



HAL
open science

Contribution à la commande décentralisée non-linéaire des réseaux électriques

Ali-Réza Roosta

► **To cite this version:**

Ali-Réza Roosta. Contribution à la commande décentralisée non-linéaire des réseaux électriques. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2003. Français. NNT: . tel-00197544

HAL Id: tel-00197544

<https://theses.hal.science/tel-00197544>

Submitted on 14 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité: AUTOMATIQUE

Préparée au Laboratoire d'Automatique de Grenoble

dans le cadre de l'École Doctorale Automatique-Productique

Présentée et soutenue publiquement par:

ROOSTA Ali-Rèza

**Contribution à la Commande Décentralisée Non
Linéaire des Réseaux Électriques**

Directeur de thèse:

M. Georges Didier

Jury:

M. Alain BARRAUD	Président
M. Jean-Pascal CAMBRONNE	Rapporteur
M. Jesus DE LEON-MORALES	Rapporteur
M. Didier GEORGES	Directeur de thèse
M. Nouredine HADJ-SAID	Examinateur

Table des matières

Notations et Définitions

7

Lexique

9

1. Introduction générale

11

- 1.1. Le problème de stabilité des réseaux électriques 11
- 1.2. Objectifs principaux de la thèse 14
- 1.3. Organisation de la thèse 14
- 1.4. Principales contributions de la thèse 16

2. Modélisation des réseaux électriques

19

- 2.1. Introduction 19
- 2.2. Modélisation d'une machine connectée à un nœud infini : modèle SMIB 22
 - 2.2.1. Équations mécaniques d'un générateur 24
 - 2.2.2. Équations électriques de la machine synchrone 25
 - 2.2.3. Équations d'état d'un système SMIB 26
- 2.3. Modélisation d'un réseau multi-machines 27
 - 2.3.1. Équations électriques de la machine synchrone - modèle 2-axes 28
 - 2.3.2. Modèle 2-axes d'un réseau multi-machines 31
 - 2.3.3. Modèle 1-axe d'un réseau multi-machines 32
 - 2.3.4. Comparaison des modèles 1-axe et 2-axes 33
- 2.4. Les autres composants d'un réseau 36
 - 2.4.1. Les lignes, transformateurs et charges 36
 - 2.4.2. Les correcteurs 36
 - 2.4.3. Les dispositifs FACTS 39
- 2.5. Conclusion 41

3. Outils d'analyse et état de l'art de la commande des réseaux

43

- 3.1. Introduction - Théorie des petits signaux et outils d'analyse de stabilité au sens de Lyapunov 43
 - 3.1.1. Analyse de stabilité locale du système 47
 - 3.1.2. Outils d'analyse de la stabilité au sens de Lyapunov - fonctions de Lyapunov 47
- 3.2. Les correcteurs conventionnels AVR & PSS et leur réglage 49
- 3.3. Synthèse de correcteurs par inégalités matricielles linéaires 52
- 3.4. Approche non linéaire 56
- 3.5. Conclusion 59

4. Outils pour la commande non linéaire des réseaux

61

- 4.1. Introduction 61
- 4.2. Linéarisation par retour d'état 63
 - 4.2.1. Linéarisation entrée-état 65
 - 4.2.2. Linéarisation entrée-sortie 67
- 4.3. Méthode de backstepping 74
 - 4.3.1. Fonction de Lyapunov de commande 75
 - 4.3.2. Introduction : le cas du backstepping intégrateur 76
 - 4.3.3. Méthode générale de synthèse récursive par backstepping 78
- 4.4. Comparaison des méthodes backstepping et linéarisation 81
- 4.5. Conclusion 83

5. Commande non linéaire d'un système SMIB

85

- 5.1. Introduction 85
- 5.2. Présentation du système étudié 86
 - 5.2.1. Calcul du point de fonctionnement de référence 86
 - 5.2.2. Introduction des variables d'écart 87
- 5.3. Description du défaut permanent étudié 88
 - 5.3.1. Paramètres du réseau-test 89
- 5.4. Les régulateurs de référence de l'étude 89
 - 5.4.1. Les régulateurs PSS et AVR 90
 - 5.4.2. Le régulateur par linéarisation directe par retour d'état 91
- 5.5. Régulation de la puissance électrique 93
 - 5.5.1. Synthèse d'un nouveau régulateur par la méthode du backstepping 94
 - 5.5.2. Simulation sur le réseau-test 98
- 5.6. Régulation de la tension de sortie et puissance électrique avec l'entrée u_f 101

5.6.1.	Amélioration du régulateur par backstepping	102
5.7.	Régulation simultanée de tension et de puissance électrique avec les entrées u_f et P_c	106
5.7.1.	Une approche par linéarisation entrée-sortie et backstepping	108
5.7.2.	Etude théorique d'un PSS & AVR non linéaire	113
5.7.3.	Une approche par backstepping avec intégrateurs	115
5.7.4.	Simulations des deux lois de commande proposées	117
5.8.	Analyse et comparaison de la robustesse des contrôleurs étudiés .	122
5.8.1.	Analyse des scénarii de défaut	129
5.9.	Compléments sur l'analyse de comportement des contrôleurs en présence de perturbations bornées	130
5.10.	Conclusion	131
5.11.	Annexe du chapitre 5	133
6.	Commande non linéaire décentralisée d'un réseau multi-machines	
	137	
6.1.	Introduction	137
6.1.1.	Description du réseau-test à trois machines	138
6.2.	Commande décentralisée par l'approche backstepping et agrégation SMIB	138
6.2.1.	Agrégation d'un réseau à n -machines par n sous-systèmes SMIB [51]	139
6.2.2.	Etudes de cas en situation de défaut permanent	142
6.2.3.	L'amortissement des oscillations inter-régions	144
6.2.4.	Tableaux de réglages des contrôleurs	148
6.3.	Synthèse de contrôleurs décentralisés par approche systèmes interconnectés	149
6.3.1.	Principe de la méthode	149
6.4.	Stabilisation décentralisée d'un réseau multi-machines	153
6.4.1.	Stabilisation des sous-systèmes isolés	156
6.4.2.	Stabilisation du système global	157
6.4.3.	Résolution par approche LMI	160
6.4.4.	Application au réseau-test	161
6.5.	Conclusion	163
8.	Conclusion générale et perspectives	
	165	
7.	Annexe I	
	171	
8.1.	Complément sur les modèles 2-axes et 1-axe	171
8.1.1.	Calcul de E_q en fonction de E'_q et de V_s (modèle 2-axes) .	171

6 Contribution à la Commande Décentralisée Non Linéaire des Réseaux Electriques

8.1.2. Calcul de l'équation de la tension de sortie du générateur . 173

8.2. Calcul de l'équation différentielle de puissance électrique dans un réseau multi-machines (Modèle 2-axes) 175

8.2.1. Calcul de l'équation différentielle de puissance électrique dans un réseau multi-machines (Modèle un-axe) 177

8.3. Majorations des termes d'interconnexion 179

8. Annexe II

183

9.1. Définitions utiles pour l'analyse de stabilité 183

9.2. Preuve du lemme 4.1 et théorèmes de stabilité 184

Bibliographie

187

Notations et Définitions

ω	:	vitesse relative de rotation électrique du générateur en rd/s
ω_0	:	vitesse nominal de rotation électrique du générateur en rd/s
δ	:	angle de puissance du générateur en radians
P_e	:	puissance électrique sortant en p.u.
P_m	:	puissance mécanique entrant en p.u.
P_c	:	commande de puissance mécanique
K_D	:	constante de l'amortisseur (coefficient d'amortissement)
H	:	constante d'inertie en p.u. seconde
X_E	:	ouverture de la valve de vapeur en p.u.
T_T	:	constante de temps de la turbine en seconde
T_G	:	constante de temps du contrôleur de vitesse en seconde
K_T	:	gain de la turbine
K_G	:	gain du contrôleur de vitesse
R	:	constante de la regulation, typiquement $R = 0.05$
V_t	:	tension mesurée à la sortie du générateur en p.u.
V_q	:	composant quadrature de v_t en p.u.
V_d	:	composant direct de v_t en p.u.
V_s	:	tension du nœud infini
E_q	:	tension d'excitation de l'axe en quadrature en p.u.
E_{q1}	:	tension d'excitation de l'axe en quadrature en p.u.
E'	:	tension transitoire du générateur en p.u.
E'_q	:	tension transitoire quadrature du générateur en p.u.
E'_d	:	tension transitoire directe du générateur en p.u.
E_f	:	tension d'excitation du générateur en p.u.
U_f	:	entrée de la SCR amplificateur du générateur en p.u.
K_c	:	gain du amplificateur d'excitation
T'_{do}	:	constante de temps transitoire de l'axe direct en circuit ouvert
T'_{qo}	:	constante de temps transitoire de l'axe en quadrature en circuit ouvert
x_L	:	réactance équivalente des lignes de transport
x_d	:	réactance synchrone directe du générateur en p.u.
x_q	:	réactance synchrone en quadrature du générateur en p.u.
x'_d	:	réactance transitoire directe du générateur en p.u.
x'_q	:	réactance transitoire en quadrature du générateur en p.u.
x_T	:	réactance du transformateur
x_{ds}	:	$x_T + x_L + x_d$ en p.u.
x_{qs}	:	$x_T + x_L + x_q$ en p.u.
x'_{ds}	:	$x_T + x_L + x'_d$ en p.u.
x_s	:	$x_T + x_L$ en p.u.
x_{ad}	:	réactance mutuelle entre l'enroulement d'excitation et l'enroulement du stator en p.u.
r_a	:	résistance d'armature en p.u.
$csc(x)$:	$1/\sin(x)$.

Lexique

De nombreux sigles sont utilisés dans ce mémoire de thèse. Ce lexique regroupe les principaux d'entre eux.

<i>AVR</i>	:	Automatic Voltage Regulator (régulateur de tension d'une machine synchrone.)
<i>CLF</i>	:	Control Lyapunov Function (Fonction de Lyapunov de Commande.)
<i>DFL</i>	:	Direct feedback linearization (linéarisation directe par retour d'état.)
<i>FACTS</i>	:	Flexible AC Transmission System.
<i>GTO</i>	:	Gate Turned Off (Thyristor à ouverture par gâchette.)
<i>LMI</i>	:	Linear Matrix Inequalities (Inégalités Matricielles Linéaires.)
<i>LQ</i>	:	Linear Quadratic (linéaire quadratique.)
<i>LQR</i>	:	Linear Quadratic Regulator (régulateur linéaire quadratique.)
<i>PSS</i>	:	Power System Stabilizer (correcteur qui compense les oscillations électromécaniques d'une machine.)
<i>SISO</i>	:	Single Input Single Output (mono-entrée, mono-sortie).
<i>SMIB</i>	:	Single Machine Infinite Bus (machine reliée à un nœud infini.)
<i>THT</i>	:	Très Hautes Tensions.

Chapitre 1

Introduction générale

1.1. Le problème de stabilité des réseaux électriques

Aujourd'hui, les grands réseaux électriques fonctionnent de plus en plus près de leur limite de stabilité. Face aux nombreuses contraintes techniques actuelles, les opérateurs de réseaux sont constamment confrontés au problème du maintien de la sécurité de l'ensemble du système de puissance. De plus, diverses perturbations telles que les court-circuits, les pertes dans les lignes, les pertes d'ouvrage (lignes, générateurs, transformateurs,...) et les aléas de consommation peuvent affecter les réseaux à tout instant et peuvent, dans certains cas, les amener en dehors de régions de stabilité. Les moyens de contrôle classique des réseaux permettent d'assurer leur stabilité dans des conditions de fonctionnement normales. Cependant, compte tenu de la variété des conditions et des schémas d'exploitation, de la sévérité des incidents, les équipements de commande actuellement installés sur les réseaux peuvent s'avérer trop limités et insuffisants pour répondre efficacement aux diverses perturbations. Face à cette situation, les opérateurs de réseaux cherchent à optimiser le fonctionnement en améliorant par exemple les capacités de transport des équipements existant tout en maintenant un niveau de sécurité satisfaisant. En effet, cela peut s'avérer économiquement très important dans le contexte de dérégulation des marchés de l'énergie qui crée un contexte plus concurrentiel qu'auparavant. Ainsi, des structures de commande nouvelles et bien adaptées à ce problème peuvent constituer un élément de réponse pour améliorer les performances générales des réseaux de puissance.

Malgré le savoir-faire des opérateurs, la complexité même des réseaux peut altérer leur bon fonctionnement. En effet, une fois que les réseaux atteignent une taille relativement grande, pour des raisons économiques et de sécurité, ils

sont reliés entre eux par des lignes d'interconnexions. Or ces interconnexions, même si elles sont faibles, peuvent poser des problèmes de stabilité transitoire et dynamique. A cause de ces problèmes de stabilité, les ingénieurs recherchent des contrôleurs efficaces pour contrôler des réseaux électriques.

Dans cette thèse, nous considérons principalement le problème de la stabilité transitoire. La stabilité transitoire est la capacité du système de puissance à maintenir le synchronisme quand il est soumis à une perturbation transitoire grave. La réponse du système qui en résulte, contient de grandes excursions des angles de rotor des générateurs et est influencée par le rapport non linéaire puissance-angle. La stabilité dépend de l'état de fonctionnement initial du système et de la sévérité de la perturbation. Habituellement, le système a changé de sorte que le point de fonctionnement permanent après la perturbation diffère de celui avant la perturbation.

Les perturbations qui peuvent se produire sur le système présentent des degrés considérablement variables de sévérité et de probabilité d'occurrence. Le système est cependant conçu et commandé afin d'être stable pour un ensemble défini d'incidents. Les incidents habituellement considérées sont des courts-circuits de différents types : phase à la terre, phase-à-phase-à-terre ou triphasé. On suppose qu'ils se produisent habituellement sur des lignes de transmission, mais occasionnellement les défauts à un nœud ou à un transformateur sont également considérés. On suppose que le défaut disparaît à l'ouverture des interrupteurs appropriés pour isoler l'élément défectueux. Dans certains cas, on peut supposer que la fermeture des interrupteurs s'effectue à haute vitesse. La figure (1.1) illustre le comportement d'une machine synchrone pour des situations stables et instables. Elle montre la réponse de l'angle du rotor pour un cas stable et pour deux cas instables. Dans le cas stable (cas 1), l'angle du rotor augmente jusqu'à un maximum, puis diminue et oscille avec une amplitude décroissante jusqu'à ce qu'il atteigne un état d'équilibre. Dans le cas 2, l'angle du rotor continue à augmenter fortement jusqu'à ce que le synchronisme soit perdu. Cette forme d'instabilité est mentionnée en tant que instabilité "first-balancing" et elle est provoquée par un couple de synchronisation insuffisant. Dans le cas 3, le système semble stable lors de la première oscillation mais devient instable en raison des

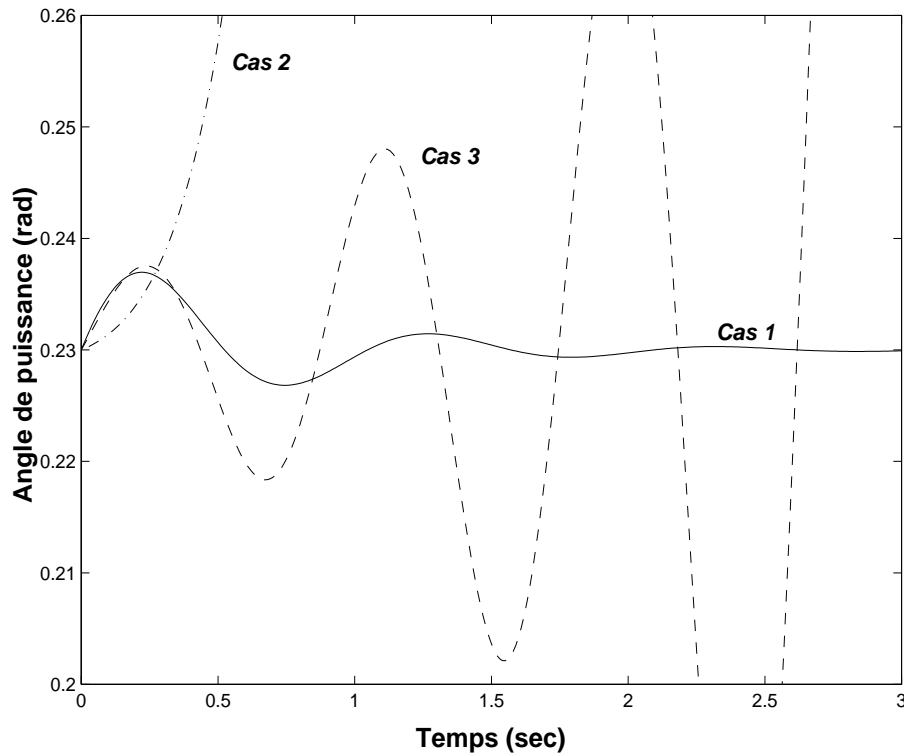


Figure 1.1. Réponse de l'angle de puissance suite à une perturbation transitoire

oscillations croissantes qui apparaissent ensuite. Cette forme d'instabilité n'est pas nécessairement le résultat d'un problème de perturbation transitoire.

Dans le système de puissance étendu, la stabilité transitoire peut toujours ne pas se produire comme dans le cas 2 ; cela peut être le résultat de la superposition de plusieurs modes d'oscillation causant de grandes excursions de l'angle de rotor au delà de la première oscillation. Dans les études de stabilité transitoire, l'intervalle d'étude est habituellement limité de 3 à 5 secondes après l'apparition de la perturbation, bien qu'il puisse être prolongé à 10 secondes pour les systèmes de grande taille.

Le terme de stabilité dynamique a également été largement utilisé dans la littérature pour désigner la stabilité de l'angle du rotor. Pourtant, il a été employé pour faire référence à différents aspects du phénomène d'instabilité par différents auteurs. Dans la littérature nord-américaine, il a été employé la plupart du temps pour désigner la stabilité en analyse "petits signaux" en présence des régulateurs de tension primaires à la différence de la stabilité équilibrée classique sans dis-

positif de contrôle automatique [6, 18]. Dans la littérature français et allemande, on l'a employé pour désigner ce que nous avons appelé ici stabilité transitoire. Puisque beaucoup de confusion a résulté de l'utilisation du terme de la stabilité dynamique, la CIGRE et IEEE ont recommandé que ce terme ne soit plus utilisé [38, 9].

1.2. Objectifs principaux de la thèse

L'objectif général de cette thèse est l'étude et la comparaison de méthodologies de synthèse de contrôleurs décentralisés non linéaires qui puissent améliorer la stabilité transitoire des réseaux électriques. La notion de contrôleur décentralisé signifie ici que les grandeurs nécessaires pour élaborer la commande sont disponibles localement, c'est-à-dire à proximité du turbo-générateur à contrôler.

Dans une première étape, nous nous sommes fixés l'objectif de développer une méthodologie de commande non-linéaire qui puisse améliorer les amortissements des oscillations transitoires provenant des courts-circuits triphasés se présentant sur la ligne de transmission, dans le contexte d'un système SMIB (une seule machine connectée à un nœud infini).

Dans une deuxième étape, nous nous sommes donnés l'objectif de généraliser cette méthodologie de commande non linéaire à un réseau multi-machines interconnecté. Nous nous sommes aussi fixés comme objectif dans ce cadre de tester la démarche proposée pour contrôler l'amortissement des oscillations basse fréquence (0.1-10 *He*) locales et inter-zones. Puis nous avons étudié une commande non linéaire basée sur la théorie de la commande non linéaire décentralisée.

1.3. Organisation de la thèse

Cette thèse est organisée en deux grandes parties. la première partie présente une revue de l'état de l'art et contient les chapitres 2 à 3. La seconde partie constitue la contribution de la thèse et est présentée dans les chapitres 4 à 6.

Le **Chapitre 2** décrit dans un premier temps l'ensemble des modèles des différents composants d'un réseau électrique, sous forme d'équations différentielles et algébriques, et dans un second temps, on se focalise sur les modèles des différents correcteurs utilisés actuellement après avoir brièvement rappelé leurs fonctions. On discute également les modèles 2-axes et 1-axe et leurs applications à un réseau multi-machines.

Dans le **chapitre 3** nous résumons d'abord les méthodologies d'analyse de stabilité utilisées dans le contexte des réseaux électriques, puis nous passons en revue les principales méthodes de synthèse de contrôleur qui ont déjà été proposées pour stabiliser les réseaux électriques soumis à des perturbations. Ces méthodes sont divisées en deux grands domaines : les approches linéaires et les approches non-linéaires. Dans le domaine linéaire, nous parlerons de la théorie dite "Petits Signaux", des régulateurs PSS & AVR, de la synthèse de correcteurs linéaires par approche LMI pour les réseaux électriques. En ce qui concerne l'approche non linéaire, nous présentons très succinctement les contrôleurs non linéaires déjà proposés pour la commande des réseaux électriques.

Le **chapitre 4** est dédié à la présentation des méthodologies de synthèse de contrôleurs non linéaires qui seront utilisées par la suite dans la thèse : linéarisation entrée-état, linéarisation entrée-sortie, notions de dynamique interne and de dynamique de zéros, méthode de synthèse de lois de commande par backstepping, qui constitue une méthode constructive de synthèse conjointe d'une fonction de Lyapunov et de la loi de commande associée.

Le **chapitre 5** est consacré à la stabilisation d'une machine connectée à un nœud infini soumise un court-circuit triphasé. Nous proposons dans ce chapitre plusieurs lois de commande basées sur les techniques de backstepping et/ou de linéarisation entrée/sortie. Une comparaison de la performance des lois de commande proposées dans cette thèse avec les correcteurs conventionnels PSS+AVR et une loi de commande de commande par linéarisation entrée/sortie disponible dans la littérature est proposée. La robustesse pratique de ces méthodes face à des variations des paramètres du réseau (réactances des lignes tension aux bornes du générateur) est également étudiée.

Le **chapitre 6** étudie la stabilisation d'un réseau multi-machines en présence

une défaut triphasé sur l'une des lignes de transmission. Nous montrons qu'il est possible d'utiliser les lois de commande synthétisée au chapitre 5 pour effectuer la commande décentralisée d'un réseau multi-machines. Nous étudions également une méthode de synthèse de lois de commande décentralisée fondée sur une analyse de stabilité de systèmes non linéaires interconnectés. Les méthodes proposées sont comparées aux correcteurs PSS+AVR et linéarisation entrée/sortie comme dans le cas mono-machine. Un dernier paragraphe de ce chapitre est consacré au problème des oscillations inter-régions.

Dans le **chapitre 7**, nous concluons sur ce que nous avons fait dans ce travail et nous proposons un certain nombre de perspectives de recherche.

Deux annexes *I, II* complètent enfin ce mémoire de thèse.

1.4. Principales contributions de la thèse

Ici, on résume les principales contributions de cette thèse :

1. Sur les aspects modélisation multi-machines, nous avons introduit un modèle non linéaire 2-axes et montré l'intérêt de ce modèle par rapport au modèle 1-axe qui est utilisé souvent dans la littérature automatique comme modèle de commande non linéaire.
2. Nous avons montré que la méthode de synthèse de lois de commande non linéaire par backstepping peut-être utilisée de manière performante pour stabiliser un système SMIB¹ en présence d'un défaut triphasé, en agissant sur la tension d'excitation du générateur, comme dans les méthodes conventionnelles du type PSS.
3. Nous avons ensuite proposé une nouvelle structure de commande mixte (c'est-à-dire utilisant la technique du backstepping et la linéarisation entrée/sortie) dans laquelle on commande à la fois la puissance mécanique transmise au générateur et la tension d'excitation du générateur : cette approche a offre la possibilité d'exprimer directement les objectifs de contrôle directement sous forme d'objectifs de puissance et de tension.

¹Single Machine Infinite Bus

4. Nous avons proposé une méthodologie de mise en oeuvre des lois de commande SMIB pour un réseau multi-machines en utilisant une approche par agrégation et équivalence SMIB. Enfin, nous avons étudié une approche de synthèse directe de contrôleurs non linéaires décentralisés par analyse de stabilité de systèmes interconnectés.
5. Nous avons proposé une approche LMI du calcul des correcteurs décentralisés pour résoudre ce dernier problème de synthèse décentralisée.
6. D'une manière générale, nous avons comparé la performance et la robustesse de ces différents contrôleurs dans différentes situations de défaut, incluant des incertitudes paramétriques, ainsi que le comportement des contrôleurs générés par approche backstepping dans le contexte de l'amortissement des oscillations de puissance inter-régions.

Chapitre 2

Modélisation des réseaux électriques

Résumé : Dans ce chapitre, nous allons décrire l'ensemble des modèles des différents composants d'un réseau, sous forme d'équations différentielles et algébriques. Nous discuterons les modèles 2-axes et 1-axe et leurs applications à la modélisation d'un réseau multi-machines. Les modèles présentés dans ce chapitre seront utilisés dans les chapitres 5 et 6.

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous développons les bases mathématiques de la modélisation et l'analyse des réseaux électriques. Nous commençons par présenter le modèle d'une machine connectée à un réseau électrique par un transformateur triphasé et dotée de deux boucles de réglages AVR et PSS. Ce modèle est représenté par la figure 2.1.

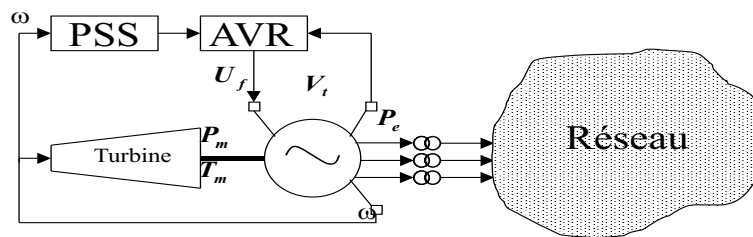


Figure 2.1. Représentation d'une machine et de ses réglages

Les grandeurs des machines les plus importantes pour notre étude sont : le couple mécanique T_m , la puissance mécanique P_m fournie par la turbine, la tension d'excitation U_f fournie par le régulateur de tension, la fréquence électrique (ou bien la vitesse), la puissance électrique P_e et la tension de sortie V_t mesurée

à la sortie du générateur. Les deux principales boucles de commande du générateur sont aussi indiquées : le régulateur de tension (AVR ou *automatic voltage regulator* en anglais) et le stabilisateur supplémentaire à écart de phase (PSS ou *power system stabilizer* en anglais). Un tel système de puissance a naturellement un comportement non-linéaire. Ce comportement non linéaire est dû à la présence de charges non linéaires, au phénomène de saturation de circuits magnétiques et à la zone morte dans les parties mécaniques, aux contraintes de la commande de turbine, au système d'excitation, à la régulation de vitesse, etc. De plus, le comportement de la machine synchrone est modélisée à l'aide d'équations non linéaires. Si la perturbation affectant le système est suffisamment petite, on peut utiliser une approche dite "petits signaux", consistant à développer un modèle linéarisé tangent du système autour d'un point de fonctionnement. Les méthodes d'étude de stabilité classiques, comme l'analyse des valeurs propres, la méthode de Nyquist, le critère de Routh-Hurwitz, utilisent ce modèle. Mais, l'existence de perturbations importantes empêche l'utilisation des modèles linéaires pour l'étude de la stabilité transitoire. Les différents types de défauts, comme l'ouverture d'une, deux ou trois phases d'une ligne de transmission, la variations soudaines et importantes de charges, sont des exemples de perturbations importantes. Elles font que le système peut s'éloigner considérablement d'un point d'équilibre et rendre le système instable. Il arrive en effet que ces défauts causent l'instabilité du système durant quelques dixième secondes après la perturbation. Dans les études de stabilité transitoire en présence de perturbations importantes, on est obligé d'utiliser une modélisation non linéaire.

En revanche, dans un objectif de synthèse de lois de commande non linéaires, on cherche la simplification des modèles en utilisant des hypothèses qui ne suppriment pas les dynamiques importantes du système, afin d'obtenir un modèle non linéaire de commande suffisamment réaliste, sans être trop lourd à utiliser. Le modèle classique de machine synchrone suffit pour étudier la stabilité du réseau face à la première oscillation transitoire. Le modèle classique est composé d'une source en série avec l'impédance transitoire de la machine. Ce modèle est également utilisé dans l'étape de conception d'un réseau électrique.

Pour étudier la stabilité du réseau après la première oscillation transitoire, le

modèle classique est suffisant pour les machines qui ne réagissent pas beaucoup à la perturbation. La variation de la tension de ces machines est limitée à un maximum de 10 pour cent. Ces machines n'ont pas un rôle essentiel dans la déstabilisation du réseau. Celles qui sont géographiquement proches du lieu où apparaît la perturbation, sont fortement perturbées. Elles peuvent nécessiter des modèles d'ordres plus élevés. Dans ce cas, l'utilisation du modèle classique peut générer une erreur. D'autre part, l'effet du système d'excitation sur le réseau est très important et donc, il faut le considérer dans la modélisation du système.

Dans ce travail, nous avons négligé les dynamiques très rapides, comme l'état transitoire des lignes de transmission, du stator de la machine synchrone, des charges résistive - inductive, etc .., parce qu'elles sont dominées par les dynamiques électromagnétiques et électromécaniques de la machine synchrone. D'autre part, les comportements haute fréquence peuvent souvent être considérés comme des incertitudes ou des perturbations du modèle qu'une commande non linéaire bien conçue (robuste) saura prendre en compte.

La modélisation et l'analyse de la machine synchrone a été depuis longtemps un sujet de recherche. Le problème a été intensément étudié dans les années 20 et les années 30 [8, 15, 48, 49] et il a été le sujet de nombreuses recherches plus récentes [55, 16, 17, 39, 54, 43]. La théorie et l'analyse de performance des machines synchrones ont été également développées dans un certain nombre d'ouvrages [12, 31, 21, 2, 57]. Pour le comportement transitoire d'une machine synchrone connecté à un nœud infini, et afin de simplifier la modélisation, on utilise ici le modèle dit E' .

Ce chapitre comporte trois grandes parties : une première partie est consacrée à la modélisation d'une machine connectée à un nœud infini, que l'on appelle modèle SMIB ; dans une deuxième partie, nous considérons la modélisation d'un réseau constitué de n -machines interconnectées par des lignes ; enfin une troisième partie présente les autres composants d'un réseau (lignes, charges, FACTS) et insiste particulièrement sur les dispositifs actuels de régulation, PSS & AVR.

2.2. Modélisation d'une machine connectée à un nœud infini : modèle SMIB

A cause de la complexité des réseaux électriques, on adopte souvent une modélisation sous forme d'une machine connectée à un nœud infini. La modélisation d'un réseau électrique, vue d'une machine particulière, peut ainsi se faire soit, avec un modèle complet comprenant tous les éléments soit, uniquement avec les équations décrivant le comportement d'un seul générateur connectée à un nœud. Ce deuxième modèle est basé sur le principe d'une modélisation plus ou moins précise de la machine, suivant le niveau d'étude désiré. Le modèle du système consiste ainsi ici uniquement en un générateur connecté par l'intermédiaire deux lignes de transport parallèles, reliées à une très grand réseau situé à proximité d'un nœud infini. La figure suivante montre un exemple d'une machine synchrone connectée à nœud infini. (la définition des paramètres est précisée dans la partie notations)

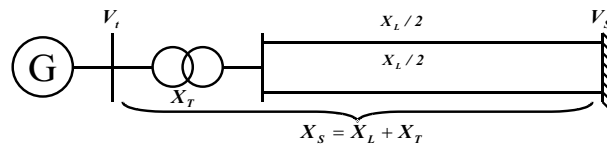


Figure 2.2. *Machine connectée à un nœud infini*

Description matérielle de la Machine Synchrone

La figure 2.3 montre le schéma en coupe d'une machine synchrone triphasée. La machine se compose de deux éléments essentiels : le rotor et le stator. L'enroulement d'excitation transporte le courant continu et produit un champ magnétique qui induit des tensions alternatives dans les enroulements d'armature du stator. Les détails de cette structure sont données dans les références citées en introduction de ce chapitre.

Diagramme vectoriel du générateur synchrone

Pour bien comprendre le modèle mathématique ainsi que les équations électromagnétiques de la machine synchrone à pôles saillant, nous montrons le diagramme vectoriel complet (cf. figure 2.4). Ce diagramme montre également toutes

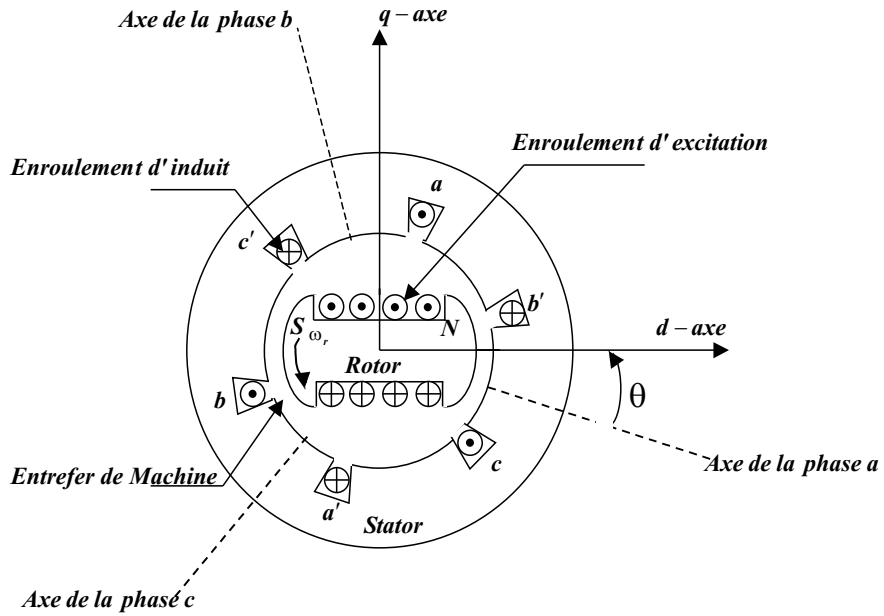


Figure 2.3. machine synchrone triphasé

les relations vectorielles de la figure 2.2.

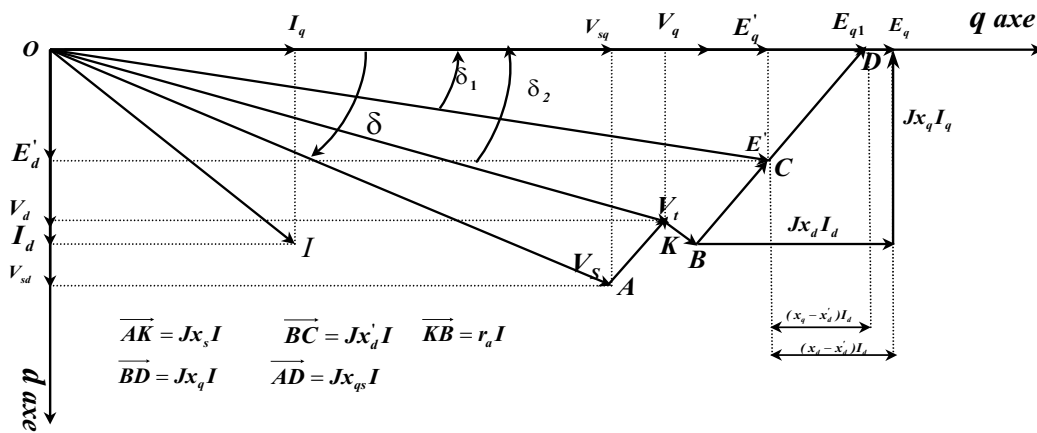


Figure 2.4. Diagramme vectoriel d'une machine connectée à nœud infini

Pour obtenir les équations algébriques et différentielles de la machine synchrone, nous avons besoin d'un circuit électrique qui soit en accord avec la diagramme 2.4. Ce modèle est décrit sur la figure suivante et on l'appelle Modèle E' ; ce modèle est bien adapté pour les études transitoires.

Dans ce modèle, nous notons :

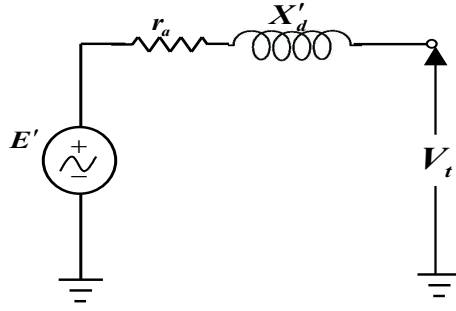


Figure 2.5. *Modèle transitoire du générateur*

- E' : La tension transitoire interne du générateur
- V_t : La tension de sortie
- r_d : La résistance d'enroulement d'armature
- x'_d : La réactance transitoire d'enroulement d'armature

Nous allons étudier les équations régissant le comportement électromécanique d'une machine synchrone connectée à un nœud infini et ensuite on considérera la modélisation d'un réseau électrique multi-machines.

2.2.1. Équations mécaniques d'un générateur

Les équations de conservation de la quantité de mouvement de l'ensemble turbine + machine synchrone, constituant le turbo-générateur, sont données par ce qui suit :

$$\dot{\delta}(t) = \omega(t) \quad [2.1]$$

$$\dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_m(t) - P_e(t)) \quad [2.2]$$

Équations dynamiques de la turbine

$$\dot{P}_m(t) = -\frac{1}{T_T}P_m(t) + \frac{K_T}{T_T}X_E(t) \quad [2.3]$$

Équation dynamique de la valve de turbine

$$\dot{X}_E(t) = -\frac{1}{T_G}X_E(t) + \frac{K_G}{T_G}[P_c(t) - \frac{1}{R\omega_0}\omega(t)] \quad [2.4]$$

Le schéma de la turbine et sa régulation avec un élément de saturation est présenté sur la figure 2.6.

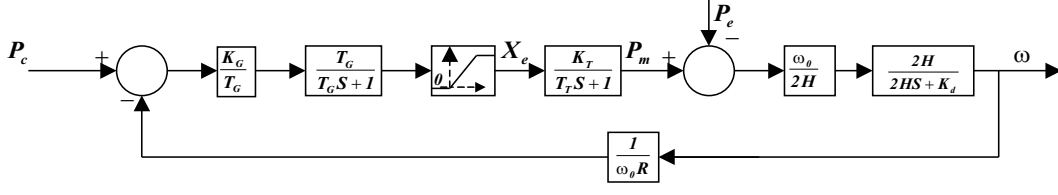


Figure 2.6. Une turbine et sa régulation

2.2.2. Équations électriques de la machine synchrone

D'après la diagramme 2.4 et les détails figurant dans l'annexe I, nous obtenons les équations électriques suivantes :

$$E_q(t) = \frac{x_{ds}}{x'_{ds}} E'_q(t) - \frac{(x_d - x'_d)}{x'_{ds}} V_s \cos \delta(t) \quad [2.5]$$

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{x_{ds}^2} E_q^2(t) + \left[\frac{x_s^2 (x_d - x_q)^2 + 2x_q x_s x_{ds} (x_d - x_q)}{x_{ds}^2} \cos^2 \delta(t) + x_q^2 \right] V_s^2 + 2 \left[\frac{x_s^2 x_{qs} (x_d - x_q) + x_q x_s x_{qs} x_{ds}}{x_{ds}^2} \right] V_s E_q(t) \cos \delta(t) \right\}^{1/2} \quad [2.6]$$

Nous pouvons également exprimer la tension $V_t(t)$ en fonction de δ , $P_e(t)$ et V_s avec la relation suivante :

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{V_s^2} \csc^2 \delta(t) P_e^2(t) + x_q^2 V_s^2 + 2x_s x_q x_{qs} P_e(t) \cot \delta(t) \right\}^{1/2} \quad [2.7]$$

Le détail des calculs de V_t figure en Annexe I.

Équations dynamiques électriques

Les équations de Park expriment le comportement dynamique de la machine synchrone. On obtient ces équations à l'aide de la transformation de Park qui transforme les enroulements triphasés de la machine en deux enroulements sur les axes direct et en quadrature. Le modèle de Park, dans ce cas, est de grand dimension et on essaye donc de le simplifier le plus possible, dans l'étude en cours. Le régime sous-transitoire peut être négligé dans l'étude de stabilité transitoire. En conséquence, l'enroulement d'amortissement sur l'axe direct et ainsi que le second enroulement d'amortissement sur l'axe en quadrature sont négligés. Les tensions transformatrices de $P\lambda_d$ et $P\lambda_q$ sont également négligées. Après simplification, le modèle obtenu est appelé "le modèle à deux axes de la machine

synchrone''.

$$\dot{E}'_q(t) = \frac{1}{T'_{do}}(E_f(t) - E_q(t)) \quad [2.8]$$

$$E_f(t) = K_c u_f(t) \quad [2.9]$$

$$E_q(t) = x_{ad} I_f(t) \quad [2.10]$$

Pour construire la dynamique E_q , il faut calculer la dérivée temporelle de l'équation (2.5). Donc nous aurons :

$$\dot{E}'_q(t) = -\frac{1}{T'} E_q(t) + \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds}} V_s \omega(t) \sin \delta(t) + \frac{1}{T'} K_c u_f \quad [2.11]$$

où $T' = \frac{x'_{ds} T'_{do}}{x_{ds}}$

D'un autre côté, il existe toujours une relation non linéaire entre P_e et E_q et δ qui s'exprime par la relation suivante :

$$P_e = \frac{V_s E_q \sin \delta}{x_{ds}} + \frac{x_d - x_q}{x_{qs} x_{ds}} V_s^2 \sin \delta \cos \delta. \quad [2.12]$$

Donc on peut également remplacer la dynamique E_q par P_e en calculant la dérivée temporelle de P_e et en remplaçant \dot{E}'_q par l'équation (2.11). Si on fait de cette façon, nous aurons :

$$\dot{P}_e(t) = -\frac{1}{T'} (P_e(t) - V_f(t)) \quad [2.13]$$

où $V_f = T' \omega(t) \cot \delta(t) P_e(t) + \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta(t) + T' K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2 \delta(t)$
 $+ \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c u_f$

$A = \frac{x_d - x_q}{x_{qs} x_{ds}}$

et $K_m = \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds} x_{ds}} - A.$

2.2.3. Équations d'état d'un système SMIB

Avec les relations établies dans les paragraphes précédents et si on considère les variables d'états δ , ω et E_q , nous obtenons les équations d'état suivantes pour

une machine connectée à un nœud infini (SMIB) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_m(t) - \frac{V_s E_q \sin \delta(t)}{x_{ds}} - \frac{x_d - x_q}{2x_{qs}x_{ds}}V_s^2 \sin 2\delta(t)) \\ \dot{E}_q(t) = -\frac{1}{T'}E_q(t) + \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds}}V_s\omega(t) \sin \delta(t) + \frac{1}{T'}K_c u_f \end{array} \right. \quad [2.14]$$

Et si, nous prenons les variables d'états δ , ω et P_e , nous aurons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_m(t) - P_e(t)) \\ \dot{P}_e(t) = (\omega(t) \cot \delta(t) - \frac{1}{T'})P_e(t) + \frac{1}{T'}\frac{A}{2}V_s^2 \sin 2\delta(t) + K_m\omega(t)V_s^2 \sin^2 \delta(t) \\ \quad + \frac{1}{T'}\frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t)K_c u_f \end{array} \right. \quad [2.15]$$

On peut compléter ce modèle en prenant en compte les équations de la turbine :

$$\dot{P}_m(t) = -\frac{1}{T_T}P_m(t) + \frac{K_T}{T_T}X_E(t) \quad [2.16]$$

$$\dot{X}_E(t) = -\frac{1}{T_G}X_E(t) + \frac{K_G}{T_G}[P_c(t) - \frac{1}{R\omega_0}\omega(t)] \quad [2.17]$$

2.3. Modélisation d'un réseau multi-machines

En raison de la complexité des réseaux et de l'importance de chaque générateur (définie en fonction de sa puissance), nous ne pouvons pas toujours modéliser un réseau électrique comme une machine connectée à un nœud infini (SMIB). Dans ce travail, nous avons choisi d'utiliser le modèle E' de la machine synchrone.

Nous allons maintenant présenter deux modèles : dans le premier modèle, nous utilisons les équations du système exprimées dans les coordonnées de la transformation de Park, sans aucune simplification : on appellera ce modèle multi-machines, le modèle **2-axes**. En particulier, ce modèle comporte les dynamiques de E'_q et E'_d , qui sont les composantes de E' .

Dans le deuxième modèle, appelé modèle **1-axe**, l'équation dynamique de la composante E'_d , est supprimée. Ceci est possible en supposant que l'amplitude

de E'_d est petite et que nous pouvons alors la supprimer sans trop modifier le diagramme vectoriel. On a également supposé pour simplifier les équations que $x'_d = x'_q$. Il faut savoir que le modèle 1-axe est le seul modèle utilisé dans la littérature sur la commande non linéaire des réseaux électriques (voir [66] par exemple). Nous verrons à la fin de cette partie que le fait d'utiliser le modèle 1-axe conduit à des modifications du comportement transitoire et surtout à des écarts de valeurs des angles de puissance importants, ce qui justifiera son abandon par la suite pour l'étude et la simulation de lois de commande non linéaire.

2.3.1. Équations électriques de la machine synchrone - modèle 2-axes

Nous considérons un réseau constitué de N -machines interconnectées par des lignes de transport, dans lequel les nœuds internes ont été éliminés. Pour la i -ème machine du réseau, les équations électriques s'écrivent [4] :

$$\dot{E}'_{qi}(t) = \frac{-1}{T'_{doi}} \left(E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di})I_{di} - k_{ci}u_{fi} \right) \quad [2.18]$$

$$\dot{E}'_{di}(t) = \frac{-1}{T'_{qoi}} \left(E'_{di} - (x_{qi} - x'_{qi})I_{qi} \right) \quad [2.19]$$

Nous pouvons également écrire l'équation de la tension de sortie pour chaque générateur sous la forme suivante :

$$V_i = \sqrt{V_{di}^2 + V_{qi}^2} \quad [2.20]$$

Et d'après le diagramme vectoriel du générateur (fig : 2.4) nous avons :

$$V_{di} = E'_{di} + x'_{qi}I_{qi} - r_{ai}I_{di} \quad [2.21]$$

$$V_{qi} = E'_{qi} - x'_{di}I_{di} - r_{ai}I_{qi} \quad [2.22]$$

Les définitions des paramètres sont données dans les notations en début de mémoire.

En considérant que nous allons exprimer les équation d'état en fonction des variables δ, ω, E'_q et E'_d , on a besoin d'exprimer la puissance active P_e en fonctions de E'_q et E'_d .

On peut écrire l'équation suivante pour les puissances actives et réactives P_{ei} et Q_{ei} :

$$P_{ei} = E'_{di}I_{di} + E'_{qi}I_{qi} \quad [2.23]$$

$$Q_{ei} = E'_{qi}I_{di} - E'_{di}I_{qi} \quad [2.24]$$

Il faut noter que Q_{ei} n'est pas la puissance réactive qui sort du générateur, car pour obtenir cette puissance il faut soustraire le terme $x'_{di}I_{ti}^2$ qui correspond à la puissance réactive interne du générateur. En conséquence, on appelle désormais Q_{ei} , la puissance réactive *externe* du générateur définie par la relation suivante :

$$Q_{ei} = E'_{qi}I_{di} - E'_{di}I_{qi} - x'_{di}I_{ti}^2 \quad [2.25]$$

Afin d'étudier la stabilité transitoire d'un réseau multi-machines et d'après le modèle de Park (2-axes), il faut avoir les composantes $d - q$ de chacun des générateurs. Mais quand on calcule les courants et tensions électriques dans le réseau ($I = Y.V$), on obtient des grandeurs basées sur un certain système de coordonnées de référence. A partir de ces informations, on peut calculer les composantes directes et en quadrature en se basant sur ces coordonnées de référence communes. Par conséquent, nous avons besoin d'une transformation entre les coordonnées de référence communes et les coordonnées de chaque générateur. Pour cela, il faut exprimer les axes de coordonnées $d - q$ (pour chacun des générateurs) dans un système de coordonnées communes $D - Q$ (cf. figure 2.7).

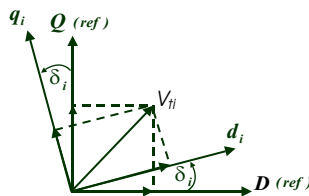


Figure 2.7. Les nouvelles coordonnées du réseau et celles du i -ème générateur

Nous définissons :

- \bar{I} Vecteur du courant dans les coordonnées communes.
- \bar{V} Vecteur de la tension de sortie dans les coordonnées communes.
- \bar{E}' Vecteur de la tension transitoire du générateur
- \bar{Y} Matrice des admittances du réseau.
- \hat{I} Vecteur du courant dans les coordonnées de chaque générateur.
- \hat{V} Vecteur de la tension de sortie dans les coordonnées de chaque générateur.
- \hat{E}' Vecteur de la tension transitoire du générateur dans les coordonnées de chaque générateur.

On peut ainsi écrire :

$$\bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{E}' \quad [2.26]$$

D'autre part, d'après le diagramme (fig. 2.7), nous avons pour le i-ème générateur :

$$\begin{aligned} \hat{I}_i &= \bar{I}_i e^{j\delta_i} \\ \hat{E}'_i &= \bar{E}'_i e^{j\delta_i} \end{aligned}$$

En utilisant la même approche pour tous les paramètres du réseau, nous aurons :

$$[\hat{I}] = [e^{j\delta}] \cdot [\bar{I}] \quad [\hat{E}'] = [e^{j\delta}] \cdot [\bar{E}'] \quad [2.27]$$

En appliquant les équations (2.26) et (2.27) on peut écrire :

$$[\hat{I}] = [e^{j\delta}] \cdot [\bar{Y}] \cdot [e^{-j\delta}] \cdot [\bar{E}']$$

Donc, pour chaque composante directe et en quadrature du courant, nous aurons [4] :

$$\begin{aligned} I_{di} &= G_{ii} E'_{di} + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - B_{ii} E'_{qi} - \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \\ I_{qi} &= B_{ii} E'_{di} + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + G_{ii} E'_{qi} + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \end{aligned}$$

$$F_{G+B}(\delta_{ik}) = G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}$$

$$F_{B-G}(\delta_{ik}) = B_{ik} \cos \delta_{ik} - G_{ik} \sin \delta_{ik}$$

- G_{ik} : la partie réelle de Y
- B_{ik} : la partie imaginaire de Y
- $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$

En remplaçant les équations ci-dessus dans les équations (2.18), (2.19) et (2.23), nous obtenons les équations d'état du système multi-machines exprimées avec les 4 variables δ , ω , E'_d et E'_q .

2.3.2. Modèle 2-axes d'un réseau multi-machines

En considérant de plus les équations (2.18, 2.19), l'équation d'état de la vitesse relative et les équations dynamiques de la turbine et de la valve (2.3)-(2.4), pour le i -ème générateur du réseau, les équation d'état sont définies comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t) \\ \dot{\omega}_i(t) = -\frac{K_{Di}}{2H_i}\omega_i(t) + \frac{\omega_0}{2H_i} \left\{ P_{mi}(t) - G_{ii}(E'_{di}{}^2 + E'_{qi}{}^2) \right. \\ \quad \left. - E'_{di} \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E'_{dk} - \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E'_{qk} \right) \right. \\ \quad \left. - E'_{qi} \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E'_{dk} + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E'_{qk} \right) \right\} \\ \dot{E}'_{di}(t) = -\frac{1}{T'_{q0i}}E'_{di} + \frac{x_{qi}-x'_{qi}}{T'_{q0i}} \left(B_{ii}E'_{di} + G_{ii}E'_{qi} \right) \\ \quad + \frac{x_{qi}-x'_{qi}}{T'_{q0i}} \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E'_{dk} + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E'_{qk} \right) \\ \dot{E}'_{qi}(t) = -\frac{1}{T'_{d0i}}E'_{qi} - \frac{x_{di}-x'_{di}}{T'_{d0i}} \left(G_{ii}E'_{di} - B_{ii}E'_{qi} \right) \\ \quad - \frac{x_{di}-x'_{di}}{T'_{d0i}} \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E'_{dk} - \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E'_{qk} \right) + \frac{1}{T'_{d0i}}K_{ci}u_{fi} \\ \dot{P}_{mi}(t) = -\frac{1}{T_{Ti}}P_{mi}(t) + \frac{K_{Ti}}{T_{Ti}}X_{Ei}(t) \\ \dot{X}_{Ei}(t) = -\frac{1}{T_{Gi}}X_{Ei}(t) + \frac{K_{Gi}}{T_{Gi}}[P_{ci}(t) - \frac{1}{R_i\omega_0}\omega_i(t)] \end{array} \right. \quad [2.28]$$

Nous pouvons également exprimer les équations d'état du système (selon le modèle 2-axes) en utilisant les variables d'état δ_i , ω_i , ΔP_{ei} et ΔQ_{ei} .

Puisque nous n'utiliserons pas ce modèle par la suite, nous ne donnons ici que l'équation d'état correspondant à P_{ei} (voir l'annexe I pour le détail des calculs) :

$$\Delta \dot{P}_{ei}(t) = -\frac{1}{T'_{d0i}}\Delta P_{ei}(t) + \frac{1}{T'_{d0i}}v_{fi} + \gamma_i(\delta, \omega) \quad [2.29]$$

où

$$\begin{aligned} \Delta P_{ei} &= P_{ei} - P_{m0i}, \\ v_{fi} &= k_{ci}u_{fi}I_{qi} + \left(\frac{T'_{d0i}}{T'_{q0i}}(x_{qi} - x'_{qi}) - (x_{di} - x'_{di}) \right) I_{qi}I_{di} \\ &\quad + \left(1 - \frac{T'_{d0i}}{T'_{q0i}} \right) (x_{qi} - x'_{di})I_{qi}I_{di} - P_{m0i} - T'_{d0i}(Q_{ei} + x'_{di}I_{ti}^2)\omega_i \end{aligned} \quad [2.30]$$

$$\gamma_i(\delta, \omega) = E'_{di} \left(\sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E'_{qk} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &+ E'_{qi} \left(\sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right) \\
 &- E'_{di} \left(\sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right) \\
 &+ E'_{qi} \left(\sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right)
 \end{aligned}$$

2.3.3. Modèle 1-axe d'un réseau multi-machines

D'abord, nous présentons la diagramme vectoriel qui définit le modèle 1-axe (voir la figure 2.8).

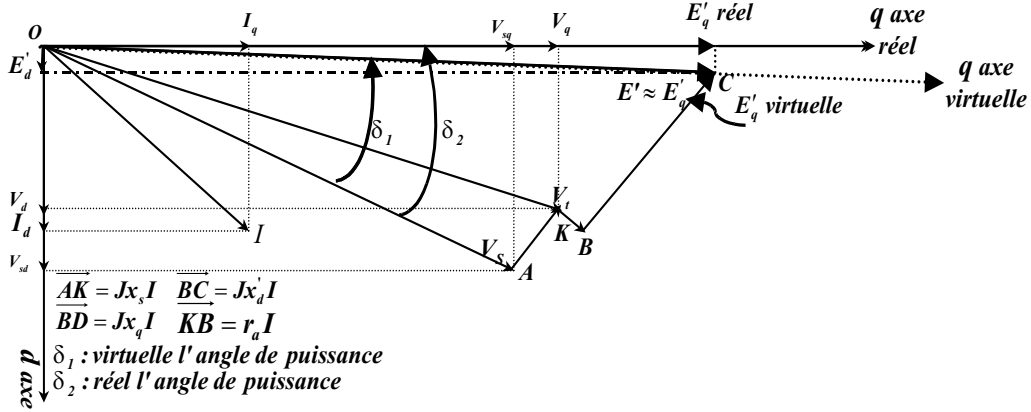


Figure 2.8. Diagramme vectoriel d'une machine connectée à un nœud infini

Comme on peut le constater, on considère que $E'_q \approx E'$, ce qui revient à annuler E'_d . Ceci est la principale source de différence entre les deux modèles.

Il faut noter que, dans le modèle 1-axe nous utilisons le modèle électrique, appelé modèle E'_q , correspondant à la figure 2.9.

Le modèle 1-axe exprimé avec les variables d'état δ , ω et E'_q est de la la forme

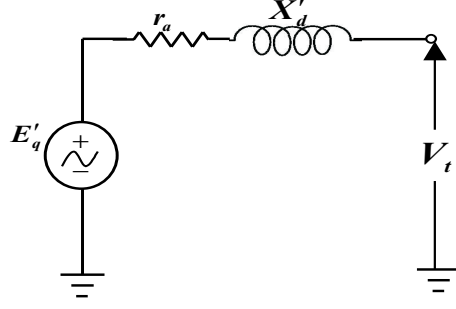


Figure 2.9. Modèle transitoire du générateur, 1-axe

suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t) \\ \dot{\omega}_i(t) = -\frac{K_{Di}}{2H_i}\omega_i(t) + \frac{\omega_0}{2H_i} \left\{ P_{mi}(t) - G_{ii}E_{qi}'^2 \right. \\ \quad \left. - E_{qi}' \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E_{dk}' + \sum_{i \neq k, k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik})E_{qk}' \right) \right\} \\ \dot{E}_{qi}'(t) = -\frac{1}{T_{d0i}'}E_{qi}' + \frac{x_{di}' - x_{di}}{T_{d0i}'}B_{ii}E_{qi}' \\ \quad + \frac{x_{di}' - x_{di}}{T_{d0i}'} \left(\sum_{i \neq k, k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik})E_{qk}' \right) + \frac{1}{T_{d0i}'}K_{ci}u_{fi} \\ \dot{P}_{mi}(t) = -\frac{1}{T_{Ti}}P_{mi}(t) + \frac{K_{Ti}}{T_{Ti}}X_{Ei}(t) \\ \dot{X}_{Ei}(t) = -\frac{1}{T_{Gi}}X_{Ei}(t) + \frac{K_{Gi}}{T_{Gi}}[P_{ci}(t) - \frac{1}{R_i\omega_0}\omega_i(t)] \end{array} \right. \quad [2.31]$$

On peut également remplacer l'équation d'état en E_{qi}' par une équation d'état en P_{ei} . Les détails correspondant figurent dans l'annexe I.

2.3.4. Comparaison des modèles 1-axe et 2-axes

Afin de visualiser les écarts de comportement transitoire et de comportement statique entre les deux modèles, nous considérons le système-test à 3 machines décrit par la figure 2.10.

Nous provoquons un court-circuit triphasé sur la ligne 5 – 7 près de bus 7 de 0.07 sec (défaut non-permanent) et nous affichons les variations des V_t , P_e et δ . La régulation des machines est assurées par des PSS & AVR. Dans cette simulation, nous avons pris la ligne N°1 comme ligne de référence (les V_t , P_e et δ du générateur N°1 ne changent donc pas pendant le court-circuit)

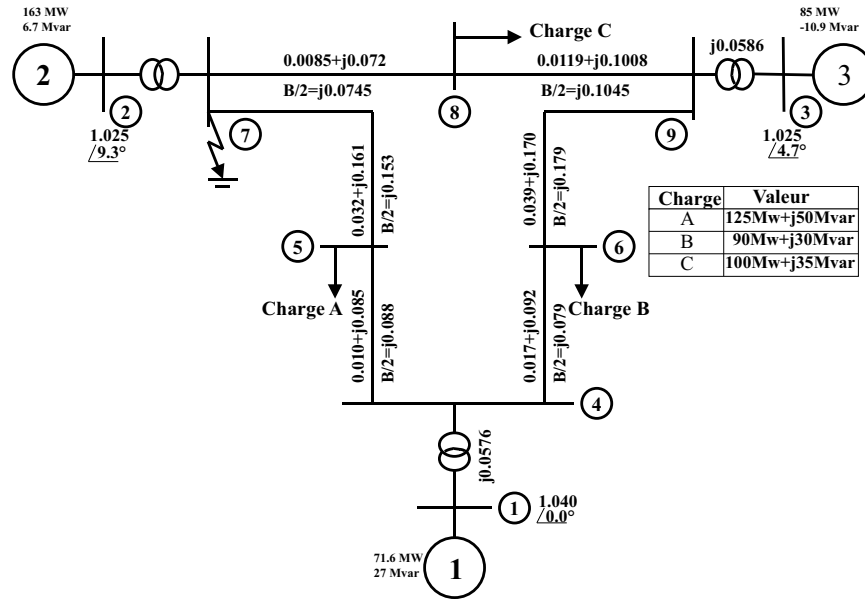


Figure 2.10. Diagramme d'impédance du système-test à 3 machines et 9-bus ; toutes les impédances sont en p.u. (référence 100 MVA)

Il ressort de cette simulation que :

- Le comportement transitoire est légèrement modifié puisqu'il apparaît surtout un déphasage au niveau des puissances et au niveau des tensions (accompagné d'une légère modification de l'amplitude des oscillations) (voir figures 2.11 - 2.14).
- Les valeurs d'équilibre de V_t , P_e sont identiques (voir figures 2.11 - 2.14).
- Les valeurs d'équilibre de δ sont manifestement différentes. Ceci signifie que les deux modèles ne possèdent pas le même ensemble de points d'équilibre.

Pour expliquer cet écart des angles de puissance, il faut se reporter au diagramme (2.8). On peut montrer expérimentalement qu'en fonctions des paramètres du réseau (impédances des lignes de transmission, réactances des générateurs), la différence entre δ_1 et δ_2 peut être plus ou moins importante. (voir figures 2.15 et 2.16)

Compte-tenu de ces remarques, nous avons choisi de ne travailler qu'avec le modèle 2-axes comme modèle de commande et de simulation.

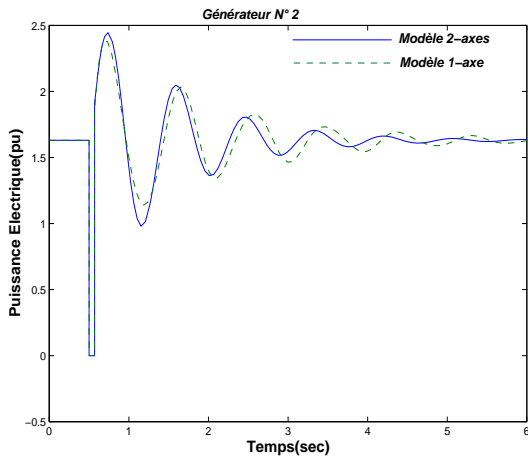


Figure 2.11. Variations de la puissance électrique, Générateur N°2

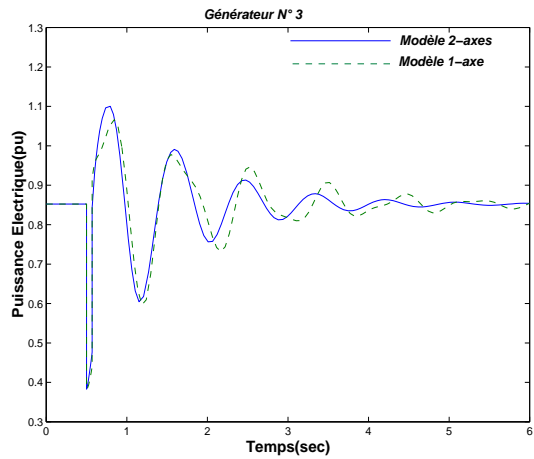


Figure 2.12. Variations de la puissance électrique, Générateur N°3

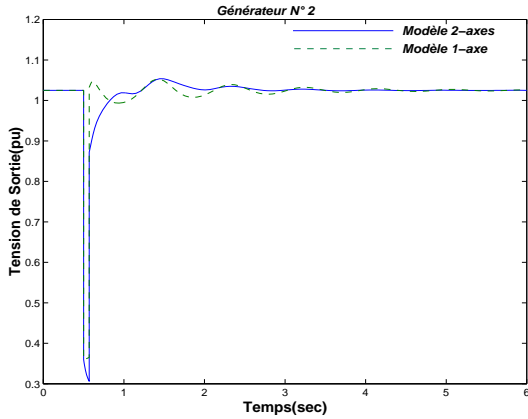


Figure 2.13. Variations de la tension de sortie, Générateur N°2

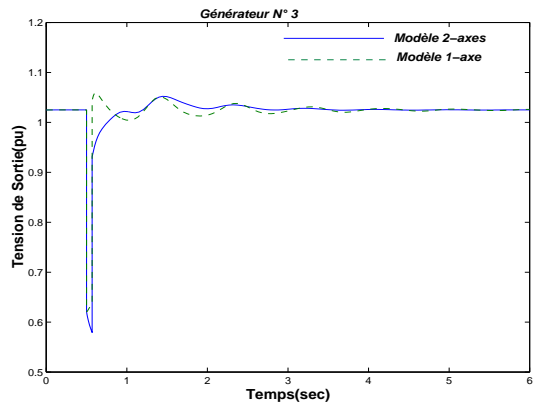


Figure 2.14. Variations de la tension de sortie, Générateur N°3

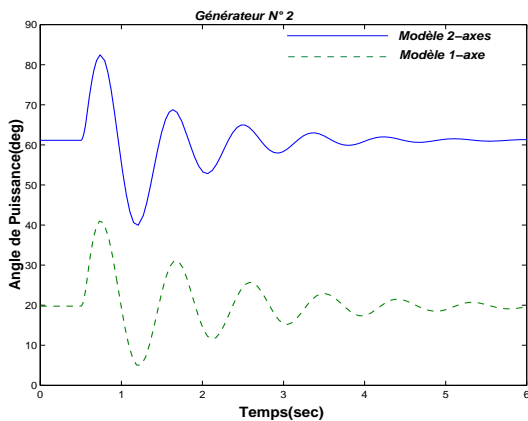


Figure 2.15. Variations de l'angle de puissance, Générateur N°2

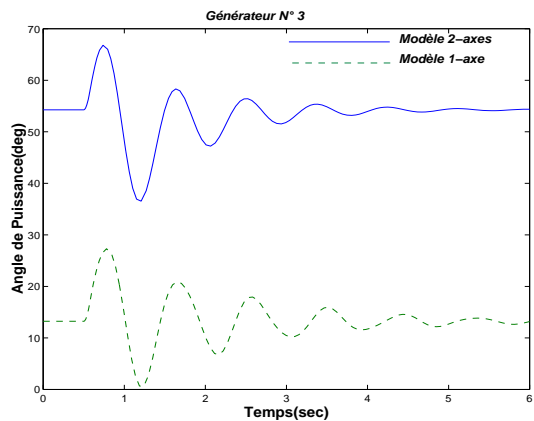


Figure 2.16. Variations de l'angle de puissance, Générateur N°3

2.4. Les autres composants d'un réseau

Nous considérons ici les éléments qui complètent la description d'un réseau électrique et en particulier les correcteurs existants actuellement.

2.4.1. *Les lignes, transformateurs et charges*

Nous ne considérons dans cette thèse que les lignes de transport représentées par leur schéma équivalent en Π . Dans la plupart de nos études, nous avons inclus les éléments shunt de cette représentation.

En ce qui concerne les transformateurs, nous n'avons considéré que la partie basse fréquence, représentée par une branche série de type RL. Les harmoniques générées par la saturation du transformateur se situent à des fréquences plus élevées que celles qui nous intéressent ici.

A propos des charges, nous n'avons considéré ici que des charges passives, comportant une partie de puissance active et une partie de puissance réactive constante. Ces hypothèses pour les lignes, transformateurs et charges sont conformes aux modèles standards de l'IEEE.

2.4.2. *Les correcteurs*

Il existe un nombre croissant de correcteurs dans les réseaux de transport, entre autre pour augmenter la stabilité, les marges de sécurité ou la puissance transitant sur les lignes. Nous allons maintenant décrire les principaux correcteurs conventionnels.

2.4.2.1. *Les régulateurs de tension (ou AVR) [25, 44]*

La première solution au problème des oscillations des réseaux électriques a été d'équiper les alternateurs d'enroulements amortisseurs. Cependant, cette solution s'avère insuffisante quand les réseaux s'approchent de leur limite de stabi-

lité. Par ailleurs, les régulateurs de tension (ou AVR) contribuent à l'amélioration de la performance en régime permanent, mais ils peuvent être insuffisants pour les problèmes relevant de la stabilité transitoire. En effet, le couple ajouté par les AVR sur les arbres des machines n'est pas suffisant pour agir contre les oscillations dans le réseau. Aussi, l'interconnexion de réseaux de plus en plus grands a montré que les forts transits de puissance sur ces interconnexions (sur les lignes à très haute tension) aggravent les phénomènes d'instabilité.

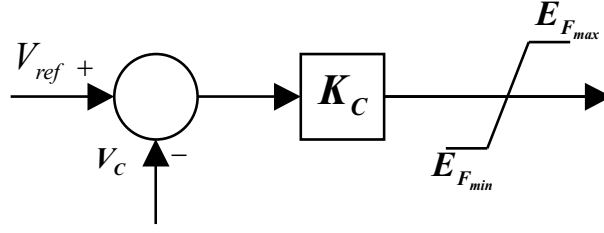


Figure 2.17. Régulation de tension, gain simple

D'après la figure 2.17, les équations décrivant cette structure sont données par :

$$E_f = \begin{cases} E_{fmax} & \text{si } E_f \geq E_{fmax} \\ E_f & \text{si } E_{fmin} \leq E_f \leq E_{fmax} \\ E_{fmin} & \text{si } E_f \leq E_{fmin} \end{cases} \quad [2.32]$$

avec

$$E_f = K_c(V_{ref} - V_C) \quad \dot{E}_f = -K_c \dot{V}_C$$

où E_f est la tension d'excitation de la machine, K_c est le gain du correcteur, V_{ref} , la tension de référence (de sortie) de la machine et V_C , la tension mesurée à la sortie de la machine.

Dans certain cas, les machines munies d'un PSS contiennent un régulateur de tension standard de type IEEE-ST1 (voir figure 2.18). Les équations décrivant ce correcteur sont :

$$\begin{aligned} V_E &= V_{ref} + V_{pss} - V_C - V_F \\ \dot{V}_F &= \frac{K_F}{T_F} V_R - \frac{V_F}{T_F} \\ \dot{V}_I &= -\frac{1}{T_F} V_F - \frac{K_F}{T_A T_F} V_R + \frac{K_F K_A}{T_A T_F} V_I \\ V_I &= \begin{cases} V_{Imax} & \text{si } V_E \geq V_{Imax} \\ V_E & \text{si } V_{Imin} \leq V_E \leq V_{Imax} \\ V_{Imin} & \text{si } V_E \leq V_{Imin} \end{cases} \end{aligned} \quad [2.33]$$

$$E_f = \begin{cases} E_{fmax} & \text{si } V_R \geq E_{fmax} \\ V_R & \text{si } E_{fmin} \leq V_R \leq E_{fmax} \\ E_{fmin} & \text{si } V_R \leq E_{fmin} \end{cases} \quad [2.34]$$

où E_f est la tension d'excitation de la machine, K_A et K_F sont les gains du régulateur, T_A et T_F , les constantes de temps du régulateur, V_{pss} , le signal de sortie du PSS, V_F , V_R et V_E , des variables intermédiaires, V_{ref} , la tension de référence de la machine et V_C , la tension mesurée en sortie de la machine.

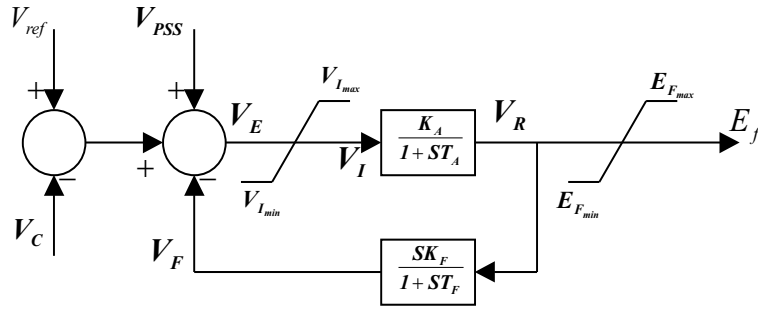


Figure 2.18. Régulation de tension, type IEEE-ST1

2.4.2.2. Les régulateurs de puissance (ou PSS)[34]

Pour faire face aux problèmes d'oscillations et d'instabilité, des boucles de régulation (correcteurs) supplémentaires, appelés « PSS » ont été ajoutées aux régulateurs de tension AVR. Ces correcteurs sont destinés à fournir un couple agissant contre les modes oscillatoires qui se manifestent sur les arbres des machines. Les grandeurs des machines les plus sensibles aux oscillations sont souvent incorporées dans cette boucle comme signal d'entrée : la vitesse, la puissance mécanique, la puissance électrique ou la fréquence. Un PSS dit « classique » comporte typiquement deux filtres, un passe-haut et un filtre passe-bas, un gain et une compensation de phase. Les filtre passe-haut et passe-bas sont conçus afin de limiter l'action de correcteur dans une bande de fréquence souhaitée. La compensation de phase, faite par une fonction avance-retard de phase, est conçu pour déplacer le mode d'oscillation instable vers la partie gauche du plan complexe et donc vers la stabilité.

Un PSS dit « classique » est présenté, ici sans filtre, sur la figure 2.19.

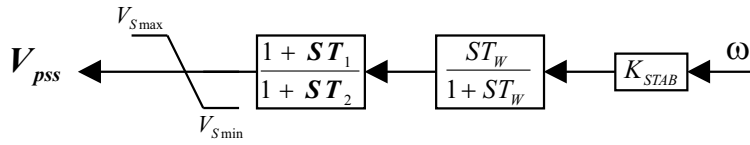


Figure 2.19. PSS classique [34]

Ce PSS comporte une d'entrée (ω), une compensation de phase (bloc T_1 à T_2), un filtre passe-bas (T_w) et un gain (k_{stab}). V_{pss} est le signal de sortie du correcteur.

Nous montrons la combinaison d'un PSS et d'un AVR grâce à la figure suivante :

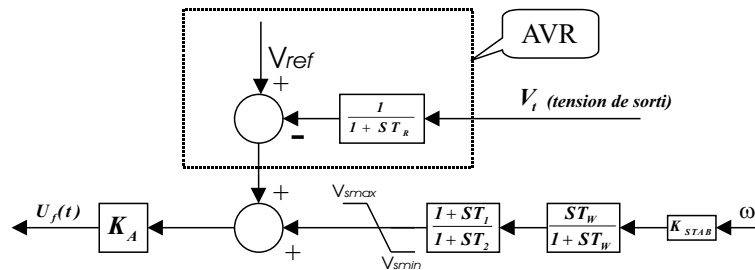


Figure 2.20. Combinaison PSS et AVR [34]

2.4.3. Les dispositifs FACTS

Les dispositifs FACTS (pour Flexible AC Transmission system) ainsi que leurs modèles, ne seront pas ici décrits dans leur intégralité étant donnée leur diversité. Une description complète des modèles de ces correcteurs se trouve dans [59].

Les dispositifs FACTS sont à l'origine des injecteurs de puissance réactive. La technologie FACTS utilise l'électronique de puissance et plus particulièrement les systèmes à transistors, thyristors ou GTO) qui permettent d'obtenir des vitesses de commande supérieures à celles des systèmes mécaniques qui sont encore utilisés. Ces dispositifs ont également l'avantage de présenter un niveau de maintenance bien inférieur car les systèmes mécaniques s'usent beaucoup plus rapidement que les systèmes statiques à commutation électronique. Les objectifs des FACTS sont de pouvoir contrôler les transits de puissance dans les réseaux et d'augmenter leur capacité de charge jusqu'à leur limite thermique maximale.

Rappelons que l'on peut répartir les dispositifs FACTS en trois grandes catégories :

- **Les dispositifs FACTS de type "shunt"**, comme les STATCOM (pour STATic COMPensator, c'est-à-dire les compensateurs statiques d'énergie réactive de type avancé) qui remplacent les compensateurs synchrones tournants classiques (mais en plus rapides). Ils se présentent souvent sous la forme d'un onduleur de tension. Il existe une autre sorte de FACTS "shunt" : les SVC (pour Static Var Compensator soit les compensateurs statiques d'énergie réactive) qui permettent le contrôle de l'énergie réactive et de la tension de la ligne grâce à la commutation synchrone de batteries de capacités et d'inductances, les plus communs sont les CCT (pour Condensateurs Commandés par Thyristor) et les RCT (pour Réactance Commandée par Thyristor) placé en dérivation.

- **Les dispositifs FACTS de type "série"**, comme les TCSC (pour Thyristor Controlled Series Capacitor c'est-à-dire les compensateurs séries contrôlés par thyristor) qui permettent de modifier l'impédance des lignes (x) avec une grande flexibilité. Ils sont constitués souvent d'une réactance série commandée par thyristor en dérivation d'une capacité fixe, placé en série sur la ligne ; Il existe une autre sorte de FACTS "série" : les SPS (pour Static Phase Shifter soit les déphaseurs statiques) où des thyristors sont utilisés sur des transformateurs réglables, assurant un contrôle des angles de transmission. Ils ont été créés pour remplacer les déphaseurs mécaniques (les "transfo-déphaseurs") ;

- **Les dispositifs FACTS de type "Universel"**, appelés UPFC (pour Unified Power Flow Controller), c'est-à-dire les déphaseur-régulateurs universels), dont le concept est encore plus récent (années 1990). Ils réunissent les fonctions du compensateur shunt, du compensateur série et du déphaseur. Ils utilisent fréquemment deux onduleurs de tension.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé deux modèles pour représenter le comportement dynamique des réseaux électriques : un premier modèle utilise une représentation très agrégée d'un réseau vu d'un générateur particulier : il s'agit du modèle SMIB. Pour représenter de manière plus précise le comportement dynamique interconnecté d'un réseau multi-machines, nous avons détaillé le modèle des générateurs (machines synchrones + turbines) constituant ce réseau. Nous avons également justifié l'utilisation du modèle 2-axes, plutôt que celle du modèle 1-axe, en raison des écarts observés entre ces 2 modèles.

Chapitre 3

Outils d'analyse et état de l'art de la commande des réseaux

Résumé : Dans ce chapitre, nous passons en revue les principales structures ou méthodes de commande proposées dans la littérature ou utilisée pour la régulation actuelle des réseaux électriques soumis à une perturbation. En guise d'introduction, nous rappelons quelques éléments d'analyse de la stabilité.

3.1. Introduction - Théorie des petits signaux et outils d'analyse de stabilité au sens de Lyapunov

Avant de faire un tour d'horizon des lois de commande linéaires ou non linéaires, il est nécessaire de rappeler quelques outils d'analyse de stabilité des systèmes, qui permettent ensuite de synthétiser des correcteurs. Cette introduction sera également utile pour les deux chapitres suivant qui seront consacrés aux méthodologies de synthèse de lois de commande pour les réseaux, proposées dans cette thèse.

Les concepts de la stabilité qui sont largement utilisés dans la théorie de la commande sont issus de l'analyse de stabilité proposée par Lyapunov.

Stabilité au sens de Lyapunov [45, 52]

Pour commencer, nous rappelons quelques définitions de la stabilité. Au sens large, ce ne sont pas des propriétés d'un système dynamique, mais plutôt de ses solutions individuelles ou solutions d'équilibre.

Nous considérons le système pour lequel l'origine est un point d'équilibre (on peut toujours se ramener à ce cas) :

$$\dot{x} = f(x), \quad f(0) = 0 \quad [3.1]$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$, et $f : \mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}^n$.

Si l'on considère le comportement autour de l'origine, point d'équilibre du système, on dit que l'origine de (3.1) est :

- *bornée*, s'il existe un constant $B \geq 0$ telle que

$$\|x(t)\| < B, \forall t \geq 0$$

- *stable*, si pour tout $\epsilon > 0$ il existe $\delta(\epsilon) > 0$ tel que

$$\|x(0)\| < \delta \implies \|x(t)\| < \epsilon, \forall t \geq 0$$

- *asymptotiquement stable*, s'il est stable et

$$\lim x(t) = 0, t \rightarrow +\infty$$

- *instable*, s'il n'est pas stable.

Si la propriété de stabilité asymptotique est vérifiée pour des trajectoires initialisées dans l'espace d'état tout entier, on parlera de stabilité asymptotique globale. Si cette propriété n'est vérifiée que pour des trajectoires initialisées au voisinage de l'origine, on parlera de stabilité locale.

Historiquement, les études de stabilité des réseaux électriques ont fait appel à la théorie dite des petits signaux : c'est-à-dire, dans le langage de l'automaticien, à l'analyse du comportement dynamique du système étudié au voisinage d'un point de fonctionnement : dans la chapitre précédent, nous avons présenté les différentes équations différentielles qui décrivent les dynamiques des différentes parties des réseaux. Nous avons vu que ces équations sont non linéaires. Pour pouvoir utiliser les nombreux outils d'analyse disponibles en automatique linéaire (comme l'analyse modale des réseaux) ainsi que les nombreuses techniques de synthèse de correcteurs linéaires, nous pouvons linéariser ces équations différentielles non linéaires autour d'un point de fonctionnement. Le modèle ainsi obtenu aura une certaine validité dans un voisinage (plus ou moins grand selon le degré de non-linéarité) de ce point de fonctionnement. C'est le principe de la théorie "des petits signaux".

Dans le cadre de cette théorie des petits signaux, on modélise les grands réseaux électriques, en faisant appel à la notion de représentation d'état. Si on reprend

le modèle non-linéaire du réseau électrique (2.28), on dispose de n équations différentielles non-linéaires du type :

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

où n représente l'ordre du système et r le nombre d'entrées. si les champs de vecteurs d'états ne dépendent pas explicitement du temps, on peut écrire $\dot{X} = F(X, U)$, où X , U et F sont des vecteurs colonnes du type :

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'état X contient les variables d'état du réseau (angles de puissance, vitesse relative, tensions) le vecteur U contient les "entrées" du réseau (commande des valves des turbines et tension d'excitation par exemple) et \dot{X} représente la dérivée des variables d'état par rapport au temps. L'équation exprimant la relation entre les sorties du réseau Y et les entrées et variables d'états est souvent décrite par

$$Y = G(U, X).$$

Le comportement d'un réseau électrique au voisinage d'un point de fonctionnement x_0 et u_0 est donnée par la représentation d'état linéaire de la forme suivante, obtenue par développement de Taylor au premier ordre des champs de vecteurs :

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X + B \Delta U$$

où

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \quad [3.2]$$

et

$$\Delta Y = C \Delta X + D \Delta U$$

où

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix} \quad [3.3]$$

avec

- ΔX : le vecteur d'état de dimension ' n ' ;
- ΔU : le vecteur des variables d'entrée de dimension ' r ' ;
- ΔY : le vecteur des variables de sortie de dimension ' m ' ;
- A : la matrice d'état de dimension ' $n \times n$ ' ;
- B : la matrice des variables d'entrée de dimensions ' $n \times r$ ' ;
- C : la matrice des variables de sortie de dimension ' $m \times n$ ' ;
- A : la matrice de dimension ' $m \times r$ ' définissant la dépendance des variables d'entrée par rapport aux variables de sortie ;
- n : l'ordre du système ;
- r : le nombre d'entrées ;
- m : le nombre de sorties ;

où les variables d'écart par rapport à un point d'équilibre défini par (X_0, Y_0, U_0) sont données par :

$$\begin{aligned} \Delta X &= X - X_0 \\ \Delta Y &= Y - Y_0 \\ \Delta U &= U - U_0 \end{aligned}$$

Une fois que le réseau est décrit par le système (3.2) et (3.3), l'étude de stabilité locale peut être faite. Pour commencer, les valeurs propres λ_i de la matrice A sont déterminées par la solutions de l'équation suivante :

$$A\Phi = \lambda\Phi$$

où ϕ : vecteur ' $n \times 1$ '.

Les ' n ' solutions non-triviales de

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

fournissent les valeurs propres $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ de la matrice A . Ces valeurs sont réelles ou complexes. Si les coefficients de la matrice A sont réels, les valeurs propres complexes sont nécessairement conjuguées (c'est à dire de la form $\sigma \pm j\omega$).

3.1.1. Analyse de stabilité locale du système

Définition 3.1 (Méthode de linéarisation) *Le système est dit localement asymptotiquement stable si et seulement si toutes les valeurs propres se situent dans la partie gauche du plan complexe (c'est à dire à partie réelle < 0) : c'est la méthode de linéarisation de Lyapunov [10], qui garantit simplement la stabilité asymptotique au voisinage d'un point de fonctionnement (stabilité asymptotique locale).*

D'autres techniques d'évaluation de la stabilité incluent le critère de Routh-Hurwitz, le critère (semi-graphique) de Nyquist et la méthode du diagramme de Bode.

La fréquence et le taux d'amortissement de chaque mode d'oscillation sont des informations également très intéressantes pour caractériser la réponse temporelle du système. La fréquence d'un mode $\lambda = \sigma \pm j\omega$ est :

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

et le taux d'amortissement ζ est calculé par l'équation :

$$\zeta = \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}$$

Le mode oscillatoire correspondant à la valeur propre λ sera dit "amorti" si $\zeta > 0$ (ce qui signifie que les oscillations seront exponentiellement décroissantes), et si $\zeta < 0$ le mode sera dit "instable" (ce qui signifie que les oscillations seront exponentiellement croissantes).

3.1.2. Outils d'analyse de la stabilité au sens de Lyapunov - fonctions de Lyapunov

Pour l'analyse de stabilité des systèmes non linéaires, nous disposons d'outils puissants basés sur une approche énergétique. Ce type d'approche est indispensable lorsque l'on étudie un système non linéaire, car la méthode de linéarisation

vue précédemment ne permet pas de conclure sur la stabilité globale d'un point d'équilibre du réseau étudié.

Nous allons considérer les définitions suivantes :

Définition 3.2 (Fonction de Lyapunov) $V(x)$ est appelée une fonction de Lyapunov pour le système (3.1) si, dans une boule B centrée sur l'origine, $V(x)$ est définie positive et a ses dérivées partielles continues, et si sa dérivée temporelle le long des solutions à (3.1) est semi-définie négative, c.à.d., $\dot{V}(x) = (\partial V/\partial x)f(x) \leq 0$

••

Les théorèmes suivants sont couramment employés pour étudier la stabilité asymptotique locale et globale, respectivement.

Théorème 3.1 (Stabilité asymptotique locale) [7]. le point d'équilibre 0 (l'origine) du système (3.1) est asymptotiquement stable dans un boule B centrée sur l'origine, si il existe une fonctionnelle $V(x)$ avec ses dérivées au premier ordre continues telle que $V(x)$ soit définie positive, $\dot{V}(x)$ soit définie négative dans la boule B .

••

Théorème 3.2 (Stabilité asymptotique globale) [56]. le point d'équilibre 0 du système (3.1) est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonctionnelle $V(x)$ avec ses dérivées au premier ordre continues telle que $V(x)$ soit définie positive, $\dot{V}(x)$ soit définie négative et $V(x)$ soit radialement non bornée, c'est-à-dire, $V(x) \rightarrow \infty$ quand $\|x\| \rightarrow \infty$.

••

Ce dernier théorème (ou des théorèmes similaires : voir les théorèmes 9.3 et 9.4 en annexe) est très important pour l'étude de la stabilité des points d'équilibre d'un réseau électrique ou pour synthétiser une loi de commande non linéaire qui garantisse la stabilité asymptotique globale d'un point d'équilibre du réseau.

3.2. Les correcteurs conventionnels AVR & PSS et leur réglage

Nous avons présenté la structure des AVR & des PSS dans la chapitre précédent. La tâche principale d'un PSS est de fournir un couple d'amortissement en phase avec le mode d'oscillation du réseau ou, dans le cas d'une oscillation locale, en phase avec la machine concernée. Pour cela, la compensation de phase est indispensable. Cette compensation est représentée par les blocs avance-retard de phase (ceux qui contiennent les grandeurs $\tau_1 - \tau_4$) présentés sur la figure (3.1). Le gain du PSS : K_s est aussi représenté, ainsi que le filtre passe-haut (bloc T_w). Pour éviter que la réponse du correcteur ne soit trop lente, le PSS n'agit pas sur la régulation de la vitesse d'une machine, qui est réglée par la distribution de vapeur. Le signal de sortie du PSS est injecté dans le régulateur de tension AVR de la machine, qui agit sur la tension d'excitation. Cette action permet de compenser la phase de l'oscillation quel que soit son réglage. Le réglage consiste

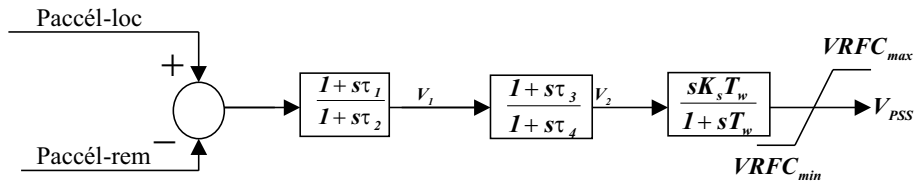


Figure 3.1. Correcteur RFC à deux entrées

à trouver une bonne compensation de phase qui reste valide pour la plus grande plage de points de fonctionnement possible du réseau (robustesse). Beaucoup de méthodes de réglages des PSS ont été conçues et appliquées dans les réseaux ([33],[35],[36],[37]). Ces méthodes ont chacune leur propre méthode de détermination de la compensation de phase, quelle que soit la configuration de la machine et de son réseau.

La méthode des Résidus [35]

Cette technique de dimensionnement est historiquement la plus ancienne parmi celles utilisées. Elle a d'abord été développée pour les PSS. Cette méthode est une des plus simples à mettre en œuvre, mais elle ne cible qu'un seul mode à la fois (le mode "cible", qui est en général le mode moins amorti) et n'est dimensionnée qu'à partir d'un unique point de fonctionnement du réseau. Elle ne garantit

aucun amortissement des autres modes que le mode cible et ne garantit, avant test, aucun critère de robustesse. Néanmoins cette méthode donne des correcteurs relativement robustes pour des points de fonctionnement "voisins" de celui pour lesquels ils ont été dimensionnés. Le résidu du mode cible (c'est-à-dire le mode à amortir en priorité) est le produit des coefficients d'observabilité et de commandabilité du mode critique. Le système, représenté sous la forme de matrices d'état, est construit en utilisant les grandeurs d'entrées et de sorties désirées. Une fois que les matrices B et C sont connues, les facteurs de commandabilité et d'observabilité sont calculés. Chaque facteur est décrit par son propre signal, pour la commandabilité : $\text{cont } ij$ et pour l'observabilité : $\text{obs } ij$.

La sensibilité R_i de la valeur propre par rapport aux signaux d'entrée et de sortie d'un correcteur peut être décrit ainsi : $R_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial q} = \text{cont } ij * \text{obs } ij$. Cette sensibilité est appelée le résidu R_i de la valeur propre λ_i . En se plaçant dans le plan complexe, nous voyons donc le facteur de sensibilité R_i , son déphasage ΘR_i et l'angle de compensation de phase ΘCP (cf. figure 3.2). Le travail consiste à trouver la compensation nécessaire pour obtenir un angle égal à 180° en agissant sur les valeurs du terme d'avance-retard, puis à trouver un gain qui peut maximiser l'effet du correcteur.

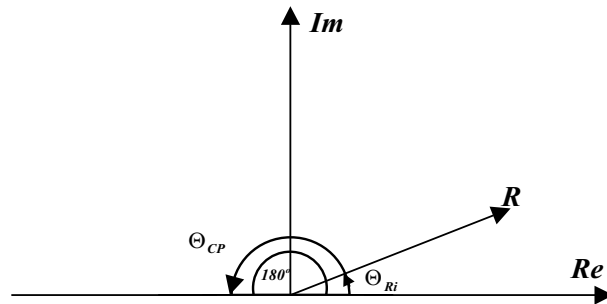


Figure 3.2. Résidu d'une valeur propre

La fonction de transfert d'un correcteur dimensionné par résidus s'écrit :

$$G_j(s) = K_j \left(\frac{1 + s\tau_1}{1 + s\tau_2} \right)^p \left(\frac{sT_w}{1 + sT_w} \right) \left(\frac{1}{(1 + sT_1) \times \dots \times (1 + sT_1)} \right)$$

avec K_j : le gain (réel) du correcteur, celui-ci quantifie la portée de l'action du correcteur ;

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+s\tau_1}{1+s\tau_2}\right)^P & : \text{ la fonction de déphasage;} \\ \left(\frac{sT_w}{1+sT_w}\right) & : \text{ le filtre "Washout", qui élimine une éventuelle} \\ & \text{ composante continue;} \\ \left(\frac{1}{(1+sT_1)\dots(1+sT_1)}\right) & : \text{ le filtre passe - bas, qui élimine les hautes fréquences,} \\ & \text{ qui ne sont pas utiles.} \end{aligned}$$

On applique ensuite la méthodologie du dimensionnement par les résidus, qui se décompose en quatre étapes :

- 1 : **Dimensionnement du filtre "washout"** : nous prenons généralement $T_w = 5s$ [71]
- 2 : **Dimensionnement du filtre passe-bas** : ce filtre doit laisser "passer" les harmoniques de fréquence proche de celle du mode cible (de fréquence w_c), nous devons avoir $T_i \ll 2\pi/w_c$; on prend souvent $n = 1$ et $T_1 = 0.02s$.
- 3 : **Dimensionnement du filtre de "déphasage"** : le déphasage total à fournir Θ_{CP} est calculé à partir des résidus du mode critique. La figure (3.2) indique, dans le plan complexe, le facteur de sensibilité R_i , son déphasage Θ_{Ri} et l'angle de compensation de phase Θ_{CP} . Le travail consiste à trouver la compensation nécessaire pour obtenir un angle égal à 180° , entre les variables d'entrée et de sortie de correcteur, en agissant sur les valeurs du filtre de "déphasage". Notons que l'on préférera un signal d'entrée donnant pour différents points de fonctionnement des résidus du mode critique dont l'argument (Θ_{Ri}) est dans une plage angulaire n'excédant pas 90° .

Pour déterminer τ_1 , τ_2 et P [71], nous calculons d'abord :

$$\alpha = \frac{1 - \sin\left(\frac{\Theta_{CP}}{P}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\Theta_{CP}}{P}\right)}$$

puis $\tau_1 = \frac{1}{\omega_0\sqrt{\alpha}}$ et $\tau_2 = \alpha.\tau_1$

P étant choisi de manière à ce que chaque sous filtre ne crée pas un déphasage supérieur à 60° .

4 : **Dimensionnement du gain** : on estime le gain maximal (K_{jmax}) pour lequel les réponses du système restent linéaires, on prend ensuite $K_j = 30\% \times K_{jmax}$. Sachant que plus K_j sera élevé et plus correcteur aura une action importante (et également, plus le gain est grand et plus il y aura de risque d'interactions entre le correcteur et d'autres dispositifs du réseau). De même, plus le gain est élevé et plus il y aura de risque de saturation à la sortie du correcteur.

3.3. Synthèse de correcteurs par inégalités matricielles linéaires

L'approche LMI (pour Linear Matrix Inequalities) est une des méthodologies de synthèse de correcteurs linéaires les plus récentes et les plus performantes ; elle prend en compte toutes les dynamiques du réseau, et nécessite la connaissance des matrices A , B , C , et D (correspondant à (3.2) et (3.3)).

Définition 3.3 Définition d'une LMI. *Une inégalité matricielle linéaire est une contrainte de la forme :*

$$A(x) = A_0 + A_1x_1 + \dots + x_NA_N \leq 0 \quad [3.4]$$

où (x_1, x_2, \dots, x_N) représente un ensemble de paramètres inconnus et (A_0, A_1, \dots, A_N) sont des matrices symétriques. L'inégalité signifie que les valeurs propres de $A(x)$ sont négatives.

Définition 3.4 Problème d'optimisation semi-définie. *Trouver x qui minimise $c^T x$ sous $A(x) \leq 0$.*

De nombreux problèmes de synthèse de correcteurs linéaires peuvent être résolus par optimisation semi-définie.

Une procédure de dimensionnement, dans sa globalité, peut être décrite de la façon suivante : [74, 3] :

- Création du modèle complet du réseau (c'est-à-dire obtention des matrices A , B , C et D) par linéarisation autour d'un point d'équilibre ;

- Analyse "petits signaux" du modèle complet et détermination des modes critiques à partir du calcul des valeurs propres ;
- Sélection des entrées et sorties du correcteur à partir du calcul de la norme de l'observabilité et de la commandabilité des différentes variables (on retiendra les signaux ou les lieux aux plus grandes normes respectivement) ;
- Réduction du modèle complet afin d'obtenir un contrôleur de dimension la plus faible possible ;
- Comparaison du modèle complet et du modèle réduit au niveau des réponses fréquentielles pour les modes critiques ;
- Calcul d'un correcteur avec l'approche LMI ;

L'approche LMI procède au réglage d'un correcteur de manière itérative, et non analytique, en imposant des critères sur la performance et la robustesse sous la forme de contraintes LMI[73]. La solution du problème est alors obtenue par la résolution d'un problème d'optimisation convexe semi-définie [23]. Il faut noter que l'approche LMI permet de traiter des problèmes de commande robuste faisant intervenir aussi bien des perturbations que des incertitudes paramétriques du modèle. Ces incertitudes peuvent être introduites pour modéliser les paramètres inconnus qui ne seraient pas pris en compte, ainsi que les phénomènes non linéaires.

L'avantage de l'approche LMI est de pouvoir résoudre des problèmes "multi-objectifs" [74].

Afin de donner une idée générale de cette approche, nous considérons le problème dit sous forme standard (cf. Figure 3.3).

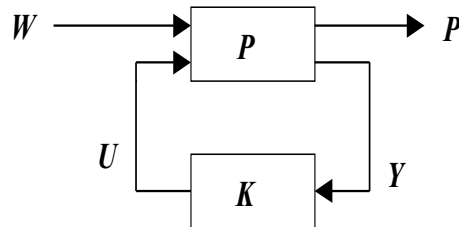


Figure 3.3. *Problème standard*

Le problème standard fait apparaître le système et son correcteur (ici un retour dynamique de sortie), ainsi que W , le vecteur des entrées exogènes et Z , le vecteur des sorties d'objectifs [73]. Le problème se met sous forme de la matrice de transfert suivante :

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$$

On définit alors la matrice de transfert entre W et Z par $T(s)$.

Rappelons que pour une matrice de transfert de Laplace $G(s) \in C^{m \times n}$, nous pouvons définir la norme H_2 et la norme H_∞ respectivement :

- $\|G\|_2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^p (\sigma_i(G(j\omega)))^2 d\omega \right]^{1/2}$ avec $p = \min\{m, n\}$ et où les σ_i désignent les valeurs propres > 0 de la matrice G ;
- $\|G\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(G(j\omega))$ avec $\bar{\sigma}(G)$ la plus grande valeur propre de la matrice G .

L'approche LMI permet notamment de traiter indépendamment ou simultanément les 4 objectifs suivant :

- $0 < \|T\|_\infty < \gamma o$: critère de robustesse ;
- $0 < \|T\|_2 < \nu o$: critère de performance ;
- $\min(\alpha \times \|T\|_\infty + \beta \times \|T\|_2)$: le compromis entre les deux critères précédents ;
- placement des valeurs propres du système en boucle fermée, dans une certaine région du plan complexe

Ces quatres objectifs s'expriment sous forme d'inégalités matricielles dépendant des matrices de la représentation d'état du système en boucle fermée [23].

Par exemple, si l'on cherche à calculer un correcteur du type retour dynamique de sortie et si l'on se fixe deux sorties d'objectif Z_2 correspondant l'un à un objectif de performance ($0 < \|T_1\|_2 < \nu o$, avec T_1 désignant le transfert entre Z_2 et W) et l'autre sortie d'objectif, Z_∞ correspondant à un objectif de robustesse ($0 < \|T_2\|_\infty < \gamma o$, avec T_2 désignant le transfert entre Z_∞ et W), le système en boucle fermée, défini par les équations (3.2) et (3.3) perturbées par W s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{X} &= AX + B_1W + B_2U \\ Z_\infty &= C_1X + D_{\infty 1}W + D_{\infty 2}U \\ Z_2 &= C_2X + D_{21}W + D_{22}U \\ Y &= C_YX + D_YU \end{cases} \quad [3.5]$$

avec le correcteur du type retour dynamique de sortie à calculer

$$\begin{cases} \dot{\zeta} &= A_K \zeta + B_K Y \\ U &= C_K \zeta + D_K Y \end{cases} \quad [3.6]$$

Soit en considérant l'ensemble des équations d'état du système et du correcteur :

$$\begin{cases} \dot{X}_{bf} &= A_{bf} X_{bf} + B_{bf} W \\ Z_\infty &= C_{bf1} X_{bf} + D_{bf1} W \\ Z_2 &= C_{bf2} X_{bf} + D_{bf2} W \end{cases}$$

avec

$$X_{bf} = \begin{bmatrix} X \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad B_{bf} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{bf1} = D_{\infty 1}, \quad D_{bf2} = D_{21}$$

$$A_{bf} = \begin{bmatrix} A + B_2(I - D_K D_Y)^{-1} D_K C_Y & B_2(I - D_K D_Y)^{-1} C_K \\ B_K C_Y + B_K D_Y(I - D_K D_Y)^{-1} D_K C_Y & A_K + B_K D_Y(I - D_K D_Y)^{-1} C_K \end{bmatrix}$$

$$C_{bf1} = \begin{bmatrix} C_1 + D_{\infty 2}(I - D_K D_Y)^{-1} D_K C_K & D_{\infty 2}(I - D_K D_Y)^{-1} C_K \end{bmatrix}$$

$$C_{bf2} = \begin{bmatrix} C_2 + D_{22}(I - D_K D_Y)^{-1} D_K C_K & D_{22}(I - D_K D_Y)^{-1} C_K \end{bmatrix}$$

Chacun des deux objectifs spécifiés par Z_2 et Z_∞ conduit à deux LMI. On peut également ajouter une contrainte sous forme LMI de placement des pôles dans une région désirée (par exemple (a) ou (b), cf. figure 3.4)

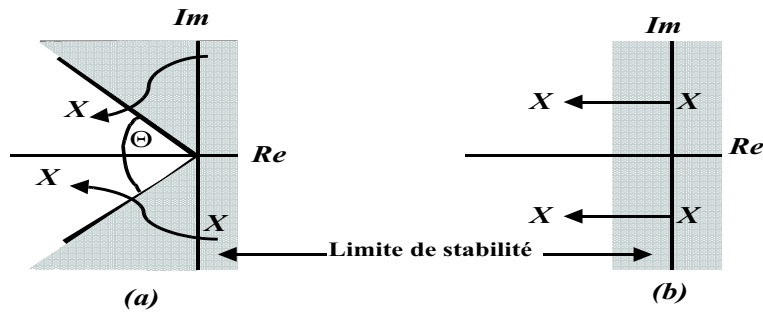


Figure 3.4. Région du placement de pôles

Notre objectif n'est pas de détailler davantage cette approche, dans la mesure où nous ne l'utilisons pas dans cette thèse. Nous pouvons cependant noter que

cette méthodologie de réglage de correcteurs linéaires apportent des améliorations significatives dans l'amortissement des oscillations de puissance [?]. Il est clair cependant que cette approche, comme toutes les approches linéaires, ne garantit que des résultats de stabilité et de performance locales, c'est-à-dire au voisinage d'un point de fonctionnement donné.

3.4. Approche non linéaire

Le développement de lois de commande non linéaire constitue un domaine de recherche relativement nouveau dans le domaine de la stabilisation des réseaux électriques.

Pourquoi la commande non-linéaire ?

La commande linéaire est un sujet mûr avec une variété de méthodes puissantes et avec beaucoup d'exemples d'applications industrielles réussies. Ainsi, il est normal que on se demande pourquoi tant de chercheurs et de concepteurs des secteurs tels que l'avionique et le spatial, la robotique, le génie des procédés, et le génie biomédical, montrent un intérêt important pour l'élaboration et les applications des méthodologies de commande non linéaire. Beaucoup de raisons peuvent expliquer cet intérêt.

- **Amélioration des système de commande existant** : Les méthodes de commande linéaire se fondent sur l'hypothèse de validité d'un modèle linéaire sur une plage de fonctionnement suffisamment large. Quand cette hypothèse n'est pas satisfaite, un contrôleur linéaire est susceptible de fonctionner très mal ou d'être instable, parce que des non-linéarités du système ne peuvent pas être correctement compensées, même dans le cadre d'une approche de type commande robuste qui a ses limites. Les contrôleurs non linéaires, en revanche, peuvent prendre en compte les non linéarités du système si elles sont connues et conduire à des lois de commande dont la performance et la robustesse sont peu sensibles voire indépendantes du point de fonctionnement considéré.

- **Analyse des non-linéarités dures** : Une autre hypothèse de la commande linéaire est que le modèle de système est linéarisable. Cependant, dans des systèmes de commande il y a beaucoup de non-linéarités dont la nature discontinue ne permet pas l'approximation linéaire. Celle-ci appelées "non-linéarités dures" incluent le frottement de Coulomb, la saturation, les zones-mortes, le jeu de denture (backslash), et l'hystérésis. Leurs effets ne peuvent pas toujours être traités avec des méthodes linéaires, (sauf par exemple pour des non-linéarités de type secteur qui peuvent être prises en compte par passivité (approche Yakubovich-Kalman-Popov par exemple) et des techniques d'analyse non linéaires doivent souvent être développées pour assurer la performance du système en présence de ces non-linéarités. Notons que nous ne considérerons pas ce type de non-linéarités dans le cadre de cette thèse.
- **La simplicité de conception** : Les lois de commande non linéaires peuvent être plus simples et plus intuitives que leurs contre-parties linéaires. Ce résultat paradoxal a priori vient du fait que des synthèses de correcteurs non linéaires souvent sont profondément enracinées dans la physique du système.

Néanmoins, à la différence notable du cas linéaire, il n'existe pas de méthodes vraiment systématiques pour synthétiser des correcteurs non linéaires. Chaque système demande le recours à des simplifications qui lui sont spécifiques.

Notons également que les méthodes de synthèse de correcteurs non linéaires appliquées aux réseaux électriques sont rares.

Schématiquement, deux familles principales de méthodes de synthèse non linéaire ont été appliquées aux réseaux :

- les techniques de *linéarisation* dans lesquelles on cherche à éliminer les non-linéarités du système en les compensant à travers l'entrée de commande tout en assurant la stabilité en boucle fermée. Ainsi, la loi de commande peut supprimer la dynamique non linéaire de système de sorte que le système résultant en boucle fermée se comporte comme un système linéaire équivalent stable. La conception du contrôleur non linéaire, basée sur des techniques de géométrie différentielle a été bien étudiée pour les systèmes électriques et les réseaux en particulier (voir [22], [67, 68] par exemple). Cependant,

en raison de la présence d'incertitudes paramétriques, du système, il résulte qu'il est impossible de garantir la compensation exacte des non-linéarités du système, ce qui constitue une des limitations principales de cette approche. Nous y reviendrons dans le chapitre suivant.

- les techniques par *fonction de Lyapunov* qui consiste à rechercher conjointement une fonction de Lyapunov candidate et une loi de commande permettant de garantir la stabilité asymptotique en boucle fermée. De nombreuses variantes de cette approche existent [40, 69], parmi lesquelles on peut citer l'approche récente des systèmes hamiltoniens à port commandé (Port-controlled Hamiltonian Systems) [41], [47]. Les réseaux électriques appartiennent à la classe des systèmes hamiltoniens pour lesquels la fonction hamiltonienne correspond à l'énergie cinétique et potentielle mis en jeu dans le système. Cette fonction d'énergie joue ici le rôle de fonction de Lyapunov. Cette méthode a été appliquée très récemment pour améliorer la stabilité transitoire d'un système de puissance multi-machines [70]. Le principal inconvénient de l'approche hamiltonienne réside dans le fait qu'il n'est pas possible d'agir sur tous les états du système pour en améliorer le comportement transitoire en boucle fermée. Cependant, la classe de méthodes par fonctions d'énergie est intéressante, car il est souvent possible d'obtenir des propriétés de robustesse plus importante qu'avec l'approche par linéarisation. Nous reviendrons également sur cette classe de méthodes dans le chapitre suivant.

D'autres approches de commande non linéaire ont également été proposés pour les systèmes de puissance ; par exemple, celles qui sont basées sur la commande à structure variable :

La commande par modes glissants est une technique permettant de garantir la robustesse face à des incertitudes paramétriques et des perturbations externes. Elle a attiré un nombre important de recherches (voir [11], [65], [13]). Il s'agit d'un contrôleur à commutation à haute fréquence qui force la trajectoire du système en boucle fermée à rester sur une variété dite surface de glissement. Le principal inconvénient de cette approche est lié à l'hypothèse de pouvoir commuter (infiniment) rapidement l'entrée, ce qui pose des problèmes pratiques pour les systèmes dont la bande passante est toujours limitée et qui induit des phénomènes de

"chattering" capable d'exciter des modes à haute fréquence.

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord rappelé les éléments d'analyse de stabilité utiles pour la commande des systèmes non linéaires et dont nous aurons besoin par la suite pour la commande des réseaux électriques.

Nous avons ensuite présenté les principales techniques de synthèse de correcteurs linéaires qui ont été appliquées aux réseaux.

Enfin, nous avons présenté rapidement un état de l'art des approches de synthèse de correcteurs non linéaires pour les réseaux.

Dans le prochain chapitre nous allons revenir sur les outils d'automatique nécessaires à la synthèse des lois de commande non linéaires que nous proposons dans cette thèse.

Chapitre 4

Outils pour la commande non linéaire des réseaux

Résumé : Dans ce chapitre, nous introduisons les outils de l'automatique non linéaire nécessaires à la conception et à la compréhension des lois de commande proposées dans cette thèse, à savoir, les techniques de linéarisation par retour d'état et l'approche par backstepping.

4.1. Introduction

Dans le paragraphe 3.1.2, nous avons introduit les outils nécessaires à l'analyse de stabilité des systèmes non linéaires. Nous proposons dans ce chapitre de résumer deux techniques de synthèse de correcteurs non linéaires qui seront utilisées dans les prochains chapitres pour synthétiser des lois de commande pour un système SMIB, puis généralisées à un réseau multi-machines. Nous introduisons tout d'abord les techniques de linéarisation par retour d'état qui ont été utilisées dans [67, 69, 68] notamment pour les réseaux électriques. Ensuite, nous considérons les approches par fonctions de Lyapunov et plus particulièrement la méthode de synthèse récursive de fonctions de Lyapunov par *backstepping* qui constitue la principale méthode employée dans cette thèse.

En fonction de l'objectif visé, il y a plusieurs formulations du problème de commande : les objectifs de stabilisation, poursuite, et rejection/atténuation de perturbations (ou plusieurs combinaisons d'entre eux) amènent à plusieurs types de problème de commande. Pour chacun de ces problèmes, nous pouvons chercher à concevoir une commande par retour d'état, si toutes les variables d'état peuvent être mesurées effectivement ou obtenues indirectement à partir de mesures par un changement de variables, ou bien nous rechercherons une commande

par retour de sortie (dynamique : s'il le correcteur possède des états internes ou statique : si le correcteur utilise de façon algébrique les sorties mesurées), si un vecteur de sortie, dont la dimension est typiquement moindre que la dimension de l'état, est uniquement disponible. Dans un problème typique de commande, il y a des objectifs supplémentaires pour la conception, comme certaines exigences sur la réponse transitoire ou certaines contraintes sur l'entrée de commande. Ces exigences peuvent être contradictoires : le concepteur doit alors faire des compromis avec plusieurs exigences plus ou moins compatibles. Quand l'incertitude du modèle est prise en considération, la question de sensibilité et de robustesse entre en jeu et la notion de commande robuste fait son apparition. Nous ne considérons dans ce travail que des correcteurs non linéaires *par retour d'état*.

Cette limitation apparente est en fait justifiée par le fait que tous les états d'un réseau électrique avec la structure considérée dans cette thèse, sont disponibles, soit par mesures directes, soit indirectement par des manipulations algébriques de grandeurs mesurées : nous reviendrons sur cet aspect dans le chapitre suivant.

Le problème général de la stabilisation par retour d'état du système

$$\dot{x} = f(x, u)$$

avec $f(0, 0) = 0$ (l'origine est un point d'équilibre), revient à concevoir une loi de commande de la forme

$$u = \alpha(x), \quad \alpha(0) = 0$$

telle que l'origine $x = 0$ soit un point d'équilibre asymptotiquement stable du système en boucle fermée¹.

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x))$$

La loi de commande $u = \alpha(x)$ est appelée *retour d'état statique* parce qu'elle est une fonction sans mémoire de x .

On peut aussi imaginer de concevoir des commandes par *retour d'état dynamique* en considérant l'introduction de filtres en entrée ou sur (certains) états ou fonctions des états, pour satisfaire des objectifs de performance et/ou de robustesse (selon une approche connue pour les systèmes linéaires appelée "Loop

¹la condition $\alpha(0) = 0$ est nécessaire pour l'origine reste point d'équilibre en boucle fermée.

Shaping" permettant de gérer au mieux le compromis performance-robustesse).

La structure de ces filtres est de la forme générale :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = f_1(z_1, \bar{u}) \\ u = h_1(z_1, \bar{u}) \end{cases}$$

pour un filtrage de l'entrée, ou

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = f_2(z_2, x) \\ \bar{x} = h_2(z_2, x) \end{cases}$$

, pour un filtrage des états, où \hat{x} est de la même dimension que x et en supposant que h_2 est un changement de coordonnées tel que $x = \phi(z_2, \bar{x})$ est défini de façon unique, pour tout z_2 .

En introduisant le vecteur d'état $X = (\bar{x}^T, z_1^T, z_2^T)^T$, on obtient facilement un système augmenté d'entrée \bar{u} , résultant de la concaténation des systèmes (4.1), (4.1) et (4.1), de la forme :

$$\dot{X} = F(X, \bar{u})$$

On peut alors rechercher pour ce système augmenté, une commande par retour d'état de la forme $\bar{u} = \alpha(X)$ (car z_1 , z_2 et \bar{x} sont disponibles, si x est disponible.)

On voit que le correcteur non linéaire ainsi obtenu est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = f_1(z_1, \alpha(z_1, z_2, x)) \\ \dot{z}_2 = f_2(z_2, x) \\ u = h_1(z_1, \alpha(z_1, z_2, x)) \end{cases}$$

c'est-à-dire qu'il s'agit d'un retour d'état *statique* pour le système augmenté, mais en réalité *dynamique*, d'état z_1 et z_2 pour le système à réguler.

Les notions présentées dans cette introduction constituent la base des deux familles de méthodes de synthèse de commande non linéaire qui vont être maintenant présentées.

4.2. Linéarisation par retour d'état

La linéarisation par retour d'état est une approche géométrique de la conception de la commande non linéaire qui a fait l'objet de beaucoup de recherches

dans les années 80. L'idée centrale de l'approche est de transformer, par des manipulations algèbro-différentielles, la dynamique non linéaire d'un système en une dynamique (entièrement ou en partiellement) linéaire, de sorte que des techniques de commande linéaire puissent être appliquées.

Ceci diffère entièrement de la linéarisation locale (c'est-à-dire conventionnelle par développement de Taylor au premier ordre) : en effet, la linéarisation par retour d'état est réalisée par des changements de coordonnées, plutôt que par des approximations linéaires de la dynamique.

L'idée de simplifier la dynamique d'un système en choisissant une représentation d'état différente n'est pas entièrement nouvelle. En mécanique, par exemple, elle est bien connue que la forme et la complexité du modèle d'un système dépendent considérablement du choix des repères ou des systèmes coordonnées. Les techniques de linéarisation de retour peuvent être vues comme la manière de transformer le modèle d'un système en un modèle équivalent d'une forme plus simple.

La linéarisation par retour d'état a été employée avec succès pour traiter un certain nombre de problèmes pratiques de commande. Ceux-ci incluent la commande des hélicoptères, des avions, des robots industriels, et des systèmes bio-médicaux.

Dans cette partie, nous considérons une classe des systèmes dits affines en u^2 , de la forme

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, & x \in \mathfrak{R}^n, & \quad u \in \mathfrak{R}, & \quad y \in \mathfrak{R}, & \quad f(0,0) = 0 & \quad [4.1] \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

Le problème posé est le suivant : existe-t-il un retour d'état de la forme

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\nu$$

et un changement des variables

$$z = T(x)$$

qui transforme le système non linéaire en un système linéaire équivalent exprimé avec les coordonnées z ?

²Le fait de considérer un système SISO ne constitue pas une restriction, mais intervient ici pour simplifier l'exposé.

Cela veut dire que le vecteur d'état de ce système linéarisé est z et que l'entrée de commande est ν . Nous pouvons maintenant utiliser une méthode de synthèse de correcteurs linéaires pour réguler le système dans ce nouveau système de coordonnées.

Par la suite, nous allons présenter, d'une part, la linéarisation entrée-état, où l'équation d'état est complètement linéarisé (dans un nouveau système de coordonnées en général), et, d'autre part, la linéarisation entrée-sortie, conduisant à une linéarisation de la relation d'entrée-sortie de u à y , même si l'équation d'état est seulement linéarisé partiellement (c'est-à-dire, s'il reste des dynamiques inobservables non linéaires).

4.2.1. Linéarisation entrée-état

Afin d'introduire le principe de la linéarisation entrée-état, on va considérer l'exemple introductif suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a[\sin(x_1 + \delta) - \sin \delta] - bx_2 + cu\end{aligned}$$

En considérant la deuxième équation, nous voyons qu'en choisissant

$$u = \frac{a}{c}[\sin(x_1 + \delta) - \sin \delta] + \frac{\nu}{c}$$

le terme non linéaire $a[\sin(x_1 + \delta) - \sin \delta]$ va s'éliminer. Cette élimination conduit *directement* au système linéaire :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -bx_2 + \nu\end{aligned}$$

Donc, le problème de stabilisation pour le système initial est réduit maintenant à un problème de stabilisation pour un système linéaire commandable. Nous pouvons concevoir une commande par retour d'état linéaire stabilisante de la forme

$$\nu = k_1x_1 + k_2x_2$$

Afin de placer les valeurs propres du système en boucle fermé

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= k_1 x_1 + (k_2 - b)x_2 + \nu\end{aligned}$$

dans la partie gauche du plan complexe. La commande globale par retour d'état est donnée par

$$u = \left(\frac{a}{c}\right) [\sin(x_1 + \delta) - \sin \delta] + \frac{1}{c}(k_1 x_1 + k_2 x_2)$$

Cette commande est de façon évidente non linéaire. On constate que l'opération de linéarisation s'est faite ici sans changement de coordonnées. Une telle élimination des non-linéarités ne peut pas se généraliser. Il faut qu'il existe certaines propriétés structurelles du système pour le faire.

Cette possibilité de conversion d'une équation d'état non linéaire de la forme (4.1) en une équation d'état linéaire commandable, *sans changement de coordonnées* exige que l'équation d'état non linéaire ait la structure :

$$\dot{x} = Ax + B\beta^{-1}(x)[u - \alpha(x)] \quad [4.2]$$

où A est $n \times n$, B est $n \times 1$, la paire (A, B) est commandable, et les fonctions $\alpha : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ et $\beta : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ sont définis dans un domaine $D_x \subset \mathfrak{R}^n$ qui contient l'origine. On suppose que la matrice $\beta(x)$ est non singulière pour chaque $x \in D_x$. On note que β^{-1} représente l'inverse $\beta(x)$ pour chaque x , et ce n'est pas la fonction inverse de la fonction $\beta(x)$ qui n'est pas nécessairement définie pour tout $x \in \mathfrak{R}^n$.

Définition 4.5 Linéarisation par retour d'état directe (DFL). *Si l'équation d'état prend la forme (4.2), alors nous pouvons linéariser le système (4.1) par l'intermédiaire du retour d'état non linéaire*

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\nu \quad [4.3]$$

afin d'obtenir l'équation d'état linéaire

$$\dot{x} = Ax + B\nu \quad [4.4]$$

Pour la stabilisation, nous cherchons $\nu = kx$ tel que $A + BK$ est asymptotiquement stable. La commande stabilisante non linéaire globale par retour d'état est alors

$$u = \alpha(x) + \beta(x)Kx \quad [4.5]$$

L'ensemble des systèmes linéarisable dans les coordonnées d'origine est bien évidemment très petit. Dans la plupart des cas, il sera nécessaire de procéder à un changement de coordonnées de la forme $z = T(x)$ pour réaliser la linéarisation entrée-état. On peut alors donner la définition suivante :

Définition 4.6 Linéarisation entrée-état) *Le système (4.1) est dit linéarisable entrée-état si et seulement si il existe un retour d'état non linéaire de la forme*

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\nu \quad [4.6]$$

et un changement de coordonnées $z = T(x)$ (où $T^{-1}(x)$ existe sur le voisinage $D_x \subset \mathbb{R}^n$ de l'origine), tels que le système s'exprime dans le voisinage D_x , dans les coordonnées z sous la forme

$$\dot{z} = Az + B\beta^{-1}(T^{-1}(z))[u - \alpha(T^{-1}(z))] \quad [4.7]$$

On remarque que, selon cette définition, le système ne possède plus aucune dynamique non linéaire sous l'effet de (4.6). Une procédure possible pour réaliser la linéarisation entrée-état est donnée par la technique de linéarisation entrée-sortie.

4.2.2. Linéarisation entrée-sortie

Dans cette partie, nous discutons la linéarisation entrée-sortie [30, 58, 72, 60, 63, 64, 46] des systèmes non linéaires à entrée unique décrit par la représentation d'état (4.1). La linéarisation entrée-sortie consiste à rechercher une relation différentielle linéaire entre la sortie y et une nouvelle entrée (par exemple ν). Plus particulièrement, nous discutons les problèmes suivant :

- Comment obtenir une relation linéaire entrée-sortie pour un système non linéaire ?
- Que signifie la notion de dynamique interne et les dynamique de zéro associée à la linéarisation entrée-sortie ?
- Comment concevoir des contrôleurs stabilisant basés sur la linéarisation entrée-sortie ?

Obtention d'une relation entrée-sortie linéaire

L'approche de base de la linéarisation entrée-sortie est simplement de dériver par rapport au temps la sortie à plusieurs reprises jusqu'à ce que l'entrée u apparaisse, et alors choisir u pour supprimer les non-linéarités.

Nous allons nous placer dans une région Ω_x de l'espace d'état.

En utilisant les notations de la géométrie différentielle, le processus de dérivation répétée, et à partir de l'équation (4.1), nous obtenons

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x}(f + gu) = L_f h(x) + L_g h(x)u$$

où $L_f h(x)$ désigne la dérivée de Lie de la sortie $h(x)$ le long du champ de vecteur f .

Si $L_g h(x) \neq 0$ pour un certain $x = x_0$ dans Ω_x , alors, par continuité, la relation est vérifiée dans un voisinage fini Ω de x_0 . Dans Ω , la transformation d'entrée

$$u = \frac{1}{L_g h}(-L_f h + \nu)$$

conduit à la relation linéaire entre y et ν , $\dot{y} = \nu$.

Si $L_g h(x) = 0$ pour toutes x dans Ω_x , nous pouvons dériver \dot{y} à nouveau pour obtenir

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u$$

Si $L_g L_f h(x)$ est encore nulle pour tout x dans Ω_x , nous dériverons encore et encore,

$$y^{(i)} = L_f^i h(x) + L_g L_f^{(i-1)} h(x)u$$

jusqu'à un nombre de fois correspondant au nombre entier r

$$L_g L_f^{(r-1)} h(x) \neq 0$$

Si pour un certain $x = x_0$ dans Ω_x , alors, par continuité, la relation ci-dessus est vérifiée dans un voisinage fini Ω de x_0 . Dans Ω , si on applique la loi de commande

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{(r-1)} h} (-L_f^r h + \nu)$$

à

$$y^{(r)} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{(r-1)} h(x) u \quad [4.8]$$

on obtient l'équation différentielle d'ordre r linéaire simple

$$y^{(r)} = \nu.$$

Ce nombre de dérivations nécessaires pour faire apparaître u correspond à la notion de degré relatif de la sortie y , défini de la façon suivante :

Définition 4.7 Degré relatif : Le système (4.1) est dit de *degré relatif* r dans une région Ω si, $\forall x \in \Omega$

$$L_g L_f^i h(x) = 0 \quad 0 \leq i \leq r - 1$$

$$L_g L_f^{(r-1)} h(x) \neq 0$$

S'il n'existe pas d'entier r tel que $L_g L_f^{(r-1)} h(x) \neq 0$, on dit que le degré relatif est infini.

••

Les Formes Normales

Quand le degré relatif r est défini et $r < n$ (où n est l'ordre du système), le système non linéaire (4.1) peut être mis sous "forme normale", en utilisant les coordonnées $y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}$ et en posant

$$\mu = [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \dots \quad \mu_r]^T = [y \quad \dot{y} \quad \dots \quad y^{(r-1)}]$$

Dans un voisinage Ω d'un point x_0 , la forme normale du système peut s'écrire

$$\dot{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_r \\ a(\mu, \Psi) + b(\mu, \Psi)u \end{bmatrix} \quad [4.9]$$

$$\dot{\Psi} = w(\mu, \Psi) \quad [4.10]$$

avec la sortie définie par

$$y = \mu_1$$

les μ_i et Ψ_j sont appelées *les coordonnées normales* ou *états normaux* dans Ω (ou en x_0). Notons que le sous-système (4.9) de la forme compagnon est simplement une autre expression de (4.8), tandis que le sous-système (4.11) ne contient pas l'entrée du système u .

Nous voyons qu'en utilisant le retour d'état non linéaire $u = \alpha(\mu, \Psi) + \beta(\mu, \Psi)\nu$, avec $\alpha = -a$ et $\beta = 1/b$, nous obtenons bien la chaîne de r intégrateurs sous forme canonique commandable $\dot{\mu} = A\mu + B\nu$, définissant le comportement entrée-sortie du système. Pour obtenir un comportement entrée-sortie asymptotiquement stable, il faudra et il suffira de choisir ν de la forme $\nu = K\mu$, avec K choisi de sorte que $(A + K)$ ait ses valeurs propres à partie réelle négative.

Définition 4.8 (Dynamique interne)

$$\dot{\Psi} = w(\mu, \Psi) \quad [4.11]$$

est appelée dynamique interne. Ce sont les états rendu inobservables par la linéarisation.

••

Remarque 4.1 *Lorsque $r = n$, le système est linéarisable entrée-état au sens la définition 4.6. Lorsque Ω peut être étendu à \mathfrak{R}^n , le système est dit globalement linéarisable entrée-état. Le changement de coordonnées $z = T(x)$ est défini par $z = \mu = (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})^T$.*

Nous présentons un exemple simple issu de [58] pour illustrer cette approche.

Considérons le système du troisième ordre

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_1^5 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1^2 + u \\ y &= x_1 \end{cases} \quad [4.12]$$

Afin d'obtenir une relation directe entre y et u , nous allons dériver la sortie y

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3$$

Puisque \dot{y} n'est toujours pas directement une fonction de l'entrée u , nous allons dériver une autre fois. Nous obtenons maintenant

$$\ddot{y} = (x_2 + 1)u + (x_1^5 + x_3)(x_3 + \cos x_2) + (x_2 + 1)x_1^2$$

Clairement, (4.2.2) représente une relation explicite entre y et u . Si nous choisissons l'entrée de commande sous la forme

$$u = \frac{1}{x_2 + 1}(\nu - (x_1^5 + x_3)(x_3 + \cos x_2) - (x_2 + 1)x_1^2)$$

où ν est une nouvelle entrée à déterminer, la non-linéarité de (4.2.2) est supprimée, et nous obtenons un double intégrateur entre la sortie et la nouvelle entrée ν ,

$$\ddot{y} = \nu$$

La conception d'un contrôleur de poursuite d'une trajectoire pour le double intégrateur est simple, en raison de la disponibilité des techniques de la commande linéaire. Par exemple, en posant $e = y(t) - y_d(t)$, l'erreur de poursuite, et en choisissant la nouvelle entrée ν de la forme

$$\nu = \ddot{y}_d - k_1 e - k_2 \dot{e}$$

où k_1 et k_2 sont des constantes positives, l'erreur de poursuite du système en boucle fermée est donnée par

$$\ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0$$

qui représente une dynamique asymptotiquement stable. Par conséquent, si, à l'instant initial, $e(0) = \dot{e}(0) = 0$, alors $e(t) \equiv 0, \forall t \geq 0$, c.à.d., une poursuite parfaite est réalisée ; pour des conditions initiales non nulles, $e(t)$ converge vers zéro asymptotiquement. La loi de commande u est alors donnée par

$$u = \frac{-f_1}{x_2 + 1} - k_2 \dot{y} - k_1 y \quad [4.13]$$

où

$$f_1(x) = (x_1^5 + x_3)(x_3 + \cos x_2) + (x_2 + 1)x_1^2.$$

Pour le système du troisième ordre (4.12), nous voyons que nous avons dû dériver deux fois la sortie pour obtenir une relation directe entre la sortie et l'entrée. Donc le système (4.12) a un degré relatif de 2. Cela signifie que le système n'est pas linéarisable entrée-état avec cette sortie et qu'il existe une dynamique interne.

Pour l'exemple ci-dessus, x_3 peut être choisi comme l'état de la dynamique interne (parce que x_3 , y et \dot{y} constituent un changement de coordonnées), et cette dynamique interne est représentée par l'équation

$$\dot{x}_3 = x_1^2 - \frac{f_1}{x_2 + 1}$$

Dynamique des zéros

Au moyen de la linéarisation entrée-sortie, la dynamique d'un système non linéaire est composée d'une partie externe (entrée-sortie) et d'une partie interne (inobservable). Puisque la partie externe se compose d'une forme canonique de commandabilité entre y et u , comme dans l'équation (4.9), il est facile de concevoir une entrée ν telle que la sortie y soit celle souhaitée. Cependant, il faut se préoccuper de la dynamique interne qui ne peut pas être instable sous peine d'obtenir un système global instable. La dynamique interne correspond, rappelons-le, simplement aux $(n - r)$ dernières équations $\dot{\Psi} = w(\mu, \Psi)$ de la forme normale. Généralement, cette dynamique dépend aussi de μ . Cependant, nous pouvons définir une propriété intrinsèque du système non linéaire en considérant la dynamique interne du système quand l'entrée de commande est telle que la sortie y est maintenue à zéro. Ceci revient à analyser la *dynamique de zéros*.

La contrainte que la sortie y soit identiquement nulle implique que toutes ses dérivés temporelles soient nulles. L'entrée u doit donc être elle que $y^{(i)}(t) = 0$, pour $0 \leq i \leq r$. D'après (4.8), ceci signifie que u doit être égale à

$$u_0(x) = -\frac{L_f^r h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)}.$$

Notez que, dans les coordonnées normales, l'entrée u_0 de commande peut être écrite comme une fonction seulement des états d'internes ψ .

Donc, la dynamique des zéros décrit l'évolution sur la variété de dimension $(n - r)$ M_0 définie par $\mu = 0$. Afin que le système fonctionne avec la dynamique de zéros, c'est-à-dire, pour que l'état x reste sur la variété M_0 , l'état initial du système $x(0)$ doit être sur la surface et le système soumis à l'entrée (4.2.2). En supposant qu'en effet l'état initial du système est sur la variété M_0 , c.à.d., que $\mu(0) = 0$, la dynamique de système peut être simplement décrite sous forme normale par

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= 0, \\ \dot{\Psi} &= w(0, \psi). \end{aligned} \quad [4.14]$$

Par définition, (4.14) est **la dynamique de zéros** du système non linéaire (4.1).

Cette notion de dynamique des zéros est illustrée par la figure (4.1).

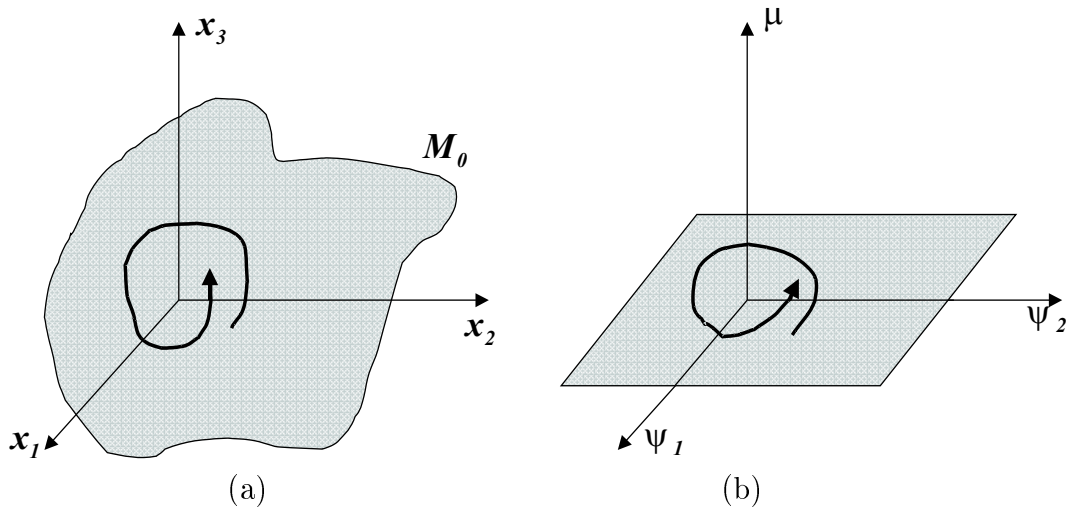


Figure 4.1. Evolution de l'état du système sur la variété M_0 de la dynamique de zéros pour $n = 3$, $r = 1$. (a) dans les coordonnées d'état d'origine, (b) dans les coordonnées normales.

Ainsi, par analogie avec les systèmes linéaires (car il est facile de montrer que (4.14) est analogue à l'équation différentielle correspondant au numérateur d'une fonction de transfert), on définit la notion de *système non linéaire à minimum de phase*.

Définition 4.9 (Système non linéaire à minimum de phase.) Un système non linéaire est dit à minimum de phase lorsque sa dynamique des zéros est asymptotiquement stable.

••

Le fait que le système est à minimum de phase *pour une sortie donnée* est indispensable pour assurer la stabilité au moins locale dans le cadre de la linéarisation entrée-sortie.

4.3. Méthode de backstepping

La méthode de backstepping [30, 32] est une méthodologie de synthèse réursive. Avec cette méthodologie, la construction de la loi de commande de type retour d'état et de la fonction de Lyapunov associée se fait de façon systématique et en même temps. Elle transforme un problème de conception de la commande d'un système complet en une séquence de problèmes de conception pour des systèmes d'ordre inférieur (la plupart du temps scalaire). En exploitant la simplicité et la flexibilité apportées par les systèmes scalaires, le backstepping peut souvent résoudre les problèmes de stabilisation, de poursuite, et les problèmes de commande robuste dans des conditions moins restrictives que celles d'autres méthodes. Ainsi, alors que la méthode de linéarisation entrée-sortie exige des modèles définies et compense souvent des non-linéarités utiles, la méthode de backstepping offre un choix d'outils de synthèse permettant de s'accommoder d'incertitudes et peut éviter des éliminations de non-linéarités utiles pour la performance et la robustesse de la commande.

Le terme "backstepping" signifie que l'on remonte la chaîne d'intégrateurs jusqu'à la commande, en construisant pas-à-pas la fonction de Lyapunov et la commande par retour d'état. Une restriction de l'approche est cependant qu'elle ne s'applique qu'aux systèmes sous forme de "strict feedback", forme que l'on précisera par la suite. Avant de définir la méthode de backstepping, nous devons préciser la notion de fonction de Lyapunov de commande (CLF).

4.3.1. Fonction de Lyapunov de commande

Supposons que notre problème consiste à concevoir une loi de commande de retour $\alpha(x)$ pour le système

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in \mathfrak{R}^n, \quad u \in \mathfrak{R}, \quad f(0, 0) = 0, \quad [4.15]$$

de sorte que le point d'équilibre $x = 0$ du système boucle fermé

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x)) \quad [4.16]$$

soit localement (respectivement globalement) asymptotique stable.

Conformément aux théorèmes de stabilité 3.1 et 3.2, nous devons trouver une fonctionnelle $V(x)$ [27, 28] comme fonction de Lyapunov candidate et exiger que sa dérivée temporelle le long de la solution de (4.16) satisfasse $\dot{V}(x) \leq -W(x)$, où $W(x)$ est une fonction définie positive sur un voisinage de \mathfrak{R}^n (respectivement sur \mathfrak{R}^n). Nous avons donc besoin de trouver en même temps un retour d'état $u = \alpha(x)$ pour garantir que pour tous $x \in \mathfrak{R}^n$

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x, \alpha(x)) \leq -W(x). \quad [4.17]$$

Une loi de commande pour (4.15) peut exister mais on peut ne pas satisfaire (4.17) à cause d'un choix faible de $V(x)$ et $W(x)$. Un système pour lequel existe un bon choix de $V(x)$ et $W(x)$ est dit posséder une *FLC*.

Définition 4.10 Une fonction positive définie et radialement non bornée $V : \mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}_+$ est appelée *FLC* pour (4.15) si

$$\inf_{u \in \mathfrak{R}} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x, u) \right\} \leq 0, \quad \forall x \neq 0. \quad [4.18]$$

••

Le concept de FLC d'Artstein [5] et de Sontag [61] est une généralisation des résultats de Jacobson [26], Judjevic et Quinn [29]. Il est possible de montrer [5] que (4.18) est non seulement nécessaire, mais aussi suffisante pour l'existence d'une loi de commande qui satisfait (4.17).

Pour les systèmes affines en la commande, comme

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad f(0) = 0, \quad [4.19]$$

l'inégalité de FLC (4.17) devient

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x) \alpha(x) \leq -W(x) \quad [4.20]$$

Si $V(x)$ est une FLC pour (4.19), alors une loi de commande $\alpha(x)$, lisse pour tous $x \neq 0$, est donnée par la formule de Sontag [62]

$$u = \alpha_s(x) = \begin{cases} -\frac{\frac{\partial V}{\partial x} f + \sqrt{(\frac{\partial V}{\partial x} f)^2 + (\frac{\partial V}{\partial x} g)^4}}{\frac{\partial V}{\partial x} g}, & \frac{\partial V}{\partial x} g \neq 0 \\ 0, & \frac{\partial V}{\partial x} g = 0 \end{cases} \quad [4.21]$$

Il est à noter que (4.20) peut être vérifié seulement si

$$\frac{\partial V}{\partial x} g(x) = 0 \implies \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0$$

ce qui définit aussi la notion de FLC.

Et dans ce cas, on peut conclure en s'aidant de l'équation (4.21) que :

$$W(x) = \sqrt{(\frac{\partial V}{\partial x} f)^2 + (\frac{\partial V}{\partial x} g)^4} > 0, \quad \forall x \neq 0.$$

4.3.2. Introduction : le cas du backstepping intégrateur

Hypothèse 4.1 Considérons le système

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad f(0) = 0, \quad [4.22]$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$ est l'état et $u \in \mathfrak{R}$ est l'entrée de commande. Il existe une loi de commande par retour d'état qui est continue et différentiable

$$u = \alpha(x), \quad \alpha(0) = 0, \quad [4.23]$$

et une fonction $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ régulière, définie positive et radialement non bornée telle que

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n, \quad [4.24]$$

où $W : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ est semi-définie positive.

••

Sous cette hypothèse, la commande (4.23), appliquée au système (4.22), garantit la bornitude globale de $x(t)$.

Lemme 4.1 (backstepping Intégrateur) On va augmenter le système (4.22) avec un intégrateur :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\zeta \quad [4.25]$$

$$\dot{\zeta} = u, \quad [4.26]$$

Et supposons que (4.25) satisfait l'Hypothèse 4.1 en prenant $\zeta \in \mathfrak{R}$ comme entrée

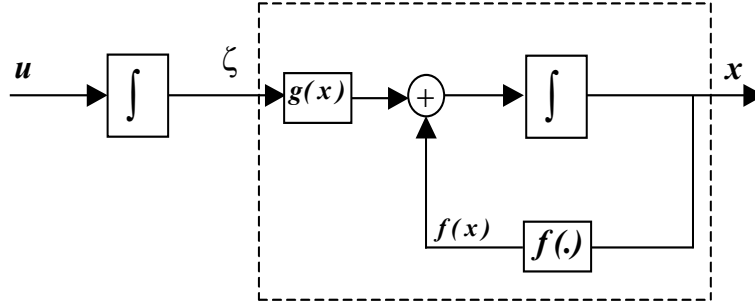


Figure 4.2. schéma block du système

de commande.

(i) Si $W(x)$ est définie positive, alors

$$V_a(x, \zeta) = V(x) + \frac{1}{2}[\zeta - \alpha(x)]^2 \quad [4.27]$$

est une *FLC* pour l'ensemble des équations (4.25), (4.26), c'est à dire qu'il existe une commande par retour d'état $u = \alpha_a(x, \zeta)$ qui rend $x = 0, \zeta = 0$ (les points d'équilibres de 4.25, 4.26) globalement asymptotiquement stable. Une telle commande est donnée par :

$$u = -c(\zeta - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\zeta] - \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x), \quad c > 0 \quad [4.28]$$

On montre facilement que $\dot{V}_a \leq W(x) - c(\zeta - \alpha(x))^2$.

(ii) Si $W(x)$ est seulement semi-définie positive, alors il existe une commande par retour d'état qui rend $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta) \leq 0$, telle que $W_a(x, \zeta) > 0$ lorsque

$W(x) > 0$ ou $\zeta \neq \alpha(x)$. Cela garantit globalement la bornitude et convergence de $\begin{pmatrix} x(t) \\ \zeta(t) \end{pmatrix}$ vers le plus grand sous-ensemble invariant M_a contenu dans l'ensemble

$$E_a = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n+1} \mid W(x) = 0, \zeta = \alpha(x) \right\}.$$

Pour la preuve de ce lemme, voir l'annexe II.

••

4.3.3. Méthode générale de synthèse récursive par backstepping

Cette méthode s'applique à la classe des systèmes de type "strict Feedback".

Définition 4.11 **Système sous forme "Strict Feedback"** : une système sous forme "Strict Feedback" admet la représentation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= f_2(x, \zeta_1, \zeta_2) + g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)\zeta_3 \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_{k-1} &= f_{k-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{k-1}) + g_{k-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{k-1})\zeta_k \\ \dot{\zeta}_k &= f_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) + g_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k)u \end{aligned} \tag{4.29}$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$ et ζ_1, \dots, ζ_k sont scalaires. Nous supposons par ailleurs que le système admet l'origine comme état d'équilibre.

Le nom "retour strict" vient de ce que les fonctions f_i, g_i dans l'équation de ζ_i ($i = 1, \dots, k$) dépendent seulement de $x, \zeta_1, \dots, \zeta_i$.

Le sous-système en x vérifie l'hypothèse 4.1 en considérant que ζ_1 est son entrée de commande. La procédure récursive commence avec le sous-système

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Nous construisons d'abord $V_1(x, \zeta_1)$ pour (4.30) comme

$$V_1(x, \zeta_1) = V(x) + \frac{1}{2}[\zeta_1 - \alpha(x)]^2, \quad [4.31]$$

où $\alpha(x)$ est le retour stabilisant qui satisfait (4.24) pour le sous-système d'état x . Une telle loi de commande intermédiaire sera appelée la *fonction stabilisante, encore appelée commande virtuelle dans cette thèse*. Afin de trouver la fonction stabilisante $\alpha_1(x, \zeta_1)$ pour la dynamique de ζ_2 (la commande virtuelle dans (4.30)), nous avons besoin de rendre \dot{V}_1 non positive lorsque $\zeta_2 = \alpha_1$: Si nous définissons $z = \zeta_1 - \alpha$ alors \dot{V}_1 la dérivée temporelle de (4.31) sera

$$\dot{V}_1 = \dot{V} + z\dot{z}$$

Or la dérivée temporelle de V est :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha) + \frac{\partial V}{\partial x}gz \\ \dot{z} &= f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f(x) + g(x)\zeta_1) \end{aligned}$$

Donc, nous aurons

$$\dot{V}_1 = \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha) + \frac{\partial V}{\partial x}g(\zeta_1 - \alpha) + (\zeta_1 - \alpha)[f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f(x) + g(x)\zeta_1)]$$

Sous l'hypothèse 4.1 : $\frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha) \leq -W(x)$, nous pouvons écrire :

$$\dot{V}_1 \leq -W(x) + [\zeta_1 - \alpha] \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}g + f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 - \frac{\partial \alpha}{\partial x}[f + g\zeta_1] \right\} \quad [4.32]$$

Afin de trouver une forme pour α_1 , on rajoute et on retranche le terme $g_1(x, \zeta_1)\alpha_1(x, \zeta_1)$.

Donc nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq -W(x) + [\zeta_1 - \alpha] \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}g + f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\alpha_1(x, \zeta_1) \right. \\ \left. + g_1(x, \zeta_1)[\zeta_2 - \alpha_1(x, \zeta_1)] - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f + g\zeta_1] \right\} \end{aligned}$$

Si on choisit le terme suivant pour α_1 :

$$\alpha_1(x, \zeta_1) = \frac{1}{g_1(x, \zeta_1)} \left\{ -c_1[\zeta_1 - \alpha(x)] - \frac{\partial V}{\partial x}g - f_1(x, \zeta_1) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}[f + g\zeta_1] \right\} \quad [4.33]$$

on va obtenir :

$$\dot{V}_1 \leq -W(x) - c_1[\zeta_1 - \alpha(x)]^2 + [\zeta_1 - \alpha]g_1(x, \zeta_1)[\zeta_2 - \alpha_1(x, \zeta_1)] \quad [4.34]$$

Nous définissons

$$W_1(x, \zeta_1) \triangleq W(x) + c_1(\zeta_1 - \alpha_1)^2 \quad (c_1 > 0) \quad [4.35]$$

D'un autre côté on sait bien que $\partial V_1 / \partial \zeta_1 = (\zeta_1 - \alpha)$. Donc nous réécrivons (4.34) comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -W_1(x, \zeta_1) + \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1} g_1(\zeta_2 - \alpha_1)$$

Avec cette configuration, on voit bien que si on choisit pour ζ_2 , la loi de commande virtuelle α_1 (c'est à dire que $\zeta_2 = \alpha_1$), alors \dot{V}_1 est négative.

Avec $\alpha_1(x, \zeta_1)$ déterminé, notre prochaine étape consiste à augmenter (4.30) avec l'équation $\dot{\zeta}_2$ depuis (4.29). Sous une forme compact, nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= F_1(X_1) + G(X_1)\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= f_2(X_1, \zeta_2) + g_2(X_1, \zeta_2)\zeta_3 \end{aligned} \quad [4.36]$$

où $f_2(X_1, \zeta_2)$, $g_2(X_1, \zeta_2)$ correspondent respectivement à $f_2(x, \zeta_1, \zeta_2)$, $g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)$ et

$$X_1 = \begin{bmatrix} x \\ \zeta_1 \end{bmatrix}, \quad F_1(X_1) = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)\zeta_1 \\ f_1(x, \zeta_1) \end{bmatrix}, \quad G_1(X_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_1(x, \zeta_1) \end{bmatrix}$$

A ce niveau, nous introduisons la fonction de Lyapunov candidate du système (4.36) :

$$V_2(X_1, \zeta_2) = V_1(X_1) + \frac{1}{2}[\zeta_2 - \alpha_1(X_1)]^2 \quad [4.37]$$

Pour la commodité des notations, nous avons employé $X_0 = x$ et $\alpha_0(X_0) = \alpha(x)$. De la même manière que nous avons fait pour trouver $\alpha_1(x, \zeta_1)$, nous obtenons $\alpha_2(X_1, \zeta_2)$ ou bien $\alpha_2(x_1, \zeta_1, \zeta_2)$ sous la forme suivante :

$$\alpha_2(X_1, \zeta_2) = \frac{1}{g_2} \left\{ -c_2[\zeta_2 - \alpha_1] - \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1} g_1 - f_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial X_1} [F_1 + G_1 \zeta_2] \right\} \quad [4.38]$$

Il est clair que cette procédure se terminera à la k -ème étape dans laquelle le système entier (4.29) sera stabilisé par la commande réelle u . Avec notre notation compacte, (4.29) se met sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{X}_{k-1} &= F_{k-1}(X_{k-1}) + G_{k-1}(X_{k-1})\zeta_k \\ \dot{\zeta}_k &= f_k(X_{k-1}, \zeta_k) + g_k(X_{k-1}, \zeta_k)u, \end{aligned} \quad [4.39]$$

où

$$X_{k-1} = \begin{bmatrix} X_{k-2} \\ \zeta_{k-1} \end{bmatrix} \quad F_{k-1}(X_{k-1}) = \begin{bmatrix} F_{k-2}(X_{k-2}) + G_{k-2}(X_{k-2})\zeta_{k-1} \\ f_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) \end{bmatrix}$$

$$G_{k-1}(X_{k-1}) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) \end{bmatrix}.$$

Et la fonction de Lyapunov candidate est

$$V_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) = V_{k-1}(X_{k-1}) + \frac{1}{2}[\zeta_k - \alpha_{k-1}(X_{k-1})]^2 \quad [4.40]$$

Nous allons chercher u telle que $\dot{V}_k \leq -W_k \leq 0$, avec $W_k > 0$ quand $W_{k-1} > 0$ où $\zeta_k \neq \alpha_{k-1}$:

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left\{ f_k + g_k u - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right\}. \\ &\leq -W_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) + \frac{\partial V_{k-1}}{\partial \zeta_{k-1}} g_{k-1} (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \\ &\quad + (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left\{ f_k + g_k u - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right\}. \\ &\leq -W_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) + (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left\{ \frac{\partial V_{k-1}}{\partial \zeta_{k-1}} g_{k-1} + f_k + g_k u \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right\}. \\ &\leq -W_k(X_{k-1}, \zeta_k) \leq 0. \end{aligned}$$

Si la condition de non-singularité

$$g_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) \neq 0, \quad \forall \zeta_i \in \mathfrak{R}, \quad i = 1, \dots, k,$$

est satisfaite, alors le choix plus simple pour u sera

$$u = \frac{1}{g_k} \left\{ -c_k [\zeta_k - \alpha_{k-1}] - \frac{\partial V_{k-1}}{\partial \zeta_{k-1}} g_{k-1} - f_k + \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} [F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k] \right\} \quad [4.41]$$

avec $c_k > 0$ et, d'autre part, $W_k = W_{k-1} + c_k (\zeta_k - \alpha_{k-1})^2$.

4.4. Comparaison des méthodes backstepping et linéarisation

Un avantage important du backstepping est qu'il ne conduit pas à l'annulation des non-linéarités utiles et permet de poursuivre des objectifs de stabilisation ou de poursuite, plutôt que des objectifs de linéarisation.

Exemple 4.1 Comme outil de synthèse, le backstepping est moins restrictif que la linéarisation par retour d'état. Dans certains cas, le backstepping permet de surmonter des singularités.

Ceci est illustré par le système [32]

$$\begin{cases} \dot{x} &= x\zeta \\ \dot{\zeta} &= u, \end{cases} \quad [4.42]$$

qui est non commandable en $x = 0$. En comparant avec (4.25), nous voyons que $f(x) = 0$, $g(x) = x$. En appliquant le lemme (4.1) avec $V(x) = \frac{1}{2}x^2$ nous pouvons choisir, d'après (4.21)

$$\alpha(x) = -x^2, \quad z = \zeta - \alpha(x) = \zeta + x^2, \quad [4.43]$$

tel que $W(x)$ dans (4.24) soit définie positive : $W(x) = x^4$. La substitution de (4.43) dans (4.42) fournit

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x^3 + xz \\ \dot{z} &= u + 2x^2(z - x^2) \end{aligned}$$

Et la dérivée de $V_a = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}z^2$ est

$$\dot{V}_a = -x^4 + z(u + x^2 + 2x^2z - 2x^4).$$

La commande de (4.28) qui rend $\dot{V}_a = -x^4 - z^2$ est

$$u = -z - x^2 - 2x^2z + 2x^4 = -\zeta - 2x^2 - 2x^2\zeta. \quad [4.44]$$

Donc, le système résultant dans les coordonnées (x, ζ) est

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x\zeta \\ \dot{\zeta} &= -\zeta - 2x^2 - 2x^2\zeta, \end{aligned}$$

et son point d'équilibre $(0,0)$ est globalement asymptotiquement stable.

Une flexibilité intéressante du backstepping est lié au choix de $\alpha(x)$. Pour le système (4.42) au lieu de (4.43), nous pouvons choisir

$$\alpha(x) \equiv 0, \quad z = \zeta,$$

tel que $W(x) \equiv 0$ est semi-infinie et

$$V_a = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\zeta^2$$

La dérivée de V_a le long de la trajectoire de (4.42) est

$$\dot{V}_a = x^2\zeta + \zeta u = \zeta(u + x^2).$$

Dans ce cas, le meilleur choix pour $u(t)$ qui rend \dot{V}_a semi-définie est

$$u = -\zeta - x^2 \quad [4.45]$$

qui conduit au système en boucle fermé suivant

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x\zeta \\ \dot{\zeta} &= -\zeta - x^2 \end{aligned}$$

En comparant (4.44) et (4.45), nous voyons que le choix $\alpha(x) \equiv 0$ a simplifié la loi de commande en éliminant le terme x^4 .

••

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté en détail, les deux méthodologies que nous allons utiliser dans la suite de cette thèse pour la commande décentralisée des réseaux électriques.

Chapitre 5

Commande non linéaire d'un système SMIB

Résumé : Dans ce chapitre, nous allons proposer trois lois de commande non linéaire qui permettent la stabilisation transitoire en présence de défaut de type court-circuit triphasé.

5.1. Introduction

Avant d'étudier le comportement d'un réseau multi-machines en présence de perturbations de type court-circuit, nous allons nous concentrer tout d'abord sur la régulation d'une machine connectée à un nœud infini (un système SMIB). Nous verrons dans le prochain chapitre que cette étude sera utile pour proposer une méthodologie de synthèse d'une commande non linéaire décentralisée pour un réseau multi-machines. Dans les chapitres 2 et 4, nous avons développé le modèle mathématique d'une machine connectée à un nœud infini et précisé les méthodologies de synthèse de lois de commande non linéaire qui vont nous être utiles dans ce chapitre.

Le type de perturbations introduites dans cette étude est essentiellement un court-circuit triphasé qui se produit sur l'une des lignes de transmission pour une période déterminée. Nous examinerons l'impact de ce court-circuit sur les états ou paramètres du système, comme la tension terminale, la vitesse relative, l'angle de puissance et la puissance électrique, après avoir coupé la ligne défectueuse ou bien après l'avoir restaurée (cela dépendra de la nature du court-circuit). Par ailleurs, nous considérerons également l'impact d'une variation paramétrique de la turbine et de sa régulation.

Nous proposerons tout d'abord une méthode de base par backstepping dans laquelle la variable de commande est la tension d'excitation. Puis nous considérerons une approche plus élaborée dans laquelle on contrôle le générateur non seulement par la tension d'excitation (comme cela se pratique classiquement) mais également par la puissance mécanique via la commande de valve de la turbine. Cette approche permettra de fixer un double objectif de performances de régulation, c'est-à-dire, le respect d'un niveau de tension de référence en même temps que celui d'un niveau de puissance délivrée sur le bus.

5.2. Présentation du système étudié

Nous utilisons dans ce chapitre les équations d'état de l'ensemble turbo-générateur (2.15) + (5.6) du modèle SMIB présenté dans le chapitre 2.

5.2.1. Calcul du point de fonctionnement de référence

Notre objectif général est de réguler le système autour d'un point d'équilibre particulier défini comme solution du système d'équations algébriques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 0 \\ P_{m0} = P_{e0} \\ -\frac{1}{T'} P_{e0} + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta_0 + \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta_0 K_c u_{f0} = 0 \\ -\frac{1}{T_T} P_{m0}^e + \frac{K_T}{T_T} X_{E0} = 0 \\ -\frac{1}{T_G} X_{E0} + \frac{K_G}{T_G} P_{c0} = 0 \end{array} \right. \quad [5.1]$$

En pratique, on pourra fixer un niveau de tension V_{t0} et de puissance P_{e0} de référence. A partir l'expression de V_t

$$V_t = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{V_s^2} \csc^2 \delta(t) P_e^2 + x_q^2 V_s^2 + 2x_s x_q x_{qs} P_e \cot \delta \right\}^{1/2} \quad [5.2]$$

et connaissant P_e , on en déduit la valeur de l'angle δ_0 et, à partir de là, les autres états et entrées d'équilibre indicés "0", solutions de (5.1).

5.2.2. Introduction des variables d'écart

Puisque les résultats de stabilité concernent des systèmes non linéaires admettant l'origine comme point d'équilibre, nous effectuons un changement de variables d'état du système δ , ω et P_e en introduisant les variables d'écart par rapport leurs point d'équilibre.

$\tilde{\delta}(t)$	l'erreur de l'angle de puissance du générateur
$\omega(t)$	la vitesse relative de rotation électrique
$\tilde{P}_e(t)$	l'écart de puissance électrique de sortie
Ainsi nous définissons : $\tilde{P}_m(t)$	l'écart de puissance mécanique fournie par la turbine
$\tilde{X}_E(t)$	l'écart de l'ouverture de valve de la turbine
$\tilde{P}_c(t)$	l'écart de commande de valve de la turbine

Cela veut dire que :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\delta}(t) &= \delta(t) - \delta_0 \\
 \tilde{P}_e(t) &= P_e(t) - P_{e0} \\
 \tilde{P}_m(t) &= P_m(t) - P_{m0} \\
 \tilde{X}_E(t) &= P_m(t) - P_{m0} \\
 \tilde{P}_c(t) &= P_c(t) - P_{c0}
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\tilde{\delta}}(t) = \omega(t) \\
 \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(\tilde{P}_m(t) - \tilde{P}_e(t)) \\
 \dot{\tilde{P}}_e(t) = \left(\omega(t) \cot(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) - \frac{1}{T'}\right) (\tilde{P}_e(t) + P_{e0}) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) \\
 \quad + K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) + \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) K_c u_f
 \end{array} \right.
 \tag{5.4}$$

et pour la turbine nous obtenons :

$$\dot{\tilde{P}}_m(t) = -\frac{1}{T_T} \tilde{P}_m(t) + \frac{K_T}{T_T} \tilde{X}_E(t)
 \tag{5.5}$$

$$\dot{\tilde{X}}_E(t) = -\frac{1}{T_G} \tilde{X}_E(t) + \frac{K_G}{T_G} [\tilde{P}_c(t) - \frac{1}{R\omega_0} \omega(t)]
 \tag{5.6}$$

5.3. Description du défaut permanent étudié

Afin d'étudier l'évolution des variables les plus importantes du réseau en présence d'un court-circuit, nous avons besoin de préciser le circuit équivalent du réseau à chaque stade (avant le défaut, pendant le défaut et après le défaut). Ici on suppose qu'avant le défaut le réseau est en régime permanent et les points d'équilibres des système sont δ_0 , P_{e0} et V_{i0} .

Donc avant le défaut, nous avons le circuit équivalent correspondant à la figure 5.1.

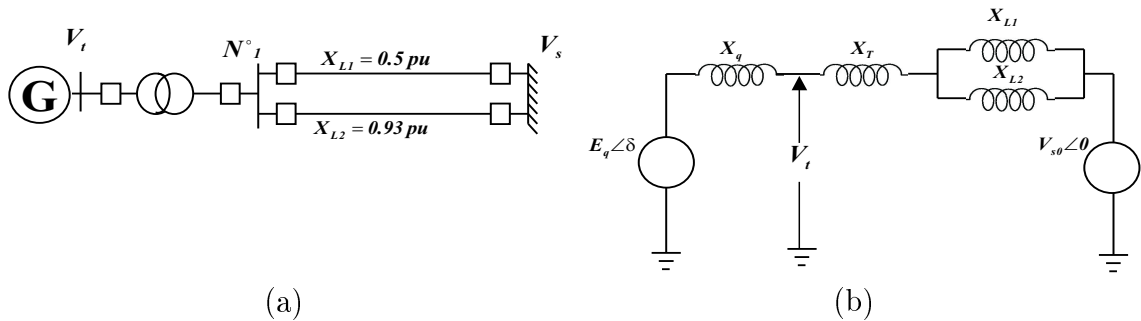


Figure 5.1. (a) Réseau avant le défaut. (b) Circuit équivalent avant le défaut

En supposant qu'à $t = t_f$, un court-circuit triphasé se produit sur l'un des lignes de transmission (par exemple sur la ligne signalé par X_{L2}) et très proche du bus (1), l'état du réseau et le circuit équivalent correspondent à la figure (5.2).

Il faut noter que du point de vue du générateur, pendant la période du court-circuit, nous avons $V_s = 0$.

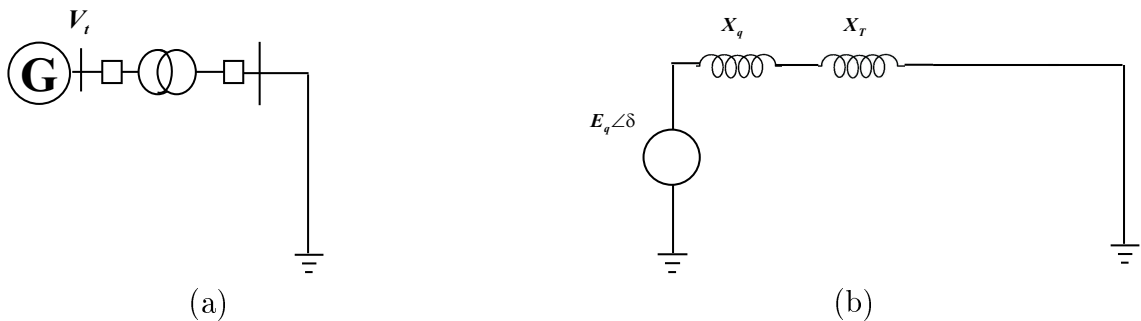


Figure 5.2. (a) Réseau pendant de défaut. (b) Circuit équivalent pendant le défaut

A $t = t_c$ le court-circuit est retiré en coupant la ligne défectueuse. Le réseau et son circuit équivalent sont présentés à la figure 5.3 :

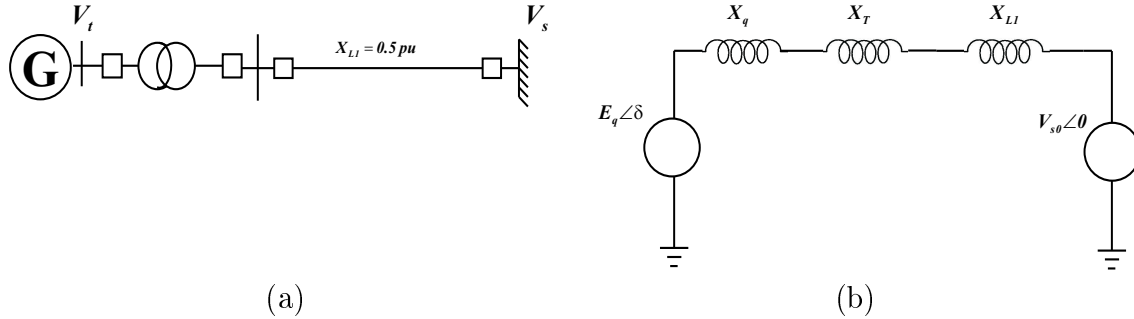


Figure 5.3. (a) Réseau après le défaut. (b) Circuit équivalent après le défaut

5.3.1. Paramètres du réseau-test

Les paramètres du système considéré sont dans le tableau 5.1 :

Pour le cas du réseau-test correspondant aux paramètres du tableau 5.1, nous travaillerons avec les points d'opération suivant :

$$\delta_0 = 67.5^\circ, P_{m0} = 0.9 p.u. \text{ et } V_{t0} = 1.0 p.u.$$

et les saturations des actionneurs sont définies par : $\max |k_c U_f(t)| = 7 pu$, $0 < P_c(t) < 1.5 p.u.$

5.4. Les régulateurs de référence de l'étude

Tout au long de cette étude, nous considérons deux régulateurs qui nous serviront de référence de comparaison :

- Les régulateurs PSS et AVR : il s'agit de la principale référence d'une étude sur la régulation des réseaux électriques, puisque cette structure de commande est aujourd'hui universellement utilisée.
- Le régulateur par linéarisation directe par retour d'état : il s'agit d'une approche non linéaire dont de nombreuses variantes sont connues [67, 22,

Variable	Unité	Valeur
ω_0	rad/sec	314,159
δ_0	rad	0,56
P_{e0}	pu	0,9
Q_{e0}	pu	0,436
P_{m0}	pu	0,9
k_D	pu	5
H	pu sec	4
T'_{do}	sec	8
K_c	pu	200
T_G	sec	0,2
T_T	sec	2
K_T	pu	1
K_G	pu	1
x_d	pu	1,81
x_q	pu	1,494
x'_d	pu	0,3
x'_q	pu	0,65
x_T	pu	0,15
V_{i0}	pu	1
x_{L1}	pu	0,5
x_{L2}	pu	0,93

Tableau 5.1. Les valeurs des paramètres du réseau

68]. Cette approche servira de référence comparative entre méthodes non linéaires.

Nous avons choisi de ne pas faire de comparaison avec d'autres approches linéaires, comme l'approche par synthèse LMI, car nous considérons que même si elle permet une amélioration sensible des performances par rapport aux PSS & AVR standards, elle reste intrinséquement limitée en raison de l'utilisation d'un modèle linéarisé tangent. Par ailleurs, le grand nombre de méthodes de synthèse LMI proposée rend ce travail difficile.

5.4.1. Les régulateurs PSS et AVR

Nous rappelons la structure de ces correcteurs déjà vue au chapitre 3. Ces régulateurs agissent uniquement sur l'entrée d'excitation u_f , selon le schéma suivant :

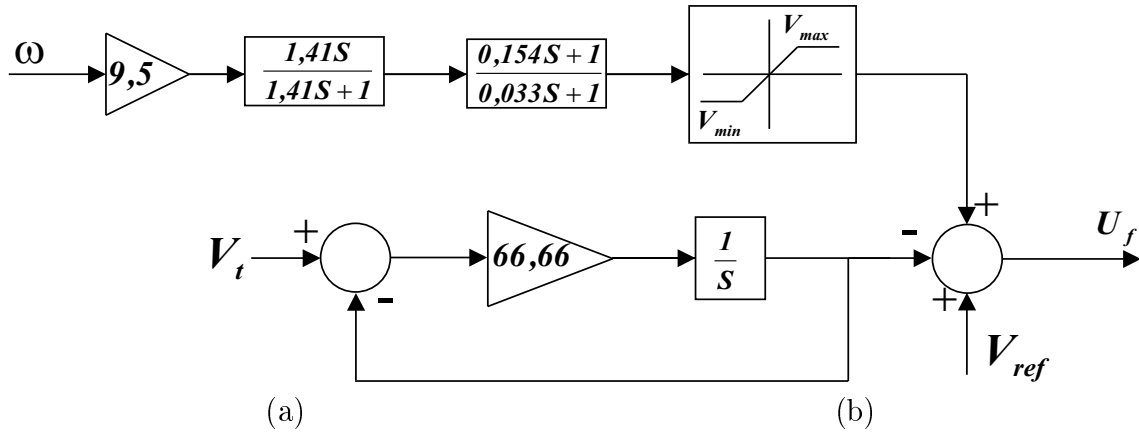


Figure 5.4. Schéma-bloc de PSS et AVR

Les coefficients de chaque bloc sont tirés de [34] et sont compatibles avec le réseau-test.

Notations des variables utilisées dans ce schéma :

U_f : entrée de la SCR amplificateur du générateur

V_{ref} : valeur référence pour la tension de sortie

5.4.2. Le régulateur par linéarisation directe par retour d'état

Nous rappelons ici la méthode présentée dans [67, 22, 68] et appelée DFL. Il s'agit d'une méthode de commande agissant uniquement sur la tension d'excitation, la puissance mécanique étant supposée constante également.

Dans la mise en œuvre de la méthode DFL, l'idée est simplement d'éliminer les non-linéarités apparaissant dans la dynamique de P_e .

Nous sommes dans la situation présentée au chapitre 3, d'une compensation directe (d'où le nom de linéarisation directe) des non-linéarités de la dynamique. ceci est possible, car ces non-linéarités sont rassemblées dans une seule équation d'état.

En effet, d'après l'équation (5.4), si l'on pose

$$\nu_f = T'\omega(t) \cot \delta(t) P_e - P_{e0} + \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta(t) + T' K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2 \delta(t) + \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c u_f,$$

ou encore, pour $\delta \neq 0$, en choisissant u_f sous la forme suivante :

$$u_f = \frac{x_{ds}}{V_s \sin \delta(t)} \left\{ \nu_f - T' \omega(t) \cot \delta(t) P_e + P_{e0} - \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta(t) - T' K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2 \delta(t) \right\}$$

(5.13) devient le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{\delta}}(t) \\ \dot{\omega}(t) \\ \dot{\tilde{P}}_e(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{K_d}{2H} & -\frac{\omega_0}{2H} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\delta}(t) \\ \omega \\ \tilde{P}_e(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T'} \end{pmatrix} \nu_f \quad [5.7]$$

En d'autres termes, on peut dire que

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\nu_f(t) \quad x(t_0) = x_0$$

où $x(t)$ est l'état du système de dimension 3, x_0 l'état initial, $u(t)$ est le vecteur de commande. Les matrices A et B sont des matrices de dimensions compatibles avec $x(t)$ et $u(t)$. la paire (A, B) est commandable.

Ce type d'équation d'état linéaire permet de représenter le comportement dynamique du système globalement (sauf sur un sous-ensemble de mesure nulle correspondant à $\delta = 0 \text{ mod. } \pi$).

Les auteurs de cette approche proposent de choisir ν_f comme solution d'un problème LQR du type :

$$\mathcal{J}(x_0) = \int_0^\infty (x(t)^T Q x(t) + \nu_f(t)^T R \nu_f(t)) dt \quad [5.8]$$

où les matrices Q et R sont symétriques et définies positives.

Ces deux matrices constituent l'ensemble des paramètres de synthèse.

Un des résultats important de la commande optimale est que la loi de commande minimisant le critère (5.8) s'exprime comme un retour d'état (on suppose pour l'instant que l'état $x(t)$ est accessible) :

$$u(t) = -Kx(t) \quad [5.9]$$

où $K = R^{-1} B^T P$ et P est la solution symétrique et définie positive de l'équation algébrique matricielle de Ricati :

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P = -Q \quad [5.10]$$

Cette loi de commande à la propriété de *stabiliser* le système ($A - BK$ stable) et de *minimiser* le critère considéré qui a pour valeur :

$$\mathcal{J}(x_0) = x_0^T P x_0$$

Pour le cas du réseau-test correspondant aux paramètres du tableau 5.1 et avec les points d'opération :

$$\delta_0 = 67.5^\circ, P_{m0} = 0.9 \text{ p.u. et } V_{t0} = 1.0 \text{ p.u.}$$

nous avons choisi les matrices de pondération Q et R de la (5.8) de la façon suivante :

Nous avons choisi $R = 1$ et, en simulant la réponse du système, nous avons fixé Q , sous forme diagonale, de manière à obtenir la meilleure réponse possible (amortissement maximum et dépassement minimum). Ainsi nous avons obtenu la matrice Q suivante :

$$Q = \begin{pmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}, \quad R = 1 \quad [5.11]$$

Ce qui conduit au gain optimal :

$$K_{\tilde{\delta}} = -31,6228, K_{\omega} = -7,7761, K_{\tilde{P}_e} = 40,9329 \quad [5.12]$$

Finalement, nous obtenons la commande ν_f :

$$\nu_f = 31,6228(\delta - \delta_0) + 7,77161\omega - 40,9329(P_e - P_{m0})$$

5.5. Régulation de la puissance électrique

Dans cette partie, nous proposons un schéma de régulation non linéaire dans lequel **nous considérons que la régulation de la turbine assure que P_m est toujours égale à P_{e0}** qui correspond à la puissance électrique que doit fournir le générateur au bus infini¹.

¹Ceci revient à négliger la dynamique de la turbine et de sa régulation.

Proposition 5.1 *Après que le défaut ait été retiré et si la régulateur utilisé parvient à stabiliser le système SMIB, la puissance de référence d'avant défaut P_{e0} sera obtenue quelque soit la structure de la régulation de la tension d'excitation.*

Preuve. En examinant les deux premières équations d'état de (5.4), on se rend compte, que si le système revient dans un état d'équilibre stable $e-pos$ après défaut, cet état sera tel que $\tilde{\delta}_{e-pos} = \omega_{e-pos} = 0$ et $\tilde{\omega}_{e-pos} = -\frac{K_D}{2H}\omega_{e-pos} - \frac{\omega_0}{2H}\tilde{P}_{e-pos} = 0$. Ces deux équations impliquent que $P_{e-pos} = P_{m0} = P_{e0}$. Le nouvel état d'équilibre obtenu est cependant différent de l'état de référence d'avant défaut puisque la réactance de ligne x_L a changée.

En ce qui concerne l'angle de puissance δ , il n'est pas possible de prédire a priori si l'on retrouvera après défaut, la valeur d'avant-défaut : cela dépendra de la structure de commande utilisée et de la nature du défaut, même chose pour la tension de sortie V_t .

5.5.1. Synthèse d'un nouveau régulateur par la méthode du backstepping

Nous considérons à nouveau (5.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{\delta}}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) - \frac{\omega_0}{2H}\tilde{P}_e(t) \\ \dot{\tilde{P}}_e(t) = \left(\omega(t) \cot(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) - \frac{1}{T'}\right) (\tilde{P}_e(t) + P_{e0}) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) \\ \quad + K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) + \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) K_c u_f \end{array} \right. \quad [5.13]$$

Nous rappelons également les coefficients A et K_m définis au chapitre 2 :

$$A = \frac{x_d - x_q}{x_{qs} x_{ds}} \quad [5.14]$$

$$[5.15]$$

$$K_m = \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds} x_{ds}} - A \quad [5.16]$$

$$[5.17]$$

Tout d'abord, nous observons que (5.13) est directement sous la forme "strict feedback" (4.29) :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= f_1(\zeta_1) + g_1\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= f_2(x, \zeta_1, \zeta_2) + g_2(x)u_f\end{aligned}\quad [5.18]$$

avec

$$\begin{aligned}f_1 &= \frac{-K_d}{2h}\zeta_1 & g_1 &= -\frac{\omega_0}{2h} \\ f_2 &= (\zeta_1 \cot(x + \delta_0) - \frac{1}{T'}) (\zeta_2 + P_{m0}) & g_2 &= \frac{1}{T'x_{ds}} V_s k_c \sin(x + \delta_0) \\ &+ \frac{A}{2T'} V_s^2 \sin 2(x + \delta_0) & x &= \tilde{\delta} \\ &+ k_m V_s^2 \zeta_1 \sin^2(x + \delta_0) & \zeta_1 &= \omega, \quad \zeta_2 = \tilde{P}_e\end{aligned}$$

En utilisant la méthode backstepping présentée dans la section (3.5), La loi de commande est obtenue en 3 étapes :

1. Nous choisissons la fonction de Lyapunov $V(x) = \frac{1}{2}x^2$ pour stabiliser la première équation de la dynamique (5.18), nous considérons ζ_1 comme une entrée et nous cherchons une commande virtuelle α telle que la dérivée de $V(x)$ soit définie négative. Il est facile de voir que, si on choisit $\alpha(x) = -kx$, $k > 0$, $\dot{V}(x) = -kx^2$.
2. Maintenant nous considérons ζ_2 comme une entrée et nous cherchons une loi commande virtuelle $\alpha_1(x, \zeta_1)$ telle que la dérivée de $V_1(x, \zeta_1) = V(x) + \frac{1}{2}(\zeta_1 - \alpha)^2$ (la fonction de Lyapunov pour l'ensemble de deux premières équations de (5.18)) soit négative. En calculant la dérivée temporelle de V_1 , on obtient :

$$\dot{V}_1 = -kx^2 + (\zeta_1 - \alpha)\{x + f_1 + g_1\zeta_2 + k\zeta_1\} \quad [5.19]$$

On voit qu'en prenant la commande virtuelle : $\zeta_2 = \alpha_1(x, \zeta_1)$ de la forme

$$\alpha_1(x, \zeta_1) = \frac{1}{g_1} \{-c_1[\zeta_1 - \alpha(x)] - x - f_1(\zeta_1) + k\zeta_1\}, \quad c_1 > 0 \quad [5.20]$$

nous obtenons :

$$\dot{V}_1 = -kx^2 - c_1(\zeta_1 + k\zeta_1)^2. \quad [5.21]$$

3. En procédant encore une fois de la même manière avec

$$V_2(x, \zeta_1, \zeta_2) = V_1(x, \zeta_1) + \frac{1}{2}(\zeta_2 - \alpha_1)^2 \quad [5.22]$$

comme une fonction de Lyapunov candidate pour l'ensemble de (5.18), nous obtenons :

$$\dot{V}_2 = -kx^2 - c_1(\zeta_1 + k\zeta_1)^2 + (\zeta_2 - \alpha_1) \left\{ \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1} g_1 + f_2 + g_2 u_f - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \zeta_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_1} (f_1 + g_1 \zeta_2) \right\} \quad [5.23]$$

En prenant la loi de commande u_f :

$$u_f = \frac{1}{g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)} \left\{ -c_2[\zeta_2 - \alpha_1] - \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1} g_1 - f_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \zeta_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_1} (f_1 + g_1 \zeta_2) \right\} \quad [5.24]$$

on obtient finalement que

$$\dot{V}_2 = -kx^2 - c_1(\zeta_1 + k\zeta_1)^2 - c_2\zeta_2 - \alpha_1)^2. \quad [5.25]$$

Proposition 5.2 *La loi de commande*

$$u_f = \frac{1}{g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)} \left\{ -c_2[\zeta_2 - \alpha_1] - \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1} g_1 - f_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \zeta_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_1} (f_1 + g_1 \zeta_2) \right\} \quad [5.26]$$

assure la stabilité asymptotique globale en boucle fermée de tout point d'équilibre défini par (5.1) du système (5.18), c'est-à-dire, du système SMIB. La commande est toujours bien définie et bornée, sauf sur un sous-ensemble de mesure nulle définie par l'ensemble $(\delta = 0 \text{ mod. } \pi)$.

Preuve. Immédiate en considérant les étapes précédentes de la synthèse et en notant que \dot{V}_2 est négative et que V_2 est radialement non bornée (démonstration immédiate dans le système de coordonnées $(x, \zeta_1 + kx, \zeta_2 - \alpha_1(x, \zeta_1))^T$). On voit que la commande est singulière si $g_2 = 0$, c'est-à-dire pour $(\delta = 0 \text{ mod. } \pi)$.

Remarque 5.2 *On peut noter qu'il est possible de synthétiser notre contrôleur backstepping en utilisant les variables d'état E_q , δ et ω . (Voir [50]).*

5.5.1.1. Disponibilité du vecteur d'état

Comme nous l'avons vu, pour mettre en œuvre le contrôleur par retour d'état obtenu par backstepping (et même DFL), on a besoin de disposer des variables δ , ω et P_e .

Il est clair que les variables ω et P_e sont facilement mesurables directement, mais la mesure de δ est plus délicate, mais néanmoins possible [14].

Cependant si cette mesure d'angle est impossible, il est possible de reconstruire algébriquement δ à partir des grandeurs mesurables V_t et I_f (le courant d'excitation) ou encore à partir de V_t et P_e , à condition disposer d'une bonne connaissance des réactances et de la tension V_s :

Calcul de δ

Le calcul de δ est un peu compliqué. A partir de la formule (2.10) nous pouvons trouver très facilement E_q : $E_q = x_{ad}I_f$ (parce que x_{ad} fait partie des paramètres connus du générateur et I_f est très facilement mesurable) et, grâce à la relation (8.18), on peut écrire :

$$V_s \cos \delta = \frac{x_{ds}E_{q1} - x_{qs}E_q}{x_d - x_q} \quad [5.27]$$

en remplaçant la partie gauche de l'équation (5.27) dans (8.17), nous obtenons :

$$E_{q1} = \frac{\frac{2x_q x_s}{x_{qs}(x_d - x_q)} E_q + \sqrt{\left(\frac{2x_q x_s}{x_{qs}(x_d - x_q)} E_q\right)^2 - 4 \left(\frac{x_q^2}{x_{qs}^2} V_s^2 - V_t^2\right) \left(\frac{x_s^2(x_d - x_q) + 2x_q x_s x_{ds}}{x_{qs}(x_d - x_q)}\right)}}{2 \left(\frac{x_s^2(x_d - x_q) + 2x_q x_s x_{ds}}{x_{qs}(x_d - x_q)}\right)} \quad [5.28]$$

Donc nous aurons à partir de (5.27) et de (5.28) :

$$\delta = \cos^{-1} \left\{ \frac{x_{ds}E_{q1} - x_{qs}E_q}{(x_d - x_q)V_s} \right\} \quad [5.29]$$

δ peut être obtenue également numériquement à partir de la mesure de V_t et de P_e et grâce à l'équation de la tension de sortie (2.7)

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{V_s^2} \csc^2 \delta(t) P_e^2(t) + x_q^2 V_s^2 + 2x_s x_q x_{qs} P_e(t) \cot \delta(t) \right\}^{1/2} \quad [5.30]$$

Il est à noter que ces reconstructions reposent sur une bonnes connaissances de réactances du système et de la tension V_s , ce qui peut représenter une limitation en présence de fortes incertitudes sur ces paramètres électriques.

5.5.1.2. Structure du contrôleur backstepping dans le réseau SMIB

Compte tenu du paragraphe précédent, la Figure suivante résume la structure du contrôleur backstepping dans le réseau SMIB :

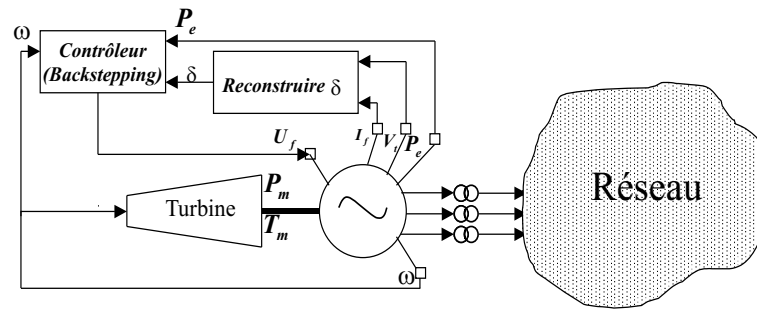


Figure 5.5. Représentation d'une machine et ses réglages avec le contrôleur backstepping

5.5.2. Simulation sur le réseau-test

Dans cette partie, nous présentons les principaux résultats de simulation de notre contrôleur backstepping. Nous le comparons aussi (voir les figures 5.6, 5.7, 5.8, 5.9) au correcteur PSS & AVR et à la commande DFL, en présence d'un court-circuit triphasé sur l'une des lignes de transport (voir figure 2.2). Les paramètres de réglage du contrôleur backstepping ont été ajustés expérimentalement de manière à assurer la meilleure réponse transitoire des différents états : $k = 1$, $c_1 = 1$ et $c_2 = 80$.

Séquence de défaut (défaut permanent)

- étape 1 :** le système est dans un régime permanent (avant court-circuit)
- étape 2 :** un court-circuit apparaît à $t = 0,5\text{sec}$
- étape 3 :** le court-circuit est retiré à $t = 0,57\text{sec}$ par coupure de la ligne défectueuse
- étape 4 :** le système est dans un état après-défaut

Le tableau 5.2 montre les points d'équilibres avant et après défaut.

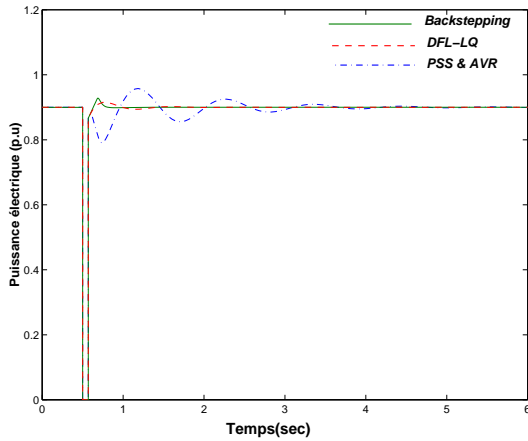


Figure 5.6. Variations de la puissance électrique

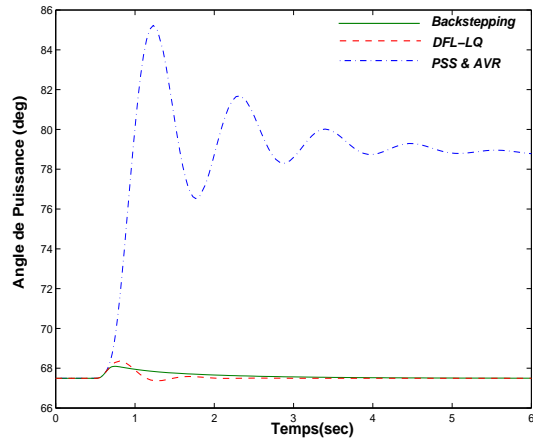


Figure 5.7. Variations de l'angle de la puissance

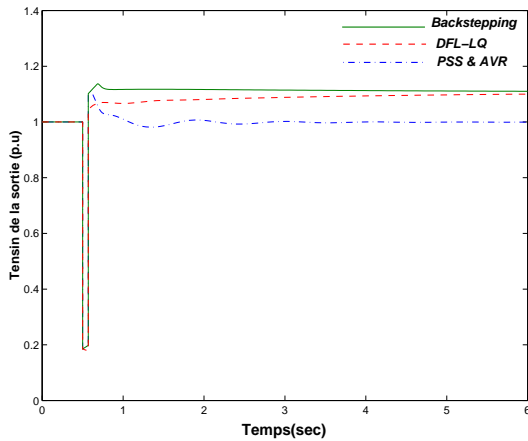


Figure 5.8. Variations de la tension de sortie

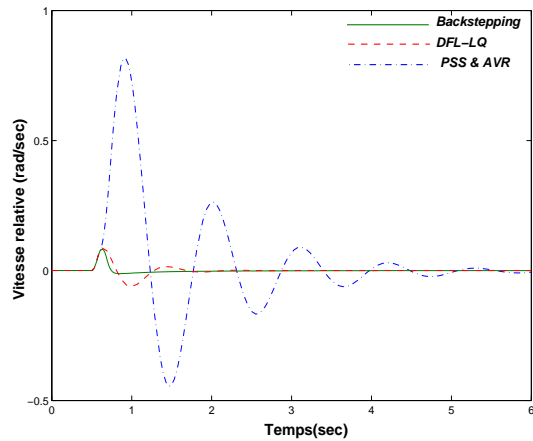


Figure 5.9. Variations de la vitesse relative

5.5.2.1. Analyse des résultats

Conformément aux remarques introductives du paragraphe 5.5 et comme on peut le constater sur les figures (5.7, 5.8) et sur le tableau 5.2, la modification de réactance de ligne x_L liée au défaut fait qu'on n'arrive pas à retrouver les valeurs de V_t avant défaut. On constate que l'on retrouve cependant la valeur de l'angle de puissance avant défaut. Ce phénomène lié à la structure du contrôleur backstepping (et partagé par la commande DFL) contribue à amplifier l'écart de tension V_t observé. En revanche, ce phénomène n'apparaît pas dans le cas PSS &

Variable	PSS	DFL	backstepping
ω avant défaut	0 rad/sec	0 rad/sec	0 rad/sec
ω après défaut	0 rad/sec	0 rad/sec	0 rad/sec
δ_0 avant défaut	67,5°	67,5°	67,5°
δ_0 après défaut	78,8°	67,5°	67,5°
P_e avant défaut	0,9 p.u	0,9 p.u	0,9 p.u
P_e après défaut	0,9 p.u	0,9 p.u	0,9 p.u
V_t avant défaut	1,0 p.u	1,0 p.u	1,0 p.u
V_t après défaut	1,0 p.u	1,11 p.u	1,11 p.u

Tableau 5.2. Les valeurs des paramètres du réseau avant et après défaut par les trois contrôleurs étudiés

AVR.

Cependant nous voyons que le comportement transitoire obtenu par le contrôleur backstepping est meilleur que celui du correcteur DFL et celui du PSS & AVR.

Les points les remarquables sont les suivants :

- le temps de réponse de la tension de sortie du contrôleur backstepping est moindre que celui DFL-LQ .
- La réponse du contrôleur backstepping est mieux amortie que celles des DFL-LQ et PSS & AVR.
- Le changement de la vitesse relative obtenu par le contrôleur backstepping est moindre que celui du DFL-LQ et du PSS & AVR qui est très important.
- Le contrôleur backstepping possède une robustesse supérieure à celle du régulateur PSS & AVR : nous étudions la robustesse pratique du contrôleur backstepping sur la base de la période de temps du court-circuit en la comparant à celle du PSS & AVR. Le résultat de simulation est présenté sur la figure 5.10.

Avec le contrôleur backstepping, nous pouvons augmenter la durée de court-circuit jusqu'à $t = 1,03$, sans perte de stabilité (voir figure 5.11).

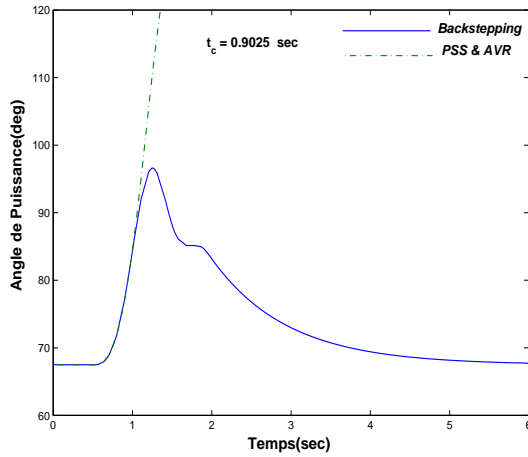


Figure 5.10. Analyse de robustesse du contrôleur backstepping comparée à celle du PSS & AVR, basée sur la durée du court-circuit

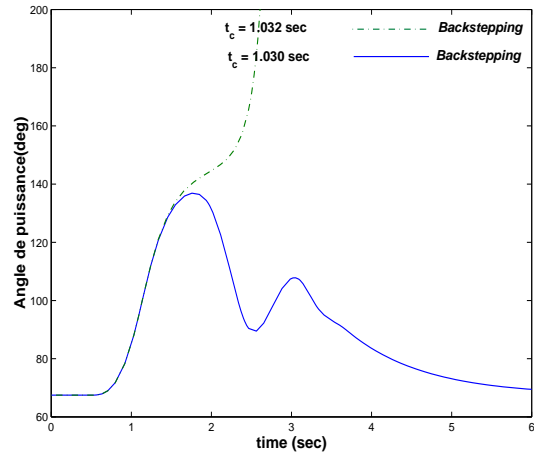


Figure 5.11. Analyse de la limite de stabilité du contrôleur de backstepping basée sur la durée du court-circuit

- Le contrôleur backstepping confirme l'intérêt de l'approche non linéaire du point de vue de l'indépendance du comportement transitoire par rapport aux points de fonctionnement : cette indépendance est liée à la façon dont décroît la fonction de Lyapunov V_2 dont la dérivée temporelle ne dépend pas du point de fonctionnement (voir preuve de stabilité). Au contraire, on voit bien, avec l'exemple ici du PSS & AVR, que le comportement transitoire des contrôleurs basés sur les méthodes linéaires est manifestement dépendant du point de fonctionnement (voir figure 5.12).

5.6. Régulation de la tension de sortie et puissance électrique avec l'entrée u_f

Nous savons que le changement de la tension de sortie est plus important que celui l'angle de puissance (si l'amplitude de cet angle est au-dessous de la limite de stabilité). Donc si on est capable de maîtriser l'angle de puissance après défaut, on réussira à stabiliser la tension de sortie sans écart par rapport à la

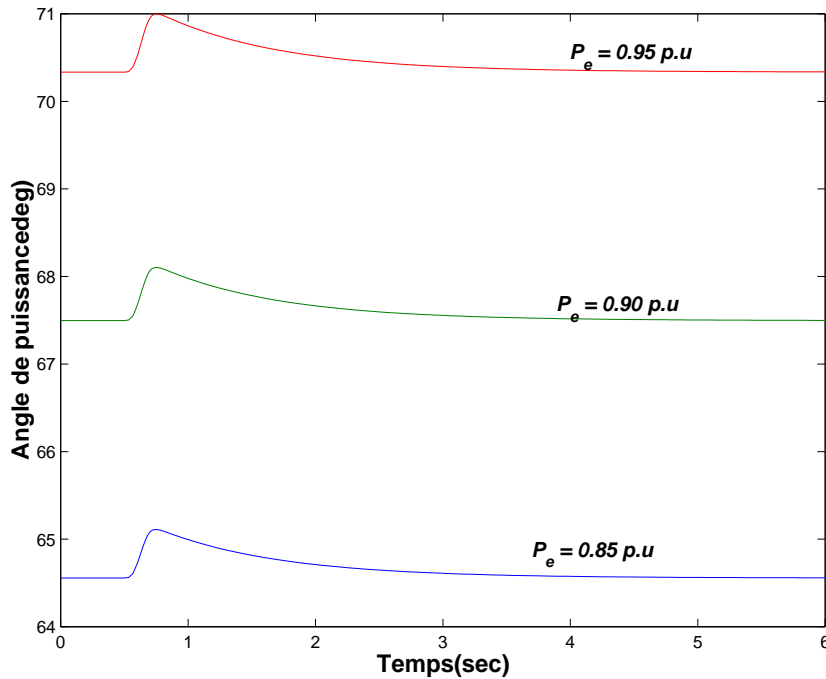


Figure 5.12. Variations de l'angle de puissance avec le contrôleur backstepping en fonction du point de fonctionnement

référence d'avant défaut. Pour faire cela, on introduit une méthode par backstepping modifiée. Dans cette partie, nous allons appliquer le contrôleur dont nous avons parlé dans le paragraphe 5.5 en introduisant quelques modifications sur la conception de la loi de commande et du modèle de régulation. Il faut noter qu'on peut également accéder à la tension sans écart avec la méthode DFL mais il faut faire intervenir la variable V_t (par un AVR) dans le contrôleur du système (voir [67, 68]). L'origine de l'écart de tension est lié à un changement de point d'équilibre puisque la réactance de ligne a changé. Il est donc souhaitable de pouvoir redéfinir les objectifs de régulation (de l'angle puissance) dans la situation d'après défaut pour retrouver la valeur de la tension de référence d'avant défaut.

5.6.1. Amélioration du régulateur par backstepping

Sous l'hypothèse que nous pouvons déterminer quelle ligne de transmission est coupée, il est possible à partir de cette nouvelle topologie du réseau, de recalculer l'angle de puissance permettant de retrouver les valeurs de référence de $P_{e0} = P_{m0}$

et de V_{t0} d'avant défaut, tout en introduisant la nouvelle valeur de la réactance de ligne $x_L - pos$ dans les équations du contrôleur.

Ceci se fait par la résolution de l'équation non linéaire de V_t , fonction de δ et de P_e (2.7) et conduit à une nouvelle valeur de l'angle de puissance de l'après-défaut notée δ_{pos} . Nous définissons également $\tilde{\delta}_{pos}(t) = \delta(t) - \delta_{pos}$. Nous redéfinissons aussi la commande d'équilibre correspondant à ce nouvel état :

$$\tilde{u}_f = u_f - u_{f-pos}$$

où u_{f-pos} est la commande d'équilibre correspond à δ_{pos} (nouveau point d'équilibre après défaut). Ceci est obtenu facilement à partir de l'équation d'équilibre en P_e et conduit à la formule suivante :

$$u_{f-pos} = \frac{p_{m0} - \frac{A_{pos} V_s^2 \sin 2\delta_{pos}}{2}}{\frac{k_c V_{spos} \sin \delta_{pos}}{x_{dspos}}}$$

La synthèse du contrôleur ainsi modifié se fait sur la base du modèle de régulation suivant (dans lequel on fait ici apparaître les variables d'après défaut, mais qui s'applique également dans la situation d'avant défaut) :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\delta}}_{pos}(t) &= \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{K_D}{2H}\omega(t) - \frac{\omega_0}{2H}\tilde{P}_e(t) \\ \dot{\tilde{P}}_e(t) &= (\omega(t) \cot(\tilde{\delta}_{pos}(t) + \delta_{pos}) - \frac{1}{T'_{pos}})(\tilde{P}_e(t) + P_{e0}) + \frac{1}{T'_{pos}} \frac{A_{pos}}{2} V_s^2 \sin 2(\tilde{\delta}_{pos}(t) + \delta_{pos}) \\ &\quad + K_{mpos} \omega(t) V_s^2 \sin^2(\tilde{\delta}_{pos}(t) + \delta_{pos}) + \frac{1}{T'_{pos}} \frac{V_{spos}}{x_{ds}} \sin(\tilde{\delta}_{pos}(t) + \delta_{pos}) K_c (\tilde{u}_f + u_{f-pos}) \end{aligned} \quad [5.31]$$

En clair, la procédure modifiée consiste à remplacer les paramètres modifiés par un changement de réactance de ligne x_L et surtout les nouveaux états d'équilibre correspondant à une référence de tension et de puissance donnée, dans le contrôleur par backstepping.

Nous appliquons la même procédure pour la commande DFL. Nous sommes maintenant en mesure de faire des comparaisons (voir les figures 5.13 à 5.17).

Comme prévu, on a réussi à supprimer l'écart permanent sur la tension de sortie et on retrouve bien le point d'équilibre du PSS & AVR. Par ailleurs, on retrouve les caractéristiques intéressantes du contrôleur par backstepping avec en

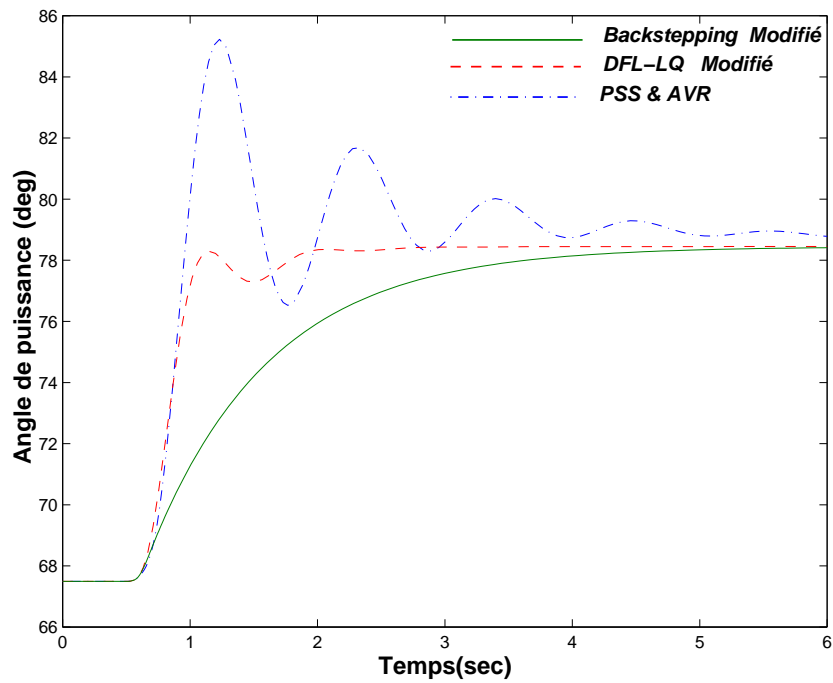


Figure 5.13. Variations de l'angle de la puissance

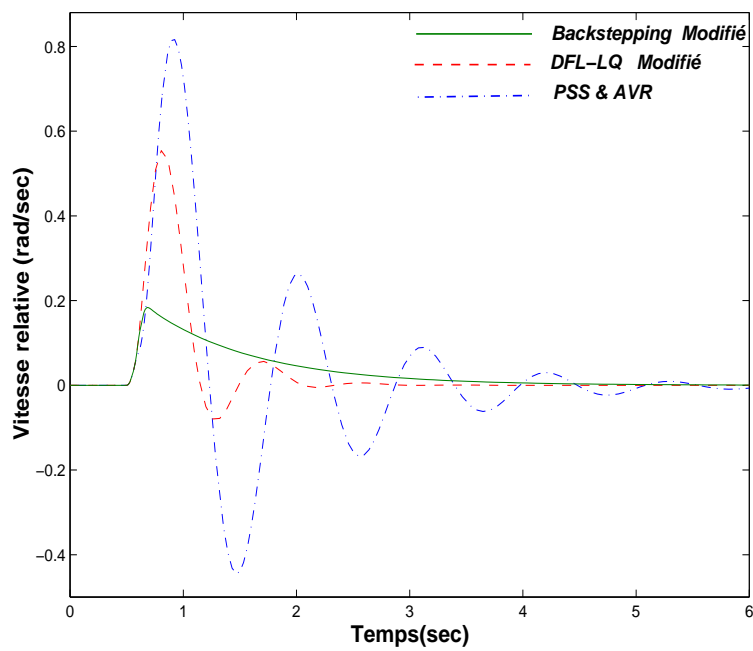


Figure 5.14. Variations de la vitesse relative

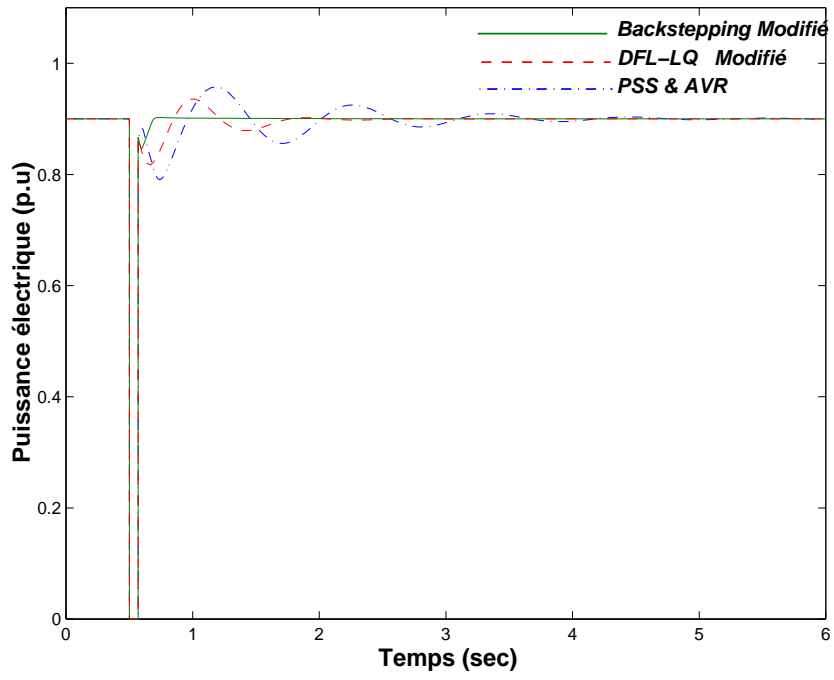


Figure 5.15. Variations de la puissance électrique

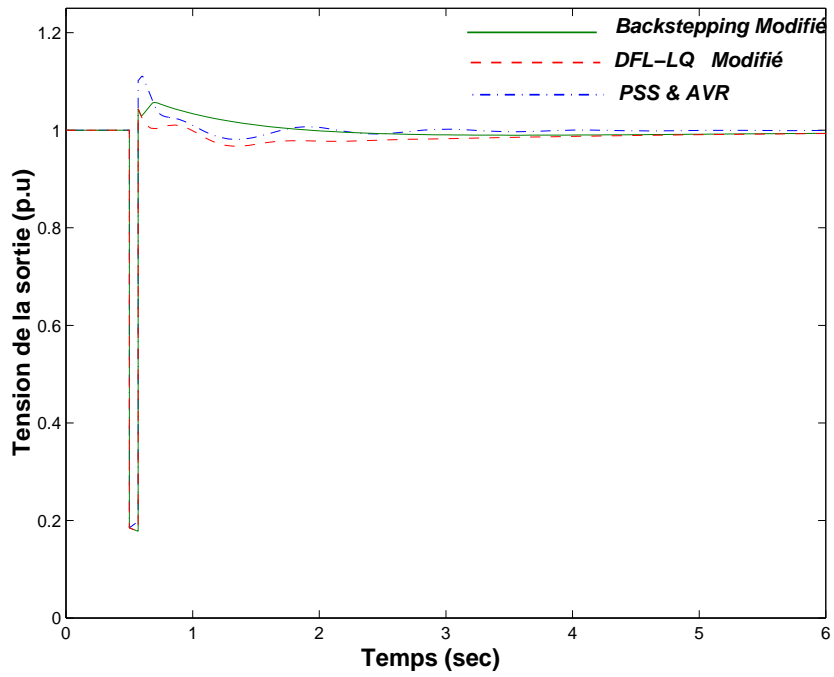


Figure 5.16. Variations de la tension de sortie

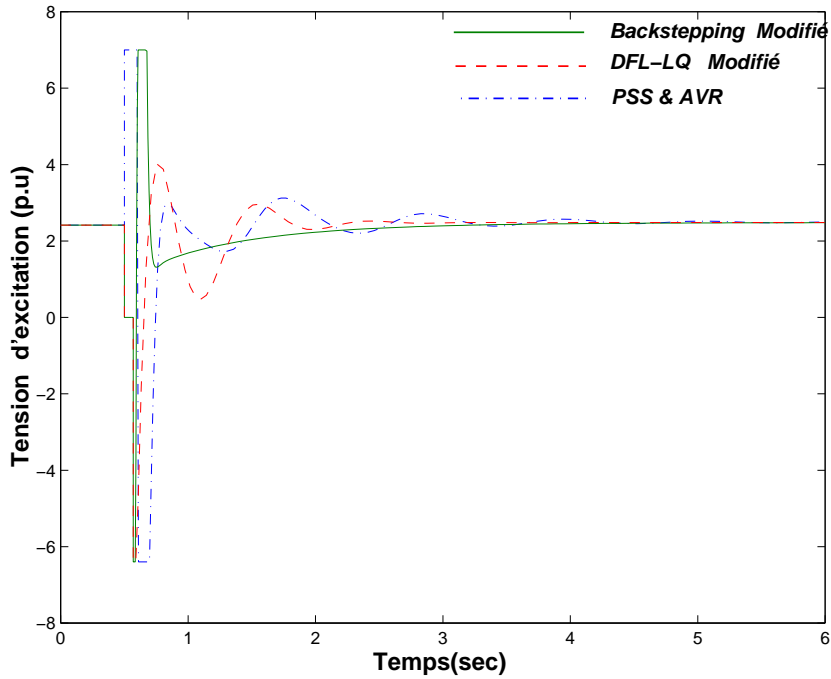


Figure 5.17. Variations de la tension d'excitation

particulier un meilleur amortissement de l'angle, de la vitesse et de la puissance que dans le cas du PSS & AVR.

5.7. Régulation simultanée de tension et de puissance électrique avec les entrées u_f et P_c

Dans le paragraphe 5.6, nous avons vu que l'on pouvait réguler à la fois la tension de sortie et la puissance mécanique autour d'une référence en n'utilisant que la commande de la tension d'excitation. Pour cela, nous avons vu qu'il fallait essentiellement recalculer le nouvel état d'équilibre après défaut pour obtenir une régulation en tension et en puissance sans erreur statique, à condition de connaître parfaitement la situation d'après défaut permanent.

La performance de ce schéma de régulation non linéaire, basée notamment sur le recalcul de l'état d'équilibre après défaut, repose cependant sur trois hypothèses principales, plus ou moins réalistes :

- La connaissance et la maîtrise parfaite de la turbine et de sa régulation qui assure que P_m est maintenue strictement constante à P_{m0} . Or cette hypothèse revient à négliger les modes induits par les états P_m et X_E et les incertitudes paramétriques de la turbine.
- La connaissance parfaite des paramètres physiques du SMIB (en fonctionnement nominal ou après défaut permanent), (réactances diverses, constantes mécaniques de l'alternateur, absence d'offsets, tension V_s parfaitement connue, etc ...). Or on sait aussi que le modèle 2-axes est une simplification et ne représente pas certains phénomènes à haute fréquence du réseau.
- La connaissance parfaite de l'ensemble du réseau par chaque générateur commandé dans un réseau complexe : en effet, la connaissance du modèle du bus infini repose sur une agrégation du réseau et pré-suppose une connaissance du réseau global (voir chapitre suivant).

Si ces hypothèses ne sont pas satisfaites, nous sommes dans l'impossibilité de garantir a priori la performance affichée dans le paragraphe 5.6. Pour illustrer cette affirmation, prenons le cas de l'hypothèse 2 avec l'introduction d'une incertitude sur la tension V_s : il est facile de montrer que le modèle de l'alternateur est perturbé de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\delta}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(\tilde{P}_m(t) - \tilde{P}_e(t)) \\ \dot{\tilde{P}}_e(t) = \left(\omega(t) \cot(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) - \frac{1}{T'}\right) (\tilde{P}_e(t) + P_{e0}) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} (V_s + \Delta V_s)^2 \sin 2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) \\ \quad + K_m \omega(t) (V_s + \Delta V_s)^2 \sin^2(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) + \frac{1}{T'} \frac{(V_s + \Delta V_s)}{x_{ds}} \sin(\tilde{\delta}(t) + \delta_0) K_c u_f \end{array} \right. \quad [5.32]$$

Nous pouvons vérifier qu'à l'équilibre (si le modèle de turbine est parfait), $P_{m0} = P_{e0}$, $\forall \Delta V_s$, mais que V_t^e , d'après (2.7) dépendra explicitement de l'incertitude ΔV_s et de δ_e (libre) :

$$V_t^e = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{(V_s + \Delta V_s)^2} \csc^2 \delta_e P_{e0}^2 + x_q^2 (V_s + \Delta V_s)^2 + 2x_s x_q x_{qs} P_{e0} \cot \delta_e \right\}^{1/2} \quad [5.33]$$

On voit que si l'on impose δ_e correspondant à $\Delta V_s = 0$, il sera impossible de retrouver la tension voulue.

Si de plus la régulation de turbine est imparfaite en régime permanent ($P_{m0} \neq P_{e0}$), il y aura en plus un écart statique par rapport à la puissance de référence souhaitée P_{e0} puisque dans ce cas $P_e^e \neq P_{e0}$. Toutefois cet écart ne dépendra pas de ΔV_s , mais uniquement des perturbations sur le modèle de la turbine et de sa régulation.

Les mêmes conclusions seraient faites en présence d'incertitudes sur les réactances.

Dans toutes ces configurations, le calcul d'un état d'équilibre sera entâché d'une erreur en raison des incertitudes du SMIB.

Nous allons maintenant proposer une approche susceptible de relaxer progressivement les hypothèses précédentes, en introduisant le modèle de la turbine et de la valve, afin de commander la valve à travers l'entrée P_c tout en continuant à commander l'alternateur à travers u_f , **et tout en se donnant des objectifs de performances exprimés directement par V_t et P_e** , ce qui n'est le cas d'aucun contrôleur non linéaire actuellement, ni du PSS & AVR standard.

L'idée est donc d'utiliser le degré de liberté supplémentaire apporté par l'entrée de commande de la puissance mécanique P_c .

5.7.1. Une approche par linéarisation entrée-sortie et backstepping

On considère à nouveau le système SMIB suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{K_D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_m(t) - P_e(t)) \\ \dot{P}_e(t) = \left(\omega(t) \cot \delta(t) - \frac{1}{T'}\right) P_e(t) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta(t) + K_m \omega(t) V_s^2 \sin^2 \delta(t) \\ \quad + \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c u_f \end{array} \right. \quad [5.34]$$

avec la dynamique de la turbine et sa régulation locale² :

$$\dot{P}_m(t) = -\frac{1}{T_T}P_m(t) + \frac{K_T}{T_T}X_E(t) \quad [5.35]$$

$$\dot{X}_E(t) = -\frac{1}{T_G}X_E(t) + \frac{K_G}{T_G}[P_c(t) - \frac{1}{R\omega_0}\omega(t)] \quad [5.36]$$

L'idée est de faire disparaître la dynamique $\dot{\delta} = \omega$ en la remplaçant par celle de la tension du générateur V_t :

On peut effectuer un changement de coordonnées permettant de remplacer δ par la tension V_t au carré (notée V_t^2) et donc écrire (8.25) :

$$V_t^2 = \frac{x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta(t) P_e^2(t) + \frac{x_q^2}{x_{qs}^2} V_s^2 + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} P_e(t) \cot \delta(t) \quad [5.37]$$

On introduit alors par dérivation temporelle de V_t^2 :

$$\dot{V}_t^2 = \left[\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right] \dot{P}_e(t) - 2 \left[\frac{x_s^2}{V_s^2} \cot \delta \csc^2 \delta P_e^2 + \frac{x_s x_q}{x_{qs}} (1 + \cot^2 \delta) P_e \right] \omega \quad [5.38]$$

en utilisant l'expression de la dérivée de P_e

$$\dot{P}_e(t) = -\frac{1}{T'} P_e(t) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta + (P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta) \omega + \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c u_f \quad [5.39]$$

dans l'équation (5.38), on a :

$$\begin{aligned} \dot{V}_t^2 &= \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta - \frac{1}{T'} P_e \right) \\ &+ \left\{ (P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta) \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \left(\frac{x_s^2}{V_s^2} \cot \delta \csc^2 \delta P_e^2 + \frac{x_s x_q}{x_{qs}} (1 + \cot^2 \delta) P_e \right) \right\} \omega \\ &+ \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} K_c \sin \delta \right) u_f \end{aligned} \quad [5.40]$$

qui peut se mettre encore sous la forme :

$$\dot{V}_t^2 = F_1(\delta, P_e) + F_2(\delta, P_e)\omega + F_3(\delta, P_e)u_f \quad [5.41]$$

$$\dot{P}_e = G_1(\delta, P_e) + G_2(\delta, P_e)\omega + G_3(\delta)u_f \quad [5.42]$$

²On a fait le choix ici d'introduire la dynamique de la turbine. Si l'on néglige les modes correspondant (ce qui est possible très souvent), on remplacera les équations (5.36 par $P_m = K_T K_G P_c$.

où les fonctions F_1, F_2, F_3, G_1, G_2 et G_3 sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}
F_1(\delta, P_e) &= \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta - \frac{1}{T'} P_e \right) \\
F_2(\delta, P_e) &= \left(P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta \right) \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \\
&\quad - 2 \left(\frac{x_s^2}{V_s^2} \cot \delta \cdot \csc^2 \delta \cdot P_e^2 + \frac{x_s x_q}{x_{qs}} (1 + \cot^2 \delta) P_e \right) \\
F_3(\delta, P_e) &= \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} K_c \sin \delta \right) \\
G_1(\delta, P_e) &= -\frac{1}{T'} P_e(t) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta \\
G_2(\delta, P_e) &= P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta \\
G_3(\delta) &= \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c
\end{aligned}$$

Notons que δ peut être éliminée des expressions précédentes, en remarquant que δ s'exprime, grâce à (2.7), comme une fonction $\delta = \psi(V_t, P_e)$.

Considérons d'abord la dynamique de V_t^2 : on voit qu'il est possible de réguler la tension V_t par u_f .

On obtient par une simple linéarisation directe de (5.41) :

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{V}}_t^2 &= -K_1 \tilde{V}_t^2 \\
\tilde{V}_t^2 &= V_t^2 - V_0^2
\end{aligned}$$

en choisissant la commande $u_f = -(F_1 + F_2 \omega + K_1 \tilde{V}_t^2)/F_3$ qui assure que $\tilde{V}_t^2 \rightarrow 0$ pour tout $K_1 > 0$, si P_e est bornée.

En introduisant cette commande linéarisante u_f dans l'équation (5.42), on obtient :

$$\dot{P}_e = Z_1(\delta, P_e) \tilde{V}_t^2 + Z_2(\delta, P_e) \omega \quad [5.43]$$

où

$$\begin{aligned}
Z_1 &= -\frac{K_1}{F_3} G_3 \\
Z_2 &= G_2 - G_3 \frac{F_2}{F_3}
\end{aligned}$$

A partir de là, nous continuons avec quatre équations d'états qui sont :

$$\begin{cases} \dot{P}_e &= Z_1(\delta, P_e)\tilde{V}_t^2 + Z_2(\delta, P_e)\omega \\ \dot{\omega} &= -\frac{\omega_0}{2H}P_e - \frac{K_D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}P_m \\ \dot{P}_m &= -\frac{1}{T_T}P_m(t) + \frac{K_T}{T_T}X_e \\ \dot{X}_e &= -\frac{1}{T_G}X_e(t) + \frac{K_G}{T_G R\omega_0}\omega + \frac{K_G}{T_G}P_c(t) \end{cases} \quad [5.44]$$

Ce système est clairement sous forme "strict feedback" en considérant V_t comme une entrée exogène, supposée bornée.

Nous pouvons donc appliquer la méthode du backstepping aux équations (5.44). Pour simplifier la présentation, nous mettons les équations (5.44) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, \delta, V_t^2) + g(x, \delta)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= f_1(x, \zeta_1) + g_1\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= f_2(\zeta_2) + g_2\zeta_3 \\ \dot{\zeta}_3 &= f_3(\zeta_1, \zeta_3) + g_3P_c \end{cases} \quad [5.45]$$

où les variables et les fonctions sont définies ainsi :

$$\begin{aligned} f &= Z_1(\delta, P_e)\tilde{V}_t^2 & g &= Z_2(\delta, P_e) & x &= P_e - P_{e0} \\ f_1 &= \frac{-K_d}{2h}\zeta_1 - \frac{\omega_0}{2h}x & g_1 &= \frac{\omega_0}{2h} & \zeta_1 &= \omega \\ f_2 &= \frac{-1}{T_T}\zeta_2 & g_2 &= \frac{K_T}{T_T} & \zeta_2 &= \tilde{P}_m = P_m - P_{m0} \\ f_3 &= \frac{-1}{T_G}(X_{e0} + \zeta_3) + \frac{K_G}{T_G R\omega_0}\zeta_1 & g_3 &= \frac{K_G}{T_G} & \zeta_3 &= \tilde{X}_e = X_e - X_{e0} \end{aligned}$$

où l'indice "0" représente toujours les variables de l'état de référence souhaité.

Nous rappelons la procédure récursive de construction d'une fonction de Lyapunov pour ces équations :

Nous choisissons la fonction de lyapunov candidate $V(x) = \frac{1}{2}x^2$ pour première équation de (5.45).

Par linéarisation entrée-sortie, nous obtiendrons :

$$\dot{\tilde{P}}_e = -K_2\tilde{P}_e \quad (\tilde{P}_e = P_e - P_{e0}) \quad [5.46]$$

avec la commande virtuelle

$$\alpha(x, \delta, V_t^2) = -(Z_1\tilde{V}_t^2 + K_2\tilde{P}_e)/Z_2 \quad [5.47]$$

On vérifie en effet que $\dot{V}(x)$ est égale à $-K_2x^2 < 0$ qui est négative en remplaçant ζ_1 par α pour tout $K_2 > 0$.

En introduisant $V_1(x, \zeta_1) = V(x) + \frac{1}{2}(\zeta_1 - \alpha)^2$, nous calculons la commande virtuelle α_1 qui assure que $V_1, \dot{\delta}, P_e = -K_2x^2 - c_1(\zeta_1 - \alpha)^2$:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x, \zeta_1, \delta, V_t^2) &= \frac{1}{g_1(x, \zeta_1)} \left\{ -c_1[\zeta_1 - \alpha(x)] - \frac{\partial V}{\partial x}g - f_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \alpha}{\partial x}[f + g\zeta_1] + \frac{\partial \alpha}{\partial x}\omega - \frac{\partial \alpha}{\partial x}K_2\tilde{V}_t^2 \right\}, \quad c_1 > 0. \end{aligned} \quad [5.48]$$

Si, nous choisissons :

$$V_2(x, \zeta_1, \zeta_2, \delta, V_t^2) = V_1(x, \zeta_1, \delta, V_t^2) + \frac{1}{2}(\zeta_2 - \alpha_1)^2 \quad [5.49]$$

Nous obtiendrons de façon similaire :

$$\begin{aligned} \alpha_2(x, \zeta_1, \zeta_2, \delta, V_t^2) &= \frac{1}{g_2} \left\{ -c_2[\zeta_2 - \alpha_1] - \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1}g_1 - f_2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_1} \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial \delta} \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial V_t^2} \right) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta}_1 \\ \zeta_1 \\ \dot{V}_t^2 \end{pmatrix} \right\}, \quad c_2 > 0 \end{aligned} \quad [5.50]$$

telle que $\dot{V}_2 = -K_2x^2 - c_1(\zeta_1 - \alpha)^2 - c_2(\zeta_2 - \alpha_1)^2 < 0$.

Et enfin, nous choisissons la fonction de Lyapunov candidate :

$$V_3(x, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \delta, V_t^2) = V_2(x, \zeta_1, \zeta_2, \delta, V_t^2) + \frac{1}{2}(\zeta_3 - \alpha_2)^2 \quad [5.51]$$

Nous obtiendrons finalement la commande :

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{g_3} \left\{ -c_3[\zeta_3 - \alpha_2] - \frac{\partial V_2}{\partial \zeta_2}g_2 - f_3 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x} \quad \frac{\partial \alpha_2}{\partial \zeta_1} \quad \frac{\partial \alpha_2}{\partial \zeta_2} \quad \frac{\partial \alpha_2}{\partial \delta} \quad \frac{\partial \alpha_2}{\partial V_t^2} \right) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta}_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_1 \\ \dot{V}_t^2 \end{pmatrix} \right\}, \quad c_3 > 0 \end{aligned} \quad [5.52]$$

telle que $\dot{V}_3 = -K_2x^2 - c_1(\zeta_1 - \alpha)^2 - c_2(\zeta_2 - \alpha_1)^2 - c_3(\zeta_3 - \alpha_2)^2 < 0$.

Proposition 5.3 *Le système SMIB est globalement asymptotiquement stable (la commande est toujours définie sauf sur un ensemble de mesure nulle correspondant à $\delta = 0 \text{ mod. } \pi$). La loi de commande est donnée par :*

$$u_f = -(F_1 + F_2\omega + K_1\tilde{V}_t^2)/F_3, \quad [5.53]$$

$$P_c = \frac{1}{g_3} \left\{ -c_3[\zeta_3 - \alpha_2] - \frac{\partial V_2}{\partial \zeta_2} g_2 - f_3 + \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial \zeta_1} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial \zeta_2} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial \delta} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial V_t^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \\ \dot{\zeta}_1 \\ \dot{V}_t^2 \end{pmatrix} \right\}. \quad [5.54]$$

Preuve. Immédiate en considérant la fonction de Lyapunov candidate $W = \frac{1}{2}(\tilde{V}_t^2)^2 + V_3$, définie positive, radialement non bornée. On montre que sa dérivée temporelle est $\dot{W} = -K_1(\tilde{V}_t^2)^2 - K_2\tilde{P}_e^2 - c_1(\omega - \alpha)^2 - c_2(\tilde{P}_m - \alpha_1)^2 - c_3(\tilde{X}_E - \alpha_2)^2 < 0$. La fonction F_3 , utilisée pour calculer u_f et P_c , est singulière pour ($\delta = 0 \text{ mod. } \pi$), ensemble de mesure nulle.

Remarque 5.3 *Dans cette approche, on ne cherche pas maîtriser l'angle de puissance, celui devient un degré de liberté permettant de garantir les niveaux de tension et de puissance souhaités, ce qui rend non nécessaire le calcul de l'angle de référence, contrairement à la première approche proposée.*

5.7.2. Etude théorique d'un PSS & AVR non linéaire

Pour illustrer l'intérêt d'utiliser la commande de turbine P_c , nous allons analyser une commande dont l'objectif serait la régulation de la tension V_t , mais dans laquelle on utilise, comme on le fait de manière classique, uniquement l'entrée d'excitation u_f . Nous définissons ainsi ce que l'on peut appeler un AVR non linéaire. Nous allons examiner de manière théorique quelles sont les limites de cette approche.

On procède de la même manière que dans l'approche backstepping + linéarisation Entrée/sortie, en introduisant le modèle en V_t^2 :

$$\dot{V}_t^2 = F_1(\delta, P_e) + F_2(\delta, P_e)\omega + F_3(\delta, P_e)u_f \quad [5.55]$$

$$\dot{P}_e = G_1(\delta, P_e) + G_2(\delta, P_e)\omega + G_3(\delta)u_f \quad [5.56]$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{2H}P_e - \frac{K_D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}P_m \quad [5.57]$$

dans lequel on a éliminé les équations de la turbine (pour simplifier l'exposé et en rappelant que la dynamique de la turbine peut être souvent négligée) et où les fonctions F_1, F_2, F_3, G_1, G_2 et G_3 sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} F_1(\delta, P_e) &= \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta - \frac{1}{T'} P_e \right) \\ F_2(\delta, P_e) &= \left(P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta \right) \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \\ &\quad - 2 \left(\frac{x_s^2}{V_s^2} \cot \delta \cdot \csc^2 \delta \cdot P_e^2 + \frac{x_s x_q}{x_{qs}} (1 + \cot^2 \delta) P_e \right) \\ F_3(\delta, P_e) &= \left(\frac{2x_s^2}{V_s^2} \csc^2 \delta P_e + \frac{2x_s x_q}{x_{qs}} \cot \delta \right) \left(\frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} K_c \sin \delta \right) \\ G_1(\delta, P_e) &= -\frac{1}{T'} P_e(t) + \frac{1}{T'} \frac{A}{2} V_s^2 \sin 2\delta \\ G_2(\delta, P_e) &= P_e \cos \delta + K_m V_s^2 \sin^2 \delta \\ G_3(\delta) &= \frac{1}{T'} \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) K_c \end{aligned}$$

En utilisant la technique de linéarisation directe sur la première équation en V_t^2 , on a déjà vu que la commande $u_f = -(F_1 + F_2\omega + K\tilde{V}_t^2)/F_3$, $K > 0$ linéarise et stabilise asymptotiquement la dynamique de V_t^2 :

$$\tilde{V}_t^2 = -K\tilde{V}_t^2.$$

Ceci signifie que le degré relatif de la sortie $y = V_t^2$ vaut 1. Le système étant d'ordre 3, il existe 2 dynamiques internes, rendues inobservables (voir les rappels théoriques sur la linéarisation) ; ces dynamiques sont définies par

$$\dot{P}_e = Z_1(\delta, P_e)\tilde{V}_t^2 + Z_2(\delta, P_e)\omega \quad [5.58]$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{2H}P_e - \frac{K_D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}P_m \quad [5.59]$$

avec Z_1 et Z_2 définis comme au paragraphe backstepping + linéarisation entrée/sortie.

Nous allons nous intéresser à ces dynamiques internes. Il est facile de voir que sur la variété d'équilibre correspondant à la sortie $\tilde{V}_t^2 = 0$, les dynamiques

internes correspondent à la dynamique des zéros définie par :

$$\dot{P}_e = Z_2(\delta, P_e)\omega \quad [5.60]$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{2H}P_e - \frac{K_D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}P_m \quad [5.61]$$

On peut remarquer qu'à l'équilibre, la première équation implique que $\omega_e = 0$ et que donc $P_e^e = P_m$. Ce qui montre qu'en l'on peut obtenir à la fois une régulation sans erreur statique sur la tension et sur la puissance. Le problème reste d'étudier la stabilité (globale ?) de cette dynamique des zéros pour conclure sur le fait que le système est ou n'est pas à minimum de phase. Cette étude n'est pas simple a priori, car il s'agit de trouver une fonction de Lyapunov candidate, fonction que nous n'avons pas obtenue jusqu'alors. Cependant une étude par la méthode de linéarisation de Lyapunov permet de conclure sur la stabilité locale autour d'un point de fonctionnement δ_0 et P_{e0} .

Des simulations montrent que la stabilité des dynamiques internes est obtenue (au prix cependant de phénomènes transitoires plus ou moins bien amortis). Ceci est conforme à ce que nous indique la pratique puisqu'un simple AVR du type correcteur Proportionnel stabilise déjà localement un réseau SMIB.

Il est clair également que le fait de commander P_m permet de maîtriser les dynamiques internes précédentes : c'est précisément ce que nous avons fait avec la loi de commande proposée précédemment.

5.7.3. Une approche par backstepping avec intégrateurs

Comme dans l'approche précédente, nous allons réguler le système SMIB par les entrées de commande u_f et P_c . Nous avons vu qu'en effectuant un changement de coordonnées pour utiliser V_t^2 au lieu de δ , il est possible de définir un objectif de régulation en tension de sortie et en puissance simultanément. Si l'on veut s'affranchir de l'effet de toute perturbations constantes (ou de moyenne) constantes affectant le système (alternateur et turbine) sur le régime permanent, il est possible d'introduire des filtres de performance : pour cela, nous allons simplement augmenter les équations d'état du système dans le système de coordonnées $(V_t^2, \omega, P_e, P_m, X_E)^T$ en introduisant *deux intégrateurs* respectivement

sur \tilde{V}_t^2 et \tilde{P}_e , ce qui conduit au système augmenté suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = V_t^2 - V_r^2 \\ \dot{V}_t^2 = F_1(\delta, P_e) + F_2(\delta, P_e)\omega + F_3(\delta, P_e)u_f \\ \dot{z}_2 = P_e - P_{e0} \\ \dot{P}_e = G_1(\delta, P_e) + G_2(\delta, P_e)\omega + G_3(\delta)u_f \\ \dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{2H}P_e - \frac{K_D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}P_m \\ \dot{P}_m = -\frac{1}{T_T}P_m(t) + \frac{K_T}{T_T}X_e \\ \dot{X}_e = -\frac{1}{T_G}X_e(t) + \frac{K_G}{T_G R\omega_0}\omega + \frac{K_G}{T_G}P_c(t) \end{cases} \quad [5.62]$$

avec les mêmes définitions que celles des équations (5.41 , 5.42) pour les fonctions F_1, F_2, F_3, G_1, G_2 et G_3 .

Il est clair que si l'on dispose d'une loi de commande stabilisante en boucle fermée, le système sera dans un état d'équilibre tel que $z^{e_1} = V_t^2 - V_r^2 = 0$ et $z^{e_2} = P_e - P_{e0} = 0$; ce qui signifie qu'il n'y aura aucune erreur statique sur la tension et sur la puissance par rapport aux objectifs fixés, quelque soit la nature des perturbations telles que la loi de commande soit stabilisante.

Ici encore on peut procéder en deux étapes : dans un premier temps on calcule u_f de sorte à stabiliser le sous-système défini par les deux premières équations de (5.62) comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \zeta_0 \\ \dot{\zeta}_0 = f_0(\delta, P_e, \omega) + g_0(\delta, P_e)u_f \end{cases} \quad [5.63]$$

avec $f_0 = F_1 + F_2\omega$, $g_0 = F_3$, $x_1 = z_1$ et $\zeta_0 = \tilde{V}_t^2$.

Ce système est sous forme "strict feedback" donc il est possible d'utiliser une approche par backstepping pour obtenir une commande u_f : on stabilise la première équation avec la commande virtuelle $\zeta_0 = \alpha(x_1) = -kx_1$, associée à la fonction de Lyapunov candidate $V(x_1) = x_1^2/2$.

En prenant $V_1 = x_1^2/2 + (\zeta_0 - \alpha)^2/2 = x_1^2/2 + (\zeta_0 + kx_1)^2/2$, on obtient $\dot{V}_1 = -kx_1^2 + (\zeta_0 + kx_1)\{x_1 + f_0 + g_0u_f + k\zeta_0\}$.

Pour avoir $\dot{V}_2 = -kx_1^2 - c_0(\zeta_0 + x_1)^2 < 0$, on choisit $u_f = -\frac{1}{g_0}\{c_0(\zeta_0 + kx_1) + f_0 + x_1 + k\zeta_0\}$.

En utilisant u_f dans quatrième équation de (5.62) on obtient les équations de la forme "strict feedback" :

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 = f_1(\delta, V_t^2, \zeta_1) + g_1(\delta, \zeta_1)\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = f_2(\zeta_1, \zeta_2) + g_2\zeta_3 \\ \dot{\zeta}_3 = f_2(\zeta_3) + g_2\zeta_4 \\ \dot{\zeta}_4 = f_3(\omega, \zeta_4) + g_2P_c \end{cases} \quad [5.64]$$

avec $x_2 = z_2$, $\zeta_1 = \tilde{P}_e$, $\zeta_2 = \omega$, $\zeta_3 = \tilde{P}_m$ et $\zeta_4 = \tilde{X}_E$.

Dans un deuxième temps, on peut à nouveau appliquer une procédure de backstepping (dont nous donnerons par le détail par souci de simplicité de l'exposé, mais dont le principe est similaire à celui déjà présenté dans l'approche backstepping sans intégrateurs), pour obtenir une commande de la forme

$$\begin{aligned} P_c = & \frac{1}{g_4} \left\{ -c_4[\zeta_4 - \alpha_3] - \frac{\partial V_3}{\partial \zeta_3} g_3 - f_4 \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial \zeta_1} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial \zeta_2} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial \zeta_3} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial \delta} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial V_t^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \\ \dot{\zeta}_3 \\ \dot{\zeta}_4 \\ \dot{V}_t^2 \end{bmatrix} \right\} \quad [5.65] \end{aligned}$$

On est également capable d'énoncer un résultat de stabilisation asymptotique globale :

Proposition 5.4 *Les lois de commande u_f et P_c définies ci-dessus assurent la stabilité asymptotique globale du système en boucle fermé. Les commande sont définies partout sauf sur un sous-ensemble de mesure nulle correspondant à ($\delta = 0 \text{ mod. } \pi$).*

Preuve. Similaire à celle de l'approche backstepping + linéarisation entrée/sortie.

5.7.4. Simulations des deux lois de commande proposées

Nous nous plaçons dans la même situation de défaut permanent que celle étudiée précédemment (occurrence du défaut à $t = 0,5 \text{ sec}$ et coupure de la ligne

défectueuse à $t = 0,57 \text{ sec}$) pour le contrôleur backstepping "de base" (sans intégrateur), afin de garder la même base de comparaison.

Nous comparons le comportement des deux contrôleurs (u_f, P_c), qui viennent d'être développés, entre eux et avec un PSS & AVR. Le tableau 5.3 précise les paramètres de réglage des différents contrôleurs.

On peut faire les commentaires suivants à partir des figures (5.18) à (5.23) :

- L'amortissement de l'angle de puissance, de la vitesse et de la puissance est meilleur dans le cas de l'utilisation des deux contrôleurs non linéaires qu'avec le PSS & AVR.
- Il y a peu d'écart de performance transitoire entre les deux approches non linéaires.
- Le fait d'exprimer les objectifs de régulation en tension V_t permet l'obtention d'une performance statique comparable à celle de l'AVR traditionnel, c'est-à-dire, l'absence d'erreur statique observable sur la tension, *sans qu'il soit nécessaire de recalculer un nouveau point d'équilibre après défaut.*
- L'introduction des intégrateurs ne présente pas d'intérêt, dans le cas de l'occurrence d'un défaut permanent, puisque l'erreur statique sur la tension du correcteur linéarisation entrée/sortie + backstepping est inférieure à 1%.
- L'introduction des intégrateurs a tendance à dégrader la performance transitoire (dépassement plus important avec risque d'oscillations si le gain intégral est trop important : comportement comparable à celui observé dans le cas du réglage d'un correcteur PID traditionnel).

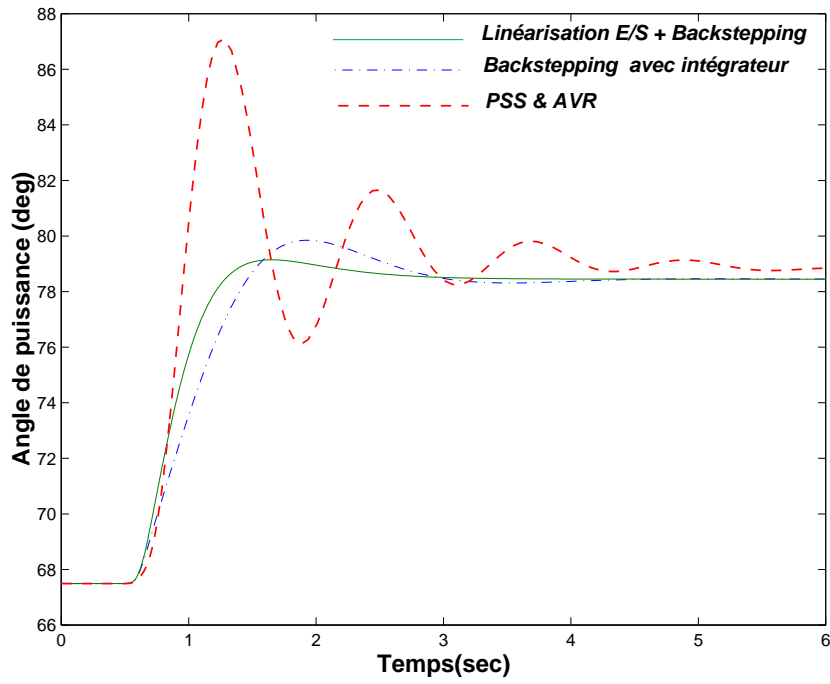


Figure 5.18. Variations de l'angle de puissance électrique

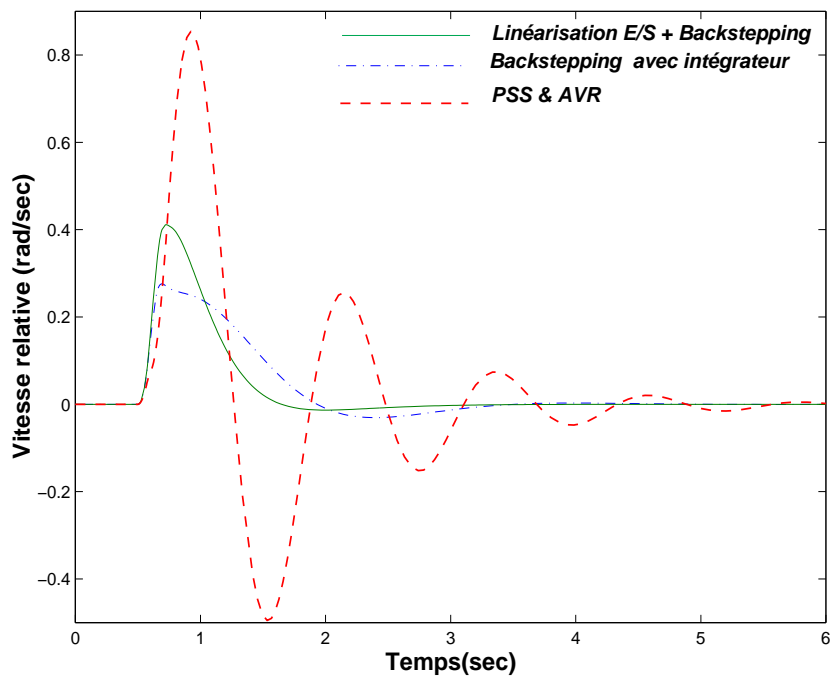


Figure 5.19. Variations de la vitesse relative

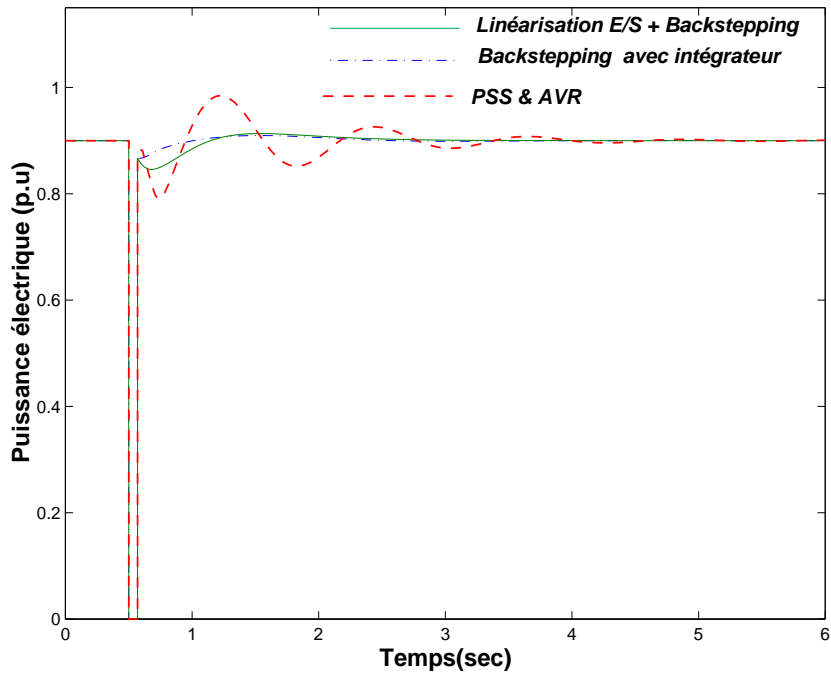


Figure 5.20. Variations de la puissance électrique

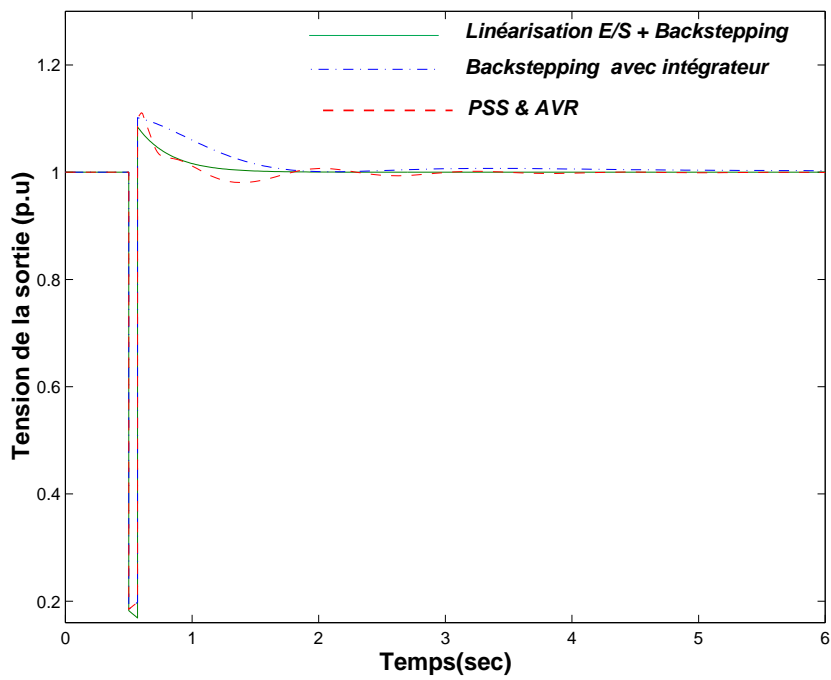


Figure 5.21. Variations de la tension de sortie

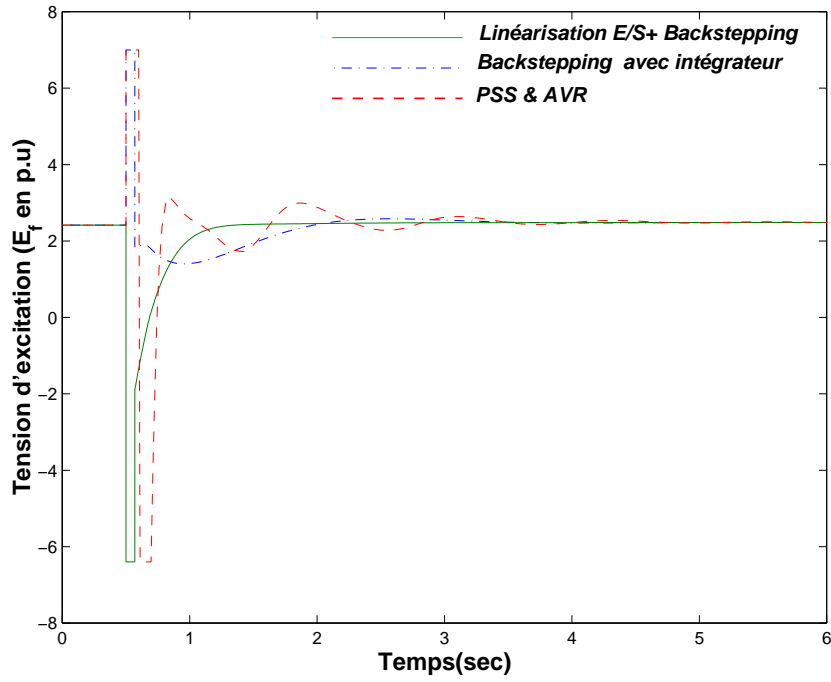


Figure 5.22. Variations de la tension d'excitation

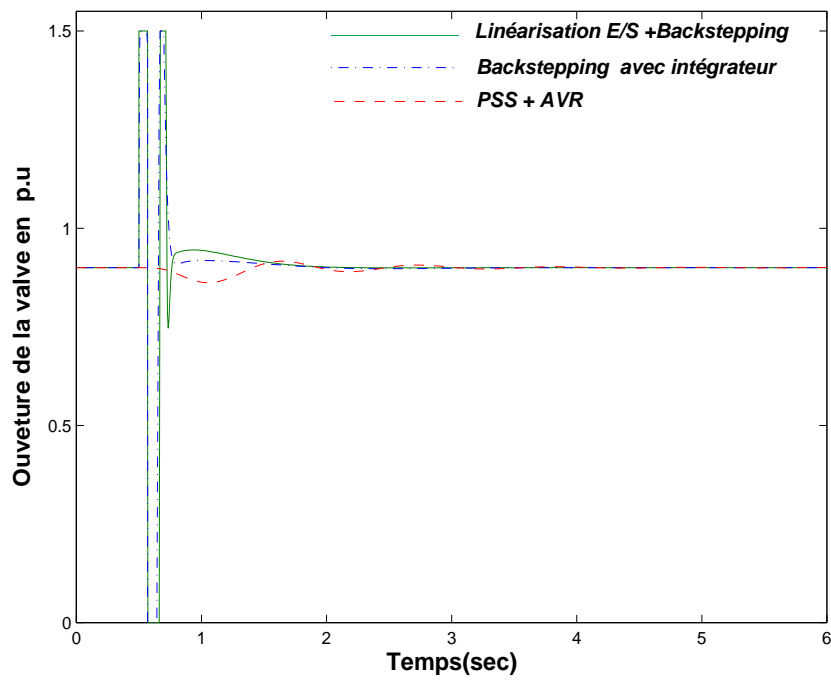


Figure 5.23. Variations de l'ouverture de la valve

5.8. Analyse et comparaison de la robustesse des contrôleurs étudiés

Ce paragraphe est consacré à une synthèse des performances des 5 contrôleurs étudiés dans ce chapitre :

1. Le PSS & AVR traditionnel;
2. Le contrôleur DFL-LQ;
3. Le contrôleur backstepping en u_f (dit "sans intégrateur");
4. Le contrôleur linéarisation entrée/sortie + backstepping (u_f, P_c);
5. Le contrôleur backstepping avec intégrateurs (u_f, P_c),

face à deux scenarii de défaut :

1. Premier scénario : un défaut permanent (court-circuit) à $t = 0,5 \text{ sec}$, avec coupure de ligne à $t = 0,57 \text{ sec}$ accompagnée d'une chute de 20 % de la tension V_s .
2. Deuxième scénario : un défaut transitoire (court-circuit) à $t = 0,5 \text{ sec}$, avec, à $t = 0,57 \text{ sec}$, le court-circuit est supprimé, mais il y a l'apparition d'un défaut sur la turbine correspondant à une augmentation de 25 % des gains statiques K_T et K_G .

Les figures 5.24 à 5.29 présentent les résultats du premier scénario, tandis que les figures 5.30 à 5.35 présentent ceux du deuxième scénario.

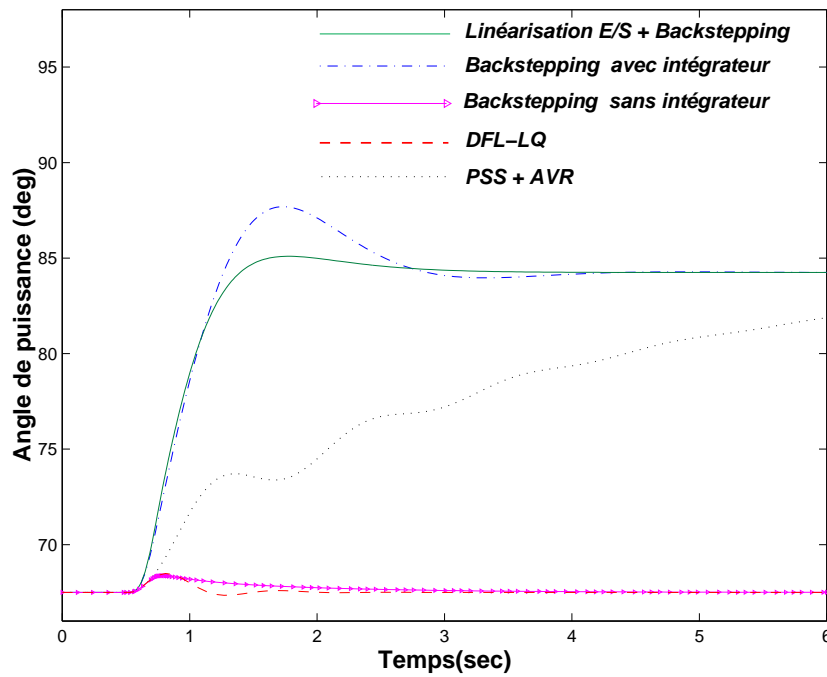


Figure 5.24. Variations de l'angle de puissance électrique

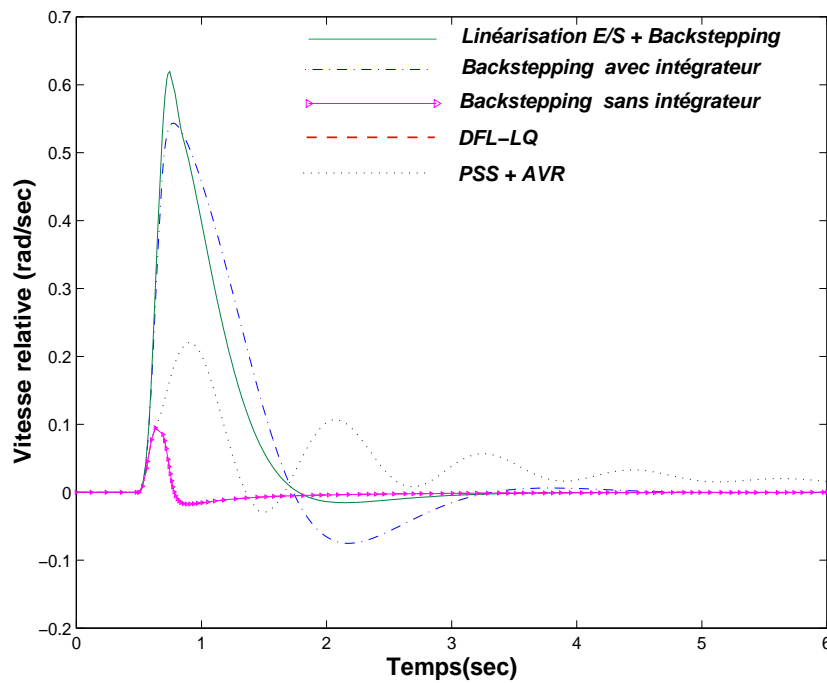


Figure 5.25. Variations de la vitesse relative

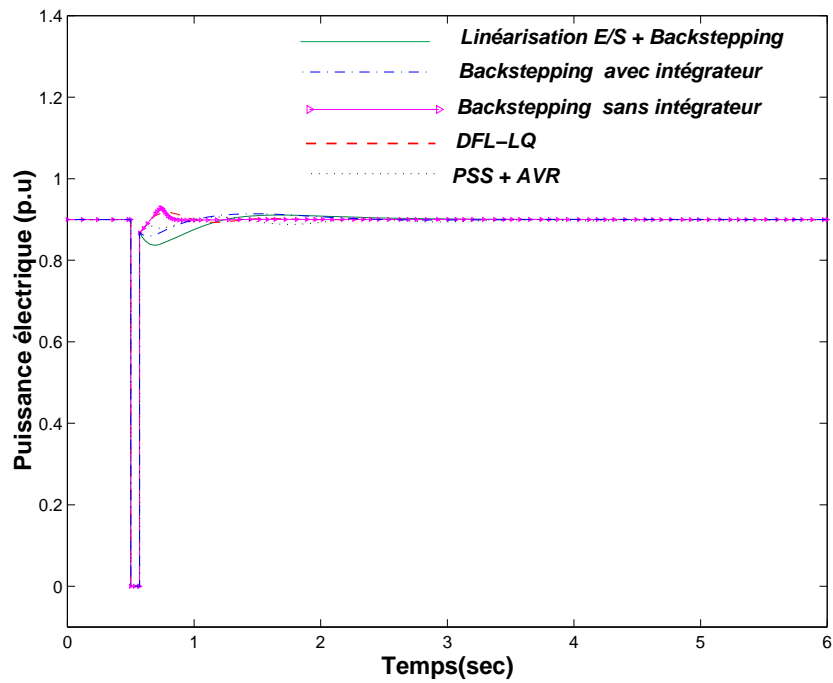


Figure 5.26. Variations de la puissance électrique

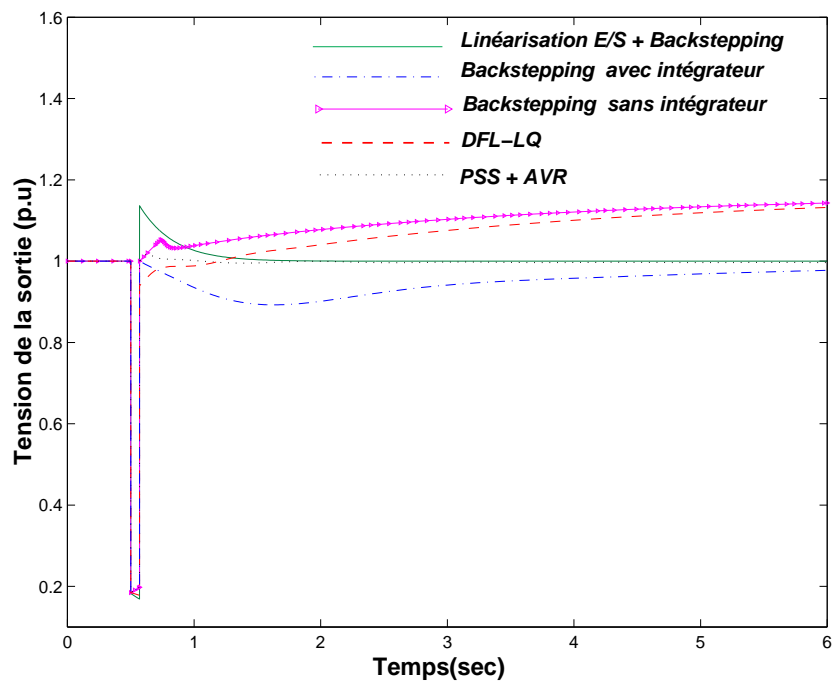


Figure 5.27. Variations de la tension de sortie

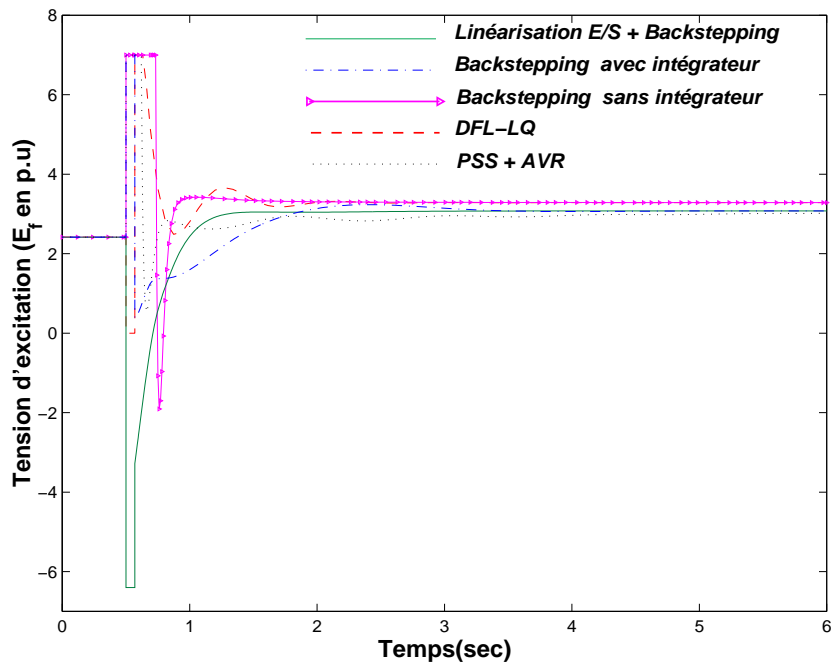


Figure 5.28. Variations de la tension d'excitation

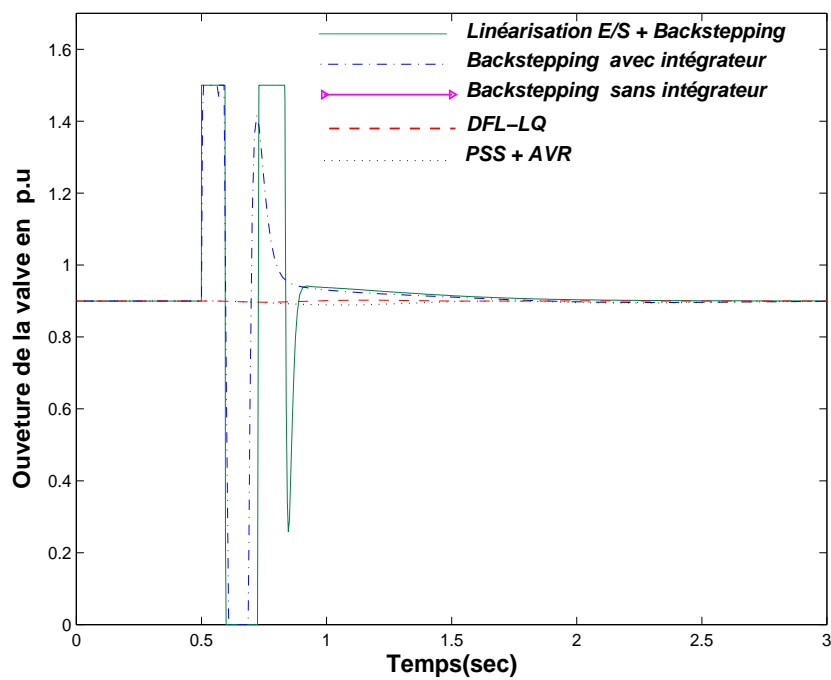


Figure 5.29. Variations de l'ouverture de la valve

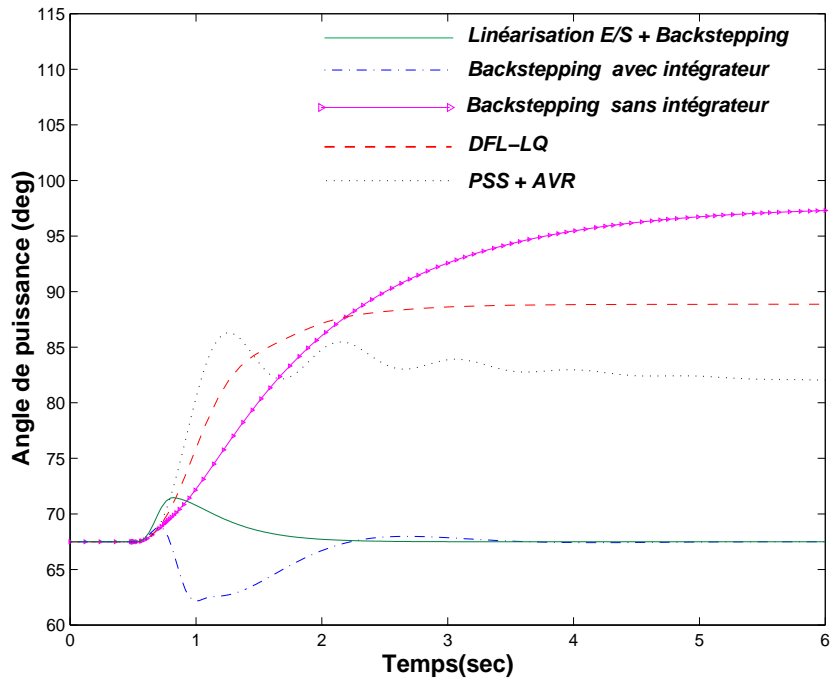


Figure 5.30. Variations de l'angle de puissance électrique

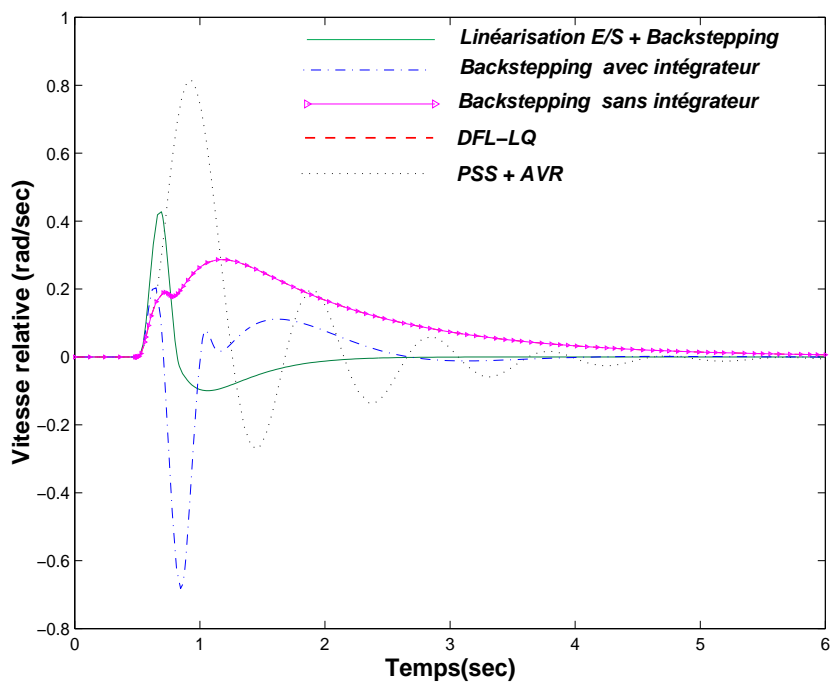


Figure 5.31. Variations de la vitesse relative

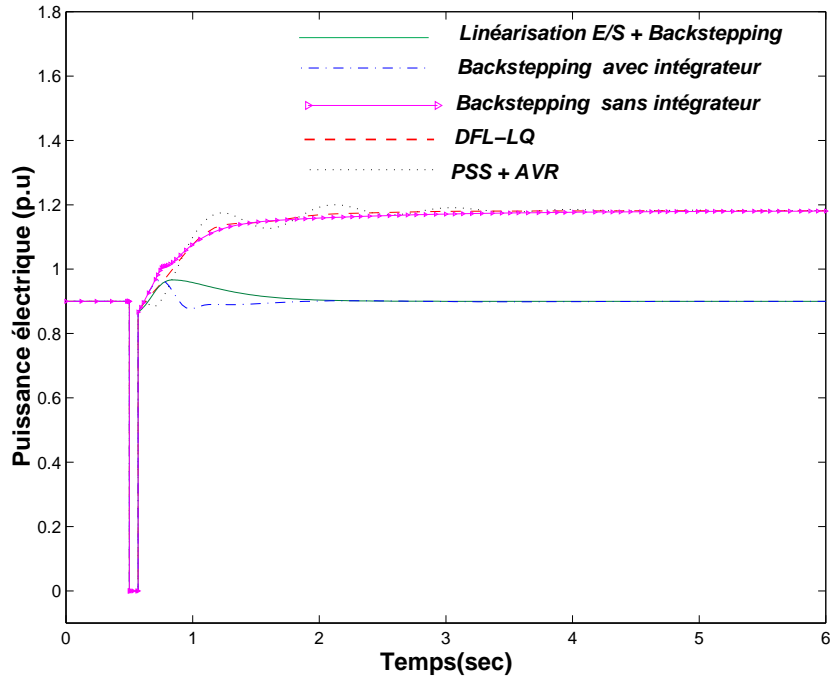


Figure 5.32. Variations de la puissance électrique

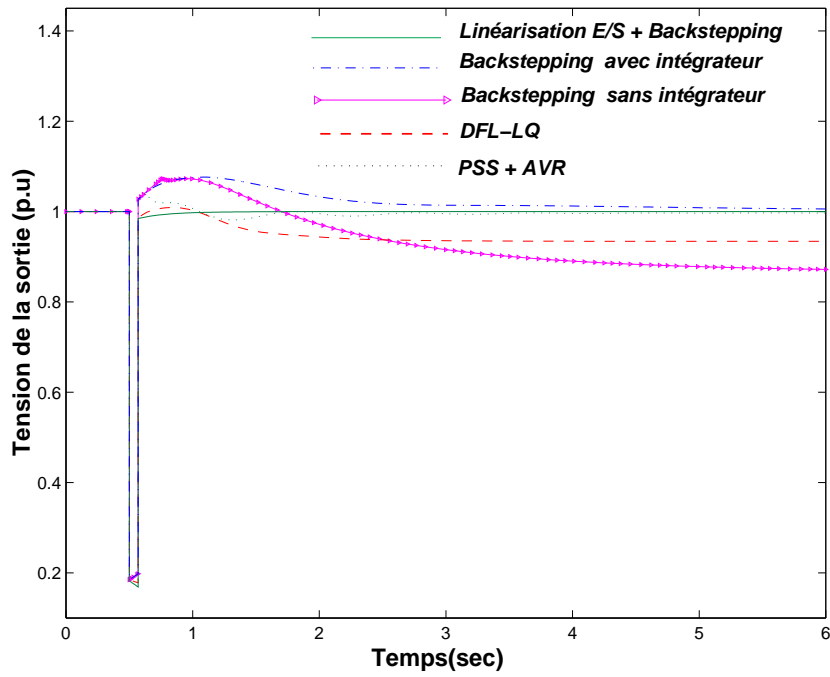


Figure 5.33. Variations de la tension de sortie

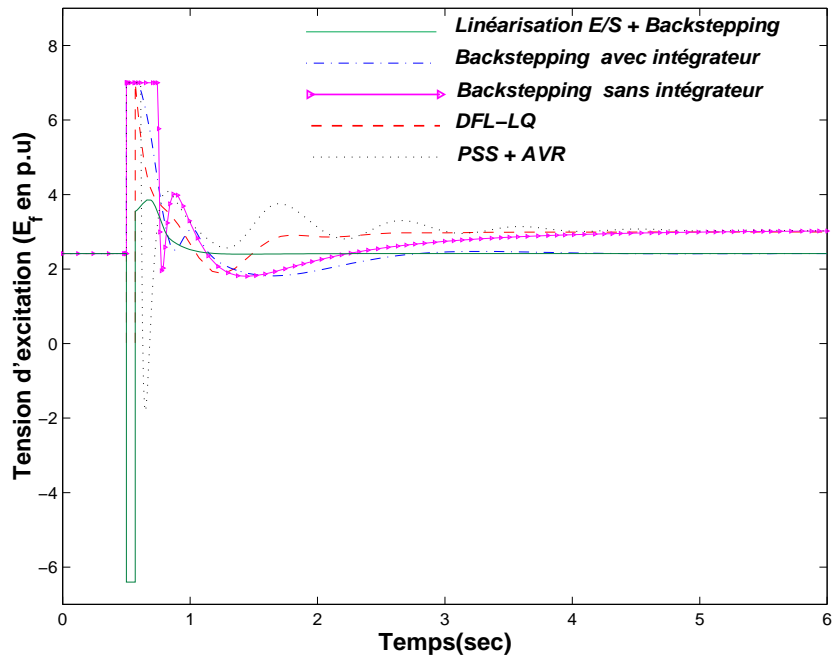


Figure 5.34. Variations de la tension d'excitation

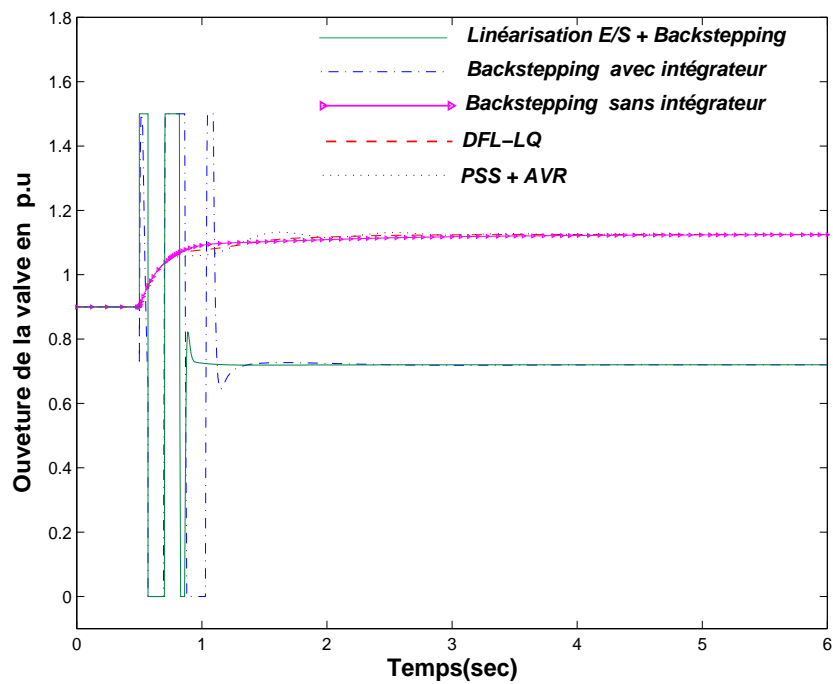


Figure 5.35. Variations de l'ouverture de la valve

5.8.1. *Analyse des scénarii de défaut*

Analyse du premier scénario (défaut permanent + baisse de tension V_s) :

- En ce qui concerne la puissance : on constate peu de différences notables entre les contrôleurs dans le comportement transitoire après suppression du défaut, de même pour le comportement en régime établi : conformément à l'analyse théorique, la puissance de consigne assignée à la turbine est obtenue même après le changement de point d'équilibre introduit par le défaut permanent. Ceci est vrai pour tous les contrôleurs.
- En ce qui concerne la tension terminale (de sortie) du générateur : comme on pouvait s'y attendre, la valeur d'équilibre obtenue n'est pas la même selon les contrôleurs utilisés : les 3 contrôleurs qui permettent de rallier la valeur de la tension d'avant défaut (avec une erreur inférieure à 1 %) sont le PSS & AVR et les deux contrôleurs (u_f, P_c) , avec toutefois une performance transitoire notablement moins bonne du contrôleur backstepping avec intégrateur ; on vérifie à nouveau que les contrôleurs DFL-LQ et backstepping sans intégrateur ne permettent pas, sans recalcul de l'angle de puissance après défaut tel que $V_t = 1 \text{ p.u.}$, de rallier cette valeur de référence de la tension.
- Signalons cependant un point négatif pour les deux contrôleurs non linéaires (u_f, P_c) qui génèrent un écart de vitesse plus important que les autres contrôleurs, mais avec toutefois un amortissement meilleur que celui du PSS & AVR.

Analyse du deuxième scénario (défaut transitoire + défaut turbine) :

- Ce que l'on peut retenir de ce scénario est la capacité des deux contrôleurs non linéaires (u_f, P_c) à faire face au défaut turbine en rejetant les perturbations induites par ce défaut : ce rejet se traduit par un comportement statique remarquable en puissance et, dans une moindre mesure, pour la tension : le contrôleur backstepping avec intégrateur répondant une fois encore très lentement.
- Globalement, le contrôleur linéarisation entrée/sortie + backstepping pré-

sente le meilleur comportement transitoire et statique : l'introduction des intégrateurs se traduit par une dégradation du comportement transitoire de la tension.

- Les contrôleurs PSS & AVR, DFL-LQ et backstepping sans intégrateur ne permettent pas de pallier le défaut turbine : on mesure ici l'intérêt d'utiliser la commande de la puissance mécanique (via P_c).

5.9. Compléments sur l'analyse de comportement des contrôleurs en présence de perturbations bornées

Nous savons que de nombreux paramètres physiques du système SMIB sont susceptibles d'être incertains, comme la tension V_s , les réactances de ligne x_L ou du générateur, ou encore les paramètres de la turbine.

Nous donnons ici quelques éléments d'analyse de stabilité des contrôleurs qui viennent d'être proposés en présence de perturbations bornées. L'idée est de montrer qu'il est possible de garantir localement la bornitude des états du système en boucle fermée en présence de perturbations bornées représentées par les incertitudes sur les paramètres physiques du réseau.

Nous utilisons pour cela le lemme 5.3 de [30] que nous rappelons ici :

Nous considérons un système non linéaire perturbé de la forme $\dot{x} = f(x) + g(t, x)$.

Proposition 5.5 *Soit $x = 0$ un point d'équilibre asymptotiquement stable du système nominal $\dot{x} = f(x)$. Supposons que l'on dispose d'une fonction de Lyapunov du système nominal telle que*

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|), \quad [5.66]$$

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha_3(\|x\|), \quad [5.67]$$

et

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x) \leq \alpha_4(\|x\|), \quad [5.68]$$

défini sur $D = \{x \in R^n / \|x\| < r\}$ et où les α_i , $i = 1, \dots, 4$ sont des fonctions de classe K (voir définition en annexe II)

Si l'on suppose de plus que le terme de perturbation $g(t, x)$ est borné sur D pour tout $t \geq 0$ de sorte que

$$\|g(t, x)\| \leq \mu < \frac{\theta \alpha_3(\alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)))}{\alpha_4(r)} \quad [5.69]$$

pour θ donné tel que $0 < \theta < 1$, alors la solution $x(t)$ du système perturbé satisfait

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x(0)\|, t), \quad \forall 0 \leq t < t_1 \quad [5.70]$$

et

$$\|x(t)\| \leq \rho(\mu), \quad \forall t > t_1 \quad [5.71]$$

pour une fonction de classe KL $\beta(., .)$, un instant t_1 , et une fonction de classe K ρ définie par

$$\rho(\mu) = \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\alpha_3^{-1}(\frac{\mu \alpha_4(r)}{\theta}))).$$

Ce résultat garantit qu'après une période transitoire délimitée par t_1 , l'état du système reste bornée par $\rho(\mu)$ (propriété de bornitude ultime).

Nous sommes en mesure d'utiliser ce résultat pour garantir une propriété similaire pour nos contrôleurs par backstepping, car nous disposons de lois de commande et de fonctions de Lyapunov garantissant la stabilité asymptotique de système SMIB nominal.

5.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé trois lois de commande non linéaires basées sur la technique de synthèse récursive d'une fonction de Lyapunov et de la commande associée. Ces lois de commande garantissent la stabilité asymptotique d'un réseau SMIB en boucle fermée, en l'absence de perturbations.

La première approche proposée est une application directe de la méthode de backstepping au modèle SMIB (δ, ω, P_e) sans que soient prises en compte la dynamique de la turbine et sa régulation. En présence d'un défaut permanent, nous

avons vu que le comportement transitoire était amélioré par rapport à celui d'un PSS+AVR standard ou encore par rapport à l'approche DFL-LQ, mais qu'il fallait pouvoir disposer d'informations sur le réseau après le défaut (réactance, tension) pour recalculer un nouvel état de référence d'après défaut et ainsi retrouver la tension de référence, après défaut.

Nous avons ensuite proposé deux lois de commande permettant de se fixer directement les deux objectifs de régulation, à savoir la maîtrise de la tension de sortie du générateur et celle de la puissance de transit sur la ligne d'interconnexion avec un bus infini. La satisfaction de ce double objectif a été rendu possible par l'utilisation de la commande de turbine qui donne un degré de liberté supplémentaire. Nous avons vu en effet que l'utilisation de la seule entrée d'excitation du générateur ne permettait pas de maîtriser les dynamiques internes liées à la puissance et à la variation de vitesse du générateur. Par ailleurs, nous avons introduits deux filtres de performance statique, à savoir deux intégrateurs respectivement sur la tension et sur la puissance qui permet de garantir l'absence d'erreur statique sur la tension et sur la puissance en présence de perturbations bornées. Cette caractéristique permet de relaxer l'hypothèse de connaissance fine des caractéristiques du réseau, du générateur et de la turbine.

Il ressort des différentes simulations effectuées, que le contrôleur linéarisation entrée/sortie + backstepping présentent la meilleure performance (en réponse transitoire et en régime permanent) de tous les contrôleurs proposés ou étudiés.

Nous avons enfin donné des éléments d'analyse de stabilité en boucle fermée qui permettent de conclure à la bornitude ultime des états en boucle fermée en présence de ces perturbations bornées.

5.11. Annexe du chapitre 5

	Conditions initiales	Paramètres des contrôleurs	
PSS & AVR	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_{stab} = 9,5$ $T_1 = 0,154$ $V_{smax} = 0,2$ $V_{smin} = -0,2$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$T_W = 1,41$ $T_R = 0,15$ $K_a = 200$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Backstepping avec intégrateurs	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K = 2$ $C_2 = 10$ $C_4 = 1$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$C_1 = 1$ $C_3 = 80$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_1 = 4$ $C_1 = 80$ $C_3 = 1$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$K_2 = 10$ $C_2 = 80$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$

Tableau 5.3. Tableau des réglages

	Conditions initiales	Paramètres des contrôleurs
PSS & AVR	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{i0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_{stab} = 9,5$ $T_W = 1,41$ $T_1 = 0,154$ $T_R = 0,15$ $V_{smax} = 0,2$ $K_a = 200$ $V_{smin} = -0,2$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Backstepping sans intégrateur	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{i0} = 1,0$ p.u	$C_1 = 1$ $K_T = 1$ $C_2 = 80$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$ $R = 0,05$
DFL-LQ	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{i0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_{\tilde{\delta}} = -31,62$ $K_{\omega} = -7,78$ $K_{\tilde{P}_e} = 40,93$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Backstepping avec intégrateurs	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{i0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K = 2$ $C_1 = 1$ $C_2 = 10$ $C_3 = 80$ $C_4 = 1$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{i0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_1 = 4$ $K_2 = 10$ $C_1 = 80$ $C_2 = 80$ $C_3 = 1$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$

Tableau 5.4. Tableau des réglages

	Conditions initiales	Paramètres des contrôleurs
PSS & AVR	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_{stab} = 9,5$ $T_W = 1,41$ $T_1 = 0,154$ $T_R = 0,15$ $V_{smax} = 0,2$ $K_a = 200$ $V_{smin} = -0,2$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Backstepping sans intégrateur	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u	$C_1 = 1$ $K_T = 1$ $C_2 = 80$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$ $R = 0,05$
DFL-LQ	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_{\tilde{\delta}} = -31,62$ $K_{\omega} = -7,78$ $K_{\tilde{P}_e} = 40,93$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Backstepping avec intégrateurs	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K = 2$ $C_1 = 1$ $C_2 = 10$ $C_3 = 80$ $C_4 = 1$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 0,9$ p.u $Q_{e0} = 0,436$ p.u $V_{t0} = 1,0$ p.u $\delta_{e0} = 67,5^\circ$	$K_1 = 4$ $K_2 = 10$ $C_1 = 80$ $C_2 = 80$ $C_3 = 1$ $R = 0,05$ $K_T = 1$ $K_G = 1$ $T_T = 0,2$ $T_G = 0,2$

Tableau 5.5. *Tableau des réglages*

Chapitre 6

Commande non linéaire décentralisée d'un réseau multi-machines

Résumé : Dans ce chapitre nous étendons dans un premier temps l'approche de synthèse de contrôleurs non linéaires par backstepping dans le contexte d'un réseau multi-machines. Puis, dans un deuxième temps nous proposons une méthodologie simple de synthèse de correcteurs non linéaires décentralisés.

6.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre et de cette thèse est de proposer des méthodologies permettant de synthétiser des contrôleurs non linéaires décentralisés, c'est-à-dire des contrôleurs n'utilisant que des informations locales (angle de puissance, puissances, tension de sortie) et non pas des informations lointaines provenant des autres générateurs. Cette idée se justifie dans le contexte du développement de producteurs indépendant les uns des autres qui ne partagent pas les informations d'état ou de réglage propres à leur générateur avec tous les autres générateurs, pour des raisons stratégiques ou tout simplement parce que cela nécessiterait la mise en œuvre de réseaux de communication à haut débit (et donc de gérer la perte ou le retard d'informations : problématique NCS "Network Controlled Systems"). Des travaux de recherche concernant l'influence du réseaux de communication sur la performance de la régulation d'un réseau électrique sont encore assez rares, citons, par exemple le travail [19] dans le contexte des mesures de phase synchronisées et dans un cadre de régulation linéaire. Nous n'aborderons pas des problèmes de ce type dans le cadre de cette thèse. Toutefois, même si nous considérons des contrôleurs strictement décentralisés, nous considérons qu'un organisme de coordination du réseau peut générer de temps en temps des objectifs de régulation aux différents générateurs du réseau.

Nous travaillons sur un réseau constitué de n -machines (turbo-générateurs) directement interconnectés, ce qui signifie que les nœuds et les variables internes du réseau ont été éliminés au préalable.

6.1.1. Description du réseau-test à trois machines

Les simulations que nous allons présenter dans les paragraphes suivants sont faites avec la configuration du réseau-test de la figure (6.1). Nous listons également les paramètres de chaque générateur dans le tableau (6.1).

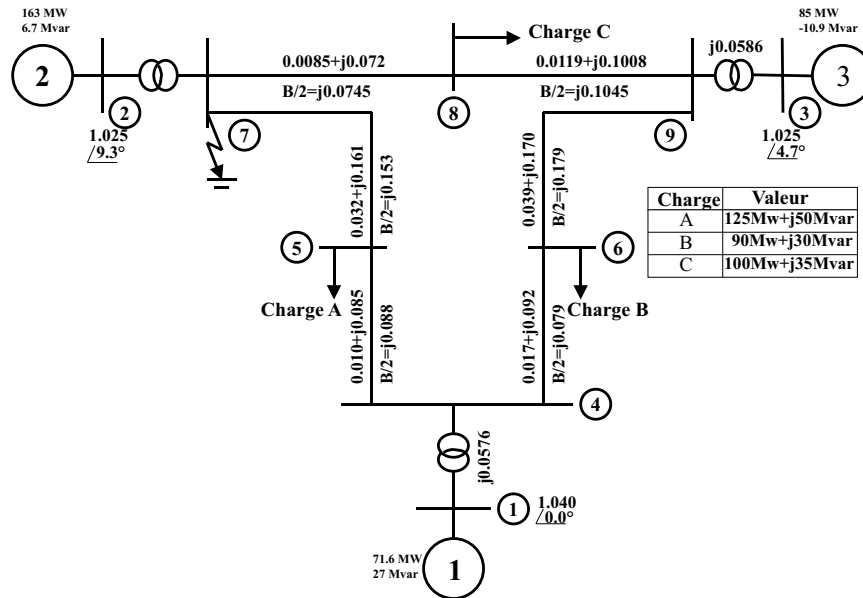


Figure 6.1. Diagramme d'impédance de système à neuf-bus ; toutes les impédances sont en p.u. basé sur 100-MVA

Nous rappelons que les définitions de chaque paramètres sont données dans la partie notations et définitions en début de ce mémoire.

6.2. Commande décentralisée par l'approche backstepping et agrégation SMIB

Dans cette partie de la thèse, nous allons adapter l'approche de synthèse par backstepping du chapitre précédent en utilisant une démarche en deux étapes :

.	Gen # 1	Gen # 2	Gen # 3
x_q	0,0969	0,8645	1,2578
x_d	0,1460	0,8958	1,3125
x'_q	0,0608	0,1198	0,1813
x'_d	0,0608	0,1198	0,1813
r_a	0,0	0,0	0,0
T'_{do}	8,96	6	5,89
T'_{q0}	0,02	0,535	0,6
H	23,26	6,4	3,1
K_D	2	2	2
K_c	100	25	25
T_T	0,2	0,25	0,3
T_G	0,2	0,2	0,2
K_T	1,0	1,0	1,0
K_G	1,0	1,0	1,0
R	0,5	0,5	0,5

Tableau 6.1. Les Paramètres des générateurs

1. Agrégation du réseau à n -machines : l'idée est de considérer chacun des n générateurs comme un SMIB : cela signifie que *chaque générateur a une vision agrégée du réseau des $n - 1$ générateurs restant équivalente à un bus infini.*
2. Synthèse d'un contrôleur backstepping pour chacun des n SMIB obtenus à l'étape précédente.

6.2.1. Agrégation d'un réseau à n -machines par n sous-systèmes SMIB [51]

Nous décrivons la procédure pour le cas du réseau-test à trois machines. Il est clair que celle-ci se généralise aisément pour un réseau à n machines.

On calcule donc

- le circuit équivalent du point de vue du bus N^o1 pour le générateur 1
- le circuit équivalent du point de vue du bus N^o2 pour le générateur 2
- le circuit équivalent du point de vue du bus N^o3 pour le générateur 3

dans trois situations différentes correspondant aux cas pré-défaut, pendant-défaut et après-défaut, comme cela est défini à la figure 6.2.

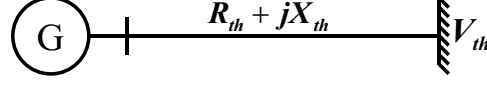


Figure 6.2. Circuit équivalent (modèle SMIB) de chaque générateur

Pour ce circuit équivalent, nous avons employé trois impédances différentes $R_{th} + jX_{th}$ pour la situation de pré-défaut, de pendant-défaut et d'après-défaut. Cependant pour V_{th} nous avons seulement considéré la valeur de pré-défaut.

Afin d'appliquer la méthode backstepping, nous avons utilisé une adaptation du modèle (5.4) en considérant que les définitions de paramètres ont changé à cause de la présence de R_{th} . Les équations d'état pour chaque circuit équivalent sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_{m0} - P_e(t)) \\ \dot{P}_e(t) &= -\left(\frac{C_\lambda}{T'_{do}}M_1 - M_2\right)E_q - A_\lambda M_1 V_s \omega \sin \delta + B_\lambda M_1 V_s \omega \cos \delta + M_3 + M_1 K_c \frac{C_\lambda}{T'_{do}} u_f \end{aligned} \quad [6.1]$$

Les définitions des paramètres de ce modèle sont :

$$E_q = A_\lambda V_s \cos \delta + B_\lambda V_s \sin \delta + C_\lambda E'_q$$

$$A_\lambda = \frac{x_{qs}(x_d - x'_d)}{\lambda_x} \quad B_\lambda = \frac{R_L(x_d - x'_d)}{\lambda_x} \quad C_\lambda = \frac{-(R_L^2 + x_{qs}x_{ds})}{\lambda_x}$$

$$\lambda_x = x_{qs}(x_d - x'_d) - x_{qs}x_{ds} - R_L^2$$

$$x_{qs} = X_{th} + x_q + x_t \quad x_{ds} = X_{th} + x_d + x_t \quad R_L = R_{th}$$

x_t est la réactance du transformateur.

$$M_1 = K_4 V_s \cos \delta + K_3 V_s \sin \delta + 2K_6 E_q$$

$$M_2 = (K_3 \omega V_s \cos \delta - K_4 \omega V_s \sin \delta) E_q$$

$$M_3 = (K_1 - K_2) \omega V_s^2 \sin 2\delta + K_5 \omega V_s^2 \cos 2\delta$$

$$K_1 = \frac{R_L}{x_{qs}^2} (1 - 2R_L B_s + R_L^2 B_s^2) \quad K_2 = R_L A_s^2$$

$$\begin{aligned}
 K_3 &= \frac{2R_L}{x_{qs}} (B_s - R_L(A_s^2 + B_s^2)) + \frac{x_{qs}}{R_x} \\
 K_4 &= -2R_L(A_s^2 + B_s^2) + \frac{R_L}{R_x} \quad , \quad R_x = x_{qs}x_{ds} + R_L^2 \\
 K_5 &= \frac{2R_L}{x_{qs}} (R_L(A_s^2 + B_s^2) - B_s) + \frac{x_d - x_q}{R_x} \\
 K_6 &= R_L(A_s^2 + B_s^2) \quad K_7 = R_L B_s^2 - \frac{R_L}{R_x} \\
 A_s &= x_{qs}/R_x \quad B_s = R_L/R_x
 \end{aligned}$$

Nous pouvons exprimer P_e comme suit :

$$\begin{aligned}
 P_e &= K_1 V_s^2 \sin^2 \delta + K_2 V_s^2 \cos^2 \delta + K_3 E_q V_s \sin \delta + K_4 E_q V_s \cos \delta + K_5 V_s^2 \cos \delta \sin \delta \\
 &\quad + k_6 E_q^2 + K_7 V_s^2 \quad [6.2]
 \end{aligned}$$

et la tension de sortie :

$$\begin{aligned}
 V_t &= \left\{ \left[\frac{x_q x_{qs}}{R_{xs}} V_s \sin \delta + \frac{R_L x_q}{R_{xs}} (E_{q1} - V_s \cos \delta) \right]^2 + \left[\left(\frac{R_{xs} - x_q x_{qs}}{R_{xs}} \right) E_{q1} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{x_q x_{qs}}{R_{xs}} V_s \cos \delta + \frac{R_L x_q}{R_{xs}} V_s \sin \delta \right]^2 \right\}^{.5} \quad [6.3]
 \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
 E_{q1} &= \left(-B_\gamma + \sqrt{B_\gamma^2 + 4 \frac{R_L}{R_{xs}} P_e} \right) / \left(\frac{2R_L}{R_{xs}} \right) \\
 B_\gamma &= \frac{x_{qs}}{R_{xs}} V_s \sin \delta - \frac{R_L}{R_{xs}} V_s \cos \delta \\
 R_{xs} &= x_{qs}^2 + R_L^2
 \end{aligned}$$

et $V_s = V_{th}$ est la tension de Thèvenin de chaque circuit équivalent dans la situation de pré-défaut.

Nous avons supposé, sans que cela soit une restriction de l'approche, que la variation de l'entrée puissance mécanique est égale à zéro, ($P_m(t) = P_{m0}$). Cela signifie que nous n'avons pas introduit le modèle de la turbine et de sa régulation. Ceci est cependant toujours possible en utilisant les équations (5.6).

Pour faire apparaître une forme "strict feedback", nous ré-arrangeons l'équation (6.1) comme suit :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad [6.4]$$

$$\dot{x}_2 = -Ex_2 - Fx_3 \quad [6.5]$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & - \left(\frac{C_\lambda}{T'_{do}} M_1 + M_2 \right) E_q - A_\lambda M_1 V_s x_2 \sin(x_1 + \delta_0) + B_\lambda M_1 V_s x_2 \cos(x_1 + \delta_0) \\ & + M_3 + M_1 K_c \frac{C_\lambda}{T'_{do}} u_f \end{aligned} \quad [6.6]$$

avec $x_1 = \Delta\delta(t)$, $x_2 = \omega(t)$, $x_3 = \Delta P_e(t)$, $E = \frac{D}{2H}$, $F = \frac{\omega_0}{2H}$.

Nous sommes maintenant en mesure d'appliquer les méthodologies de synthèse de contrôleurs proposées dans le chapitre précédent. Nous ne détaillons pas ces calculs qui suivent la démarche proposée dans le chapitre sur la commande d'un système SMIB.

Dans la suite, nous ne considérons plus le contrôleur backstepping avec intégrateurs qui, nous l'avons vu dans le chapitre précédent, n'apporte pas de performances supplémentaires, par rapport à sa version sans intégrateurs (appelée linéarisation entrée/sortie et backstepping).

6.2.2. Etudes de cas en situation de défaut permanent

Dans cette partie, nous allons considérer le comportement des contrôleurs PSS & AVR, backstepping (sans intégrateurs) et linéarisation entrée/sortie et backstepping pour un défaut permanent sur la ligne 5-7 de la figure (6.1) (court-circuit en 7). Dans cette simulation la ligne No 1 sert de référence : nous fixons la grandeur de la tension de la ligne No 1 à 1.0 p.u..

De ces simulations, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Le comportement transitoire du réseau avec les contrôleurs non linéaires est meilleure que celui obtenu avec les correcteurs PSS & AVR, conformément à ce qui a été observé dans le chapitre précédent.
- Le contrôleur backstepping ne permet pas d'obtenir après défaut la tension d'avant-défaut.
- Le contrôleur linéarisation entrée/sortie et backstepping conduit à nouveau au meilleur résultat en termes de performance transitoire et statique.

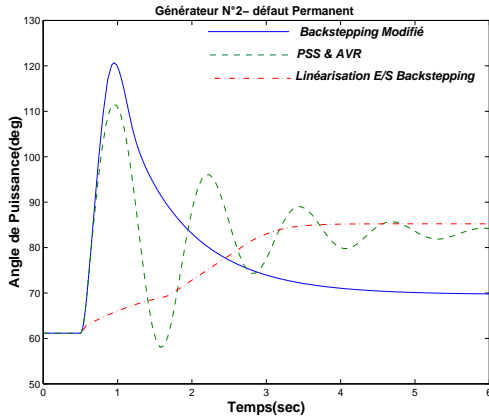


Figure 6.3. Variations de l'angle de puissance, Générateur N° 2

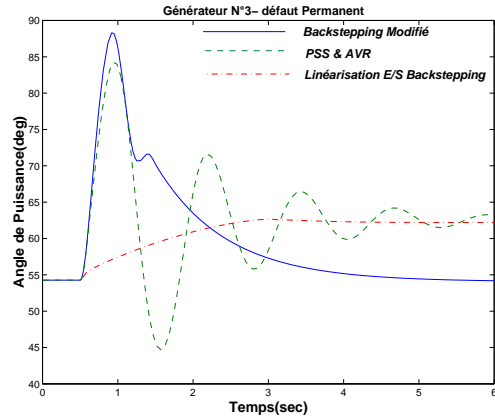


Figure 6.4. Variations de l'angle de puissance, Générateur N° 3

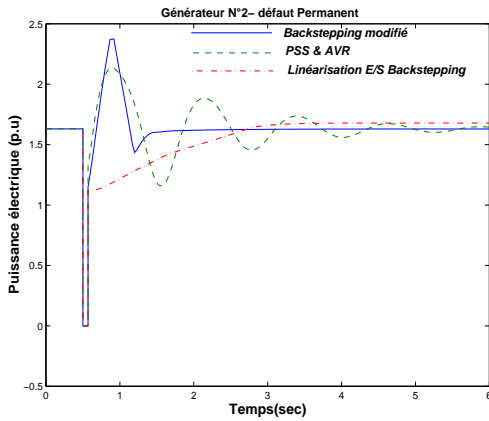


Figure 6.5. Variations de la puissance électrique, Générateur N° 2

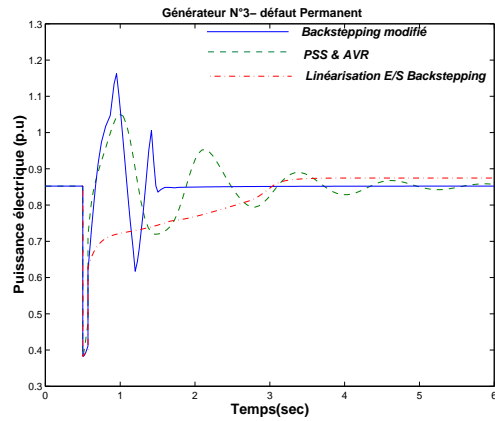


Figure 6.6. Variations de la puissance électrique, Générateur N° 3

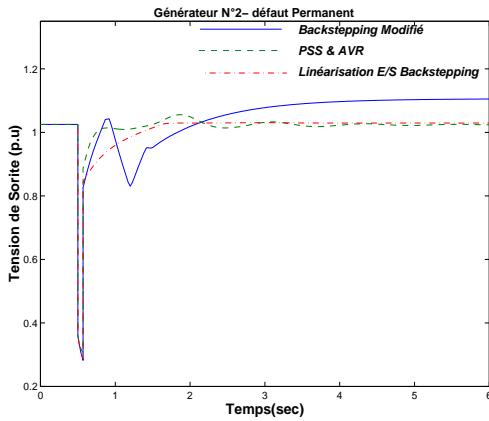


Figure 6.7. Variations de la tension de sortie, Générateur N° 2

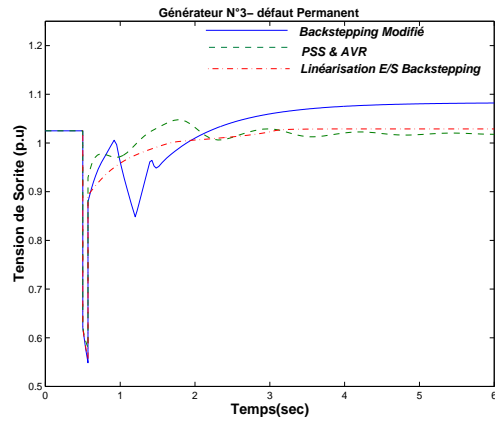


Figure 6.8. Variations de la tension de sortie, Générateur N° 3

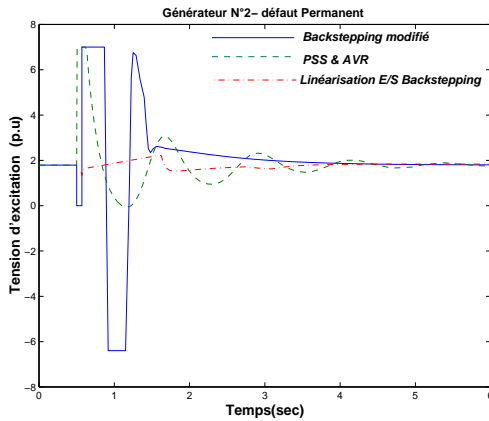


Figure 6.9. Variations de la tension d'excitation, Générateur N° 2

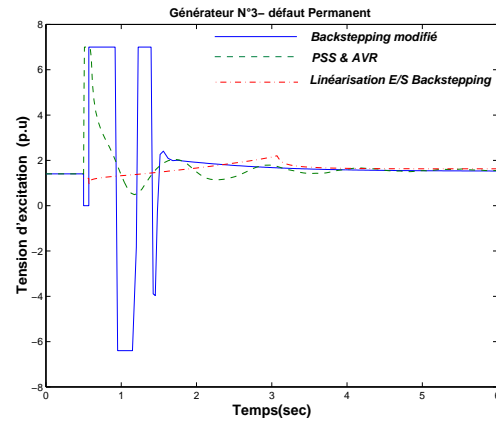


Figure 6.10. Variations de la tension d'excitation, Générateur N° 3

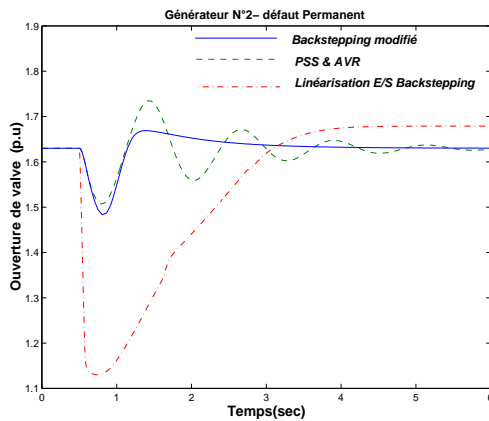


Figure 6.11. Variations de l'ouverture de valve, Générateur N° 2

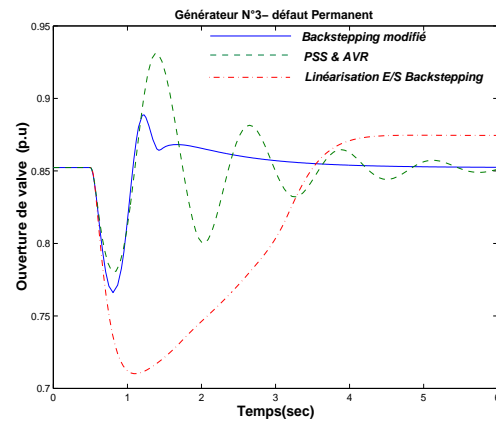


Figure 6.12. Variations de l'ouverture de valve, Générateur N° 3

6.2.3. L'amortissement des oscillations inter-régions

Dans ce paragraphe, afin de montrer l'intérêt de cette approche de synthèse de contrôleurs par agrégation SMIB, nous étudions son comportement dans le contexte d'oscillations de puissance inter-régions :

Nous savons que les échanges croissants d'énergie ont fait apparaître des oscillations de puissance appelées "**oscillations inter-régions**". Ces oscillations, électromécaniques à l'origine, sont caractérisées par l'oscillation de vitesse ou de l'angle des arbres des générateurs d'au moins deux régions mais aussi par l'oscillation de la puissance transitant sur les lignes du réseau [42]. Les oscillations inter-régions limitent la production d'énergie par les machines ainsi que le trans-

port d'énergie, entre autre à cause de l'amplitude des oscillations qui dépassent la capacité de production des générateurs, et augmentent les risques d'instabilité.

Pour mieux se représenter ce phénomène d'oscillation inter-régions, on prend souvent un exemple mécanique (cf. figure 6.13) : celui de deux chariots reliés par un ressort, oscillant en opposition de phase, chaque chariot représentant un groupe de machines cohérentes (c'est à dire avec des angles internes δ_i "en phase") et le ressort représentant les lignes [53]. Rappelons que, sur un réseau électrique,

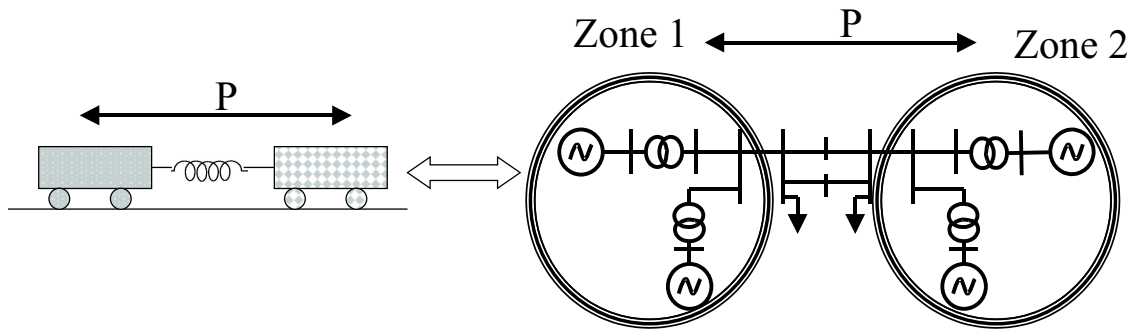


Figure 6.13. Exemple mécanique analogue aux oscillations inter-régions

il existe trois principaux type de mode d'oscillation :

- les modes dits sous-synchrones où les oscillations se font à une fréquence relativement élevée ($\geq 1.5Hz$), nous nous intéressons à ce type de modes dans notre étude.
- les modes dits locaux où une machine oscille seule contre une autre machine du même site ou contre le reste du réseau ($\geq 1,0Hz$)
- Les modes dits inter-régions (ou inter-zones) où un groupe de machines cohérentes oscille contre un autre groupe (de $0.1Hz$).

L'amortissement des oscillations inter-régions peut se faire de trois façons principales :

- Soit par des lignes THT en ajoutant des lignes supplémentaires, c'est la solution la plus coûteuse ;
- Soit par des dispositifs FACTS, placés sur les lignes les plus contraintes, ce sont des injecteurs de puissance réactive [24]. Nous ne nous intéressons pas à ce type d'amortissement dans cette thèse.

- Soit par des PSS [35] couplés à des AVR qui agissent sur la tension d'excitation de la machine synchrone : c'est une solution conventionnelle. Nous pouvons également amortir les oscillations inter-régions par les correcteurs non-linéaires : c'est cette solution que nous testons ici.

Intérêt de l'amortissement des oscillations inter-régions

Dans les réseaux électriques, les marges de transmission de puissance (la différence entre la limite thermique et l'utilisation "normale") sont amenées à être de plus en plus réduites, la consommations augmentant, et les structures de production et de transport se développant peu, pour des raisons de rentabilité économique mais aussi écologiques. On perçoit dès lors l'intérêt de nouvelles technologies permettant de se rapprocher des limites thermiques des réseaux déjà en place.

L'augmentations de la stabilité des réseaux par l'amortissement des oscillations inter-régions, permet tout en gardant une marge de sécurité équivalente, de réduire les marges de transmission de puissance.

6.2.3.1. Etude de cas

Dans cette étude, nous considérons la variation de la puissance de consigne P_c du générateur 2 sous forme d'un échelon de $0,05 p.u$ à $t = 1 sec$

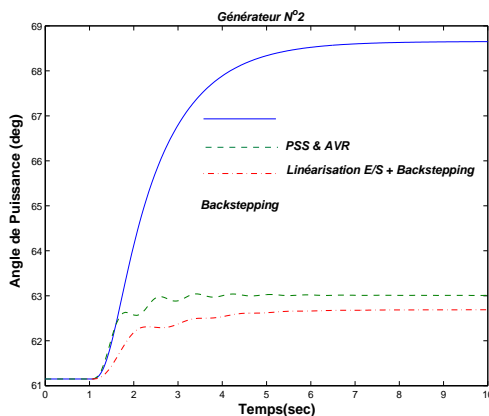


Figure 6.14. Variations de l'angle de puissance, Générateur N° 2

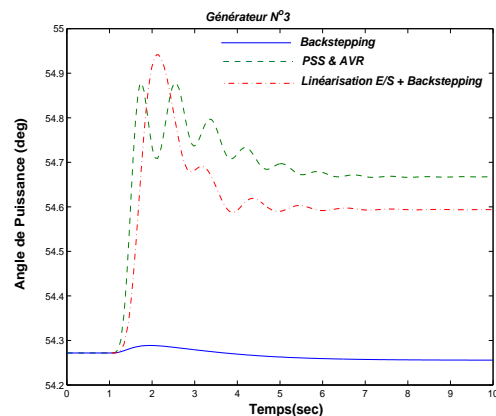


Figure 6.15. Variations de l'angle de puissance, Générateur N° 3

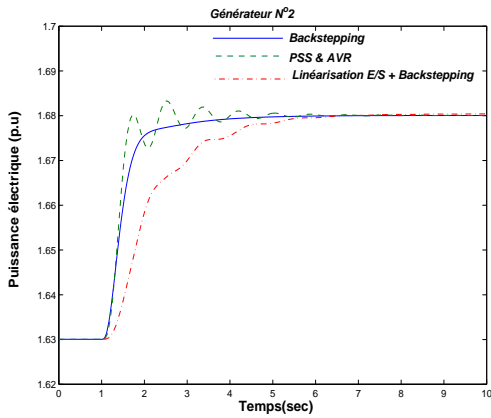


Figure 6.16. Variations de la puissance électrique, Générateur N° 2

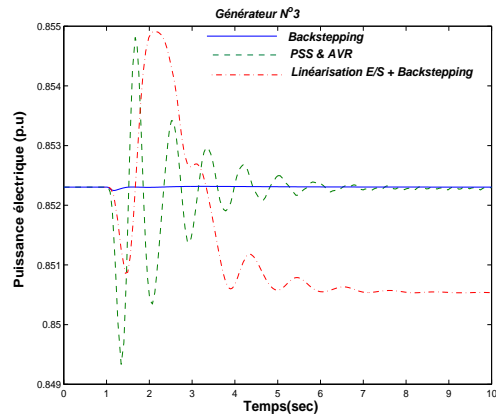


Figure 6.17. Variations de la puissance électrique, Générateur N° 3

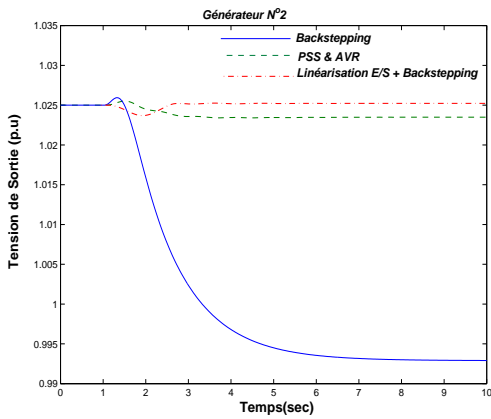


Figure 6.18. Variations de la tension de sortie, Générateur N° 2

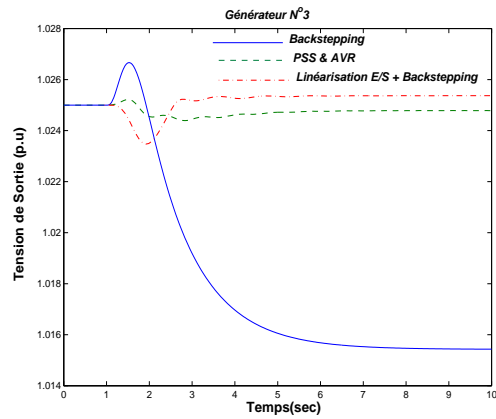


Figure 6.19. Variations de la tension de sortie, Générateur N° 3

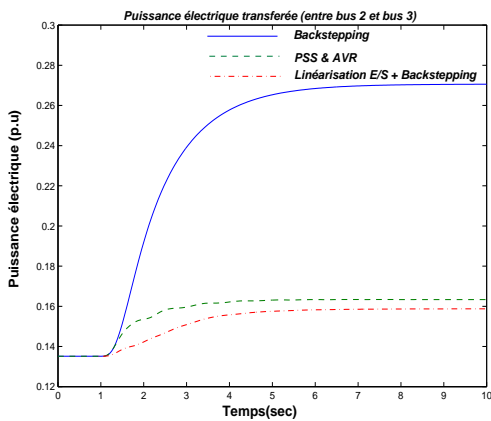


Figure 6.20. Variations de la puissance de transit sur la ligne 23

De ces simulations, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Le contrôleur par backstepping ne permet pas d'obtenir après défaut la tension d'avant-défaut conformément à ce qui a été discuté dans le chapitre précédent. Son comportement transitoire est toutefois meilleur que celui des autres contrôleurs.
- Le contrôleur linéarisation entrée/sortie et backstepping se comporte de façon meilleure que le PSS & AVR dans la réponse transitoire de puissance du générateur 2 en réponse à l'échelon.

6.2.4. Tableaux de réglages des contrôleurs

On donne ici les valeurs de réglages des contrôleurs testés dans les études de cas du paragraphe 6.2.

Générateur N°1

	Conditions Initiales	Paramètres des contrôleur	
PSS & AVR	$P_{e0} = 0,714$ p.u $Q_{e0} = 0,2707$ p.u $V_{t0} = 1,04$ p.u $\delta_{e0} = 3,5742^\circ$	$K_{stab} = 9,5$ $T_1 = 0,154$ $V_{smax} = 0,2$ $V_{smin} = -0,2$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$T_W = 1,41$ $T_R = 0,15$ $K_a = 100$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Backstepping	$P_{e0} = 0,714$ p.u $Q_{e0} = 0,2707$ p.u $V_{t0} = 1,04$ p.u $\delta_{e0} = 3,5742^\circ$	$K = 2$ $C_2 = 80$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 100$	$C_1 = 1$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 0,714$ p.u $Q_{e0} = 0,2707$ p.u $V_{t0} = 1,04$ p.u $\delta_{e0} = 3,5742^\circ$	$K_1 = 12$ $C_1 = 100$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 100$	$K_2 = 10$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$

Tableau 6.2. Tableau des réglages

Générateur $N^{\circ}2$

	Conditions Initiales	Paramètres des contrôleur	
PSS & AVR	$P_{e0} = 1,630$ p.u $Q_{e0} = 0,0666$ p.u $V_{i0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 67,118^{\circ}$	$K_{stab} = 9,5$ $T_1 = 0,154$ $V_{smax} = 0,2$ $V_{smin} = -0,2$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$T_W = 1,41$ $T_R = 0,15$ $K_a = 25$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Backstepping	$P_{e0} = 1,630$ p.u $Q_{e0} = 0,0666$ p.u $V_{i0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 67,1182^{\circ}$	$K = 2$ $C_2 = 80$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 25$	$C_1 = 1$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 1,630$ p.u $Q_{e0} = 0,0666$ p.u $V_{i0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 67,118^{\circ}$	$K_1 = 12$ $C_1 = 100$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 25$	$K_2 = 10$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$

Tableau 6.3. *Tableau des réglages*

6.3. Synthèse de contrôleurs décentralisés par approche systèmes interconnectés

Dans cette partie nous proposons une méthodologie de synthèse de contrôleurs décentralisés qui permet la stabilisation d'un réseau de n -machines interconnectées. Cette approche repose sur la méthode proposée dans [30]. Elle utilise une approche par fonction de Lyapunov.

6.3.1. Principe de la méthode

Considérons le système interconnecté dont on souhaite étudier la stabilité :

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad [6.7]$$

où $x_i(t) \in \mathfrak{R}^{n_i}$, $n_1 + \dots + n_m = n$, et $x = (x_1^T, \dots, x_m^T)^T$. Supposons que $f_i(.,.)$ et $g_i(.,.)$ sont suffisamment lisses pour assurer l'existence et l'unicité locale de la

Générateur N°3

	Conditions Initiales	Paramètres des contrôleur	
PSS & AVR	$P_{e0} = 0,8523$ p.u $Q_{e0} = -0,1085$ p.u $V_{t0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 54,245^\circ$	$K_{stab} = 9,5$ $T_1 = 0,154$ $V_{smax} = 0,2$ $V_{smin} = -0,2$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$	$T_W = 1,41$ $T_R = 0,15$ $K_a = 25$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Backstepping	$P_{e0} = 0,8523$ p.u $Q_{e0} = -0,1085$ p.u $V_{t0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 54,245^\circ$	$K = 2$ $C_2 = 80$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 25$	$C_1 = 1$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$
Linéarisation E/S + Backstepping	$P_{e0} = 0,8523$ p.u $Q_{e0} = -0,1085$ p.u $V_{t0} = 1,025$ p.u $\delta_{e0} = 54,245^\circ$	$K_1 = 12$ $C_1 = 100$ $K_T = 1$ $T_T = 0,2$ $K_a = 25$	$K_2 = 10$ $R = 0,05$ $K_G = 1$ $T_G = 0,2$

Tableau 6.4. *Tableau des réglages*

solution pour toutes les conditions initiales dans un domaine d'intérêt, et que

$$f_i(x_i) = 0, \quad g_i(x) = 0, \quad \forall i$$

de sorte que l'origine $x = 0$ soit un point d'équilibre du système. Nous voulons étudier la stabilité de l'équilibre $x = 0$ en utilisant la méthode de Lyapunov.

Si l'on supprime les termes d'interconnexion $g_i(.,.)$, le système se décompose en m sous-systèmes isolées

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) \quad [6.8]$$

chacun ayant l'équilibre à son origine $x_i = 0$. Nous commençons à rechercher des fonctions de Lyapunov qui permettent d'établir la stabilité asymptotique de l'origine pour chaque sous-système isolé. Supposons cette étape a été réussie et que, pour chaque sous-système, nous avons une fonction de Lyapunov définie positive $V_i(x_i)$ dont la dérivée le long de la trajectoire du sous-système isolé (6.8) est définie négative. Plus précisément, supposons que, pour $i = 1, 2, \dots, m$, $V_i(x_i)$

satisfait

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} f_i(x_i) < -\alpha_i \phi_i^2(x_i) \tag{6.9}$$

$$\left\| \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right\| \leq \beta_i \phi_i(x_i) \tag{6.10}$$

pour tout $x \in B$ ($B = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid \|x\| < r\}$) et pour certaines constantes positives α_i et β_i , où $\phi_i : \mathfrak{R}^{n_i} \rightarrow \mathfrak{R}$ sont définies positives et continues.

L'idée est ensuite d'introduire une fonction de Lyapunov candidate globale de la forme

$$V(x) = \sum_{i=1}^m d_i V_i(x_i), \quad d_i > 0$$

V est une fonction définie positive pour toute constante d_i positive.

Si l'on considère les termes d'interconnexion de (6.7) comme des perturbations des sous-systèmes isolés (6.8), il est raisonnable d'essayer $V(x)$ en tant que fonction de Lyapunov candidate pour (6.7). La dérivée de $V(x)$ le long de la trajectoire de (6.7) est donnée par

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^m d_i \left[\frac{\partial V_i}{\partial x_i} f_i(x_i) + \frac{\partial V_i}{\partial x_i} g_i(x_i) \right]$$

et le terme

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} f_i(x_i)$$

est défini négatif en vertu du fait que V_i est une fonction de Lyapunov pour le i^{eme} sous-système isolé, mais le terme

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} g_i(x_i)$$

est, en général, indéfini. La situation est similaire pour étudier les systèmes perturbés.

Par conséquent, nous pouvons traiter le problème en faisant l'analyse dans le pire des cas où le terme $[\partial V_i / \partial x_i] g_i$ est borné. Pour cela, supposons que les termes d'interconnexions $g_i(x)$ satisfont la limite

$$\|g_i(x)\| \leq \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \phi_j(x_j), \tag{6.11}$$

pour tout $x \in B$ et pour certaines constantes non négatives γ_{ij} .

Dans ce cas, la dérivée de $V(x) = \sum_{i=1}^m d_i V_i(x_i)$ le long de la trajectoire du système interconnecté (6.7) satisfait l'inégalité

$$\dot{V}(x) \leq \sum_{i=1}^m d_i \left[-\alpha_i \phi_i^2(x_i) + \sum_{i=1}^m \beta_i \gamma_{ij} \phi_i(x_i) \phi_j(x_j) \right]$$

Le côté droit de l'inégalité est une forme quadratique en ϕ_1, \dots, ϕ_m , que l'on peut récrire comme

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{1}{2} \phi^T (DS + S^T D) \phi$$

où

$$\phi = (\phi_1, \dots, \phi_m)^T \quad [6.12]$$

$$D = \text{diag}(d_1, \dots, d_m)$$

et S est une matrice $m \times m$ dont les éléments sont définis par

$$s_{ij} = \begin{cases} \alpha_i - \beta_i \gamma_{ij}, & i = j \\ -\beta_i \gamma_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad [6.13]$$

S'il existe une matrice positive diagonale D telle que

$$DS + S^T D > 0$$

alors $\dot{V}(x)$ est définie négative puisque $\phi(x) = 0$ si et seulement si $x = 0$. Rappelons-nous que $\phi_i(x_i)$ est ainsi fonction définie positive de x_i . Donc, une condition suffisante pour la stabilité asymptotique de l'origine du système interconnecté est l'existence d'une matrice diagonale positive D tels que $DS + S^T D$ soit définie positive.

Le lemme suivant s'applique à cette classe des matrices et permet de caractériser les conditions d'existence de la matrice D .

Lemme 6.2 Condition de stabilité *Il existe une matrice D diagonale positive telle que $DS + S^T D$ est définie positive (donc V est une fonction Lyapunov du système interconnecté), si et seulement si S est une M -matrice; c'est-à-dire, si et seulement si les mineurs principaux de S sont positifs :*

$$\det \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1k} \\ s_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ s_{k1} & s_{k2} & \dots & s_{kk} \end{pmatrix} > 0, k = 1, 2, \dots, m \quad [6.14]$$

••

Preuve. voir [20].

Nous allons maintenant appliquer cette approche au problème de la stabilisation décentralisée d'un réseau à n machines interconnectées.

6.4. Stabilisation décentralisée d'un réseau multi-machines

Dans cette partie, nous supposons que les états du système peuvent être obtenus à partir d'une mesure directe de l'angle de puissance δ_i et de la vitesse relative ω_i ; les tensions internes E'_{q_i} et E'_{d_i} sont obtenues indirectement à partir de la mesure de la tension de sortie du générateur et des puissances active et réactive P_{e_i} et Q_{e_i} . Toutes ces grandeurs sont mesurées localement sur chaque générateur i .

Nous allons exprimer les équations (2.28) en fonction des variables d'écart par rapport à un état d'équilibre servant de référence au problème de régulation, en utilisant la notation "tilde" introduite précédemment.

Il est facile de montrer que les équations d'état s'expriment de la façon suivante :

$$\dot{\tilde{\delta}}_i = \omega_i \quad [6.15]$$

$$\dot{\omega}_i = -\frac{K_{D_i}}{2H_i}\omega_i + \frac{\omega_0}{2H_i} \left[P_{m_i} - E'_{d_i}I_{d_i} - E'_{q_i}I_{q_i} + E'_{d_{0_i}}I_{d_{0_i}} + E'_{q_{0_i}}I_{q_{0_i}} \right] \quad [6.16]$$

$$\dot{\tilde{E}}'_{q_i} = -\frac{1}{T'_{d_{0_i}}} \left[\tilde{E}'_{q_i} + (x_{d_i} - x'_{d_i})\tilde{I}_{d_i} - K_c\tilde{u}_{f_i} \right] \quad [6.17]$$

$$\dot{\tilde{E}}'_{d_i} = -\frac{1}{T'_{q_{0_i}}} \left[\tilde{E}'_{d_i} - (x_{q_i} - x'_{q_i})\tilde{I}_{q_i} \right] \quad [6.18]$$

$$\tilde{I}_{d_i} = G_{ii}\tilde{E}'_{d_i} - B_{ii}\tilde{E}'_{q_i} + \gamma_{a_i} \quad [6.19]$$

$$\tilde{I}_{q_i} = B_{ii}\tilde{E}'_{d_i} + G_{ii}\tilde{E}'_{q_i} + \gamma_{b_i} \quad [6.20]$$

$$\gamma_{a_i} = \sum_{k=1, k \neq i}^n \left[F_{G+B}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{d_k} + \tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})E'_{d_{0_k}} \right] - \left[F_{B-G}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{q_k} + \tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})E'_{q_{0_k}} \right]$$

$$\begin{aligned}\gamma_{b_i} &= \sum_{k=1, k \neq i}^n \left[F_{B-G}(\delta_{ik}) \tilde{E}'_{d_k} + \tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{d_{0k}} \right] + \left[F_{G+B}(\delta_{ik}) \tilde{E}'_{q_k} + \tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{q_{0k}} \right] \\ \tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik}) &= F_{G+B}(\delta_{ik}) - F_{G+B}(\delta_{ik0}) \\ \tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik}) &= F_{B-G}(\delta_{ik}) - F_{B-G}(\delta_{ik0})\end{aligned}$$

où γ_{a_i} et γ_{b_i} contiennent les termes d'interconnexion entre les générateurs et avec les définitions pour P_e et P_m :

$$P_{e_i} = P_{e_{0i}} + \tilde{P}_{e_i} \quad P_{m_i} = P_{m_{0i}} + \tilde{P}_{m_i} \quad P_{e_i} = E'_{d_i} I_{d_i} + E'_{q_i} I_{q_i}$$

A ce stade, on pourrait se demander pourquoi ne pas utiliser directement les courants I_{d_i} et I_{q_i} (qui peuvent être obtenus à partir des mesures de tension V_i , P_{e_i} et Q_{e_i}) pour générer des commandes u_{f_i} et P_{m_i} qui puissent linéariser par exemple et stabiliser la dynamique de chaque générateur ; en effet, l'information d'interconnexion est incluse dans ces courants. Un calcul assez simple montre que si l'on veut un comportement linéaire stationnaire en boucle fermée des tensions internes E'_{d_i} et E'_{q_i} , il sera nécessaire de disposer des dérivées d'un au moins des courants γ_{a_i} et γ_{b_i} qui ne sont pas disponibles (pour s'en convaincre, il suffit de choisir la sortie $y_i = E'_{d_i}$ et d'utiliser une procédure de linéarisation entrée-sortie, pour voir apparaître la dérivée temporelle de γ_{b_i}).

Nous poursuivons donc notre démarche d'analyse : à partir de l'équation d'état de ω nous pouvons montrer que :

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_i &= -\frac{K_{D_i}}{2H_i} \omega_i + \frac{\omega_0}{2H_i} \left[\tilde{P}_{m_i} + (B_{ii} E'_{d_i} - G_{ii} E'_{q_i} - I_{q_{0i}}) \tilde{E}'_{q_i} - (G_{ii} E'_{d_i} + B_{ii} E'_{q_i} + I_{d_{0i}}) \tilde{E}'_{d_i} \right] \\ &\quad - \frac{\omega_0}{2H_i} \left[E'_{d_i} \gamma_{a_i} + E'_{q_i} \gamma_{b_i} \right]\end{aligned} \quad [6.21]$$

En remplaçant (6.19) et (6.20) dans (6.17) et (6.18) nous aurons :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{E}}'_{q_i} &= \frac{1}{T'_{d_{0i}}} \left[B_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) - 1 \right] \tilde{E}'_{q_i} - \frac{1}{T'_{d_{0i}}} G_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{d_{0i}}} K_{c_i} \tilde{u}_{f_i} \\ &\quad - \frac{1}{T'_{d_{0i}}} \gamma_a(x_{d_i} - x'_{d_i}) \\ \dot{\tilde{E}}'_{d_i} &= \frac{1}{T'_{q_{0i}}} \left[B_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) - 1 \right] \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{q_{0i}}} G_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) \tilde{E}'_{q_i} + \frac{1}{T'_{q_{0i}}} \gamma_b(x_{q_i} - x'_{q_i})\end{aligned}$$

On peut mettre les équations sous la forme :

$$\dot{X}_i = f_i(X_i, \tilde{u}_{f_i}, \tilde{P}_{m_i}) + g_i(X) \quad [6.22]$$

où

$$X_i = [\tilde{\delta}_i \quad \omega_i \quad \tilde{E}'_{d_i} \quad \tilde{E}'_{q_i}]^T$$

$$f_i = \begin{pmatrix} \omega_i \\ -\frac{K_{D_i}}{2H_i}\omega_i + \frac{\omega_0}{2H_i} [\tilde{P}_{m_i} + k_{s1_i}\tilde{E}'_{q_i} - k_{s2_i}\tilde{E}'_{d_i}] \\ \frac{1}{T'_{qo_i}} [B_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) - 1] \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{qo_i}} G_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) \tilde{E}'_{q_i} \\ \frac{1}{T'_{do_i}} [B_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) - 1] \tilde{E}'_{q_i} - \frac{1}{T'_{do_i}} G_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{do_i}} K_{c_i} \tilde{u}_{f_i} \end{pmatrix}$$

$$g_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\omega_0}{2H_i} (E'_{d_i} \gamma_{a_i} + E'_{q_i} \gamma_{b_i}) \\ \frac{1}{T'_{qo_i}} \gamma_b(x_{q_i} - x'_{q_i}) \\ -\frac{1}{T'_{do_i}} \gamma_a(x_{d_i} - x'_{d_i}) \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} k_{s1_i} &= B_{ii}E'_{d_i} - G_{ii}E'_{q_i} - I_{q0_i} \\ k_{s2_i} &= G_{ii}E'_{d_i} + B_{ii}E'_{q_i} + I_{d0_i} \end{aligned}$$

On constate que le système est sous la forme interconnectée (6.7). Il est possible d'isoler chaque sous-système d'indice i (correspondant à la génératrice i)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\delta}}_i = \omega_i \\ \dot{\omega}_i = -\frac{K_{D_i}}{2H_i} + \frac{\omega_0}{2H_i} [\tilde{P}_{m_i} + k_{s1_i}\tilde{E}'_{q_i} - k_{s2_i}\tilde{E}'_{d_i}] \\ \dot{\tilde{E}}'_{q_i} = \frac{1}{T'_{do_i}} [B_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) - 1] \tilde{E}'_{q_i} - \frac{1}{T'_{do_i}} G_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{do_i}} K_{c_i} \tilde{u}_{f_i} \\ \dot{\tilde{E}}'_{d_i} = \frac{1}{T'_{qo_i}} [B_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) - 1] \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{qo_i}} G_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) \tilde{E}'_{q_i} \end{cases} \quad [6.23]$$

6.4.1. Stabilisation des sous-systèmes isolés

Un examen des équations (6.23) montre que seule l'équation de la vitesse relative ω_i est non linéaire à cause des termes $k_{s1_i}\tilde{E}'_{q_i}$ et $k_{s2_i}\tilde{E}'_{d_i}$. Il est possible d'éliminer ces non-linéarités par linéarisation directe en utilisant l'entrée :

$$\tilde{P}_{m_i} = k_{s2_i}\tilde{E}'_{d_i} - k_{s1_i}\tilde{E}'_{q_i} + v_{f_i}$$

Le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{\delta}}_i = \omega_i \\ \dot{\omega}_i = -\frac{K_{D_i}}{2H_i}\omega_i + \frac{\omega_0}{2H_i}v_{f_i} \\ \dot{\tilde{E}}'_{q_i} = \frac{1}{T'_{do_i}} [B_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) - 1] \tilde{E}'_{q_i} - \frac{1}{T'_{do_i}} G_{ii}(x_{d_i} - x'_{d_i}) \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{do_i}} K_c \tilde{u}_{f_i} \\ \dot{\tilde{E}}'_{d_i} = \frac{1}{T'_{qo_i}} [B_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) - 1] \tilde{E}'_{d_i} + \frac{1}{T'_{qo_i}} G_{ii}(x_{q_i} - x'_{q_i}) \tilde{E}'_{q_i} \end{array} \right. \quad [6.24]$$

Ce système est linéaire de la forme $\dot{X}_i = A_i X_i + B_i U_i$, avec (A_i, B_i) commandable et peut donc être stabilisé simplement par placement de pôles et par un retour d'état $U_i = K_i X_i$, avec $U_i = (v_{f_i}, u_{f_i})^T$.

Cela signifie qu'il existe $\alpha_i > 0$ et une matrice symétrique définie positive P_i tels que l'équation de Lyapunov $(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) = -\alpha_i I_d$ est vérifiée. Autrement dit, $V_i = X_i^T P_i X_i$ est une fonction de Lyapunov du sous-système isolé i en boucle fermée.

Examinons maintenant les termes d'interconnexions $g_i(X)$:

Si l'on considère que $X = (X_1^T, X_2^T, \dots, X_n^T)^T$ évolue dans un voisinage Ω de l'origine défini par $\Omega = \{X \in \mathbb{R}^{4n} / |\tilde{\delta}_i| \leq q + |\delta_{0_i}|, |\tilde{E}'_{d_i}| \leq r + |E'_{d0_i}|, |\tilde{E}'_{q_i}| \leq s + |E'_{q0_i}|, i = 1, \dots, n, |\delta_i| \leq q, |E'_{d_i}| \leq r, |E'_{q_i}| \leq s\}$, il est facile de montrer que les termes d'interconnexion sont bornés en norme de la façon suivante :

$$\|g_i(X)\| \leq \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} \|X_k\| \quad [6.25]$$

Voici comment il est possible de calculer les γ_{ik} : d'abord on peut récrire les $g_i(X)$ sous la forme

$$g_i(X) = \sum_{k=1, k \neq i}^n \{V_{ik}(\delta_{ik})X_k + W_{ik}(\delta_{ik})\}. \quad [6.26]$$

Les γ_{ik} sont obtenus en notant que

$$\|g_i(X)\| \leq \sum_{k=1, k \neq i}^n \{\|V_{ik}(\delta_{ik})\|\|X_k\| + \|W_{ik}(\delta_{ik})\|\} \quad [6.27]$$

Sur l'ensemble Ω , la norme des V_{ik} est bornée par \bar{V}_{ik} , tandis que l'on utilise le fait que les fonctions \tilde{F}_{G+B} et \tilde{F}_{B-G} , qui constituent le vecteur $W_{ik}(\delta_{ik})$, sont Lipschitziennes sur Ω , ce qui signifie que

$$\|W_{ik}(\delta_{ik})\| \leq L_i(E'_{d0_i}, E'_{q0_i})\|\tilde{\delta}_{ik}\| \leq L_i(E'_{d0_i}, E'_{q0_i})(\|X_i\| + \|X_k\|). \quad [6.28]$$

D'où finalement les expressions des γ_{ik} :

$$\gamma_{ii} = L_i(E'_{d0_i}, E'_{q0_i}) \quad [6.29]$$

$$\gamma_{ik} = \bar{V}_{ik} + L_i(E'_{d0_i}, E'_{q0_i}) \quad [6.30]$$

Pour le détail des calculs des γ_{ij} , voir le paragraphe 8.3.

Remarque 6.4 *Notons que ces γ_{ik} dépendent explicitement des valeurs des états d'équilibre E'_{d0_i} et E'_{q0_i} qui apparaissent en effet dans (6.28). Il est possible d'introduire des incertitudes sur les admittances du réseau dans les γ_{ij} et donc d'obtenir un résultat de stabilité robuste.*

6.4.2. Stabilisation du système global

A ce stade, on procède comme dans la partie introductive, en introduisant la fonction de Lyapunov candidate :

$$V(X) = \sum_{i=1}^n V_i(X_i) = \sum_{i=1}^n X_i^T P_i X_i \quad [6.31]$$

La dérivée de V le long d'une trajectoire du système en boucle fermée est donnée par

$$\dot{V}(X) = \sum_{i=1}^n [-\alpha_i \|X_i\|^2 + 2X_i^T P_i g_i(X)] \quad [6.32]$$

En utilisant la majoration (6.25), on obtient

$$\dot{V}(X) \leq \sum_{i=1}^n [-\alpha_i \|X_i\|^2 + 2\|X_i\| \bar{\lambda}(P_i) \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} \|X_k\|] \quad [6.33]$$

En posant $\beta_i = 2\bar{\lambda}(P_i)$, cette expression peut se récrire comme

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{1}{2} \phi^T (DS + S^T D) \phi$$

où

$$\begin{aligned} \phi &= (\|X_1\|, \|X_2\|, \dots, \|X_n\|)^T \\ D &= \text{diag}(d_1, \dots, d_m) \end{aligned} \quad [6.34]$$

et S est une matrice dont les éléments sont définis par

$$s_{ij} = \begin{cases} \alpha_i - \beta_i \gamma_{ij}, & i = j \\ -\beta_i \gamma_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad [6.35]$$

S'il existe une matrice positive diagonale D telle que

$$DS + S^T D > 0$$

alors $\dot{V}(x)$ est définie négative et donc la stabilité asymptotique locale sur Ω du système global est assurée en boucle fermée. De plus, toute trajectoire initialisée dans Ω restera dans Ω (propriété d'invariance de Ω).

Remarque 6.5 *Voici quelques remarques concernant cette approche :*

- L'existence d'une matrice $D > 0$ est assurée par le lemme 6.2.
- La condition de M -matrice est uniquement suffisante : cela signifie qu'il existe un certain conservatisme dans cette approche. Autrement dit, il est possible de trouver des gains des contrôleurs qui ne satisferont pas la condition de M -matrice, tout en assurant quand même la stabilité asymptotique en boucle fermée.

- *En pratique, on peut résoudre le problème de la façon suivante : on choisit, pour chaque sous-système i , α_i et l'on calcule un retour d'état $U_i = K_i X_i$, en utilisant une approche LQR par exemple : on obtient ainsi les K_i . On résout ensuite l'équation de Lyapunov $(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) = -\alpha_i I_d$ pour obtenir P_i . On calcule ensuite les déterminants mineurs de S et on vérifie leur signe. S'ils sont tous positifs, la procédure de calcul est terminée, sinon, on réitère en changeant les gains K_i (en modifiant les fonctions de pondération du LQR). On cherchera à obtenir des gains K_i les plus petits possible pour éviter d'avoir une bande passante trop importante susceptible de sensibiliser le système en boucle fermée dans les hautes fréquences.*
- *Il est possible de développer la même méthodologie pour le système exprimé avec les états $(V_i, \omega_i, P_{ei}, Q_{ei})$, pour généraliser en quelque sorte l'approche développée dans le chapitre précédent pour un système SMIB.*
- *La mise en œuvre pratique de ce schéma de commande décentralisée nécessite l'envoi par un coordonnateur des informations sur le point de fonctionnement assigné à chaque sous-système i , $(\delta_{i0}, E'_{d0_i}, E'_{q0_i})$, ainsi que l'information sur les courants de référence I_{d0_i} et I_{q0_i} . Aucune information n'est à fournir en temps réel de la part du coordonnateur. Toutefois, en cas d'incident ou en cas de variations importantes de charge, le coordonnateur doit fournir une réactualisation de ces informations le plus rapidement possible.*
- *Dans cette approche, les objectifs de tension et de puissance à réguler doivent être convertis en état d'équilibre $(\delta_{i0}, 0, E'_{q0_i}, E'_{d0_i})$ pour chaque générateur i .*
- *Cette approche permet l'introduction d'incertitudes sur les admittances des ligne B_{ij} et G_{ij} et de garantir la stabilité en présence de ces incertitudes.*
- *Il est important de noter, qu'en présence d'un défaut permanent (pour lequel la réactance de la ligne en défaut a changé), il ne sera pas possible de garantir que le système converge vers les valeurs des puissances de référence P_{mi0} d'avant-défaut. Il en est de même de la tension terminale des générateurs V_i . Pour éliminer l'effet de ce changement de paramètres, il faudrait recalculer un nouveau point d'équilibre du réseau après-défaut et réactualiser les paramètres du système qui ont changé (ce serait alors le rôle du coordonnateur de faire ce calcul et de transmettre ces informations aux différents générateurs).*

- Si l'on veut s'affranchir de la nécessité d'un rôle si important du coordonnateur et si l'on accepte simplement de réduire la sensibilité à ce changement de configuration, nous faisons l'hypothèse qu'il serait bénéfique d'adopter la démarche utilisée au chapitre précédent pour un système SMIB, en utilisant le système de coordonnées $(V_i, \omega_i, P_{ei}, Q_{ei})$. Nous avons vu en effet, dans le chapitre précédent, que le fait de raisonner avec les coordonnées de tension et de puissance permettait d'obtenir un comportement en boucle fermée peu sensible aux variations paramétriques dans le contexte SMIB. Il est raisonnable de penser qu'une observation du même type serait obtenu ici.

6.4.3. Résolution par approche LMI

La résolution du problème précédent peut être également obtenue par la résolution d'un problème de programmation semi-définie par LMI. A notre connaissance, cette méthode n'a jamais été proposée auparavant.

Pour cela on sait qu'une condition suffisante permettant de garantir la stabilité asymptotique est donnée par $DS + S^T D > 0$. Ce problème ne peut malheureusement pas se mettre sous forme convexe puisque D et S sont deux inconnues du problème et $DS + S^T D > 0$ est une BMI (Bilinear Matrix Inequality). On peut choisir une condition suffisante (plus exigeante cependant) $S + S^T > 0$, qui est une LMI, telle que $\forall D > 0$, la stabilité asymptotique est garantie.

Proposition 6.6 *S'il existe $\alpha_i > 0$, $Z_i = Z_i^T > 0$, Y_i et $\beta_i > 0$, $i = 1, \dots, n$ solutions du problème de programmation semi-définie*

$$\max \sum_{i=1}^n [\alpha_i + \beta_i] \quad [6.36]$$

$$\begin{pmatrix} Z_i A_i^T + Y_i^T B_i^T + A_i Z_i + B_i Y_i & Z_i \\ Z_i & \alpha_i I_d \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, n \quad [6.37]$$

$$\beta_i I_d - Z_i < 0, \quad i = 1, \dots, n \quad [6.38]$$

$$S(\alpha, \beta) + S(\alpha, \beta)^T > 0, \quad [6.39]$$

avec $S(\alpha, \beta)$ définie par

$$s_{ij} = \begin{cases} \alpha_i - 2\beta_i \gamma_{ij}, & i = j \\ -2\beta_i \gamma_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad [6.40]$$

alors le problème de synthèse décentralisée a une solution et les gains de contrôleurs sont définis par $U_i = Y_i Z_i^{-1}$.

Preuve. $(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) < -\alpha_i I_d$ est une BMI que l'on peut transformer en LMI en multipliant à gauche et à droite par $Z_i = P_i^{-1}$ pour obtenir $Z_i (A_i + B_i K_i)^T + (A_i + B_i K_i) Z_i < -\alpha_i Z_i Z_i$. Cette inégalité se met sous la forme de la LMI suivante (grâce au lemme de Schur et en posant $K_i = Y_i Z_i^{-1}$) :

$$\begin{pmatrix} Z_i A_i^T + Y_i^T B_i^T + A_i Z_i + B_i Y_i & Z_i \\ & Z_i \\ & & \alpha_i I_d \end{pmatrix} < 0. \quad [6.41]$$

Le problème $\max \sum_i \beta_i$ sous $\beta_i I_d - Z_i < 0, i = 1, \dots, n$ permet de maximiser la plus petite des valeurs propres β_i des Z_i qui est égale à la plus grande des valeurs propres des P_i .

6.4.4. Application au réseau-test

Nous appliquons cette méthodologie au réseau à 3-machines déjà étudié précédemment.

Sequence de défaut non permanent

- étape 1 :** le système est dans un régime permanent (avant court-circuit)
- étape 2 :** un court circuit apparaît à $t = 0,5sec$ sur la ligne 7 – 5
- étape 3 :** le court circuit est retiré à $t = 0,57sec$ (défaut transitoire)
- étape 4 :** le système est dans l'état d'avant défaut

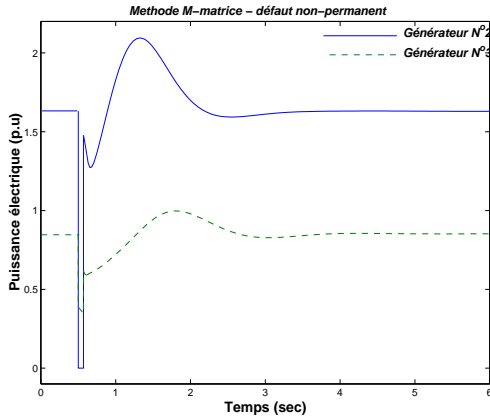


Figure 6.21. Variations de la puissance électrique

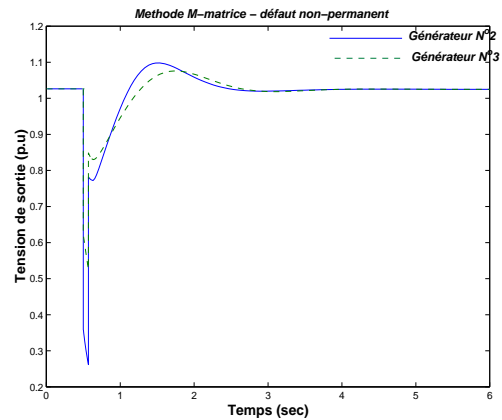


Figure 6.22. Variations de la tension de sortie

Sequence de défaut permanent

- étape 1 : le système est dans un régime permanent (avant court-circuit)
- étape 2 : un court circuit apparaît à $t = 0,5\text{sec}$ sur la ligne 7 – 5
- étape 3 : le court circuit est retiré à $t = 0,57\text{sec}$ (défaut transitoire)
- étape 4 : le système est dans un état d'après défaut (réactance de ligne divisée par 2)

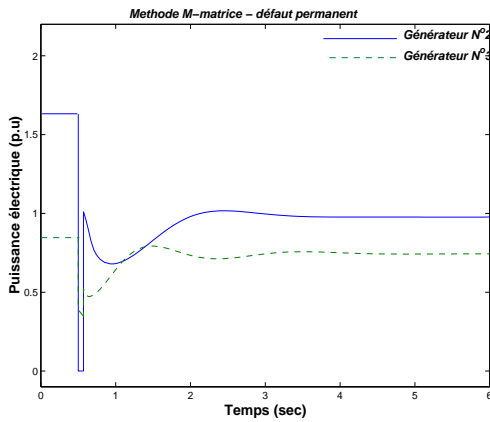


Figure 6.23. Variations de la puissance électrique

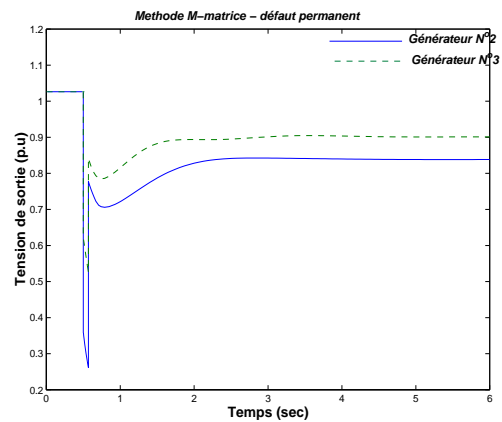


Figure 6.24. Variations de la tension de sortie

De ces simulations, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Le comportement transitoire obtenu avec le schéma de commande décentralisée non linéaire démontre un très bon amortissement transitoire; celui-ci est meilleur que celui obtenu avec des contrôleurs PSS & AVR (si l'on considère les tests précédemment présentés dans les mêmes conditions avec des PSS & AVR), dans les deux cas de test.

- Dans le cas du défaut permanent, il subsiste, comme prévu (voir remarques 6.5), une erreur en régime permanent sur la tension et sur la puissance ; ceci est dû, rappelons-le, à la variation de la réactance de ligne après défaut.

6.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux approches différentes de la commande décentralisée d'un réseau constitué de n machines interconnectées :

- La première approche prolonge les résultats du chapitre précédent en montrant qu'il est possible d'utiliser les techniques de synthèse de lois de commande sur un réseau SMIB pour assurer la commande décentralisée d'un réseau à n machines en tenant compte des adaptations nécessaires dans ce cas. Nous avons également montré que cette approche permettait de traiter le problème des oscillations de puissance inter-régions. Avec cette approche, il est cependant très difficile, voire impossible, d'obtenir un résultat de stabilité globale du réseau interconnecté.
- La seconde approche est une synthèse directe de contrôleurs décentralisés au niveau de chaque machine garantissant cette fois la stabilité globale du système interconnecté et des propriétés de robustesse, puisque des incertitudes sur les admittances des lignes peuvent facilement être prises en compte. Nous avons également vu les limites de cette approche qui ne permet pas de garantir le retour aux valeurs de référence des puissances et des tensions, suite à un défaut permanent et nous avons suggéré une solution permettant d'améliorer cette situation. Enfin, nous avons proposé une résolution par approche LMI.

Pour les deux approches proposées, il faut signaler la nécessité d'un coordonnateur qui envoie de temps en temps des informations de régulation de haut niveau sous forme de consignes permettant la satisfaction des objectifs de puissance et de tension.

Chapitre 7

Conclusion générale et perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié le problème de la commande décentralisée non linéaire des réseaux de transport d'électricité constitué de n turbo-alternateurs interconnectés, lorsque le système est soumis à de forts aléas du type court-circuit triphasé transitoire ou permanent. Le problème de la sûreté de fonctionnement du réseau de transport constitue un problème d'actualité très important si l'on considère la panne survenue l'été dernier aux Etats-Unis ou, plus récemment encore, celle survenue en Italie, qui relancent ou amplifient l'intérêt pour l'étude de nouveaux correcteurs plus robustes.

Notre travail a consisté dans ce cadre :

1. à analyser et comparer les modélisations non linéaires 1 axe et 2 axes d'un système SMIB, puis à généraliser cette étude à un réseau constitué de n machines interconnectées ;
2. à proposer et à simuler (en les comparant à des approches existantes) des lois de commande non linéaires basées sur une approche de synthèse récursive de lois de commande non linéaires, connue sous le nom de backstepping et en utilisant en complément la technique de linéarisation entrée-sortie. Ces lois de commande ont été proposées dans le cadre d'un système SMIB. Il ressort de cette étude de lois de commande SMB plusieurs points importants :
 - L'utilisation directe du système de coordonnées "naturel" du système en (δ, ω, P_e) conduit à redéfinir, après un défaut permanent correspondant à la suppression d'une ligne d'interconnexion par exemple) le point d'équilibre du réseau et donc en particulier la nouvelle valeur de l'angle de puissance. Au contraire, l'utilisation du système de coordonnées (V_t, ω, P_e) permet de s'affranchir de cette contrainte.

- L'utilisation unique de la tension d'excitation du générateur comme variable de commande ne permet pas de maîtriser les dynamiques internes en ω et en P_e apparaissant lorsque l'on se donne un objectif de maîtrise de la tension de sortie du générateur (comme dans le cas d'un PSS & AVR traditionnel). Nous avons montré que l'utilisation en complément de l'entrée de commande de puissance mécanique P_c permet de contrôler toutes les dynamiques du système (du moins celles correspondant au modèle 2 axes).
 - Nous avons proposé une approche permettant de réguler à la fois la tension et la puissance électrique en utilisant conjointement la linéarisation entrée/sortie et la technique du backstepping. Dans cette approche, nous utilisons le système de coordonnées (V_t, ω, P_e) qui permet de s'affranchir du contrôle de l'angle de puissance (même s'il est toujours nécessaire d'en disposer pour calculer la loi de commande).
 - Nous avons montré en simulation que cette approche assurait une robustesse remarquable face à des incertitudes sur le bus infini, mais également sur les paramètres de turbine.
3. à montrer que les lois de commande non linéaire proposées pour un système SMIB pouvaient, avec quelques adaptations, être utilisées dans un contexte multi-machines en utilisant une technique "d'agrégation SMIB".
 4. à proposer une approche de synthèse de contrôleurs décentralisée que l'on peut appeler directe, dans le sens où nous pouvons garantir de manière simple la stabilité robuste du système interconnecté global face à des incertitudes sur les admittances du réseau. Nous avons également proposé une méthode de synthèse de ces contrôleurs décentralisés par une approche LMI.

Nous espérons avoir contribué à montrer l'intérêt d'utiliser des lois de commande non linéaires, qui présentent des performances dans une domaine de fonctionnement très large et se comportent indépendamment des points de fonctionnement.

Bien entendu, un grand nombre de problèmes restent ouverts. Nous pouvons lister quelques-uns de ces problèmes qui constituent autant de perspectives pour

un travail futur :

1. Un premier problème est plus large que le cadre de cette thèse : il s'agit du problème du réglage des paramètres des contrôleurs non linéaires : nous avons vu que la technique de synthèse par backstepping permettait la définition de paramètres assurant la décroissance d'une fonction de Lyapunov. Le problème est d'intégrer dans cette approche les notions de performances et de robustesse. On aimerait disposer des outils de la commande linéaire robuste, issus du théorème du petit gain associés aux outils d'analyse fréquentielle permettant de fixer des gabarits fréquentiels de performance et de robustesse. Malheureusement, l'analyse fréquentielle n'est pas possible pour les systèmes non linéaires, puisque la réponse fréquentielle dépend du point de fonctionnement considéré. Des travaux ont étendu la théorie de la commande robuste H_∞ dans le cas des systèmes non linéaires [1] ; mais dans ce cas, il est nécessaire de résoudre une équation aux dérivées partielles d'Hamilton-Jacobi-Bellman non linéaire dont il est impossible d'obtenir la solution exacte (sauf dans le cas scalaire). Une voie possible est donc de proposer des solutions approchée à ces équations tout en garantissant la stabilité en boucle fermée. Cependant la résolution approchée de ce type d'équations reste un problème ouvert dans le cas de systèmes de grande taille.
2. Pour le problème de la commande des réseaux de transport d'électricité, nous sommes conscients de ne pas avoir introduit l'ensemble des contraintes de fonctionnement d'un tel système, comme l'influence des charges dynamiques non linéaires, ni l'introduction des dispositifs FACTS dont l'utilisation dans les réseaux est un enjeu actuel important et est source aujourd'hui d'interactions avec les autres éléments du réseau (charges/contrôleurs de générateurs).
3. Il est également nécessaire de valider la démarche sur un simulateur plus élaboré que le simulateur 2 axes, par exemple sur EUROSTAG, ainsi que, dans un deuxième temps, de valider les approches proposées sur un système réel, même à échelle réduite.
4. Nous avons travaillé sur l'hypothèse d'une commande décentralisée (très

proche de la situation actuelle), en traitant les interdépendances entre générateurs, soit par la notion de bus infini (agrégation SMIB), soit en les considérant comme des perturbations (approche M-matrice) : quelle serait à l'opposer l'intérêt d'une démarche de synthèse centralisée non linéaire, c'est-à-dire d'une démarche de synthèse utilisant le modèle non linéaire interconnecté sans considérer les interdépendances comme des perturbations. Des travaux récents [13] montrent qu'il est possible de synthétiser des contrôleurs décentralisés de cette manière également. La limite actuelle de cette dernière approche est la difficulté de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres du système global.

5. Un autre enjeu concerne le problème de la mesure des états du systèmes : dans cette thèse, nous avons travaillé en supposant que les états du système sont soit mesurés directement, soit peuvent être calculés à partir de mesures facilement disponibles. Les contrôleurs proposés nécessitent la disponibilité de l'angle de puissance de chaque générateur : nous avons proposé une technique de reconstruction de cet angle à partir de mesures de puissance et de tension : il reste à valider cette technique, notamment en présence d'incertitudes sur les paramètres du système. Il serait également intéressant de chercher à obtenir des contrôleurs nécessitant un nombre le plus réduit de possible de mesures (dans le cas présent, on doit disposer des puissances actives et réactives, des tensions terminales, de la mesure de vitesse, pour chaque générateur) : nous avons alors à considérer le problème de la commande non linéaire par retour de sortie qui reste un problème difficile.
6. Pour ce qui concerne le problème de la commande, il serait intéressant également de considérer, dans le cadre d'un étude non linéaire, le problème du placement optimal des dispositifs FACTS et plus largement la commande non linéaire de ces systèmes, avec mesure de leur impact sur la performance et la robustesse des réseaux de transport d'électricité.
7. Enfin, nous estimons que ces travaux peuvent également trouver un prolongement assez direct dans la gestion de la stabilité transitoire des réseaux moyenne et basse tension, dans le contexte de l'apparition du concept de centrale virtuelle, ainsi qu'à l'étude de réseaux embarqués (réseaux de vé-

hicules automobiles, d'avions ou de navires) ou encore pour la gestion de réseaux de bâtiments tertiaires.

Annexe I

Compléments sur les modèles de réseaux

8.1. Complément sur les modèles 2-axes et 1-axe

Dans l'étude transitoire des réseaux électriques, nous considérons le circuit équivalent du générateur suivant :

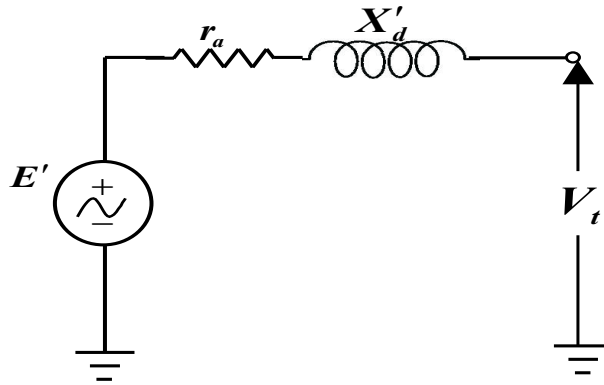


Figure 8.1. *Modèle transitoire du générateur*

Dans ce modèle, nous rapelons les grandeurs suivantes :

- E' : tension transitoire interne du générateur
- r_a : résistance d'armature du générateur
- x'_d : réactance transitoire direct du générateur
- V_t : tension de sortie du générateur

Nous montrons ci-dessous la diagramme vectoriel d'un générateur synchrone :

Les définitions de chaque paramètre ont introduites dans la partie notations.

8.1.1. Calcul de E_q en fonction de E'_q et de V_s (modèle 2-axes)

D'après le diagramme (8.2) correspondant aux figures (2.2, ??) et si on tient pas compte de r_a ($r_a = 0$), on peut écrire :

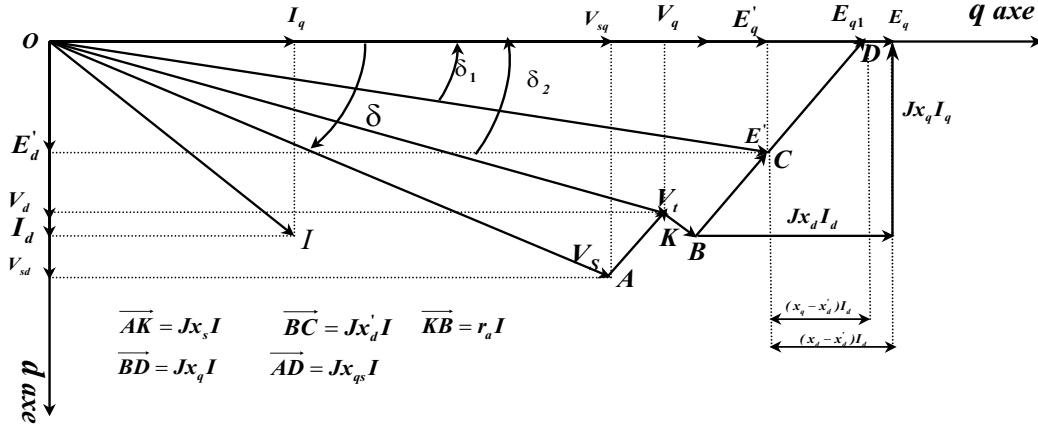


Figure 8.2. Diagramme du vecteur d'une machine connecté à nœud infini

$$E_{q1} = V_s \cos \delta + x_{qs} I_d \quad [8.1]$$

$$E_q = E'_q + (x_d - x'_d) I_d \quad [8.2]$$

$$E'_q = E_{q1} - (x_q - x'_d) I_d$$

$$E_q = E_{q1} + (x_d - x_q) I_d \quad [8.3]$$

en remplaçant (8.1) dans (8.3) on obtient :

$$E_q = V_s \cos \delta + x_{qs} I_d + (x_d - x_q) I_d \quad [8.4]$$

$$x_{qs} = x_q + x_s$$

$$x_{ds} = x_d + x_s$$

D'après la relation (8.4) et les définitions de x_{qs} et x_{ds} , nous avons :

$$E_q = V_s \cos \delta + x_{ds} I_d \quad [8.5]$$

Donc,

$$I_d = \frac{E_q - V_s \cos \delta}{x_{ds}} \quad [8.6]$$

D'autre part, avec l'équation (8.2) on peut écrire :

$$I_d = \frac{E_q - E'_q}{x_d - x'_d} \quad [8.7]$$

Il vient des équations (8.6), (8.7) :

$$E_q = \frac{x_{ds}}{x'_{ds}} E'_q - \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds}} V_s \cos \delta \quad [8.8]$$

Les Equations différentielles des tensions internes

$$\dot{E}'_q(t) = \frac{-1}{T'_{do}} \left(E'_q + (x_d - x'_d) I_d - k_c u_f \right) \quad [8.9]$$

$$\dot{E}'_d(t) = \frac{-1}{T'_{qo}} \left(E'_d - (x_q - x'_q) I_q \right) \quad [8.10]$$

8.1.2. Calcul de l'équation de la tension de sortie du générateur

D'après le diagramme vectoriel et en tenant compte de la règle du cosinus dans la triangle OBD ($r_a = 0$) :

$$x_q^2 I^2 = V_t^2 + E_{q1}^2 - 2V_t E_{q1} \cos \delta_2 \quad [8.11]$$

D'autre part, en utilisant la règle de cosinus dans la triangle OAD ($r_a = 0$) :

$$I^2 = \frac{V_s^2 + E_{q1}^2 - 2V_s E_{q1} \cos \delta}{x_{qs}} \quad [8.12]$$

En remplaçant l'équation (8.12) dans l'équation (8.11) nous avons :

$$V_t^2 = \left(\frac{x_q^2}{x_{qs}^2} - 1 \right) E_{q1}^2 + \frac{x_q^2}{x_{qs}^2} V_s^2 - \frac{2x_q^2}{x_{qs}^2} V_s E_{q1} \cos \delta + 2V_t E_{q1} \cos \delta_2 \quad [8.13]$$

En observant le diagramme vectoriel, on peut également montrer que :

$$E_{q1} = V_t \cos \delta_2 + x_q I_d \quad [8.14]$$

En remplaçant (8.1) dans (8.14) on peut obtenir :

$$V_t \cos \delta_2 = \left(1 - \frac{x_q}{x_{qs}} \right) E_{q1} + \frac{x_q}{x_{qs}} V_s \cos \delta \quad [8.15]$$

A la fin, en substituant (8.15) dans (8.13) nous aurons :

$$V_t^2 = \left(\frac{x_q^2}{x_{qs}^2} - 1 \right) E_{q1}^2 + \frac{x_q^2}{x_{qs}^2} V_s^2 - \frac{2x_q^2}{x_{qs}^2} V_s E_{q1} \cos \delta + 2E_{q1} \left\{ \left(1 - \frac{x_q}{x_{qs}} \right) E_{q1} + \frac{x_q}{x_{qs}} V_s \cos \delta \right\} \quad [8.16]$$

En suite, après quelques manipulations de l'équation (8.16) on va obtenir :

$$V_t^2 = \frac{x_s^2}{x_{qs}^2} E_{q1}^2 + \frac{x_q^2}{x_{qs}^2} V_s^2 + \frac{2x_q x_s}{x_{qs}^2} V_s E_{q1} \cos \delta \quad [8.17]$$

Pour trouver une relation directe entre E_{q1} et E_q , on applique les équations (8.1) et (8.6) de la forme

$$E_{q1} = \frac{x_{qs}}{x_{ds}} E_q + \frac{x_d - x_q}{x_{ds}} V_s \cos \delta \quad [8.18]$$

Donc, si on se sert l'équation (8.18) dans (8.17), on va obtenir une expression de la tension de sortie en fonctionnant de E_q , V_s et δ .

$$E_q(t) = \frac{x_{ds}}{x'_{ds}} E'_q(t) - \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds}} V_s \cos \delta(t) \quad [8.19]$$

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{x_{ds}^2} E_q^2(t) + \left[\frac{x_s^2 (x_d - x_q)^2 + 2x_q x_s x_{ds} (x_d - x_q)}{x_{ds}^2} \cos^2 \delta(t) + x_q^2 \right] V_s^2 + 2 \left[\frac{x_s^2 x_{qs} (x_d - x_q) + x_q x_s x_{qs} x_{ds}}{x_{ds}^2} \right] V_s E_q(t) \cos \delta(t) \right\}^{1/2} \quad [8.20]$$

Nous pouvons construire d'autres équations pour calculer V_t . Dans cette nouvelle configuration, on va exprimer V_t en fonction de δ , P_e et V_s .

D'après la figure (2.2), la puissance électrique de sortie du bus infini est donnée par :

$$\begin{aligned} P_e &= V_{sd} \cdot I_d + V_{sq} \cdot I_q \\ P_e &= V_s \sin \delta \cdot I_d + V_s \cos \delta \cdot I_q \end{aligned} \quad [8.21]$$

Nous allons obtenir une formule pour I_q à partir du diagramme vectoriel (8.2). Si $r_a = 0$ alors :

$$\begin{aligned} \vec{V}_s + jx_{qs} \vec{I} &= jE_{q1} \\ (V_{sd} + jV_{sq}) + jx_{qs}(I_d + jI_q) &= jE_{q1} \end{aligned}$$

Donc, nous aurons :

$$V_{sd} - x_{qs} I_q = 0 \quad \Rightarrow \quad I_q = \frac{V_s \sin \delta}{x_{qs}} \quad [8.22]$$

En appliquant (8.6) et (8.22) dans la relation (8.21), nous allons avoir :

$$P_e = \frac{V_s E_q \sin \delta}{x_{ds}} + \frac{x_d - x_q}{x_{qs} x_{ds}} V_s^2 \sin \delta \cos \delta \quad [8.23]$$

Si, on calcule E_q par rapport à $(P_e, \delta$ et $V_s)$:

$$E_q = \frac{x_{ds}}{V_s \sin \delta} P_e - \frac{x_d - x_q}{x_{qs}} V_s \cos \delta \quad [8.24]$$

En substituant (8.24) dans (8.20) on obtient finalement :

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{qs}} \left\{ \frac{x_s^2 x_{qs}^2}{V_s^2} \csc^2 \delta(t) P_e^2(t) + x_q^2 V_s^2 + 2x_s x_q x_{qs} P_e(t) \cot \delta(t) \right\}^{1/2} \quad [8.25]$$

8.2. Calcul de l'équation différentielle de puissance électrique dans un réseau multi-machines (Modèle 2-axes)

Afin de trouver une relation qui exprime les paramètres I_d et I_q en fonction de P_e, Q_e, E'_d et E'_q nous allons procéder comme suit :

Grâce aux relations (2.23), nous obtenons :

$$I_{di} = \frac{1}{E_{di}'^2 + E_{qi}'^2} (E_{di}' P_{ei} + E_{qi}' Q_{ei}) \quad [8.26]$$

$$I_{qi} = \frac{1}{E_{di}'^2 + E_{qi}'^2} (E_{qi}' P_{ei} - E_{di}' Q_{ei}) \quad [8.27]$$

Nous pouvons obtenir la formule suivante la puissance électrique du générateur en supposant que la résistance d'armature est nulle.

$$P_e(t) = E_{di}' \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E_{dk}' - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E_{qk}' \right\} + E_{qi}' \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E_{dk}' + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E_{qk}' \right\} \quad [8.28]$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_e(t) &= \dot{E}_{di}' \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E_{dk}' - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E_{qk}' \right\} \\ &+ \dot{E}_{qi}' \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E_{dk}' + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E_{qk}' \right\} \\ &+ \left\{ E_{di}' \left(\sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E_{dk}' + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E_{qk}' \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -E'_{qi} \left(\sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right) \omega_i \\
 & + E'_{di} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\
 & + E'_{qi} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\
 & - E'_{di} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right\} \\
 & + E'_{qi} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right\}
 \end{aligned}$$

Il faut noter que les coefficients $F_{G+B}(\delta_{ik})$ et $F_{B-G}(\delta_{ik})$ correspondent à

$$\begin{aligned}
 F_{G+B}(\delta_{ik}) &= G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik} \\
 F_{B-G}(\delta_{ik}) &= B_{ik} \cos \delta_{ik} - G_{ik} \sin \delta_{ik}
 \end{aligned}$$

[8.29]

D'autre part on a l'expression suivante pour la puissance réactive du générateur

$$\begin{aligned}
 Q_{ei} &= -E'_{di} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\
 &+ E'_{qi} \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} - x'_{di} I_{ti}^2
 \end{aligned}$$

[8.30]

Dans le chapitre 2, nous avons vu que

$$\dot{E}'_{qi}(t) = \frac{-1}{T'_{doi}} \left\{ E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} - k_{ci} u_{fi} \right\} \quad [8.31]$$

$$\dot{E}'_{di}(t) = \frac{-1}{T'_{qoi}} \left\{ E'_{di} - (x_{qi} - x'_{qi}) I_{qi} \right\} \quad [8.32]$$

Donc, nous aurons :

$$\begin{aligned}
 \dot{P}_e(t) &= -\frac{1}{T'_{qoi}} \left(E'_{di} - (x_{qi} - x'_{qi}) I_{qi} \right) \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\
 &- \frac{1}{T'_{doi}} \left(E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} - k_{ci} u_{fi} \right) \left\{ \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\
 &- (Q_{ei} + x'_{di} I_{ti}^2) \omega_i + \gamma_i(\delta, \omega)
 \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
\gamma_i(\delta, \omega) = & E'_{di} \left(\sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right) \\
& + E'_{qi} \left(\sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right) \\
& - E'_{di} \left(\sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k + \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right) \\
& + E'_{qi} \left(\sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{dk} \omega_k - \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \right)
\end{aligned}$$

Donc nous avons :

$$\begin{aligned}
\dot{P}_{ei}(t) = & -\frac{1}{T'_{d0i}} P_{ei} - \frac{1}{T'_{d0i}} (x_{di} - x'_{di}) I_{di} I_{qi} + \frac{1}{T'_{d0i}} k_{ci} u_{fi} I_{qi} + \frac{1}{T'_{q0i}} (x_{qi} - x'_{qi}) I_{qi} I_{di} \\
& + \left(\frac{1}{T'_{d0i}} - \frac{1}{T'_{q0i}} \right) E'_{di} I_{di} - (Q_{ei} + x'_{di} I_{ti}^2) \omega_i + \gamma_i(\delta, \omega) \quad [8.33]
\end{aligned}$$

On peut montrer simplement que l'équation différentielle de $P_{ei}(t)$ en autour d'un point d'équilibre est :

$$\Delta \dot{P}_{ei}(t) = -\frac{1}{T'_{d0i}} \Delta P_{ei} + \frac{1}{T'_{d0i}} v_{fi} + \gamma_i(\delta, \omega) \quad [8.34]$$

où

$$\begin{aligned}
\Delta P_{ei} = & P_{ei} - P_{m0i} \\
v_{fi} = & k_{ci} u_{fi} I_{qi} + \left(\frac{T'_{d0i}}{T'_{q0i}} (x_{qi} - x'_{qi}) - (x_{di} - x'_{di}) \right) I_{qi} I_{di} + \left(1 - \frac{T'_{d0i}}{T'_{q0i}} \right) (x_{qi} - x'_{di}) I_{qi} I_{di} \\
& - P_{m0i} - T'_{d0i} (Q_{ei} + x'_{di} I_{ti}^2) \omega_i.
\end{aligned}$$

Sachant que selon le diagramme (8.2), $E'_{di} = (x_{qi} - x'_{di}) I_{qi}$.

8.2.1. Calcul de l'équation différentielle de puissance électrique dans un réseau multi-machines (Modèle un-axe)

En modèle 1-axe, on néglige la composante E'_d de chaque générateur (selon le diagramme ??, car E'_d est plus petit que E'_q). Afin de trouver une relation qui

exprime les paramètres I_d et I_q en fonction de P_e , Q_e et E'_q , nous allons procéder de la manière suivante :

Ap partir des relations (8.26, 8.27), nous obtenons

$$I_{di} = \frac{1}{E'_{qi}} Q_{ei} \quad [8.35]$$

$$I_{qi} = \frac{1}{E'_{qi}} P_{ei} \quad [8.36]$$

En utilisant la relation (8.28) avec $E'_d = 0$ nous obtenons :

$$P_e(t) = E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \quad [8.37]$$

Nous avons également :

$$\begin{aligned} \dot{P}_e(t) &= \dot{E}'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} + E'_{qi} \omega_i \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \\ &+ E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) \dot{E}'_{qk} - E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k \end{aligned}$$

Il faut noter que les coefficients $F_{G+B}(\delta_{ik})$ et $F_{B-G}(\delta_{ik})$ sont donnés par :

$$F_{G+B}(\delta_{ik}) = G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}$$

$$F_{B-G}(\delta_{ik}) = B_{ik} \cos \delta_{ik} - G_{ik} \sin \delta_{ik}$$

D'autre part on a l'égalité suivante pour la puissance reactive du générateur :

$$Q_{ei} = -E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} - x'_{di} I_{ti}^2$$

Dans le chapitre 2, nous avons obtenu

$$\dot{E}'_{qi}(t) = \frac{-1}{T'_{doi}} \left\{ E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} - k_{ci} u_{fi} \right\} \quad [8.38]$$

Donc, nous aurons :

$$\begin{aligned} \dot{P}_e(t) &= -\frac{1}{T'_{doi}} \left(E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} - k_{ci} u_{fi} \right) \left\{ \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) E'_{qk} \right\} \\ &- (Q_{ei} + x'_{di} I_{ti}^2) \omega_i + \gamma_i(\delta, \omega) \end{aligned}$$

où

$$\gamma_i(\delta, \omega) = E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{G+B}(\delta_{ik}) \dot{E}'_{qk} - E'_{qi} \sum_{k=1}^n F_{B-G}(\delta_{ik}) E'_{qk} \omega_k$$

Donc nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{P}_{ei}(t) = & -\frac{1}{T'_{d0i}}P_{ei} - \frac{1}{T'_{d0i}}(x_{di} - x'_{di})I_{di}I_{qi} + \frac{1}{T'_{d0i}}k_{ci}u_{fi}I_{qi} - (Q_{ei} + x'_{di}I_{ti}^2)\omega_i \\ & + \gamma_i(\delta, \omega) \end{aligned} \quad [8.39]$$

On peut montrer que l'équation différentielle de $P_{ei}(t)$ autour d'un point d'équilibre est donnée par

$$\Delta \dot{P}_{ei}(t) = -\frac{1}{T'_{d0i}}\Delta P_{ei} + \frac{1}{T'_{d0i}}v_{fi} + \gamma_i(\delta, \omega) \quad [8.40]$$

où

$$\begin{aligned} \Delta P_{ei} &= P_{ei} - P_{m0i} \\ v_{fi} &= k_{ci}u_{fi}I_{qi} - (x_{di} - x'_{di})I_{qi}I_{di} - P_{m0i} - T'_{d0i}(Q_{ei} + x'_{di}I_{ti}^2)\omega_i. \end{aligned}$$

8.3. Majorations des termes d'interconnexion

Nous avons

$$g_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\omega_0}{2H_i} (E'_{d_i} \gamma_{a_i} + E'_{q_i} \gamma_{b_i}) \\ \frac{1}{T'_{q0i}} \gamma_{b_i} (x_{q_i} - x'_{q_i}) \\ -\frac{1}{T'_{d0i}} \gamma_{a_i} (x_{d_i} - x'_{d_i}) \end{pmatrix} \quad [8.41]$$

Donc nous pouvons récrire $\|g_i(X)\|$ comme suit :

$$\|g_i\| \leq \frac{\omega_0}{2H_i} \|E'_{d_i} \gamma_{a_i} + E'_{q_i} \gamma_{b_i}\| + \frac{1}{T'_{q0i}} \|\gamma_{b_i}(x_{q_i} - x'_{q_i})\| + \frac{1}{T'_{d0i}} \|\gamma_{a_i}(x_{d_i} - x'_{d_i})\| \quad [8.42]$$

où

$$\|g_i\| \leq \frac{\omega_0}{2H_i} (\|E'_{d_i}\| \|\gamma_{a_i}\| + \|E'_{q_i}\| \|\gamma_{b_i}\|) + \frac{1}{T'_{q0i}} \|\gamma_{b_i}(x_{q_i} - x'_{q_i})\| + \frac{1}{T'_{d0i}} \|\gamma_{a_i}(x_{d_i} - x'_{d_i})\| \quad [8.43]$$

Si on prend $\max(\|E'_{d_i}\|) \leq r$ et $\max(\|E'_{q_i}\|) \leq s$ on peut dire :

$$\|g_i\| \leq \frac{\omega_0}{2H_i} (r \|\gamma_{a_i}\| + s \|\gamma_{b_i}\|) + \frac{1}{T'_{q0i}} \|\gamma_{b_i}(x_{q_i} - x'_{q_i})\| + \frac{1}{T'_{d0i}} \|\gamma_{a_i}(x_{d_i} - x'_{d_i})\| \quad [8.44]$$

et

$$\|g_i\| \leq \left(\frac{1}{T'_{d0_i}}(x_{d_i} - x'_{d_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}r \right) \|\gamma_{a_i}\| + \left(\frac{1}{T'_{q0_i}}(x_{q_i} - x'_{q_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}s \right) \|\gamma_{b_i}\| \quad [8.45]$$

Nous allons maintenant majorer γ_{a_i} et γ_{b_i} :

$$\begin{aligned} \|\gamma_{a_i}\| &\leq \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{G+B}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{dk}\| + \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})E'_{dk_0}\| \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{B-G}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{qk}\| + \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})E'_{qk_0}\| \end{aligned} \quad [8.46]$$

$$\begin{aligned} \|\gamma_{b_i}\| &\leq \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{B-G}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{dk}\| + \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})E'_{dk_0}\| \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{G+B}(\delta_{ik})\tilde{E}'_{qk}\| + \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})E'_{qk_0}\| \end{aligned} \quad [8.47]$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})\| &= \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{B-G}(\delta_{ik}) - F_{B-G}(\delta_{ik_0})\| \\ \sum_{k=1, k \neq i}^n \|\tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})\| &= \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{G+B}(\delta_{ik}) - F_{G+B}(\delta_{ik_0})\| \end{aligned} \quad [8.48]$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{B-G}(\delta_{ik}) - F_{B-G}(\delta_{ik_0})\| &= \sum_{k=1, k \neq i}^n \|B_{ik} \cos \delta_{ik} - G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik_0} + G_{ik} \sin \delta_{ik_0}\| \\ \sum_{k=1, k \neq i}^n \|F_{G+B}(\delta_{ik}) - F_{G+B}(\delta_{ik_0})\| &= \sum_{k=1, k \neq i}^n \|G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik} - G_{ik} \cos \delta_{ik_0} - B_{ik} \sin \delta_{ik_0}\| \end{aligned}$$

On utilise le fait que $\tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})$ et $\tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})$ sont Lipschitziennes. Car

$$|\cos \delta_{ik} - \cos \delta_{ik_0}| \leq |\delta_{ik} - \delta_{ik_0}| \leq |\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|$$

$$|\sin \delta_{ik} - \sin \delta_{ik_0}| \leq |\delta_{ik} - \delta_{ik_0}| \leq |\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|$$

avec

$$\|\tilde{F}_{B-G}(\delta_{ik})\| \leq (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (|\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|)$$

et de même

$$\|\tilde{F}_{G+B}(\delta_{ik})\| \leq (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (|\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|)$$

Donc en remplaçant avec γ_{a_i} et γ_{b_i} nous aurons

$$\begin{aligned} \|\gamma_{a_i}\| &\leq \sum_{k=1, k \neq i}^n [(\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (\|\tilde{E}'_{dk}\| + \|\tilde{E}'_{qk}\|) \\ &+ \|E'_{dk_0}\| (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (|\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|) + \|E'_{qk_0}\| (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (|\tilde{\delta}_i| + |\tilde{\delta}_k|)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\gamma_{a_i}\| &\leq \sum_{k=1, k \neq i}^n [(\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|)] |\tilde{\delta}_i| \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^n [(\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) (\|\tilde{E}'_{dk}\| + \|\tilde{E}'_{qk}\|) + (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) |\tilde{\delta}_k|] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\gamma_{a_i}\| &\leq \left\{ \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \right\} \|X_i\| \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \|X_k\| \end{aligned}$$

et de même pour γ_{b_i}

$$\begin{aligned} \|\gamma_{b_i}\| &\leq \left\{ \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \right\} \|X_i\| \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \|X_k\| \end{aligned}$$

D'après la majoration de $\|g_i\|$ on peut écrire :

$$\|g_i\| \leq \left(\frac{1}{T'_{d_0i}}(x_{d_i} - x'_{d_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}r + \frac{1}{T'_{q_0i}}(x_{q_i} - x'_{q_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}s \right) \left[\sum_{k=1, k \neq i}^n \varrho_{ik} \|X_k\| + \varrho_{ii} \|X_i\| \right]$$

où

$$\begin{aligned} \varrho_{ik} &= (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \\ \varrho_{ii} &= \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \end{aligned}$$

D'où finalement les expressions des γ_{ik} :

$$\begin{aligned}\gamma_{ii} &= \left(\frac{1}{T'_{d0_i}}(x_{d_i} - x'_{d_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}r + \frac{1}{T'_{q0_i}}(x_{q_i} - x'_{q_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}s \right) + \sum_{k=1, k \neq i}^n (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|) \\ \gamma_{ik} &= \left(\frac{1}{T'_{d0_i}}(x_{d_i} - x'_{d_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}r + \frac{1}{T'_{q0_i}}(x_{q_i} - x'_{q_i}) + \frac{\omega_0}{2H_i}s \right) + (\|E'_{dk_0}\| + \|E'_{qk_0}\|) (\|B_{ik}\| + \|G_{ik}\|)\end{aligned}$$

Annexe II

Définitions

9.1. Définitions utiles pour l'analyse de stabilité

Définition 9.12 (Fonction de Lipschitz) Si, la fonction $f(x, t)$ est continue en t , et s'il existe une constante strictement positive L tel que

$$\|f(x_2, t) - f(x_1, t)\| \leq L\|x_2 - x_1\| \quad [9.1]$$

pour tout x_1 et x_2 dans un voisinage fini de l'origine et pour tout t dans l'intervalle $[t_0, t_0+T]$ (avec T soit une constante strictement positive), alors f est une fonction Lipschitzienne de constante L .

••

Définition 9.13 (Fonction de classe κ) Une fonction continue $k : [0, \infty) \rightarrow R_+$ est dite de classe κ si : (i) $k(0) = 0$
(ii) $k(\chi) > 0 \quad \forall \chi > 0$
(iii) k est non décroissante
telle que sa fonction inverse k^{-1} est définie. La fonction est de classe κ_∞ lorsque $k(\chi) \rightarrow \infty$ quand $\chi \rightarrow \infty$.

••

Définition 9.14 (Fonction définie positive) La fonction $V(x, t)$ est localement (globalement) définie positive, si et si seulement il existe une fonction α de classe κ telle que $V(0, t) = 0$ et $V(x, t) \geq \alpha(\|x\|) \geq 0$ et $\forall \geq 0$ dans un boule B (dans R^n).

••

9.2. Preuve du lemme 4.1 et théorèmes de stabilité

La preuve du lemme 4.1 est la suivante :

Preuve 9.1 *On introduire la variable d'erreur*

$$z = \zeta - \alpha(x) \quad [9.2]$$

et on la différencie par rapport au temps, les equations (4.25), (4.26) sont réécrites comme suit :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)[\alpha(x) + z] \quad [9.3]$$

$$\dot{z} = u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)(\alpha(x) + z)], \quad [9.4]$$

En utilisant (4.25) et (4.26), la dérivée le long les solutions de (4.27) est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha + gz) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) \right] \\ &= \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) + \frac{\partial V}{\partial x}g \right] \\ &\leq -W(x) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) + \frac{\partial V}{\partial x}g \right], \end{aligned} \quad [9.5]$$

où les termes contenant z comme un facteur ont été regroupés. Par le théorème de Lasalle-Yoshizawa (Théorème 9.3), tout choix de la commande u qui rend $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta) \leq -W(x)$, avec W_a Positif défini dans $z = \zeta - \alpha$, garantit la bornitude globale de x , z , et $\zeta = z + \alpha(x)$, et la régulation de $W(x(t))$ et $z(t)$. En outre, le théorème de Lasalle (Théorème 9.4) garantit la convergence de $\begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$ vers le plus grand sous-ensemble invariant contenu dans l'ensemble $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n+1} \mid W(x) = 0, z = 0 \right\}$. La manière la plus simple pour rendre \dot{V}_a négatif est de choisir la commande (4.28), qui rend le terme entre crochets dans (9.5) égal à $-cz$. Dans ce cas

$$\dot{V}_a \leq -W(x) - cz^2 \triangleq -W_a(x, \zeta) \leq 0$$

Clairement, si $W(x)$ est définie positive, le Théorème 9.3 garantit la stabilité asymptotique globale de $x = 0$ et $z = 0$; ceci qui implique alternativement que

$V_a(x, \zeta)$ est un flc et que $x = 0$ et $\zeta = 0$ représentent un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable de (4.25) et (4.26).

••

Théorème 9.3 (Théorème de LaSalle-Yoshizawa) Soit $x = 0$ un point d'équilibre de $\dot{x} = f(x)$ et supposons que f est localement Lipschitz en x . Soit $V : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}_+$, une fonction différentiable continue, positive définie et radialement non bornée telle que

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x) \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n,$$

où W est une fonction continue. Alors, toutes les solutions de $\dot{x} = f(x)$ sont globalement uniformément bornées et satisfont

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0$$

En outre, si $W(x)$ est définie positive, alors l'équilibre $x = 0$ est globalement asymptotiquement stable (GAS).

••

Théorème 9.4 (LaSalle) Soit Ω est une ensemble positive définie de $\dot{x} = f(x)$. Soit $V : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}_+$ est une fonction différentiable continue $V(x)$ telle que $\dot{V} \leq 0$, $\forall x \in \Omega$. Soit $E = \{x \in \Omega \mid \dot{V} = 0\}$, et soit M est la plus grand sous-ensemble invariant contenu dans E . Alors, toute solution bornée $x(t)$ qui commence dans Ω converge à M quand $t \rightarrow \infty$.

••

Bibliographie

Références

- [1] A. Astolfi A. Isidori. Disturbance attenuation and h_∞ -control via measurement feedback in nonlinear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37(1) :1283–1293, 1992.
- [2] B. Adkins. *The General Theory of Electrical Machines*. Chapman and Hall, 1964.
- [3] S. Ammari, Y. Besanger, N. Hadj-Said, and D. Georges. Robust solutions for the interaction phenomena between dynamic loads and facts controllers. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 2000*, 1 :401–406, 2000.
- [4] Anderson and Fouad. *Power System Control and Stability*. Science Press, 1986.
- [5] Z. Artstein. Stabilization with relaxed controls. *Nonlinear Analysis TMA-*, 7 :1163–1173, 1983.
- [6] R.O. Berglund, W.A. Mittelstadt, and K.M. Skreiner. One-cyclefault interruption at 500 kv : System benefits and breaker design. *IEEE Tran PAS*, 93(1) :1240–1251, 1974.
- [7] H. Bermejo, Fairénand, and Victor. Local stability and lyapunov functionals for n -dimensional quasi-polynomial conservative systems. *J. Math. Anal. Appl.*, 256(1) :242–256, 2001.
- [8] A. Blondel. The two-reaction method for study of oscillatory phenomena in coupled alternators. *Revue Générale de L'Electricité*, 13(1) :235–251, 1923.
- [9] G.D. Breuer, H.M. Rustebakke, and H.O. Simmons. The use of series capacitors to obtain maximum ehv transmission capability. *IEEE Tran PAS*, 83(1) :1090–1101, 1964.
- [10] R.T. Byerly, R.J. Bennon, and D.E. Sherman. Eigenvalue analysis of synchronizing power flow oscillations in large power systems. *AIEE Trans.*, PAS-101(1) :235–243, 1982.
- [11] R.A. De Carlos, S.H. Zak, and G.P. Matthews. Variable structure control of nonlinear multi-variable systems : A tutorial. *Proc. of the IEEE*, 76(3) :212–233, 1988.
- [12] C. Concordia. *Synchronous Machines*. John Wiley & Sons, 1951.
- [13] J. de Leon-Morales, O. Huerta-Guevara, and D. Georges. Control design for multimachine systems using a sliding mode approach. *Note interne du Laboratoire d'Automatique de Grenoble (LAG)*., 2003.
- [14] F.P. de Mello. Measurement of synchronous machine rotor angle from analysis of zero sequence harmonic components of machine terminal voltage. *Article IEEE Trans Power Delivery*, 9(1) :1770–1777, 1994.

- [15] R.E. Doherty and C.A. Nickle. Synchronous machine i and ii. *AIEE Trans.*, 45(1) :912–942, 1926.
- [16] EPRI Report EL-1424. Determination of synchronous machine stability constants. *prepared by Ontario Hydro*, 2(1), 1980.
- [17] EPRI Report EL-3359. Improvement in accuracy of prediction of electrical machine constants, and generator model for sub synchronous resonance condition. *Final Report of EPRI Projects RP 1288-1, prepared by Ontario Hydro*, 1,2 and 3(1), 1984.
- [18] J. Esztergalyos, M.T. Yee, and S. Liberman. The development and operation of an ultra high speed relaying system for ehv lines. *CIGRE*, 10(10) :34–04, 1978.
- [19] D. Ivanescu et al. Control of interconnected power systems : A time-delay approach. *IMA Journal on Mathematical Control and Information (Oxford Univ. Press, UK), special issue : Analysis and Design of Delay and Propagation Systems*, 19(1), 2002.
- [20] A.F. Filippov. Differential equations with discontinuous right-hand side. *Amer. Math. Soc. Translations*, 42(2) :199–231, 1964.
- [21] A.E. Fitzgerald and C. Kingsley. *Electric Machinery, Second Edition*. McGraw-Hill, 1961.
- [22] L. Gao, L. Chen, Y. Fan, and H. Ma. A nonlinear control design for power system. *Automatica*, 28(5) :975–979, 1992.
- [23] Laurant El Ghaoui. *Cours de Commande Robuste*. à l'école polytechnique Majeure de Mathématiques appliquées, 1997.
- [24] N.G. Hingorani. Flexible ac transmission. *IEEE spectrum*, 30 :40–45, 1993.
- [25] B.W. Hogg, Q.H. Wu, and E. Swidenbank. Optimal PID automatic voltage regulator for synchronous machines. *Int. J. Control*, 50(6) :2615–2634, 1989.
- [26] D.H. Jacobson. *Extension of Linear-Quadratic Control, Optimization and Matrix Theory*. New york : Academic Press, 1977.
- [27] J. Jianwen. On the construction of a lyapunov function for a type of third-order nonlinear system. *Acta Math. Appl. Sin.*, 22(4) :621–623, 1999.
- [28] J. Jun. Several methods of construction of lyapunov's function of nonlinear system. *J. Shanghai Teach. Univ., Nat. Sci*, 1(1) :10–20, 1988.
- [29] V. Jurdjevic and J.P. Quinn. Controllability and stability. *Journal of Differential Equations Nonlinear Analysis*, 28 :381–389, 1978.
- [30] H.K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Macmillan Publishing Company., 1996.
- [31] E.W. Kimbark. *Power System Stability, Vol.III : Synchronous Machines*. John Wiley & Sons, 1956.
- [32] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and sons. Inc., 1995.
- [33] P. Kundour, M. Kleion, G.J Rogers, and M.S. Zywno. Application of power system stabilizer for enhancement of overall system stability. *AIEE Trans.*, PWRS-4(1) :614–626, 1989.
- [34] P. Kundur and Mark G. Lauby. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill Companies, 1994.

- [35] E.V. Larsen and D.A.Swam. Applying power system stabilizers part i, general concepts. *IEEE Transaction on power apparatus and systems.*, PAS-100(6) :3017–3024, 1981.
- [36] E.V. Larsen and D.A.Swam. Applying power system stabilizers part ii, performances objectives and tuning concepts. *IEEE Transaction on power apparatus and systems.*, PAS-100(6) :3025–3033, 1981.
- [37] E.V. Larsen and D.A.Swam. Applying power system stabilizers part iii, practical considerations. *IEEE Transaction on power apparatus and systems.*, PAS-100(6) :3034–3041, 1981.
- [38] C. Lindsay and V. Shenov. Reliability and selection of characteristics for ehv transformers. *CIGRE*, 10(10) :12–08, 1978.
- [39] D.C Macdonald, A.B.J Reece, and P.J. Turner. Turbine generator steady-state reactances. *Proc. IEE (London)*, 132(3) :101–108, 1985.
- [40] J. Machowski, S. Robak, J.W. Bialek, and J.R.Bumby. Lyapunov-optimal damping of power system. *Automatica*, 12(1) :324–330, 1999.
- [41] B.M.J. Maschke, R. Ortega, and A.J. van der Shaft. Energy-based lyapunov function for forced hamiltonian system with dissipation. *Proc. of the 37th IEEE Conference on Control and Decision ; Tampa Florida*, pages 3594–3599, 1998.
- [42] Lamine Mili. Opportunity study on the use of phasor measurement in an interconnected power system. 1997.
- [43] S.H. Minich and Al. Saturation functions for synchronous generators from finite elements. *IEEE Trans*, EC-2(1) :680–692, 1987.
- [44] Miyagi and Hayao. Transient stability of the power system with the effect of the automatic voltage regulator. *IEEE Trans. Autom. Control*, 29(1) :1120–1122, 1984.
- [45] K.N. Murty, Shaw, and D. Michael. Stability analysis of nonlinear lyapunov systems associated with an n th order system of matrix differential equations. *J. Appl. Math. Stochastic Anal.*, 15(2) :155–165, 2002.
- [46] C.C. Nwanna. Nonlinear input-output stability and stabilization. *Comput. Oper. Res.*, 14(1) :325–340, 1987.
- [47] R. Ortega, A.Loria, P.J.Nicklasson, and H. Sira Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1998.
- [48] R.H. Park. Two-reaction theory of synchronous machine - generalized method of analysis - part i. *AIEE Trans.*, 48(1) :716–727, 1933.
- [49] R.H. Park. Two-reaction theory of synchronous machine - generalized method of analysis - part ii. *AIEE Trans.*, 52(1) :352–355, 1933.
- [50] A.R. Roosta, D. Georges, and N.Hadj-Said. Nonlinear control for power systems based on a backstepping method. *Proc. Control Decision Conference, Florida, USA*, 2001.
- [51] A.R. Roosta, D. Georges, and N.Hadj-Said. Backstepping method in nonlinear control of power systems. *17th International Power system Conference, Tehran, IRAN*, 2002.
- [52] I. Russinov. On the conditional stability of a conditional integral manifold of a nonlinear system by means of a lyapunov vector function. *Nauchni Tr., Plovdivski Univ., Mat.*, 28(3) :123–134, 1990.

- [53] Olof Samuelsson. Power system damping : Structural aspects of controlling active power. *Thèse à Lund*, 1997.
- [54] R.P Schulz and Al. Benefit assessment of finite-element based generator saturation model. *IEEE Trans*, PWR5-2(1) :1027–1033, 1987.
- [55] G. Shackshaft and P.B. Henser. Model of generator saturation for use in power system studies. *Proc. IEE (London)*, 126(8) :759–763, 1979.
- [56] Silva, A.B. Elves, Teixeira, and A.Marco. Global asymptotic stability on euclidean spaces. *Nonlinear Anal., Theory Methods Appl*, 50(1) :91–114, 2002.
- [57] G.R. Slemon. *Magnetolectric Devices*. John Wiley & Sons, 1966.
- [58] Jean-Jacques E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentic-hall International edition, 1991.
- [59] Y.H. Song and Allan T. Johns (Editor). *Flexible Ac Transmission Systems (FACTS)*. IEE Power Series, 30, 1999.
- [60] E. Sontag and Y. Wang. Lyapunov characterizations of input to output stability. *SIAM J. Control Optimization*, 39(1) :226–249, 2000.
- [61] E.D. Sontag. A lyapunov-like characterization of asymptotic controllability. *Siam Journal on Control and Optimization*, 21 :462–471, 1983.
- [62] E.D. Sontag. A 'universal' construction of arestien's theorem on nonlinear stabilization. *Systems & Control Letters*, 13 :117–123, 1989.
- [63] E.D. Sontag and Y. Wang. Notions of input to output stability. *Syst. Control Lett*, 38(4) :235–248, 1999.
- [64] A.R. Teel. Nonlinear input-output stability and stabilization. *12th international symposium on the mathematical theory of networks and systems, St. Louis, MO, USA*, 1(22) :373–388, 1997.
- [65] V.I. Utkin. *Sliding-Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1992.
- [66] Y. Wang, G. Guo, and D. Hill. Robust decentralized nonlinear controller design for multimachine power system. *Automatica*, 33(9) :1725–1733, 1997.
- [67] Y. Wang and D.J. Hill. Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 8(2) :620–626, 1993.
- [68] Y. Wang and D.J. Hill. Robust nonlinear coordinated control of power systems. *Automatica*, 32(4) :611–618, 1996.
- [69] Y. Wang, D.J. Hill, R.H. Middleton, and L. Gao. Transient stabilization of power systems with an adaptive control law. *Automatica*, 30(9) :1409–1413, 1994.
- [70] Z. Xi. Non-linear decentralised saturated controller design for multi-machine power systems. *Int. J. of Control*, 75(13) :1002–1011, 2002.
- [71] Ning Yang, Quinghua Liu, and James D.Mc Calley. Tcsc controller design for damping interarea oscillations. *Article IEEE.*, 1(1), 1997.
- [72] H. Yiguang. h_∞ control, stabilization, and input-output stability of nonlinear systems with homogeneous properties. *Automatica*, 37(6) :819–829, 2001.
- [73] K. Yoshimura. Multi input pss optimization method for practical use by considering several operating conditions". *Article IEEE.*, 1(1), 1998.
- [74] Chi-Shan Yu. A practical design of tcsc controllers for the inter-area transient stability control using real time measurements. *Article IEEE.*, 1(1), 1998.