

# Contribution à la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes

Jean-Mathias Spiewak

#### ► To cite this version:

Jean-Mathias Spiewak. Contribution à la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes. Automatique / Robotique. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2007. Français. NNT : . tel-00195079

# HAL Id: tel-00195079 https://theses.hal.science/tel-00195079

Submitted on 8 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## UNIVERSITE MONTPELLIER II SCIENCES ET TECHNIQUES DE LANGUEDOC

# THÈSE

pour obtenir le grade de

#### DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Formation Doctorale : Systèmes Automatiques et Microélectroniques

Ecole Doctorale : Information, Structures, Systèmes

présentée et soutenue publiquement par

## Jean-Mathias SPIEWAK

Le 28 septembre 2007

Titre :

# Contribution à la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes

#### JURY

М.	Jean-Charles CADIOU	Professeur, IRCCyN	Rapporteur
М.	Simon LACROIX	Chargé de recherche, LAAS	Rapporteur
М.	René ZAPATA	Professeur, Univ. Montpellier II, LIRMM	Examinateur
М.	Pierre-Emmanuel GAILLARD	Société ECA-HYTEC	Examinateur
М.	Lionel LAPIERRE	Post-Doc, Univ. Montpellier II, LIRMM	Invité
М.	Philippe FRAISSE	MdC, Univ. Montpellier II, LIRMM	Co-Directeur
М.	Bruno JOUVENCEL	Professeur, Univ. Montpellier II, LIRMM	Directeur

# Table des matières

In	Introduction générale				
1	Eta	t de l'a	art	<b>5</b>	
	1.1	Les vé	bhicules sous-marins	5	
		1.1.1	Historique	5	
		1.1.2	Les véhicules non habités	7	
	1.2	Les ap	oplications des robots sous-marins	16	
		1.2.1	Le secteur industriel	16	
		1.2.2	Le secteur militaire	16	
		1.2.3	L'environnement	17	
		1.2.4	Les applications scientifiques	18	
	1.3	Les sy	rstèmes multi-robots	21	
		1.3.1	Introduction	21	
		1.3.2	Les différentes applications	22	
		1.3.3	Les systèmes multi-robots en robotique sous-marine	24	
<b>2</b>	Mo	délisat	ion d'un véhicule sous-marin autonome de type torpille	33	
	2.1	Modél	lisation générale	33	
		2.1.1	Conventions et hypothèses de base	33	
		2.1.2	Cinématique	35	
		2.1.3	Dynamique	38	
	2.2	Modél	lisation du H160	49	
		2.2.1	Introduction	49	
		2.2.2	Cinématique	50	
		2.2.3	Dynamique	50	

# TABLE DES MATIÈRES

		2.2.4	Découplage	55
		2.2.5	Modèle en immersion	55
		2.2.6	Modèle en cap	56
3	Cor	ntrôle (	d'un véhicule sous-marin autonome	59
	3.1	Introd	luction	59
	3.2	Mode	glissant d'ordre un	62
		3.2.1	Introduction	62
	3.3	Comm	nande du véhicule H160	70
		3.3.1	Commande en régime glissant d'ordre un	70
		3.3.2	Résultats de simulation	74
		3.3.3	Résultats d'expérimentation en mer	75
		3.3.4	Conclusion	80
	3.4	Mode	glissant d'ordre supérieur	80
		3.4.1	Introduction	80
		3.4.2	Principe de fonctionnement	82
	3.5	Propo	sition d'une nouvelle loi de commande pour le robot H160 $\ldots$	85
		3.5.1	Exposé de la méthode	86
		3.5.2	Loi de commande	86
		3.5.3	Résultats de simulation	87
	3.6	Concl	usion	87
4	Stra	atégie	de commande pour la coordination d'une flottille d'AUVs	89
	4.1	Conte	xte de l'étude	89
		4.1.1	Hypothèses considérées	90
		4.1.2	Modèle du véhicule	90
		4.1.3	Modèle de la Formation	91
	4.2	Straté	gie de contrôle proposée	92
		4.2.1	Exposé de la méthode	92
		4.2.2	Génération de trajectoires	95
		4.2.3	Commande en boucle fermée	95
	4.3	Génér	ateur de trajectoires	96
		4.3.1	Paramétrisation en termes de B-Splines	96
		4.3.2	Spécification des fonctions objectif et contraintes	97
		4.3.3	Programmation Quadratique Séquentielle	100
	4.4	Résult	tats de simulation	101
		4.4.1	Vérification d'une trajectoire en boucle ouverte	101

		4.4.2	Vérification d'une trajectoire en boucle fermée	. 103
		4.4.3	Convergence de la trajectoire	. 104
		4.4.4	Génération de trajectoires Leader-Follower en boucle ouverte	. 109
		4.4.5	Génération de trajectoires Leader-Follower en boucle fermée	. 110
	4.5	Conclus	sion	. 110
Co	onclu	sion gé	nérale et perspectives	113
Pι	ıblica	ations		117
Bi	bliog	graphie		123
$\mathbf{A}$	Lev	véhicule	e H160	125
	A.1	Descrip	tion $\ldots$	. 125
	A.2	Modèle	s numériques	. 126
		A.2.1	$Modèle en cap \ldots \ldots$	. 126
		A.2.2	Modèle en immersion	. 127
	A.3	Loi de o	commande	. 127
		A.3.1	En cap	. 127
		A.3.2	En immersion	. 127
в	Déf	initions		129
	B.1	Optimis	sation	. 129
	B.2	Program	nmation non linéaire	. 130
	B.3	Contrôl	e Optimal	. 130
	B.4	Générat	tion de trajectoires	. 130
	B.5	Platitue	le d'un système	. 131
		B.5.1	Définition	. 131
		B.5.2	Exemple	. 132
$\mathbf{C}$	Les	quadra	tures de Gauss	133

# Table des figures

1.1	Croquis des premiers sous-marins	6
1.2	Le Nautile, France	7
1.3	Les premiers véhicules sous-marins autonomes non habités	8
1.4	Différents types d'engins sous-marins	8
1.5	Le véhicule sous-marin téléopéré H1000 de la société Eca-Hytec $\ \ldots \ldots \ldots$	10
1.6	Le véhicule ALIVE du groupe Cybernétix	10
1.7	Photos d'AUVs grands fonds	12
1.8	Photos d'AUVs côtiers	13
1.9	Les différents planeurs sous-marins	14
1.10	Les systèmes biomimétiques sous-marins	15
1.11	Le K-Ster (France) à l'approche d'une mine de fond	17
1.12	L'algue Caulerpa Taxifolia	18
1.13	Un système de captage d'eau douce ©Nymphea Water	19
1.14	La source de La Vise	21
1.15	Le projet ASIMOV	26
1.16	Classification des systèmes multi-robots	27
1.17	Exemples de formations géométriques	28
2.1	Repères fixe et inertiel, Variables d'état	34
2.2	Les angles d'Euler	36
2.3	Définition de l'angle d'incidence $\varepsilon$	42
2.4	Equilibre d'un corps immergé	44
2.5	Vue en coupe de la gouverne	45
2.6	Forces de portance $Z_{u_{GOUV}}$ et de traînée $X_{u_{GOUV}}$ rapportées au repère véhicule	46
3.1	Contrôleur par retour d'état - Plan de phase	63

3.2	Contrôleur à structure variable - Plan de phase	63
3.3	Plan de phase et contrôle	64
3.4	Robustesse du contrôleur	66
3.5	Convergence du système glissant	67
3.6	Phénomène de la réticence	68
3.7	Fonction de saturation $sat$	69
3.8	Fonction tangente hyperbolique $tanh$	69
3.9	Sans Bruit - Plan horizontal du véhicule	76
3.10	Sans Bruit - Plan d'immersion du véhicule	76
3.11	Sans Bruit - Plan d'immersion du véhicule	76
3.12	Avec Bruit - Plan horizontal du véhicule	77
3.13	Avec Bruit - Plan d'immersion du véhicule	77
3.14	Avec Bruit - Plan d'immersion du véhicule	77
3.15	Campagne de tests au dessus de la source de La Vise - mars 2006 $\ldots$	78
3.16	Mission réelle - Plan horizontal du véhicule	79
3.17	Mission réelle - Plan d'immersion du véhicule	79
3.18	Mission réelle - Plan d'immersion du véhicule	79
3.19	Zoom mission réelle - Plan horizontal du véhicule	81
3.20	Zoom mission réelle - Plan d'immersion du véhicule	81
3.21	Zoom mission réelle - Plan d'immersion du véhicule	81
3.22	Trajectoire 2-glissant	83
3.23	Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting	84
3.24	Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting	85
3.25	Mode glissant d'ordre supérieur - Plan d'immersion du véhicule	88
3.26	Mode glissant d'ordre supérieur - Angles d'inclinaison des gouvernes	88
3.27	Mode glissant classique - Angles d'inclinaison des gouvernes $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	88
4.1	Positionnement des véhicules Leader et Follower	92
4.2	Génération de trajectoires à chaque période d'échantillon nage $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	94
4.3	Concept à 2 degrés de liberté	95
4.4	Une Spline	97
4.5	Schéma en boucle ouverte	.02
4.6	Trajectoires et cap de la torpille (boucle ouverte)	.02
4.7	Vitesses de la torpille (boucle ouverte)	02
4.8	Convergence de la trajectoire en boucle fermée	.03
4.9	Trajectoires et cap de la torpille (boucle fermée)	.03
4.10	Vitesses de la torpille (boucle fermée)	.04

4.11	Convergence de la génération de trajectoire
4.12	Vitesse Leader $v_{lead}$ égale à la vitesse Follower $v_{foll}$
4.13	Vitesse Leader $v_{lead}$ inférieure à la vitesse Follower $v_{foll}$
4.14	Vitesse Follower $v_{foll}$ égale à la vitesse désirée $v_{des}$
4.15	Trajectoires Leader-Follower (Boucle Ouverte)
4.16	Trajectoires et cap de la torpille (boucle ouverte)
4.17	Vitesses de la torpille (boucle ouverte)
4.18	Trajectoires et cap de la torpille (boucle fermée)
4.19	Vitesses de la torpille (boucle fermée)
4.20	Comparaison des différentes trajectoires obtenues
A.1	Vue générale du H160

# Introduction générale

Si aujourd'hui traverser les océans peut s'effectuer sans peine, il n'en est pas de même pour l'exploration des fonds marins qui n'a été que très récemment abordée. La découverte de ce milieu n'est pas aisée du fait que la moitié des fonds océaniques dépasse 3000 m de profondeur. La fosse sous-marine la plus profonde actuellement connue est la fosse des Mariannes, située dans la partie nord-ouest de l'océan Pacifique non loin du Japon. Le point le plus bas de cette fosse se situe aux environs de -11000 mètres. Face à ce milieu hostile et dangereux, mais potentiellement riche tant sur le plan biologique que sur le plan d'éventuelles ressources exploitables, l'homme a besoin d'assistance dans sa découverte des profondeurs abyssales : l'intervention de robots sous-marins est vraisemblablement une solution.

Aujourd'hui, nous disposons d'une grande gamme d'engins sous-marins permettant de réaliser différentes tâches. Nous pouvons citer les robots sous-marins téléopérés qui se caractérisent par un câble les reliant à un bateau en surface. Les véhicules sous-marins autonomes, quant à eux, ne nécessitent pas l'intervention d'un opérateur pour accomplir leur mission. Autonomes d'un point de vue énergétique et décisionnel, ils n'auront pas la même structure suivant qu'ils sont destinés à explorer les grands fonds ou à évoluer dans des zones proches de la côte. Le champ d'applications de ces robots sous-marins est potentiellement très vaste et ne cesse de croître. Il comprend l'archéologie sous-marine, la recherche géophysique et bio-marine en passant par les applications dans les domaines de la recherche et de l'exploitation des ressources énergétiques. Les communications sousmarines via des câbles ou le transport d'hydrocarbures (gaz, pétrole, ...) par des pipelines génèrent de nouveaux besoins : la cartographie des fonds pour la pose des câbles ou des pipelines, mais aussi l'inspection de structures sous-marines. Ces robots sont également utilisés pour réaliser l'inspection de réacteurs nucléaires et des mesures de pollution. Il est nécessaire de citer également les applications dans le secteur militaire qui vont de la détection à la destruction de mines, ou encore la surveillance des ports dans le domaine de la sécurité civile.

Cependant, la conception, le développement et la mise en œuvre de véhicules sousmarins posent certaines difficultés. Les développements technologiques et scientifiques concernant ces robots sont récents, mais l'intérêt qu'ils suscitent se heurte encore aujourd'hui à des verrous scientifiques importants. Concernant les véhicules sous-marins autonomes, on peut définir quatre grandes problématiques. En premier lieu, l'énergie qu'ils sont capables d'embarquer reste faible au regard des distances à parcourir. En second lieu, le véhicule doit aussi être autonome du point de vue décisionnel et c'est là une des préoccupations majeures de plusieurs communautés de chercheurs. Un troisième point concerne le positionnement de l'engin. Le positionnement par balises acoustiques, ainsi que le recalage par système GPS sont des verrous technologiques se heurtant à la difficulté de communiquer sous l'eau. Enfin, certaines équipes de recherche se tournent vers la problématique de la navigation. Elles travaillent essentiellement sur les aspects de la modélisation, du contrôle et de la génération et du suivi de trajectoires.

Il paraît alors évident que plusieurs acteurs, issus de communautés scientifiques diverses, interviennent dans la conception, le développement et la mise en œuvre d'un véhicule sous-marin autonome. Ainsi, il est fait appel à des disciplines variées (mécanique, hydrodynamique, informatique, automatique, traitement du signal) nécessaires à la réalisation d'un engin si spécifique, qui requiert des connaissances dans autant de domaines différents. Le LIRMM et la société Eca-Hytec se sont associés dans le cadre d'une collaboration de transfert de technologie qui a conduit entre autres au financement d'une bourse CIFRE. L'entreprise Eca-Hytec est spécialiste dans la conception et la fabrication d'engins téléopérés évoluant en environnement hostile. Les principales applications de leurs véhicules sous-marins concernent les secteurs militaire, océanographique et offshore pétrolier. La collaboration entre ces deux partenaires a pour objectif la réalisation d'un transfert technologique afin de développer le prototype industriel d'un véhicule sous-marin autonome dédié à l'exploration des eaux peu profondes : le robot H160.

Au vu de l'engouement industriel et scientifique que de tels engins soulèvent, et malgré les difficultés soulignées pour concevoir un engin sous-marin, certaines équipes de recherche se tournent déjà vers la problématique de la mise en œuvre de flottilles de véhicules. L'utilisation d'un seul véhicule permet d'automatiser et d'augmenter le rythme des mesures océanographiques, mais la mise en œuvre d'une flottille permettrait de mieux appréhender l'aspect temporel des phénomènes observés et diminuerait le temps d'acquisition des données relatives à l'observation de phénomènes à grande étendue spatiale. Les scénarios les plus inventifs peuvent être alors imaginés : par exemple, une flottille

de robots sous-marins inspectant les fonds océaniques communiquent avec un robot de surface chargé de transférer ses données vers des robots aériens. Cependant, il faut avoir à l'esprit que la problématique de la coopération de véhicules sous-marins est un sujet extrêmement complexe et très vaste, et que cette thématique de recherche n'en est qu'à ses premiers pas.

Il apparaît ainsi que la mise en œuvre d'une flottille, additionnée aux problématiques d'un véhicule sous-marin, soulève de nouveaux verrous technologiques : la coordination de la formation ou encore la communication entre les véhicules. Devant la diversité des applications et des engins pouvant être mis en œuvre, il est clair que plusieurs stratégies de recherche sont à envisager. Nous pouvons considérer que les robots ne partagent aucune information, ou bien qu'un véhicule Leader prend toutes les décisions. Aussi, les engins peuvent être contraints à naviguer en formation pour dresser une carte du fond par exemple. Toutes sortes de méthodes sont donc envisageables, mais toutes doivent être en mesure de garantir la convergence des robots vers leur objectif. Quelle que soit la méthode de coordination considérée, il ne faut pas perdre de vue que la quantité d'informations transmissibles est très limitée. Contrairement au milieu aérien ou terrestre, la largeur de la bande passante dans le milieu sous-marin est extrêmement faible et de plus, les signaux acoustiques sont perturbés par des bruits ambiants, des échos ou encore des problèmes de multi-chemins.

Nous comprenons alors plus facilement que la problématique de coordination de flottilles est aujourd'hui une thématique de recherche complexe mais très active. Dans ce contexte, nos travaux ont pour objet la proposition d'une nouvelle stratégie de contrôle pour coordonner une flottille de véhicules sous-marins autonomes. Cette étude est basée sur une commande décentralisée reposant sur le principe Leader-Follower. Cette méthode utilise un générateur de trajectoires fournissant à chaque instant un chemin faisable pour les véhicules tout en respectant une formation géométrique donnée, et une commande à retour d'état pour maintenir les torpilles sur leur trajectoire.

Le chapitre 1 de ce manuscrit propose un état de l'art des différents véhicules sousmarins, ainsi que leurs applications. Nous introduisons également la problématique des systèmes multi-robots en abordant les aspects de la composition possible des flottilles et de leur coordination. Dans le second chapitre, nous étudions la modélisation générale d'un véhicule sous-marin autonome de type torpille, où la cinématique et la dynamique de l'engin sont abordées. La modélisation du véhicule H160 est également détaillée et clôt cette partie. Nous présentons, dans le chapitre 3, la commande du robot H160 basée sur les techniques en mode glissant d'ordre un. Puis, nous proposons une nouvelle loi de commande pour ce véhicule reposant sur les régimes glissants d'ordre supérieur; techniques qui limitent le phénomène de réticence. Nous comparons également des résultats de simulations et d'expérimentations en mer de ces différentes lois de commande. Enfin, le quatrième et dernier chapitre présente une nouvelle stratégie de contrôle afin de coordonner une flottille de véhicules sous-marins. Des simulations illustrent les résultats théoriques obtenus.

# CHAPITRE 1 Etat de l'art

# 1.1 Les véhicules sous-marins

#### 1.1.1 Historique

Le concept de véhicule sous-marin n'est pas une idée récente. Le premier projet remonte à William Bourne en 1578. Il a été le premier à concevoir une construction étanche pouvant être alimentée en oxygène. En 1664, Cornelis Van Drebbel a proposé le premier véhicule sous-marin avançant à l'aide de 12 rameurs équipés de rames spéciales (figure 1.1(a)). Il pouvait être actionné de façon à réaliser des mouvements verticaux. Ce bateau était en bois de forme ovoïde et a été testé expérimentalement. En 1776, David Bushnell et son frère ont présenté le premier sous-marin "Turtle" construit en acier (figure 1.1(b)). Son principe de fonctionnement est similaire aux sous-marins actuels. Il utilisait une hélice pour la propulsion. L'engin s'immergeait en actionnant une valve permettant l'admission d'eau dans un réservoir qui servait de lest. Il remontait grâce à une pompe qui expulsait l'eau. L'autonomie en oxygène était de 30 min (Pararas-Carayannis, 1976).

Depuis cette époque, les sous-marins ont fortement évolué d'un point de vue technologique. Une classification des véhicules sous-marins en 2 grands groupes est proposée : les véhicules habités et les véhicules non habités.

#### – Les véhicules habités

Nous pouvons distinguer 2 catégories de véhicules sous-marins habités :

- Les sous-marins, qui désignent les véhicules de grandes dimensions manoeuvrés par un équipage qui peut y résider durant des périodes plus ou moins longues. Cette catégorie comprend les sous-marins militaires.
- Les submersibles, qui sont de petite taille et destinés à l'exploration des grandes



(a) Le sous-marin de Van Drebbel

(b) Le sous-marin de Bushnell

FIG. 1.1 – Croquis des premiers sous-marins

profondeurs. L'équipage de ce type d'engin est réduit (2 à 3 personnes) et la quantité en oxygène y est limitée. Par exemple, le **Nautile** a été conçu par l'Ifremer<sup>1</sup> en 1984 (figure 1.2) et peut plonger jusqu'à 6000 mètres avec 3 passagers. Ses principales missions ont été la recherche de sources hydrothermales dans l'océan Pacifique, les interventions sur les épaves du Titanic et du Prestige.

#### – Les véhicules non habités

La marine a été la première à montrer un intérêt dans le développement de systèmes sous-marins non habités. En 1866, la marine autrichienne demanda à Robert Whitehead de développer une nouvelle arme pour les navires de guerre. Il démontra l'efficacité d'un système flottant propulsé à une vitesse de 3 m/s sur une distance de 700 m transportant une charge explosive : la torpille était née. Cependant, cet engin n'avait aucun système de contrôle et de navigation.

En réalité, les premiers véhicules sous-marins autonomes ont été développés au cours des années 60-70 (Michel and Duranton, 1991) avec :

 Le SPURV (Self-Propelled Underwater Research Vehicle, USA, 1977) : il pesait 480 kg et pouvait opérer à une vitesse de 2.2 m/s pendant 5 heures jusqu'à une profondeur de 3000 m. Le véhicule était contrôlé acoustiquement de la surface. Les

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Institut français de recherche pour l'exploitation de la mer



FIG. 1.2 – Le Nautile, France

chercheurs l'utilisaient pour faire des mesures de conductivité et de température pour parfaire la modélisation théorique des vagues (figure 1.3(a)).

 L'épaulard (France, 1976) : il pesait 3 tonnes et pouvait opérer à une profondeur de 6000 m pendant 7 heures à une vitesse de 1 noeud<sup>2</sup>. Il était également relié à la surface d'un point de vue acoustique (figure 1.3(b)).

Ces systèmes ont été les précurseurs des quelques 2400 véhicules sous-marins non habités en activités régulières dans le monde entier (Alt, 2003), (Danson, 2002), dont nous allons faire un rapide état des lieux.

#### 1.1.2 Les véhicules non habités

Pour cette classe de véhicules sous-marins, c'est le type de liaison avec la surface qui va définir le degré d'autonomie du robot (Fig 1.4). Nous pouvons distinguer trois catégories d'engins sous-marins : les véhicules reliés par un câble à la surface, ceux reliés par un lien acoustique et enfin les véhicules complètement autonomes.

- Les ROVs (Remotely Operated Vehicles) : engins télé-opérés par un opérateur, reliés à la surface par l'intermédiaire d'un câble, appelé ombilical, par lequel transitent les commandes, l'énergie et/ou les mesures. Le principal inconvénient de ces robots est la présence de l'ombilical qui rend complexe leurs mouvements et surtout l'étendue de leurs champs d'applications.
- Les UUVs (Unmanned Underwater Vehicles) : engins sous-marins non habités qui sont dotés de systèmes plus ou moins sophistiqués pour leur navigation et leur travail selon leur degré d'autonomie. La principale contrainte réside dans le fait

 $<sup>^2 \</sup>mathrm{Un}$  noeud représente une distance d'1 mille marin en 1 heure, soit 1852 mètres par heure ou encore 0,514 mètre par seconde



(a) Le SPURV, USA

(b) L'épaulard, France

FIG. 1.3 – Les premiers véhicules sous-marins autonomes non habités



FIG. 1.4 – Différents types d'engins sous-marins

qu'ils embarquent l'énergie nécessaire à la réalisation de leurs missions. Il existe 2 types d'UUVs :

- l'AUV (Autonomous Underwater Vehicle) peut être défini comme un engin connaissant sa position et naviguant vers un objectif. On établit une liste des opérations à réaliser et on les programme préalablement. Les opérateurs n'interviennent pas en fonctionnement nominal, l'engin est totalement autonome.
- l'UUV (Untethered Underwater Vehicle) fonctionne comme l'AUV mais il existe un lien acoustique entre la surface et l'engin permettant la vérification et l'échange des données. En cas de problèmes, l'opérateur peut ordonner que le système se mette dans une configuration d'urgence, impliquant son retour en surface.

Il est important de noter que la redondance des termes UUV pose problème. En fait, par abus de langage, les UUVs (Untethered Underwater Vehicles) sont appelés également AUVs.

#### Les véhicules téléopérés

Ils sont généralement munis de bras manipulateurs et de caméras leur conférant des aptitudes à l'intervention. Ainsi ils peuvent effectuer des opérations complexes comme l'ouverture ou la fermeture de vannes, le changement de pièces défectueuses sur des structures sous-marines, ou encore la récupération d'échantillons ou d'objets immergés.

Les caractéristiques des ROVs sont les suivantes :

- Ils sont sur-actionnés pour les rendre omnidirectionnels,
- Ils sont capables de stationner en un point fixe,
- L'ombilical relie physiquement l'engin à la surface. Ceci permet de téléopérer le robot et également de lui fournir de l'énergie. La présence de ce câble assure une récupération plus aisée du véhicule. Cependant, l'ombilical induit des perturbations importantes sur le véhicule.

Nous pouvons citer, parmi les nombreux ROVs existants, le **H1000** de la société Eca-Hytec (figure 1.5). Ce véhicule a été conçu pour réaliser des inspections jusqu'à une profondeur de 1000 m. Il peut également être muni de 2 bras manipulateurs. Sa vitesse de déplacement peut atteindre les 3 noeuds. La marine française utilise ce robot pour des interventions sur des épaves de bateaux ou d'avions gisant sur le fond marin.

#### Les véhicules non habités autonomes

Les véhicules avec lien acoustique Ces véhicules sont conçus pour effectuer des opérations similaires à celles d'un ROV, avec l'ombilical en moins. La conséquence est



FIG. 1.5 – Le véhicule sous-marin téléopéré H1000 de la société Eca-Hytec

que l'engin transporte sa propre énergie. La manipulation est une tâche complexe qui demande un degré important d'autonomie. Ceci impose de garder l'opérateur dans la boucle de décision et de commande par l'intermédiaire d'un lien acoustique.

Les caractéristiques de ces engins sont les suivantes :

- Ils sont en général sur-actionnés,
- Ils ont une gestion fine de leur consommation d'énergie,
- Les délais de transmission dus au canal acoustique obligent le bateau de surface à se positionner au dessus du véhicule sous-marin.

Alive est un exemple de véhicule avec lien acoustique (figure 1.6). Il mesure 4m de long pour une largeur de 2.2m et une hauteur de 1.6m pour un poids de 3500kg. Son autonomie est d'environ 7 heures. Il dispose de 2 bras manipulateurs.



FIG. 1.6 – Le véhicule ALIVE du groupe Cybernétix

Les AUVs Les véhicules sous-marins autonomes peuvent être répertoriés en 2 classes dépendant de la profondeur d'immersion. Nous parlerons alors d'AUVs côtiers et d'AUVs grands fonds. A partir de quelques centaines de mètres de profondeur, la structure, les dimensions, les caractéristiques des AUVs changent. Cette "limite" de profondeur va séparer les véhicules grands fonds des véhicules côtiers.

Les AUVs grands fonds Ces engins conçus pour explorer les profondeurs des océans ont, en général, une grande autonomie énergétique, un poids et des dimensions importantes qui nécessitent une logistique assez lourde. Par exemple, le tableau 1.1 compare le Hugin 3000 de Kongsberg Simrad (Norvège), l'Alistar 3000 d'Eca (France) et le véhicule Urashima de Jamstec (Japon) (Fig. 1.7).

Les AUVs côtiers Ces véhicules sont réalisés avec l'objectif de réduire leur dimension, et par conséquent, la logistique nécessaire à leur mise en oeuvre. Seules deux personnes suffisent pour mettre le robot à l'eau. Ils sont également modulaires du point de vue capteurs. Ces véhicules, totalement autonomes, sont capables de déterminer leur position absolue et de naviguer vers un objectif spécifié. Ils sont l'outil indispensable pour les missions en eaux peu profondes. Le **Remus** (USA) d'Hydroid, le **Gavia** (Finlande) d'Hyfmind et le **H160** (cf. annexe A) issu d'une collaboration entre le Lirmm et la société Eca-Hytec (France) (Fig. 1.8) sont donnés à titre d'exemple dans le tableau 1.2.

Les caractéristiques des AUVs côtiers sont les suivantes :

- Ils sont sous-actionnés. Ces véhicules possèdent moins d'actionneurs que de degrés de liberté.
- Ils ont une gestion fine de leur consommation d'énergie et sont totalement autonomes du point de vue opérateur.
- Ils ont un axe de déplacement privilégié, selon la direction de leur propulseur.

Pour compléter notre état de l'art sur les véhicules sous-marins, nous pouvons citer encore deux autres types d'engins sous-marins autonomes : *les planeurs sous-marins* et *les systèmes biomimétiques*.

Les planeurs sous-marins Un planeur sous-marin<sup>3</sup> est un véhicule autonome qui utilise des ballasts pour influer sur sa flottabilité ainsi que des ailes pour influer sur la direction de son déplacement. La propulsion est engendrée par la modification de la flottabilité du système qui permet de créer une force verticale qui induit une vitesse relative par rapport au fluide. Le roulis et le tangage sont contrôlés en déplaçant des masses internes.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Underwater Glider en anglais



(a) Hugin 3000, Norvège



(b) Alistar 3000, France





#### FIG. 1.7 – Photos d'AUVs grands fonds

	Hugin	Alistar	Urashima
Longueur (m)	5,3	7,0	10,0
Poids (kg)	1200	3670	9000
Profondeur (m)	3000	3000	3500
Autonomie (h)	60	50	60
Vitesse (noeuds)	4	4	4

TAB. 1.1 – Caractéristiques et performances des AUVs grands fonds

TAB. 1.2 – Caractéristiques et performances des AUVs petits fonds

	Remus	Gavia	H160
Longueur (m)	1,60	1,70	1,80
Diamètre (m)	$0,\!19$	0,20	0,20
Poids (kg)	37	44	57
Profondeur (m)	100	200	160
Vitesse (noeuds)	4	5	4



(a) Remus, USA



(b) H160, France



(c) Gavia, Finlande

FIG. 1.8 – Photos d'AUVs côtiers

Il est en général muni de capteurs physico-chimiques et d'une antenne GPS/Iridium. Il peut ainsi déterminer sa position via le système GPS, envoyer les données de missions et récupérer par satellite les paramètres d'une nouvelle mission. Il est beaucoup moins rapide que les AUVs mais plus performant en terme de durée et de distance parcourue en mission.

Il existe trois principaux planeurs (Fig 1.9) : **Slocum** (Webb Research), **Seaglider** (University of Washigton) et **Spray** (Scripps Institute of Oceanography) (Rudnick et al., 2004). Ces engins ont les mêmes principes de base que les AUVs mais sont différents dans leurs caractéristiques et leurs missions. Le tableau 1.3 résume les principales caractéristiques de ces engins. Ces engins, assez légers, sont faciles à mettre en oeuvre par deux personnes. Du fait de leur faible vitesse et de leur faible consommation d'énergie, ils peuvent couvrir durant leur mission des milliers de kilomètres. Leur principale application est l'acquisition de données physico-chimiques.











(c) Spray, USA



Caracteristiques et performances des planeurs				
	Slocum	Spray	Seaglider	
Longueur (m)	1,50	2,00	1,80	
Diamètre (m)	0,21	0,20	0,30	
Poids (kg)	52	51	52	
Profondeur (m)	200	1500	1000	
Vitesse (cm/s)	35	27	27	
Distance (km)	500	7000	4600	
Durée (jours)	20	330	200	

TAB. 1.3 – Caractéristiques et performances des planeurs sous-marins

Les trois types de planeurs se différencient aussi par leur manière de récupérer leur position GPS et les données satellites :

- Le Seaglider plonge du nez afin de permettre à son antenne, positionnée sur la partie arrière, de sortir de l'eau,
- Le Spray pivote sur le coté de 90° pour permettre à son antenne, qui est fixée à l'extrémité de son aile, de sortir de l'eau,
- Le Slocum dispose dans sa partie arrière d'une antenne GPS/Iridium et d'un gouvernail.

Les systèmes biomimétiques L'objectif du biomimétisme est de tirer des enseignements sur l'étude des systèmes vivants et de tenter d'en copier les principes pour faire émerger des technologies nouvelles. Dans le domaine sous-marin, de nombreuses recherches ont vu le jour ces dernières années essentiellement en Amérique et au Japon. Parmi cellesci, un bon nombre s'est attaché à reproduire la nage des poissons. Dans ce contexte deux modes de locomotion ont principalement attiré l'attention des chercheurs :

- La locomotion caranguiforme propre aux poissons de type carangue ou thon basée sur des oscillations du corps,
- La locomotion anguilliforme de type serpent, anguille, lamproie, etc..., basée sur des ondulations du corps.



(a) Le robot Anguille, USA



(b) Le robot Tuna, USA

FIG. 1.10 – Les systèmes biomimétiques sous-marins

La figure (1.10(a)) présente le robot **Anguille** de l'université Northeastern (USA), qui a développé ce robot sous-marin ondulatoire. La figure (1.10(b)) montre le robot **Tuna** du MIT (USA).

#### **1.2** Les applications des robots sous-marins

Les applications des véhicules sous-marins sont potentiellement très vastes. Elles touchent en particulier quatre principaux secteurs qui sont :

- L'industrie,
- Les applications militaires,
- L'environnement,
- Les applications scientifiques.

Nous allons développer, dans les paragraphes suivants, les besoins de ces différentes activités. Nous allons également montrer que les robots sous-marins sont devenus des outils indispensables pour l'homme surtout lorsque ce dernier doit intervenir dans un milieu dangereux voire hostile.

#### 1.2.1 Le secteur industriel

Les compagnies pétrolières, gazières et de télécommunications ont très vite été intéressées par les potentialités des véhicules sous-marins. Leurs besoins s'expriment en termes de cartographie des fonds marins, d'aide à la pose de pipelines ou de câbles et l'inspection de ces structures (Kojima et al., 1998).

Les industries minières qui exploitent entre autres l'étain, le manganèse ou encore les diamants utilisent les services de robots sous-marins afin de détecter, et parfois même exploiter, les différents gisements présents dans les océans.

Le secteur énergétique profite également des atouts des ROVs qui réalisent l'inspection de réacteurs nucléaires et de barrages hydro-électriques (Yoon et al., 1998).

#### 1.2.2 Le secteur militaire

La marine, qui a fortement incité les recherches sur les robots sous-marins autonomes, encourage l'utilisation de ceux-ci pour des applications dangereuses pour l'homme.

Une des applications militaires les plus étudiées concerne la détection et la destruction de mines sous-marines. La destruction de ces objets est une tâche dangereuse et spécifique, où des engins robotisés peuvent permettre de localiser et de neutraliser ces bombes à la place de l'homme. La société Eca, par exemple, a conçu le **K-Ster** (figure 1.11), qui le désigne comme la nouvelle arme contre les mines. Il est très efficace pour nettoyer les champs de mines grâce à sa tête pivotante explosive. Il peut atteindre avec précision et efficacité des mines à orins, de fond ou encore enfouies.

Une autre activité en pleine émergence est la surveillance des ports. Pour éviter l'intrusion de plongeurs ou encore de véhicules sous-marins ennemis dans les ports, des robots



FIG. 1.11 – Le K-Ster (France) à l'approche d'une mine de fond

autonomes peuvent effectuer un quadrillage dans une zone proche de l'entrée du port. Dans ce contexte, l'engin remplace l'homme pour réaliser cette tâche fastidieuse et dangereuse.

#### 1.2.3 L'environnement

Depuis très peu de temps, l'homme se préoccupe activement de la pollution de l'environnement. Le milieu maritime n'est en effet pas épargné par la pollution. Nous avons tous à l'esprit les nombreux pétroliers qui se sont échoués en pleine mer et qui ont déversé des quantités astronomiques de pétrole dans les océans. Une solution envisageable en amont de ces catastrophes serait de réaliser l'inspection de la coque des navires par des robots sous-marins.

Ces robots pourraient également contribuer à identifier les pollutions intentionnelles (dégazages). Les véhicules sous-marins équipés de capteurs biochimiques sont capables d'analyser les polluants et peuvent ainsi permettre l'identification des responsables par comparaison chimique des cuves des navires amarrés au port.

La surveillance de l'Arctique est considérée comme un problème de grande importance. L'évolution des régions polaires est un indicateur très sensible des éléments précurseurs des changements climatiques. Le robot peut remplacer une fois de plus l'homme pour une surveillance autonome sous les banquises sans risquer la vie de celui-ci. L'engin peut également prélever des échantillons de glace à différentes profondeurs pour étudier l'historique du climat. Cette application demande au véhicule un positionnement relatif très précis, mais aussi des capacités à rester positionner en un point fixe en présence de perturbations fortes (Caccia et al., 2000).

La protection de la biodiversité demande une surveillance régulière de zones connues

et protégées. L'acquisition d'images vidéos avec des AUVs peut permettre une estimation de l'état de santé de zones naturelles préservées (Rolfes and Rendas, 2004). Par exemple, les biologistes surveillent en particulier l'invasion d'une algue en mer Méditerranée. Cette algue est connue sous le nom de "Caulerpa Taxifolia" (figure 1.12), elle se propage dans le bassin méditerranéen depuis les années 80.



FIG. 1.12 – L'algue Caulerpa Taxifolia

L'institut australien des Sciences Marines réalise des inspections sur la Grande Barrière de Corail à l'aide de ROVs. Ces surveillances procurent aux scientifiques des données quantitatives sur le long terme sur les coraux, les algues ou tout simplement la vie sousmarine. Ces données donnent suite à des études sur l'abondance et les changements de population de certains organismes sur une large échelle géographique.

#### 1.2.4 Les applications scientifiques

**Cartographie et archéologie sous-marine** Comme on a pu le constater dans les paragraphes précédents, la cartographie sous-marine est une application essentielle. Que ce soit dans le domaine industriel ou pour la préservation de l'environnement, les véhicules sous-marins équipés des capteurs nécessaires peuvent réaliser une cartographie des fonds marins de bonne qualité.

Les archéologues profitent des caractéristiques des engins sous-marins pour explorer les épaves et les trésors cachés sous les eaux des océans. Là où les capacités d'un plongeur sont limitées en termes d'autonomie et de profondeur d'immersion, les robots sous-marins repoussent les frontières de l'humain pour améliorer et étendre ses recherches. **Biomimétisme** Les scientifiques essaient également de copier la nature (paragraphe 1.1.2) avec des systèmes inspirés de la biologie (Projet ROBEA<sup>4</sup>). Les chercheurs sont motivés par le fait que les solutions provenant de la nature ont souvent de bien meilleures performances que les systèmes conçus par des ingénieurs. Comparées à nos réalisations technologiques, les performances des poissons laissent rêveur. On peut citer, par exemple, parmi les nombreuses espèces de poissons existantes : leurs prodigieuses capacités d'accélération pouvant atteindre jusqu'à 20 fois la gravité, leur vitesse excédant les 70 km/h ainsi que leur extraordinaire manœuvrabilité.

Les sources d'eau douce sous-marines D'après la littérature, le débit d'une source d'eau douce sous-marine peut varier de quelques litres par seconde jusqu'à quelques mètres cube par seconde. Le débit est estimé soit par observation directe, soit par analyse d'images vidéos. Les grandes quantités d'eau douce, ou au moins d'eau faiblement salée, jaillissant dans la mer représentent une ressource alternative d'eau potable pour les régions côtières en pénurie d'eau. Un exemple de système de captage d'eau douce (Fleury, 2005) a été développé par la société Nymphéa Water en 2003 pour la source de La Mortola (figure 1.13). Cette source est située à 36 m de profondeur et se situe à 2 km de la côte entre les villes de Menton (France) et Ventimiglia (Italie).



FIG. 1.13 – Un système de captage d'eau douce ©Nymphea Water

La connaissance du débit et de la salinité des sources sous-marines, et de leur variation dans le temps est importante. Ceci permet aux hydrologues d'estimer la quantité d'eau

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/ROBEA/

se déversant dans la mer, et d'évaluer s'il est possible d'utiliser cette eau. Cependant, ces sources présentent des variations saisonnières. Il est donc nécessaire de connaître avec précision les données suivantes (Bakalowicz et al., 2003) :

- l'amplitude du débit,
- l'ordre de grandeur des variations de ce débit,
- de réaliser une surveillance permanente du débit, de la température et ainsi que de la salinité.

La surveillance permanente est recommandée pour voir les effets possibles des exploitations proches du rivage et les intrusions d'eau de mer dans la source.

Les anciennes techniques pour mesurer le débit, la température et la conductivité, selon (Bakalowicz et al., 2003), sont les suivantes :

- Le débit peut être mesuré de deux façons :
  - Une façon indirecte consistant à comparer le panache d'eau douce dans la mer à un modèle obtenu par des données physiques,
  - Une façon directe en récoltant l'eau douce dans un tuyau à la sortie de la source et de mesurer le débit.

Ces méthodes fournissent en général des estimations surestimées des débits.

- Les mesures de température et de conductivité sont généralement faites à chaque intersection d'un quadrillage allant de 5×5 m jusqu'à 10×10 m à différentes profondeurs à partir d'un bateau à l'aide d'un capteur CTD (Conductivity, Temperature and Depth)<sup>5</sup>. Ces manipulations demandent de longues journées d'expérimentations durant lesquelles le débit doit être constant, ainsi que les conditions climatiques (pas de vent et pas de changement du niveau de la mer).

D'après ces descriptions, nous comprenons aisément qu'un engin sous-marin semble être idéalement approprié à l'exploration des sources d'eau douce.

Certains AUVs ont déjà été utilisés dans différentes applications pour relever des données physico-chimiques. L'exutoire portugais S.Jacinto (Ramos et al., 2001) qui déverse des eaux usées industrielles en mer, a été contrôlé par le véhicule **ISURUS** afin d'en caractériser le panache. Le **REMUS**, d'après (Fletcher, 2001), a été déployé à San Clemente (CA, USA) et Duck (NC, USA) pour valider et améliorer les modèles théoriques de panaches. L'étude des sources d'eau douces sous-marines a été présentée dans (Sauter et al., 2003), où le **MARIDAN M600** a effectué des relevés CTD dans la baie d'Eckernförde en mer baltique. Les mêmes tests ont été réalisés dans les fjords à Trondheim par le robot

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Conductivité, Température et Profondeur

#### MARIDAN M150 (Ludvigsen et al., 2003).

Une des applications du véhicule sous-marin **H160** est la caractérisation du panache de sources d'eau douce à l'aide de son capteur CTD (Spiewak et al., 2006a). Le but de ces expérimentations est d'identifier et d'évaluer le panache d'eau douce provenant de sources sous-marines. En particulier pour la source de La Vise dans l'étang de Thau (figure 1.14), qui est située entre Montpellier et Sète en bordure de mer Méditerranée. Pour cela, le robot **H160** a réalisé une série de trajectoires de type "râteau" au-dessus de la source à différentes profondeurs.



(a) Photo aérienne ©M.Bakalowicz



(b) Bathymétrie 3D réalisée par le H160

FIG. 1.14 – La source de La Vise

### 1.3 Les systèmes multi-robots

#### 1.3.1 Introduction

Dans le domaine de la robotique, les systèmes multi-robots ont été proposés depuis la dernière décennie dans différentes configurations, à la poursuite de différents objectifs et employés avec succès dans beaucoup de domaines d'applications. Une attention spéciale a été apportée aux systèmes multi-robots développés pour opérer dans des environnements dynamiques, où des perturbations et des changements imprévisibles peuvent se produire.

Un système multi-robots peut être défini comme un ensemble de robots opérant dans le même environnement. Cependant, la configuration matérielle des robots peut varier de :

- simples capteurs faisant l'acquisition et le traitement de données,
- à des machines très complexes comme des robots humanoïdes, capables d'interagir de manière très complexe avec l'environnement.

Les systèmes multi-robots sont non seulement utiles quand les robots doivent accomplir différentes tâches, mais également quand ils ont la même fonction. Quand un seul robot peut effectuer un travail donné, la possibilité de déployer un groupe de robots peut améliorer les performances du système entier.

Les avancées technologiques d'un point de vue matériel et logiciel font parties des raisons de l'engouement pour les systèmes multi-robots. Elles ont effectivement permis d'envisager la coopération et la coordination de plusieurs robots.

#### 1.3.2 Les différentes applications

#### Introduction

Les systèmes multi-robots sont particulièrement adaptés à plusieurs domaines d'applications, en particulier là où la coordination pour réaliser des tâches complexes est nécessaire. Par exemple, les systèmes multi-robots peuvent être utilisés dans des milieux dangereux et hostiles. Ils ont été employés dans la recherche et le sauvetage de victimes après un désastre de grande échelle. Les systèmes multi-robots ont connu un essor formidable dans les compétitions de football (les compétitions AAAI et RoboCup)<sup>6</sup>. Ces compétitions offrent de nouveaux challenges en particulier dû à l'environnement hautement dynamique et aussi à la présence d'une équipe de robots adverse.

Farinelli propose de classer en cinq domaines différents les applications des systèmes multi-robots (Farinelli et al., 2004). Par exemple :

- Grandes tâches et larges espaces : enlèvement de déchets toxiques, de neige, déminage,... sont des exemples d'application dans ce thème.
- Observation de plusieurs cibles : sécurité, surveillance ou les problèmes de reconnaissance.
- Déplacement de boites et transport d'objets
- Football : la dynamique importante et l'environnement hostile (présence d'adversaires et de partenaires) dans lesquel les robots doivent coopérer, fait de ce domaine un vrai challenge.
- Exploration : les robots sont déployés dans l'environnement afin de récupérer le maximum de données. La construction de cartes, par contre, contraint les robots à rester en formation.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>http://www.aaai.org et http://www.robocup.org

#### **Robotique sous-marine**

**Planeurs et micro AUVs** On recense actuellement de nombreux travaux théoriques et simulations sur les flottilles d'engins sous-marins. Cependant, d'après la connaissance de l'auteur, on constate très peu de résultats expérimentaux en mer. Néanmoins, nous pouvons en citer deux exemples.

Le premier décrit une méthodologie de contrôle coopératif basé sur des corps virtuels et des champs de potentiels artificiels (VBAP : Virtual Bodies and Artificial Potentials), (Fiorelli et al., 2004). Cette méthode permet par exemple de faire du suivi de gradient ou du tracking dans un environnement inconnu. Elle repose sur l'utilisation de champs de potentiels artificiels et de corps virtuels pour coordonner un groupe de véhicules. Les corps virtuels sont en fait des leaders virtuels qui permettent de guider l'ensemble de la flottille. Les potentiels artificiels permettent de coupler la dynamique des leaders virtuels et des engins réels. Les potentiels sont choisis suivant l'orientation, la position relative entre les leaders virtuels et les engins, ou bien encore suivant la forme de la flottille désirée. Le lien virtuel entre les engins est créé en moyennant le contrôle de chaque véhicule : la loi de commande pour chaque véhicule est dérivée à partir du gradient des potentiels artificiels. Cette méthode permet au leader virtuel (et donc au groupe de véhicule) d'effectuer des manœuvres de translation, rotation, et contraction/expansion, le tout avec une erreur bornée. Cette implémentation a été testée en 2003 sur une flottille de gliders dans la baie de Monterey (USA).

Pour le second, d'après (Schultz et al., 2003) les premiers essais ont consisté à tester un algorithme de localisation de panache à l'aide d'une flottille d'UUVs, les seconds essais une cartographie 3D d'un front marin. Le logiciel FLICS (Fleet Logistical Interface and Control System) a été développé pour gérer toutes les étapes de mise en œuvre d'une flottille, basé sur le principe d'un client serveur. La méthode utilise un système de localisation par balises. Les essais ont été réalisés avec 3 véhicules. La navigation est faite à l'estime avec des recalages GPS périodiques. Les essais réalisés étaient basés sur un suivi de gradient (relevés CTD, eau douce).

Ces expérimentations sont basées sur les travaux de (Kemp et al., 2002). La société Nekton a développé le système MASA (Multi AUV Search Array). Ce système à N agents communicants permet d'envisager : le contrôle de la géométrie de groupe, le partage de données et la réaction collective. Un micro AUV ainsi qu'une interface de contrôle ont été développés. Le **Ranger** est un petit AUV qui est configurable en fonction de l'application (4,5 kg, 80cm de long, 9cm de diamètre), il dispose d'un micro modem (passive and active SBL/LBL) qui sert au positionnement et aux communications. La navigation est accomplie à l'estime (avec filtre de Kalman) avec des recalages acoustiques réguliers. L'interface FLICS est une interface graphique qui permet de suivre et de contrôler les AUVs. Elle permet de modifier en ligne les paramètres de la mission en cours, d'envoyer des commandes collectives ou individuelles, de télécharger l'exécutable sur l'AUV, de récupérer les données enregistrées et de surveiller l'état des AUVs. Les communications et le positionnement s'effectuent avec 5 bouées (1 maître et 4 esclaves). Le maître synchronise les autres bouées et sert de relais de communication entre l'utilisateur et la flotte (portée : 500 à 1000m). Le positionnement est hyperbolique.

**Application désirée** Au sein du groupe de recherche "NERO" (NEtworked RObots) du département robotique du LIRMM, la thématique des travaux repose sur la commande collaborative de flotilles de véhicules sous-marins et terrestres.

En particulier pour une flottille de robots sous-marins, notre objectif est de faire évoluer ce groupe de véhicules au-dessus d'une source d'eau douce afin de caractériser son panache (cf. paragraphe 1.2.4). Nous proposons un scénario de coordination de flottille d'au moins deux torpilles. Un véhicule Leader effectuerait une trajectoire en râteau à une profondeur  $z_L$  muni d'un capteur CTD au-dessus de la source. Un véhicule Follower, évoluant à une profondeur  $z_F$  et également muni d'un capteur CTD, coordonnerait sa trajectoire en fonction du véhicule Leader. Nous justifions le choix d'utiliser la méthode Leader-Follower car nous souhaitons obtenir des données de missions géoréférencées.

**Remarques** Nous pouvons faire un premier constat par rapport au peu d'expérimentations en mer de flottilles de véhicules sous-marins autonomes. D'un point vue théorique, les travaux de recherches sont actuellement nombreux. Cependant, d'un point de vue logistique, l'équipement et la mise à l'eau de planeurs sous-marins ou de micro AUVs semblent être aisés, si on les compare aux dispositifs pour des AUVs grands fonds ou même à des AUVs côtiers. En clair, la logistique pour une flottille d'AUVs s'alourdit fortement par rapport à celle d'un engin seul.

Un deuxième constat concernant les communications : le positionnement et les communications peuvent s'effectuer avec un système de balises. Ici encore la logistique s'alourdit. Il est à noter que les véhicules vont être limités dans une zone de travail définie par la portée des balises.

#### 1.3.3 Les systèmes multi-robots en robotique sous-marine

Il existe un grand nombre de travaux dans la littérature qui donne une vue d'ensemble et qui classifie les recherches sur les systèmes multi-robots. Par exemple, (Farinelli et al., 2004) propose de détailler les systèmes multi-robots en deux parties : les systèmes de robots proprement dit et la coordination de la flottille.

#### Les systèmes

(Farinelli et al., 2004) présentent différentes problématiques relatives à un système multi-robots : la communication, la composition, l'architecture et la taille.

1. La communication : elle est obtenue par un mécanisme qui permet aux robots d'échanger des informations. La communication est basée sur un dispositif dédié à cette tâche, par exemple, le lien Wifi pour les robots mobiles terrestres, un modem acoustique pour les robots sous-marins.

Dans l'eau, le seul médium permettant de transporter des informations avec des caractéristiques assez facilement exploitables est constitué par les ondes acoustiques. Se propageant dans l'eau de mer de manière très favorable, ces ondes vont permettre de compenser, dans une certaine mesure, la quasi-absence d'ondes électromagnétiques et lumineuses dans l'océan (Lurton, 1998). Cependant, les ondes acoustiques sont très peu porteuses en informations ce qui nous limitera dans la quantité de données à transmettre ou à recevoir pour chaque véhicule. Aussi, les signaux sont perturbés par les bruits ambiants et les échos parasites. Le milieu de propagation, même s'il est très favorable à la propagation des ondes acoustiques, impose néanmoins de nombreuses limitations :

- l'atténuation des signaux transmis, due en particulier à l'absorption des ondes sonores dans l'eau, va limiter la portée,
- la propagation perturbée par les variations de célérité du son et par les réflexions des signaux sur la surface et le fond. Les ondes sonores sous-marines ne se propagent pas en ligne droite, et nous pouvons noter l'existence de trajets multiples,
- les déformations des signaux transmis,
- le bruit ambiant dans l'océan.

Les caractéristiques du milieu de propagation sont très variées et fluctuantes à la fois dans l'espace et le temps. Elles dépendent des variations géographiques et saisonnières de la température et de la salinité, du relief du fond, de la houle, des courants et tourbillons, des marées.

En conclusion, dans le domaine de la robotique sous-marine, les communications sont perturbées par des coupures intermittentes, des retards ou encore des chemins multiples. On comprend facilement qu'aucun véhicule de la flottille ne pourra communiquer avec tous les robots et que ces derniers ne peuvent pas communiquer en même temps. Il est alors impératif de développer une stratégie de contrôle coordonnée qui soit robuste aux pertes de communication, et une topologie de communication alternée. De plus, une gestion temporelle des émissions acoustiques est nécessaire du fait de l'interférence possible entre l'équipement de communication et l'instrumentation acoustique des véhicules de type "sonar" (sonar latéral ou à balayage par exemple).

2. La composition : les systèmes multi-robots peuvent être décomposés en deux classes : hétérogène ou homogène. Les flottilles homogènes sont composées de robots qui ont exactement la même structure matérielle et logicielle. Les flottes hétérogènes peuvent aussi bien se différencier d'un point de vue matériel que logiciel, voire les deux.

Un exemple de système hétérogène : le projet ASIMOV (Pascoal et al., 2000). Un véhicule de surface autonome<sup>7</sup> coopère avec un AUV en tant que relais de communication mobile (figure 1.15). L'ASV est équipé d'un GPS, un lien radio, d'un système de balises ultra courte et d'un lien acoustique optimisé pour les communications verticales. Il est alors facile pour l'AUV de transférer ses données de missions et pour l'ASV de transmettre des données GPS.



FIG. 1.15 – Le projet ASIMOV

3. L'architecture : elle peut être scindée en deux parties. On peut considérer une architecture "délibérative" qui, lors d'un changement dans l'environnement, va réorganiser l'ensemble des robots. Un deuxième type d'architecture appelé "réactive" va permettre à chaque robot de faire face à ces changements en suivant une approche individuelle, mais toujours pour accomplir le même objectif.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>ASV (Autonomous Surface Vehicle) en anglais
4. La taille : on pourra différencier les flottes de robots comptant seulement quelques robots ou quelques dizaines.

#### La coordination

(Farinelli et al., 2004) propose de classer les approches multi-robots en fonction de la coordination et de la dimension du système. D'après la figure (1.16), il existe plusieurs niveaux pour la coordination : la coopération, la connaissance, la coordination et l'organisation.



FIG. 1.16 – Classification des systèmes multi-robots

- 1. La coopération : un système coopératif est composé de robots qui opèrent ensemble pour accomplir une tâche donnée.
- 2. La connaissance : chaque robot dans la flottille a connaissance de données concernant les autres robots. Ou à l'opposé, chaque robot de la flotte peut exécuter sa propre tâche sans tenir compte des actions des autres véhicules.
- 3. La coordination : chaque robot tient compte des actions des autres robots afin de respecter et d'évoluer ensemble en formation. Il existe plusieurs types de formation géométrique lorsque l'on veut coordonner plusieurs robots. La figure (1.17) montre deux types de formation : une formation en triangle et une formation en ligne.
- 4. L'organisation : on définit le (ou les) élément(s) qui prend les décisions à l'intérieur de la flotte de robots. On peut définir plusieurs niveaux :
  - les systèmes fortement centralisés : les décisions sont prises par le même robot (Leader) pendant toute la durée de la mission,



(a) Formation en triangle	(b) Formation en ligne droite
---------------------------	-------------------------------

FIG. 1.17 – Exemples de formations géométriques

- les systèmes faiblement centralisés : plusieurs robots peuvent être autorisés à prendre le rôle de Leader durant la mission,
- les systèmes décentralisés : les robots sont complètement autonomes les uns des autres au sens décisionnel.

#### Les différentes stratégies de contrôle coordonnées

Nous allons nous intéresser aux stratégies de contrôle coordonnées d'une flottille d'engins sous-marins proposées dans le domaine de la robotique sous-marine.

Il existe dans la littérature de nombreuses méthodes présentant des solutions pour résoudre les problèmes liés à la communication, la commande ou encore la coordination.

(Martins et al., 2003) propose de coordonner en formation en triangle un système multirobots hétérogènes pour le suivi de grandeur physico-chimique. Un système de navigation acoustique intégré et une commande coordonnée pour trois véhicules et un bateau de surface sont présentés. Le gradient suivi peut être celui de la température, de la salinité ou autre. La formation géométrique consiste en un tétraèdre avec les trois AUVs naviguant à la même profondeur et un bateau positionné au milieu du triangle. Le bateau équipé d'un GPS et des balises sont nécessaires pour positionner la flottille. Chaque véhicule définit son déplacement par rapport aux autres en connaissant le modèle du comportement des autres véhicules (loi de commande) et les données capteurs relatives à la formation géométrique. Chaque véhicule connaît non seulement sa distance le séparant des autres mais aussi la distance entre chaque véhicule. La formation détecte et suit le panache avec seulement la mesure de gradient et le respect de la formation géométrique désirée.

(Baccou et al., 2001) présente une méthode qui n'utilise pas de réseau de balises comme dans le système de positionnement LBL (Long Base Line) éliminant de ce fait les limites d'évolution dues au champ d'action des balises. Le principe est de fusionner les communications, l'estime et les mesures de distance. Il propose un algorithme de positionnement pour plusieurs véhicules en référence à un véhicule Leader, cette partie représente une extension de ses travaux de thèse pour deux véhicules. Les avantages de ce concept sont le faible nombre de capteurs nécessaires (un modem acoustique et les capteurs nécessaires à la navigation à l'estime) et l'indépendance par rapport à un réseau de balises. La profondeur du véhicule Leader est connue par les véhicules Follower, le problème 3D devient alors 2D. Comme dans sa thèse, le véhicule Leader est assimilé à une balise mobile. Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite une phase d'initialisation pour le véhicule Follower (un cercle).

(Stilwell, 2002) s'intéresse au contrôle de flottilles en considérant la contrainte de limitation des communications. Dans son travail, il examine une topologie de réseau de communication spécifique pour laquelle la bande passante des communications exigée par la flottille est indépendante du nombre de véhicules de la flottille. Il montre que les contrôleurs décentralisés peuvent être conçus efficacement en utilisant des techniques de commande standard avec une méthodologie à deux boucles de retour (une boucle interne pour chaque véhicule et une boucle externe pour la flottille). Pour clarifier la présentation, il se limite à un exemple dans le plan horizontal et utilise un modèle dynamique simplifié. Son but est de contrôler la moyenne et la variance de la position des véhicules avec des communications inter-véhicule réduites.

Certains chercheurs proposent de séparer la trajectographie et le contrôle des véhicules de la flottille.

Ainsi, (Ghabcheloo et al., 2006) propose de diviser le problème de la coordination en deux parties : le suivi de chemin et la commande coordonnée. A un bas niveau, le problème de suivi de chemin est résolu de façon indépendante pour chaque véhicule. Le suivi de chemin coordonné est alors défini de la façon suivante : plusieurs véhicules suivent un chemin spécifié au préalable (d'un point de vue spatial) tout en maintenant une formation désirée entre les véhicules. Il s'intéresse à la cartographie sous-marine pour exemple d'applications. Plusieurs véhicules suivent des trajectoires similaires à la même profondeur ou pas, utilisant les mêmes capteurs acoustiques (sonars latéraux par exemple). Un large espace peut alors être parcouru en peu de temps. La coordination est réalisée à un plus haut niveau. Le niveau de coordination dépend du réseau de communication à travers lequel les informations sont échangées. Pour des raisons pratiques, aucun véhicule ne peut communiquer avec toute la formation. Et tous les véhicules ne peuvent pas communiquer en même temps. Pour pallier ces contraintes, il utilise la théorie des graphes. Il montre qu'avec des techniques basées sur Lyapunov et la théorie des graphes, la coordination conduit à une structure de commande décentralisée.

(Okamoto et al., 2004) présente la conception d'un contrôleur multivariable robuste pour la commande décentralisée de type *Leader-Follower* d'une flottille d'AUVs. Un modèle du **Rémus** à 3ddl est utilisé comme exemple pour commander le véhicule dans le plan horizontal. Le design est basé sur un régulateur LQG (Linear Quadratic Gaussian) avec LTR (Loop Transfer Recovery). Un système de guidage « waypoint » est utilisé pour la navigation du véhicule Leader. Les véhicules Follower maintiennent une distance et une orientation spécifiques par rapport aux véhicules voisins. Le système de contrôle obtenu est utilisé dans un simulateur dans le but de rechercher des mines placées aléatoirement. Une flottille de trois véhicules est utilisée pour démontrer la supériorité en termes de surface couverte et de temps passé par rapport à un seul véhicule. Les simulations sont réalisées à la fois avec et sans perturbations dues au courant marin. Une nouvelle manœuvre d'échange de positionnement est proposée pour effectuer un demi-tour efficace dans une trajectoire en râteau pour une flottille de véhicules. Tous les robots Follower sont capables de mesurer la distance et leur position par rapport au robot Leader.

Suivant le même axe de recherche, certains auteurs proposent d'utiliser un générateur de trajectoires travaillant en temps réel afin d'optimiser les trajets des véhicules en fonction de contraintes basées sur la coordination de la flottille. Dans l'annexe B, nous décrivons plus particulièrement les notions d'optimisation, de programmation non linéaire, de contrôle optimal, ainsi que les étapes nécessaires à la réalisation d'un générateur de trajectoires.

(Fraga et al., 2003) proposent pour contrôler des ROVs et/ou des AUVs un système de commande composé de trois modules : une interface utilisateur, un générateur de trajectoires et une commande par retour d'état. Ils considèrent les propriétés de platitude des systèmes sous-marins pour le générateur de trajectoires.

Pour une autre classe d'engins sous-marins autonomes, les Planeurs, (Inanc et al., 2005) proposent une méthode pour déterminer rapidement des trajectoires suboptimales basées sur une approximation des courants marins. Il parait avantageux, même si ce n'est pas nécessaire, d'utiliser les courants marins pour aider à la propulsion des planeurs. Ils considèrent le problème de déterminer une trajectoire optimale pour un glider entre deux points fixes dans l'océan à partir d'un modèle cinématique 2D dépendant du courant. Ce dernier, dépendant du temps, est obtenu par des stations radar haute fréquence. La fonction coût utilisée est composée d'une somme pondérée du temps et de l'énergie. Il est montré également que les trajectoires obtenues à l'aide de logiciels de génération de trajectoires correspondent aux structures lagrangiennes cohérentes; concepts qui étudient les flux dépendant du temps.

#### Proposition de stratégie

Nous proposons une nouvelle stratégie de contrôle pour coordonner une flottille de véhicules sous-marins autonomes. Nos recherches reposent sur l'adaptation, pour les AUVs, d'un algorithme décentralisé réactif pour une flottille de robots non-holonomes mobiles terrestres basé sur la méthode développée dans (Fraisse et al., 2005) et (Gil-Pinto et al., 2005). Nos travaux s'appuient sur une commande faiblement centralisée reposant sur le principe Leader-Follower.

Dans un premier temps, cet algorithme permet à chaque véhicule de déterminer de façon autonome une trajectoire optimale, où leurs contraintes dynamiques et de vitesse sont prises en compte. L'optimisation à chaque instant de ces diverses contraintes permet de générer un chemin faisable capable de maintenir la flottille dans une formation géométrique donnée.

Dans un deuxième temps, nous montrons que l'utilisation d'une commande à retour d'état, basée sur les régimes glissants, permet de garder les véhicules sur leurs trajectoires prédéfinies. Cette loi de commande corrige les erreurs dues aux bruits de mesures ou de modélisation.

Avant de traiter la problématique de la coordination d'une flottille d'engins sousmarins, il est nécessaire de s'assurer du bon fonctionnement de chaque véhicule. En particulier, la modélisation et la commande des AUVs sont des étapes obligatoires pour obtenir de chaque véhicule un comportement désiré. Ceci fait l'objet des deux chapitres suivants.

#### 1.3 Les systèmes multi-robots



# Modélisation d'un véhicule sous-marin autonome de type torpille

# 2.1 Modélisation générale

Ce chapitre est principalement consacré à la modélisation d'un véhicule sous-marin autonome de type torpille. Les équations du modèle décrivent les lois qui régissent le comportement du véhicule sous-marin dans l'espace (6 degrés de liberté). Elles modélisent ainsi deux aspects distincts : cinématique et dynamique.

Cependant, l'obtention et l'identification des coefficients hydrodynamiques sortent du cadre de ces travaux de recherches et ne seront pas détaillées dans ce manuscrit. Le lecteur peut se référer à (Fossen, 1994), (Aucher, 1981) ou encore (Prestero, 2001) pour obtenir des informations sur le calcul de ces coefficients.

#### 2.1.1 Conventions et hypothèses de base

#### Référentiels

La modélisation nécessite l'étape de définir des référentiels par rapport auxquels on décrira l'évolution de l'engin, comme le montre la figure 2.1.

On définit d'abord un repère absolu  $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$ , avec :

- $-X_0$  axe longitudinal confondu avec le Nord géographique,
- $-Y_0$  axe transversal orienté vers l'Est,
- $-Z_0$  axe normal dirigé vers le bas (fond sous-marin).

La caractéristique essentielle de ce repère est qu'il est fixe par rapport à la Terre ce qui



FIG. 2.1 – Repères fixe et inertiel, Variables d'état

lui confère les propriétés d'un repère galiléen, ou inertiel. L'effet de rotation du globe terrestre est considéré comme négligeable au niveau de l'engin et de son voisinage.

Un second repère  $R_v(C, X_v, Y_v, Z_v)$  lié au véhicule permet d'exprimer les vitesses de l'engin. Les principaux axes d'inertie du véhicule coïncident avec les axes du repère :

- $-X_v$  axe longitudinal orienté de l'arrière vers l'avant de l'engin,
- $-Y_v$  axe transversal orienté vers tribord,
- $Z_v$  axe normal dirigé du haut vers le bas.

Le choix du point d'origine C de ce repère est stratégique. La SNAME<sup>1</sup> propose une méthode pour choisir son emplacement en fonction des caractéristiques géométriques de l'engin (SNAME, 1950).

Par exemple, si l'engin comporte des plans de symétrie, le point d'origine C appartient à l'intersection de ces plans de symétrie. Si le centre de gravité ou de flottabilité du véhicule appartient à cette intersection, le point d'origine est confondu avec l'un de ces deux points.

#### Vocabulaire

- Le *centre de gravité* d'un corps correspond au barycentre des particules qui composent le corps en question; chaque particule étant pondérée par son poids propre. On l'appelle aussi *centre de masse*.
- Le centre de carène est défini comme étant le centre de volume d'une carène (partie immergée de la coque d'un bateau), qui correspond au centre de gravité du volume d'eau déplacée. On l'appelle aussi centre de volume.

On peut également parler de centre de poussée en relation avec la Poussée d'Ar-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>SNAME : Society of Naval Architects and Marine Engineers

chimède.

Par abus de langage, on dit également *centre de flottabilité* en référence au terme anglais "*centre of buoyancy*".

#### Dénomination des variables

Pour décrire l'attitude (position et orientation) de l'engin, on utilisera la notation suivante issue de la norme établie par la (SNAME, 1950). L'origine C du repère  $R_v$  est confondue avec le centre de gravité du véhicule. Pour définir la position de l'engin, le point C est défini dans le repère absolu  $R_0$  par ses coordonnées cartésiennes :

$$oldsymbol{\eta}_1=\left(egin{array}{ccc} x, & y, & z\end{array}
ight)^T$$

L'orientation de l'engin, définie dans le repère absolu, est exprimée par :

$$\boldsymbol{\eta}_2 = \left( egin{array}{ccc} \phi, & heta, & \psi \end{array} 
ight)^T$$

où  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  représentent respectivement les angles de roulis, de tangage et de lacet (cf. figure 2.2).

Le vecteur position général s'exprime par :

$$\boldsymbol{\eta} = \left( \begin{array}{cc} \boldsymbol{\eta}_1, & \boldsymbol{\eta}_2 \end{array} \right)^T \tag{2.1}$$

Pour définir le vecteur vitesse  $\boldsymbol{\nu}$  de l'engin exprimé dans  $R_v$ , on adoptera la notation suivante :

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \left( \begin{array}{cc} u, & v, & w \end{array} \right)^T$$

où u, v et w représentent respectivement les vitesses linéaires d'avancement, de glissement et de descente, et :

$$\boldsymbol{
u}_2=\left( egin{array}{cccc} p, & q, & r \end{array} 
ight)^T$$

où p, q et r représentent respectivement les vitesses angulaires de roulis, de tangage et de lacet.

Le vecteur vitesse global s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\nu} = \left( \boldsymbol{\nu}_1, \boldsymbol{\nu}_2 \right)^T \tag{2.2}$$

#### 2.1.2 Cinématique

#### Les angles d'Euler

Les "angles d'Euler" utilisés dans ce rapport correspondent au système dit R.T.L. en robotique, pour Roulis, Tangage, Lacet ( $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ ), décrits sur la figure 2.2.

### 2.1 Modélisation générale



(a) Angle de Roulis

(b) Angle de Tangage





FIG. 2.2 – Les angles d'Euler

D'autres descriptions peuvent être utilisées, comme par exemple, les cosinus directeurs, les paramètres d'Euler ou encore les quaternions. L'inconvénient majeur de la représentation par les angles d'Euler réside dans l'existence d'une singularité pour un angle de tangage  $\theta = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$  (cf. paragraphe 2.1.2). Une description par les quaternions permet d'éviter cette singularité. Toutefois, dans notre cas, cette singularité correspond à une situation extrême que l'engin, par hypothèse, n'atteindra jamais. En effet, la commande appliquée (cf. chapitre 3) au véhicule est supposée faire évoluer la torpille à tangage nul ( $\theta = 0$ ), donc très éloigné de l'angle critique de  $\frac{\pi}{2}$ .

#### Transformation des vitesses linéaires

La trajectoire du véhicule dans le référentiel inertiel lié à la Terre est obtenue par la relation cinématique suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \boldsymbol{J}_{C_1}(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_1 \tag{2.3}$$

où  $J_{C_1}(\eta_2)$  est la matrice de rotation de R(x, y, z) à  $R_v(X_v, Y_v, Z_v)$ , c'est une matrice de déterminant unité ayant pour inverse sa transposée.

$$\boldsymbol{J}_{C_1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\phi\cos\psi - \sin\psi\cos\phi & \sin\theta\cos\phi\cos\psi + \sin\psi\sin\phi\\ \cos\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\phi\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\theta\cos\phi\sin\psi - \cos\psi\sin\phi\\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$
(2.4)

#### Transformation des vitesses angulaires

Les vitesses angulaires dans les différents repères considérés sont liées par la relation :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \boldsymbol{J}_{C_2}(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_2 \tag{2.5}$$

où  $\boldsymbol{J}_{C_2}(\boldsymbol{\eta}_2)$  est la matrice :

$$\boldsymbol{J}_{C_2}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix}, \quad \theta \neq \frac{\pi}{2} \pm k\pi$$
(2.6)

#### Relation générale de la cinématique

D'une façon générale, la relation cinématique, basée sur les équations (2.3) et (2.5) est :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{J}_C(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{C_1}(\boldsymbol{\eta}_2) & \boldsymbol{0}_{3\times 3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 3} & \boldsymbol{J}_{C_2}(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix}$$
(2.7)

Si le lecteur désire plus de détails concernant l'obtention des matrices de transformation  $J_{C_1}(\eta_2)$  et  $J_{C_2}(\eta_2)$  (3 rotations successives pour passer de  $R_0$  à  $R_v$ ), il pourra se référer à (Khalil and Dombre, 1999) ou encore à (Fossen, 1994).

#### 2.1.3 Dynamique

La dynamique d'un véhicule sous-marin consiste dans l'étude des mouvements engendrés par les effets de certaines actions de contrôle comme l'orientation des gouvernes, ou extérieures comme l'action de la houle lorsqu'il navigue au voisinage de la surface, ou encore les courants marins.

#### Dynamique d'un corps rigide

Les équations générales du mouvement d'un solide indéformable à 6 ddl traduisent les mouvements de translation et de rotation de ce solide. Elles sont basées sur le formalisme de Newton et Lagrange et elles sont établies en adoptant les conventions de (SNAME, 1950).

Soit G le centre de gravité du véhicule de coordonnées  $\overrightarrow{CG} = [x_G, y_G, z_G]^T$  dans le repère véhicule, m la masse du véhicule, et  $\Gamma_1 = [X, Y, Z]^T$  et  $\Gamma_2 = [K, M, N]^T$  respectivement les forces et les moments qui s'appliquent sur le véhicule.

On obtient deux séries d'équations :

**Equation des forces** La dynamique en translation d'un corps rigide se traduit sous la forme suivante :

$$m\left[\dot{\boldsymbol{\nu}}_{1}+\boldsymbol{\nu}_{2}\wedge\boldsymbol{\nu}_{1}+\dot{\boldsymbol{\nu}}_{2}\wedge\overrightarrow{\boldsymbol{C}\boldsymbol{G}}+\boldsymbol{\nu}_{2}\wedge\left(\dot{\boldsymbol{\nu}}_{2}\wedge\overrightarrow{\boldsymbol{C}\boldsymbol{G}}\right)\right]=\boldsymbol{\Gamma}_{1}$$
(2.8)

**Equation des moments** Soit  $I_0$  la matrice d'inertie du véhicule définie par :

$$\mathbf{I}_{0} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

avec, les  $I_{ii}$  étant les moments d'inertie et les  $I_{ij}$  les produits d'inertie.

La dynamique en rotation d'un corps rigide s'écrit :

$$\boldsymbol{I}_{0}\dot{\boldsymbol{\nu}}_{2} + \boldsymbol{\nu}_{2} \wedge (\boldsymbol{I}_{0}\boldsymbol{\nu}_{2}) + m \overrightarrow{\boldsymbol{C}\boldsymbol{G}} \wedge (\dot{\boldsymbol{\nu}}_{1} + \boldsymbol{\nu}_{2} \wedge \boldsymbol{\nu}_{1}) = \boldsymbol{\Gamma}_{2}$$
(2.9)

**Synthèse** Si on développe les équations (2.8) et (2.9), on obtient :

$$\begin{split} m \left[ \dot{u} - vr + wq - x_g \left( q^2 + r^2 \right) + y_g \left( pq - \dot{r} \right) + z_g \left( pr + \dot{q} \right) \right] &= X \\ m \left[ \dot{v} - wp + ur - y_g \left( r^2 + p^2 \right) + z_g \left( qr - \dot{p} \right) + x_g \left( qp + \dot{r} \right) \right] &= Y \\ m \left[ \dot{w} - uq + vp - z_g \left( p^2 + q^2 \right) + x_g \left( rp - \dot{q} \right) + y_g \left( rq + \dot{p} \right) \right] &= Z \\ I_{xx} \dot{p} + \left( I_{zz} - I_{yy} \right) qr - \left( \dot{r} + pq \right) I_{xz} + \left( r^2 - q^2 \right) I_{yz} + \left( pr - \dot{q} \right) I_{xy} \\ &+ m \left[ y_g \left( \dot{w} - uq + vp \right) - z_g \left( \dot{v} - wp + ur \right) \right] &= K \\ I_{yy} \dot{q} + \left( I_{xx} - I_{zz} \right) rp - \left( \dot{p} + qr \right) I_{xy} + \left( p^2 - r^2 \right) I_{zx} + \left( qp - \dot{r} \right) I_{yz} \\ &+ m \left[ z_g \left( \dot{u} - vr + wq \right) - x_g \left( \dot{w} - uq + vp \right) \right] &= M \\ I_{zz} \dot{r} + \left( I_{yy} - I_{xx} \right) pq - \left( \dot{q} + rp \right) I_{yz} + \left( q^2 - p^2 \right) I_{xy} + \left( rq - \dot{p} \right) I_{zx} \\ &+ m \left[ x_g \left( \dot{v} - wp + ur \right) - y_g \left( \dot{u} - vr + wq \right) \right] &= N \end{split}$$

Le système d'équations (2.10) peut se mettre sous forme matricielle et devient :

$$\boldsymbol{M}_{rb}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{C}_{rb}\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\Gamma} \tag{2.11}$$

où,

 $-M_{rb}$  est la matrice d'inertie du système, définie positive :

$$\boldsymbol{M}_{rb} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$
(2.12)

-  $\boldsymbol{C}_{rb}$  est la matrice des forces de Coriolis et centrifuges, anti-symétrique :

$$C_{rb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) \end{bmatrix}$$
(2.13)  
$$\begin{pmatrix} m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ 0 & -I_{yz} q - I_{xz} p + I_{zz} r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_{yy} q \\ I_{yz} q + I_{xz} p - I_{zz} r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_{xx} p \\ -I_{yz} r - I_{xy} p + I_{yy} q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_{xx} p & 0 \end{bmatrix}$$

La quasi-totalité des véhicules sous-marins présentent une symétrie par rapport à leur plan vertical conduisant aux simplifications numériques suivantes :

$$I_{xy} = I_{yz} = 0$$
$$y_G = 0$$

 $-\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2]^t$  est le vecteur des forces et moments qui s'appliquent sur le véhicule, qui peut être décomposé de la façon suivante :

$$\Gamma = \Gamma_h + \Gamma_g + \Gamma_u + \Gamma_p$$

où,

- $\Gamma_h$  regroupe les forces et moments hydrodynamiques,
- $\Gamma_g$  est le vecteur des forces et moments dus à l'action de la gravité et de la flottabilité,
- $\Gamma_u$  est le vecteur des forces et moments générés par les actionneurs du véhicule. Nous considérons qu'il est déterminé par l'addition des effets de chacun des actionneurs du véhicule,
- $\Gamma_p$  regroupe les forces et moments résultant des perturbations dus à l'environnement (courants marins, houle, ...).

#### Efforts hydrodynamiques

Ils agissent sur tout corps immergé en mouvement relatif dans un fluide visqueux, et peuvent être classés comme suit :

- 1. Les forces et moments dûs à l'inertie et à la masse d'eau ajoutée,
- 2. Les forces dûes aux frottements visqueux du fluide sur le corps, qui correspondent aux efforts de portance et de traînée.

La principale difficulté réside dans leur connaissance et leur formulation. En effet, ces efforts ne peuvent pas être obtenus de manière analytique.

**Inertie et masse d'eau ajoutée** Du point de vue physique, tout corps mobile en eau libre provoque un déplacement d'une certaine quantité de cette eau. Le bilan des efforts dus à l'inertie et à la masse d'eau ajoutée peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma_{aj} = -(\boldsymbol{M}_a \dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{C}_a(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}) \tag{2.14}$$

où,

 $-M_a$  est la matrice d'inertie d'eau ajoutée, définie positive et peut se mettre la forme suivante :

$$\boldsymbol{M}_{a} = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

Une propriété essentielle de cette matrice est :  $M_{ij} = M_{ji}$ . Nous pouvons ajouter aussi que, par convention, tous les coefficients sont négatifs. Il faut signaler aussi que les symétries de forme que présente un engin de type torpille vont simplifier cette matrice. Si nous considérons que le véhicule a deux plans de symétrie, un suivant  $(X_v Y_v)$  et l'autre suivant  $(X_v Z_v)$ , nous avons alors :

$$\boldsymbol{M}_{a} = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$
(2.15)

 $C_a$  est la matrice des forces de Coriolis et des forces centrifuges hydrodynamiques.
 Il est de la forme :

$$oldsymbol{C}_a = egin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \ \end{pmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned} a_{1} &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a_{2} &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a_{3} &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b_{1} &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b_{2} &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b_{3} &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned}$$

Pour une classe de sous-marins destinés à des déplacements à faible vitesse, certains termes (de couplage) deviennent négligeables (Fossen, 1994), amenant à la forme

suivante :

$$\boldsymbol{C}_{a} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix}$$
(2.16)

**Portance et Traînée** Ce sont des forces qui s'exercent sur tout corps en incidence par rapport à un fluide visqueux en écoulement. L'angle d'incidence  $\varepsilon$  est défini sur la figure 2.3.



FIG. 2.3 – Définition de l'angle d'incidence  $\varepsilon$ 

Les efforts de portance et de traînée sont deux composantes des efforts de résistance de l'eau aux mouvements de l'engin. Les termes portance et traînée sont plutôt utilisés pour les actionneurs type ailerons ou gouvernes, et lorsqu'il s'agit du corps principal du véhicule hors actionneurs, on parlera alors des efforts d'amortissement. Le bilan des efforts dûs aux amortissements peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma_{am} = (\boldsymbol{D}_p + \boldsymbol{D}_t(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}) \tag{2.17}$$

où,

-  $\boldsymbol{D}_p$  est la matrice de portance, définie négative et constante :

$$\boldsymbol{D}_{p} = - \begin{bmatrix} X_{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r} \end{bmatrix}$$
(2.18)

–  $D_t$  est la matrice de traînée, définie négative et non constante. L'effort résultant a une expression quadratique :

$$\boldsymbol{D}_{t} = - \begin{vmatrix} X_{uu}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{vv}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ww}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pp}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{qq}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{rr}|r| \end{vmatrix}$$
(2.19)

#### Gravité et Flottabilité

A l'arrêt, l'engin est uniquement soumis à son poids et à sa flottabilité. Ces efforts dépendent des caractéristiques de l'engin et des propriétés du milieu aquatique.

Soit  $\rho$  la masse volumique de l'eau de mer, qui dépend de la salinité, de la pression et de la température. Soient  $\Delta$  le volume de la torpille et F le centre de flottabilité du véhicule de coordonnées  $\overrightarrow{CF} = [x_F, y_F, z_F]^t$  dans le repère véhicule. Soit g l'accélération de la pesanteur.

La poussée d'Archimède est la force qui s'exerce sur toute partie immergée d'un corps. Elle est égale à la force opposée au poids du volume de fluide déplacé  $B = -\rho\Delta g$ . Le poids du véhicule est égal à W = mg.

La figure 2.4 distingue les trois comportements possibles pour un solide immergé :

- (a) le solide remonte à la surface,
- (b) le solide est en équilibre hydrostatique,
- (c) le solide plonge.



FIG. 2.4 – Equilibre d'un corps immergé

Le vecteur des forces hydrostatiques  $\Gamma_g$  s'écrit alors :

$$\Gamma_{g} = g \begin{bmatrix} -(m - \rho\Delta)\sin\theta \\ (m - \rho\Delta)\cos\theta\sin\phi \\ (m - \rho\Delta)\cos\theta\cos\phi \\ (y_{G}m - y_{F}\rho\Delta)\cos\theta\cos\phi - (z_{G}m - z_{F}\rho\Delta)\cos\theta\sin\phi \\ -(z_{G}m - z_{F}\rho\Delta)\sin\theta - (x_{G}m - x_{F}\rho\Delta)\cos\theta\cos\phi \\ (x_{G}m - x_{F}\rho\Delta)\cos\theta\sin\phi + (y_{G}m - y_{F}\rho\Delta)\sin\theta \end{bmatrix}$$
(2.20)

#### Actionneurs hydrodynamiques

On peut répartir les actionneurs en deux groupes :

- 1. Ceux qui agissent par modification des caractéristiques d'un écoulement existant (surfaces mobiles : ailerons ou gouvernes),
- 2. Ceux qui génèrent l'écoulement de fluide qui peut être initialement au repos (propulseurs).

Concernant les surfaces mobiles, nous ne présentons ici que les effets dus à la portance et à la traînée, étant donné que les effets dûs à la masse et à l'inertie d'eau ajoutée peuvent être négligés par rapport à ceux dus au corps principal.

Concernant les propulseurs, il en existe une grande variété, mais nous nous intéressons uniquement au propulseur du **H160** : un propulseur à hélice.

**Surfaces mobiles** Le principe de fonctionnement repose sur celui déjà exposé dans le paragraphe 2.1.3. Toute surface en incidence par rapport à un fluide visqueux en écoulement est soumise à une force de portance  $F_P$  perpendiculaire à cette surface et une force de traînée  $F_T$  parallèle à celle-ci (figure 2.5).



FIG. 2.5 – Vue en coupe de la gouverne

On considère une aile mobile dont l'axe de rotation se trouve à une distance  $d_a$  de l'origine du repère véhicule. Avec l'hypothèse que la gouverne est fixée sur une surface perpendiculaire, les coefficients de portance et de traînée rapportés aux axes de l'aile sont définis par (Aucher, 1981) :

$$C_{Z_s} = \frac{2\pi\lambda_{s_e} \left[1 - 3\left(\frac{e_s}{c_s}\right)^2\right]}{\sqrt{\left(\frac{\lambda_{s_e}^2}{\cos^2\gamma_s} + 2\right)}\cos\gamma_s + 2.6}} (\varepsilon + \delta) + 2.1(\varepsilon + \delta)^3$$
(2.21)

$$C_{X_s} = 0.01 - 0.7\lambda_{s_e}(\varepsilon + \delta)^2$$
(2.22)

où,

- $\lambda_{s_e}$  est l'allongement effectif de l'aile :  $\lambda_{s_e} = 2\lambda_s = \frac{b_s}{c_s}$ , avec  $b_s$  l'envergure (longueur) de l'aile et  $c_s$  la corde (largeur) de l'aile,
- $e_s/c_s$  désigne l'épaisseur relative de l'aile,
- $-\gamma_s$  est la flèche de l'aile, supposée nulle dans cette étude,
- $\varepsilon$  représente l'angle d'incidence du corps principal du véhicule,
- $\delta$  caractérise le braquage de l'aile, et est l'élément de commande.

En se rapportant aux axes du repère véhicule, nous obtenons les efforts de portance

et de traînée (figure 2.6) :

$$X_{u_{GOUV}} = -0.5\rho S_s V_0^2 (C_{Z_s} \sin \delta + C_{X_s} \cos \delta)$$
  

$$Z_{u_{GOUV}} = -0.5\rho S_s V_0^2 (C_{Z_s} \cos \delta - C_{X_s} \sin \delta)$$
  

$$M_{u_{GOUV}} = Z_{u_{GOUV}} (0.2c_s \cos \delta - d_a) + X_{u_{GOUV}} (0.2c_s \sin \delta)$$
(2.23)

avec,

- $S_s$  la surface de l'aile définie par  $S_s = b_s c_s$ ,
- $-V_0$  le module de l'écoulement du fluide autour de l'aile,
- $0.2c_s$  la distance du bord d'attaque de l'aile au point d'application des forces hydrodynamiques.



FIG. 2.6 – Forces de portance  $Z_{u_{GOUV}}$  et de traînée  $X_{u_{GOUV}}$  rapportées au repère véhicule

**Propulseur** Des pales inclinées formant une hélice sont fixées sur un arbre en rotation et permettent de générer une force de poussée dans l'axe de rotation de l'arbre.

Une approximation de la poussée  $T_p$  et du couple résistant Q générés dans le cas d'un propulseur à une hélice est (Aucher, 1981) :

$$X_{u_{PROP}} = T_{p} = \rho D_{p}^{4} K_{T}(J_{0}) |n_{p}| n_{p}$$
  

$$K_{u_{PROP}} = Q = \rho D_{p}^{5} K_{Q}(J_{0}) |n_{p}| n_{p}$$
(2.24)

où,

- $-\ n_p$  est la vites se de rotation de l'hélice,
- $-~\rho$  est la masse volumique de l'eau de mer,
- $-D_p$  est le diamètre de l'hélice,

 $-\ J_0$  est le coefficient d'avancement du propulseur dans l'eau, il est défini par :

$$J_0 = \frac{V_a}{n_p D_p}$$

avec,  $V_a$  la vitesse moyenne de l'eau autour de l'hélice, définie par :  $V_a = (1 - w_a)V_0$ , où  $V_0$  est la composante axiale de la vitesse de l'eau en amont du propulseur, et  $w_a$ est un coefficient compris dans [0.1; 0.4] caractérisant le sillage du véhicule.

- $K_T$  est le coefficient de poussée qui est égal à :  $K_T = Ct_0 + Ct_1J_0 + Ct_2J_0^2 + Ct_2J_0^3 + Ct_3J_0^3$ , où les constantes  $Ct_i$  sont données dans le tableau (2.1),
- $K_Q$  est le coefficient de couple égal à :  $K_Q = Cq_0 + Cq_1J_0 + Cq_2J_0^2 + Cq_2J_0^3 + Cq_3J_0^3$ , où les constantes  $Cq_i$  sont données dans le tableau (2.1).

TAB. 2.1 – Coefficients de poussée et de couple

i	$Ct_i$	$Cq_i$
0	0.50539	0.090271
1	-0.088971	-0.013470
2	-0.29960	-0.023529
3	0.046836	-0.0020050

#### Perturbations

- L'environnement sous-marin introduit des effets perturbateurs de nature :
- Non-additive, par la modification des coefficients hydrodynamiques liés au milieu marin. Le principal coefficient hydrodynamique pouvant introduire des perturbations importantes est *la masse volumique de l'eau de mer*, ou de manière équivalente sa densité.
- Additive, par l'action d'un mouvement ou d'une force supplémentaire sur la dynamique initiale du véhicule. C'est le cas des courants marins, de la houle, et dans une moindre mesure pour les déplacements proches de la surface, le vent.

**Densité de l'eau de mer** La masse volumique de l'eau de mer, milieu dans lequel évolue la torpille, est un facteur qui intervient dans la détermination des coefficients hydrodynamiques du véhicule. Il s'agit ici de présenter la plage de variation de cette perturbation à travers la variable équivalente qu'est la densité.

La densité de l'eau de mer  $\vartheta$  dépend de la salinité  $S_e$ , de la température  $T_e$  et de la pression  $P_e$  au point considéré. Un véhicule sous-marin, même parfaitement équilibré,

évolue dans un milieu où la densité peut croître ou décroître légèrement selon le gradient de salinité ou de température de l'eau de mer.

En conclusion, nous retiendrons que les coefficients hydrodynamiques d'un sous-marin évoluent selon la localisation géographique de l'engin (pôle Nord ou mer Méditerranée par exemple) et sa profondeur.

**Courants marins** Les courants marins sont les résultats d'un certain nombre de facteurs incluants :

- les gradients de température et de densité de l'eau de mer,
- la marée,
- la rotation de la Terre,
- les effets dus à l'activité solaire,
- les vents.

Ils sont aussi influencés par la proximité des côtes et la topographie du fond marin.

(Fossen, 1994) propose, pour les besoins de simulation, un modèle simplifié des courants marins.

#### Relation générale de la dynamique

La modélisation dynamique d'un véhicule sous-marin de type torpille, dans le repère  $R_v$ , conduit aux équations générales suivantes :

$$M\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\Gamma}_g + \boldsymbol{\Gamma}_p + \boldsymbol{\Gamma}_u$$
(2.25)

avec,

-M est la matrice d'inertie, symétrique et définie positive. Elle est égale à :

$$oldsymbol{M} = oldsymbol{M}_{rb} + oldsymbol{M}_{a}$$

où,  $M_{rb}$  et  $M_a$  sont respectivement déterminés par les relations (2.12) et (2.15). -  $C(\nu)$  est le vecteur de forces de Coriolis et d'eau ajouté, défini par :

$$oldsymbol{C}(oldsymbol{
u})=oldsymbol{C}_{rb}(oldsymbol{
u})+oldsymbol{C}_{a}(oldsymbol{
u})$$

 $C_{rb}$  et  $C_a$  étant les matrices respectivement déterminées par les relations (2.13) et (2.16).

 $-D(\nu)$  est la matrice des coefficients d'amortissement. Elle est égale à :

$$oldsymbol{D}(oldsymbol{
u}) = oldsymbol{D}_p(oldsymbol{
u}) + oldsymbol{D}_t(oldsymbol{
u})$$

 $D_p$  et  $D_t$  étant respectivement les matrices de portance et de traînée déterminées par les relations (2.18) et (2.19).

- $-\Gamma_g$  est le vecteur des forces et moments dus à l'action de la gravité et de la poussée d'Archimède, défini par (2.20).
- $-\Gamma_p$  regroupe les perturbations dus à l'environnement, tels les effets dus aux courants marins, la houle, ... Ces phénomènes sont décrits dans le paragraphe 2.1.3.
- $\Gamma_u$  est le vecteur des forces et moments générés par les actionneurs du véhicule. Par hypothèse, nous admettrons qu'il est déterminé par l'addition des effets de chaque actionneur pris individuellement (cf. paragraphe 2.1.3).

Il est également possible de décrire le modèle du véhicule dans le repère absolu :

$$\boldsymbol{M}_{\eta}\boldsymbol{\ddot{\eta}} = \boldsymbol{C}_{\eta}(\boldsymbol{\nu},\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\dot{\eta}} + \boldsymbol{D}_{\eta}(\boldsymbol{\nu},\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\dot{\eta}} + \boldsymbol{\Gamma}_{\eta_{g}} + \boldsymbol{\Gamma}_{\eta_{p}} + \boldsymbol{\Gamma}_{\eta_{u}}$$
(2.26)

avec les relations suivantes :

$$egin{array}{rcl} M_{\eta} &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) M oldsymbol{J}_{C}^{-1}(oldsymbol{\eta}) \ C_{\eta}(oldsymbol{
u},oldsymbol{\eta}) &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) \left[ oldsymbol{C}(oldsymbol{
u}) - M oldsymbol{J}_{C}^{-1}(oldsymbol{\eta}) oldsymbol{J}_{C}(oldsymbol{\eta}) 
ight] oldsymbol{J}_{C}^{-1}(oldsymbol{\eta}) \ D_{\eta}(oldsymbol{
u},oldsymbol{\eta}) &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) D(oldsymbol{
u}) oldsymbol{J}_{C}^{-1}(oldsymbol{\eta}) \ \Gamma_{\eta_{g}}(oldsymbol{\eta}) &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) D(oldsymbol{
u}) oldsymbol{J}_{C}^{-1}(oldsymbol{\eta}) \ \Gamma_{\eta_{g}}(oldsymbol{\eta}) &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) \Gamma_{g}(oldsymbol{\eta}) \ \Gamma_{\eta_{p}} &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) \Gamma_{p} \ \Gamma_{\eta_{u}} &= ~ oldsymbol{J}_{C}^{-t}(oldsymbol{\eta}) \Gamma_{u} \end{array}$$

où,

–  $\eta$  représente la position et l'orientation du véhicule définies par (2.1),

 $-\nu$  est le vecteur vitesse global défini par (2.2),

 $- J_C(\eta)$  est la jacobienne de transformation du repère véhicule au repère inertiel.

# 2.2 Modélisation du H160

#### 2.2.1 Introduction

Dans la partie précédente (paragraphe 2.1), nous avons donné une description générale de la modélisation d'un véhicule sous-marin de type torpille. Nous avons pu constater que ce modèle est non-linéaire et complexe. De plus, le calcul des paramètres hydrodynamiques est souvent fait à partir d'équations empiriques, ou ils peuvent être obtenus en bassin des carènes.

De ce fait, nous proposons, pour avoir un modèle simplifié de la torpille **H160**, de découpler l'immersion et le cap, afin d'obtenir une modélisation dans chaque plan. Cette modélisation est basée sur la linéarisation du modèle cinématique général (2.3) et sur des hypothèses simplificatrices.

Linéariser le modèle d'un engin sous-marin est une étape assez courante dans le domaine de la robotique sous-marine. En effet, (Santos, 1995), (Prestero, 2001) et (Ziani-Cherif, 1998) entre autres, ont proposé des modèles linéarisés et découplés basés sur des hypothèses parfois différentes de celles que nous allons citer.

#### 2.2.2 Cinématique

Nous prenons l'hypothèse de petits mouvements effectués par le véhicule au voisinage d'une trajectoire rectiligne, et de petites perturbations autour de  $\phi = 0$ ,  $\theta = 0$  et  $\psi = 0$ . On a alors  $u = V_S = cste$ , où  $V_S$  représente la vitesse absolue de la torpille.

Si nous considérons les séries de Taylor pour les fonctions sinus et cosinus :

$$sin(\omega) = \omega - \frac{\omega^3}{3!} + -\frac{\omega^5}{5!} + \dots$$
  

$$cos(\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{2!} + -\frac{\omega^4}{4!} + \dots$$
(2.27)

et si nous linéarisons à l'ordre 1 les équations (2.3) et (2.5), on obtient :

$$\dot{x} = u + (\theta\phi - \psi)v + (\theta + \psi\phi)w$$
  

$$\dot{y} = \psi u + (\theta\phi\psi + 1)v + (\theta\psi - \phi)w$$
  

$$\dot{z} = -\theta u + \phi v + w$$
(2.28)

et,

$$\dot{\phi} = p + \theta \phi q + \theta r$$

$$\dot{\theta} = q - \theta r$$

$$\dot{\psi} = \phi q + r$$
(2.29)

#### 2.2.3 Dynamique

#### Dynamique d'un corps rigide

Si l'origine du repère véhicule est le centre de gravité, et que nous négligeons certains termes inertiels petits, les équations (2.10) deviennent :

$$m(\dot{u} - vr + wq) = X$$

$$m(\dot{v} - wp + ur) = Y$$

$$m(\dot{w} - uq + vp) = Z$$

$$I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy}) qr - (\dot{r} + pq) I_{xz} = K$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz}) rp + (p^2 - r^2) I_{zx} = M$$

$$I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx}) pq + (qr - \dot{p}) I_{zx} = N$$
(2.30)

Puis, si nous supposons de petits mouvements à une vitesse constante à travers une trajectoire horizontale et rectiligne de référence, nous avons :

 $-\frac{v}{V_S}, \frac{w}{V_S}, \frac{\dot{v}}{V_S}, \frac{\dot{w}}{V_S}, p, q, r, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$  petits,

$$-u = V_S = cste$$

 $-v^2, vw, vp, vr, ....,$  considérés négligeables.

Les équations (2.30) deviennent alors :

$$m\dot{u} = X$$

$$m(\dot{v} + ur) = Y$$

$$m(\dot{w} - uq) = Z$$

$$I_{xx}\dot{p} = K$$

$$I_{yy}\dot{q} = M$$

$$I_{zz}\dot{r} = N$$

$$(2.31)$$

#### Forces et moments extérieurs

Les forces et moments agissant sur le véhicule ont une composante hydrodynamique, hydrostatique et une due aux actionneurs. Nous négligeons dans notre modélisation la composante environnementale en ne considérant pas les perturbations dûes aux courants marins, aux vagues ou encore au vent.

Pour simplifier le système assez complexe d'équations du mouvement on admet que les forces hydrodynamiques ne dépendent que des vitesses et de leurs dérivées.

- Les efforts hydrodynamiques sont composés par les effets dus à la masse et à l'inertie
  - d'eau ajoutée, et les effets d'amortissement.

$$X_{h} = X_{\dot{u}}\dot{u}$$

$$Y_{h} = Y_{v}v + Y_{r}r + Y_{\dot{v}}v$$

$$Z_{h} = Z_{w}w + Z_{q}q + Z_{\dot{w}}w$$

$$K_{h} = K_{v}v + K_{p}p + K_{r}r + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{r}}r$$

$$M_{h} = M_{w}w + M_{q}q + M_{\dot{q}}q$$

$$N_{h} = N_{v}v + N_{r}r + N_{\dot{r}}r$$

$$(2.32)$$

- Les forces  $Y_v, Z_w$  et moments  $M_w, N_v$  sont des forces de portance dues à l'angle d'incidence du sous-marin sur sa trajectoire.
- Les forces et moments  $Y_r, Z_q, M_q, N_r$  sont également des forces de portance dues aux vitesses angulaires, elles peuvent etre considérées comme des forces d'amortissement.
- Les termes de la forme  $Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$  correspondent à des forces ou moments liés aux accélérations, c'est pourquoi elles sont désignées habituellement par les expressions "masses d'eau ajoutée" ou "inertie d'eau ajoutée".
- Aux forces hydrodynamiques, il faut ajouter les forces et moments de gravité.

– Les efforts hydrostatiques pour un véhicule sous-marin parfaitement pesé, avec  $a = z_G - z_F$  la distance métacentrique (distance entre le centre de gravité et le centre de flottabilité), sont :

$$X_{g} = 0$$

$$Y_{g} = 0$$

$$Z_{g} = 0$$

$$K_{g} = mga\phi$$

$$M_{g} = mga\theta$$

$$N_{g} = 0$$

$$(2.33)$$

– Les forces et moments dus aux actionneurs, avec  $\delta_c$  et  $\delta_i$  respectivement les angles d'inclinaison des gouvernes de cap et d'immersion, sont :

$$X_{u} = 0$$

$$Y_{u} = Y_{\delta_{c}}\delta_{c}$$

$$Z_{u} = Z_{\delta_{i}}\delta_{i}$$

$$K_{u} = 0$$

$$M_{u} = M_{\delta_{i}}\delta_{i}$$

$$N_{u} = Y_{\delta_{c}}\delta_{c}$$

$$(2.34)$$

Le véhicule **H160** possède deux paires de gouvernes de plongée : une située à l'avant de l'engin, l'autre à l'arrière. De ce fait, l'inclinaison des gouvernes d'immersion est décrite par le vecteur :  $\delta_i = [\delta_{iav}, \delta_{iar}]^T$ .  $\delta_{iav}$  et  $\delta_{iar}$  sont respectivement les angles d'inclinaison des gouvernes de plongée avants et arrières.

Finalement, les équations de mouvements décrivant le déplacement du véhicule sousmarin **H160** réalisant une trajectoire rectiligne et horizontale sont :

$$\begin{split} m\dot{u} &= X_{\dot{u}}\dot{u} = 0 \\ m(\dot{v} + ur) &= Y_{v}v + Y_{r}r + Y_{\dot{v}}v + Y_{\delta_{c}}\delta_{c} \\ m(\dot{v} - uq) &= Z_{w}w + Z_{q}q + Z_{\dot{w}}w + Z_{\delta_{i}}\delta_{i} \\ I_{xx}\dot{p} &= K_{v}v + K_{p}p + K_{r}r + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{r}}r - mga\phi \\ I_{yy}\dot{q} &= M_{w}w + M_{q}q + M_{\dot{q}}q + M_{\delta_{i}}\delta_{i} - mga\theta \\ I_{zz}\dot{r} &= N_{v}v + N_{r}r + N_{\dot{r}}r + N_{\delta_{c}}\delta_{c} \end{split}$$

$$(2.35)$$

#### Equations sans dimension

Dans les problèmes d'hydrodynamique, il est commode d'utiliser des nombres sans dimensions. Ceci permet, en effet, de comparer plus facilement les caractéristiques hydrodynamiques et dynamiques des véhicules sous-marins de formes différentes ou opérant à vitesses différentes. On choisit les nombres sans dimension suivants :

$$\tau = \frac{V_S}{L}t$$

$$A = \frac{\pi}{4}D^2$$

$$k_{\Delta} = \frac{\Delta}{AL} = \frac{m}{\rho AL}$$

$$k_i = \frac{I}{\rho AL^3}$$

$$\gamma = \frac{ga}{V_S^2}$$
(2.36)

avec :

–  $\tau=1,$  le temps pour parcourir la longueur L du véhicule,

- -A la surface de référence,
- $-\ D$  le diamètre de la torpille.

Les coefficients de forces :

$$C_X = \frac{X}{\frac{\rho}{2}AV_S^2}$$
,  $C_Y = \frac{Y}{\frac{\rho}{2}AV_S^2}$ ,  $C_Z = \frac{Z}{\frac{\rho}{2}AV_S^2}$  (2.37)

Les coefficients de moments :

$$C_K = \frac{K}{\frac{\ell}{2}ALV_S^2}$$
,  $C_M = \frac{M}{\frac{\ell}{2}ALV_S^2}$ ,  $C_N = \frac{N}{\frac{\ell}{2}ALV_S^2}$  (2.38)

Les coefficients des vitesses linéaires :

$$U = \frac{u}{V_S} , \quad V = \frac{v}{V_S} , \quad W = \frac{w}{V_S}$$
(2.39)

Les coefficients des accélérations linéaires :

$$\dot{U} = \frac{L}{V_S^2} \dot{u} , \ \dot{V} = \frac{L}{V_S^2} \dot{v} , \ \dot{W} = \frac{L}{V_S^2} \dot{w}$$
 (2.40)

Les coefficients des vitesses angulaires :

$$P = \frac{p}{\tau} = p \frac{L}{V_S} , \quad Q = q \frac{L}{V_S} , \quad R = r \frac{L}{V_S}$$
 (2.41)

Les coefficients des accélérations angulaires :

$$\dot{P} = \frac{dP}{d\tau} = \frac{L}{V_S} \frac{dp}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{L^2}{V_S^2} \dot{p}$$
(2.42)

Le coefficient de volume :

$$k_{\Delta} = \frac{\Delta}{AL} = \frac{m}{\rho} \tag{2.43}$$

Le coefficient d'inertie :

$$k_i = \frac{I}{\rho A L^3} \tag{2.44}$$

A partir des définitions des nombres sans dimension (équations (2.37) et (2.38)), l'expression des efforts extérieurs appliqués sur la torpille (2.35) peut aboutir au système sans dimension suivant :

$$\frac{\rho}{2}AV_{S}^{2}C_{X} = X_{\dot{u}}\dot{u}$$

$$\frac{\rho}{2}AV_{S}^{2}C_{Y} = Y_{v}v + Y_{r}r + Y_{\dot{v}}v + Y_{\delta_{c}}\delta_{c}$$

$$\frac{\rho}{2}AV_{S}^{2}C_{Z} = Z_{w}w + Z_{q}q + Z_{\dot{w}}w + Z_{\delta_{i}}\delta_{i}$$

$$\frac{\rho}{2}ALV_{S}^{2}C_{K} = K_{v}v + K_{p}p + K_{r}r + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{r}}r - mga\phi$$

$$\frac{\rho}{2}ALV_{S}^{2}C_{M} = M_{w}w + M_{q}q + M_{\dot{q}}q + M_{\delta_{i}}\delta_{i} - mga\theta$$

$$\frac{\rho}{2}ALV_{S}^{2}C_{N} = N_{v}v + N_{r}r + N_{\dot{r}}r + N_{\delta_{c}}\delta_{c}$$
(2.45)

Puis, en utilisant les équations (2.39) à (2.44), le système (2.45) devient :

$$C_{X} = C_{X_{\dot{U}}}\dot{U}$$

$$C_{Y} = C_{Y_{V}}V + C_{Y_{R}}R + C_{Y_{\dot{V}}}\dot{V} + C_{Y_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$

$$C_{Z} = C_{Z_{W}}W + C_{Z_{Q}}Q + C_{Z_{\dot{W}}}\dot{W} + C_{Z_{\delta_{i}}}\delta_{i}$$

$$C_{K} = C_{K_{V}}V + C_{K_{P}}P + C_{K_{R}}R + C_{K_{\dot{V}}}\dot{V} + C_{K_{\dot{P}}}\dot{P} + C_{K_{\dot{R}}}\dot{R} + k_{1}$$

$$C_{M} = C_{M_{W}}W + C_{M_{Q}}Q + C_{M_{\dot{Q}}}\dot{Q} + C_{M_{\delta_{i}}}\delta_{i} + k_{2}$$

$$C_{N} = C_{N_{V}}V + C_{N_{R}}R + C_{N_{\dot{R}}}\dot{R} + C_{N_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$
(2.46)

avec, par exemple, pour le moment suivant l'axe y:

$$C_{M_{w}} = \frac{M_{W}}{\frac{\rho}{2}ALV_{S}} , \quad C_{M_{q}} = \frac{M_{Q}}{\frac{\rho}{2}AL^{2}V_{S}} , \quad C_{M_{\dot{q}}} = \frac{M_{\dot{Q}}}{\frac{\rho}{2}AL^{3}} , \quad C_{M_{\delta_{i}}} = \frac{M_{\delta_{i}}}{\frac{\rho}{2}ALV_{S}^{2}}$$
(2.47)

 $\operatorname{et},$ 

$$k_2 = \frac{-mga\theta}{\frac{\rho}{2}ALV_S^2} = \frac{-m\gamma\theta}{\frac{\rho}{2}AL} = -2k_{\Delta}\gamma\theta \quad , \quad k_1 = -2k_{\Delta}\gamma\phi \tag{2.48}$$

Au final, à partir de (2.31) et (2.46), les équations de mouvements sans dimension décrivant le déplacement du robot sous-marin **H160** réalisant une trajectoire rectiligne et horizontale sont :

$$u = V_{S} = cste$$

$$(2k_{\Delta} - C_{Y_{\dot{V}}})\dot{V} = C_{Y_{V}}V + (C_{Y_{R}} - 2k_{\Delta})R + C_{Y_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$

$$(2k_{\Delta} - C_{Z_{\dot{W}}})\dot{W} = C_{Z_{W}}W + (C_{Z_{Q}} - 2k_{\Delta})Q + C_{Z_{\delta_{i}}}\delta_{i}$$

$$(2k_{ix} - C_{K_{\dot{P}}}\dot{P})\dot{P} = C_{K_{V}}V + C_{K_{P}}P + C_{K_{R}}R + C_{K_{\dot{V}}}\dot{V} + C_{K_{\dot{R}}}\dot{R} - 2k_{\Delta}\gamma\phi$$

$$(2k_{iy} - C_{M_{\dot{Q}}}\dot{Q})\dot{Q} = C_{M_{W}}W + C_{M_{Q}}Q + C_{M_{\delta_{i}}}\delta_{i} - 2k_{\Delta}\gamma\theta$$

$$(2k_{iz} - C_{N_{\dot{R}}}\dot{R})\dot{R} = C_{N_{V}}V + C_{N_{R}}R + C_{N_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$

$$(2.49)$$

#### 2.2.4 Découplage

Du fait de la symétrie de forme du sous-marin par rapport à son plan vertical, on sent intuitivement qu'une évolution dans un plan vertical ne peut induire aucune force hydrodynamique dans le plan horizontal (Aucher, 1981), ni de couple autour de l'axe longitudinal Ox (le centre de gravité étant dans le plan de symétrie). Il en résulte que les mouvements dans le plan vertical ne conduisent à aucun couplage ni dans le plan latéral ni autour de l'axe longitudinal. Une telle évolution augmente simplement la traînée et conduit à un ralentissement du sous-marin plus ou moins important selon la courbure de la trajectoire.

Par contre, les mouvements dans le plan latéral (xOy) conduisent à des forces de couplage dans le plan longitudinal (xOz) et autour de l'axe Ox.

Lorsque le véhicule est en giration sous l'action des gouvernes de cap, il apparaît des forces hydrodynamiques verticales qui modifient la dynamique en immersion du sousmarin. On dit qu'il y a couplage giration-plongée. La réciproque n'est pas vraie, une évolution dans le plan vertical sous l'action des barres de plongée n'a que très peu d'influence sur la tenue de cap, ou du fait du faible roulis.

Dans les paragraphes suivants, nous découplons la dynamique du véhicule afin d'obtenir un modèle de la torpille respectivement dans les plans de plongée et de cap.

#### 2.2.5 Modèle en immersion

#### Hypothèses

Si nous considérons uniquement la dynamique découplée du véhicule dans le plan de la plongée, nous avons seulement besoin de considérer les variables suivantes :

- -x, la position du véhicule,
- $-\ z,$  sa profondeur,
- $-\theta$ , son angle de tangage,
- -u, sa vitesse d'avancement,
- -w, sa vitesse de descente et enfin,
- -q, sa vitesse de tangage.

Nous supposons nulles les vitesses de glissement, tangage et roulis (v, r, p) et nous négligeons les autres variables ne faisant pas parties du plan de plongée.

#### Modèle linéarisé

La vitesse u est supposée constante ( $u = V_S = cste$ ), et on considère que la position x peut être découplée du système. D'après les propositions du paragraphe précédent, les équations cinématiques (2.28) et (2.29), et les équations dynamiques (2.49), le modèle en immersion devient :

$$(2k_{\Delta} - C_{Z_{\dot{W}}})\dot{W} = C_{Z_{W}}W + (C_{Z_{Q}} - 2k_{\Delta})Q + C_{Z_{\delta_{i}}}\delta_{i}$$

$$(2k_{iy} - C_{M_{\dot{Q}}}\dot{Q})\dot{Q} = C_{M_{W}}W + C_{M_{Q}}Q - 2k_{\Delta}\gamma\theta + C_{M_{\delta_{i}}}\delta_{i}$$

$$\dot{\theta} = Q$$

$$\dot{Z} = \dot{W} - \theta V_{S}$$

$$(2.50)$$

En effectuant le passage à des équations avec dimension, on abouti à :

$$\begin{split} \dot{w} &= \frac{C_{Z_{W}}}{(2k_{\Delta} - C_{Z_{W}})L} V_{S}w + \frac{(C_{Z_{Q}} - 2k_{\Delta})}{(2k_{\Delta} - C_{Z_{W}})} V_{S}q + \frac{C_{Z_{\delta_{i}}}}{(2k_{\Delta} - C_{Z_{w}})L} V_{S}^{2} \delta_{i} \\ \dot{q} &= \frac{C_{M_{W}}}{(2k_{iy} - C_{M_{Q}})L^{2}} V_{S}w + \frac{C_{M_{Q}}}{(2k_{iy} - C_{M_{Q}})L} V_{S}q - \frac{2k_{\Delta}\gamma}{(2k_{iy} - C_{M_{Q}})L^{2}} V_{S}\theta + \frac{C_{M_{\delta_{i}}}}{(2k_{iy} - C_{M_{Q}})L^{2}} V_{S}^{2} \delta_{i} \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{z} &= \dot{w} - \theta V_{S} \end{split}$$

En notation matricielle, les équations (2.51) deviennent :

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}V_S & a_{12}V_S & 0 & 0 \\ a_{21}V_S & a_{22}V_S & a_{23}V_S & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_{43}V_S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}V_S^2 & b_{12}V_S^2 \\ b_{21}V_S^2 & b_{22}V_S^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{iav} \\ \delta_{iar} \end{bmatrix}$$
(2.52)

avec,

-<br/> $\delta_{iav}$ étant l'angle d'inclinaison des gouvernes de plongée avants, et

 $-\delta_{iar}$  étant celui des gouvernes de plongée arrières.

Les valeurs numériques des coefficients du modèle en plongée sont données en Annexe A.

#### 2.2.6 Modèle en cap

#### Hypothèses

Nous procédons de la même manière que pour le modèle en immersion.

Si nous envisageons uniquement un déplacement du véhicule dans le plan horizontal à tangage nul, nous avons alors seulement besoin de considérer les variables suivantes :

(2.51)

- -(x, y), la position du véhicule,
- $\psi,$  son angle de lacet,
- -u, sa vitesse d'avancement,
- -v,sa vitesse de glissement et enfin,
- -r, sa vitesse de lacet.

Nous supposons nulles les vitesses de descente, roulis et tangage (w, p, q) et nous ne considérons pas les variables ne faisant pas partie du plan horizontal.

#### Modèle linéarisé

La vitesse u est supposée constante  $(u = V_S = cste)$ , et on considère que la position (x, y) peut être découplée du système.

D'après les propositions du paragraphe 2.2.5, les équations cinématiques (2.28) et (2.29), et les équations dynamiques (2.49), le modèle en immersion devient :

$$(2k_{\Delta} - C_{Y_{\dot{V}}})\dot{V} = C_{Y_{V}}V + (C_{Y_{R}} - 2k_{\Delta})R + C_{Y_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$

$$(2k_{iz} - C_{N_{\dot{R}}}\dot{R})\dot{R} = C_{N_{V}}V + C_{N_{R}}R + C_{N_{\delta_{c}}}\delta_{c}$$

$$\dot{\psi} = R$$

$$(2.53)$$

En effectuant le passage à des équations avec dimension, on aboutit à :

$$\dot{v} = \frac{C_{Y_{V}}}{(2k_{\Delta} - C_{Y_{V}})L} V_{S}v + \frac{(C_{Y_{R}} - 2k_{\Delta})}{(2k_{\Delta} - C_{Y_{V}})} V_{S}r + \frac{C_{Y_{\delta_{c}}}}{(2k_{\Delta} - C_{Y_{V}})L} V_{S}^{2} \delta_{c}$$
  
$$\dot{r} = \frac{C_{N_{V}}}{(2k_{iz} - C_{N_{\dot{R}}}\dot{R})L^{2}} V_{S}v + \frac{C_{N_{R}}}{(2k_{iz} - C_{N_{\dot{R}}}\dot{R})L} V_{S}r + \frac{C_{N_{\delta_{c}}}}{(2k_{iz} - C_{N_{\dot{R}}}\dot{R})L^{2}} V_{S} \delta_{c} \qquad (2.54)$$
  
$$\dot{\psi} = r$$

En notation matricielle, le système d'équations (2.54) devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}V_S & c_{12}V_S & 0 \\ c_{21}V_S & c_{22}V_S & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1V_S^2 \\ d_2V_S^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c$$
(2.55)

Les valeurs numériques des coefficients du modèle en cap sont données en Annexe A.

#### 2.2 Modélisation du H160

# Chapitre 3

# Contrôle d'un véhicule sous-marin autonome

# 3.1 Introduction

Actuellement, les véhicules autonomes sous-marins sont confrontés à quatre verrous techniques et scientifiques. Ces verrous font l'objet de nombreuses recherches :

- l'autonomie énergétique,
- l'autonomie décisionnelle,
- le positionnement,
- la navigation.

En ce qui concerne la navigation, nous pouvons distinguer trois aspects :

- la planification de trajectoires,
- l'évitement d'obstacles,
- la commande du véhicule.

Le thème du contrôle d'un engin sous-marin reste encore aujourd'hui un problème avec certaines difficultés : l'existence de fortes non linéarités dans la modélisation, les incertitudes sur les paramètres du modèle, les couplages importants, le véhicule est sousactionné, la difficulté pour mesurer les perturbations (courants marins, effets des vagues).

La commande d'un AUV doit être suffisamment robuste vis à vis des faits énoncés cidessus. Les solutions proposées pour commander un tel engin sont nombreuses. On peut citer principalement :

#### 3.1 INTRODUCTION

#### 1. Les commandes linéaires

Les lois de commande linéaire ont l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre. Leur principe de fonctionnement consiste à exprimer la commande du système en fonction des erreurs des états que l'on souhaite commander. Une combinaison des correcteurs Proportionnel (P), Dérivé (D) et Intégral (I) est recommandée pour obtenir de meilleures performances. Néanmoins, le principal inconvénient de ces commandes est qu'elles sont conçues en utilisant le modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement. Si on s'éloigne de ce point, le modèle n'est plus valable, ainsi que les conditions de stabilité.

(Jalving, 1994) propose des stratégies de commande PID afin de contrôler le robot **NDRE** (Norwegian Defence Research Establishment). Le contrôleur linéaire est implanté en trois parties distinctes : une pour le plan vertical, une pour le plan horizontal et une pour le contrôle de la vitesse suivant l'axe longitudinal du véhicule. Les résultats expérimentaux montrent un comportement acceptable de l'engin.

(Prestero, 2001) a développé un modèle dynamique non linéaire du **REMUS** au cours de ses travaux au WHOI<sup>1</sup> (USA). A partir d'un modèle linéaire pour l'immersion du véhicule, il fait l'implantation d'une commande PID par retour d'état pour contrôler la profondeur et le tangage du robot. Les résultats de simulation obtenus montrent des performances satisfaisantes.

2. Les commandes non linéaires

Les lois de commande non linéaire prennent en considération les couplages et les non linéarités du système. L'inconvénient est que ces lois sont, en général, complexes et coûteuses en temps de calcul. De plus, l'efficacité de ce type de loi est directement liée à la validité du modèle de l'engin.

(Santos, 1995), dans son travail de thèse, a fait l'étude d'une loi de commande référencée capteur pour permettre à un AUV de faire du suivi de fond. Pour ses simulations, il utilise un modèle du robot dans le plan de plongée tenant compte des non linéarités des gouvernes. Il a opté pour une loi de commande de type LQG/LTR (Linéaire Quadratique Gaussienne / Loop Transfer Recovery), l'observateur est basé sur un filtre de Kalman étendu. Les résultats obtenus semblent satisfaisants.

(Martins-Encarnacao, 2002) a proposé des lois de commande basées sur les techniques de Lyapunov et Backstepping. Il utilise un modèle non linéaire du robot portugais **Infante**. Seuls des résultats de simulation sont présentés dans ses travaux.

(Lapierre and Soetanto, 2007) propose une loi de commande non linéaire dans le

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Woods Hole Oceanographic Institution

plan horizontal appliquée au suivi de chemin d'un AUV. Ce contrôle de véhicules sous-marins est basé sur un guidage non singulier inspiré des principes de Lyapunov.

#### 3. Les commandes en régime glissant

La commande en régime glissant est une technique répandue pour la commande des robots sous-marins. Elle garantit une robustesse vis-à-vis des perturbations, son inconvénient majeur étant la réticence. Le phénomène de réticence est indésirable et nuisible pour les actionneurs, caractérisé par des commutations à très haute fréquence.

(Cristi et al., 1990) ont apporté une solution au problème de la commande dans le plan vertical pour le véhicule **NPS** (Naval Postgraduate School). Ils utilisent un modèle linéarisé dans le plan de plongée pour la conception d'une loi de commande en régime glissant adaptative. La partie linéaire adaptative du contrôleur est déterminée à chaque période d'échantillonnage. La loi a été testée dans un simulateur. Son comportement est satisfaisant devant les incertitudes paramétriques, les perturbations et les dynamiques non modélisées.

(Rodrigues et al., 1996) ont proposé d'implanter une loi en mode glissant d'ordre un pour l'AUV **Infante**. Ils utilisent deux modèles non linéaires simplifiés découplés, un pour le plan de plongée et un pour le plan horizontal. Ces lois de commande sont testées en simulation avec le modèle non linéaire du véhicule. Elles montrent un comportement acceptable devant des variations des paramètres hydrodynamiques de l'ordre de 30%.

(Salgado-Jimenez, 2004), dans ses travaux de thèse, a présenté des résultats d'expérimentations en mer du véhicule **Taipan**. Il a étudié les régimes glissants d'ordre un en utilisant un modèle linéarisé en immersion de l'engin. Pour contrer l'effet de réticence, il a poursuivi ses recherches sur les régimes glissants d'ordre supérieur. Il y expose des résultats de simulation de plusieurs lois de commande d'ordre supérieur.

La commande par mode glissant est la technique choisie pour commander le **H160**. En effet, elle fait preuve d'une grande robustesse vis-à-vis des perturbations et des variations des paramètres du système. Cette technique de contrôle est un bon compromis entre la complexité, l'efficacité et la robustesse.

Dans les chapitres suivants, nous allons présenter le principe de la commande en régime glissant d'ordre un et d'ordre supérieur. Nous allons également exposer des résultats de simulation et d'expérimentations obtenus en mer.

## 3.2 Mode glissant d'ordre un

#### 3.2.1 Introduction

Le principe de la commande en mode glissant développé par (Utkin, 1992) est de contraindre le système à atteindre et rester sur une surface de glissement ou bien dans son voisinage. Ce type de commande a suscité un grand intérêt du fait de ses deux principaux avantages :

- la relative simplicité de sa mise en oeuvre,
- sa robustesse vis-à-vis des perturbations extérieures.

Cette dernière caractéristique nous intéresse plus particulièrement. En effet, l'un des principaux problèmes dans la commande des véhicules sous-marins autonomes concerne les incertitudes sur les paramètres hydrodynamiques de l'engin.

L'objectif de cette technique de contrôle est de respecter deux contraintes :

- une première caractérisant l'attractivité d'une surface de glissement,
- une seconde maintenant le système sur cette surface.

Un exemple simple va nous permettre d'introduire la commande en mode glissant. Nous allons considérer l'exemple du double intégrateur (Edwards and Spurgeon, 1998).

L'équation régissant ce système est :

$$\ddot{y}(t) = u(t) \tag{3.1}$$

où, u(t) est la variable de commande et y(t) la variable de sortie.

Considérons tout d'abord un contrôleur linéaire par retour d'état du type :

$$u(t) = -Ky(t) \tag{3.2}$$

où, K est une constante positive.

Afin d'étudier la convergence de la variable de sortie vers zéro, exprimons  $\dot{y}(t)$  en fonction de y(t). Et traçons l'évolution de la sortie dans le plan de phase  $(y, \dot{y})$ . L'intégration de l'équation (3.2) après introduction de l'équation (3.1) donne :

$$\dot{y}^2 + Ky^2 = C \tag{3.3}$$

où, C est une constante d'intégration positive.

Un contrôleur par retour d'état de la forme u(t) = -Ky(t) n'est pas suffisant pour faire converger le système vers l'origine du plan de phase, comme le montre la figure (3.1).

Considérons maintenant un contrôleur à structure variable. C'est le principe de base de la commande en mode glissant. La variable de commande u(t) prend alors la forme


FIG. 3.1 – Contrôleur par retour d'état - Plan de phase

suivante :

$$u(t) = \begin{pmatrix} -K_1 y(t) & \text{si } y\dot{y} < 0 \\ -K_2 y(t) & \text{ailleurs} \end{cases}$$
(3.4)

Le plan de phase est alors divisé en quatre quadrants comme le montre la figure (3.2). La commande  $u = -K_2 y$  gouverne les quadrants (a), tandis que la commande  $u = -K_1 y$ gouverne les quadrants (b). Lors de l'utilisation d'un contrôleur à structure variable, le plan de phase sera la combinaison de deux zones du plan de phase. Pour un choix judicieux des paramètres  $K_1$  et  $K_2$ , le système converge vers l'origine.



FIG. 3.2 – Contrôleur à structure variable - Plan de phase

Considérons maintenant la commande u(t) suivante :

$$u(t) = \begin{pmatrix} -1 & \text{si } s(y, \dot{y}) > 0 \\ +1 & \text{si } s(y, \dot{y}) < 0 \end{cases}$$
(3.5)

où,  $s(y, \dot{y})$  est la fonction de glissement définie par :

$$s(y,\dot{y}) = \dot{y} + \lambda y \tag{3.6}$$

avec  $\lambda$  une constante positive.

La variable u(t) peut être mise sous une forme plus compacte :

$$u(t) = -sign(s(t)) \tag{3.7}$$

où, sign est la fonction signe.

Ce choix de la commande u(t) permet d'amener toutes les trajectoires du système, en un temps fini, vers la surface de glissement et de les maintenir ensuite sur celle-ci ou bien dans son voisinage (Edwards and Spurgeon, 1998).

Simulons le comportement en boucle fermée pour  $\lambda = 1$  et pour les conditions initiales y = 1 et  $\dot{y} = 0$ . La figure (3.3) montre l'évolution du système dans le plan de phase et la variable de commande associée u(t).



FIG. 3.3 – Plan de phase et contrôle

Nous remarquons que la dynamique du système en boucle fermée change lors de l'intersection avec la surface de glissement. Une fois sur la surface de glissement, l'état du système se dirige vers l'origine du plan de phase avec une dynamique  $\dot{y}(t) = -y(t)$  qui n'est autre que celle de la surface de glissement. Un mode glissant idéal induit une forte oscillation autour de la surface de glissement. Ce phénomène a des conséquences néfastes sur les actionneurs et sur la consommation énergétique du véhicule. La figure (3.3) montre la commutation de la commande à une très grande fréquence. Cet effet constitue l'inconvénient majeur de la commande en mode glissant. Plusieurs techniques permettent d'éliminer ou au moins de limiter ce phénomène. Par exemple, on peut remplacer la fonction sign par une fonction continue comme les fonctions saturation (sat) ou tangente hyperbolique (tanh). Une autre approche consiste à utiliser les modes glissants d'ordre supérieurs.

Cependant, le caractère discontinu de la loi de commande permet d'obtenir une convergence en temps fini sur la surface, ainsi que les propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations externes (Floquet, 2000).

La condition d'attractivité de la surface de glissement est représentée par :

$$s\dot{s} < 0 \tag{3.8}$$

On obtient alors :

$$s\dot{s} = s(\lambda \dot{y} - sign(s)) < |s|(\lambda |\dot{y}| - 1) < 0$$
 (3.9)

Cette condition est vérifiée si  $\lambda |\dot{y}| < 1$ .

Lorsque le système est restreint à la surface de glissement, il est régi par une commande appelée commande équivalente. En effet, après avoir atteint la surface, le système est régi par s(t) = 0 et donc  $\dot{s} = 0$ . La commande équivalente  $u_{eq}$  est alors donnée par :

$$\dot{s}(t) = 0 = \lambda \dot{y}(t) + u_{eq}(t)$$
(3.10)

d'où :

$$u_{eq}(t) = -\lambda \dot{y}(t) \tag{3.11}$$

Outre l'avantage de la réduction de la dynamique du système sur ou à proximité de la surface de glissement, un autre avantage de la commande en mode glissant est sa robustesse vis-à-vis des perturbations externes. La figure 3.4 montre le comportement du système lorsque ce dernier est soumis à des perturbations. Cela est réalisé par exemple en ajoutant un terme non linéaire dans l'équation (3.1) de l'exemple du double intégrateur (Edwards and Spurgeon, 1998). Le nouveau système est le modèle du pendule normalisé :  $\ddot{y}(t) = -Asin(y(t)) + u(t)$ , avec A constante positive.

Sur la figure 3.4, nous remarquons que malgré la perturbation non linéaire, les deux systèmes convergent en un temps fini d'abord vers la surface, puis vers l'origine du plan de phase en respectant la dynamique de la surface de glissement.



FIG. 3.4 – Robustesse du contrôleur

Dans la suite de ce chapitre, nous allons détailler les caractéristiques du régime glissant d'ordre un.

#### Principe de fonctionnement

L'idée de base de la commande en régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée. Puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra en permanence le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties (Slotine and Li, 1991) (voir figure 3.5) :

- 1. Détermination d'une région de l'espace d'état telle qu'une fois le système dans cette région, il ait le comportement désiré
- 2. Définir une loi de commande qui conduise le système jusqu'à cette région de l'espace d'état.

Les deux composantes de la commande sont alors définies par :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_{dis}$$

- $\mathbf{u}_{dis}$ : La commande discontinue permet au système d'atteindre et de rester sur la surface de glissement.
- $\mathbf{u}_{eq}$ : Elle est obtenue avec la méthode de la commande équivalente. Le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement s, soit s = 0. Cette commande peut être aussi bien linéaire que non linéaire.



FIG. 3.5 – Convergence du système glissant

#### Propriétés de convergence en temps fini

Les propriétés de convergence en temps fini des commandes par régime glissant d'ordre un sont obtenues en considérant la fonction de Lyapunov suivante (Perruquetti and Barbot, 2002) :

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2$$

Et de déterminer une loi de commande qui soit capable de satisfaire la condition :

$$\dot{V}(s) = s\dot{s} \le -\eta|s|$$

où  $\eta$  est une constante strictement positive. Cette condition est appelée condition de  $\eta$ -attractivité. Si nous faisons l'intégration de l'expression (3.8) entre le temps initial t = 0 et le temps de convergence  $t = t_{att}$ , nous avons :

$$s(t = t_{att}) - s(t = 0) \le -\eta(t_{att} - 0)$$

Finalement la surface s sera atteinte dans un temps fini  $t_{att}$  inférieur ou égal à :

$$t_{att} \le \frac{s(t=0)}{\eta}.$$

#### Méthode de la commande équivalente

La technique de la commande équivalente permet de déterminer la sortie de la commande continue  $\mathbf{u}_{eq}$ , une fois que le système se trouve sur la surface de glissement s = 0. Nous allons supposer que, à  $t = t_{att}$  les vecteurs d'état  $\mathbf{x}$  du système interceptent la surface de glissement et qu'il existe un régime glissant à  $t \ge t_{att}$ . L'existence du régime glissant implique que  $\dot{s}(\mathbf{x}; t) = 0$ , et  $s(\mathbf{x}; t) = 0$  pour tout  $t \ge t_{att}$ , soit :

$$s = 0,$$
  
$$\frac{\partial s}{\partial x} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_{eq}] = \dot{s} = 0$$

Finalement  $\mathbf{u}_{eq}$  est donné par :

$$\mathbf{u}_{eq} = -\left[\frac{\partial s}{\partial x}\mathbf{g}(\mathbf{x})\right]^{-1}\frac{\partial s}{\partial x}\mathbf{f}(\mathbf{x})$$
(3.12)

Les fonctions  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{g}$  ne sont pas connues avec précision, cependant on dispose des approximations  $\hat{\mathbf{f}}$  et  $\hat{\mathbf{g}}$  issues de l'étape de modélisation.

#### Le phénomène de réticence

La technique de commande décrite dans la partie précédente assure un comportement désiré du système en boucle fermé. Cependant, elle a besoin (dans le cas idéal) d'une commutation à fréquence infinie au niveau des actionneurs. Cette oscillation au voisinage de la surface est appellée *réticence*<sup>2</sup>. La figure (3.6) montre l'effet de la réticence lors de la convergence du système. La réticence est un phénomène indésirable. En effet, elle induit des dynamiques de haute fréquence sur les actionneurs du véhicule pouvant les endommager, et augmente ainsi considérablement la consommation énergétique.



FIG. 3.6 – Phénomène de la réticence

La réticence est le principal désavantage des techniques de contrôle en mode glissant du premier ordre. De nombreuses études ont été effectuées dans le but de réduire ou d'éliminer ce problème.

Dans la suite de ce paragraphe, nous allons décrire les techniques les plus utilisées pour limiter ce phénomène. Ces techniques sont basées sur la définition d'une zone autour de la surface à l'intérieur de laquelle une condition de glissement moins stricte que la fonction signe est appliquée. Ainsi, le terme sign(s) dans la partie discontinue de la commande est souvent remplacé par un terme à variation plus douce, par exemple :

 $<sup>^{2}</sup>$ Chattering en anglais

 La fonction de saturation sat est définie par l'expression ci-dessous. L'allure de cette fonction est donnée figure (3.7) :

FIG. 3.7 – Fonction de saturation sat

 $\mathbf{s}$ 

– La fonction tangente hyperbolique tanh a l'avantage de faire varier la largeur de la bande de commutation en ajoutant un terme supplémentaire  $\phi$  (figure (3.8)). L'expression s'écrit finalement :

 $tanh(s/\phi)$ 



FIG. 3.8 – Fonction tangente hyperbolique tanh

Une autre solution plus efficace pour limiter le phénomène de réticence, et ainsi améliorer la réponse de la commande du robot sous-marin, c'est d'utiliser la technique des modes glissants d'ordres supérieurs.

## 3.3 Commande du véhicule H160

#### 3.3.1 Commande en régime glissant d'ordre un

La méthodologie de conception utilisée ici a été implantée pour la première fois dans un robot sous-marin dans (Healey and Lienard, 1993). Le premier véhicule sous-marin autonome de type torpille développé par le Lirmm, le robot **Taipan**, s'est également muni de cette technique de commande (Vaganay et al., 2001).

#### Détermination des lois de commande

**Commande en mode glissant** Les modèles linéarisés décrivant le mouvement en cap et en immersion du véhicule **H160** peuvent être mis sous la forme :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{3.13}$$

Nous définissons la surface de glissement  $s(\mathbf{x})$  suivante :

$$s = \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} = 0 \tag{3.14}$$

La stabilité sur la surface de glissement est assurée si la condition de glissement est vérifiée  $(s\dot{s} < 0)$ , ce qui, avec  $\eta > 0$ , peut s'écrire :

$$\dot{s} = -\eta sign(s)$$

car,

$$s\dot{s} = -\eta ssign(s) = -\eta |s|$$

En dérivant s (3.14), on fait apparaître que l'on peut remplacer par  $\mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$  d'après (3.13), on obtient :

$$\dot{s} = \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{S}^T (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) = -\eta sign(s)$$

De l'équation précédente, on peut extraire **u** et on obtient la commande à appliquer :

$$\mathbf{u} = -(\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - (\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} \eta sign(s)$$
$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_{dis}$$

Nous obtenons ainsi les deux composantes, continue et discontinue, de la commande qui sont :

$$\mathbf{u}_{eq} = -(\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{K} \mathbf{x}$$
(3.15)

$$\mathbf{u}_{dis} = -\eta (\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} sign(s) = \eta \mathbf{K}_{dis} sign(s)$$
(3.16)

70

avec,

$$\mathbf{K} = -(\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A}$$
  
 $\mathbf{K}_{dis} = -(\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1}$ 

Dynamique du système sur la surface de glissement Pour déterminer les paramètres S de la surface de glissement, on conçoit le retour d'état linéaire de telle sorte que le système possède une dynamique donnée sur la surface de glissement. Lorsque le système se trouve sur la surface de glissement, la commande  $\mathbf{u}$  se résume à la partie linéaire  $\mathbf{u}_{eq}$  puisque  $s(\mathbf{x}) = 0$ . Le système est donc régit par l'équation suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A} - \mathbf{B}(\mathbf{S}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A}] \mathbf{x}$$

où,

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}$$
  
 $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ 

On cherche le gain **K** qui place les valeurs propres de  $\mathbf{A}_c$  à des valeurs désirées correspondant à une dynamique désirée.

$$det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_c) = 0$$

L'une des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}_c$  du système bouclé doit être nulle. Ce qui est la cas lorsque l'on utilise les modèles linéarisés en cap et en immersion (dernière colonne). La matrice  $\mathbf{A}_c$  étant alors connue, on obtient  $\mathbf{S}$  en sachant que  $\mathbf{S}$  est le vecteur propre à droite de  $\mathbf{A}_c^T$  qui correspond à la valeur propre nulle  $\lambda_i$ :

$$\mathbf{A}_{c}^{T}\mathbf{S} = \lambda_{i}\mathbf{S} = 0 \tag{3.17}$$

#### Loi de commande en cap

La loi de commande en cap s'applique à l'angle  $\delta_c$ , l'angle d'inclinaison des barres du gouvernail. On choisit la surface de glissement suivante :

$$s_c = S_1 v + S_2 r + S_3 (\psi - \psi_d) \tag{3.18}$$

Pour une vitesse  $V_S$  donnée, le modèle d'évolution du véhicule dans le plan horizontal peut être écrit sous la forme :

$$\begin{vmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c$$
(3.19)

En notant  $\mathbf{K} = [k_1 k_2 0]^T$  le gain du retour d'état, la matrice  $\mathbf{A}_c$  du système bouclé s'écrit :

$$\mathbf{A}_{c} = \begin{bmatrix} c_{11} - d_{1}k_{1} & c_{12} - d_{1}k_{2} & 0\\ c_{21} - d_{2}k_{1} & c_{22} - d_{2}k_{2} & 0\\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

En développant  $det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_c) = 0$ , on abouti à un système de deux équations (on a une valeur propre nulle) qui permettent de calculer  $k_1$  et  $k_2$  pour  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  donnés et  $\lambda_3 = 0$ :

$$\begin{bmatrix} d_1(\lambda_1 - c_{22}) + c_{12}d_2 & d_2(\lambda_1 - c_{11}) + c_{21}d_1 \\ d_1(\lambda_2 - c_{22}) + c_{12}d_2 & d_2(\lambda_2 - c_{11}) + c_{21}d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1^2 + (c_{22} + c_{11})\lambda_1 - c_{11}c_{22} + c_{12}c_{21} \\ -\lambda_2^2 + (c_{22} + c_{11})\lambda_2 - c_{11}c_{22} + c_{12}c_{21} \end{bmatrix}$$

Une fois K déterminé, la matrice  $\mathbf{A}_c$  est connue. On obtient  $\mathbf{S}$  de la surface de glissement en résolvant : $\mathbf{A}_c^T \mathbf{S} = 0$ , soit :

$$\begin{bmatrix} c_{11} - d_1 k_1 & c_{12} - d_1 k_2 & 0 \\ c_{21} - d_2 k_1 & c_{22} - d_2 k_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.20)

Pour cela, on pose  $S_1 = 1$  et on résout le système de deux équations pour obtenir  $S_2$  et  $S_3$ . On normalise ensuite les  $S_i$ . La loi de commande finale est donc :

$$\delta_c = k_1 v + k_2 r + \eta_c tanh\left(\frac{S_1 v + S_2 r + S_3(\psi - \psi_d)}{\phi}\right)$$
(3.21)

Les valeurs numériques sont données en Annexe A.

#### Loi de commande en immersion

Le véhicule **H160** est destiné à des applications en eaux peu profondes. L'intérêt de cet engin est qu'il peut plonger avec un angle de tangage quasi nul grâce à sa paire de gouvernes de plongée située à l'avant.

La loi de commande en immersion s'applique à l'angle  $\delta_i$ , l'angle d'inclinaison des gouvernes de plongée. On choisit la surface de glissement suivante :

$$s_i = [S_{11}w + S_{12}q + S_{13}\theta + S_{14}(z - z_d)]$$
(3.22)

Pour une vitesse  $V_S$  donnée, le modèle d'évolution du véhicule dans le plan vertical peut être écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_i$$
(3.23)

En notant  $\mathbf{K} = [k_{11}k_{12}k_{13}0]^T$  le gain du retour d'état, la matrice  $\mathbf{A}_c$  du système bouclé s'écrit :

$$\mathbf{A}_{c} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{1}k_{11} & a_{12} - b_{1}k_{12} & -b_{1}k_{13} & 0\\ a_{21} - b_{2}k_{11} & a_{22} - b_{2}k_{12} & a_{23} - b_{2}k_{13} & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix}$$

En développant  $det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_c) = 0$ , on abouti à un système de trois équations (on a une valeur propre nulle) qui permettent de calculer  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  et  $k_{13}$  pour  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  donnés et  $\lambda_4 = 0$ :

$$\begin{split} & [b_1\lambda^3 + (a_{12}b_2 - b_1a_{22})\lambda^2 - a_{23}b_1\lambda]k_{11} \\ & + [b_2\lambda^3 + (a_{21}b_1 - b_2a_{11})\lambda^2]k_{12} \\ & + [b_2\lambda^2 + (a_{21}b_1 - b_2a_{11})\lambda]k_{13} \\ & = -\lambda^4 + (a_{22} + a_{11})\lambda^3 - (a_{11}a_{22} - a_{23} - a_{12}a_{21})\lambda^2 - a_{11}a_{23}\lambda \\ & \text{pour } \lambda = \lambda_1, \, \lambda_2 \text{ et } \lambda_3 \end{split}$$

Une fois K déterminé, la matrice  $A_c$  est connue. On obtient  $\mathbf{S}$  de la surface de glissement en résolvant : $\mathbf{A}_c^T \mathbf{S} = 0$ , soit :

$$\begin{bmatrix} a_{11} - b_1 k_{11} & a_{21} b_2 k_{11} & 0 & 1 \\ a_{12} - b_1 k_{12} & a_{22} b_2 k_{12} & 1 & 0 \\ -b_1 k_{13} & a_{23} b_2 k_{13} & 0 & a_{43} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.24)

Pour cela, on pose  $S_{11} = 1$  et on résout le système de trois équations pour obtenir  $S_{12}$ ,  $S_{13}$  et  $S_4$ . On normalise ensuite les  $S_i$ . La loi de commande finale est donc :

$$\delta_i = k_{11}v + k_{12}r + k_{13}\theta + \eta_i tanh\left(\frac{S_{11}w + S_{12}q + S_{13}\theta + S_{14}(z - z_d)}{\phi}\right)$$
(3.25)

Les valeurs numériques sont données en Annexe A.

Dans notre volonté de commander le robot en immersion à tangage nul, nous appliquons deux lois de commande différentes : une pour contrôler les gouvernes avants, une autre pour celles situées à l'arrière. Notre objectif est de commander la profondeur zavec les gouvernes avants, tandis que les gouvernes arrières commandent le tangage. Les commandes utilisées sont les suivantes :

– Pour les gouvernes avants :

$$s_{iav} = \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (z - z_d) \end{bmatrix}$$
 (3.26)

$$\delta_{iav} = \eta_i tanh\left(\frac{s_{iav}}{\phi}\right) \tag{3.27}$$

– Pour les gouvernes arrières :

$$s_{iar} = \mathbf{S}^T [w \quad q \quad \theta \quad 0] \tag{3.28}$$

$$\delta_{iar} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} w & q & \theta & 0 \end{bmatrix} + \eta_i tanh\left(\frac{s_{iar}}{\phi}\right) \tag{3.29}$$

#### 3.3.2 Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons nos résultats de simulation sur les lois de commande en régime glissant du premier ordre. Ces simulations sont réalisées en utilisant un simulateur basé sur le modèle mathématique à 6ddl du véhicule **H160** présenté en annexe A.

Dans un premier temps, nous avons réalisé des simulations sans prendre en compte l'environnement. Puis, dans une deuxième phase, nous avons bruité les données issues des capteurs.

Nous présentons, pour ces deux types de simulations, le cap  $\psi$  et l'angle d'inclinaison des gouvernes  $\delta_c$  pour le plan horizontal du véhicule, la profondeur z, le tangage  $\theta$  et les angles d'inclinaison des gouvernes avants et arrières, respectivement  $\delta_{iav}$  et  $\delta_{iar}$ , pour le plan de plongée du robot.

La mission du véhicule consiste en une simple ligne droite d'une durée de 70s.

#### Simulations sans bruit

Les paramètres utilisés pour les simulations sont :

- Le cap désiré :  $\psi_d = 315^{\circ}$
- La profondeur désirée :  $z_d = 1.5m$
- Le tangage désiré :  $\theta_d = 0^\circ$
- La période d'échantillonnage :  $T_e = 200ms$
- La vitesse absolue du véhicule :  $V_S = 1.5m/s$

**Cap du véhicule** En ce qui concerne le cap  $\psi$  du robot, au départ de la mission le simulateur positionne la torpille dans la direction désirée. La figure 3.9 nous montre effectivement un cap et un angle d'inclinaison des gouvernes constants.

**Immersion du véhicule** La torpille arrive à sa profondeur désirée  $z_d$  en 50s environ (figure 3.10(a)) avec un angle de tangage  $\theta$  quasi nul (figure 3.10(b)). La figure 3.11 nous montre que les gouvernes avants et arrières gèrent respectivement l'immersion et le

tangage du véhicule. En effet, tant que la profondeur désirée  $z_d$  n'est pas atteinte, les gouvernes avants sont saturées.

#### Simulations avec bruit

Les conditions pour les simulations bruitées sont identiques à celles de la section précédente. Nous ajoutons maintenant aux simulations du bruit sur les capteurs. Les mesures des capteurs sont soumises à des bruits gaussiens d'écarts :

- Profondeur  $(z) \ 0.02m$
- Angle de tangage ( $\theta$ ) 0.5°
- Vitesse linéaire  $(u) \ 0.05m/s$
- Vitesse angulaire (q)  $0.5^{\circ}/s$

**Cap du véhicule** Nous ne bruitons pas les mesures des capteurs pour le plan horizontal du véhicule. Nous privilégions la réaction de la torpille dans le plan de plongée. Donc, comme précédemment, la figure 3.12 nous montre un cap  $\psi$  et un angle d'inclinaison des gouvernes  $\delta_c$  constants.

**Immersion du véhicule** La torpille arrive à sa profondeur désirée  $z_d$  en 40s environ (figure 3.13(a)) avec un angle de tangage  $\theta$  négligeable (figure 3.13(b)). La figure 3.14 nous montre que les gouvernes avants et arrières gèrent respectivement l'immersion et le tangage du véhicule. En effet, tant que la profondeur désirée  $z_d$  n'est pas atteinte, les gouvernes avants seront saturées. Par contre, le phénomène de réticence apparaît nettement sur les gouvernes arrières.

#### 3.3.3 Résultats d'expérimentation en mer

Les résultats expérimentaux présentés dans ce paragraphe proviennent d'une campagne de tests effectués au dessus de la source de La Vise en mars 2006 (figure 3.15). Dans un premier temps, nous donnons les résultats d'une mission de type râteau de 300 secondes (figure 3.16(a)) pour une profondeur désirée  $z_d = 1.5m$ . Puis, afin de comparer ces résultats avec ceux des simulations, nous présentons ces mêmes résultats uniquement sur les 60 premières secondes.



FIG. 3.9 – Sans Bruit - Plan horizontal du véhicule



(a) Profondeur du véhicule

(b) Tangage du véhicule

FIG. 3.10 – Sans Bruit - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.11 – Sans Bruit - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.12 – Avec Bruit - Plan horizontal du véhicule



(a) Profondeur du véhicule

(b) Tangage du véhicule

FIG. 3.13 – Avec Bruit - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.14 – Avec Bruit - Plan d'immersion du véhicule



(a) Préparation des expérimentations



FIG. 3.15 – Campagne de tests au dessus de la source de La Vise - mars 2006

#### Mission entière

**Cap du véhicule** La figure 3.16(a) montre la trajectoire en râteau réalisée par la torpille : une ligne droite cap 300° sur 1 minute, enchaîné d'un demi-tour, puis ligne droite cap 120° sur 1 minute également. Nous constatons l'apparition de "chattering" sur les gouvernes (figure 3.16(b)).

**Immersion du véhicule** La figure 3.17(a) indique que la torpille arrive à sa profondeur désirée  $z_d$  avec un angle de tangage  $\theta$  dont la valeur moyenne est proche de zéro (figure 3.17(b)). La figure 3.18 montre que les gouvernes avants et arrières oscillent fortement pendant la mission.

#### Zoom sur les résultats

**Cap du véhicule** La figure 3.19(a) montre le cap  $\psi$  de la torpille. On peut noter un dépassement par rapport au cap désiré  $\psi_d$  d'environ 25°. Un réglage plus fin du gain de la commande en mode glissant devrait éliminer ce dépassement. Cependant, en régime permanent, la torpille navigue à une valeur de cap correcte. Nous constatons toujours la présence de "chattering" sur les gouvernes (figure 3.19(b)).

**Immersion du véhicule** On peut constater sur la figure 3.20(a) que la torpille oscille autour de la profondeur désirée  $z_d$ , dû à un mauvais réglage de la commande en régime glissant de la torpille. On peut alors mieux comprendre l'allure de la courbe d'immersion. Le tangage  $\theta$  est faible (figure 3.20(b)), mais ses oscillations sont dues au fait que la profondeur z du véhicule n'est pas stabilisée. Par contre, la torpille atteint la profondeur



FIG. 3.16 – Mission réelle - Plan horizontal du véhicule



(a) Profondeur du véhicule

(b) Tangage du véhicule

FIG. 3.17 – Mission réelle - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.18 – Mission réelle - Plan d'immersion du véhicule

désirée  $z_d$  plus rapidement qu'en simulation (gain de 10s). Nous constatons également la présence de "chattering" sur les gouvernes (figure 3.21).

#### 3.3.4 Conclusion

Nous pouvons tirer quelques conclusions concernant les résultats de simulations et d'expérimentations en mer. Premièrement, d'après les résultats, le simulateur et la torpille n'ont pas exactement le même comportement. Il faudrait réajuster les coefficients hydrodynamiques du modèle du véhicule utilisé dans le simulateur pour améliorer les résultats de simulations. Cependant, le simulateur reste un outil très utile pour avoir une idée du comportement global de la torpille en mer, et également tester de nouvelles lois de commande. Quelques réglages des lois de commande en mode glissant dans le plan horizontal et de plongée sont nécessaires. Les dépassements en cap, les oscillations en profondeur et en tangage pourraient être éliminés. Finalement, une solution doit être trouvée pour diminuer le phénomène nuisible de la réticence, qui apparaît aussi bien sur les gouvernes de cap que sur les gouvernes d'immersion.

## 3.4 Mode glissant d'ordre supérieur

#### 3.4.1 Introduction

Le problème de la réticence est crucial pour les véhicules sous-marins autonomes du fait qu'elle implique une consommation énergétique excessive et qu'elle réduit la durée de vie des actionneurs.

Les modes glissants du premier ordre ont été étendus dans les années 80 par Emel'yanov (Emel'yanov et al., 1986) et Levantovsky (Levantovsky, 1985) aux modes glissants d'ordre supérieur. Ces derniers possèdent les mêmes avantages en terme de robustesse que les modes glissants dits classiques. Mais, ils permettent de réduire leur principal inconvénient : l'effet de chattering autour de la surface de glissement.

La généralisation des modes glissants d'ordre un aux modes glissants d'ordre supérieur est caractérisée par le choix d'une commande discontinue agissant non pas sur la surface de glissement mais sur ses dérivées supérieures.

L'inconvénient principal de la commande en mode glissant d'ordre supérieur réside dans le besoin de connaître les variables d'état et leurs dérivées. En comparaison, pour la commande en mode glissant classique, seule la connaissance de la fonction de glissement s est nécessaire. Il en résulte alors que pour la synthèse d'un contrôleur en mode glissant d'ordre r, les fonctions  $(s, \dot{s}, \ddot{s}, ..., s^{(r-1)})$  sont nécessaires.



FIG. 3.19 – Zoom mission réelle - Plan horizontal du véhicule



(a) Profondeur du véhicule

(b) Tangage du véhicule

FIG. 3.20 – Zoom mission réelle - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.21 – Zoom mission réelle - Plan d'immersion du véhicule

La commande par régime glissant d'ordre supérieur est une technique récente. Dans la littérature, on trouve quelques exemples concernant le contrôle d'un robot sous-marin utilisant cette commande. (Bartolini et al., 1998) définissent une loi en mode glissant du second ordre pour le suivi de trajectoires d'un ROV en prenant en compte la dynamique des propulseurs. Cette étude ne fait l'objet que d'une étude en simulation. Cette loi de contrôle garantit le suivi parfait de la trajectoire en présence de perturbations et d'incertitudes sur les paramètres.

(Salgado-Jimenez, 2004) propose une loi de commande en régime glissant du second ordre pour contrôler l'immersion du véhicule **TAIPAN**. Son objectif est de diminuer l'effet de la réticence par rapport à une loi en régime glissant classique. Les résultats obtenus sont satisfaisants, cependant ses travaux ne présentent que des résultats de simulation.

#### 3.4.2 Principe de fonctionnement

#### Introduction

Le régime glissant standard est basé sur l'annulation de la surface de glissement. Un régime glissant d'ordre r (noté r - glissant) agit sur les (r - 1) premières dérivées successives de la variable de glissement.

L'objectif est de forcer le système à évoluer sur la surface et à la maintenir, ainsi que ses (r-1) premières dérivées successives, à zéro :

$$s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$$

où, r désigne le degré relatif du système. Le degré relatif d'un système (Perruquetti and Barbot, 2002) est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la surface, par rapport au temps, pour y faire apparaître l'entrée de commande de manière explicite. Il est calculé en déterminant les dérivées successives de s:

$$\begin{aligned} r &= 1, \quad i.e., \quad \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \neq 0 \\ r &\geq 2, \quad i.e., \quad \frac{\partial}{\partial u} s^{i} = 0 \quad (i = 1, 2, ..., r - 1) \quad \frac{\partial}{\partial u} s^{r} \neq 0 \end{aligned}$$
(3.30)

L'un des problèmes majeurs des algorithmes r-glissant est que l'information nécessaire augmente avec l'ordre du régime glissant. Par exemple, si nous utilisons une technique en régime glissant d'ordre 3, nous aurons besoin de calculer s,  $\dot{s}$  et  $\ddot{s}$ . Pour les lois en mode glissant du second ordre, par exemple il est seulement nécessaire de connaître s et  $\dot{s}$ .

Dans notre étude, nous nous limiterons aux modes glissants d'ordre deux. Le but de ce type de contrôleurs est de générer un régime glissant du second ordre sur une surface s par l'annulation de s elle même ainsi que de sa dérivée  $\dot{s}$  en un temps fini (figure 3.22) :

$$s = \dot{s} = 0$$



FIG. 3.22 – Trajectoire 2-glissant

La caractéristique principale de ces stratégies est que la partie discontinue apparaît sur la dérivée de la commande, soit  $\dot{\mathbf{u}}$ . Finalement lorsque l'on fait le calcul de la commande du système  $\mathbf{u} = \int \dot{\mathbf{u}}$ , elle devient continue limitant ainsi le phénomène de réticence.

#### Contrôleur 2-glissant

Nous allons décrire des lois de commande d'ordre deux, en particulier les techniques de Twisting et Super Twisting (Perruquetti and Barbot, 2002) qui sont parmi les algorithmes les plus utilisés dans la littérature.

**Twisting** Cet algorithme a été le premier contrôleur d'ordre supérieur à être défini. Il est appellé Twisting en raison de sa trajectoire de convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase avec un nombre infini de rotations (voir Figure 3.23). Son principe de fonctionnement est la commutation de l'amplitude de la commande entre les deux constantes  $V_m$  et  $V_M$ .

Si nous effectuons le changement de variables suivant :  $y_1 = s$  et  $y_2 = \dot{s}$ . Maintenant le problème de la commande est de stabiliser en temps fini le système du deuxième ordre suivant :

$$\left\{ egin{array}{ll} \dot{y}_1 &=& y_2 \ \dot{y}_2 &=& arrho(t,\mathbf{x}) + arsigma(t,\mathbf{x}) + arsigma(t,\mathbf{x}) \dot{\mathbf{u}} \end{array} 
ight.$$

Où  $\varrho(t, \mathbf{x})$  et  $\varsigma(t, \mathbf{x})$  sont des fonctions, issues de la modélisation du système commandé, mal connues mais bornées  $\Phi > 0$ ,  $|\varrho| \le \Phi$ ,  $0 < \Gamma_m \le \varsigma \le \Gamma_M$ .



FIG. 3.23 – Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting

L'algorithme du Twisting pour un degré relatif égal à 1 est :

$$\dot{\mathbf{u}} = \begin{cases} -\mathbf{u} & si \quad |\mathbf{u}| > 1 \\ -V_m sign(s) & si \quad s\dot{s} \le 0; \quad |\mathbf{u}| \le 1 \\ -V_M sign(s) & si \quad s\dot{s} > 0; \quad |\mathbf{u}| \le 1 \end{cases}$$
(3.31)

où  $|\mathbf{u}|$  est une action bornée de commande, donnée pour  $|\mathbf{u}| \leq 1$ .

L'équation de commande pour un degré relatif égal à 2 est :

$$\mathbf{u} = \begin{cases} -V_m sign(s) & si \quad s\dot{s} \le 0\\ -V_M sign(s) & si \quad s\dot{s} > 0 \end{cases}$$
(3.32)

Les conditions de convergence en temps fini sur s sont :

$$V_{M} > V_{m}$$

$$V_{m} > \frac{4\Gamma_{M}}{s_{0}}$$

$$V_{m} > \frac{\Phi}{\Gamma_{m}}$$

$$\Gamma_{m}V_{m} - \Phi > \Gamma_{M}V_{m} + \Phi$$

$$(3.33)$$

**Super Twisting** La convergence de cet algorithme est régie aussi par les rotations autour de l'origine du diagramme de phase, cette trajectoire est illustrée par la figure (3.24). La loi de commande Super Twisting est formée de deux parties. La première est définie par sa dérivée par rapport au temps  $(\mathbf{u}_1)$ , tandis que la deuxième est donnée par la fonction continue de la variable de glissement  $(\mathbf{u}_2)$ :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$$



FIG. 3.24 – Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting

$$\dot{\mathbf{u}}_{1} = \begin{cases} -\mathbf{u} & si \quad |\mathbf{u}| > 1\\ -Wsign(s) \quad si \quad |\mathbf{u}| \le 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{u}_{2} = \begin{cases} -\lambda_{1}|s_{0}|^{\rho_{1}}sign(s) \quad si \quad |s| > s_{0}\\ -\lambda_{1}|s|^{\rho_{1}}sign(s) \quad si \quad |s| \le s_{0} \end{cases}$$

$$(3.34)$$

Cette loi a été conçue pour la commande des systèmes ayant un degré relatif égal à 1. Les conditions de convergence en temps fini sont :

$$W > \frac{\Phi}{\Gamma_m}$$
  

$$\lambda_1^2 \geq \frac{4\Phi}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M(W+\Phi)}{\Gamma_m(W-\Phi)}$$
  

$$0 < \rho_1 \le 0.5$$
(3.35)

La technique Super Twisting est très robuste. En effet, elle n'a pas besoin d'information sur la dérivée de s. Grâce à cette caractéristique le nombre de capteurs nécessaires du système est réduit ainsi que le temps de calcul.

# 3.5 Proposition d'une nouvelle loi de commande pour le robot H160

Notre but, dans cette section, est de proposer une loi de commande en régime glissant d'ordre supérieur pour diminuer l'effet de réticence sur les gouvernes. Nous allons considérer uniquement le plan d'immersion et avoir l'objectif de faire naviguer la torpille à assiette nulle.

#### 3.5.1 Exposé de la méthode

Nous utilisons les gouvernes avants pour faire plonger la torpille et les gouvernes arrières pour gérer le tangage. Cependant, la loi de commande ne calcule que l'angle d'inclinaison des gouvernes avants  $\delta_{iav}$ . On applique ensuite le même angle aux gouvernes arrières, à un gain près, afin d'obtenir la même force appliquée aux gouvernes avants et arrières pour permettre à l'engin de plonger avec un tangage proche de zéro.

#### 3.5.2 Loi de commande

Soit la surface de glissement s suivante, avec  $\tilde{z} = z - z_d$ :

$$s = w + s_1 \tilde{z} \tag{3.36}$$

où, w est la vitesse de descente et z la profondeur du robot.

Soit  $\dot{s}$ , la dérivée par rapport au temps de s en considérant que  $z_d$  est un échelon :

$$\dot{s} = \dot{w} + s_1 \dot{z} \tag{3.37}$$

En utilisant le modèle linéarisé dans le plan de plongée calculé dans la paragraphe 2.2.5 et en considérant que le véhicule évolue à une vitesse constante, nous pouvons écrire  $\dot{s}$  de la façon suivante :

$$\dot{s} = a_{11}w + a_{12}q + b_{11}\delta_{iav} + b_{12}\delta_{iar} + s_1(w + a_{43}\theta)$$
(3.38)

De plus, si nous supposons que :

$$\delta_{iar} = \alpha \delta_{iav} \tag{3.39}$$

L'équation 3.38 devient :

$$\dot{s} = (a_{11} + s_1)w + a_{12}q + s_1a_{43}\theta + (b_{11} + \alpha b_{12})\delta_{iav}$$
(3.40)

Si nous choisissons comme surface de glissement  $\sigma$ :

$$\sigma = \dot{s} + \gamma s \tag{3.41}$$

La loi de commande à appliquer au robot est alors :

$$\delta_{iav} = K \int sign(\sigma) \tag{3.42}$$

86

#### 3.5.3 Résultats de simulation

Afin de comparer les résultats des différentes lois de commandes, le véhicule réalise une simple ligne droite de 90s. Les simulations sont réalisées avec du bruit sur les capteurs. Les mesures des capteurs sont soumises à des bruits gaussiens d'écarts :

- Profondeur  $(z) \ 0.02m$
- Angle de tangage ( $\theta$ ) 0.5°
- Vitesse linéaire  $(u) \ 0.05m/s$
- Vitesse angulaire (q)  $0.5^{\circ}/s$

Immersion du véhicule La torpille arrive à sa profondeur désirée  $z_d = 1.5m$  en 60s environ (figure 3.25(a)) avec un angle de tangage  $\theta$  nul variant très peu (figure 3.25(b)). La figure 3.26 montre l'angle d'inclinaison des gouvernes avants et arrières. Nous pouvons constater une diminution importante du chattering en comparaison avec les résultats en mode glissant classique. Avec cette nouvelle loi de commande, on réduit le chattering à plus 80% (figure 3.27). La torpille est légèrement plus lente pour atteindre la profondeur désirée avec cette nouvelle loi de commande, mais son angle de tangage est quasi nul. Un meilleur réglage des gains de la loi de commande permettrai d'améliorer le temps d'immersion.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les lois de commande en régime glissant classique et d'ordre supérieur. Les résultats de simulation et d'expérimentations en mer nous ont permis de montrer le comportement correct du véhicule **H160**, contrôlé par des lois de commande en modes glissants d'ordre un. Ces dernières réduisent la dynamique du système et sont robustes vis à vis des perturbations extérieures, mais l'apparition du phénomène de réticence est un inconvénient.

C'est pourquoi nous avons opté pour le régime glissant d'ordre supérieur, qui permet d'allier robustesse et simplicité d'utilisation tout en éliminant le chattering. D'après les résultats de simulation encourageants, notre perspective est d'implémenter prochainement cette nouvelle loi de commande dans le véhicule **H160**.



FIG. 3.25 – Mode glissant d'ordre supérieur - Plan d'immersion du véhicule



FIG. 3.26 – Mode glissant d'ordre supérieur - Angles d'inclinaison des gouvernes



FIG. 3.27 – Mode glissant classique - Angles d'inclinaison des gouvernes

## CHAPITRE 4 Stratégie de commande pour la coordination d'une flottille d'AUVs

## 4.1 Contexte de l'étude

Dans ce chapitre, nous proposons une stratégie de commande afin de coordonner une flottille de véhicules sous-marins autonomes respectant une formation géométrique donnée.

Au sein du groupe de recherche "NERO" (NEtworked RObots) du département robotique du LIRMM, la thématique des travaux repose sur la commande collaborative de flottilles de véhicules sous-marins et terrestres. En particulier pour une flottille de robots sous-marins, notre objectif est de faire évoluer ce groupe de véhicules au-dessus d'une source d'eau douce afin de caractériser son panache (cf. paragraphe 1.2.4). Pour une telle application, un véhicule seul doit réaliser de nombreuses trajectoires de type "râteau" au-dessus de la source à différentes profondeurs. Il va ainsi "quadriller" la source sous-marine.

Nous proposons alors le scénario de coordination de flottille suivant, en supposant la présence de deux torpilles. Un véhicule Leader effectue une trajectoire en râteau à une profondeur  $z_L$  muni d'un capteur CTD au-dessus de la source. Un véhicule Follower, évoluant à une profondeur  $z_F < z_L$  et également muni du même capteur, coordonne sa trajectoire en fonction du véhicule Leader. Au départ de la trajectoire ainsi qu'à l'arrivée, le véhicule Leader réalise une acquisition GPS. La technique Leader-Follower permet alors aux données physico-chimiques enregistrées par les deux véhicules d'être géoréférencées.

Pour traiter au mieux cette problématique, nous proposons un cadre d'étude établissant des hypothèses et respectant certaines contraintes.

#### 4.1.1 Hypothèses considérées

Voici les hypothèses que nous considérons pour nos travaux :

1. Espace d'étude :

Nous allons limiter cette étude à un espace 2D, et plus particulièrement au plan horizontal.

2. Nombre de véhicules :

Nous allons également nous limiter en envisageant uniquement une flottille composée de deux torpilles pour les simulations, sachant que les algorithmes considérés peuvent s'étendre à N véhicules.

3. Vitesse des véhicules :

Nous supposons que la vitesse  $V_S$  des véhicules est constante. Nous prenons pour les simulations  $V_S = 1.5m/s$ .

4. Les communications sous-marines :

Nous considérons que le milieu de propagation ne varie ni dans l'espace, ni dans le temps et que les signaux acoustiques ne sont ni déformés, ni perturbés.

5. Débit de communications :

La torpille est équipée d'un modem acoustique de la société ORCA. D'après la documentation technique (Orca, 1999), ce lien de transmission acoustique bidirectionnel peut transmettre jusqu'à 100 bits/s. Il peut aussi transmettre directement la distance séparant l'émetteur du récepteur. On vérifiera alors que les données nécessaires au contrôle de la flottille ne dépassent pas les données maximales transmissibles.

Le tableau (4.1) récapitule toutes les différentes hypothèses qui vont être prises en compte dans la suite de ce chapitre.

#### 4.1.2 Modèle du véhicule

Nous utilisons uniquement les variables suivantes pour le plan horizontal :

- x (Nord) et y (Est) la position de l'engin,
- $\psi$  l'angle de cap, positif de x vers y,
- *u* la vitesse linéaire suivant l'axe longitudinal de l'engin,
- v la vitesse linéaire suivant l'axe latéral de l'engin,
- r la vitesse angulaire suivant l'axe z.

Nous reprenons les modèles linéarisés cinématique et dynamique obtenus dans le chapitre 2 pour le plan horizontal :

Espace d'étude	Plan horizontal
Nombre de véhicules	2
Vitesse des véhicules	$1.5 \mathrm{m/s}$
Communications	Pas de variation dans l'espace
Milieu de propagation	Pas de variation dans le temps
Communications	Pas de déformation
Ondes acoustiques	Pas de perturbation
Communications	Débit 100 bits/s
Modem acoustique	Mesure de distance

TAB. 4.1 – Récapitulatif des hypothèses considérées

- Le modèle cinématique de la torpille :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix}$$
(4.1)

– Le modèle dynamique, où  $\delta_c$  est l'angle d'inclinaison des gouvernes de cap :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \delta_c$$
(4.2)

#### 4.1.3 Modèle de la Formation

Sous la stratégie de commande décentralisée, les torpilles obéissent à un modèle Leader-Follower. Chaque robot Follower reçoit des ordres de suivi relatif provenant du véhicule Leader en recevant, par l'intermédiaire du modem acoustique, le cap du robot Leader  $\psi_i$  et la distance  $L_{ij}$  qui les sépare. Pour déterminer la position désirée du véhicule Follower par rapport au véhicule Leader, nous définissons plusieurs paramètres décrits dans la figure (4.1) :

- $-L_{ij}$  la distance séparant les deux véhicules,
- $-\gamma_{ij}$  l'angle entre les deux véhicules,
- $-\beta_{ij}$  l'angle entre le Nord et  $L_{ij}$ ,
- $-\psi$  le cap du véhicule.

Nous pouvons alors trouver la position désirée du véhicule Follower par rapport au véhicule Leader :

$$\begin{cases} x_j^d = x_i - L_{ij}\cos(\psi_i - \gamma_{ij}) \\ y_j^d = y_i - L_{ij}\sin(\psi_i - \gamma_{ij}) \end{cases}$$
(4.3)



FIG. 4.1 – Positionnement des véhicules Leader et Follower

## 4.2 Stratégie de contrôle proposée

#### 4.2.1 Exposé de la méthode

Nos recherches reposent sur une analyse et une adaptation, pour les véhicules autonomes sous-marins, d'un algorithme décentralisé réactif pour une flottille de robots non-holonomes mobiles terrestres basé sur la méthode développée dans (Fraisse et al., 2005) et (Gil-Pinto et al., 2005). Cet algorithme de commande décentralisée permet à chaque véhicule de déterminer de façon autonome une trajectoire optimale. La planification de chemins inclut à la fois des informations de positionnement absolu (GPS) et relatif entre véhicule (niveau de réception des liens de communication), mais aussi des informations d'existence d'obstacles de proximité (capteurs ultra-sons). L'optimisation à chaque instant de ces diverses fonctions de coût sous contraintes permet de générer un chemin faisable capable de maintenir la flottille dans une formation géométrique donnée, garantissant un niveau de réception des transmissions entre les véhicules minimal, ainsi que l'évitement local d'obstacles. Ils proposent une génération décentralisée de trajectoires en temps réel où chaque robot calcule une trajectoire sous-optimale faisable basée uniquement sur des données capteurs locales. L'approche décentralisée repose sur une stratégie Leader-Follower où les contraintes dynamiques et de vitesse de chaque robot sont prises en compte.

Nous proposons donc une nouvelle stratégie de contrôle pour coordonner une flottille de véhicules sous-marins autonomes. Notre méthode diffère sur plusieurs points de celle exposée précédemment pour les robots terrestres. D'un point de vue modélisation, les robots terrestres sont non-holonomes tandis que les véhicules sous-marin autonomes sont sous-actionnés. De par cette modélisation différente découlent des contraintes différentes. Un plus grand nombre de variables conduit à un plus grand nombre de contraintes rendant la génération de trajectoires plus complexe.

Nous basons nos travaux sur une commande décentralisée reposant sur le principe Leader-Follower. Nous utilisons un générateur de trajectoires fournissant à chaque instant un chemin faisable pour les véhicules tout en maintenant les torpilles en flottille, et une commande à retour d'état pour garder la torpille sur cette trajectoire.

Nous présentons un algorithme de commande décentralisée qui va permettre à chaque robot de calculer, en temps réel et de façon autonome, une trajectoire optimale dans le but de coordonner une flottille d'engins sous-marins autonomes.

Notre stratégie décentralisée repose sur une approche Leader-Follower où les contraintes dynamiques et de vitesse de chaque robot sont prises en compte. L'objectif de cette méthode est que chaque robot trouve une trajectoire à temps minimal afin de minimiser le temps de déplacement. Nous réalisons donc pour cela une génération de trajectoires réactive capable de se modifier et de s'adapter en ligne à chaque changement de trajectoires du véhicule Leader ou de l'environnement. Ceci permet aux véhicules de reconfigurer en ligne leur trajectoire pour éviter, par exemple, des obstacles.

Il faut noter que le temps de calcul est, ici, très important et que la garantie de convergence est indispensable. En effet, nous avons à effectuer de nombreuses fois le calcul de la trajectoire sur une mission sachant que la trajectoire désirée change continuellement, comme le montre la figure (4.2). La position du véhicule Leader n'est pas représentée sur cette figure.

En fonction de la position du véhicule Leader et des contraintes dues à la formation géométrique, le véhicule Follower calcule une trajectoire faisable  $Traj_k$  pour atteindre sa position désirée  $P_d^k$ . A la fin de la période d'échantillonnage  $t_k$ , le véhicule Follower se trouvera dans sa position finale, soit en  $P_f^k$  (dans le meilleur des cas  $P_f^k = P_d^k$ ). À la période d'échantillonnage suivante  $t_{k+1}$ , le véhicule Follower, positionné en  $P_f^k = P^{k+1}$  calcule une nouvelle trajectoire  $Traj_{k+1}$  pour atteindre la position désirée  $P_d^{k+1}$ . Les conditions finales de la trajectoire  $Traj_k$  deviennent les conditions initiales de la trajectoire  $Traj_{k+1}$ . Une contrainte supplémentaire pour la réalisation de la commande coordonnée est que l'optimisation doit être terminée en moins de temps que  $(t_{k+1} - t_k)$ .

Le processus d'optimisation sous contraintes permet de générer un chemin faisable capable de maintenir la flottille dans une formation géométrique donnée. Chaque robot Follower calcule, à travers la génération décentralisée de trajectoires en temps réel, une



FIG. 4.2 – Génération de trajectoires à chaque période d'échantillonnage

trajectoire suboptimale faisable basée sur des données capteurs locales, sur la connaissance du *cap du véhicule Leader* ainsi que la *distance séparant les deux véhicules*. Sous cette approche, chaque robot calcule sa position désirée par rapport à la position relative de son véhicule Leader. Ensuite, la configuration de la flottille est assurée par le positionnement de chaque robot par rapport à son véhicule Leader le plus proche.

Nous proposons d'utiliser un générateur de trajectoire et une commande en boucle fermée pour contrôler la position de chaque robot. Pour des raisons évidentes, cette approche est appelée "contrôle à 2 degrés de liberté", et peut alors se décomposer en deux parties distinctes :

- Le générateur de trajectoire, qui fourni une trajectoire de référence "faisable" satisfaisant les contraintes et minimisant aussi la fonction de coût,
- La commande en boucle fermée, qui essaie de maintenir le système sur cette trajectoire de référence.

La figure (4.3) illustre ces propos, où les deux blocs apparaissent clairement, et où  $\mathbf{P}_{\mathbf{d}}$  représentent le vecteur position désirée du robot par rapport au respect de la formation géométrique,  $\mathbf{P}_{\mathbf{f}}$  représente le vecteur position finale du robot à la fin de la période d'échantillonnage,  $\mathbf{P}$  le vecteur position courante du robot. Egalement, le générateur de trajectoires fournit une commande en boucle ouverte  $\delta$ , alors que la commande en boucle fermée génère  $\Delta \delta$ .



FIG. 4.3 – Concept à 2 degrés de liberté

#### 4.2.2 Génération de trajectoires

Le générateur de trajectoires doit fournir une trajectoire faisable afin d'amener le système d'une position initiale à une position finale tout en respectant la dynamique et les contraintes imposées par le système.

La génération de trajectoires se fait alors en trois étapes :

- 1. *le calcul des paramètres de la trajectoire*, en utilisant des B-Splines, ce qui va nous permettre de passer d'un problème de contrôle optimal à un problème de programmation non linéaire.
- 2. la spécification de fonctions coût et contraintes, résultat de ce passage où la fonction de coût peut dépendre de certains paramètres comme, par exemple, l'évitement d'obstacles ou encore la communication entre les véhicules de la flottille (Gil-Pinto et al., 2006).
- 3. *l'implémentation en Programmation Quadratique Séquentielle*, par l'intermédiaire d'un algorithme traitant les problèmes de programmation non linéaire afin de déterminer une trajectoire optimale faisable.

#### 4.2.3 Commande en boucle fermée

Etant donné le chemin faisable obtenu par le générateur de trajectoires, la commande en boucle fermée est nécessaire pour corriger les erreurs dues aux bruits de mesures, aux perturbations ou encore celles de modélisation. Son rôle est de stabiliser le véhicule autour de la trajectoire de référence. Nous utilisons, pour nos simulations, la commande en régime glissant classique calculée dans le chapitre 3. C'est la loi de commande calculée pour le véhicule **H160** dans le plan horizontal.

## 4.3 Générateur de trajectoires

Dans cette partie, nous allons développer plus en détails les points évoqués dans le paragraphe 4.2.2, en particulier la paramétrisation des trajectoires, la spécification des fonctions coût et contraintes, et enfin l'implémentation en programmation quadratique séquentielle. Les définitions de ces différentes notions sont présentées en Annexe B.

#### 4.3.1 Paramétrisation en termes de B-Splines

Les variables d'état et de commande de la torpille sont approximées par des B-Splines. Une spline est définie par un jeu de polynômes qui sont réunis en des points prédéfinis, satisfaisant un degré de lissité donné. Les splines sont des fonctions approximées pour le choix de f(t), quand l'approximation est désirée sur un large intervalle. Cet intervalle  $[t_0, t_f]$  est divisé en intervalles suffisamment petits  $[\xi_i, \xi_{i+1}]$ , avec  $t_0 = \xi_1 < \cdots < \xi_N = t_f$ . Les points  $\xi_i$  sont appelés noeuds (ou "breakpoints" en anglais). Sur chaque intervalle, un polynôme de degré relativement faible peut donner une bonne approximation de f(t). Les différents polynômes peuvent être construit de telle façon que la fonction résultante a plusieurs dérivées continues sur l'intervalle borné ou aux noeuds. Le nombre de dérivées continues aux noeuds défini le degré de lissité de la spline.

En particulier,

- La continuité de la courbe résultante aux noeuds est déterminée par la condition de lissité.
- La continuité de la courbe résultante entre chaque noeud est déterminée par l'ordre des polynômes constituant la spline.

La figure (4.4(a)) montre une spline composé de 4 polynômes, qui sont joints à des noeuds.

Les splines peuvent être représentées par des B-Splines. Une B-Spline est définie par :

$$f(t) = \sum_{k=1}^{N} C_k B_{k,r}(t)$$
(4.4)

où,

 $B_{k,r}(t)$  sont les fonctions de bases,

r est le degré des polynômes,

 $C_k$  sont les points de contrôle (ou "collocation points" en anglais),

N est le nombre de points de contrôle défini par N=n(r-s)+s,

n est le nombre d'intervalles,

s est la condition de lissité aux noeuds.



FIG. 4.4 – Une Spline

La figure (4.4(b)) montre la même spline que précédemment comme une composée de B-Splines.

Pour résumer, les B-Splines sont construites en joignant des courbes de "Bézier" avec un niveau de lissité prédéfini. Les points où se rejoignent les courbes sont appelés noeuds. Les points discrets  $C_k$ , où sont évalués la fonction coût et les contraintes, sont appelés points de contrôle.

#### 4.3.2 Spécification des fonctions objectif et contraintes

Dans ce paragraphe, nous définissons la fonction objectif ainsi que les contraintes nécessaires à la réalisation de notre contrôle optimal. Nous allons aussi détailler le programme Matlab employé pour spécifier cette fonction et ces contraintes, mais aussi pour paramétriser les B-splines. La méthode d'intégration numérique de ce programme sera également spécifiée.

#### Fonction de coût

Dans notre cadre d'étude, nous voulons seulement que le véhicule Follower atteigne sa position finale en un temps fini. C'est pourquoi, nous minimisons le temps final  $t_f$ . La fonction coût prend alors la forme suivante :

$$J = \int_0^1 t_f d\tau \tag{4.5}$$

Dans notre stratégie de contrôle, nous avons besoin à chaque période d'échantillonnage d'une trajectoire de référence faisable. C'est pourquoi nous utilisons "Optragen", une boîte à outil Matlab, qui résout numériquement les problèmes de contrôle optimal, et "SNOPT", un logiciel de programmation quadratique séquentiel. Ces derniers nous permettent d'obtenir une solution qui satisfait notre problème contraint à chaque période d'échantillonnage. Nous donnons à ces programmes la fonction coût, les contraintes et aussi les conditions initiales et finales sous la forme de contraintes d'égalités.

#### Contraintes

Il existe trois types de contraintes dans les problèmes de contrôle optimal :

- 1. Les contraintes initiales, qui définissent l'état initial du système à  $t_0$ . Nous définirons toujours les contraintes initiales pour les trajectoires choisies, ici la position x(0), y(0), l'orientation  $\psi(0)$ , la vitesse linéaire v(0), la vitesse de rotation r(0) et enfin l'angle de la gouverne  $\delta(0)$  de la torpille.
- 2. Les contraintes finales, qui définissent l'état final du système à  $t_f$ . Nous obtenons la position finale du véhicule  $x_f, y_f$  et le temps final  $t_f$ . Etant donné que nous calculons une trajectoire tous les  $T_k \leq t_f$ , les valeurs finales deviennent valeurs initiales à  $T_{k+1}$ .
- 3. Les contraintes sur la trajectoire, qui sont définies pour décrire la dynamique du robot, et la saturation des actionneurs. Les modèles cinématique et dynamique sont reformulés en contraintes sur la trajectoire, tandis que les vitesses linéaire et de rotation, et l'angle d'inclinaison des gouvernes sont saturées.

$$\begin{aligned} |v| &\leq v_{max} \\ |r| &\leq r_{max} \\ |\delta| &\leq \delta_{max} \end{aligned}$$

#### Optragen

Afin de spécifier la fonction objectif et les contraintes, mais aussi pour paramétriser les trajectoires, nous nous servons d'une boîte à outil Matlab, OPTRAGEN, qui se sert des quadratures de Gauss (Cf. Annexe C) pour évaluer les intégrales d'une façon numérique.

Optragen est une boîte à outil Matlab (Bhattacharya, 2006) qui résout numériquement les problèmes de contrôle optimal. Ce programme transforme les problèmes de contrôle optimal de la forme :

$$\min_{x(t),u(t)} \Phi_i(x(t_0), u(t_0), t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \Phi_t(x(t), u(t), t) d\tau + \Phi_f(x(t_f), u(t_f), t_f)$$
(4.6)

soumis à la dynamique :

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$
et aux contraintes :

$$l_{i} \leq \Psi_{i}(x(t_{0}), u(t_{0}), t_{0}) \leq m_{i}$$

$$l_{t} \leq \Psi_{t}(x(t), u(t), t) \leq m_{t}$$

$$l_{f} \leq \Psi_{f}(x(t_{f}), u(t_{f}), t_{f}) \leq m_{f}$$

$$(4.7)$$

en un problème de programmation non linéaire de la forme :

$$\min_{\rho} F(\rho) \tag{4.8}$$

soumis à :

$$L \le \left\{ \begin{array}{c} \rho \\ A\rho \\ G(\rho) \end{array} \right\} \le M \tag{4.9}$$

La transcription des problèmes de contrôle optimal en problèmes de programmation non linéaire est faite par la paramétrisation de splines. Le résultat de cette transcription est une fonction coût et une fonction contraintes qui peuvent être interprétées par n'importe quel solveur de programmation non linéaire.

Bien que cette transcription facilite le codage des contraintes, inclure des contraintes temporelles demande plus de prudence. La façon la plus facile de résoudre ce problème est d'introduire le temps comme variable d'état dans l'optimisation. Premièrement, nous définissons une nouvelle variable de temps  $\tau$  et  $t_f$  une nouvelle variable d'état représentant le temps final inconnu qui sera optimisé.

$$\tau = \frac{t}{t_f} \tag{4.10}$$

La fonction coût et la fonction contraintes deviennent :

$$\min_{x(\tau),u(\tau)} \Phi_i(x(0), u(0), t_f) + \int_0^1 \Phi_\tau(x(\tau), u(\tau), t_f) d\tau + \Phi_f(x(1), u(1), t_f)$$
(4.11)

$$l_{i} \leq \Psi_{i}(x(0), u(0), t_{f}) \leq m_{i}$$

$$l_{t} \leq \Psi_{t}(x(\tau), u(\tau), t_{f}) \leq m_{t}$$

$$l_{f} \leq \Psi_{f}(x(1), u(1), t_{f}) \leq m_{f}$$

$$(4.12)$$

#### Passage d'un problème de contrôle optimal à un problème de programmation non linéaire

Ce passage est effectué de la façon suivante :

- les trajectoires inconnues sont paramétrisées en B-Splines,

- le problème d'optimisation est alors écrit en termes des coefficients de B-Splines  $\alpha_k$ ,
- les coûts et contraintes sont évalués et appliqués aux points de collocation,
- les points de collocation sont différents des noeuds. En général, les points de collocation sont plus dense que les noeuds. Le jeu optimal de points de collocation peut être déterminé à partir de l'ordre de la spline utilisée dans la formule des quadratures de Gauss.

#### 4.3.3 Programmation Quadratique Séquentielle

Un logiciel de programmation quadratique séquentielle est utilisé pour trouver les coefficients des B-Splines pour minimiser la fonction objectif en tenant compte des contraintes. Cependant, il existe un certain nombre de logiciels intégrants différents algorithmes qui peuvent résoudre ce problème.

#### Les différents programmes existants

Voici quelques exemples de logiciels d'optimisation utilisant la programmation quadratique séquentielle.

- FSQP pour "Feasible Sequential Quadratic Programming", il a l'avantage d'effectuer la recherche de l'ensemble des solutions faisables pour le système pendant la phase d'optimisation,
- NPSOL garantit seulement la satisfaction des contraintes non linéaires quand le point optimal est atteint. Il fait parti des logiciels "SOL : Systems Optimization Laboratory". Ce laboratoire fournit des logiciels pour l'optimisation sous contraintes en programmation linéaire et non linéaire, par exemple, MINOS, QPOPT ou encore SNOPT.

#### SNOPT

SNOPT est préconisé lors de l'utilisation de la boîte à outil Matlab OPTRAGEN.

C'est un logiciel qui résout les problèmes d'optimisation à grande échelle. Il est spécialement efficace pour les problèmes non linéaires qui ont des fonctions difficiles à évaluer. SNOPT utilise un algorithme SQP (Sequential Quadratic Programming). Les directions de recherches sont obtenues à partir de sous-problèmes QP qui minimisent un modèle quadratique de fonctions Lagrangienne soumise à des contraintes linéarisées.

# 4.4 Résultats de simulation

Les simulations sont réalisées avec Matlab à l'aide d'un PC muni d'un Pentium 750 MHz. Dans cette partie, nous allons vérifier le fonctionnement du générateur de trajectoires, sa convergence et également le fonctionnement du schéma de contrôle à 2 degrés de liberté.

#### 4.4.1 Vérification d'une trajectoire en boucle ouverte

Le générateur de trajectoires nous fourni une trajectoire optimale qui atteint les conditions finales désirées. Il nous donne aussi une commande  $\delta$  à appliquer au véhicule. Donc, en faisant le raisonnement inverse, si nous appliquons cette commande au véhicule à travers ses modèles dynamique et cinématique, nous devons obtenir cette même trajectoire optimale. La figure (4.5) illustre ces propos.

Pour l'instant, nous ne nous préoccupons pas du suivi de trajectoire du véhicule Follower en fonction du véhicule Leader. Nous vérifions seulement la génération d'une trajectoire d'un point initial vers un point final. Nous prenons un exemple simple avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{array}{rcl}
x(0) &=& 0\\
y(0) &=& 0\\
\psi(0) &=& \pi/2\\
v(0) &=& 0\\
r(0) &=& 0
\end{array}$$

Le véhicule doit rejoindre la position désirée suivante :

$$\begin{aligned} x(t_f) &= 10 \\ y(t_f) &= 10 \end{aligned}$$

Nous imposons les saturations suivantes :

$$|v_{max}| \leq 0.2m/s$$
  
 $|r_{max}| \leq 0.5rd/s$   
 $|\delta_{max}| \leq \pi/6$ 

Le temps de calcul est de 21 secondes avec un Pentium 750 MHz. Le temps final est de 9.67s.



FIG. 4.5 – Schéma en boucle ouverte



FIG. 4.6 – Trajectoires et cap de la torpille (boucle ouverte)



FIG. 4.7 – Vitesses de la torpille (boucle ouverte)

Les figures (4.6) et (4.7) montrent la trajectoire, le cap et les vitesses de la torpille pour la génération d'une trajectoire du système en boucle ouverte. Nous pouvons constater que les différentes courbes ont la même allure, mais que le système diverge de la valeur désirée au cours du temps.

#### 4.4.2 Vérification d'une trajectoire en boucle fermée

Comme nous avons pu le constater dans le paragraphe précédent, la trajectoire de la torpille diverge en boucle ouverte.

Nous proposons donc un schéma en boucle fermée (figure 4.8) afin de faire converger la trajectoire du véhicule vers la trajectoire désirée. La loi de commande utilisée est celle présentée dans le paragraphe 3.3.1 : contrôle du **H160** dans le plan horizontal.



FIG. 4.8 – Convergence de la trajectoire en boucle fermée



FIG. 4.9 – Trajectoires et cap de la torpille (boucle fermée)

Les figures (4.9) et (4.10) montrent respectivement la trajectoire et le cap, puis les vitesses de glissement v et de lacet r de la torpille.



FIG. 4.10 – Vitesses de la torpille (boucle fermée)

L'ensemble du schéma de contrôle à 2 degrés de liberté semble fonctionner pour la génération d'une trajectoire. Il faut vérifier si c'est également le cas pour la génération de plusieurs trajectoires pour un robot Follower désirant suivre un robot Leader. La propriété de convergence en un temps fini doit aussi être étudiée.

#### 4.4.3 Convergence de la trajectoire

Le générateur de trajectoires doit fournir une trajectoire qui aboutit à la position désirée du véhicule Follower en un temps fini. C'est à dire que l'on doit garantir la formation géométrique en s'assurant que le véhicule Follower puisse atteindre sa position désirée par rapport au véhicule Leader.

Un virage, ou un demi-tour du véhicule Leader, est un exemple de trajectoire où le robot Follower peut ne pas converger vers sa position désirée. En effet, si la vitesse linéaire du robot Leader est plus faible que la vitesse maximale du robot Follower, la formation géométrique peut être garantie. Dans notre cas, les véhicules évoluent à la même vitesse. La formation n'est alors plus garantie car la vitesse désirée du robot Follower peut être plus grande que sa vitesse nominale (Figure 4.11(a)). La trajectoire réelle diverge donc de la trajectoire désirée.

#### Démonstration

Afin de démontrer la convergence du suivi de trajectoire, nous nous plaçons dans le cas d'une manoeuvre en régime permanent. Par exemple, si le véhicule Leader exécute une manoeuvre telle qu'une trajectoire en cercle (Figure 4.11(b)), le véhicule Follower



(a) Virage lors de la trajectoire

(b) Trajectoire en cercle

FIG. 4.11 – Convergence de la génération de trajectoire

doit atteindre la position désirée suivante :

$$x_{foll}^d = R^d \cos(\omega^d t) \tag{4.13}$$

$$y_{foll}^d = R^d \sin(\omega^d t) \tag{4.14}$$

Si, à chaque temps  $t_k$ , la trajectoire optimale est supposée être une ligne droite entre la position courante du robot Follower  $x_{foll}$  et sa position désirée  $x_{foll}^d$  avec une vitesse égale à la vitesse maximale, le modèle cinématique :

$$\dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi$$
$$\dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi$$

avec,

$$\psi = \arctan\left(\frac{y_{foll}^d - y}{x_{foll}^d - x}\right)$$

devient :

$$\dot{x} = -u \frac{x - x_{foll}^d}{\sqrt{\left(x - x_{foll}^d\right)^2 + \left(y - y_{foll}^d\right)^2}} + v \frac{y - y_{foll}^d}{\sqrt{\left(x - x_{foll}^d\right)^2 + \left(y - y_{foll}^d\right)^2}}$$
(4.15)

$$\dot{y} = -u \frac{y - y_{foll}^d}{\sqrt{\left(x - x_{foll}^d\right)^2 + \left(y - y_{foll}^d\right)^2}} - v \frac{x - x_{foll}^d}{\sqrt{\left(x - x_{foll}^d\right)^2 + \left(y - y_{foll}^d\right)^2}}$$
(4.16)

Si nous considérons la fonction de Lyapunov V suivante :

$$V(x,y) = x^2 + y^2 \ge 0, \tag{4.17}$$

Et sa dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dV}{dt} = 2x\dot{x} + 2y\dot{y}$$

105

$$\frac{dV}{dt} = 2\frac{x(-u(x - x_{foll}^d) + v(y - y_{foll}^d)) + y(-u(y - y_{foll}^d) - v(x - x_{foll}^d))}{\sqrt{\left(x - x_{foll}^d\right)^2 + \left(y - y_{foll}^d\right)^2}}$$
(4.18)

Notre but est de trouver une relation afin que la dérivée de V soit négative. De la relation précédente, nous allons nous focaliser uniquement sur le numérateur, étant donné que le dénominateur est toujours positif.

Si nous factorisons le dénominateur de l'équation (4.18) par les vitesses linéaires u et v, cela donne :

$$-u[x(x - x_{foll}^d) + y(y - y_{foll}^d)] + v[x(y - y_{foll}^d) - y(x - x_{foll}^d)] \le 0$$
(4.19)

Puis,

$$-u[x^{2} - xx_{foll}^{d} + y^{2} - yy_{foll}^{d}] + v[yx_{foll}^{d} - xy_{foll}^{d}] \le 0$$
(4.20)

Si, la trajectoire du robot Follower en régime permanent est une trajectoire circulaire donnée par :

$$x_{ss}(t) = R_{ss} \cos \left(\omega_{ss}t + \phi\right)$$
  
$$y_{ss}(t) = R_{ss} \sin \left(\omega_{ss}t + \phi\right)$$
(4.21)

où,  $R_{ss}, \omega_{ss}$  et  $\phi$  sont respectivement le rayon, la vitesse de rotation et la phase. En incluant la position (4.21) dans l'équation (4.20), on obtient, pour la partie de l'équation factorisée par u:

$$R_{ss}^2 - R_{ss}R^d(\cos\left(\omega_{ss}t + \phi\right)\cos(\omega^d t) + \sin\left(\omega_{ss}t + \phi\right)\sin(\omega^d t))$$
(4.22)

$$-u R_{ss}[R_{ss} - R^d \cos(\omega_{ss}t + \phi - \omega^d t)] \le 0$$

$$(4.23)$$

Si le système converge vers une trajectoire stable et que  $\dot{V} = 0$ , et si les rayons  $R_{ss}$  et  $R^d$  sont constants, alors il est nécessaire que  $\omega_{ss} = \omega^d$ . D'où :

$$-u.R_{ss}[R_{ss} - R^d \cos(\phi)] \le 0$$
(4.24)

En incluant, maintenant, la position (4.21) dans l'équation (4.20), on obtient, pour la partie de l'équation factorisée par v:

$$R_{ss}\sin(\omega_{ss}t+\phi)R^d\cos(\omega^d t) - R_{ss}\cos(\omega_{ss}t+\phi)R^d\sin(\omega^d t)$$
(4.25)

$$v[R_{ss}R^d\sin(\phi)] \le 0 \tag{4.26}$$

106

Si on regroupe les 2 parties factorisées (4.24) et (4.26), on obtient :

$$-u.R_{ss}[R_{ss} - R^d \cos(\phi)] + v[R_{ss}R^d \sin(\phi)] \le 0$$
(4.27)

Au final, nous avons :

$$v\sin(\phi) - u\cos(\phi) \le u\frac{R_{ss}}{R^d}$$
(4.28)

Si, par hypothèse, nous considérons que la vitesse v est très faible, nous avons alors :

$$\cos(\phi) \le \frac{R_{ss}}{R^d} \tag{4.29}$$

L'équation 4.29 ainsi que la figure 4.11(a) nous confirme la convergence de la trajectoire. Lors d'un demi-tour du véhicule Leader, le véhicule Follower ne cherchera pas forcément à atteindre sa position désirée, parfois inatteignable jusqu'à rompre la formation. Il coupera au plus court par une trajectoire de rayon  $R_{ss}$ . La condition est que le rayon du cercle sur lequel se stabilisera le véhicule Follower est directement lié à la vitesse maximale du véhicule, car on doit avoir :  $\omega_{ss} = \omega^d$ .

#### Résultats de simulation

Les simulations suivantes sont réalisées avec une période d'échantillonnage  $T_k = 1s$  et pour le calcul de 120 trajectoires optimales. Les paramètres de simulations sont regroupés dans le tableau (4.2); où  $v_{lead}$  et  $R_{lead}$  représentent respectivement la vitesse et le rayon de la trajectoire du véhicule Leader, de même  $v_{foll}$  et  $R_{foll}$  pour le véhicule Follower, puis  $v_{des}$  et  $R_{des}$  la vitesse et le rayon désirés pour le véhicule Follower, enfin  $l_{ij}$  et  $\gamma_{ij}$  la distance et l'angle séparant les robots Leader et Follower.

TAB. 4.2 – Récapitulatif des paramètres de simulations

		Fig.(4.12)	Fig.(4.13)	Fig.(4.14)
$v_{lead}$	(m/s)	1.5	1.2	1.2
$R_{lead}$	(m)	10	10	10
$v_{des}$	(m/s)	2.36	1.89	1.57
$R_{des}$	(m)	15.75	15.75	13.14
$v_{foll}$	(m/s)	1.5	1.5	1.5
$R_{foll}$	(m)	10	12.5	12.5
$l_{ij}$	(m)	7	7	4
$\gamma_{ij}$	(rd)	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$

Pour les figures (4.12(a)) et (4.12(b)), les véhicules Leader et Follower ont la même vitesse (1.5m/s). En rouge, la trajectoire du robot Leader, en vert les positions désirées du robot Follower. On peut remarquer que le robot Follower ne suit pas la trajectoire désirée afin de pouvoir récupérer son retard sur la position qu'il doit atteindre. La vitesse désirée du robot Follower est beaucoup plus élevée que sa vitesse maximale.



FIG. 4.12 – Vitesse Leader  $v_{lead}$  égale à la vitesse Follower  $v_{foll}$ 

Pour les figures (4.13(a)) et (4.13(b)), le véhicule Follower a une vitesse supérieure au véhicule Leader. On peut remarquer que le robot Follower ne suit pas la trajectoire désirée afin de pouvoir récupérer son retard sur la position qu'il doit atteindre. La vitesse désirée du robot Follower est plus élevée que sa vitesse maximale.



FIG. 4.13 – Vitesse Leader  $v_{lead}$  inférieure à la vitesse Follower  $v_{foll}$ 

Pour les figures (4.14(a)) et (4.14(b)), le véhicule Follower a une vitesse supérieure au véhicule Leader et nous avons diminué la distance séparant les deux robots. On peut remarquer, cette fois-ci, que le robot Follower suit la trajectoire désirée, la vitesse désirée est quasiment égale à sa vitesse maximale.



FIG. 4.14 – Vitesse Follower  $v_{foll}$  égale à la vitesse désirée  $v_{des}$ 

#### 4.4.4 Génération de trajectoires Leader-Follower en boucle ouverte

Nous allons simuler la génération de trajectoires d'un robot Follower naviguant en formation avec un robot Leader. Nous prenons, par exemple, une trajectoire en "ligne droite" pour le véhicule Leader. Le véhicule Follower doit respecter l'angle  $\gamma_{ij} = \pi/4$  et la distance  $L_{ij} = 5m$ .

Nous prenons une période d'échantillonnage  $T_k = 1s$  pour le calcul de 20 trajectoires. Les conditions initiales sont les suivantes :

$$\begin{array}{rcl} x(0) &=& 0 \\ y(0) &=& 0 \\ \psi(0) &=& \pi/2 \\ v(0) &=& 0 \\ r(0) &=& 0 \end{array}$$

Nous imposons également les saturations suivantes :

$$\begin{aligned} |v_{max}| &\leq 0.2m/s \\ |r_{max}| &\leq 0.5rd/s \\ |\delta_{max}| &\leq \pi/6 \end{aligned}$$

Sur la figure (4.15) est représentée en rouge la trajectoire du véhicule Leader, en vert la trajectoire désirée du véhicule Follower, en multicolore la trajectoire du véhicule Follower et en pointillés toutes les trajectoires calculées.

Les figures (4.16) et (4.17) montrent la trajectoire, le cap et les vitesses de la torpille pour la génération de trajectoires du robot Follower en boucle ouverte. Nous pouvons constater que les différentes courbes ont la même allure, mais que le système diverge de la valeur désirée au cours du temps.

#### 4.4.5 Génération de trajectoires Leader-Follower en boucle fermée

Nous réalisons maintenant la même génération de trajectoires que précédemment, mais cette fois-ci en boucle fermée. Le véhicule Follower doit respecter la formation géométrique suivante : un angle  $\gamma_{ij} = \pi/4$  et une distance  $L_{ij} = 5m$ .

Nous prenons une période d'échantillonnage  $T_k = 1s$  pour le calcul de 20 trajectoires. Les conditions initiales ainsi que les saturations sont identiques au paragraphe précédent. Les figures (4.18) et (4.19) montrent la trajectoire, le cap et les vitesses de la torpille pour la génération de trajectoires du robot Follower en boucle ouverte. Nous pouvons constater que les différentes courbes ont la même allure, mais que le système diverge de la valeur désirée au cours du temps.

La figure (4.20) nous montre la trajectoire du véhicule Follower en boucle ouverte en tirets, celle en boucle fermée en pointillés ainsi que sa trajectoire désirée.

# 4.5 Conclusion

D'après les différents résultats de simulation, nous pouvons être satisfait du schéma de commande à 2 ddl : de la génération de trajectoire mais également de la commande en boucle fermée. De plus, la démonstration de la convergence de la trajectoire nous permet d'envisager le fait que le véhicule Follower a peu de chance de rompre la formation géométrique.

Pour la suite des travaux, il serait intéressant d'inclure dans le processus de génération de trajectoires le maintien du lien de communication acoustique ainsi que l'évitement d'obstacles. Concernant ce dernier point, nous pourrions envisager d'utiliser la méthode de la DVZ (Deformable Virtual Zones) de (Zapata et al., 2004).



FIG. 4.15 – Trajectoires Leader-Follower (Boucle Ouverte)



FIG. 4.16 – Trajectoires et cap de la torpille (boucle ouverte)



FIG. 4.17 – Vitesses de la torpille (boucle ouverte)



FIG. 4.18 – Trajectoires et cap de la torpille (boucle fermée)



FIG. 4.19 – Vitesses de la torpille (boucle fermée)



FIG. 4.20 – Comparaison des différentes trajectoires obtenues

# Conclusion générale et perspectives

Dans ce manuscrit, nous avons abordé le thème de la coordination d'une flottille de véhicules sous-marins autonomes. Une loi de commande en régime glissant d'ordre supérieur pour le plan d'immersion du véhicule H160, ainsi qu'une stratégie de commande coordonnée décentralisée pour deux torpilles sont les principales contributions de cette thèse. Ces contributions ont été établies dans un cadre d'étude spécifié nous permettant ainsi de proposer des bases solides sur lesquelles s'appuyer pour aborder les recherches sur la thématique, à la fois vaste et complexe, des systèmes multi-robots sous-marins.

Dans un premier temps, nous avons proposé une synthèse de la modélisation d'un véhicule sous-marin autonome de type torpille. Puis, nous avons détaillé les modèles linéarisés dans le plan horizontal et vertical du robot H160, ainsi que les hypothèses prises en compte pour établir ces modèles.

A partir de cette modélisation, nous avons décrit la loi de commande actuelle du véhicule H160. Ce contrôle est basé sur le principe des régimes glissants d'ordre un. Nous avons comparé les résultats de simulation aux résultats d'expérimentations en mer. Le simulateur ne donne pas exactement les mêmes résultats, cependant il fournit une bonne indication du comportement réel du véhicule. Puis, afin d'améliorer les performances générales de la torpille, nous avons proposé une nouvelle loi de commande. Nous avons établi une loi en régime glissant du second ordre pour le plan de plongée du véhicule. Ce contrôle permet à l'engin de plonger avec un angle de tangage quasi nul. Nous constatons que les résultats de simulation sont très prometteurs, ils réduisent effectivement le phénomène de réticence agissant sur les gouvernes de plongée conformément aux propriétés des lois de commande en régime glissant d'ordre supérieur. La torpille reste cependant légèrement lente pour plonger, mais un ajustement plus fin des gains de la commande devrait permettre de rectifier ce problème. Si nous comparons les résultats de notre nou-

velle loi de commande par rapport aux résultats de simulation et d'expérimentations en mer du contrôle actuel du robot H160, nous pouvons constater une forte diminution du chattering.

Enfin, nous avons proposé une stratégie de commande pour la coordination d'une flottille de véhicules sous-marins autonomes. Nous avons limité notre étude au plan horizontal et à une flottille composée de deux véhicules évoluant à vitesse constante, sachant que notre méthode peut s'étendre à N engins. Nous avons basé nos travaux sur une commande décentralisée reposant sur le principe Leader-Follower. Pour cela, nous avons utilisé un générateur de trajectoires fournissant à chaque instant un chemin faisable pour les véhicules tout en les maintenant dans une formation géométrique donnée. De plus, une commande à retour d'état nous a permis de garder les engins sur leur trajectoire. Nous avons démontré la convergence de la trajectoire calculée du véhicule Follower par rapport au véhicule Leader lors d'un virage ou d'un demi-tour. Finalement, nous avons comparé les résultats de simulation d'une génération de trajectoires pour le véhicule Follower, contraint d'évoluer dans une formation géométrique donnée, en boucle ouverte et en boucle fermée. Ces résultats nous ont montré la convergence de la trajectoire calculée en boucle fermée.

Pour la suite de nos travaux, il serait intéressant d'implémenter la nouvelle loi de commande en régime 2-glissant dans l'AUV que nous avons développé. Nous pourrions ainsi vérifier les résultats de simulation. Il serait également pertinent, au vu des résultats, d'actualiser les paramètres hydrodynamiques du modèle de la torpille dans le simulateur, afin d'obtenir un comportement plus proche de la réalité.

Concernant la proposition de stratégie de coordination de flottilles, tester expérimentalement les résultats théoriques et de simulations obtenus est toujours notre objectif. Pour cela, nous pourrions envisager de procéder pas à pas. Par exemple, une première étape d'expérimentations en mer consisterait à utiliser une seule torpille en tant que véhicule Follower. Cet engin aurait pour objectif de vérifier la génération de trajectoires réalisée en simulation. Puis, toujours avec une seule torpille comme véhicule Follower, une deuxième phase permettrait de valider la génération de trajectoires en temps réel. Le véhicule Leader serait alors le bateau à moteur équipé d'un modem acoustique et d'une centrale inertielle. Enfin, nous pourrions penser à coordonner de deux véhicules, en ne perdant pas de vue qu'il faudra faire évoluer la logistique (transport des torpilles, opérations de mise à l'eau et de récupération, surveillance,...) en conséquence. Du point de vue théorique, il serait intéressant d'ajouter à la fonction coût lors de la génération de trajectoires l'évitement d'obstacles et le maintien du lien de communication acoustique. Concernant ce dernier point, la modélisation d'un canal acoustique est sans doute une solution à envisager. Pour garantir la continuité de ce canal, le niveau du signal du capteur acoustique pourrait être utilisé pour éviter le risque de rupture de communication.

# **Publications**

#### Soumission

1. Spiewak J.M., Jouvencel B., Fraisse P., "H160 : A shallow water AUV dedicated to submarine freshwater springs surveys", JFR : Journal of Fields Robotics, 2007

#### **Conférences internationales**

- Spiewak J.M., Jouvencel B., Fraisse P., "A New Design of AUV for Shallow Water Applications : H160", ISOPE'06 : International Offshore and Polar Engineering, San Francisco, California, 28 Mai - 2 Juin 2006
- Salgado-Jimenez T., Spiewak J.M., Fraisse P., Jouvencel B., "A Robust Control Algorithm for AUV : Based on a High Order Sliding Mode", OCEANS'04 : MTS/IEEE International Conference, Kobe, Japan, 9-12 Novembre 2004

#### **Conférences nationales**

- Spiewak J.M., Jouvencel B., Fraisse P., Lapierre L., "H160 : un véhicule sous-marin autonome dédié à l'exploration des eaux peu profondes", CMM'06 : Caractérisation du Milieu Marin, Brest, France, 16-19 Octobre 2006
- Spiewak J.M., Jouvencel B., Fraisse P., "Les Robots Sous-Marins Autonomes", Doctiss'06 : Conférence de l'Ecole Doctorale "Information, Structures et Systèmes", Montpellier, France, 13 avril, 2006

# Bibliographie

- Alt, C. V. (2003). Autonomous underwater vehicles. In Workshop report of Autonomous and Lagragian Platforms and Sensors (ALPS), La Jolla, California.
- Aucher, M. (1981). Dynamique des sous-marins. Technical Report 55, Sciences et Techniques de l'Armement.
- Baccou, P., Jouvencel, B., Creuze, V., and Rabaud, C. (2001). Cooperative positioning and navigation for multiple auv operations. In *Proceedings of IEEE OCEANS'01*, Honolulu, Hawaii, USA.
- Bakalowicz, M., Fleury, P., Jouvencel, B., Promé, J.-J., Becker, P., Carlin, T., Dörfilger, N., Seidel, J.-L., and Sergent, P. (2003). Coastal karst aquifers in mediterranean regions. 2. a methodology for exploring, exploiting and monitoring submarine springs. In *Proceedings of TIAC'03*, Alicante, Spain.
- Bartolini, G., Punta, E., and Usai, E. (1998). Tracking control of underwater vehicles including thruster dynamics by second order sliding mode control. In *Proceedings of MTS/IEEE OCEANS'98*, Nice, France.
- Bhattacharya, R. (2006). Optragen, a matlab toolbox for optimal trajectory generation. Technical Report 1, Aerospace Engineering Department, Texas University.
- Caccia, M., Indiveri, G., and Verrugio, G. (2000). Modeling and identification of openframe variable configuration unmanned underwater vehicles. *IEEE Journal of Ocea*nic Engineering, 25(2):227–240.
- Cristi, R., Papoulias, F. A., and Healey, A. J. (1990). Adaptive sliding mode control of autonomous undervater vehicles in the dive plane. *IEEE Journal of Engineering*, 15(3):152–160.
- Danson, E. (2002). The economics of scale : using AUVs for wide-area hydrographic survey

and ocean data acquisition. In *Proceedings of FIG XXII International Congress*, Washington, D.C. USA.

- Edwards, C. and Spurgeon, S. K. (1998). *Sliding mode control : theory and applications*. Taylor & Francis.
- Emel'yanov, S. V., Korovin, S. V., and Levantovsky, L. V. (1986). Drift algorithm in control of uncertain processes. *Problems on control and information theory*, 15(6):425–438.
- Farinelli, A., Iocchi, L., and Nardi, D. (2004). Mutirobot systems : a classification focused on coordination. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics - Part B : Cybernetics*, 34(5) :2015–2028.
- Fiorelli, E., Leonard, N., Bhatta, P., and Paley, D. (2004). Multi-auv control and adaptive sampling in monterey bay. In Workshop of IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles, Sebasco, Maine, USA.
- Fletcher, B. (2001). Chemical plume mapping with an autonomous underwater vehicle. In *Proceedings of OCEANS'01*, Honolulu, Hawaii.
- Fleury, P. (2005). Sources sous-marines et aquifères karstiques côtiers méditerranéens -Fonctionnement et caractérisation. PhD thesis, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie.
- Floquet, T. (2000). Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur. PhD thesis, Université des sciences et techniques de Lille.
- Fossen, T. I. (1994). Guidance and control of ocean vehicles. John Wiley & Sons Ltd.
- Fraga, S. L., Sousa, J. B., and Pereira, F. L. (2003). User-assisted trajectory generation for underwater vehicles. In *Proceedings of OCEANS'03*, San Diego, California.
- Fraisse, P., GilPinto, A., Zapata, R., Perruquetti, W., and Divoux, T. (2005). Stratégie de commande collaborative pour des réseaux de robots. In JNRDM'05 : Journées Nationales du Réseau Doctoral de Microélectronique, Guidel, France.
- Ghabcheloo, R., Aguiar, A., Pascoal, A., Sil, C., and Kam, I. (2006). Coordinated pathfollowing control of multiple underactuated autonomous vehicles in the presence of communication failure. In *Proceedings of CDC'06*, San Diego, California, USA.
- Gil-Pinto, A., Fraisse, P., and Zapata, R. (2005). A decentralized adaptive trajectory planning approach for a group of mobile robots. In *Proceedings of TAROS'05*, London, England.
- Gil-Pinto, A., Fraisse, P., and Zapata, R. (2006). A decentralized algorithm to adaptive trajectory planning for a group of nonholonomic mobile robots. In *Proceedings of*

the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Beijing, China.

- Healey, J. and Lienard, D. (1993). Multivariable sliding mode control of autonomous diving and steering undervater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 18(3).
- Inanc, T., Shadden, S. C., and Marsden, J. E. (2005). Optimal trajectory generation in ocean flows. In *Proceedings of American Control Conference*, Portland, Orego.
- Jalving, B. (1994). The NDRE AUV flight control system. *IEEE Journal of Oceanic* Engineering, 24(4):497–501.
- Kemp, M., Hobson, B., Meyer, J., and Moody, R. (2002). Masa : a multi-auv underwater search and data acquisition system. In *Proceedings of OCEANS'02*, Biloxi, Mississippi, USA.
- Khalil, W. and Dombre, E. (1999). *Modélisation, Identification et commande des robots.* Hermès Science.
- Kojima, J., Kato, Y., Asakawa, K., and Kato, N. (1998). Experimental results of autonomous underwater vehicle aqua explorer 2 for inspection of underwater cables. In *Proceedings of MTS/IEEE OCEANS'98*, Nice, France.
- Lapierre, L. and Soetanto, D. (2007). Nonlinear path following control of an AUV. Ocean Engineering, 34(11) :1734–1744.
- Levantovsky, L. V. (1985). Second order sliding algorithms : their realization. Dynamics of heterogeneous systems - Institute for systems studies - Moscow, pages 32–43.
- Ludvigsen, M., Ellingsen, I., Odegaard, O. T., and Sortland, B. (2003). Model supported auv freshwater distribution surveys in the upper layers of deep fjords. In *Proceedings* of OCEANS'03, San Diego, California.
- Lurton, X. (1998). Acoustique sous-marine : présentations et applications. Ed. IFREMER.
- Martin, P. (1992). Contribution à l'étude des systèmes différentiellement plats. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Martins, A., Almeida, J., and Silva, E. (2003). Coordinated maneuver for gradient search using multipe auvs. In *Proceedings of OCEANS'03*, San Diego, California.
- Martins-Encarnacao, P. M. (2002). Nonlinear path following control system forocean vehicles. PhD thesis, Université Technique de Lisbonne.
- Michel, J.-L. and Duranton, R. (1991). Etat de l'art des véhicules sous-marins autonomes, verrous technologiques. *Ifremer - Actes de colloques*, 12 :367–378.
- Okamoto, A., Feeley, A., Edwards, J., and Wall, D. (2004). Robust control of a platoon of auvs. In *Proceedings of MTS/IEEE TECHNO-OCEAN'04*, Kobe, Japan.

- Orca (1999). Télétransmission acoustique pour auvs côtiers manuel utilisateur. Technical report, ORCA instrumentation.
- Pararas-Carayannis, G. (1976). Turtle : A revolutionary submarine. Sea Frontiers, 22(4) :234.
- Pascoal, A., Vi, B., Gt, C., Fre, D., and Drt, F. (2000). Robotic ocean vehicles for marine science applications : the european asimov project. In *Proceedings of OCEANS'00*, Rhode Island, Providence, USA.
- Perruquetti, W. and Barbot, J. (2002). *Sliding mode control in engineering*. Marcel Dekker, Inc.
- Prestero, T. (2001). Verification of a six degree of freedom simulation model for the remus autonomous underwater vehicle.
- Ramos, P., Cruz, N., Matos, A., Neves, M. V., and Pereira, F. L. (2001). Monitoring an ocean outfall using an auv. In *Proceedings of OCEANS'01*, Honolulu, Hawaii.
- Rodrigues, L., Tavares, P., and Prado, M. (1996). Sliding mode control of an auv in the diving and steering planes. In *Proceedings of OCEANS'96*, Fort Lauderdale, Florida.
- Rolfes, S. and Rendas, M. (2004). Statistical snakes : robust tracking of benthic contours under varying background. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan.
- Rudnick, D., Davis, R., Eriksen, C., Fratantoni, D., and Perry, M. J. (2004). Underwater gliders for ocean research. *Marine Technology Society Journal*, 38(2):48–59.
- Salgado-Jimenez, T. (2004). Contribution à la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille. PhD thesis, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.
- Santos, A. S. (1995). Contribution à la conception des sous-marins autonomes : architecture des actionneurs, architecture des capteurs, et commandes référencées capteurs.
  PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Sauter, E. J., Schlüter, M., Sedyn, P. L., Fraser, N., and Fogt, P. (2003). Auv multitechnique surveying of submarine freshwater seeps. Sea Technology Magazine, 44(3):49–52.
- Schultz, B., Hobson, B., Kemp, M., and Meyer, J. (2003). Field results of multi-uuv missions using ranger micro-uuvs. In *Proceedings of OCEANS'03*, San Diego, California, USA.
- Slotine, J. E. and Li, W. (1991). Applied nonlinear control. Prentice Hall.

- SNAME (1950). Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical and research bulletin no. 1-5, The Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- Spiewak, J., Jouvencel, B., and Fraisse, P. (2006a). A new design of auv for shallow water applications : H160. In *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference*, San Franscico, California, USA.
- Spiewak, J., Jouvencel, B., Fraisse, P., and Lapierre, L. (2006b). H160 : un véhicule sous-marin autonome dédié à l'exploration des eaux peu profondes. In *Proceedings* of CMM'06 (Caractérisation du Milieu Marin), Brest, France.
- Stilwell, D. J. (2002). Decentralized control synthesis for a platoon of autonmous vehicles. In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington, DC, USA.
- Utkin, V. I. (1992). Sliding modes in control optimization. Ed. Springer-Verlag.
- Vaganay, J., Jouvencel, B., Baccou, P., and Creuze, V. (2001). The odyssey of taipan exploring the ocean at goats 2000. In *Proceedings of GOATS'01*, La Spezia, Italy.
- van Nieuwstadt, M. J. and Murray, R. M. (1998). Real-time trajectory generation for differentially flat systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8(11):995–1020.
- Yoon, J., Park, Y., Oh, W., Kim, K., and Cho, H. (1998). Underwater wall climbing robot for decontamination of nuclear research reactors. In *Proceedings of World Automation Congress*, Anchorage, Alaska, USA.
- Zapata, R., Cacitti, A., and Lepinay, P. (2004). Dvz-based collision avoidance control of non-holonomic mobile manipulators. *Journal européen des systèmes automatisés*, 38(5):559–588.
- Ziani-Cherif, S. (1998). Contribution à la modélisation, l'estimation des paramètres dynamiques et la commande d'un engin sous-marin. PhD thesis, Ecole Doctorale -Sciences pour l'ingénieur de Nantes.

# $\underset{\text{Annexe}}{\textbf{Annexe}} \textbf{A}$ Le véhicule H160

# A.1 Description

Le robot autonome sous-marin **H160** a été développé en collaboration par la société Eca-Hytec et par le Lirmm. C'est un véhicule de type torpille de petite taille et de faible coût dédié aux applications en eaux peu profondes, jusqu'à 160 mètres (Spiewak et al., 2006b). Le véhicule mesure 1,80m de long pour un diamètre de 20cm et un poids de 50kg (Fig.A.1). Grâce à sa petite taille, les essais en mer demandent une logistique réduite au minimum à 2 personnes et un bateau à moteur. Le prototype est capable de réaliser une mission d'au moins 3 heures tout en maintenant sa vitesse à 3 noeuds. Sa flottabilité positive permet à la torpille de remonter à la surface après chaque fin de mission. Elle possède un propulseur arrière, une paire de gouvernes de cap et 2 paires de gouvernes de plongée situées à l'avant et à l'arrière du véhicule. Le véhicule **H160** est alimenté par une batterie 48V/16Ah de type NiMH, dispose d'un moteur à courant continu 230W et de 4 servomoteurs 30N.cm pour le contrôle des gouvernes.

La capacité de la torpille à plonger de la surface tout en maintenant son angle de tangage quasi nul, grâce à sa paire de gouvernes de plongée avant, constitue la principale caractéristique de cet engin.

D'un point de vue matériel, ce robot dispose :

- Carte PC embarquée à base de Pentium III cadencé à 1.26 GHz
- Carte Wifi à 11 Mbits/s
- Carte Radio longue distance travaillant à 869.4 MHz
- Recalage en surface par GPS
- Mesure de la profondeur grâce à 2 capteurs de pression



FIG. A.1 – Vue générale du H160

- Mesure des angles d'inclinaison à l'aide d'un inclinomètre TCM2 et d'un magnétomètre 3 axes
- Loch Doppler RDI (mesure des vitesses linéaires par rapport au fond ou à l'eau)
- Modem acoustique de portée 2-3 km à 100 bits/s
- Mesure de la distance au fond à l'aide de 3 sondeurs (Murata).
- Sonar latéral
- Caméra digitale
- Capteur CTD (Conductivity Temperature Depth)
- Récupération en cas de perte à l'aide d'un goniomètre détectant la direction de signaux ultrasonores émis par un pinger fixé à l'arrière du véhicule

# A.2 Modèles numériques

Les modèles sont calculés pour une vitesse  $V_S = 1.5m/s$ .

### A.2.1 Modèle en cap

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}V_S & c_{12}V_S & 0 \\ c_{21}V_S & c_{22}V_S & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1V_S^2 \\ d_2V_S^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c$$
(A.1)

TAB. A.1 – Paramètres géométriques

Coefficients	$c_{11}$	$c_{12}$	<i>c</i> <sub>21</sub>	$c_{22}$	$d_1$	$d_2$
Valeurs	-0.188	-0.328	-1.041	-0.533	0.208	-0.583

# A.2.2 Modèle en immersion

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}V_S & a_{12}V_S & 0 & 0 \\ a_{21}V_S & a_{22}V_S & a_{23}V_S & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_{43}V_S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}V_S^2 & b_{12}V_S^2 \\ b_{21}V_S^2 & b_{22}V_S^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{iav} \\ \delta_{iar} \end{bmatrix}$$
(A.2)

TAB. A.2 – Paramètres géométriques.

Coefficients	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>12</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>	$a_{23}$	a <sub>43</sub>	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{21}$	$b_{22}$
Valeurs	-0.188	0.328	1.042	-0.554	-0.248	1.50	0.044	-0.088	-0.293	-0.583

# A.3 Loi de commande

# A.3.1 En cap

$$\delta_c = k_1 v + k_2 r + \eta_c tanh\left(\frac{S_1 v + S_2 r + S_3(\psi - \psi_d)}{\phi}\right) \tag{A.3}$$

TAB. A.3 – Paramètres géométriques.

Coefficients	$k_1$	$k_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$\eta_c$	$\phi$
Valeurs	-2.76	0.58	0.57	0.44	0.68	3.19	0.1

## A.3.2 En immersion

$$\delta_i = k_{11}v + k_{12}r + k_{13}\theta + \eta_i tanh\left(\frac{S_{11}w + S_{12}q + S_{13}\theta + S_{14}(z - z_d)}{\phi}\right)$$
(A.4)

IMD. II. I I drametres geometriques.									
Coefficients	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$	$S_{11}$	$S_{12}$	$S_{13}$	$S_{14}$	$\eta_i$	$\phi$
Valeurs	3.40	-2.99	-3.78	-0.25	1	2.89	-0.88	5.16	0.1

TAB. A.4 – Paramètres géométriques.

#### A.3 Loi de commande

# $\underset{\text{Annexe}}{B}$

# **B.1** Optimisation

En mathématiques, l'optimisation est l'étude des problèmes qui sont de la forme suivante : soit une fonction  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  d'un ensemble A dans l'ensemble des nombres réels, on recherche un élément  $x_0$  de A tel que  $f(x_0) \ge f(x)$  pour tous les x en A (maximisation) ou tel que  $f(x_0) \le f(x)$  pour tous les x en A (minimisation). Il arrive fréquemment que A soit spécifié par un ensemble de contraintes, d'égalités ou d'inégalités que les éléments de A doivent satisfaire. Les éléments de A sont appelés les solutions admissibles et la fonction f est appelée fonction objectif (ou encore fonction coût). Une solution possible qui maximise (ou minimise) la fonction objectif est appelée une solution optimale.

<u>Notation</u> Les problèmes d'optimisation sont souvent exprimés de la façon suivante :

$$\min_{x \in \mathbb{R}} f(x)$$

<u>Techniques</u> Les techniques pour résoudre les problèmes mathématiques dépendent de la nature de la fonction objectif de l'ensemble contraint. Parmi les sous-domaines majeurs existant, nous pouvons citer :

- la programmation linéaire étudie les cas où l'ensemble A est défini par des égalités ou des inégalités linéaires,
- la programmation non linéaire étudie le cas général dans lequel l'objectif et/ou les contraintes contiennent des parties non linéaires.
- la programmation quadratique permet à la fonction objectif d'avoir des termes quadratiques tout en conservant une description de l'ensemble A à partir des égalités ou des inégalités linéaires,

 la programmation stochastique étudie le cas dans lequel certaines des contraintes dépendent de variables aléatoires,

# B.2 Programmation non linéaire

En mathématiques, la programmation non linéaire est le processus de résolution d'un système d'égalités ou d'inégalités, appelées contraintes, pour un jeu de variables réelles inconnues, ainsi qu'une fonction objectif qui doit être maximisée ou minimisée, et où les contraintes et la fonction objectif sont non linéaires.

# B.3 Contrôle Optimal

La commande qui minimise une fonction objectif particulière est appelé Commande Optimale. Le contrôle optimal est basé sur le fait de trouver une loi de commande pour un système donné de telle sorte qu'un critère d'optimalité soit atteint.

D'une façon plus générale, soit un système dynamique avec son entrée u(t), sa sortie y(t) et son état x(t), nous pouvons définir une fonction coût que l'automaticien doit être capable de minimiser. Cette fonction coût prend la forme d'une intégrale à laquelle on ajoute des conditions initiales et finales :

$$\min_{x(t),u(t)} J = \Phi_i(x(t_0), u(t_0), t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \Phi_t(x(t), u(t), t) dt + \Phi_f(x(t_f), u(t_f), t_f)$$
(B.1)

où  $t_0$  est le temps initial et  $t_f$  le temps final.

Dans la plupart des cas, le système dynamique et les contraintes sont trop compliqués pour minimiser la fonction coût analytiquement, donc des algorithmes numériques sont utilisés pour obtenir une solution. Pour résoudre les problèmes de contrôle optimal numériquement, ils sont habituellement transformés en problèmes de programmation non linéaire.

# B.4 Génération de trajectoires

D'une manière générale en robotique, pour optimiser une trajectoire, on procède de la façon suivante :

- On utilise la platitude du système pour diminuer le nombre de variables mises en jeu dans la résolution du problème,
- On passe d'un problème de contrôle optimal à un problème de programmation non linéaire en réalisant une paramétrisation de splines.

- Le résultat de ce passage est une fonction  $co\hat{u}t$  et une fonction *contrainte* avec des contraintes initiales, finales et sur la trajectoire,
- Ces fonctions sont ensuite interprétées par n'importe quel logiciel résolvant les problèmes de programmation non linéaire.

# B.5 Platitude d'un système

#### B.5.1 Définition

Un système est plat si on peut trouver un jeu de sorties (égale en nombre au nombre d'entrées) de telle sorte que tous les états et les entrées peuvent être déterminés à partir de ces sorties sans intégration.

Plus rigoureusement, (Martin, 1992) nous donne la définition suivante : soit un système, avec ses états  $x \in \mathbb{R}^n$ , ses entrées  $u \in \mathbb{R}^m$  et ses sorties  $y \in \mathbb{R}^m$ , de la forme :

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$y = g(x, u)$$
(B.2)

On dira que le système (B.2) est plat si on peut trouver une application  $y = h(x, u, \dot{u}, ..., u^{(k)})$ , appelée sortie plate, dépendant de l'état x et d'un nombre fini de dérivées de la commande u et dont les composantes sont "différentiellement indépendantes", telle qu'on puisse exprimer x et u en fonction de y et d'un nombre fini de ses dérivées :

$$x = A(y, ..., y^{(l)}) u = B(y, ..., y^{(l)})$$

On peut ainsi calculer les trajectoires du système (B.2) à partir de y sans intégrer d'équations diférentielles, comme les composantes de y sont libres, n'importe quel choix de y = y(t) détermine une trajectoire (x(t), y(t)).

Aussi, d'après (van Nieuwstadt and Murray, 1998), les systèmes différentiellement plats sont utiles dans les cas où une génération de trajectoires explicite est nécessaire. Parce que le comportement des systèmes plats est déterminé par les sorties plates, nous pouvons planifier les trajectoires dans l'espace de sortie, et puis les établir aux entrées appropriées.

Plus concrètement, utiliser les propriétés de platitude d'un système revient à diminuer la complexité du problème en termes du nombre de contraintes dû à la dynamique du système et du nombre de trajectoires nécessaires pour définir le problème, d'où un gain du temps de calcul non négligeable.

#### B.5.2 Exemple

Prenons un exemple simple pour illustrer les propos du paragraphe précédent. Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_3 - x_2 u \\ \dot{x_2} = -x_2 + u \\ \dot{x_3} = x_2 - x_1 + 2x_2(u - x_2) \end{cases}$$
(B.3)

Posons, par exemple :

$$y_1 = x_1 + \frac{x_2^2}{2}$$
  

$$y_2 = \dot{y}_1 = (x_3 - x_2u) + x_2(u - x_2)$$
  

$$y_3 = \dot{y}_2 = \ddot{y}_1 = x_2 - x_1 + 2x_2(u - x_2) - 2x_2(u - x_2) = -x_1 + x_2$$
  

$$v = \dot{y}_3 = y_1^{(3)} = -x_3 + x_2u + u - x_2 = -x_2 - x_3 + u(1 + x_2)$$

où la commande u apparaît à la 3ème dérivation.

Il vient alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{y_1} \\ \dot{y_2} \\ \dot{y_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v$$
(B.4)

 $y_1$  est alors une sortie plate. En effet, cette variable permet de paramétrer toutes les trajectoires du système. C'est à dire que  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  et u s'écrivent au moyen de  $y_1$ ,  $\dot{y_1}$ ,  $\ddot{y_1}$  et  $y_1^{(3)}$ .

Pour calculer  $x_1$  on résout l'équation :  $x_1^2 + 2x_1(1 + \ddot{y}_1) + \ddot{y}_1^2 - 2y_1 = 0$ . La solution est :

$$x_1 = -(1 + \ddot{y}_1) + \sqrt{1 + 2(y_1 + \ddot{y}_1)}$$

ensuite, 
$$x_2 = \ddot{y_1} + x_1$$
  
puis,  $x_3 = \dot{y_1} + \ddot{y_1}^2 + 2x_1\ddot{y_1} + x_1^2$   
enfin,  $u = \frac{y_1^3 + \ddot{y_1}^2 + \ddot{y_1} + \dot{y_1} + x_1 + 2x_1\ddot{y_1} + x_1^2}{1 + x_1 + \ddot{y_1}}$ 

Certes, le système final est plus simple. Cependant, les équations des trajectoires sont assez complexes.

# Annexe C

# Les quadratures de Gauss

Il existe différentes méthodes d'intégration numérique, comme par exemple, la méthode des trapèzes, ou encore la formule de Simpson. Cependant, OPTRAGEN emploie les quadratures de Gauss, et en particulier, la méthode de Gauss-Legendre.

Les formules des quadratures de Gauss cherchent à obtenir la meilleure estimation numérique d'une intégrale en choisissant les abscisses optimum  $x_i$  pour évaluer f(x). Le théorème des quadratures de Gauss dit que les abscisses optimum du point m des quadratures de Gauss sont précisément les racines des polynômes orthogonaux pour un même intervalle et une fonction coût. Les quadratures de Gauss sont optimum car elles satisfont tous les polynômes jusqu'au degré 2m exactement. Une approche légèrement moins optimale est obtenue avec les quadratures de Radau et celles de Laguerre. Si le fonction coût choisie est 1 et l'intervalle [-1, 1], alors les polynômes de Legendre sont les fonctions orthogonales où leurs racines correspondent aux solutions de Gauss.

Les méthodes de quadrature sont des approximations de la valeur numérique d'une intégrale. En général, on remplace le calcul de l'intégrale par une somme pondérée prise en certain nombre de points du domaine d'intégration. La méthode de quadrature de Gauss est une méthode de quadrature exacte pour un polynôme de degré 2n - 1 avec n points pris sur le domaine d'intégration. Si ce dernier est (a, b), les méthodes sont de la forme :

$$I = \int_{a}^{b} f(x)\varpi(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} w_{i}f(x_{i})$$

où  $\varpi(.)$  est une fonction de pondération sur (a, b), qui peut assurer l'intégrabilité de f. Les  $w_i$  sont appelés les coefficients de quadrature. Les points  $x_i$  ou noeuds sont les racines de polynômes orthogonaux, choisis conformément au domaine d'intégration et à la fonction de pondération. Le domaine d'intégration et la fonction de pondération déterminent le type de quadrature de Gauss. Le tableau ci-dessous les situations les pus communes.

Domaine d'intégration	Fonction de pondération	Polynômes orthogonaux
(a,b)	$\varpi(x)$	Nom de la quadrature
[-1,1]	1	Legendre
] - 1, 1[	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	Tchebychev
$\mathbb{R}^+$	$e^{-x}$	Laguerre
R	$e^{-x^2}$	Hermite

TAB. C.1 – Principales configurations de quadrature de Gauss

Une fois le type de quadrature choisi, la formule à n points s'écrit :

$$I(f) = \sum_{i=1}^{n} w_i f(x_i)$$

Les noeuds sont déterminés comme les n racines du n ème polynome orthogonal associé à la formule de quadrature.
### **RESUME** :

Nos travaux concernent la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes de type torpille. La coopération de tels véhicules nous laisse envisager un gain de temps, d'énergie, de données ou encore d'espace exploré. À cette fin, nous proposons une nouvelle stratégie de contrôle pour coordonner une flottille de robots sous-marins. Nos recherches sont basées sur une commande décentralisée reposant sur le principe Leader-Follower. Nous utilisons un générateur de trajectoires fournissant à chaque instant un chemin faisable pour les véhicules les maintenant en formation, et une commande à retour d'état pour garder les engins sur leur trajectoire. Notre algorithme prend en compte les contraintes dynamiques et de vitesse de chaque robot. L'objectif de cette méthode est que chaque torpille trouve une trajectoire à temps minimal afin de minimiser le temps de déplacement. Des résultats de simulation et d'expérimentations en mer illustrent nos différentes études théoriques.

## TITLE :

Contribution to the coordination of autonomous underwater vehicles flotilla

## **ABSTRACT** :

Our researches are related to coordination of torpedo-shaped autonomous underwater vehicles flotilla. The cooperation of such vehicles can generate a gain of time, energy, data and exploring area. Indeed, we study the modelling and the control, based on classic sliding mode, of a torpedo-shaped autonomous underwater vehicle. We also present a new high order sliding mode control law in order to limit chattering phenomenon acting on actuators. Finally, we propose a new control strategy to coordinate a flotilla of underwater robots. Our works are based on a decentralized control that consists of Leader-Follower principle. We take advantage of a trajectory generator providing a feasible path for the vehicles and keeping them in group, and a feedback control law keeping the robots on their trajectories. The goal of this method is that each torpedo finds a minimal time trajectory in order to minimize the time of displacement. Some results of simulation and sea experiments illustrate our different theoretical suggestions.

### MOTS-CLES :

Véhicule sous-marin autonome, modélisation, régimes glissants classiques et d'ordre supérieur, flottille, coopération, optimisation, générateur de trajectoires

# **DISCIPLINE** :

Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

# LABORATOIRE :

Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM) UMR CNRS / Université Montpellier II, no. 5506 161, rue Ada – 34392 Montpellier Cedex 5 **ENTREPRISE :** ECA-HYTEC 501, rue Croix de Lavit – 34090 Montpellier