



HAL
open science

Etude des possibilités d'évaluation de l'endommagement par des mesures ultrasonores.

Alain Gérard

► **To cite this version:**

Alain Gérard. Etude des possibilités d'évaluation de l'endommagement par des mesures ultrasonores..
Mathématiques [math]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1980. Français. NNT: . tel-
00198890

HAL Id: tel-00198890

<https://theses.hal.science/tel-00198890>

Submitted on 18 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

- PARIS VI -

INSTITUT DE MECANIQUE THEORIQUE ET APPLIQUEE

"ETUDE DES POSSIBILITES D'EVALUATION DE L'ENDOMMAGEMENT PAR DES
MESURES ULTRASONORES"

par

Alain GERARD

DEUXIEME SUJET DE THESE PROPOSEE PAR J. LEMAITRE

Qu'il me soit permis d'exprimer ici ma reconnaissance à toutes les personnes qui m'ont aidé dans la conduite de ce travail et notamment : Monsieur P. GERMAIN pour ses conseils, Monsieur M. ROSEAU pour ses encouragements, Monsieur J. LEMAITRE pour avoir accepté de satisfaire mon souhait de présenter une seconde thèse et m'avoir proposé un sujet riche en développements potentiels.

"ETUDE DES POSSIBILITES D'EVALUATION DE L'ENDOMMAGEMENT PAR
DES MESURES ULTRASONORES"

DEUXIEME SUJET DE THESE PROPOSEE PAR JEAN LEMAITRE.

RESUME.

INTRODUCTION.

I. LES DEFAUTS DES MATERIAUX METALLIQUES.

I.1 LES DEFAUTS CRISTALLINS ELEMENTAIRES.

I.1. a DEFAUTS ATOMIQUES PONCTUELS.

I.1. b DEFAUT ATOMIQUE LINEAIRE.

I.1. c DEFAUTS ATOMIQUES PLANS.

I.1. d DEFAUTS ELEMENTAIRES DU MILIEU CRISTALLIN INDUISANT L'ENDOMMAGEMENT.
. surfaciques,
. volumiques.

I.2 LES DEFAUTS DE FABRICATION.

I.2. a DEFAUTS SURFACIQUES

I.2. b DEFAUTS VOLUMIQUES.

II. NOTION D'ENDOMMAGEMENT.

II.1 ASPECTS PHENOMENOLOGIQUES.

II.1 a DEFINITION.

II.1 b MECANISME.

II.1 c TYPES D'ENDOMMAGEMENT.

II.2 ENDOMMAGEMENT UNIDIMENSIONNEL.

II.2 a APPROCHE MECANIQUE.

II.2 b APPROCHE THERMODYNAMIQUE.

II.3 ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL.

II.3 a ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL ISOTROPE.

II.3 b ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL ANISOTROPE.

III. NOTION D'ACOUSTIQUE.

III.1 GENERALITES.

III.2 ONDES EN MILIEU CONTINU INFINI .

III.2 a ASPECT MICROSCOPIQUE (chaîne d'atomes)

III.2 b ASPECT MACROSCOPIQUE (milieu continu)

III.2 c ONDES EN MILIEU ISOTROPE.

III.2 d ONDES EN MILIEU ANISOTROPE.

.../...

III.3 ONDES EN MILIEUX BORNES.

III.3 a IMPEDANCE ACOUSTIQUE - COEFFICIENT DE REFLEXION - REFRACTION.
LOI DE DESCARTES.

III.4 PRESSION ACOUSTIQUE.

III.4 a DEFINITION.

III.4 b LOI DE VARIATION.

III.4 c CHAMP PROCHE, CHAMP LOINTAIN : - définitions.
- détermination analytique d'un
champ lointain.

III.5 ATTENUATION DES ONDES DANS LES METAUX.

IV. ELEMENTS SUR LE CONTROLE NON DESTRUCTIF PAR ULTRASONS.

IV.1 DEFINITION ET BUTS.

IV.2 ASPECTS TECHNIQUES

IV.2 a EMISSION RECEPTION D'ULTRASONS.

IV.2 b METHODES D'OSCUATION.

IV.2 c PRECAUTIONS OPERATOIRES.

V. APPLICATION A L'EVALUATION DE L'ENDOMMAGEMENT.

V.1 MODELE CONTINU. METHODE DES TEMPS DE TRANSIT.

V.1 a THEORIE.

V.1 b EXPERIENCE SIMULEE.

V.2 MODELE DISCONTINU. METHODE DES ECHOS.

CONCLUSION.

ANNEXES.

APPENDICE.

BIBLIOGRAPHIE.

R E S U M E

=====

Le but de cette étude est d'apprécier les possibilités d'évaluation de l'endommagement des milieux métalliques par les méthodes de contrôle non destructif ultrasonores.

Sachant qu'il existe deux approches complémentaires de l'endommagement, thermodynamique et mécanique, nous avons d'abord examiné dans quelle mesure, les hypothèses fondamentales qui conduisent à la définition de cette notion, sont compatibles avec celles utilisées au niveau de la propagation des ultrasons.

Ceci nous a permis :

- d'associer à chacune des approches de l'endommagement unidimensionnel une possibilité de méthode de contrôle non destructif.
- d'obtenir une loi linéaire reliant le paramètre d'endommagement D à l'une des caractéristiques de propagation des ultrasons (vitesse, hauteur d'échos).
- de donner une estimation de l'erreur commise sur l'évaluation de D .

La concordance des résultats à laquelle nous parvenons, par deux voies indépendantes, semble permettre d'envisager avec optimisme l'évaluation de D par des mesures ultrasonores.

INTRODUCTION.

Les solides sont constitués d'atomes ordonnés sous forme de cristaux. Ces micro-structures, même à l'état vierge, possèdent toujours un certain nombre de défauts plus ou moins importants. Le recensement succinct de ceux-ci fait l'objet du paragraphe 1.

Sous l'effet des chargements, monotones ou répétés, ces défauts se propagent au sein des milieux dont les propriétés de tenue mécanique sont modifiées. Cette phase évolutive, analysée au paragraphe 2, constitue l'endommagement dont l'issue finale est la rupture du matériau. Malgré la haute technicité actuelle les méthodes couramment utilisées en laboratoire (mesure des déformations, des variations de densité,...) pour évaluer l'endommagement ne sont pas entièrement satisfaisantes car elles ne sont que qualitatives ou bien elles conduisent à la destruction de la matière.

Le but de cette synthèse est de voir, pour les milieux métalliques, dans quelle mesure il est possible d'accéder à une estimation de l'endommagement par les méthodes de contrôle non destructif par ultrasons évoquées au paragraphe 4. Aussi, après un rappel d'acoustique au paragraphe 3, discipline de base pour ces méthodes, nous proposons au paragraphe 5, deux exemples d'applications de l'évaluation du paramètre d'endommagement. Chacun d'eux correspond à la fois à une approche différente de la notion d'endommagement et à l'utilisation de méthodes de contrôle non destructif distinctes. La concordance des résultats à laquelle nous aboutissons, semble permettre, d'envisager avec optimisme de nouvelles méthodes d'évaluation de l'endommagement basées sur des mesures de propagation des ultrasons.

I. LES DEFAUTS DES MATERIAUX METALLIQUES.

La matière est constituée d'atomes organisés en cristaux. Tous matériaux vierges possèdent dans son organisation des imperfections, ou défauts, que l'on peut classer en deux catégories : les défauts cristallins [2] et les défauts de fabrication [25] .

I.1. LES DEFAUTS CRISTALLINS ELEMENTAIRES.

Il existe une grande variété de défauts qui peuvent tous être décrits par un nombre réduit de défauts élémentaires (Cf. Tableau 1).

<u>TYPE DE DEFAUT</u>		<u>NOM DU DEFAUT</u>
Thermique		Phonon
Electronique		Electron Trou Exciton
ATOMIQUE	Ponctuel	Lacune Interstitial Atome étranger.
	Linéaire	Dislocation
	Plan	Défaut d'empilement Interface Joints.

TABLEAU 1

Seuls les défauts atomiques sont spécifiques des propriétés mécaniques ; les autres ayant des effets du second ordre ne sont cités ici que pour mémoire.

I.1 a DEFAUTS ATOMIQUES PONCTUELS.

- La lacune est le manque d'un atome en un site normal du réseau cristallin.
- L'interstitiel est l'atome placé en insertion dans le réseau.
- L'atome étranger est un atome de nature chimique différente du métal de base.

REMARQUES 1°) Les lacunes et les interstitiels peuvent être créés par agitation thermique, écrouissage, irradiation.

2°) Les atomes étrangers augmentent la résistance à la déformation plastique.

I.1 b DEFAUT ATOMIQUE LINEAIRE.

Les dislocations sont des défauts linéaires organisés selon des lignes dites "lignes de dislocations" et autour desquelles le réseau cristallin est distordu [13, 27] .

I.1 c DEFAUTS ATOMIQUES PLANS.

- Les défauts d'empilement sont des perturbations dans l'empilement ordonné des plans compacts caractérisant la structure cristalline.
- Les joints de macle : zone de transition raccordant des cristaux reliés par une relation simple.
- Les joints de grains (*) : zone de transition raccordant des cristaux d'orientation différente. Ils peuvent jouer le rôle de source ou de puits de défauts ponctuels (lacunes, interstitiels) et de dislocations.

I.1 d DEFAUTS ELEMENTAIRES DU MILIEU CRISTALLIN INDUISANT L'ENDOMMAGEMENT.

Dans la mécanique de l'endommagement des défauts élémentaires précédents sont regroupés en défauts surfaciques et volumiques [19] . Ils intéressent le cristal et sont donc à une échelle de grandeur beaucoup plus grande que la précédente.

..../...

(*) On désigne par grains, un agrégat de petits cristaux.

- Défauts surfaciques. Ce sont essentiellement les fissures, schématisées par une surface de discontinuité pour les déplacements. Elles sont généralement la réunion de dislocations [6] .
- Défauts volumiques. On distingue principalement les inclusions et les points triples source de cavités.

Les inclusions sont constituées de particules étrangères à la matière de base (ou matrice). Sous l'effet des charges appliquées, il se produit une décohésion entre la matrice et les inclusions d'où la génération de micro-vides au sein de la matière. Ces micro-vides (ou micro-cavités) peuvent se propager sous l'effet d'un accroissement de la température ou des charges appliquées et se réunir pour former des cavités (phénomène de coalescence [22]).

Les points triples sont des inclusions de corps étrangers liés à trois sommets du réseau cristallin. Sous l'effet de chargements répétés, certaines de ces liaisons peuvent se rompre faisant naître ainsi des micro-fissures. Un accroissement des tensions à l'intérieur de la maille cristalline réunit ces micro-fissures en macro-fissures.

I.2 LES DEFAUTS DE FABRICATION.

Lors de la fabrication (ou de l'utilisation) des produits finis, les défauts ci-dessus se retrouvent sous des dimensions et formes variées [25] selon le cycle de transformations subies par la matière. Contentons nous de ne citer que les principaux défauts décelables par les ultrasons et susceptibles d'influencer l'endommagement des pièces en service:

I.2 a DEFAUTS SURFACIQUES.

- Les criques : déchirures internes.
- Les tapures : fissures internes.
- Les flocons : bulles de gaz.
- Les dédoubleures : inclusions laminées.

.../...

I.2 b DEFAUTS VOLUMIQUES.

- Les retassures (cavités).
- Les inclusions
- Les soufflures.

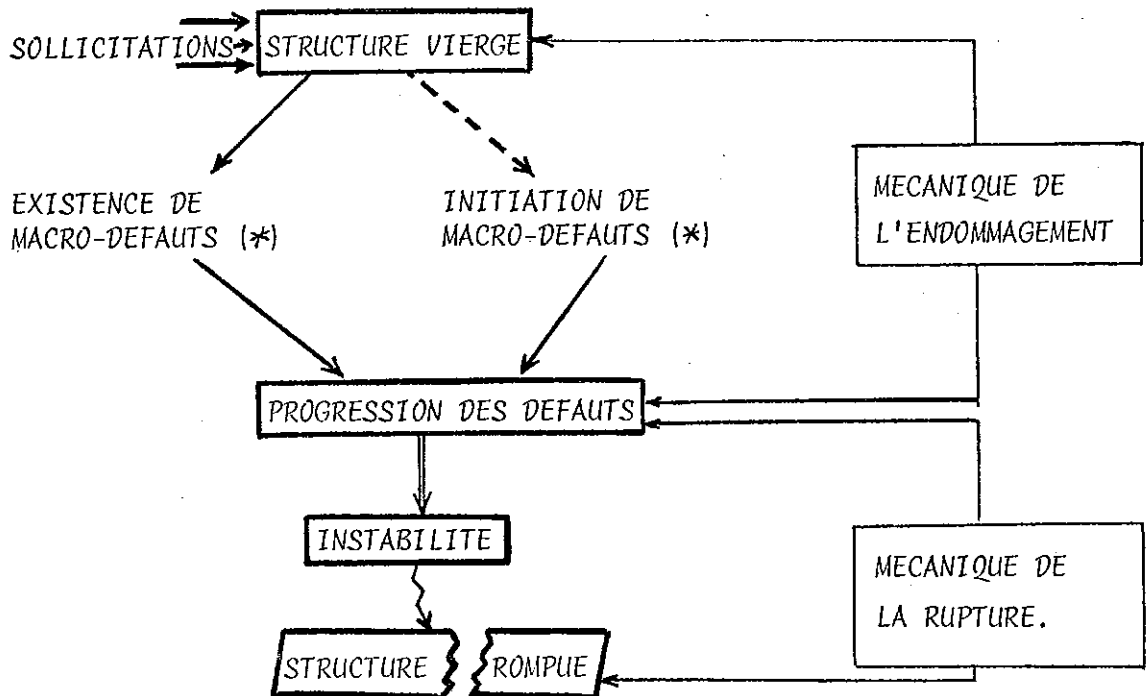
D'autres défauts peuvent être dus à l'utilisation ou au stockage, tels les cratères et les piqûres issus de la corrosion ou de l'érosion.

REMARQUE : La quasi totalité des défauts ci-dessus sont à l'origine des fissures de fatigue qui se développent sous l'effet des efforts répétés subis par les pièces en service.

II. NOTION D'ENDOMMAGEMENT.

II.1 ASPECTS PHENOMENOLOGIQUES.

Pour situer la notion d'endommagement, les phénomènes complexes, qui conduisent d'une structure vierge jusqu'à la rupture de l'élément de volume, peuvent être schématisés comme suit [19] :



(*) Par macro-défauts, il faut entendre une discontinuité de la matière suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités microscopiques et suffisamment petite pour n'intéresser qu'un élément de volume au sens de la mécanique des milieux continus soit le mm^3 (Cf. [19] dont est tirée la majeure partie de ce paragraphe).

II.1 a DEFINITION

L'endommagement est la détérioration progressive de la cohésion de la matière sous sollicitations monotones (rupture statique en plasticité ou fluage) ou répétées (rupture par fatigue) conduisant à la rupture de l'élément de volume.

II.1 b MECANISMES

Dans le processus de détérioration on distingue classiquement trois phases :

- Une phase d'accomodation: production de défauts ponctuels par augmentation de la densité de dislocations et cisaillements au niveau des inclusions.
- Une phase d'initiation : Les défauts ponctuels génèrent des microfissures par décohésion à l'interface entre inclusions ou précipités et matrice par clivage de la particule elle-même ou par entaille au niveau des bandes de glissement (bande de PIOBERT ou LUDERS [22]).
- Une phase de micropropagation : caractérisée par la réunion de microfissures en macro-fissures ou par la réunion de micro-vides (calescence).

II.1 c TYPES D'ENDOMMAGEMENT.

A partir de nuances faites au niveau des déformations on distingue trois types d'endommagement :

- endommagement de fluage : rupture gouvernée par le paramètre temps.
- endommagement de fatigue : rupture gouvernée par le paramètre nombre de cycles.
- endommagement de plasticité : rupture gouvernée par le paramètre contrainte.

II.2 ENDOMMAGEMENT UNIDIMENSIONNEL.

II.2 a APPROCHE MECANIQUE

Seule une approche macroscopique de l'endommagement semble compatible avec la mécanique des milieux continus. Elle conduit à introduire un paramètre

.../...

scalaire d'endommagement D qui opère sur la contrainte σ pour définir la contrainte effective $\sigma_{eff} = \sigma(1-D)^{-1}$ telle que :

D = 0 pas d'endommagement.

D = 1 rupture ($\sigma_{eff} = \infty$).

De cette définition, D apparaît comme la variation des aires effectives A_{eff} subissant les contraintes, soit :

$$(1) \quad D = 1 - \frac{A_{eff}}{A} \quad (A : \text{aire de la section endommagée}).$$

En considérant le module d'YOUNG E comme une caractéristique intrinsèque du matériau définiesur la contrainte effective on en déduit la loi de comportement homogénéisée (2) où ϵ_e est la déformation,

$$(2) \quad \sigma = E(1-D) \epsilon_e .$$

Ainsi, le paramètre d'endommagement D caractérise l'irréversibilité du phénomène et a le sens physique d'un affaiblissement de section (ou perte de section résistante effective).

Cette approche purement mécanique peut être étayée par l'approche thermodynamique à variables internes.

II.2 b APPROCHE THERMODYNAMIQUE

On définit les variables suivantes :

VARIABLES OBSERVABLES	VARIABLES INTERNES	VARIABLES DUALES ASSOCIEES
- déformation élastique ϵ_e	- contrainte σ
- température T	- entropie S
- gradient de température $\frac{T_x}{T}$	- flux de chaleur q
	- variables d'écrouissage α_p A_p
	- variables d'endommagement D	- taux d'énergie d'endommagement Y
/.....

variables auxquelles il convient d'ajouter la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ et la déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}_p = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_e$. En outre, on fait les hypothèses suivantes : transformation isotherme, matériau élastoplastique écrouissable, découplage de l'écrouissage, de l'élasticité associée à l'endommagement, il existe un potentiel thermodynamique = l'énergie libre $\Psi = \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}_e, \mathcal{T}, \alpha, D)$, les évolutions sont quasi-statiques (ce qui permet de découpler les effets thermiques, des effets mécaniques). Ainsi, on pose :

$$(3) \quad \rho \Psi = W_e(\boldsymbol{\varepsilon}_e, D) + \rho \Psi_p(\alpha),$$

où ρ désigne la masse volumique, W_e l'énergie de déformation élastique et Ψ_p l'énergie d'écrouissage.

Les deux premiers principes de la thermodynamique conduisent à :

$$(4) \quad \boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \rho \dot{\Psi} \geq 0,$$

soit

$$(5) \quad \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial D} \dot{D} - \frac{\rho(\partial \Psi_p)}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \geq 0.$$

Si on admet que les accroissements de $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ n'influencent pas les variables internes, on a :

$$(6) \quad \boldsymbol{\sigma} = \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \implies \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W_e}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e}, \quad A_p = - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \alpha}.$$

L'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation $\varphi(\boldsymbol{\varepsilon}_e, \mathcal{T}, \alpha, D, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p, \dot{\alpha}, \dot{D})$ fournit la loi d'évolution :

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p}.$$

Pour traduire le couplage élasticité endommagement, il suffit de fixer le potentiel élastique faisant intervenir D . Le plus simple à considérer, est une loi linéaire qui introduit naturellement la contrainte effective soit :

$$(7) \quad W_e = \frac{1}{2} E \boldsymbol{\varepsilon}_e^2 (1-D)$$

ce qui compte tenu de (6) donne :

.../...

$$(8) \quad \sigma = E(1-D)\epsilon_e \quad \longrightarrow \quad (9) \quad \sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1-D} .$$

Ces résultats montrent que le matériau endommagé, caractérisé par σ , E_0 , ϵ (où E_0 est le module d'YOUNG du matériau vierge), est équivalent à un matériau vierge gouverné par σ^* , E_0 , ϵ^* tel que :

$$\epsilon^* = \epsilon \quad , \quad E = E_0 \quad , \quad \sigma^* = \frac{\sigma}{1-D} .$$

On a une équivalence en déformation entre les deux matériaux ($\epsilon = \epsilon^*$).

A l'aide d'une formulation duale (partant de l'enthalpie libre $\rho \Omega$ à laquelle est associée une énergie de déformation $W_e = \frac{\sigma^2}{2E_0(1-D)}$), on obtient une équivalence en contrainte [9]. Le module d'YOUNG E_0 étant une caractéristique intrinsèque du matériau (le matériau endommagé caractérisé par σ , E_0 , ϵ et le matériau vierge équivalent gouverné par σ^* , $E_0^* = E_0$, ϵ^*) on est conduit à :

$$\sigma^* = \sigma \quad , \quad E_0^* = E_0 \quad , \quad \epsilon^* = (1-D)\epsilon \quad (\text{équivalence en contrainte}).$$

Enfin, on peut raisonner sur une équivalence en énergie. On définit alors le module d'YOUNG E du matériau endommagé comme étant égal à $E_0(1-D)$, E_0 étant le module d'YOUNG du matériau vierge endommageable. Dès lors l'énergie élastique du matériau endommagé est [7] :

$$(10) \quad W_e = \frac{\sigma^2}{2E_0(1-D)} ,$$

celle du matériau vierge équivalent de module d'YOUNG E_0 soumis à des contraintes σ^* est :

$$(11) \quad W_e^* = \frac{\sigma^{*2}}{2E_0} .$$

On déduit (de l'hypothèse $W_e = W_e^*$) que le matériau non-endommageable équivalent doit être soumis à la contrainte σ^* et subir une déformation ϵ^* telle que :

$$(12) \quad \sigma^* = \frac{\sigma}{\sqrt{1-D}} \quad , \quad \epsilon^* = \epsilon \sqrt{1-D} .$$

.../...

II.3 ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL.

On peut généraliser les résultats précédents par le biais de la thermodynamique des processus irréversibles [20] [21] .

II.3 a ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL ISOTROPE.

On garde les variables observables, internes et associées introduites au paragraphe précédent où D est un scalaire qui, appliqué à σ , définit le tenseur des contraintes effectives. Avec les mêmes hypothèses qu'en II.2, on a pour énergie libre :

$$(13) \quad \rho \Psi(\varepsilon_{ij}^e, D, \alpha_q) = W_e(\varepsilon_{ij}, D) + \rho \Psi_p(\alpha_q) .$$

Les deux premiers principes de la thermodynamique conduisent à :

$$(14) \quad \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho \dot{\Psi} \geq 0 ,$$

soit

$$(15) \quad \left(\sigma_{ij} - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij} + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial D} \dot{D} + \frac{\rho(\partial \Psi_p)}{\partial \alpha_q} \dot{\alpha}_q \geq 0 .$$

Si l'on suppose que les accroissements de ε_{ij}^e n'influencent pas les variables internes, on a :

$$(16) \quad \sigma_{ij} = \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \varepsilon_{ij}^e} ; A_p = - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial \alpha_p} ; \gamma = - \frac{\rho(\partial \Psi)}{\partial D} .$$

Pour introduire le couplage élasticité endommagement, il suffit de fixer le potentiel élastique faisant intervenir D . Le plus simple est de considérer une loi linéaire qui redonne l'élasticité classique lorsqu'il n'y a pas d'endommagement ($D = 0$). On choisit :

$$(17) \quad W_e = \frac{1}{2} a_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{kl}^e (1-D) ,$$

d'où l'on tire la contrainte effective σ_{ij}^e :

.../...

$$(18) \quad \tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D} = a_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e .$$

La loi d'évolution de D est obtenue par l'hypothèse d'un pseudo-potentiel de dissipation $\varphi(\varepsilon_{ij}^e, \mathcal{T}, \alpha_q, D, \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \dot{\alpha}_q, \dot{D})$ qui conduit à :

$$(19) \quad \gamma = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{D}} \quad \text{ou encore} \quad \dot{D} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \gamma} ,$$

avec $\varphi^*(\varepsilon_{ij}^e, \mathcal{T}, \alpha_q, D, \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \gamma)$ qui compte tenu de la loi élastique donne :

$$(20) \quad \dot{D} = f(\sigma_{ij}, \mathcal{T}, \alpha_q, D, \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \dot{\alpha}_q, \gamma) .$$

En fait, le choix de la loi d'évolution de D est dicté par le phénomène dont on veut rendre compte.

II.3 b ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL ANISOTROPE.

Pour introduire l'anisotropie induite par l'endommagement la meilleure façon de raisonner consiste à partir d'une formulation d'équivalence en énergie [20]. Ceci revient à chercher l'opérateur M(D) tel que le tenseur des contraintes effectives $\tilde{\sigma}$ et le tenseur des contraintes σ soient liés par :

$$(21) \quad \tilde{\sigma} = M(D) [\sigma] ,$$

où l'on impose à M(D) :

- M(0) = 1
- si σ est fixé lorsque D croît, $\tilde{\sigma}$ croît
- si D est fixé, et si σ augmente, $\tilde{\sigma}$ augmente,

et ceci de telle sorte que l'énergie élastique \tilde{w}_e du milieu équivalent soit égale à l'énergie élastique w_e du milieu endommagé. On admet dès lors qu'il existe deux opérateurs Λ et $\tilde{\Lambda}$ tels que :

$$(22) \quad \tilde{\sigma} = \Lambda [\tilde{\varepsilon}_e] , \quad \sigma = \tilde{\Lambda} [\varepsilon_e] .$$

On déduit de l'égalité $w_e = \tilde{w}_e$ que :

.../...

$$(23) \quad \tilde{\xi}_e = (M^{-1})^t [\xi_e] .$$

L'élimination de ξ_e et $\tilde{\xi}_e$ conduit à :

$$(24) \quad \tilde{\Lambda} = M^{-1} \Lambda [M^{-1}]^t .$$

La loi (24) assure d'avoir toujours une dissipation positive. Elle permet de préciser la variable tensorielle D et l'opérateur M(D).

En déformation purement élastique, on impose $\dot{D} = 0$ si $\dot{D} \neq 0$, on impose $D > 0$. On déduit alors :

$$(25) \quad \tilde{\sigma} = (1-D)^{-1/2} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-1/2} .$$

Si l'on suppose que la loi non endommageable est isotrope soit :

$$(26) \quad \tilde{\xi}_e = \frac{1+\nu}{E} \tilde{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{trace} [\tilde{\sigma} \cdot 1]$$

où ν et E sont les coefficients élastiques non endommagés, on aboutit à la loi de comportement élastique endommagée,

$$(27) \quad \xi_e = \frac{1+\nu}{E} (1-D)^{-1} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-1} - \frac{\nu}{E} \text{trace} [\sigma (1-D)^{-1}] \cdot (1-D)^{-1} ,$$

qui est une loi orthotrope. Si on applique la loi (27) à la traction simple on est conduit à introduire des coefficients apparents \tilde{E} et $\tilde{\nu}$ qui représentent les propriétés élastiques du matériau endommagé soit :

$$(28) \quad \tilde{E} = E(1-D_1)^2 \quad , \text{ module de rigidité longitudinal apparent,}$$

$$(29) \quad \tilde{\nu} = \nu \left(\frac{1-D_1}{1-D_2} \right) \quad , \text{ coefficient de contraction apparent.}$$

Dans (29) D_1 et D_2 sont respectivement la première et les deuxième et troisième composantes de la matrice diagonale représentant D dans un repère dont la direction 1 est celle de la traction.

.../...

III. NOTION D'ACOUSTIQUE.

III.1 GENERALITES

Les ondes sonores se propagent uniquement dans les milieux matériels et sont l'expression tangible d'oscillations discrètes de particules de matière autour de leur position d'équilibre. L'acoustique, ou science du son, décrit donc les phénomènes de vibrations mécaniques et leur propagation dans les milieux solides, liquides, ou gazeux. Elle conduit à des phénomènes macroscopiques mettant en jeu : le déplacement u_i de la particule, les déformations ϵ_{ij} , les contraintes σ_{ij} du milieu.

Ces mouvements vibratoires sont caractérisés par leur fréquence f (nombre d'oscillations d'une particule donnée par seconde (*)), leur longueur d'onde λ (distance séparant les deux plans les plus proches dans lesquels les particules sont dans le même état vibratoire). La longueur d'onde est inversement proportionnelle à la fréquence. Le coefficient de proportionnalité c ($\lambda = c/f$) est la vitesse (de phase) du son c'est-à-dire, la vitesse de propagation de l'onde. C'est une caractéristique du matériau généralement constante dans des conditions données (comprise entre 1000 m/s et 10 000 m/s pour les métaux).

Selon la tranche de fréquences dans laquelle se situe une vibration sonore on distingue [17] :

- les infrasons (inaudibles) pour lesquels $0,2 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ Hz}$,
 - les sons (audibles) pour lesquels $20 \text{ Hz} \leq f \leq 20000 \text{ Hz}$,
 - les ultra-sons (inaudibles) pour lesquels $20000 \text{ Hz} \leq f \leq 200 \text{ MHz}$,
 - les hyper-sons (inaudibles) pour lesquels $200 \text{ MHz} \leq f \leq 20 \text{ GHz}$,
- au delà de 20 GHz, on entre dans le cadre de la physique quantique.

III.2 ONDES EN MILIEU CONTINU INFINI.

III.2.a ASPECT MICROSCOPIQUE (Chaîne d'atomes)

A ces tranches de fréquences correspondent, pour un milieu donné, certaines .../...

(*) L'unité de fréquence est le Hertz abréviation Hz. Le mégahertz noté MHz vaut 10^6 Hz, le gigahertz noté GHz vaut 10^9 Hz.

longueurs d'ondes qui sont d'autant plus courtes que la fréquence est plus élevée. Dès lors, la schématisation du milieu, continu ou non, se pose. En effet, dès que la longueur d'onde devient de l'ordre de grandeur de la distance interatomique a du milieu de propagation celui-ci ne peut plus être considéré comme continu par rapport à l'échelle de variation spatiale du phénomène. Le schéma classique de masses-ressorts pour représenter un monocristal [5], [8] conduit ainsi à une fréquence limite dite fréquence de courbure f_c (Cf. Appendice) :

$$(1) \quad f_c = \frac{V_0}{\pi a} \quad ,$$

au delà de laquelle le milieu, de vitesse de propagation acoustique V_0 , devient dispersif (1ère zone de BRILLOUIN) et doit être considéré comme discontinu.

Par exemple, pour un acier de vitesse de propagation $V_0 = 6000$ m/s de distance interatomique $5A^\circ$ la fréquence de coupure est $f_c = 3800$ GHz (très importantes devant les fréquences généralement utilisées dans les contrôles par ultrasons).

Pour l'utilisation des ultrasons que nous avons en vue, la gamme de fréquences étant située entre quelques MHz et quelques GHz, les longueurs d'ondes correspondantes sont comprises entre quelques mm et quelques μ m. Celles-ci sont donc très grandes devant la distance interatomique de quelques A° si bien que la matière apparaît comme continue.

III.2b ASPECT MACROSCOPIQUE (Milieu Continu)

Mathématiquement, la description des mouvements vibratoires que nous venons d'évoquer, résulte de la loi de NEWTON. Elle se traduit dans le cas d'un milieu continu de masse volumique ρ soumis à un champ de forces extérieures f_i par :

$$(2) \quad \sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad ,$$

qui est l'équation dynamique de l'acoustique à laquelle il convient d'adjoindre la loi de comportement du milieu de propagation. En élasticité classique,

.../...

celle-ci est formulée par la loi de HOOKE :

$$(3) \quad \sigma_{ij} = a_{ijkl} \varepsilon_{kl} ,$$

dont le report dans (1) fournit l'équation classique de propagation de CHRISTOFFEL [1]

$$(4) \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + (a_{ijkl} u_{k,l})_{,j} .$$

Lorsque le milieu est homogène, le tenseur a_{ijkl} est indépendant du point considéré dans le milieu de sorte que (4) se réduit à :

$$(5) \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + a_{ijkl} u_{l,kj} .$$

L'équation (4) est valable pour les milieux homogènes, isotropes ou anisotropes. La distinction entre ces deux hypothèses relève uniquement du tenseur a_{ijkl} . En l'absence de force de volume ($f_i = 0$) si une onde se propage à la vitesse V dans la direction \vec{n} (composantes n_j) (4) prend la forme :

$$(6) \quad \Gamma_{il} u_l = \rho V^2 u_i .$$

Γ_{il} est le tenseur de propagation défini par :

$$(7) \quad \Gamma_{il} = a_{ijkl} n_j n_k .$$

Les valeurs propres de ce tenseur sont les vitesses de propagation du matériau tandis que les vecteurs propres associés définissent la polarisation de l'onde, c'est-à-dire la direction du déplacement des particules (par rapport au sens de propagation).

III.2 c ONDES EN MILIEU ISOTROPE.

Pour un milieu isotrope le tenseur a_{ijkl} est engendré par les deux coefficients de LAME λ et μ :

.../...

$$(8) \quad a_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) .$$

Dès lors, on distingue deux classes d'ondes : les ondes de volume et les ondes de surface (Cf. [8] , [18] par exemple).

Les ondes de volume sont elles mêmes réparties en deux groupes :

le groupe des ondes longitudinales, celui des ondes transversales. Le report de (8) dans (6) montre que le premier groupe se propage à la vitesse $C_L = (\lambda + 2\mu)^{1/2} \rho^{-1/2}$ et que le vecteur déplacement est colinéaire à la direction de propagation. Le second groupe, quant à lui, se propage avec la vitesse $C_T = (\mu/\rho)^{1/2}$ et le vecteur déplacement associé est orthogonal à la direction de propagation.

Les ondes de surface se différencient des précédentes par leur évanescence lorsqu'elles pénètrent au sein de la matière. Leur existence est liée, généralement aux propriétés mécaniques des milieux en présence. On distingue les ondes de RAYLEIGH, de LOVE , de STONELEY et de LAMB pour ne citer que les principales.

Les ondes de RAYLEIGH peuvent toujours être excitées à la surface d'un milieu élastique. Leur amplitude décroît très vite avec le degré de pénétration dans le matériau (qui n'excède pas 2 à 3 fois la longueur d'onde). Leur vitesse est inférieure à celle des ondes transversales. Le mouvement qui leur est associé est plan.

Les ondes de LOVE, de type transverse, ont une vitesse inférieure à celle des ondes de RAYLEIGH. Elles n'existent que dans le cas d'une couche mince reposant sur un demi-espace et lorsque la vitesse des ondes transverses V dans la couche est inférieure à celle V' des ondes transverses excitables dans le demi-espace. Les ondes de LOVE sont, en outre, dispersives.

Les ondes de STONELEY correspondent à une propagation à l'interface de deux solides accolés. Elles n'existent que sous certaines conditions et le déplacement correspondant, situé dans le plansagittal (plan défini par la direction de propagation et la normale à l'interface), décroît de part et d'autre de la surface de séparation des milieux. Comme les ondes de RAYLEIGH, ces ondes ne sont pas dispersives.

.../...

Les ondes de LAMB (parfois encore appelées ondes de plaque) sont de type RAYLEIGH-LOVE. Elles ne se propagent que dans un milieu limité par deux plans et lorsque la distance des deux plans est de l'ordre de la longueur d'onde. Les mouvements engendrés sont orthogonaux aux surfaces. Ils s'effectuent suivant deux modes, l'un symétrique (ou de dilatation) l'autre antisymétrique (ou de flexion).

III.2 d ONDES EN MILIEUX ANISOTROPES.

Sans entrer dans les détails relatifs aux milieux anisotropes (qui peuvent être trouvés dans [1] Vol. 1 par exemple), signalons que la distinction ondes de volume, ondes de surface est conservée.

La propagation des ondes de volumes est intimement liée aux directions cristallographiques et leur vitesse de propagation dépend de l'angle que fait la direction de propagation avec les axes cristallographiques du milieu. Elles se répartissent, dans le cas général, en trois modes de propagation. Un mode quasi-longitudinal et deux modes quasi-transverses dont les vitesses de propagation sont habituellement différentes. Des distinctions de même ordre tiennent pour les ondes de surface .

III.3 ONDES EN MILIEUX BORNES.

L'analyse des ondes de volume telle qu'elle vient d'être effectuée n'est possible que théoriquement car pratiquement, les milieux sont toujours limités par des frontières qui perturbent la propagation des ondes.

III.3 a IMPEDANCE ACOUSTIQUE- COEFFICIENTS DE REFLEXION-REFRACTION.

Dans le cas simple d'une onde plane en incidence normale sur une surface plane, séparant deux milieux matériels 1 et 2, on assiste à la création d'une onde réfléchie et d'une onde transmise (ou réfractée). L'intensité de ces ondes est déterminée dès que l'on connaît l'impédance acoustique $Z = \rho c$ des milieux en utilisant les conditions aux limites induites par les surfaces de contact (continuité des déplacements et des contraintes).

C'est en résolvant le système des conditions aux limites que l'on définit

.../...

le coefficient de réflexion R et le coefficient de transmission (ou de réfraction) T de l'interface. Avec la notion d'impédance acoustique ceux-ci s'expriment dans le cas d'une onde incidente sur le milieu 2 par :

$$(9) \quad R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1},$$

où $Z_i = \rho_i C_i$ ($i = 1, 2$ sans sommation) est l'impédance acoustique relative au milieu i de masse volumique ρ_i , C_i désignant la vitesse de l'onde dans ce même milieu.

Pour une interface acier-eau par exemple et pour les ondes longitudinales [18] on trouve $Z_1 = 45 \times 10^6 \text{ Ns/m}^2$ (acier), $Z_2 = 1,5 \times 10^6 \text{ Ns/m}^2$ (eau) $|R| = 0,935$ et $T = 0,065$.

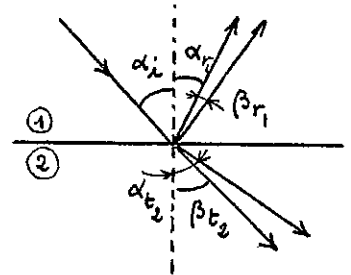
REMARQUE : cela montre combien il est important, dans les contrôles par ultrasons, d'utiliser autant que possible des milieux d'impédances voisines de façon à accroître le signal transmis tout en diminuant le signal réfléchi.

III.3 b LOI DE DESCARTES

Par ailleurs, on démontre que les ondes de volume vérifient les lois de DESCARTES soient :

$$(10) \quad \frac{\sin \alpha_i}{C_{L1}} = \frac{\sin \alpha_{r1}}{C_{L1}} = \frac{\sin \beta_{r1}}{C_{T1}}$$

$$\frac{\sin \beta_{r1}}{C_{T1}} = \frac{\sin \alpha_{t2}}{C_{L2}} = \frac{\sin \beta_{t2}}{C_{T2}}.$$



Compte-tenu de (10) on peut remarquer l'existence de deux angles d'incidence critique, l'un correspondant à la réflexion totale pour les ondes longitudinales, l'autre à la réflexion totale pour les ondes transversales. Enfin, lorsque des ondes sont incidentes sous l'angle d'incidence critique, celles-ci déclenchent des ondes de surface (type RAYLEIGH). Cette particularité est mise à profit pour générer des ondes de RAYLEIGH à la surface des métaux dans les techniques de contrôle des défauts de surface par exemple [4] ou pour s'assurer qu'un seul type d'ondes de volume est généré dans le milieu testé.

.../...

III.4 PRESSION ACOUSTIQUE

L'une des grandeurs les plus importantes dans la pratique du contrôle par ultrasons est la pression acoustique.

III.4 a DEFINITION

Pour les ondes longitudinales la pression sonore est définie comme la force exercée sur l'unité de surface normale au front d'onde tandis que dans le cas des ondes transversales c'est la force de cisaillement exercée sur l'unité de surface parallèle au front d'onde [18].

Que ce soit pour les ondes planes ou les ondes sphériques de pulsation ω , la pression acoustique P est reliée au déplacement u de la particule par [18].

$$(11) \quad P = \rho c \omega u = Z \omega u .$$

L'intensité I de l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude de la pression sonore :

$$(12) \quad I = \frac{1}{2} \times \frac{P^2}{Z} = \frac{Z \omega^2 u^2}{2} .$$

III.4 b LOI DE VARIATION

Dans le cas des ondes sphériques la pression acoustique varie comme l'inverse de la distance à la source tandis que dans le cas des ondes cylindriques la pression acoustique varie comme l'inverse de la racine carrée de la distance à la source. Cependant, dans le cadre des applications aux ultrasons le schéma des ondes sphériques est une très bonne approximation de sorte que nous retiendrons la première loi de variation.

Dans l'hypothèse où la source sonore est un disque circulaire de diamètre D , la pression perçue en un point situé sur l'axe du faisceau ultrasonore à une distance α de la source émettant une longueur d'onde λ vaut [18] :

.../...

$$(13) \quad P = \left| P_0 \cdot 2 \sin \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{\frac{D^2}{4} + a^2} - a \right) \right] \right| .$$

Quand la distance à la source est grande devant le diamètre de la source ($a \gg \frac{D^2}{4\lambda}$) (13) peut être approximée par :

$$(14) \quad P = P_0 \frac{\pi D^2}{4 \lambda a} \iff P = P_0 \frac{S}{\lambda a} ,$$

où S est la surface du disque.

III.4 C CHAMP PROCHE - CHAMP LOINTAIN

De (13), on constate que la pression acoustique passe par une série d'extréma. Le dernier maximum M situé sur l'axe du faisceau se trouve être à la distance N de la source, qui d'après (13) est donnée par :

$$(15) \quad N = \frac{D^2 - \lambda^2}{4 \lambda} .$$

Dans la pratique λ^2 est négligeable devant D^2 de sorte que l'on pose :

$$(16) \quad N = \frac{D^2}{4 \lambda} \iff N = \frac{S}{\pi \lambda} .$$

α) Définitions : Dans la zone comprise entre l'oscillateur et M la pression varie très rapidement d'un point à un autre. Le champ acoustique dans cette région très perturbée est désigné sous le nom de champ proche. Par contre, au-delà du point M, le champ sonore décroît lentement selon la loi (14) qui est en parfait accord avec la loi de variation de pression d'une onde sphérique et avec l'expérience. Le champ lointain est défini comme le champ acoustique régnant dans la zone située au-delà du dernier maximum (point M) placé sur l'axe du faisceau.

β) Détermination analytique d'un champ lointain. En vue des applications de l'acoustique à l'évaluation de l'endommagement déterminons le champ lointain renvoyé par une surface élémentaire ΔS en un point P_0 de l'espace. Les hypothèses du paragraphe précédent, qui conduisent à la définition du

.../...

champ lointain, permettent de se placer dans le cadre de l'optique géométrique et d'une émission d'ondes sphériques.

Supposons donc que des ondes sphériques, de nombre d'onde k , de pulsation ω et d'amplitude A à la distance unité, soient émises par un point source. Restreignons nous, à titre d'exemple, au cas des ondes longitudinales. Le potentiel de déplacements φ ($\vec{u} = \text{grad } \varphi$) arrivant en un point P_0 situé à une distance r_s de la source est donné classiquement par :

$$(17) \quad \varphi = \frac{A}{r_s} e^{i(kr_s - \omega t)}$$

Le champ φ qui résulte de cette émission doit vérifier des conditions de type KIRCHHOFF sur ΔS (soit $\varphi=0$ et $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$) tandis que dans le reste de l'espace, le champ φ doit vérifier l'équation des ondes ($\Delta \varphi + k^2 \varphi = 0$) et la condition de radiation à l'infini (soit $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = (\frac{1}{r_s} - ik) \frac{A}{r_s} \cos \theta_s e^{i(kr_s - \omega t)}$).

Le champ en P_0 $\varphi(P_0, t)$ s'obtient en supposant que le point P_0 (situé à la distance r_0 de ΔS) est entouré d'une sphère de rayon ε ($\varepsilon \rightarrow 0$) qui reçoit tous les rayons issus de ΔS (hypothèse de FRESNEL). L'application de la formule de GREEN fournit dès lors le résultat :

$$(18) \quad \varphi(P_0, t) = -\frac{iA}{\lambda} e^{-i\omega t} \iint_{\Delta S} \frac{(\cos \theta_s + \cos \theta_0)}{2} \cdot \frac{e^{i k(r_s + r_0)}}{r_s r_0} ds$$

connu en optique, sous le nom de diffraction de FRESNEL-KIRCHHOFF [11]. Elle est valable à condition que r_s , r_0 et les dimensions de ΔS soient grandes devant la longueur d'onde.

Soit d la plus grande des dimensions latérales de ΔS et supposons que $r_s^2 \gg d^2$, $r_0^2 \gg d^2$. Les angles θ_s et θ_0 (Fig. 1) sont petits et r_s , r_0 restent pratiquement constants sur ΔS ce qui permet de sortir de l'intégrale (18) le terme $(r_s r_0)^{-1}$. Cependant, les grandeurs r_s et r_0

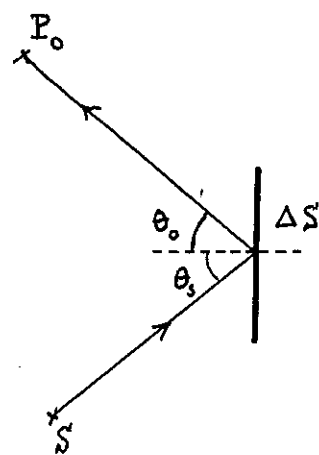


FIGURE 1.

.../...

doivent rester sous le signe intégrale dans la partie exponentielle car les variations de r_s et r_o peuvent être comparables à la longueur d'onde de sorte que l'on a :

$$(19) \quad \varphi(P_o, t) = - \frac{i A (\cos \theta_s + \cos \theta_o)}{2 \lambda r_s r_o} e^{-i \omega t} \iint_{\Delta S} e^{i k (r_s + r_o)} ds.$$

Cette relation est souvent appelée approximation paraxiale [11].

Lorsque les dimensions de ΔS sont finies si on désigne par d la plus grande des dimensions latérales de ΔS on peut approximer la surface de l'onde sphérique atteignant ΔS par son plan tangent (limite de FRAUNHOFER) en posant (Fig. 2)

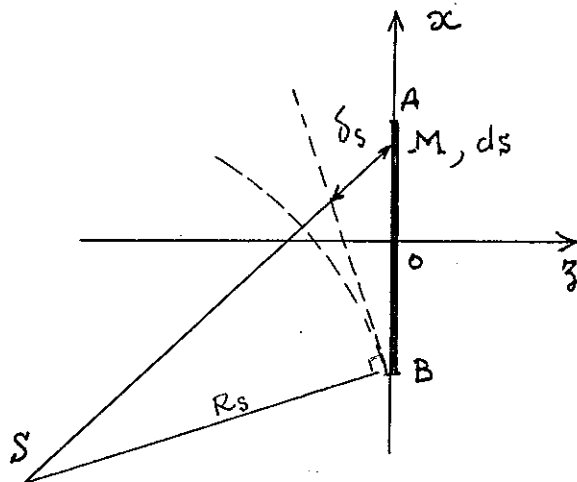


FIGURE 2

$$(20) \quad r_s = R_s + \delta_s = SM$$

de même :

$$(21) \quad r_o = R_o + \delta_o = MP_o$$

où r_s (respec. r_o) est la distance de S à M (respec. de M à P_o non représenté sur la Fig.2). Choisissons l'origine des coordonnées sur ΔS et définissons les cosinus directeurs de la direction OS par l_s, m_s, n_s , ceux de la direction OP_o par l_o, m_o, n_o . Puisque $l^2 + m^2 + n^2 = 1$, on a dans chaque cas seulement deux cosinus directeurs indépendants (l et m par exemple) d'où :

.../...

$$(22) \quad \delta_s = l_s x + m_s y, \quad \delta_o = - (l_o x + m_o y).$$

Par suite, (19) devient :

$$(23) \quad \varphi(P_o, t) = - \frac{i A (\cos \theta_s + \cos \theta_o)}{2 \lambda r_s r_o} e^{i [k(R_s + R_o) - \omega t]} \iint_{\Delta S} e^{i k [(l_s - l_o)x + (m_s - m_o)y]} dx dy.$$

C'est par la relation (23) dite de la diffraction de FRAUNHOFER [11], que l'on détermine le champ lointain renvoyé par un obstacle de dimension finie. Pour un disque de diamètre $D = 2a$, on a (Cf. Fig. 3 et 4 pour les notations) :

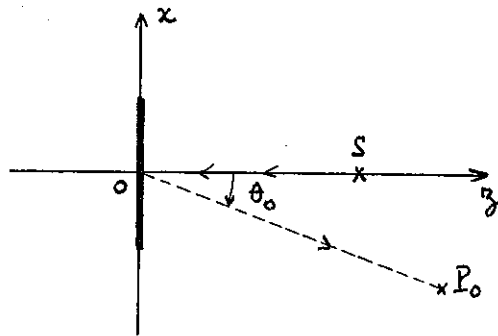


FIGURE 3

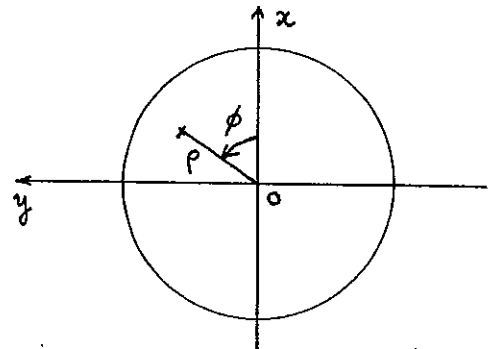


FIGURE 4

$$l_s = m_s = n_s = 0, \quad l_o = - \sin \theta_o, \quad x = \rho \cos \phi, \quad \delta(\rho, \phi) = \rho \sin \theta_o \cos \phi.$$

L'intégration terme à terme du développement en série de l'exponentielle (23) donne le résultat (24) comparable au coefficient $R(\gamma)$ donné en 15 p.66.

$$(24) \quad \varphi(P_o, t) = - \frac{i A \cos \theta_o}{2 \lambda r_s r_o} e^{i [k(R_s + R_o) - \omega t]} \pi a^2 \frac{J_1(u)}{u},$$

avec

$$u = a k \sin \theta_o = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta_o.$$

Par ailleurs, l'intensité du champ en P_o qui est proportionnelle à $|\varphi|^2$ s'écrit :

.../...

$$(25) \quad I = I_0 \left(\frac{2J_1(u)}{u} \right)^2,$$

où I_0 est l'intensité au centre du disque. L'intensité est maximum lorsque $J_2(u) = 0$. Le premier maximum correspond à $u = 1,22 \pi$ ce qui fournit l'angle de divergence θ_0 du faisceau soit :

$$(26) \quad \sin \theta_0 = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

On retrouve ainsi le résultat (42) p. 66 de [18].

Dans le cas d'un rectangle de côté a et b (23) revêt la forme :

$$(27) \quad \varphi(P_0, t) = - \frac{iA(\cos \theta_s + \cos \theta_0)}{2\lambda r_s r_0} e^{i[k(R_s + R_0) - \omega t]} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik[(l_s - l_0)x + (m_s - m_0)y]} dx dy.$$

En posant dans (27)

$$(28) \quad u = \frac{k a}{2} (l_s - l_0) = \frac{\pi a}{\lambda} (l_s - l_0) \quad \text{et} \quad v = \frac{k b}{2} (m_s - m_0) = \frac{\pi b}{\lambda} (m_s - m_0),$$

On obtient tout calcul fait (29) qui est proportionnelle au coefficient $R(\gamma_1, \gamma_2)$ donné en [18] P. 71.

$$(29) \quad \varphi(P_0, t) = \frac{-iA(\cos \theta_s + \cos \theta_0)}{2\lambda r_s r_0} e^{i[k(R_s + R_0) - \omega t]} a b \frac{\sin u}{u} \frac{\sin v}{v}.$$

III.5 ATTENUATION DES ONDES DANS LES METAUX.

Dans un matériau idéal l'atténuation des ondes sonores est proportionnelle à l'inverse de la distance à la source comme le montre la loi de variation (14). Pour les matériaux réels, les atténuations sont souvent plus prononcées et sont dues soit à la diffraction, soit à un phénomène de viscosité [1] type absorption d'énergie soit à ces deux effets simultanément.

La diffraction résulte de la taille des grains, de l'homogénéité du milieu (inclusions, impuretés, fissures), des interfaces ou de l'anisotropie. Lorsque

.../...

La taille du grain a est de l'ordre de 1000 à 100 fois plus petite que la longueur d'onde, la diffraction est pratiquement négligeable. Cependant, le phénomène augmente très rapidement (comme le cube de la taille du grain dès que celle-ci est de l'ordre de la longueur d'onde et jusqu'au 1/10 de celle-ci). Dans cette tranche de longueur d'onde, le contrôle des matériaux anisotropes devient difficile.

La deuxième cause d'atténuation, l'absorption d'énergie est liée à l'amortissement visqueux thermoélastique due à la conversion d'énergie acoustique en chaleur. Cette conversion d'énergie provient des perturbations engendrées dans l'équilibre des phonons par le passage d'une onde acoustique. Elle traduit l'irréversibilité de la conduction de la chaleur d'une zone de compression à une zone de compression moindre [1]. Les oscillations rapides perdent plus d'énergie que les oscillations lentes.

L'atténuation de pression acoustique dans un matériau est généralement bien représentée par une loi exponentielle à l'aide d'un coefficient d'atténuation α (couramment compris entre 1 et 4 dB/m). Pour une onde sphérique la prise en compte de ce phénomène, compte tenu de (14) et (16), conduit à une pression P reçue, après la traversée d'une épaisseur d de matériau [18] :

$$(30) \quad P = P_0 \pi \frac{N}{a} e^{-\alpha d} .$$

Il est à noter que l'atténuation des ondes transversales est supérieure à celle des ondes longitudinales de sorte que l'on ne peut pas déduire l'atténuation des unes en fonction de celle des autres. Par ailleurs, l'atténuation augmente avec la température.

Pour les milieux anisotropes l'atténuation dépend de la fréquence f , de la longueur d'onde λ , de la taille D_g du grain et de l'anisotropie. Elle peut être caractérisée par une absorption α_a , proportionnelle à la fréquence, découplée des effets de diffraction α_s en posant :

$$(31) \quad \alpha = \alpha_a + \alpha_s ,$$

avec

$$(32) \quad \alpha_a = c_1 f,$$

c_1 constante caractéristique du matériau indépendante de D_k et de l'anisotropie [24] .

$$(33) \quad \alpha_s = \begin{cases} c_2 F_a D_k^3 f^4 & \text{si } D_k < \lambda/3 \\ c_3 F_a D_k^{-1} & \text{si } D_k > 3\lambda \end{cases}$$

où F_a est un facteur d'anisotropie (généralement très faible, presque nul pour les matériaux légers et le tungstène).

IV. ELEMENTS SUR LE CONTROLE NON DESTRUCTIF PAR ULTRASONS.

IV.1 DEFINITION ET BUTS.

L'art du contrôle non destructif ultrasonore est d'osculter la matière à l'aide d'ultrasons pour en déduire des renseignements sur le milieu support de la propagation.

En nous restreignant volontairement au seul matériau métallique, les multiples finalités du contrôle non destructif peuvent être regroupées en deux catégories selon qu'elles s'intéressent à :

a) l'Aspect Microscopique de la matière débouchant sur la caractérisation des matériaux dans le sens où l'on mesure des caractéristiques intrinsèques (module d'YOUNG [14] , coefficient de POISSON, anisotropie etc...) ou bien sur l'examen du domaine inclusionnaire de l'ordre de quelques μm (planéité de surface par exemple [4]).

b) l'Aspect Macroscopique où l'on vérifie que certains paramètres restent dans des limites fixées à l'avance (couramment de quelques mm à quelques cm et plus).

.../...

- contrôle de qualité d'un produit fini (mesure d'épaisseur de tôle, de profondeur de trou, qualification de soudure, profondeur de trempe [12] etc..)
- contrôle des pièces en service (tenue de soudure, de rivets, fissures restantes de dimensions inférieures à une borne donnée [25] etc...).

De ce bref survol des possibilités offertes par le contrôle non destructif, retenons qu'à l'heure actuelle, il ne semble pas y avoir, à notre connaissance, de tentative de passer du premier stade au second dans l'optique de la détermination de l'évolution de paramètres utiles, et indispensables, à la conception précise de loi de comportement complexe (endommagement par exemple). Toutefois, on peut signaler une exception en dehors des matériaux métalliques : la prévision de la tenue des bétons en service [3], [23]. Cependant, les ordres de grandeurs retenues dans ce matériau ainsi que sa texture sont très différents de ceux à envisager dans le cadre des métaux.

IV.2 ASPECTS TECHNIQUES

Tous les objectifs évoqués au paragraphe précédent reposent essentiellement sur deux points : l'émission et la réception d'ultrasons d'une part, l'interprétation des perturbations enregistrées, ou non, dans la propagation de ceux-ci d'autre part. La synthèse qui suit fait appel en majeure partie au livre de KRAUTKRAMER [18].

IV.2 a EMISSION RECEPTION D'ULTRASONS.

Les méthodes de production d'ultrasons sont nombreuses et basées sur des phénomènes physiques simples tels :

- les effets de friction et de choc mécanique : génération d'un spectre très large dans la tranche des fréquences audibles de 100 KHz à 1 MHz.
- les effets thermiques : augmentation brutale des contraintes (par élévation brusque de la température à l'aide de laser par exemple) induisant une onde de choc de très haute fréquence de l'ordre de 200 MHz.

.../...

- Les effets électrostatiques : basés sur le principe des forces électrostatiques on atteint des fréquences de l'ordre de 10 MHz à 200 MHz.
- les effets électrodynamiques : issus des forces de LORENTZ permet d'atteindre des fréquences de l'ordre du MHz.
- les effets piézoélectriques : exploitation des propriétés cristallines du quartz à convertir une impulsion électrique en une pression mécanique et réciproquement. Cet effet est de loin le plus couramment utilisé, grâce à sa polyvalence, en tant que récepteur et émetteur d'ultrasons d'une part, la gamme des fréquences possibles d'autre part. Celles-ci sont inversement proportionnelles à l'épaisseur d de la pastille ($f_t = 2,87 d^{-1}$ MHz pour les ondes longitudinales, $f_t = 1,92 d^{-1}$ MHz pour les ondes transversales - d en mm -).

Après avoir fait choix d'un mode de production d'ultrasons, se pose le problème de l'examen du faisceau ultrasonore parcourant l'objet observé. Là encore, plusieurs possibilités sont offertes sur la base des principes d'acoustique évoqués au paragraphe III.

IV. 2 b METHODES D'OSCUATION

Elles reposent essentiellement sur la théorie des rayons de l'optique géométrique et le phénomène de réflexion-réfraction. On distingue quatre groupes de méthodes : celles des intensités, des résonances, des temps de transit et des échos.

a) Méthodes des intensités (ou par transparence). C'est la plus ancienne (SOKOLOV 1930). Elle repose sur l'analyse des fluctuations d'intensité sonore perçue lorsque le faisceau rencontre un défaut. Il existe quatre variantes de mesures :

- par transmission, de moins en moins utilisée à cause de la nécessité de placer coaxialement de part et d'autre de l'objet à tester, deux sondes ultrasonores dont l'une fonctionne en émetteur, l'autre en récepteur.
- par réflexion : elle consiste à émettre un faisceau incliné par rapport à

.../...

l'axe de la pièce à tester et à recueillir le faisceau après réflexion sur le défaut.

- par conduction
- par projection d'image (holographie).

b) Méthode des résonances . Elle fait appel aux méthodes de mesures comparatives et aux recherches des fréquences de résonance, qui se trouvent modifier de façon sensible lors de la présence de défauts. Elle ne permet de déterminer que les défauts de taille relativement importante par rapport à l'épaisseur de matière à tester.

c) Méthode des temps de transit . Comme son nom l'indique, elle est basée sur la mesure des temps mis par les ondes ultrasonores pour traverser un matériau.

d) Méthode des échos. Elle consiste à comparer l'écho sonore H renvoyé par les défauts à celui H_0 renvoyé par une surface de caractéristique connue. A partir des relations (14) et (16) du paragraphe III, on démontre que ces deux grandeurs sont liées par [18] .

$$(1) \quad H = H_0 \pi \frac{G^2}{A^2} ,$$

$$\text{où } G = \frac{\text{Diamètre du défaut}}{\text{Diamètre du transducteur}} , \quad A = \frac{\text{Distance sonde défaut}}{\text{Champ proche de la sonde}}$$

De la relation (1) , on déduit tant la position que la taille du défaut par comparaison au disque dont le diamètre donne un écho H (calculé à l'aide de (24) paragraphe III) identique à celui mesuré. Dans les applications, on dispose d'abaques, tracés à partir de (1), qui permettent, par simple lecture, de connaître les mensurations des défauts.

Cette méthode est de loin la plus utilisée car elle nécessite un seul capteur.

IV.2 c PRECAUTIONS OPERATOIRES

Elles découlent des notions simples d'acoustique résumées au paragraphe III.

.../...

- nécessité d'utiliser un liquide de couplage d'impédance aussi proche que possible de celle du matériau à tester afin de diminuer les réflexions (Cf. Paragraphe III - (9)).
- placer l'échantillon au-delà du champ proche pour avoir un champ uniforme dans la pièce examinée (Cf. (15), (16) du paragraphe III).
- choix de la sonde :
 - * à large bande si l'on veut avoir un bon pouvoir de résolution (détection des défauts près de la surface).
 - * à bande étroite si l'on désire connaître la taille d'un défaut.
- utiliser des sondes focalisantes si l'on veut détecter des défauts de l'ordre de quelques μm . Avec une puissance de 10 MHz et des sondes focalisantes, la propreté inclusionnaire de l'acier ($30\mu\text{m}$) est atteinte facilement [10] .
- choix de la fréquence : inférieure à 5 MHz pour les épaisseurs de 5 à 500 mm.
- opérer à température constante, l'ensemble des phénomènes qui accompagnent la propagation des ultrasons étant sensible aux variations de température.
- choix du type d'onde : longitudinale, transversale ou de surface en fonction de ce que l'on souhaite examiner.
- avoir une surface d'attaque aussi plane que possible pour éviter la diffraction à l'entrée du signal dans la pièce oscultée.
- utiliser les fréquences les plus faibles possibles pour diminuer l'atténuation des signaux.
- éviter les surfaces de réflexion libre dans le cas des mesures d'endommagement pour ne pas accroître les tensions internes.

V. APPLICATION A L'EVALUATION DE L'ENDOMMAGEMENT.

Nous proposons ci-dessous deux exemples d'applications des méthodes de contrôle non destructif à l'évaluation de l'endommagement du cuivre (*) dans le cas simple où celui-ci subit un endommagement unidimensionnel.

.../...

(*) Il s'agit du cuivre $\text{Cu}_{99,90}$ à 99,90% de pureté à une température de 20°C.

L'un est issu de la notion homogénéisée d'endommagement tel que celui-ci peut être déduit de la thermodynamique des processus irréversibles par exemple. Le second est un schéma théorique basé sur la notion de contrainte effective (ou de réduction de surface) pour lequel on relie le champ acoustique à l'endommagement.

V.1 MODELE CONTINU - METHODE DES TEMPS DE TRANSIT.

V.1 a THEORIE.

Considérons un échantillon de cuivre qui à l'état vierge possède le module d'YOUNG E_0 et à l'état endommagé le module d'YOUNG E^* défini à partir de (2) paragraphe II par :

$$(1) \quad E^* = E_0 (1 - D) .$$

Cette formulation suppose que le milieu endommagé est, entre autre, continu. Dès lors, il convient de savoir si une telle hypothèse peut être retenue au niveau de la propagation des ultrasons. Si nous retenons la modélisation des défauts dans le matériau comme une chaîne infinie de masses reliées par des ressorts équidistants, nous avons vu qu'un tel schéma est équivalent, sur le plan vibratoire, à un milieu continu (dans lequel la vitesse du son est V_0) si la fréquence des ondes est inférieure à la fréquence de coupure f_c définie en (1) paragraphe III, par :

$$(2) \quad f_c = \frac{V_0}{\pi a}$$

où a est la distance interdéfaut. Les observations microscopiques du cuivre donne pour valeur moyenne de la distance interdéfaut $a \simeq 0,03$ mm [9] pour une déformation de 80% (proche de la rupture). Par ailleurs, à ce stade de l'endommagement la vitesse du son, déduite de [7] et [9], est supérieure à 3.400 m/s d'où :

$$(3) \quad f_c \simeq 3,6 \times 10^8 \text{ Hz} = 360 \text{ MHz} .$$

Les fréquences couramment utilisées en contrôle non destructif étant de

.../...

l'ordre de 1 à 10MHz le schéma de milieu continu est donc compatible avec la mesure de l'endommagement par ultrasons.

Par la méthode des temps de transit, il est aisé de calculer à chaque étape d'endommagement, la vitesse C des ondes dans le milieu testé et d'en déduire D. En effet, la vitesse ^{des} ondes dans un milieu unidimensionnel est :

$$(4) \quad c^2 = E/\rho$$

En assimilant les différentielles à des accroissements finis (4) conduit à :

$$(5) \quad \frac{2 \Delta C}{C} = \frac{\Delta E}{E} - \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Si l'on néglige la variation relative de masse volumique (*) dans (5), compte tenu de (1), nous avons :

$$(6) \quad \frac{2 \Delta C}{C} = D$$

Par suite, la variation relative de la vitesse des ondes dans le milieu endommagé, nous fournit D, aux variations de masse volumique près.

Remarquons en outre que D est donné par un loi linéaire. La précision sur la mesure de D est donc identique à celle relative à la mesure de $\Delta C/C$ quelque soit D.

V.1 b EXPERIENCE SIMULEE.

A l'aide des résultats expérimentaux $E = E(D)$ et $\rho = \rho(D)$ donnés dans [7] et [9] calculons $\Delta C/C$ par (5).

Les valeurs correspondantes de D sont obtenues par (6) (Cf. Tableau 2). La courbe représentative est tracée sur la Fig. 5 où les points notés + correspondent à ce calcul (points "Théoriques"). Sur la même figure, nous avons reporté les points (notés 0) correspondant aux valeurs de D données dans [7], [9] et pour lesquelles nous admettons la validité de (6) (points .../...

(*) Ceci semble légitime dans la mesure où ces variations, d'après [9] sont de l'ordre de 10^{-2} au plus.

aits "Expérimentaux"). La bonne corrélation entre les résultats semble donc indiquer que l'approximation (6) est satisfaisante au moins dans le cas d'un endommagement unidimensionnel.

Notons par ailleurs, que la linéarité de la courbe d'expérience simulée concorde bien avec les observations et les mesures faites dans le béton [23] p. 35 . Enfin, la réalisation précise de ce type d'expérience devrait permettre de connaître D avec une bonne précision les mesures de vitesse se faisant aisément avec une précision supérieure à 10^{-4} [14],[23] .

ε en 10^{-2}	E^* en Pa cf. [7]	$\frac{\Delta E}{E}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$ cf. [9]	$2 \frac{\Delta c}{c}$ (par(5))	D (cf. [7] et [9])
30	98.500	0,00505			
40	92.860	0,06202	0,00667	0,05535	0,057
50	83.160	0,16	0,01629	0,143	0,14
60	71.280	0,28	0,0316	0,2484	0,27
70	59.400	0,4	0,037	0,363	0,33
80	47.520	0,52	0,0437	0,4763	0,53
90	29.700	0,7	0,0449 (1)	0,6551	0,657

TABLEAU 2

(1) Résultat obtenu par interpolation sur la courbe donnée en [9].
 $E^* = 99\ 000$ pour le matériau non endommagé et $\rho = 8,9\ \text{g/cm}^3$.

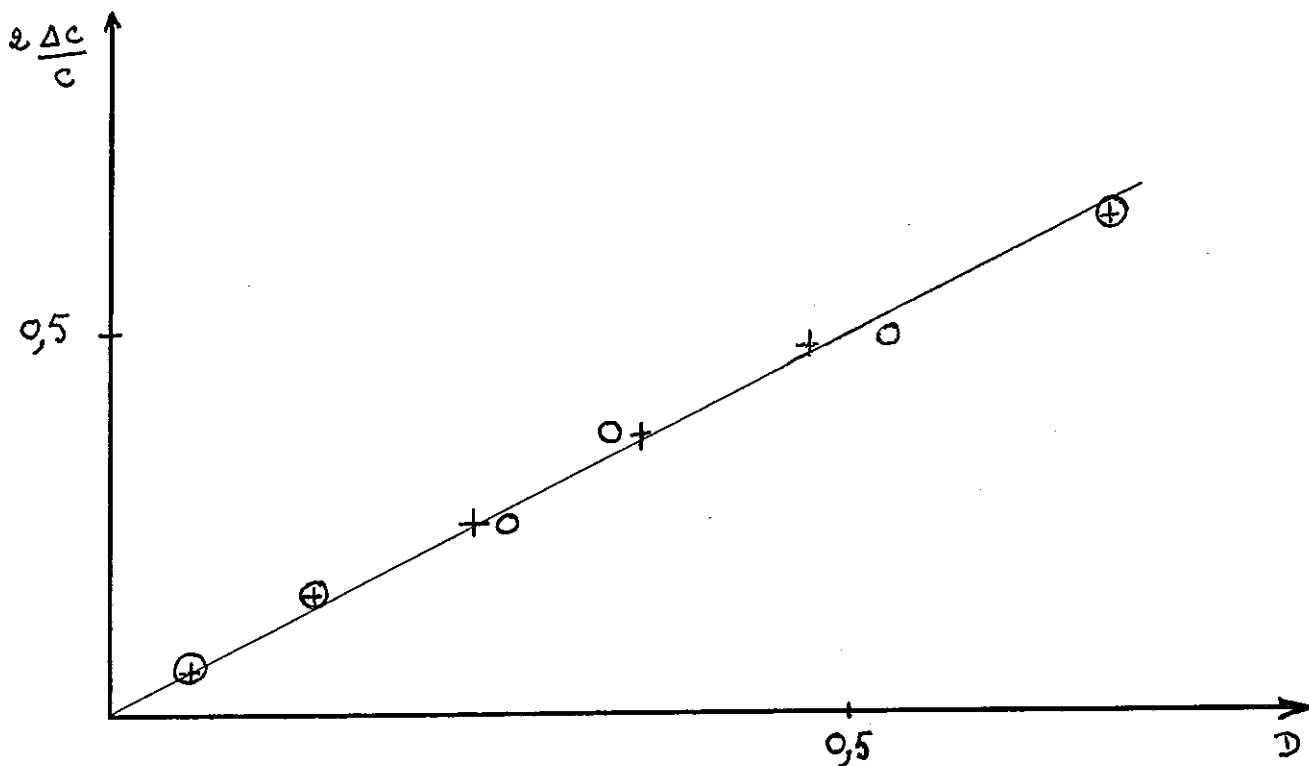


FIGURE 5. + Points "Théoriques"
O Points "Expérimentaux".

V.2 MODELE DISCONTINU - METHODE DES ECHOS.

Lors des essais de traction les observations métallurgiques montrent que les défauts, assez régulièrement espacés, se développent dans le sens de la traction suivant l'axe de l'éprouvette. En désignant par a la taille moyenne des défauts et b l'entraxe de ceux-ci, on note [9] pour le cuivre :

- à l'état vierge a = 3 μm b = 200 μm
- à 80% de déformation a = 10 μm b = 40 μm .

Afin de s'assurer qu'un faisceau ultrasonore puisse rendre compte de ce phénomène, nous nous attachons à déterminer le champ ultrasonore renvoyé par une suite de N segments, de longueur a, d'entraxe b (Fig. 6)

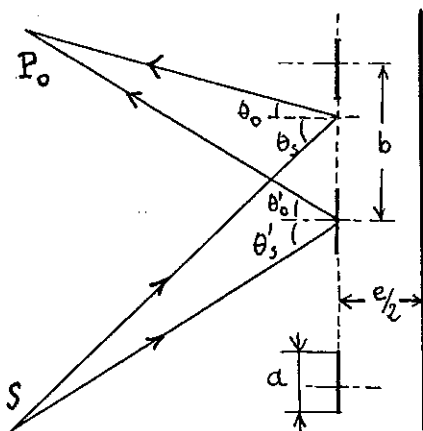


FIGURE 6

On suppose que cette ligne de défauts est située à la distance $e/2$ d'une surface parfaitement réfléchissante et que le faisceau cylindrique d'ultrasons balaye la longueur $Nb = 2\ell$.

Faisons les hypothèses d'HUYGENS et de la propagation par onde sphérique. En l'absence de défaut le faisceau ultrasonore, renvoyé par le segment de longueur Nb reçu en un point P_0 , obtenu par application de (23) paragraphe III est :

$$(7) \quad \varphi(P_0, t) = \frac{B e^{i[k(R_s + R_0) - \omega t]}}{R_s R_0} 2\ell \frac{\sin u}{u} ; \quad u = \frac{i k N b}{2} (\sin \theta_s + \sin \theta_0)$$

où R_s et R_0 sont respectivement les distances de la source et du récepteur au segment, B l'amplitude des ondes (voir Annexe).

Lorsque la ligne de défauts existe, le champ φ_D renvoyé par celle-ci et détecté en P_0 , est évalué par la formule de diffraction de FRAUNHOFER qui, tout calcul fait, conduit à (voir Annexe).

$$(8) \quad \varphi_D(P, t) = \frac{B e^{i[k(R'_0 + R'_s) - \omega t]}}{R'_0 R'_s} a \frac{\sin u'}{u'} \frac{\sin v'}{\sin v'} e^{i(N-1)v'}$$

avec

$$u' = \frac{a k}{2} (\sin \theta'_s + \sin \theta'_0) \quad , \quad v' = \frac{b k}{2} (\sin \theta'_s + \sin \theta'_0) \quad ,$$

et où R'_0 et R'_s sont respectivement les distances de P_0 et de S à la ligne de défauts (Cf. Fig. 6).

Si l'on se souvient de la définition du paramètre d'endommagement D (donné en (1) paragraphe II), celui-ci n'est pas un rapport de surfaces géométriques, mais un rapport d'aires équivalentes au sens de la résistance (ce qui inclut les effets de bords). Néanmoins, la diffraction faisant intervenir une restitution d'énergie différente de celle de la réflexion pure, nous définissons D comme étant approximativement le rapport entre la surface des défauts et la surface totale de l'éprouvette sans défaut. Pour cette application nous avons donc $D \approx a/b$. Il est alors facile de relier les champs φ et φ_D à D .

.../...

En faisant le rapport de (7) et de (8), il vient

$$(9) \quad \frac{\Psi_D}{\Psi} = D e^{ik(R'_0 - R_0 + R'_s - R_s)} \frac{\sin u'}{u'} \frac{u}{\sin u} \frac{\sin Nv'}{N \sin v'} e^{-i(N-1)v'}$$

Dans le cas de l'incidence normale $\theta_s \approx 0$ et $\theta_0 \approx 0$ ($u \approx u' \approx v \approx 0$) on déduit de (9) :

$$(10) \quad \frac{\Psi_D}{\Psi} = D e^{-ike}$$

Cette analyse montre que le rapport entre l'écho de fond Ψ du matériau vierge et l'écho de défaut Ψ_D du matériau ayant un endommagement donné D , est directement proportionnel à l'endommagement. De plus, ce modèle théorique montre que la précision sur l'évaluation de D sera d'autant meilleure que l'on se rapprochera de la condition $e^{-ike} = 1$ soit :

$$(11) \quad ke = (2p)\pi \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{e}{p}, \quad p \in \mathbb{N}.$$

Lorsque cette relation est vérifiée, (11) devient :

$$(12) \quad \frac{\Psi_D}{\Psi} = D.$$

Il est donc envisageable de mesurer D par lecture directe.

Enfin, il reste à s'assurer de la validité des approximations faites dans ce cadre théorique. En utilisant la théorie de la diffraction de FRAUNHOFER pour déterminer Ψ_D nous avons remplacé les sphères par leur plan tangent dans l'évaluation des différences de chemins δ'_s et δ'_0 . Le maximum ϵ' de l'erreur ainsi commise sur le déphasage est atteint aux extrémités du défaut. Un calcul simple (voir Annexe III) montre que :

.../...

$$(13) \quad \varepsilon' = \sqrt{R'^2 + \frac{a^2}{4}} - R' \Rightarrow \varepsilon' = \frac{a^2}{8R'} ,$$

où $R' = \sup (R_0, R_s)$. Dans la méthode des échos $R_0 \equiv R_s$ de sorte que l'erreur sur le calcul du déphasage est :

$$(14) \quad \varepsilon' = \frac{a^2}{8R_s} .$$

Pour que (10) soit valable il faut donc que l'erreur $e^{ik\varepsilon'}$ soit petite devant 1, c'est-à-dire que l'on ait :

$$(15) \quad \lambda > \frac{a^2}{8R_s} .$$

En négligeant l'épaisseur de la pièce testée devant la distance du champ proche (donnée en (16) paragraphe IV cette condition conduit à prendre une sonde de diamètre d tel que :

$$(16) \quad d > \frac{a}{\sqrt{2}} .$$

Compte tenu de la taille des défauts (16) sera toujours remplie dans la réalité d'où la validité de (10), (11) et (12).

Notons en outre que la détermination de D par (12) se fait selon une loi linéaire. Ainsi, comme dans la première application proposée, la précision sur D par la méthode des échos sera identique à la précision sur la mesure du rapport des champs ψ_D et ψ .

CONCLUSION

Rappelons que le but de cette étude est d'apprécier les possibilités d'évaluation de l'endommagement par les méthodes de contrôle non destructif ultrasonore . Nous avons vu qu'il existe deux approches complémentaires de l'endommagement : mécanique et thermodynamique. Nous avons d'abord regardé dans quelle mesure les hypothèses fondamentales qui conduisent à la définition de

.../...

cette notion étaient compatibles avec celles utilisées au niveau de la propagation des ultrasons. Ceci nous a permis d'associer à chacune des approches de l'endommagement unidimensionnel, une méthode de contrôle non destructif et de donner une estimation de l'erreur commise sur l'évaluation de ce phénomène.

Dans cette brève exploration, nous avons relié de façon claire et cohérente le paramètre d'endommagement isotrope D à certaines caractéristiques de propagation des ondes utilisées en contrôle non destructif (vitesse, hauteur d'échos). Pour le cas de l'endommagement unidimensionnel couplé à l'élasticité, la concordance des résultats auxquels nous parvenons, par deux chemins indépendants, permet d'envisager avec optimisme la mesure de D par voie ultrasonore.

Aussi prometteuse que soit cette courte analyse, nous ne pouvons pas à l'évidence aller au-delà dans nos conclusions. Néanmoins, elle nous a dévoilé certaines perspectives d'études. Nous sommes intimement convaincus qu'un examen approfondi de celles-ci devrait déboucher sur des résultats dignes d'intérêt.

Par exemple, pour ce qui concerne l'endommagement tridimensionnel, celui-ci induit en général une anisotropie du milieu. Or les ondes élastiques sont sensibles à l'anisotropie du matériau support de leur propagation. Les méthodes de contrôle non destructif devraient donc conduire également à la mesure de l'endommagement sous réserve de pouvoir associer l'anisotropie induite par l'endommagement à certains traits spécifiques de la propagation des ondes élastiques. Ceci est une première étude importante à envisager.

On peut aussi observer que les deux exemples étudiés ici font appel exclusivement à une évaluation de l'endommagement "statique" dans la mesure où l'on s'intéresse à un échantillon ayant un endommagement donné. Dès lors, se pose le problème du suivi de l'endommagement croissant. Une telle éventualité implique la maîtrise de l'émission acoustique liée à l'évolution de l'endommagement qui est une autre voie d'investigation. Actuellement, seul le lien entre le taux d'accroissement des densités de dislocations et l'émission acoustique a pu être réalisé par J.J. GILMAN [15], pour l'acier notamment [16].

Néanmoins, qu'il s'agisse d'endommagement de ductilité, de fatigue ou de fluage,

.../...

les phénomènes sont suffisamment lents pour que les mesures puissent être faites en "statique" pendant un court instant lorsque l'émission acoustique propre est nulle.

Manuscrit remis le 10 Octobre 1980

=====

A N N E X E

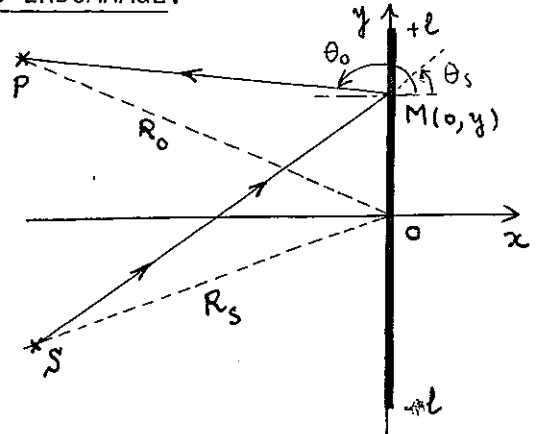
1°) CALCUL DU CHAMP $\varphi(P,t)$ DANS LE MILIEU ENDOMMAGE.

On pose :

$$|\vec{OP}| = R_0$$

$$|\vec{OS}| = R_s$$

$$B = \frac{-iA}{2\lambda} (\cos \theta_s + \cos \theta_0)$$



La formule (23) paragraphe III, s'écrit :

$$(1) \quad \varphi(P,t) = \frac{B e^{ik(R_s+R_0)}}{R_s R_0} \int_{-l}^{+l} e^{ik(\delta_s+\delta_0)} dy,$$

avec

$$(2) \quad \delta_0 = y \sin \theta_0, \quad \delta_s = y \sin \theta_s, \quad r_s = R_s + \delta_s, \quad r_0 = R_0 + \delta_0$$

d'où

$$\varphi(P,t) = \frac{B e^{ik(R_s+R_0)}}{R_s R_0} \int_{-l}^{+l} \exp\{i[ky(\sin \theta_s + \sin \theta_0) - \omega t]\} dy.$$

On pose :

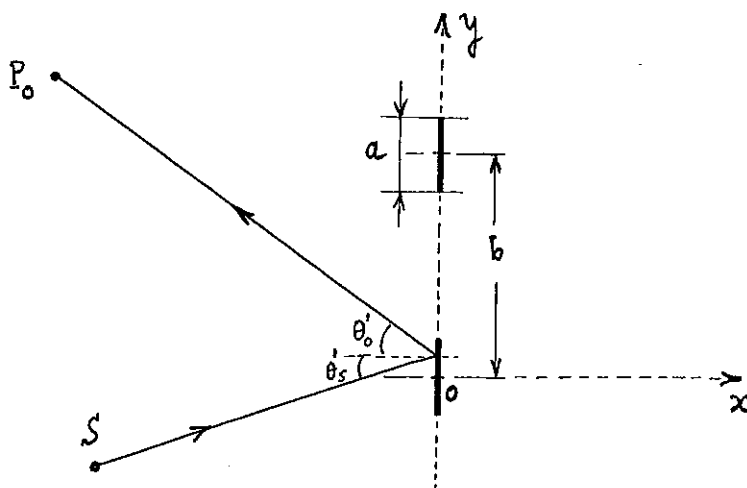
$$(4) \quad u = ik l (\sin \theta_s + \sin \theta_0)$$

d'où

$$(5) \quad \varphi(P,t) = \frac{B e^{ik(R_0+R_s)}}{R_0 R_s} \frac{2l \sin u}{u}, \quad 2l = Nb.$$

.../...

2°) CHAMP RENVOYE PAR UNE SUITE DE N SEGMENTS DE LONGUEUR a.



On utilise la formule de FRAUNHOFER et l'on désigne par θ'_s l'angle d'incidence θ'_0 l'angle de diffraction.

La différence de chemin en M est :

$$(6) \quad \delta(y) = y (\sin \theta'_s + \sin \theta'_0)$$

En prenant l'origine sur le premier segment on a :

$$(7) \quad \psi_D = \frac{B e^{i[k(R'_s + R'_0) - \omega t]}}{R'_s R'_0} \left\{ \int_{-a/2}^{a/2} + \int_{b-a/2}^{b+a/2} + \dots + \int_{(n-1)b-a/2}^{(n-1)b+a/2} \right\} e^{ik\delta(y)} dy.$$

Dans la j^{ième} intégrale on fait le changement de variable :

$$(8) \quad y = x - (j-1)b$$

et l'on pose :

$$(9) \quad u' = \frac{ak}{x} (\sin \theta'_s + \sin \theta'_0), \quad v' = \frac{b}{a} u' = \frac{bk}{x} (\sin \theta'_s + \sin \theta'_0)$$

il en résulte :

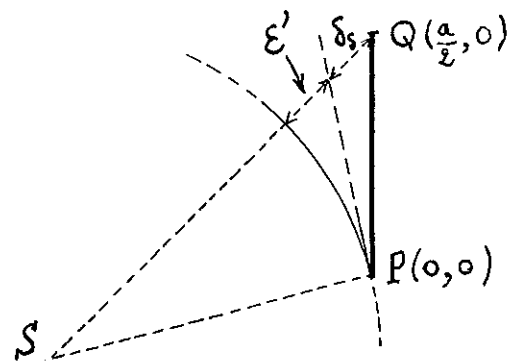
$$(10) \quad \psi_D = \frac{B e^{i[k(R'_0 + R'_s) - \omega t]}}{R'_s R'_0} \left(\int_{-a/2}^{a/2} e^{i \frac{xu'}{a} y} dy \right) \left(1 + e^{i(xv')} + \dots + e^{i(N-1)xv'} \right)$$

ou encore tout calcul fait.

$$(11) \quad \varphi_D = \frac{B e^{i[k(R'_0 + R'_s) - \omega t]}}{R'_0 R'_s} a \frac{\sin u'}{u'} \frac{\sin Nv'}{\sin v'} e^{i(N-1)v'}$$

3°) VALIDITE DU CALCUL (11)

On a approximé les sphères à leur plan tangent par suite de maximum ε' de l'erreur sur le déphasage de (11) provient des extrémités du défaut et l'on a en approximant à un angle droit l'angle \widehat{SPQ}



$$(12) \quad \varepsilon' = \sqrt{R_s^2 + \frac{a^2}{4}} - R_s = \frac{a^2}{8R_s}$$

Cette erreur est négligeable si :

$$(13) \quad e^{ik\varepsilon'} < 1 = e^{2i\pi}$$

soit pour

$$\varepsilon' < \lambda \Rightarrow \lambda > \frac{a^2}{8R_s}$$

=====

A P P E N D I C E

=====

PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES - ASPECTS MICROSCOPIQUES.

Dans un solide la position d'équilibre des atomes est fixée. Pour un corps monoatomique [5] et [8] on a une chaîne d'atomes selon 3 axes $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ que l'on peut schématiser par une suite de masses M et de ressorts de dureté K (Cf. Fig. 7).

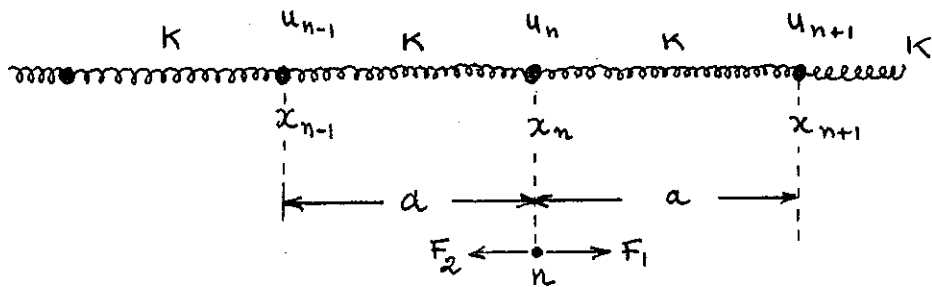


FIGURE 7.

Si on a une onde longitudinale de direction \vec{a} par exemple, tous les atomes dans un plan orthogonal à \vec{a} vibrent simultanément. Soit u_n le déplacement de l'atome n d'abscisse x_n . On suppose les déformations suffisamment petites pour que les deux forces de rappel F_1 et F_2 soient proportionnelles aux déplacements par rapport à l'équilibre. On a donc :

$$F_1 = K(u_{n-1} - u_n) \quad , \quad F_2 = K(u_{n+1} - u_n)$$

et l'équation du mouvement est :

$$(1) \quad M \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = K(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) .$$

Imposons à une particule prise pour origine le déplacement $u_0 = A e^{+i\omega t}$. En régime permanent sans atténuation, le mouvement de chaque atome est proportionnel à u_0 , pour le $n^{\text{ième}}$ on a :

$$(2) \quad u_n = A e^{i(\omega t + \Phi_n)}$$

.../...

d'où

$$(3) \quad -M\omega^2 + 2K = K \left[e^{i(\Phi_{n+1} - \Phi_n)} + e^{i(\Phi_{n-1} - \Phi_n)} \right].$$

Pour que le 2^{ième} membre de (3) soit réel comme le 1er, il faut que le déphasage $\Delta\Phi$ entre deux particules soit constant le long de la chaîne

$$(4) \quad \Delta\Phi = \Phi_{n+1} - \Phi_n = \Phi_n - \Phi_{n-1}.$$

Comme les atomes sont équidistants au repos, la phase Φ_n est proportionnelle à l'abscisse x_n ; $\Phi_n = -kx_n \Rightarrow \Delta\Phi = -ka$ où k est le nombre d'onde.

Par suite $u_n = A e^{i(\omega t - kx_n)}$ est le déplacement d'une onde de vitesse de phase:

$$(5) \quad v_0 = \frac{\omega}{k}.$$

En reportant (4) dans (3) on a :

$$M\omega^2 = 2K(1 - \cos ka) = 4K \sin^2 \frac{ka}{2}$$

d'où :

$$(6) \quad \omega = 2 \sqrt{\frac{K}{M}} \left| \sin \frac{ka}{2} \right|.$$

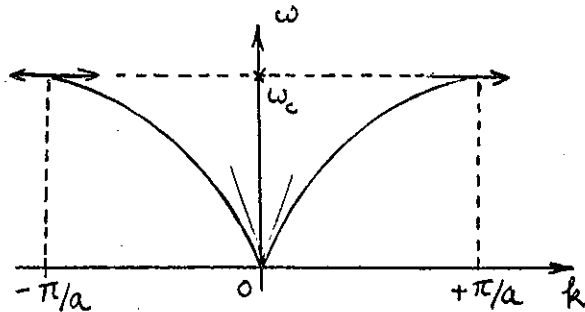


FIGURE 8

Cette courbe (6) de dispersion périodique peut se tracer dans l'intervalle $-\pi/a, \pi/a$ (Cf. Fig8). Pour les faibles valeurs de k ($ka \ll 1$) c'est une droite $\omega \approx \sqrt{\frac{K}{M}} a k$ dont la pente $\omega/k = a \sqrt{K/M} = v_0$ est (d'après (5)) la vitesse de propagation des ondes élastiques. L'extrémum de (5) est obtenu pour $ka = \pi$. Comme $|\sin(ka/2)| < 1$ la fréquence des ondes pouvant se déplacer dans le solide est limitée à la fréquence de coupure f_c telle que :

$$\omega_c = 2 \sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow \omega_c = \frac{2}{a} a \sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow \omega_c = \frac{2v_0}{a} = \frac{2\pi}{T_c}, \dots$$

d'où

$$(7) \quad f_c = \frac{V_0}{\pi a}$$

Pour cette fréquence la vitesse de groupe $V_g = d\omega/dk$ s'annule car la tangente à la courbe de dispersion est horizontale. Le rapport $u_{n+1}/u_n = e^{-ika}$ indique que les atomes vibrent en opposition de phase.

NOTE : (1) est équivalente à l'équation de propagation des ondes en milieu continu car si $\lambda \gg a$, $u_{n+1} - u_n$ est un infiniment petit du et l'on a :

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{a} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=x_{n+1}}, \quad \frac{u_n - u_{n-1}}{a} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=x_n},$$

d'où d'après (1)

$$(8) \quad M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = K a \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_{n+1}} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_n} \right]$$

mais de même, le crochet est un infiniment petit et

$$\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_{n+1}} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_n}}{a} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x_n}$$

d'après (8) on a donc :

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = K a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

or puisque l'on a vu que $V_0 = a \sqrt{K/M}$ on a :

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = V_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

=====

BIBLIOGRAPHIE

- 1 B.A. AULD Acoustic fields and waves in solids.
Vol. 1 et 2 John Wiley and son (1973).
- 2 J. BENARD - A. MICHEL - J. PHILIBERT - J. TALBOT
 Metallurgie générale. MASSON et C^{ie} (1969).
- 3 S. BENOUNICHE Modélisation de l'endommagement du béton hydraulique
 par microfissuration en compression.
 Thèse de 3ème Cycle PARIS VI. (1979)
- 4 H.L BERTONI - Y.. HOU
 Effects of damping in a solid on acoustics beams
 reflected at the RAYLEIGH critical angle.
 Proc. 1th Symp. on N.D.E. San Antonio April 23-25 (1975).
- 5 C. BRILLOUIN - M. PARODI.
 Propagation des ondes dans les milieux périodiques
 MASSON (1956)
- 6 H.D BUI. Mécanique de la rupture fragile. MASSON, (1978).
- 7 J.P. CORDEBOIS - J. LEMAITRE.
 Rapport scientifique (Déc. 1979).
- 8 E. DIEULESAINT - D. ROYER
 Ondes élastiques dans les solides .
 MASSON (1974).
- 9 J. DUFAILY Modélisation mécanique et identification de l'endommagement
 plastique des métaux.
 Thèse de 3ème Cycle, PARIS VI, (Juin 1980).
- 10 J. DUMONT - M. FILLON
 Les ultrasons dans la métallurgie.
 Annales des Mines. Vol. 184 N° 12 (1978).
- 11 W.C. ELMORE - M.A. HEALD
 The physics of waves.
 Mc. Graw Hill. (1969).
- 12 C. FLAMBARD - A. LAMBERT
 Mesure non destructive des profondeurs de traitement
 thermique. Méca. Mat. Elect. N° 353. (1979).
- 13 J. FRIEDEL Dislocations.
 PERGAMON PRESS. (1967).
- 14 J.C. GLANDUS - M. MALAISE - P. BOCH.
 Mesure dynamique des modules élastiques des matériaux.
 Méc. Mat. Elect. N° 300 (1974).

- 15 J.J. GILMAN Dislocation dynamics and the reponse of materials to impact.
Appl. Mech. Rev. Vol. 21 N° 8 (767-783) (1968).
- 16 J.J. GILMAN The microdynamics of plastic flow. Problems of plasticity.
Warsaw. August 30-September 2 (177-191) (1972).
- 17 M. JESSEL Acoustique théorique : propagation et holophonie.
MASSON. (1973).
- 18 J. et H. KRAUTKRAMER
Ultrasonic testing of materials,
Springer Verlag (1977).
- 19 J. LEMAITRE- J.L. CHABOCHE
Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement.
Journal de Mécanique Appliquée Vol. 2 N° 3. (1978).
- 20 J. LEMAITRE - J.P. CORDEBOIS - J.M. JALINIER
Endommagement multiaxial et anisotropie,
Rapport D.G.R.S.T. Juin 1980.
- 21 J. LEMAITRE - J.P. CORDEBOIS - J. DUFALLY
Sur le Couplage endommagement élasticité.
C.R. Acad. des Sc. Paris t288 (1979).
- 22 J. MANDEL Propriétés mécaniques des matériaux,
Edt. EYROLLES. (1978).
- 23 J.J. MARIGO Propagation des ondes ultrasonores et microfissuration du béton.
Thèse de 3ème Cycle PARIS VI, (Janv. 1980).
- 24 E.P. PAPADAKIS Ultrasonic velocity and attenuation measurement method with scientific and industrial application.
Phys. Acoust. Vol. 12 (1976).
- 25 J.L. PELLETIER - Y. LETOHC - J.C. CARON
La pratique du contrôle industriel par ultrasons.
Communications Actives (1979).
- 26 R.SAGLIO - A.C. PROT - A.M. TOUFFAIT.
Determination of defect characteristics using focused probes materials. Evaluation
(Janv. 1978).
- 27 J. ET J.R. WEERTMAN Théorie élémentaire des dislocations.
MASSON. (1970).

=====