



HAL
open science

Essais sur les méthodes d'analyse des variations de la pauvreté

Florent Bresson

► **To cite this version:**

Florent Bresson. Essais sur les méthodes d'analyse des variations de la pauvreté. Sciences de l'Homme et Société. Université d'Auvergne - Clermont-Ferrand I, 2007. Français. NNT: . tel-00196851

HAL Id: tel-00196851

<https://theses.hal.science/tel-00196851>

Submitted on 13 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université d'Auvergne Clermont-Ferrand I
Faculté des Sciences Économiques et de Gestion
Centre National de la Recherche Scientifique
Centre d'Études et de Recherches sur le Développement International (CERDI)

Essais sur les méthodes d'analyse des variations de la pauvreté

Thèse Nouveau Régime
Présentée et soutenue publiquement le 11 Décembre 2007
Pour l'obtention du titre de Docteur en Sciences Économiques

Par
Florent BRESSON

Sous la direction de
M. le Professeur Jean-Louis COMBES

Membres du Jury :

Rapporteurs	Jean-Yves DUCLOS	Professeur à l'Université de Laval (CIRPÉE)
	Jean-Pierre LACHAUD	Professeur à l'Université Montesquieu (Centre d'Économie du Développement)
Suffragants	Jean-Louis ARCAND	Professeur à l'Université d'Auvergne (CERDI)
	Thibault GAJDOS	Chargé de recherche CNRS, Université Panthéon-Sorbonne (Centre d'Économie de la Sorbonne)
Directeur	Jean-Louis COMBES	Professeur à l'Université d'Auvergne (CERDI)

La réalisation de cette thèse doit beaucoup à un certain nombre de personnes auxquelles je tiens à manifester toute ma gratitude. Je remercie en premier lieu le Professeur Jean-Louis Combes pour la très grande confiance et le soutien sans faille qu'il a manifesté à mon égard durant les années de préparation de cette thèse de doctorat. Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance envers les membres du CERDI, qu'ils soient enseignants, chercheurs, administratifs ou étudiants, pour leur aide et leurs encouragements, ainsi que pour l'excellente atmosphère dans laquelle ils m'ont permis de travailler. Mes remerciements s'adressent aussi à l'ensemble des personnes que j'ai rencontré au cours de différents colloques et qui m'ont apporté beaucoup par leurs remarques et l'intérêt qu'ils ont exprimé pour mes travaux. Il me semble aussi important de ne pas oublier l'ensemble de la communauté des utilisateurs de logiciels libres, notamment ceux de R, pour les solutions qu'ils m'ont apportés aux multiples petits problèmes techniques que j'ai rencontré. Enfin, je remercie du plus profond du cœur mon épouse et mes parents pour la confiance et l'amour qu'ils m'ont témoigné durant ces dernières années, ainsi que la patience qu'ils ont su conserver pendant cette longue période.

Sommaire

Introduction générale	1
1 Des différentes techniques d'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté	15
2 De l'importance des formes fonctionnelles utilisées pour l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté sur données groupées	75
3 Des élasticités inégalités de la pauvreté	133
4 De l'importance des préférences éthiques pour l'estimation des contributions de la croissance et des inégalités aux variations observées de la pauvreté	167
Bibliographie	227
Table des matières	243
Liste des tableaux	247
Liste des figures	249

EN SEPTEMBRE 2000, l'ensemble des États membres de l'Organisation des Nations Unies ont adopté un texte, la Déclaration du Millénaire, destiné à afficher leur volonté de construire « un monde plus pacifique, plus prospère et plus juste ». Au premier rang des objectifs fixés dans cette déclaration, on trouve l'objectif de lutte contre la pauvreté, dans sa dimension monétaire comme dans ses dimensions éducatives, sanitaires ou d'équité. Bien qu'il ne s'agisse pas de la première fois que des responsables de la communauté internationale affirment leur détermination à s'engager dans l'élimination de ce phénomène, cette déclaration est particulière car elle s'est traduite par un accord sur la réalisation d'objectifs chiffrés en matière de lutte contre la pauvreté. Ainsi figure explicitement dans la Déclaration du Millénaire l'engagement de parvenir à une réduction de moitié entre 1990 et 2015 de la proportion de la population mondiale dont le revenu est inférieur à un dollar par jour.

De toute évidence, l'objectif ne manque pas d'ambition¹. Dans l'édition de 2000 de son rapport sur le développement dans le monde, la Banque Mondiale présente en effet une estimation du nombre de pauvres d'environ 1 250 millions d'individus en 1990, soit environ 30% de la population mondiale (World Bank, 2000, d'après Chen & Ravallion, 2001). À mi-chemin entre la Déclaration du Millénaire et la date butoir de 2015, dans quelle mesure l'objectif principal de réduction de moitié de l'extrême pauvreté a-t-il été satisfait ? Récemment, l'Organisation des Nations Unies (2007), dans son rapport annuel sur les Objectifs du Millénaire pour le développement, a annoncé un taux de pauvreté d'environ 20% pour 2004 au niveau mondial, soit une réalisation des deux tiers de l'objectif fixé². Le monde en développement connaît donc des progrès notables. Toutefois, comme le souligne ce même rapport, les résultats sont très inégaux d'une zone géographique à l'autre. Les pays d'Asie de l'est, en particulier la Chine, ont ainsi réussi à faire reculer de manière spectaculaire la pauvreté depuis 1990 alors que l'Afrique sub-saharienne n'a obtenu que des succès mesurés sur l'ensemble de la période (41% en 2004 contre 47% en 1990). Pire, la pauvreté a même doublé en Asie Occidentale dans le même intervalle de temps (4% en 2004 contre 2% en 1990).

Il est donc nécessaire de comprendre pourquoi la tendance observée au niveau mondial ne se retrouve pas dans chaque pays. Les explications avancées dans la littérature font apparaître une ligne de démarcation entre les économistes qui avancent que ces différences tiennent à des performances économiques très contrastées, et ceux qui soutiennent que,

1. Quelques auteurs comme Bhalla (2004) ne partagent cependant pas cet avis et soulignent que les progrès considérables relevés en Asie, notamment en Chine et en Inde, assurent une réalisation certaine de cet objectif (voir Ravallion, 2002, pour un avis contraire). En outre des organisations non gouvernementales ont déclaré qu'un objectif de réduction du nombre de pauvres aurait été beaucoup plus ambitieux.

2. Plus précisément, l'Organisation des Nations Unies (2007) indique une incidence de pauvreté globale de 19,2% en 2004 contre 31,6% en 1990 pour une ligne de pauvreté fixée à 1,08 \$PPA, base 1993.

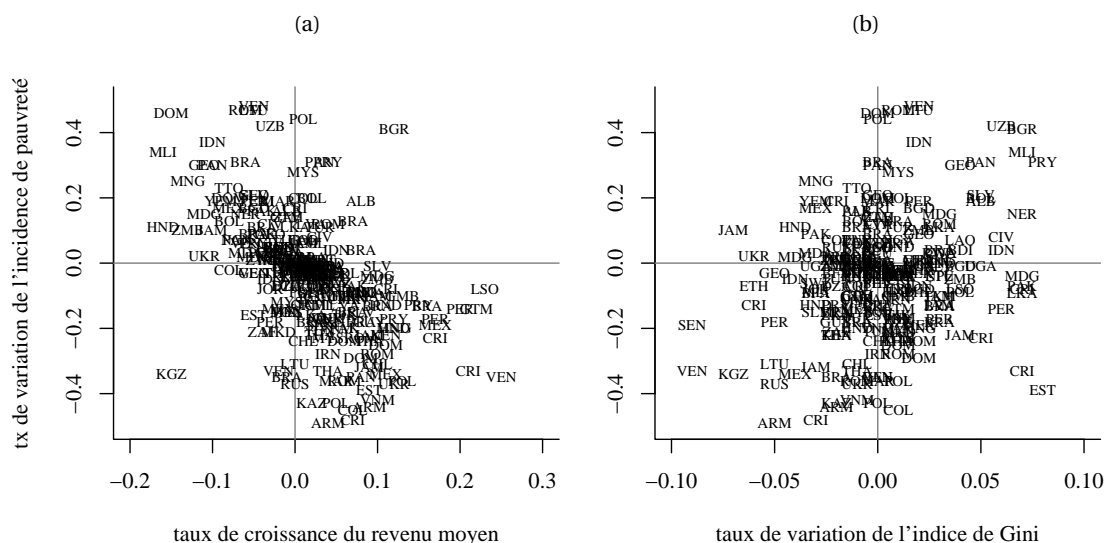
dans certains pays, les pauvres n'ont tout simplement pas été associés au phénomène de croissance³. Avec la remise en cause du consensus de Washington qui faisait de la croissance la solution privilégiée par les institutions internationales à l'ensemble des problèmes de développement, les débats se sont notamment focalisés autour de la validité de la théorie du *trickle-down*. Selon cette dernière, toute augmentation du niveau moyen de revenus dans un pays finit par profiter, indirectement, à ses membres les plus défavorisés. Au début de la décennie, la controverse a encore été ravivée avec la publication des études très polémiques de Dollar & Kraay (2002, 2004). En constatant que les revenus des pauvres avaient en moyenne augmenté au même rythme que le revenu moyen dans les pays en développement⁴, ces auteurs ont conclu qu'il existait une relative indépendance entre la croissance du revenu moyen et les variations de la distribution relative des revenus. Poursuivant leur raisonnement, ils ont par la suite cherché à montrer que les politiques « standards » de croissance, en particulier les politiques d'ouverture commerciale, n'étaient pas incompatibles, bien au contraire, avec la réduction du niveau de pauvreté. Les réactions face aux conclusions de ces deux études ont souvent été vives, notamment car ces conclusions masquent derrière un résultat moyen des réalités très différentes (Ravallion, 2001).

La figure 1a, inspirée de Ravallion (2001), montre ainsi que la relation entre croissance et pauvreté est loin d'être aussi systématique que le prédit la théorie du *trickle-down*. Sur cette figure sont représentées les variations relatives annuelles moyennes de l'incidence de pauvreté et du revenu moyen pour un échantillon de 83 pays en développement entre 1984 et 2004⁵. La ligne de pauvreté retenue est de 1 \$PPA par jour. De manière générale, on peut en effet observer une relation négative entre croissance et variation de la pauvreté. Ce graphique montre néanmoins que cette relation est loin d'être automatique et qu'il est nécessaire de regarder au-delà des tendances moyennes (Ravallion, 2001). Dans un certain nombre de cas, on note ainsi que la croissance s'est accompagnée d'une augmentation de la part de la population pauvre. Dans d'autres pays, au contraire, on relève simultanément une chute du niveau moyen de revenus et une baisse de l'incidence de pauvreté. Enfin, même lorsque la croissance est presque nulle, certains pays paraissent avoir connu des variations relatives non négligeables de la part de la population disposant d'un revenu inférieur à 1 \$PPA.

3. Kanbur (1987, p. 70) résume ainsi la première position : « pour certains, la question [de la réduction de la pauvreté] ne mérite pas d'être posée. Ou tout du moins, c'est une question qui ne peut être séparée de celle relative au moyen d'obtenir le taux de croissance le plus élevé. Il est avancé que le phénomène de *trickle-down* va résoudre le problème en route et que les mesures de redistribution freinant la croissance nuisent à long terme aux pauvres plus qu'elles ne leur profitent ».

4. Dans la version de Dollar & Kraay (2002) publiée dans le *Journal of Economic Growth*, les auteurs précisent en conclusion que leurs résultats ne doivent pas être interprétés comme une validation empirique de la théorie du *trickle-down*. De leur point de vue, la croissance bénéficie en effet simultanément et dans la même proportion à l'ensemble des membres de la population. Les deux visions se rejoignent toutefois dans l'idée que la croissance est un phénomène distributivement neutre.

5. Les observations sont issues de la base de données de Chen & Ravallion (2001), dont une version mise à jour est disponible en ligne à l'adresse <http://research.worldbank.org/PovcalNet>. L'échantillon correspond à un panel non cylindré de 155 observations.



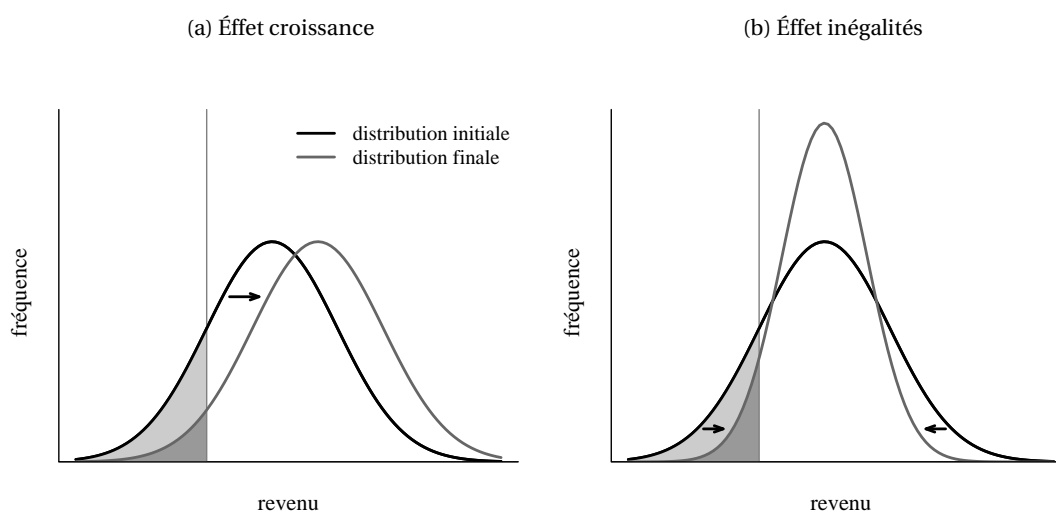
Note : données Banque Mondiale (PovcalNet) exprimées en taux de variations annuels moyens. Les observations sont désignées par leur code pays utilisé dans les World Development Indicators. La ligne de pauvreté retenue est de 1,08 \$PPA par jour et par habitant.

FIGURE 1 : Variations conjointes du niveau de revenu moyen, du degré d'inégalités et de l'incidence de pauvreté.

Il semble donc que la croissance ne suffise pas toujours et que les évolutions observées de la pauvreté puissent aussi être associées à des variations du degré d'inégalités au sein de chaque économie. Cette relation peut être appréciée sur la figure 1b. Bien qu'aucune relation nette ne semble se dégager entre les deux phénomènes, il ne faut pas en déduire que modifications de la distribution relative des revenus et variations de la pauvreté ne soient pas liées. En effet, par définition, le niveau de pauvreté est sensible aux changements du degré d'inégalités et du niveau de revenu par individu. Ces mouvements divergents doivent donc plutôt nous amener à comprendre que les relations entre croissance, inégalités et pauvreté sont spécifiques à chaque pays et nécessitent une étude approfondie.

Pour dégager les raisons de ces résultats hétérogènes, on peut, à l'instar de Datt & Ravallion (1992), Kakwani (1993) ou encore Bourguignon (2004), s'appuyer sur un cadre analytique simple mettant en relation niveau moyen de revenus, inégalités et pauvreté. Ce cadre s'appuie sur l'expression mathématique des mesures de pauvreté utilisées, ce qui permet de présenter ces mesures comme des caractéristiques partielles de la distribution des revenus. Comme cette dernière peut être parfaitement décrite à l'aide du niveau de revenus moyen et de la distribution relative des revenus, on obtient une relation mécanique entre niveau de développement, inégalités et pauvreté. Cette identité est alors généralement utilisée pour présenter les variations de la pauvreté comme la conséquence des variations du niveau moyen de revenus et des variations du degré d'inégalités.

Les figures 2a et 2b permettent de visualiser ces relations mécaniques. Sur chacune est



Note : les revenus sont exprimés sous forme logarithmique. La ligne verticale grise marque la valeur de la ligne de pauvreté. La surface grise correspond à la valeur de l'incidence de pauvreté pour la distribution de revenus finale. On obtient la valeur initiale de l'incidence de pauvreté en ajoutant la surface gris clair.

FIGURE 2 : Variations de l'incidence de pauvreté associées aux variations du revenu moyen et du degré d'inégalités.

représentée la fonction de densité d'une distribution de revenus suivant une loi de distribution log-normale — les revenus sont exprimés en logarithmes sur l'axe des abscisses —, dont on modifie tour à tour le niveau de revenu moyen et le degré d'inégalités. L'indice de pauvreté retenu dans le cadre de cet exemple est l'incidence de la pauvreté. Cette mesure correspond dans chaque figure à la surface située sous la fonction de densité et à gauche de la ligne verticale marquant le niveau de revenu en deçà duquel un individu est considéré comme pauvre. Dans la figure de gauche, nous avons représenté l'effet d'une variation du revenu moyen sans modification du degré d'inégalités⁶. La figure de droite permet en revanche d'apprécier comment la part de la population qualifiée de pauvre diminue suite à une concentration de la distribution des revenus autour de la moyenne. Ces deux figures montrent bien qu'en l'absence de modification du niveau de la ligne de pauvreté, la valeur de l'incidence de pauvreté ne peut évoluer qu'en fonction des variations du niveau moyen de revenus et de la manière dont ce supplément de revenus est réparti au sein de la population.

L'intérêt d'un tel cadre est qu'il permet de caractériser les phénomènes de croissance observés en définissant une norme pour ce que l'on appelle la croissance « pro-pauvres ». Selon Kakwani & Pernia (2000), l'évolution de la distribution des revenus est marquée par un biais en faveur des pauvres dès lors que ces derniers profitent proportionnellement plus

6. En pratique, l'ensemble des revenus augmentent selon le même taux de croissance. La forme de la distribution est préservée sur la figure 2a car les revenus sont exprimés en logarithmes.

de l'accroissement des revenus nationaux que le reste de la population⁷. Pour apprécier la nature plus ou moins « pro-pauvres » d'un phénomène de croissance donné, il suffit alors de comparer la variation observée du niveau pauvreté avec la variation que l'on aurait obtenue pour le même taux de croissance si la distribution de revenus était restée inchangée. L'objectif est alors d'identifier les épisodes de croissance « pro-pauvres » afin de mettre en évidence les caractéristiques des économies ayant réussi à orienter les gains de la croissance vers les plus défavorisés, ou de trouver quelles politiques économiques ont permis d'arriver à un tel résultat.

Comme le souligne Kanbur (2005), ce cadre analytique doit néanmoins être interprété avec prudence car il ne permet pas de connaître les déterminants profonds de la pauvreté. En effet, le degré d'inégalités et le niveau moyen de revenus ne sont pas des variables de politique économique mais des phénomènes statistiques. Ils sont donc eux mêmes déterminés simultanément par un grand nombre de facteurs comme les différentes dotations factorielles et leur répartition au sein de la population, la qualité et la nature des institutions, le niveau de développement du système financier, le degré d'insertion dans l'économie mondiale, le système de taxation, les politiques monétaires ou encore le progrès technique. Le risque est donc de penser que l'on peut manipuler à loisir le niveau moyen de revenu ou le degré d'inégalités et ce, indépendamment l'un de l'autre.

Bien qu'incomplet, ce cadre permet toutefois de mettre en avant la dimension mécanique des relations entre niveau de développement, inégalités et pauvreté. Du point de vue du décideur politique, il n'est donc pas sans intérêt puisque cela facilite la construction de stratégies de développement « pro-pauvres ». Les relations mécaniques présentées auparavant peuvent être employées pour établir des objectifs intermédiaires de croissance du revenu moyen et de réduction des inégalités, de manière à atteindre un objectif précis de réduction du niveau de pauvreté. Par la suite, on peut s'appuyer sur l'ensemble de la littérature relative à la détermination de la croissance et des inégalités pour identifier les politiques à mettre en œuvre en vue de réaliser ces objectifs. Évidemment, cela suppose que l'on ait une connaissance réelle des effets des politiques envisagées sur l'ensemble de la distribution des revenus car il est peu probable, en réalité, qu'une mesure économique quelconque

7. Cette définition de la croissance « pro-pauvres » n'est pas unanimement partagée. Ainsi, Ravallion & Datt (1999) et Kraay (2006) considèrent que la croissance doit être qualifiée de « pro-pauvres » lorsque l'augmentation du niveau moyen de revenus s'accompagne d'une diminution de la pauvreté. Ils affirment ainsi que la définition de Kakwani & Pernia (2000) conduit à préférer un processus de croissance qui se traduise par des augmentations respectives de 2% du revenu des pauvres et de 1% du revenu moyen, à un processus donnant lieu à des hausses de 5% des revenus des pauvres et de 6% du niveau de revenus par habitant. On peut toutefois considérer que l'approche de Ravallion & Datt (1999) traduit un certain manque d'ambition dans les effets attendus de la croissance puisque toute augmentation du revenu des pauvres, même infinitésimale, peut alors être vue comme « pro-pauvres ». Comme le souligne (Osmani, 2005), le choix d'une définition correcte dépend principalement de la dimension de la croissance que l'on souhaite caractériser. Si l'on est fondamentalement intéressé par la nature de la croissance et donc par la mise en lumière d'un biais « pro-pauvres », l'approche de Kakwani & Pernia (2000) est sans doute plus naturelle. Pour un aperçu des discussions relatives à cette question de définition, on peut se reporter aux premiers numéros de la série des *One pager* édités par l'*International Poverty Centre* (Zepeda, 2004, Ravallion, 2004, Grinspun, 2004, Osmani, 2005). Une vision plus générale et normative de ce concept est développée dans Duclos & Wodon (2004)

puisse affecter le niveau moyen de revenus sans modifier, même légèrement, la distribution relative des revenus (et inversement).

Il nous semble enfin important de préciser que la lutte contre la pauvreté n'est souvent qu'un des objectifs poursuivis par les décideurs politiques. Ceux-ci peuvent en effet rechercher parallèlement la prospérité économique ou encore l'obtention d'un degré d'inégalités socialement juste. Il est alors légitime de se demander dans quelle mesure ces objectifs sont conciliables. La recherche de relations d'identités entre les mesures de résultats retenues pour évaluer les progrès dans ces différents domaines est alors pleinement justifiée car elle permet de préciser clairement les termes du débat. Par exemple, la relation proposée par Kuznets (1955) entre croissance et évolution des inégalités a longtemps fait croire que la réduction de la pauvreté et l'augmentation du niveau de vie moyen de la population nécessitaient de laisser se creuser les inégalités dans les pays à revenus faibles. Si une telle relation se vérifie, il est alors important pour le décideur politique de savoir quels peuvent être les termes de l'arbitrage à réaliser entre pauvreté et inégalités⁸.

Une manière élégante de présenter les termes d'un arbitrage ou d'une relation générale entre deux grandeurs consiste à utiliser des élasticité, à savoir le ratio des variations relatives de ces deux grandeurs. Nombre sans dimension, une élasticité permet d'apprécier de combien de pour-cent varie une grandeur lorsqu'une autre augmente de 1%. En matière de pauvreté, l'utilisation d'élasticité croissance⁹ et inégalités s'est largement développée dans la littérature empirique suite aux travaux de Datt & Ravallion (1992) et Kakwani (1993). Dans un premier temps, nombre de chercheurs ont consacré leurs efforts à estimer la valeur d'élasticité croissance de la pauvreté (Squire, 1993, Ravallion, 1997, Gugerty & Roemer, 1997) afin d'estimer à quel rythme se résolvait en moyenne le problème de la pauvreté au fil du processus de développement économique. Puis, lorsque la communauté internationale s'est engagée dans l'objectif de réduction massive de l'extrême pauvreté dans le monde, des élasticité croissance et inégalités de la pauvreté ont été utilisées dans une optique prédictive pour vérifier si l'objectif fixé pouvait ou non être atteint (Hanmer & Naschold, 2000, Collier & Dollar, 2001, Besley & Burgess, 2003, Bhalla, 2004). Par la suite, au vu des résultats très hétérogènes des pays en développement en matière de lutte contre la pauvreté, l'attention semble s'être portée sur l'examen du caractère variable des élasticité croissance et inégalités de la pauvreté, et la mise en avant du rôle déterminant des inégalités de revenus (Bourguignon, 2003, Heltberg, 2004, Ravallion, 2005a, Kalwij & Verschoor, 2007). Les études réalisées ont alors tenté de mettre en lumière l'importance des caractéristiques initiales des

8. Pour un traitement empirique de la question, voir notamment Ravallion (2005b).

9. Par élasticité croissance de la pauvreté, on entend la variation relative du niveau de pauvreté associée à un taux de croissance de 1% du revenu moyen par habitant. En toute rigueur, il faudrait donc plutôt parler d'élasticité de la pauvreté au revenu moyen, puisque qu'une élasticité croissance de la pauvreté correspondrait à la variation relative de la pauvreté accompagnant une augmentation relative du taux de croissance de 1%. Il s'agirait alors d'appréhender la sensibilité du niveau de pauvreté à l'accélération de l'augmentation du revenu moyen. Bien qu'il s'agisse là d'un abus de langage avéré, nous avons préféré nous conformer à l'usage en reprenant l'expression « élasticité croissance » retenue dans la quasi totalité de la littérature.

distributions de revenus de chaque pays de manière à expliquer pourquoi la réduction de la pauvreté pouvait être plus facilement obtenue dans certains pays que dans d'autres.

À chaque fois, ces études se sont appuyées sur différentes méthodes de calcul et différentes définitions des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Il nous semble maintenant important d'en évaluer la pertinence et, éventuellement, de suggérer un certain nombre d'améliorations pour faire progresser notre connaissance des relations complexes entre croissance, inégalités et pauvreté. Il s'agit aussi de proposer des outils efficaces pour dégager des recommandations de politique économique robustes et permettre, à l'horizon 2015, d'expliquer les réussites et échecs des politiques mises en place dans le cadre des Objectifs du Millénaire pour le Développement. La présente thèse constitue donc une analyse technique et normative des méthodes employées pour décomposer les variations de la pauvreté en composantes respectivement associées à la croissance du revenu moyen et aux évolutions du degré d'inégalités. Les chapitres 1 à 3 traitent des problèmes de méthode que l'on peut rencontrer pour l'estimation d'élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Le chapitre 4 aborde sous l'angle normatif le cadre analytique sur lequel repose cette distinction stricte des effets de la croissance et de la redistribution. Dans les prochains paragraphes, nous résumons maintenant le contenu précis de ces différents chapitres avant d'envisager quelques pistes de recherches futures.

Le premier chapitre est une revue critique des trois principales approches utilisées dans la littérature pour estimer des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Ces trois approches sont respectivement qualifiées de « comptable », « analytique » et économétrique. L'approche « comptable », est basée sur l'utilisation de techniques de décomposition des variations observées de la pauvreté en effet croissance et effet inégalités comme celles proposées par Jain & Tendulkar (1990), Kakwani & Subbarao (1990) et Datt & Ravallion (1992). La deuxième approche, repose sur l'emploi des outils de l'analyse fonctionnelle pour dériver des formules de calcul des élasticités à partir de l'expression formelle des mesures de pauvreté utilisées. Enfin, la troisième approche emploie les outils économétriques standards afin d'obtenir une décomposition statistique des variations relatives du niveau de pauvreté pour un échantillon de pays.

Cette partie nous permet aussi de préciser l'usage que l'on peut effectuer de ces élasticités. Il nous semble notamment important de souligner que l'utilisation dans un but purement prédictif des différentes élasticités obtenues n'est pas souhaitable du fait du caractère évolutif des élasticités et de l'incertitude existant dans la relation entre modifications des inégalités et variations de la pauvreté. Elles conservent cependant une réelle utilité pour la compréhension des phénomènes passés en fournissant une expression intensive des effets de la croissance et de la redistribution¹⁰ en termes de pauvreté. De même, elles peuvent

10. Le terme de redistribution est relativement ambiguë dans la mesure où il présente à la fois un sens statistique et un sens politique. Dans le cadre de ce document, la redistribution ne doit pas être assimilée à une politique de transferts au sein de la population, mais plutôt considérée comme synonyme d'évolution de la distribution relative des revenus.

donner un certain nombre d'indications sur les politiques les plus efficaces du point de vue de l'objectif de réduction de la pauvreté.

En pratique, si l'on cherche à appliquer l'approche « analytique » pour apprécier, dans le cadre d'une étude transversale, les relations entre croissance, inégalités et pauvreté dans chaque pays, il est alors nécessaire de disposer de distributions de revenus, ou du moins d'estimations précises, pour un grand nombre de pays. Bien que des efforts conséquents aient été réalisés afin de constituer des enquêtes de consommation ou de revenus internationalement comparables — on peut ainsi citer le travail important effectué par les économistes de la Banque Mondiale dans le cadre des enquêtes LSMS (*Living Standard Measurement Survey*) —, disposer en pratique de telles séries pour un nombre important de pays en développement relève bien souvent de la gageure. Ceci conduit donc nombre d'auteurs à utiliser des bases de données dites secondaires (Atkinson & Brandolini, 2001) comme les bases de Deininger & Squire (1996), Chen & Ravallion (1997) ou WIID (UNU-WIDER, 2005). Ces dernières regroupent sous formes condensées les principales caractéristiques des distributions de revenus observées dans différents pays et à différentes dates. En général, l'information est principalement disponible sous forme de part du revenu total dont dispose chaque quantile de population. L'utilisation de telles données pour le calcul d'élasticités croissance et inégalités de la pauvreté nécessite d'ordinaire le recours à certaines hypothèses distributives de manière à obtenir une estimation de la fonction de densité des revenus de chaque pays.

Le chapitre 2 tente d'illustrer l'importance de ces choix d'hypothèse distributive en comparant les estimations des élasticités croissance et inégalités estimées à l'aide d'une quinzaine de formes fonctionnelles couramment reprises dans la littérature appliquée. Nos résultats, obtenus pour un échantillon de plus d'un millier de distributions de revenus correspondant à des pays à revenus faibles et intermédiaires entre 1960 et 2003, indiquent que la forte hétérogénéité des distributions rencontrées se prête difficilement à l'emploi d'une forme fonctionnelle unique. Bien que certaines formes fonctionnelles comme la distribution bêta de type 2 ou les courbes de Lorenz proposées par Maddala & Singh (1977) et Kakwani (1980b) s'avèrent bien plus performantes que d'autres, nos résultats nous amènent à conclure qu'il est préférable de faire preuve de pragmatisme en utilisant pour chaque distribution de revenus la forme fonctionnelle qui lui est la plus adaptée. Cette remarque s'applique aussi dans le cas d'études longitudinales car les performances des différentes formes fonctionnelles testées ne sont pas stables dans le temps.

Nous montrons parallèlement les risques qu'il peut y avoir à retenir une forme fonctionnelle peu flexible comme la distribution log-normale. Cette distribution statistique est depuis longtemps utilisée pour schématiser la forme caractéristique des distributions de revenus observées. Pourtant, de nombreuses études ont mis en lumière ses performances décevantes pour approcher les distributions de revenus observées en comparaison de formes fonctionnelles concurrentes plus flexibles. On peut donc s'interroger sur la pertinence de

ce choix dans de nombreuses études comme Dollar & Kraay (2002), Bourguignon (2003) ou Sala-i-Martin (2004) pour analyser les problèmes de pauvreté. Les résultats de nos estimations indiquent plus précisément qu'il peut exister des écarts très importants entre les élasticités obtenues au travers de l'hypothèse de log-normalité et les élasticités établies en recourant à la forme fonctionnelle permettant le meilleur ajustement aux données. Cette déficience prédictive semble en outre s'accompagner d'une grande imprécision dans l'estimation de la contribution relative potentielle de la croissance et de la redistribution à la réduction de la pauvreté.

Le chapitre 3 reprend et complète l'approche « analytique » de calcul des élasticités de la pauvreté. Notre objectif est d'en combler la principale faiblesse en proposant une méthode générale de calcul des élasticités inégalités de la pauvreté. En effet, pour une même distribution de revenus et une même variation d'une mesure quelconque d'inégalités, on peut aussi bien constater une augmentation qu'une diminution du niveau de pauvreté. En imposant un schéma unique de redistribution des revenus, les techniques « analytiques » employées jusqu'à présent ne peuvent appréhender la variété des réponses possibles de la pauvreté aux variations du degré d'inégalités. Notre étude vise à relâcher cette hypothèse très contraignante en généralisant le processus redistributif sur lequel s'appuie Kakwani (1993) pour établir ses formules d'élasticités inégalités de la pauvreté. Ceci nous permet alors de mettre en évidence l'importance de l'hypothèse de transformation de la courbe de Lorenz utilisée pour le calcul d'une élasticité inégalités de la pauvreté.

L'intérêt des développements effectués dans le chapitre est à la fois analytique et opérationnel. Premièrement, la méthode proposée permet d'améliorer notre connaissance de l'influence des caractéristiques de la distribution initiale des revenus sur le signe et l'amplitude des élasticités inégalités de la pauvreté. Deuxièmement, elle offre un cadre opérationnel pour l'estimation de la valeur des élasticités inégalités de la pauvreté correspondant aux évolutions observées de la distribution des revenus d'un pays. Simultanément, pour une distribution de revenus donnée, les formules obtenues offrent la possibilité d'obtenir des intervalles de valeurs potentielles de ces élasticités inégalités de la pauvreté. Comme ces intervalles sont propres à chaque distribution de revenus, la comparaison directe des élasticités observées pour différents pays à la même période (ou pour un même pays à différentes périodes) ne permet pas d'apprécier dans quels cas le levier redistributif a été utilisé de manière plus efficace pour combattre la pauvreté. Afin de permettre une évaluation *ex post* de la capacité de chaque pays à associer efficacement diminution des inégalités de revenu et réduction de la pauvreté, nous proposons donc un indice de performance qui consiste à situer les valeurs des élasticités inégalités de la pauvreté observées dans les intervalles de valeurs théoriques correspondants.

Enfin, le chapitre 4¹¹ aborde les aspects normatifs du cadre d'analyse des variations de

11. Une partie du travail sur lequel repose ce chapitre est le fruit d'une collaboration avec Kelly Labar.

la pauvreté que nous avons présenté dans les paragraphes précédents. La présente thèse défend l'idée qu'il est pertinent de distinguer croissance et redistribution afin d'éclairer les choix de politique économique et de caractériser les modifications observées des distributions de revenus. Il n'en reste pas moins que la forme de cette distinction traduit le recours à un certain prisme éthique puisqu'elle repose en grande partie sur la subjectivité du chercheur. On peut aisément faire le parallèle avec la mesure des inégalités. Pendant longtemps, cette mesure a été considérée comme une mesure objective, physique, du phénomène d'inégalités jusqu'à ce que l'on prenne conscience qu'elle pouvait aussi être interprétée en termes de préférences sociales. L'ensemble de la littérature relative aux décompositions des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités semble coupable du même travers en prêtant à ces décompositions un visage objectif. Or, il s'avère que ces décompositions sont fondamentalement influencées par notre conception des inégalités. Cette conception définit en effet la frontière entre ce que l'on considère par la suite comme une croissance « pure », autrement dit une augmentation du revenu moyen à degré d'inégalités constant, et une redistribution « pure », c'est-à-dire un changement dans la répartition des revenus pour un niveau moyen de revenus constant.

En termes axiomatiques, la propriété déterminante dans cette distinction est celle de l'invariance. Cette dernière, centrale en matière de mesure des inégalités, permet de comparer des distributions de revenus présentant des niveaux moyens différents. En pratique, la majeure partie des outils développés pour appréhender le degré d'inégalités sont basés sur la présomption qu'une multiplication de l'ensemble des revenus d'une distribution par une même constante ne modifie pas le degré d'inégalités. Un certain nombre d'auteurs (Dalton, 1920, Kolm, 1976a) ont toutefois exprimé leur désaccord en la matière et proposé des manières concurrentes d'envisager la question de l'invariance, donc des inégalités. Cette divergence de vue a par la suite été confirmée par un certain nombre d'études empiriques (Amiel & Cowell, 1992, Harrison & Seidl, 1994b) lesquelles ont démontré que les individus présentent des interprétations et des ressentis très variés des effets en termes d'inégalités d'une variation équi-proportionnelle des revenus de l'ensemble des membres d'une population. En ce sens, la décomposition réalisée habituellement revêt bien un caractère éthique puisqu'elle traduit des préférences individuelles, subjectives, en matière de justice sociale.

Ces considérations sont particulièrement importantes dans le cas de mesures comme l'incidence de pauvreté qui sont compatibles avec plusieurs axiomes d'invariance concurrents. Une même variation observée du niveau de pauvreté peut alors être principalement associée à l'effet croissance ou à l'effet inégalités selon les préférences de chacun en matière d'inégalités. Un tel résultat est peu satisfaisant car il peut donner lieu à des recommandations de politique économique inefficaces si les chercheurs n'expriment pas de manière explicite les choix axiomatiques effectués pour réaliser leurs décompositions des variations observées de la pauvreté.

Le chapitre 4 présente dans un premier temps une revue détaillée des différentes versions de l'axiome d'invariance formalisées dans la littérature relative à la mesure des in-

égalités et de la pauvreté. Dans un premier temps, nous nous penchons sur les perceptions des inégalités attachées selon Kolm (1976a) à des positions *rightist* et *leftist*. Pour Kolm, la vision *rightist* repose sur le sentiment que le degré d'inégalités ne varie pas lorsque les revenus augmentent tous au même taux que le revenu moyen, tandis que les tenants d'une vision *leftist* pensent que le degré d'inégalités reste constant lorsque les revenus de chaque individu augmentent tous du même montant que le niveau moyen de revenus. Nous considérons par la suite les axiomes d'invariance intermédiaire qui correspondent à des positions de compromis entre ces deux cas polaires, et pour lesquels nous présentons une nouvelle définition générale. Parmi les axiomes d'invariance intermédiaire présentés dans ce chapitre, nous affirmons que la vision non-linéaire développée par Krtscha (1994) et Yoshida (2005) est la seule qui soit pertinente pour effectuer une analyse des questions de pauvreté. Dans le cadre de décompositions des variations observées de l'incidence de pauvreté en effets croissance et inégalités, nous démontrons qu'une information minimale est alors nécessaire pour ordonner les valeurs des effets croissance et inégalités basés sur ces positions *rightist*, *leftist* et intermédiaires des inégalités. Les différentes propositions émises permettent alors d'anticiper le sens des variations des effets croissance et inégalités lorsque l'on abandonne une vision *rightist* au profit d'une vision intermédiaire ou *leftist* des inégalités de revenus.

Enfin, nous réalisons une application de nos différents développements théoriques sur données chinoises durant la période 1990-2003. Le cas chinois est particulièrement intéressant car les études réalisées sur ce pays (Fan, Fang & Zhang, 2002, Wan & Zhang, 2006, Chen & Ravallion, 2007) aboutissent systématiquement aux mêmes conclusions générales. Elles montrent en effet que la croissance du revenu moyen est le principal moteur de réduction de la pauvreté et que les changements en termes d'inégalités diminuent cet effet bénéfique de la croissance sur la pauvreté. Notre objectif est de soumettre ces conclusions à un changement d'axiome d'invariance afin d'en tester la robustesse. Les résultats obtenus pour l'ensemble de la période montrent ainsi que les tenants d'une posture *leftist* vont considérer que les variations du degré d'inégalités ont contribué à l'augmentation de la part de la population chinoise vivant sous la ligne de pauvreté alors que les partisans d'une vision *rightist* soutiennent une conclusion opposée. Une autre conséquence de ces changements est que la prise en compte de différentes perceptions des inégalités peut conduire à renverser certaines hypothèses obtenues lors de la comparaison des résultats de la décomposition pour chaque sous-période. Nos résultats montrent en revanche que certaines conclusions sortent renforcés de cette analyse de sensibilité des résultats de la décomposition aux choix d'axiome d'invariance. En particulier, il semble bien que le gouvernement chinois doive réaliser des efforts conséquents en termes de réduction des inégalités de revenus afin de lutter efficacement contre l'extrême pauvreté.

Les différentes études présentées dans ce document de thèse complètent la littérature relative à l'analyse théorique et empirique des relations mécaniques entre croissance et

pauvreté d'une part, et entre inégalités et pauvreté d'autre part. Elles n'épuisent néanmoins pas le sujet et appellent un certain nombre de recherches futures.

Il nous semble premièrement que l'évaluation du caractère « pro-pauvres » de la croissance peut encore être approfondie en étudiant l'influence de cette croissance sur le profil temporel de la pauvreté. Depuis la fin des années 90, un certain nombre d'auteurs comme Jalan & Ravallion (1998), Hulme & Shepherd (2003), Lawson & McKay (2003) ont en effet mis en avant la nécessité de distinguer les composantes chroniques et transitoires de la pauvreté. Il est donc légitime de se demander si l'accroissement du niveau de richesse observé dans la plupart des pays en développement durant la dernière décennie s'est traduit dans chaque pays par des effets différents en termes de pauvreté chronique et de pauvreté transitoire. Cette considération est particulièrement importante car, d'un point de vue moral, la pauvreté chronique est sans doute la plus insoutenable. Elle est en effet le résultat de trappes de pauvretés qui traduisent les manques de capacités (au sens des *capabilities* de Sen, 1980) des individus en situation de pauvreté chronique. Il n'en reste pas moins que la sécurisation des revenus est aussi une dimension importante des politiques de lutte contre la pauvreté et ne peut donc pas être négligée. Il est en effet difficile de se satisfaire d'une élimination de la composante chronique de la pauvreté si cette réduction est totalement compensée par une augmentation de la pauvreté transitoire. En d'autres termes, l'amélioration du sort des plus pauvres est-elle acceptable si elle est obtenue au prix d'une vulnérabilité économique accrue des individus « presque pauvres » ou d'une augmentation de la part de la population susceptible de connaître des épisodes de pauvreté ?

Au delà du débat éthique, la problématique est aussi intéressante car elle présente un certain nombre de problèmes méthodologiques propres. Dans le cas de la pauvreté chronique, la croissance peut être considérée comme « pro-pauvres » si la réduction de la pauvreté chronique est plus importante que celle obtenue selon une certaine norme¹² lorsque le niveau moyen de revenus augmente. En revanche, pour la pauvreté transitoire, la croissance sera effectivement « pro-pauvres » si les revenus moyens des individus pauvres ou potentiellement pauvres augmentent suffisamment pour que l'instabilité de leurs ressources ne donne plus lieu à des épisodes de pauvreté ou si cette instabilité est réduite. Ceci peut nous amener à considérer l'évolution de revenus situés au delà de la ligne de pauvreté alors même que le respect de l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres implique de ne pas prendre en considération les revenus des non pauvres.

Enfin, dans le cadre de cette thèse, nous nous appuyons sur une vision restrictive de la pauvreté en nous limitant à la dimension monétaire de celle-ci. Or, la pauvreté est par nature un phénomène multidimensionnel. Les individus pauvres ne se caractérisent pas seulement par des revenus faibles. Ils sont aussi considérés comme tels car ils « ne peuvent

12. En ce sens, la définition du caractère « pro-pauvres » de la croissance est appréhendée de manière moins restrictive que Ravallion & Datt (1999) ou Kakwani & Pernia (2000) puisqu'elle évolue selon les préférences éthiques de l'évaluateur social (Duclos & Wodon, 2004).

pas se nourir, se loger, s'éduquer ni se soigner convenablement et n'ont par conséquent aucune possibilité d'épanouissement personnel. Ils sont aussi extrêmement exposés aux maladies, aux bouleversement économiques et aux catastrophes naturelles. Enfin, ils sont souvent maltraités par les institutions de l'État et de la société, et n'ont aucune influence sur les grandes décisions qui modèlent leur existence » (World Bank, 2000).

Un prolongement naturel des travaux réalisés dans cette thèse serait donc de considérer les variations de mesures de pauvreté multidimensionnelle (Tsui, 2002, Bourguignon & Chakravarty, 2003) et de suggérer des décompositions en effets *i*) liés aux variations des niveaux moyens des mesures utilisées pour apprécier la situation des individus dans chaque dimension, *ii*) liés aux variations des inégalités au sein de chacune de ces dimensions. Bien que l'application des techniques de décompositions présentées dans le chapitre 1 puisse sembler directe, des problèmes spécifiques peuvent amener à proposer certains aménagements des techniques existantes. Par exemple, comme les indices de pauvreté multidimensionnelles peuvent être basés sur des mesures bornées pour certaines dimensions, on observe des relations mécaniques entre variation du niveau moyen et degré d'inégalités qui n'existent pas dans la dimension monétaire. En outre, certains éléments de la pauvreté multidimensionnelle ne se prêtent pas à des transferts et il est donc impossible de distinguer variations du niveau moyen et modifications de la distribution relative.

Chapitre 1

Des différentes techniques d'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté

AFIN DE SYNTHÉTISER les contributions de la croissance et de la réduction des inégalités de revenus à la lutte contre la pauvreté, il est courant d'exprimer les relations entre croissance, inégalités et pauvreté sous forme d'élasticités. Si ces élasticités ont fréquemment été calculées pour apprécier les liens complexes qui unissent les variations de la pauvreté à la croissance du revenu moyen et aux évolutions du degré d'inégalités au sein d'une économie, leur principal emploi concerne la réalisation d'exercices de prédictions. De nombreuses études (Hanmer, De Jong, Kurian & Mooij, 1999, Hanmer & Naschold, 2000, Collier & Dollar, 2001, Cling, De Vreyer, Razafindrakoto & Roubaud, 2003, Besley & Burgess, 2003, Naschold, 2004, Bigsten & Shimeles, 2005) ont ainsi utilisé des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté, qu'elles soient établies de manière arbitraire ou estimées, de manière à répondre à la question de la faisabilité de l'objectif fixé par la communauté internationale de réduction de moitié de l'extrême pauvreté entre 1990 et 2015. La qualité de ces exercices de prédiction est particulièrement importante parce qu'ils peuvent avoir par la suite une influence considérable sur les choix de politiques de lutte contre la pauvreté au niveau mondial et au sein de chaque pays. Collier & Dollar (2001) utilisent ainsi des valeurs des élasticités croissance de la pauvreté en association avec différents scénarii de croissance pour dériver une règle d'allocation optimale de l'aide multilatérale au sein du monde en développement. D'autres auteurs, comme Ravallion (2001), Besley & Burgess (2003), Dağdeviren, van der Hoeven & Weeks (2004) et Kalwij & Verschoor (2007), ont estimé ces élasticités pour vérifier si les bons résultats observés dans certains pays en matière de pauvreté étaient principalement le fait de l'augmentation du degré de richesse ou d'une évolution de la distribution relative des revenus favorable aux pauvres. L'objectif de telles études est alors de définir le type de politiques à mettre en œuvre afin d'agir efficacement contre la persistance du phénomène de pauvreté dans certains pays.

Lorsque l'on examine en détail l'ensemble des publications marquées par un usage intensif des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté, il est frappant de constater la diversité des approches utilisées pour estimer ces élasticités. Cette diversité est d'autant plus importante qu'elle se traduit quelquefois par des différences économiquement significatives. Il semble donc nécessaire d'en effectuer une analyse approfondie de manière à mettre en évidence les qualités et défauts de chacune. Pourtant, à l'exception de Ravallion (2000)¹, la littérature se révèle dépourvue d'étude complète de ces questions méthodologiques. Ce premier chapitre tente de réaliser une telle tâche en présentant et en comparant

1. Il faut toutefois souligner que l'étude de Ravallion porte sur les décompositions des variations de la pauvreté et non sur le calcul d'élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Cette différence d'orientation explique en grande partie les divergences avec le travail réalisé dans ce chapitre. Enfin, son étude ne se concentre (partiellement) que sur les approches « comptable » et « analytique ».

trois grandes approches de calcul des élasticités de la pauvreté par rapport à la croissance et au degré d'inégalité. Ces trois approches sont respectivement qualifiées de « comptable », « analytique » et économétrique. La première de ces approches, détaillée dans la section 1.2, est basée sur l'utilisation de techniques de décomposition des variations observées de la pauvreté en effet croissance et effet inégalités. La deuxième, décrite dans la section 1.3, repose sur l'emploi des outils de l'analyse fonctionnelle pour dériver des formules de calcul des élasticités à partir de l'expression formelle des mesures de pauvreté utilisées. Enfin, la troisième approche, étudiée dans la section 1.4, suggère l'usage des outils économétriques standards pour obtenir une décomposition statistique des variations relatives du niveau de pauvreté.

Les résultats de notre analyse révèlent notamment que cette diversité des approches et des outils impliqués dans le calcul des élasticités traduit en grande partie la variété des objectifs poursuivis par les auteurs recourant à ces élasticités. Néanmoins, ils montrent aussi les limites que l'on peut rencontrer dans leur utilisation, en particulier pour la réalisation d'exercices de prédiction des variations de la pauvreté.

1.1 Préliminaires

Dans les développements théoriques réalisés dans les sections suivantes, nous considérons une mesure quelconque Θ de la pauvreté. Cette mesure respecte un certain nombre d'axiomes considérés comme essentiels pour l'appréhension du phénomène de pauvreté, à savoir les axiomes de non pertinence des revenus des non pauvres, de population, d'anonymat, de continuité restreinte, de monotonie faible et de croissance de la ligne de pauvreté. Une revue de ces différents axiomes est réalisée dans l'annexe A.

Il est fréquent dans la littérature économique de caractériser une distribution de revenus par son revenu moyen et sa distribution relative. La mesure Θ peut alors être exprimée comme fonction de la ligne de pauvreté z , du revenu moyen μ , d'un ensemble π de r paramètres permettant la description complète des autres moments de la distribution² et d'un vecteur α traduisant les préférences éthiques de l'évaluateur, notamment en termes d'aversion à l'extrême pauvreté, soit $\Theta = \Theta(z, \mu, \pi, \alpha)$. Afin de simplifier nos développements, nous adoptons l'hypothèse standard de constance de la ligne de pauvreté, ce qui signifie à la fois que nous considérons des revenus réels³ et que nous adoptons une vision absolue de la pauvreté⁴. De même, comme rien ne justifie a priori une comparaison des niveaux de pauvreté entre deux économies ou entre deux dates sur la base de préférences éthiques différentes,

2. En général, π est défini comme un ensemble de paramètres permettant la description complète de la courbe de Lorenz. Comme nous le verrons dans le chapitre 4, ce type d'interprétation n'est pas neutre d'un point de vue normatif.

3. En pratique, il peut aussi bien s'agir de données de revenus que de données de consommation ou de toute autre valeur monétaire pertinente pour la mesure de la pauvreté.

4. Sur l'opposition entre visions absolues et relatives de la pauvreté, se référer à la discussion passionnée entre Amartya Sen et Peter Townsend (Sen, 1983, Townsend, 1985, Sen, 1985).

le vecteur α est supposé fixe. Afin d'alléger le texte et les différentes équations présentées dans le chapitre, nous utiliserons donc la notation $\Theta(\mu, \pi)$ pour le reste du chapitre.

Bien que les résultats de nos illustrations ne soient en général pas affectés par le type de mesure retenue, les développements effectués sont illustrés exclusivement au travers de la classe de mesures de Foster, Greer & Thorbecke (1984), telle que :

$$P_\alpha = \int_{-\infty}^z \left(\frac{z-y}{z} \right)^\alpha f(y, \mu, \pi) dy, \quad (1.1.1)$$

où y désigne le revenu, $f(\cdot)$ sa fonction de densité et α un coefficient d'aversion à l'extrême pauvreté. Pour $\alpha = \{0, 1, 2\}$, on obtient respectivement l'incidence, la profondeur et la sévérité de la pauvreté⁵.

1.2 L'approche « comptable » ou l'analyse des variations observées

La première approche peut être considérée comme « comptable » dans la mesure où elle consiste dans un premier temps à utiliser des techniques de décomposition des variations de la pauvreté observées entre deux dates en variations que l'on peut attribuer à la croissance et aux changements distributifs. Ces variations sont ensuite utilisées pour calculer les élasticités recherchées.

Initiées par les travaux de Jain & Tendulkar (1990), Kakwani & Subbarao (1990) et Datt & Ravallion (1992), les techniques de décomposition des variations de la pauvreté sont devenues très populaires. Elles sont ainsi régulièrement reprises dans la littérature appliquée (voir Bhanumurthy & Mitra, 2004, Wan & Zhang, 2006, Baye, 2006, Dhongde, 2007, pour des exemples récents). L'objectif de ces techniques est de décomposer les variations observées de la pauvreté en un effet croissance \mathcal{C} et un effet inégalités \mathcal{I} . Le premier correspond à la variation du niveau de pauvreté que l'on obtiendrait pour la variation observée du revenu moyen en laissant la distribution relative des revenus inchangée. Le second effet correspond de manière symétrique à la variation attribuable aux modifications de la distribution relative des revenus lorsque le revenu moyen reste fixe. Ainsi, pour une mesure $\Theta(\mu, \pi)$ quelconque, on tente de retrouver la décomposition suivante entre les périodes t et $t+1$:

$$\Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_t) = \Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \mathcal{C} + \mathcal{I}. \quad (1.2.1)$$

5. Selon Tsui (1996), une combinaison linéaire de la profondeur de la pauvreté, P_1 , et de l'indice de Watts (1968) est la seule mesure de pauvreté parfaitement décomposable en effets croissance et inégalités, et satisfaisant les axiomes habituels d'une mesure de pauvreté (non pertinence des revenus des non pauvres, continuité restreinte, monotonie faible, anonymat, principe de population, décomposabilité par groupes). Toutefois, l'auteur parvient à cette mesure en imposant un axiome de *growth invariance* selon lequel l'effet croissance ne dépend pas de la distribution des revenus entre les pauvres pour un revenu moyen des pauvres donné et une population pauvre de taille fixe. Cet axiome peut sembler très contestable dans la mesure où il conduit à négliger le degré d'inégalités entre les pauvres puisque la croissance exerce alors le même effet en termes de pauvreté dans un pays très inégalitaire et dans un pays faiblement inégalitaire. Pour cette raison, cette approche n'est donc pas reprise dans ce chapitre.

Si la plupart des études se limitent à cet exercice de décomposition, certaines études, comme Huppi & Ravallion (1991), McKay (1997), Naschold (2004), Lopez & Servèn (2006) et Kraay (2006), utilisent les effets estimés pour calculer des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté $\eta_{\Theta,\mu}$ et $\eta_{\Theta,\Psi}$. Celles-ci peuvent être en effet estimées en effectuant les calculs suivants⁶ :

$$\eta_{\Theta,\mu} = \frac{\mathcal{C}}{\Theta_t} \frac{\mu_t}{\Delta_{t,t+1}\mu}, \quad (1.2.2)$$

$$\eta_{\Theta,\Psi} = \frac{\mathcal{J}}{\Theta_t} \frac{\Psi(\pi_t)}{\Delta_{t,t+1}\Psi(\pi)}. \quad (1.2.3)$$

où Ψ correspond à une mesure quelconque du degré d'inégalités obtenue à partir de tout ou partie du vecteur π .

Dans un premier temps, nous décrivons les différentes techniques de décomposition des variations de la pauvreté proposées dans la littérature avant de souligner les incertitudes générées par cette variété d'approches. Une section est ensuite consacrée au cas multi-périodes et une autre à l'interprétation à donner aux élasticités obtenues.

1.2.1 Approches traditionnelles du calcul des effets croissance et inégalités

Bien que d'apparence simple, cette décomposition soulève des problèmes pratiques lorsque l'on souhaite effectuer le calcul des différents effets. La principale difficulté réside dans le choix d'une méthode de décomposition pour l'estimation de \mathcal{C} et de \mathcal{J} . Cette estimation nécessite la définition d'un ou plusieurs états intermédiaires de Θ caractérisés par la seule modification du niveau de revenus ou des caractéristiques distributives. Pour faire le parallèle avec la littérature consacrée à l'étude d'impact, ces états intermédiaires peuvent être qualifiés de contrefactuels car ils permettent d'apprécier l'effet d'une variation d'un facteur sur le niveau de pauvreté *toutes choses égales par ailleurs*. Dès les premiers développements de ces techniques de décomposition, des divergences sont apparues entre les différents auteurs dans la manière de définir et de simuler ces états contrefactuels. Ainsi Kakwani & Subbarao (1990) proposent la décomposition suivante :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \underbrace{\Theta(\mu_{t+1}, \pi_t) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}_{\mathcal{C}=C} + \underbrace{\Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_{t+1}, \pi_t)}_{\mathcal{J}=I}. \quad (1.2.4)$$

6. Il faut remarquer que dans le cas purement théorique d'un changement distributif sans variation du coefficient de la mesure d'inégalités retenue, le calcul de l'élasticité devient tout simplement impossible. En l'absence de croissance, il est tout aussi impossible d'estimer l'élasticité croissance. En pratique, cette éventualité est toutefois peu probable, contrairement aux mesures d'inégalités qui varient généralement peu dans le temps (Li, Squire & Zou, 1998).

tandis que Jain & Tendulkar (1990) suggèrent l'emploi d'une formule symétriquement opposée, soit :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \underbrace{\Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_{t+1})}_{\mathcal{C}=C'} + \underbrace{\Theta(\mu_t, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}_{\mathcal{I}=I'}. \quad (1.2.5)$$

Alors que dans l'équation (1.2.4), la décomposition est obtenue en modifiant dans un premier temps le revenu moyen puis le degré d'inégalités, la séquence est inversée dans l'équation (1.2.5). La différence n'est pas neutre puisqu'elle conduit à des estimations différentes des effets croissance et inégalités⁷. Dans la mesure où l'objectif de ces décompositions consiste en général à comparer l'importance relative de la croissance et de la redistribution des revenus en termes de pauvreté, le choix de l'une ou l'autre formulation peut conduire leurs utilisateurs à des interprétations sensiblement différentes du même phénomène.

Le tableau 1.1 illustre ces différences pour une économie fictive, celle d'Alphaland, caractérisée par un revenu moyen et un coefficient de Gini respectivement fixés à 3 000 \$ et 0,45⁸. On suppose de plus que les revenus sont distribués de manière log-normale⁹. Pour une ligne de pauvreté à 2 \$ par jour et par habitant, le niveau de pauvreté est respectivement de 12%, 3,6% et 1,6% selon les mesures P_0 , P_1 et P_2 . Si l'on émet l'hypothèse que notre économie fictive enregistre une croissance du revenu moyen de 10% sur la période d'étude et une diminution du degré d'inégalités de 5 points de pourcentage, on obtient des réductions respectives de 6,3, 2,2 et 1 points de pourcentage pour les trois mesures de pauvreté considérées. Le tableau 1.1 permet d'apprécier la sensibilité des effets estimés à la technique de décomposition utilisée. Ainsi, alors qu'avec l'équation (1.2.4) l'effet croissance représente 34% de la variation totale de l'incidence de pauvreté, sa part n'est que de 26% selon l'équation (1.2.5). Si l'on s'intéresse à la taille relative des effets (colonne 3), l'importance des écarts laisse apparaître l'influence considérable de la technique de décomposition utilisée sur les conclusions que l'on peut tirer de cet exercice.

Afin de résoudre ce problème de dépendance séquentielle et de traiter sur un pied d'égalité les effets croissance et inégalités, Datt & Ravallion (1992) proposent la décomposition

7. Lorsque le revenu moyen ou la distribution des revenus des pauvres n'évolue pas, les deux équations donnent des résultats identiques.

8. Ces caractéristiques correspondent approximativement à celles du Nicaragua en 2003 selon les World Development Indicators 2007.

9. Avec une hypothèse de log-normalité, le logarithme du revenu y suit une loi normale de moyenne \bar{y} et d'écart type σ . La fonction de densité correspondante est donc :

$$f(y) = \frac{1}{y\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\ln y - \bar{y})^2}{2\sigma^2}} \quad \forall y \in \mathbb{R}^{++}.$$

TABEAU 1.1 : Effets croissance et inégalités selon la technique de décomposition utilisée.

Technique	Effet (point de %)		% de la variation totale		Effet relatif
	croissance	inégalités	croissance	inégalités	
<i>P₀</i>					
K-S	-2,11	-4,18	33,6	66,4	0,505
J-T	-1,63	-4,65	26,0	74,0	0,350
D-R	-2,11	-4,65	33,6	74,0	0,453
K-Sh	-1,87	-4,42	29,8	70,2	0,424
T	-1,88	-4,40	30,0	70,0	0,428
<i>P₁</i>					
K-S	-0,73	-1,50	32,8	67,2	0,487
J-T	-0,46	-1,77	20,9	79,1	0,264
D-R	-0,73	-1,77	32,8	79,1	0,414
K-Sh	-0,59	-1,63	26,8	73,2	0,366
T	-0,60	-1,63	26,9	73,1	0,368
<i>P₂</i>					
K-S	-0,35	-0,72	32,6	67,4	0,483
J-T	-0,19	-0,88	17,9	82,1	0,218
D-R	-0,35	-0,88	32,6	82,1	0,397
K-Sh	-0,27	-0,80	25,2	74,8	0,338
T	-0,27	-0,80	25,2	74,8	0,336

Note : les calculs sont effectués pour une économie présentant un revenu par habitant de 3 000 \$ en début de période et enregistrant une croissance de 10%. Les revenus sont supposés distribués selon une loi log-normale avec des coefficients de Gini de 0,45 et 0,4 en début et en fin de période. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. K-S : Kakwani & Subbarao (1990) ; J-T : Jain & Tendulkar (1990) ; D-R : Datt & Ravallion (1992) ; K-Sh : Kakwani (2000b) et Shorrocks (1999) ; T : approximation par développement de Taylor ($s = 2\ 000$).

suivante :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \underbrace{\Theta(\mu_{t+1}, \pi_t) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}_{\mathcal{C}=C} + \underbrace{\Theta(\mu_t, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}_{\mathcal{I}=I'} + R, \quad (1.2.6)$$

où R est un terme résiduel. Les auteurs interprètent ce terme comme la différence entre l'effet inégalités calculé en référence au revenu moyen de la seconde période et celui obtenu en référence au revenu moyen de la première période, soit $I - I'$. Ils notent toutefois que ce résidu peut aussi être compris comme la différence entre l'effet croissance calculé en référence à la distribution finale des revenus et celui correspondant à la distribution initiale, soit $C' - C$. Ravallion (2005b) ajoute que l'analyse de ce terme ne doit pas être négligé car il exprime l'effet interactif des variations de μ et π sur celles de la pauvreté.

Dans le cadre de l'exemple retenu pour le tableau 1.1, ce résidu correspond à 8% de la variation totale de l'incidence de la pauvreté. Il peut toutefois se révéler beaucoup plus important comme l'illustre l'étude de Datt & Ravallion (1992) sur le Brésil et l'Inde durant la décennie 80 où le résidu représente quelquefois la moitié de la variation totale. Une telle

imprécision rend toute analyse d'autant plus délicate que l'interprétation du terme résiduel est incertaine. Ce terme doit-il être ajouté à l'effet croissance, à l'effet inégalités ou répartie selon certaines proportions entre ces deux effets? On peut toutefois souligner que dans le cas de notre pays en développement fictif, le tableau 1.1 donne lieu à une appréciation de l'effet relatif de la croissance par rapport à la redistribution qui correspond à la moyenne simple des ratios obtenus au travers des méthodes de Jain & Tendulkar (1990) et de Kakwani & Subbarao (1990).

Afin de définir une technique de décomposition parfaite et exempte de phénomène de dépendance séquentielle, Kakwani (2000b) propose une approche axiomatique similaire à celle utilisée traditionnellement pour la construction d'indices de pauvreté et d'inégalités. Il s'appuie sur trois axiomes qui doivent selon lui être nécessairement respectés par toute technique de décomposition des variations de la pauvreté. Ces axiomes sont : *i*) en l'absence d'effet inégalités (croissance), l'intégralité de la variation de la mesure de pauvreté est attribuable à l'effet croissance (inégalités), *ii*) si les effets croissance et inégalités sont tous deux négatifs (positifs), la pauvreté diminue (augmente), *iii*) l'effet croissance (inégalités) entre la date finale et la date initiale est l'opposé de l'effet croissance (inégalités) calculé entre la date initiale et la date finale. Les décompositions suggérées au travers des équations (1.2.4) à (1.2.6) violent à chaque fois le troisième axiome. L'auteur propose en contrepartie les formules suivantes de calcul des différents effets¹⁰ :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \frac{\overbrace{(\Theta(\mu_{t+1}, \pi_t) - \Theta(\mu_t, \pi_t)) + (\Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_{t+1}))}^{\mathcal{C}=\hat{C}}}{2} + \frac{\underbrace{(\Theta(\mu_t, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_t, \pi_t)) + (\Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \Theta(\mu_{t+1}, \pi_t))}_{\mathcal{I}=\hat{I}}}{2}. \quad (1.2.7)$$

Il s'agit donc simplement de réaliser une moyenne simple des effets obtenus à l'aide des techniques de Kakwani & Subbarao (1990) et Jain & Tendulkar (1990). Cette solution, qui consiste à répartir de manière égalitaire le terme R de l'équation (1.2.6) entre les deux effets, avait déjà été envisagée par Datt & Ravallion (1992) mais jugée arbitraire. Shorrocks (1999) apporte une justification formelle à cette décomposition en recourant à la valeur de Shapley

10. Dans l'esprit de la décomposition proposée par Kakwani (2000b), Son (2003) propose une décomposition des variations de la pauvreté en quatre éléments : *i*) l'effet croissance ; *ii*) l'effet inégalités inter-groupes ; *iii*) l'effet inégalités intra-groupes ; *iv*) l'effet de composition (modification de la taille relative des groupes).

Kakwani, Khandker & Son (2004) reprennent la technique de décomposition suggérée par Kakwani (2000b) et proposent ainsi une estimation directe de l'élasticité croissance de la pauvreté à l'aide de l'équation suivante :

$$\eta_{\mu} = \frac{(\ln \Theta(\mu_{t+1}, \pi_t) - \ln \Theta(\mu_t, \pi_t)) + (\ln \Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \ln \Theta(\mu_t, \pi_{t+1}))}{2(\ln \mu_{t+1} - \ln \mu_t)}.$$

Cette approche peut évidemment être étendue à l'élasticité inégalités de Θ , soit :

$$\eta_{\Psi} = \frac{(\ln \Theta(\mu_t, \pi_{t+1}) - \ln \Theta(\mu_t, \pi_t)) + (\ln \Theta(\mu_{t+1}, \pi_{t+1}) - \ln \Theta(\mu_{t+1}, \pi_t))}{2(\ln \Psi_{t+1} - \ln \Psi_t)}.$$

utilisée en théorie des jeux pour partager de manière équitable des gains entre participants d'un jeu coopératif^{11,12}. Dans la mesure où les études réalisées s'appuient davantage sur l'article de Shorrocks que sur celui de Kakwani, la décomposition correspondant à l'équation (1.2.7) est en général appelée décomposition de Shapley ou encore valeur de Shapley.

TABLEAU 1.2 : Élasticités croissance et inégalités selon la technique de décomposition utilisée.

Technique	P_0			P_1			P_2		
	η_μ	η_G	$\frac{\eta_\mu}{\eta_G}$	η_μ	η_G	$\frac{\eta_\mu}{\eta_G}$	η_μ	η_G	$\frac{\eta_\mu}{\eta_G}$
K-S	-1,76	3,13	-0,56	-2,01	3,71	-0,54	-2,19	4,07	-0,54
J-T	-1,36	3,49	-0,39	-1,28	4,37	-0,29	-1,20	4,96	-0,24
D-R	-1,76	3,49	-0,50	-2,01	4,37	-0,46	-2,19	4,96	-0,44
K-Sh	-1,56	3,31	-0,47	-1,64	4,04	-0,41	-1,69	4,52	-0,38
T	-1,57	3,30	-0,48	-1,65	4,03	-0,41	-1,69	4,52	-0,37

Note : les calculs sont effectués pour une économie présentant un revenu par habitant de 3 000 \$ en début de période et enregistrant une croissance de 10%. Les revenus sont distribués selon une loi log-normale avec des coefficients de Gini de 0,45 et 0,4 en début et en fin de période. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. K-S : Kakwani & Subbarao (1990) ; J-T : Jain & Tendulkar (1990) ; D-R : Datt & Ravallion (1992) ; K-Sh : Kakwani (2000b) et Shorrocks (1999) ; T : approximation par développement de Taylor ($s=2000$).

Du point de vue du calcul des élasticités de la pauvreté, le choix d'une technique de décomposition particulière n'est évidemment pas neutre. Le tableau 1.2 permet d'apprécier comment les différences en termes d'estimation des effets se traduisent par des différences en termes d'élasticités. Ces élasticités sont calculées à partir des équations (1.2.2) et (1.2.3), le coefficient de Gini ayant été retenu pour le calcul des élasticités inégalités des mesures P_α . On remarque que les différences relevées entre les élasticités obtenues selon les différentes méthodes de décomposition sont parfois importantes. Dans le cas de l'élasticité croissance de l'incidence de pauvreté, la valeur obtenue au travers des décompositions de Kakwani & Subbarao (1990) et de Datt & Ravallion (1992) est ainsi 30% plus élevée que celle issue de

11. La solution de Shapley pour la répartition de gains issus d'un jeu coopératif dans un ensemble K de $m \in \mathbb{N}^*$ joueurs est basée sur la formation de coalitions $S \subseteq K$ de s joueurs. Si l'on désigne par $g(S)$, le gain (ou la perte) que peuvent retirer l'ensemble des membres de la coalition sans recourir à une entente avec les joueurs restants, la contribution marginale du joueur k intégrant cette coalition sera $g(S \cup k) - g(S)$. La contribution $V(k)$ de chaque joueur k est obtenue en réalisant la moyenne arithmétique de ces contributions marginales pondérées par la probabilité d'obtenir chaque coalition, soit :

$$V(k) = \sum_{s=0}^{m-1} \sum_{S \subseteq K-k} \frac{s!(m-s-1)!}{m!} (g(S \cup k) - g(S)).$$

La décomposition proposée par Shorrocks (1999) consiste donc à traiter les caractéristiques μ et π comme des joueurs dont le comportement stratégique nécessite l'utilisation d'une règle afin d'obtenir une répartition équitable des variations de la pauvreté. Pour une application de la valeur de Shapley dans le cadre de la contribution de différents facteurs aux variations du coefficient de Gini et les problèmes soulevés par son application, voir par exemple Sastre & Trannoy (2002).

12. On peut aussi remarquer l'analogie entre cette technique de décomposition et la relation entre indices de Marshall-Edgeworth et indices de Laspeyres et de Paasche (Muller, 2006).

la décomposition de Jain & Tendulkar (1990). Il semble de plus que ces différences tendent à s'exacerber lorsque l'on s'intéresse à des mesures de pauvreté caractérisées par une forte aversion à l'extrême pauvreté.

1.2.2 Décomposition par développement de Taylor

Pour Muller (2006), les décompositions proposées précédemment ne sont pas satisfaisantes car reposant sur des hypothèses *ad hoc*. Ses critiques se concentrent essentiellement sur la méthode de décomposition proposée par Shorrocks (1999) et Kakwani (2000b). Il considère en effet qu'une technique de décomposition ne doit pas être évaluée en fonction de sa capacité à produire un terme résiduel nul ou à satisfaire un certain nombre de propriétés mathématiques jugées pratiques, mais doit être basée sur une approximation correcte du calcul intégral correspondant à la variation observée. Muller (2006) estime par exemple qu'il n'est pas nécessaire que l'effet croissance (inégalités) entre la date finale et la date initiale soit l'opposé de l'effet croissance (inégalités) entre la date initiale et la date finale, dans la mesure où seule la première situation correspond aux variations effectivement observées. Il montre de plus que la répartition égalitaire du terme résiduel R entre les différents effets n'est pas nécessairement adéquate du point de vue de la théorie de l'intégration. La variation observée du niveau de pauvreté entre les dates 1 et 2 peut en effet s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \int_t^{t+1} \frac{d\Theta(\mu_q, \pi_q)}{dq} dq. \quad (1.2.8)$$

où q représente le temps. Un développement de Taylor au premier ordre des variations observées de la pauvreté produit l'approximation suivante :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) \simeq \underbrace{\int_t^{t+1} \frac{\partial\Theta(\mu_q, \pi_q)}{\partial\mu} \frac{\partial\mu}{\partial q} dq}_{\mathcal{C}=\check{C}} + \underbrace{\sum_{i=1}^r \int_t^{t+1} \frac{\partial\Theta(\mu_q, \pi_q)}{\partial\pi_i} \frac{\partial\pi_i}{\partial q} dq}_{\mathcal{I}=\check{I}}. \quad (1.2.9)$$

La comparaison des équations (1.2.9) et (1.2.6) est intéressante car elle permet d'apprécier la nature de la décomposition suggérée par Datt & Ravallion (1992). Cette dernière correspond en effet à un développement de Taylor d'ordre 1 de $\Theta(\mu, \pi)$ avec substitution des dérivées premières par des interpolations linéaires, soit :

$$\Delta_{t,t+1}\Theta(\mu, \pi) = \frac{\overbrace{\Theta(\mu_2, \pi_1) - \Theta(\mu_1, \pi_1)}^{\mathcal{C}=\check{C}}}{\mu_2 - \mu_1} (\mu_2 - \mu_1) + \underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{\Theta(\mu_1, \pi_{i,2}, \pi_{i \neq j,1}) - \Theta(\mu_1, \pi_1)}{\pi_{i,2} - \pi_{i,1}} (\pi_{i,2} - \pi_{i,1})}_{\mathcal{I}=\check{I}} + R. \quad (1.2.10)$$

La présence du terme résiduel s'explique alors par la non linéarité de Θ par rapport à ses

différents arguments¹³ et le fait que les variations observées de μ et π ne soient pas marginales. Du fait de cette non-linéarité de Θ par rapport à μ et π , ce type de développement limité ne permet en effet une approximation correcte que pour des variations très faibles des arguments de Θ .

Dans la mesure où l'on ne dispose que d'une information restreinte — on ne connaît ainsi les valeurs de Θ qu'en début et en fin de période, et la valeur des dérivées de Θ par rapport à μ et π est inconnue — Muller (2006) affirme qu'une estimation de (1.2.9) est impossible¹⁴. De notre point de vue, les observations de Muller (2006) méritent pourtant d'être développées. Bien que l'on ne connaisse en effet pas la valeur des dérivées premières de Θ sur les intervalles définis par μ_t, μ_{t+1}, π_t et π_{t+1} , il est en effet possible d'estimer celles-ci localement par un développement de Taylor d'ordre 1 pour des variations infinitésimales de chaque facteur. En divisant $\Delta_{t,t+1}\mu$ et $\Delta_{t,t+1}\pi$ en s variations de tailles identiques, on peut utiliser les approximations suivantes des dérivées de Θ pour chaque variation j :

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right) \simeq \frac{\Theta \left(\mu_{t+\frac{j}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right) - \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right)}{\mu_{t+\frac{j}{s}} - \mu_{t+\frac{j-1}{s}}} \quad (1.2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \pi_i} \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right) \simeq \frac{\Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{i,t+\frac{j}{s}}, \pi_{i \neq j, t+\frac{j-1}{s}} \right) - \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right)}{\pi_{i,t+\frac{j}{s}} - \pi_{i,t+\frac{j-1}{s}}} \quad (1.2.13)$$

On obtient alors l'approximation suivante de la décomposition présentée dans l'équation (1.2.9) :

$$\Delta_{t,t+1} \Theta(\mu, \pi) \simeq \overbrace{\sum_{j=1}^s \Theta \left(\mu_{t+\frac{j}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right) - \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right)}^{\mathcal{C}=\check{C}}$$

13. Pour se convaincre de cette non linéarité, il suffit par exemple de regarder la forme de la fonction de densité de la loi log-normale présentée dans la note 9 et la manière dont interviennent les paramètres distributifs \bar{y} et σ .

14. Selon Muller (2006), la meilleure approximation est donnée par la technique du *logarithmic mean Divisia index* (LMDI) développée par Ang & Liu (2001) dans le cadre de l'étude des variations des consommations énergétiques (voir Ang, 2005, pour une description rapide de la méthode). Cette technique donne lieu à la décomposition suivante :

$$\Delta_{t,t+1} \Theta(\mu, \pi) = \underbrace{\frac{\Theta_{t+1} - \Theta_t}{\ln \Theta_{t+1} - \ln \Theta_t} \ln \left(\frac{\mu_{t+1}}{\mu_t} \right)}_{\mathcal{C}=\check{C}} + \sum_{i=1}^r \underbrace{\frac{\Theta_{t+1} - \Theta_t}{\ln \Theta_{t+1} - \ln \Theta_t} \ln \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_{i,t}} \right)}_{\mathcal{J}=\bar{I}}. \quad (1.2.11)$$

La décomposition présentée au travers de l'équation 1.2.11 n'est toutefois pas exempte de critique. En effet, le LMDI a été proposé dans le cadre de mesures que l'on peut exprimer sous la forme $Y = \sum_i \prod_j x_{ij}$ où x_{ij} est la valeur du facteur j pour le groupe i . Si nombre de mesures de pauvreté sont bien additivement décomposables, aucune des mesures couramment utilisées n'est un produit de μ, z et π . Les résultats de la décomposition issue de cette technique n'ont donc pas été reportés dans le tableau 1.1. Pour illustrer le caractère inadéquat de cette décomposition, on peut aisément vérifier que, dans le cadre de l'exemple d'Alphaland, la technique du LMDI produit un effet croissance positif. Ce résultat est évidemment peu crédible dans la mesure où le respect de l'axiome de monotonie faible (cf. annexe A) implique qu'une augmentation du revenu de tous les individus donne nécessairement lieu à un effet croissance négatif ou nul.

$$+ \underbrace{\sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{i,t+\frac{j}{s}}, \pi_{i \neq j, t+\frac{j-1}{s}} \right) - \Theta \left(\mu_{t+\frac{j-1}{s}}, \pi_{t+\frac{j-1}{s}} \right)}_{\mathcal{I}=\check{I}}. \quad (1.2.14)$$

Il s'agit donc de décomposer les variations totales de μ et de π en s variations marginales, puis d'opérer pour chaque micro-variation un calcul des effets croissance et inégalités selon la technique de Datt & Ravallion (1992). Les effets croissance et inégalités de la variation observée du degré d'inégalités correspondant à cette méthode sont simplement les sommes respectives de ces micro-effets croissance et inégalités. Une présentation plus détaillée de l'application de la méthode est effectuée dans l'annexe B.

Les résultats de cette décomposition pour Alphaland sont présentés dans le tableau 1.1. Bien que la décomposition que nous suggérons soit basée sur une approche très différente de celle élaborée par Shorrocks (1999) et Kakwani (2000b), les résultats obtenus sont très proches. Ceci se traduit dans le tableau 1.2 par des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté presque identiques.

Malgré l'écart relevé entre les effets obtenus par approximation de Taylor et ceux correspondant à l'approche de Datt & Ravallion (1992), il semble toutefois important de préciser que cette dernière ne doit pas pour autant être écartée. Parmi les différentes techniques de décomposition présentées dans les paragraphes précédents, elle est en effet la seule qui permette d'obtenir des effets qui puissent être véritablement interprétés en termes d'analyse contrefactuelle. Les approches par approximation de Taylor et par la valeur de Shapley prennent explicitement en compte dans le calcul de l'effet croissance (inégalités) les variations du degré d'inégalités (du niveau moyen de revenus) qui accompagnent la croissance du revenu moyen (la variation du degré d'inégalités). Au contraire, ces deux éléments sont traités de manière parfaitement orthogonale chez Datt & Ravallion (1992). Ainsi, l'effet C indique véritablement la variation du niveau de pauvreté que l'on aurait obtenue pour le taux de croissance observé si la distribution relative des revenus n'avait pas évolué par rapport à son état initial. Cet effet sera donc stable quelle que soit la variation du degré d'inégalités, ce qui n'est pas le cas de \hat{C} et \check{C} .

Ce problème de variabilité des effets, et donc des élasticités correspondantes, est illustré sur la figure 1.1. Celle-ci reprend l'exemple de l'économie fictive utilisé dans les paragraphes précédents. Pour chaque mesure de pauvreté P_0 , P_1 et P_2 , les effets croissance et inégalités sont respectivement calculés pour différentes variations du niveau moyen de revenus et du coefficient de Gini. Tandis que les effets issus de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) restent insensibles aux variations du facteur complémentaire, la figure 1.1 montre que, dans le cadre de notre exemple, les effets croissance (inégalités) issus de l'approximation de Taylor et de la valeur de Shapley sont fonction croissante (décroissante) des variations du degré d'inégalités¹⁵ (du revenu moyen). Pour une diminution de 5 points du coefficient de Gini,

15. Il est nécessaire de rester prudent en ne généralisant pas cette observation qui est contingente à l'hypothèse de log-normalité. Sous cette dernière, la variation du coefficient de Gini est associée à une redistribution

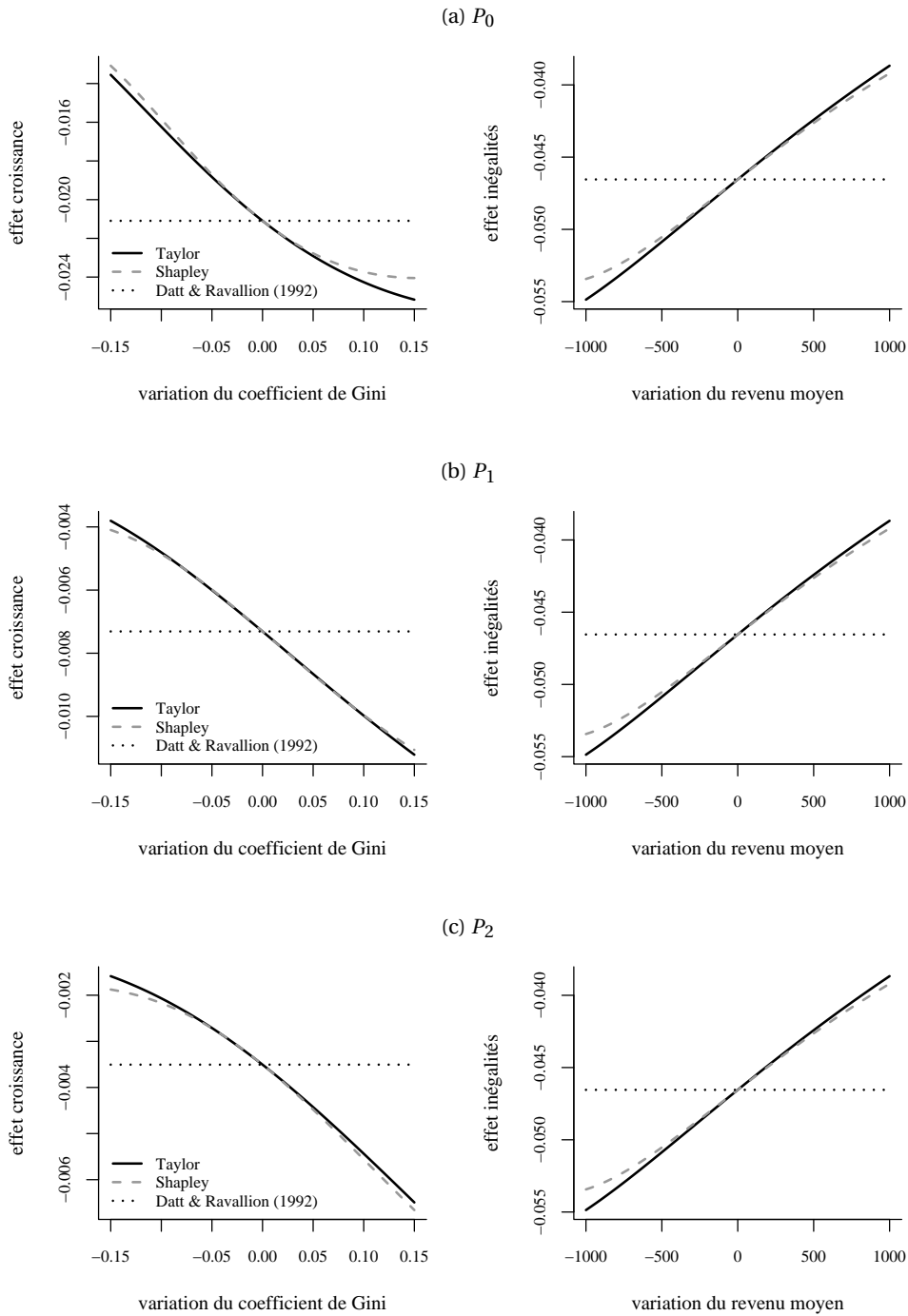


FIGURE 1.1 : Sensibilité de l'effet croissance aux variations du degré d'inégalités et de l'effet inégalités aux variations du revenu moyen selon la technique de décomposition utilisée.

la croissance observée permet ainsi une réduction de l'incidence de pauvreté de 1,9 points de pourcentage, alors que pour une augmentation de 5 points du coefficient de Gini, la réduction de l'incidence de pauvreté est de 2,3 points de pourcentage. La différence n'est pas anodine d'un point de vue économique si l'on considère que le niveau initial de l'incidence de pauvreté est de 12%. Les variations des effets semblent encore plus marquées lorsque l'on considère les effets inégalités. La figure 1.1 montre aussi que les différentes approches sont parfaitement équivalentes et produisent donc les mêmes élasticités lorsque les variations de la pauvreté sont uniquement liées à la variation du revenu moyen ou à la modification de la distribution relative des revenus. Enfin, ces simulations semblent confirmer l'observation selon laquelle la valeur de Shapley permet une estimation très satisfaisante des effets obtenus au travers de l'approximation de Taylor lorsque les variations du degré d'inégalités et du revenu moyen ne sont pas trop importantes. Un examen approfondi serait toutefois nécessaire pour mesurer la portée de cette observation et en tirer une éventuelle généralisation.

1.2.3 Les décompositions dans un cadre multi-périodes

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des variations de la pauvreté entre deux dates, ce qui donne déjà lieu à un certain nombre d'incertitudes quant à la technique de décomposition à employer pour le calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Toutefois lorsque plusieurs périodes d'observations sont utilisées, Datt & Ravallion (1992) et Kakwani (2000b) précisent que les décompositions doivent être effectuées de manière à respecter le principe d'additivité par sous-périodes.

Si l'on considère une période d'analyse s'étalant de 0 à T et $0 \leq t \leq u \leq v \leq T$, $\{t, u, v, T\} \in \mathbb{N}$, ce principe implique que l'effet croissance (inégalités) entre les dates t et v doit être la somme des effets croissance (inégalités) estimés pour les périodes t à u et u à v , soit :

$$\mathcal{C}_{t,v} = \mathcal{C}_{t,u} + \mathcal{C}_{u,v}, \quad (1.2.15)$$

$$\mathcal{I}_{t,v} = \mathcal{I}_{t,u} + \mathcal{I}_{u,v}. \quad (1.2.16)$$

Selon Datt & Ravallion (1992), le respect de cet axiome implique le choix d'une distribution de référence pour estimer les effets croissance et inégalités à chaque période. Ils estiment que la distribution de début de période ($t = 0$) correspond au choix le plus naturel pour effectuer l'ensemble des décompositions sur la période d'observation. L'équation 1.2.6 est donc modifiée de la manière suivante :

$$\Delta_{t,u}\Theta(\mu, \pi) = \overbrace{\Theta(\mu_0 + \Delta_{t,u}\mu, \pi_0)}^{\mathcal{C}_{t,u} = \bar{\mathcal{C}}_{t,u}} - \Theta(\mu_0, \pi_0)$$

particulière des revenus dans la population. Or une variation donnée d'une mesure d'inégalités peut être obtenue de multiples manières.

$$+ \underbrace{\Theta(\mu_0, \pi_0 + \Delta_{t,u}\pi) - \Theta(\mu_0, \pi_0)}_{\mathcal{I}_{t,u} = \bar{I}_{t,u}} + R. \quad (1.2.17)$$

Kakwani (2000b) propose une version plus restrictive de l'axiome d'additivité par sous-période, puisque les relations présentées dans les équations (1.2.15) et (1.2.16) doivent se vérifier pour tout $u \in \{0, 1 \dots T\}$. Dans l'approche axiomatique qu'il présente, l'ajout de cet axiome se traduit par la méthode suivante de calcul des effets¹⁶ :

$$\Delta_{t,u}\Theta(\mu, \pi) = \underbrace{\frac{1}{T} \sum_{j=1}^T (\hat{C}_{t,j} + \hat{C}_{j,u})}_{\mathcal{C}_{t,u} = \bar{C}_{t,u}} + \underbrace{\frac{1}{T} \sum_{j=1}^T (\hat{I}_{t,j} + \hat{I}_{j,u})}_{\mathcal{I}_{t,u} = \bar{I}_{t,u}}. \quad (1.2.18)$$

Tant que les variations de μ et de π à chaque sous-période ne sont pas identiques, ces effets diffèrent en général de ceux obtenus précédemment dans le cas à deux périodes.

De notre point de vue, les formules de calcul des effets croissance et inégalités présentées dans les équations (1.2.17) et (1.2.18) ont toutefois des conséquences peu désirables.

Dans le cas de la décomposition présentée par Datt & Ravallion (1992), le changement de distribution de référence modifie profondément la signification des effets estimés. Ainsi l'effet inégalités $\bar{I}_{t,u}$ ne correspond plus à la variation de la pauvreté que l'on aurait obtenue entre les instants t et u si le revenu moyen était resté à son niveau μ_t . Au contraire, il s'agit de la variation du niveau de pauvreté que l'on aurait observée à partir de la distribution initiale des revenus ($t = 0$) pour la variation du degré d'inégalités relevée entre les instants t et u . On ne peut donc plus interpréter en termes de contrefactuel les effets obtenus au travers de la décomposition de Datt & Ravallion (1992)¹⁷. De plus, il semble peu logique d'estimer une

16. La décomposition des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités dans le cadre d'une analyse sur plusieurs périodes n'est pas abordée par Shorrocks (1999). Or la méthode de la valeur de Shapley consiste à mesurer successivement la contribution d'un joueur sur l'ensemble des arrangements des différentes séquences de jeu. Dans le cas de la décomposition des variations de la pauvreté, ceci signifie que les contributions marginales de la croissance et des inégalités pour une période donnée sont calculées en modifiant la séquence des variations observées de μ et π (cf. note 11, page 24). Dans le cas de deux périodes marquées par les dates 0, 1 et 2, il faut donc évaluer les effets à partir des 24 arrangements possibles de $\Delta_{0,1}\mu$, $\Delta_{0,1}\pi$, $\Delta_{1,2}\mu$ et $\Delta_{1,2}\pi$. L'effet croissance sur la période 1 à 2 est alors :

$$\begin{aligned} \hat{C}_{1,2} = & \frac{1}{4}(\Theta(\mu_0 + \Delta_{1,2}\mu, \pi_0) - \Theta(\mu_0, \pi_0)) + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_2, \pi_0) - \Theta(\mu_1, \pi_0)) + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_0 + \Delta_{1,2}\mu, \pi_1) - \Theta(\mu_0, \pi_1)) \\ & + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_0 + \Delta_{1,2}\mu, \pi_0 + \Delta_{1,2}\pi) - \Theta(\mu_0, \pi_0 + \Delta_{1,2}\pi)) + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_2, \pi_1) - \Theta(\mu_1, \pi_1)) \\ & + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_2, \pi_0 + \Delta_{1,2}\pi) - \Theta(\mu_1, \pi_0 + \Delta_{1,2}\pi)) + \frac{1}{12}(\Theta(\mu_0 + \Delta_{1,2}\mu, \pi_2) - \Theta(\mu_0, \pi_2)) \\ & + \frac{1}{4}(\Theta(\mu_2, \pi_2) - \Theta(\mu_1, \pi_2)). \end{aligned}$$

À notre connaissance, la technique de la valeur de Shapley n'a été employée de cette manière dans aucune étude de décomposition des variations de la pauvreté. Ceci s'explique sans doute par la difficulté que l'on rencontre à donner un sens aux effets obtenus.

17. Cette remarque ne concerne évidemment pas les résultats de la décomposition pour la première sous-période puisque les effets obtenus sont identiques.

élasticité à partir des caractéristiques de la distribution des revenus à la date t et d'un effet calculé par rapport à une autre distribution.

La décomposition suggérée par Kakwani (2000b) présente aussi un inconvénient majeur, à savoir la présence d'un phénomène de dépendance de sentier. L'équation (1.2.18) montre en effet que les effets croissance ou inégalités entre deux dates dépendent non seulement des caractéristiques des distributions de revenus à ces deux dates, mais aussi des caractéristiques des distributions de revenus avant, pendant et après la sous-période analysée. On peut illustrer ce phénomène par un exemple sur deux sous-périodes. Les distributions revenus à chaque date sont alors définies par (μ_0, π_0) , (μ_1, π_1) et (μ_2, π_2) . Selon l'équation (1.2.18), l'effet croissance entre les dates 1 et 3 est ainsi :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{0,2} = & \frac{3}{2} (\Theta(\mu_2, \pi_2) - \Theta(\mu_0, \pi_0)) + \Theta(\mu_2, \pi_0) - \Theta(\mu_0, \pi_2) \\ & + \frac{1}{2} (\Theta(\mu_1, \pi_0) - \Theta(\mu_0, \pi_1) + \Theta(\mu_2, \pi_1) - \Theta(\mu_1, \pi_2)) \end{aligned} \quad (1.2.19)$$

La valeur de $\tilde{C}_{0,2}$ sera donc contingente à la distribution observée à la période 1. Pour une distribution $(\mu_1^*, \pi_1^*) \neq (\mu_1, \pi_1)$, la valeur de l'effet inégalités sera donc différente alors même que les distributions initiales ($t = 0$) et finales ($t = 2$) restent inchangées. On vérifie aisément que le même phénomène peut être observé pour le calcul des effets inégalités et pour les décompositions par sous-périodes.

On peut donc se demander si l'ajout de l'axiome d'additivité par sous-périodes est réellement pertinent pour la décomposition des variations de la pauvreté. Certes, il permet d'obtenir des propriétés intéressantes pour les effets obtenus, mais ce gain se fait au détriment de l'interprétation que l'on peut donner à ces effets croissance et inégalités de la pauvreté. Il semble donc préférable de s'en tenir aux décompositions simples présentées dans les sections précédentes pour calculer les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté à partir des équations (1.2.2) et (1.2.3).

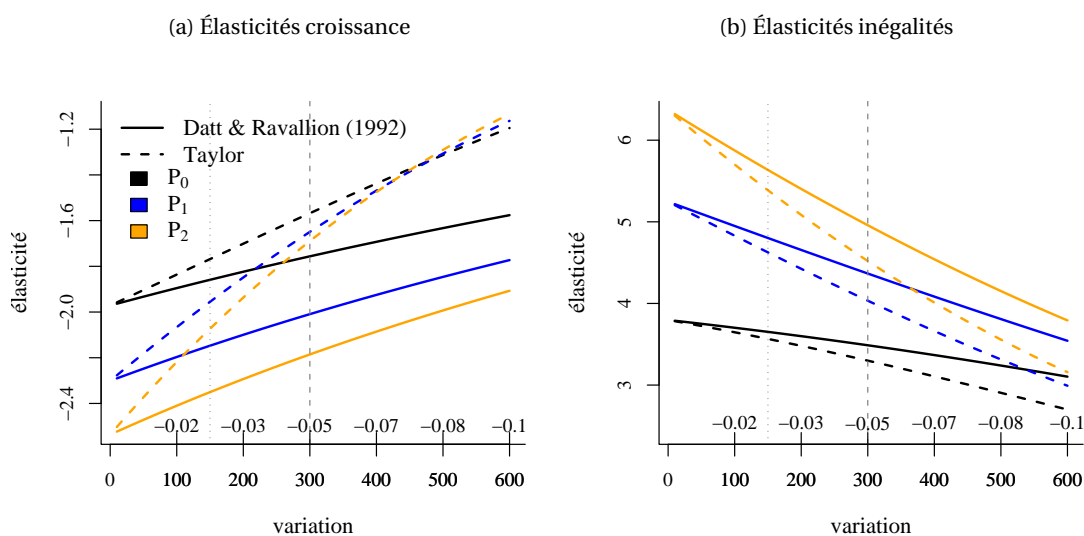
1.2.4 Faiblesses de la méthode pour le calcul des élasticités

La diversité des techniques de décomposition présentées ne constitue pas le seul inconvénient de cette méthode de calcul des élasticités basée sur une approche « comptable » de la décomposition des variations de la pauvreté. En effet, l'approche donne aussi lieu à des problèmes pratiques et à des insuffisances en matière de comparaison des résultats et de capacités prédictives.

Les premières difficultés sont liées à la disponibilité des données en matière de distributions de revenus, qu'il s'agisse de données micro-économiques ou de données agrégées (fréquence par classe de revenus ou répartition du revenu total par quantiles de population). Bien que des progrès conséquents aient été réalisés en la matière, notamment pour fournir des séries de revenus comparables internationalement, il est encore souvent difficile

d'obtenir les deux distributions de revenus nécessaires à la décomposition des variations de la pauvreté entre deux dates.

Il faut aussi remarquer que les élasticité obtenues au travers de l'approche « comptable » correspondent à des phénomènes passés. Or, comme le temps passé entre deux enquêtes est généralement long, les variations du revenu moyen et du degré d'inégalités sont souvent importantes. Du fait de la non-linéarité des relations entre la mesure de pauvreté et l'ensemble des caractéristiques distributives, les élasticité obtenues sur la base des variations entre les dates t et $t+1$ peuvent donc être d'un intérêt limité pour prédire les variations de la pauvreté entre $t+1$ et $t+2$. Ainsi, si l'on reprend l'exemple d'Alphaland et les élasticité obtenues à partir de la décomposition par approximation de Taylor, une nouvelle augmentation du revenu moyen de 10% accompagnée d'une augmentation du coefficient de Gini de 5 points de pourcentage devrait se traduire par une hausse de 31% de l'incidence de pauvreté alors qu'elle serait en réalité de 41%. Une solution simple à ce problème consiste à calculer les élasticité croissance et inégalités de la pauvreté à l'aide des formules précédentes en intervertissant les distributions initiales et finales, ce qui permet d'obtenir des élasticité basées sur la distribution de revenus en $t+1$. Dans l'exemple d'Alphaland, les hausses du revenu moyen de 10% et du coefficient de Gini de 0,05 permettent alors de prédire une hausse de 40% de l'incidence de pauvreté avec la décomposition par approximation de Taylor. L'erreur de prédiction est alors minimale.



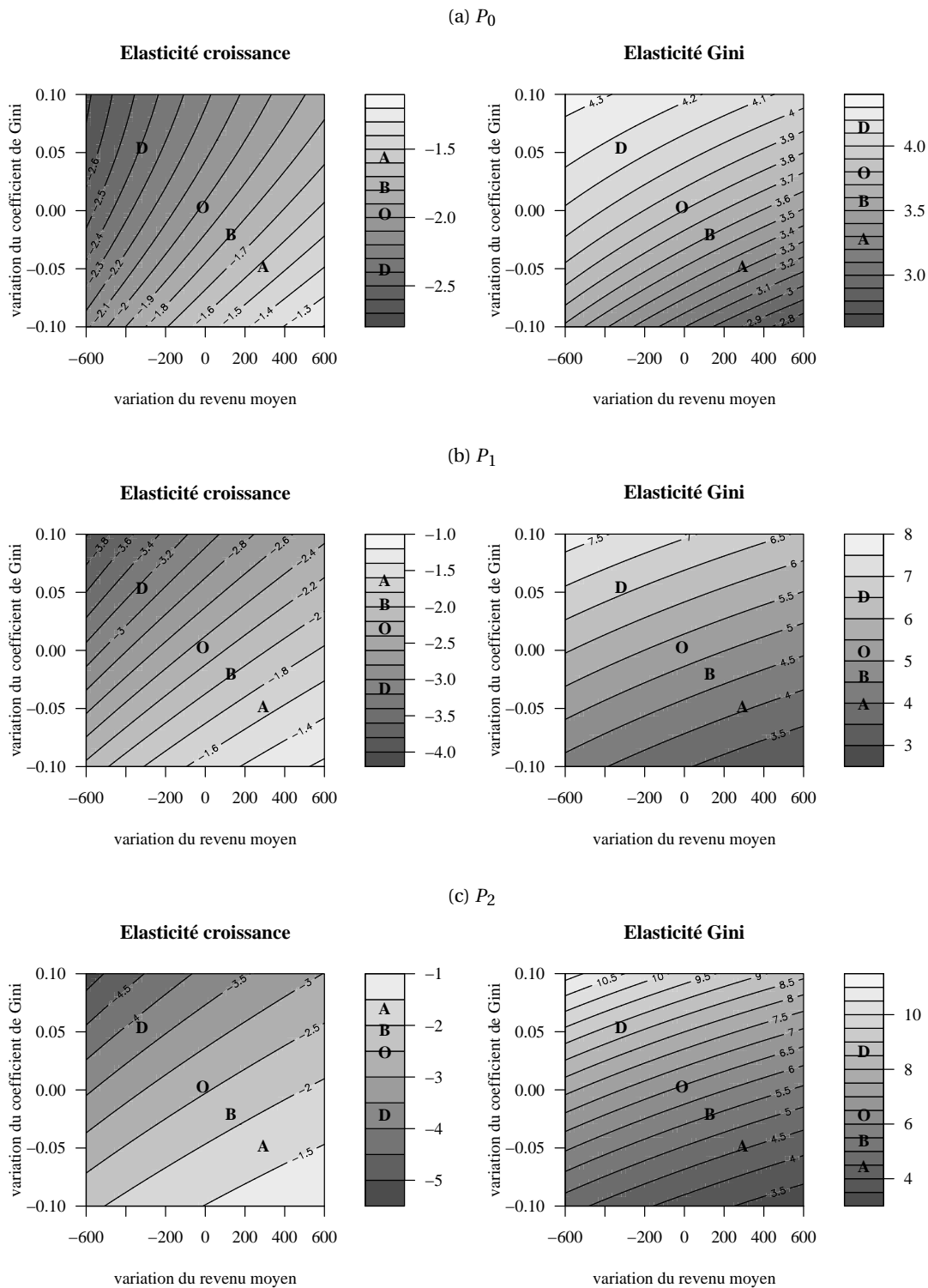
Note : Les lignes verticales discontinues et pointillées correspondent aux variations du revenu moyen et du coefficient de Gini connus respectivement par les pays fictifs Alphaland et Bétaland. L'échelle inférieure de l'axe des abscisses correspond à la variation du revenu par habitant et l'échelle supérieure à celle du coefficient de Gini.

FIGURE 1.2 : Sensibilité des élasticité issues de l'approche « comptable » à l'amplitude des variations conjointes du revenu moyen et du degré d'inégalités.

Dans la mesure où les relations entre pauvreté, d'une part, et revenu moyen et inégalités, d'autre part, sont non-linéaires et que le temps écoulé entre deux enquêtes est généralement important, les élasticités obtenues à partir de l'approche « comptable » ne correspondent pas à des effets marginaux, ce qui soulève un certain nombre de problèmes en termes d'interprétation. Pour illustrer ce phénomène, considérons un pays fictif, Bêtaland, dont la distribution initiale des revenus est en tout point identique à celle d'Alphaland en $t = 0$, mais dont les performances en matière de croissance et de réduction des inégalités sont moitié moindres que celles d'Alphaland sur la période. Les élasticités croissance et inégalités de l'incidence de pauvreté obtenues au travers de la décomposition par approximation de Taylor sont respectivement de $-1,76$ et $3,56$ pour Bêtaland tandis que les valeurs correspondantes sont de $-1,57$ et $3,30$ pour Alphaland.

Cette sensibilité des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté à l'amplitude des variations observées sont représentées sur la figure 1.2. Sur cette dernière, chaque pour-cent de croissance est associé à une réduction d'un demi point de pourcentage du coefficient de Gini. On peut ainsi observer de quelle manière évoluent les valeurs des différentes élasticités le long de ce sentier de transformation de la distribution de revenus. On remarque notamment que cette sensibilité s'accroît avec le paramètre α . Ainsi, l'élasticité croissance de P_2 obtenue au travers de la décomposition par approximation de Taylor est de $-2,07$ pour Bêtaland contre $-1,69$ pour Alphaland. Des écarts du même ordre sont relevés pour les élasticités inégalités. Certes, nous avons noté précédemment que la valeur de l'effet croissance (inégalités) dépend de la variation observée du degré d'inégalités (du revenu moyen) lorsque la décomposition par approximation de Taylor était utilisée. Ce phénomène n'explique toutefois pas dans sa totalité cette sensibilité à l'amplitude des variations observées des caractéristiques de la distribution. La figure 1.2 montre en effet que les élasticités croissance et inégalités des mesures P_α obtenues au travers de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) dépendent aussi de manière non négligeable des caractéristiques du pays en fin de période.

On peut ajouter que les élasticités obtenues au travers de la méthode « comptable » sont non seulement sensibles à l'amplitude des variations observées de μ et π mais aussi au signe de celles-ci. Pour illustrer notre propos, nous considérons un nouveau pays fictif, Deltaland, dont les caractéristiques initiales sont identiques à Alphaland, mais qui connaît des performances symétriquement opposées à ce dernier, soit un taux de croissance de -10% et une hausse de $0,05$ du coefficient de Gini. Les différences observées en termes d'élasticités de la pauvreté par rapport à Alphaland sont plus importantes que dans le cas de Bêtaland. Ainsi, les élasticités croissance et inégalités de l'incidence de pauvreté issues de la décomposition par approximation de Taylor sont respectivement de $-2,36$ et $4,14$, soit des écarts économiquement significatifs de $-0,79$ et $0,84$. La figure 1.3 présente, pour des intervalles raisonnables de variations du revenu moyen et du coefficient de Gini, les valeurs des élasticités croissance et inégalités obtenues à l'aide de la décomposition par approximation de Taylor. Elle rassemble donc les informations présentées dans les figures 1.1 et 1.2 et montre



Note : La distribution initiale est décrite par une loi log-normale pour un revenu moyen de 3000 \$ et un coefficient de Gini de 0,45. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. A : Alphaland ; B : Bêtaland ; D : Deltaland ; O : origine.

FIGURE 1.3 : Sensibilité des élasticités issues de la décomposition par approximation de Taylor à l'amplitude des variations du revenu moyen et du degré d'inégalité.

la diversité des élasticités que l'on peut obtenir pour un même pays selon l'évolution de la distribution sous l'hypothèse de log-normalité de la distribution finale des revenus¹⁸. Elle permet ainsi de distinguer, dans le cadre de nos économies fictives, les effets de l'amplitude et de la direction des variations du revenu moyen et du degré d'inégalités pour chaque élasticité issue de la décomposition par approximation de Taylor.

Les exemples d'Alphaland, Bêtaland et Deltaland montrent que l'approche « comptable » de calcul des élasticités de la pauvreté n'est pas satisfaisante lorsqu'il s'agit d'utiliser les élasticités estimées pour comparer les performances de la croissance et de la redistribution dans différentes économies en matière de réduction de la pauvreté. Dans ce cas précis, les élasticités obtenues nous amènent en effet à conclure que la pauvreté à Deltaland est plus sensible à la croissance et à la redistribution qu'à Bêtaland et Alphaland, alors même que les distributions initiales et le sentier d'évolution des caractéristiques distributives (μ, π) sont identiques dans les trois pays. Dans la mesure où le calcul d'une élasticité est en général motivé par le désir d'exprimer sous forme intensive les effets croissance et inégalités de la pauvreté, ces résultats révèlent les limites de l'approche « comptable » puisque ces élasticités dépendent de la taille et du signe des variations observées du revenu moyen et du degré d'inégalités.

Pour résoudre ces problèmes de comparabilité et de prévision, il convient sans doute de reconsidérer la manière d'utiliser les décompositions des variations de la pauvreté lorsque l'on souhaite calculer des élasticités de la pauvreté. La plupart des remarques effectuées précédemment semblent indiquer qu'il est préférable d'abandonner l'étude de périodes de pauvreté au profit d'exercices de simulation. Comme nous l'avons souligné précédemment, nombre de problèmes, comme l'incertitude concernant la technique de décomposition appropriée et la multitude d'élasticités pouvant être obtenues à partir de la même distribution initiale des revenus, dépendent des variations observées du degré d'inégalités et de la distribution relative des revenus. Ce problème peut en grande partie être résolu en normalisant les variations observées de manière à les rendre comparables d'un pays à l'autre. Les figures 1.2 et 1.3 montrent ainsi que les principales techniques de décomposition présentées auparavant tendent à produire les mêmes élasticités pour des variations infinitésimales du revenu moyen et du degré d'inégalités¹⁹. On peut donc envisager de calculer les différentes élasticités de la pauvreté en réduisant les variations observées de μ et π à des variations marginales. Les élasticités croissance et inégalités peuvent alors être calculées en procédant à une approximation numérique des formules suivantes :

$$\eta_{\Theta, \mu} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\Theta(\mu_t + \lambda(\mu_{t+1} - \mu_t), \pi_t) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}{\Theta_t} \frac{\mu_t}{\Delta_{t, t+1} \mu}, \quad (1.2.20)$$

18. Pour retrouver les valeurs des élasticités croissance (inégalités) issues de la décomposition de Datt & Ravallion (1992), il suffit de restreindre la lecture de la figure 1.3 aux valeurs obtenues pour des variations nulles du degré d'inégalités (du revenu moyen).

19. Sur la figure 1.3, les valeurs des élasticités correspondant à ces variations marginales du revenu moyen et du degré d'inégalités sont indiquées par le point O.

$$\eta_{\Theta, \Psi} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\Theta(\mu_t, \pi_t + \lambda(\pi_{t+1} - \pi_t)) - \Theta(\mu_t, \pi_t)}{\Theta_t} \frac{\Psi(\pi_t)}{\Delta_{t,t+1} \Psi(\pi)}. \quad (1.2.21)$$

La technique proposée ne permet toutefois pas de répondre à un problème propre aux élasticités inégalités. Celui-ci concerne l'hétérogénéité des variations observées des distributions relatives de revenus et les faibles capacités des mesures d'inégalités à rendre compte de cette hétérogénéité. Ainsi, l'utilisation de mesures d'inégalités ne permet pas d'effectuer un classement complet des distributions relatives de revenus car différentes courbes de Lorenz²⁰ peuvent être caractérisées par une même valeur du coefficient. On peut donc obtenir des élasticités différentes pour des valeurs initiales et des variations identiques du revenu moyen et du coefficient de Gini.

Pour mieux comprendre ce problème, on peut imaginer un nouveau pays fictif, Zêtaland, dont la distribution initiale des revenus et les variations du revenu moyen et du coefficient de Gini sont identiques à celles d'Alphaland sur la période d'analyse. Toutefois la distribution finale de Zêtaland suit non pas une loi log-normale comme Alphaland mais une loi de Weibull. Cette petite différence donne lieu à des écarts très importants en termes de pauvreté puisque l'incidence de pauvreté en fin de période est de 11,7% à Zêtaland contre 5,7% à Alphaland. Si l'on utilise la formule présentée dans l'équation 1.2.21 pour calculer les valeurs des élasticités inégalités de l'incidence de pauvreté dans les deux pays, on obtient respectivement des valeurs égales -5,67 et 3,79 pour Zêtaland et Alphaland. Ce résultat est trompeur dans la mesure où il suggère que la diminution des inégalités est un vecteur de réduction de la pauvreté plus influent à Zêtaland. Pourtant les conditions initiales sont strictement identiques dans les deux pays. En conséquence, les variations du niveau de pauvreté auraient donc été équivalentes si la variation du coefficient de Gini avait correspondu à un même processus de redistribution des revenus dans chaque pays. Dans notre exemple, la différence relevée au niveau des élasticités inégalités calculées ne tient qu'aux différences de processus redistributifs connus par chaque pays, mais, en général, les pays étudiés se distinguent à la fois par des conditions initiales et des processus redistributifs différents. Si le calcul d'élasticités de la pauvreté doit permettre de mesurer l'influence des conditions initiales sur l'évolution de la pauvreté et de fournir des recommandations de politique économique claires, ces élasticités inégalités de la pauvreté ne sont pas utilisables pour des comparaisons transversales puisqu'il n'est pas possible de distinguer les effets des conditions initiales de l'influence du processus de transformation de la distribution relative des

20. La courbe de Lorenz $L(p)$ met en relation la part du revenu total dont disposent les $p\%$ les plus pauvres de la population. Gastwirth (1971) en propose l'expression suivante :

$$L(p) = \frac{\int_0^p F^{-1}(u, \mu, \pi) du}{\mu},$$

où $F^{-1}(p, \mu, \pi)$ est la fonction de quantile que l'on définit par :

$$F^{-1}(p, \mu, \pi) = \min\{y | F(y, \mu, \pi) \geq p\}.$$

revenus. L'interprétation des élasticités inégalités obtenues par la méthode « comptable » ne peut donc se faire en l'absence d'analyse des changements distributifs connus par l'économie considérée. On ne rencontre évidemment pas ce problème pour les élasticités croissance dans la mesure où l'élasticité croissance est par essence unique pour des conditions initiales données²¹.

Une solution consiste à établir les effets inégalités sur la base d'un même processus redistributif pour tous les pays et toutes les périodes que l'on souhaite comparer. Ceci constitue en revanche une déviation importante par rapport à l'esprit de l'approche « comptable » puisque les variations observées de chaque pays ne sont plus utilisées pour établir les valeurs des différentes élasticités. Elle correspond par contre à celui de l'approche « analytique » décrite dans la prochaine section.

1.3 L'approche « analytique » ou la vision prospective de la pauvreté

L'approche « analytique » consiste à substituer les exercices de simulation utilisés pour la méthode « comptable » par la manipulation directe de l'expression formelle de la mesure de pauvreté considérée et l'utilisation des outils classiques de dérivation et d'intégration pour obtenir les élasticités désirées. Pour cela, on peut s'appuyer sur une différentielle totale de la mesure de pauvreté Θ utilisée pour obtenir l'approximation suivante :

$$d\Theta(\mu, \pi) \simeq \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\mu} d\mu + \sum_{i=1}^r \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\pi_i} d\pi_i, \quad (1.3.1)$$

$$\simeq \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\mu} d\mu + \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\Psi} \sum_{i=1}^r \frac{\partial\Psi(\pi)}{\partial\pi_i} d\pi_i. \quad (1.3.2)$$

Afin de normaliser le processus redistributif, on impose certaines contraintes sur les dérivées $\frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\pi_i} d\pi_i$, $i \in \{1 \dots r\}$. Les élasticités croissance et inégalités de la mesure Θ sont ensuite obtenues en calculant :

$$\eta_\mu = \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\mu} \frac{\mu}{\Theta(\mu, \pi)}, \quad (1.3.3)$$

$$\eta_\Psi = \frac{\partial\Theta(\mu, \pi)}{\partial\Psi} \frac{\Psi}{\Theta(\mu, \pi)}. \quad (1.3.4)$$

Comme la technique conduit à ignorer l'évolution réelle des distributions de revenus observées, les élasticités obtenues sont standardisées. En effet, elles sont calculées à partir

21. Plus précisément, l'élasticité croissance d'une mesure de pauvreté Θ est unique pour un axiome d'invariance donné. Elle dépend donc de la manière de concevoir les inégalités au sein d'une population. Dans les chapitres 1 à 3, nos analyses sont basées sur l'axiome d'invariance multiplicative utilisé traditionnellement pour la mesure des inégalités et de la pauvreté. Selon cet axiome, le degré d'inégalité reste inchangé lorsque les revenus de chaque membre de la population sont multipliés par un même scalaire. La diversité des axiomes d'invariances présentés dans la littérature et leur influence sur les décompositions des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités sont étudiées dans le chapitre 4.

des mêmes transformations marginales du revenu moyen et de la courbe de Lorenz, ce qui permet d'obtenir des élasticités qui ne traduisent que l'effet des caractéristiques initiales de l'économie étudiée. Avec cette standardisation, les élasticités inégalités correspondent donc à des élasticités potentielles puisqu'elles sont indépendantes des évolutions effectivement constatées dans chaque pays. Cette approche facilite donc les comparaisons entre pays puisque les différences d'élasticités sont entièrement attribuables aux différences de conditions initiales. Il est ainsi possible de préciser pour chaque pays s'il doit privilégier des instruments de croissance ou de redistribution pour lutter contre la pauvreté. De ce point de vue, les élasticités obtenues au travers de l'approche « analytique » répondent donc plus à des besoins prospectifs qu'à l'analyse des variations de la pauvreté effectivement obtenues.

1.3.1 Calcul de l'élasticité croissance de la pauvreté

Le calcul de l'élasticité croissance de la pauvreté est simple car, ainsi que nous l'avons souligné précédemment, l'élasticité inégalités de la pauvreté est unique pour une distribution de revenus et une ligne de pauvreté données. Pour les mesures de pauvreté P_α , Kanbur (1987) et Kakwani (1993) présentent ainsi les formules suivantes^{22,23} :

$$\eta_{0,\mu} = -\frac{zf(z)}{P_0}, \quad \alpha = 0, \quad (1.3.5)$$

$$\eta_{\alpha,\mu} = -\frac{\alpha(P_{\alpha-1} - P_\alpha)}{P_\alpha}, \quad \forall \alpha \geq 1, \quad (1.3.6)$$

dont les démonstrations sont présentées dans l'annexe C. Dans le cas d'Alphaland, les valeurs des élasticités croissance de P_0 , P_1 et P_2 sont respectivement de $-1,97$, $-2,30$ et $-2,53$. On peut alors vérifier sur les figures 1.2 et 1.3 qu'il s'agit des valeurs limites des élasticités issues de l'approche « comptable » lorsque les variations de μ et π tendent vers zéro, ce qui souligne la parenté entre les deux approches.

Comme en témoignent les équations (1.3.5) et (1.3.6), l'approche « analytique » est très séduisante car, une fois établie la formule de l'élasticité correspondant à la mesure utilisée, le calcul de cette élasticité se révèle très aisé. L'approche présente aussi l'avantage de nécessiter peu d'information. Dans le cas de l'élasticité croissance de la profondeur de la pauvreté

22. Kakwani (1993) propose aussi des formules pour la mesure de Sen (1976) et l'ensemble des mesures additivement décomposables P définies par :

$$P = \int_0^z W(z, y) f(y) dy,$$

où W est une fonction de pondération telle que $\partial W / \partial y < 0$, $\partial^2 W / \partial y^2 \geq 0 \forall y < z$, $W(z, z) = 0$ et qui est homogène de degré un par rapport à (z, y) . Sont notamment membres de cette famille les mesures de pauvreté de Watts (1968), Clark, Hemming & Ulph (1981) et Foster *et al.* (1984).

23. On démontre aussi, comme le rappellent Chen & Ravallion (2004), que l'élasticité croissance de la mesure P_1 peut aussi être exprimée sous la forme :

$$\eta_{1,\mu} = -\frac{\mu^p}{z - \mu^p},$$

où μ^p désigne le niveau moyen de revenus des pauvres.

$\eta_{1,\mu}$, le calcul de l'élasticité ne requiert en effet que la connaissance de l'incidence de pauvreté et du revenu moyen des pauvres. Par rapport à l'approche « comptable » qui nécessite de disposer de deux distributions complètes de revenus à des dates différentes, l'économie est non négligeable. Surtout, les formules (1.3.5) et (1.3.6) permettent une estimation instantanée des élasticités croissance de la pauvreté qui ne dépend que des conditions initiales de l'économie considérée.

L'autre avantage est bien entendu celui de permettre une meilleure compréhension des relations mécaniques entre croissance et pauvreté. Kakwani (1993) démontre ainsi qu'une augmentation du revenu moyen sans modification du degré d'inégalités n'augmente jamais le niveau de pauvreté²⁴. Kakwani & Son (2004) utilisent aussi les équations (1.3.5) et (1.3.6) pour montrer que les élasticités croissance des mesures P_α sont fonctions *i)* croissantes du niveau de revenu moyen, *ii)* croissantes du degré initial d'inégalités²⁵ et *iii)* décroissantes du paramètre α d'aversion à l'extrême pauvreté.

1.3.2 Calcul des élasticités inégalités de la pauvreté

Le calcul des élasticités inégalités de la pauvreté est toutefois un peu plus délicat. En particulier, il faut relever que l'utilisation de différentes mesures d'inégalités pour le calcul des élasticités est moins simple qu'avec l'approche « comptable ». Alors que cette dernière permet aisément le calcul d'élasticités de la pauvreté pour différentes mesures d'inégalités — une fois l'effet inégalités obtenu, il suffit de multiplier ce dernier par $\frac{\Psi(\pi_t)}{\Theta_t \Delta_{t,t+1} \Psi(\pi)}$ —, l'approche « analytique » exige d'établir pour chaque mesure d'inégalités et chaque mesure de pauvreté la formule de l'élasticité inégalités désirée. Dans la pratique, le coefficient de Gini reste la mesure d'inégalités la plus utilisée pour évaluer le degré d'inégalités au sein d'une population. Les efforts des auteurs se sont donc naturellement tournés vers la recherche d'élasticités de la pauvreté par rapport au coefficient de Gini G .

Le second problème, déjà évoqué dans la section 1.2, est celui de la non-unicité des changements distributifs que l'on peut observer pour une même variation d'une mesure quelconque du degré d'inégalités. Pour un revenu moyen et une répartition des revenus donnés, il existe donc a priori un large éventail de valeurs potentielles de l'élasticité inégalités. Afin de résoudre ce problème, on peut soit imposer une forme fonctionnelle précise à la distribution observée, soit appliquer un processus redistributif particulier.

La première de ces approches consiste à faire l'hypothèse que les distributions de revenus observées suivent une loi de distribution connue et qu'il en est de même pour les distributions finales. On peut alors utiliser l'expression mathématique de la loi de distribution et la relation entre ses paramètres de distribution relative et la mesure d'inégalités Ψ consi-

24. Ce résultat est toutefois tautologique dans la mesure où le respect de l'axiome de monotonie faible par les mesures P_α implique que toute augmentation du revenu d'un individu pauvre n'augmente pas le niveau de pauvreté.

25. Cette propriété n'est démontrée que pour $\alpha \geq 1$ par les auteurs. Toutefois Bourguignon (2003) montre qu'elle se vérifie aussi pour l'incidence de pauvreté lorsque la distribution de revenus suit une loi log-normale.

dérée pour établir la formule de calcul des élasticités inégalités η_Ψ de la mesure de pauvreté utilisée. Lorsque la loi de distribution utilisée ne comporte que deux paramètres — l'un permet d'appréhender le degré d'inégalités et l'autre le niveau moyen de revenus —, comme les lois de distribution log-normale et de Weibull, l'élasticité inégalités est alors unique pour une distribution de revenus initiale donnée. Cette approche présente en outre l'avantage de simplifier le calcul des formules d'élasticités pour plusieurs mesures d'inégalités. En effet, si l'on désigne par ρ le paramètre permettant d'appréhender le degré d'inégalités, on observe :

$$\eta_{\alpha,\Psi} = \frac{\partial P_\alpha}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial \Psi} \frac{\Psi}{P_\alpha}. \quad (1.3.7)$$

Une fois calculée la dérivée première de P_α par rapport au paramètre ρ , il est relativement aisé de retrouver les élasticités inégalités d'une mesure de pauvreté pour différentes mesures d'inégalités. Par exemple, le choix de la distribution log-normale, effectué par la quasi totalité des auteurs pour approcher la distribution initiale des revenus, conduit alors aux élasticités Gini suivantes (Bourguignon, 2003, Lopez & Servèn, 2006)²⁶ :

$$\eta_{0,G} = -\frac{b\phi(a)}{\Phi(a) \frac{\sigma\sqrt{2}}{G} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}, \quad (1.3.11)$$

$$\eta_{1,G} = -\frac{b\phi(a) - \frac{a\mu}{z}\phi(b)}{\left(\Phi(a) - \frac{\mu}{z}\Phi(b)\right) \frac{\sigma\sqrt{2}}{G} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}, \quad (1.3.12)$$

$$\eta_{2,G} = -\frac{b\phi(a) - \frac{2a\mu}{z}\phi(b) - \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} (2\sigma^2\Phi(d) - c\phi(d))}{\left(\Phi(a) - \frac{2\mu}{z}\Phi(b) + \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} \Phi(d)\right) \frac{\sigma\sqrt{2}}{G} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}, \quad (1.3.13)$$

où $a = \frac{\ln(z\mu^{-1})}{\sigma} + \frac{\sigma}{2}$, $b = a - \sigma$, $c = a + \sigma$ et $d = a - 2\sigma$. Le paramètre σ désigne l'écart type du logarithme des revenus. Les fonctions $\phi(\cdot)$ et $\Phi(\cdot)$ sont respectivement les fonctions de densité et de distribution de la loi normale centrée réduite. Avec l'indice de Theil, on obtient²⁷ :

$$\eta_{0,T} = -\frac{b\phi(a)}{2\Phi(a)}, \quad (1.3.17)$$

26. Les élasticités des mesures P_0 , P_1 et P_2 par rapport à σ sont respectivement (Lopez & Servèn, 2006) :

$$\partial P_0 \partial \sigma = -\frac{b\phi(a)}{\sigma}, \quad (1.3.8)$$

$$\partial P_1 \partial \sigma = -\frac{\left(b\phi(a) - \frac{a\mu}{z}\phi(b)\right) \Phi(a)}{\sigma \left(\Phi(a) - \frac{\mu}{z}\Phi(b)\right)}, \quad (1.3.9)$$

$$\partial P_2 \partial \sigma = -\frac{\left(b\phi(a) - \frac{2a\mu}{z}\phi(b) - \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} (2\sigma^2\Phi(d) - c\phi(d))\right) \Phi(a)}{\sigma \left(\Phi(a) - \frac{2\mu}{z}\Phi(b) + \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} \Phi(d)\right)}. \quad (1.3.10)$$

27. L'indice de Theil fait référence à la première mesure d'inégalités suggérée par Theil (1967). Il se calcule de la manière suivante :

$$T_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\mu} \ln \frac{y_i}{\mu}. \quad (1.3.14)$$

$$\eta_{1,T} = -\frac{b\phi(a) - \frac{a\mu}{z}\phi(b)}{2\left(\Phi(a) - \frac{\mu}{z}\Phi(b)\right)}, \quad (1.3.18)$$

$$\eta_{2,T} = -\frac{b\phi(a) - \frac{2a\mu}{z}\phi(b) - \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} (2\sigma^2\Phi(d) - c\phi(d))}{2\left(\Phi(a) - \frac{2\mu}{z}\Phi(b) + \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2}\Phi(d)\right)}. \quad (1.3.19)$$

Dans le cas d'Alphaland, on obtient des élasticités Gini de 3,79 pour P_0 , 5,24 pour P_1 et 6,37 pour P_2 . À nouveau, les figures 1.2 et 1.3 montrent qu'il s'agit des valeurs limites des élasticités inégalités issues de l'approche « comptable » lorsque les variations de μ et π tendent vers zéro. La partie gauche de la figure 1.4 permet d'apprécier la grande sensibilité de ces élasticités au revenu moyen et au degré d'inégalités de la distribution initiale des revenus. Elle semble aussi indiquer que la redistribution est un vecteur de réduction de la pauvreté d'autant plus efficace que le pays est peu inégalitaire et présente un niveau de richesse élevé.

La pertinence de cette approche pour le calcul des élasticités repose toutefois sur la validité de l'hypothèse distributive effectuée pour approcher les fonctions de densité et de distribution de la distribution initiale des revenus. Rien ne permet en effet d'affirmer a priori que les distributions de revenus que l'on souhaite comparer peuvent toutes être approchées de manière satisfaisante par une même loi de distribution comme la loi log-normale (cf. chapitre 2). Pour illustrer ce problème, considérons à nouveau un pays fictif, Rholand, dont les valeurs initiales du revenu par habitant et du coefficient de Gini sont identiques à Alphaland, mais dont les revenus sont distribués selon une loi de Weibull. Si l'on impose à Rholand le même processus redistributif qu'à Alphaland, on obtient des élasticités Gini²⁸ de 2,51, 3,80 et 4,95 pour les mesures P_0 , P_1 et P_2 , alors que l'utilisation des équations (1.3.11)

Theil (1967) propose aussi une deuxième mesure, T_0 , que l'on appelle aussi déviation logarithmique moyenne. Celle-ci est définie par :

$$T_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{\mu}{y_i}. \quad (1.3.15)$$

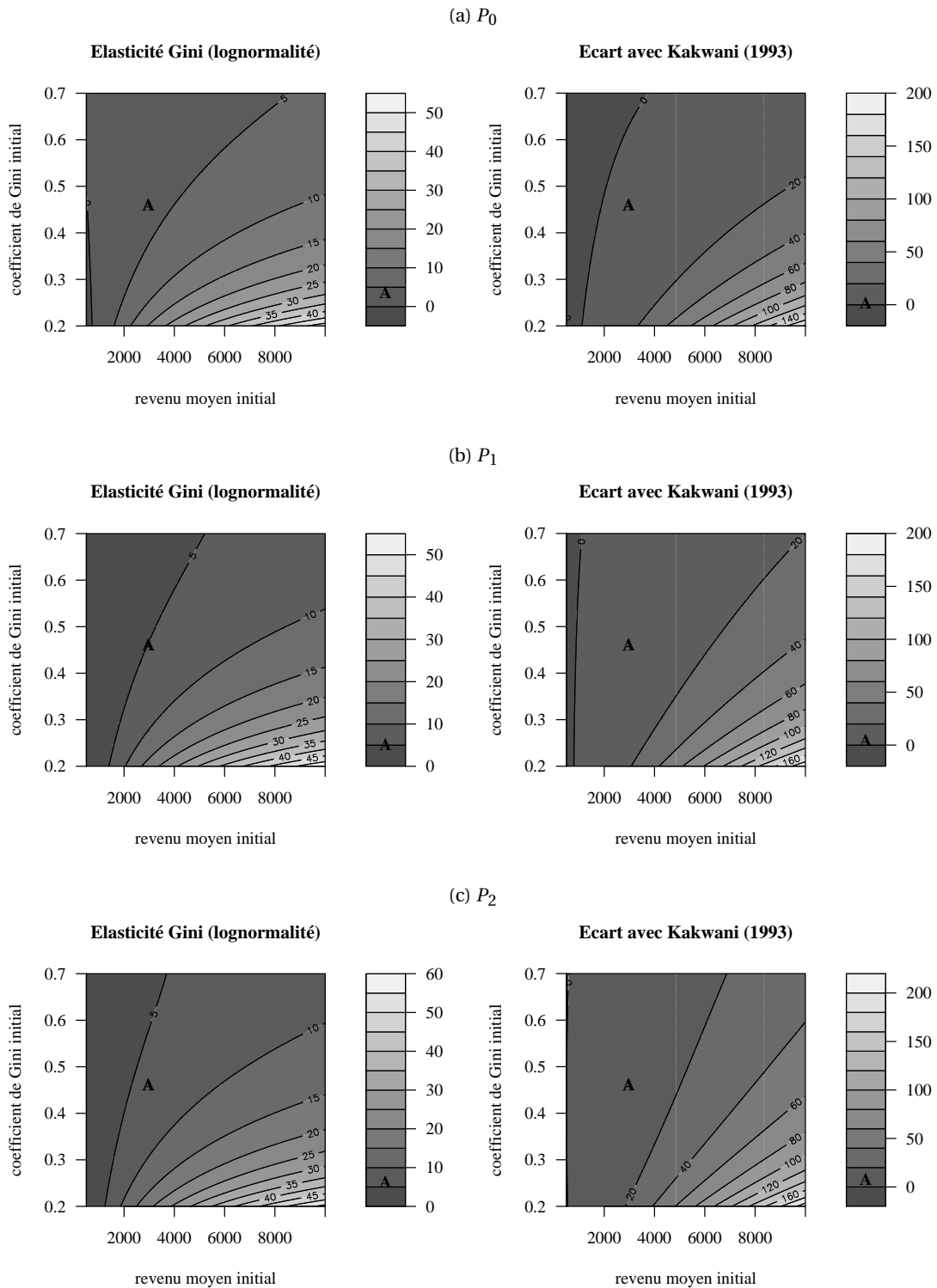
Kleiber & Kotz (2003) précisent que les deux mesures sont strictement égales lorsque la distribution des revenus suit une loi log-normale. Leur expression est en effet :

$$T = T_1 = T_0 = \frac{\sigma^2}{2}. \quad (1.3.16)$$

En conséquence, les élasticités de toute mesure de pauvreté par rapport à ces deux mesures sont strictement identiques sous l'hypothèse de log-normalité.

28. Comme le processus redistributif permettant de modifier le degré d'inégalités d'une série de revenus distribués de manière log-normale tout en préservant l'hypothèse de log-normalité n'est pas connu, nous avons procédé à une approximation numérique. Pour cela, nous avons dans un premier temps effectué un tirage aléatoire sur la loi de distribution de Weibull correspondant à Rholand de manière à obtenir une série Y_R de 500 000 revenus. Pour retrouver le processus redistributif de la loi log-normale, nous avons d'abord calculé la valeur de la fonction de distribution pour chaque valeur de Y_R , puis établi la série équivalente Y_A à partir de la fonction de quantile d'Alphaland. La même procédure est effectuée avec une fonction de quantile log-normale de même moyenne qu'Alphaland, mais dont le degré d'inégalités est marginalement supérieur, de manière à obtenir une série $Y_{A'}$. On calcule ensuite la distribution $Y_{R'}$ qui correspond à la distribution initiale de Rholand sur laquelle est appliquée le processus de redistribution de la loi log-normale, soit :

$$Y_{R'} = I' Y_R \left(\frac{Y_R}{I' Y_R} + \left(\frac{Y_{A'}}{I' Y_{A'}} \frac{Y_A}{I' Y_A} \right) \right),$$



Note : Les distributions initiales de revenus suivent une loi log-normale. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. La partie gauche présente les valeurs des élasticités obtenues à partir des équations (1.3.11) à (1.3.13). La partie droite représente la valeur de la différence entre ces élasticités et celles obtenues à l'aide des formules de Kakwani (1993). A : Alphaland.

FIGURE 1.4 : Élasticités Gini de la pauvreté sous l'hypothèse de log-normalité selon les conditions initiales, et différences avec les formules d'élasticités Gini de Kakwani (1993).

à (1.3.13) produit les mêmes valeurs que pour Alphaland. L'importance des écarts souligne par conséquent la nécessité de vérifier, préalablement à l'utilisation des formules d'élasticités issues de l'hypothèse distributive retenue, la validité de cette dernière.

Dans le cadre de l'approche « analytique », la seconde approche utilisée pour le calcul des élasticités inégalités de la pauvreté consiste à utiliser un processus redistributif permettant de transformer les séries de revenus de manière à obtenir une variation proportionnelle de la mesure d'inégalités considérée sans modification du niveau moyen de revenus. Kakwani (1993) propose ainsi la transformation suivante de la courbe de Lorenz $L(p)$ entre les dates t et $t + 1$:

$$L_{t+1}(p) = L_t(p) - \lambda(p - L_t(p)), \quad (1.3.20)$$

où λ correspond à une variation proportionnelle du coefficient de Gini (démonstration en annexe D). Araar & Duclos (2006) précisent que cette transformation de la courbe de Lorenz correspond à la transformation suivante des revenus individuels²⁹ :

$$y_{t+1} = y_t + \lambda(y_t - \mu). \quad (1.3.21)$$

Cette transformation implique une dominance au sens de Lorenz. Pour une valeur négative (positive) de λ , la situation des plus pauvres s'améliore (se détériore). Si le niveau moyen de revenus est supérieur à la ligne de pauvreté, toutes les élasticités inégalités obtenues à partir de cette transformation seront donc positives. À partir de l'équation (1.3.20), Kakwani (1993) propose les élasticités suivantes des mesures P_α par rapport au coefficient de Gini³⁰ :

$$\eta_{0,G} = (\mu - z) \frac{f(z)}{P_0}, \quad (1.3.22)$$

$$\eta_{\alpha,G} = \alpha + \frac{\alpha(\mu - z)}{z} \frac{P_{\alpha-1}}{P_\alpha} \quad \forall \alpha \neq 0. \quad (1.3.23)$$

L'avantage de cette approche est qu'elle ne contraint pas son utilisateur à imposer une hypothèse distributive particulière aux distributions de revenus observées. Elle peut donc être appliquée aux distributions initiales d'Alphaland et de Rholand sans produire les erreurs relevées précédemment. Dans le cas de la distribution initiale d'Alphaland, les équations (1.3.22) et (1.3.23) produisent respectivement les valeurs 5, 63, 10, 43 et 14, 96 pour les élasticités des mesures P_0 , P_1 et P_2 . La comparaison avec les valeurs obtenues sous l'hypo-

où I est un vecteur unité de même dimension que Y_R . Pour calculer les élasticités correspondant à la transformation de Y_R en $Y_{R'}$, nous avons alors simplement utilisé l'équation (1.2.21).

Les valeurs des élasticités reportées dans le texte sont obtenues en appliquant une procédure de *bootstrap* avec 200 répliquions. Les écarts type des trois élasticités sont respectivement de 6×10^4 , 5×10^5 et 6×10^5 . Les tests de Student effectués montrent que les valeurs obtenues sont statistiquement différentes de celles obtenues au travers des équations (1.3.11) à (1.3.13).

29. Araar & Duclos (2006) nomment cette transformation bipolarisation. On peut noter que cette transformation avait déjà été suggérée auparavant par Kolm (1966) sous le nom de concentration lorsque le paramètre λ est négatif et d'expansion centrée autour de la moyenne pour $\lambda > 0$.

30. La démonstration du calcul de ces élasticités est effectuée dans le chapitre 3.

thèse de log-normalité pour ce même pays permet de mesurer l'importance du processus redistributif utilisé pour le calcul des élasticités inégalités. La partie droite de la figure 1.4 montre que l'écart avec les élasticités issues de l'hypothèse de log-normalité est faible, voire nul, pour les pays à très faibles revenus, et s'accroît avec la hausse du niveau de développement et la baisse du degré d'inégalités.

Le principal défaut de la méthode est qu'il est nécessaire de trouver pour chaque mesure d'inégalités une transformation de la distribution de revenus qui soit aisément interprétable en termes de variation de la mesure d'inégalités considérée. La transformation suggérée par Kakwani (1993), bien que pouvant aussi être appréhendée en termes de variations proportionnelles de la famille d'indices S-Gini (Donaldson & Weymark, 1980, Kakwani, 1980b) et des mesures de Aaberge (2000) (cf. annexe D), ne permet par exemple pas de calculer une élasticité de la pauvreté par rapport à l'indice de Theil. Il est donc nécessaire de rechercher pour ce dernier une transformation des distributions de revenus qui ne correspondra pas nécessairement au même type de processus redistributif que celui envisagé par Kakwani.

Enfin, on peut considérer qu'il est peu satisfaisant de se limiter à une valeur unique pour l'élasticité inégalités de la mesure de pauvreté considérée puisque l'évolution de la distribution des revenus connue par l'économie étudiée ne sera pas nécessairement celle correspondant à la transformation présentée par l'équation (1.3.20). Pourtant, sur la base des formules d'élasticités de Kakwani (1993), Kakwani & Son (2004) affirment que les élasticité inégalités des mesures P_α sont *i*) toujours positives pour un revenu moyen supérieur à la ligne de pauvreté, *ii*) fonctions croissantes du niveau de revenus moyen initial et *iii*) fonctions décroissantes du degré initial d'inégalités tel qu'exprimé par le coefficient de Gini³¹. Ces résultats sont toutefois contingents à l'hypothèse imposée en termes de processus redistributif. Or, même pour des variations marginales du degré d'inégalités, l'éventail des changements distributifs est très large et le calcul d'intervalles de valeurs pour les élasticités inégalités semble nécessaire si l'on souhaite donner une image complète des réponses possibles de la pauvreté aux variations de la répartition des revenus³². Dans le chapitre 3, nous montrons toutefois qu'il est possible de répondre à ce problème à partir d'une famille de transformations de la courbe de Lorenz incluant la transformation suggérée dans Kakwani (1993) comme cas particulier.

1.3.3 Approche « analytique » et prédiction des variations de la pauvreté

Lors de la comparaison qu'il effectue entre la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) et l'approche de calcul des élasticités de Kakwani (1993), Ravallion (2000) se montre très critique envers l'approche « analytique ». À l'aide de séries de revenus en Inde rurale en 1978 et 1990, il montre que l'application des formules de Kakwani (1993)

31. Ces deux dernières propriétés ne sont démontrées que pour $\alpha \geq 1$ par les auteurs.

32. Par exemple, si l'on considère un transfert progressif entre deux individus non pauvres, on observe bien une diminution du degré d'inégalités selon l'indice de Gini sans que la mesure de pauvreté utilisée en soit affectée du fait de l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres.

sur la distribution initiale ne permet pas de prédire correctement les niveaux de pauvreté en 1990. Ces erreurs de prédiction s'expliquent aisément au vu des remarques effectuées précédemment. Premièrement, les élasticités de Kakwani (1993) correspondent à des variations marginales du niveau de revenu moyen et du degré d'inégalité. Or, l'approche « comptable » nous a permis de voir que les élasticités correspondant aux variations observées de la pauvreté sont sensibles à l'amplitude des variations du niveau de revenu moyen et du degré d'inégalité. Deuxièmement, la courbe de Lorenz de la distribution de revenus étudiée n'évolue pas nécessairement de la manière suggérée par Kakwani (1993).

Ces critiques, bien que valides, nous semblent toutefois peu pertinentes car, de notre point de vue, l'approche « analytique » de calcul des élasticités — notre commentaire concerne autant les élasticités obtenues à partir d'une hypothèse distributive que celles critiquées par Ravallion (2000) — ne vise pas à fournir des outils de prédiction des variations de la pauvreté, mais plutôt à présenter un certain nombre d'enseignements sur les relations mécaniques entre inégalité et croissance d'une part, et pauvreté d'autre part. Il peut toutefois être intéressant d'examiner plus attentivement les performances respectives des approches « comptable » et « analytique » en termes prédictifs.

Afin d'illustrer cette question des performances prédictives, nous reprenons l'exemple de la distribution initiale du pays Alphaland et comparons les niveaux de pauvreté prédits à l'aide de différentes techniques de calcul des élasticités croissance et inégalité de la pauvreté pour différents scénarii de croissance et de variation du degré d'inégalité. Ces scénarii, au nombre de quatre, sont basés sur des variations, tantôt positives, tantôt négatives, de 10% du niveau moyen de revenus et de 5 points de pourcentage du coefficient de Gini. Les distributions finales sont toujours supposées suivre une loi log-normale. Les prédictions sont effectuées à l'aide des élasticités découlant des techniques de décomposition de Datt & Ravallion (1992) et par approximation de Taylor, ainsi qu'avec les élasticités log-normales et celles proposées par Kakwani (1993).

Les résultats, présentés dans le tableau 1.3, mettent en lumière des performances variables selon le scénario utilisé. Dans le cas d'une augmentation du revenu moyen de 10% et d'une diminution de 5 points de pourcentage du coefficient de Gini — il s'agit de l'évolution effectivement connue par Alphaland —, on note sans surprise que la meilleure estimation est obtenue à l'aide des élasticités découlant de la décomposition par approximation de Taylor quelle que soit la mesure de pauvreté considérée. L'écart observé avec les élasticités issues de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) montre dans quelle mesure la prévision est affectée par la présence du terme résiduel dans la décomposition. En comparaison de ces prévisions effectuées à partir des méthodes « comptables », les prévisions obtenues à l'aide des élasticités « analytiques » se révèlent peu performantes. Dans le cas des élasticités de Kakwani (1993), elles produisent même des valeurs erronées pour les mesures P_1 et P_2 puisque ces dernières sont par définition toujours positives ou nulles. La différence de prévision entre les prédictions correspondant à la décomposition par approximation de Taylor et celles obtenues avec les élasticités log-normales permet de mesurer l'influence de

TABEAU 1.3 : Performances prédictives de différentes méthodes de calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.

Méthode	Scénarii			
	$\Delta\mu > 0$	$\Delta\mu < 0$	$\Delta\mu > 0$	$\Delta\mu < 0$
	$\Delta G < 0$	$\Delta G < 0$	$\Delta G > 0$	$\Delta G > 0$
	$P_{0,t+1}$			
Valeur réelle	5,73	9,55	14,95	20,38
Datt & Ravallion (1992)	5,25	9,47	14,56	18,77
Approximation de Taylor	5,72*	9,49*	14,53	18,30
Log-normalité	4,58	9,31	14,71*	19,45*
Kakwani (1993)	2,12	6,86	17,16	21,90
	$P_{1,t+1}$			
Valeur réelle	1,41	2,53	5,12	7,40
Datt & Ravallion (1992)	1,14	2,60*	4,67	6,13
T Approximation de Taylor	1,41*	2,61	4,67	5,87
Log-normalité	0,68	2,35	4,92*	6,60*
Kakwani (1993)	-1,42	0,26	7,02	8,69
	$P_{2,t+1}$			
Valeur réelle	0,53	1,00	2,49	3,74
Datt & Ravallion (1992)	0,37	1,07	2,14	2,84
Approximation de Taylor	0,53*	1,07*	2,14	2,68
Log-normalité	0,06	0,88	2,33*	3,15*
Kakwani (1993)	-1,47	-0,66	3,86	4,68

Note : les calculs sont effectués pour une économie présentant un revenu par habitant de 3 000 \$ et un coefficient de Gini de 0,45 en début de période. Les différents scénarii sont construits sur la base de variations du revenu moyen de ± 300 \$ et de variations du coefficient de Gini de ± 5 points de pourcentage. Distributions initiales et finales sont supposées suivre une loi log-normale. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. Le symbole * identifie la méthode permettant d'obtenir la meilleure prédiction pour chaque mesure de pauvreté et chaque scénario.

l'amplitude des variations du revenu moyen et du degré d'inégalités pour le calcul des élasticités et donc la qualité des prédictions. Enfin les différences de prédictions avec les élasticités de Kakwani (1993) par rapport à celles obtenues à l'aide des élasticités log-normales ne tiennent qu'au changement d'hypothèse effectuée en termes de processus redistributif. Dans le cas des élasticités de Kakwani (1993), il semble que le processus redistributif défini au travers de l'équation (1.3.20) surestime le gain de revenus des individus pauvres par rapport à ce qui se produit réellement, ce qui se traduit par des élasticités Gini trop importantes et donc le risque de prédire des valeurs finales erronées des mesures de pauvreté considérées.

Toutefois, la hiérarchie observée pour le scénario correspondant à la situation d'Alphaland n'est pas toujours respectée comme le montrent les trois dernières colonnes du tableau 1.3. Dans les scénarii prévoyant une hausse du degré d'inégalités pour la distribution initiale d'Alphaland, ce sont en effet les valeurs prédites issues des élasticités log-normales

qui offrent les meilleures estimations. Celles effectuées sur la base des élasticités de Kakwani (1993) se révèlent même meilleures que les prédictions effectuées à l'aide des élasticités issues de la décomposition par approximation de Taylor lorsque le scénario prévoit une diminution du revenu moyen.

Les résultats de ces simulations montrent au final que les différentes techniques de calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté présentées dans les sections 1.2 et 1.3 ne permettent une prédiction satisfaisante des variations réelles de la pauvreté que si les élasticités estimées appréhendent correctement les évolutions futures de la distribution de revenus étudiée. Comme celle-ci est par nature incertaine, il semble préférable de n'utiliser les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté que pour des variations marginales ou faibles du revenu moyen et de la distribution relative des revenus, ce qui en pratique semble d'un intérêt limité³³. Toutefois, de notre point de vue, ces élasticités croissance et inégalités doivent plutôt être utilisées de manière indicative afin d'évaluer localement l'impact de la croissance et de la redistribution des revenus en termes de pauvreté. La taille des élasticités permet d'appréhender approximativement l'ampleur des efforts à réaliser pour atteindre un objectif quelconque de réduction de la pauvreté tandis que leur ratio (Kakwani, 2001) doit permettre de définir s'il est nécessaire de privilégier un objectif intermédiaire d'accroissement du revenu moyen ou un objectif de diminution des inégalités de revenus afin d'obtenir dans chaque pays les meilleurs résultats en termes de lutte contre la pauvreté. Elles indiquent donc plus une direction qu'un état futur qui par nature est incertain.

1.4 L'approche économétrique ou l'analyse de la distribution des élasticités

La dernière approche étudiée dans ce chapitre, l'approche économétrique, peut prendre des formes très variées mais consiste toujours à régresser les variations observées de la pauvreté sur les caractéristiques des distributions initiales et finales relatives à chaque observations de notre échantillon. Ces régressions correspondent en général à l'estimation d'un modèle linéaire basé (implicitement dans la plupart des études) sur une approximation de Taylor d'ordre 1 des variations de Θ telle que présentée dans l'équation (1.2.9). Si l'on note $\frac{\Delta\Theta}{\Theta}$, $\frac{\Delta\mu}{\mu}$ et $\frac{\Delta\pi_j}{\pi_j}$ les vecteurs de longueur N des taux de variations observés de la pauvreté, du revenu moyen et des caractéristiques π_j de la distribution relative des revenus dans l'échantillon utilisé, le modèle linéaire se présente globalement sous la forme suivante :

$$\Omega \left(\frac{\Delta\Theta}{\Theta} \mid \frac{\Delta\mu}{\mu}, \frac{\Delta\pi}{\pi} \right) = \beta_0 + w_\mu^\Omega (\eta_\mu) \frac{\Delta\mu}{\mu} + \sum_{j=1}^r w_j^\Omega (\kappa_j) \frac{\Delta\pi_j}{\pi_j}, \quad (1.4.1)$$

33. Cette conclusion doit surtout nous amener à considérer avec beaucoup de prudence l'ensemble des études utilisant des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté pour prévoir les valeurs futures des niveaux de pauvreté dans le monde, notamment celles tentant de vérifier si l'objectif de réduction de moitié de l'extrême pauvreté entre 1990 et 2015 est ou non réalisable.

$$= \beta_0 + w_\mu^\Omega(\boldsymbol{\eta}_\mu) \frac{\Delta\mu}{\mu} + \sum_{k=1}^K w_{\Psi_k}^\Omega(\boldsymbol{\eta}_{\Psi_k}) \frac{\Delta\Psi_k}{\Psi_k}, \quad (1.4.2)$$

où Ω est la statistique d'intérêt et $w_\mu^\Omega(\cdot)$, $w_j^\Omega(\cdot)$ et $w_{\Psi_k}^\Omega(\cdot)$ sont des fonctions linéaires quelconques des vecteurs d'élasticités individuelles $\boldsymbol{\eta}_\mu$, $\boldsymbol{\kappa}_j$ et $\boldsymbol{\eta}_{\Psi_k}$.

Au vu des développements effectués dans les sections précédentes, rien ne semble justifier l'inclusion d'une constante β_0 dans les modèles économétriques utilisés pour estimer les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. On en retrouve pourtant une dans la quasi-totalité des modèles rencontrés dans la littérature. Pour Adams (2004), cette constante peut s'interpréter comme une tendance déterministe linéaire, ce qui implique que l'on suppose l'existence d'une tendance « naturelle » de la pauvreté à augmenter ou à diminuer dans le temps, et qui ne s'explique ni par les variations du revenu moyen ni par celles du degré d'inégalités. Dans la mesure où un indice de pauvreté est par définition entièrement déterminé par la valeur (constante) de la ligne de pauvreté et la distribution des revenus dans la population étudiée, cet argument n'est pas recevable. L'ajout d'une constante est toutefois généralement nécessaire afin de s'assurer que l'espérance du terme d'erreur de la régression est nulle. Comme l'équation (1.4.2) est issue d'une approximation de Taylor, il existe nécessairement un terme résiduel pour chaque observation. La somme de ces résidus n'étant a priori pas nulle, l'ajout d'une constante s'impose.

D'ordinaire, la statistique Ω retenue est l'espérance mathématique, mais l'utilisation de quantiles peut aussi être envisagée dans la mesure où les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté ne sont pas constantes. Dans ce chapitre, nous considérons uniquement le cas traditionnel de l'estimation d'une espérance conditionnelle des variations relatives du niveau de pauvreté. Les formes générales des paramètres de l'équation 1.4.2 sont alors notées $w_\mu(\cdot)$, $w_j(\cdot)$ et $w_{\Psi_k}(\cdot)$. Fréquemment, cette équation est estimée à l'aide d'une approximation logarithmique des taux de variation. Le modèle à estimer devient alors :

$$E(\Delta \ln \Theta | \Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi) = \beta_0 + w_\mu(\boldsymbol{\eta}_\mu) \Delta \ln \mu + \sum_{k=1}^K w_{\Psi_k}(\boldsymbol{\eta}_{\Psi_k}) \Delta \ln \Psi_k. \quad (1.4.3)$$

Par essence, il n'est pas possible d'estimer ce modèle en spécifiant $w_\mu(\boldsymbol{\eta}_\mu) = \boldsymbol{\eta}_\mu D$ et $w_{\Psi_k}(\boldsymbol{\eta}_{\Psi_k}) = \boldsymbol{\eta}_k D \forall k$ où D est une matrice identité de taille $N \times N$. En effet, quelle que soit la taille de l'échantillon utilisé, pour N observations de variation du niveau de pauvreté, $N(K+1)$ paramètres doivent être estimés. Ce manque de degrés de liberté impose par conséquent de fixer un certain nombre de restrictions aux fonctions $w_\mu(\cdot)$ et $w_{\Psi_k}(\cdot)$. La restriction la plus courante consiste à limiter l'ensemble des mesures Ψ à une seule mesure d'in-

égalités³⁴. En général la mesure d'inégalités retenue est le coefficient de Gini³⁵. La seconde consiste à imposer des élasticités identiques pour l'ensemble des pays de l'échantillon, soit $w_\mu(\eta_\mu) = \bar{\eta}_\mu$ et $w_G(\eta_G) = \bar{\eta}_G$. Une telle hypothèse signifie que l'objectif recherché avec l'approche économétrique ne peut pas être l'estimation des valeurs des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté propres à chaque observation, mais plutôt la recherche de valeurs moyennes de ces élasticités. En revanche, lorsque cette hypothèse est partiellement relâchée en utilisant des formes paramétriques ou semi-paramétriques pour $w_\mu(\cdot)$ et $w_G(\cdot)$, on peut alors avoir un objectif plus ambitieux de prédiction des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté selon les caractéristiques initiales et finales des distributions de revenus observées.

Avant de faire la revue des principaux modèles rencontrés dans la littérature, il est intéressant de souligner que l'approche économétrique présente certaines similitudes avec l'approche « comptable » dans la mesure où elle consiste à décomposer les variations observées de la pauvreté. Elle se distingue toutefois des approches « comptable » et « analytique » car elle ne peut être utilisée à partir des variations observées pour un seul pays et une seule période. En ce sens, elle traduit donc un intérêt des chercheurs pour la distribution des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté pour une population donnée de pays.

Il est aussi nécessaire de souligner que l'outil économétrique est ici envisagé de manière à estimer les paramètres d'un modèle, et non dans le but de dégager des relations de causalité entre niveau moyen de revenus, inégalités et pauvreté. En effet, la question de la causalité, donc de l'exogénéité, dépend essentiellement du modèle théorique employé. Dans l'ensemble de ce document, le modèle théorique utilisé est celui qui sous-tend la mesure de pauvreté utilisée, autrement dit sa définition mathématique³⁶. Ce modèle est donc nécessairement valide et ne nécessite aucune stratégie de test empirique. Si des tests sont réalisés sur la base de ce modèle, il ne se justifient que pour vérifier la validité d'une forme fonctionnelle où répondre à d'autres questions que l'existence d'une relation entre crois-

34. Le choix de la variable utilisée pour mesurer le degré d'inégalités est particulièrement important car il détermine le sens à donner aux élasticités obtenues. Pour faire le lien avec le chapitre 4, on peut ainsi préciser que l'utilisation de la variance des revenus ou d'une mesure de Kolm-Pollack permet d'obtenir des élasticités croissance qui s'inscrivent dans une vision *leftist* des inégalités tandis que l'emploi du coefficient de Gini ou d'un indice d'Atkinson produira une élasticité croissance correspondant à une vision *rightist* des inégalités.

35. Contrairement à la majorité des auteurs qui utilisent uniquement le coefficient de Gini pour estimer les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté au travers de l'approche économétrique, Cord, Lopez & Page (2004) utilisent aussi la part du revenu total dont disposent les 20% les plus pauvres de la population.

36. D'un certain point de vue, ce modèle est bien causal puisqu'il existe une identité mathématique entre la variation de la pauvreté et les variations de ses « déterminants » z , μ et π pour chaque distribution de revenus observée. En revanche, il faut avoir conscience qu'il s'agit de phénomènes statistiques déterminés simultanément et traduisant de manière partielle l'évolution observée de la distribution des revenus.

L'analogie avec la mécanique permet de préciser en termes simples comment est envisagée la question de la causalité dans ce document. Sur un vélo dépourvu de dérailleur, la rotation des pédales ne cause pas plus la rotation de la roue arrière que la rotation de la roue arrière ne cause la rotation des pédales. Il existe bien une relation mécanique, mais c'est l'action du cycliste qui cause simultanément les rotations des pédales et de la roue arrière. En ce sens, la relation entre ces deux éléments n'est pas causale, bien que l'on ne puisse pas nier l'existence d'une chaîne de transmission directe entre eux. De notre point de vue, il en est de même pour l'ensemble des statistiques que l'on peut tirer d'une distribution de revenus, comme le revenu moyen, le degré d'inégalités et le niveau de pauvreté.

sance et pauvreté d'une part, et entre inégalités et pauvreté d'autre part. Les relations entre ces dernières sont complexes (Goudie & Ladd, 1999, Bourguignon, 2004) et il semble donc préférable d'admettre comme Quah (2001)³⁷ que ces trois éléments sont déterminés simultanément. Ce point de vue offre l'avantage d'évacuer tout problème de causalité inverse dans les résultats des régressions effectuées, quelle que soit la spécification adoptée pour estimer les différentes élasticités de la pauvreté. Tout comme cela était implicitement le cas dans les sections précédentes, nous considérons donc les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté comme un moyen d'exprimer une corrélation et non une causalité. Bien évidemment, ceci ne résout pas tous les problèmes d'endogénéité qui peuvent être rencontrés lors des estimations.

Enfin, il faut préciser que cette section sera principalement consacrée aux modèles estimés et à l'interprétation des coefficients obtenus. Nous tentons ainsi de mettre en lumière un certain nombre de problèmes propres à l'approche économétrique. Il ne s'agit cependant pas de réaliser par un inventaire exhaustif des problèmes qui peuvent être rencontrés en pratique.

1.4.1 Les premiers modèles et les élasticités totales et « empiriques » de la croissance

La faible disponibilité des données de pauvreté au niveau international explique que l'exercice économétrique d'estimation d'élasticités de la pauvreté soit relativement récent. Comme l'intérêt des chercheurs au cours des années 90 s'est principalement porté sur l'estimation de la seule élasticité croissance de la pauvreté, les premiers modèles testés n'incluaient pas de variable permettant d'estimer une élasticité inégalités de la pauvreté. Parmi les premières tentatives, Squire (1993) réalise ainsi l'estimation du modèle suivant³⁸ :

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \tilde{\gamma} \frac{\Delta\mu}{\mu} + \beta_1 \Theta + \varepsilon, \quad (1.4.4)$$

où $\tilde{\gamma}$ est appelé élasticité croissance de la pauvreté et ε désigne un terme d'erreur identiquement et indépendamment distribué selon une loi normale centrée. Dans le même esprit, Chen & Ravallion (1997), Gugerty & Roemer (1997), Bruno, Ravallion & Squire (1998), Foster

37. Ce dernier propose une approche calculatoire proche de celle présentée dans la section 1.3. Il se montre à cette occasion particulièrement critique envers l'approche économétrique : « Contrairement aux analyses économétriques qui finissent par conclure que les données sont de trop mauvaise qualité, ne délivrent pas un message fort ou ne mesurent pas le concept approprié, l'exercice réalisé ici donne un message clair et direct » (Quah, 2001, p.2).

38. Dans l'article de Squire (1993), les variations relatives de la pauvreté et du revenu moyen utilisées pour l'estimation sont converties en variations annuelles.

& Székely (2001) et Besley & Burgess (2003) estiment la relation^{39,40} :

$$\Delta \ln \Theta = \beta_0 + \bar{\gamma} \Delta \ln \mu + \varepsilon. \quad (1.4.5)$$

Le problème de telles spécifications est la non prise en compte des variations du degré d'inégalités. Si celles-ci sont corrélées au taux de croissance — Banerjee & Duflo (2000) et Addison & Cornia (2001) montrent ainsi que les variations du degré d'inégalités se traduisent en général par un taux de croissance plus faible — l'estimation de $\bar{\eta}_\mu$ par $\bar{\gamma}$ sera nécessairement biaisée. Ce biais de variable omise n'est toutefois un problème que lorsque l'on souhaite obtenir un effet « pur » de la croissance. Chen & Ravallion (1997) précisent ainsi que le coefficient $\bar{\gamma}$ ne doit pas être confondu avec l'élasticité croissance considérée par Kakwani (1993)⁴¹. Ils utilisent alors le terme d'élasticité « empirique » pour la différencier⁴² de cette dernière et indiquer qu'elle permet d'ajouter à l'effet « pur » de la croissance les effets en termes de pauvreté des phénomènes redistributifs associés empiriquement à la croissance du revenu par habitant. L'objectif affiché de ce type de régressions, que l'on peut rapprocher des travaux de Dollar & Kraay (2002), n'est donc pas de retrouver la valeur moyenne de η_μ , mais plutôt celle de l'élasticité totale de la croissance que l'on définit de la manière suivante :

$$\gamma = \frac{\Delta \Theta}{\Theta} \frac{\mu}{\Delta \mu} = \eta_\mu + \frac{\Delta \Psi / \Psi}{\Delta \mu / \mu} \eta_\Psi. \quad (1.4.6)$$

où $\frac{\Delta \Psi / \Psi}{\Delta \mu / \mu}$ correspond à l'élasticité croissance de la mesure d'inégalités Ψ .

Il convient pourtant de ne pas confondre cette élasticité totale de la pauvreté à la croissance avec l'élasticité « empirique » de la croissance $\bar{\gamma}$. La différence entre les deux concepts correspond aux variations de la pauvreté associées aux modifications de la distribution des revenus qui ne sont pas corrélées avec la variation du revenu moyen. Si l'ensemble des observations de l'échantillon connaissent une même diminution du degré d'inégalités favorable aux pauvres mais des fortunes diverses et aléatoires en termes de croissance, la valeur de l'élasticité croissance « empirique » sera en général inférieure à la valeur moyenne des élasticités γ . Pour estimer cette dernière, il faut donc préférer à l'estimation de l'équa-

39. Dans le cas de Gugerty & Roemer (1997) et Foster & Székely (2001), les auteurs s'intéressent principalement aux variations du revenu moyen des pauvres, mais effectuent aussi des régressions des variations des mesures P_α .

40. Le modèle économétrique utilisé par Besley & Burgess (2003) est relativement proche de celui défini dans l'équation (1.4.5). À l'aide de données en panel, les auteurs estiment le modèle suivant :

$$\ln \Theta = \beta + \bar{\gamma} \ln \mu + \varepsilon.$$

où β est un vecteur d'effets fixes pays. L'estimation d'une élasticité croissance par la régression du logarithme du niveau de pauvreté sur le logarithme du niveau moyen de revenu peut sembler contraire à l'esprit de l'équation (1.4.3), mais il suffit de transformer les variables de ce modèle en première différence pour retrouver l'équation (1.4.5). De plus, on démontre aisément que son estimation à l'aide de l'estimateur intra-individuel (*within*) produit asymptotiquement les mêmes résultats que l'estimation de l'équation (1.4.5).

41. Pour être plus précis, dans la mesure où les élasticités obtenues au travers des équations (1.4.4) et (1.4.5) sont calculées pour des modifications non marginales du revenu moyen, la comparaison avec les élasticité croissance obtenues au travers de l'approche « comptable » est sans doute plus appropriée.

42. Kakwani & Son (2004) parlent d'élasticité de long terme.

tion (1.4.5) celle de l'équation suivante :

$$\frac{\Delta \ln \Theta}{\Delta \ln \mu} = \tilde{\gamma} + \varepsilon, \quad (1.4.7)$$

où $\tilde{\gamma}$ correspond à la moyenne simple des élasticités totales de la pauvreté à la croissance de l'échantillon.

De plus, contrairement à ce que laisse penser l'usage habituel de l'économétrie, il convient de noter que l'équation (1.4.8) ne permet pas d'obtenir l'espérance des élasticités « empiriques » individuelles $\tilde{\gamma}_i$. La première raison est l'utilisation de l'approximation logarithmique qui n'est en principe valide que pour des variations relatives modérées des quantités étudiées. La seconde raison est que $\tilde{\gamma}$ ne peut pas être interprété comme la moyenne arithmétique des élasticités « empiriques » de la pauvreté à la croissance de chaque pays, soit $E(\tilde{\gamma}_i)$. Considérant le modèle de régression simple en MCO, Yitzhaki (1996) démontre ainsi que, lorsque la réponse de la variable expliquée aux variations de la variable explicative n'est pas constante du fait d'une non-linéarité ou d'une hétérogénéité de comportement des agents — Heckman, Urzua & Vytlačil (2006) parlent alors d'hétérogénéité essentielle —, le coefficient estimé doit être interprété comme une moyenne pondérée, et non simple, des coefficients individuels. En d'autres termes, on observe $w(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^N \nu_i \tilde{\gamma}_i$ avec $\sum_{i=1}^N \nu_i = 1$ et $\nu_i > 0 \forall i$. Yitzhaki (1996) précise que le système de pondération de cette moyenne dépend entièrement de la distribution de la variable expliquée. Plus précisément, le poids de chaque observation dépend du rang de la variable expliquée dans l'échantillon et de l'importance de l'écart avec les valeurs voisines. Lorsque l'observation est proche de la médiane, celle-ci se voit attribuer une influence plus forte dans l'estimation du paramètre. Il en est de même quand la probabilité d'observer la valeur de la variable explicative dans l'échantillon utilisé est faible. L'effet de ce traitement inégal des observations par l'estimateur des MCO dépend toutefois de la distribution des réponses individuelles. Dans le cadre de l'estimation de $\tilde{\gamma}$, si les valeurs extrêmes des élasticités $\tilde{\gamma}_i$ sont associées aux observations influentes de l'échantillon, on risque alors d'observer un écart important entre la valeur estimée de $\tilde{\gamma}$ et la moyenne des élasticités « empiriques » de la pauvreté. Une illustration de ce problème et de l'écart entre élasticités totales et « empiriques » de la pauvreté à la croissance est présentée en annexe E.

Afin de corriger ce problème de pondérations inégales, on peut envisager le recours à d'autres estimateurs que celui des MCO^{43,44}. Si les élasticités sont distribuées selon une loi

43. Il convient de relever que le même poids est accordé *ex ante* à chaque observation. Il est néanmoins possible d'effectuer les régressions en utilisant l'estimateur des moindres carrés pondérés si l'on pense qu'il est nécessaire de donner un poids plus important aux pays fortement peuplés ou présentant un taux de pauvreté élevé. L'usage des moindres carrés pondérés ne modifie toutefois pas la portée de la remarque de Yitzhaki (1996), à moins que le système de pondération utilisé *ex ante* soit défini de manière à compenser les effets de la distribution de la variable $\Delta \ln \mu$.

44. Klasen & Misselhorn (2006) relèvent aussi ce problème de pondération dans l'estimation simultanée des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté (cf. section suivante). Ainsi que nous l'avons noté dans la section 1.3.1, ils soulignent que les élasticités croissance de la pauvreté tendent à augmenter de manière expo-

symétrique, l'utilisation de l'estimateur des moindres déviations absolues (*least absolute deviations*) peut ainsi être utilisé⁴⁵, mais il ne permet en aucun cas d'obtenir précisément l'estimation correspondant à une pondération égale des observations.

Ce problème de pondération des observations nous rappelle que l'estimateur des MCO n'est pas destiné à apprécier la moyenne des comportements individuels mais à permettre les prédictions les plus justes possibles pour l'ensemble des données de l'échantillon retenu. Néanmoins, si l'objectif est de prédire au mieux l'effet d'une augmentation du revenu moyen en termes de pauvreté pour l'ensemble des observations de l'échantillon, l'estimation du modèle simple de l'équation (1.4.5) par les MCO est donc préférable. Il est toutefois nécessaire de réaliser que le paramètre estimé ne donne en aucun cas une information directement utilisable pour apprécier la distribution des élasticités « empirique » de la pauvreté au sein de l'échantillon.

Dans la mesure où nous sommes principalement intéressés dans ce chapitre par l'estimation de la valeur moyenne de η_μ , il est sans doute plus intéressant de se pencher sur la relation entre $\tilde{\gamma}$ et cette dernière. D'un point de vue économétrique, il est aisé de retrouver la relation entre $\tilde{\gamma}$ et $\tilde{\eta}_\mu$. L'estimation de l'équation (1.4.5) en moindres carrés ordinaires (MCO) produit en effet la valeur suivante de $\tilde{\gamma}$:

$$\tilde{\gamma} = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln \Theta, \Delta \ln \mu)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu)}. \quad (1.4.8)$$

Si l'on fait l'hypothèse que l'ensemble des variations de la distribution relative des revenus peut être appréhendée au travers des variations de la mesure Ψ , l'ajout de la variable $\Delta \ln \Psi$ dans l'équation (1.4.5) donne lieu aux estimations suivantes :

$$\tilde{\eta}_\mu = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln \Theta, \Delta \ln \mu) \text{Var}(\Delta \ln \Psi) - \text{Cov}(\Delta \ln \Theta, \Delta \ln \Psi) \text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu) \text{Var}(\Delta \ln \Psi) - \text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)^2}, \quad (1.4.9)$$

$$\tilde{\eta}_\Psi = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln \Theta, \Delta \ln \Psi) \text{Var}(\Delta \ln \mu) - \text{Cov}(\Delta \ln \Theta, \Delta \ln \mu) \text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu) \text{Var}(\Delta \ln \Psi) - \text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)^2}. \quad (1.4.10)$$

En combinant l'équation (1.4.8) avec les équations (1.4.9) et (1.4.10), on obtient la relation :

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\eta}_\mu + \tilde{\eta}_\Psi \frac{\text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu)}. \quad (1.4.11)$$

entielle avec le niveau de revenu. Le système de pondération des MCO tend en pratique à accorder un poids important à ces valeurs importantes, ce qui se traduit par une surestimation de la valeur moyenne de η_μ . Les auteurs proposent alors de remplacer dans l'équation estimée la variation relative de Θ par sa variation absolue. Le coefficient obtenu, que l'on peut interpréter comme une semi-élasticité, peut être considéré comme plus satisfaisant que celui du modèle traditionnel d'un point de vue éthique car il accorde dans les estimations un poids plus important aux pays présentant un niveau initial de pauvreté élevé. Le modèle économétrique suggéré par Klasen & Misselhorn (2006) ne garantit toutefois en aucun cas que l'on puisse retrouver la valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté en divisant par la suite le coefficient estimé par une moyenne, pondérée ou non, des niveaux initiaux de Θ de l'échantillon.

45. À notre connaissance, cet estimateur n'a toutefois été utilisé dans aucune étude pour estimer la valeur moyenne de γ .

dans laquelle le ratio $\frac{\text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu)}$ correspond au coefficient obtenu en régressant $\Delta \ln \mu$ par $\Delta \ln \Psi$. Ce ratio peut donc être interprété comme une élasticité moyenne du degré d'inégalités au revenu moyen⁴⁶. L'équation (1.4.11) montre que $\bar{\gamma}$ ne correspond à $\bar{\eta}_\mu$ que si les variations du degré d'inégalités ne se traduisent pas en moyenne par une variation du niveau de pauvreté ou si les variations du revenu moyen ne sont pas corrélées à celles du degré d'inégalités. L'importante littérature théorique et empirique qui s'est développée à la suite de Kuznets (1955) permet toutefois de considérer ce dernier cas de figure comme peu probable (voir Kanbur, 2000, van der Hoeven & Shorrocks, 2004, pour des revues détaillées de ces questions).

À ce biais de variables omises s'ajoute en pratique les problèmes traditionnels d'erreurs de mesures sur les variables explicatives et expliquées du modèle. Deaton (2005) précise ainsi que les données d'enquêtes utilisées pour mesurer les niveaux de pauvreté comme les agrégats macroéconomiques employés pour mesurer le niveau de revenus par habitant sont entachés d'erreurs. La présence d'erreurs sur la variable dépendante se traduit en général par une plus grande imprécision de l'estimateur utilisé, et donc des intervalles de confiance plus larges. Paradoxalement, cette erreur de mesure bénéficie aux utilisateurs de l'approche économétrique puisque la probabilité de rejeter l'égalité entre la valeur estimée et la valeur réelle est par conséquent plus faible. Cet effet est d'autant plus important que les modèles présentés précédemment incluent des variables en première différence, ce qui se traduit par une diminution du rapport signal-bruit et donc une plus grande incertitude sur la qualité de l'estimation. Les erreurs sur la variable indépendante peuvent en revanche donner lieu à un biais d'endogénéité connu sous le nom de biais d'atténuation (Wooldridge, 2002, chapitre 4) et qui se manifeste par des valeurs absolues des paramètres estimés plus faibles que les valeurs réelles⁴⁷. Les autres approches de calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté présentées dans ce chapitre sont certes affectées par les problèmes d'erreur de mesure, mais dans le cas de l'approche économétrique, il s'agit toujours d'un biais vers zéro alors qu'il peut être aussi bien positif que négatif dans les autres cas.

46. Contrairement aux élasticités croissance et inégalités de la pauvreté décrites dans ce chapitre et les suivants, l'élasticité croissance de la mesure d'inégalités Ψ n'a rien de mécanique. Elle repose donc entièrement sur des mécanismes économiques que nous ne traitons pas dans le cadre de cette thèse de doctorat. Cette absence de lien mécanique explique aussi pourquoi il n'est pas possible de réaliser un traitement analytique de l'élasticité « empirique » de la pauvreté à la croissance sans modèle comportemental ou apport empirique.

47. La correction du biais d'atténuation exige le recours à une procédure d'instrumentation des variables explicatives mesurées avec erreur. Une technique simple, la méthode des indicateurs multiples, consiste à utiliser comme instruments les valeurs des variables explicatives incriminées provenant d'une source différente. En général, celles-ci présentent aussi des erreurs de mesures, mais ces dernières ne sont pas corrélées avec celles des variables du modèle. L'instrumentation permet alors de retrouver la part exogène des variables explicatives endogènes du modèle estimé.

1.4.2 Estimation simultanée des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté

Afin d'éviter le biais de variable omise relevé précédemment et obtenir des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté telles que définies dans les sections précédentes, il est nécessaire d'introduire dans le modèle économétrique les variations de la distribution relative des revenus. Le modèle simple utilisé en général par certains auteurs comme Bourguignon (2003), Adams (2004), Kalwij & Verschoor (2007) ou Ram (2007) est alors :

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \bar{\eta}_\mu \frac{\Delta\mu}{\mu} + \bar{\eta}_\Psi \frac{\Delta\Psi}{\Psi} + \varepsilon, \quad (1.4.12)$$

ou :

$$\Delta \ln \Theta = \bar{\eta}_\mu \Delta \ln \mu + \bar{\eta}_\Psi \Delta \ln \Psi + \varepsilon. \quad (1.4.13)$$

L'inclusion d'une variable de variation du degré d'inégalités permet d'effectuer un contrôle pour l'effet des variations de la distribution relative des revenus qui sont statistiquement associées à la croissance du revenu moyen. Ceci doit permettre d'obtenir, au travers de $\bar{\eta}_\mu$, l'effet d'un accroissement relatif du niveau moyen de revenus à degré d'inégalités inchangé, et, au travers de $\bar{\eta}_\Psi$, l'effet d'un accroissement relatif du degré d'inégalités. On retrouve donc a priori des valeurs des élasticités croissance et inégalités estimées dont l'interprétation est proche de celles obtenues au travers de la décomposition des variations de la croissance par la méthode de Datt & Ravallion (1992). Pour cela, il est toutefois nécessaire que l'échantillon utilisé contienne à la fois des variations positives et négatives du niveau moyen de revenus et du degré d'inégalités sans quoi l'estimateur utilisé ne parvient en général pas à reconstituer un état contrefactuel cohérent avec la décomposition souhaitée des variations de la pauvreté en effet croissance et effet inégalités.

Outre les problèmes relevés précédemment dans le cas des élasticités croissance « empiriques » de la pauvreté, l'estimation du modèle (1.4.12) soulève toutefois potentiellement un problème d'endogénéité de la variable de croissance lorsque la mesure de pauvreté utilisée ne permet pas d'appréhender l'ensemble des changements de la distribution relative des revenus. En effet, si certaines variations de la distributions relative des revenus ne sont pas parfaitement corrélées avec celles de la mesure Ψ utilisée, mais sont corrélées avec le taux de croissance, l'estimation des paramètres $\bar{\eta}_\mu$ et $\bar{\eta}_\Psi$ sera biaisée. En particulier, le coefficient $\bar{\eta}_\mu$ ne pourra plus être interprété comme l'effet en termes de pauvreté d'une variation de μ *toutes choses égales par ailleurs*.

Pour illustrer ce problème, nous avons recouru à un exercice simple de simulation. Dans un premier temps, 1 000 distributions log-normales ont été générées en tirant de manière aléatoire les valeurs du revenu moyen et du coefficient de Gini sur des lois de distribution uniformes définies respectivement sur les intervalles [500;5000] et [0,3;0,6]. Les taux de croissance du revenu moyen et les variations du coefficient de Gini pour chaque distribution de revenus sont aussi générées à l'aide de tirages aléatoires sur des lois uniformes

TABLEAU 1.4 : Biais d'endogénéité dans l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté selon le degré de corrélation entre hétérogénéité inobservée et variations du revenu moyen

Coefficient	$\chi = 0$			$\chi = 0,5$			$\chi = 1$		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
constante	0,73 (0,003)	0,10 (0,001)	1,10 (0,004)	0,64 (0,003)	0,15 (0,001)	1,06 (0,005)	0,52 (0,002)	0,14 (0,001)	0,95 (0,004)
$\Delta\mu/\mu$	-2,14 (0,036)	-2,16 (0,036)	-2,15 (0,036)	-0,28 (0,033)	-2,08 (0,036)	-1,97 (0,035)	1,94 (0,027)	-2,20 (0,037)	-1,01 (0,029)
$\Delta G/G$	8,35 (0,031)	3,38 (0,010)	9,17 (0,034)	7,15 (0,028)	4,01 (0,013)	8,75 (0,035)	5,74 (0,022)	4,50 (0,013)	7,85 (0,031)
$W\Delta G/G$		6,84 (0,067)			4,22 (0,051)			2,48 (0,043)	
W		0,70 (0,004)			0,89 (0,004)			0,97 (0,005)	
$\Delta\Psi_Q/\Psi_Q$			-1,27 (0,006)			-1,12 (0,006)			-0,92 (0,005)

Note : W est une variable muette indiquant si la distribution finale suit une distribution de Weibull. La variable Ψ_Q est le ratio interquartile.

définies respectivement sur les intervalles $[-0, 1; 0, 15]$ et $[-0, 1; 0, 1]$. Contrairement aux distributions initiales, les distributions de revenus finales peuvent suivre une loi log-normale ou une loi de Weibull. À la variation du coefficient de Gini, G , s'ajoute donc une variation du degré d'inégalités qui est potentiellement orthogonale aux variations de G . La forme de la distribution finale est déterminée par tirage aléatoire dans une loi binomiale dont la probabilité d'obtenir l'une des formes est déterminé dans une proportion χ par les variations du revenu moyen et dans une proportion $1 - \chi$ par les variations du coefficient de Gini⁴⁸. Dans notre exemple, la probabilité d'obtenir une distribution de Weibull est fonction croissante des variations du revenu moyen et du degré d'inégalités. Comme la distribution de Weibull accorde, pour une valeur donnée du coefficient de Gini, une part du revenu total plus faible aux quantiles de population les plus pauvres, l'hypothèse que nous émettons signifie qu'un fort taux de croissance se traduit en général par une diminution des revenus des individus les plus pauvres. Lorsque χ est nul, toute l'évolution de la distribution relative des revenus est appréhendée par les variations du coefficient de Gini et la probabilité d'obtenir une loi de Weibull est orthogonale aux variations de μ . L'estimation de $\bar{\eta}_\mu$ au travers de l'équation (1.4.12) est donc alors non biaisée. En revanche, dès lors que $\chi \neq 0$, une partie des variations du degré d'inégalités de chaque observation n'est pas prise en compte par les variations de G et est corrélée aux taux de croissance observés. L'estimation du coefficient $\bar{\eta}_\mu$ est donc biaisée puisque ce dernier traduit à la fois l'effet « pur » de la croissance et une partie de l'effet des variations du degré d'inégalités. Afin de retrouver la véritable valeur du coefficient $\bar{\eta}_\mu$, nous opposons à l'estimation de l'équation (1.4.12) celle du modèle suivant :

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \beta_0 + \bar{\eta}_\mu \frac{\Delta\mu}{\mu} + \bar{\eta}_\Psi \frac{\Delta G}{G} + \xi W + W + \varepsilon, \quad (1.4.14)$$

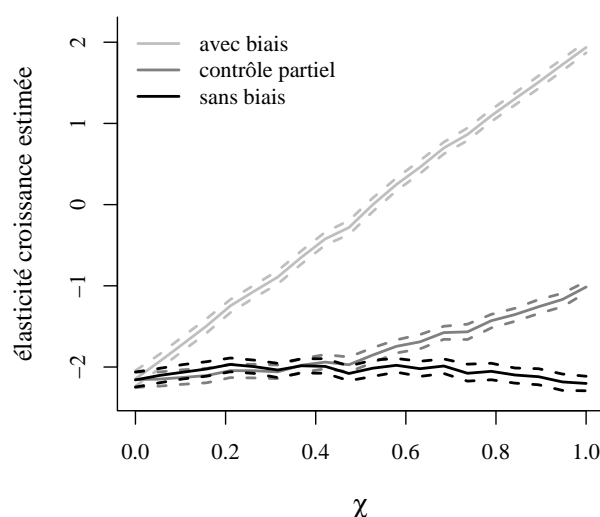
où W est une variable muette prenant la valeur 1 (0) lorsque la distribution finale suit une loi de Weibull (log-normale). La procédure de génération des observations et d'estimation des modèles est répliquée 1 000 fois afin d'obtenir des valeurs moyennes proches de celles vers lesquelles convergent les paramètres des différents modèles compte tenu des hypothèses effectuées en matière de distribution des valeurs initiales et des variations de μ et de G . Les résultats des estimations de l'équation (1.4.12) et (1.4.14) pour l'incidence de pauvreté avec $\Psi = G$ et pour des valeurs de χ égales à 0, 0,5 et 1 sont reportés dans les colonnes (a) et (b) du tableau 1.4.

La comparaison des résultats de l'estimation de l'équation (1.4.14) avec ceux de l'équation (1.4.12) montrent combien ce problème d'endogénéité peut biaiser l'estimation du coefficient $\bar{\eta}_\mu$. Lorsque χ est nul, les valeurs obtenues sont strictement identiques, tandis que

48. Plus précisément, la probabilité p_i d'obtenir une distribution de Weibull pour chaque observation i a été fixée selon l'équation suivante :

$$p_i = \chi \Phi\left(\Delta\mu_i, E(\Delta\mu), \sqrt{\text{Var}(\Delta\mu)}\right) + (1 - \chi) \Phi\left(\Delta G_i, E(\Delta G), \sqrt{\text{Var}(\Delta G)}\right).$$

pour une valeur de χ égale à 0,5, la sous-estimation de $\bar{\eta}_\mu$ est suffisamment importante pour nous amener à conclure à un effet économiquement négligeable des variations du revenu moyen en termes de variation de l'incidence de pauvreté. Pire, pour $\chi = 1$, on obtient une valeur positive de l'élasticité croissance, ce qui est impossible d'un point de vue théorique puisque l'incidence de pauvreté respecte l'axiome de monotonie faible. Certes, il faut souligner que l'hypothèse d'une corrélation forte des taux de croissance à ces variations du degré d'inégalités non appréhendées par les variations du coefficient de Gini est peu probable et nécessiterait d'être testée. Toutefois, comme le montre la figure 1.5, un degré de corrélation relativement faible entre ces variations se traduit tout de même par un biais significatif. Ainsi, pour une valeur de χ fixée à 20%, on s'aperçoit que la valeur estimée de $\bar{\eta}_\mu$ au travers de l'équation (1.4.12) est inférieure d'environ un demi point en valeur absolue à sa valeur réelle.



Note : les lignes discontinues représentent les intervalles de confiance à 99% des valeurs moyennes des élasticité croissance estimées. Ces intervalles sont obtenus de manière non-paramétrique en utilisant pour chaque valeur de χ une procédure de *bootstrap* avec 1000 répliques. Les modèles « avec biais » et « sans biais » correspondent respectivement aux équations (1.4.12) et (1.4.14). La courbe « avec contrôle » se rapporte au modèle (1.4.12) augmenté des variations relatives du ratio interquintile.

FIGURE 1.5 : Biais d'endogénéité dans l'estimation des élasticité croissance et inégalités de la pauvreté selon le degré de corrélation entre hétérogénéité inobservée et variations du revenu moyen.

Afin de limiter l'effet de ce biais dans l'estimation de l'élasticité croissance de la pauvreté, on peut chercher à appréhender l'effet des variations de la distribution relative des revenus qui sont orthogonales aux variations du coefficient de Gini, en ajoutant au modèle (1.4.12) la variation relative d'une autre mesure d'inégalités. Dans le tableau 1.4, nous avons ainsi effectué pour chaque mesure de pauvreté et chaque valeur de χ une estimation de l'équation (1.4.12) augmentée des variations relatives du ratio interquintile Ψ_Q , ce der-

nier correspondant au rapport de la part du revenu total du dernier quintile de population sur celle du premier quintile. Cette mesure d'inégalités est souvent considérée comme peu intéressante car elle ne respecte pas le principe de transfert de Pigou-Dalton. Nous l'utilisons toutefois dans le cadre de cet exercice de simulation car la majorité des bases de données relatives aux inégalités comme celle de Deininger & Squire (1996) ne permettent pas de disposer de mesures additionnelles plus complètes. En revanche, elles présentent souvent des observations des parts de revenu total par quantiles de population, ce qui permet d'établir des valeurs de Ψ_Q . Les valeurs de $\bar{\eta}_\mu$ estimées pour $\chi = 0$ et $\chi = 0,5$ sont très proches de celles obtenues au travers de l'équation (1.4.14). La figure 1.5 confirme ce résultat et montre que l'absence de biais statistiquement significatif pour des valeurs de χ inférieures à 0,5. Toutefois, lorsque la corrélation entre hétérogénéité inobservée et variations du revenu moyen devient plus importante, l'estimation de $\bar{\eta}_\mu$ est à nouveau biaisée. Pour $\chi = 1$, l'élasticité croissance de la pauvreté est alors moitié moindre que sa valeur réelle.

L'ajout de nouvelles variables permettant d'apprécier l'ensemble des changements redistributifs semble un moyen efficace de réduire ce biais potentiel lié à la présence d'hétérogénéité inobservée. Il modifie toutefois l'interprétation des paramètres estimés pour les variations relatives du degré d'inégalités. En effet, ce n'est pas une mais plusieurs élasticités inégalités de la pauvreté qui sont alors estimées simultanément. Chacune traduit un effet de changements partiels dans la distribution relative des revenus en termes de pauvreté. Ainsi le paramètre attaché à la variable $\frac{\Delta G}{G}$ dans les colonnes (c) du tableau 1.4 correspond à la variation relative de l'incidence de pauvreté que l'on obtient pour une variation de 1% du coefficient de Gini lorsque le ratio interquintile reste inchangé. Cette présence de plusieurs élasticités inégalités de la pauvreté peut être embarrassante car lorsque ces dernières sont de signes contraires, il devient difficile de conclure si l'évolution observée des distributions relatives de revenus a contribué globalement ou non à la réduction de la pauvreté pour l'échantillon de pays étudiés.

Si l'on souhaite obtenir une élasticité du coefficient de Gini non biaisée mais qui traduise l'ensemble des changements redistributifs, il est nécessaire de reprendre l'estimation de l'équation (1.4.12) en utilisant une procédure d'instrumentation pour la variable de croissance. Toute la difficulté est alors de trouver des facteurs macro-économiques qui puissent générer à moyen ou long terme des variations du revenu moyen sans modification de la distribution relative des revenus. Dans la mesure où les variations du degré d'inégalités semblent de manière empirique corrélées à celles du revenu moyen (Banerjee & Duflo, 2000), il semble délicat d'obtenir des instruments valides. Ainsi, Ravallion (2001) suggère d'utiliser le taux de croissance du PIB par habitant issu de la comptabilité nationale afin d'instrumenter le taux de croissance du revenu moyen tel qu'il est estimé dans les enquêtes ménages utilisées pour calculer les niveaux de pauvreté. Toutefois, cette technique d'instrumentation par la méthode des indicateurs multiples (cf. Wooldridge, 2002, chapitre 5) n'est valide que lorsque la rupture de l'hypothèse d'exogénéité stricte correspond à des erreurs de mesures sur les variables explicatives. Dans le cas du biais de variable omise auquel nous

sommes confrontés, cette technique est donc inadéquate. Si les données disponibles permettent une estimation en panel, on peut envisager d'utiliser des instruments internes au travers de la méthode des moments généralisée. Kalwij & Verschoor (2007) utilisent ainsi les valeurs logarithmiques de début de période du revenu moyen et du coefficient de Gini pour instrumenter leurs variations logarithmiques. Cette stratégie d'identification n'est toutefois valide que si l'ensemble des théories justifiant une relation quelconque entre niveau de développement et variations du degré d'inégalités, comme par exemple la relation de Kuznets (1955), ne se vérifie pas empiriquement pour l'échantillon utilisé.

1.4.3 Prise en compte de l'hétérogénéité des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté

Les équations proposées précédemment permettent certes de tester la significativité d'un effet moyen de la croissance sur les variations de la pauvreté, mais elles n'offrent pas la possibilité de saisir l'hétérogénéité des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté pour l'échantillon utilisé. On peut en effet, dans l'esprit de l'approche « analytique », chercher à appréhender la conditionnalité de cette relation aux caractéristiques initiales des différentes distributions de revenus considérées. Dans le cas de l'élasticité croissance « empirique » de la pauvreté, les auteurs supposent ainsi fréquemment que les élasticités $\gamma_{i,t}$ de chaque pays i à chaque période t à $t+1$ sont constantes, relation qui ne se vérifie que pour :

$$\eta_{\mu,i,t} = \bar{\gamma}_{i,t} - \eta_{\Psi,i,t} \frac{\text{Cov}(\Delta \ln \mu, \Delta \ln \Psi)}{\text{Var}(\Delta \ln \mu)} \quad \forall i, t. \quad (1.4.15)$$

En d'autres termes, cette restriction n'est valide que si les différences d'élasticité croissance entre observations sont parfaitement compensées par les différences d'élasticité inégalités. Au vu des résultats obtenus dans certaines études, cette restriction semble toutefois relativement peu crédible dans la mesure où les valeurs estimées de $\bar{\gamma}$ varient en général de manière significative lorsque l'échantillon retenu est modifié. Par exemple, Kalwij & Verschoor (2007) reprennent l'estimation de l'équation (1.4.5) et relâchent partiellement l'hypothèse d'unicité de la valeur de $\bar{\gamma}$ en introduisant des variables muettes multiplicatives permettant d'estimer des valeurs différentes de $\bar{\gamma}$ par zone géographique. Les résultats de leurs estimations pour un échantillon de 141 variations du niveau de l'incidence de pauvreté pour 58 pays durant les deux dernières décennies du XX^e siècle, conduisent à un rejet clair de l'hypothèse de constance de l'élasticité « empirique » de la pauvreté à la croissance.

Cette hétérogénéité des réponses au phénomène de croissance a alors conduit à un certain raffinement des modèles testés. Avec la mise en place des Objectifs de Développement du Millénaire, la question n'a plus été de savoir si l'on observait une relation moyenne de signe significativement négatif entre croissance et pauvreté, mais si l'objectif de réduction de moitié de l'extrême pauvreté entre 1990 et 2015 était réalisable au vu des expériences passées. Le passage du test de significativité à l'exercice de prévision se traduit naturellement

par des exigences accrues au niveau de la spécification du modèle économétrique utilisé. Afin de relâcher l'hypothèse de constance de l'élasticité « empirique » de la pauvreté à la croissance, un certain nombre de spécifications *ad hoc* ont été proposées. Ravallion (1997) suggère ainsi l'estimation du modèle suivant :

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \beta_0 + \beta_1(1-G)\frac{\Delta\mu}{\mu} + \beta_2\frac{\Delta\mu}{\mu} + \beta_3\left(\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)^2 + \beta_4G + \beta_5G^2 + \beta_6\frac{\Delta\mu}{\mu}G^2 + \beta_7\left(\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)^2G + \varepsilon, \quad (1.4.16)$$

qui permet d'obtenir l'approximation suivante⁴⁹ :

$$\bar{\gamma}_{i,t} \simeq \beta_1(1 - G_{i,t}) + \beta_2 + \beta_3\frac{\Delta\mu_i}{\mu_{i,t}} + \beta_6G_{i,t}^2 + \beta_7\frac{\Delta\mu_i}{\mu_{i,t}}G_{i,t}. \quad (1.4.19)$$

Le relâchement de l'hypothèse de constance des paramètres a aussi été envisagé dans le cadre de l'estimation simultanée des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Kalwij & Verschoor (2007) proposent par exemple l'estimation du modèle suivant⁵⁰ :

$$\begin{aligned} \Delta \ln \Theta = & \beta_0 + \left(\beta_1 + \beta_2 \ln G + \beta_3 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right) \right) \Delta \ln \mu + \left(\beta_4 + \beta_5 \ln G + \beta_6 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right) \right) \Delta \ln G \\ & + \beta_7 \ln G + \beta_8 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right) + \varepsilon, \end{aligned} \quad (1.4.20)$$

qui permet d'effectuer les prédictions suivantes :

$$w(\eta_\mu) = E\left(\eta_\mu \mid G, \frac{z}{\mu}\right) = \beta_1 + \beta_2 \ln G + \beta_3 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right), \quad (1.4.21)$$

$$w(\eta_G) = E\left(\eta_G \mid G, \frac{z}{\mu}\right) = \beta_4 + \beta_5 \ln G + \beta_6 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right). \quad (1.4.22)$$

Il peut être intéressant de vérifier à partir d'un exercice de simulation la qualité des prédictions obtenues au travers de l'équation proposée par ces auteurs. Pour cela, nous avons à nouveau généré 1 000 distributions de revenus log-normales en procédant à un tirage aléatoire des niveaux de revenus moyens et de l'indice de Gini sur des lois uniformes respectivement définies par les intervalles [500; 5 000] et [0, 3; 0, 6]. Les distributions finales, qui suivent toujours une loi log-normale, ont été obtenues en appliquant un taux de croissance du revenu moyen et des variations du coefficient de Gini issus à nouveau de tirages aléatoires sur

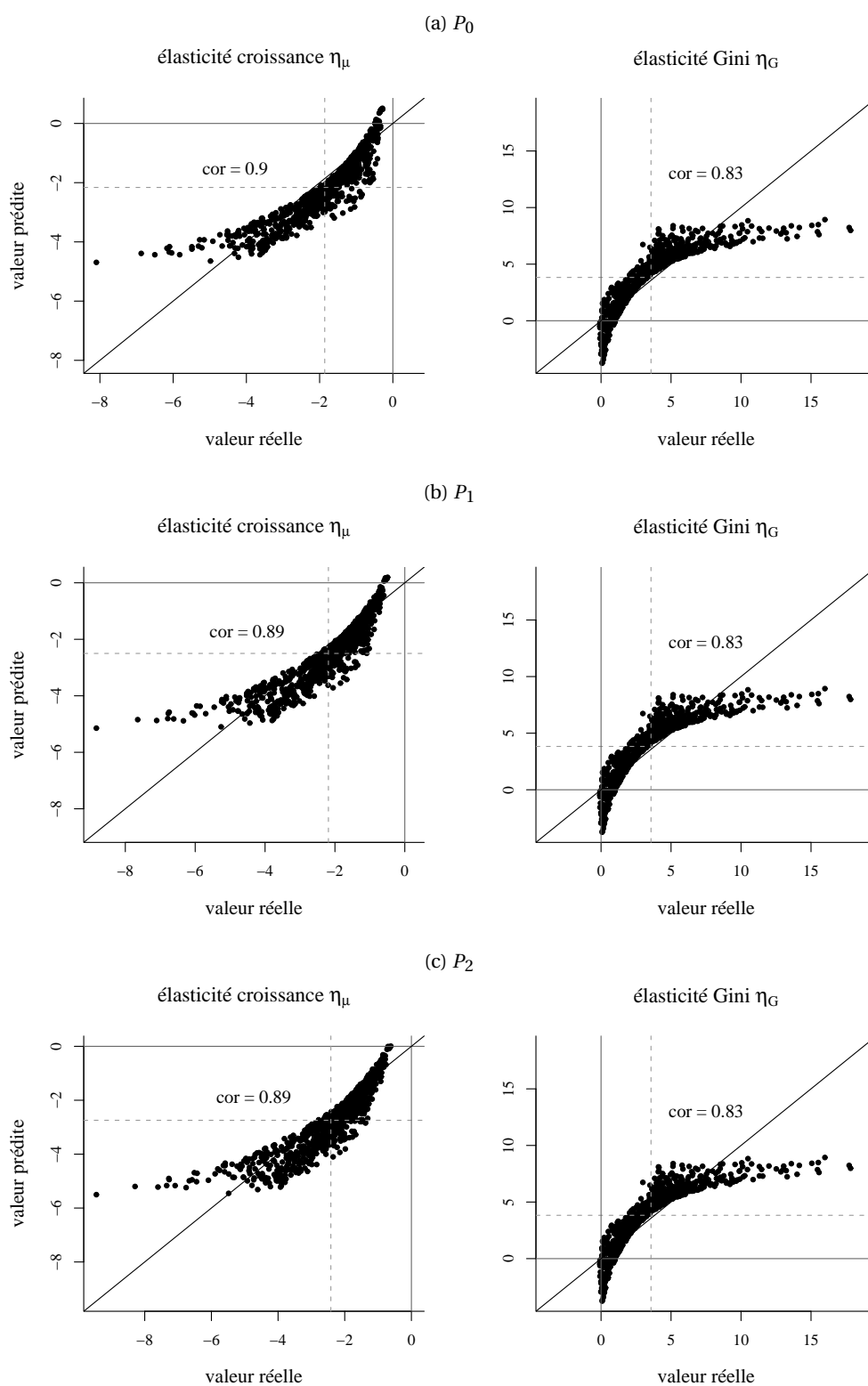
49. Dans la mesure où la plupart des coefficients de l'équation (1.4.16) ne sont pas significatifs, Ravallion (1997) se limite à l'approximation suivante :

$$\gamma_{i,t} \simeq \beta_1(1 - G_{i,t}), \quad (1.4.17)$$

dont il présente une version modifiée dans Ravallion (2005a), soit :

$$\gamma_{i,t} \simeq \beta_1(1 - G_{i,t})^\tau \quad \tau > 1. \quad (1.4.18)$$

50. Bourguignon (2003) et Lachaud (2007) recourent à une spécification similaire à l'équation (1.4.20) et qui n'inclue pas les termes $\beta_7 \ln G$ et $\beta_8 \ln \left(\frac{z}{\mu} \right)$.



Note : les valeurs réelles correspondent aux élasticités obtenues au travers de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992). Les lignes discontinues indiquent les valeurs moyennes de chaque série.

FIGURE 1.6 : Comparaison des élasticités obtenues au travers de l'estimation du modèle de Kalwij & Verschoor (2007) et des valeurs obtenues par la décomposition de Datt & Ravallion (1992) : distributions log-normales.

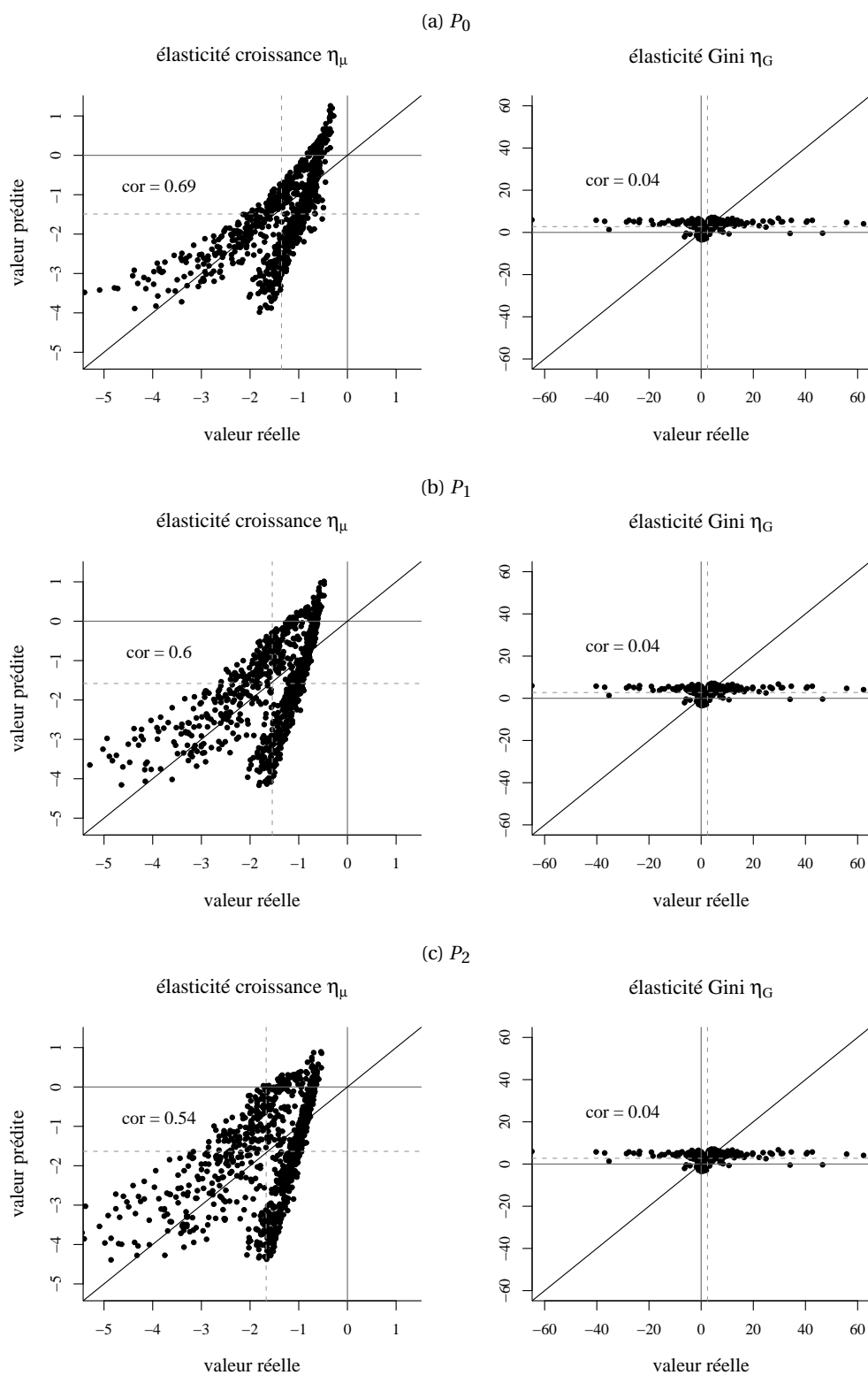
les intervalles $[-0, 1; 0, 15]$ et $[-0, 1; 0, 1]$. Le modèle (1.4.20) a ensuite été estimé par MCO pour les mesures P_0 , P_1 et P_2 , puis les élasticités correspondant à chaque observation et à chaque mesure de pauvreté ont été calculées à l'aide des équations (1.4.21) et (1.4.22). Afin d'évaluer la qualité des prédictions obtenues, nous avons aussi estimé les valeurs « réelles » des élasticités croissance et inégalités à l'aide de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) qui, de notre point de vue, présente le plus d'affinités avec l'approche économétrique.

Les résultats de la comparaison entre les deux séries peuvent être appréciés sur la figure 1.6. Dans un premier temps, il convient de remarquer que le relâchement de l'hypothèse d'unicité des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté dans le modèle estimé permet une prédiction de bien meilleure qualité des valeurs moyennes des élasticités que le modèle (1.4.12). De manière générale, on observe aussi que les prédictions sont dans la plupart des cas relativement proches des valeurs obtenues à l'aide de l'approche « comptable ». Néanmoins, quelle que soit la mesure de pauvreté considérée, la figure 1.6 révèle que les valeurs les plus fortes et les plus faibles des élasticités croissance de P_α sont sous-estimées tandis qu'une sur-estimation est relevée pour les valeurs extrêmes des élasticités inégalités de la pauvreté. Pire, pour les pays pauvres et inégalitaires de notre échantillon, le modèle de Kalwij & Verschoor (2007) donne lieu à des valeurs positives des élasticités croissance. Or, ainsi que nous l'avons rappelé précédemment, une élasticité croissance de la pauvreté est par définition toujours négative ou nulle.

L'exercice de simulation peut toutefois sembler insuffisant car basé sur une forme fonctionnelle et un processus redistributif unique, hypothèses a priori peu probables dans la réalité. Nous avons donc repris l'exercice en combinant distributions log-normales et distributions de Weibull. Le processus de détermination des niveaux initiaux de μ et G ainsi que de leurs variations reste inchangé mais les formes de la distribution initiale et de la distribution finale sont déterminées de manière aléatoire selon une loi binomiale telle que la probabilité d'obtenir une distribution log-normale soit égale à celle d'obtenir une distribution de Weibull. Il convient de noter que dans cet exercice de simulation, nous n'avons pas imposé que la distribution de revenus finale suive la même loi statistique que la distribution initiale, ce qui permet une plus grande hétérogénéité des processus redistributifs observés.

Les résultats de cette nouvelle simulation sont présentés sur la figure 1.7. À nouveau, on note que le modèle permet une bonne estimation de l'espérance des élasticités croissance et inégalités des mesures P_0 , P_1 et P_2 , mais la capacité du modèle à prédire correctement les élasticités individuelles apparaît beaucoup plus faible que lors de la simulation précédente. Ce résultat est particulièrement flagrant dans le cas des élasticités inégalités où la corrélation entre élasticités prédites et les valeurs obtenues au travers de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) est quasi nulle. On remarque enfin que le modèle produit toujours des valeurs incohérentes de l'élasticité croissance pour certaines observations.

Afin de mieux cerner la qualité des prédictions obtenues au travers de l'approche économétrique, il peut être utile de regarder si le modèle utilisé permet une bonne prédiction



Note : les valeurs réelles correspondent aux élasticités obtenues au travers de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992). Les lignes discontinues indiquent les valeurs moyennes de chaque série.

FIGURE 1.7 : Comparaison des élasticités obtenues au travers de l'estimation du modèle de Kalwij & Verschoor (2007) et des valeurs obtenues par la décomposition de Datt & Ravallion (1992) : distributions log-normales et de Weibull.

TABLEAU 1.5 : Valeurs prédites des élasticités croissance et inégalités des mesures P_0 , P_1 et P_2 pour Alphaland.

Modèle	P_0		P_1		P_2	
	η_μ	η_G	η_μ	η_G	η_μ	η_G
simulation 1	-2,36	4,7	-2,69	6,15	-2,92	7,29
	[-2,81; -1,91]	[4,52; 4,87]	[-3,14; -2,24]	[5,98; 6,32]	[-3,37; -2,47]	[7,12; 7,46]
	(0,23)	(0,088)	(0,23)	(0,088)	(0,23)	(0,088)
simulation 2	-1,68	3,68	-1,67	4,67	-1,64	5,41
	[-2,16; -1,2]	[3,52; 3,84]	[-2,15; -1,18]	[4,51; 4,84]	[-2,12; -1,16]	[5,25; 5,57]
	(0,247)	(0,082)	(0,247)	(0,082)	(0,247)	(0,082)
D-R	-1,76	3,49	-2,01	4,37	-2,19	4,96

Note : intervalle de confiance à 95% entre crochets et écarts type entre parenthèses. Les calculs sont effectués pour une économie présentant un revenu par habitant de 3 000 \$ en début de période et enregistrant une croissance de 10%. Les revenus sont supposés distribués selon une loi log-normale avec des coefficients de Gini de 0,45 et 0,4 en début et en fin de période. La ligne de pauvreté est fixée à 2 \$ par jour et par habitant. Les simulations 1 et 2 correspondent aux valeurs obtenues au travers de l'estimation du modèle (1.4.20) respectivement avec un échantillon aléatoire de distributions log-normales et un échantillon mixte de distributions log-normales et de Weibull. D-R renvoie à la valeur des élasticités obtenues au travers de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992).

des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté pour l'économie fictive d'Alphaland. Les résultats des prédictions obtenues à partir des estimations réalisées lors des deux simulations précédentes, ainsi que les valeurs obtenues à l'aide de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) sont présentés dans le tableau 1.5. Dans le cadre de la première simulation, on observe une surestimation systématique et statistiquement significative de l'amplitude des élasticités estimées alors même que le pays présente des caractéristiques intermédiaires par rapport à l'échantillon utilisé. Les prédictions sont sensiblement meilleures lorsque l'on considère la seconde simulation puisque les différences relevées avec les élasticités croissance issues de l'approche « comptable » ne sont plus statistiquement significatives.

La qualité des prédictions obtenues au travers de l'approche économétrique peut sans aucun doute être améliorée en recourant à des modèles plus souples afin de mieux appréhender l'hétérogénéité des élasticités individuelles, notamment les élasticités inégalités de la pauvreté. Il n'est toutefois pas certain que des formes linéaires permettent d'apprécier de manière satisfaisante des expressions non-linéaires comme celles présentées dans la section 1.3 avec la loi log-normale. De plus, l'ajout de variables supplémentaires se traduit nécessairement par une perte de degrés de liberté, des écarts type plus importants et donc une plus grande incertitude sur la valeur réelle des élasticités estimées. Dans la mesure où les bases de données actuellement disponibles ne contiennent qu'un nombre d'observations relativement faible — la base de données construite par Chen & Ravallion (1997) et reprise dans la plupart des études ne présente que 300 observations du niveau de pauvreté et ne permet donc de réaliser des estimations que pour un échantillon de moins de 200 variations du niveau de pauvreté —, cette perte de degrés de liberté n'est pas sans conséquence en termes de précision des estimateurs utilisés.

Pour parer à ce problème, Bourguignon (2003) propose de combiner approches « analytique » et économétrique en estimant le modèle suivant :

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \bar{\eta}_{\mu}^A \frac{\Delta\mu}{\mu} + \bar{\eta}_{\Psi}^A \frac{\Delta\Psi}{\Psi} + \varepsilon, \quad (1.4.23)$$

où η_{μ}^A et η_{Ψ}^A représentent les élasticités obtenues au travers de l'approche « analytique ». Dans le cadre de son étude, Bourguignon (2003) utilise l'hypothèse de log-normalité et reprend donc les élasticités présentées dans les équations (1.3.5), (1.3.6), (1.3.11) et (1.3.12)⁵¹. L'objectif de l'estimation d'un tel modèle n'est toutefois pas d'estimer les valeurs des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté puisque celles-ci sont calculées avant de procéder à l'estimation. Il s'agit plutôt de tester la validité de l'hypothèse distributive effectuée (forme des distributions de revenus et processus redistributifs observés) pour l'échantillon utilisé. L'emploi d'une telle stratégie peut finalement être considéré comme l'aveu d'une certaine impuissance de l'approche économétrique à fournir des estimations satisfaisantes des valeurs des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.

1.5 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté et opposé les trois approches employées dans la littérature pour estimer les valeurs des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Une de nos conclusions est que ces différentes techniques ne sont pas parfaitement substituables car elles renvoient souvent à des besoins et des perspectives différentes. Ainsi, lorsque l'objectif principal est l'étude des évolutions passées de la pauvreté, il semble qu'il faille alors privilégier les approches « comptable » et économétrique. En l'état actuel du développement des différentes approches de calcul des élasticités de la pauvreté, elles seules permettent en effet de savoir si l'évolution des distributions de revenus dans les pays en développement s'est faite au bénéfice ou au détriment des ménages pauvres. Ces deux approches ne sont toutefois pas équivalentes et il nous semble important de souligner les nombreuses faiblesses potentielles de l'approche économétrique, tant au niveau de l'estimation que de l'interprétation des coefficients estimés. Son emploi devrait donc être plus limité. À de rares exceptions près (Kraay, 2006), l'emploi de l'approche « comptable » est en général restreint aux études de cas par pays. Avec la disponibilité croissante de données relatives aux distributions de revenus dans les pays en développement, son utilisation pour des études en coupe transversale devrait être généralisée car, contrairement à l'approche économétrique, elle permet de réaliser une distinction parfaite et certaine entre les effets de la croissance et de la redistribution sur le niveau de pauvreté. De plus, comme elle offre la capacité d'estimer individuellement pour chaque pays et à chaque période les valeurs des

51. Plus précisément, Bourguignon (2003) n'utilise pas les élasticités Gini de la pauvreté issues de la loi log-normale, mais les élasticités de la pauvreté par rapport à l'écart type σ du logarithme des revenus. On retrouve ces dernières en multipliant les équations (1.3.11) et (1.3.12) par $\sigma\sqrt{2}\phi(\sigma/\sqrt{2})G^{-1}$.

différentes élasticités estimées, il est particulièrement aisé de réaliser a posteriori une analyse de la distribution de ces élasticités, voire d'utiliser l'outil économétrique pour étudier le lien entre les valeurs de ces élasticités et les caractéristiques initiales des distributions de revenus de l'échantillon considéré.

De notre point de vue, l'approche « analytique » se distingue nettement des deux autres approches car elle ne prend pas en compte les évolutions réellement observées des distributions de revenus considérées. Elle doit donc principalement être appréhendée comme un outil de compréhension de ces identités complexes entre croissance, inégalités et pauvreté. Des travaux importants doivent encore être effectués afin de répondre à la grande variété des processus distributifs que peuvent connaître les pays étudiés pour une même cible de réduction du degré d'inégalités⁵². Il nous semble néanmoins que l'approche « analytique » trouve aussi sa place dans les études de cas par pays car elle permet d'apprécier sans ambiguïté l'influence des caractéristiques initiales d'une distribution de revenus sur la valeur des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Elle offre donc la possibilité de mesurer les efforts à réaliser pour atteindre un objectif donné en termes de réduction de la pauvreté.

Enfin, il nous semble important de souligner que les différents exercices de simulation réalisés au cours de ce chapitre montrent que, quelle que soit l'approche utilisée, les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté estimées ne permettent que rarement d'effectuer des prédictions suffisamment précises des valeurs futures des niveaux de pauvreté pour des variations importantes du revenu moyen et du degré d'inégalités. La faute en est à la variabilité de ces élasticités qui évoluent au fur et à mesure que les caractéristiques des distributions initiales étudiées se modifient⁵³. Les décompositions effectuées s'appuient en effet sur des approximations de premier ordre des variations de la pauvreté. Comme les mesures de pauvreté utilisées sont des fonctions non linéaires de leurs déterminants, l'emploi de variations non marginales se traduit inévitablement par des erreurs de prédiction. Le problème est qu'il est a priori impossible d'anticiper sur le signe et l'importance de cette erreur. Ceci doit donc nous amener à considérer avec beaucoup de prudence les nombreuses études ayant tenté de vérifier si l'objectif de réduction de moitié de l'extrême pauvreté à l'horizon 2015 était ou non réalisable dans la mesure où les auteurs ne prennent jamais en compte cette variabilité des élasticités croissance et inégalités dans le temps.

52. Cette question est en partie traitée dans le chapitre 3.

53. D'une certaine manière, on peut rapprocher ce phénomène du problème de super-exogénéité que l'on rencontre lorsque l'on souhaite utiliser des résultats économétriques à des fins de politique économique (Engle, Hendry & Richard, 1983). En effet, bien qu'aucune relation comportementale ne soit impliquée dans la relation que nous étudions, les valeurs des élasticités obtenues ne sont en général valables que pour les conditions initiales et les évolutions observées qui ont permis d'établir ces valeurs. Dans des situations différentes, la réponse de la pauvreté sera donc naturellement différente.

Annexe A Axiomes de base des mesures de pauvreté

Soit une distribution de revenus Y de taille n avec $n \in \mathbb{N}^*$. Les revenus y sont définis sur l'ensemble $D_\omega = [\omega, +\infty[$. Toute distribution Y est donc un point de l'ensemble $\mathcal{D}_\omega = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} D_\omega^n$. Dans certains cas, l'ensemble \mathcal{D}_ω correspond à l'orthant non-négatif (moins l'origine) ou strictement positif de l'espace euclidien R^n . Ces ensembles sont respectivement notés \mathcal{D}^+ et \mathcal{D}^{++} . Chaque vecteur Y est ordonné de manière à obtenir $y_1 \leq y_2 \cdots \leq y_n$. On note q l'agent économique tel que $y_q < z \leq y_{q+1}$. La ligne de pauvreté est notée z . Dans le cadre de ce chapitre, une mesure de pauvreté Θ est une fonction de \mathcal{D}_ω vers \mathbb{R}^+ telle que $\Theta(z, Y_1) < \Theta(z, Y_2)$ signifie que la pauvreté dans la distribution 1 est considérée comme moins importante que dans la distribution 2 pour la ligne de pauvreté z . Cette fonction Θ est une mesure de pauvreté valide si elle respecte les conditions suivantes :

i) Non pertinence des revenus des non pauvres (ou axiome de focalisation). Pour tout vecteur ν tel que $\nu_i = 1$ pour $i = \{1, \dots, q\}$ et $\nu_i \geq 1$ pour $i = \{q+1, \dots, n\}$, on observe :

$$\Theta(z, \nu Y') = \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega. \quad (\text{A.1})$$

En d'autres termes, toute augmentation du niveau de revenus d'un agent non pauvre ne modifie pas le niveau de pauvreté tel que mesuré par Θ pour la ligne de pauvreté z . En revanche, cet axiome ne signifie pas que la mesure est insensible au nombre d'individus non pauvres.

ii) Anonymat (ou axiome de symétrie). Pour toute matrice de permutation B de dimension n , la mesure de pauvreté doit respecter :

$$\Theta(z, YB) = \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega. \quad (\text{A.2})$$

Cet axiome signifie que la mesure est insensible à toute autre différence que le niveau de revenus entre les agents. Elle répond donc à une exigence d'impartialité vis-à-vis des membres de la population considérée. Si d'autres caractéristiques que le revenu nous semblent pertinentes, comme le nombre d'individus si l'unité d'observation est le ménage, celles-ci doivent être prises en compte en amont afin que les unités présentant un revenu identique puissent être considérées sur un pied d'égalité.

iii) Principe de population (ou axiome de réplication). Pour tout $m \in \mathbb{N}$, la mesure doit vérifier :

$$\Theta(z, Y^m) = \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega, \quad (\text{A.3})$$

où Y^m est un vecteur de revenus obtenu par m répliques de Y . Cette propriété implique que la mesure de pauvreté est insensible à la taille de la population considérée, ce qui permet de comparer le niveau de pauvreté entre populations de tailles différentes.

iv) Monotonicité faible. Pour tout vecteur v tel que $v_i = 0$ pour $i = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, n\}$ et $v_j > 0$ pour $j \leq q$, l'axiome de monotonicité faible implique :

$$\Theta(z, Y - v) \geq \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega. \quad (\text{A.4})$$

Selon cet axiome, toute diminution⁵⁴ du niveau de revenus d'un individu pauvre ne se traduit pas par une baisse du niveau de pauvreté.

v) Continuité restreinte. Pour tout vecteur v tel que $v_i = 0$ pour $i = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, n\}$ et $v_j > 0$ pour $j \leq q$, l'axiome de continuité restreinte se traduit par :

$$\lim_{v_j \rightarrow 0} \Theta(z, Y - v) = \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega. \quad (\text{A.5})$$

Une diminution infime du revenu d'un individu pauvre se traduit donc par une variation marginale du niveau de pauvreté.

vi) Croissance de la ligne de pauvreté. Pour tout $\tilde{z} > z$, il est nécessaire que :

$$\Theta(\tilde{z}, Y) \geq \Theta(z, Y) \quad \forall Y \in \mathcal{D}_\omega. \quad (\text{A.6})$$

En d'autres termes, la mesure Θ est une fonction croissante de la ligne de pauvreté.

Cette présentation n'est en rien exhaustive et l'ensemble des mesures de pauvreté est souvent restreint en ajoutant d'autres propriétés jugées désirables comme par exemple le principe de transfert de Pigou-Dalton ou l'axiome d'indépendance. Pour une revue plus détaillée des axiomes utilisés traditionnellement pour la mesure de la pauvreté et leurs implications, voir Zheng (1997) ou Chakravarty & Muliere (2004).

Annexe B La décomposition par développement de Taylor en pratique

Soient X et Y des vecteurs de revenus triés par ordre croissant et correspondant respectivement aux distributions de revenus initiales et finales. Afin de simplifier la présentation, nous supposons que les deux vecteurs sont de taille identique n ⁵⁵. Lorsque la mesure de pauvreté utilisée Θ respecte l'axiome d'invariance multiplicative (cf. chapitre 4), les effets croissance et inégalités issus de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992)

54. L'axiome est énoncé en considérant une diminution de revenu plutôt qu'une augmentation afin de ne pas avoir à différencier les cas où le nouveau revenu reste inférieur à la ligne de pauvreté, des cas où il devient supérieur.

55. En général, les vecteurs sont de tailles différentes. Il est alors nécessaire de procéder à un certain nombre de manipulations afin d'obtenir des vecteurs de taille identique. Supposons que X et Y sont respectivement de taille n et m . Une première solution consiste à répliquer X m (ou $\frac{m}{n}$) fois et Y n (ou $\frac{n}{m}$) fois, mais il est alors probable que les logiciels utilisés ne parviennent pas à traiter des vecteurs aussi longs. Une solution consiste alors à utiliser des techniques d'estimation en *kernel* de chaque distribution de revenus, puis à utiliser les distributions estimées pour générer des vecteurs de revenus de taille identique.

sont obtenus au travers des formules suivantes :

$$C_{X,Y} = \Theta\left(z, \frac{\mu_Y}{\mu_X} X\right) - \Theta(z, X), \quad (\text{B.1})$$

$$I'_{X,Y} = \Theta\left(z, \frac{\mu_X}{\mu_Y} Y\right) - \Theta(z, X). \quad (\text{B.2})$$

Soit κ le vecteur des différences terme à terme entre les distributions Y et X . Le principe de la décomposition que nous proposons, consiste à ajouter au vecteur de revenus initial le vecteur κ en s fois, de manière à obtenir des variations marginales du revenu moyen et du degré d'inégalités. Pour chaque ajout $\frac{\kappa}{s}$ à la distribution initiale, on applique les équations (B.1) et (B.2). En réalisant la somme des s effets marginaux estimés, on obtient les effets croissance et inégalités des variations observées de la pauvreté correspondant au passage de la distribution X à la distribution Y . L'application sur données réelles de la décomposition présentée dans l'équation (1.2.14) se traduit donc par les formules suivantes :

$$\check{C}_{X,Y} = \sum_{j=1}^s \Theta\left(z, \frac{\mu_j}{\mu_{j-1}} \left(X + \frac{j-1}{s} \kappa\right)\right) - \Theta\left(z, X + \frac{j-1}{s} \kappa\right), \quad (\text{B.3})$$

$$\check{I}_{X,Y} = \sum_{j=1}^s \Theta\left(z, \frac{\mu_{j-1}}{\mu_j} \left(X + \frac{j}{s} \kappa\right)\right) - \Theta\left(z, X + \frac{j-1}{s} \kappa\right), \quad (\text{B.4})$$

avec $\mu_j = E\left(X + \frac{j}{s} \kappa\right)$. Pour $s = 1$, on retrouve les formules correspondant à la décomposition de Datt & Ravallion (1992).

Annexe C Calcul des élasticités « analytiques » des mesures P_α

Pour le calcul de l'élasticité croissance de l'incidence de pauvreté, on peut s'appuyer sur les deux propriétés suivantes :

$$\frac{\partial L(P_0)}{\partial p} = \frac{z}{\mu}, \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\partial^2 L(P_0)}{\partial p^2} = \frac{1}{\mu f(z)}. \quad (\text{C.2})$$

Une augmentation du revenu moyen sans modification de la distribution relative des revenus implique que la courbe de Lorenz ne varie pas. En différenciant l'équation (C.1), on obtient donc :

$$\frac{\partial P_0}{\partial \mu} = -\frac{z}{\mu^2 \frac{\partial^2 L(P_0)}{\partial \mu^2}}. \quad (\text{C.3})$$

En combinant cette expression avec l'équation (C.2) puis en multipliant par le ratio $\frac{\mu}{P_0}$, on obtient l'élasticité présentée dans l'équation (1.3.5).

Pour établir la formule de calcul des élasticités des autres membres de la famille de mesures P_α , il est pratique de reformuler l'expression de cette dernière à l'aide de la rela-

tion C.1, soit :

$$P_\alpha = \int_0^{P_0} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p)}{\partial p}\right)^\alpha dp. \quad (\text{C.4})$$

En différenciant l'équation (C.4) par rapport à μ , on obtient :

$$\frac{\partial P_\alpha}{\partial \mu} = \frac{\partial P_0}{\partial \mu} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(P_0)}{\partial p}\right)^\alpha - \int_0^{P_0} \frac{\alpha}{z} \frac{\partial L(p)}{\partial p} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p)}{\partial p}\right)^{\alpha-1} dp, \quad (\text{C.5})$$

$$= 0 - \frac{\alpha}{\mu} \int_{-\infty}^z \frac{y}{z} \left(\frac{z-y}{z}\right)^{\alpha-1} f(y, \mu, \pi) dy, \quad (\text{C.6})$$

$$= -\frac{\alpha}{\mu} (P_{\alpha-1} - P_\alpha), \quad (\text{C.7})$$

qui, multiplié par $\frac{\mu}{P_0}$, produit l'équation (1.3.6).

Annexe D Interprétation du paramètre λ

Le coefficient de Gini peut être calculé de la manière suivante :

$$G_t = 2 \int_0^1 p - L_t(p) dp. \quad (\text{D.1})$$

Si l'on utilise la transformation définie par l'équation (1.3.20), la valeur du coefficient de Gini en $t+1$ devient :

$$G_{t+1} = 2 \int_0^1 p - L_{t+1}(p) dp, \quad (\text{D.2})$$

$$= 2 \int_0^1 p - (L_t(p) - \lambda(p - L_t(p))) dp, \quad (\text{D.3})$$

$$= 2 \int_0^1 p - L_t(p) dp + 2\lambda \int_0^1 p - L_t(p) dp, \quad (\text{D.4})$$

$$= (1 + \lambda)G_t. \quad (\text{D.5})$$

On peut aisément démontrer que λ peut aussi être interprété comme une variation proportionnelle de l'ensemble des mesures d'inégalités proposées par Aaberge (2000) et définies par :

$$D_{k,t} = (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p)) dp \quad k \in \mathbb{N}^+ \quad (\text{D.6})$$

ainsi que des membres de la famille d'indices S-Gini définis par :

$$G_{k,t} = 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p) dp \quad k \in \mathbb{N}^+. \quad (\text{D.7})$$

Dans le cas des mesures D_k , la valeur de cette dernière en $t+1$ lorsque l'on utilise la transformation (1.3.20) est alors :

$$D_{k,t+1} = (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L_{t+1}(p)) dp, \quad (\text{D.8})$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - (L_t(p) - \lambda(p - L_t(p)))) dp, \quad (D.9)$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L_t(p)) dp + \lambda(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L_t(p)) dp \quad (D.10)$$

$$= (1+\lambda)D_{k,t}. \quad (D.11)$$

De même, on obtient avec les mesures G_k :

$$G_{k,t+1} = 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L_{t+1}(p) dp, \quad (D.12)$$

$$= 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} (L_t(p) - \lambda(p - L_t(p))) dp, \quad (D.13)$$

$$= 1 - (1+\lambda)k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L_t(p) dp + \lambda \left[(1-p)^{k+1} \right]_0^1, \quad (D.14)$$

$$= 1 + \lambda - (1+\lambda)k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L_t(p) dp, \quad (D.15)$$

$$= (1+\lambda)G_{k,t}. \quad (D.16)$$

Annexe E Écarts entre élasticités totales et élasticités « empiriques » de la croissance

Afin d'illustrer les écarts entre coefficients estimés résultant de l'utilisation des différences logarithmiques et du système de pondération des MCO, nous avons réalisé un exercice simple de simulation à partir des équations (1.4.5) et (1.4.7). Dans un premier temps, 1 000 distributions log-normales ont été générées en tirant de manière aléatoire les valeurs du revenu moyen et du coefficient de Gini sur des lois de distribution uniformes⁵⁶ définies respectivement sur les intervalles [500;5000] et [0,3;0,6]. Les taux de croissance du revenu moyen et les variations du coefficient de Gini pour chaque distribution de revenus sont aussi générées à l'aide de tirages aléatoires sur des lois uniformes définies respectivement sur les intervalles [-0,1;0,15] et [-0,1;0,1]. Chaque modèle économétrique testé est par la suite estimé à l'aide de ces données générées afin d'obtenir la valeur du paramètre d'intérêt, en l'occurrence la valeur moyenne de l'élasticité « empirique » de la pauvreté. La procédure est répliquée 1 000 fois afin d'obtenir des valeurs moyennes proches de celles vers lesquelles convergent les paramètres des différents modèles compte tenu des hypothèses effectuées en matière de distribution des valeurs initiales et des variations de μ et de G .

Les résultats de ces simulations pour les mesures P_0 , P_1 et P_2 sont présentés dans le tableau 1.6. Ils montrent que dans le cadre de notre exemple, l'approximation logarithmique des taux de variation relative et le système de pondération des MCO conduisent à suresti-

56. Nous avons préféré utiliser des lois de distribution uniformes plutôt que des lois normales afin d'éviter la survenue de valeurs extrêmes qui auraient une influence prépondérante dans les estimations effectuées. En outre, une distribution uniforme est symétrique. Les écarts relevés dans le tableau 1.6 tiennent donc essentiellement à la distribution des élasticités γ .

TABLEAU 1.6 : Estimation des élasticités croissance « empiriques » des mesures P_α au travers de différents modèles économétriques : simulation de Monte Carlo.

Modèle utilisé	Élasticité estimée		
	P_0	P_1	P_2
(a) $\Delta_{t,t+1} \ln \Theta_{i,t} = \beta_0 + \bar{\gamma} \Delta_{t,t+1} \ln \mu_{i,t} + \varepsilon_{i,t}$	-1,94 (0,007)*	-2,25 (0,009)*	-2,47 (0,010)*
(b) $\frac{\Delta_{t,t+1} \Theta_i}{\Theta_{i,t}} = \beta_0 + \bar{\gamma} \frac{\Delta_{t,t+1} \mu_i}{\mu_{i,t}} + (\varepsilon_{i,t}$	-1,42 (0,006)*	-1,70 (0,008)*	-1,93 (0,011)*
(c) $\frac{\Delta_{t,t+1} \ln \Theta_i}{\Delta_{t,t+1} \ln \mu_i} = \bar{\gamma} + \varepsilon_{i,t}$	-2,06 (0,012)*	-2,39 (0,018)*	-2,63 (0,025)*
(d) $\frac{\Delta_{t,t+1} \Theta_i / \Theta_{i,t}}{\Delta_{t,t+1} \mu_i / \mu_{i,t}} = \bar{\gamma} + \varepsilon_{i,t}$	-1,28 (0,009)	-1,41 (0,016)	-1,48 (0,025)

Note : écarts type entre parenthèses. Estimations réalisées pour 1000 distributions de revenus suivant une loi log-normale. Les coefficients reportés correspondent à la moyenne des coefficients obtenus pour 1000 répliques. Le symbole * indique que la valeur du coefficient est significativement différente au seuil de 1% par rapport à celle obtenue avec le modèle (d) selon le test de Student.

mer de manière statistiquement significative l'amplitude de la valeur moyenne des élasticités croissance « empiriques » des mesures P_0 , P_1 et P_2 . Il faut toutefois souligner que le sens du « biais » lié au système de pondération des MCO est variable puisque l'on observe une sous-estimation de l'élasticité avec le modèle utilisant les taux de variations tandis que l'estimation donne lieu à une surestimation lorsque les différences logarithmiques sont employées.

Chapitre 2

**De l'importance des formes fonctionnelles
utilisées pour l'estimation des élasticités
croissance et inégalités de la pauvreté sur
données groupées**

ALORS QUE NOUS APPROCHONS du terme fixé pour la réalisation des Objectifs du Millénaire pour le Développement (OMD), il semble que l'objectif principal de réduction de moitié de l'extrême pauvreté, définie à partir de la ligne de pauvreté très symbolique de 1 \$ par jour et par habitant, sera atteint à l'horizon 2015. Même si les estimations des niveaux actuels et passés de pauvreté dans le monde font l'objet de grandes incertitudes et de débats passionnés (Deaton, 2000, Chen & Ravallion, 2004, Bhalla, 2004, Sala-i-Martin, 2006), tous les auteurs s'accordent sur les progrès importants réalisés en matière de lutte contre la pauvreté durant la dernière décennie. Toutefois, ce résultat global masque la grande hétérogénéité des performances individuelles de chaque pays en la matière. Tandis que les pays asiatiques, en particulier la Chine et l'Inde, ont massivement contribué à la diminution du nombre de pauvres dans le monde, la situation de nombreux pays africains ne semble pas s'être améliorée. Ainsi, dans près de la moitié des pays d'Afrique sub-Saharienne la pauvreté a même progressé durant les années 90 (Chen & Ravallion, 2004). Ce constat doit nous amener à nous interroger sur les raisons de ces échecs. En particulier, il est nécessaire de se demander si les politiques de lutte contre la pauvreté pratiquées dans chaque pays ou préconisées par les institutions financières internationales, Banque Mondiale en tête, sont efficaces et donc susceptibles d'être améliorées.

D'un point de vue analytique, la pauvreté est directement liée au niveau moyen de revenus et au degré d'inégalités dans la population, éléments qui permettent d'appréhender l'ensemble des caractéristiques d'une distribution de revenus. Les variations du niveau de pauvreté sont donc naturellement associées à la croissance du revenu par habitant et aux variations des inégalités. Ce simple constat mathématique justifie pleinement le consensus formé au cours des années 70 pour la définition de politique de développement alliant croissance et redistribution (Chenery, Ahluwalia, Bell, Duloy & Jolly, 1974). Il implique aussi que les effets de toute variable macro-économique (institutions, ouverture commerciale, développement financier...) s'expriment au travers de ces seuls canaux de transmission. La connaissance et la mesure des liens entre pauvreté d'une part, et croissance et réduction des inégalités d'autre part est donc un préalable indispensable à la formulation de politiques permettant d'atteindre au plus vite les objectifs d'élimination des formes les plus intolérables de pauvreté. Depuis que la communauté internationale a fait de la réduction de la pauvreté l'objectif prioritaire des politiques de développement, de nombreuses études (Gurgerty & Roemer, 1997, Ravallion, 2001, Dollar & Kraay, 2002) ont, dans l'esprit du consensus de Washington, cherché à montrer que la croissance constituait la source principale de réduction de la pauvreté et devait donc être privilégiée. Cette attitude pro-croissance est d'ailleurs parfaitement illustrée par le Rapport sur le Développement dans le Monde (World

Bank, 2005) qui privilégie la relation investissement, croissance et pauvreté. Cette polarisation sur le canal croissance-pauvreté a soulevé de nombreuses critiques, en particulier par les organisations non-gouvernementales (Oxfam, 2000). Certains observateurs ont même ajouté que les OMD n'avaient finalement entraîné que des changements rhétoriques dans les pratiques des principales institutions internationales puisque les politiques préconisées avaient peu évolué. Ce sentiment a été conforté par le fait que nombre de chercheurs se sont largement employés à donner une justification en termes de réduction de la pauvreté aux politiques de croissance passées. Malgré tout, la mesure de l'efficacité de la croissance comme vecteur de lutte contre la pauvreté a fait l'objet de très nombreuses études au cours des dernières années. Ainsi, tandis que Dollar & Kraay (2002) avançaient que les revenus du quintile de population le plus pauvre augmentent généralement dans les mêmes proportions que le revenu moyen, de nombreux auteurs se sont focalisés sur la recherche d'une valeur moyenne de l'élasticité croissance de la pauvreté, notamment pour des besoins de simulation de politique économique (Collier & Dollar, 2001). Les résultats obtenus en la matière se révèlent toutefois très hétérogènes. Besley & Burgess (2003) obtiennent ainsi une valeur moyenne de $-0,7$ alors que Bhalla (2004) suggère une valeur de $-3,4^1$. Une telle différence doit nous interpeller car elle est économiquement significative. En effet, dans le premier cas, la réalisation de l'objectif de réduction de moitié de l'extrême pauvreté implique que les pays en développement connaissent un taux de croissance annuel cinq fois plus important que celui correspondant aux résultats de Bhalla (2004)² sur la période 1990-2015.

En réaction à cette pré-éminence de l'objectif intermédiaire de croissance, certains auteurs comme Cling *et al.* (2003), Heltberg (2004), Bourguignon (2003) ou Ravallion (2005a) ont cherché à mettre en avant le rôle fondamental des inégalités de revenus dans la détermination des niveaux de pauvreté. Le message principal porté par ces études est que la croissance est un vecteur d'autant plus efficace de réduction de la pauvreté que le pays considéré est faiblement inégalitaire. À ceci s'ajoute la nécessité de tenir compte de l'effet direct d'une contraction de la distribution relative des revenus sur le niveau de pauvreté. Lopez & Servèn (2006) soulignent ainsi que la contribution de la diminution des inégalités à l'élimination de la pauvreté augmente avec le niveau moyen de revenus de chaque pays. Les politiques de redistribution et les conséquences distributives des politiques de croissance ne doivent donc pas être ignorées et la réduction des inégalités de revenus doit être considérée comme un objectif intermédiaire de politique économique au même titre que l'accroissement du niveau de richesse moyen.

1. Ces écarts s'expliquent notamment par les différences d'échantillons retenus pour les deux études. Besley & Burgess (2003) réalisent leurs estimations pour 88 pays en développement durant la période 1987-1998 alors que Bhalla (2004) utilise un échantillon d'environ un millier de distributions de revenus pour la période 1950-2002.

2. Selon Besley & Burgess (2003), diminuer de moitié la part de la population mondiale vivant avec moins de 1 \$ PPA par jour exige un taux de croissance annuel moyen de 3,8% sur la période 1990-2015 dans les pays en développement. Avec les élasticités moyennes présentées par Collier & Dollar (2001) et Bhalla (2004), les taux de croissance nécessaires ne sont plus respectivement que de 1,4% et 0,8%.

Toutefois, si l'on s'accorde sur la nécessité de ne pas omettre les questions de distribution de l'analyse des variations de la pauvreté, aucun consensus ne semble se dégager quant à la contribution relative de la croissance et des changements distributifs à la réduction de la pauvreté. Si l'on considère des facteurs qui favorisent à la fois la croissance du revenu moyen et la diminution des inégalités, cette contribution relative ne présente qu'un intérêt mineur. Toutefois, pour des facteurs qui donnent lieu à des effets contraires — l'ouverture commerciale et le développement financier sont par exemple souvent accusés de contribuer au développement d'un pays au prix d'une augmentation des inégalités³ —, il est crucial de connaître les termes de l'arbitrage croissance-inégalités auxquels doivent faire face les décideurs politiques (McKay, 1997). Certes, nombre de travaux comme Dollar & Kraay (2002) concluent que le processus de croissance est neutre du point de vue distributif. Cette impression est renforcée par relative stabilité des mesures d'inégalités dans le temps (Li *et al.*, 1998) et les doutes concernant la validité de la courbe de Kuznets dans les études économétriques (cf. Kanbur, 2000, pour une revue détaillée). Toutefois, comme le relèvent Kanbur & Lustig (2000), si la combinaison de différents facteurs et de différentes politiques est en moyenne neutre du point de vue distributif, ce n'est pas nécessairement le cas individuellement pour chaque facteur ou chaque mesure de politique économique. La recherche de politiques de réduction de la pauvreté optimales nécessite donc une connaissance précise des relations mécaniques entre croissance, inégalités et pauvreté.

Le calcul d'élasticités de la pauvreté constitue sans doute la manière la plus élégante de présenter ces relations mécaniques et d'apprécier les termes de l'arbitrage croissance-inégalités. Il est relativement aisé de procéder à l'estimation de ces élasticités pour des économies présentant des niveaux de développement et des degrés d'inégalités différents dès lors que l'on émet l'hypothèse que les distributions de revenus observées peuvent être décrites par une loi de distribution connue. Dans la plupart des études (Bourguignon, 2003, Epaulard, 2003, Kalwij & Verschoor, 2005, Lopez & Servèn, 2006), le choix des auteurs se porte vers la distribution log-normale proposée par Robert Gibrat dans la première moitié du XX^e siècle pour décrire les distributions de revenus. Ce choix peut sembler relativement contestable car il semble faire fi des travaux pourtant conséquents de la seconde moitié du XX^e siècle en matière de distributions statistiques des revenus⁴. Depuis les travaux de Vilfredo Pareto, la recherche de formes fonctionnelles permettant d'approcher au mieux les distributions de revenus observées a été particulièrement fructueuse et a permis de dégager de nombreuses distributions concurrentes à la loi log-normale. Des considérations pratiques et l'influence considérable des travaux de Aitchison & Brown (1957) expliquent sans doute encore la popularité de cette loi de distribution, mais ne peuvent justifier son utilisation systématique dans les études empiriques. Nombre d'auteurs ont en effet pointé

3. Pour une étude de l'influence des facteurs macro-économiques sur la distribution des revenus, voir par exemple Lopez (2003)

4. L'expression « distributions statistiques » renvoie ici aux lois de distribution au sens statistique du terme. Il s'agit donc de formes paramétriques décrivant la population mère à partir de laquelle sont théoriquement obtenus les distributions de revenus observées et qui ne doivent donc pas être confondues avec ces dernières.

ses limites, en particulier son manque de flexibilité, par rapport à des formes fonctionnelles alternatives comme les distributions Maddala & Singh (1976), Dagum (1977) ou bêta généralisées (McDonald, 1984)⁵. Par exemple, Bandourian, McDonald & Turley (2002) ont ainsi montré pour un échantillon relativement large de pays développés que la loi log-normale donnait des estimations de qualité très médiocre au regard de celles obtenues à l'aide de formes concurrentes, même au sein des distributions à deux paramètres. De fait, si la loi log-normale ne permet pas d'appréhender de manière satisfaisante la distribution des revenus au sein d'une économie, il est légitime de se demander si les élasticités de la pauvreté obtenues au travers de cette hypothèse permettent une approximation satisfaisante de leurs valeurs réelles. Notamment, il semble important de se demander si, dans le cadre de politiques globales de réduction de la pauvreté dans le monde en développement, le recours à cette hypothèse distributive n'induit pas un biais dans l'appréciation de l'arbitrage croissance-inegalités.

De manière générale, l'objet de ce chapitre est la mise en évidence des conséquences de l'utilisation d'une forme fonctionnelle potentiellement inadéquate pour l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Pour cela, nous réalisons l'estimation de plus d'un millier de distributions de revenus pour 120 pays durant la période 1960-2003 à l'aide d'une quinzaine de formes fonctionnelles différentes, puis dérivons pour chaque observation et chaque forme fonctionnelle les valeurs correspondantes des élasticités. Nos résultats confirment l'intuition selon laquelle l'adoption de formes fonctionnelles plus souples donne lieu à des écarts importants par rapport aux élasticités obtenues au travers de la loi log-normale. De manière générale, il semble que ces dernières conduisent en moyenne à surestimer la taille des élasticités de la pauvreté et génèrent un biais en faveur de l'objectif de croissance.

Le chapitre est organisé de la manière suivante. La section 2.1 présente les méthodes générales de calcul des élasticités utilisées dans le cadre de notre étude ainsi que les différentes approches retenues dans la littérature pour l'estimation d'une distribution de revenus. Les données et résultats bruts sont présentés dans la section 2.2 et les critères de choix d'une forme fonctionnelle adéquate dans la section 2.3. Nos principaux résultats, relatifs aux performances de la distribution log-normale, sont présentés dans la section 2.4. La section 2.5 conclut ce chapitre.

5. Parmi les tentatives les plus connues de propositions de formes fonctionnelles alternatives à la loi log-normale, citons Stacy (1962), Metcalf (1969), Thurow (1970) ou encore Mount & Salem (1974). Pour une revue détaillée et quasi exhaustive des différentes lois de distributions statistiques utilisées pour l'estimation de distributions de revenus, se reporter à (Kleiber & Kotz, 2003).

2.1 Méthode générale

2.1.1 Calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté

Ainsi que nous l'avons précisé dans les pages précédentes, nos développements sont basés sur une définition absolue de la pauvreté. Il est courant d'exprimer les mesures de pauvreté absolue comme combinaisons non linéaires d'une ligne de pauvreté z , du niveau moyen de revenus μ , d'un ensemble de paramètres d'inégalités permettant une description complète de la courbe de Lorenz $L(\cdot)$ et dans certains cas d'un vecteur de paramètres fixant notre aversion aux inégalités entre pauvres⁶. Dans le cadre de cette étude, nous nous limiterons aux seules mesures P_α proposées par (Foster, Greer & Thorbecke, 1984). Ce choix se justifie par la grande popularité acquise par ces mesures ces dernières années, notamment en dehors du champ académique. Leur formulation générale est :

$$P_\alpha = \int_0^z \left(\frac{z-y}{z} \right)^\alpha f(y) dy, \quad (2.1.1)$$

où y désigne le revenu, $f(y)$ la fonction de densité et $\alpha \in \mathbb{R}^+$ un paramètre d'aversion aux inégalités de revenus entre pauvres. Pour $\alpha = \{0, 1, 2\}$, P_α correspond respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté.

En faisant l'hypothèse que les revenus suivent une loi de distribution connue, on applique une forme fonctionnelle à $f(y)$, ce qui permet de décrire la distribution relative des revenus avec un nombre limité de paramètres et facilite les exercices de simulation. L'ajout d'une hypothèse distributive permet alors d'utiliser les outils classiques de l'analyse fonctionnelle pour obtenir de manière simple les formules des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Cette approche « analytique » est particulièrement intéressante car elle permet une estimation individuelle de ces élasticités et ne nécessite qu'une information limitée (cf. chapitre 1). De plus, les effets croissance et redistribution sont parfaitement séparés et la comparaison dans le temps ou l'espace des élasticités inégalités de la pauvreté ne traduit que des différences de conditions initiales.

Pour les besoins de notre étude, nous avons recouru aux distributions statistiques suivantes : Pareto, log-normale, gamma, Weibull, Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta 2^{7,8}.

6. Cette non linéarité est notamment due à la présence de la fonction de densité dans l'expression générale des mesures de pauvreté. On peut aisément vérifier ce phénomène pour la classe de mesures additivement séparables présentée par Kakwani (1980b). Pour une revue plus générale des mesures de pauvreté absolue, se reporter à Zheng (1997).

7. La loi de distribution définie par Fisk (1961) est aussi connue sous les noms de distribution *sech*² et log-logistique. Maddala & Singh (1976) et Dagum (1977) ont en fait redécouvert de lois de distribution proposées auparavant par Burr (1942). De fait, ces distributions statistiques sont aussi respectivement connues sous les noms de Burr XII et Burr III. Ajoutons que Dagum (1977) propose trois lois différentes. Celle que nous utilisons et qui correspond à la distribution de Burr III, est la distribution de type I.

8. Des tentatives ont aussi été effectuées avec les distributions gamma généralisée, bêta 1 et bêta 2 généralisée. Dans chaque cas, nous n'avons pu définir d'estimateur convergent (présence de multiples optima locaux) pour les paramètres de ces distributions et avons donc dû renoncer à leur utilisation. Pour une vue plus détaillée des relations entre ces distributions et celles citées auparavant, voir (McDonald, 1984).

Toutes ces distributions ont déjà été suggérées pour l'estimation de distributions de revenus et appliquées avec succès à différentes distributions observées. Les fonctions de distributions $F(y)$ de ces différentes lois statistiques sont présentées dans le tableau 2.1.

TABLEAU 2.1 : Fonctions de distributions classique.

Nom	Fonction de distribution
<i>Distributions à 2 paramètres</i>	
Pareto	$F(y) = 1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^{-\gamma}$
Log-normale	$F(y) = \Phi\left(\frac{\ln y - \bar{y}}{\sigma}\right)$
Gamma	$F(y) = G(y, \pi, \theta)$
Weibull	$F(y) = 1 - e^{-\left(\frac{y}{\pi}\right)^\beta}$
Fisk	$F(y) = \left(1 + \left(\frac{y}{\kappa}\right)^{-\tau}\right)^{-1}$
<i>Distributions à 3 paramètres</i>	
Singh-Maddala	$F(y) = 1 - \left(1 + \left(\frac{y}{\kappa}\right)^\tau\right)^{-\lambda}$
Dagum	$F(y) = \left(1 + \left(\frac{y}{\kappa}\right)^{-\tau}\right)^{-\theta}$
Beta 2	$F(y) = B_2(y, \kappa, \lambda, \theta)$

Note : $\Phi(\cdot)$, $G(\cdot)$ et $B_2(\cdot)$ correspondent respectivement aux fonctions de distribution de la loi normale centrée réduite, de la distribution gamma et de la distribution bêta de type 2. Plus de détails sur ces distributions dans (Kleiber & Kotz, 2003).

L'estimation des différents paramètres de ces distributions dépend en grande partie du type de données disponibles. Dans le cadre d'une étude en coupe transversale ou en panel, il est actuellement très difficile, voire illusoire, de disposer de données micro-économiques à moins de restreindre de manière drastique le nombre de pays et la période d'étude. La pratique la plus courante consiste alors à utiliser le revenu moyen et un certain nombre de mesures d'inégalités de manière à obtenir un système comprenant autant d'équations linéairement indépendantes que de paramètres à estimer. Dans le cas de distributions à deux paramètres comme les distributions de Pareto, log-normale, gamma, Weibull et Fisk, on peut ainsi estimer les valeurs des paramètres à partir du niveau de revenu par habitant et du coefficient de Gini⁹.

9. Ainsi, dans le cas de la distribution log-normale, il suffit ainsi de calculer :

$$\begin{cases} \sigma = \sqrt{2}\Phi^{-1}\left(\frac{I+1}{2}\right), \\ \bar{y} = \ln \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \end{cases}$$

où I désigne le coefficient de Gini. Il convient de souligner que cette simplicité n'est pas l'apanage de la seule distribution log-normale. Par exemple, les paramètres de la distribution Fisk sont obtenus au travers du système

Cette approche n'a pas été retenue pour les besoins de notre étude. La principale raison est que pour les distributions à plus de deux paramètres, il est nécessaire de disposer de plus d'information relative au degré d'inégalités de chaque économie considérée et qu'il en résulte des systèmes d'équations dont la résolution peut être très délicate¹⁰. En raison de ces difficultés, il nous a semblé préférable de privilégier une approche basée sur l'estimation directe de la courbe de Lorenz correspondant à chaque distribution. Il est en effet relativement aisé de disposer pour un grand nombre de pays de quelques points de la courbe de Lorenz qui vont permettre une estimation économétrique des paramètres propres à chaque forme fonctionnelle. En outre, ce nombre de points étant en général supérieur au nombre de paramètres à estimer, il devient alors possible d'obtenir des écarts type pour ces derniers et donc, indirectement, pour les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté estimées. De plus, la courbe de Lorenz est indépendante du niveau moyen de revenus, ce qui permet de séparer l'estimation des paramètres d'inégalités de celle du paramètre d'échelle pour chaque distribution statistique. Enfin, les critères de choix de forme fonctionnelle que nous présentons dans la section 2.3 sont basés sur la minimisation des erreurs de prédiction. En l'absence de degrés de liberté pour l'estimation des valeurs des paramètres, il ne peut y avoir d'erreur si l'on se restreint à quelques mesures d'inégalités.

Ajoutons que, comme pour toute statistique publiée, les valeurs des mesures d'inégalités disponibles sont tronquées ou arrondies d'une manière qui supprime beaucoup plus d'informations que dans le cas de points de la courbe de Lorenz. Quelques simulations préalables nous ont d'ailleurs conforté dans la justesse de cette approche. Les courbes de Lorenz correspondant aux différentes distributions statistiques utilisées sont présentées dans le tableau 2.2. Celui-ci nous permet de remarquer que l'estimation des paramètres distributifs implique l'utilisation d'estimateurs non-linéaires dont la convergence n'est a priori jamais assurée contrairement aux estimateurs traditionnels de modèles linéaires comme les moindres carrés ordinaires. Les estimateurs de modèles non-linéaires nécessitent en effet de préciser des valeurs initiales pour les différents paramètres à estimer. En présence de multiples optima locaux, les algorithmes utilisés convergent alors vers des valeurs différentes selon les valeurs initiales précisées, ce qui ne permet pas de retrouver les bonnes valeurs des paramètres du modèle estimé.

Une fois obtenues les valeurs des paramètres distributifs et d'échelle, on peut facilement

suivant :

$$\begin{cases} \tau = \frac{1}{T}, \\ \kappa = \frac{\mu}{\Gamma(1+\frac{1}{\tau})\Gamma(1-\frac{1}{\tau})}. \end{cases}$$

10. À titre d'exemple, voici le système d'équations permettant l'estimation des paramètres de la distribution Singh-Maddala à partir du revenu moyen, du coefficient de Gini et de l'indice de Theil T :

$$\begin{cases} I = 1 - \frac{\Gamma(\lambda)\Gamma(2\lambda-\frac{1}{\tau})}{\Gamma(\lambda+\frac{1}{\tau})\Gamma(1-\frac{1}{\tau})} \\ T = \frac{1}{\tau} \left(\psi\left(1+\frac{1}{\tau}\right) - \psi\left(\lambda-\frac{1}{\tau}\right) \right) - \ln\left(\lambda B\left(1+\frac{1}{\tau}, \lambda-\frac{1}{\tau}\right)\right), \\ \kappa = \frac{\mu\Gamma(\lambda)}{\Gamma(1+\frac{1}{\tau})\Gamma(\lambda-\frac{1}{\tau})}. \end{cases}$$

TABLEAU 2.2 : Courbes de Lorenz de différentes distributions statistiques.

Nom	Courbe de Lorenz	Paramètre d'échelle
<i>Distributions à 2 paramètres</i>		
Pareto	$L(p) = 1 - (1 - p)^{1 - \frac{1}{\gamma}}$	$y_0 = \frac{\mu(\gamma-1)}{\gamma}$
Log-normale	$L(p) = \Phi(\Phi^{-1}(p) - \sigma)$	$\bar{y} = \ln \mu - \frac{\sigma^2}{2}$
Gamma	$L(p) = G(G^{-1}(p, c, \theta), c, \theta + 1)$	$\pi = \frac{\mu}{\theta}$
Weibull	$L(p) = G_G(W^{-1}(p, c, \tau), c, \tau, 1 + \frac{1}{\tau})$	$\pi = \frac{\mu}{\Gamma(1 + \frac{1}{\tau})}$
Fisk	$L(p) = B_1(p, 1 + \frac{1}{\tau}, \frac{\tau-1}{\tau})$	$\kappa = \frac{\mu}{\Gamma(1 + \frac{1}{\tau})\Gamma(1 - \frac{1}{\tau})}$
<i>Distributions à 3 paramètres</i>		
Singh-Maddala	$L(p) = B_1\left(1 - (1 - p)^{\frac{1}{\lambda}}, 1 + \frac{1}{\tau}, \lambda - \frac{1}{\tau}\right)$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\lambda)}{\Gamma(1 + \frac{1}{\tau})\Gamma(\lambda - \frac{1}{\tau})}$
Dagum	$L(p) = B_1\left(p^{\frac{1}{\theta}}, \theta + \frac{1}{\tau}, 1 - \frac{1}{\tau}\right)$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta + \frac{1}{\tau})\Gamma(1 - \frac{1}{\tau})}$
Beta 2	$L(p) = B_{G2}(B_2^{-1}(p, c, \lambda, \theta), c, 1, \lambda + 1, \theta - 1)$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\theta)\Gamma(\lambda)}{\Gamma(\theta+1)\Gamma(\lambda-1)}$

Note : c correspond à un terme réel quelconque. $\Phi(\cdot)$, $G(\cdot)$, $G_G(\cdot)$, $W(\cdot)$, $B_1(\cdot)$, $B_2(\cdot)$ et $B_{G2}(\cdot)$ désignent respectivement les fonctions de distribution de la loi normale centrée réduite, de la distribution gamma, de la distribution gamma généralisée, de la distribution de Weibull, de la distribution bêta de type 1, de la distribution bêta de type 2 et de la distribution bêta généralisée de type 2. Plus de détails sur ces distributions dans l'annexe A.

estimer les valeurs des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Dans le cadre de ce chapitre, nous suivons la méthode proposée par Kakwani (1993) que nous avons déjà présenté dans le précédent chapitre de cette thèse. L'élasticité croissance de la pauvreté η_μ pour la famille de mesure P_α est alors :

$$\eta_{0,\mu} = -\frac{zf(z)}{P_0}, \quad \alpha = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\eta_{\alpha,\mu} = -\frac{\alpha(P_{\alpha-1} - P_\alpha)}{P_\alpha}, \quad \alpha \neq 0. \quad (2.1.3)$$

À l'aide de ces formules, on démontre que η_μ est toujours négative¹¹. Autrement dit, une augmentation du revenu moyen sans modification de la distribution relative des revenus réduit toujours le niveau de pauvreté.

Pour l'estimation de l'élasticité inégalités, la difficulté rencontrée est que, même pour une variation donnée d'une mesure d'inégalité, une distribution relative de revenus peut

où $\psi(\cdot)$ correspond à la fonction digamma et B à la fonction bêta. Je tiens à remercier Christian Kleiber pour m'avoir indiqué la bonne formule correspondant à l'indice de Theil.

11. Pour la mesure P_0 , ce résultat ne tient que dans le cas de distributions continues telles que $f(y) > 0$, $\forall y \in \mathbb{R}$. Dans le cas de distributions discrètes, il est en effet possible d'observer $\eta_{0,\mu} = 0$ pour P_0 non nul.

évoluer de multiples manières et donc donner lieu à de nombreuses valeurs des élasticités inégalités de P_α . Une manière de résoudre ce problème consiste à imposer une hypothèse distributive forte sur les distributions de revenus observées (Quah, 2001, Bourguignon, 2003). Une hypothèse distributive forte correspond au respect des deux conditions suivantes : *i*) la distribution de revenus observée peut être décrite par la loi de distribution choisie et *ii*) la distribution observée évolue de telle manière que la distribution qui en résulte peut aussi être décrite au travers de la même forme fonctionnelle. Cela signifie que distributions initiale et finale peuvent par exemple être approchées de manière satisfaisante par une distribution log-normale, ce qui permet d'obtenir une courbe de Lorenz finale unique, et par conséquent une seule valeur pour l'élasticité inégalité¹².

Le principal problème d'une telle stratégie, est qu'il n'est alors pas possible de comparer les élasticités obtenues pour une même distribution de revenus avec différentes formes fonctionnelles. En effet, il n'est alors pas possible de distinguer dans les différences observées ce qui relève des caractéristiques de chaque forme fonctionnelle et ce qui est lié aux différences de processus redistributifs — le passage d'une distribution log-normale à une autre implique une redistribution des revenus très différentes de celle correspondant au passage d'une distribution gamma à une autre. Cette observation est intéressante car elle révèle que le choix d'une loi statistique n'est en général pas neutre du point de vue distributif et oriente donc, dans le cadre d'une hypothèse distributive forte, notre appréciation de l'arbitrage croissance-inégalités au delà des seules propriétés qu'elle prête à la distribution initiale observée. De plus, lorsque l'on considère des distributions statistiques à plus de deux paramètres, les élasticités correspondantes sous hypothèse distributive forte, ne sont plus uniques. Afin de pouvoir comparer les élasticités obtenues au travers de formes fonctionnelles différentes, nous avons donc retenu une hypothèse distributive faible — la distribution initiale de revenus observée peut être décrite par la loi de distribution choisie mais pas nécessairement la distribution finale — et recouru à l'hypothèse suggérée par (Kakwani, 1993) selon laquelle la courbe de Lorenz finale $L^*(.)$ est liée à la courbe initiale par la relation suivante :

$$L^*(p) = L(p) - \varepsilon(p - L(p)), \quad (2.1.4)$$

où $p = F(y)$. On démontre (cf. chapitre 3) que le paramètre ε peut être interprété comme une

12. Dans le cas de la loi log-normale, on obtient ainsi la formule suivante de l'élasticité inégalités de l'incidence de pauvreté :

$$\eta_{0,I}^{LN} = \lambda \left(\frac{\log\left(\frac{z}{\mu}\right)}{\sigma} + \frac{\sigma}{2} \right) \left(\frac{\sigma}{2} - \frac{\log\left(\frac{z}{\mu}\right)}{\sigma} \right) \frac{I}{\sigma\sqrt{2}\varphi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)},$$

où $\lambda(.)$ et $\varphi(.)$ représentent respectivement les fonctions de hasard et de densité de la loi normale centrée réduite.

variation relative du coefficient de Gini^{13,14}. L'élasticité inégalités de la pauvreté découlant de ce processus redistributif peut donc être aussi appelée élasticité Gini de la pauvreté.

On remarquera qu'une telle transformation implique que courbes initiale et finale présentent pour $\varepsilon \neq 0$ une relation de dominance au sens de Lorenz. Une valeur négative (positive) de ε signifie alors que la diminution des inégalités s'effectue toujours au bénéfice (détriment) des plus pauvres¹⁵.

Sur la base de l'équation (2.1.4), Kakwani (1993) propose les élasticités Gini de la pauvreté suivantes :

$$\eta_{0,I} = (\mu - z) \frac{f(z)}{P_0}, \quad (2.1.5)$$

$$\eta_{\alpha,I} = \alpha + \frac{\alpha(\mu - z)}{z} \frac{P_{\alpha-1}}{P_\alpha} \quad \forall \alpha \neq 0. \quad (2.1.6)$$

Les formules présentées par Kakwani (1993) permettent aussi de connaître précisément l'importance relative de la croissance et de la redistribution dans la réduction de la pauvreté. En effet, l'arbitrage croissance-inégalités, exprimé comme le ratio des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté, est dans le cas des mesures P_α :

$$\frac{\eta_{0,\mu}}{\eta_{0,I}} = \frac{z}{z - \mu}, \quad \alpha = 0, \quad (2.1.7)$$

$$\frac{\eta_{\alpha,\mu}}{\eta_{\alpha,I}} = \frac{z(P_{\alpha-1} - P_\alpha)}{z(P_{\alpha-1} - P_\alpha) - \mu P_{\alpha-1}}, \quad \forall \alpha \neq 0. \quad (2.1.8)$$

L'équation (2.1.7) est particulièrement intéressante car, sous l'hypothèse (2.1.4), l'arbitrage croissance-inégalités correspondant à l'incidence de pauvreté ne dépend pas de la distribution relative des revenus. Ce ratio est donc le même, quelle que soit la forme fonctionnelle utilisée pour approcher la distribution de revenus considérée. Comme il ne dépend que du rapport entre la ligne de pauvreté et le revenu moyen, l'équation (2.1.7) implique que la croissance¹⁶ est un vecteur plus efficace de réduction de la pauvreté que la redis-

13. Dans le chapitre 3, nous montrons que ce paramètre correspond aussi à une variation proportionnelle des indices de Gini généralisés (Donaldson & Weymark, 1980, Kakwani, 1980b) ainsi que des mesures d'inégalités proposées par Aaberge (2000).

14. On montre aisément que, dans le cadre des distributions à 2 paramètres utilisées pour la présente étude, la courbe de Lorenz issue de la transformation de Kakwani (1993) est pour les pourcentages les plus pauvres de la population au dessus de celle obtenue au travers de l'hypothèse distributive forte, et en dessous pour le reste de la population. Ceci signifie que la transformation proposée par Kakwani donne lieu à une redistribution plus favorable aux pauvres. Comme les valeurs des mesures de pauvreté P_α sont liées à la pente et à la courbure de la courbe de Lorenz, on devrait observer des élasticités inégalités de la pauvreté plus élevées avec la transformation (2.1.4) que sous l'hypothèse distributive forte.

15. Plus exactement, le processus redistributif induit par (2.1.4) est :

$$y^* = y + \varepsilon(y - \mu),$$

où y^* est le nouveau revenu. Pour une valeur strictement négative (positive) de ε , ce sont donc les revenus de tous les individus dont les revenus sont inférieurs (supérieurs) à la moyenne qui progressent.

16. Rappelons qu'il s'agit de croissance « pure » en ce sens que l'augmentation du niveau de revenus par habitant s'effectue sans changement de la distribution relative des revenus. Comme le souligne McKay (1997), il s'agit d'une construction théorique puisque tout phénomène de croissance s'accompagne en pratique de varia-

tribution lorsque le niveau moyen de revenus est faible (relativement à la ligne de pauvreté choisie). A contrario, lorsque le pays est relativement riche par rapport à la ligne de pauvreté considérée, il semble préférable de s'orienter vers des objectifs de redistribution.

Si l'on considère $\alpha > 0$, la distribution des revenus exerce alors un effet sur l'arbitrage croissance-inegalités. Les choix de forme fonctionnelle pour l'estimation de la distribution des revenus ont donc un effet sur ce ratio. Kakwani & Son (2004) soulignent que dans la plupart des situations observées ($z < \mu$), ce ratio est toujours négatif¹⁷. On peut aussi remarquer que sa valeur absolue augmente avec le niveau de revenus, ce qui signifie que les politiques redistributives deviennent de plus en plus efficaces en matière de réduction de la pauvreté au fur et à mesure qu'un pays se développe¹⁸.

2.1.2 Formes fonctionnelles *ad hoc* pour la courbe de Lorenz

Aux distributions statistiques citées précédemment, il nous semble pertinent d'ajouter des formes fonctionnelles plus souples pour l'ajustement des courbes de Lorenz observées. L'idée d'appréhender une distribution de revenus à partir de l'estimation directe de sa courbe de Lorenz remonte à Kakwani & Podder (1973) et a connu depuis de nombreux développements. En général, l'utilisation de formes fonctionnelles *ad hoc* pour la courbe de Lorenz est restreinte à des besoins descriptifs ou pour l'estimation de mesures d'inégalités à partir de données groupées (voir Rohde, 2007, pour l'estimation d'indices de Theil). Datt & Ravallion (1992) suggèrent toutefois leur utilisation dans le cadre d'une analyse des variations de la pauvreté et Datt (1998) plus particulièrement pour le calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Ces formes fonctionnelles sont qualifiées de *ad hoc* dans la mesure où elles n'ont aucun soubassement théorique — une exception notable est la courbe proposée par (Maddala & Singh, 1977). Cette qualification est toutefois relativement contestable dans la mesure où la plupart des distributions statistiques citées précédemment ne sont issues d'aucun modèle théorique de détermination des revenus¹⁹.

Du fait de leur plus grande flexibilité, ces formes fonctionnelles permettent en général un très bon ajustement aux données disponibles, et peuvent souvent être estimées à l'aide d'estimateurs linéaires dont la convergence est toujours assurée. Elles ne sont toutefois pas dénuées d'inconvénients. Premièrement, le domaine de définition de la fonction de distribution correspondant à la courbe de Lorenz estimée peut ne pas comprendre la valeur

tions, même infime, du degré d'inégalités. Pour une discussion approfondie sur la distinction entre croissance « pure » et redistribution « pure », se reporter au chapitre 4.

17. Lorsque la ligne de pauvreté est supérieure au revenu par habitant, l'élasticité inégalités n'est négative que si et seulement si $P_\alpha < \frac{z-\mu}{z} P_{\alpha-1}$. En pratique, une telle situation est extrêmement rare et suppose l'utilisation de lignes de pauvreté élevées ainsi que la présence de revenus négatifs.

18. Il convient de souligner que ces résultats dépendent entièrement de l'hypothèse relative au processus de redistribution. Dans le cadre des familles de transformation de la courbe de Lorenz suggéré dans le chapitre 3, ces relations sont susceptibles de ne plus être vérifiées.

19. On observe néanmoins des tentatives de justification ex-post comme Parker (1999) pour la distribution beta généralisée de type 2. D'un point de vue historique, il est intéressant de remarquer que la genèse de la loi de Pareto est issue de l'observation de phénomènes statistiques et non d'une théorie de détermination des revenus individuels.

retenue pour la ligne de pauvreté²⁰. Deuxièmement, certaines de ces formes fonctionnelles, comme celle employée par Kakwani & Podder (1973), ne permettent pas une formulation explicite de la fonction de distribution. Il est alors nécessaire d'utiliser les propriétés suivantes²¹ pour estimer les valeurs des mesures P_α :

$$\left. \frac{\partial L(p)}{\partial p} \right|_{p=P_0} = \frac{z}{\mu}, \quad (2.1.9)$$

$$\left. \frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} \right|_{p=P_0} = \frac{1}{\mu f(z)}. \quad (2.1.10)$$

Pour la présente étude, nous utilisons les formes fonctionnelles présentées par Kakwani & Podder (1973), Maddala & Singh (1977), Gaffney, Koo, Obst & Rasche (1980), Kakwani (1980b), Arnold & Villaseñor (1989), Fernandez, Garcia, Ladoux, Martin & Ortega (1991) et Chotikapanich (1993)²². Parmi ces dernières, les courbes définies par Kakwani (1980b) — aussi connue sous le nom de courbe de Lorenz bêta — et Arnold & Villaseñor (1989) — aussi nommée courbe de Lorenz elliptique ou quadratique généralisée — sont devenues relativement populaires. Ceci s'explique en grande partie par la possibilité d'utiliser les estimateurs des moindres carrés ordinaires pour estimer leurs paramètres respectifs ainsi que par leur utilisation dans le logiciel POVCAL (Chen, Datt & Ravallion, 2001), l'outil de calcul des mesures de pauvreté et d'inégalités de la Banque Mondiale²³. Bhalla (2004) utilise aussi la forme bêta de manière extensive pour l'estimation de mesures de pauvreté au niveau mondial et régional, et Datt & Ravallion (1992) pour la décomposition de variations observées de la pauvreté en effets croissance et inégalités.

L'ensemble de courbes de Lorenz *ad hoc* utilisées dans le cadre de notre étude est présenté dans le tableau 2.3 et les fonctions de distribution correspondantes dans le tableau 2.4.

Avant de clore cette section, il est important de préciser que nous avons délibérément choisi de ne pas employer de méthodes d'estimation non-paramétrique des distributions de revenus, bien que cette approche ait récemment été adoptée par Sala-i-Martin (2006) dans le cadre de l'estimation d'une distribution mondiale des revenus. Minoiu (2006) montre en effet à l'aide de distributions réelles et simulées que les techniques d'estimations en *kernel* utilisées peuvent donner lieu à des biais importants pour la mesure de la pauvreté lors-

20. On rencontre aussi ce problème avec la distribution de Pareto (cf. annexe B.1).

21. Pour une démonstration de l'équation (2.1.9), voir par exemple Levine & Singer (1970). La preuve de la propriété présentée dans l'équation (2.1.10) découle directement de l'équation (2.1.9).

22. Les formes fonctionnelles générales proposées par Basman, Hayes, Johnson & Slottje (1990) qui comprend Kakwani & Podder (1973) comme cas particulier, et Castillo, Sarabia & Slottje (1999), qui inclue Gaffney *et al.* (1980) et Fernandez *et al.* (1991), n'ont pas été retenues pour cette étude. Dans le premier cas, bien que les paramètres de la forme générale puissent être estimés par moindres carrés ordinaires, il est particulièrement difficile d'évaluer la validité de la courbe obtenue. Pour la forme suggérée par Castillo *et al.* (1999), nous avons dû faire face à un problème d'estimateur non-convergent. Par manque de données, des approches plus fines comme celles suggérées par Ryu & Slottje (1996) ou Holm (1993) n'ont pas non plus été retenues.

23. Pour un examen critique des performances de ces formes fonctionnelles et de POVCAL, se reporter à Minoiu & Reddy (2007).

TABLEAU 2.3 : Formes fonctionnelles *ad hoc* pour l'estimation de la courbe de Lorenz.

Nom	Courbe de Lorenz
<i>Distributions à 2 paramètres</i>	
(Chotikapanich, 1993)	$L(p) = \frac{e^{\omega p} - 1}{e^{\omega} - 1}$
<i>Distributions à 3 paramètres</i>	
(Kakwani & Podder, 1973)	$L(p) = p^{\beta} e^{-\rho(1-p)}$
(Gaffney <i>et al.</i> , 1980)	$L(p) = (1 - (1 - p)^{\varphi})^{\frac{1}{\zeta}}$
(Fernandez <i>et al.</i> , 1991)	$L(p) = p^{\vartheta} (1 - (1 - p)^{\varphi})$
<i>Distributions à 4 paramètres</i>	
(Maddala & Singh, 1977)	$L(p) = -\delta\varphi p + (1 - \delta + \delta\varphi)p^{\chi} + \delta(1 - (1 - p)^{\varphi})$
(Kakwani, 1980b)	$L(p) = p - \xi p^{\nu}(1 - p)^{\nu}$
(Arnold & Villaseñor, 1989)	$L(p) = \frac{f(p^2 - L(p)) + gL(p)(p-1) + q(p-L(p))}{1-L(p)}$

TABLEAU 2.4 : Fonctions de distributions des courbes de Lorenz *ad hoc*.

Nom	Fonction de distribution
<i>Distributions à 2 paramètres</i>	
Chotikapanich (1993)	$F(y) = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{y(e^{\omega} - 1)}{\omega \mu} \right)$
<i>Distributions à 3 paramètres</i>	
Kakwani & Podder (1973)	$\frac{y}{\mu} = (\rho F(y) + \beta) F(y)^{\beta} e^{-\rho(1-F(y))}$
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	$\frac{y}{\mu} = \frac{\varphi}{\zeta} (1 - F(y))^{\varphi})^{\frac{1}{\zeta} - 1} (1 - F(y))^{\varphi - 1}$
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	$\frac{y}{\mu} = \varphi F(y)^{\vartheta} (1 - F(y))^{\varphi - 1} + \vartheta F(y)^{\vartheta - 1} (1 - (1 - F(y))^{\varphi})$
<i>Distributions à 4 paramètres</i>	
Maddala & Singh (1977)	$\frac{y}{\mu} = -\delta\varphi + \chi(1 - \delta + \delta\varphi)F(y)^{\chi - 1} + \delta\varphi(1 - F(y))^{\varphi - 1}$
Kakwani (1980b)	$\frac{y}{\mu} = 1 - \xi F(y)^{\nu} (1 - F(y))^{\nu} \left(\frac{\nu}{F(y)} - \frac{\nu}{1 - F(y)} \right)$
Arnold & Villaseñor (1989)	$F(y) = -\frac{1}{2m} \left(n + r \left(g + 2\frac{y}{\mu} \right) \right) \left(\sqrt{\left(g + 2\frac{y}{\mu} \right)^2 - m} \right)^{-1}$
	$w = -f - g - q - 1, \quad m = g^2 - 4f$
	$n = 2fs - 4q, \quad r = \sqrt{n^2 - 4ms^2}$

qu'elles sont utilisées sur un nombre faible d'observations comme c'est le cas pour notre étude²⁴.

2.2 Données et résultats bruts

Les résultats présentés dans cette section et la suivante sont établis à partir des données de la base World Income Inequality Database (WIID version 2.0a) constituée par le World Institute for Development Economics Research de l'Université des Nations Unies (UNU-WIDER, 2005). Cette base de données présente l'avantage de contenir les parts de revenu total par quantiles de population pour un très grand nombre de pays et une période d'observation assez longue. Pour l'estimation des paramètres d'échelle des distributions statistiques « classiques » et le calcul des différentes élasticités de la pauvreté, nous avons utilisé les séries de PIB par habitant en parité de pouvoir d'achat (PPA) des Penn World Tables 6.1 (Aten, Heston & Summers, 2002). L'utilisation de ces séries de PIB par habitant est rendue nécessaire par le fait que les revenus moyens estimés dans les enquêtes qui sous-tendent les données d'inégalités de la base WIID, ne sont que rarement reportés dans cette dernière²⁵. Enfin, les lignes de pauvreté retenues sont les lignes de pauvretés à 1 et 2 \$ PPA utilisées traditionnellement dans les comparaisons internationales en matière de pauvreté²⁶. Dans la mesure où ces lignes de pauvreté n'ont guère de sens dans les pays à revenus élevés, l'échantillon est restreint aux distributions de revenus telles que le niveau de PIB par habitant est inférieur à 10 000 \$ PPA.

Après tri des données, nous avons retenu un échantillon de 1 132 distributions pour 115 pays durant la période 1960-2003. Pour chaque distribution, nous disposons de 6 à 13 points²⁷, 10 en moyenne, pour l'estimation de la courbe de Lorenz correspondante. La base de données ainsi que les critères de sélection et les caractéristiques de l'échantillon sont présentés plus en détail dans l'annexe C.

Dans le cas de la distribution de Pareto et des formes fonctionnelles développées par Kakwani & Podder (1973), Kakwani (1980b) et Arnold & Villaseñor (1989) les paramètres

24. Du fait du nombre restreint d'observations disponibles pour chaque distribution de revenus, nous n'avons pas non plus employé d'approche semi-paramétrique comme celle suggérée par Cowell & Victoria-Feser (2001).

25. Pour une discussion sur les conséquences de l'utilisation d'un agrégat national pour l'estimation de mesures de pauvreté, voir Deaton (2005).

26. En toute rigueur, les valeurs exactes utilisées par la Banque Mondiale et les différents organismes des Nations Unies sont de 1,08 et 2,16 \$ PPA en base 1993 correspondant respectivement à 1 et 2 \$ PPA en base 1987 selon Chen & Ravallion (2001). Il convient de souligner que les données de revenus moyen en PPA présentées dans les Penn World Tables 6.1 sont calculées en base 1996. Nous avons retenu comme valeur des lignes de pauvreté 1,08 et 2,16 \$ en base 1996, la différence avec les valeurs en base 1993 étant minimes. De notre point de vue, ce choix porte d'autant moins à conséquence, que notre objectif n'est pas de proposer des valeurs pour les mesures de pauvreté et leurs élasticités pour chaque pays.

27. Aux points disponibles dans la base, nous avons ajouté les points (0;0) et (1;1) car certaines formes fonctionnelles *ad hoc* comme Arnold & Villaseñor (1989) ne respectent pas nécessairement les conditions $L(0) = 0$ et $L(1) = 1$ de validité d'une courbe de Lorenz (cf. annexe B).

distributifs ont à chaque fois été estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires²⁸. Les autres formes fonctionnelles ne pouvant être linéarisées, il a fallu recourir à l'emploi d'estimateurs non-linéaires. Afin de rester en cohérence avec l'estimateur employé pour les autres distributions statistiques, l'estimateur des moindres carrés non-linéaires a été utilisé. Dans la mesure où certaines formes fonctionnelles ne permettait pas d'obtenir une expression du vecteur gradient nécessaire à l'utilisation d'algorithmes basés sur la méthode de Newton, nous avons utilisé de manière systématique l'algorithme du *downhill simplex* proposé par Nelder & Mead (1965)^{29,30}.

Avant de comparer les élasticités obtenues sous nos différentes hypothèses distributives, il est nécessaire de s'assurer que les estimations réalisées sont valides. En effet, ainsi que nous l'avons souligné dans la section précédente, les paramètres des différentes formes fonctionnelles utilisées, notamment les formes fonctionnelles *ad hoc*, sont soumis à des contraintes qui permettent de s'assurer que la courbe de Lorenz estimée renvoie bien à une fonction de distribution valide. Le tableau 2.5 présente pour chaque forme fonctionnelle et chaque ligne de pauvreté le pourcentage d'observations de notre échantillon pour lesquelles nous avons obtenu des estimations valides. Il apparaît que pour les distributions classiques utilisées, distribution de Pareto mise à part, les conditions de validités sont systématiquement respectées. Pour les formes fonctionnelles *ad hoc*, les résultats sont par contre souvent décevants puisqu'aucune ne permet d'obtenir des courbes de Lorenz valides pour la totalité des distributions de notre échantillon. On note en particulier que les formes fonctionnelles suggérées par Kakwani (1980b) et Arnold & Villaseñor (1989) ne donnent des résultats valides que pour la moitié des distributions. Les différences enregistrées selon la ligne de pauvreté sont quelquefois relativement importantes et soulignent que nombre d'estimations ne sont pas reconnues comme valides du fait de la non inclusion de la ligne de pauvreté dans le domaine de définition du revenu propre à chaque estimation.

Ces problèmes de validité des estimations ne permettent pas de réaliser des comparaisons des valeurs obtenues avec chaque forme fonctionnelle pour l'ensemble de celles utilisées dans le cadre de cette étude. Les valeurs moyennes des élasticités obtenues sous chaque hypothèse distributive pour la totalité de l'échantillon sont toutefois présentées dans les tableaux 2.6 et 2.7. Ces derniers comprennent un certain nombre de valeurs aberrantes —

28. Toutes les estimations ont été réalisées à l'aide du logiciel R 2.5.1. Les fichiers de codes sont disponibles sur demande auprès de l'auteur de ce document.

29. La méthode du *downhill simplex* est un processus itératif où, à l'itération k , la fonction objectif est évaluée aux extrémités d'un simplexe de dimension égale au nombre de paramètres à estimer plus un. L'extrémité présentant la valeur la plus forte (dans le cas d'une minimisation) est alors retirée. On établit alors les coordonnées du barycentre de l'ensemble formé par les points restants et on produit un nouveau point par réflexion du point retiré autour du barycentre. Si le nouveau point reste moins bon, une transformation linéaire est proposée, et si cette procédure ne se révèle pas concluante, la taille du simplexe est réduite en direction du point le plus performant. Les extrémités restantes et le nouveau point définissent un simplexe qui sera utilisé pour l'itération $k + 1$ et la procédure continue jusqu'à obtention de l'optimum.

30. La robustesse des estimations a été éprouvée en utilisant aussi la méthode du *simulated annealing* qui ne nécessite pas non plus le calcul des dérivées premières de la forme fonctionnelle utilisée. Pour une revue des estimations de modèles non-linéaires, voir Greene (2000, chapitre 5).

TABLEAU 2.5 : Pourcentage d'estimations valides pour chaque forme fonctionnelle.

Distribution	1 \$ PPA	2 \$ PPA
Pareto	27	37
Log-normale	100	100
Gamma	100	100
Weibull	100	100
Fisk	100	100
Singh-Maddala	100	100
Dagum	100	100
Bêta 2	100	100
Chotikapanich (1993)	63	67
Kakwani & Podder (1973)	42	40
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	98	99
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	98	99
Maddala & Singh (1977)	83	87
Kakwani (1980b)	50	53
Arnold & Villaseñor (1989)	41	48

outre les élasticités excessives obtenues avec certaines formes fonctionnelles, on relèvera surtout la présence de valeurs positives pour l'élasticité croissance dans un certain nombre de cas — qui mettent en lumière la nécessité de vérifier la validité des estimations pour chaque distribution avec chaque forme fonctionnelle.

Les résultats des tableaux 2.6 et 2.7 peuvent toutefois être utilisés pour les distributions log-normale, gamma, Weibull, Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta 2 puisque la totalité des estimations respectent à chaque fois les critères de validité. Ces valeurs moyennes permettent d'apprécier l'influence des choix effectués en matière d'hypothèse distributive lorsque la vraie distribution des revenus n'est pas disponible. Par exemple, l'élasticité croissance de l'incidence de pauvreté sous l'hypothèse de log-normalité et pour la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA est en moyenne de $-3,68$ alors qu'elle n'est que de $-1,18$ si l'on suppose que les revenus suivent une distribution de Weibull. Des différences plus importantes sont observées au niveau des élasticités inégalités. Il est important de relever que de telles différences sont significatives d'un point de vue économique et peuvent donner lieu à la fixation d'objectifs intermédiaires de politique économique très différents en matière de croissance et de réduction des inégalités³¹.

Dans la mesure où les formes fonctionnelles proposées par Maddala & Singh (1977),

31. De manière plus anecdotique par rapport au sujet de notre étude, on peut aussi noter que les élasticités Gini de la pauvreté sont en moyenne d'une amplitude beaucoup plus importante que les élasticités croissance, résultat qui contraste fortement avec la vision d'une croissance comme vecteur principal de réduction de la pauvreté. Il convient tout de même de préciser que ce résultat est sans doute en grande partie lié à l'hypothèse effectuée concernant le processus redistributif associé à la réduction du degré d'inégalités (cf. equation (2.1.4) dans la section précédente).

TABLEAU 2.6 : Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon complet, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Pareto	1,5 (20,88)	1,29 (28,32)	1,18 (82,06)	-11,89 (61,87)†	-15,95 (151,7)†	-9,47 (245,08)†
Log-normale	-3,68 (0,12)	-4,02 (0,12)	-4,25 (0,12)	43,97 (2,17)*	55,02 (2,36)*	65,2 (2,76)*
Gamma	-1,52 (0,08)‡	-1,59 (0,08)‡	-1,63 (0,08)‡	15,2 (0,92)‡	24,3 (1,02)‡	33,09 (1,2)‡
Weibull	-1,18 (0,05)‡	-1,23 (0,05)‡	-1,25 (0,05)‡	10,69 (0,54)‡	19,61 (0,68)‡	28,42 (0,83)‡
Fisk	-2,11 (0,03)‡	-2,22 (0,03)‡	-2,28 (0,03)‡	19,88 (0,62)‡	28,79 (0,83)‡	37,64 (1,03)‡
Singh-Maddala	-1,93 (0,08)‡	-2,04 (0,07)‡	-2,29 (1,01)*	17,54 (0,91)‡	26,23 (0,95)‡	38,43 (23,53)
Dagum	-2,35 (0,75)	-2,53 (0,81)	-2,57 (0,75)	23,72 (14,82)	33,3 (13,61)	42,52 (13,59)
Bêta 2	-4,27 (0,52)	-4,56 (0,51)	-4,78 (0,53)	52,19 (8,37)	62,83 (8,62)	72,26 (9,25)
Chotikapanich (1993)	3,1 (31,1)	3,18 (42,92)	-19,58 (130,74)‡	9,62 (613,17)	5,99 (392,15)	98,49 (2 × 10 ⁴)
Kakwani & Podder (1973)	-7 × 10 ⁸ (7 × 10 ⁹)	-2,46 (23,55)	-4,38 (0,82)	59 × 10 ⁹ (2 × 10 ¹¹)	29,75 (61,97)	56,24 (7,13)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-4,71 (18,11)	-2,12 (0,09)‡	-2,19 (0,11)‡	35,75 (96,11)	26,94 (1,01)‡	35,83 (1,2)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-2 × 10 ⁴ (7 × 10 ⁴)	-1,98 (0,1)‡	-2,12 (2,45)*	5 × 10 ⁴ (2 × 10 ⁵)	25,63 (1,04)‡	34,98 (4,79)†
Maddala & Singh (1977)	18 × 10 ⁵ (8 × 10 ⁷)	-2,91 (1,54)	-2,99 (0,44)†	-2 × 10 ⁷ (8 × 10 ⁸)	34,9 (10,39)*	41,28 (3,43)†
Kakwani (1980b)	-0,57 (0,83)‡	-1,51 (7,26)	-1,02 (0,6)‡	1,54 (12,61)‡	17,52 (50,33)*	17,68 (5,46)‡
Arnold & Villaseñor (1989)	-1,46 (6,41)	-2,47 (11,28)	-3,78 (17,45)	5,77 (79,7)	11,52 (117,84)	30,43 (153,61)
Mixte (<i>ssr</i>)	-3,93 (3,71)	-6,15 (6,55)	-5,78 (13,18)	41,82 (39,76)	66,12 (76,15)	101,54 (104,94)
Mixte (<i>sea</i>)	-3,99 (3,76)	-5,65 (8,91)	-6,74 (10,64)	37,7 (42,76)	74,25 (74,64)	97,86 (106,65)
Mixte (<i>wssr</i>)	-4,37 (3,76)	-6,61 (7,28)	-7,31 (11,21)	48,09 (36,4)	71,89 (90,56)	104,63 (108,21)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%.

TABLEAU 2.7 : Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon complet, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Pareto	1,53 (12,36)*	5,3 (24,33)	5,58 (30,83)	-10,34 (9,02)†	-9,79 (25,87)†	-7,42 (66,43)*
Log-normale	-2,62 (0,09)	-2,96 (0,09)	-3,21 (0,1)	15,27 (0,84)	20,66 (0,91)	25,79 (1,04)
Gamma	-1,32 (0,07)‡	-1,43 (0,08)‡	-1,49 (0,09)‡	6,46 (0,45)‡	11,04 (0,5)‡	15,44 (0,56)‡
Weibull	-1,05 (0,05)‡	-1,14 (0,05)‡	-1,18 (0,06)‡	4,69 (0,27)‡	9,07 (0,32)‡	13,49 (0,41)‡
Fisk	-1,81 (0,04)‡	-1,98 (0,04)‡	-2,08 (0,04)‡	8,62 (0,31)‡	13,11 (0,41)‡	17,56 (0,51)‡
Singh-Maddala	-1,63 (0,07)‡	-1,79 (0,08)‡	-2,12 (0,95)*	7,58 (0,43)‡	12,03 (0,47)‡	18,25 (8,47)*
Dagum	-1,7 (0,21)‡	-1,84 (0,22)‡	-1,96 (0,22)‡	7,97 (1,43)‡	12,39 (1,57)‡	16,95 (1,35)‡
Bêta 2	-2,76 (0,27)	-3,1 (0,29)	-3,31 (0,3)	15,93 (2,28)	21,43 (2,28)	26,27 (2,47)
Chotikapanich (1993)	0,22 (9,32)	0,1 (18,25)	-14,41 (17,08)‡	-0,96 (44,27)	10,49 (63,28)	64,29 (94,81)
Kakwani & Podder (1973)	-16×10^8 (2×10^{10})	-9,33 (46,61)	-4,36 (0,66)†	-5×10^7 (1×10^{11})	19,71 (59,1)	32,54 (3,98)*
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-3,29 (11,44)	-1,84 (0,08)‡	-1,94 (0,09)‡	8,9 (19,82)†	12,19 (0,51)‡	16,7 (0,59)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-7×10^3 (5×10^4)	-1,73 (0,09)‡	-1,91 (0,25)†	1×10^4 (8×10^4)	11,71 (0,55)‡	16,23 (0,65)‡
Maddala & Singh (1977)	16×10^6 (1×10^8)	-2,35 (1,11)†	-2,58 (0,34)*	-4×10^7 (8×10^8)	14,98 (3,06)*	20,29 (2,05)*
Kakwani (1980b)	-0,86 (0,29)†	-1,41 (3,29)	-1,86 (0,96)†	2,93 (2,3)‡	10,92 (9,52)*	13,21 (3,98)‡
Arnold & Villaseñor (1989)	0,77 (22,92)	3,13 (48,15)	-3,6 (24,94)	-24,87 (111,42)	-10,24 (263,36)	19 (187,12)
Mixte (<i>ssr</i>)	-2,2 (1,58)	-3,29 (2,77)	-4,62 (8,27)	11,33 (5,26)	19,08 (7,49)	28,44 (19,58)
Mixte (<i>sea</i>)	-2,22 (1,66)	-3,09 (5,39)	-3,99 (6,76)	10,83 (4,32)*	18,7 (8,64)	29,3 (9,1)
Mixte (<i>wssr</i>)	-2,39 (0,39)	-3,18 (0,8)	-3,92 (1,46)	12,48 (2,31)	20,06 (4,45)	26,86 (10,12)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%.

Gaffney *et al.* (1980) et Fernandez *et al.* (1991) sont valides pour la majeure partie des observations, il semble intéressant de ne pas les écarter pour l'estimation de valeurs moyennes des élasticités. Pour cela, l'échantillon a été réduit afin de calculer les valeurs moyennes pour les estimations valides avec ces formes fonctionnelles et les distributions statistiques retenues précédemment. Dans le cas de la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA, l'échantillon comprend 951 distributions de revenus, soit 84% de l'échantillon total, et 985, soit 87% de l'échantillon total, avec la ligne de pauvreté à 2 \$ PPA. Les valeurs moyennes des élasticités correspondant à cet échantillon réduit³² sont reportées dans les tableaux 2.8 et 2.9. La même hétérogénéité de résultats selon la forme fonctionnelle utilisée peut y être observée. Il est intéressant de relever que les valeurs moyennes les plus faibles (en valeur absolue) sont à nouveau obtenues avec la distribution de Weibull tandis que les plus fortes (en valeur absolue) correspondent à la loi log-normale parmi les dix formes fonctionnelles utilisées.

Comme les distributions des élasticités de la pauvreté sont par nature asymétriques³³ et que les formes fonctionnelles utilisées présentent des comportements très différents au niveau des queues de distribution, ces différences moyennes peuvent s'expliquer par la présence de valeurs extrêmes. Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons calculé pour chaque forme fonctionnelle les valeurs médianes des différentes élasticités, la médiane n'étant pas sensible comme la moyenne à la présence de valeurs extrêmes. Les résultats sont présentés dans les tableaux 2.10 et 2.11.

Les résultats de cette asymétrie dans la distribution des élasticités inégalités de la pauvreté se traduit par des valeurs médianes d'amplitude plus faible que les valeurs moyennes. Cette diminution se vérifie plus particulièrement au niveau des élasticités inégalités qui dans un certain nombre de cas présentent des valeurs médianes deux fois moins importantes que leurs valeurs moyennes. On relève aussi que les différences entre formes fonctionnelles sont moins marquées que précédemment, mais restent non négligeables. La distribution de Weibull donne toujours lieu aux estimations les plus faibles (en valeur absolue), contrairement à la distribution log-normale qui dans le cas de la ligne de pauvreté à 2 \$ PPA produit des valeurs médianes légèrement inférieures à celles obtenues avec la distribution bêta de type 2.

Afin de conforter la robustesse de ces observations, nous avons cherché à vérifier si les différences observées étaient statistiquement significatives. Pour effectuer ces tests de différence, il est nécessaire de disposer d'écart type ou d'intervalles de confiance pour nos différentes estimations. Dans la mesure où les valeurs obtenues pour les différentes élasticité-

32. Les résultats (non reportés) de tests de différences de moyenne (Student) pour les PIB par habitant et les coefficients de Gini ne permettent pas de conclure à une différence significative par rapport aux valeurs obtenues sur l'échantillon total. On ne peut donc rejeter l'hypothèse selon laquelle cet échantillon réduit présente les mêmes caractéristiques que notre échantillon total.

33. Cette asymétrie est liée au fait que les élasticités croissance sont toujours inférieures à zéro tandis que les élasticités inégalités de P_α sont toujours strictement positives pour $\alpha \neq 0$. A ceci s'ajoute le fait que les élasticités tendent rapidement vers l'infini (en valeur absolue) lorsque le niveau initial de pauvreté est très faible. Au sujet de l'influence de ces valeurs extrêmes dans l'estimation économétrique des élasticités de la pauvreté, voir Klasen & Misselhorn (2006).

TABLEAU 2.8 : Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Log-normale	-3,52 (0,18)	-3,83 (0,2)	-4,08 (0,19)	38,28 (3,13)	48,88 (3,54)	59,2 (3,62)
Gamma	-1,48 (0,09)‡	-1,56 (0,1)‡	-1,6 (0,11)‡	13,5 (1,16)‡	22,3 (1,27)‡	31,21 (1,45)‡
Weibull	-1,18 (0,06)‡	-1,23 (0,06)‡	-1,25 (0,06)‡	10,05 (0,65)‡	18,78 (0,82)‡	27,28 (1,11)‡
Fisk	-2,11 (0,05)‡	-2,23 (0,05)‡	-2,29 (0,05)‡	18,83 (0,89)‡	27,49 (1,08)‡	36,25 (1,41)‡
Bêta 2	-3,36 (0,32)	-3,68 (0,33)	-3,9 (0,34)	32,77 (4,11)	42,37 (4,31)	52,03 (4,63)*
Singh-Maddala	-1,92 (0,06)‡	-2,04 (0,07)‡	-2,11 (0,07)‡	16,32 (0,76)‡	25,11 (1,01)‡	33,77 (1,24)‡
Dagum	-1,96 (0,11)‡	-2,11 (0,12)‡	-2,18 (0,13)‡	16,04 (1,06)‡	24,9 (1,26)‡	33,55 (1,5)‡
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-2,13 (0,07)‡	-2,13 (0,08)‡	-2,21 (0,09)‡	17,12 (0,86)‡	25,48 (1,05)‡	34,17 (1,33)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,85 (0,08)‡	-1,97 (0,09)‡	-2,03 (0,1)‡	15,47 (0,84)‡	24,1 (1,03)‡	32,8 (1,26)‡
Maddala & Singh (1977)	-2,62 (0,35)†	-2,84 (0,36)*	-3 (0,42)*	22,72 (2,85)‡	32,22 (3,65)†	41,45 (3,72)†
Mixte (<i>ssr</i>)	-3,89 (3,72)	-6,09 (8,14)	-7,28 (12,01)	38,49 (43,58)	60,77 (102,39)	98,11 (138,03)
Mixte (<i>sea</i>)	-3,86 (4,05)	-6,78 (8,63)	-6,58 (15,86)	42,9 (51,05)	57,69 (102,6)	90,94 (147,8)
Mixte (<i>wssr</i>)	-4,13 (3,48)	-7,23 (7,92)	-7,24 (13,47)	41,02 (44,44)	68,95 (104,9)	86,12 (127,12)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%. L'échantillon restreint correspond à 84% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 370 \$ PPA et 0,41.

TABLEAU 2.9 : Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Log-normale	-2,71 (0,13)	-3,05 (0,13)	-3,3 (0,14)	15,37 (1,09)	20,94 (1,17)	26,35 (1,26)
Gamma	-1,36 (0,09)‡	-1,48 (0,1)‡	-1,54 (0,11)‡	6,66 (0,53)‡	11,24 (0,59)‡	15,83 (0,7)‡
Weibull	-1,08 (0,06)‡	-1,17 (0,07)‡	-1,21 (0,07)‡	4,83 (0,34)‡	9,37 (0,4)‡	13,9 (0,5)‡
Fisk	-1,88 (0,05)‡	-2,05 (0,04)‡	-2,14 (0,04)‡	8,97 (0,38)‡	13,57 (0,51)‡	18,12 (0,63)‡
Singh-Maddala	-1,69 (0,06)‡	-1,86 (0,06)‡	-1,95 (0,07)‡	7,78 (0,38)‡	12,33 (0,47)‡	16,98 (0,57)‡
Dagum	-1,66 (0,08)‡	-1,83 (0,09)‡	-1,94 (0,1)‡	7,62 (0,47)‡	12,3 (0,57)‡	16,75 (0,69)‡
Bêta 2	-2,71 (0,22)	-3,04 (0,26)	-3,28 (0,25)	14,81 (1,74)	20,12 (1,85)	25,37 (2,06)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-1,89 (0,06)‡	-1,91 (0,07)‡	-2,02 (0,07)‡	8,37 (0,37)‡	12,71 (0,5)‡	17,22 (0,6)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,62 (0,07)‡	-1,8 (0,08)‡	-1,89 (0,09)‡	7,45 (0,42)‡	12,16 (0,5)‡	16,53 (0,61)‡
Maddala & Singh (1977)	-2,11 (0,26)†	-2,4 (0,3)*	-2,6 (0,35)	10,3 (1,54)†	15,35 (1,78)†	20,41 (2,03)*
Mixte (<i>ssr</i>)	-2,36 (4,39)	-3,14 (4,01)	-3,53 (7,55)	11,11 (4,66)	19,91 (11,18)	25,43 (25,88)
Mixte (<i>sea</i>)	-2,24 (2,37)	-3,7 (5,23)	-4,04 (9,07)	10,58 (7,55)	22,09 (11,79)	26,56 (16,77)
Mixte (<i>wssr</i>)	-2,35 (0,46)	-3,23 (0,63)	-3,79 (0,97)	12,23 (2,74)	20,46 (3,47)	27,52 (6,85)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%. L'échantillon restreint correspond à 87% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 523 \$ PPA et 0,42.

TABEAU 2.10 : Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Log-normale	-2,72 (0,11)	-3,03 (0,11)	-3,27 (0,11)	18,67 (1,5)	28,7 (1,82)	37,91 (2,26)
Gamma	-1,24 (0,08)‡	-1,32 (0,09)‡	-1,39 (0,09)‡	7,67 (0,67)‡	16,22 (0,97)‡	24,09 (1,24)‡
Weibull	-1,13 (0,06)‡	-1,17 (0,06)‡	-1,2 (0,06)‡	7,29 (0,55)‡	15,26 (0,82)‡	22,92 (1,16)‡
Fisk	-2,17 (0,04)‡	-2,22 (0,04)‡	-2,26 (0,04)‡	14,58 (0,85)‡	22,75 (1,19)‡	30,1 (1,54)‡
Singh-Maddala	-1,85 (0,07)‡	-1,93 (0,07)‡	-1,98 (0,07)‡	13,13 (0,82)‡	21,18 (1,08)‡	28,75 (1,39)‡
Dagum	-1,68 (0,1)‡	-1,75 (0,11)‡	-1,82 (0,11)‡	12,07 (0,89)‡	20,51 (1,2)‡	28,82 (1,5)‡
Bêta 2	-2,49 (0,13)	-2,7 (0,14)	-2,85 (0,15)†	18,33 (1,21)	28,15 (1,57)	37,1 (1,83)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-1,98 (0,08)‡	-1,97 (0,08)‡	-2,02 (0,09)‡	13,89 (0,8)‡	21,65 (1,12)‡	29,29 (1,4)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,72 (0,09)‡	-1,79 (0,09)‡	-1,84 (0,1)‡	12,23 (0,87)‡	20,13 (1,16)‡	28,15 (1,38)‡
Maddala & Singh (1977)	-2,15 (0,2)*	-2,32 (0,22)†	-2,45 (0,25)†	15,22 (1,64)*	24,31 (2,37)*	32,81 (2,02)*
Mixte (<i>ssr</i>)	-1,63 (0,24)†	-2,3 (0,23)*	-2,38 (0,25)*	9,63 (2,44)†	24,94 (2,19)	32,81 (2,7)
Mixte (<i>sea</i>)	-1,7 (0,23)†	-2,3 (0,21)*	-2,38 (0,25)*	10,97 (2,41)†	25,03 (2,21)	32,93 (2,66)
Mixte (<i>wssr</i>)	-1,94 (0,24)†	-2,45 (0,25)	-2,54 (0,26)*	13,58 (2,51)*	26,12 (2,38)	34,28 (2,96)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%. L'échantillon restreint correspond à 84% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 370 \$ PPA et 0,41.

TABLEAU 2.11 : Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
Log-normale	-1,96 (0,08)	-2,31 (0,08)	-2,53 (0,09)	6,17 (0,46)	11,38 (0,71)	16,33 (0,88)
Gamma	-1,09 (0,08)‡	-1,18 (0,08)‡	-1,25 (0,09)‡	3,35 (0,32)‡	7,75 (0,44)‡	11,98 (0,62)‡
Weibull	-1,02 (0,06)‡	-1,09 (0,06)‡	-1,14 (0,06)‡	3,13 (0,24)‡	7,45 (0,4)‡	11,62 (0,58)‡
Fisk	-1,94 (0,04)	-2,04 (0,04)‡	-2,1 (0,04)‡	6,23 (0,4)	10,67 (0,57)†	14,83 (0,76)‡
Singh-Maddala	-1,67 (0,07)‡	-1,76 (0,07)‡	-1,83 (0,08)‡	5,55 (0,43)†	9,82 (0,52)‡	14,01 (0,69)‡
Dagum	-1,52 (0,09)‡	-1,6 (0,09)‡	-1,67 (0,11)‡	5,08 (0,4)‡	9,55 (0,51)‡	13,95 (0,74)‡
Bêta 2	-1,98 (0,1)	-2,22 (0,12)	-2,38 (0,13)	6,59 (0,55)	11,63 (0,82)	16,46 (0,97)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-1,85 (0,07)	-1,78 (0,08)‡	-1,84 (0,08)‡	6,22 (0,41)	10,14 (0,56)‡	14,31 (0,72)‡
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,55 (0,08)‡	-1,64 (0,09)‡	-1,7 (0,1)‡	5,21 (0,42)‡	9,6 (0,54)‡	13,64 (0,69)‡
Maddala & Singh (1977)	-1,78 (0,13)*	-1,96 (0,15)*	-2,12 (0,22)*	5,86 (0,49)	10,7 (0,75)	15,12 (1,02)*
Mixte (<i>ssr</i>)	-1,28 (0,16)†	-1,9 (0,15)*	-1,99 (0,18)*	3,92 (0,44)‡	10,4 (0,65)	14,37 (0,92)*
Mixte (<i>sea</i>)	-1,32 (0,17)‡	-1,9 (0,14)*	-1,99 (0,18)*	4,04 (0,45)‡	10,27 (0,66)	14,4 (1)†
Mixte (<i>wssr</i>)	-1,41 (0,16)†	-1,98 (0,14)	-2,09 (0,17)	4,15 (0,45)†	10,6 (0,72)	14,48 (1,03)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%. L'échantillon restreint correspond à 87% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 523 \$ PPA et 0,42.

tés reposent sur des paramètres estimés à partir d'un nombre limité de points de la courbe de Lorenz, nous avons calculé écarts type et intervalles de confiance par la technique du *bootstrap*. Une procédure en deux étapes a été utilisée pour l'ensemble de nos estimations. Dans une première étape, les paramètres de chaque forme fonctionnelle sont estimés pour chaque distribution à partir d'un échantillon aléatoire avec remise des points disponibles pour la courbe de Lorenz. Dans la seconde étape, un échantillonnage aléatoire avec remise des distributions de revenus observées a ensuite été effectué³⁴ pour calculer les valeurs moyennes et médianes. Les écarts type sont reportés entre parenthèses dans les tableaux 2.6 à 2.11. Les résultats de tests non paramétriques de différence de moyenne et de médiane par rapport aux valeurs obtenues avec la distribution log-normale sont aussi présentés dans ces tableaux³⁵. Ces derniers mettent en évidence des différences fortement significatives pour la plupart des différentes formes fonctionnelles considérées. Une exception notable est la distribution bêta de type 2 qui donne lieu à des valeurs moyennes relativement proches de celles établies sous l'hypothèse de log-normalité.

La mise en évidence de ces différences liées aux seules hypothèses de formes fonctionnelles est importante car elle soulève la fragilité potentielle de résultats basés sur une hypothèse distributive dont la pertinence vis-à-vis des distributions réelles de revenus n'est pas vérifiée. Si l'on compare à nouveau les résultats obtenus avec les distributions log-normale et de Weibull, on s'aperçoit que dans le premier cas les efforts à réaliser en termes de création de richesse et de redistribution pour réduire la pauvreté sont beaucoup plus importants dans le second cas que dans le premier. L'influence est aussi notable pour ce qui est de l'appréciation de la performance relative de la croissance et de la redistribution en termes de réduction de la pauvreté. Si l'on considère les résultats présentés dans le tableau 2.8, le rapport entre les élasticités inégalités et croissance de la mesure P_2 pour une ligne de pauvreté à 1 \$ PPA indiquent qu'une réduction de 1% du coefficient de Gini sans variation du revenu moyen est en moyenne plus de 20 fois plus efficace qu'une augmentation de 1% du PIB par habitant sans redistribution avec la distribution de Weibull. Sous l'hypothèse de distributions de revenus suivant une loi log-normale, le rapport moyen est inférieur à 15. Par conséquent, si les distributions de revenus suivent une distribution de Weibull, on est logiquement amené à privilégier des politiques de réduction de la pauvreté qui mettent davantage en avant l'objectif intermédiaire de redistribution que celui de croissance en comparaison des

34. Pour des raisons techniques — la procédure exige l'emploi d'un nombre élevé de matrices de taille relativement importante —, il nous a fallu limiter le nombre de répliques à 200 pour la première étape. Pour la seconde étape, 1000 répliques ont été utilisées. Chacune de ces répliques de seconde étape a consisté en un tirage aléatoire de la série obtenue lors des répliques de première étape puis un échantillonnage avec remise des distributions. Pour une introduction aux techniques de *bootstrap*, voir Efron & Tibshirani (1993). Les choix effectués dans nos développements statistiques en termes de nombre de répliques sont conformes à leurs recommandations.

35. Nous n'avons pas jugé nécessaire de reporter les résultats de tests statistiques de différences de moyennes et de médianes par rapport à chaque forme fonctionnelle. Toutefois, la faiblesse des écarts type relevés pour chaque estimation valide nous conforte dans l'idée que la majeure partie des différences observées sont statistiquement significatives, et donc que les choix de forme fonctionnelle pour la distribution des revenus ne sont pas neutres pour le calcul des élasticités de la pauvreté.

recommandations qui peuvent être effectuées sur la base d'une hypothèse de log-normalité.

2.3 Choisir une forme fonctionnelle adéquate

La question qui découle naturellement du constat établi dans la section précédente est de déterminer quelle hypothèse distributive est la plus adaptée à l'estimation d'élasticités de la pauvreté. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons faire dans un premier temps une courte revue des critères de sélection utilisés pour le choix d'une forme fonctionnelle avant d'établir celles qui, dans le cadre de notre étude, se révèlent les plus pertinentes.

2.3.1 Critères de qualité de l'ajustement de la forme fonctionnelle aux données

L'hypothèse fondamentale qui sous-tend notre analyse est qu'une meilleure estimation de la courbe de Lorenz conduit à une meilleure estimation des élasticités inégalités. Elle conduit donc à retenir des indicateurs basés sur la minimisation des erreurs de prédiction pour évaluer la qualité de l'ajustement aux données. Traditionnellement, pour apprécier les performances d'une forme fonctionnelle, on recourt aux critères suivants³⁶ :

$$ssr = \sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2, \quad (2.3.1)$$

$$sae = \sum_{i=1}^N |L(p_i) - \hat{L}(p_i)|, \quad (2.3.2)$$

où $\hat{L}(p_i)$ correspond à la valeur de la courbe de Lorenz estimée pour le point i , et N au nombre total de points disponibles. La faiblesse de ces indicateurs pour une analyse des questions de pauvreté est qu'ils accordent le même poids à toutes les erreurs. Or un des axiomes fondamentaux en matière de mesure de la pauvreté³⁷, l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres (*focus axiom*), stipule que les revenus supérieurs à la ligne de pauvreté ne doivent pas être pris en compte dans les mesures utilisées. Autrement dit, il importe peu que l'on fasse des erreurs de prédiction au delà du point correspondant à $F(z)$, soit l'incidence de pauvreté P_0 . Cette remarque conduit Datt (1998) à suggérer l'utilisation

36. Il est aussi courant de tester la pertinence d'une forme fonctionnelle par sa capacité à prédire correctement certains indicateurs d'inégalités. Le test le plus courant consiste à vérifier si le coefficient de Gini obtenu à partir de la distribution estimée est inclus dans les bornes établies par (Gastwirth, 1972) pour les valeurs de cette mesure lorsque l'on ne dispose que de données groupées pour la distribution des revenus. L'intérêt de ce test est toutefois relativement restreint lorsque l'on oppose des formes fonctionnelles suffisamment flexibles puisqu'il ne permet pas un classement complet de celles-ci. De plus, ce type de tests implique un système de pondération des erreurs de prédiction qui n'est pas nécessairement le plus adapté pour juger de la pertinence d'une distribution statistique en matière d'estimation des niveaux de pauvreté ou des élasticités de ces dernières.

37. Pour une revue des principaux axiomes utilisés traditionnellement pour la mesure de la pauvreté, voir l'annexe A du chapitre 1.

de la mesure suivante de qualité de l'ajustement :

$$pssr = \sum_{i=1}^n (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2, \quad (2.3.3)$$

où n est tel que $p_{n-1} < \hat{P}_0 \leq p_n$. Il s'agit donc de restreindre le critère ssr aux erreurs de prédictions sur la portion de la courbe de Lorenz correspondant aux seuls individus pauvres. Ce critère soulève toutefois un problème lorsque l'on ne dispose que d'un nombre limité de points pour l'estimation des paramètres de chaque forme fonctionnelle. Ainsi, pour la grande majorité des distributions de notre échantillon, les données sont disponibles par déciles de population. Si le niveau de pauvreté estimé est inférieur à 10% pour la ligne de pauvreté retenue, la mesure $pssr$ est nulle pour la plupart des formes fonctionnelles présentées³⁸ et ne permet donc pas de discriminer les formes fonctionnelles. Or dans le cadre de notre échantillon, près des deux tiers des incidences de pauvreté estimées sont inférieures à 10% lorsque la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA est retenue³⁹. De plus, dans le cas de l'incidence de pauvreté, une estimation précise n'est pas requise pour tous les points de la courbe de Lorenz situés en deçà de \hat{P}_0 . Seule compte en effet la qualité de l'estimation au voisinage de cette valeur. Ceci nous amène à suggérer l'emploi d'un critère de minimisation de la somme du carré des erreurs basé sur un système de pondération tel que le poids accordé à chaque erreur de prédiction décroît avec la distance par rapport à la valeur estimée de l'incidence de pauvreté⁴⁰. Afin de pouvoir comparer les valeurs du critère d'une forme fonctionnelle à une autre, le critère est normalisé par la somme des poids accordés à chaque erreur. En outre, cette normalisation offre l'avantage de permettre une comparaison avec le critère ssr traditionnel. Le critère suggéré est donc :

$$wssr = \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2 (1 - |p_i - \hat{P}_0|)^2}{\sum_{i=1}^N (1 - |p_i - \hat{P}_0|)^2}. \quad (2.3.4)$$

À ces critères de qualité d'ajustement, on peut ajouter des critères qui permettent d'apprécier l'arbitrage coût-bénéfice de l'utilisation de formes fonctionnelles plus souples mais dont l'estimation des paramètres est délicate ou la réunion des critères de validité n'est pas certaine. Pour cela, nous avons utilisé des critères d'informations utilisés traditionnellement en économétrie pour comparer des modèles non-emboîtés. Ces critères reprennent le critère de minimisation de la somme des carrés des erreurs de prédiction tout en pénali-

38. La valeur du critère $pssr$ sera strictement positive si et seulement si la forme fonctionnelle utilisée ne respecte pas le critère $L(0) = 0$. Toutefois dans ce cas, l'estimation n'est pas valide.

39. Cette proportion ne varie que de manière marginale selon la forme fonctionnelle utilisée.

40. Ce système de pondération ne permet pas certes pas le respect de l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres, mais il présente l'avantage de pouvoir être calculé pour l'ensemble des distributions de revenus de notre échantillon. La mesure doit donc être considérée comme un compromis entre respect de l'axiomatique des mesures de pauvreté et évaluation de la qualité de l'ajustement aux données disponibles. En outre, il faut souligner que ce compromis se justifie sans doute mieux pour l'incidence de pauvreté que pour les mesures P_1 et P_2 .

sant la perte de degrés de liberté. L'adoption d'une forme fonctionnelle plus souple ne sera alors jugée préférable que si le gain en précision compense la perte en degrés de liberté. Dans le cadre de notre étude sont utilisés les critères d'information de Akaike et Schwarz tels qu'ils sont présentés dans Gujarati (2004). Ces critères sont respectivement :

$$aic = e^{2K/N} \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2}{N} \quad (2.3.5)$$

$$bic = N^{K/N} \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2}{N} \quad (2.3.6)$$

où K est le nombre de paramètre à estimer.

2.3.2 Comparaison des performances des différentes formes fonctionnelles

Les résultats de l'évaluation des performances respectives des différentes formes fonctionnelles pour les critères ssr , sea , $wssr$, aic et bic sont reportés dans le tableau 2.12 pour les estimations réalisées sur l'ensemble de l'échantillon. La partie supérieure du tableau présente les valeurs moyennes observées pour l'ensemble de l'échantillon. Afin de faciliter la lecture et la comparaison des résultats, la valeur de chaque statistique est rapportée à la valeur moyenne la plus faible observée sur l'ensemble de l'échantillon. La valeur 1 correspond donc à la forme fonctionnelle la plus performante. Une valeur supérieure indique dans quelle proportion la forme fonctionnelle considérée donne lieu à une estimation moins précise que la forme fonctionnelle la plus performante d'après le critère retenu. Selon le critère ssr , la forme fonctionnelle permettant d'obtenir les estimations les plus précises est celle suggérée par Maddala & Singh (1977), tandis que les autres critères concluent en moyenne à de meilleures performances pour la courbe de Lorenz *ad hoc* définie par Kakwani (1980b).

Le tableau 2.12 met aussi en lumière les différences importantes de performances entre formes fonctionnelles. De manière générale, il semble que les formes fonctionnelles *ad hoc* permettent un meilleur ajustement aux données que les formes fonctionnelles traditionnelles. Dans un certain nombre de cas, on relève tout de même des valeurs moyennes très élevées. Ceci peut notamment paraître surprenant pour la forme elliptique (Arnold & Villaseñor, 1989), pourtant très flexible, pour laquelle l'utilisation des moindres carrés ordinaires garantit la convergence des valeurs estimées des différents paramètres vers leurs valeurs optimales. Il semble que ce phénomène puisse en grande partie être expliqué par des problèmes de multicolinéarité entre les régresseurs. Dans la mesure où les valeurs moyennes des statistiques de qualité de l'ajustement peuvent être perturbées par la présence de valeurs excessivement importantes, nous avons calculé des valeurs médianes pour chaque critère et chaque forme fonctionnelle, valeurs à nouveau rapportées au niveau correspondant à la forme fonctionnelle la plus performante. Les résultats sont reportés dans la seconde moitié du tableau 2.12. Ceux-ci nous permettent d'apprécier le caractère relativement mar-

TABLEAU 2.12 : Ratios de qualité de l'ajustement.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sae</i>	<i>wssr</i> _{1§}	<i>wssr</i> _{2§}	<i>aic</i>	<i>bic</i>
<i>Valeur moyenne</i>						
Pareto	100,61	14,26	113,71	95,86	62,46	60,45
Log-normale	9,04	3,29	9,87	10,23	6,00	5,77
Gamma	38,87	7,62	38,71	39,19	24,01	23,26
Weibull	38,34	8,10	39,71	39,11	23,95	23,17
Fisk	8,69	3,16	8,57	8,91	5,81	5,58
Singh-Maddala	1,67	1,36	2,13	2,04	1,51	1,45
Dagum	1,77	1,47	2,11	2,03	1,48	1,44
Bêta 2	2,03	1,44	2,53	2,74	1,82	1,75
Chotikapanich (1993)	61,46	9,00	51,91	56,80	37,46	36,34
Kakwani & Podder (1973)	$2,4 \times 10^6$	544,83	53,12	77,65	$2,6 \times 10^6$	$2,4 \times 10^6$
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,44	1,31	1,68	1,60	1,22	1,19
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,69	1,50	2,03	1,89	1,41	1,37
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,02	1,06	1,04	1,05	1,03
Kakwani (1980b)	1,03	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Arnold & Villaseñor (1989)	761,96	6,11	50,19	127,42	$1,2 \times 10^3$	$1,1 \times 10^3$
<i>Valeur médiane</i>						
Pareto	135,88	15,27	168,08	140,31	102,04	94,58
Log-normale	5,06	2,65	5,31	5,44	4,18	3,81
Gamma	38,04	7,49	36,17	37,06	29,34	27,15
Weibull	43,20	8,22	47,93	47,78	34,82	31,47
Fisk	4,77	2,48	4,71	4,77	3,68	3,39
Singh-Maddala	1,41	1,27	1,68	1,60	1,19	1,15
Dagum	1,53	1,36	1,88	1,80	1,32	1,26
Bêta 2	1,30	1,25	1,32	1,38	1,10	1,06
Chotikapanich (1993)	64,03	8,74	40,01	43,07	47,99	43,91
Kakwani & Podder (1973)	$5,2 \times 10^4$	315,93	23,83	36,46	5×10^4	$4,6 \times 10^4$
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,34	1,24	1,51	1,46	1,15	1,10
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,58	1,42	1,94	1,84	1,34	1,29
Maddala & Singh (1977)	1,03	1,05	1,00	1,00	1,03	1,03
Kakwani (1980b)	1,00	1,00	1,02	1,01	1,00	1,00
Arnold & Villaseñor (1989)	1,46	1,28	1,24	1,35	1,46	1,46

ginal de ces mauvais ajustements aux données pour la forme élliptique mais pas pour celle suggérée par Kakwani & Podder (1976).

Toutefois, ainsi que nous l'avons précisé dans la section 2.2, seules les distributions statistiques classiques, distribution de Pareto mise à part, permettent une estimation valide des élasticités inégalités et croissance de la pauvreté pour l'ensemble des distributions observées de notre échantillon. Sur cet ensemble réduit de formes fonctionnelles, des écarts importants apparaissent entre les distributions à deux paramètres et celles à trois paramètres quel que soit le critère de qualité d'ajustement retenu. Parmi les premières, les distributions gamma et de Weibull semblent particulièrement peu pertinentes par rapport aux distributions log-normale et de Fisk. Celles-ci donnent toutefois des estimations en moyenne 2 à 5 fois moins précises que les distributions bêta de type 2, Singh-Maddala et Dagum. Cette supériorité des formes à trois paramètres s'explique aisément. Avec les distributions statistiques à deux paramètres, on ne dispose que d'un seul paramètre pour caractériser la courbe de Lorenz correspondant à la distribution des revenus observée, ce qui est insuffisant au regard de l'hétérogénéité des distributions de notre échantillon. Les critères *aic* et *bic* confirment d'ailleurs que l'utilisation de formes fonctionnelles plus souples apporte un gain réel au regard de la perte de degrés de liberté qu'elle occasionne. Enfin, il semble que la distribution Dagum soit celle qui en moyenne offre les estimations les plus précises, même si la distribution bêta 2 offre des valeurs médianes moins élevées.

Afin d'évaluer les performances de certaines formes fonctionnelles *ad hoc*, nous avons de la même manière que précédemment réduit l'échantillon de distributions de manière à obtenir des valeurs des différentes statistiques de qualité d'ajustement lorsque les estimations obtenues avec les courbes de Lorenz de Maddala & Singh (1977), Gaffney *et al.* (1980) et Fernandez *et al.* (1991) sont simultanément valides. Les résultats pour une ligne de pauvreté fixée à 1 \$ PPA sont présentés dans le tableau 2.13⁴¹.

On observe que la courbe de Lorenz de Maddala & Singh (1977), seule forme fonctionnelle à quatre paramètres à être représentée dans le tableau 2.13, offre des performances moyennes supérieures aux autres distributions statistiques utilisées, quel que soit le critère de qualité d'ajustement retenu. Le gain par rapport aux formes fonctionnelles à trois paramètres se révèle toutefois moins important que celui relevé pour le passage de deux à trois paramètres. Parmi les formes à trois paramètres, on constate que formes *ad hoc* et distributions statistiques classiques présentent des performances très similaires. De plus, le classement obtenu précédemment pour les distributions Singh-Maddala, Dagum et bêta 2 avec l'ensemble des observations ne se vérifie plus. La distribution Singh-Maddala semble maintenant plus appropriée que la distribution de Dagum du point de vue de performances moyennes. Néanmoins, la distribution bêta présente toujours des valeurs médianes des ratios de qualité d'ajustement plus faibles.

41. Les résultats avec la ligne de pauvreté à 2 \$ PPA figurent dans le tableau 2.20 de l'annexe D.

TABLEAU 2.13 : Ratios de qualité de l'ajustement : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sae</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>
<i>Valeur moyenne</i>					
Log-normale	9,69	3,39	10,58	6,47	6,26
Gamma	44,78	7,89	45,84	28,46	27,73
Weibull	45,45	8,57	48,59	29,21	28,42
Fisk	7,24	2,95	7,05	4,85	4,69
Singh-Maddala	1,41	1,30	1,58	1,17	1,15
Dagum	1,67	1,40	1,92	1,35	1,33
Bêta 2	1,92	1,41	2,18	1,64	1,61
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,40	1,27	1,55	1,14	1,12
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,59	1,43	1,84	1,27	1,26
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Valeur médiane</i>					
Log-normale	5,01	2,56	5,35	4,43	3,92
Gamma	34,54	6,86	34,73	27,03	25,15
Weibull	42,72	8,02	48,89	34,87	31,84
Fisk	4,18	2,21	4,31	3,19	2,95
Singh-Maddala	1,33	1,21	1,62	1,13	1,09
Dagum	1,40	1,26	1,71	1,21	1,17
Bêta 2	1,23	1,17	1,25	1,05	1,02
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,26	1,16	1,44	1,08	1,05
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,47	1,32	1,84	1,26	1,21
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Note : l'échantillon restreint correspond à 84% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 370 \$ PPA et 0,41.

Cette relative instabilité du classement des formes fonctionnelles par rapport à l'échantillon utilisé incite à une certaine prudence lorsqu'il s'agit de recommander l'emploi d'une forme fonctionnelle particulière. La supériorité moyenne de certaines formes fonctionnelles ne signifie pas en effet que les autres sont systématiquement plus mauvaises et qu'elles doivent en conséquence ne pas être utilisées. Ainsi, bien que la distribution de Pareto donne en général une description très médiocre des distributions de revenus de notre échantillon, il est possible que dans certains cas elle soit la forme fonctionnelle la plus adaptée parmi la quinzaine de formes testés. Afin d'obtenir une vision plus fine des performances relatives de ces formes fonctionnelles, y compris celles qui ne donnent que rarement lieu à des estimations valides, nous en avons effectué un classement en fonction des différentes statistiques de sélection pour chaque distribution de revenus observée. Le tableau 2.14 présente la fréquence avec laquelle une forme fonctionnelle a donné lieu à la meilleure estimation valide de la courbe de Lorenz ainsi que le rang médian obtenu sur l'ensemble de l'échantillon.

Les fréquences présentées dans la moitié supérieure du tableau 2.14 confirment bien

TABEAU 2.14 : Qualité de l'ajustement : fréquence de rang 1 et rang médian.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sae</i>	<i>wssr</i> _{1§}	<i>wssr</i> _{2§}	<i>aic</i>	<i>bic</i>
<i>Fréquence du rang 1 (%)</i>						
Pareto	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1
Log-normale	1,1	1,9	3,3	2,5	5,8	7,2
Gamma	0,4	0,1	0,5	0,3	2,0	2,1
Weibull	0,0	0,1	0,2	0,2	0,5	0,7
Fisk	0,0	0,7	0,0	0,2	3,4	4,0
Singh-Maddala	3,2	3,8	5,1	4,9	6,9	6,7
Dagum	2,6	3,1	4,2	3,4	4,3	4,8
Bêta 2	7,8	8,7	18,1	12,7	22,1	23,1
Chotikapanich (1993)	0,6	0,6	0,3	0,4	0,7	0,7
Kakwani & Podder (1973)	0,0	0,0	0,8	0,7	0,0	0,0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	4,4	5,7	5,4	5,1	9,2	9,1
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	4,0	3,1	4,0	3,4	9,0	9,3
Maddala & Singh (1977)	35,6	32,8	31,2	30,5	14,9	13,6
Kakwani (1980b)	31,2	29,6	18,1	25,4	12,9	11,0
Arnold & Villaseñor (1989)	9,3	9,9	8,8	10,3	8,0	7,7
<i>Rang médian</i>						
Pareto	12	12	12	12	12	12
Log-normale	9	9	8	9	9	9
Gamma	10	10	10	11	10	10
Weibull	10	10	10	11	10	10
Fisk	8	8	8	8	8	8
Singh-Maddala	5	5	5	5	4	4
Dagum	5	5	5	6	5	5
Bêta 2	4	4	3	4	3	3
Chotikapanich (1993)	12	12	11	12	12	12
Kakwani & Podder (1973)	13	13	10	12	13	13
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	4	4	4	4	4	4
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	6	6	6	6	6	6
Maddala & Singh (1977)	2	2	2	2	4	4
Kakwani (1980b)	1	1	2	2	3	3
Arnold & Villaseñor (1989)	3	3	3	3	4	4

l'hétérogénéité observée auparavant en termes de précision des estimations. Elles montrent aussi que, à de rares exceptions près, chaque forme fonctionnelle peut donner lieu à l'estimation la plus fiable d'au moins une distribution de revenus. Les résultats obtenus à l'aide des critères *ssr*, *sea* et *wssr* mettent en évidence la supériorité de deux formes fonctionnelles, à savoir celles proposées par Maddala & Singh (1977) et Kakwani (1980b). Celles-ci offrent en effet les meilleures prédictions pour la moitié voire les deux tiers des distributions de l'échantillon selon le critère retenu. Ces chiffres sont d'autant plus importants qu'ils ne s'appliquent qu'à une part réduite de l'échantillon en raison des contraintes de validité qui pèsent sur ces formes fonctionnelles. Par exemple la courbe de Lorenz bêta de Kakwani (1980b) est la plus performante pour environ 30% des observations, mais ne produit des estimations valides que pour la moitié des distributions de l'échantillon. Elle est donc la forme fonctionnelle la plus pertinente pour près de 60% des distributions de revenus de notre échantillon sur lesquelles elle peut être appliquée. L'application des critères *aic* et *bic* montre toutefois que le gain en précision ne compense pas suffisamment la perte de degrés de liberté liée à l'utilisation de distributions à quatre paramètres. De ce point de vue, il semble que la distribution bêta de type 2 offre dans un grand nombre de cas un compromis intéressant. Ces bonnes performances sont confortées par les résultats observés au niveau du rang médian.

À l'autre bout du spectre des performances, on relève que les distributions de Pareto, Weibull, gamma, Fisk, Chotikapanich (1993) et Kakwani & Podder (1973) ne représentent qu'une part infime des estimations les plus précises, quel que soit le critère de qualité d'ajustement retenu. Ce résultat est particulièrement surprenant pour la courbe de Lorenz de Kakwani & Podder (1973) pourtant plus souple que les autres formes sus-nommées. Les résultats du tableau 2.14 confirment en revanche que la distribution log-normale semble préférable aux autres formes fonctionnelles à deux paramètres. Elle ne constitue toutefois la forme la plus adéquate à l'analyse de la pauvreté que pour environ 3% des distributions de revenus de notre échantillon et présente un rang médian peu flatteur. La distribution log-normale n'est donc pas la règle, mais elle peut être l'exception. Néanmoins, dans la mesure où cette forme fonctionnelle produit généralement des élasticités en moyenne statistiquement et économiquement différentes de celles obtenues avec les autres formes fonctionnelles testées et qu'elle offre des performances limitées au regard de formes fonctionnelles plus souples, il est légitime de s'interroger sur la pertinence de ce choix de forme fonctionnelle pour le calcul d'élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.

Avant d'étudier plus profondément les conséquences liées à l'utilisation de l'hypothèse de distribution log-normale des revenus au sein de chaque pays, il semble intéressant de comparer nos résultats avec les rares tentatives de comparaison des performances de formes fonctionnelles sur de larges échantillons de pays.

Bien que les suggestions de forme fonctionnelle pour estimer les distributions de revenus ou la courbe de Lorenz correspondante s'accompagnent généralement d'une application sur données réelles, on compte peu d'études consacrées à une évaluation systématique

des performances relatives de ces formes fonctionnelles pour de larges échantillons. À notre connaissance, l'étude présentée dans ce chapitre constitue à ce jour la tentative la plus complète réalisée à ce jour, tant par le nombre de distributions observées incluses dans l'échantillon que par le nombre de formes fonctionnelles testées. Bandourian *et al.* (2002) comparent ainsi les performances de onze distributions statistiques à l'aide de 82 distributions de revenus observées provenant de 23 pays à revenus élevés ou intermédiaires. Ils concluent que les distributions de Weibull et de Dagum donnent respectivement lieu aux estimations les plus précises parmi les distributions statistiques à deux et trois paramètres lorsqu'elles sont comparées aux distributions gamma, log-normale, gamma généralisée, bêta 1, bêta 2 et Singh-Maddala. Nos résultats suggèrent au contraire que la distribution de Weibull est peu adaptée et que les distributions à deux paramètres offrant les estimations les plus fiables sont les distributions log-normale et de Fisk. De même, il nous semble qu'il faille préférer la distribution bêta de type 2 parmi les distributions statistiques à 3 paramètres. La forme fonctionnelle proposée par Gaffney *et al.* (1980) offre des performances très proches mais il faut rappeler que la fonction de quantile correspondante n'est pas inversible, ce qui ne facilite pas son utilisation pour l'analyse des questions de pauvreté.

Pour ce qui est des formes *ad hoc*, les études sont tout aussi rares et les échantillons de taille beaucoup plus modeste. Schader & Schmid (1994) utilisent ainsi 16 séries de revenus par classes concernant la République Fédérale d'Allemagne entre 1950 et 1988. Ils observent que les formes suggérées par Kakwani & Podder (1976) et Kakwani (1980b) permettent des estimations de meilleure qualité du coefficient de Gini que celles obtenues au travers des distributions log-normale, Singh-Maddala, Dagum, Kakwani & Podder (1973), Gaffney *et al.* (1980), Gupta (1984), Arnold & Villaseñor (1989), Basmann *et al.* (1990) et Fernandez *et al.* (1991). Cheong (2002) effectue une étude similaire sur données américaines durant la période 1977-1983. Ses résultats l'amènent à affirmer la supériorité des courbes de Lorenz définies par Kakwani (1980b) et Gaffney *et al.* (1980) par rapport à celles proposées par Kakwani & Podder (1976), Fernandez *et al.* (1991) et Chotikapanich (1993). Nos résultats montrent toutefois qu'il faille plutôt privilégier l'utilisation des courbes de Lorenz de Maddala & Singh (1977) et Kakwani (1980b). Toutefois, dans la mesure où cette dernière donne fréquemment lieu à des estimations non valides, la première, curieusement oubliée dans la littérature, semble de notre point de vue un choix plus judicieux.

La conclusion la plus importante à tirer de cette rapide comparaison est sans doute qu'il est difficile d'établir un classement définitif des performances des différentes formes fonctionnelles proposées depuis plus d'un siècle, même s'il est certain qu'une plus grande flexibilité assure en général un meilleur ajustement des données. Cette indétermination se retrouve dans l'instabilité des performances dans le temps des différentes formes fonctionnelles. Après avoir noté qu'aucune des formes fonctionnelles testées ne permet d'appréhender avec précision l'hétérogénéité des distributions de revenus observées de notre échantillon, on peut en effet se demander si cette variabilité des performances est ou non

due à une hétérogénéité de la forme des distributions de revenus entre pays⁴². En d'autres termes, lorsqu'une forme fonctionnelle se révèle pertinente pour l'estimation de la distribution des revenus dans un pays donné et à une date donnée, cette même forme fonctionnelle peut-elle être utilisée pour les distributions de revenus de ce pays à d'autres dates? Afin de répondre à cette question, nous avons effectué une décomposition de la variance de chaque statistique de qualité d'ajustement en variance intra- et inter-pays pour chaque forme fonctionnelle. Les résultats présentés dans le tableau 2.15 indiquent la part de la variance de chaque statistique associée à des variations intra-pays pour l'échantillon restreint d'estimations valides avec la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA⁴³.

TABLEAU 2.15 : Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement lié à des différences intra-pays : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>
Log-normale	23,0	28,4	17,2	19,6	20,0
Gamma	26,7	33,2	22,3	25,2	25,5
Weibull	27,6	32,8	23,8	26,0	26,3
Fisk	27,8	30,0	33,0	27,3	27,5
Bêta 2	19,9	24,7	16,4	15,5	16,0
Singh-Maddala	20,2	25,6	19,7	16,7	17,2
Dagum	22,1	25,3	18,6	19,2	19,7
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	22,1	24,5	18,4	19,2	19,7
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	22,9	27,1	19,4	19,3	19,8
Maddala & Singh (1977)	19,0	27,3	18,0	14,8	15,3

Quel que soit le critère de qualité d'ajustement ou la forme fonctionnelle retenus, on s'aperçoit que la majeure partie de l'instabilité des performances des différentes fonctionnelles est liée aux variations intra-pays. Cette proportion semble même en moyenne plus importante avec les distributions à plus de deux paramètres qu'avec les formes plus rigides. Cette instabilité des statistiques de qualité d'ajustement ainsi que résultats contrastés relevés dans la littérature nous obligent donc à une certaine prudence quant à la promotion d'une forme fonctionnelle particulière. De notre point de vue, le pragmatisme doit être de rigueur et il semble préférable de ne pas imposer une forme fonctionnelle commune pour toutes les distributions, mais plutôt de choisir la forme la plus adaptée pour chaque distribution de revenus observée⁴⁴, ce que les moyens informatiques actuels permettent de réaliser sans grande difficulté. Cette approche est d'ailleurs suivie dans la section 2.4 pour

42. Cette investigation a été suggérée par un rapporteur anonyme de la *Review of Income and Wealth*.

43. Les résultats pour l'échantillon total et l'échantillon restreint d'estimations valides pour la ligne de pauvreté à 2 \$ PPA sont respectivement reportés dans les tableaux 2.21 et 2.22. Dans la mesure où ils donnent lieu aux mêmes conclusions que le tableau 2.15, ils ne sont pas commentés.

44. Ce constat peut être rapproché de l'aphorisme célèbre de Thurow (1970, p. 261, note 5) selon lequel « utiliser une distribution bêta n'implique pas que nous considérons que Dieu est une fonction génératrice de distributions bêta ». En d'autres termes, les distributions statistiques utilisées ne servent qu'à décrire les distributions de revenus observées et non à les expliquer. Seules des raisons pratiques peuvent donc justifier l'emploi d'une même forme fonctionnelle pour un ensemble hétérogène de distributions de revenus.

évaluer la pertinence de l'hypothèse de log-normalité pour le calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.

2.4 Le cas de la distribution log-normale

Récemment, Lopez & Servèn (2006) ont montré en s'appuyant sur la base de données utilisée par Dollar & Kraay (2002) que l'hypothèse selon laquelle les distributions de revenus suivent en moyenne une loi log-normale, ne pouvait pas être rejetée⁴⁵. L'objectif de cette section est de vérifier si l'utilisation de la distribution log-normale donne lieu à des estimations satisfaisantes des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Il importe en effet peu qu'il soit possible d'obtenir un meilleur ajustement aux données avec des formes fonctionnelles plus souples si celles-ci ne modifient pas de manière significative les résultats obtenus sous l'hypothèse de log-normalité.

Pour évaluer la pertinence de l'hypothèse de log-normalité, nous avons constitué, dans l'esprit des conclusions dressées dans la section précédente, des séries mixtes d'élasticités de la pauvreté pour chaque critère de qualité d'ajustement *ssr*, *sea* et *wssr* en retenant les valeurs des élasticités correspondant à la forme fonctionnelle la plus adéquate pour chaque distribution de notre échantillon selon le critère retenu. La composition de ces séries pour l'ensemble de notre échantillon est indiquée dans les trois premières colonnes de la partie supérieure du tableau 2.14. Ces séries sont donc en majeure partie constituées des estimations valides obtenues avec les formes fonctionnelles bêta 2, Maddala & Singh (1977), Kakwani (1980b) et Arnold & Villaseñor (1989). Comme la qualité de l'ajustement des formes fonctionnelles aux données concernant les individus pauvres doit être privilégiée, l'essentiel

45. Lopez & Servèn (2006) testent l'hypothèse de log-normalité en comparant pour chaque distribution de revenus de la base de données de Dollar & Kraay (2002) la part du revenu total de chaque quintile de population $Q_j = L(0, 2j) - L(0, 2(j-1))$, $j = \{1, 2, 3, 4\}$, avec sa valeur estimée au travers de la distribution log-normale Q_j^{LN} . Les auteurs procèdent donc à l'estimation du modèle suivant :

$$Q_{j,i,t} = \beta_1 + \beta_2 Q_{j,i,t}^{LN} + \varepsilon_{j,i,t},$$

où ε est un terme d'erreur et les indices i et t indiquent le pays et la période considérée. L'hypothèse de log-normalité ne peut être rejetée si le couple de coefficients $(\beta_1; \beta_2)$ est conjointement statistiquement différent de $(0; 1)$, ce que relèvent Lopez & Servèn (2006) pour leur échantillon.

Bourguignon (2003) réalise aussi indirectement un test de l'hypothèse de log-normalité en effectuant une régression des variations observées de la pauvreté sur le produit des élasticités croissance et inégalités, soit :

$$\frac{\Delta_{i,t} P_\alpha}{P_{\alpha,i,t}} = \gamma_1 \frac{\eta_{\mu,i,t}^{LN} \Delta_{i,t} \mu}{\mu_{i,t}} + \gamma_2 \frac{\eta_{G,i,t}^{LN} \Delta_{i,t} G}{G_{i,t}} + \varepsilon.$$

où $\Delta_{i,t}$ désigne la variation observée dans le pays i entre les enquêtes t et $t+1$. Dans la mesure où les estimations, réalisées à partir des données de Chen & Ravallion (2001), produisent des valeurs des paramètres β qui ne sont pas statistiquement différentes de 1, on peut en conclure que l'hypothèse de log-normalité produit en moyenne des estimations satisfaisantes des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.

De notre point de vue, la comparaison entre ces résultats et ceux présentés dans la présente section soulignent la faiblesse des tests de log-normalité utilisés par ces auteurs. La principale limite est évidemment que les distributions de revenus observées peuvent en moyenne avoir les caractéristiques d'une loi log-normale sans qu'aucune ne puisse individuellement être décrite par une distribution log-normale.

de nos commentaires portent sur la série mixte $wssr$, les autres séries permettant d'asseoir la robustesse de nos résultats.

Les valeurs moyennes et médianes de ces différentes séries sont présentées en bas des tableaux 2.6 à 2.11. La comparaison des valeurs moyennes des élasticités mixtes avec celles obtenues sur la base de la log-normalité semblent indiquer de manière générale une sous-estimation des élasticités réelles sous l'hypothèse de log-normalité. Les différences relevées ne sont toutefois pas statistiquement significatives quelle que soit la ligne de pauvreté retenue. Elles sont néanmoins économiquement significatives, en particulier pour les élasticités de P_1 et P_2 lorsque la ligne de pauvreté est fixée à 1 \$ PPA. On remarque ainsi que l'élasticité Gini de P_2 est en moyenne supérieure à 100 avec la série mixte $wssr$ alors qu'elle est en moyenne de 65 avec la distribution log-normale. Ces différences se retrouvent avec les échantillons restreints utilisés dans les sections précédentes. Ces différences statistiquement non significatives sont toutefois liées à la présence de valeurs extrêmes particulièrement élevées comme l'attestent les écarts type très importants des valeurs moyennes des séries mixtes. Afin de retirer l'influence de ces valeurs, nous avons comme auparavant établi les valeurs médianes de ces différentes séries.

TABLEAU 2.16 : Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : distribution log-normale et séries mixtes.

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité Gini		
	P_0	P_1	P_2	P_0	P_1	P_2
<i>Ligne de pauvreté à 1 \$ PPA</i>						
Log-normale	-2,51 (0,11)	-2,83 (0,11)	-3,07 (0,12)	16,87 (1,45)	27,54 (1,78)	37,01 (2,02)
Mixte (ssr)	-1,55 (0,25)†	-2,21 (0,24)†	-2,3 (0,26)†	9,07 (2,42)†	23,81 (2,12)*	31,26 (2,73)*
Mixte (sea)	-1,62 (0,22)†	-2,21 (0,23)†	-2,3 (0,24)†	10,08 (2,49)†	24,08 (2,16)*	31,56 (2,66)*
Mixte ($wssr$)	-1,83 (0,23)†	-2,33 (0,25)*	-2,45 (0,26)*	12,68 (2,51)†	25 (2,34)	33,48 (2,91)
<i>Ligne de pauvreté à 2 \$ PPA</i>						
Log-normale	-1,74 (0,08)	-2,09 (0,08)	-2,33 (0,09)	5,22 (0,47)	10,08 (0,66)	14,71 (0,91)
Mixte (ssr)	-1,18 (0,16)†	-1,73 (0,13)†	-1,83 (0,17)*	3,61 (0,43)†	9,35 (0,65)	12,96 (0,99)
Mixte (sea)	-1,22 (0,17)‡	-1,72 (0,13)†	-1,83 (0,18)†	3,61 (0,46)†	9,36 (0,66)	13,14 (1)
Mixte ($wssr$)	-1,28 (0,16)†	-1,8 (0,13)*	-1,91 (0,18)*	3,64 (0,46)†	9,42 (0,71)	13,23 (1,07)

Note : écarts types entre parenthèses. Les symboles *, † et ‡ désignent une valeur moyenne significativement différente de celle obtenue avec la distribution log-normale aux seuils respectifs de 10, 5 et 1%.

Contrairement aux valeurs moyennes, ces valeurs médianes, présentées dans le tableau 2.16,

indiquent une tendance à la sur-estimation des élasticités sous l'hypothèse de log-normalité. Au niveau des élasticités croissance, l'écart avec les séries mixtes est toujours statistiquement différent de zéro. Les résultats des tests de significativité sont plus mitigés avec les élasticités inégalités. On note ainsi des différences statistiquement non significatives pour les élasticités Gini de P_1 et P_2 obtenues avec la série *wssr* pour la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA et pour l'ensemble des séries mixtes avec la ligne de pauvreté à 2 \$ PPA. Ces résultats se retrouvent au niveau des valeurs médianes obtenues sur échantillons restreints (cf. tableaux 2.10 et 2.11).

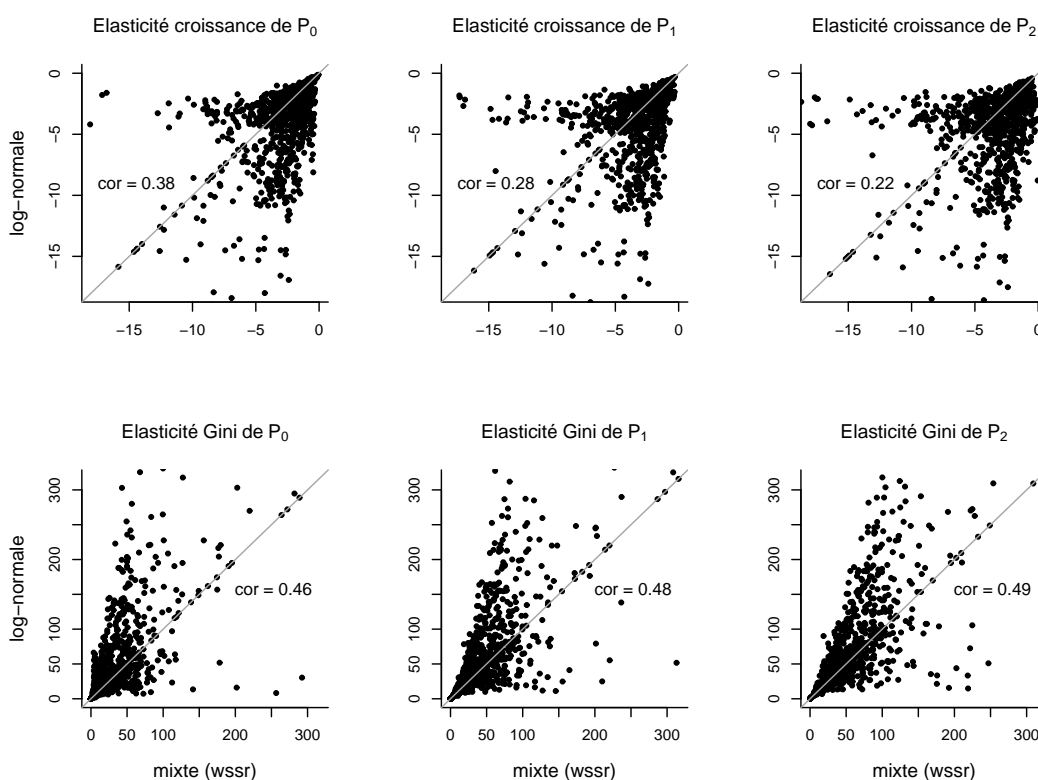


FIGURE 2.1 : Comparaison des élasticités log-normales et mixtes *wssr*, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.

La sur- ou sous-estimation des valeurs réelles des élasticités de la pauvreté sous l'hypothèse de log-normalité peut certes avoir pour conséquence une mauvaise appréciation des besoins en croissance et en redistribution nécessaires à la réduction de la pauvreté, mais on peut imaginer qu'il soit relativement aisé de corriger ce biais pour peu que les élasticités obtenues soient très fortement corrélées aux valeurs réelles. Afin de tester la validité de cette proposition, nous avons porté sur les figures 2.1 et 2.2 les couples de valeurs obtenus pour chaque distribution de notre échantillon avec les formes log-normales et mixtes *wssr*. Les nuages de points obtenus permettent d'apprécier la faiblesse du lien entre les deux séries, en particulier pour les élasticités croissance. Il semble donc que la faible capacité de

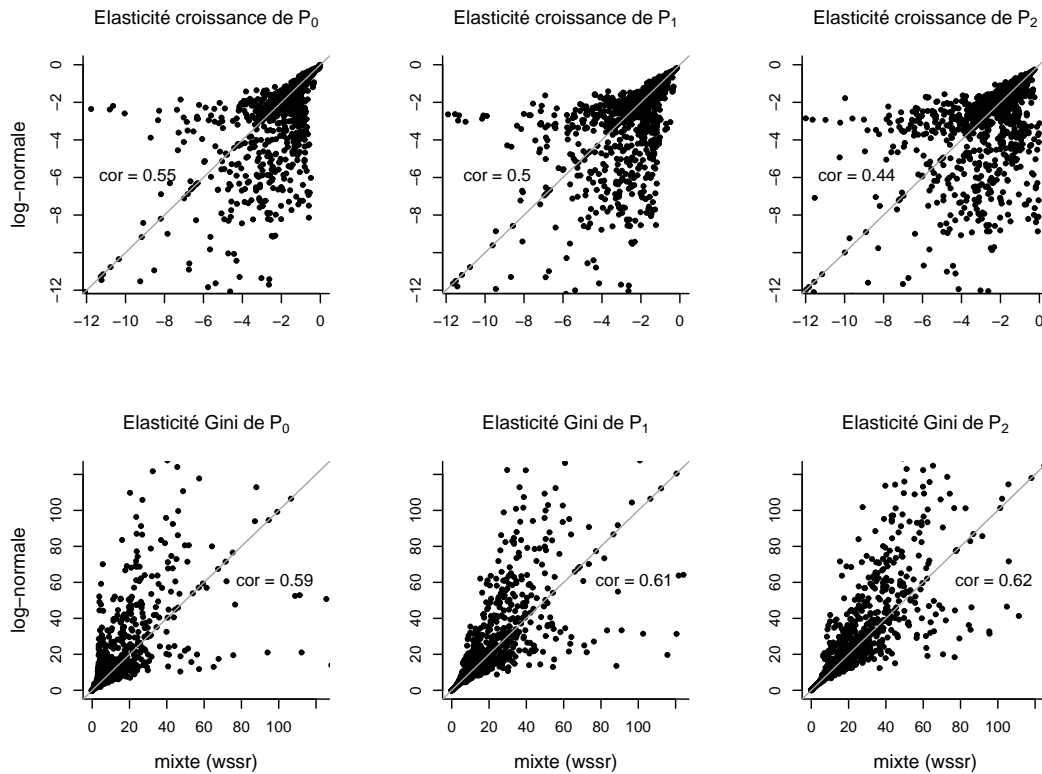


FIGURE 2.2 : Comparaison des élasticités log-normales et mixtes $wssr$, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

la distribution log-normale à appréhender l'hétérogénéité des formes des distributions de revenus se traduit bien par des prédictions de mauvaises qualités des élasticité croissance et inégalités de la pauvreté⁴⁶. Sur chaque figure sont aussi reportés les coefficients de corrélation entre les séries log-normale et mixte $wssr$. La faiblesse de ces coefficients confirme l'impression visuelle laissée par les nuages de points pour chaque élasticité. On remarque que les corrélations sont plus faibles pour les élasticité croissance que pour les élasticité inégalités, mais qu'elles augmentent — sans toutefois atteindre des valeurs suffisamment importantes — de manière non-négligeable avec le niveau de la ligne de pauvreté.

Enfin, si la distribution log-normale ne permet pas une prédiction correcte des élasticité de la pauvreté pour chaque pays, on peut quand même penser qu'elle permet une appréciation satisfaisante des performances relatives de la croissance et de la redistribution en termes de réduction de la pauvreté. Dans la section 2.1.1 (équation 2.1.7), nous avons montré que sous l'hypothèse de processus redistributif suggéré par (2.1.4), le ratio des élasticité croissance et inégalités de l'incidence de pauvreté ne dépendait pas de la forme de

46. Cette faiblesse est illustrée dans le cadre des modèles d'équilibre général calculable par Boccanfuso, Decaluwé & Savard (2003).

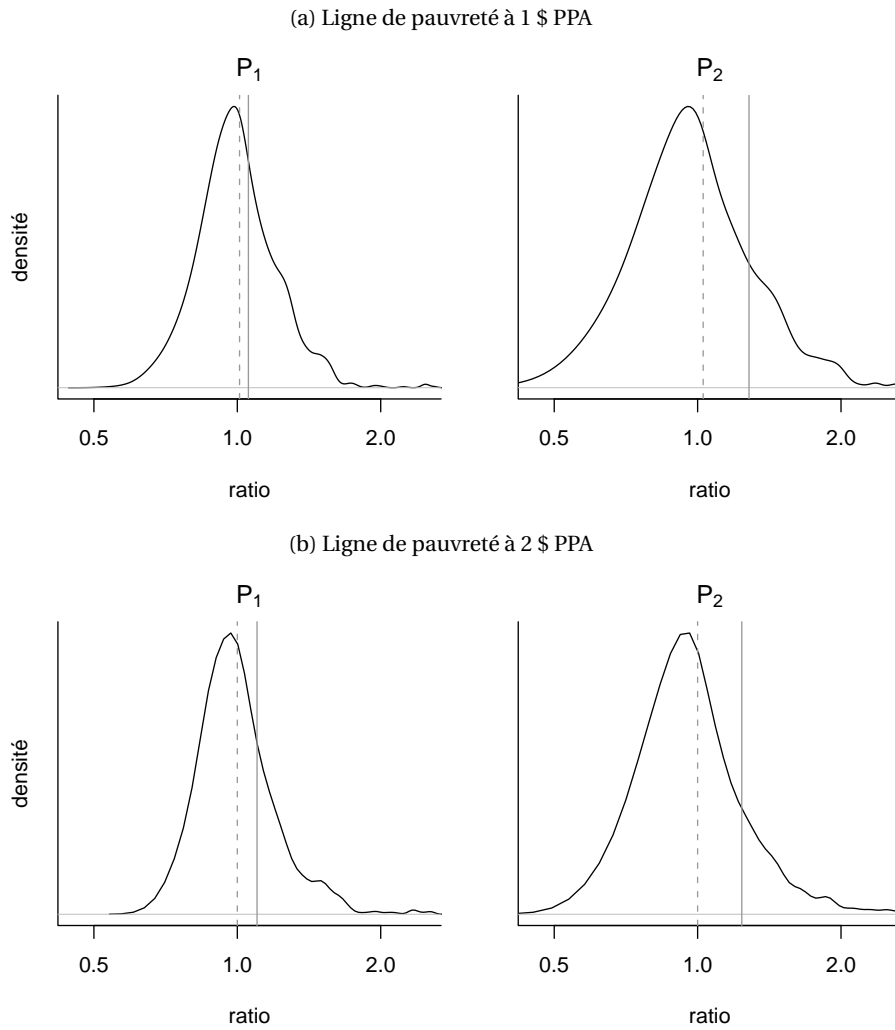
la distribution de revenus⁴⁷, ce qui n'est pas le cas pour les autres membres de la famille de mesures P_α . Afin de vérifier si l'utilisation de la loi log-normale entraîne un biais en faveur de l'objectif de croissance ou de redistribution, on peut regarder pour les mesures P_1 et P_2 le rapport des ratios des élasticités croissance et inégalités obtenus sous l'hypothèse de log-normalité et avec la série mixte *wssr*. Il s'agit donc d'étudier $\Upsilon = \frac{\eta_{\alpha,\mu}^L / \eta_{\alpha,l}^L}{\eta_{\alpha,\mu}^M / \eta_{\alpha,l}^M}$ où les exposants L et M désignent les valeurs observées respectivement avec la distribution log-normale et la série mixte retenue. Lorsque ce ratio de biais politique Υ est supérieur (inférieur) à 1, l'hypothèse de log-normalité entraîne un biais en faveur de l'objectif de croissance (de redistribution).

La figure 2.3 présente une estimation par *kernel* gaussien de la fonction de densité du ratio Υ sur l'ensemble des distributions de notre échantillon pour les mesures P_1 et P_2 avec chaque ligne de pauvreté. Il semble qu'en moyenne (lignes verticales continues), l'utilisation de la loi log-normale donne lieu à un biais pro-croissance, notamment pour la mesure P_2 , mais ce résultat est essentiellement lié à la présence de valeurs extrêmes ainsi que le montrent les valeurs médianes (lignes verticales discontinues). En revanche, la dispersion de ces ratios autour de la valeur 1 est particulièrement importante. Elle souligne la grande imprécision des élasticités obtenues sous l'hypothèse de log-normalité puisque ces dernières peuvent dans certains cas prédire une croissance qui soit deux fois plus (ou moitié moins) efficace en termes de réduction de la pauvreté par rapport à la redistribution que ce qu'elle semble être lorsque l'on utilise une approche plus souple pour l'estimation des distributions de revenus.

Cette imprécision peut en grande partie s'expliquer par la présence de pays à revenus intermédiaires pour lesquels les taux de pauvreté sont relativement faibles. Dans la mesure où les différentes formes fonctionnelles utilisées pour estimer les distributions de revenus présentent des comportements très différents au niveau des queues de distribution, il est possible que la distribution log-normale permette des estimations de meilleure qualité lorsque l'on restreint l'échantillon aux pays à faibles revenus. Cette hypothèse est testée par le biais d'une régression non-paramétrique du ratio de biais politique sur le niveau moyen de revenus par habitant dont les résultats peuvent être appréciés sur la figure 2.4.

Les résultats de ces régressions non-paramétriques confirment seulement en partie ces meilleures performances de la distribution log-normale pour les pays à faibles revenus. On relève en effet une tendance statistiquement significative à surestimer l'effet de la croissance comparativement à celui de la redistribution lorsque le revenu moyen par habitant dépasse un niveau approximativement compris entre 1 500 et 2 500 \$ PPA selon la mesure et la ligne de pauvreté choisie. Toutefois, on relève aussi sur certains intervalles de revenus situés en deçà des 1 000 \$ PPA une sous-estimation statistiquement significative des effets relatifs de la croissance par rapport à la redistribution.

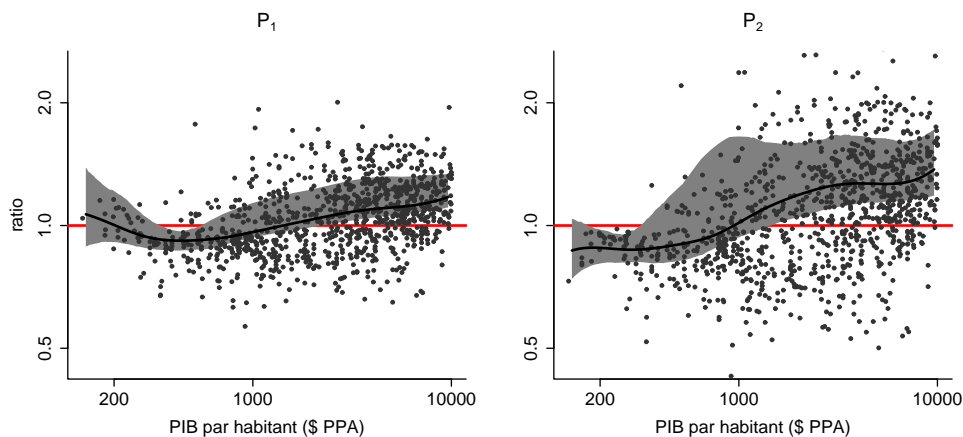
47. Il n'y a évidemment aucune raison de penser que cette propriété se vérifie encore si l'on relâche l'hypothèse relative au processus de redistribution utilisé.



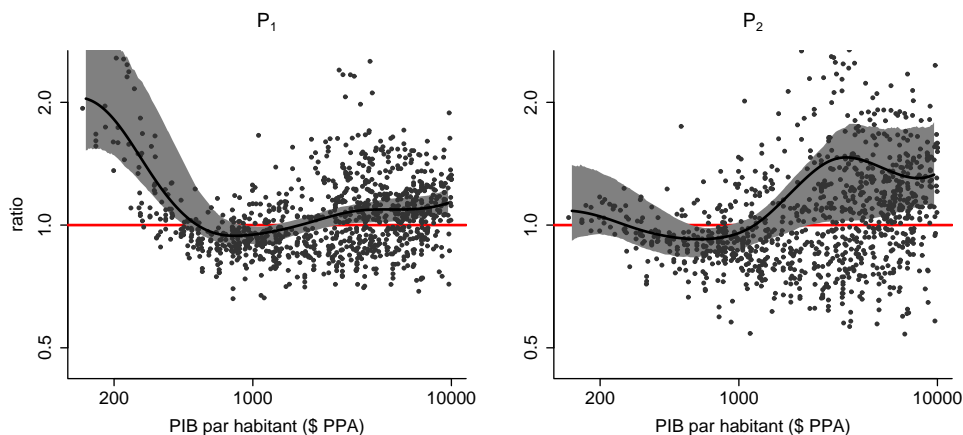
Note : Les lignes verticales pleines et discontinues correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes du ratio. L'estimation en *kernel* gaussien a été réalisée en utilisant la méthode de la validation croisée pour déterminer la taille optimale de la largeur de bande.

FIGURE 2.3 : Estimation par *kernel* gaussien de la densité du ratio de biais politique pour les mesures P_1 et P_2 (série log- normale contre série mixte *wssr*).

(a) Ligne de pauvreté à 1 \$ PPA

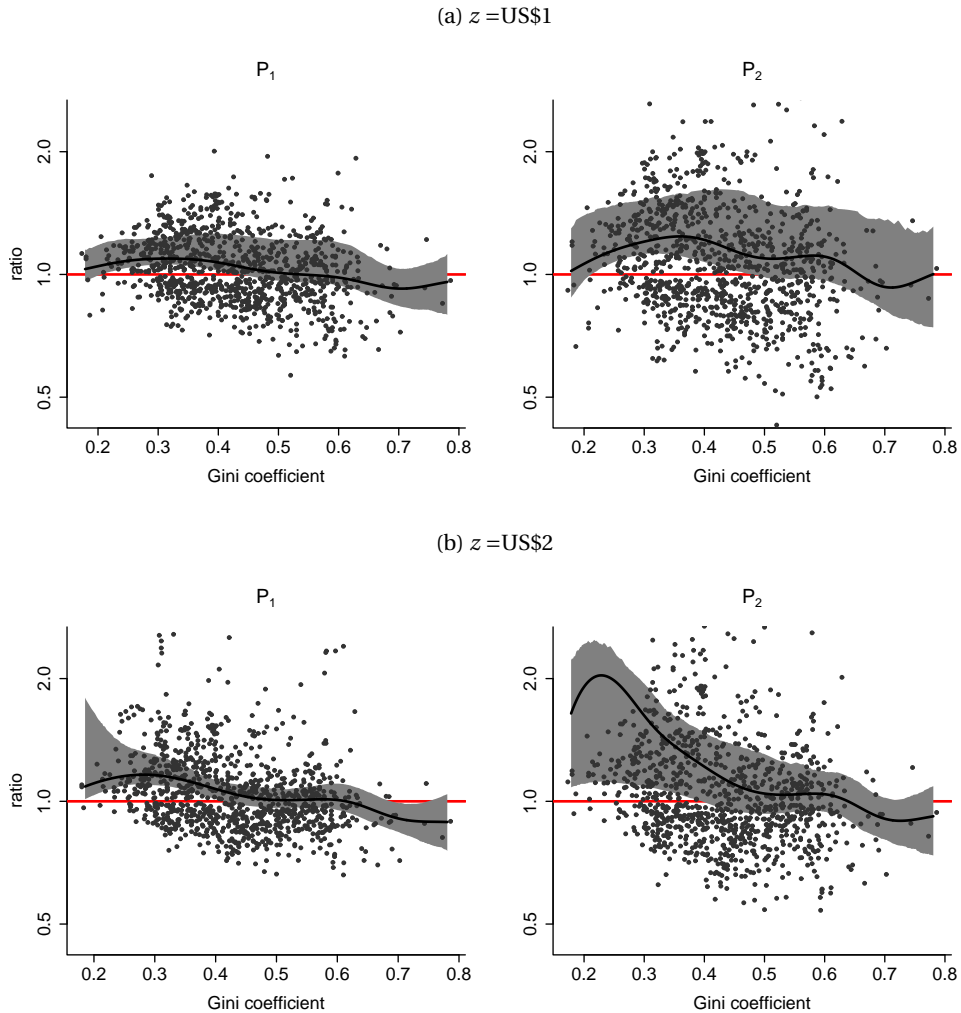


(b) Ligne de pauvreté à 2 \$ PPA



Note : la ligne épaisse correspond à l'estimation par *kernel* gaussien de la moyenne conditionnelle du ratio de biais politique. La surface grise représente l'intervalle de confiance non-paramétrique à 95% de cette moyenne conditionnelle obtenue à l'aide d'une procédure de *bootstrap* (1 000 répliquions, largeur de bande calculée par la méthode de validation croisée).

FIGURE 2.4 : Sensibilité du ratio de biais politique au niveau de revenus par habitant pour les mesures P_1 et P_2 (log-normale contre mixte *wssr*) : régression non-paramétrique.



Note : la ligne épaisse correspond à l'estimation par *kernel* gaussien de la moyenne conditionnelle du ratio de biais politique. La surface grise représente l'intervalle de confiance non-paramétrique à 95% de cette moyenne conditionnelle obtenue à l'aide d'une procédure de *bootstrap* (1 000 répliques, largeur de bande calculée par la méthode de validation croisée).

FIGURE 2.5 : Sensibilité du ratio de biais politique au degré d'inégalités pour les mesures P_1 et P_2 (log-normale contre mixte $wssr$) : régression non-paramétrique.

Enfin, nous avons cherché à vérifier si la qualité de l'estimation de l'arbitrage croissance-redistribution sous l'hypothèse de log-normalité dépendait ou non du degré initial d'inégalités. A l'instar de ce que nous avons réalisé avec le niveau moyen de revenus, nous avons effectué une régression non-paramétrique du ratio de biais politique sur la valeur du coefficient de Gini des distributions de notre échantillon. Les résultats, présentés sur la figure 2.5, indiquent une absence de biais moyen statistiquement significatif pour les pays fortement inégalitaires. Il semble par contre que l'hypothèse de log-normalité contribue à surestimer de manière significative l'effet relatif de la croissance lorsque le coefficient de Gini est inférieur à un seuil compris entre 0,42 et 0,45 selon la mesure et la ligne de pauvreté utilisée. Dans le cadre de notre échantillon ce phénomène n'est pas négligeable puisque près de 60% des distributions de revenus considérées présentent un coefficient de Gini inférieur à 0,45.

2.5 Conclusions

Ainsi que le montrent les formules d'élasticités de la pauvreté présentées dans la section 2.1.1, l'hétérogénéité des formes des distributions de revenus observées et des niveaux de revenus moyens entre pays donne lieu à une grande variété de réponses de la pauvreté à la croissance et à la redistribution. Il est donc étonnant de voir certaines études comme Collier & Dollar (2001) faire usage des mêmes valeurs moyennes de ces élasticités pour chaque pays, en particulier lorsqu'il s'agit de faire par la suite des recommandations de politique économique pour certains pays ou groupes de pays. Une manière de prendre en compte cette hétérogénéité consiste à utiliser les formules disponibles pour établir pour chaque distribution de revenus, chaque mesure et chaque ligne de pauvreté la valeur réelle des élasticités désirées. Dans la mesure où il est encore actuellement très difficile de réunir pour un nombre important de pays des distributions de revenus établies directement à partir de données micro-économiques, nombre d'auteurs comme Bourguignon (2003), Epaulard (2003) ou Kalwij & Verschoor (2005) sont contraints de recourir à des bases de données dites secondaires, comme celle utilisée dans ce chapitre, en association avec des hypothèses distributives dont la pertinence pour chaque distribution observée n'est pas assurée.

Se posent alors deux questions auxquelles nous avons tenté d'apporter au fil de ces pages des éléments de réponses. Quelle hypothèse distributive est la plus adéquate pour l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté lorsque l'information relative à la distribution des revenus dans chaque pays n'est disponible que de manière partielle? Quelles peuvent être les conséquences de l'emploi d'une hypothèse distributive ne permettant pas un ajustement satisfaisant aux données disponibles pour l'estimation de ces élasticités?

À la première question, nos résultats montrent qu'il n'est vraisemblablement pas possible de donner une réponse tranchée. Certes, certaines formes fonctionnelles permettent des estimations beaucoup plus précises que d'autres, mais aucune des formes testées ne s'est révélée supérieure aux autres pour une majorité suffisamment importante des obser-

vations de notre échantillon. Le mieux est donc sans doute de faire preuve de pragmatisme en n'imposant pas systématiquement la même forme fonctionnelle à l'ensemble des distributions de revenus utilisées, mais en choisissant au cas par cas la distribution statistique offrant les estimations les plus précises. La position alternative consiste à recourir à des formes fonctionnelles beaucoup plus souples que celles retenues dans le cadre de notre étude. Se posent toutefois des problèmes d'estimation des paramètres et de validité des courbes de Lorenz obtenues. Dans la mesure où les formes fonctionnelles utilisées nécessitent le recours à des estimateurs non-linéaires, la convergence de la fonction à optimiser est souvent difficile à obtenir du fait de la présence de multiples optima locaux. Les formes fonctionnelles les plus souples utilisées dans notre étude montrent de plus combien il peut être difficile de réunir l'ensemble des conditions permettant d'obtenir une fonction de distribution valide.

Nous avons aussi montré dans la dernière partie de ce chapitre que l'utilisation d'une forme fonctionnelle rigide pour approcher une distribution de revenus avait en général pour résultat une estimation incorrecte des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Nous avons illustré ce résultat à l'aide de la distribution la plus couramment utilisée dans le champs de l'analyse économique pour décrire la répartition des revenus, à savoir la distribution log-normale. Nos résultats semblent indiquer que l'ensemble des études relatives aux questions de pauvreté sur de grands échantillons de pays et basées sur l'hypothèse de log-normalité des distributions sont sujettes à caution. En effet, les élasticités croissance et inégalités de la pauvreté estimées sous cette hypothèse surestiment fréquemment les valeurs réelles propres à chaque distribution de revenus observée. Pire, l'hypothèse de log-normalité ne permet pas d'apprécier précisément les termes de l'arbitrage croissance-inégalités pourtant nécessaire à la formulation des politiques efficaces de réduction de la pauvreté. Nos résultats indiquent même qu'elle produit en moyenne un biais en faveur de l'objectif intermédiaire de croissance pour les pays à revenus intermédiaires ou présentant un degré d'inégalités faible ou modéré.

De manière plus générale, on peut s'étonner du recours encore si régulier par les économistes à la distribution log-normale alors que la littérature est riche de formes fonctionnelles concurrentes plus flexibles. Ses faiblesses condamnent-elles alors cette distribution statistique à être reléguée aux livres d'histoire de la méthodologie économique? De notre point de vue, la distribution log-normale, du fait de sa facilité d'utilisation et de son asymétrie caractéristique⁴⁸, peut toujours être d'une grande utilité pour les exercices de modélisation des conséquences distributives d'une politique, d'une imperfection de marché ou d'une hétérogénéité des comportements par exemple. Elle ne devrait toutefois plus être utilisée pour le traitement empirique des questions de pauvreté et d'inégalités.

48. L'observation selon laquelle la distribution de revenus présente un degré d'asymétrie élevé est toutefois contestée par Lebergott (1959).

Annexe A Les distributions bêta généralisée de type 2, gamma généralisées et bêta de type 1

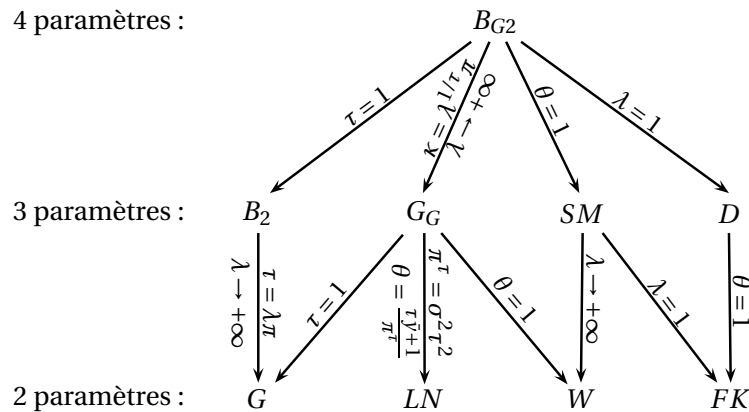
Les distributions log-normale, Weibull, gamma, Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta 2 correspondent toutes à des cas particuliers de la distribution bêta généralisée de type 2 définie par la fonction de distribution suivante (McDonald, 1984) :

$$F(y) = B_{G2}(y, \kappa, \tau, \lambda, \theta) = \frac{1}{B(\theta, \lambda)} \int_0^x \frac{t^{\theta-1}}{(1+t)^{\theta+\lambda}} dt, \quad (A.1)$$

où $x = \left(\frac{y}{\kappa}\right)^\tau$ et $\{\kappa, \tau, \lambda, \theta\} \in \mathbb{R}^+$. Parmi les cas limites de cette distribution figure la distribution gamma généralisée proposée par Stacy (1962) et dont la fonction de distribution est :

$$F(y) = G_G(y, \pi, \tau, \theta) = \frac{1}{\Gamma(\theta)} \int_0^x t^{\theta-1} e^{-t} dt, \quad (A.2)$$

où $x = \left(\frac{y}{\pi}\right)^\tau$ et $\pi \in \mathbb{R}^+$. L'ensemble des relations entre ces deux distributions statistiques et les formes fonctionnelles citées auparavant sont présentées dans la figure 2.6 inspirée de McDonald (1984).



Note : les distributions présentées sur le graphique sont la distribution bêta généralisée de type 2 (B_{G2}), bêta de type 2 (B_2), gamma généralisée (G_G), Singh-Maddala (SM), Dagum (D), gamma (G), log-normale (LN), Weibull (W) et Fisk (FK).

FIGURE 2.6 : Distributions statistiques issues de la distribution bêta 2 généralisée.

La distribution bêta de type 1, utilisée pour le calcul des courbes de Lorenz des distributions de Fisk, Singh-Maddala et Dagum, suit la fonction de distribution suivante :

$$F(y) = B_1(y, \kappa, \lambda, \theta) = \frac{1}{B(\theta, \lambda)} \int_0^x t^{\theta-1} (1-t)^{\lambda-1} dt, \quad (A.3)$$

avec $x = \frac{y}{\kappa}$. Pour $\lambda \rightarrow +\infty$ et $\kappa = \pi(\theta + \lambda)$, on obtient la distribution gamma. Pour une revue complète de la distribution bêta de type 1, voir Gupta & Nadarajah (2004).

Annexe B Critères de validité des formes fonctionnelles utilisées

Une courbe de Lorenz est valide si elle respecte simultanément les critères suivants :

$$L(0) = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$L(1) = 1, \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} \geq 0. \quad (\text{B.3})$$

Il est aussi courant d'imposer à la forme fonctionnelle une dérivée première positive afin que $L(p) \geq 0 \forall p \in [0; 1]$. Cette condition implique que les revenus des agents économiques considérés sont tous positifs. Toutefois, la présence de revenus négatifs dans les distributions de revenus observées est relativement fréquente, notamment lorsque l'économie considérée comprend des ménages ruraux dont la production en valeur peut être inférieure aux coûts qu'elle induit. Certes, ces revenus négatifs ont pour résultat une incohérence entre le principe de transfert de Pigou-Dalton et l'axiome d'invariance multiplicative sur lesquels sont basés nombre de mesures de pauvreté et d'inégalités (cf. chapitre 4), mais ils n'empêchent ni le calcul du coefficient de Gini (Chen, Rhai & Tsaur, 1982) et des mesures de pauvreté de Foster *et al.* (1984), ni l'utilisation des formules présentées dans la section 2.1.1 pour le calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Nous avons donc jugé que cette condition sur la dérivée première de la courbe de Lorenz était superflue.

Par contre, comme le précise Datt (1998), il est nécessaire de vérifier que la ligne de pauvreté est incluse dans le domaine de définition de la forme paramétrique obtenue, soit :

$$\mu \left. \frac{\partial L(p)}{\partial p} \right|_{p=0} \leq z \leq \mu \left. \frac{\partial L(p)}{\partial p} \right|_{p=1}. \quad (\text{B.4})$$

Dans un certain nombre de cas, la vérification du respect de cette équation implique une résolution numérique. Lorsque la courbe n'est pas définie pour $p = 0$ ou $p = 1$, une estimation des bornes du domaine de définition des revenus doit être réalisée au voisinage de ces valeurs.

B.1 La distribution de Pareto

Dans le cas de la distribution de Pareto, les conditions (B.1) et (B.2) sont automatiquement vérifiées. En revanche, l'équation (B.3) n'est respectée que si $\gamma > 0$. De même, il est nécessaire que la ligne de pauvreté soit supérieure à la valeur du paramètre y_0 pour pouvoir calculer la valeur de la fonction de distribution.

B.2 Distributions issues de la loi de distribution bêta généralisée de type 2

Dans la mesure où les distributions log-normale, Weibull, gamma, Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta 2 sont toutes des cas particuliers de la distribution bêta généralisée de type

2 (cf. annexe A), les conditions de validité de ces formes fonctionnelles sont présentées simultanément.

D'après Kleiber & Kotz (2003), l'expression générale de la distribution bêta généralisée de type 2 doit respecter les conditions $\{\kappa, \tau, \lambda, \theta\} > 0$ pour que l'équation (A.1) soit celle d'une fonction de distribution, conditions qui s'appliquent naturellement aux distributions Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta 2. Dans le cas de la distribution log-normale, ceci implique $\bar{y}, \sigma > 0$. Pour les distributions gamma et Weibull, ces contraintes se traduisent par la nécessité d'obtenir $\pi > 0$.

Enfin, la condition (B.4) est toujours vérifiée puisque toutes les distributions présentées sont définies sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

B.3 La courbe de Lorenz de Chotikapanich (1993)

La forme fonctionnelle présentée par Chotikapanich (1993) présente l'avantage que les conditions (B.1) et (B.2) sont toujours vérifiées sauf pour $k = 0$. La dérivée seconde de cette forme fonctionnelle est :

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} = k^2 \frac{e^{kp} - 1}{e^k - 1}. \quad (\text{B.5})$$

Le respect de la condition de convexité implique donc $k > 0$. Enfin, la fonction de distribution n'est définie que pour des revenus strictement positifs, ce qui implique que la courbe de Lorenz soit monotone croissante.

B.4 La courbe de Lorenz de Kakwani et Podder (1973)

Avec la courbe de Kakwani & Podder (1973), la condition (B.2) est automatiquement respectée. Par contre, pour que la courbe vérifie la condition (B.1), on doit avoir $\beta > 0$. Enfin pour qu'elle soit convexe, les auteurs précisent que les paramètres β et ρ doivent tous deux être positifs. Cette condition n'est toutefois pas suffisante. Pour que l'équation (B.3) soit vérifiée, il est nécessaire et suffisant d'observer la relation suivante :

$$p^2 \rho^2 + \beta(2p\rho + \beta - 1) \geq 0 \quad \forall p \in [0, 1]. \quad (\text{B.6})$$

Comme β doit être strictement positif, on comprend aisément que l'équation (B.6) ne se vérifie que si $\beta \geq 1$ pour $p = 0$. Pour $p \neq 0$, une condition nécessaire est $\rho \geq \frac{1-\beta}{2}$. Contrairement à ce qu'affirment Kakwani & Podder (1973), on peut donc utiliser des valeurs négatives de ρ .

B.5 La courbe de Lorenz de Gaffney, Koo, Obst et Rasche (1980)

La généralisation de la courbe de Lorenz de la distribution de Pareto ($\varphi = 1 - \frac{1}{\gamma}$) proposée par Gaffney *et al.* (1980) n'est définie que pour $\zeta \neq 0$. Le respect des conditions (B.1) et (B.2)

est respectivement assuré par $\zeta > 0$ et $\varphi > 0$. La courbe est convexe si et seulement si :

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} = -\frac{\varphi(1-(1-p)^\varphi)^{\frac{1}{\zeta}}(1-p)^\varphi((\zeta-\varphi)(1-p)^\varphi + \zeta(\varphi-1))}{(\zeta(p-1)((1-p)^\varphi-1))^2} \quad (\text{B.7})$$

est positive pour toute valeur de $p \in]0; 1[$. Cette condition est remplie si :

$$(\varphi-\zeta)(1-p)^\varphi - \zeta(\varphi-1) \geq 0. \quad (\text{B.8})$$

L'évaluation de cette expression pour $p = 0$ et $p = 1$, associée à la contrainte de non négativité des paramètres, implique $\zeta \leq 0$ et $\varphi \leq 0$. Enfin, bien que l'on puisse démontrer que la borne inférieure du domaine de définition soit zéro, le calcul de la limite de la dérivée première en $p = 1$ de l'équation de la courbe de Lorenz doit être réalisé de manière numérique.

B.6 La courbe de Lorenz de Fernandez, Garcia, Ladoux, Martin et Ortega (1991)

La forme fonctionnelle de Fernandez *et al.* (1991) est aussi une généralisation de la courbe de Lorenz correspondant à la distribution de Pareto. Pour que la courbe de Lorenz correspondante passe bien par les points de coordonnées (0;0) et (1;1), il faut respectivement que $\vartheta \geq 0$ et $\phi > 0$. La dérivée seconde de cette forme fonctionnelle est :

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} = p^\vartheta (1-(1-p)^\varphi) \left(\frac{\varphi(1-\varphi)}{(1-p)^2} + \frac{2\vartheta\varphi}{p(1-p)} - \frac{\vartheta(1-\vartheta)}{p^2} \right), \quad (\text{B.9})$$

qui selon Fernandez *et al.* (1991) est positive si et seulement si $\vartheta < 1$. Le calcul des bornes du domaine de définition des revenus exige à nouveau une estimation numérique.

B.7 La courbe de Lorenz de Maddala et Singh (1977)

Autre généralisation de la distribution de Pareto, la courbe de Lorenz suggérée par Maddala & Singh (1977) respecte automatiquement les conditions (B.1) et (B.2). Sa dérivée seconde est :

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} = \chi(\chi-1)(\delta\varphi-\delta+1)p^{\chi-2} - \delta\varphi(\varphi-1)(1-p)^{\varphi-2}. \quad (\text{B.10})$$

Les auteurs précisent que la condition de convexité de la courbe de Lorenz est respectée si les inégalités suivants sont simultanément remplies par les paramètres estimés :

$$\delta > 0, \quad (\text{B.11})$$

$$0 < \varphi < 1, \quad (\text{B.12})$$

$$1 < \chi < 2, \quad (\text{B.13})$$

$$0 < 1 + \delta(\varphi-1) < 1. \quad (\text{B.14})$$

B.8 La courbe de Lorenz de Kakwani (1980)

Le respect des conditions (B.1) et (B.2) exige que les valeurs des paramètres v et ν soient strictement positives. Pour que la courbe soit convexe, il faut que :

$$\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} = \xi p^\nu (1-p)^\nu \left(\frac{\nu(1-\nu)}{p^2} + \frac{2\nu\nu}{p(1-p)} + \frac{\nu(1-\nu)}{(1-p)^2} \right) \quad (\text{B.15})$$

soit positive pour tout $p \in]0; 1[$. Cette condition est remplie pour $\xi \geq 0$, $\nu < 1$ et $\nu < 1$. Comme le fait remarquer Datt (1998), la vérification de la validité de la courbe pour l'analyse de la pauvreté appelle une estimation numérique des bornes de l'intervalle de définition de la distribution de revenus sous-jacente.

B.9 La courbe de Lorenz d'Arnold et Villaseñor (1989)

Selon Datt (1998), la courbe de Lorenz quadratique généralisée passe par l'origine si et seulement si $f + g + q > -1$. Pour qu'elle respecte la condition $L(1) = 1$, il est nécessaire de vérifier que $f + q > 1$. Enfin, la courbe obtenue est convexe dans les cas suivants : *i*) $m < 0$, *ii*) $0 < m < \frac{n^2}{4w^2}$ et $n > 0$, ou *iii*) $0 < m < -\frac{n}{2}$ et $m < \frac{n^2}{4w^2}$.

L'évaluation du respect de la condition (B.3) exige à nouveau une estimation numérique des bornes du domaine de définition des revenus.

Annexe C Description de la base données WIID et de l'échantillon retenu

La base de données WIID est une base de données secondaires⁴⁹ reprenant un certain nombre de bases de données relatives aux inégalités intra-pays comme Deininger & Squire (1996). Dans sa version 2.0a, la base couvre une période allant de 1867 à 2003 pour 153 pays⁵⁰ et regroupe 4 664 observations pour lesquelles on dispose du coefficient de Gini⁵¹, des sources, méthodes d'enquête et techniques d'agrégations utilisées. Dans un certain nombre de cas, des informations relatives aux niveaux moyens et médians de revenus (ou de consommation) en monnaie locale ainsi que la part du revenu total par quantiles de populations sont aussi disponibles. Parmi toutes ces observations, 2 570 contiennent des informations sur la part du revenu total par quantiles de population. Il s'agit de données par quintiles ou par déciles de population, mais dans certains cas la base présente aussi les parts du revenu total des 5% les plus pauvres et des 5% les plus riches.

Dans le cadre de notre étude, ces observations ont été filtrées de manière à respecter les critères suivants :

- L'enquête originale doit assurer une bonne représentativité de la population d'un point de vue géographique. Ont donc notamment été retirées les distributions ne concernant que les zones rurales ou urbaines.
- L'enquête originale doit assurer une bonne représentativité de la population d'un point de vue démographique. En conséquences*, nous avons écarté les distributions dont la couverture se limite à la population en âge de travailler.

TABLEAU 2.17 : Composition de l'échantillon par unité d'analyse et concept de revenu.

Catégorie	Nombre
<i>Concept de « revenu »</i>	
Consommation	278
Revenus bruts	373
Revenus nets	356
Autres ^a	125
<i>Unité d'analyse</i>	
Individus	737
Ménages / Familles	395

a : revenus dont la caractéristique brut ou net n'est pas connue.

Nous n'avons par contre pas tenu compte des notes de qualité des observations de la base car celles-ci traduisent essentiellement la qualité de la documentation des données.

49. Pour une discussion sur les limites de ces bases de données secondaires, se reporter à Atkinson & Brandolini (2001).

50. Les données antérieures à 1950 sont tout de même très rares.

51. Pour ces derniers, la base propose l'indice reporté par la source ainsi qu'un coefficient de Gini estimé à l'aide des courbes de Lorenz quadratiques généralisées et bêta présentées dans la section 2.1.2.

Dans un nombre limité de cas, les données observées nous ont semblé incohérentes et on donc été retirées de l'échantillon. Il est toutefois important de préciser qu'il convient de rester prudent pour ce qui est de la comparabilité des différentes distributions observées dans la mesure où elles ne sont pas toutes basées sur le même concept de revenus ni sur les mêmes unités d'analyse. Ceci est particulièrement vrai pour les distributions basées sur des enquêtes de consommation qui sous-estiment en général de manière significative les inégalités de revenus, mais reflètent a priori mieux les inégalités de bien-être. Dans la mesure où les avis sont très partagés quant aux mérites respectifs des données de consommation et de revenus (Atkinson & Bourguignon, 2000b, Deaton & Zaidi, 2002). Il aurait sans nul doute été intéressant de restreindre l'échantillon aux seules données de consommation ou de revenus, mais cela aurait introduit un biais quant au type d'économies considérées dans notre échantillon. Par exemple, les données pour l'Amérique latine sont en effet majoritairement basées sur des séries de revenus tandis que les données africaines proviennent principalement d'enquêtes de consommation. La composition des 1 132 distributions de revenus retenus pour notre échantillon est présentée dans le tableau 2.17.

Le tableau 2.18 présente la répartition des observations par période et par zone géographique. Enfin, les caractéristiques des séries de PIB par habitant et de coefficient de Gini sont reportées dans le tableau 2.19 afin d'apprécier l'hétérogénéité des distributions considérées.

TABLEAU 2.18 : Distribution des observations par période et par zone géographique.

Période	AEP	ALC	AN	MOAN	AS	ASS	EEAC	EO	Total
1960-64	23	27	0	2	15	8	1	18	94
1965-69	28	21	8	3	20	16	2	22	120
1970-74	35	32	11	2	17	1	2	35	135
1975-79	27	25	7	4	11	7	1	28	110
1980-84	28	26	0	1	9	6	1	25	96
1985-89	28	48	0	5	18	27	10	7	143
1990-94	34	63	0	4	6	56	29	0	192
1995-99	23	79	0	8	8	36	63	0	217
2000-03	2	14	0	1	3	3	2	0	25
Total	228	335	26	30	107	160	111	135	1 132

AEP : Asie de l'Est et Pacifique; ALC : Amérique Latine et Caraïbes; AN : Amérique du Nord; MOAN : Moyen Orient et Afrique du Nord; AS : Asie du Sud; ASS : Afrique Sub-Saharienne; EEAC : Europe de l'Est et Asie Centrale; EO : Europe de l'ouest.

TABLEAU 2.19 : Caractéristiques de l'échantillon total en termes de revenu moyen et d'inégalités.

Statistique	PIB par habitant (\$ PPA)	Coefficient de Gini
Moyenne	3 413	0,43
Minimum	138	0,17
1 ^{er} quartile	1 102	0,34
Médiane	2 914	0,43
3 ^e quartile	5 352	0,51
Maximum	9 995	0,77

Annexe D Tableaux additionnels

TABLEAU 2.20 : Ratios de qualité de l'ajustement : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sae</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>
<i>Valeur moyenne</i>					
Log-normale	9,58	3,35	11,49	6,42	6,21
Gamma	44,58	7,84	49,28	28,45	27,68
Weibull	45,62	8,57	51,20	29,42	28,58
Fisk	7,13	2,91	7,26	4,79	4,63
Singh-Maddala	1,42	1,30	1,57	1,18	1,15
Dagum	1,67	1,41	1,94	1,35	1,33
Bêta 2	1,91	1,40	2,47	1,63	1,60
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,41	1,27	1,57	1,14	1,13
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,60	1,44	1,81	1,29	1,27
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Valeur médiane</i>					
Log-normale	4,97	2,56	5,53	4,37	3,87
Gamma	34,33	6,86	35,94	27,16	25,24
Weibull	42,91	8,06	50,25	35,24	32,13
Fisk	4,02	2,18	4,19	3,10	2,84
Singh-Maddala	1,33	1,21	1,53	1,15	1,10
Dagum	1,41	1,26	1,74	1,23	1,19
Bêta 2	1,23	1,18	1,34	1,06	1,02
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,26	1,16	1,45	1,09	1,06
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,48	1,32	1,82	1,28	1,23
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Note : l'échantillon restreint correspond à 87% de l'échantillon total. Les valeurs moyennes des revenus par habitant et du coefficient de Gini sont respectivement 3 523 \$ PPA et 0,42.

TABEAU 2.21 : Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement liée à des différences intra-pays : échantillon total.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i> _{1\$}	<i>wssr</i> _{2\$}	<i>aic</i>	<i>bic</i>
Pareto	38,0	36,9	38,5	41,6	40,8	40,6
Log-normale	27,3	31,6	28,9	27,7	27,0	27,1
Gamma	39,7	52,7	38,5	37,5	39,1	39,4
Weibull	35,3	44,8	35,3	34,6	34,4	34,8
Fisk	31,0	36,3	29,7	27,4	30,6	30,6
Singh-Maddala	23,0	24,7	21,6	21,1	22,6	22,6
Dagum	24,2	27,5	20,2	19,9	21,4	21,8
Bêta 2	25,3	24,4	24,9	25,0	25,6	25,7
Chotikapanich (1993)	39,4	48,9	34,9	35,8	38,2	38,6
Kakwani & Podder (1973)	27,0	54,8	43,7	42,5	16,1	17,0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	22,9	24,8	18,5	18,3	20,0	20,2
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	23,4	28,6	18,6	18,2	19,6	19,9
Maddala & Singh (1977)	19,3	25,8	15,4	14,5	16,6	16,5
Kakwani (1980b)	27,7	30,4	20,1	20,8	23,0	23,8
Arnold & Villaseñor (1989)	11,8	13,4	10,1	7,5	10,6	10,9

TABEAU 2.22 : Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement liée à des différences intra-pays : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.

Distribution	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>
Log-normale	15,0	20,3	13,4	11,8	12,0
Gamma	26,3	34,0	22,4	24,2	24,5
Weibull	26,0	31,6	24,2	24,3	24,6
Fisk	21,7	25,2	18,9	21,7	21,7
Singh-Maddala	12,4	17,9	11,9	10,5	10,5
Dagum	13,1	18,6	9,8	10,1	10,2
Bêta 2	11,2	16,6	11,2	9,4	9,4
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	13,8	17,9	12,3	11,1	11,3
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	14,6	21,0	13,1	11,5	11,8
Maddala & Singh (1977)	14,0	19,4	11,3	10,9	11,2

Chapitre 3

Des élasticités inégalités de la pauvreté

DÉPUIS LE DÉBUT DES ANNÉES 90, la recherche en économie du développement a traduit un intérêt croissant pour les questions de pauvreté, aujourd'hui au cœur des politiques de développement initiées par la Banque Mondiale et définies au travers des Cadres Stratégiques de Lutte contre la Pauvreté (CSLP). Ces CSLP témoignent en général de la résurgence de l'idée relativement ancienne que l'objectif principal de réduction de l'extrême pauvreté dans le monde peut être atteint à l'aide de politiques combinant à la fois croissance et redistribution (Chenery *et al.*, 1974). Le problème se pose toutefois de savoir de quelle manière croissance et redistribution doivent être associées afin de formuler des politiques de réduction de la pauvreté efficaces. Une partie de la réponse semble pouvoir être donnée par les méthodes statistiques de décomposition des variations observées de la pauvreté en effets croissance et effets inégalités comme celle proposée par Datt & Ravallion (1992) (cf. chapitre 1). Dans la plupart des études réalisées (voir Baye, 2006, pour une revue non exhaustive), les auteurs concluent que la croissance est le principal vecteur de réduction de la pauvreté. Ce constat a par la suite donné lieu à de nombreuses études qui ont mis en avant la relation entre variations du revenu par habitant et variations de la pauvreté (Squire, 1993, Ravallion, 1995, Sala-i-Martin, 2006). Dans les grandes lignes, leurs conclusions se résument à la fameuse assertion de Dollar & Kraay (2002) selon laquelle « la croissance est bonne pour les pauvres ».

Toutefois, l'observation d'une contribution faible de la redistribution à la réduction de la pauvreté ne signifie pas que la réduction des inégalités est inefficace en la matière. Ce fait stylisé peut aussi bien être expliqué par une utilisation très limitée de ce levier, intuition qui est en partie supportée par l'analyse de Li *et al.* (1998) qui relèvent que, dans la plupart des pays, le degré d'inégalités est resté relativement stable durant la seconde moitié du XX^e siècle. Certains auteurs ont donc manifesté un certain scepticisme face à cette prééminence de la croissance économique et plaidé pour une prise en compte de la réduction des inégalités de revenus comme levier de réduction de la pauvreté. Dans un premier temps, ce retour en grâce de la redistribution des revenus s'est effectué au travers de l'étude des élasticités croissance de la pauvreté. Ravallion (1997), Bourguignon (2003) et Heltberg (2004) ont ainsi montré que l'effet d'un accroissement du niveau de revenus par habitant réduit d'autant plus le niveau de pauvreté que le degré initial d'inégalités est faible dans le pays considéré. Des études plus récentes ont par la suite souligné le fait qu'une diminution des inégalités de revenus pouvait avoir un effet direct important sur la pauvreté (Dağdeviren *et al.*, 2004, Kalwij & Verschoor, 2007). Ce « double dividende » de la baisse des inégalités semble alors un argument convaincant pour considérer que la contraction de la distribution relative des revenus est un levier de réduction de la pauvreté qui doit être employé au

même titre que l'augmentation du niveau de revenu moyen.

Une conséquence logique du besoin de combiner efficacement croissance et redistribution afin d'atteindre au plus vite les engagements de réduction de la pauvreté pris par la communauté internationale, est la fixation d'objectifs intermédiaires de croissance et de diminution des inégalités de revenus. La question se pose alors de savoir quelle peut être le niveau final de pauvreté correspondant à la réalisation de ces objectifs intermédiaires. Une telle estimation est facilitée par le fait que les relations entre croissance, inégalités et pauvreté sont en grande partie mécaniques. Kakwani (1993) et, plus tardivement, Bourguignon (2003) ont développé une approche analytique afin d'exprimer ces liens sous forme d'élasticités. Leur objectif était de mettre en lumière l'importance des caractéristiques de la distribution initiale des revenus dans la capacité d'un pays à lutter efficacement contre la pauvreté. Ce dernier point mérite d'être souligné car il signifie que l'effet de la croissance et de la redistribution des revenus varient avec le niveau de développement et le degré d'inégalités. En d'autres termes, la manière la plus efficace de combiner croissance et redistribution dans le contexte de la lutte contre la pauvreté est propre à chaque économie et évolue dans le temps. En l'absence de « recette » uniforme à proposer à l'ensemble des pays en développement, il est donc nécessaire de réaliser une analyse plus complète des effets relatifs de la croissance et de la redistribution des revenus.

Les travaux de Kakwani (1993) et Bourguignon (2003) permettent une estimation précise de l'impact sur le niveau de pauvreté d'une hausse du revenu moyen pour une distribution des revenus initiale donnée. Toutefois, les formules d'élasticités inégalités de la pauvreté suggérées par ces auteurs semblent moins opérationnelles du fait des restrictions importantes imposées pour l'obtention de ces formules. Ainsi, l'hypothèse de log-normalité de la distribution des revenus retenue par Bourguignon (2003) écrase l'hétérogénéité de la forme des distributions de revenus observées et des transformations potentielles de celles-ci. Dans le chapitre précédent, nous avons en outre montré que cette loi de distribution n'était en général pas la plus adaptée pour approcher les distributions de revenus observées dans le monde, et qu'elle pouvait provoquer un biais dans l'appréciation de l'effet relatif de la croissance et de la redistribution en termes de réduction de la pauvreté. La méthode de calcul proposée par Kakwani (1993) n'est pas non plus exempte de critique même si elle ne repose pas sur une hypothèse distributive précise. En particulier, elle ne traduit pas la grande variété de modifications potentielles de la courbe de Lorenz que l'on peut observer, même pour une variation donnée du degré d'inégalités. Par conséquent, il ne faut pas prêter une confiance aveugle à ces formules dans la mesure où elles donnent la fausse impression qu'il est possible de savoir précisément comment la contraction de la distribution relative des revenus se traduit en variation du niveau de pauvreté. Au contraire, en l'absence d'une information complète sur la structure de l'économie étudiée et les politiques pratiquées, notre capacité à réaliser ce genre d'exercices de prédiction est très limitée. Par conséquent, la nécessité de définir des politiques efficaces de réduction de la pauvreté implique de tenir explicitement compte de l'incertitude concernant la relation entre inégalités et pauvreté.

Dans ce chapitre, nous développons des outils permettant de modéliser et de mesurer cette incertitude. Plus précisément, notre ambition est de montrer l'importance de l'hypothèse de transformation de la courbe de Lorenz utilisée pour le calcul d'une élasticité inégalités de la pauvreté (ÉIP). Pour cela, nous relâchons partiellement l'hypothèse centrale sur laquelle s'appuie Kakwani (1993) pour établir ses formules. L'intérêt des développements effectués dans ce chapitre sont à la fois analytiques, économétriques et opérationnels. Premièrement, ils peuvent permettre d'accroître notre connaissance de l'influence des caractéristiques de la distribution initiale des revenus sur le signe et l'amplitude des ÉIP. Deuxièmement, les formules proposées peuvent être utilisées pour estimer la valeur des ÉIP correspondant aux évolutions observées de la distribution des revenus d'un pays. Pour des conditions initiales données, elles permettent aussi d'obtenir un intervalle de valeurs potentielles de ces ÉIP. Comme ces intervalles sont propres à chaque distribution de revenus, la comparaison directe des élasticités observées pour différents pays à la même période ou pour un même pays à différentes périodes ne permet pas d'apprécier dans quels cas le levier redistributif a été utilisé de la manière la plus efficace pour combattre la pauvreté. Afin de permettre une évaluation *ex post* de la capacité de chaque pays à associer efficacement diminution des inégalités de revenu et réduction de la pauvreté, nous proposons un indice simple de performance qui consiste à comparer les ÉIP observées avec les intervalles de valeurs théoriques correspondants.

Le chapitre est organisé de la manière suivante. La section 3.1 introduit les mesures d'inégalités et de pauvreté ainsi que l'ensemble des notions utilisées au cours de ce chapitre. Les transformations de la courbe de Lorenz utilisées pour le calcul des ÉIP et les formules générales de ces dernières sont présentées dans la section 3.2. Ces formules sont illustrées dans la section 3.3 à l'aide de la courbe de Lorenz bêta définie par Kakwani (1980b). Nous montrons alors comment elles peuvent être utilisées afin d'obtenir une estimation précise des ÉIP associées aux évolutions observées d'une distribution relative des revenus. Enfin, une mesure relative de redistribution « pro-pauvres » est proposée dans la section 3.4 afin d'évaluer si, pour des conditions initiales données, les processus de redistribution observés sont ou non efficaces en termes de réduction de la pauvreté.

3.1 Considérations préliminaires en termes de mesure des inégalités de revenus et de pauvreté

Dans la mesure où les formules d'élasticités présentées dans la prochaine section s'appuient sur des transformations de la courbe de Lorenz, il est important de considérer dans un premier temps les relations existant entre certaines mesures d'inégalités et la courbe de Lorenz. S'appuyant sur l'analogie entre courbes de Lorenz et fonctions de distribution, Aaberge (2000) relève que toute distribution relative de revenus peut être théoriquement définie à l'aide de la séquence complète des moments de la courbe de Lorenz. Ces moments \tilde{D}_k

sont définis par :

$$\tilde{D}_k = \int_0^1 p^k L(p) dp, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.1.1)$$

où k désigne l'ordre du moment et p la part de la population disposant d'un revenu inférieur au montant y . Afin d'obtenir une valeur comprise dans l'intervalle unitaire, Aaberge (2000) normalise ces moments et définit la famille suivante de mesures d'inégalités :

$$D_k = (k + 1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p)) dp. \quad (3.1.2)$$

Cette famille inclut le traditionnel coefficient de Gini que l'on obtient en fixant k égal à 1. Pour des valeurs supérieures du paramètre k , un poids plus important est donné aux quantiles de population les plus riches pour apprécier le degré d'inégalités au sein de la population. Comme une distribution définie sur un intervalle borné peut être caractérisée par l'ensemble de ses moments, une courbe de Lorenz peut être définie au travers de \mathbf{D} , vecteur de la séquence complète des valeurs correspondantes des mesures D_k et élément de l'ensemble $\mathfrak{D} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} I_n$, I étant l'intervalle unitaire. Par conséquent, une formulation générale de toute courbe de Lorenz est $L(p, \mathbf{D})$. Pour un revenu moyen μ , le vecteur (\mathbf{D}, μ) désigne donc une distribution de revenus unique dont les fonctions de densité et de distribution peuvent être respectivement notées $f(y, \mathbf{D}, \mu)$ et $F(y, \mathbf{D}, \mu)$.

Aaberge (2000) précise qu'il existe une relation étroite entre ces mesures D_k et la famille de coefficients de Gini généralisés, aussi connue sous le nom de famille d'indices S-Gini (Donaldson & Weymark, 1980, Kakwani, 1980b) et que l'on définit par :

$$G_k = 1 - k(k + 1) \int_0^1 (1 - p)^{k-1} L(p) dp \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.1.3)$$

Cette famille comprend aussi l'indice de Gini ($k = 1$). Du fait de cette relation étroite, il est aussi possible de caractériser les courbes de Lorenz par des séquences complètes \mathbf{G} des mesures G_k dans l'ensemble \mathfrak{D} . De la même manière, on peut aussi utiliser les expressions $f(y, \mathbf{G}, \mu)$ et $F(y, \mathbf{G}, \mu)$ pour les fonctions de densité et de distribution correspondantes¹. Afin de simplifier nos développements mathématiques, nous nous concentrons sur la famille de mesures D_k , mais l'ensemble des formules et des résultats obtenus peuvent être aisément étendus aux mesures G_k .

La mesure de la pauvreté peut être réalisée de différentes manières. La plus simple et la plus populaire des mesures utilisées est l'incidence de pauvreté h dont l'expression mathématique est :

$$h = F(z, \mathbf{D}, \mu) = \int_0^z f(z, \mathbf{D}, \mu) dy, \quad (3.1.4)$$

où z correspond à la ligne de pauvreté. Cette mesure est depuis longtemps critiquée car elle ne satisfait pas les principes énoncés par Sen (1976) de transfert et de monotonie. En effet un transfert depuis un individu pauvre vers un individu encore plus pauvre et qui ne modi-

1. Pour une caractérisation des courbes de Lorenz à partir des mesures G_k , voir aussi Kleiber & Kotz (2002).

ne pas le classement de ces deux individus ne se traduit pas par une baisse de la pauvreté lorsque cette dernière est appréhendée par h . Il en est de même pour un accroissement du revenu d'un individu pauvre lorsque cet accroissement ne permet pas à l'individu de franchir la ligne de pauvreté. Les études de Sen (1976) and Kakwani (1980b) et les critiques formulées à l'égard de l'incidence de pauvreté ont par la suite conduit au développement et à un usage croissant de mesures de pauvreté sensibles aux transferts comme la classe suivante de mesures additivement décomposables P telle que² :

$$P(z, \mathbf{D}, \mu) = \int_0^z W(z, y) f(y, \mathbf{D}, \mu) dy, \quad (3.1.5)$$

où W est une fonction de pondération telle que $\partial W / \partial y < 0$, $\partial^2 W / \partial y^2 \geq 0 \forall y < z$, $W(z, z) = 0$ et qui est homogène de degré zéro par rapport à (z, y) ³. Les membres les plus connus de cette famille de mesures de pauvreté sont ceux proposés par Foster *et al.* (1984)⁴ et que l'on obtient au travers des formules suivantes :

$$P_\alpha(z, \mathbf{D}, \mu) = \int_0^z \left(\frac{z-y}{z} \right)^\alpha f(y, \mathbf{D}, \mu) dy \quad \alpha \geq 1. \quad (3.1.6)$$

Au sein de P , on retrouve aussi une mesure inspirée des mesures d'entropie que Theil (1967) a proposé pour apprécier le degré d'inégalités d'une économie, la mesure de Watts (1968). L'expression formelle de celle-ci est⁵ :

$$P_W(z, \mathbf{D}, \mu) = \int_0^z \ln \left(\frac{z}{y} \right) f(y, \mathbf{D}, \mu) dy \quad \forall y > 0. \quad (3.1.7)$$

3.2 Généralisation de la transformation de Kakwani et élasticités inégalités de la pauvreté correspondantes

3.2.1 Transformations de la courbe de Lorenz

Au cours de la section 1.3.2, nous avons vu que, pour une distribution de revenus donnée, une même variation d'une mesure d'inégalités quelconque pouvait être obtenue au travers de différentes transformations de la courbe de Lorenz initiale. Par conséquent, le problème auquel nous devons faire face est que la valeur d'une ÉIP n'est par essence pas unique. Afin d'obtenir une valeur de l'élasticité de la pauvreté par rapport au coefficient de Gini, Kakwani (1993) propose de contraindre l'évolution de la courbe de Lorenz à suivre un processus redistributif tel que la courbe de Lorenz finale $L(p, \mathbf{D}^*)$ soit liée à la courbe

2. C'est à dessein que nous n'utilisons pas la notation Θ utilisée dans les chapitres précédents car l'ensemble des mesures de pauvreté pouvant être utilisées ne se réduit pas aux mesures additivement décomposables P .

3. Pour faire le lien avec le chapitre 4, cette dernière condition signifie que les mesures P respectent l'axiome d'invariance multiplicative. Une multiplication de l'ensemble des revenus des pauvres et de la ligne de pauvreté par une même constante ne modifie donc pas la valeur de la mesure.

4. En toute rigueur, la classe de mesure P_α n'est incluse dans l'ensemble de mesures P que pour $\alpha \geq 1$.

5. Une caractérisation complète de cette mesure et de ses propriétés est réalisée par Zheng (1993).

initiale par la relation suivante :

$$L(p, \mathbf{D}^*) = L(p, \mathbf{D}) - \lambda(p - L(p, \mathbf{D})), \quad (3.2.1)$$

où λ correspond à une variation proportionnelle du coefficient de Gini. Araar & Duclos (2006) décrivent cette transformation⁶ comme un processus de « bipolarisation » dans la mesure où il s'agit d'ajouter à chaque revenu $y = F^{-1}(p, \mathbf{D})$ un montant $\lambda(F^{-1}(p, \mathbf{D}) - \mu)$. Dans le cas de l'équation (3.2.1), on démontre aisément que le paramètre λ représente aussi une variation relative de l'ensemble des mesures D_k .

Si l'on étudie plus attentivement cette transformation, on remarque qu'elle consiste à retirer de la courbe de Lorenz initiale et dans une proportion λ la différence entre la droite d'égalité parfaite et une courbe de Lorenz auxiliaire présentant la même valeur ψ de D_k que la distribution initiale. Afin de rendre le calcul de l'ÉIP plus aisé, Kakwani (1993) choisit logiquement d'utiliser la courbe de Lorenz initiale pour définir la courbe de Lorenz auxiliaire. On peut toutefois utiliser à la place toute courbe de Lorenz telle que $D_k = \psi$. Dans la mesure où ces courbes auxiliaires peuvent prendre des formes très variées, elles renvoient à des processus redistributifs multiples et donc à des ÉIP potentiellement différentes de celles proposées par Kakwani (1993). Une famille d'ÉIP peut donc être obtenue en opérant une généralisation simple de la transformation définie dans l'équation (3.2.1), soit :

$$L(p, \mathbf{D}^*) = L(p, \mathbf{D}) - \lambda(p - L(p, \mathbf{D}')). \quad (3.2.2)$$

où \mathbf{D}' est choisi de manière que $D'_k = \psi$ lorsque l'ÉIP est calculée en référence à la mesure d'ordre k . On démontre que le paramètre λ peut toujours être interprété comme une variation de la mesure D_k d'intérêt (cf. annexe A). De plus, comme $p - L(p, \mathbf{D}') \geq 0$, une valeur non nulle de λ implique que la dominance au sens de Lorenz peut être utilisée afin de comparer les distributions relatives portées par les courbes $L(p, \mathbf{D}^*)$ et $L(p, \mathbf{D})$.⁷

La famille de transformations définie par l'équation (3.2.2) peut toutefois être considérée comme restrictive dans la mesure où elle ne permet pas d'obtenir des courbes de Lorenz qui croisent la courbe initiale le long de l'intervalle]0; 1[. Cette limite peut être considérée comme importante dans la mesure où la dominance au sens de Lorenz ne se vérifie que rarement en pratique (voir par exemple Shorrocks, 1983). Afin d'obtenir des courbes de Lorenz qui ne respectent pas ce critère de dominance, il est nécessaire de réaliser une généralisation supplémentaire de la transformation proposée par Kakwani (1993). Celle que nous proposons consiste *i)* à modifier la courbe initiale tout en maintenant la valeur de D_k inchangée, puis *ii)* à accroître le degré d'inégalités de la même manière que pour la trans-

6. Ce processus redistributif a aussi été envisagé par Kolm (1969). Pour $\lambda < 0$, Kolm parle de concentration. Pour $\lambda > 0$ il utilise l'expression d'expansion autour de la moyenne.

7. Il faut noter que les courbes de Lorenz obtenues au travers de la transformation (3.2.2) sont telles que la dérivée seconde par rapport à p de la différence $L(p, \mathbf{D}^*) - L(p, \mathbf{D})$ est caractérisée par un signe constant sur l'ensemble de l'intervalle unitaire. La transformation que nous proposons ne permet donc pas de générer l'ensemble des courbes de Lorenz liées à $L(p, \mathbf{D})$ par une relation de dominance au sens de Lorenz.

formation (3.2.2). Comme la moyenne pondérée de deux courbes de Lorenz est aussi une courbe de Lorenz (Ogwang & Rao, 2000) et que⁸ :

$$(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - ((1-\lambda)L(p, \mathbf{D}) + \lambda L(p, \mathbf{D}''))) dp = \psi \quad (3.2.3)$$

où \mathbf{D}'' est tel que $D_k'' = \psi$, on peut donc recourir à la transformation suivante :

$$L(p, \mathbf{D}^{**}) = (1-\lambda)L(p, \mathbf{D}) + \lambda L(p, \mathbf{D}'') - \lambda(p - L(p, \mathbf{D}')) \quad (3.2.4)$$

À nouveau, il est possible d'interpréter λ comme une variation relative de la mesure D_k (cf. annexe A). De plus, pour $L(p, \mathbf{D}'') = L(p, \mathbf{D})$ ou $L(p, \mathbf{D}') = L(p, \mathbf{D})$, on retrouve l'équation (3.2.2).

Dans les sections suivantes, nous montrons comment ces transformations de la courbe de Lorenz peuvent être interprétées en termes de transferts et comment elles peuvent être utilisées pour produire des familles de formules des ÉIP.

3.2.2 Élasticités inégalités de l'incidence de pauvreté

Afin de mesurer comment la valeur de l'incidence de pauvreté est affectée par une variation de D_k , il est nécessaire de faire appel à une propriété connue de la courbe de Lorenz, soit :

$$\left. \frac{\partial L(p, \mathbf{D}^{**})}{\partial p} \right|_{p=h^{**}} = \frac{z}{\mu}. \quad (3.2.5)$$

En d'autres termes, la valeur de l'incidence de pauvreté correspond à l'abscisse du point de la courbe de Lorenz tel que la dérivée de cette dernière est égale au rapport de la ligne de pauvreté sur le niveau moyen de revenus. À partir de l'équation (3.2.5), on note qu'il est possible de substituer la transformation de la distribution relative des revenus par une modification du niveau de la ligne de pauvreté de manière à obtenir la même valeur h^{**} de l'incidence de pauvreté. Dans cet esprit, nous définissons donc les lignes de pauvreté z^{**} , z' et z'' telles que :

$$\left. \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right|_{p=h^{**}} = \frac{z^{**}}{\mu}, \quad (3.2.6)$$

$$\left. \frac{\partial L(p, \mathbf{D}')}{\partial p} \right|_{p=h^{**}} = \frac{z'}{\mu}, \quad (3.2.7)$$

$$\left. \frac{\partial L(p, \mathbf{D}'')}{\partial p} \right|_{p=h^{**}} = \frac{z''}{\mu}. \quad (3.2.8)$$

Dans la plupart des cas, le calcul des valeurs de z^{**} , z' et z'' n'est réalisable que si l'on connaît h^{**} , ce qui nécessite souvent en pratique une résolution numérique de l'équation (3.2.5). Un tel calcul n'est toutefois pas nécessaire dans notre cas. En dérivant l'expres-

8. Cette propriété se vérifie aussi avec les mesures G_k .

sion de la transformation (3.2.4) par rapport à p , on obtient en effet une relation simple entre ces différentes lignes de pauvreté, soit :

$$z^{**} = \frac{z - \lambda z'' + \lambda(\mu - z')}{1 - \lambda}. \quad (3.2.9)$$

L'équation (3.2.9) est particulièrement intéressante car elle permet de comprendre comment la transformation de la courbe de Lorenz se traduit en termes d'évolution des revenus individuels. À chaque niveau de revenu initial correspond un revenu final y^{**} — on notera y^* dans le cas de la transformation (3.2.2) — que l'on obtient par l'évaluation de $\partial L(p, \mathbf{D}^{**})/\partial p$ pour $F(y, \mathbf{D}^{**}, \mu) = p^9$. Lorsque le cas particulier de la transformation de Kakwani (1993) est considéré, la dérivée de l'équation (3.2.2) permet d'obtenir $y^* = y + \lambda(y - \mu)$. Ce cas mis à part, les transferts de revenus sont en revanche plus complexes dans le cadre plus général de la transformation (3.2.4) puisqu'ils sont en général effectués en fonction du rang de chaque individu dans la distribution totale des revenus et non plus selon l'écart à la moyenne.

Ces calculs préliminaires étant effectués, nous pouvons maintenant établir les formules des ÉIP découlant de ces processus redistributifs. L'expression de l'élasticité de l'incidence de pauvreté par rapport à la mesure D_k est :

$$\eta_{D_k,0}^{**} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{F(z^{**}, \mathbf{D}, \mu) - F(z, \mathbf{D}, \mu)}{\lambda F(z, \mathbf{D}, \mu)}. \quad (3.2.10)$$

Ainsi que nous l'avons précisé dans le chapitre 1, les élasticités calculées correspondent donc aux variations relatives de la pauvreté que l'on observe pour des variations marginales de la mesure d'inégalité considérée. Elles diffèrent donc en général de manière non négligeable des valeurs que l'on peut obtenir au travers de décompositions des variations observées de la pauvreté.

L'application du théorème des accroissements finis sur l'expression (3.2.10) nous permet d'obtenir :

$$F(z^{**}, \mathbf{D}, \mu) - F(z, \mathbf{D}, \mu) = (z^{**} - z)f(z + \delta(z^{**} - z), \mathbf{D}, \mu), \quad (3.2.11)$$

qui se vérifie pour $0 < \delta < 1$. L'équation (3.2.10) peut alors être simplifiée en utilisant l'expression de (3.2.9). On en déduit la formulation suivante de $\eta_{D_k,0}^{**}$:

$$\eta_{D_k,0}^{**} = \left(z + \mu - \lim_{\lambda \rightarrow 0} (z' + z'') \right) \frac{f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h}, \quad (3.2.12)$$

dont l'évaluation est facilitée par $\lim_{\lambda \rightarrow 0} h^* = h$. L'équation (3.2.12) montre que l'on obtient une élasticité nulle pour toutes courbes de Lorenz auxiliaires $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$ telles que

9. Attention, la ligne de pauvreté z^{**} ne doit pas être interprétée comme la valeur de y^{**} correspondant à une valeur initiale du revenu y égale à z . Au contraire, il s'agit de la ligne de pauvreté qui permet de préserver la valeur initiale de l'incidence de pauvreté après transformation de la distribution relative des revenus.

la pente de la courbe de Lorenz en $p = h$ reste inchangée. Ce résultat est observé si et seulement si $\lim_{\lambda \rightarrow 0} (z' + z'') = z + \mu$. L'obtention de valeurs nulles pour l'incidence de pauvreté n'est pas surprenante car, or cas triviaux, il est toujours possible d'accroître le degré d'inégalités au sein de la population étudiée par une multitude de séquences de transferts bilatéraux sans qu'aucun individu ne franchisse jamais la ligne de pauvreté.

Dans le cas particulier de la transformation (3.2.2), l'expression de la ligne de pauvreté équivalente z^* est $z + \lambda(\mu - z')$. On en déduit :

$$\eta_{D_k,0}^* = (\mu - \lim_{\lambda \rightarrow 0} z') \frac{f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h}, \quad (3.2.13)$$

qui ne devient nulle que si la limite de z' est le niveau moyen de revenus μ . En d'autres termes, l'incidence de pauvreté n'est pas affectée par les transferts opérés si la pente de la courbe de Lorenz auxiliaire $L(p, \mathbf{D}')$ utilisée est égale à 1 pour $p = h$. À nouveau, des transferts peuvent donc être réalisés au sein de la population sans qu'aucun individu ne franchisse la ligne de pauvreté.

Pour la transformation suggérée par Kakwani (1993), $z' = z^*$ et par conséquent $z^* = (z + \lambda\mu)/(1 + \lambda)$. Dans la mesure où l'on observe $\lim_{\lambda \rightarrow 0} z^* = z$, l'élasticité de l'incidence de pauvreté par rapport à la mesure D_k est donc alors :

$$\eta_{D_k,0}^K = (\mu - z) \frac{f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h} \quad \forall k. \quad (3.2.14)$$

Dans ce cas précis, l'élasticité ne s'annule que pour $z = \mu$. En combinant les expressions de $\eta_{D_k,0}^K$, $\eta_{D_k,0}^{**}$ et $\eta_{D_k,0}^*$, les formules de ces deux dernières peuvent être réécrites sous la forme :

$$\eta_{D_k,0}^{**} = \eta_{D_k,0}^K + \frac{\mu f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h} \frac{\partial (2L(p, \mathbf{D}) - L(p, \mathbf{D}') - L(p, \mathbf{D}''))}{\partial p} \Big|_{p=h}, \quad (3.2.15)$$

$$\eta_{D_k,0}^* = \eta_{D_k,0}^K + \frac{\mu f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h} \frac{\partial (L(p, \mathbf{D}) - L(p, \mathbf{D}'))}{\partial p} \Big|_{p=h}. \quad (3.2.16)$$

Ces formulations nous permettent d'apprécier aisément les différences entre ces élasticités et $\eta_{D_k,0}^K$. On observe ainsi que l'écart avec cette dernière dépend uniquement de la différence entre les dérivées premières en h de la courbe de Lorenz initiale et des courbes auxiliaires. Les équations (3.2.15) et (3.2.16) nous permettent aussi de démontrer que la valeur obtenue au travers de la formule établie par Kakwani (1993) peut être obtenue pour toutes courbes auxiliaires $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$ telles que $\partial (L(p, \mathbf{D}') + L(p, \mathbf{D}'')) / \partial p = 2z/\mu$ pour $p = h$. Dans le cadre de la transformation simple définie par l'équation (3.2.2), cette égalité ne sera retrouvée que pour des courbes $L(p, \mathbf{D}')$ dont la pente est identique à la courbe de Lorenz initiale au niveau de l'incidence de pauvreté.

Enfin, il est intéressant de noter que l'élasticité $\eta_{D_k,0}^{**}$ peut être exprimée de manière simple à l'aide des équation (3.2.13) et (3.2.14), soit :

$$\eta_{D_k,0}^{**} = \eta_{D_k,0}^*(D'') + \eta_{D_k,0}^*(D') - \eta_{D_k,0}^K. \quad (3.2.17)$$

où $\eta_{D_k,0}^*(D')$ et $\eta_{D_k,0}^*(D'')$ sont les élasticités $\eta_{D_k,0}^*$ respectivement obtenues à partir des courbes de Lorenz auxiliaires $L(h, D')$ et $L(h, D'')$. Si les dérivées premières de ces dernières sont égales en h , on obtient alors :

$$\eta_{D_k,0}^{**} = 2\eta_{D_k,0}^* - \eta_{D_k,0}^K. \quad (3.2.18)$$

Cette expression permet de vérifier que les valeurs des élasticités $\eta_{D_k,0}^*$ sont alors incluses entre celles de $\eta_{D_k,0}^{**}$ et $\eta_{D_k,0}^K$. On en déduit que pour toute distribution initiale de revenus, l'intervalle des valeurs potentielles des élasticités $\eta_{D_k,0}^{**}$ est plus large que celui des élasticités $\eta_{D_k,0}^*$. Il est donc particulièrement important se considérer des processus redistributifs ne donnant pas lieu à une situation de dominance au sens de Lorenz si l'on souhaite appréhender la variété des variations relatives de l'incidence de pauvreté que l'on peut obtenir pour une même variation de la mesure d'inégalités considérée.

3.2.3 Extension à la classe mesures de pauvreté additivement séparables

Dans la mesure où nos calculs s'effectuent sur la base des dérivées premières de courbes de Lorenz, il peut être utile de reformuler l'expression (3.1.5) de la classe de mesures de pauvreté additivement séparables P en utilisant la propriété énoncée dans l'équation (3.2.5). On obtient alors l'expression suivante :

$$P(z, D, \mu) = \int_0^h W \left(z, \mu \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \right) dp. \quad (3.2.19)$$

À nouveau, nous exprimons l'élasticité comme la valeur limite du rapport de la variation relative de la mesure P et du paramètre λ , soit :

$$\eta_{D_k,P}^{**} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{P(z, D^{**}, \mu) - P(z, D, \mu)}{\lambda P(z, D, \mu)}. \quad (3.2.20)$$

Pour simplifier cette expression, on utilise une approximation de Taylor de premier ordre du numérateur de cette expression. On obtient alors :

$$P(z, D^{**}, \mu) - P(z, D, \mu) \approx \lambda \frac{\partial P(z, D^{**}, \mu)}{\partial \lambda}, \quad (3.2.21)$$

qui produit la formule suivante de l'élasticité :

$$\eta_{D_k,P}^{**} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{P(z, D, \mu)} \int_0^{h^{**}} \frac{\partial}{\partial \lambda} W \left(z, \mu \frac{\partial L(p, D^{**})}{\partial p} \right) dp. \quad (3.2.22)$$

En utilisant l'expression de $L(p, \mathbf{D}^{**})$ définie par la transformation (3.2.4), on obtient la formule suivante de calcul des élasticités des mesures P par rapport aux mesures D_k et G_k ¹⁰ :

$$\eta_{D_k, P}^{**} = -\frac{1}{P} \int_0^h \left(1 + \frac{\partial(L(p, \mathbf{D}) - L(p, \mathbf{D}') - L(p, \mathbf{D}''))}{\partial p} \right) \frac{\partial W \left(z, \mu \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right)}{\partial \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p}} dp. \quad (3.2.23)$$

Dans le cas de la famille restreinte de transformations avec dominance au sens de Lorenz, ces ÉIP sont :

$$\eta_{D_k, P}^* = -\frac{1}{P} \int_0^h \left(1 - \frac{\partial L(p, \mathbf{D}')}{\partial p} \right) \frac{\partial W \left(z, \mu \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right)}{\partial \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p}} dp \quad (3.2.24)$$

Pour la transformation suggérée par Kakwani (1993), on retrouve :

$$\eta_{D_k, P}^K = -\frac{1}{P} \int_0^h \left(1 - \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right) \frac{\partial W \left(z, \mu \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right)}{\partial \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p}} dp. \quad (3.2.25)$$

De même que l'on peut exprimer les élasticités inégalités de l'incidence de pauvreté correspondant à la transformation (3.2.4) comme une combinaison de l'élasticité présentée par Kakwani et des élasticités simples obtenues à l'aide des courbes auxiliaires $L(p, \mathbf{D}')$ $L(p, \mathbf{D}'')$, les équations (3.2.23) à (3.2.25) permettent d'obtenir la relation suivante :

$$\eta_{D_k, P}^{**}(\mathbf{D}', \mathbf{D}'') = \eta_{D_k, P}^*(\mathbf{D}') + \eta_{D_k, P}^*(\mathbf{D}'') - \eta_{D_k, P}^K. \quad (3.2.26)$$

À nouveau, cette relation nous permet de montrer que l'intervalle de valeurs de $\eta_{D_k}^*$ est compris dans celui de $\eta_{D_k}^{**}$, quelles que soient les caractéristiques de la distribution initiale étudiée. Elle révèle de plus que la valeur des ÉIP obtenues au travers de l'équation (3.2.23) sont égales à celles proposées par Kakwani (1993) lorsque la pente de la courbe de Lorenz définie par combinaison de $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$ est égale à celle de la courbe de Lorenz initiale sur l'intervalle $[0, h]$. Dans le cadre des élasticités $\eta_{D_k}^*$, la probabilité d'observer ce résultat est plus faible puisqu'il est nécessaire que la courbe de Lorenz auxiliaire $L(p, \mathbf{D}')$ soit parfaitement identique à la courbe de Lorenz initiale pour toute valeur de $p \in [0, h]$. Enfin, l'équation (3.2.26) permet de simplifier l'analyse des élasticités inégalités potentiellement observables puisqu'il suffit de se concentrer sur les valeurs des élasticités $\eta_{D_k, P}^*$.

Si l'on considère la classe de mesures P_α , il est maintenant possible de donner une expression à la dérivée première de W par rapport à la pente de la courbe de Lorenz. Comme $W(z, \mu \partial L(p, \mathbf{D}) / \partial p) = (1 - \mu z^{-1} \partial L(p, \mathbf{D}) / \partial p)^\alpha$, la formule de l'élasticité $\eta_{D_k, \alpha}^*$ pour $\alpha \geq 1$

10. Afin d'alléger le texte et faciliter ainsi la lecture des formules, nous utilisons à partir de maintenant la notation $P = P(z, \mathbf{D}, \mu)$ lorsque ce raccourci ne prête pas à confusion. De la même manière, nous utilisons P_α et P_W respectivement pour $P_\alpha(z, \mathbf{D}, \mu)$ et $P_W(z, \mathbf{D}, \mu)$.

est :

$$\eta_{D_k, \alpha}^* = \frac{\alpha \mu}{z P_\alpha} \int_0^h \left(1 - \frac{\partial L(p, D')}{\partial p} \right) \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \right)^{\alpha-1} dp. \quad (3.2.27)$$

Pour le cas particulier de la transformation (3.2.1), l'expression de l'élasticité est grandement simplifiée en utilisant la propriété $\int_0^h \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \right)^{\alpha-1} dp = -(P_\alpha - P_{\alpha-1})$. On obtient alors la formule suivante :

$$\eta_{D_k, \alpha}^K = \alpha + \frac{\alpha(\mu - z)}{z} \frac{P_{\alpha-1}}{P_\alpha} \quad \forall k. \quad (3.2.28)$$

L'équation (3.2.28) nous montre une propriété intéressante des mesures de pauvreté de Foster *et al.* (1984). En effet, lorsque la ligne de pauvreté est égale au niveau de revenu moyen, le paramètre α peut être interprété comme l'élasticité de la mesure par rapport à l'ensemble des mesures d'inégalités D_k et G_k , quelle que soit la distribution initiale des revenus. Cette propriété se retrouve évidemment au niveau des élasticités $\eta_{D_k, \alpha}^*$ si $\mu = z$ et $L(p, D') = L(p, D)$ sur l'intervalle $[0, h]$. Pour les élasticités $\eta_{D_k, \alpha}^{**}$, la propriété est aussi vérifiée lorsque cette dernière condition est remplacée par $\partial(L(p, D') + L(p, D''))/\partial p = 2\partial L(p, D)/\partial p$, $\forall p \in [0, h]$. D'un point de vue pratique, cette propriété est intéressante car elle permet de réaliser une approximation rapide de la valeur des élasticités lorsque la courbe de Lorenz finale est proche de celle envisagée avec la transformation de Kakwani (1993) et que le revenu moyen est proche de la ligne de pauvreté retenue.

Afin d'apprécier la différence entre l'élasticité $\eta_{D_k, \alpha}^K$, et les élasticités plus générales $\eta_{D_k, \alpha}^*$ et $\eta_{D_k, \alpha}^{**}$ on peut réécrire ces dernières sous la forme :

$$\eta_{D_k, \alpha}^* = \eta_{D_k, \alpha}^K + \frac{\alpha \mu}{z P_\alpha} \int_0^h \frac{\partial(L(p, D) - L(p, D'))}{\partial p} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \right)^{\alpha-1} dp. \quad (3.2.29)$$

$$\eta_{D_k, \alpha}^{**} = \eta_{D_k, \alpha}^K + \frac{\alpha \mu}{z P_\alpha} \int_0^h \frac{\partial(2L(p, D) - L(p, D') - L(p, D''))}{\partial p} \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} \right)^{\alpha-1} dp. \quad (3.2.30)$$

Pour l'indice de Watts, le calcul des élasticités par rapport aux mesures d'inégalités D_k et G_k nécessite aussi d'exprimer son expression mathématique en fonction de la courbe de Lorenz. L'équation (3.1.7) devient alors :

$$P_W(z, D, \mu) = \int_0^h \ln \frac{z}{\mu} - \ln \frac{\partial L(p, D)}{\partial p} dp. \quad (3.2.31)$$

Sachant que $\int_0^h (\partial L(p)/\partial p)^{-1} dp = \frac{h\mu}{\rho}$ où ρ est la moyenne harmonique des revenus des pauvres, l'application de la transformation (3.2.2) à l'équation précédente se traduit par la formulation suivante de l'élasticité $\eta_{D_k, W}^*$:

$$\eta_{D_k, W}^* = \frac{1}{P_W} \left(\frac{h\mu}{\rho} - \int_0^h \frac{\partial L(p, D')}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial L(p, D)} dp \right). \quad (3.2.32)$$

Dans le cas particulier envisagé par Kakwani (1993), cette équation se simplifie en :

$$\eta_{D_k, W}^K = \frac{h(\mu - \rho)}{P_W \rho}. \quad (3.2.33)$$

On peut donc exprimer alors $\eta_{D_k, W}^*$ and $\eta_{D_k, W}^{**}$ sous les formes suivantes :

$$\eta_{D_k, W}^* = \eta_{D_k, W}^K + \frac{1}{P_W} \int_0^h \frac{\partial (L(p, \mathbf{D}) - L(p, \mathbf{D}'))}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial L(p, \mathbf{D})} dp, \quad (3.2.34)$$

$$\eta_{D_k, W}^{**} = \eta_{D_k, W}^K + \frac{1}{P_W} \int_0^h \frac{\partial (2L(p, \mathbf{D}) - L(p, \mathbf{D}') - L(p, \mathbf{D}''))}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial L(p, \mathbf{D})} dp. \quad (3.2.35)$$

3.3 Les transformations bêta

3.3.1 Présentation

Les formules développées au cours de la section précédente trouvent leur intérêt dans l'étude des relations mécaniques théoriques entre les variations d'une mesure d'inégalités et celles d'une mesure de pauvreté additivement séparable. Néanmoins, elles ne peuvent être utilisées pour estimer les valeurs potentielles et observées des ÉIP correspondant à une certaine distribution de revenus tant qu'une forme fonctionnelle n'est pas utilisée pour modéliser les courbes de Lorenz auxiliaires $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$ ¹¹. Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre 2, de nombreuses formes paramétriques peuvent être utilisées pour estimer une courbe de Lorenz. On peut ainsi recourir aux courbes de Lorenz issues de lois de distribution statistiques couramment utilisées pour estimer les distributions de revenus (voir McDonald & Xu, 1995, Kleiber & Kotz, 2003, pour des revues détaillées). Il est aussi possible d'utiliser des formes fonctionnelles *ad hoc* comme celles développées par exemple Kakwani & Podder (1973, 1976), Maddala & Singh (1977), Arnold & Villaseñor (1989), Basmann *et al.* (1990) or Castillo *et al.* (1999). Dans le cadre de ce chapitre, nous avons choisi de travailler avec la forme bêta suggérée par Kakwani (1980b). L'expression formelle de cette dernière est :

$$L(p, \mathbf{D}_B) = p - \tau p^\gamma (1 - p)^\beta \quad \tau > 0, 0 > \{\gamma, \beta\} \geq 1. \quad (3.3.1)$$

Avant d'appliquer la forme bêta aux formules proposées précédemment, il nous semble important de souligner que l'usage que nous en faisons n'est pas traditionnel. Celle-ci n'est en effet pas utilisée pour estimer des courbes de Lorenz observées, mais pour paramétriser la différence entre deux courbes de Lorenz. Les critiques formulées à l'encontre de son

11. Ce besoin de paramétriser les courbes de Lorenz auxiliaires contraste avec la liberté dont on dispose pour estimer la courbe de Lorenz correspondant à la distribution initiale. Si l'on dispose en effet de données micro-économiques permettant de calculer le niveau de revenus de chaque unité d'analyse, il suffit d'établir directement la courbe de Lorenz associée aux séries de revenus obtenues. On peut aussi envisager d'utiliser des techniques d'estimation non paramétriques en *kernel* afin d'obtenir une approximation de la loi de distribution continue qui a généré l'échantillon de données utilisé. Les mêmes remarques s'appliquent pour l'estimation de la courbe de Lorenz associée à la distribution finale des revenus observée dans l'économie étudiée et qui est nécessaire à l'estimation des ÉIP correspondant aux processus distributifs observés (cf. section 3.3.2).

emploi par Minoiu & Reddy (2007) ne concernent donc a priori pas l'emploi que nous en faisons au cours de cette étude.

Afin de simplifier les développements mathématiques effectués dans les prochains paragraphes, nous imposons la restriction $L(p, \mathbf{D}') = L(p, \mathbf{D}'')$. Les transformations des distributions relatives de revenus décrites au travers des équations (3.2.2) et (3.2.4) deviennent alors :

$$L(p, \mathbf{D}^*) = L(p, \mathbf{D}) - \lambda \tau p^\gamma (1-p)^\beta, \quad (3.3.2)$$

$$L(p, \mathbf{D}^{**}) = (1-\lambda)L(p, \mathbf{D}) + \lambda \left(p - 2\tau p^\gamma (1-p)^\beta \right) \quad (3.3.3)$$

On démontre (cf. annexeB) que $L(p, \mathbf{D}^*)$ et $L(p, \mathbf{D}^{**})$ sont caractérisées par une valeur de D_k égale à $(1+\lambda)\psi$ si $\tau = \psi \left((k+1)B(\gamma+k, \beta+1) \right)^{-1}$ — dans le cas des mesures G_k , τ doit être égal à $\psi \left(k(k+1)B(\gamma+1, \beta+k) \right)^{-1}$. Lorsque cette condition est assurée, le paramètre λ peut à nouveau être interprété comme une variation relative de la mesure d'inégalités D_k et nous utilisons la notation $\tilde{\tau}$. Les transformations bêta définies au travers des équations (3.3.2) et (3.3.3) présentent de notre point de vue quelques caractéristiques intéressantes. En particulier, elles permettent d'obtenir des courbes de Lorenz qui correspondent à des cas limites en termes de distribution relative des revenus. Si l'on utilise le coefficient de Gini pour calculer les élasticités désirées, on obtient :

$$\lim_{\substack{\gamma \rightarrow 0 \\ \beta = 1}} p - \frac{\psi p^\gamma (1-p)^\beta}{2B(\gamma+1, \beta+1)} = (1+\psi)p - \psi \quad (3.3.4)$$

$$\lim_{\substack{\gamma = 1 \\ \beta \rightarrow 0}} p - \frac{\psi p^\gamma (1-p)^\beta}{2B(\gamma+1, \beta+1)} = (1-\psi)p \quad (3.3.5)$$

L'équation (3.3.4), associée à la condition $L(0) = 0$, correspond à une situation où, pour un degré d'inégalité donné ψ et une population de taille N , le membre le plus pauvre dispose d'un revenu égal à $-N\psi\mu$ tandis que les autres membres bénéficient chacun du même revenu $N\mu(1+\psi)(N-1)^{-1}$. L'utilisation de cette courbe auxiliaire pour la famille de transformations correspondant à l'équation (3.2.2) signifie que les revenus sont redistribués dans la population en réalisant des transferts régressifs d'un montant total $N\lambda\psi\mu$ depuis l'agent le plus pauvre et répartis de manière identique entre les autres membres. Au contraire, la courbe définie au travers de l'équation (3.3.5), couplée à la condition $L(1) = 1$, se rapporte à une situation diamétralement opposée. Pour une valeur ψ de D_k , l'individu le plus riche jouit d'un revenu égal à $N\psi\mu$ alors que chaque membre du reste de la population ne reçoit que $N\mu(1-\psi)(N-1)^{-1}$. Dans le cadre de la transformation (3.2.2), $\lambda > 0$ se traduit par des transferts régressifs $\lambda\mu\psi$ pour chaque membre « pauvre » à destination de l'individu le plus riche. L'équation (3.3.5) peut être utilisée directement pour calculer des ÉIP tant que

$h < 1^{12}$. En revanche, comme la courbe de Lorenz définie par l'équation (3.3.4) n'est pas continue sur l'ensemble de l'intervalle $[0, h]$, elle ne peut être utilisée directement dans les formules générales établies dans la section précédente. Il est toutefois possible de réaliser une approximation numérique pour $(\gamma, \beta) = (0^+; 1)$.

La présence de ces deux courbes de Lorenz comme cas limite de la forme bêta constitue un argument fort en faveur de l'utilisation de cette forme fonctionnelle lorsque l'on cherche à établir l'intervalle le plus large possible de valeurs potentielles des ÉIP associées à une distribution de revenus donnée. Il nous semble aussi qu'elle se révèle suffisamment flexible pour apprécier l'hétérogénéité des processus redistributifs que l'on peut réaliser pour obtenir une même variation de la mesure D_k .

De manière générale, l'emploi de la transformation bêta (3.3.2) permet d'obtenir les formules suivantes de calcul des ÉIP :

$$\eta_{D_k,0}^* = \mu \tilde{\tau} h^{\gamma-1} (1-h)^\beta \left(\frac{\gamma}{h} - \frac{\beta}{1-h} \right) f(z, \mathbf{D}, \mu), \quad (3.3.6)$$

$$\eta_{D_k,\alpha}^* = \frac{\alpha \mu \tilde{\tau}}{z P_\alpha} \int_0^h p^\gamma (1-p)^\beta \left(\frac{\gamma}{p} - \frac{\beta}{1-p} \right) \left(1 - \frac{\mu}{z} \frac{\partial L(p, \mathbf{D})}{\partial p} \right)^{\alpha-1} dp \quad \forall \alpha \geq 1. \quad (3.3.7)$$

$$\eta_{D_k,W}^* = \frac{\tilde{\tau}}{P_W} \int_0^h p^\gamma (1-p)^\beta \left(\frac{\gamma}{p} - \frac{\beta}{1-p} \right) \frac{\partial p}{\partial L(p, \mathbf{D})} dp \quad (3.3.8)$$

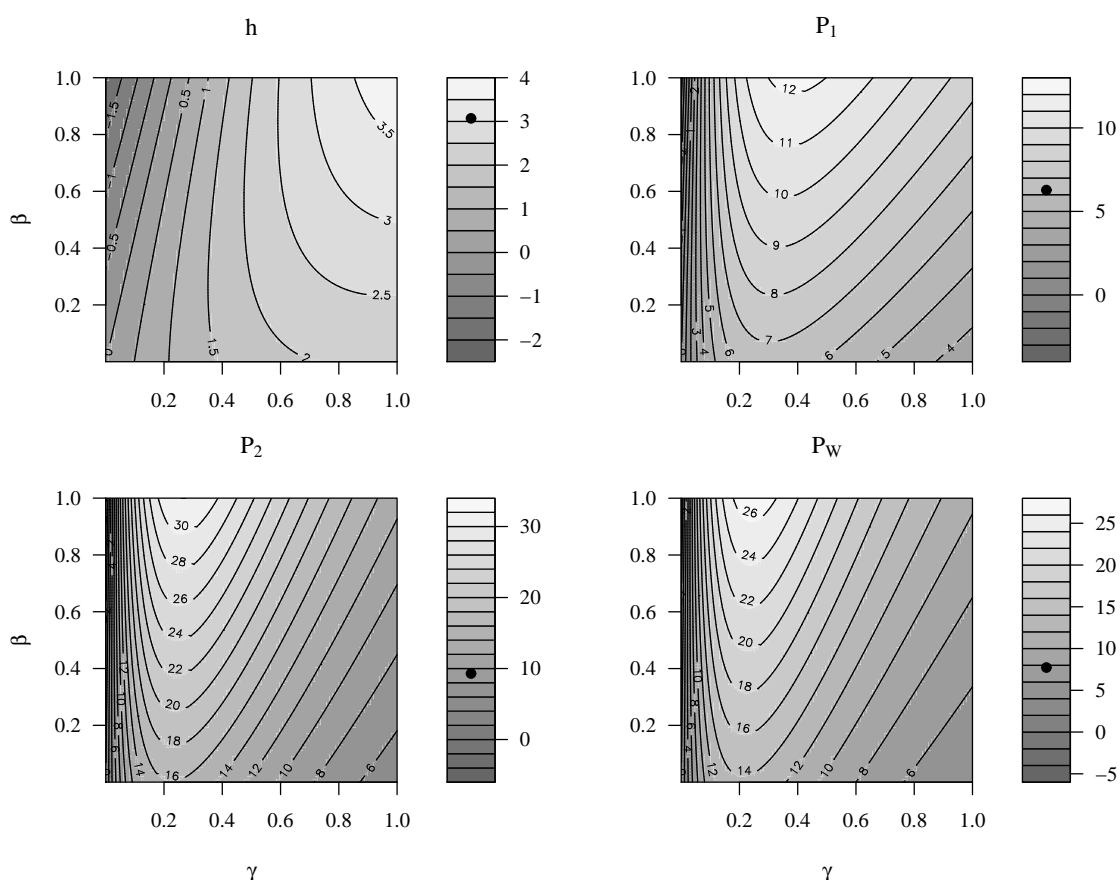
Pour l'élasticité $\eta_{D_k,0}^*$, il est intéressant de noter que le signe de cette dernière dépend uniquement de la valeur initiale de l'incidence de pauvreté et des valeurs adoptées pour les paramètres γ et β . Une autre propriété intéressante est que l'on peut aisément retrouver les valeurs de ÉIP pour l'ensemble des mesures D_k et G_k après avoir calculé une valeur de η_{D_k} puisque le passage d'une mesure de pauvreté à une autre ne se traduit que par une modification de $\tilde{\tau}$ une fois le couple (γ, β) choisi.

L'importance des valeurs des paramètres γ et β , et donc du processus redistributif retenu, est illustrée sur la figure 3.1. Celle-ci montre les valeurs prises par les élasticités $\eta_{D_1}^*$

12. L'utilisation de l'équation (3.3.5) comme courbe de Lorenz auxiliaire se traduit par les formules suivantes de calcul des élasticités des mesures h , P_α et P_W aux mesures D_k :

$$\begin{aligned} \eta_{D_k,0}^* &= \mu \psi \frac{f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h}, \\ \eta_{D_k,\alpha}^* &= \frac{\alpha \mu \psi P_{\alpha-1}}{z P_\alpha}, \\ \eta_{D_k,W}^* &= \frac{\psi h \mu}{\rho P_W}, \\ \eta_{D_k,0}^{**} &= (z + \mu(2\psi - 1)) \frac{f(z, \mathbf{D}, \mu)}{h}, \\ \eta_{D_k,\alpha}^{**} &= \alpha \left(\frac{(z + \mu(2\psi - 1)) P_{\alpha-1}}{z P_\alpha} - 1 \right), \\ \eta_{D_k,W}^{**} &= \frac{h(\rho + (2\psi - 1)\mu)}{\rho P_W}. \end{aligned}$$

On note que les élasticités $\eta_{D_k,0}^*$, $\eta_{D_k,\alpha}^*$ et $\eta_{D_k,W}^*$ sont en général strictement positives tandis que le signe de $\eta_{D_k,0}^{**}$, $\eta_{D_k,\alpha}^{**}$ et $\eta_{D_k,W}^{**}$ dépend du degré initial d'inégalités et de la différence entre la ligne de pauvreté et le revenu moyen.

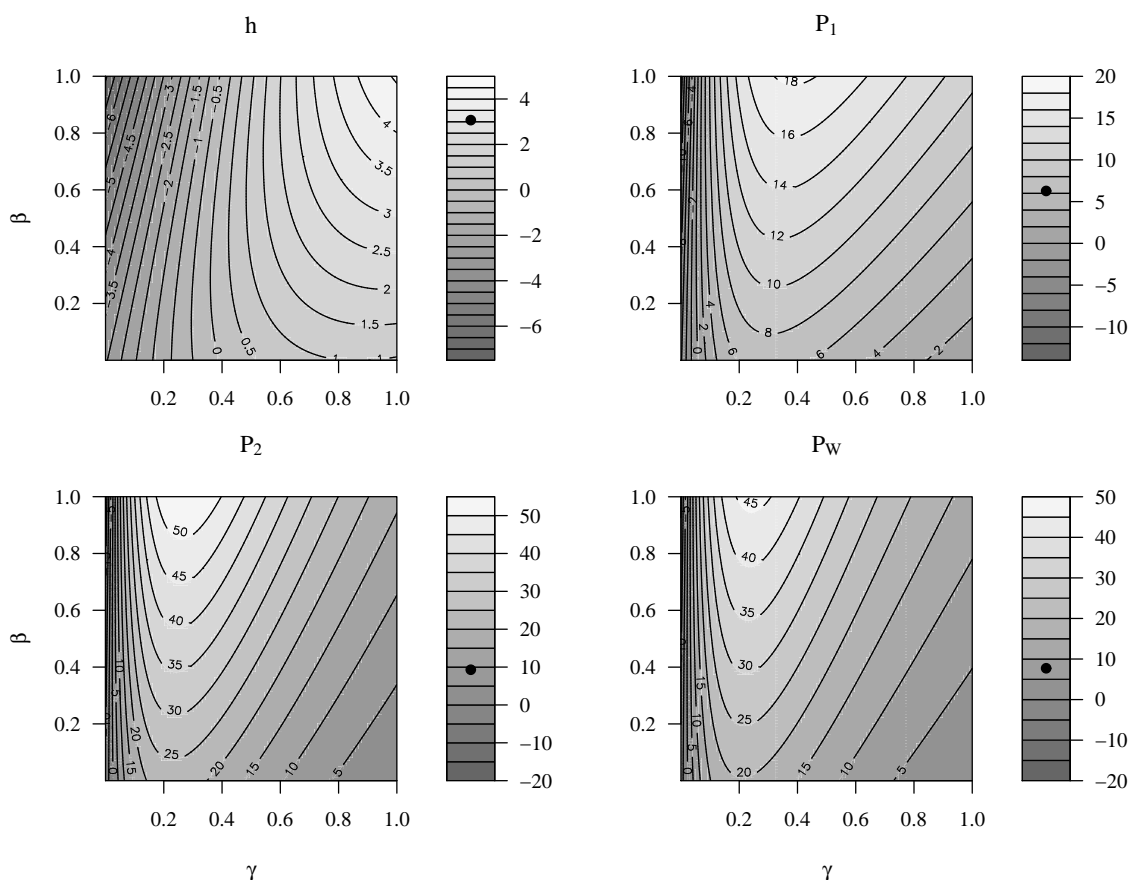


Note : Le point sur l'échelle représente la valeur de l'ÉIP correspondant à la formule proposée par Kakwani (1993). Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. La distribution initiale est supposée suivre une distribution log-normale de moyenne égale à 2000 \$ et de coefficient de Gini fixé à 0,4. La pauvreté est appréciée pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.1 : Hétérogénéité des valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ obtenues à l'aide de la transformation bêta simple pour différentes mesures de pauvreté et comparaison avec les élasticités de Kakwani (1993).

des mesures h , P_1 , P_2 et P_W dans le cas d'une économie fictive Alphaland dont la distribution des revenus suit une distribution log-normale de revenu moyen et de coefficient de Gini respectivement fixés à 2 000 \$ et 0,4. La ligne de pauvreté retenue est celle correspondant à un revenu de 2 \$ par jour et par individu. Afin de mettre en évidence l'intervalle de valeur potentielles obtenues au travers de la transformation (3.3.2), une échelle est placée à droite de chaque sous-figure. Elle permet alors de vérifier qu'une même variation de l'indice de Gini peut se traduire par des variations relatives très différentes puisque les valeurs des élasticités sont comprises entre $-2,5$ to 4 dans le cas de l'incidence de pauvreté. Dans la mesure où la valeur initiale de l'incidence de pauvreté est approximativement de 18% dans le cas d'Alphaland, ces différences sont non négligeables. Dans le cadre des transformations bêta (3.3.2), le niveau final de l'incidence de pauvreté après une baisse de 5% du coefficient

de Gini — soit une variation absolue de 2 points de pourcentage que l'on peut observer dans la réalité — sera en effet approximativement comprise entre 20,5% et 14,5%.



Note : Le point sur l'échelle représente la valeur de l'ÉIP correspondant à la formule proposée par Kakwani (1993). Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. La distribution initiale est supposée suivre une distribution log-normale de moyenne égale à 2000 \$ et de coefficient de Gini fixé à 0,4. La pauvreté est appréciée pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.2 : Hétérogénéité des valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^{}$ obtenues à l'aide de la transformation bêta simple pour différentes mesures de pauvreté et comparaison avec les élasticités de Kakwani (1993).**

Ainsi que nous l'avons remarqué dans la section 3.2, une fois les élasticités $\eta_{D_k}^*$ définies, les expressions des élasticités $\eta_{D_k}^{**}$ peuvent être obtenues directement à partir des relations (3.2.17) et (3.2.26). L'application de ces formules sur la distribution de revenus d'Alphaland est représentée sur la figure 3.2. Elle montre combien il est peut être important de sortir du cadre de processus redistributifs impliquant une relation de dominance au sens de Lorenz pour calculer la valeur d'une ÉIP. Par exemple, si l'on considère l'incidence de pauvreté, l'intervalle de valeurs admissibles pour $\eta_{D_{k,0}}^{**}$ passe de $[-2,5; 4]$ à $[-7,5; 5]$. La réduction de 5% du coefficient de Gini considérée précédemment se traduit alors par une valeur finale de l'incidence de pauvreté approximativement comprise entre 13,5% et 25%.

Ces résultats sont particulièrement intéressants car ils contrastent avec l'opinion régulièrement émise selon laquelle l'augmentation du niveau moyen de revenu (à degré d'inégalités constant) est un moyen plus efficace de réduire le niveau de pauvreté que la redistribution (à revenu moyen constant). Dans le cadre de l'étude d'Alphaland, si l'on reprend la formule d'élasticité croissance de la pauvreté présentée dans la section 1.3.1 de ce document, on obtient ainsi une valeur de $-1,9$. Il semble donc que, même dans le cas de pays faiblement développés, la diminution des revenus au sein de la population permette d'obtenir des résultats significativement plus importants que ceux obtenus au travers de l'augmentation du revenu moyen. Bien évidemment un tel résultat n'est obtenu que si les transferts réalisés profitent réellement aux individus pauvres¹³. La question de l'efficacité en termes de réduction de la pauvreté d'une politique visant à opérer une certaine redistribution ne peut donc être étudiée indépendamment de la question du ciblage des transferts en direction des pauvres (voir par exemple Kanbur, 1987, Besley & Kanbur, 1991). Cette importance du ciblage se manifeste notamment dans le fait que les valeurs les plus importantes des ÉIP obtenues dans le cas d'Alphaland renvoient à des valeurs de γ et β différentes selon la mesure de pauvreté utilisée ainsi que le montre la figure 3.2.

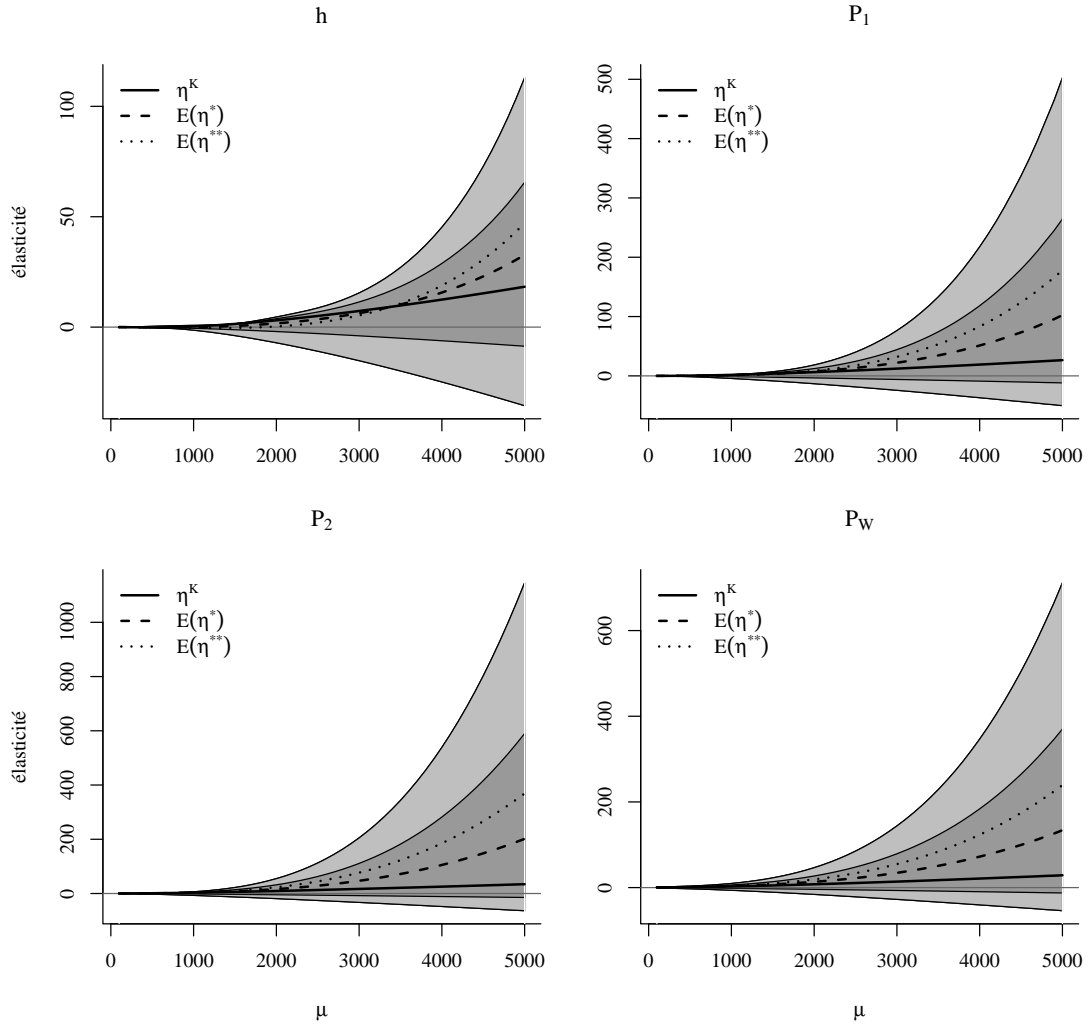
D'un point de vue plus technique, il peut aussi être intéressant de comparer les valeurs des ÉIP obtenues au travers des transformations bêta présentées dans ce chapitre avec celles correspondant aux formules proposées par Kakwani (1993). Les valeurs de ces dernières sont reportées dans les échelles de valeurs des figures 3.1 et 3.2. L'exemple d'Alphaland est à ce titre intéressant car il met en lumière les relations entre les élasticités $\eta_{D_k}^K$ et les élasticités $\eta_{D_k}^*$ et $\eta_{D_k}^{**}$ issues des transformations bêta. En effet, contrairement à ce que pourraient laisser penser les formules présentées auparavant, les élasticités $\eta_{D_k}^K$ ne correspondent pas aux valeurs moyennes de celles définissant les intervalles d'élasticités potentielles obtenues au travers des transformations bêta¹⁴. Dans le cas d'Alphaland, il semble même que la valeur de $\eta_{D_k}^K$ soit relativement élevée pour l'incidence de pauvreté et plutôt faible pour des mesures traduisant une aversion plus marquée pour l'extrême pauvreté comme P_2 et P_W .

Il peut aussi être intéressant d'examiner comment ces élasticités bêta varient selon les caractéristiques initiales de la distribution de revenus étudiée. Les figures 3.3 and 3.4 illustrent l'évolution des intervalles de valeur des ÉIP bêta lorsque le niveau moyen de revenus et le degré d'inégalités d'Alphaland sont modifiés. Si l'on considère dans un premier temps cette sensibilité au revenu par habitant¹⁵, on note que les intervalles de valeurs potentielles des élasticités s'élargissent au fur et à mesure que le niveau de développement

13. Il convient de rappeler ici que, lorsque la pauvreté est mesurée au travers de h , un transfert en faveur des individus pauvres ne se traduit par une baisse du niveau de pauvreté que s'il permet à l'individu bénéficiaire de franchir la ligne de pauvreté. Il peut donc être politiquement plus « rentable » de cibler les transferts de manière à accroître les revenus des individus les moins pauvres et obtenir ainsi des résultats plus spectaculaires.

14. L'exemple d'Alphaland est d'autant plus éclairant que la loi de distribution log-normale permet d'obtenir des courbes de Lorenz symétriques Kakwani (1980a).

15. Plus exactement, il s'agit de la sensibilité des élasticités au ratio du niveau de revenu moyen sur la ligne de pauvreté. La figure 3.3 montre donc aussi comment évoluent les élasticités $\eta_{D_1}^*$ et $\eta_{D_1}^{**}$ lorsque la ligne de pauvreté est abaissée.



Note : La surface sombre correspond à l'ensemble des valeurs potentielles des élasticités $\eta_{D_k}^*$. Les aires gris-claires s'ajoutent à la précédente pour représenter l'ensemble des valeurs admissibles pour $\eta_{D_k}^{**}$. Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. Les revenus sont distribués selon une loi log-normale caractérisée par un coefficient de Gini égal à 0,4. La pauvreté est appréciée pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.3 : Sensibilité au niveau moyen de revenus des intervalles de valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ and $\eta_{D_1}^{}$ obtenues au travers des transformations bêta pour différentes mesures de pauvreté.**

augmente. Comme les mesures de pauvreté absolues sont des fonctions décroissantes du revenu moyen, on peut expliquer en partie ce phénomène par le fait qu'une variation donnée de la mesure de pauvreté se traduit nécessairement par une variation relative plus importante lorsque le pays présente un niveau de revenu moyen plus élevé. Des évolutions contraires sont relevées lorsque l'on observe les relations entre les élasticités bêta et le degré d'inégalité de la distribution initiale des revenus, sauf dans le cas de la mesure de Watts. Dans ce cas précis (quatrième quadrant de la figure 3.4), on remarque au contraire que les intervalles de valeur diminuent dans un premier temps avant de s'élargir à nouveau.

Sur chaque figure, nous avons aussi reporté les valeurs de l'espérance des élasticités $\eta_{D_k}^*$ et $\eta_{D_k}^{**}$ obtenues au travers d'une évaluation par grille¹⁶. Il est intéressant de noter que les différences entre ces valeurs moyennes et l'élasticité obtenue à l'aide des formules proposées par Kakwani (1993) sont généralement importantes. Une étude plus approfondie serait toutefois nécessaire afin de vérifier si les élasticités obtenues au travers de ce cas particulier tendent à produire ou non des écarts systématiques avec les valeurs moyennes des élasticités associées aux variations observées dans la réalité pour les distributions relatives de revenus¹⁷.

3.3.2 Estimation des élasticités inégalités de la pauvreté correspondant aux variations observées de la courbe de Lorenz

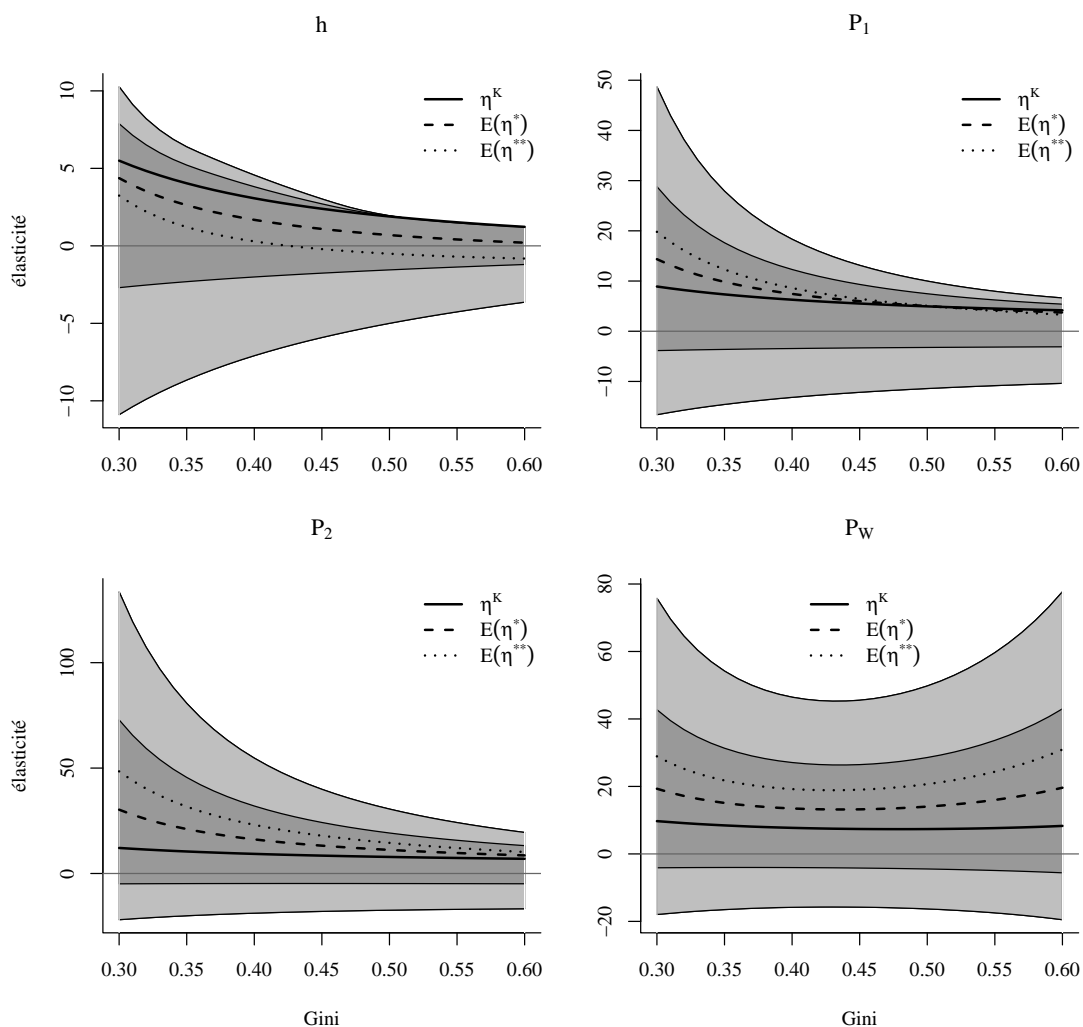
La courbe de Lorenz bêta nous semble aussi très intéressante car les équations (3.3.2) et (3.3.3) offrent la possibilité d'estimer de manière simple et élégante les ÉIP correspondant aux variations observées des mesures P entre les dates t and s .

Lorsque les distributions initiales et finales de la période étudiée peuvent être ordonnées à l'aide du critère de dominance au sens de Lorenz et que la différence absolue entre les deux courbes de Lorenz correspondantes est une fonction concave sur l'intervalle $[0; 1]$, on peut utiliser l'équation (3.3.2) pour estimer ces ÉIP observées. En effectuant une transformation logarithmique de cette équation, on obtient une forme linéaire simple pour retrouver les valeurs de γ et β permettant d'approcher cette différence entre distributions initiale et finale. L'équation se présente sous la forme :

$$\ln \frac{L(p, D^t) - L(p, D^s)}{\lambda_{k,t,s}} = \ln \tau_1 + \gamma_1 \ln p + \beta_1 \ln(1 - p) \quad \forall p \neq \{0; 1\}, \quad (3.3.9)$$

16. La procédure est équivalente asymptotiquement au calcul de la valeur moyenne des ÉIP que l'on obtiendrait après un tirage aléatoire des valeurs des paramètres γ et β sur des lois uniformes définies sur l'intervalle unitaire. Pour les figures 3.3 et 3.4, les valeurs moyennes, minimales et maximales ont été établies en utilisant 100 valeurs des paramètres γ et β disposées à intervalle régulier dans l'intervalle unitaire, puis en calculant pour chaque couple $(\gamma; \beta)$ les valeurs des ÉIP.

17. En particulier, il nous semble que l'hypothèse d'une probabilité égale d'obtenir chaque courbe de Lorenz auxiliaire au sein de la famille de courbes de Lorenz bêta est tout à fait critiquable. Une analyse pour un échantillon relativement important de distributions de revenus à plusieurs dates permettrait de vérifier la validité de cette hypothèse en estimant la distribution conjointe des paramètres γ et β .



Note : La surface sombre correspond à l'ensemble des valeurs potentielles des élasticités $\eta_{D_k}^*$. Les aires gris-claires s'ajoutent à la précédente pour représenter l'ensemble des valeurs admissibles pour $\eta_{D_k}^{**}$. Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. Les revenus sont distribués selon une loi log-normale caractérisée par un revenu moyen égal à 2000 \$. La pauvreté est appréciée pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.4 : Sensibilité au degré d'inégalités des intervalles de valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ and $\eta_{D_1}^{}$ obtenues au travers des transformations bêta pour différentes mesures de pauvreté.**

où $\lambda_{k,t,s} = \frac{D_{k,s} - D_{k,t}}{D_{k,t}}$. Dans la plupart des cas, les conditions mentionnées ne sont pas réunies et il est nécessaire de s'appuyer sur l'équation (3.3.3) que l'on peut transformer sous la forme suivante :

$$\frac{(1 - \lambda_{k,t,s})L(p, \mathbf{D}^t) - L(p, \mathbf{D}^s)}{\lambda_{k,t,s}} + p = \tau_1 p^{\gamma_1} (1 - p)^{\beta_1} + \tau_2 p^{\gamma_2} (1 - p)^{\beta_2}. \quad (3.3.10)$$

Toutefois, contrairement à l'équation (3.3.9), cette forme fonctionnelle n'est identifiée que si l'on impose certaines restrictions. Si l'on suppose que $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$ sont identiques¹⁸, ces restrictions sont $\tau_1 = \tau_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$ et $\beta_1 = \beta_2$. On obtient alors le modèle économétrique suivant :

$$\ln \left(\frac{(1 - \lambda_{k,t,s})L(p, \mathbf{D}^t) - L(p, \mathbf{D}^s)}{2\lambda_{k,t,s}} + \frac{p}{2} \right) = \ln \tau_1 + \gamma_1 \ln p + \beta_1 \ln(1 - p) \quad \forall p \neq \{0; 1\}. \quad (3.3.11)$$

L'avantage des équations (3.3.9) et (3.3.11) est qu'elles permettent l'utilisation de l'estimateur des moindres carrés ordinaires. Toutefois, pour ces raisons similaires à celles exposées dans le chapitre 2, il n'est pas certain que cet estimateur soit le plus approprié dans le contexte de l'estimation d'une ÉIP. En effet, les moindres carrés ordinaires accordent a priori une pondération identique à toutes les observations. Or, le respect par les mesures de pauvreté utilisées de l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres signifie qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte des erreurs de prédiction pour les quantiles de population correspondant aux individus dont les revenus sont supérieurs à la ligne de pauvreté. De plus, chaque mesure P est caractérisée par un système de pondération W qui traduit l'importance accordée par l'évaluateur social aux situations d'extrême pauvreté et aux inégalités entre pauvres. Comme cette fonction de pondération implique un traitement inégal des erreurs de prédiction, il semble plus cohérent de l'utiliser pour définir des estimateurs permettant une agrégation des erreurs conforme à W . Nous suggérons donc l'emploi d'un estimateur des moindres carrés pondérés tels que le poids accordé à chaque quantile de population est égal à $W(z, \mu \partial L(p, \mathbf{D}^t) / \partial p)$. Dans le cas particulier de l'incidence de pauvreté, comme la valeur de l'élasticité inégalités est seulement affectée par les erreurs de prédiction en h , il est nécessaire d'adopter une procédure différente. À l'instar de ce que nous avons proposé dans le chapitre 2, le compromis le plus intéressant nous semble d'utiliser un système de pondération tel que le poids accordé à chaque quantile de population décroît avec sa distance vis à vis de la valeur initiale de l'incidence de pauvreté.

Afin d'évaluer les performances des modèles économétriques issus de la transformation bêta, il peut être utile de vérifier au travers d'un exercice de simulation si la méthode proposée permet de retrouver les valeurs théoriques obtenues au travers d'une hypothèse distributive précise. Pour réaliser cet exercice, nous supposons ici que les distributions ini-

18. Afin de relâcher cette restriction, il est nécessaire de recourir à des formes fonctionnelles différentes pour chaque courbe de Lorenz auxiliaire $L(p, \mathbf{D}')$ et $L(p, \mathbf{D}'')$. Il n'est par contre pas certain que l'on puisse alors employer des estimateurs tels que les moindres carrés ordinaires pour retrouver les valeurs des paramètres correspondant à la forme fonctionnelle obtenue.

tiales et finales suivent une distribution log-normale, ce qui permet d'utiliser les équations proposées par Bourguignon (2003) et Lopez & Servèn (2006) pour établir les valeurs de ces élasticités théoriques¹⁹ (cf. équations (1.3.11) à (1.3.13) de la section 1.3.2). Ces valeurs théoriques ont dans un premier temps été calculées pour une centaine de valeurs initiales du revenu moyen et du coefficient de Gini tirées à intervalles réguliers dans les intervalles respectifs [400;5000] et [0,3;0,6]. Pour chaque mesure de pauvreté, il en résulte un échantillon de 10000 valeurs des ÉIP qui ont chacune été par la suite estimées à l'aide du modèle économétrique (3.3.9) en utilisant les systèmes de pondération suggérés dans le paragraphe précédent^{20,21}.

Les résultats de la simulation sont présentés sur la figure 3.5. Les valeurs théoriques sont indiquées à l'aide d'isoquantes continues tandis que les valeurs correspondantes estimées sont représentées par des courbes pointillées. De toute évidence, ces résultats montrent que le modèle proposé donne lieu à des erreurs de prédiction minimales en comparaison des valeurs obtenues au travers des formules suggérées par Kakwani (1993) (cf. figure 3.6 en annexe).²² Il nous semble aussi important de souligner que les erreurs de prédiction observées semblent distribuées de manière relativement homogène pour l'ensemble des distributions

19. Pour mémoire, sous l'hypothèse forte de log-normalité, les élasticités des mesures h , P_1 et P_2 sont respectivement :

$$\begin{aligned}\eta_{D_{1,0}} &= -\frac{b\phi(a)}{\Phi(a) \frac{\sigma\sqrt{2}}{\psi} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}, \\ \eta_{D_{1,1}} &= -\frac{b\phi(a) - \frac{a\mu}{z}\phi(b)}{\left(\Phi(a) - \frac{\mu}{z}\Phi(b)\right) \frac{\sigma\sqrt{2}}{\psi} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}, \\ \eta_{D_{1,2}} &= -\frac{b\phi(a) - \frac{2a\mu}{z}\phi(b) - \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} (2\sigma^2\Phi(d) - c\phi(d))}{\left(\Phi(a) - \frac{2\mu}{z}\Phi(b) + \left(\frac{\mu}{z}\right)^2 e^{\sigma^2} \Phi(d)\right) \frac{\sigma\sqrt{2}}{\psi} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)},\end{aligned}\tag{3.3.12}$$

où $a = \ln(z\mu^{-1})/\sigma + \sigma/2$, $b = \ln(z\mu^{-1})/\sigma - \sigma/2$, $c = a + \sigma$ et $d = b - \sigma$. Le paramètre σ désigne l'écart type du logarithme des revenus et les fonctions ϕ et Φ correspondent respectivement aux fonctions de densité et de distribution de la loi normale centrée réduite. Pour plus de détail sur le calcul des élasticités $\eta_{D_{1,0}}$, $\eta_{D_{1,1}}$ et $\eta_{D_{1,2}}$, se reporter à Lopez & Servèn (2006).

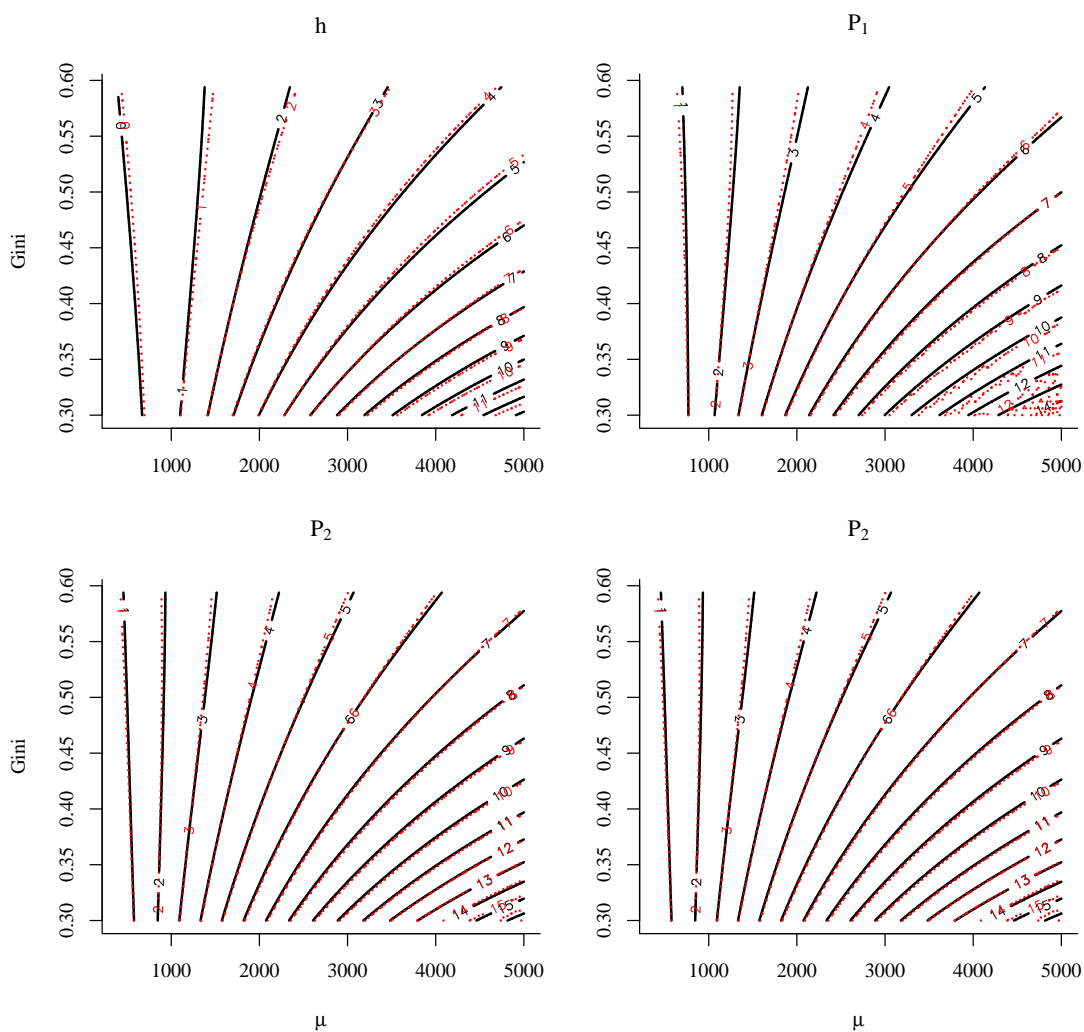
Enfin on démontre que l'élasticité de P_W par rapport au coefficient de Gini est :

$$\eta_{D_1, W} = \frac{\sigma\Phi(a) + \phi(a)}{\left(a\Phi(a) + \phi(a)\right) \frac{\sigma\sqrt{2}}{\psi} \phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)}.$$

20. Dans la mesure où la dominance au sens de Lorenz est toujours respectée avec les distributions log-normales et que la différence absolue entre les deux courbes est une fonction concave du quantile de population sur l'intervalle [0;1], il n'est pas nécessaire de recourir à l'équation (3.3.11). Les simulations réalisées avec ce modèle donnent lieu à des différences insignifiantes par rapport aux résultats obtenus avec le modèle (3.3.9).

21. Pour chaque couple de valeur (μ, D_1) , la différence entre les courbes de Lorenz initiales et finales a été estimée pour 5000 points espacés à intervalles réguliers. Dans le cas de l'incidence de pauvreté, le système de pondération utilisé est $(1 - |p - h|)^2$.

22. On peut aussi renverser le résultat et conclure que les formules d'élasticités basées sur l'hypothèse de log-normalité ne permettent pas de prédire de manière satisfaisante les valeurs des élasticités correspondant à la transformation de la courbe de Lorenz définie par l'équation (3.2.1).



Note : Les lignes pleines et en pointillé représentent respectivement les valeurs théoriques des ÉIP sous l'hypothèse de log-normalité et leurs valeurs prédites après estimation du modèle (3.3.11). Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. Les niveaux de pauvreté sont calculés pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.5 : Qualité des estimations réalisées à l'aide du modèle bêta des élasticités Gini théoriques de différentes mesures de pauvreté sous l'hypothèse de lognormalité.

de revenus considérées. Ce résultat laisse penser que la qualité des prédictions est relativement égale quelle que soit le niveau de développement et le degré d'inégalités du pays étudié.

3.4 Estimation de la performance relative des processus redistributifs observés en termes de réduction de la pauvreté

Dans la section précédente, nous avons montré qu'il était relativement aisé de calculer la valeur des ÉIP correspondant aux variations observées d'une distribution relative de revenus. Ainsi que nous l'avons noté dans le chapitre 1, l'utilité d'une comparaison directe d'ÉIP entre différents pays ou à différentes périodes est évidente car elle souligne le caractère hétérogène des réponses de la pauvreté à la redistribution des revenus au sein d'une population. De plus, comme les élasticités présentées dans ce chapitre correspondent à des variations marginales du degré d'inégalités, elles offrent une vision intensive de la contribution de la redistribution des revenus à la réduction de la pauvreté. Toutefois, ainsi que l'ont confirmé les simulations réalisées au travers de l'exemple d'Alphaland, les formules d'élasticités proposées dépendent à la fois des caractéristiques de la distribution de revenus initiale et du processus redistributif utilisé. La comparaison d'élasticités observées ne permet donc pas de savoir dans quel cas les transferts obtenus auront été les plus efficaces du point de vue de la lutte contre la pauvreté²³. En effet, une valeur plus importante de l'ÉIP peut tout autant s'expliquer par des conditions initiales plus favorables, en particulier un niveau initial de pauvreté plus faible, que par un processus redistributif moins « pro-pauvres ».

Toutefois, dès lors que l'on considère l'existence de bornes $\eta_{D_k}^-$ et $\eta_{D_k}^+$ pour les valeurs potentielles des ÉIP de chaque distribution de revenus, on dispose d'une référence pour apprécier l'efficacité relative d'un processus redistributif observé puisque l'on peut effectuer alors un contrôle pour l'influence des caractéristiques de la distribution initiale des revenus. La comparaison d'une élasticité estimée avec l'intervalle de valeurs potentielles permet de mesurer comment une économie traduit une variation marginale du degré d'inégalités en variation du niveau de pauvreté au regard des variations qu'elle aurait théoriquement pu connaître. Afin de faciliter les comparaisons dans le temps et l'espace, nous suggérons l'utilisation de la mesure suivante d'efficacité relative²⁴ :

$$\pi_{D_k} = \frac{\hat{\eta}_{D_k} - \eta_{D_k}^-}{\eta_{D_k}^+ - \eta_{D_k}^-}, \quad (3.4.1)$$

23. Il convient de rappeler que dans le cadre de ce travail de thèse, la diminution des inégalités des revenus n'est vue que comme un levier de réduction de la pauvreté et non un objectif en soi. Les considérations tenues dans cette section perdent évidemment de leur pertinence si le degré d'inégalités entre de manière directe dans la fonction d'évaluation sociale des décideurs politiques.

24. Un indice sans doute plus « naturel » serait la valeur pour $\hat{\eta}_{D_k}$ de la fonction de distribution des ÉIP potentielles de la distribution de revenus étudiée. Dans la mesure où il n'est pas certain que l'on puisse estimer en pratique une telle fonction de distribution, nous préférons nous en tenir à la mesure π_{D_k} définie dans l'équation (3.4.1).

dont les valeurs sont par définition comprises entre 0 et 1. Lorsque l'on considère une baisse du degré d'inégalités, une valeur de π_{D_k} proche de 1 implique que le processus de redistribution étudié a été « pro-pauvres » dans la mesure où les transferts obtenus ont principalement bénéficié aux individus pauvres²⁵. Lorsque la valeur est proche de 0, la mesure π_{D_k} indique que les individus pauvres ont été affectés de manière adverse ou n'ont pas été affectés par le processus de redistribution. On peut alors qualifier ce processus d'« anti-pauvres ». La différence principale entre les valeurs des ÉIP observées et les valeurs correspondantes de π_{D_k} est que les premières indiquent si l'évolution de la distribution relative des revenus a ou non été « pro-pauvres » tandis que les secondes permettent d'apprécier le degré de ce caractère « pro-pauvres » conditionnellement aux caractéristiques de la distribution initiale des revenus.

En pratique, les valeurs des bornes de l'intervalle de valeurs potentielles des ÉIP ne sont évidemment pas connues. Il est donc nécessaire de procéder à une estimation de celles-ci. Afin de procéder à cette estimation, nous suggérons naturellement d'utiliser les valeurs minimales $\hat{\eta}_{D_k}^-$ et maximales $\hat{\eta}_{D_k}^+$ de $\eta_{D_k}^{**}$ obtenues à l'aide de la courbe de Lorenz bêta. La valeur estimée de π_{D_k} est donc alors :

$$\hat{\pi}_{D_k} = \frac{\hat{\eta}_{D_k} - \hat{\eta}_{D_k}^-}{\hat{\eta}_{D_k}^+ - \hat{\eta}_{D_k}^-}. \quad (3.4.2)$$

Cependant, il est nécessaire de rester prudent quant à l'interprétation à donner à cette estimation de la mesure π_{D_k} . En l'absence de méthode d'estimation non-paramétrique pour générer de manière aléatoire des courbes de Lorenz auxiliaires, le calcul de π_{D_k} nécessite l'emploi de formes fonctionnelles qui ne garantissent pas que l'on approche de manière satisfaisante les valeurs maximales et minimales des ÉIP de chaque distribution de revenus²⁶. Il nous semble donc qu'il faille nous prévenir en pratique d'une utilisation cardinale de la mesure $\hat{\pi}_{D_k}$. En revanche, si l'on fait l'hypothèse que les possibles surestimations de $\eta_{D_k}^-$ et sous-estimations de $\eta_{D_k}^+$ sont orthogonales aux caractéristiques de la distribution initiale des revenus, on peut procéder à un usage ordinal de $\hat{\pi}_{D_k}$. La mesure permet alors de comparer les schémas redistributifs observés en termes de capacité à réduire la pauvreté,

25. À nouveau, il convient d'être très prudent lors de l'interprétation de l'indice π_{D_k} dans la mesure où sa valeur dépend notamment de la mesure de pauvreté utilisée. Ainsi, on retrouvera une valeur élevée de π_{D_k} pour l'incidence de pauvreté si les transferts se font au bénéfice des individus pauvres dont les revenus sont proches de la ligne de pauvreté. Elle sera en revanche plus faible lorsque les mêmes transferts se font à destination des membres les plus pauvres de la population. Un tel résultat est évidemment choquant du point de vue de la justice sociale et explique que l'on puisse préférer l'utilisation de mesures sensibles à l'extrême pauvreté comme P_2 or P_W .

26. Il faut toutefois tempérer ce problème car, en l'absence d'information supplémentaire sur les structures économiques et politiques du pays étudié, les formules présentées dans les sections 3.2 et 3.3 ne permettent d'obtenir que des élasticités théoriques. Il est donc nécessaire d'admettre que les intervalles de valeurs estimés ne reflètent en aucun cas la réalité politique et économique de chaque pays. La probabilité d'observer des valeurs « extrêmes » des élasticités théoriques peut donc être nulle. En pratique, il est donc possible que les intervalles de valeurs réellement observables soient moins larges que ceux obtenus mathématiquement au travers des transformations bêta.

indépendamment de la « facilité » avec laquelle cette diminution de la pauvreté peut être obtenue et de l'ampleur des variations du degré d'inégalités.

3.5 Remarques finales

La conception de politiques macro-économiques « pro-pauvres » optimales appelle un dosage subtil et spécifique à chaque pays de mesures permettant l'accroissement du niveau moyen de revenus et la réduction des inégalités²⁷. Toutefois, malgré la nature mécanique des relations entre inégalités et pauvreté, les effets d'une réduction du degré d'inégalités sur le niveau de pauvreté sont très incertains, même lorsque l'on suppose que les transferts observés au sein de la population ne se traduisent pas par une variation du niveau de revenus par habitant. Une telle incertitude peut être expliquée par la complexité du concept d'inégalités de revenus et par la grande variété de schémas redistributifs qui peuvent être associés à une même variation d'une mesure d'inégalités pour une distribution de revenus donnée.

Au cours de ce chapitre, nous proposons une extension de la méthode de calcul des élasticités inégalités de la pauvreté (ÉIP) développée par Kakwani (1993) afin d'estimer les effets propres de la redistribution des revenus sur le niveau de pauvreté. Plus particulièrement, nous relâchons partiellement la contrainte imposée par cet auteur en termes de transformation de la courbe de Lorenz afin de calculer la valeur de ces ÉIP. Le relâchement de cette hypothèse centrale dans les travaux de Kakwani (1993) nous permet d'établir des formules offrant la possibilité d'estimer non pas une valeur mais un intervalles de valeurs potentielles pour les ÉIP correspondant à chaque distribution de revenus. La flexibilité des formules proposées permet aussi d'estimer les valeurs des ÉIP associées aux évolutions observées d'une distribution relative de revenus, même lorsque la dominance au sens de Lorenz ne peut être utilisée pour caractériser la relation entre les distributions de revenus initiale et finale. De ce point de vue, nous comblons une partie du fossé séparant l'approche « analytique » de l'approche « comptable » de calcul des ÉIP (cf. chapitre 1). En effet, la méthode d'estimation des ÉIP observées que nous proposons peut être considérée comme la valeur marginale des élasticités inégalités obtenues au travers de la décomposition définie par Datt & Ravallion (1992) et constitue donc une réponse à la critique de Ravallion (2000) à l'encontre de l'approche « analytique ».

Enfin, nous présentons un indice visant à caractériser les effets observés d'une transformation de la distribution relative des revenus en termes de variations de la pauvreté pour des conditions initiales données. Cette mesure doit permettre d'apprécier dans quels pays ou à quelles périodes les schémas redistributifs relevés ont été les plus favorables aux

27. Bien entendu, toute mesure de politique économique visant à accroître le produit par habitant donne en pratique lieu à une modification de la distribution relative des revenus et inversement pour les politiques de redistribution. La distinction que nous effectuons dans ce travail de thèse, toute artificielle qu'elle puisse paraître, n'en est pas moins éclairante sur les objectifs intermédiaires qui doivent être poursuivis pour obtenir un certain objectif en termes de lutte contre la pauvreté.

pauvres en comparaison des valeurs théoriquement admissibles propres à chaque distribution de revenus. Cette mesure ne dispense toutefois pas son utilisateur d'une estimation des effets des variations du niveau moyen de revenus qui accompagnent dans chaque pays les évolutions de la répartition du revenu total au sein de la population afin de pouvoir ou non qualifier de « pro-pauvres » les phénomènes de croissance rencontrés. Les outils que nous développons sont toutefois d'une grande utilité pour l'évaluation *ex post* des performances économiques des pays en développement en termes de réduction de la pauvreté car ils permettent de vérifier si le levier redistributif a été utilisé de manière efficace pour lutter contre la pauvreté. Ainsi, un certain nombre d'études comme Hanmer *et al.* (1999), Collier & Dollar (2001), Besley & Burgess (2003) et Naschold (2004) estiment que nombre de pays, notamment les pays d'Afrique sub-saharienne, ne réussiront pas à atteindre l'objectif de réduction de moitié de la part de la population vivant avec un revenu inférieur à 1 \$ par jour entre 1990 et 2015. Si les résultats obtenus à mi-parcours confirment ce résultat, il est alors important de se demander si cet échec (partiel) est lié à la fixation d'objectifs impossibles à atteindre ou si les politiques pratiquées jusqu'à présent sont ou non efficaces. Il nous semble que les outils développés au cours de chapitre peuvent donner un certain nombre de réponses à ces questions et doivent nous inciter à étudier de manière plus approfondies les relations entre inégalités et pauvreté.

Annexe A Interprétation du paramètre λ

Dans le cas de la transformation générale définie par l'équation (3.2.4), la valeur de la mesure D_k associée à la distribution finale est :

$$D_k^{**} = (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D}^*)) dp, \quad (\text{A.1})$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - ((1-\lambda)L(p, \mathbf{D}) + \lambda L(p, \mathbf{D}'' | D_k'' = \psi) - \lambda(p - L(p, \mathbf{D}' | D_k' = \psi)))) dp, \quad (\text{A.2})$$

$$= (1-\lambda)(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D})) dp + \lambda(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D}'' | D_k'' = \psi)) dp + \lambda(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D}' | D_k' = \psi)) dp, \quad (\text{A.3})$$

$$= (1+\lambda)\psi. \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas des indices de S-Gini G_k et pour $L(p) = L(p, \mathbf{G} | G_k = \psi)$, on obtient :

$$G_k^{**} = 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{G}^*) dp, \quad (\text{A.5})$$

$$= 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} ((1-\lambda)L(p, \mathbf{G}) + \lambda L(p, \mathbf{G}'' | G_k'' = \psi) - \lambda(p - L(p, \mathbf{G}' | G_k' = \psi))) dp, \quad (\text{A.6})$$

$$= 1 - (1-\lambda)k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{G}) dp - \lambda k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{G}'' | G_k'' = \psi) dp - \lambda k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{G}' | G_k' = \psi) dp + \lambda k(k+1) \int_0^1 p(1-p)^{k-1} dp, \quad (\text{A.7})$$

$$= (1-\lambda)\psi + \lambda\psi - \lambda k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{G}' | G_k' = \psi) dp + \lambda \left[(1-p)^{k+1} \right]_0^1, \quad (\text{A.8})$$

$$= (1+\lambda)\psi. \quad (\text{A.9})$$

Dans chaque cas, on peut donc interpréter le paramètre λ comme une variation relative de la mesure d'inégalités considérée.

Annexe B Valeur du paramètre τ pour la transformation bêta

La valeur finale de la mesure D_k obtenue en combinant la courbe de Lorenz bêta avec l'équation (3.2.2), est :

$$D_k^* = (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D}^*)) dp, \quad (\text{B.1})$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} \left(p - \left(L(p, \mathbf{D} | D_k = \psi) - \lambda \tau p^\gamma (1-p)^\beta \right) \right) dp, \quad (\text{B.2})$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D} | D_k = \psi)) dp + \lambda \tau (k+1) \int_0^1 p^{\gamma+k-1} (1-p)^\beta dp, \quad (\text{B.3})$$

$$= \psi + \lambda \tau (k+1) \int_0^1 p^{\gamma+k-1} (1-p)^\beta dp. \quad (\text{B.4})$$

L'équation (B.4) montre que le paramètre λ correspond à une variation proportionnelle de la mesure $D_k = \psi$ si et seulement si :

$$\tau (k+1) \int_0^1 p^{\gamma+k-1} (1-p)^\beta dp = \psi. \quad (\text{B.5})$$

Comme $\int_0^1 p^{k-1} p^\gamma (1-p)^\beta dp = B(\gamma+k, \beta+1)$, il est donc nécessaire que soit respectée la condition suivante :

$$\tilde{\tau} = \frac{\psi}{(k+1)B(\gamma+k, \beta+1)}. \quad (\text{B.6})$$

Dans le cas de la transformation (3.2.4), la valeur de D_k^{**} est égale à :

$$D_k^{**} = (k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D}^{**})) dp, \quad (\text{B.7})$$

$$= (k+1) \int_0^1 p^{k-1} \left(p - (1-\lambda)L(p, \mathbf{D} | D_k = \psi) - \lambda \left(p - 2\tau p^\gamma (1-p)^\beta \right) \right) dp, \quad (\text{B.8})$$

$$= (1-\lambda)(k+1) \int_0^1 p^{k-1} (p - L(p, \mathbf{D} | D_k = \psi)) dp + 2\lambda \tau (k+1) \int_0^1 p^{k-1} p^\gamma (1-p)^\beta dp, \quad (\text{B.9})$$

$$= (1-\lambda)\psi + 2\lambda \tau (k+1) \int_0^1 p^{k-1} \tau p^\gamma (1-p)^\beta dp. \quad (\text{B.10})$$

qui nous conduit à la même valeur $\tilde{\tau}$ que celle exprimée dans l'équation (B.6).

De même, pour les mesures G_k , on observe :

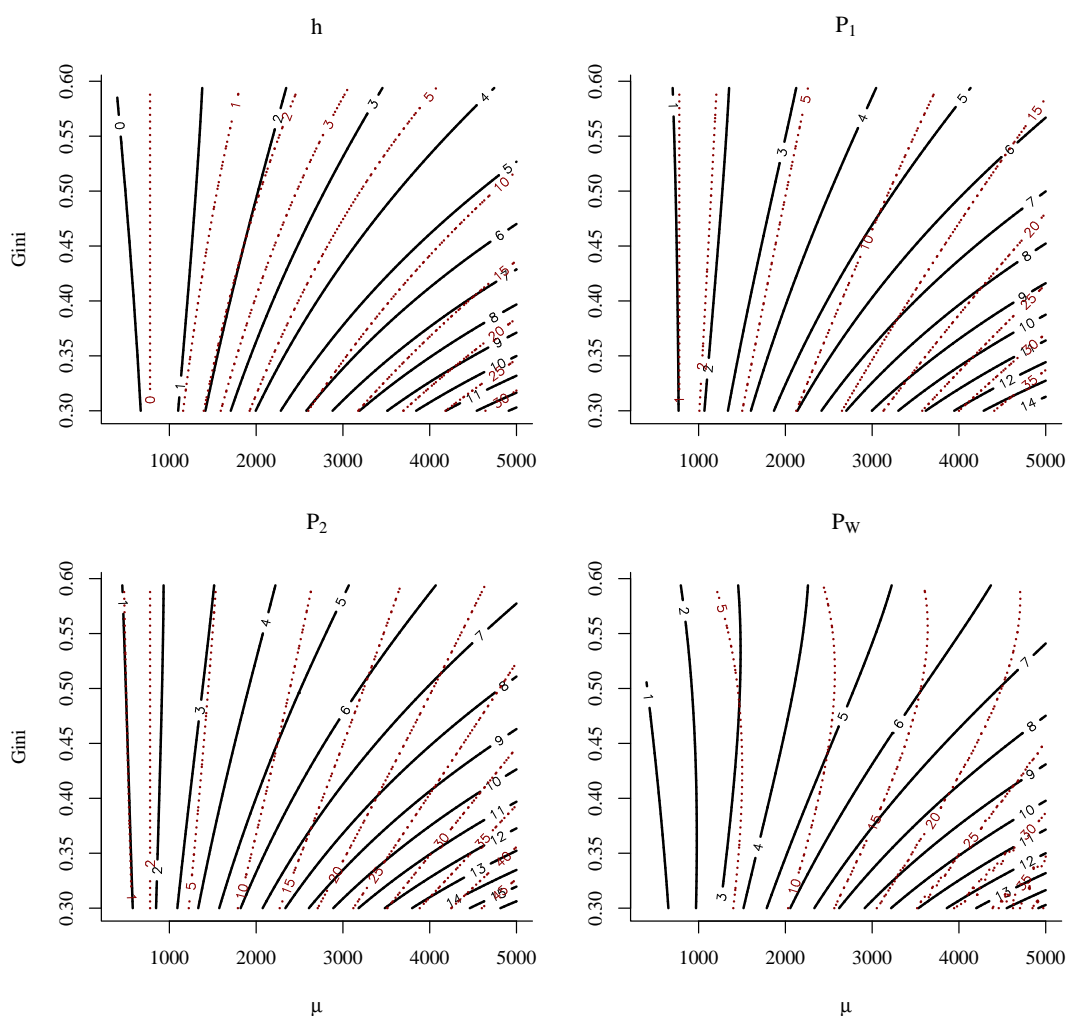
$$G_k^* = 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} L(p, \mathbf{D}^*) dp, \quad (\text{B.11})$$

$$= 1 - k(k+1) \int_0^1 (1-p)^{k-1} \left(L(p, \mathbf{D} | D_k = \psi) - \lambda \tau p^\gamma (1-p)^\beta \right) dp, \quad (\text{B.12})$$

$$= \psi + \lambda \tau k(k+1) \int_0^1 p^\gamma (1-p)^{\beta+k-1} dp. \quad (\text{B.13})$$

dont la solution est $G_k^* = (1+\lambda)\psi$ if $\tilde{\tau} = \psi (k(k+1)B(\gamma+1, \beta+k))^{-1}$. Le même résultat est obtenu dans le cadre de la transformation définie par l'équation (3.2.4).

Annexe C Figures additionnelles



Note : Les lignes pleines et en pointillés représentent respectivement les valeurs théoriques des ÉIP sous l'hypothèse de log-normalité et leurs valeurs prédites au travers des équations (3.2.14), (3.2.28) et (3.2.33). Les mesures h , P_1 et P_2 correspondent respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. P_W désigne la mesure de Watts. Les niveaux de pauvreté sont calculés pour une ligne de pauvreté de 2 \$ par jour et par individu.

FIGURE 3.6 : Qualité des estimations réalisées à l'aide des formules de Kakwani (1993) des élasticités Gini théoriques de différentes mesures de pauvreté sous l'hypothèse de lognormalité.

Chapitre 4

**De l'importance des préférences éthiques
pour l'estimation des contributions de la
croissance et des inégalités aux variations
observées de la pauvreté**

LA MULTIPLICATION DES REVENUS de chaque membre d'une population par un même scalaire augmente-t-elle, diminue-t-elle ou préserve-t-elle le degré d'inégalités de revenus de cette population? L'addition d'un même montant aux revenus de l'ensemble des membres d'une population augmente-t-elle, diminue-t-elle ou préserve-t-elle le degré d'inégalités de revenus de cette population? Sous leur apparente simplicité (naïveté?), les réponses à ces questions jouent pourtant un rôle central en termes de justice distributives. Elles définissent en effet de quelle manière la société juge que les écarts absolus de revenus peuvent s'accroître lorsque le niveau de revenu augmente, sans que le degré d'inégalités en soit affecté. Il est toutefois intéressant de noter combien les réponses données à ces questions peuvent varier d'un individu à l'autre. Elles révèlent ainsi une grande hétérogénéité des sentiments en matière de définition et de mesure des inégalités. S'appuyant sur des enquêtes auprès d'étudiants, Amiel & Cowell (1992, 1997, 1999, 2001) mettent ainsi en évidence que peu de répondants sont susceptibles de soutenir l'intégralité des axiomes utilisés traditionnellement pour mesurer les inégalités et la pauvreté. En particulier, ils relèvent que la majorité des étudiants interrogés rejettent l'idée communément admise, du moins dans la littérature consacrée à la mesure des inégalités, selon laquelle le doublement des revenus de l'ensemble des membres de la population étudiée ne modifie pas son degré d'inégalités. Une telle réaction à l'encontre de cet axiome d'invariance multiplicative n'est toutefois pas surprenante puisque l'on ne constate pas non plus une approbation unanime de cet axiome au sein de la communauté académique. Un certain nombre d'auteurs comme Dalton (1920) et Kolm (1976a) ont ainsi exprimé des opinions hétérodoxes sur la manière de répartir un revenu additionnel au sein d'une population afin de maintenir le degré d'inégalités à son niveau initial¹.

S'interroger sur la désirabilité des propriétés d'une mesure d'inégalités ou de pauvreté n'est pas un exercice trivial dans la mesure où ces propriétés peuvent exercer un impact important en termes de décisions politiques. Les inégalités internationales de revenus, autrement dit les inégalités de revenus moyens entre pays, sont une bonne illustration de l'importance de cette hétérogénéité d'opinions en matière d'inégalités et de ses conséquences. Certaines personnes se focalisent ainsi sur les écarts absolus de revenus par habitant tandis que d'autres considèrent plutôt les écarts relatifs entre pays. Alors que les premières concluent certainement que les inégalités entre nations se sont amplifiées au cours des dernières décennies, les secondes soutiennent en général le point de vue diamétralement op-

1. S'agissant de l'opposition entre l'axiome d'invariance multiplicative et l'axiome d'invariance additive qui seront présentés en détail dans les paragraphes suivants, Kolm (1976a, p. 419) soutient ainsi qu'« il n'est pas moins légitime de considérer l'inégalité entre deux revenus en termes de différence plutôt qu'en termes de ratio ».

posé. Il est important de souligner que cette variété d'interprétations des mêmes tendances peut se traduire par des recommandations de politique économique très différentes, notamment en termes de politique d'aide au développement.

Ce chapitre ne traite toutefois pas des inégalités internationales de revenus, mais présente des questions d'interprétations similaires. Dans ces quelques pages, nous tentons de montrer l'importance des choix axiomatiques effectués dans l'analyse des variations de la pauvreté. Depuis les premiers travaux de Jain & Tendulkar (1990), Kakwani & Subbarao (1990) et Datt & Ravallion (1992), les exercices de décomposition des variations observées de la pauvreté en effet croissance et effet inégalités sont devenus très populaires dans les études empiriques car elles constituent un moyen très élégant d'estimer la contribution relative de l'augmentation du niveau moyen de revenus et des variations du degré d'inégalités aux performances observées en matière de lutte contre la pauvreté. Au travers de ce chapitre, nous mettons en évidence le rôle déterminant, dans ces exercices de décomposition, des préférences éthiques sur lesquelles s'appuient toute conception générale des inégalités. Plus précisément, il s'avère que ces décompositions sont influencées de manière importante par la définition de la frontière entre ce qui peut être considéré comme un effet « pur » de la croissance, autrement dit l'effet d'une augmentation du revenu moyen à degré d'inégalités constant, et ce qui relève d'un effet redistributif « pur », c'est-à-dire d'un changement dans la répartition des revenus pour un niveau moyen de revenus constant. Ces considérations sont particulièrement importantes dans le cas de mesures comme l'incidence de pauvreté qui sont compatibles avec plusieurs axiomes concurrents et laissent donc la part belle aux jugements personnels. Une même variation observée du niveau de pauvreté peut alors être principalement attribuée à l'effet croissance ou à l'effet inégalités selon les préférences de chacun en matière d'inégalités. Un tel résultat est peu satisfaisant car il peut donner lieu à une certaine confusion et à des recommandations de politique économique inefficaces si les chercheurs n'expriment pas de manière explicite les choix axiomatiques effectués pour réaliser leurs décompositions des variations observées de la pauvreté.

Au cours de ce quatrième chapitre, nous reprenons dans un premier temps les principales techniques de décomposition déjà présentées dans le chapitre 1. Ceci nous permet d'introduire certaines notations employées pour les développements théoriques ultérieurs. La section 4.2 est une revue détaillée des différentes versions de l'axiome d'invariance présentées et formalisées dans la littérature relative à la mesure des inégalités et de la pauvreté. Plus précisément, nous nous attardons sur les perceptions des inégalités attachées selon Kolm (1976a) à des positions *rightist* et *leftist*. Pour Kolm, la vision *rightist* repose sur le sentiment que le degré d'inégalités ne varie pas lorsque les revenus augmentent tous au même taux que le revenu moyen au cours du processus de développement de l'économie tandis que les tenants d'une vision *leftist* pensent que le degré d'inégalités reste constant lorsque les revenus de chaque individu augmentent tous du même montant que le niveau moyen

de revenus². Nous considérons par la suite les axiomes d'invariance intermédiaire qui correspondent à des positions de compromis entre ces deux cas pôlaires et pour lesquels nous présentons une nouvelle définition générale. Parmi les axiomes d'invariance intermédiaire présentés dans ce chapitre, nous affirmons que la vision non-linéaire développée par Krt-scha (1994) et Yoshida (2005) est la seule qui soit pertinente pour effectuer une analyse des questions de pauvreté.

Les implications théoriques des choix d'axiome d'invariance dans les décompositions des variations observées de la pauvreté en effets croissance et inégalités sont présentées dans la section 4.3. Nous montrons alors que peu d'information est nécessaire pour ordonner les valeurs des effets croissance et inégalités basés sur ces positions *rightist*, *leftist* et intermédiaires des inégalités dans le cas de l'incidence de pauvreté. Les différentes propositions émises permettent alors d'anticiper le sens des variations des effets croissance et inégalités lorsque l'on abandonne une vision *rightist* au profit d'une vision intermédiaire ou *leftist* des inégalités de revenus.

Enfin, nous réalisons dans la section 4.4 une application de nos différents développements théoriques sur données chinoises durant la période 1990-2003. Les conclusions récurrentes des études réalisées dans le cadre de l'économie chinoise (Fan *et al.*, 2002, Wan & Zhang, 2006, Chen & Ravallion, 2007) sont que la croissance du revenu moyen est le principal moteur de réduction de la pauvreté et que les changements en termes d'inégalités diminuent cet effet bénéfique de la croissance sur la pauvreté. Notre objectif est de soumettre ces conclusions à un changement d'axiome d'invariance afin d'en tester la robustesse. Les résultats obtenus pour l'ensemble de la période montrent ainsi que les tenants d'une posture *leftist* vont considérer que les variations du degré d'inégalités ont contribué à l'augmentation de la part de la population chinoise vivant sous la ligne de pauvreté alors que les tenants d'une vision *rightist* soutiennent une conclusion opposée. Une autre conséquence de ces changements est que la prise en compte de différentes perceptions des inégalités peut conduire à renverser certaines hypothèses obtenues lors de la comparaison des résultats de la décomposition pour chaque sous-période. Dans le cas de la Chine, ces considérations méthodologiques doivent être tenues comme particulièrement importantes car elles concernent environ un cinquième de la population mondiale et une grande partie

2. Ces étiquettes sont liées au contexte politique français et aux différences idéologiques entre les deux tendances majoritaires représentées à l'Assemblée Nationale. Kolm (1976a) introduit ces expressions en référence aux débats qui se sont tenus après les accords de Grenelle en 1968. Lors de ces derniers, une hausse proportionnelle de tous les salaires avait été décidée. Kolm rapporte alors (p. 419) que « les Radicaux étaient amers et se sentaient dupés ; de leur point de vue cette mesure augmentait considérablement les inégalités de revenus ». Dans la section 4.2, nous montrons que la vision *leftist* des inégalités implique une distribution des revenus additionnels plus égalitaire que la vision *rightist*. Comme les expressions de perceptions *rightist* et *leftist* sont couramment reprises dans la littérature relative aux axiomes d'invariance et ne présentent pas les ambiguïtés des qualificatifs « absolu » et « relatif » (voir note 3), nous les reprenons tout au long de ce chapitre. Nous sommes toutefois conscients que ces expressions peuvent ne pas correspondre à la réalité des doctrines et mouvements politiques, en particulier hors du contexte politique français. Afin de marquer une certaine prudence, nous reprenons donc les qualificatifs anglais *rightist* et *leftist* plutôt que les expressions « de droite » et « de gauche ». Pour une justification de ces perceptions *rightist* et *leftist* en termes de fonction d'utilité sociale, se reporter à la note 13.

du nombre d'hommes et de femmes vivant en situation d'extrême pauvreté dans les pays en développement. Nos résultats montrent en revanche que certaines conclusions sortent renforcées de cette analyse de sensibilité des résultats de la décomposition aux choix d'axiome d'invariance. En particulier, il semble bien que le gouvernement chinois doive réaliser des efforts conséquents en termes de diminution des inégalités de revenus afin de lutter efficacement contre l'extrême pauvreté.

Enfin, le chapitre se conclut par quelques remarques relatives aux pratiques des économistes. Nous exprimons notamment l'idée que ces derniers devraient davantage être conscients des implications normatives des outils qu'ils utilisent dans une perspective a priori positive pour l'analyse des variations de la pauvreté.

4.1 La décomposition des variations de la pauvreté

Dans la mesure où nous avons déjà effectué une revue détaillée des techniques de décomposition des variations observées de la pauvreté en effets croissance et inégalités dans la section 1.2, nous ne reprenons ici que les éléments nécessaires à la compréhension des développements effectués au cours des sections suivantes.

Nous considérons une mesure de pauvreté absolue Θ que l'on peut entièrement définir à partir d'une ligne de pauvreté z , d'un revenu moyen μ et d'un vecteur de mesures d'inégalités π qui permet d'appréhender l'ensemble des caractéristiques de la dispersion des revenus observée au sein de la population étudiée³. Le niveau de pauvreté à l'instant t est donc :

$$\Theta_t = \Theta(z_t, \mu_t, \pi_t). \quad (4.1.1)$$

Afin de pouvoir effectuer des comparaisons des valeurs de Θ en différents points du temps, nous considérons que la ligne de pauvreté z_t est fixe et donc que les revenus sont mesurés en termes réels. On impose par conséquent $z_t = z$. Une fois cette restriction imposée, l'équation (4.1.1) implique que les variations de Θ entre t et $t + k$ peuvent être décomposées en effets attribuables aux variations du niveau moyen de revenus et du degré

3. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous tenons à rappeler que le concept de pauvreté absolue se définit en fonction d'une ligne de pauvreté constante définie en fonction du seul niveau de ressources jugé nécessaire pour satisfaire un certain nombre de besoins considérés comme essentiels (voir Sen, 1983, 1985, pour davantage de détails). La pauvreté absolue diffère de la pauvreté relative qui se distingue par l'emploi d'une ligne de pauvreté fixée en fonction des caractéristiques de la distribution de revenus considérée. Toutefois, comme le souligne Foster (1998), les qualificatifs « relatif » et « absolu » peuvent renvoyer à nombre de distinctions de sens très différents. Ainsi, la pauvreté absolue (relative) peut faire référence à une vision de la pauvreté basée sur l'axiome d'invariance additive (multiplicative) (cf. section 4.2). Ces adjectifs sont aussi utilisés dans le contexte de la mesure des inégalités et correspondent alors aux mesures définies respectivement comme différence et comme ratio du niveau moyen de revenu et du revenu équivalent également distribué (Atkinson, 1970, Kolm, 1976a,b), ce dernier étant le revenu qui, s'il était attribué à chaque individu, procurerait à la société le même niveau de bien-être social que la distribution de revenus considérée (voir Fleurbaey, 1996, chapitre 5, pour une revue du lien entre les axiomes d'invariance multiplicative et additive, et les mesures absolues et relatives des inégalités). Dans la mesure où les termes « relatif » et « absolu » peuvent donc être sources d'ambiguïtés, nous n'en faisons délibérément pas usage au cours de ce chapitre.

d'inégalités. En termes mathématiques, on souhaite donc obtenir :

$$\Theta_{t+k} - \Theta_t = \mathcal{G}_{t,t+k} + \mathcal{D}_{t,t+k} \quad (4.1.2)$$

où \mathcal{G} et \mathcal{D} sont respectivement les composantes croissance et inégalités des variations de la pauvreté⁴. La composante croissance, ou effet croissance, correspond à la variation de la mesure de pauvreté qui est due à la seule variation du revenu moyen, autrement dit lorsque le degré d'inégalités n'évolue pas. De même, la composante inégalité, ou effet inégalités, est définie comme la variation de la mesure de pauvreté que l'on peut attribuer aux seules variations des éléments de π .

Comme en témoigne la revue détaillée de la section 1.2, cette décomposition peut être effectuée de nombreuses manières, selon notamment que l'on utilise les valeurs initiales ou finales de μ et π pour l'évaluation de l'élément fixe de chaque composante. Dans ce chapitre, nous avons choisi de ne considérer que les techniques de décompositions les plus utilisées dans la littérature, à savoir celle proposée par Datt & Ravallion (1992) et la valeur de Shapley suggérée par Shorrocks (1999) et Kakwani (2000b). La méthode définie par Datt & Ravallion (1992) se caractérise par l'emploi de la distribution initiale comme distribution de référence pour l'estimation de chaque effet et donc par la présence d'un terme résiduel. Les valeurs correspondantes $G_{t,t+k}$ et $D_{t,t+k}$ des effets $\mathcal{G}_{t,t+k}$ et $\mathcal{D}_{t,t+k}$ sont donc calculées selon les formules suivantes :

$$G_{t,t+k} = \Theta(z, \mu_{t+k}, \pi_t) - \Theta(z, \mu_t, \pi_t), \quad (4.1.3)$$

$$D_{t,t+k} = \Theta(z, \mu_t, \pi_{t+k}) - \Theta(z, \mu_t, \pi_t). \quad (4.1.4)$$

On retrouve des applications récentes de cette technique de décomposition dans Fan *et al.* (2002) pour la Chine urbaine entre 1992 et 1998, Contreras (2003) pour le Chili durant la période 1990-1996, Kappel, Lay & Steiner (2005) sur l'Ouganda de 1992 à 2002, et Ferreira, Leite & Litchfield (2006) pour le Brésil durant la période 1981-2004.

La seconde technique de décomposition, qui s'appuie sur l'utilisation de la valeur de Shapley développée en théorie des jeux, se traduit par les formules suivantes d'estimation des effets $\mathcal{G}_{t,t+k}$ et $\mathcal{D}_{t,t+k}$:

$$G'_{t,t+k} = \frac{(\Theta(z, \mu_{t+k}, \pi_t) - \Theta(z, \mu_t, \pi_t)) + (\Theta(z, \mu_{t+k}, \pi_{t+k}) - \Theta(z, \mu_t, \pi_{t+k}))}{2}, \quad (4.1.5)$$

$$D'_{t,t+k} = \frac{(\Theta(z, \mu_t, \pi_{t+k}) - \Theta(z, \mu_t, \pi_t)) + (\Theta(z, \mu_{t+k}, \pi_{t+k}) - \Theta(z, \mu_{t+k}, \pi_t))}{2}. \quad (4.1.6)$$

Des illustrations récentes de cette méthode de décomposition peuvent être trouvées

4. Dans le cas de la décomposition suggérée par Datt & Ravallion (1992), il est nécessaire de rappeler que la décomposition n'est pas exacte et donc qu'un terme résiduel doit être ajouté.

dans Kolenikov & Shorrocks (2005) pour la Russie durant les années 90⁵, Baye (2006) pour le Cameroun durant la période 1984-1996, Wan & Zhang (2006) pour la Chine rurale entre 1988 et 2000, et Dhongde (2007) pour l'Inde de 1983 à 2000.

Avant de conclure cette section, il nous semble important d'expliquer pourquoi nous choisissons de travailler sur les seules décompositions correspondant aux équations (4.1.3) à (4.1.6). Au cours de la section 1.2, nous avons effectué un certain nombre de critiques⁶ envers ces deux techniques de décomposition et suggéré l'emploi d'une méthode alternative basée sur un développement de Taylor à l'ordre 1. Toutefois, l'objectif de ce chapitre n'est pas d'établir quelle technique de décomposition doit être privilégiée. Au contraire, il s'agit de questionner les pratiques des économistes et donc de montrer que les outils utilisés couramment sont basés sur des a priori éthiques qui peuvent ne pas faire l'objet d'un accord unanime. Ceci explique donc que nous ayons choisi de considérer les techniques de décomposition les plus populaires.

4.2 Invariance et décomposition des variations de la pauvreté

D'un point de vue pratique, l'estimation des effets croissance et inégalités présentés dans la section précédente implique le calcul de niveaux contrefactuels de la mesure de pauvreté utilisée, c'est-à-dire des valeurs de Θ que l'on aurait observées pour une variation de μ ou de π entre les dates t et $t+k$ *toutes choses égales par ailleurs*. Pour établir les niveaux de pauvreté correspondant à ces scénarii contrefactuels, il est nécessaire d'opérer une formulation explicite de ce que l'on entend par inégalités. En particulier, il est primordial de préciser quelles valeurs éthiques sont employées dans la définition des inégalités utilisée pour l'analyse de la pauvreté. Dans cette section, nous nous attardons plus particulièrement sur le rôle central joué par l'axiome d'invariance qui permet de comparer des distributions de moyennes différentes.

Pour nos développements théoriques, nous considérons des distributions X de taille $n \geq 2$ telle que $n \in \mathbb{N}^*$. Les revenus individuels x sont définis sur les intervalles $D_\alpha : [\alpha, +\infty[$. Chaque distribution X est donc une réalisation dans l'ensemble $\mathcal{D}_\alpha = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} D_\alpha^n$. Dans certains cas, l'ensemble \mathcal{D}_α est restreint aux sous-espaces vectoriels non négatifs ou strictement positifs dans l'espace euclidien à n dimensions R^n moins l'origine. Ces ensembles sont alors respectivement notés \mathcal{D}^+ et \mathcal{D}^{++} . Les éléments de chaque vecteur X sont ordonnés de manière croissante soit $x_1 \leq x_2 \cdots \leq x_n$.

On définit un indice d'inégalités comme une fonction Ψ de \mathcal{D}_α vers \mathbb{R}^+ telle que $\Psi(X_1) < \Psi(X_2)$ indique que X_1 est considérée comme moins inégale que X_2 . Pour des raisons de simplicité, on suppose traditionnellement que $\Psi(\mu I) = 0 \forall \mu \in \mathbb{R}^{++}$ où I est un vecteur identité

5. Kolenikov & Shorrocks (2005) n'effectuent pas une décomposition dans le temps mais entre zones géographiques.

6. Il faut toutefois noter que la plupart de ces critiques sont relatives à la question de l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté. Dans le seul cadre de la décomposition des variations observées de la pauvreté en effets croissance et inégalités, il n'est pas certain que ces critiques soient toutes pertinentes.

de taille n^7 . Il est aussi courant d'exiger d'une mesure d'inégalité qu'elle respecte les principes d'anonymité, de continuité et de population⁸. Dans certains cas, on désire que la mesure d'inégalités utilisée suive le principe de Pigou-Dalton, ou principe de transfert⁹, selon lequel un transfert progressif (régressif) se traduit par une diminution (hausse) du degré d'inégalités¹⁰. Le respect de l'axiome d'anonymat et du principe de Pigou-Dalton signifie que la mesure Ψ est S-convexe¹¹ (Dasgupta, Sen & Starett, 1973). Il convient toutefois de préciser que le caractère désirable du principe de transfert fait l'objet de nombreux débats (voir par exemple Amiel & Cowell, 1992, Chateauneuf & Moyes, 2005). De plus, ce principe est connu pour entrer quelquefois en conflits avec d'autres axiomes jugés aussi fondamentaux. Ainsi, bien que l'on considère en général qu'il s'agit d'une propriété désirable pour la mesure des inégalités, la mesure générale Ψ peut ne pas respecter le principe de Pigou-Dalton.

Un principe d'invariance est une propriété de Ψ que l'on peut exprimer de la manière suivante :

$$\Psi(\Phi(X)) = \Psi(X), \quad (4.2.1)$$

où $\Phi : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$ est une fonction croissante et continue des éléments de X . Un tel axiome est nécessaire lorsque l'on souhaite pouvoir comparer le degré d'inégalités de distributions de revenus présentant des niveaux de revenus par habitant différents¹². La question de l'invariance peut donc être vue comme celle relative à la manière de répartir un revenu additionnel quelconque au sein de la population afin de préserver le degré d'inégalités¹³. Ré-

7. La mesure d'inégalités proposée par Alonso-Villar & del Rio (2007a) ne respecte pas toujours cette condition car son domaine de définition ne contient pas systématiquement les distributions caractérisées par une égalité parfaite des revenus. L'axiome d'invariance sur lequel repose cette mesure est présenté dans la section 4.2.3.1.

8. Chakravarty (1999) réalise une revue détaillée et exhaustive des axiomes traditionnellement utilisés dans la littérature relative à la mesure des inégalités. Le principe d'anonymat, aussi appelé principe d'équité horizontale, de symétrie ou de traitement égal des égaux, se traduit par $\Psi(QX) = \Psi(X)$ où Q est une matrice de permutation de taille $n \times n$. L'axiome de continuité implique qu'une variation marginale d'un élément du vecteur X ne se traduit pas par une variation importante de la mesure Ψ . Enfin, le respect du principe de population signifie que toute distribution obtenue par réplification du X présente le même degré d'inégalités que X . Les trois axiomes énoncés ont leur équivalent direct dans le cadre de la mesure de la pauvreté (cf. annexe A du chapitre 1).

9. Kolm (1976a) parle de propriété de « rectifiance ».

10. Un transfert est dit progressif (régressif) s'il correspond à l'augmentation (la baisse) des ressources d'un individu au détriment (au bénéfice) d'un individu plus riche sans modifier la position relative de ces deux individus dans la distribution. Une version faible du principe de transfert stipule que la mesure Ψ n'augmente pas (ne diminue pas) suite à un transfert régressif (progressif).

11. Pour toute matrice bistochastique B de taille $n \times n$, c'est-à-dire une matrice comportant des éléments non-négatifs dont la somme par ligne et par colonne est égale à 1, une mesure Ψ est dite S-convexe si et seulement si $\Psi(BX) \leq \Psi(X)$. La fonction Ψ est strictement S-convexe si et seulement si $\Psi(BX)$ est strictement inférieure à $\Psi(X)$ pour toute matrice bisochastique qui ne soit pas une matrice de permutation.

12. Ebert (2004) souligne le fait qu'un principe d'invariance ne permet que de définir une relation entre des distributions que l'on considère comme équivalente du point de vue des inégalités. Elle ne suffit donc pas pour comparer des distributions qui ne sont pas comprises dans les mêmes ensembles d'iso-inégalités.

13. Les axiomes d'invariance sont aussi présents dans l'approche normative de la mesure des inégalités. Kolm (1969), Atkinson (1970) et Sen (1973), s'inspirant des travaux de Dalton (1920), suggèrent de définir les mesures d'inégalités à partir de fonctions d'évaluation sociales $W : \mathcal{D}_\alpha \rightarrow \mathbb{R}$ qui permettent d'effectuer un préordre quasi complet des distributions de revenus issues de l'ensemble \mathcal{D}_α . Cette fonction W traduit les préférences

cemment, Zheng (2004) a mis en évidence un axiome qui est étroitement lié aux axiomes d'invariance, à savoir l'axiome de cohérence d'échelle¹⁴ (*unit consistency*). Le respect de cet axiome de cohérence d'échelle implique que le préordre des distributions de revenus obtenu au travers de Ψ n'est pas affecté par un changement d'unité monétaire. On doit donc observer $\Psi(\lambda X) = \Lambda(\Psi(X)) \forall X \in \mathcal{D}_\alpha$ où λ est un scalaire strictement positif et $\Lambda(\cdot)$ une fonction continue et monotone de \mathbb{R}^+ vers \mathbb{R}^+ . En d'autres termes, deux distributions de revenus doivent être classées de la même manière par Ψ lorsque les revenus des individus sont mesurés en dollars, en milliers de dollars ou en euros. Comme nous le verrons dans les sections 4.2.1 à 4.2.3, l'axiome de cohérence d'échelle est nécessaire lorsque l'on considère des conceptions des inégalités qui ne reposent pas sur l'invariance multiplicative.

On retrouve la plupart de ces axiomes, dans des versions légèrement différentes, dans les indices traditionnellement utilisés pour mesurer la pauvreté (cf. annexe A du chapitre 1). Ainsi l'axiome de continuité est généralement remplacé par l'axiome de continuité restreinte selon lequel Θ est une fonction continue des revenus x pour tout $x < z$. La principale différence entre l'axiomatique des inégalités et celle de la pauvreté est l'ajout de l'axiome

de l'évaluateur social en termes de justice distributive. Il est alors aisé de montrer que le choix d'un axiome d'invariance est irréductible aux préférences de cet évaluateur et qu'il n'est pas possible de dégager l'axiome d'invariance « juste ».

Soient a et b des paramètres négatifs constants. Kolm (1969, théorèmes 13 et 14) démontre que les fonctions d'évaluation sociales qui respectent les axiomes d'anonymat et d'indépendance — une fonction W satisfait au principe d'indépendance si elle peut être exprimée comme une somme de fonctions d'utilité individuelles, soit $\sum_i f(y_i)$ où $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction croissante —, sont nécessairement de la forme :

$$W = \sum_{i=1}^n a y_i^b \quad \text{ou} \quad W = \prod_{i=1}^n y_i^a,$$

lorsque l'évaluateur s'inscrit dans une vision *rightist* des inégalités, et :

$$W = \sum_{i=1}^n a e^{b y_i},$$

si ses préférences personnelles correspondent à une conception *leftist* des inégalités. S'appuyant sur les travaux de Arrow et Pratt en matière de risque, Atkinson (1970) souligne que les deux premières formes fonctionnelles traduisent une aversion relative constante aux inégalités (au risque) tandis que la troisième marque une aversion absolue constante aux inégalités (au risque). Dans la mesure où les individus sont caractérisés par des aversions au risque très hétérogènes, il peut sembler logique de penser qu'il en est de même pour l'aversion aux inégalités.

La fonction W est aussi utilisée pour définir le niveau du revenu équivalent également distribué \tilde{x} . Ce dernier correspond au revenu qui, attribué à chaque individu, procurerait à la société le même niveau de bien-être que la distribution de revenus considérée. La forme naturelle des mesures d'inégalités basées sur les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive est alors respectivement :

$$\Psi^r = 1 - \frac{\tilde{x}}{\mu},$$

$$\Psi^a = \mu - \tilde{x}.$$

Selon Kolm (1976a), Ψ^r peut être interprété comme une mesure d'inégalités par unité monétaire et Ψ^a comme une mesure d'inégalités par personne. Le même raisonnement a par la suite été employé par Blackorby & Donaldson (1980a) et Chakravarty (1983) pour définir des expressions générales de mesures de pauvreté s'appuyant sur les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive.

14. Cette propriété avait déjà été évoquée auparavant dans les travaux de Aczél & Moszner (1994). Kolm (1995) et Zoli (2003). Ces auteurs lui donnent alors des appellations d'« invariance d'unité » (*unit invariance*) et d'« indépendance faible à l'unité monétaire » (*weak currency-independence*).

de non pertinence des revenus des non pauvres selon lequel la seule information pertinente concernant les individus non pauvres est leur nombre¹⁵. Par conséquent, une mesure de pauvreté n'est pas affectée par l'augmentation du niveau de revenu d'un individu non pauvre. Cette proximité des axiomatiques traditionnelles des mesures d'inégalités et de pauvreté, ainsi que la présence de l'axiome de non pertinence des revenus des non pauvres expliquent que l'on considère fréquemment que les mesures de pauvreté soient une restriction des mesures d'inégalités à l'ensemble X^p des revenus de X inférieurs à la ligne de pauvreté z (Clark *et al.*, 1981, Chakravarty, 1983). Les trois expressions $\Theta(z, \mu, \pi)$, $\Theta(z, X)$ et $\Theta(z, X^p, n)$ sont donc parfaitement équivalentes. Enfin, la présence de la ligne de pauvreté se traduit par les propriétés de monotonie faible et de non décroissance en z . La première indique qu'une baisse du revenu d'un individu pauvre ne diminue pas le degré d'inégalité. La seconde signifie que l'augmentation de la ligne de pauvreté ne conduit pas à une réduction du degré de pauvreté¹⁶.

Après ces quelques considérations générales, nous développons dans les pages suivantes certaines versions particulières des axiomes d'invariance et envisageons leur application en matière de mesure de pauvreté.

4.2.1 Invariance multiplicative

Le principe d'invariance le plus fréquemment rencontré est celui d'invariance multiplicative¹⁷ (*scale invariance*). L'équation 4.2.1 se présente alors sous la forme suivante :

$$\Psi(\lambda X) = \Psi(X) \quad \forall \lambda > 0. \quad (4.2.2)$$

Le respect de l'axiome d'invariance multiplicative signifie que l'on considère que le doublement des revenus de chaque individu ne modifie pas le degré d'inégalité. En termes mathématiques, cette hypothèse se traduit par une mesure Ψ homogène de degré zéro¹⁸. Lorsque l'on considère la mesure de la pauvreté, on peut alors considérer une version res-

15. Pour des raisons de commodité, on préfère recourir à une définition faible de la pauvreté (voir par exemple Donaldson & Weymark, 1986). Un individu est alors pauvre si son revenu est strictement inférieur à la ligne de pauvreté.

16. Si l'on fait l'hypothèse que Θ est strictement croissante en z , le respect de l'axiome de monotonie est toujours assuré. Pour plus de détails sur les axiomes utilisés en matière de mesure de pauvreté et leurs interconnexions, voir Zheng (1997).

17. Dans ce document, nous ne reprenons pas l'appellation d'invariance λ utilisée par Fleurbaey (1996) et Gajdos (2001) afin de faciliter la compréhension du lecteur sur les mécanismes de transformation utilisés. Il en est de même pour l'appellation d'invariance μ utilisée pour l'invariance additive. En outre, le symbole μ est très souvent repris dans ce document et dans la littérature pour désigner le niveau moyen de revenu.

18. Kolm (1969) dit alors que la mesure Ψ est « intensive ».

treinte de l'axiome d'invariance multiplicative, à savoir¹⁹ :

$$\Theta(\lambda z, \lambda X^p, n) = \Theta(z, X^p, n) \quad \forall \lambda > 0 \quad (4.2.3)$$

Cet axiome d'invariance multiplicative est moins restrictif que celui correspondant à la mesure des inégalités puisque l'on n'impose pas de valeur précise aux revenus des non pauvres. Il suffit en effet que ces derniers soient supérieurs à λz dans la distribution finale.

La plupart des mesures d'inégalités (coefficient de Gini, indice d'Atkinson, mesures d'entropie...) et de pauvreté (mesure de Watts, de Sen, de Foster, Greer et Thorbecke...) que l'on rencontre dans la littérature appliquée reposent sur l'axiome d'invariance multiplicative. On peut aussi souligner que cette propriété est aussi satisfaite par la courbe de Lorenz. Dans le contexte de la décomposition des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités, il est courant que la méthode utilisée soit présentée en interprétant le vecteur π comme l'ensemble des caractéristiques de la courbe de Lorenz. Le reste du temps, l'axiome d'invariance multiplicative est utilisé de manière implicite pour calculer les valeurs des niveaux de pauvreté contrefactuels utilisés pour établir les effets croissance et inégalités²⁰. Dans le cadre d'une analyse des variations entre deux dates, une décomposition basée sur une vue *rightist* des inégalités conduit donc à l'expression suivante des équations (4.1.3) et (4.1.4) :

$$G_{t,t+k}^S = \Theta(z, \lambda_{t,t+k} X_t^p) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.4)$$

$$D_{t,t+k}^S = \Theta(z, \lambda_{t+k,t} X_{t+k}^p) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.5)$$

avec $\lambda_{t,t+k} = \frac{\mu_{t+k}}{\mu_t}$ ²¹. L'extension de ces formules aux effets obtenus au travers de la valeur de shapley (équations (4.1.5) et (4.1.6)) est directe²².

L'invariance multiplicative est fréquemment invoquée car elle est la seule qui permette d'obtenir des mesures dont les valeurs ne sont pas affectées par un changement d'unité monétaire. Cependant, certains auteurs comme Zheng (2004) estiment que cette condi-

19. Mitra & Ok (1995) se montrent très sceptiques quant à la pertinence des axiomes d'invariance dans le contexte de la mesure de la pauvreté car, en pratique, ce serait un non-sens de chercher à comparer $\Theta(\Phi(z)\Phi(X^p))$ et $\Theta(z, X^p)$: « Comme la valeur d'un indice de pauvreté est explicitement une fonction de la ligne de pauvreté, cela n'a aucun sens de comparer les niveaux de pauvreté de deux distributions de revenus avec deux lignes de pauvreté différentes ». Nous soutenons au contraire que la connaissance de cette propriété est essentielle lorsque l'on cherche à étudier les liens entre pauvreté et inégalités. De notre point de vue, le non-sens serait pour un évaluateur social de chercher à évaluer ce lien sur la base de préférences éthiques opposées. Or comme le montrent Clark *et al.* (1981) et Chakravarty (1983), on peut exprimer une mesure de pauvreté à l'aide de fonctions de bien être social similaires à celles utilisées pour la mesure des inégalités. La transformation simultanée de la distribution des revenus et de la ligne de pauvreté est donc un moyen de faire ressortir les caractéristiques de cette fonction de bien être social.

20. En général, les mesures de pauvreté utilisées ne respectent qu'un seul axiome d'invariance. Une formulation explicite de l'axiome impliqué peut donc être considérée comme secondaire... à condition que celui qui lise les résultats ait une connaissance suffisante des propriétés de la mesure de pauvreté utilisée.

21. Dans ce chapitre, nous supposons que la taille de la population n est constante afin de faciliter les écritures mathématiques. Le relâchement de cette hypothèse ne modifie en rien les conclusions de notre étude.

22. Afin de ne pas alourdir un chapitre riche en expressions mathématiques, nous ne reportons pas dans cette section les formules de calcul des effets croissance et inégalités issues de la valeur de Shapley. Ces formules sont toutefois reportées dans l'annexe A et utilisées dans l'application réalisée dans la section 4.4.

tion représente une exigence très forte pour une mesure d'inégalités ou de pauvreté. Si ces concepts sont appréhendés de manière cardinale, il suffit en effet que le classement des distributions de revenus soit préservé lors d'un changement d'unité monétaire. De ce point de vue, l'axiome de cohérence d'échelle proposé par Zheng (2004) est moins contraignant que l'invariance multiplicative car il permet de concevoir les inégalités de différentes manières tout en conservant la propriété ordinale de l'invariance multiplicative par rapport à un changement d'unité monétaire²³. Enfin, il est difficile de soutenir l'axiome d'invariance multiplicative en présence de revenus négatifs car il entre en conflit direct avec le principe de Pigou-Dalton.²⁴

À ces critiques théoriques s'ajoutent le sentiment de nombreux individus que cette vision *rightist* des inégalités ne s'accorde pas avec leurs propres préférences éthiques, même parmi les économistes spécialisés dans les questions de bien-être social. Par exemple, Dalton (1920) estime que l'application du même taux de croissance positif à tous les revenus se traduit par une diminution du degré d'inégalités. S'appuyant sur des enquêtes auprès d'étudiants, Amiel & Cowell (1992, 1999, 2001) et Harrison & Seidl (1994b) observent que l'axiome d'invariance multiplicative n'est pas supporté par la majorité des répondants qui optent pour d'autres appréciations de l'évolution des inégalités suite à un changement de revenu moyen²⁵. Le résultat principal de ces études est que les outils utilisés pour mesurer les inégalités et la pauvreté doivent pouvoir refléter l'hétérogénéité des jugements moraux observés en la matière car il n'est pas possible de décider quelle vision doit être privilégiée sans s'appuyer sur des arguments purement subjectifs. Comme la mise en place de politiques efficaces de réduction de la pauvreté nécessite l'utilisation de mesures qui soient en cohérence avec les préférences éthiques des décideurs politiques, on peut être mal avisé d'effectuer une analyse de la pauvreté sur la seule base de l'invariance multiplicative. Il est donc important d'envisager des versions concurrentes de cet axiome et les conséquences d'un changement d'axiome d'invariance pour la décomposition des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités.

23. Cet axiome de cohérence d'échelle est analysé de manière plus approfondie pour les questions de mesure des inégalités et de pauvreté dans Zheng (2005, 2007a,b,c).

24. Par exemple, il semble difficile de prétendre que les distributions $X_1 = \{-2, 20\}$ et $X_2 = \{-4, 40\}$ présentent le même degré d'inégalités. L'acceptation du résultat $\Psi(X_1) = \Psi(X_2)$ implique en effet une défaillance du principe de transfert. Un transfert progressif de deux unités au sein de la distribution X_2 conduit à la distribution $X_3 = \{-2, 38\}$ telle que $\Psi(X_3) \leq \Psi(X_2)$. Le respect simultané de l'axiome d'invariance multiplicative et du principe de transfert de Pigou-Dalton nous amène alors à un résultat $\Psi(X_3) \leq \Psi(X_1)$ qu'il est très difficile de soutenir. Zoli (2003) montre que le seul axiome d'invariance qui permette d'obtenir des mesures d'inégalités S-convexes pour des revenus définis sur \mathbb{R} est l'axiome d'invariance additive lorsque $n \geq 3$. Ce résultat avait aussi été observé par Kolm (1976a) dans le cadre des perceptions « centristes » des inégalités.

25. On peut aussi citer l'étude d'Amiel & Cowell (2001) relative aux différences entre appréciation des inégalités et perception des risques et dans laquelle les auteurs se focalisent sur les questions d'invariance. Amiel & Cowell (1997) réalisent aussi une enquête sur la validité empirique des axiomes utilisés en matière de pauvreté, mais ne s'intéressent alors pas aux questions d'invariance.

4.2.2 Invariance additive

Le principal axiome d'invariance opposé à celui d'invariance multiplicative est l'axiome d'invariance additive. Cette propriété, que Kolm (1976a) associe à une vision *leftist* des inégalités est définie par la relation suivante :

$$\Psi(X + \delta I) = \Psi(X) \quad \forall \delta \in \mathbb{R} \quad (4.2.6)$$

qui implique que tout ajout ou soustraction du même montant aux revenus de chaque membre de la population étudiée n'en affecte pas le degré d'inégalités. Les mesures d'inégalités les plus connues basées sur l'axiome d'invariance additive sont la variance et les mesures de Kolm-Pollak.^{26,27} En matière de pauvreté, des indices reposant sur cette invariance additive ont bien été proposés par Blackorby & Donaldson (1980a) et Chakravarty (1983), mais ne semblent guère avoir été employés par la suite. La version moins restrictive de cet axiome correspondant à l'analyse de la pauvreté est :

$$\Theta(z + \delta, X^p + \delta I, n) = \Theta(z, X^p, n) \quad \forall \delta \in \mathbb{R}. \quad (4.2.7)$$

Dans ce cas, la mesure Θ ne doit plus être définie par rapport à la courbe de Lorenz traditionnelle. Il faut en effet lui substituer un outil qui soit cohérent avec la vision utilisée des inégalités comme la courbe de Lorenz absolue proposée par Moyes (1987). Lorsque la mesure de pauvreté utilisée permet de traduire une approche *leftist* des inégalités, on obtient des expressions des effets croissance et inégalités de la pauvreté très différentes de celles obtenues avec l'axiome d'invariance multiplicative²⁸. On obtient en effet les formules sui-

26. Pour une étude générale des mesures d'inégalités reposant sur l'axiome d'invariance additive, voir Blackorby & Donaldson (1980b). D'autres mesures d'inégalités de ce type ont été proposées par Mitra & Ok (1995) et Zheng (2007c).

27. Harrison & Seidl (1994a) soutiennent qu'il est possible de définir des mesures d'inégalités basées sur une vision « combinée » des inégalités qui satisfasse à la fois les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive. Ils présentent ainsi la relation suivante :

$$\Psi(X) = \Psi\left(\frac{X - \min\{x_i | i = 1 \dots n\} I}{n(\mu - \min\{x_i | i = 1 \dots n\})}\right)$$

Cet axiome se distingue de la vision « synthétique » proposée par Kolm (1969, 1976b) et selon laquelle on peut obtenir des mesures d'inégalités qui respectent l'invariance multiplicative dans leur forme relative et l'invariance additive sous leur forme absolue (voir la note 13 pour la définition des formes relatives et absolues).

Par souci de simplicité, nous supposons que les différents axiomes d'invariance sont incompatibles, ce qui nous permet dans la plupart des cas de ne pas rejeter le principe de Pigou-Dalton. Une telle hypothèse est commune dans la littérature relative à la mesure des inégalités. Elle mériterait sans doute une analyse plus approfondie dans la mesure où certains individus semblent simultanément en accord avec les visions *rightist* et *leftist* des inégalités, un résultat que les auteurs interprètent en général comme une erreur (Amiel & Cowell, 1992, voir par exemple).

28. Duclos & Wodon (2004) considèrent aussi l'invariance additive dans le cadre d'une évaluation sociale du caractère « pro-pauvres » de la croissance, une question qui est très étroitement liée à la manière de décomposer les variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités.

vantes de calcul des composantes $G_{t,t+k}$ et $D_{t,t+k}$:

$$G_{t,t+k}^T = \Theta(z, X_t^p + \delta_{t,t+k}I) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.8)$$

$$D_{t,t+k}^T = \Theta(z, X_{t+k}^p + \delta_{t+k,t}I) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.9)$$

où $\delta_{t,t+k} = \mu_{t+k} - \mu_t$. Les formules correspondant à la valeur de Shapley sont reportées dans l'annexe A.

4.2.3 Invariance intermédiaire

L'ensemble des axiomes d'invariance ne se limite pas aux seules invariances multiplicatives et additives. De nombreux axiomes concurrents, appelés axiomes d'invariance intermédiaire, ont été proposés durant les deux dernières décennies. Ces visions intermédiaires des inégalités sont basées sur l'intuition qu'une augmentation équiproportionnelle de l'ensemble des revenus se traduit par un accroissement des inégalités tandis que l'addition du même montant à tous les revenus diminue le degré d'inégalité. La première motivation à l'étude de telles conceptions des inégalités est évidemment qu'elle peut correspondre à la conception des inégalités portée par certains citoyens. Dans le cadre de l'analyse de la pauvreté, il peut être intéressant de considérer des familles d'axiomes intermédiaires lorsque les décompositions fondées sur les positions *rightist* et *leftist* produisent des résultats contraires. On peut alors utiliser des formes paramétriques de la vision intermédiaire des inégalités afin de déterminer des valeurs seuil des paramètres éthiques relatifs à l'invariance pour estimer dans quelle mesure les conclusions bâties sur l'invariance multiplicative sont robustes.

Kolm (1976a,b) a été le premier à donner un traitement formel aux mesures d'inégalités reposant sur un axiome d'invariance intermédiaire²⁹. Il définit une vision dite « centriste » à partir de la relation suivante :

$$\Psi(\beta(X - I\varepsilon) + I\varepsilon) = \beta\Psi(X) \quad \forall \beta > 0, \varepsilon \in]-\infty, 0]. \quad (4.2.10)$$

Contrairement aux relations d'invariance envisagées dans les paragraphes précédents, l'axiome d'invariance « centriste » est défini de manière implicite puisque la transformation de la distribution de revenus initiale définie dans l'équation (4.2.10) est β fois plus ou moins

29. Dans la littérature relative aux questions d'invariance, on considère en général que les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive constituent deux cas polaires et qu'il suffit donc de se concentrer sur des versions intermédiaires de ces deux cas limite. Les études de Amiel & Cowell (1992) et Harrison & Seidl (1994b) montrent néanmoins que quelques répondants ont des préférences compatibles avec des perceptions *ultra-rightist* — la multiplication des revenus par la même constante $\lambda > 1$ diminue le degré d'inégalité — et *ultra-leftist* — l'addition d'un même montant $\delta > 0$ à tous les revenus augmente le degré d'inégalité. Ces conceptions n'ont toutefois suscité qu'un intérêt faible dans la littérature ce qui en explique l'absence de traitement formel approfondi. Une exception est l'axiome d'invariance de point de référence (*reference-point inequality view*) présenté par Ebert (2004) et qui correspond à une vision de *ultra-rightist*. Cette généralisation de l'axiome d'invariance linéaire proposé par Bossert & Pfingsten (1990) n'est pas reprise dans ce chapitre car ne souscrivant pas à l'axiome de cohérence d'échelle.

inégaie que la distribution originale. Dans la perspective de la décomposition des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités, une telle formalisation des visions intermédiaires d'inégalités se révèle donc peu opérationnelle puisqu'elle ne permet pas de retrouver les distributions contrefactuelles nécessaires au calcul des différents effets.

Afin d'éviter ce genre de problèmes, d'autres visions intermédiaires des inégalités ont été proposées. Celles-ci définissent alors de manière explicite les courbes d'iso-inégalités correspondant à toute distribution initiale X . Avant d'effectuer une revue des différentes versions développées dans la littérature, il nous semble important de définir plus précisément ce que l'on entend par conception intermédiaire des inégalités. La question n'est pas triviale dans la mesure où différentes définitions sont proposées par les auteurs ayant travaillé sur cette thématique. En général, une vision des inégalités est dite intermédiaire si l'application du même taux de variation à tous les revenus se traduit par un accroissement des inégalités tandis que l'addition d'une même somme aux revenus de chaque individu diminue le degré d'inégalités³⁰. Dans ce chapitre, nous considérons en fait des classes de perceptions intermédiaires au travers d'une définition formelle qui précise que les distributions iso-inégales doivent pouvoir être exprimées comme moyenne pondérée des distributions issues des transformations impliquées dans l'invariance multiplicative et dans l'invariance additive³¹. Cette définition est résumée et formalisée dans le lemme suivant :

Lemme 1. *Une conception des inégalités est dite intermédiaire si la distribution $\Phi^I(X, \mu_Y)$, caractérisée par le même degré d'inégalités que la distribution X et un revenu moyen μ_Y , respecte la condition suivante :*

$$\Psi(\Phi^I(X, \mu_Y)) = \Psi\left(u(\mu_X, \mu_Y)X \frac{\mu_Y}{\mu_X} + (1 - u(\mu_X, \mu_Y))(X + (\mu_Y - \mu_X)I)\right) = \Psi(X) \quad (4.2.11)$$

où $u(\mu_X, \mu_Y) \in [0, 1] \forall \mu_Y \in \mathbb{R}^{++}$.

Démonstration. Quelle que soit la vision des inégalités utilisée, toute distribution $\Phi(X)$ est située sur le sous-espace vectoriel à deux dimensions \mathcal{S}_X défini par les vecteurs I et X . Parallèlement, on sait que l'ensemble des distributions de revenus présentant un niveau moyen de revenus égal à μ_Y est défini par l'hyperplan d'équation $\sum_{i=1}^n y_i = n\mu_Y$. Comme cet hyperplan est défini par le vecteur normal I qui, par définition, est inclus dans le sous-espace

30. Dans Bossert & Pfingsten (1990) et Zoli (2003), cette propriété est respectivement appelée *compromise condition* et *compromise inequality equivalence*.

31. Une autre définition, tirée de Bossert & Pfingsten (1990) et Zheng (2007c,a), nécessite l'emploi d'un axiome de caractère intermédiaire (*intermediateness*) selon lequel un classement établi au travers d'une vision intermédiaire des inégalités doit être identique à celui obtenu au travers des perceptions *rightist* et *leftist* lorsque ces dernières produisent le même classement des distributions comparées. Pour ces auteurs, une vision des inégalités est intermédiaire si elle respecte cet axiome de caractère intermédiaire et inclut un certain nombre de paramètres tels que l'invariance multiplicative et l'invariance additive puissent être obtenues pour certaines valeurs de ces paramètres. En fait, cette définition ne définit pas une vision intermédiaire, mais une classe de visions intermédiaires des inégalités. De plus, il est généralement possible d'étendre le domaine de définition des paramètres éthiques de manière à obtenir des conceptions « extrêmes » des inégalités qui souscrivent tout de même à l'axiome de caractère intermédiaire.

\mathcal{S}_X , son intersection avec \mathcal{S}_X est non vide et définit un rayon unique \mathcal{L} . Par définition, \mathcal{L} passe par les points $X \frac{\mu_Y}{\mu_X}$, $X + (\mu_Y - \mu_X)I$ et $I\mu_Y$. De manière plus générale, \mathcal{L} comprend toutes les distributions $\Phi(X, \mu_Y)$. De plus, \mathcal{L} étant une droite, toute distribution $\Phi(X, \mu_Y)$ peut être exprimée comme combinaison linéaire de deux points de cette droite comme $X \frac{\mu_Y}{\mu_X}$ et $X + (\mu_Y - \mu_X)I$. On peut aussi remarquer que plus la distribution $\Phi(X, \mu_Y)$ est proche du point $I\mu_Y$, plus elle est considérée comme faiblement inégale et sera donc préférée par l'évaluateur social.

La définition la plus générale d'une vision intermédiaire des inégalités stipule qu'une augmentation (diminution) équi-proportionnelle de l'ensemble des revenus se traduit par un accroissement (une baisse) des inégalités tandis que l'addition (la soustraction) du même montant à tous les revenus diminue (accroît) le degré d'inégalités. Par conséquent, toute distribution $\Phi^I(X, \mu_Y)$ obtenue au travers d'une vision intermédiaire des inégalités est nécessairement située entre les points $X \frac{\mu_Y}{\mu_X}$ et $X + (\mu_Y - \mu_X)I$ sur \mathcal{L} . On peut donc exprimer $\Phi^I(X, \mu_Y)$ de la manière suivante :

$$\Phi^I(X, \mu_Y) = u(\mu_X, \mu_Y) X \frac{\mu_Y}{\mu_X} + (1 - u(\mu_X, \mu_Y)) (X + (\mu_Y - \mu_X)I) \quad (4.2.12)$$

avec $u(\mu_X, \mu_Y) \in [0, 1] \forall \mu_Y \in \mathbb{R}^{++}$. En combinant l'équation (4.2.12) avec l'équation 4.2.1 on obtient la définition générale formelle des axiomes d'invariance intermédiaire présentée dans l'équation (4.2.11). \square

Afin de faciliter la présentation des axiomes d'invariance intermédiaire décrits dans les prochaines pages, le terme de pondération u peut être exprimé sous la forme $u(\mu_X, \mu_Y, \rho)$, ρ étant un vecteur de paramètres traduisant les préférences éthiques de l'évaluateur social en matière d'invariance. Pour certaines valeurs de ces paramètres, $u(\mu_X, \mu_Y, \rho) = 1 (=0)$, $\Phi^I(X, \rho)$ est alors la distribution iso-inégale de moyenne μ_Y correspondant à l'invariance multiplicative (additive). Il faut aussi noter que, pour une distribution initiale X donnée, la valeur de u peut dépendre du niveau moyen de revenus de la distribution finale que l'on souhaite atteindre. Dans ce cas, u n'est pas constant et la vision intermédiaire peut tendre vers une vision *rightist* ou *leftist* des inégalités au fur et à mesure que le revenu moyen augmente.

La figure 4.1 illustre cette définition dans le cas d'une population comprenant trois individus — il peut aussi s'agir de trois groupes — dont la distribution initiale des revenus est $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. L'égalité parfaite est représentée par la droite passant par les points O et M . Toutes les distributions de moyenne égale à μ_Y sont sur le plan défini par les points A , B et C . Si l'on impose que les revenus soient non négatifs, l'ensemble des distributions de moyenne μ_Y est limité à la surface ABC . Toutes les distributions iso-inégales issues de X sont sur le sous-espace vectoriel défini par les vecteurs \overrightarrow{OX} et \overrightarrow{OM} . Le rayon passant par les points X et O est la droite d'iso-inégalités correspondant à l'axiome d'invariance multiplicative. Son intersection avec la surface ABC est représentée par le point X^S . La ligne

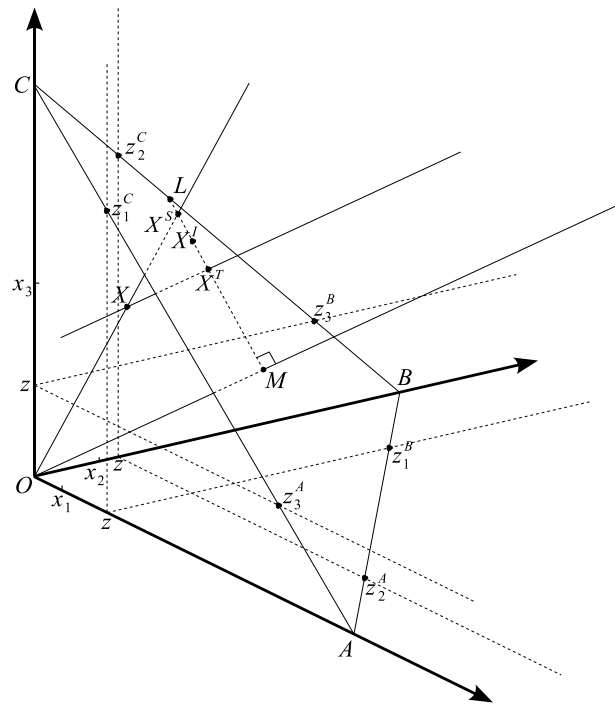


FIGURE 4.1 : Distributions iso-inégales selon les visions *leftist*, *rightist* et intermédiaires des inégalités de revenus.

d'iso-inégalités relative à l'axiome d'invariance additive et passant par X est supportée par le vecteur \overrightarrow{OM} . La projection de X selon la vision *leftist* des inégalités sur la surface ABC est identifiée par le point X^T . On peut alors aisément vérifier que toute transformation de moyenne μ_Y de la distribution X est sur le segment LM qui correspond à l'intersection de la surface ABC et du sous-espace vectoriel défini par \overrightarrow{OX} et \overrightarrow{OM} . Le point M correspond à une distribution parfaitement égalitaire tandis que L est la distribution la plus inégale que l'on puisse obtenir à partir de X et de moyenne μ_Y à l'aide des vecteurs \overrightarrow{OX} and \overrightarrow{OM} lorsque les revenus sont non négatifs. Comme, par définition, toute distribution $X^I = \Phi(X, \mu_Y)$ issue d'une tranformation intermédiaire de X est considérée comme moins inégale que X^S et plus inégale que X^T lorsque le niveau de revenu par habitant augmente, X^I est nécessairement sur le segment $X^S X^T$. Il peut donc être exprimé comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{OX^S}$ et $\overrightarrow{OX^T}$.

4.2.3.1 Invariance intermédiaire linéaire

Présentée comme une alternative à la vision «centriste» des inégalités de Kolm (1976a,b), Bossert & Pfingsten (1990) suggèrent l'emploi de l'axiome d'invariance suivant :

$$\Psi\left(X + \varphi(\eta X + (1 - \eta)I)\right) = \Psi(X) \quad \forall \varphi \in \mathbb{R} \text{ s.t. } X + \varphi(\eta X + (1 - \eta)I) \in \mathcal{D}_\alpha \quad (4.2.13)$$

où $\eta \in [0, 1]$ reflète les préférences éthiques de l'évaluateur social en matière d'invariance³². Ebert (1997) remarque que les revenus doivent alors être définis sur \mathcal{D}_α avec $\alpha = -\frac{1-\eta}{\eta}$. Il démontre aussi que le respect du principe de transfert de Pigou-Dalton impose la condition $\varphi > -1/\eta$. Afin de faciliter l'interprétation du paramètre φ , on peut, à l'instar de Zheng (2007a), reformuler l'équation (4.2.13) de la manière suivante :

$$\Psi\left(\frac{X - \mu_X I}{\eta(\mu_X - 1) + 1} + \eta\right) = \Psi\left(\frac{Y - \mu_Y I}{\eta(\mu_Y - 1) + 1} + \eta\right) \quad (4.2.14)$$

où Y est la distribution iso-inégale à X et de moyenne μ_Y . On en déduit que l'équation (4.2.14) implique $\varphi = \frac{\mu_Y - \mu_X}{\eta(\mu_X - 1) + 1}$. En appliquant la forme générale présentée dans l'équation (4.2.11), on démontre que :

$$u(\mu_X, \mu_Y, \rho) = u(\mu_X, \eta) = \frac{\eta\mu_X}{\eta(\mu_X - 1) + 1}. \quad (4.2.15)$$

Certains auteurs comme Zheng (2004) ont souligné qu'une telle transformation des distributions de revenus tend à produire des distributions proches de celles obtenues avec l'invariance multiplicative lorsque le niveau moyen de revenu augmente et que $\eta > 0$. On peut aisément vérifier ce résultat à l'aide de l'équation (4.2.15) puisque $\lim_{\mu_X \rightarrow +\infty} u(\mu_X, \eta) = 1 \forall \eta > 0$.

Si l'on applique cet axiome d'invariance intermédiaire à la mesure de la pauvreté, on obtient, pour une valeur donnée de η la relation suivante :

$$\Theta\left(z + \varphi(\eta z + 1 - \eta), X^p + \varphi(\eta X^p + (1 - \eta)I), n\right) = \Theta(z, X^p, n) \quad \forall \varphi > -1/\eta, \quad (4.2.16)$$

et donc les expressions suivantes des effets croissance et inégalités issus de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) :

$$G_{t,t+k}^I = \Theta\left(z, X_t^p + \varphi_{t,t+k}(\eta X_t^p + (1 - \eta)I)\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.17)$$

$$D_{t,t+k}^I = \Theta\left(z, X_{t+k}^p + \varphi_{t+k,t}(\eta X_{t+k}^p + (1 - \eta)I)\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.18)$$

avec $\varphi_{t,t+k} = \frac{\mu_{t+k} - \mu_t}{\eta(\mu_t - 1) + 1}$. Zheng (2004) a cependant démontré que toute mesure d'inégalités basée sur l'axiome d'invariance proposé par Bossert & Pfingsten (1990) viole l'axiome de cohérence d'échelle. Par conséquent, cette vision intermédiaire des inégalités ne peut être utilisée pour analyser les questions de pauvreté et d'inégalités puisqu'elle ne permet pas d'obtenir des résultats robustes à un changement d'unité monétaire.

32. Selon Ebert (2004), le domaine de définition du paramètre η de l'équation (4.2.13) peut être étendu à \mathbb{R}^+ afin d'obtenir des visions *ultra-rightist* des inégalités. Pour $\eta > 1$, les revenus doivent être supérieurs à $\alpha > 0$ qui peut alors être interprété comme le niveau de revenus nécessaire à la satisfaction de besoins essentiels. Cette vision *ultra-rightist*, appelée vision de point de référence, implique que pour préserver le degré d'inégalités, les suppléments de revenus attribués à chaque individu doivent être réalisés proportionnellement à ses revenus disponibles, soit la différence entre le revenu initial et α . Une telle vue avait aussi été exprimée par Dalton (1920), mais non formalisée.

Afin d'obtenir une famille de transformations linéaires qui ne tendent pas vers une conception *rightist*, Pfingsten & Seidl (1997) suggèrent l'emploi d'une invariance dite de rayon (*ray-invariance*). Une vision des inégalités respecte cette invariance de rayon si les distributions iso-inégales issues d'une même distribution sont alignées sur une même droite dans \mathbb{R}^n comprenant la distribution initiale. Cette droite est caractérisée par un vecteur issu d'un n -simplexe et qui doit vérifier les conditions suivantes : *i*) le vecteur domine au sens de Lorenz la distribution originale X , *ii*) le vecteur doit représenter une distribution inégale³³ ($\neq n^{-1}I$). Cette approche diffère sensiblement de celle présentée dans l'équation (4.2.13) dans la mesure où la partie du revenu additionnel qui n'est pas distribuée de manière égale n'est pas nécessairement répartie en proportion de la part de chaque individu dans la distribution initiale. Les préférences éthiques sont alors décrites au travers d'un vecteur de taille n dont l'interprétation est particulièrement délicate³⁴ Un cas particulier de l'invariance de rayon de Pfingsten & Seidl (1997) est l'invariance (V, v) introduite par del Rio & Ruiz-Castillo (2000) et généralisée dans Alonso-Villar & del Rio (2007a). Cette dernière impose l'utilisation d'une distribution de référence V , de taille n_V , et le respect de la relation suivante :

$$\Psi\left(X + \tau\left(v\frac{V_X}{\mu_V} + (1-v)I\right)\right) = \Psi(X) \quad \forall \tau \in \mathbb{R} \text{ s.t. } X + \tau\left(v\frac{V_X}{\mu_V} + (1-v)I\right) \in \mathcal{D}_\alpha. \quad (4.2.19)$$

où $v \in [0, \iota]$ reflète les préférences éthiques de l'évaluateur social et V_X est la projection de la distribution de référence V dans le sous-espace vectoriel \mathcal{S}_X défini par les vecteurs X et I . Pour $v = 0$, on retrouve la vision *leftist* des inégalités tandis que le point de vue *rightist*³⁵ correspond à $v = \iota$. Dans l'annexe B, nous démontrons qu'une équation valide pour le calcul de V_X est :

$$\frac{V_X}{\mu_V} = \frac{1}{\iota} \frac{X}{\mu_X} + \left(1 - \frac{1}{\iota}\right) I. \quad (4.2.20)$$

avec :

$$\iota = \sqrt{\frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\mu_V} - 1\right)^2}{n_V^{-1} \sum_{i=1}^{n_V} \left(\frac{v_i}{\mu_V} - 1\right)^2}}. \quad (4.2.21)$$

Afin de simplifier les calculs et l'interprétation, on peut choisir X comme distribution de référence. Dans ce cas, la relation avec la définition de l'invariance intermédiaire (équa-

33. Une définition générale de l'invariance de rayon est aussi présentée par Krtscha (1994) sous le nom de *weak relative inequality*. L'auteur précise toutefois qu'il ne pense pas qu'il s'agisse d'une manière appropriée de penser les inégalités car il ne voit aucune raison pour qu'une augmentation importante du revenu total soit partagée de la même manière qu'une augmentation faible.

34. De plus, Zoli (2003) constate que des individus disposant du même revenu initial peuvent recevoir une part différente du revenu total additionnel. Ce traitement différencié d'agents identiques en tous points constitue une violation de l'axiome d'anonymat. La même critique semble pouvoir être adressée à l'axiome d'invariance intermédiaire défini au travers de l'équation (4.2.19), mais les conditions imposées à la distribution V par Alonso-Villar & del Rio (2007a) permettent de s'assurer du respect du principe d'anonymat (voir note 37).

35. Dans del Rio & Ruiz-Castillo (2000) et Alonso-Villar & del Rio (2007a), le paramètre v est défini dans l'intervalle unitaire. Toutefois, pour toute distribution X , on démontre que $v = 1$ représente un point de vue *ultra-rightist* à moins que V_X soit égal à X à un facteur d'échelle près.

tion (4.2.11)) est directe puisque $u(\mu_X, \mu_Y, \rho) = v^{36}$. Lorsque d'autres distributions de référence V sont choisies, on prouve alors aisément que le lemme 1 se vérifie toujours lorsque V est valide³⁷ (cf. annexe C).

Contrairement à la vision intermédiaire développée par Bossert & Pfingsten (1990), la valeur du paramètre éthique v est contingente au choix de la distribution de référence. Si l'on considère deux distributions X et Y de moyennes différentes, on peut aisément démontrer que la transformation de Y en X en utilisant Y comme référence se traduit par une valeur v' différente de celle correspondant à la transformation de X en Y lorsque X est la distribution de référence, excepté pour $v = 1$ et $v = 0$. Dans la majorité des cas, on observe alors $v' = \frac{v\mu_Y}{(1-v)\mu_X + v\mu_Y}$ (del Rio & Ruiz-Castillo, 2000, proposition 1)³⁸.

La version équivalente de l'équation (4.2.19) pour la mesure de la pauvreté est :

$$\Theta\left(z + \tau\left(v\frac{V_{X,b}}{\mu_V} + 1 - v\right), X^p + \tau\left(v\frac{V_X^p}{\mu_V} + (1-v)I\right), n\right) = \Theta(z, X^p, n). \quad (4.2.22)$$

où V_X^p la partie inférieure de V_X telle que X^p et V_X^p soient de taille identique. $V_{X,b}$ est le b^e élément de V_X tel que $V_{X,b-1} \leq z < V_{X,b}$. Enfin, le paramètre τ est soumis aux mêmes restrictions que dans l'équation (4.2.19). Cet axiome d'invariance se traduit par les formules suivantes de calcul des effets $G_{t,t+k}$ et $D_{t,t+k}$:

$$G_{t,t+k}^R = \Theta\left(z, X_t^p + \tau_{t,t+k}\left(v\frac{V_t^p}{\mu_V} + (1-v)I\right)\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.23)$$

$$D_{t,t+k}^R = \Theta\left(z, X_{t+k}^p + \tau_{t+k,t}\left(v\frac{V_{t+k}^p}{\mu_V} + (1-v)I\right)\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.24)$$

36. Zheng (2004, proposition 2.4) affirme que toute mesure d'inégalités basée sur la famille d'axiomes d'invariance de Pfingsten & Seidl (1997) tend à se comporter comme une mesure *leftist* avec l'augmentation du revenu moyen lorsque $v < 1$. Le résultat que nous obtenons de constance de $u(\mu_X, \mu_Y, \rho)$ invalide donc cette proposition.

37. Dans Alonso-Villar & del Rio (2007a), les visions intermédiaires sont caractérisées en substituant la distribution de référence V par la distance euclidienne $\chi \in \left[0, \sqrt{n\sum_i \left(\frac{x_i}{n\mu_X} - \frac{1}{n}\right)^2}\right]$ entre le vecteur de répartition des revenus additionnels $v\frac{V}{\mu_V} + (1-v)I$ et celui correspondant à une répartition égalitaire $\frac{I}{n}$. Le couple (χ, v) permet de définir un axiome d'invariance intermédiaire unique puisqu'un seul vecteur $v\frac{V}{\mu_V} + (1-v)I$ est associé pour chaque sous-espace vectoriel de dimension 2 aux valeurs choisies de χ et v . On peut remarquer que cette approche de l'invariance introduit de manière implicite un nouvel axiome selon lequel deux distributions de même moyenne présentent le même degré d'inégalités si leur distance euclidienne normalisée (par la taille des populations) par rapport au vecteur d'égalité parfaite est identique.

D'un point de vue pratique, cette généralisation de del Rio & Ruiz-Castillo (2000) permet des comparer les différentes valeurs de v obtenues lorsque les décompositions des variations de la pauvreté sont réalisées pour plusieurs périodes (cf. annexe B).

38. Si les distributions X et Y sont respectivement de taille n et m , la relation entre v' et v devient :

$$v' = \frac{vm\mu_Y}{(1-v)n\mu_X + vm\mu_Y}.$$

On démontre aisément que $v' > v$ si $\mu_Y > \mu_X$.

avec $\tau_{t,t+k} = \mu_{t+k} - \mu_t$. Les vecteurs V_t et V_{t+k} correspondent aux projections de V dans les sous-espaces vectoriels de dimension 2 incluant respectivement X_t et X_{t+k} , et définis au travers de l'équation 4.2.20³⁹ Dans l'annexe D, nous démontrons que la famille d'axiomes d'invariance intermédiaires proposée par del Rio & Ruiz-Castillo (2000) satisfait l'axiome de cohérence d'échelle^{40,41} et convient donc à la mesure des inégalités et de la pauvreté.

L'utilisation des équations (4.2.23) et (4.2.24) soulève toutefois des problèmes pratiques dans le cas d'analyses multi-périodes des variations de la pauvreté. Comme la valeur du paramètre ι varie d'une distribution à l'autre, il est nécessaire de retenir la valeur la plus faible de l'échantillon de distributions utilisé afin d'éviter la présence de positions *ultra-rightist* des inégalités. Lorsque nous utilisons cette valeur ι^* , on obtient toutefois une décomposition intermédiaire pour certaines périodes et une décomposition *rightist* pour la ou les périodes ayant permis d'établir ι^* . Un tel résultat est particulièrement embarrassant car il signifie que l'on peut comparer les résultats d'une décomposition intermédiaire pour une période avec les résultats d'une décomposition *rightist* pour une autre période. Il nous semble donc par conséquent qu'il faille abandonner la famille d'axiomes d'invariance proposée par del Rio & Ruiz-Castillo (2000) dans le cadre de l'analyse des variations de la pauvreté.

Il est possible enfin que les axiomes d'invariance linéaire ne soient pas les plus appropriés pour modéliser les préférences individuelles en matière d'invariance. Les résultats de Amiel & Cowell (2001) semblent indiquer que nombre d'individus ont des préférences qui évoluent en fonction du niveau initial de revenus et de sa variation. Un tel résultat implique le recours à des axiomes d'invariance non linéaires. Ces derniers sont envisagés dans la prochaine section.

4.2.3.2 Invariance intermédiaire non linéaire

Les conceptions des inégalités présentées dans la section précédente se traduisent par des courbes d'iso-inégalités rectilignes. Lorsque des axiomes d'invariance intermédiaire non

39. Si la distribution X_t est utilisée comme distribution de référence, on peut alors utiliser une formulation simplifiée de l'équation (4.2.24), soit :

$$D_{t,t+k} = \Theta \left(z, X_{t+k}^p + \tau_{t+k,t} \left(v \frac{X_t^p}{\mu_t} + (1-v)I \right) \right) - \Theta \left(z, X_t^p \right).$$

D'un point de vue pratique, il est toutefois souvent nécessaire de recourir à l'équation (4.2.24), car les distributions X_t et X_{t+k} sont rarement de même taille.

40. (Alonso-Villar & del Rio, 2007a) démontrent le respect de cette propriété en définissant une mesure d'inégalité satisfaisant les axiomes de bases utilisés pour définir Ψ ainsi que l'axiome d'invariance qu'ils proposent. Ils prouvent par la suite que cette mesure d'inégalité ne viole pas le principe de cohérence d'échelle.

41. Zheng (2007a) a récemment prouvé que la seule famille d'axiomes d'invariance dont le critère de dominance de type Lorenz peut être exprimé comme une moyenne pondérée quasi-linéaire des courbes de Lorenz relatives et absolues, est la famille de visions intermédiaires proposée par Krtscha (1994) et Yoshida (2005). Ce résultat n'entre pas en contradiction avec le notre dans la mesure où l'on peut prouver que la courbe de Lorenz correspondant à l'invariance intermédiaire proposée par del Rio & Ruiz-Castillo (2000) n'est pas intermédiaire au sens de Zheng (2007a) et ne peut donc être exprimée sous forme de moyenne pondérée quasi-linéaire des courbes de Lorenz relatives et absolues.

linéaire sont employés, la séquence complète des distributions iso-inégales par rapport à X définissent non plus une droite, mais une courbe⁴².

Récemment, Zoli (2003) et Yoshida (2005) ont développé une famille d'axiomes d'invariance intermédiaire non linéaire dont les propriétés ne rentrent pas en conflit avec les axiomes centraux des mesures d'inégalités. Zoli (2003) propose ainsi la relation suivante :

$$\Psi\left(\left(\frac{\omega\mu + \kappa}{\mu + \kappa}\right)^\sigma (X - \mu I) + \omega\mu I\right) = \Psi(X) \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^+ \text{ t.q. } \left(\frac{\omega\mu + \kappa}{\mu + \kappa}\right)^\sigma (X - \mu I) + \omega\mu I \in \mathfrak{D}^+ \quad (4.2.25)$$

où σ et κ sont des paramètres de préférence éthique définis respectivement sur l'intervalle unitaire et sur \mathbb{R}^+ . Pour $\sigma = 1$, on retrouve l'équation (4.2.13) avec $\kappa = \frac{1-\eta}{\eta}$ et $\omega = \frac{\varphi(\eta(\mu-1)+1)}{\mu} + 1$. L'axiome d'invariance intermédiaire présenté par Bossert & Pfingsten (1990) apparaît donc comme un cas particulier de la famille développée par Zoli (2003). Lorsque κ est nul, la famille d'axiome de Zoli (2003) permet de retrouver la version généralisée par Yoshida (2005) de la vision de compromis équitable (*fair compromise inequality view*) proposée par Krtscha (1994). Zheng (2007a) démontre que la famille d'axiomes correspondant à l'équation (4.2.25) ne permet d'obtenir des mesures d'inégalités qui satisfassent la cohérence d'échelle que si $\kappa = 0$. Par conséquent, nous pouvons restreindre notre analyse au seul axiome d'invariance σ défini par :

$$\Psi(\omega^\sigma X + (\omega - \omega^\sigma)\mu I) = \Psi(X) \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^+. \quad (4.2.26)$$

Ainsi que nous l'avons fait pour les axiomes d'invariance intermédiaire présentés auparavant, il est intéressant d'exprimer la distribution iso-inégale $\Phi(X, \mu_Y)$ comme moyenne pondérée des distributions issues de X et de moyenne μ_Y obtenues au travers des perceptions *leftist* et *rightist* des inégalités. En s'appuyant sur la formulation donnée par Yoshida (2005) de l'équation (4.2.26), on obtient l'expression suivante du terme de pondération de

42. Vraisemblablement, Hagenaaars (1987) est la première à proposer une mesure d'inégalités qui ne repose pas sur l'axiome d'invariance multiplicative ou sur l'axiome d'invariance additive. Cette mesure, $\Theta^H(x, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q 1 - \frac{\log x_i}{\log z}$ où q est la taille du vecteur X^p , s'appuie implicitement sur l'axiome d'invariance non linéaire suivant :

$$\Psi(X^v) = \Psi(X) \quad \forall v \in \mathbb{R}^{++}, X \in \mathfrak{D}_1.$$

qui traduit une vision *ultra-rightist* des inégalités pour tout taux de croissance positif ($x_j > 1 \forall j$ et $v > 1$). Cet axiome d'invariance est jugé non cohérent par Ebert (2004) dans la mesure où une séquence de transferts progressifs plus un accroissement du niveau moyen de revenus ne permet pas d'aboutir à la même distribution que la séquence inverse. On peut toutefois se demander si cet axiome de cohérence de transfert (*transfer-consistency*) est réellement désirable.

De notre point de vue, il semble surtout que cet axiome d'invariance n'est pas pertinent car il ne respecte pas l'axiome de cohérence d'échelle pour toute valeur de $\lambda \in \mathbb{R}^{++}$. Par exemple, si $\Theta^H(X, z) > \Theta^H(Y, z)$, $H(\lambda X, \lambda z)$ sera supérieur à $H(\lambda Y, \lambda z)$ si et seulement si $\lambda > \frac{1}{z}$. Pour $\lambda \in \left(0, \frac{1}{z}\right)$, la cohérence d'échelle est violée. De plus, il semble qu'aucune mesure basée sur une vision *ultra-rightist* des inégalités ne puisse satisfaire l'axiome de cohérence d'échelle. Les visions *ultra-rightist* requièrent en effet que les distributions de revenus soient issues de l'ensemble $\mathfrak{D}_\alpha \subset \mathfrak{D}^{++}$. Comme il existe toujours un scalaire positif λ tel que $\lambda X \notin \mathfrak{D}_\alpha$, la cohérence d'échelle, telle que définie par Zheng (2004), ne peut être respectée.

l'équation (4.2.11) :

$$u(\mu_X, \mu_Y, \rho) = u(\mu_X, \mu_Y, \sigma) = \frac{\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)^\sigma - 1}{\frac{\mu_Y}{\mu_X} - 1}. \quad (4.2.27)$$

Cet axiome d'invariance non linéaire σ signifie que, pour maintenir le degré d'inégalités inchangé, tout revenu additionnel doit être divisé en montants infinitésimaux qui sont attribués de manière séquentielle de telle manière que $100\sigma\%$ soient distribués en proportion de la distribution relative des revenus (qui évolue donc) et $100(1 - \sigma)\%$ de manière égale entre chaque individu. Alonso-Villar & del Rio (2007b) notent que, pour $\sigma > 0$, cette vision des inégalités tend à se confondre avec une vision *leftist* au fur et à mesure que le niveau moyen de revenu augmente. Ce résultat dépend toutefois de l'hypothèse émise en termes de relation entre μ_X et μ_Y . Si l'on considère une différence constante entre les niveaux de revenus initiaux et finaux, on observe en effet $\lim_{\mu_X \rightarrow +\infty} u(\mu_X, \mu_Y, \sigma) = 0, \forall \sigma < 1$. En revanche, si on émet l'hypothèse d'un taux de croissance du revenu moyen $g = \frac{\mu_Y - \mu_X}{\mu_X}$ constant, l'équation (4.2.27) montre que $\lim_{\mu_X \rightarrow +\infty} u(\mu_X, \mu_Y, \sigma) = \frac{(1+g)^\sigma - 1}{g}, \forall \sigma^{43}$. Autrement dit, l'invariance σ reste intermédiaire lorsque l'on considère des taux de croissance constants. On peut aussi voir à partir de l'équation 4.2.27 que la valeur de σ permettant d'obtenir une distribution contrefactuelle qui soit une moyenne arithmétique des distributions contrefactuelles *rightist* et *leftist*, est égale à $\bar{\sigma} = \log^{-1}\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) \log\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X} + 1\right)\right) \approx 0.5$ dans la plupart des cas rencontrés. Bien que cette valeur $\bar{\sigma}$ ne soit pas constante, elle reste en pratique suffisamment stable. Ainsi, si le revenu moyen augmente de 10% sur l'ensemble de la période étudiée, la valeur de $\bar{\sigma}$ est approximativement égale à 0.51. Ainsi, même si l'on compare les résultats de décompositions des variations de la pauvreté pour plusieurs périodes caractérisées par des taux de croissance différents, on peut raisonnablement accepter que la même valeur de σ corresponde à chaque période à la même vision des inégalités.

Appliqué à la mesure de la pauvreté, l'axiome d'invariance présenté au travers de l'équation (4.2.26) devient :

$$\Theta(\omega^\sigma z + (\omega - \omega^\sigma)\mu, \omega^\sigma X^p + (\omega - \omega^\sigma)\mu I, n) = \Theta(z, X^p, n) \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^+. \quad (4.2.28)$$

Les formules correspondantes des effets $G_{t,t+k}$ et $D_{t,t+k}$ sont alors :

$$G_{t,t+k}^K = \Theta\left(z, \omega_{t,t+k}^\sigma X_t^p + \left(\omega_{t,t+k} - \omega_{t,t+k}^\sigma\right)\mu_t I\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.29)$$

$$D_{t,t+k}^K = \Theta\left(z, \omega_{t+k,t}^\sigma X_{t+k}^p + \left(\omega_{t+k,t} - \omega_{t+k,t}^\sigma\right)\mu_{t+k} I\right) - \Theta(z, X_t^p), \quad (4.2.30)$$

où $\omega_{t,t+k} = \frac{\mu_{t+k}}{\mu_t}$.

43. Il est aussi intéressant de noter que la valeur de $u(\mu_X, \mu_Y, \sigma)$ ne dépend pas de l'unité monétaire choisie pour mesurer les revenus. Par conséquent la même valeur du paramètre σ traduit la même conception des inégalités, que les revenus soient exprimés en dollars ou en milliers de dollars.

4.3 Invariance, mesure de la pauvreté et décomposition de ses variations

4.3.1 L'incidence de pauvreté

La plupart des indices de pauvreté ne sont compatibles qu'avec un seul axiome d'invariance. Par conséquent, il n'existe aucune incertitude quant à l'axiome d'invariance qui doit être utilisé pour interpréter les variations de telles mesures. Toutefois, on démontre aisément que la mesure de pauvreté la plus couramment utilisée, à savoir l'incidence de pauvreté, est la seule mesure qui puisse satisfaire simultanément l'ensemble des axiomes d'invariance dont nous avons fait la revue détaillée dans les pages précédentes.

Pour une distribution X donnée, on peut calculer la valeur de l'incidence de pauvreté h de la manière suivante :

$$h(z, X) = \frac{\Xi(X|x_i < z)}{\Xi(X)}, \quad (4.3.1)$$

où Ξ est une fonction retournant le nombre d'éléments de son argument. Une caractéristique propre à l'incidence de pauvreté est résumée au travers de la proposition énoncée ci-dessous :

Proposition 1. *Des fonctions continues et croissantes de l'incidence de pauvreté sont les seules mesures de pauvreté satisfaisant simultanément les axiomes d'invariance multiplicative, d'invariance additive et d'invariance intermédiaire.*

Démonstration. Dans le premier paragraphe de la section 4.2, nous avons donné une définition générale des axiomes d'invariance s'appuyant sur une fonction continue et croissante $\Phi : \mathcal{D}_\alpha \rightarrow \mathcal{D}_\alpha$. Cette définition peut interdire l'usage de visions *ultra-leftist* des inégalités dans la mesure où l'ensemble des fonctions Φ doit être restreinte aux fonctions préservant le rang des différents éléments de X . Quel que soit la forme fonctionnelle prise par Φ , on observe donc $\Phi(x_p) \leq \Phi(z) \leq \Phi(x_{p+1})$ pour $x_p \leq z \leq x_{p+1}$, $\Phi(x_i) < \Phi(x_p) \forall i < p$ et $\Phi(x_i) > \Phi(x_p) \forall i > p$. Par conséquent $\Xi(\Phi(X)|\Phi(x_i) < \Phi(z)) = \Xi(X|x_i < z)$ et $h(\Phi(z), \Phi(X)) = h(z, X)$. On en conclut donc que l'incidence de pauvreté satisfait l'ensemble des axiomes d'invariance correspondant à des conceptions des inégalités comprises entre les visions *leftist* et *rightist*.

Afin de prouver que l'incidence de pauvreté est la seule mesure traditionnelle de pauvreté qui soit compatible simultanément avec les différents axiomes d'invariance relevés, il suffit de s'appuyer sur les résultats de Zheng (1994, proposition 2) selon lesquels les seules mesures de pauvreté respectant à la fois les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive sont les indices apparentés à l'incidence de pauvreté. Par mesure apparentée à l'incidence de pauvreté, Zheng (1994) entend les mesures qui sont des fonctions positives et continues de la taille de la population et du nombre de pauvres⁴⁴. \square

44. Selon Zheng (1994) il est possible d'adopter une définition moins restrictive de la famille de mesures apparentées à l'incidence de pauvreté si l'on n'impose pas le respect des axiomes de population, de monotonie faible et d'indépendance.

La proposition 1 est particulièrement importante car elle signifie qu'il est possible de conduire la décomposition des variations de l'incidence de pauvreté en effets croissance et inégalités de différentes manières. Ainsi, dans le cas de la technique de décomposition proposée par Datt & Ravallion (1992), les couples d'équations (4.2.4, 4.2.5), (4.2.8, 4.2.9), (4.2.17, 4.2.18), (4.2.23, 4.2.24) et (4.2.29, 4.2.30) sont tous cohérents avec l'axiomatique sur laquelle repose l'incidence de pauvreté. Le choix d'un cadre éthique de décomposition ne repose donc que sur les perceptions et préférences de l'évaluateur social en termes d'inégalités. Toutefois pour les raisons qui ont été développées auparavant, il nous semble que seules les décompositions *leftist*, *rightist* et intermédiaires non linéaires peuvent être employées. Par conséquent, nous nous limitons à l'étude des couples d'équations (4.2.4, 4.2.5), (4.2.8, 4.2.9) et (4.2.29, 4.2.30).

4.3.2 Implications pour les décompositions des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités

Au cours de cette section, nous étudions les conséquences du passage d'une vision *rightist* à une vision *leftist* des inégalités sur les valeurs estimées des effets croissance et inégalités de l'incidence de pauvreté. On démontre aisément qu'il n'est pas nécessaire de considérer de manière explicite les positions intermédiaires afin d'établir un classement des effets *leftist*, *rightist* et intermédiaires dans la mesure où les deux premiers constituent les bornes des derniers. Ce résultat est résumé dans la proposition 2, soit :

Proposition 2. *La valeur de tout effet croissance (inégalités) intermédiaire des variations de l'incidence de pauvreté est toujours comprise entre les valeurs de ses effets croissance (inégalités) leftist et rightist.*

Démonstration. La démonstration découle directement de l'application du lemme 1 aux formules présentées dans la section 4.1. Comme les distributions iso-inégales $\Phi^I(X, \mu_Y)$ sont des moyennes pondérées des distributions contrefactuelles *leftist* et *rightist* $X \frac{\mu_Y}{\mu_X}$ et $X + (\mu_Y - \mu_X)I$, leur fonction de distribution est bornée par celle des distributions $X \frac{\mu_Y}{\mu_X}$ et $X + (\mu_Y - \mu_X)I$. Par conséquent, les effets obtenus au travers des équations (4.1.3) à (4.1.6) sous les hypothèses d'invariance multiplicative et d'invariance additive constituent des bornes pour les effets correspondant aux axiomes d'invariance intermédiaire. \square

Cette proposition est illustrée sur la figure 4.2 dans le cas d'une population de trois individus. Le triangle ABC est le même que celui représenté sur la figure 4.1. Afin d'en simplifier la lecture, on peut toutefois le réduire au simplexe tel que la somme des coordonnées barycentriques soit égale à 1. Dans ce cas, la distance d'un point quelconque aux sommets A , B et C permet d'apprécier la part respective des individus 1, 2 et 3 dans le revenu total. Les points z_1^B , z_1^C , z_2^A , z_2^C , z_3^A et z_3^B sont les projections de la ligne de pauvreté z pour chaque individu le long des axes AB , BC et AC (cf. figure 4.2). Le statut de pauvreté de chaque individu dépend donc de la position de la distribution par rapport aux lignes $z_1^B z_1^C$, $z_2^A z_2^C$ et

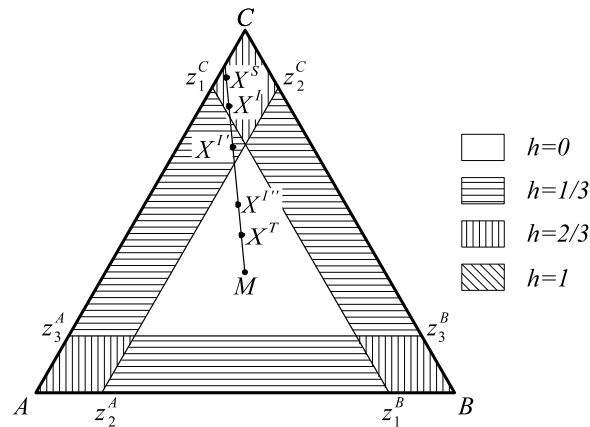


FIGURE 4.2 : Invariance et variations de l'incidence de pauvreté dans la cadre d'une population de trois individus.

$z_3^A z_3^B$. Dans notre exemple, nous considérons que μ_Y est supérieur à la ligne de pauvreté. Le premier individu est donc considéré comme pauvre si la distribution de revenus est située à la droite de la ligne $z_1^B z_1^C$. Si X^T et X^S sont les distributions iso-inégaux issues de la distribution X et de moyenne μ_Y , nous savons que toute distribution contrefactuelle intermédiaire $\Phi^I(X, \mu_Y)$ est situé sur le segment $X^T X^S$. Les points X^I , $X^{I'}$ et $X^{I''}$ sont des valeurs potentielles de cette distribution contrefactuelle. Quelle que soit la position de $\Phi^I(X, \mu_Y)$, on peut alors observer que la valeur de l'incidence de pauvreté est toujours comprise entre $h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$ et $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I)$.

4.3.2.1 Effets croissance *rightist* et *leftist*

Dans cette section et la suivante, nous montrons maintenant que le calcul des effets croissance et inégalités des variations de l'incidence de pauvreté n'est pas nécessaire si l'on souhaite simplement ordonner les différents effets. Dans le cas de l'effet croissance, la proposition 3 affirme ainsi que le passage d'une vision *rightist* à une vision *leftist* des inégalités ne modifie pas le signe de l'effet croissance

Proposition 3. *Quel que soit l'axiome d'invariance considéré, le signe de l'effet croissance des variations observées de l'incidence de pauvreté est identique à celui du taux de croissance du revenu moyen. Sinon, l'effet croissance est nul.*

Démonstration. La proposition découle directement de l'application de l'axiome de monotonie faible. □

On peut alors souligner que l'effet croissance est toujours non nul lorsque l'on considère des taux de croissance non nuls et des distributions de revenus continues telles que la probabilité d'observer un revenu égal à z est différente de zéro⁴⁵.

45. Une démonstration de cette propriété pour des variations marginales du revenu moyen peut être trouvée dans Kakwani (1993) dans le cas de l'invariance multiplicative.

Proposition 4. *Dans le cadre de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) des variations de l'incidence de pauvreté, l'effet croissance leftist est inférieur à l'effet croissance rightist si et seulement si le taux de croissance est positif (négatif) et si le niveau moyen de revenus final est supérieur (inférieur) à la ligne de pauvreté.*

Démonstration. La démonstration est reportée dans l'annexe E. □

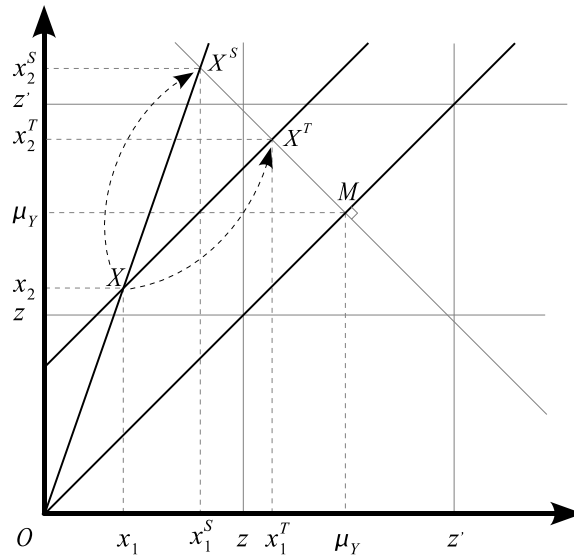


FIGURE 4.3 : Effets croissance *leftist* et *rightist* pour une population de deux individus et un taux de croissance positif.

La figure 4.3 permet de comprendre l'intuition de cette proposition pour un taux de croissance positif⁴⁶ dans le cas d'une population comprenant deux individus. La distribution initiale X , de coordonnées (x_1, x_2) , permet de générer les droites d'iso-inegalités correspondant aux axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive, et représentées respectivement par les droites XX^S and XX^T . Pour une distribution finale Y de revenu moyen égal à μ_Y , les distributions contrefactuelles correspondantes issues de X sont obtenues par intersection de ces courbes avec la droite passant par M et perpendiculaire à la droite de parfaite égalité. On obtient donc les distributions X^S et X^T de coordonnées (x_1^S, x_2^S) et (x_1^T, x_2^T) . Si la ligne de pauvreté est $z < \mu_Y$, un seul individu est considéré comme pauvre dans la distribution de revenus initiale. Alors qu'avec l'invariance multiplicative la valeur de l'incidence de pauvreté n'évolue pas — l'individu 1 est toujours considéré comme pauvre —, la répartition du revenu additionnel avec l'invariance additive réduit le niveau de pauvreté puisque le revenu du premier individu devient supérieur à la ligne de pauvreté z . Par conséquent, on obtient $G^T < G^S = 0$. En revanche, si la ligne de pauvreté z' est telle

46. La situation correspondant à un taux de croissance négatif peut être appréciée à partir de la figure 4.4 si la distribution Y correspond à la distribution initiale.

que $z' > \mu_Y$, les résultats sont renversés. La distribution initiale présente un taux de pauvreté de 100% qui ne diminue pas avec l'invariance additive mais est réduit de moitié avec l'invariance multiplicative. On observe donc $G^S < G^T = 0$.

En règle générale, on observe le même classement des effets croissance *rightist* et *leftist* avec la technique de décomposition basée sur la valeur de Shapley qu'en utilisant la méthode de Datt & Ravallion (1992). Ce résultat et son exception sont résumés dans la proposition suivante :

Proposition 5. *La technique de décomposition de Shapley produit le même classement des effets croissance leftist et rightist des variations de la pauvreté que la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) sauf si la ligne de pauvreté est comprise entre les revenus initiaux et finaux et que :*

$$h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) > h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I). \quad (4.3.2)$$

Démonstration. La démonstration est réportée dans l'annexe E. □

Afin de faciliter la compréhension des propositions 3, 4 et 5, les différents cas de figures sont résumés dans le tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 : Comparaison des effets croissance des variations de l'incidence de pauvreté obtenus au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive.

Condition		Technique de décomposition	
Croissance	Ligne de pauvreté	Datt & Ravallion (1992)	Shapley
$\mu_Y > \mu_X$	$\mu_Y > z$	$G^T \leq G^S \leq 0$	$G'^T \leq G'^S \leq 0$ ou ^a $G'^S \leq G'^T \leq 0$
$\mu_Y > \mu_X$	$\mu_Y < z$	$G^S \leq G^T \leq 0$	$G'^S \leq G'^T \leq 0$
$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_Y > z$	$G^T \geq G^S \geq 0$	$G'^T \geq G'^S \geq 0$
$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_Y < z$	$G^S \geq G^T \geq 0$	$G'^S \geq G'^T \geq 0$ ou ^b $G'^T \geq G'^S \geq 0$
$a : \text{si } z > \mu_X \text{ et } h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) \geq h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I).$			
$b : \text{si } \mu_X > z \text{ et } h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) \geq h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I).$			

En règle générale, la valeur de la ligne de pauvreté est fixée à un niveau inférieur aux niveaux de revenus initiaux et finaux. Par conséquent on doit donc retrouver dans la plupart des situations un effet croissance *leftist* qui soit inférieur (supérieur) à l'effet *rightist* lorsque le taux de croissance du revenu par habitant est positif (négatif).

4.3.2.2 Effets inégalités *rightist* et *leftist*

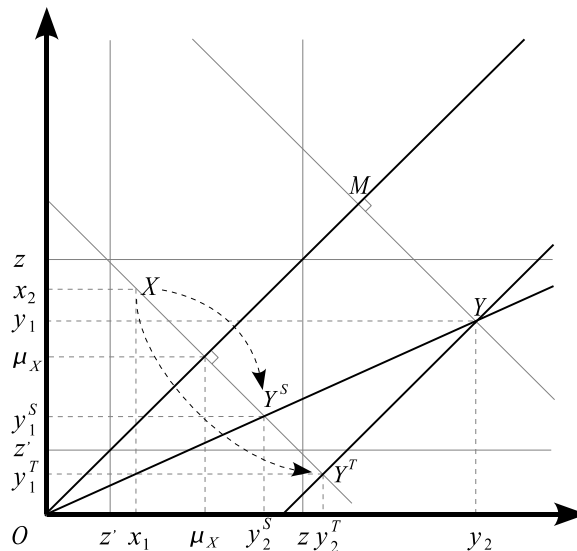
Considérons maintenant les versions *rightist* et *leftist* de l'effet inégalités des variations de l'incidence de pauvreté. Contrairement aux effets croissance, le signe des effets inégalités

ne peut pas être établi en comparant le niveau de la ligne de pauvreté avec les valeurs initiale et finale du niveau moyen de revenu. Il ne peut pas non plus être obtenu sur la base de mesures quelconques du degré d'inégalités ainsi que nous l'avons illustré au travers du chapitre 3 dans le cadre de mesures basées sur une appréciation *rightist* des inégalités. Lorsque l'on s'intéresse à l'incidence de pauvreté, il n'est pas possible de s'appuyer sur un critère de dominance au sens de Lorenz. Avec la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992), le seul critère de dominance que l'on puisse utiliser pour déterminer le signe de l'effet inégalités est la dominance stochastique de premier ordre (Atkinson, 1987) entre la distribution initiale et la distribution contrefactuelle issue de la distribution finale des revenus. En d'autres termes, le seul moyen d'obtenir le signe de D est d'en calculer la valeur.

La proposition 6 montre toutefois que l'on peut aisément classer les effets inégalités *leftist* et *rightist*.

Proposition 6. *Dans le cadre de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) des variations de l'incidence de pauvreté, l'effet inégalités leftist est inférieur à l'effet inégalités rightist si et seulement si le taux de croissance est positif (négatif) et si le niveau moyen de revenus initial est supérieur (inférieur) à la ligne de pauvreté.*

Démonstration. La démonstration est reportée dans l'annexe E. □



Note : Afin d'améliorer la lisibilité de la figure, les revenus des deux individus ont été permutés par rapport à la distribution X .

FIGURE 4.4 : Effets inégalités *leftist* et *rightist* pour une population de deux individus et un taux de croissance positif.

La figure 4.4 complète l'exemple présenté dans la figure 4.3 pour le calcul des effets inégalités au travers de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992). Dans ce

cas, la distribution finale Y est reportée puisqu'elle est nécessaire pour établir les distributions iso-inégaies de moyenne μ_X qui lui correspondent. Afin d'améliorer la lisibilité de la représentation graphique, les coordonnées (y_1, y_2) de Y sont permutées. Cette modification est totalement neutre par rapport à notre analyse. Pour une ligne de pauvreté fixée à z , les deux individus sont considérés comme pauvres dans la distribution originale (point X). Avec l'invariance multiplicative, la distribution contrefactuelle Y^S présentant le même degré d'inégalité que Y ne se traduit pas par une variation du taux de pauvreté puisque tous les revenus individuels restent inférieurs à la ligne de pauvreté. En revanche, la transformation *leftist* Y^T de la distribution Y correspond à une distribution de revenu où seule la moitié de la population est pauvre puisque $y_2^T > z > y_1^T$. Par conséquent, on observe $D^T < D^S = 0$. Si l'on fixe par contre la ligne de pauvreté au niveau z' , la valeur initiale de l'incidence de pauvreté est maintenant égale à zéro et ne varie pas lorsque l'on adopte un point de vue *rightist*. En revanche la pauvreté augmente lorsque l'effet est établi sur la base d'une vision *leftist*. On retrouve donc $D^T > D^S = 0$.

La relation entre effets inégalités *leftist* et *rightist* obtenus au travers de la méthode de décomposition présentée par Shorrocks (1999) et Kakwani (2000a) est résumée dans la proposition 7, soit :

Proposition 7. *La technique de décomposition de Shapley produit le même classement des effets inégalités leftist et rightist des variations de la pauvreté que la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) sauf si la ligne de pauvreté est comprise entre les revenus initiaux et finaux et que :*

$$h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) > h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I). \quad (4.3.3)$$

Démonstration. La démonstration est reportée dans l'annexe E. □

TABLEAU 4.2 : Comparaison des effets inégalités des variations de l'incidence de pauvreté obtenus au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive.

Condition		Technique de décomposition	
Croissance	Ligne de pauvreté	Datt & Ravallion (1992)	Shapley
$\mu_Y > \mu_X$	$\mu_X > z$	$D^T \geq D^S$	$D'^T \geq D'^S$
$\mu_Y > \mu_X$	$\mu_X < z$	$D^T \leq D^S$	$D'^T \leq D'^S$
$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X > z$	$D^T \leq D^S$	ou ^a $D'^T \geq D'^S$
$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < z$	$D^T \geq D^S$	ou ^b $D'^T \geq D'^S$
a : si $\mu_Y > z$ et $h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) \geq h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I)$.			
b : si $z > \mu_Y$ et $h\left(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}\right) - h\left(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y}\right) \geq h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) - h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I)$.			

L'ensemble de ces propositions est repris dans le tableau 4.2. Il est intéressant de relever que la relation entre les effets inégalités obtenus au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive ne dépend pas du signe de ces effets. En pratique, la valeur de la ligne de pauvreté est presque toujours inférieure aux niveaux de revenus par habitant des distributions initiales et finales. Dans cette situation, on doit donc observer des effets inégalités *leftist* qui soient supérieurs (inférieurs).

Les résultats de ces classements des effets croissance et inégalités de l'incidence de pauvreté ont des implications directes en matière d'évaluation du caractère « pro-pauvres » de la croissance. En effet, si la croissance économique, considérée comme l'ensemble des modifications de la distribution des revenus, est dite « pro-pauvres » lorsque la réduction du niveau de pauvreté est plus importante que ce qu'elle aurait été en l'absence de changement dans le degré d'inégalités (Baulch & McCulloch, 1998, Kakwani & Pernia, 2000), s'écarter de la vision *rightist* au profit d'une conception intermédiaire ou *leftist* des inégalités se traduit nécessairement par une occurrence plus faible des épisodes de croissance « pro-pauvres ». En effet, comme l'attribution du caractère « pro-pauvres » s'effectue sur la base de la différence entre l'effet croissance et la variation observée de la mesure de pauvreté, et que les situations rencontrées se traduisent par une valeur des effets croissance intermédiaires et *leftist* plus faibles (mais d'amplitude plus importante) que l'effet *rightist*, l'évaluateur social *leftist* observe plus rarement des phénomènes de croissance « pro-pauvres » que l'évaluateur *rightist*⁴⁷. À l'inverse, on peut noter qu'un phénomène de dépression est davantage susceptible d'être qualifié de « pro-pauvres » lorsque ce caractère est établi sur la base de l'axiome d'invariance additive plutôt qu'avec l'axiome d'invariance multiplicative.

4.4 Application sur la pauvreté en Chine de 1990 à 2004

Dans la plupart des études appliquées relatives à l'analyse des questions d'inégalités et de pauvreté, ces dernières sont (implicitement) envisagées d'un point de vue *rightist*. Une telle posture éthique reflète peut-être la vision dominante en économie, mais il est possible qu'elle ne soit pas partagée par nombre de décideurs politiques et de citoyens. Ainsi que nous l'avons relevé, il n'y a pas de « bonne » manière d'appréhender les inégalités au niveau de la question de l'invariance. L'hétérogénéité des positions observées en la matière est donc une raison valable pour analyser la sensibilité des résultats à un changement de préférences éthiques de l'évaluateur social⁴⁸.

47. Lorsqu'il est évalué sur la base de l'invariance additive, le caractère « pro-pauvres » de la croissance est obtenu lorsque l'augmentation du revenu des pauvres est supérieure à leur part dans la population totale de l'économie étudiée. S'appuyant sur un échantillon de 143 épisodes de croissance concernant des pays développés et en développement, White & Anderson (2001) observent que cette situation ne se présente que dans moins de 10% des cas.

48. Il nous semble important de préciser qu'une telle analyse de sensibilité aux préférences éthiques est effectuée de manière courante pour d'autres axiomes. C'est par exemple le cas pour l'étude des inégalités lorsque l'on utilise simultanément les indices de Theil et de Gini qui reposent sur des bases éthiques très différentes (respect ou non de l'axiome d'indépendance).

Les études visant à illustrer les effets d'un changement de posture éthique en matière d'invariance sont très rares. Parmi les quelques exemples portés à notre connaissance, on retrouve l'étude de del Rio & Ruiz-Castillo (2001) dans laquelle les auteurs appliquent les mesures d'inégalités dérivées de l'axiome d'invariance intermédiaire linéaire qu'ils ont développé dans del Rio & Ruiz-Castillo (2000) à l'évolution des inégalités en Espagne entre 1980 et 1991. Atkinson & Brandolini (2004) s'intéressent aux inégalités de revenus internationales et mondiales⁴⁹ durant le siècle passé. Leur analyse s'appuie à la fois sur l'utilisation d'indices de Gini et de Theil (pour apprécier l'évolution de ces inégalités d'un point de vue *rightist*), d'indices de Gini absolus (pour traduire le point de vue *leftist*) et des indices proposés par Kolm (1976a,b) (pour les positions intermédiaires). Enfin, Ravallion (2005b) reprend ces mêmes mesures *rightist* et *leftist* d'inégalités pour vérifier de manière empirique l'existence d'un arbitrage entre diminution des inégalités et lutte contre la pauvreté dans les pays en développement.

Au cours de la présente section, nous illustrons à l'aide de données de revenus chinoises l'importance des choix effectués en termes d'invariance dans les décompositions des variations de l'incidence de pauvreté en effets croissance et inégalités. L'exemple chinois est particulièrement intéressant car la plupart des publications récentes consacrées à l'étude des changements de la distribution mondiale des revenus (Bhalla, 2004, Sala-i-Martin, 2004, 2006) soulignent combien leurs résultats sont sensibles aux évolutions des inégalités en Chine. Il en est de même pour la problématique de la réduction de la pauvreté. Certains auteurs ont ainsi mis en évidence le rôle crucial joué par la Chine dans la réalisation de l'objectif de réduction de moitié de l'extrême pauvreté dans le monde en développement entre 1990 et 2015. Cette contribution importante est en général attribuée aux performances impressionnantes de l'économie chinoise durant les dernières décennies (Chen & Ravallion, 2007). Dans les pages qui suivent, nous mettons en évidence combien ce résultat peut être contingent aux choix axiomatiques relatifs à l'invariance.

4.4.1 Données

Les données utilisées proviennent des enquêtes réalisées en 1990, 1996, 1999 et 2003 dans le cadre du *China Health and Nutrition Survey* (CHNS). Le CHNS est une enquête longitudinale qui couvre neuf des vingt-deux provinces que compte le pays, soit celles de Guangxi, Guizhou, Henan, Hubei, Hunan, Jiangsu, Liaoning, Heilongjiang et Shangdong. Bien que la couverture géographique de l'enquête soit limitée, les provinces ont été sélectionnées de manière à offrir une représentativité satisfaisante de l'ensemble de la population chinoise. Afin d'alléger le texte, la présentation plus complète des données et des choix effectués pour établir les séries de revenus individuels sont reportés dans l'annexe F. Cette base de données nous permet d'obtenir des séries de revenus pour environ 12 000 individus

49. La différence entre les deux concepts est la prise en compte dans le dernier des inégalités de revenus intra-pays.

à chaque date. Afin de s'assurer de la comparabilité des revenus dans le temps, ceux-ci ont été convertis en yuan réels, base 1990.

TABLEAU 4.3 : Valeurs estimées de l'incidence de pauvreté en Chine de 1990 à 2003.

Ligne de pauvreté	1990	1996	1999	2003
1 \$PPA	16,2 (0,004)	6,8 (0,003)	11,2 (0,005)	13,3 (0,004)
2 \$PPA	36,5 (0,004)	14,3 (0,004)	17,9 (0,005)	18,0 (0,004)

Note : écarts types entre parenthèses obtenus à l'aide d'une procédure de *bootstrap* réalisée avec 500 répliquions.

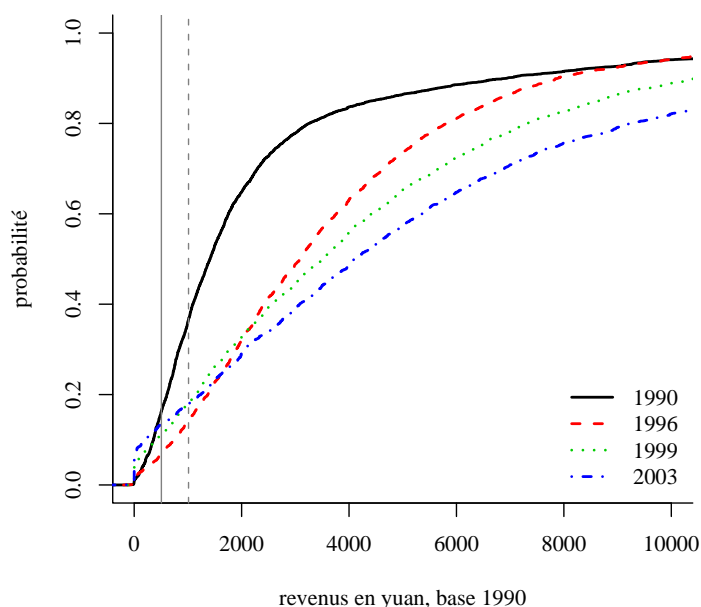
Dans le tableau 4.3 sont reportées les valeurs de l'incidence de pauvreté estimées à chaque date. Celles-ci ont été établies sur la base de lignes de pauvreté fixées à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant⁵⁰. Dans le contexte chinois, la définition d'une ligne de pauvreté adéquate fait toutefois l'objet de débats importants (Fan *et al.*, 2002, Hanmer, Yao & Zhang, 2004, Gregory, Meng & Wang, 2005, Chen & Ravallion, 2007). Certains auteurs insistent ainsi sur la nécessité de recourir à des lignes de pauvreté différenciées selon que les individus sont situés en zones rurales ou urbaines (Chen & Ravallion, 2007) et estiment les valeurs de ces lignes à partir de paniers de consommation propres à chaque zone (Gregory *et al.*, 2005). Nous recourons toutefois aux lignes de pauvreté de 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant dans la mesure où ces dernières sont celles utilisées dans le cadre des Objectifs de Développement du Millénaire.

Les niveaux de pauvreté relevés dans le tableau 4.3 indiquent dans un premier temps une réduction très importante de la part de la population pauvre de 1990 à 1996, puis une augmentation notable jusqu'en 2003. Ce résultat semble surprenant dans la mesure où la Chine a enregistré des taux de croissance très importants depuis le début des années 80. La plupart des études montrent d'ailleurs une diminution constante de la pauvreté depuis les mouvements de réformes initiés à la fin des années 70. Toutefois, certaines études semblent corroborer nos résultats d'une augmentation de la pauvreté depuis quelques années. Ainsi, Chen & Ravallion (2007), pour l'ensemble de la Chine, et Wan & Zhang (2006), pour les zones rurales, observent une certaine augmentation de la pauvreté entre le milieu des années 90 et le début du nouveau millénaire. Les différences que nous relevons entre notre étude et celles déjà réalisées, notamment Wan & Zhang (2006) qui utilisent les mêmes sources de données, semblent essentiellement liées à la structure de nos données⁵¹ et aux choix effectués pour établir les séries de revenus. La base de données CHNS est très détaillée et de nombreuses hypothèses concurrentes peuvent être émises au sujet des coûts et revenus qui

50. Plus précisément, il s'agit des lignes de pauvreté à 1,08 et 2,16 \$ en parité de pouvoir d'achat, base 1993, utilisée par la Banque Mondiale pour estimer le niveau de pauvreté.

51. Il faut notamment avoir en tête que la base de données correspond à un panel non cylindré puisque les individus sont suivis dans le temps. Or, on remarque que les inégalités salariales tendent à s'accroître au sein d'une même génération d'individus au fur et à mesure qu'ils vieillissent.

doivent ou non être pris en compte dans le calcul des revenus de chaque ménage. Bien que ces détails puissent avoir un effet non négligeable sur nos résultats, il convient de rappeler que l'objectif de cette application est simplement de mettre en évidence sur des données réelles l'effet d'un changement d'axiome d'invariance.



Note : les lignes verticales continues et discontinues représentent les valeurs en yuan, base 1990, des lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant.

FIGURE 4.5 : Distribution des revenus en Chine entre 1990 et 2003.

Pour vérifier si les évolutions relevées avec les lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA sont robustes, il suffit d'étudier les valeurs de l'incidence de pauvreté pour différentes lignes de pauvreté à l'aide des fonctions de distribution correspondant à chaque série de revenus et reportées sur la figure 4.5. Celle-ci confirme bien la réduction importante de la pauvreté durant la période 1990-1996 ainsi que les mauvaises performances enregistrées pour les quantiles les plus faibles de la population. Il semble donc que la progression très importante des revenus en Chine ces dernières années reflète uniquement l'émergence d'une classe moyenne importante et de quelques grandes richesses.

4.4.2 Effets *leftist* contre effets *rightist* des variations de la pauvreté

Dans un premier temps, nous nous limitons à une comparaison des résultats des décompositions obtenues au travers des visions pôlaires décrites dans la section 4.2, autrement dit celles basées sur l'invariance multiplicative et celles reposant sur l'invariance ad-

ditive. Les résultats⁵² issues des techniques de décomposition de Datt & Ravallion (1992) et par la valeur de Shapley pour la période 1990-2003 et les sous-périodes 1990-1996, 1996-1999 et 1999-2003 sont reportés respectivement dans les tableaux 4.4 et 4.5. Les valeurs rapportées sont la variation totale, les effets croissance et inégalités en points de pourcentage ainsi que la contribution relative de ces deux dernières (arbitrage) à la réduction de la pauvreté. Dans le tableau 4.4 figure en sus les valeurs estimées des termes résiduels de la décomposition. Afin d'évaluer la précision de nos estimations, nous avons calculé des intervalles de confiance au seuil de 95% pour chaque valeur des tableaux 4.4 et 4.5 à l'aide de procédures de *bootstrap*. Ces dernières ont été effectuées en réalisant 500 rééchantillonnages des données de revenus au niveau des ménages.

Les résultats se lisent de la manière suivante. Si l'on regarde le premier tableau pour la période 1990-2003 et la ligne de pauvreté à 1 \$ PPA, on observe une diminution totale de 2,9 points de pourcentage. La décomposition effectuée sous l'axiome d'invariance multiplicative nous indique que l'incidence de pauvreté aurait été réduite de 8,9 points de pourcentage du fait de la croissance du revenu moyen si le degré d'inégalités était resté à son niveau initial. En revanche, pour un taux de croissance nul, l'évolution observée des inégalités se serait traduite par une augmentation de 0,7 points de pourcentage.

Ainsi que nous l'avons expliqué auparavant, notre objectif n'est pas de promouvoir l'une ou l'autre technique de décomposition, mais de mettre en avant les différences d'interprétation que l'on peut avoir d'une même variation de la pauvreté au travers de différentes conceptions des inégalités. Globalement, on remarque que les deux techniques de décomposition produisent des résultats similaires. La seule différence importante concerne la valeur de l'effet inégalités *leftist* pour la période 1990-1996 et la ligne de pauvreté à 1 \$PPA (2,55 points de pourcentage avec la valeur de Shapley contre -1,63 avec l'approche de Datt & Ravallion (1992)).

Un premier résultat tiré des tableaux 4.4 et 4.5 est la confirmation des résultats théoriques de la section 4.3.2 et résumés dans les tableaux 4.1 et 4.2. Les taux de croissance observés sont positifs ($\mu_Y > \mu_X$) et les niveaux de revenus initiaux et finaux sont toujours supérieurs aux lignes de pauvreté utilisées ($\mu_Y > z$ and $\mu_X > z$). Par conséquent l'effet croissance, négatif, est toujours de taille plus importante avec la décomposition *leftist* qu'avec la décomposition *rightist* des variations de la pauvreté. Lorsque les valeurs de ces effets inégalités sont négatives, cela signifie qu'un observateur *leftist* attribue une contribution plus faible de la redistribution des revenus aux variations de l'incidence de pauvreté qu'un observateur *rightist*. Au contraire, si les effets sont tous deux positifs, il considère que les inégalités handicapent la lutte contre la pauvreté davantage que l'observateur *rightist*.

On peut aussi remarquer les différences observées quant à la contribution relative de la croissance du revenu moyen et de la redistribution à la réduction de la pauvreté. Les valeurs estimées de cette contribution relative, mesurées au travers du ratio G/D . Sans surprise, on

52. L'ensemble des estimations et des figures de cette section ont été réalisées avec R 2.5.1 (R Development Core Team, 2007). Les codes utilisés sont disponibles à la demande.

TABEAU 4.4 : Décompositions *rightist* et *leftist* de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 : technique de Datt & Ravallion (1992).

Effet	Invariance multiplicative				Invariance additive			
	1990-1996	1996-1999	1999-2003	1990-2003	1990-1996	1996-1999	1999-2003	1990-2003
<i>Ligne de pauvreté à 1 \$ par jour</i>								
Total (point de %)	-9,44 [-10,2; -8,67] (0,004)	4,44 [3,65;5,16] (0,004)	2,04 [1,18;2,96] (0,005)	-2,96 [-3,93;-1,99] (0,005)	-9,44 [-10,2; -8,67] (0,004)	4,44 [3,65;5,16] (0,004)	2,04 [1,18;2,96] (0,005)	-2,96 [-3,93;-1,99] (0,005)
Effet croissance (point de %)	-2,7 [-3,54;-1,52] (0,005)	-1,36 [-1,59;-1,17] (0,001)	-1,39 [-1,65;-0,97] (0,002)	-8,98 [-9,74;-8,07] (0,004)	-16,2 [-16,9;-11,4] (0,015)	-6,85 [-7,32;-6,4] (0,002)	-11,3 [-11,9;-10,7] (0,003)	-16,3 [-17;-15,7] (0,003)
Effet inégalités (point de %)	-8,13 [-9,21;-7,29] (0,005)	5,91 [5,1;6,64] (0,004)	2,98 [2,11;3,82] (0,005)	0,76 [-0,31;1,73] (0,005)	-1,63 [-5,64;1,88] (0,019)	19,1 [17,3;20,7] (0,009)	13,5 [11,3;15] (0,01)	24,2 [21,8;26,3] (0,012)
Résidu (point de %)	1,39 [0,85;2,02] (0,003)	-0,11 [-0,40;0,38] (0,002)	0,46 [0,10;0,69] (0,002)	5,26 [4,58;5,93] (0,003)	8,35 [4,85;8,73] (0,01)	-7,84 [-9,57;-5,83] (0,009)	-0,19 [-1,73;2,06] (0,01)	-10,9 [-13,1;-8,38] (0,012)
Arbitrage (G/D)	0,33 [0,17;0,45] (0,073)	-0,23 [-0,29;-0,18] (0,027)	-0,46 [-0,68;-0,28] (0,103)	-11,8 [-128;117] (5335)	9,91 [-108;97,7] (213)	-0,35 [-0,40;-0,32] (0,022)	-0,83 [-1,01;-0,73] (0,071)	-0,67 [-0,75;-0,60] (0,038)
<i>Ligne de pauvreté à 2 \$ par jour</i>								
Total (point de %)	-22,2 [-23,2;-21,2] (0,005)	3,56 [2,58;4,46] (0,005)	0,072 [-0,95;1,14] (0,005)	-18,6 [-19,7;-17,5] (0,006)	-22,2 [-23,2;-21,2] (0,005)	3,56 [2,58;4,46] (0,005)	0,072 [-0,95;1,14] (0,005)	-18,6 [-19,7;-17,5] (0,006)
Effet croissance (point de %)	-4,93 [-6,91;-3,34] (0,009)	-3,83 [-4,28;-3,12] (0,003)	-2,39 [-2,78;-1,65] (0,003)	-17,9 [-19,1;-16,3] (0,007)	-21,1 [-29,7;-12,7] (0,044)	-12,2 [-14,8;-11,1] (0,012)	-17,9 [-18,6;-12,3] (0,017)	-36,6 [-37,4;-35,7] (0,004)
Effet inégalités (point de %)	-19,7 [-21,3;-18,1] (0,008)	7,82 [6,79;8,74] (0,005)	2,01 [1,11;3,15] (0,005)	-10,4 [-11,8;-8,95] (0,007)	-13,4 [-17,2;-9,76] (0,019)	18,3 [16,6;19,9] (0,009)	13,1 [10,3;14,6] (0,01)	9,04 [6,7;10,9] (0,011)
Résidu (point de %)	2,47 [1,93;3,3] (0,004)	-0,43 [-1,05;0,10] (0,003)	0,45 [-0,26;0,66] (0,003)	9,73 [8,73;10,5] (0,005)	12,3 [7,51;17,4] (0,025)	-2,47 [-3,05;-0,41] (0,007)	4,92 [1,74;6,12] (0,011)	8,99 [7,1;11,5] (0,012)
Arbitrage (G/D)	0,25 [0,16;0,37] (0,056)	-0,48 [-0,58;-0,39] (0,048)	-1,19 [-2,14;-0,59] (0,386)	1,72 [1,45;2,08] (0,161)	1,58 [0,75;3,04] (0,576)	-0,67 [-0,80;-0,62] (0,051)	-1,37 [-1,54;-1,1] (0,107)	-4,05 [-5,48;-3,33] (0,586)

Note : intervalles de confiance à 95% entre crochets et écarts type entre parenthèses obtenus au travers d'une procédure de *bootstrap* avec 500 réplifications.

TABLEAU 4.5 : Décompositions *rightist* et *leftist* de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 : valeur Shapley.

Effet	Invariance multiplicative				Invariance additive			
	1990-1996	1996-1999	1999-2003	1990-2003	1990-1996	1996-1999	1999-2003	1990-2003
<i>Ligne de pauvreté à 1 \$ par jour</i>								
Total	-9,44	4,44	2,04	-2,96	-9,44	4,44	2,04	-2,96
(point de %)	[-10,2; -8,67]	[3,65; 5,16]	[1,18; 2,96]	[-3,93; -1,99]	[-10,2; -8,67]	[3,65; 5,16]	[1,18; 2,96]	[-3,93; -1,99]
	(0,004)	(0,004)	(0,005)	(0,005)	(0,004)	(0,004)	(0,005)	(0,005)
Effet croissance	-2	-1,42	-1,16	-6,35	-12	-10,8	-11,4	-21,7
(point de %)	[-2,6; -1,08]	[-1,6; -1,16]	[-1,35; -0,84]	[-6,9; -5,58]	[-13,8; -7,75]	[-11,7; -9,77]	[-12,3; -10,2]	[-22,9; -20,3]
	(0,004)	(0,001)	(0,001)	(0,003)	(0,016)	(0,005)	(0,005)	(0,006)
Effet inégalités	-7,44	5,86	3,21	3,39	2,55	15,2	13,4	18,8
(point de %)	[-8,59; -6,56]	[5,09; 6,54]	[2,32; 4]	[2,38; 4,24]	[-1,81; 4,4]	[14,2; 16,1]	[12,2; 14,3]	[17,5; 19,9]
	(0,005)	(0,004)	(0,004)	(0,005)	(0,016)	(0,005)	(0,005)	(0,006)
Arbitrage	0,26	-0,24	-0,36	-1,87	-4,71	-0,70	-0,84	-1,16
(G/D)	[0,12; 0,37]	[-0,29; -0,19]	[-0,50; -0,23]	[-2,6; -1,48]	[-29,9; 33,3]	[-0,75; -0,66]	[-0,90; -0,78]	[-1,22; -1,1]
	(0,066)	(0,025)	(0,067)	(0,295)	(259,8)	(0,023)	(0,032)	(0,028)
<i>Ligne de pauvreté à 2 \$ par jour</i>								
Total	-22,2	3,56	0,072	-18,6	-22,2	3,56	0,072	-18,6
(point de %)	[-23,2; -21,2]	[2,58; 4,46]	[-0,95; 1,14]	[-19,7; -17,5]	[-23,2; -21,2]	[2,58; 4,46]	[-0,95; 1,14]	[-19,7; -17,5]
	(0,005)	(0,005)	(0,005)	(0,006)	(0,005)	(0,005)	(0,005)	(0,006)
Effet croissance	-3,7	-4,04	-2,17	-13	-15	-13,5	-15,5	-32,1
(point de %)	[-5,39; -2,3]	[-4,5; -3,39]	[-2,6; -1,67]	[-14,2; -11,7]	[-21,1; -8,87]	[-15,5; -12,2]	[-16,4; -11,2]	[-33,2; -30,6]
	(0,008)	(0,003)	(0,003)	(0,006)	(0,031)	(0,01)	(0,013)	(0,006)
Effet inégalités	-18,5	7,61	2,24	-5,54	-7,23	17	15,5	13,5
(point de %)	[-20,2; -16,7]	[6,64; 8,47]	[1,3; 3,23]	[-6,85; -4,2]	[-13,2; -1,16]	[15,8; 19]	[11,5; 16,4]	[12,3; 14,5]
	(0,009)	(0,005)	(0,005)	(0,007)	(0,031)	(0,009)	(0,012)	(0,006)
Arbitrage	0,2	-0,53	-0,96	2,35	2,07	-0,79	-0,99	-2,37
(G/D)	[0,11; 0,31]	[-0,62; -0,44]	[-1,7; -0,63]	[1,76; 3,34]	[0,66; 17,1]	[-0,85; -0,74]	[-1,06; -0,92]	[-2,56; -2,23]
	(0,052)	(0,045)	(0,276)	(0,394)	(8,37)	(0,029)	(0,036)	(0,087)

Note : intervalles de confiance à 95% entre crochets et écarts type entre parenthèses obtenus au travers d'une procédure de *bootstrap* avec 500 réplifications.

s'aperçoit que le changement d'axiome d'invariance se traduit par une modification importante du poids accordé à ces deux éléments dans les variations observées de la pauvreté. Le même phénomène est relevé quel que soit la technique de décomposition ou la ligne de pauvreté utilisée. Par exemple, l'effet croissance issu de la valeur de Shapley, pour la ligne de pauvreté à 1 \$PPA est approximativement quatre fois moins important que l'effet inégalités sur la période 1990-1996 lorsque l'analyse est réalisée sous un angle *rightist*. En comparaison, la même décomposition effectuée par un évaluateur social *leftist* se traduit par un effet croissance presque cinq fois plus important que l'effet inégalités. Pour la même période et la même ligne de pauvreté, la méthode de décomposition de Datt & Ravallion (1992) donne lieu à des différences d'appréciation encore plus marquées puisque les valeurs des contributions relatives sont respectivement de 0,33 avec l'invariance multiplicative et 9,91 pour l'invariance additive. Cependant, aucune relation stable ne semble se dégager entre le choix d'axiome d'invariance effectué et la valeur plus ou moins importante des contributions relatives observées.

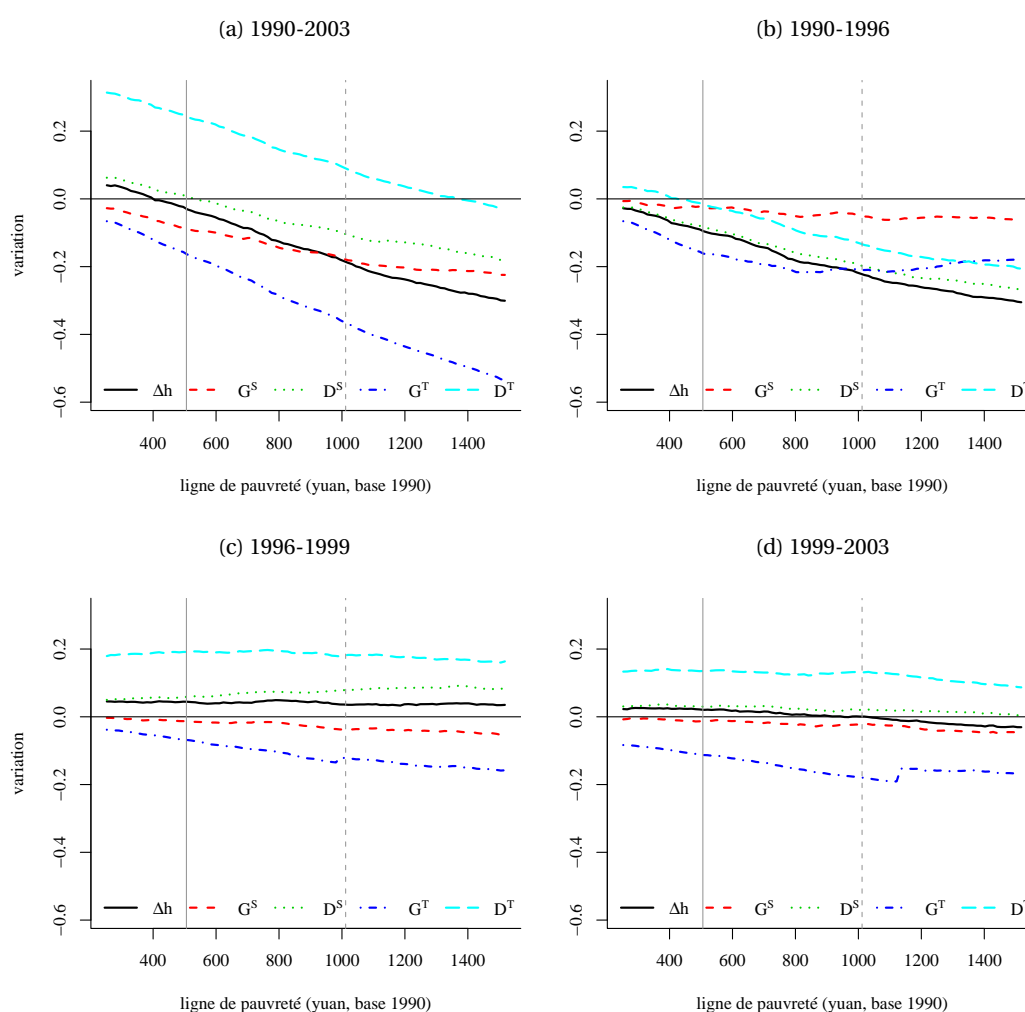
Pour illustrer plus précisément l'importance des préférences éthiques sur lesquelles s'appuient la décomposition effectuée, attardons nous sur les résultats de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) pour l'ensemble de la période étudiée et la ligne de pauvreté à 1 \$PPA. On remarque alors que l'effet croissance *leftist* ($G^T = -16,3$) est près de deux fois plus important que la valeur correspondant à une vision *rightist* des inégalités ($G^S = -8,98$). Au niveau des effets inégalités, les différences sont encore plus importantes, l'effet *leftist* ($D^S = 24,2$) étant plus de trente fois plus élevé que l'effet inégalités basé sur une position *rightist* ($D^T = 0,76$). Dans la totalité des cas, les différences relevées sont significatives au seuil de 5%⁵³.

La conséquence la plus marquante d'un changement d'axiome d'invariance est qu'une modification des préférences éthiques peut se traduire par un changement de signe de l'effet inégalité. Quelle que soit la technique de décomposition utilisée, on observe ainsi des effets inégalités des signes différents et significativement différents de zéro pour la période 1990-2003 et la ligne de pauvreté à 2 \$PPA. Le même résultat est reporté dans le tableau 4.5 pour la sous-période 1990-1996 et une ligne de pauvreté fixée à 1 \$PPA. Dans ce dernier cas, les intervalles de confiance montrent toutefois que l'effet inégalités est non significativement différent de zéro. Le passage d'une position *rightist* à une position *leftist* ne se traduit alors pas par un changement de signe statistiquement significatif.

Parallèlement à ces changements de signe des effets inégalités, on peut relever aussi que le classement des effets entre les différentes sous-périodes est sensible aux axiomes d'invariance retenus. Pour illustrer ce résultat, observons les effets inégalités obtenus à l'aide de la valeur de Shapley pour les périodes 1996-1999 et 1999-2003 avec une ligne de pau-

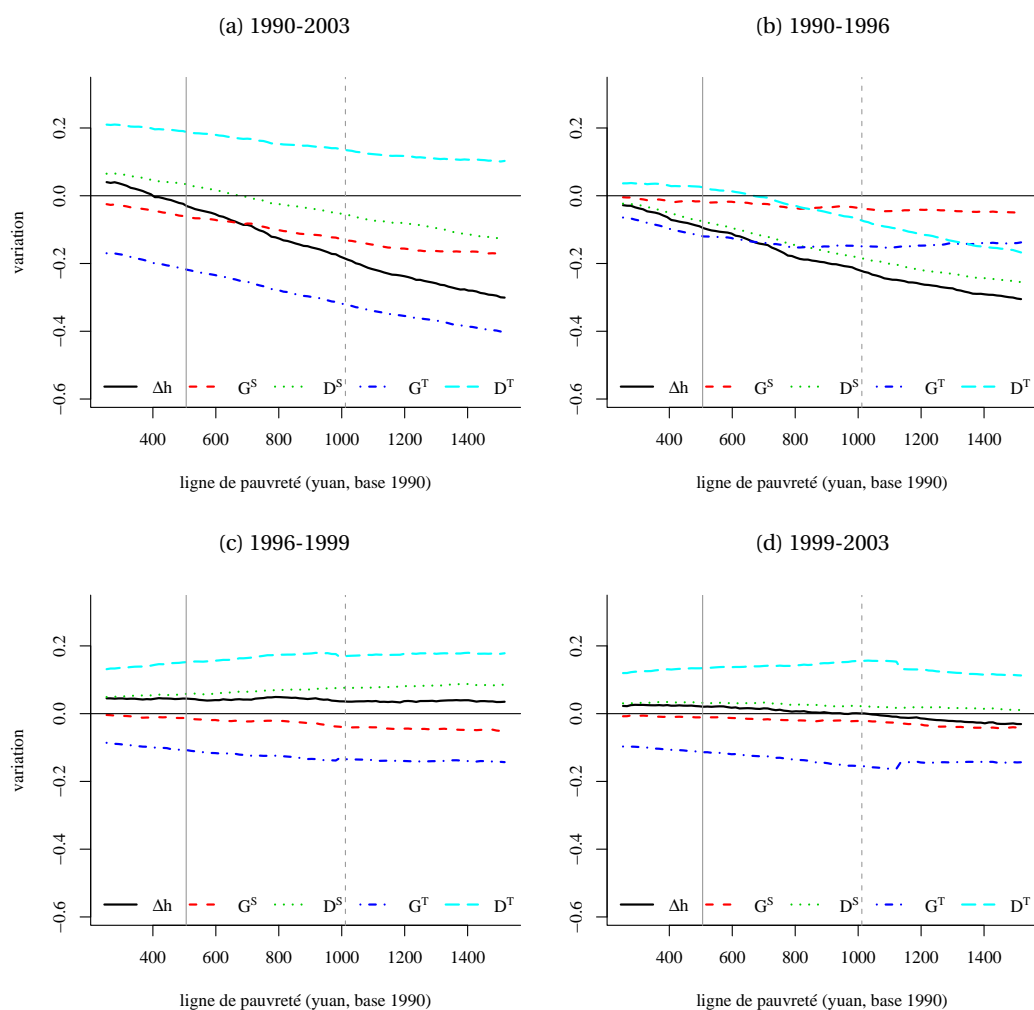
53. Pour la comparaison des effets *leftist* et *rightist* à une même période, le test de significativité de la différence ne peut être effectué sur la base des intervalles de confiance estimés pour chaque effet puisque les valeurs de ces derniers ne sont pas indépendantes. Notre résultat s'appuie donc sur l'estimation non paramétrique des intervalles de confiance des différences entre les effets obtenus à chaque réplification de la procédure de *bootstrap* afin de tenir compte de ce phénomène.

vreté fixée à 1 \$PPA. Les valeurs reportées dans le tableau 4.5 montrent un effet plus important lors de la période 1996-1999 lorsque l'on utilise l'axiome d'invariance multiplicative ($G'_{96-99}^S = -1.42 < -1.16 = G'_{99-03}^T$) et plus important durant la seconde période lorsque l'analyse est basée sur l'axiome d'invariance additive ($G'_{96-99}^S = -10.8 > -11.4 = G'_{99-03}^T$). Le même phénomène peut être relevé avec la décomposition de Shapley pour la ligne de pauvreté à 2 \$PPA et pour la décomposition de Datt & Ravallion (1992) avec la ligne de pauvreté de 1 PPA. il faut toutefois signaler que les différences d'effets entre les deux périodes ne sont pas statistiquement significatives au seuil de 5% sauf dans le cas des effets croissance *rightist* estimés à l'aide de la valeur de Shapley et pour la ligne de pauvreté de 2 \$PPA par jour.



Note : les lignes verticales continues et discontinues représentent les valeurs en yuan, base 1990, des lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant.

FIGURE 4.6 : Sensibilité des résultats des décompositions *rightist* et *leftist* des variations de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 à la ligne de pauvreté : technique de Datt & Ravallion (1992).



Note : les lignes verticales continues et discontinues représentent les valeurs en yuan, base 1990, des lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant.

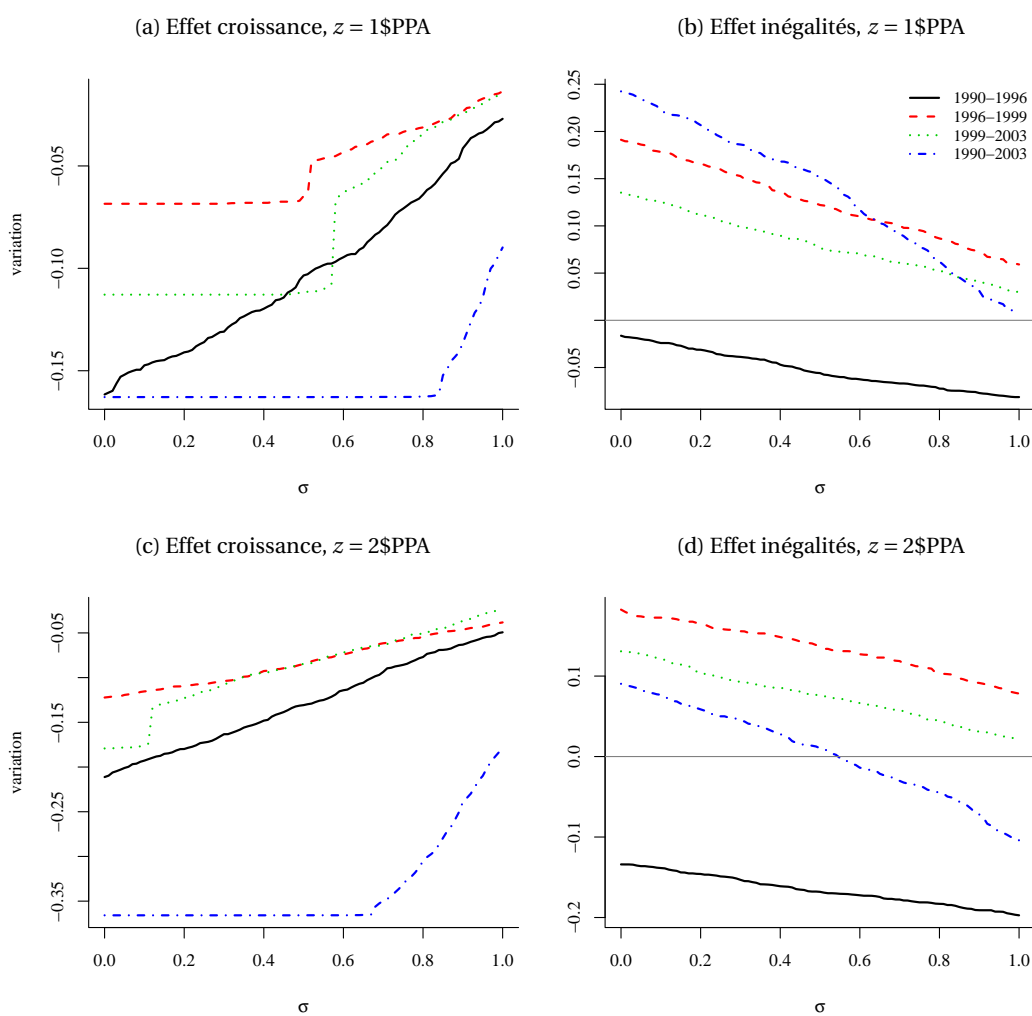
FIGURE 4.7 : Sensibilité des résultats des décompositions *rightist* et *leftist* des variations de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 à la ligne de pauvreté : valeur Shapley.

Enfin, il est nécessaire de souligner que l'ensemble de ces résultats dépendent évidemment de la ligne de pauvreté retenue. Les figures 4.6 et 4.7 présentent les valeurs des différents effets selon la ligne de pauvreté utilisée. Ces figures confirment dans un premier temps les différences importantes relevées auparavant entre les décompositions *leftist* et *rightist*. Comme l'écart entre les effets correspondant à l'invariance additive est généralement plus large que l'écart entre les effets relatifs à l'invariance multiplicative, on observe que les courbes de G^T et D^T sont situées respectivement en dessous et au dessus des courbes représentant G^S et D^S . En général, l'évolution des différents effets est parallèle, mais on peut relever sur la figure 4.6a pour la période 1990-2003 et sur la figure 4.6c pour la période 1996-1999 une divergence entre les effets croissance issus des positions *leftist* et *rightist* au fur et à mesure que la ligne de pauvreté est relevée. Il est donc important, ainsi que le souligne la littérature relative à l'analyse de la pauvreté (Atkinson, 1987), d'analyser la sensibilité des résultats au niveau de la ligne de pauvreté.

4.4.3 Effets intermédiaires

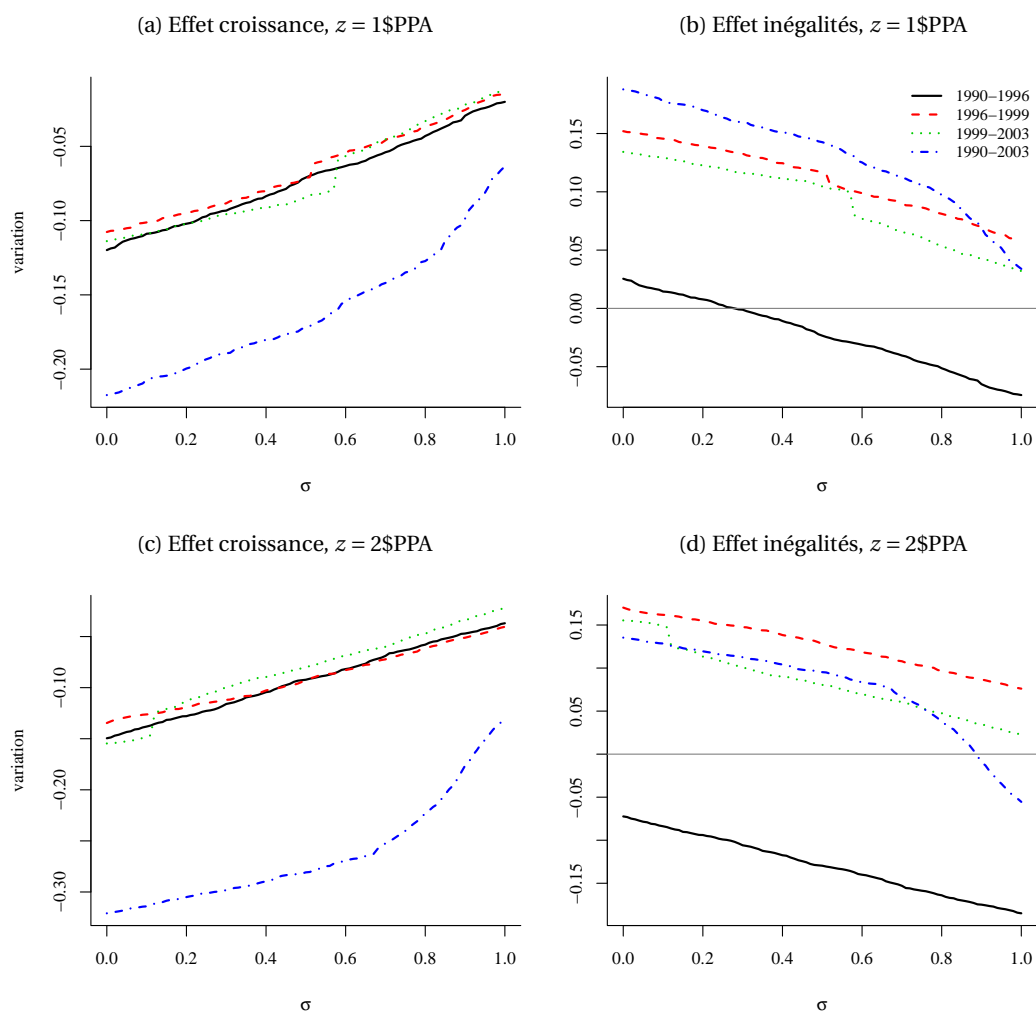
Dans la section précédente, nous avons montré que le choix du respect de l'axiome d'invariance multiplicative comme seule conception pertinente des inégalités pouvait donner lieu à des conclusions qui ne soient pas partagées par les individus dont les préférences en termes d'invariance sont celles exprimées au travers de l'axiome d'invariance additive. Afin d'approfondir notre analyse, nous introduisons dans l'application sur données chinoises des décompositions effectuées sur la base d'axiomes d'invariance intermédiaire. Auparavant, il est néanmoins nécessaire de rappeler que la seule famille d'axiome intermédiaire qui semble satisfaisante pour l'analyse de la pauvreté est celle proposée par Yoshida (2005). Par conséquent, le paramètre déterminant dans notre analyse est σ dans la mesure où il exprime la position des individus en termes d'invariance entre les visions *leftist* ($\sigma = 0$) et *rightist* ($\sigma = 1$) des inégalités.

Les valeurs des effets pour chaque effet et chaque ligne de pauvreté sont reportées sur la figure 4.8 lorsque la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) est utilisée, et sur la figure 4.9 pour les effets issus de la valeur de Shapley. Les figures confirment bien la validité de la proposition 2 dans la mesure où les courbes d'effets sont monotones. Il est néanmoins intéressant de relever que les effets peuvent se révéler très stables sur certaines portions de l'intervalle de définition du paramètre σ . C'est en particulier le cas sur la figure 4.8a pour les effets croissance obtenus à l'aide de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) sur les périodes 1990-2003, 1996-1999 et 1999-2003 lorsque la ligne de pauvreté est fixée à 1 \$PPA. Pour certaines valeurs de σ (jusqu'à 0,8 pour l'ensemble de la période), les individus dont les préférences éthiques peuvent être traduites par l'axiome d'invariance intermédiaire non linéaire de Krtscha (1994) et Yoshida (2005), concluent à la même contribution de la croissance à la réduction de la pauvreté qu'un observateur *leftist*.



Note : les lignes verticales continues et discontinues représentent les valeurs en yuan, base 1990, des lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant.

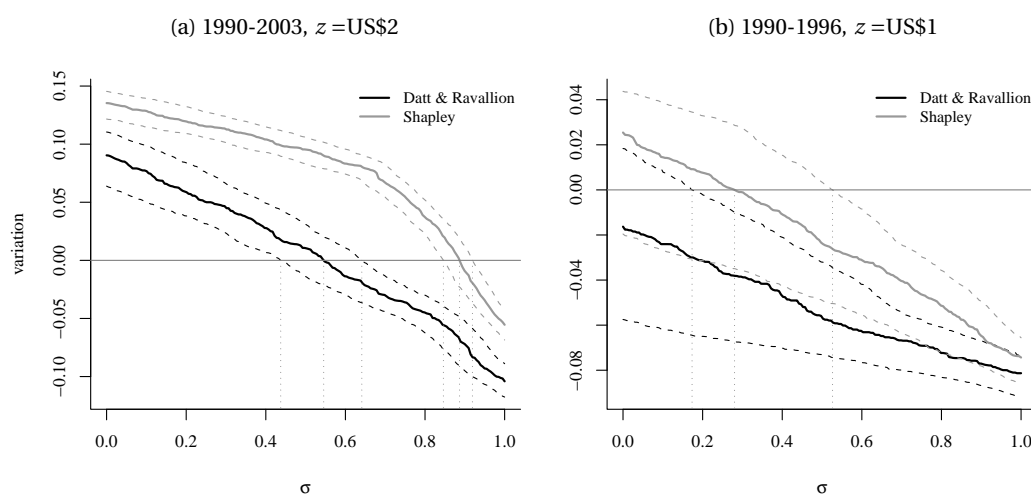
FIGURE 4.8 : Décompositions intermédiaires (Yoshida, 2005) des variations de l'incidence de pauvreté en Chine de 1990 à 2003 : technique de Datt & Ravallion (1992).



Note : les lignes verticales continues et discontinues représentent les valeurs en yuan, base 1990, des lignes de pauvreté à 1 et 2 \$PPA par jour et par habitant.

FIGURE 4.9 : Décompositions intermédiaires (Yoshida, 2005) des variations de l'incidence de pauvreté en Chine de 1990 à 2003 : valeur de Shapley.

Dans la section précédente, nous avons noté que l'adoption de l'axiome d'invariance additive modifie de manière importante les résultats des décompositions effectuées, à savoir une inversion du signe des effets inégalités pour les périodes 1990-2003 et 1990-1996, et un renversement du classement des effets croissance obtenus pour les périodes 1996-1999 et 1999-2003. À l'aide de la famille d'axiome d'invariance σ , nous pouvons établir un continuum de positions intermédiaires entre les visions *rightist* et *leftist* des inégalités. Ceci nous permet alors de déterminer pour quelles valeurs de σ les conclusions sont renversées. Il s'agit donc d'un moyen d'apprécier le degré de robustesse des conclusions générales émises pour l'incidence de pauvreté sur la base de l'axiome d'invariance multiplicative.



Note : L'intervalle compris entre les lignes discontinues correspond aux intervalles de confiance à 95% obtenus à l'aide d'une procédure de *bootstrap* avec 500 répliques.

FIGURE 4.10 : Sensibilité des effets inégalités à la valeur du paramètre de préférences éthiques σ .

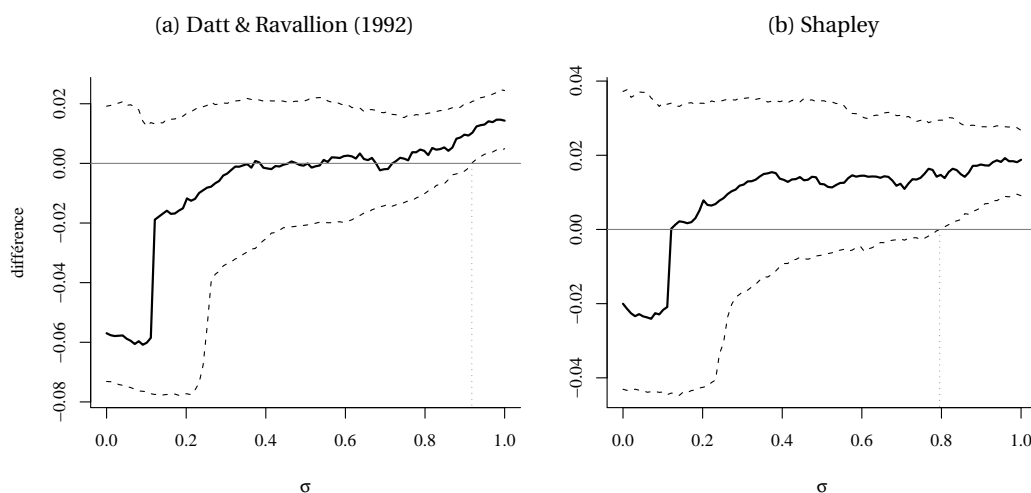
Pour les changements de signe des effets inégalités relevés sur l'ensemble de la période, la sensibilité de ce résultat à la valeur de σ peut être appréciée à l'aide des figures 4.8d et 4.9d. On s'aperçoit que la valeur de l'effet inégalités devient négative pour une valeur approximativement égale à 0,5 avec la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992) et d'environ 0,9 avec la valeur de Shapley. La partie gauche de la figure 4.10a reprend ces courbes en ajoutant les intervalles de confiance correspondant. Elle met alors en évidence l'importance de la technique de décomposition utilisée et permet de distinguer les intervalles de valeurs du paramètre σ tels que la contribution des modifications du degré d'inégalité est significativement positive, nulle ou négative. Dans le cas de la décomposition de Datt & Ravallion (1992), un impact significativement positif est relevé pour σ inférieur à 0,42, neutre pour $\sigma \in [0,42;0,62]$ et significativement négatif lorsque la valeur de σ est supérieure à 0,62. Si l'on recourt en revanche à la méthode proposée par Shorrocks (1999) et Kakwani (2000a), les bornes de ces intervalles sont respectivement 0,82 et 0,91. Si l'on émet

l'hypothèse que les préférences en termes d'invariance peuvent être appréciées au travers de l'invariance σ et que la valeur de ce paramètre est uniformément distribuée dans la population des évaluateurs sociaux, une part plus importante d'entre eux conclueront donc à un effet néfaste de l'évolution des inégalités sur le niveau de l'incidence de pauvreté entre 1990 et 2003 avec la valeur de Shapley. Il est aussi intéressant de noter que les intervalles de valeurs correspondant à l'observation d'un effet statistiquement non significatif ne se chevauchent pas, ce qui marque bien des différences significatives entre les deux méthodes⁵⁴. La figure 4.10a nous permet donc de voir que les deux techniques ne permettent d'obtenir des résultats convergents que lorsque les préférences des évaluateurs sociaux sont comprises dans les intervalles $[0; 0,42]$ et $[0,91; 1]$.

Nous avons aussi relevé un changement de signe de l'effet inégalités obtenu au travers de la décomposition de Datt & Ravallion (1992) pour la période 1990-1996 et une ligne de pauvreté de 1 \$PPA. La figure 4.9b montre que la courbe correspondant à cette période coupe l'axe des abscisses pour une valeur de σ égale à 0,27. Les résultats du tableau 4.5 nous ont cependant montré que l'effet inégalité correspondant à la vision *leftist* des inégalités n'est pas significativement différent de zéro avec cette technique de décomposition. La figure 4.10b permet de visualiser l'évolution de l'intervalle de confiance de l'effet inégalités en fonction de σ . Dans le cadre de la décomposition de Datt & Ravallion (1992), on observe ainsi que la conclusion *leftist* d'une contribution nulle des processus redistributifs aux variations de l'incidence de pauvreté pour cette période est partagée par l'ensemble des individus dont les préférences correspondent à une valeur de σ inférieure à 0,53. La figure 4.10b montre que cette même conclusion sera obtenue sur la base de la valeur de Shapley lorsque la valeur de σ est inférieure à 0,2.

Enfin, ainsi que nous l'avons remarqué auparavant, un changement d'axiome d'invariance peut se traduire par un renversement du classement établi entre les effets obtenus à différentes périodes. Par exemple, si l'on considère les effets croissance obtenus au travers de deux techniques de décomposition avec la ligne de pauvreté fixée à 2 \$PPA, on s'aperçoit que les valeurs des effets pour les périodes 1996-1999 et 1999-2003 peuvent être considérées comme identiques pour des valeurs de σ approximativement comprises entre 0,4 et 0,72. Les figures 4.11a et 4.11b montrent en réalité que pour la majeure partie de l'intervalle de σ , les évaluateurs sociaux ne constatent pas de différence significative entre effets croissance relevés à chaque période. Seuls les tenants d'une vision proche de la vision *rightist* ($\sigma > 0,92$ pour la technique de Datt & Ravallion (1992) et $\sigma > 0,8$ avec la valeur de Shapley) peuvent donc conclure que la croissance du revenu moyen a contribué plus fortement à la réduction de la pauvreté durant la période 1996-1999 que lors de la période 1999-2003.

54. Rappelons que notre objectif n'est pas de promouvoir l'une ou l'autre technique de décomposition. Il est toutefois important de souligner qu'elles peuvent conduire à des conclusions radicalement opposées dans certains cas. Ainsi, pour une valeur de σ comprise entre 0,62 et 0,82, on voit clairement que l'effet inégalités est significativement positif avec la valeur de Shapley et significativement négative avec l'autre technique.



Note : les courbes représentent la différence entre l'effet croissance correspondant à la période 1999-2003 et l'effet croissance pour la période 1996-1999. L'intervalle compris entre les lignes discontinues correspond aux intervalles de confiance à 95% obtenus à l'aide d'une procédure de *bootstrap* avec 500 réplifications.

FIGURE 4.11 : Écart entre les effets croissance obtenus pour les périodes 1996-1999 et 1999-2003 selon la valeur du paramètre de préférences éthiques σ .

4.4.4 Croissance et redistribution des revenus en Chine

Que nous apprennent ces résultats par rapport au contexte chinois ?

Premièrement, si l'on regarde l'évolution de la pauvreté entre 1990 et 2003, on observe bien que la baisse de l'incidence de pauvreté est bien avant tout due à la forte croissance du revenu moyen relevée sur la période. Ce résultat est très robuste puisqu'il se vérifie quels que soient les axiomes d'invariance et la ligne de pauvreté utilisés. Concernant la contribution des inégalités à cette baisse, la réponse varie selon la ligne de pauvreté considérée. Lorsque la ligne de pauvreté est fixée à 1 \$PPA, on relève que les variations des inégalités ont limité l'effet bénéfique de l'accroissement du niveau moyen de revenu, que l'on adopte un point de vue *leftist*, intermédiaire ou *rightist*. Les résultats sont en revanche sensibles aux préférences éthiques de l'évaluateur social lorsque la ligne de pauvreté s'élève à 2 \$PPA par jour. Les tenants d'une vision *rightist* considèrent ainsi que l'évolution des inégalités a contribué à la réduction de la pauvreté tandis que ceux qui s'inscrivent dans une vision *leftist* observent un résultat opposé. On sait que la Chine a connu une croissance très forte depuis le mouvement de réforme initié à la fin des années 70. Néanmoins, ce développement s'est accompagné en parallèle d'un accroissement des inégalités, notamment entre les provinces côtières et l'intérieur du pays. Le fait de conclure dans la plupart des cas à un effet inégalités positif (donc néfaste) n'est donc pas surprenant puisque ce résultat est en cohérence avec ceux de Chen & Wang (2001), Fan *et al.* (2002), Hanmer *et al.* (2004), Gregory *et al.* (2005), Wan & Zhang (2006) et Chen & Ravallion (2007). Les explications les plus fréquemment avancées pour cette contribution négative des inégalités aux variations de la

pauvreté sont le développement tardif des zones rurales (Hanmer *et al.*, 2004, Gregory *et al.*, 2005) ou l'accroissement des inégalités en termes d'accès au marché du travail et à l'éducation (Fan *et al.*, 2002). Notre analyse ne permet toutefois pas de valider ou d'invalider ces hypothèses.

Si l'on regarde l'évolution dans le temps, les données que nous utilisons nous amènent à conclure que la Chine a dans un premier temps connu une réduction de la part de la population pauvre entre 1990 et 1996, puis que la tendance s'est inversée à partir de cette date. Cette évolution instable a aussi été relevée dans des études récentes (Gregory *et al.*, 2005, Chen & Ravallion, 2007). L'accroissement récent de la pauvreté a pour cause la modification défavorable de la répartition des revenus au sein de la population. Quel que soit l'axiome d'invariance, la technique de décomposition et la ligne de pauvreté utilisés, on retrouve cette influence négative. Dans le cadre d'une évaluation à *la* Kakwani & Pernia (2000) du caractère « pro-pauvres » de la croissance, des observateurs *leftist*, intermédiaires et *rightist* qualifieraient donc tous l'ensemble des changements distributifs comme « anti-pauvres » au cours des périodes 1996-1999 et 1999-2003. La conclusion est donc identique à celle formulée par la plupart des auteurs : la croissance du revenu moyen en Chine doit s'accompagner de processus redistributifs favorables aux pauvres si le gouvernement chinois veut lutter plus efficacement et plus durablement contre la pauvreté.

4.5 Recommandations méthodologiques

Que nous apporte la prise en compte de visions concurrentes des inégalités et notamment l'introduction d'axiomes différents de celui utilisé traditionnellement pour mesurer les inégalités et la pauvreté ? Dans ces quelques lignes, nous souhaitons effectuer non pas des recommandations de politique économique, mais des recommandations méthodologiques. En particulier, il nous semble que les résultats théoriques et empiriques présentés dans ce chapitre peuvent se traduire par trois attitudes distinctes :

- i)* une standardisation des pratiques,
- ii)* une recherche de cohérence avec les préférences personnelles,
- iii)* la généralisation d'analyses de sensibilités aux préférences en termes d'invariance.

L'attitude *i)* consiste à définir une vision standard des inégalités qui soit utilisée de manière uniforme par l'ensemble des chercheurs en sciences sociales. L'argument principal en faveur d'une telle position est qu'elle permet de définir un cadre d'analyse commun qui facilite la comparaison des résultats d'une étude à l'autre. Il faut de plus reconnaître qu'il s'agit de l'attitude qui semble actuellement prévaloir dans la mesure où grande majorité des économistes expriment de manière tacite leur accord avec une vision des inégalités basée sur l'axiome d'invariance multiplicative⁵⁵. Il nous semble toutefois que les chercheurs

55. Sans trop s'avancer, on peut penser que la raison en est davantage le goût des économistes pour les valeurs relatives que des préférences éthiques s'inscrivant dans une conception délibérément *rightist* des inégalités. À ceci s'ajoute un effet d'imitation évident.

devraient alors être conscients du contenu normatif des outils qu'ils emploient et des écarts potentiellement importants qui peuvent exister entre ces valeurs et leurs propres préférences éthiques. Dans le cadre des décompositions de l'incidence de la pauvreté en effets croissance et inégalités, il serait au moins intéressant que les auteurs précisent sur la base de quels axiomes reposent leurs analyses afin d'éviter qu'un même résultat puisse faire l'objet de grandes incertitudes quant à la manière dont il doit être interprété. Or dans la grande partie des études que nous avons rencontrées, aucune mention n'était faite sur la méthode utilisée par les auteurs pour construire les niveaux de pauvreté contrefactuels.

La seconde attitude correspond à une position radicalement opposée. Elle implique que chaque auteur ne fasse appel qu'aux mesures d'inégalités et de pauvreté qui correspondent à ses propres préférences éthiques. Le principal problème est qu'il est très difficile de se connaître soit même, ou tout du moins ses préférences en termes d'invariance, puis d'exprimer par la suite ces dernières de manière formelle⁵⁶. Kolm (1995, p.301) note ainsi que « la vision relative à la justice comparative des covariations des revenus dépend de la forme des questions posées et, bien entendu, de la lecture politique de ces questions. Elle dépend des niveaux des revenus réels, en particulier du niveau moyen et des niveaux les plus faibles et les plus élevés ; de la manière de concevoir la solidarité ou le devoir de solidarité ; évidemment de l'origine de ces transformations ; de l'histoire passée et attendue ; du fait que la variation considérée soit une augmentation ou une baisse... ». De plus, cette attitude, bien que traduisant une certaine intégrité, soulève le problème de la comparabilité des résultats d'une étude à l'autre dans la mesure où les auteurs sont susceptibles de ne pas parler le même « langage ».

Enfin, l'attitude *iii*) consiste à ne pas choisir pour le lecteur quelles doivent être ses préférences éthiques et de présenter à cette fin une analyse de sensibilité des résultats à un changement d'axiomatique. Ceci permet à la fois d'en tester la robustesse et de s'assurer ainsi qu'ils puissent être interprétés par tous sans ambiguïté⁵⁷. Ainsi que nous l'avons montré par le biais de notre application sur données chinoises, la prise en compte de différentes conceptions des inégalités peut amener à un renversement de certaines conclusions, mais elle peut aussi accroître la robustesse d'autres résultats. Dans ce dernier cas, les recommandations de politique économique qui en découlent gagnent alors en force, puisque basées sur des résultats plus difficilement contestables. Contrairement aux apparences, cette attitude est tout à fait traditionnelle en économie du bien-être, notamment pour les questions

56. Pour l'anecdote, il est révélateur que malgré les heures passées à étudier la littérature consacrée aux questions d'invariance et à en développer les implications en termes de définition des effets croissance et inégalités de la pauvreté, l'auteur de ce document est toujours incapable de situer ses propres préférences en la matière.

De plus, il est probable comme le notent Amiel & Cowell (1992, p. 22) que les préférences des économistes soient en partie endogènes : « de nombreuses décisions politiques peuvent être influencées par les sentiments relatifs aux inégalités ; ces sentiments sont à leur tour influencés par la manière dont les individus sont habitués à réfléchir à ces questions ».

57. À ce sujet, Kolm (1969, p.148) affirme que l'économiste « est un observateur des jugements de valeurs et opinions des citoyens, tout comme il est l'observateur de leurs goûts en matière de consommation [...] L'économie normative utile est donc une science positive puisque basée sur l'observation objective d'opinions subjectives ». Les préférences des citoyens doivent donc primer sur les a priori éthiques de l'économiste.

de pauvreté et d'inégalités. Par exemple, lorsque l'on souhaite étudier l'évolution du degré d'inégalités, il n'est pas rare de faire appel simultanément à différentes mesures comme l'indice d'Atkinson (1970), qui repose sur le modèle classique utilitariste de von Neumann and Morgenstern, et l'indice de Gini qui découle d'un modèle d'utilité espérée dépendant du rang (voir Gajdos, 2001, pour une revue détaillée). Dans le même esprit, les études empiriques de la pauvreté sont fréquemment effectuées à l'aide des mesures de pauvreté proposées par Foster *et al.* (1984) et par Sen (1976).⁵⁸

Dans le cadre plus restreint de la décomposition des variations observées de la pauvreté en effets croissance et inégalités, les attitudes *ii*) et *iii*) appellent au développement de mesures de pauvreté appropriées. Dans ce chapitre, nous avons choisi de nous focaliser sur l'incidence de la pauvreté car il s'agit de la seule mesure (cf. proposition 1) qui respecte simultanément l'ensemble des visions de la pauvreté que nous avons décrites. L'interprétation de ses variations laisse donc une place importante aux préférences éthiques personnelles. Bien sûr, ainsi que nous l'avons remarqué dans les chapitres précédents, l'incidence de pauvreté est une mesure jugée peu satisfaisante car elle ne tient pas compte de l'intensité de la pauvreté et des inégalités entre les pauvres. Ceci a donné lieu au développement de nombreuses mesures concurrentes comme celles suggérées par Watts (1968), Sen (1976), Kakwani (1980b), Clark *et al.* (1981), Chakravarty (1983), Foster *et al.* (1984) ou Hagenars (1987). Ces mesures ne répondent toutefois qu'à un axiome d'invariance unique. Il n'est donc pas possible de réaliser simultanément des décompositions *leftist* et *rightist* de leurs variations. Par conséquent la réalisation d'une analyse de sensibilité aux préférences en termes d'invariance nécessite le développement de familles de mesures de pauvreté dont certains paramètres permettent de refléter l'hétérogénéité des positions envisageables en la matière. L'étude récente de Zheng (1997) est à notre connaissance la seule tentative de création d'une telle famille de mesures⁵⁹ et devrait à notre avis inspirer de nouvelles recherches.

58. Dans ces deux exemples, il faut toutefois souligner que des critères de classement ont été développés afin de préciser dans quels cas des mesures d'inégalités ou de pauvreté différentes aboutissent aux mêmes conclusions (voir Zheng, 2000, pour une revue exhaustive). Il serait sans nul doute intéressant d'en faire de même dans le cadre de changements d'axiomes d'invariance.

59. Les indices de pauvreté présentés par Zheng (2007c) n'ont pas été inclus dans ce chapitre car n'étant pas actuellement encore suffisamment documentés. Plus précisément, on démontre aisément que la mesure de Krtscha qu'il suggère ne satisfait pas l'axiome d'invariance intermédiaire non linéaire sur lequel elle est sensée être construite. Enfin, la mesure de Dalton-Hagenars qui est suggérée repose sur un axiome d'invariance non formalisé. Sans ce dernier, il n'est pas alors possible d'établir les distributions de revenus contrefactuelles nécessaires au calcul des effets croissance et inégalités.

Annexe A Formules de calcul des effets croissance et inégalités de la pauvreté avec la valeur de Shapley pour différents axiomes d'invariance

Lorsque l'on utilise des mesures basées sur l'axiome d'invariance multiplicative, les valeurs des effets croissance et inégalités obtenus au travers de la valeur de Shapley sont respectivement :

$$G_{t,t+k}^{tS} = \frac{(\Theta(z, \lambda_{t,t+k} X_t^p) - \Theta(z, X_t^p)) + (\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, \lambda_{t+k,t} X_{t+k}^p))}{2}, \quad (A.1)$$

$$D_{t,t+k}^{tS} = \frac{(\Theta(z, \lambda_{t+k,t} X_{t+k}^p) - \Theta(z, X_t^p)) + (\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, \lambda_{t,t+k} X_t^p))}{2}. \quad (A.2)$$

Avec l'axiome d'invariance additive, on obtient :

$$G_{t,t+k}^{tT} = \frac{(\Theta(z, X_t^p + \delta_{t,t+k} I) - \Theta(z, X_t^p)) + (\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, X_{t+k}^p + \delta_{t+k,t} I))}{2}, \quad (A.3)$$

$$D_{t,t+k}^{tT} = \frac{(\Theta(z, X_{t+k}^p + \delta_{t+k,t} I) - \Theta(z, X_t^p)) + (\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, X_t^p + \delta_{t,t+k} I))}{2}. \quad (A.4)$$

Dans le cas de l'invariance non linéaire définie par Krtscha (1994) et Yoshida (2005), les effets peuvent être calculés au travers des formules suivantes :

$$G_{t,t+k}^K = \frac{1}{2} \left(\Theta(z, \omega_{t,t+k}^\sigma X_t^p + (\omega_{t,t+k} - \omega_{t,t+k}^\sigma) \mu_t I) - \Theta(z, X_t^p) \right) + \frac{1}{2} \left(\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, \omega_{t+k,t}^\sigma X_{t+k}^p + (\omega_{t+k,t} - \omega_{t+k,t}^\sigma) \mu_{t+k} I) \right), \quad (A.5)$$

$$D_{t,t+k}^K = \frac{1}{2} \left(\Theta(z, \omega_{t+k,t}^\sigma X_{t+k}^p + (\omega_{t+k,t} - \omega_{t+k,t}^\sigma) \mu_{t+k} I) - \Theta(z, X_t^p) \right) + \frac{1}{2} \left(\Theta(z, X_{t+k}^p) - \Theta(z, \omega_{t,t+k}^\sigma X_t^p + (\omega_{t,t+k} - \omega_{t,t+k}^\sigma) \mu_t I) \right). \quad (A.6)$$

Annexe B L'axiome d'invariance (V, v) en pratique

Le principal problème soulevé par l'utilisation de l'invariance (V, v) est le recours à une distribution de référence qui ne peut être utilisée directement pour établir les distributions de revenus contrefactuelles nécessaires au calcul des effets croissance et inégalités. Pour simplifier, supposons que V est un point du sous-espace vectoriel \mathcal{S}_X défini par les vecteurs $\frac{X}{\mu_X}$ et I . On considère maintenant une distribution Y dont la taille n_Y peut être différente de n . Dans la version originale de cet axiome d'invariance (del Rio & Ruiz-Castillo, 2000), une distribution Y ne peut être directement comparée à X que si elle appartient à \mathcal{S}_X . Dans le cadre des décompositions de variations de la pauvreté, la distribution V ne peut en général pas être utilisée pour le calcul de l'effet inégalités D car la distribution transformée ne serait pas sur le même sous-espace vectoriel \mathcal{S}_Y que Y . Afin de rendre possible les comparaisons,

il est donc nécessaire de définir $\frac{V'}{\mu_{V'}}$ qui correspond à la projection de $\frac{V}{\mu_V}$ dans le sous-espace \mathcal{S}_Y . Dans l'esprit de Alonso-Villar & del Rio (2007a), on peut définir $\frac{V'}{\mu_{V'}}$ comme la distribution dans \mathcal{S}_Y qui présente la même distance euclidienne par rapport au point d'égalité parfaite I que $\frac{V}{\mu_V}$. La distribution V' est donc définie de manière à respecter :

$$\sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{\mu_V} - 1 \right)^2} = \sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\frac{v'_i}{\mu_{V'}} - 1 \right)^2}. \quad (\text{B.1})$$

Pour obtenir une distribution unique V' , il est nécessaire d'ajouter certaines contraintes à l'équation (B.1). Si l'on normalise les distributions V' et Y par leurs valeurs moyennes, on obtient alors la condition suivante :

$$\frac{V'}{\mu_{V'}} = \zeta \frac{Y}{\mu_Y} + (1 - \zeta)I \quad \zeta \in \mathbb{R}^{++}. \quad (\text{B.2})$$

On en déduit :

$$\sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\frac{v'_i}{\mu_{V'}} - 1 \right)^2} = \sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\zeta \frac{y_i}{\mu_Y} + (1 - \zeta) - 1 \right)^2}, \quad (\text{B.3})$$

$$= \zeta \sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\frac{y_i}{\mu_Y} - 1 \right)^2}. \quad (\text{B.4})$$

En combinant les équations (B.4) et (B.1), on obtient :

$$\zeta = \frac{\sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{\mu_V} - 1 \right)^2}}{\sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\frac{y_i}{\mu_Y} - 1 \right)^2}}. \quad (\text{B.5})$$

Ainsi que nous l'avons affirmé précédemment, l'invariance multiplicative n'est pas toujours obtenue pour la même valeur du paramètre de préférence éthique. Cette valeur ι , est telle que :

$$\iota \frac{V'}{\mu_{V'}} + (1 - \iota)I = \frac{Y}{\mu_Y}. \quad (\text{B.6})$$

Par conséquent :

$$\sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\iota \frac{v'_i}{\mu_{V'}} + (1 - \iota) - 1 \right)^2} = \sqrt{n_Y^{-1} \sum_{i=1}^{n_Y} \left(\frac{y_i}{\mu_Y} - 1 \right)^2}, \quad (\text{B.7})$$

En s'appuyant sur l'équation (B.1), on conclut que :

$$\iota = \frac{1}{\zeta}. \quad (\text{B.8})$$

Annexe C L'axiome d'invariance (V, v) et le lemme 1

Si la projection V_X de la distribution de référence v sur le sous-espace vectoriel \mathcal{S}_X n'est pas égale à X à un facteur d'échelle près, on observe :

$$\frac{V_X}{\mu_V} = \zeta_1 \frac{X}{\mu_X} + \zeta_2 I. \quad (\text{C.1})$$

Afin d'obtenir une transformation $\Phi(X, \mu_Y)$ de valeur moyenne égale à μ_Y , il est nécessaires que les deux paramètres ζ_1 et ζ_2 respectent la condition $\zeta_2 = 1 - \zeta_1$. De plus, comme V_X doit dominer la distribution X au sens de Lorenz, on en déduit $\zeta_1 > 1$. Par conséquent, on obtient :

$$\Phi(X, \mu_Y) = X + (\mu_Y - \mu_X) \left(v \frac{V_X}{\mu_V} + (1 - v) I \right), \quad (\text{C.2})$$

$$= X + (\mu_Y - \mu_X) \left(v \left(\zeta_1 \frac{X}{\mu_X} + (1 - \zeta_1) I \right) + (1 - v) I \right), \quad (\text{C.3})$$

$$= v \zeta_1 X \frac{\mu_Y}{\mu_X} + (1 - v \zeta_1) (X + (\mu_Y - \mu_X) I). \quad (\text{C.4})$$

Si l'on compare cette expression à l'équation (4.2.12), on en conclut que le lemme 1 est vérifié si et seulement si V est choisi de manière que $\zeta_1 \leq v^{-1}$. Une autre conclusion importante est la distribution $\Phi(X, \mu_Y)$ correspondant à celle obtenue au travers de l'invariance multiplicative ne peut être obtenue que si V_X est égale à X à un facteur d'échelle près. Pour ce qui est de l'invariance additive, on constate en revanche qu'il n'est pas nécessaire d'imposer une quelconque contrainte à la valeur de ζ_1 afin d'obtenir la distribution contrefactuelle *leftist* issue de X et de moyenne ${}_m u_Y$.

Annexe D L'axiome d'invariance (V, v) et la cohérence d'échelle

Zheng (2004) a récemment affirmé que toute mesure d'inégalités reposant sur l'axiome d'invariance (V, v) proposé par del Rio & Ruiz-Castillo (2000) ne satisfaisait pas le principe de cohérence d'échelle. Sa démonstration est basée sur l'établissement d'un critère de dominance au sens de Lorenz qui se présente sous la forme⁶⁰ :

$$L(X, j, v) := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v \frac{x_i}{\mu_X} + (1 - v)(x_i - \mu_X + 1). \quad (\text{D.1})$$

60. L'expression mathématique de ce critère est relativement simple puisqu'il suffit de combiner la définition de l'axiome d'invariance avec celle de la courbe de Lorenz généralisée définie par Shorrocks (1983).

et peut s'interpréter comme une moyenne pondérée des courbes de Lorenz relatives et absolues⁶¹. Pour comparer deux distributions X et Y , il est nécessaire d'établir la courbe de Lorenz intermédiaire correspondant à la distribution Y . S'appuyant sur l'équation équation (D.1), Zheng (2004) obtient :

$$L(Y, j, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v \frac{y_i}{\mu_Y} + (1-v)(y_i - \mu_Y + 1). \quad (D.2)$$

Afin de prouver que la cohérence d'échelle n'est pas respectée, il est nécessaire de choisir des distributions X et Y telles qu'il existe une valeur $v^* \in]0, 1[$ pour laquelle les deux distributions seront considérées comme présentant le même degré d'inégalités. En d'autres termes, une distribution doit dominer l'autre selon le critère relatif de dominance au sens de Lorenz et doit être dominée par l'autre d'après le critère absolue de dominance au sens de Lorenz. Supposons que X domine Y au sens traditionnel de la dominance de Lorenz. On obtient alors la valeur v^* telle que :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{x_i}{\mu_X} + (1-v^*)(x_i - \mu_X + 1) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{y_i}{\mu_Y} + (1-v^*)(y_i - \mu_Y + 1) \quad (D.3)$$

Si les revenus sont mesurés à l'aide d'une unité monétaire plus faible, les revenus de chaque distribution doivent alors être multipliés par une même constante supérieure à 1. Dans le cas des distributions X et Y , le respect de l'axiome de cohérence d'échelle implique que l'on soit indifférent du point de vue des inégalités entre les deux distributions pour $v = v^*$. Toutefois, la multiplication des vecteurs X et Y par $\lambda > 1$ se traduit par :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{x_i}{\mu_X} + (1-v^*)(\lambda x_i - \lambda \mu_X + 1) \leq \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{y_i}{\mu_Y} + (1-v^*)(\lambda y_i - \lambda \mu_Y + 1), \quad (D.4)$$

puisque nous avons supposé que la distribution X est préférée à Y selon le critère de dominance absolue au sens de Lorenz, soit :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^j x_i - \mu_X + 1 \leq \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j y_i - \mu_Y + 1 \quad (D.5)$$

Zheng (2004) conclut alors sur la base de l'équation (D.3) que la cohérence d'échelle n'est pas satisfaite. Il nous semble toutefois que ce résultat est dû à une mauvaise compréhension de l'approche de del Rio & Ruiz-Castillo (2000). L'auteur suppose en effet que la part du revenu additionnel qui n'est par réparti de manière égale doit être distribué en propor-

61. Il s'agit toutefois d'une version légèrement différente de la courbe de Lorenz absolue présentée par Moyes (1987), soit :

$$L(X, j) := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j x_i - \mu_X.$$

tion de la contribution respective de chaque individu au revenu total⁶². En réalité cette part proportionnelle doit être distribuée selon la part de chaque individu dans la distribution de référence qui doit donc être la même lorsque l'on compare X et Y . Une valeur unique de v peut alors être employée. Si l'on choisit X comme distribution de référence, le critère intermédiaire de dominance au sens de Lorenz correspondant pour la distribution Y est donc :

$$L(Y, j, v) := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j y_i + (1 - \mu_Y) \left(v \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v \right). \quad (D.6)$$

La cohérence d'échelle est respectée si $L(\lambda Y, j, v) - L(Y, j, v)$ et $L(\lambda X, j, v) - L(X, j, v)$ sont égales pour $v = v^*$. On observe :

$$L(\lambda Y, j, v^*) - L(Y, j, v^*) = (\lambda - 1) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j y_i - \mu_Y \left(v^* \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v^* \right) \quad (D.7)$$

$$L(\lambda X, j, v^*) - L(X, j, v^*) = (\lambda - 1) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j x_i - \mu_X \left(v^* \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v^* \right) \quad (D.8)$$

En ajoutant $(\lambda - 1) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v^*$ à chaque membre :

$$L(\lambda Y, j, v^*) - L(Y, j, v^*) + (\lambda - 1) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v^* = (\lambda - 1) L(Y, j, v^*) \quad (D.9)$$

$$L(\lambda X, j, v^*) - L(X, j, v^*) + (\lambda - 1) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^j v^* \frac{x_i}{\mu_X} + 1 - v^* = (\lambda - 1) L(X, j, v^*) \quad (D.10)$$

Comme nous avons supposé $L(Y, j, v^*) = L(X, j, v^*)$, les équations (D.9) et (D.10) nous permettent de conclure $L(\lambda Y, j, v^*) = L(\lambda X, j, v^*)$, CQFD.

Annexe E Démonstration des propositions 4 à 7

E.1 Démonstration de la proposition 4

Lorsque l'on recourt à la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992), la relation entre les différents effets croissance dépend uniquement du signe du taux de croissance observé et de la position relative de la ligne de pauvreté et du niveau moyen de revenu final. Ces critères définissent quatre situations que nous étudions tour à tour :

i) Considérons dans un premier temps la situation la plus courante caractérisée par un taux de croissance positif ($\mu_Y > \mu_X$) et par $\mu_Y > z$, X et Y désignant respectivement les distributions de revenus initiale et finale. Si les niveaux de revenus moyens sont supérieurs à la ligne de pauvreté, les individus pauvres tirent un bénéfice moindre d'une croissance distributivement neutre avec l'axiome d'invariance multiplicative qu'avec l'axiome d'invariance

62. On retrouve la même erreur dans Zoli (2003).

additive, soit :

$$x_j + (\mu_Y - \mu_X) > x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} \quad \forall j \in \{1, \dots, p\}. \quad (\text{E.1})$$

Au contraire, si $\mu_X < z$, on observe :

$$\begin{cases} x_j + (\mu_Y - \mu_X) \geq x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{1, \dots, s \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}, \\ x_j + (\mu_Y - \mu_X) < x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{s+1, \dots, p \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}. \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

Dans ce cas, on s'intéresse alors uniquement aux individus de rang $\{1, \dots, s \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}$ dans la mesure où tous les autres individus moins pauvres sortent de la pauvreté quand leur revenu est augmenté de manière proportionnelle ou après addition d'un montant égal pour tous. Par conséquent, quelle que soit la position respective de μ_X et z , on en déduit $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \leq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$. Finalement, on peut conclure $G^T \leq G^S$ puisque G est une fonction croissante de $h(\Phi(X), z)$.

ii) Dans le cas contraire d'un taux de croissance négatif ($\mu_Y < \mu_X$), il faut maintenant considérer l'évolution des revenus des non pauvres, ou plus précisément des revenus des individus qui deviendraient pauvres après application de l'effet croissance « pur ». Le comparaison de ces revenus contrefactuels avec les axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive se traduit pas les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_j + (\mu_Y - \mu_X) \leq x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{p, \dots, s \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}, \\ x_j + (\mu_Y - \mu_X) > x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{s+1, \dots, n \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}. \end{cases} \quad (\text{E.3})$$

puisque $z < \mu_Y < \mu_X$. Comme les individus de l'ensemble $\{s+1, \dots, n \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}$ ne voient pas leurs revenus dépasser la ligne de pauvreté, on peut se concentrer uniquement sur la première ligne de (E.3). On en déduit $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \geq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$ et donc $G^T \geq G^S$.

iii) Pour un taux de croissance positif mais $\mu_Y < z$, le revenu des pauvres augmente conformément à l'équation (E.2). Dans ce cas seuls les individus dont le rang est compris dans $\{s+1, \dots, p \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}$ peuvent franchir la ligne de pauvreté. Le corrolaire en est $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \geq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$ et donc $G^T \geq G^S$.

iv) Enfin, dans le dernier cas de figure (taux de croissance négatif et $\mu_Y < z$), les revenus des non pauvres deviennent :

$$x_j + (\mu_Y - \mu_X) > x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} \quad \forall j \in \{p+1, \dots, n\}. \quad (\text{E.4})$$

pour $\mu_X < z$. Sinon :

$$\begin{cases} x_j + (\mu_Y - \mu_X) \leq x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{p, \dots, s \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}, \\ x_j + (\mu_Y - \mu_X) > x_j \frac{\mu_Y}{\mu_X} & \forall j \in \{s+1, \dots, n \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}. \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

Dans le second cas, tous les membres de l'ensemble $\{p, \dots, s \mid x_{s-1} < \mu_X \leq x_s\}$ deviennent

pauvres, quel que soit l'axiome d'invariance considéré. Le résultat dépend donc seulement de l'évolution des individus les moins pauvres. On en conclut donc que $G^T \leq G^S$ puisque $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \leq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$.

E.2 Démonstration de la proposition 5

L'extension de la proposition 4 à la valeur des effets croissance obtenus au travers de la valeur de Shapley est directe. Elle donne lieu aux mêmes résultats sauf lorsque la ligne de pauvreté est comprise entre les niveaux de revenus moyens initiaux et finaux. Deux cas particuliers se présentent donc :

i) Si $\mu_Y > z > \mu_X$, la différence entre les revenus contrefactuels *rightist* et *leftist* issus de X sont présentés dans l'équation (E.2) et donc $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \leq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$. Pour les revenus contrefactuels obtenus au travers de la distribution Y , on obtient le classement suivant :

$$\begin{cases} y_j + (\mu_X - \mu_Y) \leq y_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} & \forall j \in \{q, \dots, r \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}, \\ y_j + (\mu_X - \mu_Y) > y_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} & \forall j \in \{r+1, \dots, n \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}. \end{cases} \quad (E.6)$$

avec $q = \Xi(Y \mid y_i < z)$. Dans la mesure où les revenus de l'ensemble des membres de rang égal à $\{q, \dots, r \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$ deviennent systématiquement supérieurs à la ligne de pauvreté, il suffit de considérer la seconde partie de l'équation (E.6). À l'aide de cette dernière, on obtient alors $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \leq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$.

ii) Au contraire, si $\mu_X > z > \mu_Y$, les revenus des non pauvres de la distribution X peuvent être comparés à l'aide de l'équation (E.5), ce qui se traduit par la relation $h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I) \leq h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X})$. Pour les revenus des individus pauvres de la distribution Y , on observe la relation suivante entre les niveaux de revenus contrefactuels :

$$\begin{cases} y_j + (\mu_X - \mu_Y) \geq y_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} & \forall j \in \{1, \dots, r \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}, \\ y_j + (\mu_X - \mu_Y) < y_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} & \forall j \in \{r+1, \dots, q \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}. \end{cases} \quad (E.7)$$

Puqu'aucun individu $j \in \{r+1, \dots, q \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$ n'est plus pauvre dans les distributions contrefactuelles, quel que soit l'axiome d'invariance considéré, la différence ne tient qu'à l'évolution des revenus de individus de rang $\{1, \dots, r \mid y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$, ce qui se traduit par $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \leq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$.

Quel que soit la position respective des distributions initiale et finale, on s'aperçoit que l'analyse des situations *i)* et *ii)* nous conduit à l'expression suivante de la différence entre les effets *leftist* et *rightist* de la pauvreté :

$$G^S - G^T = \frac{1}{2} \left(\underbrace{h(z, X \frac{\mu_Y}{\mu_X}) - h(z, X + (\mu_Y - \mu_X)I)}_{>0} + \underbrace{h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) - h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})}_{<0} \right). \quad (E.8)$$

Ainsi, selon l'équation (E.8), le classement de G'^S et G'^T ne peut être connu à moins de calculer les valeurs de $h(z, \Phi(X))$ et $h(z, \Phi(Y))$. Pour $G'^T > G'^S$, on peut réécrire le second terme de l'équation (E.8) de manière à obtenir l'équation (4.3.2).

E.3 Démonstration de la proposition 6

De manière similaire aux conditions définies pour les effets croissance avec le cadre de décomposition de Datt & Ravallion (1992), le classement des effets inégalités *leftist* et *rightist* ne dépend que du signe du taux de croissance du niveau moyen de revenus et de la position relative de μ_X and z . Quatre cas de figures doivent donc à nouveau être considérés :

i) Supposons dans un premier temps que $\mu_Y > \mu_X$ et $\mu_X > z$. Pour le calcul de l'effet inégalité à l'aide de la technique de décomposition de Datt & Ravallion (1992), il suffit alors de se concentrer sur la tranformation du revenu des non pauvres de la distribution finale Y . La comparaison des valeurs des revenus des distributions contrefactuelles est donnée par l'équation (E.6). Comme seuls les individus dont les revenus sont compris entre μ_Y et la ligne de pauvreté sont susceptibles de franchir la ligne de pauvreté, on s'intéresse donc qu'à la seconde ligne de l'équation (E.6). On en déduit $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \geq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$, et donc $D^T \geq D^S$.

ii) En cas de diminution du niveau moyen de revenus mais que μ_X reste supérieur à z , deux situations peuvent être considérées. Pour $\mu_Y > z$, la comparaison des niveaux de revenus contrefactuels se traduit par :

$$y_j + (\mu_X - \mu_Y) > x_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} \quad \forall j \in \{1, \dots, q\}. \quad (E.9)$$

Au contraire, si $\mu_Y < z$, le classement de ces revenus est indiqué par l'équation (E.7). Comme les individus de l'ensemble $\{r + 1, \dots, q | y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$ passent tous la ligne de pauvreté, seule la situation des plus pauvres va déterminer le signe de la différence entre les effets inégalités *leftist* et *rightist*. Quelle que soit la position respective de μ_Y et z , on trouve donc $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \leq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$, ce qui nous permet de conclure que $D^T \leq D^S$.

iii) Pour un taux de croissance positif et une ligne pauvreté supérieure au niveau moyen de revenu initial, la valeur de l'effet inégalités dépend de l'évolution du revenu des non pauvres dans la distribution Y . Deux cas de figure se présentent. Si $\mu_Y > z$, on retrouve la situation décrite dans l'équation (E.6). Puisque les revenus de l'ensemble des individus de rang $j \in \{q, \dots, r | y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$ deviennent inférieurs à la ligne de pauvreté, seul le second terme de l'équation (E.6) nécessite d'être pris en compte.

Au contraire, si l'on observe $\mu_Y < z$, on obtient :

$$y_j + (\mu_X - \mu_Y) > x_j \frac{\mu_X}{\mu_Y} \quad \forall j \in \{q, \dots, n\}. \quad (E.10)$$

Dans les deux cas de figure, $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \leq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$, ce qui se traduit par $D^T \leq D^S$.

iv) Enfin, lorsque l'on considère un taux de croissance négatif et $\mu_X < z$, le classement des revenus des individus pauvre obtenu au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive est présenté dans l'équation (E.7). Comme seuls les individus appartenant à l'ensemble $\{r + 1, \dots, q | y_{r-1} < \mu_Y \leq y_r\}$ peuvent franchir la ligne de pauvreté, on constate que $h(z, Y + (\mu_X - \mu_Y)I) \geq h(z, Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$. On en conclut $D^t \geq D^S$.

E.4 Démonstration de la proposition 7

Ainsi que nous l'avons vu dans la section 1.2, la technique de décomposition basée sur la valeur de Shapley permet une décomposition parfaite des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités. Par conséquent, $D' = \Delta h - G'$. Comme la variation de l'incidence de pauvreté ne dépend pas de l'axiome d'invariance retenu, la différence entre les effets D'^S et D'^T est simplement l'opposée de la différence entre les effets G'^S et G'^T . On retrouve donc les mêmes conditions que celles énoncées dans la proposition 5.

Annexe F Description de la base de données et construction des séries de revenus

Les données utilisées proviennent des enquêtes réalisées en 1990, 1996, 1999 et 2003 dans le cadre du *China Health and Nutrition Survey* (CHNS). Le CHNS est une enquête longitudinale réalisée périodiquement depuis 1989 par le *Carolina Population Center* de l'Université de Caroline du Nord, le *National Institute of Nutrition and Food Safety* et le *Chinese Center for Disease Control and Prevention*. Elle couvre neuf des vingt-deux provinces que compte le pays, soit celles de Guangxi, Guizhou, Henan, Hubei, Hunan, Jiangsu, Liaoning, Heilongjiang et Shangdong. Bien que la couverture géographique de l'enquête puisse être considérée comme limitée, les provinces ont été sélectionnées de manière à offrir une représentativité satisfaisante de l'ensemble de la population chinoise.

Une stratification des comtés a été réalisée dans chaque province selon le niveau de revenus (faible, intermédiaire et élevé) en s'appuyant sur les chiffres de l'institut nationale de statistique. Une sélection aléatoire des comtés dans chacune des neuf provinces a ensuite été effectuée de manière à retenir une province à revenus faibles, deux à revenus intermédiaires et une à revenus élevés. A cet échantillon de comté ont été rajoutés pour chaque province la capitale provinciale et une zone urbaine à niveaux de revenus faibles. Une sélection aléatoire de villages et d'agglomérations urbaines a ensuite été réalisée en tenant compte de la taille de la population de chaque province et de chaque comté. Enfin près de 3500 ménages ont été sélectionnés de manière aléatoire sur l'ensemble des zones désignées en 1989. Un suivi de ces ménages a par la suite été effectué à chaque période. Dans la mesure où certains ménages ont émergé de l'échantillon original, le nombre de ménages original a évolué pour se porter à environ 4400. Le nombre d'individus reste toutefois relativement stable dans le temps, soit près de 15000 individus.

Bien que la base de données soit en premier lieu destinée à l'étude des comportements en matière de santé, elle comprend des informations très détaillées en matière de revenus. Sont ainsi disponibles des données pour les revenus tirés des activités agricoles (pêche, élevage, cultures, maraîchage et labour), de commerce (artisanat et petits commerces), des salaires (bonus annuels y compris), des différentes subventions en provenance de l'État comme les coupons de nourriture et des transferts en provenance des proches. Pour les revenus tirés des entreprises individuelles et de l'agriculture, nous avons calculé des revenus annuels nets des coûts de productions. Les différentes formes d'autoconsommations ont été prises en compte dans le calcul de ces revenus nets. Enfin, les observations présentant des informations en matière de revenus mais pas en matière de coûts (et inversement) ont été retirées.

Enfin, dans la mesure où les revenus sont calculés par ménage, nous avons considéré que les revenus étaient distribués de manière parfaitement égale entre les membres du ménage. Afin d'obtenir des séries de revenus par habitant, le revenu total des ménages a été divisé par la taille du ménage. Dans la mesure où la taille du ménage peut donner lieu à des économies d'échelle et donc réduire les coûts quotidiens des ménages, nous avons repris la méthode suggérée par (Deaton, 1997) pour normaliser les revenus. Ces derniers ont donc été divisés par n^a où n est le nombre d'individus dans le ménage et a est un facteur d'équivalence. Dans ce chapitre, nous avons fixé la valeur de ce paramètre à $a = 0,8$. Il s'agit de la même valeur utilisée par Wan & Zhang (2006) pour les estimations qu'ils ont réalisés à partir de la même source de données.

Pour tenir compte des différences de prix dans le temps et l'espace, nous avons repris les indices de prix à la consommation, base 1990, fournis pour chaque province par le *Chinese National Bureau of Statistics*. Comme le pouvoir d'achat du yuan peut être sensiblement différent entre zones rurales et zones urbaines, nous avons choisi les indices de prix à la consommation par type de zone. Enfin, les revenus individuels ont été ajustés afin de prendre en considération les différences de pouvoir d'achat en 1990. Pour cela nous avons utilisé les déflateurs provinciaux (urbains et ruraux) construits par Brandt & Holz (2006).

Bibliographie

- AABERGE, R. (2000) : « Characterizations of Lorenz Curves and Income Distributions ». *Social Choice and Welfare*, **17**(4), 639–653.
- ACZÉL, J. & MOSZNER, Z. (1994) : « New Results on ‘Scale’ and ‘Size’ Arguments Justifying Invariance Properties of Empirical Indices and Laws ». *Mathematical Social Sciences*, **28**(1), 3–33.
- ADAMS, R. (2004) : « Economic Growth, Inequality and Poverty : Estimating the Growth Elasticity of Poverty ». *World Development*, **32**(12), 1989–2014.
- ADDISON, T. & CORNIA, G.A. (2001) : « Income Distribution Policies for Faster Poverty Reduction ». Working Paper 2001/93, UNU WIDER.
- AITCHISON, J. & BROWN, J.A.C. (1957) : *The Lognormal Distribution*. Cambridge University Press.
- ALONSO-VILLAR, O. & DEL RIO, C. (2007a) : « New Unit-Consistent Intermediate Inequality Indices ». Working Paper 63, ECINEQ.
- (2007b) : « Rankings of Income Distributions : A Note on Intermediate Inequality Indices ». Working Paper 68, ECINEQ.
- AMIEL, Y. & COWELL, F. (1992) : « Measurement of Income Inequality : Experimental Test by Questionnaire ». *Journal of Public Economics*, **47**, 3–26.
- (1997) : « The Measurement of Poverty : An Experimental Questionnaire Investigation ». *Empirical Economics*, **22**, 571–588.
- (1999) : *Thinking about Inequality*. Cambridge University Press, 181 .
- (2001) : « Risk and Inequality Perceptions ». Distributional Analysis Research Programme Discussion Paper 55, LSE - STICERD.
- ANG, B.W. (2005) : « The LMDI Approach to Decomposition Analysis : A Practical Guide ». *Energy Policy*, **33**, 867–871.

- ANG, B.W. & LIU, F.L. (2001) : « A New Energy Decomposition Method : Perfect in Decomposition and Consistent in Aggregation ». *Energy*, **26**, 537–548.
- ARAAR, A. & DUCLOS, J.Y. (2006) : *Poverty and Equity : Measurement, Policy, and Estimation with DAD*. Springer.
- ARNOLD, B. & VILLASEÑOR, J. (1989) : « Elliptical Lorenz Curves ». *Journal of Econometrics*, **40**(2), 327–338.
- ATEN, B., HESTON, A. & SUMMERS, R. (2002) : *Penn World Table Version 6.1*. Center for International Comparisons at the University of Pennsylvania (CICUP).
URL : <http://pwt.econ.upenn.edu>.
- ATKINSON, A. & BOURGUIGNON, F. (rédacteurs) (2000a) : *Handbook of Income Distribution, Handbooks in Economics*, tome 1. Elsevier.
- ATKINSON, A. & BOURGUIGNON, F. (2000b) : « Income Distribution and Economics ». Dans Atkinson & Bourguignon (2000a), chapitre Introduction, 1–58.
- ATKINSON, A. & BRANDOLINI, A. (2001) : « Promise and Pitfalls in the Use of “Secondary” Datasets : Income Inequality in OECD Countries as a Case Study ». *Journal of Economic Literature*, **39**(3), 771–799.
- (2004) : « Global World Inequality : Absolute, Relative or Intermediate ? » Working paper.
- ATKINSON, A.B. (1970) : « On the Measurement of Inequality ». *Journal of Economic Theory*, **2**, 244–263.
- (1987) : « On the Measurement of Poverty ». *Econometrica*, **55**(4), 749–764.
- BANDOURIAN, R., McDONALD, J. & TURLEY, R. (2002) : « A Comparison of Parametric Models of Income Distribution across Countries and over Time ». Luxembourg Income Study Working Paper 305.
- BANERJEE, A.V. & DUFLO, E. (2000) : « Inequality and Growth : What Can the Data Say ? » Working Paper 7793, National Bureau of Economic Research.
URL : <http://www.nber.org/papers/w7793>.
- BASMANN, R., HAYES, K., JOHNSON, J. & SLOTTJE, D. (1990) : « A General Functional Form for Approximating the Lorenz Curve ». *Journal of Econometrics*, **43**, 77–90.
- BAULCH, B. & MCCULLOCH, N. (1998) : « Assessing the Poverty Bias of Growth Methodology and an Application to Andhra Pradesh and Uttar Pradesh ». Working Paper 98, Institute of Development Studies.

- BAYE, F.M. (2006) : « Growth, Redistribution and Poverty Changes in Cameroon : A Shapley Decomposition Analysis ». *Journal of African Economies*, **15**(4), 543–570.
- BESLEY, T. & KANBUR, R. (1991) : « The Principles of Targeting ». Dans V. BALASUBRAMANYAM & S. LALL (rédacteurs), « Current Issues in Development Economics », 69–90. Macmillan Education.
- BESLEY, T. & BURGESS, R. (2003) : « Halving Global Poverty ». *Journal of Economic Perspectives*, **17**(3), 3–22.
- BHALLA, S. (2004) : « Poor Results and Poorer Policy : A Comparative Analysis of Estimates of Global Inequality and Poverty ». *CESifo Economic Studies*, **50**, 85–132.
- BHANUMURTHY, N.R. & MITRA, A. (2004) : « Economic Growth, Poverty, and Inequality in Indian States in the Pre-Reform and Reform Periods ». *Asian Development Review*, **21**(2), 79–99.
- BIGSTEN, A. & SHIMELES, A. (2005) : « Can Africa Reduce Poverty by Half by 2015 ? The Case for a Pro-Poor Growth Strategy ». Working Papers in Economics 177, Göteborg University, Department of Economics.
- BLACKORBY, C. & DONALDSON, D. (1980a) : « Ethical Indices for the Measurement of Poverty ». *Econometrica*, **48**(4), 1053–1060.
- (1980b) : « A Theoretical Treatment of Indices of Absolute Inequality ». *International Economic Review*, **21**(1), 107–136.
- BOCCANFUSO, D., DECALUWÉ, B. & SAVARD, L. (2003) : « Poverty, Income Distribution and CGE modeling : Does the Functional Form of Distribution Matter ? » Working Paper 03-32, CIRPÉE.
- BOSSERT, W. & PFINGSTEN, A. (1990) : « Intermediate Inequality : Concept, Indices and Welfare Implications ». *Mathematical Social Sciences*, **19**, 117–134.
- BOURGUIGNON, F. (2003) : « The Growth Elasticity of Poverty Reduction : Explaining Heterogeneity across Countries and Time Periods ». Dans T. EICHER & S. TURNOVSKY (rédacteurs), « Inequality and growth : Theory and policy implications », 3–26. MIT Press.
- (2004) : « The Poverty-Growth-Inequality Triangle ». Dans « Poverty, Inequality and Growth, Proceedings of the AFD-EUDN Conference », 69–111. Numéro 10 dans Notes et Documents, AFD.
- BOURGUIGNON, F. & CHAKRAVARTY, S. (2003) : « The measurement of multidimensional poverty ». *Journal of Economic Inequality*, **1**(1), 25–49.

- BRANDT, L. & HOLZ, C.A. (2006) : « Spatial Price Differences in China : Estimates and Implications ». *Economic Development and Cultural Change*, **55**(1), 43–86.
- BRUNO, M., RAVALLION, M. & SQUIRE, L. (1998) : « Equity and Growth in Developing Countries : Old and New Perspectives on the Policy Issues ». World Bank Policy Research Working Paper Series 1563, World Bank.
- BURR, I. (1942) : « Cumulative Frequency Functions ». *Annals of Mathematical Statistics*, **13**(2), 215–232.
- CASTILLO, E., SARABIA, J.M. & SLOTTJE, D. (1999) : « An Ordered Family of Lorenz Curves ». *Journal of Econometrics*, **91**(1), 43–60.
- CHAKRAVARTY, S. (1983) : « Ethically Flexible Measures of Poverty ». *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Économie*, **16**(1), 74–85.
- (1999) : « Measuring Inequality : The Axiomatic Approach ». chapitre 4, 163–184. *Recent Economic Thought*, Kluwer Academic Publishers.
- CHAKRAVARTY, S. & MULIERE, P. (2004) : « Welfare Indicators : A Review and New Perspectives. 2. Measurement of Poverty ». *Metron*, **62**(2), 247–281.
- CHATEAUNEUF, A. & MOYES, P. (2005) : « Measuring Inequality without the Pigou-Dalton Condition ». Working Paper 02, UNU WIDER.
- CHEN, C.N., RHAH, T.S. & TSAUR, T.W. (1982) : « The Gini Coefficient and Negative Income ». *Oxford Economic Papers*, **34**(3), 473–478.
- CHEN, S., DATT, G. & RAVALLION, M. (2001) : *POVCAL, A program for calculating poverty measures from grouped data*. World Bank.
URL : <http://www.worldbank.org/research/povmonitor/software.htm>.
- CHEN, S. & RAVALLION, M. (1997) : « What Can New Survey Data Tell us about Recent Changes in Distribution and Poverty? » *World Bank Economic Review*, **11**(2), 357–82.
- (2001) : « How Did the World's Poorest Fare in the 1990s? » *Review of Income and Wealth*, **47**(3), 283–300.
- (2004) : « How Have the World's Poorest Fared since the Early 1980's? » *World Bank Research Observer*, **19**(2), 141–169.
- (2007) : « China's (Uneven) Progress Against Poverty ». *Journal of Development Economics*, **82**, 1–42.
- CHEN, S. & WANG, Y. (2001) : « China's Growth and Poverty Reduction : Recent Trends between 1990 and 1999 ». World Bank Policy Research Working Paper Series 2651, World Bank.

- CHENERY, H., AHLUWALIA, M.S., BELL, C.L.G., DULLOY, J.H. & JOLLY, R. (1974) : *Redistribution with Growth : Policies to Improve Income Distribution in Developing Countries in the Context of Economic Growth*. Oxford University Press.
- CHEONG, K.S. (2002) : « An Empirical Comparison of Alternative Functional Forms for the Lorenz Curve ». *Applied Economic Letters*, **9**, 171–176.
- CHOTIKAPANICH, D. (1993) : « A Comparison of Alternative Functional Form for the Lorenz Curve ». *Economic Letters*, **41**, 129–138.
- CLARK, S., HEMMING, R. & ULPH, D. (1981) : « On Indices for the Measurement of Poverty ». *The Economic Journal*, **91**(362), 515–526.
- CLING, J.P., DE VREYER, P., RAZAFINDRAKOTO, M. & ROUBAUD, F. (2003) : « La croissance ne suffit pas pour réduire la pauvreté : le rôle des inégalités ». Document de travail 2003-04, DIAL, IRD.
- COLLIER, P. & DOLLAR, D. (2001) : « Can the World Cut Poverty in Half? How Policy Reform and Effective Aid Can Meet International Development Goals ». *World Development*, **29**(11), 1787–1802.
- CONTRERAS, D. (2003) : « Poverty and Inequality in a Rapid Growth Economy : Chile 1990-96 ». *Journal of Development Studies*, **39**(3), 181–200.
- CORD, L., LOPEZ, H. & PAGE, J. (2004) : « “When I Use a Word...” : Pro-Poor Growth and Poverty Reduction ». Dans M. KRAKOWSKI (rédacteur), « Attacking Poverty : What Makes Growth Pro-Poor ? », Numéro 75 dans HWWA Studies, Nomos Verlagsgesellschaft.
- COWELL, F. & VICTORIA-FESER, M. (2001) : « Robust Lorenz Curves : A Semi-Parametric Approach ». Distributional Analysis Research Programme Discussion Paper 50, LSE - STICERD.
- DAĞDEVIREN, H., VAN DER HOEVEN, R. & WEEKS, J. (2004) : « Redistribution Does Matter : Growth and Redistribution for Poverty Reduction ». Dans van der Hoeven & Shorrocks (2004), chapitre 7, 125–153.
- DAGUM, C. (1977) : « A New Model of Personal Income Distribution : Specification and Estimation ». *Économie Appliquée*, **30**, 413–437.
- DALTON, H. (1920) : « The Measurement of the Inequality of Incomes ». *The Economic Journal*, **30**(119), 348–361.
- DASGUPTA, P., SEN, A. & STARETT, D. (1973) : « Notes on the Measurement of Inequality ». *Journal of Economic Theory*, **6**, 180–187.

- DATT, G. (1998) : « Computational Tools for Poverty Measurement and Analysis ». Discussion Paper 50, FNCD.
- DATT, G. & RAVALLION, M. (1992) : « Growth and Redistribution Components of Changes in Poverty Measures : A Decomposition with Applications to Brazil and India in the 1980s ». *Journal of Development Economics*, **38**, 275–295.
- DEATON, A. (1997) : *The Analysis of Household Surveys. A Microeconomic Approach to Development Policy*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD.
- (2000) : « Is World Poverty Falling? » *Finance & Development*, **39**(2).
URL : <http://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/2002/06/deaton.htm>.
- (2005) : « Measuring Poverty in a Growing World (or Measuring Growth in a Poor World) ». *Review of Economics and Statistics*, **87**(1), 1–19.
- DEATON, A. & ZAIDI, S. (2002) : « Guidelines for Constructing Consumption Aggregates for Welfare Analysis ». Living Standards Measurement Study Working Paper 135, World Bank.
- DEININGER, K. & SQUIRE, L. (1996) : « A New Dataset Measuring Income Inequality ». *World Bank Economic Review*, **10**, 565–591.
- DEL RIO, C. & RUIZ-CASTILLO, J. (2000) : « Intermediate Inequality and Welfare ». *Social Choice and Welfare*, **17**, 223–239.
- (2001) : « Intermediate Inequality and Welfare : The Case of Spain, 1980-81 to 1990-91 ». *Review of Income and Wealth*, **47**(2), 221–237.
- DHONGDE, S. (2007) : « Measuring the Impact of Growth and Income Distribution on Poverty in India ». *Journal of Income Distribution*, **16**(2), 25–48.
- DOLLAR, D. & KRAAY, A. (2002) : « Growth is good for the poor ». *Journal of Economic Growth*, **7**(3), 195–225.
- (2004) : « Trade, Growth, and Poverty ». *The Economic Journal*, **114**(493), 22–49.
- DONALDSON, D. & WEYMARK, J. (1980) : « A Single Parameter Generalization of the Gini Indices of Inequality ». *Journal of Economic Theory*, **22**, 67–86.
- DONALDSON, D. & WEYMARK, J.A. (1986) : « Properties of Fixed-Population Poverty Indices ». *International Economic Review*, **27**(3), 667–688.
- DUCLOS, J.Y. & WODON, Q. (2004) : « What is “pro-poor” ? » Working Paper 04-25, CIRPÉE.
- EBERT, U. (1997) : « Linear Inequality Concepts and Social Welfare ». Distributional Analysis Research Programme Discussion Paper 33, LSE - STICERD.

- (2004) : « Coherent Inequality Views : Linear Invariant Measures Reconsidered ». *Mathematical Social Sciences*, **47**(1), 1–20.
- EFRON, B. & TIBSHIRANI, R. (1993) : *An Introduction to the Bootstrap*. Monographs on Statistics and Applied Probability, Chapman & Hall/CRC.
- ENGLE, R., HENDRY, D. & RICHARD, J.F. (1983) : « Exogeneity ». *Econometrica*, **51**(2), 277–304.
- EPAULARD, A. (2003) : « Macroeconomic Performance and Poverty Reduction ». Working Paper 03/72, IMF.
- FAN, S., FANG, C. & ZHANG, X. (2002) : « Emergence of Urban Poverty and Inequality in China : Evidence from Household Survey ». *China Economic Review*, **13**, 430–443.
- FERNANDEZ, A., GARCIA, A., LADOUX, M., MARTIN, G. & ORTEGA, P. (1991) : « A New Functional Form for Approximating the Lorenz Curve ». *Review of Income and Wealth*, **37**, 447–452.
- FERREIRA, F., LEITE, P. & LITCHFIELD, J. (2006) : « The Rise and Fall of Brazilian Inequality : 1981-2004 ». World Bank Policy Research Working Paper Series 3867, World Bank.
- FISK, P. (1961) : « The Graduation of Income Distribution ». *Econometrica*, **29**(2), 171–185.
- FLEURBAEY, M. (1996) : *Théories économiques de la justice*. Economica. 250 p.
- FOSTER, J. (1998) : « Absolute versus Relative Poverty ». *American Economic Review*, **88**(2), 335–341.
- FOSTER, J., GREER, J. & THORBECKE, E. (1984) : « A Class of Decomposable Poverty Measures ». *Econometrica*, **52**(3), 761–766.
- FOSTER, J. & SZÉKELY, M. (2001) : « Is Economic Growth Good for the Poor? Tracking Low Incomes Using General Means ». Working Paper 453, Inter-American Development Bank.
- GAFFNEY, J., KOO, A., OBST, N. & RASCHE, R. (1980) : « Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve ». *Econometrica - Notes and Comments*, **48**(4), 1061–1062.
- GAJDOS, T. (2001) : « Les fondements axiomatiques de la mesure des inégalités ». *Revue d'Economie Politique*, **5**, 683–720.
- GASTWIRTH, J. (1971) : « A General Definition of the Lorenz Curve ». *Econometrica - Notes and Comments*, **39**(6), 1037–1039.
- (1972) : « The Estimation of the Lorenz Curve and Gini Index ». *The Review of Economics and Statistics*, **54**(3), 306–316.

- GOUDIE, A. & LADD, P. (1999) : « Economic Growth, Poverty and Inequality ». *Journal of International Development*, **11**, 177–195.
- GREENE, W. (2000) : *Econometric Analysis*. 4^e édition. Prentice Hall.
- GREGORY, R., MENG, X. & WANG, Y. (2005) : « Poverty, Inequality, and Growth in urban China, 1986-2000 ». *Journal of Comparative Economics*, **33**(4), 710–729.
- GRINSPUN, A. (2004) : « Pro-Poor Growth : Finding the Holy Grail ». One Pager 6, International Poverty Centre.
- GUGERTY, M.K. & ROEMER, M. (1997) : « Does Economic Growth Reduce Poverty? » CAER II Discussion Paper 5, Harvard Institute for International Development.
- GUJARATI, D. (2004) : *Économétrie*. Ouvertures Économiques, De Boeck.
- GUPTA, A. & NADARAJAH, S. (rédacteurs) (2004) : *Handbook of Beta Distribution and its Applications, Statistics : Textbooks and Monographs*, tome 137. Marcel Dekker, 571 .
- GUPTA, M. (1984) : « Functional Form for Estimating the Lorenz Curve ». *Econometrica - Notes and Comments*, **52**(5), 1313–1314.
- HAGENAARS, A. (1987) : « A Class of Poverty Indices ». *International Economic Review*, **28**(3), 583–607.
- HANMER, L., DE JONG, N., KURIAN, R. & MOOIJ, J. (1999) : « Are the DAC Targets Achievable? Poverty and Human Development in the Year 2015 ». *Journal of International Development*, **11**(4), 547–563.
- HANMER, L. & NASCHOLD, F. (2000) : « Attaining the International Development Targets : Will Growth Be Enough? » *Development Policy Review*, **18**(1), 11–36.
- HANMER, L., YAO, S. & ZHANG, Z. (2004) : « Growing inequality and poverty in China ». *China Economic Review*, **15**, 145–163.
- HARRISON, E. & SEIDL, C. (1994a) : « Acceptance of Distributional Axioms : Experimental Findings ». Dans W. EICHHORN (rédacteur), « Models and Measurement of Welfare and Inequality », 67–99. Springer-Verlag.
- (1994b) : « Perceptual Inequality and Preferential Judgements : An Empirical Examination of Distributional Axioms ». *Public Choice*, **79**, 61–81.
- HECKMAN, J., URZUA, S. & VYTLACIL, E. (2006) : « Understanding Instrumental Variables in Models with Essential Heterogeneity ». *Review of Economics and Statistics*, **88**(3), 389–432.
- HELTBERG, R. (2004) : « The Growth Elasticity of Poverty ». Dans van der Hoeven & Shorrocks (2004), chapitre 4, 81–91.

- HOLM, J. (1993) : « Maximum Entropy Lorenz Curves ». *Journal of Econometrics*, **59**, 377–389.
- HULME, D. & SHEPHERD, A. (2003) : « Conceptualizing Chronic Poverty ». *World Development*, **31**(3), 403–423.
- HUPPI, M. & RAVALLION, M. (1991) : « Measuring Changes in Poverty : A Methodological Case Study of Indonesia during an Adjustment Period ». *World Bank Economic Review*, **5**(1), 57–82.
- JAIN, L. & TENDULKAR, S. (1990) : « The Role of Growth and Distribution in the Observed Change in Head-Count Ratio-Measure of Poverty : A Decomposition Exercise for India ». *Indian Economic Review*, **25**(2), 165–205.
- JALAN, J. & RAVALLION, M. (1998) : « Transient poverty in postreform rural China ». *Journal of Comparative Economics*, **26**, 338–357.
- KAKWANI, N. (1980a) : *Income Inequality and Poverty : Methods of Estimation and Policy Applications*. Oxford University Press. 416 p.
- (1980b) : « On a class of poverty measures ». *Econometrica*, **48**(2), 437–446.
- (1993) : « Poverty and Economic Growth with Application to Côte d’Ivoire ». *Review of Income and Wealth*, **39**(2), 121–139.
- (2000a) : « Growth and Poverty Reduction : An Empirical Analysis ». *Asian Development Review*, **18**(2), 74–84.
- (2000b) : « On Measuring Growth and Inequality Components of Poverty with Application to Thailand ». *Journal of Quantitative Economics*, **16**(1), 67–79.
- (2001) : « A Note on Growth and Poverty Reduction ». Article présenté au Asia and Pacific Poverty Forum : Reforming Policies and Institutions for Poverty reduction.
- KAKWANI, N., KHANDKER, S. & SON, H. (2004) : « Pro-Poor Growth : Concepts and Measurement with Country Case Studies ». Working Paper 1, International Poverty Centre.
- KAKWANI, N. & PERNIA, E. (2000) : « What is Pro-Poor Growth ? » *Asian Development Review*, **18**(1), 1–16.
- KAKWANI, N. & PODDER, N. (1973) : « On the Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations ». *International Economic Review*, **14**(2), 278–292.
- (1976) : « Efficient Estimation of the Lorenz Curve and Associated Inequality Measures from Grouped Observations ». *Econometrica*, **44**(1), 137–148.
- KAKWANI, N. & SON, H. (2004) : « Economic Growth and Poverty Reduction : Initial Conditions Matter ». Working Paper 2, International Poverty Centre.

- KAKWANI, N. & SUBBARAO, K. (1990) : « Rural Poverty and its Alleviation in India ». *Economic and Political Weekly*, **31/06**, A2–A16.
- KALWIJ, A. & VERSCHOOR, A. (2005) : « A Decomposition of Poverty Trends across Regions : The Role of Variation in the Income and Inequality Elasticities of Poverty ». Working Paper 36, UNU WIDER.
- (2007) : « Not by Growth Alone : The Role of the Distribution of Income in Regional Diversity in Poverty Reduction ». *European Economic Review*, **51**(4), 805–829.
- KANBUR, R. (1987) : « Measurement and Alleviation of Poverty (with an application to the effects of Macroeconomic Adjustment) ». *IMF Staff Papers*, **34**(1), 62–85.
- (2000) : « Income Distribution and Development ». Dans Atkinson & Bourguignon (2000a), chapitre 13, 791–841.
- (2005) : « Growth, Inequality and Poverty : Some Hard Questions ». *Journal of International Affairs*, **58**, 223–232.
- KANBUR, R. & LUSTIG, N. (2000) : « Why is Inequality back on the Agenda? » Dans B. PLESKOVIC & J. STIGLITZ (rédacteurs), « Annual World Bank Conference on Development Economics, 1999 », 285–306. World Bank.
- KAPPEL, R., LAY, J. & STEINER, S. (2005) : « Uganda : No More Pro-poor Growth? » *Development Policy Review*, **23**(1), 27–53.
- KLASEN, S. & MISSELHORN, M. (2006) : « Determinants of the Growth Semi-Elasticity of Poverty Reduction ». Proceedings of the German Development Economics Conference, Berlin 2006 15, Verein für Socialpolitik, Research Committee Development Economics.
- KLEIBER, C. & KOTZ, S. (2002) : « A Characterization of Income Distributions in Terms of Generalized Gini coefficients ». *Social Choice and Welfare*, **19**, 789–794.
- (2003) : *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*. Wiley. 332 p.
- KOLENIKOV, S. & SHORROCKS, A. (2005) : « A Decomposition Analysis of Regional Poverty in Russia ». *Review of Development Economics*, **9**(1), 25–46.
- KOLM, S.C. (1966) : *Les choix financiers et monétaires (théorie et technique modernes)*. Finances et Économie Appliquée, Dunod, 331 .
- (1969) : « The Optimal Production of Social Justice ». Dans H. GUITTON & J. MARGOLIS (rédacteurs), « Public Economics : An Analysis of Public Production and Consumption and their Relations to the Private Sectors », chapitre 7, 145–200. Macmillan.

-
- (1976a) : « Unequal Inequalities I ». *Journal of Economic Theory*, **12**, 416–442.
- (1976b) : « Unequal Inequalities II ». *Journal of Economic Theory*, **13**, 82–111.
- (1995) : *Modern Theories of Justice*. MIT Press, 525 p. .
- KRAAY, A. (2006) : « When is Growth Pro-Poor? Evidence from a Panel of Countries ». *Journal of Development Economics*, **80**, 198–227.
- KRTSCHA, M. (1994) : « A New Compromise Measure of Inequality ». Dans W. EICHHORN (rédacteur), « Models and Measurement of Welfare and Inequality », 111–119. Springer-Verlag.
- KUZNETS, S. (1955) : « Economic Growth and Income Inequality ». *American Economic Review*, **45**(1), 1–28.
- LACHAUD, J.P. (2007) : « La mesure de la croissance pro-pauvres au Burkina Faso : espace de l'utilité ou des capacités? » *Revue d'Economie du Développement*, **2007**(1), 5–44.
- LAWSON, D. & MCKAY, A. (2003) : « Assessing the Extent and Nature of Chronic Poverty in Low Income Countries : Issues and Evidence ». *World Development*, **31**(3), 425–439.
- LEBERGOTT, S. (1959) : « The Shape of the Income Distribution ». *American Economic Review*, **49**(3), 328–347.
- LEVINE, D. & SINGER, N. (1970) : « The Mathematical Relation Between the Income Density Function and the Measurement of Income Inequality ». *Econometrica*, **38**(2), 324–330.
- LI, H., SQUIRE, L. & ZOU, H.F. (1998) : « Explaining International and Intertemporal Variations in Income Inequality ». *The Economic Journal*, **108**(446), 26–43.
- LOPEZ, H. (2003) : « Macroeconomics and Inequality ». Article présenté au Research Workshop du FMI « Macroeconomic Challenges in Low-Income Countries ».
- LOPEZ, H. & SERVÈN, L. (2006) : « A Normal Relationship? Poverty, Growth and Inequality ». World Bank Policy Research Working Paper Series 3814, World Bank.
- MADDALA, G. & SINGH, S. (1976) : « A Function for Size Distribution of Incomes ». *Econometrica*, **44**(5), 963–970.
- (1977) : « A Flexible Functional Form for Lorenz Curves ». *Économie Appliquée*, **30**, 481–486.
- MCDONALD, J. (1984) : « Some Generalized Functions for the Size Distribution of Income ». *Econometrica*, **52**(3), 647–663.

- MCDONALD, J. & XU, Y. (1995) : « A Generalisation of the Beta Distribution with Applications ». *Journal of Econometrics*, **66**, 133–152. Erratum : *Journal of Econometrics*, 69, 427–428.
- MCKAY, A. (1997) : « Poverty Reduction Through Economic Growth : Some Issues ». *Journal of International Development*, **9**(4), 665–673.
- METCALF, C. (1969) : « The Size Distribution of Personal Income During the Business Cycle ». *American Economic Review*, **59**(4), 657–668.
- MINOIU, C. (2006) : « Poverty Analysis Based on Kernel Density Estimates from Grouped Data ». Job market paper, Institute for Social and Economic Research and Policy, Columbia University.
- MINOIU, C. & REDDY, S. (2007) : « The Assessment of Poverty and Inequality Through Parametric Estimation of Lorenz Curves ». Working Paper 07-02, Institute for Social and Economic Research and Policy.
- MITRA, T. & OK, E. (1995) : « On the Measurement of Economic Poverty ». Working Paper RR # 95-33, C.V. STARR Center for Applied Economics.
- MOUNT, T. & SALEM, A. (1974) : « A Convenient Descriptive Model of Income Distribution : The Gamma Density ». *Econometrica*, **42**(6), 1115–1128.
- MOYES, P. (1987) : « A New Concept of Lorenz Domination ». *Economic Letters*, **23**, 203–207.
- MULLER, A. (2006) : « Clarifying Poverty Decomposition ». Scandinavian Working Papers in Economics 217, Göteborg University.
- NASCHOLD, F. (2004) : « Growth, Distribution, and Poverty Reduction : LDCs are Falling Further Behind ». Dans van der Hoeven & Shorrocks (2004), chapitre 6, 107–124.
- NELDER, J. & MEAD, R. (1965) : « A Simplex Method for Function Minimization ». *Computer Journal*, **7**, 308–313.
- OGWANG, T. & RAO, U. (2000) : « Hybrid Models of the Lorenz Curve ». *Economic Letters*, **69**, 39–44.
- ORGANISATION DES NATIONS UNIES (2007) : « Objectifs du Millénaire pour le développement : Rapport 2007 ».
URL : www.un.org/french/millenniumgoals/docs/mdg_2007.pdf.
- OSMANI, S. (2005) : « Defining Pro-Poor Growth ». One Pager 9, International Poverty Centre.
- OXFAM (2000) : « Growth with Equity is Good for the Poor ». Working paper.
URL : www.oxfam.org.

- PARKER, S. (1999) : « The Generalized Beta as a Model for the Distribution of Earnings ». *Economic Letters*, **62**(2), 197–200.
- PFINGSTEN, A. & SEIDL, C. (1997) : « Ray Invariant Inequality Measures ». Dans S. ZANDVAKILI (rédacteur), « Inequality and Taxation », , *Research on Economic Inequality*, tome 7107–129. Jai Press.
- QUAH, D. (2001) : « Some Simple arithmetic on How Income Inequality and Economic Growth Matter ». Discussion paper, LSE, Economics Department.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM (2007) : *R : A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
URL : www.R-project.org.
- RAM, R. (2007) : « Roles of Income and Equality in Poverty Reduction : Recent Cross-Country Evidence ». *Journal of International Development*, **19**(8), 919–926.
- RAVALLION, M. (1995) : « Growth and Poverty : Evidence for developing countries in the 1980s ». *Economic Letters*, **48**(3-4), 411–417.
- (1997) : « Can High-Inequality Developing Countries Escape Absolute Poverty? » *Economic Letters*, **56**, 51–57.
- (2000) : « On Decomposing Changes in Poverty into “Growth” and “Redistribution” Components ». *Journal of Quantitative Economics*, **16**(1), 105–118.
- (2001) : « Growth, Inequality and Poverty : Looking Beyond Averages ». *World Development*, **29**(11), 1803–1815.
- (2002) : « Have We Already Met the Millennium Development Goal for Poverty? » *Economic & Political Weekly*, **37**(46), 16–22.
- (2004) : « Defining Pro-Poor Growth : A Response to Kakwani ». One Pager 4, International Poverty Centre.
- (2005a) : « Inequality is Bad for the Poor ». World Bank Policy Research Working Paper Series 3677, World Bank.
- (2005b) : « A Poverty-Inequality Trade-off? » *Journal of Economic Inequality*, **3**(2), 169–181.
- RAVALLION, M. & DATT, G. (1999) : « When is growth pro-poor? Evidence from the diverse experiences of India’s states ». Policy Research Working Paper Series 2263, World Bank.
- ROHDE, N. (2007) : « Derivation of Theil’s Inequality Measure from Lorenz Curves ». Working paper, University of Queensland.

- RYU, H. & SLOTTJE, D. (1996) : « Two Flexible Functional Form Approaches for Approximating the Lorenz Curve ». *Journal of Econometrics*, **72**, 251–274.
- SALA-I-MARTIN, X. (2004) : « The World Distribution of Income Estimated from Log-Normal Country Distributions ». Working paper, Columbia University.
- (2006) : « The World Distribution of Income : Falling Poverty and... Convergence, Period ». *Quarterly Journal of Economics*, **121**(2), 351–397.
- SASTRE, M. & TRANNOY, A. (2002) : « Shapley Inequality Decomposition by Factor Components ». Dans P. MOYES, C. SEIDL & A. SHORROCKS (rédacteurs), « Inequality : Theory, Measurement and Applications », *Journal of Economics/Zeitschrift für Nationalökonomie*, tome Supplément 951–89. Springer.
- SCHADER, M. & SCHMID, F. (1994) : « Fitting Parametric Lorenz Curves to Grouped Income Distributions – A Critical Note ». *Empirical Economics*, **19**(3), 361–370.
- SEN, A. (1980) : « Description as Choice ». *Oxford Economic Papers*, **32**(3), 353–369.
- (1973) : *On Economic Inequality*. Clarendon Press.
- (1976) : « Poverty : An Ordinal Approach to Measurement ». *Econometrica*, **44**(2), 219–231.
- (1983) : « Poor, Relatively Speaking ». *Oxford Economic Papers*, **35**, 153–169.
- (1985) : « A Sociological Approach to the Measurement of Poverty : A Reply to Professor Peter Townsend ». *Oxford Economic Papers*, **37**, 669–676.
- SHORROCKS, A. (1983) : « Ranking Income Distributions ». *Economica*, **50**(197), 3–17.
- SHORROCKS, A.P. (1999) : « Decomposition Procedure for Distributional Analysis : A Unified Framework Based on the Shapley Value ». Working paper, University of Essex.
- SON, H.H. (2003) : « A New Poverty Decomposition ». *Journal of Economic Inequality*, **1**(2), 181–187.
- SQUIRE, L. (1993) : « Fighting Poverty ». *American Economic Review*, **83**(2), 377–382.
- STACY, E. (1962) : « A Generalization of the Gamma Distribution ». *Annals of Mathematical Statistics*, **33**(3), 1187–1192.
- THEIL, H. (1967) : *Economics and Information Theory, Studies in Mathematical and Managerial Economics*, tome 7. North Holland. 488 p.
- THUROW, L. (1970) : « Analyzing the American Income Distribution ». *American Economic Review, Papers and Proceedings*, **60**(2), 261–269.

- TOWNSEND, P. (1985) : « A Sociological Approach to the Measurement of Poverty – A Rejoinder to Professor Amartya Sen ». *Oxford Economic Papers*, **37**, 659–668.
- TSUI, K.Y. (1996) : « Growth-Equity Decomposition of a Change in Poverty : An Axiomatic Approach ». *Economic Letters*, **50**, 417–423.
- (2002) : « Multidimensional Poverty Indices ». *Social Choice and Welfare*, **19**(1), 69–93.
- UNU-WIDER (2005) : *World Income Inequality Database : User Guide and Data Sources*.
URL : <http://www.wider.unu.edu/wiid/wiid.htm>.
- VAN DER HOEVEN, R. & SHORROCKS, A. (rédacteurs) (2004) : *Growth, Inequality, and Poverty : Prospects for Pro-Poor Economic Development*. UNU-WIDER Studies in Development Economics, Oxford University Press.
- WAN, G.H. & ZHANG, Y. (2006) : « The Impacts of Growth and Inequality on Rural Poverty in China ». *Journal of Comparative Economics*, **34**, 694–712.
- WATTS, H. (1968) : « An Economic Definition of Poverty ». Dans D.P. MOYNIHAN (rédacteur), « On Understanding Poverty », Basic Books.
- WHITE, H. & ANDERSON, E. (2001) : « Growth versus Distribution : Does the Pattern of Growth Matter ? » *Development Policy Review*, **19**(3), 267–289.
- WOOLDRIDGE, J. (2002) : *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. MIT Press.
- WORLD BANK (2000) : *Attacking Poverty*. World Development Report, Oxford University Press.
- (2005) : *A better Investment Climate for Everyone*. World Development Report, Oxford University Press.
- YITZHAKI, S. (1996) : « On Using Linear Regressions in Welfare Economics ». *Journal of Business & Economic Statistics*, **14**(4), 478–486.
- YOSHIDA, T. (2005) : « Social Welfare Rankings of Income Distributions. A New Parametric Concept of Intermediate Inequality ». *Social Choice and Welfare*, **24**(3), 555–574.
- ZEPEDA, E. (2004) : « Pro-Poor Growth : What is it ? » One Pager 1, International Poverty Centre.
- ZHENG, B. (1993) : « An Axiomatic Characterization of the Watts Poverty Index ». *Economic Letters*, **42**, 81–86.
- (1994) : « Can a Poverty Index be Both Relative and Absolute ? » *Econometrica*, **62**(6), 1453–1458.

- (1997) : « Aggregate Poverty Measures ». *Journal of Economic Surveys*, **11**(2), 123–162.
- (2000) : « Poverty Orderings ». *Journal of Economic Surveys*, **14**(4), 427–466.
- (2004) : « On Intermediate Measures of Inequality ». Dans Y. AMIEL & J. BISHOP (rédacteurs), « Studies on Economic Well-being : Essays in Honor of John P. Formby », , tome 12 Elsevier.
- (2005) : « Unit-Consistent Decomposable Inequality Measures : Some Extensions ». Working paper, University of Colorado, Department of Economics.
- (2007a) : « Inequality Orderings and Unit-Consistency ». *Social Choice and Welfare*, **29**(3), 515–538.
- (2007b) : « Unit-Consistent Decomposable Inequality Measures ». *Economica*, **74**, 97–111.
- (2007c) : « Unit-Consistent Poverty Indices ». *Economic Theory*, **31**, 113–142.
- ZOLI, C. (2003) : « Characterizing Inequality Equivalence Criteria ». Working paper, University of Nottingham.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Des différentes techniques d'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté	15
1.1 Préliminaires	18
1.2 L'approche « comptable » ou l'analyse des variations observées	19
1.2.1 Approches traditionnelles du calcul des effets croissance et inégalités	20
1.2.2 Décomposition par développement de Taylor	25
1.2.3 Les décompositions dans un cadre multi-périodes	29
1.2.4 Faiblesses de la méthode pour le calcul des élasticités	31
1.3 L'approche « analytique » ou la vision prospective de la pauvreté	37
1.3.1 Calcul de l'élasticité croissance de la pauvreté	38
1.3.2 Calcul des élasticités inégalités de la pauvreté	39
1.3.3 Approche « analytique » et prédiction des variations de la pauvreté	44
1.4 L'approche économétrique ou l'analyse de la distribution des élasticités	47
1.4.1 Les premiers modèles et les élasticités totales et « empiriques » de la croissance	50
1.4.2 Estimation simultanée des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté	55
1.4.3 Prise en compte de l'hétérogénéité des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté	60
1.5 Conclusions	66
Annexe A Axiomes de base des mesures de pauvreté	68
Annexe B La décomposition par développement de Taylor en pratique	69
Annexe C Calcul des élasticités « analytiques » des mesures P_α	70
Annexe D Interprétation du paramètre λ	71
Annexe E Écarts entre élasticités totales et élasticités « empiriques » de la croissance	72

2 De l'importance des formes fonctionnelles utilisées pour l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté sur données groupées	75
2.1 Méthode générale	81
2.1.1 Calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté	81
2.1.2 Formes fonctionnelles <i>ad hoc</i> pour la courbe de Lorenz	87
2.2 Données et résultats bruts	90
2.3 Choisir une forme fonctionnelle adéquate	101
2.3.1 Critères de qualité de l'ajustement de la forme fonctionnelle aux données	101
2.3.2 Comparaison des performances des différentes formes fonctionnelles	103
2.4 Le cas de la distribution log-normale	111
2.5 Conclusions	119
Annexe A Les distributions bêta généralisée de type 2, gamma généralisées et bêta de type 1	121
Annexe B Critères de validité des formes fonctionnelles utilisées	123
B.1 La distribution de Pareto	123
B.2 Distributions issues de la loi de distribution bêta généralisée de type 2	123
B.3 La courbe de Lorenz de Chotikapanich (1993)	124
B.4 La courbe de Lorenz de Kakwani et Podder (1973)	124
B.5 La courbe de Lorenz de Gaffney, Koo, Obst et Rasche (1980)	124
B.6 La courbe de Lorenz de Fernandez, Garcia, Ladoux, Martin et Ortega (1991)	125
B.7 La courbe de Lorenz de Maddala et Singh (1977)	125
B.8 La courbe de Lorenz de Kakwani (1980)	126
B.9 La courbe de Lorenz d'Arnold et Villaseñor (1989)	126
Annexe C Description de la base données WIID et de l'échantillon retenu	127
Annexe D Tableaux additionnels	130
3 Des élasticités inégalités de la pauvreté	133
3.1 Considérations préliminaires en termes de mesure des inégalités de revenus et de pauvreté	137
3.2 Généralisation de la transformation de Kakwani et élasticités inégalités de la pauvreté correspondantes	139
3.2.1 Transformations de la courbe de Lorenz	139
3.2.2 Élasticités inégalités de l'incidence de pauvreté	141
3.2.3 Extension à la classe mesures de pauvreté additivement séparables	144
3.3 Les transformations bêta	147
3.3.1 Présentation	147
3.3.2 Estimation des élasticités inégalités de la pauvreté correspondant aux variations observées de la courbe de Lorenz	154

3.4	Estimation de la performance relative des processus redistributifs observés en termes de réduction de la pauvreté	159
3.5	Remarques finales	161
Annexe A	Interprétation du paramètre λ	163
Annexe B	Valeur du paramètre τ pour la transformation bêta	163
Annexe C	Figures additionnelles	164
4	De l'importance des préférences éthiques pour l'estimation des contributions de la croissance et des inégalités aux variations observées de la pauvreté	167
4.1	La décomposition des variations de la pauvreté	172
4.2	Invariance et décomposition des variations de la pauvreté	174
4.2.1	Invariance multiplicative	177
4.2.2	Invariance additive	180
4.2.3	Invariance intermédiaire	181
4.3	Invariance, mesure de la pauvreté et décomposition de ses variations	191
4.3.1	L'incidence de pauvreté	191
4.3.2	Implications pour les décompositions des variations de la pauvreté en effets croissance et inégalités	192
4.4	Application sur la pauvreté en Chine de 1990 à 2004	198
4.4.1	Données	199
4.4.2	Effets <i>leftist</i> contre effets <i>rightist</i> des variations de la pauvreté	201
4.4.3	Effets intermédiaires	208
4.4.4	Croissance et redistribution des revenus en Chine	213
4.5	Recommandations méthodologiques	214
Annexe A	Formules de calcul des effets croissance et inégalités de la pauvreté avec la valeur de Shapley pour différents axiomes d'invariance	217
Annexe B	L'axiome d'invariance (V, v) en pratique	217
Annexe C	L'axiome d'invariance (V, v) et le lemme 1	219
Annexe D	L'axiome d'invariance (V, v) et la cohérence d'échelle	219
Annexe E	Démonstration des propositions 4 à 7	221
E.1	Démonstration de la proposition 4	221
E.2	Démonstration de la proposition 5	223
E.3	Démonstration de la proposition 6	224
E.4	Démonstration de la proposition 7	225
Annexe F	Description de la base de données et construction des séries de revenus	225
	Bibliographie	227
	Table des matières	243
	Liste des tableaux	247

Liste des figures

249

Liste des tableaux

1.1	Effets croissance et inégalités selon la technique de décomposition utilisée.	22
1.2	Élasticité croissance et inégalités selon la technique de décomposition utilisée.	24
1.3	Performances prédictives de différentes méthodes de calcul des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté.	46
1.4	Biais d'endogénéité dans l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté selon le degré de corrélation entre hétérogénéité inobservée et variations du revenu moyen	56
1.5	Valeurs prédites des élasticités croissance et inégalités des mesures P_0 , P_1 et P_2 pour Alphaland.	65
1.6	Estimation des élasticités croissance « empiriques » des mesures P_α au travers de différents modèles économétriques : simulations de Monte Carlo.	73
2.1	Fonctions de distributions classique.	82
2.2	Courbes de Lorenz de différentes distributions statistiques.	84
2.3	Formes fonctionnelles <i>ad hoc</i> pour l'estimation de la courbe de Lorenz.	89
2.4	Fonctions de distributions des courbes de Lorenz <i>ad hoc</i>	89
2.5	Pourcentage d'estimations valides pour chaque forme fonctionnelle.	92
2.6	Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon complet, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	93
2.7	Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon complet, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	94
2.8	Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	96
2.9	Valeur moyenne des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	97
2.10	Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	98
2.11	Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	99

2.12 Ratios de qualité de l'ajustement.	104
2.13 Ratios de qualité de l'ajustement : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	106
2.14 Qualité de l'ajustement : fréquence de rang 1 et rang médian.	107
2.15 Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement lié à des différences intra-pays : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	110
2.16 Valeur médiane des élasticités croissance et inégalités de P_0 , P_1 et P_2 : distribution log-normale et séries mixtes.	112
2.17 Composition de l'échantillon par unité d'analyse et concept de revenu.	127
2.18 Distribution des observations par période et par zone géographique.	128
2.19 Caractéristiques de l'échantillon total en termes de revenu moyen et d'inégalités.	129
2.20 Ratios de qualité de l'ajustement : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	130
2.21 Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement liée à des différences intra-pays : échantillon total.	131
2.22 Part de la variance des critères de qualité de l'ajustement liée à des différences intra-pays : échantillon restreint, ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	131
4.1 Comparaison des effets croissance des variations de l'incidence de pauvreté obtenus au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive.	195
4.2 Comparaison des effets inégalités des variations de l'incidence de pauvreté obtenus au travers des axiomes d'invariance multiplicative et d'invariance additive.	197
4.3 Valeurs estimées de l'incidence de pauvreté en Chine de 1990 à 2003.	200
4.4 Décompositions <i>rightist</i> et <i>leftist</i> de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 : technique de Datt & Ravallion (1992).	203
4.5 Décompositions <i>rightist</i> et <i>leftist</i> de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 : valeur Shapley.	204

Liste des figures

1	Variations conjointes du niveau de revenu moyen, du degré d'inégalités et de l'incidence de pauvreté.	3
2	Variations de l'incidence de pauvreté associées aux variations du revenu moyen et du degré d'inégalités.	4
1.1	Sensibilité de l'effet croissance aux variations du degré d'inégalités et de l'effet inégalité aux variations du revenu moyen selon la technique de décomposition utilisée.	28
1.2	Sensibilité des élasticités issues de l'approche « comptable » à l'amplitude des variations conjointes du revenu moyen et du degré d'inégalités.	32
1.3	Sensibilité des élasticités issues de la décomposition par approximation de Taylor à l'amplitude des variations du revenu moyen et du degré d'inégalités.	34
1.4	Élasticités Gini de la pauvreté sous l'hypothèse de log-normalité selon les conditions initiales, et différences avec les formules d'élasticités Gini de Kakwani (1993).	42
1.5	Biais d'endogénéité dans l'estimation des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté selon le degré de corrélation entre hétérogénéité inobservée et variations du revenu moyen.	58
1.6	Comparaison des élasticités obtenues au travers de l'estimation du modèle de Kalwij & Verschoor (2007) et des valeurs obtenues par la décomposition de Datt & Ravallion (1992) : distributions log-normales.	62
1.7	Comparaison des élasticités obtenues au travers de l'estimation du modèle de Kalwij & Verschoor (2007) et des valeurs obtenues par la décomposition de Datt & Ravallion (1992) : distributions log-normales et de Weibull.	64
2.1	Comparaison des élasticités log-normales et mixtes <i>wssr</i> , ligne de pauvreté à 1 \$ PPA.	113
2.2	Comparaison des élasticités log-normales et mixtes <i>wssr</i> , ligne de pauvreté à 2 \$ PPA.	114

2.3	Estimation par <i>kernel</i> gaussien de la densité du ratio de biais politique pour les mesures P_1 et P_2 (série log- normale contre série mixte <i>wssr</i>).	116
2.4	Sensibilité du ratio de biais politique au niveau de revenus par habitant pour les mesures P_1 et P_2 (log-normale contre mixte <i>wssr</i>) : régression non-paramétrique.	117
2.5	Sensibilité du ratio de biais politique au degré d'inégalités pour les mesures P_1 et P_2 (log-normale contre mixte <i>wssr</i>) : régression non-paramétrique.	118
2.6	Distributions statistiques issues de la distribution bêta 2 généralisée.	121
3.1	Hétérogénéité des valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ obtenues à l'aide de la transformation bêta simple pour différentes mesures de pauvreté et comparaison avec les élasticités deKakwani (1993)	150
3.2	Hétérogénéité des valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^{**}$ obtenues à l'aide de la transformation bêta simple pour différentes mesures de pauvreté et comparaison avec les élasticités deKakwani (1993)	151
3.3	Sensibilité au niveau moyen de revenus des intervalles de valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ et $\eta_{D_1}^{**}$ obtenues au travers des transformations bêta pour différentes mesures de pauvreté	153
3.4	Sensibilité au degré d'inégalités des intervalles de valeurs des élasticités $\eta_{D_1}^*$ and $\eta_{D_1}^{**}$ obtenues au travers des transformations bêta pour différentes mesures de pauvreté	155
3.5	Qualité des estimations réalisées à l'aide du modèle bêta des élasticités Gini théoriques de différentes mesures de pauvreté sous l'hypothèse de lognormalité.	158
3.6	Qualité des estimations réalisées à l'aide des formules de Kakwani (1993) des élasticités Gini théoriques de différentes mesures de pauvreté sous l'hypothèse de lognormalité.	165
4.1	Distributions iso-inégales selon les visions <i>leftist</i> , <i>rightist</i> et intermédiaires des inégalités de revenus.	184
4.2	Invariance et variations de l'incidence de pauvreté dans la cadre d'une population de trois individus.	193
4.3	Effets croissance <i>leftist</i> et <i>rightist</i> pour une population de deux individus et un taux de croissance positif.	194
4.4	Effets inégalités <i>leftist</i> et <i>rightist</i> pour une population de deux individus et un taux de croissance positif.	196
4.5	Distribution des revenus en Chine entre 1990 et 2003.	201
4.6	Sensibilité des résultats des décompositions <i>rightist</i> et <i>leftist</i> des variations de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 à la ligne de pauvreté : technique de Datt & Ravallion (1992).	206

4.7	Sensibilité des résultats des décompositions <i>rightist</i> et <i>leftist</i> des variations de l'incidence de pauvreté en Chine entre 1990 et 2003 à la ligne de pauvreté : valeur Shapley.	207
4.8	Décompositions intermédiaires (Yoshida, 2005) des variations de l'incidence de pauvreté en China de 1990 à 2003 : technique de Datt & Ravallion (1992). . .	209
4.9	Décompositions intermédiaires (Yoshida, 2005) des variations de l'incidence de pauvreté en China de 1990 à 2003 : valeur de Shapley.	210
4.10	Sensibilité des effets inégalités à la valeur du paramètre de préférences éthiques σ	211
4.11	Écart entre les effet croissance obtenus pour les périodes 1996-1999 et 1999-2003 selon la valeur du paramètre de préférences éthiques σ	213

Essais sur les méthodes d'analyse des variations de la pauvreté

Résumé : *Alors que la lutte contre la pauvreté est devenue l'objectif prioritaire des politiques de développement, les outils dont nous disposons pour analyser ce phénomène et proposer des recommandations de politiques économique semblent encore incomplets ou sujets à caution. La présente thèse constitue une analyse technique et normative des méthodes employées pour décomposer les variations de la pauvreté en composantes respectivement associées à la croissance du revenu moyen et aux évolutions du degré d'inégalités. Les chapitres 1 à 3 s'intéressent aux problèmes de méthode que l'on peut rencontrer pour l'estimation d'élasticité croissance et inégalités de la pauvreté. Le chapitre 1 est une revue critique des différentes approches développées dans la littérature pour estimer ces élasticités, à savoir les approches « comptable », « analytique » et économétrique. Le chapitre 2 montre l'importance des formes fonctionnelles utilisées pour le calcul des élasticités de la pauvreté lorsque l'intégralité de l'information relative à la distribution des revenus n'est pas disponible. Nous proposons ensuite dans le chapitre 3 une famille de transformations de la courbe de Lorenz permettant une formulation analytique, pour différentes mesures de pauvreté et d'inégalités, des élasticités inégalités de la pauvreté. Enfin, le chapitre 4 aborde sous l'angle normatif le cadre analytique sur lequel repose cette distinction stricte des effets de la croissance et de la redistribution, et met en lumière l'importance des a priori éthiques individuels dans la décomposition des variations observées de la pauvreté.*

Mots clés : Pauvreté, inégalités, croissance, élasticités, formes fonctionnelles, axiomatique.

Codes JEL : D31, D63, I30, I32, 015.

Abstract : *Poverty reduction has become the main objective of development policy. However, analysing tools for the proposition of efficient “pro-poor” policy recommendations can be seen as incomplete or questionable. This PhD dissertation is a technical and normative analysis of the methods used to decompose monetary poverty variations into components that are respectively associated with growth and changes in inequality. Chapters 1 to 3 deal with methodological issues related to the computation of growth and inequality elasticities of poverty. The chapter 1 is a critical review of the different approaches presented in the literature, namely the “accounting”, the “analytical” and the econometric approaches. We emphasize in chapter 2 the crucial role of distributive hypotheses involved in the computation of growth and inequality elasticities of poverty when only grouped data are available. In chapter 3, we explicitly define a general family of Lorenz-curve transformations designed for the estimation of inequality elasticities of poverty. Finally, the last chapter is an attempt to shed light on the ethical dimension of the analytical framework used for the decomposition of poverty variations into its growth and inequality effects.*

Keywords : Poverty, inequality, growth, elasticity, functional forms, axiomatic.

JEL codes : D31, D63, I30, I32, 015.