HAL
open science

Etude de quelques aspects du transport éolien des matériaux granulaires: Processus de saltation et formation des rides.

François Rioual

To cite this version:

François Rioual. Etude de quelques aspects du transport éolien des matériaux granulaires: Processus de saltation et formation des rides.. Physique [physics]. Université Rennes 1, 2002. Français. NNT : . tel-00199032

HAL Id: tel-00199032

https://theses.hal.science/tel-00199032

Submitted on 18 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° Ordre : 2686

THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

pour obtenir

le grade de : ***DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1***

Mention : Physique

PAR

François Rioual

Équipe d'accueil : Groupe Matière Condensée et Matériaux

École Doctorale : Sciences de la matière

Composante universitaire : U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière

TITRE DE LA THÈSE :

Etude de quelques aspects du transport éolien : processus de saltation et formation des rides

soutenue le 25 juin 2002 devant la commission d'examen

COMPOSITION DU JURY :

M. GUYON Etienne	Professeur, Université Paris XI	Président du jury
M. BIDEAU Daniel	Professeur, Université Rennes I	Directeur de thèse
M. VALANCE Alexandre	Chargé de Recherche, Université Rennes I	Co-directeur de thèse
M. CLEMENT Eric	Professeur, Université Paris VI	Rapporteur
M. COSTE Christophe	Maître de Conférences, Université Paris VII	Rapporteur
M. RASMUSSEN Keld Roemer	Professeur, Université d'Aarhus	Examinateur

PROLOGUE

Au cours de ma thèse, j'ai pu aborder le problème du transport éolien à trois différentes échelles : A l'échelle du grain de sable, à l'échelle de la ride éolienne et enfin à l'échelle de la dune de sable.

La majeure partie de mon travail de thèse a porté sur une étude expérimentale et théorique, à l'échelle du grain : Il s'agit d'une étape capitale du transport éolien par saltation qui est le processus d'éjection de grains d'un lit de grains sous l'action des chocs : l'effet Splash.

J'ai, d'autre part, participé à une étude théorique concernant le déplacement des rides éoliennes : ce sont des structures à plus grande échelle, qui apparaissent à la surface d'un lit sableux sous l'action du vent.

J'ai eu, enfin, l'opportunité de faire mon service national en tant qu'enseignant-chercheur en coopération, en Mauritanie, pays sahélien d'Afrique de l'ouest, durement touché par les problèmes d'ensablement par les dunes. Cette expérience m'a permis de faire des observations et des expérimentations de terrain sur les dunes de sable, qui complètent ce travail de thèse établi principalement en laboratoire. Dans l'optique de la modélisation du déplacement des dunes, la confrontation avec la réalité du terrain est nécessaire. Dans le premier volet de ce projet, l'objectif est d'établir une activité de recherche sur le déplacement des barkhanes, qui sont des dunes en forme de croissant, extrêmement mobiles et donc menaçantes. Le premier travail a consisté à délimiter un champ de dunes de formes barkhaniques, suffisamment représentatif, aux alentours de la ville de Nouakchott, par prospection aérienne principalement. Un certain nombre de mesures topographiques ont été amorcées sur ces dunes, par tachiométrie laser et caméra. Parallèlement, le même type d'étude morphologique a été engagé, à partir d'objets sableux de forme pré-établie.

Le coté fataliste de la philosophie maure ne constitue pas, à priori, un terreau propice à la recherche scientifique sur le déplacement des dunes de sable : n'oublions pas que le désert est le "jardin d'Allah", l'environnement naturel des mauritaniens et cette activité de recherche, en particulier, peut sembler surprenante pour certains locaux : coopérant fraîchement arrivé à la Faculté des Sciences et Techniques de Nouakchott, je me souviens des éclats de rire de Mohammed Ould Henoune, professeur de mathématiques appliquées à la Faculté des Sciences, lorsque je lui ai parlé du projet de recherche sur le déplacement des dunes de sable en vue de la lutte contre l'ensablement. Depuis, les dunes ont bougé, des activités de recherche sur le déplacement des dunes auquelles j'ai participé, ont eu lieu localement avec D. Ould Memoune et A. Ould Mahfoud, les deux spécialistes des dunes de la Faculté des Sciences et Techniques de Nouakchott, un atelier international sur cette thématique, que j'ai co-organisé s'est également tenu à Nouakchott, la capitale, en Février 2001 et le Professeur Ould Henoune étudie à présent, à Stuttgart, la modélisation numérique de la dynamique des barkhanes !! Ayant vécu l'accouchement difficile des débuts de ces échanges, je salue cette évolution et souhaite longue vie à cette coopération avec la Mauritanie.

Cette expérience de terrain a également éclairci une certaine vision académique de ce problème de transport éolien. Le contact du terrain s'est avéré extrêmement enrichissant en ce qu'il nous montre les progrès qui restent à réaliser, dans le domaine, pour modéliser le problème dans sa réalité complexe ; en particulier, le caractère instationnaire du vent change bien des choses de l'image que l'on peut se faire du transport éolien, à partir des expériences en soufflerie, en laboratoire.

"Un jour, la terre sera ébranlée et les montagnes aussi : Les montagnes deviendront des amas de sable dispersé... Les montagnes seront mises en mouvement et paraîtront comme un mirage... Tu vois les montagnes. Tu les crois solides alors qu'elles se déplacent comme les nuages."

Coran, sourates II, 266, LXXVIII, 20, LXXX, 26.

Remerciements

Cette aventure scientifique de cinq ans (trois ans de thèse entrecoupés d'un an et demi de service national en coopération) n'a pas été avare en suspenses et rebondissements. Les acteurs qui ont croisé mon chemin sont nombreux et même si je ne les cite pas nommément, ils ont chacun leur place dans mon histoire.

Je suis reconnaissant à l'égard de Daniel Bideau pour m'avoir permis d'aborder, à travers cette thèse, un horizon scientifique passionnant, totalement nouveau pour les physiciens.

J'exprime ma gratitude à Alexandre Valance avec qui j'ai eu la chance de travailler pendant ces cinq années. Quand j'ai commencé ma thèse, il venait d'être nommé à Rennes. Il a été mon principal interlocuteur scientifique pendant ces années qui n'ont pas toujours été un long fleuve tranquille. Bien que théoricien de formation, son avis et ses conseils sur mon travail expérimental se sont toujours révélés, pour moi, d'un apport extrêmement fructueux. J'ai pu apprécier la perspicacité de son jugement, ainsi que sa grande disponibilité.

Je remercie Etienne Guyon, à l'initiative de ce thème de recherche sur le déplacement des dunes, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury. Merci également à Eric Clément avec lequel j'ai fait mes premières armes, en D.E.A., dans le monde de la recherche. Ses points de vue m'ont toujours été d'un précieux concours. Merci à Christophe Coste, pour sa disponibilité et la pertinence de ses suggestions. Je sais gré à Keld Roemer Rasmussen, spécialiste du transport éolien, de l'intérêt qu 'il a manifesté à l'examen de mon travail.

De nombreuses rencontres scientifiques ont ponctué ces années de thèse : Merci, en particulier, aux collaborateurs Nantais, Ahmed Ould el Moktar, Pascal Dupond et Hassan Peerhossaini avec lesquels nous avons défini différentes expérimentations à réaliser au laboratoire, à Pierre Rognon, pour m'avoir fait profiter de sa grande expérience de terrain.

Ma reconnaissance va également aux membres de l'équipe "milieux divisés" du G.M.C.M. qui m'ont fait profiter de leur expérience et de leurs points de vue, tout au long de ces années : Irene Ippolito (avec qui j'ai eu notamment le plaisir de fêter la science), Isabelle Cantat, Renaud Delannay, Madani Ammi, Luc Oger et Jean-Paul Troadec.

Je salue, bien amicalement, mes camarades ex-thésards ou ex-ATERs Patrick Richard, Yacine Khidas, Gaèlle Berton et bien sûr mes compagnons de la dernière ligne droite, Pierre Philippe qui a pu me supporter, avec Lydiane, à mon retour d'Afrique, Olivier Lordereau ; merci aussi à Fabrice Barbet, pour ses nombreux coups de main.

La réalisation de mon dispositif expérimental a nécessité des efforts importants, merci à tous ceux qui y ont contribué : Stéphane Bourlès, Daniel Guillotin et Patrick Chasles, en particulier, qui en sont les artisans zélés.

Une pensée amicale à Jean-Claude Daniel et l'association du musée du sable à laquelle j'ai adhérée pendant ces années de thèse, à Monsieur Pascal Blondin et Madame, "Monsieur Géotrouvetou", spécialiste de la photographie aérienne par cerf-volant.

J'ai eu la chance de participer à l'initiation d'une activité de recherche sur le déplacement des dunes, pendant seize mois, dans un pays particulièrement touché par l'ensablement : La Mauritanie. La Mauritanie fait partie de ces pays qui ne peuvent que provoquer chez vous une réaction forte. Je remercie Ahmedou ould Haouba, doyen de la Faculté des

Sciences et Techniques de Nouakchott, de m'avoir accueilli dans son établissement. Je n'oublierai pas de sitôt les expéditions dans le désert (avec ou sans journaliste), en compagnie de mes collaborateurs et amis Dah Ould Memoune et Ahmedou Ould Mafoudh, les deux spécialistes des dunes de la Faculté des Sciences et Techniques de l'université de Nouakchott. Je n'oublierai pas non plus les collègues et "mes" étudiants de la faculté des Sciences, en particulier Dieng Mohammed Lemine et M'bodj Ousmane ainsi que mes "cousins" africains, Amadou, Sidi, Abou, Diallo.

Merci à tous ceux qui m'ont accompagné pendant ces années, de l'Ecosse à la Mauritanie : En particulier Jean Philou et Marie, Catherine, Manu, les tong sisters, la bande de la popotte de Nouakchott.

Je tiens à remercier mes parents de m'avoir permis de poursuivre mes études universitaires, jusqu'au bout. Leur présence et celle de baptiste, lors de cette fin de parcours de thèse, m'ont été importantes.

Table des matières

Introduction Générale **1**

Chapitre 1 Le transport éolien de particules : Etat des connaissances **5**
1.1 Quelques rappels aérodynamiques 7
1.1.1 Le profil de vitesse du vent 7
1.1.2 Forces aérodynamiques 9
1.2 Le travail fondateur de Bagnold 10
1.2.1 L'observation sur le terrain 11
Les différents modes de transport éolien 12
1.2.2 L'expérimentation en soufflerie 12
Initiation du mouvement 13
Importance de l'impact 15
Profil du vent en présence de saltation 15
Trajectoire d'un grain en saltation 16
Loi de transport 18
1.2.3 Conclusion 19
1.3 Développements depuis Bagnold 19
1.3.1 Initiation du mouvement par saltation 20
1.3.2 Trajectoire d'un grain en saltation 22
1.3.3 Les différents modes de transport 23
1.3.4 Etat d'équilibre de saltation 25
1.3.5 Lois de transport 27
1.4 Le "splash" 29
1.4.1 Observations en soufflerie 30
1.4.2 Expériences modèles de collision 34
1.4.3 Simulations numériques 35
1.4.4 Conclusion 38
1.5 Perspectives 39

Chapitre 2 Collision dans les milieux granulaires **43**
2.1 Collisions binaires 44
2.1.1 Collision entre deux sphères élastiques 44
2.1.2 La collision entre deux sphères inélastiques 46

Source de dissipation 46
Modèle de collision inélastique 49
2.2 Collisions multiples 50
2.2.1 La chaîne de Newton 52
2.2.2 Collision d'une colonne sur un mur 53
2.2.3 Collision d'une bille sur une colonne de billes 55
Loi d'interaction élastique linéaire 56
Loi d'interaction élastique de type Hertz 59
Cas d'une collision oblique 60
2.3 Conclusion 61

Chapitre 3 Collision d'une bille sur un empilement $2D$ ordonné de billes 63
3.1 Dispositif expérimental 66
3.1.1 Le montage 66
3.1.2 Les billes 69
3.1.3 Procédure d'analyse des images 69
3.2 Influence de la vitesse d'impact 71
3.2.1 Propriétés de la bille réfléchie 72
Coefficient de restitution effectif 73
Angle de rebond 73
Conclusion 74
3.2.2 Propriétés des billes éjectées 75
Nombre de billes éjectées 75
Vitesse d'éjection des billes 78
Angle d'éjection 84
Distance d'éjection 85
Longueur de reptation 89
3.3 Influence de la hauteur de l'empilement 91
3.3.1 Propriétés de la bille réfléchie 92
Coefficient de restitution effectif 92
Angle de rebond 94
3.3.2 Propriétés des billes éjectées 94
Nombre de billes éjectées 94
Vitesse d'éjection des billes 98
Energie totale des billes éjectées 100
Angle d'éjection 101
Distance d'éjection 103
Distribution des longueurs de reptation 104
3.4 Influence des propriétés mécaniques des billes 106
3.4.1 Propriétés de la bille réfléchie 106
Restitution effective pour la bille incidente 106
3.4.2 Propriétés des billes éjectées 106
Nombre de billes éjectées 106

3.5 Synthèse des résultats 108
3.6 Connexion avec le transport éolien 110
3.7 Conclusion 112

Chapitre 4 La collision d'une bille sur un empilement désordonné 2D de billes 113
4.1 Introduction 113
4.2 Désordre induit par un fond rugueux 118
4.2.1 Propriétés de la bille réfléchie 118
4.2.2 Propriétés des billes éjectées 119
Nombre de billes éjectées 119
Vitesse verticale d'éjection 120
Vitesse horizontale d'éjection 122
Energie totale transmise aux éjectats 122
4.3 Désordre induit par un mélange bidisperse de billes 124
4.4 Conclusion 126

Chapitre 5 Modélisation du processus d'éjection 127
5.1 Présentation du modèle 127
5.2 Empilement ordonné 129
5.3 Empilement désordonné 132
5.3.1 Influence du désordre 132
5.3.2 Influence de la hauteur de l'empilement 135
5.3.3 Discussion 135
5.4 Conclusions 138

Chapitre 6 Dynamique des rides éoliennes 139
6.1 Problématique 139
6.2 Explication de Bagnold 141
6.3 Modèle d'Anderson 141
6.4 Autres modèles 146
6.4.1 Le modèle de Hoyle-Woods 146
6.4.2 Le modèle de Nishimori-Ouchi 148
6.5 Modèle hydrodynamique 150
6.5.1 Présentation du modèle 150
6.5.2 Analyse de stabilité linéaire 154
6.5.3 Analyse non-linéaire 156
6.6 Conclusion 158

Chapitre 7 Etude préliminaire sur les dunes 161
7.1 Dynamique des barkhanes 163
7.2 Etude des caractéristiques morphologiques et granulométriques des barkhanes 164
7.2.1 Etude morphologique 164

7.2.2 Etude granulométrique 167
7.3 Dynamique des cônes de sable 169
7.4 Conclusion 171
7.5 Perspectives pour la lutte contre l'ensablement 171

Conclusion et Perspectives **177**

Bibliographie **181**

Introduction Générale

Le travail présenté ici s'inscrit dans la problématique du transport éolien du sable, qui a suscité, depuis quelques années, un vif intérêt auprès de la communauté des physiciens des milieux granulaires. L'objectif, à terme, est d'arriver à une compréhension globale du transport du sable par le vent, afin d'appréhender les phénomènes de formation et migration des dunes dans les milieux désertiques. Ceci représente un défi sur le plan scientifique et fait appel à des domaines variés de la physique.

D'une part, l'écoulement du vent dans l'atmosphère est instationnaire, turbulent, influencé par la présence de la topographie terrestre. La modélisation des écoulement turbulents soulève encore de nombreuses questions.

D'autre part, la problématique du transport éolien touche, également, à la physique des milieux granulaires. Ceux-ci ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques, ces dernières années. Ces milieux sont caractérisés par une agitation thermique nulle qui empêche toute thermalisation. Ces objets passent d'un état métastable à un autre état, sous l'effet des sollicitations macroscopiques extérieures. En outre, les forces d'interaction entre grains (choc, frottement coulombien) sont fortement non linéaires et conduisent à des comportements très riches. Ainsi, une assemblée de grains peut, soit s'écouler comme un fluide, soit présenter un comportement proche de celui d'un solide. Dans l'état actuel des connaissances, arriver à relier, de manière générale, les interactions microscopiques entre grains aux lois de comportement macroscopiques reste un problème ouvert. Dans le cas d' écoulements granulaires très dilués, la théorie de la cinétique des gaz adaptée à des collisions dissipatives semble être satisfaisante. Pour des régimes d'écoulement plus denses, aucun modèle général n'existe. Les problèmes concernant la statique des milieux granulaires sont

tout aussi ardus, en raison de la complexité du réseau des contacts entre grains et de la singularité des forces de frottement. Ainsi, contrairement aux fluides newtoniens ou aux solides élastiques (pour lesquels les équations de de Navier-Stokes ou les lois de l'élasticité fournissent un cadre général), les lois constitutives pour les matériaux granulaires restent à établir.

La modélisation d'un écoulement d'air chargé de grains de sable n'a été que peu explorée jusqu'à présent. Le déplacement de quantités importantes de sable dans les milieux désertiques peut conduire à la formation de structures à différentes échelles : les rides (d'une échelle de l'ordre de quelques centimètres) et les dunes (à plus grande échelle, allant du mètre au kilomètre). Hormis Bagnold qui a eu un rôle précurseur en la matière, les physiciens se sont peu intéressés à l'étude fondamentale de ces objets. Les dunes ont des morphologies variables en fonction du régime des vents et du sol qui les constitue. Les premières études ont concerné la "barkhane" (dune en forme de croissant) qui est considérée comme la dune prototype. Les questions principales concernent, pour l'instant, le mécanisme de formation et de déplacement de ces objets sous l'action du vent. Arriver à une meilleure compréhension de la formation et la migration des dunes constitue un enjeu vital pour certaines régions frappées par la désertification et le problème d'ensablement. La désertification a en effet gagné du terrain ces vingt dernières années, en particulier dans les pays sahéliens telle que la Mauritanie. Les causes sont, d'une part, anthropiques. La concentration des populations en certains endroits a déséquilibré un écosystème fragile : en particulier, le surpaturage conduit à la remobilisation des sables. D'autre part, les évolutions climatiques de ces dernières années et les terribles vagues de sécheresse des années 70 ont également accéléré le processus. Certains cordons dunaires (comme par exemple les dunes ogoliennes situées près de Nouakchott en Mauritanie) ont été remis en mouvement et menacent les villes et infrastructures locales (routes, voies ferrées). Il est bien entendu illusoire de vouloir arrêter cette masse de sable, mais la modélisation numérique basée sur une meilleure compréhension du transport éolien et de la dynamique des dunes peut aider au développement de techniques pratiques de lutte contre l'ensablement.

A l'image des domaines pluridisciplinaires impliqués dans la physique du transport éolien, le contenu de cette thèse aborde des sujets divers. La majeure partie de cette thèse est consacrée à un aspect particulier du processus de transport par *saltation* qui est un des modes de déplacement des grains de sable sous l'action du vent. La *saltation* désigne le mouvement par sauts que font les grains lorsqu'ils sont entrainés par le vent. Lors du choc de ces grains en saltation sur le lit de sable, certains grains de l'empilement peuvent être éjectés. Ce mécanisme d'éjection est une étape capitale du transport éolien. Nous l'avons étudié à partir d'une expérience modèle de collision entre une bille et un empilement de billes. Un autre aspect que nous avons abordé est le phénomène de formation des rides éoliennes. Nous avons, nottamment, développé un modèle théorique qui permet de prédire l'évolution spatio-temporelle de cette structure. Enfin, nous avons commencé une étude in-situ (i.e., sur le terrain, en Mauritanie) portant sur la déformation d'un cône de sable soumis à l'action du vent.

Le manuscrit est divisé en 7 chapitres.

Le chapitre 1 propose une introduction présentant les différents processus physiques intervenant dans le transport éolien, avec un accent particulier sur le mécanisme d'impact des grains en saltation et le phénomène d'éjection.

Le chapitre 2 aborde des notions fondamentales sur le problème des chocs dans les milieux granulaires ainsi qu' une étude numérique de la collision d'une bille sur une colonne de billes.

Les chapitres 3 et 4, qui constituent le corps principal de ce travail de thèse, sont consacrés à l'étude expérimentale modèle de la collision d'une bille sur un empilement bidimensionnel de billes. Dans le chapitre 3, est traitée la collision sur un empilement ordonné tandis que le chapitre 4 concerne le processus de collision sur des empilements désordonnés.

Dans le chapitre 5, nous présentons un modèle phénoménologique permettant d'interpréter certains résultats obtenus sur le processus d'éjection. Ce modèle est basé sur une description simplifiée de la propagation d'une onde de déformation dans un empilement

granulaire 2D.

Le chapitre 6 est consacré à l'étude théorique de formation des rides éoliennes où nous proposons un modèle phénoménologique permettant de prédire la dynamique de ces structures. Nous verrons qu'il est, en particulier, possible de relier certains paramètres phénoménologiques du modèle avec les données expérimentales issues de l'expérience de collision. Enfin, nous présenterons, dans le chapitre 7, certains résultats préliminaires réalisés dans le désert Mauritanien, concernant la déformation d'un dôme de sable sous l'action du vent. Certaines précisions seront apportées sur la vision du transport éolien que l'on peut avoir, suite à une confrontation avec la réalité du terrain.

Chapitre 1

Le transport éolien de particules : Etat des connaissances

L'étude par les scientifiques du déplacement des sables et des dunes est récente. Elle n'a débuté qu'il y a un siècle environ. Elle coincide, en fait, avec la colonisation d'une partie de l'Afrique par certains états européens, à la fin du XIXeme siècle. La France contrôle l'Afrique du Nord et les premières études sur les dunes sont l'œuvre de militaires en poste tels qu'Aufrère et Capot-Rey qui font une description détaillée des différents types de dunes. L'angleterre occupe, à la même époque, l'Egypte et la Lybie.

Ralph Bagnold (Bagnold, 1941) fut l'un des pionniers dans ce domaine. Alors Major dans l'armée britannique affecté en Lybie, il est frappé par l'étendue et l'organisation harmonieuse des champs dunaires. Ainsi, il écrit : "Lorsque l'on observe les dunes du désert, au lieu de n'y rencontrer que chaos et désordre, on ne peut être que frappé par une simplicité de forme, une exactitude dans la répétition, un ordre géométrique qui n'ont d'équivalent dans la nature que dans les structures cristallines. Par endroit, de vastes amoncellements de sable pesant des millions de tonnes, se déplacent inexorablement, en formation régulière, sur la surface du pays, tout en grossissant, en conservant leur forme et même en se multipliant, d'une façon qui est, par son étrange imitation de la vie, un peu troublante pour un esprit imaginatif".

Il lui revient d'avoir, le premier, réalisé une étude scientifique détaillée du transport de particules sous l'effet du vent ainsi que du déplacement des dunes. Son ouvrage considérable

"The physics of blown sand and désert dunes", publié en 1941, regroupe ces travaux et reste encore aujourd'hui une référence en la matière.

Par la suite, le problème d'érosion des sols agricoles sous l'effet du vent ainsi que l'exploration des dunes sur d'autres planètes du système solaire telles que Mars ont stimulé l'étude du transport éolien. Les études en laboratoire ont connu également un engouement grâce au développement de souffleries, et d'instruments de mesure et de visualisation plus performants. L'apparition de l'outil informatique, au début des années 80, a permis de faire des simulations numériques à l'échelle du grain. Les caractéristiques importantes du transport éolien sont, à présent, qualitativement bien comprises mais leur analyse quantitative reste à réaliser. Le sujet est très ouvert d'autant plus que les modèles développés sont encore très rudimentaires et que les études faites en soufflerie sont, sur de nombreux points, encore éloignées des conditions réelles. On se réfèrera aux articles d'Anderson et al (Anderson et al., 1991) et d'andreotti et al (Andreotti et al., 2001) pour avoir une revue récente sur la saltation.

Dans ce chapitre, on dresse un panorama des connaissances actuelles concernant le transport éolien du sable sous l'effet de l'écoulement du vent. On commencera par rappeler les caractéristiques d'un écoulement turbulent le long d'une surface rugueuse. On présentera ensuite la contribution importante de Ralph Bagnold dans la compréhension du déplacement des grains sous l'action du vent, puis on précisera les développements postérieurs à Bagnold qui ont permis d'améliorer nos connaissances actuelles sur la dynamique éolienne. On verra notamment qu'une étape cruciale du transport éolien est le processus d'impact entre les grains emportés par le vent et le lit de sable. En effet, ces derniers rebondissent sur le lit de grains et peuvent, au cours du choc, provoquer l'éjection d'autres grains. L'étude de ce processus de collision entre un grain en mouvement et un lit de grains statiques est l'objet principal de cette thèse. Ces études servent de base pour l'élaboration de modèles de saltation. Nous présenterons donc les différentes études connues, relatives au processus d'impact d'un grain sur un lit de grains statiques.

Nous verrons par ailleurs, tout au long de ce chapitre, l'importance du processus d'im-

pact dans le transport éolien et son implication dans les modèles concernant la formation des rides et des dunes. Ceci nous permettra de mettre en évidence l'importance cruciale de ce mécanisme d'éjection par choc dans le transport éolien par saltation et ses implications dans le cadre des études sur la dynamique des rides et des dunes.

1.1 Quelques rappels aérodynamiques

1.1.1 Le profil de vitesse du vent

On s'intéresse à l'écoulement de l'air sur une surface de sable à faible altitude (typiquement inférieure à un mètre), là où le transport éolien s'opère. Dans la couche limite atmosphérique, l'écoulement est, en général, turbulent même pour des vitesses faibles. En effet, si l'on calcule le nombre de Reynolds R pour des vitesses V de l'ordre de 5 à $10\,m/s$ (pour lesquelles le transport éolien se produit), on trouve :

$$R = \frac{LV}{\nu} \approx 10^6 \gg 1\,.$$

L est une longueur caractéristique de l'écoulement que l'on a prise égale à l'épaisseur typique de la couche de grains emportés par le vent ($L \approx 1\,m$) et ν est la viscosité cinématique de l'air ($\nu = 1,45\,10^{-6}\,m^2/s$).

Pour décrire un écoulement turbulent, on utilise l'équation de Reynolds, qui n'est rien d'autre que l'équation de Navier-Stokes moyennée dans le temps (voir (Guyon et al., 2001) pour plus de précisions). Dans sa forme stationnaire, elle s'écrit :

$$-\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{V} + \vec{\nabla}\bar{\bar{\tau}} + \vec{F} = 0 \tag{1.1}$$

où $\vec{V}$ est la vitesse du fluide, p la pression, $\bar{\bar{\tau}}$ le tenseur des contraintes turbulentes et enfin $\vec{F}$ les forces volumiques éventuelles qui s'appliquent sur le fluide.

Dans le cas d'un écoulement turbulent (stationnaire uniforme) parallèle à une direction $0x$ le long d'un plan $z = 0$, l'équation de Reynolds projetée sur l'axe $0x$ donne :

$$\mu\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{d\tau_t}{dz} + F_x = 0 \tag{1.2}$$

où u est la composante horizontale de la vitesse, τ_t la contrainte turbulente tangentielle et enfin F_x la composante horizontale des forces volumiques. Par ailleurs, on a négligé le gradient de pression dans la direction $(0x)$. Lorsqu'on est assez loin de la paroi, on peut négliger le transport de quantité de mouvement par viscosité devant le transport convectif par turbulence [1]. L'équation de Reynolds se réduit alors simplement à :

$$\frac{d\tau_t}{dz} + F_x(z) = 0 \tag{1.3}$$

En l'absence de grains dans l'écoulement, F_x a une valeur nulle : la force de friction exercée par les grains sur le vent est nulle. En intégrant, on obtient :

$$\tau_t(z) = \tau_{surface} = Cte \tag{1.4}$$

où $\tau_{surface}$ est la contrainte à la paroi. L'équation de Reynolds signifie simplement que la contrainte de cisaillement turbulente est indépendante de la hauteur mais elle ne nous permet pas de la relier aux propriétés de l'écoulement moyen.

Pour cela, il nous faut une relation supplémentaire que l'on appelle équation de fermeture. Dans le cadre de la théorie de la longueur de mélange (Prandtl, 1935), on peut dériver une relation entre la contrainte de cisaillement turbulente et le gradient de l'écoulement moyen, qui s'écrit :

$$\tau_t(z) = \rho_a l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 \tag{1.5}$$

où l est la longueur de mélange et ρ_a la densité de l'air. Prandtl suppose que cette longueur augmente linéairement avec la distance à la surface ($l = \kappa z$; $\kappa = 0,4$ étant la constante universelle de Von Karman pour les écoulements turbulents). En intégrant (1.5) et en utilisant le résultat (1.4), on obtient finalement :

$$u(z) = (V^\star/\kappa)\ln(z/z_0)\,, \tag{1.6}$$

[1] Proche de la paroi, c'est le transport par viscosité qui domine et on observe une sous-couche dite visqueuse. L'épaisseur δ de celle-ci peut être estimée en disant tout simplement que le nombre de Reynolds associé à cette sous-couche ne doit pas dépasser l'unité. Ce qui donne $\delta \sim \nu/V \sim 10\,\mu m$ pour une vitesse V typique de $1\,m/s$. Cette sous-couche visqueuse est trés petite devant la taille d des grains de sable du désert ($d \sim 200\,\mu m$) et n'aura aucune incidence sur le mouvement des grains

où z_0 mesure la rugosité de la surface et $V^\star$ est la vitesse de frottement définie par :

$$V^\star = \sqrt{\tau_t/\rho_a} \tag{1.7}$$

z_0 est, en général, fonction de la taille caractéristique des irrégularités de la surface. Pour une surface constituée de grains de sable de diamètre d, on estime que $z_0 \approx d/30$. On retrouve ici un profil logarithmique caractéristique des écoulements turbulents.

1.1.2 Forces aérodynamiques

Un grain de sable isolé sera soumis, au cours de son vol dans l'écoulement, à différentes forces aérodynamiques :

- **la force de trainée**

  Cette force représente le frottement du vent sur le grain et tend à amener la vitesse de déplacement du grain à celle du fluide :

  $$\overrightarrow{F_D} = C_D \rho_a d^2 ||\vec{V_r}|| \overrightarrow{V_r} \tag{1.8}$$

  où $\overrightarrow{V_r}$ désigne la vitesse relative du grain par rapport à la vitesse de l'air, ρ_a est la densité de l'air, d est le diamètre du grain. C_D est le coefficient de traînée qui est une fonction du nombre de Reynolds particulaire $R_p = \dfrac{dV_r}{\nu}$. (Morsi et Alexander, 1972).

- **la force de portance**

  Cette force de portance, générée par le cisaillement de l'écoulement, est liée à la différence de pression entre le haut et le bas du grain (effet Bernouilli) :

  $$\overrightarrow{F_L} = C_L \rho_a d^2 V_r^2 \overrightarrow{n} \tag{1.9}$$

  où $\overrightarrow{n}$ est le vecteur unité perpendiculaire à $\overrightarrow{V_r}$ et C_L le coefficient de portance qui est fonction du nombre de Reynolds particulaire. Cette force est négligeable à une hauteur de quelques diamètres de grains au-dessus du lit, lorsque le gradient de vitesse diminue fortement, mais elle peut être importante au décollage.

- **la force de Magnus**

  Une force de portance supplémentaire peut apparaître suite à la rotation propre du

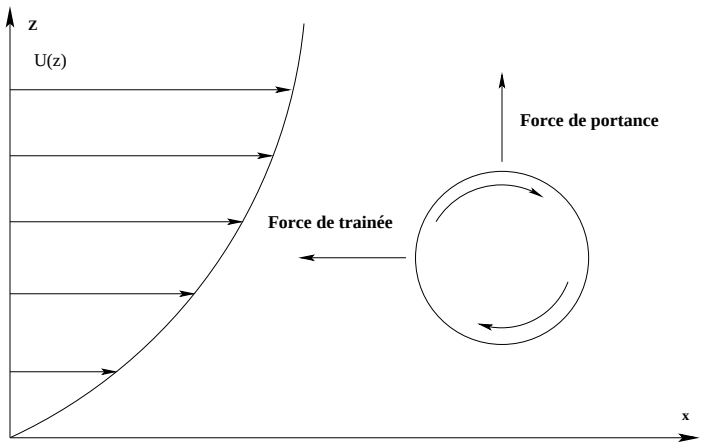

FIG. 1.1 – Les différentes forces aérodynamiques appliquées au grain

grain sous l'effet de l'écoulement : c'est l'effet Magnus que l'on retrouve dans le "coupé" ou le "lift" donné à la balle par les joueurs de tennis de table. Cette force peut être prise en compte à l'aide d'un terme additif dans le facteur C_L de l'expression (1.9) de la force de portance. Notons que cet effet est loin d'être négligeable pour déterminer la trajectoire réelle d'un grain en saltation (White et Schulz, 1977).

1.2 Le travail fondateur de Bagnold

Tout exposé sur le transport éolien ne peut commencer sans que nous nous réferrions au travail fondateur de Ralph Bagnold (Bagnold, 1941). Il lui revient d'avoir, le premier, adopté une approche physique devant ce phénomène naturel à partir d'observations sur le terrain, d'expériences in-situ et d'expérimentations en soufflerie. Dans cette partie, nous nous attarderons sur sa démarche d'investigation.

1.2.1 L'observation sur le terrain

Le transport éolien est visible dans la nature lors de tempêtes de sable [2]. Par fort vent, un épais nuage de grains de sable de l'ordre d'un mètre de hauteur apparait au dessus de la surface. Bagnold observe que la majorité du transport des grains s'effectue sur une couche proche du sol par rapport au haut du nuage.

La taille des grains qui constituent ce nuage est de l'ordre de quelques centaines de microns mais on peut trouver des grains ayant un millimètre de diamètre qui atteignent des hauteurs de l'ordre du mètre. Comment des grains de cette taille peuvent-ils accéder à de telles hauteurs ?

On peut penser que les fluctuations turbulentes de l'écoulement sont capables d'entraîner les grains à de telles hauteurs. Bagnold estime l'amplitude des fluctuations de la vitesse verticale à environ un cinquième de la vitesse moyenne longitudinale V. Les grains se mettent en mouvement lorsque le vent souffle à une vitesse moyenne $V \sim 5\,m/s$. A cette vitesse, les fluctuations de la vitesse verticale sont donc de l'ordre de $1\,m/s$. Un grain pourra donc rester en suspension dans l'air si sa vitesse terminale de chute dans le champ de pesanteur[3] est inférieure aux fluctuations de la vitesse verticale. Une vitesse de $1\,m/s$ correspond à la vitesse terminale de chute d'un grain de taille $d \sim 200\mu m$. Seuls les grains de taille $d < 100\,\mu m$ seront donc sensibles à ces fluctuations turbulentes verticales. Ces grains se déplacent selon un mode que l'on appelle *suspension*. L'effet des fluctuations n'est, en revanche, pas pertinent pour des grains de taille $d > 100\,\mu m$.

Pour des grains d'une taille d'environ $1\,mm$, la vitesse terminale de chute est de l'ordre de $8\,m/s$. Les fluctuations turbulentes verticales seront donc incapables de mettre en suspension de tels grains. Pour pouvoir expliquer pourquoi des grains aussi lourds peuvent atteindre des hauteurs de $1\,m$, Bagnold est conduit à supposer que les grains interagissent

[2] Notons la distinction importante à faire entre les vraies tempêtes de sable et les plus classiques tempêtes de poussières, qui concernent des déplacements à grande échelle de fines particules de poussières ($d \ll 100\mu m$) entraînées par l'écoulement turbulent du vent. Ces dernières sont à l'origine, en particulier, des transports de poussières sahariennes à travers la Méditerranée qui peuvent donner une teinte rouge à la neige dans les Alpes, certaines années.

[3] La vitesse terminale de chute est la vitesse limite atteinte par un grain lâché dans l'air immobile.

avec le lit de grains statiques. Les grains de sable se déplacent en effectuant des sauts successifs le long de la surface : ce mode de transport est la *saltation*. Le vent transmet au grain, lors de son vol, une grande part de son impulsion selon la direction horizontale. Si cette impulsion horizontale avant le choc est convertie en impulsion verticale après le choc, l'ascension du grain sera d'autant plus facilitée et l'énergie cinétique qu'il pourra emmagasiner sera d'autant plus grande.

La collision du grain de sable en saltation s'effectuant sur une surface de grains non cohésifs, il est assez intuitif de penser qu'un certain nombre de grains autour du lieu d'impact vont pouvoir être éjectés de la surface lors de la collision. Le bombardement répété en surface génére ainsi un déplacement des grains en surface, que Bagnold appelle *"creep"*. On verra que cette notion regroupe deux types de mouvements distincts des grains de surface.

Les différents modes de transport éolien

En résumé, Bagnold a identifié 3 modes de transport des grains de sable sous l'action du vent :
- *la suspension* qui concerne les particules les plus petites ($d < 100\mu m$) transportées sur de longues distances par l'écoulement turbulent de l'air dans l'atmosphère.
- *la saltation* qui concerne les particules de taille intermédiaire ($100\,\mu m < d < 1000\,\mu m$). Les grains se déplacent par sauts successifs le long de la surface. Le transport par saltation se fait sous la forme d'un nuage de particules évoluant à une hauteur de l'ordre de quelques dizaines de centimètres du sol.
- *le "creep"* qui correspond à un mouvement de roulement ou de petits sauts des grains, induit par le bombardement des grains en saltation. Ce type de mouvement concerne les grains de taille intermédiaire et aussi des gros grains ($d > 1000\,\mu m$).

1.2.2 L'expérimentation en soufflerie

Bagnold a réalisé des expérimentations en soufflerie qui lui ont permis de caractériser plus finement le transport éolien, depuis son initiation jusqu'à son état d'équilibre. d'ex-

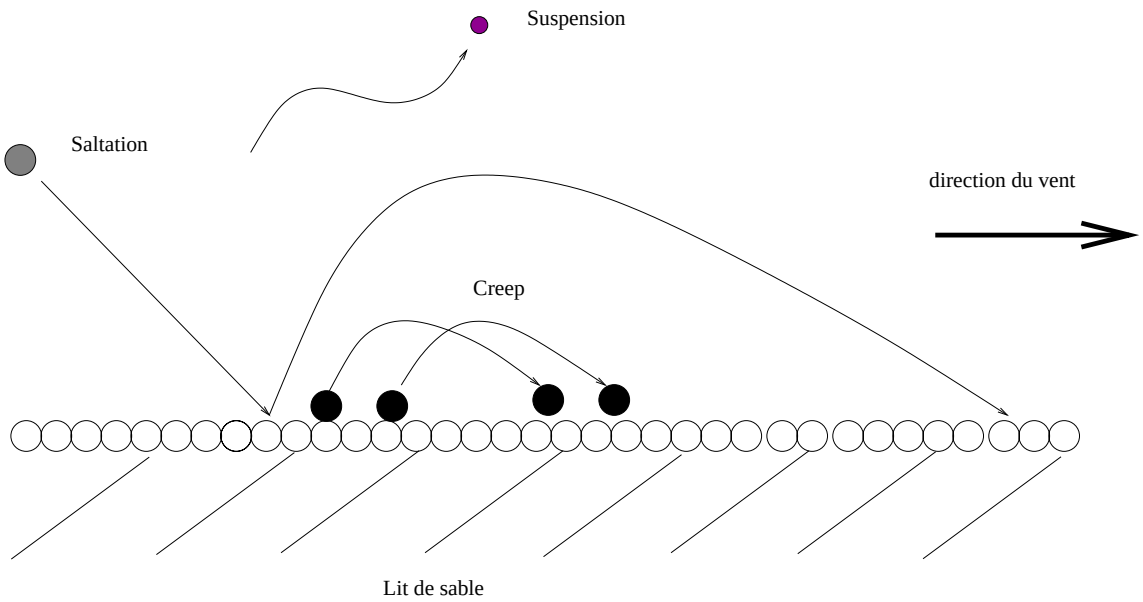

FIG. 1.2 – Les différents modes de transport éolien d'un grain

plorer différentes caractéristiques de la saltation : l'initiation du mouvement d'une part et les propriétés du nuage en saltation d'autre part.

Initiation du mouvement

Selon Bagnold, à partir d'une certaine vitesse de frottement seuil, $V^{\star}_{fluide}$, les grains se mettent en mouvement : ils roulent puis rebondissent en faisant des petits sauts de hauteur de plus en plus grande à chaque rebond puis finissent par acquérir suffisamment d'énergie pour entrer en saltation. On peut évaluer cette vitesse seuil en faisant le bilan des forces agissant sur les grains. Bagnold suppose qu'un grain immobile est soumis à deux forces : la force de trainée $\overrightarrow{F_D}$ et le poids apparent $\overrightarrow{P}$ du grain, de norme :

$$F_D = C_D \rho_a d^2 V^{\star 2} \ , \ \ P = (\pi/6)(\rho_p - \rho_a) g d^3 \tag{1.10}$$

C_D est fonction du nombre de Reynolds lié à la particule, $R^{\star}_p$, défini par : $R^{\star}_p = V^{\star} d/\nu$ (où l'on a pris comme vitesse caractéristique du fluide la vitesse de frottement $V^{\star}$). On peut aussi tenir compte de la force de portance (que Bagnold néglige dans son raisonnement), de module :

$$F_L = C_L \rho_a d^2 V^{\star 2} \tag{1.11}$$

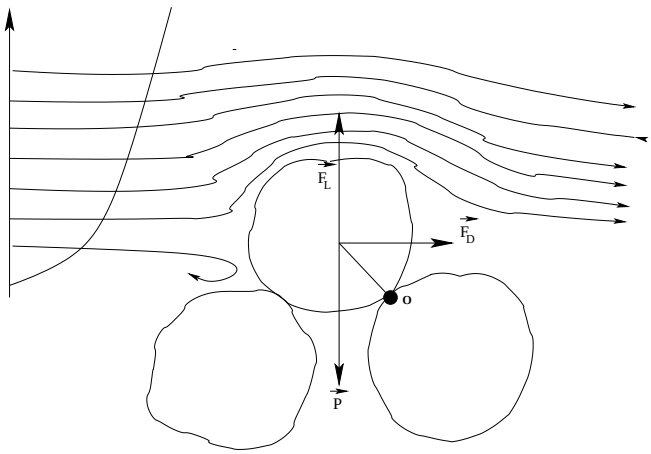

FIG. 1.3 – Grain de sable à son seuil d'envol

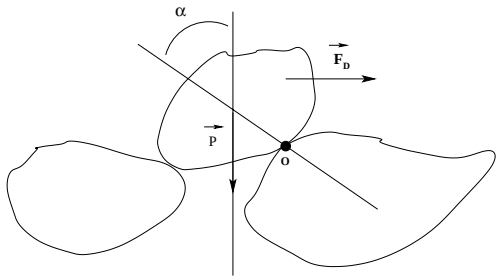

FIG. 1.4 – Grain à la limite de l'envol selon Bagnold

Le seuil de mise en mouvement des grains est obtenu quand les moments des forces autour du point de pivotement (voir 1.3) s'équilibrent :

$$(d/2)F_D + (d/2)F_L = (d/2)P\,. \tag{1.12}$$

On en déduit alors une vitesse seuil de la forme :

$$V^{\star}_{fluide} = A(R^{\star}_p)\sqrt{\frac{(\rho_p - \rho_a)gd}{\rho_a}} \tag{1.13}$$

$V^{\star}_{fluide}$ est appelée vitesse seuil fluide. A est un coefficient qui dépend du nombre de Reynolds particulaire $R^{\star}_p$. A est pratiquement constant lorsque le nombre de Reynolds $R^{\star}_p$ est grand devant 1. Pour du sable dunaire de diamètre de $d \approx 0,02\,cm$, la vitesse seuil de mise en mouvement est d'environ $0,2\,m/s$.

Importance de l'impact

Afin de mettre en évidence l'importance du processus d'impact des grains en saltation sur le lit de grains, la collision nécessaire pour perpétuer le mouvement des grains en saltation ainsi que le mouvement des grains par creep à basse énergie, Bagnold a réalisé des expériences en soufflerie. Des grains sont lâchés d'une certaine hauteur, dans une veine d'écoulement dont le sol est tapissé de grains. Le mouvement des grains est analysé en fonction de la vitesse de l'écoulement à l'entrée de la soufflerie. Pour des faibles valeurs de la vitesse de frottement $V^\star$, les grains lâchés entrent en collision avec le lit mais n'ont pas assez d'énergie pour éjecter d'autres grains du lit et finissent par s'arrêter après quelques rebonds.

Au-delà d'une valeur seuil, que l'on appellera $V^\star_{impact}$, les grains lachés dans l'écoulement non seulement poursuivent leur mouvement par saut jusqu'au bout de la veine mais mettent aussi en mouvement d'autres grains du lit à chaque rebond. Cette vitesse seuil $V^\star_{impact}$ est inférieure à la vitesse seuil fluide $V^\star_{fluide}$ nécessaire pour la mise en mouvement des grains par l'action directe de l'écoulement. Bagnold trouve $V^\star_{impact} \approx 0,8V^\star_{fluide}$. Cette expérience cruciale met ainsi en évidence l'existence d'un régime de transport éolien assuré par l'impact des grains en saltation sur le lit et non par entraînement direct des grains sous l'effet du vent[4].

Profil du vent en présence de saltation

Les études en soufflerie ont également permis d'étudier la modification du profil de la vitesse du vent suite à la présence des grains en saltation. Ces résultats mettent en évidence la perturbation considérable du profil du vent qui subit un effet de freinage. La figure 1.5 représente les différents profils de vitesse verticale en l'absence et en présence de saltation.

En l'absence de saltation, le profil de vitesse sur le lit rugueux est logarithmique. En représentation semi-logarithmique, les profils sont des droites qui convergent toutes en un point commun qui se trouve à une hauteur k au-dessus du lit, là où la vitesse s'annule.

[4] Ceci constitue la différence fondamentale avec ce qui se passe dans le cas du transport hydrodynamique où l'impact est inefficace pour mettre les grains en mouvement.

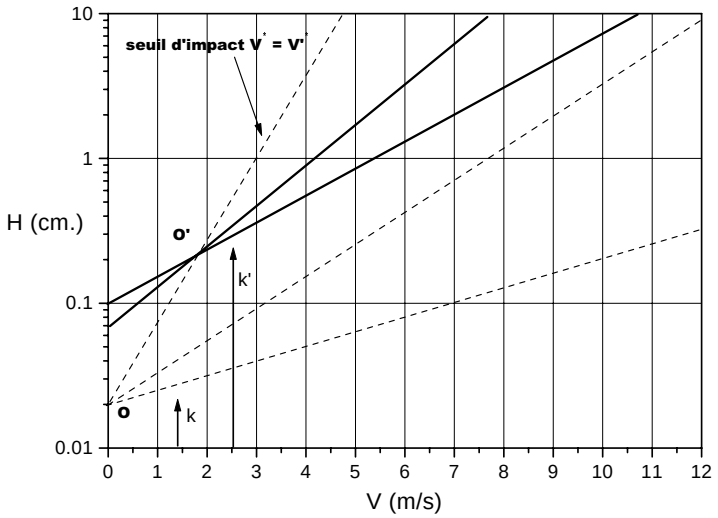

FIG. 1.5 – Profil de vitesse de l'écoulement, en coordonnées semi-logarithmiques, en présence d'un nuage en saltation (courbe en pointillés) et en l'absence de nuage en saltation (courbe continue)

k représente la rugosité effective du lit.

En présence d'un nuage en saltation, on observe un nouveau point de rencontre qui se trouve à une altitude k'. A cette hauteur, la vitesse est égale à V_t. Celle-ci correspond à la vitesse prise par l'écoulement à la hauteur k' lorsque la vitesse de frottement $V^\star$ est égale à la vitesse seuil d'impact $V^\star_{impact}$. Quelle que soit la contrainte de cisaillement imposée à l'entrée de la soufflerie, la vitesse du vent à la hauteur k' dans le nuage en saltation est toujours la même et égale à V_t. Pour des hauteurs inférieures à k', la vitesse du vent est d'autant plus faible que le cisaillement imposé à l'entrée est important. Ceci confirme que l'entraînement aérodynamique est mineur comparativement à l'entraînement sous l'effet des impacts.

Trajectoire d'un grain en saltation

Une trajectoire moyenne d'un grain en saltation peut être définie (figure1.6), caractérisée par une hauteur moyenne et une portée moyenne. Ces quantités peuvent être estimées à partir de considérations très simples. Selon les observations de Bagnold en soufflerie, les

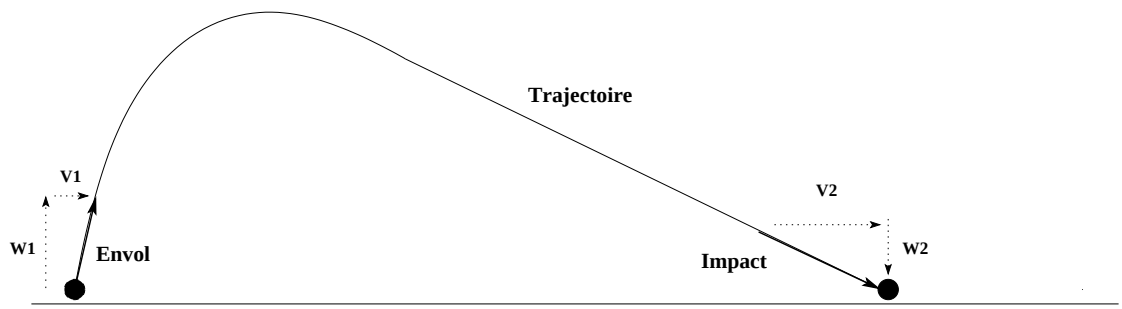

FIG. 1.6 – Trajectoire caractéristique décrite par un grain en saltation

grains décollent quasi-perpendiculairement au lit (vitesse horizontale faible) et l'angle d'atterrissage mesuré varie peu avec la vitesse de l'écoulement (il est de l'ordre de 10° à 16°). On peut définir une trajectoire moyenne d'un grain en saltation par une hauteur moyenne et une portée moyenne (voir figure 1.6). Ces caractéristiques peuvent être estimées à partir de considérations très simples. Si un grain en saltation décolle avec une vitesse verticale W_1, on peut estimer la hauteur h_s atteinte par le grain et son temps de vol t_v :

$$h_s = \frac{W_1^2}{2g}\ , \quad t_v = \frac{2W_1}{g} \tag{1.14}$$

Dans ces calculs, on néglige la composante verticale de la force de trainée.

Le grain, au cours de son vol, est emporté par le vent et atteint progressivement une vitesse horizontale comparable à $V^\star$. La vitesse horizontale d'atterrissage V_2 du grain est donc de l'ordre de $V^\star$. Si l'on néglige la vitesse horizontale V_1 de décollage et que l'on suppose que le grain atteint rapidement la vitesse $V^\star$, on peut estimer la longueur de saut :

$$l_s \approx V^\star t_v \approx \frac{2W_1 V^\star}{g} \tag{1.15}$$

Cette expression n'est valable que si le grain a eu suffisamment de temps pour équilibrer sa vitesse avec celle du vent. Si l'on retourne au simple problème d'un grain se déplaçant avec une vitesse relative v par rapport à l'air et subissant une force de frottement $\rho_a d^2 v^2$, nous arrivons à un équilibre après une distance

$$l_e = d\frac{\rho_p}{\rho_a}\ . \tag{1.16}$$

Cette longueur d'équilibre est de l'ordre de $10\,cm$ pour des grains de diamètre $d = 100\,\mu m$. L'expression établie pour la portée du saut l_s n'est justifiée que si $l_s \gg l_e$. Lorsque $l_s < l_e$, on ne parle plus de saltation.

Pour aller plus loin dans le raisonnement, Bagnold fait l'hypothèse supplémentaire que la vitesse verticale de décollage est proportionnelle à la vitesse horizontale d'atterrissage, soit :

$$W_1 \approx BV_2 \approx BV^\star \tag{1.17}$$

où B est une constante de l'ordre de $0,1$ et correspond à la tangente de l'angle d'atterrissage. On peut alors estimer la portée et la hauteur du saut en fonction de la vitesse de l'écoulement $V^\star$:

$$l_s \approx B\frac{V^{\star 2}}{g}\,, \quad h_s \approx B^2\frac{V^{\star 2}}{g} \tag{1.18}$$

Loi de transport

En exploitant les caractéristiques trouvées pour les grains en saltation, on peut évaluer le flux de grains en saltation transportés par le vent. L'impulsion extraite du vent par un grain, par unité de longueur, est :

$$\Delta p = \frac{m}{l_s}(V_2 - V_1) \sim \frac{m}{l_s}V_2 \tag{1.19}$$

où m est la masse du grain. Un flux de grains q_s extrait donc, par unité de surface et de temps, une impulsion $q_s \times V_2/l$ équivalent à une force de frottement par unité de surface. Dans un régime établi de saltation, Bagnold suppose que la contrainte totale supportée par les grains τ_{grain} est égale à la contrainte de cisaillement tangentielle aérodynamique calculée en l'absence de grains τ_t :

$$\tau_{grain} = \tau_t = \rho_a V^{\star 2} \tag{1.20}$$

Ceci revient à dire que la contrainte résiduelle exercée par le vent à la surface du lit de grains est nulle. En disant que $V_2 \approx V^\star$ et en utilisant l'expression de l_s établie précédemment, on aboutit à la relation suivante :

$$q_s \approx \frac{B\,\rho_a V^{*3}}{g} \tag{1.21}$$

Cette dépendance cubique du flux de grains en saltation avec la vitesse de frottement a été relativement bien vérifiée loin du seuil de mise en mouvement des grains.

1.2.3 Conclusion

Bagnold a montré que la saltation des grains dans l'air est assurée par un mécanisme d'impact des grains en saltation avec le lit qui permet l'éjection d'autres grains. Le décollement des grains à la surface par l'action directe du fluide est important pour initier le processus de transport mais est négligeable une fois le transport par saltation établi. En présence d'un nuage de grains en saltation, une forte friction est ressentie par le vent dont le profil de vitesse est modifié. En régime d'équilibre, la contrainte de cisaillement imposée par le vent est égale à la contrainte exercée par le nuage en saltation sur le vent. A une certaine hauteur $k^{'}$ de la surface dans le nuage en saltation, la vitesse du fluide est indépendante de la force du vent imposée. A partir d'hypothèses simples sur la trajectoire caractéristique d'un grain en saltation, il établit une dépendance cubique du flux de grains en saltation q_s avec la vitesse de frottement $V^{\star}$. Des progrès importants dans la compréhension du phénomène de saltation sont intervenus depuis Bagnold (Bagnold, 1941) et ont permis de préciser et d'approfondir certains points.

Dans la section suivante, nous faisons une synthèse des travaux postérieurs à Bagnold. Par ailleurs, nous nous attarderons sur les développements récents concernant le processus de collision qui est au coeur de ce travail de thèse.

1.3 Développements depuis Bagnold

La vision de Bagnold (Bagnold, 1941) sur la saltation comme d'un nuage de grains qui se déplace au dessus du lit de sable, les grains regagnant l'énergie perdue au rebond grâce au vent, a servi de socle pour les développements ultérieurs mais a été remaniée sur certains points importants. Anderson a précisé la définition du mouvement par saltation. La saltation est définie comme le mode de transport des grains capables de rebondir ou d'éjecter d'autres grains par collision. De manière schématique, la population des grains en

saltation peut ainsi être représentée comme l'ensemble des grains qui se déplacent à grande vitesse, le long de la surface. Nous présentons, ici, les éléments de compréhension qui ont été apportés depuis Bagnold concernant chaque étape du transport éolien.

1.3.1 Initiation du mouvement par saltation

Si la vitesse de frottement de l'air $V^\star$ est suffisamment grande (i.e., $V^\star > V^\star_{fluide}$), certains grains, en particulier les plus exposés, sont mis en mouvement. Selon Bagnold, ils se mettent d'abord à rouler sur la surface puis effectuent des sauts de hauteur de plus en plus grandes. Cependant, certaines expériences ont montré que, pendant l'écoulement turbulent, apparaissent de larges variations de la vitesse instantanée de l'écoulement et de la pression, capables de produire pendant un bref instant une force de portance suffisante pour soulever les grains de la surface (Williams, 1989). La perturbation initiale serait reliée à une agitation brutale du fluide (Williams, 1989). Ces larges fluctuations ou bouffées tourbillonnaires, pourraient être une manifestation d'une instabilité de la sous-couche visqueuse dans la couche limite turbulente (Kline et al., 1967). La vision concurrente de Bagnold est donc celle de grains qui vibrent autour d'une position fixe avant d'être arrachés du lit puis qui entrent directement en saltation (Bisal et Nielsen, 1962).

En pratique, la vitesse seuil du vent permettant la mise en mouvement des grains est difficile à déterminer expérimentalement car elle dépend de nombreux paramètres, pas forcément tous identifiables. Selon de récents travaux, le délogement d'un grain dépend non seulement de sa susceptibilité (taille, forme, positionnement par rapport au lit) mais aussi des pics turbulents de vitesse près du lit (Nickling, 1988).

La vitesse seuil de mise en mouvement peut s'écrire, de manière générale, comme on l'a vu avec Bagnold : le calcul de Bagnold pour l'estimation de la vitesse seuil de mise en mouvement peut être amélioré en prenant en compte la force de portance $\overrightarrow{F_L}$, en plus de la force de frottement $\overrightarrow{F_D}$ et du poids $\overrightarrow{P}$ agissant sur le grain. On aboutit à une expression similaire pour la vitesse seuil de frottement que l'on rappelle ici :

$$V^\star_{fluide} = A(R^\star_p)\sqrt{\frac{(\rho_g - \rho_a)}{\rho_a} gd} \tag{1.22}$$

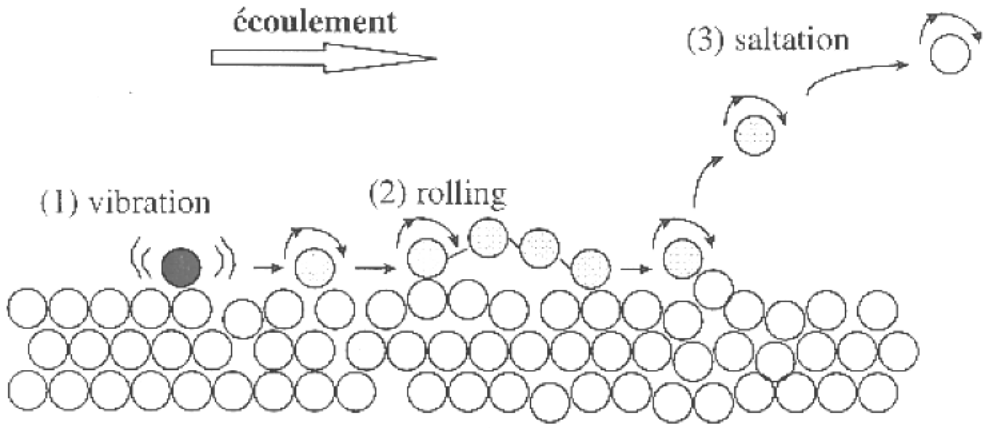

FIG. 1.7 – Les différents modes de décollage possibles du grain

où A est un coefficient qui dépend essentiellement du nombre de Reynolds particulaire $R_p^\star$ mais aussi d'autres paramètres comme la forme des grains. Cette relation (1.22) sert de référence pour tous les travaux concernant le seuil d'envol. Il s'agit alors d'arriver à déterminer la dépendance de A avec les différents paramètres du problème (pour plus de détails, on pourra se référer aux travaux de Chepil et Iversen (Chepil, 1945; Iversen et White, 1982; Iversen et al., 1987)). Récemment, une étude sur l'influence du rayonnement solaire et de l'intensité de la turbulence sur le seuil d'envol a été entreprise en soufflerie par l'équipe de Hassan Peerhossaini à Nantes (Pajot, 2001).

Après le décollage, les grains subissent la force de friction du vent et sont accélérés. Certains d'entre eux auront acquis suffisamment d'énergie au cours de leur vol pour rebondir ou éjecter d'autres grains, lors de leur collision avec le lit de grains. La capacité moyenne de remplacement est définie comme le nombre moyen de grains en saltation, les grains au rebond comme les éjectats résultant d'un impact. La capacité moyenne de remplacement est en moyenne, supérieure à 1 : le nombre de grains mis en mouvement croit, alors, de manière exponentielle, au début du processus.

1.3.2 Trajectoire d'un grain en saltation

Pour calculer exactement la trajectoire d'un grain en saltation, il faut expliciter l'équation du mouvement du grain en considérant l'action des trois forces préalablement citées : le poids du grain, la force de trainée et la force de portance. En projetant l'équation du mouvement d'un grain dans l'air, on obtient :

$$\rho_g d^3 \frac{dV_p}{dt} = -C_D \rho_a d^2 V_r (V - V_p) + C_L \rho_a d^2 V_r W_p \tag{1.23}$$

$$\rho_g d^3 \frac{dW_p}{dt} = -(\rho_g - \rho_a) d^3 - C_D \rho_a d^2 V_r W_p - C_L \rho_a d^2 V_r (V - V_p) \tag{1.24}$$

où V est la vitesse horizontale de l'air, V_p et W_p sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse du grain. Enfin V_r est la norme de la vitesse relative du grain par rapport au vent : $V_r = \sqrt{(V - V_p)^2 + (W_p)^2}$

On a deux équations non linéaires couplées pour lesquelles une solution analytique n'apparaît pas possible. Il est cependant possible de dériver des solutions approchées, moyennant les hypothèses suivantes.

(i) La force de portance est négligée (cette force ne joue probablement un rôle que sur une zone très proche de la surface où la différence de vitesse entre le bas et le haut du grain est importante).

(ii) La vitesse du vent est supposée indépendante de l'altitude z et sera prise égale à $V^\star$.

(iii) Enfin, on suppose que la vitesse horizontale du grain s'équilibre immédiatement avec la vitesse de l'écoulement ($V_p \sim V^\star$).

A partir de ces hypothèses, on peut facilement déterminer la hauteur h_s, la portée l_s et l'angle d'incidence α de la trajectoire d'un grain en saltation :

$$h_s = \frac{W_\infty^2}{2g} ln(1 + \frac{W_0^2}{W_\infty^2} \tag{1.25}$$

$$l_s = V^\star t_v \tag{1.26}$$

$$\tan \alpha = \frac{W_\infty}{V^\star \sqrt{1 + W_\infty^2 / W_0^2}} \tag{1.27}$$

W_0 est la vitesse de décollage, $W_\infty = \sqrt{(\rho_g - \rho_a)gd/C_D\rho_a}$ la vitesse terminale de chute d'un grain dans l'air, et t_v est le temps de vol qui s'exprime de la manière suivante :

$$t_v = \frac{W_\infty}{g}\left[\arctan(\frac{W_0}{W_\infty}) + \ln(\sqrt{1+\frac{W_0^2}{W_\infty^2}} + \frac{W_0}{W_\infty})\right] \tag{1.28}$$

Pour des grains de sable d'un diamètre de $200\,\mu m$, la vitesse terminale de chute est de l'ordre de $1m/s$. La vitesse de décollage W_0 correspond à la vitesse des grains en saltation juste après leur rebond sur le lit de grains. Dans le régime établi de saltation, cette vitesse est de l'ordre de quelques mètres par seconde. dès lors que les grains en saltation ont été capables d'extraire l'énergie du vent pendant leur vol. Dans la limite où W_0 est plus grand que W_∞, on déduit les expressions simplifiées suivantes :

$$h_s = \frac{W_0^2}{2g}\frac{\ln(W_0^2/W_\infty^2)}{W_0^2/W_\infty^2} \tag{1.29}$$

$$l_s = \frac{2V^\star W_0}{g}\frac{\ln(2W_0/W_\infty)}{2W_0/W_\infty} \tag{1.30}$$

$$\tan\alpha = \frac{W_\infty}{V^\star} \tag{1.31}$$

On trouve les mêmes expressions que celles dérivées par Bagnold avec des facteurs correctifs légèrement inférieurs à 1. Ceci s'explique par le fait qu'on tient compte du frottement vertical de l'air sur les grains. Si on prend $W_0 = 2,5\,m/s$ et $V^\star = 5\,m/s$, on trouve $h_s \approx 10\,cm$, $l \approx 80\,cm$ et $\alpha \approx 12°$ pour des grains de taille $d \approx 200\,\mu m$.

1.3.3 Les différents modes de transport

A la suite de Bagnold, différents auteurs ont affiné la description des différents modes de transport.

Anderson (Anderson et Haff, 1988) a précisé la définition du mouvement par saltation. La saltation est définie comme le mode de transport des grains capables de rebondir ou d'éjecter d'autres grains par collision. De manière schématique, la population des grains en saltation peut ainsi être représentée comme l'ensemble des grains qui se déplacent à grande vitesse, le long de la surface. Lorsque les grains en saltation heurtent la surface, ils éjectent

un certain nombre de grains à basse énergie dont la vitesse, lors de l'impact, est si faible qu'ils sont incapables de rebondir ou d'éjecter d'autres grains. Ungar et Haff (Ungar et Haff, 1987) ont proposé le nom de *reptation* pour ce type de mouvement. Parmi les grains éjectés lors de l'impact, certains atteignent une altitude suffisamment grande (i.e., là où la vitesse du vent est significative) et peuvent ainsi gagner assez d'énergie pour rebondir plusieurs fois et entrer éventuellement en saltation.

La *reptation*, telle que l'on vient de la définir, coincide en fait avec le mouvement par *creep* défini par Bagnold. Mais, de nombreux auteurs ont redéfini le "*creep*" de manière plus restrictive en considérant qu'il est lié uniquement aux petits réarrangements locaux des grains au sein du lit suite aux impacts. Selon cette définition, le mouvement par "*creep*" ne contribue que très faiblement au flux. Par contre, les grains en reptation jouent un rôle important car d'une part, ils constituent une contribution non négligeable aux flux, et d'autre part, certains d'entre eux peuvent potentiellement entrer en saltation.

La différence, en pratique, entre un grain en saltation et en reptation n'est pas forcément évidente. Un grain en reptation peut avoir une probabilité non nulle de rebondir ou d'éjecter d'autres grains (c'est le cas dans le régime transitoire avant d'atteindre un régime d'équilibre de saltation comme on va le voir dans le prochain paragraphe). Ainsi, certains auteurs (Terzidis et al., 1998) ignorent la distinction entre les grains en reptation et les grains en saltation en imaginant un spectre continu en énergie pour les grains éjectés du lit. Toutefois, les expériences montrent, comme on le verra plus loin, qu'il existe une grande différence en terme d'énergie : il y a en effet un ordre de grandeur de différence entre la vitesse de rebond d'un grain en saltation et la vitesse de décollage d'un grain éjecté.

Les impacts des grains en saltation sur le lit de grains jouent un rôle crucial dans le transport éolien. Ces événements sont de nature stochastique et ne peuvent être décrits qu'en terme de loi de probabilité qui dépend de l'impulsion du grain incident. Ungar et Haff (Ungar et Haff, 1987) décrivent l'effet d'une collision d'un grain sur un lit de grains par une fonction "*splash*" $S(\vec{V_i}, \vec{V_0})$: c'est le nombre moyen de grains qui quittent le lit avec une vitesse $\vec{V_0}$ donnée, suite à l'impact d'un grain ayant une vitesse $\vec{V_i}$. Plus généralement,

on parle de loi "splash" pour désigner l'ensemble des probabilités des évènements qui interviennent lors de la collision (piégeage, distribution des vitesses d'éjection ...). Nous reviendrons, en détail, sur ces lois de collision dans la section suivante.

1.3.4 Etat d'équilibre de saltation

Dans les premiers instants où le vent se met à souffler, les grains sont accélérés par celui-ci. Certains d'entre eux auront acquis suffisamment d'énergie, au cours de leur vol, pour rebondir et éjecter d'autres grains qui, à leur tour, seront mis en saltation. On définit la capacité moyenne de remplacement comme le nombre de grains mis en saltation, suite à un impact. Dans les premiers instants du processus de mise en mouvement des grains, la capacité moyenne de remplacement est, en moyenne, supérieure à 1 : le nombre de grains mis en saltation croit, alors, de manière exponentielle. Le flux de grains transportés augmente et la vitesse du vent s'en trouve alors réduite. Les grains en saltation ont alors une impulsion horizontale moindre qu'auparavant et entrent en collision avec le lit de grains à des vitesses plus faibles. Il en résulte une décroissance de la capacité moyenne de remplacement [5]. Lorsque cette capacité moyenne de remplacement chute à une valeur de 1, un état d'équilibre est alors atteint. Dans cet état d'équilibre, la probabilité pour qu'un grain éjecté lors d'un impact rentre en saltation est en moyenne nulle : le nombre de grains en saltation est constant en moyenne. Il est possible qu'en réalité, la capacité moyenne de remplacement soit plus faible : le mécanisme d'impact peut être modifié par le bombardement intensif du lit et les éjections des grains du lit, en raison d'une forte concentration de grains à basse énergie, prés de la surface. Ces effets de collision inter-grains dans le nuage en saltation pourraient avoir une influence considérable sur le flux de grains transportés.

De nombreux auteurs ont tenté de décrire plus précisément cette mise à l'équilibre et l'effet rétro-actif des grains en saltation, sur l'écoulement. On peut décrire l'action des grains sur le vent par une force de frottement effective volumique $F_x(z)$ qui dépend de

[5] Il est implicite, dans ce raisonnement, que la capacité moyenne de remplacement tend à augmenter avec la vitesse d'impact atteinte par les grains en saltation.

l'altitude z. Quand l'état d'équilibre est atteint, cette force doit être contrebalancée par le cisaillement imposé par l'écoulement :

$$\frac{d\tau_t}{dz} + F_x(z) = 0 \tag{1.32}$$

où l'on rappelle que τ_t est la contrainte tangentielle supportée par le vent. En intégrant (1.32) entre z et z_{max} (où z_{max} est la hauteur maximale atteinte par les grains en saltation), on obtient :

$$\tau_t(z) + \tau_{grain}(z) = \tau_t(z_{max}) \tag{1.33}$$

avec

$$\tau_{grain}(z) = \int_{z_{max}}^{z} F_x(z)\, dz$$

où τ_{grain} représente la contrainte de frottement effective exercée par les grains à l'altitude z. $\tau_t(z_{max})$ est la contrainte exercée par le vent, dans la couche logarithmique, au-dessus du nuage de grains en saltation et vaut donc $\tau_t(z_{max}) = \rho_a V^{\star 2}$. La contrainte résiduelle du vent à la surface du lit de sable s'écrit alors :

$$\tau_{surface} = \rho_a V^{\star 2} - \tau_{grain}(z = 0)$$

La valeur donnée à $\tau_{surface}$ dépend des auteurs et reste l'objet de discussions. Bagnold (Bagnold, 1941) suppose que la contrainte résiduelle $\tau_{surface}$ est nulle de sorte que $\tau_{grain} = \rho_a V^{\star 2}$ en $z = 0$. Owen (Owen, 1964) choisit une valeur de la contrainte résiduelle égale à la contrainte seuil d'impact : $\tau_{surface} = \tau_{impact}$ (nous rappelons que la contrainte seuil d'impact est liée à la vitesse seuil d'impact par $\tau_{impact} = \rho_a V_{impact}^2$). Certaines estimations analytiques ou numériques proposent des valeurs différentes.

Différents modèles ont été élaborés pour décrire cet état d'équilibre de saltation, il y a eu d'abord des modèles analytiques (Ungar et Haff, 1987) puis numériques (Anderson et Haff, 1988; Werner, 1990; Anderson et Haff, 1991; McEwan et Willets, 1991) qui reproduisent qualitativement correctement les caractéristiques de la saltation. Ungar et Haff (Ungar et Haff, 1987) ont, les premiers, développé une approche qui combine le processus de collision, sous une forme élémentaire, et l'effet rétro-actif des grains sur le vent. La

rétro-action étant introduite à partir du calcul de la contrainte supportée par les grains en saltation τ_{grain}. Ces modèles d'autorégulation ont connu leur apogée avec les travaux d'Anderson et Haff (Anderson et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1991), de McEwan et Willets (McEwan et Willets, 1991; McEwan et Willets, 1993) et de Sorensen (Sorensen, 1991) qui intègrent toutes les étapes du transport depuis son initiation (entrainement aérodynamique des grains) jusqu'à son régime d'équilibre. Ces modèles suivent tous le même principe qui peut se résumer de la façon suivante :

- on introduit un profil de vitesse initial (logarithmique) et une distribution initiale de vitesses pour les grains en saltation,
- on calcule la trajectoire des grains dans l'écoulement,
- on en déduit $\tau_{grain}(z)$ puis on calcule le nouveau cisaillement imposé par le fluide $\tau_t(z)$ et donc le nouveau profil du vent,
- d'autre part, on déduit les vitesses des grains en saltation en fin de trajectoire au moment de l'impact,
- en utilisant la fonction de splash, on détermine la vitesse de rebond des grains en saltation ainsi que les vitesses de décollage des nouveaux grains éjectés,
- on réitére le processus en calculant les nouvelles trajectoires dans le profil de vent actualisé.

La convergence est obtenue lorsque le profil du vent ne varie plus et l'état d'équilibre obtenu est stable.

1.3.5 Lois de transport

La description microscopique de plus en plus précise des différents modes de transport éolien doit permettre, à terme, d'établir des lois de flux de grains transportés plus réalistes. Ce sont ces lois de flux qui servent ensuite de base aux différents modèles, à plus grande échelle, de formation des dunes. Le flux de sable transporté est une fonction complexe de la vitesse de cisaillement $V^\star$ et des divers paramètres permettant de décrire le transport des grains. Dans des situations hors équilibre, il peut également dépendre de l'histoire.

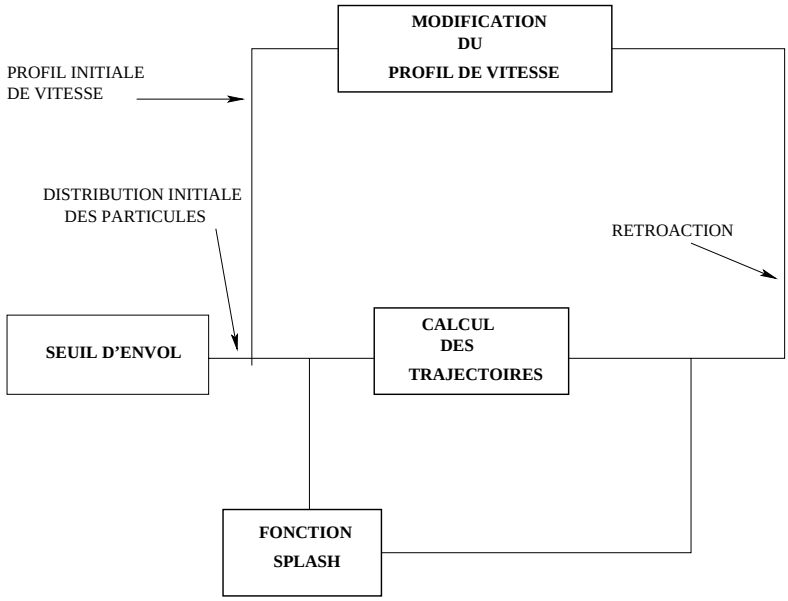

FIG. 1.8 – Principe des modèles d'autorégulation

Nous avons vu, d'après Bagnold, qu'il est possible d'établir une dépendance cubique du flux avec la vitesse de frottement dans un régime établi de saltation où $V^\star \gg V^\star_{fluide}$. Sur la base des études réalisées en soufflerie ou de certaines modélisations de la saltation, d'autres lois tenant compte de l'existence d'un seuil pour la mise en mouvement des grains ont été proposées. On peut citer, par exemple, la formule établie par Lettau et al (Lettau et Lettau, 1978)

$$q_L = B_L \frac{\rho_a}{g} V^{\star 2}(V^\star - V^\star_{fluide}) \tag{1.34}$$

et celle proposée par Sorensen (Sorensen, 1991) :

$$q_S = B_S \frac{\rho_a}{g} V^\star (V^\star - V^\star_{fluide})(V^\star + 7,6\, V^\star_t + 2,05) \tag{1.35}$$

où les vitesses sont exprimées en m/s et les constantes ont comme valeurs :

$B_L = 4.10$, $B_S = 0.48$, $C_B = 1.98$, $C_L = 4.10$ et $C_S = 0.48$.

Certains auteurs (Rasmussen et Mikkelsen, 1991; Sorensen, 1991) montrent effectivement la présence d'un seuil en $V^\star_t$ et une variation comme le cube de la vitesse de frottement $V^\star$ pour des vitesses de frottement éloignées du seuil. Toutefois, un pic d'augmentation importante du flux par rapport à la valeur du flux calculée par Bagnold est observé pour une

vitesse de frottement $V^\star$ proche du seuil $V_t^\star$(Iversen et Rasmussen, 1999) [6]. Certaines corrections ont été apportées à la formulation de Bagnold qui adoucissent la transition autour de la valeur de la vitesse de frottement seuil $V_t^\star$ (Lettau et Lettau, 1978; Sorensen, 1991; Sauermann et al., 2001). Ces expressions doivent néanmoins être maniées avec précautions dans des cas réels où l'équilibre de saltation n'est atteint qu'aprés une certaine longueur de saturation l_s(Andreotti et al., 2001).

1.4 Le "splash"

Dans cette section, nous présentons les différentes études réalisées sur le processus de collision d'un grain sur un lit de grains que l'on désignera par le terme "splash". L'étude du processus de collision a fait l'objet d'une attention particulière à partir des années 1980.

Dans le régime établi de saltation, un flux constant de grains en saltation est transporté sous l'effet de l'écoulement. Au cours de sa trajectoire, un grain en saltation subit une friction aérodynamique dans la direction verticale : sa vitesse verticale est donc plus faible à l'atterrissage qu'au moment où il a décollé. De plus, il perd une partie de son énergie au cours du rebond sur le lit. Comment un grain en saltation peut-il alors perpétuer son déplacement par sauts sans finir par s'arrêter ?

Dans les années 80, des modèles de "saltation successive" (Tsuchiya et Kawata, 1972; Reizes, 1978) sont apparus, dans lesquels l'état d'équilibre de saltation est composé de grains en saltation qui font des bonds successifs sans jamais s'arrêter ni être piégés par le lit. Pour que cette saltation successive puisse s'opérer, une amplification de la vitesse verticale du grain lors de l'impact est nécessaire. Rumpel (Rumpel, 1985) proposa un modèle qui met, effectivement, en évidence une amplification de la vitesse verticale lorsque les grains entrent en collision avec avec une faible incidence (ce qui est en accord avec l'observation expérimentale).

D'autre part, selon les travaux de Bagnold, il était reconnu que le mouvement par

[6] Il semblerait être corrélé à un taux plus faible de collisions entre grains en saltation à la surface pour des vitesses de frottement faibles

reptation est dépendant des délogements effectués lors des collisions des grains en saltation avec le lit. Des études sur le processus d'éjection lors de l'impact des grains en saltation ont été développées dans les années 80. Certains modèles élémentaires de saltation sont apparus (Anderson et Hallet, 1986; Ungar et Haff, 1987), dans lesquelles une description réaliste du processus de splash faisait défaut. C'est pourquoi l'intérêt s'est porté vers le problème de la collision et de la réponse du lit. On peut recenser 3 méthodes d'investigation utilisées :

- des observations directes en soufflerie, (White et Schulz, 1977; Willets et Rice, 1986; Willets et Rice, 1988; Willets et Rice, 1989; MacEwan et al., 1992; Rice et al., 1995; Rice et al., 1996; Napalnis et al., 1993),
- des expériences modèles de choc d'un grain sur un empilement (Mitha et al., 1986; Werner, 1987),
- des simulations numériques. (Werner et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1991).

Nous allons présenter ici les principaux résultats de ces différentes études sur le processus de collision.

1.4.1 Observations en soufflerie

Nous exposons ici les résultats des expériences réalisées en soufflerie qui sont au nombre de 3. Dans ces expériences, la visualisation de la collision est assurée par une caméra rapide ou par un appareil photographique couplé à un stroboscope. Les images obtenues sont à deux dimensions : seules les projections des vitesses et des angles dans un plan vertical et parallèle à la direction de l'écoulement ont été mesurées.

- *White et Schulz*

White et Schulz ont observé les trajectoires de micro-billes de verre en saltation de taille $350 - 710\,\mu m$, à partir d'images à deux dimensions, obtenues par caméra rapide. En raison de la forte densité de grains en surface, ils n'ont pu observer que les trajectoires les plus élevées. Les distributions obtenues pour les angles ainsi que les vitesses d'impact des grains

en saltation suivent plutôt des lois log-normales. L'angle d'impact vaut, en moyenne, 14° avec une dispersion de 3°. Ils trouvent un angle moyen de rebond de 50° avec une grande dispersion de l'ordre 20°. La vitesse moyenne de rebond est de l'ordre de 40% de la vitesse d'impact. Les distributions des angles de rebond et des vitesses de rebond montrent une queue plus allongée aux valeurs élevées. La valeur de la vitesse de rebond maximale est ainsi supérieure à 3 fois la valeur la plus probable. Anderson et Hallet (Anderson et Hallet, 1986) ont utilisé les distributions obtenues par White et Schulz pour la vitesse de rebond des grains en saltation. Compte tenu de la faible résolution pour les trajectoires de faibles vitesse, les vitesses des grains éjectés ne sont pas accessibles. Les auteurs proposent, par ailleurs, une loi de forme exponentielle plutôt qu'une loi gamma en ce qui concerne la distribution de la vitesse de rebond :

$$P(V_r) \sim \frac{1}{0.63V^\star} \exp(-\frac{V_r}{0.63V^\star}) \tag{1.36}$$

$0,63\,V^\star$ correspond à la vitesse moyenne de rebond.

- *Willets et Rice*

Willets et Rice (Willets et Rice, 1986) ont observé la collision de grains de sable naturel en saltation, par caméra rapide, lorsque le nombre de grains se déplaçant par saltation est faible. Ils peuvent, ainsi, observer, à la fois les caractéristiques du grain incident en saltation avant et après le choc, et aussi les caractéristiques des grains éjectés. Il ont pu étudier l'influence de deux paramètres : la taille d des grains (3 échantillons de grains respectivement de diamètre moyen $150 - 250\,\mu m$, $250 - 355\,\mu m$, $355 - 600\,\mu m$ ont été utilisés) et la forme des grains (sable de quartz et sable coquillé).

L'angle d'impact des grains en saltation est de l'ordre de 10°. Il croit légèrement avec la taille des grains, de $9,5°$ à $12,7°$ pour les deux échantillons de taille extrême. Il décroit légèrement pour des grains moins sphériques.

L'angle de rebond, variant de 20° à 40°, décroit avec la taille des grains et est légèrement plus faible pour du sable coquillé.

Le coefficient de restitution effectif pour le grain incident (i.e., le rapport de la vitesse de rebond sur la vitesse d'impact) est de l'ordre de 0.6. Il est plus faible pour du sable

coquillé.

La vitesse de décollage des grains éjectés du lit est de l'ordre de $0.1\,V_i$ (où V_i est la vitesse d'impact), la hauteur h des trajectoires des grains éjectés est de l'ordre de $50\,d$ et diminue légèrement avec la taille des grains. Elle est également plus faible pour du sable coquillé.

L'angle d'éjection est de l'ordre de $50°$. Il est plus faible pour du sable coquillé.

Le nombre moyen de grains éjectés lors d'un impact varie entre 1 et 3 et décroît avec la taille des grains. De plus, il est légèrement plus faible pour les grains coquillés. La majorité des grains éjectés se déplacent dans la direction de l'écoulement mais les auteurs observent que certains grains décollent dans la direction opposée, avec un angle de entre $160 - 180°$ et atteignent une hauteur de l'ordre de quelques diamètres de grains.

Les mêmes auteurs ont étudié l'influence de *l'inclinaison du lit* (Willets et Rice, 1989), entre $0°$ et $15°$, pour une vitesse de frottement $V^\star$ égale à $40\,cm/s$. Ils montrent qu'une augmentation de l'inclinaison du lit modifie les propriétés du rebond du grain en saltation mais laisse inchangées les caractéristiques des grains éjectés. Ce travail trouve sa pertinence dans le cadre des études de la formation des rides éoliennes où les grains en saltation impactent un lit ondulé dont la pente varie d'un point à l'autre.

Ils observent notamment une augmentation du *coefficient de restitution effectif* qui d'une valeur de $0,63$ pour un angle d'inclinaison nul à $0,46$ pour un angle d'inclinaison de $15°$ pour des grains grossiers de diamètre $355\,\mu m < d < 600\,\mu m$.

De même *l'angle moyen de rebond*, mesuré par rapport à la surface du lit, augmente avec l'angle d'inclinaison du lit. La quantité de mouvement perdue lors du choc avec le lit augmente avec l'inclinaison du lit. Ceci suggère une augmentation de l'énergie disponible pour le creep.

Ils ont, enfin, étudié l'effet de la polydispersité des grains du lit en mélangeant des grains de 3 tailles différentes (Rice et al., 1995). Ils ont pu alors étudier l'évolution des propriétés des grains éjectés, selon la taille du grain à l'impact.

Ils ont montré notamment que le *nombre de grains éjectés par collision* augmente avec

la taille du grain impactant, les grains de petite taille étant préférentiellement éjectés. Les plus gros grains sont éjectées à des vitesses ainsi qu'à des angles plus faibles. Par ailleurs, ils ont caractérisé la nature de l'interaction entre le grain en saltation et le lit de grains (Rice et al., 1996). Ils introduisent, à cet effet, une grandeur l_A qui mesure la longueur apparente de contact du grain incident avec le lit : lorsque la taille du grain impactant est inférieure ou de même taille que les grains du lit, le grain incident n'entre en interaction qu'avec un ou deux grains de la couche superficielle du lit. La formation de cratères n'apparaît que lorsque les grains incidents sont de taille supérieure aux grains du lit.

Ils tentent de trouver une corrélation entre les propriétés de l'éjection et l_A : le *nombre de grains éjectés par collision* tend à décroître avec l_A.

- *Napalnis, Hunt et Barrett*

Plus récemment, des mesures concernant les statistiques des vitesses d'impact et de rebond des grains de sable en saltation on été obtenues en soufflerie (Napalnis et al., 1993). Les *angles d'impact* sont compris entre 11° et 14°, les *angles de rebond* entre 30° et 40°. Les distributions des vitesses d'impact et de rebond, ainsi que celle des longueurs de trajectoire sont indépendantes de la taille des grains comprise entre $118\,\mu m$ et $188\,\mu m$. La vitesse moyenne de rebond apparaît proportionnelle à la vitesse de frottement du vent, comme Bagnold (Bagnold, 1941) l'avait suggéré, elle est indépendante de la taille des grains.

On peut synthétiser l'ensemble des résultats obtenus en soufflerie dans les 2 tableaux suivants :

Propriétés des grains en saltation					
Auteurs	Taille des grains	Vitesse d'impact V_i	Angle d'impact	Vitesse de rebond	Angle de rebond
White et Schulz	$350 - 710\,\mu m$	$160\,cm/s$	14°	0,4 V_i	50°
Willets et Rice	$150 - 600\,\mu m$	$400\,cm/s$	$9 - 12°$	$0,6V_i$	$20 - 40°$
Napalnis, Hunt et Barrett	$100 - 200\,\mu m$		$11 - 14°$		$30 - 40°$

Propriétés des grains éjectés		
Auteurs	Vitesse d'éjection	Angle d'éjection
Willets et Rice	$0,1\,V_i$	$50°$

1.4.2 Expériences modèles de collision

Nous présentons maintenant les résultats issus d'études expérimentales modèles, de collision d'une bille sur un empilement de billes, en l'absence d'écoulement aérodynamique. A notre connaissance, il en existe deux, celle de Werner (Werner, 1990) et de Mitha (Mitha et al., 1986).

- *Werner et al*

Werner a étudié le phénomène de collision pour des angles faibles (Werner, 1987) dans le but de valider ses simulations sur le processus d'impact et d'intégrer dans son modèle des données réalistes de la fonction de splash (Werner, 1990). Il utilise un canon pour propulser des grains de sable individuels sur un lit de sable à des vitesses allant jusqu'à $1200\,cm/s$, suivant des angles d'impacts compris entre $10°$ et $20°$. La taille des grains de sable utilisés est comprise entre 710 et $850\,\mu m$.

En ce qui concerne le grain incident, le *coefficient de restitution effectif* semble indépendant de la vitesse incidente, pour un angle d'impact de $15°$ et la valeur moyenne de la restitution normale est égale à $0,82$. Il observe, de plus, que la *distribution des vitesses d'éjection des grains* est pratiquement indépendante de l'angle incident et de la vitesse incidente. Enfin, il trouve une dépendance linéaire du *nombre de grains éjectés* N_{ej} avec la vitesse d'impact : au-dessus d'une vitesse verticale seuil de l'ordre de $20\,cm/s$, de type :

$$N_{ej} = p(V_i - V_{io}) \tag{1.37}$$

avec $p \approx 1,8\sin(\theta_i)$ et $V_{io} = 1,6\,m/s$ où θ_i est l'angle d'impact. V_{io} correspond à la vitesse incidente seuil, au-dessous de laquelle il n'y a pas d'éjection.

- *Mitha et al*

Des expériences modèles d'impact à haute vitesse (de l'ordre de $20\,m/s$) sur un empilement désordonné tri-dimensionnel de sphères identiques ont été réalisées par Mitha et ses

collaborateurs (Mitha et al., 1986). Les billes utilisées sont en acier de diamètre $d = 4mm$ et de densité $7,9$. La vitesse d'impact a été choisie à partir de l'estimation du nombre de Froude F_r, défini comme le rapport de l'énergie cinétique d'impact sur l'énergie potentielle, nécessaire pour soulever une bille d'une hauteur égale à son diamètre : $F_r = V_i^2/gd$. En évaluant la valeur de F_r lors du transport éolien dans le désert, Mitha et al en déduisent une vitesse d'impact de l'ordre de $20\,m/s$. Les trajectoires des billes sont obtenues, par stroboscopie, à partir de photographies de la collision. Les auteurs ont étudié principalement la dépendance du processus de collision avec l'angle d'impact. Le *coefficient de restitution normale effectif* pour la bille incidente décroît avec l'angle d'impact. Elle est de l'ordre de $0,3$ à $31°$ à $0,7$ à $17°$.

Le *nombre de grains éjectés* est trouvé indépendant de l'angle d'impact pour des angles compris entre 17 et 31°. D'autre part, la *vitesse verticale moyenne* de décollage des grains éjectés est de l'ordre de $3\sqrt{gd}$, elle est indépendante de l'angle d'impact. Enfin *la hauteur moyenne* des sauts des grains éjectés est de l'ordre de $2d$. La distribution des hauteurs de trajectoire montre une décroissance lente pour les grandes hauteurs $h \sim 30d$. Les auteurs ne précisent pas d'évolution particulière avec l'angle d'impact.

1.4.3 Simulations numériques

Nous présentons enfin les études numériques réalisées sur le processus de collision. Nous connaissons trois auteurs à y avoir contribués, à savoir Werner, Haff et Anderson dont nous exposons ici les principaux résultats.

- *Werner et Haff* (Werner et Haff, 1988)

Werner et Haff ont développé une simulation à deux dimensions de l'impact d'une bille sur un empilement cristallin de mêmes billes. L'algorithme utilisé est de type dynamique moléculaire. Les interactions entre billes sont modélisées par une interaction visco-élastique aussi bien selon la direction normale que la direction tangentielle.

Ils trouvent que la collision de la bille incidente avec l'empilement ne fait intervenir qu'une bille, voire deux, de la couche superficielle. En outre, ils mettent en évidence l'im-

portance de la géométrie de la couche de billes, en surface : les grains, qui n'ont qu'une bille voisine, sont éjectés avec une vitesse plus grande et décollent avec des angles plus faibles que les billes ayant deux voisines.

- *Anderson et Haff* (Anderson et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1991)

Le processus de splash a été également simulé par Anderson et Haff par une technique de dynamique moléculaire (Anderson et Haff, 1988). Ils ont étudié le cas d'un collision d'une bille sur un empilement 2D désordonné. Les forces d'interactions normales entre billes sont de type visco-élastique (caractérisées par un coefficient de restitution $\epsilon = 0,7$) et les forces tangentielles obéissent aux lois de frottement de Coulomb (avec un coefficient de frottement $\mu = 0,5$).

Dans leurs premières simulations, ils ont pris des billes de diamètre $d = 1\,mm$. Les vitesses d'impact ont été choisies entre 0 et $8\,m/s$ et les angles d'impact entre 8 et 15°. Ils trouvent que la bille incidente rebondit sans être piégée par l'empilement avec une probabilité égale à $0,95$. *Le coefficient de restitution effectif* pour la bille incidente a été trouvé indépendant de la vitesse d'impact. Par ailleurs, Anderson et al proposent une loi de distribution gaussienne pour la vitesse de rebond :

$$P(V_r) = \frac{\alpha_r}{\sqrt{2\pi}\gamma_r V_i} \exp\left[-\frac{(V_r - d_r V_i)^2}{2(\gamma_r V_i)^2}\right] \tag{1.38}$$

avec $\alpha_r = 0,95$, $d_r = 0,59$ et $\gamma_r = 0,12$. *L'angle de rebond moyen* varie entre 30 et 40°, il est peu sensible à la vitesse d'impact.

Le nombre de grains éjectés N_{ej} augmente linéairement avec la vitesse d'impact :

$$N_{ej} = \beta_1 V_i$$

avec $\beta_1 \approx 0,57 s.m^{-1}$. D'autre part, *La vitesse d'éjection moyenne*, V_{ej}, augmente linéairement avec la vitesse d'impact :

$$V_{ej} = \gamma V_i$$

avec $\gamma = 0.1$. La loi de probabilité donnant le nombre de grains éjectés à une vitesse V_{ej}

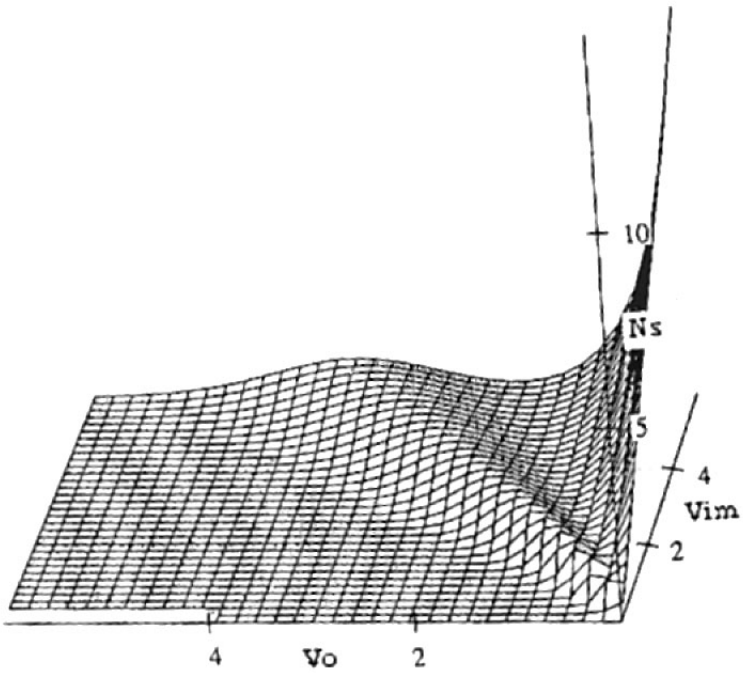

FIG. 1.9 – La fonction splash calculée par Anderson et al

donnée suit une loi exponentielle :

$$N_{ej}(V_{ej}) = \alpha_s V_i (1/d_s V_i) \exp[-V_{ej}/d_s V_i] \tag{1.39}$$

avec $\alpha_s = 0,6\ s.m^{-1}$ et $d_s = 0,1$. De plus, *l'angle moyen d'éjection* varie entre 60 et 70°. Ils trouvent enfin une faible dépendance des propriétés des grains éjectés avec l'angle d'impact (l'angle d'impact variant entre 8 et 15°).

Ces simulations ont été étendues au cas de billes de diamètre plus petit entre 200 et 300 μm (Anderson et Haff, 1991). La fonction de splash apparaît peu sensible au coefficient de restitution binaire ϵ de la simulation ainsi qu'au coefficient de friction μ entre billes. Par contre, il semble que la taille des billes soit un paramètre important puisque que les lois trouvées, surtout pour les grains éjectés, diffèrent de celles obtenues pour des billes de $1\,mm$. La loi pour la *distribution des vitesses de rebond* reste inchangée :

$$P(V_r) = \frac{\alpha_r}{\sqrt{\sqrt{2\pi}\gamma_r V_i}} \exp[-\frac{(V_r - d_r V_i)^2}{2(\gamma_r V_i)^2}] \tag{1.40}$$

où $\alpha_r = 0,95$, $d_r = 0,56$ et $\gamma_r = 0,3$. D'une part, le nombre moyen de grains éjectés est beaucoup plus important :

$$N_{ej} = \beta_2 V_i$$

avec $\beta_2 \approx 2\, s.m^{-1}$ (qui est quatre fois plus grand que β_1). D'autre part, la *vitesse d'éjection* moyenne n'augmente plus linéairement avec la vitesse d'impact mais suit une loi en $V_{ej} \sim \sqrt{V_i}$. Par ailleurs, la loi de probabilité donnant le nombre de grains éjectés à une vitesse V_{ej} donnée suit également une loi de forme exponentielle mais légèrement différente :

$$P(V_{ej}) = (fV_i)^\gamma \exp[-\frac{V_{oj}}{hV_i^k}] \tag{1.41}$$

où $f = 1,75$, $\gamma = 1,0$, $h = 0,25$ et $k = 0,3$.

Les résultats de ces simulations sont résumés sur la figure (1.9) qui montre la distribution de nombre de grains éjectés lors de l'impact à une vitesse donnée V_0 en fonction de la vitesse d'impact V_{im} : on observe à faible vitesse la présence des grains éjectés et, à plus grande vitesse, celle de la bille réfléchie.

1.4.4 Conclusion

Ces différents travaux, bien que réalisés dans des conditions très différentes, mettent en évidence certaines tendances très nettes pour le processus de collision qui sont résumées sur la figure (1.10). L'impact peut être décomposé en deux processus : le rebond du grain incident et l'éjection d'un certain nombre de grains du lit de grains. Le grain incident garde à peu près la moitié de sa vitesse incidente après le rebond, et rebondit avec un angle compris entre 30 entre 40°. En ce qui concerne les grains éjectés, leur nombre tend à augmenter linéairement avec la vitesse d'impact V_i. La vitesse moyenne de décollage des grains éjectés est de l'ordre de $0.1\, V_i$ et augmente très faiblement avec la vitesse d'impact. L'angle d'éjection est beaucoup plus proche de la verticale que l'angle de rebond, et présente une forte dispersion. Cette dispersion peut être liée à la façon dont sont agencés les grains dans la couche superficielle de l'empilement.

Il est important de noter aussi que les résultats des études modèles réalisées en géométrie bidimensionnelle (Werner et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1988; Anderson et Haff,

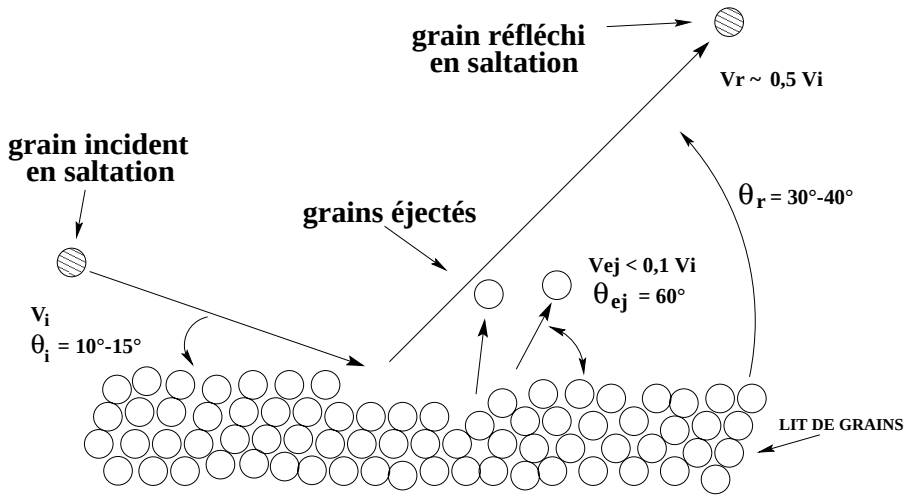

FIG. 1.10 – Synthèse des résultats connus du splash

1991) sont qualitativement conformes aux résultats expérimentaux à trois dimensions. Des expressions analytiques de la fonction splash ont été proposées à partir de simulations numériques (Anderson et Haff, 1991). Une distribution gaussienne a été trouvée pour la vitesse de rebond et une distribution de type exponentielle pour la vitesse d'éjection. Ces lois sont qualitativement en accord avec les distributions obtenues expérimentalement mais les données expérimentales sont, de manière générale, trop partielles et trop disparates pour permettre de préciser la valeur des paramètres. En particulier, l'influence de la vitesse d'impact sur la fonction splash semble déterminante alors que l'influence de l'angle d'impact semble négligeable pour des angles d'impact compris entre 8 et 15°. Ceci constitue une des motivations de cette thèse dont l'objet principal est l'exploration expérimentale de la fonction splash dans des conditions physiques bien définies.

1.5 Perspectives

La majorité des études réalisées sur la saltation en régime établi ont mis en évidence le rôle prépondérant du processus de collision. Les nombreuses études aussi bien expérimentales que numériques ont permis de dégager des tendances caractéristiques pour les propriétés du grain réfléchi et des grains éjectés en fonction de la vitesse d'impact et de l'angle d'impact. Cependant les informations sur la fonction splash restent partielles. Les

études en soufflerie, qui sont très instructives pour étudier le phénomène réel de saltation, ne permettent pas de faire varier la plage des paramètres d'impact de manière systématique. Les expériences modèles de collision se restreignent à des configurations qui sont éloignées de celles rencontrées dans des conditions naturelles. Enfin, les études numériques, bien que restreintes à une géométrie bidimensionnelle, permettent d'obtenir des lois pour la fonction splash.

Ces études visent à améliorer notre connaissance sur la fonction splash pour pouvoir les incorporer dans les modèles de transport éolien. Le travail de modélisation physique du splash reste donc à faire. Cet étude est a priori complexe et fait intervenir un grand nombre de paramètres. En plus de la vitesse et de l'angle d'impact, la taille des grains, les propriétés mécaniques des billes, la rugosité de surface, le désordre géométrique des grains dans l'empilement peuvent être déterminants. Cette thèse a pour objectif principal d'essayer d'apporter des informations sur le processus de collision dans des conditions contrôlées. Nous avons choisi d'étudier ce processus de collision dans une géométrie bidimensionnelle avec des billes sphériques de diamètre bien contrôlé. Si ces conditions sont éloignées, a priori, de celle de terrain, elles offrent, en revanche, un cadre d'étude expérimentale très contrôlé.

La nature des sables, la taille des grains comme les conditions de vent varient de manière complexe d'une région à une autre. L'expérience montre qu'une surface de sable plane, soumise à un écoulement aérodynamique, est généralement instable. L'observation des zones du globe, occupées par les déserts de sable, fait apparaître l'existence de deux types de structures, à des échelles spatiales bien distinctes : les rides éoliennes, dont l'extension horizontale est de l'ordre d'une dizaine de centimètres et les dunes, dont les plus petites observées ont une extension longitudinale de l'ordre de quelques mètres. Sans rentrer dans la très riche zoologie de ces structures, à l'état naturel, (voir, en particulier (Bagnold, 1941; Pye et Tsoar, 1990; Lancaster, 1995)), une meilleure compréhension du transport éolien, en particulier du processus de collision, est capitale pour la modélisation des structures dunaires. On montrera, ainsi, que les impacts en surface des grains en saltation fournissent

un mécanisme à l'origine de l'instabilité des rides éoliennes, en régime d'équilibre de saltation : on verra dans le chapitre 6 qui sera consacré à un modèle phénomènologique de rides qu'il est, à priori, possible de relier un certain nombre de paramètres phénomènologique du modèle à certaines grandeurs accessibles à l'expérience splash.

De même, les modélisations les plus récentes concernant la dynamique des dunes mettent en évidence une échelle de longueur caractéristique, la longueur de saturation l_{sat} : cette longueur caractéristique l_{sat} représente la distance de transition nécessaire pour que le nuage de sable s'ajuste à l'écoulement du vent et atteigne l'équilibre de saltation. Cette longueur minimale donnerait l'échelle de taille minimale pour qu'une dune puisse se développer (Sauermann et al., 2001). Cette longueur peut être reliée à la portée d'un saut en saltation qui dépend de paramètres microscopiques décrivant le processus de collision (Kroy et al., 2002). On voit, ainsi, tout l'intérêt d'avoir une compréhension plus fondamentale de l'effet "Splash" : Elle est un ingrédient déterminant du transport éolien et a donc des implications directes dans la modélisation des rides et des dunes.

Chapitre 2

Collision dans les milieux granulaires

La physique des collisions entre grains est très complexe. Elle fait intervenir simultanément des mécanismes variés lors du transfert de l'énergie. Dans le cas d'un choc frontal entre deux billes, l'énergie cinétique incidente est dans une première phase convertie en énergie de déformation qui est localisée au niveau du contact entre les deux billes. Dans une deuxième phase, l'énergie de déformation est restituée partiellement sous forme d'énergie cinétique. La perte d'énergie peut être liée à une déformation permanente des billes (plasticité), à une dissipation de type visqueuse au cours de la déformation (visco-élasticité) ou à l'émission d'ondes sonores. Le cas d'un choc binaire non frontal mobilise, de plus, les forces de frottement de Coulomb au niveau du contact, qui représentent une source supplémentaire de dissipation de l'énergie.

Dans le cas de chocs faisant intervenir plus de deux billes, la manière dont l'énergie des billes est redistribuée ou dissipée est encore beaucoup plus complexe. Les contacts entre billes y jouent un rôle essentiel. D'une part, la dissipation est localisée au niveau des contacts, et d'autre part, c'est à travers eux que l'onde de déformation générée par le choc peut se propager. Dans le but de mieux comprendre ces processus de dissipation lors d'une collision multiple, des études modèles ont été réalisées sur des chaînes linéaires de billes identiques soumises à un impact d'une bille incidente ou lancées contre un mur.

Nous présenterons, dans ce chapitre, d'abord les différents modes de dissipation de l'énergie lors d'un choc binaire entre deux billes. Puis nous exposerons les résultats connus

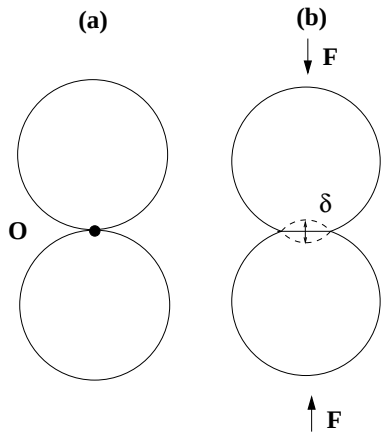

FIG. 2.1 – (a) : contact de deux billes au point 0 en l'absence de force de compression, (b) : contact des deux billes sous l'action d'une force F. La distance d'interpénétration est notée δ.

sur les collisions multiples de billes confinées sur un axe : nous rappellerons l'expérience célèbre de Newton ("Newton's cradle") sur une colonne de billes puis nous présenterons brièvement les travaux récents d'Eric Falcon (Falcon et al., 1998) sur l'étude d'une colonne de billes entrant en collision avec un mur. Enfin, nous présenterons quelques résultats numériques, obtenus par dynamique moléculaire, concernant le choc d'une bille sur un empilement unidimensionnel de billes. Cette expérience représente la version 1D de l'expérience de collision présentée dans le chapitre 3.

2.1 Collisions binaires

2.1.1 Collision entre deux sphères élastiques

Les corps solides se déforment sous l'action de forces appliquées, en changeant de forme et de volume. La théorie de l'élasticité linéaire prédit une relation linéaire entre les composantes du tenseur de déformation et celles du tenseur des contraintes. Elle s'applique au cas de petites déformations de corps isotropes. En d'autres termes, la déformation du corps est proportionnelle aux contraintes appliquées (*loi de Hooke*). On introduit alors

deux coefficients de proportionnalité. Dans le cas d'une compression uniaxiale, le *module d'Young* E relie la pression de compression longitudinale à l'allongement relatif longitudinal. Le coefficient de Poisson ν du matériau relie la dilatation transverse à la compression longitudinale. Lorsque les deux billes sont en compression l'une par rapport à l'autre, un méplat de forme circulaire apparaît autour du point de contact initial 0. Soit δ la distance d'interpénétration des deux sphères en contact, au cours de la compression. Si nous appelons P la pression moyenne agissant sur la surface de contact et u la déformation relative des deux billes, la loi de *Hooke* s'écrit :

$$P = E \times u \; . \tag{2.1}$$

La déformation relative u est de l'ordre du rapport de la distance d'interpénétration sur la longueur typique de contact a : $u \approx \delta/a$. En faisant l'hypothèse que la sphère ne se déforme pas en dehors de la surface de contact, on montre que : $a \approx \sqrt{\delta R}$. La distribution des forces étant supposée homogène sur toute la surface de contact, on a $P = F/a^2$ et on en déduit la loi d'échelle suivante pour la distance d'interpénétration :

$$\delta \approx \frac{(F/E)^{2/3}}{R^{1/3}} \tag{2.2}$$

et la taille de la zone de contact :

$$a \approx (\frac{FR}{E})^{1/3} \tag{2.3}$$

Cette loi, dite de *Hertz* (Hertz, 1896), déduite de la loi de *Hooke* met en évidence la relation non linéaire entre la force de compression F et l'interpénétration δ.

Traitons, à présent, le cas d'une collision binaire entre deux billes élastiques avec une vitesse relative V_{rel}. La conservation de l'énergie du système, au cours du choc, dans le référentiel du centre de masse, s'écrit :

$$\frac{m}{2} V_{rel}^2 = E_{cin} + E_{elas} \; , \tag{2.4}$$

où

$$E_{cin} = \frac{m}{2} \left(d\delta/dt\right)^2 \; , \tag{2.5}$$

$$E_{elas} \approx F\delta \approx \delta^{5/2} R^{-1/2} E \; . \tag{2.6}$$

E_{cin} est l'énergie cinétique d'interpénétration, et E_{elas} représente l'énergie élastique de déformation des billes. On peut alors calculer facilement l'interpénétration maximale δ_{max} :

$$\delta_{max} \approx \frac{(mV_{rel})^2}{(E\sqrt{R})^{2/5}} \tag{2.7}$$

que l'on peut reéxprimer en introduisant la vitesse des ondes acoustiques C_l se propageant dans le matériau constituant les billes ($C_l = \sqrt{E/\rho}$, ρ étant la densité des billes) :

$$\delta_{max}/R \approx (V_{rel}/C_l)^{4/5} \tag{2.8}$$

En intégrant l'équation de conservation de l'énergie, on peut obtenir l'expression de la durée de choc :

$$\tau_{choc} \approx 2\int_0^{+\delta_{max}} \frac{m^{1/2}d\delta}{\sqrt{mV_{rel}^2 - \delta^{5/2}R^{-1/2}E}}\ , \tag{2.9}$$

ce qui nous conduit à une évaluation du temps de collision τ_{choc} :

$$\tau_{choc} \approx (\frac{m^2}{RE^2V_{rel}})^{1/5}\ . \tag{2.10}$$

Pour le cas de deux grains de quartz, on a $\rho_{quartz} \approx 2500\, kg/m^3$ et $E \sim 7.10^{-10} Pa$. Si on prend $R \approx 100\, \mu m$ et $V_{rel} \sim 3\, m/s$, on évalue la pénétration maximale à : $\delta_{max}/R \approx 310^{-7}$.

2.1.2 La collision entre deux sphères inélastiques

Source de dissipation

Dans le cas d'un choc élastique, toute l'énergie cinétique d'impact est convertie totalement en énergie élastique de déformation pendant la phase de charge, puis reconvertie ensuite totalement en énergie cinétique pendant la phase de décharge. Un inconvénient majeur de la théorie élastique de Hertz est qu'elle ne prend pas en compte les différents modes de dissipation de l'énergie qui existent toujours au cours du choc. En pratique, la limite élastique est très rapidement atteinte et la dissipation de l'énergie existe dans tous les cas. On caractérise habituellement empiriquement cette perte d'énergie au cours de choc par un coefficient de restitution ϵ défini comme :

$$\epsilon = V_r/V_i \tag{2.11}$$

où V_r et V_i représentent respectivement les vitesses relatives des deux billes avant et après le choc. Le cas limite où $\epsilon = 1$ correspond à la situation élastique et le cas limite où $\epsilon = 0$ correspond au cas totalement inélastique. Ce coefficient est considéré en général comme une grandeur physique caractéristique du matériau. Pourtant, ce coefficient de restitution est une grandeur complexe qui dissimule des modes variés de dissipation de l'énergie. En particulier, il varie avec la vitesse d'impact et dépend des dimensions des corps en collision, des propriétés visco-élastiques des corps. Examinons les différents modes possibles de dissipation de l'énergie au cours d'un choc.

- *(i) Energie dissipée par effet visqueux*

Cette forme de dissipation est d'autant plus importante que la vitesse de déformation est élevée. Elle correspond à une variation d'énergie interne liée aux déformations de structure induites par l'écoulement. C'est un comportement visqueux du type de celui rencontré dans les fluides. Un tel comportement peut être représenté par un système constitué d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle. Il est possible d'étendre le calcul de Hertz à des matériaux visco-élastiques. Une expression du coefficient de restitution peut être obtenue dans la limite où ϵ tend vers 1 (Kuwabara et Kono, 1987) :

$$1 - \epsilon \sim V_i^{1/5} \ . \tag{2.12}$$

La dissipation augmente avec la vitesse d'impact V_i.

- *(ii) Déformation plastique*

D'autres mécanismes de dissipation peuvent apparaître, notamment des déformations plastiques ou des fracturations de l'objet. Les pertes énergétiques par déformation plastique dominent, en général, sur les pertes énergétiques par effet visco-élastique. A l'échelle atomique, cela correspond à des réarrangements irréversibles de la structure atomique. La vitesse seuil d'apparition de déformation plastique est, en pratique, assez faible pour la majorité des corps [1]. Johnson (Johnson, 1985) donne l'expression suivante pour cette vitesse

[1] Dans les métaux, cette vitesse seuil est de l'ordre de $0,1\ m/s$.

seuil :

$$V_{seuil}^2 \approx 107 \frac{R_{ef}^3 Y^5}{m_{ef} E_{ef}^4} \tag{2.13}$$

où $m_{ef} = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ est la masse réduite, $R_{ef} = R_1 R_2/(R_1 + R_2)$ le rayon réduit et Y est la contrainte seuil de déformation plastique de la plus molle des deux sphères. E_{ef} est relié au module d'Young E et au coefficient de poisson ν des deux sphères par : $1/E_{ef} = 3(1-\nu_1^2)/E_1 + 3(1-\nu_2^2)/E_2$. On a, par exemple, $V_{seuil} \approx 0.14\ m/s$ pour l'acétate de cellulose, et $V_{seuil} \approx 0.02\ m/s$ pour l'acier. Lorsque la vitesse d'impact dépasse cette vitesse seuil, les études expérimentales et théoriques montrent que le coefficient de restitution varie avec la vitesse d'impact comme une loi de puissance : $\epsilon \sim V_i^{-1/4}$ (Raman, 1918; Goldsmith, 1960).

- *(iii) Energie dissipée sous forme d'ondes élastiques*

Dans le cadre de la théorie des impacts de Hertz, une partie de l'énergie est transmise à la bille cible sous forme d'ondes élastiques qui sont à l'origine du son produit lors du choc (Reed, 1985; Dandy et Dwyer, 1957) : l'énergie dissipée sous cette forme semble augmenter avec la vitesse d'impact. L'énergie perdue par émission d'ondes élastiques est de l'ordre de 1% donc généralement négligeable comme source de dissipation.

- *(iv) Energie dissipée sous forme de vibrations de flexion de la cible*

Le coefficient de restitution est indépendant de la taille finie de la cible, si celle ci est suffisamment épaisse (c'est à dire très supérieure au diamètre de bille incidente). Lorsque cette condition n'est pas satisfaite, le coefficient de restitution diminue lorsque la vitesse d'impact augmente. On peut montrer, en effet, que lors d'une collision de sphère sur une plaque d'épaisseur H, l'énergie dissipée sous forme d'ondes de flexion augmente avec la vitesse d'impact et le rapport R/H (théorie de Zener (Zener, 1941)).

- *(v) Energie dissipée due aux singularités de contact*

Le coût énergétique lié à la création d'une discontinuité de courbure est important. Le mécanisme est similaire à celui de création d'une fracture. Il a été récemment montré, de façon théorique et numérique, que la plus grande partie de l'énergie de déformation est

mobilisée pour la création de ces lignes de discontinuité [2].

Modèle de collision inélastique

La motivation majeure des études expérimentales de collisions binaires est de fournir un modèle de collision suffisamment réaliste et simple pour permettre la simulation numérique d'écoulements granulaires rapides ou agités, où les particules interagissent par collisions binaires. Les difficultés théoriques sont de décrire les différents mécanismes de dissipation de l'énergie présentés ci-dessus, mais aussi le couplage mécanique entre les déformations normales et tangentielles.

Nous allons exposer succintement ici le modèle de Louge (Foerster et al., 1994) (inspiré du modèle de Maw et de ses collaborateurs (Maw et al., 1976)) concernant la collision binaire inélastique de deux sphères, modèle que nous avons exploité pour caractériser les billes utilisées dans nos expériences. Maw et al ont mis en évidence l'existence de deux régimes collisionnels en fonction de l'angle d'incidence :

- pour des incidences presque normales, il n'y a pas de glissement au point de contact entre les deux sphères au cours du choc.

- Pour des incidences rasantes, un glissement se produit pendant la collision et le frottement est mobilisé.

Le modèle dépend de 3 paramètres accessibles à l'expérience, à savoir :

- *le coefficient de restitution normale* ϵ_n.

- *le coefficient de restitution tangentielle* ϵ_t.

- *le coefficient de frottement de coulomb* μ.

A partir de ces 3 paramètres, le modèle permet de caractériser complètement la collision, c'est à dire de calculer la vitesse de translation et de rotation des sphères après le choc connaissant leurs vitesses avant le choc.

Nous donnons directement les résultats du modèle : ceux-ci s'expriment simplement en

[2] Les cas particulièrement étudiés sont ceux de la feuille de papier froissée ou du flambage d'une tôle métallique.

introduisant les deux grandeurs ψ_2 et ψ_1 définies par

$$\psi_2 = -\frac{\vec{g'}.\vec{t}}{\vec{g}.\vec{n}} \tag{2.14}$$

$$\psi_1 = -\frac{\vec{g}.\vec{t}}{\vec{g}.\vec{n}} \tag{2.15}$$

où $\vec{g}$ est la vitesse relative au point de contact juste avant le choc et $\vec{g'}$ la vitesse relative juste après le choc. $\vec{n}$ est le vecteur unitaire joignant le centre des sphères au moment du choc et $\vec{t}$ lui est perpendiculaire. ψ_1 mesure en fait la tangente de l'angle d'incidence, tandis que ψ_2/ϵ_n mesure la tangente de l'angle de réflexion. Pour une collision avec glissement (i.e, rasante), le modèle donne :

$$\psi_2 = \psi_1 - \frac{7}{2}(1+\epsilon_n)\mu \; sign(\overrightarrow{g}.\overrightarrow{t}) \; , \tag{2.16}$$

et pour une collision sans glissement (i.e, collision presque frontale), on a :

$$\psi_2 = -\epsilon_t \psi_1 \; . \tag{2.17}$$

La donnée expérimentale de ψ_2 en fonction de ψ_1 permet de remonter aux 3 paramètres du modèle (ϵ_n, ϵ_t et μ). On peut également déterminer l'angle d'incidence limite séparant les deux régimes de collision (glissant et non glissant) en localisant la discontinuité de la courbe ψ_2 en fonction de ψ_1 (voir figure 2.2).

Cette modélisation de la collision à 3 paramètres nous a permis de caractériser les billes plastique que nous avons utilisées pour les expériences de collision.

2.2 Collisions multiples

Dans la section précédente, nous avons précisé les différents modes de dissipation de l'énergie dans le cas du choc binaire entre deux billes. Ces mécanismes complexes sont dépendants de la vitesse d'impact entre billes et de la nature mécanique des matériaux constituant les billes. Dans le cas élémentaire d'un choc élastique frontal entre deux billes, les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie permettent de caractériser complètement la dynamique des deux billes après le choc. Ce n'est plus le cas lorsque

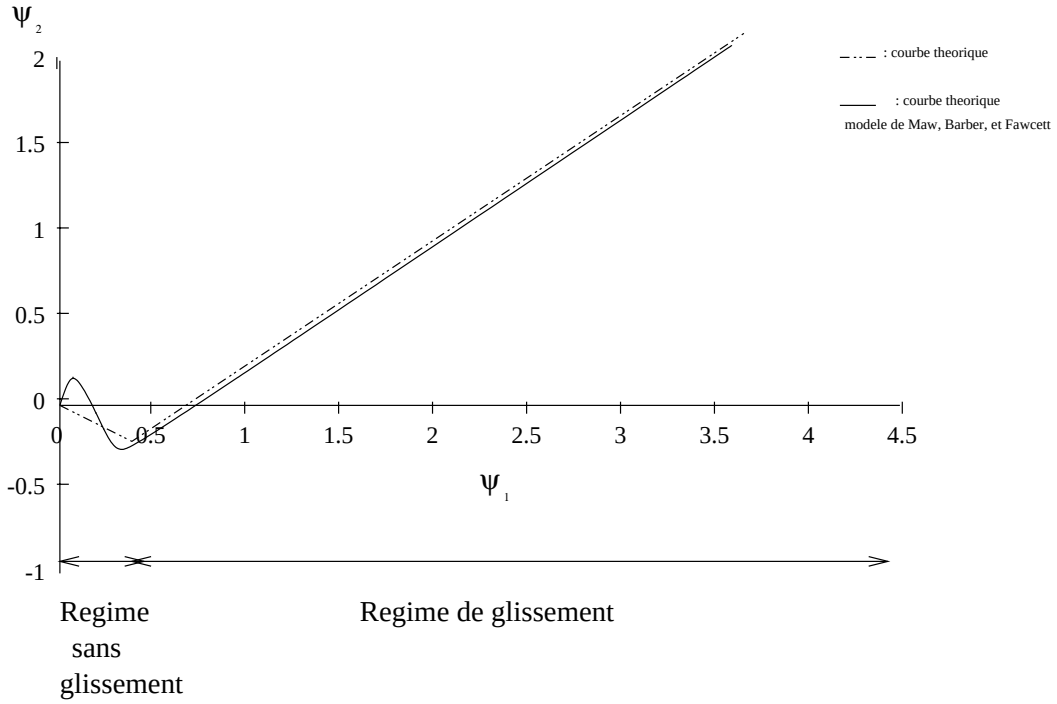

FIG. 2.2 – Courbe théorique donnant ψ_2 en fonction ψ_1 : modèle de Louge (courbe en pointillés), modèle de Maw et al (courbe continue).

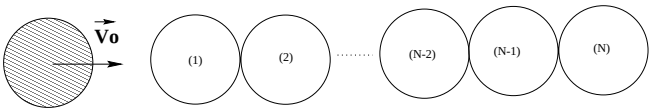

FIG. 2.3 – Expérience de la chaîne de Newton

la collision met en jeu plus de 2 billes. Pour traiter le problème, on est obligé de spécifier comment l'énergie mise en jeu dans le choc se répartit entre les différentes billes.

Un moyen simple d'aborder le problème est de considérer les billes comme des sphères molles élastiques. C'est ce que nous allons faire sur l'exemple canonique de la "chaîne de Newton". Nous verrons que la déformation élastique générée lors du choc se propage sous forme d'ondes à travers les billes par l'intermédiaire de leurs contacts mutuels. L'évolution du réseau dynamique des contacts entre les billes va jouer un rôle crucial dans la détermination de la dynamique de l'ensemble des billes. L'ordre temporel des collisions est déterminant. L'ignorance de cette chronologie conduit à une indétermination concernant la dynamique des différentes billes après le choc.

Après la chaîne de Newton, nous nous attarderons sur deux autres situations modèles de collisions multiples à 1D : la collision d'une colonne de billes sur un mur et la collision d'une bille sur un empilement linéaire de billes.

2.2.1 La chaîne de Newton

La chaîne de Newton (ou "Newton's cradle" en anglais) désigne l'expérience connue du choc frontal d'une bille élastique sur une chaîne rectiligne de billes élastiques suspendues par des fils. En laissant entrer en collision une bille d'un coté de la chaîne, il est communément reconnu que la bille, à l'autre extrémité de la chaîne, se détache de celle-ci avec une vitesse apparemment identique à celle de la bille incidente, toutes les autres restant au repos. Cette expérience est généralement présentée pour illustrer la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie à l'intérieur de la chaîne. Le cas d'une collision binaire frontale entre deux billes est défini entièrement par les deux équations de conservation suscitées. Pour un nombre supérieur de billes, les deux équations précédentes sont, en fait, insuffisantes pour décrire le système.

Pour traiter le problème, on peut supposer que les billes ne sont pas tout à fait en contact mais qu'il existe une distance finie non nulle séparant chacune des billes de la chaîne. On est donc ramené à un succession de collisions binaires que l'on sait traiter. Dans cette situation idéalisée, l'énergie récupérée par la bille en fin de chaîne est bien égale à celle de la bille incidente. Toutefois, ceci ne correspond pas à la situation réelle où les billes de la chaîne sont en contact à l'instant initial.

Pour traiter la situation réelle, on utilise un modèle de sphère molle élastique dans lequel la force de répulsion élastique dépend de l'interpénétration des sphères. Hinch (Hinch et Saint-Jean, 1999) montre que dans l'expérience de Newton, lors du choc de la bille incidente sur la chaîne, quelques billes du bout de la chaîne se détachent, celles du milieu bougent à peine, tandis que la bille incidente rebondit, emportant avec elle quelques billes voisines. L'explication de cette célèbre expérience est que la dispersion de l'onde de déformation à travers les différentes billes conduit à une fragmentation de la chaine (plus aucun contact entre billes) lors du premier choc. Ainsi, lorsque la bille du bout de la chaine retombe sur sa voisine, les collisions vont pouvoir être traitées comme binaires et le transfert intégral de l'énergie de part et d'autre de la chaîne va pouvoir s'opérer (Hermann et Seitz, 1982).

2.2.2 Collision d'une colonne sur un mur

On considère une colonne unidimensionnelle verticale, constituée de N billes séparées chacune d'une distance d_0 et possédant chacune une vitesse d'impact V_0 le long de leur axe commun. On s'intéresse à la collision entre cette colonne et un mur horizontal. Bernu et Mazighi (Bernu et Mazighi, 1990) ont traité analytiquement cette situation en ne considérant que des chocs binaires inélastiques instantanés. Luding et al (Luding et al., 1994) ont étudié numériquement ce problème à partir d'un modèle de sphère molle inélastique. Ils ont calculé le coefficient de restitution effectif pour la colonne entière e_{col} défini par :

$$e_{col} = \frac{1}{NV_0}\sqrt{\sum_{i=1}^{i=N}(V_i^f)^2} \tag{2.18}$$

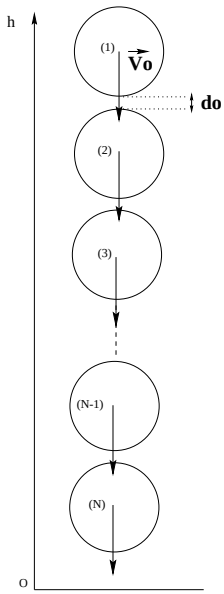

FIG. 2.4 – Collision d'une colonne de billes sur un mur.

N étant le nombre de billes dans la colonne et V_i^f la vitesse finale des billes de la colonne après l'impact. Deux cas limites apparaissent suivant la valeur du rapport Nt_0/τ_N où t_0 est le temps nécessaire à une bille pour rattraper la suivante ($t_0 = d_0/V_0$) et τ_N représente le temps de collision total pour la colonne de N billes.

Si $Nt_0/\tau_N \gg 1$, alors les collisions entre les billes de la colonne seront binaires et le coefficient de restitution effectif e_{col} sera alors très inférieur à celui correspondant à une seule collision binaire puisqu'une succession de chocs binaires va s'opérer dans la chaine. Pour un nombre de billes N tendant vers l'infini, la restitution e_{col} décroit vers 0.

Si $nt_0/\tau_N \ll 1$, les billes seront toutes au contact en même temps. La chaîne de billes se comportera alors comme une chaîne d'oscillateurs couplés amortis. Dans cette situation, le coefficient de restitution effectif est proche de 1 et les billes se détachent avec des distances inter-billes très variables.

Cet effet de détachement a été confirmé expérimentalement par Eric Falcon (Falcon et al., 1998). Indépendamment du caractère dissipatif des collisions, cet effet de détachement semble lié aux propriétés élastiques des billes puisqu'il diminue avec la degré de non-linéarité de la force d'interaction élastique et disparait pratiquement dans la limite

d'interaction de sphère dure (Luding et al., 1994). Si on considère une force F d'interaction non-linéaire entre deux billes :

$$F = k\delta^m \,, \tag{2.19}$$

un développement linéaire autour d'une situation dans laquelle les billes sont pré-contraintes (i.e., $\delta = \delta_0$) conduit à une raideur effective k_{eff} égale à :

$$k_{eff}/k\delta_0^{m-1} = m \,. \tag{2.20}$$

$k_{eff}/k\delta_0^{m-1}$ augmente avec le degré de la non-linéarité m. Augmenter le degré de la non-linéarité de la loi d'interaction élastique revient donc à accroître la raideur effective de l'oscillateur. Le milieu est donc moins dispersif. Dans le cas où m tend vers l'infini, on tend vers une interaction de sphère dure et le milieu est alors non dispersif.

L'origine de l'effet de détachement est la dispersion de l'énergie au sein de la colonne qui dépend de l'élasticité entre billes : une "raideur" plus forte entre les billes entraîne une localisation plus importante de l'onde de déformation lors de sa propagation, induisant une dispersion plus faible de l'énergie à travers la colonne (Falcon, 1997).

2.2.3 Collision d'une bille sur une colonne de billes

On a vu que le problème de collisions multiples au sein d'une colonne de billes alignées montre différents comportements qui dépendent des propriétés élastiques et dissipatives des billes, de la distribution spatiale de celles-ci avant l'impact et du nombre de billes dans la colonne. Selon les cas, la colonne pourra être traitée, soit comme un chaîne de sphères interagissant par collision binaire, soit comme une série d'oscillateurs couplés dans laquelle la dispersion de l'onde de déformation va jouer un rôle crucial.

Nous nous intéressons maintenant à la collision frontale d'une bille sur une colonne de billes verticale qui repose sur un plan horizontal (voir figure 2.5). A la différence de l'expérience de la chaîne de Newton, l'onde de déformation créée par le choc, est réfléchie dans la colonne de billes par le plan horizontal. L'étude de la collision d'une bille sur une colonne de billes peut nous permettre de dégager certains comportements qui se retrouvent

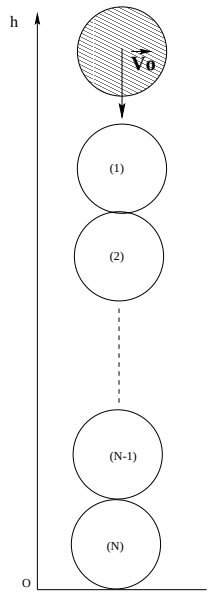

FIG. 2.5 – Collision d'une bille sur une colonne de billes

dans le cas du choc d'une bille sur un empilement bidimensionnel de billes. On cherche, en particulier, à connaître l'évolution du coefficient de restitution effectif pour la bille incidente en fonction du nombre de billes de la colonne. On suppose que les billes de la colonne sont en contact à l'instant initial.

Loi d'interaction élastique linéaire

La collision est simulée par un algorithme de type dynamique moléculaire. On considérera, dans un premier temps, un modèle d'interaction visco-élastique avec une loi d'interaction élastique linéaire. La force d'interaction entre deux billes s'écrira donc :

$$F_{int} = -k\delta + \gamma(d\delta/dt) \tag{2.21}$$

où δ est l'interpénétration, k la raideur du ressort et γ le coefficient de dissipation visqueuse. Les valeurs choisies pour k et γ correspondent à un coefficient de restitution $\epsilon = 0.9$ pour une collision binaire.

On trouve que la bille incidente rebondit et que, après le passage de l'onde de déformation dans la colonne, les billes de la colonne subissent un effet de détachement. L'onde de déformation se propage jusqu'au mur puis est réfléchie et remonte jusqu'à la bille incidente.

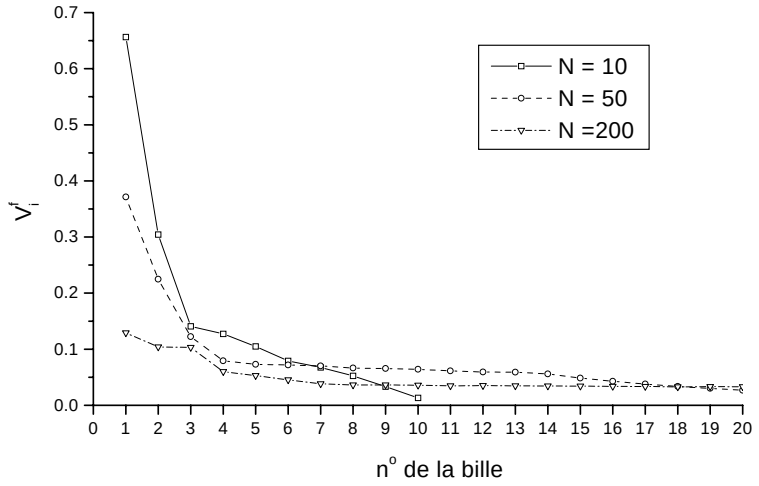

FIG. 2.6 – Vitesse des billes au sein de la colonne après l'impact en fonction du nombre N de billes dans la colonne.

Après le passage de l'onde, la colonne atteint un état stationnaire dans lequel les billes de la colonne sont détachées (la gravité est absente dans la simulation).

- *Vitesse des billes de la colonne après l'impact*

Sur la figure 2.6, on a représenté les vitesses respectives des billes en fonction de leur position dans la colonne après l'impact et du nombre total de billes N dans la colonne. A une position i donnée dans la colonne, la vitesse d'une bille décroît avec le nombre total de billes dans la colonne. On observe plusieurs régimes de détachement des billes au sein de la colonne, comme dans le cas du choc d'une colonne de billes sur un plan (Falcon et al., 1998).

- *Energie totale restituée*

La figure 2.7 représente l'énergie cinétique totale E_{tot} restituée en fonction du nombre N de billes dans la colonne. E_{tot} est définie par :

$$E_{tot} = \sum_{i=1}^{i=N} (V_i^f)^2)/(V_0^2)$$

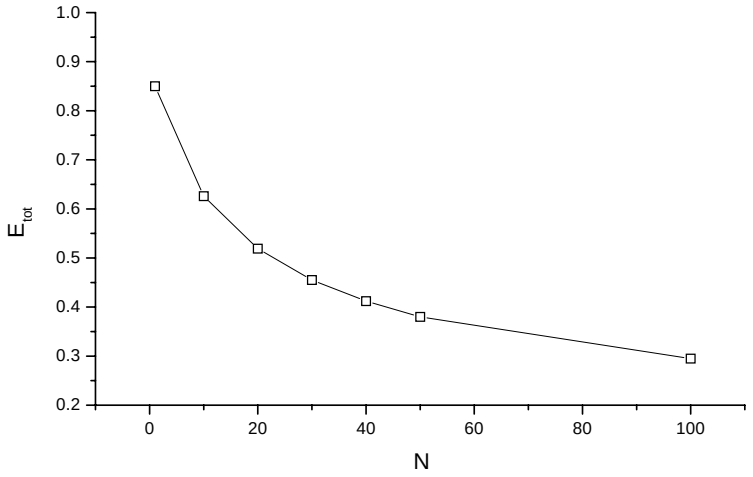

FIG. 2.7 – Énergie cinétique totale restituée en fonction du nombre N de billes dans la colonne.

La valeur de l'énergie totale E_{tot} décroit avec le nombre N de billes dans la colonne et tend vers une valeur finie quand $N \to \infty$.

- *Coefficient de restitution effectif pour la bille incidente*

La figure 2.8 représente l'évolution du coefficient de restitution effectif pour la bille incidente (i.e., $e_{eff} = V_0^f/V_0$) en fonction du nombre de billes N dans la colonne. Le processus de collision pour la bille incidente se déroule de la manière suivante :

(i) la bille incidente lors du contact avec la première bille de l'empilement convertit son énergie cinétique en énergie élastique de déformation, une partie lui est ensuite restituée et elle repart avec une vitesse V_0' opposée à la vitesse incidente ;

(ii) le reste de l'énergie se propage le long de la colonne jusqu'au mur, puis est réfléchie et remonte jusqu'à la première bille de la colonne ;

(iii) la vitesse de celle-ci est telle qu'elle rattrape la bille incidente et entre en collision avec elle pour lui fournir un supplément d'énergie (la bille incidente prend alors sa vitesse finale V_0^f).

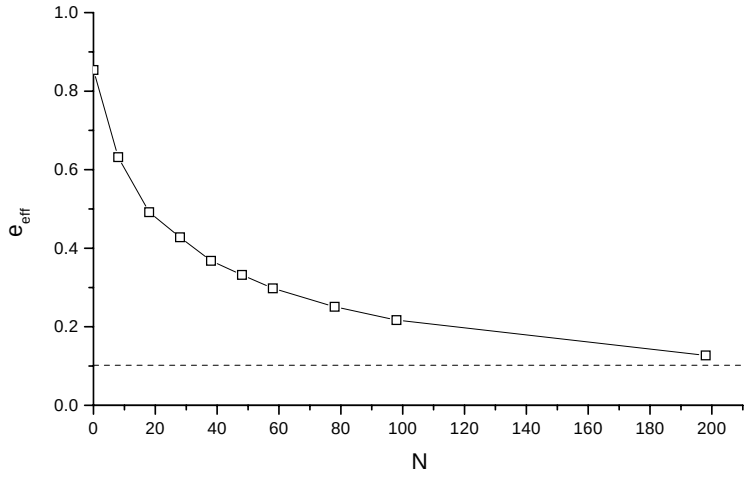

FIG. 2.8 – Coefficient de restitution effectif pour la bille incidente en fonction du nombre N de billes dans la colonne.

Le coefficient de restitution effectif pour la bille incidente décroît avec N et tend vers une valeur finie ($e_{eff\infty} = 0,10256$) quand $N \to \infty$. Cette valeur limite correspond au coefficient de restitution calculé avant la remontée de l'onde : $e_{eff\infty} = V_0'/V_0$. L'onde de déformation perd, en effet, une partie de son énergie lors de sa propagation en raison de la dissipation à chaque contact entre billes. Cette perte augmentant avec la longueur de la colonne, l'énergie de l'onde de déformation une fois réfléchie par le mur devient négligeable lorsqu'elle remonte jusqu'à la bille incidente dans la limite où $N \gg 1$.

Enfin, on trouve que l'évolution du coefficient de restitution effectif de la bille incidente avec N peut être approchée par une loi exponentielle :

$$e_{eff} - e_{eff\infty} \sim \Delta e \exp[-N/N^\star] \tag{2.22}$$

où $\Delta e = 0,778$ et $N^\star \approx 136$

Loi d'interaction élastique de type Hertz

Si on utilise une loi d'interaction élastique de type Hertz, on s'attend à ce que les effets de dispersion de l'onde de déformation et donc de détachement soient moins impor-

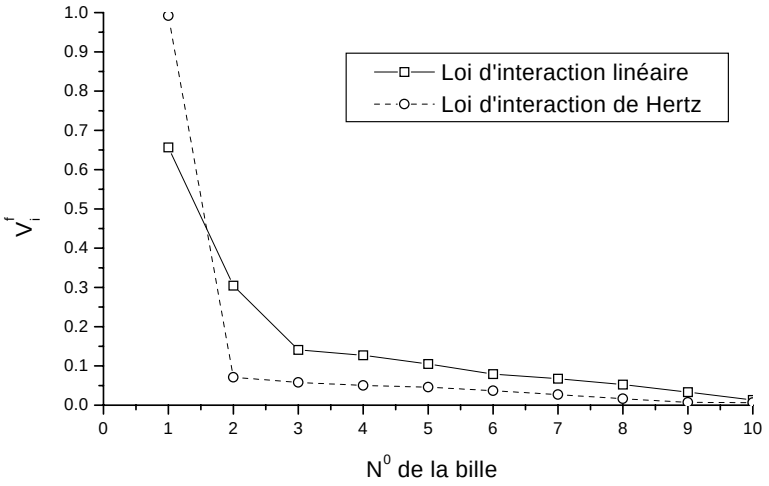

FIG. 2.9 – Vitesse des billes au sein de la colonne après l'impact pour $N = 10$. (□) loi d'interaction élastique linéaire, (○) loi d'interaction élastique de Hertz.

tant, conformément aux résultats exposés précédemment. On retrouve effectivement (voir figure 2.9) que les vitesses des billes dans la colonne après la collision sont beaucoup plus petites que dans le cas linéaire. Le détachement des billes de la colonne est donc beaucoup moins important dans le cas d'une interaction nonlinéaire de Hertz.

Cas d'une collision oblique

Le cas d'une incidence oblique peut être intéressant à étudier car il se rapproche du phénomène de collision 2D étudié dans le chapitre suivant. On considère que les billes de la colonne restent cependant confinées sur une ligne verticale. Dans ce cas, la bille incidente, arrivant avec un angle d'incidence non normal, ne peut plus sentir l'effet de la remontée de l'onde de déformation car elle ne reste pas alignée avec les billes de la colonne. Dans ce cas, la vitesse normale de rebond de la bille incidente décroît également avec le nombre N de billes dans la colonne mais atteint rapidement un palier dès que $N \geq 3$. En d'autres termes, le coefficient effectif de restitution normale devient indépendant du nombre N de billes dans la colonne pour $N \geq 3$.

2.3 Conclusion

La dernière situation est celle qui se rapproche le plus de l'expérience de collision 2D que nous allons présenter au chapitre suivant. Bien que cette situation soit unidimensionnelle, on verra qu'elle nous permettra d'interpréter certains résultats sur la collision $2D$ notamment en ce qui concerne le rebond de la bille incidente.

Nous avons vu que le choc crée une onde de déformation qui se propage le long de la colonne, se réfléchit sur le mur et remonte ensuite dans la colonne. Cette propagation provoque une dispersion de l'énergie le long de la colonne et un détachement des billes de la colonne. On a vu que, plus le degré de non linéarité de la loi élastique est élevé, plus l'effet de détachement est important.

Si l'on poursuit l'analogie avec la situation bidimensionnelle, il est tentant de comparer les billes qui se détachent de la colonne aux billes éjectées dans le phénomène de splash. Mais les nombreuses différences entre le 1D et le 2D nous incitent à ne pas pousser trop loin cette analogie. En effet, on verra que, dans la situation bidimensionnelle, la géométrie des chemins de contacts entre les billes de l'empilement (qui sont toujours linéaires à 1D mais beaucoup plus complexes et désordonnés à 2D) est un élément crucial dans le processus d'éjection. Par ailleurs, il existe à 2D un effet de confinement latéral qui est absent à 1D.

Nous restons donc prudents sur les extensions possibles de cette étude, dans le but de la comparer au processus de collision entre une bille et un empilement 2D. Une idée, néanmoins séduisante, serait d'introduire un certain désordre dans la colonne, en attribuant des valeurs aléatoires, soit au module de Young soit à la masse des billes, comme ce qui a été fait dans des études récentes de propagation d'ondes dans les milieux granulaires 1D désordonnés (Hascoet et Herrmann, 2001).

Chapitre 3

Collision d'une bille sur un empilement $2D$ ordonné de billes

Le chapitre 1 a mis en évidence l'importance du processus d'impact dans le transport éolien des grains de sable par saltation. Rappelons succinctement les caractéristiques d'un grain de sable en saltation dans les conditions naturelles. La taille des grains de sable dans les déserts est de l'ordre de $d \sim 100\,\mu m$. Dans des conditions standard de vent, la vitesse d'impact des grains en saltation est de l'ordre de quelques mètres par seconde et l'angle d'impact varie typiquement entre $10°$ et $15°$. Au moment de l'impact avec le lit, il provoque l'éjection d'un certain nombre de grains. La modélisation en laboratoire de ce processus de collision a nécessité des restrictions importantes et une remise à l'échelle par rapport à la situation réelle.

Tout d'abord, il n'a pas été possible de trouver des billes de sphéricité contrôlée, à des tailles de l'ordre de $100\mu m$. Nous souhaitions, tout d'abord, travailler avec des billes sphériques pour pouvoir les observer et les manipuler aisément. Notre choix s'est donc porté vers des billes de diamètre $d \approx 6\,mm$. Un des paramètres qui permet de caractériser la collision est le nombre de Froude qui représente le rapport entre l'énergie cinétique d'impact et l'énergie potentielle de pesanteur nécessaire pour élever un grain d'une hauteur égale à son diamètre :

$$Fr = \frac{V_i^2}{gd} \tag{3.1}$$

On évalue ce nombre à 1000 dans le cas d'un grain de sable dans des conditions réelles de

FIG. 3.1 – Collision d'une bille de verre sur un empilement tridimensionnel de billes de même nature

saltation. La conservation de ce nombre de Froude impose des vitesses d'impact de l'ordre de $10\,m/s$ pour des billes de diamètre de $6\,mm$.

Des expériences préliminaires de collision sur un empilement tridimensionnel de billes ont été réalisées avec des billes de verre de diamètre $d = 6\,mm$. La figure 3.1 représente une photographie de la collision d'une bille de verre sur un empilement $3D$ de billes, obtenue par stroboscopie. On observe l'éjection d'un grand nombre de billes dans toutes les directions de l'espace. L'analyse complète du processus nécessite en fait l'utilisation simultanée d'au moins deux systèmes de prises de vue pour pouvoir traiter l'aspect tridimensionnel. La visualisation des grains éjectés qui effectuent de petits sauts est difficile. Pour extraire de ces images toutes les informations concernant les grandeurs cinématiques qui caractérisent les grains éjectés, l'utilisation de deux systèmes de prise de vue décalés d'un certain angle, serait nécessaire. Une corrélation serait alors à réaliser entre les deux images de la collision afin d'identifier chacun des éjectats.

Dans une première approche, nous avons choisi d'étudier le processus de collision dans

une géométrie bidimensionnelle, pour simplifier le traitement et l'analyse du phénomène d'impact. L'avantage est de pouvoir accéder, à partir d'une seule prise de vue, au mouvement des billes éjectées et des billes de l'empilement. A cette dimension, les propriétés fondamentales des milieux granulaires $3D$ sont conservées : la dilatance, [1], ainsi que la ségrégation se retrouvent à deux dimensions (voir, en particulier (Duran, 1997)). L'inconvénient de la géométrie bidimensionnelle est qu'elle ne permet pas de créer des empilements équivalents à ceux obtenus à 3 dimensions. A 2 dimensions, l'empilement le plus naturel est l'arrangement régulier, triangulaire compact, de compacité $0,906$. Il est induit naturellement dès qu'une paroi rectiligne est présente. Ce n'est pas le cas à 3 dimensions où l'empilement est naturellement désordonné (les valeurs des compacités pour des empilements aléatoires $3D$ se situent entre $0,58$ et $0,64$ (Berryman, 1983)).

De plus, aux angles d'impacts de saltation (de l'ordre de $10 - 16°$), aucun grain n'est éjecté d'un empilement ordonné à 2 dimensions [2]. Il est alors nécessaire de choisir un angle d'impact beaucoup plus important pour observer l'éjection de grains de l'empilement.

Le processus d'éjection des billes sous l'effet de l'impact a été exploré à 2 dimensions. Dans un premier temps, nous avons choisi de travailler avec un lit ordonné (il existe, quand même, un désordre des contacts intrinsèque lié à la dispersion des diamètres des billes) puis dans un deuxième temps, nous avons étudié l'influence du désordre au sein du lit sur le processus d'éjection. L'étude de la propagation des ondes accoustiques dans les milieux granulaires a, en effet, mis en évidence une grande sensibilité au réseau des contacts (voir par exemple (Jia et al., 1999)) : Dans une assemblée de grains, le son se propage d'un grain à ses voisins seulement à travers leurs contacts mutuels. Il s'avère en effet que l'agencement des contacts inter-billes dans l'empilement joue un rôle déterminant dans ce processus d'éjection. Ce dernier aspect sera traité dans le chapitre 5.

Le chapitre 2 a permis d'aborder le problème de la collision d'une bille sur une colonne de billes, par une approche numérique. Certaines informations pertinentes, en particulier

[1] Pour ceux qui sont peu au fait de la science des milieux granulaires, on rappelle que le principe de dilatance découvert par Reynolds désigne la variation du volume d'un matériau granulaire soumis notamment à un cisaillement suite à un réarrangement géométrique des grains

[2] à moins d'introduire un certain désordre en surface

l'influence des propriétés de la bille incidente avec le nombre de couches peuvent être obtenue et aider à comprendre certains effets de la collision à des dimensions supérieures.

Une collision typique se caractérise par le rebond de la bille incidente et l'éjection d'un certain nombre de billes du lit, conformément aux précédentes études expérimentales modèles de collision (Willets et Rice, 1986; Mitha et al., 1986; Werner et Haff, 1988).

Nous présenterons, tout d'abord, la procédure expérimentale utilisée pour accéder aux propriétés cinématiques de la bille incidente et des billes éjectées. Nous nous attacherons, ensuite, à caractériser l'évolution des propriétés de la bille incidente et de celles des billes éjectées en fonction de la vitesse d'impact V_i de la bille incidente d'une part, du nombre de couches N_c dans l'empilement, d'autre part. L'influence des propriétés élastiques des billes sur le processus de collision sera abordée dans la dernière partie de ce chapitre.

3.1 Dispositif expérimental

3.1.1 Le montage

La figure 3.2 présente un schéma du dispositif expérimental. Un empilement de billes en plastique de diamètre $d \approx 6\,mm$ est confiné dans une cellule de largeur $L = 90\,cm$ et de hauteur $H = 60\,cm$, constituée de deux plaques de verre séparées d'une distance de $6,1\,mm$. Cet écartement constant est assuré par des cales disposées entre les deux plaques. L'empilement repose sur un support en PVC, il est caractérisé par sa hauteur ou le nombre de couches de billes N_c qui le constitue. Le réseau de billes ainsi construit est triangulaire compact. Aucun confinement latéral n'est imposé à l'empilement.

Pour propulser une bille sur l'empilement, un canon à air comprimé a été mis au point. Le canon est composé de plusieurs parties :

- un tube métallique

  Un tube métallique de longueur $l = 15$ cm sert à guider la bille entre les plaques. Des trous latéraux ont été réalisés le long de ce tube pour permettre l'évacuation de l'air sous pression et ainsi éviter les effets de souffle entre les plaques qui pourraient perturber les trajectoires des éjectats.

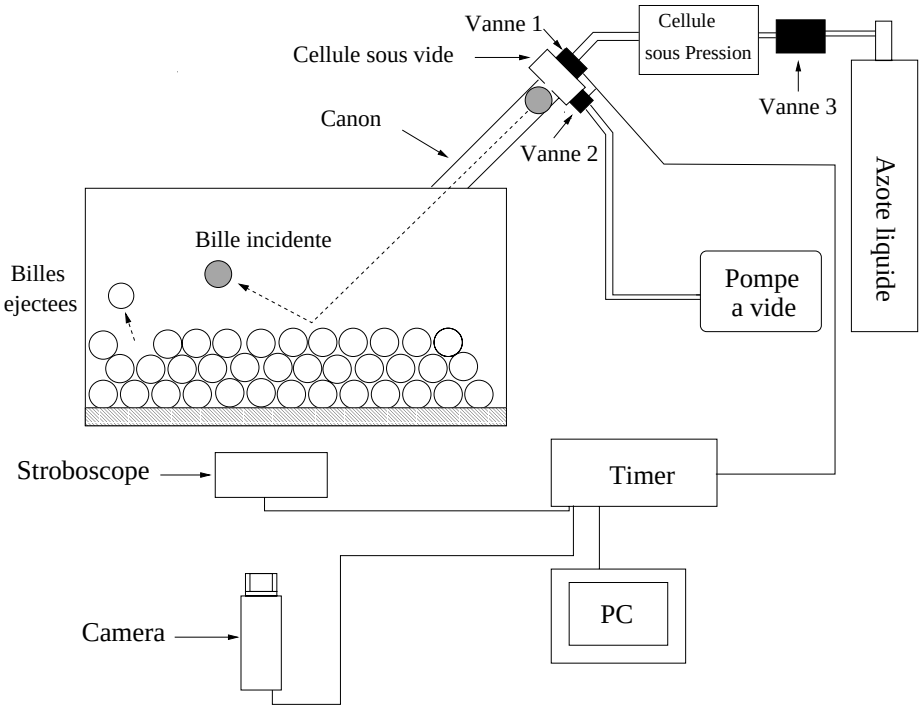

FIG. 3.2 – Schéma du dispositif expérimental.

- une cellule de chargement

  Une cellule de chargement, placée avant le tube métallique, permet d'introduire une bille dans le canon. L'électrovanne (2) relie la cellule de chargement à une pompe à vide. Lorsque l'électrovanne (2) s'ouvre, une dépression est réalisée dans la cellule pour retenir la bille incidente avant le déclenchement du tir.
- une cellule sous pression

  Cette cellule sous pression est connectée à la cellule de chargement par l'intermédiaire d'une électrovanne (électrovanne (1) sur la figure 3.2). Elle est alimentée par une bouteille de gaz sous pression.

La visualisation de la collision est assurée par une caméra vidéo CCD utilisée comme un appareil photographique. Une seule photographie avec un temps de pause assez long

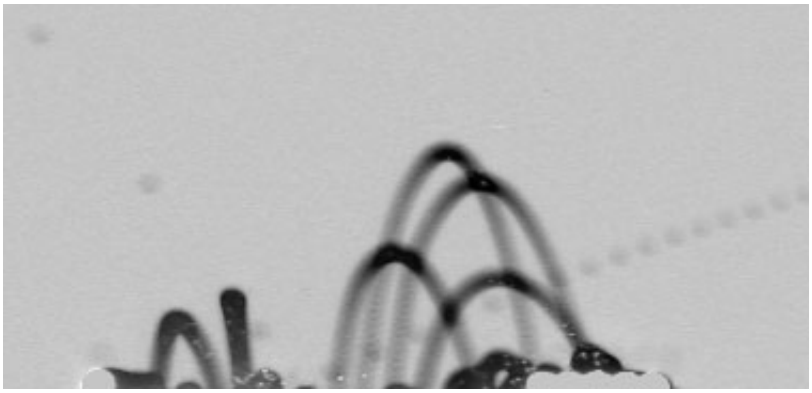

FIG. 3.3 – Exemple d'une collision typique : la bille incidente (venant de la gauche) rebondit et éjecte un certain nombre de billes de l'empilement qui décrivent des trajectoires paraboliques.

($\tau = 0,2\,s.$) est prise lors de chaque collision. La scène d'impact est illuminée par un stroboscope. Le choix de la fréquence du stroboscope pose un problème car le processus de collision fait intervenir deux échelles de temps bien distinctes, l'une correspondant au mouvement de la bille incidente (dont la vitesse est de l'ordre de $10\,m/s$) et l'autre correspondant au mouvement des billes éjectées (dont la vitesse est beaucoup plus petite, de l'ordre de $0,2\,m/s$). Nous avons choisi une fréquence adaptée au suivi de la bille incidente, soit $500\,Hz$. A cette fréquence, la bille incidente laisse sur la photographie des tâches distinctes, tandis que les billes éjectées laissent une trajectoire continue en principe difficilement exploitable, si l'on souhaite calculer les vitesses d'éjection. Cependant, vu la faible vitesse des billes éjectées, l'effet de la gravité est nettement visible : on obtient de belles trajectoires paraboliques sur les images (figure 3.3) dont on peut extraire facilement les paramètres par interpolation.

Finalement, un montage électronique permet de coordonner l'ouverture des différentes électrovannes et le déclenchement de la caméra. Dans un premier temps, l'électrovanne (2) s'ouvre, le vide est créé dans la cellule de chargement en même temps que la bille incidente y est introduite. Dans un deuxième temps, l'électrovanne (1) s'ouvre, l'air sous pression pénètre dans la cellule de chargement et propulse la bille dans le tube métallique. La caméra et le stroboscope sont ensuite déclenchés simultanément.

3.1.2 Les billes

Les grains de sable que l'on trouve dans les zones désertiques sont généralement en quartz, c'est à dire de la silice (SiO2), bien que l'on puisse rencontrer des dunes de gypse dans certaines régions [3]. Le verre, qui est un matériau dont la dureté mécanique se rapproche de celle du quartz, est, a priori, préférable. Mais les billes de verre, lorsqu'elles sont propulsées sur l'empilement qui est confiné entre leux plaques de verre, créent sur celles-ci, des rayures irréversibles qui empêchent la visualisation. Notre choix s'est donc porté vers des billes moins dures, en matière plastique. de masse suffisante pour que le ralentissement de la bille par friction sur les parois soit faible lors de sa trajectoire entre les plaques. Nous avons utilisé deux échantillons de billes plastiques (que l'on appellera de type I e II) de diamètres à peu près identiques. Les billes de type I ont un diamètre moyen $d_1 = 5,85 \pm 0,04\,mm$ et une masse $m_1 = 0,2\,g$ tandis que pour celles de type II, $d_2 = 5,93 \pm 0,02\,mm$ et $m_2 = 0,2\,g$. La figure 3.4 représente la distribution des diamètres pour chaque type de billes, à partir d'un échantillon de 250 billes. densité $1,86 g/cm^3 \pm 0,01 g/cm^3$). La composition chimique de ces billes n'a pas pu nous être communiquée. Toutefois, la caractérisation mécanique de celles-ci a pu être réalisée à partir d'expériences de collision binaire (Enaud, 2000). Ces expériences de collision binaire, interprétées dans le cadre du modèle de Louge (Foerster et al., 1994) explicité au chapitre précédent, ont permis de trouver, pour des vitesses d'impact de $1\,m/s$, les valeurs du coefficient de restitution normal ϵ_n et du coefficient de frottement μ. Pour les billes de type I, on a trouvé $\epsilon_{1n} = 0,91$ et $\mu_1 = 0,19$ alors que pour les billes de type II, on a $\epsilon_{2n} = 0,95$ et $\mu_2 = 0,11$ (elles sont donc beaucoup moins dissipatives et moins frottantes).

3.1.3 Procédure d'analyse des images

A partir des photographies des collisions (voir figure 3.3), on extrait les propriétés cinématiques de la bille incidente (avant et après impact) ainsi que celles des billes éjectées.

[3] En particulier, au Nord de Nouakchott, dans la "Sebkha N'dramcha", des barchanes de gypse sont visibles. Le gypse, roche très tendre, est alors formé par évaporation de l'eau salée qui percole sous cette terre côtière argileuse.

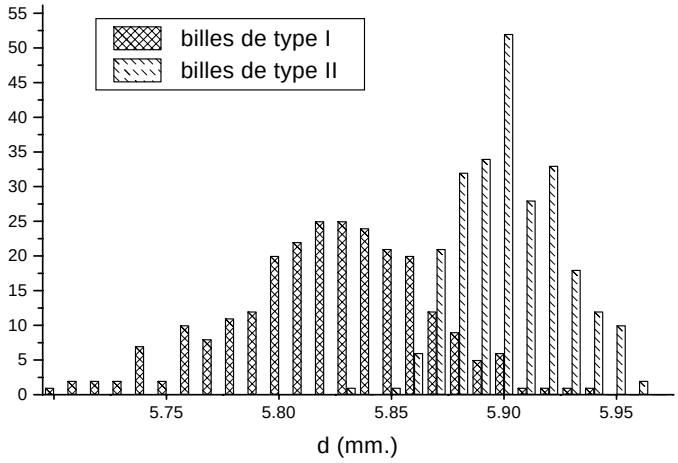

FIG. 3.4 – Distribution de la taille de billes de nos deux échantillons.

Pour la bille incidente, on calcule sa vitesse avant et après l'impact, à partir de ses deux positions successives précédant et succédant le choc.

Concernant les billes éjectées du lit, on extrait six points de chacune de leurs trajectoires et on ajuste une parabole passant par ces 6 points. Le frottement des billes éjectées avec les parois latérales est, en général, négligeable puisqu'aucune déviation par rapport à la trajectoire parabolique n'a pu être détectée. La friction avec les parois est détectée quand la trajectoire de l'éjectat dévie de sa forme parabolique. Dans ces cas rares, on ne prend que les premiers points de la trajectoire pour effectuer l'interpolation. A partir de ces données, on peut obtenir aisément les paramètres définissant les paraboles et en déduire les vitesses de décollage ainsi que le lieu d'éjection des billes. Nous n'avons pas tenu compte, dans les statistiques, des grains ayant des vitesses d'éjection très petites, c'est à dire dont la hauteur de saut h est inférieure à $h/d = 1,5$. En général, ces billes retombent à leur position initiale et n'ont pas retenu notre attention.

Pour une configuration donnée de l'empilement (hauteur de l'empilement fixée et angle d'incidence fixé), on réalise environ 200 collisions avec des vitesses d'impact comprises entre 6 et $22\,m/s$. Précisons que la vitesse d'impact est déterminée *a posteriori* à partir du

traitement des images, car, à pression donnée, la vitesse d'impact de la bille incidente n'est pas reproductible. Ceci est dû au fait qu'au moment où la bille incidente pénètre entre les deux plaques de verre de la cellule, elle subit avec celles-ci des collisions latérales qui la ralentissent. Pratiquement, il est en effet impossible de viser exactement dans le plan de l'empilement. A chaque tir, la bille incidente frotte donc contre les parois plus ou moins fortement (suivant le degré de précision du tir) empêchant d'avoir une vitesse reproductible au moment de l'impact.

Les collisions sont ensuite triées, selon leur vitesse d'impact, en différentes classes, de largeur $2\,m/s$. Cette largeur de classe a été choisie telle que l'on ait, à peu près 20 images par classe (soit environ 100 billes éjectées par classe). Chaque classe regroupant les vitesses comprises entre les vitesses V_i et $V_i + 2\,m/s$ sera référencée par la vitesse $V_i + 1\,m/s$. On extrait, ensuite, la distribution des différentes quantités qui caractérisent les billes éjectées. Pour chaque quantité, on calcule sa valeur moyenne et sa variance. Les barres d'erreur qui seront placées sur les courbes donnant les valeurs moyennes des différentes grandeurs correspondent à la variance des distributions. La figure 3.5 représente un exemple typique de distribution des vitesses d'éjection V_{ej} des billes à une vitesse d'impact V_i donnée.

3.2 Influence de la vitesse d'impact

Cette partie est consacrée à une analyse détaillée du processus de collision en fonction de la vitesse d'impact V_i de la bille incidente. Nous allons d'abord analyser les caractéristiques de la bille réfléchie, puis, dans un second temps, celles des billes éjectées.

Précisons, au préalable, les caractéristiques générales du processus de collision. Conformément à ce qui a déjà été observé dans les expériences à 3 dimensions (Mitha et al., 1986), on distingue, lors d'une collision typique, le rebond de la particule incidente et l'éjection d'un certain nombre de billes du lit. La bille qui rebondit est caractérisée par une grande vitesse en comparaison de celle des billes éjectées du lit. La bille incidente repart avec une vitesse qui représente environ le tiers de sa vitesse incidente alors que la vitesse de décollage V_{ej} des billes éjectées dépasse rarement 10% de la vitesse d'impact V_i.

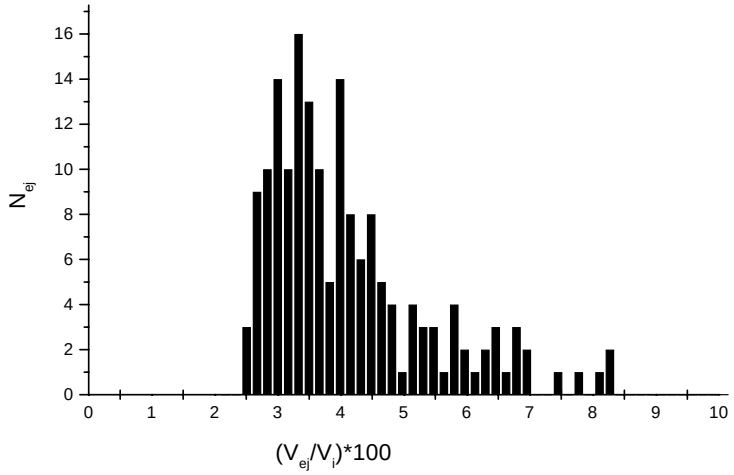

FIG. 3.5 – Distribution des vitesses d'éjection V_{ej} pour une vitesse d'impact V_i donnée. Cette distribution n'est pas normalisée et a été établie à partir de 30 collisions.

Nous rappelons que les résultats présentés ici ont été obtenus avec les billes de type I. Ces expériences ont été réalisées pour une hauteur d'empilement fixée correspondant à un nombre de couches égal à $N_c = 24$ (le choix de cette valeur sera justifié dans le paragraphe qui suit) et une vitesse d'impact V_i qui varie entre $6\,m/s$ et $22\,m/s$. D'autre part, l'angle d'incidence a été fixé à 50°.

3.2.1 Propriétés de la bille réfléchie

Lorsque la bille incidente heurte l'empilement, elle rebondit dans presque tous les cas. Parfois, cependant, elle peut être piégée par l'empilement (comme on le verra plus loin). En général, la bille incidente heurte une seule bille de la couche superficielle de l'empilement mais il peut arriver qu'elle en heurte deux simultanément.

Nous introduirons, pour caractériser le rebond de la bille incidente, le coefficient de restitution effectif e, défini comme le rapport du module de la vitesse de rebond V_r et de la vitesse incidente V_i ($e = V_r/V_i$). Nous utiliserons aussi le coefficient de restitution tangentielle e_x et normale e_y, défini respectivement comme le rapport des vitesses horizontales

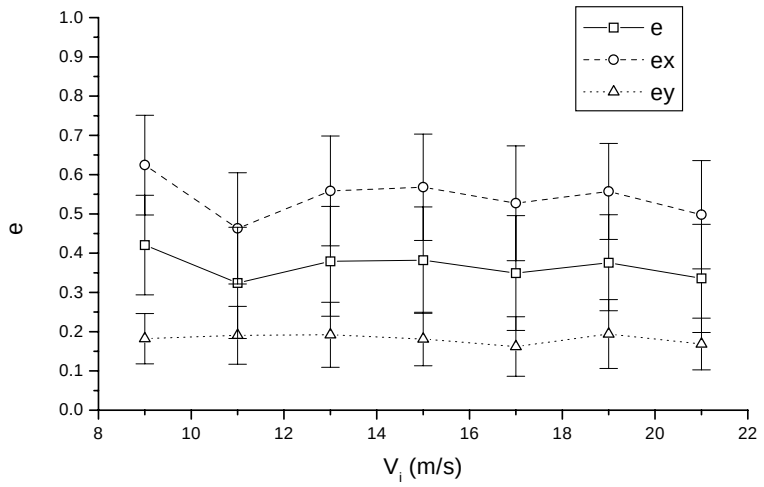

FIG. 3.6 – Coefficients de restitution effectif e, e_x, e_y en fonction de la vitesse d'impact V_i en m/s.

avant et après le choc et le rapport des vitesses verticales avant et après le choc.

Coefficient de restitution effectif

Lorsque la vitesse d'impact V_i augmente, on n'observe aucune variation significative du coefficient de restitution effectif e (voir figure 3.6). La valeur du coefficient de restitution normale e_y trouvée ici est égale à $0,19$ alors que la valeur du coefficient de restitution normale pour un choc binaire entre ces mêmes billes est égal à $0,91$. On voit donc que la dissipation est beaucoup plus importante dans une collision multiple (c'est à dire faisant intervenir plus deux billes simultanément). La dissipation de l'énergie dans ce problème peut avoir des sources variées en particulier une dissipation par émission d'ondes de déformation à travers l'empilement ou par un réarrangement irréversible des billes de l'empilement.

Angle de rebond

L'évolution de l'angle de rebond θ_r en fonction de la vitesse d'impact V_i est représentée sur la figure 3.7. L'angle de rebond moyen semble indépendant de la vitesse d'impact V_i, il

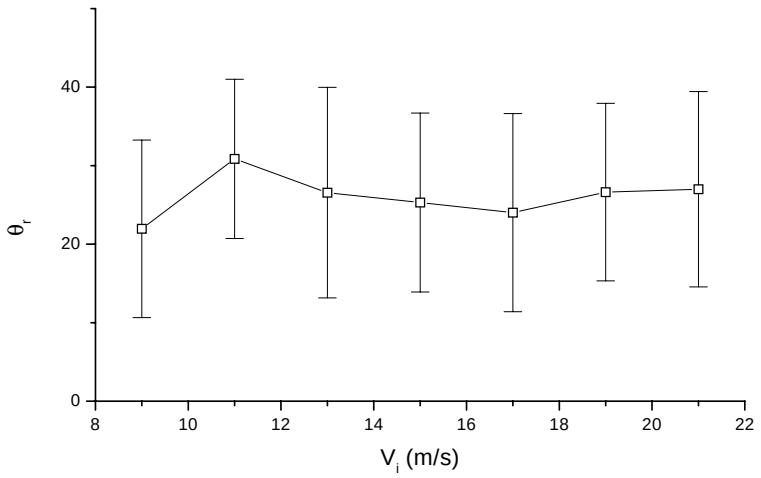

FIG. 3.7 – Angle de rebond θ_r en fonction de la vitesse d'impact V_i en m/s.

est de l'ordre de 25° avec une dispersion importante d'environ 20°. Une telle dispersion peut s'expliquer en partie du fait que le lieu précis de l'impact change suivant les différents tirs. Une fluctuation même infime (de quelques dixièmes de degré) de l'angle d'incidence (ce qui est inévitable expérimentalement) conduit à une dispersion des lieux d'impact supérieure à un diamètre de bille. On s'attend donc à ce que toutes les positions possibles d'impact soient explorées (entre celle correspondant au sommet de la bille cible jusqu'à celle située entre deux billes adjacentes). Ceci pourrait expliquer la forte dispersion que l'on trouve dans les angles de rebond.

Enfin, il faut préciser que, dans certains cas, la bille incidente semble piégée par la surface (voir figure 3.8). Bien que notre statistique sur le piégeage soit assez faible, on a estimé la probabilité de capture à quelques pourcents.

Conclusion

Les propriétés de la bille incidente après l'impact ont été étudiées en fonction la vitesse d'impact V_i. Le coefficient de restitution effectif est deux fois plus faible que dans le cas d'une collision binaire bille-bille et ne varie pas de manière significative avec la vitesse

FIG. 3.8 – Image représentant la collision dans le cas d'un piégeage apparent de la bille incidente par le lit. Les deux positions successives de la bille incidente sont visibles sur la partie gauche de l'image.

d'impact V_i. Par ailleurs, il y a une importante dispersion des résultats, du fait que nous ne contrôlons pas, de manière précise, le lieu de l'impact de la bille incidente.

3.2.2 Propriétés des billes éjectées

Nous allons maintenant nous intéresser aux caractéristiques des billes éjectées qui sont très différentes de celles de la bille réfléchie.

Les billes concernées par l'éjection sont principalement celles qui se trouvent sur la couche superficielle de l'empilement. Par ailleurs, nous allons voir qu'elles peuvent décoller aussi bien dans la direction donnée par celle du tir que dans la direction contraire. On verra que la majorité des billes éjectées ont quand même un mouvement qui va dans le sens du tir. Il est aussi utile de préciser que les billes, dont le lieu d'éjection se situe en aval du point d'impact (et qu'on appellera éjectats "avants"), décollent dans la direction donnée par celle du tir, alors que les billes dont le lieu d'éjection se trouve en amont du point d'impact (et que l'on appellera éjectats "arrières"), décollent dans la direction contraire.

Nombre de billes éjectées

On a représenté le nombre moyen de billes éjectées N_{ej} lors d'une collision en fonction de la vitesse d'impact V_i sur la figure 3.9. Cette courbe montre que le nombre de billes éjectées augmente à peu près linéairement avec la vitesse d'impact. Par ailleurs, on note

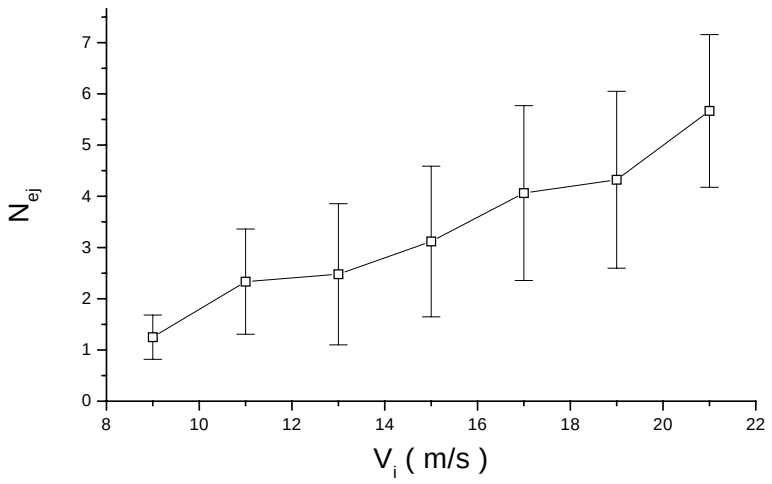

FIG. 3.9 – Evolution du nombre moyen d'éjectats N_{ej} en fonction de la vitesse d'impact V_i en m/s

l'existence d'une vitesse seuil au-dessous de laquelle l'éjection des billes est impossible. Cette vitesse seuil est comprise entre $6\,m/s$ et $8\,m/s$.

Au vu de ces résultats, on peut donc proposer une loi affine pour le nombre de billes éjectées N_{ej} en fonction de la vitesse d'impact V_i :

$$N_{ej} = p(V_i - V_{io}) \tag{3.2}$$

avec $V_{io} \approx 6\,m/s$, et une pente $p \approx 0,36\,s.m^{-1}$.

On peut, parmi les billes éjectées, faire la distinction entre les éjectats avants et arrières. La figure 3.10 montre l'évolution séparée du nombre d'éjectats avants et arrières en fonction de la vitesse d'impact. On observe une évolution à peu près linéaire du nombre d'éjectats avants et arrières avec la vitesse d'impact mais avec des pentes différentes : par collision N_{ej}^{+} et du nombre d'éjectats arrières par collision N_{ej}^{-} en fonction de la vitesse d'impact V_i, sous la forme suivante :

$$N_{ej}^{+} = \frac{a^{+}}{V_{io}^{+}}(V_i - V_{io}^{+}) \tag{3.3}$$

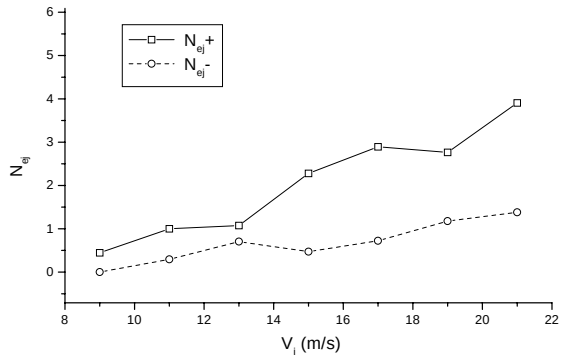

FIG. 3.10 – Evolution du nombre moyen d'éjectats avants N_{ej}^{+} et arrières N_{ej}^{-} en fonction de la vitesse d'impact V_i en m/s

$$N_{ej}^{-} = \frac{a^{-}}{V_{io}^{-}}(V_i - V_{io}^{-}) \tag{3.4}$$

les valeurs suivantes des paramètres : $V_{io}^{+} = 8m/s$, $V_{io}^{-} = 9m/s$, et $a^{+} = 2$, $a^{-} = 0,9m/s$. on trouve une pente $p^{+} \approx 0,25\, s.m^{-1}$ pour les éjectats avants et une pente $p^{-} \approx 0,1\, s.m^{-1}$ pour les éjectats arrières. L'augmentation est donc nettement plus marquée pour les éjectats avants.

Cette augmentation linéaire du nombre d'éjectats avec la vitesse d'impact est qualitativement conforme avec les précédentes études sur le "splash". Anderson obtient, dans ses simulations numériques avec des billes de $1\, mm$ (ayant un coefficient de restitution $\epsilon = 0,7$ et un coefficient de frottement $\mu = 0,5$) une évolution linéaire avec un taux d'accroissement $p \approx 0,57\, s.m^{-1}$ (Anderson et Haff, 1988). Il montre de plus que ses résultats sont peu sensibles à la valeur des paramètres mécaniques des billes.

Par ailleurs, les études expérimentales (Werner, 1987; Willets et Rice, 1986) réalisées avec des grains de sable naturels trouvent également une loi affine avec une pente $p \approx 0.55\ s.m^{-1}$. En extrapolant leurs données, on trouve une vitesse seuil d'éjection $V_{io} \approx 2\, m/s$. Cette valeur est bien plus faible que celle que l'on trouve. Dans notre expérience, l'empilement est ordonné et l'éjection d'une bille de la couche superficielle est rendue plus difficile par la présence des deux billes voisines, de part et d'autre de la bille considérée.

Dans un empilement désordonné en surface, certaines billes de la couche superficielle n'ont pas de voisinage. L'énergie nécessaire pour l'éjection est donc moindre. Ceci explique le fait que la vitesse seuil d'éjection soit plus faible pour un empilement désordonné.

Vitesse d'éjection des billes

Pour obtenir des informations plus précises sur les propriétés des billes éjectées, nous avons déterminé les distributions des vitesses d'éjection pour différentes vitesses d'impact V_i. Cette distribution représente, la *fonction de splash* telle qu'elle a été définie par Hungar et Haff (Ungar et Haff, 1987).

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la distribution des vitesses verticales d'éjection. Car, dans le contexte du transport éolien, la vitesse verticale d'éjection est une donnée cruciale qui permet d'estimer la quantité d'énergie que pourra stocker le grain durant son saut. En effet, dans la mesure où l'impulsion horizontale de décollage de la bille est faible, la quasi-totalité de l'énergie associée au mouvement horizontal sera contrôlée par l'écoulement. La vitesse de l'écoulement augmentant avec la hauteur, l'énergie communiquée sera d'autant plus grande que la hauteur atteinte par la bille éjectée est grande. Ceci explique pourquoi la vitesse verticale d'éjection est si importante. Ces considérations ne sont toutefois valables que pour les billes atteignant les couches supérieures de l'écoulement, là où l'entraînement aérodynamique est significatif. En d'autres termes, cela ne concerne que les billes éjectées avec une vitesse verticale suffisante [4].

Nous avons choisi de mesurer les vitesses verticales d'éjection en terme de la hauteur h des paraboles décrites par les billes éjectées. On appellera ainsi $dP_{ej}(h) = P_{ej}(h)dh$ la probabilité qu'une bille soit éjectée à une hauteur comprise entre h et $h + dh$, la vitesse d'impact étant fixée. Cette distribution P_{ej} est reliée au nombre de billes éjectées à une hauteur comprise entre h et h, $N_{ej}(h)$, par la relation suivante :

$$P_{ej}(h) = \frac{N_{ej}(h)}{N_{ej}} \tag{3.5}$$

[4] L'entraînement des grains par le vent devient important pour les grains qui effectuent des sauts d'une hauteur supérieure à quelques dizaines de centimètres.

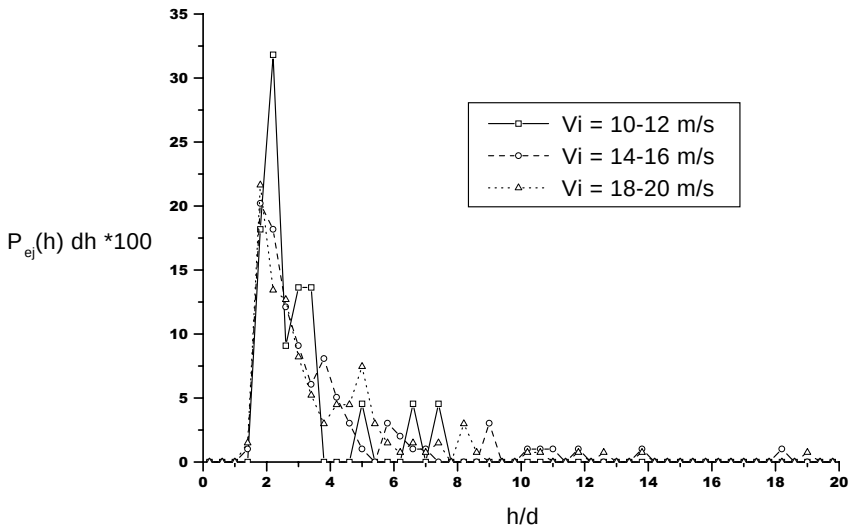

FIG. 3.11 – Distribution de la vitesse verticale d'éjection pour différentes vitesses d'impact V_i en m/s.

où N_{ej} est le nombre de billes totales éjectées lors d'une collision ($N_{ej} = \int_0^\infty N_{ej}(h)dh$).

Nous avons représenté sur la figure 3.11 la distribution des vitesses verticales d'éjection pour différentes vitesses d'impact. Nous avons tracé la probabilité $P_{ej}(h)dh$ où l'on a pris $dh/d = 0,4$. On peut noter que la vitesse verticale d'éjection la plus probable correspond à une hauteur de saut $h \approx 2d$ indépendante de la vitesse d'impact V_i. Pour $V_i = 11\,m/s$, près de 50% du nombre total des éjectats atteint une hauteur h comprise entre $1,6\,d$ et $2,4\,d$. Cette proportion diminue sensiblement avec la vitesse d'impact V_i : elle chute à environ 35% pour $V_i = 19\,m/s$. Cette baisse se fait au profit de billes éjectées à plus haute énergie. En particulier, on observe l'apparition de billes avec des vitesses verticales d'éjection importantes. Pour une vitesse d'impact $V_i = 11\,m/s$, aucune bille éjectée ne dépasse la hauteur $h = 6d$, alors que pour une vitesse d'impact $V_i = 19\,m/s$, plus de 15% des billes éjectées atteignent une hauteur $h > 6\,d$.

Les distributions de la figure 3.11 peuvent être ajustées, de manière satisfaisante (voir figure 3.12), par une loi exponentielle en ce qui concerne la partie décroissante (i.e.,pour

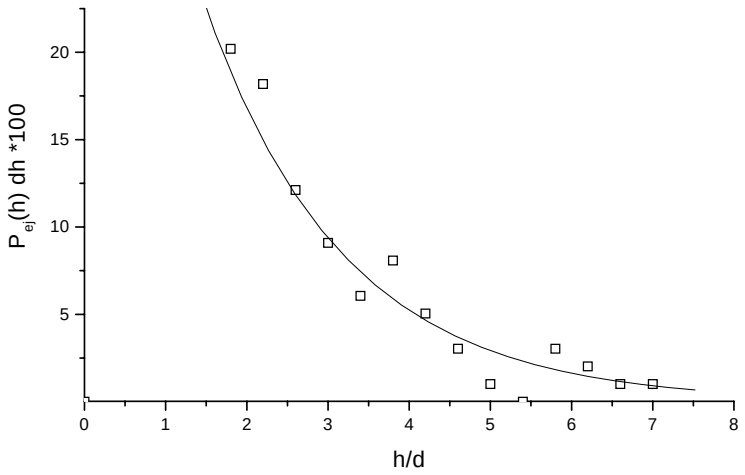

FIG. 3.12 – Distribution de la vitesse verticale d'éjection pour une vitesse d'impact de $15\,m/s$ avec l'ajustement exponentiel (ligne continue).

$h > h_o = 2d$). On trouve une loi exponentielle de la forme :

$$dP_{ej}(h) = P_{max} \exp\left[-\frac{h - h_o}{h^\star(V_i)}\right] dh \tag{3.6}$$

où $h^\star$ est la longueur caractéristique de décroissance et P_{max} est la valeur de P_{ej} en $h = h_o$. Les valeurs de ces paramètres ont été obtenues pour différentes vitesses d'impact :

$V_i\,(m/s)$	11	15	19
$h^\star/d$	1.0	1.6	2.2
P_{max}	0,75	0,5	0,43

$h^\star$ tend à augmenter avec la vitesse d'impact V_i selon une loi linéaire ($h^\star/d \approx aV_i$ avec $a \approx 0,1\,s.m^{-1}$), alors que P_{max} tend plutôt à diminuer selon une loi de puissance ($P_{max} \sim 1/V_i$). Ainsi $h^\star$ suit approximativement une loi affine avec la vitesse d'impact de la forme : $h^\star \sim a + bV_i$ avec $a \sim -0.65$ et $b \sim 0.15$.

Rappelons qu'Anderson (Anderson et Haff, 1988; Anderson et Haff, 1991), à partir de ses simulations numériques 2D, trouve une loi exponentielle pour la distribution des vitesses d'éjection. Si l'on traduit ses résultats en termes de la hauteur h atteinte par les grains

éjectés, on trouve une distribution de la forme suivante :

$$dP_{ej}(h) \sim \frac{1}{V_i}\sqrt{\frac{g}{2h}}\exp\left[-\sqrt{h/h^\star}\right]dh \tag{3.7}$$

avec $h^\star \sim V_i^2/2g$. Cette loi ne s'ajuste pas à nos données expérimentales. Il trouve, par ailleurs, les lois suivantes pour $h^\star$ en fonction de V_i (Anderson et Haff, 1988) :

$$h^\star = \alpha V_i^2 \tag{3.8}$$

où α est une constante et (Anderson, 1990) :

$$h^\star = \beta V_i^{0,6} \tag{3.9}$$

où β est une constante. où $k = 0,6$ et $\alpha = 0,25$, $g = 9,81 m.s^{-2}$

Enfin, selon Anderson, N_o est indépendant de la vitesse d'impact (Anderson, 1990), ce qui n'est pas le cas dans les expériences présentées ici. Ce type de loi a également été utilisé par Anderson et Hallet (Anderson et Hallet, 1986) dans leur modèle de saltation. Leurs interpolations ont été obtenues à partir de données expérimentales issues de travaux en soufflerie (White et Schulz, 1977). Ces relations sont compatibles avec les tendances décrites ci-dessus des paramètres N_o et $h\star$ en fonction de la vitesse d'impact. Toutefois, notre statistique est trop pauvre pour que l'on puisse prédire la forme précise des lois d'évolution des paramètres N_o et $h\star$ en fonction de la vitesse d'impact.

On a également tracé les distributions des vitesses d'éjection en distinguant les éjectats avants des éjectats arrières (figures 3.13 et 3.14). On peut remarquer qu'il n'y a pas de différences significatives entre les éjectats avants et arrières et qu'on retrouve des distributions similaires à celles discutées plus haut.

On a regardé aussi l'évolution de la valeur moyenne des composantes horizontales $V_{ej,x}$ et verticales $V_{ej,y}$ des vitesses d'éjection (voir la figure 3.15). Le léger accroissement de la vitesse verticale d'éjection $V_{ej,y}$ avec la vitesse d'impact V_i (de $2\sqrt{gd}$ à $3\sqrt{gd}$) traduit l'apparition d'éjectats à haute énergie pour les grandes vitesses d'impact. La vitesse horizontale d'éjection $V_{ej,x}$ ne montre pas d'évolution significative avec la vitesse d'impact.

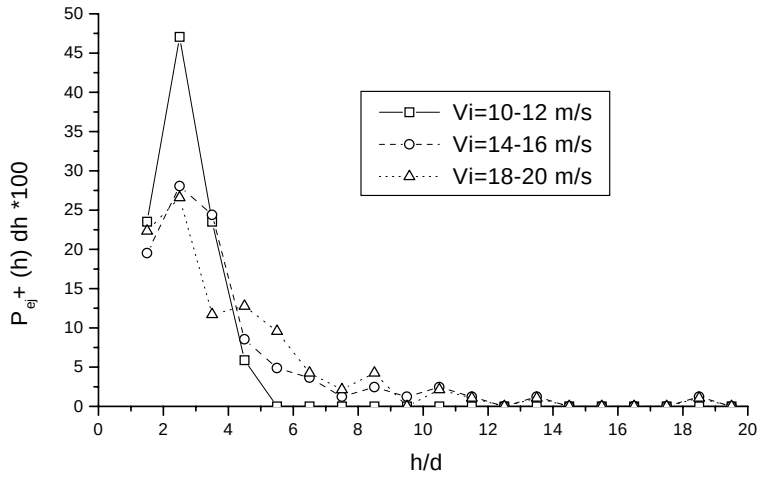

FIG. 3.13 – Distribution de la vitesse verticale d'éjection des éjectats avants pour différentes vitesses d'impact.

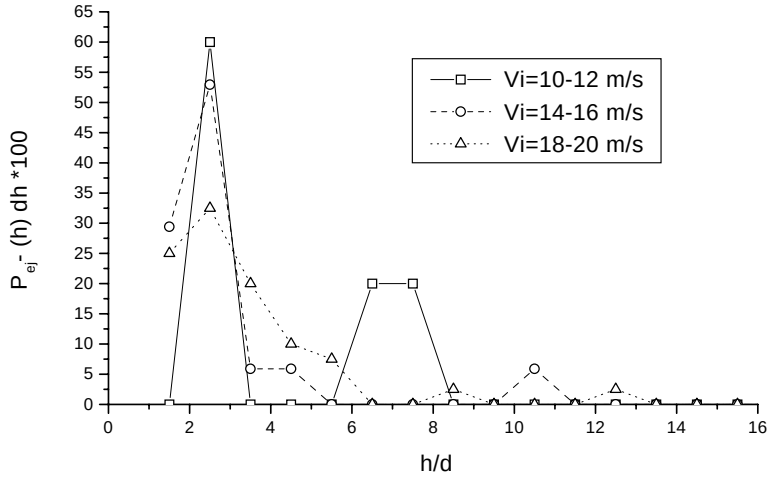

FIG. 3.14 – Distribution de la verticale d'éjection des éjectats arrières pour différentes vitesses d'impact.

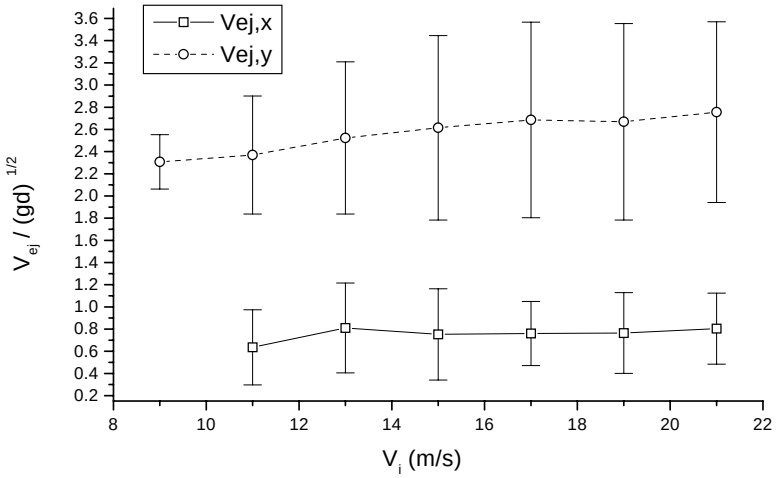

FIG. 3.15 – Valeur moyenne de la vitesse d'éjection horizontale $V_{ej,x}$ et verticale $V_{ej,y}$ en fonction de la vitesse d'impact V_i.

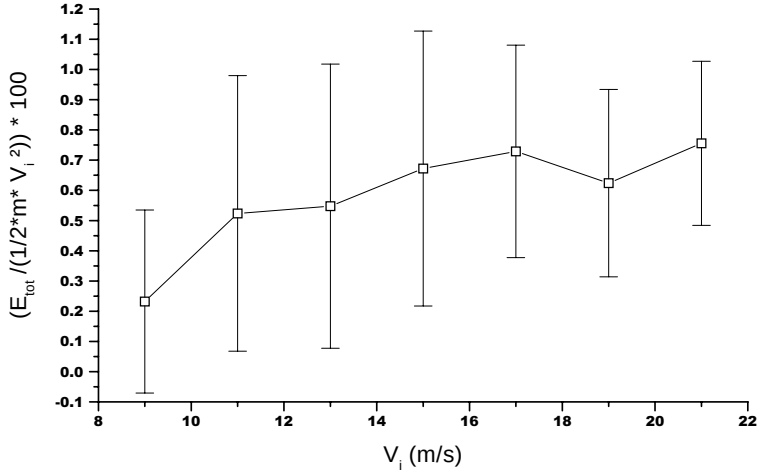

FIG. 3.16 – Energie totale des éjectats en fonction de la vitesse d'impact V_i.

Sa valeur moyenne fluctue autour de $V_{ej,x} \approx \sqrt{gd}$, valeur qui est inférieure de moitié à la vitesse verticale d'éjection.

Enfin, on a calculé l'énergie totale E_{tot} transmise aux billes éjectées lors d'une collision (figure 3.16). E_{tot} représente $0,52\%$ de l'énergie de la bille incidente pour une vitesse d'impact de $11\,m/s$ et augmente jusqu'à $0,76\%$ quand $V_i = 21\,m/s$, soit une augmentation relative de 50%. L'évolution de E_{tot}/mV_i^2 suit, approximativement, une loi affine avec la vitesse d'impact, ce qui veut dire que dans la limite des grandes vitesses d'impact $E_{tot} \sim V_i^3$. On peut retrouver ce résultat à partir de la loi de distribution des vitesses d'éjection obtenue précédemment. On a en effet par définition :

$$E_{tot} \sim N_{ej} \int_{h_o}^{\infty} gh\, P_{ej}(h) dh \sim N_{ej} h^{\star 2} \ .$$

Or on a vu que $N_{ej} \sim V_i$ et que $H^\star \sim V_i$, ce qui nous donne bien une loi cubique.

Enfin, il faut bien noter que l'énergie transmise aux billes éjectées représente une partie négligeable de l'énergie restituée par l'empilement. Rappelons que la bille incidente récupère, après l'impact, environ 15% de l'énergie incidente.

Angle d'éjection

Nous avons également analysé les statistiques des angles d'éjection. On trouve que la valeur moyenne ne montre aucune dépendance avec la vitesse d'impact V_i (voir figure 3.17). L'angle moyen d'éjection est d'environ 67° pour les éjectats avants et 100° pour les éjectats arrières.

Anderson obtient par simulation sur des empilements bidimensionnels désordonnés un angle d'éjection indépendant de la vitesse d'impact V_i et égal à 54° avec une dispersion de 40° (Anderson et Haff, 1988). Les valeurs de ces simulations sont plus petites et montrent une dispersion plus grande. Notre empilement cristallin restreint fortement la plage de valeurs possibles des angles d'éjection. En effet, une bille de la couche superficielle est confinée entre les deux billes voisines. Ainsi, l'angle d'éjection est limité à des angles plus proches de la verticale.

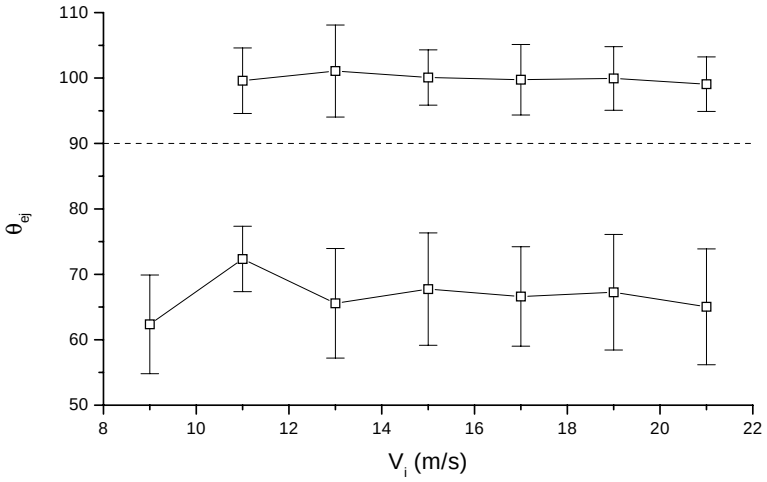

FIG. 3.17 – Angle moyen d'éjection θ_{ej} pour les éjectats avants et arrières en fonction de la vitesse d'impact V_i.

Distance d'éjection

On appelle distance d'éjection d_{ej} la distance entre le lieu d'éjection de la bille éjectée et la position du point d'impact de la bille incidente. La distribution de la distance d'éjection a été étudiée pour différentes vitesses d'impact V_i (voir figure 3.18). Pour une vitesse d'impact $V_i = 11\,m/s$, la statistique est plutôt faible dès lors que le nombre de billes éjectées par impact est faible.

Considérons, tout d'abord, les éjectats avants. La région concernée par l'éjection s'étend sur une distance de 6 billes. L'extension spatiale de la région concernée par l'éjection ne semble varier significativement avec la vitesse d'impact. La distance d'éjection la plus probable est de l'ordre de $d_{ej}^{+} \approx 4d$ et ne semble pas non plus dépendre de la vitesse d'impact.

La distribution des distances d'éjection pour les éjectats arrières montre les mêmes tendances. La distance d'éjection la plus probable est aussi de l'ordre de $d_{ej}^{-} \approx 4d$ et ne change pas non plus de manière significative avec la vitesse d'impact.

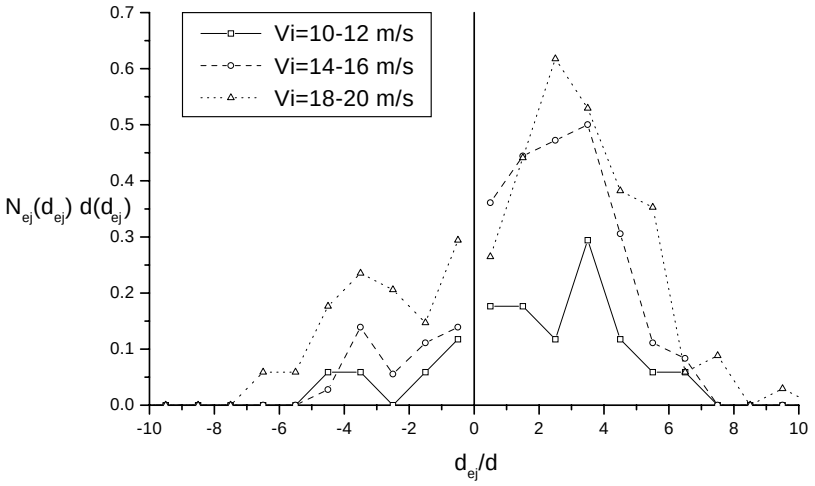

FIG. 3.18 – Distribution des distances d'éjection d_{ej} pour différentes vitesses d'impact V_i.

Ces statistiques nous ont permis de mesurer l'évolution de la distance moyenne d'éjection en fonction de la vitesse d'impact. Nous n'avons pas d'évolution significative ni pour les éjectats avants ni pour les éjectats arrières (figure 3.19).

Comme il a été souligné ci-dessus, les billes éjectées proviennent essentiellement d'une région située autour du point d'impact de la bille incidente. Cependant, dans quelques cas, les billes peuvent être éjectées à une distance assez éloignée du point d'impact ($d_{ej} \sim 10d$; voir figure 3.20). Ceci suggère que deux mécanismes différents d'éjection peuvent coexister. Une partie de l'énergie de la bille incidente qui est transférée au lit peut, soit rester localisée au voisinage du point d'impact, soit se propager sur de longues distances. Dans le premier cas, seules les billes situées autour du lieu d'impact sont délogées. Dans le second cas, une partie de l'onde générée par l'impact se propage dans l'empilement et réémerge à une distance éloignée du point d'impact en produisant l'éjection d'un certain nombre de billes.

– Corrélation entre la distance d'éjection et la vitesse d'éjection

  Nous avons essayé de voir s'il existait une corrélation entre la vitesse d'éjection et le lieu d'éjection. On pouvait penser en effet, a priori, que plus la bille est éjectée

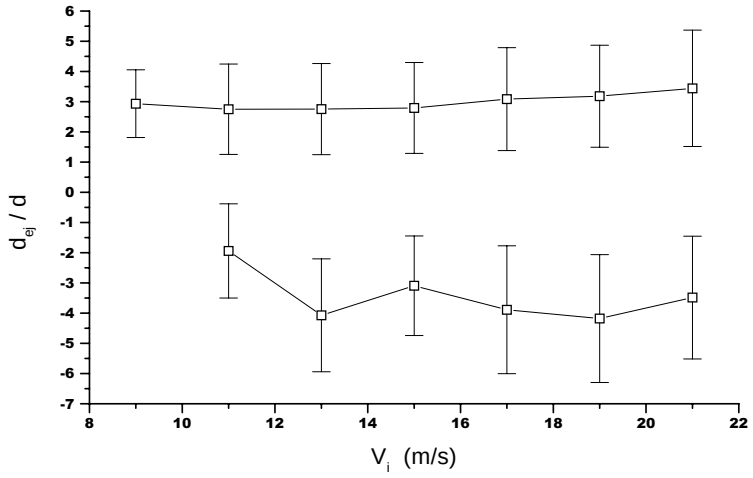

FIG. 3.19 – Distances moyennes d'éjection pour différentes vitesses d'impact V_i.

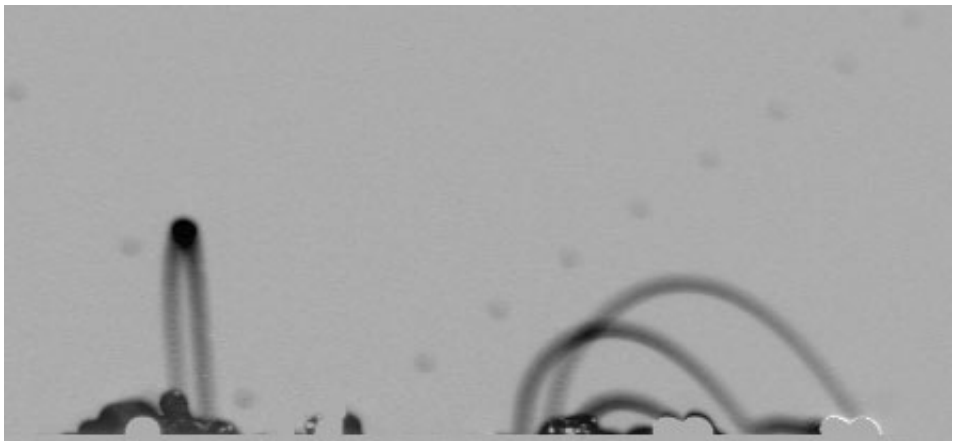

FIG. 3.20 – Un exemple d'éjection éloignée du lieu d'impact

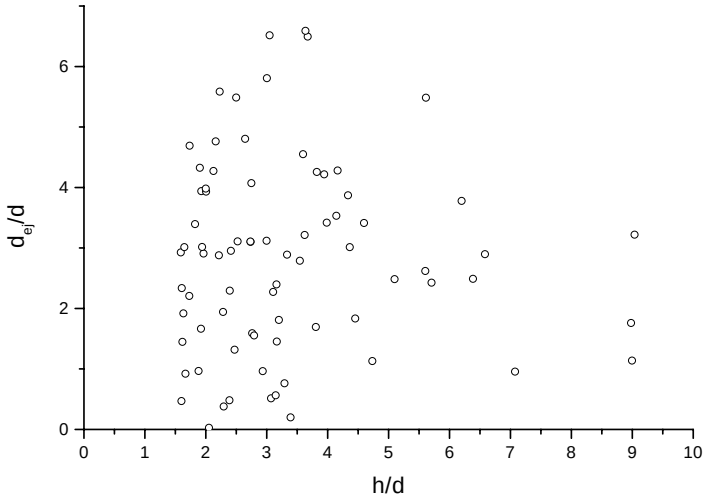

FIG. 3.21 – Corrélation entre la distance d'éjection d_{ej} et la vitesse verticale d'éjection mesurée en terme de hauteur de saut h.

près du lieu d'impact, plus elle est énergétique. Pour cela, nous avons tracé dans le plan (d_{ej}, h) (on rappelle que h est la hauteur des sauts) la densité de probabilité d'obtenir une bille éjectée à une distance d_{ej} donnée et sautant à une hauteur h (voir figure 3.21). Aucune corrélation claire n'est trouvée entre ces deux quantités, contrairement à ce que l'on pouvait, intuitivement, penser. Par ailleurs, la vitesse horizontale d'éjection ne montre également aucune corrélation avec la distance d'éjection.

– Corrélation entre la distance d'éjection et l'angle d'éjection

  L'angle d'éjection décroît lorsque la distance d'éjection augmente (voir figure 3.22). L'angle d'éjection est de 75° pour une distance d'éjection de la taille d'un grain et 58° pour une distance d'éjection de $X_{ej} = 12$ grains. Ces caractéristiques sont valables pour les éjectats avant mais les mêmes tendances sont valables pour les éjectats arrières. L'angle d'éjection est de 100° pour un lieu d'éjection de $X_{ej} = 2$ grains et de 115° pour une distance d'éjection de $X_{ej} = 8$ grains.

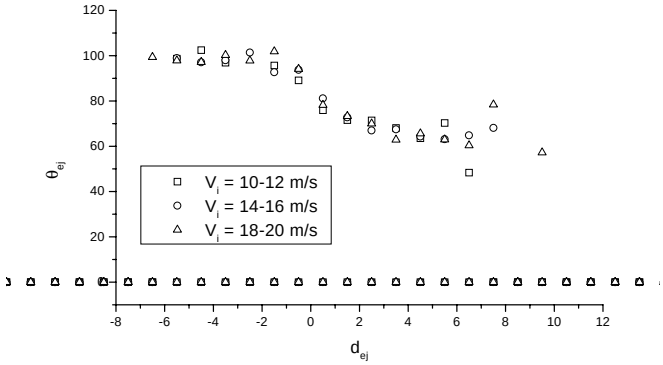

FIG. 3.22 – Angle d'éjection θ_{ej} en degrés en fonction de la distance d'éjection d_{ej} en taille de grains.

Longueur de reptation

On définit la longueur de reptation comme la portée des sauts paraboliques effectués par les billes éjectées. Cette longueur ne coincide donc pas forcément avec la distance entre la position de décollage et la position finale de la bille. En effet, quand la bille éjectée atterrit sur la surface du lit, elle peut se mettre à rouler sur une distance de plusieurs diamètres de billes. De plus, un certain nombre de billes éjectées à un angle d'incidence proche de 90° atterrissent en leur lieu de décollage.

La longueur de reptation est une grandeur importante car elle intervient dans les modèles phénoménologiques qui traitent de la formation des rides éoliennes (Anderson et Haff, 1988; Valance et Rioual, 1999a). Sur la figure 3.23, on a représenté la distribution des longueurs de reptation pour différentes vitesses d"impact. Le pas statistique utilisé pour les distributions est égal à $1d$. La valeur la plus probable de la longueur de reptation est comprise entre $3\,d$ et $4\,d$ pour les éjectats avants et entre $1\,d$ et $2\,d$ pour les éjectats arrières. Elle ne semble pas augmenter de manière significative avec la vitesse d'impact. Lorsque la vitesse d'impact augmente, les deux pics des distributions localisés en leur valeur la plus probable, décroissent au profit de billes éjectées à haute énergie : pour les éjectats avants, la hauteur du pic est de $32,\%$ pour une vitesse V_i de $11,\ m/s$ et de $13,\%$ pour une vitesse

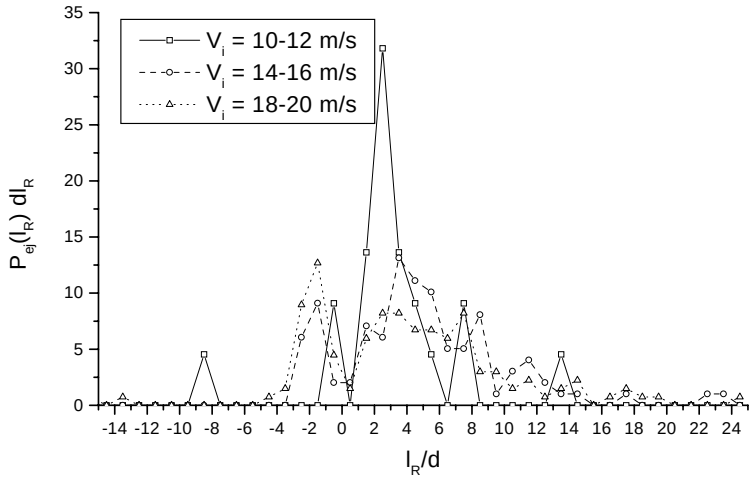

FIG. 3.23 – Distribution des longueurs de reptation pour différentes vitesses d'impact V_i.

V_i de 15, m/s.

Notons que ces distributions sont de formes similaires à celles obtenues pour la vitesse verticale d'éjection et qu'une loi exponentielle semble pouvoir convenir pour ajuster les données pour $l_R > l_o$ (3.24) :

$$P_{ej}(l_R) = P_{max}\, e^{-(l_R - l_o)/l_R^*(V_i)} \tag{3.10}$$

où $l_o = 2,5\,d$ pour les éjectats avants et $l_o = 1,5\,d$ pour les éjectats arrières. Les valeurs des paramètres (pour les éjectats avants) en fonction de la vitesse d'impact sont regroupées dans le tableau suivant :

$V_i(m/s)$	11	15	19
l_R^*/d	1.8	4.3	7.65
P_{max}	0,85	0,37	0,21

l_R^* tend à augmenter avec la vitesse d'impact selon une loi quadratique ($l_R^* \sim V_i^2$) alors P_{max} diminue selon une loi en $1/V_i^2$.

Anderson (Anderson et Hallet, 1986) et Sorensen (Sorensen, 1991) ont également trouvé une loi de distribution exponentielle pour les longueurs de reptation. Ils la déduisent de la distribution des vitesses d'éjection en supposant une corrélation directe entre la vitesse

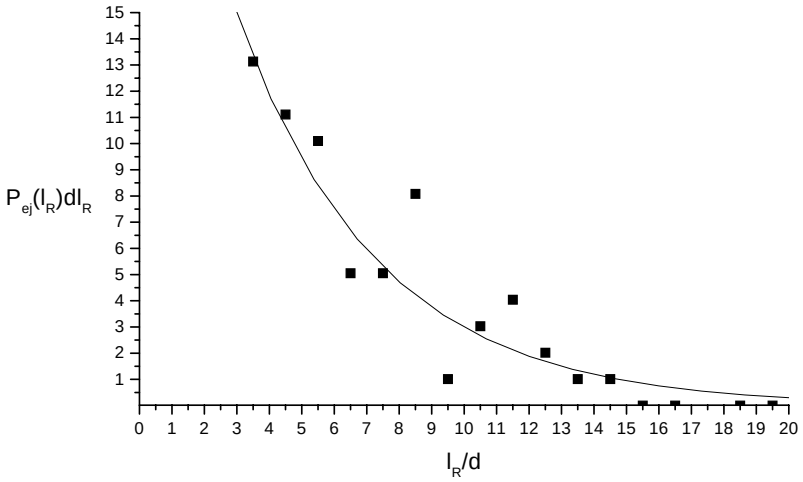

FIG. 3.24 – Distribution des longueurs de reptation pour les éjectats positifs avec l'ajustement exponentiel (ligne continue). $V_i = 15\,m/s$.

verticale d'éjection et la portée des sauts. Nous ne retrouvons pas cette corrélation entre la longueur de reptation et la vitesse verticale d'éjection. En effet, cette corrélation implique également une corrélation entre la vitesse horizontale d'éjection et la vitesse verticale d'éjection. La distribution de l'angle d'éjection devrait alors montrer une dispersion faible par rapport à la valeur moyenne. Cette caractéristique de l'angle d'éjection n'est pas retrouvée. Rappelons que la dispersion est de l'ordre de 10° pour un angle de 60°.

3.3 Influence de la hauteur de l'empilement

Le nombre de couches N_c dans l'empilement est un paramètre important car, comme on va le voir, les propriétés des billes éjectées en dépendent. Au cours du processus de collision, on a vu qu'une partie de l'énergie de la bille incidente est transférée à l'empilement de billes et qu'elle est redistribuée, en partie, aux billes éjectées. Des simulations numériques à $2D$ ont déjà prédit la possibilité que l'onde générée par la collision se réfléchisse sur le fond de l'empilement et induise l'éjection de billes supplémentaires (Anderson et Haff, 1991).

Nous avons fait varier le nombre de couches de l'empilement entre 0 et 36 couches. Nous

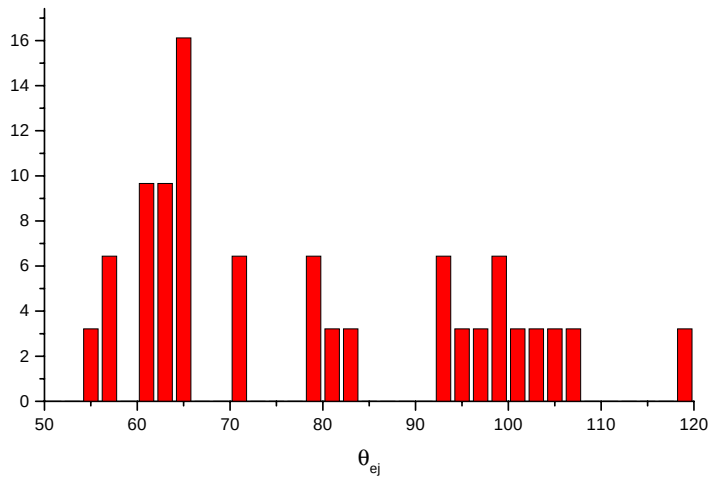

FIG. 3.25 – Distribution des angles d'éjection pour une vitesse d'impact $V_i = 19m/s$

présentons ci-dessous d'abord l'évolution des caractéristiques de la bille réfléchie avec la hauteur de l'empilement puis celle des billes éjectées.

3.3.1 Propriétés de la bille réfléchie

Coefficient de restitution effectif

La figure 3.26 représente l'évolution du coefficient de restitution effectif e en fonction de la hauteur de l'empilement pour différentes vitesses d'impact. ($11\,m/s$, $13\,m/s$ et $15\,m/s$). On observe deux régimes différents selon le nombre de couches N_c. Pour $6 < N_c < 36$, le coefficient de restitution e est pratiquement constant, de l'ordre de $0,36$. Pour $N_c < 6$, le coefficient de restitution augmente brutalement pour atteindre une valeur $e \approx 0,7$ quand $N_c = 0$. En conclusion, on peut dire que pour des empilements ayant plus de 6 couches, la hauteur de l'empilement n'a plus aucune influence sur le rebond de la bille incidente.

L'évolution du coefficient de restitution normale e_y avec le nombre de couches confirme la tendance observée sur e (voir figure 3.27). e_y tend vers la valeur $e_\infty \approx 0,19$ quand N_c est grand. Il est possible d'ajuster une loi de décroissance exponentielle sur ces données

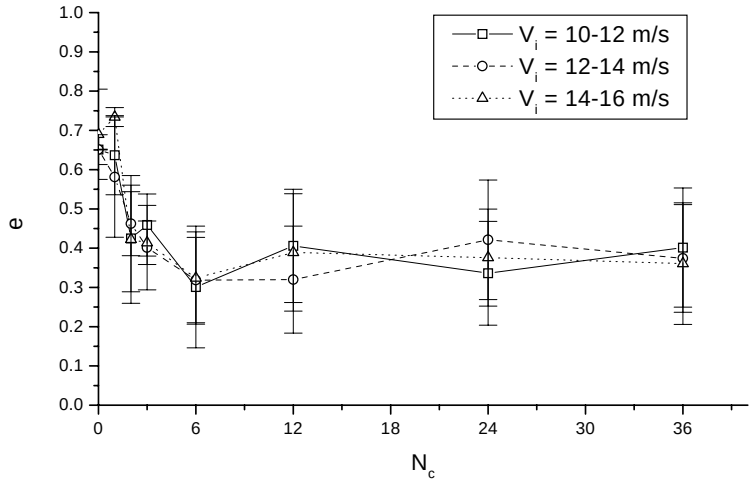

FIG. 3.26 – Evolution du coefficient de restitution e en fonction du nombre de couches N_c.

expérimentales. On obtient :

$$e_y - e_\infty = \Delta e \exp(-\frac{N_c}{N_c^\star})$$

avec $\Delta e \approx 0,6$, et $N_c^* \approx 2.$ [5]. La longueur caractéristique de décroissance correspond à $d \times N_c^*$. On peut comparer ces résultats avec ceux obtenus dans le cas d'une collision sur une colonne 1D. On a vu en effet que dans les simulations 1D (cas d'une collision oblique avec des billes ayant un coefficient de restitution $\epsilon = 0,9$), le coefficient de restitution effectif pour la bille incidente décroît avec le nombre de billes dans la colonne et atteint rapidement une valeur asymptotique $e_\infty \approx 0,1$ quand N_c est supérieur à 2. On retrouve donc qualitativement les mêmes résultats. Par ailleurs, les simulations 1D nous fournissent une interprétation pour expliquer le comportement asymptotique. L'onde générée par l'impact emporte, avec elle, une partie de l'énergie incidente. Elle met un certain temps pour se propager jusqu'au fond de l'empilement puis pour atteindre à nouveau la surface de l'empilement après réflexion. Quand la hauteur de l'empilement dépasse une certaine hau-

[5] On compare ici nos valeurs expérimentales de e_y avec le coefficient de restitution obtenu avant la remontée de l'onde de choc qui s'est réfléchie sur le fond (chapitre 3)

teur critique, ce temps de propagation devient supérieur au temps de contact entre la bille incidente et la bille cible. L'énergie de l'onde n'est donc pas retransmise à la bille incidente mais sert notamment à l'éjection de billes du lit.

En ce qui concerne le coefficient de restitution tangentielle e_x, il semble indépendant du nombre de couches malgré des fluctuations importantes (voir figure 3.28).

Angle de rebond

Nous trouvons que l'angle de rebond θ_r est constant (de l'ordre de 26°) quand $6 < N_c < 36$. Pour $N_c < 6$, l'angle de rebond augmente significativement et atteint une valeur de 36° quand $N_c = 2$ et 49° quand $N_c = 0$. Ces résultats reflètent le fait que e_y décroît avec le nombre de couches tandis que e_x reste constant.

3.3.2 Propriétés des billes éjectées

Le processus d'éjection a été étudié pour 4 hauteurs différentes d'empilements : $N_c = 6, 12, 24, 36$.

Nombre de billes éjectées

La hauteur de l'empilement a une influence significative sur le nombre moyen de billes éjectées aux grandes vitesses d'impact V_i. La figure 3.29 représente le nombre moyen d'éjectats avants N_{ej}^{+} en fonction de la vitesse d'impact V_i pour trois hauteurs d'empilement différentes. On observe une nette augmentation du nombre d'éjectats avants quand le nombre de couches dans l'empilement diminue pour les grandes vitesses d'impact ($V_i \geq 19\,m/s$). Pour $V_i = 19\,m/s$, on obtient 3 éjectats quand $N_c = 36$, et 6 éjectats quand $N_c = 6$. Pour des vitesses inférieures, aucune différence significative n'est observée quand on fait varier la hauteur de l'empilement.

Dans le cas des éjectats arrières (voir la figure 3.30), on trouve également un effet de la hauteur de l'empilement qui s'observe à des vitesses d'impact plus faibles. mais il est beaucoup moins spectaculaire.

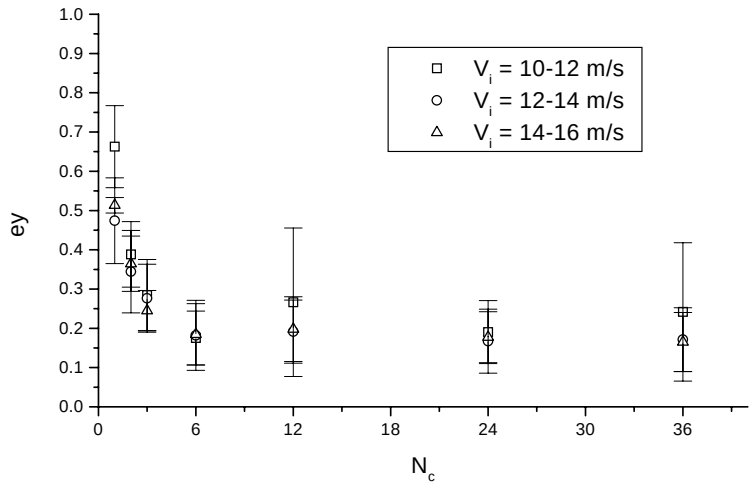

FIG. 3.27 – Evolution du coefficient de restitution verticale e_y en fonction du nombre de couches N_c dans l'empilement.

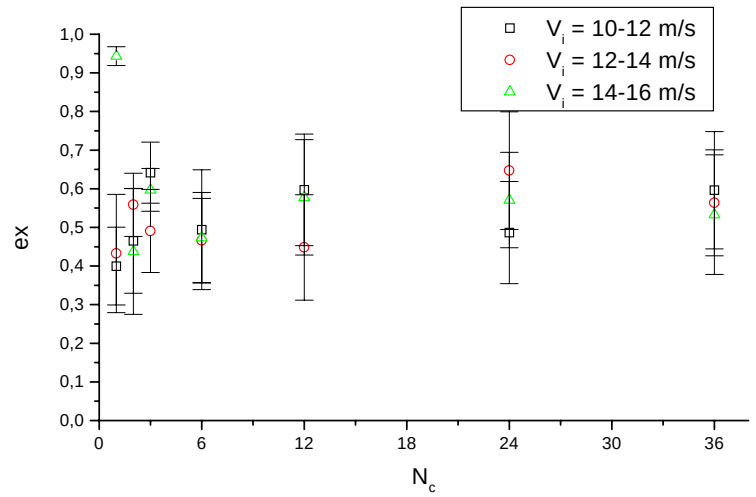

FIG. 3.28 – Evolution du coefficient de restitution horizontale e_x en fonction du nombre de couches N_c dans l'empilement.

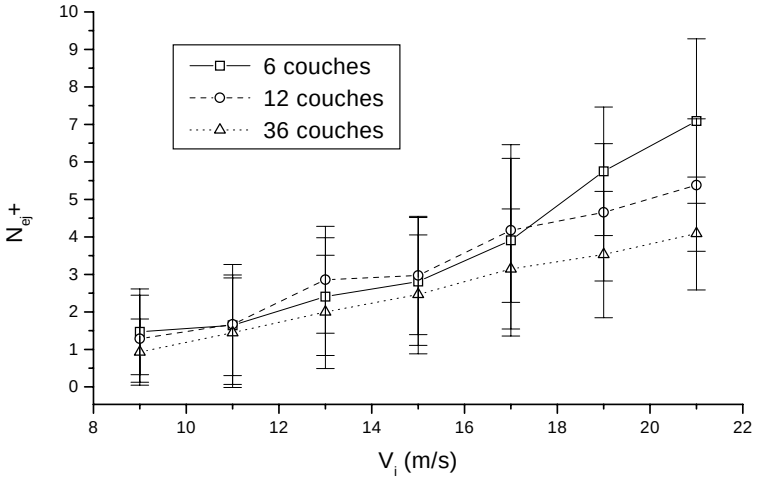

FIG. 3.29 – Nombre d'éjectats avants N_{ej}^{+} en fonction de la vitesse d'impact V_i pour 3 différentes hauteurs d'empilement $N_c = 6$, 12, 36.

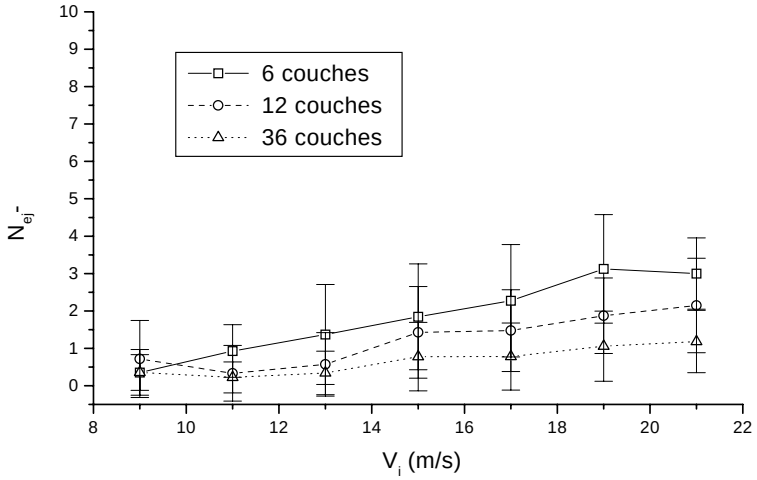

FIG. 3.30 – Nombre d'éjectats arrières N_{ej}^{-} en fonction de la vitesse d'impact V_i pour 3 hauteurs différentes d'empilement $N_c = 6$, 12, 36.

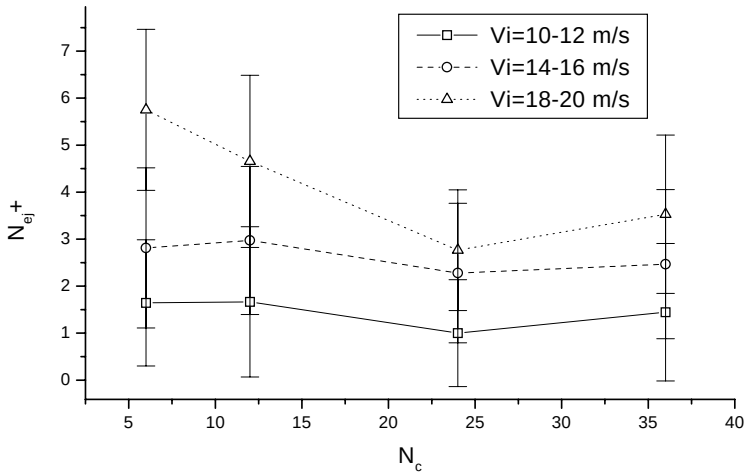

FIG. 3.31 – Nombre d'éjectats avants N_{ej}^{+} en fonction du nombre de couches N_c pour différentes vitesses d'impact.

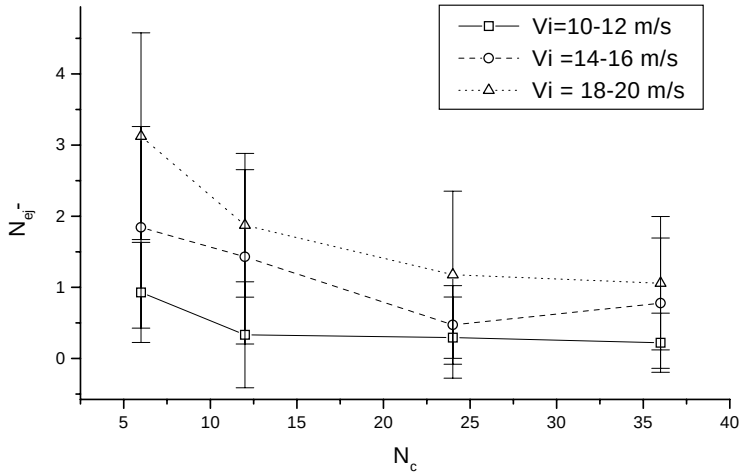

FIG. 3.32 – Nombre d'éjectats arrières N_{ej}^{-} en fonction du nombre de couches N_c pour différentes vitesses d'impact.

Nous avons aussi représenté les données discutées ci-dessus dans le plan (N_c, N_{ej}) (voir les figures 3.29 et 3.30). Pour les éjectats avants, on retrouve le fait qu'à faible vitesse d'impact, le nombre de billes éjectées varie peu en fonction du nombre de couches dans l'empilement. Par contre, à grande vitesse d'impact, le nombre d'éjectats diminue quand on augmente la hauteur de l'empilement. Par ailleurs, on observe une saturation quand l'empilement devient très grand. Par exemple pour $V_i = 19\,m/s$, quand $N_c > 24$, le nombre d'éjectats semble rester constant. On observe le même comportement pour les éjectats arrières.

Ces résultats peuvent s'interpréter, de la manière suivante : la présence du fond augmente le nombre d'éjectats N_{ej} si l'onde de choc générée par la collision est suffisamment forte pour se propager jusqu'en bas de l'empilement, se réfléchir sur le fond et remonter à nouveau jusqu'en haut de l'empilement. A faible vitesse d'impact, l'onde, après réflexion sur le fond, n'est pas suffisamment énergétique pour éjecter des billes, même pour des faibles hauteurs d'empilement. Au contraire, à forte vitesse d'impact, l'onde, après réflexion, est capable d'éjecter des billes même pour des hauteurs d'empilement importantes.

En conclusion, la présence du fond augmente le nombre d'éjectats quand le nombre de couches dans l'empilement N_c est inférieur à un certain nombre critique N_c^* qui tend à décroître avec la vitesse d'impact V_i. Cette hauteur critique est d'environ 24 couches à une vitesse d'impact $V_i = 19\,m/s$. Pour les vitesses plus faibles, cette hauteur critique semble décroître, mais les données expérimentales sont insuffisantes pour conclure clairement et donner des valeurs précises de hauteurs critiques.

Dans la suite, on se placera à grande vitesse d'impact (i.e., $V_i = 19\,m/s$) pour lequel l'effet de la hauteur de l'empilement est le plus spectaculaire.

Vitesse d'éjection des billes

Nous avons tracé la distribution des vitesses verticales d'éjection pour différentes hauteurs d'empilement à vitesse d'impact donnée ($V_i = 19\,m/s$) (voir la figure 3.34). La vitesse verticale d'éjection est mesurée à nouveau en terme de la hauteur h des paraboles décrites

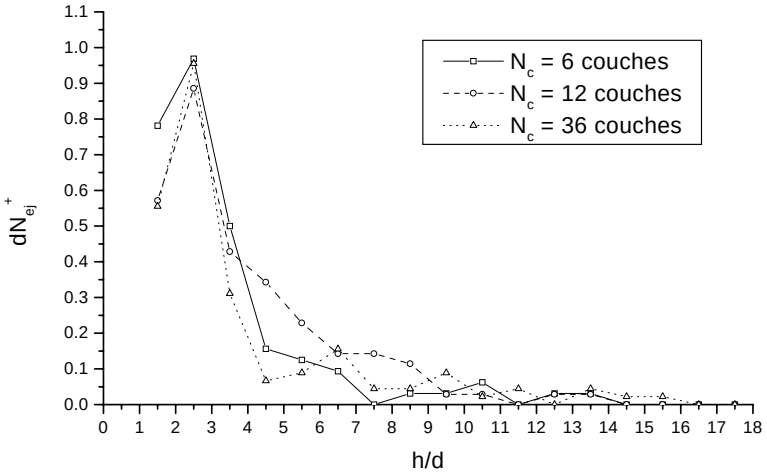

FIG. 3.33 – Distribution de la vitesse verticale des éjectats avants pour différents nombres de couches N_c et une vitesse d'impact V_i de $19\,m/s$.

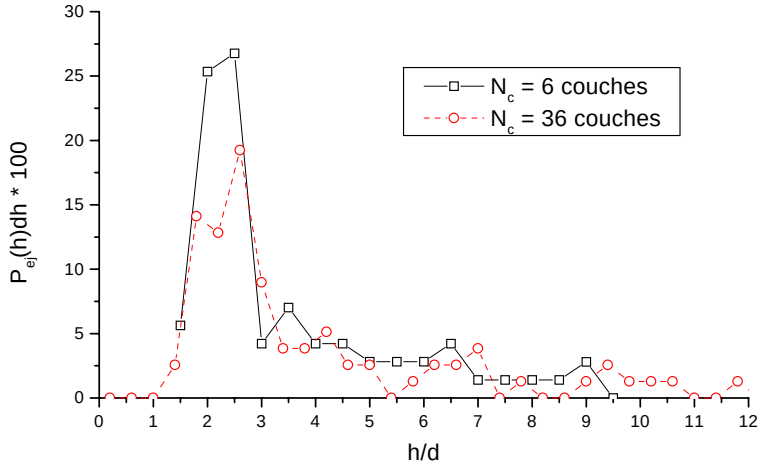

FIG. 3.34 – Distribution de la vitesse verticale des éjectats pour différentes hauteurs d'empilement. V_i de $19\,m/s$.

par les billes éjectées. La valeur la plus probable de la vitesse verticale d'éjection ne varie pas avec le nombre de couches et correspond à un saut d'une hauteur $h \approx 2,5\,d$ (ou $V_{ej,y} \approx 3,5\sqrt{gh}$). On observe, de plus, que pour une faible hauteur d'empilement, le pic à basse énergie est renforcé, indiquant que la proportion des éjectats de basse énergie est augmentée.

La partie décroissante des distributions (i.e, $h \leq h_o \approx 2,5\,d$), peut s'ajuster par une loi exponentielle :

$$P_{ej}(h) = P_{max} \exp\left[-\frac{h - h_o}{h^\star(N_c)}\right] \tag{3.11}$$

Pour $V_i = 19\,m/s$, les valeurs des paramètres sont données dans le tableau suivant :

N_c	6	36
$h^\star/d$	$1,6$	2
P_{max}	0,6	0,5

P_{max} décroît légèrement avec le nombre de couches dans l'empilement alors que $h^\star$ croît. Il est ici difficile de présenter des lois d'échelle, vu le manque de données.

Par ailleurs, nous avons étudié l'évolution de la vitesse d'éjection moyenne. La valeur moyenne de la vitesse verticale d'éjection $V_{ej,y}$ augmente légèrement avec le nombre de couches dans l'empilement passant de $V_{ej,y} \approx 2,5\sqrt{gd}$ (pour $N_c = 6$) à $V_{ej,y} \approx 2,75\sqrt{gd}$ (pour $N_c = 36$). Ceci résulte du fait que $h^\star$ croît légèrement avec le nombre de couches (ou que P_{max} décroît). Par contre, l'augmentation est beaucoup plus importante, en ce qui concerne la valeur moyenne de la vitesse horizontale d'éjection $V_{ej,x}$. Lorsque la hauteur de l'empilement passe de 6 à 36 couches, la vitesse horizontale moyenne d'un éjectat avant est presque triplée passant de $0,5\sqrt{gd}$ à $1,3\sqrt{gd}$. Par contre, la vitesse horizontale moyenne d'un éjectat arrière ne varie pas significativement : elle fluctue autour de $0,4\sqrt{gd}$.

Energie totale des billes éjectées

Pour les grandes vitesses d'impact (i.e., $V_i = 19\,m/s$), l'énergie totale transmise aux billes éjectées décroît avec le nombre de couches dans l'empilement puis atteint un palier quand $N_c \geq 24$. Celle-ci ne représente que $0,7\%$ de l'énergie incidente pour $N_c = 6$ et atteint $1,1\%$ quand $N_c > 24$. Pour les plus faibles vitesses d'impact (i.e., $V_i \leq 17\,m/s$),

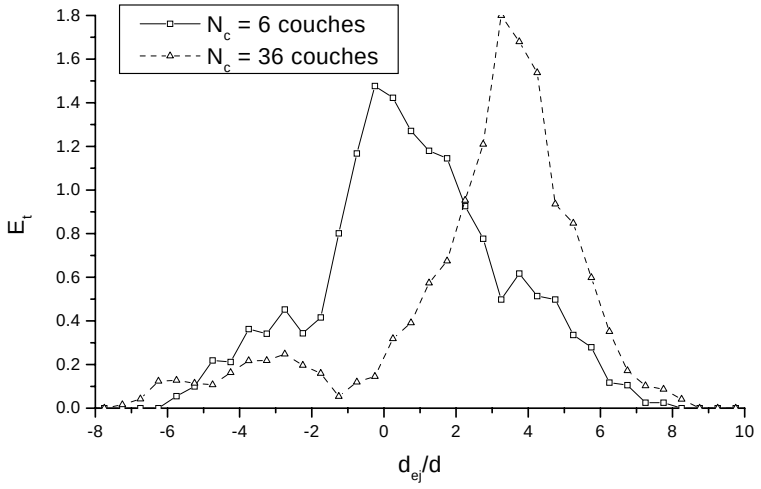

FIG. 3.35 – Distribution spatiale de l'énergie des billes éjectées pour un empilement de 6 et 36 couches.

l'énergie totale des billes éjectées est indépendante de la hauteur de l'empilement.

La distribution de l'énergie totale transmise aux billes éjectées pour un nombre de couches égal à 6 et 36 est représentée sur la figure 3.35. L'énergie totale est égale à 0.8% pour un nombre de couches N_c égal à 6 et égale à $0,76\%$ pour un nombre de couches N_c égal à 36. Une particularité importante est l'effet de symétrisation de la distribution de l'énergie cinétique totale lorsque le nombre de couches décroit. L'onde de choc se réfléchit sur la paroi du fond qui semble réemettre l'impulsion sans direction privilégiée à travers l'empilement. Ceci conduit alors à une éjection plus symétrique.

Angle d'éjection

L'angle moyen de décollage des éjectats avants tend à augmenter quand le nombre de couches dans l'empilement diminue : il est d'environ 65° pour $N_c = 36$ et de 80° pour $N_c = 6$. Les éjectats arrières décollent à un angle de 100° qui est indépendant du nombre de couches. Ces tendances découlent directement des caractéristiques des vitesses moyennes d'éjection exposées auparavant.

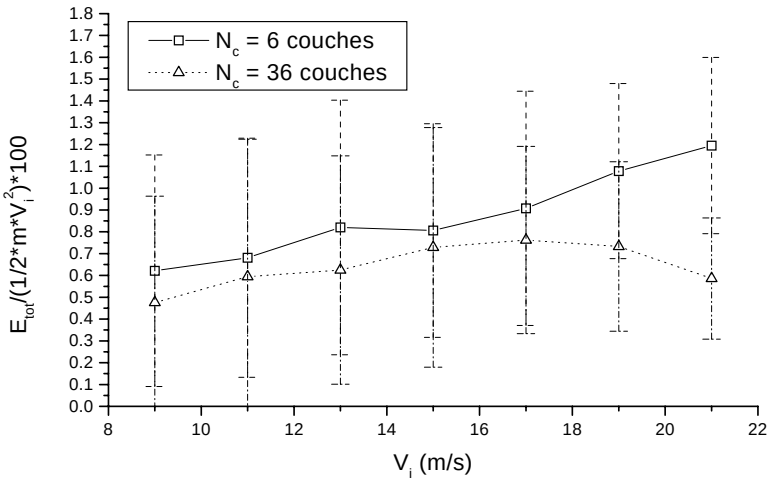

FIG. 3.36 – Energie totale transmise aux billes éjectées en fonction de la vitesse d'impact V_i, pour un empilement de 6 et 36 couches.

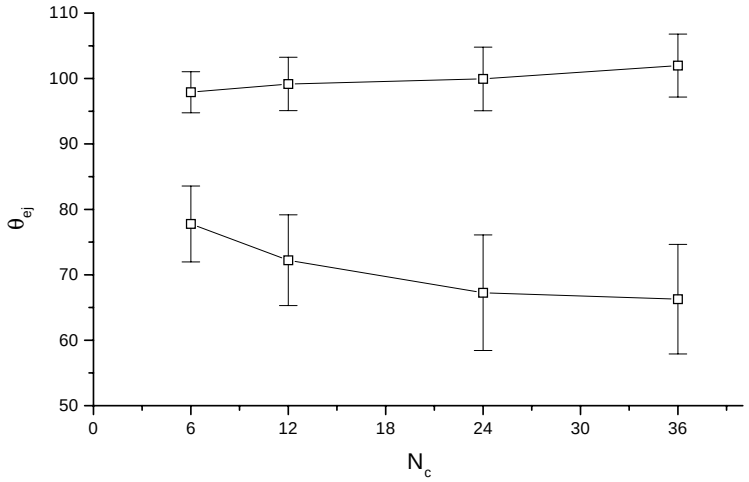

FIG. 3.37 – Evolution de l'angle d'éjection θ_{ej} en fonction du nombre de couches N_c dans l'empilement pour une vitesse d'impact de $19\,m/s$.

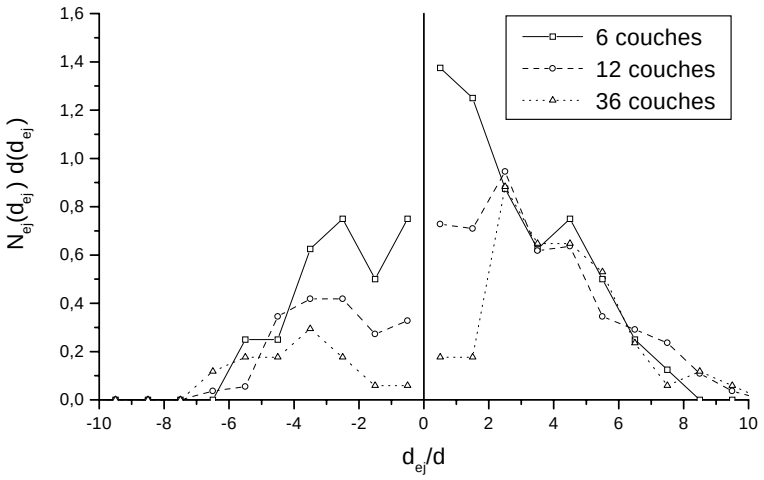

FIG. 3.38 – Distribution de la distance d'éjection d_{ej} en fonction du nombre de couches N_c dans l'empilement pour une vitesse d'impact de $19\,m/s$.

Distance d'éjection

La distribution des distances d'éjection pour différentes hauteurs de l'empilement, à vitesse d'impact V_i donnée, est représentée sur la figure 3.38. Les courbes tracées représentent le nombre de billes éjectées $N_{ej}(d_{ej})$ à une distance d'éjection comprise entre d_{ej} et $d_{ej} + d(d_{ej})$. Notons que des précautions doivent être prises pour l'interprétation des deux premiers points proches du lieu de collision : l'imprécision sur le lieu exact d'éjection peut conduire à prendre des éjectats arrières pour des éjectats avants et inversement.

Pour des faibles hauteurs d'empilement, on observe que la valeur la plus probable de la distance d'éjection pour les éjectats avants est plus proche du point d'impact. La valeur la plus probable est de l'ordre de $d_{ej} \approx d$ pour $N_c = 6$ et $d_{ej} \approx 3\,d$ pour $N_c = 36$. Cette tendance semble se retrouver pour les éjectats arrières.

On pourrait être tenté d'expliquer qualitativement cette évolution à partir de considérations géométriques. On a mis en évidence, ci-dessus, l'existence d'éjectats supplémentaires (lorsque la hauteur de l'empilement est faible) interprétée comme un effet de la réflexion de l'onde de déformation sur le fond de l'empilement. L'onde se propageant à travers le ré-

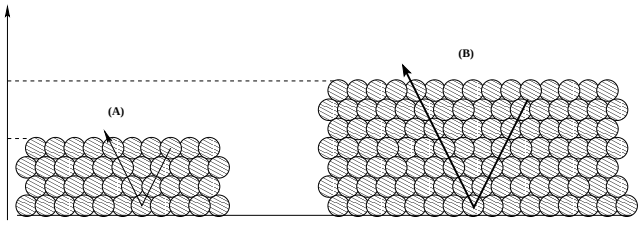

FIG. 3.39 – Représentation "naïve" de la propagation de l'onde de déformation dans l'empilement : (A) pour un faible nombre de couches, et (B) pour un nombre de couches plus élevé

seau des contacts, et l'angle d'impact choisi dans l'expérience (50°) étant proche de l'angle correspondant aux axes du réseau cristallin, on peut penser qu'une grande partie de l'onde va se propager en ligne droite, selon l'axe du réseau, jusqu'au fond de l'empilement puis se réfléchir de manière symétrique et réémerger à une distance d'éjection d_{ej} qui sera proportionnelle au nombre de couches dans l'empilement : $d_{ej} \approx N_c\, d$ (voir figure 3.39). On voit que ce raisonnement simpliste ne reproduit pas de manière quantitative la tendance observée, puisque pour un empilement de 36 couches par exemple, on devrait s'attendre à une distance d'éjection $d_{ej} \approx 36\, d$, ce qui n'est pas observé expérimentalement. Le raisonnement est donc faux : on verra dans le chapitre 5 de modélisation que la propagation de l'onde de déformation à travers le réseau des contacts est beaucoup plus complexe.

On peut remarquer enfin que la distribution des distances d'éjection montre une apparence de plus en plus symétrique à mesure que la hauteur de l'empilement diminue. La proportion du nombre d'éjectats arrières augmente jusqu'à atteindre pratiquement celle des éjectats avants : pour $N_c = 36$, celle-ci ne représente que 20% du nombre total d'éjectats et atteint un pourcentage de 40% pour $N_c = 6$.

Distribution des longueurs de reptation

La distribution des longueurs de reptation pour différents nombres de couches est représentée sur la figure 3.3.2. La longueur de reptation la plus probable est légèrement inférieure à $2d$. plus de 60% des grains éjectés ont des longueurs de reptations comprises entre 1 et 2 diamètres de grains à une vitesse de $11m/s$. Cette proportion ne représente plus que 42%

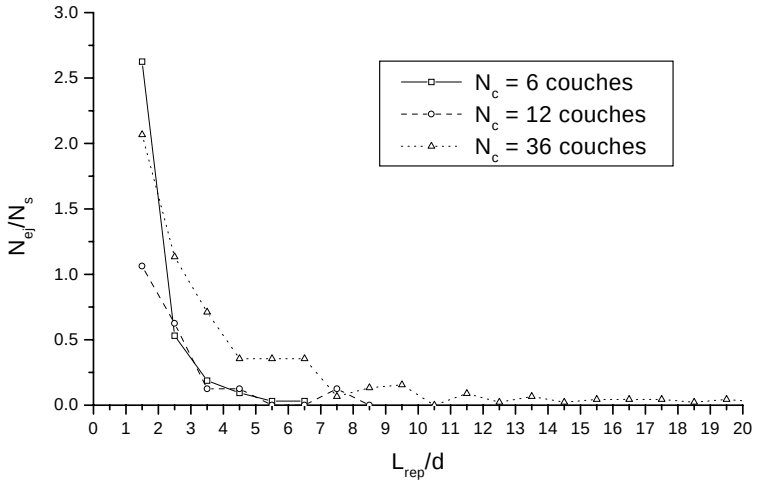

FIG. 3.40 – Distribution des longueurs de reptation pour un nombre de couches N_c égal à 6, 12 et 36

du nombre total de billes éjectées pour $N_c = 12$ et 30% pour $N_c = 36$. Pour $N_c = 6$, la longueur de reptation maximale est de l'ordre de 6 diamètres de billes. On observe l'apparition de quelques éjectats effectuant des longueurs de reptation correspondant à plus de 20 tailles de grains. L'influence du nombre de couches se manifeste, principalement, par une augmentation du nombre de grains éjectés à basse énergie équivalent à une hauteur de trajectoire parabolique égale à 2 diamètres de grains. Nous avons vu que ces grains ont un angle de décollage proche de 90°. Ainsi, la portée de leur trajectoire est inférieure ou égale à un diamètre de grain et, en pratique, ils atterrissent en leur lieu de décollage. Or nous n'avons pas pris en compte ces éjectats dans les statistiques. On peut donc estimer que la distribution des longueurs de reptation est indépendante du nombre de couches de l'empilement pour des portée de trajectoires paraboliques supérieures à 1 diamètre de grains.

3.4 Influence des propriétés mécaniques des billes

Nous avons pu comparer l'évolution du processus d'éjection pour deux lots de billes (billes de type I et de type II) qui diffèrent très peu par leur taille (l'écart relatif est de l'ordre de 1% pour le diamètre des billes) mais dont les paramètres mécaniques présentent des différences. Rappelons que les billes de type I ont un coefficient de restitution normale $\epsilon_{1n} = 0.91$ et un coefficient de frottement $\mu_1 = 0.19$ alors que celles de type II ont un coefficient de restitution normale $\epsilon_{2n} = 0.95$ et $\mu_2 = 0.11$. Les billes de type I sont donc plus dissipatives et plus frottantes que les billes de type II [6]. Nos expériences ont été réalisées sur des empilements d'une hauteur de 6 couches de billes.

3.4.1 Propriétés de la bille réfléchie

Restitution effective pour la bille incidente

On a sur la figure 3.41 le coefficient de restitution normale effectif pour la bille incidente en fonction de la vitesse d'impact pour les deux types de billes. On trouve que le coefficient de restitution normale effectif est légèrement plus important pour les billes de type II que pour celle de type I : $e_{1y} \approx 0.17$ et $e_{2y} \approx 0.20$, soit une augmentation relative de restitution de 15% (alors que l'augmentation relative du coefficient restitution binaire est de 5%). Cette légère amplification n'est pas forcément significative, du fait des larges fluctuations des résultats.

3.4.2 Propriétés des billes éjectées

Nombre de billes éjectées

L'effet d'amplification est beaucoup important pour le processus d'éjection comme on va le voir, notamment en ce qui concerne le nombre de billes éjectées. On trouve en effet que le nombre moyen de billes éjectées augmente très fortement pour les billes de type II (voir figure 3.42). On observe une augmentation relative de plus de 100%. On peut ajuster

[6] Cette étude sur l'influence du coefficient de restitution n'était , a priori,pas prévue. Une erreur du fabricant de billes est à l'origine de cette étude : les billes fournies se sont révélées être différentes au point de vue de leurs propriétés de restitution.

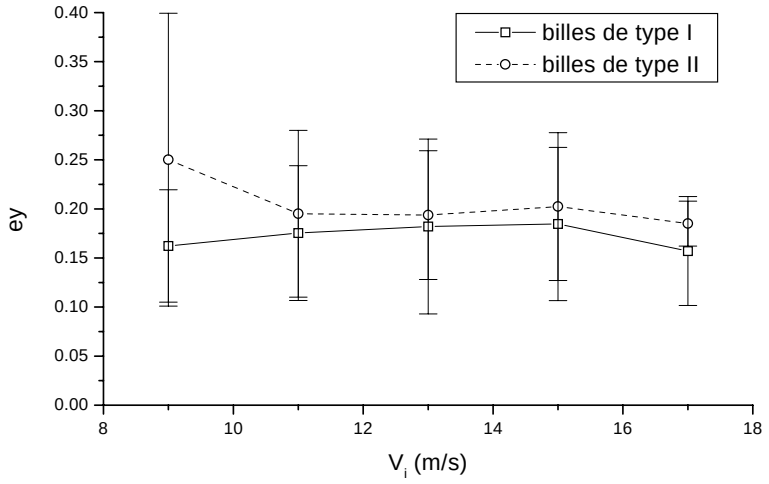

FIG. 3.41 – Coefficient de restitution normale effectif en fonction de la vitesse d'impact V_i pour les billes de type I et II

les deux courbes donnant l'évolution de nombre de billes éjectées en fonction de la vitesse d'impact, par des lois affines de la forme :

$$N_{ej} = p\,(V_i - V_{io}) \tag{3.12}$$

avec $p \approx 0,50\,s.m^{-1}$, $V_{io} \approx 6\,m/s$ pour les billes du type I, et $p \approx 0,75\,s.m^{-1}$, $V_{io} \approx 2\,m/s$ pour les billes de type II.

Les évolutions des autres propriétés des billes éjectées ont été regroupées dans le tableau suivant :

Grandeurs moyennes	$2E_{tot}/mV_i^2$	d_{ej}^+/d	d_{ej}^-/d	$V_{ej,y}/\sqrt{gd}$	$V_{ej,x}/\sqrt{gd}$
Billes de type I	0.5%	$1,5$	1	$2,4$	$0,5$
Billes de type II	3%	$1,75$	$1,25$	$2,9$	$0,5$

Les résultats ont été établis pour des vitesses d'impact $V_i = 15\,m/s$. On remarque que l'énergie totale transmise aux billes éjectées augmente fortement (d'un facteur 6) pour les billes les plus élastiques (de type II), en raison de l'augmentation du nombre d'éjectats et de l'accroissement de leur vitesse verticale d'éjection.

En résumé, on a vu ici que l'élasticité des billes joue un rôle important dans le processus

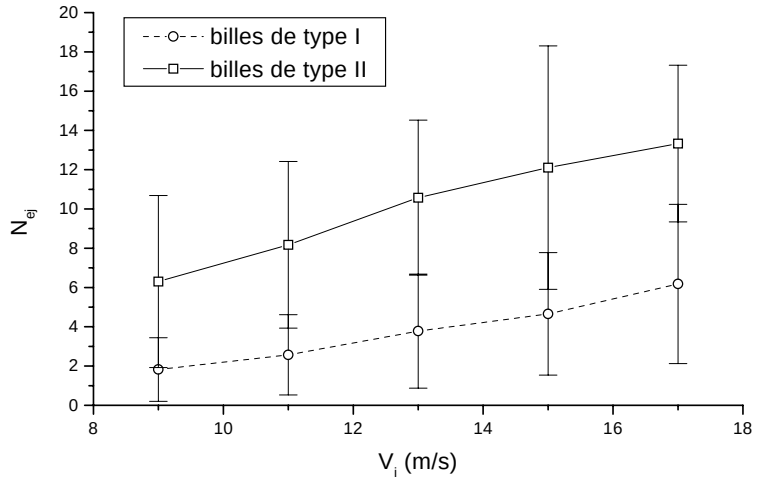

FIG. 3.42 – Evolution du nombre d'éjectats N_{ej} en fonction de la vitesse d'impact V_i dans le cas des billes de type I et celles de type II.

d'éjection. L'effet principal d'une plus grande élasticité des billes est d'augmenter le nombre de billes éjectées, leur énergie individuelle n'augmentant que très peu.

3.5 Synthèse des résultats

Ces expériences de collision ont mis en évidence des propriétés importantes synthétisées ci-dessous.

- *Processus de rebond*

La bille incidente rebondit dans la majorité des cas (elle est rarement piégée). Sa vitesse de rebond V_r croît linéairement avec la vitesse d'impact V_i : $V_r \approx 0,3V_i$. Le coefficient de restitution entre la bille incidente et l'empilement est donc trois fois plus faible que celui d'une collision binaire bille-bille ($\epsilon \approx 0,9$). Par ailleurs, le processus de rebond est indépendant du nombre de couches dans l'empilement, sauf si celui-ci est très petit ($N_c < 6$).

- *Processus d'éjection*

La vitesse d'impact V_i est un paramètre crucial dans le mécanisme d'éjection. Au-dessous d'une vitesse seuil d'impact de l'ordre de $6\,m/s$ dans nos expériences, la bille incidente rebondit sans éjecter de billes. Lorsque la vitesse d'impact devient supérieure à cette valeur seuil, un certain nombre de billes de la couche superficielle est éjecté du lit. Leur nombre croît de manière linéaire avec la vitesse d'impact. La majorité des billes éjectées décollent dans la direction donnée par celle du tir, mais une quantité non négligeable d'entre elles décollent dans la direction contraire. Les billes éjectées sont faiblement énergétiques ($V_{ej} \approx \sqrt{gd}$) comparées à l'énergie de la bille réfléchie. Cependant, quelques unes sont éjectées à plus haute énergie ($V_{ej} \approx 10\sqrt{gd}$) et leur proportion augmente avec la vitesse d'impact. Une augmentation de la vitesse d'impact V_i augmente le nombre d'éjectats mais la valeur la plus probable de l'énergie des billes éjectées reste inchangée. Par ailleurs, la distribution du nombre de billes éjectées à une hauteur h donnée peut être décrite par une loi exponentielle de la forme :

$$N_{ej}(h) = N_{max}(V_i)\exp\left[-\frac{h-h_o}{h^\star(V_i)}\right] \tag{3.13}$$

où $h_o = 2\,d$, $N_{max} \approx cte$ et $h^\star \sim V_i$. On trouve enfin que l'extension spatiale de la zone d'éjection est de l'ordre de $6\,d$ de part et d'autre du point d'impact. La valeur la plus probable de la distance d'éjection est de l'ordre $3d$ et ne varie pas de manière significative avec la vitesse d'impact.

En outre, on a pu mettre en évidence l'influence de la paroi du fond sur le mécanisme d'éjection. Ceci nous fournit également un moyen d'évaluer la profondeur à laquelle l'onde de déformation se propage dans l'empilement. Au-dessous d'une hauteur critique (qui dépend de la vitesse d'impact), lorsque la hauteur de l'empilement décroît, le nombre de billes éjectées du lit augmente. Cet accroissement du nombre de billes éjectées s'interprète comme étant induit par la réflexion de l'onde de déformation sur la paroi du fond. Ces éjectats supplémentaires sont faiblement énergétiques, ils ont un angle de décollage proche de la verticale. La loi de distribution des vitesses d'éjection est donc modifiée par la présence de la paroi du fond en ce qui concerne les petites vitesses d'éjection.

Les propriétés élastiques des billes ont une influence importante sur le processus d'éjec-

tion. Un écart de 5% du coefficient de restitution des billes entraîne une augmentation très significative du nombre de billes éjectées (de plus de 100% en valeur relative) ainsi que de l'énergie moyenne d'un éjectat. La distance d'éjection augmente dans le cas de billes plus restitutives.

3.6 Connexion avec le transport éolien

Ces résultats peuvent être replacés dans le contexte du transport éolien. La loi d'éjection des grains est en effet importante dans la compréhension et la modélisation de l'état d'équilibre de saltation. L'évolution de la loi de Splash avec la vitesse d'impact est en accord avec le modèle d'autorégulation qui décrit l'interaction du nuage de grains en saltation avec l'écoulement du vent en surface. Cet état d'équilibre est caractérisé par un nombre constant de grains en saltation mais traduit en fait un équilibre entre le nombre de grains en saltation piégés par le lit et le nombre de grains en reptation qui sont promus dans le nuage en saltation. Dans nos expériences de collisions, nous avons vu que, bien que la majorité des grains éjectés soit de basse énergie, il en existe une petite proportion à plus haute énergie. Ces derniers atteignent des altitudes telles qu'ils peuvent être accélérés par le vent et être promus dans le nuage en saltation. Nous avons vu, dans nos expériences, que la proportion de ces grains énergétiques augmente avec la vitesse d'impact. Donc, si la vitesse du vent augmente, on s'attend à ce que les grains en saltation entrent en collision avec une plus grande énergie, favorisant la promotion des grains éjectés vers le nuage en saltation. Si l'on suppose que la probabilité de piégeage des grains en saltation ne varie pas avec la vitesse d'impact, on en déduit que leur nombre va augmenter. Un nouvel état d'équilibre sera atteint quand les grains en saltation seront suffisamment nombreux pour ralentir le vent et ainsi recouvrer leur vitesse initiale. On voit ainsi, par ce raisonnement, qu'une augmentation de la vitesse du vent aboutit à un nouvel état de saltation dans lequel les grains en saltation sont plus nombreux mais ont une énergie cinétique inchangée.

Considérons un nuage de grains en saltation, en équilibre avec l'écoulement, se déplaçant le long d'un lit de grains. Si la vitesse d'impact des grains en saltation fluctue (par exemple

augmente), le nombre de grains éjectés augmente également. En particulier, la proportion des grains éjectés à très haute énergie va être alors accru. Ces grains éjectés à haute énergie seront capables d'intégrer le nuage de grains en saltation. Cet apport de grains supplémentaires dans le nuage en saltation va provoquer un frottement effectif sur le vent qui ralentit celui-ci. Les grains en saltation sont donc aussi ralentis et recouvrent leur vitesse initiale. Le nuage en saltation est ramenée dans son état d'équilibre précédent.

Certaines informations supplémentaires peuvent être déduites des résultats précédents. En particulier, la décroissance exponentielle de la loi de distribution des vitesses d'éjection permet de dériver le profil de la densité de grains transportés en reptation par le calcul suivant. On supposera que les grains en reptation effectuent des trajectoires paraboliques comme les éjectats de l'expérience. On considère un grain éjecté décrivant une trajectoire parabolique de hauteur h. La probabilité de trouver ce grain à une altitude comprise entre y et $y + dy$ est proportionnelle au temps passé à cette altitude. Cette probabilité $P(y)$ est donc donnée par :

$$P(y) = \frac{dy}{\sqrt{2g(y-h)}} \,. \tag{3.14}$$

Les expériences précédentes nous ont permis, d'autre part, d'accéder à la distribution des hauteurs des trajectoires paraboliques décrites par les éjectats :

$$N_{ej}(h) = N_{max} \exp(-\frac{h - h_o}{h^\star}) \,. \tag{3.15}$$

On en déduit alors la probabilité de trouver un éjectat faisant un saut de hauteur h et se trouvant à l'altitude y :

$$P(y; h) = N_{ej}(h)\, P(y) \,. \tag{3.16}$$

La densité de grains est alors donnée par :

$$\rho(y) \sim \int_y^\infty N_{ej}(h)\, P(y) dh \,. \tag{3.17}$$

Cette équation peut aisément se calculer numériquement.

Notons, enfin, qu'il est possible, par le même raisonnement, de calculer le profil de densité de grains en saltation si l'on connaît la loi de distribution des vitesses de rebond (que l'on n'a malheureusement pas pu établir expérimentalement, par manque de statistique).

3.7 Conclusion

Cette étude expérimentale du processus de collision peut apparaître très restrictive par rapport à la réalité du transport éolien. D'une part, l'angle d'impact utilisé pour l'expérience (de l'ordre de 50°) est beaucoup plus grand que l'angle d'impact des grains en conditions naturelles de saltation (de l'ordre de 10 à 16°). D'autre part, l'empilement est bidimensionnel, donc éloigné des empilements lâches tridimensionnels rencontrés dans la nature. Cette expérience modèle à deux dimensions nous a permis de mettre en évidence l'importance de la vitesse d'impact, l'importance du nombre de couches dans l'empilement et de l'élasticité des billes. Un bilan d'énergie a pu être réalisé dans chacune des configurations et la fonction splash déterminée.

La sensibilité de la fonction splash à la vitesse d'impact est confirmée. Les tendances observées sont conformes aux résultats numériques et expérimentaux obtenus par ailleurs, dans des conditions plus réalistes. Le nombre de billes éjectées augmente linéairement avec la vitesse d'impact et une distribution de forme exponentielle s'ajuste de manière satisfaisante aux données expérimentales.

La fonction de Splash est modifiée par la présence de la paroi qui supporte l'empilement. Les probabilités pour les faibles vitesses d'éjection augmentent de manière importante pour les faibles hauteurs de l'empilement.

La fonction de Splash apparaît très sensible aux propriétés dissipatives des billes : rappelons que pour un faible écart du coefficient de restitution de 4 %, le nombre de billes éjectées augmente d'un facteur 3. Ces expériences fournissent ainsi des données de référence sur le splash dans une configuration simplifiée d'un empilement ordonné à 2 dimensions et peuvent être confrontées à d'éventuelles approches théoriques ou numériques du mécanisme d'éjection par collision.

Chapitre 4

La collision d'une bille sur un empilement désordonné 2D de billes

4.1 Introduction

Le chapitre précédent a mis en évidence l'influence de la vitesse d'impact, l'influence du nombre de couches dans l'empilement, celle des propriétés élastiques des billes sur la collision d'une bille avec un empilement bidimensionnel de mêmes billes. Dans ce chapitre, nous mettons en évidence le rôle important joué par le désordre des contacts dans l'empilement granulaire sur le processus d'éjection.

Les milieux granulaires sont, par leur nature même, très hétérogènes et le désordre qui les caractérise peut être vu sous plusieurs aspects (figure 4.1) :

- *un désordre géométrique* : le désordre géométrique est lié à l'arrangement géométrique des billes dans l'empilement.
- *un désordre de substitution* : le désordre de substitution apparaît dans le cas de mélanges de deux ou plusieurs espèces de billes.
- *un désordre des contacts* : les billes sont en contact entre elles au sein de l'empilement et certains contacts sont forts, d'autres sont faibles, d'autres encore sont potentiels, c'est à dire qu'ils peuvent se créer sous l'effet d'une sollicitation mécanique extérieure. Ce *désordre des contacts existe toujours dans les empilements granulaires réels même dans les empilements géométriquement ordonnés et dépend de l'histoire, c'est à dire du mode de fabrication de l'empilement.*

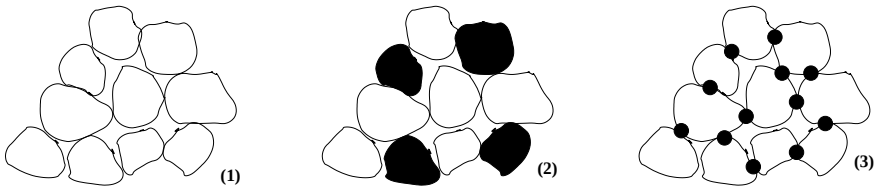

FIG. 4.1 – Les différents types de désordre au sein d'un empilement granulaire.(1) : un désordre géométrique ; (2) : un désordre de substitution ; (3) : un désordre des contacts

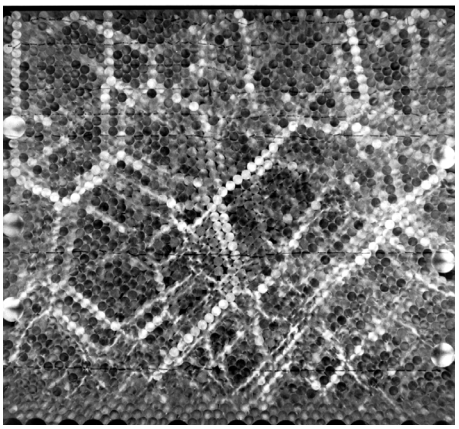

FIG. 4.2 – Image expérimentale mettant en évidence l'hétérogénéité du réseau des contacts dans le cas d'un empilement bidimensionnel ordonné de cylindres sous contrainte.

Une illustration spectaculaire de cette hétérogénéité du réseau des contacts est donnée par les expériences de photoélasticité, de compression d'un empilement de cylindres. Les matériaux photoélastiques ont la propriété de faire tourner le plan de polarisation de la lumière lorsqu'ils sont mis sous contrainte. En observant l'empilement à l'aide de polariseurs croisés, on peut visualiser les chaînes de fortes contraintes qui apparaissent plus lumineuses (figure 4.2). Ces expériences montrent un réseau hétérogène des chaînes de forces, qui est fonction de la compression appliquée en haut de l'empilement (Travers et al., 1988), phénomène également observé dans les simulations (J.N.Roux, 1997; Radjai et al., 1996). Ces expériences mettent en évidence trois types de contact dans un empilement sous compression (voir figure 4.3) :

- les contacts actifs (1) qui transmettent la pression.
- les contacts géométriques (2) qui sont de vrais contacts mais ne transmettent pas la pres-

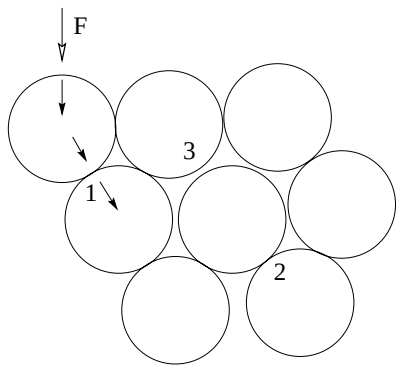

FIG. 4.3 – Les différents types de contact au sein d'un empilement granulaire : (1) contact actif, (2) contact géométrique non-actif, (3) contact potentiel.

sion.

- les contacts potentiels (3) sont des contacts inexistants, à faible pression, mais le deviennent si la pression P appliquée est suffisante (le réseau des contacts s'enrichit alors, quand la pression augmente).

Ces différents types de contact interviennent dans le problème de la propagation de l'onde, générée par la collision, à travers l'empilement. Ce caractère aléatoire du réseau des contacts a déjà été avancé pour expliquer le comportement paradoxal, observé dans les expériences de la propagation du son, dans un réseau cubique à faces centrées de billes métalliques (Duffy et Mindlin, 1957). Selon la loi de contact de Hertz, la vitesse du son varie en puissance 1/6 de la contrainte appliquée à l'empilement, alors que l'exposant 1/4 est observé expérimentalement. Certaines approches (Hermann et al., 1987; Goddard, 1990) attribuent cet écart au désordre du réseau des contacts, au sein de l'empilement granulaire. Des travaux récents (Gilles et Coste, 2001) mettent en évidence ce phénomène en étudiant le temps de transport des ondes acoustiques, à travers un milieu granulaire $2D$ soumis à différentes sollicitations mécaniques (isotropes ou uniaxiales). Ces résultats peuvent être interprétés comme un effet collectif résultant du caractère aléatoire du réseau des contacts.

Le choc d'une bille sur un empilement de billes donne naissance à une onde de déformation qui se transmet à travers le réseau de contacts. On peut penser que l'hétérogénéité des contacts entre billes peut perturber la propagation de cette onde. Notre dispositif ex-

périmental met effectivement en évidence l'effet du désordre des contacts sur le processus de collision. Cet effet a été observé expérimentalement fortuitement. Pour étudier l'influence de la paroi qui supporte l'empilement, une couche de plasticine a été placée au fond de l'empilement. La plasticine étant un milieu absorbant, on s'attendait à ce que l'onde de déformation soit complètement absorbée par celle-ci et que l'énergie restituée par l'empilement soit moindre. Au lieu de l'effet attendu, l'inverse se produit. On observe une augmentation importante du nombre moyen d'éjectats par rapport à la situation où le fond est en PVC. La couche de plasticine se déforme sous l'effet des impacts répétés. Cette déformation perturbe le réseau cristallin de l'empilement trés légèrement mais suffisamment toutefois pour altérer le réseau des contacts. Le principal effet de la plasticine a donc été de créer un désordre des contacts. Une estimation du désordre de contact peut être faite en mesurant le nombre moyen de contacts par bille ou coordinance, la moyenne étant effectuée sur l'ensemble de l'échantillon expérimental. Cette mesure de coordinance est en général difficile à réaliser car il est souvent peu aisé de déterminer si des billes très proches sont vraiment en contact ou non (Benaîm et Legoff, 1969).

Nous avons cherché un protocole expérimental, qui permette de créer un désordre des contacts de manière contrôlée, pour pouvoir étudier précisément l'effet du désordre sur le processus de collision. Pour introduire ce désordre, on peut songer à différentes méthodes expérimentales :

- Une solution consiste à utiliser un échantillon de billes faiblement polydisperses. La structure cristalline de l'empilement est conservée mais un désordre des contacts existe entre les billes. Nous avons initialement envisagé cette méthode car nous avions à disposition deux lots de billes (billes de type I et II) dont le diamètre diffère uniquement de quelques % ($d_1 = 5,85\,mm$ et $d_2 = 5,90\,mm$). L'utilisation d'un mélange constitué de ces deux types de billes permet d'augmenter le désordre des contacts. De plus, faire varier les proportions du mélange fournit un moyen expérimental simple pour augmenter ou diminuer le désordre au sein de l'empilement. Cette solution n'a pas pu malheureusement être exploitée de façon satisfaisante car, outre leur différence de diamètres, les deux types de billes ont des

coefficients de restitution différents (on rappelle que $\epsilon_{1n} = 0,91$ pour les billes de type I et $\epsilon_{2n} = 0,95$ pour les billes de type II). Or, on a mis en évidence, dans le chapitre 3, l'influence du coefficient de restitution sur le processus d'éjection. Il n'a donc pas été possible de séparer de manière tranchée l'effet du désordre de celui de l'élasticité des billes.

- Une autre solution consiste à générer un désordre géométrique dans l'empilement, en imposant des conditions rugueuses au niveau des parois, de façon à briser l'ordre cristallin. Cette rugosité peut être engendrée, à partir d'une paroi présentant un profil perturbé, ou bien à partir d'un fond rugueux construit avec des billes collées aléatoirement. Au sein de tels empilements, apparaissent des dislocations et des zones amorphes. Le désordre des contacts, ainsi créé à partir du fond, conduit théoriquement à une coordinance moyenne de 4 (Bideau, 1983). L'inconvénient de cette méthode est que le désordre n'est pas homogène dans l'empilement. En effet, l'amplitude des fluctuations de la valeur locale de la coordinance varie avec la distance à la paroi (qui génère le désordre). Il a été montré que l'amplitude des fluctuations décroît à mesure que l'on s'éloigne de la paroi (R.Jullien et al., 1993). Malgré cette restriction, c'est la méthode que nous avons adoptée pour créer du désordre dans l'empilement.

- un désordre géométrique peut être également généré en plaçant, dans l'empilement, des disques de différents diamètres. L'évolution du désordre, en fonction du diamètre des disques et de leur proportion dans l'empilement, a fait déjà l'objet d'une exploration approfondie, dans le cadre de l'étude des mélanges binaires (Bideau, 1983). Cette méthode est, à priori, facile à mettre en œuvre mais le fait de construire un empilement avec des objets de forme géométrique différente (sphère et disque) modifie la nature des contacts inter-grains et peut rendre l'interprétation difficile. C'est pourquoi cette voie n'a pas été explorée.

Nous présentons, dans ce chapitre, les résultats du processus de collision avec deux types d'empilements désordonnés : (i) un empilement dont le désordre est induit par une paroi rugueuse et (ii) un empilement constitué d'un mélange bidisperse de billes.

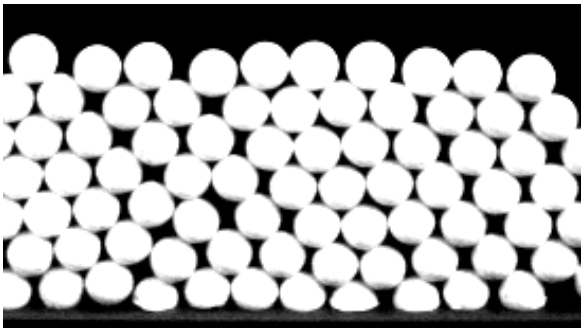

FIG. 4.4 – Image du lit désordonné généré par un fond rugueux. L'empilement est constitué de 6 couches de billes.

4.2 Désordre induit par un fond rugueux

L'empilement désordonné a été construit à partir d'une paroi rugueuse selon la procédure suivante. La première couche de l'empilement est constituée de portions de sphères (de hauteur aléatoire comprise entre d et $d/2$) qui ont été obtenues par découpe des billes utilisées pour l'empilement. Les autres couches de l'empilement sont complétées par des billes entières (voir figure 4.4). Les empilements étudiés comportent 6 couches. Nous reportons ici les résultats du processus de collision avec un tel empilement désordonné en les comparant à ceux obtenus pour un empilement ordonné équivalent (c'est à dire comportant le même nombre de couches).

4.2.1 Propriétés de la bille réfléchie

La figure 4.5 représente l'évolution du coefficient de restitution effectif normal e_y et tangentiel e_x pour la bille incidente en fonction de la vitesse d'impact V_i, dans le cas ordonné et désordonné. En ce qui concerne e_y, il n'y a pas d'écart significatif entre l'empilement ordonné et désordonné : $e_y \approx 0,15$. Il en est de même pour e_x aux fluctuations près. On a $e_x \approx 0,5$. En conclusion, la bille incidente perd la même quantité d'énergie lors de l'impact que ce soit sur un empilement désordonné ou un empilement ordonné.

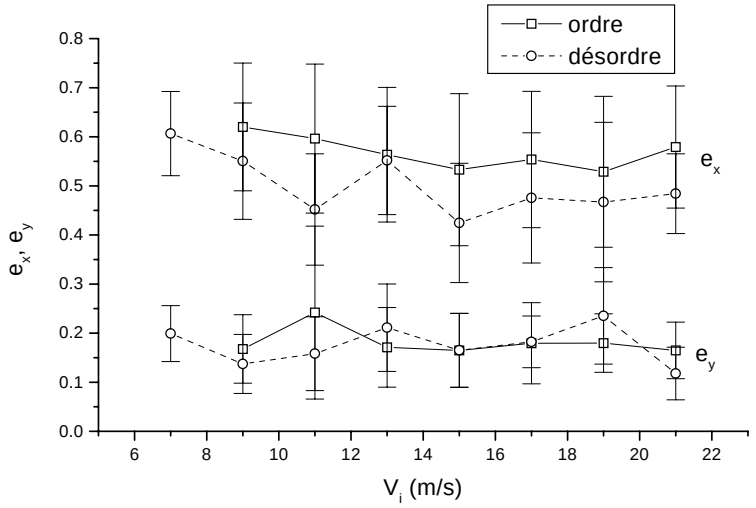

FIG. 4.5 – Coefficients de restitution effectif normal e_x et tangentiel e_y pour la bille incidente en fonction de la vitesse d'impact V_i, dans le cas d'un empilement ordonné et d'un empilement désordonné.

4.2.2 Propriétés des billes éjectées

Nombre de billes éjectées

Dans le cas d'un empilement désordonné, on a mis en évidence une augmentation spectaculaire du nombre de billes éjectées en comparaison avec le cas ordonné (voir figure 4.6). A grande vitesse d'impact, le nombre d'éjectats augmente d'un facteur proche de 2. On peut noter également que le nombre de billes éjectées augmente avec la vitesse d'impact selon une loi affine, comme dans le cas d'un empilement ordonné :

$$N_{ej} = p(V_i - V_{i0})/V_{i0} \tag{4.1}$$

avec $p \approx 1,2\, s.m^{-1}$ et $V_{i0} \approx 5\, m/s$ (à titre de comparaison, pour un empilement ordonné, $p \approx 0,5\, s.m^{-1}$ et $V_{i0} \approx 6\, m/s$). Le seuil d'éjection V_{i0} semble plus faible que pour un empilement ordonné.

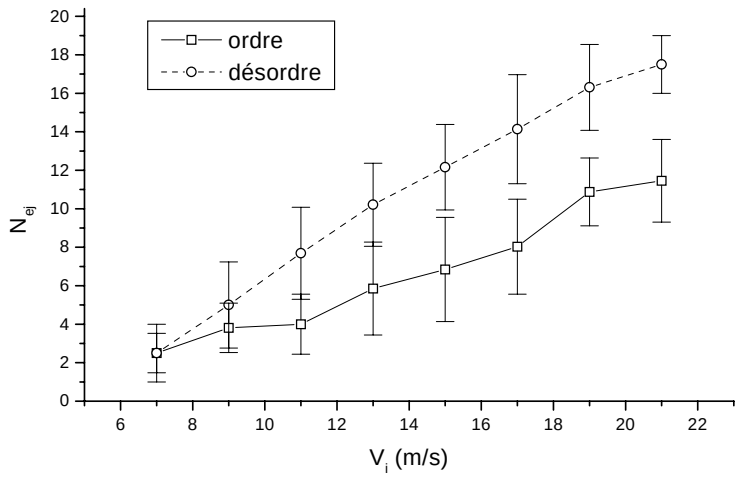

FIG. 4.6 – Nombre d'éjectats N_{ej} en fonction de la vitesse d'impact V_i, pour un empilement ordonné et un empilement désordonné.

Vitesse verticale d'éjection

L'allure de la distribution des vitesses verticales d'éjection dans le cas d'un empilement désordonné (voir figure 4.7) reste inchangée. La vitesse verticale la plus probable est toujours de l'ordre de $2\sqrt{gd}$, mais, en revanche, la décroissance de $P_{ej}(h)$ aux grandes vitesses d'éjection est beaucoup plus lente. On trouve ici, pour une vitesse d'impact $V_i = 15\,m/s$, une longueur caractéristique de décroissance $h^\star/d \approx 2,5$ (à comparer au cas ordonné où $h^\star/d \approx 1,6$). Cette décroissance plus lente affecte la valeur moyenne de la vitesse verticale d'éjection puisqu'on trouve qu'elle est légèrement supérieure dans le cas d'un empilement désordonné. Pour $V_i = 15\,m/s$, on a $\overline{V_{ej,y}} \approx 2,5\sqrt{gd}$ pour un empilement désordonné et $\overline{V_{ej,y}} \approx 2,25\sqrt{gd}$ pour un empilement ordonné. Par ailleurs, on trouve que la valeur moyenne de vitesse verticale d'éjection augmente légèrement avec la vitesse d'impact dans les deux cas (voir figure 4.8).

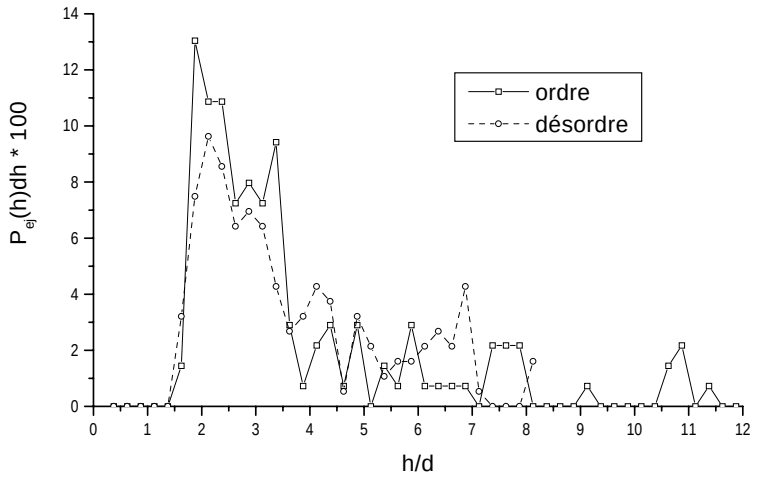

FIG. 4.7 – Distribution de la vitesse verticale d'éjection à une vitesse d'impact $V_i = 15\,m/s$, pour un empilement ordonné et désordonné.

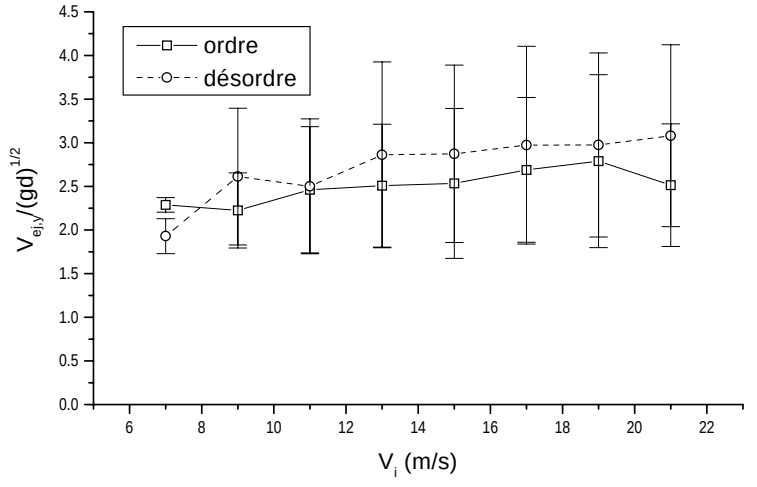

FIG. 4.8 – Valeur moyenne de la vitesse verticale d'éjection en fonction de la vitesse d'impact V_i, dans le cas d'un empilement ordonné et désordonné.

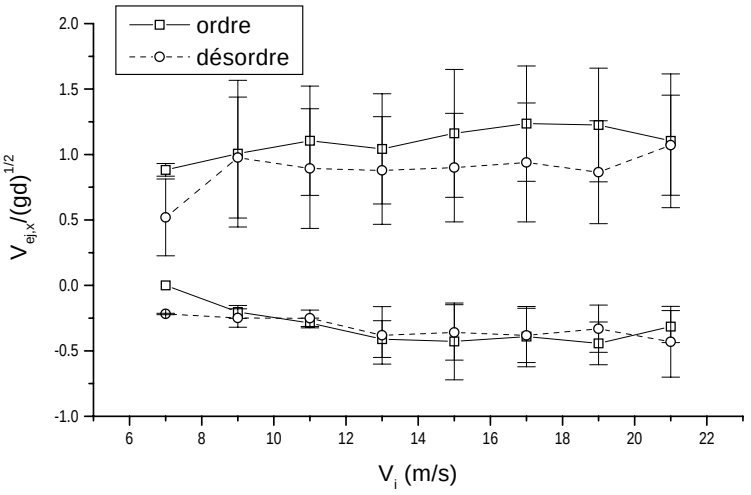

FIG. 4.9 – Valeur moyenne de la vitesse horizontale d'éjection en fonction de la vitesse d'impact V_i pour un empilement ordonné et désordonné.

Vitesse horizontale d'éjection

Nous distinguons ici les éjectats avants des éjectats arrières. En ce qui concerne les éjectats avants, la vitesse horizontale d'éjection moyenne est légèrement plus petite dans le cas d'un empilement désordonné (voir figure 4.9). Par ailleurs, on n'observe aucune variation significative avec la vitesse d'impact, comme dans le cas d'un empilement ordonné. Pour les éjectats arrières, aucune différence notable n'apparaît entre les deux types d'empilement.

Energie totale transmise aux éjectats

L'augmentation du nombre de billes éjectées lors d'une collision sur un empilement désordonné se traduit par une augmentation de l'énergie totale transmise aux éjectats (voir figure 4.10). Pour $V_i = 15\,m/s$, l'énergie totale transmise aux éjectats lors d'une collision sur un empilement désordonné représente $2,5\%$ de l'énergie cinétique d'impact alors qu'elle tombe à $0,8\%$ lors d'une collision sur un empilement ordonné. Ce pourcentage augmente avec la vitesse d'impact aussi bien dans le cas ordonné que dans le cas désordonné.

Nous avons également étudié comment l'énergie transmise aux éjectats est distribuée

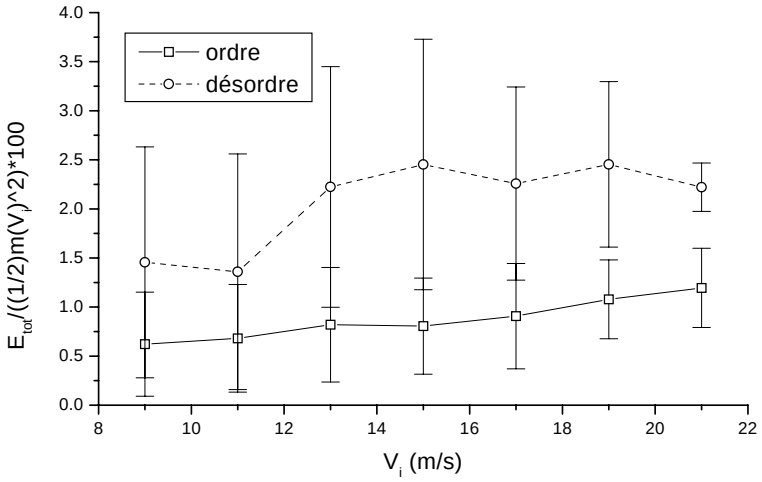

FIG. 4.10 – Energie totale transmise aux éjectats en fonction de la vitesse d'impact V_i pour un empilement ordonné et désordonné.

spatialement selon le lieu d'éjection des billes. Nous avons représenté cette distribution sur la figure (4.11) pour une vitesse d'impact $V_i = 15\,m/s$. Précisons que la distribution n'est pas normalisée, son intégrale correspondant à l'énergie totale transmise aux éjectats. Dans le cas d'un empilement désordonné, la distribution présente deux pics dont l'un (celui ayant l'amplitude la plus élevée) est associé aux éjectats avants et l'autre aux éjectats arrières. Dans le cas d'un empilement ordonné de 6 couches, on observe que les deux pics ont fusionné. Cette fusion est due à la hauteur finie de l'empilement (on a vu, en effet, dans le chapitre 3 que pour de petits empilements, les billes sont éjectées tout près du lieu d'impact). En revanche, pour un empilement ordonné de 36 couches (dans lequel l'effet de hauteur finie est négligeable), on retrouve deux pics bien distincts, positionnés au même endroit que ceux trouvés dans le cas de l'empilement désordonné (de 6 couches). Ceci suggère que pour un empilement désordonné de 6 couches, l'effet de la hauteur finie de l'empilement semble peu important. D'autre part, on peut noter que l'énergie totale transmise aux éjectats est bien plus importante dans le cas d'un empilement désordonné, comme noté plus haut.

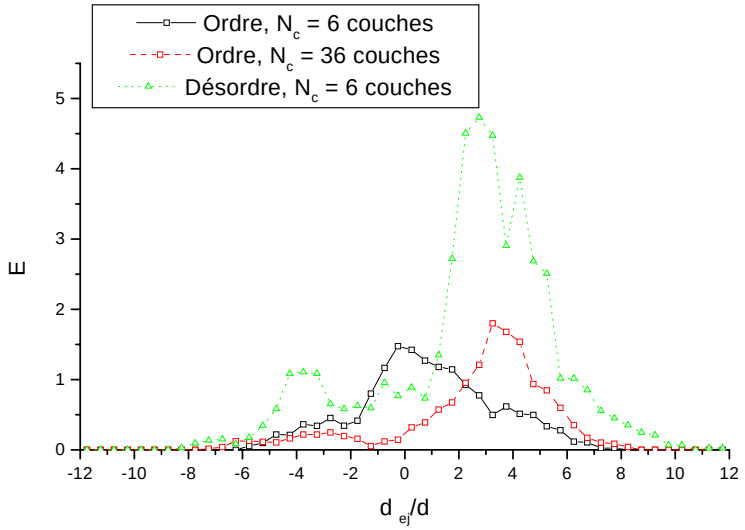

FIG. 4.11 – Distribution de l'énergie transmise aux éjectats en fonction du lieu d'éjection pour un empilement ordonné de 6 et 36 couches, et pour un empilement désordonné de 6 couches.

4.3 Désordre induit par un mélange bidisperse de billes

Le désordre induit par une paroi rugueuse n'est pas homogène sur l'ensemble de l'empilement. Alors que la coordinance moyenne est de 4 sur de tels empilements, les fluctuations par rapport à cette valeur moyenne diminuent à mesure que l'on s'éloigne de la paroi rugueuse. L'avantage d'utiliser un empilement bidisperse est d'avoir un désordre homogène au sein de l'empilement. Dans de tels empilements, aucun désordre géométrique n'apparaît : c'est le réseau des contacts qui se désordonne, en raison de la polydispersité des billes. On peut faire varier le désordre de contacts en modifiant les proportions du mélange.

Nous avons pu réaliser des empilements de ce type en mélangeant les deux lots de billes que nous avions à disposition, respectivement de diamètre moyen $d_1 = 5,85\,mm$ et $d_2 = 5,9\,mm$. Mais, comme nous l'avons signalé plus haut, les deux lots de billes différent également par leurs propriétés élastiques ($\epsilon_{1n} = 0,91$ et $\epsilon_{2n} = 0,95$). Il n'a pas ainsi été possible de séparer clairement l'effet du désordre de celui des propriétés élastiques dans les expériences réalisées avec de tels empilements. Néanmoins, nous souhaitons présenter ici

quelques résultats qui semblent confirmer le fait que le désordre des contacts a des effets spectaculaires sur le processus d'éjection.

Nous présentons, d'abord, les résultats obtenus en faisant varier les proportions du mélange. Nous avons étudié 3 types de mélanges de concentration $c = 0,27; 0,50$ ($c = n_1/n_1 + n_2$, n_1 et n_2 étant le nombre des billes respectivement de type I et II dans l'empilement). La hauteur des empilements a été fixée à 24 couches.

Sur la figure 4.12, on a représenté le nombre moyen d'éjectats en fonction de la vitesse d'impact pour différents empilements bidisperses. On voit aisément que le nombre de billes éjectées augmente quand on accroît la proportion de billes de type II dans l'empilement. Celles-ci sont plus élastiques que les billes de type I, on s'attend donc à une augmentation du nombre des éjectats (comme on a l'a vu dans le chapitre 3). Cependant, il apparaît que, même pour des faibles pourcentages du mélange ($c = 0,27$), l'augmentation du nombre des éjectats par rapport à la situation de référence (i.e., $c = 0$) est très significative (elle est de plus de 100% en valeur relative pour une vitesse d'impact $V_i = 13\,m/s$). Nous attribuons cette augmentation au désordre de contacts induit par la polydispersité, plutôt qu'à la plus grande élasticité des billes de type II. Une confirmation de cette hypothèse aurait été de pouvoir réaliser un empilement constitué uniquement de billes de type II (i.e.,$c = 1$). On aurait ainsi montré que le nombre de billes éjectées est moins important que pour un mélange équilibré, ($c = 0,5$) dans lequel le désordre des contacts est maximum. Malheureusement, on n'a pas pu réaliser cette expérience, par manque de billes de type II pour fabriquer un empilement de 24 couches. Par contre, nous avons pu l'entreprendre pour un empilement de 6 couches et montrer qu' un mélange de 100% éjecte moins qu'un mélange de 50%, accréditant le fait que l'effet du désordre des contacts est beaucoup plus important que celui de l'élasticité des billes.

Nous avons également obtenu quelques résultats préliminaires sur l'influence du nombre de couches pour des empilements désordonnés bidisperses. Comme dans le cas des empilements ordonnés, le nombre d'éjectats diminue avec la hauteur de l'empilement puis se stabilise à une valeur finie au-delà d'une certaine hauteur critique. Pour une vitesse d'im-

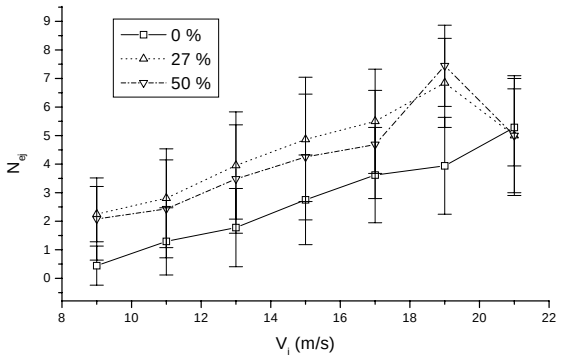

FIG. 4.12 – Nombre d'éjectats N_{ej} en fonction de la vitesse d'impact V_i pour des empilements bidisperses de concentration $c = 0,27; 0,50$.

pact donnée, la saturation semble apparaître à une hauteur critique plus petite que celle trouvée dans le cas des empilements ordonnés. Par ailleurs, celle-ci est d'autant plus petite que la concentration du mélange est proche de $0,5$. On attribue, encore une fois, ces effets au désordre des contacts qui va croissant quand c approche $0,5$. Nous verrons dans le chapitre 5 comment, à partir d'un modèle phénoménologique, on peut interpréter ces résultats.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence l'effet du désordre sur le processus d'éjection dans l'empilement granulaire. La bille incidente n'est pas affectée, de manière importante, par l'effet du désordre des contacts. Par contre, le processus d'éjection est altéré en présence d'un désordre de contacts :

- le nombre de billes éjectées augmente considérablement.
- l'énergie moyenne d'une bille éjectée est plus grande.
- l'énergie totale transmise aux billes éjectées est beaucoup plus importante.

Chapitre 5

Modélisation du processus d'éjection

Ce chapitre est consacré à la présentation d'un modèle de type automate cellulaire, qui décrit, de manière élémentaire, la propagation de l'onde de déformation induite par l'impact, à travers l'empilement. Ce type de modélisation a connu un certain succès dans la description qualitative de la répartition des forces dans un empilement statique (Coppersmith, 1996; Claudin et al., 1998).

L'objectif est de modéliser la propagation de l'onde de déformation à travers l'empilement afin de pouvoir prédire, par exemple, le nombre de billes éjectées et leur vitesse ou énergie d'éjection. Ce modèle, bien que très élémentaire, permet de donner un début d'interprétation de certains résultats expérimentaux, en particulier ceux sur l'influence de la hauteur de l'empilement ou de l'influence du désordre sur le processus d'éjection.

5.1 Présentation du modèle

Le modèle est basé sur une description simple de la propagation de l'onde à travers l'empilement de grains. Le réseau des contacts entre les billes de l'empilement est modélisé par un réseau de liens qui connectent les sites placés selon un réseau hexagonal. La présence d'un lien entre deux sites est sensée modéliser un contact.

Dans le cadre du modèle, un empilement ordonné sera représenté par un tel réseau dans lequel chaque site sera connecté avec ses 6 sites voisins[1]. Pour un empilement désor-

[1]Notons que même pour un empilement ordonné tel que celui considéré expérimentalement au chapitre 3, la coordinance est inférieure à 6, en raison d'une certaine dispersion dans la taille de billes.

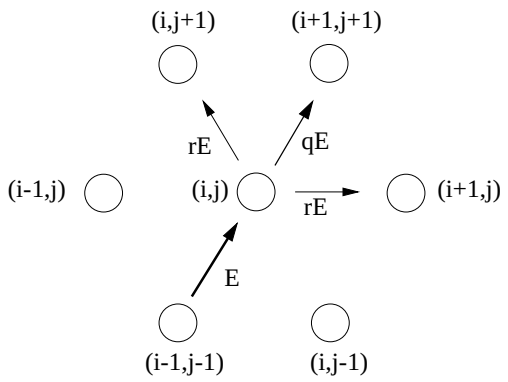

FIG. 5.1 – Représentation de la loi de propagation de l'énergie au sein du réseau.

donné, un certain nombre de liens seront coupés pour modéliser l'absence de contacts. Le pourcentage p de liens coupés dans l'empilement est directement relié à la coordinance Z ($p = (6 - Z)/6$). Pour $Z = 4$, ceci nous conduit à un pourcentage de liens coupés d'environ $p \approx 30\%$.

On considère la propagation d'une grandeur scalaire E homogène à une énergie à travers le réseau bidimensionnel des contacts. Les sites du réseau sont repérés par les indices i et j. On implémente le processus de propagation en discrétisant le temps. A l'instant initial, une partie de l'énergie de la bille incidente est transmise à la bille cible. A chaque pas de temps, l'énergie est ensuite transmise aux sites voisins selon des lois que nous allons préciser. Si, au temps t, le site (i, j) a reçu une certaine quantité d'énergie provenant du site $(i - 1, j - 1)$, nous supposons qu'au pas de temps suivant, un certain pourcentage q de l'énergie est transmis au site $(i + 1, j + 1)$ situé dans la direction de propagation et un pourcentage r aux sites latéraux $(i, j + 1)$ et $(i + 1, j)$ (voir figure 5.1). Comme il n'ya pas de source d'énergie dans le système, on doit choisir q et r tel que $q + 2r \leq 1$. Dans les simulations faites ici, nous avons pris $q = 1/2$ et $r = 1/4$ de telle sorte qu'aucune source de dissipation ne soit introduite.

Dans le cas d'un réseau désordonné, certains liens entre sites sont coupés, empêchant la propagation. Différentes situations peuvent se produire en fonction de la distribution des liens coupés autour d'un site donné. Revenons à l'exemple où, au temps t, le site (i, j)

a reçu une certaine quantité d'énergie du site $(i-1, j-1)$. Si le lien connectant le site (i, j) au site $(i+1, j+1)$ est coupé, alors, au pas de temps suivant, l'énergie est transmise aux deux sites latéraux $(i, j+1)$ et $(i+1, j)$. Si l'un des deux liens connectant les sites latéraux est coupé, alors l'énergie est transférée intégralement au site restant. Pour un fort désordre, il peut arriver que les trois liens suscités soient coupés. Dans ce cas, l'énergie est alors distribuée sur les sites restant connectés au site (i, j). Cette dernière situation ne devient très fréquente que pour un pourcentage de liens coupés très élevé (typiquement plus de 50%) mais qui correspond à des valeurs de coordinance physiquement irréalistes (l'empilement n'est plus mécaniquement stable).

Ce modèle nous permet de suivre, pas à pas, la propagation de l'énergie transmise par la bille incidente à travers l'empilement, et prédire l'énergie qui sera restituée aux billes de la couche superficielle, énergie éventuellement convertie en énergie cinétique. Toutefois, le modèle ne permet pas de prédire le nombre de billes éjectées, de façon quantitative, car l'on ne connait pas précisement l'énergie seuil que doit recevoir une bille de la couche superficielle pour être éjectée de l'empilement.

L'implémentation numérique a été réalisée pour un empilement de hauteur H variable $(1 < H/d < 100)$ et de largeur $L = 100\,d$. Les conditions aux limites sur les parois latérales ont été choisies réfléchissantes. Nous examinons deux situations, l'une correspondant à une collision sur un empilement ordonné et l'autre à un empilement désordonné dont on fait varier le désordre. Dans chaque cas, nous confronterons les résultats du modèle avec les résultats expérimentaux.

5.2 Empilement ordonné

Nous avons calculé, à partir du modèle, la distribution spatiale de l'énergie qui est restituée aux billes de la couche superficielle suite à un impact, dans le cas d'un empilement ordonné (i.e, dans la situation où $Z = 6$). Nous avons choisi de traiter le cas simple d'une collision frontale. L'énergie transmise par la bille incidente à l'empilement se répartira uniformément selon les deux directions du réseau à partir de la bille cible. L'énergie transmise

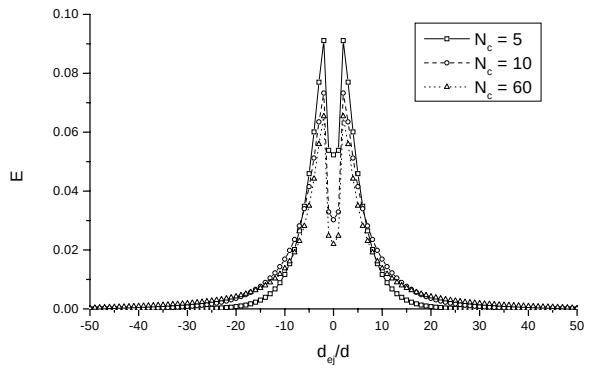

FIG. 5.2 – Distribution spatiale de l'énergie E réémise en surface pour des empilements ordonnés ($Z = 6$) de différentes hauteurs.

à l'empilement sera prise égale à 1.

Sur la figure 5.2, nous montrons les résultats des simulations faites pour des empilements ordonnés de hauteur $H = 5\,d, 10\,d, 60\,d$. Nous avons représenté la distribution spatiale de l'énergie (cumulée dans le temps) réémise à la surface de l'empilement. Les distributions présentent deux pics qui sont situés à une distance $d_{ej} = 2\,d$ de part et d'autre du point d'injection de l'énergie (qui correspond au lieu d'impact). Cette distance de 2 diamètres de grains correspond au chemin le plus court possible de rétro-diffusion de l'énergie. On observe que l'amplitude de ces pics diminue et que la largeur de la distribution croît au fur et à mesure que le nombre de couches de l'empilement augmente. A partir de ces deux caractérisques, on peut déduire certaines propriétés des grains éjectés, notamment leur énergie et leur distance d'éjection.

Nous trouvons que l'amplitude A des pics décroît avec le nombre de couches dans l'empilement selon une loi de puissance :

$$A - A_\infty = \alpha\, N_c^\beta \tag{5.1}$$

avec $A_\infty = 0,065$, $\alpha \approx -0,42$, et $\beta \approx -1,72$ (voir figure 5.3) . L'amplitude A des pics de la distribution spatiale de l'énergie restituée à la surface peut être mise en relation avec l'amplitude des pics de la distribution spatiale de l'énergie des éjectats mesurée expérimen-

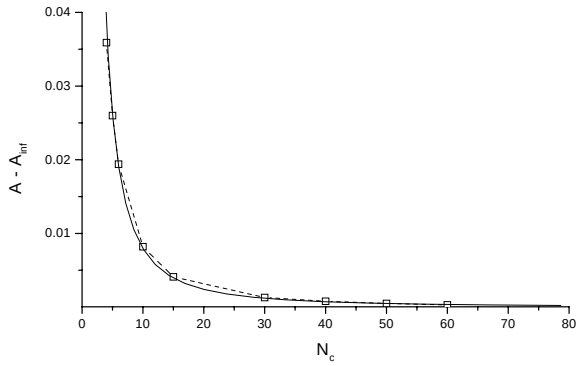

FIG. 5.3 – Evolution de l'amplitude du pic A en fonction du nombre de couches N_c de l'empilement (trait plein) et interpolation en loi de puissance (trait pointillé)

talement. On trouve également une décroissance de l'amplitude avec le nombre de couches selon une loi de puissance mais les résultats expérimentaux, trop dispersés, ne nous permettent pas de trancher entre une loi de puissance et une loi exponentielle (qui est celle trouvée pour les empilements désordonnés comme on le verra plus loin).

A partir de la position spatiale des pics, on peut en déduire des indications sur le lieu d'éjection des billes. Rappelons que l'expérience a montré que la distance d'éjection la plus probable augmente avec la hauteur de l'empilement. On a trouvé une distance de $0,5\,d$ pour $N_c = 6$ et une distance de $3\,d$ pour $N_c = 36$ (pour une vitesse d'impact $V_i = 19\,m/s$).

Le modèle nous montre ici que la position du pic de la distribution spatiale de l'énergie (qui correspond à la distance d'éjection la plus probable) est indépendante de la hauteur de l'empilement et se situe à une distance $d_{ej} = 2d$, contrairement à l'expérience. Cette distance correspond à la portée du chemin le plus court pour la propagation de l'onde.

On voit ici que le modèle est un peu trop simple pour pouvoir décrire correctement l'évolution de la valeur la plus probable du lieu d'éjection. Par ailleurs, nous n'avons pas tenu compte, dans le cadre du modèle, des processus de dissipation, ce qui nous empêche de considérer l'effet de la vitesse d'impact sur le processus d'éjection.

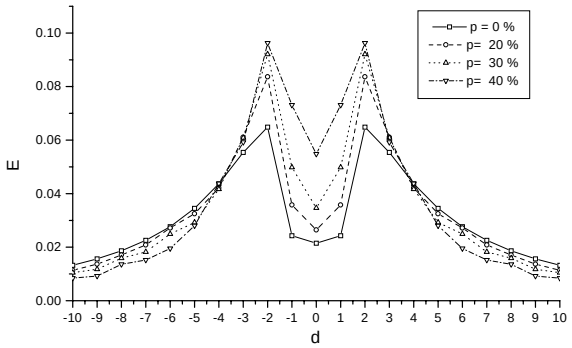

FIG. 5.4 – Distribution spatiale de l'énergie E restituée à la surface de l'empilement pour différentes valeurs de désordre $p = 0\%$, 20%, 30%, 40%.

5.3 Empilement désordonné

Nous considérons maintenant le cas des empilements désordonnés, construits en coupant aléatoirement un certain pourcentage de liens connectant les sites de l'empilement. Nous avons étudié l'effet du désordre et celui de la hauteur de l'empilement sur le processus d'éjection.

5.3.1 Influence du désordre

Nous avons calculé la distribution spatiale de l'énergie restituée à la surface de l'empilement, pour différentes valeurs du désordre (voir figure 5.4). On remarque qu'à nouveau, l'énergie n'est pas réémise au point d'injection mais de part et d'autre du point d'injection à une distance $d_{ej} = 2d$. L'amplitude des pics augmente quand le désordre (c'est à dire le pourcentage p de liens coupés) augmente (voir la figure 5.5). Pour un désordre réaliste $p = 30\%$ (i.e., $Z = 4$), l'amplitude des pics est augmentée d'un facteur 1.5 par rapport à la situation ordonnée.

L'amplitude des pics présente une évolution linéaire avec le nombre de couches (voir figure 5.5) alors que l'énergie totale E_t restituée à la couche superficielle, suit une loi quadratique $E_t \sim p^2$ (voir figure 5.6).

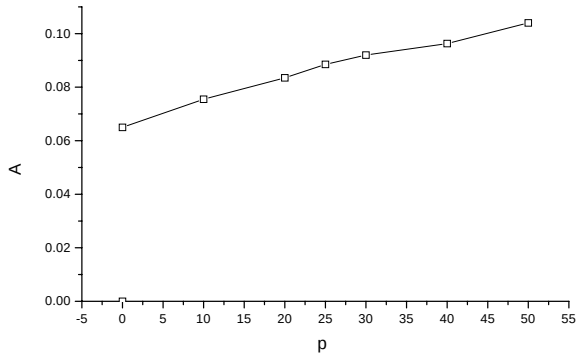

FIG. 5.5 – Amplitude des pics A en fonction du désordre.

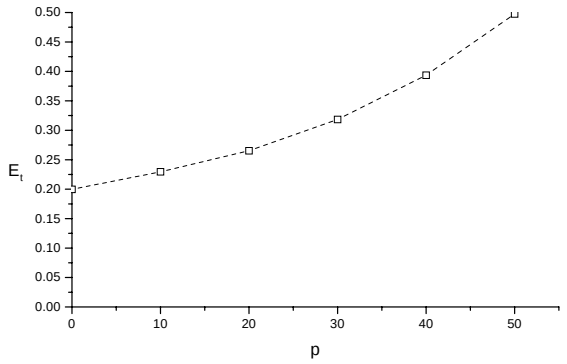

FIG. 5.6 – Energie totale E_t restituée en surface en fonction du désordre.

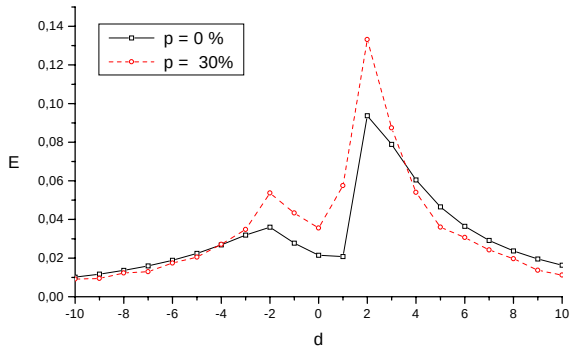

FIG. 5.7 – Evolution de la distribution de l'énergie restituée à la couche superficielle de l'empilement, pour une collision oblique. Deux types d'empilements ont été considérés, un empilement ordonné ($p = 0\%$) et un empilement désordonné ($p = 30\%$).

Ce modèle présente de fortes analogies avec les modèles de percolation de liens (Guyon et al., 1990). Quand le nombre de liens coupés augmente, le nombre de chemins connectant le haut et le bas de l'empilement décroît et, au seuil critique de percolation ($p_c = 0,37$), il n'existe plus de chemin connectant le haut et le bas de l'empilement. En d'autres termes, l'énergie ne peut pas se propager loin du point d'injection, elle est donc rétrodiffusée vers la couche superficielle. La dispersion de l'énergie injectée à travers l'empilement est grandement réduite, ce qui favorise la localisation de l'énergie au niveau du point d'impact.

Pour une comparaison plus approfondie avec les expériences, nous avons calculé la distribution spatiale de l'énergie restituée en surface, dans le cas d'une collision oblique. Pour ce faire, l'énergie est injectée dans l'empilement à partir de la bille cible de manière asymétrique. Une asymétrie apparaît alors naturellement dans la distribution (voir figure 5.7). Comme dans le cas d'une collision frontale, on observe une différence notable entre un empilement ordonné et un empilement désordonné. L'amplitude du pic correspondant aux éjectats avants est augmentée d'un facteur 1.5 pour l'empilement désordonné (avec un désordre $p = 30\%$). Pour procéder à des comparaisons plus directes avec les expériences, il faudrait pouvoir convertir l'énergie restituée en surface, en termes de nombre de grains

éjectés. Or nous ne connaissons pas exactement l'énergie seuil pour qu'un grain soit éjecté.

Les résultats présentés ici sur le désordre sont en accord qualitatif avec les expériences mais pas quantitatif. En effet dans les expériences, l'énergie restituée à travers les éjectats est augmentée d'un facteur supérieur à 2 dans le cas d'empilement désordonné par rapport au cas d'un empilement ordonné.

5.3.2 Influence de la hauteur de l'empilement

Nous avons également étudié l'évolution de l'énergie retransmise en surface en fonction de la hauteur de l'empilement pour différentes valeurs du désordre. Nous trouvons que l'énergie restituée en surface diminue à mesure que le nombre de couches de l'empilement augmente. On trouve, notamment, que l'amplitude des pics des courbes de distribution spatiale de l'énergie suit une loi de décroissance exponentielle (voir figure 5.10) :

$$A - A_\infty = \Delta A \, exp(-N_c/N_c^\star)$$

où ΔA et $N_c^\star$ sont des coefficients dépendant du désordre, fonction du pourcentage de liens coupés p. $N_c^\star$ quantifie l'épaisseur de pénétration de l'onde dans l'empilement. On trouve que $N_c^\star$ suit une loi de puissance : $N_c^\star \sim 1/p^{1/2}$. Pour $p = 10\%$, on obtient $N_c^\star = 10,3$ et pour $p = 30\%$, on a $N_c^\star = 6,6$. On retrouve bien que $N_c^\star$ diverge quand p tend vers 0 (on a vu, dans le cas ordonné, que la décroissance suit une loi de puissance).

Expérimentalement, on retrouve des tendances similaires, mais les résultats sur les empilements désordonnés sont trop partiels pour que la comparaison puisse être prolongée.

5.3.3 Discussion

Le modèle prédit effectivement une augmentation de l'énergie restituée lorsque le désordre des contacts augmente en conformité qualitative avec les expériences. Mais, il ne tient pas compte de la déformation de l'empilement sous l'effet du choc [2]

[2] Notons qu'il est possible de tenir compte de cet effet dynamique, dans le cadre du modèle présenté ci-dessus, en imposant un seuil sur l'énergie pour l'existence d'un lien (effet diode).

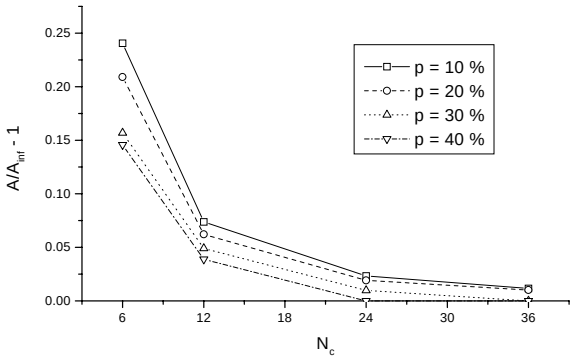

FIG. 5.8 – Amplitude des pics en fonction du nombre de couches N_c dans l'empilement.

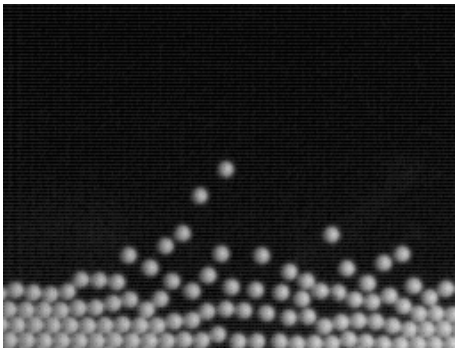

FIG. 5.9 – Photographie montrant le mouvement des billes du lit lors de la collision.

Le modèle suppose aussi que l'empilement reste statique au cours du choc. L'image, prise par caméra rapide (nouvellement acquise), montre le mouvement des grains du lit au cours du choc (voir figure 5.9). Des billes sont mises en mouvement, sous l'effet de l'impact, jusqu'à une profondeur de 4 couches.

On a constaté, par ailleurs, que la résistance à l'enfoncement d'un empilement est moindre dans le cas désordonné. L'empilement désordonné est plus déformable car le réarrangement des billes au sein de l'empilement semble plus facile. On peut relier cette observation à la propriété caractéristique des matériaux granulaires qui est de rediriger les contraintes dans une direction normale à la direction initiale. On peut illustrer cet effet à l'aide d'un raisonnement simple (Duran, 1997).

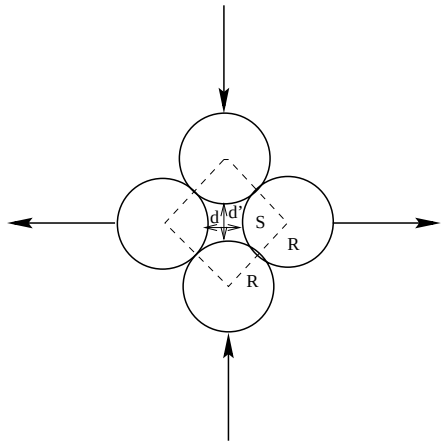

FIG. 5.10 – schéma mettant en évidence l'effet de redirection normale de la force.

Considérons quatre disques constituant une cellule élémentaire et imaginons que l'on applique une force verticale f_v sur le système (voir figure 5.10). Soit R le rayon des sphères, d l'écartement vertical entre les sphères et $d^{'}$ l'écartement horizontal. On veut calculer, pour le système considéré, l'analogue du coefficient de poisson σ qui mesure la déformation horizontale h_l d'un matériau soumis à une déformation verticale h_v : $\sigma = -(dh_l/h_l)/(dh_v/h_v)$. Ici, $h_l = 2R + d$ et $h_v = 2R + d'$. En utilisant le fait que $h_l^2 + h_v^2 = 4R^2$, on en déduit que $h_l dh_l + h_v dh_v = 0$, ce qui conduit à un coefficient de poisson : $\sigma = (h_v/h_l)^2$. Le système considéré n'exerce, par lui-même, aucune résistance à la force verticale f_v appliquée. Il se contente de rediriger les déplacements dans la direction horizontale. Le système étant non-dissipatif, la loi de conservation du travail des forces s'applique et on voit immédiatement que la force transmise dans la direction horizontale f_l est telle que : $f_v dh_v = f_l dh_l$. Ainsi, on a une relation linéaire entre f_l et f_v :

$$f_l = -\frac{1}{\sqrt{\sigma}} f_v = K f_v \ ,$$

où l'on a introduit le coefficient K que l'on appelle *coefficient de redirection*. Ici :

$$K = h_l / \sqrt{16R^2 - h_l^2}$$

. On peut évaluer le coefficient de redirection K pour un empilement triangulaire compact (i.e., $d = 0$) et un empilement plus lâche (i.e, $d = R$). On trouve respectivement $K = 0,58$

et $K = 1,14$. On s'attend ainsi à une redirection latérale plus favorable dans le cas d'un empilement désordonné qui est moins compact qu'un empilement triangulaire ordonné.

Ainsi, le modèle présenté dans la section précédente pourrait être amendé en imposant une redirection plus grande de l'onde de déformation dans le cas d'un empilement désordonné.

5.4 Conclusions

Nous avons proposé un modèle extrêmement simplifié pour essayer d'expliquer certaines propriétés du processus d'éjection quand on fait varier la hauteur de l'empilement et le désordre, en son sein. Dans ce modèle, le désordre est modélisé par un désordre des contacts entre les grains de l'empilement. Le modèle permet d'expliquer qualitativement pourquoi un empilement désordonné restitue plus d'énergie (sous forme d'éjectats) qu'un empilement ordonné. Par contre, notre modèle faillit, au niveau quantitatif, s'agissant d'évaluer cette hausse d'énergie restituée.

Une des raisons possibles de cet échec peut être trouvée dans le fait que l'on ne prend pas en compte la variation de compacité entre un empilement ordonné et un empilement désordonné. On a vu, en effet, que la redirection latérale des forces est plus importante quand l'empilement est moins compact et donc plus désordonné. Ceci peut être un ingrédient important pour modéliser la transmission des forces au sein de l'empilement granulaire, pour un empilement désordonné, et ouvre des perspectives sur un amendement possible du modèle qui a été développé.

Chapitre 6

Dynamique des rides éoliennes

6.1 Problématique

Les rides éoliennes sont des structures spatiales à petite échelle (typiquement de l'ordre de 10 cm) qui apparaissent sur une surface sableuse, sous l'action du vent. L'angle d'inclinaison de la pente des rides n'excède pas l'angle de talus. Le mécanisme d'avalanche n'existe donc pas. Selon les résultats de Bagnold (Bagnold, 1941), le type de structure observée dépend du mouvement du sable en surface. Les rides apparaissent dans des situations de déposition lente, d'équilibre ou d'érosion lente. Dans le cas d'un régime de déposition ou d'érosion rapide, on obtient un lit plan, sans rides. A partir de la connaissance des mécanismes du transport éolien, un certain nombre d'auteurs (Bagnold, 1941) ont proposé des modèles permettant de décrire l'instabilité conduisant à la formation des rides éoliennes. La plupart des modèles proposés se sont focalisés sur la formation des rides dans le régime d'équibre de saltation. Dans ce régime, l'impact des grains en saltation sur le lit granulaire est très important, et est à l'origine de la formation des rides.

Les rides naissent avec une longueur d'onde bien définie mais qui augmente au cours du temps puis finit, en général, par se stabiliser. Ce phénomène de mûrissement (i.e., augmentation de la longueur d'onde avec le temps) peut s'expliquer ainsi. Quand les rides commencent à se former, la longueur d'onde varie spatialement, en raison des fluctuations inévitables. Les rides de petite taille se déplacent plus rapidement que les rides de grande

FIG. 6.1 – Photographie de rides éoliennes

taille [1], les rattrapent et fusionnent avec celles-ci. Il en résulte une augmentation de la longueur d'onde. On obtient, finalement, des structures de longueur d'onde λ de l'ordre de $10\,cm$ avec une amplitude A de l'ordre de quelques cm.

Les premières explications concernant l'instabilité de surface furent proposées par Bagnold (Bagnold, 1941). Par ailleurs, il suggère que la longueur caractéristique de saltation détermine la périodicité des rides. Plus tard, Anderson (Anderson, 1987) sera le premier à formaliser les idées de Bagnold. Dans son modèle, il prédit, par une analyse de stabilité linéaire, que la longueur des rides est reliée à la longueur de reptation, au moins aux premiers stades de l'évolution. Par la suite, d'autres modèles plus raffinés seront développés (Nishimori et Ouchi, 1993; Hoyle et Woods, 1997; Terzidis et al., 1998; Valance et Rioual, 1999b; Prigozhin, 1999).

Nous nous proposons ici de faire une revue rapide des modèles analytiques existants puis nous exposerons le modèle que nous avons développé et qui nous permet d'aller au-delà de l'analyse de stabilité linéaire et ainsi de prédire l'évolution non-linéaire des rides aux temps longs.

[1] Leur rapport surface sur volume est, en effet, plus favorable.

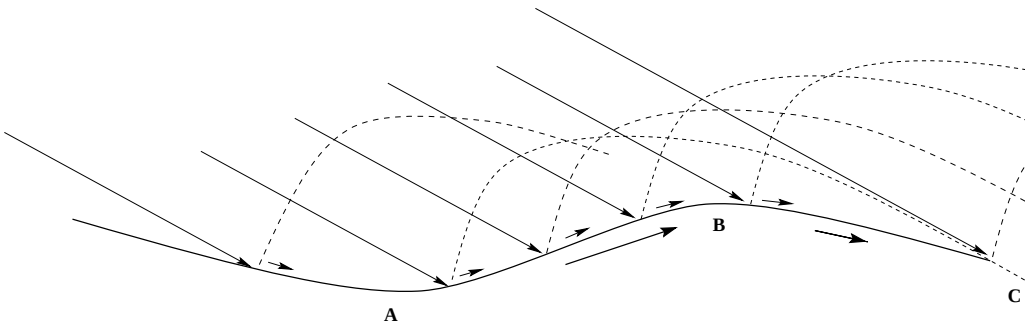

FIG. 6.2 – Origine de l'instabilité selon Bagnold

6.2 Explication de Bagnold

Selon Bagnold, l'instabilité du lit granulaire est dûe à la variation du flux de grains en reptation avec l'inclinaison de celui-ci. Le flux de grains en reptation, en un point de la surface, est proportionnel au flux de grains en saltation qui entrent en collision avec le lit en ce point. Ainsi, si une petite déformation de la surface apparaît, la pente exposée au vent sera plus exposée au flux de grains incidents en saltation que la pente à l'abri du vent. Dans ce cas, le flux de grains se déplaçant par *reptation* le long de la face AB exposée au vent est plus important que le flux de grains descendant le long de la face BC abritée du vent (voir figure 6.2). Il en résulte alors un accroissement de la déformation.

Par ailleurs, Bagnold semble mettre en évidence une correspondance entre la longueur d'onde des rides et la portée de la trajectoire d'un grain en saltation. Le flux de grains incidents en saltation étant plus important sur la face exposée que sur la face abritée, le flux de grains en saltation, qui émerge de la face exposée au vent est plus important que celui provenant de la face abritée du vent. Les grains décrivant, en moyenne, une certaine trajectoire caractéristique, la différence de flux entre la face exposée et la face abritée se répercute alors en aval, à une distance égale à la portée de la trajectoire caractéristique.

6.3 Modèle d'Anderson

Nous présentons ici le modèle proposé par Anderson (Anderson, 1987) qui est simplement la formalisation des arguments de Bagnold.

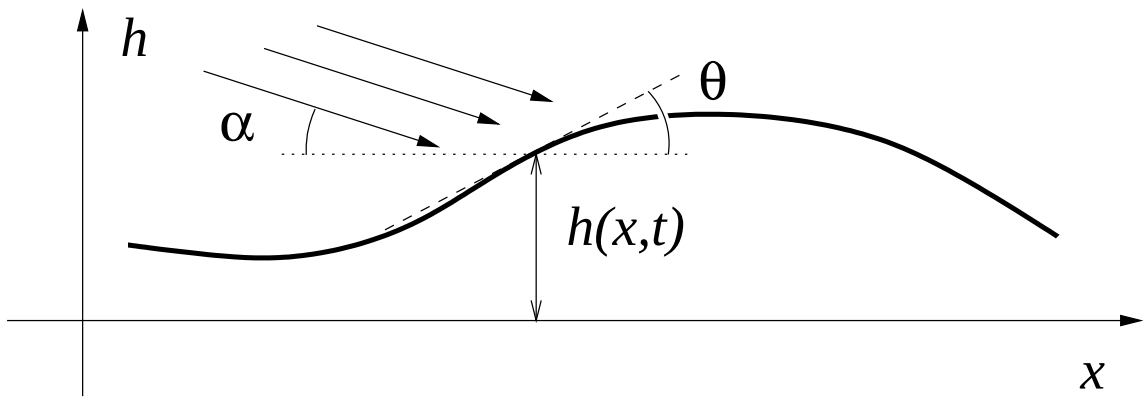

FIG. 6.3 – Un exemple de configuration du profil

Le modèle d'Anderson est un modèle basé sur les impacts des grains en saltation. Il s'applique en situation de régime de saltation établie. Dans ce régime, le vent n'a pas d'action directe sur la structure mais n'intervient que par l'intermédiaire de l'énergie des grains en saltation. On peut voir les grains en saltation comme une source d'énergie pour le système. D'autre part, on les suppose suffisamment énergétiques pour pouvoir se déplacer sur de longues distances sans être piégés par le lit, lors des impacts. La deuxième hypothèse du modèle postule que lors de chaque impact d'un grain en saltation, un certain nombre de grains sont éjectés du lit, effectuent un saut de longueur l_R puis s'arrêtent. C'est la variation du flux de grains en reptation, en fonction de la pente du lit, qui va conduire à l'instabilité.

La hauteur de sable $h(x)$ qui s'accumule en un point x évolue dans le temps (figure 6.3). Son évolution est donnée par la conservation de la masse :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}} \frac{\partial Q}{\partial x} \tag{6.1}$$

où $Q(x)$ est le flux massique horizontal des grains en mouvement à l'abscisse x, c'est à dire la masse de grains transportés par unité de temps et par unité de largeur de l'écoulement. Ce flux horizontal peut être décomposé en deux contributions :

$$Q(x) = Q_S + Q_R \tag{6.2}$$

où Q_S est le flux de grains en saltation et Q_R le flux de grains en reptation. Dans le cadre

de ce modèle, on suppose que la surface est soumise à une pluie constante et homogène de grains en saltation avec une incidence fixée. Ceci implique que $Q_s = Cte$. On rappelle que l'angle d'incidence des grains en saltation est de l'ordre de 10 à 15°.

Désignons par $N_{ej}(x)$ le nombre de grains éjectés en x par unité de temps et de surface et l_R la portée du saut effectuée par un grain éjecté. On peut alors écrire Q_s comme

$$Q_{rep}(x) = m_p \int_{x-l_R}^{x} N_{ej}(x^{'})dx^{'} \ . \tag{6.3}$$

En injectant cette expression dans la loi d'évolution du profil, on obtient :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -d^3[N_{ej}(x) - N_{ej}(x - l_R)] \ . \tag{6.4}$$

Il faut maintenant relier le nombre de grains éjectés au flux incident de grains en saltation. Anderson suppose que le nombre de grains éjectés du lit est directement proportionnel au nombre de grains en saltation N_{imp} qui entrent en collision avec le lit :

$$N_{ej}(x) = n_0 N_{imp}(x) \ , \tag{6.5}$$

où n_0 est le nombre de grains éjectés lors d'une collision et peut être déduit de la loi de splash. $N_{imp}(x)$ dépend de l'angle d'impact des grains en saltation et de la pente locale du lit à la position x. Si α mesure l'angle d'impact des grains en saltation par rapport à l'horizontale, et si θ est l'angle de la pente locale du lit, la quantité de grains en saltation qui entrent en collision avec le lit en x s'exprime sous la forme :

$$N_{imp}(\theta) = N_0 \cos\theta(1 + \frac{\tan\theta}{\tan\alpha}) \tag{6.6}$$

où N_0 est le nombre de grains en saltation qui arrivent sur une surface horizontale par unité de temps et de surface. Les équations (6.4), (6.5), (6.6) décrivent complètement l'évolution du lit.

Le problème admet une solution triviale correspondant à un lit plan. On peut étudier sa stabilité linéaire vis à vis de petites fluctuations. La stratégie d'une analyse de stabilité linéaire consiste à déterminer si les fluctuations vont régresser ou s'amplifier dans le temps. Pour cela, on recherche des solutions sous la forme $h \sim e^{ikx+wt}$ (k étant le nombre d'ondes

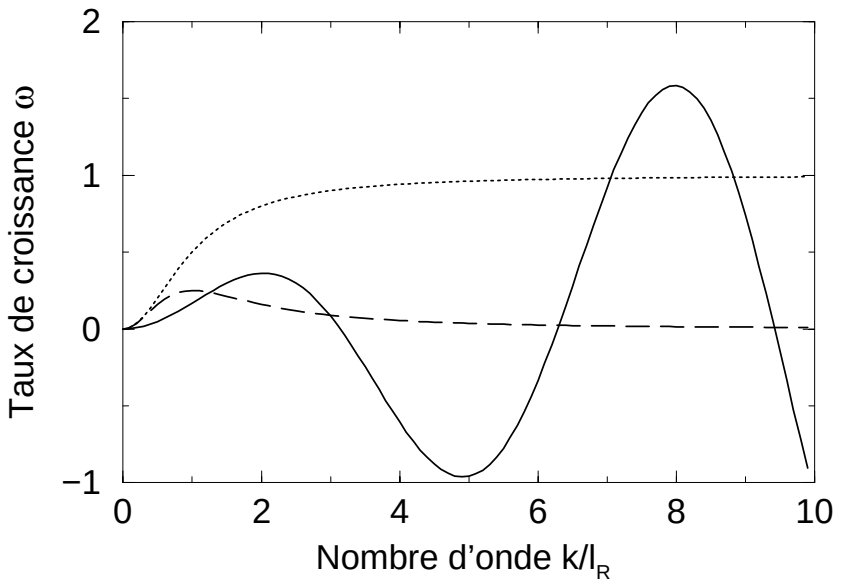

FIG. 6.4 – Relation de dispersion ω en fonction de k/a. Partie réelle du taux de croissance en fonction du nombre d'ondes. Spectre dans le cas d'une longueur de reptation constante (ligne continue). Spectre dans le cas où la longueur de reptation est distribuée selon une loi gaussienne (ligne en pointillés) et selon une loi gamma (ligne discontinue).

et w le taux de croissance de la perturbation) en ne retenant que les termes linéaires en h. La résolution des équations nous fournit une relation donnant le taux de croissance en fonction des paramètres du problème :

$$\omega = -\mu_0 ik \cot \alpha [1 - e^{-ikl_R}] \tag{6.7}$$

où $\mu_0 = n_0 N_0 d^3$. La partie réelle du taux de croissance a été représentée sur la figure 6.4. On y observe une série de bandes de modes instables. Chaque bande présente un maximum en $k = (4n+1)\pi/2a$. Par ailleurs, le taux de croissance de ces maxima diverge pour les grands nombres d'ondes, ce qui n'est physiquement pas acceptable.

Afin de résoudre ce problème de divergence, Anderson introduit une dispersion dans la longueur de reptation l_R. Dans ce cas, si l'on désigne par $p(l_R)dl_R$ la probabilité que la longueur de reptation soit comprise entre l_R et $l_R + dl_R$, l'équation qui gouverne l'évolution du profil du lit devient :

$$\partial_t h = -d^3 \int_0^\infty p(l_R)[N_{ej}(x) - N_{ej}(x - l_R)]dl_R \tag{6.8}$$

Une analyse de stabilité linéaire nous donne, dans ce cas, la relation de dispersion suivante :

$$\omega = -\mu_0 ik \cot\alpha[1 - \hat{p}(k)] \tag{6.9}$$

où $\hat{p}(k)$ est la transformée de Fourier de $p(l_R)$. D'après les résultats expérimentaux sur la fonction splash, il n'est pas irréaliste de prendre pour $p(l_R)$, soit une loi exponentielle :

$$p(l_R) = \frac{1}{\overline{l_R}} \exp(-\frac{l_R}{\overline{l_R}}) \quad \text{pour} \quad l_R > 0 \ , \tag{6.10}$$

soit une fonction Gamma :

$$p(l_R) = \frac{4}{\overline{l_R}^2} l_R \exp(-2\frac{l_R}{\overline{l_R}}) \quad \text{pour} \quad l_R > 0 \tag{6.11}$$

où $\overline{l_R}$ est la longueur moyenne de reptation. Dans le cas d'une loi exponentielle, la relation de dispersion s'écrit alors :

$$\omega = -\mu_0 ik \cot(\alpha) \left[1 - \frac{1 - ik\overline{l_R}}{1 + k^2\overline{l_R}^2}\right] \tag{6.12}$$

On se rend alors compte que l'effet d'une telle loi de distribution sature le taux croissance pour les grands nombres d'onde mais ces derniers restent toujours instables (voir figure 6.4). Ce n'est qu'en prenant une fonction Gamma pour la loi de distribution des longueurs de reptation que le résultat devient physiquement acceptable. En effet, on obtient, dans ce cas, la relation de dispersion suivante :

$$\omega = -\mu_0 ik \cot(\alpha) \left[1 - \frac{(1 - ik\overline{l_R}/2)^2}{(1 + k^2\overline{l_R})^2/4)^2}\right] \tag{6.13}$$

Cette relation montre que les modes avec des grands nombres d'onde ont un taux de croissance tendant vers zéro (voir figure 6.4). Par ailleurs, le mode le plus instable correspond à un nombre d'ondes fini. Le calcul donne pour le mode le plus instable $k_{max} \approx \sqrt{2}\,\overline{l_R}$, ce qui correspond à une longueur d'onde $\lambda_{max} = 2\pi/k_{max} \approx 4\overline{l_R}$. On s'attend à ce que ce mode domine la dynamique dans les premiers stades de l'instabilité. Il peut donc nous donner une évaluation de la longueur d'onde des rides, dans le processus initial de formation.

Nous venons de voir ici que c'est la dispersion de la longueur de reptation qui élimine la croissance de modes de petites longueurs d'onde et qui sélectionne une longueur d'onde finie.

6.4 Autres modèles

6.4.1 Le modèle de Hoyle-Woods

Le modèle de Hoyle et Woods (Hoyle et Woods, 1997) est une extension du modèle d'Anderson qui tient compte de mécanismes physiques supplémentaires tels que l'effet de roulement et l'effet d'ombrage. L'effet de roulement peut jouer un rôle non négligeable dans l'évolution dynamique des rides. On peut s'attendre, en effet, à ce qu'un grain en reptation, atterrissant sur une pente descendante, parcourt une distance plus grande, sous l'effet de la gravité, que sur une pente montante. Des études sur le roulement d'un grain sur un plan rugueux incliné montrent, d'ailleurs, que la distance de roulement augmente avec l'angle d'inclinaison du plan ainsi qu'avec la vitesse initiale communiquée au grain (Henrique et al., 1998).

Pour tenir compte de l'effet de roulement, on ajoute un terme additionnel Q_r dans le flux de grains en mouvement Q :

$$Q = Q_S + Q_R + Q_r \tag{6.14}$$

où

$$Q_r = m_p N_r u_r \cos\theta \tag{6.15}$$

N_r est le nombre de grains roulants par unité de surface et u_r est la vitesse des grains qui roulent le long de la pente. Il est, de plus, supposé que N_r est constant, et que u_r est une fonction de la pente : $u_r = -(\sqrt{gd}/r)\sin\theta$ où r caractérise la rugosité de surface. L'équation d'évolution devient alors :

$$\partial_t h = -\frac{1}{\rho_{lit}}\left[\frac{\partial Q_R}{\partial x} + \frac{\partial Q_r}{\partial x}\right] \tag{6.16}$$

Dans la limite des grandes longueurs d'onde (c'est à dire quand la longueur d'onde des rides est plus grande que la longueur de reptation), la croissance du lit due au mouvement par reptation peut être approchée par $[\frac{\partial h}{\partial t}]_{rep} \sim \frac{\partial N_{ej}}{\partial x}$, en ne retenant que le terme dominant. L'équation d'évolution prend alors la forme :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\partial_x\left[l_R\mu_0\frac{(1+\cot\alpha\partial_x h)}{(1+(\partial_x h)^2)^{1/2}} - \nu_0\frac{\partial_x h}{1+(\partial_x h)^2}\right] \tag{6.17}$$

où $\mu_0 = n_0 N_0 d^3$ et $\nu_0 = d^3 N_r(\sqrt{gd}/r)$. Un développement en puissance de h conduit à l'ordre dominant à :

$$\partial_t h = f_1 \partial_{xx} h \tag{6.18}$$

avec $f_1 = l_R(\nu_0 - \mu_0 \cot\alpha)$. On voit clairement que l'effet de roulement introduit un seuil pour l'instabilité qui dépend du signe de f_1. Une surface plane est instable seulement si $\mu_0 \cot\alpha > \nu_0$. Rappelons que μ_0 représente le flux de grains en reptation pour une surface de sable plane. $\mu_0 \cot\alpha$ représente l'augmentation du flux de grains en reptation quand la surface est inclinée, alors que ν_0 correspond au flux de grains roulants sur une surface inclinée. L'instabilité résulte de la compétition entre le roulement et la reptation. ν_0 étant supposé constant dans ce modèle, il en résulte qu'un flux en saltation important (valeur élevée de μ_0) ou un angle d'impact faible (α petit) favorise la déstabilisation de la surface du lit. En bref, l'effet du roulement est d'adoucir les irrégularités de surface et donc d'imposer donc un seuil pour l'instabilité de rides. Notons que, dans ce modèle, la structure résultant de l'instabilité n'a pas de longueur d'onde caractéristique (contrairement au modèle d'Anderson), dès lors que le mode le plus instable n'est pas fini. Pour lever cette incohérence, Hoyle et Woods ont introduit l'effet d'ombrage. Ils considèrent que sur la pente abritée des rides, il existe une région, juste après la crête, qui est protégée du bombardement des grains en saltation. En ajoutant cet effet, ils trouvent numériquement une structure stable dont la longueur d'onde est gouvernée par la longueur de la zone d'ombrage.

Hoyle et Woods ont également considéré un processus supplémentaire dans la dynamique des rides, à savoir le phénomène d'avalanche. En fait, il ne semble pas réaliste de prendre en compte ce processus [2] car les angles des pentes observés sont en général de quelques dizaines degrés (Sharp, 1963) (de l'ordre de 10° pour la pente exposée au vent et de l'ordre de 20° pour la pente abritée), c'est à dire inférieurs à l'angle au repos qui a une valeur approximative de 30°.

[2] Ce n'est, bien entendu, pas le cas pour les dunes pour lesquelles l'effet d'avalanche est un mécanisme de déplacement prépondérant.

6.4.2 Le modèle de Nishimori-Ouchi

La base du modèle de Nishimori-Ouchi (Nishimori et Ouchi, 1993) reprend les éléments de l'interprétation de Bagnold exposée ci-dessus mais diffère en certains points. Ils supposent que le flux de grains en saltation n'est plus homogène quand la surface du lit est déformée. Ils considèrent que la longueur du saut l_S des grains en saltation dépend de leur lieu de décollage :

$$l_S(x) = l_0 + bh(x) \tag{6.19}$$

où x est le lieu de décollage. Les auteurs considèrent, de plus, que les grains en saltation sont incorporés au lit dès qu'ils atterrissent sur celui-ci. Selon ces hypothèses, le flux des grains en saltation peut être écrit comme :

$$Q_S(x) = m_p \int_{\xi(x)}^{x} N_s(x^{'})dx^{'} \tag{6.20}$$

où $N_s(x^{'})$ est le nombre de grains en saltation qui décollent en $x^{'}$ et $\xi(x)$ est le lieu du décollage des grains qui atterrissent en x. Par ailleurs, un mouvement de roulement des grains du lit (induit par la gravité) est pris en compte :

$$Q_r(x) = -\frac{D_r}{\rho_{lit}}\frac{\partial h}{\partial x} \tag{6.21}$$

où D_r est un coefficient constant qui représente le taux de relaxation. La dynamique du lit est alors donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}}\frac{\partial}{\partial x}(Q_s + Q_{rep}) \tag{6.22}$$

$$= -d^3\left[N_S(x) - \frac{\partial \xi}{\partial x}N_S(\xi)\right] + D_r\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{6.23}$$

Dans la limite des petites déformations du lit, on obtient à l'ordre dominant (en supposant N_s constant) :

$$\frac{\partial h}{\partial t}|_x = -bN_s\frac{\partial h}{\partial x}|_{x-l_0} + D_r\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}|_x \ . \tag{6.24}$$

L'analyse de stabilité de la surface plane peut être alors menée. On trouve que le taux de croissance du mode de nombre d'onde k est donné par :

$$\omega = -bd^3N_Sike^{-ikl_0} - D_rk^2 \tag{6.25}$$

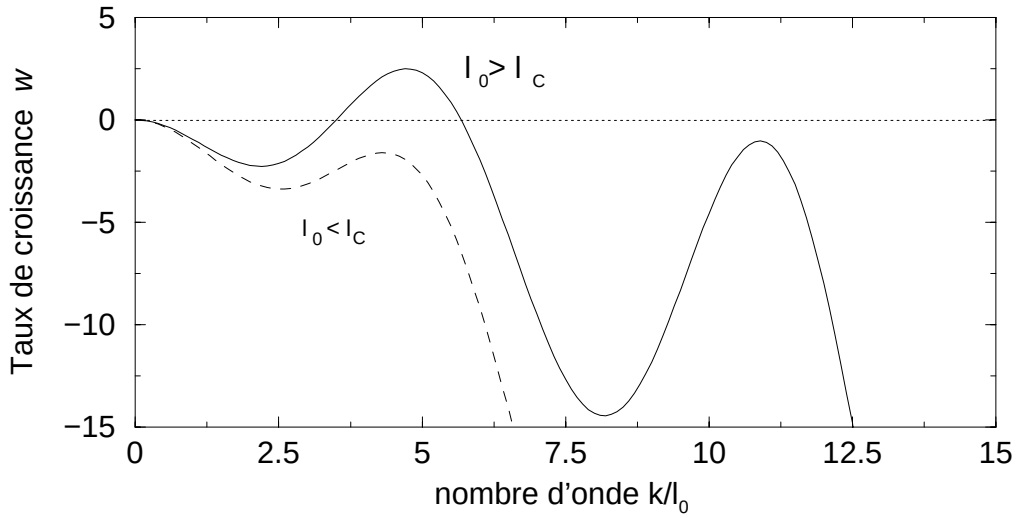

FIG. 6.5 – Relation de dispersion dérivée du modèle de Nishimori-Ouchi. Partie réelle du taux de croissance en fonction du nombre d'ondes : au-dessus du seuil d'instabilité (courbe continue) et au-dessous du seuil (courbe en pointillés)

On en déduit alors que que la surface de sable est instable seulement si l_0 est supérieure à une longueur critique donnée par $l_c = (3\pi D_r/2bd^3)N_S$ De plus, le mode le plus instable correspond à une longueur d'onde λ_{max} :

$$\lambda_{max} \approx \frac{4l_0}{3} \tag{6.26}$$

Dans ce modèle, l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rides est donnée par la longueur de saltation contrairement au modèle d'Anderson qui relie la longueur d'onde à la longueur de reptation.

Le modèle de Nishimori-Ouchi donne des résultats intéressants. Cependant, la modélisation de la saltation peut être mise en question. D'une part, le mécanisme d'éjection du aux impacts des grains en saltation sur le sable n'est pas du tout pris en compte. D'autre part, la variation de la longueur de saltation en fonction du point de décollage n'a jamais été clairement établie ni par les expériences en soufflerie ni par les observations de terrain.

6.5 Modèle hydrodynamique

6.5.1 Présentation du modèle

Les modèles hydrodynamiques relèvent d'une approche phénoménologique du problème de formation des rides et s'inspirent des modèles de type "BCRE" (Bouchaud et al., 1994) qui ont montré un certain succès dans l'étude des avalanches de grains secs. Cette approche a été appliquée au phénomène de formation des rides éoliennes par Bouchaud et al (Terzidis et al., 1998) puis par nous mêmes. Comme le modèle d'Anderson, il s'agit d'un modèle de rides générées par les impacts des grains en saltation ou l'entrainement aérodynamique direct des grains est supposé ne pas intervenir. Nous verrons néanmoins comment il est possible de prendre en compte l'effet du vent dans les équations [3]. Le modèle est fondé sur une description phénoménologique de l'interaction entre les grains en mouvement et les grains immobiles. Toutefois, en suivant l'approche d'Anderson, nous faisons une distinction parmi les grains en mouvement, entre les grains en saltation à haute énergie et ceux en reptation, qui représentent les grains éjectés à basse énergie. Notons que le modèle de Bouchaud (Terzidis et al., 1998), au contraire, ne fait pas cette distinction et considère un continuum des trajectoires pour les grains en mouvement. Nous trouvons utile de faire cette distinction pour relier, de manière plus directe, les paramètres phénoménologiques aux résultats expérimentaux.

Nous nous plaçons ici dans un régime à l'équilibre, de saltation pleinement développée, dans lequel le nombre total de grains transportés en saltation est constant (en d'autres termes, le taux de déposition équilibre le taux d'érosion ; cette notion a été explicitée dans le chapitre 1. De même qu'Anderson, nous excluons la possibilité qu'un grain en saltation soit piégé par le lit. Seul un échange de grains entre la population des grains en reptation et la population des grains immobiles du lit est pris en compte. Enfin, notons que le modèle proposé est à deux dimensions et suppose donc implicitement une invariance dans la troisième direction.

[3] On traitera surtout ici de rides éoliennes générées par les impacts des grains en saltation. Il existe des cas, en effet, où les rides naissent suite à une instabilité aérodynamique.

A l'instar du modèle "BCRE", nous introduisons deux champs pour décrire la dynamique éolienne, à savoir la densité de grains en reptation $R(x,t)$ (à l'abscisse x et à l'instant t) et la hauteur du lit $h(x,t)$ constitué des grains immobiles (à l'abscisse x et à l'instant t). Dans la limite thermodynamique, les équations dynamiques de h et R sont de la forme :

$$\partial_t R = -V\partial_x(R) + \Gamma[R,h] \tag{6.27}$$

$$\partial_t h = -\Gamma[R,h] \tag{6.28}$$

V désigne la vitesse moyenne des grains en reptation dans la direction du vent. Γ est le taux d'échange entre les grains en mouvement et les grains immobiles. Ces deux équations ne traduisent rien d'autre que les lois de conservation de la masse. Il est à noter que, contrairement au modèle de Bouchaud (Terzidis et al., 1998), nous n'avons pas de terme diffusif dans l'équation pour R. Ce terme n'est en effet pas essentiel dans notre démonstration.

L'objectif, à présent, est de donner une forme raisonnable pour ce terme d'échange à partir d'arguments phénoménologiques. On peut d'abord décomposer le terme d'échange, en deux contributions, l'une caractérisant la déposition, l'autre caractérisant l'érosion, ou plus précisément l'éjection de grains du lit sous l'impact des grains en saltation et aussi sous l'effet du vent :

$$\Gamma = \Gamma_{dep} + \Gamma_{ej} \ . \tag{6.29}$$

Nous allons maintenant détailler l'expression de ces deux contributions.

-(i) Ejection générée par les impacts

Comme il a été mis en évidence dans le chapitre 1, l'éjection est principalement causée par le bombardement du lit par les grains en saltation. Il semble donc raisonnable de choisir un taux d'éjection dépendant du flux incident de grains en saltation. Ce flux de grains en saltation est, bien entendu, fonction de l'orientation locale de la surface du lit, comme on a pu le voir à travers le modèle d'Anderson. Le taux d'éjection dû à l'impact s'écrira donc

$$\Gamma_{ej}^{imp} = nN_{imp} \ , \tag{6.30}$$

où N_{imp} représente le flux de grains en saltation qui entrent en collision avec le lit et n est le nombre de grains éjectés lors d'une collision. Le modèle d'Anderson suppose n constant. La

courbure locale du lit de grains doit cependant affecter l'efficacité du processus d'éjection. En effet, on s'attend à ce qu'une surface localement convexe favorise le délogement des grains à l'inverse d'une surface concave. Ainsi, le nombre n de grains éjectés par impact peut être modélisé par :

$$n = n_0(1 - c\kappa) \tag{6.31}$$

où c est une constante et κ, la courbure locale du lit. On aboutit, alors, à l'expression suivante pour le taux d'éjection :

$$\Gamma_{ej}^{imp} = d^3 n_o(1 - c\kappa)N_{imp} \tag{6.32}$$

En utilisant l'expression 6.6 de N_{imp}, on obtient :

$$\Gamma_{ej}^{imp} = d^3 n_0 N_0 \left[1 - c\frac{h_{xx}}{(1+h_x^2)^{3/2}}\right]\left[\frac{1+\cot\alpha h_x}{(1+h_x^2)^{1/2}}\right] . \tag{6.33}$$

Dans la limite des petites déformations ($h_x \ll 1$), on peut réaliser un développement en puissance de h_x. En ne retenant que les termes linéaires et quadratiques en h, on obtient :

$$\Gamma_{ej}^{imp} = \alpha_0(1 + \alpha_1\partial_x h - \alpha_2\partial_x^2 h) - \alpha_0[\alpha_3 h_x^2 + \alpha_4\partial_x(h_x^2)] + O(h_x^3) \tag{6.34}$$

où $\alpha_0 = d^3 n_0 N_0$, $\alpha_1 = \cot\alpha$, $\alpha_2 = c$, $\alpha_3 = 1/2$, $\alpha_4 = c\cot\alpha$. Examinons les différents termes de cette expression :

- le terme en α_0 correspond au flux de grains éjectés, suite à l'impact des grains en saltation, qui entrent en collision avec un lit horizontal, par unité de temps et par unité de surface.
- le terme proportionnel à $\partial_x h$ décrit l'influence de la pente du lit : le taux d'éjection est plus grand quand la pente est face au vent (le flux de grains en saltation étant plus important sur la face exposée).
- le terme proportionnel à $\partial_x^2 h$ décrit l'influence de la courbure : il est plus difficile de déloger des grains dans les creux qu'au sommet des crêtes.
- Les deux termes non linéaires présents proviennent des non-linéarités de la courbure et du flux de grains en saltation.

-(ii) Ejection induite par le vent

Dans ce modèle, on suppose que l'on a atteint un état d'équilibre de saltation : le flux de grains en saltation est constant. Certains modèles de saltation(Anderson et al., 1991) ont montré qu'en raison de l'écrantage de l'écoulement aérodynamique par le nuage de grains en saltation, l'entraînement aérodynamique des grains du lit est mineur devant l'érosion générée par les impacts. Toutefois, on peut s'attendre à ce que cet effet soit non négligeable sur la crête des rides. On propose alors l'expression suivante pour le taux de grains entraînés par le vent :

$$\Gamma_{ej}^{vent} = -\beta_2 \partial_{xx} h \tag{6.35}$$

-(iii) Déposition

Le taux de déposition est supposé proportionnel au nombre R de grains en reptation. On écrira donc que :

$$\Gamma_{dep} = -R\gamma = -R\gamma_0(1 \pm \gamma_1 \partial_x h + \gamma_2 \partial_x^2 h) \tag{6.36}$$

où les coefficients γ_i sont des constantes. Le coefficient γ^{-1} correspond au temps typique pendant lequel les grains en reptation se déplacent avant d'être incorporés au lit de sable. Ce temps de vie peut être interprété en terme de longueur de reptation caractéristique l_R qui peut être définie par $l_R = V/\gamma$, où V est la vitesse moyenne des grains en reptation.

Le premier terme de l'équation 6.36 représente le taux de déposition sur un lit horizontal. Les autres contributions décrivent les effets de pente et de courbure. L'effet de pente dépend de l'importance de la force de frottement du vent sur les grains en reptation. Si on suppose que la force de trainée est négligeable au niveau de la surface, on peut penser que le processus de déposition est favorisé sur une pente positive (exposée au vent), en raison de la gravité qui agit dans le sens opposé au mouvement des grains (signe positif devant γ_1). Nous avons vu, en effet, que dans le modèle de Hoyle-Woods (Hoyle et Woods, 1997), la portée des grains en reptation est plus grande sur une pente négative que sur une pente positive, en raison de la gravité. Si la force de trainée du vent sur le lit est significative, on peut penser que la portée des grains en reptation sera allongée sur les pentes exposées au vent. Ainsi, le processus de déposition sera moindre sur une pente exposée au vent (signe

négatif devant γ_1). Enfin, le terme proportionnel à $(\partial_{xx}h)$ modélise l'effet de courbure et indique que la déposition est favorisée au fond des creux par rapport aux crêtes.

La dynamique du système est complètement décrite par les équations 6.27, 6.28, 6.35 et 6.36. Ces équations admettent une solution triviale correspondant à une situation dans laquelle la surface du lit est plane. Dans ce cas, la densité de grains en reptation est simplement donnée par $R_0 = \alpha_0/\gamma_0$. L'étape naturelle suivante consiste à étudier la stabilité de cette solution.

6.5.2 Analyse de stabilité linéaire

Nous examinons la stabilité du lit plan dans les deux situations citées ci dessus, à savoir en présence et en absence d'érosion directe par le vent.

- *Présence d'érosion directe par le vent* Pour un vent modéré, le nuage en saltation n'est pas très dense et donc l'écrantage est faible. L'entraînement aérodynamique peut être important. Dans ce cas, le taux d'échange Γ contient les trois contributions :

$$\Gamma = \Gamma_{ej}^{imp} + \Gamma_{ej}^{vent} + \Gamma_{dep} \tag{6.37}$$

Dans cette situation, l'analyse de stabilité linéaire montre que la surface plane est toujours instable. Dès que le vent est suffisamment fort pour maintenir la saltation (et donc induire un mouvement par reptation $\alpha_o \neq 0$), la surface est intrinsèquement instable. Dans la situation où α_0/V est plus petit que 1 (ce qui se produit pour un flux en saltation faible), la relation de dispersion est donnée, dans la limite des grandes longueurs d'onde, par :

$$\omega = \gamma_0[(\alpha_1 + \gamma_1)(\alpha_0/V)l_R^2k^2 - l_R^3L_ck^4] + i\gamma_0 l_R^2 L_c k^3 \tag{6.38}$$

où $l_R = V/\gamma_0$ et $l_C = \beta_2/V$. l_R est la longueur de reptation dans le cas d'un lit horizontal alors que l_C fournit une longueur de coupure qui empêche la surface de se déformer à des longueurs arbitrairement petites. L'instabilité apparaît ainsi dès que α_0 est non nul. Le mode le plus dangereux est donné par :

$$\lambda_{max} = 2\pi\frac{\sqrt{l_R l_C}}{\epsilon(\alpha_1 + \gamma_1)} \tag{6.39}$$

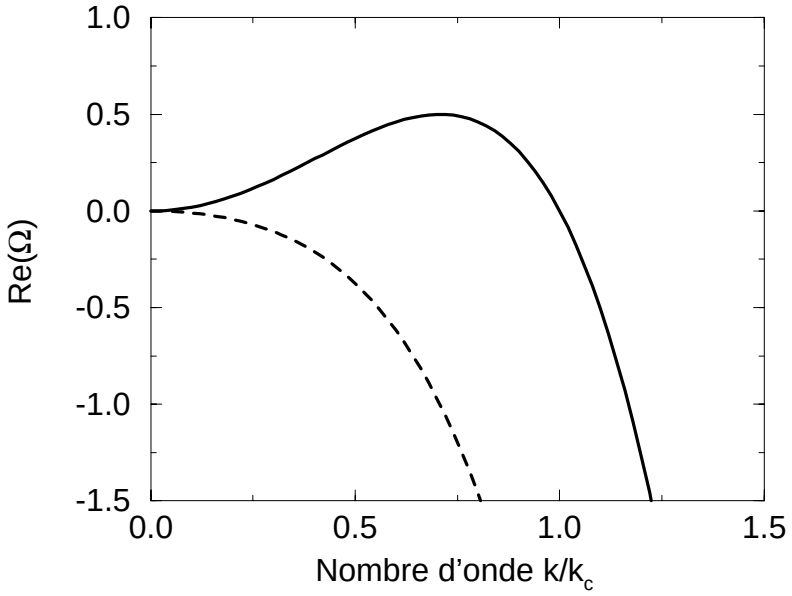

FIG. 6.6 – Relation de dispersion dans la situation où il n'y a pas d'érosion directe avec le vent. Partie réelle du taux de croissance : au-dessous du seuil ($\epsilon < 0$; courbe en pointillés) et au-dessus du seuil ($\epsilon > 0$; courbe continue).

où $\epsilon = \alpha_0/V$. Le mode le plus instable ne varie donc pas linéairement avec la longueur de reptation (comme dans le modèle d'Anderson) mais est donné par la moyenne géométrique de l_R et l_C.

- *Absence d'érosion directe par le vent*

Cette situation apparaît pour des régimes de vents forts, le nuage en saltation est alors dense et la contrainte exercée par le vent, sur la surface du lit granulaire, est nulle. Le terme d'échange Γ contient uniquement deux contributions :

$$\Gamma = \Gamma_{ej}^{imp} + \Gamma_{dep} \,. \tag{6.40}$$

Par analyse de stabilité linéaire, on trouve qu'un lit plan est instable au-dessus d'un certain seuil défini par $(\alpha_1 - \gamma_1) = 0$. En effet, le taux de croissance d'un mode de vecteur k est donné par :

$$\omega = \frac{\gamma_0 \alpha_0}{V}[\epsilon l_R^2 k^2 - i l_C l_R^2 k^3 - l_C l_R^3 k^4] \tag{6.41}$$

où ϵ est maintenant défini par $\epsilon = \alpha_1 - \gamma_1$ et l_C donnée par $l_C = \alpha_2 + \gamma_2$. La surface

est instable pour $\epsilon > 0$ (i.e., $\alpha_1 > \gamma 1$) (voir figure 6.6). Or $\alpha_1 = \cot\alpha$ (où l'on rappelle que α est l'angle d'incidence des grains en saltation), donc il existe un angle d'incidence critique α_c au-dessous duquel la surface est instable. En d'autres termes, un angle d'impact rasant favorise l'instabilité de la surface. Le mode le plus dangereux k_{max} donne l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rides au seuil de l'instabilité. On trouve :

$$\lambda_{max} = 2\pi \frac{\sqrt{l_C l_R}}{\sqrt{\epsilon}} \,. \tag{6.42}$$

On retrouve la moyenne géométrique entre la longueur de saltation l_R et l_C.

6.5.3 Analyse non-linéaire

Pour étudier le développement ultérieur de l'instabilité, une analyse non-linéaire est nécessaire. Un développement non linéaire par analyse multi-échelle a été réalisé (Valance et Rioual, 1999a) et nous permet de dériver une équation non-linéaire pour h.

Dans le cas où l'on a une érosion directe par le vent, on obtient :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = f_1 \partial_{xx} h + f_2 \partial_{xxx} h + f_3 \partial_{xxxx} h + f_{12} \partial_{xx}(h_x^2) \tag{6.43}$$

où $f_1 = -\gamma_0(l_R^2 \alpha_1 + \gamma_1 \epsilon)$, $f_2 = \gamma_0 l_R l_C$, $f_3 = -\gamma_0 l_R^3 l_C$ et $f_{12} = -\gamma_0 \gamma_1 l_R^2 l_C$. On peut ainsi voir que le terme non linéaire dominant est de la forme $\partial_{xx}(h_x^2)$. Nous étudierons numériquement la dynamique de cette équation dans le paragraphe suivant.

Dans le cas où l'érosion directe par le vent est négligeable, l'analyse non-linéaire réalisée au voisinage du seuil d'instabilité donne l'équation suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = f_1 \partial_{xx} h + f_2 \partial_{xxx} h + f_3 \partial_{xxxx} h + f_{11} \partial_x(h_x^2) + f_{12} \partial_{xx}(h_x^2) \tag{6.44}$$

où $f_1 = -\alpha_0 l_R \epsilon$, $f_2 = \alpha_0 l_R l_C$ et $f_3 = -l_R(\alpha_2 + \gamma_2)\epsilon^{-1/2}$, $f_{11} = \alpha_0 l_R \alpha_3$ et $f_{12} = \alpha_0 l_R(\alpha_4 - \alpha_3 l_R - \gamma_1 l_C)$. Le terme non linéaire dominant est ici $\partial_x(h_x^2)$. Le terme non linéaire venant à l'ordre suivant est $\partial_{xx}(h_x)^2$. Nous allons voir que cette seconde non linéarité est cruciale pour que la croissance linéaire de la structure sature [4].

[4] On peut retrouver l'équation d'évolution de la dynamique des rides à partir de considérations de géométrie tout à fait générales portant sur l'équation d'évolution de la courbure d'un profil et de lois de conservation de la masse (Csahok et al., 1998)

Nous avons résolu numériquement les deux équations qui peuvent s'écrire sous la forme canonique suivante :

$$h_t = -h_{xx} + \nu h_{xxx} + h_{xxxx} + \mu(h_x^2)_x + (h_x^2)_{xx} \tag{6.45}$$

La première non linéarité $(h_x^2)_x$ (qui est présente uniquement dans le cas où il y a érosion directe du vent) contribue à la dérive de la structure mais n'est pas capable de saturer la croissance linéaire. La première non-linéarité efficace est celle de forme la $\mu(h_x^2)_{xx}$. La résolution numérique montre qu'aux temps courts, une structure régulière et ordonnée émerge avec une longueur d'onde proche de celle donnée par le mode de croissance linéaire le plus rapide. Il apparaît ensuite un processus de mûrissement : au cours de l'évolution temporelle la longueur de la structure augmente indéfiniment (voir figure 6.7). Ce mûrissement a été quantifié en terme d'exposants dynamiques. On trouve que la longueur d'onde des rides varie comme $\lambda \sim t^{1/2}$ et l'amplitude comme $A \sim t$. On en déduit que la pente typique des rides qui est donnée par A/λ varie donc comme $t^{1/2}$: elle augmente indéfiniment avec le temps. Cela veut dire, d'une part, qu'on finit par atteindre l'angle d'avalanche d'un tas de sable, et d'autre part, qu'on atteint la limite de validité de notre dérivation non-linéaire où la pente est considérée comme étant petite.

Aux temps plus longs, on s'attend à ce que les termes non linéaires d'ordre supérieur deviennent alors pertinents. En incluant le terme non linéaire $(h_x^3)_x$ (qui est le terme naturel venant à l'ordre suivant dans l'équation 6.45), on trouve une autre dynamique dans laquelle la pente de la structure sature à une valeur finie. Dans ce cas, on a

$$\lambda \sim A \sim t^{1/4}$$

de sorte que la pente des rides A/λ cesse d'augmenter. On observe également un processus de mûrissement qui semble s'arrêter au bout d'un temps fini quand la longueur d'onde est environ deux fois plus grande que la longueur d'onde initiale.

Par ailleurs, les structures trouvées numériquement dérivent dans le sens du vent. Cette dérive apparaît avec une dispersion puisque la vitesse dépend de la longueur d'onde. Le premier terme qui est responsable de ce biais est celui proportionnel à h_{xxx}. Le terme

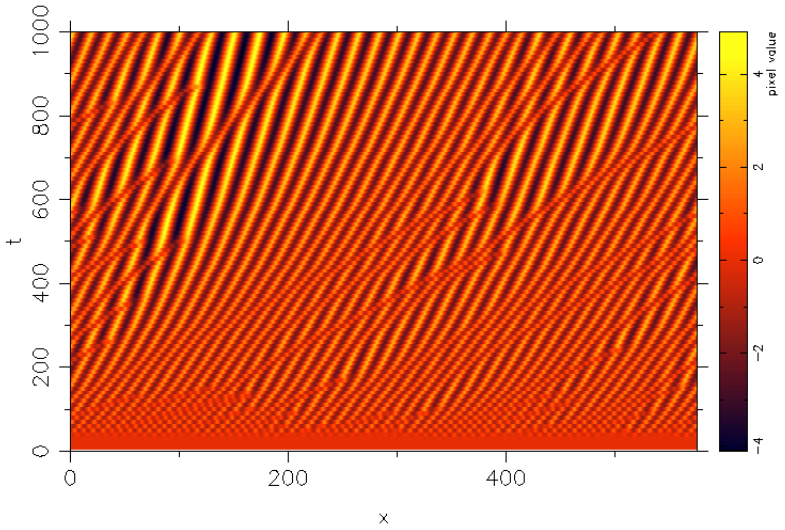

FIG. 6.7 – Représentation spatio-temporelle de l'évolution non-linéaire des rides.

non linéaire $(h_x^2)_x$, bien qu'il ne sature pas la croissance linéaire, contribue, de manière significative, au biais. En particulier, il peut aussi conduire à une dérive opposée au vent. Cela arrive, en particulier, quand les trois non-linéarités (les deux de l'équation 6.45 et la non-linéarité cubique) sont présentes mais $\nu = 0$. La poursuite de cet effet de mûrissement, aux temps longs, est une question ouverte. Le modèle actuel, au stade non-linéaire ici présenté, ne fournit pas de mécanisme physique de saturation de la longueur d'onde avec le temps. Une idée serait d'introduire par exemple un couplage entre les grains en saltation et la structure du lit. Ce couplage pourrait fournir une longueur de saturation qui serait reliée à la longueur de saltation. Ceci permettrait également de trancher pour savoir qu'elle est la longueur pertinente du problème, entre la longueur de saltation et la longueur de reptation.

6.6 Conclusion

A partir d'un modèle phénoménologique inspiré du modèle "BCRE" (Bouchaud et al., 1994) (utilisé dans la modélisation de la dynamique des avalanches), il a été possible de dé-

terminer l'équation de la dynamique des rides éoliennes générées par les impacts des grains en saltation. Les différents mécanismes physiques d'entraînement des grains sous l'effet des impacts des grains en saltation (effet splash) ainsi que sous l'effet du vent ont été pris en compte. Le résultat principal est que les rides naissent avec une longueur caractéristique qui est liée à la longueur de reptation et qu'elles subissent aux temps longs un processus de mûrissement (la longueur d'onde augmente avec le temps) dont on connaît encore mal le phénomène de saturation.

Chapitre 7

Etude préliminaire sur les dunes

Ainsi qu'on l'a illustré au chapitre 1, l'une des motivations premières de l'étude de la saltation est de progresser dans la modélisation du transport éolien, à l'origine de la formation et du déplacement des dunes de sable. Le chapitre précédent a présenté un modèle portant sur la dynamique des rides sous l'action du vent. Nous avons montré que le modèle prédit certaines caractéristiques de la structure réelle. Dans le cas de la dynamique des dunes de sable, on commence, à peine, à l'heure actuelle, à pouvoir prédire, numériquement, l'évolution de ces structures à 3 dimensions. Des problèmes majeurs subsistent, en effet, dans la compréhension de la physique des dunes. Les lois précises d'érosion et de déposition des grains de sable sous l'action du vent sont encore mal connues, de même que les phénomènes de couplage entre les grains transportés et l'écoulement de l'air. Le mécanisme de migration des dunes (induit par le déclenchement d'avalanches sur la face avant de la dune) soulève aussi des questions.

Sur les pas de Bagnold, les physiciens ont commencé à s'intéresser aux dunes en forme de croissant (appelées barkhanes) qui représentent la dune prototype (voir figure 7.1). Cette dune se forme sur des sols durs quand le vent souffle dans une direction privilégiée. L'avant de la dune présente une surface arrondie peu inclinée (entre 5° et 20°), tandis que la face arrière est nettement plus abrupte et présente une inclinaison correspondant à l'angle d'avalanche (situé entre 32° et 35°) Plusieurs problématiques se posent au sujet de ces barkhanes :

FIG. 7.1 – Barkhane au kilomètre 22 (route de Nouakchott à Rosso, Sud Mauritanie)

(i) le mécanisme de formation et de nucléation

(ii) l'évolution spatiale et temporelle de ces structures. L'étude expérimentale de ces dunes n'est pas aisée pour les physiciens car leur taille rend leur étude, à l'échelle 1, impossible en laboratoire.

Les expériences que l'on peut envisager sur le terrain sont soumises à des conditions de vent fluctuantes. Une barkhane de l'ordre de quelques mètres de hauteur peut avancer sur une distance d'une centaine de mètres par an, mais cette avancée n'est pas regulière. En Mauritanie, le vent efficace pour le déplacement des barkhanes est l'harmattan (vent de Nord-Est) qui souffle pendant un mois dans l'année (février). De même, le vent évolue en direction et en intensité selon la période de la journée, principalement en fonction des fluctuations thermiques.

Nous avons réalisé quelques études préliminaires sur le terrain concernant les barkhanes. Nous avons fait des relevés topographiques et étudié la granulométrie des barkhanes. Dans un deuxième temps, nous avons caractérisé la dynamique de structures de sable modèles telles que des cônes de sable, de hauteur inférieure à 1 mètre. Avant d'exposer nos mesures de terrain, nous présenterons succintement les modèles qui décrivent la dynamique des

barkhanes.

7.1 Dynamique des barkhanes

Le mécanisme précis de formation des structures dunaires n'est pas encore connu. Il est généralement admis que les dunes se forment à partir d'une accumulation de sable. Le sable transporté par le vent peut se déposer, notamment, suite à un changement de la rugosité en surface (un sol parsemé de gros cailloux) qui empêche le processus de saltation de se poursuivre. L'observation des barkhanes en milieu naturel montre que leur longueur n'est jamais inférieure à quelques mètres. Existe t-il une taille critique minimale à partir de laquelle une accumulation de sable va évoluer vers une barkhane ? Certains travaux (Sauermann et al., 2001; Andreotti et Claudin, 2001) ont mis en évidence une échelle minimale reliée directement à la dynamique du transport éolien. Toute accumulation de sable inférieure à cette échelle caractéristique verrait sa masse décliner au cours du temps.

Hans Herrmann et ses collaborateurs (Sauermann et al., 2001) ont proposé un modèle qui intègre les différents processus physiques intervenant dans la migration des barkhanes et permet de prédire leur évolution spatio-temporelle. Nous exposons succintement le principe du modèle :

(1) on se donne le profil initial h de la structure,

(2) on calcule l'écoulement aérodynamique autour de la structure, selon une approche pertubative (Jackson et Hunt, 1975), puis on détermine le cisaillement τ à la surface de la structure.

(3) la connaissance du cisaillement en surface nous donne accès aux valeurs du flux de grains transportés :

$$q_{sat}(\tau) \propto \tau^{3/2} \tag{7.1}$$

Ce flux correspond à un flux saturé, c'est à dire obtenu quand on a atteint le régime d'équilibre de saltation. Or ce flux saturé n'est atteint qu'après une distance caractéristique l_{sat}, appelée longueur de saturation. Lorsqu'on est au-dessus du seuil de mise en mouvement des grains, cette longueur est indépendante du cisaillement imposé par le vent et est pro-

portionnelle à $(\rho_s/\rho_a)d$. L'expression la plus simple pour tenir compte du régime transitoire avant d'atteindre le flux saturé peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x}q = -\frac{1}{l_{sat}}(q_{sat} - q) \tag{7.2}$$

L'équation du flux dépend alors de deux paramètres : q_{sat} et l_{sat}.

(4) L'évolution dans le temps du profil de la structure est donnée par l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{sable}}\frac{\partial q}{\partial x} \tag{7.3}$$

où ρ_{sable} est la densité moyenne du sable immobile.

En outre, il faut tenir compte du fait que des avalanches se produisent quand la pente locale dépasse 35°. La résolution des équations, dans le régime stationnaire, permet de trouver la forme des barkhanes et de tirer des lois d'échelles sur ses dimensions en fonction de leur masse et des propriétés de l'écoulement.

Toutefois, certains mécanismes physiques n'ont pas pu être pris en compte. En particulier, les effets de décollement de couche limite et de recirculation à l'arrière de la barkhane. Les descriptions qualitatives que nous ferons sur la dynamique des cônes de sable montreront la complexité des mécanismes mis en jeu et le travail qu'il reste à accomplir sur le plan de la modélisation.

7.2 Etude des caractéristiques morphologiques et granulométriques des barkhanes

7.2.1 Etude morphologique

Nous avons réalisé une étude morphologique d'une dizaine de barkhanes situées sur le site d'Akjoujt en Mauritanie. Cette étude a nécéssité l'utilisation d'un tachéomètre, appareil utilisé classiquement par les géomètres pour effectuer des relevés de terrain.

Les barkhanes étudiées sont relativement petites (quelques mètres de hauteur) et leurs cornes sont encore peu développées. Ces petites barkhanes sont appelées dômes barkhaniques (voir figure 7.2). Nous avons établi des relations morphologiques entre leur hauteur,

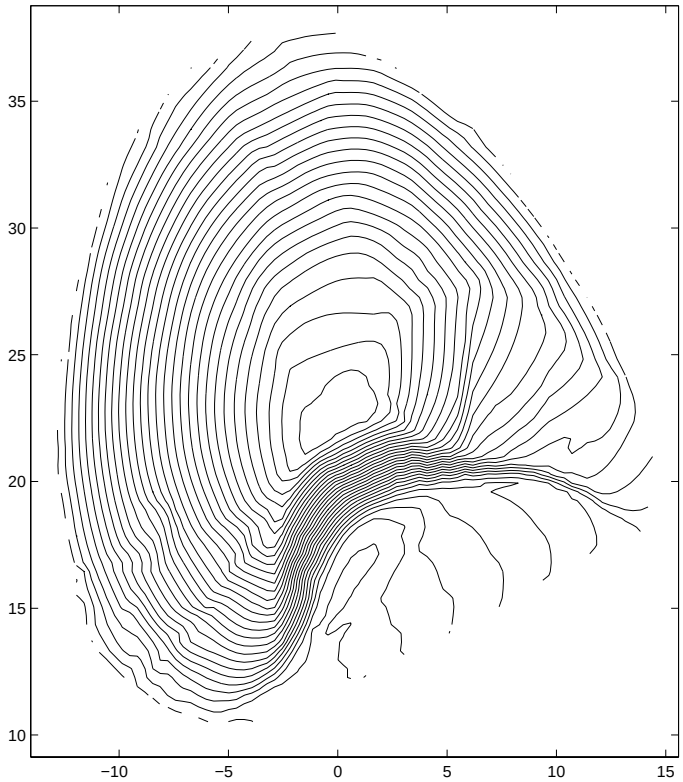

FIG. 7.2 – Dôme barkhanique de $2m$ de hauteur

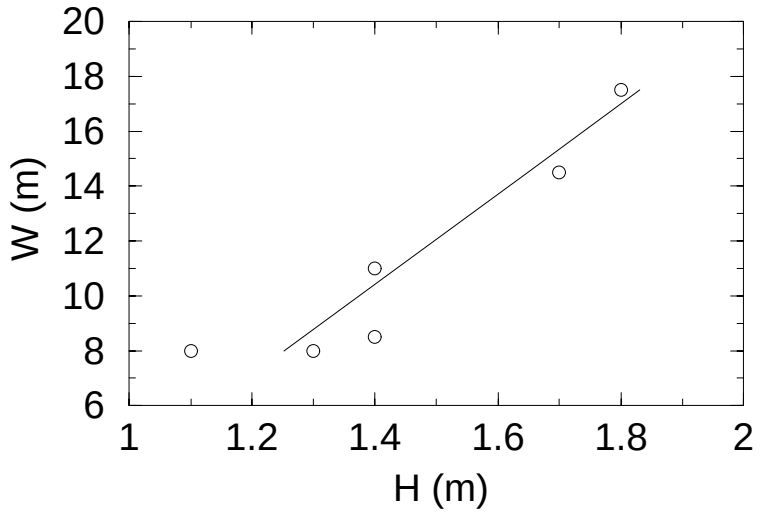

FIG. 7.3 – Largeur W des barkhanes en fonction de leur hauteur H

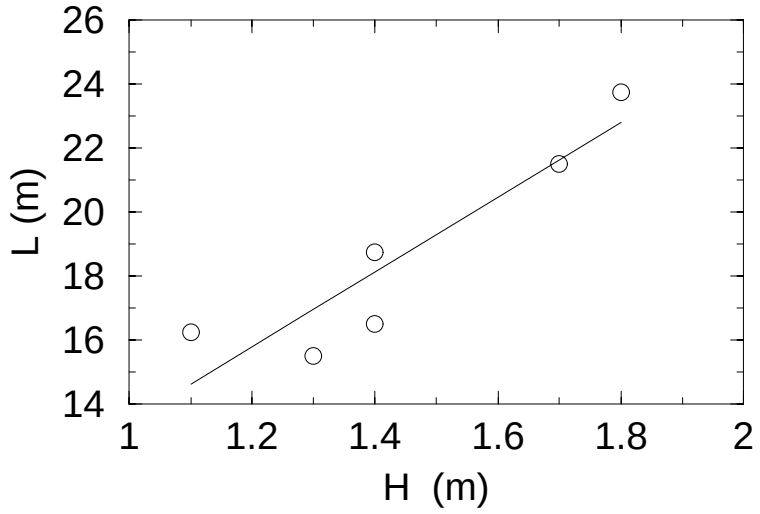

FIG. 7.4 – Longueur L des barkhanes en fonction de leur hauteur H

longueur et largeur. Nous trouvons une relation affine entre la hauteur H et la largeur W (voir figure 7.3) :

$$W = a_w H + b_w \tag{7.4}$$

avec $a_w = 16.7$ et $b_w = -12.3\,m$.

De même, la hauteur H et la longueur L semblent suivre également une loi affine (voir figure 7.4) :

$$L = a_l H + b_l \tag{7.5}$$

avec $a_l = 11.$ et $b_l = 3.\,m$.

Ces lois affines correspondent à celles trouvées dans la littérature mais les coefficients a et b ne sont pas universels et dépendent du site étudié.

7.2.2 Etude granulométrique

Des études granulométriques précises ont été entreprises concernant les grains de sable qui constituent un champ de barkhanes, route d'Akjoujt, à 30 km au Nord de Nouakchott. Précisons que cette région est soumise au cours de l'année à 3 alizées principaux : l'harmattan qui souffle de novembre à mars dans la direction Nord-Est Sud-Ouest, le vent de mousson de direction Sud-Nord qui apparaît en juillet-août. Enfin, tout au long de l'année, les alizées océaniques soufflent de la côte, dans une direction Ouest-Est ou Nord-Ouest Sud-Est. Ces dunes sont donc saisonnières et apparaissent sous forme de barkhanes pendant les premières semaines de février, sous l'effet de l'harmattan de Nord-Est Sud-Ouest. L'objectif est de savoir s'il est possible, à partir d'une étude granulométrique, d'obtenir des informations relatives à la dynamique éolienne des grains de sable sur la barkhane.

Technique d'échantillonnage

L'échantillonnage a été effectué sur 15 barkhanes de hauteurs variables (entre $1,5\,m$ et $4,5\,m$) composées de sables blancs. Notons que la corne Est apparaît légèrement plus développée que la corne Ouest sur toutes les barkhanes appartenant à ce champ en raison des alizées d'Ouest. Sur chaque barkhane, le sable a été prélevé à sept endroits différents comme indiqué ci-dessous :

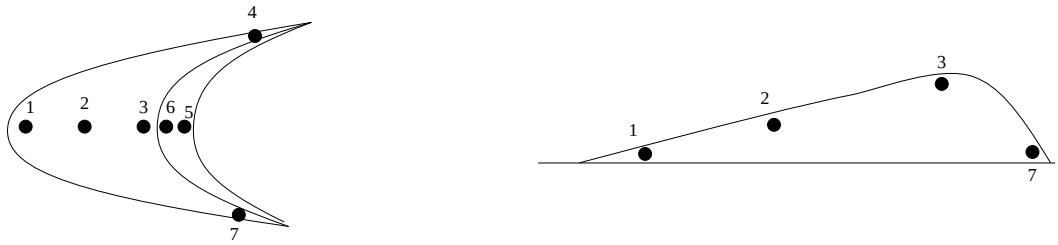

FIG. 7.5 – Lieu de prélèvement sur chaque barkhane

Une ségrégation des grains, par effet de taille, est visible entre le haut et le bas des rides qui recouvrent la face exposée de la dune. Dans un premier prélèvement, on a pris soin d'enlever les rides de la surface. Dans un deuxième prélèvement, on a prélevé le sable sur la crète des rides, aux mèmes endroits que ceux précisés plus haut.

Analyse et interprétations des courbes granulométriques

On tamise 100 g de chaque échantillon afin de déterminer la fréquence de chaque classe granulométrique. Considérons, tout d'abord, les résultats obtenus à partir du premier type de prélèvement. Le sable est constitué de deux pics à 100 μm et à 200 μm. Sur la face exposée au vent, on observe que le pic à 100 μm est dominant à la base de la dune, alors que le pic à 200 μm est dominant au sommet. La granulométrie augmente donc avec la hauteur, sur la face exposée de la barkhane. Ceci peut s'expliquer par le fait que les petits grains sont érodés plus facilement au sommet de la dune (la vitesse du vent étant plus grande qu'à la base) tandis que les gros grains, eux, sont trop lourds pour être déplacés. Ainsi, on observe un déficit de petits grains, en haut de la dune.

Sur la face abritée du vent (face d'avalanche), il n'y a pas d'évolution significative de la granulométrie : les grains de taille 100 μm et à 200 μm sont toujours en à peu près égale proportion.

Considérons les observations faites à partir du deuxième type de prélèvement où le sable provient du sommet des rides. Les tendances observées sont différentes de celles obtenues précédemment. Un tri s'est déjà opéré, même au bas de la dune, puisque le pic à 200 μm est toujours dominant quelque soit le lieu de prélévement sur la dune.

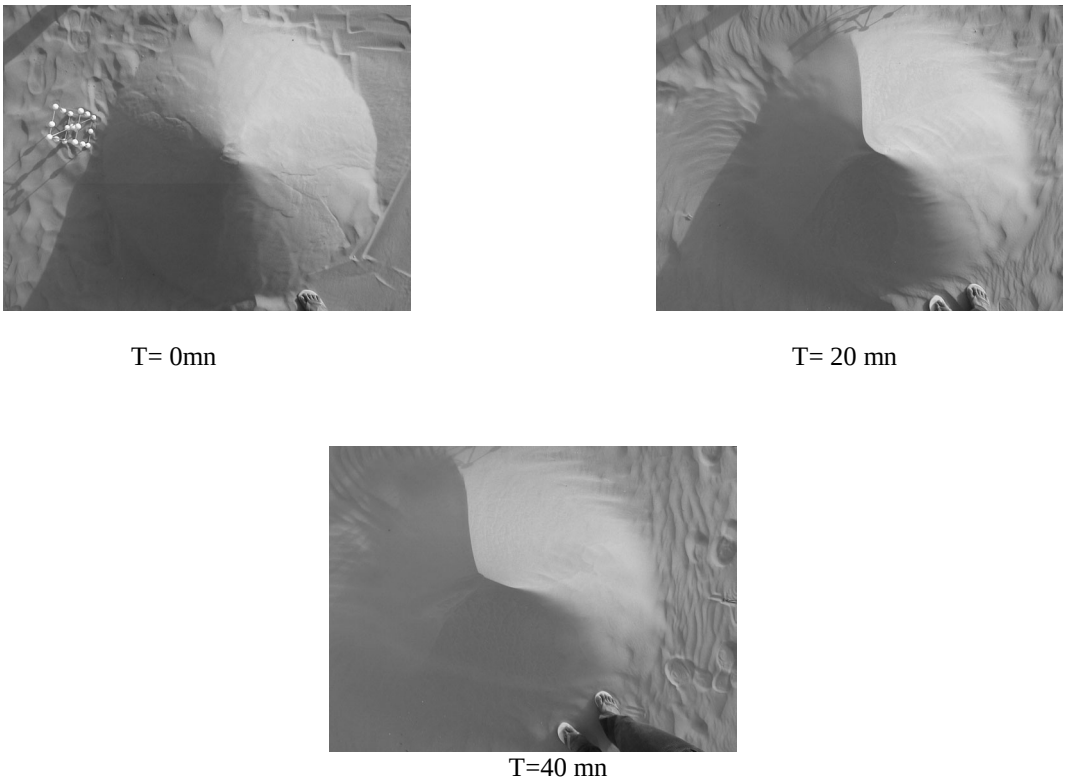

FIG. 7.6 – Evolution typique d'un cône érodé par un vent d'une vitesse de $10\,m/s$

7.3 Dynamique des cônes de sable

Nous avons étudié le mécanisme d'érosion sur des cônes de sable de différentes tailles allant jusqu'à des hauteurs de 1 mètre. Au bout de quelques heures, dans chacune de ces situations, les cônes ont totalement disparu. Pendant la période transitoire, on observe l'apparition d'une forme de barkhane constituée de deux cornes et d'une face avalancheuse (voir planche 7.6).

Quelques premiers résultats quantitatifs sont présentés ici, concernant la dynamique d'érosion pour deux cônes de hauteur initiale différente ($40\,cm$ et $60\,cm$). Au cours des expériences, le vent avait une vitesse de $7\,m/s$ en moyenne à $1\,m$ du sol. L'évolution temporelle du profil du cône est enregistrée par un caméscope et les points caractéristiques

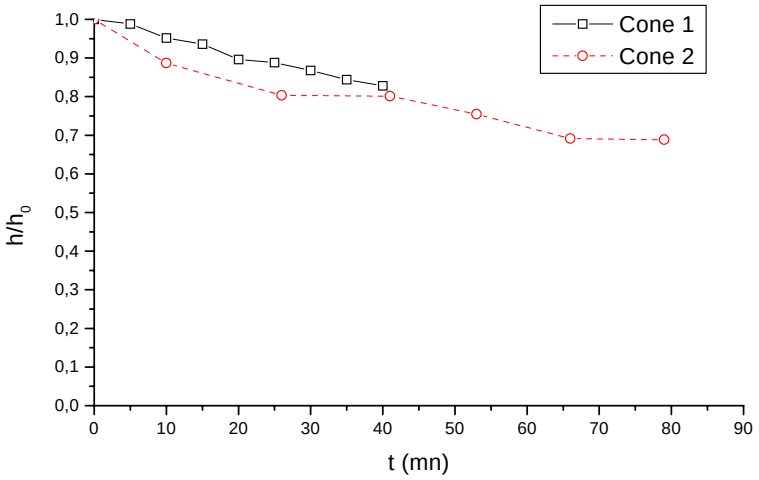

FIG. 7.7 – Evolution de la hauteur du sommet des cônes en fonction du temps

(sommet du cône) sont repérés grâce à un tachéomètre. L'évolution de la hauteur des cônes en fonction du temps est représentée sur la figure 7.7. On observe une décroissance monotone de la hauteur du sommet que l'on a renormalisée par la hauteur initiale h_0 du cône. On en déduit la loi de régression suivante :

$$\frac{h}{h_0} \approx 1 - t/\tau \tag{7.6}$$

avec $\tau \approx 250\, mn$.

Ces études sont, bien sûr, à poursuivre. L'objectif, à terme, est de déterminer l'évolution de la morphologie de ces structures en fonction de la vitesse du vent et de leur masse. On pourra ainsi tester la validité des lois d'érosion proposées dans la littérature. Ce type d'expériences sur les cônes a déjà été amorcé en soufflerie par Andreotti et ses collaborateurs (Andreotti et al., 2001). Ces auteurs montrent que, conformément à nos expériences de terrain, la forme de barkhane est la forme la plus robuste qui apparaît dans le cas d'un écoulement de vent mono-directionnel. De plus, des cônes d'une hauteur de quelques dizaines de centimètres finissent, tous, par disparaître, quel que soit l'apport sableux en amont.

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les premiers travaux de terrain réalisés en Mauritanie. L'étude expérimentale de la dynamique d'un cône est vouée à un avenir prometteur. Nous pensons que l'étude de cette forme particulière peut servir de référence pour d'éventuelles modélisations numériques.

De nombreuses études restent également à mener au sujet des barkhanes. Par exemple, peu de choses sont connues sur l'interaction entre barkhanes situées dans un même cordon dunaire. Pour observer l'évolution d'un champ de dunes dans son ensemble, une technique de photographie aérienne est nécessaire. Une méthode peu onéreuse consiste à utiliser un cerf-volant. Un cerf-volant stationnaire monofilaire a été mis au point à cet effet. Ce cerf-volant, muni d'un appareil photographique, est élevé à une hauteur de plusieurs dizaines de mètres du sol (voir une centaine de mètres). Cette technique a été testée et a montré ses possibilités. L'objectif est d'étendre ces observations sur la durée afin d'observer la dynamique, à long terme, des dunes.

7.5 Perspectives pour la lutte contre l'ensablement

Nous souhaitons terminer ce chapitre sur les dunes, par l'évocation de la lutte contre la désertification et de l'ensablement qui en résulte. Ceci représente un enjeu environnemental de premier ordre pour le prochain millénaire. Environ 30% des terres émergées sont en voie de désertification, ce qui met en péril 650 millions d'habitants d'une centaine de pays du globe. En Mauritanie, en particulier, la capitale Nouakchott risque de disparaître d'ici une quarantaine d'années. L'avancée des sables menace directement les populations et les infrastructures de ce pays (routes, voies ferrées). On peut espérer développer, à terme, à partir d'une meilleure connaissance de la physique du transport éolien et des dunes, des outils permettant de prédire le déplacement des dunes et de tester l'efficacité des différentes techniques de lutte contre l'ensablement.

On peut distinguer deux types d'ensablement : l'un est celui de l'ensablement, par

FIG. 7.8 – Image de dunes obtenue en utilisant la technique de photographie aérienne par cerf-volant

chasse-sable, causé par le dépôt d'un nuage de grains en saltation. L'autre, plus problématique, concerne l'ensablement par migration des dunes.

La lutte contre l'ensablement, liée au chasse-sable, fait traditionnellement appel à des techniques élémentaires. Une première technique consiste à accélérer le vent (par effet venturi par exemple) en amont de la route ou la voie de communication à protéger dans le but d'éviter le dépôt de sable. Le sable peut être fixé provisoirement par la technique de la contre-dune. Le principe est, afin de fixer le sable, de mettre en place une haie végétale qui, une fois ensablée, est surmonté d'une seconde haie puis d'une troisième jusqu'à ce que la pente du talus atteigne la pente critique d'avalanche. La technique traditionnelle utilisée en Mauritanie est celle du carroyage. Le principe est de constituer un quadrillage de haies constitué de branchages morts sur le sol sableux. Le sable arrivant en amont est ensuite piégé au sein de ces différents quadrillages (voir figure 7.9).

Ces mécanismes ont prouvé leur efficacité dans le cas d'un faible apport sableux. Il est

FIG. 7.9 – Technique du carroyage

clair qu'ils se révèlent inopérants dans la lutte contre la migration des dunes. En effet, étant donné sa hauteur et le volume de sable en mouvement, une dune submerge n'importe quel édifice classique de lutte contre l'ensablement.

Pour lutter contre les dunes mobiles, des techniques spécifiques sont requises. Dans certains pays pétroliers, les dunes sont recouvertes d'un produit dérivé des hydrocarbures de manière à les fixer. En Mauritanie, une méthode dite Bo-Fix (Boisement-Fixation) est développée, depuis quelques années, par Monsieur Meunier, ingénieur-agronome. Selon une stratégie adaptée à chaque type de dunes, on commence par placer des toiles plastiques étanches, perpendiculairement au vent, afin de créer des turbulences dans les parties de la dune que l'on veut détruire. Sur les autres parties, des toiles poreuses sont utilisées selon la technique de contre-dune pour freiner le vent et le forcer à accumuler son sable en créant ainsi des dunes artificielles avec des pentes inférieures à l'angle d'avalanche, ce qui empêche leur déplacement. Ces dunes sont ensuite consolidées par plantation de lignes d'arbres à des endroits stratégiques (voir figure 7.10).

FIG. 7.10 – Technique de fixation selon la méthode Bofix

Une perspective intéressante serait de tester, de façon quantitative, ces différentes techniques de lutte contre l'ensablement et d'en proposer d'autres à partir des progrès qui seront réalisés dans la modélisation de la dynamique éolienne et des dunes.

Conclusion et Perspectives

Le transport éolien met en jeu l'interaction des grains avec l'écoulement du vent d'une part, et avec le lit statique de grains, d'autre part. Au cours de l'impact entre les grains entrainés par le vent et le lit granulaire, certains grains sont éjectés du lit. Ce mécanisme d'éjection représente une étape capitale du transport éolien par saltation. Le travail principal de cette thèse a été de mettre au point une expérience modèle de collision entre un grain incident et un empilement 2D de grains permettant d'étudier le mécanisme d'éjection par chocs. Les propriétés du processus d'éjection sont regroupées sous le terme générique de fonction "Splash". Celle-ci est un objet complexe qui dépend de multiples paramètres autant à l'échelle de l'empilement qu'à l'échelle de la bille.

Nous avons, en particulier, mis en évidence une dépendance très forte de la fonction Splash avec la vitesse d'impact du grain incident, la géométrie de l'empilement et aussi l'élasticité des grains. En particulier, un empilement désordonné a tendance à éjecter beaucoup plus de grains qu'un empilement ordonné. Par ailleurs, nous avons montré que le processus de rebond ne dépend que des propriétés locales de l'empilement au voisinage du lieu d'impact, alors que le processus d'éjection est très sensible aux propriétés globales de l'empilement.

Certains autres paramètres pertinents, comme l'angle d'impact ou l'inclinaison du lit, n'ont pas pu être explorés, faute de temps. L'angle d'impact choisi dans les expériences était de l'ordre de 50° alors que les angles d'impact des grains en saltation observés dans la nature sont entre 10° et 16°. Des études préliminaires de collision ont été réalisées avec de tels angles rasants sur des empilements ordonnés. Aucune éjection de billes n'a été, en fait, observée. Il faut préciser que l'agencement ordonné des billes de l'empilement rend

l'éjection plus difficile. Il est probable qu'avec un empilement désordonné, l'éjection de billes soit alors possible pour des angles rasants. Par ailleurs, il aurait été intéressant d'étudier l'effet de l'inclinaison du lit sur le processus d'éjection car les grains en saltation atterrissent rarement sur des surfaces horizontales, en raison de la présence d'ondulations de surface (rides) ou de dunes.

Les résultats expérimentaux établis sur le Splash en dimension deux fournissent une base de référence solide pour de futures modélisations théoriques du processus d'éjection par collision. Nous avons proposé un modèle phénoménologique qui permet d'interpréter certains aspects du processus d'éjection, comme l'effet du désordre dans l'empilement. Une étude numérique par dynamique moléculaire serait, à présent, souhaitable pour pouvoir explorer, de manière plus précise, la fonction Splash et notamment le processus intime d'éjection ainsi que les mécanismes de dissipation de l'énergie au sein de l'empilement, qui restent, à notre avis, un problème ouvert. Par ailleurs, l'acquisition récente d'une caméra rapide au laboratoire permettra d'observer les modes de dissipation mis en jeu au sein de l'empilement. On observe, en particulier, des ondes de déplacement des billes aussi bien en profondeur, dans l'empilement, qu'en surface.

Une extension souhaitable de cette étude expérimentale serait de passer à trois dimensions pour se placer dans des conditions plus proches de la saltation naturelle. La difficulté de cette approche concernera le traitement tridimensionnel des trajectoires des grains éjectés.

L'autre aspect important abordé dans cette thèse est le problème de formation de structures, sur un lit de sable soumis à un écoulement d'air. Nous avons surtout étudié la formation des rides et mis en évidence le phénomène de mûrissement, c'est à dire l'augmentation de la longueur des rides en fonction du temps. Par contre, les mécanismes de saturation n'ont pas été identifiés clairement pour l'instant. Nous pensons que la compréhension profonde de la dynamique des rides ne constitue pas seulement un enjeu de recherche fondamentale, car les caractéristiques des rides (notamment leur longueur d'onde, reliée à la force du vent) peuvent fournir un moyen de lecture simple du champ de vitesse

du vent autour des dunes, dont la surfaces est ridée.

Les dunes, qui sont les autres structures se formant sur les terrains sableux, portent en elles encore beaucoup de questions. On ne sait pas encore clairement comment elles naissent, comment elles évoluent et comment elles meurent. Nous avons réalisé une ébauche d'étude sur la déformation d'un cône sous un écoulement d'air, mais il reste encore beaucoup à faire pour comprendre la dynamique individuelle et collective des dunes, tant au point de vue de la modélisation que du recueil de données précises de terrain qui restent, encore aujourd'hui, très parcellaires. La compréhension globale de la formation et la dynamique de ces structures constitue un enjeu sur le plan de la physique fondamentale. Elle est aussi, à plus long terme, un enjeu pour le développement de méthodes efficaces de lutte contre les problèmes d'ensablement que subissent notamment les pays du sahel.

Bibliographie

Anderson, R. (1987). A theoretical model for aeolian impact ripples. *Sedimentology*, **34**, 943–956.

Anderson, R. (1990). Aeolian ripples as examples of self-organization in geomorphological systems. *Earth-Sci. Rev.*, **29**, 77–96.

Anderson, R. S. et Haff, P. K. (1988). Simulation of aeolian saltation. *Science*, **241**, 820–823.

Anderson, R. S. et Haff, P. K. (1991). Wind modification and bed response during saltation of sand in air. *Act. Mech.*, **[Suppl.]1**, 21–52.

Anderson, R. S. et Hallet, B. (1986). Sediment transport by wind : Toward a general model. *Geol. Soc.Am. Bull.*, **97**, 523–535.

Anderson, R. S., Sorensen, M., et Willets, B. B. (1991). A review of recent progress in our understanding of aeolian transport. *Act. Mech.*, **[Suppl.]1**, 1–20.

Andreotti, B. et Claudin, P. (2001). Selection of dune shapes and velocities. part2 : A two-dimensional modeling. *Soumis à E.P.J.B.*

Andreotti, B., Douady, S., et Claudin, P. (2001). Selection of barchan shapes and velocities. part 1 : Dynamics of sand, wind and dunes. *soumis à E.P.J.B.*

Bagnold, R. A. (1941). *The Physics of blown sand and desert dunes.* Chapmann and Hall.

Benaîm, R. et Legoff, P. (1969). La coordinance des empilements désordonnés de sphères : Application aux mélanges binaires de sphères. *Powder Technology*, **2**, 1,12.

Bernu, B. et Mazighi, R. (1990). One dimensional bounce of inelastically colliding marbles on a wall. *J.Phys.A.*, **23**, 5745–5754.

Berryman, J. G. (1983). Random close packings of hard spheres and disks. *Phys. Rev. A*, **27, 2**, 1053–1061.

Bideau, D. (1983). *Relation entre les propriétés de transport de matériaux constitués d'empilements désordonnés isotropes et leurs caractéristiques géométriques.* thèse de doctorat, Université Rennes I.

Bisal, F. et Nielsen, K. F. (1962). Movement of soil particles in saltation. *Can. J. Soil Sc.*, **42**, 81–86.

Bouchaud, J.-P., Cates, M., Prakash, J., et Edwards, S. (1994). A model for the dynamics of sandpile surfaces. *J.P.F.I.*, **4**, 1383.

Chepil, W. (1945). Dynamics of wind erosion :ii. initiation of soil movement. *Soil Sc.*, **60**, 397–411.

Claudin, P., Bouchaud, J. P., Cates, M. E., et Wittmer, J. P. (1998). Models of stress fluctuations in granular media. *Phys. Rev. E*, **57**, 4441,4457.

Coppersmith, E. (1996). Model for force fluctuations in bead packs. *Phys. Rev. E*, **53**, 4673,4685.

Csahok, Z., Misbah, C., Rioual, F., et Valance, A. (1998). Dynamics of aeolian sand ripples. *Eur. Phys. J. E*, **3**, 71–86.

Dandy, S. et Dwyer, H. A. (1957). Energy absorbed by elastic waves during impact. *J. Mech. Phys. Solids*, **5**, 162–171.

Duffy, J. et Mindlin, R. (1957). Stress-strain relations and vibrations of a granular medium. *J. Appl. Mech.*, **4**, 585–593.

Duran, J. (1997). *Sable, poudres et grains.* Eyrolles sciences.

Enaud, C. (2000). Etude de la collision binaire. *Rapport de Stage deuxième année.*

Falcon, E. (1997). *Comportements collectifs associés au contact de Hertz.* thèse de doctorat, Université Lyon I, Claude Bernard.

Falcon, E., Laroche, C., Fauve, S., et Coste, C. (1998). Collision of a 1-d column of beads with a wall. *Eur. Phys. J. B*, 5, 11–131.

Foerster, S., Louge, M., Chang, H., et Allia, K. (1994). Measurements of collisional properties of small spheres. *Phys. Fluids*, **6**, 337.

Gilles, B. et Coste, C. (2001). Non linear elasticity of a 2d regular array of beads. *Powders and Grains 2001*, 113, 116.

Goddard, J. (1990). Non linear elasticity and pressure dependant wavespeed in granular media. *Proc. Roy. Soc. London*, **430**, 105,131.

Goldsmith, W. (1960). *Impact.* London, Arnold.

Guyon, E., Hulin, J. P., et Petit, L. (2001). *Hydrodynamique physique.* Savoirs Actuels. EDP Sciences /CNRS Editions.

Guyon, E., Roux, S., Hansen, A., Bideau, D., Troadec, J. P., et Crapo, H. (1990). Non-local and non-linear problems in the mechanics of disordered systems : application to granular media and rigidity problems. *Rep. Prog. Phys.*, **53**, 373–419.

Hascoet, E. et Herrmann, H. J. (2001). Shocks in non-loaded bead chains with impurities. *preprint.*

Henrique, C., Aguirre, M. A., Calvo, A., Ippolito, I., Dippel, S., Batrouni, G. G., et Bideau, D. (1998). Energy dissipation and trapping of particles moving on a rough surface. *Phys. Rev. E*, **57,4**, 4743–4750.

Hermann, F. et Seitz, M. (1982). How does the ball chain workshocks in non-loaded bead chains with impurities. *Am. J. Phys.*, **50, 11**, 977–981.

Hermann, H., Stauffer, D., et Roux, S. (1987). Violation of linear elasticity due to randomness. *Europhys.Lett.*, **3**, 265–268.

Hertz, H. (1896). On the contacts of elastic solids. *Miscellaneous Papers, London, Macmillan*, **ch.5**, 146–183.

Hinch, E. J. et Saint-Jean, S. (1999). The fragmentation of a line of balls by an impact. *Proc. R. Soc. Lond. A (1999)*, **455**, 3201–3220.

Hoyle, R. et Woods, A. (1997). Analytical model of propagating sand ripples. *Phys. Rev.E*, **56**, 6861–6868.

Iversen, J. D., Greeley, R., Marshall, J. R., et Pollack, J. B. (1987). Aeolian saltation threshold : the effect of density ratio. *Sedimentology*, **34**, 699–706.

Iversen, J. D. et Rasmussen, K. R. (1999). The effect of wind speed and bed slope on sand transport. *Sedimentology*, **46**, 723–731.

Iversen, J. D. et White, B. R. (1982). Saltation threshold on earth, mars and venus. *Sedimentology*, **29**, 111–119.

Jackson, P. S. et Hunt, J. C. (1975). Aeolian saltation threshold : the effect of density ratio. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **101**, 929.

Jia, X., Caroli, C., et Velicky, B. (1999). *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1863–1866.

J.N.Roux (1997). Contact disorder and non linear elasticity of granular packings : A simple model. *Powder and Grains*.

Johnson, K. L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge Univ. Press.

Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, W. C., et Rundstadler, F. A. (1967). The structure of turbulent boundary layers. *J.Fluid Mech.*, **30**, 741–773.

Kroy, K., Sauermann, G., et Hermann, H. J. (2002). Minimal model for aeolian sand dunes. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 054301.

Kuwabara, G. et Kono, K. (1987). Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Jap. J. of App. Phys.*, **26**, 1230–1233.

Lancaster, N. (1995). *Geomorphology of desert dunes*. Routledge, London.

Lettau, K. et Lettau, H. H. (1978). *Exploring the world's driest climate*. Lettau and Lettau eds., Madison, Wisconsin.

Luding, S., Clement, E., Rajchenbach, J., et Duran, J. (1994). Anomalous energy dissipationin molecular dynamics simulations of grains : The detachment effect. *Phys. Rev. E.*, **50**, 4113–4122.

MacEwan, I. K., Willets, B. B., et Rice, M. A. (1992). The grain/bed collision in sand transport by wind. *Sedimentology*, **39**, 971 – 981.

Maw, N., Barber, J. R., et Fawcett, J. N. (1976). The oblique impact of elastic spheres. *Wear*, **38**, 101.

McEwan, I. K. et Willets, B. B. (1991). Numerical model of the saltation cloud. *Act. Mech.*, **[Suppl.]1**, 53–66.

McEwan, I. K. et Willets, B. B. (1993). Adaptation of the near-surface wind to the development of sand transport. *J. Fluid Mech.*, **252**, 99–115.

Mitha, S., Tran, M. Q., Werner, B. T., et Haff, P. K. (1986). The grain/bed impact process in aeolian saltation. *Act. Mech.*, **63**, 63, 267.

Morsi, S. A. et Alexander, A. J. (1972). An investigation of particle trajectories inn two phase flow systems. *J.Fluid Mech.*, **55**, 193–208.

Napalnis, P., Hunt, J. C., et Barrett, C. F. (1993). Saltating particles over flat beds. *J. Fluid Mech.*, **251**, 661–685.

Nickling, W. G. (1988). The initiation of particle movement by wind. *Sedimentology*, **35**, 499–511.

Nishimori, H. et Ouchi, N. (1993). Formation of ripple patterns and dunes by wind-blown sand. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 197.

Owen, P. R. (1964). Saltation of uniform grains in air. *J. Fluid Mech.*, **20**, 225–242.

Pajot, F. (2001). *Etude expérimentale de l'effet du rayonnement solaire sur le seuil d'envol des particules dans une couche limite turbulente*. thèse de doctorat, Université de Nantes.

Prandtl (1935). **22**, 132.

Prigozhin, L. (1999). Nonlinear dynamics of aeolian sand ripples. *Phys. Rev. E*, **60**, 729.

Pye, K. et Tsoar, H. (1990). *Aeolian sand and sand dunes.* Unwin Hyman, London.

Radjai, F., Jean, M., Moreau, J., et Roux, S. (1996). Force distribution in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 274–277.

Raman, C. (1918). The photographic study of impact at minimal velocities. *Phys. Rev.*, **12**, 442–447.

Rasmussen, K. R. et Mikkelsen, H. E. (1991). Wind tunnel observations of aeolian transport rates. *Act. Mech.*, **[Suppl.]1**, 135–144.

Reed, J. (1985). Energy losses due to elastic wave propagation during an elastic impact. *J. Phys. D*, **18**, 2329–2337.

Reizes, J. A. (1978). Numerical study of continuous saltation. *J. Hydraul. Div., ASCE*, **104**, 1305–1321.

Rice, M. A., Willets, B. B., et McEwan, I. K. (1996). Observations of collisions of saltating grains with a granular bed from high-speed cine-film. *Sedimentology*, **43**, 21–31.

Rice, M. A., Willetts, B. B., et McEwan, I. K. (1995). An experimental study of multiple grain-size ejecta produced by collisions of saltating grains with a flat bed. *Sedimentology*, **42**, 695–706.

R.Jullien, Meakin, P., et Pavlovitch, A. (1993). "growth of packings" in disorder and granular media.

Rumpel, D. A. (1985). Successive aeolian saltation : studies of idealized collisions. *Sedimentology*, **32**, 267.

Sauermann, G., Kroy, K., et Hermann, H. J. (2001). A continuum saltation model for sand dunes. *Phys. Rev. E*, **64**, 031305.

Sharp, R. P. (1963). Wind ripples. *J. Geol.*, **71**, 617.

Sorensen, M. (1991). An analytic model of wind blown sand transport. *Act. Mech.*, **[Suppl.]1**, 67–81.

Terzidis, O., Claudin, P., et Bouchaud, J.-P. (1998). A model for ripple instabilities in granular media. *Eur. Phys. J. B*, **5**, 239.

Travers, T., Ammi, M., Bideau, D., Gervois, A., J.Lemaitre, Troadec, J., et Messager, J. (1988). Non linear elasticity of a 2d regular array of beads. *Journal de Physique*, **48**, 347.

Tsuchiya, Y. et Kawata, Y. (1972). Characteristics of saltation of sand grains by wind. *Proc.* 13th *Coastal Engineering Conf., ASCE*, **2**, 1617–1625.

Ungar, J. et Haff, P. K. (1987). Steady state saltation in air. *Sedimentology*, **34**, 289.

Valance, A. et Rioual, F. (1999a). A nonlinear model for aeolian ripple formation. *Eur. Phys. J. B*, **10**, 543.

Valance, A. et Rioual, F. (1999b). A nonlinear model for aeolian sand ripples. *Eur. Phys.J.B*, **10**, 543–548.

Werner, B. T. (1987). thèse de doctorat, California Institute of Technology.

Werner, B. T. (1990). A steady-state model of wind-blown sand transport. *Journal of Geology*, **98**, 1–17.

Werner, B. T. et Haff, P. K. (1988). The impact process in aeolian saltation : two-dimensional simulations. *Sedimentology*, **35**, 189.

White, B. R. et Schulz, J. C. (1977). Magnus effect in saltation. *J. Fluid Mech.*, **81, 3**, 497 – 512.

Willets, B. B. et Rice, M. A. (1986). Collisions in aeolian saltation. *Act. Mech.*, **63**, 255–265.

Willets, B. B. et Rice, M. A. (1988). Particle dislodgment from a flat bed by wind. *Earth Surf. Proc. and Land Forms*, **13**, 717–728.

Willets, B. B. et Rice, M. A. (1989). Collision of quartz grains with a sand bed : the influence of incident angle. *Earth Surf. Proc. and Land Forms*, **14**, 719–730.

Williams, J. (1989). Aeolian entrainment thresholds in a developping boundary layer. *Earth Surf. Proc. and Land Forms*, **14**, 719–730.

Zener, C. (1941). The intrinsic inelasticity of large plates. *Phys. Rev.*, **59**, 669–673.

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit dans la problématique du transport éolien du sable.

L'étude principale porte sur un aspect particulier du transport par *saltation*. La *saltation* désigne le mouvement par sauts des grains de sable emportés par le vent. Lors du rebond du grain en saltation sur le lit de sable, certains grains peuvent être éjectés. Ce mécanisme d'éjection a été étudié à partir d'une expérience modèle de collision d'une bille sur un empilement bidimensionnel de mêmes billes. Une étude détaillée de ce processus a été réalisée, en fonction de la vitesse d'impact de la bille incidente, de la hauteur de l'empilement, des propriétés élastiques des billes et de la géométrie de l'empilement. Des lois de distributions des vitesses d'éjection ont été établies. Par ailleurs, nous avons montré que le processus d'éjection est extrêmement sensible au désordre au sein de l'empilement : dans le cas d'un empilement désordonné, un plus grand nombre de billes est éjecté. Enfin, nous avons développé un modèle phénoménologique basé sur une description simplifiée de la propagation, à travers l'empilement, de l'onde de déformation générée par le choc. Ce modèle permet d'interpréter certains résultats expérimentaux du processus d'éjection.

La dernière partie de cette thèse aborde un autre aspect du transport éolien : celui de la formation des structures éoliennes telles que les rides et les dunes. Nous proposons un modèle de formation des rides capable de prédire l'évolution spatio-temporelle de ces structures. Les paramètres du modèle sont reliés directement aux lois d'éjection déterminées expérimentalement. Nous avons mis en évidence, notamment, un phénomène de mûrissement des rides : la longueur d'onde augmente au cours du temps, ce qui est observé expérimentalement.

Mots clefs : Transport éolien, saltation, milieux granulaires, collision, désordre, rides, dunes.

Abstract :

The study of this thesis deals with the problematics of aeolian sand transport. We investigate the saltation process which is the main transport mechanism of grains in air flow. Saltating grains move by successive jumps over the granular bed. As these grains collide with the bed, some grains are ejected. The ejection mechanism has been studied through a model experiment of collision between an incident bead and a two-dimensional granular packing. The process has been studied, in details, varying the impacting speed of the bead, the packing height, the elastic properties of the bead and the packing disorder. Distribution laws for ejection speeds has been established. Furthermore, we have shown that the ejection process is extremely sensitive to the disorder in the packing : In the case of a disordered packing, a greater number of beads are ejected. At last, we develop a phenomenological model based on a simplified description of the propagation of the shock wave in the packing.

The last part of the thesis deals with ripple formation : we proposed a model for ripple formation which predicts the spatio-temporal evolution of these patterns. Parameters of the model are directly linked to the ejection laws determined experimentally. We show, in particular, that the ripples coarsen in course of time, which is experimentally observed.

Keywords : Eolian transport, saltation, granular media, collision, disorder, ripples, dunes.