



HAL
open science

La concurrence imparfaite comme source de fluctuations endogènes

Thomas Seegmuller

► **To cite this version:**

Thomas Seegmuller. La concurrence imparfaite comme source de fluctuations endogènes : Une Analyse en Générations Imbriquées. Economies et finances. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2001. Français. NNT : 2001STR1EC08 . tel-00194090

HAL Id: tel-00194090

<https://theses.hal.science/tel-00194090>

Submitted on 5 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

UNIVERSITE LOUIS PASTEUR

Faculté des Sciences Economiques et de Gestion de Strasbourg

THESE

de Doctorat de Sciences Economiques

LA CONCURRENCE IMPARFAITE COMME
SOURCE DE FLUCTUATIONS ENDOGENES

Une Analyse en Générations Imbriquées

Thomas SEEGMULLER

Directeur de Recherche :

Rodolphe DOS SANTOS FERREIRA,

Professeur à l'Université Louis Pasteur, Strasbourg I

JURY

Antoine d'AUTUME

Professeur à l'Université de Paris I, Panthéon-Sorbonne

Teresa LLOYD-BRAGA

Professeur à l'Universidade Católica Portuguesa

Hubert STAHN

Professeur à l'Université Louis Pasteur, Strasbourg I

Alain VENDITTI

Chargé de Recherche au CNRS

Décembre 2001

*La Faculté n'entend donner aucune appro-
bation ou improbation aux opinions émises
dans les thèses. Ces opinions doivent être
considérées comme propres à leurs auteurs.*

à Flore et Raphaël,

Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur le Professeur Rodolphe Dos Santos Ferreira. Son soutien, sa rigueur et ses critiques toujours constructives m'ont permis de mener à terme ce travail de recherche et ont contribué à en améliorer la qualité.

Je tiens également à remercier Madame le Professeur Teresa Lloyd-Braga, Messieurs les Professeurs Antoine d'Autume et Hubert Stahn, et Monsieur Alain Venditti, Chargé de Recherche au CNRS, pour m'avoir fait l'honneur de composer mon jury.

Je désire aussi exprimer toute ma gratitude au BETA qui a mis à ma disposition tout le matériel informatique nécessaire à la rédaction de cette thèse et qui m'a donné les moyens financiers de soumettre mon travail à divers colloques. Le cadre de recherche dont j'ai bénéficié a grandement facilité l'élaboration de ce travail.

Je remercie l'ensemble des chercheurs et doctorants pour les discussions que nous avons pu partager, une pensée particulière s'adressant aux doctorants du bureau 126.

Mes remerciements s'adressent particulièrement à Francesco De Palma et Giuseppe Diana pour le temps qu'ils ont bien voulu consacrer à la relecture de ce travail.

Enfin, je réserve une mention particulière à mon épouse Flore et à mon fils Raphaël. Leur présence, leur affection et leurs encouragements m'ont beaucoup aidé dans l'élaboration de cette thèse.

Sommaire général

Introduction générale	7
1 Fluctuations Endogènes dans une Economie Monétaire à Générations Imbriquées	17
2 Fluctuations Endogènes dans une Economie à Générations Imbriquées avec Capital Productif	83
3 Cycles Endogènes, Substituabilité Intertemporelle et Rendements Croissants dans une Economie à Deux Secteurs	129
4 Concurrence Imparfaite, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes	145
5 Substitution Capital-Travail, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes : une Approche en Concurrence Monopolistique	163
6 Inégalité Salariale et Fluctuations Endogènes dans une Economie avec un Marché du Travail Dual	193
Conclusion générale	214

Bibliographie

222

Introduction Générale

Les approches récentes de l'analyse des cycles économiques¹ se distinguent des théories antérieures en choisissant comme cadre de référence le modèle d'équilibre général concurrentiel. En effet, au cours des années 1970, les comportements individuels entrent de plain-pied dans l'analyse macroéconomique. L'équilibre macroéconomique se déduit alors du comportement rationnel des agents économiques. En utilisant ce cadre de référence, deux sortes d'explications des fluctuations économiques ont été proposées par les économistes. La première est une explication exogène et la deuxième une explication endogène.

L'approche exogène explique les cycles par l'existence de chocs aléatoires. Ainsi, les théoriciens des anticipations rationnelles supposent que l'économie est sujette à des chocs monétaires aléatoires. Ces chocs se propagent aux variables réelles de l'économie car les agents disposent d'une information incomplète (Lucas (1972), Lucas (1975)). Les théoriciens des cycles réels considèrent, quant à eux, que l'information est parfaite. C'est l'existence de chocs technologiques aléatoires qui permet à des fluctuations économiques d'apparaître (Hansen (1985), Kydland and Prescott (1982), Long and Plosser (1983), Mankiw (1989), Stadler (1994)).

L'approche endogène montre que des cycles économiques apparaissent en l'absence de toute perturbation aléatoire. Elle exploite, d'une part, les non-linéarités

1. Pour une présentation des théories du cycle économique dans une perspective historique, voir Arrous (1991) et Zarnowitz (1985).

des modèles qui permettent à des trajectoires cycliques voire chaotiques d'émerger. D'autre part, elle cherche à montrer l'existence d'équilibres à taches solaires. Une incertitude affecte alors les anticipations des agents. Cette incertitude est dite extrinsèque car elle ne modifie pas les fondamentaux de l'économie (technologie, préférences, dotations).

Deux modèles sont habituellement retenus pour étudier l'émergence de fluctuations endogènes, le modèle de croissance optimale et le modèle à générations imbriquées. Dans le premier modèle, les agents ont une durée de vie et un horizon infinis. L'équilibre concurrentiel intertemporel est Pareto-optimal. La trajectoire d'équilibre décentralisé est identique à celle obtenue par un planificateur central. Ce modèle peut générer des dynamiques cycliques et chaotiques, mais uniquement lorsque l'économie comporte plusieurs secteurs.² Dans le modèle à générations imbriquées, les agents ont une durée de vie et, en l'absence d'altruisme intergénérationnel, un horizon finis. L'équilibre concurrentiel intertemporel n'est en général plus Pareto-optimal. De plus, des cycles endogènes et des trajectoires dynamiques chaotiques peuvent émerger dans une économie à un secteur. Cependant, que l'épargne se fasse sous forme monétaire ou sous forme de capital productif, des cycles concurrentiels endogènes apparaissent souvent sous des conditions restrictives et qui semblent manquer de validité empirique (offre de travail décroissante, forte complémentarité entre le capital et le travail). Cette critique va conduire certains économistes à introduire de la concurrence imparfaite.

Suite aux travaux initiateurs de Hart (1982) et Weitzman (1982), de nombreux économistes ont analysé des modèles macroéconomiques caractérisés par de la concurrence imparfaite, pour étudier notamment l'existence de chômage et discuter de l'efficacité des politiques économiques.³ La concurrence imparfaite

2. Pour une revue de la littérature à ce sujet, on peut consulter Benhabib and Farmer (1999), Boldrin (1991), Nishimura and Sorger (1996), Nishimura and Venditti (2000) et Venditti (1996).

3. Une revue de la littérature a été proposée par Dixon and Rankin (1994), Silvestre (1993)

est compatible avec des rendements croissants internes à la firme et, par ailleurs, les producteurs ont un pouvoir de marché qui se traduit par l'existence d'un taux de marge positif, éventuellement variable. Dans les modèles dynamiques, les rendements croissants et la variabilité du taux de marge peuvent créer des non-linéarités supplémentaires qui favorisent l'émergence de fluctuations endogènes. En outre, la concurrence imparfaite permet de reproduire certains faits stylisés caractéristiques du cycle économique, tels que la pro-cyclicité ou l'a-cyclicité du salaire réel, la contra-cyclicité du taux de marge, ou la pro-cyclicité du nombre de producteurs.

Une autre sorte d'imperfections crée des non-linéarités qui sont source de fluctuations endogènes. Il s'agit des imperfections liées au marché du travail. Peu de travaux se sont intéressés à l'influence des imperfections du marché du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes. Pourtant, de nouvelles approches fournissent des explications théoriques à un certain nombre de caractéristiques du marché du travail. Dans un contexte dynamique, elles permettent, d'une part de voir si la structure du marché du travail peut expliquer l'existence de fluctuations endogènes, et d'autre part de reproduire certains faits stylisés du cycle économique.

En choisissant comme cadre de référence le modèle à générations imbriquées, nous allons montrer dans cette thèse que la concurrence imparfaite sur le marché du bien final, à travers les rendements croissants et la variabilité du taux de marge, et l'imperfection du marché du travail peuvent expliquer l'existence de fluctuations endogènes. Les deux premiers chapitres présentent, dans un cadre modélisé unifié, une synthèse des travaux concernant l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire (chapitre 1) et dans une économie avec capital productif (chapitre 2). Les quatre chapitres suivants proposent, quant à

et Silvestre (1995).

eux, quatre nouvelles contributions.

Le chapitre 1 présente les principaux résultats existants en ce qui concerne l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire à générations imbriquées. L'analyse s'effectue en se plaçant dans un modèle assez simple où les consommateurs travaillent dans la première période de leur vie, épargnent sous forme monétaire et consomment dans la deuxième période de leur vie. En nous inspirant de l'article de Grandmont (1985), nous considérons d'abord le cas parfaitement concurrentiel. L'existence de cycles endogènes est directement liée aux effets opposés de substitution intertemporelle et de revenu. La domination d'un effet sur l'autre peut se mesurer grâce au degré de concavité de la fonction d'utilité des consommateurs à la deuxième période de leur vie. Dans cette économie, des fluctuations endogènes ne peuvent exister que si l'effet de revenu domine suffisamment l'effet de substitution intertemporelle. Cela signifie également que l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel, qui est aussi celle de l'épargne par rapport au facteur d'intérêt réel, est négative à l'état stationnaire. Des conditions similaires sont requises pour l'existence de fluctuations endogènes stochastiques, c'est-à-dire d'équilibres à taches solaires, dans le voisinage de l'équilibre stationnaire (Grandmont (1986b)) ou dans le voisinage d'un cycle de période deux (Grandmont (1989)). Ces résultats ont été critiqués pour leur caractère restrictif et leur manque de validité empirique. Aussi certains économistes ont-ils introduit de la concurrence imparfaite. Ils ont montré que des fluctuations endogènes peuvent émerger sous des conditions moins contraignantes. Quatre approches sont présentées en considérant des extensions du modèle initial.

En s'inspirant de Jacobsen (2000), la première extension suppose que les producteurs se livrent une concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977). Comme les rendements sont constants, il existe des profits de monopole qui sont distribués aux consommateurs. Ils sont liés à l'existence et au niveau constant

du taux de marge. L'existence de fluctuations endogènes est alors compatible avec une offre de travail croissante si le niveau du taux de marge est suffisamment important. Cependant, l'effet de revenu doit dominer l'effet de substitution intertemporelle.

En nous appuyant sur l'article de Lloyd-Braga (2000), nous introduisons, dans la deuxième extension, des rendements croissants qui se traduisent par la décroissance du coût marginal. Les firmes se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée et l'économie est caractérisée par un nombre de firmes et un taux de marge constants. Des cycles déterministes ne peuvent émerger que si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle, et si l'offre de travail est décroissante, mais pour des valeurs moins contraignantes que dans une situation de rendements constants. Par ailleurs, des fluctuations endogènes stochastiques peuvent émerger si l'offre de travail est croissante, quand la pente positive de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail.

La troisième extension s'intéresse à la variabilité du taux de marge due à celle du nombre de producteurs. Une telle approche a été exploitée par Jacobsen (1998) qui suppose, dans un modèle de concurrence monopolistique, que l'élasticité de substitution entre les biens est variable. Nous supposons plutôt que les firmes se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée. Les rendements croissants sont cette fois-ci dus à l'existence d'un coût fixe. Cette spécification nous permet de reproduire deux caractéristiques du cycle, la pro-cyclicité de l'entrée des firmes et la contra-cyclicité du taux de marge. Par ailleurs, des fluctuations endogènes peuvent émerger sous des conditions similaires à celles obtenues dans l'extension précédente. Notons que le rôle joué par la variabilité du taux de marge et du nombre de producteurs peut également être analysé dans un modèle à deux secteurs, comme le proposent Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993).

Dans la dernière extension, la variabilité du taux de marge est due à celle

de l'élasticité de la demande, car à chaque période, deux générations d'agents consomment le bien final et il existe des changements de composition de la demande agrégée (d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), Lloyd-Braga (1994)). Encore une fois, le modèle de Cournot semble approprié pour l'analyse, mais les rendements sont supposés constants, contrairement aux deux approches précédentes. Nous montrons que si le taux de marge est positif et variable, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle. Par contre, si le taux de marge disparaît ou si l'élasticité de la demande est constante, des fluctuations endogènes ne peuvent apparaître que s'il y a une forte complémentarité intertemporelle.

Des fluctuations endogènes peuvent ainsi émerger sous des conditions qui semblent moins restrictives lorsque la concurrence est imparfaite. Une autre démarche a également été exploitée par les économistes pour montrer que l'existence de cycles endogènes est compatible avec une offre de travail croissante. Elle fait l'objet du chapitre 2.

En introduisant du capital productif dans le modèle à générations imbriquées utilisé dans le chapitre 1, nous présentons, dans le chapitre 2, les principaux résultats liant la substitution entre le capital et le travail et l'émergence de fluctuations endogènes. En nous basant sur l'article de Reichlin (1986), nous montrons que des fluctuations endogènes peuvent apparaître lorsque l'offre de travail est croissante. Si ce résultat s'appuie sur la substituabilité entre la consommation future et le loisir, il suppose en revanche une forte complémentarité entre le capital et le travail. Cette dernière condition semble contraignante. Cependant, si les rendements sont croissants, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque le travail et le capital sont davantage substituables (Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995)). Suivant l'analyse proposée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), les rendements croissants sont introduits

de deux manières équivalentes : soit la concurrence est parfaite et les rendements croissants sont dus à l'existence d'externalités dans la production, soit la concurrence est imparfaite et les rendements croissants sont internes à la firme. Dans ce dernier cas, les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée et les rendements croissants sont dus à la décroissance du coût marginal. Cette spécification est caractérisée par un taux de marge et un nombre de firmes constants. Si nous insistons sur le lien entre substitution capital-travail et fluctuations endogènes, le modèle à générations imbriquées avec capital productif est un cadre de référence qui permet aussi bien d'étudier la dynamique globale que l'influence des imperfections du marché du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Les résultats présentés dans le chapitre 1 nous permettent de conclure qu'un cycle déterministe ne peut pas apparaître dans une économie monétaire à générations imbriquées lorsque l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu, même si les rendements sont croissants. Le premier apport de cette thèse, qui fait l'objet du chapitre 3, montre que ce résultat n'est plus valable dans une économie multisectorielle. Nous étudions le cas où il y a deux secteurs. Un bien est produit dans chaque secteur et les consommateurs de chaque secteur consomment les deux biens produits dans l'économie. La concurrence est imparfaite, permettant ainsi aux rendements internes d'être croissants. Un cycle déterministe de période deux peut alors apparaître si les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. Ce résultat présente toutefois une limite. Des fluctuations endogènes ne peuvent émerger que si les rendements sont suffisamment croissants et si la pente de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail.

Aussi le chapitre 4, qui constitue le deuxième apport de cette thèse, réexamine-t-il la question des rendements croissants dans une économie avec capital produc-

tif. Les firmes se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée et les rendements croissants sont dus à l'existence d'un coût fixe. Cela permet au modèle de reproduire deux caractéristiques du cycle, l'entrée pro-cyclique des firmes et la contra-cyclicité du taux de marge. Nous montrons que des cycles déterministes peuvent émerger dès que le taux de marge est positif et variable et les rendements croissants, aussi faiblement que ce soit. Ces cycles déterministes peuvent apparaître lorsque la pente de la demande de travail est inférieure à celle de l'offre et qu'elle est négative. Par contre, dans le cas limite où les rendements sont constants, un nombre infini de firmes entrent et le taux de marge disparaît. Des cycles déterministes ne peuvent alors plus apparaître. Par conséquent, si l'existence de cycles déterministes requiert des rendements croissants, il n'est pas nécessaire qu'ils le soient de manière significative, comme c'est souvent le cas. Ce résultat est en accord avec des estimations empiriques récentes qui concluent que, si les rendements sont croissants, ils ne le sont pas fortement et sont proches des rendements constants (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald (1997), Burnside (1996)). Le modèle utilisé dans ce chapitre présente néanmoins une limite car il ne permet pas de réellement dissocier les effets liés à l'existence et ceux liés à la variabilité du taux de marge.

Aussi introduisons-nous, dans le chapitre 5, de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977). Dans ce troisième apport de la thèse, les rendements croissants sont également dus à l'existence d'un coût fixe et l'entrée des firmes est libre. Contrairement à la situation la plus fréquente, les producteurs tiennent compte de leur influence sur le prix moyen. Le taux de marge n'est alors plus constant comme c'est habituellement le cas dans le modèle de Dixit and Stiglitz (1977), mais variable. Les rôles respectifs du niveau du taux de marge et de sa variabilité peuvent être analysés séparément. Ce chapitre peut également être apprécié comme étant une extension du chapitre 2. En effet, contrairement au

résultat de Reichlin (1986), des fluctuations endogènes peuvent émerger si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires. Ce résultat est dû à la variabilité du taux de marge, car lorsque le taux de marge est constant, des cycles déterministes ne peuvent plus apparaître. Au contraire de sa variabilité, le niveau du taux de marge n'a aucune influence sur la dynamique locale de l'économie.

Si les précédents chapitres ont introduit de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final, le chapitre 6 s'intéresse aux imperfections du marché du travail. Peu de travaux cherchent à expliquer l'existence de fluctuations endogènes par les imperfections du marché du travail. C'est ce que propose pourtant ce dernier chapitre, qui constitue le quatrième apport de cette thèse. L'existence d'un différentiel de salaire, qui est un fait stylisé du marché du travail, y est exploitée. Elle peut être fondée théoriquement en considérant un marché du travail dual basé sur un salaire d'efficience à la Shapiro and Stiglitz (1984). Nous montrons que l'existence d'un tel différentiel de salaire influence l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire et l'existence de cycles. En effet, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si l'inégalité salariale est suffisamment élevée. Cette imperfection du marché du travail permet donc d'expliquer l'existence de cycles endogènes. D'autre part, contrairement aux résultats obtenus dans les contributions précédentes, l'émergence de fluctuations endogènes n'est pas liée à l'existence de rendements croissants.

Chapitre 1

Fluctuations Endogènes dans une Economie Monétaire à Générations Imbriquées

Sommaire

1.1	Introduction	19
1.2	Comportements microéconomiques	23
1.3	Equilibres	28
1.4	Fluctuations Endogènes Déterministes	30
1.4.1	Quelques Résultats Mathématiques	30
1.4.2	Existence d'Equilibres Périodiques	35
1.5	Fluctuations Endogènes Stochastiques	40
1.6	Quelques Remarques	45
1.7	L'Introduction de la Concurrence Imparfait	48
1.7.1	Les Profits de Monopole	50
1.7.2	Les Rendements Croissants	55
1.7.3	Variabilité du Taux de Marge et Libre Entrée des Firmes	62

1.7.4	Variabilité du Taux de Marge et de l'Elasticité de la Demande	69
1.8	Conclusion	79

1.1 Introduction

Les premiers travaux qui ont étudié l'émergence de fluctuations endogènes dans des modèles à générations imbriquées se sont intéressés à l'évolution de la valeur de l'encaisse monétaire réelle. Ils aboutissent à la conclusion que lorsque la concurrence est parfaite et les rendements constants, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si l'effet de substitution est dominé par l'effet de revenu. Cela signifie également que l'offre de travail doit être décroissante. Ces conditions ont été critiquées car elles semblent trop contraignantes et manquent de validité empirique. L'introduction de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final permet de reconsidérer ces résultats et d'obtenir des conditions moins restrictives.

La présentation de ces résultats peut se faire à partir d'un modèle à générations imbriquées assez simple où les consommateurs offrent du travail à la première période de leur vie, épargnent sous forme monétaire et consomment le bien final à la deuxième période de leur existence. Les firmes produisent le bien final en utilisant le travail comme unique facteur de production. Dans un premier temps, une situation de concurrence imparfaite et de rendements constants est envisagée. Suivant l'analyse de Grandmont (1985),¹ l'existence de cycles endogènes est intimement liée aux effets opposés de substitution intertemporelle et de revenu. La domination d'un effet sur l'autre va se mesurer grâce au degré de concavité de la fonction d'utilité des consommateurs à la deuxième période de leur vie. L'étude de la dynamique amont unidimensionnelle de l'économie permet de montrer que des trajectoires non monotones ne peuvent pas émerger si l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu. Par contre, lorsque l'effet de revenu domine suffisamment l'effet de substitution intertemporelle, il existe un cycle de

1. Voir également Benhabib and Day (1982) ou Michel and Wigniolle (1993).

période deux et un cycle de période trois. L'existence d'un cycle de période deux implique que l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel, qui est aussi celle de l'épargne par rapport au facteur d'intérêt réel, soit inférieure à $-\frac{1}{2}$. Des fluctuations endogènes stochastiques peuvent également émerger. En effet, il existe des équilibres à taches solaires dans le voisinage de l'équilibre stationnaire lorsqu'il est localement indéterminé (Grandmont (1986b)) et dans le voisinage d'un cycle de période deux lorsqu'il est localement stable (Grandmont (1989)).

Suite à l'article de Grandmont (1985), un certain nombre de critiques ont vu le jour. Ces critiques concernent autant le modèle à générations imbriquées que la validité des résultats obtenus. Une de ces critiques considère que les conditions sous lesquelles des cycles concurrentiels endogènes apparaissent sont trop contraignantes et manquent de validité empirique. Aussi des extensions du modèle ont-elles été proposées. Reichlin (1986) introduit un deuxième facteur de production, le capital, et montre que des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu, c'est-à-dire lorsque l'offre de travail est croissante, si le travail et le capital sont suffisamment complémentaires. La présentation de cette approche et de ses développements font l'objet du chapitre 2 de cette thèse. Une autre extension du modèle consiste à introduire de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final. La concurrence imparfaite permet d'analyser l'influence du taux de marge et de sa variabilité et celle des rendements croissants sur l'émergence de fluctuations endogènes. Si les rendements croissants ne permettent pas l'obtention d'une solution au programme d'optimisation du producteur lorsque la concurrence est parfaite, ils sont compatibles avec une structure de marché imparfaitement concurrentielle.² Quatre extensions du modèle initial, basées sur l'introduction de concurrence imparfaite,

2. Des rendements croissants peuvent également être introduits en supposant l'existence d'externalités positives dans la production. Une telle approche et son équivalence possible avec un modèle de concurrence imparfaite vont être analysées dans le chapitre 2.

sont envisagées dans ce chapitre.

L'introduction de concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) sur le marché du bien final assure l'existence de profits de monopole. Comme les rendements sont constants, l'existence de ces profits est directement liée à l'importance du taux de marge des producteurs. L'existence de fluctuations endogènes est alors compatible avec une élasticité de l'offre de travail positive si le taux de marge est suffisamment important.³ Cela est dû à un effet de revenu supplémentaire lié à l'existence des profits de monopole. Cependant, l'émergence de fluctuations endogènes requiert toujours que l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle.

La concurrence imparfaite, en particulier un modèle de Cournot avec libre entrée, est compatible avec un coût marginal décroissant et donc des rendements croissants. Comme le montre Lloyd-Braga (2000), une telle spécification est caractérisée par un nombre de firmes et un taux de marge constants, lorsque la fonction de production est homogène. Lorsque les rendements sont croissants, des cycles endogènes déterministes peuvent émerger uniquement si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle et si l'élasticité de l'offre de travail est négative, mais pour des valeurs qui semblent plus acceptables. Des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent sous ces mêmes conditions. Elles apparaissent aussi si la pente positive de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail.

La variabilité du taux de marge peut s'expliquer par un nombre variable de producteurs. Une manière de modéliser ce phénomène consiste à considérer que les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée et que les rendements croissants sont dus à l'existence d'un coût fixe. Une telle spécification

3. Notons que Jacobsen (2000), qui a proposé cette analyse, suppose également que la concurrence est imparfaite sur le marché du travail.

permet au modèle d'avoir deux propriétés dynamiques qui ont une validité empirique (Portier (1995)) : l'entrée des firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique. Des fluctuations endogènes peuvent émerger sous des conditions similaires à celles obtenues précédemment. La variabilité du taux de marge et du nombre de producteurs peut également être envisagée dans un modèle à deux secteurs, comme le proposent Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993). Ces auteurs montrent l'existence d'équilibres à tâches solaires dans le voisinage d'équilibres stationnaires multiples. Pour cela, ils considèrent que les agents d'un secteur produisent un bien et consomment uniquement le bien produit dans l'autre secteur. Ils exploitent l'idée selon laquelle, à l'équilibre symétrique, lorsque le nombre d'agents augmente, le taux de marge se réduit. La situation de chacun se détériore donc en tant que producteur mais s'améliore en tant que consommateur. Dans leur modèle, le deuxième effet domine et leur permet d'obtenir des équilibres stationnaires multiples Pareto-ordonnés.

Une deuxième explication de la variabilité du taux de marge exploite la variabilité de l'élasticité de la demande due à l'existence de deux générations de consommateurs (d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), Lloyd-Braga (1994)). En effet, si les consommateurs consomment aux deux périodes de leur vie, alors la demande de bien final se compose de la consommation d'une génération de jeunes et de celle d'une génération de vieux. Des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle si le taux de marge est positif et variable. Par contre, lorsque l'élasticité de la demande et le taux de marge sont constants ou lorsque le taux de marge est nul, l'émergence de fluctuations endogènes requiert une forte complémentarité intertemporelle.

La concurrence imparfaite, grâce à l'existence et la variabilité du taux de marge et aux rendements croissants, permet donc de justifier plus aisément l'émergence de fluctuations endogènes que lorsque la concurrence est parfaite.

La suite de ce chapitre s'organise de la façon suivante. Dans la section 2, nous présentons le modèle concurrentiel. Les équilibres intertemporel et stationnaire sont définis dans la section 3. La section 4 est consacrée à l'existence de cycles de période deux et trois. Dans la section 5, nous montrons l'existence de fluctuations endogènes stochastiques. Après avoir discuté des résultats et des limites de notre analyse dans la section 6, nous introduisons la concurrence imparfaite dans la section 7 et présentons quatre extensions du modèle initial. La section 8 conclut le chapitre.

1.2 Comportements microéconomiques

Nous considérons un modèle à générations imbriquées dans lequel le temps est discret ($t = 0, 1, 2, \dots, \infty$) et les anticipations parfaites. Chaque consommateur vit deux périodes. Par conséquent à chaque période, une génération de jeunes et une génération de vieux consommateurs coexistent. A la première période de sa vie, chaque consommateur offre du travail l_t et est rémunéré au salaire nominal w_t . Il épargne sous forme de monnaie m et consomme le bien final en quantité c_{t+1} au prix concurrentiel p_{t+1} lorsqu'il est vieux. En outre, à la première période, une génération de vieux vit une seule période et a comme dotation le stock de monnaie, supposé constant.

Par ailleurs, la population est constante et les consommateurs de chaque génération identiques. Aussi allons-nous considérer un consommateur représentatif. Ses préférences sont séparables et s'écrivent $U(c_{t+1}) - V(l_t)$. $U(c)$ est l'utilité de la consommation, définie pour $c \geq 0$, et $V(l)$ la désutilité du travail, définie pour $0 \leq l < l^*$, où $l^* > 0$ est la "dotation" de travail qui peut être finie ou infinie. La quantité $l^* - l$ peut par conséquent s'interpréter comme étant le loisir. Nous faisons également les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 Les fonctions $U(c)$ et $V(l)$ sont continues pour $c \geq 0$ et $0 \leq l < l^*$, et admettent des dérivées continues de tout ordre requis pour $c > 0$ et $0 < l < l^*$. La désutilité marginale du travail est positive ($V'(l) > 0$) et croissante ($V''(l) > 0$). De plus, $\lim_{l \rightarrow l^*} V'(l) = +\infty$. L'utilité marginale de la consommation est positive ($U'(c) > 0$) et décroissante ($U''(c) < 0$).

Le bien final est produit par un continu de firmes toutes identiques de masse unitaire. A chaque période, elles produisent le bien final avec une technologie à rendements d'échelle constants et utilisent le travail offert par les jeunes consommateurs comme unique facteur de production. Leur fonction de production s'écrit $y_t = l_t$. Comme tous les marchés sont parfaitement concurrentiels, les producteurs maximisent leur fonction de profit en supposant le prix p_t et le salaire w_t comme donnés. La condition du premier ordre implique que $w_t = p_t$, autrement dit que le salaire réel $\frac{w_t}{p_t}$ est égal à 1.

Un jeune consommateur observe le salaire nominal $w_t > 0$ et anticipe parfaitement le prix futur du bien final p_{t+1} . Il doit choisir son offre de travail $l_t \in [0, l^*)$ et sa consommation future $c_{t+1} \geq 0$. Pour cela, il va maximiser son utilité $U(c_{t+1}) - V(l_t)$ sous les contraintes budgétaires $m = w_t l_t$ et $p_{t+1} c_{t+1} = m$.

Il existe une solution unique à ce programme de maximisation et celle-ci dépend du rapport des prix $\theta_t = \frac{w_t}{p_{t+1}} = \frac{p_t}{p_{t+1}}$. En effet, les conditions du premier ordre définissent la consommation optimale $c(\theta_t) \geq 0$ et l'offre de travail $l(\theta_t) \in [0, l^*)$. Soit $\bar{\theta} = \frac{V'(0)}{U'(0)}$. Alors $c(\theta) = l(\theta) = 0$ si $\theta \leq \bar{\theta}$. Par contre, $c(\theta) > 0$ et $l(\theta) \in (0, l^*)$ si $\theta > \bar{\theta}$. Dans ce dernier cas, les conditions d'optimalité du programme du consommateur s'écrivent :

$$u(c_{t+1}) = v(l_t) \text{ et } c_{t+1} = \theta_t l_t \tag{1.1}$$

où $u(c)$ et $v(l)$ sont définies pour $c > 0$ et $0 < l < l^*$ de la façon suivante :

$$u(c) = cU'(c) \text{ et } v(l) = lV'(l) \quad (1.2)$$

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons à la configuration où la demande de monnaie est positive lorsque les prix sont constants.⁴ Par conséquent, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2 $\bar{\theta} = \frac{V'(0)}{U'(0)} < 1.$

Sur l'intervalle $[\bar{\theta}, +\infty)$, les fonctions $c(\theta_t)$ et $l(\theta_t)$ sont continûment différentiables. En utilisant les équations (1.1) et (1.2), nous obtenons :

$$\frac{dl_t}{d\theta_t} = \frac{U'(c_{t+1}) + c_{t+1}U''(c_{t+1})}{V''(l_t) - \theta_t^2 U''(c_{t+1})} \quad (1.3)$$

$$\frac{dc_{t+1}}{d\theta_t} = \frac{V''(l_t)l_t + V'(l_t)}{V''(l_t) - \theta_t^2 U''(c_{t+1})} \quad (1.4)$$

D'après l'hypothèse 1, nous déduisons que $\frac{dc_{t+1}}{d\theta_t} > 0$. La demande de consommation est une fonction croissante du facteur d'intérêt θ_t . De plus, $c(\theta_t)$ tend vers $+\infty$, lorsque θ_t tend vers $+\infty$. Pour montrer ce dernier résultat, raisonnons par l'absurde. Supposons que $c_{t+1} = c(\theta_t)$ reste bornée lorsque θ_t tend vers $+\infty$. D'après la relation $c_{t+1} = \theta_t l_t$, cela est possible uniquement si l_t tend vers 0. Dans ce cas, nous aboutissons à une contradiction car le membre de gauche de l'équation $\theta_t U'(c_{t+1}) = V'(l_t)$ tend vers $+\infty$ tandis que le membre de droite reste borné.

Le signe de $\frac{dl_t}{d\theta_t}$ est, quant à lui, indéterminé. Il est directement relié au degré relatif d'aversion au risque de Arrow-Pratt de la fonction $U(c)$ qui est défini par :

$$R_u(c) = -\frac{cU''(c)}{U'(c)} \quad (1.5)$$

4. Cela correspond au cas appelé cas Samuelson.

Cette expression mesure le degré de concavité de $U(c)$. Nous remarquons que $\frac{dl_t}{d\theta_t}$ est positif (respectivement négatif) lorsque $R_u(c_{t+1})$ est inférieur à 1 (respectivement supérieur à 1).

Dans ce chapitre, nous allons montrer que les effets opposés de la substitution intertemporelle et de l'effet de revenu sont à l'origine de cycles concurrentiels endogènes. L'effet de substitution agit de la manière suivante. Suite à une augmentation du prix futur, la consommation future va se réduire au profit du loisir. L'offre de travail va donc se réduire. D'autre part, l'effet de revenu se traduit par la baisse du pouvoir d'achat consécutive à l'augmentation du prix futur. Comme la consommation et le loisir sont des biens normaux, l'effet de revenu entraîne une baisse de la consommation de bien final et de loisir, c'est-à-dire une hausse de l'offre de travail. Les effets de substitution et de revenu agissent donc dans le même sens en ce qui concerne la consommation future de bien final.⁵ Par contre, ils agissent en sens contraire en ce qui concerne l'offre de travail. Cette dernière est croissante si l'effet de substitution domine uniformément. En revanche, elle est décroissante si l'effet de revenu domine. Ceci explique le signe ambigu de $\frac{dl_t}{d\theta_t}$.

Nous faisons maintenant l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3 $R_u(c)$ est une fonction non décroissante pour tout $c > 0$.

Cette hypothèse a des implications directes sur le signe de $\frac{dl_t}{d\theta_t}$:

Lemme 1 1. Si $R_u(c_{t+1}) \leq 1$ pour tout $c_{t+1} > 0$, alors $\frac{dl_t}{d\theta_t} \geq 0$ pour tout $\theta_t \geq \bar{\theta}$;

2. s'il existe $c_{t+1} > 0$ tel que $R_u(c_{t+1}) > 1$, alors il existe un unique $\theta^* > \bar{\theta}$ tel que $\frac{dl_t}{d\theta_t} > 0$ si $\bar{\theta} \leq \theta_t < \theta^*$, $\frac{dl_t}{d\theta_t} = 0$ si $\theta_t = \theta^*$ et $\frac{dl_t}{d\theta_t} < 0$ si $\theta_t > \theta^*$.

5. C'est pour cette raison que $\frac{dc_{t+1}}{d\theta_t} > 0$.

Remarquons finalement que la fonction $v(l_t)$ est strictement croissante de 0 à $+\infty$, lorsque l'offre de travail varie de 0 à l^* . Par conséquent, elle possède une fonction inverse v^{-1} . Nous pouvons donc définir la courbe d'offre du consommateur représentatif $l_t = \chi(c_{t+1})$, avec :

$$\chi(c) = v^{-1}[u(c)], \text{ pour } c > 0 \text{ et } \chi(0) = 0 \quad (1.6)$$

Cette courbe représente l'ensemble des couples optimaux (l_t, c_{t+1}) choisis par les consommateurs lorsque le rapport des prix θ_t varie. Son élasticité est égale à :

$$\varepsilon_\chi(c) \equiv \frac{c\chi'(c)}{\chi(c)} = \frac{1 - R_u(c)}{1 + R_v(l)} < 1, \text{ où } R_v(l) = \frac{lV''(l)}{V'(l)}. \quad (1.7)$$

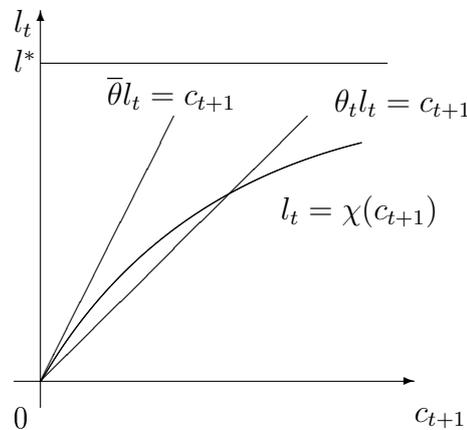


FIG. 1.1 – Courbe d'Offre dans le Cas 1 du Lemme 1

Nous déduisons de cette dernière expression que la courbe d'offre est croissante dans le cas 1 du lemme 1, c'est-à-dire lorsque $R_u(c_{t+1}) \leq 1$ pour tout $c_{t+1} > 0$ (voir figure 1.1). L'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu quelle que soit la valeur du rapport des prix θ_t et les fonctions $c(\theta_t)$ et $l(\theta_t)$ sont croissantes pour tout θ_t . Par contre dans le cas 2 du lemme 1, la fonction d'offre

est d'abord croissante, puis décroissante (voir figure 1.2). L'effet de substitution intertemporelle ne domine pas l'effet de revenu pour toutes les valeurs de θ_t . La fonction $c(\theta_t)$ est croissante pour tout θ_t , mais il existe une valeur critique du rapport des prix θ^* telle que l'offre de travail est croissante, respectivement décroissante, lorsque le rapport des prix est inférieur, respectivement supérieur, à cette valeur critique. Lorsque $\theta_t < \theta^*$ l'effet de substitution domine et lorsque $\theta_t > \theta^*$ l'effet de revenu domine.⁶

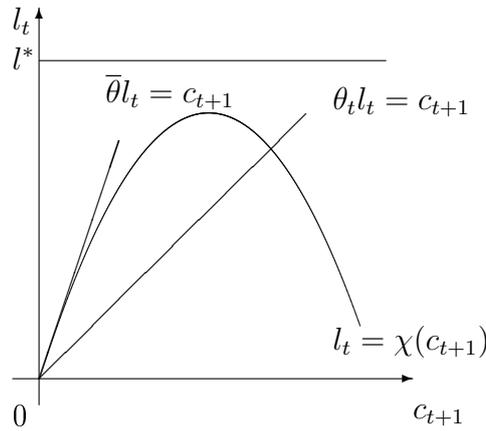


FIG. 1.2 – Courbe d'Offre dans le Cas 2 du Lemme 1

1.3 Equilibres

Dans cette section, nous définissons l'équilibre intertemporel avec prévisions parfaites, puis l'équilibre stationnaire. Notons $\mu_t \equiv \frac{m}{p_t}$ l'encaisse monétaire réelle. L'équilibre sur le marché de la monnaie se traduit par :

6. Les figures 1.1 et 1.2 sont représentées en supposant que $\lim_{c \rightarrow 0} cU'(c) = 0$. Notons que sont représentées sur ces figures la fonction d'offre $l_t = \chi(c_{t+1})$ et la contrainte budgétaire $c_{t+1} = \theta_t l_t$.

$$c(\theta_{t-1}) = \mu_t = l(\theta_t) \quad (1.8)$$

L'encaisse monétaire réelle est égale à la consommation des vieux et à l'offre de travail des jeunes. L'équilibre sur le marché du bien final s'écrit $y_t = l_t = c_t$ et le marché du travail est équilibré au salaire concurrentiel $\frac{w_t}{p_t} = 1$. Par conséquent, un équilibre intertemporel se définit de la façon suivante :

Définition 1 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(\mu_t) \in \mathbb{R}_{++}$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que :*

$$\mu_t = \chi(\mu_{t+1}) \quad (1.9)$$

L'équation (1.9) définit de manière unique la dynamique en amont de l'économie. Par ailleurs, elle détermine le comportement dynamique de toutes les variables de l'économie, le travail, la production, la consommation et le niveau des prix. Remarquons que les équations (1.8) et (1.9) définissent de manière équivalente la dynamique de l'économie. En effet, comme $\frac{dc}{d\theta_{t-1}} > 0$, l'expression (1.8) peut se réécrire $\theta_t = \varphi(\theta_{t+1})$, où $\varphi(\theta) = c^{-1}[l(\theta)]$. Dans ce cas, la variable dynamique n'est plus l'encaisse monétaire réelle mais le facteur d'intérêt réel θ_t . En utilisant la relation $p_{t+1}c_{t+1} = m$, la dynamique de l'économie peut encore s'écrire sous la forme $p_t = \phi(p_{t+1})$, où $\phi(p) = pc^{-1}\left(\frac{m}{p}\right)$, et cette fois-ci, la variable dynamique est le prix du bien final p_t .

Nous pouvons maintenant définir un équilibre stationnaire :

Définition 2 *Un équilibre stationnaire monétaire de l'équation dynamique (1.9) est un niveau d'encaisse monétaire réelle $\bar{\mu} \in \mathbb{R}_{++}$ tel que $\bar{\mu} = \chi(\bar{\mu})$.*

A l'équilibre stationnaire, toutes les variables de l'économie sont stationnaires et, en particulier, $\theta_t = 1$ pour tout t . Par ailleurs, d'après les hypothèses que

nous avons faites, notamment $\bar{\theta} < 1$ (hypothèse 2), il existe un unique équilibre stationnaire monétaire.

1.4 Fluctuations Endogènes Déterministes

Cette section est consacrée à l'étude de l'existence de cycles concurrentiels endogènes. Nous allons d'abord présenter quelques résultats mathématiques portant sur les systèmes dynamiques de dimension un, puis les appliquer au modèle exposé dans les deux sections précédentes.

1.4.1 Quelques Résultats Mathématiques

Nous allons exposer quelques résultats concernant les systèmes dynamiques discrets de dimension un.⁷ De tels systèmes dynamiques sont définis par l'équation $x_{t+1} = f(x_t)$, où $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ est une fonction continue et différentiable. Nous dirons que f est unimodale si :

1. il existe $x^* \in (a, b)$ tel que f est croissante sur l'intervalle (a, x^*) et décroissante sur (x^*, b) ;
2. $f(x^*) = b$.

L'objectif de cette sous-section est d'étudier l'existence de solutions périodiques de l'équation $x_{t+1} = f(x_t)$. Commençons par définir quelques notations. Soit $f^j(x)$ la fonction f itérée j fois. Elle a les propriétés suivantes :

1. $f^0(x) = x$
2. $f^1(x) = f(x)$
3. $f^j(x) = f(f^{j-1}(x))$, pour tout $j \geq 1$

7. Pour de plus amples informations à ce sujet, consulter Day (1994), Devaney (1989), Grandmont (1986a) ou Grandmont (1988).

Une trajectoire de x est l'ensemble $\{x, f(x), f^2(x), \dots\}$ qui est composé par toutes les itérations de x .

Un point périodique x de f , de période $k \geq 1$, est déterminé de la manière suivante :

1. x est un point fixe de f^k , c'est-à-dire $x = f^k(x)$
2. k est le plus petit entier ayant cette propriété, c'est-à-dire $x \neq f^j(x)$ pour tout $j = 1, 2, \dots, k - 1$.

Un cycle de période $k \geq 1$ est alors défini par l'ensemble $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{k-1}\}$, où $x_j = f^j(x)$ pour tout $j = 0, 1, 2, \dots, k - 1$. Evidemment, si x est un point périodique de période k , chaque élément x_i du cycle correspondant est également un point périodique de période k .

Nous allons maintenant établir les conditions suffisantes d'existence d'un cycle de période deux et de période trois. Supposons que a et \bar{x} soient deux états stationnaires et que $f(x) > x$, pour tout $x \in (a, \bar{x})$. Nous pouvons en déduire le résultat suivant :

Une condition suffisante d'existence d'un cycle de période deux est l'instabilité de l'équilibre stationnaire \bar{x} , c'est-à-dire $f'(\bar{x}) < -1$.

Un cycle de période deux est déterminé par un point fixe de f^2 , différent des états stationnaires a et \bar{x} , qui sont bien entendu des points fixes de f^2 . Or, lorsque $f'(a) > 1$ et $f'(\bar{x}) < -1$, les deux états stationnaires sont instables. Cela signifie que la dérivée de $f^2(x)$, évaluée en a (respectivement en \bar{x}), est égale à $[f'(a)]^2$ (respectivement $[f'(\bar{x})]^2$) et est supérieure à 1. Nous en déduisons, par continuité, que f^2 a un point fixe dans l'intervalle (a, \bar{x}) .

L'existence d'un cycle de période deux peut être mise en relation avec l'émergence d'une bifurcation flip. En effet, ce qui intéresse les économistes est non

seulement de savoir si un équilibre est stable ou non, mais également de savoir si des changements de stabilité sont possibles si un paramètre, appelé paramètre de bifurcation, varie. Une bifurcation correspond à la situation où a lieu ce changement de stabilité. En temps discret, une bifurcation va apparaître lorsque les valeurs propres de la matrice Jacobienne associée au système dynamique vont prendre une valeur unitaire en module. En particulier, une bifurcation flip va émerger lorsqu'une valeur propre va prendre la valeur -1 . Dans ce cas, il existe un cycle de période deux dans le voisinage de l'équilibre stationnaire.

Supposons, plus précisément, que les caractéristiques de l'économie sont représentées par un paramètre λ , qui appartient à un ensemble ouvert O contenant 0. Supposons également que la fonction d'offre f_λ est continûment différentiable sur l'intervalle $O \times (a, b)$ et qu'il existe, pour tout $\lambda \in O$, un unique équilibre stationnaire non-autarcique \bar{x}_λ . Alors, une bifurcation flip émerge lorsque $\lambda = 0$ si les conditions suivantes sont remplies :

$$f'_0(\bar{x}_0) = -1 \text{ et } \frac{d}{d\lambda} [f'_\lambda(\bar{x}_\lambda)]_{\lambda=0} < 0 \quad (1.10)$$

L'existence d'un cycle de période trois s'établit en trouvant une solution à l'équation $x = f^3(x)$ différente des états stationnaire a et \bar{x} . Or, le type d'argument que nous avons utilisé pour montrer l'existence d'un cycle de période deux ne peut pas s'appliquer pour montrer l'existence d'un cycle de période trois. En effet, $f'(a) > 1$ et $f'(\bar{x}) < 1$ impliquent que $[f'(a)]^3 > 1$ et $[f'(\bar{x})]^3 < 1$. Cependant, ces deux inégalités suggèrent le résultat suivant :

Une condition suffisante pour l'existence d'un cycle de période trois est l'existence de $x^ \in (a, \bar{x})$ tel que $f^3(x^*) < x^*$.*

Un cycle de période trois est un point fixe de f^3 différent des états stationnaires a et \bar{x} . Comme $[f'(a)]^3 > 1$ et $[f'(\bar{x})]^3 < 1$, s'il existe $x^* \in (a, \bar{x})$ tel

que $f^3(x^*) < x^*$, alors, par continuité, f^3 admet une solution stationnaire dans l'intervalle (a, \bar{x}) .

Montrer l'existence de cycles de période supérieure à trois est plus difficile. Par ailleurs, se pose la question de la coexistence de cycles de différentes périodes. Le théorème suivant, dû à Sarkovskii, apporte une réponse à cette dernière question :

Théorème de Sarkovskii *Considérons que les entiers suivent l'ordre :*

$$\begin{aligned}
 &3 \succ 5 \succ 7 \dots \\
 &\succ 2.3 \succ 2.5 \succ 2.7 \succ \dots \\
 &\dots \\
 &\succ 2^n.3 \succ 2^n.5 \succ 2^n.7 \succ \dots \\
 &\dots \\
 &\succ \dots \succ 2^m \succ \dots \succ 8 \succ 4 \succ 2 \succ 1
 \end{aligned}$$

Si la fonction continue $f : [a,b] \rightarrow [a,b]$ a un cycle de période k , alors elle a aussi un cycle de période k' , pour tout $k' \prec k$.

Ce théorème établit un ordre dans l'apparition des cycles. Il montre, en particulier, que l'existence d'un cycle de période trois implique l'existence de cycles de toutes périodes. De plus, entre l'apparition d'un cycle de période deux et celle d'un cycle de période trois, des cycles de périodes élevées et également du chaos vont apparaître. Cependant, il ne nous livre aucune information quant à la stabilité des cycles. Nous énonçons maintenant quelques résultats à ce sujet.

Un cycle (x_1, x_2, \dots, x_k) de f est faiblement stable si $|Df^k(x_i)| \leq 1$. Si f est unimodale, le cycle est superstable quand le point critique appartient à la trajectoire périodique, c'est-à-dire quand $Df^k(x_i) = 0$. En outre, la stabilité d'un cycle est reliée à la notion de dérivée Schwarzienne. Supposons que f soit trois fois

continûment différentiable et que $f' \neq 0$. Alors, la dérivée Schwarzienne Sf se définit de la manière suivante :

$$Sf = \frac{f'''}{f'} - \frac{3}{2} \left(\frac{f''}{f'} \right)^2 \quad (1.11)$$

Si f est unimodale et si la dérivée Schwarzienne est négative pour tout $x \neq 0$, alors

1. f admet au plus une orbite faiblement stable ;
2. si f a une orbite périodique faiblement stable, alors le point critique x^* est attirée par elle, et elle coïncide avec l'ensemble des points d'accumulation de la suite $(f^j(x^*))_{j \in \mathbb{N}}$.

Considérons à nouveau la famille de fonctions indexée par le paramètre λ et supposons que la dérivée Schwarzienne de f_λ soit négative. Supposons également que les conditions suivantes sont satisfaites :

1. lorsque $\lambda = 0$, f admet un cycle de période deux
2. lorsque $\lambda = 1$, il existe un cycle de période trois.

Nous pouvons, dans ce cas, déterminer de quelle manière des cycles émergent lorsque le paramètre λ varie de 0 à 1, en itérant le point critique x_λ^* de f_λ . Des cycles stables de toutes périodes apparaissent pour certaines valeurs de λ . D'abord, un cycle de période deux apparaît, puis un doublement de période va émerger, en suivant l'ordre défini dans le théorème de Sarkovskii. Autrement dit, un cycle stable de période 2^j perd sa stabilité et laisse la place à un cycle de période 2^{j+1} , et ainsi de suite. De plus, les doublements de période apparaissent de plus en plus vite à mesure que λ augmente et tend vers $\lambda_\infty < 1$. Pour des valeurs de λ supérieures à λ_∞ , on entre dans la région chaotique : il y a soit des trajectoires apériodiques, soit un cycle stable de très longue période.

1.4.2 Existence d'Equilibres Périodiques

Nous allons maintenant appliquer les résultats mathématiques que nous venons d'exposer au modèle que nous avons développé dans le début de ce chapitre et montrer que des cycles endogènes peuvent exister à cause des effets contraires liés aux effets de substitution et de revenu. En effet, des cycles de période $k \geq 2$ vont émerger si la courbe d'offre du consommateur représentatif a une concavité suffisamment prononcée (voir figure 1.2).

Pour faire apparaître ces résultats plus clairement, nous allons étudier l'équation dynamique (1.9). Auparavant, nous allons analyser plus précisément la fonction χ qui caractérise la dynamique de l'économie. Pour simplifier notre présentation, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 4 $\lim_{c \rightarrow 0} cU'(c) = 0$.

Cette hypothèse signifie que la fonction χ est continue en 0 et que nous nous restreignons aux cas représentés sur les figures 1.1 et 1.2.

Les principales propriétés de la fonction χ sont présentées dans le lemme ci-dessous :

Lemme 2 *La fonction $\chi : [0, l^*] \rightarrow [0, l^*]$ est continue et différentiable. D'autre part,*

1. $\chi(0) = 0$, $\chi(\bar{\mu}) = \bar{\mu}$, $\chi(\mu) > \mu$ pour tout $0 < \mu < \bar{\mu}$ et $\chi(\mu) < \mu$ pour tout $\mu > \bar{\mu}$;
2. $\chi'(0) = \frac{1}{\theta} > 1$ et $\chi'(\bar{\mu}) < 1$;
3. soit $\alpha_u = \sup R_u(c)$; si $\alpha_u \leq 1$, alors $\chi'(\mu) > 0$ pour tout $\mu \in [0, l^*]$;
4. comme $R_u(c)$ est une fonction non décroissante (hypothèse 3), si $\alpha_u > 1$, alors la fonction χ est unimodale et a un unique point critique μ^* .

Ces propriétés découlent des comportements microéconomiques du consommateur représentatif que nous avons présentés dans la section 2 de ce chapitre. Précisons cependant la signification du cas 4 présenté dans ce lemme. Il signifie qu'il existe $\mu^* \in [0, l^*]$ tel que $\chi'(\mu) > 0$ lorsque $0 \leq \mu < \mu^*$, $\chi'(\mu) = 0$ lorsque $\mu = \mu^*$ et $\chi'(\mu) < 0$ lorsque $\mu > \mu^*$. Alors, les conditions $\chi'(\bar{\mu}) < 0$, $\mu^* < \bar{\mu}$ et $\mu^* < \chi(\mu^*)$ sont équivalentes. Par ailleurs, si une de ces conditions est satisfaite, on obtient que $\mu^* < \bar{\mu} < \chi(\mu^*)$ et $\chi^2(\mu^*) < \bar{\mu} < \chi(\mu^*)$.

Nous étudions maintenant l'existence de cycles endogènes et commençons par établir un résultat qui montre sous quelles conditions des trajectoires périodiques ne peuvent pas émerger.

Proposition 1 *Si $\alpha_u \leq 1$ ou si $\alpha_u > 1$ et $\frac{dl(1)}{d\theta} > 0$, alors aucun cycle de période $k \geq 1$ ne peut apparaître. De plus, l'unique équilibre stationnaire monétaire est globalement stable, c'est-à-dire $\lim_{j \rightarrow +\infty} \chi^j(\mu_t) = \bar{\mu}$ pour tout $\mu \in [0, l^*]$.*

Preuve. Dans les cas envisagés dans cette proposition, χ est croissante quel que soit $\mu \in [0, l^*]$ ou alors le point critique μ^* est supérieur à l'état stationnaire $\bar{\mu}$. Dans le premier cas, si $\mu_0 < \bar{\mu}$, alors $\mu_0 < \chi(\mu_0) < \chi^2(\mu_0) < \dots < \chi(\bar{\mu}) = \bar{\mu}$. Si $\mu_0 > \bar{\mu}$, alors $\mu_0 > \chi(\mu_0) > \chi^2(\mu_0) > \dots > \chi(\bar{\mu}) = \bar{\mu}$. Dans ces deux situations, la trajectoire converge de manière monotone vers l'état stationnaire $\bar{\mu}$. Dans le deuxième cas, si $\mu_0 < \mu^*$, le comportement dynamique est identique à celui que nous venons de décrire. Si $\mu_0 > \mu^*$, $\chi(\mu_0) < \mu^*$ et le premier cas s'applique à nouveau. ■

Evidemment, la stabilité globale de l'équilibre stationnaire signifie que des cycles de période $k \geq 2$ ne peuvent pas émerger. Nous allons maintenant étudier les situations où les hypothèses de la proposition 1 ne sont pas satisfaites. Nous allons supposer que $\alpha_u > 1$ et que $\frac{dl(1)}{d\theta} < 0$, c'est-à-dire que $\chi'(\bar{\mu}) < 0$ ou $\chi(\mu^*) >$

μ^* . Sous ces hypothèses, des cycles endogènes peuvent émerger. L'existence de cycles de période deux est d'abord envisagée.

Proposition 2 *Il existe un cycle de période deux si l'état stationnaire $\bar{\mu}$ est instable, c'est-à-dire si $\chi'(\bar{\mu}) < -1$.*

Preuve. Remarquons que $\chi'(0) = \frac{1}{\theta} > 1$. La preuve de cette proposition découle alors directement du résultat que nous avons établi dans la sous-section précédente. ■

La proposition 2 montre que des cycles endogènes de période deux émergent lorsque la pente de la fonction χ est suffisamment négative. Cette condition peut être interprétée en termes de degré de concavité des fonctions d'utilité. En utilisant l'expression (1.7), la condition $\chi'(\bar{\mu}) < -1$ est équivalente à :

$$R_u(c) > 2 + R_v(l) \tag{1.12}$$

Cette relation signifie que des cycles de période deux apparaissent uniquement si l'utilité des vieux consommateurs a un fort degré de concavité. Dans un tel cas, l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution intertemporelle.

La condition $\chi'(\bar{\mu}) < -1$ peut également être interprétée de la manière suivante. A l'équilibre, $\mu_t = l(\theta_t)$ (équation (1.8)). Par ailleurs, $c(\theta_t) = \theta_t l(\theta_t)$. Par conséquent, l'équation (1.9) peut se réécrire $l(\theta_t) = \chi(c(\theta_t)) = \chi(\theta_t l(\theta_t))$. Nous en déduisons que l'élasticité de l'offre de travail $\frac{dl(\theta)}{d\theta} \frac{\theta}{l(\theta)}$ est égale à $\frac{\varepsilon_\chi(c)}{1 - \varepsilon_\chi(c)}$. Cette dernière relation nous permet de conclure que la condition $\chi'(\bar{\mu}) < -1$ est équivalente à $\frac{dl(\theta)}{d\theta} \frac{\theta}{l(\theta)} < -\frac{1}{2}$. Comme dans ce modèle, l'offre de travail représente également l'épargne, l'existence d'un cycle de période deux requiert que l'élasticité de l'offre de travail, qui est aussi celle de l'épargne, est inférieure à $-\frac{1}{2}$.

Nous montrons, dans la suite de cette sous-section, que des cycles endogènes de période trois peuvent également émerger. L'existence de tels cycles est tout particulièrement intéressante car elle implique l'existence de dynamiques complexes (théorème de Sarkovskii).

D'après les résultats mathématiques exposés dans la sous-section précédente, il existe un cycle de période trois lorsque $\mu^* < \bar{\mu}$ et $\chi^3(\mu^*) \leq \mu^*$.⁸ Cela signifie qu'un cycle de période trois existe si la condition suivante est satisfaite :

$$\chi^2(\mu^*) < \chi^3(\mu^*) \leq \mu^* < \chi(\mu^*) \quad (1.13)$$

Supposons qu'il existe μ_0 tel que $\mu^* \leq \mu_0 < \chi(\mu^*)$. Comme $\chi'(\mu) < 0$ pour tout $\mu > \mu^*$, $\chi^2(\mu^*) < \chi(\mu_0)$. D'autre part, comme la fonction χ se situe sous sa tangente en $\mu = 0$, $\chi(\mu) < \frac{\mu}{\bar{\theta}}$ pour tout $\mu \in [0, l^*]$. Nous en déduisons :

$$\chi^3(\mu^*) < \frac{\chi^2(\mu^*)}{\bar{\theta}} < \frac{\chi(\mu_0)}{\bar{\theta}} \quad (1.14)$$

D'après cette expression, la condition $\chi^3(\mu^*) \leq \mu^*$ est satisfaite si :

$$\chi(\mu_0) = v^{-1} \circ u(\mu_0) \leq \bar{\theta}\mu^* \quad (1.15)$$

ou, de manière équivalente si :

$$u(\mu_0) \leq v(\bar{\theta}\mu^*) \quad (1.16)$$

Nous obtenons donc le résultat suivant :

Proposition 3 *Supposons que $\alpha_u = \sup R_u(c) > 1$ et soit μ^* l'unique maximum de la fonction χ . S'il existe μ_0 tel que $\mu^* \leq \mu_0 < \chi(\mu^*)$ et $u(\mu_0) \leq v(\bar{\theta}\mu^*)$, alors la condition (1.13) est satisfaite et il existe un cycle de période 3.*

8. D'après la proposition 1, $\mu^* < \bar{\mu}$ est une condition nécessaire pour l'existence de cycles de période $k \geq 2$.

Géométriquement, l'existence d'un cycle de période trois requiert que la fonction d'offre χ soit fortement courbée (figure 1.3). Cela signifie que le degré de concavité de l'utilité des vieux consommateurs doit être suffisamment important et que l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle.

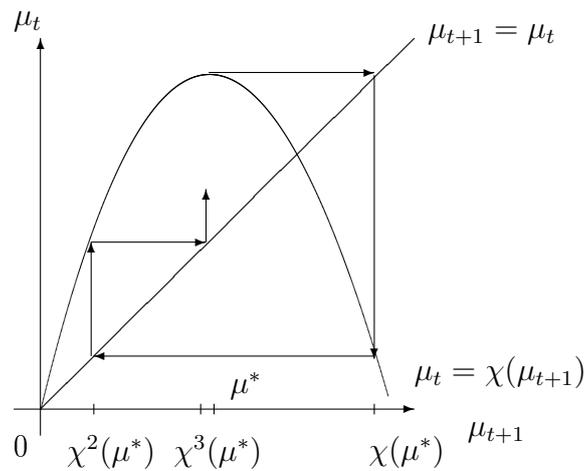


FIG. 1.3 – Courbe d'Offre $\mu_t = \chi(\mu_{t+1})$

Il est également possible de faire apparaître une succession de bifurcations en nous basant sur les résultats mathématiques exposés dans la sous-section précédente. Pour cela, il suffit de choisir le degré de concavité de la fonction d'utilité des vieux consommateurs comme paramètre de bifurcation et de le faire augmenter. Grandmont (1985) procède à une telle expérimentation en choisissant des fonctions d'utilité à degré relatif d'aversion au risque constant. La procédure consiste alors à itérer le point critique μ^* et à augmenter le degré de concavité de la fonction d'utilité des vieux consommateurs. Cela permet à l'auteur de faire apparaître des régions où il y a des doublements de période du cycle et également des régions où il y a des cycles de très hautes périodes ou bien des comportements erratiques.

1.5 Fluctuations Endogènes Stochastiques

Nous nous sommes intéressé jusqu'à présent à l'émergence de fluctuations endogènes déterministes. Les agents économiques anticipaient parfaitement l'état de l'économie qui allait prévaloir à la période suivante, même si l'économie connaissait de fortes fluctuations. Cette section est consacrée à l'émergence de fluctuations endogènes stochastiques.⁹ Dans ce cas, les agents n'anticipent plus les prix et les quantités futures avec une parfaite certitude, mais il existe une incertitude sur l'état futur de l'économie. Cette incertitude est dite extrinsèque car elle n'affecte pas les fondamentaux de l'économie (technologies, préférences, dotations...). Dans la suite de cette section, nous allons utiliser le modèle que nous avons développé dans le début de ce chapitre pour montrer que l'existence de fluctuations endogènes stochastiques est liée à la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et à l'existence de cycles déterministes.¹⁰

Le consommateur représentatif anticipe que le prix futur du bien de consommation p_{t+1} est aléatoire et maximise son utilité espérée $E_t U(c_{t+1}) - V(l_t)$.¹¹ Sa consommation future est aléatoire puisque les deux contraintes budgétaires $m = w_t l_t$ et $p_{t+1} c_{t+1} = m$ doivent être satisfaites. La condition du premier ordre du programme du consommateur devient :

$$E_t u(c_{t+1}) = v(l_t) \tag{1.17}$$

Lorsque le marché du bien final est équilibré, $c_t = y_t = l_t$. L'équilibre sur le marché du travail se traduit par l'égalité $w_t = p_t$ et le marché de la monnaie est

9. Ce terme fait référence de manière équivalente aux équilibres à taches solaires (Cass and Shell (1983)), aux prophéties autoréalisatrices (Azariadis (1981), Farmer (1993)) ou encore aux esprits animaux (Howitt and McAfee (1992), Weil (1989)).

10. Pour une revue de la littérature concernant les équilibres à taches solaires, consulter Chiapori and Guesnerie (1991) et Guesnerie and Woodford (1992).

11. Les notations utilisées dans cette section sont les mêmes que celles utilisées jusqu'à présent.

équilibré lorsque $c_t = \mu_t = l_t$. Nous en déduisons l'expression suivante :

$$E_t u(\mu_{t+1}) = v(\mu_t) \quad (1.18)$$

Cette relation caractérise l'équilibre stochastique à chaque période $t = 1, 2, \dots, \infty$ et détermine la dynamique de l'économie. Le symbole E_t signifie que les consommateurs forment leurs anticipations à la date t , en se basant sur l'information dont ils disposent à cette période. A chaque période, les consommateurs observent un signal s_t qui n'affecte pas les caractéristiques¹² de l'économie et qui peut être interprété comme un choc aléatoire sur les anticipations.¹³ La question qui se pose est de savoir si les signaux qu'observent les consommateurs peuvent engendrer des variations des prix et des quantités d'équilibre.

Considérons l'intervalle invariant $[\alpha, \beta]$ qui contient un équilibre stationnaire et supposons qu'il vérifie la relation suivante :

$$v([\alpha, \beta]) \subset u([\alpha, \beta]) \text{ , c'est-à-dire } [\alpha, \beta] \subset \chi([\alpha, \beta]) \quad (1.19)$$

Dans ce cas, on peut montrer qu'il existe un équilibre stochastique dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. Par ailleurs, la relation (1.19) est vérifiée dans le voisinage d'un équilibre stationnaire si la fonction inverse χ^{-1} est contractante. Cela signifie qu'un équilibre stochastique existe si $\chi' > 1$ ou si $\chi' < -1$, où la dérivée est évaluée à l'état stationnaire. Si on se réfère aux résultats obtenus dans le début de ce chapitre, la première inégalité ne peut jamais être satisfaite car $\chi'(\bar{\mu}) < 1$.¹⁴ Par contre, si l'effet de revenu domine suffisamment l'effet de substitution intertemporelle, la seconde inégalité peut être satisfaite à l'équilibre

12. Ce signal est souvent appelé taches solaires, faisant ainsi référence aux taches solaires dont la variation de la taille affecterait les anticipations des agents.

13. Voir par exemple Grandmont (1994) ou Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998).

14. Voir lemme 2.

stationnaire monétaire, c'est-à-dire $\chi'(\bar{\mu}) < -1$.¹⁵

Nous pouvons en conclure que des fluctuations endogènes stochastiques peuvent émerger uniquement si l'effet de revenu est assez important. Dans ce cas, des variations des anticipations sont une source de fluctuations économiques. Nous remarquons par ailleurs que l'existence de telles fluctuations dans un système dynamique à une dimension sans variable prédéterminée requiert que l'équilibre stationnaire soit localement instable dans la dynamique amont, c'est-à-dire localement stable dans la dynamique aval. Il existe également un lien entre l'émergence de fluctuations endogènes stochastiques et l'apparition de cycles.

En effet, de nombreux auteurs ont relié l'existence de cycles à celle d'équilibres à taches solaires.¹⁶ En particulier, Azariadis and Guesnerie (1986) montrent qu'il existe des équilibres à taches solaires si et seulement s'il existe un cycle de période deux. Dans la suite de cette section, nous allons plutôt présenter le lien qui existe entre l'émergence d'une bifurcation flip et l'existence d'équilibres à taches solaires, qui a été établi par Grandmont (1989).

Pour cela, supposons que la fonction d'offre soit indexée par un paramètre $\lambda \in O$, où O est un ensemble ouvert qui contient 0. La fonction d'offre s'écrit alors $\mu_t = \chi_\lambda(\mu_{t+1})$. Le paramètre λ peut représenter le degré relatif d'aversion au risque des vieux consommateurs. Par ailleurs, nous supposons que χ_λ est trois fois continûment différentiable sur l'intervalle $O \times [0, l^*]$ et pour chaque $\lambda \in O$, il existe un unique équilibre stationnaire monétaire $\bar{\mu}_\lambda$. En appliquant les résultats mathématiques présentés précédemment, nous supposons qu'une bifurcation flip émerge lorsque $\lambda = 0$:

$$\chi'_0(\bar{\mu}_0) = -1 \text{ et } \frac{d}{d\lambda} (\chi'_\lambda(\bar{\mu}_\lambda))_{\lambda=0} < 0 \quad (1.20)$$

15. Un tel résultat est obtenu par Grandmont (1986b).

16. Voir par exemple Azariadis (1981), Spear (1984) ou Azariadis and Guesnerie (1986).

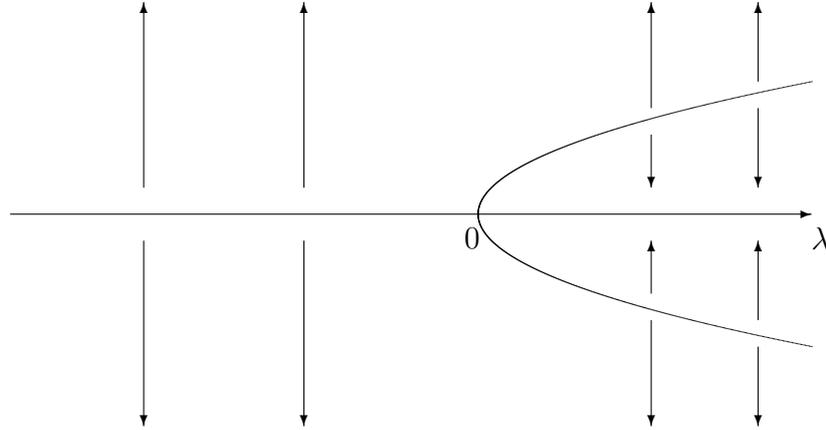


FIG. 1.4 – Cas 1

D'autre part, la dérivée Schwarzienne de χ_λ est définie par :

$$S_{\chi_\lambda}(\mu) = \frac{\chi_\lambda'''(\mu)}{\chi_\lambda'(\mu)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\chi_\lambda''(\mu)}{\chi_\lambda'(\mu)} \right)^2 \quad (1.21)$$

où $\chi_\lambda'(\mu) \neq 0$. Dans la suite, nous nous restreignons au cas générique où $S_{\chi_0}(\bar{\mu}_0) \neq 0$.

Grandmont (1989) montre que l'existence de fluctuations endogènes stochastiques liée à l'émergence d'une bifurcation flip dépend du signe de $S_{\chi_0}(\bar{\mu}_0)$. Les résultats qu'il obtient peuvent être énoncés de la manière suivante :

Proposition 4 (Grandmont [1989])

1. Si $S_{\chi_0}(\bar{\mu}_0) < 0$ (bifurcation flip super-critique), alors (i) si $\lambda \leq 0$, il n'existe pas d'équilibre à taches solaires dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $\bar{\mu}_\lambda$, (ii) si $\lambda > 0$, il existe un unique cycle déterministe de période deux $\{\bar{\mu}_{1\lambda}, \bar{\mu}_{2\lambda}\}$ dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $\bar{\mu}_\lambda$. De plus, il existe une infinité d'équilibres à taches solaires dans un tel voisinage et l'union des supports de ces équilibres à taches solaires est $(\bar{\mu}_{1\lambda}, \bar{\mu}_{2\lambda})$.

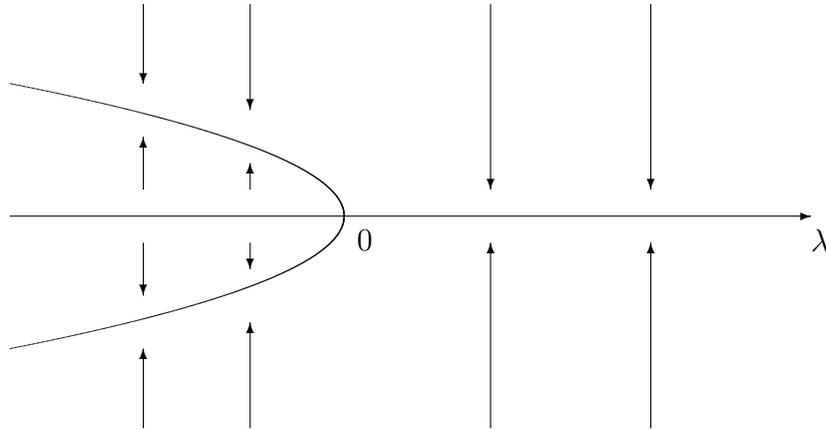


FIG. 1.5 – Cas 2

2. Si $S_{\chi_0}(\bar{\mu}_0) > 0$ (bifurcation flip sous-critique), alors (i) si $\lambda < 0$, il existe, pour un réel $\epsilon > 0$ suffisamment faible, un unique cycle de période deux $\{\bar{\mu}_{1\lambda}, \bar{\mu}_{2\lambda}\}$ dans un voisinage de l'équilibre stationnaire de rayon ϵ . De plus, il existe une infinité d'équilibres à taches solaires dans l'intervalle $(\bar{\mu}_\lambda - \epsilon, \bar{\mu}_\lambda + \epsilon)$, l'union de leur support incluant $(\bar{\mu}_{1\lambda}, \bar{\mu}_{2\lambda})$. Si $\{\mu_1, \dots, \mu_r\}$ est un tel support, alors $\mu_1 < \bar{\mu}_{1\lambda} < \bar{\mu}_{2\lambda} < \mu_r$. (ii) Si $\lambda \geq 0$, il n'y a pas de cycle dans le voisinage de l'équilibre stationnaire ; cependant, il existe une infinité d'équilibres à taches solaires dans le voisinage de $\bar{\mu}_\lambda$.

Dans le premier cas (figure 1.4), l'équilibre est localement instable pour $\lambda < 0$, une bifurcation flip émerge lorsque $\lambda = 0$ et un cycle de période deux localement instable apparaît dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, devenu localement stable. L'unique équilibre est donc l'équilibre stationnaire lorsque $\lambda < 0$, alors que lorsque le cycle apparaît, il existe des équilibres stochastiques dont le support est délimité par le cycle de période deux.

Dans le deuxième cas (figure 1.5), des équilibres stochastiques apparaissent

avant et après la bifurcation. En effet, lorsque $\lambda < 0$, l'équilibre stationnaire est instable mais le cycle de période deux est stable et lorsque $\lambda > 0$, l'équilibre stationnaire est localement stable.

Nous pouvons enfin remarquer que dans le premier cas, la bifurcation étant super-critique dans la dynamique amont (χ_λ), elle est sous-critique dans la dynamique aval (χ_λ^{-1}). De la même manière, dans le deuxième cas, la bifurcation étant sous-critique dans la dynamique amont (χ_λ), elle est super-critique dans la dynamique aval (χ_λ^{-1}).

1.6 Quelques Remarques

Dans une économie monétaire concurrentielle caractérisée par des rendements constants, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si l'effet de revenu domine suffisamment l'effet de substitution intertemporelle. L'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel, qui est aussi celle de l'épargne par rapport au facteur d'intérêt réel, est alors strictement inférieure à $-\frac{1}{2}$.

Ce résultat peut s'interpréter de la façon suivante. Si l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu, une déviation de l'état stationnaire monétaire suite à une hausse du prix futur entraîne une baisse de l'offre de travail, car la consommation de loisir va augmenter. Par ailleurs, d'après l'équilibre monétaire, la consommation future va diminuer. Il en va de même de l'emploi et de la production futurs. L'équilibre stationnaire est donc instable et des fluctuations endogènes ne peuvent pas émerger.

En revanche, si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle, une hausse du prix futur entraîne une baisse de la consommation de loisir et donc une hausse de l'offre de travail. D'autre part, d'après l'équilibre monétaire, la consommation, l'emploi et la production futurs vont diminuer. Des trajectoires

cycliques déterministes apparaissent donc dans ce cas.

Le modèle concurrentiel, qui peut s'apparenter à un modèle d'échange pur où les préférences pour la consommation aux deux périodes de vie sont séparables, a toutefois fait l'objet d'un certain nombre de critiques.¹⁷

La première consiste à critiquer la signification de la dynamique amont et fait référence au problème de la coordination des anticipations. Cette critique concerne plus l'existence des trajectoires chaotiques que périodiques. En effet, s'agissant de l'existence de cycles, des agents qui ont observé un cycle dans le passé peuvent l'anticiper dans le futur. Grandmont (1985) et Grandmont and Laroque (1986) ont étudié le lien entre la stabilité et l'apprentissage. Ils ont montré que, sous certaines conditions sur la fonction d'apprentissage, la stabilité d'un cycle dans la dynamique amont, et donc son instabilité dans la dynamique aval, entraînent sa stabilité dans la dynamique aval avec apprentissage. Cependant, un tel résultat semble plus difficile à admettre dans le cas de trajectoires chaotiques. Notons cependant que Benhabib and Day (1982), en considérant un modèle à générations imbriquées un peu différent, obtiennent des résultats similaires à ceux que nous avons exposés en étudiant une dynamique aval.

Une seconde critique met l'accent sur le manque de réalisme entre la durée de vie des agents et la périodicité des cycles (Sims (1986)). En effet, comme les cycles ont au moins deux périodes et que la durée de vie des agents est de deux périodes, les cycles ont une période égale ou supérieure à la durée de la vie d'un agent. Des économistes ont donc analysé l'existence de cycles endogènes lorsque la durée de vie est plus longue ou bien incertaine. La première approche a notamment été envisagée par Aiyagari (1989) qui étudie le cas où les agents vivent un nombre de périodes plus important que dans le modèle à générations imbriquées

17. Pour une présentation et une analyse de ces critiques, on peut consulter Boldrin and Woodford (1990).

de Grandmont (1985). Il montre que des cycles cessent d'exister lorsque la durée de vie des agents est suffisamment importante. Le résultat de Aiyagari (1989) doit cependant être interprété avec prudence car il est obtenu avec des hypothèses très particulières. Concernant la seconde approche, Whitesell (1986) fournit un exemple numérique dans un modèle en temps continu où il existe des cycles et où les agents ont une durée de vie relativement longue et incertaine. Une autre réponse a été apportée à cette critique sur le manque de réalisme entre la durée de vie des agents et la périodicité des cycles. Elle montre une similarité entre la dynamique générée par un modèle à générations imbriquées et celle générée par un modèle à durée de vie infinie avec des contraintes de liquidité "cash-in-advance". Une telle approche a notamment été développée par Woodford (1986) qui considère le cas où la production se fait à partir de capital et de travail. Cependant, un tel modèle peut également être critiquable car, d'après Boldrin and Woodford (1990), la taille du cycle est trop faible si on interprète de façon raisonnable la longueur de la période dans un modèle de "cash-in-advance".

Enfin, une dernière critique tout aussi importante s'est développée autour du manque de validité empirique des conditions qui favorisent l'existence de fluctuations endogènes. Plusieurs travaux ont cherché à montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger sans que ces conditions soient requises. Une solution possible, proposée par Reichlin (1986), est de supposer que le bien final est produit à partir de travail et de capital. L'existence de cycles endogènes est possible lorsque le loisir et la consommation future sont des substituts bruts et lorsque l'offre de travail est croissante, si le capital et le travail sont fortement complémentaires. Ce résultat et ses extensions font l'objet du chapitre 2. Une autre manière de montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger sous des conditions qui ont une meilleure validité empirique est d'introduire de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final. C'est ce que nous proposons dans la section

suivante de ce chapitre.

1.7 L'Introduction de la Concurrence Imparfaite

Le modèle que nous avons étudié dans le début de ce chapitre s'inspire de l'analyse de Grandmont (1985). Il montre que des cycles endogènes peuvent émerger dans une économie parfaitement concurrentielle. Cependant, comme nous l'avons souligné et discuté, les conditions requises pour l'existence de tels cycles sont très restrictives et semblent manquer de validité empirique. L'introduction de concurrence imparfaite sur le marché du bien final permet de montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger sous des conditions qui semblent moins contraignantes.

Suite aux travaux initiateurs de Weitzman (1982) et Hart (1982), de nombreux auteurs ont introduit de la concurrence imparfaite dans des modèles macroéconomiques pour analyser l'influence de ce type d'imperfection sur l'équilibre macroéconomique.¹⁸ Un grand nombre de travaux ont en particulier introduit de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final et étudié l'existence de chômage (d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1991), Dehez (1985)) ou encore discuté de l'efficacité des politiques économiques (d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995a), Benassy (1991), Pagano (1990)).

Dans les modèles dynamiques, la concurrence imparfaite permet d'analyser l'influence de deux facteurs sur l'existence de cycles endogènes : les rendements d'échelle croissants et l'existence et la variabilité d'un taux de marge. Les rendements croissants sont liés à la présence de concurrence imparfaite parce qu'il existe une solution au problème de maximisation du producteur, ce qui n'est pas

18. Pour une revue de la littérature à ce sujet, voir Dixon and Rankin (1994), Silvestre (1993) et Silvestre (1995).

le cas quand la concurrence est parfaite.¹⁹ En outre, l'existence de rendements croissants permet d'obtenir des non-linéarités et favorise donc l'émergence de trajectoires dynamiques cycliques, voire chaotiques (Lloyd-Braga (2000)). D'autre part, l'existence d'un taux de marge peut favoriser l'émergence de fluctuations endogènes et peut être exploitée de deux façons. La première consiste à analyser l'influence de profits de monopole dus à un taux de marge constant (Jacobsen (2000)). La deuxième, qui a fait l'objet de plus nombreux développements, analyse l'influence de la variabilité du taux de marge sur l'émergence de fluctuations endogènes. Deux situations peuvent être envisagées. La première exploite la variabilité du taux de marge résultant du nombre variable de producteurs (Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993), Jacobsen (1998)), tandis que la deuxième exploite la variabilité du taux de marge due à celle de l'élasticité de la demande (d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1991), d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), Lloyd-Braga (1994)).

Au vu des développements que nous venons de mentionner, des profits de monopole vont être introduits dans la première partie de cette section. Dans la deuxième sous-section, nous allons considérer le cas où les rendements croissants se traduisent par la décroissance du coût marginal. Les deux dernières sous-sections sont consacrées à la variabilité du taux de marge, d'abord due à la variabilité du nombre de firmes, puis due à la variabilité de l'élasticité de la demande.

19. Des rendements croissants peuvent aussi être introduits en supposant que la concurrence est parfaite et que des externalités positives affectent le secteur de la production. Benhabib and Farmer (1994) et Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) montrent qu'on peut obtenir des résultats identiques lorsque les rendements croissants sont dus à l'existence d'externalités dans la production, et lorsqu'ils sont internes et la concurrence est imparfaite. Nous discutons de ce type de résultat dans le chapitre 2.

1.7.1 Les Profits de Monopole

Nous considérons, dans cette sous-section, une première extension du modèle à générations imbriquées développé dans le début de ce chapitre en introduisant de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) sur le marché du bien final pour étudier l'influence des profits de monopole sur les propriétés dynamiques de l'économie.²⁰ Les rendements étant constants, les profits des firmes vont être positifs parce que la concurrence est imparfaite et vont dépendre du niveau du taux de marge. Evidemment, une telle situation peut se présenter uniquement si le nombre de firmes est fixe, ce qui peut se justifier par l'existence implicite de barrières à l'entrée. Alors, l'émergence de cycles endogènes requiert toujours que l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution intertemporelle, comme c'est le cas lorsque la concurrence est parfaite, mais l'existence de ces cycles est compatible avec une élasticité de l'offre de travail positive si le taux de marge est suffisamment important. Ce résultat est dû au fait que l'offre de travail dépend des profits des firmes distribués aux consommateurs.

Nous présentons maintenant plus formellement le modèle. Tout comme dans la section 2 de ce chapitre, nous supposons qu'un consommateur représentatif maximise son utilité $U(c_{t+1}) - V(l_t)$, où les fonctions $U(c)$ et $V(l)$ satisfont l'hypothèse 1. Cependant, le bien final n'est plus homogène, mais il existe un continu de biens différenciés de masse unitaire. La quantité c_{t+1} est un agrégat de tous les biens consommés, qui s'écrit de la manière suivante :

$$c_{t+1} = \left[\int_0^1 c_{t+1}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}(i) di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \text{ avec } \varepsilon > 1 \quad (1.22)$$

où $c_{t+1}(i)$ est la quantité consommée de la variété de bien i . L'hypothèse $\varepsilon > 1$ signifie que les différents biens sont substituables.

20. Cette sous-section s'inspire du travail de Jacobsen (2000). Cependant, à la différence de cet auteur, le marché du travail est parfaitement concurrentiel et il n'y a donc pas de chômage.

Sachant que sa consommation agrégée est de la forme (1.22), chaque consommateur maximise son utilité sous les contraintes budgétaires suivantes :

$$m = w_t l_t + I \quad (1.23)$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}(i) di = m \quad (1.24)$$

où $p_{t+1}(i)$ est le prix du bien i à la période $t + 1$. Le consommateur représentatif reçoit les profits des firmes I en dotation à la première période de sa vie.²¹

La résolution du programme de maximisation du consommateur nous permet de déduire la consommation optimale de chaque variété de bien i :

$$c_{t+1}(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{p_{t+1}} \right)^{-\varepsilon} \frac{m}{p_{t+1}} \quad (1.25)$$

où le prix moyen p_{t+1} est défini par :

$$p_{t+1} = \left[\int_0^1 p_{t+1}(i)^{1-\varepsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (1.26)$$

Nous pouvons également en déduire la condition suivante qui détermine le choix intertemporel du consommateur :

$$U'(c_{t+1}) \frac{w_t}{p_{t+1}} = V'(l_t) \quad (1.27)$$

Concernant le secteur de la production, chaque firme i , $i \in [0,1]$, produit la variété i de bien final avec une technologie à rendements constants et à partir d'un seul facteur de production, le travail. Le marché du travail est parfaitement concurrentiel, mais les producteurs se livrent une concurrence monopolistique à

21. I ne dépend pas de t parce que, comme nous le constaterons dans la suite de cette sous-section, les profits sont constants. Pour cette même raison, le choix de redistribuer les profits à la première ou à la deuxième période de vie du consommateur n'influence pas le résultat final.

la Dixit and Stiglitz (1977) sur le marché du bien final. Par conséquent, lorsqu'un producteur maximise ses profits, il tient compte de son influence sur la demande $d(p_t(i)) = \left(\frac{p_t(i)}{p_t}\right)^{-\varepsilon} \frac{m}{p_t}$ qui s'adresse à lui.²²

A la période t , un producteur doit donc résoudre :

$$\max(p_t(i) - w_t)d(p_t(i)) \quad (1.28)$$

Comme l'élasticité de la demande $-\frac{d'(p_t(i))p_t(i)}{d(p_t(i))}$ est constante est égale à ε , nous obtenons :

$$p_t(i) \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = w_t \quad (1.29)$$

A l'équilibre symétrique, $p_t(i) = p_t$ et la production de chaque firme y_t est telle que :

$$y_t = l_t = \frac{m}{p_t} = c_t \quad (1.30)$$

Par ailleurs, les profits s'écrivent $(p_t - w_t)y_t = \frac{m}{\varepsilon}$ et sont constants. Le niveau des profits dépend de l'élasticité de la demande ε et donc du facteur de marge $\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$. Lorsque l'élasticité de la demande tend vers $+\infty$, le taux de marge disparaît, le prix tend vers le coût marginal et les profits s'annulent. En revanche, lorsque l'élasticité de la demande décroît, le taux de marge et le niveau des profits s'accroissent.

En substituant les relations (1.29) et (1.30) dans l'équation dynamique (1.27), nous obtenons :

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} U'(l_{t+1})l_{t+1} = V'(l_t)l_t \quad (1.31)$$

²² Un producteur n'a pas d'influence sur le prix moyen p_t puisque nous supposons qu'il existe un continu de producteurs.

Cette équation détermine la dynamique de l'économie. D'après l'hypothèse 1, étant donné l_{t+1} , l_t est déterminé de manière unique.

Définition 3 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(l_t) \in \mathbb{R}_{++}$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que l'équation (1.31) est satisfaite, pour tout t .*

Avant d'analyser le comportement dynamique de l'économie, nous allons définir l'équilibre stationnaire monétaire.

Définition 4 *Un équilibre stationnaire monétaire est une solution $\bar{l} \in \mathbb{R}_{++}$ telle que l'équation suivante est satisfaite :*

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{V'(\bar{l})}{U'(\bar{l})} \quad (1.32)$$

Notons qu'il existe, d'après la section 2 de ce chapitre, un unique équilibre stationnaire monétaire \bar{l} si $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} > \bar{\theta}$.

L'équilibre stationnaire monétaire concurrentiel est obtenu dans le cas limite où le taux de marge disparaît, c'est-à-dire lorsque ε tend vers $+\infty$. Dans ce cas, le membre de gauche de l'équation (1.32) tend vers 1. Lorsque le taux de marge augmente (ε décroît), le membre de gauche de l'équation (1.32) décroît. Comme $\frac{V'(\bar{l})}{U'(\bar{l})}$ est croissant en \bar{l} , le niveau de l'emploi \bar{l} décroît. Le niveau, à l'état stationnaire, de l'emploi, de la consommation et de la production sont donc plus faibles lorsque la concurrence est imparfaite, alors que le niveau des prix est plus important.²³

Dans cette sous-section, ainsi que dans toute la suite de ce chapitre, nous nous intéressons uniquement à la dynamique locale dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire. Nous constatons, d'après l'équation (1.31), que le

23. Ces dernières constatations découlent de l'équation d'équilibre (1.30).

comportement dynamique local est identique à celui généré lorsque la concurrence est parfaite. L'équilibre stationnaire est localement indéterminé et une bifurcation flip émerge uniquement si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle. L'introduction de concurrence imparfaite n'a donc pas influence sur les conditions qui permettent l'émergence de fluctuations endogènes locales. Cependant, l'élasticité de l'offre de travail a maintenant une expression différente à cause de la redistribution des profits.

En effet, l'équation (1.27) peut s'écrire :

$$U' \left(\frac{w_t}{p_{t+1}} l_t + \frac{I}{p_{t+1}} \right) \frac{w_t}{p_{t+1}} = V'(l_t) \quad (1.33)$$

A partir de cette expression, nous pouvons déterminer l'élasticité de l'offre de travail l_t par rapport au salaire réel $\frac{w_t}{p_{t+1}}$. A l'état stationnaire, elle est égale à :

$$\varepsilon_l(\omega) \equiv \frac{dl}{d(w/p)} \frac{w/p}{l} = \frac{1 + \frac{U''(c)c}{U'(c)} \frac{(w/p)l}{(w/p)l + (I/p)}}{\frac{V''(l)l}{V'(l)} - \frac{U''(c)c}{U'(c)} \frac{(w/p)l}{(w/p)l + (I/p)}} \quad (1.34)$$

Les profits réels $\frac{I}{p}$ sont égaux à $\frac{1}{\varepsilon} \frac{m}{p}$, c'est-à-dire $\frac{l}{\varepsilon}$, d'après l'équation d'équilibre (1.30). Comme $\frac{w}{p} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$, $\frac{(w/p)l}{(w/p)l + (I/p)} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$. En substituant cette dernière expression dans l'équation (1.34), nous obtenons :

$$\varepsilon_l(\omega) = \frac{1 + \frac{U''(c)c}{U'(c)} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}}{\frac{V''(l)l}{V'(l)} - \frac{U''(c)c}{U'(c)} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} \quad (1.35)$$

Dans le cas limite où la concurrence est parfaite, $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ tend vers 1 et, comme nous l'avons montré dans le section 2 de ce chapitre, l'élasticité de l'offre de travail est négative et inférieure à $-\frac{1}{2}$ lorsqu'il existe un cycle de période deux. Ce n'est plus le cas lorsque le taux de marge est suffisamment important. En effet, le dénominateur du membre de droite de l'équation (1.35) est toujours positif et le numérateur a une composante positive et une composante négative mais, lorsque

ε tend vers 1, le numérateur devient positif et tend vers 1. Cela signifie que l'élasticité de l'offre de travail est positive si le taux de marge est suffisamment élevé. Par conséquent, l'émergence de cycles endogènes est compatible avec une élasticité de l'offre de travail positive.

Ce résultat est dû à l'existence de profits de monopole et peut s'expliquer de la manière suivante. Lorsque la concurrence est parfaite, une hausse du salaire entraîne une baisse de l'offre de travail au cours du cycle, parce que l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle. Mais, lorsque la concurrence est imparfaite, un nouvel effet intervient parce que les profits de monopole sont distribués au consommateur. Une hausse du salaire implique que le niveau des profits va diminuer. Dans ce cas, le consommateur va offrir plus de travail (consommer moins de loisir). Ce deuxième effet de revenu va être d'autant plus important que l'élasticité de la demande ε est faible et va dominer lorsque le taux de marge est suffisamment important.

Le modèle que nous venons de présenter est une première extension introduisant de la concurrence imparfaite. Il a permis de montrer que des cycles endogènes sont compatibles avec une offre de travail croissante. Cependant, les conditions qui permettent aux fluctuations endogènes d'émerger n'ont pas été affectées par l'introduction de la concurrence imparfaite. Ce n'est plus le cas lorsque les rendements sont croissants ou le taux de marge variable.

1.7.2 Les Rendements Croissants

Dans cette sous-section, nous étudions l'influence des rendements croissants sur l'émergence de fluctuations endogènes et montrons qu'ils les favorisent. Nous exploitons des rendements croissants qui se traduisent par la décroissance du coût marginal. La fonction de production de la firme i ($i = 1, \dots, n$) s'écrit donc $y_{it} = l_{it}^a$,

avec $a \in (1,2]$.²⁴ Les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final. La concurrence imparfaite sur le marché du bien final est en effet compatible avec l'existence de rendements croissants. Par ailleurs, l'entrée et la sortie des firmes se font sans coût. Concernant le secteur de la consommation, il est identique à celui exposé dans la section 2, mais la taille de la population est normalisée n .

Les conditions d'optimalité du programme du consommateur sont :

$$u(c_{t+1}) = v(l_t) \text{ et } c_{t+1} = \frac{w_t}{p_{t+1}} l_t = \frac{m}{p_{t+1}} \quad (1.36)$$

La demande qui s'adresse aux producteurs est donc égale à :

$$D(p_t) = n \frac{w_{t-1} l_{t-1}}{p_t} = n \frac{m}{p_t} \quad (1.37)$$

Chaque firme va choisir la production qui maximise ses profits, en tenant compte de son influence sur la demande et en considérant comme données et optimales les décisions de ses concurrents. La firme i doit donc résoudre le programme suivant :

$$\max p_t y_{it} - w_t l_{it} \quad (1.38)$$

s.c.

$$p_t = D^{-1}(y_{it} + \bar{Y}_{-it})$$

$$y_{it} = l_{it}^a$$

où \bar{Y}_{-it} est la quantité produite par les concurrents de la firme i et $D^{-1}(\cdot)$ la fonction de demande inverse déduite de l'équation (1.37).

²⁴ Une telle spécification a été exploitée par Aloi, Dixon, and Lloyd-Braga (2000) et Lloyd-Braga (2000).

D'après la relation (1.37), $-\frac{D'(p_t)p_t}{D(p_t)} = 1$. En utilisant cette dernière égalité, nous pouvons déterminer la condition du premier ordre qui résout le programme de maximisation du producteur i . Elle s'écrit :

$$p_t \left[1 - \frac{y_{it}}{y_{it} + \bar{Y}_{-it}} \right] a l_{it}^{a-1} = w_t \quad (1.39)$$

Comme toutes les firmes sont identiques, $l_{it} = l_t$, $y_{it} = y_t$ et $y_{it} + \bar{Y}_{-it} = n y_t$ à l'équilibre symétrique et nous obtenons par conséquent :

$$p_t \left[1 - \frac{1}{n} \right] a l_t^{a-1} = w_t \quad (1.40)$$

L'entrée et la sortie des firmes se font sans coût. Les profits vont s'annuler à l'équilibre.²⁵ Cela signifie que le salaire réel $\frac{w_t}{p_t}$ est égal à la productivité moyenne du travail l_t^{a-1} . En ignorant les contraintes liées à l'obtention d'un entier, comme c'est habituellement le cas, nous en déduisons que $n = \frac{a}{a-1}$. Le nombre de firmes et le taux de marge sont donc déterminés par le niveau des rendements d'échelle. Lorsque a tend vers 2, l'économie se trouve dans le cas limite du duopole. Le facteur de marge tend vers sa valeur maximum 2. Au contraire, lorsque a tend vers 1, nous obtenons le cas limite où les rendements sont constants et la concurrence parfaite. Un nombre infini de firmes entrent et le taux de marge disparaît.²⁶

Nous pouvons déduire de ces dernières constatations qu'à l'équilibre,

$$c_{t+1} = \frac{m}{p_{t+1}} = \frac{w_{t+1}}{p_{t+1}} l_{t+1} = l_{t+1}^a \quad (1.41)$$

25. Les profits de chaque producteur sont décroissants avec le nombre de firmes n , parce que lorsque de nouveaux concurrents entrent sur le marché, le taux de marge se réduit et donc les profits aussi.

26. En appliquant le lemme 1 développé par d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), on peut montrer que les conditions du deuxième ordre sont satisfaites si $\frac{y_t}{y_t + \bar{Y}_t} \geq 1 - \frac{1}{a}$. A l'équilibre symétrique, cette condition s'écrit $n \leq \frac{a}{a-1}$ et est assurée.

En substituant cette expression dans l'équation (1.36), nous obtenons l'équation dynamique suivante :

$$u(l_{t+1}^a) = v(l_t) \quad (1.42)$$

Cette équation va générer la dynamique de l'économie. Si l'hypothèse 1 est satisfaite, alors, étant donné l_{t+1} , l_t est déterminé de manière unique.

Définition 5 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(l_t) \in \mathbb{R}_{++}$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que l'équation (1.42) est satisfaite, pour tout t .*

L'unique changement apparaissant dans l'équation (1.42) par rapport à la dynamique que nous avons analysée dans le début de ce chapitre est la présence du paramètre $a \in (1, 2)$ qui mesure l'importance des rendements d'échelle croissants. Le propos de cette sous-section est d'analyser le rôle de ce paramètre et donc du niveau des rendements d'échelle sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Comme dans la sous-section précédente, nous étudions uniquement la dynamique dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire, défini de la manière suivante :

Définition 6 *Un équilibre stationnaire monétaire est une solution $\bar{l} \in \mathbb{R}_{++}$ à l'équation $u(\bar{l}^a) = v(\bar{l})$.*

Nous commençons l'étude de la dynamique locale par celle de l'existence de cycles déterministes. Une bifurcation flip émerge si, à l'état stationnaire, la valeur propre de l'équation dynamique (1.42) prend la valeur -1 , c'est-à-dire si :

$$a \frac{cu'(c)/u(c)}{lv'(l)/v(l)} = -1 \quad (1.43)$$

Comme a prend uniquement des valeurs positives, cette égalité est satisfaite, d'après l'hypothèse 1, si $u'(c) < 0$ c'est-à-dire si $R_u(c) > 1$. Ce résultat signifie que, même en présence de rendements d'échelle croissants, l'existence d'un cycle de période deux requiert que l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle et que l'offre de travail soit décroissante. En effet, en substituant (1.43) dans l'expression de l'élasticité de l'offre de travail $\varepsilon_l(\omega) = \frac{\frac{cu'(c)}{u(c)}}{\frac{lv'(l)}{v(l)} - \frac{cu'(c)}{u(c)}}$,

nous obtenons :

$$\varepsilon_l(\omega) = -\frac{1}{1+a} \quad (1.44)$$

Lorsque les rendements sont constants et la concurrence parfaite (a tend vers 1), l'élasticité de l'offre de travail doit prendre la valeur $-\frac{1}{2}$ pour qu'une bifurcation flip émerge, comme nous l'avons montré dans la section 4. Cependant, le membre de droite de l'équation (1.44) est croissant avec le niveau des rendements d'échelle a . Cela signifie qu'il existe un cycle de période deux pour des valeurs moins négatives de l'élasticité de l'offre de travail lorsque les rendements sont croissants. Plus précisément, comme $a \in (1,2]$, une bifurcation flip émerge pour une valeur de l'élasticité de l'offre de travail comprise entre $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}$. Par conséquent, des cycles endogènes peuvent apparaître pour des valeurs de l'élasticité de l'offre de travail qui semblent plus acceptables lorsque les rendements sont croissants.

Par ailleurs, on peut construire un diagramme de bifurcation pour le paramètre $a \in (1,2]$ en fixant les autres paramètres du modèle de manière à ce que des fluctuations endogènes déterministes ne puissent pas émerger lorsque $a = 1$. On peut alors montrer que des cycles apparaissent lorsque a augmente.²⁷ Les rendements croissants favorisent donc l'émergence de fluctuations endogènes dé-

²⁷. Pour plus de détails à ce sujet, voir Lloyd-Braga (2000).

terministes.

Si on se réfère à la section 5 de ce chapitre, des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire si la dynamique "forward" est contractante. Cela signifie que des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent si $\left| \frac{dl_t}{dl_{t+1}} \right| > 1$. En différenciant l'équation (1.42), cette condition est équivalente à :

$$a \frac{cu'(c)/u(c)}{lv'(l)/v(l)} < -1 \quad (1.45)$$

ou

$$a \frac{cu'(c)/u(c)}{lv'(l)/v(l)} > 1 \quad (1.46)$$

En ce qui concerne la condition (1.45), les commentaires sont identiques à ceux relatifs à l'émergence d'une bifurcation flip. L'offre de travail doit être décroissante, mais moins fortement lorsque les rendements sont croissants.

La condition (1.46) apporte, quant à elle, un élément nouveau. Remarquons tout d'abord qu'elle implique que $\frac{cu'(c)}{u(c)} > 0$, c'est-à-dire que l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu ($R_u(c) < 1$) et que l'offre de travail est croissante. D'autre part, comme $\varepsilon_\chi(c) = \frac{cu'(c)/u(c)}{lv'(l)/v(l)} < 1$, la relation (1.46) peut être satisfaite quand les rendements sont croissants ($a > 1$) et des fluctuations endogènes stochastiques peuvent apparaître dans la situation où l'offre de travail est croissante. En outre, la condition (1.46) peut être interprétée en fonction des pentes de la demande et de l'offre de travail.²⁸ En effet, l'inégalité (1.46) est équivalente à :

$$\frac{1}{a-1} < \frac{\frac{cu'(c)}{u(c)}}{\frac{lv'(l)}{v(l)} - \frac{cu'(c)}{u(c)}} = \varepsilon_l(\omega) \quad (1.47)$$

28. Une telle interprétation a été proposée par Benhabib and Farmer (1994).

Cette expression signifie que des fluctuations endogènes stochastiques émergent si l'élasticité de la demande de travail, qui est positive puisque les rendements sont croissants, est inférieure à celle de l'offre de travail. En d'autres termes, lorsque l'offre de travail est croissante, des fluctuations endogènes émergent uniquement si la demande de travail a une pente supérieure à celle de l'offre de travail dans l'espace travail-salaire.

Ce résultat peut se comprendre de la manière suivante. Lorsque la pente de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail, une augmentation du prix futur du bien final implique une augmentation de l'emploi et du salaire réel, mais également, d'après l'équilibre monétaire, une baisse de la consommation future et donc de l'emploi futur. Ce mécanisme est à l'origine des fluctuations endogènes. Cependant, celles-ci peuvent être uniquement stochastiques. En effet, une hausse du travail et une baisse de la consommation future ne sont pas compatibles avec une fonction d'offre croissante. Cela explique pourquoi des fluctuations déterministes ne peuvent pas émerger lorsque l'offre de travail est croissante.

Par ailleurs, remarquons que le salaire réel $\frac{w_t}{p_t}$ varie dans le même sens mais de façon moins importante que la production y_t .²⁹ En effet, d'après (1.40), $\frac{w_t}{p_t} = l_t^{a-1} = y_t^{1-1/a}$, ce qui implique que $\frac{d(w_t/p_t)}{dy_t} \frac{y_t}{w_t/p_t} = 1 - \frac{1}{a} \in (0, 1/2]$. La condition de profits nuls $p_t y_t = w_t l_t$ peut, quant à elle, s'écrire $\frac{w_t/p_t}{y_t/l_t} = 1$. Cela signifie que le salaire réel $\frac{w_t}{p_t}$ varie exactement comme la productivité moyenne $\frac{y_t}{l_t}$. Le salaire réel et la productivité moyenne sont donc pro-cycliques.

Cette sous-section montre que les rendements d'échelle croissants semblent favoriser l'émergence de fluctuations endogènes. Le modèle utilisé est caractérisé par un taux de marge constant qui ne joue aucun rôle sur la dynamique. Cette propriété est remise en cause dans les deux sous-sections suivantes qui vont

²⁹. Précisons que, comme le nombre de firmes est constant, la production totale varie exactement comme celle de chaque firme.

exploiter la variabilité du taux de marge.

1.7.3 Variabilité du Taux de Marge et Libre Entrée des Firmes

Dans cette sous-section, nous nous intéressons à l'influence de la variabilité du taux de marge sur l'émergence de fluctuations endogènes. Le cas où la variabilité du taux de marge résulte des mouvements d'entrée et de sortie des firmes est envisagé ici. Cela correspond à l'idée que lorsque le nombre de firmes augmente, les parts de marché se réduisent et donc le taux de marge se réduit. En revanche, lorsque le nombre de firmes diminue, les parts de marché s'accroissent et le taux de marge augmente. Une manière de modéliser ce phénomène est d'introduire de la concurrence à la Cournot sur le marché du bien final, avec libre entrée et sortie des firmes. Contrairement à la sous-section précédente, les rendements croissants se traduisent par l'existence d'un coût fixe. Concernant les consommateurs, nous considérons le modèle à générations imbriquées développé dans la section 2 de ce chapitre. Les relations suivantes sont donc satisfaites :

$$u(c_{t+1}) = v(l_t) \text{ et } c_{t+1} = \frac{w_t}{p_{t+1}} l_t = \frac{m}{p_{t+1}} \quad (1.48)$$

A chaque période, n_t firmes ($n_t \geq 2$) produisent le bien final avec une technologie à rendements croissants. La fonction de production, identique pour tous les producteurs, s'écrit :

$$y_{it} = \max\{0, \tilde{l}_{it} - \phi\} \quad (1.49)$$

où y_{it} est la quantité de bien final produite par la firme i , \tilde{l}_{it} la quantité de travail utilisée par la firme i et $\phi > 0$ un coût fixe.

Le marché du travail est parfaitement concurrentiel et les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final. Lorsqu'il maximise ses profits, chaque producteur tient compte de l'influence de sa décision sur la demande, qui est égale à $D(p_t) = \frac{m}{p_t}$ d'après l'équation (1.48), mais considère comme données les actions de ses concurrents. Le producteur i doit donc maximiser la fonction suivante :

$$D^{-1}(y_{it} + \bar{Y}_{-it})y_{it} - w_t \tilde{l}_{it} \quad (1.50)$$

où $D^{-1}(y_{it} + \bar{Y}_{-it})$ est la demande inverse et \bar{Y}_{-it} est la quantité produite par les concurrents du producteur i .

L'élasticité de la demande est égale à $-\frac{D'(p_t)p_t}{D(p_t)} = 1$. A l'équilibre symétrique, $\tilde{l}_{it} = \tilde{l}_t$, $y_{it} = y_t$, $y_{it} + \bar{Y}_{-it} = n_t y_t$. Nous en déduisons la condition du premier ordre suivante³⁰ :

$$\left(1 - \frac{1}{n_t}\right) = \frac{w_t}{p_t} \quad (1.51)$$

L'entrée et la sortie des firmes se font sans coût. Les profits sont nuls à l'équilibre :

$$l_t - n_t \phi = \frac{w_t}{p_t} l_t \quad (1.52)$$

où $l_t = n_t \tilde{l}_t$ est la quantité agrégée de travail utilisée dans la production. En substituant l'expression du salaire réel (1.51) dans l'équation (1.52), nous obtenons :

$$n_t = \sqrt{\frac{l_t}{\phi}}, \text{ avec } n_t \geq 2 \quad (1.53)$$

Cette dernière expression signifie que l'entrée des firmes est pro-cyclique, c'est-à-dire que le nombre de producteurs augmente avec la production totale. Le taux

³⁰. Notons que comme la recette marginale est décroissante et le coût marginal constant, la condition du deuxième ordre de la maximisation des profits est satisfaite.

de marge est donc contra-cyclique car il se réduit quand le nombre de producteurs augmente. Ces deux caractéristiques dynamiques correspondent à une observation empirique, alimentée par de nombreux travaux (Bils (1987), Martins and Scarpetta (1999), Portier (1995), Rotemberg and Woodford (1991)). Remarquons d'autre part que lorsque le coût fixe ϕ tend vers 0, les rendements d'échelle deviennent constants. Alors, un nombre infini de firmes entrent et le taux de marge disparaît. C'est le cas limite où la concurrence est parfaite. Le cas opposé est celui du duopole où le taux de marge prend sa valeur maximum.

En substituant l'équation (1.53) dans l'expression du salaire réel (1.51), nous obtenons :

$$\frac{w_t}{p_t} = 1 - \sqrt{\frac{\phi}{l_t}} \quad (1.54)$$

L'équilibre monétaire s'écrit $c_{t+1} = \frac{m}{p_{t+1}} = \frac{w_{t+1}}{p_{t+1}} l_{t+1}$. En substituant cette condition dans (1.48) et en utilisant l'expression du salaire réel (1.54), nous obtenons l'équation dynamique suivante :

$$u \left[\left(1 - \sqrt{\frac{\phi}{l_{t+1}}} \right) l_{t+1} \right] = v(l_t) \quad (1.55)$$

Un équilibre intertemporel se définit donc de la manière suivante :

Définition 7 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(l_t) \in \mathbb{R}_{++}$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que l'équation (1.55) est satisfaite, pour tout t .*

Comme dans la sous-section précédente, la différence entre l'équation dynamique (1.55) et celle qui décrit la dynamique d'une économie parfaitement concurrentielle (équation (1.9)) apparaît dans l'expression du salaire réel. Dans la sous-section précédente, le salaire réel était croissant parce que le coût marginal était décroissant. Maintenant, le coût marginal est constant, mais le taux

de marge est variable et contra-cyclique. C'est cette dernière caractéristique du modèle qui permet au salaire réel d'être croissant. L'introduction d'un coût fixe a comme unique objectif de rendre le taux de marge variable, parce qu'il permet au nombre de producteurs d'être endogène et variable.

Dans cette sous-section, comme dans les deux précédentes, nous étudions uniquement la dynamique dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire. Ce dernier se définit de la manière suivante :

Définition 8 *Un équilibre stationnaire monétaire est une solution $\bar{l} \in \mathbb{R}_{++}$ à l'équation suivante :*

$$U' \left[\left(1 - \sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}} \right) \bar{l} \right] \left(1 - \sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}} \right) = V'(\bar{l}) \quad (1.56)$$

L'existence d'un équilibre stationnaire monétaire s'établit sans hypothèse supplémentaire très restrictive. Comme le nombre de producteurs est supérieur à 2, $\bar{l} \in (4\phi, l^*)$.³¹ Le membre de droite de l'équation (1.56) tend vers $V'(4\phi)$ lorsque \bar{l} tend vers sa limite inférieure et tend vers $+\infty$ lorsque \bar{l} tend vers l^* . D'autre part, le membre de gauche de l'équation (1.56) tend vers $U'(2\phi)\frac{1}{2}$ lorsque \bar{l} tend vers 4ϕ et tend vers $U' \left[\left(1 - \sqrt{\frac{\phi}{l^*}} \right) l^* \right] \left(1 - \sqrt{\frac{\phi}{l^*}} \right)$ lorsque \bar{l} tend vers sa limite supérieure. Comme cette dernière limite est finie, il existe, par continuité, au moins un équilibre stationnaire si $U'(2\phi)\frac{1}{2} > V'(4\phi)$.

Nous allons maintenant étudier la dynamique locale dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire et montrer quelle est l'influence de la variabilité du taux de marge sur l'émergence de fluctuations endogènes stochastiques et déterministes. Pour cela, nous allons commencer par différencier l'équation dynamique

31. Nous supposons évidemment que cet ensemble est non-vide pour que l'analyse ait un sens. Nous supposons également que le nombre de producteurs est strictement supérieur à 2 à l'équilibre stationnaire puisque nous étudions l'émergence de fluctuations endogènes dans le voisinage de l'équilibre stationnaire.

(1.55) dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire. Nous obtenons :

$$\frac{dl_t}{dl_{t+1}} = \varepsilon_\chi(c) \frac{1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}}{1 - \sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}} \quad (1.57)$$

Comme l'élasticité de l'offre de travail, évaluée à l'état stationnaire, est égale à $\varepsilon_l(\omega) = \frac{\varepsilon_\chi(c)}{1 - \varepsilon_\chi(c)}$, l'équation (1.57) peut se réécrire :

$$\frac{dl_t}{dl_{t+1}} = \frac{\varepsilon_l(\omega)}{\varepsilon_l(\omega) + 1} \frac{1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}}{1 - \sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}} \quad (1.58)$$

En se référant aux sections précédentes, les conditions sous lesquelles des fluctuations endogènes peuvent émerger dans le voisinage d'un équilibre stationnaire sont équivalentes à $\left| \frac{dl_t}{dl_{t+1}} \right| > 1$, c'est-à-dire à $\frac{dl_t}{dl_{t+1}} > 1$ ou $\frac{dl_t}{dl_{t+1}} < -1$. Ces deux inégalités sont équivalentes à :

$$\varepsilon_l(\omega) > 2 \left(\sqrt{\frac{\bar{l}}{\phi}} - 1 \right) \quad \text{ou} \quad \varepsilon_l(\omega) < -2 \frac{1 - \sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}}{4 - 3\sqrt{\frac{\phi}{\bar{l}}}} \quad (1.59)$$

Ces deux inégalités nous permettent de comprendre quels sont les apports de la variabilité du taux de marge due à l'entrée des firmes sur l'émergence de fluctuations endogènes. Lorsque le coût fixe ϕ tend vers 0, les rendements deviennent constants, un nombre infini de firmes entrent et la concurrence est parfaite. Dans ce cas, la première inégalité ne peut être satisfaite puisque le membre de droite tend vers $+\infty$ et la seconde nous permet de retrouver le résultat que l'élasticité de l'offre de travail est inférieure à $-\frac{1}{2}$. Les inégalités deviennent moins contraignantes lorsque le coût fixe augmente, c'est-à-dire lorsque le nombre de firmes décroît et qu'on tend vers la situation de duopole. Dans ce cas extrême, les deux inégalités (1.59) s'écrivent $\varepsilon_l > 2$ ou $\varepsilon_l < -\frac{2}{5}$. La variabilité du taux de marge et la libre entrée des firmes favorisent donc l'émergence de fluctuations endogènes. Les commentaires et les interprétations de ces résultats sont identiques à ceux

que nous avons fait dans la sous-section précédente. Par conséquent, nous n'insisterons pas sur ce point ici. En effet, un cycle déterministe de période deux peut apparaître uniquement si l'offre de travail est décroissante, mais pour des valeurs moins extrêmes qu'en situation parfaitement concurrentielle et des fluctuations endogènes stochastiques peuvent apparaître lorsque l'offre de travail est croissante, si la pente de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail.

Comme dans la sous-section précédente, nous pouvons montrer que le salaire réel varie positivement mais moins que proportionnellement avec la production $Y_t = n_t y_t$. En effet, $\frac{d(w_t/p_t)}{dY_t} \frac{Y_t}{w_t/p_t} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\phi}{Y_t + \phi}} \frac{Y_t}{Y_t + \phi}}{1 - \sqrt{\frac{\phi}{Y_t + \phi}}} < 1$ car $1 - \sqrt{\frac{\phi}{Y_t + \phi}} \geq \frac{1}{2} > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\phi}{Y_t + \phi}} \frac{Y_t}{Y_t + \phi}$. D'autre part, comme les profits sont nuls, nous pouvons également conclure que le salaire réel varie comme la productivité moyenne. Le salaire réel et la productivité moyenne sont donc, comme dans la sous-section précédente, pro-cycliques.

La pro-cyclicité du salaire réel est expliquée ici par la contra-cyclicité du taux de marge et dans la sous-section précédente par la croissance de la productivité marginale du travail. Elle s'inscrit dans un débat théorique qui a vu le jour avec Keynes, Dunlop et Tarshis et qui a connu un regain d'intérêt dans les vingt dernières années, comme l'explique Dos Santos Ferreira (1999b),³² même si les travaux empiriques n'arrivent pas à trancher entre pro-cyclicité et a-cyclicité des salaires réels (Abraham and Haltiwanger (1995), Brandolini (1995)).

L'influence de la variabilité du taux de marge et du nombre de firmes a été analysée en considérant un modèle de Cournot avec libre entrée. Cependant, des résultats similaires peuvent être obtenus avec d'autres spécifications permettant

32. Voir également Dos Santos Ferreira (1999a).

au taux de marge et au nombre de firmes d'être variables. On peut, par exemple, supposer que les firmes se livrent une concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) où le taux de marge et le nombre de firmes sont variables parce que les producteurs tiennent compte de leur influence sur le prix moyen. Une telle modélisation est envisagée dans le chapitre 5 dans une économie avec capital productif. Jacobsen (1998) considère quant à lui un modèle de concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) où le taux de marge et le nombre de firmes sont variables parce que l'auteur suppose que l'élasticité de substitution entre les différents bien produits n'est pas constante, comme c'est habituellement le cas, mais est croissante avec le nombre de biens produits, c'est-à-dire avec la diversité des produits. Avec ce modèle, Jacobsen (1998) obtient des résultats tout à fait similaires à ceux que nous avons exposés dans cette sous-section.³³

Une autre approche a été développée par Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993).³⁴ Ces auteurs considèrent un modèle à générations imbriquées à deux secteurs où chaque agent choisit de participer ou non à l'économie. Dans le cas où il décide de participer, il produit un bien final à la première période de sa vie et consomme le bien final produit dans l'autre secteur aux deux périodes de sa vie. Les agents se comportent comme des preneurs de prix lorsqu'ils consomment et se livrent, dans chaque secteur, une concurrence à la Cournot en tant que producteurs. Aussi, lorsque le nombre d'agents augmente, les marchés deviennent-ils plus concurrentiels car les taux de marge se réduisent. Si la participation augmente dans les deux secteurs, cela pénalise les agents comme producteurs à cause de la réduction des taux de marge qui en résulte, mais les favorise en tant que consommateurs. Ce second effet domine dans le modèle de Chatterjee, Cooper,

33. Galí (1995) utilise un modèle similaire à Jacobsen (1998) pour montrer l'existence de trappes à pauvreté. Notons d'autre part que Jacobsen (1998) introduit également le goût pour la variété des consommateurs et montre qu'il favorise l'émergence de fluctuations endogènes.

34. Voir également Chatterjee and Cooper (1989).

and Ravikumar (1993) et à l'équilibre symétrique, l'utilité des agents augmente avec la participation. Comme les agents au sein de chaque génération ont des coûts d'entrée différents, il existe des situations où il y a multiplicité d'équilibres Pareto-ordonnés. Cela est essentiellement dû à l'influence de la participation des agents sur les taux de marge et crée donc une situation de défaut de coordination. Si les agents anticipent un fort niveau de participation, alors un grand nombre d'agents vont effectivement participer, validant ainsi l'optimisme initial. Les auteurs montrent qu'il existe des équilibres à taches solaires pour lesquels il y a un fort degré de persistance dans les variables endogènes. Contrairement aux résultats obtenus par Azariadis (1981), Azariadis and Guesnerie (1986) et Spear (1984) qui génèrent des équilibres à taches solaires dans le voisinage de cycles déterministes et Woodford (1986), Spear (1991) et Gali (1994a) qui exploitent l'indétermination d'un équilibre stationnaire, les fluctuations endogènes ainsi obtenues sont caractérisées par des mouvements d'un équilibre stationnaire vers un autre équilibre.

Cette sous-section nous a donc permis de montrer que la variabilité du taux de marge et du nombre de producteurs favorise l'émergence de fluctuations endogènes. Dans les chapitres 4 et 5, cette analyse est étendue au cas où il y a deux facteurs de production, le travail et le capital. Cependant, la variabilité du taux de marge peut aussi résulter de celle de l'élasticité de la demande. C'est cette idée qui va être exploitée dans la sous-section suivante.

1.7.4 Variabilité du Taux de Marge et de l'Elasticité de la Demande

Cette sous-section est consacrée à l'analyse de l'influence de la variabilité du taux de marge due à celle de l'élasticité de la demande sur l'émergence de fluctua-

tions endogènes. Elle va nous permettre de montrer que lorsque la concurrence est imparfaite et l'élasticité de la demande variable, des fluctuations endogènes peuvent émerger en l'absence de forte complémentarité intertemporelle.

Un modèle approprié pour étudier la variabilité de la demande est celui de concurrence oligopolistique à la Cournot, déjà utilisé dans les deux sous-sections précédentes. Cependant, nous supposons ici que les rendements sont constants. Nous voulons, en effet, concentrer toute notre attention sur la variabilité du taux de marge. D'autre part, le nombre de firme est fixe et les profits positifs. Une autre différence concerne les consommateurs. Ils consomment maintenant le bien final aux deux périodes de leur vie. Aussi, à chaque période, deux générations d'agents consomment le bien final, ce qui va permettre à l'élasticité de la demande d'être variable.

Nous commençons par présenter le comportement des consommateurs, puis celui des producteurs, et étudions ensuite sous quelles conditions des fluctuations endogènes peuvent émerger.

La taille de la population est normalisée à un. Chaque consommateur offre du travail à la première période de sa vie. Son revenu, à cette même période, est composé de sa rémunération salariale et des profits des firmes qui lui sont distribués. Lorsqu'il est jeune, le consommateur choisit également la quantité de bien final (c_{1t}) qu'il va consommer tout de suite et son niveau d'épargne sous forme monétaire. A la deuxième période de sa vie, le consommateur utilise l'intégralité de son épargne pour consommer le bien final (c_{2t+1}). Les préférences des consommateurs sont séparables entre la consommation et le loisir et sont représentées par la fonction :

$$U(c_{1t}, c_{2t+1}) - V(l_t) \tag{1.60}$$

Nous faisons les hypothèses suivantes sur les fonction $U(c_1, c_2)$ et $V(l)$:

Hypothèse 5 *La fonction $U(c_1, c_2)$ est continue sur \mathbb{R}_+^2 , trois fois différentiable sur \mathbb{R}_{++}^2 , croissante dans chacun de ses arguments, fortement quasi-concave, homogène de degré un et telle que les courbes d'indifférence ne coupent pas les axes. La fonction $V(l)$ est continue pour tout $0 \leq l \leq l^*$ et deux fois différentiable pour tout $0 < l < l^*$. La désutilité marginale du travail est positive ($V'(l) > 0$) et croissante ($V''(l) > 0$). De plus, $\lim_{l \rightarrow l^*} V'(l) = +\infty$.*

Remarquons que les hypothèses concernant la désutilité du travail sont similaires à celles énoncées dans l'hypothèse 1. Le consommateur va maximiser son utilité (1.60) sous les deux contraintes budgétaires suivantes :

$$p_t c_{1t} + m = w_t l_t + I_t \quad (1.61)$$

$$p_{t+1} c_{2t+1} = m \quad (1.62)$$

où I_t représente les profits distribués au consommateur à la première période de sa vie.

Le problème d'optimisation du consommateur peut se résoudre en deux étapes. Nous allons d'abord déterminer ses choix intertemporels optimaux en matière de consommation, puis son offre de travail. Si nous notons R_t son revenu total, d'après l'homogénéité de la fonction U , nous obtenons :

$$c_{1t} = b(\theta_t) \frac{R_t}{p_t} \text{ et } c_{2t+1} = (1 - b(\theta_t)) \theta_t \frac{R_t}{p_t} \quad (1.63)$$

où $\theta_t = \frac{p_t}{p_{t+1}}$ est le facteur d'intérêt réel et $b(\theta_t) \in (0, 1)$ une fonction deux fois différentiable, qui représente la propension marginale à consommer des jeunes.

La fonction exprimant le rapport des consommations présente et future :

$$\frac{c_{1t}}{c_{2t+1}} = \frac{b(\theta_t)}{\theta_t(1-b(\theta_t))} \equiv H(\theta_t) \quad (1.64)$$

est deux fois différentiable et décroissante. A partir de cette dernière équation, nous pouvons définir l'élasticité de substitution intertemporelle $\sigma(\theta_t)$, qui est égale à :

$$\sigma(\theta_t) \equiv -\frac{H'(\theta_t)\theta_t}{H(\theta_t)} = 1 - \frac{b'(\theta_t)\theta_t}{b(\theta_t)(1-b(\theta_t))} \quad (1.65)$$

Par conséquent, b est croissante (décroissante) lorsqu'il y a complémentarité (substituabilité) intertemporelle, c'est-à-dire si $\sigma < 1$ ($\sigma > 1$).

En substituant les consommations optimales (1.63) dans la fonction U , nous obtenons :

$$U(b(\theta_t), \theta_t(1-b(\theta_t))) \frac{R_t}{p_t} \equiv U^*(\theta_t) \frac{R_t}{p_t} \quad (1.66)$$

L'utilité pour la consommation est donc linéaire dans le revenu et croissante avec le facteur d'intérêt réel. En effet, en utilisant la condition du premier ordre $U_1 = U_2\theta_t$ ³⁵ et l'identité d'Euler $U = U_1b + U_2\theta_t(1-b)$, nous avons :

$$U^*\theta_t = (U_1 - U_2\theta_t)b'\theta_t + U_2\theta_t(1-b) = U^*(1-b) > 0 \quad (1.67)$$

Etant données les consommations optimales (1.63), nous pouvons maintenant déterminer l'offre de travail du consommateur. Elle est définie par l'égalité suivante :

$$U^*(\theta_t) \frac{w_t}{p_t} = V'(l_t) \quad (1.68)$$

³⁵ Nous omettons les arguments des fonctions pour simplifier les notations et nous notons U_i la dérivée de U par rapport à son i ème argument.

A la date t , la demande de bien final se compose de la demande de consommation des jeunes consommateurs, égale à $b(\theta_t)\frac{R_t}{p_t}$, et de celle des vieux consommateurs, égale au stock monétaire réel $\frac{m}{p_t}$. La demande $D(p_t, p_{t+1})$ s'écrit donc :

$$D(p_t, p_{t+1}) = b(\theta_t)\frac{R_t}{p_t} + \frac{m}{p_t} \quad (1.69)$$

Or, à l'équilibre, $R_t = p_t D(p_t, p_{t+1})$. En substituant cette dernière égalité dans (1.69), nous obtenons l'expression suivante :

$$D(p_t, p_{t+1}) = \frac{1}{1 - b(\theta_t)} \frac{m}{p_t} \quad (1.70)$$

Une telle expression de la demande signifie que tous les agents font des conjectures correctes sur R_t . A partir de l'équation (1.70), nous déduisons l'élasticité de la demande, qui est égale à :

$$\Delta(\theta_t) \equiv -\frac{\partial D(p_t, p_{t+1})}{\partial p_t} \frac{p_t}{D(p_t, p_{t+1})} = b(\theta_t)\sigma(\theta_t) + 1 - b(\theta_t) \quad (1.71)$$

L'élasticité de la demande est donc une moyenne pondérée par les propensions marginales à consommer et à épargner des jeunes de l'élasticité de substitution intertemporelle et de un. L'expression (1.71) signifie également que les producteurs tiennent compte de leur influence sur la demande. Le cas considéré ici est donc celui où il existe ce qu'on appelle un effet Ford.

De nombreux travaux ont étudié l'existence de cycles endogènes en considérant ou non ces effets. L'article de d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1991) étudie un modèle avec effets Ford, mais sans désutilité du travail.³⁶ Lloyd-Braga (1994) considère le cas sans effet Ford, mais avec une désutilité du travail positive, croissante et convexe. Plus récemment, d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b) analysent l'existence de cycles endogènes dans

36. Voir également Lasselle (1998).

un modèle de concurrence monopolistique cournotienne dans lequel les firmes anticipent parfaitement la demande. Comme le travail est indivisible, les auteurs étudient des dynamiques de sous-emploi et de plein-emploi.³⁷

Le bien final est produit par n producteurs ($n \geq 2$). Les producteurs ont une technologie à rendements constants et la fonction de production de la firme i s'écrit $y_{it} = l_{it}$. Le marché du travail est parfaitement concurrentiel. Par contre, les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final. Ils anticipent parfaitement la demande (1.70). La fonction de profits de la firme i est égale à :

$$(D^{-1}(\cdot, p_{t+1})(y_{it} + \bar{Y}_{-it}) - w_t) y_{it} \quad (1.72)$$

où \bar{Y}_{-it} est la quantité produite par les concurrents de la firme i et $D^{-1}(\cdot, p_{t+1})(y_{it} + \bar{Y}_{-it})$ la fonction de demande inverse déduite de l'équation (1.70).

La firme i choisit la quantité optimale qui maximise ses profits (1.72). A l'équilibre symétrique, $y_{it} = y_t$ et $y_{it} + \bar{Y}_{-it} = ny_t$ et la condition du premier ordre de la maximisation du profit s'écrit :

$$1 - \frac{1}{n\Delta(\theta_t)} = \frac{w_t}{p_t} \quad (1.73)$$

Le salaire réel est positif si $\Delta(\theta_t) > \frac{1}{n}$. Nous supposons, dans la suite de cette sous-section, que cette dernière inégalité est toujours satisfaite. Par ailleurs, comme le coût marginal est constant, (1.73) est une condition suffisante pour un maximum si la recette marginale est non-croissante en y_t . Le lemme 1 exposé dans l'article de d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1991) montre que c'est le cas si la condition suivante est satisfaite :

37. Gérard-Varet (2000), en utilisant le même modèle, considère également le cas du chômage dû à un salaire minimum. Pour une discussion sur les effets Ford et la nature des conjectures, on peut se référer à d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1996).

$$\frac{\theta_t \Delta'(\theta_t)}{\Delta(\theta_t)} \geq -|1 - \Delta(\theta_t)|, \text{ pour tout } 0 < \theta_t < \infty \quad (1.74)$$

En substituant (1.73) dans l'équation (1.68), nous définissons l'équilibre sur le marché du travail :

$$U^*(\theta_t) \left(1 - \frac{1}{n\Delta(\theta_t)} \right) = V'(l_t) \quad (1.75)$$

D'après l'hypothèse 5, la fonction $V'(l)$ est inversible. Nous pouvons donc déduire de l'équation (1.75) l'expression de l_t :

$$l_t = (V')^{-1} \left[U^*(\theta_t) \left(1 - \frac{1}{n\Delta(\theta_t)} \right) \right] \quad (1.76)$$

D'autre part, à l'équilibre, l'expression (1.70) est équivalente à :

$$\frac{m}{p_t} = (1 - b(\theta_t)) n l_t \quad (1.77)$$

Cette équation détermine l'équilibre sur le marché de la monnaie. Aussi, si cette équation et l'équation (1.75) sont satisfaites, les marchés de la monnaie et du travail sont équilibrés. Par conséquent, par la loi de Walras, l'équilibre sur le marché du bien final est également à l'équilibre.

En exprimant l'équation (1.77) en t et en $t+1$, puis en substituant l'expression (1.76), nous obtenons l'équation dynamique suivante :

$$\begin{aligned} & (1 - b(\theta_{t+1})) (V')^{-1} \left[U^*(\theta_{t+1}) \left(1 - \frac{1}{n\Delta(\theta_{t+1})} \right) \right] \\ & = \theta_t (1 - b(\theta_t)) (V')^{-1} \left[U^*(\theta_t) \left(1 - \frac{1}{n\Delta(\theta_t)} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.78)$$

Cette équation détermine entièrement la dynamique du modèle et définit un équilibre intertemporel.

Définition 9 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite*

$(\theta_t) \in \mathbb{R}_{++}$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que l'équation (1.78) est satisfaite, pour tout t .

Nous analysons, dans la suite de cette sous-section, la dynamique de l'économie, générée par l'équation (1.78). Elle dépend notamment de l'élasticité de la demande et du nombre de firmes. Remarquons que lorsque n tend vers l'infini, le taux de marge disparaît et la concurrence est parfaite.

En notant $G(\theta) = (1 - b(\theta)) (V')^{-1} \left[U^*(\theta) \left(1 - \frac{1}{n\Delta(\theta)} \right) \right]$, l'équation (1.78) s'écrit :

$$G(\theta_{t+1}) = F(\theta_t) \quad (1.79)$$

où $F(\theta) = \theta G(\theta)$.

Pour analyser l'émergence de fluctuations endogènes, nous allons étudier la dynamique amont. Aussi allons-nous montrer dans le lemme ci-dessous sous quelles conditions $F(\theta)$ est globalement inversible.

Lemme 3 *Supposons, pour tout $\theta > 0$, que $\frac{\theta_t \Delta'(\theta)}{\Delta(\theta)} \geq -|1 - \Delta(\theta)|$. $F'(\theta) > 0$ et $F(\theta)$ est inversible si³⁸ :*

$$n > \frac{1}{\Delta(\theta)} \left[\frac{|\Delta(\theta) - 1|}{R_v(l)\Delta(\theta) + 1 - b(\theta)} + 1 \right] \quad (1.80)$$

Preuve. Commençons par différentier $F(\theta)$:

$$\frac{F'(\theta)\theta}{F(\theta)} = \Delta(\theta) + \frac{1}{R_v(l)} \left[1 - b(\theta) + \frac{\Delta'(\theta)\theta}{\Delta(\theta)} \frac{1}{n\Delta(\theta) - 1} \right] \quad (1.81)$$

$F'(\theta) > 0$ est équivalent à :

$$\Delta(\theta)R_v(l) + 1 - b(\theta) + \frac{\Delta'(\theta)\theta}{\Delta(\theta)} \frac{1}{n\Delta(\theta) - 1} > 0 \quad (1.82)$$

38. Rappelons la notation suivante : $R_v(l) = \frac{lV''(l)}{V'(l)}$.

Or, le membre de gauche de la dernière inégalité est au moins égale à :

$$\Delta(\theta)R_v(l) + 1 - b(\theta) - \frac{|\Delta(\theta) - 1|}{n\Delta(\theta) - 1} \quad (1.83)$$

L'inégalité (1.80) découle du fait que cette dernière expression doit être strictement positive. ■

Sous les conditions du lemme 3, F est inversible et l'équation dynamique (1.78) peut s'écrire sous la forme $\theta_t = \varphi(\theta_{t+1})$, où $\varphi = F^{-1} \circ G$.

Nous remarquons qu'il existe un unique équilibre stationnaire $\theta_t = \theta_{t+1} = 1$. Si nous nous référons aux résultats des sections précédentes, des fluctuations endogènes émergent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire si $\left| \frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} \right| > 1$, c'est-à-dire si $\frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} > 1$ ou si $\frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} < -1$. D'après l'équation (1.79),

$$\frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} = \frac{\frac{G'(1)}{G(1)}}{\frac{F'(1)}{F(1)}} = \frac{\frac{F'(1)}{F(1)} - 1}{\frac{F'(1)}{F(1)}} \quad (1.84)$$

Comme F est une fonction croissante, $\frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} < 1$. Des fluctuations endogènes ne peuvent donc émerger dans le voisinage de l'équilibre stationnaire que si $\frac{d\theta_t}{d\theta_{t+1}} < -1$. Cela requiert que $\frac{F'(1)}{F(1)} < \frac{1}{2}$, c'est-à-dire que :

$$b(1)(\sigma(1) - 1) + \frac{1}{R_v(l)} \left[1 - b(1) + \frac{\Delta'(1)}{\Delta(1)} \frac{1}{n\Delta(1) - 1} \right] < -\frac{1}{2} \quad (1.85)$$

Le cas limite où le taux de marge disparaît et la concurrence est parfaite est obtenu en faisant tendre n vers l'infini. Alors, l'inégalité (1.85) ne peut être satisfaite s'il y a substituabilité intertemporelle ($\sigma(1) > 1$). En revanche, lorsque la concurrence est imparfaite et le taux de marge variable, des fluctuations endogènes peuvent émerger si l'effet de substitution intertemporelle domine. En effet, l'équation (1.85) peut se réécrire :

$$\frac{\Delta'(1)}{\Delta(1)} < -(n\Delta(1) - 1) \left[1 - b(1) + R_v(l) \left(\Delta(1) - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (1.86)$$

Cependant, lorsque $\sigma(1) > 1$, la relation (1.74) s'écrit $\frac{\Delta'(1)}{\Delta(1)} \geq -(\Delta(1) - 1)$. Le membre de droite de cette dernière inégalité doit donc être inférieur au membre de droite de l'inégalité (1.86). Une telle condition est satisfaite si :

$$n < \frac{1}{\Delta(1)} \left[\frac{\Delta(1) - 1}{R_v(l) \left(\Delta(1) - \frac{1}{2} \right) + 1 - b(1)} + 1 \right] \quad (1.87)$$

Notons que cette inégalité est compatible avec la relation (1.80). Ces résultats nous permettent d'énoncer la proposition suivante :

Proposition 5 *Supposons que n soit tel que les inégalités (1.80) et (1.87) soient satisfaites. Alors, des fluctuations endogènes peuvent émerger dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $\theta = 1$ lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle ($\sigma(1) > 1$) si :*

$$1 - \Delta(1) \leq \frac{\Delta'(1)}{\Delta(1)} < (n\Delta(1) - 1) \left[\left(\frac{1}{2} - \Delta(1) \right) R_v(l) - 1 + b(1) \right] \quad (1.88)$$

Le modèle développé dans cette sous-section montre donc que l'existence et la variabilité du taux de marge favorisent l'émergence de fluctuations endogènes. En effet, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsqu'il n'y a pas une forte complémentarité intertemporelle. Par ailleurs, nous remarquons que le résultat obtenu ici ne dépend pas du niveau des rendements d'échelle croissants.³⁹

³⁹ Des travaux ont analysé l'émergence de fluctuations endogènes lorsque les rendements sont croissants et l'élasticité de la demande variable. Lloyd-Braga (1994) propose une telle analyse dans un modèle de Cournot et d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b) dans un modèle de concurrence monopolistique cournotienne.

1.8 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'analyse de l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire à générations imbriquées. Pour présenter les résultats, nous considérons un modèle où les consommateurs offrent du travail, épargnent sous forme monétaire et consomment le bien final. Les firmes produisent le bien final en utilisant le travail comme unique facteur de production. Notre analyse débute en considérant une économie parfaitement concurrentielle, dans laquelle les rendements sont constants. Cette économie peut s'apparenter à une économie d'échange pur. L'origine des cycles endogènes résulte du conflit des effets opposés de revenu et de substitution intertemporelle. Si l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu, des trajectoires non monotones ne peuvent pas émerger. Par contre, dans le cas contraire, un cycle de période deux et un cycle de période trois peuvent émerger. D'autre part, des fluctuations endogènes stochastiques peuvent apparaître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire s'il est localement indéterminé ou bien dans le voisinage d'une bifurcation flip. Ces résultats ont été critiqués car l'émergence de fluctuations endogènes requiert que l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution intertemporelle et l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel, qui est aussi celle de l'épargne par rapport au facteur d'intérêt réel, est négative et strictement inférieure à $-\frac{1}{2}$.

Une réponse possible à cette critique est d'introduire de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final. Nous présentons quatre extensions possibles du modèle initial.

Dans la première, nous introduisons de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) sur le marché du bien final. Les rendements d'échelle étant constants, l'économie est caractérisée par des profits de monopole positifs

due à l'existence d'un taux de marge constant. Cette modification du modèle ne change pas les résultats concernant la dynamique dans le voisinage de l'équilibre stationnaire monétaire, mais permet à l'émergence de fluctuations endogènes d'être compatible avec une offre de travail croissante lorsque le taux de marge est suffisamment important.

Une deuxième extension est consacrée au rôle des rendements croissants. Nous considérons un modèle de Cournot avec libre entrée où les rendements sont croissants parce que le coût marginal est décroissant. L'existence de rendements croissants, compatibles avec la présence de concurrence imparfaite sur le marché du bien final, favorise l'émergence de fluctuations endogènes. Nous montrons, en particulier, que des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent si la pente de la demande de travail, qui est croissante, est supérieure à celle de l'offre de travail.

Les deux dernières sous-sections du chapitre sont consacrées à l'étude de l'influence de la variabilité du taux de marge sur l'émergence de fluctuations endogènes. Le cas où la variabilité du taux de marge s'explique par un nombre variable de producteurs est envisagé en premier. Pour cela, nous considérons un modèle de Cournot avec libre entrée où, contrairement au modèle précédent, les rendements croissants sont dus à l'existence d'un coût fixe. Cette spécification du secteur de la production permet à l'entrée des firmes d'être pro-cyclique et au taux de marge d'être contra-cyclique. La variabilité du taux de marge favorise l'émergence de fluctuations endogènes. Les conditions sous lesquelles les fluctuations apparaissent s'interprètent de la même façon que dans le modèle précédent. Notons que le lien entre la variabilité du nombre de producteurs et du taux de marge et l'existence de fluctuations endogènes peut également être appréhendé dans un modèle à deux secteurs.

La dernière analyse que nous présentons exploite la variabilité de l'élasticité de la demande et du taux de marge. L'élasticité de la demande est variable

parce qu'à chaque période, deux générations d'agents consomment le bien final. En considérant un modèle de Cournot où les rendements sont constants, nous montrons que lorsque l'élasticité de la demande est variable et le taux de marge positif, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle. Ce résultat n'est pas valable lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini et lorsque le taux de marge disparaît, ou lorsque l'élasticité de la demande n'est pas variable. En effet, l'émergence de fluctuations endogènes requiert alors une forte complémentarité intertemporelle.

Ces extensions contribuent à montrer que la concurrence imparfaite favorise l'émergence de fluctuations endogènes. Cependant, certains résultats présentent une limite. L'une d'elles va notamment attirer notre attention. En présence de rendements croissants, l'existence de cycles déterministes requiert que l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle et que l'élasticité de l'offre de travail soit négative. Nous montrons, dans le chapitre 3, que ce n'est plus le cas lorsqu'on considère une économie à plusieurs secteurs.

Une autre extension du modèle initial a été proposée par Reichlin (1986). Elle consiste à introduire du capital dans la production. Alors, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu et lorsque l'offre de travail est croissante. Cette analyse et ses développements sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Fluctuations Endogènes dans une Economie à Générations Imbriquées avec Capital Productif

Sommaire

2.1	Introduction	85
2.2	Le Modèle	89
2.2.1	Les Consommateurs	89
2.2.2	Les Firmes	91
2.2.3	L'Equilibre Intertemporel	93
2.3	Analyse de l'Equilibre Stationnaire	94
2.3.1	Existence	94
2.3.2	Unicité ou Multiplicité	96
2.3.3	Equilibres Pareto-ordonnés	100
2.4	Dynamique Locale	101
2.4.1	La Méthode Géométrique	103
2.4.2	Le Cas des Rendements Constants	106

2.4.3	Le Cas des Rendements Croissants	110
2.5	Rendements Croissants et Concurrence Imparfaite .	115
2.5.1	Rendements Croissants Internes et Concurrence à la Cournot	116
2.5.2	Equilibre Intertemporel, Equilibre Stationnaire et Dy- namique Locale	119
2.6	Extensions	121
2.7	Conclusion	125

2.1 Introduction

Le chapitre précédent est consacré à l'étude de l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire à générations imbriquées. Lorsque la concurrence est parfaite, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle, ce qui signifie notamment que l'offre de travail est décroissante. Ce résultat a été critiqué pour son caractère trop contraignant et son manque de validité empirique. Aussi quelques extensions possibles liées à l'introduction de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final ont été analysées. Une autre réponse à cette critique est envisagée par Reichlin (1986). Elle consiste à introduire du capital productif dans le modèle à générations imbriquées. L'existence de fluctuations endogènes est alors compatible avec la substituabilité intertemporelle et une offre de travail croissante, mais elle requiert une forte complémentarité entre le travail et le capital. Cette dernière condition a été critiquée pour son caractère restrictif. Cependant, lorsque les rendements sont croissants, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque le capital et le travail sont davantage substituables (Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995)).¹ Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) montrent que ce résultat peut être obtenu de manière équivalente, soit en supposant que la concurrence est parfaite et que les rendements croissants sont dus à l'existence d'externalités, soit en supposant que la concurrence est imparfaite et que les rendements croissants sont dus à la décroissance du coût marginal.

Ce chapitre est consacré à la présentation de ces résultats. Pour cela, nous considérons un modèle à génération imbriquées, dans lequel les consommateurs

1. On peut également se référer à l'article récent de Cazzavillan (2001). Précisons que le modèle que nous présentons dans ce chapitre est proche de celui proposé par Cazzavillan (2001), mais a été développé avant d'avoir connaissance du travail de cet auteur.

offrent du travail à la première période de leur vie, épargnent sous forme de capital et consomment le bien final uniquement à la deuxième période de leur vie. Le capital est l'unique actif et il n'y a pas de monnaie dans l'économie. Par ailleurs, le loisir et la consommation future sont des substituts bruts. Cela signifie que l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu et que l'offre de travail est croissante. Les firmes produisent le bien final à partir de deux facteurs de production, le travail et le capital. Elles utilisent une technologie à rendements constants. Cependant, de manière à envisager également le cas où les rendements sont croissants, nous supposons que des externalités positives affectent la production. Ces externalités sont croissantes avec le capital et le travail moyens. Elles permettent aux rendements d'être croissants au niveau social, bien que la concurrence soit parfaite.²

La dynamique de l'économie est entièrement générée par un système dynamique discret à deux dimensions. Nous commençons son étude par l'analyse de l'équilibre stationnaire. En nous inspirant de la méthode utilisée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), nous montrons d'abord l'existence de l'équilibre stationnaire. Nous développons ensuite les conditions sous lesquelles cet équilibre stationnaire est unique et celles sous lesquelles il y a deux équilibres stationnaires. Dans ce dernier cas, les équilibres stationnaires sont ordonnés au sens de Pareto si le capital et le travail sont suffisamment substituables. Il y a alors un défaut de coordination (Cooper and John (1988)). Malgré les anticipations parfaites des agents, on ne sait pas quel équilibre stationnaire va être sélectionné.

Nous étudions ensuite la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales. Pour cela, la méthode géométrique développée par Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), qui s'applique aux systèmes dynamiques discrets non-linéaires à deux dimensions, est utilisée. Cette méthode per-

2. Lorsque les externalités sont nulles, les rendements sont constants au niveau agrégé.

met une caractérisation complète de la dynamique dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. En d'autres termes, nous pouvons montrer, en utilisant cette méthode, sous quelles conditions des fluctuations endogènes locales stochastiques et déterministes peuvent émerger. Nous considérons d'abord le cas où les externalités sont nulles et les rendements constants. Conformément au résultat obtenu par Reichlin (1986), des fluctuations endogènes peuvent émerger, uniquement si le capital et le travail sont suffisamment complémentaires. En effet, si l'élasticité de substitution capital-travail est supérieure à la part du capital dans le revenu, l'équilibre est localement déterminé. Par contre, dans le cas contraire, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et une bifurcation Hopf peut émerger. Ce résultat, critiqué pour son caractère contraignant et son manque de validité empirique, nous amène à considérer le cas où les rendements sont croissants. Dans cette situation, l'équilibre peut être localement indéterminé et une bifurcation Hopf peut émerger pour des valeurs plus importantes de l'élasticité de substitution capital-travail. Des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent donc apparaître lorsque le capital et le travail sont substituables.

Si l'existence d'externalités dans la production permet aux rendements d'être croissants lorsque la concurrence est parfaite, on peut introduire des rendements croissants également en supposant que la concurrence est imparfaite sur le marché du bien final. En effet, la concurrence imparfaite est compatible avec une technologie à rendements croissants internes. Nous supposons que les firmes se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée et que les rendements croissants sont dus à la décroissance du coût marginal. Cette spécification du secteur de la production est caractérisée par un nombre de firmes et un taux de marge constants à l'équilibre.³ En suivant l'analyse proposée par Cazzavillan,

3. Cette modélisation du secteur de la production a été utilisée dans plusieurs articles. Voir, par exemple, Aloi, Dixon, and Lloyd-Braga (2000), Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995) et Lloyd-Braga (2000). On peut également consulter la sous-section 7.2 du

Lloyd-Braga, and Pintus (1998), nous montrons que le modèle de concurrence imparfaite est analogue au modèle avec externalités et permet, par conséquent, d'aboutir aux mêmes résultats en ce qui concerne l'analyse de l'équilibre stationnaire et celle de la dynamique locale. Les résultats ne sont donc pas tributaires de la manière dont les rendements croissants sont introduits dans le modèle.⁴

L'existence de fluctuations endogènes compatibles avec une substituabilité entre le capital et le travail requiert cependant des rendements croissants assez élevés. Or, si des premières estimations fournissaient un support empirique à des rendements croissants importants (Caballero and Lyons (1992)), des estimations plus récentes montrent que si les rendements sont croissants, ils le sont faiblement (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald (1997), Burnside (1996)).

Nous proposons finalement quelques extensions possibles du modèle que nous présentons dans ce chapitre. Nous discutons en particulier des travaux, encore peu nombreux, s'intéressant à l'influence de la structure du marché du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes.

La suite de ce chapitre s'organise de la façon suivante. La section 2 est consacrée à la présentation du modèle à générations imbriquées dans lequel les rendements croissants sont dus à l'existence d'externalités. L'équilibre stationnaire est analysé dans la section 3. Après avoir présenté la méthode géométrique de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), nous étudions, dans la section 4, la dynamique locale et l'émergence de fluctuations endogènes. Nous considérons d'abord la situation où les rendements sont constants, puis celle où les rendements sont croissants. La section 5 est consacrée à l'étude du modèle de concurrence impar-

chapitre 1 qui traite le cas où il y a un seul facteur de production et le chapitre 3.

4. Benhabib and Farmer (1994) et Farmer and Guo (1994) montrent, quant à eux, l'équivalence entre un modèle avec externalités et un modèle de concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977). Notons par ailleurs que, contrairement à l'analyse présentée dans ce chapitre, d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (2000) proposent un modèle qui permet d'identifier les effets liés aux rendements croissants internes et externes.

faite. Nous y montrons son équivalence avec le modèle avec externalités. Nous discutons des résultats et des extensions possibles dans la section 6, avant de conclure dans la section 7.

2.2 Le Modèle

Dans cette section, nous présentons le modèle. Nous commençons par décrire le comportement microéconomique des consommateurs, puis celui des producteurs. Nous concluons finalement cette section en définissant l'équilibre intertemporel.

2.2.1 Les Consommateurs

Nous considérons un modèle à générations imbriquées dans lequel les anticipations sont parfaites et le temps est discret, $t = 1, 2, \dots + \infty$. La population est constante et la taille de chaque génération normalisée à 1, par souci de simplification. A chaque période, une génération de consommateurs naît et vit deux périodes. Par conséquent, à chaque période, une génération de jeunes consommateurs coexiste avec une génération de vieux consommateurs. A la première période de sa vie, le jeune consommateur offre du travail $l_t \in (0, l^*)$ et est rémunéré au taux de salaire concurrentiel. Son revenu est uniquement salarial et le travail est choisi comme numéraire. Il utilise le capital pour transférer son revenu à la deuxième période de sa vie. Quand il est vieux, il loue le capital aux producteurs au facteur d'intérêt nominal concurrentiel r_t et consomme le bien final produit par les firmes. Le capital est l'unique actif et il se déprécie totalement au cours d'une période. En outre, à la première période, une génération de vieux vit une seule période et le stock initial de capital constitue sa dotation.

Un jeune consommateur doit résoudre le programme suivant :

$$\max U\left(\frac{c_{t+1}}{B}\right) - V(l_t) \quad (2.1)$$

s.c.

$$p_t k_t = l_t$$

$$p_{t+1} c_{t+1} = r_{t+1} k_t$$

où $B > 0$ est un paramètre, $c_{t+1} \geq 0$ la consommation future, $0 \leq l_t \leq l^*$ l'offre de travail, p_t le prix du bien final et k_t le montant de l'épargne en capital.⁵ Nous considérons que le loisir et la consommation future sont des substituts bruts et nous supposons que les fonctions d'utilité sont caractérisées de la manière suivante :

Hypothèse 6 *Les fonctions d'utilité $U(c)$ et $V(l)$ sont continues pour $c \geq 0$ et $l^* \geq l \geq 0$, et admettent des dérivées de tout ordre requis pour $c > 0$ et $l^* > l > 0$. La désutilité marginale du travail est positive ($V'(l) > 0$) et croissante ($V''(l) > 0$). De plus, $\lim_{l \rightarrow l^*} V'(l) = +\infty$. L'utilité marginale de la consommation est positive ($U'(c) > 0$) et décroissante ($U''(c) < 0$). En outre, la consommation et le loisir sont des substituts bruts : $-\frac{cU''(c)}{U'(c)} < 1$.*

Nous pouvons maintenant déduire les conditions du premier ordre du programme du consommateur (2.1). Elles nous fournissent l'offre de travail optimale $l_t > 0$ et la consommation future $c_{t+1} > 0$:

$$u\left(\frac{c_{t+1}}{B}\right) = v(l_t) \quad (2.2)$$

$$c_{t+1} = \rho_{t+1} \frac{1}{p_t} l_t \quad (2.3)$$

où $u(c) \equiv cU'(c)$, $v(l) \equiv lV'(l)$ et $\rho_{t+1} \equiv \frac{r_{t+1}}{p_{t+1}}$ est le facteur d'intérêt réel. D'après l'hypothèse 6, u et v sont deux fonctions croissantes et il existe une fonction

5. Evidemment, le prix futur p_{t+1} est parfaitement anticipé.

$\gamma \equiv u^{-1} \circ v$. Nous appelons cette fonction $\frac{c_{t+1}}{B} = \gamma(l_t)$ la fonction d'offre. Comme le loisir et la consommation sont des substituts bruts, son élasticité est strictement supérieure à 1,

$$\varepsilon_\gamma(l) = \frac{1 + \frac{V''(l)}{V'(l)}}{1 + \frac{cU''(c)}{U'(c)}} > 1 \quad (2.4)$$

Cela signifie également que l'offre de travail est une fonction croissante du salaire réel. En effet, la fonction d'offre peut s'écrire $\frac{1}{B} \rho_{t+1} \frac{1}{p_t} l_t = \gamma(l_t)$. L'élasticité de l'offre de travail est donc égale à $\frac{1}{\varepsilon_\gamma(l) - 1} > 0$.

2.2.2 Les Firmes

A chaque période, un continu de firmes, de masse unitaire, produit le bien final. Chaque firme a une technologie à rendements d'échelle constants et utilise deux facteurs de production, le travail l_t et le capital k_{t-1} . Les marchés sont tous parfaitement concurrentiels. Cependant, des rendements d'échelle croissants au niveau social sont possibles, parce que des externalités positives affectent la production. La fonction de production de la firme s'écrit :

$$A(\bar{k}_{t-1}, \bar{l}_t) F(k_{t-1}, l_t) = A(\bar{k}_{t-1}, \bar{l}_t) l_t f(a_t) \quad (2.5)$$

où $f(a_t)$ est la forme intensive de la fonction de production et $a_t \equiv \frac{k_{t-1}}{l_t}$ le rapport entre le capital et le travail. Les externalités dans la production sont représentées par la fonction $A(\bar{k}_{t-1}, \bar{l}_t)$ croissante dans ses deux arguments, c'est-à-dire avec le stock moyen de capital \bar{k}_{t-1} et avec le travail moyen \bar{l}_t . Evidemment, dans le cas où cette fonction est constante, les rendements sont constants au niveau social. Nous faisons par ailleurs les hypothèses suivantes :

Hypothèse 7 La fonction de production intensive $f(a)$ est continue pour $a \geq 0$, C^r pour $a > 0$ et r suffisamment grand, croissante ($f'(a) > 0$) et concave ($f''(a) < 0$).

La fonction $A(\bar{k}, \bar{l})$ est continue sur \mathbb{R}_+^2 , C^r sur \mathbb{R}_{++}^2 avec r suffisamment grand, homogène de degré v et peut s'écrire de la façon suivante : $A(\bar{k}, \bar{l}) \equiv A l^v \psi(a)$, avec $A > 0$. En outre, $A(\bar{k}, \bar{l})$ est croissante en \bar{k} et \bar{l} , et telle que $\varepsilon_\psi(a) > 0$ est la contribution du capital aux externalités et $v - \varepsilon_\psi(a) > 0$ celle du travail. Nous notons $\varepsilon_\psi(a) \equiv \frac{a\psi'(a)}{\psi(a)}$.

La présence de ces externalités se justifie par l'existence d'apprentissage, de diffusion de la connaissance.⁶ Certains auteurs justifient aussi les externalités de la façon suivante : plus l'emploi et l'activité sont élevés, plus la probabilité que des partenaires économiques se rencontrent est importante, ce qui baisse les coûts de recherche et augmente la productivité.⁷

Chaque firme maximise son profit en considérant comme donné le niveau moyen de capital \bar{k} et celui de travail \bar{l} . Comme tous les marchés sont parfaitement concurrentiels, elle considère également les prix comme donnés. Par conséquent, les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$\frac{1}{p_t} = A(\bar{k}_{t-1}, \bar{l}_t) \Omega(a_t) \quad (2.6)$$

$$\rho_t = A(\bar{k}_{t-1}, \bar{l}_t) R(a_t) \quad (2.7)$$

6. De telles externalités ont été fréquemment introduites dans des modèles macroéconomiques. Voir notamment Benhabib and Farmer (1994), Farmer and Guo (1994) et Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998).

7. Une telle explication a été proposée par Diamond (1982), Diamond and Fudenberg (1989), Howitt and McAfee (1988) et Howitt and McAfee (1992).

2.2.3 L'Equilibre Intertemporel

Nous pouvons maintenant définir l'équilibre intertemporel de l'économie. Comme toutes les firmes sont identiques, $\bar{k}_{t-1} = k_{t-1}$ et $\bar{l}_t = l_t$. Alors, l'hypothèse 7 nous permet de réécrire les expressions (2.6) et (2.7) de la façon suivante :

$$\frac{1}{p_t} = Al_t^v \psi(a_t) \Omega(a_t) \quad (2.8)$$

$$\rho_t = Al_t^v \psi(a_t) R(a_t) \quad (2.9)$$

Par ailleurs, en utilisant les équations (2.1), (2.2) et (2.3), nous obtenons :

$$\frac{1}{B} \rho_{t+1} \frac{1}{p_t} l_t = \gamma(l_t) \quad (2.10)$$

$$k_t = \frac{1}{p_t} l_t \quad (2.11)$$

Cette dernière relation signifie qu'à chaque période, le capital est prédéterminé par l'épargne des jeunes travailleurs de la période précédente. L'équilibre intertemporel se définit en substituant (2.8) et (2.9) dans (2.10) et (2.11).

Définition 10 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(k_{t-1}, a_t) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t :*

$$\frac{1}{B} A^2 \left(\frac{k_t}{a_{t+1}} \right)^v \psi(a_{t+1}) R(a_{t+1}) \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right)^{1+v} \psi(a_t) \Omega(a_t) = \gamma \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right) \quad (2.12)$$

$$k_t = A \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right)^{1+v} \psi(a_t) \Omega(a_t) \quad (2.13)$$

Ces deux expressions définissent les équilibres sur les marchés du travail et du capital. Si ces deux égalités sont satisfaites, le marché du bien final est également

équilibré, par la loi de Walras. D'autre part, les équations (2.12) et (2.13) forment un système dynamique à deux dimensions, avec une variable prédéterminée, le capital, et déterminent complètement la dynamique du modèle.

2.3 Analyse de l'Equilibre Stationnaire

Dans cette section, nous analysons les équilibres stationnaires du système dynamique (2.12)-(2.13) en suivant la méthode utilisée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998).⁸ Nous commençons par établir l'existence d'un équilibre stationnaire en choisissant de manière appropriée les paramètres A et B . Ensuite, les conditions de l'unicité ou de la multiplicité des équilibres stationnaires sont analysées. Nous concluons cette section en montrant que lorsqu'il y a plusieurs équilibres stationnaires, ils sont Pareto-ordonnés si l'élasticité de substitution capital-travail est suffisamment élevée.

2.3.1 Existence

Nous allons tout d'abord définir un équilibre stationnaire. Un équilibre stationnaire est une solution $(k_{t-1}, a_t) = (k, a)$, pour tout t , du système (2.12)-(2.13) telle que :

$$\frac{1}{B}A^2 \left(\frac{k}{a}\right)^{1+2v} \psi(a)^2 R(a)\Omega(a) = \gamma \left(\frac{k}{a}\right) \quad (2.14)$$

$$k = A \left(\frac{k}{a}\right)^{1+v} \psi(a)\Omega(a) \quad (2.15)$$

L'existence d'un équilibre stationnaire est obtenue en choisissant de manière appropriée les paramètres $A > 0$ et $B > 0$ de façon à normaliser les valeurs

8. Cette méthode a également été utilisée par Aloi, Dixon, and Lloyd-Braga (2000), Coimbra (1999) et Coimbra, Lloyd-Braga, and Modesto (2000).

stationnaires du capital k et du rapport entre le capital et le travail a . Plus précisément, l'existence de l'équilibre stationnaire $(k,a) = (1,1)$ est assurée en choisissant A et B tels que :

$$A = \frac{1}{\psi(1)\Omega(1)} \quad (2.16)$$

$$B = \frac{A^2\psi(1)^2R(1)\Omega(1)}{\gamma(1)} = \frac{R(1)}{\Omega(1)\gamma(1)} \quad (2.17)$$

Les équations (2.16) et (2.17) déterminent de manière unique les paramètres $A > 0$ et $B > 0$. Par conséquent, si ces deux équations sont satisfaites, l'équilibre stationnaire $(k,a) = (1,1)$ existe.

Proposition 6 *Soient $A > 0$ et $B > 0$ les solutions des équations (2.16) et (2.17). Alors $(k,a) = (1,1)$ est une solution stationnaire du système dynamique (2.12)-(2.13).*

Avant d'étudier les conditions requises pour l'unicité ou la multiplicité des équilibres stationnaires, nous déterminons quelques relations que nous utilisons dans la suite de ce chapitre. Nous définissons la part du capital dans le revenu comme étant $s(a) \equiv \frac{f'(a)a}{f(a)} \in (0,1)$. D'autre part, nous notons $\varepsilon_\Omega(a) \equiv \frac{\Omega'(a)a}{\Omega(a)}$ et $\varepsilon_R(a) \equiv \frac{R'(a)a}{R(a)}$. Ces deux élasticités n'ont pas une interprétation aisée. C'est pourquoi nous allons les exprimer en fonction de la part du capital dans le revenu $s(a)$ et de l'élasticité de substitution capital-travail $\sigma(a)$, qui est définie par :

$$\frac{1}{\sigma(a)} = \frac{d\text{Log}(\Omega(a)/R(a))}{d\text{Log}a} = \varepsilon_\Omega(a) - \varepsilon_R(a) \quad (2.18)$$

De l'égalité $f(a) = aR(a) + \Omega(a)$, nous déduisons que $\Omega'(a) = -aR'(a)$. En utilisant ce dernier résultat, nous obtenons :

$$\varepsilon_{\Omega}(a) = \frac{s(a)}{\sigma(a)} \text{ et } \varepsilon_R(a) = -\frac{1-s(a)}{\sigma(a)} \quad (2.19)$$

2.3.2 Unicité ou Multiplicité

Dans cette sous-section, nous étudions les conditions sous lesquelles il y a unicité de l'équilibre stationnaire, puis multiplicité d'équilibres stationnaires. Pour cela, nous analysons le nombre de solutions du système à deux dimensions (2.14)-(2.15). C'est équivalent à analyser le nombre de solutions d'une unique équation. En effet, les équations (2.14) et (2.15) peuvent s'écrire :

$$\frac{1}{B}A^2\psi(a)^2R(a)\Omega(a) = \gamma(l)l^{-1-2v} \quad (2.20)$$

$$l^v = \frac{1}{A} \frac{a}{\psi(a)\Omega(a)} \quad (2.21)$$

où $l = \frac{k}{a}$ représente le travail. Par conséquent, étudier le nombre de solutions du système (2.14)-(2.15) revient à étudier l'équation suivante, obtenue en substituant (2.21) dans (2.20) :

$$G(a) \equiv \frac{\frac{1}{B}A^2\psi(a)^2R(a)\Omega(a)}{\gamma \left[\left(\frac{1}{A} \frac{a}{\psi(a)\Omega(a)} \right)^{\frac{1}{v}} \right] \left[\frac{1}{A} \frac{a}{\psi(a)\Omega(a)} \right]^{\frac{-1-2v}{v}}} = 1 \quad (2.22)$$

où $G(a)$ est une fonction continue et positive pour tout $a > 0$. Si $G(a)$ est monotone ($G'(a) > 0$ ou $G'(a) < 0$), il existe au plus un équilibre stationnaire, celui défini dans la proposition 1. Par contre, si $G'(a)$ change de signe une seule fois, il existe au plus deux équilibres stationnaires.⁹ Si $G(a)$ est constante, alors, d'après la proposition 1, $G(a) = G(1) = 1$ pour tout a , et il existe un continu d'équilibres stationnaires.

⁹ Lorsque nous établissons les conditions sous lesquelles il y a multiplicité d'équilibres stationnaires, nous nous limitons aux cas où il y a deux équilibres stationnaires.

Pour étudier la monotonie de la fonction $G(a)$, nous différencions $G(a)$:

$$H(a) \equiv \frac{G'(a)a}{G(a)} = 2\varepsilon_\psi(a) + \varepsilon_R(a) + \varepsilon_\Omega(a) + \frac{1}{v}(\varepsilon_\gamma(l) - 1 - 2v)(\varepsilon_\psi(a) + \varepsilon_\Omega(a) - 1) \quad (2.23)$$

En utilisant les relations (2.19), nous obtenons :

$$H(a) \equiv \frac{G'(a)a}{G(a)} = \frac{(\varepsilon_\gamma(l) - 1)(\sigma(a)(\varepsilon_\psi(a) - 1) + s(a)) + v(2\sigma(a) - 1)}{v\sigma(a)} \quad (2.24)$$

Comme $a > 0$ et $G(a) > 0$, l'étude du signe de $G'(a)$ est équivalente à celle du signe de $H(a)$. Il existe donc un unique équilibre stationnaire si $H(a) > 0$ ou si $H(a) < 0$, pour tout a . Nous en déduisons les résultats suivants :

Proposition 7 *Sous les hypothèses de la proposition 6, il y a un unique équilibre stationnaire, $(k,a) = (1,1)$, si une des conditions suivantes est satisfaite :*

- (i) $(\varepsilon_\gamma(l) - 1)(\sigma(a)(\varepsilon_\psi(a) - 1) + s(a)) > v(1 - 2\sigma(a))$, pour tout $a > 0$;
- (ii) $(\varepsilon_\gamma(l) - 1)(\sigma(a)(\varepsilon_\psi(a) - 1) + s(a)) < v(1 - 2\sigma(a))$, pour tout $a > 0$.

Dans le cas particulier où ε_γ , ε_ψ , s et σ sont des constantes, une des conditions (i) ou (ii) est satisfaite, sauf lorsque $(\varepsilon_\gamma - 1)(\sigma(\varepsilon_\psi - 1) + s) = v(1 - 2\sigma)$. Alors, sous les hypothèses de la proposition 6, il existe un continu d'équilibres stationnaires.

Cette proposition montre sous quelles conditions l'équilibre stationnaire est unique. Nous remarquons notamment que lorsque les rendements sont constants ($v = \varepsilon_\psi(a) = 0$), il existe un unique équilibre stationnaire si le travail et le capital sont fortement complémentaires, c'est-à-dire si $\sigma(a) < s(a)$ ou au contraire si l'élasticité de substitution capital-travail est supérieure à la part du capital dans le revenu.

Pour étudier l'existence d'équilibres stationnaires multiples, nous analysons les cas où les conditions établies dans la proposition 7 ne sont pas satisfaites.

Nous restreignons notre analyse aux cas où $H(a)$ change de signe une seule fois. En effet, nous étudions uniquement les configurations dans lesquelles il y a au plus deux équilibres stationnaires.

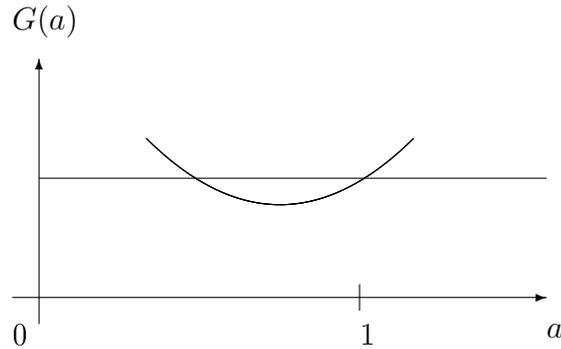


FIG. 2.1 – Proposition 8, cas (i)

Proposition 8 *Sous les hypothèses de la proposition 6, il y a au plus deux équilibres stationnaires si une des deux conditions suivantes est satisfaite :*

(i) $\varepsilon_\psi(a) - 1 + \frac{s(a)}{\sigma(a)}$ et $\sigma(a)$ sont croissantes en a et $\varepsilon_\gamma(l)$ est non-décroissante en l ;

(ii) $\varepsilon_\psi(a) - 1 + \frac{s(a)}{\sigma(a)}$ et $\sigma(a)$ sont décroissantes en a et $\varepsilon_\gamma(l)$ est non-croissante en l .

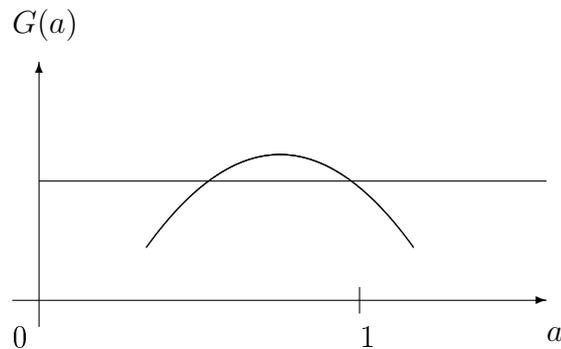


FIG. 2.2 – Proposition 8, cas (ii)

Sous ces conditions, $H(a)$ change de signe au plus une fois. Dans le cas (i), $H(a)$ est une fonction croissante. Si $H(0) < 0$ et $\lim_{a \rightarrow +\infty} H(a) > 0$, alors $H(a)$ prend la valeur 0 exactement une fois et la fonction $G(a)$ est convexe et possède un minimum global (figure 2.1). Dans le cas (ii), la fonction $H(a)$ est décroissante. Si $H(0) > 0$ et $\lim_{a \rightarrow +\infty} H(a) < 0$, alors $H(a)$ prend la valeur 0 une seule fois et $G(a)$ est concave et possède un maximum global (figure 2.2).

Sous les hypothèses de la proposition 6, supposons que $H(a)$ ne s'annule pas en $a = 1$. Dans les cas (i) et (ii) de la proposition 8, il existe deux équilibres stationnaires lorsque les bonnes conditions au bord sont satisfaites, c'est-à-dire lorsque $G(a) - 1$ a le même signe si a est dans le voisinage de 0 et si a tend vers $+\infty$ (voir figure 2.1 et figure 2.2).

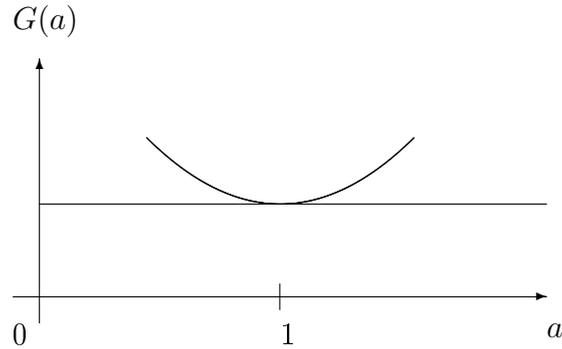


FIG. 2.3 – Cas Non Générique $H(1) = 0$

Il existe également le cas non générique où $H(1) = 0$ (la dérivée de $G(a)$ s'annule au point $a = 1$, voir figure 2.3). Cependant, si on fixe la technologie, c'est-à-dire $\varepsilon_\psi(1)$, $\sigma(1)$ et $s(1)$, et on augmente faiblement $\varepsilon_\gamma(1)$, $H(1)$ augmente et un deuxième équilibre stationnaire apparaît à gauche et dans le voisinage de $a = 1$ (voir figure 2.1). Evidemment, un deuxième équilibre stationnaire apparaît à droite et dans le voisinage de $a = 1$ de manière symétrique si on diminue légèrement $\varepsilon_\gamma(1)$. Lorsque nous étudierons la dynamique locale, nous verrons que

ce que nous venons de décrire peut être interprété comme étant une bifurcation transcritique, c'est-à-dire un échange de stabilité entre deux équilibres stationnaires.

2.3.3 Equilibres Pareto-ordonnés

Une question se pose lorsqu'il y a une multiplicité d'équilibres stationnaires : sont-ils ordonnés au sens de Pareto ? Considérons le cas où il existe deux équilibres stationnaires. Soient (k_1, a_1) et (k_2, a_2) ces deux équilibres stationnaires et supposons, sans perte de généralités, que $a_1 > a_2$. Nous montrons dans la proposition suivante que (k_1, a_1) domine au sens de Pareto (k_2, a_2) si l'élasticité de substitution capital-travail est suffisamment élevée.

Proposition 9 *Sous les hypothèses de la proposition 8, soient (k_1, a_1) et $(k_2, a_2) \in \mathbb{R}_{++}^2$ deux équilibres stationnaires et supposons que $\sigma(a)(1 - \varepsilon_\psi(a)) > s(a)$. Alors, $a_1 > a_2$ signifie que $k_1 > k_2$ et (k_1, a_1) Pareto-domine (k_2, a_2) .*

Preuve. En différenciant l'équation (2.21), nous obtenons que :

$$\frac{dl/l}{da/a} = \frac{1}{v} \left(1 - \varepsilon_\psi(a) - \frac{s(a)}{\sigma(a)} \right) > 0 \text{ car } \sigma(a)(1 - \varepsilon_\psi(a)) > s(a) \quad (2.25)$$

Comme $a_1 > a_2$, nous en déduisons que $l_1 > l_2$ et donc que $k_1 > k_2$. L'utilité augmente le long de la courbe d'offre. La fonction d'utilité des consommateurs étant strictement quasi-concave et la pente de la fonction d'offre étant strictement croissante ($\varepsilon_\gamma(l) > 1$), c_1 est strictement supérieure à c_2 , où c_i est la consommation à l'état stationnaire (k_i, a_i) , $i = 1, 2$. Par conséquent, les consommateurs préfèrent strictement (k_1, a_1) à (k_2, a_2) parce que $l_1 > l_2$. ■

Cette proposition montre que, malgré les anticipations parfaites des agents, l'économie peut être dans une situation où il y a un défaut de coordination.¹⁰ Bien que les équilibres stationnaires soient Pareto-ordonnés, personne ne sait, a priori, vers quel équilibre les agents vont se coordonner.

2.4 Dynamique Locale

Cette section est consacrée à l'étude du comportement dynamique du modèle. Contrairement au chapitre 1, la dynamique de l'économie est maintenant générée par un système dynamique à deux dimensions. Nous allons uniquement étudier la dynamique locale, dans le voisinage d'un équilibre stationnaire. En effet, dans cette thèse, nous ne nous intéresserons pas à la dynamique globale et aux trajectoires complexes qui peuvent être générées par des systèmes dynamiques à deux dimensions.¹¹ Chaque fois que nous serons amenés à analyser un système de dimension deux, nous limiterons notre étude dynamique au voisinage d'un équilibre stationnaire.

Nous allons étudier la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales. Pour mener une telle analyse, nous allons utiliser une méthode géométrique, développée par Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998),¹² qui s'applique aux systèmes dynamiques non-linéaires discrets à deux dimensions. Cette méthode va être exposée dans la première partie de cette section. Ensuite, elle va être appliquée au modèle développé dans ce chapitre et va nous permettre

10. Pour plus de détails à propos des situations de défaut de coordination, voir Benassi, Chirco, and Colombo (1994) chapitre 9 et Cooper and John (1988). On peut également consulter Ball and Romer (1991), Chatterjee and Cooper (1989), Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993), d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), Gali (1994b), Heller (1986), Manning (1990) et Pagano (1990) qui associent défaut de coordination et concurrence imparfaite.

11. Pour des références concernant la dynamique globale et l'existence de trajectoires complexes, on peut se référer à la section 6 de ce chapitre.

12. Voir également Azariadis (1993).

d'analyser le rôle de l'élasticité de substitution capital-travail $\sigma(a)$ et des rendements d'échelle sur l'émergence de fluctuations endogènes. Nous allons montrer que :

1. lorsqu'il n'y a pas d'externalité dans la production ($\varepsilon_\psi(a) = v = 0$), les rendements d'échelle sont constants et des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques peuvent émerger uniquement si le capital et le travail sont suffisamment complémentaires, plus précisément si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans le revenu (Reichlin (1986)) ;
2. lorsque les externalités dans la production sont positives ($\varepsilon_\psi(a) > 0$ et/ou $v - \varepsilon_\psi(a) > 0$), les rendements sont croissants et des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques peuvent émerger pour des valeurs plus importantes de l'élasticité de substitution capital-travail (Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995)).

Pour obtenir ces résultats et appliquer la méthode géométrique de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), nous allons commencer par linéariser le système dynamique (2.12)-(2.13) dans le voisinage de l'équilibre stationnaire défini dans la proposition 6. En effet, d'après le théorème d'Hartman-Grobman,¹³ le système dynamique linéarisé a les mêmes propriétés dynamiques qualitatives que le système dynamique (2.12)-(2.13) si la matrice Jacobienne est inversible et ses valeurs propres ont un module différent de 1.

Soient ε_R , ε_Ω et ε_ψ les élasticités des fonctions $R(a)$, $\Omega(a)$ et $\psi(a)$ évaluées à l'équilibre stationnaire $(k,a) = (1,1)$ défini dans la proposition 6. Le système dynamique linéarisé est déterminé par :

13. Voir Grandmont (1988) ou Guckenheimer and Holmes (1983).

$$\frac{da_{t+1}}{a} = \frac{\varepsilon_\gamma - (1+v)(1+v-\varepsilon_\psi-\varepsilon_\Omega)}{v-\varepsilon_\psi-\varepsilon_R} \frac{da_t}{a} + \frac{(1+v)^2 - \varepsilon_\gamma}{v-\varepsilon_\psi-\varepsilon_R} \frac{dk_{t-1}}{k} \quad (2.26)$$

$$\frac{dk_t}{k} = (\varepsilon_\psi + \varepsilon_\Omega - 1 - v) \frac{da_t}{a} + (1+v) \frac{dk_{t-1}}{k} \quad (2.27)$$

Le polynôme caractéristique associé s'écrit $Q(z) \equiv z^2 - Tz + D = 0$, où la trace $T = z_1 + z_2$ et le déterminant $D = z_1 z_2$ sont respectivement la somme et le produit des valeurs propres de la matrice Jacobienne et sont donnés par :

$$T = \frac{\varepsilon_\gamma - 1}{v - \varepsilon_\psi - \varepsilon_R} + T_1, \text{ avec } T_1 = -\frac{v + (1+v)(\varepsilon_R - \varepsilon_\Omega)}{v - \varepsilon_\psi - \varepsilon_R} \quad (2.28)$$

$$D = \varepsilon_\gamma D_1, \text{ avec } D_1 = \frac{\varepsilon_\psi + \varepsilon_\Omega}{v - \varepsilon_\psi - \varepsilon_R} \quad (2.29)$$

L'étude de la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et de l'émergence de bifurcations locales peut se réduire à celle des expressions (2.28) et (2.29) de la trace T et du déterminant D .

2.4.1 La Méthode Géométrique

Le polynôme caractéristique associé au système linéarisé (2.26)-(2.27) s'écrit $Q(z) = z^2 - Tz + D = 0$. La méthode géométrique consiste à évaluer si les valeurs propres ont un module supérieur ou inférieur à 1. Considérons le plan (T, D) (voir figure 2.4). Si une valeur propre est égale à 1, $Q(1) = 1 - T + D = 0$ et (T, D) se trouve sur la droite (AC) . Si une valeur propre est égale à -1 , $Q(-1) = 1 + T + D = 0$ et (T, D) se trouve sur la droite (AB) . Si $T^2 - 4D > 0$, les deux valeurs propres sont réelles. Par contre, si $T^2 - 4D < 0$ (au-dessus de la courbe (BOC)), les deux valeurs propres sont complexes et conjuguées. Dans ce cas, si $D = 1$, (T, D) se trouve sur le segment ouvert $]BC[$. Au-dessus de

ce segment, le module des deux valeurs propres est supérieur à 1 tandis qu'ens dessous, leur module est inférieur à 1.

Nous en déduisons que lorsque (T, D) se situe à l'intérieur du triangle (ABC) , l'équilibre stationnaire est localement stable. L'équilibre stationnaire est un point-selle quand (T, D) appartient aux régions définies par $1 - T + D < 0$ et $1 + T + D > 0$ ou par $1 - T + D > 0$ et $1 + T + D < 0$. Dans tous les autres cas, l'équilibre stationnaire est instable.

Lorsque l'équilibre stationnaire est localement stable, il est localement indéterminé car une variable est prédéterminée : à chaque période, le capital est prédéterminé par l'épargne des jeunes de la période précédente. Pour un stock de capital donné suffisamment proche de l'état stationnaire, il existe une infinité d'équilibres intertemporels déterministes qui restent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. Lorsque l'équilibre est un point-selle ou est instable, il est localement déterminé. Dans le cas du point-selle, pour un stock de capital donné, un équilibre intertemporel unique existe, qui correspond à la variété stable et qui converge vers l'état stationnaire. Lorsque l'équilibre stationnaire est instable, seul l'état stationnaire lui-même reste dans son voisinage.

Cette méthode permet également d'étudier l'émergence de bifurcations locales, c'est-à-dire le changement de stabilité de l'état stationnaire lorsqu'on fait varier de manière continue la valeur d'un paramètre, appelé paramètre de bifurcation.¹⁴ Quand on fait varier le paramètre de bifurcation, si (T, D) traverse la droite (AC) , une valeur propre prend la valeur 1. Sous l'hypothèse que deux équilibres stationnaires existent, une bifurcation transcritique apparaît, c'est-à-dire qu'il y a un échange de stabilité entre deux équilibres stationnaires.¹⁵ Si (T, D) traverse

14. Pour un traitement plus approfondi de la théorie des bifurcations locales, on peut se référer à Devaney (1989), Guckenheimer and Holmes (1983), Grandmont (1988), Hale and Koçak (1991) ou Wiggins (1990).

15. Lorsque (T, D) traverse la droite (AC) entre les points A et C , il y a un échange de stabilité entre un point-selle et un équilibre stationnaire localement stable. Dans les autres cas, il y a un

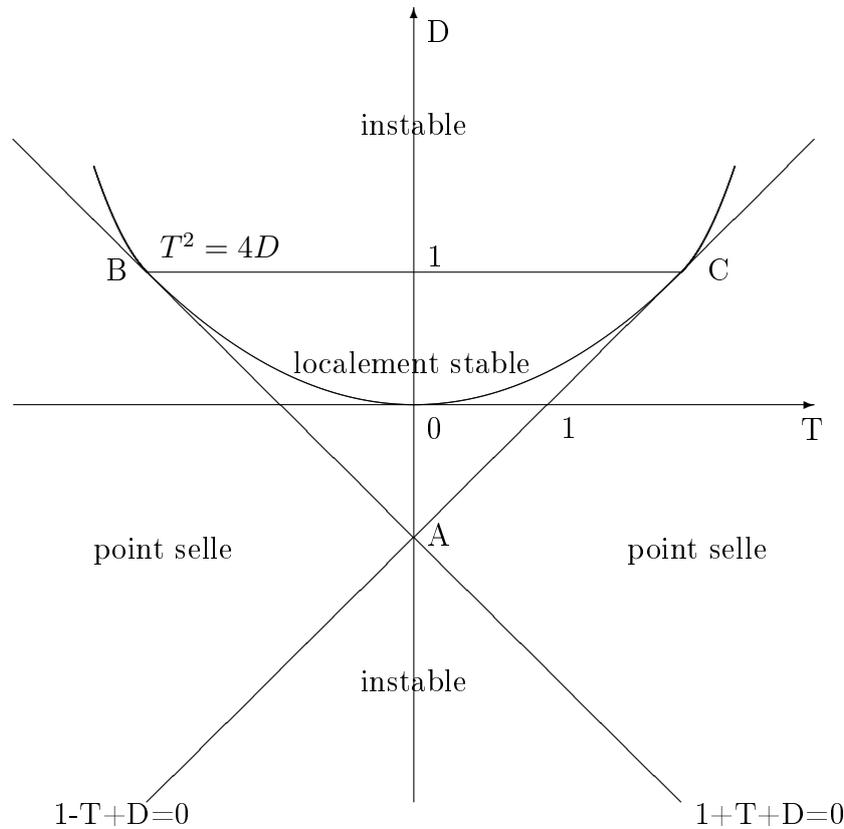


FIG. 2.4 – La Méthode Géométrique

la droite (AB) , une valeur propre prend la valeur -1 . Dans ce cas, une bifurcation flip émerge et un cycle de période 2 apparaît dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. Enfin, si (T, D) traverse le segment ouvert $]BC[$ (défini par $D = 1$ et $-2 < T < 2$), les deux valeurs propres complexes conjuguées ont un module qui prend la valeur 1. Dans ce cas, une bifurcation Hopf émerge. Une courbe fermée invariante apparaît dans le voisinage de l'équilibre stationnaire et il existe des trajectoires périodiques ou quasi-périodiques dans le voisinage de l'équilibre stationnaire.¹⁶

échange de stabilité entre un point-selle et un équilibre stationnaire instable. Par ailleurs, lorsque (T, D) traverse la droite (AC) , d'autres types de bifurcation peuvent apparaître (saddle-node ou pitchfork). Cependant, comme il existe toujours au moins un équilibre stationnaire (proposition 6) et qu'il en existe au plus deux (proposition 8), ces autres bifurcations ne peuvent pas émerger.

16. En temps discret, la bifurcation Hopf est aussi appelée bifurcation Neimark (ou Neimark-

Lorsque l'équilibre stationnaire est localement indéterminé (stable), des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans son voisinage. On peut, en effet, construire des équilibres à taches solaires autour de l'équilibre stationnaire. Des fluctuations endogènes stochastiques émergent également dans le voisinage du cycle s'il est localement stable. Ce cas se présente si une bifurcation flip ou Hopf émerge et si elle est supercritique, c'est-à-dire si le cycle de période deux ou la courbe fermée invariante est localement stable.¹⁷

Nous pouvons conclure cette présentation de la méthode géométrique en soulignant que l'étude de l'émergence de fluctuations endogènes se résume à étudier la trace et le déterminant de la matrice Jacobienne associée au système dynamique. C'est ce que nous nous proposons de faire dans la suite de cette section, en considérant d'abord le cas des rendements constants, puis celui des rendements croissants.

2.4.2 Le Cas des Rendements Constants

Nous allons analyser l'émergence de bifurcations et l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire lorsque les rendements sont constants. Dans ce cas, il n'y a pas d'externalité dans la production : $v = \varepsilon_\psi = 0$. En utilisant les expressions (2.19), le système (2.28)-(2.29) s'écrit de la façon suivante :

$$T = (\varepsilon_\gamma - 1) \frac{\sigma}{1-s} + T_1, \text{ avec, } T_1 = \frac{1}{1-s} \quad (2.30)$$

$$D = \varepsilon_\gamma D_1, \text{ avec, } D_1 = \frac{s}{1-s} \quad (2.31)$$

Sacker). Nous utilisons dans cette thèse la première dénomination, qui est le plus couramment rencontrée. A propos de l'interprétation économique d'une bifurcation Hopf, on peut consulter Kind (1999).

17. Pour plus de détails, consulter Chiappori and Guesnerie (1991), Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) et Guesnerie and Woodford (1992).

où σ et s sont respectivement l'élasticité de substitution capital-travail et la part du capital dans le revenu évaluées à l'équilibre stationnaire défini dans la proposition 6.

Nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 8 $s \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

Cette hypothèse signifie que la part du capital dans le revenu est inférieure à $\frac{1}{2}$ et est conforme aux observations.

Nous choisissons $\varepsilon_\gamma \in (1, +\infty)$ comme paramètre de bifurcation. Nous remarquons que lorsque ε_γ varie, (T, D) décrit une demi-droite Δ d'extrémité (T_1, D_1) (quand ε_γ tend vers 1) et de pente $\frac{s}{\sigma}$. Etudier (T, D) est donc équivalent à étudier (T_1, D_1) et la valeur de la pente $\frac{s}{\sigma}$. Nous remarquons que $1 - T_1 + D_1 = 0$. Par ailleurs, d'après l'hypothèse 8, $D_1 \in (0, 1)$. Cela signifie que l'extrémité de la demi-droite Δ , (T_1, D_1) , se situe sur la droite (AC) entre l'axe des abscisses et le point C . D'autre part, lorsque $\sigma > s$, la pente de la demi-droite Δ est positive et inférieure à 1. L'équilibre stationnaire est donc un point-selle quelle que soit la valeur de ε_γ (voir figure 2.5). Quand $\sigma < s$, la pente de la demi-droite Δ est supérieure à 1. Dans ce cas, pour des valeurs de ε_γ suffisamment proches de 1, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé (localement stable). Lorsque ε_γ augmente, il existe une valeur ε_γ^H telle que la demi-droite Δ coupe le segment $[BC]$ et une bifurcation Hopf émerge. Lorsque ε_γ est supérieur à ε_γ^H , l'équilibre stationnaire est instable.

Ces résultats peuvent être énoncés de la façon suivante :

Proposition 10 *Sous les hypothèses de la proposition 6, supposons qu'un équilibre stationnaire existe. Supposons également que l'hypothèse 8 est satisfaite. Alors,*

(i) *si $\sigma < s$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^H$, une*

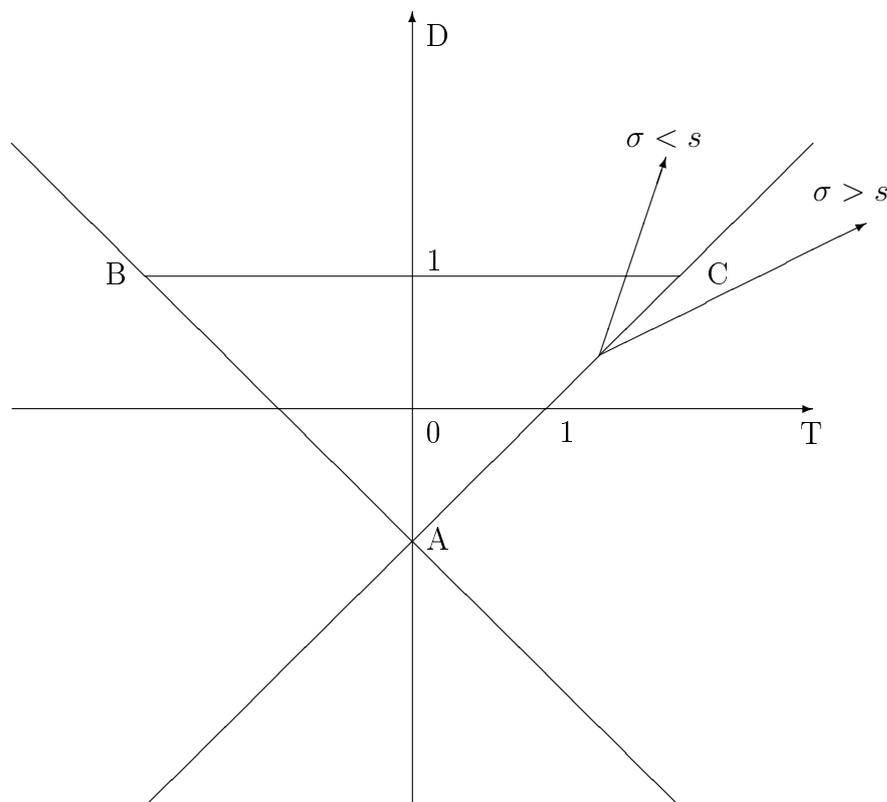


FIG. 2.5 – Le Cas des Rendements Constants

bifurcation Hopf apparaît lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^H$ et l'équilibre est instable lorsque $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_\gamma^H$, où $\varepsilon_\gamma^H = \frac{1-s}{s}$;

(ii) si $\sigma > s$, l'équilibre stationnaire est un point-selle.

La proposition 10 montre que lorsque les rendements d'échelle sont constants, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement lorsque le capital et le travail sont suffisamment complémentaires. En effet, lorsque l'élasticité de substitution capital-travail est supérieure à la part du capital dans le revenu, l'équilibre stationnaire est un point-selle et donc est parfaitement déterminé. Dans ce cas, des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques ne peuvent pas émerger. En revanche, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans le revenu et

si l'offre de travail est suffisamment élastique (ε_γ assez proche de 1). Des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent alors dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. Des cycles endogènes déterministes (bifurcation Hopf) peuvent également émerger si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans le revenu. Dans ce cas, des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de la trajectoire périodique ou quasi-périodique, si celle-ci est localement stable (bifurcation supercritique).

Lorsque la concurrence est parfaite et les rendements constants, des fluctuations endogènes peuvent donc émerger uniquement si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans le revenu, conformément au résultat obtenu par Reichlin (1986).¹⁸ Benhabib and Laroque (1988) étendent l'analyse au cas où les agents épargnent sous forme de capital et sous forme de monnaie.¹⁹ Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) utilisent un modèle encore différent. En s'inspirant du travail de Woodford (1986), ils étudient une économie où il y a deux types d'agents, des travailleurs et des capitalistes, et montrent que des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement pour de faibles valeurs de l'élasticité de substitution capital-travail.

Le résultat de la proposition 10 permet de montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger dans une économie à générations imbriquées parfaitement concurrentielle sans supposer que l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution intertemporelle. Rappelons que comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 1, des cycles endogènes n'apparaissent dans une économie monétaire concurrentielle que si l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution

18. Dans son article, Reichlin (1986) étudie notamment le cas où le capital et le travail sont parfaitement complémentaires. En utilisant une telle spécification, Medio (1992), Medio and Negroni (1996) et de Vilder (1996) montrent l'émergence de dynamiques complexes, alors que Lloyd-Braga (2000) étudie le cas où les rendements sont croissants.

19. Rochon (1998) étudie l'émergence de cycles en introduisant une contrainte de liquidité dans le modèle de Benhabib and Laroque (1988).

intertemporelle et si l'élasticité de l'offre de travail est inférieure à $-\frac{1}{2}$. Une telle condition ne semble pas satisfaisante et rend les cycles endogènes empiriquement irréalistes. En introduisant un deuxième facteur de production, le capital, des cycles endogènes peuvent émerger lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle et lorsque l'offre de travail est croissante. Par ailleurs, ce résultat est obtenu sans introduire un gouvernement ou une dette publique, comme le propose Farmer (1986).

Cependant, des fluctuations endogènes ne peuvent émerger que si le capital et le travail sont fortement complémentaires. Ce résultat a été critiqué à cause de son caractère restrictif et son manque de validité empirique. C'est pourquoi certains auteurs ont introduit des rendements croissants. C'est ce que nous nous proposons de faire dans la sous-section suivante.

2.4.3 Le Cas des Rendements Croissants

Dans cette sous-section, les rendements d'échelle sont croissants, c'est-à-dire que les externalités sont positives ($\varepsilon_\psi > 0$ et $v - \varepsilon_\psi > 0$). En utilisant les expressions (2.19), le système (2.28)-(2.29) peut s'écrire :

$$T = (\varepsilon_\gamma - 1) \frac{\sigma}{\sigma(v - \varepsilon_\psi) + 1 - s} + T_1(\sigma), \text{ avec } T_1(\sigma) = \frac{1 + v - \sigma v}{\sigma(v - \varepsilon_\psi) + 1 - s} \quad (2.32)$$

$$D = \varepsilon_\gamma D_1(\sigma), \text{ avec } D_1(\sigma) = \frac{\sigma \varepsilon_\psi + s}{\sigma(v - \varepsilon_\psi) + 1 - s} \quad (2.33)$$

Nous faisons les hypothèses suivantes sur les paramètres :

Hypothèse 9 $s < \frac{1}{2}$, $1 > v > \varepsilon_\psi > 1 - 2s$ et $1 > \frac{\varepsilon_\psi}{v - \varepsilon_\psi} > \frac{1 - 2\varepsilon_\psi}{1 + v}$

La première hypothèse est identique à l'hypothèse 8 et signifie que la part du capital dans le revenu est inférieure à $\frac{1}{2}$. La seconde hypothèse signifie que le

niveau des rendements croissants $1 + v$ est assez élevé, mais ne peut excéder 2. La troisième hypothèse signifie que la contribution du capital aux externalités est inférieure à celle du travail ($v - \varepsilon_\psi > \varepsilon_\psi$), mais qu'elle est néanmoins suffisamment importante.

Comme dans la sous-section précédente, nous choisissons $\varepsilon_\gamma \in (1, +\infty)$ comme paramètre de bifurcation. Lorsque ε_γ varie, (T, D) décrit une demi-droite Δ d'extrémité $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ (quand ε_γ tend vers 1) et de pente $\varepsilon_\psi + \frac{s}{\sigma} > 0$. Nous allons maintenant analyser la stabilité (l'indétermination) locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales en discutant suivant les valeurs de l'élasticité de substitution capital-travail $\sigma \in (0, +\infty)$.

Nous constatons tout d'abord que la pente de la demi-droite Δ décroît de $+\infty$ à ε_ψ , lorsque l'élasticité de substitution capital-travail σ varie de 0 à $+\infty$. Par ailleurs, elle augmente avec la contribution du capital aux externalités ε_ψ .

D'autre part, $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ varie lorsque $\sigma \in (0, +\infty)$ change de valeur (voir figure 2.6). En effet, lorsque σ augmente de 0 à $+\infty$, $D_1(\sigma)$ varie de $\frac{s}{1-s}$ à $\frac{\varepsilon_\psi}{v - \varepsilon_\psi}$. D'après l'hypothèse 9, $D_1(\sigma) \in (0, 1)$ quel que soit σ . $T_1(\sigma)$ décroît de $\frac{1+v}{1-s} > 1$ lorsque σ tend vers 0 à $-\frac{v}{v - \varepsilon_\psi} < -1$ lorsque σ tend vers $+\infty$. Nous remarquons également que :

$$1 - T_1(0) + D_1(0) = -\frac{v}{1-s} < 0 \quad (2.34)$$

$$1 + T_1(+\infty) + D_1(+\infty) = 0 \quad (2.35)$$

Par conséquent, $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ décrit un segment d'extrémités $(T_1(0), D_1(0)) = \left(\frac{1+v}{1-s}, \frac{s}{1-s}\right)$ et $(T_1(+\infty), D_1(+\infty)) = \left(-\frac{v}{v - \varepsilon_\psi}, \frac{\varepsilon_\psi}{v - \varepsilon_\psi}\right)$.

Lorsque σ tend vers 0, $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à droite de la droite (AC) et la pente de Δ tend vers $+\infty$. Lorsque le paramètre de bifurcation ε_γ varie, la

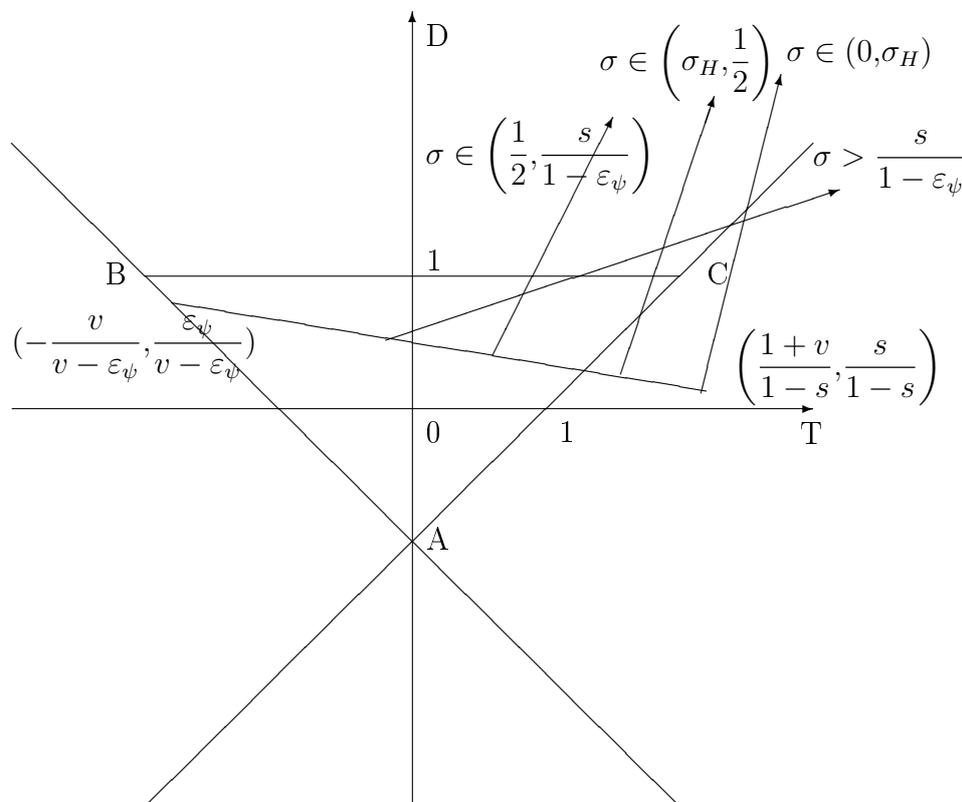


FIG. 2.6 – Le Cas des Rendements Croissants

demi-droite Δ traverse donc la droite (AC) et, sous l'hypothèse qu'il existe deux équilibres stationnaires (proposition 8), une bifurcation transcritique va émerger. Ce cas va se présenter tant que $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à droite de (AC) , c'est-à-dire tant que $\sigma < \frac{1}{2}$. En effet, d'après l'hypothèse 9, $\varepsilon_\psi + 2s > 1$, ce qui signifie que la pente de la demi-droite Δ est supérieure à 1 lorsque $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à droite de (AC) . Lorsque $\sigma \in \left(\frac{1}{2}, \frac{s}{1 - \varepsilon_\psi}\right)$, $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à gauche de la droite (AC) et la pente de la demi-droite Δ est supérieure à 1. Dans ce cas, une bifurcation transcritique ne peut pas émerger car la demi-droite Δ ne traversera jamais (AC) . En revanche, lorsque $\sigma > \frac{s}{1 - \varepsilon_\psi}$, $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à gauche de (AC) et la pente de la demi-droite Δ est inférieure à 1. Alors, la demi-droite Δ traverse (AC) et une bifurcation transcritique émerge.

L'émergence d'une bifurcation Hopf requiert que la demi-droite Δ traverse le segment $[BC]$, c'est-à-dire que $D = 1$ et $-2 < T < 2$. La condition $T > -2$ lorsque $D = 1$ n'est pas contraignante puisque $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve toujours à gauche de la droite (AB) et la pente de la demi-droite Δ est strictement positive. Par conséquent, une bifurcation Hopf émerge si $T < 2$ et $D = 1$. Cette dernière condition est équivalente à :

$$a\sigma^2 + b\sigma + c > 0 \quad (2.36)$$

avec $a = \varepsilon_\psi(1+v) - (1-2\varepsilon_\psi)(v-\varepsilon_\psi)$, $b = \varepsilon_\psi(1-v-2s) + s(3v-2\varepsilon_\psi) - (1-2s)$ et $c = s(1-2s-v)$. D'après l'hypothèse 9, $a > 0$ et $c < 0$. L'inégalité (2.36) est donc satisfaite pour tout $\sigma > \sigma_H$, avec $\sigma_H = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Evidemment, comme la pente de la demi-droite Δ est positive et $(T_1(\sigma), D_1(\sigma))$ se trouve à droite de (AB) quelque soit la valeur de l'élasticité de substitution capital-travail σ , une bifurcation flip ne peut pas émerger dans ce modèle.

Ces différents résultats nous permettent d'énoncer la proposition suivante (voir figure 2.6) :

Proposition 11 *Supposons que l'hypothèse 9 et les hypothèses des propositions 6 et 8 sont satisfaites. Alors,*

- (i) *si $\sigma \in (0, \sigma_H)$, l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^T$, une bifurcation transcritique émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^T$, l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_\gamma^T$;*
- (ii) *si $\sigma \in \left(\sigma_H, \frac{1}{2}\right)$, l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^T$, une bifurcation transcritique émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^T$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\varepsilon_\gamma^T < \varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^H$, l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_\gamma^H$;*

(iii) si $\sigma \in \left(\frac{1}{2}, \frac{s}{1-\varepsilon_\psi}\right)$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^H$ et l'équilibre est instable lorsque $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_\gamma^H$;

(iv) si $\sigma > \frac{s}{1-\varepsilon_\psi}$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^H$, l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\varepsilon_\gamma^H < \varepsilon_\gamma < \varepsilon_\gamma^T$, une bifurcation transcritique émerge lorsque $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma^T$, l'équilibre stationnaire est un point-selle si $\varepsilon_\gamma > \varepsilon_\gamma^T$;

où $\varepsilon_\gamma^H = 1 + \frac{(v - 2\varepsilon_\psi)\sigma + 1 - 2s}{\varepsilon_\psi\sigma + s}$, $\varepsilon_\gamma^T = 1 + \frac{(2\sigma - 1)v}{\sigma(1 - \varepsilon_\psi) - s}$, $\sigma_H = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,
 avec $a = \varepsilon_\psi(1 + v) - (1 - 2\varepsilon_\psi)(v - \varepsilon_\psi)$, $b = \varepsilon_\psi(1 - v - 2s) + s(3v - 2\varepsilon_\psi) - (1 - 2s)$
 et $c = s(1 - 2s - v)$.

La proposition 11 montre sous quelles conditions des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger lorsque les rendements sont croissants. Lorsque $\sigma < \sigma_H$, l'équilibre stationnaire est localement déterminé et seule une bifurcation transcritique peut émerger. Il n'existe donc pas de fluctuations endogènes. En revanche, lorsque $\sigma > \sigma_H$, l'équilibre stationnaire peut être localement stable (indéterminé) si ε_γ est assez faible, c'est-à-dire si l'offre de travail est suffisamment élastique. Dans ce cas, des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. De plus, des trajectoires déterministes périodiques ou quasi-périodiques peuvent apparaître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire à travers l'émergence d'une bifurcation Hopf. Alors, des fluctuations endogènes stochastiques peuvent également apparaître dans le voisinage de la trajectoire périodique ou quasi-périodique si elle est localement stable, c'est-à-dire si la bifurcation est supercritique. Notons que dans les cas (i) et (iv), la bifurcation transcritique se traduit par un échange de stabilité entre un point-selle et un équilibre stationnaire instable, tandis que dans le cas (ii), elle se traduit par un échange de stabilité entre un point-selle et

équilibre stationnaire localement stable.

Par conséquent, lorsque les rendements sont croissants, l'émergence de fluctuations endogènes ne requiert plus une forte complémentarité entre le travail et le capital, comme c'était le cas en présence de rendements constants. Des fluctuations endogènes peuvent émerger pour des valeurs importantes de l'élasticité de substitution capital-travail. Un tel résultat a été obtenu par Lloyd-Braga (1995) dans un modèle à générations imbriquées non monétaire et par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) dans un modèle inspiré de ceux de Woodford (1986) et de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998).

2.5 Rendements Croissants et Concurrence Imparfaite

Dans le modèle que nous venons de présenter, des rendements croissants sont introduits en supposant l'existence d'externalités positives dans la production, chaque producteur produisant le bien final avec une technologie à rendements constants. Les rendements croissants sont externes. Lorsque la concurrence est imparfaite sur le marché du bien final, l'existence de rendements croissants internes à la firme est possible.

Dans cette section, la concurrence est imparfaite. Les firmes ($n \geq 2$) se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final, les marchés des facteurs de production (le travail et le capital) étant parfaitement concurrentiels. La fonction de production est maintenant homogène de degré $e > 1$, ce qui signifie qu'il y a des rendements croissants internes, au niveau de la firme. Par ailleurs, l'entrée et la sortie des firmes se font sans coût et le niveau des profits s'annule. Comme l'élasticité de la demande est constante, le nombre de firmes et le taux de

marge sont constants à l'équilibre et dépendent de l'importance des rendements croissants.²⁰

En nous inspirant de l'analyse de Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), nous montrons que le modèle de concurrence imparfaite est équivalent à celui avec externalités.²¹ Par conséquent, nous obtenons les mêmes résultats en matière d'équilibre stationnaire (unicité, multiplicité, équilibres Pareto-ordonnés) et de dynamique locale (indétermination locale de l'équilibre stationnaire, émergence de bifurcations) lorsque les rendements croissants sont internes que lorsqu'ils sont dus à des externalités dans la production.

La suite de cette section s'organise de la manière suivante. Nous commençons par présenter le comportement des producteurs. Ensuite, nous définissons les équilibres intertemporel et stationnaire et montrons que l'analyse est similaire à celle développée précédemment.

2.5.1 Rendements Croissants Internes et Concurrence à la Cournot

Chaque firme produit le bien final avec une technologie à rendements d'échelle croissants et utilise deux facteurs de production, le stock de capital k_{t-1} et le travail l_t . La fonction de production $F(k_{t-1}, l_t)$ est homogène de degré $e \in (1, 2]$ et peut s'écrire de la façon suivante :

$$AF(k_{t-1}, l_t) = Al_t^e f(a_t) \tag{2.37}$$

20. Comme il considère deux facteurs de production, ce modèle généralise celui exposé dans la sous-section 7.2 du chapitre 1. La spécification du secteur de la production est analogue à celle proposée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998). On peut également se référer à Aloi, Dixon, and Lloyd-Braga (2000), Lloyd-Braga (1995) ou Lloyd-Braga (2000).

21. Benhabib and Farmer (1994) fournissent un résultat similaire dans un cadre de concurrence monopolistique.

où $a_t = \frac{k_{t-1}}{l_t}$ est le rapport entre le capital et le travail et f la fonction de production intensive. Concernant la technologie, nous faisons les hypothèses suivantes :

Hypothèse 10 f est une fonction continue pour tout $a \geq 0$, C^r pour tout $a > 0$ et r suffisamment large, avec $f'(a) > 0$. Par ailleurs, l'élasticité de substitution capital-travail $\sigma(a)$ est telle que $\frac{1}{\sigma(a)} \equiv \varepsilon_\Omega(a) - \varepsilon_R(a)$, où $R(a) \equiv f'(a)$ et $\Omega(a) \equiv ef(a) - aR(a)$. Elle est positive pour tout $a > 0$, c'est-à-dire $\frac{e-1}{e} > \frac{f(a)f''(a)}{f'(a)^2}$.

Les marchés du capital et du travail sont parfaitement concurrentiels. En revanche, les n firmes se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final. Elles anticipent parfaitement la demande $D_t(p_t)$ qui se compose de la consommation des vieux consommateurs et de l'investissement privé²² :

$$D_t(p_t) = nc_t + nk_t = \frac{r_t nk_{t-1} + nl_t}{p_t} \quad (2.38)$$

Chaque firme connaît la demande inverse $D_t^{-1}(y_t + \bar{Y}_t)$, où y_t est la demande résiduelle qui s'adresse à elle et \bar{Y}_t la quantité offerte par les concurrents. Elle maximise la fonction de profit :

$$D_t^{-1}(y_t + \bar{Y}_t)y_t - r_t k_{t-1} - l_t \quad (2.39)$$

sous sa contrainte technologique (2.37).

Comme toutes les firmes sont identiques, nous allons déterminer l'équilibre symétrique de Cournot. Les firmes négligeant leur influence sur le revenu, l'élasticité de la demande est égale à $-\frac{D'_t(p_t)p_t}{D_t(p_t)} = 1$, d'après l'équation (2.38). En supposant que n firmes sont actives, les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$\frac{1}{p_t} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) AF_l(k_{t-1}, l_t) \quad (2.40)$$

22. Par souci de simplification, nous supposons que la taille de la population est normalisée à n .

$$\rho_t = \left(1 - \frac{1}{n}\right) AF_k(k_{t-1}, l_t) \quad (2.41)$$

où $\rho_t = \frac{r_t}{p_t}$ et F_h est la dérivée de F par rapport à h .

Les profits sont nuls à l'équilibre, c'est-à-dire $AF(k_{t-1}, l_t) = \rho_t k_{t-1} + \frac{1}{p_t} l_t$. La fonction F étant homogène de degré $e > 1$, $eF(k_{t-1}, l_t) = k_{t-1} F_k(k_{t-1}, l_t) + l_t F_l(k_{t-1}, l_t)$. Nous en déduisons :

$$n = \frac{e}{e-1}, \text{ avec } n \geq 2 \quad (2.42)$$

Cette expression signifie que le niveau des rendements croissants $e > 1$ détermine le nombre de firmes et l'importance du taux de marge. En particulier, lorsque les rendements d'échelle deviennent constants (e tend vers 1), un nombre infini de firmes entre sur le marché et le taux de marge disparaît. C'est le cas limite où la concurrence est parfaite. En revanche, lorsque e tend vers 2, c'est la cas limite du duopole et le taux de marge atteint son niveau maximum.²³

En utilisant l'hypothèse 10 et l'expression (2.42), le salaire réel $\frac{1}{p_t}$ et le taux d'intérêt réel ρ_t se réécrivent :

$$\frac{1}{p_t} = A \left(\frac{k_{t-1}}{a_t}\right)^{e-1} \frac{\Omega(a_t)}{e}, \text{ avec } \Omega(a_t) = ef(a_t) - a_t f'(a_t) \quad (2.43)$$

$$\rho_t = A \left(\frac{k_{t-1}}{a_t}\right)^{e-1} \frac{R(a_t)}{e}, \text{ avec } R(a_t) = f'(a_t) \quad (2.44)$$

En intégrant ces nouvelles conditions d'équilibres dans le modèle, nous allons définir l'équilibre intertemporel, l'équilibre stationnaire, puis montrer l'équivalence de cette spécification avec concurrence imparfaite avec celle qui introduit les rendements croissants à travers des externalités positives dans la production.

23. Notons que la fonction de profit peut s'écrire $D^{-1}(y_t + \bar{Y}_t)y_t - c(r_t)y_t^{1/e}$. Comme nous l'avons montré dans la sous-section 7.2 du chapitre 1, les conditions du premier ordre sont alors nécessaires et suffisantes et déterminent la solution du programme de maximisation de la firme.

2.5.2 Equilibre Intertemporel, Equilibre Stationnaire et Dynamique Locale

Le comportement des consommateurs reste identique à celui exposé dans la section 2 de ce chapitre, exprimé par les équations (2.2) et (2.3). Simplement pour simplifier les notations, la taille de la population est normalisée à n . Un équilibre intertemporel se définit en substituant les expressions (2.43) et (2.44) dans le système (2.10)-(2.11).

Définition 11 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(k_{t-1}, a_t) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t , les équations suivantes sont satisfaites :*

$$\frac{1}{B} \left(\frac{A}{e} \right)^2 \left(\frac{k_t}{a_{t+1}} \right)^{e-1} R(a_{t+1}) \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right)^e \Omega(a_t) = \gamma \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right) \quad (2.45)$$

$$k_t = A \left(\frac{k_{t-1}}{a_t} \right)^e \frac{\Omega(a_t)}{e} \quad (2.46)$$

Ces deux équations déterminent la dynamique de l'économie. Elles diffèrent de (2.12) et (2.13) par l'expression des rendements croissants. Les fonctions R et Ω , définies par les équations (2.43) et (2.44), sont également différentes.

Pour montrer que l'économie avec concurrence imparfaite est qualitativement similaire à celle avec rendements croissants externes, il faut déterminer sous quelles conditions les résultats que nous avons obtenus (proposition 6-11) sont analogues à ceux de l'économie avec rendements croissants internes.

Commençons par définir un équilibre stationnaire. Celui-ci est défini comme étant une solution $(k, a) \in \mathbb{R}_{++}^2$ du système :

$$\frac{1}{B} \left(\frac{A}{e} \right)^2 \left(\frac{k}{a} \right)^{2e-1} R(a) \Omega(a) = \gamma \left(\frac{k}{a} \right) \quad (2.47)$$

$$k = A \left(\frac{k}{a} \right)^e \frac{\Omega(a)}{e} \quad (2.48)$$

L'existence d'un équilibre stationnaire, $(k,a) = (1,1)$, est assurée en choisissant de façon appropriée la valeur des paramètres $A > 0$ et $B > 0$. Plus précisément, l'équilibre stationnaire $(k,a) = (1,1)$ existe si A et B sont tels que :

$$A = \frac{e}{\Omega(1)} \quad (2.49)$$

$$B = \left(\frac{A}{e} \right)^2 \frac{R(1)\Omega(1)}{\gamma(1)} = \frac{R(1)}{\Omega(1)\gamma(1)} \quad (2.50)$$

Pour montrer les résultats concernant l'analyse de l'équilibre stationnaire et l'émergence de fluctuations endogènes, nous déterminons les élasticités des fonctions $\Omega(a)$ et $R(a)$. L'élasticité de substitution capital-travail $\sigma(a)$ est telle que $\frac{1}{\sigma(a)} = \varepsilon_{\Omega}(a) - \varepsilon_R(a)$. Comme $\Omega'(a) + R'(a)a = (e-1)R(a)$, nous obtenons les deux expressions suivantes :

$$\varepsilon_{\Omega}(a) = (e-1)s(a) + \frac{s(a)}{\sigma(a)} \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_R(a) = (e-1)s(a) - \frac{1-s(a)}{\sigma(a)} \quad (2.52)$$

où $s(a) \equiv \frac{f'(a)a}{ef(a)}$.

En utilisant ces deux dernières expressions et les équations (2.19), les élasticités du salaire réel et du taux d'intérêt réel par rapport au capital k et au capital par tête a sont identiques dans les deux économies lorsque les égalités suivantes sont satisfaites²⁴ :

$$e = 1 + v, \quad (e-1)s(a) = \varepsilon_{\psi}(a) \quad (2.53)$$

et $v - \varepsilon_{\psi}(a) = (e-1)(1-s(a))$

24. Cela suppose que $\sigma(a)$ et $s(a)$ sont également identiques dans les deux économies.

La première égalité permet d'identifier le niveau des rendements croissants internes e à celui des rendements croissants externes $1 + v$. Les deux égalités suivantes permettent d'identifier les contributions du capital et du travail aux rendements croissants.

D'après les relations (2.53), les résultats obtenus dans les propositions 7-11 s'appliquent à l'économie avec concurrence imparfaite. Autrement dit, il existe des conditions pour l'unicité de l'équilibre stationnaire $(k, a) = (1, 1)$, ainsi que pour la multiplicité d'équilibres stationnaires Pareto-ordonnés. De plus, la dynamique locale du système dynamique (2.45)-(2.46) est la même que celle obtenue à partir du système dynamique (2.12)-(2.13). Nous obtenons donc les mêmes résultats concernant l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations.

2.6 Extensions

Lorsque les rendements sont constants, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si le capital et le travail sont suffisamment complémentaires (Reichlin (1986)). Ce résultat a été critiqué car il semble contraignant et manque de validité empirique. Lorsque les rendements sont croissants, des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque le capital et le travail sont davantage substituables (Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995)). Ce second résultat semble plus satisfaisant en ce qui concerne la substitution entre le capital et le travail mais il requiert des rendements croissants assez élevés. Si des premières estimations fournissaient un support empirique à des rendements fortement croissants (Caballero and Lyons (1992)), des estimations plus récentes montrent que si les rendements sont croissants, ils le sont faiblement et sont proches des rendements constants (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald

(1997), Burnside (1996)). C'est pourquoi plusieurs économistes ont développé des modèles qui permettent de montrer l'existence de fluctuations endogènes lorsque les rendements sont faiblement croissants, voire constants.²⁵ Notons que Cazzavillan (2001) obtient un intéressant résultat à ce sujet dans un modèle proche de celui proposé dans ce chapitre.

Une autre spécification du modèle à générations imbriquées fréquemment utilisée considère le cas où les consommateurs consomment aux deux périodes de leur vie et n'ont pas de désutilité du travail. Dans un tel modèle, Galor and Ryder (1989) étudient la stabilité de l'équilibre stationnaire. Boldrin (1992), en introduisant des rendements croissants, montre l'existence possible de croissance endogène, de trappes à pauvreté et d'équilibres multiples. Plus récemment, Nourry (2001) et Nourry and Venditti (2001) étendent l'analyse de Galor and Ryder (1989) au cas où l'offre de travail est endogène. Nourry (2001) étudie la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et montre, en particulier, sous quelles conditions il est localement indéterminé. Nourry and Venditti (2001) étudient également l'apparition de bifurcations. Ces auteurs montrent notamment que si le loisir et la consommation de seconde période sont des substituts bruts, l'émergence de fluctuations endogènes requiert que la part du capital dans le revenu soit élevée par rapport à l'élasticité de substitution capital-travail. Dans le cas contraire, des fluctuations endogènes apparaissent si la part du capital dans le revenu est faible par rapport à l'élasticité de substitution capital-travail.

Dans la section 6 du chapitre 1, nous avons mentionné une critique qui s'applique au modèle à générations imbriquées. Elle souligne le manque de réalisme entre la périodicité des cycles et la durée de vie des agents. Aussi, certains écono-

25. De tels travaux ont particulièrement été envisagés dans des modèles à agent à durée de vie infinie. Voir notamment Benett and Farmer (2000), Benhabib and Farmer (1996), Guo and Harrison (2001), Weder (1998) ou Weder (2000). Cette question va également être au coeur de l'analyse proposée dans le chapitre 4.

mistes préfèrent-ils analyser l'existence de cycles endogènes en utilisant le modèle de Woodford (1986). Celui-ci suppose qu'il y a deux types d'agents à durée de vie infinie, des travailleurs et des capitalistes. Les travailleurs ont une contrainte de liquidité et un taux de préférence pour le présent supérieur à celui des capitalistes. A l'équilibre, les travailleurs vont épargner uniquement sous forme monétaire et les capitalistes vont détenir le stock de capital. Le comportement dynamique d'un tel modèle est très proche de celui du modèle à générations imbriquées. En utilisant le modèle de Woodford (1986), Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) étudient l'influence de la substitution du capital au travail sur l'émergence de fluctuations endogènes. Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) étendent cette étude au cas où les rendements sont croissants, tandis que Barinci (2001) considère des préférences plus générales pour les capitalistes. Bosi and Magris (1997) analysent, quant à eux, l'existence de fluctuations endogènes en relâchant la contrainte de liquidité dans le modèle de Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998).

Dans ce chapitre, comme dans la suite de cette thèse, nous nous intéressons uniquement à l'émergence de fluctuations endogènes locales. Cependant, une intéressante voie de recherche consiste à analyser la dynamique globale. Un certain nombre d'économistes se sont intéressés à ce problème en considérant soit un modèle à générations imbriquées, soit un modèle à la Woodford (1986). Ainsi, Medio (1992) analyse l'existence d'une dynamique chaotique dans un modèle à générations imbriquées similaire à celui présenté dans ce chapitre, tandis que Medio and Negroni (1996) considèrent le cas d'un modèle à générations imbriquées où les agents consomment le bien final aux deux périodes de leur vie. En considérant l'équilibre stationnaire autarcique, de Vilder (1996) étudie, quant à lui, l'émergence de trajectoires erratiques. Dans un modèle à la Woodford (1986), Pintus, Sands, and de Vilder (2000) montrent comment on passe de trajectoires

dynamiques locales périodiques ou quasi-périodiques à des trajectoires globales chaotiques.²⁶ Plus récemment, Kozlovski, Pintus, van Strien, and de Vilder (2001) tentent de rapprocher les différentes théories expliquant les cycles économiques en étudiant l'existence d'une bifurcation Bogdanov-Takens.

Avant de conclure ce chapitre, remarquons que le modèle à générations imbriquées avec capital productif est également adapté pour étudier l'influence des imperfections du marché du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes. Coimbra, Lloyd-Braga, and Modesto (2000) introduisent ainsi un modèle de négociation salariale optimale dans un modèle à générations imbriquées et montrent que le pouvoir de négociation des syndicats a une influence sur l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire et l'apparition d'une bifurcation Hopf.²⁷ Plus récemment, Aloi and Lloyd-Braga (2001) considèrent un modèle à deux pays et étudient l'influence de la mobilité des facteurs de production sur l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire. Sur le marché du travail d'un pays, des syndicats négocient le salaire et l'emploi avec les firmes, tandis que le deuxième pays est caractérisé par un marché du travail parfaitement concurrentiel. En l'absence de mobilité du capital et du travail, il y a de l'indétermination uniquement dans le pays dans lequel il y a des syndicats. Lorsque le capital est mobile, l'indétermination apparaît dans l'économie mondiale. En revanche, lorsque les travailleurs sont également mobiles, l'indétermination peut disparaître, lorsqu'il y a des coûts de rapatriement. Coimbra (1999) considère le cas d'un salaire d'efficience et du travail indivisible.²⁸ Cela permet à l'auteur de reproduire deux faits stylisés du

26. Voir également Kozlovski, Pintus, van Strien, and de Vilder (1999).

27. Voir également Lloyd-Braga and Modesto (2001) qui proposent une telle analyse dans un modèle à la Woodford (1986).

28. Notons que Pintus (2000) introduit un salaire d'efficience dans le modèle de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) pour étudier l'influence de l'utilisation variable des facteurs de production sur l'émergence de fluctuations endogènes et la substitution entre le capital et le travail.

marché du travail : l'emploi est plus volatile que le salaire réel et le salaire réel est acyclique. Par ailleurs, il relie l'émergence d'une bifurcation Hopf aux valeurs des pentes de l'offre et de la demande de travail. Dans son modèle, comme le travail est indivisible, la pente de l'offre de travail est nulle. Dans ce cas, l'émergence d'une bifurcation Hopf ne requiert ni des rendements fortement croissants, ni une demande de travail croissante. Pour clarifier ce point, considérons le modèle exposé dans ce chapitre. D'après l'équation (2.33), une bifurcation Hopf émerge seulement si :

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\sigma(v - \varepsilon_\psi) + 1 - s}{\sigma\varepsilon_\psi + s} \quad (2.54)$$

Si nous supposons, comme Coimbra (1999), que l'élasticité de substitution capital-travail est égale à un ($\sigma = 1$) et que la contribution du capital aux externalités est nulle ($\varepsilon_\psi = 0$), l'équation (2.54) devient :

$$s(1 + \varepsilon_s) = 1 + \varepsilon_d \quad (2.55)$$

où $\varepsilon_s = \varepsilon_\gamma - 1$ est l'inverse de l'élasticité de l'offre de travail et $\varepsilon_d = v - s$ l'inverse de l'élasticité de la demande de travail. Par conséquent, si la pente de l'offre de travail est nulle ($\varepsilon_s = 0$), l'égalité (2.55) est satisfaite pour une demande de travail décroissante ($\varepsilon_d < 0$).

2.7 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie à générations imbriquées avec capital productif. Un modèle dans lequel les consommateurs travaillent à la première période, épargnent leur revenu sous forme de capital productif et consomment le bien final lorsqu'ils sont vieux, est utilisé. En outre, nous considérons uniquement le cas où le loisir et la

consommation future sont des substituts bruts, c'est-à-dire où l'offre de travail est croissante.

Les firmes produisent le bien final à partir de deux facteurs de production, le travail et le capital. Les rendements d'échelle peuvent être croissants au niveau social. Pour cela, deux spécifications sont envisagées :

- les rendements croissants externes ;
- les rendements croissants internes.

Dans le premier cas, les marchés sont tous parfaitement concurrentiels. Tous les producteurs ont la même technologie à rendements constants et maximisent leurs profits en considérant les prix comme donnés. Comme des externalités positives affectent la production, les rendements sont croissants au niveau social. Dans le second cas, la concurrence est imparfaite sur le marché du bien final. Les firmes se livrent une concurrence à la Cournot sur le marché du bien final et l'entrée et la sortie se font sans coût. Cette structure de marché est compatible avec l'existence de rendements croissants internes à la firme. La spécification retenue dans ce chapitre est caractérisée par un nombre de firmes et un taux de marge constants. Notons par ailleurs que, quelle que soit la structure de marché retenue, nous pouvons considérer le cas où les rendements sont constants comme un cas limite.

La dynamique de l'économie est générée par un système dynamique discret à deux dimensions. Nous étudions l'équilibre stationnaire en nous inspirant de l'analyse proposée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998). Après avoir montré l'existence d'un équilibre stationnaire, les conditions de l'unicité et de la multiplicité des équilibres stationnaires sont développées. Lorsqu'il y a multiplicité, les équilibres sont Pareto-ordonnés si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires. Il y a alors un défaut de coordination. Nous étudions

ensuite la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de fluctuations endogènes, en utilisant la méthode géométrique développée par Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998). Lorsque les rendements sont constants, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et des cycles endogènes peuvent apparaître uniquement si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans la production totale. L'existence de fluctuations endogènes requiert, par conséquent, une forte complémentarité entre le capital et le travail. Ce résultat a été critiqué pour son caractère restrictif et son manque de validité empirique. La situation où les rendements sont croissants est alors envisagée. Des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger pour des valeurs plus importantes de l'élasticité de substitution capital-travail. Ces résultats sont obtenus de façon équivalente quelle que soit la structure de marché (rendements croissants internes et externes). En effet, le modèle avec concurrence imparfaite est équivalent au modèle avec externalités. Cependant, des rendements croissants suffisamment importants sont requis. Cette dernière hypothèse est restrictive du point de vue des résultats empiriques récents qui, lorsqu'ils concluent à l'existence de rendements croissants, montrent qu'ils ne sont pas très élevés et sont proches des rendements constants.

Des extensions de l'analyse et du modèle présenté dans ce chapitre sont proposées. Si nous mentionnons des travaux qui étudient la dynamique globale, nous insistons sur ceux, encore peu nombreux, qui s'intéressent à l'influence des imperfections du marché du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Les dernières constatations que nous venons de faire nous permettent d'établir le lien entre ce chapitre et les chapitres 4, 5 et 6 de cette thèse. Dans le modèle de concurrence imparfaite utilisé dans ce chapitre, les rendements croissants se traduisent par la décroissance du coût marginal. L'économie est caractérisée par un nombre de firmes et un taux de marge constants. Dans les chapitres 4 et 5, les

rendements croissants sont dus à l'existence d'un coût fixe. L'entrée des firmes est alors pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique. Dans le chapitre 4, des cycles endogènes peuvent émerger dès que les rendements sont croissants, aussi faiblement que ce soit, ce qui correspond aux résultats empiriques que nous avons mentionnés précédemment. Dans le chapitre 5, nous analysons le rôle de la variabilité du taux de marge sur la substitution capital-travail et l'émergence de fluctuations endogènes. Le chapitre 6 est consacré à l'influence d'une imperfection du marché du travail, qui n'a pas encore été exploitée, sur l'émergence de fluctuations endogènes. Nous montrons qu'une inégalité salariale suffisamment importante favorise l'émergence de fluctuations endogènes.

Si les chapitres 4, 5 et 6 considèrent des économies avec capital productif, nous nous intéressons, dans le chapitre suivant, à l'existence de cycles endogènes dans une économie monétaire, caractérisée par des rendements croissants. Nous montrons que des cycles de période deux peuvent apparaître lorsque l'offre de travail est croissante.

Chapitre 3

Cycles Endogènes, Substituabilité Intertemporelle et Rendements Croissants dans une Economie à Deux Secteurs

Sommaire

3.1	Introduction	130
3.2	Le Modèle	132
3.2.1	Les Consommateurs	132
3.2.2	Les Firmes	134
3.2.3	Equilibre Intertemporel	136
3.3	Existence et Unicité de l'Equilibre Stationnaire	137
3.4	Cycles Endogènes	138
3.5	Conclusion	142

3.1 Introduction

Au vu des résultats obtenus par Benhabib and Day (1982) et Grandmont (1985) dans une économie monétaire parfaitement concurrentielle, des cycles endogènes peuvent émerger uniquement si l'effet de revenu domine fortement l'effet de substitution intertemporelle (chapitre 1). Cela signifie notamment que l'offre de travail est décroissante par rapport au salaire réel. Ce résultat a été fortement critiqué pour son caractère trop restrictif et son manque de validité empirique. Si l'introduction de concurrence imparfaite et de rendements croissants permet à l'équilibre stationnaire d'être localement indéterminé lorsque l'offre de travail est croissante, un cycle déterministe ne peut pas exister. Cependant, ce résultat n'est plus valable dans une économie multisectorielle.

Dans ce chapitre, nous considérons le cas d'une économie à deux secteurs et étendons le modèle utilisé dans la sous-section 7.2 du chapitre 1. Dans chaque secteur, les consommateurs offrent du travail à la première période de leur vie, épargnent sous forme monétaire et consomment les deux biens produits dans l'économie à la deuxième période de leur vie. Le loisir et la consommation future sont des substituts bruts, ce qui signifie que l'offre de travail est croissante. Nous supposons, par ailleurs, que les consommateurs de chaque secteur offrent leur travail uniquement aux firmes présentes dans leur secteur. Le marché du travail est donc segmenté. Cela fait référence à une économie dans laquelle les consommateurs sont également des producteurs, comme le proposent notamment Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993). Comme dans la sous-section 7.2 du chapitre 1, dans chaque secteur, les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée. Par ailleurs, ils produisent le bien final avec une technologie à rendements croissants, dus à la décroissance du coût marginal. Une telle structure de marché est compatible avec l'existence de rendements croissants et

est caractérisée par un taux de marge et un nombre de firmes constants.

L'étude de la dynamique locale nous permet d'analyser l'indétermination de l'équilibre stationnaire et l'apparition de bifurcations. L'équilibre stationnaire est localement indéterminé lorsque la pente de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail, conformément à Benhabib and Farmer (1994) et au résultat de la sous-section 7.2 du chapitre 1. Dans ce cas, un cycle de période deux peut apparaître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, à travers l'émergence d'une bifurcation flip, lorsque les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. En effet, la consommation agrégée de chaque secteur dépend alors fortement du niveau du prix du bien produit dans l'autre secteur. Cela permet à l'existence d'un cycle déterministe d'être compatible avec l'hypothèse de substituabilité intertemporelle. Par ailleurs, les prix des deux biens ainsi que les quantités produites évoluent de façon opposée au cours du cycle. La prise en compte des interactions entre plusieurs secteurs favorise donc l'apparition de fluctuations endogènes. Cependant, ce résultat présente une limite car, si la pente de la demande de travail n'est pas supérieure à celle de l'offre de travail, l'équilibre stationnaire est localement déterminé et il n'existe pas de fluctuations endogènes. Des rendements suffisamment croissants sont donc nécessaires à l'émergence de telles fluctuations.

Ce chapitre peut être relié à deux autres travaux. Le premier, proposé par Chatterjee, Cooper, and Ravikumar (1993), étudie une économie à deux secteurs où les consommateurs consomment uniquement le bien produit dans l'autre secteur, mais aux deux périodes de leur vie. De plus, si les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot, leur taux de marge est variable. Des fluctuations endogènes existent parce qu'il y a de la complémentarité stratégique. Le deuxième, proposé par Aloï, Dixon, and Lloyd-Braga (2000), considère le cas d'une économie ouverte. Dans leur analyse, les consommateurs consomment un bien échan-

geable et un bien non échangeable. Des rendements croissants et un fort degré d'ouverture de l'économie favorisent dans ce contexte l'émergence de fluctuations endogènes.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans la section 2, nous présentons le modèle et définissons l'équilibre intertemporel. La section 3 est consacrée à l'étude de l'existence et de l'unicité de l'équilibre stationnaire. Dans la section 4, nous analysons la dynamique locale, avant de conclure dans la section 5.

3.2 Le Modèle

Nous considérons un modèle à générations imbriquées à deux secteurs ($i = 1, 2$) dans lequel le temps est discret $t = 1, 2, \dots, \infty$ et les anticipations parfaites.

Nous commençons par exposer le comportement des consommateurs, puis celui des firmes du secteur i , et définissons ensuite l'équilibre intertemporel.

3.2.1 Les Consommateurs

A chaque période et dans chaque secteur, un continu de consommateurs de masse n naît et vit deux périodes.¹ Lorsqu'ils sont jeunes, les consommateurs offrent leur travail aux producteurs du secteur auquel ils appartiennent et épargnent sous forme monétaire l'intégralité de leur revenu. Lorsqu'ils sont vieux, ils dépensent leur épargne monétaire pour consommer les deux biens produits dans l'économie. La monnaie est choisie comme numéraire. A la première période, il y a, dans chaque secteur, une génération de vieux qui vit une seule période, la dotation de chaque vieux étant d'une unité de monnaie. Les préférences pour la consommation et le loisir sont additivement séparables et de type Cobb-Douglas pour la consommation des deux biens.

1. Nous normalisons la taille de chaque génération à n par souci de simplification.

A la période t , chaque jeune consommateur du secteur i doit résoudre le programme suivant :

$$\max U \left[\frac{(C_{ii}^{t+1})^\alpha (C_{ij}^{t+1})^{1-\alpha}}{A} \right] - V(l_{it}) \quad (3.1)$$

sous la contrainte :

$$p_{it+1}C_{ii}^{t+1} + p_{jt+1}C_{ij}^{t+1} = w_{it}l_{it} , \text{ avec } i \neq j$$

où $A > 0$ est un paramètre, C_{ii}^{t+1} (respectivement C_{ij}^{t+1}) est sa consommation de bien i (respectivement de bien j), l_{it} est son offre de travail, p_{it+1} (respectivement p_{jt+1}) est le prix anticipé du bien i (respectivement du bien j) et w_{it} est le salaire nominal. Par ailleurs, nous supposons que $\alpha \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$. Cela signifie que, pour chaque agent, la propension marginale à consommer le bien produit dans l'autre secteur ($1 - \alpha$) est supérieure à la propension marginale à consommer le bien produit dans son secteur (α) et que les consommateurs préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur.

Les fonctions d'utilité sont caractérisées de la manière suivante :

Hypothèse 11 *Les fonctions d'utilité $U(C)$ et $V(l)$ sont continues pour $C > 0$, $0 \leq l \leq l^*$, et admettent des dérivées continues d'ordre suffisamment grand pour $C > 0$, $0 < l < l^*$, où la dotation en travail l^* peut être finie ou infinie ($l^* - l$ pouvant s'interpréter comme étant le loisir), avec $V'(l) > 0$, $V''(l) < 0$ et $\lim_{l \rightarrow l^*} V'(l) = +\infty$ et $U'(C) > 0$, $U''(C) < 0$. De plus, la consommation et le loisir sont des substituts bruts, c'est-à-dire $U'(C) + CU''(C) > 0$.*

Nous pouvons résoudre le programme du consommateur et déterminer les consommations et l'offre de travail optimales. Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$C_{ii}^{t+1} = \alpha \frac{w_{it} l_{it}}{p_{it+1}} \quad (3.2)$$

$$C_{ij}^{t+1} = (1 - \alpha) \frac{w_{it} l_{it}}{p_{jt+1}} \quad (3.3)$$

$$u \left[\frac{(C_{ii}^{t+1})^\alpha (C_{ij}^{t+1})^{1-\alpha}}{A} \right] = v(l_{it}) \quad (3.4)$$

$$p_{it+1} C_{ii}^{t+1} + p_{jt+1} C_{ij}^{t+1} = w_{it} l_{it} \quad (3.5)$$

où $u(C) \equiv CU'(C)$ et $v(l) \equiv lV'(l)$. L'hypothèse 11 implique que les fonctions u et v sont croissantes. Par conséquent, il existe une fonction $\gamma(l) = u^{-1} \circ v(l)$, que nous appelons courbe d'offre. Comme le loisir et la consommation sont des substituts bruts, $\varepsilon_\gamma(l) \equiv \frac{l\gamma'(l)}{\gamma(l)} = \frac{1 + \frac{lV''(l)}{V'(l)}}{1 + \frac{CU''(C)}{U'(C)}} > 1$. Par ailleurs, en utilisant les équations (3.2), (3.3) et (3.4), nous déduisons que :

$$\frac{\alpha^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} p_{it+1}^{-\alpha} p_{jt+1}^{\alpha-1} w_{it} l_{it}}{A} = \gamma(l_{it}) \quad (3.6)$$

Comme la consommation future et le loisir sont des substituts bruts, l'offre de travail est strictement croissante. En effet, l'élasticité de l'offre de travail est égale à $\frac{1}{\varepsilon_\gamma(l) - 1} > 0$.

3.2.2 Les Firmes

Concernant la production, la spécification est identique, dans chaque secteur, à celle utilisée dans la sous-section 7.2 du chapitre 1. Aussi notre présentation sera-t-elle plus brève. Dans le secteur i ($i = 1, 2$), n firmes produisent le bien final i . La fonction de production s'écrit :

$$y_{it} = l_{it}^a, \text{ avec } a \in (1,2] \quad (3.7)$$

où y_{it} et l_{it} sont respectivement la production individuelle de chaque firme et la quantité de travail utilisée par chaque firme.

Dans chaque secteur, le marché du travail est parfaitement concurrentiel, mais sur le marché du bien final, les firmes se livrent une concurrence à la Cournot. La demande $D_i(p_{it})$ se compose à la fois de la demande de bien i des consommateurs du secteur i et de celle des consommateurs du secteur j . Elle s'écrit :

$$D_i(p_{it}) = \frac{n}{p_{it}} \quad (3.8)$$

L'élasticité de la demande par rapport au prix est donc égale à $-\frac{D'_i(p_{it})p_{it}}{D_i(p_{it})} = 1$. Par conséquent, à l'équilibre symétrique, la condition du premier ordre de la maximisation des profits est égale à :

$$p_{it} \left[1 - \frac{1}{n} \right] a l_{it}^{a-1} = w_{it} \quad (3.9)$$

Les firmes entrent et sortent sans coût. A l'équilibre, les profits s'annulent, ce qui implique que $n = \frac{a}{a-1}$.

Avant de définir l'équilibre intertemporel, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 12 $1 < \varepsilon_\gamma(l_i) < a$, $i = 1,2$.

Elle signifie que l'inverse de l'élasticité de la demande de travail ($a - 1$) est supérieure à l'inverse de l'élasticité de l'offre de travail ($\varepsilon_\gamma(l_i) - 1$), qui reste positive. Les deux courbes sont donc croissantes et l'offre coupe la demande avec une pente plus faible, dans des repères marshalliens.²

2. Nous allons discuter de l'importance de cette hypothèse dans la section 4 de ce chapitre, qui est consacrée à l'analyse de la dynamique locale.

3.2.3 Equilibre Intertemporel

L'équilibre symétrique sur le marché de la monnaie se traduit par $w_{it}l_{it} = 1$ ($i = 1,2$). Par ailleurs, comme les profits sont nuls, $p_{it}y_{it} = w_{it}l_{it}$. Nous déduisons de ces deux égalités et de l'équation (3.7) que $p_{it} = l_{it}^{-\alpha}$. En substituant cette dernière expression dans l'équation (3.6) pour $i,j = 1,2$, avec $i \neq j$, nous obtenons :

$$\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{A}l_{1t+1}^{\alpha\alpha}l_{2t+1}^{\alpha(1-\alpha)} = \gamma(l_{1t}) \quad (3.10)$$

$$\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{A}l_{1t+1}^{\alpha(1-\alpha)}l_{2t+1}^{\alpha\alpha} = \gamma(l_{2t}) \quad (3.11)$$

Les équations (3.10) et (3.11) déterminent entièrement la dynamique du modèle. Etant donné (l_{1t}, l_{2t}) , on peut déterminer de manière unique (l_{1t+1}, l_{2t+1}) . Les équations (3.10) et (3.11) définissent donc un système dynamique discret de dimension deux sans aucune variable prédéterminée. Un équilibre intertemporel peut donc se définir de la manière suivante :

Définition 12 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(l_{1t}, l_{2t}) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t , les équations (3.10) et (3.11) sont satisfaites.*

Avant d'analyser la dynamique du modèle, nous allons montrer, dans la section suivante, l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire.

3.3 Existence et Unicité de l'Equilibre Stationnaire

Dans cette section, nous allons commencer par définir un équilibre stationnaire du système dynamique (3.10)-(3.11), puis montrer son existence et son unicité.³

Un état stationnaire (l_1, l_2) est une solution du système dynamique (3.10)-(3.11) telle que :

$$\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{A} l_1^{a\alpha} l_2^{\alpha(1-\alpha)} = \gamma(l_1) \quad (3.12)$$

$$\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{A} l_1^{\alpha(1-\alpha)} l_2^{a\alpha} = \gamma(l_2) \quad (3.13)$$

L'existence de l'équilibre stationnaire est établie en choisissant le paramètre $A > 0$ de façon à normaliser les valeurs (l_1, l_2) . Plus précisément, nous assurons l'existence de l'équilibre stationnaire symétrique $(l_1, l_2) = (1, 1)$ en choisissant le paramètre A tel que :

$$A = \frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{\gamma(1)} \quad (3.14)$$

Compte tenu de l'hypothèse 11, l'équation (3.14) admet une solution unique $A \in \mathbb{R}_{++}$. Par conséquent, l'équilibre stationnaire $(l_1, l_2) = (1, 1)$ existe.

Nous allons maintenant montrer l'unicité de cet équilibre. L'équation (3.12) définit implicitement une fonction $l_2 = f(l_1)$, avec $\varepsilon_f(l_1) = \frac{\frac{1}{a}\varepsilon_\gamma(l_1) - \alpha}{1 - \alpha}$.⁴ L'équation (3.13) définit implicitement une fonction $l_2 = g(l_1)$, avec $\varepsilon_g(l_1) = \frac{1 - \alpha}{\frac{1}{a}\varepsilon_\gamma(l_2) - \alpha}$. Comme $1 < \varepsilon_\gamma(l_i) < a$ (hypothèse 12) et $1 < a \leq 2$, nous avons que $1 > \frac{\varepsilon_\gamma(l_i)}{a} >$

3. Pour cela, nous utilisons la méthode développée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) que nous avons présentée dans le chapitre 2.

4. Nous notons $\varepsilon_\psi(x) = x \frac{\psi'(x)}{\psi(x)}$ l'élasticité de la fonction $\psi(x)$.

$\frac{1}{2} > \alpha$. Nous déduisons de cette dernière inégalité que $\varepsilon_f(l_1) < 1 < \varepsilon_g(l_1)$ pour tout l_1 et pouvons en conclure que l'équilibre stationnaire $(l_1, l_2) = (1, 1)$ est unique.

Proposition 12 *Supposons que l'hypothèse 11 et l'hypothèse 12 soient vérifiées et que $A \in \mathbb{R}_{++}$ soit l'unique solution de l'équation (3.14). Alors $(l_1, l_2) = (1, 1)$ est l'unique solution stationnaire du système dynamique (3.10)-(3.11).*

3.4 Cycles Endogènes

Dans cette section, nous allons étudier la dynamique locale dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $(l_1, l_2) = (1, 1)$ et montrer que des cycles endogènes peuvent apparaître lorsqu'il y a substituabilité intertemporelle. En effet, une bifurcation flip peut émerger lorsque les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. Pour obtenir ce résultat, nous allons utiliser le diagramme développée par Azariadis (1993) et Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), que nous avons présenté dans le chapitre 2. Nous allons donc commencer par différencier le système dynamique (3.10)-(3.11) dans le voisinage de l'état stationnaire $(l_1, l_2) = (1, 1)$ et allons étudier la trace T et le déterminant D de la matrice Jacobienne associée. Le système dynamique log-linéarisé s'écrit ⁵ :

$$\frac{dl_{1t+1}}{l_1} = -\frac{\varepsilon_\gamma}{a} \frac{\alpha}{1-2\alpha} \frac{dl_{1t}}{l_1} + \frac{\varepsilon_\gamma}{a} \frac{1-\alpha}{1-2\alpha} \frac{dl_{2t}}{l_2} \quad (3.15)$$

$$\frac{dl_{2t+1}}{l_2} = \frac{\varepsilon_\gamma}{a} \frac{1-\alpha}{1-2\alpha} \frac{dl_{1t}}{l_1} - \frac{\varepsilon_\gamma}{a} \frac{\alpha}{1-2\alpha} \frac{dl_{2t}}{l_2} \quad (3.16)$$

Nous en déduisons la trace T et le déterminant D de la matrice Jacobienne associée évaluée à l'équilibre stationnaire :

5. Nous notons ε_γ l'élasticité de $\gamma(l)$ évaluée à l'équilibre stationnaire

$$T = -\frac{\varepsilon_\gamma}{a} \frac{2\alpha}{1-2\alpha} \quad (3.17)$$

$$D = -\frac{\varepsilon_\gamma^2}{a^2(1-2\alpha)} \quad (3.18)$$

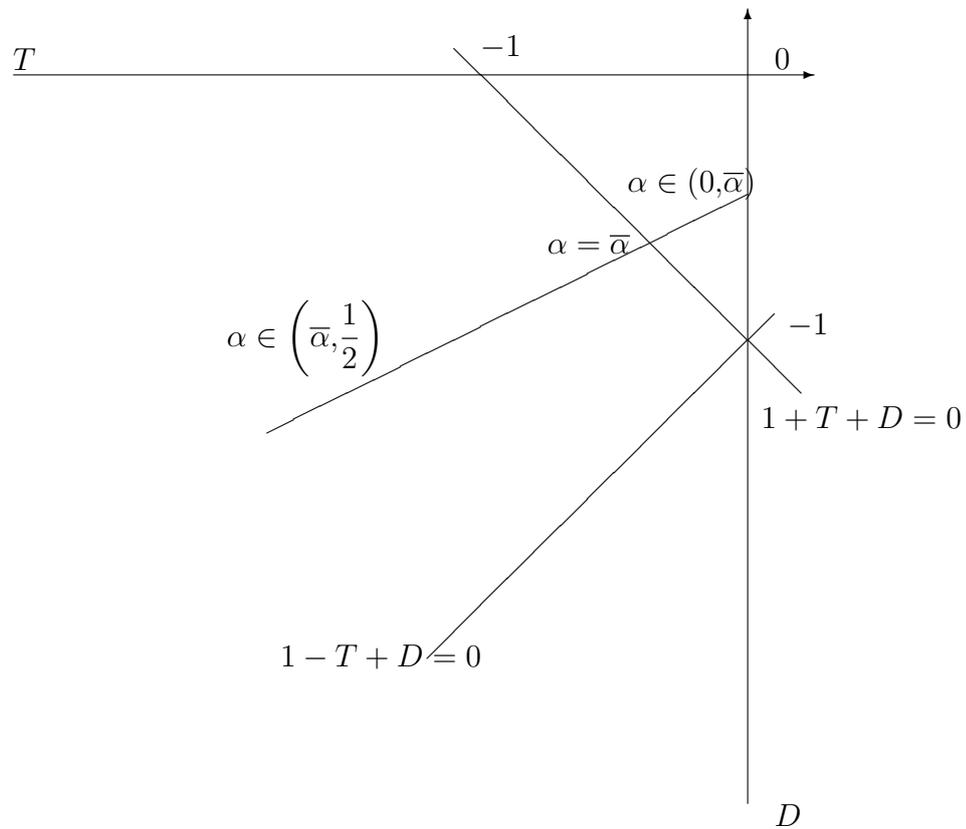


FIG. 3.1 – *Emergence d'une Bifurcation Flip*

Nous choisissons α la propension marginale à consommer le bien produit dans le secteur comme paramètre de bifurcation. Comme les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur ($\alpha \in (0, 1/2)$), la trace T et le déterminant D sont négatifs. De plus, $1 - T + D = \left(1 - \frac{\varepsilon_\gamma}{a}\right) \left(1 + \frac{\varepsilon_\gamma/a}{1-2\alpha}\right) > 0$. Une valeur propre est négative car le déterminant est négatif. La seconde valeur propre est donc inférieure à 1, ce qui exclut que

l'équilibre stationnaire soit instable. Lorsque la préférence pour le bien produit dans l'autre secteur est faible (α proche de $1/2$), T et D sont fortement négatifs. Dans ce cas l'équilibre stationnaire est un point-selle. Lorsque la préférence pour le bien produit dans l'autre secteur est forte (α proche de 0), T est proche de 0 et D proche de $-\left(\frac{\varepsilon\gamma}{a}\right)^2$. Comme la pente de l'offre de travail est plus faible que celle de la demande de travail (hypothèse 12), $D \in (-1,0)$, ce qui signifie que l'équilibre stationnaire est localement stable. La trace T et le déterminant D étant deux fonctions continues et monotones de la propension marginale à consommer $\alpha \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, il existe une valeur $\bar{\alpha} \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ telle que l'état stationnaire soit localement stable lorsque $\alpha < \bar{\alpha}$, une bifurcation flip émerge lorsque $\alpha = \bar{\alpha}$ et l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\alpha > \bar{\alpha}$ (voir figure 3.1).

Proposition 13 *Supposons que l'hypothèse 11 et l'hypothèse 12 soient vérifiées et soit $(l_1, l_2) = (1, 1)$ l'unique équilibre stationnaire du système dynamique (3.10)-(3.11). L'état stationnaire est localement stable lorsque $\alpha \in (0, \bar{\alpha})$, une bifurcation flip émerge lorsque $\alpha = \bar{\alpha}$, et l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\alpha \in \left(\bar{\alpha}, \frac{1}{2}\right)$, avec $\bar{\alpha} = \frac{1 - \varepsilon\chi/a}{2}$.*

Cette proposition montre qu'un cycle endogène est susceptible d'émerger lorsque les consommateurs préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. Si les consommateurs préfèrent le bien produit dans leur secteur ($\alpha > 1/2$), des fluctuations endogènes déterministes ne peuvent pas exister. En effet, la trace T et le déterminant D sont alors strictement positifs et $T^2 - 4D = 4\left(\frac{\varepsilon\gamma}{a} \frac{1 - \alpha}{1 - 2\alpha}\right)^2 > 0$. Une bifurcation Hopf ne peut donc pas apparaître.

D'autre part, comme aucune variable n'est prédéterminée, des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire lorsqu'il est localement stable ou lorsque c'est un point-selle.⁶ Ce résultat est

6. Pour plus de détails à ce sujet, voir Chiappori and Guesnerie (1991) et Guesnerie and Woodford (1992).

directement lié aux pentes des courbes d'offre et de demande de travail. Si la pente de l'offre de travail était supérieure à la pente de la demande de travail ($\varepsilon_\gamma > a$), l'équilibre stationnaire serait instable, c'est-à-dire localement déterminé, quelle que soit la valeur de la propension marginale à consommer α . En effet, si $\alpha < \frac{1}{2}$, $1 - T + D < 0$, avec $T < 0$ et $D < 0$, et si $\alpha > \frac{1}{2}$, $D > 1$, $T > 0$ et $1 - T + D > 0$. Cette remarque est en accord avec certains des résultats obtenus dans la section 7 du chapitre 1. En outre, elle conforte les résultats obtenus par Benhabib and Farmer (1994) qui ont montré que l'équilibre stationnaire est localement indéterminé lorsque la pente de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail.

Les résultats de la proposition 13 peuvent s'interpréter de la manière suivante. Considérons une économie parfaitement concurrentielle à un secteur dans laquelle les rendements sont constants (section 2-5 du chapitre 1). La consommation et le loisir sont des substituts bruts, ce qui signifie que l'offre de travail est croissante. Plaçons-nous à l'équilibre stationnaire et supposons que le prix futur augmente. Cela déplace la courbe d'offre de travail vers la gauche. Comme les rendements sont constants, l'emploi diminue et le salaire réel reste constant. D'après l'équilibre monétaire, l'augmentation du prix futur fait également diminuer la consommation future et par conséquent, l'emploi futur utilisé pour la production de bien final. L'existence de trajectoires non monotones ainsi que l'émergence de fluctuations endogènes sont donc exclues.

Si les rendements sont croissants et la pente de la demande de travail supérieure à celle de l'offre de travail à l'équilibre stationnaire (sous-section 7.2 du chapitre 1), une augmentation du prix futur entraîne une augmentation de l'emploi et du salaire réel. Elle entraîne également une diminution de la consommation et de l'emploi futurs. Cependant, cette trajectoire non monotone ne peut pas être déterministe. En effet, une augmentation de l'emploi et une baisse de

la consommation future sont incompatibles avec l'hypothèse de substituabilité intertemporelle et une fonction d'offre croissante. Par conséquent, seules des fluctuations endogènes stochastiques peuvent émerger.

Dans le modèle à deux secteurs que nous avons étudié dans ce chapitre, une augmentation du prix futur du bien produit dans le secteur augmente l'emploi et le salaire réel et fait diminuer la consommation future du bien produit dans le secteur. Cependant, si le prix futur du bien produit dans l'autre secteur diminue, le consommateur consomme davantage de ce bien. La consommation agrégée peut alors augmenter, parce que les consommateurs préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. Ce cas est compatible avec l'hypothèse de substituabilité brute entre la consommation future et le loisir et des fluctuations endogènes déterministes peuvent émerger. En outre, les prix des deux biens et les quantités produites évoluent de manière opposée au cours du cycle.

3.5 Conclusion

Ce chapitre analyse un modèle monétaire à générations imbriquées à plusieurs secteurs. Nous nous limitons ici au cas à deux secteurs. La concurrence est imparfaite car elle permet aux rendements d'être croissants.

L'émergence de cycles endogènes est compatible avec une offre de travail croissante. Des cycles de période deux peuvent apparaître lorsque les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. De plus, les prix et les quantités produites de chaque bien évoluent de manière opposée au cours du cycle. Un tel résultat ne peut être obtenu dans une économie à un secteur, même lorsque les rendements sont croissants (chapitre 1). En effet, des cycles endogènes peuvent émerger parce que la consommation agrégée dans chaque secteur dépend fortement de la consommation du bien final produit dans

l'autre secteur.

L'existence de plusieurs secteurs permet donc d'obtenir des résultats qui semblent moins restrictifs en ce qui concerne l'offre de travail. Cependant, l'existence de rendements croissants est cruciale pour que des fluctuations endogènes puissent émerger. Si la pente de la demande de travail est inférieure à celle de l'offre de travail, l'équilibre stationnaire est localement déterminé. L'émergence de fluctuations endogènes requiert donc des rendements croissants suffisamment importants. Cette constatation représente une limite du résultat de ce chapitre. Dans le chapitre suivant, les rendements sont croissants à cause de l'existence d'un coût fixe. Dans un modèle à générations imbriquées avec capital productif, des cycles déterministes peuvent alors émerger dès que les rendements sont croissants, aussi faibles soient-ils. Ces cycles endogènes apparaissent même lorsque la pente de la demande de travail est inférieure à celle de l'offre de travail et lorsqu'elle n'est pas positive.

Chapitre 4

Concurrence Imparfaite, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes

Sommaire

4.1	Introduction	146
4.2	Le Modèle	149
4.2.1	Les Consommateurs	149
4.2.2	Les Firmes	151
4.2.3	Equilibre Intertemporel	153
4.3	Equilibre Stationnaire et Fluctuations Endogènes	154
4.4	Conclusion	161

4.1 Introduction

Une critique qui a été formulée à l'encontre de l'approche endogène des fluctuations économiques dénonce son manque de validité empirique. Cette critique s'applique tout particulièrement aux travaux qui s'intéressent à l'influence des rendements croissants sur l'émergence de fluctuations endogènes. En effet, l'émergence de fluctuations endogènes requiert souvent des rendements fortement croissants. Si des travaux empiriques ont fourni un support à des rendements fortement croissants (Caballero and Lyons (1992)), des résultats plus récents concluent plutôt que si les rendements sont croissants, ils le sont faiblement et sont proches des rendements constants (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald (1997), Burnside (1996)). Aussi certains économistes ont-ils cherché à montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger en présence de rendements faiblement croissants. De tels travaux ont surtout considéré comme cadre de référence le modèle de croissance optimale.¹

Ce chapitre va réexaminer le rôle joué par les rendements croissants sur l'émergence de fluctuations endogènes en considérant un modèle à générations imbriquées avec capital productif. Nous allons montrer que des cycles déterministes peuvent émerger dès que les rendements sont croissants, aussi faiblement que ce soit. L'économie est par ailleurs caractérisée par un taux de marge variable. La variabilité du taux de marge a déjà été envisagée de différentes manières par les économistes. Woodford (1991) envisage le cas d'un oligopole ayant une demande courbée. Rotemberg and Saloner (1986) et Rotemberg and Woodford (1992) considèrent un modèle de collusion implicite. Gali (1994a) exploite les changements

1. Voir, par exemple, Barinci and Chéron (2001), Benett and Farmer (2000), Benhabib and Farmer (1996), Guo and Harrison (2001), Weder (1998) ou Weder (2000). Notons cependant que dans un travail récent, Cazzavillan (2001) propose une analyse dans un modèle à générations imbriquées.

de composition de la demande.² La variabilité de l'élasticité de la demande due à l'existence de deux générations de consommateurs est envisagée par d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b) et Lloyd-Braga (1994). Gali (1995) et Jacobsen (1998) supposent, dans un modèle de concurrence monopolistique, que l'élasticité de substitution est variable, tandis que Gali and Zilibotti (1995), Portier (1995) et Weder (2000) s'intéressent au cas où le nombre de producteurs est variable. Cette dernière source de variabilité du taux de marge est exploitée ici. Elle correspond à l'idée que lorsque le nombre de producteurs augmente, la part de marché de chacun diminue et donc le taux de marge aussi. Inversement, lorsque le nombre de producteurs diminue, les parts de marché et le taux de marge s'accroissent. Une approche possible de ce phénomène est de considérer que les firmes se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée. Contrairement aux deux derniers chapitres, les rendements croissants ne se traduisent pas par la décroissance du coût marginal, mais par l'existence d'un coût fixe.³ Cette spécification de la technologie et cette structure de marché permettent d'obtenir deux propriétés dynamiques, la pro-cyclicité de l'entrée des firmes et la contra-cyclicité du taux de marge. Plusieurs économistes fournissent un support empirique à l'existence d'un taux de marge positif et donc à l'existence de concurrence imparfaite sur le marché du bien final (Hall (1986), Rotemberg and Woodford (1995)) et au comportement contra-cyclique du taux de marge (Bils (1987), Martins and Scarpetta (1999), Rotemberg and Woodford (1991)).

2. Voir également Gali (1996) et Weder (1998).

3. Le modèle que nous utilisons dans ce chapitre peut être apprécié comme étant une extension de celui présenté dans la sous-section 7.3 du chapitre 1 au cas où les firmes produisent le bien final à partir de deux facteurs de production, le travail et le capital. Notons d'autre part que les travaux récents de Dos Santos Ferreira and Lloyd-Braga (2000) et Kuhry (2001) utilisent une spécification similaire du secteur de la production à celle de ce chapitre. Les premiers auteurs étudient l'influence de la substitution entre le capital et le travail sur l'émergence de fluctuations endogènes, alors que nous nous intéressons à l'influence du niveau des rendements d'échelle. Kuhry (2001) se place, quant à lui, dans un modèle à la Woodford (1986) tandis que nous considérons un modèle à générations imbriquées.

Portier (1995) montre en particulier, à partir de données françaises, que l'entrée des firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique.

Le cas particulier d'une désutilité du travail linéaire est envisagée dans ce chapitre. Depuis l'article de Hansen (1985), cette hypothèse a été fréquemment introduite dans des modèles macroéconomiques dynamiques.⁴ Nous considérons la situation où l'offre de travail est infiniment élastique.

L'étude de la dynamique locale nous permet de montrer que des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger lorsque le taux de marge est positif et les rendements croissants. En effet, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et des trajectoires déterministes peuvent apparaître autour de l'équilibre stationnaire, à travers l'émergence d'une bifurcation Hopf ou flip. Nous montrons que de telles fluctuations peuvent apparaître pour toutes valeurs admissibles du taux de marge et des rendements d'échelle croissants, aussi faiblement que ce soit. La demande de travail n'a pas besoin d'être croissante et d'avoir une pente supérieure à celle de l'offre de travail pour qu'il existe un cycle déterministe. Dans le cas limite où les rendements sont constants, un nombre infini de firmes entrent et le taux de marge disparaît. Dans cette situation, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé, mais des cycles déterministes ne peuvent pas émerger. La variabilité du taux de marge et la concurrence imparfaite favorisent donc l'émergence de fluctuations endogènes. Si l'existence de cycles déterministes requiert des rendements croissants, ceux-ci n'ont pas besoin d'être importants, ce qui semble en accord avec les travaux empiriques récents mentionnés au début de cette introduction.

La suite de ce chapitre s'organise de la manière suivante. Le modèle est exposé dans la section 2. La section 3 étudie l'existence et l'unicité de l'équilibre

4. Voir, par exemple, Cook (2001), Coimbra (1999), d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1995b), Guo (1998), Guo and Harrison (2001), Guo and Lansing (2001), Weder (1998), Weder (2000).

stationnaire, puis la dynamique locale. Nous concluons ce chapitre dans la section 4.

4.2 Le Modèle

Dans cette section, nous présentons le modèle. Nous étudions le comportement des consommateurs, puis celui des firmes, avant de définir l'équilibre intertemporel.

4.2.1 Les Consommateurs

Les consommateurs sont en générations imbriquées et ont des prévisions parfaites. A chaque période $t = 1, 2, \dots, \infty$, un continu de consommateurs de masse unitaire naît et vit deux périodes. Aussi, à chaque période, une génération de jeunes consommateurs coexiste-t-elle avec une génération de vieux consommateurs. A la première période de sa vie, chaque consommateur offre du travail aux firmes et est rémunéré pour cela au taux de salaire concurrentiel. Le travail est choisi comme numéraire. Il décide également de sa consommation en bien final et du montant de son épargne sous forme de capital. Cette épargne est rémunérée au taux r_{t+1} et il l'utilise pour consommer le bien final lorsqu'il est vieux. La dépréciation du capital est totale au cours d'une période. A la première période, une génération de vieux consommateurs vit une seule période et possède le stock de capital K_0 comme dotation initiale.

Un jeune consommateur doit résoudre :

$$\max C_{1t}^b C_{2t+1}^{1-b} - zL_t \tag{4.1}$$

sous les contraintes :

$$p_t C_{1t} + p_t K_t = L_t \quad (4.2)$$

$$p_{t+1} C_{2t+1} = r_{t+1} K_t \quad (4.3)$$

où C_{1t} est la consommation en bien final d'un jeune en t , C_{2t+1} sa consommation quand il est vieux, K_t son épargne en capital et $L_t \in [0, L^*]$ son offre de travail, avec $L^* > 1$. Concernant les paramètres, $b \in (0, 1)$ est la propension marginale à consommer des jeunes et $z > 0$ la désutilité marginale du travail.

Le programme du consommateur se résout en deux étapes. Nous allons d'abord déterminer ses consommations optimales et son épargne, puis son offre de travail.

Etant donné le revenu du consommateur, nous déduisons :

$$C_{1t} = b \frac{1}{p_t} L_t \quad (4.4)$$

$$C_{2t+1} = \rho_{t+1} (1 - b) \frac{1}{p_t} L_t \quad (4.5)$$

$$K_t = (1 - b) \frac{1}{p_t} L_t \quad (4.6)$$

où $\rho_{t+1} = \frac{r_{t+1}}{p_{t+1}}$ est le facteur d'intérêt réel. En substituant (4.4) et (4.5) dans l'expression (4.1), nous obtenons l'utilité indirecte d'un jeune consommateur :

$$V_t \equiv b^b (1 - b)^{1-b} \rho_{t+1}^{1-b} \frac{1}{p_t} L_t - z L_t \quad (4.7)$$

L'offre de travail du consommateur est égale à sa dotation en travail $L^* > 1$ si $V_t > 0$, est égale à 0 si $V_t < 0$ et est égale $L_t \in [0, L^*]$ si $V_t = 0$. Nous supposons que l'offre de travail est telle que $V_t = 0$, c'est-à-dire :

$$b^b (1 - b)^{1-b} \rho_{t+1}^{1-b} \frac{1}{p_t} = z \quad (4.8)$$

L'offre de travail a donc une élasticité infinie.

4.2.2 Les Firmes

Le bien final est produit par n_t firmes ($n_t \geq 2$) à partir de deux facteurs de production, le capital et le travail. Tous les producteurs ont la même technologie à rendements d'échelle croissants, dus à l'existence d'un coût fixe. La fonction de production de la firme i ($i = 1, \dots, n_t$) peut s'écrire de la manière suivante :

$$y_{it} = A \max \{0; a_{it}^s l_{it} - \phi\} \quad (4.9)$$

où y_{it} est la quantité produite par la firme i , $a_{it} = \frac{k_{it-1}}{l_{it}}$ le capital par tête et l_{it} le travail qu'elle utilise. Concernant les paramètres, $A > 0$, $s \in (0,1)$ et $\phi \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$.⁵

Les firmes se comportent de manière concurrentielle sur les marchés du travail et du capital. Par contre, sur le marché du bien final, elles se livrent une concurrence à la Cournot. Les producteurs anticipent parfaitement la demande de bien final $D_t(p_t)$. Celle-ci est composée de la consommation des jeunes, de celle des vieux et de l'investissement privé. Plus formellement, elle s'écrit :

$$D_t(p_t) = C_{1t} + C_{2t} + K_t = \frac{L_t + r_t K_{t-1}}{p_t} \quad (4.10)$$

Chaque firme choisit une combinaison optimale des facteurs de production de façon à maximiser ses profits :

$$D_t^{-1}(y_{it} + \bar{Y}_{-it}) y_{it} - r_t k_{it-1} - l_{it} \quad (4.11)$$

où $D_t^{-1}(y_{it} + \bar{Y}_{-it})$ est la demande inverse déduite de l'équation (4.10) et \bar{Y}_{-it} la quantité de bien final offerte par les concurrents de la firme i . Comme $-\frac{D'_t(p_t)p_t}{D_t(p_t)} = 1$, les conditions du premier ordre sont déterminées par⁶ :

5. L'importance de l'hypothèse $\phi < \frac{1}{4}$ apparaîtra clairement lorsque nous étudierons la dynamique locale.

6. La condition du deuxième ordre de la maximisation des profits est satisfaite car la recette marginale est décroissante et le coût marginal constant.

$$p_t \left[1 - \frac{y_{it}}{y_{it} + \bar{Y}_{-it}} \right] s A a_{it}^{s-1} = r_t \quad (4.12)$$

$$p_t \left[1 - \frac{y_{it}}{y_{it} + \bar{Y}_{-it}} \right] (1 - s) A a_{it}^s = 1 \quad (4.13)$$

Les firmes étant toutes identiques, à l'équilibre symétrique, $a_{it} = a_t$, $l_{it} = l_t$, $y_{it} = y_t$ et $y_{it} + \bar{Y}_{-it} = n y_t$. Nous en déduisons les conditions du premier ordre de l'équilibre symétrique de Cournot (en considérant que $n_t \geq 2$ firmes sont actives) :

$$\left[1 - \frac{1}{n_t} \right] s A a_t^{s-1} = \rho_t \quad (4.14)$$

$$\left[1 - \frac{1}{n_t} \right] (1 - s) A a_t^s = \frac{1}{p_t} \quad (4.15)$$

L'entrée et la sortie des firmes de l'économie se font sans coût. Les profits sont nuls à l'équilibre :

$$A (a_t^s L_t - n_t \phi) - \rho_t a_t L_t - \frac{1}{p_t} L_t = 0 \quad (4.16)$$

où $L_t = n_t l_t$ est la quantité agrégée de travail utilisée dans la production. Cette égalité, conjointement avec les équations (4.14) et (4.15), implique⁷ :

$$n_t = \sqrt{\frac{a_t^s L_t}{\phi}}, \text{ avec } n_t \geq 2 \quad (4.17)$$

Cette dernière relation détermine le nombre de producteurs à l'équilibre et signifie que l'entrée des firmes est pro-cyclique, puisque n_t varie de la même manière que la production agrégée. Elle implique également que le taux de marge est contra-cyclique. En effet dans ce modèle, les fluctuations du taux de marge résultent uniquement des mouvements d'entrée et de sortie des firmes, puisque l'élasticité de la demande par rapport au prix est constante. Ces deux propriétés

7. Comme dans les chapitres précédents, nous considérons, bien sûr abusivement, le nombre de firmes n_t comme une variable continue.

dynamiques du modèle que sont la pro-cyclicité de l'entrée des firmes et la contra-cyclicité du taux de marge ont été observées sur le plan empirique, comme l'a notamment montré Portier (1995), à partir de données françaises.

Par ailleurs, le coût fixe ϕ , qui mesure le niveau des rendements d'échelle, influence le nombre de producteurs n_t . Lorsque ϕ tend vers 0, un nombre infini de firmes entrent et le pouvoir de marché disparaît. A la limite, les rendements deviennent constants et la concurrence parfaite. Le cas opposé est celui du duopole ($n_t = 2$) où le taux de marge est maximum.

4.2.3 Equilibre Intertemporel

Le stock de capital est prédéterminé par l'épargne des jeunes de la période précédente, c'est-à-dire $K_{t-1} = n_t k_{t-1} = a_t L_t$. En substituant cette expression ainsi que les équations (4.14), (4.15) et (4.17) dans (4.6) et (4.8), nous obtenons :

$$K_t = (1 - b) \left[1 - \phi^{1/2} a_t^{\frac{1-s}{2}} K_{t-1}^{-1/2} \right] (1 - s) A a_t^{s-1} K_{t-1} \quad (4.18)$$

$$b^b (1 - b)^{1-b} s^{1-b} (1 - s) A^{2-b} \left[1 - \phi^{1/2} a_{t+1}^{\frac{1-s}{2}} K_t^{-1/2} \right]^{1-b} a_{t+1}^{-(1-s)(1-b)} \left[1 - \phi^{1/2} a_t^{\frac{1-s}{2}} K_{t-1}^{-1/2} \right] a_t^s = z \quad (4.19)$$

L'équation (4.18) définit l'équilibre sur le marché du capital et l'équation (4.19) l'équilibre sur le marché du travail. Si ces deux équations sont satisfaites, le marché du bien final est également équilibré, d'après la loi de Walras.

Définition 13 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(K_{t-1}, a_t) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t , les relations (4.18) et (4.19) sont satisfaites.*

Les équations (4.18) et (4.19) déterminent entièrement la dynamique du modèle. Etant donné (K_{t-1}, a_t) , on peut déterminer de manière unique (K_t, a_{t+1}) . Les

équations (4.18) et (4.19) définissent donc un système dynamique de dimension deux avec une variable prédéterminée, le capital. L'étude de ce système dynamique fait l'objet de la section suivante.

4.3 Equilibre Stationnaire et Fluctuations Endogènes

Cette section est consacrée à l'étude du système dynamique (4.18)-(4.19). Nous allons montrer l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire et étudier l'émergence de fluctuations endogènes stochastiques et déterministes dans son voisinage. Ces fluctuations vont être caractérisées par les deux propriétés dynamiques que nous avons mentionnées précédemment, à savoir la pro-cyclicité du nombre de firmes et la contra-cyclicité du taux de marge. Des cycles endogènes déterministes peuvent émerger lorsque le taux de marge est positif et variable et les rendements croissants, même si ceux-ci sont très faibles. Par contre, lorsqu'un nombre infini de firmes entrent et que le taux de marge devient nul, c'est-à-dire dans le cas limite où les rendements sont constants et la concurrence parfaite, des fluctuations endogènes déterministes ne peuvent pas apparaître.

Pour montrer ces résultats, nous allons analyser la dynamique locale de l'économie dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. La méthode géométrique développée par Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), que nous avons exposée dans le chapitre 2, est utilisée. Celle-ci s'applique aux systèmes dynamiques discrets non-linéaires de dimension deux et permet d'étudier la stabilité locale (l'indétermination locale) de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales. Auparavant, nous allons montrer l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire.

Commençons par définir un équilibre stationnaire. Un équilibre stationnaire

(K,a) est une solution du système (4.18)-(4.19) telle que :

$$A \left[1 - \phi^{1/2} a^{\frac{1-s}{2}} K^{-1/2} \right] = \frac{a^{1-s}}{(1-b)(1-s)} \quad (4.20)$$

$$\frac{b^b s^{1-b}}{(1-b)(1-s)^{1-b}} a = z \quad (4.21)$$

Nous montrons l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire en utilisant la méthode de Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), présentée dans le chapitre 2. Nous établissons donc l'existence d'un équilibre stationnaire normalisé $(K,a) = (1,1)$ en choisissant de manière appropriée les paramètres $A > 0$ et $z > 0$, c'est-à-dire tels que :

$$A = \frac{1}{(1-b)(1-s)(1-\phi^{1/2})} \quad (4.22)$$

$$z = \frac{b^b s^{1-b}}{(1-b)(1-s)^{1-b}} \quad (4.23)$$

Comme $b \in (0,1)$, $s \in (0,1)$ et $\phi \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$, il existe une unique solution $A, z > 0$ au système (4.22)-(4.23). Par conséquent, $(K,a) = (1,1)$ est une solution stationnaire du système dynamique (4.18)-(4.19). D'autre part, nous constatons qu'il existe une unique solution a à l'équation (4.21) et, étant donné a , il existe une unique solution K à l'équation (4.20). L'équilibre stationnaire est donc unique.⁸

Proposition 14 *Soient $A > 0$ et $z > 0$ l'unique solution du système (4.22)-(4.23). Alors, l'équilibre stationnaire $(K,a) = (1,1)$ existe et est unique.*

8. L'importance de l'hypothèse $\phi < \frac{1}{4}$ devient maintenant claire. En effet, à l'état stationnaire $(K,a) = (1,1)$, l'équation (4.17) s'écrit $n = \phi^{-(1/2)}$. Comme le nombre de producteurs est supérieur à deux, le coût fixe ϕ doit être inférieur à $\frac{1}{4}$. L'inégalité stricte découle du fait que comme nous nous intéressons à l'émergence de fluctuations endogènes dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, n doit être strictement supérieur à 2 à l'équilibre stationnaire.

Nous appliquons maintenant la méthode développée par Grandmont, Pin-tus, and de Vilder (1998) à notre économie. Nous commençons par différencier le système dynamique (4.18)-(4.19) dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $(K,a) = (1,1)$. Nous obtenons :

$$\frac{dK_t}{K} = \frac{2 - \phi^{1/2}}{2(1 - \phi^{1/2})} \frac{dK_{t-1}}{K} - \frac{(1 - s)(2 - \phi^{1/2})}{2(1 - \phi^{1/2})} \frac{da_t}{a} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{da_{t+1}}{a} = & \left[\frac{\phi^{1/2}}{(1 - b)(1 - s)(2 - \phi^{1/2})} + \frac{\phi^{1/2}}{2(1 - s)(1 - \phi^{1/2})} \right] \frac{dK_{t-1}}{K} \\ & + \left[\frac{s}{(1 - b)(1 - s)} - \frac{\phi^{1/2}}{(1 - b)(1 - s)(2 - \phi^{1/2})} - \frac{\phi^{1/2}}{2(1 - \phi^{1/2})} \right] \frac{da_t}{a} \end{aligned} \quad (4.25)$$

La trace T et le déterminant D de la matrice Jacobienne associée ont les expressions suivantes :

$$T = \frac{b}{1 - b} (T_1 - 1) + T_1, \text{ avec } T_1 = 1 + \frac{s}{1 - s} - \frac{\phi^{1/2}}{(1 - s)(2 - \phi^{1/2})} \quad (4.26)$$

$$D = \left(\frac{b}{1 - b} + 1 \right) D_1, \text{ avec } D_1 = \frac{s}{1 - s} \quad (4.27)$$

Pour étudier la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales, nous allons analyser la trace T et le déterminant D et leurs changements de valeur lorsqu'un paramètre, appelé paramètre de bifurcation, varie. Nous choisissons $\frac{b}{1 - b}$ comme paramètre de bifurcation. Il représente le facteur de la préférence pour le présent et varie de 0 à $+\infty$, car b appartient à l'intervalle $(0,1)$. D'après les expressions (4.26) et (4.27), lorsque $\frac{b}{1 - b}$ décrit $(0, +\infty)$, (T,D) décrit une demi-droite Δ qui a pour extrémité (T_1, D_1) lorsque $\frac{b}{1 - b}$ est égal à 0 et a une pente S égale à :

$$S = \frac{D_1}{T_1 - 1} = \frac{s(2 - \phi^{1/2})}{2s - (1 + s)\phi^{1/2}} \quad (4.28)$$

L'étude de la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et de l'apparition de bifurcations locales se réduit donc à analyser la demi-droite Δ , autrement dit la position de (T_1, D_1) et la valeur de la pente S . Cependant, avant de procéder à cette analyse, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 13 $s < \frac{1}{2}$.

Cette hypothèse, qui restreint les valeurs du paramètre s , signifie que la part du revenu du capital dans la production⁹ est inférieure à $\frac{1}{2}$ et est conforme aux observations.

Nous allons maintenant étudier la position de (T_1, D_1) dans le plan (T, D) . D'après les expressions (4.26) et (4.27), nous remarquons que $T_1 > 0$ et $D_1 > 0$. Par ailleurs,

$$1 - T_1 + D_1 = \frac{\phi^{1/2}}{(1 - s)(2 - \phi^{1/2})} > 0 \quad (4.29)$$

De plus, d'après l'hypothèse 13, $D_1 = \frac{s}{1 - s} < 1$. Cela signifie que lorsque la préférence pour le présent est très faible ($\frac{b}{1 - b}$ proche de 0), l'équilibre stationnaire est localement stable (indéterminé) et le point (T_1, D_1) se situe toujours à l'intérieur du triangle (ABC) (voir Figure 4.1).

La pente S est supérieure à 1 si $0 < \phi < \frac{4s^2}{(1 + s)^2}$.¹⁰ Quand $\phi > \frac{4s^2}{(1 + s)^2}$, la pente S est négative. En outre, $S \in (-\infty, -1)$ si $\frac{4s^2}{(1 + s)^2} < \phi < \frac{16s^2}{(1 + 2s)^2}$ et la demi-droite Δ passe par le point B si $\phi = \frac{64s^2}{(1 + 4s)^2}$.

9. En effet, en substituant l'équation (4.17) dans (4.14), nous obtenons $\rho_t k_{t-1} = sy_t$. Par conséquent, s est la part du capital dans le revenu.

10. Dans ce cas, $T_1 > 1$ et nous pouvons déduire que $S > 1$ de l'inégalité $1 - T_1 + D_1 > 0$.

Nous en déduisons que si $0 < \phi < \frac{16s^2}{(1+2s)^2}$, la demi-droite Δ traverse le segment $[BC]$. Quand $\frac{16s^2}{(1+2s)^2} < \phi < \frac{64s^2}{(1+4s)^2}$, la demi-droite Δ traverse le segment $[BC]$ puis la droite (AB) . Enfin, si $\phi > \frac{64s^2}{(1+4s)^2}$, la demi-droite Δ traverse uniquement la droite (AB) , entre le point A et le point B (voir Figure 4.1).

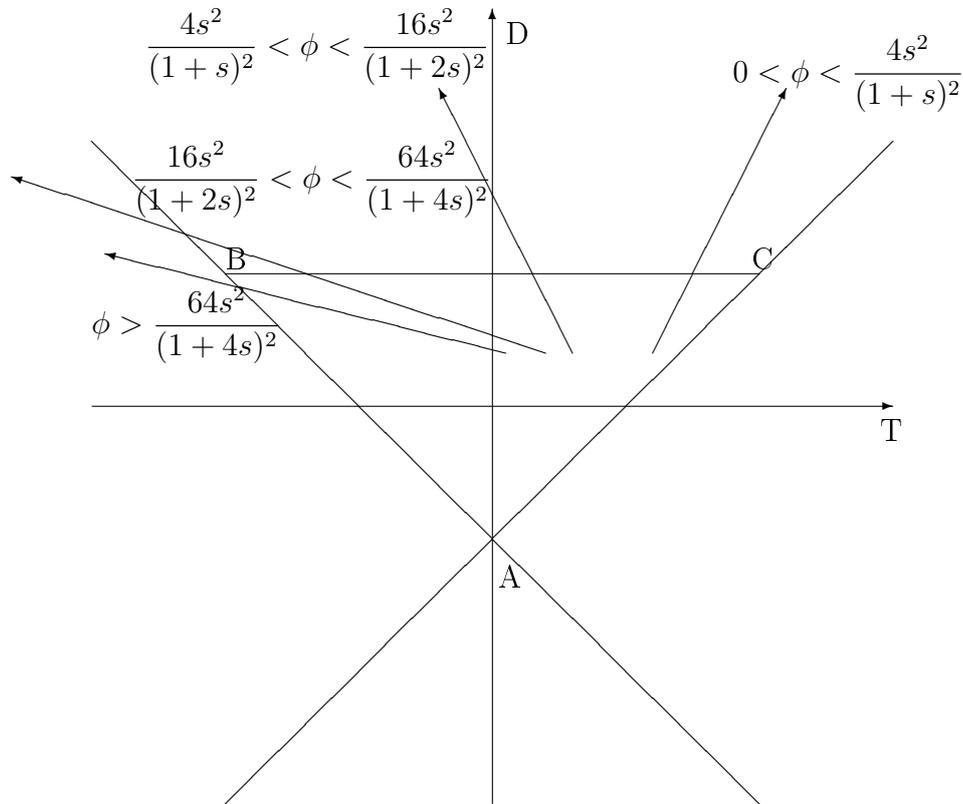


FIG. 4.1 – *Stabilité Locale et Bifurcations*

Ces constatations géométriques nous permettent d'établir les résultats suivants :

Proposition 15 *Supposons que $s < \frac{1}{2}$ (hypothèse 13). Alors,*

1. *si $0 < \phi < \frac{16s^2}{(1+2s)^2}$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque*

- $\frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$
et l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$;
2. si $\frac{16s^2}{(1+2s)^2} < \phi < \frac{64s^2}{(1+4s)^2}$, l'équilibre stationnaire est localement stable
lorsque $\frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\frac{b}{1-b} =$
 $\left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\left(\frac{b}{1-b}\right)_H < \frac{b}{1-b} <$
 $\left(\frac{b}{1-b}\right)_F$, une bifurcation flip émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$ et l'équi-
libre stationnaire est un point-selle lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$;
3. si $\phi > \frac{64s^2}{(1+4s)^2}$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\frac{b}{1-b} <$
 $\left(\frac{b}{1-b}\right)_F$, une bifurcation flip émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$ et l'équi-
libre stationnaire est un point-selle lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$;
- avec $\left(\frac{b}{1-b}\right)_H = \frac{1-2s}{s}$ et $\left(\frac{b}{1-b}\right)_F = \frac{4-3\phi^{1/2}}{(1+2s)\phi^{1/2}-4s}$.

Cette proposition montre sous quelles conditions des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger dans ce modèle. Lorsque la préférence pour le présent est suffisamment faible, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé. Alors, des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. Des fluctuations endogènes déterministes peuvent émerger à travers l'apparition de bifurcations flip et Hopf. Des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent alors dans le voisinage du cycle (bifurcation flip) s'il est localement stable ou dans le voisinage de la courbe fermée invariante (bifurcation Hopf) si elle est localement stable.

L'existence de fluctuations endogènes peut s'interpréter de la manière suivante. Supposons que l'on dévie de l'équilibre stationnaire par une baisse du coût marginal. Cela entraîne l'existence de profits positifs. De nouvelles firmes entrent

et le taux de marge diminue. Le coût marginal devenant trop important par rapport au prix, certaines firmes vont sortir de l'économie, ce qui va accroître le taux de marge. Un nouveau retournement du cycle peut s'opérer ensuite avec l'entrée de nouvelles firmes.

Le coût fixe $\phi \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ est un indice du niveau du taux de marge. Le taux de marge est en effet positif et variable si ϕ est positif. Or, la proposition 15 montre que des fluctuations endogènes déterministes peuvent émerger si le coût fixe ϕ est strictement positif. Elle montre donc que des fluctuations endogènes déterministes peuvent émerger quelle que soit la valeur du taux de marge, dès lors qu'il est positif. Par conséquent, l'émergence de cycles endogènes ne requiert pas des rendements fortement croissants, comme c'est souvent le cas dans les modèles à un secteur.¹¹ Ce résultat semble ainsi en accord avec les résultats empiriques récents (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald (1997), Burnside (1996)). De plus, l'existence de cycles endogènes n'impose pas à la demande de travail d'être croissante. En effet, en utilisant les équations (4.15) et (4.17), nous déterminons l'élasticité de la demande de travail à l'état stationnaire $(K, a) = (1, 1)$:

$$\frac{d(1/p)}{dL} \frac{L}{1/p} = \frac{1-s}{2} \frac{\phi^{1/2}}{1-\phi^{1/2}} - s \quad (4.30)$$

D'après cette équation, la demande de travail est croissante si $\phi > \frac{4s^2}{(1+s)^2}$. Or, la proposition 15 montre que des cycles endogènes peuvent également émerger si $0 < \phi < \frac{4s^2}{(1+s)^2}$, c'est-à-dire si la demande de travail est décroissante.¹²

Lorsque ϕ tend vers 0, un nombre infini de firmes entrent et le taux de marge disparaît. Il s'agit du cas limite où la concurrence est parfaite et les rendements constants. Alors, des cycles endogènes déterministes ne peuvent plus apparaître

11. Pour plus de détails à ce sujet, on peut se référer à la section 7 du chapitre 1 et aux chapitres 2 et 3.

12. Ce résultat est également obtenu par Coimbra (1999). Pour plus de détails, on peut se référer à la section 6 du chapitre 2.

(bifurcations flip et Hopf). En effet, $1 - T_1 + D_1 = 0$ et la pente S de la demi-droite Δ est égale à 1. Cela signifie que $1 - T + D = 0$ et qu'une valeur propre est égale à 1. Dans une telle situation, la seconde valeur propre est positive, inférieure à 1 si $\frac{b}{1-b} < \frac{1-2s}{s}$ et supérieure à 1 dans le cas contraire, d'après l'équation (4.27). Des fluctuations endogènes stochastiques apparaissent dans le voisinage de l'équilibre stationnaire si $\frac{b}{1-b} < \frac{1-2s}{s}$ et l'équilibre est localement déterminé si $\frac{b}{1-b} > \frac{1-2s}{s}$. Des fluctuations endogènes déterministes ne peuvent pas émerger. La concurrence imparfaite et la variabilité du taux de marge favorisent donc l'émergence de fluctuations endogènes.

4.4 Conclusion

Ce chapitre étudie l'émergence de fluctuations endogènes dans un modèle à générations imbriquées avec capital productif, caractérisé par un taux de marge variable et des rendements croissants. La variabilité du taux de marge est due au nombre endogène et variable de producteurs. Nous utilisons un modèle de Cournot avec libre entrée où les rendements croissants se traduisent par l'existence d'un coût fixe. Le nombre de firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique. Nous considérons par ailleurs le cas particulier où l'offre de travail est infiniment élastique.

Nous montrons que l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et des cycles endogènes peuvent émerger lorsque le taux de marge est positif et variable, c'est-à-dire lorsque les rendements sont croissants, aussi faiblement que ce soit. Par contre, dans le cas limite où la concurrence est parfaite et où le taux de marge disparaît, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé, mais des fluctuations endogènes déterministes ne peuvent pas apparaître. La concurrence imparfaite et la variabilité du taux de marge ont donc un rôle

primordial sur l'émergence de fluctuations endogènes. L'émergence de cycles endogènes déterministes requiert l'existence de rendements croissants, mais ils n'ont pas besoin d'être importants. En outre, ces cycles endogènes peuvent émerger si la demande de travail n'est pas croissante. Ces deux dernières constatations vont à l'encontre d'un certain nombre de résultats, tels ceux de la section 7 du chapitre 1, du chapitre 2 et du chapitre 3, et semblent en accord avec les estimations empiriques récentes.

La modélisation utilisée dans ce chapitre comporte cependant une limite. La variabilité et l'existence du taux de marge ne peuvent réellement être dissociées. Aussi introduisons-nous, dans le chapitre suivant, de la concurrence monopolistique dans un modèle à générations imbriquées similaire à celui considéré dans ce chapitre. Nous y étudions le rôle de la variabilité du taux de marge et de la substitution capital-travail sur l'émergence de fluctuations endogènes. Les influences respectives du niveau du taux de marge et de sa variabilité pourront être analysées indépendamment l'une de l'autre.

Chapitre 5

Substitution Capital-Travail, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes : une Approche en Concurrence Monopolistique

Sommaire

5.1	Introduction	165
5.2	Le Modèle	168
5.2.1	Les Consommateurs	168
5.2.2	Les Producteurs	171
5.2.3	Equilibre Intertemporel	173
5.3	Analyse de l'Equilibre Stationnaire	175
5.3.1	Existence	175
5.3.2	Unicité ou Multiplicité	177

5.3.3	Equilibres Multiples Pareto-ordonnés	180
5.4	Dynamique Locale	181
5.5	Conclusion	190

5.1 Introduction

Le chapitre précédent est consacré à l'analyse d'un modèle de Cournot dans lequel le taux de marge et le nombre de producteurs sont variables. Si des rendements croissants sont nécessaires pour l'apparition de cycles déterministes, ils n'ont pas besoin d'être importants. La spécification du secteur de la production présente cependant une limite. Elle ne permet pas de réellement dissocier le niveau et la variabilité du taux de marge. Aussi allons-nous introduire dans ce chapitre de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) dans un modèle à générations imbriquées similaire à celui du chapitre 4. Avec cette nouvelle spécification du secteur de la production, l'étude des influences respectives de la variabilité et du niveau du taux de marge sur l'existence de fluctuations endogènes est possible. Par ailleurs, le choix d'une forme plus générale de la fonction de production permet également d'étudier le rôle de la substituabilité entre le capital et le travail sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Ce chapitre constitue donc une extension des résultats présentés dans le chapitre 2. Nous avons en effet montré, suite au travail de Reichlin (1986), que lorsque la concurrence est parfaite et les rendements constants, des fluctuations endogènes peuvent exister seulement si le travail et le capital sont suffisamment complémentaires. L'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et une bifurcation Hopf peut émerger uniquement si l'élasticité de substitution capital-travail est inférieure à la part du capital dans le revenu, elle-même étant inférieure à $\frac{1}{2}$.¹ En revanche, lorsque les rendements sont croissants, des fluctuations endogènes peuvent apparaître lorsque le capital et le travail sont davantage substituables. En suivant l'analyse proposée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), les rendements croissants sont introduits soit de manière externe en supposant

1. Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) obtiennent le même type de résultat dans un modèle à la Woodford (1986).

l'existence d'externalités positives dans la production, soit de manière interne en supposant que les producteurs se livrent une concurrence à la Cournot avec libre entrée. Dans cette dernière spécification, qui est également celle adoptée par Lloyd-Braga (1995), les rendements croissants se traduisent par un coût marginal décroissant et le nombre de firmes et le taux de marge sont constants.

Dans ce chapitre, nous considérons un modèle de concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) avec libre entrée, dans lequel le nombre de firmes et le taux de marge sont variables. Les firmes produisent le bien final avec une technologie à rendements croissants dus à l'existence d'un coût fixe. Le modèle de concurrence monopolistique de Dixit and Stiglitz (1977) est fréquemment utilisé dans la littérature récente sur les cycles économiques.² Cependant, il impose un taux de marge constant lorsqu'on fait l'hypothèse habituelle d'un très grand nombre de producteurs. Dans cette situation, les firmes considèrent comme donnés le prix moyen et le revenu agrégé lorsqu'elles maximisent leurs profits. Dans ce chapitre, chaque producteur tient compte de son influence sur le prix moyen, mais n'a aucune influence sur le revenu agrégé. Cette hypothèse, en accord avec l'analyse de Yang and Hejdra (1993), signifie que les producteurs ne tiennent pas compte des effets Ford.³ Cette conjecture des producteurs implique que l'élasticité de la demande n'est pas constante mais croissante avec le nombre de firmes.⁴ Comme l'entrée et la sortie des firmes se font sans coût, le nombre de firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique. Ces deux propriétés dynamiques sont identiques à celle obtenues dans le chapitre 4. Une autre ressemblance avec le chapitre précédent réside dans le fait que l'offre de travail est infiniment élastique.

Nous effectuons l'analyse de l'équilibre stationnaire en utilisant la méthode

2. Voir, par exemple, Benhabib and Farmer (1994) et Rivard (1994).

3. Pour une discussion à ce propos, consulter d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (1996).

4. Peretto (1999) utilise une spécification similaire dans un modèle de croissance endogène.

de Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998). Après avoir montré l'existence d'un équilibre stationnaire, nous développons les conditions sous lesquelles cet équilibre stationnaire est unique et celles sous lesquelles il y en a une multiplicité. Le nombre d'équilibres stationnaires ne dépend pas du niveau des rendements croissants. Ce résultat est cependant lié à la forme de la fonction d'utilité utilisée. Par ailleurs, lorsqu'il y a plusieurs équilibres stationnaires, ils sont ordonnés au sens de Pareto si le travail et le capital sont suffisamment substituables. Dans une telle situation, il y a un défaut de coordination. En effet, on ne sait pas sur quel équilibre stationnaire les agents vont se coordonner.

L'analyse de la dynamique locale et de l'existence de fluctuations endogènes est ensuite envisagée. Pour cela, nous utilisons la méthode géométrique de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), que nous avons déjà exposée dans le chapitre 2. Nous montrons alors que des fluctuations endogènes ne peuvent émerger que si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires. En effet, si l'élasticité de substitution capital-travail est faible, l'équilibre stationnaire est localement déterminé et seule une bifurcation transcritique peut émerger. Dans cette dernière situation, il y a un échange de stabilité entre deux équilibres stationnaires. En revanche, lorsque l'élasticité de substitution capital-travail n'est pas trop faible, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et des fluctuations endogènes déterministes peuvent apparaître au travers d'une bifurcation Hopf ou flip. Par conséquent, des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent exister pour un grand nombre de valeurs de l'élasticité de substitution capital-travail, dès que le travail et le capital ne sont pas fortement complémentaires.⁵

5. Notons que Dos Santos Ferreira and Lloyd-Braga (2000), en étudiant un modèle de Cournot avec libre entrée caractérisé par un taux de marge variable, montrent également que des fluctuations endogènes peuvent émerger lorsque le travail et le capital ne sont pas fortement complémentaires. Contrairement au modèle présenté dans ce chapitre, ils supposent que l'offre de travail n'est pas infiniment élastique et que les agents consomment le bien final uniquement

Ce résultat dépend de la variabilité du taux de marge. Dans le cas où les producteurs ne tiennent pas compte de leur influence sur le prix moyen, le taux de marge est constant, comme c'est habituellement le cas dans le modèle de Dixit and Stiglitz (1977). Des cycles déterministes ne peuvent plus apparaître, mais l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé. Ce résultat est indépendant du niveau du taux de marge. Ainsi, si le niveau du taux de marge ne semble pas jouer un rôle important sur l'émergence de fluctuations endogènes, il n'en va pas de même pour la variabilité de ce taux. Ce modèle nous permet aussi d'envisager, à la limite, celui de Reichlin (1986) dans le cas où l'utilité est linéaire. L'équilibre peut alors être indéterminé, mais des cycles déterministes ne peuvent pas émerger.⁶

La suite de ce chapitre s'organise de la façon suivante. Dans la section 2, nous présentons le modèle. La section 3 est consacrée à l'analyse de l'équilibre stationnaire. Nous étudions la dynamique locale et l'émergence de fluctuations endogènes dans la section 4 et concluons dans la section 5.

5.2 Le Modèle

Nous commençons par exposer le comportement des consommateurs, puis celui des producteurs. Nous concluons cette section en définissant l'équilibre intertemporel.

5.2.1 Les Consommateurs

Nous considérons un modèle à générations imbriquées identique à celui présenté dans le chapitre précédent. Nous ne présentons donc pas dans le détail le

à la deuxième période de leur vie.

6. Sur ce point, voir également le chapitre 2.

comportement des consommateurs.⁷

La fonction d'utilité d'un consommateur qui naît à la période t s'écrit :

$$C_{1t}^b C_{2t+1}^{1-b} - zL_t \quad (5.1)$$

Les paramètres ont évidemment la même signification que dans le chapitre précédent. Cependant, C_{1t} (respectivement C_{2t+1}) représente maintenant un agrégat de toutes les variétés disponibles de bien final :

$$C_{jt} = N_t^{-\frac{1}{\varepsilon-1}} \left[\sum_{i=1}^{N_t} c_{ijt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad j = 1, 2, \quad \varepsilon > 1 \quad (5.2)$$

L'hypothèse $\varepsilon > 1$ signifie que les différentes variétés de bien sont substituables. Nous supposons qu'à chaque période, les consommateurs consomment toutes les variétés de bien disponibles. Notons, par ailleurs, que si nous nous référons à l'analyse de Benassy (1996), la spécification (5.2) signifie qu'il n'y a pas de goût pour la variété.⁸ Le capital K_t est représenté par le même agrégat, c'est-à-dire :

$$K_t = N_t^{-\frac{1}{\varepsilon-1}} \left[\sum_{i=1}^{N_t} k_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (5.3)$$

Un jeune consommateur fait face aux contraintes budgétaires suivantes :

$$p_t C_{1t} + p_t K_t = L_t \quad (5.4)$$

$$p_{t+1} C_{2t+1} = r_{t+1} K_t \quad (5.5)$$

7. Pour plus d'informations à ce sujet, consulter la section 2 du chapitre 4.

8. Gali (1995) utilise une spécification proche de celle proposée dans ce chapitre. Jacobsen (1998) étudie, quant à lui, l'influence du goût pour la variété, au sens de Benassy (1996), sur l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire.

où p_t est le prix moyen défini par $p_t = \left[\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} p_{it}^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$, p_{it} étant le prix de la variété i .

Chaque consommateur maximise son utilité (5.1) sous ses contraintes budgétaires. Son programme se résout en trois étapes. Nous allons d'abord déterminer sa consommation de chaque variété de bien i , puis son choix intertemporel, c'est-à-dire ses consommations agrégées aux deux périodes ainsi que le montant de son épargne. A la dernière étape, nous allons déterminer son offre de travail.

Etant donné son revenu, sa consommation de chaque variété peut s'écrire :

$$c_{ijt} = \frac{1}{N_t} \left(\frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon} \frac{x_{jt}}{p_t}, \quad j = 1, 2 \quad (5.6)$$

où $x_{jt} = p_t C_{jt}$. Le consommateur fait son choix intertemporel en maximisant son utilité (5.1) sous les deux contraintes budgétaires (5.4) et (5.5). Nous obtenons :

$$C_{1t} = b \frac{1}{p_t} L_t \quad (5.7)$$

$$C_{2t+1} = (1-b) \rho_{t+1} \frac{1}{p_t} L_t \quad (5.8)$$

$$K_t = (1-b) \frac{1}{p_t} L_t \quad (5.9)$$

où $\frac{1}{p_t}$ est le salaire réel et $\rho_{t+1} = \frac{r_{t+1}}{p_{t+1}}$ est le facteur d'intérêt réel. En substituant les équations (5.7) et (5.8) dans (5.1), nous obtenons l'utilité indirecte :

$$V_t \equiv b^b (1-b)^{1-b} \rho_{t+1}^{1-b} \frac{1}{p_t} L_t - z L_t \quad (5.10)$$

L'offre de travail du consommateur est égale à sa dotation en travail $L^* > 1$ si $V_t > 0$, est égale à 0 si $V_t < 0$ et est égale $L_t \in [0, L^*]$ si $V_t = 0$. Nous supposons que l'offre de travail est telle que $V_t = 0$, c'est-à-dire :

$$b^b(1-b)^{1-b}\rho_{t+1}^{1-b}\frac{1}{p_t} = z \quad (5.11)$$

Aussi, comme dans le chapitre précédent, l'offre de travail est-elle infiniment élastique.

5.2.2 Les Producteurs

Les firmes se livrent une concurrence monopolistique sur le marché du bien final. Par ailleurs, l'entrée et la sortie des firmes se font sans coût. Chaque variété de bien i est produite par un seul producteur et nous supposons que N_t producteurs sont actifs à la période t . Ils utilisent tous la même technologie à rendements croissants pour produire leur variété de bien. La fonction de production s'écrit de la manière suivante :

$$y_{it} = A \max \{0; f(a_{it})l_{it} - \phi\} \quad (5.12)$$

où $A > 0$ est un paramètre, $a_{it} = \frac{k_{it-1}}{l_{it}}$ est le capital par tête, l_{it} est la quantité de travail utilisée par la firme i et $\phi > 0$ est un coût fixe, tel que $f(1) > (1 + \varepsilon)\phi$. Nous faisons de plus l'hypothèse suivante :

Hypothèse 14 *La fonction de production intensive $f(a)$ est continue et non-négative pour tout $a \geq 0$, admet des dérivées de tout ordre requis pour $a > 0$, avec $f'(a) > 0$, $f''(a) < 0$ et $f(a) - af'(a) > 0$.*

Les producteurs ont comme objectif la maximisation de leurs profits. Les marchés du travail et du capital étant parfaitement concurrentiels, les firmes prennent le salaire et le taux d'intérêt comme donnés. Par contre, elles se livrent une concurrence monopolistique sur le marché des biens. La demande qui s'adresse à chacune d'entre elles s'écrit :

$$d_{it} = \frac{1}{N_t} \left(\frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon} \frac{I_t}{p_t} \quad (5.13)$$

où I_t est le revenu total.

Quand elle maximise ses profits, chaque firme considère comme donné le revenu I_t , mais tient compte de l'influence de ses décisions sur le prix moyen p_t . Cela signifie que l'élasticité marshallienne de la demande est égale à $\eta_{it} = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \frac{p_{ti}^{1-\varepsilon}}{\sum_{i=1}^{N_t} p_{ti}^{1-\varepsilon}}$ et n'est plus constante et égale à ε , comme c'est habituellement le cas dans le modèle de Dixit and Stiglitz (1977). Nous en déduisons les conditions du premier ordre de la maximisation du profit de la firme i :

$$p_{it} \left(1 - \frac{1}{\eta_{it}} \right) A f'(a_{it}) = r_t \quad (5.14)$$

$$p_{it} \left(1 - \frac{1}{\eta_{it}} \right) A (f(a_{it}) - a_{it} f'(a_{it})) = 1 \quad (5.15)$$

Comme toutes les firmes sont identiques, nous allons déterminer les conditions du premier ordre à l'équilibre symétrique. Cela correspond au cas où $a_{it} = a_t$, $p_{it} = p_t$ et $\eta_{it} = \eta_t$ pour tout i . Nous en déduisons les relations suivantes :

$$\rho_t = \left(1 - \frac{1}{\eta_t} \right) A f'(a_t) \quad (5.16)$$

$$\frac{1}{p_t} = \left(1 - \frac{1}{\eta_t} \right) A (f(a_t) - a_t f'(a_t)) \quad (5.17)$$

$$\eta_t = \varepsilon \left(1 - \frac{1}{N_t} \right) + \frac{1}{N_t} > 1, \text{ avec } N_t \geq 2 \quad (5.18)$$

L'équation (5.18) signifie que l'élasticité de la demande est croissante avec le nombre de producteurs puisque les variétés de biens sont substituables ($\varepsilon > 1$). Cela implique que le facteur de marge $\frac{\eta_t}{\eta_t - 1}$ décroît lorsque le nombre de

producteurs augmente. Lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini, l'élasticité de la demande tend vers ε et le taux de marge devient constant.

L'entrée et la sortie des firmes se font sans coût. A chaque période, les profits vont s'annuler à l'équilibre, c'est-à-dire :

$$A(f(a_t)l_t - \phi) = \rho_t a_t l_t + \frac{1}{p_t} l_t \quad (5.19)$$

Cette équation est équivalente à :

$$\eta_t = \frac{f(a_t)l_t}{\phi} \quad (5.20)$$

Cette condition va déterminer le nombre de producteurs N_t à la période t .

5.2.3 Equilibre Intertemporel

Le capital est prédéterminé par l'épargne des jeunes de la génération précédente. Aussi le stock de capital à la date t est-il égal à l'équilibre à $K_{t-1} \equiv N_t k_{t-1}$. En utilisant cette dernière relation ainsi que les équations (5.18) et (5.20), nous déduisons l'expression suivante qui définit le nombre de firmes à l'équilibre :

$$N_t = \frac{f(a_t)K_{t-1}}{\varepsilon \phi a_t} + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \quad (5.21)$$

Comme $N_t \geq 2$, cette équation implique que $\varepsilon + 1 \leq \frac{f(a_t)K_{t-1}}{\phi a_t}$. La relation (5.21) montre que le nombre de producteurs, autrement dit la variété des biens, est pro-cyclique, c'est-à-dire varie dans le même sens que la production totale. Remarquons également que le nombre de firmes tend vers l'infini lorsque le coût fixe ϕ tend vers zéro. Cette situation constitue le cas limite où les rendements d'échelle deviennent constants. En substituant (5.21) dans l'équation (5.18), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{1}{\eta_t} &= \frac{(\varepsilon - 1)(N_t - 1)}{\varepsilon N_t - (\varepsilon - 1)} \\
 &= \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\phi a_t}{f(a_t)K_{t-1}} \right)
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Cette équation montre que le taux de marge est contra-cyclique, c'est-à-dire décroît (respectivement croît) lorsque la production totale augmente (respectivement diminue). Ce résultat est essentiellement lié au caractère pro-cyclique de l'entrée des firmes dans l'économie. Remarquons également que le taux de marge devient constant lorsque le coût fixe ϕ tend vers zéro et un nombre infini de firmes entrent dans l'économie. Dans ce cas, l'expression du taux de marge est similaire à celle obtenue sous les hypothèses habituelles du modèle de Dixit and Stiglitz (1977). De plus, lorsque ε tend vers l'infini, le taux de marge disparaît et l'économie se trouve en situation de concurrence parfaite.

Nous pouvons à présent déterminer l'équilibre intertemporel de l'économie. A chaque période, le marché de chaque variété de bien est équilibré. Par ailleurs, en substituant les équations (5.16), (5.17) et (5.22) dans (5.9) et (5.11), nous obtenons :

$$K_t = (1 - b) \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\phi a_t}{f(a_t)K_{t-1}} \right) A (f(a_t) - a_t f'(a_t)) \frac{K_{t-1}}{a_t} \tag{5.23}$$

$$\begin{aligned}
 b^b (1 - b)^{1-b} \left(A \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right)^{2-b} \left(1 - \frac{\phi a_{t+1}}{f(a_{t+1})K_t} \right)^{1-b} [f'(a_{t+1})]^{1-b} \\
 \left(1 - \frac{\phi a_t}{f(a_t)K_{t-1}} \right) (f(a_t) - a_t f'(a_t)) = z
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

L'équation (5.23) définit l'équilibre sur le marché du capital et l'équation (5.24) l'équilibre sur le marché du travail. Un équilibre intertemporel se définit donc de la manière suivante :

Définition 14 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite*

$(K_{t-1}, a_t) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t , les équations (5.23) et (5.24) sont satisfaites.

Les équations (5.23) et (5.24) déterminent entièrement la dynamique de l'économie et définissent un système dynamique discret à deux dimensions avec une variable prédéterminée, le capital. Etant donné (K_{t-1}, a_t) , nous pouvons déterminer de manière unique (K_t, a_{t+1}) .

Nous allons étudier, dans la suite de ce chapitre, le système dynamique (5.23)-(5.24). Nous allons, dans un premier temps, analyser l'équilibre stationnaire, puis étudier la dynamique locale et l'émergence de fluctuations endogènes.

5.3 Analyse de l'Equilibre Stationnaire

Dans cette section, nous allons analyser l'équilibre stationnaire du système dynamique (5.23)-(5.24). Nous allons étudier l'existence, puis l'unicité ou la multiplicité d'équilibres stationnaires en utilisant la méthode développée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) que nous avons exposée dans le chapitre 2. Nous allons conclure cette section en montrant que des équilibres stationnaires multiples peuvent être Pareto-ordonnés.

5.3.1 Existence

Nous établissons l'existence de l'équilibre stationnaire en choisissant les paramètres A et z de manière à normaliser les valeurs à l'état stationnaire du capital K et du capital par tête a .

Commençons par définir un équilibre stationnaire. Un équilibre stationnaire est une solution $(K_{t-1} = K, a_t = a)$ pour tout t du système suivant :

$$1 - \frac{\phi a}{f(a)K} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{1}{A} \frac{a}{f(a) - af'(a)} \frac{1}{1 - b} \quad (5.25)$$

$$\left[\frac{f(a) - af'(a)}{f'(a)} \right]^{1-b} a^{b-2} = \frac{b^b}{z(1-b)} \quad (5.26)$$

L'équation (5.25) ne dépend que du paramètre A et l'équation (5.26) que du paramètre z . L'existence de l'équilibre stationnaire ($K = 1, a = 1$) est alors assurée en choisissant les paramètres $A > 0$ et $z > 0$ comme étant les solutions des deux équations suivantes :

$$A = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{1}{f(1) - f'(1)} \frac{1}{1 - b} \frac{f(1)}{f(1) - \phi} \quad (5.27)$$

$$z = \frac{b^b}{1 - b} \left[\frac{f(1) - f'(1)}{f'(1)} \right]^{-(1-b)} \quad (5.28)$$

Etant données les hypothèses que nous avons faites sur la fonction $f(a)$ (hypothèse 14) et comme $f(1) > (1 + \varepsilon)\phi$, il existe une solution unique $A, z > 0$ telle que les équations (5.27) et (5.28) sont satisfaites. Nous en déduisons la proposition suivante :

Proposition 16 *Soient $A > 0$ et $z > 0$ les solutions des équations (5.27) et (5.28). Alors, $(K, a) = (1, 1)$ est un équilibre stationnaire du système dynamique (5.23)-(5.24).*

Avant de passer à l'étude de l'unicité, puis de la multiplicité des équilibres stationnaires, nous allons définir quelques relations que nous utiliserons dans la suite de ce chapitre. Nous notons $s(a) \equiv \frac{f'(a)a}{f(a)} \in (0, 1)$ qui s'interprète comme étant la part du capital dans la production. En effet, en utilisant les équations (5.16) et (5.20), nous pouvons montrer que $\frac{\rho_t k_{t-1}}{y_t} = \frac{f'(a_t)a_t}{f(a_t)} \equiv s(a_t)$. D'autre part, nous notons $\sigma(a)$ l'élasticité de substitution entre le capital et le travail.

$\frac{1}{\sigma(a)}$ est donc l'élasticité du rapport des prix relatifs du travail et du capital par rapport au capital par tête a . Etant donné les relations (5.16) et (5.17), cette élasticité s'écrit $\frac{1}{\sigma(a)} = \frac{d \ln(f(a) - af'(a))}{d \ln a} - \frac{d \ln f'(a)}{d \ln a}$. En utilisant cette dernière expression et le fait que $\frac{d}{da}(f(a) - af'(a)) = -af''(a)$, nous obtenons les deux élasticités suivantes :

$$\frac{d \ln(f(a) - af'(a))}{d \ln a} = \frac{s(a)}{\sigma(a)} \quad (5.29)$$

$$\frac{d \ln f'(a)}{d \ln a} = -\frac{1 - s(a)}{\sigma(a)} \quad (5.30)$$

Ces expressions sont évidemment identiques à celles obtenues dans la section 3 du chapitre 2.

5.3.2 Unicité ou Multiplicité

Etudier le nombre d'équilibres stationnaires équivaut à déterminer le nombre de solutions du système (5.25)-(5.26). Il s'agit, par conséquent, de résoudre un système de deux équations à deux variables. Cependant, remarquons que l'équation (5.25) définit implicitement une fonction qui lie le capital K au capital par tête a , $K = K(a)$. D'autre part, l'équation (5.26) ne dépend que du capital par tête a . Le problème que nous devons résoudre se réduit donc à une dimension, c'est-à-dire à étudier le nombre de solutions a de l'équation (5.26). Pour chacune de ces solutions, nous pouvons ensuite en déduire une valeur du capital K grâce à l'équation (5.25).

Plus formellement, étudier l'unicité ou la multiplicité des équilibres stationnaires revient à étudier le nombre de solutions de l'équation suivante :

$$G(a) \equiv \left[\frac{f(a) - af'(a)}{f'(a)} \right]^{1-b} a^{b-2} \frac{z(1-b)}{b^b} = 1 \quad (5.31)$$

Si $G(a)$ est une fonction monotone ($\frac{G'(a)a}{G(a)} > 0$ pour tout $a > 0$ ou $\frac{G'(a)a}{G(a)} < 0$ pour tout $a > 0$), alors il existe au plus un équilibre stationnaire, celui défini dans la proposition 16. En revanche, si $\frac{G'(a)a}{G(a)}$ change de signe une seule fois, il existe au plus deux équilibres stationnaires.⁹ Enfin, si $G(a)$ est constant, il y a un continu d'états stationnaires. En effet dans ce cas, et d'après la proposition 16, $G(a) = G(1) = 1$ quelque soit la valeur de a .

Pour analyser la monotonie de $G(a)$, nous allons étudier le signe de $G'(a)$. La différenciation de la fonction $G(a)$ nous donne :

$$H(a) \equiv \frac{G'(a)a}{G(a)} = (1-b)\frac{1}{\sigma(a)} - (2-b) \quad (5.32)$$

Comme $G(a)$ et a sont positifs, étudier le signe de $G'(a)$ est équivalent à étudier le signe de $H(a)$. Cette dernière constatation nous conduit à énoncer la proposition suivante :

Proposition 17 *Sous les hypothèses de la proposition 16, il existe au plus un équilibre stationnaire, $(K,a) = (1,1)$, si une des conditions suivantes est satisfaite :*

$$(i) \frac{b}{1-b} < \frac{1}{\sigma(a)} - 2, \forall a > 0,$$

$$(ii) \frac{b}{1-b} > \frac{1}{\sigma(a)} - 2, \forall a > 0.$$

Dans le cas particulier où l'élasticité σ est constante, les configurations (i) ou (ii) s'appliquent, excepté lorsque $\frac{b}{1-b} = \frac{1}{\sigma} - 2$. Alors, d'après la proposition 16, il y a un continu d'équilibres stationnaires.

Cette proposition montre que le niveau des rendements d'échelle et la variabilité du taux de marge ne jouent aucun rôle sur le nombre d'équilibres stationnaires. Ce résultat dépend évidemment de la fonction d'utilité des consom-

9. Lorsque nous étudions la multiplicité des équilibres stationnaires, nous ne nous intéressons qu'aux situations où il peut y avoir deux équilibres stationnaires.

mateurs et, en particulier, de la forme Cobb-Douglas des préférences concernant la consommation. Remarquons également que l'équilibre stationnaire est unique lorsque $\sigma(a) > \frac{1}{2}$, pour tout $a > 0$, quelle que soit la valeur du facteur de la préférence pour le présent $\frac{b}{1-b}$.

Nous nous intéressons maintenant aux situations où il existe plusieurs équilibres stationnaires. En d'autres termes, nous allons analyser dans quels cas les conditions établies dans la proposition 17 ne sont pas satisfaites. Nous nous limitons aux cas où il y a au plus deux équilibres stationnaires. Cela se présente lorsque $H(a)$ change de signe au plus une fois.

Proposition 18 *Sous les hypothèses de la proposition 16, il existe au plus deux équilibres stationnaires si une des conditions suivantes est satisfaite :*

- (i) $\sigma(a)$ est croissante en a ,
- (ii) $\sigma(a)$ est décroissante en a .

Dans le cas (i), $H(a)$ est une fonction décroissante. Si $H(0) > 0$ et $H(+\infty) < 0$, alors $H(a)$ change de signe une seule fois et la fonction $G(a)$ est concave. Dans le cas (ii), $H(a)$ est une fonction croissante. Si $H(0) < 0$ et $H(+\infty) > 0$, alors $H(a)$ change de signe une seule fois et la fonction $G(a)$ est convexe.

Sous les hypothèses de la proposition 16 et si $H(1) \neq 0$, il y a deux équilibres stationnaires quand les cas (i) ou (ii) de la proposition 18 s'appliquent.¹⁰

Dans le cas où $H(a)$ s'annule en $a = 1$, un seul équilibre stationnaire existe. Cependant, l'unicité de cet équilibre stationnaire n'est pas robuste et nous la traitons comme un cas non-générique. En effet, si $\frac{b}{1-b}$ est très légèrement modifié, les autres paramètres restant inchangés, un deuxième équilibre stationnaire apparaîtra.¹¹ Dans la suite de ce chapitre, lorsque nous étudierons la dynamique locale

10. Evidemment, les conditions au bord doivent être remplies, c'est-à-dire que $G(a) - 1$ doit avoir le même signe lorsque a est proche de sa valeur minimum et lorsque a tend vers $+\infty$.

11. Pour plus de détails, consulter Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998) ou la section 3 du chapitre 2.

et l'émergence de bifurcations dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, nous verrons que ce que nous venons de décrire correspond à l'émergence d'une bifurcation transcritique, c'est-à-dire à un échange de stabilité entre deux équilibres stationnaires.

5.3.3 Equilibres Multiples Pareto-ordonnés

Dans cette section, conformément aux situations étudiées dans la proposition 18, nous supposons qu'il y a deux équilibres stationnaires. Soient $(K(a_1), a_1)$ et $(K(a_2), a_2)$ ces deux équilibres stationnaires, avec $a_1 > a_2$.¹² Nous montrons dans la proposition ci-dessous que l'équilibre stationnaire avec le capital par tête le plus important domine au sens de Pareto le deuxième équilibre stationnaire si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires, c'est-à-dire si l'élasticité $\sigma(a)$ est assez élevée.

Proposition 19 *Sous les hypothèses de la proposition 18, soient $(K(a_1), a_1) \in \mathbb{R}_{++}^2$ et $(K(a_2), a_2) \in \mathbb{R}_{++}^2$ deux équilibres stationnaires tels que $a_1 > a_2$. Supposons en outre que $\sigma(a) > \frac{1 + \varepsilon s(a)}{2 + \varepsilon - s(a)}$. Alors, $(K(a_1), a_1)$ domine au sens de Pareto $(K(a_2), a_2)$.*

Preuve. D'après l'équation (5.11), l'utilité d'un jeune consommateur, c'est-à-dire l'utilité au cours du cycle de vie, est nulle quelque soit la valeur de $a > 0$.

Il nous reste à étudier l'utilité des vieux consommateurs de la première période. Elle dépend uniquement de leur consommation. D'après (5.8) et (5.9), celle-ci peut s'écrire : $W(a) \equiv \rho(a)K(a)$. Nous allons montrer dans la suite de cette preuve que la fonction $W(a)$ est croissante. Commençons par calculer l'élasticité de $K(a)$. En utilisant l'équation (5.25), nous obtenons :

¹² Rappelons que, d'après l'équation (5.25), le capital K dépend du capital par tête a à l'équilibre stationnaire.

$$\epsilon_K(a) \equiv \frac{K'(a)a}{K(a)} = \left(\frac{f(a)K(a)}{\phi a} - 1 \right) \left(1 - \frac{s(a)}{\sigma(a)} \right) + 1 - s(a) \quad (5.33)$$

D'autre part, les relations (5.16) et (5.22) nous permettent d'écrire l'utilité $W(a)$ de la façon suivante :

$$W(a) = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\phi a}{f(a)K(a)} \right) A f'(a) K(a) \quad (5.34)$$

En utilisant (5.33), nous déduisons l'expression suivante :

$$\frac{W'(a)a}{W(a)} = \frac{f(a)K(a)}{\phi a} \left(1 - \frac{s(a)}{\sigma(a)} \right) + (1 - s(a)) \left(1 - \frac{1}{\sigma(a)} \right) \quad (5.35)$$

Comme $\frac{f(a)K(a)}{\phi a} > 1 + \varepsilon$ et $\sigma(a) > \frac{1 + \varepsilon s(a)}{2 + \varepsilon - s(a)}$,

$$\begin{aligned} \frac{W'(a)a}{W(a)} &> \frac{1}{\sigma(a)} [(2 + \varepsilon - s(a)) \sigma(a) - 1 - \varepsilon s(a)] \\ &> 0 \text{ car } \sigma(a) > \frac{1 + \varepsilon s(a)}{2 + \varepsilon - s(a)} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Cette dernière inégalité montre que les vieux consommateurs préfèrent l'état stationnaire avec un capital par tête a plus important. L'équilibre stationnaire $(K(a_1), a_1)$ domine donc au sens de Pareto l'équilibre stationnaire $(K(a_2), a_2)$. ■

Le cas étudié dans cette proposition correspond à une situation de défaut de coordination. On ne sait pas sur quel équilibre stationnaire les agents vont se coordonner.

5.4 Dynamique Locale

Cette section est consacrée à l'étude de la dynamique locale. Nous allons utiliser la méthode géométrique développée par Grandmont, Pintus, and de Vilder

(1998), que nous avons exposée dans le chapitre 2. Cette méthode s'applique aux systèmes dynamiques discrets à deux dimensions et fournit une caractérisation complète de la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et de l'émergence de bifurcations.

Nous allons étudier pour quelles valeurs de l'élasticité de substitution capital-travail il existe des fluctuations endogènes. Nous allons montrer que l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et que des trajectoires déterministes périodiques ou quasi-périodiques peuvent émerger si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires.

Pour montrer ces résultats et appliquer la méthode de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998), nous commençons par différencier le système dynamique (5.23)-(5.24) dans le voisinage de l'équilibre stationnaire défini dans la proposition 16 et déterminons ensuite la trace et le déterminant de la matrice Jacobienne associée à ce système. En utilisant les expressions (5.29) et (5.30), nous obtenons :

$$\frac{dK_t}{K} = \frac{f}{f-\phi} \frac{dK_{t-1}}{K} + \left(\frac{s}{\sigma} - \frac{f-\phi s}{f-\phi} \right) \frac{da_t}{a} \quad (5.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{da_{t+1}}{a} = & \frac{\frac{\phi}{f-\phi} + \frac{(1-b)\phi f}{(f-\phi)^2}}{(1-b)(1-s) \left(\frac{\phi}{f-\phi} + \frac{1}{\sigma} \right)} \frac{dK_{t-1}}{K} \\ & + \frac{\frac{s}{\sigma} \frac{f-b\phi}{f-\phi} - \frac{\phi}{f-\phi} \left(1-s + (1-b) \frac{f-\phi s}{f-\phi} \right)}{(1-b)(1-s) \left(\frac{\phi}{f-\phi} + \frac{1}{\sigma} \right)} \frac{da_t}{a} \end{aligned} \quad (5.38)$$

où f est la forme intensive, s la part du capital dans la production et σ l'élasticité de substitution capital-travail évaluées à l'équilibre stationnaire défini dans la proposition 16.

Nous en déduisons la trace T et le déterminant D de la matrice Jacobienne associée :

$$T = \frac{b}{1-b} \frac{s}{1-s} \frac{f - \phi - \sigma \phi^{\frac{1-s}{s}}}{f - \phi + \sigma \phi} + T_1(\sigma) \quad (5.39)$$

$$\text{avec } T_1(\sigma) = \frac{f - \sigma \phi}{(1-s)(f - \phi + \sigma \phi)}$$

$$D = \left(\frac{b}{1-b} + 1 \right) D_1, \text{ avec } D_1 = \frac{s}{1-s} \quad (5.40)$$

En utilisant les expressions ci-dessus de la trace et du déterminant, nous allons étudier la stabilité locale de l'équilibre stationnaire ainsi que ses changements de stabilité à travers l'émergence de bifurcations lorsqu'un paramètre, appelé paramètre de bifurcation, change de valeur.

Comme dans le chapitre précédent, nous choisissons le facteur de la préférence pour le présent $\frac{b}{1-b} \in (0, +\infty)$ comme paramètre de bifurcation. Lorsque $\frac{b}{1-b}$ varie sur l'intervalle $(0, +\infty)$, nous constatons à partir des équations (5.39) et (5.40) que la trace T et le déterminant D décrivent une demi-droite Δ dont l'extrémité est (T_1, D_1) ¹³ et dont la pente $S(\sigma)$ est égale à :

$$S(\sigma) = \frac{f - \phi + \sigma \phi}{f - \phi - \sigma \phi^{\frac{1-s}{s}}} \quad (5.41)$$

Etudier quelles valeurs prennent la trace T et le déterminant D quand le paramètre de bifurcation $\frac{b}{1-b}$ varie revient donc à étudier (T_1, D_1) et la pente $S(\sigma)$. C'est l'étude que nous nous proposons de mener, mais avant cela, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 15 $s < \frac{1}{2}$.

Cette hypothèse indique que la part du capital dans la production est inférieure à $\frac{1}{2}$. Il convient de noter que cette hypothèse n'est pas contredite par les

13. La trace et le déterminant tendent respectivement vers T_1 et D_1 lorsque le paramètre de bifurcation tend vers 0.

résultats empiriques. On estime en effet que la part du capital dans le revenu est inférieure à $\frac{1}{2}$.¹⁴

Nous allons maintenant étudier la position de (T_1, D_1) dans le repère (T, D) en fonction des différentes valeurs que peut prendre l'élasticité de substitution capital-travail $\sigma > 0$. Remarquons d'abord que D_1 ne dépend pas de σ . En outre, $D_1 \in (0, 1)$ puisque $s \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, d'après l'hypothèse 15. Par contre, $T_1(\sigma)$ est une fonction décroissante de σ . Elle prend en particulier la valeur $\frac{1}{1-s} \frac{f}{f-\phi}$ quand σ est égal à 0 et la valeur $-\frac{1}{1-s}$ quand σ tend vers $+\infty$. Nous pouvons également montrer que :

$$1 - T_1(0) + D_1 = -\frac{1}{1-s} \frac{\phi}{f-\phi} < 0 \quad (5.42)$$

et :

$$1 + T_1(+\infty) + D_1 = 0 \quad (5.43)$$

$(T_1(\sigma), D_1)$ décrit donc un segment horizontal, représenté dans la figure (5.1), dont une des extrémités se situe à droite de la droite (AC) (quand σ est égal à 0) et dont l'autre extrémité se situe sur la droite (AB) (quand σ tend vers $+\infty$). Plus précisément, $(T_1(\sigma), D_1)$ se situe à droite de (AC) lorsque $\sigma < \frac{1}{2}$ et se trouve à l'intérieur du triangle (ABC) dans le cas contraire ($\sigma > \frac{1}{2}$).

Concernant la pente de la demi-droite Δ , $S(\sigma)$, nous pouvons remarquer que c'est une fonction croissante de l'élasticité de substitution capital-travail σ . Elle tend vers 1 lorsque σ tend vers 0. Lorsque σ s'accroît et tend vers $\frac{f-\phi}{1-s}$, $S(\sigma)$ augmente et tend vers $+\infty$. Lorsque σ augmente de $\frac{f-\phi}{1-s}$ vers $+\infty$, $S(\sigma)$ croît de $-\infty$ vers $-\frac{s}{1-s} \in (-1, 0)$.

14. Notons qu'une hypothèse identique a été faite dans les chapitres 2 et 4.

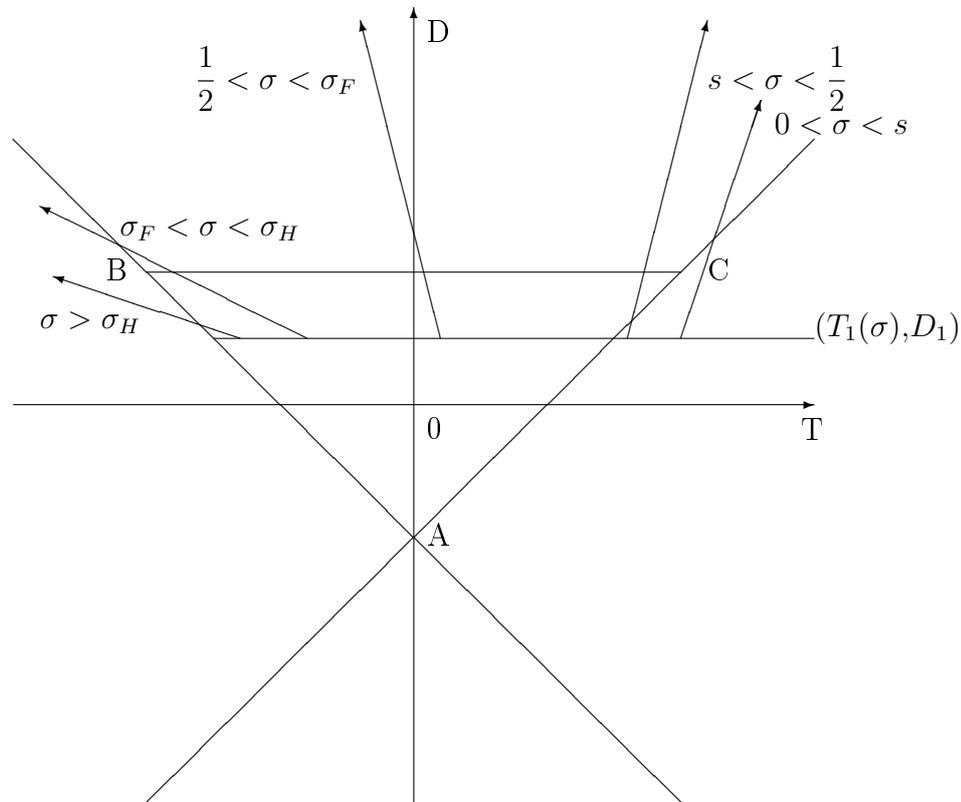


FIG. 5.1 – La demi-droite Δ dans le plan (T, D)

Les principaux résultats de cette section découlent des constatations que nous venons de faire.

Lorsque $\sigma < s$, $(T_1(\sigma), D_1)$ se trouve à droite de (AC) et la demi-droite Δ traverse uniquement la droite (AC) , au-dessus du point C . Aussi, pour de faibles valeurs du facteur de la préférence pour le présent, l'équilibre stationnaire est-il un point-selle. Lorsque le facteur de la préférence pour le présent augmente, une bifurcation transcritique émerge, puis l'équilibre stationnaire devient instable.

Lorsque $\sigma \in \left(s, \frac{1}{2}\right)$, $(T_1(\sigma), D_1)$ se trouve également à droite de (AC) . En revanche, la demi-droite Δ coupe (AC) entre les points A et C , puis coupe le segment $[BC]$. L'équilibre stationnaire est donc un point-selle pour de faibles valeurs du facteur de la préférence pour le présent. Quand le paramètre de bifurcation

augmente, une bifurcation transcritique émerge, puis l'équilibre stationnaire est localement stable. Lorsque le facteur de la préférence pour le présent s'accroît encore, une bifurcation Hopf apparaît, puis l'équilibre stationnaire devient instable.

Dans le cas où $\sigma \in \left(\frac{1}{2}, \sigma_F\right)$, $(T_1(\sigma), D_1)$ se situe à l'intérieur du triangle (ABC) . Par ailleurs, la pente de la demi-droite Δ est supérieure à 1, en valeur absolue. Elle traverse donc uniquement le segment $[BC]$. Par conséquent, l'équilibre stationnaire est localement stable pour de faibles valeurs du facteur de la préférence pour le présent. Lorsque ce dernier augmente, une bifurcation Hopf émerge, puis l'équilibre stationnaire est instable.

Lorsque $\sigma \in (\sigma_F, \sigma_H)$, $(T_1(\sigma), D_1)$ se situe à l'intérieur du triangle (ABC) . Par contre, la demi-droite Δ traverse le segment $[BC]$ et la droite (AB) . L'équilibre stationnaire est donc localement stable pour de faibles valeurs du facteur de la préférence pour le présent. Lorsque ce facteur s'accroît, une bifurcation Hopf émerge, puis l'équilibre stationnaire devient instable. Pour des valeurs plus importantes encore du paramètre de bifurcation, une bifurcation flip apparaît, puis l'équilibre stationnaire devient un point-selle.

Dans le cas où $\sigma > \sigma_H$, $(T_1(\sigma), D_1)$ se situe à l'intérieur du triangle (ABC) . Dans ce cas, la demi-droite Δ traverse uniquement la droite (AB) , entre les points A et B. L'équilibre stationnaire est donc localement stable pour de faibles valeurs du facteur de la préférence pour le présent. Lorsque ce dernier augmente, une bifurcation flip émerge, puis l'équilibre stationnaire devient un point-selle.

Ces différents résultats nous permettent d'énoncer la proposition suivante (voir figure 5.1) :

Proposition 20 *Si $s < \frac{1}{2}$ (hypothèse 15) et si les propositions 16 et 18 sont satisfaites, alors,*

(i) *si $0 < \sigma < s$, l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $0 < \frac{b}{1-b} <$*

$\left(\frac{b}{1-b}\right)_T$, une bifurcation transcritique émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_T$ et l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_T$;

(ii) si $s < \sigma < \frac{1}{2}$, l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $0 < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_T$, une bifurcation transcritique émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_T$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $\left(\frac{b}{1-b}\right)_T < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$ et l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$;

(iii) si $\frac{1}{2} < \sigma < \sigma_F$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $0 < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$ et l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$;

(iv) si $\sigma_F < \sigma < \sigma_H$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $0 < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, une bifurcation Hopf émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_H$, l'équilibre stationnaire est instable lorsque $\left(\frac{b}{1-b}\right)_H < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$, une bifurcation flip émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$ et l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$;

(v) si $\sigma > \sigma_H$, l'équilibre stationnaire est localement stable lorsque $0 < \frac{b}{1-b} < \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$, une bifurcation flip émerge lorsque $\frac{b}{1-b} = \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$ et l'équilibre stationnaire est un point-selle lorsque $\frac{b}{1-b} > \left(\frac{b}{1-b}\right)_F$;

avec $\left(\frac{b}{1-b}\right)_T = \frac{1}{\sigma} - 2$, $\left(\frac{b}{1-b}\right)_H = \frac{1}{s} - 2$, $\left(\frac{b}{1-b}\right)_F = -\frac{2f - \phi(1+s) + \sigma\phi s}{2s(f - \phi) - \sigma\phi(1-2s)}$,
 $\sigma_F = \frac{2s}{1-2s} \frac{f - \phi}{\phi}$, $\sigma_H = \frac{s(4(1-s)f - (3-4s)\phi)}{(1-2s)^2\phi}$.

Cette proposition montre que des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques peuvent émerger dans cette économie. Comme le capital est prédé-

terminé, il existe des fluctuations endogènes stochastiques dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, lorsque celui-ci est localement stable (indéterminé). Par ailleurs, il existe des fluctuations endogènes déterministes lorsque une bifurcation Hopf ou flip émerge. Dans le premier cas, une courbe fermée invariante apparaît dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, c'est-à-dire que des trajectoires déterministes périodiques ou quasi-périodiques émergent autour de l'équilibre stationnaire. Dans le deuxième cas, un cycle de période deux apparaît autour de l'équilibre stationnaire. En outre, dans ces deux situations, il existe des fluctuations endogènes stochastiques dans le voisinage du cycle s'il est localement stable, c'est-à-dire si la bifurcation est supercritique. Remarquons finalement que lorsqu'une bifurcation transcritique émerge, il y a un échange de stabilité entre un point-selle et un équilibre stationnaire instable dans le cas (i) de la proposition 20 et il y a un échange de stabilité entre un point-selle et un équilibre stationnaire localement stable dans le cas (ii).

Les résultats présentés dans la proposition 20 signifient que des fluctuations endogènes ne peuvent pas émerger lorsque le capital et le travail sont fortement complémentaires. En effet, lorsque $\sigma < s$, l'équilibre stationnaire est toujours déterminé et il n'existe pas de cycles endogènes. En revanche, lorsque l'élasticité de substitution capital-travail est supérieure à la part du capital dans le revenu, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé pour des valeurs du facteur de la préférence pour le présent suffisamment faibles. Dans ce cas, des fluctuations endogènes stochastiques peuvent apparaître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. De plus, lorsque l'élasticité de substitution capital-travail est supérieure à la part du capital dans le revenu, des bifurcations Hopf et flip peuvent émerger. Cela signifie que des fluctuations endogènes déterministes peuvent exister. Ce résultat nous permet de conclure que des fluctuations endogènes peuvent apparaître pour un très grand nombre de valeurs, admissibles au vu des résultats

empiriques, de l'élasticité de substitution capital-travail.

Dans cette économie, la variabilité du taux de marge joue un rôle prépondérant sur l'émergence de fluctuations endogènes, à l'inverse du niveau du taux de marge. En effet, le paramètre $\varepsilon > 1$ représente le niveau du taux de marge (voir équation (5.22)). Ce paramètre n'intervient pas dans la dynamique du modèle et ne joue aucun rôle dans la proposition 20. D'autre part, si les firmes n'ont aucune influence sur le prix moyen, l'élasticité de la demande est constante et égale à ε . Dans ce cas, nous obtenons la spécification habituelle du modèle de Dixit and Stiglitz (1977) et le facteur de marge est constant: $\frac{\eta_t}{\eta_t - 1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$. Si nous remplaçons cette nouvelle expression du taux de marge dans le système dynamique (5.23)-(5.24), une valeur propre de la matrice Jacobienne est égale à 1 et la deuxième est égale à $\frac{1}{1-b} \frac{s}{1-s}$. Cela signifie que $1 - T + D = 0$, autrement dit que (T, D) se trouve sur la droite (AC) . Des cycles endogènes déterministes ne peuvent donc pas émerger (bifurcations flip et de Hopf). En outre, le système dynamique (5.23)-(5.24) perd une dimension et la dynamique est entièrement définie par l'équation (5.24). L'équilibre stationnaire est alors localement indéterminé lorsque $\frac{b}{1-b} < \frac{1}{s} - 2$ et est localement déterminé dans le cas contraire. Cela signifie que la variabilité, à l'inverse du niveau du taux de marge, favorise l'émergence de fluctuations endogènes.

Notons que dans le cas où le taux de marge est constant, la concurrence est parfaite si l'élasticité de la demande ε tend vers l'infini et les rendements deviennent constants (ϕ tend vers 0). Alors, ce modèle nous permet de retrouver le résultat obtenu par Reichlin (1986) lorsque l'utilité est linéaire en faisant tendre $\frac{b}{1-b}$ (ou b) vers 0. Dans une telle situation, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé, mais des fluctuations endogènes déterministes ne peuvent pas émerger.¹⁵

15. Pour plus de détails à propos des résultats obtenus par Reichlin (1986), on peut consulter

5.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude de la relation entre la substitution capital-travail et l'existence de fluctuations endogènes dans une économie caractérisée par un taux de marge variable. Pour cela, nous introduisons de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977) dans un modèle à générations imbriquées similaire à celui présenté dans le chapitre 4. L'offre de travail est donc infiniment élastique. Chaque firme produit une variété de bien avec une technologie à rendements croissants, dus à la présence d'un coût fixe. Lorsqu'un producteur maximise ses profits, il tient non seulement compte de son influence sur le prix de la variété qu'il produit, mais également de son influence sur le prix moyen. L'élasticité de la demande est alors variable et n'est plus constante comme c'est habituellement le cas dans le modèle de Dixit and Stiglitz (1977). Par ailleurs, les profits sont nuls à l'équilibre. Deux propriétés dynamiques déjà obtenues dans le chapitre 4 caractérisent le comportement dynamique du modèle : l'entrée des firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique.

Après avoir montré l'existence de l'équilibre stationnaire, nous développons les conditions assurant l'unicité de cet équilibre. Ensuite, nous étudions sous quelles conditions deux équilibres stationnaires existent. Dans notre spécification, ces résultats ne dépendent ni du niveau des rendements d'échelle, ni de la variabilité du taux de marge. D'autre part, les équilibres stationnaires multiples sont Pareto-ordonnés si le travail et le capital ne sont pas fortement complémentaires.

En analysant la dynamique locale, nous montrons qu'il existe des fluctuations endogènes lorsque le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires. En effet, l'équilibre stationnaire peut être localement indéterminé et des trajectoires déterministes périodiques ou quasi-périodiques peuvent apparaître, au

la section 4 du chapitre 2.

travers de bifurcations Hopf ou flip. Par conséquent, des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques peuvent émerger pour un très grand nombre de valeurs de l'élasticité de substitution capital-travail.

La variabilité du taux de marge joue un rôle primordial dans notre analyse. Si les producteurs, lorsqu'ils maximisent leurs profits, ne tiennent pas compte de l'impact de leurs décisions sur le prix moyen, alors le taux de marge est constant, comme c'est habituellement le cas dans le modèle de Dixit and Stiglitz (1977). Dans une telle situation, des cycles endogènes déterministes ne peuvent pas émerger. Ce résultat nous permet donc de conclure plus généralement que la variabilité du taux de marge favorise l'émergence de fluctuations endogènes.

Ce modèle nous permet également de retrouver le résultat obtenu par Reichlin (1986) dans le cas où l'utilité est linéaire. Des fluctuations endogènes stochastiques peuvent apparaître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire, mais il n'existe pas de cycles endogènes déterministes.

Si ce chapitre ainsi que les chapitres 3 et 4 proposent de nouvelles contributions qui étudient l'émergence de fluctuations endogènes en présence de concurrence imparfaite sur le marché du bien final, un autre type d'imperfections est considéré dans le chapitre suivant : les imperfections du marché du travail. En introduisant un marché du travail dual, nous étudions l'influence d'un différentiel de salaire sur l'émergence de fluctuations endogènes. Contrairement aux résultats obtenus dans ce chapitre et les deux précédents, l'existence de fluctuations endogènes ne requiert plus nécessairement des rendements croissants.

Chapitre 6

Inégalité Salariale et Fluctuations Endogènes dans une Economie avec un Marché du Travail Dual

Sommaire

6.1	Introduction	194
6.2	Le Modèle	197
6.2.1	Les Producteurs et le Marché du Travail	199
6.2.2	Les Consommateurs	202
6.2.3	Equilibre Intertemporel	204
6.3	Analyse de l'Equilibre Stationnaire	205
6.3.1	Existence	206
6.3.2	Unicité	207
6.4	Dynamique Locale	208
6.5	Conclusion	212

6.1 Introduction

Si les trois chapitres précédents ont cherché à montrer, à travers de nouvelles contributions, que la prise en compte d'un marché du bien final imparfaitement concurrentiel contribue à expliquer l'existence de fluctuations endogènes, un autre type d'imperfections va être au coeur de l'analyse proposée dans ce chapitre : les imperfections du marché du travail.¹ Cette voie de recherche a encore été peu exploitée dans la littérature sur les cycles endogènes. Néanmoins, les résultats obtenus par certains économistes laissent penser que la structure du marché du travail exerce une influence sur la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de fluctuations endogènes.

Jacobsen (2000) considère une économie monétaire à générations imbriquées dans laquelle la concurrence est monopolistique sur les marchés du bien final et du travail. La présence d'un taux de marge sur le marché du bien final permet l'existence de profits de monopole, comme dans la sous-section 7.1 du chapitre 1, tandis que la présence d'un taux de marge sur le marché du travail permet l'existence de chômage. L'auteur montre alors l'émergence de cycles endogènes qui reproduisent certaines caractéristiques du marché du travail, la contra-cyclicité du taux de chômage et la corrélation positive entre le niveau et la variabilité du taux de chômage. Coimbra, Lloyd-Braga, and Modesto (2000) étudient quant à eux l'influence du pouvoir de négociation d'un syndicat sur l'émergence de fluctuations endogènes. Ils introduisent un modèle de négociation optimale dans une économie à générations imbriquées avec capital productif et montrent que le pouvoir de négociation syndicale influence l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire et l'existence de cycles endogènes déterministes.² Dans un travail ré-

1. L'analyse présentée dans ce chapitre résulte d'un travail effectué en collaboration avec Francesco De Palma (De Palma and Seegmuller (2001)).

2. Voir également Lloyd-Braga and Modesto (2001) qui introduisent des syndicats dans un modèle à la Woodford (1986).

cent, Aloi and Lloyd-Braga (2001) analysent l'influence de la mobilité des facteurs sur l'indétermination locale de l'équilibre stationnaire dans un modèle à deux pays. Dans un pays, des syndicats négocient avec les firmes le salaire et l'emploi, alors que dans l'autre pays, le marché du travail est parfaitement concurrentiel. A l'équilibre autarcique, il y a de l'indétermination dans le pays avec syndicat tandis que dans le deuxième pays, l'équilibre est déterminé. Lorsque le capital est mobile, l'équilibre de l'économie mondiale est indéterminé. En revanche, lorsque le travail est aussi mobile, l'indétermination peut disparaître, s'il y a des coûts de rapatriement. Coimbra (1999) suppose l'existence d'un salaire d'efficience et analyse l'influence de l'indivisibilité du travail sur l'émergence de fluctuations endogènes.³ Si l'hypothèse de travail indivisible permet à des fluctuations endogènes d'émerger lorsque la demande de travail n'est pas croissante, Coimbra (1999) obtient également deux régularités du marché du travail : l'emploi est plus volatile que le salaire réel et le salaire réel est acyclique.

Dans tous ces travaux, un important fait stylisé du marché du travail est ignoré : l'existence d'un différentiel de salaire. En effet, un grand nombre de travaux empiriques ont montré l'existence d'une inégalité salariale (Abowd, Kramarz, and Margolis (1994), Dickens and Katz (1987), Gibbons and Katz (1992)). Aussi allons-nous nous intéresser, dans ce chapitre, à l'influence d'un différentiel de salaire sur l'émergence de fluctuations endogènes. Les nouvelles théories du marché du travail permettent d'expliquer l'existence d'un différentiel de salaire. En particulier, l'approche duale du marché du travail basée sur un salaire d'efficience à la Shapiro and Stiglitz (1984) fournit une explication théorique à l'existence d'un différentiel de salaire (Agenor and Aizeman (1997), Bulow and

3. Notons que Pintus (2000) introduit un salaire d'efficience dans le modèle de Grandmont, Pintus, and de Vilder (1998) pour étudier l'influence de l'utilisation variable des facteurs de production sur l'élasticité de substitution capital-travail et l'émergence de fluctuations endogènes.

Summers (1986), Jones (1987a), Jones (1987b), Saint-Paul (1996)).⁴ Ce cadre de référence va être introduit dans un modèle à générations imbriquées pour analyser l'influence de l'inégalité salariale sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Un bien final est donc produit par deux secteurs, le secteur primaire et le secteur secondaire. Dans le secteur primaire, les firmes produisent le bien final en utilisant le travail comme unique facteur de production. Les rendements sont constants. Dans ce secteur, les producteurs n'observent pas parfaitement l'effort que fournissent leurs employés. Pour les inciter à fournir un effort positif, ils vont les rémunérer par un salaire d'efficiency supérieur au salaire concurrentiel. Dans le secteur secondaire, les firmes utilisent deux facteurs de production, le capital et le travail. Les rendements sont constants et les marchés tous parfaitement concurrentiels. La présence d'un salaire d'efficiency supérieur au salaire concurrentiel implique un rationnement de l'offre de travail dans le secteur primaire. Cependant, comme la mobilité des travailleurs est parfaite, un travailleur qui n'est pas embauché dans le secteur primaire est immédiatement employé dans le secteur secondaire. Aussi n'existe-t-il pas de chômage dans l'économie. Néanmoins, le schéma incitatif mis en place dans le secteur primaire génère un différentiel de salaire positif à l'équilibre.

Le comportement dynamique de l'économie dépend directement de la structure des salaires. Après avoir montré l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire, nous analysons la dynamique locale. Nous montrons que lorsque l'inégalité salariale est faible, l'équilibre stationnaire est localement déterminé. Des fluctuations endogènes locales ne peuvent pas émerger. En revanche, lorsque l'inégalité

4. Pour une revue de la littérature concernant la théorie du salaire d'efficiency, voir Akerlof and Yellen (1986), Yellen (1984) ou Weiss (1991). De Palma (1999) propose une présentation de la théorie du salaire d'efficiency à la Shapiro and Stiglitz (1984) (chapitre 1) et de l'approche duale du marché du travail (chapitre 2). Cet auteur fournit également une revue de la littérature des travaux empiriques cherchant à valider empiriquement une économie duale basée sur un salaire d'efficiency.

salariale augmente, un cycle déterministe de période deux peut apparaître et lorsque l'inégalité salariale est suffisamment élevée, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé. Par conséquent, des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger si le différentiel de salaire est assez important. Ce résultat peut se comprendre de la manière suivante. Si l'inégalité salariale est faible, un mouvement de main d'oeuvre d'un secteur vers l'autre n'entraînera une forte variation ni du capital, ni du taux d'intérêt réel futurs. Par contre, lorsque l'inégalité salariale est suffisamment importante, un mouvement de main d'oeuvre d'un secteur vers l'autre va pouvoir générer des fluctuations endogènes car il induit de plus fortes variations du capital et du taux d'intérêt réel futurs. C'est donc bien le fonctionnement du marché du travail qui est à l'origine de l'émergence de fluctuations endogènes. Notons finalement que, contrairement à un grand nombre de résultats existants, l'émergence de fluctuations endogènes ne requiert pas l'existence de rendements croissants.

La suite de ce chapitre s'organise de la façon suivante. La section 2 est consacrée à la présentation du modèle et au fonctionnement du marché du travail. L'équilibre stationnaire est analysé dans la section 3. La section 4 étudie la dynamique locale et l'émergence de fluctuations endogènes et la section 5 conclut ce chapitre.

6.2 Le Modèle

Dans ce chapitre, nous considérons un modèle à générations imbriquées à temps discret $t = 1, 2, \dots, \infty$ et où les anticipations sont parfaites. Chaque génération de consommateurs vit deux périodes et a une population constante, égale à $\bar{L} > 2$. A chaque période t , une génération de jeunes consommateurs coexiste avec une génération de vieux. A la première période de leur existence, les consom-

mateurs offrent chacun une unité de travail. Ils choisissent également le montant de leur épargne, sous forme de capital, et consomment le bien final aux deux périodes de leur vie. Le bien final est choisi comme numéraire. Il est produit sur un marché parfaitement concurrentiel par deux types de firmes. En effet, il existe deux technologies pour produire le bien final. Nous assimilons ces deux technologies à deux secteurs que nous appelons secteur primaire et secondaire.

Dans le secteur primaire, les firmes ont une technologie à rendements constants et n'utilisent qu'un seul facteur de production, le travail. Les employeurs observent imparfaitement l'effort des travailleurs. Aussi, pour que les travailleurs fournissent un effort suffisant, les producteurs rémunèrent-ils leurs employés à un salaire d'efficiences du type Shapiro and Stiglitz (1984), qui est supérieur au salaire concurrentiel. Il y a donc un excès d'offre de travail.

Dans le secteur secondaire, les firmes ont une technologie à rendements constants et utilisent deux facteurs de production, le travail et le capital. Dans ce secteur, le marché du travail, tout comme le marché du capital, est parfaitement concurrentiel et l'effort des travailleurs parfaitement observable.

La mobilité des travailleurs est parfaite. Un travailleur qui n'est pas embauché dans le secteur primaire est donc tout de suite employé dans le secteur secondaire. Une conséquence immédiate de cette mobilité parfaite des travailleurs est l'absence de chômage dans l'économie.

Dans la suite de cette section, nous exposons tout d'abord le comportement des firmes ainsi que le marché du travail. Ensuite, nous présentons le comportement des consommateurs et concluons cette section en définissant l'équilibre intertemporel.

6.2.1 Les Producteurs et le Marché du Travail

Nous commençons par présenter le secteur primaire. Dans ce secteur, un continu de firmes de masse unitaire produit le bien final. Leur fonction de production s'écrit de la manière suivante :

$$Y_{1t}(e, L_{1t}) = \gamma e L_{1t}, \gamma > 0 \quad (6.1)$$

où Y_{1t} est la quantité produite de bien final dans le secteur primaire, L_{1t} le nombre de travailleurs employés dans ce secteur et $e \in \{0,1\}$ désigne le niveau d'effort des travailleurs.⁵

Les producteurs n'observent pas parfaitement l'effort que fournissent les travailleurs. Les employeurs vont donc rémunérer les travailleurs avec un salaire d'efficiencé pour les inciter à fournir un effort strictement positif, c'est-à-dire égal à 1.

Les préférences des consommateurs sont séparables entre la consommation et l'effort. Cela nous permet d'écrire la fonction d'utilité indirecte des consommateurs de la manière suivante :

$$V_t \equiv H_t \omega_t - e \quad (6.2)$$

où ω_t est le salaire réel. Nous supposons que H_t est considéré comme donné par les firmes. Nous justifierons la forme de cette fonction d'utilité indirecte et spécifierons plus précisément H_t lorsque nous présenterons le comportement des consommateurs.

Le niveau d'effort d'un travailleur est strictement positif ($e = 1$) s'il est employé dans le secteur primaire et ne resquille pas. Il est nul si le travailleur resquille dans le secteur primaire ou s'il travaille dans le secteur secondaire.

5. L'effort des travailleurs est représenté par une variable discrète. Par conséquent, lorsque les travailleurs fournissent un effort strictement positif, ce dernier est égal à 1.

Comme l'observabilité de l'effort est imparfaite, chaque travailleur peut être contrôlé avec une probabilité $c \in (0,1)$, c étant exogène. Un travailleur qui fournit un effort strictement positif et qui est contrôlé reste employé dans le secteur primaire. Par contre, un travailleur qui ne fournit pas d'effort et qui est contrôlé est immédiatement employé dans le secteur secondaire. Suivant l'analyse de Shapiro and Stiglitz (1984), l'employeur détermine le niveau de salaire tel que l'utilité espérée d'un travailleur qui produit l'effort est supérieure à celle d'un travailleur qui resquille. Cette condition, appelée condition d'incitation, s'écrit :

$$H_t \omega_{1t} - 1 \geq (1 - c)H_t \omega_{1t} + cH_t \omega_{2t} \quad (6.3)$$

où ω_{1t} est le salaire réel du secteur primaire et ω_{2t} est celui du secteur secondaire. Le membre de gauche de l'expression (6.3) désigne l'utilité espérée d'un employé qui ne resquille pas et qui fournit un niveau d'effort égal à 1. Comme il fournit un niveau d'effort strictement positif, il est employé dans le secteur primaire et est rémunéré au salaire d'efficience ω_{1t} , qu'il soit contrôlé ou non. Le membre de droite représente l'utilité espérée d'un travailleur qui resquille et qui ne fournit donc pas d'effort. C'est une moyenne pondérée (par la probabilité d'être contrôlée c) de l'utilité d'un employé qui travaille dans le secteur primaire, qui n'est pas contrôlé et qui ne fournit pas d'effort et de l'utilité d'un employé qui a été contrôlé et qui travaille par conséquent dans le secteur secondaire. En effet, un travailleur qui n'est pas employé dans le secteur primaire est immédiatement employé dans le secteur secondaire parce que la mobilité des travailleurs est parfaite.

Les employeurs vont déterminer le salaire de sorte qu'un travailleur soit indifférent entre fournir et ne pas fournir d'effort. Dans ce cas, nous supposons que le travailleur décide de produire un effort positif. En utilisant l'équation (6.3), nous obtenons :

$$\omega_{1t} - \omega_{2t} = \frac{1}{cH_t} \quad (6.4)$$

La condition d'incitation (6.4) montre l'existence, à l'équilibre, d'un différentiel de salaire positif entre le salaire d'efficience ω_{1t} et le salaire concurrentiel ω_{2t} en vigueur dans le secteur secondaire. Tous les travailleurs ne sont donc pas employés dans le secteur primaire, car il y a un excès d'offre de travail dans ce secteur. Nous remarquons également qu'une augmentation de la probabilité de contrôle c réduit le différentiel de salaire. En effet, les employés fournissent un effort strictement positif pour des rémunérations moins élevées lorsque la probabilité de contrôle augmente. Inversement, lorsque la probabilité de contrôle c diminue, un salaire plus important est nécessaire pour inciter les travailleurs à fournir un effort strictement positif.

Les firmes du secteur primaire maximisent leurs profits à chaque période. Comme le bien final est choisi comme numéraire, leur fonction de profit π_{1t} s'écrit :

$$\pi_{1t} = Y_{1t} - \omega_{1t}L_{1t} \quad (6.5)$$

Les producteurs maximisent cette dernière expression sous la contrainte (6.1). Comme le niveau d'effort est e égal à 1 à l'équilibre, la condition du premier ordre s'écrit :

$$\omega_{1t} = \gamma \quad (6.6)$$

Cette relation détermine le salaire d'efficience à l'équilibre.

Dans le secteur secondaire, il y a un continu de firmes de masse unitaire. Les producteurs ont une technologie à rendements constants et produisent le bien final à partir de deux facteurs de production, le travail L_{2t} et le capital K_{t-1} . La fonction de production s'écrit de la manière suivante :

$$Y_{2t} = BK_{t-1}^s L_{2t}^{1-s} \quad (6.7)$$

où Y_{2t} est la quantité produite de bien final dans le secteur secondaire, $B > 0$ est un paramètre et $s \in (\eta, 1)$, avec $1 > \eta > 0$. Cette dernière condition signifie que la part du capital dans la production s ne peut pas être nulle et que le capital est nécessaire à la production dans le secteur secondaire.⁶

La fonction de profit des firmes de ce secteur s'exprime de la manière suivante :

$$\pi_{2t} = Y_{2t} - \rho_t K_{t-1} - \omega_{2t} L_{2t} \quad (6.8)$$

où ρ_t est le taux d'intérêt réel.

A chaque période, les firmes maximisent leurs profits en considérant que les marchés sont tous parfaitement concurrentiels. Nous en déduisons les conditions du premier ordre suivantes :

$$\rho_t = sBK_{t-1}^{s-1} L_{2t}^{1-s} \quad (6.9)$$

$$\omega_{2t} = (1-s)BK_{t-1}^s L_{2t}^{-s} \quad (6.10)$$

L'équation (6.9) représente l'expression du facteur d'intérêt réel et (6.10) celle du salaire concurrentiel en vigueur dans le secteur secondaire.

6.2.2 Les Consommateurs

Les consommateurs sont en générations imbriquées et vivent deux périodes. Lorsqu'ils sont jeunes, les consommateurs offrent chacun une unité de travail et utilisent leur revenu pour consommer le bien final ou épargner sous forme de capital productif K_t^h . Le capital se déprécie entièrement au cours d'une période.

6. Une telle hypothèse nous permet d'éviter une situation où la dynamique de l'économie est dégénérée.

Lorsqu'ils sont vieux, les consommateurs consomment le bien final grâce à leur épargne qui est rémunérée au facteur d'intérêt réel anticipé ρ_{t+1} . D'autre part, à la première période, une génération de vieux vit une seule période et possède le stock de capital initial comme unique dotation. Nous supposons que les consommateurs ont des préférences additivement séparables entre la consommation et l'effort et de type Cobb-Douglas en ce qui concerne la consommation de bien final à la première période (C_{1t}) et à la deuxième période (C_{2t+1}) de leur vie.

Un jeune consommateur né en t doit résoudre le programme suivant :

$$\max AC_{1t}^b C_{2t+1}^{1-b} - e \quad (6.11)$$

$$\text{s.c. } C_{1t} + K_t^h = R_t^h \quad (6.12)$$

$$C_{2t+1} = \rho_{t+1} K_t^h$$

où $A > 0$ est un paramètre, $b \in (0,1)$ est la propension marginale à consommer des jeunes consommateurs, $e \in \{0,1\}$ est le niveau d'effort et R_t^h est le revenu réel du consommateur. La résolution du programme du consommateur nous permet d'obtenir les conditions suivantes :

$$C_{1t} = bR_t^h \quad (6.13)$$

$$C_{2t+1} = (1 - b)\rho_{t+1}R_t^h \quad (6.14)$$

et

$$K_t^h = (1 - b)R_t^h \quad (6.15)$$

A partir de ces dernières expressions, nous pouvons déduire l'utilité indirecte du consommateur. En substituant (6.13) et (6.14) dans (6.11), nous obtenons :

$$V_t = Au(\rho_{t+1})R_t^h - e \quad (6.16)$$

avec $u(r_{t+1}) = b^b(1-b)^{1-b}\rho_{t+1}^{1-b}$. La relation (6.16) fournit une justification de la forme de l'utilité indirecte utilisée dans la condition d'incitation (6.3). En effet, le facteur d'intérêt réel anticipé ρ_{t+1} est considéré par les firmes comme donné à la période t . Par conséquent, le terme $Au(\rho_{t+1})$ est également considéré par les producteurs à la période t comme donné et nous pouvons bien identifier H_t à $Au(\rho_{t+1})$.

6.2.3 Equilibre Intertemporel

Nous allons définir, dans cette sous-section, l'équilibre intertemporel de l'économie. Comme la mobilité des travailleurs est parfaite, un travailleur est employé soit dans le secteur primaire, soit dans le secteur secondaire. Autrement dit, $\bar{L} = L_{1t} + L_{2t}$. A partir de cette dernière expression, nous pouvons déterminer l'expression du revenu réel agrégé des jeunes consommateurs d'une génération. Il est égal à :

$$\omega_{1t}(\bar{L} - L_{2t}) + \omega_{2t}L_{2t} \quad (6.17)$$

Par ailleurs, à chaque période, le capital est prédéterminé par l'épargne des jeunes de la période précédente. Cela signifie qu'à la période t , le capital est défini par $K_{t-1} = (1-b) [\omega_{1t}(\bar{L} - L_{2t-1}) + \omega_{2t}L_{2t-1}]$.

En substituant les équations (6.6), (6.9) et (6.10) dans cette dernière expression et dans (6.4), nous pouvons déterminer les deux équations dynamiques du modèle :

$$K_t = (1-b) [\gamma (\bar{L} - L_{2t}) + (1-s)BK_{t-1}^s L_{2t}^{1-s}] \quad (6.18)$$

$$\gamma - (1-s)BK_{t-1}^s L_{2t}^{-s} = \frac{1}{Acu(sBK_t^{s-1}L_{2t+1}^{1-s})} \quad (6.19)$$

L'équation (6.18) définit l'équilibre sur le marché du capital et l'équation (6.19) l'équilibre sur le marché du travail. Si ces deux équations sont satisfaites, le marché du bien final est donc aussi équilibré, d'après la loi de Walras.

Définition 15 *Un équilibre intertemporel avec prévision parfaite est une suite $(K_{t-1}, L_{2t}) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $t = 1, 2, \dots, \infty$, telle que, pour tout t , les équations (6.18) et (6.19) sont satisfaites.*

Les deux équations (6.18) et (6.19) déterminent entièrement la dynamique du modèle et définissent un système dynamique discret à deux dimensions avec une variable prédéterminée, le capital. Etant donné des valeurs initiales du capital K_{t-1} et du travail dans le secteur secondaire L_{2t} , nous pouvons déterminer K_t et L_{2t+1} .

Le revenu agrégé des jeunes consommateurs et la condition d'incitation dépendent de la structure des salaires. Les deux équations dynamiques (6.18) et (6.19) sont donc directement influencées par la structure des salaires et le différentiel de salaire va avoir un rôle primordial sur la dynamique de l'économie.

Avant d'étudier la dynamique du modèle et l'influence de l'inégalité salariale sur l'émergence de fluctuations endogènes, nous allons analyser l'équilibre stationnaire.

6.3 Analyse de l'Equilibre Stationnaire

Dans cette section, nous établissons l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire du système dynamique (6.18) et (6.19). Notre analyse va s'inspirer de celle développée par Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), que nous avons présentée dans le chapitre 2.

6.3.1 Existence

L'existence de l'équilibre stationnaire est obtenue en choisissant les paramètres A et B de manière à normaliser les valeurs à l'état stationnaire du capital et du travail dans le secteur secondaire.

Commençons par définir un équilibre stationnaire. Un équilibre stationnaire (K, L_2) du système dynamique (6.18)-(6.19) est défini comme étant une solution du système suivant :

$$K = (1 - b) [\gamma (\bar{L} - L_2) + (1 - s)BK^s L_2^{1-s}] \quad (6.20)$$

$$\gamma - (1 - s)BK^s L_2^{-s} = \frac{1}{A c u (sBK^{s-1} L_2^{1-s})} \quad (6.21)$$

L'existence de l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$ est établie en choisissant de manière appropriée les paramètres $A > 0$ et $B > 0$, c'est-à-dire tels que :

$$A = \frac{1}{\left(\gamma \bar{L} - \frac{1}{1-b} \right) c u (\rho)} \quad (6.22)$$

$$B = \frac{1}{1-s} \left[\frac{1}{1-b} - \gamma (\bar{L} - 1) \right] \quad (6.23)$$

où $\rho = sB$. Les équations (6.22) et (6.23) déterminent de manière unique les paramètres A et B . Cependant, les paramètres A et B doivent être strictement positifs. C'est le cas quand γ appartient à (Λ_1, Λ_2) , où :

$$\Lambda_1 = \frac{1}{(1-b)\bar{L}} \quad (6.24)$$

$$\Lambda_2 = \frac{1}{(1-b)(\bar{L}-1)} \quad (6.25)$$

Proposition 21 *Supposons que $\gamma \in (\Lambda_1, \Lambda_2)$ où Λ_1 et Λ_2 sont déterminés par les équations (6.24) et (6.25). Si $A > 0$ et $B > 0$ sont définis par les relations (6.22) et (6.23), alors $(K, L_2) = (1, 1)$ est une solution stationnaire du système dynamique (6.18)-(6.19).*

Remarquons que la condition $\gamma < \Lambda_2$ assure que le salaire concurrentiel du secteur secondaire ω_2 est strictement positif. D'autre part, la condition $\gamma > \Lambda_1$ signifie que le salaire d'efficiace ω_1 est supérieur au salaire concurrentiel ω_2 . En d'autres termes, cette dernière inégalité stipule qu'il existe un différentiel de salaire positif à l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$.

Comme nous avons supposé que la population de chaque génération \bar{L} est strictement supérieure à 2, il y a un nombre positif de travailleurs dans chaque secteur, $L_1 > 0$ et $L_2 > 0$, à l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$. De plus, le nombre de travailleurs employés dans le secteur secondaire L_2 est inférieur au nombre de travailleurs employés dans le secteur primaire $\bar{L} - L_2$.

6.3.2 Unicité

Pour montrer l'unicité de l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$, nous allons étudier le système d'équations (6.20)-(6.21). En effet, une fonction $K = h(L_2)$ peut être implicitement définie à partir de l'équation (6.20) et une fonction $K = g(L_2)$ à partir de l'équation (6.21). Pour établir l'unicité de l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$, nous allons montrer que la première fonction, $h(L_2)$, est strictement décroissante et que la deuxième, $g(L_2)$, est strictement croissante.

Nous déduisons, à partir de l'équation (6.20), que :

$$h'(L_2) = -\frac{(1-b) [\gamma - (1-s)^2 BK^s L_2^{-s}]}{1 - (1-b)(1-s) s B K^{s-1} L_2^{1-s}} \quad (6.26)$$

Le numérateur est strictement positif puisque, d'après (6.21), $\gamma > (1-s)^2 BK^s L_2^{-s}$.

Le dénominateur est également strictement positif car, d'après (6.20), $K > (1 - b)(1 - s)BK^sL_2^{1-s}$. Par conséquent, $h'(L_2)$ est strictement négatif et la fonction $h(L_2)$ est strictement décroissante.

D'autre part, en utilisant l'équation (6.21), nous obtenons que :

$$g'(L_2) = \frac{\frac{u'(\rho)}{Acu^2(\rho)}KL_2 + K^2}{\frac{u'(\rho)}{Acu^2(\rho)}L_2^2 + KL_2} > 0 \quad (6.27)$$

La fonction $g(L_2)$ est donc strictement croissante.

Comme $h(L_2)$ est strictement décroissante et $g(L_2)$ strictement croissante, l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$ est unique.

Proposition 22 *Sous les hypothèses de la proposition 21, l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$ est unique.*

6.4 Dynamique Locale

Cette section est consacrée à l'étude de la dynamique locale et de l'influence du différentiel de salaire sur l'émergence de fluctuations endogènes. Nous allons montrer que des fluctuations endogènes déterministes et stochastiques peuvent émerger si le différentiel de salaire est suffisamment élevé. Par contre, lorsque l'inégalité salariale est faible, des fluctuations endogènes ne peuvent pas apparaître.

Pour montrer ces résultats, nous allons étudier la stabilité locale de l'équilibre stationnaire et l'émergence de bifurcations locales. Nous allons donc commencer par différentier le système dynamique (6.18)-(6.19) dans le voisinage de l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$.

En utilisant les équations (6.6), (6.9), (6.10), (6.22) et (6.23), le système dynamique linéarisé s'écrit :

$$\begin{aligned}
 dK_t &= (1-b)s\omega_2 dK_{t-1} - (1-b)(\omega_1 - (1-s)\omega_2) dL_{2t} \\
 dL_{2t+1} &= \left[\frac{s}{1-s} \frac{1}{1-b} \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} + (1-b)s\omega_2 \right] dK_{t-1} \\
 &\quad - \left[\frac{s}{1-s} \frac{1}{1-b} \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} + (1-b)(\omega_1 - (1-s)\omega_2) \right] dL_{2t}
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

La matrice Jacobienne associée évaluée à l'équilibre stationnaire est caractérisée par la trace T et le déterminant D suivants :

$$\begin{aligned}
 T &= - \left[\frac{s}{1-s} \frac{1}{1-b} \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} + (1-b)(\omega_1 - \omega_2) \right] \\
 D &= \frac{s}{1-s} \omega_2
 \end{aligned} \tag{6.29}$$

Rappelons que l'existence de l'équilibre stationnaire $(K, L_2) = (1, 1)$ requiert que $\gamma \in (\Lambda_1, \Lambda_2)$. L'inégalité salariale est faible lorsque ω_1 tend vers ω_2 , ce qui correspond au cas où γ tend vers Λ_1 . Par contre, le différentiel de salaire est élevé lorsque ω_2 tend vers 0, c'est-à-dire lorsque γ tend vers Λ_2 .

Nous allons utiliser les expressions de la trace T et du déterminant D pour montrer que des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si l'inégalité salariale est suffisamment élevée.

Remarquons d'abord que $T < 0$ et $D > 0$. Par ailleurs, lorsque $D = 1$,

$$T = - \left[\frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \frac{1}{1-b} + (1-b)(\omega_1 - \omega_2) \right]$$

Cette expression est inférieure à -2 .⁷ Une bifurcation Hopf ne peut donc pas apparaître.

Cette constatation signifie qu'il existe des fluctuations endogènes uniquement

7. Ce résultat est obtenu en remarquant que $f(x) = x + \frac{1}{x} \geq 2, \forall x > 0$.

si une bifurcation flip émerge et si l'équilibre stationnaire est localement indéterminé.⁸

En utilisant les expressions de la trace T et du déterminant D , nous obtenons :

$$1 + T + D = 1 + \frac{s}{1-s}\omega_2 \left(1 - \frac{1}{1-b}\frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \right) - (1-b)(\omega_1 - \omega_2) \quad (6.30)$$

Lorsque ω_1 tend vers ω_2 (différentiel de salaire faible), l'expression (6.30) est strictement négative. L'état stationnaire est donc un point-selle.

Lorsque ω_2 tend vers 0 (différentiel de salaire élevé), l'expression (6.30) est strictement positive si $\omega_1 = \gamma < \frac{1}{1-b}$. Cette dernière inégalité est satisfaite car $\bar{L} > 2$ et $\gamma \in (\Lambda_1, \Lambda_2)$. De plus, le déterminant D tend vers 0. Par conséquent, l'état stationnaire est localement stable.

Par continuité, il existe donc au moins une valeur du différentiel de salaire pour laquelle $1 + T + D = 0$, c'est-à-dire pour laquelle une bifurcation flip émerge.

Ces résultats nous permettent d'énoncer la proposition suivante :

Proposition 23 *Lorsque l'inégalité salariale est faible (ω_1 tend vers ω_2), l'état stationnaire est un point-selle. Lorsque le différentiel de salaire augmente, une bifurcation flip émerge et lorsque l'inégalité salariale est suffisamment élevée (ω_2 tend vers 0), l'équilibre stationnaire est localement stable (indéterminé).*

Cette proposition montre que lorsque l'inégalité salariale est faible, l'état stationnaire est un point-selle. Dans ce cas, des fluctuations endogènes ne peuvent pas émerger, l'équilibre stationnaire étant localement déterminé. Lorsque l'inégalité salariale augmente, un cycle de période deux peut apparaître et lorsque le différentiel de salaire est suffisamment important, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé. Des fluctuations endogènes stochastiques peuvent alors appa-

8. Comme le capital est une variable prédéterminée, l'équilibre stationnaire est localement indéterminé s'il est localement stable.

raître dans le voisinage de l'équilibre stationnaire. De telles fluctuations peuvent également apparaître dans le voisinage du cycle s'il est localement stable, c'est-à-dire si la bifurcation est supercritique.

La proposition 23 montre donc que des fluctuations endogènes stochastiques et déterministes peuvent émerger uniquement lorsque l'inégalité salariale est suffisamment élevée. Par contre, lorsque l'inégalité salariale est faible, des fluctuations endogènes ne peuvent pas apparaître.

Ces résultats peuvent s'expliquer de la manière suivante. Considérons le cas où les salaires des deux secteurs sont très proches. Dans une telle situation, un mouvement de main d'oeuvre d'un secteur à l'autre ne va pas entraîner une forte variation du revenu agrégé des jeunes consommateurs (équation (6.17)). Comme le capital dépend linéairement de ce revenu, il ne connaîtra pas non plus de fortes variations. Par ailleurs, lorsque le différentiel de salaire est faible, le taux d'intérêt réel futur ne peut pas connaître une forte variabilité, d'après la condition d'incitation (équation (6.19)). En revanche, une importante inégalité salariale permet de plus larges variations du revenu agrégé des jeunes consommateurs et donc du capital futur. De la même manière, un différentiel de salaire élevé favorise, d'après la condition d'incitation, de plus amples variations du taux d'intérêt réel futur. Cette plus grande variabilité du capital et du taux d'intérêt réel futurs expliquent pourquoi des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si le différentiel de salaire est suffisamment élevé.

La structure des salaires et les imperfections du marché du travail expliquent, par conséquent, l'existence de fluctuations endogènes dans cette économie. Notons d'autre part que, contrairement à un très grand nombre de travaux, l'apparition de fluctuations endogènes ne requiert pas de rendements croissants.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous introduisons un marché du travail dual dans un modèle à générations imbriquées pour étudier l'influence de l'inégalité salariale sur l'émergence de fluctuations endogènes.

Deux types de producteurs, associés à deux technologies différentes, produisent le même bien final. Dans le secteur primaire, les firmes utilisent un seul facteur de production, le travail. Cependant, elles n'observent pas parfaitement l'effort fourni par les travailleurs. Elles rémunèrent donc leurs employés avec un salaire d'efficiencia, supérieur au salaire concurrentiel, pour les inciter à fournir un effort strictement positif. Dans le secteur secondaire, les producteurs utilisent deux facteurs de production, le travail et le capital. Dans ce secteur, les marchés du travail et du capital sont concurrentiels. Comme la mobilité des travailleurs est parfaite, un employé qui ne travaille pas dans le secteur primaire est immédiatement embauché dans le secteur secondaire. Aussi n'y a-t-il pas de chômage dans l'économie. Néanmoins, la présence d'un salaire d'efficiencia dans le secteur primaire supérieur au salaire concurrentiel permet l'existence d'un différentiel de salaire.

Ce différentiel de salaire est à l'origine de l'émergence de fluctuations endogènes. En effet, lorsque le différentiel de salaire est faible, des fluctuations endogènes ne peuvent pas émerger. L'équilibre stationnaire est localement déterminé. En revanche, lorsque l'inégalité salariale augmente, un cycle endogène de période deux (bifurcation flip) peut apparaître et l'équilibre stationnaire devient localement indéterminé lorsque le différentiel de salaire est suffisamment élevé.

Ce chapitre montre plus généralement que des imperfections sur le marché du travail peuvent expliquer l'existence de fluctuations endogènes. L'introduction d'autres approches et la prise en compte d'autres spécifications du marché

du travail sont autant de voies de recherche futures qui peuvent encore être exploitées.

Conclusion Générale

Depuis les années 1970, les théories macroéconomiques du cycle économique ont comme cadre de référence des modèles à fondements microéconomiques dans lesquels les agents ont des comportements rationnels. Si des explications exogènes des fluctuations économiques se sont développées, certains économistes ont proposé une approche endogène. Cette approche explique les fluctuations économiques par l'existence de non-linéarités et d'équilibres à taches solaires. Dans les modèles à générations imbriquées, les premiers travaux ont analysé l'émergence de fluctuations endogènes dans un cadre de concurrence parfaite. Aussi bien dans une économie monétaire que dans une économie avec capital productif, les conditions sous lesquelles il existe de telles fluctuations, apparaissent souvent comme restrictives et semblent manquer de validité empirique. L'introduction de la concurrence imparfaite a pour objectif de montrer que les rendements croissants et l'existence d'un taux de marge, éventuellement variable, favorisent l'émergence de fluctuations endogènes. En outre, un modèle macroéconomique de concurrence imparfaite permet de reproduire certains faits stylisés du cycle économique (pro-cyclicité ou a-cyclicité du salaire réel, contra-cyclicité du taux de marge, pro-cyclicité de l'entrée des firmes) qui ne peuvent être obtenus dans une économie purement concurrentielle. Les imperfections du marché du travail créent aussi des non-linéarités supplémentaires qui permettent d'expliquer l'exis-

tence de cycles endogènes. Ces constatations ont été à l'origine de cette thèse. En choisissant comme cadre de référence le modèle à générations imbriquées, nous avons présenté, dans un premier temps, les résultats existants qui analysent l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie monétaire et dans une économie avec capital productif. Les modèles de concurrence parfaite ont d'abord été envisagés, puis nous avons discuté des apports de la concurrence imparfaite déjà mis en évidence par les économistes. Nous avons ensuite développé quatre nouvelles analyses qui ont cherché à montrer que la concurrence imparfaite contribue à expliquer l'existence de fluctuations endogènes.

En utilisant un modèle unifié, nous avons exposé, dans le chapitre 1, un certain nombre de résultats concernant l'existence de cycles endogènes dans une économie monétaire à générations imbriquées. Lorsque la concurrence est parfaite, des cycles peuvent apparaître uniquement si l'effet de revenu domine l'effet de substitution intertemporelle (Grandmont (1985)). Cela signifie notamment que l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel est négative. Ce résultat a été critiqué pour son caractère trop restrictif et son manque de validité empirique. Aussi avons-nous introduit de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final, en considérant quatre extensions du modèle initial. La concurrence imparfaite nous a permis d'étudier l'influence des profits de monopole, des rendements croissants et de la variabilité du taux de marge sur l'émergence de fluctuations endogènes. Si la variabilité du taux de marge a été envisagée de différentes manières par les économistes, elle est due, dans ce chapitre, soit au nombre variable de producteurs, soit à une élasticité de la demande variable. Ces quatre extensions nous ont permis de montrer que des fluctuations endogènes apparaissent sous des conditions moins restrictives lorsque la concurrence est imparfaite.

Une autre réponse a été apportée à la critique portant sur l'existence de cycles concurrentiels endogènes dans une économie monétaire. Elle a été présentée dans

le chapitre 2. Elle consiste à introduire du capital productif dans le modèle à générations imbriquées. En considérant que l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu, c'est-à-dire que l'offre de travail est croissante, nous avons montré que lorsque la concurrence est parfaite et les rendements constants, des fluctuations endogènes peuvent émerger si le capital et le travail sont suffisamment complémentaires (Reichlin (1986)). Cependant, ce résultat a également été critiqué pour son caractère restrictif et son manque de validité empirique. La situation dans laquelle les rendements sont croissants a alors été envisagée. Dans ce cas, des fluctuations endogènes peuvent émerger si le capital et le travail sont davantage substituables (Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), Lloyd-Braga (1995)). Comme dans l'article de Cazzavillan, Lloyd-Braga, and Pintus (1998), les rendements croissants ont été modélisés de deux façons équivalentes, soit en supposant que la concurrence est parfaite et qu'il existe des externalités dans la production, soit en supposant que la concurrence est imparfaite et le coût marginal décroissant. Notons que cette dernière structure de marché est caractérisée par un taux de marge et un nombre de firmes constants à l'équilibre.

Dans le chapitre 3, nous avons réexaminé le résultat suivant présenté dans le chapitre 1 : lorsque les rendements sont croissants et le taux de marge constant, des cycles déterministes ne peuvent pas apparaître dans une économie monétaire à générations imbriquées si l'effet de substitution intertemporelle domine l'effet de revenu et donc si l'offre de travail est croissante. Nous avons montré que ce résultat n'est plus valable lorsqu'on considère une économie multisectorielle. Nous avons étudié le cas où il y a deux secteurs. Un bien est produit dans chaque secteur et les consommateurs de chaque secteur consomment les deux biens produits dans l'économie. Des cycles déterministes peuvent alors apparaître si les consommateurs de chaque secteur préfèrent consommer le bien produit dans l'autre secteur. Ce résultat présente cependant une limite. Des fluctuations endogènes ne peuvent

émerger que si la pente positive de la demande de travail est supérieure à celle de l'offre de travail et si les rendements sont suffisamment croissants.

Si des études empiriques ont montré que les rendements sont fortement croissants, des travaux plus récents ont conclu que si les rendements sont croissants, ils le sont faiblement et sont proches des rendements constants (Basu and Fernald (1995), Basu and Fernald (1997), Burnside (1996)). En s'appuyant sur ces résultats, nous nous sommes intéressé, dans le chapitre 4, à l'influence du niveau des rendements croissants sur l'émergence de fluctuations endogènes dans une économie avec capital productif caractérisée par un taux de marge variable. Nous avons considéré le cas où la variabilité du taux de marge est due au nombre variable de producteurs. L'analyse s'est effectuée en utilisant un modèle de Cournot dans lequel les rendements croissants se traduisent par l'existence d'un coût fixe. L'entrée et la sortie des firmes se faisant sans coût, l'économie est caractérisée par deux propriétés dynamiques qui ont un support empirique (Portier (1995)), à savoir la pro-cyclicité de l'entrée des firmes et la contra-cyclicité du taux de marge. Dans cette économie, des cycles déterministes émergent dès lors que le taux de marge est positif et variable et les rendements croissants. L'existence de cycles endogènes ne requiert donc pas des rendements fortement croissants, conformément aux résultats empiriques récents. Dans le cas limite où les rendements sont constants, on assiste à l'entrée d'un nombre infini de firmes, le taux de marge disparaît et la concurrence est parfaite. Alors, des cycles déterministes ne peuvent plus émerger. La concurrence imparfaite et la variabilité du taux de marge favorisent donc l'émergence de fluctuations endogènes.

Le modèle de Cournot, que nous avons utilisé dans le chapitre 4, présente une limite, car il ne permet pas de dissocier réellement les effets liés au niveau et à la variabilité du taux de marge. Aussi avons-nous introduit, dans le chapitre 5, de la concurrence monopolistique à la Dixit and Stiglitz (1977). Contrairement au cas

le plus fréquemment envisagé, les producteurs tiennent compte de leur influence sur le prix moyen lorsqu'ils maximisent leurs profits. L'élasticité de la demande n'est plus constante, mais dépend du nombre de firmes. En outre, l'existence d'un coût fixe dans la production et la libre entrée des firmes impliquent, tout comme dans le chapitre précédent, que l'entrée des firmes est pro-cyclique et le taux de marge contra-cyclique. Les rôles respectifs du niveau du taux de marge et de sa variabilité peuvent maintenant être analysés séparément l'un de l'autre. Nous avons étudié l'influence de la substitution entre le capital et le travail sur l'émergence de fluctuations endogènes et avons montré que, contrairement à la situation de concurrence parfaite, des fluctuations endogènes peuvent émerger si le capital et le travail ne sont pas fortement complémentaires. Ce chapitre s'inscrit ainsi dans le prolongement du chapitre 2. En revanche, lorsque le taux de marge est constant, des cycles déterministes ne peuvent pas apparaître. C'est donc la variabilité et non le niveau du taux de marge qui favorise l'émergence de fluctuations endogènes.

Si, dans les premiers chapitres, nous nous sommes intéressé au rôle de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final, nous avons introduit, dans le chapitre 6, une imperfection sur le marché du travail : un différentiel de salaire. C'est un important fait stylisé du marché du travail. A cet effet, nous avons supposé que l'économie est caractérisée par un marché du travail dual, basé sur un salaire d'efficience à la Shapiro and Stiglitz (1984). Certains producteurs n'observant pas parfaitement l'effort de leurs employés, les rémunèrent avec un salaire d'efficience supérieur au salaire concurrentiel, pour les inciter à fournir un effort positif. Il existe donc un différentiel de salaire positif à l'équilibre. Celui-ci est à l'origine de l'existence de cycles endogènes. En effet, des fluctuations endogènes peuvent émerger uniquement si le différentiel de salaire est suffisamment élevé. Ce chapitre contribue donc à montrer plus généralement que des imperfections

sur le marché du travail peuvent expliquer l'émergence de fluctuations endogènes.

Au regard de cette thèse, il semble donc que la concurrence imparfaite favorise l'émergence de fluctuations endogènes et permet d'obtenir de nouvelles explications du cycle économique. Cependant, ce travail ne peut être exhaustif sur ce sujet.

Si, comme le montre cette thèse, les effets liés à l'introduction de la concurrence imparfaite sur le marché du bien final ont été fortement exploités, certains travaux récents nous laissent entrevoir de nouvelles perspectives. Nous avons supposé le nombre de firmes comme étant une variable continue. Une extension possible des chapitres 4 et 5 serait de considérer le nombre de firmes comme une variable discrète, comme le propose Cook (2001). Dans ces deux chapitres, le nombre de firmes est déterminé par une condition de profits nuls. Il serait cependant intéressant d'étudier un modèle dans lequel la variabilité du taux de marge et du nombre de firmes serait compatible avec l'existence de profits positifs. Un intéressant résultat a été obtenu à ce sujet par d'Aspremont, Dos Santos Ferreira, and Gérard-Varet (2000). Ces auteurs étudient un modèle avec investissement stratégique dans lequel le nombre de producteurs n'est pas déterminé par une condition de profits nuls. Le nombre variable de producteurs est alors compatible avec des profits positifs. Une autre extension possible réside dans l'introduction des modèles de jeux de marché dans un environnement dynamique afin d'étudier si cette forme de concurrence imparfaite permet d'obtenir de nouvelles conclusions en matière de fluctuations endogènes. Des premiers résultats ont été établis par Goenka, Kelly, and Spear (1998), de Morogues (1999a) et de Morogues (1999b).

Nous avons montré, dans le dernier chapitre de cette thèse, que la structure du marché du travail permet d'expliquer l'émergence de fluctuations endogènes. Si peu de travaux se sont intéressés à l'influence des imperfections du marché du tra-

vail (Aloi and Lloyd-Braga (2001), Coimbra (1999), Coimbra, Lloyd-Braga, and Modesto (2000), Jacobsen (2000), Lloyd-Braga and Modesto (2001)), les nouvelles approches du marché du travail fournissent un intéressant support théorique et sont autant de perspectives de recherches futures. Une extension possible du modèle présenté dans le chapitre 6 serait ainsi d'expliquer le différentiel de salaire par la présence de syndicats dans un des secteurs de l'économie.

Les politiques de stabilisation ont été au centre des préoccupations des théoriciens des fluctuations endogènes dès leurs premiers travaux (Grandmont (1985), Grandmont (1986b), Reichlin (1986), Woodford (1986)). De nombreuses contributions récentes réexaminent le rôle de l'Etat et de la politique économique sur la stabilité locale et globale de l'économie et l'existence de cycles endogènes (Aloi, Jacobsen, and Lloyd-Braga (2000), Benhabib, Schmitt-Grohé, and Uribe (2001), Cazzavillan (1996), Christiano and Harrison (1999), Guo and Lansing (2001), Seegmuller (2001), Zhang (2000)). Comme la concurrence imparfaite favorise l'émergence de fluctuations endogènes, le rôle de l'Etat et de la politique économique méritent d'être envisagés dans une économie imparfaitement concurrentielle. Une telle analyse pourrait constituer une extension des trois derniers chapitres de cette thèse.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

ABOWD, J., F. KRAMARZ, AND D. MARGOLIS (1994): “High Wage Workers and High Wage Firms,” Working Paper 4917, NBER.

ABRAHAM, K. G., AND J. C. HALTIWANGER (1995): “Real wages and the Business Cycle,” *Journal of Economic Literature*, 33, 1215–1264.

AGENOR, P. R., AND J. AIZEMAN (1997): “Technological Change, Relative Wages, and Employment,” *European Economic Review*, 41, 188–205.

AIYAGARI, S. R. (1989): “Can There Be Short-Period Deterministic Cycles When People Are Long Lived?,” *Quarterly Journal of Economics*, 104, 163–185.

AKERLOF, G., AND J. YELLEN (1986): *Efficiency Wage Models on the Labor Market*. Cambridge University Press.

ALOI, M., H. D. DIXON, AND T. LLOYD-BRAGA (2000): “Endogenous Fluctuations in an Open Economy with Increasing Returns to Scale,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, 97–125.

ALOI, M., H. J. JACOBSEN, AND T. LLOYD-BRAGA (2000): “Endogenous Business Cycles and Stabilization Policies,” Discussion Paper 00-06, University of Copenhagen, Discussion Paper 00/7, University of Nottingham.

ALOI, M., AND T. LLOYD-BRAGA (2001): “Unions, International Factor Mobility and Indeterminacy,” Research Paper 2001/26, University of Nottingham.

- ARROUS, J. (1991): *Croissance et Fluctuations, Macroéconomie de Longue Période*. Dalloz, Paris, France.
- AZARIADIS, C. (1981): “Self-fulfilling Prophecies,” *Journal of Economic Theory*, 25, 380–396.
- (1993): *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell, Cambridge, UK.
- AZARIADIS, C., AND R. GUESNERIE (1986): “Sunspots and Cycles,” *Review of Economic Studies*, 53, 725–737.
- BALL, L., AND D. ROMER (1991): “Sticky Prices as Coordination Failure,” *American Economic Review*, 81, 539–552.
- BARINCI, J.-P. (2001): “Factors Substitutability, Heterogeneity and Endogenous Fluctuations in a Finance Constrained Economy,” *Economic Theory*, 17, 181–195.
- BARINCI, J.-P., AND A. CHÉRON (2001): “Sunspots and the Business Cycle in a Finance Constrained Economy,” *Journal of Economic Theory*, 97, 30–49.
- BASU, S., AND J. FERNALD (1995): “Are Apparent Productive Spillovers a Figurement of Specification Error?,” *Journal of Monetary Economics*, 36, 165–188.
- (1997): “Returns to Scale in US Production: Estimates and Implications,” *Journal of Political Economy*, 105, 249–283.
- BENASSI, C., A. CHIRCO, AND C. COLOMBO (1994): *The New Keynesian Economics*. Blackwell Publishers, Oxford UK.
- BENASSY, J.-P. (1991): “Optimal Government Policy in a Macroeconomic Model with Imperfect Competition and Rational Expectations,” in *Equilibrium Theory and Applications: Proceedings of the 6th International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, ed. by W. A. Barnett, B. Cornet, C. d’Aspremont, J. J. Gabszewicz, and A. Mas-Colell, pp. 339–352, Cambridge. Cambridge University Press.

- (1996): “Taste for Variety and Optimum Production Patterns in Monopolistic Competition,” *Economics Letters*, 52, 41–47.
- BENNETT, R. L., AND R. E. A. FARMER (2000): “Indeterminacy with Non-Separable Utility,” *Journal of Economic Theory*, 93, 118–143.
- BENHABIB, J., AND R. H. DAY (1982): “A Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generations Model,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 4, 37–55.
- BENHABIB, J., AND R. E. A. FARMER (1994): “Indeterminacy and Increasing Returns,” *Journal of Economic Theory*, 63, 19–41.
- (1996): “Indeterminacy and Sector-specific Externalities,” *Journal of Monetary Economics*, 37, 421–443.
- (1999): “Indeterminacy and Sunspots in Macroeconomics,” in *Handbook of Macroeconomics*, ed. by J. B. Taylor, and M. Woodford, pp. 387–448, Amsterdam. North-Holland.
- BENHABIB, J., AND G. LAROQUE (1988): “On Competitive Cycles in Productive Economies,” *Journal of Economic Theory*, 45, 145–170.
- BENHABIB, J., S. SCHMITT-GROHÉ, AND M. URIBE (2001): “The Perils of Taylor Rules,” *Journal of Economic Theory*, 96, 40–69.
- BILS, M. (1987): “The Cyclical Behavior of Marginal Cost and Price,” *American Economic Review*, 77, 838–855.
- BOLDRIN, M. (1991): “Perfectly Competitive Models of Endogenous Business Fluctuations,” *European Economic Review*, 35, 300–305.
- (1992): “Dynamic Externalities, Multiple Equilibria, and Growth,” *Journal of Economic Theory*, 58, 198–218.
- BOLDRIN, M., AND M. WOODFORD (1990): “Equilibrium Models Displaying Endogenous Fluctuations and Chaos,” *Journal of Monetary Economics*, 25,

189–222.

BOSI, S., AND F. MAGRIS (1997): “Endogenous Business Cycles: Capital-labor Substitution and Liquidity Constraint with Increasing Returns to Scale,” CORE Discussion Paper 9769, Louvain-la-Neuve.

BRANDOLINI, A. (1995): “In Search of a Stylised Fact: Do Real Wages Exhibit a Consistent Pattern of Cyclical Variability?,” *Journal of Economic Surveys*, 9, 103–163.

BULOW, J., AND L. SUMMERS (1986): “A Theory of Dual Labor Market with Applications to Industrial Policy, Discrimination, and Keynesian Unemployment,” *Journal of Labor Economics*, 4, 376–425.

BURNSIDE, C. (1996): “Production Function Regressions, Returns to Scale, and Externalities,” *Journal of Monetary Economics*, 37, 177–201.

CABALLERO, R. J., AND R. K. LYONS (1992): “External Effects in US Proccyclical Productivity,” *Journal of Monetary Economics*, 29, 209–225.

CASS, D., AND K. SHELL (1983): “Do Sunspots Matter?,” *Journal of Political Economy*, 91, 193–227.

CAZZAVILLAN, G. (1996): “Public Spending, Endogenous Growth, and Endogenous Fluctuations,” *Journal of Economic Theory*, 71, 394–415.

——— (2001): “Indeterminacy and Endogenous Fluctuations with Arbitrarily Small Externalities,” *Journal of Economic Theory*, 101, 133–157.

CAZZAVILLAN, G., T. LLOYD-BRAGA, AND P. PINTUS (1998): “Multiple Steady States and Endogenous Fluctuations with Increasing Returns to Scale in Production,” *Journal of Economic Theory*, 80, 60–107.

CHATTERJEE, S., AND R. COOPER (1989): “Multiplicity of Equilibria and Fluctuations in Dynamic Imperfectly Competitive Economies,” *American Economic Review*, 79, 353–357.

- CHATTERJEE, S., R. COOPER, AND B. RAVIKUMAR (1993): "Strategic Complementarity in Business Formation: Aggregate Fluctuations and Sunspot Equilibria," *Review of Economic Studies*, 60, 795–811.
- CHIAPPORI, P. A., AND R. GUESNERIE (1991): "Sunspot Equilibria in Sequential Market Models," in *Handbook of Mathematical Economics*, ed. by W. Hildenbrand, and H. Sonnenschein, vol. 4, pp. 1683–1762, Amsterdam. North-Holland.
- CHRISTIANO, L. J., AND S. G. HARRISON (1999): "Chaos, Sunspots and Automatic Stabilizers," *Journal of Monetary Economics*, 44, 3–31.
- COIMBRA, R. (1999): "Efficiency Wages, Increasing Returns and Endogenous Fluctuations," Discussion Paper 99/06, University of York.
- COIMBRA, R., T. LLOYD-BRAGA, AND L. MODESTO (2000): "Unions, Increasing Returns and Endogenous Fluctuations," IZA Discussion Paper 229, Bonn.
- COOK, D. (2001): "Time to Enter and Business Cycles," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25, 1241–1261.
- COOPER, R., AND A. JOHN (1988): "Coordinating Coordination Failures in Keynesian Models," *Quarterly Journal of Economics*, 103, 441–464.
- D'ASPREMONT, C., R. DOS SANTOS FERREIRA, AND L.-A. GÉRARD-VARET (1991): "Imperfect Competition, Rational Expectations, and Unemployment," in *Equilibrium Theory and Applications: Proceedings of the 6th International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, ed. by W. A. Barnett, B. Cornet, C. d'Aspremont, J. J. Gabszewicz, and A. Mas-Colell, pp. 353–381, Cambridge. Cambridge University Press.
- (1995a): "Imperfect Competition in an Overlapping Generations Model: a Case for Fiscal Policy," *Annales d'Economie et de Statistique*, 37/38, 531–555.
- (1995b): "Market Power, Coordination Failures and Endogenous Fluctuations," in *The New Macroeconomics: Imperfect Markets and Policy Effecti-*

- veness, ed. by H. D. Dixon, and N. Rankin, pp. 94–138, Cambridge. Cambridge University Press.
- (1996): “On the Dixit-Stiglitz Model of Monopolistic Competition,” *American Economic Review*, 86, 623–629.
- (2000): “Endogenous Business Cycles and Business Formation with Strategic Investment,” CORE Discussion Paper 2000/53, Louvain-la-Neuve.
- DAY, R. H. (1994): *Complex Economic Dynamics*, vol. 1. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- DE MOROGUES, F. (1999a): “Equilibres Monétaires du Jeu Stratégique de Marché dans le Modèle à Générations Imbriquées,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 54, 1–21.
- (1999b): “Jeux Stratégiques de Marché dans le Modèle à Générations Imbriquées, le Modèle Achat ou Vente,” *Recherches Economiques de Louvain*, 65, 301–322.
- DE PALMA, F. (1999): “Dualisme du Marché du Travail et Salaire d’Efficience : Etude de la Structure des Salaires et de l’Emploi,” Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- DE PALMA, F., AND T. SEEGMULLER (2001): “Dual Labor Market and Endogenous Fluctuations,” miméo, Strasbourg.
- DE VILDER, R. G. (1996): “Complicated Endogenous Business Cycles under Gross Substitutability,” *Journal of Economic Theory*, 69, 416–442.
- DEHEZ, P. (1985): “Monopolistic Equilibrium and Involuntary Unemployment,” *Journal of Economic Theory*, 36, 160–165.
- DEVANEY, R. L. (1989): *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. Addison-Wesley Publishing Compagny, second edn.

- DIAMOND, P. A. (1982): "Aggregate Demand Management in Search Equilibrium," *Journal of Political Economy*, 90, 881–894.
- DIAMOND, P. A., AND D. FUDENBERG (1989): "Rational Expectations Business Cycles in Search Equilibrium," *Journal of Political Economy*, 97, 606–619.
- DICKENS, W. T., AND L. F. KATZ (1987): "Industry Wage Differences and Industry Characteristics," in *Unemployment and the Structure of Labor Market*, ed. by K. Lang, and J. S. Leonard, Oxford. Basic Blackwell.
- DIXIT, A., AND J. STIGLITZ (1977): "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, 67, 297–308.
- DIXON, H., AND N. RANKIN (1994): "Imperfect Competition and Macroeconomics: a Survey," *Oxford Economic Papers*, 46, 171–199.
- DOS SANTOS FERREIRA, R. (1999a): "Keynes et le Développement de la Théorie de l'Emploi dans une Economie Monétaire," in *Nouvelle Histoire de la Pensée Economique*, ed. by A. Béraud, and G. Faccarello, vol. 2, Paris. Editions La Découverte.
- (1999b): "La Relation Salaires-emploi sous l'Eclairage de la Concurrence Imparfaite," *Cahiers d'Economie Politique*, 34, 15–40.
- DOS SANTOS FERREIRA, R., AND T. LLOYD-BRAGA (2000): "Nonlinear Endogenous Fluctuations with Free Entry and Variable Markups," miméo, Strasbourg.
- FARMER, R. E. A. (1986): "Deficits and Cycles," *Journal of Economic Theory*, 40, 77–88.
- (1993): *The Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies*. MIT Press, Cambridge Massachusetts.
- FARMER, R. E. A., AND J.-T. GUO (1994): "Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis," *Journal of Economic Theory*, 63, 42–72.

- GALI, J. (1994a): “Monopolistic Competition, Business Cycles, and the Composition of Aggregate Demand,” *Journal of Economic Theory*, 63, 73–96.
- (1994b): “Monopolistic Competition, Endogenous Markups, and Growth,” *European Economic Review*, 38, 748–756.
- (1995): “Product Diversity, Endogenous Markups, and Development Traps,” *Journal of Monetary Economics*, 36, 39–63.
- (1996): “Multiple Equilibria in a Growth Model with Monopolistic Competition,” *Economic Theory*, 8, 251–266.
- GALI, J., AND F. ZILIBOTTI (1995): “Endogenous Growth and Poverty Traps in a Cournotian Model,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 37/38, 197–213.
- GALOR, O., AND H. E. RYDER (1989): “Existence, Uniqueness, and Stability of Equilibrium in an Overlapping-Generations Model with Productive Capital,” *Journal of Economic Theory*, 49, 360–375.
- GÉRARD-VARET, L.-A. (2000): “Eléments pour une Macroéconomie de la Concurrence Imparfait,” *Revue Economique*, 51, 411–434.
- GIBBONS, R., AND L. F. KATZ (1992): “Does Unmeasured Ability Explain Inter-industry Wages Differential?,” *Review of Economic Studies*, 59, 515–539.
- GOENKA, A., D. L. KELLY, AND S. E. SPEAR (1998): “Endogenous Strategic Business Cycles,” *Journal of Economic Theory*, 81, 97–125.
- GRANDMONT, J.-M. (1985): “On Endogenous Competitive Business Cycles,” *Econometrica*, 53, 995–1045.
- (1986a): “Periodic and Aperiodic Behaviour in Discrete One-Dimensional Systems,” in *Contributions to Mathematical Economics*, ed. by W. Hildenbrand, and A. M. Collet, pp. 227–265, North-Holland. Elsevier Science Publishers.

- (1986b): “Stabilizing Competitive Business Cycles,” *Journal of Economic Theory*, 40, 57–76.
- (1988): “Nonlinear Difference Equations, Bifurcation and Chaos: an Introduction,” Working Paper 8811, CEPREMAP.
- (1989): “Local Bifurcations and Stationary Sunspots,” in *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles, and Nonlinearity*, ed. by W. Barnett, J. Geeweke, and K. Shell, pp. 45–60, Cambridge. Cambridge University Press.
- (1994): “Anticipations et Fluctuations Economiques Endogènes Non-linéaires,” *Revue d’Economie Politique*, 104, 277–293.
- GRANDMONT, J.-M., AND G. LAROQUE (1986): “Stability of Cycles and Expectations,” *Journal of Economic Theory*, 40, 138–151.
- GRANDMONT, J.-M., P. PINTUS, AND R. DE VILDER (1998): “Capital-labour Substitution and Competitive Nonlinear Endogenous Business Cycles,” *Journal of Economic Theory*, 80, 14–59.
- GUCKENHEIMER, J., AND P. HOLMES (1983): *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag, New-York.
- GUESNERIE, R., AND M. WOODFORD (1992): “Endogenous Fluctuations,” in *Advances in Economic Theory: Proceedings of the 6th World Congress of the Econometric Society*, ed. by J.-J. Laffont, vol. 2, pp. 289–412, Cambridge, Ma. Cambridge University Press.
- GUO, J.-T. (1998): “Indeterminacy and Sunspots in a Monetary Economy with Limited Participation,” *Economics Letters*, 59, 337–345.
- GUO, J.-T., AND S. G. HARRISON (2001): “Indeterminacy with Capital Utilization and Sector-Specific Externalities,” *Economics Letters*, 72, 355–360.
- GUO, J.-T., AND K. J. LANSING (2001): “Fiscal Policy, Increasing Returns and Endogenous Fluctuations,” Working Paper 01-13, University of California.

- HALE, J., AND H. KOÇAK (1991): *Dynamics and Bifurcations*. Springer-Verlag, New-York.
- HALL, R. E. (1986): "Market Structure and Macroeconomic Fluctuations," *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 285–322.
- HANSEN, G. (1985): "Indivisible Labor and the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, 16, 309–325.
- HART, O. J. (1982): "A Model of Imperfect Competition with Keynesian Features," *Quarterly Journal of Economics*, 97, 109–138.
- HELLER, W. P. (1986): "Coordination Failure under Complete Markets with Applications to Effective Demand," in *Equilibrium Analysis, Essays in Honor of K.J. Arrow*, ed. by W. P. Heller, R. M. Starr, and D. A. Starrett, vol. 2, pp. 155–175, Cambridge, Ma. Cambridge University Press.
- HOWITT, P., AND R. P. MCAFEE (1988): "Stability of Equilibria with Externalities," *Quarterly Journal of Economics*, 103, 261–277.
- (1992): "Animal Spirits," *American Economic Review*, 82, 493–507.
- JACOBSEN, H. J. (1998): "Endogenous Product Diversity and Endogenous Business Cycles," Discussion Paper 98-15, University of Copenhagen.
- (2000): "Endogenous, Imperfectly Competitive Business Cycles," *European Economic Review*, 44, 305–336.
- JONES, S. (1987a): "Minimum Wage Legislation in a Dual Labor Market," *European Economic Review*, 31, 1229–1245.
- (1987b): "Screening Unemployment in a Dual Labor Market," *Economics Letters*, 25, 191–195.
- KIND, C. (1999): "Remarks on the Economic Interpretation of Hopf Bifurcations," *Economics Letters*, 62, 147–154.

- KOZLOVSKI, O., P. PINTUS, S. VAN STRIEN, AND R. DE VILDER (1999): “Co-existing Invariant Structures in 2-D Dynamic Economic Models,” miméo.
- (2001): “Business Cycle Models: Closing the Gap Between the Different Approaches,” Working Paper n°2001-02 DELTA, Paris.
- KUHRY, Y. (2001): “Endogenous Fluctuations in a Cournotian Monopolistic Competition Model with Free Entry and Market Power Variability,” *Research in Economics*, 55, 389–412.
- KYDLAND, F. E., AND E. C. PRESCOTT (1982): “Time to Build and Aggregate Fluctuations,” *Econometrica*, 50, 1345–1370.
- LASSELLE, L. (1998): “A Note on the Dynamic Study of an OG Model with Competition à la Cournot,” CRIEFF Discussion Paper 9824, University of St. Andrews.
- LLOYD-BRAGA, T. (1994): “Real Wages, Employment and Endogenous Fluctuations,” Working Paper 49/94, Universidade Católica Portuguesa.
- (1995): “Increasing Returns to Scale and Endogenous Fluctuations,” Working Paper 65/95, Universidade Católica Portuguesa.
- (2000): “Increasing Returns to Scale and Nonlinear Endogenous Fluctuations in a Simple Overlapping Generations Model: a Pedagogical Note,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 59, 89–106.
- LLOYD-BRAGA, T., AND L. MODESTO (2001): “The Effects of Unions in a Financed Constrained Monetary Economy,” miméo, présenté à la conférence ASSET, 26 et 27 octobre 2001, Rethymno.
- LONG, J. B., AND C. I. PLOSSER (1983): “Real Business Cycles,” *Journal of Political Economy*, 91, 39–69.
- LUCAS, R. E. (1972): “Expectations and the Neutrality of Money,” *Journal of Economic Theory*, 4, 103–124.

- (1975): “An Equilibrium Model of the Business Cycle,” *Journal of Political Economy*, 83, 1113–1144.
- MANKIW, N. G. (1989): “Real Business Cycles: a New Keynesian Perspective,” *Journal of Economic Perspectives*, 3, 79–90.
- MANNING, A. (1990): “Imperfect Competition, Multiple Equilibria and Unemployment Policy,” *Economic Journal*, 100, 151–162.
- MARTINS, J. O., AND S. SCARPETTA (1999): “The Levels and Cyclical Behaviour of Mark-ups across Countries and Market Structures,” Economics Department Working Papers 213 OCDE.
- MEDIO, A. (1992): *Chaotic Dynamics. Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- MEDIO, A., AND N. NEGRONI (1996): “Chaotic Dynamics in Overlapping Generations Model with Production,” in *Nonlinear Dynamics and Economics*, ed. by W. Barnett, A. Kirman, and M. Salmon, pp. 3–44, Cambridge, UK. Cambridge University Press.
- MICHEL, P., AND B. WIGNIOLLE (1993): “Une Présentation Simple des Dynamiques Complexes,” *Revue Economique*, 44, 885–911.
- NISHIMURA, K., AND G. SORGER (1996): “Optimal Cycles and Chaos: a Survey,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 1, 11–28.
- NISHIMURA, K., AND A. VENDITTI (2000): “Dynamical Systems Arising from Infinite Time Horizon Optimization Models,” Working Paper GREQAM 00C03, Aix-Marseille.
- NOURRY, C. (2001): “Stability of Equilibria in the Overlapping Generations Model with Endogenous Labor Supply,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25, 1647–1663.
- NOURRY, C., AND A. VENDITTI (2001): “The Overlapping Generations Model

- with Endogenous Labor Supply: a Dynamic Equilibrium Analysis,” Working Paper GREQAM 01A17, Aix-Marseille.
- PAGANO, M. (1990): “Imperfect Competition, Underemployment Equilibria and Fiscal Policy,” *Economic Journal*, 100, 440–463.
- PERETTO, P. F. (1999): “Cost Reduction, Entry, and the Interdependence of Market Structure and Economic Growth,” *Journal of Monetary Economics*, 43, 173–195.
- PINTUS, P. (2000): “Indeterminacy and Expectations-Driven Fluctuations when Factor Utilization is Variable,” miméo.
- PINTUS, P., D. SANDS, AND R. DE VILDER (2000): “On the Transition from Local Regular to Global Irregular Fluctuations,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, 247–272.
- PORTIER, F. (1995): “Business Formation and Cyclical Markups in the French Business Cycle,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 37/38, 411–440.
- REICHLIN, P. (1986): “Equilibrium Cycles in an Overlapping Generations Economy with Production,” *Journal of Economic Theory*, 40, 89–103.
- RIVARD, B. (1994): “Monopolistic Competition, Increasing Returns, and Self-fulfilling Prophecies,” *Journal of Economic Theory*, 62, 346–362.
- ROCHON, C. (1998): “Liquidity Constraints and Cycles,” CORE Discussion Paper 9808, Louvain-la-Neuve.
- ROTEMBERG, J. J., AND G. SALONER (1986): “A Supergame-Theoretic Model of Price Wars during Booms,” *American Economic Review*, 76, 390–407.
- ROTEMBERG, J. J., AND M. WOODFORD (1991): “Markups and the Business Cycle,” in *NBER Macroeconomics Annual*, ed. by O. J. Blanchard, and S. Fischer, pp. 63–128, Cambridge, Ma. MIT Press.

- (1992): “Oligopolistic Pricing and the Effects of Aggregate Demand on Economic Activity,” *Journal of Political Economy*, 100, 1153–1207.
- (1995): “Modèles d’Equilibres Général Dynamiques en Concurrence Imparfaite,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 37/38, 357–410.
- SAINT-PAUL, G. (1996): *Dual Labor Market: a Macroeconomic Perspective*. MIT Press, Cambridge, Ma.
- SEEGMULLER, T. (2001): “Endogenous Fluctuations and Public Services in a Simple OLG Economy,” Working Paper BETA n°2001-07, Strasbourg.
- SHAPIRO, C., AND J. STIGLITZ (1984): “Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device,” *American Economic Review*, 73, 433–445.
- SILVESTRE, J. (1993): “The Market-Power Foundations of Macroeconomic Policy,” *Journal of Economic Survey*, 31, 105–141.
- (1995): “Market Power in Macroeconomic Models: New Developments,” *Annales d’Economie et de Statistique*, 37/38, 319–356.
- SIMS, C. A. (1986): “Comments,” in *Models of Economic Dynamics*, ed. by H. F. Sonnenschein, New York, NY. Springer Verlag.
- SPEAR, S. E. (1984): “Sufficient Conditions for the Existence of Sunspot Equilibria,” *Journal of Economic Theory*, 34, 360–370.
- (1991): “Growth, Externalities, and Sunspots,” *Journal of Economic Theory*, 54, 215–223.
- STADLER, G. W. (1994): “Real Business Cycles,” *Journal of Economic Literature*, 32, 1750–1783.
- VENDITTI, A. (1996): “Croissance Optimale et Fluctuations Endogènes, un Arbitrage entre Préférences, Technologies et Impatience,” *Revue d’Economie Politique*, 106, 791–841.

- WEDER, M. (1998): "Fickle Consumers, Durable Goods, and Business Cycles," *Journal of Economic Theory*, 81, 37–57.
- (2000): "Animal Spirits, Technology Shocks and the Business Cycle," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, 273–295.
- WEIL, P. (1989): "Increasing Returns and Animal Spirits," *American Economic Review*, 79, 889–894.
- WEISS, A. (1991): *Efficiency Wages Models of Unemployment, Layoffs, and Wages Dispersion*. Clarendon Press, Oxford.
- WEITZMAN, M. J. (1982): "Increasing Returns and the Foundations of Unemployment Theory," *Economic Journal*, 42, 787–804.
- WHITESELL, W. (1986): "Endogenous Cycles with Uncertain Lifespan in Continuous Time," *Economics Letters*, 22, 153–158.
- WIGGINS, S. (1990): *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer-Verlag, New-York.
- WOODFORD, M. (1986): "Stationary Sunspot Equilibria in a Finance Constrained Economy," *Journal of Economic Theory*, 40, 128–137.
- (1991): "Self-fulfilling Expectations and Fluctuations in Aggregate Demand," in *New Keynesian Economics*, ed. by N. G. Mankiw, and D. Romer, vol. 2, pp. 77–110, Cambridge. MIT Press.
- YANG, X., AND B. J. HEJDRA (1993): "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity: Comment," *American Economic Review*, 83, 295–301.
- YELLEN, J. L. (1984): "Efficiency wage Models of Unemployment," *American Economic Review*, pp. 200–205.
- ZARNOWITZ, V. (1985): "Recent Work on Business Cycles in Historical Perspective: a Review of Theories and Evidence," *Journal of Economic Literature*, 23, 523–580.

ZHANG, J. (2000): “Public Services, Increasing Returns, and Equilibrium Dynamics,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, 227–246.

Table des matières

Introduction générale	7
1 Fluctuations Endogènes dans une Economie Monétaire à Générations Imbriquées	17
1.1 Introduction	19
1.2 Comportements microéconomiques	23
1.3 Equilibres	28
1.4 Fluctuations Endogènes Déterministes	30
1.4.1 Quelques Résultats Mathématiques	30
1.4.2 Existence d'Equilibres Périodiques	35
1.5 Fluctuations Endogènes Stochastiques	40
1.6 Quelques Remarques	45
1.7 L'Introduction de la Concurrence Imparfaite	48
1.7.1 Les Profits de Monopole	50
1.7.2 Les Rendements Croissants	55
1.7.3 Variabilité du Taux de Marge et Libre Entrée des Firmes	62
1.7.4 Variabilité du Taux de Marge et de l'Elasticité de la Demande	69
1.8 Conclusion	79
2 Fluctuations Endogènes dans une Economie à Générations Im-	

briquées avec Capital Productif	83
2.1 Introduction	85
2.2 Le Modèle	89
2.2.1 Les Consommateurs	89
2.2.2 Les Firmes	91
2.2.3 L'Equilibre Intertemporel	93
2.3 Analyse de l'Equilibre Stationnaire	94
2.3.1 Existence	94
2.3.2 Unicité ou Multiplicité	96
2.3.3 Equilibres Pareto-ordonnés	100
2.4 Dynamique Locale	101
2.4.1 La Méthode Géométrique	103
2.4.2 Le Cas des Rendements Constants	106
2.4.3 Le Cas des Rendements Croissants	110
2.5 Rendements Croissants et Concurrence Imparfaites	115
2.5.1 Rendements Croissants Internes et Concurrence à la Cournot	116
2.5.2 Equilibre Intertemporel, Equilibre Stationnaire et Dyna-	
mique Locale	119
2.6 Extensions	121
2.7 Conclusion	125
3 Cycles Endogènes, Substituabilité Intertemporelle et Rendements	
Croissants dans une Economie à Deux Secteurs	129
3.1 Introduction	130
3.2 Le Modèle	132
3.2.1 Les Consommateurs	132
3.2.2 Les Firmes	134

3.2.3	Equilibre Intertemporel	136
3.3	Existence et Unicité de l'Equilibre Stationnaire	137
3.4	Cycles Endogènes	138
3.5	Conclusion	142
4	Concurrence Imparfaite, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes	145
4.1	Introduction	146
4.2	Le Modèle	149
4.2.1	Les Consommateurs	149
4.2.2	Les Firmes	151
4.2.3	Equilibre Intertemporel	153
4.3	Equilibre Stationnaire et Fluctuations Endogènes	154
4.4	Conclusion	161
5	Substitution Capital-Travail, Variabilité du Taux de Marge et Fluctuations Endogènes : une Approche en Concurrence Monopolistique	163
5.1	Introduction	165
5.2	Le Modèle	168
5.2.1	Les Consommateurs	168
5.2.2	Les Producteurs	171
5.2.3	Equilibre Intertemporel	173
5.3	Analyse de l'Equilibre Stationnaire	175
5.3.1	Existence	175
5.3.2	Unicité ou Multiplicité	177
5.3.3	Equilibres Multiples Pareto-ordonnés	180
5.4	Dynamique Locale	181

5.5	Conclusion	190
6	Inégalité Salariale et Fluctuations Endogènes dans une Economie avec un Marché du Travail Dual	193
6.1	Introduction	194
6.2	Le Modèle	197
6.2.1	Les Producteurs et le Marché du Travail	199
6.2.2	Les Consommateurs	202
6.2.3	Equilibre Intertemporel	204
6.3	Analyse de l'Equilibre Stationnaire	205
6.3.1	Existence	206
6.3.2	Unicité	207
6.4	Dynamique Locale	208
6.5	Conclusion	212
	Conclusion générale	214
	Bibliographie	222