 1.3: Tableaux récapitulatifs des indices de modulations α associés aux méthodes de traitement des signaux Doppler acoustique réels.

		P_{ac} (dB _{SPL})		
		faible (60-80)	moyen (80-120)	fort (> 120)
$V_{e,q}$ (mm/s)	1		Temps-Fréquence : TFCT + Détection Synchrone : DS [84] Analyse Spectrale [105, 106] Spectroscopie Corrélation photons [28, 96, 24]	BSA + traitements spécifiques [84, 107] [6, 85]
	2-20		Temps-Fréquence : CWV [74], DTFS [74], PDBE [60] + DS Méthodes paramétriques : EKF et MLE [60]	BSA Compteurs + traitements écoulements laminaires [68]
			EKF + PDBE (étude préliminaire) [60, 64, 61] Spectroscopie Corrélation photons [49, 97] TFCT + DS (étude préliminaire) [93, 91]	
	20-500		détecteur / méthodes temps-fréquences / post-traitement ↓ Décteur robuste + post-traitement pour $T_{ac} < T_{e,q} : ?$	
>500		BSA-Compteurs de périodes + Slotting technique [72, 78, 75] Sample and Hold [13, 3, 101] Péριο-corrélation [12]		

TAB. 1.4: Tableau récapitulatif des méthodes d'analyse du signal Doppler acoustique en fonction des gammes de niveaux acoustiques et des vitesses d'écoulement : en rouge les domaines d'application à développer.

pré-traitement et post-traitement permettant d'utiliser la VLD pour ces gammes de niveaux acoustiques et vitesses d'écoulement.

1.8 Contexte de l'étude

1.8.1 Besoins et objectifs

L'exposé des travaux réalisés sur la VLD appliquée l'acoustique pour des niveaux compris entre 60 et 120 dB_{SPL} dans une gamme de fréquences audibles allant de 100 à 4000 Hz met en lumière les faiblesses des traitements concernant les mesures de vitesses acoustiques en présence d'écoulement. Les recherches menées sur le développement de la sonde VLD au LAUM ont pour objectif d'obtenir un outil de mesure de vitesses non intrusif qui permette l'étude du rayonnement des transducteurs acoustiques mais aussi l'étude des champs complexes du fait de la nature vectorielle de la vitesse particulière. Ces

mesures sont essentiellement réalisées en champ libre qui se caractérise par un écoulement de convection présentant une grande variance dans la répartition des vitesses d'écoulement (non-stationnarité de l'écoulement). La particule, selon la fréquence acoustique à laquelle les mesures sont réalisées (plus spécifiquement en basses fréquences inférieures à 500 Hz), peut osciller sur une durée inférieure à une période acoustique lors de son passage dans le volume de mesure. Le nombre de périodes acoustiques disponibles sur la loi de fréquence instantanée (soit de vitesse) est en conséquence inférieur à un. Apparaît alors la nécessité d'effectuer des mesures sur un grand nombre de bouffées afin de diminuer les biais et variances sur l'estimation des paramètres acoustiques.

Les travaux initialisés par Rouquier *et al* [93, 91] et Le Duff [61] sur l'estimation des paramètres acoustiques en présence d'écoulement offrent des résultats encourageants. Cependant, le post-traitement "détection-synchrone" amélioré par Rouquier nécessite de considérer au grand minimum une période acoustique. Par ailleurs, la validation de l'estimation des paramètres n'a été réalisée qu'avec une seule méthode temps-fréquence : la TFCT. Cette méthode est certes robuste au bruit mais elle est la plus limitée en termes d'applications (indices de modulation supérieurs à 1). Les travaux futurs doivent envisager une validation avec d'autres méthodes temps-fréquence de type CWV ou PDBE.

La robustesse au bruit et la simplicité algorithmique de mise en œuvre des méthodes non-paramétriques temps-fréquence combinées à un post-traitement paramétrique par rapport aux méthodes paramétriques ont conditionné les méthodes implémentées sur le banc de mesure VLD. Cependant, l'EKF est une méthode paramétrique à envisager pour un éventuel traitement temps-réel (futur) des données.

Estimer les paramètres de la vitesse acoustique à partir d'un grand nombre de bouffées implique la mise en place d'une procédure de traitement du signal robuste permettant de les détecter, de les localiser et de les classifier. Détecter revient effectivement à considérer la présence de signal utile ou non. Localiser consiste à affecter un temps de début et temps de fin à l'évènement détecté : étape clé pour l'estimation des paramètres acoustiques. En effet, l'estimation étant réalisée sur la loi de fréquence instantanée, une mauvaise localisation peut entraîner la prise en compte de bruit biaisant la qualité des estimations. Enfin la classification des bouffées permet de faire la distinction entre bouffée simple et bouffée multiple. Les bouffées simples correspondent à des bouffées bien localisées temporellement associées au passage d'une seule particule dans le volume de mesure. En revanche, les bouffées multiples caractérisent des bouffées qui se recouvrent plus ou moins, liées au passage de plusieurs particules dans le volume de mesure ou à une modulation très importante du signal Doppler (cf. §1.3.6).

Une fois le signal détecté et traité par des méthodes temps-fréquence permettant l'estimation de sa loi de fréquence instantanée (proportionnelle à la vitesse), le signal de fréquence instantanée doit lui-même être traité. La méthode de post-traitement à l'heure actuelle utilisée est la "détection synchrone" qui nécessite d'avoir au minimum une période acoustique sur la loi de fréquence instantanée. Or, lorsque la particule passe trop vite dans le volume de mesure ou/et que la fréquence acoustique est très basse, cette dernière ne peut pas osciller sur une période acoustique entière. La détection synchrone ne peut alors décemment plus être envisagée. De nouvelles méthodes de post-traitement permettant l'estimation des paramètres acoustiques et des vitesses d'écoulement pour des particules présentant moins ou plus d'une période acoustique sur la loi de fréquence instantanée doivent être envisagées.

1.8.2 Orientations choisies

Ce chapitre a mis en évidence les manques en termes de traitement des signaux Doppler afin d'avoir une chaîne de traitement opérationnelle pour la mesure de vitesses acoustiques en présence de faibles écoulements (inférieurs à 200 mm/s).

Les besoins concernant le traitement des signaux Doppler nécessitent la mise en place d'un

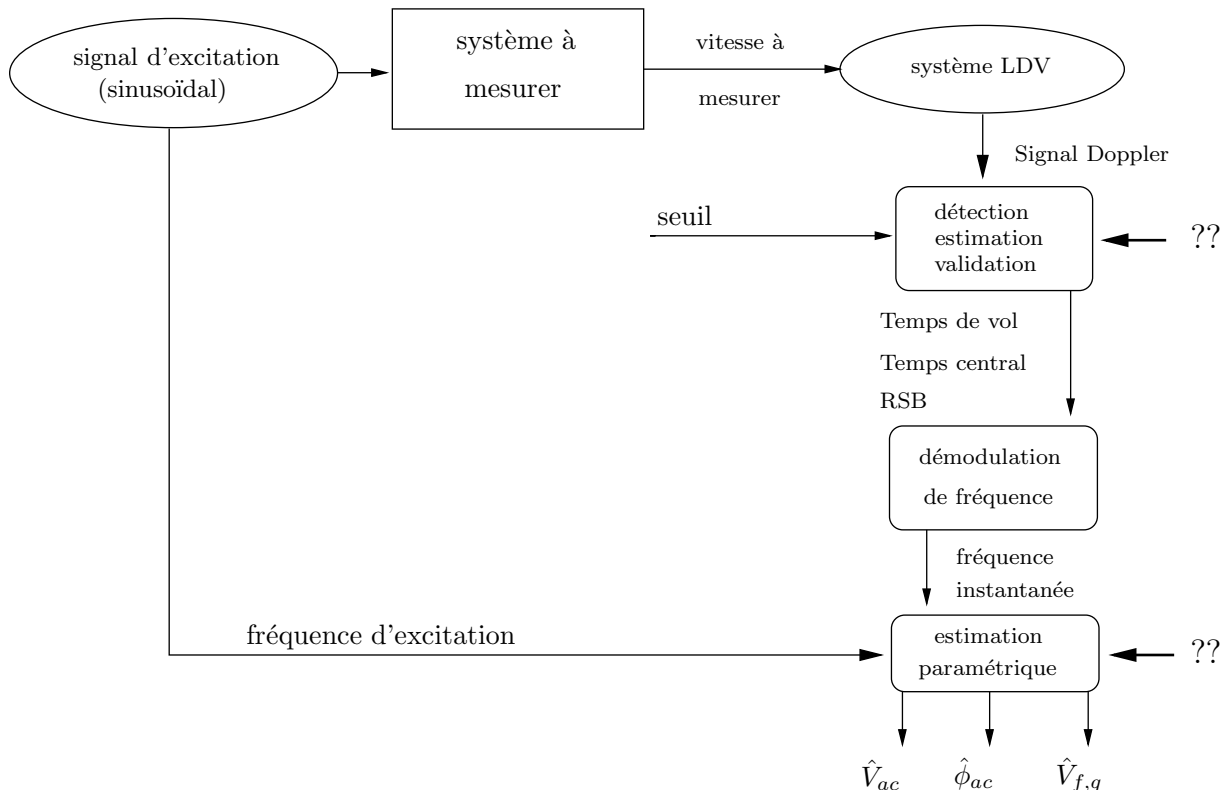


FIG. 1.10: Principe général du traitement du signal Doppler pour l'estimation de la vitesse acoustique : mise en évidence des besoins.

détecteur et d'un estimateur de paramètres performants qui permettent d'envisager la mesure de vitesses acoustiques en présence d'écoulement (voir Fig. 1.10). Les bouffées Doppler rencontrées dans les applications VLD au LAUM (60–120 dB_{SPL} pour des vitesses d'écoulement inférieures à 100 mm/s) conduisent aux deux familles suivantes (cf. §1.3.6) :

1. $N_{mod_q} < 1 \quad \forall \Delta x_q (\Delta x_q > \sqrt{2} dx_o : \text{cas (d)(h) et } \Delta x_q < \sqrt{2} dx_o : \text{cas (c)(g) de la Fig. 1.8)$
2. $N_{mod_q} > 1$ avec $\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o, \xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6$ (cas (b)(f) Fig. 1.8).

Le choix de $\xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6$ pour le troisième cas correspond aux applications acoustiques envisagées en VLD au LAUM (vitesses d'écoulement faibles). Ce choix est détaillé en Annexe A.

Deuxième partie

Détection de bouffées Doppler pour l'estimation de la vitesse acoustique en présence d'écoulement

Introduction

La première partie de cette thèse a permis d'exposer le principe de la sonde VLD et de dresser le bilan des travaux engagés et réalisés depuis les premiers travaux menés par Taylor en 1976 [105] qui s'est intéressé à l'adaptation de la sonde VLD aux signaux acoustiques. Cet état de l'art a permis de faire émerger les lacunes des traitements de signaux Doppler adaptés à l'acoustique de l'audible et les problématiques auxquelles ce travail tente d'apporter des réponses.

Pour une excitation acoustique sinusoïdale, le signal Doppler issu du dispositif VLD est constitué de plusieurs bouffées Doppler, modulées en amplitude et en fréquence. Les diverses méthodes de traitement du signal développées ont pour objectif l'estimation de l'amplitude et de la phase de la vitesse acoustique à partir d'une bouffée Doppler. Les méthodes aujourd'hui adoptées au LAUM reposent sur une approche temporelle qui conduit à une estimation de la fréquence instantanée (*FI*) du signal Doppler (dérivée de la phase) proportionnelle à la vitesse de la particule. Ces méthodes de traitement du signal ont été développées et validées par Valière *et al* [113, 111, 40, 41, 60]. L'estimation des paramètres acoustiques fait l'objet d'une procédure de post-traitement de la loi de fréquence instantanée. Les méthodes de post-traitement usuelles (calcul de variance, méthode des moindres carrés, détection synchrone [84]) ne s'appliquent qu'aux bouffées Doppler soumises à de très faibles écoulements de l'ordre de quelques mm/s pour des fréquences acoustiques qui permettent d'obtenir une loi de fréquence instantanée associée à chaque bouffée de plusieurs périodes acoustiques [113, 92, 111, 40, 91, 93, 41]. Cependant, dans de nombreuses conditions expérimentales, ces méthodes ne sont plus applicables car la durée des bouffées peut être inférieure à une période acoustique et varier d'une bouffée à l'autre, conséquence de l'augmentation de la vitesse moyenne d'écoulement, de ses variations possibles d'une particule à l'autre et/ou d'une excitation à basse fréquence. Estimer les paramètres de la vitesse particulaire acoustique à partir d'un grand nombre de bouffées s'avère indispensable afin de minimiser les incertitudes expérimentales par une approche statistique.

L'avancée des travaux est ainsi conditionnée par la mise en place d'un post-traitement efficace permettant d'estimer les paramètres de la vitesse particulaire acoustique et la vitesse d'écoulement propre à chaque bouffée préalablement détectée, localisée temporellement et classifiée (bouffée simple ou multiple). Les bouffées simples sont liées au passage dans le volume de mesure de particules suffisamment éloignées les unes des autres pour permettre une acquisition de bouffées bien localisées temporellement. La bouffée multiple se caractérise, quant à elle, par un recouvrement de plusieurs bouffées, lié au passage très rapproché de plusieurs particules dans le volume de mesure ou à la modulation très importante de l'enveloppe de la bouffée Doppler. Or, les méthodes temps-fréquence adoptées pour le traitement du signal Doppler acoustique n'ont été développées et validées que sur des bouffées simples. Le recouvrement des bouffées influence l'allure de la loi de fréquence instantanée et nécessite d'écarter les bouffées multiples pour accroître la qualité d'estimation des paramètres utiles : amplitude et phase de la vitesse acoustique issue du signal d'excitation et vitesse d'écoulement de chaque bouffée.

Les travaux présentés dans cette partie ont pour double objectif de développer et valider :

- une méthode de traitement du signal capable de détecter, localiser temporellement (estimation des temps début et temps fin) et classifier (bouffée simple ou multiple) les bouffées utiles contenues dans un signal bruité,
- une méthode d'estimation des paramètres de la vitesse particulière acoustique et des vitesses d'écoulement à partir du signal de vitesse instantanée obtenue à l'aide de la loi de fréquence instantanée ($v = i FI$).

La plupart de la littérature traitant de la détection des bouffées Doppler considère qu'une seule bouffée est présente dans le volume de mesure, conduisant à un signal Doppler constitué uniquement de bouffées simples [54, 55, 37, 88]. De plus, les travaux sur le développement des détecteurs de bouffées Doppler ont été menés dans le cadre de la mécanique des fluides et ne considèrent par conséquent aucune influence de l'acoustique sur la bouffée Doppler. Les détecteurs les plus communs recherchent le piedestal de la bouffée, comparent les passages par zéros de différentes parties de la bouffée ou calculent une estimation du Rapport Signal à Bruit (RSB) afin de valider si le signal est utile (bouffée simple) ou non (bruit) [54, 55]. Galtier [37] propose une méthode plus fine basée sur une procédure de détection-estimation conjointe pour un traitement temps-réel des données mesurées qui permet l'estimation de la fréquence Doppler et un jeu de paramètres associé comprenant entre autre le temps d'arrivée de la particule (équivalent au temps central de la bouffée) et l'amplitude du signal de chaque bouffée simple détectée. Cette technique de détection-estimation conjointe est basée sur l'implémentation du Test de Maximum de Vraisemblance ou *Likelihood Ratio Test* (LRT) à l'aide d'un Estimateur par Maximum de Vraisemblance ou *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Qui *et al* [88] présentent des méthodes de détection des bouffées Doppler appelées *real-time spectral domain* et *real-time SNR* (*Signal to Noise Ratio*). La première méthode est basée sur l'évaluation temps-réel de l'amplitude du signal dans le domaine fréquentiel et la seconde implique une estimation en temps-réel du RSB. Les deux méthodes permettent la détection de bouffées Doppler simulées pour un RSB inférieur à 0 dB mais ces méthodes ne permettent pas de considérer les bouffées multiples. Le principal défaut de tous ces détecteurs concerne leur échec dans la détection de bouffées Doppler multiples.

Howard [53] propose de détecter les bouffées multiples en considérant la physique du processus de photodétection plutôt qu'en se basant sur un modèle déterministe idéal de bouffée Doppler additionné d'un bruit blanc Gaussien. Cette approche est intéressante car Howard est le premier à abandonner l'idée de mettre en place un détecteur basé sur la bouffée Doppler. Il n'a alors plus besoin de considérer la fonction de densité de probabilité du bruit du signal Doppler qui n'est pas Gaussienne. Malheureusement, cette méthode ne permet pas de réaliser la distinction entre bouffée simple et bouffée multiple. Compte tenu de la complexité du signal Doppler et du bruit additif (non Gaussien et fonctions de densité de probabilité inconnues), les recherches bibliographiques ont été orientées vers des méthodes permettant d'estimer les dates de début et de fin des bouffées Doppler. Ces méthodes sont basées sur l'utilisation de la transformée en ondelette et ont été proposées par Maanen et Nijenboer [114] et Nobach et Van Maanen [79]. Ils utilisent les ondelettes pour réaliser une estimation du temps d'arrivée et de la fréquence Doppler de la bouffée sur des données simulées. Harteveld *et al* [52] et Nobach [77] utilisent également les ondelettes afin de séparer des bouffées multiples (composées de deux bouffées) et d'estimer le temps d'arrivée, le temps de vol et la fréquence Doppler des bouffées issues de la séparation des bouffées multiples. Pour réaliser ces estimations un processus de détection basé sur une technique d'auto-corrélation du signal Doppler est utilisé. Ce traitement a été testé sur des données réelles, mais l'utilisation de la technique par ondelettes pour le traitement des bouffées multiples, constituées chacune de deux bouffées, est limitée par l'interférence des pics dans le domaine spectral lorsque les bouffées ne sont pas bien séparées (fréquences Doppler proches), conduisant à une séparation plus complexe des bouffées multiples. Les ondelettes offrent cependant la possibilité de réduire significativement le bruit sur la représentation temps-fréquence du signal étudié et apparaissent être

une solution fort intéressante pour détecter et localiser les bouffées Doppler. L'utilité des ondelettes pour détecter des phénomènes transitoires ou ruptures tels que les bouffées Doppler dans le signal est largement reconnu [71, 80]. Le premier chapitre propose ainsi une méthode de détection, localisation et classification (bouffées simples/bouffées multiples) empirique des bouffées Doppler basée sur l'utilisation d'une transformée en ondelette.

Le second chapitre expose deux méthodes d'estimation des paramètres de la vitesse particulière acoustique et des vitesses d'écoulement associées aux bouffées Doppler. La première méthode est issue de travaux antérieurs à la thèse, réalisés lors de mon stage de DEA au LAUM et poursuivis lors de la thèse dans le cadre du stage de master 1 de Lionet [66]. Les travaux réalisés durant la thèse ont permis de développer une seconde méthode présentée sous la forme d'un article en langue anglaise soumis pour publication à la revue *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*.

La vitesse particulière acoustique étant la somme d'une composante acoustique sinusoïdale et d'une composante continue associée à la vitesse d'écoulement, l'objectif des deux méthodes proposées dans ce second chapitre est d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique lorsque la durée du signal de vitesse associée à une bouffée est inférieure à une période acoustique et lorsque la vitesse d'écoulement varie d'une bouffée à l'autre.

Les méthodes de traitement statistique issues de la mécanique des fluides (*slotting technique* [73, 72, 38, 75] ou *sample and hold* [13, 3, 78, 101]) permettent l'estimation des paramètres acoustiques en présence de très forts écoulements turbulents. Elles ont fait l'objet d'un exposé dans la première partie de cette thèse (cf. §1.4.2.b .i, ii et iii). Toutes ces méthodes considèrent que la vitesse de la particule est constante lors de son passage dans le volume de mesure. Or, dans le cas d'une excitation acoustique sinusoïdale, nous avons vu que la vitesse de la particule ne peut plus être considérée comme constante durant son passage dans le volume de mesure et le signal Doppler est alors modulée [105, 44]. Les diverses méthodes de traitement des signaux Doppler acoustiques présentant une variation de la vitesse lors du passage des particules dans le volume de mesure ont été présentées dans la première partie de cette thèse (cf. §1.4.1, §1.4.2.a .ii et 1.4.2.b .iv). Aucune méthode n'est utilisable lorsque la vitesse d'écoulement est faible, mais suffisamment élevée pour entraîner moins d'une période acoustique par bouffée. Les méthodes temps-fréquence utilisées au LAUM nécessitent la mise en place de nouvelles procédures de post-traitement permettant d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique (amplitude V_{ac} et phase ϕ_{ac}) et les vitesses d'écoulement ($V_{e,q}$) associées aux bouffées Doppler.

La première méthode proposée dans cette thèse se décompose en deux phases : une analyse locale permet l'estimation des vitesses d'écoulement (une bouffée correspond à une vitesse d'écoulement) et une analyse globale permet d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique à partir de l'ensemble des bouffées. La seconde méthode propose une analyse locale et paramétrique. Cette méthode estime conjointement les paramètres de la vitesse acoustique et la vitesse d'écoulement associés à chaque bouffée Doppler. L'estimation des vitesses d'écoulement, pour la première méthode, repose sur les hypothèses d'enveloppe Gaussienne et de passage de la particule au centre du volume de mesure (écart-type de l'enveloppe inversement proportionnel à cette vitesse d'écoulement). Une méthode d'estimation par moindres carrés, dans le but d'estimer les paramètres inconnus de ce modèle [100, 65], est utilisée pour :

- la première méthode afin d'estimer les paramètres acoustiques du signal de vitesse sinusoïdal obtenu après estimation des vitesses d'écoulement de chaque bouffée dont les données sont ramenées sur une période acoustique,
- la seconde méthode afin d'estimer les paramètres acoustiques correspondant à la composante sinusoïdale de la vitesse et la vitesse d'écoulement correspondant à la composante continue de la vitesse de chacune des bouffées Doppler,

l'excitation acoustique harmonique étant supposée parfaitement connue. La Fig. 1 propose le principe

des deux méthodes de post-traitement du signal de fréquence instantanée issu du traitement du signal Doppler constitué de nombreuses bouffées.

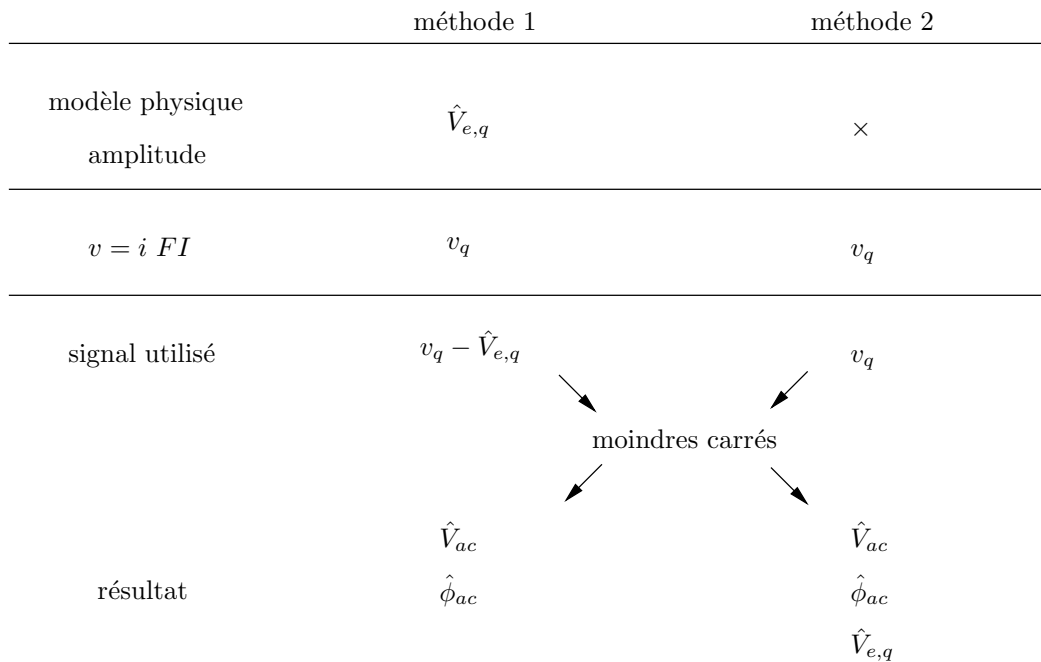


FIG. 1 : Principe des deux méthodes de post-traitement du signal de fréquence instantanée (proportionnel à la vitesse) issu du traitement du signal Doppler constitué de nombreuses bouffées.

La présentation de ces deux méthodes, différentes dans leur concept (approche locale et globale pour l'une et approche uniquement locale pour l'autre), laisse entrevoir la possibilité de construire une méthode plus robuste en les combinant.

Chapitre 2

Détection de bouffées simples et multiples avec des ondelettes

2.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter une méthode de détection, localisation et classification en bouffée simple ou multiple des bouffées Doppler contenues sur le signal Doppler issu d'une acquisition par le dispositif VLD. L'apparition aléatoire des bouffées Doppler et le bruit additif du signal Doppler conduisent à supposer le signal Doppler aléatoire. Le signal de bouffée Doppler acoustique, modulé en amplitude et en fréquence, est non-stationnaire et la distribution des amplitudes des bouffées suit une statistique de Rayleigh [72, 83], ce qui conduit à considérer le signal comme stochastique. Les paramètres du signal sont inconnus à l'exception de la fréquence acoustique. Les fonctions de densité de probabilité et la statistique d'apparition des bouffées simples et des bouffées multiples sont également inconnues. La définition de densité de probabilité du bruit est inconnue bien qu'elle soit considérée comme Gaussienne dans la modélisation. La statistique des temps centraux des bouffées Doppler est Poissonienne sans aucune distinction entre les bouffées simples et les bouffées multiples. La complexité de ce problème et le manque d'informations concernant les caractéristiques du signal Doppler conduisent à réaliser un premier détecteur relativement simple basé sur une approche empirique utilisant une ondelette proche du modèle de la bouffée Doppler. L'utilisation des ondelettes pour la détection ne nécessite aucun *a priori* sur les caractéristiques du bruit additif; la transformée en ondelettes agit par ailleurs comme un filtre passe-bande. Les ondelettes ont également été choisies par rapport à leur qualité pour la détection de phénomènes transitoires ou de ruptures [71, 80].

Un détecteur basé sur la transformée en ondelettes a été développé et son évaluation a été réalisée grâce à des indicateurs objectifs. Une première partie propose une rapide présentation des ondelettes et de leur intérêt dans la détection des bouffées Doppler. La procédure de détection, estimation et localisation des bouffées est ensuite exposée. Puis, les performances du détecteur sont testées en les comparant à une autre procédure de détection similaire basée sur une représentation du signal moins performante, à savoir l'enveloppe du signal Doppler.

2.2 Transformée en Ondelettes Continue

2.2.1 Généralités

Les ondelettes permettent d'étudier le signal à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel. Elles offrent l'avantage de s'adapter au signal à analyser, au contraire de la transformée de Fourier à court terme (TFCT) qui impose une analyse via une fenêtre fixe, engendrant un certain nombre

de compromis. L'utilisation de la TFCT nécessite également de choisir la variable à analyser soit la variable temps ou la variable fréquence [35].

Au contraire, les ondelettes s'adaptent au signal en s'étirant ou en se comprimant. Étirer la fenêtre a pour effet d'étirer les oscillations (baisse de la fréquence de l'ondelette), la comprimer a pour effet de comprimer les oscillations (élévation de la fréquence de l'ondelette). Les ondelettes s'adaptent automatiquement aux différentes composantes du signal : une fenêtre étroite permet une analyse des composantes transitoires de haute fréquence alors qu'une fenêtre large permet une analyse des composantes longue durée de basse fréquence. Cette procédure se nomme *multi-résolution* - le terme résolution évoquant le nombre d'ondelettes utilisées - ou *multi-échelle* - le terme d'échelle désignant la corrélation entre la taille de l'ondelette et la taille des composantes à analyser - [23].

2.2.2 Définition

La transformée en ondelettes décompose les signaux à l'aide d'ondelettes dilatées et translattées. L'ondelette mère $\psi(t) \in L^2(\mathfrak{R})^*$ utilisée pour réaliser la transformée est de moyenne nulle :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (2.1)$$

normalisée par $\|\psi\| = 1$ et centrée au voisinage de zéro. La transformation en ondelettes continue nécessite de créer, à partir de l'ondelette mère ψ , une famille d'ondelettes définie par

$$\psi_{t_0,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-t_0}{a}\right), \quad (2.2)$$

où le facteur d'échelle a sert à dilater (comprimer ou étendre)[†] la fonction ψ ($a > 0$) et t_0 sert à la translater ($t_0 \in \mathfrak{R}$). Les ondelettes sont donc de formes identiques, mais de tailles variables, variinversement proportionnelles à a .

L'analyse par ondelettes d'un signal $z(t)$ donne accès aux coefficients de la transformée en ondelettes continue, notés $W_z(t_0, a)$,

$$W_z(t_0, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \psi_{t_0,a}^*(t) dt. \quad (2.3)$$

La transformée en ondelettes peut alors être réécrite comme un produit de convolution [71]

$$W_z(t_0, a) = \langle z, \psi_{t_0,a} \rangle = z * \bar{\psi}_a(t_0) \quad (2.4)$$

avec

$$\bar{\psi}_a(t_0) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^*\left(\frac{-t_0}{a}\right), \quad (2.5)$$

ayant pour transformée de Fourier

$$\hat{\bar{\psi}}_a(\omega) = \sqrt{a} \hat{\psi}^*(a\omega), \quad (2.6)$$

où $\hat{\psi}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\psi(t)$. L'ensemble des coefficients d'ondelette $W_z(t_0, a)$ forment la transformée en ondelettes, communément désignée par son anglicisme *Continuous Wavelet transform* (CWT).

Les ondelettes empiètent les unes sur les autres de façon à ce que la plupart de l'information encodée par une ondelette soit aussi encodée par ses voisines. Cette redondance peut pourtant se

* $L^2(\mathfrak{R})$: fonction d'énergie finie

[†] $a < 1$: contraction de l'ondelette en temps (dilatation en fréquence), $a > 1$: dilatation en temps (contraction en fréquence), $a = 1$: échelle "naturelle" du signal analysé.

révéler être un avantage : l'origine précise de l'encodage du signal n'a pas grande importance dans le cas d'une représentation continue ; les coefficients ne changent pas si l'origine est déplacée (représentation covariante par translation). Il n'est pas nécessaire non plus de connaître avec précision tous les coefficients d'une transformée continue [23].

2.2.3 Propriétés

Si le support temporel de l'ondelette analysante $\psi_{t_0,a}$ varie, le nombre d'oscillations à l'intérieur de ce support reste constant (cf. §2.2.2). Par ailleurs, pour que la transformée en ondelettes soit une représentation, elle doit être inversible, c'est à dire :

$$z(t) = \frac{1}{c_\psi} \int \int \langle z, \psi_{t_0,a} \rangle \psi_{t_0,a}(t) \frac{dt_0 da}{a^2}, \quad (2.7)$$

où

$$c_\psi = \int_0^\infty |\hat{\psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{|\omega|}. \quad (2.8)$$

Si la condition d'admissibilité $0 < c_\psi < +\infty$ est respectée, alors la famille d'ondelettes $\{\psi_{t_0,a}(t), (t_0, a) \in \mathbb{R}^2\}$ se comporte comme une base continue et si $\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$, $\hat{\psi}(\omega)$ est la fonction de transfert d'un filtre passe-bande.

L'ondelette $\psi(t)$ doit, par ailleurs, posséder au moins quelques oscillations afin de respecter la condition d'admissibilité. La transformée en ondelettes continue doit être covariante par translation de temps et translation d'échelle.

2.2.4 Représentation en ondelette temps-fréquence et analogies avec les bouffées Doppler

Quelle que soit la méthode employée pour représenter un signal dans un espace temps-fréquence, une bonne précision dans le domaine temporel implique une incertitude plus grande dans le domaine fréquentiel et une bonne précision dans le domaine fréquentiel implique une incertitude plus importante dans le domaine temporel. Ces compromis peuvent être représentés à l'aide d'un plan où l'axe des abscisses correspond au temps et l'axe des ordonnées aux fréquences. Ce plan est constitué de rectangles de dimensions Δt ("étalement" en temps) par Δf ("étalement" en fréquence). Ces rectangles sont appelés les *boîtes d'Heisenberg* et le principe d'Heisenberg stipule que la surface de chaque boîte est au moins égale à $1/4\pi$ [18]

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (2.9)$$

Avec les ondelettes, les basses fréquences correspondent à des grandes fenêtres temporelles et plus les fréquences s'élèvent, plus la taille des fenêtres diminue. En conséquence,

$$\Delta t \equiv \Delta t(a), \quad (2.10)$$

$$\text{et } \Delta f \equiv \Delta f(a). \quad (2.11)$$

Cependant, comme le stipule le principe d'Heisenberg, les boîtes correspondant aux ondelettes contractées sont plus étalées suivant la dimension fréquentielle - le temps est privilégié aux dépens de la fréquence - que celles correspondant aux ondelettes dilatées - la fréquence est privilégiée aux dépens du temps - (voir Fig. 2.1). Résolution fréquentielle et localisation temporelle varient donc de manière inverse. Les basses fréquences offrent une bonne résolution fréquentielle au détriment de la résolution temporelle et les hautes fréquences offrent, quant à elles, une bonne résolution temporelle au détriment de la résolution fréquentielle. L'analyse en ondelettes s'avère donc plus efficace lorsque

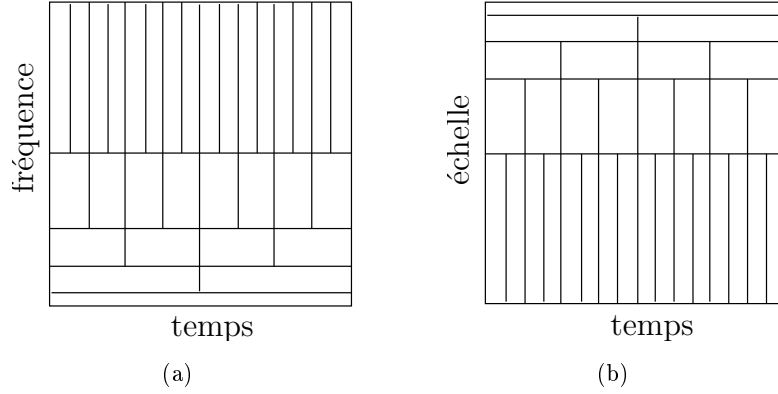


FIG. 2.1: (a) : Plan temps-fréquence découpé lors d'une transformée en ondelettes. (b) : Plan temps-échelle découpé lors d'une transformation en ondelettes.

le signal possède des composantes hautes fréquences de durée limitée et des composantes de basses fréquences de grande durée.

Les caractéristiques de l'ondelette rendent son application aux bouffées Doppler bien adaptée. En effet, plus l'écoulement est faible (basses fréquences), plus la bouffée est longue (Figs. 2.2.a et 2.2.c) et plus l'écoulement est fort (hautes fréquences), plus la bouffée est courte (Figs. 2.2.b et 2.2.d). La modélisation de l'étalement de la bouffée Doppler en fonction de la vitesse d'écoulement, donnée par l'Eq. (1.46) au Chap. 1, valide ces affirmations.

La transformée en ondelettes continue est constituée de l'ensemble des coefficients d'ondelette $W_z(t_0, a)$ (Eq. (2.4)). Habituellement, la représentation graphique est réalisée en prenant le module au carré de ces coefficients, à savoir les quantités $|W_z(t_0, a)|^2$, qui constituent une représentation nommée scalogramme codée en niveaux de gris ou de couleurs. Le scalogramme est une représentation *temps-échelle* (Fig. 2.1.b). Lorsque l'ondelette mère $\psi(t)$ est bien localisée en temps et en fréquence, il est possible d'effectuer une analogie *temps-fréquence* (Fig. 2.1.a), en posant $f \equiv f_0/a$, où f_0 est la fréquence centrale de la transformée de Fourier de $\psi(t)$, notée $\hat{\psi}(f)$. Si $\psi(t)$ est centrée en 0 et $\hat{\psi}(f)$ en f_0 , l'ondelette $\psi_{t_0,a}$ est alors bien localisée dans le plan temps-fréquence autour du point $(t_0, f_0/a)$. Dans la suite du document le scalogramme sera noté $W_{z,t,f}$.

2.2.5 Choix de l'ondelette analysante

La bouffée Doppler est une fonction sinusoïdale qui présente une modulation d'amplitude par une enveloppe Gaussienne et une modulation de phase. La qualité première d'une ondelette est de s'adapter au mieux au signal à étudier. Cependant, les paramètres à estimer sont à la fois contenus dans l'amplitude et la phase de la bouffée Doppler, empêchant de définir une ondelette physique. L'utilisation d'une ondelette connue a donc été envisagée. Notre choix s'est porté sur l'ondelette de Morlet qui est une fonction sinusoïdale modulée également en amplitude par une enveloppe Gaussienne [71] (Fig. 2.3), mais qui ne présente pas de modulation de phase. L'ondelette de Morlet correspond donc au modèle de la bouffée Doppler en l'absence d'excitation acoustique. La bouffée Doppler présente donc des similarités avec l'ondelette classique de Morlet [71], ce qui permet d'envisager l'utilisation de l'ondelette de Morlet pour l'analyse des signaux Doppler par transformée en ondelettes. L'ondelette de Morlet est définie comme suit

$$\psi(t) = (\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{t}{\sigma_0}\right]^2\right) \exp\left(j2\pi f_0 t\right), \quad (2.12)$$

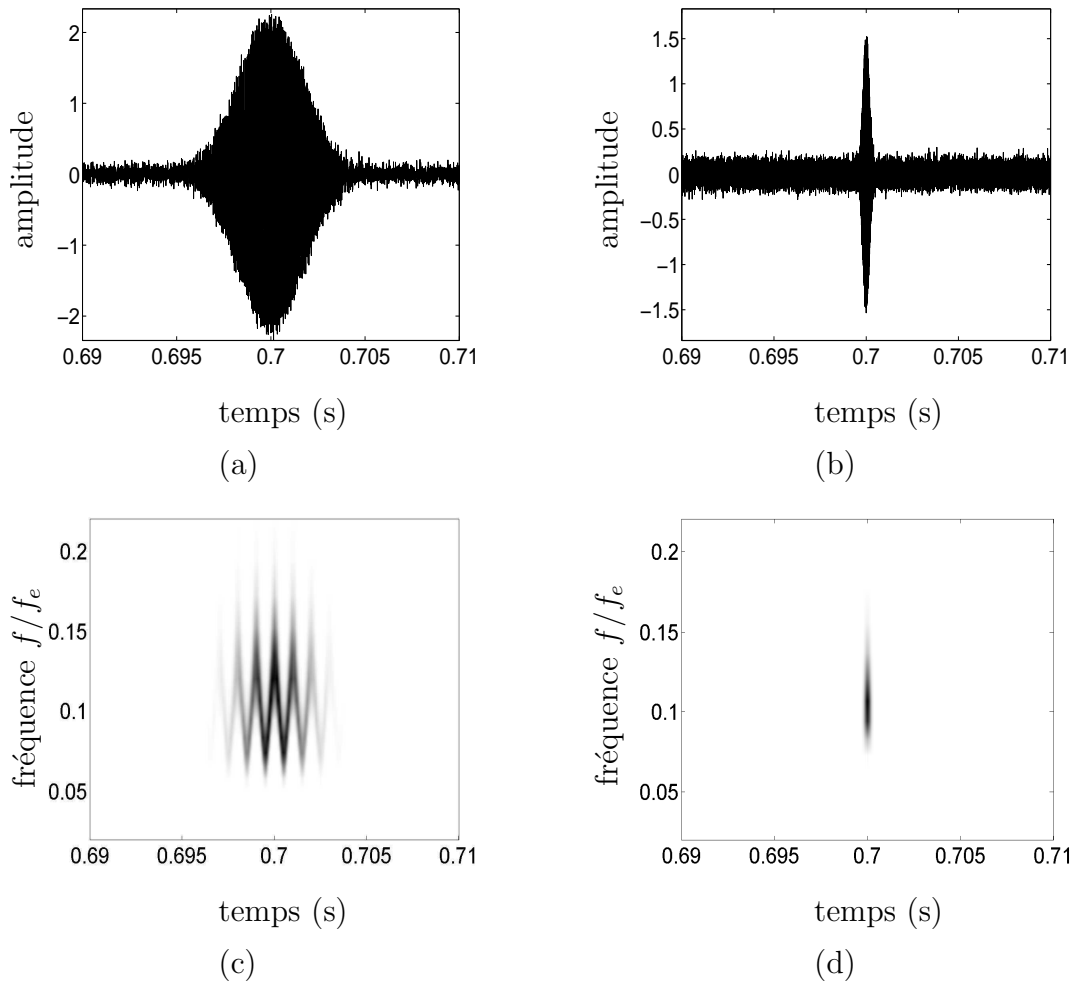


FIG. 2.2: (a) : Bouffée Doppler synthétisée, (c) : Scalogramme de la bouffée Doppler avec une ondelette de Morlet ($f_{ac} = 1000$ Hz, $V_{ac} = 5$ mm/s, $V_{e,q} = 20$ mm/s et $f_e = 2 \cdot 10^4$ Hz). (b) : Bouffée Doppler synthétisée, (d) : Scalogramme de la bouffée Doppler avec une ondelette de Morlet ($f_{ac} = 1000$ Hz, $V_{ac} = 5$ mm/s, $V_{e,q} = 200$ mm/s et $f_e = 2 \cdot 10^6$ Hz).

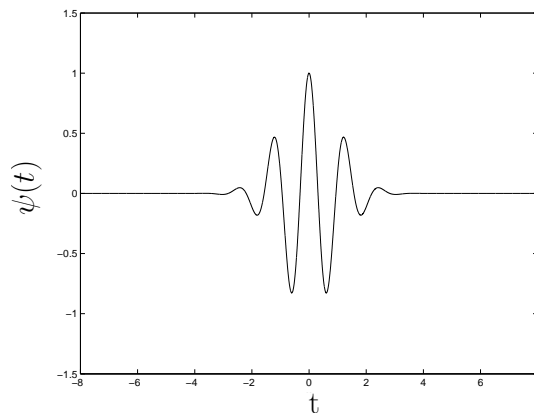


FIG. 2.3: Ondelette de Morlet (partie réelle) : facteur d'échelle $a = 1$, échelle naturelle et $\omega_0 = 5$ rad.s $^{-1}$.

où f_0 est le nombre d'oscillations par seconde, t_0 est le paramètre de translation et σ_0 est choisi égal à 1. L'ondelette de Morlet n'est pourtant pas une fonction admissible (cf. §2.2.3) [71]. En effet, la transformée de Fourier de cette ondelette ne s'annule pas à l'origine ($\hat{\psi}(0) \neq 0 > 0$). Cependant, comme $\omega_0 = 2\pi f_0$ est assez grand ($\omega_0 \geq 5 \text{ rad.s}^{-1}$ en pratique), il s'avère que le rapport $|\hat{\psi}(0)|/\max(|\hat{\psi}(x)|) \simeq 10^{-6}$ se trouve être suffisamment petit pour considérer l'ondelette physique comme admissible. Par ailleurs, l'ondelette de Morlet présente l'avantage d'offrir une bonne localisation de l'énergie du scalogramme dans le plan temps-fréquence autour du couple $(t_0, f_0/a)$; elle minimise l'inégalité de Heisenberg (§2.2.4 et Eq. (2.9)).

L'influence du nombre d'oscillations sera testée au §2.5. Ainsi, deux valeurs de ω_0 égales respectivement à 5 rad.s^{-1} et 10 rad.s^{-1} ont été choisies pour mener les simulations. Dans la suite du document les notations $\omega_0 = 5$ et $\omega_0 = 10$ seront employées.

2.3 Détection, localisation et classification des bouffées Doppler

2.3.1 Objectif

Afin d'estimer la loi de fréquence instantanée utile à l'estimation des paramètres acoustiques et de vitesse d'écoulement, une procédure de pré-traitement des signaux Doppler, présentée dans cette section, est nécessaire et se décompose en trois parties :

- Détection des bouffées sans aucune distinction entre bouffée simple et bouffée multiple*.
- Localisation temporelle des bouffées, *i.e.* estimation du temps début $t_{d,q}$ et du temps fin $t_{f,q}$ des bouffées détectées. Ces estimations sont réalisées en estimant le temps central $t_{c,q}$ et le temps de vol $T_{e,q}$ ($t_{d,q} = t_{c,q} - T_{e,q}/2$, $t_{f,q} = t_{c,q} + T_{e,q}/2$).
- Classification des bouffées en bouffée simple ou bouffée multiple; les bouffées multiples sont rejetées pour l'estimation de la fréquence instantanée (Eq. (1.66)).

Enfin, une estimation du RSB local (cf. §1.3.3, Eq. (1.25)) est réalisée sur le signal détecté, localisé et validé (bouffée simple) dans le but de rejeter les détections qui présentent un RSB trop faible pouvant altérer l'estimation de la fréquence instantanée [111].

2.3.2 Principe général de la détection, localisation et classification

La détection des bouffées Doppler peut se modéliser avec un test à trois hypothèses

$$H_0 : z(t) = n(t), \quad (2.13)$$

$$H_1 : z(t) = n(t) + z_q(t) \quad \text{pour } q = 1, \quad (2.14)$$

$$H_2 : z(t) = n(t) + \sum_{q>1}^N z_q(t), \quad (2.15)$$

avec $z_q(t) = A_q(t) \exp[j\phi_q(t)]$ le signal de bouffée Doppler ($A_q(t)$ donnée par l'Eq. (1.35) et $\phi_q(t)$ donnée par l'Eq. (1.36)) et $n(t)$ le bruit additif supposé Gaussien. L'hypothèse H_0 est associée à une portion bruitée du signal Doppler. Les hypothèses H_1 et H_2 concernent respectivement l'existence de bouffées simples et bouffées multiples.

2.3.2.a Détection et localisation préliminaire

La détection et localisation préliminaire nécessitent :

*Les bouffées simples sont liées au passage dans le volume de mesure de particules suffisamment éloignées les unes des autres pour permettre une acquisition de bouffées bien localisées temporellement. La bouffée multiple se caractérise, quant à elle, par un recouvrement de plusieurs bouffées, lié au passage très rapproché de plusieurs particules dans le volume de mesure ou à la modulation très importante de l'enveloppe de la bouffée Doppler.

1. la définition d'une représentation du signal, notée T_{zt} , obtenue par application d'un traitement nommé "transformée temps-amplitude" à une représentation R_{zt} du signal Doppler analytique $z(t)$,
2. l'application d'un test de détection à la transformée T_{zt} ,
3. l'application d'une première procédure de localisation sur la transformée T_{zt} de l'évènement détecté : localisation préliminaire.

1. Transformée temps-amplitude

La transformée temps-amplitude T_{zt} est obtenue en quatre étapes :

- Représentation temps-amplitude du signal R_{zt} correspondant à la marginale temporelle du scalogramme issu de la transformée en ondelettes ou à l'enveloppe du signal Doppler (voir Fig. 2.4). La définition de ces représentations est exposée ci-après.
- Calcul de la puissance instantanée du signal R_{zt} définie comme le module au carré du signal : $|R_{zt}|^2$.
- Application d'un filtre moyennneur à court-terme avec fenêtre glissante sur le signal $|R_{zt}|^2$: fenêtre d'analyse de $N_f = (f_e dx_o)/(2V_{e,qm})$ points, avec $V_{e,qm} \simeq 4(V_{ac} + V_{e,q})$.
- Dérivée temporelle du signal filtré par moyennage à court-terme.

Les étapes conduisant à la transformée temps-amplitude T_{zt} du signal $z(t)$ sont décrites sur la Fig. 2.5.

L'allure du signal issu de la transformée temps-amplitude T_{zt} est donnée à la Fig. 2.6. Une fois la transformée temps-amplitude du signal Doppler analytique obtenue, une portion bruitée de cette transformée T_{zt} du signal Doppler est considérée afin de calculer un écart-type, noté $\sigma_{n,t}$. L'écart-type $\sigma_{n,t}$ permet d'obtenir un indicateur de référence du niveau de bruit de la transformée temps-amplitude du signal Doppler analysé.

Choisir deux représentations temps-amplitude (enveloppe et marginale temporelle du scalogramme) du signal Doppler permet d'analyser leur influence sur le processus de détection. Ces deux représentations sont :

Représentation en enveloppe La représentation en enveloppe du signal Doppler est donnée par

$$R_{zt}(t) = \sqrt{s_1(t)^2 + s_2(t)^2}, \quad (2.16)$$

avec $s_1(t)$ et $s_2(t)$ en quadrature (cf. §1.3.4).

Représentation par transformée en ondelettes La représentation temporelle R_{zt} est obtenue en considérant la marginale temporelle (somme sur toutes les échelles ou fréquences pour chaque temps) du scalogramme $W_{zt,f}$ issu de la transformée en ondelettes du signal Doppler analytique $z(t)$ (cf. §2.2).

Les représentations R_{zt} en enveloppe et par transformée en ondelettes sont présentées sur la Fig. 2.4. L'enveloppe est plus bruitée que la marginale temporelle du scalogramme qui a subi un filtrage passe-bas par l'application de la transformée en ondelettes. Compte tenu du caractère moins bruité de la représentation par transformée en ondelettes comparé à la représentation en enveloppe, le processus de détection appliqué à la représentation par transformée en ondelettes devrait *a priori* être plus efficace que ce même processus appliqué à la représentation en enveloppe.

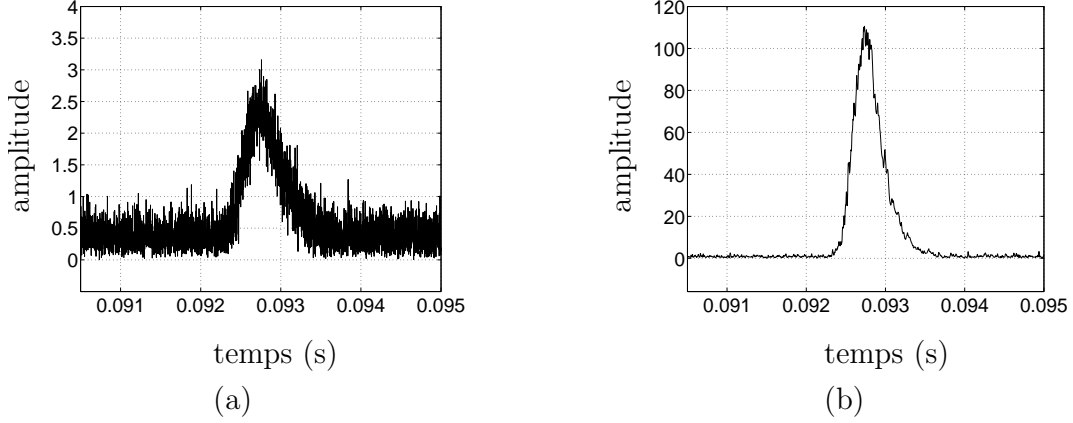


FIG. 2.4: Représentation R_{zt} d'une bouffée Doppler ($RSB = 10$ dB, $f_{ac} = 500$ Hz, $V_{ac} = 48.4$ mm/s et $V_{e,q} = 100$ mm/s). (a) enveloppe. (b) marginale temporelle.

2. Procédure de détection La procédure de détection nécessite de considérer, d'une part, la transformée temps-amplitude T_{zt} obtenue grâce à la représentation R_{zt} et, d'autre part, une référence de bruit $\sigma_{n,t}$, correspondant à l'écart-type d'une portion bruitée de la transformée temps-amplitude. Cette procédure consiste à comparer la transformée temps-amplitude T_{zt} à la référence de bruit $\sigma_{n,t}$.

La détection d'un événement est ainsi réalisée par la recherche d'un passage par zéro entre deux dates estimées (t_{c_1} et t_{c_2} telles que $t_{c_1} < t_{c_2}$) sur un front descendant de la transformée temps-amplitude T_{zt} (voir Fig. 2.6). Chacune des deux dates t_{c_1} et t_{c_2} est obtenue grâce à une interpolation linéaire entre deux autres dates ($t_1, t_1 + \Delta t$ et $t_2, t_2 + \Delta t$) avec $\Delta t = 1/f_e$ (f_e la fréquence d'échantillonnage) comme suit

$$t_{c_1} = \frac{\gamma\sigma_{n,t}\Delta t + T_{zt}(t_1 + \Delta t)t_1 - T_{zt}(t_1)(t_1 + \Delta t)}{T_{zt}(t_1 + \Delta t) - T_{zt}(t_1)}, \quad (2.17)$$

$$t_{c_2} = \frac{-\gamma\sigma_{n,t}\Delta t + T_{zt}(t_2 + \Delta t)t_2 - T_{zt}(t_2)(t_2 + \Delta t)}{T_{zt}(t_2 + \Delta t) - T_{zt}(t_2)}, \quad (2.18)$$

sur un front descendant de T_{zt} ($T_{zt}(t_1 + \Delta t) < T_{zt}(t_1)$ et respectivement pour t_2) avec $\sigma_{n,t}$ correspondant à la référence de bruit.

La procédure de détection, soit la recherche d'un passage par zéro, est réalisée grâce au test suivant (voir Fig. 2.6)

$$\begin{cases} T_{zt}(t_{c_1}) = \gamma\sigma_{n,t}, \\ T_{zt}(t_{c_2}) = -\gamma\sigma_{n,t}, \end{cases} \quad (2.19)$$

avec

$$1 - \frac{2\sqrt{t_{c_1}t_{c_2}}}{t_{c_1} + t_{c_2}} < \epsilon, \quad (2.20)$$

où γ est le seuil du détecteur et ϵ un critère de test sur la distance entre t_{c_1} et t_{c_2} .

Dans un second temps, le temps central de la bouffée Doppler $t_c = t_{c,q}$ est obtenu grâce à une interpolation linéaire entre t_{c_1} et t_{c_2} qui vérifie :

$$t_{c,q} = \frac{t_{c_1} + t_{c_2}}{2}. \quad (2.21)$$

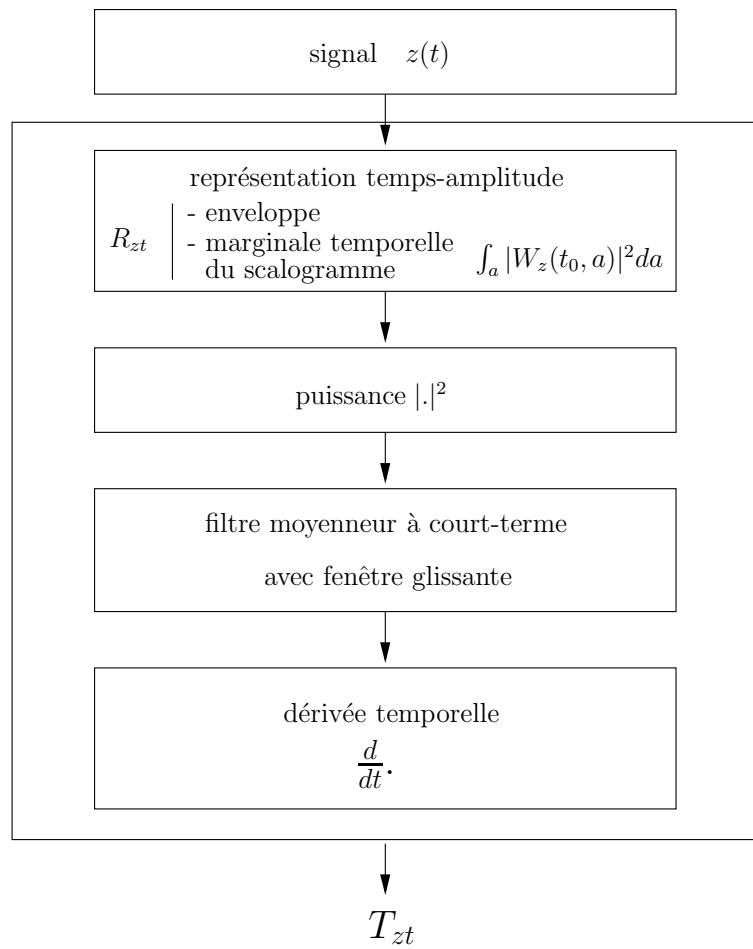


FIG. 2.5: Transformée temps-amplitude T_{zt} où $z(t)$ correspond au signal Doppler analytique.

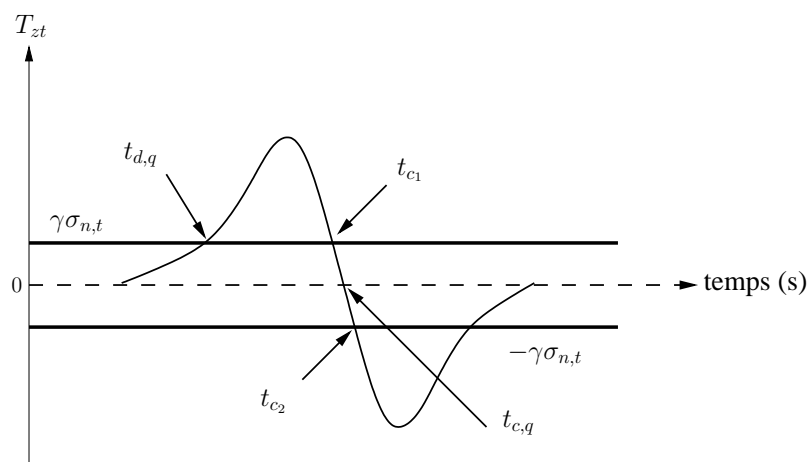


FIG. 2.6: Processus de détection sur la transformée temps-amplitude T_{zt} d'une bouffée Doppler simple.

3. Localisation Une première localisation temporelle de l'évènement détecté est obtenue grâce à la détermination de son temps de début $t_{d,q}$ et de son temps de fin $t_{f,q}$. Le temps début $t_{d,q}$ est recherché avec la procédure de test utilisée précédemment (Eqs. (2.19), (2.17) et (2.18)), mais en considérant un front montant de T_{zt} ($T_{zt}(t_1 + \Delta t) > T_{zt}(t_1)$). Le temps de fin $t_{f,q}$ est obtenu grâce au temps central $t_{c,q}$ et au temps de début $t_{d,q}$ par $t_{f,q} = 2t_{c,q} - t_{d,q}$, en considérant que T_{zt} est une fonction impaire par rapport à $t_{c,q}$.

2.3.2.b Localisation affinée

Le terme "localisation affinée" correspond à la détermination plus précise des temps de début et de fin des bouffées Doppler détectées et localisées grossièrement (cf. §2.3.2.a). Seule la représentation par transformée en ondelettes permet d'effectuer une localisation plus affinée des bouffées Doppler détectées. En effet, la transformée en ondelettes conduit à l'obtention d'un scalogramme contenant des informations réparties dans le plan temps-fréquence qui permettent le calcul d'une seconde transformée notée T_{zf} correspondant à une représentation fréquence-amplitude du signal Doppler analytique $z(t)$. La transformée T_{zf} conduit à une estimation plus fine du temps de vol de la bouffée $T_{e,q}$ grâce à une estimation de la vitesse d'écoulement de la bouffée. Cette "transformée fréquence-amplitude" est obtenue en trois étapes (Fig. 2.7 et 2.8) :

- Représentation temps-fréquence du signal Doppler par transformée en ondelettes (scalogramme, cf. §2.2) : $W_{zt,f}$.
- Représentation fréquence-amplitude W_{zf} obtenue en calculant la marginale fréquentielle (somme sur les temps pour chaque fréquence) du scalogramme $W_{zt,f}$ entre les dates de début $t_{d,q}$ et de fin $t_{f,q}$ de l'évènement détecté (voir Fig. 2.8). Ces dates sont estimées lors de l'étape de détection (§2.3.2.a).
- Dérivée fréquentielle de W_{zf} .

Le passage par zéro de la transformée fréquence-amplitude W_{zf} (Fig. 2.8) fournit une estimation de la fréquence, notée $f_{e,q}$, reliée à la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ de l'évènement détecté au facteur de conversion fréquence-vitesse près ($f_{e,q} = V_{e,q}/i$). L'estimation de la vitesse d'écoulement à partir de l'estimation de la fréquence centrale de la bouffée détectée conduit à une nouvelle estimation du temps de vol $T_{e,q}$ grâce à l'Eq. (1.46). Une seconde estimation plus fine des dates de début et de fin de l'évènement détecté ($t'_{d,q}$, $t'_{f,q}$) est alors possible grâce à l'estimation de la fréquence moyenne (ou vitesse d'écoulement à i près) de la bouffée détectée.

2.3.2.c Classification

La distinction entre bouffée simple et bouffée multiple est réalisée par l'analyse des dates de début $t_{d,q}$ et de fin $t_{f,q}$, estimées lors de l'étape de localisation des évènements détectés. Si la date de fin $t_{f,q}$ d'un premier évènement détecté est supérieure à la date de début $t_{d,q}$ de l'évènement suivant, le détecteur considère ces bouffées comme une bouffée multiple (H_2) et non comme des bouffées simples (H_1).

Le principe général de la détection, localisation et classification de bouffées est rappelé sur la Fig. 2.9.

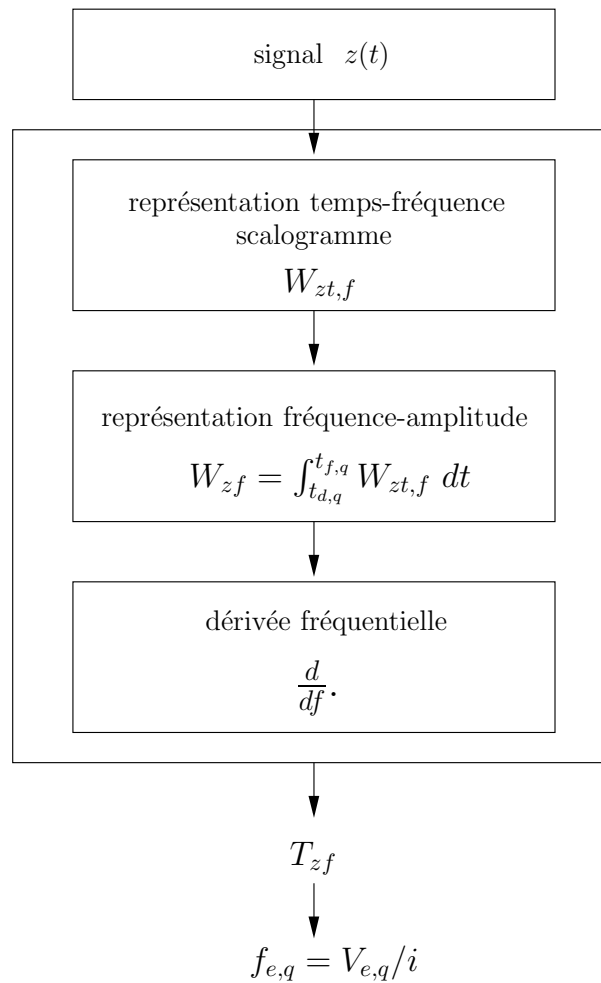


FIG. 2.7: Transformée fréquence-amplitude T_{zf} .

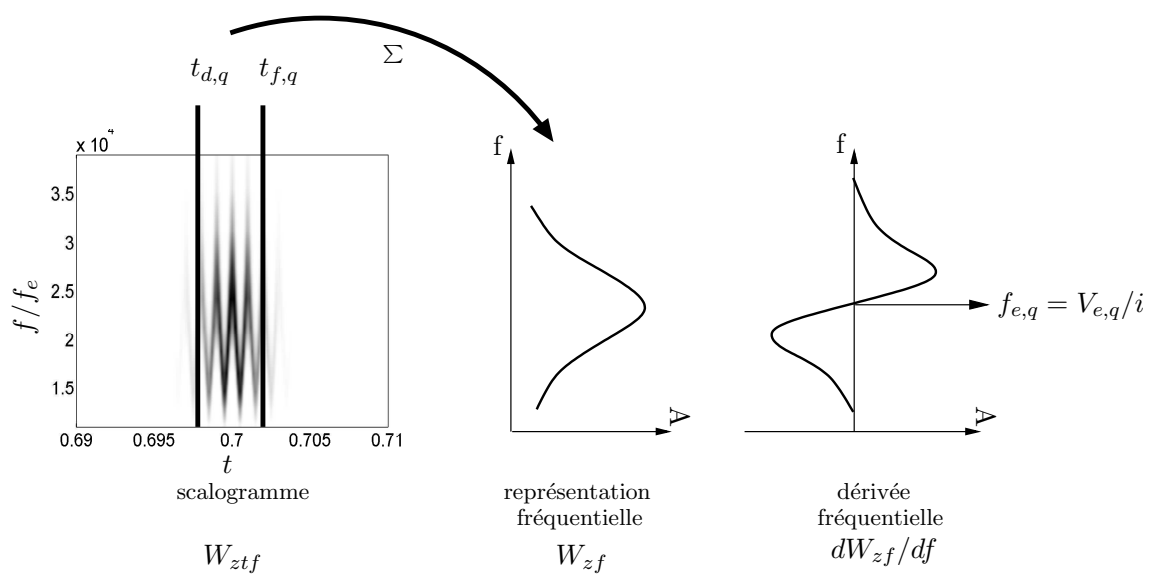


FIG. 2.8: Transformée fréquence-amplitude à partir du scalogramme d'une bouffée Doppler.

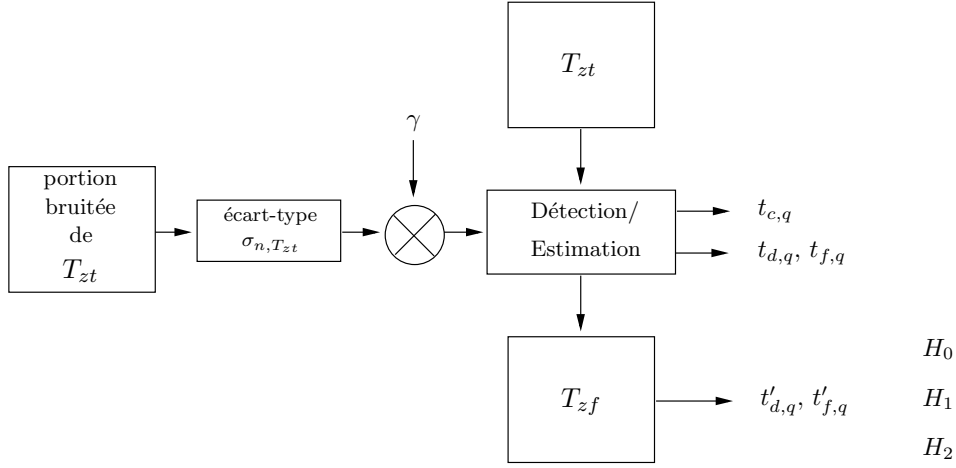


FIG. 2.9: Fonctionnement général du détecteur. z est le signal Doppler analytique. T_{zt} est défini à la Fig. 2.5. T_{zf} est défini à la Fig. 2.7.

2.4 Performances du détecteur

Les performances du détecteur sont menées sur des données simulées. La statistique de la source est choisie de manière à avoir une population d'évènements stable : 1/3 de bouffées simples (H_1), 1/3 de bouffées multiples, composées uniquement de deux bouffées (H_2) et 1/3 d'évènements étiquetés comme bruit (H_0). Le nombre d'évènements correspondant à chacune des trois hypothèses précédentes est noté N_0 .

La procédure de test est réalisée par la suite (§ 2.5) pour différents jeux de paramètres, définis par

$$\theta = (N_{mod_q}, \Delta x_q), \quad (2.22)$$

où N_{mod_q} et Δx_q sont définis au Chap. 1.

Chaque jeu de paramètres est testé pour quatre RSB différents : -5 , 0 , 5 et 10 dB. Le RSB défini au §1.3.3 correspond à un RSB global (défini par l'Eq. 1.28) mais l'amplitude des bouffées varie aléatoirement suivant une statistique de Rayleigh entraînant un RSB local (défini par l'Eq. 1.25) variable d'une bouffée à l'autre.

Lors de la procédure de validation, neuf configurations possibles peuvent être rencontrées, toutes répertoriées dans le Tab. 2.1.

	H_0	H_1	H_2
H_0	vrai négatif $H_0 H_0$	faux négatif $H_0 H_1$	faux négatif $H_0 H_2$
H_1	faux positif $H_1 H_0$	vrai positif $H_1 H_1$	inversion $H_1 H_2$
H_2	faux positif $H_2 H_0$	inversion $H_2 H_1$	vrai positif $H_2 H_2$

TAB. 2.1: Tableau récapitulatif des configurations rencontrées lors de la procédure de validation du détecteur avec test à 3 hypothèses.

2.4.1 Courbes *Receiver Operating Characteristic* (ROC)

Les courbes ROC (*Receiver Operating Characteristic*) sont des représentations permettant de quantifier les performances d'un détecteur dans le cas d'un test à hypothèses binaires [58]. Ces courbes

représentent le taux de détection P_d en fonction du taux de fausses alarmes P_f . Les courbes ROC nécessitent de réduire le test à trois hypothèses (Eqs. (2.13), (2.14) et (2.15)) en un test à hypothèses binaires. Pour réaliser ce test à hypothèses binaires, H_1 et H_2 , correspondant à la détection de bouffées simples et de bouffées multiples, sont considérées comme une seule hypothèse notée $H_{1,2}$ pour la détection de bouffées Doppler. Le taux de détection est défini par

$$P_d = \frac{N_1 + N_2 + N_{1|2} + N_{2|1}}{N_{T,1+2}}, \quad (2.23)$$

et le taux de fausses alarmes par

$$P_f = \frac{N_{1|0} + N_{2|0}}{N_0}, \quad (2.24)$$

avec

- N_1 : nombre de vraies bouffées simples ($H_1|H_1$),
- N_2 : nombre de vraies bouffées multiples ($H_2|H_2$),
- $N_{1|2}$: nombre de fausses bouffées simples, en vraies bouffées multiples ($H_1|H_2$),
- $N_{2|1}$: nombre de fausses bouffées multiples, en vraies bouffées simples ($H_2|H_1$),
- $N_{1|0}$: nombre de fausses bouffées simples, en vrai bruit ($H_1|H_0$),
- $N_{2|0}$: nombre de fausses bouffées multiples, en vrai bruit ($H_2|H_0$),
- $N_{T,1+2} = 2N_0$: nombre total de bouffées simples et bouffées multiples réelles ($H_1 + H_2$).

2.4.2 Taux d'insertion

Le taux d'insertion est utilisé pour évaluer les performances du détecteur à réaliser la distinction entre une bouffée simple et une bouffée multiple. Le taux d'insertion (TI) est calculé comme suit

$$TI = \frac{N_3 + N_4 + N_5}{N_{T,1+2}}, \quad (2.25)$$

avec $N_3 = N_{1|2} + N_{2|1}$ correspondant aux substitutions (bouffée simple détectée à la place de bouffée multiple et bouffée multiple détectée à la place de bouffée simple), $N_4 = N_{T,1+2} - N_1 - N_2$ correspondant aux suppressions (oublis de bouffées simples ou multiples réelles) et $N_5 = N_{1|0} + N_{2|0}$ correspondant aux créations (bouffées simples ou multiples détectées alors qu'en réalité portion de signal bruité). Un taux d'insertion minimum est obtenu pour chaque RSB, correspondant alors au seuil optimal du détecteur. Les performances du détecteur concernant le taux de fausses alarmes de bouffées simples ou multiples sont détaillées en Annexe B.

2.5 Résultats

Dans cette section, les deux représentations en enveloppe et par transformée en ondelettes du signal Doppler sont utilisées afin de tester et comparer la procédure de détection générale (détection, localisation et classification, cf. §2.3.2). Pour rappel, les étapes de détection, localisation et classification sont réalisées grâce à une unique transformée temps-amplitude T_{zt} pour l'enveloppe, tandis que ces trois étapes sont réalisées grâce à deux transformées temps-amplitude T_{zt} et fréquence-amplitude T_{zf} , pour la transformée en ondelettes. L'influence du nombre d'oscillations de l'ondelette est également analysée ($\omega_0 = 5$ et 10).

Les performances générales du détecteur (test à hypothèses binaires) sont données par les courbes ROC (cf. §2.4.1). La capacité du détecteur à réaliser correctement ou non la détection et distinction entre bouffée simple et bouffée multiple est présentée grâce au taux d'insertion minimum donné en fonction du RSB (cf. §2.4.2).

2.5.1 Jeux de paramètres

La validation du détecteur est menée sur des données simulées par procédure de Monte Carlo sur 1260 évènements simulés (un évènement pour une simulation qui peut correspondre soit à une bouffée simple (H_1), soit à une bouffée multiple (H_2) ou soit à du bruit (H_0) avec une répartition égale d'un tiers) pour des RSB globaux variables (10, 5, 0 et -5 dB).

Les bouffées Doppler présentent des amplitudes qui varient aléatoirement suivant une statistique de Rayleigh et les vitesses d'écoulements associées aux bouffées Doppler varient également aléatoirement suivant une loi normale avec un écart-type de 5 mm/s pour différentes vitesses d'écoulement moyennes (15 à 100 mm/s, cf. Tab. 2.3).

Les jeux de paramètres θ utilisés pour mener les simulations sont proposés dans le Tab. 2.2. Ces paramètres appartiennent à deux des quatre configurations de bouffées rencontrées et présentées au §1.3.6. L'une des configurations est représentée par deux jeux de paramètres. Les types de bouffées associées aux paramètres choisis (Tabs. 2.2 et 2.3) correspondent aux bouffées les plus couramment rencontrées et permettent de couvrir une large gamme de paramètres acoustiques et de vitesses d'écoulement admissibles par le dispositif VLD développé au LAUM. Pour chacun des jeux de paramètres θ proposé dans le Tab. 2.2, correspondent des valeurs de paramètres acoustiques et vitesses d'écoulement moyennes testées lors des simulations (Tab. 2.3).

Les paramètres du signal sont $dx_o = 1.10^{-4}$ m, $i = 1.0634 \cdot 10^{-6}$ m, $K = 1$. La valeur de la fréquence d'échantillonnage f_e dépend de la vitesse d'écoulement moyenne choisie et vérifie $f_e \geq 4\bar{V}_{e,q}/i$. La phase de la vitesse acoustique ϕ_{ac} est choisie égale à 0.

θ_1	$N_{mod_q} > 1$	$\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$
θ_2	$N_{mod_q} > 1$	$\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$
θ_3	$N_{mod_q} < 1$	$\Delta x_q < \sqrt{2} dx_o$

TAB. 2.2: Jeux de paramètres θ testés lors des simulations numériques.

	f_{ac} (Hz)	V_{ac} (mm/s)	Level (dB _{SPL})	$\bar{V}_{e,q}$ (mm/s)	f_e (kHz)
θ_1	1000	0.484	80	20	250
θ_2	125	4.84	100	15	250
θ_3	500	48.4	120	100	800

TAB. 2.3: Paramètres acoustiques et vitesses d'écoulement moyennes associées aux configurations θ données au Tab. 2.2.

2.5.2 Performances des détecteurs

2.5.2.a Courbes ROC

Les courbes ROC sont obtenues pour les trois jeux de paramètres θ_1 , θ_2 et θ_3 proposés dans les Tabs. 2.2 et 2.3 et quatre RSB (cf. §2.5.1). Les résultats obtenus pour les trois jeux de paramètres sont

similaires. C'est pourquoi seules les courbes ROC correspondant au jeu θ_1 ($N_{mod_q} > 1$ et $\Delta x_q < dx_o$) sont présentées sur la Fig. 2.10. Les résultats du détecteur basé sur la représentation par transformée en ondelettes ($\omega_0 = 5$ et 10) sont comparés à ceux obtenus avec le détecteur basé sur l'enveloppe du signal Doppler. Ces deux détecteurs seront appelés dans la suite du document : "détecteur ondelette" et "détecteur enveloppe", afin d'alléger le texte.

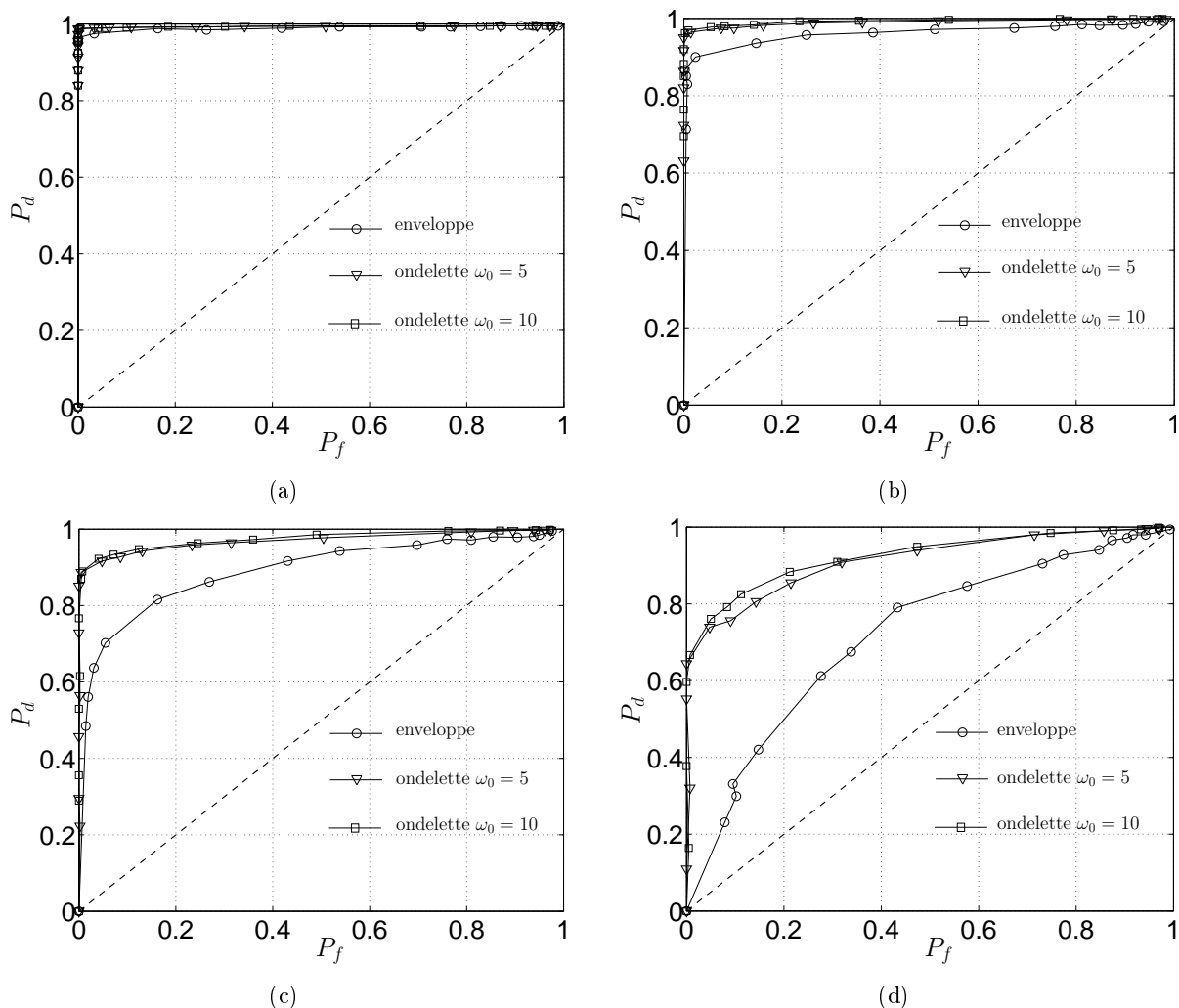


FIG. 2.10: Courbes ROC du jeu de paramètres θ_1 pour le détecteur ondelettes ($\omega_0 = 5$: $-\nabla-$ et $\omega_0 = 10$: $-\square-$) et enveloppe ($-\circ-$) pour des RSB variables. (a) : RSB= 10 dB, (b) : RSB= 5 dB, (c) : RSB= 0 dB, (d) : RSB= -5 dB.

Le détecteur ondelette présente pour tous les jeux de paramètres θ de meilleures performances que le détecteur enveloppe quelque soit le RSB considéré. À mesure que le RSB diminue, la capacité du détecteur ondelette (pour les deux valeurs ω_0) à identifier le signal utile est de plus en plus marquée en comparaison avec le détecteur enveloppe. Ainsi, pour un RSB de 10 dB, le taux de détection correspondant à un taux de fausses alarmes de 0 % est d'environ 100 % pour le détecteur en ondelette (pour les deux valeurs de ω_0) et d'environ 97 % pour le détecteur enveloppe. En revanche, pour un RSB de -5 dB, l'écart entre les performances des deux détecteurs se creuse : le taux de détection correspondant à un taux de fausses alarmes de 20 % est de 86 % ($\omega_0 = 5$) et 88 % ($\omega_0 = 10$) pour le détecteur en ondelette contre seulement 50 % pour le détecteur enveloppe. L'influence du nombre d'oscillations ω_0 sur les performances du détecteur ondelette n'est pas flagrante. En effet, les

résultats sont quasi-équivalents, excepté pour de très faibles RSB (-5 dB), où le détecteur ondelette avec le nombre d'oscillations $\omega_0 = 10$ présente de meilleures performances globales que pour $\omega_0 = 5$ (Fig. 2.10.d).

2.5.2.b Taux d'insertion minimum

Chaque valeur du taux d'insertion minimum (noté par la suite TI min) associée à un RSB informe sur la capacité du détecteur à minimiser les erreurs en termes de substitutions, suppressions et créations de bouffées simples et bouffées multiples (cf. §2.4.2). La Fig. 2.11 présente le TI min obtenu pour les trois jeux de paramètres θ présentés dans les Tabs. 2.2 et 2.3.

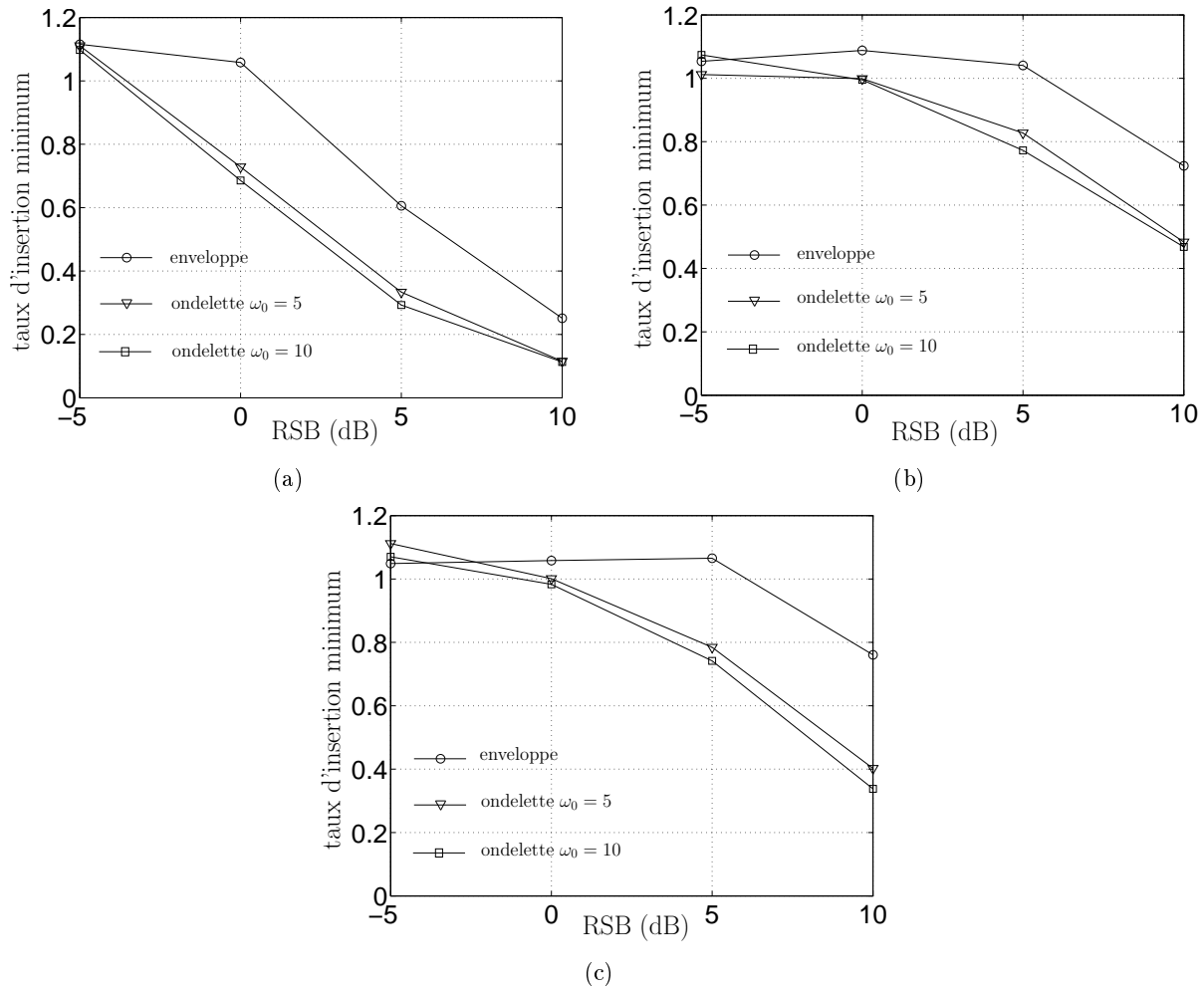


FIG. 2.11: Taux d'insertion minimum pour le détecteur par ondelettes ($\omega_0 = 5$: $-\nabla-$ et $\omega_0 = 10$: $-\square-$) et par enveloppe ($-\circ-$). (a) jeu de paramètres θ_1 . (b) jeu de paramètres θ_2 . (c) jeu de paramètres θ_3 .

Le détecteur enveloppe est globalement moins efficace que le détecteur ondelette pour détecter et distinguer les bouffées simples des bouffées multiples. En effet, le TI min du détecteur enveloppe reste globalement supérieur à celui du détecteur ondelette, excepté pour un RSB de -5 dB. Pour de très faibles valeurs de RSB, le taux de détection devient très faible (Fig. 2.10.d) et conduit à de très fortes valeurs du TI min, pouvant alors être du même ordre de grandeur quelque soit le détecteur considéré.

Les courbes représentant le TI min pour les deux jeux de paramètres θ_2 et θ_3 (Tabs. 2.2 et 2.3) présentent des similitudes dans leur comportement (Figs. 2.11.b et 2.11.c) quelque soit le détecteur considéré. Les résultats sont cependant meilleurs pour le jeu de paramètres θ_1 qui présente le

déplacement particulière le plus faible : plus l'influence de l'acoustique est faible, plus les performances du détecteur sont effectives. Ainsi, pour le détecteur ondelette ($\omega_0 = 5$ et 10), le TI min correspondant à un RSB de 10 dB est situé entre 35 et 50 % pour θ_2 et θ_3 alors qu'il est égal à 10 % for θ_1 . Concernant le détecteur enveloppe, le TI min associé à un RSB de 10 dB est d'environ 70 et 80 % pour θ_3 et θ_2 contre 25 % pour θ_1 . Le jeu de paramètres θ_1 permet une meilleure détection des bouffées simples et multiples que les jeux θ_2 et θ_3 . À noter que le déplacement particulière du jeu θ_1 ($\xi_{ac} = 7.70 \cdot 10^{-8}$ m) est plus faible que celui des deux jeux θ_2 et θ_3 ($\xi_{ac} = 6.16 \cdot 10^{-6}$ m et $\xi_{ac} = 1.54 \cdot 10^{-5}$ m). L'écart de performances entre $\omega_0 = 5$ et 10 , pour minimiser les erreurs d'insertions de bouffées simples et bouffées multiples, est faible avec un avantage cependant pour $\omega_0 = 10$; le TI min pour $\omega_0 = 10$ est globalement inférieur à $\omega_0 = 5$ de 3 %.

Le coût calculatoire du détecteur ondelette avec un nombre d'oscillations $\omega_0 = 10$ est réellement supérieur (facteur quatre) à celui correspondant à $\omega_0 = 5$. Ce constat nous a conduit à choisir le détecteur ondelette avec un nombre d'oscillations $\omega_0 = 5$ pour tester les performances d'estimation des temps début et temps fin des bouffées simples détectées.

2.5.3 Performances de l'estimation des paramètres temporels de localisation

Les performances concernant l'estimation des temps centraux $t_{c,q}$ et temps de vol $T_{e,q}$ des bouffées simples détectées sont données grâce au calcul des biais et écart-types. Le biais relatif d'une quantité \hat{X} estimée ($X = t_{c,q}$ ou $T_{e,q}$) s'exprime comme suit

$$b_{\hat{X}} = \frac{E \left[\hat{X} - X \right]}{T_{e,ref}}, \quad (2.26)$$

avec X la valeur de référence de la quantité \hat{X} estimée et $T_{e,ref}$ le temps de vol de référence associé à un jeu de paramètre θ (plus précisément à la vitesse d'écoulement de la bouffée détectée). La définition de l'écart-type relatif est donnée par

$$\sigma_{\hat{X}} = \frac{\left(E \left[\left(\hat{X} - b_{\hat{X}} - X \right)^2 \right] \right)^{1/2}}{T_{e,ref}}. \quad (2.27)$$

Les résultats sont obtenus pour les trois jeux de paramètres donnés dans les Tabs. 2.2 et 2.3 et comparent les performances du détecteur ondelette ($\omega_0 = 5$) et du détecteur enveloppe. Pour un RSB donné, chaque valeur de biais et d'écart-type correspond au seuil optimal obtenu pour le TI min.

Les biais et écart-types sont globalement plus faibles pour l'estimation du temps central $t_{c,q}$ que pour l'estimation du temps de vol $T_{e,q}$.

Temps central Les biais et écart-types sur l'estimation du temps central sont globalement constants et du même ordre de grandeur quelque soit le RSB et le détecteur considéré (enveloppe ou ondelette). Les valeurs négatives du biais indiquent une sous-estimation du temps central et au contraire les valeurs positives du biais indiquent une sur-estimation. Le détecteur enveloppe sous-estime quasi-systématiquement le temps central et le détecteur ondelette, quant à lui, le sous-estime uniquement pour les jeux de paramètres θ_2 , θ_3 et le sur-estime pour θ_1 .

Globalement, l'estimation du temps central présente les biais et écart-types les moins satisfaisants pour le jeu de paramètres θ_2 . Par exemple, pour θ_3 le biais est d'environ 10 % et l'écart-type de 20 % alors que pour θ_1 et θ_2 le biais est respectivement de -2 et 2 % et l'écart-type varie de 2 à 6 % (Fig. 2.12). Les biais et écart-types sur le temps central diminuent à mesure que le temps de vol augmente (si la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$ est faible alors le temps de vol $T_{e,q}$ est élevé). Il est également nécessaire de préciser que le déplacement particulière maximal Δx_q est plus grand pour θ_3 que pour les deux autres jeux θ_1 , θ_2 .

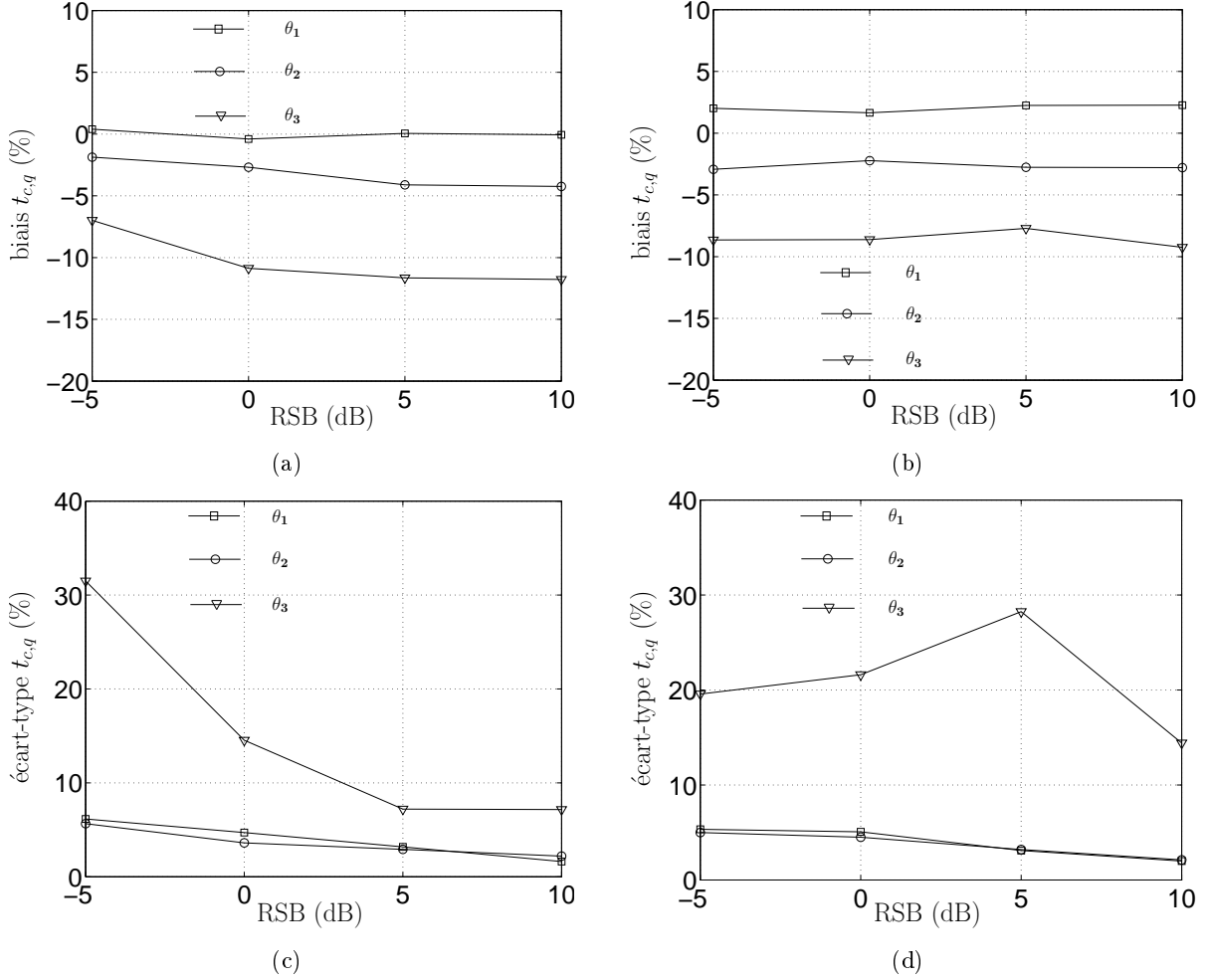


FIG. 2.12: Biases et écart-type sur l'estimation du temps central $t_{c,q}$ des bouffées pour les détecteurs par enveloppe et par ondelettes ($\omega_0 = 5$) et pour les 3 jeux de paramètres. (a) Biases sur le temps central $t_{c,q}$ pour le détecteur par enveloppe. (b) Biases sur $t_{c,q}$ pour le détecteur par ondelettes. (c) Écart-type sur $t_{c,q}$ pour le détecteur par enveloppe. (d) Écart-type sur $t_{c,q}$ pour le détecteur par ondelettes.

Temps de vol Les biais et écart-types sont effectivement moins satisfaisants pour le détecteur enveloppe (voir Fig. 2.13). Tout comme pour l'estimation du temps central, le détecteur enveloppe sous-estime quasi-systématiquement le temps de vol et le détecteur ondelette, quant à lui, le sous-estime uniquement pour les jeux de paramètres θ_2 , θ_3 et le sur-estime pour θ_1 .

Le biais sur l'estimation du temps de vol pour le détecteur enveloppe (-40% à -5%) est globalement plus important que celui obtenu pour le détecteur ondelette (10 à -20%). Les résultats concernant l'écart-type sur l'estimation du temps de vol sont nettement moins satisfaisants pour le détecteur enveloppe que ceux obtenus pour le détecteur ondelette : l'écart-type varie de $80 - 110\%$ à 40% pour le détecteur enveloppe et vaut environ 20% pour le détecteur ondelette. Le temps de vol obtenu avec le détecteur enveloppe dépend de la valeur du seuil utilisé. Le seuil optimal pour la détection ne correspond pas forcément au seuil optimal de localisation pour l'enveloppe. En revanche, le détecteur ondelette permet l'estimation de la vitesse d'écoulement grâce à la transformée T_{zf} , offrant alors une estimation plus fiable du temps de vol (Eq. (1.43)).

Le détecteur ondelette permet une estimation plus fine que le détecteur enveloppe du temps de vol $T_{e,q}$ des bouffées simples détectées (cf. §2.3).

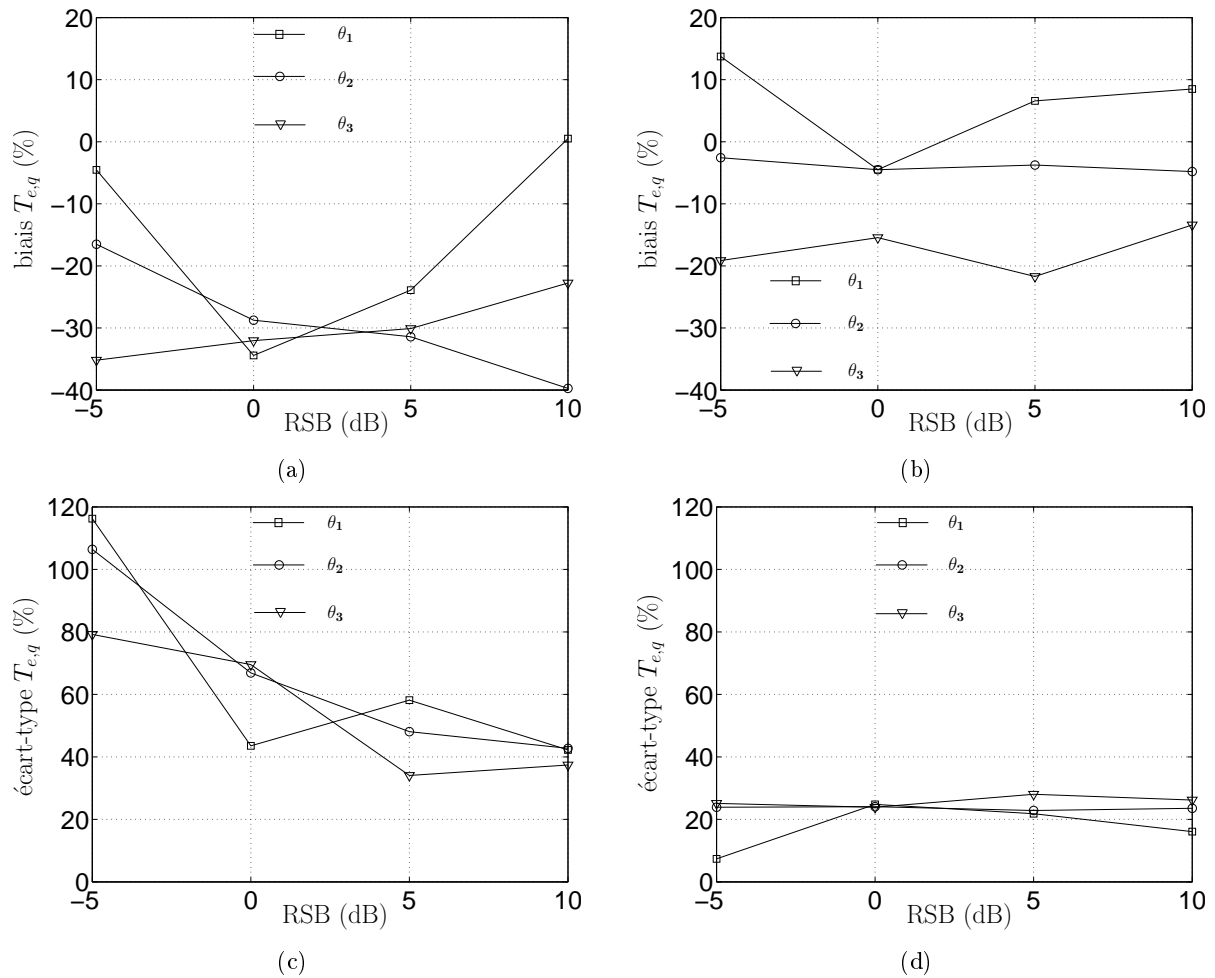


FIG. 2.13: Biases et écart-type sur l'estimation du temps de vol $T_{e,q}$ des bouffées pour les détecteurs par enveloppe et par ondelettes ($\omega_0 = 5$) et 3 jeux de paramètres. (a) Biais sur $T_{e,q}$ pour le détecteur par enveloppe. (b) Biais sur $T_{e,q}$ pour le détecteur par ondelettes. (c) Écart-type sur $T_{e,q}$ pour le détecteur par enveloppe. (d) Écart-type sur $T_{e,q}$ pour le détecteur par ondelettes.

Bilan : estimation des paramètres temporels Le détecteur ondelette permet une meilleure localisation des événements détectés notamment grâce à des biais et écart-types sur le temps de vol nettement plus faibles que pour le détecteur enveloppe. De plus, le détecteur ondelette offre une meilleure résistance au bruit car les valeurs des biais et écart-types restent relativement constantes pour des valeurs de RSB allant de -5 à 10 dB. Finalement, plus l'influence de l'acoustique est faible, plus les performances de l'estimation sont efficaces.

2.6 Conclusion

Ce chapitre a eu pour objectif de développer et valider une méthode de détection, localisation et classification de bouffées Doppler qui permette le traitement de nombreuses bouffées Doppler afin d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique.

Une procédure de détection basée sur l'application d'une transformée en ondelettes au signal Doppler a été comparée à une procédure de détection plus simple basée uniquement sur la représentation en enveloppe du signal Doppler. Le processus de détection utilise une transformée en ondelettes continue dans le but d'obtenir une représentation temps-fréquence (scalogramme) peu bruitée du signal Doppler. Deux transformées appelées respectivement transformée temps-amplitude T_{zt} et transformée fréquence-amplitude T_{zf} sont obtenues à partir du scalogramme. La détection des bouffées est réalisée en comparant un niveau de bruit de référence au niveau de la transformée temps-amplitude du signal. L'estimation du temps central et une estimation préliminaire des temps début et fin de la bouffée est réalisée conjointement à l'étape de détection. Une estimation plus fine des temps début et fin du signal détecté est réalisée grâce à la transformée fréquence-amplitude T_{zf} , obtenue à l'aide de la localisation préliminaire de l'évènement détecté. Trois jeux de paramètres sont utilisés afin d'évaluer les performances du détecteur permettent de tester deux configurations possibles de bouffées Doppler correspondant à une large gamme de paramètres acoustiques et de vitesses d'écoulement admissible par le dispositif VLD développé au LAUM (cf. §1.3.6). Les très forts niveaux acoustiques (> 140 dB_{SPL}) n'ont pas été testés car ils conduisent à une bouffée Doppler fortement modulée sur laquelle le détecteur développé ne peut pas s'appliquer. La détection des bouffées Doppler de très forts niveaux en présence de faibles écoulements est clairement un autre problème de détection. Cependant, compte-tenu de la synthèse effectuée au Chap. 1, d'autres méthodes de traitement du signal peuvent alors être appliquées. Les faibles niveaux acoustiques (autour de 60 dB_{SPL}) correspondent à des configurations sur lesquelles le détecteur s'avère performant. Les niveaux acoustiques choisis pour évaluer le détecteur correspondent à des conditions habituelles de mesures au laboratoire.

Les performances des détecteurs ondelette ($\omega_0 = 5$ et 10) et enveloppe sont évaluées au moyen de simulations numériques. Des indicateurs de performances des détecteurs sont utilisés pour réaliser leur validation :

- les courbes ROC considèrent le détecteur comme un problème à hypothèses binaires et renseignent sur les capacités générales du détecteur à distinguer le signal utile du bruit. Considérant chaque détecteur séparément, les trois jeux de paramètres θ_1 , θ_2 et θ_3 présentent globalement les mêmes performances. Ces performances diminuent à mesure que le RSB diminue : le taux de détection diminue et l'écart entre les deux détecteurs (ondelette et enveloppe) augmente.
- le taux d'insertion considère le test à trois hypothèses et informe sur la capacité du détecteur à réaliser la distinction entre une bouffée simple et une bouffée multiple. Le taux d'insertion minimum renseigne sur la capacité du détecteur à commettre le moins d'erreurs de classement possible, en termes de substitutions, suppressions et créations de bouffées simples et bouffées multiples. Il permet de définir le seuil optimal du détecteur pour un jeu de paramètre donné et un RSB.

Le détecteur enveloppe présente des résultats moins satisfaisants comparés à ceux du détecteur ondelette. Le rapport entre coût calculatoire et performances du détecteur ondelette ($\omega_0 = 5$ et 10) a conduit à adopter le détecteur ondelette $\omega_0 = 5$, considéré comme le plus efficace. Les détecteurs ondelette et enveloppe développés dans ce travail fournissent de meilleurs résultats pour de faibles déplacements particuliers acoustiques. À noter, cependant, que le taux de fausses alarmes des bouffées simples, associé en réalité à du bruit, est non négligeable et varie de 5 à 30 % pour les détecteurs enveloppe et ondelette (cf. Annexe B). L'utilisation d'une fonction de coût liée au taux de fausses alarmes de type 1|0 (signal détecté en vrai bruit) pourrait éventuellement minimiser les erreurs.

Les performances de l'estimateur des paramètres temporels sont évaluées en calculant les biais et écart-types des temps estimés (temps central $t_{c,q}$ et temps de vol $T_{e,q}$) relatifs au temps de vol de référence des bouffées détectées. Les résultats proposés sont obtenus pour le seuil de détection optimal (taux d'insertion minimum). Le temps central est estimé avec la même procédure pour les deux détecteurs-estimateurs enveloppe et ondelette : les biais et écart-types sont globalement les mêmes pour les deux détecteurs. Le temps de vol est obtenu, quant à lui, de deux façons différentes suivant la représentation du signal considérée : enveloppe ou ondelette. Les biais et écart-types sur le temps de vol pour la représentation enveloppe sont vraiment moins satisfaisants comparés à ceux obtenus pour la représentation ondelette. Les résultats pour l'estimation du temps central et du temps de vol semblent être meilleurs pour de faibles niveaux acoustique (inférieur à 100 dB_{SPL}) et de faibles vitesses d'écoulements (environ 20 mm/s).

Les futurs travaux consisteront à déterminer l'influence de la détection et de la localisation temporelle des bouffées Doppler sur la qualité d'estimation des paramètres acoustiques en comparant ces résultats aux bornes de Cramér-Rao [60]. Cependant, cette validation nécessite la mise en place d'un post-traitement efficace permettant d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique et les vitesses d'écoulement des bouffées Doppler dont le prochain chapitre constitue l'objet. Enfin, il sera nécessaire de tester le détecteur sur des données réelles.

Chapitre 3

Estimation de la vitesse particulaire acoustique en présence d'écoulement

3.1 Introduction

Les travaux proposés dans cette thèse sont réalisés dans le but d'accroître les performances du banc de mesure VLD disponible au LAUM. Leur objectif est de permettre la réalisation de mesures de vitesse acoustique dans des écoulements non-stationnaires de faibles vitesses (champ libre). L'estimation des paramètres de la vitesse particulaire acoustique nécessite alors la mise en place de nouvelles procédures de post-traitement sur les signaux de fréquence instantanée (FI) issus du traitement des signaux Doppler. En effet, la loi de FI est constituée de nombreuses parties de signal utiles dont la longueur peut être inférieure à une période acoustique et les méthodes de post-traitement actuelles ne permettent pas l'estimation des paramètres acoustiques [84, 91].

Ce chapitre se divise en deux parties : la première partie présente les résultats d'une méthode développée au cours d'un travail antérieur [25] et la seconde partie propose les résultats de nouveaux travaux initiés par le stage de master première année de Lionet [66]. L'exposé de cette méthode est issue d'un article écrit en langue anglaise accepté pour publication à la revue *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements** La première méthode se décompose en deux étapes : une étude locale, d'une part, afin d'estimer la vitesse d'écoulement associée à chacune des bouffées contenues sur le signal Doppler et une étude globale, d'autre part, afin d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique grâce à l'ensemble des bouffées détectées. La seconde méthode proposée repose sur une étude locale paramétrique. Elle consiste à estimer conjointement l'amplitude et la phase de la vitesse particulaire acoustique et l'amplitude de la vitesse d'écoulement associées à chacune des bouffées Doppler.

3.2 Estimation de la vitesse particulaire acoustique en présence d'écoulement : analyse de l'enveloppe et représentation temps-fréquence

L'étude proposée dans cette partie suppose que la vitesse d'écoulement de la particule q est constante pendant le temps de vol $T_{e,q}$ (Eq. (1.43)). Cette vitesse varie cependant d'une particule à l'autre. La méthode d'estimation de la vitesse d'écoulement de chacune des bouffées contenues sur le signal Doppler est basée sur leur détection préalable. L'estimation des paramètres de la vitesse

*Laser Doppler Velocimetry for Joint Measurements of Acoustic and Mean Flow Velocities : LMS-based Algorithm and CRB Calculation, L. Simon, O. Richoux, A. Degroot and L. Lionet, submitted on December 2006, revised on July 2007, accepted on August 2007.

acoustique est réalisée grâce à la loi de FI et à l'estimation préalable des vitesses d'écoulements. L'objectif de ce travail est d'estimer les vitesses d'écoulement variant d'une bouffée à l'autre à partir de l'enveloppe des bouffées Doppler détectées, afin d'estimer les paramètres de la vitesse particulière acoustique. Le modèle physique de l'enveloppe pose un *a priori* sur la zone de passage de la particule dans le volume de mesure.

3.2.1 Estimation de la vitesse d'écoulement

L'estimation de la vitesse d'écoulement repose sur l'étude de l'enveloppe du signal de bouffée Doppler. Cette enveloppe ($A_q(t)$) est obtenue à partir des deux signaux Doppler $s_{q1}(t)$ et $s_{q2}(t)$ (Eqs. (1.31) et (1.32)) en quadrature et s'exprime

$$A_q(t) = [s_{q1}(t)^2 + s_{q2}(t)^2]^{1/2}. \quad (3.1)$$

Cette estimation de la vitesse d'écoulement suppose que la particule passe au centre du volume de mesure, ce qui n'est effectivement pas le cas dans la réalité. Cependant, pour de forts RSB (supérieur à 15 dB) cette hypothèse peut être considérée comme valide, car l'amplitude de la bouffée est liée à la position de la particule dans le volume de mesure. L'estimation de la vitesse d'écoulement associée à une bouffée est réalisée en estimant l'écart-type σ_q de son enveloppe supposée Gaussienne (le déplacement particulière acoustique est alors supposé très inférieur aux dimensions du volume de mesure) après la détection et localisation préalable de la bouffée. La procédure de détection et localisation employée correspond à celle développée sur la représentation en enveloppe du signal Doppler (cf. 2.3.2.a). La localisation permet d'estimer le temps de vol $T_{e,q}$ de la bouffée Doppler considérée comme égal à quatre fois l'écart-type (Eq. (1.43)). Connaissant l'expression du temps de vol (Eq. (1.43)), la vitesse d'écoulement s'exprime alors en fonction de l'écart-type comme suit

$$V_{e,q} = \frac{dx_o}{2\sqrt{2}\sigma_q}. \quad (3.2)$$

3.2.2 Estimation des paramètres acoustiques

L'estimation des paramètres acoustiques est réalisée à l'aide de la loi de FI obtenue par traitement du signal Doppler en utilisant la PDWV (cf. Chap. 1). La loi de FI ou loi de vitesse (à i près) d'un signal Doppler est constituée de plusieurs sinusoïdes (contenant plus ou moins d'une période acoustique) localisées dans le plan temps-fréquence ou plutôt temps-vitesse (voir Fig. 3.1.a). Les composantes continues de chacune des parties de signal utile de la loi de FI correspondent aux vitesses d'écoulement auxquelles sont soumises les particules lors de leur passage dans le volume de mesure.

Connaissant les valeurs des vitesses d'écoulement estimées et les dates de début et de fin associées à chacune des bouffées détectées, ces vitesses peuvent alors être soustraites à chacune des sinusoïdes de la loi de FI correspondantes (Fig. 3.1.b). La loi de FI alors dépourvue des composantes continues liées à l'écoulement est notée FI_{ac} et s'exprime sous la forme suivante

$$FI_{ac}(t) = \frac{1}{i} V_{ac} \cos(2\pi f_{ac}t + \phi_{ac}). \quad (3.3)$$

Pour des signaux d'excitation harmonique, il est intéressant d'utiliser un post-traitement de type *rotating machinery* (machine tournante) qui consiste à ramener toutes les données de vitesse sur une seule période du signal, afin de permettre une reconstruction de la forme temporelle du signal de vitesse à partir d'un grand nombre de points sur une période (Fig. 3.1.c). L'algorithme de la procédure de *rotating machinery* utilisée dans ce travail suppose que :

- le signal d'excitation est harmonique,
- le signal de vitesse acoustique est synchrone d'une bouffée à l'autre,

– la période acoustique T_{ac} est connue.

Une fois les signaux sinusoïdaux de vitesses utiles identifiés et localisés, ces derniers sont découpés en périodes acoustiques et les données sont alors ramenées sur une seule et unique période acoustique (Fig. 3.1.c).

Sachant que le signal acoustique est synchrone d'une bouffée à l'autre, l'amplitude de ce signal vaut V_{ac} et sa phase ϕ_{ac} . L'estimation des paramètres acoustiques (amplitude et phase) est alors réalisée en appliquant une méthode par moindres carrés, exposée dans la thèse de Poggi [84], qui permet de faire passer la meilleure fonction sinusoïdale au sein des points constituant la loi de FI et d'en déduire une estimation de l'amplitude V_{ac} et de la phase ϕ_{ac} .

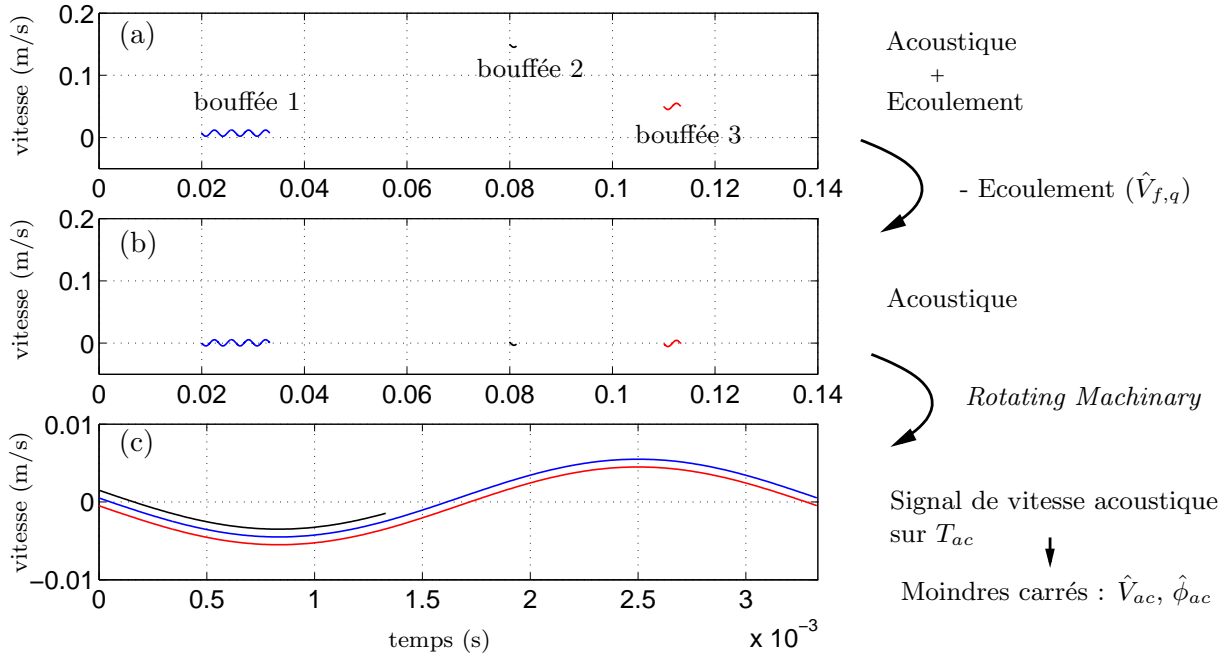


FIG. 3.1: Représentation temps-vitesse schématique (équivalente à temps-fréquence car $f = v/i$) d'un signal Doppler constitué de trois bouffées présentant respectivement plus d'une période (bouffée 1), moins d'une période (bouffée 2) et environ une période acoustique (bouffée 3). (a) : vitesses du signal Doppler avec pour composante variable la vitesse acoustique et composante continue la vitesse d'écoulement, (b) : vitesses dont les composantes continues estimées (vitesses d'écoulement) ont été soustraites, (c) : "morceaux" de vitesse acoustique ramenés sur une période acoustique par *rotating machinery* afin d'estimer les paramètres acoustiques (amplitude et phase) par moindres carrés.

3.2.3 Performances

Le but des travaux présentés dans cette partie est d'étendre les capacités d'estimation de la vitesse acoustique en présence d'écoulement lorsque la loi de FI présente moins d'une période acoustique par bouffée, et ce pour la majorité des bouffées contenues sur un signal Doppler. L'objectif est d'atteindre des vitesses d'écoulements moyennes $\bar{V}_{e,q}$ de l'ordre de 50 mm/s en champ libre et de l'ordre de 100 mm/s en guide, pour des vitesses acoustiques variant de 0.05 mm/s (60 dB_{SPL}*) à 50 mm/s (120 dB_{SPL}).

La méthode développée précédemment est testée sur signaux simulés contenant des bouffées Doppler simples d'amplitudes constantes, dont les vitesses d'écoulements sont aléatoires et distribuées sur une loi normale. Les temps d'arrivées des bouffées sont régis par une statistique de Poisson contrôlée

*niveaux équivalent champ libre

de façon à ne pas avoir de superposition de bouffées Doppler. Le Rapport Signal sur Bruit (RSB) choisi est de 25 dB. L'amplitude de la vitesse acoustique V_{ac} est fixée à 10 mm/s. Les gammes de fréquences et de vitesses d'écoulements testées sont choisies de manière à respecter les conditions expérimentales recherchées, à savoir en moyenne moins d'une période acoustique par bouffée et des vitesses d'écoulement variant d'une particule à l'autre :

$$f_{ac} \in [500 \ 1000 \ 2000] \text{ Hz} \quad (3.4)$$

$$V_{e,q} \in [15 \ \text{à} \ 150] \text{ mm/s} \quad (3.5)$$

$$\bar{V}_{e,q} \in [50 \ \text{à} \ 100] \text{ mm/s} \quad (3.6)$$

Pour chaque simulation numérique, la fréquence d'échantillonnage est f_e est égale à 1 MHz, la longueur du volume de mesure dx_o est égale 0.1 mm et une centaine de bursts est analysée. La loi de FI est obtenue par DWV. Pour une configuration donnée, les simulations ont été réalisées 5 fois, permettant de mieux caractériser les performances de la méthode. En effet, les résultats peuvent varier d'une simulation à une autre pour le même jeu de paramètres car les vitesses d'écoulement varient aléatoirement de 15 à 150 mm/s et changent aléatoirement d'une simulation à l'autre. Les résultats sont, par ailleurs, fortement conditionnés par l'étape de détection.

Pour une fréquence acoustique de 1000 Hz et une vitesse moyenne d'écoulement de 94 mm/s, la Fig. 3.2.a présente le signal de vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ issu du post-traitement et ramené sur une période acoustique. La Fig. 3.2.b met en évidence l'influence de l'absence d'estimation de la vitesse d'écoulement des bouffées détectées sur la dispersion des données de vitesses. Cette importante dispersion est gage d'une mauvaise estimation des paramètres acoustiques. Le post-traitement développé dans cette partie permet de diminuer significativement la dispersion des données de vitesse, influant alors sur la qualité d'estimation des paramètres acoustiques réalisée par moindres carrés (courbe rouge Fig. 3.2.a).

Erreurs sur la vitesse acoustique instantanée et les vitesses d'écoulement

L'erreur sur l'estimation de la vitesse (acoustique et écoulement) est exprimée par

$$\epsilon_X = \hat{X} - X, \quad (3.7)$$

où ϵ_X correspond à l'erreur sur la vitesse X avec X la valeur de vitesse de référence et \hat{X} la valeur de vitesse estimée ($X = v_{ac}$ à un instant t ou $V_{e,q}$). $\hat{v}_{ac}(t)$ correspond à la vitesse estimée à partir de la loi de FI .

Les biais et écart-types* des quantités estimées ($V_{e,q}$, v_{ac}) sont calculés pour chacune des simulations. Les résultats sont récapitulés dans le Tab. 3.1. Afin de visualiser la répartition des erreurs commises sur l'estimation de la vitesse acoustique $v_{ac}(t)$ et la vitesse d'écoulement $V_{e,q}$, les histogrammes de ces erreurs sont représentés sur la Fig. 3.3. La Fig. 3.3.a présente un histogramme des erreurs relatives sur la vitesse d'écoulement pour f_{ac} égale à 500 Hz et $\bar{V}_{e,q}$ égale à 58 mm/s. La Fig. 3.3.b présente, quant à elle, un histogramme des erreurs relatives sur la vitesse acoustique estimée $\hat{v}_{ac}(t)$ (les points du signal) pour f_{ac} égale à 1000 Hz et $\bar{V}_{e,q}$ égale à 94 mm/s.

Erreurs relative sur l'amplitude de la vitesse acoustique

L'erreur relative sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique est exprimée par

$$E_{V_{ac}} = \left| \frac{\hat{V}_{ac} - V_{ac}}{V_{ac}} \right|, \quad (3.8)$$

où $E_{V_{ac}}$ correspond à l'erreur relative sur la vitesse V_{ac} , récapitulée dans Tab. 3.2 pour les différentes configurations rencontrées.

*L'écart-type de l'estimé \hat{X} de la quantité X s'énonce $\hat{\sigma}_{\hat{X}} = \left(E[\hat{X} - b_{\hat{X}} - X] \right)^{1/2}$ où $b_{\hat{X}} = E[\hat{X} - X]$ est le biais.

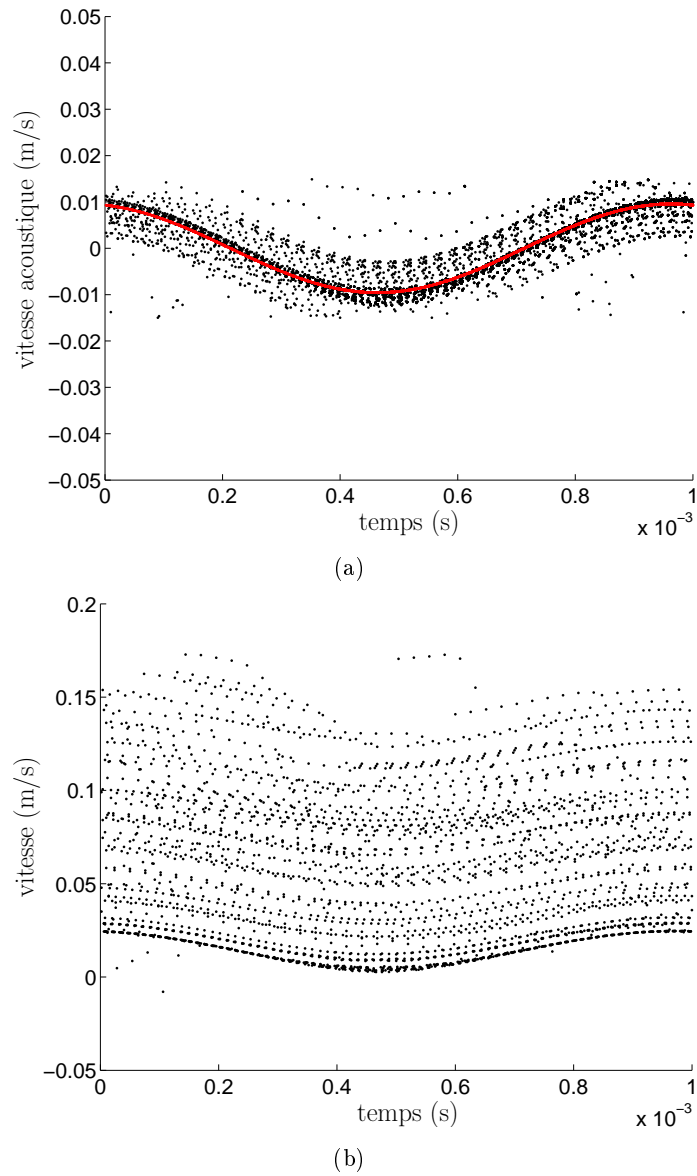


FIG. 3.2: Signaux de vitesse issus du traitement du signal Doppler par DWV, ramené sur une période acoustique T_{ac} . (a) : vitesses d'écoulements estimées soustraites à chaque bouffée Doppler avec estimation de la vitesse par moindres carrés en rouge. (b) : vitesses d'écoulements non soustraites.

f_{ac} (Hz)	500	1000	2000
$\bar{V}_{e,q}$ (mm/s)	$\simeq 60$	$\simeq 95$	$\simeq 95$
$b_{V_{e,q}}$ (mm/s)	< 0.1	< 0.1	< 0.5
$\sigma_{V_{e,q}}$ (mm/s)	4 – 7	2 – 4	3 – 9
$b_{v_{ac}}$ (mm/s)	< 0.5	< 0.5	< 0.5
$\sigma_{v_{ac}}$ (mm/s)	1 – 3	2 – 3	2 – 9

TAB. 3.1: Biais et écart-types sur les paramètres estimés $V_{e,q}$, v_{ac} .

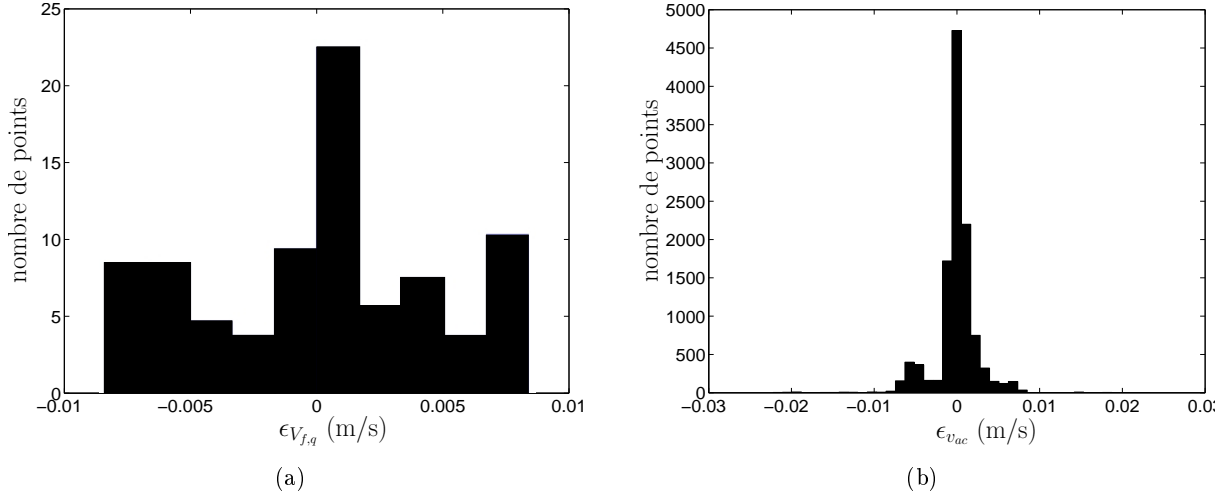


FIG. 3.3: Histogramme des erreurs sur les vitesses. (a) : vitesse d'écoulement pour $f_{ac} = 500$ Hz et $\bar{V}_{e,q} = 58$ mm/s, (b) : vitesse acoustique pour $f_{ac} = 1000$ Hz et $\bar{V}_{e,q} = 94$ mm/s.

f_{ac} (Hz)	500	1000	2000
$\bar{V}_{e,q}$ (mm/s)	$\simeq 60$	$\simeq 95$	$\simeq 95$
$E_{V_{ac}}$ (%)	3 – 5	1 – 3	1 – 3

TAB. 3.2: Erreur relative sur l'amplitude de la vitesse acoustique estimée V_{ac} .

Bilan

Les simulations ont été réalisées de manière à ce que la loi de FI associée aux bouffées contienne en moyenne moins d'une période acoustique. Globalement, l'écart-type sur les vitesses d'écoulement est compris entre 3 et 9 mm/s pour une gamme de fréquences allant de 500 à 2000 Hz et des vitesses d'écoulement moyennes comprises entre 60 et 95 mm/s. Le biais, quant à lui, reste inférieur à 0.5 mm/s pour ces mêmes jeux de paramètres. Concernant l'estimation des vitesses acoustiques \hat{v}_{ac} , l'écart-type se situe entre 1 et 9 mm/s et le biais reste également inférieur à 0.5 mm/s pour ces mêmes jeux de paramètres. Plus la vitesse d'écoulement à laquelle est soumise la particule est élevée, plus le temps de passage de la particule dans le volume de mesure est court, se concrétisant par une enveloppe de la bouffée Doppler plus étroite. En conséquence, l'incertitude sur l'estimation de la largeur de l'enveloppe augmente à mesure que celle-ci diminue, entraînant une augmentation de l'incertitude sur les vitesses d'écoulement.

Dans le cas où toutes les bouffées contiennent moins d'une période acoustique, la reconstruction du signal de vitesse sur une période acoustique nécessite l'acquisition d'un très grand nombre de bouffées Doppler afin de minimiser les erreurs d'estimation car peu de points sont disponibles par bouffée. L'erreur d'estimation sur l'amplitude de la vitesse acoustique (10 mm/s) varie ainsi de 1 à 3 % pour f_{ac} égal à 1000 ou 2000 Hz et de 3 à 5 % pour f_{ac} autour de 500 Hz. En résumé, à mesure que le déplacement particulière acoustique augmente l'incertitude sur l'amplitude de la vitesse acoustique augmente également.

3.2.4 Conclusion

La méthode proposée dans cette section (§ 3.2) offre des premiers résultats très encourageants avec des erreurs sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique V_{ac} restant inférieur à 5 % et globalement comprises entre 1 et 3 %. L'enthousiasme que suscite ces résultats est à modérer

car l'hypothèse de passage de la particule au centre du volume de mesure conduit aux erreurs minimales admissibles par la méthode. Cette méthode est, par ailleurs, très fortement dépendante de l'étape de détection/localisation pour l'estimation de la vitesse d'écoulement associée à chaque bouffée Doppler. L'estimation de la vitesse d'écoulement nécessite, par ailleurs, de se situer dans des conditions expérimentales, certes couramment rencontrées en VLD (déplacement particulaire acoustique considéré comme très inférieur aux dimensions du volume de mesure), mais ne correspondant pas à toutes les configurations de bouffées Doppler existantes (cf. §1.3.6). Utiliser la procédure de détection/localisation par ondelette, permettant une estimation de la vitesse d'écoulement à l'aide de l'information en fréquence, améliorerait sans doute la qualité d'estimation des vitesses d'écoulement et en conséquence l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique. Dans ce cas, la détection est certes importante mais la localisation précise importe peu puisque l'information utile, à savoir la vitesse d'écoulement (proportionnelle à la fréquence $V_{e,q} = fi$), correspond au passage par zéro de la marginale fréquentielle T_{zf} de la représentation temps-fréquence $W_{z,tf}$ de la bouffée Doppler (cf. §2.3).

Développer une méthode d'estimation des paramètres utiles (acoustique et écoulement) en se basant sur la forme, relativement simple, du signal issu de la démodulation de fréquence des signaux Doppler (loi de *FI* : morceaux de sinusöide avec composante continue) s'avère être une piste intéressante à explorer. La partie suivante se base sur ce principe en utilisant une procédure d'estimation de paramètres qui repose sur une minimisation par moindres carrés.

3.3 Estimation de la vitesse particulaire acoustique en présence d'écoulement : algorithme de minimisation par moindres carrés (*LMS-based algorithm*) et calcul de CRB*

3.3.1 Introduction

L'étude proposée dans cette partie suppose que l'excitation sinusöidale acoustique est parfaitement connue et que différentes techniques de démodulation de fréquence peuvent être utilisées pour estimer la vitesse particulaire à partir de signaux Doppler (cf. Chap 1). La méthode proposée permet d'estimer conjointement la vitesse particulaire acoustique (amplitude et phase) et la vitesse d'écoulement moyenne à partir du signal de vitesse associé à une bouffée Doppler (voir Fig. 3.4, correspondant à un exemple de signal Doppler simulé sans bruit et les signaux de vitesse associés à chacune des bouffées). Cette méthode d'estimation, appelée minimisation par moindres carrés (*LMS-based method*), consiste à minimiser une quantité quadratique (ici l'erreur quadratique moyenne) par rapport à un modèle de signal dans le but d'estimer les paramètres inconnus de ce modèle [100, 65]. Dans le cas présent, le modèle du signal utilisé correspond à la loi de fréquence instantanée parfaitement connue et modélisée par un signal sinusöidal à composante continue. Les bornes de Cramér-Rao (CRB) associées à ce problème ont été calculées et les résultats d'estimation, issus de la minimisation par moindres carrés, sont obtenus à l'aide d'une procédure de Monte Carlo et comparés aux bornes de Cramér-Rao de l'estimateur.

3.3.2 Calcul de bornes de Cramér-Rao (CRB)

La borne de Cramér-Rao (CRB) fournit la borne inférieure de la variance d'un estimateur non-biaisé (si il existe) [57]. La CRB nous alerte sur l'impossibilité physique de trouver un estimateur non-biaisé dont la variance serait inférieure à cette borne [57]. Dans le cas de signaux à tonalité unique, les CRB

*Cette partie correspond à un article accepté pour publication à la revue *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements* par L. Simon, O. Richoux, A. Degroot et L. Lionet, soumis en décembre 2006, révisé en juillet 2007, accepté en août 2007. (cf. Annexe C)

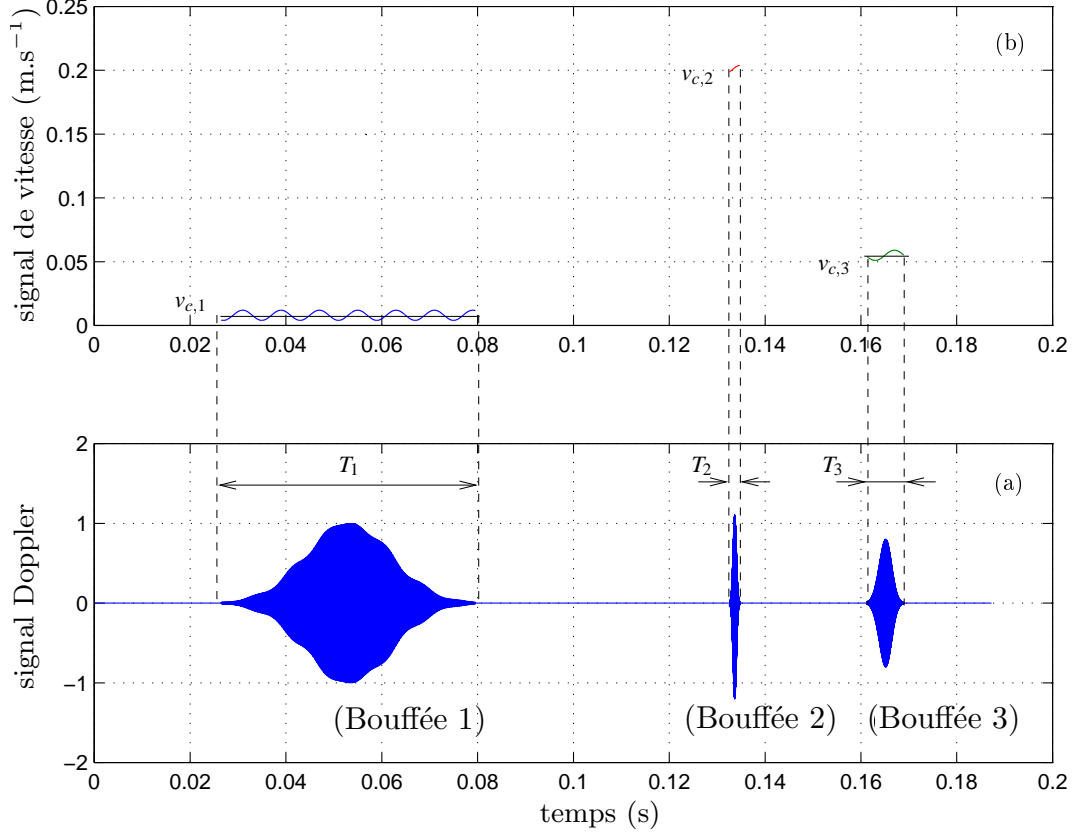


FIG. 3.4: (a) Exemple de signal Doppler. (b) Signal de vitesse associé. La bouffée 1 est associée à un très faible écoulement moyen correspondant à un nombre de périodes acoustiques N_{per} largement supérieur à 1. La bouffée 2 est associée à un écoulement moyen élevé correspondant à N_{per} largement plus petit que 1 période acoustique. La bouffée 3 est associée à un écoulement moyen correspondant à $N_{\text{per}} \lesssim 1$ période acoustique.

ont été calculées par Rife et Boorstyn [90] en 1974. Les CRB des signaux Doppler ont également été étudiées dans le cas de la mécanique des fluides [9, 99]. Dans le cas d'une excitation acoustique, les CRB d'un signal Doppler ont également été étudiées par Le Duff [61].

L'étude proposée s'est focalisée sur le calcul de bornes de Cramér-Rao (CRB) du problème d'estimation de paramètres acoustiques et écoulement à partir de portions de sinusoïdes (vitesse). Les données de vitesse sont supposées être telles que

$$u[n] = v[n; \theta] + b[n], \quad (3.9)$$

pour $n \in [n_0, n_1]$, où $b[n]$ est un bruit blanc Gaussien et $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, les données pouvant être modélisées selon

$$v[n; \theta] = v_c + V_{ac} \cos(2\pi F_{ac}n + \phi_{ac}), \quad (3.10)$$

où $F_{ac} = f_{ac}/f_e$, f_e étant la fréquence d'échantillonnage, $v_c \equiv V_{e,q}$, et où les paramètres inconnus sont contenus dans

$$\theta = [v_c \quad V_{ac} \quad \phi_{ac}]^T. \quad (3.11)$$

Nous supposons, par ailleurs, que $F_{ac} \neq 0$ et $F_{ac} \neq 1/2$.

3.3.2.a Bornes de Cramér-Rao (CRB) pour une bouffée

La CRB est obtenue en inversant la matrice d'information de Fisher $\mathbf{J}(\theta)$, $\text{CRB}(\theta) = \mathbf{J}(\theta)^{-1}$, fournie par [57]

$$\mathbf{J}(\theta)_{kl} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=n_0}^{n_1} \frac{\partial v[n; \theta]}{\partial \theta_k} \frac{\partial v[n; \theta]}{\partial \theta_l}, \quad (3.12)$$

pour $k, l \in [1, 3]$, pour $\theta = [v_c \quad V_{ac} \quad \phi_{ac}]^T$.

Les dérivées de l'Eq. (3.12), en considérant l'Eq. (3.10), conduisent à

$$\mathbf{J}(\theta) = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} N & \frac{\cos(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \\ \frac{\cos(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & \frac{N}{2} + \frac{\cos(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} \\ -\frac{V_{ac}\sin(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} & \frac{NV_{ac}^2}{2} - \frac{V_{ac}^2\cos(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

où $N = n_1 - n_0 + 1$, et où

$$\gamma = \pi F_{ac}, \quad (3.14)$$

$$\beta = 2\pi F_{ac}n_0 + \pi F_{ac}(N - 1) + \phi_{ac}. \quad (3.15)$$

Nous définissons un rapport signal à bruit (RSB) du signal de vitesse comme

$$\text{RSB} = \frac{V_{ac}^2}{2\sigma^2}, \quad (3.16)$$

ce qui permet d'obtenir

$$\text{var}(v_c) \geq \text{CRB}(v_c) = \frac{V_{ac}^2}{4 \text{RSB}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}, \quad (3.17)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \text{CRB}(V_{ac}) = \frac{V_{ac}^2}{2 \text{RSB}} \frac{N^2 - N\cos(2\beta)\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} - 2\sin^2(\beta)\left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}, \quad (3.18)$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \text{CRB}(\phi_{ac}) = \frac{1}{2 \text{RSB}} \frac{N^2 + N\cos(2\beta)\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} - 2\cos^2(\beta)\left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}. \quad (3.19)$$

3.3.2.b Bornes de Cramér-Rao (CRB) pour N_b bouffées

L'algorithme mis au point au § 3.3.2.a peut maintenant être utilisé pour estimer les paramètres inconnus $\theta = [v_c \quad V_{ac} \quad \phi_{ac}]^T$, dans le cas de N_b bouffées. La principale différence entre ce problème et celui développé précédemment réside dans l'indice n_0 (Eq. (3.15)) qui n'est plus jamais constant, mais qui peut être modélisé comme une variable aléatoire discrète, uniformément distribuées sur $[0, N_{ac}]$, où $N_{ac} = \text{nint}\left[f_e/f_{ac}\right]$, $\text{nint}[\cdot]$ étant le nombre entier le plus proche. En conséquence, la variable aléatoire discrète β donnée par l'Eq. (3.15), qui apparaît dans les Eqs. (3.18-3.19) est uniformément distribuée sur $[\pi(N - 1)F_{ac} + \phi_{ac}, \pi(N - 1)F_{ac} + \phi_{ac} + 2\pi]$. Le moyennage des termes liés à β dans les Eqs. (3.18) et (3.19) conduit en conséquence à

$$\langle \cos(2\beta) \rangle = \langle \sin(2\beta) \rangle = 0, \quad (3.20)$$

et

$$\langle \cos^2(\beta) \rangle = \langle \sin^2(\beta) \rangle = \frac{1}{2}. \quad (3.21)$$

Ainsi, les CRB pour N_b bouffées sont données par

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \text{CRB}(V_{ac}) = \frac{V_{ac}^2}{2 \text{RSB}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2} \quad (3.22)$$

et

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \text{CRB}(\phi_{ac}) = \frac{1}{2 \text{RSB}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \right)^2}. \quad (3.23)$$

Dans la suite de l'exposé, les expressions (3.17) pour v_c et (3.22) pour V_{ac} sont utilisées pour étudier les CRB du problème. Pour rappel, N dépend de v_c (Eq. (3.28)). En conséquence, la CRB de v_c (Eq. (3.17)) et la CRB de V_{ac} (Eq. (3.22)) dépendent toutes les deux de v_c et V_{ac} , tandis que la CRB de ϕ_{ac} (Eq. (3.23)) est indépendante de V_{ac} .

3.3.2.c Comportement asymptotique des bornes de Cramér-Rao (CRB)

Dans l'Annexe D, les expressions des CRB asymptotiques de θ sont données, pour les deux cas $2\gamma N \ll 1$ ($N_{per} \ll 1/(2\pi)$) et $2\gamma N \gg 1$ ($N_{per} \gg 1/(2\pi)$). Le nombre de périodes acoustiques est donné par l'Eq. (3.29).

Dans le cas asymptotique $2\gamma N \ll 1$, nous prouvons (Eqs. (D.11-D.12)) que les variances relatives de v_c et V_{ac} sont

$$\frac{\text{var}(v_c)}{v_c^2} \geq \frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} = \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^3 V_{ac}^2}{f_{ac}^4}, \quad (3.24)$$

$$\frac{\text{var}(V_{ac})}{V_{ac}^2} \geq \frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2} = \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4}. \quad (3.25)$$

Les CRBs de v_c et V_{ac} sont proportionnelles à $v_c^5 V_{ac}^2$ et inversement proportionnelles à f_{ac}^4 . En conséquence, doubler la vitesse d'écoulement moyenne conduit à une augmentation de 15 dB de la variance des deux estimées v_c et V_{ac} . De manière similaire, doubler l'amplitude de la vitesse acoustique V_{ac} conduit à une augmentation de 6 dB de la variance des deux estimées v_c et V_{ac} . Enfin, doubler la fréquence de l'onde acoustique sinusoïdale conduit à une diminution de 12 dB de la variance des deux estimées v_c et V_{ac} . Par ailleurs, doubler la longueur du volume de mesure dx_o conduit à une diminution de 15 dB de la variance des deux estimées v_c et V_{ac} .

Dans le cas asymptotique $2\gamma N \gg 1$, nous prouvons que (Eqs. (D.20-D.21))

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{1}{2^{3/2} dx_o f_e} v_c V_{ac}^2, \quad (3.26)$$

et

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{1}{\sqrt{2} dx_o f_e} v_c V_{ac}^2. \quad (3.27)$$

Grâce aux expressions exactes (Eqs. (3.17), (3.22), (3.23)) et asymptotiques (Eqs. (3.24-3.27)) des CRB, les incertitudes minimales liées aux estimations de vitesses (acoustique et écoulement) sont complètement connues. Dans le paragraphe suivant (§ 3.3.3), l'algorithme de minimisation par moindres carrés (*LMS-based algorithm*) est proposé. Cet algorithme sera appliqué à des données simulées dans le § 3.3.4, de manière à comparer ses performances aux CRB.

3.3.3 Algorithme de minimisation par moindres carrés

D'un point de vue pratique, la vitesse du signal est uniformément échantillonnée. En conséquence, le nombre d'échantillons N_q associés à la particule q est obtenu à partir de l'Eq.(1.43), correspondant au temps de vol, de la façon suivante

$$N_q = \frac{\sqrt{2}dx_o f_e}{v_c}, \quad (3.28)$$

et le nombre de périodes acoustiques se définit comme suit

$$N_{per} = \frac{\sqrt{2}dx_o}{v_c} f_{ac}. \quad (3.29)$$

L'ajustement de la sinusoïde est résolue en minimisant la fonction de coût $V(\theta)$

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_1} (u[n] - v[n; \theta])^2, \quad (3.30)$$

en respectant les paramètres inconnus θ (Eq. (3.11)), où $u[n]$ et $v[n; \theta]$ sont respectivement données par les Eqs. (3.9) et (3.10), et où $N = n_1 - n_0 + 1$. Dans l'Annexe E, les Eqs. (E.5-E.7) fournissent respectivement l'expression de v_c , $a_{ac} = V_{ac} \cos(\phi_{ac})$ et $b_{ac} = V_{ac} \sin(\phi_{ac})$ comme une fonction de \mathbf{u} et f_{ac} . Une fois a_{ac} et b_{ac} estimées, les paramètres acoustiques inconnus de θ s'expriment alors comme suit

$$\begin{cases} \hat{V}_{ac} = \sqrt{\hat{a}_{ac}^2 + \hat{b}_{ac}^2}, \\ \hat{\phi}_{ac} = \text{atan} \frac{\hat{b}_{ac}}{\hat{a}_{ac}}. \end{cases} \quad (3.31)$$

3.3.4 Résultats numériques et discussion

Les CRB sont maintenant comparées à l'algorithme de minimisation par moindres carrés développé au § 3.3.3. Compte tenu des valeurs des paramètres acoustiques et des vitesses d'écoulement moyennes à analyser, les valeurs suivantes de f_{ac} et V_{ac} ont été choisies :

$$f_{ac} \in [125 \ 250 \ 500 \ 1000 \ 2000 \ 4000] \text{ Hz}, \quad (3.32)$$

$$V_{ac} \in [0.05 \ 1.58 \ 50] \text{ mms}^{-1}. \quad (3.33)$$

La phase ϕ_{ac} est supposée égale à $\pi/4$, et nous utilisons un paramètre adimensionné α_v pour la valeur de v_c , défini de la façon suivante

$$\alpha_v = \frac{V_{ac}}{v_c} \in [0.01 \ 0.05 \ 0.1 \ 0.5 \ 1]. \quad (3.34)$$

Pour chacune des simulations numériques, la fréquence d'échantillonnage est de $f_e = 350$ kHz, la longueur du volume de mesure est choisie égale à $dx_o = 0.1$ mm suivant l'axe des x et 10000 bouffées sont analysées. Les simulations sont réalisées avec Matlab.

Les Fig. 3.5 à 3.7 mettent en évidence les résultats des variances relatives $\text{var}(v_c)/v_c^2$ (a) et $\text{var}(V_{ac})/V_{ac}^2$ (b) pour différentes valeurs de f_{ac} , qui sont alors comparées aux CRB théoriques de v_c (Eq. (3.17)) et de V_{ac} (Eq. (3.18)). Chaque figure est associée à une valeur donnée de f_{ac} . De plus, pour chaque valeur de f_{ac} , trois jeux de paramètres de signaux sont analysés, chaque jeu correspondant à une des bouffées de la Fig. 3.4, respectivement $N_{per} \gg 1$ (Bouffée 1), $N_{per} < 1$ (Bouffée 2) et $N_{per} \lesssim 1$ (Bouffée 3), où N_{per} est le nombre de périodes acoustiques $N_{per} = N f_{ac}$.

Tout d'abord, l'estimateur par minimisation par moindres carrés est proche des CRB théoriques, ce qui permet d'affirmer que cet estimateur est efficace. De plus, la variance relative de v_c est plus

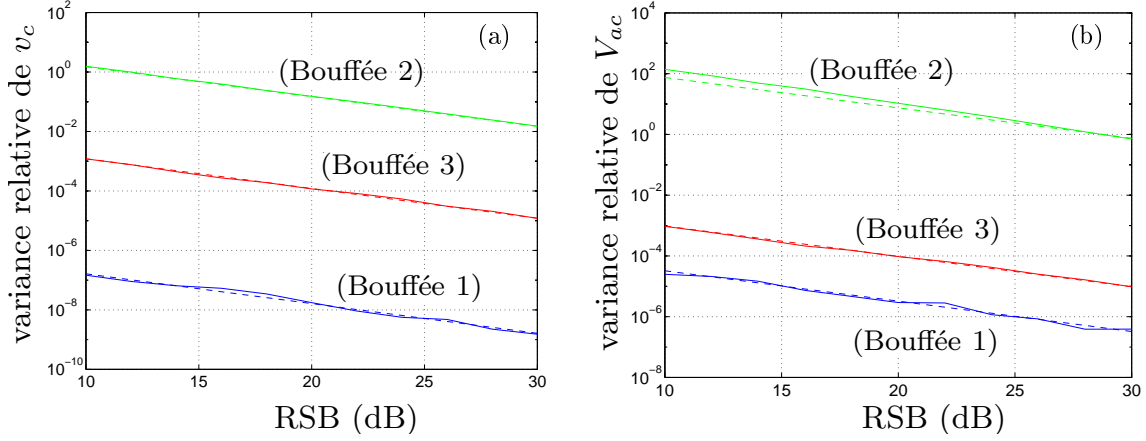


FIG. 3.5: Comparaison des variances relatives de v_c (a) et V_{ac} (b) estimées par l'algorithme de minimisation des moindres carrés (continu) avec celles obtenues par les CRB théoriques (pointillés), pour $f_{ac} = 125$ Hz. Les bouffées (1 – 3) font référence à la Fig. 3.4. (Bouffée 1) : $V_{ac} = 1.58$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 15.8$ mm.s $^{-1}$. (Bouffée 2) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 500$ mm.s $^{-1}$. (Bouffée 3) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 1$, $v_c = 50$ mm.s $^{-1}$.

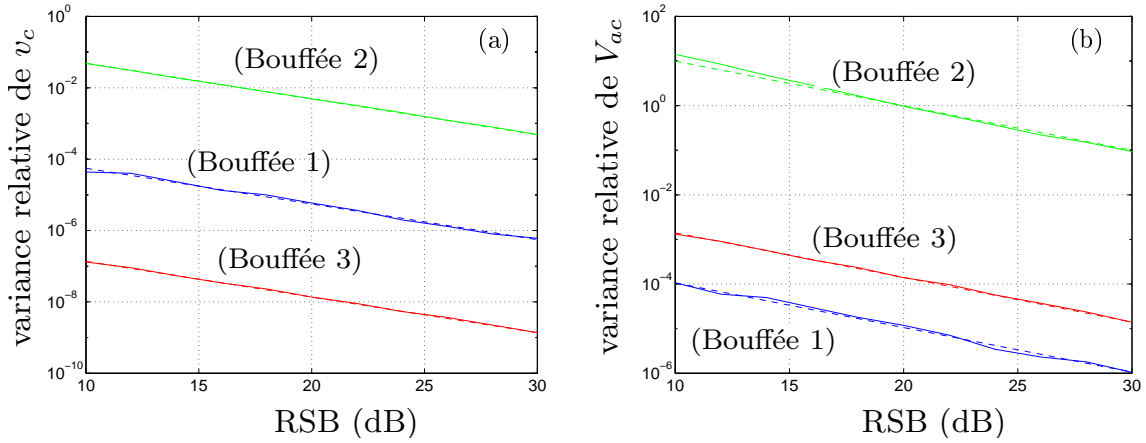


FIG. 3.6: Comparaison des variances relatives de v_c (a) et V_{ac} (b) estimées par l'algorithme de minimisation des moindres carrés (continu) avec celles obtenues par les CRB théoriques (pointillés), pour $f_{ac} = 500$ Hz. Les bouffées (1 – 3) font référence à la Fig. 3.4. (Bouffée 1) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 1$, $v_c = 50$ mm.s $^{-1}$. (Bouffée 2) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.05$, $v_c = 1000$ mm.s $^{-1}$. (Bouffée 3) : $V_{ac} = 1.58$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 15.8$ mm.s $^{-1}$.

faible que celle obtenue pour V_{ac} (excepté pour $\alpha_v = 1$). Enfin, pour des valeurs de v_c et V_{ac} , telles que $\alpha_v = V_{ac}/v_c \leq 1/\sqrt{2}$ soit $\text{CRB}(v_c) \simeq \text{CRB}(V_{ac})/2$, nous obtenons

$$\frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} \leq \frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2}. \quad (3.35)$$

De plus, les valeurs des variances relatives de v_c et V_{ac} dépendent de manière drastique des valeurs de v_c , V_{ac} et f_{ac} comme le montrent les Eqs. (3.17) et (3.22).

- Pour $N_{per} > 1$ (Bouffée 1), les variances relatives de v_c et V_{ac} sont respectivement comprises entre $[-70, -42]$ dB et $[-52, -30]$ dB. De telles estimations peuvent en conséquence être considérées comme très précises.
- Pour $N_{per} \ll 1$ (Bouffée 2), les variances relatives de v_c et V_{ac} sont respectivement comprises entre $[-27, 1]$ dB et $[10, 20]$ dB. L'estimation de v_c est suffisamment précise pour de faibles valeurs de $v_c^3 V_{ac}^2 / F_{ac}^4$ (3.24), tandis que l'estimation de V_{ac} est clairement inacceptable, quels que soient

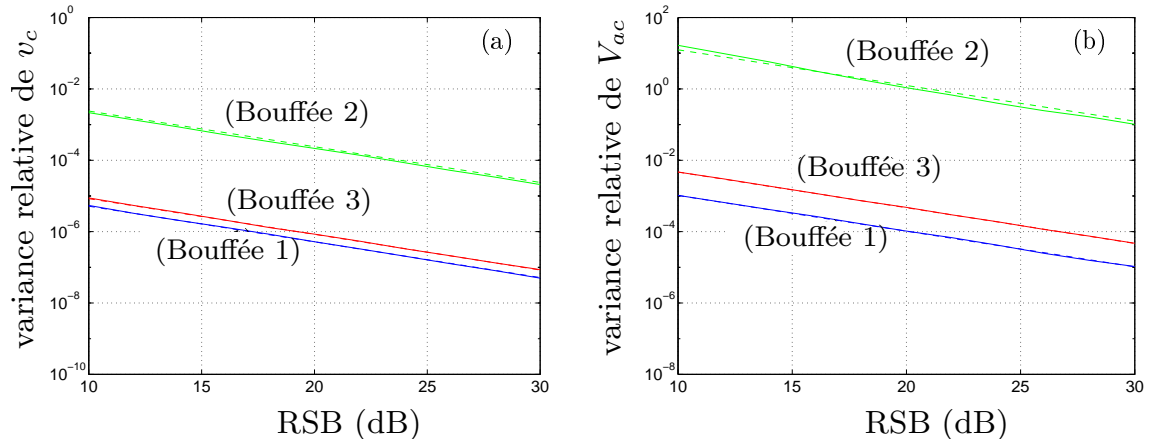


FIG. 3.7: Comparaison des variances relatives de v_c (a) et V_{ac} (b) estimées par l'algorithme de minimisation des moindres carrés (continu) avec celles obtenues par les CRB théoriques (pointillés), pour $f_{ac} = 4000$ Hz. Les bouffées (1 – 3) font référence à la Fig. 3.4. (Bouffée 1) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 500 \text{ mm.s}^{-1}$. (Bouffée 2) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.01$, $v_c = 5000 \text{ mm.s}^{-1}$. (Bouffée 3) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha = 0.05$, $v_c = 1000 \text{ mm.s}^{-1}$.

les paramètres v_c , V_{ac} et F_{ac} (3.25).

- Pour $N_{per} \lesssim 1$ (Bouffée 3), les variances relatives de v_c et V_{ac} sont respectivement comprises entre $[-70, -30]$ dB et $[-30, -23]$ dB. De telles estimations peuvent alors être considérées comme très précises.

En outre, pour des signaux de vitesse dont la longueur est largement supérieure à une période acoustique, l'expression asymptotique des CRB de v_c et V_{ac} peut alors être utilisée. Considérant une valeur maximale de l'erreur relative, respectivement E_{v_c} pour v_c et $E_{v_{ac}}$ pour V_{ac} , nous avons en conséquence

$$\frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} = \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^{427/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^3 V_{ac}^2}{f_{ac}^4} \leq E_{v_c} \quad (3.36)$$

et

$$\frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2} = \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^{429/2}} \frac{1}{dx_o f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4} \leq E_{v_{ac}}. \quad (3.37)$$

Ainsi, pour un jeu donné de paramètres inconnus dx_o , f_e et f_{ac} , il est possible de donner les valeurs maximales que $v_c^3 V_{ac}^2$ et v_c^5 peuvent atteindre de manière à obtenir une erreur inférieure respectivement à E_{v_c} et $E_{v_{ac}}$.

Finalement, à partir des expressions des CRB de v_c (Eq. (3.17)) et V_{ac} (Eq. (3.22)), il est possible de déterminer le nombre de périodes acoustiques que le signal de vitesse doit contenir afin de conduire à une erreur inférieure à la valeur de E . Les tableaux 3.3-3.5 fournissent une synthèse de ce type de résultats. Chaque tableau correspond à une des bouffées de la Fig. 3.4.

RSB (dB)	10			20			30		
	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.8	≥ 0.3	≥ 0.2	≥ 0.45	≥ 0.2	≥ 0.09	≥ 0.3	≥ 0.12	≥ 0.05
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 10$	≥ 0.75	≥ 0.25	$\gg 5$	≥ 0.5	≥ 0.2	≥ 0.8	≥ 0.25	≥ 0.1

TAB. 3.3: Nombre de périodes acoustiques N_{per} (pour v_c et pour V_{ac}) conduisant à une erreur inférieure à E (%) pour $f_{ac} = 125$ Hz et $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$.

RSB (dB)	10			20			30		
E (%)	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.4	≥ 0.16	≥ 0.06	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.04	≥ 0.18	≥ 0.06	≥ 0.02
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 10$	≥ 6	≥ 0.4	$\gg 10$	≥ 0.75	≥ 0.25	$\gg 5$	≥ 0.9	≥ 0.15

TAB. 3.4: Nombre de périodes acoustiques N_{per} (pour v_c et pour V_{ac}) conduisant à une erreur inférieure à $E(\%)$ pour $f_{ac} = 500$ Hz et $V_{ac} = 1.58$ mm.s⁻¹.

RSB (dB)	10			20			30		
E (%)	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.6	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.4	≥ 0.15	≥ 0.05	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.03
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 20$	$\gg 5$	≥ 0.6	$\gg 10$	≥ 4.5	≥ 0.04	$\gg 10$	≥ 0.7	≥ 0.25

TAB. 3.5: Nombre de périodes acoustiques N_{per} (pour v_c et pour V_{ac}) conduisant à une erreur inférieure à $E(\%)$ pour $f_{ac} = 4000$ Hz and $V_{ac} = 50$ mm.s⁻¹.

Par exemple, le Tab. 3.3 doit être lu comme suit : afin d'obtenir une erreur relative pour v_c inférieure à 0.1 % pour un RSB= 10 dB, le nombre de périodes acoustiques du signal de vitesse est de 0.8. De la même façon, afin d'obtenir une erreur relative pour V_{ac} inférieure à 1 % pour un RSB= 20 dB, le nombre de périodes acoustiques du signal de vitesse est de 0.5. Les Tabs. 3.4-3.5 récapitulent le nombre minimal de périodes acoustique que le signal de vitesse devrait avoir pour obtenir une erreur relative inférieure à 0.1 %, 1 % et 10 %, pour des RSB égaux à 10 dB, 20 dB et 30 dB pour 500 Hz et 4000 Hz respectivement.

Comme espéré, la vitesse d'écoulement moyenne v_c est estimée avec une grande précision à partir d'un très faible nombre de périodes acoustiques. Par exemple, pour obtenir une erreur relative de 1 % pour v_c , le nombre de périodes acoustiques doit toujours être en dessous de 0.3 quelque soit le RSB, f_{ac} et V_{ac} . Au contraire, les résultats pour l'estimation de la vitesse acoustique sont beaucoup plus contrastés. Pour un RSB de 30 dB, l'estimation de V_{ac} associée à une erreur relative inférieure à 1 % s'avère possible pour un nombre de périodes acoustiques $N_{per} > 0.9$. Mais, lorsque le RSB est inférieur à 30 dB, le nombre de périodes acoustiques associée à une erreur relative inférieure à 1 % peut être largement supérieur à 1.

Les tableaux montrent également l'influence de la fréquence acoustique sur l'estimation de la vitesse particulière acoustique. Plus la fréquence acoustique est élevée, plus le nombre de périodes acoustiques permettant une estimation précise de V_{ac} est élevé. Pour une erreur relative égale à 10 %, le nombre de périodes acoustiques est le même quelque soit la fréquence considérée. Mais pour une erreur relative égale à 1 % ou 0.1 % l'estimation de la vitesse particulière acoustique est plus facile pour de faibles fréquences acoustiques. Au contraire, l'influence de la fréquence sur l'estimation de la vitesse d'écoulement moyenne est à l'opposé. Plus la fréquence est élevée, plus le nombre de périodes acoustiques pour une estimation précise est faible.

En regard des résultats apportés par cette étude, une nouvelle approche en trois étape peut être proposée afin d'améliorer l'estimation de la vitesse particulière acoustique en présence d'écoulement. La première étape consiste à estimer la vitesse d'écoulement de chaque bouffée détectée à l'aide de l'algorithme de minimisation par moindres carrés. Ensuite, l'estimation de la vitesse d'écoulement est retirée à chaque signal de vitesse correspondant. Enfin, une technique de *rotating machinery* associée à une détection synchrone ou moindres carrés permettrait d'estimer la vitesse particulière acoustique avec une grande précision [40].

3.3.5 Conclusion

Une nouvelle méthode d'estimation conjointe des vitesses acoustiques et d'écoulement à partir de signaux Doppler a été proposée. Cette méthode est basée sur un algorithme de minimisation par moindres carrés qui permet une bonne estimation des vitesses. Les performances de la méthode ont été étudiées à l'aide de simulations numériques et les résultats obtenus ont été comparés aux bornes de Cramér-Rao du problème associé. Les résultats mettent en évidence que l'algorithme de minimisation par moindres carrés est proche des CRB théoriques, de sorte que l'estimateur puisse être considéré comme efficace.

3.4 Conclusions & Perspectives

La mesure VLD de champs acoustiques sinusoïdaux conduit à l'acquisition de bouffées Doppler modulées en amplitude et en phase, associées au passage de particules dans le volume de mesure. L'estimation des paramètres de la vitesse particulaire acoustique est rendue possible grâce à la succession de trois étapes de traitement du signal Doppler. La première étape consiste à détecter/localiser les bouffées Doppler utiles, à savoir les bouffées simples, sur le signal Doppler acquis. La seconde étape est associée à la démodulation de fréquence permettant l'estimation de la loi de fréquence instantanée (FI), proportionnelle à la vitesse ($f = V/i$). Enfin, la dernière étape, encore appelée étape de post-traitement et objet des travaux présentés dans ce chapitre, consiste à estimer les paramètres de la vitesse acoustique correspondant au signal d'excitation et les vitesses d'écoulements associées à chacune des bouffées grâce à la loi de FI . Les méthodes de post-traitement usuelles peuvent être appliquées dans le cas où les vitesses d'écoulement sont très faibles et laminaires, considérées alors comme négligeables ou constantes vis à vis de la perturbation acoustique. Ces vitesses, très faibles et laminaires, permettent à la particule d'osciller sur plusieurs périodes acoustiques durant son passage au sein du volume de mesure. Or, dans de très nombreuses configurations ces méthodes ne peuvent être utilisées car la durée d'une bouffée est inférieure, voir très inférieure, à une période acoustique. En effet, plus l'écoulement augmente et moins la particule a le temps d'osciller au sein du volume de mesure. L'objectif général de cette étude est de pouvoir effectuer des mesures dans des conditions de champ libre avec un écoulement moyen allant jusqu'à 50 mm/s, d'une part, et dans un tube avec un écoulement moyen de 100 – 150 mm/s, d'autre part.

Deux méthodes de post-traitement du signal Doppler ont été proposées dans ce chapitre afin d'estimer les paramètres de la vitesse particulaire acoustique et les vitesses d'écoulement associées à chacune des bouffées lorsque les hypothèses de vitesses d'écoulement très faibles et laminaires ne sont plus valables.

La première méthode proposée est issue de travaux antérieurs et se décompose en deux phases : une étude locale conduisant à l'estimation des vitesses d'écoulement des bouffées et une étude globale permettant l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique grâce à l'ensemble des bouffées détectées. L'estimation de la vitesse d'écoulement d'une bouffée est réalisée lors de la procédure de détection qui offre une estimation de l'écart-type de l'enveloppe gaussienne inversement proportionnel à la vitesse d'écoulement. Une fois les vitesses d'écoulement estimées, ces dernières sont soustraites à chaque morceau correspondant de la loi de FI . Une procédure de *rotating machinery* permet de ramener toutes les informations de vitesse sur une période acoustique. Une procédure d'estimation par moindres carrés, proposée dans la thèse de Poggi [84] et appliquée à ce signal de vitesse reconstitué sur une période, permet alors d'estimer les paramètres de la vitesse particulaire acoustique. L'erreur sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique reste toujours inférieure à 5 % et est généralement comprise entre 1 et 3 %. Le bémol de cette méthode concerne la procédure d'estimation des vitesses d'écoulement qui est fortement liée à l'étape de détection. Les travaux ont été réalisés avec la procédure

de détection/localisation par enveloppe. Utiliser la procédure de détection/localisation par ondelettes permettrait une meilleure estimation des vitesses d'écoulement des bouffées et par conséquent une meilleure estimation des paramètres de la vitesse acoustique. En effet, l'estimation de la vitesse d'écoulement lors de la procédure de détection par ondelettes ne nécessite pas une localisation précise de la bouffée puisque l'estimation de la vitesse est réalisée grâce au passage par zéro de la marginale fréquentielle du scalogramme (représentation temps-fréquence) de la bouffée (cf. §2.3). Cependant, la méthode de détection par ondelettes étant encore en cours de développement lors du stage de master de Lionet, une toute nouvelle piste fut explorée. L'idée fut de développer une méthode d'estimation paramétrique basée sur la forme du signal issu de la loi de *FI* (sinusoïde avec composante continue pour chaque bouffée) [66].

Cette seconde méthode est proposée dans ce chapitre sous la forme d'un article écrit en langue anglaise et soumis à la revue *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*. Cet article propose une approche locale paramétrique de l'estimation à partir du signal de *FI*. La méthode consiste à estimer conjointement les paramètres de la vitesse particulière acoustique (amplitude et phase) et l'amplitude de la vitesse d'écoulement de chaque bouffée Doppler. Le principe de l'estimation par minimisation des moindres carrés (*LMS-based method*) repose sur la minimisation d'une quantité quadratique (ici erreur quadratique moyenne) par rapport à un modèle de signal dans le but d'estimer les paramètres inconnus de ce modèle. Le modèle adopté par les travaux présentés dans ce chapitre considère un signal sinusoïdal à composante continue correspondant à la loi de *FI* associée à une bouffée. Les bornes de Cramér-Rao (CRB), correspondant à l'estimateur développé, ont été calculées tout d'abord pour une bouffée puis pour N_b bouffées Doppler. Les résultats d'estimation des paramètres utiles (acoustique et écoulement) sont issus d'une procédure de calcul Monte Carlo et comparés aux CRB de l'estimateur. Globalement, les écart-types concernant l'estimation des paramètres acoustiques et vitesses d'écoulement tendent vers les CRB. L'estimateur est donc efficace. Cependant, les écart-types sur les amplitudes des vitesses (acoustique et écoulement) dépendent fortement des valeurs de ces amplitudes et de la fréquence acoustique utilisées. L'estimation de la vitesse d'écoulement présente une très grande précision pour un nombre de périodes acoustiques très faible sur la durée d'une bouffée. Par exemple, pour obtenir une erreur de 1 % sur la vitesse d'écoulement, le nombre de périodes acoustiques minimal reste toujours inférieur à 0.3, et ce pour n'importe quel Rapport Signal sur Bruit (RSB), fréquence acoustique et amplitude de la vitesse acoustique. Au contraire, les résultats concernant l'estimation de la vitesse acoustique sont plus contrastés. Pour un RSB de 30 dB, une erreur d'estimation inférieure à 1 % n'est possible que si le nombre de période acoustique est supérieur à 0.9. Mais lorsque le RSB est en dessous de 30 dB, le nombre de périodes acoustiques associées à une erreur relative de moins de 1 % est largement supérieur à 1. Ainsi, plus la fréquence est élevée et plus le nombre de périodes acoustiques doit être important pour augmenter la précision sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique. La précision sur l'estimation de l'amplitude de la vitesse acoustique n'est pas satisfaisante pour les signaux de *FI* présentant moins d'une période acoustique et ce quelques soient les paramètres de vitesses d'écoulement, vitesse acoustique et fréquence acoustique considérés, contrairement aux résultats obtenus sur les vitesses d'écoulement s'avérant être nettement plus performants.

Enfin, notons que cette méthode a été validée en considérant des morceaux de sinusoïdes dont les dates de début et de fin étaient parfaitement connues. Aucune étape de détection n'est alors entrée en jeu. Or concrètement, cette méthode d'estimation paramétrique s'effectuera à l'issue de l'étape de détection. Quantifier l'influence de la détection sur la qualité d'estimation des paramètres s'avère être indispensable. Cette validation est actuellement en cours d'étude au sein de l'équipe.

En regard des résultats de cette étude, une nouvelle méthode décomposée en trois étapes peut être proposée afin d'améliorer l'estimation de la vitesse acoustique en présence d'écoulement. La première étape consisterait à estimer les vitesses d'écoulement grâce à la minimisation par moindres carrés sur

les signaux préalablement détectés. La seconde étape consisterait à soustraire les vitesses d'écoulement estimées et associées à chaque bouffée du signal de vitesse. Puis, l'estimation globale des paramètres acoustiques pourrait alors être réalisée dans une dernière étape en appliquant une procédure de *rotating machinery* suivie d'une estimation par moindres carrés.

Troisième partie

Étalonnage de microphones

Introduction

Les microphones de mesures (de pressions acoustiques) sont utilisés pour des applications en champ clos et en champ libre. Leur utilisation requiert un étalonnage par rapport à une référence. Les étalons de référence, utilisés dans les laboratoires de métrologie, sont des microphones électrostatiques de haute qualité. L'étalonnage de ces microphones étalons constitue la base de toutes les mesures de pressions acoustiques. De nombreux travaux de recherche ont été effectués afin d'obtenir des méthodes aussi précises que possible pour étalonner ces microphones, revenant à déterminer leur sensibilité en fonction de la fréquence. Diverses méthodes d'étalonnage ont ainsi été mises au point au fil des années : thermophone, pistonphone, disque de Rayleigh, grille d'entraînement électrostatique...

L'étalonnage absolu peut être réalisé en utilisant une grille d'entraînement électrostatique ou au moyen de la méthode de réciprocité [31]. Ces deux techniques sont basées sur une modélisation fine des effets physiques mis en jeu durant le processus de mesure. Dans le cas d'une grille d'entraînement électrostatique, la force électrostatique est estimée en utilisant un modèle électroacoustique. Avec la méthode de réciprocité, deux microphones, couplés par une cavité acoustique close, sont nécessaires. L'un des deux microphones testés est utilisé en émetteur et l'autre en récepteur. Le modèle de l'admittance acoustique de transfert du système (rapport du débit de l'émetteur en court-circuit acoustique sur la pression du récepteur) et les mesures électriques (rapport de la tension de sortie à circuit ouvert sur le courant d'entrée) permettent d'estimer le produit des deux sensibilités. Répéter le processus avec trois microphones permet d'en déduire leurs trois sensibilités.

La méthode de réciprocité est communément appliquée à l'estimation de la sensibilité d'un microphone à réponse en pression en champ clos. Utilisant une petite cavité de couplage, elle offre une bonne précision de l'estimée de la sensibilité, typiquement ± 0.01 dB. Cette méthode est approuvée par la Commission Electrotechnique Internationale (*International Electrotechnical Commission*, IEC) et détaillée dans [31]. Bien qu'elle soit standardisée, différents auteurs sont intéressés par accroître la précision de cette méthode de mesure en développant un modèle de l'admittance de transfert plus complet [47, 46].

L'étalonnage absolu en champ libre des microphones utilisant la méthode de réciprocité a été étudié par différents auteurs [7, 8] et a finalement été standardisé [32]. Ce type d'étalonnage diffère de l'étalonnage des microphones en pression. Dans le cas du champ libre, le niveau acoustique produit par le microphone émetteur est très faible et le Rapport Signal sur Bruit (RSB) est faible. Cette technique nécessite de considérer les deux microphones comme des sources ponctuelles, localisées à une distance effective de la membrane (centre acoustique). La mesure de la sensibilité impose d'estimer la localisation de ces centres acoustiques. En outre, l'étalonnage en champ libre présente d'autres difficultés. Ainsi, si la distance entre les microphones est suffisamment faible, une onde stationnaire peut apparaître entre les deux membranes. Les performances imparfaites d'une chambre anéchoïque peuvent aussi générer des réflexions affectant l'estimation de l'admittance de transfert : il est nécessaire d'utiliser des techniques de traitement du signal spécifiques pour parfaire la mesure de l'admittance de transfert. Barrera-Figueroa *et al* [7, 8] présentent une technique de retrait des imperfections du transfert électrique et de détermination expérimentale des centres acoustiques des microphones.

Pour toutes ces raisons, être capable d'étalonner les microphones en champ libre en utilisant des techniques non-intrusives permettrait de s'affranchir de l'utilisation d'un second microphone comme source sonore. Les méthodes optiques telles que la Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) ou encore la Vélocimétrie par Image de Particule (communément appelée PIV) intéressent fortement les laboratoires de métrologie pour l'étalonnage des microphones en champ libre pour le XXI^e siècle.

La VLD permet une mesure locale avec une bonne résolution temporelle tandis que la PIV fournit plutôt une estimée de l'allure du champ de vitesse dans la région de mesure définie par le système optique. La VLD apparaît être plus précise que la PIV, spécifiquement pour la mesure d'amplitude de vitesse faible, typiquement inférieure à 1 mm/s. Les principaux inconvénients de ces deux techniques sont la complexité du système optique, le traitement du signal et le coût élevé de l'équipement expérimental.

Les diverses études réalisées en champ libre à l'aide des méthodes optiques traitent uniquement de la mesure de vitesse acoustique et ne proposent pas d'estimer une pression acoustique. L'étalonnage de microphones utilisant des méthodes optiques non-intrusives comme la VLD ou la PIV requiert la construction d'un modèle physique du champ acoustique au voisinage de la membrane microphonique. Le premier chapitre de cette partie (cf. Chap. 4) propose d'étudier la faisabilité d'estimer une pression acoustique par un système à une dimension (1D) à partir d'un modèle physique (reliant la pression à la vitesse), afin d'étalonner, dans un premier temps, des microphones à réponse en pression.

Différents auteurs proposent d'étalonner les microphones en pression en utilisant la VLD [106, 69, 70]. Le microphone, dans ce cas, est localisé à l'extrémité d'un tube excité par un HP et un modèle physique permet d'en déduire une estimée de la pression acoustique à partir d'une seule mesure de vitesse (cf. §1.6.1.c).

L'étalonnage des microphones en champ libre est clairement problématique. Développer un modèle physique du champ acoustique au voisinage de la membrane microphonique permettrait d'en déduire la pression moyenne agissant sur la membrane à partir de mesures de vitesses en différents points localisés à proximité de cette dernière. Ainsi, un second chapitre propose la caractérisation expérimentale du champ de vitesse acoustique, en condition de quasi champ libre, à deux dimensions (2D) au voisinage de la membrane microphonique obtenu par PIV. La mise en évidence de l'évolution du champ de vitesse permet d'établir une première approche analytique offrant une modélisation du champ de pression basé sur le formalisme intégral de Green.

Chapitre 4

Etalonnage de microphones en pression : estimation de la pression acoustique par mesure de vitesse acoustique à 1D*

4.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est d'étudier l'efficacité d'un modèle physique permettant d'estimer la pression acoustique à partir de mesures de vitesses à une seule dimension (1D). Cette méthode pourrait permettre, dans un premier temps, d'étalonner les microphones à réponse en pression.

Une première partie propose le modèle analytique permettant une estimation de la pression acoustique dans un guide d'onde à l'aide de deux mesures de vitesse acoustique. Les incertitudes sur l'amplitude et la phase de la pression acoustique sont calculées en utilisant les incertitudes minimales théoriques sur les mesures de vitesse en VLD obtenues à l'aide des bornes de Cramér-Rao, développées par Le Duff *et al* [62]. Une seconde partie présente l'étude expérimentale. Le système utilisé pour valider la méthode est décrit et l'analyse des incertitudes, développée dans la première partie, est utilisée pour la conception du protocole expérimental. Finalement, les résultats expérimentaux sont présentés et discutés.

4.2 Modèle d'estimation de la pression

4.2.1 Modèle de la pression

Considérons une onde plane incidente avec une amplitude de la vitesse particulière acoustique V_0 et un nombre d'onde k avec pertes viscothermiques (cf. Annexe G) se propageant de gauche à droite le long de l'axe x dans un guide d'onde ayant un coefficient de réflexion $\bar{R} = R \exp(j\Phi_R)$ en vitesse (voir Fig. 4.1).

La loi de conservation de la masse, en l'absence de source acoustique, est donnée par la relation

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \vec{v}_{ac}(x, t) = 0, \quad (4.1)$$

où ρ est la masse volumique de l'air au repos et $\vec{v}_{ac}(x, t)$ la vitesse particulière acoustique. En s'assurant que le processus thermodynamique est adiabatique, la relation entre la pression acoustique et la densité

*Ce chapitre correspond à un article accepté pour publication à la revue *Applied Acoustics* par A. Degroot, R. MacDonald, O. Richoux, B. Gazengel et M. Campbell, soumis en mai 2007, révisé en juillet 2007, accepté en septembre 2007. (cf. Annexe F)

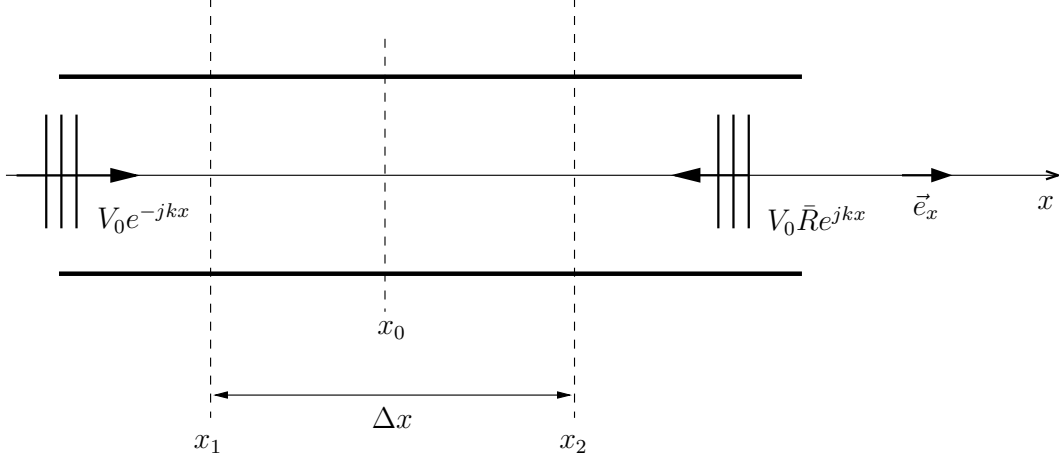


FIG. 4.1: Vue schématique du problème.

acoustique ρ' peut s'écrire

$$p_{ac} = c^2 \rho', \quad (4.2)$$

avec c la célérité du son. L'expression reliant la pression acoustique $p_{ac}(x, t)$ et la vitesse particulière acoustique $\vec{v}_{ac}(x, t)$ peut alors être déduite des Eqs. (4.1) et (4.2)

$$\frac{dp_{ac}(x, t)}{dt} = -\rho c^2 \nabla \vec{v}_{ac}(x, t). \quad (4.3)$$

Dans le cas d'une onde plane harmonique se propageant dans la direction x à la pulsation acoustique ω , la pression et la vitesse particulière acoustique peuvent s'écrire

$$\vec{v}_{ac}(x, t) = \bar{V}_{ac}(x) \exp(j\omega t) \vec{e}_x = V_{ac}(x) \exp(j\Phi_{v_{ac}}(x)) \exp(j\omega t) \vec{e}_x, \quad (4.4)$$

$$p_{ac}(x, t) = \bar{P}_{ac}(x) \exp(j\omega t) = P_{ac}(x) \exp(j\Phi_{p_{ac}}(x)) \exp(j\omega t), \quad (4.5)$$

où $V_{ac}(x)$, $P_{ac}(x)$, $\Phi_{v_{ac}}(x)$ et $\Phi_{p_{ac}}(x)$ sont respectivement l'amplitude de la vitesse acoustique, l'amplitude de la pression acoustique, la phase de la vitesse acoustique et la phase de la pression acoustique à l'abscisse x . À noter que $\Phi_{v_{ac}} = \phi_{ac}$ dans le reste du document. Cette nouvelle notation ($\Phi_{v_{ac}}$) est adoptée dans ce chapitre afin de distinguer la phase acoustique de la vitesse acoustique de la phase de la pression acoustique.

Afin d'alléger l'écriture les notations suivantes seront adoptées dans le reste du chapitre :

- * $v(x, t)$, $p(x, t)$: vitesse particulière acoustique, *resp.* pression acoustique,
- * $\bar{V}(x)$, $\bar{P}(x)$: amplitude complexe de la vitesse particulière acoustique, *resp.* de la pression acoustique,
- * $V(x)$, $P(x)$: amplitude de la vitesse particulière acoustique, *resp.* de la pression acoustique,
- * $\Phi_v(x)$, $\Phi_p(x)$: phase de la vitesse particulière acoustique, *resp.* de la pression acoustique.

En utilisant les Eqs. (4.3), (4.4) et (4.5), l'amplitude complexe de la pression acoustique $\bar{P}(x)$ peut s'écrire

$$j\omega \bar{P}(x) = -\rho c^2 \frac{d\bar{V}(x)}{dx}. \quad (4.6)$$

Sachant que la vitesse acoustique est exprimée par la relation suivante

$$\bar{V}(x) = V_0 [-\exp(-jkx) + \bar{R} \exp(jkx)], \quad (4.7)$$

la dérivée spatiale de la vitesse à l'abscisse x_0 est donnée par [82]

$$\left. \frac{d\bar{V}}{dx} \right|_{x_0} \simeq \frac{\Delta\bar{V}}{\Delta x} \frac{1}{\text{sinc}\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)}, \quad (4.8)$$

où $\Delta\bar{V} = \bar{V}(x_2) - \bar{V}(x_1)$ avec $x_1 = x_0 - \Delta x/2$ et $x_2 = x_0 + \Delta x/2$, soit $\Delta x = x_2 - x_1$ (voir Fig. 4.1).

En utilisant les Eqs. (4.6) et (4.8), la pression acoustique à l'abscisse $x_0 = (x_2 + x_1)/2$ est donnée par

$$\bar{P}(x_0) = j\rho c \frac{\Delta\bar{V}}{2 \sin\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)}. \quad (4.9)$$

4.2.2 Incertitudes minimales sur la pression estimée

Cette partie a pour but de déterminer les incertitudes minimales sur le module et la phase de la pression acoustique en utilisant les incertitudes sur la vitesse acoustique mesurée par VLD et les incertitudes sur les quantités physiques (ρ , c , Δx).

4.2.2.a Formulation générale

L'incertitude relative $\delta P(x_0)/P(x_0)$ sur l'estimation de l'amplitude de la pression à l'abscisse $x = x_0$ est obtenue en appliquant la loi de propagation d'erreur à l'Eq. (4.9) et s'énonce

$$\frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} = \left[\left(\frac{\delta\Delta V}{\Delta V} \right)^2 + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2|\tan(k\Delta x/2)|} \right)^2 + \left(\frac{\delta c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.10)$$

où $\Delta V = |\Delta\bar{V}|$, $\delta\rho/\rho$ est l'incertitude relative sur la densité de l'air et $\delta c/c = -\delta\rho/2\rho$ est l'incertitude relative sur la célérité du son. L'incertitude sur $k\Delta x$ est définie par [41]

$$\delta(k\Delta x) = k\Delta x \left[\left(\frac{\delta\rho}{2\rho} \right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta x}{\Delta x} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.11)$$

De la même façon, l'incertitude sur la phase de la pression peut être obtenue en utilisant l'Eq. (4.9)

$$\delta\Phi_p = \delta\Phi_{\Delta\bar{V}}, \quad (4.12)$$

où $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ est la phase de $\Delta\bar{V}$.

4.2.2.b Incertitude sur la différence de vitesse

La détermination de l'incertitude relative minimale sur la pression acoustique (Eqs. (4.10) et (4.12)) requiert le calcul de l'incertitude minimale sur la différence de vitesse acoustique. Pour ce faire, les incertitudes sur l'amplitude et la phase de la différence de vitesse sont exprimées en fonction des vitesses mesurées en x_1 et x_2 . Les notations $V_1 = V(x_1)$, $V_2 = V(x_2)$, $\Phi_1 = \Phi_v(x_1)$ et $\Phi_2 = \Phi_v(x_2)$ sont utilisées par la suite.

Le module de la différence de vitesse $\Delta V = |\Delta\bar{V}|$ s'exprime par

$$\Delta V = |V_1 \exp(j\Phi_1) - V_2 \exp(j\Phi_2)|, \quad (4.13)$$

$$= [V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]^{1/2}. \quad (4.14)$$

L'incertitude relative sur l'amplitude ΔV (cf. Annexe H) s'énonce de façon générale comme suit

$$\frac{\delta\Delta V}{\Delta V} = \frac{1}{(\Delta V)^2} \left[(\delta V_2)^2 [V_2 - V_1 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_1)^2 [V_1 - V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 + [V_1 V_2 \sin(\Delta\Phi)]^2 [(\delta\Phi_1)^2 + (\delta\Phi_2)^2] \right]^{1/2}, \quad (4.15)$$

où $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ et δV_1 , δV_2 , $\delta\Phi_1$ et $\delta\Phi_2$ sont respectivement les incertitudes sur l'amplitude et la phase de la vitesse aux abscisses x_1 et x_2 .

La phase de la différence de vitesse $\Phi_{\Delta\bar{v}}$ s'écrit

$$\Phi_{\Delta\bar{v}} = \arctan \left(\frac{V_2 \sin(\Phi_2) - V_1 \sin(\Phi_1)}{V_2 \cos(\Phi_2) - V_1 \cos(\Phi_1)} \right). \quad (4.16)$$

L'incertitude sur la phase de la différence de vitesse $\Phi_{\Delta\bar{v}}$ (cf. Annexe H) se formule alors

$$\delta\Phi_{\Delta\bar{v}} = \frac{1}{(\Delta V)^2} \left[(\delta V_1)^2 V_2^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_1)^2 [V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_2)^2 V_1^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_2)^2 [V_2^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right]^{1/2}. \quad (4.17)$$

4.2.2.c Incertitudes sur la mesure de vitesse

La vitesse particulière $v_p(x, t)$ mesurée par VLD à l'abscisse x peut être estimée en utilisant [4] (cf. §1.4)

$$v_p(x, t) = i \cdot \bar{F}I(x) \exp(j\omega t), \quad (4.18)$$

où i est l'interfrange du volume de sonde de la VLD et $\bar{F}I(x) = FI \exp(j\Phi_{FI})$ est la loi de fréquence instantanée complexe [35] estimée par un traitement du signal spécifique adapté au signal Doppler acoustique dans le cas d'une excitation sinusoïdale [113, 111, 40]. Les incertitudes sur l'amplitude V et la phase Φ_v de la vitesse acoustique mesurée par VLD sont données par

$$\frac{\delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\delta i}{i}\right)^2 + \left(\frac{\delta FI}{FI}\right)^2}, \quad (4.19)$$

$$\delta\Phi_v = \delta\Phi_{FI}, \quad (4.20)$$

où $\delta i/i$ est l'incertitude relative sur la mesure de l'interfrange et $\delta FI/FI$ est l'incertitude relative sur l'estimation de la fréquence instantanée.

L'incertitude minimale sur la fréquence instantanée est donnée par les bornes de Cramér-Rao (*Cramer Rao Bounds*, CRB), estimées en utilisant le modèle du signal Doppler présenté au §1.3.4 [62]. Sachant que la vitesse particulière acoustique et la fréquence instantanée sont reliées par l'interfrange i (Eq. (4.18)), les CRB sur la fréquence instantanée sont directement proportionnelles aux CRB sur la vitesse particulière :

$$\text{CRB}(IF) = \text{CRB}(V), \quad (4.21)$$

$$\text{CRB}(\Phi_{IF}) = \text{CRB}(\Phi_v). \quad (4.22)$$

Dans le cas d'une excitation harmonique à la fréquence acoustique f_{ac} et pour une amplitude de la vitesse d'écoulement moyenne rencontrée en champ clos, Le Duff *et al* expriment les CRB de l'amplitude de la vitesse acoustique V et de la phase acoustique Φ_v par

$$\text{CRB}(V) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{\alpha^2 N_p \text{RSB}} V^2, \quad (4.23)$$

$$\text{CRB}(\Phi_v) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{\alpha^2 N_p \text{RSB}}, \quad (4.24)$$

avec RSB le Rapport Signal sur Bruit (cf. §1.3.3) et

$$N_p = \frac{2f_{ac}dx_o}{V_f}, \quad (4.25)$$

$$F = \frac{f_{ac}}{f_e}, \quad (4.26)$$

$$\alpha = \frac{V}{if_{ac}}, \quad (4.27)$$

où f_e est la fréquence d'échantillonnage et dx_o est la longueur du volume de mesure le long de l'axe x [62].

Les incertitudes minimales sur l'amplitude de la vitesse V et la phase Φ_v sont exprimées en fonction des CRB comme suit

$$\delta V|_{min} = 2\sigma_V|_{min} = 2\sqrt{\text{CRB}(V)}, \quad (4.28)$$

$$\delta\Phi_v|_{min} = 2\sigma_{\Phi_v}|_{min} = 2\sqrt{\text{CRB}(\Phi_v)}. \quad (4.29)$$

D'après les Eqs. (4.23), (4.25), (4.26) et (4.27)

$$\delta V|_{min} = 2\sigma_V|_{min} = 2Kif_{ac}, \quad (4.30)$$

$$\delta\Phi_v|_{min} = 2\sigma_{\Phi_v}|_{min} = \frac{2Kif_{ac}}{V} = \frac{\delta V}{V}, \quad (4.31)$$

où

$$K = \sqrt{2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{N_p \text{SNR}}}. \quad (4.32)$$

4.2.2.d Incertitudes minimales sur la différence de vitesse

En remplaçant les Eqs. (4.30) et (4.31) dans l'Eq. (4.15) l'incertitude relative minimale sur l'amplitude de la différence de vitesse s'exprime par

$$\left. \frac{\delta\Delta V}{\Delta V} \right|_{min} = \frac{2\sqrt{2}Kif_{ac}}{\Delta V} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \frac{(V_1^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2 + (V_2^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2}{2\Delta V^2(2Kif_{ac})^2} \right]^{1/2}. \quad (4.33)$$

Considérant que la vitesse particulière acoustique peut être écrite comme la somme d'une onde aller et d'une onde retour (Eq. (4.7)), l'incertitude relative minimale sur l'amplitude de la différence de vitesse peut être obtenue en utilisant

$$\Delta V = 2V_0 \left| \sin \frac{k\Delta x}{2} \right| \left| \exp(-jkx_0) + R \exp(j\phi_R) \exp(jkx_0) \right|, \quad (4.34)$$

dans l'Eq. (4.33). En substituant les Eqs. (4.30) et (4.31) dans l'Eq. (4.17), l'incertitude minimale sur la phase de la différence de vitesse est donnée par

$$\delta\Phi_{\Delta V}|_{min} = \frac{2\sqrt{2}Kif_{ac}}{\Delta V}. \quad (4.35)$$

Les Eqs. (4.33) et (4.35) montrent que les incertitudes relatives sur la différence de vitesse (amplitude et phase) sont minimisées si la différence entre \bar{V}_1 et \bar{V}_2 est élevée et si la somme de deux vitesses complexes est faible. Typiquement, ce cas est rencontré lors de la mesure de deux vitesses ayant la même amplitude ($V_1 = V_2$) et en opposition de phase ($\Phi_1 = -\Phi_2$).

4.2.2.e Incertitude minimale totale sur la pression

L'incertitude relative minimale totale sur l'estimation de l'amplitude de la pression est obtenue en substituant les Eqs. (4.33) et (4.34) dans l'Eq. (4.10)

$$\frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} \Big|_{min} = \left[\left(\frac{2\sqrt{2}Kif_{ac}}{\Delta V} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \frac{(V_1^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2 + (V_2^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2}{2\Delta V^2(2Kif_{ac})^2} \right]^{1/2} \right)^2 + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2|\tan \frac{k\Delta x}{2}|} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.36)$$

avec K donné dans l'Eq. (4.32). L'incertitude sur la phase de la pression est donnée par

$$\delta\Phi_p|_{min} = \delta\Phi_{\Delta\bar{V}}|_{min}, \quad (4.37)$$

où $\delta\Phi_{\Delta\bar{V}}|_{min}$ est donné dans l'Eq. (4.35).

4.2.3 Pression minimale mesurable

La valeur minimale de l'amplitude de la pression peut être estimée à partir de l'Eq. (4.9) et dépend de la résolution du capteur $\Delta V|_{min}$ définie comme la différence minimale d'amplitude de vitesse mesurable. Son expression est la suivante

$$P(x_0)|_{min} = \rho c \frac{\Delta V|_{min}}{\left| 2 \sin \left(\frac{k\Delta x}{2} \right) \right|}. \quad (4.38)$$

Sachant que $\Delta V|_{min} = \delta V_1 + \delta V_2$, l'amplitude minimale mesurable de la différence de vitesse est donnée par

$$\Delta V|_{min} = 2Kif_{ac} \left[\left(1 + \frac{(\delta i/i)^2}{\left(\frac{2Kif_{ac}}{V_1} \right)^2} \right)^{1/2} + \left(1 + \frac{(\delta i/i)^2}{\left(\frac{2Kif_{ac}}{V_2} \right)^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (4.39)$$

À partir des expressions générales des incertitudes minimales sur la pression (Eq. (4.37)) et de la pression minimum mesurable (Eq. (4.38)), l'étude expérimentale permettant de valider l'estimation de la pression à partir d'une différence de vitesses est proposée dans la partie suivante (4.3).

4.3 Etude expérimentale

4.3.1 Dispositif expérimental

L'étude expérimentale a pour but de déterminer le biais et l'écart-type sur la pression estimée à l'aide de deux vitesses acoustiques et l'Eq. (4.9). Pour ce faire, la pression acoustique est estimée à l'intérieur d'un tube excité par Haut-Parleur (HP) fixé à une extrémité du tube et fermé par une terminaison rigide à l'autre extrémité. La pression estimée est comparée à une pression de référence obtenue à l'aide d'un microphone monté en paroi à l'extrémité rigide du tube.

4.3.1.a Système acoustique

Le dispositif expérimental acoustique est un tube de section carrée ($0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$) en Perspex d'épaisseur 10 mm. La fréquence de coupure associée au premier mode transverse est 1720 Hz. Le modèle développé pour l'estimation de la pression (cf. § 4.2.1) impose de se situer en régime d'ondes planes, les fréquences d'études doivent ainsi se situer en dessous de 1720 Hz. Le tube mesure 0.5 m de long. Un haut-parleur (Guo Guang 450100) est monté à une extrémité du guide, fermé par une terminaison rigide (voir Fig. 4.2). La pression acoustique est mesurée au niveau de la terminaison rigide du tube à l'aide d'un microphone Brüel&Kjaer (B&K 4192) 1/2 pouce relié à un préamplificateur (B&K 2619) et un amplificateur conditionneur (B&K 2609).

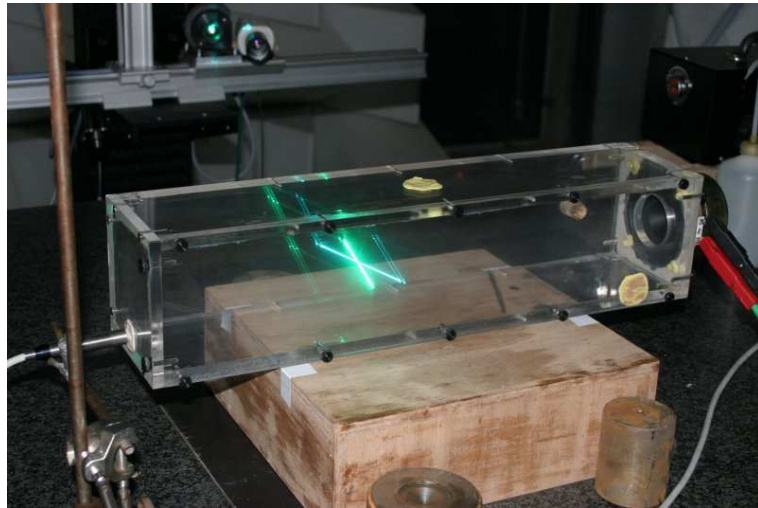


FIG. 4.2: Vue schématique du système expérimental acoustique.

Champ de pression acoustique au sein du tube Le fluide contenu dans le tube (guide d'ondes) de section carrée, de dimensions transversales $l_y = l_z = l$ et de longueur finie L , est le siège d'un champ acoustique créé en "amont" par le haut-parleur, dont la projection s'effectue suivant la direction \vec{O}_x du tube.

Les parois du guide d'ondes sont supposées parfaitement rigides, de telle sorte que la dissipation d'énergie est due essentiellement aux effets viscothermiques dans les couches limites le long des parois. La dissipation d'énergie au sein du guide reste négligeable, en regard de celle due aux couches limites. Les pertes viscothermiques sont prises en compte dans l'admittance, notée ϵ d'une paroi rigide (cf. Annexe G).

Suivant l'axe x du tube, la propagation est, par hypothèse, supposée bi-directionnelle (en raison de la réflexion sur la paroi terminale du tube). L'onde "totale" est donc constituée d'une onde orientée vers les x croissants et d'une autre onde orientée vers les x décroissants. Ainsi, pour certaines fréquences particulières (liées à la longueur du tube L), une onde stationnaire est alors créée par interférence de l'onde aller et de l'onde retour.

4.3.1.b Système VLD

Le matériel VLD utilisé dans cette étude est un système à deux faisceaux laser travaillant en mode fondamental transverse TEM_{00} . Une seule composante de la vitesse est mesurée. La source laser, produisant une longueur d'onde de 514.5 nm dans l'air, est installée dans une autre pièce et les faisceaux

laser sont amenés au dispositif expérimental à l'aide de fibres optiques. Afin d'avoir suffisamment d'intensité lumineuse pour effectuer les mesures la configuration en diffusion avant de la lumière est requise et la puissance lumineuse délivrée est de 20 mW au niveau du volume de mesure. La distance focale des deux lentilles d'émission optique est de 1000 mm. L'angle entre les deux faisceaux incidents, calculé [86] avant chaque série de mesure, est de 28° . Le volume de mesure suivant x est de longueur $dx_o \simeq 0.1$ mm et le réseau d'interférence contient environ 100 franges. Le signe de la vitesse est discriminé à l'aide d'une cellule de Bragg, fonctionnant sur le mode -1 , introduite sur le trajet de l'un des deux faisceaux laser incident. La cellule de Bragg, dispositif acousto-optique, est excitée à une fréquence de 40 MHz. L'ensemencement du milieu est réalisé à l'aide d'un liquide appelé SAFEX Super Fog Fluid, injecté dans le tube.

Le signal optique est converti en un signal électrique à l'aide d'un photomultiplicateur (PM) de tension d'alimentation 1200 V. Une carte d'acquisition, appelée carte I/Q et développée au LAUM [60], est utilisée pour convertir le signal en deux signaux en quadrature. Le signal $(I + jQ)$, constitué de plusieurs bouffées Doppler, est analysé en utilisant un estimateur basé sur la dérivée de la phase (*Phase Derivative Based Estimator*, PDBE) [62] fournissant le signal appelé fréquence instantanée (FI) (voir Fig. 4.3 et cf. Chap. 1). Une détection des bouffées Doppler est nécessaire à l'application du post-traitement permettant l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique (V, Φ_v) . Ces paramètres sont calculés en utilisant la méthode des moindres carrés [102] (LMS-method) appliquée à la fréquence instantanée (cf. Chap. 3). En pratique, lors de la réalisation des mesures, le détecteur développé dans le cadre de cette thèse (cf. Chap. 2) n'avait pas encore été mis en place sur la chaîne d'acquisition. La détection des bouffées Doppler a donc été réalisée de façon manuelle.

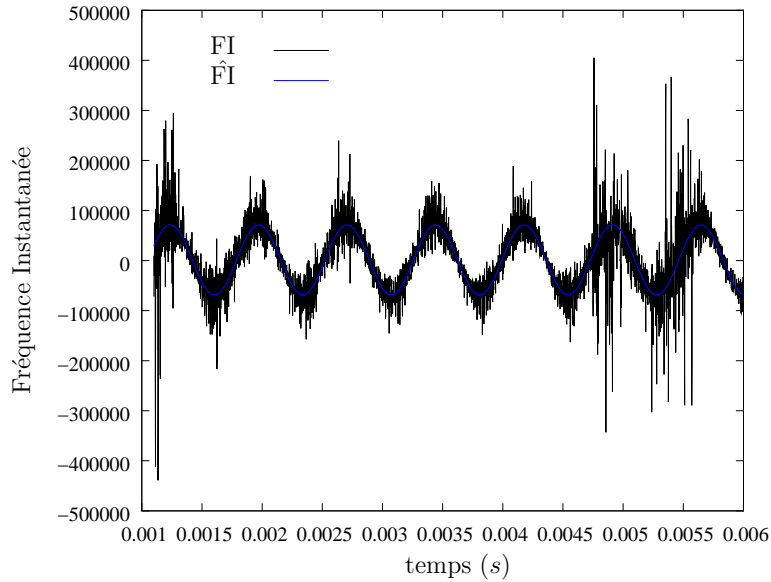


FIG. 4.3: Loi de fréquence instantanée (FI), provenant du traitement par PDBE d'un signal Doppler acquis pour un niveau de $120 \text{ dB}_{\text{SPL}}$, superposée du traitement provenant par méthode des moindres carrés (\hat{FI}).

L'acquisition des signaux Doppler est réalisée avec une fréquence d'échantillonnage f_e de 1 MHz et 500 kHz. Les vitesses sont mesurées aux abscisses x_1 et x_2 et estimées à l'aide de 10 acquisitions constituées chacune d'environ une dizaine de bouffées. 10 valeurs des paramètres acoustiques V et Φ_v sont alors estimées pour une acquisition. La valeur moyenne de ces 10 estimations fournit une estimation de la vitesse acoustique (amplitude et phase). Les dix valeurs estimées sur l'amplitude et la phase de la vitesse permettent de calculer les incertitudes δV et $\delta \Phi_v$. Ces incertitudes sont définies

comme étant $\delta V = 2\sigma_V/\sqrt{10}$ et $\delta\Phi_v = 2\sigma_{\Phi_v}/\sqrt{10}$, où σ_V et σ_{Φ_v} sont respectivement les écarts-type sur l'amplitude et la phase estimées.

4.3.1.c Enseignement

De fines particules de fumées, dont l'ensemble constitue l'ensemencement, sont utilisées comme traceurs pour mesurer la vitesse du fluide. Afin d'obtenir une estimation des vitesses (acoustique et écoulement) la plus précise possible, l'ensemencement doit satisfaire aux deux exigences suivantes :

- réaliser un suivi fidèle du mouvement du fluide par les particules,
- assurer une bonne diffusion du signal lumineux par les particules, recueilli par le photomultiplicateur.

En pratique, l'air est ensemené au moyen d'un dispositif commercial, le Safex Fog Generator 2001, qui produit un aérosol de micro-particules par vaporisation du Safex Fog Fluid "super". Le liquide d'ensemencement est composé d'eau ($\sim 90\%$), d'alcool et de substances résiduelles (colorant...). Le diamètre moyen des particules est de $1\ \mu\text{m}$, compris entre $0.05\ \mu\text{m}$ et $2.45\ \mu\text{m}$ (à 2σ). L'indice optique des traceurs n'est pas communiqué par le fabricant, mais compte-tenu de la composition du liquide d'ensemencement, il est raisonnable de le supposer proche des indices de l'eau ($m = 1.33$) et de l'alcool ($m = 1.36$ pour l'éthanol) [21].

La qualité de la mesure de vitesse réalisée par VLD repose en premier lieu sur l'aptitude des traceurs à suivre fidèlement le mouvement du fluide considéré (air). Le suivi du mouvement du fluide par les particules sur l'ensemble du domaine fréquentiel envisagé pour les applications acoustiques VLD (fréquences inférieures à 4 kHz) se distingue suivant le diamètre des particules d_p considéré [84]. Pour un diamètre inférieur à $1\ \mu\text{m}$ ($d_p < 1\ \mu\text{m}$), l'écart entre la vitesse du fluide et celle des particules est inférieure à 0.5 %. Pour un diamètre inférieur à $0.5\ \mu\text{m}$ ($d_p < 0.5\ \mu\text{m}$), l'écart entre la vitesse du fluide et celle des particules est inférieure à 0.03 %.

Compte-tenu de la gamme de fréquences d'intérêt dans notre configuration expérimentale (fréquence inférieure à 1720 Hz), il est possible de conclure que le suivi du mouvement du fluide par les traceurs ne constitue pas une limitation à la mesure de vitesses particulières par VLD.

Au cours de la mesure, les particules, vues comme des objets diffusants de la lumière, traversent le réseau de franges d'interférences. L'intensité de la lumière diffusée dans une direction donnée se représente à l'aide de l'indicatrice d'émission, dépendant de l'indice de réfraction et du diamètre de la particule [4]. Le paramètre influant le plus sur l'intensité lumineuse reçue par le photomultiplicateur correspond au coefficient de réflexion associé à l'indicatrice de diffusion [43]. À la longueur d'onde de 514.5 nm (laser Argon), le demi-angle $\theta_o/2$ (cf. Fig. 1.1) permettant un maximum de réémission de la lumière par la particule en rétrodiffusion est de 14° . La sonde LDV est donc placée dans cette configuration pour envisager de réaliser des mesures à proximité de surfaces vibrantes non transparentes. Néanmoins, le maximum de diffusion est obtenu en diffusion avant. Dans la configuration expérimentale retenue (angle de 14° entre les faisceaux d'émission et l'axe de l'optique de réception), le flux de lumière collecté en diffusion avant est environ 10 fois supérieur à celui collecté en rétrodiffusion (cf. annexe 7.4, référence [43]), ce qui correspond à gain de 20 dB. La meilleure solution consiste donc à placer le photomultiplicateur de façon à collecter les photons issus de la diffusion avant [84]. Le dispositif expérimental utilisé au LAUM, historiquement conçu pour la rétro-diffusion, permet d'être adapté pour collecter la lumière en diffusion avant. La configuration expérimentale retenue dans cette thèse ont été menées est la diffusion avant.

La réalisation pratique de l'ensemencement et de l'expérience nous amènent à conclure que les propriétés du fluide vont évoluer et changer durant toute la durée des acquisitions expérimentales. En effet, la méthode d'ensemencement utilisée dans le tube de notre dispositif expérimental est manuelle. L'ensemencement est introduit à l'aide d'une bouteille de 500 mL toutes les 30 min. Par ailleurs, il est indispensable de souligner qu'un délai de 15 min est nécessaire à la diffusion et l'homogénéisation des particules dans le tube. Sachant que la durée d'une acquisition est de 10 min, il apparaît clairement que l'état du fluide va continuer à évoluer fortement (variation de la densité du fluide), conduisant à maximiser les incertitudes sur la pression estimée par mesures de vitesses acoustiques.

4.3.2 Conception de l'expérience

Le but de cette partie est de définir une configuration expérimentale qui minimise les incertitudes sur la pression estimée. Considérant la terminaison comme parfaitement rigide, la pression minimale mesurable est calculée. Dans un second temps, d'après la configuration expérimentale adoptée (§5.1) et l'hypothèse de réflexion au bout du tube, l'expression de la pression de référence mesurée au niveau de la terminaison rigide et ramenée dans le tube est déterminée. Enfin, les incertitudes sur les pressions estimées à partir de mesures de vitesses VLD et du microphone de référence sont présentées. Les valeurs des paramètres correspondant aux conditions expérimentales usuelles rencontrées en champ clos dans le Tab 4.1.

$\delta\rho/\rho$	$\delta i/i$	δL	i	f_e	RSB	V_f	d_x
0.05%	0.1%	0.1 mm	1 μm	1 MHz	15 dB	5 mm/s	0.1 mm

TAB. 4.1: Valeurs des paramètres correspondant aux conditions expérimentales usuelles rencontrées en champ clos.

Les Eqs. (4.36) et (4.37), donnant l'incertitude sur l'amplitude et la phase de la pression estimée par VLD, contiennent respectivement trois termes et un terme. Le premier terme des deux équations est le même. Le dernier terme de l'Eq. (4.36) est une valeur constante décrivant l'incertitude de la densité de l'air due à l'ensemencement. Le second terme de l'Eq. (4.36) montre l'effet de l'interfrange (terme en $\delta i/i$). Le premier terme des Eq. (4.36) et Eq. (4.37) concerne l'incertitude sur le traitement du signal liée à l'estimation de la vitesse acoustique par VLD (terme en $Kifac$). Pour une réflexion totale sur une paroi parfaitement rigide, l'incertitude sur l'estimation de la vitesse est minimisée en posant $kx_0 = m\pi$ ($m \in \mathbb{N}$) : estimation de la pression au niveau d'un de ses ventres (Eq. (4.34)). Cette configuration est adoptée dans l'expérience. Si les vitesses mesurées en

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \quad \text{et} \quad (4.40)$$

$$x_2 = x_0 - \frac{\Delta x}{2}, \quad (4.41)$$

vérifient $\bar{V}_1 = -\bar{V}_2$ pour Δx suffisamment large, alors $V_1 = V_2$ et $\Delta\phi = \pi$. Les hypothèses exposées précédemment permettent de calculer et représenter des incertitudes sur l'amplitude et la phase de la pression estimée par VLD.

4.3.2.a Pression minimale mesurable

Utilisant l'hypothèse sur les vitesses \bar{V}_1 et \bar{V}_2 , fournie au paragraphe 4.3.2, la pression minimum mesurable, donnée par l'Eq. (4.38), prend la forme suivante

$$P(x_0)_{min} = \rho c \frac{2Kif_{ac}}{|\sin \frac{k\Delta x}{2}|} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \left(\frac{V_0 |\sin \frac{\Delta x}{2}|}{Kif_{ac}} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.42)$$

Considérant le champ acoustique dans un tube résonnant et utilisant la loi de conservation de la masse $P(x_0) = 2\rho c V_0 |\cos kx_0|$, la pression minimale est

$$P(x_0)_{min} = \frac{2\rho c Kif_{ac}}{|\sin \frac{k\Delta x}{2}|} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2}}. \quad (4.43)$$

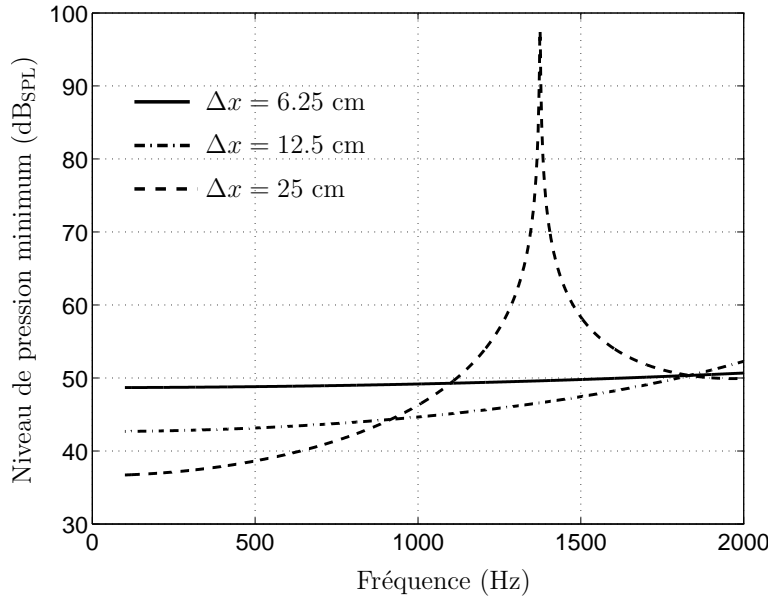


FIG. 4.4: Niveau de pression minimale mesurable (dB_{SPL}) à l'aide de mesures de vitesses VLD en fonction de la fréquence acoustique f_{ac} pour différents écartements de mesure Δx (— 25 cm, - · - 12.5 cm and — 6.25 cm).

La Fig. 4.4 montre le minimum de l'amplitude de la pression pouvant être estimé à partir de la mesure de deux vitesses par VLD pour une gamme de fréquence acoustique allant de 50 à 2000 Hz, pour différents espacements Δx et pour les paramètres donnés dans le Tab. 4.1.

La pression minimale mesurable (Eq. (4.43)) présente des minima pour $k\Delta x/2 = (2n + 1)\pi/2$ et des maxima pour $k\Delta x/2 = n\pi$ ($n \in \mathbb{N}$). Ces informations sont utiles à la détermination des fréquences limitant la gamme de niveaux disponibles à la mesure pour une valeur d'écartement donnée.

4.3.2.b Pression de référence

L'équation de propagation du champ de pression acoustique dans le tube associé à notre configuration expérimentale a pour formulation (le facteur $\exp(i\omega t)$ est omis)

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right] \bar{P}(x, y, z) = 0, \forall y \in (0, l_y), \forall z \in (0, l_z), \quad (4.44)$$

avec comme conditions aux limites une annulation de la vitesse en $y = 0$, $y = l$ et $z = 0$, $z = l$. Au sein du domaine étudié (tube à section carrée fermé à ses extrémités par un HP et une paroi rigide), deux ondes, qualifiées d'onde aller et d'onde retour, sont générées. Une onde stationnaire apparaît pour des fréquences particulières, liées à la longueur L du tube.

Comme énoncé précédemment, l'étude est réalisée pour le mode plan (0,0) se propageant dans un tube à section carré. La solution de l'Eq. (4.44) correspondant à notre situation expérimentale se trouve être largement simplifiée et s'énonce de la façon suivante

$$\bar{P}(x) = \Psi_{0,0} [\bar{A}_{0,0} \exp(-jkx) + \bar{B}_{0,0} \exp(jkx)], \quad (4.45)$$

avec k le nombre d'onde dans la direction x prenant en compte les pertes viscothermiques (cf. Annexe G) [15, 16]. L'eq. (4.45), dans le cas d'une onde plane harmonique en incidence normale, peut s'écrire

$$\bar{P}(x) = \bar{P}_i [\exp(-jkx) + \bar{R} \exp(jkx)], \quad (4.46)$$

avec \bar{P}_i la pression incidente et \bar{R} le coefficient de réflexion en $x = 0$. Le coefficient de réflexion \bar{R} s'exprime dans le cas d'une incidence normale

$$\bar{R} = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} = \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}, \quad (4.47)$$

avec $\zeta = 1/\epsilon$ où ϵ correspond à l'admittance acoustique spécifique de paroi (cf. Annexe G). Dans le cas d'une paroi parfaitement rigide

$$\epsilon = \frac{\rho c}{Z_a}, \quad (4.48)$$

et s'exprime [16]

$$\epsilon = \frac{\rho c}{Z_a} \simeq \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{k_0} (\gamma - 1) \sqrt{l_t}, \quad (4.49)$$

dans le cas d'une incidence normale, où les effets de la viscosité de cisaillement sont nuls au niveau de la frontière. Seul le facteur entropique $(\gamma - 1)\sqrt{l_t}$ (avec l_t la longueur caractéristique thermique et γ le rapport spécifique des capacités calorifiques à pression et volume constant), indépendant de l'angle d'incidence, intervient. La paroi rigide constituant la terminaison est supposée parfaitement réfléchissante et les effets visqueux des couches limites sont négligés (ϵ est de l'ordre de 10^{-8} pour l'air). Le coefficient de réflexion \bar{R} vaut alors 1. Le champ de pression donné par l'Eq. (4.46) peut ainsi s'écrire

$$\bar{P}(x) = 2\bar{P}_i \cos(kx), \quad (4.50)$$

avec k ayant pour expression l'Eq. (G.16). Or, grâce aux conditions aux limites en $x = 0$, à savoir que la pression est maximale et notée \bar{P}_e

$$\bar{P}_i = \frac{\bar{P}_e}{2}, \quad (4.51)$$

soit

$$\bar{P}(x) = \bar{P}_e \cos(kx). \quad (4.52)$$

Le champ de vitesse acoustique peut être obtenu grâce l'équation de Navier-Stokes linéarisée en tenant compte des pertes viscothermiques et s'énonce comme suit

$$\bar{V}(x) = \frac{j}{\rho\omega} \frac{d\bar{P}}{dx} (1 - \bar{K}_v), \quad (4.53)$$

avec $\bar{K}_v = \tanh[(1+i)y_0/\delta_v] / [(1+i)y_0/\delta_v]$, où $\delta_v = \sqrt{2l_v/k}$ représente l'épaisseur de la couche limite visqueuse.

Un champ d'ondes stationnaires (modélisé par l'Eq. (4.52)) naît dans le tube lorsque le nombre d'onde k , qui peut alors être noté k_n , vaut

$$k_n = \frac{n\pi}{L} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad n \in \mathbb{N}, \quad (4.54)$$

avec L la longueur du tube et λ la longueur d'onde acoustique. Les mesures sont effectuées de manière à ne pas faire intervenir de modes supérieurs et de manière à se situer en régime d'ondes planes stationnaires (f_{ac} toujours inférieure à la fréquence de coupure $f_{m,n} = c/2(m/l_x + n/l_y)^{1/2}$ du mode (m, n) , ici du mode (1,0) ou (0,1) : section carré $l_x = l_y = 10$ cm valant 1720 Hz).

La pression exprimée par l'Eq. (4.52), notée par la suite \bar{P}_{ref} , servira de référence pour valider la méthode d'estimation de la pression en x_0 à partir de la mesure d'un gradient de vitesse. La pression \bar{P}_e correspond à la pression terminale de référence que mesure le microphone placé au bout du guide (Fig. 4.2) en $x = 0$. Ainsi, la pression \bar{P}_{ref} et la vitesse \bar{V}_{ref} , au point d'abscisse x_0 , s'écrivent à partir des Eqs. (4.52) et (4.53) comme suit

$$\bar{P}_{ref}(x_0) = \bar{P}_e \cos(kx_0), \quad (4.55)$$

et

$$\bar{V}_{ref}(x_0) = -\frac{j\bar{P}_e}{\bar{Z}_a} \sin(kx_0), \quad (4.56)$$

avec $\bar{Z}_a = \rho ck_0 / [k(1 - \bar{K}_v)]$ correspondant à l'impédance tenant compte des pertes viscothermiques où k_0 est le nombre d'onde relié à la pulsation de l'onde excitatrice, ρ est la masse volumique et c la célérité du son dans l'air. $\bar{P}_e = P_e e^{i\Phi_e}$ où $P_e = |P_e|$ correspond au module de la pression terminale de référence et Φ_e à sa phase.

4.3.2.c Incertitudes minimales sur la pression estimée par VLD

L'Eq. (4.40) et la condition $kx_0 = \pi$ amènent à

$$\Delta V = 4V_0 \left| \sin \frac{k\Delta x}{2} \right|, \quad (4.57)$$

et

$$V_1 V_2 = 2V_0^2 |1 - \cos k\Delta x|. \quad (4.58)$$

L'incertitude relative minimale sur l'amplitude de la pression estimée s'exprime en remplaçant les Eqs. (4.57) et (4.58) dans l'Eq. (4.36)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} \right|_{min} = & \left[\left(\frac{\sqrt{2}Kif_{ac}}{2V_0 |\sin \frac{k\Delta x}{2}|} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \frac{V_0^2 |1 - \cos k\Delta x|}{(2Kif_{ac})^2} \right] \right. \\ & \left. + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2|\tan(\frac{k\Delta x}{2})|} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\delta \rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.59) \end{aligned}$$

et l'incertitude totale sur l'estimation de la phase est obtenue de façon similaire grâce aux Eqs. (4.35) et (4.37)

$$\delta \Phi_p |_{min} = \frac{\sqrt{2}Kif_{ac}}{2V_0 |\sin \frac{k\Delta x}{2}|}. \quad (4.60)$$

Afin de minimiser les incertitudes données par les Eqs. (4.59) et (4.60), l'écartement de mesure Δx devrait vérifier $k\Delta x/2 = (2n + 1)\pi/2$ ($n \in \mathbb{N}$), correspondant à $\Delta x = (2n + 1)\lambda/2$, λ étant

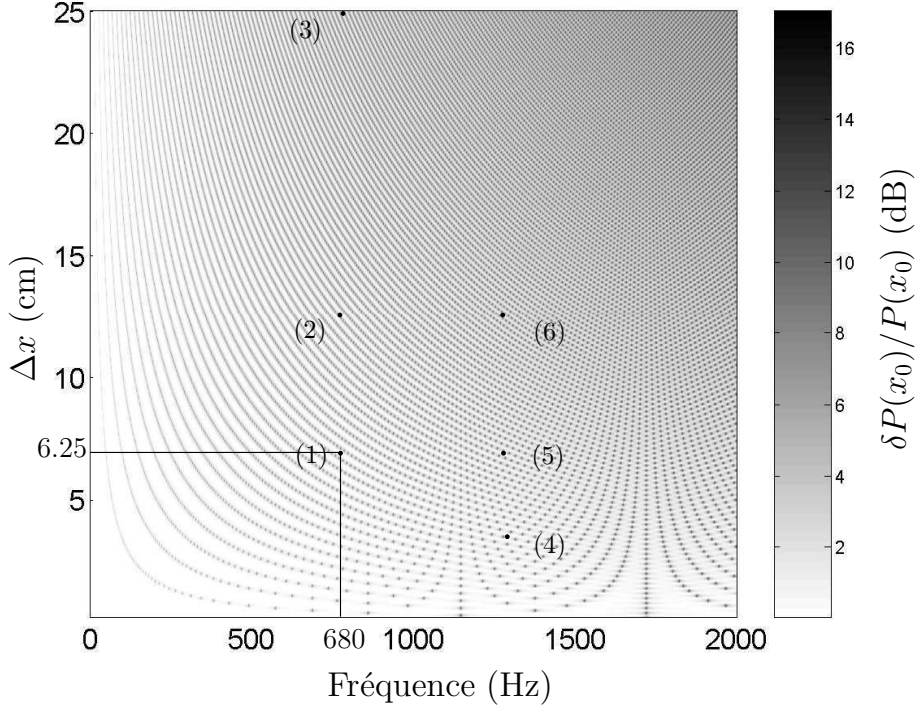
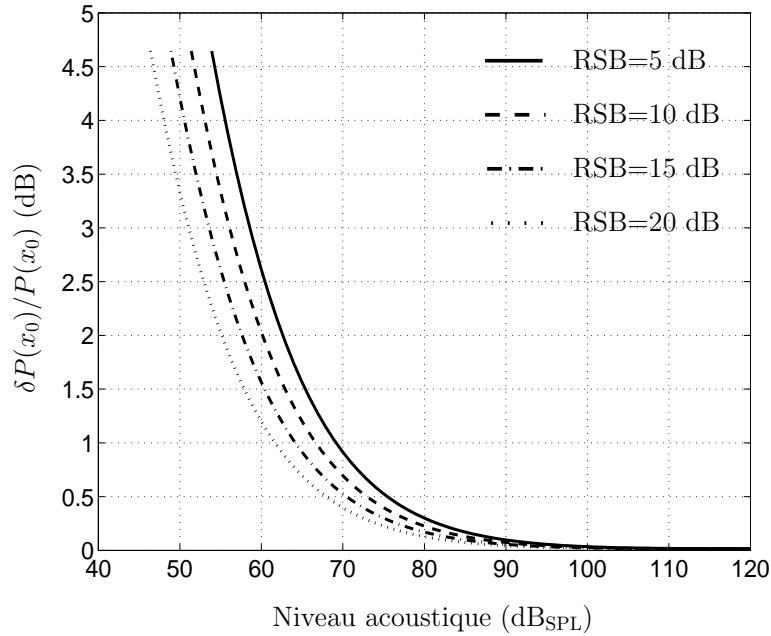


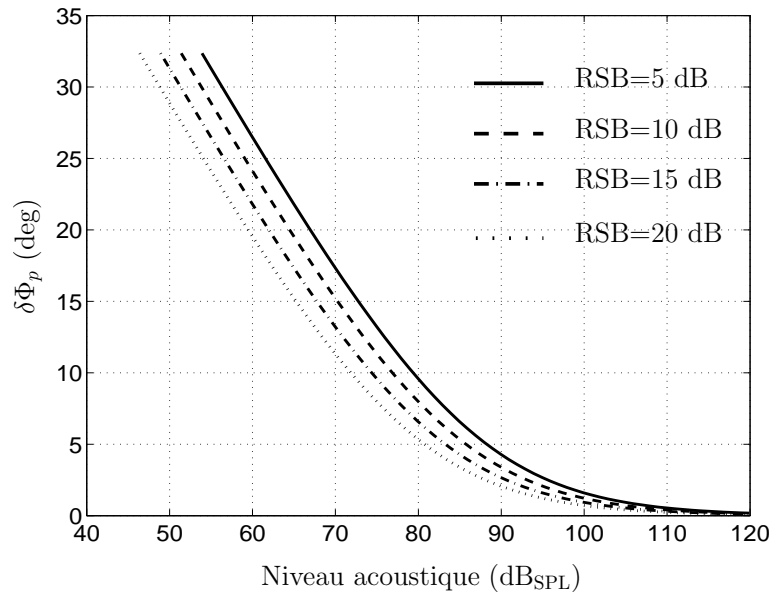
FIG. 4.5: Incertitude relative minimale sur l'amplitude de la pression estimée par VLD $\delta P(x_0)/P(x_0)$ en fonction de la fréquence acoustique f_{ac} et l'écartement de mesure Δx pour un niveau acoustique de 90 dB_{SPL}. Les numéros indiqués sur la figure correspondent à la localisation des paramètres utilisés pour la partie expérimentale. (Tab. 4.2).

la longueur d'onde acoustique. Cependant, cet écartement peut s'avérer être très important pour les basses fréquences et de telles configurations sont inenvisageables sur le plan expérimental. Pour cette raison, différentes valeurs de Δx sont testées dans l'approche expérimentale. Les Eqs. (4.59) et (4.60) montrent que l'incertitude est minimisée si l'amplitude de la vitesse est grande. Respecter cette condition conduit à exciter le tube à la fréquence de résonance ou ses harmoniques supérieures, tout en ne dépassant pas la fréquence de coupure du tube pour rester en mode (quasi) plan. L'incertitude sur l'amplitude de la pression acoustique est présentée sur la Fig. 4.5 en fonction de la fréquence acoustique f_{ac} et de l'écartement Δx . L'étude a été menée pour les deux fréquences de résonance du tube 680 Hz et 1360 Hz. Seuls les résultats de simulations pour la fréquence 680 Hz sont présentés. Considérant la fréquence d'excitation et de résonance du tube 680 Hz, la Fig. 4.5 permet de déduire les valeurs de Δx minimisant l'incertitude sur l'amplitude de la pression pour un niveau acoustique de 90 dB_{SPL}.

Pour la fréquence $f_{ac} = 680$ Hz et l'écartement $\Delta x = 6.25$ cm, les Figs. 4.6.a et 4.6.b montrent l'incertitude sur l'estimation de l'amplitude de la pression et de la phase en fonction du niveau acoustique mesurée au niveau de la terminaison rigide du tube pour différents rapports signaux à bruit (RSB). Ces figures montrent que pour un RSB de 15 dB, qui est communément rencontré lors de la mesure VLD, l'incertitude relative minimale sur l'amplitude de la pression est inférieure à 0.06 dB si le niveau acoustique est supérieur à 90 dB_{SPL}. L'incertitude minimale sur la phase de la pression est inférieure à 2.6 degrés si le niveau acoustique est supérieur à 90 dB_{SPL}. Ces incertitudes sont principalement dues au traitement du signal (premier terme de l'Eq. (4.59)) spécifiquement à mesure que le niveau acoustique diminue (90 dB_{SPL} : $3.5 \cdot 10^{-4}$ dB et 49 dB_{SPL} : 3.52 dB pour un RSB= 15 dB). L'incertitude associée au second terme de l'Eq. (4.59) est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5}$ dB. Ce second terme ne dépend pas du niveau acoustique mais de $k\Delta x/2$, choisi de manière à minimiser cette incertitude



(a)



(b)

FIG. 4.6: Incertitude sur l'amplitude (a) et la phase (b) de la pression acoustique estimée par VLD en fonction du niveau acoustique pour une fréquence acoustique de 680 Hz et un écartement de Δx de 6.25 cm (— RSB = 5 dB, -- RSB = 10 dB, - · - RSB = 15 dB et · · · RSB = 20 dB).

$$(k\Delta x/2 = (2n + 1)\pi/2).$$

4.3.2.d Incertitude sur la pression de référence

La pression de référence $\bar{P}_{ref}(x)$ est obtenue grâce à la pression terminale \bar{P}_e mesurée par un microphone monté en paroi à l'extrémité rigide du tube. Son expression est donnée par l'Eq. (4.55).

L'incertitude relative sur l'amplitude de la pression de référence à l'abscisse x_0 est donnée par

$$\frac{\delta P_{ref}(x_0)}{P_{ref}(x_0)} = \left[\left(\frac{\delta P_e}{P_e} \right)^2 + (\delta(kx_0) \tan kx_0)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.61)$$

avec

$$\frac{\delta P_e}{P_e} = \left[\left(\frac{\delta U_c}{U_c} \right)^2 + \left(\frac{\delta U_e}{U_e} \right)^2 + \left(\frac{\delta U_f}{U_f} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.62)$$

où $\delta U_c/U_c$ est l'incertitude relative due à la source étalon, δU_e est l'incertitude absolue sur la mesure de la tension du microphone de référence due à la variation de la masse volumique de l'air durant l'acquisition expérimentale et δU_f est l'incertitude absolue sur la tension de l'étalonnage ($\delta U_f = U_{res}/3$ avec U_{res} la résolution du signal du voltmètre). L'incertitude relative $\delta P_{ref}(x_0)/P_{ref}(x_0)$ égale $\delta P_e/P_e$ utilisant la condition $kx_0 = \pi$.

L'erreur sur la phase de la pression terminale de référence est choisie comme égale à $\delta \Phi_{P_e} = 1.10^{-6}$ rad, car cette dernière est prise comme référence pour le calcul des phases acoustiques (phase de la pression de référence au bout du tube égale à 0 rad).

4.3.3 Résultats

Les résultats expérimentaux ont été obtenus pour les conditions données dans le Tab. 4.2. Dans cette expérience, le microphone de référence a été étalonné en utilisant une source étalon B&K 4231 avec une précision de ± 0.2 dB_{SPL}.

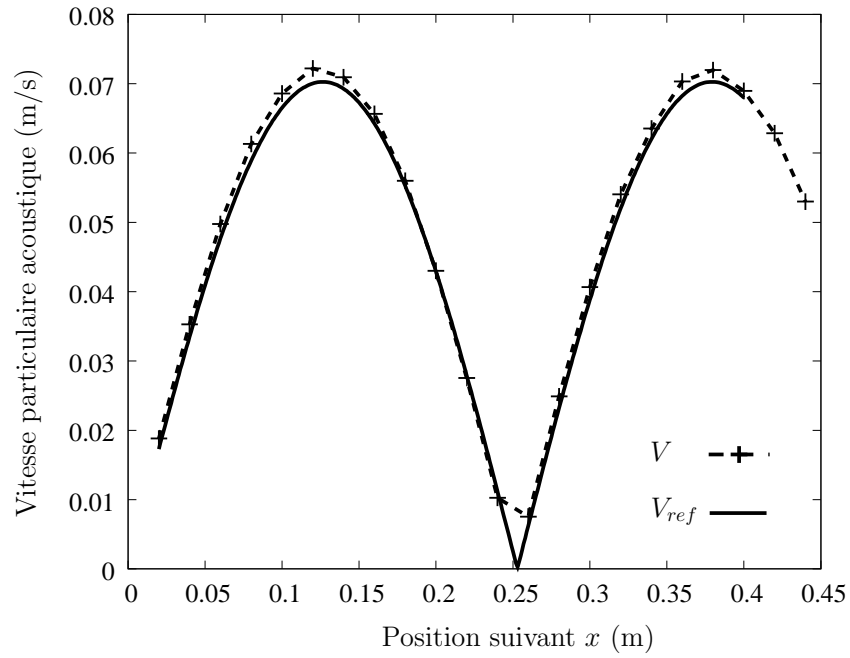
f (Hz)	$x_0(kx_0 = \pi)$ (cm)	Level (dB _{SPL})		Δx (cm)		
680	25	90	120	6.25 ₍₁₎	12.5 ₍₂₎	25 ₍₃₎
1360	12.5	90	120	3.125 ₍₄₎	6.25 ₍₅₎	12.5 ₍₆₎

TAB. 4.2: Valeurs des paramètres utilisés pour réaliser l'expérience en champ clos.

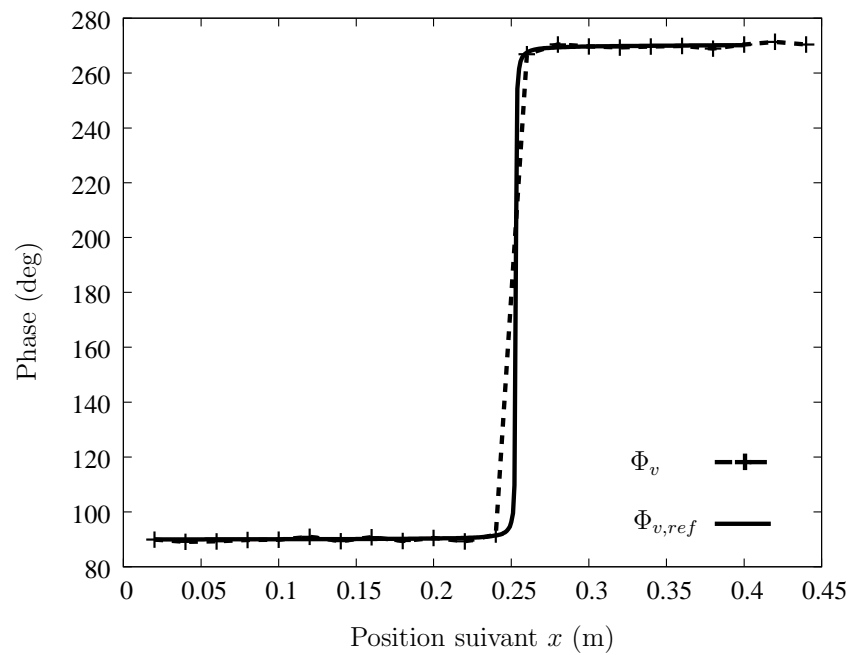
Dans un premier temps, le profil axial de la vitesse acoustique dans le tube est mesuré à une fréquence de résonance du tube de 680 Hz pour un niveau sonore de 120 dB_{SPL} par VLD et comparé à la vitesse de référence, obtenue à l'aide de la pression \bar{P}_e mesurée à l'extrémité du tube et l'Eq. (4.56). Le profil de vitesse estimé par VLD et celui obtenu grâce à la pression de référence mesurée au bout du tube (voir Fig. 4.7) présentent un assez bon accord. Cependant, un biais maximal de 0.22 dB_{SPL} peut être observé entre les deux courbes.

Dans un second temps, la pression au point d'abscisse $x_0 = \lambda/2$ (mesures réalisées pour 2 positions différentes correspondant à 2 fréquences de résonances du tube) est estimée par VLD et comparée avec la pression de référence comme montrée sur la Fig. 4.8. Pour ces expériences, la vitesse acoustique est mesurée à l'aide d'un seul volume de mesure VLD, se déplaçant aux points de mesure x_1 et x_2 . La mesure est répétée 10 fois après avoir introduit l'ensemencement dans le tube. Dans cette configuration, l'amplitude de la pression acoustique change au cours de l'expérience car la masse volumique de l'air varie (avec la masse volumique de l'ensemencement). Ces variations, dues à la durée de l'expérience (liée au temps de déplacement du robot entre deux mesures successives), conduisent à maximiser les incertitudes sur les pressions estimées par VLD et de référence. Ces incertitudes devraient être plus faibles avec deux mesures VLD synchrones.

Les valeurs du biais observé sont comprises dans l'intervalle $[-0.36; 1.07]$ dB avec un minimum absolu de 0.006 dB. Les biais les plus importants sont probablement dus à l'étalonnage du microphone



(a)

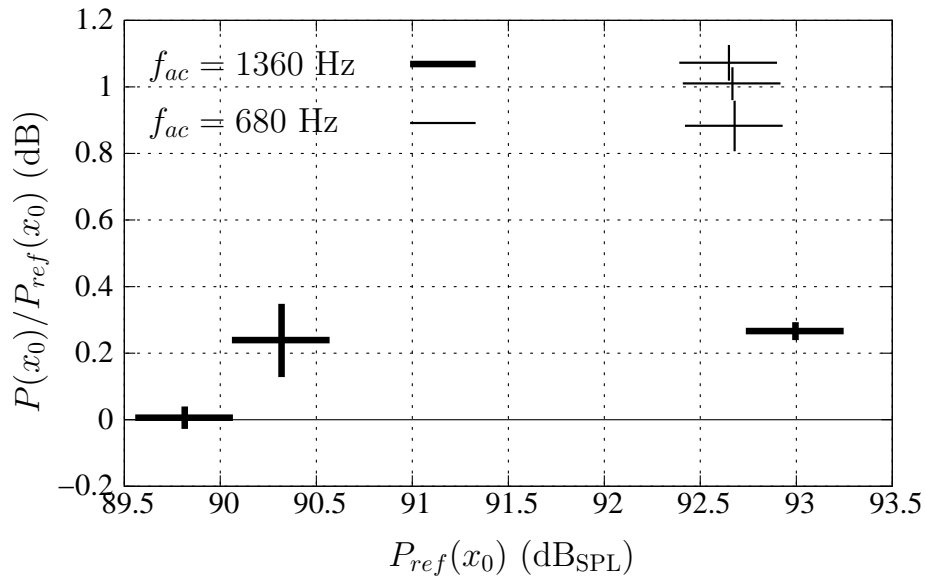


(b)

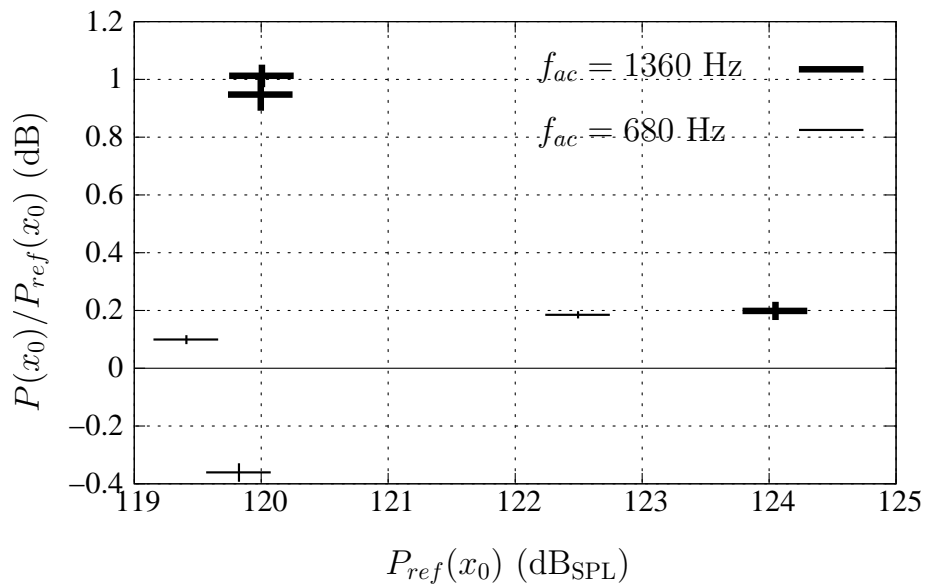
FIG. 4.7: Profils de vitesse obtenus par VLD (— + —) et à l'aide du microphone de référence (—) dans le tube pour un niveau acoustique d'environ 120 dB_{SP}L et une fréquence acoustique de 680 Hz.

de référence placé à l'extrémité rigide du tube. Les résultats montrent des valeurs d'incertitudes absolues sur la pression de référence autour de 0.2 dB_{SPL}. Les valeurs d'incertitudes relatives sur la pression estimée par VLD sont contenues dans l'intervalle [0.15; 1.27] % correspondant à [0.013; 0.11] dB pour un niveau acoustique entre [90; 124] dB_{SPL}. Les incertitudes sur la phase de la pression estimée sont, quant à elles, comprises entre [0.34; 1.77] ° pour la même gamme de niveaux acoustiques.

Les résultats montrent une adéquation relativement satisfaisante entre incertitudes expérimentales sur la pression estimée par VLD et incertitudes théoriques obtenues à l'aide des bornes de Cramér Rao (CRB) (cf. § 4.2.2). Les CRB fournissent des incertitudes minimales sur l'amplitude de la pression acoustique en dessous de 0.06 dB pour un niveau acoustique supérieur à environ 90 dB_{SPL}. Concernant la phase, les incertitudes théoriques sont inférieures à 2.6 ° pour un niveau acoustique supérieur à 90 dB_{SPL}. Même si les incertitudes obtenues sur la pression estimée par VLD (amplitude [0.013; 0.11] dB et phase [0.34; 1.77] °) atteignent des valeurs, pour l'amplitude de la pression, plus importantes que les incertitudes théoriques, les plages de résultats expérimentaux et théoriques restent du même ordre de grandeur.



(a)



(b)

FIG. 4.8: Amplitude du rapport de pression entre la pression estimée par VLD et la pression de référence, obtenue à l'aide du microphone monté au bout du tube, en fonction de la pression de référence pour différents écartements Δx présentés dans le Tab. 4.2. Les barres horizontales fournissent les incertitudes absolues sur la pression de référence et les barres verticales donnent des informations sur l'incertitude relative de la pression estimée par VLD. (a) : niveau acoustique autour de 90 dB_{SPL}, (b) : niveau acoustique autour de 120 dB_{SPL}.

4.4 Conclusion

L'étude présentée dans ce chapitre s'intéresse à l'estimation de la pression acoustique à partir de la mesure de deux vitesses acoustiques par VLD. Un modèle physique de propagation en onde plane dans un tube a été développé dans le but d'estimer une pression acoustique à partir de deux mesures de vitesses acoustiques. Ce modèle est basé sur la loi de conservation de la masse. Ce modèle peut être vu comme l'équivalent du modèle utilisé par la mesure d'intensité acoustique dans le cas d'une propagation à une dimension (1D).

Les incertitudes minimales sur la vitesse mesurée par VLD (amplitude et phase) sont données par les bornes de Cramér-Rao (CRB) dans le but d'en déduire les incertitudes minimales sur l'amplitude et la phase de la pression estimées à partir de vitesses particulières acoustiques. En outre, ces incertitudes minimales, liées aux CRB, permettent d'établir que la pression minimale mesurable se situe à un niveau d'environ 50 dB_{SPL} pour les conditions habituelles rencontrées à l'intérieur d'un guide d'onde, c'est à dire pour une faible vitesse d'écoulement moyenne.

L'estimation de la pression est réalisée expérimentalement en utilisant un tube excité par un HP. L'analyse des incertitudes permet de concevoir le protocole expérimental. Afin de définir l'incertitude maximale admissible : la position optimale, l'écartement optimal entre les deux positions de mesures de vitesse, la fréquence optimale et le niveau acoustique minimal admissible sont déterminés.

L'estimation de la pression acoustique par VLD est comparée à la pression de référence obtenue à l'aide d'un microphone monté à l'extrémité rigide du tube. Les résultats montrent que le biais entre pression estimée par VLD et pression de référence est compris dans l'intervalle $[-0.36; 1.07]$ dB et que l'incertitude relative sur la pression estimée par VLD est comprise dans la gamme $[0.013; 0.11]$ dB. Les valeurs du biais et de l'incertitude relative peuvent atteindre dans certains cas de très faibles valeurs (biais minimal de 0.006 dB et incertitude relative minimale de 0.013 dB). Elles attestent de la faisabilité d'estimer une pression à partir de la mesure de deux vitesses acoustiques dans un guide d'onde excité en ondes planes. Les valeurs importantes du biais peuvent s'expliquer par des erreurs survenues lors de l'étalonnage du microphone de référence, ou lors du réglage de la sonde VLD, ou encore liées à l'ensemencement du fluide et les variations de l'état de ce dernier au cours de l'expérience. Les incertitudes sur la pression estimée expérimentalement montrent des valeurs globalement en accord avec l'approche théorique du calcul d'incertitude utilisant les CRB. Par exemple, un niveau acoustique d'environ 90 dB_{SPL} conduit à des incertitudes théoriques de l'ordre de 0.06 dB et à des incertitudes relatives expérimentales entre $[0.03; 0.1]$ dB. À mesure que le niveau acoustique augmente, les incertitudes relatives théoriques sur la pression estimée par VLD diminuent (niveau supérieur 120 dB_{SPL}, incertitudes inférieures 0.015 dB).

L'étalonnage absolu des microphones peut être réalisé par mesures de vitesses acoustiques par VLD si le niveau acoustique est suffisamment élevé, typiquement 120 dB_{SPL}. Dans ces conditions, les incertitudes relatives expérimentales sont comprises dans l'intervalle $[0.013; 0.055]$ dB pour des incertitudes relatives théoriques inférieures 0.015 dB. L'écart entre théorie et expérience peut s'expliquer principalement par le fait que les deux mesures de vitesse ne sont pas réalisées au même moment et que l'état du système physique peut varier au cours de la durée d'expérimentation. Les incertitudes sur l'estimation de la pression pourraient être diminuées en utilisant un système de mesure de vitesse permettant de mesurer les deux vitesses au même moment.

Chapitre 5

Étalonnage de microphones en champ libre : champ acoustique au voisinage de la membrane

5.1 Introduction

Le chapitre précédent a permis de valider la faisabilité d'estimer une pression acoustique à partir de deux mesures de vitesses acoustiques à 1D, afin d'étalonner, dans un premier temps, les microphones à réponse en pression.

L'utilisation du capteur VLD dans la problématique générale de l'étalonnage de microphones a pour objectif l'étalonnage en champ libre. Étalonner les microphones en champ libre par méthode optique nécessite de caractériser le champ acoustique agissant sur la membrane microphonique au minimum dans un espace à deux dimensions (2D). Cette étude constitue l'objet de ce chapitre. Afin de développer un modèle physique permettant de décrire le champ acoustique au voisinage de la membrane, une première étude expérimentale, caractérisant le champ de vitesse, a été réalisée à l'aide de la Vélocimétrie par Image de Particule, appelée couramment par son acronyme anglosaxon PIV (*Particle Imagery Velocimetry*). La recherche d'un premier modèle reliant pression acoustique et vitesse acoustique au voisinage du microphone constitue l'objectif de ce chapitre. À partir des données expérimentales sur le comportement du champ de vitesse au voisinage de la membrane, un modèle du champ de pression acoustique basé sur la formulation intégrale de la pression dans un volume cylindrique est proposé.

5.2 Caractérisation expérimentale du champ de vitesse au voisinage de la membrane microphonique

La Vélocimétrie par Image de Particule (PIV) est une technique de mesure optique Laser permettant de déterminer la vitesse de particules traçuses (ensemencement identique à l'utilisation de la VLD) en différents points d'une région illuminée par une lame laser à 2D [3]. Cette technique, développée dans le cadre de la mécanique des fluides, est très utilisée pour caractériser et mesurer des écoulements de faible vitesse et complexes. La PIV permet, en effet, d'obtenir un champ de vitesses quasiment instantané et parfaitement synchrone. La PIV est ainsi utilisée dans différents domaines scientifiques et d'ingénieries tels que l'aérodynamique, l'imagerie médicale, la turbulence dans les couches limites et plus récemment l'acoustique afin de caractériser des champs de vitesses acoustiques [27, 14, 17, 85]. Cette technique connaît actuellement un véritable essor dû aux progrès technologiques de l'informatique et des capacités de mémoire et de traitement.

5.2.1 Principe général de la Vélocimétrie par Image de Particule

La PIV est une technique de mesure de champ de vitesses [1] qui consiste à acquérir au moyen d'une caméra CCD deux images successives et rapprochées dans le temps (t et t') d'une zone de mesure (voir Fig. 5.1). Le repérage des particules sur chacune des deux images permet alors de déterminer le déplacement de chacune d'entre elles. Ainsi, connaissant le déplacement d correspondant à chacune des particules entre deux images et l'intervalle $\Delta t = t - t'$ séparant l'acquisition des deux images, il est alors possible d'en déduire une estimation de la vitesse moyenne associée à chaque particule $\hat{v} = d/\Delta t$.

L'écoulement à étudier estensemencé à l'aide de fines particules, de manière analogue à la VLD. La zone de mesure correspond à la zone "vue" par la caméra. Cette zone de mesure est illuminée par une nappe Laser, générée par un Laser pulsé, à deux instants proches et distincts (t et t'). Le système est synchronisé pour que la caméra prenne une photographie de l'écoulement au moment où le Laser illumine la zone de mesure. Les particules se trouvant alors dans le plan de mesure réfléchissent une partie de la lumière provenant du Laser vers la caméra. Puis une seconde photographie de la même zone de mesure est réalisée un certain temps Δt plus tard. Les deux images de la zone de mesure aux deux instants différents t et t' sont alors stockées en mémoire pour être ensuite traitées numériquement à l'aide d'un traitement du signal spécifique.

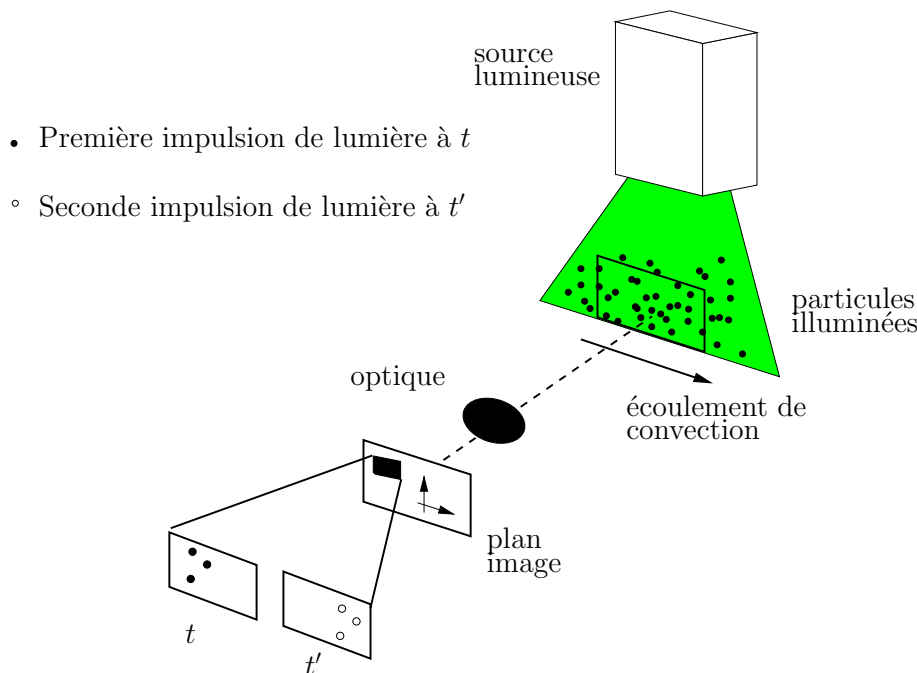


FIG. 5.1: Principe de la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) d'après Boucheron [12].

Traitement d'images

Les images stockées sont des images codées en niveau de gris, traitées par des techniques de corrélation. Il est possible dénombrer plusieurs variantes de la technique PIV [2].

Les premières méthodes de traitement en PIV étaient limitées par les performances des caméras. Il n'était pas possible d'acquérir deux images successives de façon très rapprochées sur le même capteur. Les deux images obtenues successivement étaient alors superposées afin de n'obtenir qu'une seule image où les deux positions de la particules étaient visibles sur la même image. Des techniques de reconnaissance de déplacement à l'aide d'un découpage de l'image en fenêtre d'interrogation plus petite ont été mises au point. Cependant, cette technique ne permettait pas de lever l'indétermination sur le signe

du déplacement et donc sur le signe de la vitesse [2].

Depuis le début des années 2000, la technologie des caméras ayant considérablement évolué, il est désormais possible d'acquérir deux images séparées d'un temps très court sur le même capteur. Ainsi, la technique de corrélation croisée est maintenant couramment utilisée. Cette technique consiste à découper chaque image obtenue en fenêtres d'interrogations de largeur ajustable et de calculer alors la fonction d'intercorrélation spatiale entre une fenêtre sur la première image et la fenêtre située au même endroit sur la deuxième image.

La fonction de corrélation croisée présente un pic correspondant au déplacement moyen effectué par les particules situées dans la fenêtre d'interrogation. Si toutes les particules ont le même mouvement et que ce mouvement est constant pendant la durée entre les deux acquisitions d'images Δt , alors la vitesse estimée est la vitesse de chaque particule. Les fenêtres d'interrogations doivent donc être suffisamment petites pour pouvoir considérer que les particules ont toutes la même vitesse, mais suffisamment grande pour qu'il y ait assez de particules dans chaque fenêtre et que ces particules restent en moyenne dans la fenêtre.

5.2.2 Acoustique & PIV

L'utilisation de la PIV en acoustique remonte au milieu des années 90, due notamment à la dynamique de vitesse potentiellement mesurable plus faible que celle de la VLD. Les premiers travaux de mesure acoustique par PIV ont été menés par Hann et Greated [48, 50, 51].

Des profils de vitesses acoustiques PIV autour d'empilements thermoacoustiques ont été mesurés par Duffourd [27] et Poignand [85]. Diverses études en acoustique utilisant la PIV ont été menées entre autre par Campbell [17] et Bramberger [14].

La PIV présente un fort potentiel en tant qu'outil d'investigation en acoustique grâce au fort développement technique : caméra haute résolution, haute sensibilité et fréquence élevée, système de synchronisation de plus en plus perfectionné. Cette technique présente cependant un bémol concernant la gamme de vitesse accessible, comme de nombreuses études le soulignent [2]. En effet, la PIV ne peut pas mesurer des vitesses d'amplitude trop faible (problèmes de détection de mouvement de particules) et elle reste limitée en fréquence sans que ces limites soient clairement établies. Pour rappel, un niveau de 120 dB_{SPL} à 1000 Hz, soit un fort niveau acoustique à une fréquence moyenne de l'oreille humaine, correspond à une vitesse acoustique de l'ordre de $5 \cdot 10^{-2}$ m/s et à un déplacement particulaire d'environ $5 \cdot 10^{-5}$ m. Une fois les acquisitions réalisées pour un niveau acoustique suffisant, il est alors possible de réaliser l'estimation de l'amplitude et de la phase de la vitesse acoustique pour une position donnée de l'image PIV.

5.2.3 Dispositif expérimental : Laser, Caméra Digitale, caisson PIV

Les mesures ont été réalisées avec un système PIV présent au sein du laboratoire *Acoustics and Fluid Dynamics group* d'Edimbourg, développé dans le cadre de la thèse de Skulina [103].

Un Laser à vapeur de cuivre nommé Oxford Lasers LS20-50 a été utilisé comme source lumineuse pour les mesures présentées dans ce travail de thèse. Le laser pulsé LS20-50 possède une fréquence de répétition des impulsions de 50 kHz. La puissance moyenne du laser est de 20 W et chaque impulsion a une durée de 25-30 ns à une longueur d'onde de 510.6 nm (vert). Le Laser LS20-50 appartient à la classe IV, imposant de prendre un certain nombre de précautions pour une utilisation sans risque. Les expositions des yeux et de la peau doivent particulièrement être proscrites. La lumière est délivrée à la région d'étude à travers une fibre optique à haut pouvoir de transmission (diamètre approximatif de 1 mm).

Une caméra CCD PCO Sencicam *Double Shutter* est utilisée pour l'acquisition des images PIV à étudier. Cette caméra permet de prendre deux images séparées avec une résolution de 1280×1024 pixels avec un minimum de 200 ns entre deux images. Il est possible de programmer l'intervalle de temps entre deux images en tenant compte du trigger sur le signal d'entrée et le temps d'exposition de la première image.

Un caisson spécial PIV a été conçu et construit pour les besoins de toutes les études expérimentales utilisant la PIV au laboratoire d'acoustique d'Edimbourg. Ce caisson permet, entre autre, une sécurité maximale en regard de l'utilisation du laser classe IV.

Un générateur pulsé Berkley Nucleonics model 500 A est utilisé en lien avec Labview pour permettre une semi-automatisation du système, grâce à une pré-spécification des phases acoustiques, pour la collection des images PIV. Afin de minimiser les erreurs d'analyse pouvant être créées durant la phase de post-traitement des données, une série de 20 à 30 mesures est réalisée pour chaque phase de la période acoustique.

5.2.4 Champ de vitesse acoustique au voisinage de la membrane d'un microphone

Cette partie a pour objectif de présenter, d'une part, le dispositif expérimental acoustique utilisé pour réaliser les mesures PIV et, d'autre part, les résultats expérimentaux obtenus mettant en évidence l'évolution du champ acoustique au voisinage d'une membrane microphonique.

5.2.4.a Dispositif expérimental acoustique

Le dispositif expérimental est constitué du tube en Perspex utilisé pour l'estimation de la pression à partir de deux mesures de vitesses en champ clos, exposé dans le chapitre précédent (Chap. 4). La fréquence de coupure du tube associée au premier mode transverse se situe à 1720 Hz. Un haut-parleur (JBL 2446H) est monté à une extrémité du guide, fermé par une terminaison rigide. Un microphone un pouce Brüel&Kjaer (B&K 4145) est placé de manière à ce que la membrane du microphone soit perpendiculaire à la direction axiale du tube. Les dispositifs expérimentaux acoustique et PIV sont présentés sur la Fig. 5.2.

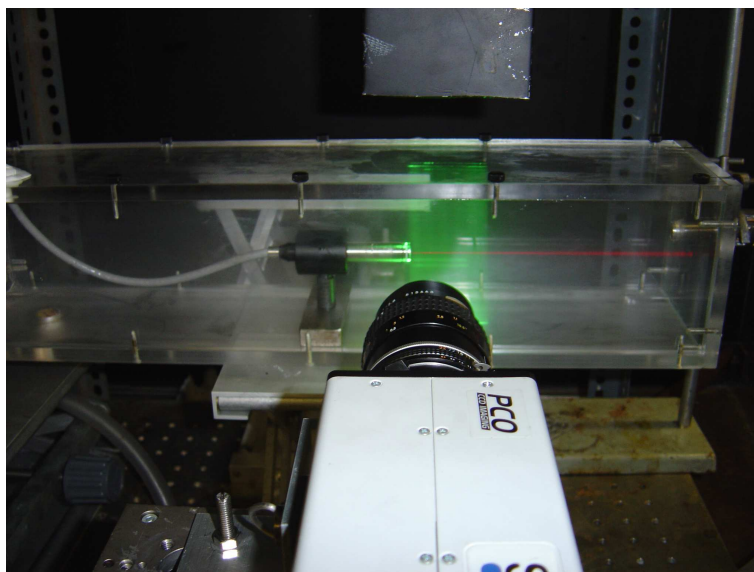


FIG. 5.2: Dispositif expérimental PIV et système acoustique.

Afin de réaliser les mesures PIV, il est impératif de choisir un niveau acoustique suffisamment important pour avoir un déplacement des particules suffisant pour être détecté (cf. §5.2.2). Le niveau

de pression acoustique mesuré à la terminaison rigide du tube a pour valeur $126 \text{ dB}_{\text{SPL}}$. Les conditions expérimentales choisies correspondent à un régime d'ondes planes stationnaires associé à une fréquence de résonance du guide, à savoir $f_{ac} = 680 \text{ Hz}$. Le microphone est alors positionné entre un noeud et un ventre de vitesse afin de mesurer des amplitudes de vitesses suffisamment importantes pour réaliser les mesures PIV, tout en gardant un niveau de pression acoustique suffisant.

La nappe laser vient effleurer le microphone positionné dans le tube,ensemencé à l'aide du liquide SAFEX Super Fog Fluid. La caméra numérique d'acquisition, disposée face au microphone et à la nappe laser (voir Fig. 5.2), est focalisée sur l'extrémité du microphone et la nappe laser afin de visualiser le mouvement des particules au voisinage de la membrane.

Les mesures sont réalisées pour 20 phases d'une période acoustique (voir Fig. 5.3). Chacune des phases correspond ici à 20 mesures dans le but de minimiser les erreurs d'analyse, pouvant être introduites durant le post-traitement des données.

5.2.4.b Résultats expérimentaux

La période acoustique, présentée sur la Fig. 5.3, est obtenue grâce à l'estimation de la vitesse dans la région quasi-plane des acquisitions PIV (Fig. 5.4 et Annexe I : images PIV correspondant à 10 des 20 phases réparties sur toute la période acoustique). Le champ de vitesse au voisinage de la membrane d'un microphone un pouce est présenté sur la Fig. 5.4 pour une phase donnée (phase n°3).

Les images PIV mettent en évidence l'évolution des lignes de champ de la vitesse acoustique au voisinage du microphone. Les lignes de champ contournent le microphone symétriquement par rapport à son axe central pour fuir à chacune de ses deux extrémités. Le sens des vecteurs du champ de vitesse est dirigé vers la membrane lorsque la phase considérée sur la période acoustique correspond à une amplitude positive de la vitesse et au contraire le sens des vecteurs s'éloignent de la membrane lorsque la phase considérée correspond à une amplitude négative (cf. Annexe I). Dans la région centrale au voisinage très proche de la membrane le champ de vitesse tend à s'annuler dans les 4 derniers mm, car la membrane est suffisamment rigide pour entraîner une diminution significative de la vitesse en regard de la vitesse mesurée à 10 mm de la membrane (la composante de la vitesse parallèle à la membrane du microphone est quasi nulle au centre de la membrane de l'ordre de 1.10^{-4} m/s et la composante de la vitesse normale à la membrane passe de 0.045 m/s à 10 mm de la membrane à environ 0.002 m/s au centre de la membrane). Cette diminution n'est cependant pas homogène sur toute la largeur de la membrane microphonique. Ainsi, par exemple pour la phase n°3 dans les 2 derniers mm à l'avant de la membrane, l'amplitude des vecteurs diminue sensiblement des extrémités du microphone vers le centre de la membrane pour passer d'environ 0.05 m/s à l'extrémité à 0.02 m/s à 4 mm de cette même extrémité. À noter cependant que les modules des vecteurs vitesses au niveau de chacune des deux extrémités du microphone sont du même ordre de grandeur que ceux observés à une distance de 10 mm de la membrane correspondant au régime d'ondes planes. La composante de la vitesse parallèle à la membrane du microphone est nulle dans la région "ondes planes" et augmente à mesure que la zone d'observation de la vitesse s'approche du microphone.

L'évolution des lignes de champ de la vitesse acoustique laisse apparaître la nécessité de développer un modèle physique du champ de pression au minimum à deux dimensions (2D). L'analyse du comportement de ce champ de vitesse permet de considérer un volume d'étude cylindrique situé à l'avant de la membrane microphonique avec les composantes des vitesses normales aux frontières de ce volume (composantes des vitesses parallèles au microphone, voir Fig. 5.5). À partir de ce volume et de l'action des vitesses sur ce dernier, la recherche d'un modèle analytique reliant la pression à l'intérieur du volume (à la coordonnée (r, θ, x)) aux composantes normales des vitesses acoustiques sur ses frontières a été envisagé à l'aide de la formulation intégrale (cf. § 5.3).

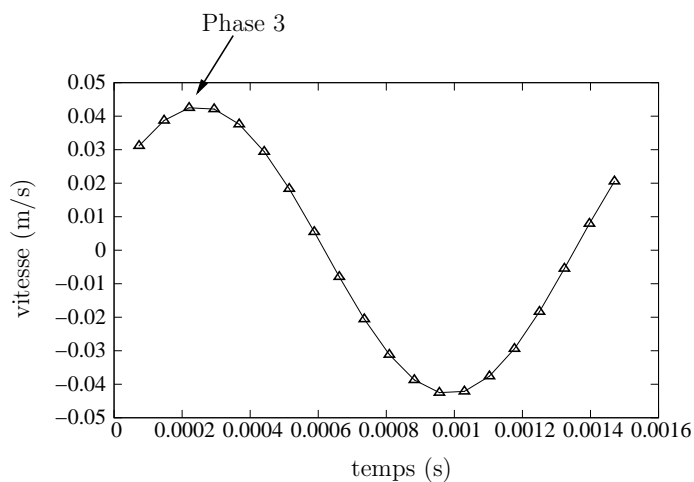


FIG. 5.3: Répartition des 20 phases de mesure sur une période acoustique.

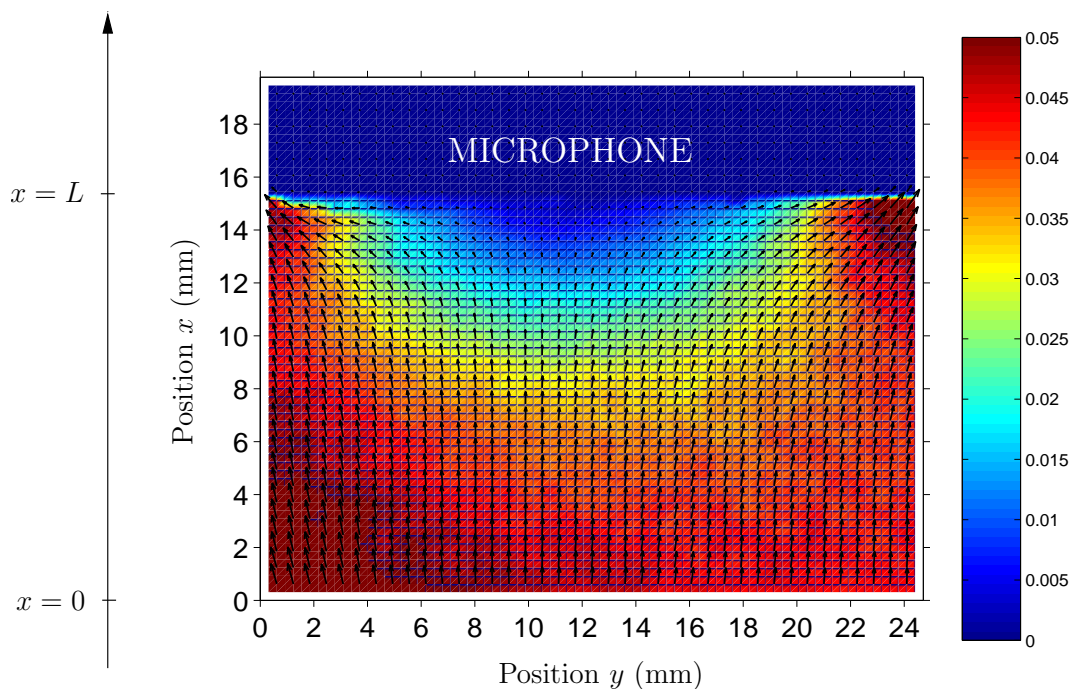


FIG. 5.4: Visualisation du champ de vitesse acoustique devant la membrane d'un microphone 1 pouce par mesure PIV (phase 3 de la période acoustique présentée sur la Fig. 5.3).

5.3 Modèle analytique du champ de pression au voisinage de la membrane microphonique

D'après le comportement du champ de vitesse au voisinage de la membrane microphonique (Fig. 5.4 et Annexe I), un développement analytique du champ de pression est proposé en considérant un volume d'étude "fluide" (air) situé à l'avant du microphone (voir Fig. 5.5). La pression acoustique à l'intérieur du volume peut alors être estimée à la coordonnée (r, θ, x) à partir de la mesure des composantes des vitesses normales aux frontières de ce volume en utilisant la formulation intégrale.

Le système étudié, représenté sur la Fig. 5.5, est constitué d'une colonne de fluide de longueur L , de forme cylindrique, de section circulaire de rayon r_a qui présente une symétrie de révolution. Les sections circulaires (\mathcal{S}_1 , \mathcal{S}_2) et la surface de la colonne de fluide \mathcal{S}_3 sont soumises respectivement aux vitesses v_{n1} , v_{n2} (normales et uniformes sur toute la section considérée) et v_{n3} (normale et variable sur la section \mathcal{S}_3).

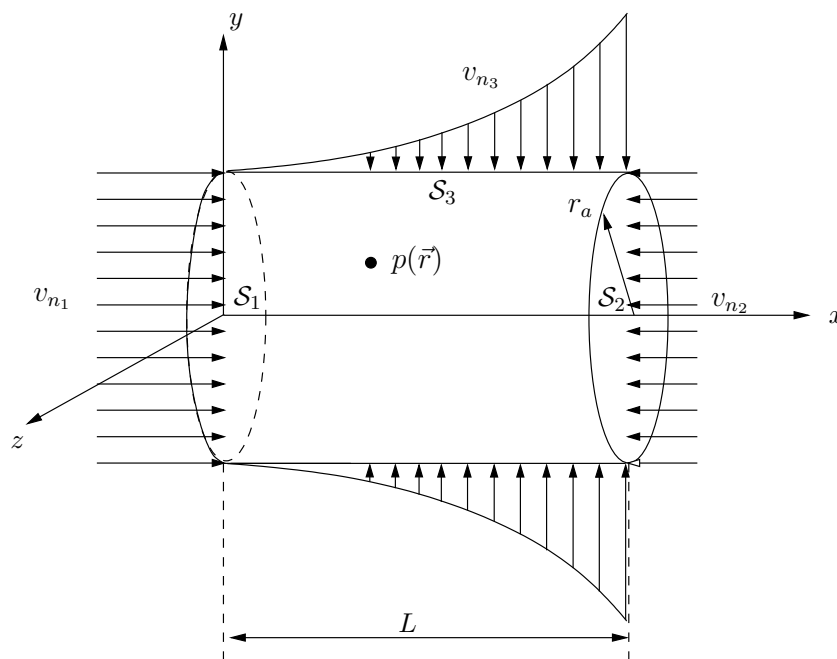


FIG. 5.5: Représentation du volume d'étude à l'avant de la membrane microphonique.

L'étude proposée considère un profil de vitesse v_{n3} correspondant à une première description du comportement de la vitesse normale à la surface \mathcal{S}_3 , obtenu à partir des acquisitions PIV (Fig. 5.6) et modélisé sur la Fig. 5.5. Une formulation intégrale générale de la pression dans le volume est cependant proposée afin, moyennant quelques calculs, d'adapter d'autres profils de vitesse sur la surface \mathcal{S}_3 du cylindre. Puis, l'expression spécifique de la pression pour le profil de vitesse v_{n3} présenté sur la Fig. 5.6 est exposée.

5.3.1 Equation intégrale de la pression dans le volume, théorème de Green

Le volume d'étude est le siège d'un champ acoustique créé par les vitesses normales aux surfaces \mathcal{S}_1 , \mathcal{S}_2 et \mathcal{S}_3 . Le nombre d'onde k ne tient pas compte des pertes visco-thermiques en parois, compte tenue de la nature des parois du cylindre, à savoir parois "fluides" de même nature que le fluide dans le cylindre (air). La propagation des ondes dans le cylindre est régie par l'équation

$$(\Delta + k^2)p(\vec{r}) = 0 \quad \forall \vec{r} \in \mathcal{D}. \quad (5.1)$$

À cette équation de propagation sont associées les conditions aux frontières suivantes :

$$v_x = v_{n_1}(r) \quad \text{pour } r \in (0, r_a), \theta \in (0, 2\pi), x = 0 \quad (5.2)$$

$$v_x = v_{n_2}(r) \quad \text{pour } r \in (0, r_a), \theta \in (0, 2\pi), x = L \quad (5.3)$$

$$v_{\vec{r}} = v_{n_3}(x) \quad \text{pour } r = r_a, \theta \in (0, 2\pi), x \in (0, L), \quad (5.4)$$

avec le vecteur \vec{r} représentant les trois coordonnées r , θ et x .

Le champ de pression acoustique $p(\vec{r})$ dans un domaine \mathcal{D} limité par une surface \mathcal{S} peut s'écrire sous la forme intégrale suivante [16] (le facteur $\exp(j\omega t)$ est omis)

$$p(\vec{r}) = \iiint_{\mathcal{D}} G(\vec{r}, \vec{r}_0) f(\vec{r}_0) dD_0 + \iint_{\mathcal{S}} [G(\vec{r}, \vec{r}_0) \partial_{n_0} p(\vec{r}_0) - p(\vec{r}_0) \partial_{n_0} G(\vec{r}, \vec{r}_0)] dS_0, \quad (5.5)$$

où la dérivée ∂_{n_0} est associée à la dérivée suivant la normale locale à la surface \mathcal{S} orientée vers l'intérieur du volume. La fonction $f(\vec{r}_0)$ représente l'action des sources réparties à l'intérieur du domaine \mathcal{D} : dans le cas présent $f(\vec{r}_0) = 0$. La fonction de Green $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$ satisfait alors à l'équation

$$(\Delta + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad \text{dans } \mathcal{D}, \quad (5.6)$$

et à des conditions aux limites a priori quelconques sur la surface \mathcal{S} , ($\delta(\vec{r}, \vec{r}_0)$ étant la distribution de Dirac). Cette relation générale issue du théorème de Green [16] appliquée au volume d'étude permet d'exprimer, grâce au choix d'une fonction de Green adaptée, la pression acoustique en tout point du volume d'étude.

L'objectif étant d'estimer une pression à partir de mesures de vitesses, il est alors indispensable de choisir une fonction de Green qui permette de s'affranchir de toute mesure de pression. En effet, une mesure de pression est non-envisageable puisque le microphone introduit perturberait fortement le champ à étudier. Ainsi, la fonction de Green est ici choisie de manière à satisfaire sur l'ensemble des parois de la cavité aux conditions

$$\partial_{n_0} G(\vec{r}, \vec{r}_0) = 0 \quad \text{pour } r \in (0, r_a), \theta \in (0, 2\pi), x = 0, \quad (5.7)$$

$$\partial_{n_0} G(\vec{r}, \vec{r}_0) = 0 \quad \text{pour } r \in (0, r_a), \theta \in (0, 2\pi), x = L, \quad (5.8)$$

$$\partial_{n_0} G(\vec{r}, \vec{r}_0) = 0 \quad \text{pour } r = r_a, \theta \in (0, 2\pi), x \in (0, L). \quad (5.9)$$

Ces conditions permettent d'exprimer l'intégrale de surface (Eq. (5.5)), soit la pression acoustique en tout point du volume, de la manière suivante

$$p(\vec{r}) = \iint_{\mathcal{S}} G(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial n_0} p(\vec{r}_0) dS, \quad (5.10)$$

$$= -j\omega\rho \iint_{\mathcal{S}} G(\vec{r}, \vec{r}_0) v_{n_0}(\vec{r}_0) dS, \quad (5.11)$$

conduisant, dans le cas du cylindre, à

$$p(\vec{r}) = -j\omega\rho \sum_i \iint_{\mathcal{S}_i} G(\vec{r}, \vec{r}_0) v_{n_i}(\vec{r}_0) dS_0, \quad (5.12)$$

pour $i = 1, 2$ et 3 avec $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ les surfaces respectives des sections droites du cylindre en $x = 0, x = L$, \mathcal{S}_3 la surface de la colonne du cylindre pour $x \in (0, L)$ et $v_{n_1}, v_{n_2}, v_{n_3}$ les vitesses normales aux sections $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \mathcal{S}_3$.

Les conditions aux limites, soient les vitesses, vont alors imposées la physique du système.

5.3.2 Fonction de Green du système acoustique, problème aux valeurs propres

La fonction de Green, solution du problème décrit par l'Eq. (5.6), peut s'écrire

$$(\Delta_{\vec{w}} + \partial_x^2 + k^2)G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = -\delta(\vec{w} - \vec{w}_0)\delta(x - x_0) \quad \text{dans } \mathcal{D}, \quad (5.13)$$

avec $\Delta_{\vec{w}} = (1/r)\partial_r(r\partial_r) + (1/r^2)\partial_\theta^2$ et les conditions aux frontières (Eqs. (5.7),(5.8) et (5.9)) suivantes

$$\partial_{n_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = \partial_{x_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = 0 \quad \text{pour } x = 0, \quad (5.14)$$

$$\partial_{n_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = \partial_{x_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = 0 \quad \text{pour } x = L, \quad (5.15)$$

$$\partial_{n_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = \partial_{r_0}G(\vec{w}, x; \vec{w}_0, x_0) = 0 \quad \text{pour } r = r_a. \quad (5.16)$$

La fonction de Green peut être recherchée sous la forme d'un développement sur la base des fonctions propres du cylindre $\Psi_{\mu\nu}(\vec{w})$ [16], les coefficients du développement dépendent alors de la variable x

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} g_{\mu, \nu}(x, x_0) \Psi_{\mu\nu}(\vec{w}_0) \Psi_{\mu\nu}(\vec{w}). \quad (5.17)$$

Les fonctions propres $\Psi_{\mu\nu}(\vec{w}) = \Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$ sont solutions du problème aux valeurs propres

$$(\Delta_{\vec{w}} + k_{w\mu\nu}^2)\Psi_{\mu\nu}(r, \theta) = 0 \quad \forall r \in (0, r_a) \quad \text{et} \quad \forall \theta \in (0, 2\pi), \quad (5.18)$$

$$\partial_{n_0}\Psi_{\mu\nu}(r, \theta) = 0 \quad \text{en } r = r_a \quad \text{et} \quad \forall \theta \in (0, 2\pi); \quad (5.19)$$

elles s'écrivent

$$\Psi_{\mu\nu}(r, \theta) = A_{\mu\nu} \cos(\mu\theta) J_\mu(k_{w\mu\nu}r), \quad (5.20)$$

avec les valeurs propres $k_{w\mu\nu}$ imposées par les conditions aux frontières du problème (Eq. (5.19), conditions de Neumann) :

$$k_{w\mu\nu} = \frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a}, \quad (5.21)$$

où $\gamma_{\mu\nu}$ ($\nu = 0, 1, 2, 3, \dots$) correspond au $(\nu + 1)$ ième zéro de la dérivée première de la fonction de Bessel J_μ (soit $J'_\mu(\gamma_{\mu\nu}) = 0$).

Le coefficient $A_{\mu\nu}$ s'exprime en normalisant les fonctions propres $\Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$ (Eq. (5.20)) grâce à leur propriété d'orthogonalité

$$\int_0^{r_a} \int_0^{2\pi} \Psi_{\mu'\nu'}(r, \theta) \Psi_{\mu\nu}(r, \theta) dr d\theta = \delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'}, \quad (5.22)$$

soit

$$A_{\mu\nu}^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\mu\theta) d\theta \int_0^{r_a} J_\mu^2\left(\frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a}r\right) dr = 1. \quad (5.23)$$

Sachant que

$$\int_0^{r_a} J_\mu^2\left(\frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a}r\right) dr = \frac{\gamma_{\mu\nu}^2 - \mu^2}{2\left(\frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a}\right)^2} J_\mu^2(\gamma_{\mu\nu}), \quad (5.24)$$

l'Eq. (5.23) conduit à

$$A_{\mu\nu}^2 = \frac{2}{(1 + \delta_{\mu 0})\pi r_a^2 \left(1 - \frac{\mu^2}{\gamma_{\mu\nu}^2}\right) J_\mu^2(\gamma_{\mu\nu})}. \quad (5.25)$$

L'expression complète de la fonction de Green (Eq. (5.17)), satisfaisant à l'équation de propagation des ondes (Eq. (5.13)) et aux conditions aux frontières (Eqs. (5.14), (5.15) et (5.16)), nécessite le calcul des coefficients du développement $g_{\mu\nu}(x, x_0)$. Ces coefficients sont solutions de l'équation

$$[\partial_x^2 + k_{x\mu\nu}^2]g_{\mu\nu}(x, x_0) = -\delta(x - x_0) \quad x \in (0, L), \quad (5.26)$$

avec

$$k_{x\mu\nu}^2 = k^2 - k_{w\mu\nu}^2, \quad (5.27)$$

obtenue par le report de l'Eq. (5.17) dans l'Eq. (5.13) et en faisant usage de la relation d'orthogonalité des fonctions propres $\Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$ et de l'Eq. (5.18). À cette équation (5.26), il convient d'associer les conditions aux frontières suivantes

$$\partial_x g_{\mu\nu}(x, x_0) = 0 \quad \text{pour } x = 0 \quad (5.28)$$

$$\partial_x g_{\mu\nu}(x, x_0) = 0 \quad \text{pour } x = L, \quad (5.29)$$

et la solution de ce problème s'écrit [16, 45]

$$\text{si } x < x_0 \quad g_{\mu\nu}(x, x_0) = -\frac{\cos(k_{x\mu\nu}x) \cos[k_{x\mu\nu}(x_0 - L)]}{k_{x\mu\nu} \sin(k_{x\mu\nu}L)}, \quad (5.30)$$

$$\text{si } x > x_0 \quad g_{\mu\nu}(x, x_0) = -\frac{\cos(k_{x\mu\nu}x_0) \cos[k_{x\mu\nu}(x - L)]}{k_{x\mu\nu} \sin(k_{x\mu\nu}L)}. \quad (5.31)$$

5.3.3 Pression acoustique dans le volume

5.3.3.a Formulation générale

Le champ acoustique dans le volume d'étude est obtenu en reportant la fonction de Green, exprimée dans le paragraphe précédent par l'Eq. (5.17), dans l'Eq. (5.12) :

$$p(\vec{r}) = -j\omega\rho \sum_i \iint_{\mathcal{S}_i} \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} g_{\mu, \nu}(x, x_0) \Psi_{\mu\nu}(\vec{w}_0) \Psi_{\mu\nu}(\vec{w}) v_{n_i}(\vec{r}_0) dS_0, \quad (5.32)$$

pour $i = 1, 2$ et 3 correspondant respectivement aux surfaces \mathcal{S}_i et aux vitesses v_{n_i} normales à celles-ci.

Compte tenu de la forme de la fonction de Green, la pression $p(\vec{r}) = p(r, \theta, x)$ apparaît sous la forme d'un développement sur les fonctions propres $\Psi_{\mu\nu}(\vec{w}) = \Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$ et peut s'écrire

$$p(r, \theta, x) = \sum_{i=1}^3 p_i(r, \theta, x), \quad (5.33)$$

avec

$$p_1(r, \theta, x) = -j\omega\rho \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} g_{\mu, \nu}(x, 0) \langle v_{n_1} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_1 \Psi_{\mu\nu}(r, \theta), \quad (5.34)$$

$$p_2(r, \theta, x) = -j\omega\rho \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} g_{\mu, \nu}(x, L) \langle v_{n_2} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_2 \Psi_{\mu\nu}(r, \theta), \quad (5.35)$$

$$p_3(r, \theta, x) = -j\omega\rho \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} \langle g_{\mu, \nu}(x, x_0) v_{n_3} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_3 \Psi_{\mu\nu}(r, \theta), \quad (5.36)$$

où la notation $\langle v_{n_i} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_i$ (pour $i = 1$ et 2) désigne l'intégrale sur \mathcal{S}_i du produit $v_{n_i}(r, \theta) \Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$ et $\langle g_{\mu, \nu}(x, x_0) v_{n_3} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_3$ caractérise l'intégrale sur \mathcal{S}_3 du produit $g_{\mu, \nu}(x, x_0) v_{n_3}(r, \theta) \Psi_{\mu\nu}(r, \theta)$.

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_1

Sachant que l'intégrale du produit $\langle v_{n_1} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_1$ sur la surface \mathcal{S}_1 s'énonce

$$\langle v_{n_1} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_1 = \int_0^{r_a} \int_0^{2\pi} r_0 v_{n_1}(r_0, \theta_0) \Psi_{\mu\nu}(r_0, \theta_0) dr_0 d\theta_0, \quad (5.37)$$

le champ de pression $p_1(r, \theta, x)$, en considérant le champ de vitesse v_{n_1} en $x = 0$ (normal à la surface \mathcal{S}_1) indépendant de θ , s'exprime

$$\begin{aligned} p_1(r, \theta, x) &= -j\omega\rho \sum_{\mu, \nu=0}^{\infty} g_{\mu\nu}(x, 0) A_{0\nu}^2 \cos(\mu\theta) J_{\mu} \left(\frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a} r \right) 2\pi \delta_{\mu 0} \\ &\quad \times \int_0^{r_a} v_{n_1}(r_0) J_{\mu} \left(\frac{\gamma_{\mu\nu}}{r_a} r_0 \right) r_0 dr_0, \end{aligned} \quad (5.38)$$

en utilisant les Eqs. (5.20) et (5.21) avec $g_{\mu, \nu}(x, 0)$ pour $x > x_0$. Compte tenu de la symétrie de révolution de la cavité, le champ de pression p_1 est indépendant de θ ($\mu = 0$) et s'énonce

$$p_1(r, x) = -j\omega\rho \sum_{\nu=0}^{\infty} g_{0\nu}(x, 0) A_{0\nu}^2 J_0 \left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r \right) 2\pi \int_0^{r_a} v_{n_1}(r_0) J_0 \left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r_0 \right) r_0 dr_0, \quad (5.39)$$

avec

$$g_{0\nu}(x, 0) = -\frac{\cos[k_{x0\nu}(x - L)]}{k_{x0\nu} \sin(k_{x0\nu}L)} \quad \text{pour } x > x_0, \quad (5.40)$$

et

$$A_{0\nu}^2 = \frac{1}{r_a^2 \pi J_0^2(\gamma_{0\nu})}. \quad (5.41)$$

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_2

A l'instar du calcul mené pour obtenir l'expression générale de p_1 :

$$\langle v_{n_2} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_2 = \int_0^{r_a} \int_0^{2\pi} r_0 v_{n_2}(r_0) \Psi_{\mu\nu}(r_0, \theta_0) dr_0 d\theta_0, \quad (5.42)$$

avec v_{n_2} en $x = L$ (normal à la surface \mathcal{S}_2) également indépendant de θ . D'après la symétrie de révolution du système, le champ de pression $p_2(r, x)$ est indépendant de θ et s'exprime alors

$$p_2(r, x) = -j\omega\rho \sum_{\nu=0}^{\infty} g_{0\nu}(x, L) A_{0\nu}^2 J_0 \left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r \right) 2\pi \int_0^{r_a} v_{n_2}(r_0) J_0 \left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r_0 \right) r_0 dr_0, \quad (5.43)$$

avec

$$g_{0\nu}(x, L) = -\frac{\cos(k_{x0\nu}x)}{k_{x0\nu} \sin(k_{x0\nu}L)} \quad \text{pour } x < x_0, \quad (5.44)$$

et $A_{0\nu}$ correspond à l'Eq. (5.41).

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_3

Sachant que l'intégrale du produit $\langle v_{n_3} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_3$ sur la surface \mathcal{S}_3 s'énonce

$$\langle g_{\mu\nu}(x, x_0) v_{n_3} | \Psi_{\mu\nu} \rangle_3 = r_a \int_0^L \int_0^{2\pi} g_{\mu\nu}(x, x_0) v_{n_3}(x_0) \Psi_{\mu\nu}(r_0, \theta_0) dx_0 d\theta_0, \quad (5.45)$$

avec v_{n_3} indépendant de r et θ mais variant suivant x . En tenant compte de la symétrie de révolution ($\mu = 0$) le champ de pression $p_3(r, x)$ s'exprime

$$p_3(r, x) = -j\omega\rho \sum_{\nu=0}^{\infty} A_{0\nu}^2 J_0 \left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r \right) J_0(\gamma_{0\nu}) 2\pi r_a \int_0^L v_{n_3}(x_0) g_{\mu\nu}(x, x_0) dx_0, \quad (5.46)$$

grâce aux Eqs. (5.20) et (5.21). L'expression de $g_{\mu\nu}(x, x_0)$ dépend du profil de vitesse $v_{n_3}(x_0)$ considéré.

5.3.3.b Champ acoustique : cas du mode plan

Revenons à la Fig. 5.5 où les vitesses v_{n_1} , v_{n_2} et v_{n_3} agissent respectivement sur chacune des surfaces \mathcal{S}_1 , \mathcal{S}_2 et \mathcal{S}_3 . Ne considérer que le mode plan revient à annuler la vitesse sur la surface de la colonne du cylindre \mathcal{S}_3 (pas de fuites), à savoir v_{n_3} . Le système étudié ne comporte alors plus que les contributions, sur chacune des deux sections du cylindre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 , des vitesses v_{n_1} (en $x = 0$) et v_{n_2} (en $x = L$), uniformes donc indépendantes de r et θ . Cette configuration correspond à celle adoptée dans le chapitre précédent (Chap. 4) dans le but de valider la faisabilité d'estimer une pression à partir de deux mesures de vitesses dans un tube excité en ondes planes.

Ce paragraphe a pour objectif de montrer que la formulation intégrale du champ de pression dans la cavité cylindrique (Fig. 5.5) permet de retrouver dans le cas d'une onde plane la relation (4.9) développée au Chap. 4 à l'aide de la loi de conservation de la masse et des propriétés d'adiabaticité du fluide (cf. § 4.2.1).

Les pressions p_1 et p_2 sont indépendantes de r et θ (symétrie de révolution et mode plan sur les surfaces \mathcal{S}_1 en $x = 0$ et \mathcal{S}_2 en $x = L$).

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_1

Si seul le mode plan est considéré en $x = 0$, la vitesse $v_{n_1}(r_0) = v_{n_1}$ et $\nu = 0$. La pression p_1 (Eq. (5.39)) a alors pour expression

$$p_1(x) = j\omega\rho \frac{\cos[k(x-L)]}{k \sin(kL)} v_{n_1}, \quad (5.47)$$

grâce aux Eqs. (5.40) et (5.41) avec $k = k_{x00}$, $\gamma_{00} = 0$, $J_0(\gamma_{00}) = 1$ et $\int_0^{r_a} J_0(\gamma_{0\mu}r/r_a)dr = r_a^2/2$ pour $\nu = 0$.

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_2

Comme dans le cas de la pression p_1 , seul le mode plan est considéré en $z = L$, la vitesse $v_{n_2}(r_0) = v_{n_2}$ et $\nu = 0$. La pression p_2 (Eq. (5.43)) a alors pour expression

$$p_2(x) = j\omega\rho \frac{\cos(kx)}{k \sin(kL)} v_{n_2}, \quad (5.48)$$

grâce aux Eqs. (5.41) et (5.44) avec $k = k_{x00}$, $\gamma_{00} = 0$, $J_0(\gamma_{00}) = 1$ et $\int_0^{r_a} J_0(\gamma_{0\mu}r/r_a)dr = r_a^2/2$ pour $\nu = 0$.

Champ de pression total (mode plan)

L'expression de la pression dans le volume est donnée par

$$p(x) = p_1(x) + p_2(x), \quad (5.49)$$

$$p(x) = \frac{j\omega}{k \sin(kL)} \cos[k(x-L)]v_{n_1} + \frac{j\omega}{k \sin(kL)} \cos(kx)v_{n_2}. \quad (5.50)$$

La configuration adoptée au Chap. 4 considère l'estimation de la pression à égale distance de v_{n_1} (en $x = 0$) et v_{n_2} (en $x = L$), soit en $x = L/2$. La pression $p(x)$, mesurée en $x = L/2$ a alors pour formulation

$$p(x) = j\omega\rho \frac{v_{n_1} + v_{n_2}}{2 \sin\left(\frac{kL}{2}\right)}. \quad (5.51)$$

L'expression obtenue de la pression dans la cavité (Eq. (5.51)) est effectivement analogue à l'Eq. (4.9) : Δx correspond ici à L et $\Delta \bar{V}$ est associé à $v_{n_1} + v_{n_2}$, car la convention adoptée dans le cas de la formulation intégrale considère les vitesses comme positives pour les normales aux surfaces orientées vers l'intérieur de la cavité.

5.3.3.c Champ acoustique au voisinage de la membrane microphonique

Le modèle permettant d'exprimer le champ acoustique à l'avant de la membrane microphonique considère une cavité cylindrique décrit sur la Fig. 5.5 et suppose que la membrane du microphone soit placée au niveau de la paroi \mathcal{S}_2 . Les images PIV (Fig. 5.4 et Annexe I) montrent que la vitesse normale au niveau de la membrane du microphone est quasi nulle. Le développement analytique de la pression proposé dans ce paragraphe considère alors la vitesse sur la section \mathcal{S}_2 comme nulle. Ainsi,

$$v_{n_2}(r_0) = v_{n_2} = 0 \quad \text{en } x = L, \quad (5.52)$$

le champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_2 d'après l'Eq. (5.43) vaut alors

$$p_2(r, x) = 0. \quad (5.53)$$

Le champ de pression acoustique dans la cavité au voisinage de la membrane du microphone s'exprime par

$$p(r, x) = p_1(r, x) + p_3(r, x), \quad (5.54)$$

avec $p_1(r, x)$ le champ de pression dû à l'action de la vitesse v_{n_1} sur la surface \mathcal{S}_1 et $p_3(r, x)$ le champ de pression dû à l'action de la vitesse v_{n_3} sur la surface \mathcal{S}_3 . Les résultats expérimentaux permettent d'affirmer qu'en $x = 0$ seul le mode plan est considéré, la vitesse $v_{n_1}(r_0)$ se réduit alors à v_{n_1} et $\nu = 0$. La pression $p_1(r, x)$ correspond donc à l'expression $p_1(x)$ donnée par l'Eq. (5.47).

Champ de pression dû à la surface \mathcal{S}_3

Les résultats expérimentaux visualisés sur les Figs. 5.4 et 5.6 permettent de définir un modèle du profil de vitesse $v_{n_3}(x)$ le long de la colonne de fluide du cylindre modélisé sur la Fig. 5.5. Le champ de pression $p_3(r, x)$ s'énonce alors

$$p_3(r, x) = -j\omega\rho \sum_{\nu=0}^{\infty} A_{0\nu}^2 J_0\left(\frac{\gamma_{0\nu} r}{r_a}\right) J_0(\gamma_{0\nu}) 2\pi r_a \times \left\{ \int_0^x v_{n_3}(x_0) g_{0\nu}(x, x_0)|_{x>x_0} dx_0 + \int_x^L v_{n_3}(x_0) g_{0\nu}(x, x_0)|_{x<x_0} dx_0 \right\}, \quad (5.55)$$

avec $g_{0\nu}(x, x_0)|_{x<x_0}$ associé à $g_{0\nu}(x, x_0)$ pour $x < x_0$ (Eq. (5.30) pour $\nu = 0$) et $g_{0\nu}(x, x_0)|_{x>x_0}$ associé à $g_{0\nu}(x, x_0)$ pour $x > x_0$ (Eq. (5.31) pour $\nu = 0$). En remplaçant $g_{0\nu}(x, x_0)|_{x<x_0}$ et $g_{0\nu}(x, x_0)|_{x>x_0}$ par leurs expressions respectives et $A_{0\nu}$ par l'Eq. (5.41) dans l'Eq. (5.55), la pression $p_3(r, x)$ s'écrit

$$p_3(r, x) = \frac{j\omega 2\rho}{r_a} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\gamma_{0\nu} r}{r_a}\right)}{J_0(\gamma_{0\nu})} \frac{1}{k_{x0\nu} \sin(k_{x0\nu} L)} \times \left\{ \cos[k_{x0\nu}(x - L)] \int_0^x v_{n_3}(x_0) \cos(k_{x0\nu} x_0) dx_0 + \cos(k_{x0\nu} x) \int_x^L v_{n_3}(x_0) \cos[k_{x0\nu}(x_0 - L)] dx_0 \right\}. \quad (5.56)$$

Afin d'exprimer le champ de pression dû à l'action de la vitesse $v_{n_3}(x)$ sur la surface \mathcal{S}_3 (Eq. (5.56)), l'expression du profil de vitesse est nécessaire. D'après l'étude des cartographies du champ de vitesse

PIV obtenu au voisinage de la membrane microphonique (Figs. 5.4, 5.6 et Annexe I), un premier modèle parabolique du profil des vitesses normales au cylindre d'étude est modélisé sur la Fig. 5.5 et étudié dans ce chapitre. L'équation associée est la suivante

$$v_{n_3}(x) = -\eta x^2 \quad \text{pour } x \in (0, L) \quad \text{et } \eta > 0, \quad (5.57)$$

avec η le coefficient associé au profil de vitesse. En remplaçant $v_{n_3}(x)$ pour $x \in (0, L)$ par son expression (5.57) dans l'Eq. (5.56), le champ de pression $p_3(r, x)$ s'énonce

$$p_3(r, x) = \frac{j\omega 2\rho}{r_a} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\gamma_{0\nu}}{r_a} r\right)}{J_0(\gamma_{0\nu})} \frac{\eta}{k_{x0\nu}^2 \sin(k_{x0\nu} L)} \times \left\{ x^2 \sin(k_{x0\nu} L) + \frac{2}{k_{x0\nu}} \left[-\frac{1}{k_{x0\nu}} \sin(k_{x0\nu} L) + L \cos(k_{x0\nu} x) \right] \right\} \quad (5.58)$$

avec $k_{x0\nu}^2 = k^2 - k_{w0\nu}^2$ et $k_{w0\nu} = \gamma_{0\nu}/r_a$ et $\gamma_{0\nu}$ correspondant aux $(\nu + 1)^{\text{ème}}$ zéros de la dérivée première de la fonction de Bessel de première espèce J_0 .

Afin de caractériser le champ dans la cavité à l'avant de la membrane, il convient de considérer la somme des contributions des pressions p_1 et p_3 , données respectivement par les Eqs. (5.47) et (5.58).

5.3.4 Résultats théoriques : champ acoustique au voisinage de la membrane microphonique

Ce paragraphe a pour objectif de quantifier l'influence de la vitesse normale à la surface \mathcal{S}_3 , due aux fuites, sur la pression estimée au niveau de la membrane microphonique (à savoir en $x = L$ sur la Fig. 5.5). L'étude du profil de vitesse normale, obtenu grâce à l'image PIV (Fig. 5.4, phase n°3 : amplitude maximale de la vitesse acoustique sur une période acoustique) au niveau de la paroi \mathcal{S}_3 du cylindre d'étude (voir Fig. 5.6) a permis de considérer un modèle parabolique pour la vitesse normale v_{n_3} . Ce modèle parabolique a été utilisé pour le calcul de la pression dans la cavité à l'avant de la membrane au § 5.3.3.c .

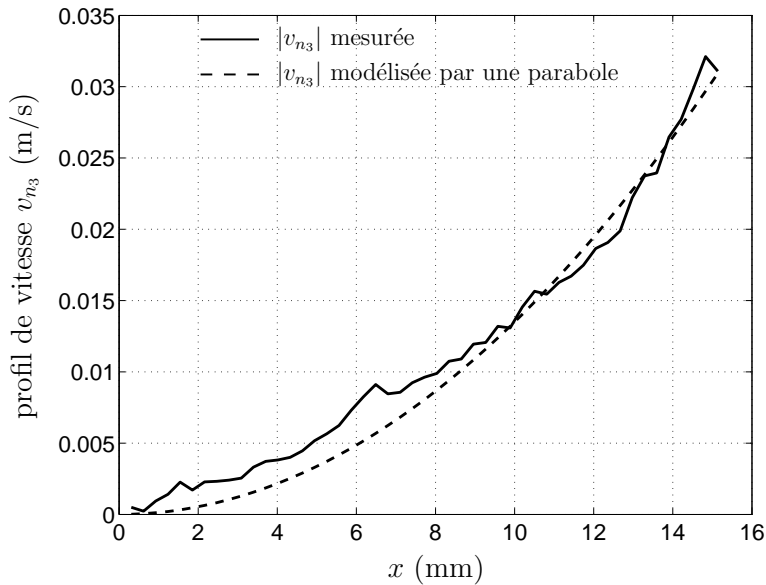
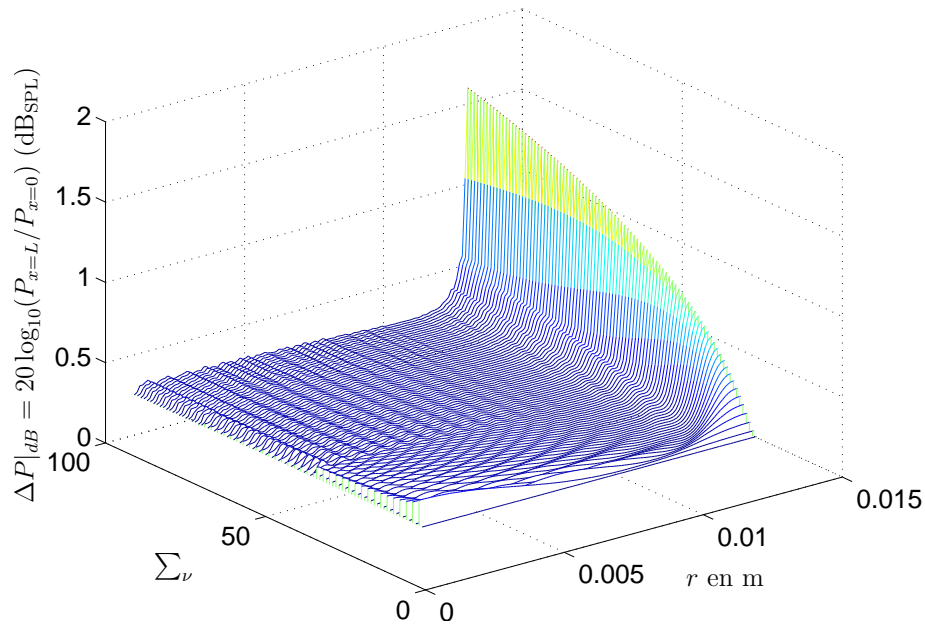
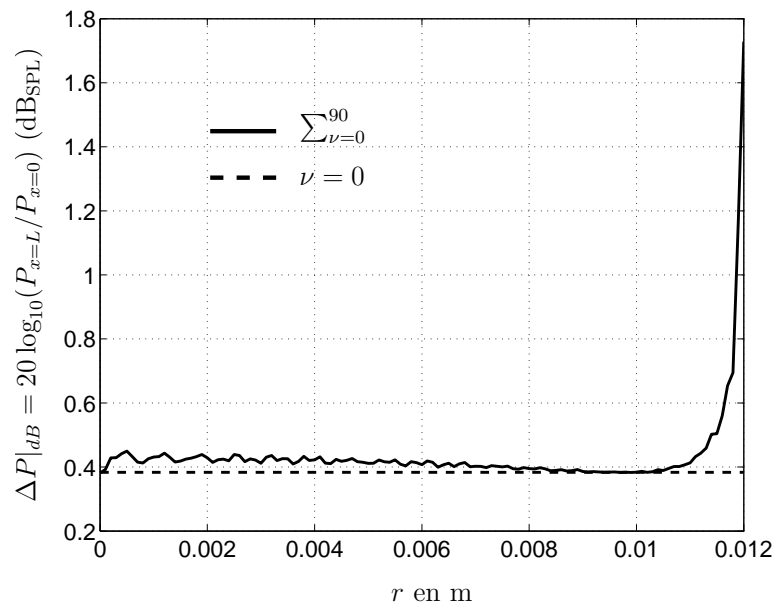


FIG. 5.6: Modèle de la vitesse v_{n_3} (---) : parabole de coefficient η , associée au profil de vitesse mesuré (—).

D'après les résultats expérimentaux, le profil de vitesse parabolique débute à une distance de 15.132 mm de la membrane microphonique avec un coefficient η égal à $135 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ (voir Fig. 5.6). Le rayon r_a du microphone 1 pouce est choisi égal à 12 mm et la fréquence acoustique est de 680 Hz pour la simulation du champ de pression.



(a)



(b)

FIG. 5.7: Différence entre les modules de la pression acoustique estimée grâce au formalisme de Green en $x = L$ (sur la membrane) et en $x = 0$ (à 15.132 mm de la membrane : comportement en ondes planes) : $\Delta P|_{dB} = 20 \log_{10}(P_{x=L}/P_{x=0})$ en fonction de r pour (a) : des contributions modales différentes allant du mode plan $\nu = 0$ à la somme des modes supérieurs $\sum_{\nu=0}^{90}$ et (b) : deux contributions modales différentes : mode plan $\nu = 0$ (---) et la somme des modes supérieurs $\sum_{\nu=0}^{90}$ (-).

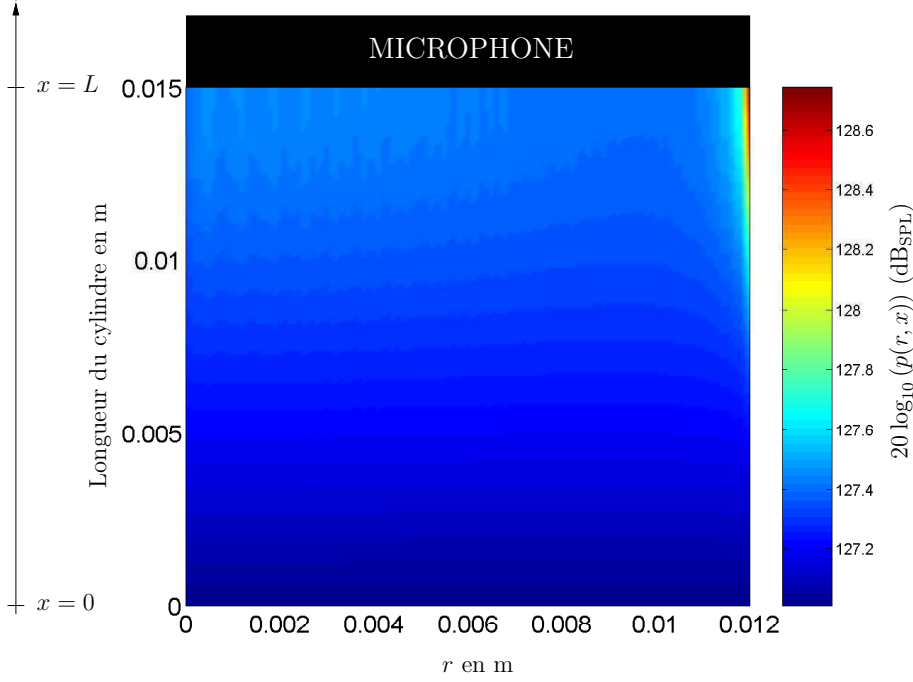


FIG. 5.8: Champ de pression acoustique total $p(r, x)$ 2D dans le volume d'étude à l'avant du microphone pour une contribution modale de 90 modes supérieurs ($\sum_{\nu=0}^{90}$) exprimé en dB_{SPL} .

Les simulations numériques ont été réalisées pour des contributions modales variant du mode plan ν égal 0 à une somme de modes ν variant de 0 à 90 [33]. Les Figs. 5.7.a et 5.7.b présentent la différence entre le module de la pression acoustique estimée grâce au formalisme de Green sur la membrane en $x = L$ et à 15.132 mm de la membrane en $x = 0$ (comportement en ondes planes). La Fig. 5.7.a montre l'influence du nombre de modes sur la pression calculée. La Fig. 5.7.b propose, quant à elle, de comparer le mode plan ν égal 0 avec la somme de modes supérieurs ν allant de 0 à 90. L'examen de la Fig. 5.7.a met en évidence une augmentation locale très nette de la différence de pression acoustique $\Delta P|_{\text{dB}}$ au niveau des coins du microphone, à mesure que la contribution modale augmente. Pour tendre vers une représentation réaliste du champ de pression au niveau de la membrane, un nombre de modes infini devrait être considéré. L'analyse du nombre d'onde k laisse apparaître que seul le mode plan est propagatif et que les modes supérieurs sont évanescents. Une première interprétation des résultats obtenus sur les Figs. 5.7.a et 5.7.b consiste à considérer que la diffraction de l'onde (plane) incidente sur l'arête du microphone se comporte comme une source d'ondes évanescents (redistribution de l'onde plane sur tous les modes supérieurs évanescents). La Fig. 5.8 montre l'évolution en 2D du champ de pression acoustique total $p(r, x)$ (en dB_{SPL}) dans le demi cylindre d'étude à l'avant de la membrane microphonique pour une somme de modes allant jusqu'à ν égal 90. L'influence du coin sur la pression acoustique se retrouve très nettement sur une distance d'environ 5 mm à l'avant de la membrane. Le profil de vitesse v_{n3} influence l'allure générale du champ de pression entre $x = 0$ et $x = L$ en courbant légèrement les lignes de champ à mesure que la zone d'observation se rapproche de la membrane. La contribution des modes supérieurs, comparée à l'unique mode plan, augmente légèrement $\Delta P|_{\text{dB}}$ d'environ 0.03 dB_{SPL} (voir Fig. 5.7.a).

5.4 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a permis de mettre en évidence expérimentalement le champ de vitesse acoustique existant au voisinage de la membrane d'un microphone excité par une onde plane à incidence nulle (0°) et de proposer un modèle du champ de pression acoustique associé. Les cartographies du champ de vitesse au voisinage du microphone ont été obtenues par PIV. L'analyse de ces cartographies laisse apparaître une diminution très importante de l'amplitude du champ de vitesse normale à la membrane à partir d'une distance d'environ 8 mm de la membrane d'un microphone 1 pouce (diamètre de 25.4 mm). Une deuxième remarque concerne les lignes de champ de vitesse contournant le microphone : elles évitent l'obstacle que constitue le microphone, entraînant une quasi annulation de la composante de la vitesse normale à la membrane et une très forte diminution de l'amplitude du vecteur vitesse tangent à la membrane. Un modèle analytique basé sur la formulation intégrale de Green a été développé en considérant un volume d'étude cylindrique placé à l'avant du microphone. La pression acoustique en tout point de ce volume est exprimée à partir des mesures des vitesses normales aux trois parois du volume à l'aide de la formulation intégrale. Une formulation générale a ainsi été proposée. La symétrie de révolution du système a permis une considérable simplification de l'écriture de la pression (pas de dépendance azimuthale). Afin de modéliser le champ de pression au niveau de la membrane microphonique, une première formulation du profil de vitesse sur la surface latérale a été proposée en fonction de l'évolution du champ de vitesse obtenu grâce aux images PIV. Les résultats obtenus concernant le profil de la différence de pression entre $x = L$ (sur la membrane) et $x = 0$ (comportement en onde planes) laissent apparaître une augmentation locale de la pression au niveau des coins du microphone. Pour tendre vers une représentation réaliste une densité modale infinie serait nécessaire. Cette divergence met en évidence sans doute une limite au modèle envisagé. Cependant, une première interprétation de ces résultats serait de considérer une diffraction de l'onde incidente sur l'arrête du microphone qui se comporterait alors comme une source d'ondes évanescentes, entraînant une redistribution de l'énergie acoustique sur tous les modes.

Avant de tirer trop de conclusions hâtives, une caractérisation expérimentale du profil du champ de pression au voisinage très proche de la membrane serait nécessaire. Cependant, compte tenu du caractère intrusif du microphone de mesure qui serait utilisé pour cette caractérisation, les résultats obtenus risqueraient d'être erronés par rapport au profil réel de pression. Tenter de répondre à la question : *Que mesure exactement le microphone ?* s'avèrera être un exercice ardu. Du point de vue modélisation, considérer la déformée de la membrane sera indispensable à la caractéristion plus réaliste du profil du champ de pression vu par le microphone. L'étalonnage du microphone nécessite également de considérer le couplage avec la cavité arrière. Une approche numérique par éléments de frontières (*Boundary Element method* (BEM)) du problème pourrait également être envisagée afin de comparer les résultats obtenus aux résultats analytiques proposés dans cette thèse. Enfin, du point de vue de la modélisation analytique, les travaux de Jones [56], portant sur la diffraction d'une onde plane sur un cylindre, pourraient être utilisés.

Conclusion générale & Perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de recherches menées pour caractériser par Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) le champ acoustique existant au voisinage de structures rayonnant ou diffractant une onde acoustique en champ libre. L'utilisation de la sonde VLD pour estimer la pression agissant sur la membrane d'un microphone à partir de vitesses acoustiques mesurées au voisinage immédiat de cette membrane nécessite le développement et la validation d'un traitement du signal qui permette l'estimation des paramètres de la vitesse acoustique pour des signaux acoustiques en présence d'écoulement. Ce travail de thèse a permis, dans un premier temps, la réalisation d'un pré-traitement du signal Doppler afin de détecter, localiser temporellement et classifier les bouffées Doppler (simples ou multiples). Dans un second temps, un post-traitement a été développé dans le but d'estimer les paramètres de la vitesse acoustique et la vitesse d'écoulement de chacune des bouffées détectées. La détection a été réalisée à l'aide d'une transformée en ondelettes appliquée au signal Doppler. L'utilisation d'une ondelette de Morlet a été adoptée en raison de ses similitudes avec la forme de la bouffée Doppler. La représentation temps-fréquence, appelée scalogramme, permet alors d'extraire les informations utiles, à savoir les bouffées, du bruit. La méthode développée repose sur l'exploitation des informations temporelles du scalogramme afin de détecter et fréquentielles afin de localiser. La classification, quant à elle, est réalisée par comparaison des dates des événements détectés. Ce détecteur a été comparé à une détection plus sommaire réalisée sur la simple représentation en enveloppe et une localisation beaucoup moins robuste, puisque liée au seuil appliqué. Les performances en terme de détection de signal utile sont meilleures pour le détecteur ondelette que pour le détecteur enveloppe, et ce de façon de plus en plus marquée à mesure que le RSB diminue. Concernant la localisation, la même tendance se retrouve avec une localisation beaucoup plus satisfaisante pour la méthode basée sur la transformée en ondelettes que pour la méthode utilisant la représentation en enveloppe du signal Doppler.

La sonde VLD a ensuite été appliquée à une étude de faisabilité d'estimation d'une pression à partir de mesures de vitesses dans le cadre d'un projet concernant l'étalonnage de microphones en champ libre par techniques laser. Ce travail a été initié par une collaboration avec le laboratoire d'Acoustique d'Edimbourg. En effet, la méthode actuellement standardisée pour "l'étalonnage par réciprocity" des microphones fournit de très bons résultats pour les microphones à réponse en pression mais l'étalonnage des microphones en champ libre s'avère être beaucoup plus problématique. Les laboratoires de métrologie cherchent donc à s'orienter vers de nouvelles méthodes d'étalonnage de microphone en champ libre. Le premier objectif de cette thèse fut d'étudier la faisabilité d'estimer une pression à partir de mesures de vitesses dans un guide d'ondes à une dimension. Les incertitudes sur la pression estimée expérimentalement montrent des valeurs globalement en accord avec l'approche théorique du calcul d'incertitude utilisant les bornes de Cramér-Rao. Ainsi, l'incertitude relative expérimentale sur la pression estimée par VLD atteint 0.013 dB lorsque l'incertitude relative théorique prévoit 0.015 dB pour un niveau de 120 dB_{SPL}. Cette méthode pourrait être envisagée pour l'étalonnage des microphones à réponse en pression en champ clos. Une autre technique laser de mesure de vitesses, à savoir la Vélocimétrie par Images de Particule (PIV), a été utilisée afin de caractériser le champ de vitesse acoustique à deux

dimensions au voisinage de la membrane. D'après l'évolution du champ de vitesse acoustique, une modélisation du champ de pression acoustique a été envisagée à l'aide la formulation intégrale de Green. Ainsi, un volume de contrôle cylindrique de parois "fluides" a été considéré à l'avant de la membrane microphonique. D'après l'action des vitesses sur les surfaces du cylindre "fluide" et plus spécifiquement sur la colonne du cylindre une expression de la pression en fonction de la vitesse a été proposée en tout point du volume de contrôle. Les simulations menées pour 90 modes mettent en évidence une divergence de la pression au niveau des arêtes du microphone. Pour tendre vers une représentation plus réaliste une densité modale infinie serait nécessaire. Cette divergence met en évidence sans doute une limite au modèle proposé. Cependant, une première interprétation des résultats obtenus consiste à considérer que la diffraction de l'onde (plane) incidente sur le coin se comporte comme une source d'ondes évanescentes, car seul le mode plan est propagatif.

De nombreuses perspectives s'ouvrent à l'issue de ces travaux. Concernant le traitement du signal les travaux futurs devront tout d'abord valider la détection, localisation et classification des bouffées Doppler sur des signaux réels. La mise en place d'une technique mixte entre estimation de la vitesse d'écoulement des bouffées par moindres carrés et estimation des paramètres acoustiques sur le signal de vitesse acoustique ramené sur une période acoustique grâce à l'application d'une procédure de *rotating machinery* suivi d'une estimation par moindres carrés pourrait être envisagée. Enfin, l'influence de toute la chaîne de traitement (détection-localisation-classification, traitement temps-fréquence et post-traitement moindres carrés) sur la qualité d'estimation des paramètres acoustiques devra être déterminée en comparant les résultats obtenus aux bornes de Cramér-Rao des paramètres de la vitesse acoustique. Concernant l'étalonnage de microphone en champ libre les perspectives sont très nombreuses. La première étude à envisager concerne la caractérisation expérimentale du profil du champ de pression au voisinage très proche de la membrane. Cependant, le caractère intrusif du microphone de mesure risquerait d'erreurner le profil réel de vitesse. Du point de vue de la modélisation, la déformée de la membrane devra absolument être considérée pour modéliser de façon plus réaliste le profil de pression au niveau de la membrane. De plus, l'étalonnage du microphone nécessite de considérer le couplage de la membrane avec la cavité arrière. Une approche numérique par éléments de frontières (*Boundary Element method* (BEM)) du problème pourrait être envisagée afin de comparer les résultats obtenus aux résultats analytiques proposés dans cette thèse. Du point de vue de la modélisation analytique, les travaux de Jones [56] portant sur la diffraction d'une onde plane sur un cylindre pourraient être utilisés pour établir une relation entre la pression agissant sur le cylindre et la vitesse acoustique normale à un volume de contrôle situé à proximité du cylindre. Enfin, soulignons que l'utilisation des méthodes optiques (LDV et PIV) pour l'étalonnage de microphone constitue un axe de recherche que les laboratoires de métrologie européens veulent développer en ce début de XXI^e siècle.

Annexe A

Classification des bouffées

Le nombre de modulations N_{mod_q} est donné par chaque maximum de l'enveloppe gaussienne modulée $A_q(t) = \exp \left[-(2x_q(t)/dx_o)^2 \right]$, ce qui revient à considérer l'évolution de $x_q^2(t)$ pour t autour de $t_{c,q}$. Le déplacement particulaire au carré $x_q^2(t)$ est calculé avec l'hypothèse $t_{c,q} = 0$ et s'écrit

$$x_q^2(t) = (V_{e,q}t)^2 + \frac{\xi_{ac}^2}{2} [1 - \cos(2\omega_{ac}t + 2\phi_{ac})] + 2V_{e,q}t\xi_{ac} \sin(\omega_{ac}t + \phi_{ac}), \quad (\text{A.1})$$

avec ω_{ac} la pulsation acoustique, ξ_{ac} le déplacement particulaire acoustique, ϕ_{ac} la phase acoustique et $V_{e,q}$ la vitesse d'écoulement du traceur q . $x_q^2(t)$ présente une modulation à $2\omega_{ac}$ pour t proche de $t_{c,q}$ ($t_{c,q} = 0$) et une modulation à ω_{ac} pour t différent de $t_{c,q}$ ($<$ or $>$). Nous supposons t proche de $t_{c,q}$ ($t_{c,q} = 0$), le second terme de $x_q^2(t)$ (Eq. (A.1)) l'emporte et correspond à

$$x_q^2(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\omega_{ac}t + 2\phi_{ac} = 2m\pi \quad (\text{A.2})$$

$$t = \left(m - \frac{\phi_{ac}}{\pi} \right) \frac{1}{2f_{ac}}. \quad (\text{A.3})$$

Afin d'obtenir une expression du nombre de modulation N_{mod_q} deux indices m_1 et m_2 correspondant à $t = -T_{e,qac}/2$ et $T_{e,qac}/2$ sont calculés

$$m_1 = -f_{ac}T_{e,qac} + \frac{\phi_{ac}}{\pi}, \quad (\text{A.4})$$

$$m_2 = f_{ac}T_{e,qac} + \frac{\phi_{ac}}{\pi}. \quad (\text{A.5})$$

Le nombre de modulation s'exprime comme suit

$$N_{mod_q} = m_2 - m_1 - 1, \quad (\text{A.6})$$

$$= 2f_{ac}T_{e,qac} - 1, \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{2\sqrt{2}f_{ac}}{V_{e,q}} (dx_o + \sqrt{2}\xi_{ac}) - 1, \quad (\text{A.8})$$

avec ξ_{ac} le déplacement particulaire acoustique, f_{ac} la fréquence acoustique et $V_{e,q}$ la vitesse d'écoulement à laquelle est soumise la particule q .

Le déplacement particulaire maximal a pour formulation :

$$\Delta x_q = \frac{V_{e,q}}{2f_{ac}} + 2\xi_{ac}. \quad (\text{A.9})$$

Le nombre de modulation N_{mod_q} peut être au dessus ou en dessous de 1 et le déplacement particulière maximal Δx_q peut être au dessus ou en dessous de la longueur du volume de mesure $\sqrt{2} dx_o$. Ces quatre inégalités donnent accès à quatre choix possible de vitesses d'écoulement $V_{e,q}$

$$N_{mod_q} < \text{ ou } > 1 \quad \Leftrightarrow \quad V_{e,q} > \text{ ou } < f_{ac}(\sqrt{2} dx_o + 2\xi_{ac}), \quad (\text{A.10})$$

$$\Delta x_q < \text{ ou } > \sqrt{2} dx_o \quad \Leftrightarrow \quad V_{e,q} < \text{ ou } > 2f_{ac}(\sqrt{2} dx_o - 2\xi_{ac}). \quad (\text{A.11})$$

Dans la suite de l'annexe, les notations $V_{f1} = f_{ac}(\sqrt{2} dx_o + 2\xi_{ac})$ et $V_{f2} = 2f_{ac}(\sqrt{2} dx_o - 2\xi_{ac})$ seront utilisées. Les inégalités (A.10) et (A.11) conduisent aux inégalités sur les vitesses d'écoulement correspondant aux 4 configurations de bouffées comme suit

$$N_{mod_q} > 1, \quad \Delta x_q > \sqrt{2} dx_o \quad V_{f2} < V_{e,q} < V_{f1} \quad (\text{A.12})$$

$$N_{mod_q} > 1, \quad \Delta x_q < \sqrt{2} dx_o \quad V_{e,q} < V_{f1} < V_{f2} \quad \text{ou} \quad V_{e,q} < V_{f2} < V_{f1} \quad (\text{A.13})$$

$$N_{mod_q} < 1, \quad \Delta x_q < \sqrt{2} dx_o \quad V_{f1} < V_{e,q} < V_{f2} \quad (\text{A.14})$$

$$N_{mod_q} < 1, \quad \Delta x_q > \sqrt{2} dx_o \quad V_{e,q} > V_{f1} > V_{f2} \quad \text{ou} \quad V_{e,q} > V_{f2} > V_{f1}. \quad (\text{A.15})$$

Les deux inégalités $V_{f1} < V_{f2}$ et $V_{f2} < V_{f1}$ sont équivalentes à $\xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6$ et $\xi_{ac} > \sqrt{2} dx_o/6$. Pour résumé, la classification des bouffées Doppler en quatre familles principales donne accès à des gammes de vitesses d'écoulement, qui dépendent du déplacement particulière acoustique ξ_{ac} ou de façon équivalente au jeu de paramètres acoustiques. La gamme des vitesses d'écoulement pour chacune des configurations est

$$N_{mod_q} > 1, \quad \Delta x_q > \sqrt{2} dx_o \quad V_{f2} < V_{e,q} < V_{f1} \quad \text{pour} \quad \xi_{ac} > \sqrt{2} dx_o/6 \quad (\text{A.16})$$

$$N_{mod_q} > 1, \quad \Delta x_q < \sqrt{2} dx_o \quad V_{e,q} < V_{f2} \quad \text{si} \quad \xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6 \quad (\text{A.17})$$

$$V_{e,q} < V_{f1} \quad \text{si} \quad \xi_{ac} > \sqrt{2} dx_o/6 \quad (\text{A.18})$$

$$N_{mod_q} < 1, \quad \Delta x_q < \sqrt{2} dx_o \quad V_{f1} < V_{e,q} < V_{f2} \quad \text{pour} \quad \xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6 \quad (\text{A.19})$$

$$N_{mod_q} < 1, \quad \Delta x_q > \sqrt{2} dx_o \quad V_{e,q} > V_{f2} \quad \text{si} \quad \xi_{ac} > \sqrt{2} dx_o/6 \quad (\text{A.20})$$

$$V_{e,q} > V_{f1} \quad \text{si} \quad \xi_{ac} < \sqrt{2} dx_o/6. \quad (\text{A.21})$$

Annexe B

Validation du détecteur

Afin de mettre en évidence les détections de bouffées en réalité associées à du bruit, deux taux de fausses alarmes des bouffées simples Pf_{simple} et bouffées multiples $Pf_{multiple}$ sont définis comme suit

$$Pf_{simple} = \frac{N_{1|0}}{N_0}, \quad (B.1)$$

$$Pf_{multiple} = \frac{N_{2|0}}{N_0}. \quad (B.2)$$

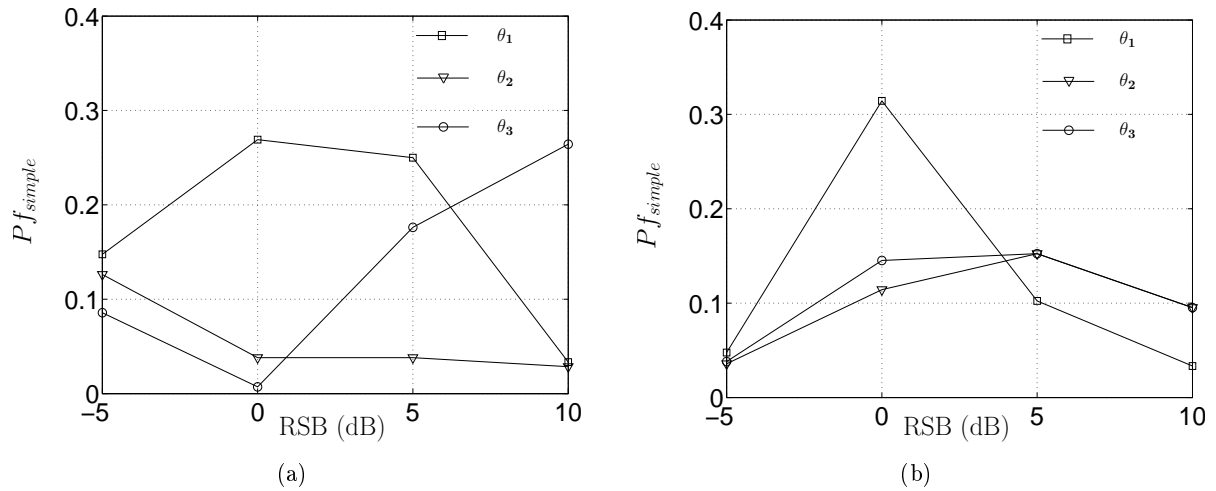


FIG. B.1: Taux de fausses alarmes des bouffées simples Pf_{simple} pour les 3 jeux de paramètres θ_1 , θ_2 et θ_3 (cf. §2.5.1). (a) détecteur enveloppe. (b) détecteur ondelette ($\omega_0 = 5$).

Ces taux sont calculés pour le seuil optimal de détection, obtenu pour le taux d'insertion minimum associé à chaque RSB d'un jeu de paramètre donné. Pour réaliser de bonnes estimations des paramètres acoustiques, le processus de détection doit considérer le minimum possible d'événements détectés classés en bouffées, alors que ces événements correspondent en réalité à du bruit. Une mauvaise classification de bouffée simple en bouffée multiple ou *vice-versa* est moins dramatique que la détection de bruit classé en bouffée simple.

Les valeurs du taux de fausses alarmes des bouffées multiples $Pf_{multiple}$ sont quasi nulles quelque soit le RSB considéré. Ces taux signifient simplement que le détecteur ne classe jamais de bruit en bouffées multiples pour le seuil optimal.

En revanche, les taux de fausses alarmes des bouffées simples Pf_{simple} ne sont jamais égaux à zéro, ce qui signifie que du bruit est détecté et classé en bouffée simple (Figs. B.1.a et B.1.b). Le taux de

fausses alarmes varie entre 5 et 30 % pour les deux détecteurs. Le comportement du détecteur ondelette est similaire quelque soit le jeu de paramètres considéré pour des RSB de 5 et 10 dB. Les performances du détecteur ondelette sont alors équivalentes pour les deux jeux θ_2 et θ_3 , mais les performances du jeu θ_1 reste cependant meilleures.

Annexe C

Laser Doppler Velocimetry for joint measurements of acoustic and mean flow velocities : LMS-based algorithm and CRB calculation*

*Cette annexe propose un article écrit en langue anglaise et accepté pour publication à la revue *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements* par L. Simon, O. Richoux, A. Degroot et L. Lionet, soumis en décembre 2006, révisé en juillet 2007, accepté en août 2007.

Laser Doppler Velocimetry for Joint Measurements of Acoustic and Mean Flow Velocities : LMS-based Algorithm and CRB Calculation

Laurent Simon, *Member, IEEE*, Olivier Richoux, Anne Degroot and Louis Lionet

Abstract

This paper presents a least mean square (LMS) algorithm for the joint estimation of acoustic and mean flow velocities from laser doppler velocimetry (LDV) measurements. The usual algorithms used for measuring with LDV purely acoustic velocity or mean flow velocity may not be used when the acoustic field is disturbed by a mean flow component. The LMS-based algorithm allows accurate estimations of both acoustic and mean flow velocities. The Cramér-Rao bound (CRB) of the associated problem is determined. The variance of the estimators of both acoustic and mean flow velocities is also given. Simulation results of this algorithm are compared with the CRB and the comparison leads to validate this estimator.

Index Terms

Laser Doppler Velocimetry, Acoustic Velocity, Mean Flow Velocity, Least Mean Square Method, Cramér-Rao Bound

Laser Doppler Velocimetry for Joint Measurements of Acoustic and Mean Flow Velocities : LMS-based Algorithm and CRB Calculation

I. INTRODUCTION

Laser Doppler Velocimeter (LDV) is an optical technique allowing direct measurement of local and instantaneous fluid velocity. This method is nonintrusive and is based on optical interferometry for estimating the velocity of scatterers suspended in a fluid by means of the frequency analysis of the light scattered by the seeding particles [1].

For fluid mechanics measurements, the particle velocity can be considered as constant during the transit time of the seeding particle through the measurement volume (defined by the interferometry fringes volume) and the frequency of the LDV signal is constant during this period [2]. Typical order of magnitude of mean flow velocities are from a few meters per second up to higher than the acoustic celerity (supersonic flow). The data processing consists then to estimate the power spectral density (PSD) of the velocity signal, from Poisson-based randomly distributed samples. PSD may be estimated by interpolating the randomly distributed samples, by resampling the interpolating signal and by compensating the effect of interpolation in the Fourier domain [3]- [4]. The autocorrelation function (ACF) may also be reconstructed from the randomly distributed samples and the Fourier transform of the estimated ACF gives an estimation of the PSD [5]. Lastly, Kalman filtering may be used for estimating the PSD [6].

For sine acoustic excitation, the particle velocity is no longer constant and the LDV signal is frequency modulated [7]- [8]. To estimate the particle velocity from these signals, specific signal processing techniques are used as spectral analysis [9]-[11], photon correlation [12] or frequency demodulation associated to post-processing methods [13]-[15]. Typical order of magnitude of mean flow velocities are from a few micrometers per second up to 100 millimeters per second, for frequencies in [10 – 4000] Hz.

On one hand, for most acoustic measurements, the particle velocity can be considered as the sum of an AC-component due to acoustic excitation and a weak DC-contribution due to flow. When the particle oscillates in the measurement volume during further acoustic periods, the effect of the flow can be reduced and usual post-processing methods may be used [13]- [16].

On the other hand, the DC-flow component prevents in many cases the use of the post-processing methods given by [13]- [15], because the signal time length is less or largely less than one acoustic period. The aim of this paper is to estimate both the dc (flow) and ac (acoustic) components from such LDV signals.

Lazreq and Ville [17] measured the acoustic velocity in presence of mean flow by means of a probe consisting in a hot wire and a microphone. Their results showed a good agreement between the theory and the experiment but this probe cannot be considered as nonintrusive. LDV has also been used by adapting the slotting technique to estimate the acoustic particle velocity in a turbulent flow [18] with a 2D-LDV velocimeter. The acoustic impedance was estimated by means of a LDV probe and with a microphone probe and the different results were compared. Finally, Boucheron *et al* [19] has developed a new method of signal processing called 'perio-correlation' in order to estimate sine acoustic velocity in strong mean flow by LDV.

In this work, the sine acoustic excitation is supposed to be perfectly known and a frequency demodulation technique [15] is performed to estimate the particle velocity from the LDV signal. In this paper, we propose a new method to estimate jointly the acoustic particle velocity (amplitude and phase) and the mean flow velocity from the velocity signal. This method is based on the least mean square (LMS) algorithm. The mean flow velocity, the amplitude and phase of acoustic particle velocity are estimated for each seeding particle crossing the measurement volume. Furthermore, the Cramér-Rao bound (CRB) of the associated problem is calculated. The CRB gives the lowest variance of any unbiased estimator and consequently yields theoretically the minimum uncertainties linked to the velocity estimations (acoustic and mean flow velocities). Lastly, simulated data are processed, in order to validate the LMS-based algorithm and to compare the variance of the results with the Cramér-Rao bound.

Section II deals with the LDV principles including the velocity signal modeling and the associated signal processing for acoustic applications. In section III, the data processing based on the least mean square algorithm is explained and the Cramér-Rao bound of both the mean flow and acoustic velocities are determined. Finally, the results of the Monte Carlo simulation are shown and compared to the Cramér-Rao bounds in section IV, for acoustic frequencies in [125 – 4000] Hz, for acoustic velocities in [0.05 – 50] mm.s⁻¹ and for mean flow velocities in [0.05 – 5000] mm.s⁻¹.

II. FUNDAMENTALS OF LASER DOPPLER VELOCIMETRY

In this section, we consider time-varying signals such that $t \in [t_q - T_q/2, t_q + T_q/2]$, t_q being the central time of the signal, T_q being a time of flight, and q being associated to a given seeding particle.

A. Laser Doppler Velocimetry Principle

In the differential mode, two coherent laser beams are crossed and focused to generate an ellipsoidal probe volume, in which the electromagnetic interferences lead to apparent dark and bright fringes [1].

The velocity $v_q(t)$ of the seeding particle denoted q is related to the scattered optical field due to the Doppler effect. The light intensity scattered by the particle crossing the probe volume is modulated in amplitude and frequency. The frequency of modulation $F_q(t)$ is called Doppler frequency and is given by

$$F_q(t) = \frac{v_q(t)}{i} = \frac{2v_q(t)}{\lambda_L} \sin(\theta/2), \quad (1)$$

where $v_q(t)$ is the velocity of the particle along the x -axis, i the fringe-spacing expressed as a function of the angle θ between the incoming laser beams and their optical wavelength λ_L (Fig. 1).

The diffused light is collected by a receiving optics and is converted into an electrical signal by a photomultiplier (PM). This signal can then be modelled as [15]

$$s_q(t) = A_q(t)(M + \cos \phi_q(t)), \quad (2)$$

where M takes into account the positive sign of Cramér-Rao Bound (CRB) the light intensity. In (2), the amplitude modulation linked to the normally distributed light intensity across the beam section is written as

$$A_q(t) = K_q e^{-\beta d_q(t)^2}, \quad (3)$$

where K_q is related to the laser beam, the PM sensitivity, the electronic amplification, the observation direction and the scattering efficiency of tracer q . Furthermore, β is related to the probe geometry and $d_q(t)$ is the projection of the time-varying particle displacement along the x -axis in the probe volume. Similarly, the phase modulation in (2) is described by

$$\phi_q(t) = 2\pi \frac{d_q(t)}{i} + \phi_0, \quad (4)$$

where ϕ_0 is the initial phase due to optical setup. Furthermore, we denote $x_q(t)$ the signal such that

$$x_q(t) = s_q(t) + w(t), \quad (5)$$

where $w(t)$ is the additive noise [13].

In order to avoid any ambiguity on the sign of the velocity, a Bragg cell tuned to frequency $F_B = 40$ MHz is used to shift the frequency of one of the lasers. The signal $s_q(t)$ is consequently written as

$$s_q(t) = A_q(t)(M + \cos(2\pi F_B t + 2\pi d_q(t)/i + \phi_0)). \quad (6)$$

The offset component M is then canceled by a high-pass filtering and the signal $s_q(t)$ is down shifted to zero thanks to a quadrature demodulation (QD) technique [20]. The actual signal, called burst signal, can finally be written as

$$s_q(t) = A_q(t) \cos(2\pi d_q(t)/i + \phi_0). \quad (7)$$

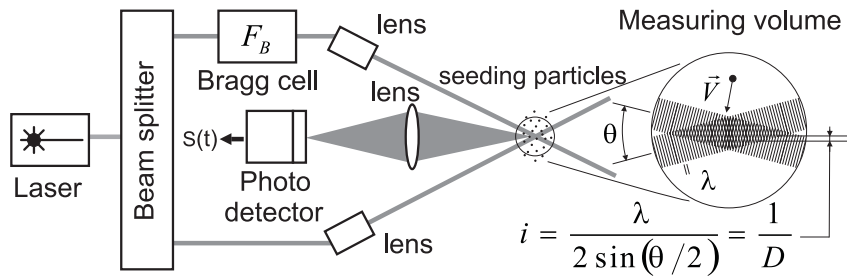


Fig. 1. Optical setup of LDV system. When the particle q crosses the measurement volume, the light is scattered in all directions and the burst signal $s_q(t)$ is collected by the photo detector. Data processing of $s_q(t)$ allows then to estimate the mean flow and particle acoustic velocity.

B. Doppler Signal Modeling in Acoustics

Considering only pure sine acoustic waves and supposing that the mean flow velocity is constant inside the probe volume, the projection along the x -axis of the velocity of a particle q subjected jointly to the sine acoustic wave and the mean flow field can be expressed as

$$v_q(t) = v_{c,q} + V_{ac} \cos(2\pi F_{ac}t + \phi_{ac}), \quad (8)$$

where $v_{c,q}$ is the mean flow velocity of particle q , V_{ac} and ϕ_{ac} are the amplitude and phase of the acoustic particle velocity and F_{ac} is the known frequency of the pure sine acoustic excitation. The amplitude modulation of the burst signal (3) associated to the particle q may be written as

$$A_q(t) = K_q \exp[\beta(v_{c,q}(t - t_q) + \frac{V_{ac}}{2\pi F_{ac}} \sin(2\pi F_{ac}t + \phi_{ac}))^2]. \quad (9)$$

Similarly, the phase modulation (4) of the burst signal associated to the particle q is

$$\phi_q(t) = \frac{2\pi}{i} v_{c,q}(t - t_q) + \frac{V_{ac}}{2\pi F_{ac}} \sin(2\pi F_{ac}t + \phi_{ac}). \quad (10)$$

We note that the flow velocity $v_{c,q}$ can change from a particle q to another while the acoustic parameters v_{ac} and ϕ_{ac} are independent of q . Thus, when the acoustic wave is disturbed by a mean flow, assuming that the particles q cross the measurement volume at different random central times t_q , without time overlapping between bursts q and $q + 1$, the Doppler signal can be written as

$$s(t) = \sum_q s_q(t) = A_D(t) \cos[\phi_D(t)], \quad (11)$$

where the amplitude and phase respectively express as

$$A_D(t) = \begin{cases} A_q(t), & t \in [t_q - T_q/2, t_q + T_q/2] \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (12)$$

and

$$\phi_D(t) = \begin{cases} \phi_q(t), & t \in [t_q - T_q/2, t_q + T_q/2] \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

Furthermore, the time of flight of the tracer q is defined as [21]

$$T_q = \frac{\sqrt{2}D_x}{v_{c,q}}, \quad (14)$$

where D_x is the length of the probe volume in the x -axis and the associated number of acoustic periods is

$$N_{per} = \frac{\sqrt{2}D_x F_{ac}}{v_{c,q}}. \quad (15)$$

As expected, the fastest the particle crosses the probe volume, the lowest the time of flight and the number of acoustic periods. An example of a typical Doppler signal is shown on Fig. 2(a), where the different particle times of flight are associated to different mean flow velocities.

C. Doppler signal processing

The aim of the signal processing developed after sampling the Doppler signal is to estimate jointly and burst-by-burst the acoustic particle velocity (amplitude V_{ac} and phase ϕ_{ac}) and the mean flow velocity $v_{c,q}$. This procedure is usually split into two stages. After a detection procedure [21], a frequency demodulation of the Doppler signal $s(t)$ is performed by using a time-frequency transform to estimate the instantaneous frequency $F_q(t)$, or equivalently (1) the velocity signal $v_q(t)$, burst by burst [14]. Note that the detector selects only bursts corresponding to one tracer in the measurement volume. Secondly, the data processing of the estimated velocity signal $\hat{v}_q(t)$ allows to obtain both components of the acoustic and mean flow velocities for each burst. This first stage is described in this subsection and the second one (data LMS-based processing) is explained in the section IV.

According to (1), the velocity signal associated to the particle q expresses as

$$v_q(t) = iF_q(t), \quad (16)$$

where i is the fringe spacing. Thus, the problem consists to estimate the mean value $\hat{v}_{c,q}$, the amplitude \hat{V}_{ac} and the phase $\hat{\phi}_{ac}$ of the estimated velocity signal associated to each burst q from the actual noisy burst signal $x_q(t)$. Fig. 2 shows an example of a noiseless simulated Doppler signal (a) and the associated velocity signal for three non-overlapping bursts (b).

In section III, the Cramér Rao bound of the problem is calculated. Then, a method based on a least mean square algorithm is presented in section IV and is applied to simulated velocity signals $v_q(t)$ in section V.

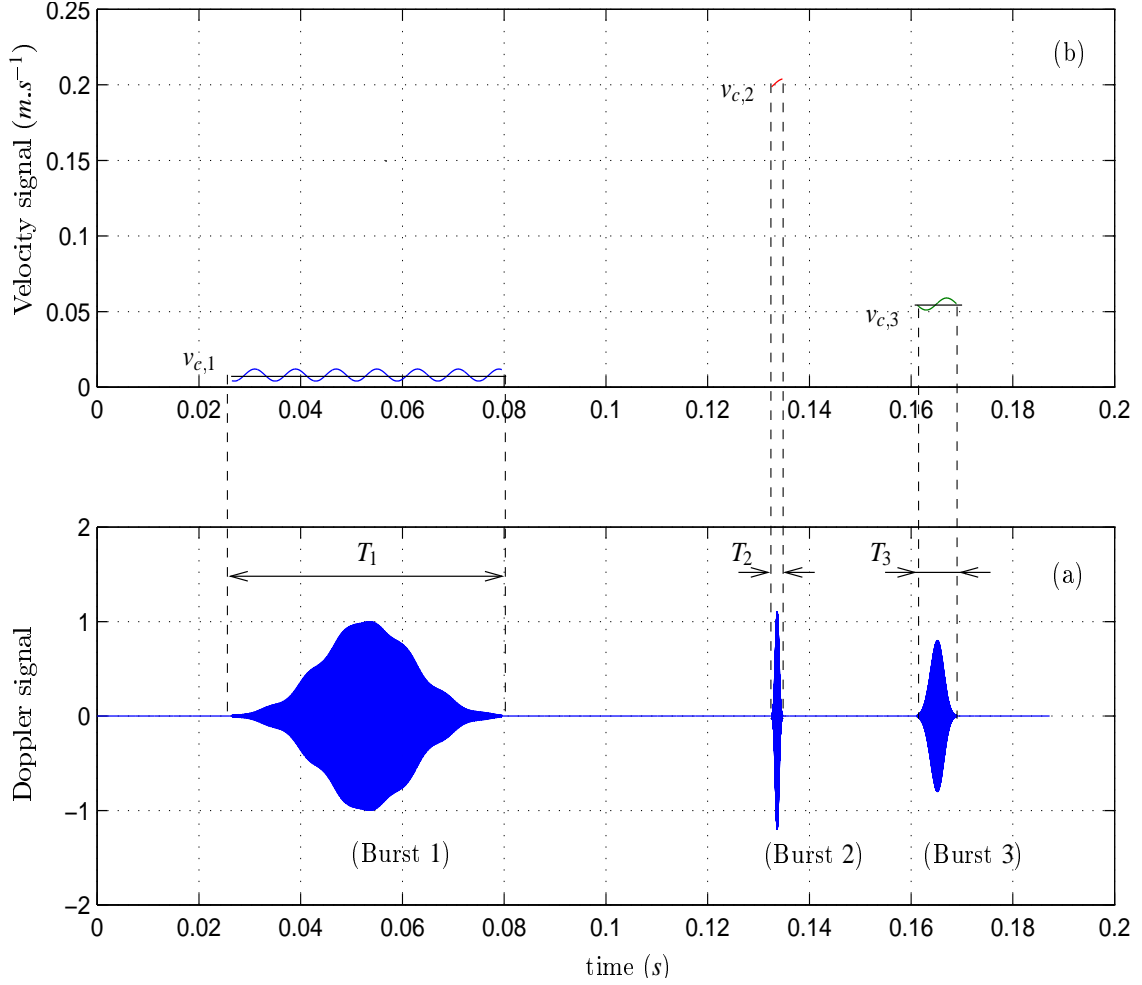


Fig. 2. (a) Example of a Doppler signal. (b) Associated velocity signal. Burst 1 is associated with a low mean flow velocity corresponding to N_{per} acoustic periods largely higher than 1. Burst 2 is associated with a high mean flow velocity corresponding to N_{per} acoustic period largely lower than 1. Burst 3 is associated to a mean flow velocity corresponding to $N_{per} \lesssim 1$ acoustic period.

III. CRB CALCULATION

We recall that the Cramér-Rao bound (CRB) gives the lowest bound of the variance an unbiased estimator may reach (if it exists) [22]. As explained in [22], the CRB alerts us to the physical impossibility of finding an unbiased estimator whose variance is less than the bound. In the case of single tone signals, CRB were calculated by Rife and Boorstyn [23] in 1974. The CRB of LDV signals were also studied in the case of fluid mechanics [24]- [25]. In the case of sine acoustic excitation, the CRB of LDV signal were also studied by Le Duff [20].

We focus here on the problem of calculating the Cramér-Rao bound (CRB) of the following problem. The velocity data are assumed to be such that

$$u[n] = v[n; \theta] + w[n], \quad (17)$$

for $n \in [n_0, n_1]$, where $w[n]$ is the WGN, $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, the data being modeled according to

$$v[n; \theta] = v_c + V_{ac} \cos(2\pi f_{ac} n + \phi_{ac}), \quad (18)$$

where $f_{ac} = F_{ac}/F_s$, F_s being the sampling frequency, $v_c \equiv v_{c,q}$, and where the unknown parameters are gathered in

$$\theta = [v_c \quad V_{ac} \quad \phi_{ac}]^T. \quad (19)$$

We furthermore suppose that $f_{ac} \neq 0$ and $f_{ac} \neq \frac{1}{2}$.

A. Cramér-Rao bound (CRB) for one burst

The CRB is given by the inverse of the Fisher information matrix $\mathbf{J}(\theta)$, $\text{CRB}(\theta) = \mathbf{J}(\theta)^{-1}$, where the Fisher information matrix is given by [22]

$$\mathbf{J}(\theta)_{kl} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=n_0}^{n_1} \frac{\partial v[n; \theta]}{\partial \theta_k} \frac{\partial v[n; \theta]}{\partial \theta_l}, \quad (20)$$

for $k, l \in [1, 3]$, for $\theta = [v_c \ V_{ac} \ \phi_{ac}]^T$. The derivatives in (20), according to (18), lead to

$$\mathbf{J}(\theta) = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} N & \frac{\cos(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} \\ \frac{\cos(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & \frac{N}{2} + \frac{\cos(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} \\ -\frac{V_{ac}\sin(\beta)\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)} & -\frac{V_{ac}\sin(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} & \frac{NV_{ac}^2}{2} - \frac{V_{ac}^2\cos(2\beta)\sin(2\gamma N)}{2\sin(2\gamma)} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

where $N = n_1 - n_0 + 1$, and where

$$\gamma = \pi f_{ac}, \quad (22)$$

$$\beta = 2\pi f_{ac}n_0 + \pi f_{ac}(N-1) + \phi_{ac}. \quad (23)$$

We define the linear signal-to-noise ratio (SNR) of the velocity signal as

$$\text{SNR} = \frac{V_{ac}^2}{2\sigma^2}, \quad (24)$$

and we then have upon inversion

$$\text{var}(v_c) \geq \text{CRB}(v_c) = \frac{V_{ac}^2}{4 \text{SNR}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}, \quad (25)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \text{CRB}(V_{ac}) = \frac{V_{ac}^2}{2 \text{SNR}} \frac{N^2 - N\cos(2\beta) \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} - 2\sin^2(\beta) \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}, \quad (26)$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \text{CRB}(\phi_{ac}) = \frac{1}{2 \text{SNR}} \frac{N^2 + N\cos(2\beta) \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} - 2\cos^2(\beta) \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}. \quad (27)$$

B. Cramér-Rao Bound (CRB) for N_b bursts

We now assume that the algorithm developed in III-A is used for estimating the unknown parameters $\theta = [v_c \ V_{ac} \ \phi_{ac}]^T$, in the case of N_b bursts. The main difference between this problem and the one developed above is that the index n_0 is not anymore a constant, but might be modeled as a discrete random variable, uniformly distributed in $[0, N_{ac}]$, where $N_{ac} = \text{nint}\left[F_s/F_{ac}\right]$, $\text{nint}[\cdot]$ being the nearest integer. As a consequence, the discrete random variable β given in (23), which appears in (26-27) is uniformly distributed in $[\pi(N-1)f_{ac} + \phi_{ac}, \pi(N-1)f_{ac} + \phi_{ac} + 2\pi]$. Averaging the terms linked to β in (26) and (27) consequently leads to

$$\langle \cos(2\beta) \rangle = \langle \sin(2\beta) \rangle = 0, \quad (28)$$

and

$$\langle \cos^2(\beta) \rangle = \langle \sin^2(\beta) \rangle = \frac{1}{2}. \quad (29)$$

This finally yields

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \text{CRB}(V_{ac}) = \frac{V_{ac}^2}{2 \text{SNR}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2} \quad (30)$$

and

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \text{CRB}(\phi_{ac}) = \frac{1}{2 \text{SNR}} \frac{N^2 - \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}{\frac{N^3}{2} - \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)}\right)^2 - N \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2 + \frac{\sin(2\gamma N)}{\sin(2\gamma)} \left(\frac{\sin(\gamma N)}{\sin(\gamma)}\right)^2}. \quad (31)$$

In the following, we use the expressions (25) for v_c and (30) for V_{ac} for studying the CRB of the problem. We recall that N depends on v_c (36). As a consequence, the CRB of v_c (25) and the CRB of V_{ac} (30) both depend on v_c and V_{ac} , while the CRB of ϕ_{ac} (31) is independent of V_{ac} .

C. Asymptotic behavior of Cramér-Rao Bound (CRB)

In Appendix II, we give the expressions of the asymptotic CRB of θ , for both cases $2\gamma N \ll 1$ ($N_{per} \ll 1/(2\pi)$) and $2\gamma N \gg 1$ ($N_{per} \gg 1/(2\pi)$).

In the asymptotic case $2\gamma N \ll 1$, we prove (63-64) that the relative variance of v_c and V_{ac} are

$$\frac{\text{var}(v_c)}{v_c^2} \geq \frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} = \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{D_x^5 F_s} \frac{v_c^3 V_{ac}^2}{F_{ac}^4}, \quad (32)$$

$$\frac{\text{var}(V_{ac})}{V_{ac}^2} \geq \frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2} = \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{D_x^5 F_s} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4}. \quad (33)$$

Both CRBs of v_c and V_{ac} are proportional to $v_c^5 V_{ac}^2$ and inversely proportional to F_{ac}^4 . Consequently, doubling the mean flow velocity yields an 15 dB increase of the variance of both v_c and V_{ac} . Similarly, doubling the amplitude of the acoustic particle velocity V_{ac} leads to a 6 dB increase of the variance of both v_c and V_{ac} . Lastly, doubling the frequency of the pure sine acoustic wave leads to a 12 dB decrease of the variance of both v_c and V_{ac} . We also note that doubling the length of the probe volume D_x yields a 15 dB decrease of the variance of both v_c and V_{ac} .

In the asymptotic case $2\gamma N \gg 1$, we prove that (72-73)

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{1}{2^{3/2} D_x F_s} v_c V_{ac}^2, \quad (34)$$

and

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{1}{\sqrt{2} D_x F_s} v_c V_{ac}^2. \quad (35)$$

Thanks to the exact (25, 30, 31) and asymptotic (32-35) expressions of the CRB, the minimum uncertainties linked to the velocity estimations (acoustic and mean flow velocities) are completely known. In section (IV), the LMS-based algorithm is introduced. It is then applied in section (V) to simulated data in order to be compared with the CRB.

IV. LEAST MEAN SQUARE ALGORITHM

From a practical point of view, the actual velocity signal is uniformly sampled. Consequently, the number of samples N_q associated to the particle q is derived from (14), as

$$N_q = \frac{\sqrt{2} D_x F_s}{v_{c,q}}, \quad (36)$$

and the associated number of acoustic periods (15) is now defined as

$$N_{per} = \frac{\sqrt{2} D_x F_{ac}}{v_{c,q}}. \quad (37)$$

The sine-wave fit is then solved by minimizing the cost function $V(\theta)$,

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_1} (u[n] - v[n; \theta])^2, \quad (38)$$

with respect to the unknown parameters θ (19), where $u[n]$ and $v[n; \theta]$ are respectively given by (17) and (18), and where $N = n_1 - n_0 + 1$. In the Appendix 1, the equations (50-52) respectively give the expression of v_c , $a_{ac} = V_{ac} \cos(\phi_{ac})$ and $b_{ac} = V_{ac} \sin(\phi_{ac})$ as a function of \mathbf{u} and f_{ac} . Once a_{ac} and b_{ac} are estimated, the unknown acoustical parameters of θ express as

$$\begin{cases} \hat{V}_{ac} = \sqrt{\hat{a}_{ac}^2 + \hat{b}_{ac}^2}, \\ \hat{\phi}_{ac} = \text{atan} \frac{\hat{b}_{ac}}{\hat{a}_{ac}}. \end{cases} \quad (39)$$

V. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

In this section, we compare the CRB with the LMS-based algorithm developed in IV. According to the values of the acoustic and mean flow velocities to be analyzed, the following values for F_{ac} and V_{ac} are chosen :

$$F_{ac} \in [125 \ 250 \ 500 \ 1000 \ 2000 \ 4000] \text{ Hz}, \quad (40)$$

$$V_{ac} \in [0.05 \ 1.58 \ 50] \text{ mms}^{-1}. \quad (41)$$

The phase ϕ_{ac} is supposed to be equal to $\pi/4$, and we use an adimensional parameter α_v for the value of v_c , such that

$$\alpha_v = \frac{V_{ac}}{v_c} \in [0.01 \ 0.05 \ 0.1 \ 0.5 \ 1]. \quad (42)$$

For each numerical simulation, the sampling frequency is $F_s = 350$ kHz, the probe volume length along the x -axis is $D_x = 0.1$ mm and 10000 bursts are analyzed. The simulator is performed by Matlab.

Fig. 3 to Fig. 5 show typical results of the relative variances $\text{var}(v_c)/v_c^2$ (a) and $\text{var}(V_{ac})/V_{ac}^2$ (b), for the different values of F_{ac} with comparison to the theoretical CRB of v_c (25) and of V_{ac} (26). Each figure is related to a given value of F_{ac} . Furthermore, for each value of F_{ac} , three sets of signals are analyzed, each set corresponding to one of the bursts of Fig. 2, respectively $N_{per} \gg 1$ (Burst 1), $N_{per} > 1$ (Burst 2) and $N_{per} \lesssim 1$ (Burst 3), where N_{per} is the number of acoustic periods, $N_{per} = Nf_{ac}$.

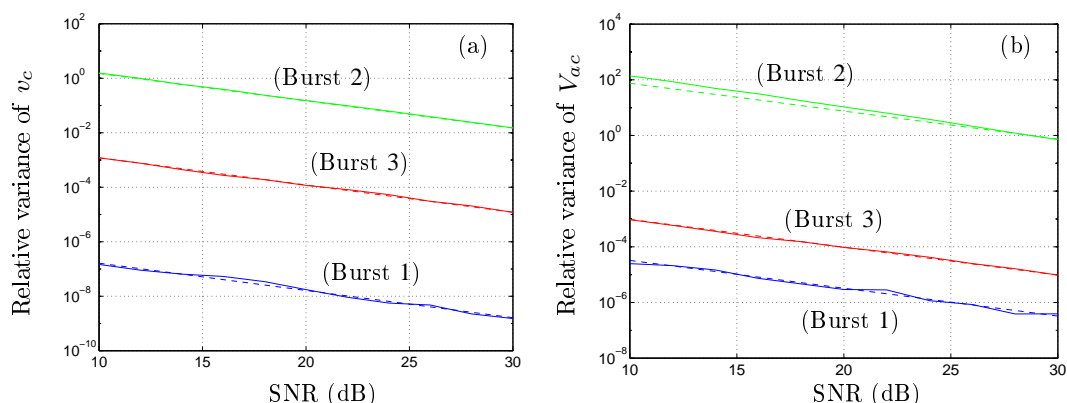


Fig. 3. Comparison of the relative variances of v_c (a) and V_{ac} (b) estimated by a LMS algorithm (continuous) with the theoretical CRB (dashed), for $F_{ac} = 125$ Hz. Bursts (1 – 3) refer to Fig. 2. (Burst 1) : $V_{ac} = 1.58 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 15.8 \text{ mm.s}^{-1}$. (Burst 2) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 500 \text{ mm.s}^{-1}$. (Burst 3) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 1$, $v_c = 50 \text{ mm.s}^{-1}$.

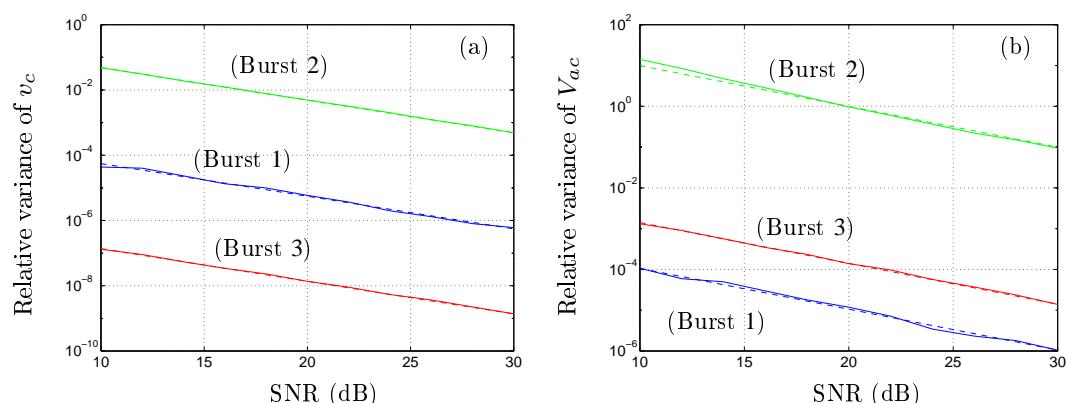


Fig. 4. Comparison of the relative variances of v_c (a) and V_{ac} (b) estimated by a LMS algorithm (continuous) with the theoretical CRB (dashed), for $F_{ac} = 500$ Hz. Bursts (1 – 3) refer to Fig. 2. (Burst 1) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 1$, $v_c = 50 \text{ mm.s}^{-1}$. (Burst 2) : $V_{ac} = 50 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.05$, $v_c = 1000 \text{ mm.s}^{-1}$. (Burst 3) : $V_{ac} = 1.58 \text{ mm.s}^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 15.8 \text{ mm.s}^{-1}$.

First of all, the LMS-based estimator is near the theoretical CRB, so that we can maintain that this estimator is efficient. Moreover, the relative variance of v_c is weaker than the one of V_{ac} (except for $\alpha_v = 1$). Indeed, for values of v_c and V_{ac} such that $\alpha_v = V_{ac}/v_c \leq 1/\sqrt{2}$ as $\text{CRB}(v_c) \simeq \text{CRB}(V_{ac})/2$, we have

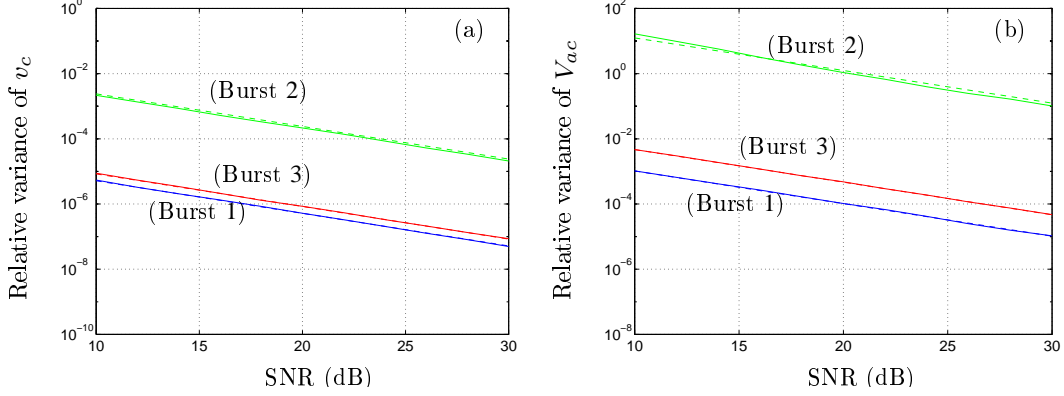


Fig. 5. Comparison of the relative variances of v_c (a) and V_{ac} (b) estimated by a LMS algorithm (continuous) with the theoretical CRB (dashed), for $F_{ac} = 4000$ Hz. Bursts (1 – 3) refer to Fig. 2. (Burst 1) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.1$, $v_c = 5000$ mm.s $^{-1}$. (Burst 2) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha_v = 0.01$, $v_c = 5000$ mm.s $^{-1}$. (Burst 3) : $V_{ac} = 50$ mm.s $^{-1}$, $\alpha = 0.05$, $v_c = 1000$ mm.s $^{-1}$.

$$\frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} \leq \frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2}. \quad (43)$$

Moreover, the values of the relative variances of v_c and V_{ac} drastically depend on the values of v_c , V_{ac} and F_{ac} as shown by (25) and (30).

- For $N_{per} > 1$ (Burst 1), the relative variances of v_c and V_{ac} are respectively in $[-70, -42]$ dB and $[-52, -30]$ dB. Such estimations may consequently be considered as very accurate.
- For $N_{per} \ll 1$ (Burst 2), the relative variances of v_c and V_{ac} are respectively in $[-27, 1]$ dB and $[10, 20]$ dB. The estimation of v_c is accurate enough for low values of $v_c^3 V_{ac}^2 / F_{ac}^4$ (32), while the estimation of V_{ac} is clearly unacceptable, whatever the parameters v_c , V_{ac} and F_{ac} (33).
- For $N_{per} \lesssim 1$ (Burst 3), the relative variances of v_c and V_{ac} are respectively in $[-70, -30]$ dB and $[-30, -23]$ dB. Such estimations may also be considered as very accurate.

Furthermore, for velocity signals with time length largely lower than one acoustic period, we can use the asymptotic case expression of CRB of v_c and V_{ac} . Giving a maximum value of relative error, respectively E_{v_c} for v_c and $E_{v_{ac}}$ for V_{ac} , we consequently have

$$\frac{\text{CRB}(v_c)}{v_c^2} = \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{D_x^5 F_s} \frac{v_c^3 V_{ac}^2}{F_{ac}^4} \leq E_{v_c} \quad (44)$$

and

$$\frac{\text{CRB}(V_{ac})}{V_{ac}^2} = \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{D_x F_s} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4} \leq E_{v_{ac}}. \quad (45)$$

As a consequence, for a given set of setup known parameters D_x , F_s and F_{ac} , we may give the maximum values $v_c^3 V_{ac}^2$ and v_c^5 have to reach for yielding an error less than respectively E_{v_c} and $E_{v_{ac}}$.

Lastly, from the expressions of the CRB of v_c (25) and V_{ac} (30), we can calculate the number of acoustic periods the time length of the velocity signals may have, for leading to an error less than a given value E . Tables I-III give a summary of such results. Each table corresponds to a given burst of Fig. 2.

TABLE I

NUMBER OF ACOUSTIC PERIODS N_{per} (FOR v_c AND FOR V_{ac}) LEADING TO AN ERROR LESS THAN $E(\%)$ FOR $F_{ac} = 125$ HZ AND $V_{ac} = 50$ MM.S $^{-1}$.

SNR (dB)	10			20			30		
E (%)	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.8	≥ 0.3	≥ 0.2	≥ 0.45	≥ 0.2	≥ 0.09	≥ 0.3	≥ 0.12	≥ 0.05
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 10$	≥ 0.75	≥ 0.25	$\gg 5$	≥ 0.5	≥ 0.2	≥ 0.8	≥ 0.25	≥ 0.1

For example, table I may be read as follows. To obtain a relative error for v_c less than 0.1 % for SNR= 10 dB, the minimum number of acoustic period for the velocity signal is 0.8. In the same way, to obtain a relative error for V_{ac} less than 1 % for SNR= 20 dB, the minimum number of acoustic period for the velocity signal is 0.5. Tables II-III give the minimum number

TABLE II

NUMBER OF ACOUSTIC PERIODS N_{per} (FOR v_c AND FOR V_{ac}) LEADING TO AN ERROR LESS THAN $E(\%)$ FOR $F_{ac} = 500$ Hz AND $V_{ac} = 1.58$ mm.s⁻¹.

SNR (dB)	10			20			30		
$E(\%)$	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.4	≥ 0.16	≥ 0.06	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.04	≥ 0.18	≥ 0.06	≥ 0.02
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 10$	≥ 6	≥ 0.4	$\gg 10$	≥ 0.75	≥ 0.25	$\gg 5$	≥ 0.9	≥ 0.15

TABLE III

NUMBER OF ACOUSTIC PERIODS N_{per} (FOR v_c AND FOR V_{ac}) LEADING TO AN ERROR LESS THAN $E(\%)$ FOR $F_{ac} = 4000$ Hz AND $V_{ac} = 50$ mm.s⁻¹.

SNR (dB)	10			20			30		
$E(\%)$	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
$N_{per}(v_c)$	≥ 0.6	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.4	≥ 0.15	≥ 0.05	≥ 0.25	≥ 0.1	≥ 0.03
$N_{per}(V_{ac})$	$\gg 20$	$\gg 5$	≥ 0.6	$\gg 10$	≥ 4.5	≥ 0.04	$\gg 10$	≥ 0.7	≥ 0.25

of acoustic periods the velocity signal should have for obtaining relative errors less than 0.1 %, 1 % and 10 %, for SNR equals to 10 dB, 20 dB and 30 dB for 500 Hz and 4000 Hz respectively.

As expected, the mean flow velocity v_c is estimated with a great accuracy from a very low number of acoustic period. For example, to obtain a relative error of 1 % for v_c , the number of acoustic period is always less than 0.3 whatever the SNR, F_{ac} and V_{ac} . On contrary, the results for the estimation of the acoustic velocity are much more contrasted. For a SNR of 30 dB, the estimation of V_{ac} associated with a relative error less than 1 % is possible for a number of acoustic period $N_{per} > 0.9$. But, when the SNR is less than 30 dB, the number of acoustic periods associated with a relative error less than 1 % may be largely bigger than 1.

The tables also show the influence of the acoustic frequency on the estimation of the particle acoustic velocity. The higher the frequency, the higher the number of acoustic periods for an accurate estimation of V_{ac} . For a relative error equals to 10 %, the number of acoustic periods are the same whatever the frequency. But for a relative error equals to 1 % or 0.1 % the estimation of the particle acoustic velocity is easier for a low frequency. On contrary, the influence of the frequency on the estimation of the mean flow velocity is the opposite. The higher the frequency, the lower the number of the acoustic periods for an accurate estimation.

With regard to the results of these study, a three-steps new approach can be proposed to improve the estimation of the acoustic particle velocity in presence of mean flow. The first step consists in the estimation of the mean flow velocity for each burst with the least mean square (LMS) algorithm. Then, the estimation of the mean flow velocity may be subtracted from the velocity signal. Finally, a "rotating machinery" technique associated with a synchronous detection allows to estimate the acoustic particle velocity with a great accuracy [16].

VI. CONCLUSION

A new method for estimating jointly the acoustic particle and the mean flow velocities from a LDV signal is presented. It is based on the least mean square (LMS) algorithm and it performs well in the estimation of the velocities. The performance of the method has been investigated by means of numerical tests and the results of the simulation have been compared to the Cramér-Rao bounds of the associated problem. It is shown that the LMS-based estimator is near the theoretical CRB, so that the estimator is efficient.

APPENDIX I
DERIVATION OF LMS PROBLEM

Inserting (18) into (38) leads to

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_1} \left(u_n - (v_c + a_{ac} \cos(2\pi f_{ac} n) + b_{ac} \sin(2\pi f_{ac} n)) \right)^2, \quad (46)$$

where

$$\begin{cases} a_{ac} = V_{ac} \cos(\phi_{ac}), \\ b_{ac} = V_{ac} \sin(\phi_{ac}). \end{cases} \quad (47)$$

Solving the following linear problem

$$\begin{cases} \frac{\partial V(\theta)}{\partial v_c} = 0, \\ \frac{\partial V(\theta)}{\partial V_{ac}} = 0, \\ \frac{\partial V(\theta)}{\partial \phi_{ac}} = 0, \end{cases} \quad (48)$$

allows to write analytically the unknown parameters. In the following, we note

$$\begin{aligned} D = & \frac{1}{N^2} \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos^2(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin^2(2\pi f_{ac} n) - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) \right)^2 \\ & - \frac{1}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin^2(2\pi f_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \right)^2 - \frac{1}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos^2(2\pi f_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \right)^2 \\ & + \frac{2}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n). \end{aligned} \quad (49)$$

The mean flow velocity \bar{v} may then be written as

$$\begin{aligned} v_c = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin^2(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \cos(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos^2(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \sin(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos^2(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin^2(2\pi f_{ac} n) - \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) \right)^2 \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n. \end{aligned} \quad (50)$$

Similarly, the acoustic parameters express as

$$\begin{aligned} a_{ac} = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \sin^2(2\pi f_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \right)^2 \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \cos(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \sin(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin^2(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n, \end{aligned} \quad (51)$$

and

$$\begin{aligned} b_{ac} = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos^2(2\pi f_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \right)^2 \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \sin(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n \cos(2\pi f_{ac} n) \\ & + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n_1} \cos(2\pi f_{ac} n) \sin(2\pi f_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n_1} \sin(2\pi f_{ac} n) \cos^2(2\pi f_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n_1} u_n. \end{aligned} \quad (52)$$

APPENDIX II
ASYMPTOTIC CRB

In this Appendix, we write the CRB of v_c (25), V_{ac} (30) and ϕ_{ac} (31) respectively in both asymptotic cases

$$2\gamma N \ll 1, \quad (53)$$

and

$$2\gamma N \gg 1, \quad (54)$$

where γ and $N \equiv N_q$ are given by (22) and (36). Using (36) and (22), we note that (53) and (54) are respectively equivalent to

$$2\sqrt{2}\pi D_x F_{ac} \ll v_c, \quad (55)$$

and

$$2\sqrt{2}\pi D_x F_{ac} \gg v_c. \quad (56)$$

Firstly, we suppose that $2\gamma N \ll 1$ and that $\gamma \ll 1$ which means that the actual velocity signal corresponds to largely less than one acoustic period. The Taylor expansion at the 7th order of the sine functions in (25), (30) and (31) respectively yields

$$\text{var}(v_c) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 f_{ac}^4} \frac{1}{N^5}, \quad (57)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{\sigma^2}{2} \frac{45}{\pi^4 f_{ac}^4} \frac{1}{N^5}, \quad (58)$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{\sigma^2}{2V_{ac}^2} \frac{45}{\pi^4 f_{ac}^4} \frac{1}{N^5}. \quad (59)$$

Using (36) and (22), we note that (57-59) may respectively be written as

$$\text{var}(v_c) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{5/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4}, \quad (60)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4}, \quad (61)$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4 V_{ac}^2}. \quad (62)$$

Writing (24) into (60-62) leads to

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5 V_{ac}^2}{F_{ac}^4}, \quad (63)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5 V_{ac}^2}{F_{ac}^4}, \quad (64)$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{D_x^5 F_e} \frac{v_c^5}{F_{ac}^4}, \quad (65)$$

where SNR is the linear signal-to-noise ratio.

Secondly, we now suppose that $2\gamma N \gg 1$ which means that the actual velocity signal corresponds to largely great than one acoustic period. The asymptotic CRB is then such that

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{\sigma^2}{N}, \quad (66)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{2\sigma^2}{N} \quad (67)$$

and

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{2\sigma^2}{NV_{ac}^2}. \quad (68)$$

Using (36), we note that (66-68) may respectively be written as

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{\sigma^2}{\sqrt{2}D_x F_e} v_c, \quad (69)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{D_x F_e} v_c \quad (70)$$

and

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{D_x F_e} \frac{v_c}{V_{ac}^2}. \quad (71)$$

Lastly, inserting (24) into (69-71) finally leads to

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{1}{2^{3/2} D_x F_e} v_c V_{ac}^2, \quad (72)$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{1}{\sqrt{2} D_x F_e} v_c V_{ac}^2 \quad (73)$$

and

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \frac{1}{\sqrt{2} D_x F_e} v_c \quad (74)$$

REFERENCES

- [1] H. E. Albrecht, N. Damaschke, M. Borys, and C. Tropea, *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*. Springer Verlag, 2003.
- [2] W. G. P. Buchhave and J. Lumley, "The measurement of turbulence with the laser-doppler anemometer," *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, vol. **11**, pp. 443–503, 1979.
- [3] L. Boyer and G. Searby, "Random sampling : distortion and reconstruction of velocity spectra from fft analysis of the analog signal of laser doppler processor," *J. Appl. Phys.*, vol. **60**, no. 8, pp. 2699–2707, 1986.
- [4] L. Simon and J. Fitzpatrick, "An improved sample-and-hold reconstruction procedure for auto-power spectra estimation of lda data," *Exp. in Fluids*, vol. **37**, no. 2, pp. 272–280, 2004.
- [5] E. M. H. Nobach and C. Tropea, "Efficient estimation of power spectral density from laser doppler anemometer data," *Exp. in Fluids*, vol. **24**, no. 5-6, pp. 499–509, 1998.
- [6] R. Banning, "Spectral analysis methods for poisson sampled measurements," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. **46**, no. 4, pp. 882–887, 1997.
- [7] K. Taylor, "Absolute measurement of acoustic particle velocity," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. **59**, pp. 691–694, 1976.
- [8] C. Greated, "Measurement of acoustic velocity fields," *Strain*, vol. **22**, pp. 21–24, 1986.
- [9] K. Taylor, "Absolute calibration of microphone by Laser Doppler technique," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. **70**, no. 4, pp. 939–945, 1981.
- [10] M. Davis and K. Taylor, "Laser Doppler measurement of complex impedance," *J. Sound Vib.*, vol. **107**, no. 3, pp. 451–470, 1986.
- [11] J. Vignola, Y. Berthelot, and J. Jarzinsjy, "Laser detection of sound," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. **90**, pp. 1275–1286, 1991.
- [12] J. Sharped and C. Greated, "A stochastic model for photon correlation measurements in sound field," *J. Phys. D:Appl. Phys.*, vol. **22**, pp. 1429–1433, 1989.
- [13] J. Valière, P. Herzog, V. Valeau, and G. Tournois, "Acoustic velocity measurements in the air by means of laser doppler velocimetry : dynamic and frequency range limitations and signal processing improvements," *J. Sound Vib.*, vol. **229**, no. 3, pp. 607–626, 2000.
- [14] V. Valeau, J. Valière, and C. Mellet, "Instantaneous frequency tracking of a sinusoidally frequency-modulated signal with low modulation index: application to laser measurements in acoustics," *Sig. Proc.*, vol. **84**, no. 7, pp. 1147–1165, 2004.
- [15] B. Gazengel and S. Poggi, "Measurement of acoustic particle velocities in enclosed sound field: Assessment of two laser doppler velocimetry measuring systems," *Applied Acoustics*, vol. **66**, no. 1, pp. 15–44, 2005.
- [16] B. Gazengel, S. Poggi, and J. Valière, "Evaluation of the performances of two acquisition and signal processing systems for measuring acoustic particle velocities in air by means of laser doppler velocimetry," *Meas. Sci. Tech.*, vol. **14**, no. 12, pp. 2047–2064, 2003.
- [17] Z. Lazreq and J. Ville, "Acoustic calibration of a pressure-velocity probe," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. **100**, no. 1, pp. 364–371, 1996.
- [18] A. Minotti, F. Simon, J. Piet, and P. Millan, "In-flow acoustic power and intensity field measurements with a 2D LDV system," in *AIAA/CEAS Aeroacoustic conference AIAA 2003-3262*, Hilton Head, 2003.
- [19] R. Boucheron, J. Valière, P. Herzog, H. Baillet, and J. Dalmont, "Evaluation of acoustic velocity in mean flow by Laser Doppler Velocimetry," in *Proceedings of 12th International Symposium on Applications of Laser Techniques to fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2004.
- [20] A. Le Duff, G. Plantier, J. Valière, and R. Perdriau, "Particle detection and velocity measurements in laser doppler velocimetry using Kalman filters," in *ICASSP'2004 - IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Montréal, Québec, 2004.
- [21] A. Degroot, S. Montrésor, B. Gazengel, O. Richoux, and L. Simon, "Doppler signal detection and particle time of flight estimation using wavelet transform for acoustic velocity measurement," in *ICASSP'2006 - IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, 2006.
- [22] S. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing. Vol. I: estimation theory*. Prentice-Hall, 1993.
- [23] D. Rife and R. Boorstyn, "Single tone parameter estimation from discrete-time observations," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. **20**, no. 5, pp. 591–598, 1974.
- [24] O. Besson and F. Galtier, "Estimating particles velocity from laser measurements: maximum likelihood and cramer-rao bounds," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. **44**, no. 12, pp. 3056–3068, 1996.
- [25] W. Shu, "Cramer-rao bound of laser doppler anemometer," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. **50**, no. 6, pp. 1770–1772, 2001.

Annexe D

CRB asymptotique

Dans cette annexe, les CRB de v_c Eq. (3.17), V_{ac} Eq. (3.22) et ϕ_{ac} Eq. (3.23) sont écrites respectivement pour les deux cas asymptotiques suivant

$$2\gamma N \ll 1, \quad (\text{D.1})$$

et

$$2\gamma N \gg 1, \quad (\text{D.2})$$

où γ et $N \equiv N_q$ sont donnés par les Eqs. (3.14) et (3.28). En utilisant les Eqs. (3.28) et (3.14), les Eqs. (D.1) et (D.2) sont respectivement équivalentes à

$$2\sqrt{2}\pi dx_o f_{ac} \ll v_c, \quad (\text{D.3})$$

et

$$2\sqrt{2}\pi dx_o f_{ac} \gg v_c. \quad (\text{D.4})$$

Premièrement, nous supposons que $2\gamma N \ll 1$ et que $\gamma \ll 1$, ce qui signifie que le signal de vitesse actuel correspond largement à moins d'une période acoustique. Le développement de Taylor au 7eme ordre des fonctions sinusoïdales dans les Eqs. (3.17), (3.22) et (3.23) conduisent respectivement à

$$\text{var}(v_c) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 F_{ac}^4} \frac{1}{N^5}, \quad (\text{D.5})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{\sigma^2}{2} \frac{45}{\pi^4 F_{ac}^4} \frac{1}{N^5}, \quad (\text{D.6})$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{\sigma^2}{2V_{ac}^2} \frac{45}{\pi^4 F_{ac}^4} \frac{1}{N^5}. \quad (\text{D.7})$$

En utilisant les Eqs. (3.28) et (3.14), les Eqs. (D.5-D.7) peuvent alors être écrites respectivement comme suit

$$\text{var}(v_c) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{5/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4}, \quad (\text{D.8})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4}, \quad (\text{D.9})$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \sigma^2 \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4 V_{ac}^2}. \quad (\text{D.10})$$

Remplacer l'Eq. (3.16) dans les Eqs. (D.8-D.10), conduit à

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^4 2^{7/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5 V_{ac}^2}{f_{ac}^4}, \quad (\text{D.11})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5 V_{ac}^2}{f_{ac}^4}, \quad (\text{D.12})$$

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{45}{\pi^4 2^{9/2}} \frac{1}{dx_o^5 f_e} \frac{v_c^5}{f_{ac}^4}, \quad (\text{D.13})$$

où le RSB est le Rapport Signal à Bruit linéaire.

Deuxièmement, nous supposons que $2\gamma N \gg 1$, ce qui signifie que le signal de vitesse actuel correspond largement à plus d'une période acoustique. Les CRB asymptotiques sont alors simplement données par

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{\sigma^2}{N}, \quad (\text{D.14})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{2\sigma^2}{N} \quad (\text{D.15})$$

et

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{2\sigma^2}{NV_{ac}^2}. \quad (\text{D.16})$$

En utilisant l'Eq. (3.28), nous notons que les Eqs. (D.14-D.16) peuvent respectivement être réécrites comme suit

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{\sigma^2}{\sqrt{2} dx_o f_e} v_c, \quad (\text{D.17})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{dx_o f_e} v_c \quad (\text{D.18})$$

et

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{dx_o f_e} \frac{v_c}{V_{ac}^2}. \quad (\text{D.19})$$

Enfin, remplacer l'Eq. 3.16) dans les Eqs. (D.17-D.19) conduit finalement à

$$\text{var}(v_c) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{1}{2^{3/2} dx_o f_e} v_c V_{ac}^2, \quad (\text{D.20})$$

$$\text{var}(V_{ac}) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{1}{\sqrt{2} dx_o f_e} v_c V_{ac}^2 \quad (\text{D.21})$$

et

$$\text{var}(\phi_{ac}) \geq \frac{1}{\text{RSB}} \frac{1}{\sqrt{2} dx_o f_e} v_c \quad (\text{D.22})$$

Annexe E

Dérivation du problème de minimisation par moindres carrés (LMS)

Insérer l'Eq. (3.10) dans l'Eq. (3.30) conduit à

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_1} \left(u_n - (v_c + a_{ac} \cos(2\pi F_{ac}n) + b_{ac} \sin(2\pi F_{ac}n)) \right)^2, \quad (\text{E.1})$$

où

$$\begin{cases} a_{ac} = V_{ac} \cos(\phi_{ac}), \\ b_{ac} = V_{ac} \sin(\phi_{ac}). \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

Résoudre le problème linéaire suivant

$$\begin{cases} \frac{\partial V(\theta)}{\partial v_c} = 0, \\ \frac{\partial V(\theta)}{\partial a_{ac}} = 0, \\ \frac{\partial V(\theta)}{\partial b_{ac}} = 0, \\ \frac{\partial V(\theta)}{\partial \phi_{ac}} = 0, \end{cases} \quad (\text{E.3})$$

permet d'écrire analytiquement les paramètres inconnus. Par la suite, l'écriture suivante sera utilisée

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{N^2} \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos^2(2\pi F_{ac}n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin^2(2\pi F_{ac}n) - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac}n) \sin(2\pi F_{ac}n) \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin^2(2\pi F_{ac}n) \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac}n) \right)^2 - \frac{1}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos^2(2\pi F_{ac}n) \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac}n) \right)^2 \\ &\quad + \frac{2}{N^3} \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac}n) \sin(2\pi F_{ac}n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac}n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac}n). \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

La vitesse d'écoulement moyenne \bar{v} peut alors être écrite comme

$$\begin{aligned}
v_c = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin^2(2\pi F_{ac} n) \right) \\
& \times \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \cos(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos^2(2\pi F_{ac} n) \right) \\
& \times \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \sin(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos^2(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin^2(2\pi F_{ac} n) - \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) \right)^2 \right) \\
& \times \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n. \tag{E.5}
\end{aligned}$$

De manière similaire, les paramètres acoustique s'expriment

$$\begin{aligned}
a_{ac} = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin^2(2\pi F_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) \right)^2 \right) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \cos(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \sin(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin^2(2\pi F_{ac} n) \right) \\
& \times \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n, \tag{E.6}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
b_{ac} = & \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos^2(2\pi F_{ac} n) \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \right)^2 \right) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \sin(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) \right) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n \cos(2\pi F_{ac} n) \\
& + \frac{1}{N^3 D} \left(\sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \cos(2\pi F_{ac} n) \sin(2\pi F_{ac} n) - \sum_{n=n_0}^{n=n_1} \sin(2\pi F_{ac} n) \cos^2(2\pi F_{ac} n) \right) \\
& \times \sum_{n=n_0}^{n=n_1} u_n. \tag{E.7}
\end{aligned}$$

Annexe F

Suitability of Laser Doppler Velocimetry for the Calibration of Pressure Microphones*

*Cette annexe propose un article écrit en langue anglaise et accepté pour publication à la revue *Applied Acoustics* par A. Degroot, R. MacDonald, O. Richoux, B. Gazengel et M. Campbell, soumis en mai 2007, révisé en juillet 2007, accepté en septembre 2007.

Suitability of Laser Doppler Velocimetry for the Calibration of Pressure Microphones

A. Degroot ^a, R. MacDonald ^b, O. Richoux ^{a,*}, B. Gazengel ^a,
M. Campbell ^b

^a*Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine -UMR CNRS 6613-,
Av. O. Messiaen 72085 Le Mans, cedex 9*

^b*Acoustics and Fluid dynamics group, School of Physics,
University of Edinburgh Kings Buildings, Edinburgh*

Abstract

The details of a new approach for absolute calibration of microphones, based on the direct measurement of acoustic particle velocity using Laser Doppler Velocimetry (LDV), are presented and discussed. The calibration technique is carried out inside a tube in which plane waves propagate and closed by a rigid termination. The method developed proposes to estimate the acoustic pressure with two velocity measurements and a physical model. Minimum theoretical uncertainties on the estimated pressure and minimum measurable pressure are calculated from the Cramer Rao Bounds on the estimated acoustic velocity amplitude and phase. These uncertainties and the minimum measurable pressure help to optimize the experimental set up. Acoustic pressure estimations performed with LDV are compared with acoustic pressures obtained with a reference microphone. Measurements lead to a minimum bias of 0.006 dB and a minimum uncertainty of 0.013 dB on the acoustic pressure estimation for frequencies 1360 Hz and 680 Hz.

Key words: microphone calibration, LDV, PIV, CRB, uncertainties, pressure estimation
PACS: 43.38.Kb, 43.58.Vb, 43.60.Qv

* Corresponding author.

Email addresses: anne.degroot@univ-lemans.fr (A. Degroot),
rob.macdonald@ed.ac.uk (R. MacDonald),
olivier.richoux@univ-lemans.fr (O. Richoux),
bruno.gazengel@univ-lemans.fr (B. Gazengel), dmc@ph.ed.ac.uk (M.
Campbell).

Notations*Acoustics*

k	wavenumber
ρ	air density at rest
c	speed of sound at rest
f	acoustic frequency
ω	acoustic angular frequency
$v(x, t)$	acoustic particle velocity
$V(x)$	acoustic particle velocity amplitude
Φ_v	acoustic particle velocity phase
$p(x, t)$	acoustic pressure
$\bar{P}(x)$	complex acoustic pressure amplitude
$P(x)$	acoustic pressure amplitude
Φ_p	acoustic pressure phase
\bar{R}	acoustic reflection coefficient in velocity
R	acoustic reflection coefficient amplitude
Φ_R	acoustic reflection coefficient phase
$\bar{P}_e(x)$	complex pressure amplitude at the rigid termination
$\bar{P}_{ref}(x)$	reference pressure

Optics

i	interfringe separation
d_x	probe volume length
$\overline{IF}(x)$	complex amplitude $IFe^{j\phi_{IF}}$ of the instantaneous frequency of the Doppler signal
$IF(x)$	amplitude of the instantaneous frequency of the Doppler signal
Φ_{IF}	phase of the instantaneous frequency of the Doppler signal

Geometry

x_1	position of measurement 1
x_2	position of measurement 2
$\Delta x = x_2 - x_1$	

Signal processing

SNR	Doppler Signal to Noise Ratio
CRB	Cramer Rao Bounds for Doppler signal model
F_s	Sampling frequency

General

\bar{x}	is a complex value
$j = \sqrt{-1}$	
$v_p(x, t)$	particle velocity
V_f	mean flow velocity amplitude

1 Introduction

Measurement microphones are currently used for enclosed and free field applications. The accurate estimation of the measured pressure level requires a precise estimate of the microphone sensitivity. The sensitivity can be obtained in an absolute or in a relative manner. The absolute measurement of condenser microphone sensitivity provides primary calibration in metrology laboratories around the world. The relative calibration technique is used to estimate the sensitivity of typical microphones used in industrial or research applications.

For relative calibration, the sensitivity of the microphone is deduced from the sensitivity of a reference microphone measuring the same pressure amplitude as the microphone under test. In the case of absolute calibration, the sensitivity of the microphone under test is estimated without using a reference microphone. For both methods the calibration can be performed on pressure and free field microphones. These two types of microphone are fundamentally similar. However, pressure microphones are designed to measure sound pressure in a field where the sound pressure has the same magnitude and phase throughout, whereas free field microphones are designed to measure sound pressure in a field where sound waves propagate freely without obstruction.

Absolute calibration can be performed by implementing the reciprocity technique [1]. This technique is based on fine modelling of the physical effects involved in the measurement process. With the reciprocity technique three microphones (A,B and C) are necessary. They are pair-wise coupled together (AB, AC, BC) by air (cavity for pressure microphone or free field for free field microphone). One of the two microphones under test emits sound while the second is used as a receiver. The electrical transfer impedance is calculated as the ratio of the receiver output voltage and the transmitter input current. The physical model of the transfer impedance between the input voltage and the output current enables estimation of the product of the two sensitivities. Repeating the process enables the three sensitivities to be deduced. Absolute calibration techniques can be viewed as a type of relative technique, the reference value being estimated by means of a physical model.

The reciprocity technique is commonly applied in enclosed field to estimate the sensitivity of a pressure microphone. This technique uses a small cavity and a good accuracy can be obtained in the sensitivity estimation, typically ± 0.05 dB. The reciprocity calibration technique of microphones is approved by the International Electrotechnical Commission (IEC) and detailed in [1]. Although this method has been standardized, different authors are interested in increasing the measurement accuracy of the technique [2,3] by developing more detailed modelling of the transfer impedance.

Free field microphone absolute calibration using the reciprocity technique has been

studied by different authors [4,5] and has finally been standardized [6]. The absolute calibration of microphones in free field differs from the calibration of pressure microphones. In this case, the acoustic level produced by the emitting microphone is very low and the Signal to Noise Ratio (SNR) is small. This technique also requires that both microphones be considered as point sources located at some effective distance from the membrane (the acoustic centre). The sensitivity measurement needs to estimate the locations of these acoustic centres.

Free field calibration suffers from additional problems. If the microphone distance is sufficiently short, a standing wave can appear between the two membranes. The imperfect performance of the anechoic chamber that is used to provide the free field conditions can also generate reflections which can affect the transfer impedance estimation: it is necessary to use specific signal processing techniques to clean up the measured transfer impedance [4,5]. As a result of these problems, it would be useful to be able to calibrate free field microphones using non-intrusive techniques which would avoid the use of a second microphone as a sound source.

Optical methods such as Laser Doppler Velocimetry (LDV) or Particle Image Velocimetry (PIV) are non-intrusive measurement techniques which enable the measurement of acoustic velocity. LDV has been used for measuring low amplitude velocities since 1976 [7] while PIV has been used for measuring higher levels [8,9]. LDV provides a local measurement with good time resolution while PIV provides an estimate of the shape of a velocity field in a measuring area defined by the optical system. LDV is more precise than PIV, especially for measuring low velocity amplitudes, typically less than 1 mm/s. The main drawbacks of these two techniques are the complexity of the optical system and signal processing, and the high cost of experimental systems.

Different authors have proposed calibrating a pressure microphone using LDV. The microphone is located at the end of a tube attached to a loudspeaker and a physical model enables the deduction of the acoustic pressure from a single velocity measurement. Taylor [10] uses a spectral analysis of the Doppler signal delivered by the LDV system. He shows that it is possible to calibrate a condenser microphone with an accuracy of ± 0.03 dB when taking a large sample of measurements, resulting in a long measurement time. MacGillivray *et al* [11,12] use the same approach to estimate the acoustic velocity with two methods, frequency analysis and Photon Correlation Spectroscopy. They show that the uncertainty in the pressure estimation is ± 0.1 dB when using spectral analysis and is ± 0.2 dB when using Photon Correlation Spectroscopy.

The issue of free field microphone calibration is clearly problematic. Both LDV and PIV have been used for characterising the acoustic velocity in a free field. Different authors [13,14] show that the acoustic velocity can be measured with

LDV. Gazengel *et al.* [15] show that LDV can measure the acoustic velocity profile on the axis of a radiating loudspeaker. PIV has been used by Degroot *et al* [16] for characterising the velocity field in the vicinity of the membrane of a microphone placed in a semi free field (Fig. 1).

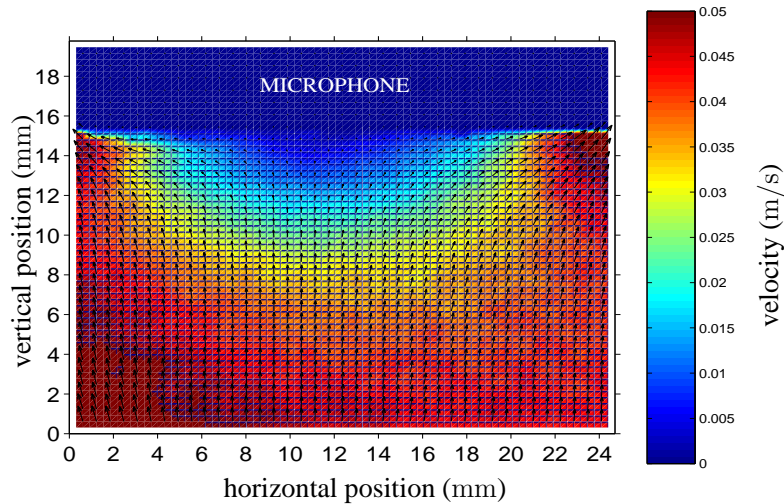


Figure 1. View of the velocity field in front a one inch microphone membrane measured with PIV [16].

However, these studies only deal with the measurement of acoustic velocity and do not propose to estimate the acoustic pressure. The calibration of microphones using optical non-intrusive techniques such as LDV or PIV requires the construction of a physical model of the acoustic field near the microphone membrane. Fig. (1) shows that a model with at least two dimensions should be developed for calibrating a free field microphone.

In this paper, as a first step towards being able to calibrate a free field microphone, we develop a new one dimensional physical model of the acoustic field near a microphone membrane. Building on the work of Taylor [7] and MacGillivray *et al* [11,12], where the acoustic pressure was deduced from a single velocity measurement, the new model provides an estimate of the mean acoustic pressure acting on the microphone membrane from velocities measured at two different points located nearby. The new calibration method is tested on a pressure microphone in an enclosed field.

In the next section, the analytical model which yields an estimation of the acoustic pressure in the waveguide using two acoustic velocity measurements is presented. Moreover, the uncertainties in the pressure amplitude and phase are derived using the theoretical minimum uncertainty in the LDV velocity measurement.

In Section 3, the details of the experimental study are presented. First the experi-

mental system used for assessing the calibration method is described and then the uncertainty analysis developed in Section 2 is applied to the design of the experiment. Finally, experimental results are presented and discussed.

2 Pressure estimation model

2.1 Pressure calculation

Consider an incident plane wave with acoustic particle velocity amplitude V_0 and wavenumber k that experiences viscothermal losses [17] as it propagates from left to right along the x -axis in a waveguide having a reflection coefficient $\bar{R} = R e^{j\Phi_R}$ (see Fig. 2).

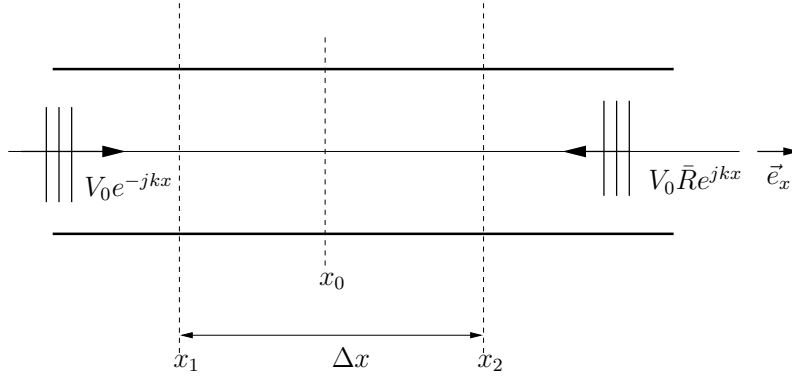


Figure 2. Schematic view of the problem

The mass conservation law gives an expression relating the acoustic pressure $p(x, t)$ and the acoustic particle velocity $\vec{v}(x, t)$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\rho c^2 \operatorname{div}(\vec{v}(x, t)), \quad (1)$$

where ρ is the air density at rest and c is the speed of sound. In the case of a harmonic plane wave of angular frequency ω propagating along the x axis, acoustic pressure and particle velocity can be written as

$$\vec{v}(x, t) = \bar{V}(x) e^{j\omega t} \vec{e}_x = V(x) e^{j\Phi_v(x)} e^{j\omega t} \vec{e}_x, \quad (2)$$

$$p(x, t) = \bar{P}(x) e^{j\omega t} = P(x) e^{j\Phi_p(x)} e^{j\omega t}. \quad (3)$$

where $V(x)$, $P(x)$, $\Phi_v(x)$ and $\Phi_p(x)$ are respectively the acoustic velocity amplitude, acoustic pressure amplitude, phase of acoustic velocity and phase of acoustic pressure at abscissa x .

Using Eqs. 1, 2 and 3,

$$j\omega\bar{P}(x) = -\rho c^2 \frac{d\bar{V}(x)}{dx}. \quad (4)$$

Knowing that the acoustic velocity is written

$$\bar{V}(x) = V_0 \left(e^{-jkx} + \bar{R}e^{jkx} \right), \quad (5)$$

the spatial derivative of the velocity at abscissa x_0 is given by [18]

$$\frac{d\bar{V}}{dx} \Big|_{x_0} = \frac{\Delta\bar{V}}{\Delta x} \frac{1}{\text{sinc}\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)}, \quad (6)$$

where $\Delta\bar{V} = \bar{V}(x_2) - \bar{V}(x_1)$ with $x_1 = x_0 - \Delta x/2$ and $x_2 = x_0 + \Delta x/2$ (see Fig. 2).

Using Eqs. 4 and 6, the acoustic pressure at abscissa x_0 is given by

$$\bar{P}(x_0) = j\rho c \frac{\Delta\bar{V}}{2 \sin\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)}. \quad (7)$$

2.2 Minimum uncertainty in the pressure estimation

2.2.1 General formulation

This section aims to determine the minimum uncertainty in the pressure modulus and phase using the uncertainties in the acoustic velocity measured by means of LDV and the uncertainties in the physical quantities (ρ , c , Δx).

The relative uncertainty $\frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)}$ in the estimation of the amplitude pressure at $x = x_0$ is obtained using the Eq. 7 and is written

$$\frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} = \left[\left(\frac{\delta\Delta V}{\Delta V} \right)^2 + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2|\tan(k\Delta x/2)|} \right)^2 + \left(\frac{\delta c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (8)$$

where $\Delta V = |\Delta\bar{V}|$, $\delta\rho/\rho$ is the relative uncertainty in the density, $\delta c/c = -\delta\rho/2\rho$ is the relative uncertainty in the speed of sound, assuming that the speed of sound only depends on the density ρ considered as an equivalent density as defined in [19]. The uncertainty in $k\Delta x$ is defined by [19]

$$\delta(k\Delta x) = k\Delta x \left[\left(\frac{\delta\rho}{2\rho} \right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta x}{\Delta x} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (9)$$

In the same way, the uncertainty in the phase of the pressure can be obtained using Eq. 7

$$\delta\Phi_p = \delta\Phi_{\Delta\bar{V}} \quad (10)$$

where $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ is the phase of $\Delta\bar{V}$.

2.2.2 Minimum uncertainty in the velocity difference

The determination of the minimum uncertainty in the acoustic pressure (Eqs. 8 and 10) requires the calculation of the minimum uncertainty in the velocity difference. Using the notation $V_1 = V(x_1)$, $V_2 = V(x_2)$, $\Phi_1 = \Phi_v(x_1)$ and $\Phi_2 = \Phi_v(x_2)$, the relative uncertainty in ΔV is

$$\begin{aligned} \frac{\delta\Delta V}{\Delta V} = \frac{1}{(\Delta V)^2} & \left[(\delta V_2)^2 [V_2 - V_1 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_1)^2 [V_1 - V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right. \\ & \left. + [V_1 V_2 \sin(\Delta\Phi)]^2 [(\delta\Phi_1)^2 + (\delta\Phi_2)^2] \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (11)$$

where $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ and δV_1 , δV_2 , $\delta\Phi_1$ and $\delta\Phi_2$ are respectively the uncertainties in velocity amplitude and phase at abscissa x_1 and x_2 .

The uncertainty in the phase of the velocity difference $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ is

$$\begin{aligned} \delta\Phi_{\Delta\bar{V}} = \frac{1}{(\Delta V)^2} & \left[(\delta V_1)^2 V_2^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_1)^2 [V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right. \\ & \left. + (\delta V_2)^2 V_1^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_2)^2 [V_2^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (12)$$

The particle velocity $v_p(x, t)$ measured by LDV at abscissa x can be estimated using [20]

$$v_p(x, t) = i \cdot \overline{IF}(x, t), \quad (13)$$

where i is the interfringe separation of the LDV probe and

$$\overline{IF}(x, t) = IF(x) \cdot e^{j\phi_{IF(x)}} \cdot e^{j\omega t} \quad (14)$$

is the complex instantaneous frequency defined by [21]

$$\overline{IF}(x, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_D(x, t)}{dt}, \quad (15)$$

where $\Phi_D(x, t)$ is the phase of the LDV probe signal, proportional to the particle displacement $x_p(t)$ in the probe volume ($\Phi_D(x, t) = \frac{2\pi}{i} x_p(t)$). In the case of sinusoidal acoustic excitation, $\overline{IF}(x, t)$ is estimated by specific signal processing (Short Time Fourier Transform [22], Cross Wigner-Ville distribution [23,24]). The amplitude $IF(x)$ and phase $\phi_{IF(x)}$ are estimated with a Least Mean Square Method

[25]. The uncertainties in the acoustic velocity amplitude V and phase Φ_v measured by LDV are given by

$$\frac{\delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\delta i}{i}\right)^2 + \left(\frac{\delta IF}{IF}\right)^2}, \quad (16)$$

$$\delta \Phi_v = \delta \Phi_{IF}, \quad (17)$$

where $\frac{\delta i}{i}$ is the relative uncertainty in the interfringe separation measurement and $\frac{\delta IF}{IF}$ is the relative uncertainty in the instantaneous frequency amplitude estimation. The minimum uncertainty in the instantaneous frequency is given by the minimum variance in the estimation of the acoustic parameters $V(x)$ and $\Phi_v(x)$. This minimum variance, depending on the signal, is expressed by the Cramer-Rao Bounds (CRB), estimated using a model of the Doppler signal [26]. In the case of harmonic excitation at acoustic frequency f and for low mean flow velocity encountered in an enclosed field (typically 0.5 to 2 mm/s due to thermal effects generated by the loudspeaker), Le Duff *et al* [26] give the CRB for the acoustic velocity amplitude $V(x)$ and phase $\Phi_v(x)$

$$CRB(V) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{\alpha^2 N_p \text{SNR}} V^2, \quad (18)$$

$$CRB(\Phi_v) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{\alpha^2 N_p \text{SNR}}, \quad (19)$$

with

$$N_p = \frac{2fd_x}{V_f}, \quad (20)$$

$$F = \frac{f}{F_s}, \quad (21)$$

$$\alpha = \frac{V}{if}, \quad (22)$$

where V_f is the mean flow velocity, F_s is the sampling frequency and d_x is the length of the probe volume along the x axis [26].

Using Eqs. 11 and 18, the minimum relative uncertainty in the difference in velocity amplitude can be written

$$\left. \frac{\delta \Delta V}{\Delta V} \right|_{min} = \frac{2\sqrt{2}Kif}{\Delta V} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i}\right)^2 \frac{(V_1^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2 + (V_2^2 - V_1V_2 \cos \Delta\Phi)^2}{2\Delta V^2(2Kif)^2} \right]^{1/2}, \quad (23)$$

where

$$K = \sqrt{2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{F}{N_p \text{SNR}}}. \quad (24)$$

Considering that the acoustic particle velocity is written as the sum of an outgoing and incoming wave (Eq. 5), the minimum relative uncertainty in the difference in velocity amplitude can be obtained using

$$\Delta V = 2V_0 \left| \sin \frac{k\Delta x}{2} \right| |e^{-jkx_0} - Re^{j\phi_R} e^{jkx_0}|, \quad (25)$$

in Eq. 23. The uncertainty in the phase of the velocity difference is

$$\delta\Phi_{\Delta V}|_{min} = \frac{2\sqrt{2}Kif}{\Delta V}. \quad (26)$$

Eqs. 23 and 26 show that the uncertainty in the velocity difference (amplitude and phase) is minimized for ΔV large, which occurs when measuring two velocities having the same amplitude and opposite phase.

2.2.3 Total minimum uncertainty in the pressure

The total relative uncertainty in the pressure amplitude estimation is found by substituting Eqs. 23 and 25 into Eq. 8

$$\begin{aligned} \frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} \Big|_{min} = & \left[\left(\frac{2\sqrt{2}Kif}{\Delta V} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \frac{(V_1^2 - V_1 V_2 \cos \Delta\Phi)^2 + (V_2^2 - V_1 V_2 \cos \Delta\Phi)^2}{2\Delta V^2 (2Kif)^2} \right]^{1/2} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2 \left| \tan \frac{k\Delta x}{2} \right|} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (27) \end{aligned}$$

with K given in Eq. 24.

The uncertainty in the pressure phase is given by

$$\delta\Phi_p|_{min} = \delta\Phi_{\Delta V}|_{min}, \quad (28)$$

where $\delta\Phi_{\Delta V}|_{min}$ is given in Eq. 26.

2.3 Minimum measurable pressure

The minimum acoustic pressure amplitude that can be estimated using this method is given by Eq. (7)

$$P(x_0)_{min} = \rho c \frac{\Delta V_{min}}{\left| 2 \sin\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \right|}, \quad (29)$$

where ΔV_{min} is the minimum measurable amplitude of the velocity difference.

3 Experimental study

3.1 Experimental system

The experimental study aims at determining the bias and standard deviation of the pressure estimated using two velocity measurements and Eq. (7). For this, the acoustic pressure is estimated inside a tube excited with a loudspeaker at one end and closed by a rigid termination at the other end. The estimated pressure is compared with a reference pressure obtained by means of a microphone flush-mounted at the end of the tube.

3.1.1 Acoustic system

The acoustic set-up consists of a square cross-section duct ($0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$) made of Perspex of thickness 10 mm. The cut-off frequency associated with the first transverse acoustic mode is 1720 Hz. The tube is 0.5 m long. A loudspeaker (GUO GUANG 450100) is mounted at one end of the waveguide and the other end is closed by a rigid termination (see Fig. 3). The acoustic pressure is measured at the rigid end of the tube by means of a 1/2 inch microphone (B&K 4192) connected to a preamplifier (B&K 2619) and a conditioning amplifier (B&K 2609).

3.1.2 LDV system

The LDV apparatus used in this study is a dual beam system operating in the differential Doppler mode. Only one velocity component is measured. The laser source, producing light of 514.5 nm wavelength in air, is installed in a separate room with the beams delivered to the lab using fibre optics. In order to get enough light intensity the forward scattering configuration is used. The laser power is 20 mW at the location of the probe volume. The focal distance of the emitting optics is 1000 mm. The angle between the two incident beams is set to about 28 deg. The probe volume length $d_x \simeq 0.1 \text{ mm}$ and the interference pattern contains about 100 fringes.

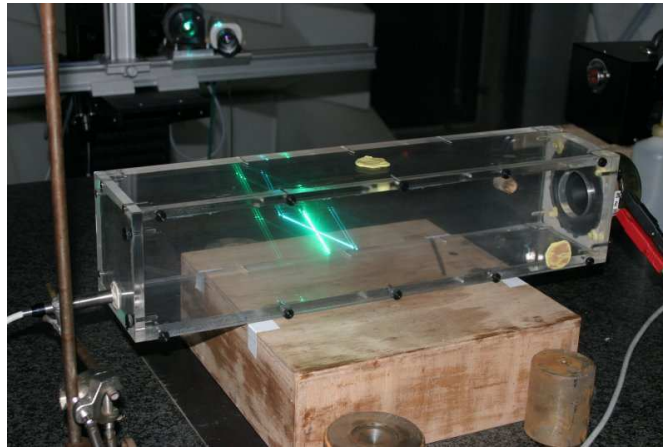


Figure 3. View of the acoustic system.

The emitting and receiving optics are supported by a traverse system which enables to measure the velocity at different locations. The velocity sign is determined using a Bragg cell introduced in the path of one of the incident beams. The Bragg cell operates here in the -1 mode, which decreases the frequency value of the beam that is frequency shifted. The cell is driven at $f_B = 40$ MHz. The seeding is SAFEX Super Fog Fluid, injected inside the tube.

The optical signal is converted into an electrical signal by means of a photomultiplier (PM) using a 1200 V supply. The signal is converted into two signals in quadrature and analysed using the Phase Derivative Based Estimator [26] in order to estimate the instantaneous frequency. The parameters of the acoustic velocity (V , Φ_v) are calculated using a Least Mean Square Method [25] applied to the instantaneous frequency defined in section 2.2.2.

The acquisition of Doppler signals was performed using $F_s = 1$ MHz and $F_s = 500$ kHz. The velocities measured at abscissa x_1 and x_2 were estimated using 10 acquisitions, with each signal comprising of about 10 bursts. This enables 10 values of the acoustic parameters V and Φ_v to be estimated. The mean of these 10 gives the estimation of acoustic velocity and the standard deviations σ_V and σ_{Φ_v} . The uncertainties are then $\delta_V = \frac{2\sigma_V}{\sqrt{10}}$ and $\delta_{\Phi_v} = \frac{2\sigma_{\Phi_v}}{\sqrt{10}}$.

3.2 Experiment design

The aim of this section is to define an experimental configuration which minimizes the uncertainty in the pressure estimation. By assuming that the termination is rigid ($\bar{R} = -1$), the minimum measurable pressure is calculated (see Eq. 33). Then, in section 3.2.2, the uncertainties in the pressure estimated with LDV and with the reference microphone are studied. We use parameters encountered in the usual

experimental configuration as given in table 1.

$\frac{\delta\rho}{\rho}$	$\frac{\delta i}{i}$	δL	i	F_s	SNR	V_f	d_x
0.05%	0.1%	0.1 mm	1 μ m	1 MHz	15 dB	5 mm/s	0.1 mm

Table 1

Values of parameters corresponding to usual experimental configuration in enclosed field.

Eqs. 27 and 28, which give the uncertainty in the amplitude and phase of the pressure estimated with LDV, are made up of three terms and one term respectively. The last term of Eq. 27 is a constant value describing the uncertainty in the air density due to the seeding. The second term of Eq. 27 shows the effect of the microphone probe spacing (term in $k\Delta x$). The first term of Eq. 27 shows the uncertainty in the acoustic velocity estimation due to the LDV signal processing (term in Kif) and to the interfringe measurement (term in δi). Eq. 28 shows that the uncertainty in the phase depends only on the signal processing (term in Kif). For $\bar{R} = -1$, the uncertainty in the velocity estimation is minimized using $kx_0 = m\pi$ ($m \in \mathbb{N}$), which means that the pressure is best estimated at one of its antinodes. This configuration is used in the experiment. Assuming that the velocity is measured at

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \text{ and} \quad (30)$$

$$x_2 = x_0 - \frac{\Delta x}{2}, \quad (31)$$

$\bar{V}_1 = -\bar{V}_2$ if Δx is chosen correctly, which leads to $V_1 = V_2$ and $\Delta\phi = \pi$. These assumptions enable the deduction of the uncertainties in the amplitude and phase of the pressure estimated with LDV.

3.2.1 Minimum measurable pressure

Using the assumption $\bar{V}_1 = -\bar{V}_2$, the minimum measurable amplitude of the velocity difference is written $\Delta V_{min} = \delta V_1 + \delta V_2$. Using Eq. 16, Eq. 18 and Eq. 22, ΔV_{min} is given by

$$\Delta V_{min} = 2Kif \left[\left(1 + \frac{(\delta i/i)^2}{\left(\frac{2Kif}{V_1}\right)^2} \right)^{1/2} + \left(1 + \frac{(\delta i/i)^2}{\left(\frac{2Kif}{V_2}\right)^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (32)$$

The minimum measurable pressure is given by Eq. (29) and takes the following form

$$P(x_0)_{min} = \rho c \frac{2Kif}{|\sin \frac{k\Delta x}{2}|} \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \left(\frac{V_0 \sin \frac{\Delta x}{2}}{Kif} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (33)$$

Considering the acoustic field in a resonant tube and using the conservation of mass law $P(x_0) = 2\rho cV_0|\cos kx_0|$, the minimum pressure is

$$P(x_0)_{min} = \frac{2\rho cKif}{\left|\sin \frac{k\Delta x}{2}\right| \sqrt{1 - \left(\frac{\delta i}{i}\right)^2}}. \quad (34)$$

Fig. 4 shows the minimum pressure amplitude that can be estimated using two LDV measured velocities as a function of frequency for different spacings Δx and using parameters given in table 1.

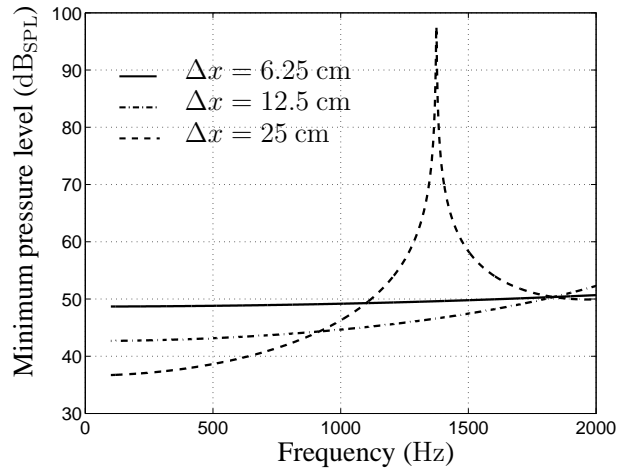


Figure 4. Minimum measurable pressure level with LDV as a function of the acoustic frequency f for different probe spacings Δx (— 25 cm, - · - 12.5 cm and — 6.25 cm)

3.2.2 Uncertainty in the pressure estimation

LDV estimated pressure Eq. 30 and the condition $kx_0 = \pi$ combined with Eq. 25 lead to

$$\Delta V = 4V_0 \left| \sin \frac{k\Delta x}{2} \right|. \quad (35)$$

Eq. 30, Eq. 31 and the condition $kx_0 = \pi$ combined with Eq. 5 lead to

$$V_1 V_2 = 2V_0^2 |1 - \cos k\Delta x|. \quad (36)$$

The total minimum relative uncertainty in the pressure amplitude estimation is

$$\frac{\delta P(x_0)}{P(x_0)} \Big|_{min} = \left[\left(\frac{\sqrt{2}Kif}{2V_0 |\sin \frac{k\Delta x}{2}|} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\delta i}{i} \right)^2 \frac{V_0^2 |1 - \cos k\Delta x|}{(2Kif)^2} \right] + \left(\frac{\delta(k\Delta x)}{2|\tan(\frac{k\Delta x}{2})|} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (37)$$

and the total minimum uncertainty in the pressure phase estimation is

$$\delta\Phi_p|_{min} = \frac{\sqrt{2}Kif}{2V_0 |\sin \frac{k\Delta x}{2}|}. \quad (38)$$

In order to minimize the uncertainties given in Eqs. (37) and (38), the probe spacing Δx should satisfy $\frac{k\Delta x}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ ($n \in N$), which corresponds to $\Delta x = (2n+1)\lambda/2$, λ being the acoustic wavelength. However this spacing can be very large for low frequencies and such configurations can be unusable. For this reason, different values of Δx are used in the experiment. Eqs. 37, 38 show that the uncertainty is minimized if the velocity amplitude is large. Excitation of the tube at the resonance frequency is therefore favourable. The uncertainties in the pressure amplitude and the pressure phase, estimated with LDV, are shown in Fig. 5 and 6 respectively for an acoustic frequency of 680 Hz and a spacing $\Delta x = 6.25$ cm .

Microphone reference pressure The reference pressure $\bar{P}_{ref}(x)$ is obtained using the pressure \bar{P}_e measured by a microphone mounted flush at the end of the tube

$$\bar{P}_{ref}(x) = \bar{P}_e \cos(kx). \quad (39)$$

The relative uncertainty in the reference pressure amplitude at x_0 is given by

$$\frac{\delta P_{ref}(x_0)}{P_{ref}(x_0)} = \left[\left(\frac{\delta P_e}{P_e} \right)^2 + (\delta(kx_0) \tan kx_0)^2 \right]^{1/2}, \quad (40)$$

with

$$\frac{\delta P_e}{P_e} = \left[\left(\frac{\delta U_c}{U_c} \right)^2 + \left(\frac{\delta U_e}{U_e} \right)^2 + \left(\frac{\delta U_f}{U_f} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (41)$$

where $\delta U_c/U_c$ is the relative uncertainty due to the microphone calibrator, δU_e is the uncertainty in the measured voltage of the reference microphone due to variation of the air density during the measurement duration and δU_f is the uncertainty in the calibration voltage ($\delta U_f = U_{res}/3$ with U_{res} the resolution of the sinusoidal voltage signal). The relative uncertainty $\delta P_{ref}(x_0)/P_{ref}(x_0)$ equals $\delta P_e/P_e$ using the condition $kx_0 = \pi$.

Considering that the excitation frequency is a resonant frequency of the tube (680 Hz), we choose values of Δx which minimize the uncertainty in the pressure amplitude for an acoustic level of 90 dB_{SPL} (see table 2).

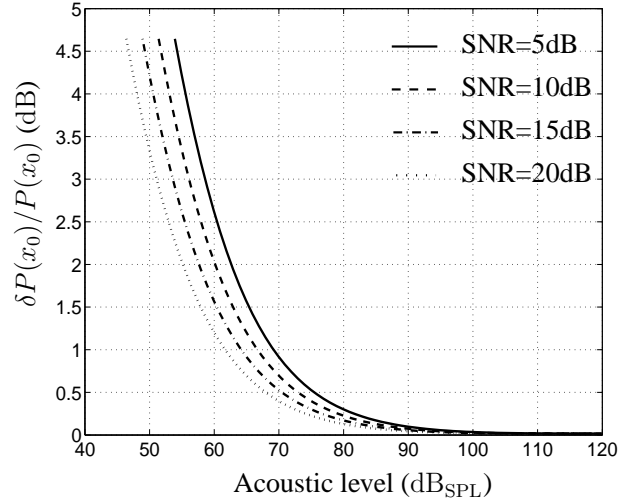


Figure 5. Uncertainty in the pressure amplitude estimated with LDV as a function of the acoustic level for an acoustic frequency of 680 Hz and a spacing $\Delta x = 6.25$ cm (— SNR= 5 dB, -- SNR= 10 dB, - · - SNR= 15 dB and · · · SNR= 20 dB).

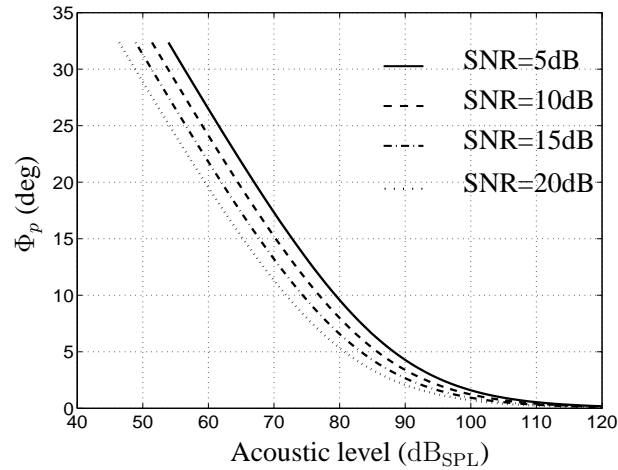


Figure 6. Uncertainty in the pressure phase estimated with LDV as a function of the acoustic level for an acoustic frequency of 680 Hz and a spacing $\Delta x = 6.25$ cm (— SNR= 5 dB, -- SNR= 10 dB, - · - SNR= 15 dB and · · · SNR= 5 dB).

For frequency $f = 680$ Hz and a probe spacing $\Delta x = 6.25$ cm, Fig. 5 and Fig. 6 show the uncertainty in the pressure amplitude and phase estimation as a function of the acoustic level measured at the rigid end of the tube for different Doppler Signal to Noise Ratio. These figures show that for a SNR of 15 dB, which is commonly encountered in LDV measurement, the minimum relative uncertainty in the pres-

sure amplitude is less than 0.06 dB if the acoustic level is greater than 90 dB_{SPL}. The minimum uncertainty in the pressure phase is less than 2.6 degrees if the acoustic level is greater than 90 dB_{SPL}. These uncertainties are mainly due to the signal processing (first term in Eq. 37) especially when the acoustic level is low (90 dB_{SPL} : $3.5 \cdot 10^{-4}$ dB and 49 dB_{SPL} : 3.52 dB for a SNR= 15 dB). The uncertainty associated with the second term of Eq. 37 does not depend on the acoustic level and is about $2 \cdot 10^{-5}$ dB.

3.3 Results

Experimental results have been obtained using the conditions given in Table 2. In this experiment, the reference microphone was calibrated using a B&K 4231 calibrator with accuracy ± 0.2 dB_{SPL}.

f (Hz)	$x_0(kx_0 = \pi)$ (cm)	Level (dB _{SPL})		Δx (cm)		
680	25	90	120	6.25 ₍₁₎	12.5 ₍₂₎	25 ₍₃₎
1360	12.5	90	120	3.125 ₍₄₎	6.25 ₍₅₎	12.5 ₍₆₎

Table 2

Values of parameters used for making the experiment in enclosed field.

Initially, the velocity pattern in the tube was measured at $f = 680$ Hz and at an acoustic level of 120 dB using LDV and compared with the velocity

$$\bar{V}_{ref}(x) = j \frac{\sin kx}{\rho c} \bar{P}_e \quad (42)$$

estimated using pressure \bar{P}_e measured at the end of the tube. Fig. 7 shows that LDV provides an estimate of the velocity pattern which is in good agreement with the reference velocity. However, a bias of 1.8 mm/s (2.6 % corresponding to 0.22 dB_{SPL}) can be seen between the two curves.

Secondly, the pressure at $x_0 = \lambda/2$ was estimated with LDV and compared with the reference pressure as shown in Fig. 8. For these experiments, the acoustic velocity was measured using a single LDV probe, moving between the two measurement points x_1 and x_2 with the traverse system (section 3.1.2). The measurement was repeated 10 times after the seeding was introduced into the tube. In this configuration, the acoustic pressure amplitude changes during the experiment because the air density varies with the seeding density. These variations serve to maximise the uncertainties in the reference and estimated pressures due to the finite time for the displacement of the traverse system between the two measurements. These uncertainties would be smaller with two simultaneous LDV measurements.

The observed bias values (mean of the difference between reference and estimated

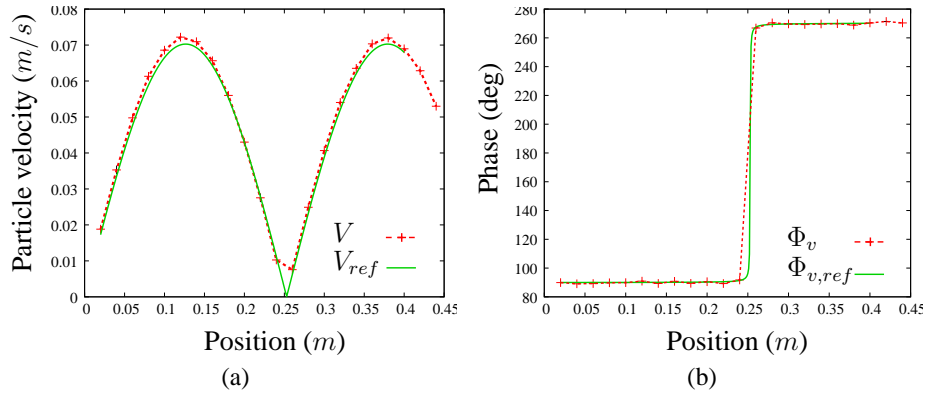


Figure 7. Velocity profile in the tube for an acoustic level of 120 dB_{SPL} and an acoustic frequency of 680 Hz.

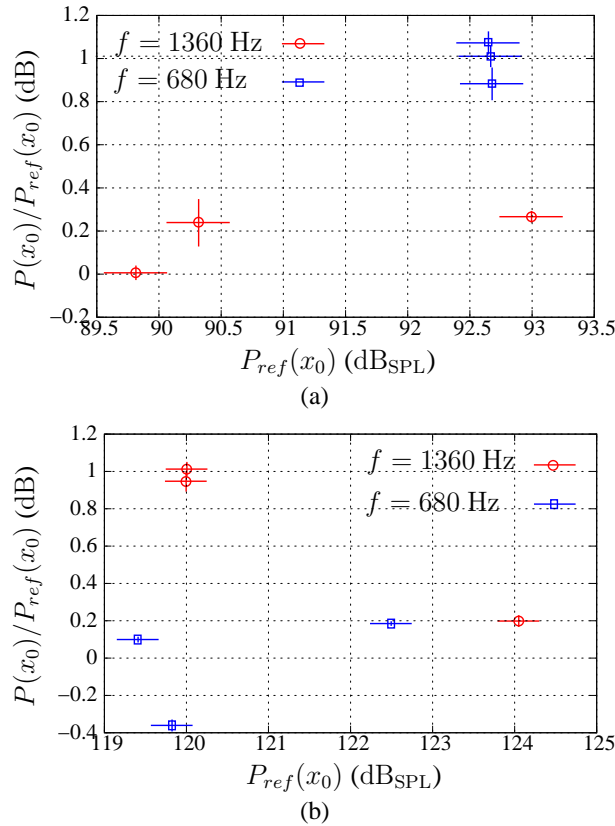


Figure 8. Amplitude of the ratio between the pressure estimated with LDV and the reference pressure as a function of the reference pressure for the different spacings Δx shown in Table 2. Horizontal bars give information on the absolute uncertainty in the reference pressure and the vertical bars give information on the relative uncertainty in the pressure estimated by LDV. (a): acoustic level around 90 dB_{SPL} , (b): acoustic level around 120 dB_{SPL} .

pressure) are in the interval $[-0.36; 1.07]$ dB with an absolute minimum of 0.006 dB. The largest biases could be due to large uncertainties in the estimated pressure but for both cases (92.7 and 120 dB), the different results show a low variance. For this reason, we explain the largest biases by the errors made when calibrating the reference microphone at the end of the tube. Results show relative uncertainties in the reference pressure of around 0.2 dB. The relative estimated pressure uncertainties are in the interval $[0.15; 1.27]$ % corresponding to $[0.013; 0.11]$ dB for the acoustic level between $[90; 124]$ dB_{SPL}. Concerning the estimated phase, the uncertainties are in the interval $[0.34; 1.77]$ deg.

Results show a relatively good correlation between experimental uncertainties on the estimated pressure (amplitude, phase) and theoretical uncertainties obtained with the CRB. CRB give, for all the configurations tested, relative uncertainties on the amplitude of under 0.06 dB for an acoustic level greater than about 90 dB_{SPL}. For the phase, theoretical uncertainties are under 2.6 deg for an acoustic level greater than 90 dB_{SPL}. Even if uncertainties obtained in the pressure estimated with LDV (amplitude $[0.013; 0.11]$ dB and phase $[0.34; 1.77]$ deg) reach higher values for the amplitude than the theoretical uncertainties, the experimental and theoretical ranges are of the same order of magnitude.

4 Conclusion

This work deals with the estimation of acoustic pressure using acoustic velocity measured with LDV. A physical model of plane wave propagation in a waveguide is developed to calculate the pressure from two velocity measurements. This model is based on the mass conservation law. It can be seen as the equivalent of the model used for acoustic intensity measurement in the case of a 1D propagation model.

The theoretical minimum uncertainty in the LDV measured velocity given by the Cramer Rao Bounds is used in order to deduce the uncertainty in the pressure amplitude and phase. Moreover, this provides knowledge of the minimum measurable pressure level which is about 50 dB_{SPL} for usual conditions encountered inside a waveguide (with small mean flow velocity).

The estimation technique is assessed experimentally using a tube excited by a loudspeaker. The uncertainty analysis is incorporated into the design of the experiment. To define the maximum admissible uncertainty, the optimal position for estimating the pressure, the optimal spacing between the two velocity measurements, the optimal frequency and the minimum acoustic level are determined.

The LDV estimated pressure is compared with reference pressure obtained from a microphone located at the end of the tube. Results show a bias in the interval $[-0.36; 1.07]$ dB and a relative uncertainty in the pressure estimated by LDV of

[0.013; 0.11] dB. Bias and uncertainty values remain small (minimum bias of 0.006 dB and minimum relative uncertainty of 0.013 dB) in some cases and show that it is possible to estimate the pressure with two velocity measurement in a waveguide excited with a plane wave. Large values of bias can be explained by errors that can occur when calibrating either the microphone or the LDV probe. Uncertainties observed experimentally show values broadly in agreement with the theoretical approach using the Cramer-Rao Bounds. For example, an acoustic level of 90 dB_{SPL} leads to theoretical relative uncertainties under 0.06 dB and experimental relative uncertainties between [0.03; 0.1] dB. As the acoustic level becomes higher, theoretical uncertainties in the pressure estimated by LDV diminish (level > 120 dB_{SPL}, uncertainties < 0.015 dB).

The absolute calibration of microphones can be performed with LDV measurements if the acoustic level is high enough, typically 120 dB_{SPL}. In these conditions, experimental uncertainties are in the interval [0.013; 0.055] dB. This spread of values can be explained mainly by the fact that the two velocity measurements are not performed simultaneously and that the physical state of the system changes over the measurement duration. The uncertainty in the pressure estimation could therefore be lowered by using a system with two LDV probes measuring the two velocities at the same time.

References

- [1] International Electrotechnical Commission *IEC 61094-2:1992. Measurement microphones-Part2 : Primary method for the pressure calibration of laboratory standard microphones by the reciprocity method.* International Electrotechnical Commission, 1992.
- [2] C. Guianvarc'h, J-N. Durocher, M. Bruneau, and A-M. Bruneau. Improved Formulation of the Acoustic Transfer Admittance of Cylindrical Cavities. *Acta Acustica*, 21(3):345–499, 2006.
- [3] C. Guianvarc'h, J-N. Durocher, M. Bruneau, and A-M. Bruneau. Acoustic transfer admittance of cylindrical cavities. *J. Sound Vib.*, 292:595–603, 2006.
- [4] S. Barrera Figueroa, K. Rasmussen, and F. Jacobsen. A time-selective technique for free-field reciprocity calibration of condenser microphones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114(3):1467–1476, 2003.
- [5] S. Barrera Figueroa, K. Rasmussen, and F. Jacobsen. On the interference between the two microphones in free-field reciprocity calibration. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116(5):2771–2778, 2004.
- [6] International Electrotechnical Commission *IEC 61094-3:1995. Measurement microphones-Part3 : Primary method for the free field calibration of laboratory standard microphones by the reciprocity technique.* International Electrotechnical Commission, 1995.

- [7] K.J. Taylor. Absolute measurement of acoustic particle velocity. *J. Acoust. Soc. Am.*, **59**(3):691–694, 1976.
- [8] W. M. Humphreys, S. M. Bartram, T. L. Parrot, and M. G. Jones. Digital piv measurements of acoustic particle displacements in a normal incidence impedance tube. In *20th AIAA Advanced Measurement and Ground Testing Technology Conference*, Albuquerque, June 15-18 1998.
- [9] D.M. Campbell, J.A. Cosgrove, C.A. Greated, S.H. Jack, and D. Rockliff. Review of LDA and PIV applied to the measurement of sound and acoustic streaming. *Optics & laser technology*, **32**(8):629–639, 2000.
- [10] K.J. Taylor. Absolute calibration of microphone by a laser-doppler technique. *J. Acoust. Soc. Am.*, **70**(4):939–945, 1981.
- [11] T.J. MacGillivray, D.M. Campbell, C.A. Greated, and R. Barham. The Development of a Microphone Calibration Technique Using Laser Doppler Anemometry. *Acustica-Acta Acustica*, **88**(1):135–141, 2002.
- [12] T.J. MacGillivray, D.M. Campbell, C.A. Greated, and R. Barham. The Development of a Microphone Calibration Technique Using Photon Correlation Spectroscopy. *Acustica-Acta Acustica*, **89**(2):369–376, 2003.
- [13] M.K. Mazumder, R.L. Overbey, and M.K. Testerman. Directional acoustic measurement by laser doppler velocimeters. *Applied Physics Letters*, **29**(7):416–418, 1976.
- [14] C.A Greated. Measurement of acoustic velocity fields. *Strain*, **22**:21–24, 1986.
- [15] B. Gazengel, O. Richoux, and Ph. Rouquier. Characterization of a loudspeaker free field radiation by laser doppler velocimetry. *Acustica-Acta Acustica*, **93**(3):447–456, 2007.
- [16] A. Degroot, R. MacDonald, J. Blondeau, M. Campbell, B. Gazengel, and O. Richoux. Etalonnage de microphones par Vélométrie Laser Doppler. In *Congrès Français d'Acoustique*, Tours, France, 24-27 Avril 2006.
- [17] A.M. Bruneau, M. Bruneau, P. Herzog, and J. Kergomard. Boundary layer attenuation of higher modes in waveguides. *J. Sound Vib.*, **119**(1):15–27, 1987.
- [18] J.C. Pascal and C. Carles. Systematic measurement errors with two microphone sound intensity meters. *J. Sound Vib.*, **83**(1):53–65, 1982.
- [19] B. Gazengel, S. Poggi, and J.C. Valière. Measurement of acoustic particle velocities in enclosed sound field: Assessment of two laser doppler velocimetry measuring systems. *Applied Acoustics*, **66**(1):15–44, 2005.
- [20] H. E. Albrecht, N. Damaschke, M. Borys, and C. Tropea. *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*. Springer Verlag, 2003.
- [21] P. Flandrin. *Time-Frequency, Time scale analysis*. Academic press, 1998.

- [22] B. Gazengel, S. Poggi, and J.C. Valière. Evaluation of the performance of two acquisition and signal processing systems for measuring acoustic particle velocities in air by means of laser doppler velocimetry. *Meas. Sci. Technol.*, **14**(12):2047–2064., 2003.
- [23] J.C. Valière, P. Herzog, V. Valeau, and G. Tournois. Acoustic velocity measurements in the air by means of laser Doppler velocimetry : dynamic and frequency range limitations and signal processing improvements. *J. Sound and Vib.*, **229**(3):607–626, 2000.
- [24] V. Valeau, J.C Valière, and C. Mellet. Instantaneous frequency tracking of a sinusoidally frequency-modulated signal with low modulation index: application to laser measurements in acoustics. *Signal Processing*, 84(7):1147–1165, 2004.
- [25] L. Simon, O. Richoux, A. Degroot, and L. Lionet. Laser doppler velocimetry joint measurements of acoustic and mean flow components : Lms-based algorithm. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurements*, 2007. accepted.
- [26] Le Duff A., Plantier P., and Valière J.C. A signal processing approach for acoustic velocity measurement. In *Kando Conference*, 2002. Budapest.

Annexe G

Nombre d'onde avec pertes viscothermiques dans la direction axiale d'un tube de section carrée

L'effet des pertes viscothermiques peut être traité en utilisant le concept d'admittance spécifique limite (*boundary specific admittance*) [15]

$$\epsilon = \sin^2(\theta)\epsilon_v + \epsilon_t, \quad (\text{G.1})$$

où ϵ_v , ϵ_t sont respectivement les admittances spécifiques visqueuse et thermique, $\sin^2(\theta)$ est relié à la dérivée d'ordre 2 de la pression acoustique et s'écrit $\sin^2(\theta) = 1 - k_p^2/k_0^2$ (quelque soit le mode considéré). L'angle θ peut être interprété comme l'angle d'incidence local de l'onde sur un mur rigide lorsque les modes se propagent. Les deux admittances ϵ_v et ϵ_t sont reliées aux longueurs caractéristiques l_v et l_t par

$$\begin{pmatrix} \epsilon_v \\ \epsilon_t \end{pmatrix} = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \sqrt{k_0} \begin{pmatrix} l_v^{1/2} \\ (\gamma - 1)l_t^{1/2} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.2})$$

avec

- $k_0 = \frac{\omega}{c}$: nombre d'onde, ω la pulsation excitatrice de l'onde acoustique et c sa célérité,
- $l_v = \frac{\mu}{\rho c}$: longueur caractéristique visqueuse, μ le coefficient de viscosité dynamique de cisaillement du gaz et ρ la masse volumique du fluide dans lequel se propage l'onde,
- $l_t = \frac{\lambda M}{\rho c C_p}$: longueur caractéristique thermique, λ le coefficient de conductivité thermique, M la masse molaire et C_p la capacité calorifique à pression constante,
- $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$: rapport spécifique des capacités calorifiques à pression C_p et à volume C_v constant.

Pour un tube de section carrée, le facteur $\sin^2(\theta)$ peut être calculé en utilisant les solutions de Neumann. Il est alors possible d'écrire :

$$\sin^2(\theta_y) = 1 - \frac{(n_y \pi / l)^2}{k_0^2} \quad (\text{G.3})$$

$$\sin^2(\theta_z) = 1 - \frac{(n_z \pi / l)^2}{k_0^2}, \quad (\text{G.4})$$

où n_y et n_z sont les nombres quantiques pour les modes considérés ($n_y = n_z = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Le nombre d'onde dans la direction axiale du tube $k_{x n_y n_z}$, noté k par souci de cohérence avec le

Chap. (4), a pour formulation, dans le cas d'un tube rectangulaire, l'expression suivante [15]

$$k^2 = k_0^2 - \left[\left(\frac{n_y \pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{l} \right)^2 \right] + 2k_0 \left[(2 - \delta_{n_y 0}) \frac{Im(\epsilon_y)}{l} + (2 - \delta_{n_z 0}) \frac{Im(\epsilon_z)}{l} \right] \quad (G.5)$$

$$-j2k_0 \left[(2 - \delta_{n_y 0}) \frac{Re(\epsilon_y)}{l} + (2 - \delta_{n_z 0}) \frac{Re(\epsilon_z)}{l} \right] \quad (G.6)$$

où $l = l_y = l_z$ (section carrée), δ est l'indice de Krönecker, $\epsilon_y = \sin^2(\theta_y)\epsilon_v + \epsilon_t$ et $\epsilon_z = \sin^2(\theta_z)\epsilon_v + \epsilon_t$. Le nombre d'onde k peut adopter une écriture plus compacte

$$k^2 = A_\nu + (I_\nu - jR_\nu), \quad (G.7)$$

où $\nu = n_y, n_z$ et I_ν, R_ν sont proportionnels aux admittances spécifiques ϵ_y et ϵ_z . A_ν, I_ν et R_ν ont pour expressions respectives

$$A_\nu = k_0^2 \left[1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right], \quad (G.8)$$

$$R_\nu = 2k_0 \left[(2 - \delta_{n_y 0}) \frac{Re(\epsilon_y)}{l} + (2 - \delta_{n_z 0}) \frac{Re(\epsilon_z)}{l} \right], \quad (G.9)$$

$$I_\nu = 2k_0 \left[(2 - \delta_{n_y 0}) \frac{Im(\epsilon_y)}{l} + (2 - \delta_{n_z 0}) \frac{Im(\epsilon_z)}{l} \right]. \quad (G.10)$$

Ces résultats sont valides pour les modes propagatifs, évanescents et à la première fréquence de coupure f_c . Rappelons juste qu'un mode est dit propagatif lorsque $f > f_c$ et qu'il est évanescent dans le cas contraire ($f < f_c$).

Les résultats énoncés précédemment sont généraux pour un tube à section rectangulaire. L'étude réalisée au cours de ces travaux de thèse ne s'intéresse qu'au mode dit "plan", ce qui signifie que $n_y = 0$ et $n_z = 0$. Le mode plan constitue un cas particulier car il ne peut être que propagatif et donc jamais évanescent. Choisir le mode plan permet une simplification considérable des équations présentées ci-dessus. Par convention d'écriture $\nu = 0$ caractérise le mode plan.

Le nombre d'onde k s'écrit alors :

$$k^2 = A_0 + (I_0 - jR_0), \quad (G.11)$$

avec

$$A_0 = k_0^2, \quad (G.12)$$

$$R_0 = 2k_0 \left[\frac{Re(\epsilon_y)}{l} + \frac{Re(\epsilon_z)}{l} \right], \quad (G.13)$$

$$I_0 = 2k_0 \left[\frac{Im(\epsilon_y)}{l} + \frac{Im(\epsilon_z)}{l} \right], \quad (G.14)$$

or $Re(\epsilon_y) = Im(\epsilon_y)$ et $Re(\epsilon_z) = Im(\epsilon_z)$, ce qui implique que $I_0 = R_0$ et $k^2 = A_0 + (1 + j)I_0$ pour le mode plan. L'expression du nombre d'onde axial k pour le mode plan dans un tube de section carrée de dimensions transversales $l \times l$ est alors :

$$k^2 = k_0^2 + (1 - j) \frac{4k_0}{l} (Re(\epsilon_v) + Re(\epsilon_t)), \quad (G.15)$$

soit

$$k^2 = k_0^2 + (1 - j) \frac{2\sqrt{2}k_0^{3/2}}{l} \left(l_v^{1/2} + (\gamma - 1)l_t^{1/2} \right), \quad (G.16)$$

avec $Re(\epsilon_v) = \sqrt{\frac{k_0}{2}} l_v^{1/2}$ et $Re(\epsilon_t) = \sqrt{\frac{k_0}{2}} (\gamma - 1) l_t^{1/2}$. Par ailleurs, pour des conditions normales de température et de pression de l'air $Re(\epsilon_v) = Im(\epsilon_v) = 2.03 \times 10^{-5} f^{1/2}$ et $Re(\epsilon_t) = Im(\epsilon_t) = 0.95 \times 10^{-5} f^{1/2}$ [15].

Annexe H

Formulation des incertitudes relatives sur l'amplitude et la phase de la différence de vitesse

H.1 Incertitude relative sur l'amplitude de la différence de vitesse

La vitesse acoustique est écrite $\bar{V}(x) = Ve^{j\Phi}$ avec $V = |\bar{V}(x)|$ et $\Phi = \Phi_v(x)$. En utilisant les notations $V_1 = V(x_1)$, $V_2 = V(x_2)$, $\Phi_1 = \Phi_v(x_1)$ et $\Phi_2 = \Phi_v(x_2)$, la différence de vitesse $\Delta V = |\Delta\bar{V}|$ est exprimée par

$$\Delta V = |V_1 e^{j\Phi_1} - V_2 e^{j\Phi_2}|, \quad (\text{H.1})$$

$$= [V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]^{1/2}. \quad (\text{H.2})$$

L'incertitude $\delta\Delta V$ est écrite

$$(\delta\Delta V)^2 = \left(\frac{\partial\Delta V}{\partial V_1}\delta V_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta V}{\partial V_2}\delta V_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta V}{\partial\Phi_1}\delta\Phi_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta V}{\partial\Phi_2}\delta\Phi_2\right)^2, \quad (\text{H.3})$$

$$(\text{H.4})$$

avec δV_1 , δV_2 , $\delta\Phi_1$ et $\delta\Phi_2$ respectivement les incertitudes sur l'amplitude et la phase de la vitesse aux abscisses x_1 et x_2 . Les dérivées de la différence de vitesse ΔV par rapport à V_1 , V_2 , Φ_1 et Φ_2 s'expriment par

$$\frac{\partial\Delta V}{\partial V_1} = \frac{V_1 - V_2 \cos(\Delta\Phi)}{\Delta V}, \quad (\text{H.5})$$

$$\frac{\partial\Delta V}{\partial V_2} = \frac{V_2 - V_1 \cos(\Delta\Phi)}{\Delta V}, \quad (\text{H.6})$$

$$\frac{\partial\Delta V}{\partial\Phi_1} = \frac{V_1V_2 \sin(\Delta\Phi)}{\Delta V}, \quad (\text{H.7})$$

$$\frac{\partial\Delta V}{\partial\Phi_2} = -\frac{V_1V_2 \sin(\Delta\Phi)}{\Delta V}, \quad (\text{H.8})$$

avec $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$.

L'incertitude sur la différence de vitesse s'énonce alors

$$\begin{aligned} \delta\Delta V &= \frac{1}{\Delta V} \left[(\delta V_2)^2 [V_2 - V_1 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_1)^2 [V_1 - V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right. \\ &\quad \left. + [V_1V_2 \sin(\Delta\Phi)]^2 [(\delta\Phi_1)^2 + (\delta\Phi_2)^2] \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (\text{H.9})$$

L'incertitude relative sur ΔV s'exprime par

$$\frac{\delta\Delta V}{\Delta V} = \frac{1}{(\Delta V)^2} \left[(\delta V_2)^2 [V_2 - V_1 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_1)^2 [V_1 - V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 + [V_1 V_2 \sin(\Delta\Phi)]^2 [(\delta\Phi_1)^2 + (\delta\Phi_2)^2] \right]^{1/2}. \quad (\text{H.10})$$

H.2 Incertitude relative sur la phase de la différence de vitesse

La phase de la différence de vitesse $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ s'écrit

$$\Phi_{\Delta\bar{V}} = \arctan \left(\frac{V_2 \sin(\Phi_2) - V_1 \sin(\Phi_1)}{V_2 \cos(\Phi_2) - V_1 \cos(\Phi_1)} \right). \quad (\text{H.11})$$

L'incertitude sur la phase de la différence de vitesse $\delta\Phi_{\Delta\bar{V}}$

$$(\delta\Phi_{\Delta\bar{V}})^2 = \left(\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial V_1} \delta V_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial V_2} \delta V_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial\Phi_1} \delta\Phi_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial\Phi_2} \delta\Phi_2 \right)^2, \quad (\text{H.12})$$

$$(\text{H.13})$$

Les dérivées de la phase de la différence de vitesse $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ par rapport à V_1 , V_2 , Φ_1 et Φ_2 s'expriment par

$$\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial V_1} = \frac{V_2 \sin(\Delta\Phi)}{\Delta V^2}, \quad (\text{H.14})$$

$$\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial V_2} = -\frac{V_1 \sin(\Delta\Phi)}{\Delta V^2}, \quad (\text{H.15})$$

$$\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial\Phi_1} = \frac{V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)}{\Delta V^2}, \quad (\text{H.16})$$

$$\frac{\partial\Phi_{\Delta\bar{V}}}{\partial\Phi_2} = -\frac{V_2^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)}{\Delta V^2}. \quad (\text{H.17})$$

L'incertitude sur la phase de la différence de vitesse $\Phi_{\Delta\bar{V}}$ se formule alors

$$\delta\Phi_{\Delta\bar{V}} = \frac{1}{(\Delta V)^2} \left[(\delta V_1)^2 V_2^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_1)^2 [V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 + (\delta V_2)^2 V_1^2 \sin^2(\Delta\Phi) + (\delta\Phi_2)^2 [V_2^2 - V_1 V_2 \cos(\Delta\Phi)]^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{H.18})$$

Annexe I

Champ de vitesse acoustique au voisinage de la membrane d'un microphone 1 pouce par PIV

Le champ de vitesse au voisinage de la membrane d'un microphone un pouce est obtenu par mesures PIV pour 20 phases, réparties sur une période acoustique. Les cartographies du champ sont présentées sur les Figs. ci-après pour la moitié des phases (répartition sur une période visualisée sur la Fig. (I.1)).

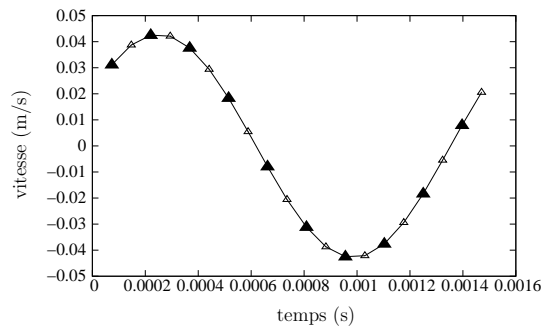


FIG. I.1: Répartition des dix phases, présentées dans l'Annexe A, sur une période acoustique.

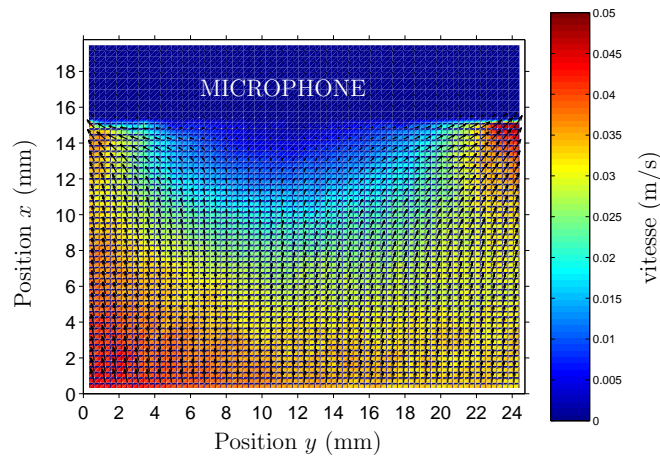


FIG. I.2: Champ de vitesse acoustique pour la phase 1.

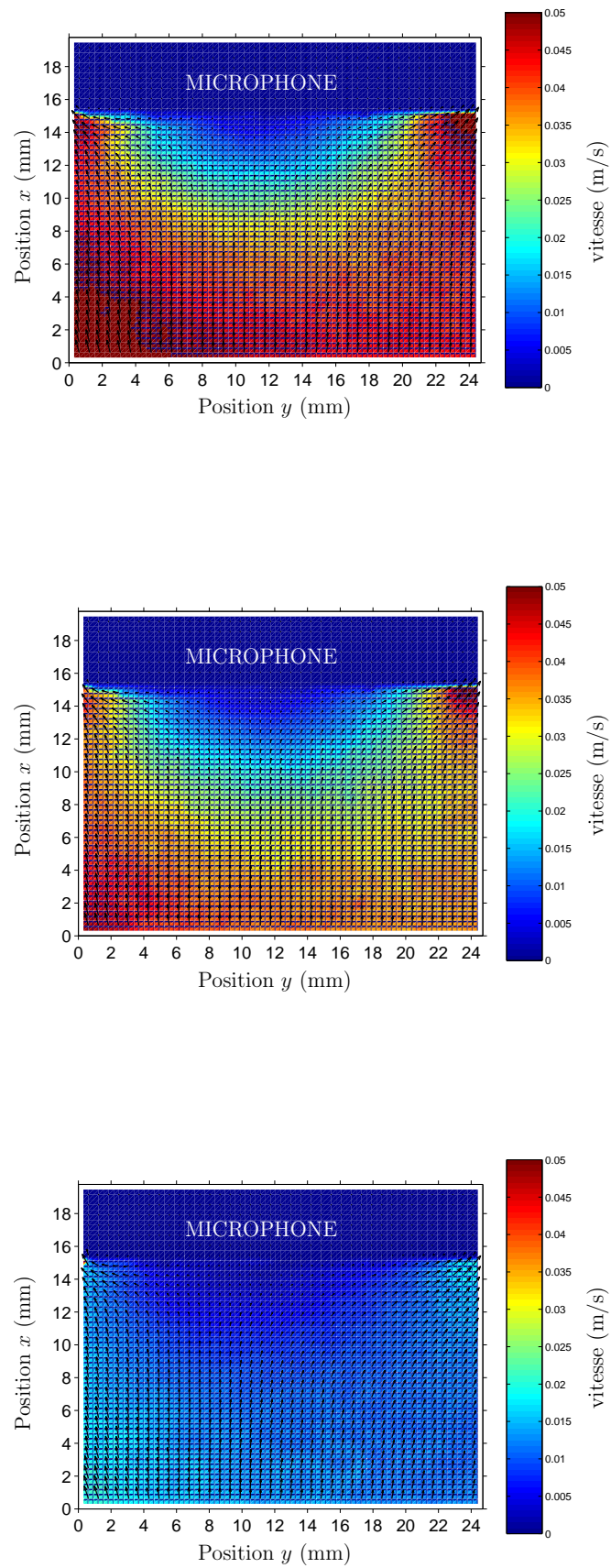


FIG. I.3: Champ de vitesse acoustique pour les phases 3, 5 et 7.

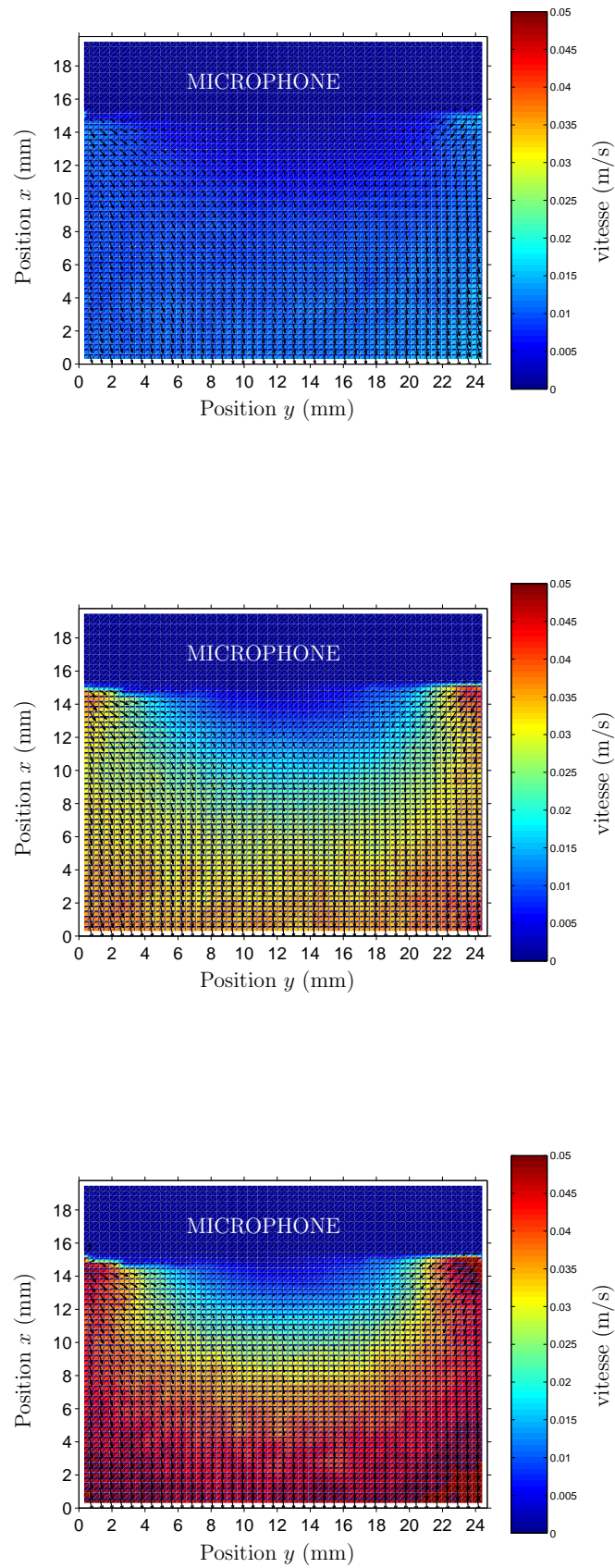


FIG. I.4: Champ de vitesse acoustique pour les phases 9, 11 et 13.

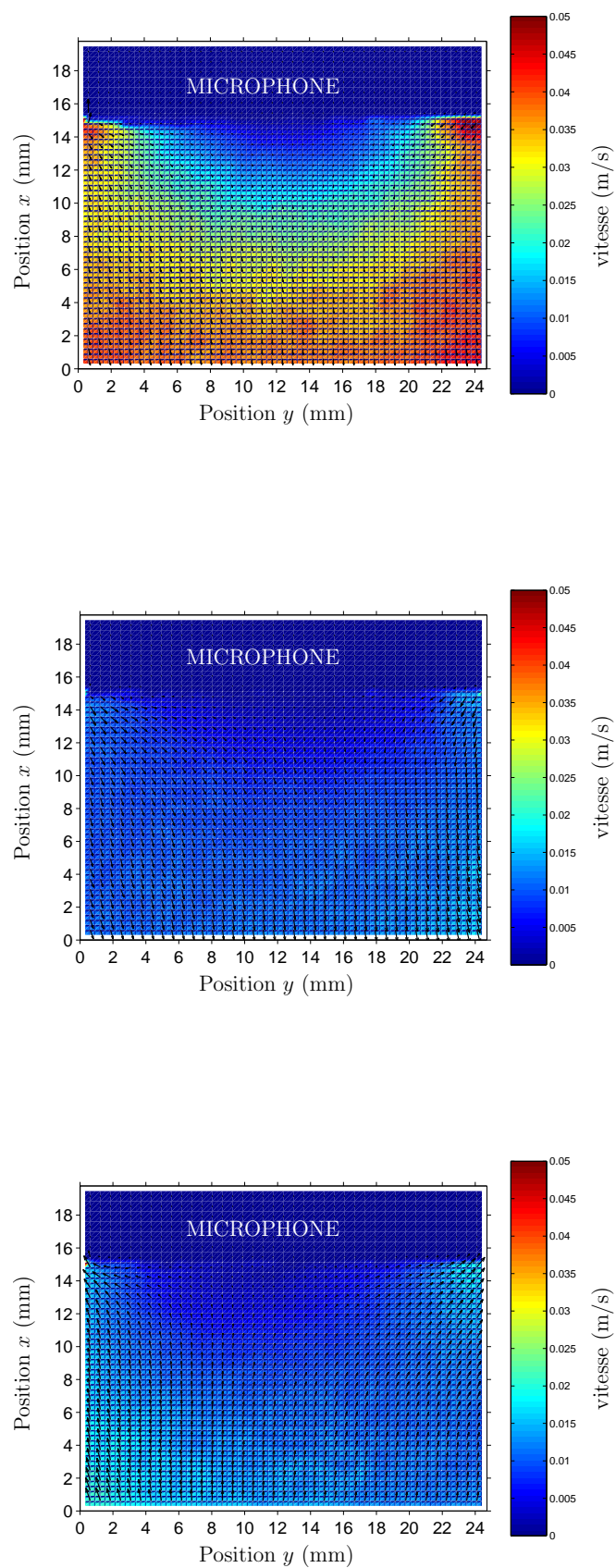
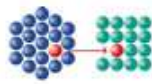


FIG. I.5: Champ de vitesse acoustique pour les phases 15, 17 et 19.

Annexe J

Nouveau Chapitre de la thèse : valorisation de compétences

Le nouveau chapitre de la thèse est un exercice proposé par l'Association Bernard Gregory et l'école doctorale de l'Université du Maine. Il consiste à dégager les compétences acquises durant la thèse.



Association Bernard Gregory
De la thèse à l'emploi

VALORISATION DES COMPETENCES

“ NOUVEAU CHAPITRE DE LA THESE ”

Sujet de thèse

**“ Contribution à l'estimation de la vitesse particulaire acoustique par
Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) : application à l'étalonnage de
microphone en champ libre ”**

Anne DEGROOT

Directeurs de thèse : Bruno GAZENGEL (Maître de conférence)
Olivier RICHOUX (Maître de conférences)
Laurent SIMON (Professeur)

Ecole doctorale de l'Université du Maine

Mentor : Jean-Marie FETROT

Date provisoire de soutenance : septembre/octobre 2007

Table des matières

Introduction.....	3
1. Cadrage général et enjeux de la thèse.....	5
1.1 Ma thèse dans son contexte.....	5
1.2 Moi dans ce contexte.....	7
2. Conduite du projet de thèse.....	7
2.1 Préparation et cadrage du projet.....	7
2.2 Gestion du projet.....	8
2.3 Coût du projet.....	9
3. Compétences, savoir-faire, qualités professionnelles et personnelles.....	12
3.1 Compétences scientifiques et techniques.....	12
3.2 Compétences méthodologiques.....	13
3.3 Savoir-faire complémentaires.....	14
Conclusion.....	15

Introduction

Mes travaux de thèse, débutés en octobre 2004 au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, s'articulent autour de deux axes. Le premier contribue au développement d'un capteur de vitesse des particules de l'air (soumises à une onde acoustique) appelé Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) et le second concerne son utilisation à des fins métrologiques. La motivation première des acousticiens de l'audible fut d'obtenir un outil capable de mesurer des vitesses acoustiques avec une grande précision. Le but étant de caractériser expérimentalement le champ acoustique en pression et en vitesse, la pression étant communément obtenue à l'aide de microphones.

La VLD a vu le jour au milieu des années 60 sous l'impulsion des mécaniciens des fluides. Cette technique permet la mesure non intrusive de vitesse et est à l'heure actuelle très largement utilisée par les mécaniciens des fluides. Les premières recherches dans le domaine de l'acoustique remontent aux travaux de Taylor en 1976 aux États-Unis. Aujourd'hui, son application à l'acoustique se divise en deux grandes familles : la caractérisation des signaux audibles dans l'air, et dans l'eau. L'application de la VLD aux signaux audibles se subdivise en trois sous familles :

- forts niveaux acoustiques (140 dB SPL) et très faibles écoulements d'air : utilisation de matériel commercial développé par la mécanique des fluides (travaux d'Atshley et Thomson, USA),
- forts niveaux acoustiques et très forts écoulements (aéronautique NASA, USA et ONERA, France),
- faibles niveaux acoustiques et faibles écoulements (Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, France et Acoustics and fluid dynamics group, Écosse).

Depuis le milieu des années 90, notre équipe est à l'initiative avec l'Acoustics and fluid dynamics group d'Edimbourg de l'adaptation de la VLD aux faibles niveaux acoustiques et faibles écoulements. Ma thèse s'inscrit dans cette continuité thématique.

Le principe de la VLD repose sur la diffusion de la lumière par de petites particules de fumée, soumises à un champ de vitesse, lors de leur passage dans un petit volume créé par le croisement de deux faisceaux laser. La fréquence de la lumière diffusée est proportionnelle à la vitesse de la particule. La difficulté d'adaptation de cet outil aux faibles niveaux acoustiques (< 130 dB SPL) et faibles écoulements (< 200 mm/s) relève de la structure même du signal obtenu lors de la diffusion de la lumière, appelé bouffée, présentant une combinaison des informations de vitesse acoustique et de vitesse d'écoulement. Diverses méthodes de traitement du signal, ont été développées dans le but d'estimer les paramètres de vitesse acoustique et de vitesse d'écoulement associés à une bouffée. Or, il est facile d'imaginer qu'une succession de particules va diffuser de la lumière. Le signal obtenu est en réalité constitué de plusieurs bouffées. Afin de minimiser les incertitudes de mesures sur les paramètres de la vitesse acoustique, il est nécessaire d'effectuer une statistique de mesures à l'aide de nombreuses bouffées. Pour ce faire, il est impératif de détecter et localiser les bouffées utiles.

Les premiers enjeux scientifiques et techniques de ma thèse furent de développer et valider (statistique de Monte Carlo) une méthode de traitement du signal capable de détecter, de classifier et de localiser des bouffées contenues dans le signal Doppler bruité. Les bouffées peuvent être classées en deux grandes familles : les bouffées simples et les bouffées superposées. La méthode mise en place utilise des signaux appelés ondelettes ayant la particularité de s'adapter au signal et permettant alors d'en dégager les ruptures (variations ou autrement dit les bouffées) dans le bruit. La

détection, localisation de bouffées permet également une automatisation du système de traitement des signaux Doppler.

La seconde partie de ma thèse concerne une application possible de la VLD : l'étalonnage de microphone en champ libre. Les microphones de mesure utilisés en acoustique sont aujourd'hui étalonnés de manière absolue à l'aide de la technique de « l'étalonnage par réciprocité » en petite cavité. Cette technique consiste à considérer deux microphones, l'un comme émetteur et l'autre comme récepteur, de part et d'autre d'une cavité cylindrique aux parois rigides. Les mesures électriques sur l'alimentation des microphones et l'expression analytique du champ acoustique dans la cavité de couplage permettent d'obtenir le produit des sensibilités des microphones, grandeurs permettant de les étalonner. Si cette technique est utilisée en champ libre, le niveau sonore délivré par le microphone émetteur au microphone récepteur est extrêmement faible, ce qui rend la mesure particulièrement difficile. L'objectif du projet consiste à évaluer la précision de la VLD pour mesurer directement le champ acoustique (estimation de pression à partir de mesure de vitesse) au voisinage de la membrane microphonique en champ libre et ainsi évaluer sa sensibilité. La sensibilité permettant d'étalonner le microphone. Les enjeux scientifiques et techniques de cette seconde partie du travail relèvent de la mesure expérimentale de grande précision, de la métrologie et de l'acoustique physique.

Ma thèse s'inscrit dans une « longue » lignée thématique et vient clôturer le développement d'une sonde permettant la mesure de vitesse pour l'acoustique de l'audible de faibles niveaux en condition habituelles de laboratoires (faibles écoulements). Elle offre par ailleurs une application intéressante de cette sonde à l'étalonnage de microphone afin de valider son utilité pour diverses recherches en acoustique.

1. Cadrage général et enjeux de la thèse

1.1 Ma thèse dans son contexte

Le laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) est un laboratoire associé au CNRS (UMR 6613). Il regroupe 47 chercheurs et enseignant-chercheurs, 31 doctorants et post-doctorants et 10 membres du personnel technique et administratif qui se répartissent sur trois grandes thématiques de recherche : « Acoustique et Mécanique des Matériaux » (AMM), « Transducteurs, Signal, Méthodes et Applications » (TSMA) et « Vibrations, Acoustique Guidée et Écoulement » (VAGUE). La recherche au sein du laboratoire peut être structurée à 3 niveaux : régional, national et international.

→ Régional :

- membre de l'IRSTV (Institut de Recherche en Sciences et Techniques de la Ville)
- leader dans le montage d'un pôle de compétences régionales en Evaluation et Contrôle Non Destructif

→ National :

- Groupement de Recherche (GDR) : Bruit des transports et propagation ultrasonore en milieux inhomogènes (Contrôle Non Destructif)
- Collaboration avec d'autres laboratoires (contrats) : Agence Nationale de la Recherche (ANR)
- Leader d'une thématique de l'initiative de recherche IROQUA (Initiative de Recherche pour l'Optimisation acoustiQUe Aéronautique) qui regroupe de grands opérateurs (CNRS, ONERA) et les principaux industriels du secteur aéronautique (Airbus, Dassault Aviation, Snecma, Eurocopter)
- Participation active à la Société Française d'Acoustique (SFA)

→ International :

- Collaboration avec de nombreux centres de recherches étrangers
- Participe et a participé récemment à 3 contrats européens (SILENCER : réduction du bruit des avions, LAVINYA : vibrométrie laser, CREDO : réduction du bruit en cabine).

L'Opération de Recherche (OR) VLD s'inscrit dans l'équipe TSMA. La thématique de recherche VLD est née sous l'impulsion d'A.M. Bruneau et Ph. Herzog en 1992. J-C. Valière fut en charge du projet de 1994 à 1999. Aucun chef de projet ne fut désigné suite au départ de J.C Valière pour le LEA et la direction du projet fut reprise par B. Gazengel en 2002. Cependant, il faut préciser que les thèses qui avaient été débutées avant 1999 ont permis à la VLD de continuer son développement durant la période 1999-2002 Cette thématique a fait l'objet au final de cinq thèses portant sur le développement et la validation de ce capteur de vitesse. Le projet VLD a permis la construction d'une chambre semi-anéchoïque (absorbants sur les murs et sol en béton monté sur suspensions) pour le laboratoire. A termes, cet outil de mesure de vitesse a pour vocation de servir aux autres thématiques de recherche du laboratoire.

Sous la direction de Bruno Gazengel, Olivier Richoux et Laurent Simon, j'ai entamé en octobre 2004 mon travail de thèse sur la détection des bouffées Doppler afin d'améliorer l'estimation des vitesses particulières acoustiques par VLD et sur son utilisation à fin métrologique pour l'étalonnage de microphone en champ libre. L'idée d'utiliser la VLD pour l'étalonnage de microphone en champ libre fut impulsée par M. Bruneau et le Laboratoire National d'Essai (LNE). Le National Physical Laboratory (NPL), équivalent anglo-saxon du LNE, s'intéresse également la faisabilité d'étalonner en champ libre avec des outils de mesures de vitesses acoustiques.

De fortes collaborations entre le LAUM et l'Acoustics and Fluid Dynamics group d'Edimbourg

m'ont permis d'entamer et de mener à bien le travail de recherche sur l'étalonnage de microphones par le biais d'un financement de l'association EGIDE. Les collaborations riches avec l'ESEO (Ecole Supérieure d'Electronique de l'Ouest) et le laboratoire d'acoustique de Poitiers (LEA) m'ont également offert le bénéfice de discussions riches scientifiquement et décisives dans l'évolution de la thèse.

Une petite quinzaine d'années de recherches autour du projet VLD m'ont permis de bénéficier de compétences théoriques et expérimentales éprouvées sur cette thématique, propices à un encadrement de qualité par mon directeur et mes co-directeurs de thèse. D'autres moyens scientifiques comme la bibliothèque du laboratoire, la bibliothèque centrale de l'université, l'accès à internet et à certaines revues scientifiques, m'ont donnée l'opportunité d'actualiser mes connaissances et d'élargir ma vision du projet. Concernant l'aspect technique de la thèse, les moyens expérimentaux (banc de mesure VLD, analyseur, oscilloscope, haut-parleur...) et les moyens humains (encadrants de thèse, chercheurs, assistant ingénieur, technicien, ingénieurs et de nombreux stagiaires) m'ont offert la possibilité de mener à bien mes projets. La précieuse aide apportée par l'assistant ingénieur, « attaché » à ce projet (à 50%), a largement contribué à la réussite des expérimentations.

1.2 Moi dans ce contexte

L'envie d'effectuer une thèse de doctorat a mûri au fil de mon parcours universitaire et s'est affirmée lors du DEA d'Acoustique Appliquée de l'université du Maine. Ayant effectué mon stage de DEA sur la Vélocimétrie Laser à effet Doppler, la continuité thématique m'était offerte et me semblait un bon atout pour aborder la thèse : connaissance (partielle) de la thématique et des encadrants. Le facteur humain me semblait un point à ne pas négliger pour mener à bien la thèse. Le sujet de thèse a été construit par rapport aux besoins de la VLD mais aussi par rapport à mes envies. Je remercie mes encadrants pour la liberté et la confiance qu'ils m'ont accordée dans la définition du sujet de thèse et dans sa réalisation.

Pourquoi avoir fait le choix du parcours universitaire plutôt que celui de l'école d'ingénieurs? Après la terminale je suis entrée en classe préparatoire (mathématiques supérieures), que j'ai quitté au bout de trois mois pour réintégrer l'université. Pourquoi? Non par échec, mais par choix intellectuel, pour sauver ma liberté de penser, de critiquer, pour échapper à un moule stéréotypé. Je n'étais pas juste un cerveau mais une personne. L'état d'esprit qui y régnait laissait transpirer une absence de réflexion intellectuelle paradoxalement présente. Ce choix, je ne l'ai jamais regretté. Le système classe préparatoire-école d'ingénieurs français quasi-unique sur la planète mérite réflexion. Il serait intéressant que notre pays réfléchisse à sa position par rapport au reste de la planète. Les autres pays forment leurs « têtes pensantes » par le biais d'universités techniques et généralistes. Voilà, les raisons de mon choix : avoir et garder un esprit critique, aiguïser son sens de la curiosité, ne pas être formaté, remettre perpétuellement en question les connaissances acquises, développer son sens de l'analyse, faire preuve de créativité et obtenir un diplôme reconnu sur le plan international.

2. Conduite du projet de thèse

2.1 Préparation et cadrage du projet

La thématique « développement d'une sonde VLD » pour faibles niveaux acoustiques et faibles écoulements est un projet de recherche en fin de vie au LAUM. D'autres travaux sur l'adaptation et l'utilisation de la VLD en acoustique pour des gammes de niveaux acoustique et de vitesses d'écoulements différentes ont fait l'objet de thèses et publications dans d'autres laboratoires (cf. Introduction).

En abordant la thèse, un fort potentiel existait déjà. Ma thèse s'inscrit dans la clôture du développement du capteur réalisé au LAUM et a pour objectif de montrer une application possible de ce capteur pour une autre thématique de recherche : l'étalonnage de microphones en champ libre. Le développement de la sonde a été réalisé en vue de produire un outil de mesure de vitesse correspondant à des gammes de vitesses utiles pour le laboratoire et d'attirer éventuellement les industriels. Le responsable du projet souhaite à l'issue de l'année 2007 présenter le fonctionnement de la sonde afin de la valoriser. L'impact des recherches se mesurant généralement à moyen ou long terme, les possibilités de développement industriel verront peut-être le jour dans une dizaine/quinzaine d'années? En revanche, l'outil contribuera de manière indirecte aux avancées sur différentes thématiques de recherche en acoustique (par exemple en thermoacoustique).

La participation active de mes encadrants, la dynamique positive de l'équipe ont contribué au succès de la thèse. La planification des tâches à accomplir, des besoins et la communication régulière des mes résultats ont permis d'évaluer les facteurs à risques pouvant introduire du retard dans l'avancement de la thèse. J'ai eu la chance de travailler avec, à mon sens, un chef de projet disponible, rigoureux, méthodologique et humain qui a su me guider tout en me laissant ma part de liberté. La communication avec mes encadrants et leur disponibilité ont permis d'éviter ou de clarifier les situations complexes. Une bonne gestion des aspects contractuels ont concouru au bon déroulement de la thèse. Ainsi, la rédaction de rapports réguliers, dépendant toutefois de l'avancée des résultats, les séminaires internes et externes à l'équipe, la participation à des congrès et la rédaction de publications m'ont permis de faire régulièrement le point sur l'état d'avancement de mon travail et de pouvoir ainsi mieux dégager les orientations à adopter.

2.2 Gestion du projet

La thèse s'est articulée autour de deux grands axes : une contribution au développement d'un capteur de vitesse par mise en place d'une procédure de détection, classification et localisation des bouffées afin d'améliorer l'estimation des paramètres de vitesses et une application de cet outil de mesure à l'étalonnage de microphones (métrologie, étude expérimentale, acoustique physique). Ma thèse m'a permis d'aborder des thématiques très différentes qui ont nécessité une bonne dose d'organisation. La thèse a été découpée en grandes parties afin de se consacrer pleinement aux thématiques abordées.

Concernant la partie traitement du signal, de riches discussions avec deux chercheurs de l'ESEO m'ont permis de définir un choix de méthode à adopter. Un ingénieur recruté en CDD pour une période de 6 mois a largement contribué à la réalisation pratique d'une partie du détecteur (calcul de transformée en ondelette des signaux Doppler en langage C) afin de permettre une procédure de validation itérative que j'ai ensuite réalisée.

La collaboration avec le laboratoire d'acoustique d'Edimbourg a nécessité une anticipation des besoins : organiser et optimiser le travail outre-manche car le temps était compté et j'avais à

disposition un outil dont je ne pouvais bénéficier en France : la PIV (Particle Imagery Velocimetry) qui permet de réaliser des cartographies de champ de vitesse afin d'étudier qualitativement son comportement. Cet outil est complémentaire à la LDV qui est une mesure ponctuelle de grande précision du champ de vitesse. Les travaux engagés sur l'étalonnage de microphones avec le laboratoire d'acoustique m'ont donnée la possibilité de collaborer et travailler pendant 4 mois complets avec un doctorant Écossais, expérience fort enrichissante tant sur le plan scientifique, organisationnel que humain.

Concernant les aspects organisationnels généraux, le groupe de projet effectue une réunion mensuelle qui aborde tous les aspects du projet : recherche scientifique, ingénierie, technique, planning d'occupation du banc de mesure, communication des travaux (congrès, séminaires, publications), budget, administratif...

Les réunions propres au déroulement de ma thèse avec mes encadrants ont lieu à des fréquences variées lorsque le besoin se fait sentir. Aucun cadre formel n'a été adopté quant à la périodicité et au déroulement des réunions. Les réunions sont un moment d'échanges, de discussions (parfois animées) et de contrôle de l'avancement du travail qui permettent d'orienter la suite des travaux. La thèse est une expérience unique et un travail qui m'appartient, postulat adopté par mes encadrants. J'ai ainsi la chance d'avoir une grande souplesse dans mes choix et dans la façon d'aborder le travail, tant que le projet avance.

2.3 Coût du projet

De forts moyens humains ont été développés au cours de ma thèse et ont permis de mener à bien ce projet dans des délais raisonnables. Le nombre de personnes affectées au projet est de 26 (12 internes, y compris moi-même, et 14 externes).

Les tableaux et diagrammes ci-après (Figure 1 et Figure 2) récapitulent les catégories du personnel ayant été impliquées dans mon projet de thèse, leur nombre et le temps de travail estimé passé sur mon projet de près ou de loin.

Personnel interne :

	doctorant	maître de conférence	professeur	ingénieur	technicien	secrétaire
internes	1	3	1	2	2	3
temps (en mois)	32	11,7	0,72	4,2	1,18	0.1

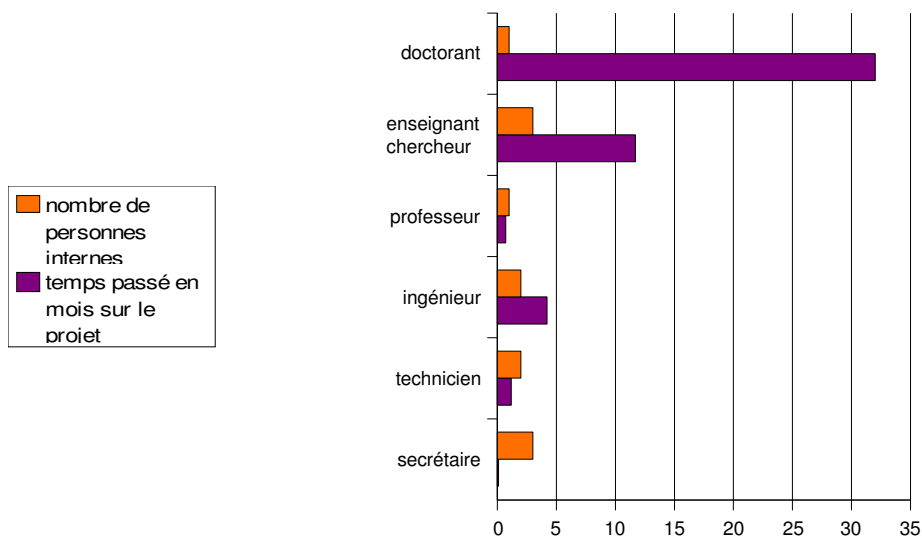


Figure 1 : Catégories du personnel interne impliqué dans mon projet de thèse, leur nombre et le temps de travail estimé en nombre de mois.

Personnel externe :

	doctorant	enseignant-chercheur	professeur
externes	1	2	1
temps (en mois)	3	0,13	0,1

	stagiaire IUP	stagiaire DUT	stagiaire ingénieur	stagiaire master
externes	6	2	1	1
temps (en mois)	3,6	0,4	1,2	0,3

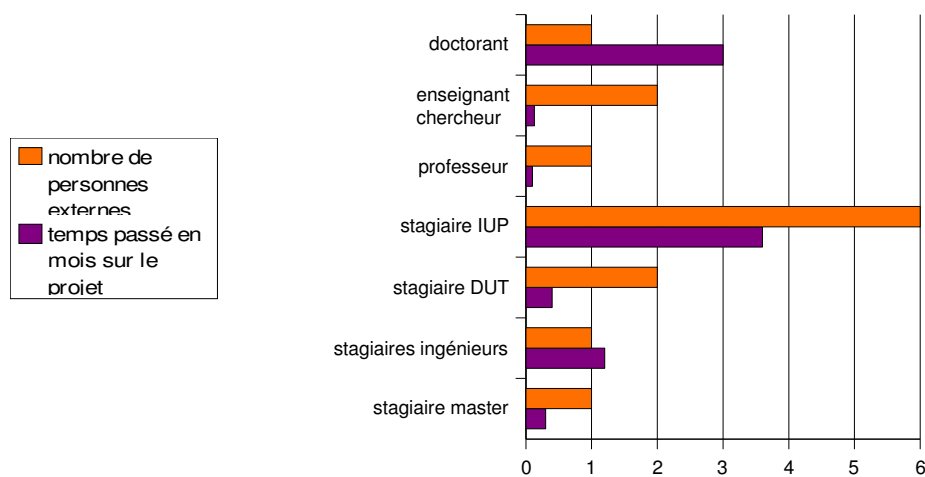


Figure 2 : Catégories du personnel externe impliqué dans mon projet de thèse, leur nombre et le

temps de travail estimé en nombre de mois.

Concernant la rémunération des personnes affectées au projet, il convient de préciser que les stagiaires ne sont pas rémunérés ainsi que le doctorant écossais qui bénéficiait d'une bourse du british council.

La figure 3 présente la répartition du coût estimé de mon projet de thèse qui s'élève à un total de 160250 euros. Les salaires ont été estimés à partir des grilles de salaires du CNRS et de l'enseignement supérieur au prorata temporel du temps consacré au projet de thèse. Ils incluent également les charges sociales. L'amortissement du matériel a été calculé à partir du prix d'achat hors taxes au prorata temporel d'utilisation. Le coût de l'infrastructure et de fonctionnement courant m'a été fourni par une secrétaire du laboratoire. La figure 3 laisse apparaître le financement de l'association EGIDE qui a permis de financer les séjours en Écosse et le coût des congrès scientifiques et école d'été.

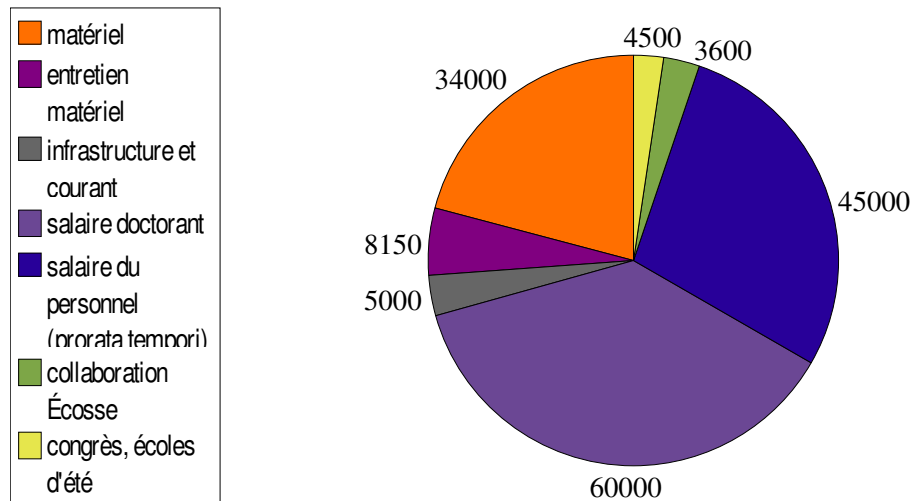


Figure 3 : Estimation du coût de mon projet de thèse sur 3 ans : 160250 euros.

3. Compétences, savoir-faire, qualités professionnelles et personnelles

3.1 Compétences scientifiques et techniques

L'aspect pluridisciplinaire de mon sujet de thèse m'a permis de développer des compétences scientifiques et techniques dans des domaines différents.

La thèse m'a donnée l'opportunité d'approfondir mes connaissances en traitement du signal, plus spécifiquement sur les outils temps-fréquence afin de détecter, classifier et localiser des événements de différents types noyés dans du bruit. Le traitement du signal requiert l'utilisation de logiciels de programmation. J'ai donc pu améliorer mes compétences en programmation avec le logiciel Matlab, son équivalent libre Octave et être initiée au langage de programmation C. L'aspect statistique de la procédure de validation m'a permis de familiariser avec des architectures de codage en programmation relativement complexes.

La partie étalonnage de microphones m'a offert la possibilité de développer des compétences en matière d'expérimentation de grande précision. Cette thématique m'a permis de découvrir la métrologie acoustique, d'approfondir mes connaissances en électroacoustique sur les microphones, de développer des modèles acoustique physique. Par le biais de ce projet, j'ai pu me familiariser et utiliser un autre outil de mesure de vitesse acoustique : la PIV et ainsi approfondir ma culture et mon expertise sur les outils de mesure de vitesses.

D'un point de vue plus général, travailler sur la thématique de la VLD m'a donné la possibilité de renforcer mes connaissances en optique acquises lors de mon cursus universitaire de physique théorique et de découvrir la communauté de la mécanique des fluides au travers de publications scientifiques sur la VLD et lors d'une école d'automne d'une semaine portant sur la VLD et la PIV.

La thèse, grâce aux conférences, à la rédaction d'articles et aux séjours en Écosse, m'a permis d'améliorer mon niveau d'anglais scientifique. Sur le plan de l'informatique, la thèse m'a offert la possibilité de découvrir et maîtriser un autre système d'exploitation, à savoir LINUX, que j'ai utilisé tout au long de ces trois années de thèse. L'utilisation de logiciels tel que LATEX pour la rédaction de documents scientifiques (actes de congrès, articles, rapport de thèse et présentations orales) fait aujourd'hui partie intégrante de mon quotidien, tout comme l'utilisation des logiciels tels que matlab, octave, xfig, gimp, openoffice, illustrator ou encore le pack office.

Durant la thèse, je fus monitrice CIES me permettant de dispenser 64H équivalent TD chaque année, et ce, durant 3 ans. L'enseignement est une belle école à la pédagogie, à la remise en question de ses acquis, à la clarté des idées et du discours.

3.2 Compétences méthodologiques

Sur le plan méthodologique la thèse m'a appris à être rigoureuse, à communiquer de façon claire et concise, à envisager un projet sur le long terme (savoir fixer des objectifs à court terme en gardant à l'esprit une planification sur le long terme, initiation au diagramme de Gantt). Afin de conduire le projet, des réunions à fréquences et durées variées ont ponctué la thèse lui permettant de se dérouler et d'avancer dans de bonnes conditions. Au cours de ces réunions, au delà de l'aspect purement scientifique ou technique un bilan des tâches à accomplir était dressé avec des échéances à respecter en discussion avec mes encadrants de thèse.

La thèse m'a permis d'améliorer mes compétences en termes de communication scientifique, essentielle à la pérennisation de nos travaux. La communication scientifique revêt diverses formes et se situe à différents niveaux. Le stade le plus informel, mais au combien décisif, est celui de la

réunion de travail : savoir communiquer ses méthodes, principes et résultats de façon claire à ses encadrants est la première clé de la réussite de la thèse. La rédaction de rapports permet de mettre à plat le travail, de prendre du recul, de dégager les failles, les manques et de mettre une pierre à l'édifice du manuscrit de thèse. Les rapports réguliers offrent une trace écrite de l'avancement des travaux accessibles aux divers membres du projet. Les communications orales par le biais des séminaires et congrès sont un bel apprentissage à la prise de parole en publique dans un souci de clarté et de pédagogie afin de susciter un intérêt de l'auditoire sur ses travaux.

A l'issue de la thèse, je peux distinguer cinq grandes étapes constituant la méthodologie de travail adoptée

- recherches bibliographiques,
- réalisation du travail : modèles, simulations, programmation et / ou expérimentations,
- formalisation, interprétation et communication des résultats (rapports / congrès / articles / séminaires) : mise à nu des failles,
- investigation plus poussée des problématiques (bibliographie supplémentaire, nouveaux modèles etc...),
- rédaction du manuscrit (incorporation d'articles et de rapports existants).

La division du sujet de thèse en deux sous sujets a nécessité une bonne gestion des trois années allouées à la thèse. Il a été décidé de travailler sur un seul des deux sujets à la fois, et ce, sur des périodes relativement longues. Un découpage primaire de ma thèse peut être vue comme une première année consacrée à la problématique de détection en traitement du signal, une seconde année portant sur l'étalonnage de microphones et enfin une dernière année vouée à la finalisation des travaux engagés sur les deux thématiques et rédaction du manuscrit de thèse. Les deux thématiques abordées ont donné naissance à des congrès et publications scientifiques.

A ce jour, les derniers défis en termes de gestion du travail et du temps concernent la fin de rédaction du manuscrit de thèse, la constitution du jury et la demande d'autorisation de soutenance auprès de l'école doctorale.

3.3 Savoir-faire complémentaires

Le premier savoir-faire complémentaire qui m'a été offert par la thèse est lié à l'enseignement que j'ai dispensé en premier cycle universitaire par le biais du monitorat. Cette expérience m'a permis de développer des qualités pour le travail en équipe (préparation de TD et TP avec les autres intervenants), pour la pédagogie, la communication et la transmission d'un savoir.

Sur le plan administratif, j'ai choisi de participer à la vie collective du laboratoire en m'occupant en première année de thèse de la pause café (achat des consommables) et de la gestion des stocks des supports magnétiques et numériques (bons préparatoires de commandes) durant les deux dernières années.

J'ai également cherché à m'investir à un niveau plus global au sein de l'université en étant représentant des doctorants au sein du conseil d'administration et des équipes de formations de l'UFR sciences et techniques de l'université du Maine.

Concernant mes savoir-faires organisationnels, j'ai été en charge d'organiser les réunions avec mes encadrants et de rédiger des comptes-rendus de réunions. J'ai par ailleurs organisé moi-même mes congrès et séjours en Écosse : logistique transport / hébergement. La fonction de moniteur

durant la thèse m'a permis d'acquérir des compétences en termes d'organisation de son temps de travail entre recherche et enseignement. Enfin, j'ai organisé avec d'autres moniteurs, dans le cadre d'un projet CIES, une conférence en acoustique musicale d'un professeur étranger invité.

Mes séjours en Écosse, ma collaboration avec un doctorant Écossais et ma participation à des congrès internationaux m'ont permis d'améliorer mon niveau d'anglais scientifique et de vie courante.

Conclusion

Ma thèse a contribué à la finalisation d'un outil de mesure en cours de développement au LAUM depuis 15 ans, ayant fait l'objet de plusieurs thèses. La finalisation du développement de cet outil se concrétisera par une participation active de notre équipe au congrès CMOI07 lors de la session « Acoustique et Vibration » avec comme sujet : *Valorisation d'une sonde VLD*. Le laboratoire disposera à partir de fin 2007 d'un capteur de vitesse acoustique utilisable afin de mener d'autres recherches en acoustique. La seconde partie de ma thèse est un premier pas, avec des recherches menées sur le frigo thermoacoustique, vers une application de cet outil à d'autres thématiques de recherches et contribuent à sa valorisation. Le travail engagé sur l'étalonnage de microphone a permis de démarrer une collaboration avec le laboratoire d'acoustique d'Edimbourg sur une thématique marginale par rapport aux activités de ce laboratoire spécialisé dans l'acoustique musicale (fortes collaborations existantes avec le LAUM). L'étalonnage de microphone en champ libre par VLD intéresse fortement le LNE et le NPL. Un projet LAUM/LNE sur la métrologie acoustique, dont l'étalonnage de microphone en champ libre faisait partie intégrante, a été refusé par le LNE pour cause de coût trop élevé et d'objectifs trop ambitieux. Cette thématique sur l'étalonnage en champ libre continue, cependant, de susciter un intérêt certain.

L'impact de la thèse sur la recherche n'est pas perceptible à court terme. A long terme, il est possible d'envisager que la sonde VLD permettra d'effectuer et d'obtenir des résultats intéressants dans diverses thématiques de recherche en acoustique. L'incidence sur la recherche de cet outil ne sera pas directe et quantifiable. La thématique d'étalonnage de microphone en champ libre pourra permettre à terme de revoir les références des étalons pour les industriels et avoir un impact sur la mesure acoustique au sens large dont l'incidence peut être par exemple une réduction des nuisances sonores.

La thèse est un projet mené sur le long terme qui requiert une autonomie importante, une grande patience et un sens critique aigu. La démarche adoptée au cours de la thèse consiste à tout remettre en question, à analyser, à synthétiser, à développer et à restituer le fruit de ses investigations. Il est nécessaire de s'assurer de la fiabilité de ses sources, de disséquer toute connaissance. La thèse est un apprentissage au quotidien qui demande une grande humilité face à l'immensité de sa propre ignorance. Mon parcours doctoral m'a faite prendre conscience de mes faiblesses et de la très faible quantité d'informations que je détiens après tant d'années d'études. La thèse m'a appris l'humilité. La thèse est un parcours du combattant où il a fallu apprendre à s'imposer face à ses encadrants. La thèse donne parfois le sentiment de reculer plutôt que d'avancer et m'a forgée un caractère plus robuste aux déceptions. Elle requiert une grande rigueur dans la conduite intellectuelle d'un raisonnement, dans la réalisation de modèles, de simulations et / ou de mesures. La conduite d'un projet sur une si longue durée permet d'acquérir des compétences en termes de gestion, de planification et d'autonomie face aux tâches à accomplir. La rédaction d'actes de congrès, de publications scientifiques et du manuscrit de thèse apprend à synthétiser et communiquer de façon claire, précise et concise son travail. Les communications scientifiques orales par le biais de congrès internationaux et nationaux, ainsi que les séminaires apprennent à communiquer aux autres ses résultats dans un souci de concision, de précision et de clarté afin d'enthousiasmer son auditoire. La communication orale est un bon entraînement à la prise de parole en publique devant des auditoires parfois importants. Les questions qui suivent la présentation orale apprennent à défendre, argumenter ses choix tout en assumant ses faiblesses!

Durant la thèse, je fus également monitrice CIES. Il m'était alors imposée d'effectuer 64H équivalent TD par année, et ce, durant les 3 ans. L'enseignement est un très bon apprentissage à la

communication d'un savoir faire aux autres. Par ailleurs, jongler entre enseignement et recherche m'a appris à gérer plusieurs tâches en parallèle.

Mes projets professionnels ? Ô combien il est difficile de répondre à cette question ! Au début de la thèse, je souhaitais comme bon nombre de mes collègues passer les concours de la fonction publique donnant accès aux postes de Maître de Conférence ou de chargé de recherche CNRS. La thèse m'a permis de faire mûrir ce projet et à l'heure actuelle, je ne souhaite plus passer le concours de Maître de Conférence. En effet, le monitorat m'a permis d'ouvrir les yeux sur l'enseignement et je ne pense pas être suffisamment passionnée par ce métier pour l'exercer durant 40 ans. Être un bon enseignant-chercheur semble pourtant être un beau défi : les journées n'ayant que 24H, préparer et réaliser 192H équivalent TD de cours de qualité sur une année et mener à bien ses recherches tout en y ajoutant une bonne dose d'administratif reste à mes yeux un beau challenge ! En revanche, être chercheur au CNRS me semble être une situation plus stimulante personnellement, mais la difficulté d'obtention d'un tel poste me laisse perplexe ! Depuis le début de la troisième année de thèse, je réfléchis sérieusement à chercher du travail dans le secteur privé. Là encore, je sors peut-être des sentiers battus car mes centres d'intérêts ne se limitent pas à la recherche ou l'ingénierie scientifique : mon parcours pluridisciplinaire en témoigne (je suis titulaire d'un DEUG « Métiers de l'information et de la Communication »). Je suis passionnée par des domaines différents et faire une carrière dans un secteur non scientifique ne m'effraie pas. Je ressens presque un besoin vital de pluridisciplinarités dans mon parcours professionnel. Le journalisme m'a toujours beaucoup attirée et plus particulièrement le journalisme scientifique. En discutant avec l'un de mes enseignants lors de mon DEUG InfoCom, ce dernier m'a conseillé de suivre en premier lieu des études scientifiques et d'aviser ensuite. Sur ses conseils, je suis retournée sur les bancs de la faculté des sciences. L'idée du journalisme scientifique ne m'a jamais complètement quittée (malgré les tentatives bien construites du monde universitaire pour vous mettre des oeillères afin de vous faire oublier qu'il y a une autre vie à côté de l'université et vous pousser dans la voie des concours académiques...). Les métiers touchant de près ou de loin à la communication scientifique suscitent en moi un intérêt certain. Être chargée de communication pour un organisme de recherche ou encore une entreprise fait aussi partie des pistes professionnelles que j'envisage. Cependant, avoir une première expérience dans le monde de la recherche privée pourrait m'intéresser tout en sachant que je ne serais pas ingénieur ou ingénieur de recherche toute une carrière. Tout ce qui lie acoustique et médecine me touche particulièrement. Enfin, être consultant dans la sphère du service en technologie : audit stratégique et organisation de la recherche, transfert de technologie, montage de programme de R&D, étude de marché, accompagnement à la création d'entreprise, veille technologique, état de l'art, étude de faisabilité..., fait également partie des secteurs professionnels vers lesquels je vais orienter ma recherche d'emploi. Enfin, avoir une expérience à l'étranger fait aussi partie des défis que j'ai envie de relever. Mon conjoint, docteur en acoustique, souhaite également bénéficier dans son cursus professionnel d'une expérience à l'étranger. Nous orientons donc notre recherche d'emploi vers les grandes villes nord américaines, plus susceptibles de fournir un emploi à deux personnes hautement qualifiées. Cependant, nous ne réduisons pas nos recherches au nord de l'amérique mais nous surveillons aussi activement le marché de l'emploi de l'Europe et de l'Océanie.

Bibliographie

- [1] R.J. Adrian. Particle imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **23** :261–304, 1991.
- [2] R.J. Adrian. Twenty years of particle image velocimetry. In *12th International Symposium on Application of Laser techniques to fluid mechanics, (1-1)*, Lisbonne, Portugal, Juiller 2004.
- [3] R.J. Adrian and C.S. Yao. Power spectra of fluid velocities measured by laser doppler velocimetry. *Experiments in fluids*, **5** :17–28, 1987.
- [4] H. E. Albrecht, N. Damaschke, M. Borys, and C. Tropea. *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*. Springer Verlag, 2003.
- [5] X. Auffret. *Estimation de fréquence instantanée pour l'anémométrie laser Doppler. Mise en place d'une chaîne complète de traitement*. Mémoire de fin de stage de cycle ingénieur E.S.E.O., 2003.
- [6] H. Bailliet, P. Lotton, M. Bruneau, V. Gusev, J.Ch. Valière, and B. Gazengel. Acoustic power flow measurement in a thermoacoustic resonator by means of laser doppler anemometry (L.D.A.) and microphonic measurement. *Applied Acoustics*, **60**(1) :1–11, 2000.
- [7] S. Barrera Figueroa, K. Rasmussen, and F. Jacobsen. A time-selective technique for free-field reciprocity calibration of condenser microphones. *Journal of the Acoustical Society of America*, **114**(3) :1467–1476, 2003.
- [8] S. Barrera Figueroa, K. Rasmussen, and F. Jacobsen. On the interference between the two microphone in free-field reciprocity calibration. *Journal of the Acoustical Society of America*, **116**(5) :2771–2778, 2004.
- [9] O. Besson and F. Galtier. Estimating particles velocity from laser measurements : maximum likelihood and cramer-rao bounds. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **44**(12) :3056–3068, 1996.
- [10] B. Boashash, G. Jones, and P. O'shea. Instantaneous frequency of signals : concepts, estimation techniques and applications. *SPIE Advanced Algorithms and Architecture for Signal Processing*, 1152 :382–400, 1989.
- [11] B. Boashash and P. O'shea. Use of the cross wigner-ville distribution for estimation of instantaneous frequency. *IEEE Transactions on signal processing*, **41**(3) :1439–1445, 1993.
- [12] R. Boucheron, J.C. Valière, P. Herzog, H. Baillet, and J.P. Dalmont. Evaluation of acoustic velocity in mean flow by velocimetry laser doppler. In *12th International Symposium on Application of Laser Techniques to fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2004.
- [13] L. Boyer and G. Searby. Random sampling : distortion and reconstruction of velocity spectra from fft analysis of the analog signal of laser doppler processor. *Journal of Applied Physics*, **60**(8) :2699–2707, 1986.
- [14] A. Bramberger. Vortex sound of flutes observed with particle image velocimetry. In *International Congress of Acoustics (ICA)*, Kyoto, Japon, Avril 2004.

- [15] A.M. Bruneau, M. Bruneau, P. Herzog, and J. Kergomard. Boundary layer attenuation of higher order modes in waveguides. *Journal of Sound and Vibration*, **119**(1) :15–27, 1987.
- [16] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermès, Paris, 1998.
- [17] D.M. Campbell, D.J. Skulina, and C.A. Greated. Particle image velocimetry applied to study of wind instruments. In *International Congress of Acoustics (ICA)*, Kyoto, Japon, Avril 2004.
- [18] L. Cohen. *Time-Frequency Analysis*. Prentice Hall, 1995.
- [19] J. Czarske and O. Dolle. Quadrature demodulation technique used in laser doppler velocimetry. *Electronics letters*, **14** :547–549, 1998.
- [20] Dantec Measurement Technology. *Anémométrie Doppler à laser*. Cours L.D.A.III, 1986.
- [21] Dantec Measurement Technology. *Safex fog generator 2001 - Instruction manual*. Erlangen, Allemagne, 1992.
- [22] Dantec Measurement Technology. *Measurement Technology*. BSA Installation and User's guide, 1994.
- [23] I. Daubechies. *Ten lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa., 1992.
- [24] M.R Davis and K.J. Hews Taylor. Laser doppler measurement of complex impedance. *Journal of Sound and Vibration*, **107**(3) :451–470, 1986.
- [25] A. Degroot. *Mesure de vitesse particulaire acoustique en présence d'écoulement*. DEA d'Acoustique Appliquée, LAUM, 2004.
- [26] Danemark Disa Elektronik, Skovlunde. Laser doppler anemometry, 1983.
- [27] S. Duffourd. *Réfrigérateur thermoacoustique : Études analytiques et expérimentales en vue d'une miniaturisation*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, Lyon, 2001.
- [28] T.S Durrani and C.A Greated. *Laser systems in flow measurement*. Plenum, NEW YORK, 1977.
- [29] F. Durst, A. Melling, and J.H. Whitelaw. *Principles and practice of laser-Doppler anemometry*. Academic Press, 1976.
- [30] W. El Kaakour. *Modélisation et identification de signaux à phase polynomiale*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur, Nantes, 1998.
- [31] International Electrotechnical Commission IEC 61094-2 :1992. *Measurement microphones-Part2 : Primary method for the pressure calibration of laboratory standard microphones by the reciprocity method*. International Electrotechnical Commission, 1992.
- [32] International Electrotechnical Commission IEC 61094-3 :1995. *Measurement microphones-Part3 : Primary method for the free field calibration of laboratory standard microphones by the reciprocity technique*. International Electrotechnical Commission, 1995.
- [33] S. Felix. *Communication privée*. 2007.
- [34] R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands. *Le cours de physique de Feynman - Mécanique 2*. Dunod, 1998.
- [35] P. Flandrin. *Time-Frequency, Time scale analysis*. Academic press, 1998.
- [36] F. Galtier. *Contribution à l'estimation fréquentielle de signaux en anémométrie laser doppler*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1997.
- [37] F. Galtier and O. Besson. On line joint detection of particles' arrival and estimation of speed in laser anemometry. *Signal Processing*, **67** :291–305, 1998.
- [38] M. Gaster and J.B. Roberts. Spectral analysis of randomly sampled signals. *J. Inst. Maths Applics*, **15** :195–216, 1975.

- [39] M. Gaster and J.B. Roberts. The spectral analysis of randomly sampled records by a direct transform. *Proceedings of the Royal Society of London*, **A354** :27–58., 1977.
- [40] B. Gazengel, S. Poggi, and J.C. Valière. Evaluation of the performance of two acquisition and signal processing systems for measuring acoustic particle velocities in air by means of laser doppler velocimetry. *Measurement Science and Technology*, **14**(12) :2047–2064, 2003.
- [41] B. Gazengel, S. Poggi, and J.C. Valière. Measurement of acoustic particle velocities in enclosed sound field : Assessment of two laser doppler velocimetry measuring systems. *Applied Acoustics*, **66**(1) :15–44, 2005.
- [42] A. Georges. *Louis De Broglie : Physicien et penseur - Collection Les savants du monde*. Albin Michel, 1952.
- [43] J.C Geslin. *Etude et optimisation d'un banc de VÃllocimÃltrie Laser Doppler : Application Ãl la mesure de deux composantes de la vitesse acoustique*. Rapport de DEA COI, 2004.
- [44] C.A Greated. Measurement of acoustic velocity fields. *Strain*, **22** :21–24, 1986.
- [45] C. Guianvarc'h. *La cavité de couplage acoustique dans la méthode de réciprocité : modèles analytiques pour l'étalonnage de microphones et la mesure d'impédances de petits composants*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2005.
- [46] C. Guianvarc'h, J-N. Durocher, M. Bruneau, and A-M. Bruneau. Acoustic transfer admittance of cylindrical cavities. *Journal of Sound and Vibration*, **292** :595–603, 2006.
- [47] C. Guianvarc'h, J-N. Durocher, M. Bruneau, and A-M. Bruneau. Improved Formulation of the Acoustic Transfer Admittance of Cylindrical Cavities. *Acta Acustica*, **21**(3) :345–499, 2006.
- [48] D.B. Hann. *Simultaneous Measurement of Acoustic Fields and Flow Fields using Optical Methods*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edimbourg, 1995.
- [49] D.B. Hann and C.A Greated. Acoustic measurements in flows using photon-correlation spectroscopy. *Measurement Science and Technology*, **5**(2) :157–164, 1993.
- [50] D.B. Hann and C.A Greated. Measurement of acoustic particle velocity using particle image velocimetry techniques. *Acta Acustica*, **83** :354–358, 1997.
- [51] D.B. Hann and C.A Greated. The measurement of flow velocity and acoustic particle velocity using particle-image velocimetry techniques. *Measurement Science and Technology*, **8** :1517–1522, 1997.
- [52] W.K. Harteveld, R.F. Mudde, and H.E.A. Van den Akker. Dual burst wavelet lda processor implemented and tested on real flow. In *Proceedings of the 12rd International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2004.
- [53] P.M. Howard and R.V. Edwards. Implementation of a likelihood ratio test for laser doppler velocimeter burst detection. *Applied Optics*, **36**(30) :7629–7638, 1997.
- [54] Y. Ikeda and T. Nakajima. Burst digital correlator as laser-doppler velocimetry signal processor. *Applied Optics*, **35** :3243–3249, 1996.
- [55] L. Jenson. Automatic digital signal processing for ldv, in laser anemometry advances and applications. *A. Dybbs and B. Ghorashi, eds. American Society of Mechanical Engineers, New York*, pages 617–628, 1991.
- [56] D.S. Jones. The scattering of a scalar wave by semi-infinite rod of circular cross section. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, **247**(934) :499–528, 1955.
- [57] S.M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing. Vol. I : estimation theory*. Prentice-Hall, 1993.

- [58] S.M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing. Vol. II : detection theory*. Prentice-Hall, 1993.
- [59] M. Lavieille, F. Simon, and F. Micheli. Measurement of acoustic quantity fields in duct flow by laser doppler velocimetry. In *12th American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)/Confederation of European Aerospace Societies (CEAS) Aeroacoustics*, Cambridge, Massachusetts, may 2006.
- [60] A. Le Duff. *Contribution à l'estimation paramétrique de signaux à variation sinusoidale de la fréquence instantanée et à amplitude variable : application à l'Anémométrie Laser Doppler pour l'acoustique*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2003.
- [61] A. Le Duff, B. Gazengel, and P. Rouquier. Mesure de vitesse particulaire acoustique en présence d'écoulement faible. In *9e Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser*, Brussels, Belgium, september 2004.
- [62] A. Le Duff, G. Plantier, and J.C. Valière. A signal processing approach for acoustic velocity measurement. In *Kando Conference*, 2002. Budapest.
- [63] A. Le Duff, G. Plantier, J.C. Valière, and R. Perdriau. Particle detection and velocity measurements in laser doppler velocimetry using Kalman filters. In *ICASSP'2004 - IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Montréal, Québec, 2004.
- [64] A. Le Duff, G. Plantier, J.Ch. Valière, and B. Gazengel. Acoustic velocity measurement in weak flow by means of Laser Doppler Velocimetry : performance of the Extended Kalman Filter. *Journal of the Acoustical Society of America*, submitted 2007.
- [65] J.V Linnik. *Méthode de moindres carrés (Eléments de)*. Dunod, 1963.
- [66] L. Lionet. *Contribution à l'estimation des paramètres acoustiques et d'écoulement pour la mesure de vitesse par Vélocimétrie Laser Doppler*. Master Ingénierie Mécanique et acoustique, 1^{ere} année, 2005.
- [67] T. Loizeau and Y. Gervais. Mesure de vitesses acoustiques par anémométrie laser dans un tube de rijke. *Journal de physique. IV*, 4(2) :973–976, 1994.
- [68] T. Loizeau and Y. Gervais. Measurement of the acoustic velocity by laser doppler anemometry. *Acustica-Acta Acustica*, 83(6) :945–954, 1997.
- [69] T.J. MacGillivray, D.M. Campbell, C.A. Greated, and R. Barham. The Development of a Microphone Calibration Technique Using Laser Doppler Anemometry. *Acustica-Acta Acustica*, 88(1) :135–141, 2002.
- [70] T.J. MacGillivray, D.M. Campbell, C.A. Greated, and R. Barham. The Development of a Microphone Calibration Technique Using Photon Correlation Spectroscopy. *Acustica-Acta Acustica*, 89(2) :369–376, 2003.
- [71] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1998.
- [72] JR. W.T. Mayo. Modeling laser velocimeter signals as triply stochastic poisson processes. In *Proceedings of Minnesota Symposium on Laser Anemometry*, pages 455–484, E.R.G. Eckert, Univ. Minnesota, January 1976.
- [73] JR. W.T. Mayo, M.T Shay, and S. Ritter. The development of new digital data processing techniques for turbulence measurements with a laser velocimeter. In *AEDC-TR-74-53*, 1974.
- [74] C. Mellet. *Estimation paramétrique de signaux à phase sinusoidale : application à la vélocimétrie laser à effet Doppler pour l'acoustique*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, décembre 2000.

- [75] A. Minotti, F. Simon, J.F. Piet, and P. Millan. In-flow acoustic power and intensity field measurements with a 2D LDV system. In *AIAA/CEAS Aeroacoustic conference AIAA 2003-3262*, Hilton Head, 2003.
- [76] S. Moreau. *Estimation paramétrique de signaux à phase sinusoidale : application à la vélocimétrie laser à effet Doppler pour l'acoustique*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, octobre 2007.
- [77] H. Nobach. Analysis of dual-burst laser doppler. *Measurement Science and Technology*, **13** :33–44, 2002.
- [78] H. Nobach, E. Muller, and C. Tropea. Efficient estimation of power spectral density from laser doppler anemometer data. *Experiments in Fluids*, **24**(5-6) :499–509, 1998.
- [79] H. Nobach and H.R.E Van Maanen. Lda and pda signal analysis using wavelets. *Experiments in Fluids*, **30** :613–625, 2001.
- [80] G. Oppenheim, M. Misiti, Y. Misiti, and J.M. Poggio. *Traité IC2 série Traitement du signal et de l'image : Les ondelettes et leurs applications*. Edition Hermes Science, 2003.
- [81] V. Oppenheim and R.W. Schaffer. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 1989.
- [82] J.C. Pascal and C. Carles. Systematic measurement errors with two microphone sound intensity meters. *Journal of Sound and Vibration*, **83**(1) :53–65, 1982.
- [83] G. Plantier, A. Demange, F. Micheli, and G. Losfeld. Design of a novel photomultiplier power supply for laser doppler velocimetry measurement in flow boundary layers. In *MTC 2005 - Instrumentation and Measurement, Technology Conference*, Ontario, Canada, May 17-19, 2005.
- [84] S. Poggi. *Contribution au développement d'un banc de mesure de la vitesse particulaire acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) : évaluation des résultats et applications*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2000.
- [85] G. Poignand. *Réfrigérateur thermoacoustique : Études du système compact et du comportement transitoire*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2006.
- [86] G. Pottier. *Étalonnage d'une sonde de Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD)*. Mémoire de fin de stage d'IUT Mesures Physiques, Lannion., 2004.
- [87] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.
- [88] H.H. Qui, M. Sommerfeld, and F. Durst. Two novel doppler signal detection methods for laser doppler and phase doppler anemometry. *Measurement Science and Technology*, **5** :769–778, 1994.
- [89] P. Rao and F.J. Taylor. Estimation of instantaneous frequency and instantaneous amplitude of a signal. *Electronic Letters.*, **26**(4) :216–220, 1994.
- [90] D. Rife and R. Boorstyn. Single tone parameter estimation from discrete-time observations. *IEEE Transactions on Information Theory*, **20**(5) :591–598, 1974.
- [91] P. Rouquier. *Mesure de vitesses particulières acoustiques en champ libre par Vélocimétrie Laser Doppler : développement du banc de mesure et évaluation des performances*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2004.
- [92] P. Rouquier, B. Gazengel, and S. Poggi. Mesure de vitesses acoustiques particulières par vélocimétrie laser à effet doppler en champ libre. In *5e Congrès Français d'Acoustique*, Lausanne, 2000.
- [93] P. Rouquier, B. Gazengel, O. Richoux, L. Simon, G. Tournois, and M. Bruneau. Acoustic particle velocities measurement by mean laser doppler velocimetry : application to harmonic acoustic field in free space with weak flow. In *Forum acusticum*, Sevilla, Espagne, 2002.

- [94] M.J. Rudd. A new theoretical model for the laser doppler meter. *Journal of Physics E : Scientific Instruments*, **2** :723–726, 1969.
- [95] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley Interscience, 1991.
- [96] J.P. Sharpe and C.A. Greated. Acoustic measurement using photon correlation spectroscopy. In *Proceedings SPIE*, 808 :131–134, 1988.
- [97] J.P. Sharpe and C.A. Greated. A stochastic model for photon correlation measurements in sound field. *Journal of Physics D : Applied Physics*, **22** :1429–1433, 1989.
- [98] M. Shawartz. *Information, transmission, modulation and noise*. McGraw-Hill, 1990.
- [99] W.Q. Shu. Cramer-rao bound of laser doppler anemometer. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, **50**(6) :1770–1772, 2001.
- [100] P. Sillard. *Estimation par moindres carrés*. Hermès, 2001.
- [101] L. Simon and J. Fitzpatrick. An improved sample-and-hold reconstruction procedure for estimation of power spectra from lda data. *Experiments in Fluids*, **37**(2) :272–280, 2004.
- [102] L. Simon, O. Richoux, A. Degroot, and L. Lionet. Laser doppler velocimetry joint measurements of acoustic and mean flow components : Lms-based algorithm and crb calculations. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, submitted 12-2006, revised 07-2007.
- [103] D.J. Skulina. *A Study of Non-linear Acoustic Flows at the Open End of a Tube using Particle Image Velocimetry*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edinburgh, 2005.
- [104] G.W. Swift. Thermoacoustic engines. *Journal of the Acoustical Society of America*, **84**(4) :1145–1180, 1988.
- [105] K.J. Taylor. Absolute measurement of acoustic particle velocity. *Journal of the Acoustical Society of America*, **59**(3) :691–694, 1976.
- [106] K.J. Taylor. Absolute calibration of microphone by a laser-doppler technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, **70**(4) :939–945, 1981.
- [107] M.W. Thompson and A.A. Atchley. Simultaneous measurement of acoustic and streaming velocities in a standing wave using laser doppler anemometry. *Journal of the Acoustical Society of America*, **117**(4) :1828–1838, 2005.
- [108] V. Valeau. *Mesure de la vitesse acoustique particulière par anémométrie laser Doppler : estimation de fréquence instantanée à variation sinusoidale, validation de la mesure*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, février 1999.
- [109] V. Valeau, C. Mellet, and J.C. Valière. Frequency tracking based analysis of laser doppler velocimetry signals for sound fields measurements. In *6th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems*, Pafos, Chypre, 1999.
- [110] V. Valeau, J.C. Valière, Ph. Herzog, L. Simon, and C. Depollier. Instantaneous frequency tracking of a sine wave phase modulation signal. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, Paris, France, 1996.
- [111] V. Valeau, J.C. Valière, and C. Mellet. Instantaneous frequency tracking of a sinusoidally frequency-modulated signal with low modulation index : application to laser measurements in acoustics. *Signal Processing*, **84**(7) :1147–1165, 2004.
- [112] J.C. Valière, B. Gazengel, C. Mellet, S. Poggi, and V. Valeau. Anémométrie laser à effet doppler pour l’acoustique : spécificités et avancées du traitement du signal. In *7eme Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser*, Marseille, France, 2000.
- [113] J.C. Valière, P. Herzog, V. Valeau, and G. Tournois. Acoustic velocity measurements in the air by means of laser Doppler velocimetry : dynamic and frequency range limitations and signal processing improvements. *Journal of Sound and Vibration*, **229**(3) :607–626, 2000.

-
- [114] H.R.E Van Maanen and F.J Nijenboer. Application of the wavelet transform to laser-doppler processor. In *Proceedings of 8th International Symposium on Applications to Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, Portugal 1996.
- [115] J.F. Vignola, Y.H. Berthelot, and J. Jarzinsjy. Laser detection of sound. *Journal of the Acoustical Society of America*, **90** :1275–1286, 1991.
- [116] J. Ville. *Théorie et Applications de la notion de signal analytique*, volume 2A. Câbles et Transmissions, 1948.
- [117] I. Vincent. *Classification de signaux non-stationnaires*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur, Nantes, 1995.
- [118] E. Wigner. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Physical Review*, **40** :749–759, 1932.
- [119] T. Yazaki and A. Tominaga. Measurement of sound generation in thermoacoustic oscillations. *Proceedings of the Royal Society*, **454** :2113–2122, 1998.
- [120] H. Yeh and H.Z. Cummins. Localized fluid flow measurements with a He-Ne laser spectrometer. *Applied Physics Letter*, **4** :176–178, 1964.