



**HAL**  
open science

# Mécanique statistique et effet dynamo dans un écoulement de von Karman turbulent

Romain Monchaux

► **To cite this version:**

Romain Monchaux. Mécanique statistique et effet dynamo dans un écoulement de von Karman turbulent. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2007. Français. NNT: . tel-00199751

**HAL Id: tel-00199751**

**<https://theses.hal.science/tel-00199751>**

Submitted on 19 Dec 2007

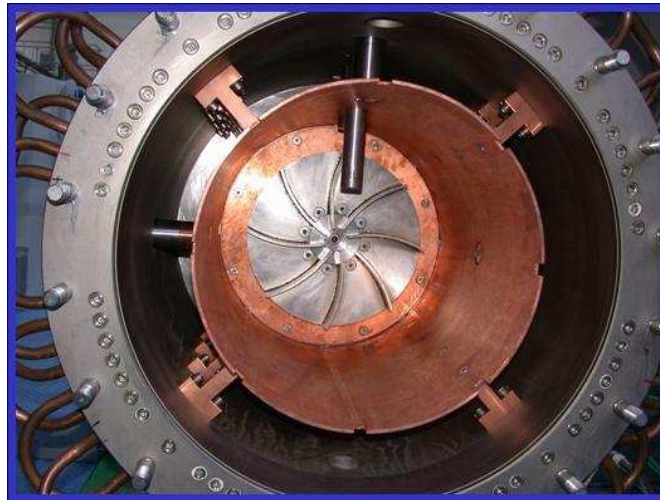
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat es sciences physiques  
UNIVERSITE PARIS DIDEROT (Paris 7)  
Ecole doctorale de physique macroscopique

présentée par  
**ROMAIN MONCHAUX**

# Mécanique statistique et effet dynamo dans un écoulement de von Kármán turbulent



Thèse soutenue publiquement le 28 septembre 2007 devant le jury composé de :

Bernard CASTAING (président du jury)  
Yves COUDER (examinateur)  
François DAVIAUD (directeur de thèse)  
Bérengère DUBRULLE (directrice de thèse)  
Patrice LEGAL (examinateur)  
Keith MOFFATT (examinateur)  
Henri-Claude NATAF (rapporteur)  
Joël SOMMERIA (rapporteur)

Groupe Instabilité et Turbulence  
Service de Physique de l'Etat Condensé  
CEA Saclay



---

Je tiens à remercier ici les personnes qui m'ont permis de faire cette thèse dans de bonnes conditions. Eric Vincent qui m'a accueilli dans son service. Toutes les personnes du SPEC et du SPhT avec lesquelles j'ai passé de bons moments pendant ces trois ans. François Daviaud, Bérengère Dubrulle et Arnaud Chiffaudel qui ont dirigé mon travail et qui m'ont orienté, chacun à leur manière, dans l'apprentissage du métier de chercheur. Vincent Padilla, avec qui j'ai monté l'expérience VK2 dans la bonne humeur, et qui m'a appris, parmi de très nombreuses choses, qu'il existait de multiples façons d'utiliser les machines-outils. Cécile Gasquet qui a toujours su répondre au moindre de mes problèmes et sans qui nos expériences ne tourneraient pas et n'acquerraient rien. Pantxo Diribarne, avec qui j'ai obtenu une bonne partie des résultats présentés dans cette thèse et avec lequel nous avons échangé nos bons livres et nos bons souvenirs de montagne. Florent Ravelet qui m'a "formé" aux écoulements de von Kármán lors de mon arrivée et qui fut mon compagnon pendant toute une année. Les autres permanents, post-docs, thésards et stagiaires successifs du GIT qui ont animés les trois années que j'y ai passé. J'ai vraiment apprécié de pouvoir travailler dans une ambiance rigoureuse et détendue parmi des gens qui, au-delà de la physique, s'intéressent au monde et aux personnes qui les entourent. Pierre-Henri Chavanis avec qui j'ai eu la chance de collaborer sur les problématiques théoriques de cette thèse. Les membres de l'équipe VKS : ceux avec lesquels j'ai travaillé directement à Cadarache, Lyon, Paris ou Saclay et ceux qui m'ont précédé. Tous, et surtout les initiateurs de cette belle aventure, nous ont offert de vivre de bons moments d'excitation autour des beaux résultats de l'expérience VKS2. La persévérance et les œuvres collectives ne pouvaient souhaiter meilleure publicité. Je remercie bien sûr les nombreuses personnes qui chaque matin m'ont pris en stop et m'ont ainsi permis d'arriver au sommet du plateau de Saclay rapidement et sans encombre. Je remercie aussi tous les membres des communautés dynamo et turbulence rencontrés au hasard des conférences, séminaires et réunion GIT et avec qui j'ai pu échangé au long de ces trois années et, parmi eux, plus particulièrement celles qui ont accepté d'être membre de mon jury.

Je voudrai aussi remercier les gens qui directement ou indirectement m'ont amené à faire de la physique et de la recherche. Frédéric Massias, un professeur qui a marqué, je pense, tous les élèves qu'il a eu durant sa carrière, Gérard Labrosse qui m'a fait confiance lors de ma "reconversion", Cyril avec qui nous avons entrepris ensemble de quitter une entreprise pour l'université, Blandine et mon père qui m'ont montré qu'on pouvait redevenir étudiant à n'importe quel âge, tous les docteurs ingénieurs de mes amis, et enfin le voleur indélicat qui, me privant de toutes mes affaires, m'a permis de rentrer à temps en France pour m'inscrire en DEA puis en thèse. Sans lui, je remplirai sûrement à l'heure qu'il est des fichiers Excell pour enrichir un grand groupe industriel.

Je voudrais enfin remercier mes parents, ma famille et tous mes amis qui rendent la vie agréable.



# Introduction générale



Des écoulements aussi simples que la fumée sortant d'une cheminée, le cours d'un fleuve ou encore le trajet d'une feuille portée par le vent mettent en évidence le caractère imprédictible, chaotique et multi-échelle de la turbulence. Si la compréhension des mécanismes et des propriétés universelles de la turbulence est un enjeu technique et industriel, elle revêt également un intérêt fondamental : la turbulence est l'un des derniers pans de la physique classique qui ne soit toujours pas résolu. Au cours des dernières décennies, la physique statistique des systèmes hors-équilibre est devenue un champ particulièrement actif et a vu fleurir un grand nombre de résultats théoriques souvent difficiles à tester expérimentalement. Par le grand nombre de degrés de liberté qu'elle développe sur une large gamme d'échelles spatio-temporelles, la turbulence peut apparaître comme un cadre d'étude expérimental naturel pour ces théories des systèmes hors-équilibre et, à l'inverse, une approche de la turbulence fondée sur une mécanique statistique peut permettre d'avancer dans sa compréhension.

Parmi les écoulements géophysiques turbulents, celui se développant au centre de la Terre serait responsable de la génération du champ magnétique terrestre. Le physicien Larmor en 1919 a en effet suggéré que le champ magnétique solaire pourrait être entretenu par "effet dynamo" : les mouvements d'un fluide conducteur amplifient par un mécanisme d'instabilité un champ magnétique qui rétroagit alors sur l'écoulement via la force de Lorentz. Les dynamiques riches des champs magnétiques solaire et terrestre résulteraient ainsi de l'équilibre complexe de ces deux actions au cœur d'écoulements turbulents. En 2000, deux expériences ont mis en évidence dans des écoulements contraints de sodium liquide des effets dynamos fluides dont les dynamiques ne sont pas aussi riches que celles des dynamos "naturelles".

L'écoulement de von Kármán ayant lieu dans un cylindre fermé entre deux turbines contra-rotatives permet de générer une turbulence pleinement développée. Quand le fluide de travail est de l'eau ou de l'air, il s'avère être un bon écoulement modèle pour étudier les propriétés d'une turbulence fortement inhomogène et anisotrope. Dans le cadre de la collaboration VKS entre les Ecoles Normales Supérieures de Paris et de Lyon, le CEA Saclay et le CEA Cadarache, il est utilisé pour mettre en évidence un effet dynamo dans un écoulement de sodium liquide en géométrie "libre".

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude de l'écoulement de von Kármán dans le cadre d'une mécanique statistique axisymétrique originale proposée par Leprovost, Dubrulle et Chavanis à la suite des travaux de Robert et Sommeria en turbulence bidimensionnelle. Nous verrons que ce formalisme permet de caractériser les états stationnaires et leur évolution avec le nombre de Reynolds ou la nature du forçage employé et autorise la dérivation de relations de type fluctuation-dissipation caractérisant les fluctuations autour de ces états stationnaires.

La seconde partie rapporte la grande variété de résultats obtenus dans l'expérience VKS qui, après dix ans de collaboration, a mis en évidence plusieurs effets dynamos dont les dynamiques recouvrent celles observées dans la nature bien que les ordres de grandeurs des nombres sans dimension pertinents du point de vue de l'effet dynamo y sont très différents. Nous présentons donc quelques réflexions sur les couplages qui existent entre les bifurcations hydrodynamiques et magnétiques qui peuvent être à l'origine des dynamiques complexes observées. Là encore, l'écoulement de von Kármán apparaît comme un bon modèle pouvant permettre aux géophysiciens et astrophysiciens de comprendre les mécanismes élémentaires responsables de la création des champs magnétiques géophysiques et astrophysiques.





# Table des matières

---

<b>I</b>	<b>Mécanique statistique et écoulement turbulent</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>Introduction et problématique</b>	<b>15</b>
1.1	La turbulence . . . . .	15
1.2	Écoulements de von Kármán . . . . .	17
1.2.1	D'un problème théorique à un écoulement modèle . . . . .	17
1.2.2	La "french washing-machine" : un système riche . . . . .	17
1.2.3	Phénoménologie des écoulements étudiés . . . . .	19
1.2.4	Conclusions . . . . .	22
1.3	Problématique . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>25</b>
2.1	Les montages expérimentaux . . . . .	25
2.1.1	Montages utilisés . . . . .	25
2.1.2	Le montage VK2 . . . . .	26
2.1.3	Symétries et paramètres . . . . .	29
2.2	Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique . . . . .	30
2.2.1	Principes de la PIV . . . . .	30
2.2.2	Mise en place de la SPIV . . . . .	31
2.2.3	Reconstruction des champs de vitesse . . . . .	35
2.2.4	Vecteurs aberrants . . . . .	38
2.2.5	Exemple . . . . .	41
2.3	Autres mesures . . . . .	41
2.3.1	Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) . . . . .	41
2.3.2	Mesures de couple . . . . .	44
<b>3</b>	<b>PIV : Post-traitements et validation</b>	<b>45</b>
3.1	Post-traitements . . . . .	45
3.1.1	Champs requis . . . . .	45
3.1.2	Champs accessibles . . . . .	46
3.1.3	Modes d'obtention . . . . .	46
3.2	Validation des mesures de vitesse . . . . .	47
3.2.1	Vitesse de convergence . . . . .	47
3.2.2	Comparaison PIV - LDV . . . . .	49
3.2.3	Incertitudes de mesure . . . . .	52

<b>4</b>	<b>Turbulence et mécanique statistique</b>	<b>55</b>
4.1	La turbulence 2D et quasi-2D : les héritiers d'Onsager . . . . .	55
4.1.1	Genèse . . . . .	55
4.1.2	Le passage au continu . . . . .	56
4.1.3	Des résultats encourageants . . . . .	56
4.2	La turbulence axisymétrique . . . . .	56
4.2.1	Pourquoi axisymétrique? . . . . .	56
4.2.2	Une théorie statistique axisymétrique . . . . .	57
4.3	Apports de cette thèse à la théorie . . . . .	62
4.3.1	Écoulements de Beltrami : un bon modèle . . . . .	63
4.3.2	Théorèmes de fluctuation-dissipation . . . . .	64
4.3.3	Etude analytique de l'écoulement de Beltrami . . . . .	68
4.4	Conclusions - Intérêts . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Mécanique statistique et écoulement de von Kármán</b>	<b>75</b>
5.1	Etats stationnaires . . . . .	75
5.1.1	Equations d'états stationnaires . . . . .	75
5.1.2	Influence du nombre de Reynolds . . . . .	80
5.1.3	Influence du forçage . . . . .	83
5.1.4	Conclusions . . . . .	87
5.2	Etudes des fluctuations . . . . .	88
5.2.1	Notations . . . . .	89
5.2.2	Mesures dans l'écoulement de von Kármán en contra rotation exacte . . .	90
5.2.3	Mesures dans l'écoulement de von Kármán en contra rotation différentielle	101
5.2.4	Théorèmes de fluctuation . . . . .	101
5.2.5	Conclusions . . . . .	113
<b>II</b>	<b>Effet dynamo dans l'expérience Von Kármán Sodium</b>	<b>117</b>
<b>6</b>	<b>L'effet dynamo</b>	<b>119</b>
6.1	Origines du problème . . . . .	119
6.1.1	Champs magnétiques des objets astrophysiques . . . . .	119
6.1.2	Origine de ces champs magnétiques naturels . . . . .	119
6.1.3	La dynamo fluide, un problème ouvert . . . . .	121
6.2	Éléments de base . . . . .	122
6.2.1	Equations de la MHD . . . . .	122
6.2.2	Conséquence des équations de la MHD . . . . .	123
6.2.3	Ordres de grandeurs et questions ouvertes . . . . .	125
6.3	Approches numériques et théoriques . . . . .	127
6.3.1	Simulations numériques directes . . . . .	127
6.3.2	Dynamos cinématiques . . . . .	128
6.3.3	Dynamo et turbulence : approches théoriques et numériques . . . . .	129
6.4	Dynamos expérimentales . . . . .	130
6.4.1	Dynamos solides . . . . .	131
6.4.2	Dynamos fluides contraintes . . . . .	131
6.4.3	Dynamos fluides non contraintes . . . . .	133
6.4.4	Autres expériences . . . . .	133

<b>7</b>	<b>L'expérience VKS2 et phénomènes d'induction</b>	<b>135</b>
7.1	Dispositif expérimental . . . . .	135
7.1.1	Présentation rapide de l'expérience VKS2 . . . . .	135
7.1.2	Configurations des différentes campagnes de mesure . . . . .	138
7.2	Induction dans l'expérience VKS2 . . . . .	139
7.2.1	Points forts . . . . .	139
7.2.2	Mesures d'induction dans l'expérience VKS2 . . . . .	139
<b>8</b>	<b>Effet dynamo en contra-rotation exacte</b>	<b>149</b>
8.1	Article publié dans Physical Review Letter . . . . .	149
8.2	Compléments à l'article . . . . .	154
8.2.1	Reproductibilité et imperfection de la bifurcation . . . . .	154
8.2.2	Nature du mode neutre . . . . .	155
8.2.3	Dynamo en contra rotation exacte dans le sens négatif . . . . .	158
8.2.4	Mécanisme d'instabilité à l'œuvre . . . . .	159
8.3	Conclusions . . . . .	159
<b>9</b>	<b>Effet dynamo en présence de rotation globale</b>	<b>161</b>
9.1	Renversements du champ magnétique . . . . .	161
9.2	Une grande variété de régimes dynamos . . . . .	168
9.2.1	Représentation dans l'espace des paramètres . . . . .	168
9.3	Statistiques par régimes . . . . .	175
9.3.1	Dynamos stationnaires . . . . .	176
9.3.2	Dynamos de polarité variable . . . . .	179
9.3.3	Conclusions . . . . .	185
9.4	Régimes hydrodynamiques et régimes dynamos . . . . .	186
9.4.1	Principe des mesures . . . . .	186
9.4.2	Mesures en eau - Bifurcation hydrodynamique . . . . .	187
9.4.3	Mesures en sodium - Bifurcation magnétohydrodynamique . . . . .	190
9.4.4	Conclusions . . . . .	193
9.5	Puissance dans l'expérience VKS2 . . . . .	194
9.5.1	Régime de contra rotation exacte . . . . .	194
9.5.2	Puissance et champ magnétique . . . . .	195
9.5.3	Transfert de puissance . . . . .	196
9.5.4	Conclusions . . . . .	197
<b>III</b>	<b>Annexes</b>	<b>207</b>
<b>A</b>	<b>Convergence</b>	<b>209</b>
A.1	Convergence . . . . .	209
A.1.1	Position du problème . . . . .	209
A.1.2	Définitions . . . . .	210
A.1.3	Résultats . . . . .	211
<b>B</b>	<b>Grandeurs hydrodynamiques</b>	<b>215</b>
B.1	Propriété hydrodynamiques - Lien avec le mode de forçage . . . . .	215
B.1.1	Définitions . . . . .	215
B.1.2	Mesures dans l'expérience VK2 . . . . .	215

<b>C Beltrami</b>	<b>219</b>
C.1 Mécanique statistique et écoulement de Beltrami . . . . .	219
C.1.1 Problème variationnel . . . . .	219
C.1.2 Etats stationnaires et Beltrami . . . . .	220
C.1.3 Calcul des grandeurs globales . . . . .	220
C.1.4 Lien entre les paramètres thermodynamiques et la solution Beltrami . . .	222
C.1.5 Réécriture du problème variationnel . . . . .	223
<b>D Mécanique statistique et turbulence</b>	<b>225</b>
D.1 Remarque phénoménologique sur les écoulements avec anneau et turbines TM73	225
<b>E Mécanique statistique et turbulence</b>	<b>227</b>
E.1 Figures complémentaires . . . . .	227
E.1.1 Etats stationnaires . . . . .	227
E.1.2 Fluctuations . . . . .	227

Première partie

Mécanique statistique et écoulement  
turbulent



# Introduction et problématique

## 1.1 La turbulence

L'étude de la turbulence est sans doute le dernier bastion de la physique "classique" qui n'est pas résolu bien que tout au long du vingtième siècle les mécaniciens et les physiciens se sont relayés, multipliant les angles d'attaque pour tenter de la comprendre davantage. Son étude est motivée par son caractère imprédictible à long terme et par la place qu'elle occupe dans la nature et dans les activités industrielles humaines. L'étude et la compréhension des écoulements géophysiques (circulation atmosphérique et océanique, mouvements du noyau interne de la Terre...) sont intimement liés à des problématiques scientifiques ou pratiques : météorologie, climatologie, effet dynamo, dispersion de polluants... L'optimisation de la combustion dans les chambres des moteurs, les coûts énergétiques impliqués par la turbulence créée au voisinage des avions ou des automobiles font de son étude un enjeu également industriel.

Une des caractéristiques de la turbulence rendant son étude aussi ardue est le fait qu'elle mette en

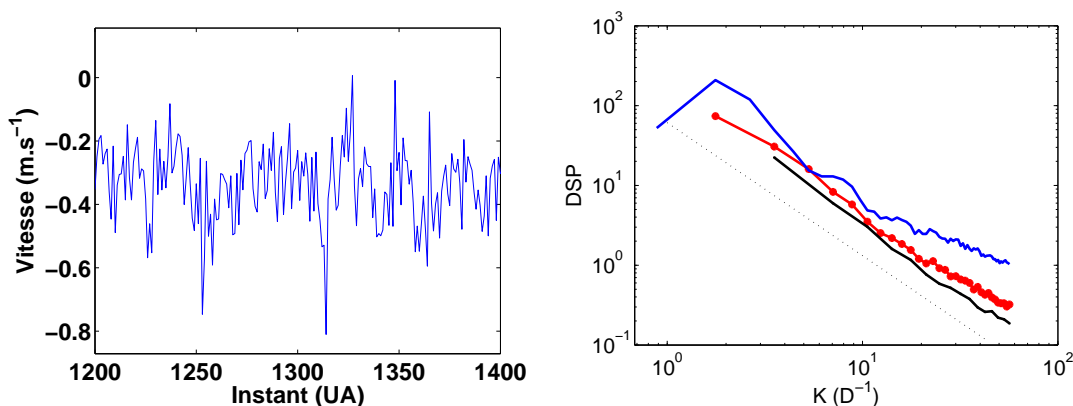


FIG. 1.1: A gauche : signal temporel de vitesse turbulente (composante azimutale dans une expérience de von Kármán en un point proche des bords du cylindre dans le plan médian). A droite : spectre spatial de vitesse obtenu composante par composante pour trois fenêtrages centrés sur le centre du cylindre. En rouge : tout l'écoulement, en bleu : 70% de l'écoulement, en noir : 50% de l'écoulement, ligne tiretée : loi de puissance en  $K^{-5/3}$ . (le nombre d'onde  $k$  est adimensionné par  $k_0 = 2\pi/D$ ,  $D$  étant le diamètre du cylindre). Les mesures de vitesse sont réalisées par vélocimétrie par imagerie de particules stéréoscopique (SPIV).

jeu des structures de toutes tailles fluctuant sur des temps aussi continument répartis comme en



témoigne le tracé temporel et le spectre d'énergie du champ de vitesse représentés à la figure 1.1. Cette absence de séparation d'échelles, point d'achoppement pour un grand nombre de théories, est une caractéristique intrinsèque des équations de Navier-Stokes incompressibles qui sont le cadre naturel de description de la turbulence :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{v}$  est le champ de vitesse,  $p$  le champ de pression et  $\rho$  et  $\nu$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité cinématique du fluide considéré. L'ajout de conditions aux limites permet en théorie la résolution de ces équations. En choisissant une longueur, un temps et une vitesse typiques  $L$ ,  $T$  et  $V$ , on peut réécrire ce système sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.4)$$

où l'on a introduit le nombre de Reynolds cinétique  $Re = \frac{VL}{\nu}$  qui apparaît comme un paramètre de contrôle de la turbulence. Aux petites valeurs de  $Re$ , les équations (1.3) sont solubles analytiquement et ont pour solutions des écoulements laminaires facilement envisageables théoriquement et descriptibles avec un petit nombre de paramètres. En revanche, quand le nombre de Reynolds augmente, tout écoulement est susceptible de subir une succession de déstabilisations rendant plus complexe son étude. A la limite des très grands nombres de Reynolds, les écoulements deviennent pleinement turbulents, imprédictibles et le système d'équations (1.3) n'est plus soluble analytiquement.

Un des facteurs limitant l'approche analytique est la non fermeture des équations de Navier-Stokes. En effet, si l'on cherche à résoudre le moment d'ordre  $n$  de la vitesse, on s'aperçoit que son évolution est liée à celle du moment d'ordre  $n + 1$ . L'un des défis pour les théoriciens de la turbulence est de chercher à fermer les équations la régissant. Un autre, plus destinés aux mathématiciens, est "simplement" de montrer que ces équations admettent des solutions uniques !

Ne pouvant résoudre exactement le problème, les physiciens ont multiplié les angles d'approche du problème. Ainsi, la transition à la turbulence à partir des profils laminaires a pu être étudiée dans diverses configurations d'écoulements et de nombreux modèles statistiques en quête de propriétés universelles ont vu le jour, notamment l'approche de Kolmogorov [51] et à sa suite les études des fonctions de structures et de l'intermittence. Du point de vue purement théorique, la course à la fermeture des équations de Navier-Stokes est toujours d'actualité et de nombreuses simulations directes ou issues de modèles tentent si ce n'est de comprendre, du moins de modéliser au minimum, les propriétés turbulentes avec un certain succès puisque les avions volent ! Enfin, le recours à l'expérimentation est en permanence au carrefour de ces approches, permettant de mettre en relief des propriétés encore inconnues ou de confronter les théories et modèles successifs à l'épreuve de la mesure. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de Drazin et Reid [28] pour un exposé complet des méthodes de stabilité linéaire appliquées à l'hydrodynamique et à l'ouvrage de Schmid et Henningson [108] pour une revue détaillée de leur emploi dans les écoulements cisailés. Les livres de Frisch et Lesieur [37; 60] constituent une bonne introduction au problème de la fermeture des équations de Navier-Stokes ainsi qu'aux approches statistiques à la Kolmogorov jusqu'à l'intermittence. Les problématiques propres aux simulations numériques statistiques (LES, RANS, ...) et directes sont très bien décrites par Lesieur et Pope [60; 96].

## 1.2 Écoulements de von Kármán

Toutes les mesures expérimentales présentées dans ce manuscrit ont été réalisées dans des écoulements de von Kármán. Nous présentons donc ici cette classe d'écoulements depuis son introduction il y a près d'un siècle.

### 1.2.1 D'un problème théorique à un écoulement modèle

L'ensemble des écoulements forcés par des disques en rotation sont dits appartenir à la classe des écoulements de von Kármán du nom du physicien qui, en 1921, posa le problème d'un fluide visqueux mis en mouvement par un disque infini, le fluide étant au repos à l'infini [130]. Il déplaça le problème de la résolution des équations de Navier-Stokes à la résolution d'un système de deux équations ordinaires non linéaires couplées. Dès lors, les études analytiques de cette classe d'écoulements allèrent se complexifiant avec l'étude du problème inverse d'un disque immobile freinant un fluide en rotation uniforme à l'infini avec les travaux de Bödewadt. Batchelor [2] introduit en 1951 un deuxième disque coaxial animé d'une vitesse a priori différente de celle du premier, permettant à Stewartson d'entrer en controverse avec lui sur le type de solutions attendues. Batchelor prétend que le cœur de l'écoulement sera globalement en rotation à la vitesse du disque le plus proche, un raccordement ayant lieu dans le plan médian tandis que Stewartson attend un fluide essentiellement au repos avec des couches limites au niveau des disques. L'introduction du deuxième disque permet de construire un nombre de Reynolds ( $Re$ ) basé sur l'entrefer et nécessite de définir un deuxième paramètre traduisant l'asymétrie éventuelle de la mise en rotation des disques.

A la suite de ces études analytiques, on trouve toute une littérature de simulations numériques dès les années 60. Ces travaux cherchent d'abord à résoudre le système d'équations posé par von Kármán puis s'attaquent dès 1965 aux problèmes de disques finis pour lesquels le rapport d'aspect devient un nouveau paramètre nécessaire. Suivant les rapports d'aspect envisagés, le nombre de solutions coexistant pour les mêmes valeurs des paramètres peut monter jusqu'à dix-huit dans l'étude de Zandbergen et Dijkstra [133] qui a servi de guide à cette présentation.

En parallèle, des observations expérimentales ont bien sûr eu lieu. Les premières remonteraient à Schultz-Grunow en 1935 [109] et à Stewartson en 1953 [118] dans des géométries très aplaties puisque l'idée était alors de tester la pertinence des études analytiques. Cette tendance aura cours jusqu'aux années 80 qui verront les premières expériences dans des rapports d'aspect d'ordre unité voire plus allongé encore. Ces expériences explorent les diverses instabilités de couches limites se développant à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Enfin, au début des années 90, dans les équipes de Stefan Fauve et d'Yves Couder, les disques sont munis de pales ou d'éléments rugueux de façon à produire un forçage inertiel. C'est l'avènement de ce qui sera appelé par la communauté la "french washing-machine" permettant d'entretenir une turbulence intense et de très hauts nombres de Reynolds dans un cylindre de rapport d'aspect environ unitaire et de petite taille à l'aide de moteurs de puissance raisonnable.

### 1.2.2 La "french washing-machine" : un système riche

Comme nous venons de le dire l'écoulement produit dans ces dispositifs est très turbulent, les nombres de Reynolds facilement atteints sont de l'ordre de  $10^5 - 10^6$  dans des volumes de quelques litres, avec des moteurs fournissant moins de  $2kW$ . Le tableau 1.1 permet de comparer les nombres de Reynolds très faibles atteignables en simulations numériques à ceux mis en jeu par les écoulements naturels. Il permet également de se rendre compte de la proximité des régimes de turbulence réalisables dans un montage de type von Kármán et dans la grande soufflerie de Modane bien que la réalisation pratique de cette dernière soit beaucoup plus compliquée et onéreuse.

TAB. 1.1: Ordres de grandeur de quelques paramètres pertinents dans divers écoulements naturels, expérimentaux ou numériques.  $L$  et  $V$  sont respectivement une dimension et une vitesse typiques,  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide mis en jeu et  $Re$  est le nombre de Reynolds résultant.

<i>Écoulement</i>	<i>fluide</i>	$\nu(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$	$L(\text{m})$	$V(\text{m}.\text{s}^{-1})$	$Re$
Atmosphère terrestre	<i>air</i>	$10^{-5}$	1000km	$20\text{m}.\text{s}^{-1}$	$2.10^{11}$
Océan	<i>eau</i>	$10^{-6}$	1000km	$0.1\text{m}.\text{s}^{-1}$	$10^{11}$
Soufflerie de Modane	<i>air</i>	$10^{-5}$	10m	$100\text{m}.\text{s}^{-1}$	$10^8$
Expérience von Kármán	<i>eau</i>	$10^{-6}$	0.1m	$5\text{m}.\text{s}^{-1}$	$5.10^5$
Couette plan	<i>eau</i>	$10^{-6}$	$10^{-2}\text{m}$	$5\text{cm}.\text{s}^{-1}$	$5.10^2$
Simulation LES	—	—	—	—	$10^5$
Simulations directes	—	—	—	—	$10^3$

Depuis environ vingt ans que l'écoulement de von Kármán est étudié expérimentalement et numériquement, les progrès faits dans sa compréhension sont considérables. Les premières visualisations ont mis en évidence des structures vorticitaires intenses sous forme de filaments [27], puis les fluctuations de pression furent étudiées [33; 12]. Ce dispositif a également été mis à contribution pour étudier l'intermittence dans les équipes de Tabeling [134; 121; 73; 74] pour le point de vue eulérien et de Bodenschatz et Pinton [76; 52] pour le point de vue lagrangien bien que la turbulence n'y soit pas vraiment homogène et isotrope. Très récemment, des tentatives de mesures des théorèmes de fluctuation hors-équilibre ont été proposées par Ciliberto et Garnier à l'école normale de Lyon [22].

Plus spécifiquement, l'injection de puissance dans cet écoulement a été étudiée par différentes équipes [11; 124; 53] mettant notamment en évidence les différences entre forçage inertiel et forçage visqueux. Nore et Moisy ont étudié la transition à la turbulence de cet écoulement d'un point de vue numérique et expérimental [80; 81]. Depuis 1998 un montage d'écoulement de von Kármán a fait son apparition au CEA Saclay dans l'équipe de François Daviaud dans un rapport d'aspect 1.8. La thèse de Louis Marié présente les premières mesures quantitatives des grandes échelles et de l'écoulement moyen à l'aide d'un dispositif de vélocimétrie laser Doppler (LDV) et étudie le transfert de moment cinétique dans l'écoulement [68]. Une étude des fluctuations de vitesse proche de la paroi y est présentée ainsi que l'influence de la force de Coriolis sur l'écoulement. A la même époque, à une échelle environ double, un écoulement de von Kármán en sodium liquide est mis en place au CEA Cadarache dans le cadre d'une collaboration entre le CEA Saclay et les écoles normales supérieures de Lyon et Paris [9], dans le but de mettre en évidence l'instabilité dynamo au laboratoire (voir la deuxième partie de ce manuscrit II). C'est à Cadarache, lors d'une campagne de mesure, que la bifurcation turbulente est "entendue" pour la première fois. L'étude de cette bifurcation est l'objet du travail de thèse de Florent Ravelet [99; 102]. Celui-ci a par ailleurs exploré de façon assez systématique les propriétés hydrodynamiques moyennes de cet écoulement en fonction du type de forçage utilisé. Javier Burguete dans son laboratoire de Pampelune dispose d'un montage similaire dans lequel il s'intéresse aux transitions fines de la couche de mélange présente dans cet écoulement [25].

### 1.2.3 Phénoménologie des écoulements étudiés

Associés aux différents forçages qui seront présentés au chapitre 2, plusieurs topologies d'écoulement moyen sont observables dans la géométrie de von Kármán. Leur mise en évidence et leur caractérisation dans un rapport d'aspect 1.8 ont fait l'objet d'une partie des travaux que nous venons d'introduire. Nous les rappelons ici succinctement.

#### 1.2.3.1 Contra rotation exacte

Quand les turbines qui entraînent le fluide sont en contra rotation exacte, l'écoulement moyen est constitué de deux cellules de pompage poloïdal qui sont plus ou moins en rotation solide avec la turbine la plus proche, cette topologie est schématisée à la figure 1.6. Le raccordement des vitesses se fait dans le plan médian sur une épaisseur variable mais petite devant la hauteur du cylindre. La figure 1.2 présente des mesures par SPIV moyennées sur 5000 instantanés échantillonnés à  $6Hz$  de cet écoulement. Cette topologie axisymétrique est proche de celle de l'écoulement laminaire à bas nombre de Reynolds. L'étude de la déstabilisation de l'écoulement de von Kármán [80; 81] a montré la rupture de façon instantanée de cette symétrie par l'apparition de mode azimutaux de la couche de mélange. La figure 1.3 montre une visualisation d'une des premières instabilités de cisaillement obtenue dans le montage VKE (voir chapitre 2). Florent Ravelet a montré que pour des nombres de Reynolds inférieurs à 2000, l'écoulement n'est pas ou très peu sensible à la forme du système d'entraînement. Au-delà, la nature des fluctuations et la topologie même de l'écoulement moyen dépendent du système de forçage et notamment de la courbure des pales. Ceci est mis en valeur par la comparaison des parties supérieures et inférieures de la figure 1.2 : nous avons travaillé avec des pales courbes à haut nombre de Reynolds, nous faisons alors la distinction entre les cas où ces turbines sont mises en mouvement dans le sens positif, attaquant le fluide avec leur face convexe (sens (+)) et les cas où elles l'attaquent avec leur face concave (sens (-)). Une étude quantitative des différences entre les écoulements produit par ces différents forçage à l'aide de mesures de grandeurs globales a été réalisée par Ravelet [99].

#### 1.2.3.2 Contra rotation décalée

Quand une seule des deux turbines est mise en mouvement, l'écoulement moyen n'est plus constitué que d'une cellule de recirculation poloïdale mise elle aussi plus ou moins en rotation solide par la turbine active. La couche de mélange est renvoyée dans le voisinage de la turbine à l'arrêt. Dans les situations intermédiaires où les deux turbines sont en contra rotation à des vitesses différentes, la couche de mélange se situe en moyenne à une position plus proche de la turbine la plus lente, et ce d'autant plus que la différence de vitesse est grande. La figure 1.4 montre l'évolution de la position moyenne de la couche de mélange avec la différence relative de vitesse des turbines pour des turbines de type TM60 tournant dans le sens positif. Louis Marié a montré pendant sa thèse qu'il était équivalent <sup>1</sup> d'étudier l'écoulement généré par des turbines tournant respectivement à  $F1$  et  $F2$  dans le référentiel du laboratoire ou par des turbines tournant toutes les deux à  $\frac{F1+F2}{2}$  dans le référentiel tournant par rapport au laboratoire à  $\frac{F1-F2}{2}$ . La contra-rotation décalée revient donc à ajouter une composante de rotation globale à l'écoulement. Cette propriété sera très employée dans la deuxième partie de ce manuscrit pour interpréter certains résultats obtenus dans l'expérience VKS à Cadarache. Davantage de résultats obtenus durant cette thèse autour des régimes en contra rotation décalée font l'objet d'une section de cette deuxième partie (voir 9.4).

<sup>1</sup>Marié a réalisé son étude en mesurant des couples. Les mesures de vitesses par SPIV que nous avons réalisées confirment cette assertion.

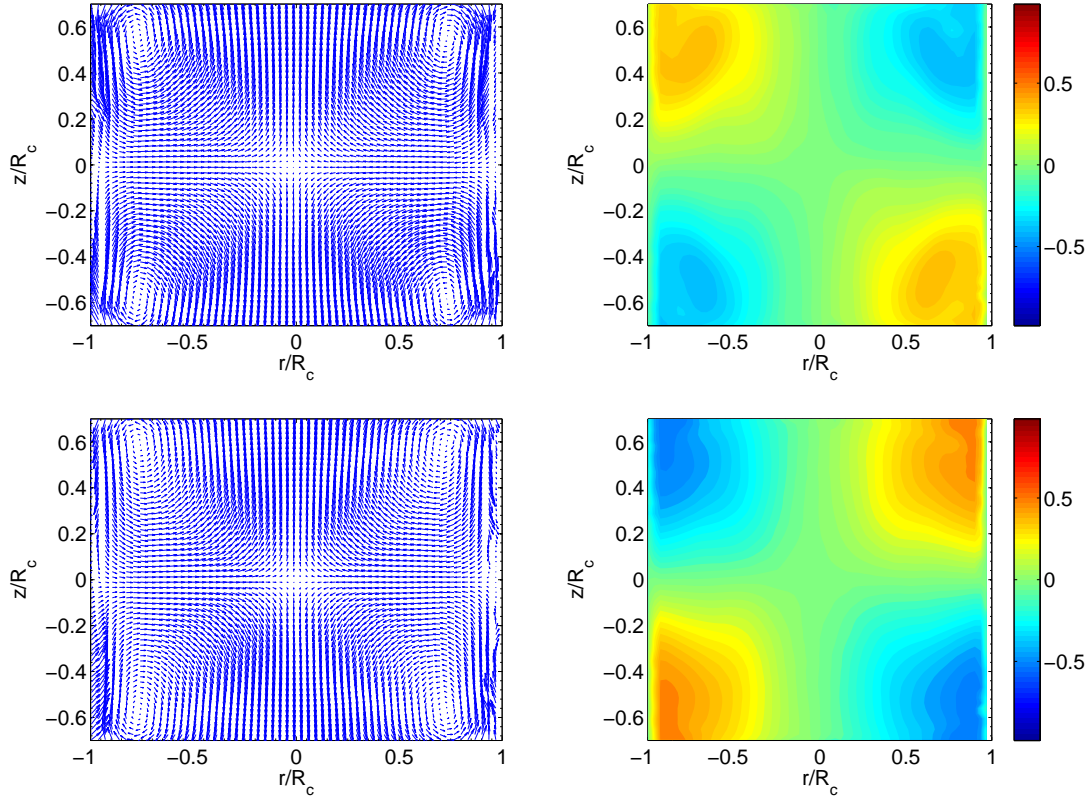


FIG. 1.2: Champ de vitesse moyen mesuré par SPIV les turbines de type TM73 tournent à  $4Hz$  dans le sens positif en haut et dans le sens négatif en bas. A gauche partie poloïdale  $(v_r, v_z)$ , à droite composante azimutale  $(v_\theta)$ .

### 1.2.3.3 Multi stabilité, états bifurqués

Quand le fluide est mis en mouvement à l'aide de turbines de grand diamètre, très courbées et tournant dans le sens négatif, il existe des régions dans l'espace des paramètres de forçage pour lesquelles plusieurs écoulements peuvent être observés pour les mêmes valeurs de ces paramètres. Pour faire référence à ce phénomène, on parle tantôt de "bifurcation turbulente" ou de multi stabilité dans l'écoulement de von Kármán. En effet, si les deux turbines sont démarrées simultanément de façon à préserver à tout moment la symétrie haut/bas, l'écoulement moyen sera celui à deux cellules de recirculation respectant cette symétrie. En revanche, si un événement quelconque vient briser, même très temporairement, cette symétrie, alors l'écoulement moyen sera l'un des deux présentés à la figure 1.5. Ces écoulements ne respectent évidemment plus la symétrie du montage, mais sont symétriques l'un de l'autre par retournement autour d'un axe du plan central. Notons que leur topologie est différente mais proche de celle obtenue quand une seule turbine est en rotation. L'expérimentateur peut, en jouant sur les fréquences de rotation des turbines, faire passer l'écoulement de la solution symétrique à l'une ou l'autre des solutions à une cellule. En revanche, une fois dans l'un de ces deux états, l'écoulement ne peut plus passer que de l'un à l'autre, la solution symétrique n'étant alors plus accessible même en contra rotation exacte. La figure 1.4 présente la différence des couples adimensionnels fournis par les moteurs en fonction du paramètre  $\theta = F1 - F2 / (F1 + F2)$  pour des turbines de type TM60 tournant dans

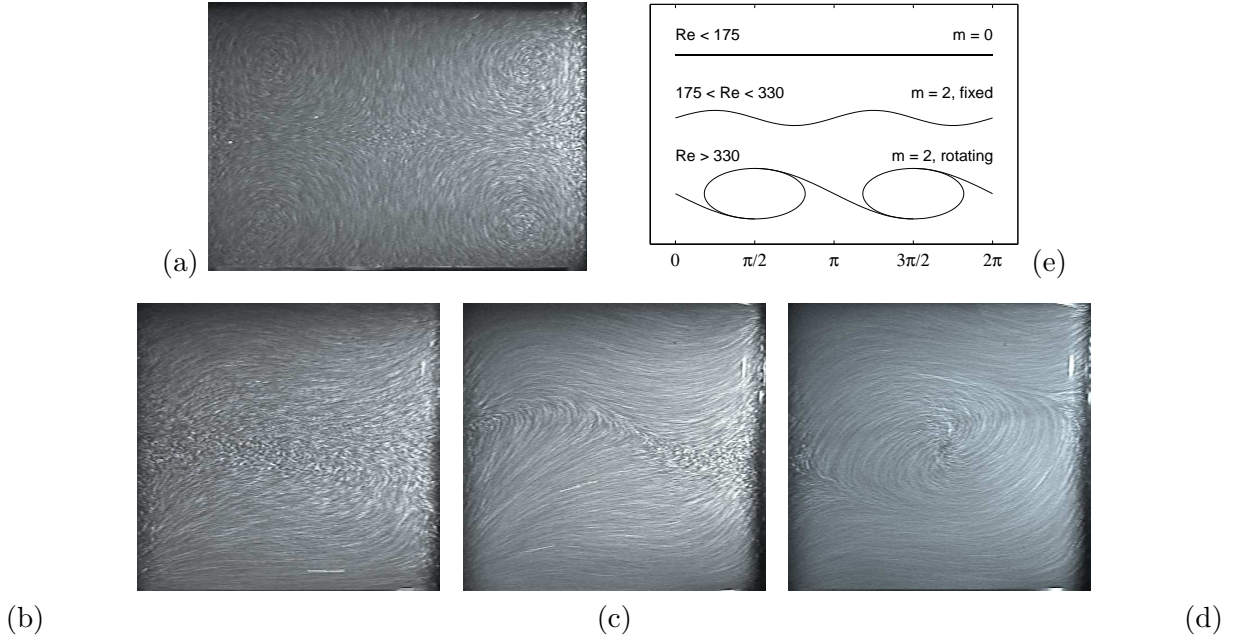


FIG. 1.3: Visualisation et représentation schématique de l'écoulement laminaire de base pour des turbines TM60 tournant dans le sens négatif. L'éclairage est assuré par une nappe lumineuse verticale. Les photos sont intégrées sur  $1/25$  s à l'aide d'une caméra vidéo et de petites bulles d'air sont utilisées comme traceurs. Écoulement axisymétrique laminaire à  $Re = 90$ , vue méridienne (a). Vues dans un plan proche des parois du cylindre à  $Re = 90$  (b),  $Re = 185$  (c) et  $Re = 345$  (d). Le développement de la première instabilité  $m = 2$  —solution stationnaire (c) et vortex (d)— est clairement visible à la forme de la couche de cisaillement. Nous donnons des schémas de la couche de cisaillement pour ces nombres de Reynolds (e).

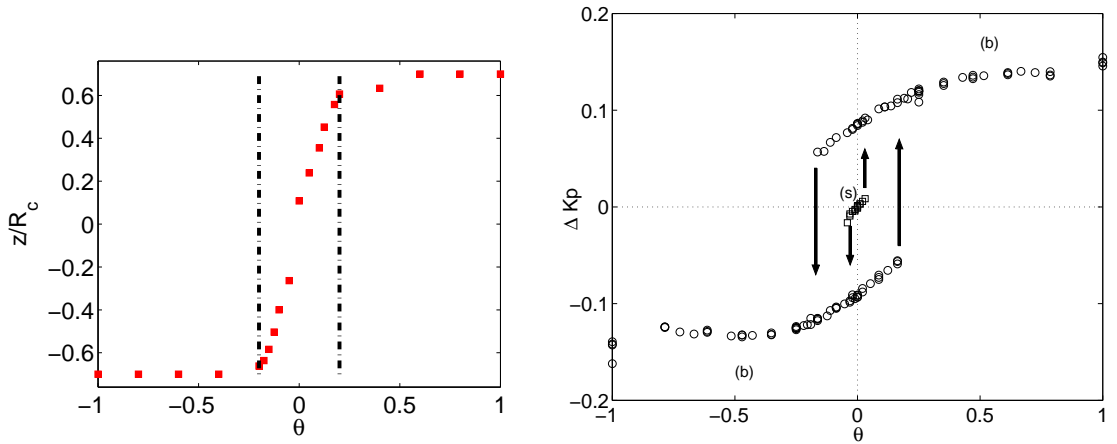


FIG. 1.4: À gauche : altitude de la couche de mélange en fonction de  $\theta = (F1 - F2)/(F1 + F2)$  caractérisant l'asymétrie du forçage dans l'expérience VK2 munie de turbines TM60 tournant dans le sens positif. À droite : cycle d'hystérésis associé à la bifurcation turbulente de l'écoulement de von Kármán. Celui-ci est représenté dans le plan  $(\Delta K_p, \theta)$  où  $\Delta K_p$  est la différence des couples adimensionnels fournis par les moteurs et  $\theta = F1 - F2/(F1 + F2)$  caractérise l'asymétrie du forçage.

le sens négatif<sup>2</sup>. Ce diagramme schématise bien le cycle d'hystérésis que nous venons de décrire

<sup>2</sup>Si  $T$  est le couple fourni par une turbine,  $K_p = \frac{T}{\rho R_c^5 (2\pi F)^2}$  est le facteur de couple adimensionnel associé.  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $F$  la fréquence moyenne des turbines.

et présente les zones de stabilité des différentes solutions dans l'espace des paramètres. Pour une étude plus précise de cette bifurcation, nous renvoyons le lecteur à [99; 102].

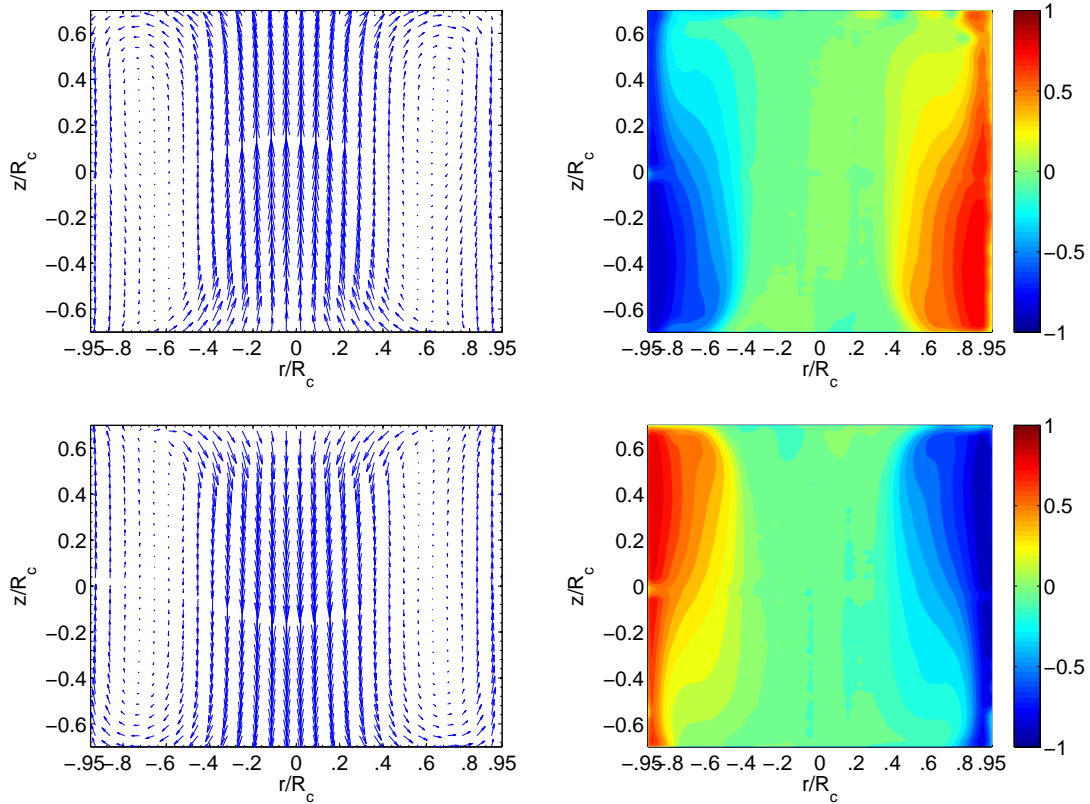


FIG. 1.5: Champs de vitesse moyen mesuré par SPIV dans l'expérience VK2. Les turbines utilisées sont de type TM60 et tournent dans le sens négatif à  $4Hz$ . L'écoulement est "bifurqué" vers le haut (resp. vers le bas) à gauche (resp. à droite), le pompage étant alors assuré par la turbine du haut (resp. du bas). A gauche, partie poloidale, à droite partie toroïdale.

## 1.2.4 Conclusions

A partir du problème analytique posé par von Kármán en 1921, nous voyons que toute une classe d'écoulements a suscité et suscite encore l'intérêt des théoriciens, numériciens et expérimentateurs. Dans le rapport d'aspect d'ordre unité, l'écoulement de von Kármán a offert un bon cadre aux approches historiques de la turbulence évoquées en 1.1, même si cet écoulement engendre une turbulence qui n'est ni homogène ni isotrope. Ces diverses études ainsi que les travaux plus récents réalisés au CEA Saclay ont permis de bien caractériser les grandeurs globales associées à l'écoulement moyen mais également les petites échelles de la turbulence : l'écoulement moyen en contra rotation exacte est en général constitué de deux cellules de pompage toroïdal mise en contra rotation par l'action des turbines (voir schéma à la figure 1.6), générant une forte instabilité de cisaillement dans le plan équatorial du cylindre. Cette "couche de mélange" présente des structures à grande échelle à la dynamique lente. Si la photo de la figure 1.6 prise en pause longue à  $1/25s$  nous permet de bien visualiser cette structure, son étude quantitative et sa prise en compte dans les modèles et simulations n'est pas aisée bien qu'elle soit vraisemblablement responsable d'un grand nombre de propriétés observées de l'écoulement de von Kármán. D'une manière générale, bien que l'étude quantitative des fluctuations à toutes

les échelles dans cet écoulement n'en est pas à ses débuts, la compréhension complète de leurs propriétés est loin d'être achevée.

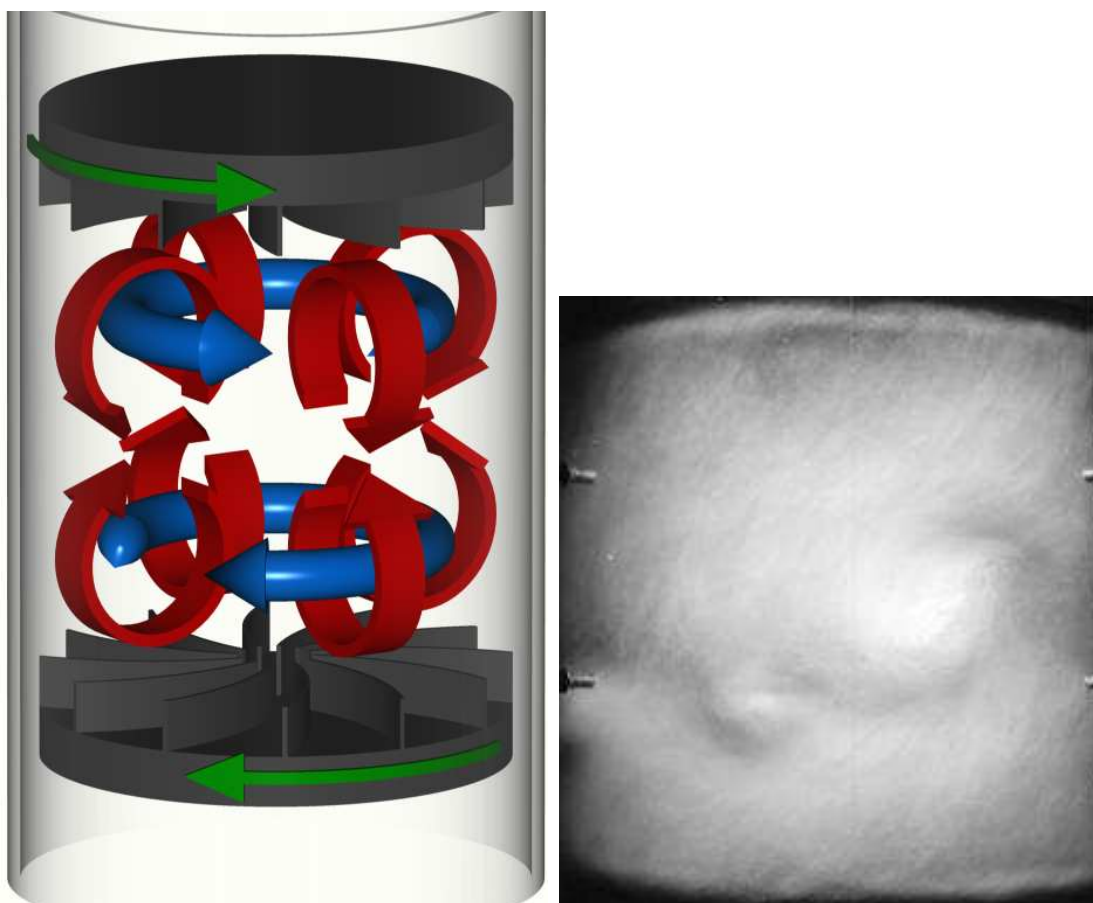


FIG. 1.6: A gauche : représentation schématique de l'écoulement de von Kármán dans un rapport d'aspect d'ordre unité quand l'écoulement est constitué de deux cellules (contra-rotation exacte). En rouge la recirculation liée au pompage poloïdal, en bleu le cisaillement induit par la contra-rotation. A droite : photo au  $1/20^{ème}$  de seconde de la couche de cisaillement de l'écoulement de von Kármán en contra-rotation exacte.

### 1.3 Problématique

Dans la première partie de cette introduction, nous avons insisté sur le caractère imprédictible et non résolu de la turbulence. Nous avons évoqué certaines tentatives théoriques, numériques et expérimentales visant à la comprendre davantage. En abordant la transition à la turbulence, il est apparu qu'à mesure que le nombre de Reynolds augmente, le nombre de degrés de liberté d'un écoulement turbulent augmente également, jusqu'à rendre difficile voire impossible leur prise en compte complète. Il est courant d'estimer le nombre de degrés de liberté  $N$  d'un écoulement en fonction du nombre de Reynolds par  $N = Re^{9/4}$ . Au vu des ordres de grandeurs présentés dans le tableau 1.1, ce nombre de degrés excède facilement  $10^{13}$ . C'est cette constatation qui encourage les approches statistiques du problème de la turbulence. D'un côté, les simulations grandes échelles type "Large Eddy Simulation", "RANS", ... [60] postulent des relations thermodynamiques entre les grandes échelles de l'écoulement permettant de s'affranchir de la résolution des échelles plus petites même s'il n'est pas toujours évident de justifier physiquement parlant ces



hypothèses. D'un autre côté, il semble tentant de vouloir appliquer à la turbulence un formalisme de mécanique statistique dans le but d'extraire des informations globales sur les grandes échelles des écoulements tout en prenant en compte, sans les résoudre, les échelles inférieures. Onsager dans les années 50 s'est attaché à développer un tel formalisme dans le cadre de la turbulence bidimensionnelle [84] et récemment des progrès théoriques importants ont été réalisés, étendant la portée de cette approche aux écoulements axisymétriques [114; 13; 59]. En parallèle, la physique statistique des systèmes hors-équilibre a émergé jusqu'à devenir un des enjeux majeurs de la physique actuelle. Depuis trente ans, des personnalités comme Ruelle, Gallavotti, Cohen, Crooks, Evans, Jarzinski, Ellis, Tsallis, Turkington [24; 42; 41; 31; 47; 30; 125] ont permis de grandes avancées théoriques et conceptuelles dans ce domaine.

Parmi les systèmes hors-équilibre, la turbulence offre un bon cadre pour l'étude de ces propriétés statistiques d'un point de vue expérimental ou numérique. L'écoulement de von Kármán, nous l'avons vu, met en jeu des grandeurs fluctuant à toutes les échelles dans une turbulence pleinement développée facilement accessible expérimentalement, et c'est pourquoi nous avons choisi de confronter à des mesures de vitesse dans cet écoulement l'approche statistique originale de Leprovost, Dubrulle et Chavanis [59] qui étudient la turbulence en géométrie axisymétrique via une physique statistique d'équilibre. Cette démarche a une double ambition. D'une part, il s'agit d'offrir un cadre nouveau d'analyse de l'écoulement de von Kármán à l'aide de grandeurs globales calculées à partir de mesures locales de vitesse. D'autre part, notre étude expérimentale devrait permettre de voir dans quelle mesure cette mécanique statistique reposant sur des hypothèses assurément non réalistes pour un expérimentateur permet de décrire les écoulements réels. La présentation des grandes lignes de cette théorie et des développements que cette thèse lui a apporté fait l'objet de la partie 4, les résultats des mesures effectuées dans l'écoulement de von Kármán en lien avec cette théorie sont rassemblés dans le chapitre 5 de cette partie.

# Dispositif expérimental

---

Dans ce chapitre, nous présentons les divers montages expérimentaux utilisés au cours de cette thèse en insistant sur celui que nous avons conçu (section 2.1), puis nous décrivons les moyens de mesure que nous avons mis en œuvre (sections 2.2 et 2.3) et notamment le système de Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique (SPIV). Les post-traitements nécessaires pour passer des mesures brutes aux grandeurs utilisées pour obtenir les résultats formant le cœur de ce travail qui seront présentés dans le dernier chapitre de cette partie feront l’objet du chapitre 3.

## 2.1 Les montages expérimentaux

Dans cette section, nous présentons les trois montages de type von Kármán en eau disponibles au laboratoire, leurs symétries et leur spécificités respectives. Nous introduisons en outre les notations qui seront utilisées par la suite pour représenter les vitesses mesurées et les divers modes de forçages que nous avons utilisés.

### 2.1.1 Montages utilisés

Nous avons travaillé sur trois dispositifs expérimentaux successifs auxquels étaient associés des méthodes de mesures différentes. Ces trois expériences produisent des écoulements de type von Kármán dans un cylindre fermé de diamètre  $2R_c = 200\text{mm}$  et de hauteur totale  $H_1$  variable. Le fluide est mis en mouvement à l’aide de turbines contrarotatives. Le diamètre de ces turbines est variable, mais la distance  $h$  qui les sépare est fixée à  $h = 180\text{mm}$  de façon à ce que la partie “utile” de l’écoulement produit reste inchangée d’une version à l’autre. Le rapport d’aspect résultant est donc de 1.8 pour chacun des montages :

- **Le montage VKE** : C’est le montage le plus ancien du laboratoire qui a été utilisé par Florent Ravelet tout au long de sa thèse [99]. Il est muni d’un système de refroidissement permettant un contrôle en température de la cuve. Les mesures de vitesses sont effectuées par vélocimétrie laser doppler (LDV).
- **Le montage VKR** : C’est un montage réalisé par Louis Marié à la fin de sa thèse [68] pour étudier l’influence de la force de Coriolis sur l’écoulement de von Kármán. Il a la particularité de permettre la mise en rotation de la cuve cylindrique. Nous l’avons utilisé sans exploiter cette possibilité. Les mesures de vitesses sont effectuées par PIV (Vélocimétrie par Imagerie de Particules).
- **Le montage VK2** : C’est le dernier né de la famille VK du groupe instabilités et turbulence. Nous l’avons conçu et monté durant la dernière année de cette thèse comme successeur

TAB. 2.1: Caractéristiques techniques des trois montages utilisés au cours de cette thèse. Toutes les cotes sont données en millimètres.

Expérience	VKE	VKR	VK2
Hauteur totale ( $H_1$ )	285	275	270
Distance inter-turbines ( $h$ )	180	180	180
Diamètre de la cuve ( $2R_c$ )	200	200	200
Diamètre des arbres ( $d$ )	20	20	50
Puissance des moteurs	1.8kW	0.54kW	1.8kW

du montage VKE. Il est également muni d'un système de refroidissement pour permettre des mesures en glycérol. Il sera décrit en détail dans cette section.

Le tableau 2.1 résume les caractéristiques techniques de ces trois dispositifs.

### 2.1.2 Le montage VK2

Nous avons été à l'initiative de sa conception et c'est avec lui que la majeure partie des résultats de cette thèse ont été obtenus. Les caractéristiques géométriques principales de ce montage ont été données au paragraphe précédent. La photo en haut de la figure 2.1 montre le montage VK2 ainsi que les deux caméras du système de PIV stéréoscopique. On y voit à gauche la cuve d'essai, les turbines, les circuits de refroidissement en cuivre et le châssis microcontrôle solidaire d'une plaque de marbre sur lequel est fixé l'ensemble. Un deuxième châssis (de couleur verte) sert à supporter les moteurs et est donc découplé au maximum de l'écoulement afin de limiter les vibrations mécaniques de la cuve expérimentale. Au premier plan et sur la droite, les deux caméras visant le cœur du cylindre d'expérience sont montées sur des dispositifs Schleimpflug (voir 2.2.2.1), le tout étant fixé sur des rails microcontrôle. La photo du bas de la figure 2.1 présente quant à elle l'autre côté du dispositif. On y voit le laser, le miroir, et la face biseautée de la cuve parallélépipédique permettant l'éclairage du plan de mesure.

#### 2.1.2.1 Vue d'ensemble

La figure 2.2 présente les plans du montage VK2 que nous avons réalisés sous autocad avec Vincent Padilla. A gauche une perspective donnant une vue d'ensemble, à droite une coupe permettant de visualiser chaque élément du montage :

Le montage VK2 repose sur une plaque d'inox cylindrique (plaque inférieure jaune) dans laquelle sont ménagées deux gorges, l'une carrée, l'autre cylindrique permettant d'accueillir les deux cuves (la cuve limitant les déformations optiques à l'interface air/plexi et la cuve d'expérience). L'étanchéité est assurée par le serrage de brides faisant pression sur les cuves pour venir écraser des joints toriques logés au fond des gorges. La cuve cylindrique est fermée en haut par un couvercle bridé de la même façon (plaque supérieure jaune). Une des innovations de ce montage réside dans l'usinage particulier de ce couvercle : le fond de celui-ci est formé de deux cônes de révolution aboutissant à une gouttière dans laquelle est percé le trou amenant au vase d'expansion. Ce système permet un dégazage rapide de la cuve d'expérience. Nous avons conçu le montage de façon à ce qu'il soit le plus symétrique possible, la plaque cylindrique du bas est donc usinée à l'identique. Une autre particularité du montage est le diamètre des arbres (en gris foncé) qui est de 50mm au lieu des 20mm de toutes les versions précédentes au laboratoire. L'emploi d'arbres aussi larges change de façon marginale le moment d'inertie de l'ensemble arbre-turbine et permet une plus grande robustesse de l'entraînement ainsi qu'une meilleure assise des turbines sur les arbres. En revanche, et nous le verrons quand nous évoquerons les mesures de couple,

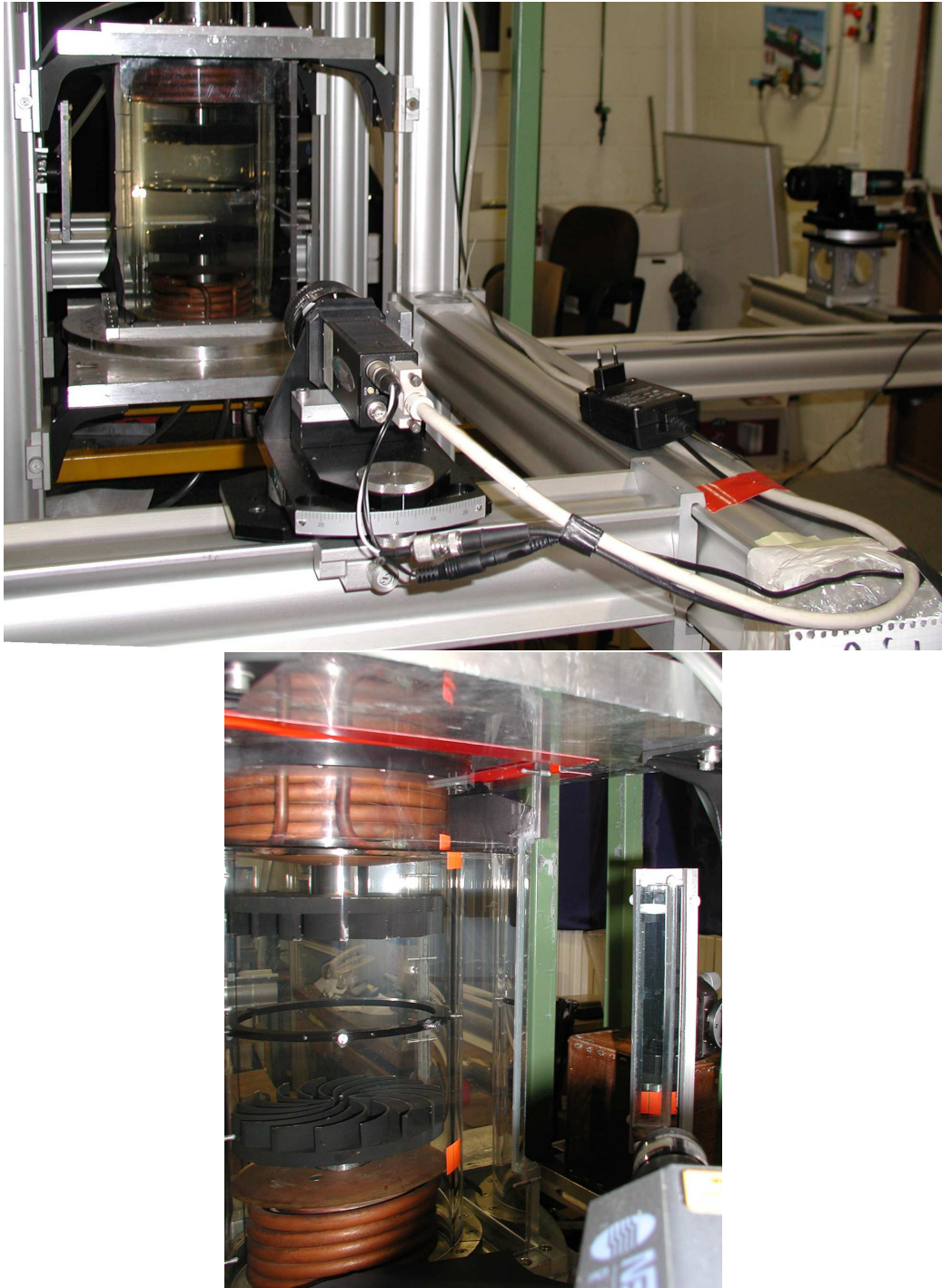


FIG. 2.1: En haut : vue d'ensemble du montage VK2. A gauche la cuve d'expérience, au premier plan et à droite, les caméras utilisées pour l'acquisition des images requises par la PIV. En bas : vue opposée. On voit la tête du laser générant la nappe lumineuse de la PIV, le miroir et la face biseautée de la cuve parallélépipédique permettant l'entrée de cette nappe dans la cuve d'expérience. On distingue bien les circuits de refroidissement en cuivre.

les couples de frottement statique sont très importants. La solidarisation de la cuve d'essai et du châssis se fait en haut et en bas via deux plaques de dural très lourdes (en rouge). En bas, un alésage dans la plaque cylindrique lui permet de s'ajuster au centre du support, en haut le couplage avec le couvercle est assuré par un plaque démontable (en rouge) permettant de mettre et démettre la cuve parallélépipédique sans vidanger la cuve d'expérience. Les circuits de refroidissement ont été installés afin de pouvoir travailler avec des fluides dont la viscosité est très sensible à la température. L'ensemble de nos expériences a eu lieu dans l'eau entre 25 et 40°C, gamme sur laquelle la viscosité cinématique de l'eau peut passer de  $0.9 \times 10^{-6}$  à  $0.7 \times 10^{-6} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ . Les arbres sont entrainés par des moteurs brush-less d'une puissance de 1.8kW pouvant fournir un couple maximal de  $11.5 \text{N} \cdot \text{m}$ . La transmission est assurée par des courroies crantées.

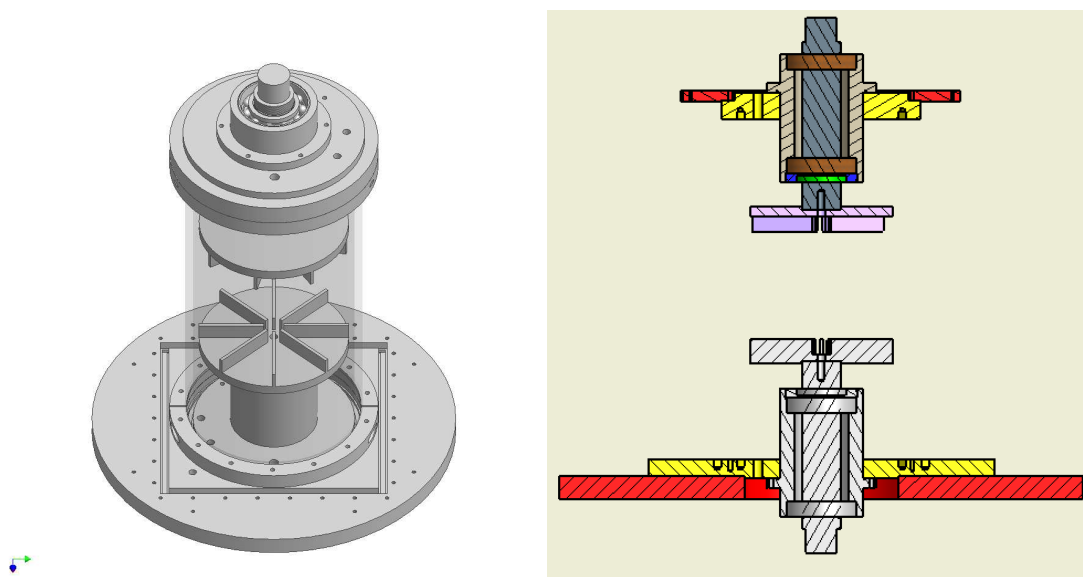


FIG. 2.2: A gauche : perspective 3D du plan du montage VK2. A droite : coupe de l'ensemble de l'expérience.

### 2.1.2.2 Forçage

Pour la mesure des différentes grandeurs statistiques qui seront présentées dans la suite, nous avons réalisé plusieurs configurations de forçage. Il y a trois moyens simples de jouer sur le forçage : la forme des turbines, la géométrie de la cuve et le régime des moteurs. Nous avons toujours fait travailler les moteurs en les commandant en fréquence.

**Les turbines :** Nous renvoyons au manuscrit de Florent Ravelet [99] pour une description exacte et exhaustive de la nomenclature des turbines mises en œuvre dans le groupe. En ce qui nous concerne, nous avons utilisé quatre types de turbines dont les caractéristiques sont rappelées dans le tableau 2.2. La photo 2.3 les présente côte à côte. Les *TM60* et les *TM73* ont été de très loin les plus utilisées. Les *TM60* sont les turbines qui donnent lieu à la bifurcation turbulente de l'écoulement de von Kármán [102] et qui, historiquement, ont été le plus étudiées par le groupe. Les *TM73* sont les turbines utilisées dans l'expérience en sodium à Cadarache qui fait l'objet de la deuxième partie de ce manuscrit.

**La cuve :** Nous avons utilisé deux type de cuves ayant toutes les deux les dimensions données par le tableau 2.1. L'une est lisse, l'autre est équipée d'un anneau de diamètre interne 190mm,

TAB. 2.2: Caractéristiques techniques des turbines utilisées :  $R$  le rayon adimensionné par celui de la cuve,  $h$  la hauteur des pales elle aussi adimensionnée,  $alpha$  l'angle de sortie en degrés,  $n$  le nombre de pales.

Turbine	$R$	$h$	$alpha$	$n$
<i>TM60</i>	0.925	0.2	72	16
<i>TM73</i>	0.75	0.2	24	8
<i>TM90</i>	0.925	0.2	0	8
<i>lisse</i>	0.925	0	0	0



FIG. 2.3: Les quatre types de turbines utilisées durant cette thèse. De haut en bas et de gauche à droite : TM73, TM90, TM60, Lisse.

d'épaisseur 5mm placé dans le plan équatorial du cylindre d'expérience. L'idée de placer cet anneau vient de la volonté de stabiliser l'instabilité de la couche de cisaillement, modifiant par là la dynamique des structures lentes de l'écoulement. Des visualisations de l'écoulement avec et sans l'anneau confirment cette propriété. Néanmoins avant notre arrivée, aucune étude quantitative de l'effet de l'anneau sur les fluctuations de l'écoulement n'avait été faite. Nous verrons au chapitre 5 les résultats que nous avons obtenus dans ce domaine. Signalons l'effet stabilisateur avéré de l'anneau du point de vue de la bifurcation turbulente [99].

### 2.1.3 Symétries et paramètres

#### 2.1.3.1 Symétries

**Axisymétrie :** Les montages que nous venons de décrire ne sont strictement axisymétriques que si le fluide est mis en mouvement par des disques lisses. Néanmoins, même dans le cas de turbines munies de pales, l'écoulement moyenné en temps est considéré invariant par rotation et son étude dans un plan méridien suffit. Dans toutes les configurations que nous avons étudiées, nous avons vérifié la robustesse de cette hypothèse. En revanche, l'écoulement instantané ne présente a priori plus la moindre symétrie.

**Symétrie par retournement  $R_\pi$  :** Les bulles ayant été chassées, l'écoulement ne présente pas de surface libre. La cuve d'expérience ne contient qu'une seule phase liquide et est, par

construction, symétrique par rapport à tout axe radial passant par le centre du cylindre. Toute symétrie par rapport à cet axe, nommée  $\mathcal{R}_\pi$ , laisse donc le montage invariant. Si les turbines sont lisses, l'écoulement lui-même n'est pas affecté par cette symétrie. Si elles sont munies de pales, on peut choisir un axe radial particulier laissant le montage invariant par retournement.

### 2.1.3.2 Adimensionnement et paramètres de forçage

#### 2.1.3.3 Paramètres de forçage :

Le forçage par mise en rotation de deux turbines est complètement caractérisé par deux nombres. On peut choisir :

- Les deux fréquences associées à chaque turbine :  $F1$  et  $F2$ .
- La fréquence moyenne  $F = \frac{F1+F2}{2}$  et la différence adimensionnée  $\theta = \frac{F1-F2}{F1+F2}$ .
- Toute autre combinaison de  $F1$  et  $F2$ .

Dans la suite de ce manuscrit nous choisirons alternativement la première ou la deuxième formulation suivant les caractéristiques de l'écoulement que nous souhaiterons alors mettre en valeur.

#### 2.1.3.4 Adimensionnement

Sauf mention contraire, toutes les équations et toutes les grandeurs mesurées présentées dans ce manuscrit sont adimensionnées. Nous avons besoin d'une échelle de longueur  $\mathcal{L}$ , d'un temps  $\mathcal{T}$  et d'une masse  $\mathcal{M}$ . Nous avons choisi les échelles suivantes :

- $\mathcal{L} \rightarrow R_c$  : le rayon de la cuve d'expérience.
- $\mathcal{T} \rightarrow (\frac{F1+F2}{2})^{-1}$  : le temps construit sur la fréquence moyenne de rotation des turbines.
- $\mathcal{M} \rightarrow \rho R_c^3$  : où  $\rho$  est la masse volumique du fluide de travail.

## 2.2 Vélométrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique

D'un avènement récent, la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) prend une place de plus en plus importante dans les laboratoires d'hydrodynamique. Le fait de pouvoir mesurer simultanément la vitesse dans tout un plan d'un écoulement est l'avancée majeure apportée par cette technique aux expérimentateurs. De plus, on accède facilement à une résolution spatiale bien meilleure que celle de la vélocimétrie laser doppler.

Le laboratoire s'est doté d'un système PIV de marque DANTEC que nous avons utilisé d'abord de façon classique en ne mettant en œuvre qu'une caméra et en ne mesurant donc que deux composantes de la vitesse dans un plan. Dans un deuxième temps, nous avons mis en place une PIV stéréoscopique (SPIV) qui, par l'ajout d'une deuxième caméra, permet de mesurer les trois composantes de la vitesse dans un plan. La SPIV est extrêmement sensible à l'étape de calibration qui consiste à bien aligner la nappe laser et la mire de calibration. Un mauvais alignement génère des erreurs de correspondance de vecteurs qui devient rapidement la principale source d'incertitude de la mesure.

Nous présentons dans cette section les principes de base de la PIV et de la SPIV et la façon dont nous les avons mis en œuvre au cours de cette thèse.

### 2.2.1 Principes de la PIV

**PIV classique :** La PIV est une méthode de mesure globale fournissant un champ de vecteurs vitesse instantanés dans un plan de coupe d'un écoulement. Les deux composantes de la vitesse dans le plan de mesure sont accessibles. Les vecteurs vitesse sont calculés sur un sous maillage du plan de coupe en mesurant le déplacement de particules entre deux flashes lumineux. L'écoulement est éclairé par une nappe laser, des photos sont prises par des caméras numériques

synchronisées avec l'émission des flashes laser.

Dès lors qu'une séquence de deux flashes est enregistrée, les images sont divisées en sous sections formant un quadrillage dont les cases sont les fenêtres d'interrogation (FI). Les fenêtres d'interrogation issues de deux photos se correspondant sont intercorrélées pixel par pixel. Le maximum de corrélation est associé au déplacement moyen des particules contenues dans la fenêtre. Le temps séparant les deux prises de photo étant connu, on en déduit la vitesse moyenne dans la fenêtre. Ce procédé est répété sur l'ensemble du quadrillage pour obtenir le champ de vitesse sur la totalité du plan de coupe.

**PIV stéréoscopique :** Le principe de la PIV stéréoscopique est simple. On utilise deux caméras qui vont photographier le même écoulement au même instant. Chacune d'elles va permettre d'obtenir un champ de vitesse à deux composantes dans le plan de mesure. Ces deux champs de vitesse mesurés sont les projections du champ de vitesse réel à trois composantes sur les deux plans des capteurs des caméras. Si ces deux plans ne sont pas parallèles, il est possible par stéréovision de remonter au champ original à trois composantes. La qualité du résultat sera d'autant meilleure que l'angle entre ces deux plans est proche de  $90^\circ$ . La figure 2.4 illustre cette projection. On a les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Delta x_1 &= +\sin(\alpha)\Delta x - \cos(\alpha)\Delta z \\
 \Delta x_2 &= -\sin(\alpha)\Delta x - \cos(\alpha)\Delta z \\
 \Delta y_1 &= \Delta y \\
 \Delta y_2 &= \Delta y
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Pour reconstruire le champ de déplacements à trois dimensions, il suffit d'inverser ces relations :

$$\begin{aligned}
 \Delta x &= \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{2\sin(\alpha)} \\
 \Delta y &= \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2} \\
 \Delta z &= \frac{-\Delta x_1 - \Delta x_2}{2\cos(\alpha)}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Une première difficulté liée à la reconstruction du champ de déplacements est de faire se correspondre entre les deux champs 2D issus de chaque caméra les vecteurs correspondants au même déplacement dans l'espace physique. La deuxième est de réaliser la projection inverse. En effet, celle-ci pourrait en théorie se faire à partir de pures considérations géométriques du montage. En réalité, les imprécisions dans la connaissance des distances entre caméra et plan de mesure ainsi que la difficulté à prendre en compte les trajets optiques parfois complexes entraineraient des incertitudes de mesure considérables. Le moyen de s'affranchir de ses deux difficultés simultanément est l'utilisation d'une calibration à l'aide d'un objet connu.

### 2.2.2 Mise en place de la SPIV

Notre but est de mesurer les trois composantes de la vitesse dans un plan méridien du montage VK2 décrit à la section 2.1. La figure 2.5 schématise l'ensemble du dispositif de mesure vu du



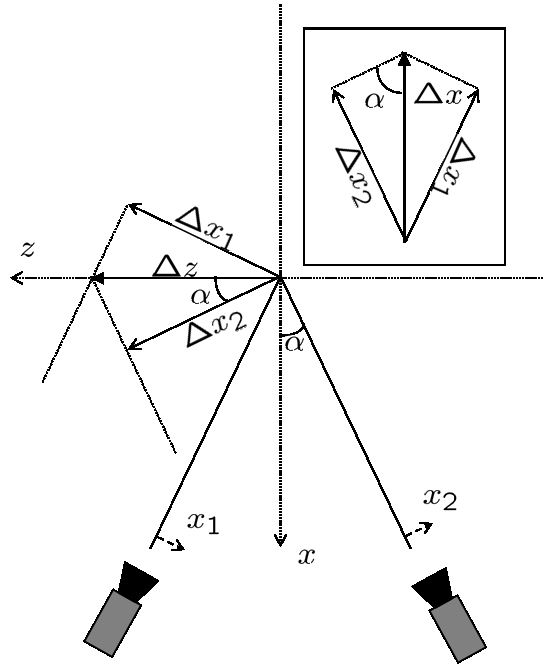


FIG. 2.4: Principe de la SPIV. Un déplacement de  $\Delta z$  dans l'espace réel va avoir deux projections différentes  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_2$  dans les plans objets des deux caméras. A partir des images  $x_1$  et  $x_2$ , si on connaît l'angle de projection  $\alpha$ , on peut reconstruire le déplacement initial  $\Delta z$ . L'insert montre la même chose pour un déplacement selon  $x$ .

dessus. La nappe lumineuse est produite par un laser et réfléchi sur un miroir de façon à pénétrer dans la cuve d'expérience en formant un angle de  $45^\circ$  avec chacune des deux caméras servant à l'acquisition. La cuve d'expérience est immergée dans une cuve parallélépipédique remplie d'eau. Nous allons décrire précisément chacun des éléments de ce montage.

### 2.2.2.1 Cameras et optiques

Nous avons utilisé des caméra FlowSense  $1600 \times 1200$  pixels fonctionnant en mode 8 ou 10 bits et pouvant acquérir deux images à une fréquence maximale de 15Hz. Sur ces caméras sont montés des objectifs Nikon 60mm d'ouverture maximale 2.8. De la qualité des images dépend directement celle des mesures finales. L'ensemble du montage optique doit donc être particulièrement soigné.

**Déformation des images :** La cuve d'expérience étant cylindrique, les rayons lumineux issus de la nappe laser dans le plan de mesure vont devoir traverser deux interfaces courbes avant d'atteindre la caméra. Si le saut d'indice à ces interfaces est grand, la réfraction de ces rayons va l'être également, entraînant une déformation importante des images acquises. L'ajout d'une cuve parallélépipédique permet de minimiser ces déformations en réduisant le saut d'indice aux interfaces courbes. Le rapport des indices plexi/eau et plexi/air sont de 1.12 et 1.49 respectivement, les déformations liées à la réfraction seront donc faibles mais non nulles. Nous verrons que l'utilisation de mires de calibration permet de compenser dans une certaine mesure les non-linéarités inhérentes à ces déformations. Notons également (voir figure 2.5) que la disposition du système de mesure, et notamment le fait que la nappe laser entre par une arrête de la cuve parallélépipédique permet que les chemins optiques issus du plan de mesure traversent les zones

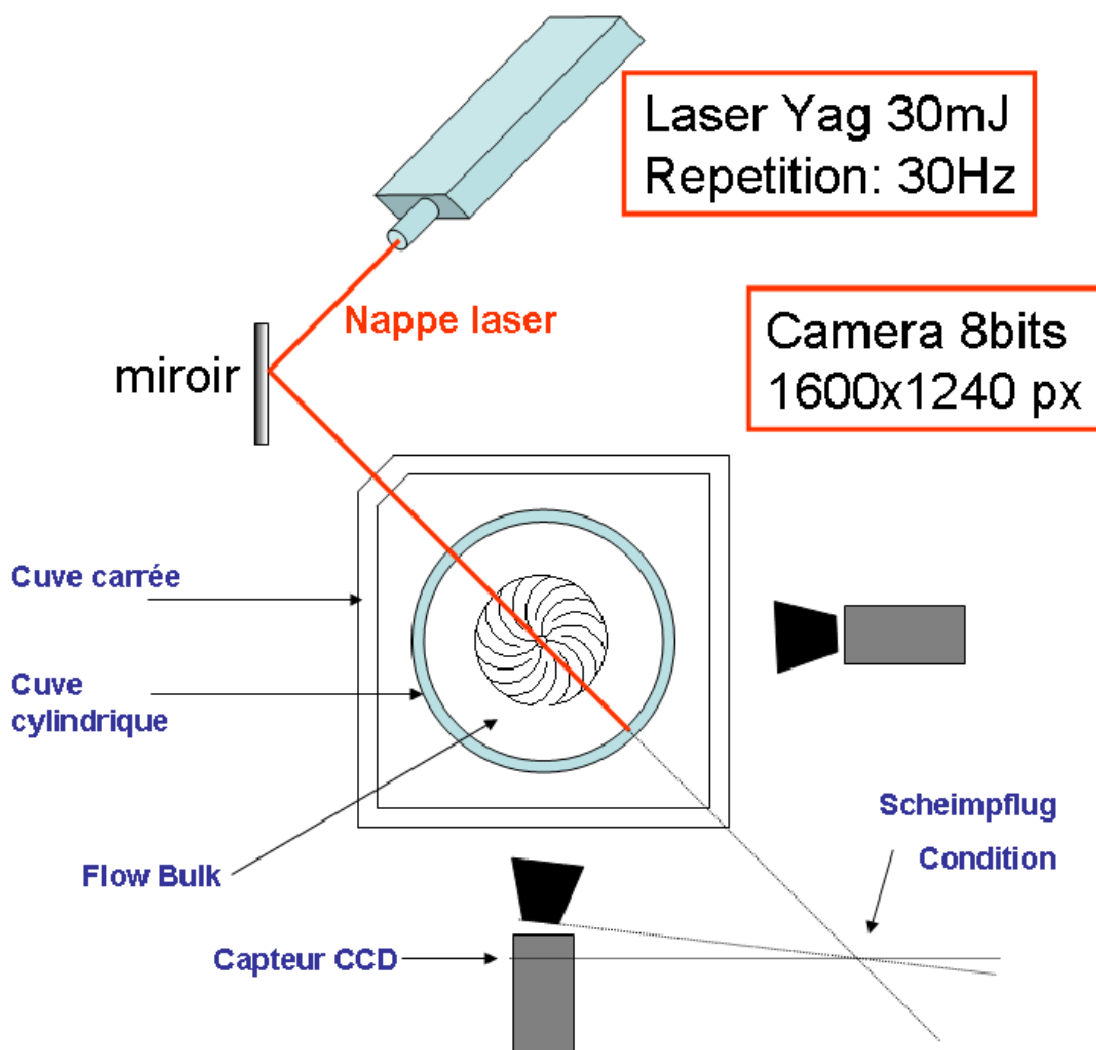


FIG. 2.5: Schéma du montage SPIV réalisé autour de la cuve d'expérience VK2.

les plus courbes de la cuve cylindrique avec un angle d'incidence important.

**Netteté des images :** Comme on le voit sur la figure 2.5, les axes optiques des caméras forment avec le plan laser (le plan objet) un angle de  $45^\circ$ . Par conséquent, on montre que le plan image (le capteur CCD des caméras) doit lui aussi former avec l'axe optique un angle non nul pour assurer la netteté de l'ensemble de l'image. La relation entre ces deux angles est connue sous le nom de condition de Scheimpflug. En pratique, il faut désolidariser le capteur et l'optique de la caméra et faire en sorte que les trois plans suivants soient sécants et aient une droite en communs : le plan image, le plan objet et le plan de la lentille équivalente du système optique.

### 2.2.2.2 Les particules

Les particules dont on va ensemercer l'écoulement doivent être bien réfléchissantes, assez grosses pour donner sur les capteurs des caméras des images plus grandes qu'un pixel, assez petites pour limiter leur comportement inertiel dans l'écoulement et idéalement iso-densité avec l'eau pour les mêmes raisons. Nous avons utilisé des sphères de verre creuses argentées dont le diamètre varie entre  $10$  et  $30\mu\text{m}$ .

### 2.2.2.3 La nappe laser

**Le laser :** La nappe lumineuse est produite par un laser Solo PIV, Nd :Yag double cavités émettant à 532nm avec un taux de répétition maximal de 15Hz en double image. L'énergie maximale d'un pulse est de 30mJ. La plupart du temps, nous n'avons travaillé qu'au tiers de la puissance maximale.

**La nappe :** Un système de lentilles cylindriques permet de convertir le faisceau laser en une nappe convergente d'épaisseur réglable. L'ouverture angulaire de la nappe est de 40° et son épaisseur peut être ajustée entre 1.5 et 5mm au point de convergence. Nous avons essayé de régler la convergence de la nappe de telle façon que son épaisseur soit minimale sur l'axe du cylindre. Ainsi, la nappe est d'autant plus épaisse que les vitesses ortho radiales (*ie.* les vitesses perpendiculaires au plan laser) sont grandes : nous exploitons le fait que la nappe n'est pas un parallélépipède pour homogénéiser les éventuelles erreurs de mesure dues à la vitesse hors plan de mesure.

### 2.2.2.4 Mires de calibration

**PIV deux composantes (PIV2C) :** Pour passer de la mesure du déplacement sur la photo à celle du déplacement réel, il suffit en théorie de connaître le grandissement du système optique des caméras. Même dans les conditions de Gauss, un calcul de ce type amènerait des incertitudes énormes liées aux doutes sur les positions relatives du plan de mesure et du capteur de la caméra, sans même parler des effets optiques non triviaux liés à la rotondité de la cuve d'expérience. Pour pallier cette difficulté, on a recours à l'emploi d'une mire. Préalablement à toute expérimentation, on place un objet de caractéristiques connues couvrant l'ensemble du plan de mesure. On prend des clichés de celui-ci avec la caméra positionnée et on calcule la transformation qui permet de passer de l'image à l'objet. Cette transformation prend donc implicitement en compte le grandissement et les diverses déformations optiques liées à la géométrie du montage. L'inverse de cette transformation permettra de "redresser" les clichés pris par la suite et donnera également accès à un repérage absolu des coordonnées si on a pris soin de faire se correspondre les centres de la mire et du plan de mesure.

La mire que nous avons utilisée consiste simplement en une plaque de Dural percée de trous de 1mm de diamètre régulièrement espacés de 5mm sur une grille ; elle est présentée à la figure 2.6. Le trou central et ses quatre plus proches voisins sont légèrement différents afin que le logiciel de calibration puisse repérer le centre du plan de mesure.

**PIV trois composantes (PIV3C) :** Dans le cadre de la PIV3C, la mire ne sert plus simplement à repérer spatialement les points de mesures et à corriger les aberrations optiques, mais elle est indispensable pour obtenir les relations de passage entre déplacement dans le monde physique et projections sur les capteurs des deux caméras (voir 2.2.1). Une méthode couramment utilisée consiste à déplacer une mire 2D (typiquement celle présentée au paragraphe précédent) sur trois ou cinq plans parallèles à la nappe laser et contenus dans celle-ci. Ces déplacements étant connus, on peut facilement mesurer la transformation définie par les équations 2.1 et l'inverser pour obtenir la relation de passage (équations 2.2). L'alternative que nous avons choisie est d'utiliser un objet fixe mais ayant une géométrie 3D connue (voir la photo de la figure 2.6). Le principe sous-jacent est exactement le même. Cette solution est plus simple à mettre en œuvre que la précédente car elle ne nécessite pas l'installation d'un système permettant la translation très précise de la mire. Nous insistons encore une fois sur le fait que la qualité de l'alignement de la mire avec la nappe laser est crucial. La mire a, a priori, trois degrés de liberté en rotation et en translation. Nous avons fait le choix de la monter sur l'arbre inférieur servant à l'entraînement des turbines de façon à supprimer les trois degrés de liberté en translation et deux en rotation.

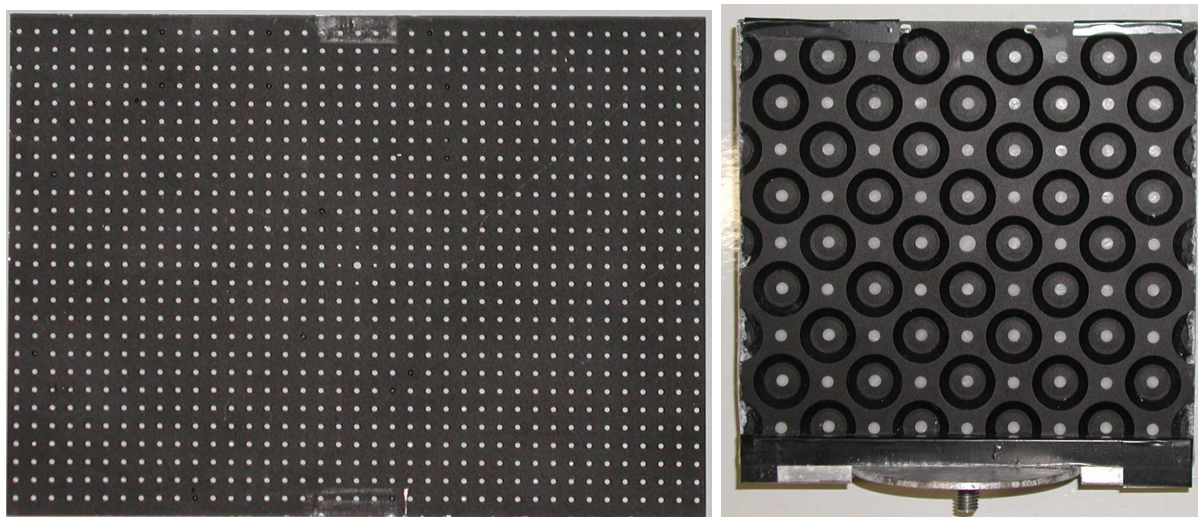


FIG. 2.6: Photos des deux mires utilisées pour la calibration. A gauche la mire 2C, à droite la 3C sur son support.

Les défauts de positions sont liés, par construction, à l’usinage des pièces servant à fixer la mire et sont de l’ordre du dixième de millimètre. Il ne reste alors qu’un seul degré de liberté qui est la rotation autour de l’axe du cylindre. Celle-ci est contrôlée par une platine en translation fixée sous la cuve expérimentale et permettant d’ajuster la position de l’arbre aussi finement qu’on le souhaite.

**Reconstruction des mires :** La figure 2.7 montre les clichés binarisés des deux mires après application de la transformation qui servira à redresser les photos de PIV. Les cercles indiquent les “vraies” positions des centres des points de mire, les croix les positions mesurées par traitement d’image. Dans le cadre de la calibration 3C, l’association est presque parfaite. Pour la calibration à deux composantes, elle est assez bonne sauf sur les bords de la mire. Cette différence est liée à l’angle de vue. Vue la disposition relative de la mire et des caméras en SPIV (voir figure 2.5), les chemins optiques entre la nappe laser et les capteurs CCD traversent la cuve cylindrique avec des angles d’incidence importants. Les déformations fortement non-linéaires présentent dans le montage de PIV classique sont ainsi minimisées. Comme les algorithmes calculant le redressement de la mire sont linéaires, ils ne peuvent compenser complètement ces déformations non-linéaires.

**Eclairage :** C’est un point clé de la calibration. Il faut avoir un éclairage le plus uniforme et le plus contrasté possible de façon à ce que les points de mire ressortent nettement sur les clichés. En pratique, nous avons binarisé les clichés des mires puis, avec le logiciel LabView, nous avons repéré les cercles et leurs centres sur les images pour supprimer les taches lumineuses qui ne correspondaient pas à des points de mire. L’éclairage se faisait à l’aide d’un projecteur puissant qui était déplacé de façon à éclairer la mire par transparence.

## 2.2.3 Reconstruction des champs de vitesse

### 2.2.3.1 Acquisition

Celle-ci se fait par la prise de clichés par les caméras. L’expérimentateur peut régler les paramètres suivants :

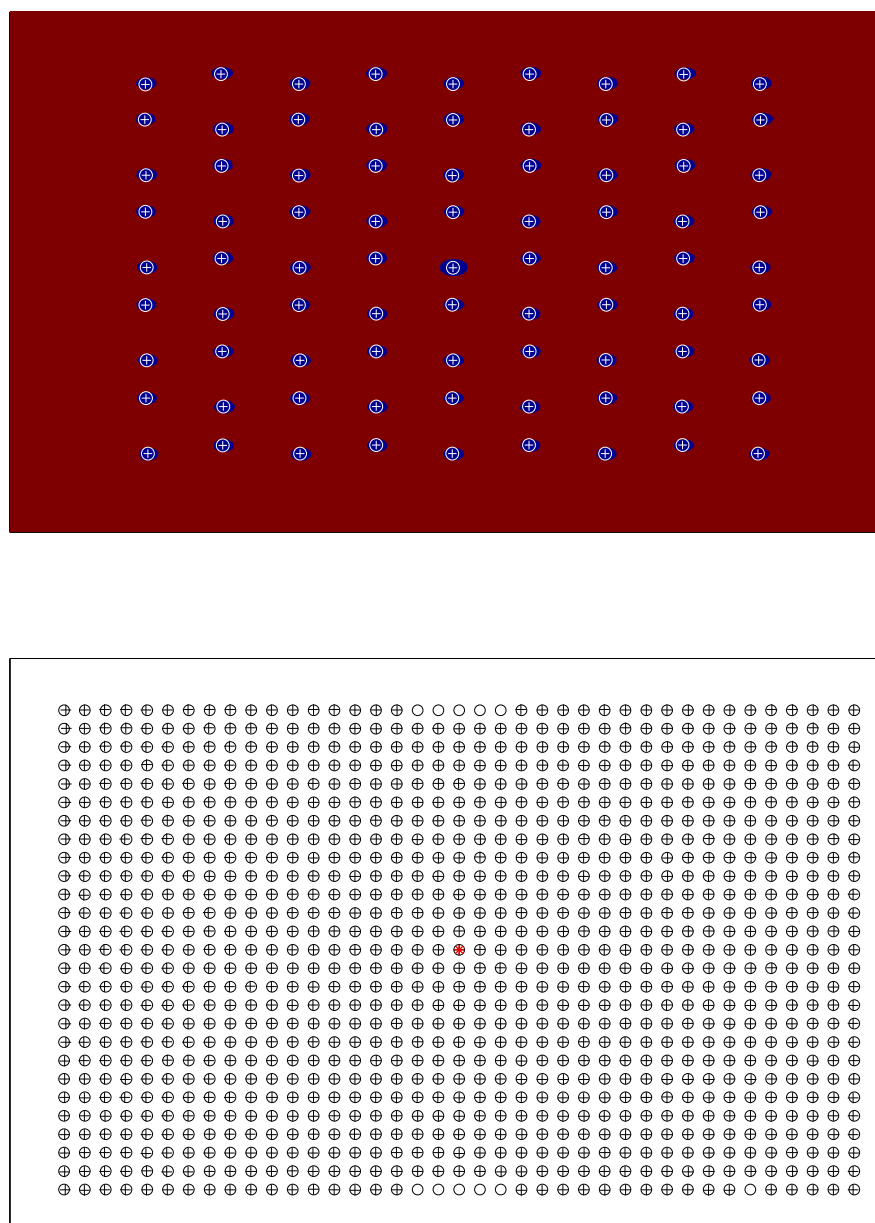


FIG. 2.7: Haut : photo de la mire 3D redressée. Les croix indiquent les positions mesurées des centres des trous de la mire. Les cercles les positions attendues après redressement. Bas : seuls les croix et les cercles pour la mire 2C.

**Ouverture des caméras :** Plus la caméra est ouverte, plus le temps d'exposition est court, et plus la qualité des images est bonne. La profondeur de champ est moins importante, et, le temps de pause étant plus court, l'effet de la vitesse des particules sur la netteté de leur image est minimisé. Nous présentons dans le tableau 2.3 l'évolution d'un facteur de qualité des mesures en fonction de l'ouverture des caméras. Ce facteur est calculé à partir du nombre de vecteurs jugés aberrants sur une image et plus il est faible meilleure est la qualité de la reconstruction. Les valeurs données dans le tableau sont des moyennes réalisées sur 2000 images chacune. L'ensemencement

TAB. 2.3: Facteur de qualité en unité arbitraire en fonction de l'ouverture des caméras.

Ouverture	2.8	4	5.6	8
Qualité (UA)	0.036	0.04	0.036	0.06

et l'écoulement sous-jacent sont les mêmes pour les quatre tests, l'intensité de la nappe laser est ajustée à chaque fois de façon à observer à peu près le même contraste quelle que soit l'ouverture considérée. On voit qu'à part pour les très petites ouvertures, la qualité est à peu près constante. Nous avons donc choisi de travailler avec l'ouverture maximale, ce qui permet de limiter la puissance laser requise.

**Temps entre deux flashes :** Celui-ci va déterminer le déplacement moyen des particules à l'intérieur d'une fenêtre d'interrogation (FI), mais également dans la direction perpendiculaire au plan de mesure. La mesure par PIV reposant sur une intercorrélacion, l'expérimentateur doit veiller à ce qu'un maximum de particules soient présentes dans la même FI sur les deux photos. Le critère généralement utilisé est de ne pas avoir de déplacements supérieurs au quart de la longueur d'une FI. Pour ce qui est des particules sortant perpendiculairement, nous avons choisi d'ajuster le temps de façon à ce que 80% des particules restent dans la nappe, c'est à dire qu'on autorise un déplacement maximal de 10% de l'épaisseur de celle-ci. Exemple : avec une vitesse  $v$  de l'ordre du mètre par seconde et une nappe d'épaisseur  $e = 1.5\text{mm}$ , le temps maximum admissible est  $\tau_{max} = e/v * 0.1 = 150\mu s$ . Le temps choisi sera donc une fonction linéaire de la fréquence de rotation des turbines. La nappe laser dont nous disposons permet de faire varier l'épaisseur entre 1.5mm et 5mm.

**Temps entre deux enregistrements :** On appelle enregistrement l'acquisition d'un champ de vecteurs vitesse instantané. Le temps entre deux enregistrements détermine donc la fréquence d'acquisition de notre système. Avec une PIV classique comme la notre, la limitation vient du taux de répétition du laser et de la fréquence d'acquisition maximale des caméras. Notre fréquence maximale d'acquisition est de 15Hz. En mode stéréoscopique, la limite est de 7Hz. Nous avons peu joué sur ce paramètre, choisissant en général de travailler à la fréquence maximale tout en veillant à la choisir incommensurable avec celle du forçage. Toutefois, quand nous nous sommes intéressés à la vitesse de convergence de l'écoulement vers sa moyenne, nous avons délibérément fait des acquisitions à basse fréquence ( $\simeq 1.5\text{Hz}$ ). Nous avons également été parfois tributaires des dysfonctionnements du système d'acquisition qui, pendant plusieurs semaines, ne nous a permis que d'acquérir à des fréquences aléatoires de l'ordre de 1Hz.

### 2.2.3.2 Corrélacion

Pour chaque caméra, on construit un champ de vecteurs 2D à deux composantes, projection du champ à trois composantes. Cette reconstruction se fait à l'aide d'un algorithme de cross-corrélacion. Nous renvoyons le lecteur souhaitant une présentation plus précise à la littérature abondante dans ce domaine [132; 44]. Nous passons néanmoins en revue les différents paramètres ajustables de cette corrélacion.

**Fenêtres d'interrogation :** On peut les choisir de différentes tailles : 16, 32, 64 ou 128 pixels de côté. Plus elles sont petites, meilleure est la résolution spatiale. Nous avons travaillé avec des fenêtres de  $16 \times 16$  et  $32 \times 32$  pixels, déterminant ainsi deux types de résolutions spatiales. La totalité de nos traitements ont été fait avec les fenêtres de 32, et certaines avec celles de 16. Il est

également possible de demander un recouvrement des fenêtres allant de 25 à 75%. Nous avons systématiquement travaillé avec un recouvrement de 50%

**Mode de corrélation :** Il est possible de faire les intercorrélations de différentes façons. La plus simple consiste à calculer la corrélation entre deux fenêtres se correspondant exactement sur les deux images. Une autre plus raffinée se fait en deux étapes. Tout d’abord, on calcule le déplacement moyen par corrélation sur des fenêtres de grande taille. Ensuite, on calcule la corrélation pour des fenêtres de taille plus petite : la première fenêtre étant choisie sur le premier cliché, la deuxième est choisie sur le cliché suivant comme image de la première par la translation associée au déplacement moyen mesuré lors de l’étape précédente. Cette méthode est particulièrement adaptée pour résoudre des petites fluctuations de vitesse superposées à un mouvement à grande échelle plus intense, ce qui n’est pas le cas de l’écoulement de von Kármán qui est susceptible de présenter en tout point de forts gradients de vitesse et exclut donc l’utilisation de cette méthode itérative.

#### 2.2.4 Vecteurs aberrants

L’apparition de vecteurs aberrants sur les champs de vitesse mesurés peut être liée à des réflexions de la lumière sur autre chose que des particules de verre creuses : des bulles ou des éclats de peinture des turbines par exemple dans le cœur du bulk, à des réflexions intenses de lumière sur les pales ou les bords de la cuve ou à un nombre insuffisant de particules communes dans les deux fenêtres de corrélation.

Les grandeurs statistiques auxquelles nous allons nous intéresser dans la suite de ce mémoire peuvent être très sensibles à un nombre très faible de vecteurs biaisés. Leur élimination est donc un point essentiel pour la qualité de nos résultats. Deux questions se posent : quand dire qu’un vecteur est aberrant ? Si un vecteur est aberrant, par quoi le remplace-t-on ? On choisira de rejeter un vecteur s’il est trop différent de ses voisins par sa norme ou par son orientation. On fait ici l’hypothèse implicite que le champ de vitesse mesuré doit être assez régulier. C’est une hypothèse forte car, comme nous l’avons déjà dit, l’écoulement de von Kármán produit de forts gradients de vitesse et par conséquent, il est possible que deux vecteurs voisins à l’échelle où nous mesurons soient effectivement très différents. Cette même hypothèse est utilisée comme nous allons le voir pour la reconstruction des vecteurs éliminés. Il faudra donc s’attacher à ce que les critères de détection des vecteurs aberrants ne soient pas trop restrictifs et que la reconstruction ne lisse pas trop le champ de vecteurs mesurés.

**Routines MathPIV :** Le logiciel FlowMap développé par Dantec propose un système de filtrage des vecteurs aberrants qui consiste simplement à lisser le champ des vitesses. A l’issue de ce traitement, tous les vecteurs ont été modifiés et le champ de vitesse est artificiellement très régulier. En conséquence, les mesures statistiques assez fines que nous souhaitons faire deviennent impossibles. Nous avons donc utilisé les routines fournies par MathPIV [120] qui sont beaucoup plus “respectueuses” des mesures. Le filtrage se fait en deux étapes. Dans un premier temps, on détecte les vecteurs aberrants, puis on les remplace par une valeur vraisemblable de vitesse.

**Filtres de détection :** Nous avons utilisé un filtre global et un filtre local. Le filtre global supprime tous les vecteurs ayant une composante plus grande qu’une valeur seuil. Comme nous travaillons avec des vitesses adimensionnées par la vitesse de bord de pale une valeur mesurée supérieure à 1 est aberrante. Il y a une exception à ceci quand les turbines utilisées sont de grand diamètre, munies de pales très courbes et tournent dans le sens négatif. Alors, il est possible d’observer des vitesses adimensionnées légèrement supérieures à 1. C’est le cas des turbines TM60 pour lesquelles le fluide peut être éjecté en bord de pale à des vitesses supérieures à celle

de la turbine quand celle-ci tourne dans le sens négatif. Pour toutes les mesures, nous avons donc pris 1 comme valeur de seuil, et pour les expériences avec TM60 tournant dans le sens négatif, nous avons pris 1.2.

Le filtre local a deux paramètres : une taille de fenêtre  $n$  et un ratio  $r$ . Il calcule simplement à l'intérieur de fenêtres de  $n$  par  $n$  vecteurs la valeur de chacune des  $n^2$  vitesses. Si cette valeur n'est pas comprise dans l'intervalle centré en la moyenne de ces vitesses plus ou moins  $r$  fois la déviation standard associée alors, le vecteur est rejeté. L'ensemble des filtrages ont été faits avec les paramètres suivants :  $n = 3$ ,  $r = 3$ . Ces deux filtres opèrent a priori sur des vecteurs à deux composantes. Nous les avons donc utilisés trois fois successivement sur les trois couples de composantes envisageables.

La proportion de vecteurs rejetés par cette méthode au cœur de l'écoulement est de l'ordre de un pour cent.

**Filtres de remplacement :** Les vecteurs rejetés par l'un ou l'autre des deux filtres de détection sont remplacés a posteriori par la médiane calculée sur des fenêtres de  $n$  par  $n$  vecteurs. Nous insistons sur le fait que tous les vecteurs aberrants sont identifiés avant d'être remplacés. Ainsi, les vecteurs "remplaçants" ne jouent aucun rôle dans la détection. De plus, les remplacements se font en parcourant une boucle qui commence par les vecteurs ayant le moins de voisins aberrants pour finir par ceux qui en ont le plus. Ainsi, on limite la propagation d'erreurs liées au mode de remplacement. La figure 2.8 présente un champ instantané non filtré et le même champ après application du filtrage empilés. En rouge apparaissent les vecteurs qui ont été modifiés par notre filtre. Pour plus de lisibilité, nous n'avons représenté qu'un quart du plan de mesure. On voit que les vecteurs non physiques sont tous éliminés et que la méthode affecte très peu les autres.

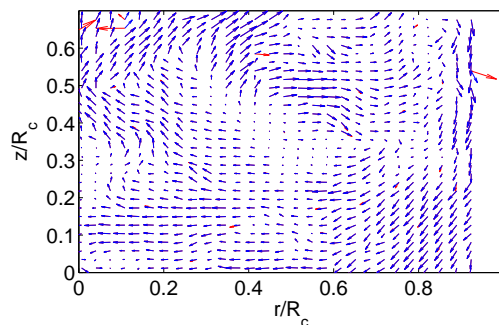


FIG. 2.8: Empilement de deux champs de vitesse issus de la même mesure. En rouge le champ brut, en bleu le champ filtré.

**Reconstruction de zones masquées :** Nous avons également utilisé ces algorithmes pour reconstruire les zones du plan de mesure masquées par l'anneau quand la cuve cylindrique en était munie. Dans ces cas là, en résolution  $32 \times 32$ , deux lignes de vecteurs échappaient à la mesure. Ceci constituait donc des clusters de vecteurs à reconstruire de grandes tailles. Pour illustrer la qualité de cette reconstruction, nous avons, à partir d'un champ mesuré en tout point, créé trois clusters vides de vecteurs. Le haut de la figure 2.9 situe ces trois clusters et leur voisinage immédiat par rapport au plan de mesure. Dans le bas de cette même figure nous avons pour chacune des zones de reconstruction représenté en bleu la mesure originale et en rouge la reconstruction ex-nihilo. Dans les zones de faibles gradients, la reconstruction est en bon accord avec le champ réel, ce qui n'est pas le cas dans les zones de forts gradients. Néanmoins, on voit que cette reconstruction ne génère pas de vecteurs aberramment longs. Par conséquent, les champs issus de mesures avec



anneau reconstruits seront dignes de confiance pour les valeurs moyennes. Pour les paramètres plus fins tels que les fluctuations, il est possible que nous les sous-estimions légèrement dans la zone masquée par l'anneau qui représente 3% du plan de mesure.

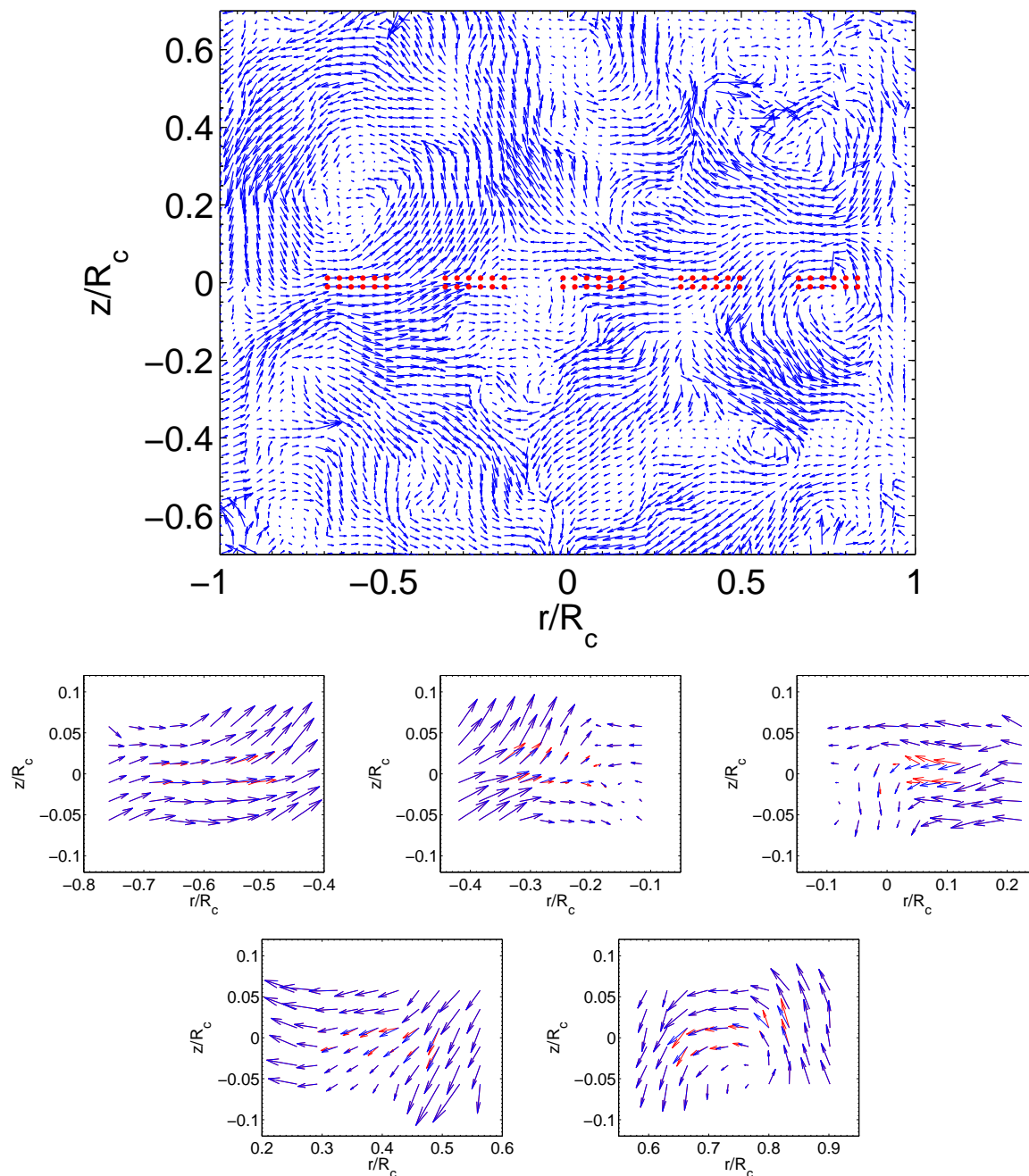


FIG. 2.9: Empilement de deux champs de vitesse issus de la même mesure en différentes positions le long du plan équatorial du cylindre. En bleu, la mesure originale, en rouge le champ reconstruit. En haut, vue générale du champ de vitesse dont sont tirées les cinq figures suivantes. Les points rouges matérialisent les points qui ont été supprimés en vue d'être reconstruits.

### 2.2.5 Exemple

Nous développons ici un exemple de la chaîne de traitements que nous venons de décrire. Les figures 2.10 et 2.11 rassemblent les différentes étapes sous forme de photos et de champ de vecteurs. De haut en bas :

- Les deux photos prises simultanément par chacune des caméras.
- Les deux champs de vitesse à deux composantes associés à chaque caméra issus des clichés précédents.
- Le champ de vitesse à trois composantes reconstruit à partir des deux champs à deux composantes : à gauche composante poloïdales, à droite composante azimutale.
- Ce même champ après filtrage des vecteurs aberrants.

## 2.3 Autres mesures

Outre les mesures par PIV, nous avons également fait quelques mesures à l’aide d’un système de vélocimétrie laser doppler et nous avons exploité les mesures de champs de vitesses faites par Florent Ravelet durant sa thèse. Vers la fin de la thèse, dans l’idée de comparer les écoulements purement hydrodynamiques de Saclay à celui en sodium de Cadarache, nous avons été amenés à faire quelques mesures de couples. Nous présentons donc rapidement les principes de ces mesures.

### 2.3.1 Vélocimétrie Laser Doppler (LDV)

Nous renvoyons au manuscrit de thèse de Florent Ravelet [99] et à la bibliographie sur le sujet qu’il y présente pour une description plus complète de la LDV et de la méthodologie qu’il a employée sur le montage VKE.

#### 2.3.1.1 Principe

Cette méthode permet la mesure d’une composante de vitesse “en un point” d’un écoulement ensemencé par des particules de taille micrométrique ( $10-50\mu m$ ). Deux faisceaux laser cohérents, dont les fréquences sont légèrement décalées interfèrent dans un petit volume de l’écoulement. Lorsqu’une particule traverse la zone d’interférence, un photorécepteur placé près de la tête des lasers récupère la lumière qu’elle émet en scintillant. La fréquence de scintillement  $f_s$  est reliée à la vitesse  $v$  de la particule dans la direction des franges, à l’interfrange  $\delta$  et à la fréquence  $f_d$  de défilement des franges par la relation  $f_s = f_d + \frac{v}{\delta}$ . La mesure consiste donc en un enregistrement échantillonné aléatoirement d’une composante de la vitesse au cours du temps.

#### 2.3.1.2 Caractéristiques de la mesure

La géométrie de l’expérience ne permet de mesurer facilement que les vitesses azimutale et axiale ( $v_\theta$  et  $v_z$ ). Les séries temporelles de mesure enregistrent typiquement 190000 valeurs de la vitesse pendant un temps de l’ordre de deux minutes. La fréquence d’acquisition moyenne est donc de l’ordre de  $1kHz$ . A partir de ces séries statistiques, il est possible d’évaluer la vitesse moyenne, la vitesse la plus probable et les moments d’ordre supérieurs de la vitesse composante par composante et point de mesure par point de mesure. En pratique, la mesure se fait en deux passes sur une grille couvrant en  $z$  toute la hauteur séparant les turbines, et s’étendant en  $r$  entre l’axe et une paroi du cylindre. Ainsi, les vitesses sont mesurées sur la moitié d’un plan méridien du cylindre d’expérience. En utilisant l’incompressibilité et le fait que l’écoulement moyen est axisymétrique, le champ de vitesse moyen de la composante radiale de la vitesse peut être reconstruit point par point (cf. section 3.1).

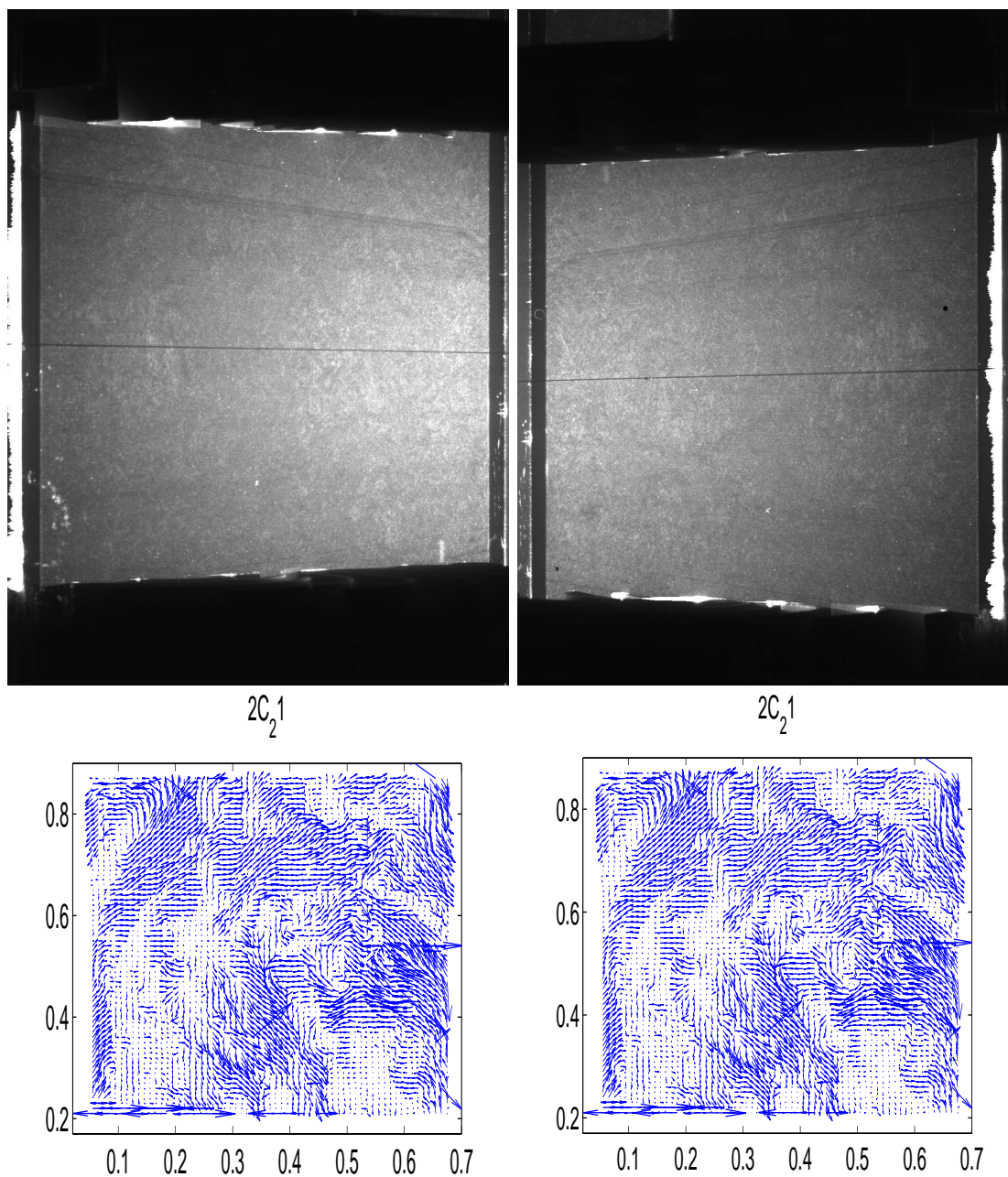


FIG. 2.10: Etapes successives illustrant la chaîne de traitements SPIV depuis les clichés originaux jusqu'aux champs de vitesses à trois composantes filtrés - partie 1 : En haut, les deux photos originales associées au premier flash laser prises par chacune des caméras. En bas, les deux champs à deux composantes reconstruit pour chacune des caméras.

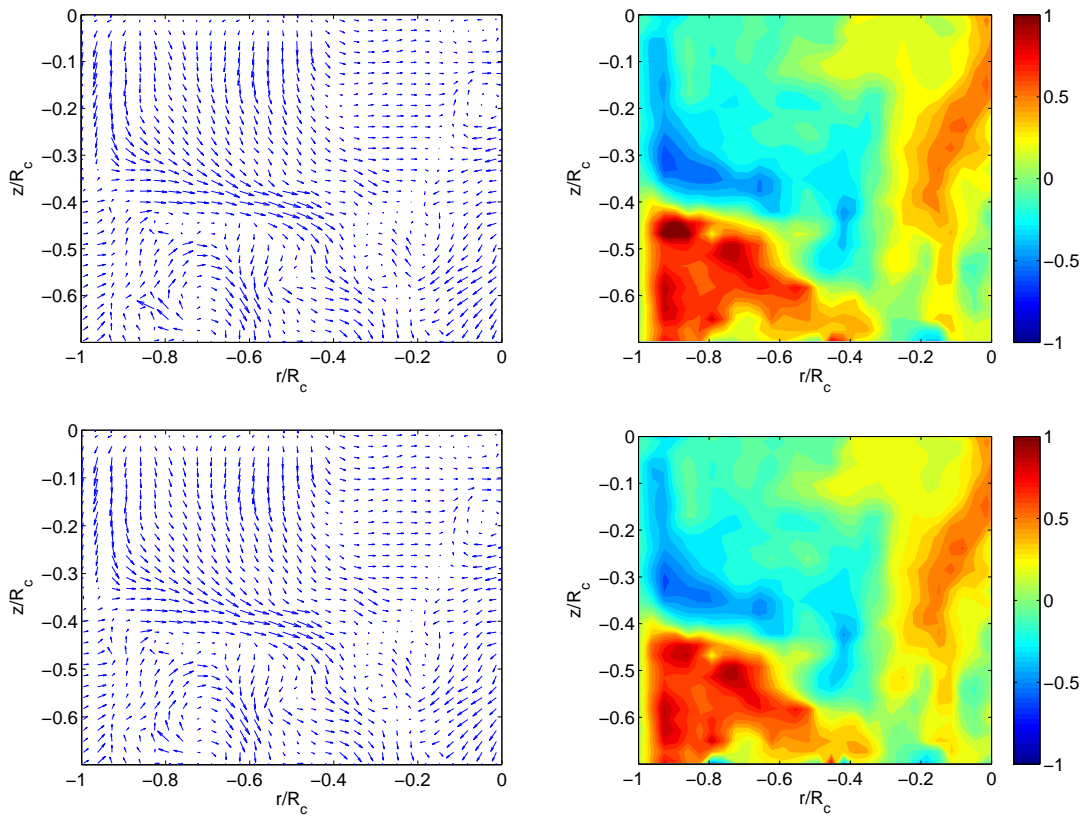


FIG. 2.11: Etapes successives illustrant la chaîne de traitements SPIV depuis les clichés originaux jusqu'aux champs de vitesses à trois composantes filtrés - partie 2 : parties poloïdale et toroïdale du champ de vitesse à trois composantes mesurées. En haut avant filtrage, en bas après filtrage.

**Remarque :** Le “point de mesure” est un ellipsoïde de révolution dont les deux axes principaux ont pour longueurs respectives 1.0mm et 0.13mm. Par conséquent, les grandeurs statistiques associées aux vitesses mesurées résultent d’une moyenne sur ce volume.

### 2.3.2 Mesures de couple

Dans le cadre de l’étude des régimes de forçages asymétriques ( $F1 \neq F2$ ) qui sera présentée dans la deuxième partie de manuscrit (voir section 9.5), nous avons été amené à mesurer les couples fournis par les moteurs. Ceux-ci sont commandés par deux variateurs munies de sorties logiques donnant les couples fournis par les moteurs par une mesure de l’intensité du courant délivré. Une autre façon de mesurer ces couples consiste à utiliser la sortie analogique également disponible sur les variateurs et qui fournissent des tensions proportionnelles aux fréquences de rotation et aux couples délivrés. Ces sorties analogiques sont ensuite filtrées par passe-bas par un filtre actif mis en place par Ravelet. Pour passer des mesures brutes ainsi obtenues à des mesures de couple en Newton-mètre, une phase d’étalonnage à l’aide des sorties logiques est requise. Les couples statiques associés à chaque chaîne de transmission doivent également être soigneusement estimés et retranchés des mesures brutes. Ceci étant fait, nous verrons que les mesures obtenues sont précises comme en témoigne la symétrie observée sur les courbes de la figure 9.22 présentée à la section 9.4. Nous avons fait peu de mesures de couples et nous sommes essentiellement reposés sur le travail d’étalonnage et de métrologie effectué par Ravelet [99].

# PIV : Post-traitements et validation

---

Nous venons de présenter le dispositif de SPIV dont nous nous sommes servis au cours de cette thèse. Nous avons donné les principes de cette mesure et avons détaillé la façon dont nous l'avons mise en œuvre autour du montage VK2. La raison première de l'utilisation de la PIV était de pouvoir mesurer dans l'écoulement de von Kármán les grandeurs associées à la mécanique statistique qui sera présentée au chapitre suivant et qui a servi de fil rouge à notre étude. Obtenir ces grandeurs à partir des données initiales de vitesse nécessite un certain nombre de post-traitements qui seront présentés à la section 3.1.

L'utilisation de mesures par PIV était inédite dans le groupe instabilités et turbulence qui avait jusqu'à notre arrivée utilisé un système de vélocimétrie laser Doppler pour réaliser des mesures de vitesse turbulente. Notre première démarche après l'obtention de champ de vitesse dans l'écoulement de von Kármán à l'aide de la PIV a été de valider nos mesures en les comparant (pour les écoulements moyens bien sûr) à celles obtenues auparavant par Ravelet en LDV. Cette validation sera présentée pour les mesures brutes de vitesse à la section 3.2 où nous estimons par ailleurs les incertitudes de nos mesures.

En marge de l'étude statistique de la turbulence axisymétrique, nous avons tenté de compléter légèrement l'étude déjà presque exhaustive de Ravelet [99] des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement moyen de von Kármán et nous nous sommes intéressés à la façon dont l'écoulement de von Kármán converge vers sa moyenne. Ces deux études seront introduites dans ce chapitre et détaillées dans les annexes A et B.

## 3.1 Post-traitements

### 3.1.1 Champs requis

Afin de nous consacrer à l'étude de l'écoulement de von Kármán avec les outils issus de mécanique statistique qui sera présentée au chapitre 4, nous avons besoin des grandeurs suivantes :

- Cartes de champs moyen, de champs *rms* et de champ des plus probables (nous définissons ce terme au paragraphe suivant) pour :
  - les trois composantes de la vitesse ( $v_r$ ,  $v_\theta$  et  $v_z$ ).
  - la composante azimutale de la vorticité (  $\omega_\theta$  ).
  - la fonction de courant  $\psi$  telle que  $((v_r, v_z) = r^{-1}(-\partial_z\psi, \partial_r\psi))$ .
- Cartes de champs instantanés pour :
  - les trois composantes de la vitesse ( $v_r$ ,  $v_\theta$  et  $v_z$ ).
  - la composante azimutale de la vorticité (  $\omega_\theta$  ).

**Champ des plus probables :** Ce champ est construit point de mesure par point de mesure en prenant en chaque point la valeur la plus probable de la grandeur mesurée.

### 3.1.2 Champs accessibles

**Via la LDV :** Les mesures LDV donnent (cf. section 2.3.1) accès à des séries temporelles de mesures de vitesse axiale et azimutale. Nous pouvons mesurer expérimentalement les valeurs moyennes, *rms* et plus probables de ces vitesses. A partir des champs de vitesse moyennés en temps, on peut aussi dresser les cartes de fonction de courant et de vorticité azimutale. La fonction de courant étant connue, on peut la dériver pour obtenir une carte de champ moyen pour la vitesse radiale. Quant à la fonction de courant la plus probable, elle est accessible à parti du champ de vitesse axiale le plus probable si on fait l'hypothèse que le champ des plus probables est à divergence nulle, ce qui est loin d'être évident. Les séries statistiques des mesures LDV sont très grandes (190000 points), les valeurs les plus probables et *rms* qu'on en tire sont très bien convergées.

**Via la SPIV :** La PIV stéréoscopique donne accès à toutes les grandeurs requises, d'où son emploi au cours de cette thèse. Il faut néanmoins reconnaitre que, les acquisitions étant de 5000 instantanées, les grandeurs statistiques sont bien moins bien convergées qu'en LDV.

### 3.1.3 Modes d'obtention

#### 3.1.3.1 Fonction de courant, vitesse radiale

La fonction de courant est simplement obtenue par intégration spatiale de la vitesse axiale mesurée par une méthode des trapèzes. Etant définie à une constante près, on choisit cette constante de façon que la fonction de courant s'annule sur l'axe du cylindre (le débit à travers une tranche d'altitude  $z$  donnée devant être nul, la fonction de courant s'annule donc aussi en  $r = R$ ).

La vitesse radiale est obtenue par dérivation spatiale de la fonction de courant. Nous revenons plus en détail sur les méthodes de dérivation utilisées dans le paragraphe suivant consacré à la vorticité.

#### 3.1.3.2 Vorticité

Nous avons successivement utilisé plusieurs modes d'obtention de la vorticité réduisant à chaque fois le bruit numérique que nous introduisons.

- **Méthode par dérivation :** Une façon naïve de dériver un champ spatial par rapport à l'une de ses coordonnées consiste à choisir un schéma numérique d'ordre plus ou moins élevé et à l'appliquer. Le bruit numérique résultant sera d'autant plus élevé que les données originales seront bruitées et que la mesure aura été faite sur peu de points. Dans le cadre des mesures de LDV qui impliquent seulement 11 points de mesure dans la direction de dérivation avec une résolution de 1cm, le bruit numérique est très important. En augmentant artificiellement la résolution par interpolation avant de dériver, on réduit un peu le rapport signal sur bruit, mais celui-ci demeure élevé.
- **Méthode par interpolation :** Le logiciel Matlab propose une méthode de dérivation qui permet de réduire de façon très significative le bruit. Elle consiste à faire une interpolation des données, puis d'estimer la dérivée du signal original à partir des dérivées des différentes fonction utilisées pour l'interpolation. On peut utiliser n'importe quel type de fonction et n'importe quelle méthode d'ajustement des données.

- **Méthode par convolution** : Une méthode qui donne des résultats bien meilleurs consiste à convoluer le signal dont on cherche la dérivée par la dérivée d’une gaussienne. On obtient ainsi, sans faire à proprement parler de dérivation, une estimation lissée de la dérivée du signal original. La justification de cette méthode est résumé par la relation 3.1 où  $f$  est le signal à dériver,  $g$  la gaussienne et  $*$  désigne le produit de convolution :

$$\begin{aligned}
 f' * g &= \int_{\mathcal{R}} f'(x)g(x+y)dy & (3.1) \\
 &= \left[ fg \right]_{\mathcal{R}} - \int_{\mathcal{R}} f(x)g'(x+y)dy \quad \text{par intégration par parties} \\
 &= -f * g'.
 \end{aligned}$$

Il faut alors bien choisir les paramètres de la gaussienne (horizon de définition et écart type) afin d’obtenir la meilleure dérivation possible.

- **Méthode par circulation** : Enfin quand la grandeur à dériver est la vitesse en vue d’obtenir la vorticité, on peut exploiter le fait que la circulation de la vitesse sur un contour fermé est égal au flux de la vorticité à travers une surface s’appuyant sur ce contour (théorème de Stokes). Le calcul pratique revient en fait à utiliser une méthode de dérivation type éléments finis, mais on est sûr d’avoir choisi le schéma numérique introduisant le moins de bruit.

La figure 3.1 présente un profil de vorticité de champ moyen obtenu par chacune de ces quatre méthodes. Hormis le champ de vorticité obtenu par dérivation simple, tous les champs ont la même structure et ne diffèrent que par leur niveau de régularité. La méthode par convolution fournit le champs le plus lissé.

## 3.2 Validation des mesures de vitesse

Nous présentons les différentes étapes de validation de nos mesures. Une étude de la convergence de l’écoulement vers sa moyenne nous a permis de choisir la durée de nos acquisitions. Les mesures associées sont ensuite validées via des mesures globales et des comparaisons de profils moyens aux mesures antérieures réalisées par LDV. Enfin, nous détaillons l’obtention des incertitudes de nos mesures.

### 3.2.1 Vitesse de convergence

Lors de la mise en place de la PIV, s’est posée la question du nombre d’acquisitions minimum requis pour obtenir des écoulements moyennés bien convergés. Au-delà de cette problématique pratique, nous avons essayé d’obtenir des informations sur l’écoulement de von Kármán à partir de cette étude de la convergence.

Afin de quantifier la convergence de l’écoulement vers sa moyenne, nous avons réalisé des moyennes sur des temps plus ou moins long de nos acquisitions, et nous sommes dotés d’un moyen de comparer ces moyennes “relatives” à la moyenne obtenue sur tout le signal. Nous avons essayé de comprendre si la convergence observée était de nature physique ou statistique et s’il était possible d’extraire de notre étude des temps caractéristiques pertinents pour l’analyse et la compréhension de l’écoulement. Les résultats que nous obtenons ne permettent pas de tirer de conclusions claires. A partir des mesures de SPIV échantillonnées à basses fréquences ( $\simeq 1-5\text{Hz}$ ), il semble que la convergence observée soit essentiellement d’origine statistique. Les courbes obtenues ne permettent pas d’extraire un quelconque temps de convergence qui pourrait être relié



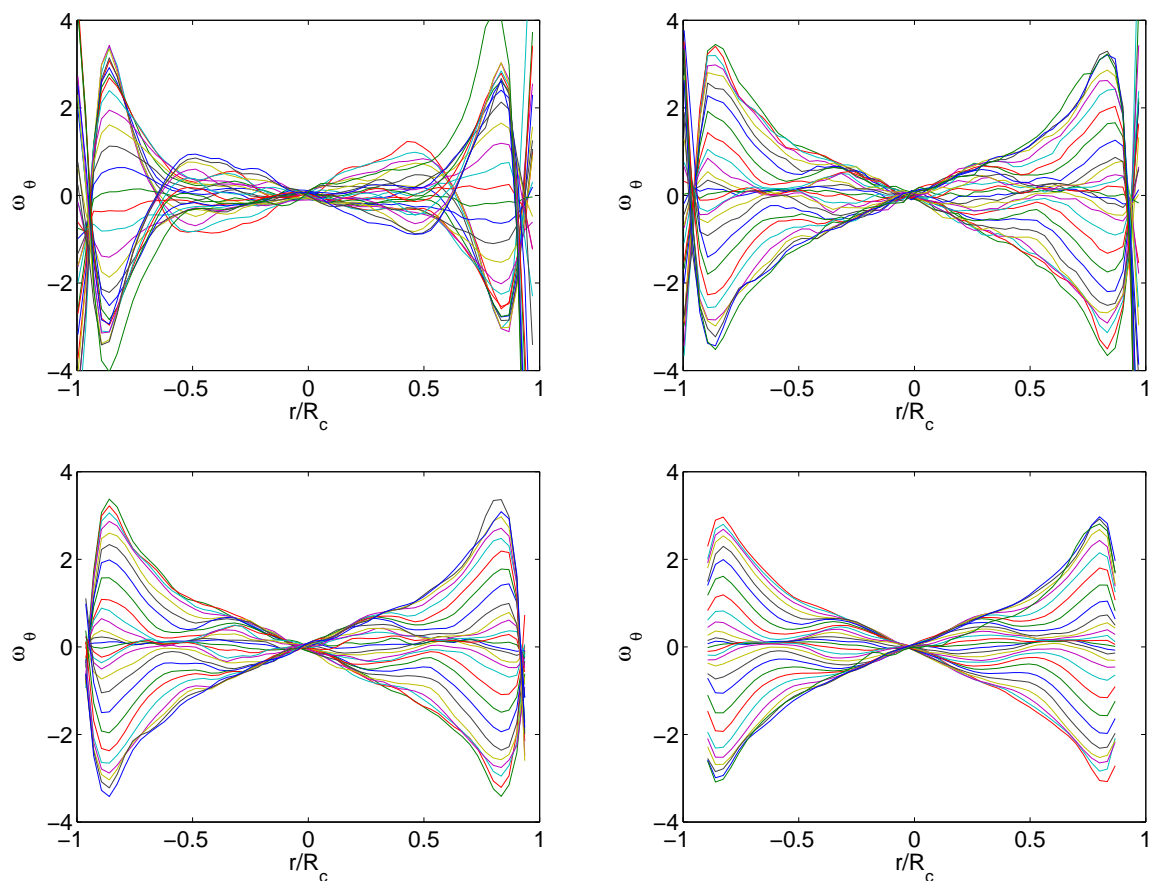


FIG. 3.1: Champs de vorticité pour un écoulement moyen réalisé avec des turbines TM60 tournant dans le sens négatif. De gauche à droite et de haut en bas : dérivation par différences finies d'ordre 2, dérivation par interpolation, dérivation par circulation et dérivation par convolution.

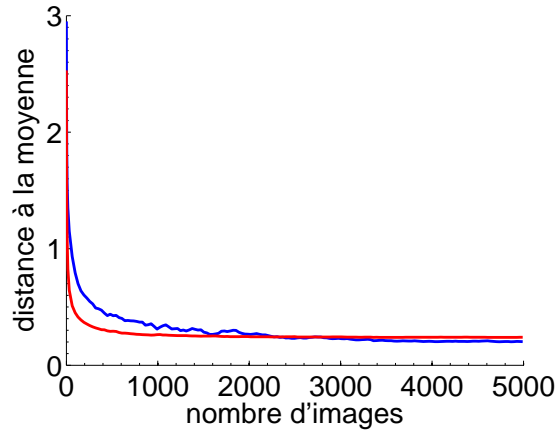


FIG. 3.2: Convergence des acquisitions de PIV vers leur moyenne. La courbe bleue et la courbe rouge sont associées à des expériences en contra rotation exacte dans le sens négatif et positif respectivement. La moyenne de référence est construite à partir de l'ensemble des expériences réalisées dans le sens de rotation considéré à haut nombre de Reynolds. La fréquence d'acquisition est de l'ordre de 13Hz. En noir, une loi de puissance en  $-1/2$ .

aux caractéristiques des expériences réalisées. La seule chose que l'on puisse dire est que, suivant la zone de l'écoulement considérée, la convergence est plus ou moins rapide. Cette inhomogénéité de l'écoulement de von Kármán n'est pas une surprise, et les zones de convergence "lente" sont bien sûr celles où l'écoulement fluctue le plus, là où la couche de mélange est la plus active notamment. Il apparaît tout de même que les trois composantes ne convergent pas à la même vitesse, la composante azimutale semblant être la plus rapide. Les définitions utilisées pour quantifier l'écart entre deux écoulements et les courbes de convergences que nous avons obtenues sont présentées dans l'annexe A de cette partie. Un dispositif de mesure résolu en temps permettrait a priori de conclure de façon plus catégorique sur la nature statistique ou physique de la convergence observée.

La figure 3.2 présente l'évolution de la distance séparant les moyennes relatives et la moyenne obtenue avec 5000 instantanés. On voit qu'au-delà de 500 – 1000 échantillons, cette distance n'évolue presque plus, le choix de travailler avec 5000 acquisitions est donc très bon du point de vue des moyennes, pour les valeurs *rms*, il est sûrement encore faible, mais la technologie DANTEC que nous utilisons ne permet pas de réaliser d'acquisitions plus larges. Notons que la convergence est plus rapide quand les turbines tournent dans le sens positif.

### 3.2.2 Comparaison PIV - LDV

#### 3.2.2.1 Champs de vitesse

Nous présentons ici une comparaison quantitative des mesures de champs moyens LDV et SPIV. Sur la figure 3.3 sont empilés des profils de vitesses mesurés par PIV stéréoscopique dans l'expérience VKR et par LDV dans l'expérience VKE avec les mêmes turbines tournant à la même fréquence (TM60 à 4Hz dans le sens négatif) pour des iso-valeurs de  $r/R_c$  et  $z/R_c$ .

**Benchmark des mesures de SPIV :** On voit que les profils de SPIV et de LDV de vitesses axiale et azimutale sont tout à fait consistants et parfois même confondus. Il apparaît même que les profils SPIV sont plus réguliers, notamment pour la vitesse axiale. Nous concluons en accordant une très grande confiance aux profils moyens mesurés par stéréoscopie. Ceci constitue

également une très bonne validation de la procédure de calibration. Nous analyserons plus avant les parts symétriques et antisymétriques des profils quand nous aborderons les erreurs de mesure.

**Validité de la reconstruction en LDV :** Comme nous l’avons signalé à la section 3.1.2, la composante radiale du champ moyen de vitesse mesuré par LDV était reconstruite par dérivation de la fonction de courant, notamment pour alimenter les codes de dynamo cinématiques (cf. paragraphe 6.3.2), lors des thèses de Florent Ravelet [99] et de Louis Marié [68; 64]. Un grand nombre de résultats ont été dérivés à partir de cette reconstruction sans qu’on soit vraiment sûr de sa validité. Au vu de la comparaison des profils issus de la SPIV et de la reconstruction à partir de la LDV, on peut valider cette méthode tout en signalant que son défaut majeur semble simplement l’introduction d’un bruit lié à la dérivation.

### 3.2.2.2 Grandeurs hydrodynamiques globales

La comparaison des champs de vitesse de la figure 1.2 présentée dans le premier chapitre de cette partie est très instructive. Rappelons qu’elle présente des écoulements obtenus en utilisant le même jeu de turbines (des TM73) tournant dans les deux sens possibles. Au premier abord, les topologies de ces deux écoulements semblent tout à fait similaires, mais une attention plus profonde révèle plusieurs différences. La quantification de ces différences n’est pas aisée mais peut se révéler d’un intérêt profond pour comprendre l’influence du forçage sur la topologie des écoulements observés. C’est en utilisant ces connaissances acquises pendant sa thèse que Ravelet a proposé une géométrie “optimale” du point de vue de l’écoulement moyen pour l’observation d’un effet dynamo dans l’expérience VKS2 (cf. paragraphe 6.3.2). Ravelet avait réalisé une étude systématique de l’influence de la taille des turbines et de l’angle de sortie des pales sur les propriétés hydrodynamiques de l’écoulement moyen. Il avait également commencé à quantifier le rôle joué par la présence d’un anneau dans le plan équatorial. Notre étude nous a permis de rajouter quelques mesures à la longue liste des siennes. Toutes nos expériences ont été réalisées à de grands nombre de Reynolds (*i.e.*  $Re > 10^5$ ), c’est à dire dans une gamme où toutes les grandeurs mesurées adimensionnées sont supposées être indépendantes de  $Re$ . Nous avons vérifié cette assertion ainsi que la compatibilité de nos mesures avec celles de Ravelet qui avait pourtant été réalisée sur un autre dispositif expérimental (VKE) à l’aide de mesure par LDV. Nous ne commentons pas d’avantage ces mesures, l’annexe B présente les définitions des grandeurs hydrodynamiques étudiées ainsi que les résultats de nos mesures.

### 3.2.2.3 Coarse-graining

Dans la présentation de la mécanique statistique qui a servi de guide à ce travail (cf. chapitre 4), nous verrons le rôle clé joué par le niveau de coarse-graining auquel les mesures sont faites. Nous montrons ici les différentes échelles de moyennage spatial mises en jeu lors de nos mesures.

**Mesures par PIV :** Dans le cadre des mesures par PIV, l’échelle de coarse-graining est déterminée par la taille des fenêtres d’interrogation. Afin de satisfaire les conditions de qualité présentées à la section 2.2, il est exclu, dans l’écoulement de von Kármán, de travailler avec des fenêtres de plus de  $32 \times 32$  pixels. La borne inférieure est donnée par notre système d’acquisition :  $16 \times 16$  pixels. La SPIV nous permet donc de faire les mesures à deux échelles seulement. Le temps de calcul et le volume des données post-traitées sur les disques sont tels que nous avons choisi de mesurer toutes les grandeurs en résolution 32 et certaines seulement en résolution 16. Les volumes de moyennage ( $\nu_{res}$ ) dans l’espace physique sont à peu près des parallélépipèdes rectangles. L’épaisseur de la nappe étant de 1.5mm et 1 pixel correspondant à 0.11mm, on obtient des volumes d’intégration  $\nu_{16} = 4.7\text{mm}^3$  et  $\nu_{32} = 18.6\text{mm}^3$  correspondant à des longueurs caractéristiques de l’ordre de 1.7mm et 2.6mm respectivement.

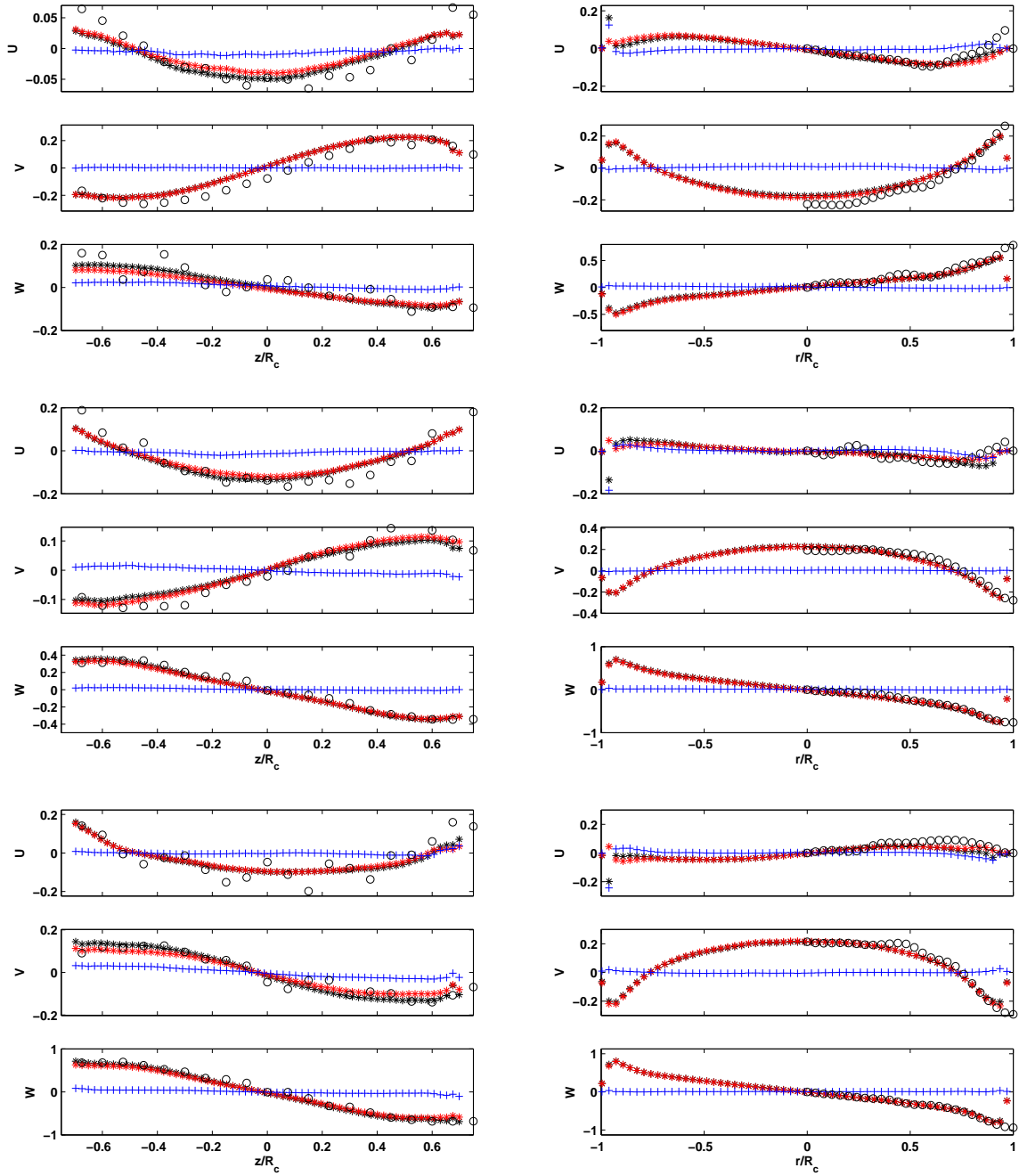


FIG. 3.3: Profils de vitesse pour des iso-valeurs de  $r/R_c$  (colonne de gauche, de haut en bas :  $r/R_c = 0.16$ ,  $0.56$  et  $0.84$ ) et de  $z/R_c$  (colonne de droite, de haut en bas :  $z/R_c = 0.3$ ,  $0.45$  et  $0.6$ ). Les ronds noirs sont les mesures par LDV, les étoiles noires les mesures de SPIV, les étoiles rouges et les croix bleues leur part symétrique et antisymétrique respectivement.  $U$ ,  $V$  et  $W$  sont respectivement les vitesses radiale, axiale et azimutale.

**Mesures par LDV :** L'échelle de coarse-graining est donnée par le volume de la zone d'interférence. Celle-ci est un ellipsoïde de révolution d'axes mesurant 1mm, 0.13mm et 0.13mm conduisant à  $\nu_{LDV} = 0.017\text{mm}^3$  bien inférieur aux volumes de moyennages de la SPIV et donnant une longueur caractéristique de 0.26mm. En revanche, la vorticité moyenne est mesurée à une échelle d'ordre 10mm, pas de la grille de mesure et de la dérivation.

### 3.2.3 Incertitudes de mesure

#### 3.2.3.1 Vitesses par SPIV

Pour prendre en compte l'ensemble des erreurs de mesure du système de SPIV, il faut considérer toutes les étapes menant des photos aux champs de vitesse reconstruits. Nous allons donc les passer en revues et estimer l'erreur induite par chacune d'entre elles :

**Corrélation :** La première étape est, comme nous l'avons vu, l'obtention par cross-corrélation de deux champs 2D à deux composantes à partir des deux paires d'images. Les incertitudes liées à ce traitement sont exactement celles de la PIV classique. Les paramètres de contrôle de ces erreurs sont les suivants :

- Le nombre de particules présentes dans les deux fenêtres d'interrogation  $N = N_{fen} \times R_p$  doit être supérieur à 7 ( $N_{fen}$  est le nombre moyen de particules par FI et  $R_p$  est le ratio moyen de particules présentes dans les deux images). Chez nous,  $N_{fen}$  est au minimum de 10 et  $R_p$  de l'ordre de 0.8. Par conséquent  $N$  est de l'ordre de 8.
- Le gradient moyen dans une fenêtre d'interrogation  $\Delta U \Delta t$  doit être inférieur au demi diamètre d'une particule. Nos acquisitions sont réalisées avec des  $\Delta t$  de l'ordre de  $100\mu\text{s}$  et des particules de diamètre  $20\mu\text{m}$ . Le  $\Delta U$  maximal admissible est donc de l'ordre de  $\Delta U_{max} = 0.2\text{m.s}^{-1}$ .

Si les deux conditions précédentes sont remplies, l'erreur due à la corrélation est inférieure à 0.1 pixel. Les déplacements typiques sur nos images de SPIV étant de 3 – 4 pixels, cette erreur donne une incertitude de l'ordre de 3% sur la vitesse mesurée.

**Reconstruction du champ de vitesse à trois composantes :** Cette deuxième étape peut entrainer de lourdes erreurs si la mire de calibration n'est pas parfaitement alignée avec la nappe laser. L'estimation de cette erreur est assez difficile à mettre en place [97] et nous nous sommes contentés de l'estimer à partir des profils moyens.

**Mesure de l'erreur sur les profils moyens :** La symétrie de l'écoulement moyen peut nous apporter un moyen de mesure a posteriori des incertitudes sur le champ de vitesse mesuré. L'écoulement moyen est en effet symétrique par rapport à tout axe perpendiculaire à l'axe du cylindre et passant par son sens. On peut donc exploiter cette symétrie pour avoir une estimation des erreurs faites dans la mesure des vitesses. Les tracés de la figure 3.3 présentent, outre la comparaison des champs SPIV et LDV, les parts symétriques et antisymétriques des profils moyens. La valeur *rms* de cette dernière est une bonne estimation des erreurs systématiques de notre appareil de mesure qui est donc de l'ordre de 3 – 4% au maximum. Cette valeur est compatible avec les estimations faites aux paragraphes précédents et avec les valeurs avancées par DANTEC, fournisseur du matériel, pour la configuration que nous avons choisie. Nous estimerons donc avoir mesuré les vitesses de notre écoulement à 4% près.

#### 3.2.3.2 Nombre de Reynolds

L'incertitude sur la valeur du nombre de Reynolds vient de celles que l'on a de la vitesse des turbines et de la viscosité du fluide. Il faut distinguer les mesures réalisées dans le glycérol par

Florent Ravelet de celles faites en eau. Pour les premières, nous nous fondons sur les estimations données par celui-ci qui assure une précision de 10% sur les nombres de Reynolds calculés. Pour les secondes, l'eau n'étant pas régulée en température dans la gamme 25 – 35°C et les moteurs étant asservis à  $\pm 2$  tours par minute, les nombres de Reynolds donnés sont précis à 15% près. Nous verrons cependant que, dans les régimes à très haut nombre de Reynolds considérés, les grandeurs mesurées n'en dépendent plus. Dès lors, une estimation précise de celui-ci importe moins.



# Turbulence et mécanique statistique

---

Dans l'introduction de la première partie de ce manuscrit, nous avons insisté sur l'importance que prend la mécanique statistique des systèmes hors-équilibre dans la physique actuelle. Nous avons essayé de montrer comment la turbulence pouvait se présenter comme un cadre naturel, bien que difficile, pour faire avancer nos connaissances dans ce domaine et comment dans le même temps, l'étude de la turbulence en elle-même pouvait profiter de cette approche statistique. Les résultats théoriques que nous avons obtenus au cours de cette thèse seront présentés en 4.3. Ils s'appuient sur le développement d'une mécanique statistique des écoulements axisymétriques réalisé par Nicolas Leprovost, Bérengère Dubrulle et Pierre-Henri Chavanis [59]. Nous rappelons les grandes lignes de leur travail en 4.2. Notre étude comme la leur se situe dans la lignée des travaux de Onsager [84] et ont été motivées par les avancées réalisées dans le cadre de la turbulence bidimensionnelle par Sommeria et Chavanis à la fin des années 90 en s'appuyant sur les travaux mathématiques de Robert et Sommeria [114]. Nous commencerons donc ce chapitre en dressant un historique très partial de la mécanique statistique appliquée à la turbulence 2D.

## 4.1 La turbulence 2D et quasi-2D : les héritiers d'Onsager

Nous présentons ici le chemin parcouru depuis les premiers travaux d'Onsager en 1949 jusqu'aux résultats obtenus récemment pour la turbulence 2D et quasi-2D par Chavanis et Bouchet en s'appuyant sur les développements de Robert et Sommeria.

### 4.1.1 Genèse

Onsager en 1949 a proposé une description de la turbulence bidimensionnelle non visqueuse à l'aide de tourbillons ponctuels [84]. Il a bâti une mécanique statistique hamiltonienne pour un ensemble de  $N$  tourbillons à l'aide des méthodes classiques de physique statistique. L'apparition de températures négatives dans le système lui permet de justifier pour la première fois l'existence de grandes structures tourbillonnaires cohérentes en turbulence bidimensionnelle. Par la suite, Joyce et Montgomery ont développé une théorie de champ moyen permettant de rendre plus quantitatives les prédictions d'Onsager [49]. Néanmoins, la modélisation discrète de champs continus de vortacité pose un certain nombre de problèmes. Tout d'abord, le choix de la discrétisation joue un rôle crucial dans les états d'équilibre observés. En outre, la possibilité pour deux tourbillons d'être infiniment proches n'est pas compatible avec l'équation d'Euler.



### 4.1.2 Le passage au continu

C'est presque simultanément que Miller [69], et Robert et Sommeria [103; 114] développent au début des années 90 la mécanique statistique de champs de vorticité continue. Leur description se fait en introduisant la probabilité  $\rho$  d'observer le niveau de vorticité  $\omega$  au point  $\mathbf{r}$  de l'espace. De plus ils remplacent l'étude d'un champ infiniment résolu de vorticité par celle d'un champ moyenné à une certaine échelle, *ie coarse-grain*<sup>1</sup>. Cette démarche est justifiée physiquement en invoquant le mélange à des échelles de plus en plus fines développée par l'équation d'Euler. La résolution du problème se fait en introduisant une entropie de mélange et en la maximisant sous contrainte des grandeurs conservées par la dynamique de l'écoulement.

### 4.1.3 Des résultats encourageants

Sommeria et Robert ont, dès 1991, testé numériquement cette approche statistique pour l'étude d'une couche de cisaillement avec Staquet [115] et dans le cadre de l'approximation  $\beta$ -plane avec Nore pour prédire l'émergence de structures telles que la tache rouge de Jupiter [113]. Pierre-Henri Chavanis s'est attaché depuis 1994 à pousser le plus loin possible les possibilités de cette approche. Dans un premier temps, associé à Sommeria, il est parvenu à classifier les solutions de l'équation d'Euler 2D dans le cadre de domaines finis puis infinis [13; 17]. L'utilisation de cette mécanique statistique lui a permis de produire un modèle de viscosité effective turbulente qui préserve les symétries des équations d'Euler [16]. S'appuyant sur l'analogie formelle de ces équations et de celles de Vlasov décrivant les systèmes stellaires sans collision, il a pu élargir le champ de ses résultats à l'étude de ces systèmes [19; 18].

Les écoulements quasi-2D ou géostrophiques sont également un bon paradigme pour tester les résultats de cette mécanique statistique. Bouchet a grandement contribué à l'adaptation de ces modèles dans le cadre des approximations " $\beta$ -plane" et "shallow-water" [8; 14] qui permettent notamment de prédire l'émergence de jets intenses à la surface de Jupiter, ainsi que d'expliquer théoriquement la persistance de la grande tache rouge de cette planète. Plus récemment, l'étude des systèmes autogravitant a été entreprise dans le cadre de ce formalisme [20].

## 4.2 La turbulence axisymétrique

Encouragé par les résultats que nous venons d'évoquer, Nicolas Leprovost, Bérengère Dubrulle et Pierre-Henri Chavanis ont développé une mécanique statistique pour les écoulements axisymétriques dans la droite ligne des travaux réalisés en turbulence 2D. Dans cette section, nous motivons d'abord le choix d'étudier la turbulence axisymétrique, puis nous rappelons les points clés de cette approche qui ont servi de base à notre travail.

### 4.2.1 Pourquoi axisymétrique ?

La turbulence bidimensionnelle, bien que très intéressante d'un point de vue théorique, et dans les applications qu'on peut en tirer pour l'étude des systèmes stellaires décrits à la section précédente, est, du point de vue de la turbulence en générale, très singulière car elle ne contient pas certains ingrédients clefs de la turbulence 3D tels que le phénomène d'étirement de la vorticité. Adapter les méthodes que nous venons de décrire au problème complet de la turbulence tridimensionnelle n'est pas une chose facile en pratique<sup>2</sup>. Les développements introduits par Robert et Sommeria sont rendus possibles par l'existence d'une grandeur scalaire conservée, en l'occurrence la vorticité. Cette conservation permet d'établir un théorème de Liouville, pierre

<sup>1</sup>Néologisme issu de l'anglais *coarse-grained* qui est devenu d'un emploi fréquent dans les communautés françaises. Par la suite nous l'utiliserons donc, lui et ses dérivés, sans ménagement.

<sup>2</sup>Robert et Duchon travaillent actuellement sur cette extension de la théorie.

angulaire de la mécanique statistique. Le formalisme brièvement décrit en section 4.1 peut être étendu à toute dynamique conservant une quantité scalaire. C'est le cas des écoulements axisymétriques qui conservent le moment cinétique et présentent néanmoins des caractéristiques tridimensionnelles. De plus, les équations intervenant sont formellement très proches de celles décrivant le problème 2D.

## 4.2.2 Une théorie statistique axisymétrique

Cette partie résume un article de Leprovost et *al* paru dans Physical Review E [59].

### 4.2.2.1 Principe et hypothèses de travail

**Principes :** La mécanique statistique dont il est question ici repose sur de nouveaux principes variationnels qui, dans la lignée des travaux de Robert et Sommeria [103; 114], consistent à introduire la densité de probabilité  $\rho$  de trouver le niveau de vortacité  $\xi$  et de moment cinétique  $\sigma$  au point  $\mathbf{r}$  de l'espace. Cette densité de probabilité sert à définir une entropie de mélange  $S$  que l'on cherche à maximiser sous contrainte des grandeurs conservées par la dynamique de l'écoulement afin d'obtenir la densité "d'équilibre". On montre que ces états "d'équilibre" correspondent aux solutions stationnaires des équations de Navier-Stokes inviscides axisymétriques.

**Hypothèses :** Le cadre d'étude est délimité par les hypothèses suivantes :

- L'écoulement considéré est axisymétrique.
- Le forçage est négligé.
- La viscosité est négligée.

Ces hypothèses appellent un certain nombre de commentaires. Un écoulement turbulent ne peut pas être axisymétrique à tout instant. Il ne peut l'être qu'en moyenne si ses conditions aux limites le sont. Négliger le forçage et la viscosité revient à négliger l'injection et la dissipation de l'énergie. Ces points sont les plus délicats pour la confrontation de cette approche aux données issues d'écoulements réels pour lesquels on ne peut évidemment pas facilement les négliger.

**Notations :** Dans un premier temps, nous écrirons les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques :  $u = u_r$  est la vitesse radiale,  $v = u_\theta$  la vitesse azimutale et  $w = u_z$  la vitesse axiale,  $p$  la pression et  $\rho_0$  la masse volumique du fluide. Néanmoins, les variables pour lesquelles la mécanique statistique sera dérivée sont :

- $\psi$  : la fonction de courant résultant de l'incompressibilité et de l'axisymétrie de l'écoulement moyen qui est telle que :

$$u = -\frac{1}{r}\partial_z\psi \quad (4.1)$$

$$\text{et } w = \frac{1}{r}\partial_r\psi.$$

- $\sigma = rv_\theta$  le moment cinétique.
- $\xi = \omega_\theta/r$ , où  $\omega_\theta = \partial_z u - \partial_r w$  est la composante azimutale de la vortacité.

**Equation d'Euler dans les variables de travail :** On écrit les équations d'Euler en coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned}\frac{\partial_r(ru)}{r} + \partial_z w &= 0, \\ \partial_t u + u\partial_r u + w\partial_z u - \frac{v^2}{r} &= -\frac{1}{\rho_0}\partial_r p, \\ \partial_t v + u\partial_r v + w\partial_z v + \frac{vu}{r} &= 0, \\ \partial_t w + u\partial_r w + w\partial_z w &= -\frac{1}{\rho_0}\partial_z p,\end{aligned}\tag{4.2}$$

Prenons le rotationnel de l'équation 4.2 pour obtenir l'équation d'évolution de la composante azimutale de la vortacité :

$$\partial_t \omega_\theta + u\partial_r \omega_\theta + w\partial_z \omega_\theta = \frac{u\omega_\theta}{r} + \partial_z \left( \frac{v^2}{r} \right).\tag{4.3}$$

Enfin, une combinaison linéaire des équations 4.2-4.3 permet d'écrire un jeu d'équations traduisant la conservation du moment cinétique et ne faisant intervenir que  $\sigma$ ,  $\psi$  et  $\xi$  :

$$\begin{aligned}\partial_t \sigma + \{\psi, \sigma\} &= 0, \\ \partial_t \xi + \{\psi, \xi\} &= \partial_z \left( \frac{\sigma^2}{4y^2} \right), \\ \Delta_* \psi \equiv \frac{1}{2y}\partial_z^2 \psi + \partial_y^2 \psi &= -\xi,\end{aligned}\tag{4.4}$$

où on a fait le changement de variables suivant :  $(r, z) \rightarrow (y, z)$ , avec  $y = r^2/2$  et où  $\{\psi, \phi\} = \partial_y \psi \partial_z \phi - \partial_z \psi \partial_y \phi$  est le Jacobien.  $\Delta_*$  apparaît comme un pseudo-Laplacien.

#### 4.2.2.2 Etats stationnaires de l'équation d'Euler

Nous allons dériver la forme des solutions stationnaires des équations d'Euler axisymétriques à partir du système d'équations (4.4).

En remarquant que :

$$\left\{ \frac{\sigma}{2y}, \sigma \right\} = -\partial_z \left( \frac{\sigma^2}{4y^2} \right),\tag{4.5}$$

on écrit que les états stationnaires vérifient :

$$\{\psi, \sigma\} = 0 \quad \text{et} \quad \{\psi, \xi\} + \left\{ \frac{\sigma}{2y}, \sigma \right\} = 0.\tag{4.6}$$

On montre facilement que  $\{\psi, \phi\} = 0$ , si et seulement si  $\psi$  est une fonction de  $\phi$ . Ceci se traduit par deux relations simples reliant le moment cinétique et la vortacité à la fonction de courant :

$$\begin{aligned}\sigma &= f(\psi), \\ \xi - \frac{f(\psi)f'(\psi)}{2y} &= g(\psi).\end{aligned}\tag{4.7}$$

Cette dernière relation couplée au pseudo-Laplacien apparaissant dans le système 4.4 donne une équation au Laplacien pour  $\psi$  :

$$-\Delta_* \psi = \frac{f(\psi)f'(\psi)}{2y} + g(\psi).\tag{4.8}$$

Cette dernière équation différentielle si elle est complétée par les conditions aux limites adéquates permet, en théorie, de résoudre complètement le problème dès lors que l'on connaît les deux fonctions  $f$  et  $g$  et que l'équation admet des solutions exprimables analytiquement ou calculables numériquement.

**Remarques :** Les deux relations (4.7) définissent deux familles de fonctions  $f$  et  $g$  caractérisant les solutions stationnaires des équations d'Euler axisymétriques non forcées. Notons que ces fonctions sont a priori en nombre infini et qu'il existe une bijection entre elles et les états stationnaires. Nous verrons que la mécanique statistique permet de sélectionner parmi cette infinité de solutions celles qui seront réellement observées.

#### 4.2.2.3 Grandeurs conservées

**Expressions des lois de conservation :** Les écoulements satisfaisant le système d'équations 4.4 et nos hypothèses de départ conservent les grandeurs globales suivantes :

- L'énergie cinétique totale :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \int (u^2 + w^2) r dr dz + \frac{1}{2} \int v^2 r dr dz, \\ &= \frac{1}{2} \int \xi \psi dy dz + \frac{1}{4} \int \frac{\sigma^2}{y} dy dz. \end{aligned} \quad (4.9)$$

- L'hélicité totale :  $H = \int \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} r dr dz = \int \sigma \xi dy dz$ .
- Les Casimirs associés au moment cinétique. Comme le moment cinétique est conservé, tous les moments du moment cinétique le sont aussi :

$$I_n = \int \sigma^n dy dz \quad (4.10)$$

- De la même façon, les hélicités généralisées sont conservées :

$$H_n = \int \xi \sigma^n dy dz, \quad (4.11)$$

- En particulier, la vortacité totale est conservée :

$$\Gamma = \int \xi dy dz \quad (4.12)$$

**Impact du coarse-graining :** Dans la suite, nous serons amenés à considérer les versions coarse-grainées des équations et donc des grandeurs conservées et nous verrons apparaître une distinction entre les invariants robustes (non affectés par le coarse-graining) et les invariants fragiles qui dépendent de l'échelle à laquelle ils sont mesurés. Les Casimirs et les hélicités généralisées appartiennent à cette dernière catégorie.

#### 4.2.2.4 Mécanique statistique axisymétrique

**Entropie de mélange :** Partant d'une condition initiale quelconque, les équations d'Euler développent un processus de mélange complexe amenant à la formation de structures de plus en plus fines et par suite à un nombre croissant de degrés de liberté qu'il serait illusoire de prétendre résoudre. On peut néanmoins tirer parti du fait que les échelles développées sont de plus en plus petites. En effet, si tel est bien le cas, il existe toute une gamme d'échelles intermédiaires auxquelles le système semble à l'équilibre. Nous ne nous intéressons qu'à ce cas et

allons développer un formalisme thermodynamique basé sur la maximisation d'une entropie de mélange.

Il nous faut maintenant distinguer les grandeurs aux échelles fines de leurs versions coarse-grainées. Leprovost et collaborateurs remarquent que la fonction de courant est obtenue par une intégration de la vorticité (voir équation 4.8), par conséquent, ses fluctuations sont "douces" et peuvent être négligées. Il y a donc coïncidence entre  $\psi$  et sa version coarse-grain e  $\bar{\psi}$ . Nous allons chercher à déterminer les distributions de  $\sigma$  et  $\xi$  par une approche similaire à celle utilisée dans le cas de la turbulence 2D.

Soit  $\rho(\mathbf{r}, \eta, \nu)$  la densité de probabilité de trouver le moment cinétique  $\sigma = \eta$  et la vorticité  $\xi = \nu$  au point  $\mathbf{r}$    l'équilibre. Les champs coarse-grainés sont donnés par :  $\bar{\sigma} = \int \rho \eta d\eta d\nu$  et  $\bar{\xi} = \int \rho \nu d\eta d\nu$ . La condition de normalisation locale s'exprime par  $\int \rho d\eta d\nu = 1$ . On introduit l'entropie de mélange  $S$  :

$$S(\rho) = - \int \rho(\eta, \nu, \mathbf{r}) \ln \rho(\eta, \nu, \mathbf{r}) d\eta d\nu d\mathbf{r}. \quad (4.13)$$

Cette entropie est une entropie de type Boltzmann comptant le nombre de micro- tats menant à l'observation d'un macro-état  $\rho(\eta, \nu, \mathbf{r})$ . On peut l'obtenir par analyse combinatoire sur les  tats du système (voir [15]).

**Remarque :** La vorticité n'est pas conservée par les écoulements axisymétriques. Par conséquent, la théorie statistique telle que nous allons la présenter ne peut nous donner accès à ses fluctuations. Nous verrons à la section 4.3 comment on peut trouver un moyen de contourner cette difficulté par une approche de type champ moyen.

**Grandeurs conservées coarse-grainées :** Elles s'écrivent de la façon suivante :

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \int \rho \nu \psi d\eta d\nu dy dz + \frac{1}{4} \int \rho \frac{\eta^2}{y} d\eta d\nu dy dz, \quad (4.14)$$

$$\bar{H}_n = \int \rho \nu \eta^n d\eta d\nu dy dz, \quad (4.15)$$

$$\Gamma = \int \rho \nu d\eta d\nu dy dz, \quad \bar{I}_n = \int \rho \eta^n d\eta d\nu dy dz. \quad (4.16)$$

$E$ ,  $H$ ,  $\Gamma$  et  $I_1$  sont, comme nous l'avons déjà dit, des contraintes robustes dont la valeur exacte ne varie quasiment pas avec le coarse-graining. Elles peuvent donc être exprimées directement à l'aide des champs lissés  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\xi}$ . Il n'en est pas de même pour les Casimirs  $I_n$  et les hélicités généralisées qui dépendent, eux, de l'échelle d'observation :  $I_{n>1}(\bar{\sigma}, \bar{\xi}) = \int \bar{\sigma}^n d\mathbf{r} \neq \overline{I_{n>1}(\sigma)} = \int \rho \eta^n d\eta d\nu d\mathbf{r}$  et  $H_{n>1}(\bar{\sigma}, \bar{\xi}) = \int \bar{\xi} \bar{\sigma}^n dy dz \neq \overline{H_{n>1}(\sigma, \xi)} = \int \rho \nu \eta^n d\eta d\nu dy dz$ . Une part des Casimirs et des hélicités généralisées est associée au champ coarse-grain , et une part se situe à des échelles plus fines. Par conséquent, les invariants fragiles se présentent comme des contraintes cachées puisqu'on n'a pas accès à leur valeur à toute résolution. Le seul cas où l'on peut s'affranchir de ce problème est une situation dans laquelle les conditions initiales sont connues et se présentent déjà comme un état de mélange complet. On peut alors prendre comme conditions initiales les valeurs coarse-grainées de ces champs. En pratique, on se trouvera rarement avec certitude dans une telle situation et il faudra s'accommoder du fait qu'une partie des contraintes nous échappe. Ce défaut de connaissance est une difficulté intrinsèquement liée à la nature de l'approche statistique que nous présentons et s'en affranchir ne semble pas possible dans le cas général.

**L'état de Gibbs :** L'état le plus probable correspondant à l'équilibre coarse-grainé est obtenu en maximisant l'entropie de mélange tout en maintenant constantes les grandeurs coarse-grainées conservées et en assurant la condition de normalisation de  $\rho$ . Ce problème se traite en introduisant les multiplicateurs de Lagrange associés et en écrivant le principe variationnel suivant :

$$\delta S - \beta \delta \bar{E} - \sum_{n \geq 1} \mu_n \delta \bar{H}_n - \sum_{n \geq 1} \alpha_n \delta \bar{I}_n - \int \zeta(y, z) \delta \left( \int \rho d\eta d\nu \right) dy dz = 0. \quad (4.17)$$

L'état de Gibbs est obtenu en considérant les variations sur  $\rho$  :

$$\rho = \frac{1}{Z(y, z)} e^{-(\beta[\nu\psi + (\eta^2/4y)] - \alpha f(\eta) - \mu g(\eta)\nu)}, \quad (4.18)$$

où

$$\mu g(\eta) \equiv \sum_{n \geq 1} \mu_n \eta^n \quad (4.19)$$

et

$$\alpha f(\eta) \equiv \sum_{n \geq 1} \alpha_n \eta^n. \quad (4.20)$$

La fonction de partition est déterminée par la condition de normalisation locale qui conduit à :

$$Z(y, z) = \int e^{-(\beta[\nu\psi + (\eta^2/4y)] - \alpha f(\eta) - \mu g(\eta)\nu)} d\eta d\nu. \quad (4.21)$$

**Champs coarse-grainés :** Les calculs de  $\bar{\sigma}$  et de  $\bar{\xi}$  nécessitent l'intégration de la distribution (4.18). Par cette approche, les fluctuations de  $\bar{\xi}$  seront de la forme  $e^{\Lambda(y, z, \eta)\nu}$  et suivant le signe de  $\Lambda$ , elles divergeront pour  $\nu \rightarrow \pm\infty$ . Ce problème de la régularité de la vorticité est lié à l'existence et à l'unicité de solutions des équations de Navier-Stokes et n'est par conséquent pas résolu. Dans le cas 2D, on peut montrer que la vorticité est à support fini ce qui assure la convergence de la distribution. Dans le cas axisymétrique, aucun résultat de ce type n'existe, mais Leprovost et al font néanmoins l'hypothèse qu'il existe  $\lambda$  tel que à la limite des temps longs  $|\nu| < \lambda$ . Ils cherchent les extrema de la distribution 4.18 en écrivant :

$$\rho = \frac{1}{Z(y, z)} e^{-\mathcal{F}(\eta, \nu)}, \text{ où } \mathcal{F} = \nu[\beta\psi + \mu g(\eta)] + \frac{\beta\eta^2}{4y} + \alpha f(\eta). \quad (4.22)$$

On vérifie que  $\langle \xi \rangle$  et  $\langle \sigma \rangle$ , les champs extrémalisant la distribution (4.18) vérifient :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \eta} \right|_{\langle \sigma \rangle, \langle \xi \rangle} &= \frac{\beta \langle \sigma \rangle}{2y} + \alpha f'(\langle \sigma \rangle) + \mu \langle \xi \rangle g'(\langle \sigma \rangle) = 0, \\ \left. \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \nu} \right|_{\langle \sigma \rangle, \langle \xi \rangle} &= \beta\psi + \mu g(\langle \sigma \rangle) = 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Nous venons de montrer que les champs correspondants aux extrema de  $\mathcal{F}$ ,  $\langle \xi \rangle$  et  $\langle \sigma \rangle$ , sont des  tats stationnaires de l'équation d'Euler en vertu de ce que nous avons montré en 4.2.2.2. Les fonctions  $f$  et  $g$  reliant les grandeurs globales des  tats stationnaires sont indexées sur les lois de conservations.

#### 4.2.2.5 Analyse de ces résultats

**Champs les plus probables :** La mécanique statistique que nous venons de présenter nous permet a priori de savoir quels états stationnaires les plus probables des équations d'Euler seront observés suivant les valeurs prises par les grandeurs conservées par la dynamique de l'écoulement. Nous avons déjà mentionné qu'il est très difficile en général de connaître les valeurs prises par les contraintes fragiles du fait que celles-ci dépendent de l'échelle d'observation. L'utilisation de cette mécanique statistique à des fins de prédiction quantitative semble donc difficile.

La notion de champ le plus probable est floue. On peut distinguer le champ **le** plus probable du le champ **des** plus probables. Le champ **le** plus probable est à envisager sur un ensemble de réalisations 3D des trois composantes de la vitesse, il correspond au maximum d'une densité de probabilité construite sur cet ensemble. Ce champ, s'il existe, n'est pas facilement accessible expérimentalement. Le champ **des** plus probables est construit point de mesure par point de mesure en prenant en chaque point la valeur la plus probable de la grandeur mesurée. Il n'est pas évident de savoir lequel de ces deux champs émerge de la théorie statistique. De notre point de vue, il s'agit du champ des plus probables, le champ le plus probable ne nous semblant pas avoir une réelle signification physique.

**Champs moyens :** Les prédictions de la mécanique statistique que nous venons de présenter ne concernent pas les écoulements moyens mais seulement les écoulements les plus probables. En l'absence de lien entre ces deux familles de solutions, l'expérimentateur qui souhaite travailler autour des résultats du travail que nous présentons ne peut que s'accommoder de cette situation. Nous avons introduit en 3.1 la notion de champs **des** plus probables et nous verrons dans la partie de ce manuscrit consacrée aux résultats expérimentaux liés à la mécanique statistique (cf. 5) ce qu'il advient des relations (4.23) quand on cherche à les mesurer pour les champs moyens et **des** plus probables. Notons de plus que les champs moyens  $\xi$  et  $\bar{\sigma}$  ne sont en général pas solutions des équations d'Euler alors que les champs des plus probables le sont.

### 4.3 Apports de cette thèse à la théorie

Les développements théoriques de la mécanique statistique que nous venons de présenter ont servi de grille d'analyse aux résultats expérimentaux qui seront présentés dans le chapitre suivant et d'autre part, sont à la base des quelques avancées théoriques que nous allons maintenant exposer. Ces avancées se situent sur deux fronts. Le premier arrive en réponse à l'une des remarques finales de la partie précédente : que peut apporter cette mécanique statistique à notre connaissance des fluctuations du moment cinétique et de la vorticité ? Nous développerons en 4.3.2 deux théorèmes de fluctuation-dissipation pour ces grandeurs dans une approximation de type champ moyen. Le second front concerne les états stationnaires. Nous avons rappelé dans la section 1.2.3 consacrée à la phénoménologie de l'écoulement de von Kármán la (les) bifurcation(s) turbulente(s) dont celui-ci est le siège. Quand le mode de forçage change, la topologie des écoulements observés change également. Il est intéressant de se demander dans quelle mesure la mécanique statistique prend en compte ce phénomène. Ceci est l'objet de la section 4.3.3. Ces deux avancées théoriques se placent dans un cadre purement analytique moins général que celui des travaux de Leprovost et *al.* En effet, ils sont obtenus sur la base d'une famille d'écoulements analytiques particuliers : les écoulements de Beltrami. C'est pourquoi la section 4.3.1 leur est consacrée.

### 4.3.1 Écoulements de Beltrami : un bon modèle

#### 4.3.1.1 Écoulement de Beltrami

La classe des écoulements de Beltrami est définie par l'alignement de la vitesse et de la vortacité en tout point de l'espace :  $\omega = \lambda \mathbf{v}$ ,  $\lambda$  pouvant a priori être une fonction du temps. C'est une famille d'écoulements très étudiée analytiquement [48; 126]. Un représentant de cette classe très populaire chez les numériciens est l'écoulement *ABC*. Nous allons voir comment cette classe d'écoulements apparaît dans le formalisme statistique que nous venons de décrire, et dans quelle mesure elle peut s'avérer utile pour pousser ce formalisme plus loin que ne l'avaient fait Leprovost et al [59].

#### 4.3.1.2 Mécanique statistique restreinte

**Etat le plus probable :** Si au lieu de considérer l'ensemble des grandeurs conservées définies en 4.2.2.3 on restreint notre analyse au cas où seules l'énergie et l'hélicité sont conservées, l'état de Gibbs (voir équation 4.18) se simplifie en :

$$\rho = \frac{1}{Z(r, z)} \exp(-\beta(\sigma^2/2r^2 + \psi\xi) - \mu\xi\sigma) \quad (4.24)$$

et les états stationnaires sont décrits par les deux relations linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= -\frac{\beta}{\mu}\psi, \\ \bar{\xi} &= -\frac{\beta}{\mu r^2}\bar{\sigma}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

qui définissent un écoulement de Beltrami pour lequel le coefficient de proportionnalité entre vitesse et vortacité est  $\sqrt{\beta/\mu}$ .

#### 4.3.1.3 Intérêt de l'écoulement de Beltrami

L'écoulement de Beltrami est une solution stationnaire des équations d'Euler. Il apparaît comme l'écoulement sélectionné par la dynamique quand l'hélicité et l'énergie seules sont conservées. Si on reprend dans ce cas particulier l'équation au laplacien (4.8) en remarquant qu'alors la fonction  $g$  est identiquement nulle et que la fonction  $f$  est telle que  $f(x) = Ax + B$ , avec  $A$  et  $B$  des constantes, on peut dériver analytiquement la forme des solutions de type Beltrami possibles. Celles-ci s'écrivent de la façon la plus générale possible dans un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $2hR$  :

$$\psi = -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \nu r J_1(\lambda_\alpha \frac{r}{R}) \sin(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta) \quad (4.26)$$

avec  $\lambda_\alpha$  est une racine de la fonction de Bessel de première espèce  $J_1$ ,  $n$  un entier,  $\nu$  un paramètre libre a priori. La condition suivante :  $\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2} = 0$  doit également être satisfaite. A partir de cette expression de la fonction de courant  $\psi$ , on peut dériver toutes les autres grandeurs d'intérêt et en avoir des expressions analytiques.

Comme nous le verrons au chapitre 5.1, les fonctions  $f$  et  $g$  mesurées dans l'écoulement de von Kármán tendent vers les fonctions  $f$  et  $g$  associées aux écoulements de Beltrami quand le nombre de Reynolds augmente. Ce comportement nous fournit un cadre d'analyse de la mécanique statistique que nous venons de présenter et offre une hypothèse de travail simplificatrice qui, nous allons le voir, permet d'obtenir deux théorèmes de type fluctuation-dissipation et permet de dresser une ébauche de diagramme de stabilité pour les états stationnaires de l'écoulement de von Kármán.



### 4.3.2 Théorèmes de fluctuation-dissipation

Dans cette partie, nous allons dériver deux théorèmes de type fluctuation-dissipation dans le cadre de la mécanique statistique que nous venons présenter. Nous allons d'abord réécrire le principe variationnel puis, par des approches de type champ moyen, nous justifierons les expressions de ces deux théorèmes.

#### 4.3.2.1 Réécriture du principe variationnel :

En rassemblant les Casimirs et les hélicités généralisées sous forme fonctionnelle, nous écrivons les lois de conservation de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \int \xi \psi dydz + \frac{1}{4} \int \frac{\sigma^2}{y} dydz, \\ H_g &= \int \xi g(\sigma) dydz, \\ I_f &= \int f(\sigma) dydz. \end{aligned} \quad (4.27)$$

L'entropie est inchangée mais dépend des deux variables  $\nu$  et  $\eta$  :

$$S = - \int \rho \ln \rho dydz \quad (4.28)$$

et, en introduisant les paramètres de Lagrange appropriés, le principe variationnel s'écrit maintenant :

$$\delta S - \beta \delta E - \mu \delta H_g - \alpha_f \delta I_f = 0. \quad (4.29)$$

Nous allons fixer successivement le moment cinétique et la vorticité à leurs valeurs coarse-grainées et regarder ce que devient le principe variationnel dans ces deux cas. Ceci revient à adopter une approche de type champ moyen dans laquelle on considère séparément les variations de moment cinétique et de vorticité. Dans chaque cas, nous indexerons alors les paramètres thermodynamiques  $\beta$  et  $\mu$  par  $\sigma$  ou  $\xi$ .

#### 4.3.2.2 Champ moyen pour le moment cinétique

On fixe  $\bar{\xi} = \nu$  en laissant par contre varier librement le moment cinétique. Les lois de conservations coarse-grainées s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \overline{E(\bar{\xi})} &= \frac{1}{2} \int \bar{\xi} \bar{\psi} dydz + \frac{1}{4} \int \rho \frac{\eta^2}{y} dydz dv d\eta, \\ \overline{H_g(\bar{\xi})} &= \int \rho \bar{\xi} g(\eta) dydz dv d\eta, \\ \overline{I_f(\bar{\xi})} &= \int \rho f(\eta) dydz dv d\eta. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Les variations par rapport à  $\rho$  conduisent à l'état de Gibbs :

$$\rho_{\bar{\xi}}(\eta) = \frac{1}{Z_{\bar{\xi}}(y, z)} e^{-\left(\frac{\beta \eta^2}{4y} + \alpha_f f(\eta) + \mu \sigma \bar{\xi} g(\eta)\right)}. \quad (4.31)$$

La fonction de partition est calculée par la condition de normalisation :

$$Z_{\bar{\xi}}(y, z) = \int e^{-(\frac{\beta\sigma\eta^2}{4y} + \alpha_f f(\eta) + \mu_\sigma \bar{\xi} g(\eta))} d\eta. \quad (4.32)$$

Les variations par rapport à  $\bar{\xi}$  conduisent à :

$$\beta_\sigma \bar{\psi} + \mu_\sigma \overline{g(\eta)} = 0 \quad (4.33)$$

et aux deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \overline{g(\eta)} &= -\frac{\delta \ln(Z_{\bar{\xi}})}{\delta(\mu_\sigma \bar{\xi})}, \\ \overline{g(\eta)^2} - \overline{g(\eta)}^2 &= \frac{\delta^2 \ln(Z_{\bar{\xi}})}{\delta(\mu_\sigma \bar{\xi})^2} = -\frac{\delta \overline{g(\eta)}}{\delta(\mu_\sigma \bar{\xi})}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Le problème lié à notre méconnaissance de  $g$  est très épineux dans ce cas. En effet, même dans le cadre d'écoulement réel, pour lesquels on n'a accès qu'aux valeurs des champs coarse-grainés, on ne saurait mesurer  $g$ . En effet, nous pourrions éventuellement avoir une mesure de  $\overline{g(\eta)}$ , mais ceci ne nous permettrait en aucun cas de remonter à  $g$  car nous ne pourrions mesurer  $\eta$ .

A nouveau, si l'écoulement est de type Beltrami, et en considérant  $\sigma = g(\sigma)$ , la relation dérivée pour  $g$  étant linéaire :

$$g(\bar{\sigma}) = \frac{2y\mu_\sigma \bar{\sigma}}{\beta_\sigma}, \quad (4.35)$$

on peut injecter cette forme de  $g$  dans la relation 4.35 pour les fluctuations et celle-ci prend la forme également très simple suivante :

$$\overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{\delta^2 \ln(Z_{\bar{\xi}})}{\delta(\mu_\sigma \bar{\xi})^2} = -\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \mu_\sigma \bar{\xi}} = \frac{2y}{\beta_\sigma}. \quad (4.36)$$

### 4.3.2.3 Champ moyen pour la vorticité

De façon symétrique à ce qui vient d'être fait, on fixe à présent  $\bar{\sigma} = \eta$  en laissant la vorticité varier.

Les lois de conservations coarse-grainées s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \overline{E(\bar{\sigma})} &= \frac{1}{2} \int \rho \nu \psi(\nu) dy dz d\nu d\eta + \frac{1}{4} \int \frac{\bar{\sigma}^2}{y} dy dz, \\ \overline{H_g(\bar{\sigma})} &= \int \rho \nu g(\bar{\sigma}) dy dz d\nu d\eta, \\ \overline{I_f(\bar{\sigma})} &= \int f(\bar{\sigma}) dy dz. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Variations par rapport à  $\rho$  :

$$-\beta_\xi \nu \psi - \alpha_f f(\bar{\sigma}) - \mu_\xi \nu g(\bar{\sigma}) - (\ln \rho + 1) = 0,$$

d'où l'état de Gibbs :

$$\rho_{\bar{\sigma}}(\nu) = \frac{1}{Z_{\bar{\sigma}}(y, z)} e^{-(\beta_\xi \nu \psi + \alpha_f f(\bar{\sigma}) + \mu_\xi \nu g(\bar{\sigma}))}. \quad (4.38)$$

La fonction de partition est calculée par la condition de normalisation :

$$Z_{\bar{\sigma}}(y, z) = \int e^{-(\beta_\xi \nu \psi + \alpha_f f(\bar{\sigma}) + \mu_\xi \nu g(\bar{\sigma}))} d\nu. \quad (4.39)$$

Variations par rapport à  $\bar{\sigma}$  :

$$\frac{\beta_\xi \bar{\sigma}}{2y} + \alpha_f f'(\bar{\sigma}) + \mu_\xi g'(\bar{\sigma}) \bar{\xi} = 0. \quad (4.40)$$

En utilisant la distribution de Gibbs, on peut alors calculer le champs de vorticit e coarse-grain e et obtenir deux relations int eressantes, l'une pour l' ecoulement moyen, et l'autre pour les fluctuations :

$$\bar{\xi} = \int \nu \rho d\eta d\nu = -\frac{\delta \ln(Z_{\bar{\sigma}})}{\delta(\mu_\xi g(\bar{\sigma}))}, \quad (4.41)$$

$$\bar{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = \frac{\delta^2 \ln(Z_{\bar{\sigma}})}{\delta(\mu_\xi g(\bar{\sigma}))^2} = -\frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \mu_\xi g(\bar{\sigma})}. \quad (4.42)$$

La fonction  $g$  n'est malheureusement pas connue dans le cas g en eral mais peut  eventuellement  etre mesur ee dans le cas d'un  ecoulement r eel. N eanmoins, si l' ecoulement est de type Beltrami, la relation 4.40 se simplifie en :

$$\frac{\beta_\xi \bar{\sigma}}{2y} + \mu_\xi \bar{\xi} = 0 \quad (4.43)$$

et l' equation 4.35 nous fournit donc une expression pour  $g$  :

$$g(\bar{\sigma}) = \frac{2y\mu_\sigma}{\beta_\sigma} \bar{\sigma}. \quad (4.44)$$

En injectant cette forme de  $g$  dans la relation 4.42 pour les fluctuations, celle-ci prend la forme particuli erement simple suivante :

$$\bar{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = \frac{\delta^2 \ln(Z_{\bar{\sigma}})}{\delta(\mu_\xi(\bar{\sigma}))^2} = -\frac{\beta_\sigma}{2y\mu_\sigma\mu_\xi}. \quad (4.45)$$

#### 4.3.2.4 Th eor emes de fluctuation-dissipation et Beltrami

Nous venons de d eriver, dans le cadre de l'approximation Beltrami, deux th eor emes de fluctuation-dissipation reliant la vorticit e et le moment cin etique. Ces deux grandeurs apparaissent conjugu ees l'une de l'autre dans ce cadre. Autrement dit, en r egime stationnaire, ces deux quantit es fluctuent au cours du temps, chacune entretenant les fluctuations de l'autre de fa con à maintenir le syst eme dans un r egime en dehors de l' equilibre qui conserve h elicit e et énergie cin etique. Ces relations sont constitu ees d'une part de fonctions de r eponse reliant les fluctuations d'une grandeur à sa r eponse à un accroissement de la grandeur conjugu ee :

$$\bar{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{\mu_\sigma} \frac{\delta \bar{\sigma}}{\delta \bar{\xi}}, \quad (4.46)$$

$$\bar{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{1}{\mu_\xi} \frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \bar{\sigma}},$$

et d'autre part de relations purement g eom etriques :

$$\bar{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{r^2}{\beta_\sigma}, \quad (4.47)$$

$$\bar{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{\beta_\sigma}{\mu_\sigma\mu_\xi} \frac{1}{r^2}.$$

Dans ces quatre relations, les paramètres thermodynamique qui interviennent ( $\mu$  et  $\beta$ ) dépendent a priori de l'approche de type champ moyen suivie. C'est pourquoi nous avons ajouté ici des indices matérialisant cette différence.

Notons en outre que l'hypothèse Beltrami n'a été utilisée qu'en dernier lieu et que ces théorèmes sont a priori valables, mais sous une forme légèrement différente pour tout écoulement satisfaisant aux hypothèses décrites en 4.2.2.1. Dans ce cas, c'est la vortacité  $\xi$  et la fonction du moment cinétique  $g(\sigma)$  qui sont conjuguées l'une de l'autre. L'impossibilité de pousser le raisonnement aussi loin dans le cas général que dans le cas Beltrami vient essentiellement du fait de notre ignorance de la fonction  $g$ . Même si celle-ci était connue, les relations équivalentes à celles obtenues pour le Beltrami ne seraient pas aussi simples, voire pourraient demeurer inaccessibles. Le cas Beltrami est en effet particulièrement plaisant car  $g$  y est linéaire, ce qui permet de réaliser le passage entre les écritures des équations (4.35) et (4.36)

#### 4.3.2.5 Corrections d'ordre un à l'écoulement de Beltrami

Nous venons d'expliquer en quoi l'écoulement de Beltrami permet de simplifier grandement les calculs et nous avons également mentionné la difficulté à simplifier les relations (4.42) et (4.35) quand la fonction  $g$  n'est pas linéaire. Si l'écoulement ne diffère que peu d'un Beltrami, il est toutefois encore possible de calculer le premier terme correctif à apporter aux deux théorèmes que nous venons d'énoncer en faisant un développement limité de  $g$  à l'ordre le plus bas.

Ecrivons ce développement à l'ordre 2 :

$$g(\sigma) = g(\bar{\sigma}) + (\sigma - \bar{\sigma})g'(\bar{\sigma}) + \frac{(\sigma - \bar{\sigma})^2}{2}g''(\bar{\sigma}).$$

On a donc de façon immédiate les trois relations suivantes :

$$\begin{aligned} g(\sigma)^2 &= g(\bar{\sigma})^2 + (\sigma - \bar{\sigma})^2(g'(\bar{\sigma})^2 + g(\bar{\sigma})g''(\bar{\sigma})) + 2g(\bar{\sigma})g'(\bar{\sigma})(\sigma - \bar{\sigma}), \\ \overline{g(\sigma)} &= g(\bar{\sigma}) + \frac{\overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2}}{2}g''(\bar{\sigma}), \\ \overline{g(\sigma)^2} &= g(\bar{\sigma})^2 + \overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2}g''(\bar{\sigma})g(\bar{\sigma}). \end{aligned}$$

A l'aide de ces trois dernières relations, on peut exprimer les fluctuations de  $g(\sigma)$  :

$$\begin{aligned} \overline{g(\sigma)^2} - \overline{g(\sigma)}^2 &= \overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2} \left( g'(\bar{\sigma})^2 + g(\bar{\sigma})g''(\bar{\sigma}) - g''(\bar{\sigma})g(\bar{\sigma}) \right), \\ &= \overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2} g'(\bar{\sigma})^2 \end{aligned} \quad (4.48)$$

Regardons maintenant les relations pour les états stationnaires :

La relation (4.33) devient :

$$\beta_\sigma \psi + \mu_\sigma \left( g(\bar{\sigma}) + \frac{(\sigma - \bar{\sigma})^2}{2} g''(\bar{\sigma}) \right) = 0. \quad (4.49)$$

La relation (4.40) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\bar{\sigma} = \left( -\frac{2\mu_\sigma y}{\beta_\sigma} \bar{\xi} + \frac{2\alpha_{fy}}{\beta_\sigma} f'(\bar{\sigma}) \right) g'(\bar{\sigma}).$$

Dérivant cette dernière expression par rapport à  $\bar{\sigma}$ , on trouve :

$$g'(\bar{\sigma}) \left( -\frac{2\mu_\sigma y}{\beta_\sigma} \frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \bar{\sigma}} + \frac{2\alpha_{fy}}{\beta_\sigma} f''(\bar{\sigma}) \right) + g''(\bar{\sigma}) \left( \frac{2\alpha_{fy}}{\beta_\sigma} f'(\bar{\sigma}) - \frac{2\mu_\sigma y}{\beta_\sigma} \bar{\xi} \right) = 1.$$

Si maintenant on dérive la relation (4.40) par rapport à  $\bar{\xi}$ , on obtient :

$$\left( \frac{\beta_\sigma}{2y} + \mu_\sigma g''(\bar{\sigma})\bar{\xi} + \alpha_f f''(\bar{\sigma}) \right) \frac{\delta\bar{\sigma}}{\delta\bar{\xi}} = -\mu_\sigma g'(\bar{\sigma}). \quad (4.50)$$

La relation de fluctuation-dissipation obtenue pour les fluctuations de  $g(\bar{\sigma})$  peut donc être transposée à une relation portant sur les fluctuations de  $\sigma$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \overline{g(\sigma)^2} - \overline{g(\sigma)}^2 &= -\frac{\overline{\delta g(\sigma)}}{\delta(\mu_\sigma \bar{\xi})}, \\ \overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2} &= \frac{2y}{\beta_\sigma} \left( 1 + \frac{2y\mu_\sigma}{\beta_\sigma} g''(\bar{\sigma})\bar{\xi} + \frac{2y\alpha_f}{\beta_\sigma} f''(\bar{\sigma}) \right)^{-1} g'(\bar{\sigma})^2, \end{aligned}$$

où l'on a utilisé les relations (4.48) et (4.50) pour passer de la première à la deuxième ligne. Nous venons d'obtenir dans le cas un peu plus général où l'écoulement n'est pas Beltrami mais en est proche une expression pour la relation de fluctuation-dissipation de moment cinétique. Dans le cas où les fonctions  $f$  et  $g$  sont celles du Beltrami, leurs dérivées secondes sont nulles et on retrouve bien la relation (4.36). Nous verrons que dans le cas de l'écoulement de von Kármán, quand le nombre de Reynolds est grand (*i.e.*  $\geq 10^5$ ), les fonctions  $f$  et  $g$  mesurées sont proches de celles d'un Beltrami, les corrections étant du premier ordre.

### 4.3.3 Etude analytique de l'écoulement de Beltrami

L'ensemble de ce que nous présentons ici a été réalisé en collaboration étroite avec Pierre-Henri Chavanis.

Nous avons montré en 4.3.1 que, si l'écoulement est de type Beltrami, l'équation au Laplacien pour  $\psi$  (équation (4.8)) peut être résolue analytiquement et que la forme la plus générale des solutions était donnée par l'équation (4.26) que nous rappelons :

$$\psi = -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \nu r J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right).$$

A partir de cette expression, il est possible de calculer de façon exacte l'expression des grandeurs conservées en fonction des paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $\nu$ , et a priori d'inverser ces relations. Nous présentons le détail de ces calculs dans l'annexe C et nous contentons ici de résumer les résultats :

$$\begin{aligned} E_p &= -\frac{1}{2}AB\nu I_1 - \frac{1}{2}\nu C I_2 + \frac{1}{2}\nu^2 B^2 I_3, \\ E_t &= \frac{1}{2}\frac{C^2}{B^2} I_0 - \nu C I_2 + \frac{1}{2}\nu^2 B^2 I_3, \\ E = E_t + E_p &= \frac{1}{2}\frac{C^2}{B^2} I_0 - \frac{1}{2}AB\nu I_1 - \frac{3}{2}\nu C I_2 + \nu^2 B^2 I_3, \\ H &= -\nu B C I_2 + \nu^2 B^3 I_3, \\ \Gamma &= \nu B^2 I_1, \\ I &= -\frac{C}{B} I_0 + \nu B I_2, \end{aligned}$$

où nous avons introduit les grandeurs intégrales suivantes :

$$\begin{aligned}
I_0 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r^3 dr d\theta dz = \frac{\pi h R^5}{2}, \\
I_1 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{4hR^2}{n_\alpha \lambda_\alpha} (1 - J_0(\lambda_\alpha)) \sin(n_\alpha \pi / 2) \sin(\beta), \\
I_2 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r^2 J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{4hR^4}{n_\alpha \lambda_\alpha} J_2(\lambda_\alpha) \sin(n_\alpha \pi / 2) \sin(\beta), \\
I_3 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r J_1^2\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin^2\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{\pi h R^3}{2} J_2^2(\lambda_\alpha) \left(1 + \frac{\sin(n_\alpha \pi)}{2n_\alpha \pi} \cos(2\beta)\right).
\end{aligned} \tag{4.51}$$

**Equations d'état :** Si on se contente de la formulation du problème à l'aide de l'expression (4.26) pour  $\psi$ , les paramètres de contrôle sont  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Ils sont donnés de façon canonique et il serait préférable de fixer les grandeurs micro canoniques ( $H$ ,  $\Gamma$  et  $I$ ) en les reliant à celles-ci, ce que nous ferons au paragraphe suivant. Il est néanmoins déjà possible de dériver des relations générales entre ces paramètres pour des écoulements de type Beltrami.

– **Cas indépendant de  $z$  :** ceci correspond à  $n = 0$ .  $\psi$  a alors la forme suivante :

$$\psi = -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \nu r J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right),$$

avec  $\lambda = |B|R$ . Dans ce cas,  $\lambda$  est déterminée par  $B$  et la condition  $\psi(r = R) = 0$  donne :

$$\frac{A}{B} + \frac{Cr^2}{B^2} = \nu r J_1(\lambda_\alpha),$$

donc :

$$\nu = \frac{A + \frac{CR^2}{B}}{BR J_1(BR)},$$

qui nous fournit la relation entre  $\nu$  et  $B$ .

– **Cas dépendant de  $z$  :** c'est le cas le plus général.  $\psi$  est donnée par l'équation 4.26 avec la condition :

$$\lambda = \sqrt{B^2 R^2 - \frac{n^2 \pi^2}{h^2}},$$

notons que dans ce cas,  $n$  n'est pas nécessairement entier. La condition  $\psi(r = R) = 0$  donne :

$$B = -\frac{CR^2}{A} \equiv B_c,$$

autrement dit, les solutions dépendant de  $z$  n'existent que pour une valeur bien particulière de  $B$  à  $A$  et  $C$  fixés. La conditions aux limites  $J_1(\lambda_\alpha) = 0$  permet d'écrire :

$$\frac{n^2 \pi^2}{h^2} = B_c^2 R^2 - \lambda_\alpha^2.$$

Ces deux cas de figure fournissent deux “équation d’état” qui sont représentées sur le diagramme 4.3.3. Quand  $B = B_c$ , plusieurs cellules peuvent être observées dans l’écoulement qui dépend alors de l’altitude  $z$ . Ailleurs, il est indépendant de  $z$  et une seule cellule est présente. Le terme  $-\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2}$  est associé à une rotation solide. Le signe de  $\nu$  détermine donc le sens de la rotation par rapport à la rotation globale dans chacune des cellules. On retrouve ici un aspect de la phénoménologie de l’écoulement de von Kármán.  $\nu$  est l’équivalent de la fréquence moyenne des turbines  $F = (F1+F2)/2$ , et la rotation globale donnée par  $(F1-F2)/2$  est associée à la rotation solide des Beltrami. Le paramètre de contrôle de la transition est  $B$  qu’il n’est pas facile de relier avec les caractéristiques géométriques du montage et du forçage dans le cadre d’une analogie avec l’écoulement de von Kármán par exemple. Au paragraphe suivant, nous dérivons un diagramme de stabilité plus complexe permettant de mieux prendre en compte ces paramètres.

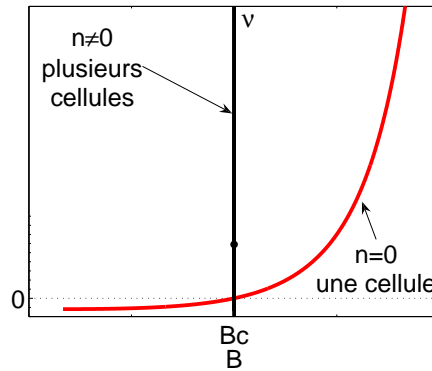


FIG. 4.1: “Equation d’état” des écoulements de type Beltrami dans le plan  $(B, \nu)$ . A la valeur seuil  $B = B_c$ , plusieurs cellules peuvent être observées dans l’écoulement. Ailleurs, une seule.

**Diagramme de stabilité complet :** Il est également possible d’étudier la stabilité des solutions Beltrami en introduisant :

$$F = E + \mu\delta H + \gamma\delta\Gamma + \alpha\delta I \quad (4.52)$$

et en la maximisant sous la contrainte de conservation de  $\Gamma$ ,  $H$  et  $I$ . Cette démarche va nous permettre de trouver les valeurs de  $n_{alpha}$  sélectionnées quand l’écoulement peut avoir plusieurs cellules. Ceci correspond aux cas dégénérés décrits au paragraphe précédent quand  $B = B_c$ .

L’annulation des variations par rapport à  $\xi$  et  $\sigma$  conduisent aux deux relations suivantes pour les états stationnaires :

$$\delta\xi : \psi + \mu\sigma + \gamma = 0, \quad (4.53)$$

$$\text{notag}\delta\sigma : \frac{\sigma}{r^2} + \mu\xi + \alpha = 0. \quad (4.54)$$

D’un autre côté, en prenant les états stationnaires avec  $F$  linéaire et  $G$  constante, on a des relations de la forme suivante :

$$\sigma = A + B\psi, \quad (4.55)$$

$$\text{notag} - \Delta_*\psi = \xi = \frac{AB + B^2\psi\psi\psi}{r^2} + C, \quad (4.56)$$

l'analogie entre les coefficients des équations (4.53) et (4.55) conduit à :

$$\begin{aligned} A &= -\gamma/\mu, \\ B &= -1/\mu, \\ C &= -\alpha/\mu. \end{aligned} \quad (4.57)$$

On peut alors réécrire le principe variationnel précédent en fonction de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $\nu$  et le résoudre analytiquement en vue d'obtenir un diagramme de stabilité des solutions de type Beltrami en fonction des valeurs prises par les grandeurs conservées.

On va utiliser les relations (4.57) pour réécrire  $F$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\gamma$  et  $\mu$  :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\alpha^2 I_0 - \frac{1}{2}\frac{\gamma\nu}{\mu^2} I_1 + \frac{3}{2}\frac{\alpha\nu}{\mu} I_2 + \frac{\nu^2}{\mu^2} I_3, \\ \mu H &= -\frac{\alpha\nu}{\mu} I_2 - \frac{\nu^2}{\mu^2} I_3, \\ \gamma\Gamma &= \frac{\gamma\nu}{\mu^2} I_1, \\ \alpha I &= -\alpha^2 I_0 - \frac{\alpha\nu}{\mu} I_2, \end{aligned} \quad (4.58)$$

d'où  $F$  :

$$F = -\frac{1}{2}\alpha^2 I_0 + \frac{1}{2}\frac{\nu\gamma}{\mu^2} I_1 - \frac{1}{2}\frac{\alpha\nu}{\mu} I_2 - \gamma(\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}), \quad (4.59)$$

où on a fait apparaître la contrainte liée à la solution Beltrami :  $\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}$ . Introduisons maintenant les expressions de  $I_0$ ,  $I_1$  et  $I_2$  issues de (4.51) :

$$\begin{aligned} F &= -\frac{1}{2}\alpha^2 \frac{\pi h R^5}{2}, \\ &+ \frac{1}{2}\frac{\nu\gamma}{\mu^2} \frac{4hR^2}{n_\alpha \lambda_\alpha} (1 - J_0(\lambda_\alpha)) \sin(n_\alpha \pi/2) \sin(\beta_\alpha) \\ &- \frac{1}{2}\frac{\alpha\nu}{\mu} \frac{4hR^4}{n_\alpha \lambda_\alpha} J_2(\lambda_\alpha) \sin(n_\alpha \pi/2) \sin(\beta_\alpha), \\ &- \gamma(\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}). \end{aligned} \quad (4.60)$$

Jusqu'à maintenant, nous avons traité un problème général axisymétrique. Nous allons maintenant imposer des conditions aux limites de type von Kàrmàn :  $\psi$  doit s'annuler en  $r = R$  pour tout  $z$ .

- D'après l'équation (4.26), on doit donc avoir  $\lambda_\alpha$  une racine de  $J_1$  ( $\lambda_\alpha$  est quantifié)
- On a aussi  $\frac{A}{B} = -\frac{CR^2}{B^2}$ , soit, en utilisant les relations (4.57)  $\gamma = \alpha\mu R^2$

$F$  prend donc la forme suivante :

$$F = -\alpha^2 \frac{\pi h R^5}{4} - \frac{\alpha\nu}{2\mu} \frac{4hR^4}{n_\alpha \lambda_\alpha} \left[ 1 - J_0(\lambda_\alpha) - J_2(\lambda_\alpha) \right] \sin(n_\alpha \pi/2) \sin(\beta_\alpha) - \gamma(\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}).$$



On a cette relation de récurrence pour les fonctions de Bessel :

$$zJ_{\nu-1}(z) + zJ_{\nu+1}(z) = 2\nu J_{\nu}(z),$$

en particulier, pour  $\nu = 1$  et  $z$  une racine de  $J_1$  :

$$J_0(z) + J_2(z) = 0,$$

$F$  se simplifie donc en :

$$F = -\alpha^2 \frac{\pi h R^5}{4} - 2 \frac{\alpha \nu}{\mu} \frac{h R^4}{n_{\alpha} \lambda_{\alpha}} \sin(n_{\alpha} \pi / 2) \sin(\beta_{\alpha}) - \gamma (\lambda_{\alpha}^2 - R^2 B^2 + \frac{n_{\alpha}^2 \pi^2}{h^2}). \quad (4.61)$$

Pour simplifier les calculs, on pose :

$$Y = -\frac{2\alpha\nu h R^4}{\mu} \sin(\beta_{\alpha}),$$

$$Z = -\alpha^2 \frac{\pi h R^5}{4},$$

donc,

$$F = Z + \frac{Y}{n_{\alpha} \lambda_{\alpha}} \sin(n_{\alpha} \pi / 2) - \gamma (\lambda_{\alpha}^2 - R^2 B^2 + \frac{n_{\alpha}^2 \pi^2}{h^2}). \quad (4.62)$$

Les conditions aux limites étant posées, si on fixe les contraintes intégrales et les valeurs des paramètres de Lagrange associés, les différentes configurations que l'écoulement peut adopter sont données par les valeurs du doublet  $(n, \lambda_{\alpha})$ . Il ne nous reste qu'à trouver les valeurs de ce doublet qui extrémalisent  $F$ .

**Etude des variations premières :** On étudie les variations de  $F$  par rapport à  $\lambda_{\alpha}$  et  $n$  :

$$\delta \lambda_{\alpha} : \frac{\partial F}{\partial \lambda_{\alpha}} = 0 = -\frac{Y}{n_{\alpha} \lambda_{\alpha}^2} \sin(n_{\alpha} \pi / 2) - 2\gamma \lambda_{\alpha},$$

$$\delta n : \frac{\partial F}{\partial n_{\alpha}} = 0 = -\frac{Y}{n_{\alpha}^2 \lambda_{\alpha}} \sin(n_{\alpha} \pi / 2) + \frac{Y \pi}{2 n_{\alpha} \lambda_{\alpha}} \cos(n_{\alpha} \pi / 2) - 2\gamma n_{\alpha} \pi^2 / h^2,$$

$$\text{contrainte} : \lambda_{\alpha}^2 - R^2 B^2 + n_{\alpha}^2 \pi^2 / h^2 = 0. \quad (4.63)$$

Soit :

$$\delta \lambda_{\alpha} : Y \sin(n_{\alpha} \pi / 2) = -2\gamma \lambda_{\alpha}^3 n_{\alpha}, \quad (4.64)$$

$$\delta n : Y \left( n_{\alpha} \pi / 2 \cos(n_{\alpha} \pi / 2) - \sin(n_{\alpha} \pi / 2) \right) = \frac{2\gamma \lambda_{\alpha} n_{\alpha}^3 \pi^2}{h^2}. \quad (4.65)$$

En divisant 4.65 par 4.64 et en injectant la contrainte (4.63), il vient :

$$n_{\alpha} \pi / 2 \cot(n_{\alpha} \pi / 2) = 1 + \frac{n_{\alpha}^2 \pi^2 / h^2}{n_{\alpha}^2 \pi^2 / h^2 - R^2 B^2}, \quad (4.66)$$

d'où :

$$\tan(n_{\alpha} \pi / 2) = n_{\alpha} \pi / 2 \frac{h^2 R^2 B^2 - n_{\alpha}^2 \pi^2}{h^2 R^2 B^2 - 2 n_{\alpha}^2 \pi^2}. \quad (4.67)$$

Introduisons  $a > 0$  tel que  $a^2 = h^2 R^2 B^2$  et  $X = n_{\alpha} \pi / 2$ . La contrainte (4.63) s'exprime avec ces nouvelles notations :  $4X^2 = a^2 - \lambda^2 h^2$ . Il faut donc avoir  $X^2 < a^2 / 4$  pour assurer  $\lambda^2 h^2 > 0$ .

On se retrouve à étudier les points d'intersections de  $\tan(X)$  et de  $X \frac{X^2 - a^2 / 4}{2X^2 - a^2 / 4} = g(X)$ . Ces deux fonctions sont impaires, on restreint l'étude aux  $X > 0$ .  $g$  a les propriétés suivantes :

- En  $+\infty$ ,  $g(X) \sim X/2$
- En 0,  $g(X) \sim X(1 + \frac{4X^2}{a^2})$ ,  $\tan(X) \sim X(1 + \frac{X^2}{3})$ . Donc  $g > \tan$  en 0 ssi  $a < a_c = 2\sqrt{3} \simeq 3.46$
- En  $X = (a/2\sqrt{2})^-$ ,  $g(X) \rightarrow +\infty$
- En  $X = (a/2\sqrt{2})^+$ ,  $g(X) \rightarrow -\infty$
- En  $X = a/2$ ,  $g(X) = 0$

Quand le dénominateur de  $g$  s'annule en  $X = i\pi/2$ ,  $g$  et  $\tan$  ne sont pas définies au même point. Ceci arrive sur un ensemble discret de valeurs du paramètre de contrôle  $a$  ( $\{a_i\} = \pi\sqrt{2}(2i+1)$ ,  $i = 0 \cdots N$ ) qui sépare les différentes classes de solutions attendues : suivant les valeurs de  $a$  il va exister une ou plusieurs solutions de type Beltrami satisfaisant les conditions aux limites de type von Kármán et extrémalisant la fonctionnelle  $F$ . On distingue les quatre premiers cas qui sont repris à la figure 4.3.3 :

- Quand  $a < a_c$  :  $X = 0$  unique solution.
- Quand  $a_c < a < a_0$  : première solution non nulle proche de  $X = 1$ , c'est à dire  $n_\alpha \simeq 2/\pi$ .
- Quand  $a = a_i$  : 0 unique solution.
- Quand  $a_0 < a < a_1$  : 0 unique solution.
- Quand  $a_1 < a$  : première solution non nulle proche de  $X = 4$ , c'est à dire  $n_\alpha \simeq 8/\pi$ .

$n_\alpha$  étant quantifié Une étude des variations secondes (que nous n'avons pas eu le temps de

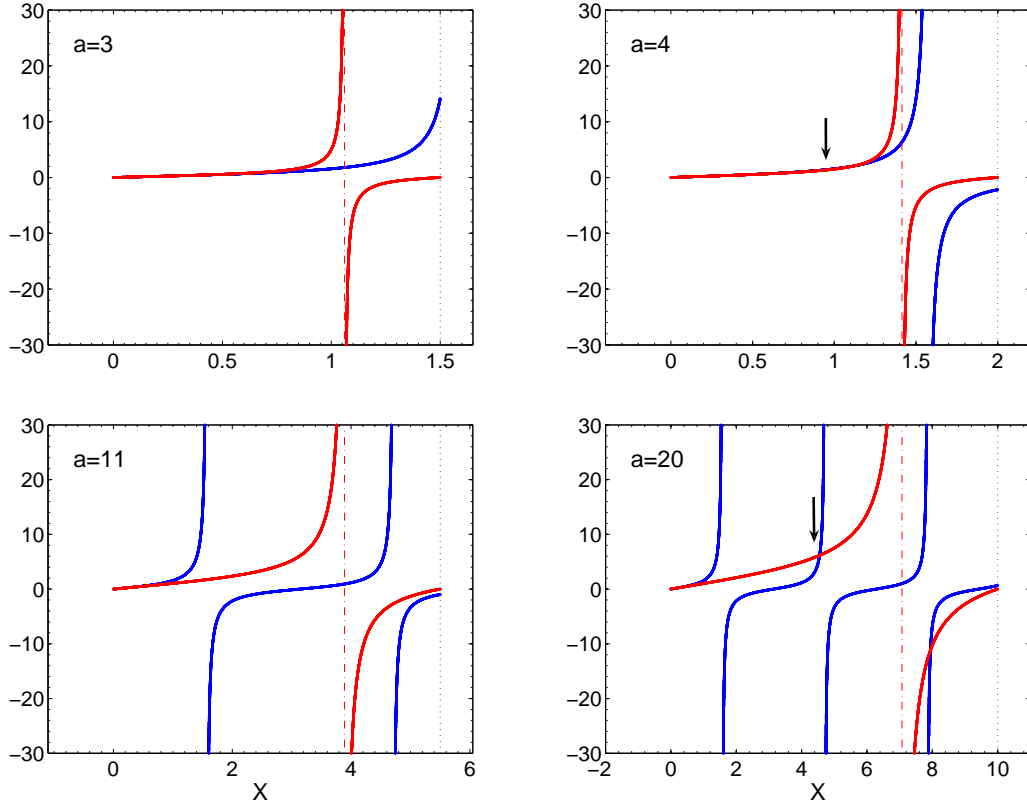


FIG. 4.2: Points d'intersection de  $\tan(X)$  et de  $X \frac{X^2 - a^2/4}{2X^2 - a^2/4} = g(X)$  pour différentes valeurs du paramètre de contrôle  $a$ . De gauche à droite et de haut en bas :  $a < a_c$ ,  $a_c < a < a_0$ ,  $a_0 < a < a_1$  et  $a_1 < a$ . En rouge :  $\tan X$ , en bleu :  $g(X)$ , la ligne tiretée rouge représente les asymptotes verticales de  $g$ , la ligne tiretée bleue la limite supérieure de son ensemble de définition. Les flèches noires verticales indiquent la première solution non nulle.

conclure) donnerait la stabilité de ces différents extremum. Le paramètre de contrôle  $a$  fait intervenir le rapport d'aspect  $hR$  et  $B$  qui est lié au mode de forçage. On sait que le rapport

d'aspect du von Kármán affecte énormément les propriétés des écoulements qu'il engendre et il est très intéressant de voir que ce paramètre, dans le cadre de la mécanique statistique, émerge comme pertinent pour décrire la stabilité des solutions. Les solutions associées aux différents maxima de  $F$  différent, à une valeur de  $a$  donnée, par la valeur de  $n_\alpha$  qui leur est associée. Cette valeur est liée au nombre de cellules présentes dans l'écoulement et on pourrait espérer observer des liens entre cette étude de stabilité et la controverse Stewardson/Batchelor présentée en introduction, et pourquoi pas avec la bifurcation turbulente de l'écoulement expérimental de von Kármán observée au CEA Saclay. Le paragraphe 5.1.3.3 du chapitre suivant présentera une première étape dans la comparaison de ces résultats analytiques et de l'étude des bifurcations hydrodynamiques dans l'expérience VK2.

## 4.4 Conclusions - Intérêts

Dans ce chapitre, nous avons introduit une mécanique statistique originale qui vise à étudier les états stationnaires turbulents des écoulements axisymétriques à l'aide d'un formalisme inspiré de la physique statistique des systèmes à l'équilibre. Les hypothèses autorisant les dérivations que nous venons de présenter sont fortes et assurément non vérifiées par les écoulements réels. Néanmoins, au vu des résultats prédictifs possibles en dépit de contraintes analogues dans le cadre de la turbulence bidimensionnelle, il est intéressant de regarder ce que deviennent l'ensemble des relations obtenues en 4.2.2 et 4.3.2 dans un écoulement réel axisymétrique  $\tilde{\phantom{x}}$  : l'écoulement de von Kármán. Les variables d'intérêt associées à la mécanique statistique ne sont pas ou peu étudiées habituellement par les hydrodynamiciens de la turbulence, et cette démarche nous fournira un cadre d'analyse original de la turbulence.

Dans le cas particulier des écoulements de Beltrami, la mécanique statistique que nous présentons permet de formuler un grand nombre de prédictions sur les fluctuations de l'écoulement, et sur la stabilité relative des solutions attendues pour diverses géométries d'écoulements. Si pour l'instant nous n'avons pas fait de lien quantitatif entre ces études théoriques et les écoulements réels, il apparaît tout de même que qualitativement, il soit possible de retrouver la phénoménologie des écoulement de von Kármán à l'aide de ce formalisme.

# Mécanique statistique et écoulement de von Kármán

---

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus au cours de cette thèse dans l'écoulement de von Kármán. La majorité de ces résultats sera analysée dans le cadre de la théorie inspirée de la mécanique statistique qui a fait l'objet du chapitre précédent. Cette théorie a été développée initialement par Nicolas Leprovost, Bérengère Dubrulle et Pierre-Henri Chavanis [59] et a fourni, entre autres, des prédictions intéressantes concernant les états stationnaires des écoulements axisymétriques turbulents. Nous avons, au cours de cette thèse, apporté plusieurs résultats concernant l'étude des fluctuations autour de ces états stationnaires. L'ensemble de ces prédictions semble fournir un cadre d'analyse original des écoulements axisymétriques turbulents, notamment de l'écoulement de von Kármán. Néanmoins, les hypothèses de départ des travaux théoriques présentés au chapitre 4 restreignent l'étude aux écoulements non visqueux et non forcés, paradigme bien éloigné des réalités expérimentales. Dans ce chapitre, notre ambition est double ; il s'agit d'une part de voir dans quelle mesure les écoulements réels conservent un certain nombre des propriétés dérivées pour les écoulements idéaux formant le cadre de la théorie, et, si les résultats de cette première phase s'avèrent encourageants, d'essayer d'appréhender l'étude de l'écoulement de von Kármán à partir de la vision mécanique statistique. L'exposé qui suit est construit en deux temps, le premier s'articule autour de l'étude des états stationnaires qui a fait l'objet d'une publication dans *Physical Review Letter* (section 5.1) et le second autour des fluctuations (section 5.2).

## 5.1 Etats stationnaires

L'étude des états stationnaires constituent un préalable indispensable à toute autre étude dans la mesure où tous les résultats issus de la mécanique statistique présentés au chapitre précédent sont liés à ceux obtenus pour ces états.

### 5.1.1 Equations d'états stationnaires

Les équations d'état stationnaires issues de la mécanique statistique de Leprovost et *al* relient les valeurs les plus probables du moment cinétique  $\sigma = rv_\theta$  et de la vorticité azimuthale renormalisée  $\xi = \omega_\theta/r$  à la fonction de courant  $\psi$  dont est dérivé le champ de vitesse poloidal. Elles

prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}\sigma &= F(\psi) \\ \xi - \frac{FF'(\psi)}{r^2} &= G(\psi)\end{aligned}\tag{5.1}$$

Leur existence dans un écoulement n'a rien d'évident dans la mesure où les trois champs  $(\sigma, \xi, \psi)$  dépendent a priori des deux coordonnées d'espace  $r$  et  $z$ . Ainsi, l'existence de deux familles de fonctions  $F$  et  $G$  reliant ces trois grandeurs de telles sorte que la simple connaissance de  $\psi$  suffise à décrire l'ensemble de l'écoulement stationnaire est un résultat fort. Voyons de quelle manière ces fonctions apparaissent dans l'écoulement de von Kármán.

### 5.1.1.1 Emergence des fonctions d'état

La forme des relations 5.1 impose de commencer à chercher à identifier  $F$ . Pour ce faire, nous avons à notre disposition les mesures issues, soit de LDV, soit de SPIV (Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique), nous donnant dans un plan méridien du cylindre d'expérience la mesure de soit  $(v_\theta, v_z)$ , soit  $(v_r, v_\theta, v_z)$  sur un maillage plus ou moins fin. A partir de ces champs de vitesse, on reconstruit aisément le moment cinétique et la fonction de courant. Les chapitres consacré à la mesure (2.2) et au post-traitement 3.1 expliquent en détail toutes les étapes de cette procédure. La figure 5.1 présente les tracés bruts de  $\sigma$  en fonction de  $\psi$  pour des turbines de type TM60 tournant dans les deux sens à 4Hz, les mesures étant réalisées par LDV dans de l'eau. On voit un ensemble de points couvrant de façon assez dense la moitié de la figure et ne permettant en aucun cas d'identifier une quelconque relation fonctionnelle simple.

La figure 5.2 présente les mêmes tracés mais cette fois, un code de couleur permet de d'identifier

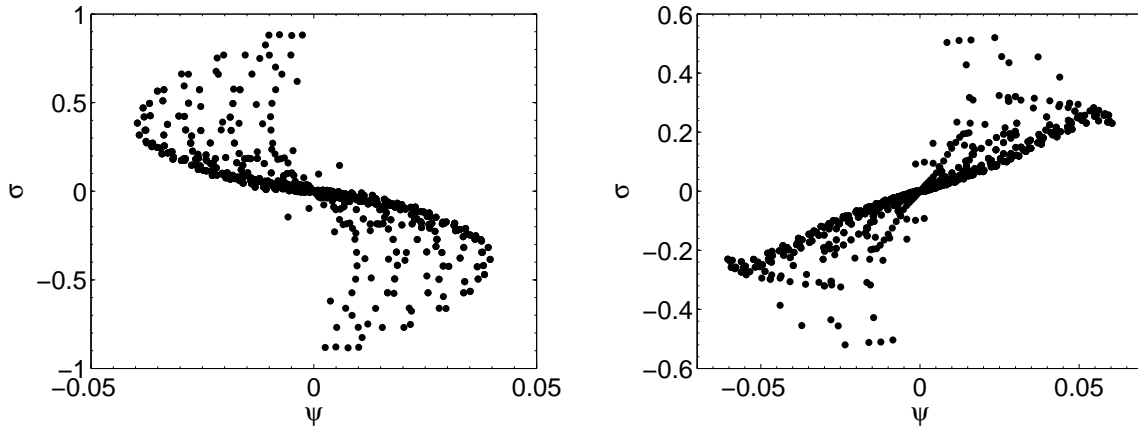


FIG. 5.1: Tracé point à point de  $\sigma$  en fonction de  $\psi$  pour des turbines de type TM60 tournant à 4Hz dans le sens négatif (à gauche) et dans le sens positif (à droite), les mesures sont réalisées par LDV dans de l'eau.

les zones de l'écoulement dont sont issues les mesures. Ce code couleur est repris sur un schéma du plan de mesure à la figure 5.3. On a distingué trois zones plus ou moins éloignées du centre du cylindre. Il apparaît clairement que les points situés dans le voisinage immédiat des turbines et des parois latérales du cylindre contribuent à l'essentiel de la dispersion observée à la figure 5.1. Si on ne considère que les points en noir sur la figure 5.2, on obtient les deux tracés de la figure 5.4 correspondant aux deux tiers du plan méridien, soit à la moitié du volume du cylindre. Les données restantes après ce fenêtrage s'accumulent le long d'une fonction de type

cubique mettant en évidence dans l'écoulement de von Kármán l'existence de la fonction  $F$  reliant moment cinétique et fonction de courant.

La fonction  $F$  identifiée est impaire, cubique et peut donc se mettre sous la forme la plus

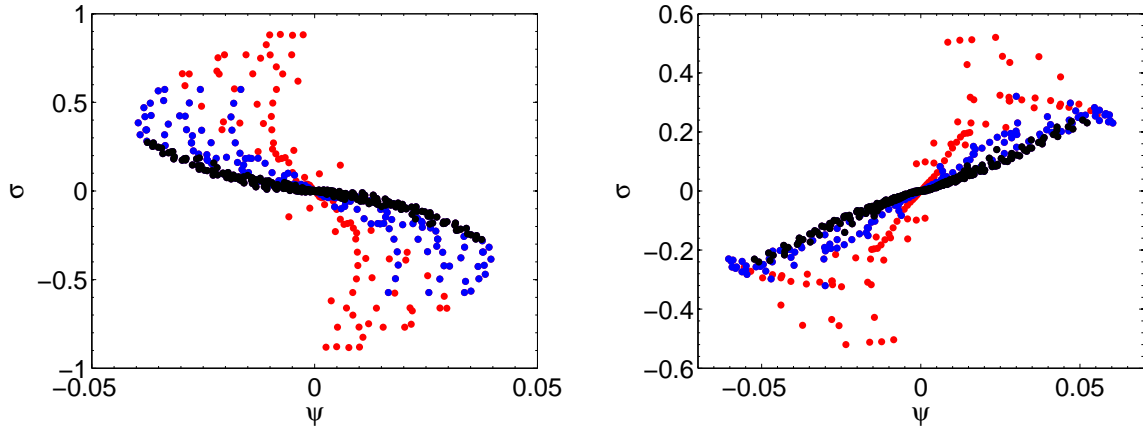


FIG. 5.2: Tracé point à point de  $\sigma$  en fonction de  $\psi$  pour des turbines de type TM60 tournant à 4Hz dans le sens négatif (à gauche) et dans le sens positif (à droite), les mesures sont réalisées par LDV dans de l'eau. Les couleurs des points correspondent aux trois zones de l'écoulement colorées de la même façon sur la figure 5.3.

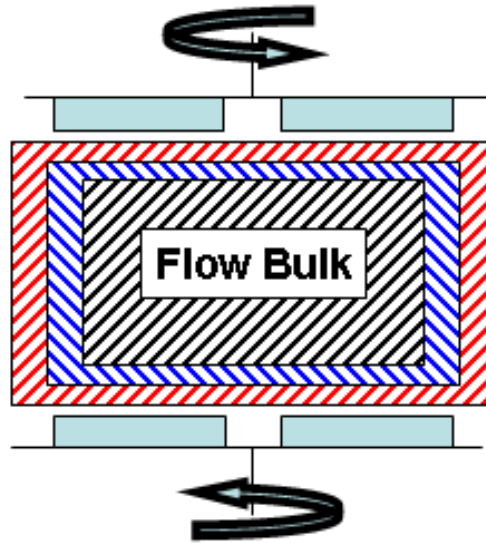


FIG. 5.3: Schéma à l'échelle du plan méridien de l'écoulement de von Kármán étudié. Le plan est divisé en trois zones plus ou moins éloignées du centre du cylindre. En rouge :  $d > 0.85$ , en bleu :  $0.85 > d > 0.7$ , en noir :  $d < 0.7$ .  $d$  est la distance au centre en norme 1.

générale suivante :

$$F(\psi) = F_{p1}\psi + F_{p3}\psi^3 \quad (5.2)$$

Les coefficients  $F_{p1}$  et  $F_{p3}$  sont mesurés par ajustement non linéaire. Dans la suite, quand nous étudierons l'évolution des propriétés de  $F$  avec le forçage ou la viscosité, nous représenterons soit l'ajustement, soit ces coefficients.

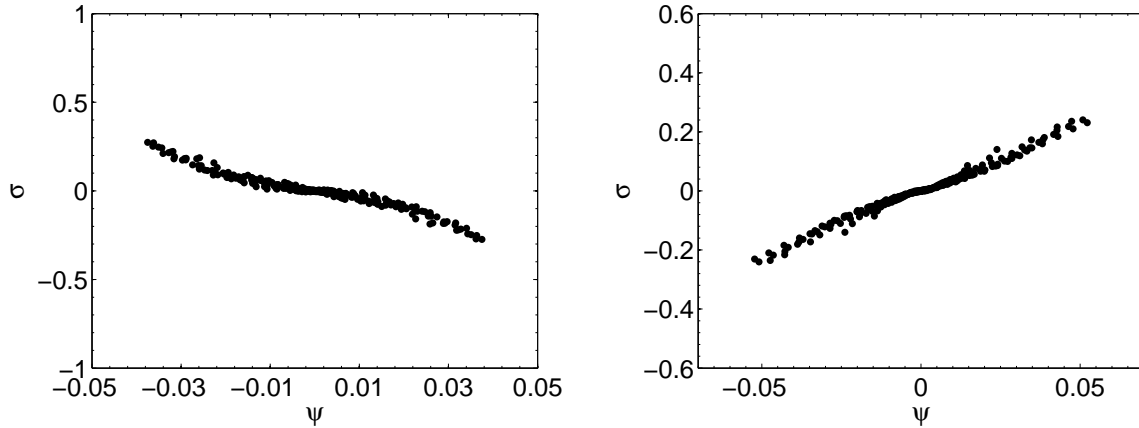


FIG. 5.4: Tracé point à point de  $\sigma$  en fonction de  $\psi$  pour des turbines de type TM60 tournant à 4Hz dans le sens négatif (à gauche) et dans le sens positif (à droite), les mesures sont réalisées par LDV dans de l'eau. On n'a gardé que les points apparaissant en noir sur la figure 5.2 correspondant aux deux tiers du plan méridien, soit à la moitié du volume du cylindre.

Une fois la fonction  $F$  identifiée et mesurée, on peut injecter son expression dans la relation pour  $G$  présentée dans le système 5.1 et refaire le même travail de fenêtrage et d'ajustement non linéaire. A partir des données de LDV, les tracés bruts de  $\xi - \frac{FF'(\psi)}{r^2}$  en fonction de  $\psi$  pour les deux écoulements que nous venons d'étudier sont présentés avec les mêmes codes couleurs à la figure 5.5. La dispersion des points est beaucoup plus importante que pour les tracés de  $F$ , et le fenêtrage, cette fois, ne rassemble absolument pas les données. Il est pourtant difficile de rejeter complètement ces tracés. En effet, ils sont issus d'un calcul de vorticité réalisé à partir de mesures sur une grille de LDV très lâche ( $11 \times 15$  points) et la qualité des dérivations, même à l'aide d'algorithmes cherchant à contourner les difficultés liées à la discrétisation tels que ceux présentés en 3.1, est trop faible pour limiter le bruit numérique. Les tracés équivalents à partir de mesures par SPIV montrent une fonction  $G$  bien définie, cubique et pour laquelle le fenêtrage tend à recentrer les données. L'émergence de la fonction  $G$  n'est donc décelable qu'à partir de mesures bien résolues spatialement permettant d'assurer une dérivation n'induisant pas trop de bruit numérique.

### 5.1.1.2 Ecoulement moyen vs écoulement des plus probables

Les principes variationnels mis en place par Leprovost et *al* ne font pas émerger les champs moyennés en temps, mais les champs des plus probables. Ces champs sont construits point de mesure par point de mesure en prenant en chaque point les valeurs les plus probables de la grandeur mesurée.

A partir des mesures de LDV, nous avons systématiquement étudié les champs moyennés en temps et les champs des plus probables, dans la suite nous présenterons donc les résultats associés à chacun. En revanche, les mesures de SPIV ne permettent d'obtenir qu'un nombre assez restreint de réalisations d'écoulements ( $\simeq 5000$ ), aussi, les statistiques pour obtenir les champs des plus probables sont loin d'être convergées et nous ne présenterons dans ce cas que les résultats concernant les écoulements moyennés en temps. Que l'on considère l'écoulement moyen ou celui des plus probables,  $F$  existe et est de type cubique, les coefficients associés  $F_{p1}$  et  $F_{p3}$  sont bien sûr différents. Nous verrons lors de l'étude de l' nombre de Reynolds sur ces grandeurs à la section 5.1.2 les différences quantitatives qui existent entre ces deux cas de figure. Pour la fonction  $G$ , nous venons de voir que seule la PIV permettait d'identifier sûrement son existence.

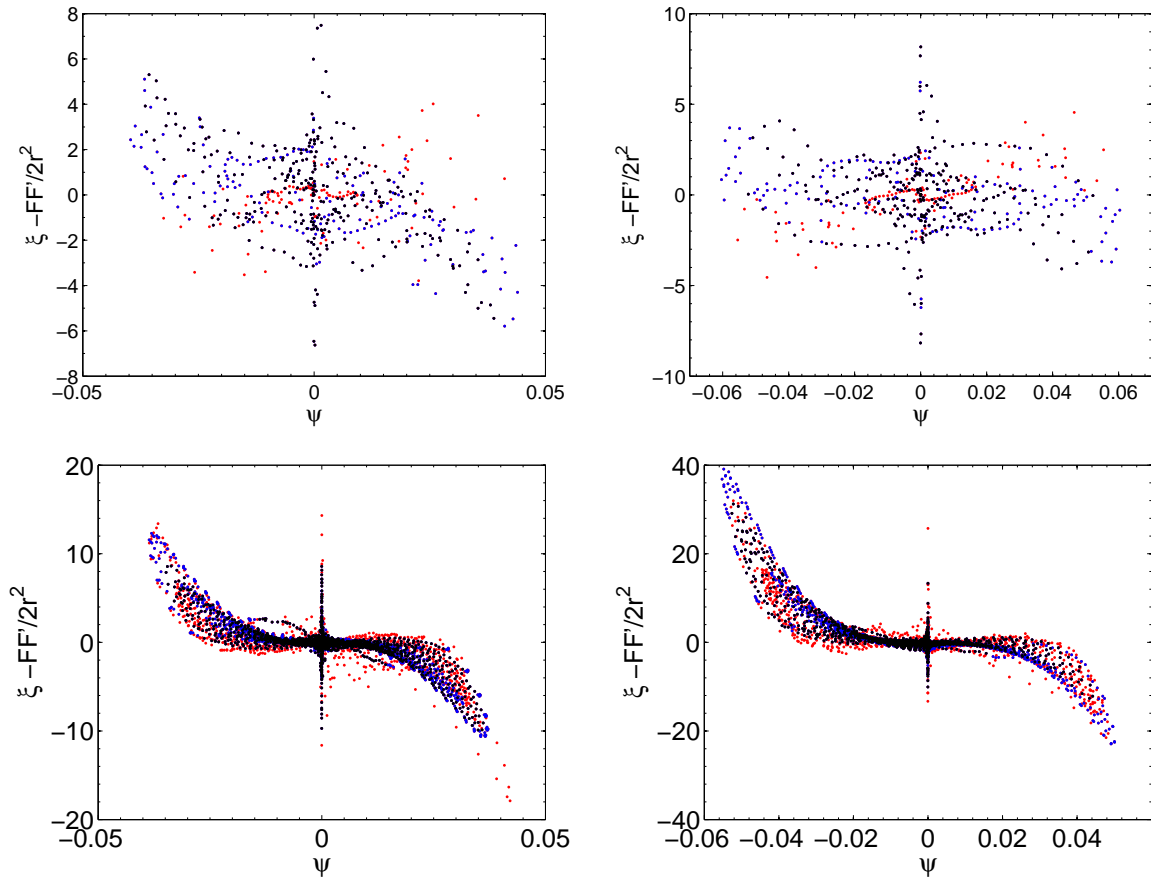


FIG. 5.5: Tracé point à point de  $\xi - FF'/r^2$  en fonction de  $\psi$  pour des turbines de type TM60 tournant à 4Hz dans le sens négatif (à gauche) et dans le sens positif (à droite), les mesures sont réalisées par LDV pour l'écoulement des plus probables (en haut) ou par SPIV pour l'écoulement moyen (en bas) dans de l'eau. Les couleurs des points correspondent aux trois zones de l'écoulement colorées de la même façon sur la figure 5.3.

### 5.1.1.3 Discussion

L'étude qui précède ne concerne qu'un type de forçage (ensemble turbines et cuve), à très haut nombre de Reynolds mais met clairement en évidence l'existence des fonctions  $F$  et  $G$  caractérisant les états stationnaires de l'écoulement de von Kármán. Nous allons voir dans ce qui suit que, pour l'ensemble des forçages que nous avons testé, et pour toute la gamme de nombre de Reynolds que nous avons explorée, cette existence est confirmée dans le cœur de l'écoulement. Ceci constitue une première étape importante dans l'utilisation de la mécanique statistique proposée par Leprovost et *al* pour l'étude des écoulements axisymétriques. En effet, le lien univoque qui existe entre un couple  $(F, G)$  et une solution stationnaire permet de réduire l'étude de ceux-ci à celle de quelques paramètres pertinents, en l'occurrence les coefficients associés à ces fonctions. L'existence de ces fonctions a également été mise en évidence dans le cadre de collaborations avec plusieurs numériciens. Piotr Boronski a, durant sa thèse [7], mis au point un code de simulation numérique directe 3D permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes dans une géométrie de von Kármán, le forçage pouvant être de type visqueux (disques lisses) ou de type inertiel (disques munis de pales<sup>1</sup>). Sébastien Poncet a de son côté travaillé à partir d'une modélisation

<sup>1</sup>Le forçage inertiel n'est pas réalisé par résolution des conditions aux limites sur des structures complexes telles que des pales, mais par une modélisation de l'effet de celles-ci sur la vitesse dans leur voisinage. Cette modélisation



statistique du tenseur de Reynolds permettant de calculer numériquement les solutions stationnaires de l'écoulement de von Kármán [93]. Dans ces deux types de simulations, l'existence des fonctions  $F$  et  $G$  dans le cœur de l'écoulement est avérée. L'allure de ces fonctions et les valeurs des paramètres qui leur sont associés sont compatibles avec nos mesures.

Si l'existence de ces fonctions est bien établie au cœur de l'écoulement, il ne saurait en être de même dans le voisinage immédiat des turbines ou des parois latérales du cylindre d'expérience. Dans ces deux zones, l'influence du forçage et des couches limites visqueuses est plus importante que partout ailleurs, or ces deux aspects ont été négligés dans l'établissement de la théorie. S'il paraît envisageable d'imaginer qu'en régime permanent certaines régions d'un écoulement turbulent, système foncièrement hors-équilibre, reçoivent et dissipent en permanence de l'énergie de façon à se comporter comme des systèmes dans lesquels il n'y a ni forçage, ni dissipation, ce scénario est assurément hors de propos dans ces deux zones. Néanmoins, le forçage et la dissipation jouent un rôle important dans la façon dont l'énergie est injectée et dissipée dans l'écoulement. Par conséquent, les grandeurs "conservées" par celui-ci devraient dépendre de la nature du forçage ainsi que du nombre de Reynolds. Une conséquence immédiate de cette remarque est que les fonctions associées aux états stationnaires en dépendront également. L'étude de ces deux dépendances fait l'objet de la section suivante.

### 5.1.2 Influence du nombre de Reynolds

Nous venons de montrer l'existence de relations fonctionnelles simples reliant moment cinétique et vorticité à la fonction de courant associées aux écoulements stationnaires (champs moyennés en temps ou champs des plus probables) dans la géométrie de von Kármán. L'analyse de ces relations dans le cadre de la théorie statistique de Leprovost et *al* devrait permettre de mettre en avant une dépendance de ces relations avec la viscosité et donc avec le nombre de Reynolds. Les résultats présentés ici sont issus de mesures réalisées dans différents mélanges d'eau et de gly  rol à des concentrations différentes permettant de couvrir quatre décades en nombre de Reynolds. Ces mesures ont été réalisées par Florent Ravelet lors de son étude de la transition à la turbulence dans l'écoulement de von Kármán [99; 100].

#### 5.1.2.1 Evolution des fonctions $F$ et $G$

Les quatre dilutions utilisées par Ravelet permettent d'obtenir des nombres de Reynolds de l'ordre de 100, 2000, 9000 et 200000. Le forçage utilisé est toujours réalisé à l'aide de turbines de type TM60 montées dans une cuve lisse et tournant dans les deux sens de rotation possibles. La figure 5.6 présente les fonctions  $F$  obtenues par ajustements non linéaires pour les écoulements moyens réalisés avec ces deux types de forçage à tous les nombres de Reynolds considérés. Quelque soit le forçage et quelque soient les valeurs du nombre de Reynolds, la fonction  $F$  est toujours de type cubique. A mesure que le nombre de Reynolds augmente, la courbure de cette cubique est de moins en moins importante, et la relation entre moment cinétique et fonction de courant est de plus en plus linéaire. Cette tendance est encore plus marquée quand on considère les fonctions  $F$  associées aux écoulements des plus probables présentés à la figure 5.6. Dans ce cas, à la limite des très hauts nombres de Reynolds (supérieurs à  $10^5$ ), la fonction  $F$  est quasiment linéaire. Les ajustements non linéaires donnant les valeurs de  $F_{p1}$  et  $F_{p3}$  sont réalisés avec deux paramètres ajustables. L'évolution de ces paramètres avec le nombre de Reynolds est présentée à la figure 5.7. Il apparaît clairement que la part linéaire de  $F$  associée à  $F_{p1}$  n'évolue quasiment pas sur les quatre décades explorées. En revanche, le terme cubique  $F_{p3}$  décroit pour tendre asymptotiquement vers 0 aux grandes valeurs du nombre de Reynolds. La tendance à la linéarisation de la fonction  $F$  se fait donc uniquement via l'annulation de sa partie cubique. Sur cette figure, les

---

a été réalisée à partir des mesures de LDV de Ravelet [99].

carrés correspondent aux mesures par LDV dans l'expérience VKE et les lignes horizontales à la moyennes des mesures réalisées à haut Reynolds par SPIV dans le montage VK2. Les valeurs associées à ces deux groupes de mesures sont tout à fait consistantes en dépit du changement de montage et de méthode de mesure et traduisent la grande robustesse de ces résultats.

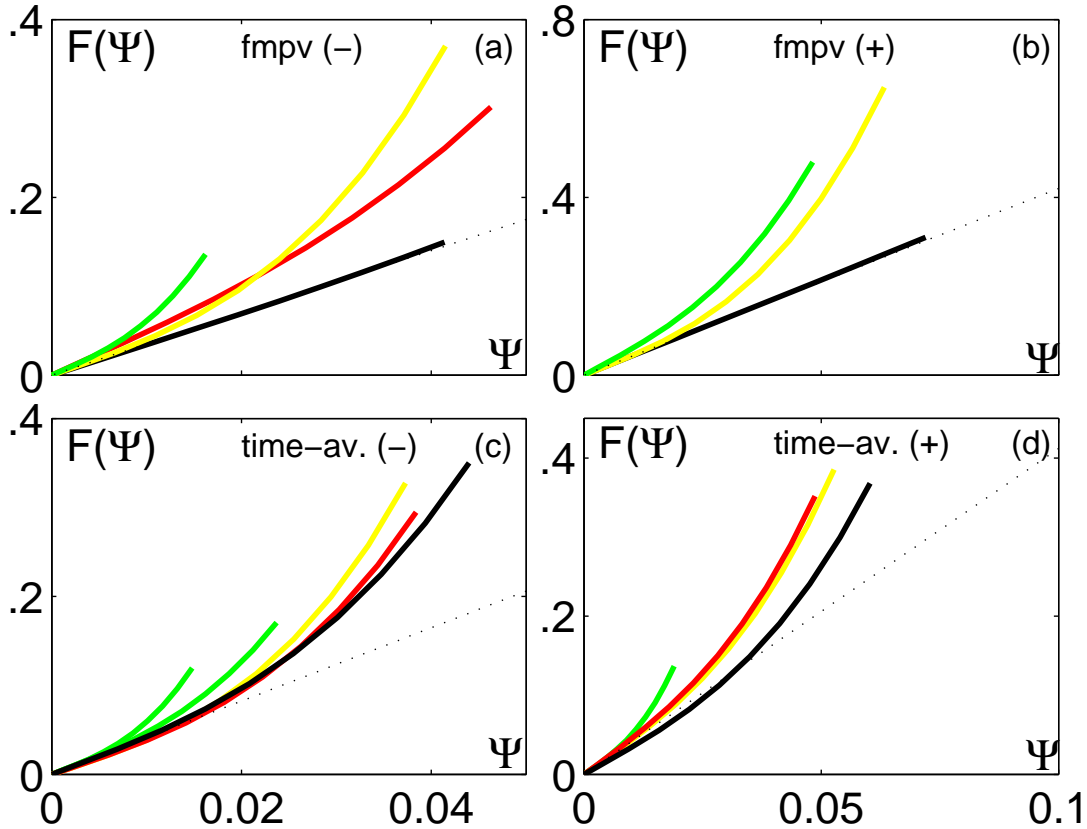


FIG. 5.6: Evolution de la fonction  $F$  associée à l'écoulement moyen (en bas) et à l'écoulement des plus probables (en haut) avec le nombre de Reynolds. À gauche, les turbines tournent dans le sens négatif, à droite dans le sens positif.  $Re \simeq 130$  (vert),  $Re \simeq 2100$  (jaune),  $Re \simeq 9000$  (rouge),  $Re \simeq 200000$  (noir). En pointillé, une droite de pente  $F_{p10}$ .

Comme nous l'avons vu précédemment, les paramètres des fonctions  $G$  associées à l'écoulement de von Kármán sont difficiles à mesurer précisément car leur obtention expérimentale résulte d'une dérivation induisant un niveau de bruit élevé des données. La fonction à mesurer semblant de surcroît d'amplitude très faible, voire nulle, il devient difficile sinon impossible de discriminer entre le bruit numérique issu des post-traitements et les variations éventuelles des coefficients de la fonction  $G$  avec le nombre de Reynolds. Néanmoins, la figure 5.8 présentant les ajustements réalisés sur des nuages de points du type de ceux présentés à la figure 5.5 permet quelques de dégager quelques tendances. Les meilleurs ajustements pour  $G$  sont linéaires dans le cas des écoulements des plus probables et cubiques pour les écoulements moyens. Dans le cas des ajustements linéaires, la pente mesurée est inférieure à la largeur du nuage de points. Ceci est compatible avec  $G \equiv 0$ . Pour les ajustements cubiques, un plateau est toujours présent autour de l'origine, et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, la largeur de ce plateau augmente également, et avec elle la gamme de valeurs de  $\psi$ , et par conséquent la fraction du volume de l'écoulement pour laquelle  $G \simeq 0$ . La différence qualitative dans les allures des fonctions  $G$

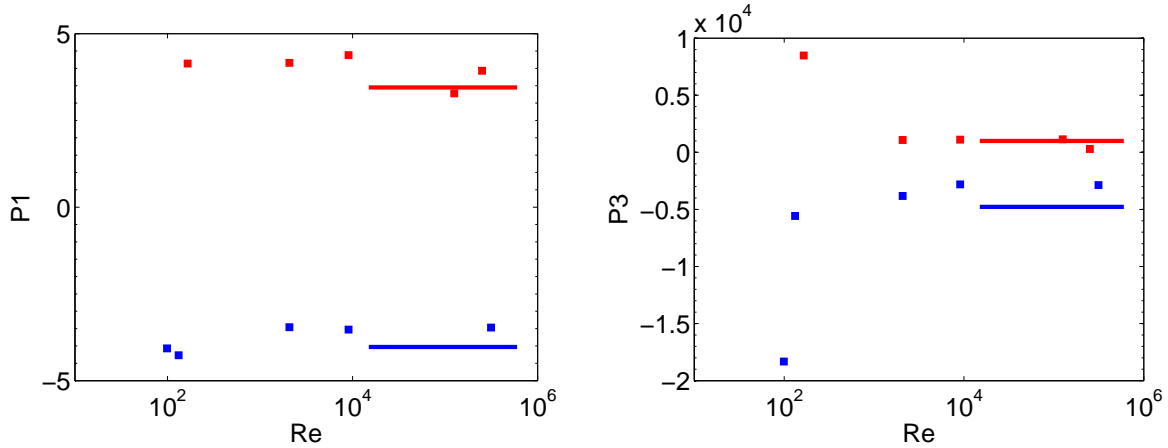


FIG. 5.7: Evolution des coefficients  $F_{p1}$  (à gauche) et  $F_{p3}$  (à droite) avec le nombre de Reynolds. En bleu, les turbines tournent dans le sens négatif, en rouge dans le sens positif. Les carrés correspondent aux mesures par LDV dans l'expérience VKE, les lignes horizontales aux mesures par SPIV dans l'expérience VK2.

associées aux écoulements moyens d'une part et aux écoulements des plus probables d'autre part provient du fait que  $G$  est la différence de deux termes. Celui lié à  $F$  est toujours cubique et domine dans le cas des champs moyens, l'autre relié à la vorticité est comparable à un bruit. Dans le cas des écoulements des plus probables, l'amplitude du terme cubique est faible devant ce bruit qui détermine donc le comportement de  $G$ . Par conséquent, les valeurs exactes des coefficients des ajustements et leur dépendance avec le nombre de Reynolds n'est pas accessible dans ces mesures et nous ne les présentons pas ici.

### 5.1.2.2 Beltramisation de l'écoulement

Outre l'existence à tout nombre de Reynolds de relations fonctionnelles entre les grandeurs globales stationnaires de l'écoulement de von Kármán, il ressort de l'étude qui précède une tendance franche à la linéarisation des fonctions  $F$  qui lui sont associées quand l'écoulement instantané devient pleinement turbulent. Dans le cadre de la théorie statistique qui nous sert de guide, il existe une bijection entre un couple de fonction  $(F, G)$  et une solution stationnaire du problème. Nous avons vu lors de la présentation des aspects théoriques que lorsque  $F$  est linéaire et  $G$  est identiquement nulle, les écoulements correspondants sont de type Beltrami (voir 4.3.1). On peut donc interpréter l'évolution du couple  $(F, G)$  associé à l'écoulement de von Kármán for  par des turbines TM60 comme une "beltramisation" de l'écoulement, autrement dit comme une tendance à l'alignement vitesse-vorticité. Cette possible tendance à l'alignement vitesse-vorticité a été étudiée numériquement et expérimentalement [87; 50; 32; 131] même si pendant longtemps la difficulté de mesurer simultanément la vitesse et la vorticité était considérable. De l'ensemble de ces études, il ressort que, si s'elle existe, cette tendance a lieu dans les régions où la dissipation est minimale. D'un point de vue théorique, Joseph [48] a montré l'incompatibilité d'avoir un écoulement de Beltrami dans une géométrie axisymétrique en présence de viscosité. Ces deux dernières conclusions sont tout à fait compatibles avec ce que nous observons dans le cadre de la mécanique statistique de Leprovost et *al.* La beltramisation de l'écoulement, que nous mesurons de façon très indirecte, n'a lieu qu'au cœur de celui-ci, loin des zones de forçage et de forte dissipation.

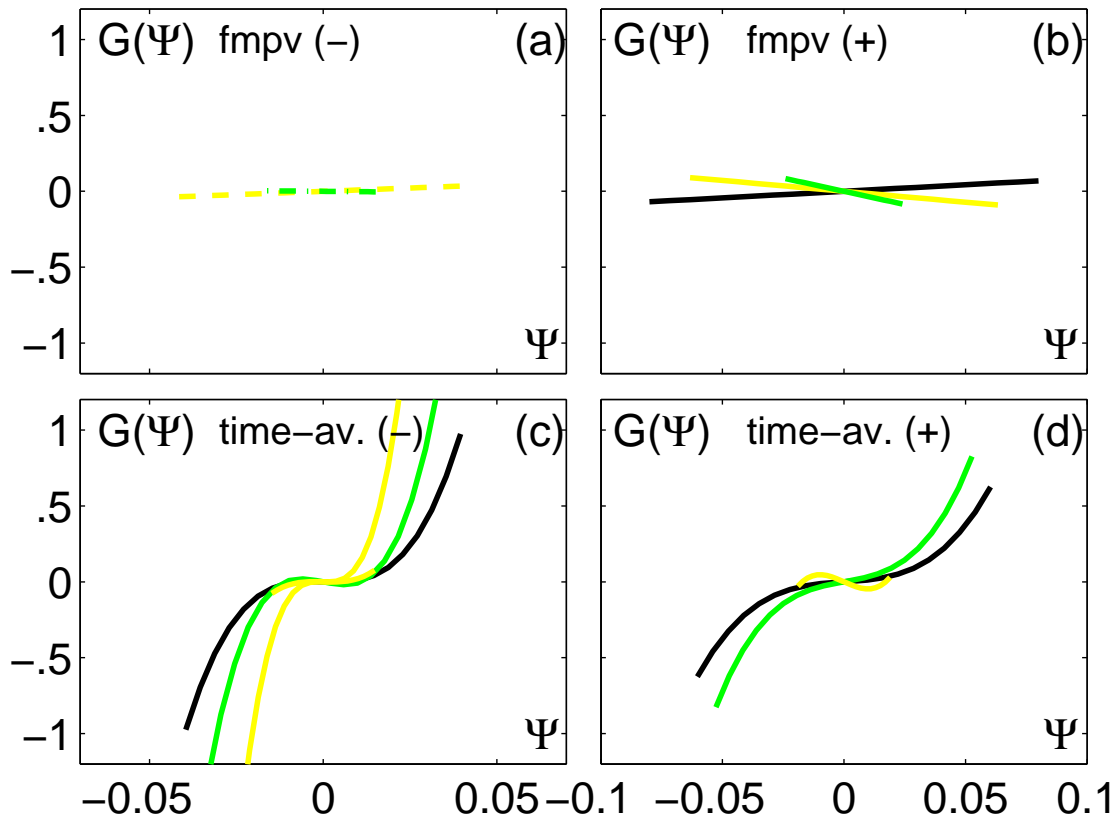


FIG. 5.8: Evolution de la fonction  $G$  associée à l'écoulement moyen (en bas) et à l'écoulement des plus probables (en haut) avec le nombre de Reynolds. A gauche, les turbines tournent dans le sens négatif, à droite dans le sens positif.  $Re \simeq 130$  (vert),  $Re \simeq 2100$  (jaune),  $Re \simeq 200000$  (noir).

### 5.1.3 Influence du forçage

Lors de la présentation phénoménologique que nous avons donnée de l'écoulement de von Kármán (voir 1.2.3), il est apparu que même si la topologie globale des écoulements moyens générés dans cette configuration est relativement indépendante du forçage dans le régime de contra rotation exacte (à l'exception bien sûr de la multi stabilité observée dans le cadre de la bifurcation globale de cet écoulement [102; 99]), il existait des différences quantifiables à l'aide de grandeurs globales. Le cadre d'étude original offert par la mécanique statistique que nous proposons permet lui aussi de quantifier ces différences à l'aide du jeu de paramètres associés aux fonctions  $F$  et  $G$  dont nous venons de montrer l'existence. Nous présentons ici l'évolution de ces paramètres pour les huit forçages principaux que nous avons étudiés. Ces forçages sont décrits dans le deuxième chapitre de cette partie et résultent de l'emploi de deux types de turbines à pales courbes (les TM60 et les TM73) et de deux types de cuves (lisse et avec un anneau dans le plan central). Pour chacune de ces configurations, nous avons effectué entre quatre et sept mesures de vitesse par SPIV à haut nombre de Reynolds (*i.e.* supérieur à  $10^5$ ). Dans ces régimes, l'écoulement est pleinement turbulent, et on s'attend à ce qu'aucune quantité adimensionnée ne dépende du nombre de Reynolds. La répétition des mesures dans cette gamme va permettre d'une part de vérifier cette hypothèse et d'autre part de qualifier la reproductibilité de notre dispositif expérimental.

Entre les TM73 et les TM60, l'angle de sortie change d'un facteur 3, mais le diamètre des

turbines évolue aussi de  $R = 0.95R_c$  à  $R = 0.75R_c$ . Il est donc difficile de savoir si l'évolution des mesures associées à ces différentes turbines est due à la courbure ou au diamètre. De plus, nous ne disposons que de quatre angles différents, ce qui est faible pour tirer de vraies tendances. Le but de la présentation qui va suivre est de montrer que les fonctions  $F$  et  $G$  existent pour tous les forçages que nous avons testés et varient d'une configuration à l'autre.

### 5.1.3.1 Influence de l'anneau

Les figures 5.9 et 5.10 rassemblent l'ensemble des mesures de  $F_{p1}$  et  $F_{p3}$  pour les turbines de type TM60 et TM73 tournant dans le sens positif et négatif en présence ou non de l'anneau dans le plan central. Les carrés représentent chacun une mesure à un nombre de Reynolds donné, et sur chaque courbe, la ligne pleine horizontale situe la moyenne de l'ensemble des points associés au même forçage (c'est cette ligne que nous avons représentée sur les courbes de la figure 5.7). Commençons par étudier  $F_{p1}$ . A tout forçage, on observe une bonne reproductibilité des mesures surtout pour les TM73 et pour les expériences avec anneau pour lesquelles le champ de vitesse fluctue moins, permettant d'obtenir des moyennes bien convergées plus rapidement. Dans le cas des TM60 sans anneau, on observe des variations du coefficient mesuré de l'ordre de 10%, aucune dépendance en nombre de Reynolds n'est cependant identifiable. L'influence de l'anneau se manifeste différemment d'un écoulement à l'autre. Pour les TM73, il a pour effet de diminuer la valeur absolue de  $F_{p1}$  alors qu'il l'augmente pour les turbines de type TM60. Quand les turbines tournent dans le sens négatif, la présence ou non de l'anneau modifie d'avantage cette valeur que dans le sens positif. En ce qui concerne  $F_{p3}$ , la dispersion des points est beaucoup plus importante mais nous pouvons tout de même observer une tendance à la diminution de la valeur absolue de  $F_{p3}$  quand l'anneau est positionné. Ceci est vrai pour tous les forçages, sauf dans le cas des TM73 tournant dans le sens négatif pour lequel la valeur absolue reste similaire, mais le signe du terme cubique change de signe en présence de l'anneau. Ces deux comportements sont induits par une plus grande linéarité de la fonction  $F$ . L'anneau serait favorable à la Beltramisation de l'écoulement.

Les courbes des coefficients de la fonction  $G$  sont présentées dans l'annexe E.1. A nouveau, on observe une bonne reproductibilité des mesures, la dispersion des points est faible. Le rapport des coefficients linéaires et cubiques est tel qu'on observe toujours le plateau autour de l'origine décrit précédemment. Pour plusieurs forçages (les TM73 avec anneau et les TM60 sans anneau tournant dans le sens positif)  $G_{p1}$  et  $G_{p3}$  sont même de signes opposés car nous avons forcé un ajustement cubique dans ce qui apparaît plutôt comme un nuage de points centré en 0. Les barres d'erreur associées aux ajustements sont très grandes et incluent toujours 0. En conclusion, la fonction  $G$  pour l'ensemble de nos mesures est compatible avec  $G \equiv 0$ .

### 5.1.3.2 Influence de la courbure des pales

Les quatre courbes de la figure 5.11 rassemblent toutes les valeurs moyennes mesurées à haut nombre de Reynolds des coefficients associés aux fonctions  $F$  et  $G$  en fonction de l'angle de sortie  $\alpha$  des turbines (voir la partie consacrée à la description des modes de forçage en 2.1, La correspondance entre les angles de sorties et les turbines employées est en outre rappelée dans le tableau 5.1). Il apparaît que  $F_{p1}$  dépend assez peu du forçage, puisque s'il l'on excepte le cas des TM73 avec anneau dans le sens négatif, il est toujours situé autour de 4 – 5 en valeur absolue. La différence entre les fonctions  $F$  associées aux différents forçage se manifeste surtout dans l'évolution de  $F_{p3}$ . Celui-ci semble varier presque continument avec l'angle de sortie des turbines, de  $-5000$  à  $+2000$  en l'absence d'anneau. Une fois encore, le point associé aux TM73 avec anneau dans le sens négatif se positionne marginalement. Nous pouvons commenter le rapport  $F_{p1}/F_{p3}$  comme mesurant en quelque sorte le taux de "Beltrami" de l'écoulement considéré. A  $F_{p1}$  à

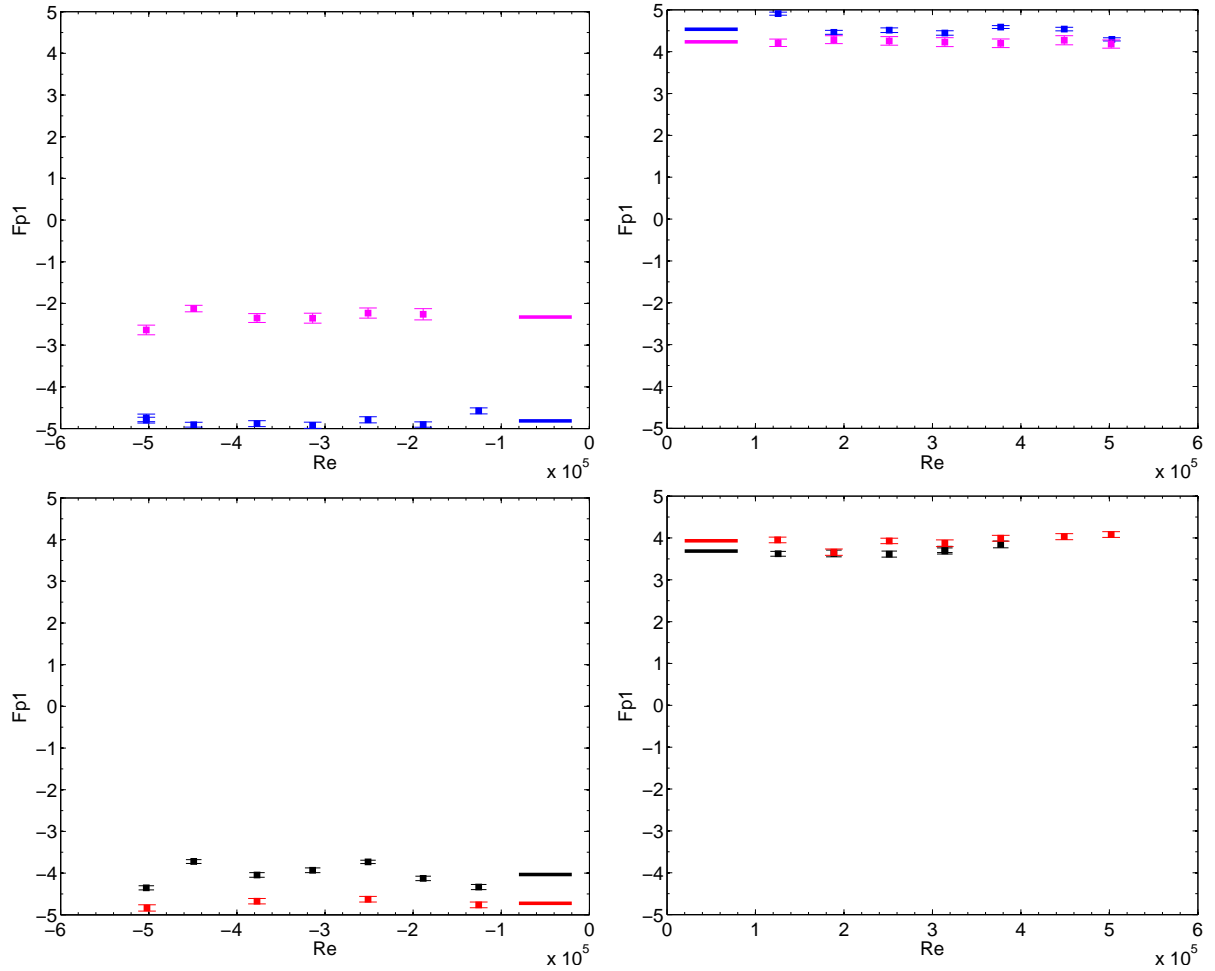


FIG. 5.9: Coefficient  $F_{p1}$  à haut Reynolds pour différents forçages, mesures par SPIV dans l'expérience VK2. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur, les barres d'erreur correspondent à l'incertitude sur l'ajustement.

peu près constant, plus  $F_{p3}$  est faible, plus l'écoulement associé est proche d'un écoulement de Beltrami. De ce point de vue, on pourrait dire que l'écoulement est d'autant plus Beltrami que l'angle de sortie est faible en valeur absolue, l'anneau favorisant cette "Beltramisation".

TAB. 5.1: Correspondance entre l'angle de sortie  $\alpha$  et le forçage.

rotation	sens (+)	sens (-)
TM60	$\alpha = +72$	$\alpha = -72$
TM73	$\alpha = +24$	$\alpha = -24$

### 5.1.3.3 Mesure en présence de rotation globale

Nous présentons ces résultats préliminaires comme un exemple d'utilisation du formalisme statistique pour décrire une classe d'écoulements.

La figure 5.12 montre l'évolution des paramètres  $F_{p1}$  et  $F_{p3}$  associés aux écoulements moyens

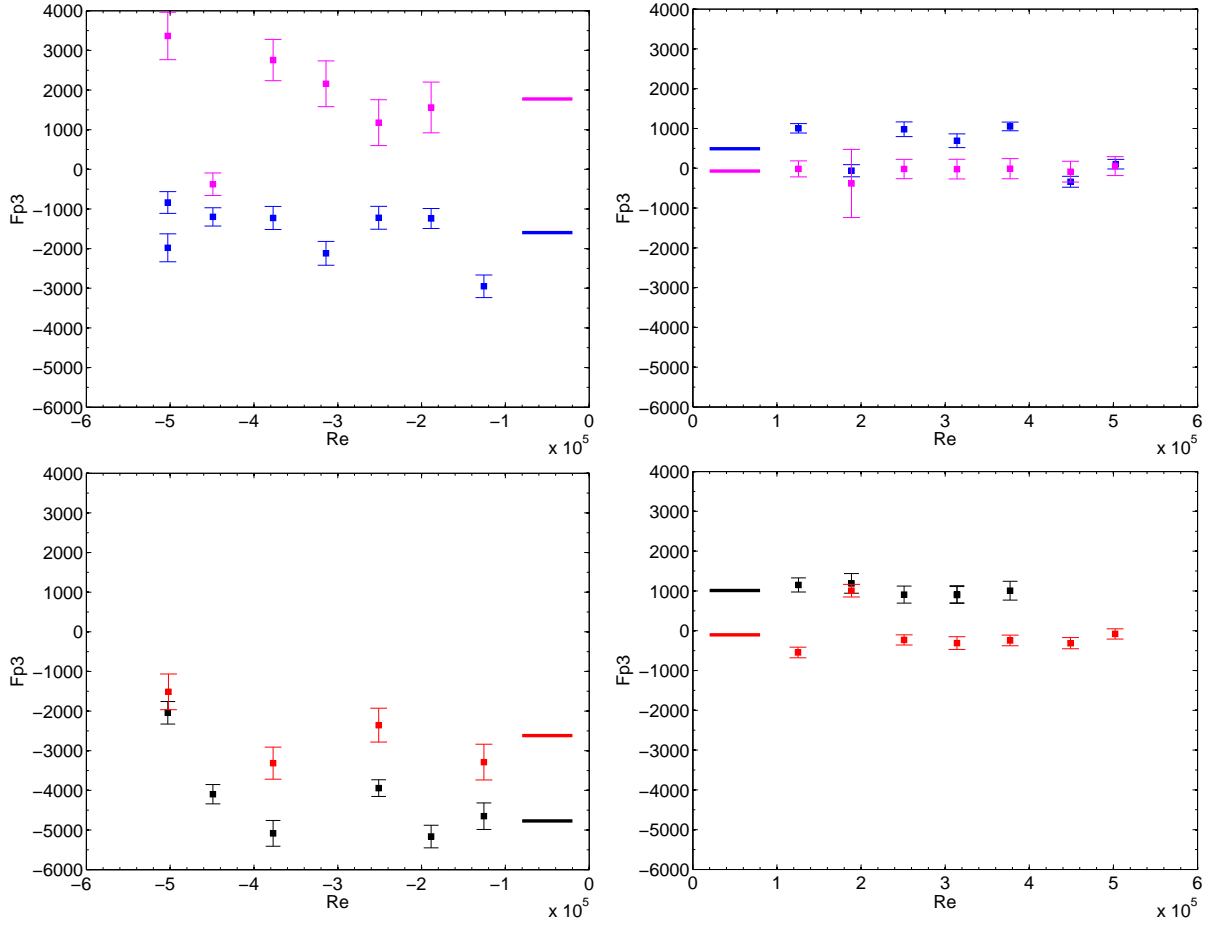


FIG. 5.10: Coefficient  $F_{p3}$  à haut Reynolds pour différents forçages, mesures par SPIV dans l'expérience VK2. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur, les barres d'erreur correspondent à l'incertitude sur l'ajustement.

obtenus dans l'écoulement de von Kármán quand des turbines TM73 tournent dans le sens positif à des vitesses différentes en présence d'un anneau dans le plan central. Ces paramètres sont mesurés dans le référentiel tournant à la fréquence de rotation globale définie par  $(F1 - F2)/2$ . Cette étude est fondée sur une seule réalisation de l'expérience et les écoulements moyens ne résultent que de 400 réalisations instantanées ; par conséquent la convergence vers les moyennes n'est pas encore complètement assurée et les résultats obtenus sont à considérer avec prudence. On observe néanmoins que  $F_{p1}$  est à peu près constant et égal à la valeur mesurée en l'absence de rotation tant que l'écoulement est constitué de deux cellules de recirculation, et dans cette même gamme,  $F_{p3}$  est très faible et évolue légèrement autour de valeurs toujours inférieures à celles mesurées en contra rotation exacte. La transition est bien marquée par un changement brusque et simultané de tous les coefficients. Marié a montré [68] que du point de vue du couple, il était équivalent d'étudier un écoulement en contra rotation exacte et un écoulement en contra rotation différentielle dans le référentiel tournant à la fréquence  $(F1 - F2)/2$ . Les tracés de la figure 5.12 montrent qu'au premier ordre ( $F_{p1}$ ) ceci est aussi vrai pour le champ de vitesse mais qu'il n'en est plus de même à l'ordre supérieur ( $F_{p3}$ ). Ces mesures constituent une première étape expérimentale dans l'étude des bifurcations hydrodynamiques de l'écoulement de von Kármán à l'aide du formalisme de la mécanique statistique. Elles sont à rapprocher des études de stabi-

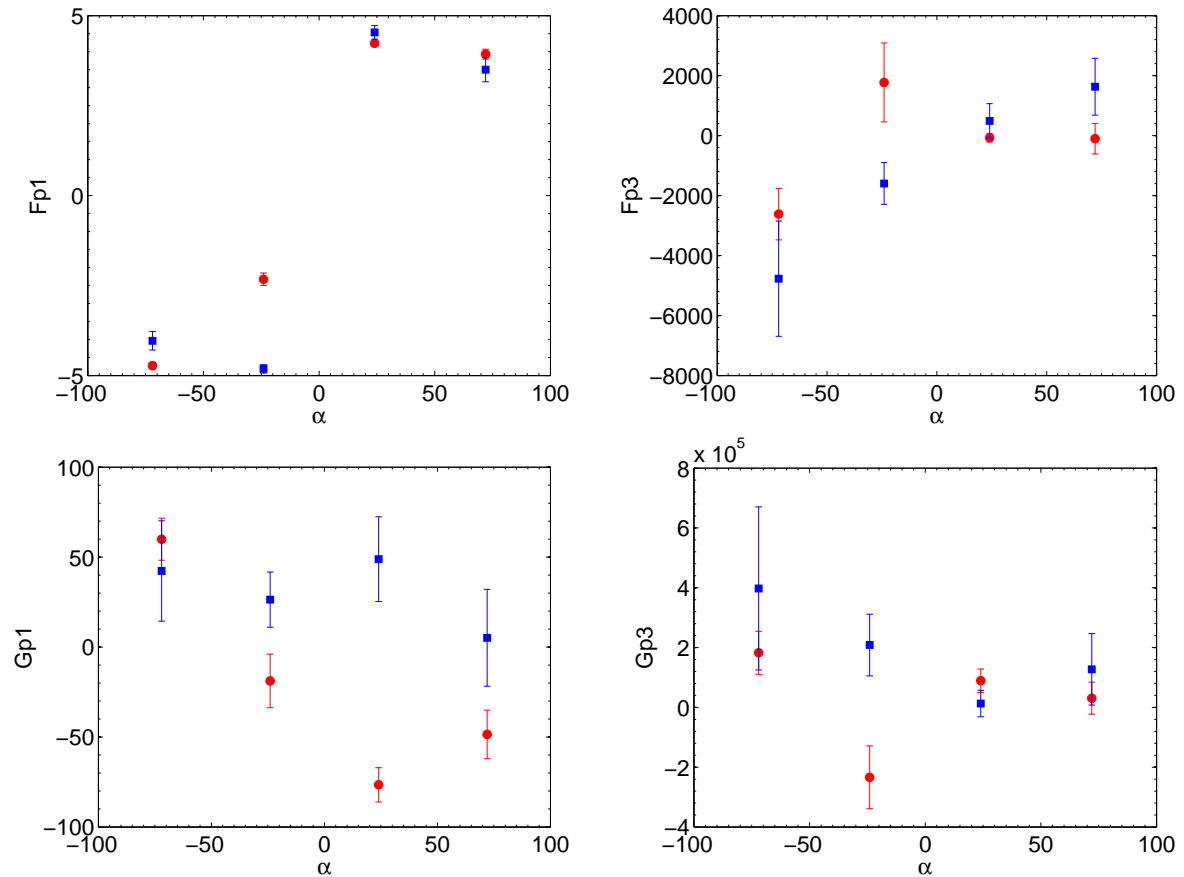


FIG. 5.11: Coefficients des fonctions  $F$  et  $G$  en fonction de l'angle de sortie  $\alpha$  des turbines. De gauche à droite et de haut en bas :  $F_{p1}$ ,  $F_{p3}$ ,  $G_{p1}$ ,  $G_{p3}$ . Les carrés bleus correspondent aux expériences sans anneau, les cercles rouges avec anneau. La correspondance entre les angles de sorties et les turbines employées est rappelée dans le tableau 5.1.

lité théoriques présentées à la section 4.3.3 et laissent entrevoir la possibilité d'un travail plus systématique sur ce thème.

#### 5.1.4 Conclusions

L'étude qui précède confirme l'émergence de fonctions simples caractérisant les états stationnaires de l'écoulement de von Kármán. Ces fonctions ont une forme générale qui semble préservée quelque soit le type de forçage et le nombre de Reynolds, néanmoins, les paramètres qui leur sont associés dépendent fortement de l'un comme de l'autre. Le lien exact qui existe entre l'existence de ces fonctions et la mécanique statistique dérivée par Leprovost et *al* n'est pas évident puisque si nous avons travaillé pour notre part à partir des écoulements moyennés en temps, la description théorique concerne elle, les écoulements les plus probables, et le passage d'une description à l'autre n'est pas trivial. En dépit de cette constatation, force est de reconnaître que c'est la description statistique des états stationnaires qui nous a permis de mettre en évidence la Beltramisation de l'écoulement de von Kármán. De plus l'émergence des états stationnaires "statistiques" se fait loin des turbines et loin des parois du cylindre, là où la dissipation comme le forçage ont le moins d'influence. Ceci conforte l'analyse statistique pour laquelle on peut s'imaginer qu'en régime permanent, l'énergie injectée par le forçage vient compenser celle dissipée par viscosité de telle façon que, au cœur de l'écoulement, on soit en présence d'un système qui ignore



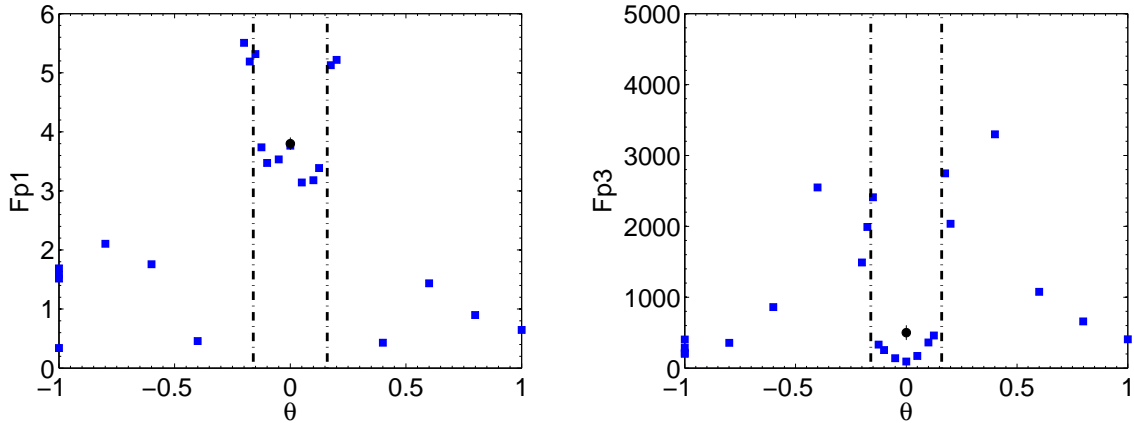


FIG. 5.12: Coefficients  $F_{p1}$  (à gauche) et  $F_{p3}$  (à droite) en fonction de  $\theta = (F1 - F2)/(F1 + F2)$  mesurés dans le référentiel tournant à  $(F1 - F2)/2$ . Les carrés bleus sont issus de moyennes réalisées à partir de 400 images pour des forçages différentiels, les cercles noirs correspondent aux résultats en contra rotation exacte présentés en 5.1.3. Le forçage est réalisé par des turbines TM73 tournant dans le sens positif dans une cuve munie d'un anneau. A l'intérieur des lignes tiretées verticales l'écoulement est à deux cellules de recirculation, à l'extérieur, une seule cellule est présente dans l'écoulement.

le forçage comme la dissipation.

Nous avons montré d'une part la grande reproductibilité de ces mesures et d'autre part le rôle joué par le forçage et par la dissipation sur la sélection des états stationnaires observés. La quantification précise de l'influence du forçage requiert désormais une étude plus systématique mettant en jeu une plus grande variété de turbines et de cuves d'expérience.

## 5.2 Etudes des fluctuations

L'intensité de la turbulence a souvent été mesurée par le rapport entre les fluctuations de vitesse et leur moyenne : le "taux de turbulence". En mesurant cette grandeur en un point, et presque toujours pour une seule composante, on observe qu'une turbulence de grille génère entre 4 et 20% de turbulence, les écoulements mis en jeu dans les expériences dynamo de Riga et Karlsruhe (voir la seconde partie de ce manuscrit) ont un taux de turbulence de l'ordre de 10% et l'écoulement de von Kármán de 30 à 50%. On voit bien les limites de cette définition, notamment pour les écoulements très inhomogènes. En effet, si on fait cette mesure dans une zone sans écoulement moyen, le taux de turbulence peut être arbitrairement élevé. Si les fluctuations sont réparties elles-mêmes de façon non homogène, le taux mesuré peut dépendre fortement du point de mesure. L'étude des fluctuations des régimes turbulents devrait permettre d'identifier les structures fluctuantes de toute taille et de toute durée de vie qui coexistent dans les écoulements à haut nombre de Reynolds. L'importance relative de ces structures peut être évaluée d'un point de vue spectral, mais également par des mesures directes des fluctuations.

La figure 5.13 présente une carte du taux de turbulence mesuré pour chacune des trois composantes de la vitesse dans l'écoulement de von Kármán. Pour la composante radiale, ce taux est saturé au-delà de 2 sur l'ensemble du plan de mesure. Pour les deux autres composantes, on voit clairement l'inhomogénéité de cette mesure, particulièrement entre le centre du cylindre où l'écoulement moyen ortho radial est de faible amplitude et le pompage intense. Ainsi au cœur des cellules de recirculation, le taux mesuré pour  $v_{theta}$  est de l'ordre des 50% généralement retenus pour cet écoulement, alors qu'il est partout supérieur à cette valeur pour la composante axiale. Dans ces conditions, quelle valeur donner pour mesurer à l'aide d'un seul paramètre le niveau de

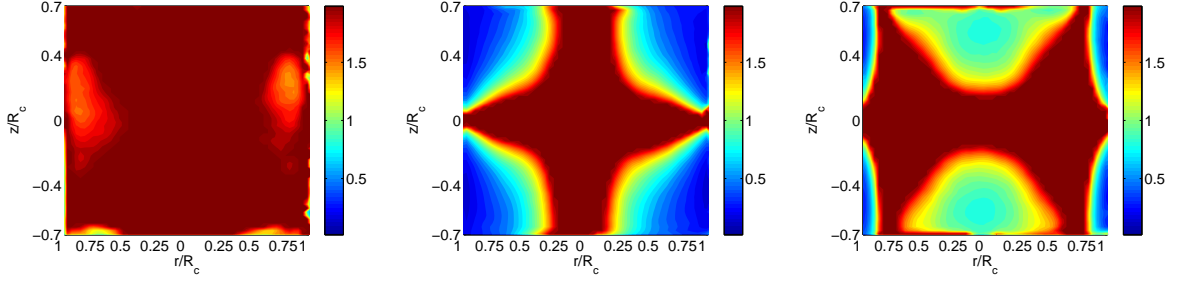


FIG. 5.13: Rapport de la vitesse *rms* et de la vitesse moyenne dans l'expérience VK2 pour  $Re = 2 \times 10^5$  avec des turbines de type *TM73* tournant dans le sens négatif. De gauche à droite :  $v_r$ ,  $v_{theta}$ ,  $v_z$ .

turbulence d'un écoulement? Suivant Laval et al [56], nous proposons une série de paramètres globaux, issus de mesures locales servant à caractériser le niveau de fluctuations d'un écoulement. Cette section est dédiée à l'introduction et à l'étude de ces nouveaux paramètres.

### 5.2.1 Notations

Le but ici est de trouver des paramètres scalaires simples caractérisant le niveau de fluctuations d'un écoulement turbulent. Laval et al [56], dans le cadre d'une étude numérique de l'effet dynamo ont introduit deux grandeurs  $\delta$  et  $\delta_2$  définies de la façon suivante :

$$\delta(t) = \frac{\langle E_c \rangle (t)}{E_c(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})} \quad (5.3)$$

$$\delta_2(t) = \frac{\sigma_t(\langle E_c(\vec{x}, t) \rangle)^{\frac{1}{2}}}{E_c(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})}$$

où  $U$ ,  $V$  et  $W$  sont les trois composantes de la vitesse et où  $\bar{X}$ ,  $\langle X \rangle$  et  $\sigma_t(X)$  désignent respectivement les moyennes temporelles et spatiales et la valeur *rms* temporelle de la grandeur  $X$ .  $E_c(\vec{x}, t)$  et  $E_c(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})$  sont respectivement l'énergie cinétique instantanée et l'énergie cinétique de la moyenne temporelle de  $(U, V, W)$  :

$$E_c(\vec{x}, t) = U^2(\vec{x}, t) + V^2(\vec{x}, t) + W^2(\vec{x}, t) \quad (5.4)$$

$$E_c(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})(\vec{x}) = \overline{U(\vec{x}, t)^2} + \overline{V(\vec{x}, t)^2} + \overline{W(\vec{x}, t)^2} \quad (5.5)$$

$$(5.6)$$

$\delta(t)$  est le rapport entre l'énergie cinétique de l'écoulement au temps  $t$  et de l'écoulement moyenné en temps, on notera sa moyenne  $\delta$ ,  $\delta_2(t)$  est la valeur *rms* de  $\delta(t)$ . Le paramètre  $\delta$  peut s'obtenir directement à partir des champs de vitesse ou par intégration des spectres spatiaux de puissance de la vitesse.

Nous pouvons aller un tout petit peu plus loin et introduire quatre grandeurs supplémentaires :

$$\delta_Y(t) = \left( \frac{\sigma_x(Y(\vec{x}, t))}{\sigma_x(\bar{Y}(\vec{x}))} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.7)$$

suivant que  $Y$  est une des trois composantes de la vitesse ou l'énergie cinétique, alors  $\delta_Y(t)$  est le rapport entre les largeurs typiques des distributions spatiales de la composante considérée au

temps  $t$  et de cette composante moyennée en temps ou le rapport entre les largeurs typiques des distributions spatiales d'énergie cinétique au temps  $t$  et de l'énergie cinétique de l'écoulement moyenné en temps.

## 5.2.2 Mesures dans l'écoulement de von Kármán en contra rotation exacte

Les mesures de vitesse par SPIV dont nous nous sommes servi pour étudier les états stationnaires de l'écoulement de von Kármán consistent toutes en l'acquisition de 5000 champs "instantanés" de vitesse successifs échantillonnés à une fréquence de l'ordre de 1 à 6Hz. Dans la section précédente, nous avons extrait de ces séries de mesures des cartes d'écoulements moyens, ici, nous exploitons la dimension temporelle de ces mesures afin de calculer pour chaque série l'ensemble des paramètres qui viennent d'être définis.

### 5.2.2.1 Séries temporelles - PDF

Nous présentons à la figure 5.14 les tracés temporels de  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$ , et  $\delta$  pour un écoulement forcé par des turbines de type TM73 tournant dans le sens positif en l'absence d'anneau dans le plan central. Chacun de ces signaux fluctue autour de sa valeur moyenne, ses fluctuations étant en première approximation gaussiennes comme en témoigne la figure 5.15 qui rassemble les PDF de l'ensemble des expériences réalisées avec ce forçage pour sept valeurs du nombre de Reynolds différentes, toutes supérieures à  $10^5$ . L'annexe E.1 rassemble les PDF mesurées pour l'ensemble des forçages (TM60 et TM73 tournant dans les deux sens de rotation avec et sans anneau) et permet les conclusions suivantes :

- à forçage donné, la forme des PDF est indépendante de la réalisation, il est donc possible d'étudier l'influence du forçage sur les fluctuations en se restreignant à l'étude des moyennes et des valeurs *rms* des différents  $\delta$  introduits.
- dans l'ensemble les PDF sont approximativement gaussiennes.
- seule la PDF de  $\delta_{v_r}$  dans le cas de turbines TM60 tournant dans le sens négatif en présence de l'anneau est très asymétrique.

Cette dernière distinction peut paraître singulière, d'autant plus que la PDF de  $\delta_{v_z}$  associée est, elle, parfaitement gaussienne. En effet, quand on étudie l'écoulement de von Kármán, on a tendance à assimiler les comportements de  $v_r$  et de  $v_z$  du fait de l'axisymétrie et de l'incompressibilité. Si cette assimilation est pertinente du point de vue de l'écoulement moyen ( $v_r$  et  $v_z$  sont les dérivées de la fonction de courant  $\psi$ ), elle ne l'est plus pour l'écoulement dépendant du temps qui n'est pas axisymétrique, notamment du fait de la dynamique de la couche de mélange et des structures lentes à grande échelle qui lui sont associées. Si on imagine, par exemple, un tourbillon "conique" pointant vers le centre du cylindre et précessant autour de son axe, on voit que, pour cette structure, ce sont plutôt les composantes axiale et azimutale de la vitesse qui seront liées. Le forçage produisant ces PDF très asymétriques est justement celui qui induit le plus haut niveau de fluctuation dans l'écoulement. C'est également celui qui donne lieu à la bifurcation turbulente déjà présentée.

### 5.2.2.2 Influence du forçage

Comme lors de l'étude des fonctions statistiques associées aux états stationnaires de l'écoulement de von Kármán, à l'aide des huit forçages différents que nous avons mis en œuvre, nous allons ébaucher l'étude de la dépendance des paramètres  $\delta$  avec ce forçage. Nous allons nous concentrer sur  $\delta$  et  $\delta_2$ . Les figures 5.17 et 5.18 rassemblent les résultats associés à ces deux paramètres pour l'ensemble des expériences que nous avons réalisées. On observe pour chacun de ces paramètres une très grande reproductibilité des mesures, si ce n'est pour les TM73 tournant

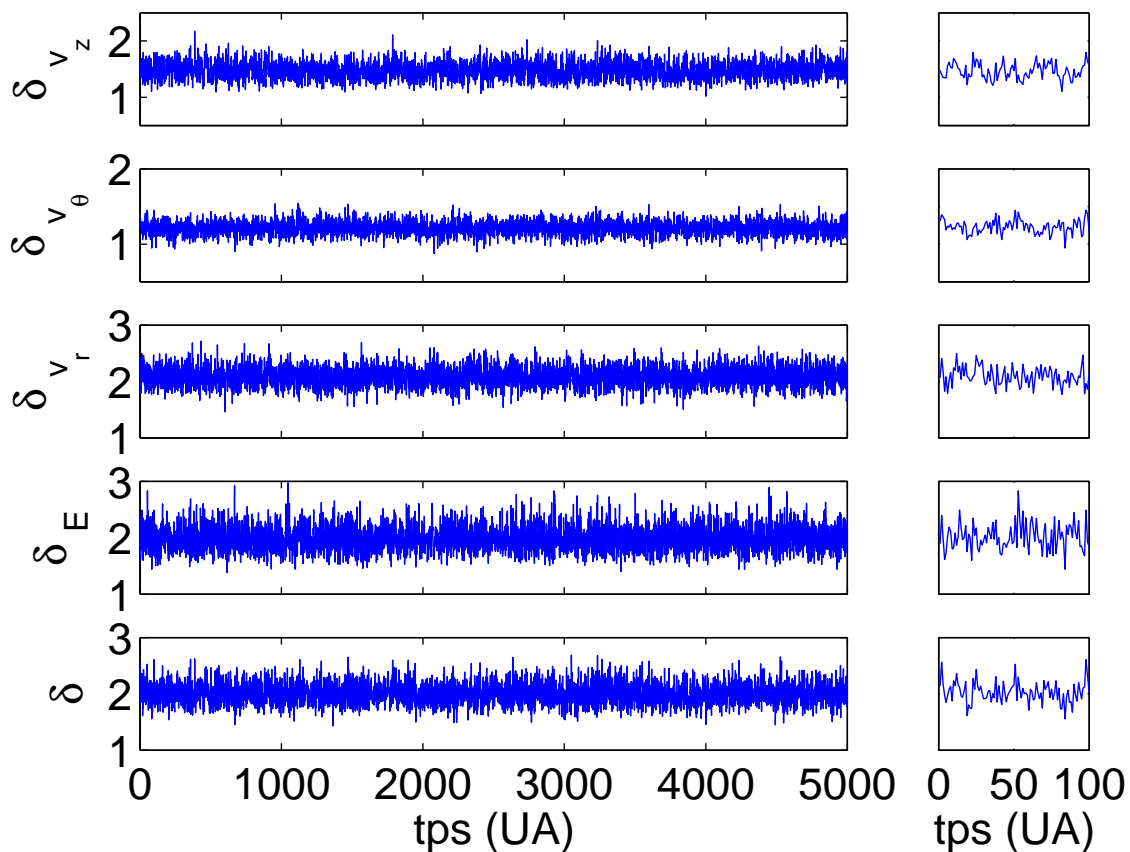


FIG. 5.14: Tracés temporels des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant dans le sens positif à 5Hz sans anneau. A gauche, ensemble des 5000 acquisitions, à droite zoom sur les 200 premières. De haut en bas :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$ , et  $\delta$ .

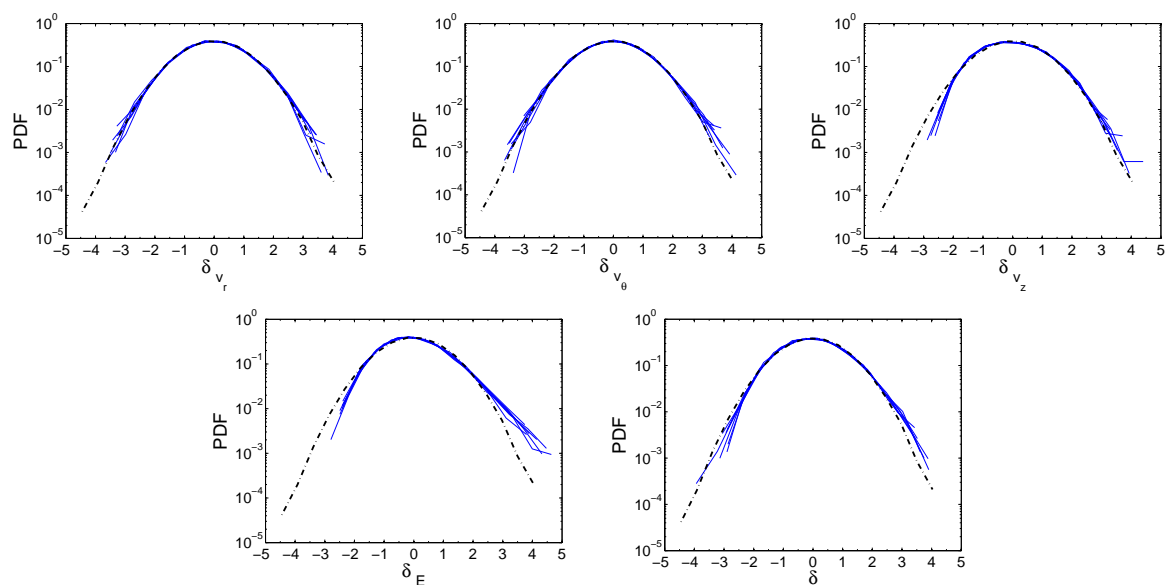


FIG. 5.15: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant dans le sens positif à tout nombre de Reynolds étudiés sans anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

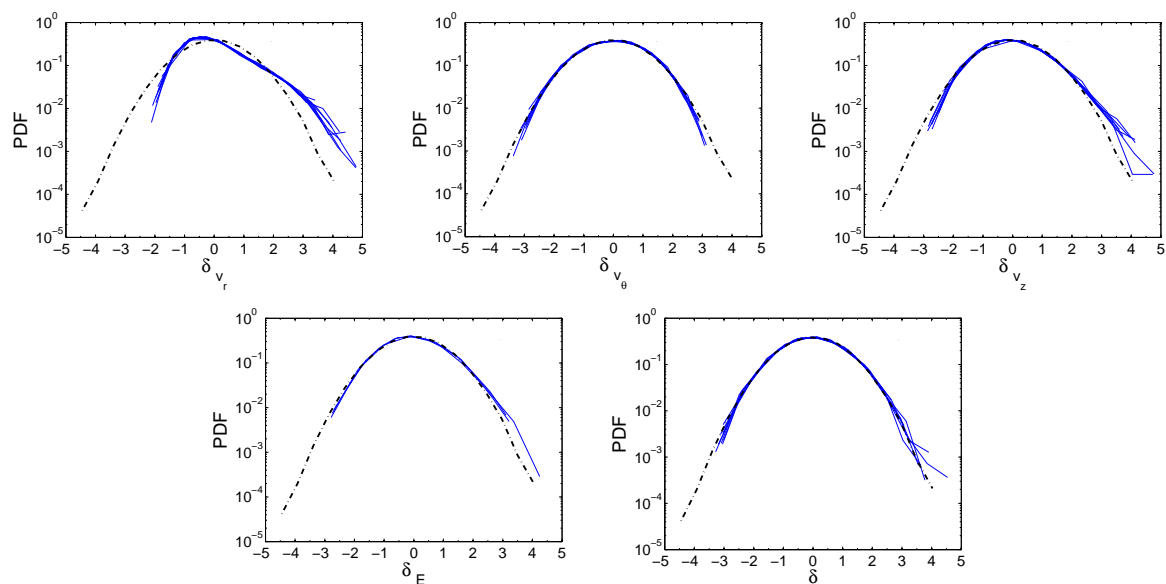


FIG. 5.16: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM60 tournant dans le sens négatif à tout nombre de Reynolds étudiés sans anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

dans le sens négatif sans anneau, les écarts relatifs entre expériences différentes sont toujours inférieurs à 10%, et dans la plupart des cas inférieurs à 5% qui est, rappelons-le l'incertitude sur nos mesures de vitesses. L'anneau a toujours pour effet de faire chuter très fortement les valeurs de  $\delta$  ou  $\delta_2$ . Afin de bien visualiser les effets du forçage, nous représentons les valeurs moyennes de ces deux paramètres en fonction de l'angle  $\alpha$  de sortie des turbines à la figure 5.19 (cette démarche a déjà été adoptée à la section précédente, cf. 5.1.3).

Ces deux courbes mettent en évidence le rôle majeur de l'anneau qui consiste à considérablement réduire le taux de fluctuation dans l'écoulement. D'une part, les valeurs de  $\delta$  sont plus faibles en présence de l'anneau de 25 à 45% par rapport à ce qu'elles sont en son absence.  $\delta$  mesure le rapport entre l'énergie cinétique contenue dans les écoulements instantanés et celle contenue dans leur moyenne temporelle, ainsi, cette diminution franche en présence de l'anneau quantifie l'effet stabilisateur qu'exerce celui-ci sur l'écoulement en réduisant le niveau des fluctuations. Les figures 5.20 et 5.21 présentent des moyennes réalisées sur un nombre variable de réalisations allant de 1 à 5000. Si on compare l'ensemble de ces figures aux écoulements moyens associés, on s'aperçoit qu'en présence de l'anneau, l'écoulement converge beaucoup plus vite vers sa moyenne, ce qui est en parfait accord avec un taux de fluctuations plus faible. Le paramètre  $\delta$  tout en mesurant le niveau de fluctuations nous donne une idée de la proximité qui existe entre des réalisations instantanées de l'écoulement et leur moyenne temporelle. Si on compare maintenant les  $\delta$  associés à chaque composante de la vitesse qui sont présentés à la figure 5.22, on retrouve tout d'abord le fait que l'anneau fait toujours diminuer la valeur de  $\delta$ , mais il apparaît surtout que la composante azimutale présente un caractère beaucoup moins fluctuant que les deux autres et surtout beaucoup moins dépendant de la nature du forçage. L'observation des tracés instantanés nous avait déjà donné cette impression qui trouve ici une confirmation quantitative.

### 5.2.2.3 Comparaison avec les spectres

$\delta$  mesurant le rapport de l'énergie cinétique instantanée moyenne et de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen, il est possible de le calculer à partir des spectres spatiaux de la vitesse grâce à l'égalité de Parseval. Cette étude spectrale s'est faite dans le cadre du post-doc de Pantxo Diribarne qui a mis en place les outils de traitements permettant l'obtention de spectres spatiaux. La démarche est simple : à partir des mesures de SPIV à haute résolution (fenêtres d'interrogation de taille  $32 \times 32$  pixels), on construit la transformée de Fourier à deux dimensions de chaque champ instantané mesuré et on moyenne les spectres obtenus sur un nombre de réalisations assez important ( $\simeq 1000$ ). On peut également réaliser une moyenne sur des horizons de mesure plus ou moins longs avant de calculer les FFT 2D, et on retrouve, dans le domaine spectral cette fois, une façon d'étudier la convergence de l'écoulement vers sa moyenne.

La figure 5.23 compare les valeurs mesurées de  $\delta$  à partir des spectres à celle obtenues directement à partir des mesures de vitesse. L'accord de ces deux modes de mesure est excellent, puisque six points sur huit sont confondus avec la première bissectrice, seuls les deux points associés aux forçages dans le sens négatif sans anneau s'en éloignent de 10%. Nous allons donc pouvoir utiliser les spectres pour comprendre les valeurs prises par  $\delta$ .

La figure 5.24 présente les spectres spatiaux obtenus à partir d'un écoulement forcé à 4Hz par des TM60 tournant dans le sens négatif en présence ou non d'un anneau dans le plan central. Les représentations linéaires montrent que les premiers moyennages sur des temps de l'ordre de 5 ou 10s (*i.e.* quelques temps de retournements), ont pour effet principal de réduire les fluctuations aux grandes échelles, les fluctuations aux petites échelles disparaissant sur des temps beaucoup plus longs. Ces constatations sont en parfait accord avec les simulations numériques directes de Laval *et al.* Ceci montre que ce sont les fluctuations aux grandes échelles qui contribuent pour l'essentiel à faire augmenter  $\delta$ , le poids des petites échelles est marginal dans le calcul du niveau de fluctuations. Ceci est en assez bon accord avec l'image que l'on peut avoir de l'écoulement

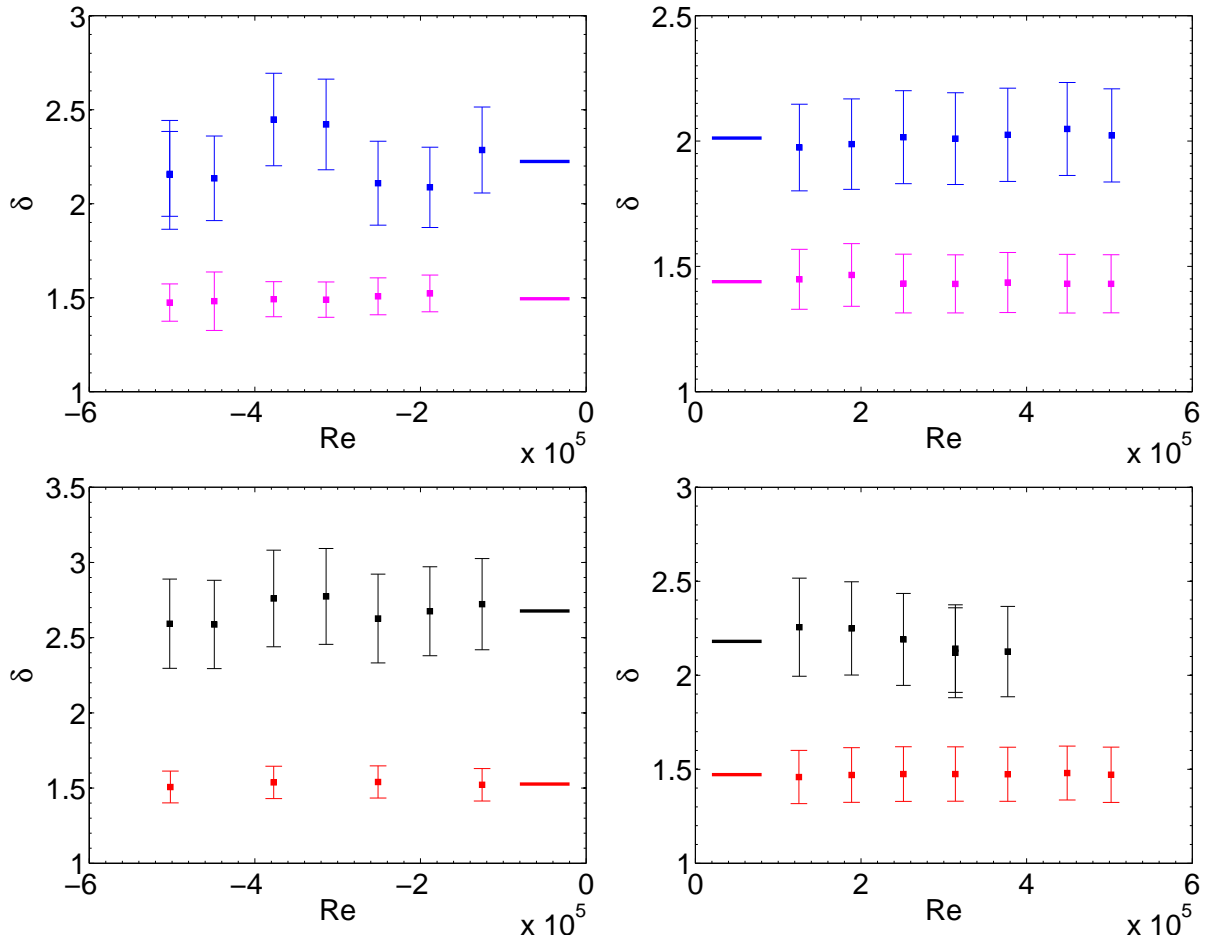


FIG. 5.17: Valeurs moyennes de  $\delta$  pour l'ensemble des expériences réalisées. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positifs) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur. Les barres d'erreurs correspondent à la valeur rms des  $\delta$ .

de von Kármán. Les gros tourbillons lents de la couche de mélange contiennent beaucoup plus d'énergie que les petites fluctuations incohérentes présentes dans l'ensemble de l'écoulement. Voyons maintenant le rôle de l'anneau à partir de la figure 5.25 qui superpose les tracés de la figure 5.24. La représentation linéaire montre que l'anneau réduit grandement l'énergie des grandes échelles de l'écoulement et ce pour tous les horizons de moyennage intermédiaires. En revanche, il n'a qu'un effet très limité (voire nul avec notre précision de mesure) sur la répartition de l'énergie dans l'écoulement moyen. Sur le tracé en échelle logarithmique il apparaît que pour les horizons de moyennage courts le niveau d'énergie des fluctuations à petite échelle n'est pas du tout affecté par l'anneau.

Nous pouvons tirer deux conclusions de cette étude :

- ce n'est pas la répartition de l'énergie de l'écoulement moyen qui est affectée par l'anneau, mais celle de l'écoulement instantané. L'évolution du paramètre  $\delta$  avec la présence de l'anneau est donc gouvernée par les modifications que celui-ci apporte à la dynamique de l'écoulement.
- c'est la part à grande échelle de cette dynamique qui domine l'évolution de  $\delta$ .

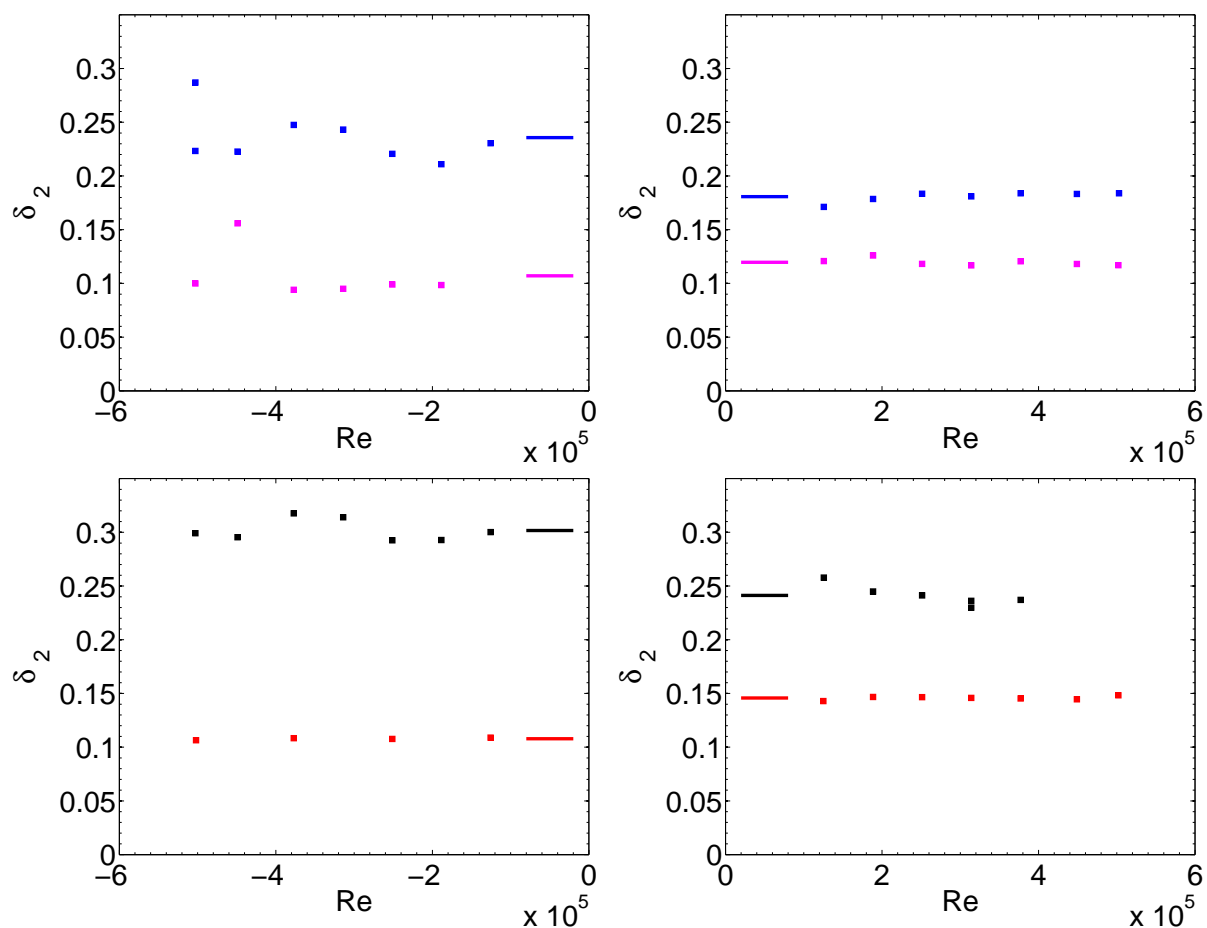


FIG. 5.18: Valeurs moyennes de  $\delta_2$  pour l'ensemble des expériences réalisées. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positifs) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur.

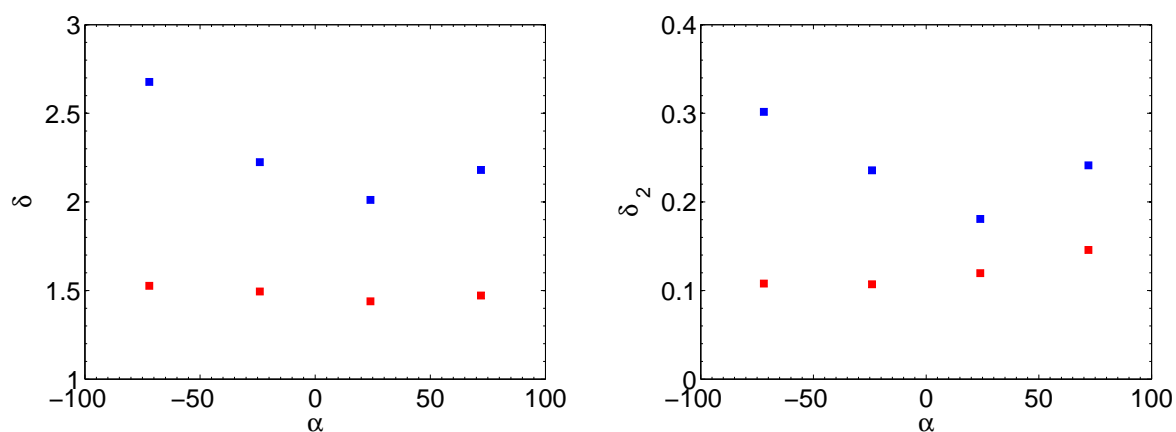


FIG. 5.19: Evolution de  $\delta$  (à gauche) et de  $\delta_2$  (à droite) avec l'angle de sortie des turbines. Points bleus : sans anneau, points rouges : avec anneau.



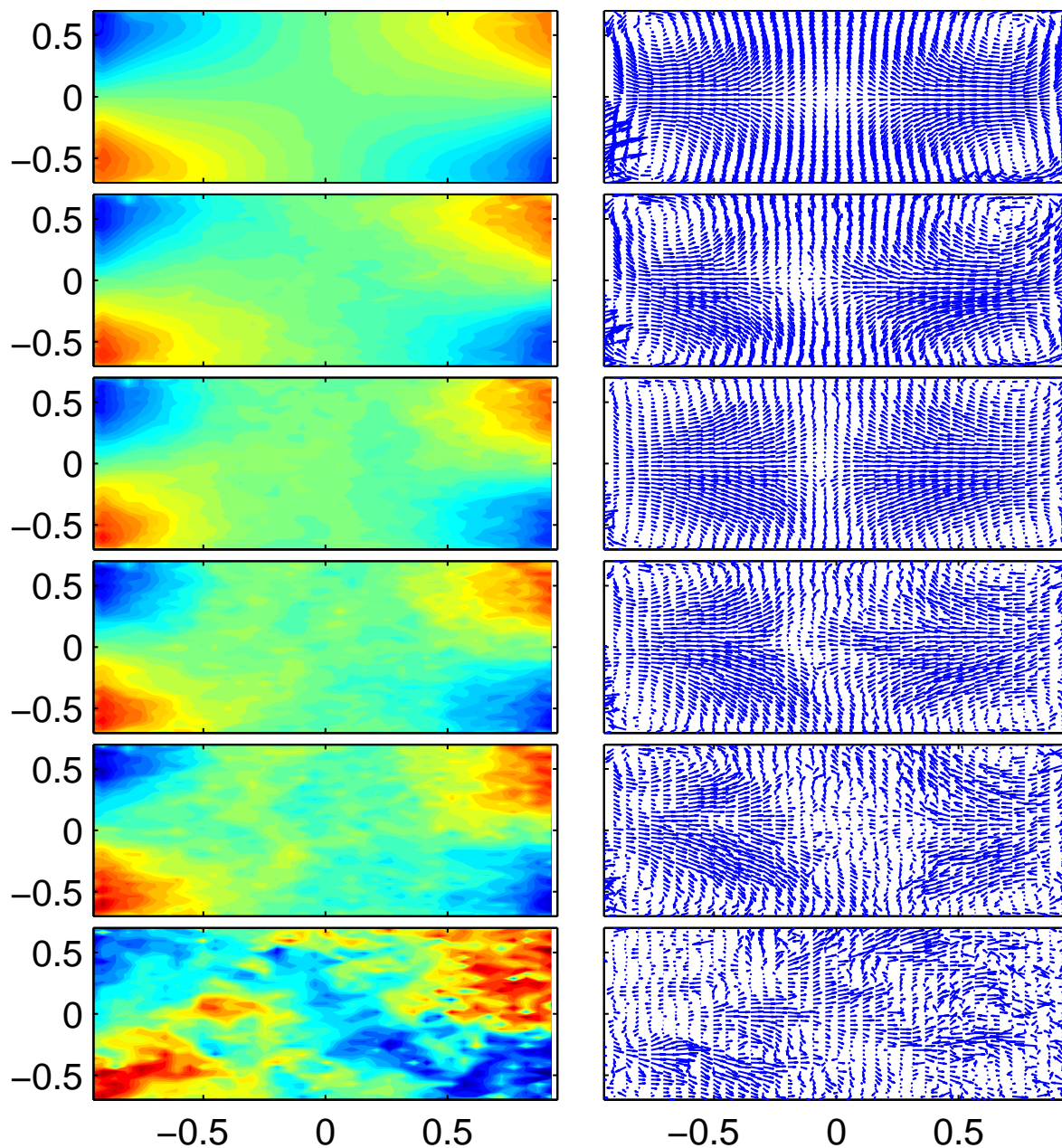


FIG. 5.20: Vitesses moyennées sur plus ou moins de réalisations. A gauche, composante azimutale, à droite composantes poloïdales. De haut en bas, les moyennes sont réalisées sur : 5000, 150, 60, 20, 10 et 1 images. Contra rotation dans le sens négatif à 4Hz sans anneau.

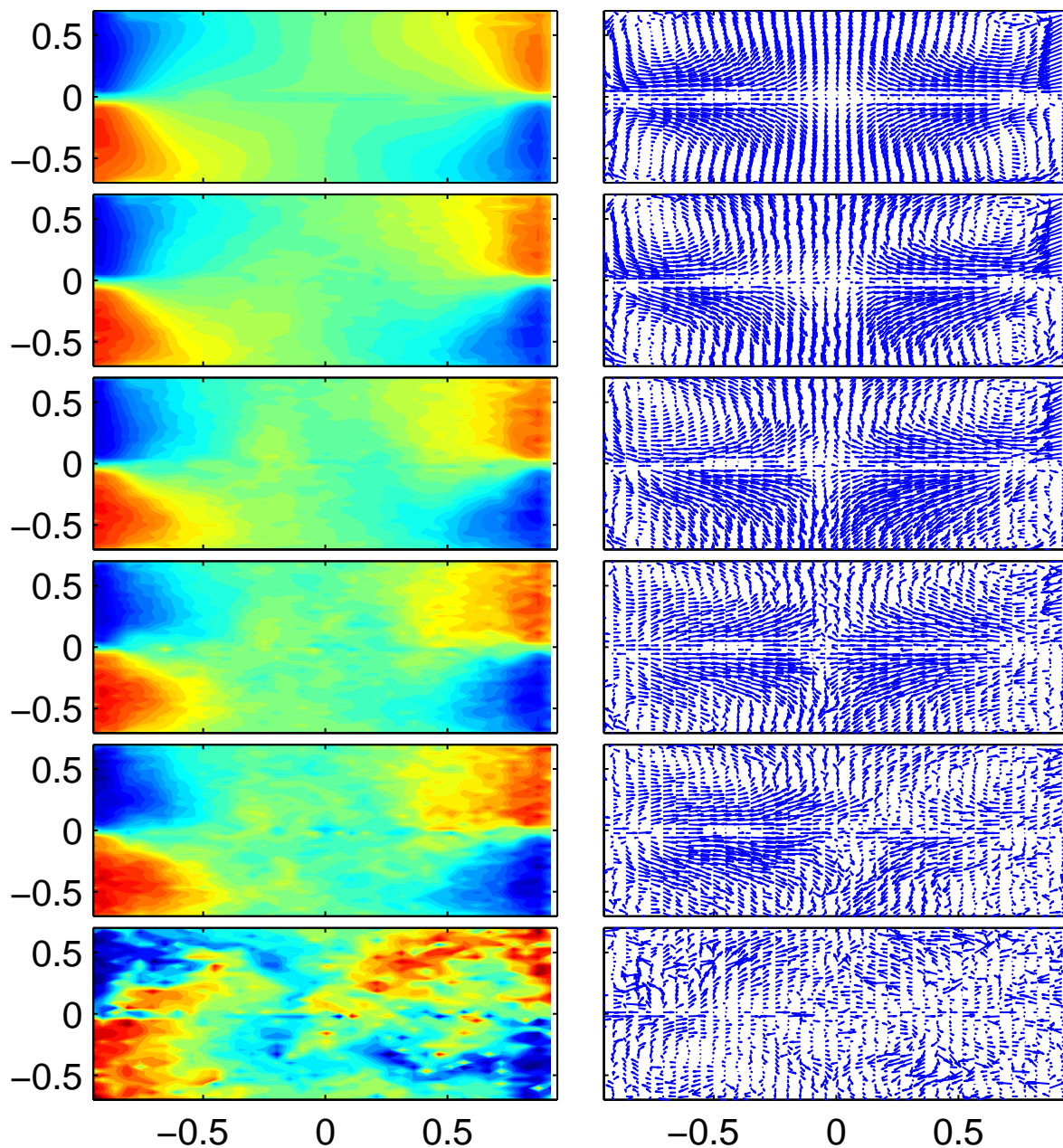


FIG. 5.21: Vitesses moyennées sur plus ou moins de réalisations. A gauche, composante azimutale, à droite composantes poloïdales. De haut en bas, les moyennes sont réalisées sur : 5000, 150, 60, 20, 10 et 1 images. Contra rotation dans le sens négatif à 4Hz avec anneau.

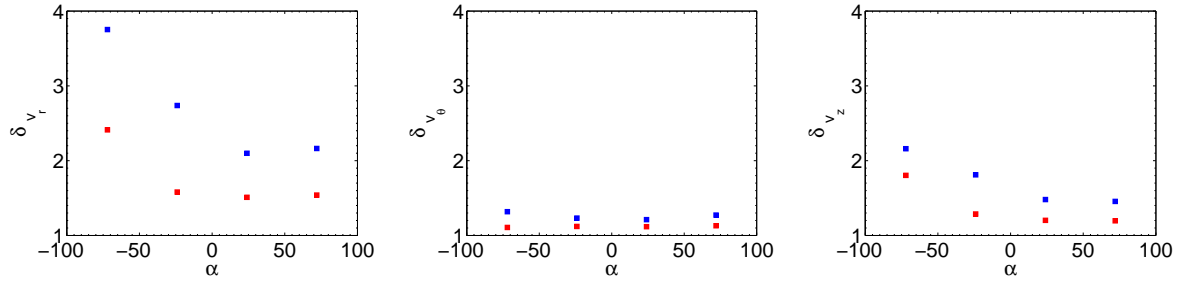


FIG. 5.22: Evolution de  $\delta_{v_r}$  (à gauche),  $\delta_{v_\theta}$  (au centre) et de  $\delta_{v_z}$  (à droite) avec l'angle de sortie des turbines. Points bleus : sans anneau, points rouges : avec anneau.

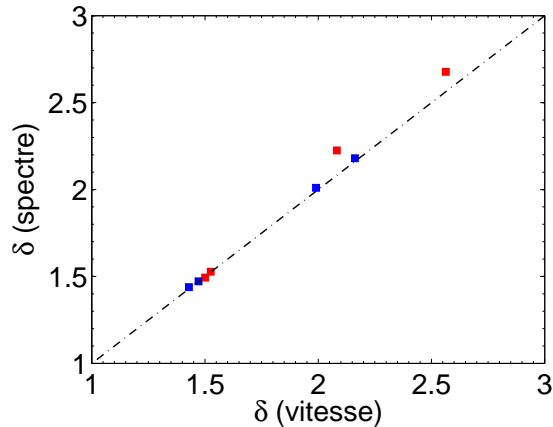


FIG. 5.23: Comparaison des  $\delta$  mesurés à partir des spectres (ordonnées) et à partir des mesures directes de vitesse (abscisses). En rouge : sens de rotation négatif, en bleu : sens de rotation positif. La ligne tiretée noire est la première diagonale.

**Remarque :** Comme nous l'avons évoqué dans l'introduction, l'étude des spectres de vitesse a occupé une place importante dans les laboratoires s'intéressant à la turbulence, notamment dans l'esprit de confrontation entre les expériences et la théorie de Kolmogorov. Un problème se posait néanmoins. Cette théorie est dérivée pour des incréments de vitesse spatiaux, alors que jusqu'à un passé récent, les expérimentateurs n'avaient accès qu'à des séries temporelles de vitesse acquises en un point. Pour pouvoir exploiter leurs mesures, ils avaient recours à l'hypothèse de Taylor qui assimile les fluctuations temporelles de vitesse  $v(t)$  mesurées en un point donné à  $u(R/\bar{V})$  où  $\bar{V}$  est la vitesse moyenne au point considéré et  $R$  est la distance à un point en amont. Nous renvoyons le lecteur à la revue de L'vov et al [63] pour une intéressante discussion sur la validité de cette hypothèse et les erreurs qu'elle engendre. Depuis l'avènement de la PIV, il est possible de réaliser des spectres spatiaux, même si la résolution spatiale est encore très (trop) faible en comparaison des résolutions temporelles accessibles avec les fréquences d'acquisition des fils chauds par exemple. La donnée des spectres spatiaux permet de vérifier la validité de l'hypothèse de Taylor. La figure 5.26 présente des spectres spatiaux obtenus dans l'écoulement de von Kármán sur deux ensembles différents. La figure de gauche prend en compte l'énergie cinétique totale sur l'ensemble de l'écoulement (tous les spectres présentés précédemment ont été calculés ainsi) et les trois courbes de la figure de droite sont obtenues composante par composante sur la totalité du plan d'expérience, sur 70% et 50% de ce plan. Une loi de puissance dans la gamme inertielle en  $K^{-5/3}$  n'est observable qu'au cœur de l'écoulement quand on ne considère

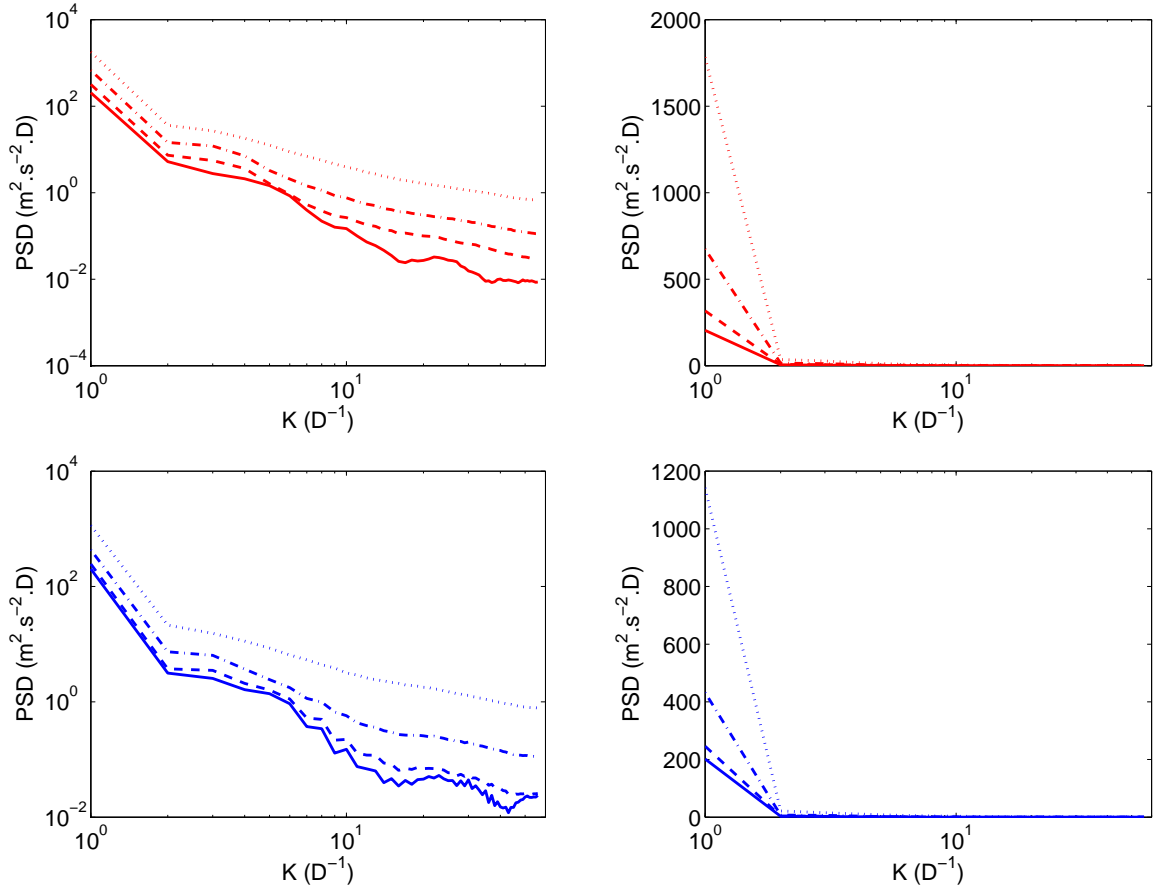


FIG. 5.24: Densité spectrale de puissance de la vitesse en fonction du nombre d'onde  $k$ , exprimé en fraction de  $D = 2R_c$  le diamètre de la cuve d'expérience. En haut expérience sans anneau, en bas avec anneau. A gauche en tracé  $\log - \log$ , à droite  $lin - \log$ . Traits pleins : écoulement moyen (5000 instantanés), longs traits discontinus : moyenne sur 60 instantanés, traits-points : moyenne sur 10 instantanés, pointillés : instantanés.

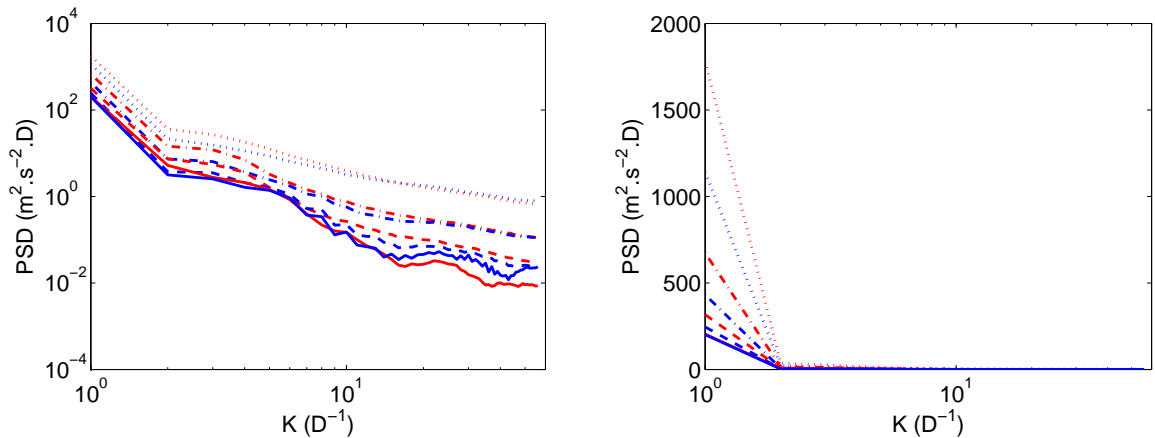


FIG. 5.25: Comparaison des spectres mesurés avec et sans anneau. Les courbes présentées et les légendes sont exactement celles de la figure 5.24. A gauche en tracé  $\log - \log$ , à droite  $lin - \log$ . En bleu : sans anneau, en rouge : avec anneau.

qu'une composante de la vitesse. C'est dans cette région que l'écoulement est le plus homogène et le plus isotrope, l'influence directe des turbines via le pompage étant moins présente. Quand on considère l'ensemble des composantes, la loi d'échelle est en  $K^{-2}$ . Autrement dit, plus on se place dans un cadre proche des hypothèses de Kolmogorov, plus la loi d'échelle observée est proche de celle prédite par sa phénoménologie.

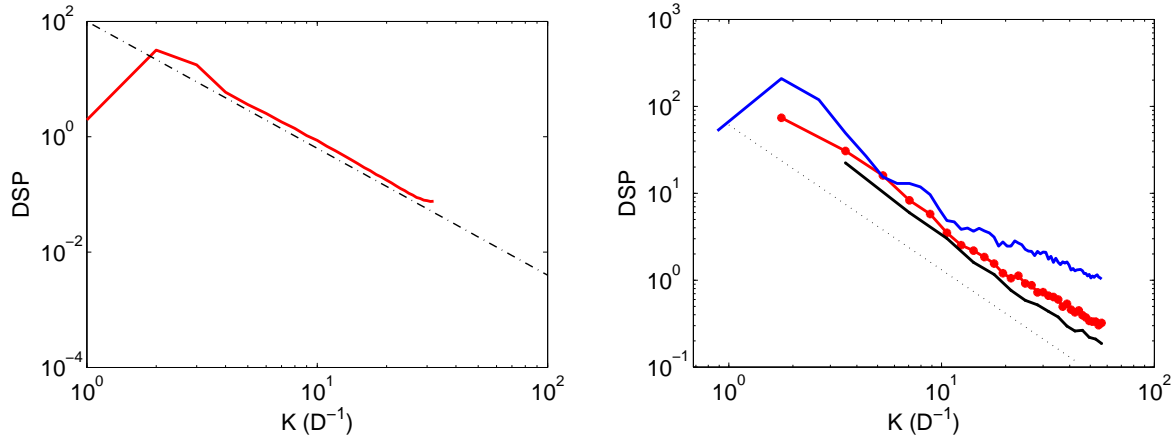


FIG. 5.26: Vérification de l'hypothèse de Taylor pour un écoulement forcé par des turbines TM60 tournant dans le sens positif avec anneau. A gauche : spectre de l'énergie cinétique totale sur l'ensemble de l'écoulement (en rouge), loi de puissance en  $K^{-2}$  (ligne tiretée). A droite : énergie cinétique obtenue composante par composante pour trois fenêtrages centrés sur le centre du cylindre. En rouge : tout l'écoulement, en bleu : 70% de l'écoulement, en noir : 50% de l'écoulement, ligne tiretée : loi de puissance en  $K^{-5/3}$ . Les couleurs correspondent à celles de la figure 5.3.

#### 5.2.2.4 Conclusions

Nous avons introduit à la suite de Laval et *al* [56] plusieurs paramètres scalaires permettant de mesurer l'importance des fluctuations d'un écoulement turbulent. Nous avons montré qu'à l'aide d'un système de PIV stéréoscopique il était possible d'obtenir une mesure robuste et reproductible de ces grandeurs, soit à partir des spectres spatiaux de vitesse, soit directement à partir des mesures de vitesse. L'exploration de différents forçages nous a permis de montrer que ces paramètres globaux pouvaient varier fortement avec la façon dont le fluide est mis en mouvement. Ces paramètres, issu de mesures locales, donnent néanmoins une vision globale du niveau de fluctuations d'un écoulement. Leur définition permet a priori une comparaison quantitative d'écoulements différents et de ce point de vue, il serait intéressant d'en avoir une mesure dans les écoulement dynamogènes de Riga et de Karlsruhe. En effet, nous verrons lors de l'introduction à l'effet dynamo dans le premier chapitre de la seconde partie de ce manuscrit que, les expériences de dynamo fluides turbulentes étant souvent optimisées à partir de mesures de l'écoulement moyen, avoir une mesure quantitative globale des écarts qui peuvent exister entre cet écoulement moyen et ses réalisations instantanées est d'un intérêt majeur pour discuter de la pertinence de ces optimisations. Par exemple, l'ajout d'un anneau dans l'expérience von Kármán Sodium a été motivée par la volonté de réduire les fluctuations à grandes échelle de la couche de cisaillement ; notre étude montre a posteriori que ce sont bien les structures à grande échelle qui dominent énergétiquement dans l'écoulement de von Kármán et que l'anneau a effectivement pour principal effet de réduire grandement leur vivacité.

### 5.2.3 Mesures dans l'écoulement de von Kármán en contra rotation différentielle

Nous venons de montrer la possibilité qu'il y avait d'étudier les fluctuations d'un écoulement à partir d'un petit jeu de paramètres scalaires. Nous en présentons ici une première utilisation pratique. Les régimes de forçage différentiels ( $F1 \neq F2$ ) sont souvent associés à l'étude de la bifurcation turbulente (voir section 1.2.3) et nous verrons dans la seconde partie de ce manuscrit que leur étude s'avère d'un intérêt majeur pour comprendre l'effet dynamo observé dans l'expérience VKS2 (voir section 9.4).

Nous avons réalisé une série d'expériences à  $F1 \neq F2$  dans une configuration similaire à celle de VKS (turbines TM73, anneau). Nous verrons à la section 9.4 que dans ces conditions, la transition entre les écoulements à une ou deux cellules de recirculation a lieu autour de  $\theta = \pm 0.16$ .

Nous présentons à la figure 5.27 les mesures des paramètres  $\delta$  obtenues en fonction de  $\theta$ . Commençons par nous intéresser à la courbe de gauche correspondant à l'ensemble du plan de mesure. En  $\theta = 0$ ,  $\delta$  est de l'ordre de 1.7 et quand on augmente la dissymétrie du forçage,  $\delta$  augmente légèrement jusqu'à atteindre 1.85 avant de chuter brusquement à la transition de deux à une cellule de l'écoulement. Au-delà de la transition ( $|\theta| > 0.16$ ),  $\delta$  diminue puis croît à nouveau, le changement de comportement ayant vraisemblablement lieu entre  $|\theta| = 0.3$  et  $|\theta| = 0.4$ . La courbe de droite de la même figure reprend les mêmes données, mais cette fois,  $\delta$  est calculé indépendamment sur la moitié haute et la moitié basse de l'écoulement. On voit qu'avant la transition, quand l'écoulement est composé de deux cellules de même taille, la répartition des fluctuations est très asymétrique. C'est la cellule proche de la turbine la plus rapide qui fait augmenter le niveau de fluctuations de l'écoulement. La cellule la plus lente le faisant au contraire diminuer. Les valeurs de  $\delta$  dans la zone la plus fluctuante peuvent monter jusqu'à 2.6 juste avant la transition, c'est à dire environ deux fois plus qu'en contra rotation exacte. L'anneau retient la couche de mélange et force l'écoulement à être composé de deux cellules de même taille (voir section 9.4). Cette action forte de l'anneau se traduit par une augmentation drastique des fluctuations a priori à grande échelle dans la cellule la plus rapide. La figure 5.28 présente dans les mêmes conditions l'évolution de  $\delta_2$ . On retrouve globalement les mêmes comportements qualitatifs, si ce n'est que tant que l'écoulement est à deux cellules,  $\delta_2$  moyenné sur l'ensemble du plan de mesure est à peu près constant, les événements intenses n'ont vraiment lieu que dans la cellule la plus rapide. Nous verrons les implications de ces observations sur l'étude de l'effet dynamo dans l'expérience VKS2 dans la seconde partie de ce manuscrit.

### 5.2.4 Théorèmes de fluctuation

Au début de ce chapitre, l'étude des états stationnaires dans le cadre de la mécanique statistique de Leprovost et *al* nous a fourni un moyen original de caractériser les états stationnaires de l'écoulement de von Kármán à l'aide d'un petit nombre de paramètres. L'évolution de ces paramètres avec le nombre de Reynolds que nous avons présentée en 5.1.2 a fait émerger une tendance à la beltramisation de l'écoulement à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Même si les écoulements de von Kármán que nous étudions ne sont assurément pas des écoulements de Beltrami, ils en sont assez proches, du moins au cœur de l'écoulement. C'est avec cette idée en tête que nous avons, dans le chapitre précédent, dérivé dans le cadre d'une approximation de champ moyen deux théorèmes de type fluctuation-dissipation pour des écoulements Beltrami (voir 4.3). Tout comme nous l'avons déjà fait pour les états stationnaires, nous allons étudier l'écoulement réel produit dans l'expérience VK2 à l'aide de ce formalisme théorique issu de la mécanique statistique. Nous allons successivement présenter et commenter les résultats associés aux deux théorèmes de fluctuations. Dans cette présentation, nous allons distinguer les coefficients thermodynamiques  $\mu$  et  $\beta$  suivant qu'ils sont associés à l'approche champ moyen pour le moment cinétique ou pour la vorticité par l'ajout d'un indice approprié ( $X_\sigma$  ou  $X_\xi$ ). Cette

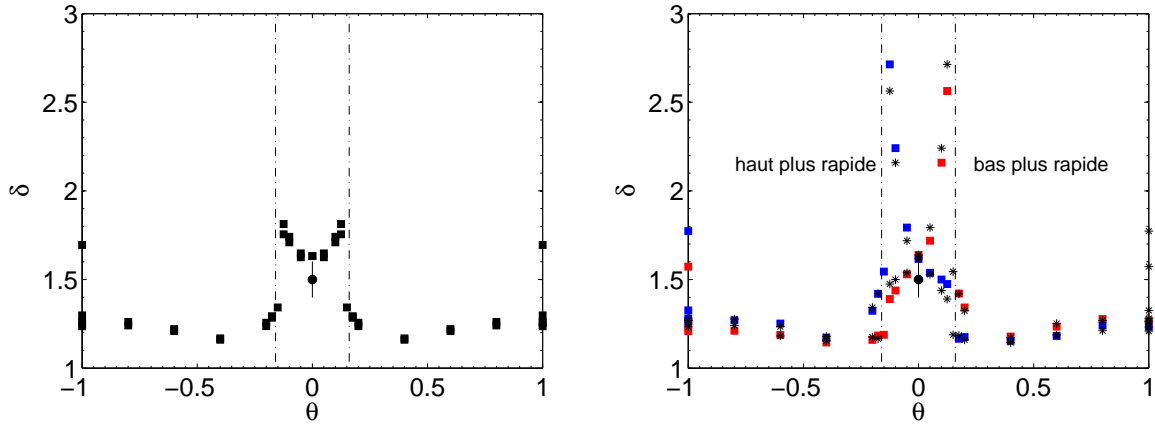


FIG. 5.27: Evolution de  $\delta$  avec  $\theta$ . A gauche : ensemble de la cuve d'expérience. A droite : les carrés bleus correspondent à la moitié supérieure de la cuve d'expérience, les rouges à la partie inférieure, ces deux courbes ont été symétrisées par rapport à  $\theta = 0$  (étoiles noires). Les cercles noirs en  $\theta = 0$  correspondent à la mesure en contra rotation exacte.

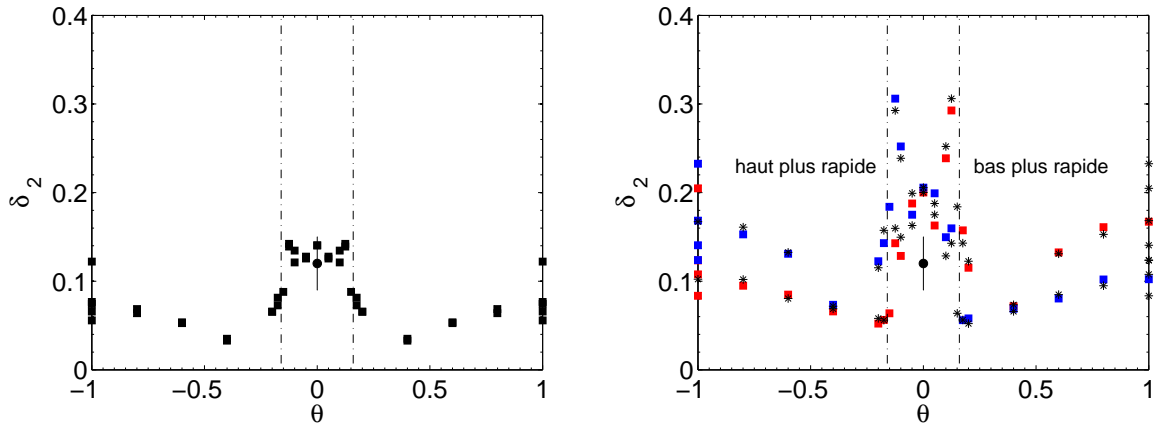


FIG. 5.28: Evolution de  $\delta_2$  avec  $\theta$ . A gauche : ensemble de la cuve d'expérience. A droite : les carrés bleus correspondent à la moitié supérieure de la cuve d'expérience, les rouges à la partie inférieure, ces deux courbes ont été symétrisées par rapport à  $\theta = 0$  (étoiles noires). Les cercles noirs en  $\theta = 0$  correspondent à la mesure en contra rotation exacte.

distinction qui avait déjà été évoquée lors des dérivations théoriques sera clarifiée et complétée par les conclusions de cette section.

#### 5.2.4.1 Fluctuations du moment cinétique

Le raisonnement présenté à la section 4.3 nous a conduit à obtenir les deux relations suivantes pour les fluctuations du moment cinétique  $\sigma$  :

$$\overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{\mu_\sigma} \frac{\delta \bar{\sigma}}{\delta \xi} \quad (5.8)$$

$$\overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{r^2}{\beta_\sigma}$$

La première de ces égalités relie les fluctuations de moment cinétique à la réponse de celui-ci à une perturbation de vorticité. La vorticité n'est pas un paramètre de contrôle direct de notre expérience. Aussi, il ne nous est pas possible de la faire varier afin de mesurer la réponse du moment cinétique à ces variations. Néanmoins, dans nos expériences à haut Reynolds, du fait de la Beltramisation, le moment cinétique et la vorticité sont reliés de façon simple par une relation de la forme suivante :

$$\sigma \propto \xi r^2.$$

Cette propriété est bien illustrée par la figure 5.29. La relation linéaire entre ces deux grandeurs est compatible avec nos mesures au centre de l'écoulement et justifie l'estimation du terme de réponse  $\frac{\delta\bar{\sigma}}{\delta\xi}$  par le simple rapport  $\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\xi}}$ . Néanmoins, l'utilisation d'un ajustement cubique pour estimer ce rapport permettrait de réduire sensiblement la dispersion des données sur les figures que nous allons maintenant présenter.

La figure 5.30 montre les tracés des fluctuations de moment cinétique en fonction de cette fonction de réponse pour des turbines de type TM73 tournant dans les sens positif et négatif. Quand on considère l'ensemble des points de mesure (points rouges et noirs), la dispersion est importante et deux zones semblent se dégager. En revanche, quand on ne prend en compte que les points de mesures correspondants au cœur de l'écoulement (points noirs), il est raisonnable de réaliser un ajustement linéaire de ces données dont la pente nous fournit une mesure de  $\mu_\sigma$ . Les grandeurs portées par les deux axes des tracés de la figure 5.30 sont des mesures expérimentales bruitées. Afin de réaliser des ajustements non linéaires avec un bon degré de confiance, il faudrait calculer les résidus de ces ajustements dans les deux directions. Nous n'avons pas développé une telle technique et les outils d'ajustement à notre disposition (toolbox Matlab) ne proposent pas cette fonctionnalité. Pour palier ce manque, nous avons effectué deux ajustements non linéaires, en calculant les résidus sur une coordonnée puis sur l'autre. Les deux droites (en bleu et en vert) présentées sur chacun des tracés correspondent à ces deux ajustements et conduisent donc à deux mesures différentes des paramètres thermodynamiques et nous fournissent l'incertitude de mesure qui est présentée dans le tableau 5.2.

La seconde égalité des relations (5.8) indique que les fluctuations du moment cinétique pour un

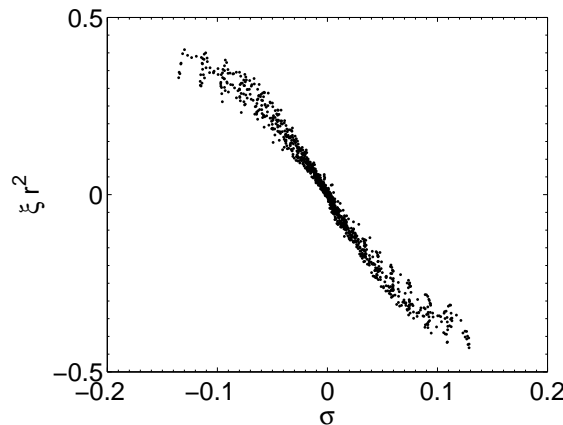


FIG. 5.29: Lien entre moment cinétique et vorticité dans l'écoulement de von Kármán dans le cas de turbines TM73 tournant dans le sens positif.

écoulement de Beltrami ne dépendent que de la variable d'espace  $r$  et sont donc indépendantes de  $z$ . Les tracés bruts de la figure 5.31 présentent les variations de  $\sigma_{rms}^2$  en fonction de  $r/R_c$  et de  $z/R_c$  pour des écoulements engendrés par des turbines de type TM73 tournant dans le sens positif et dans le sens négatif. On a représenté l'ensemble des points de mesure en noir



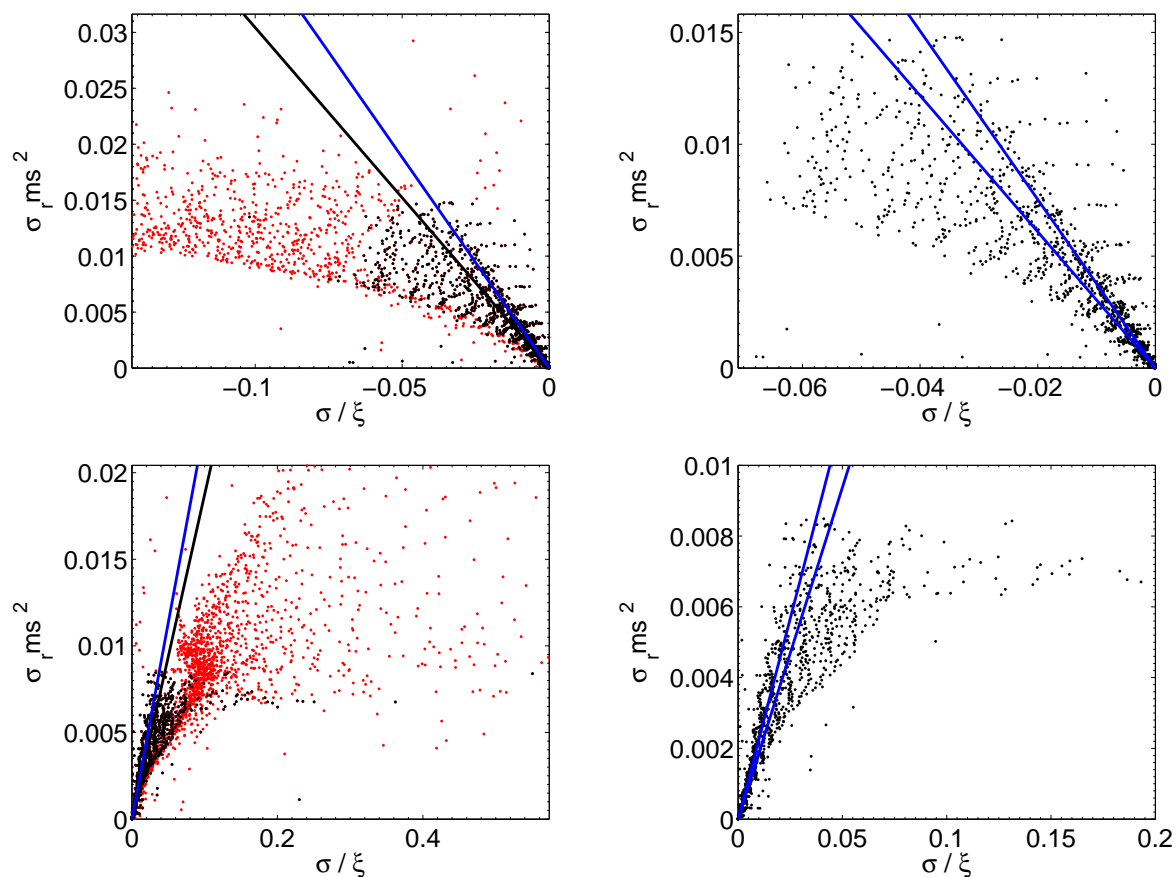


FIG. 5.30: Test de la première relation de fluctuation pour le moment cinétique à partir des fonctions de réponse pour des turbines de type TM73 tournant dans le sens négatif en haut et positif à droite. A gauche : ensemble des points de mesure, à droite zoom sur le cœur de l'écoulement pour lequel la beltramisation a été observée.

et les moyennes selon la variable non représentée en rouge. Sur les deux tracés en fonction de  $r/R_c$ , il apparaît que les fluctuations du moment cinétique à  $r$  donné dépendent peu de  $z$ , par contre, à  $z$  donné, une dépendance en  $r$  quadratique semble envisageable. La dispersion des points traduisant la dépendance en  $z$  est d'autant plus faible que l'on s'intéresse à ce qui se passe au cœur de l'écoulement. Si nous reprenons le fenêtrage utilisé lors de caractérisation des états stationnaires (voir 5.1), on peut réaliser un ajustement quadratique avec une bonne précision. Le coefficient de cet ajustement correspond dans le cadre de la mécanique statistique au paramètre de Lagrange associé à l'énergie :  $1/\beta_\sigma$  qui joue le rôle d'une température effective. La figure 5.32 présente ces ajustements pour les deux exemples présentés à la figure 5.31.

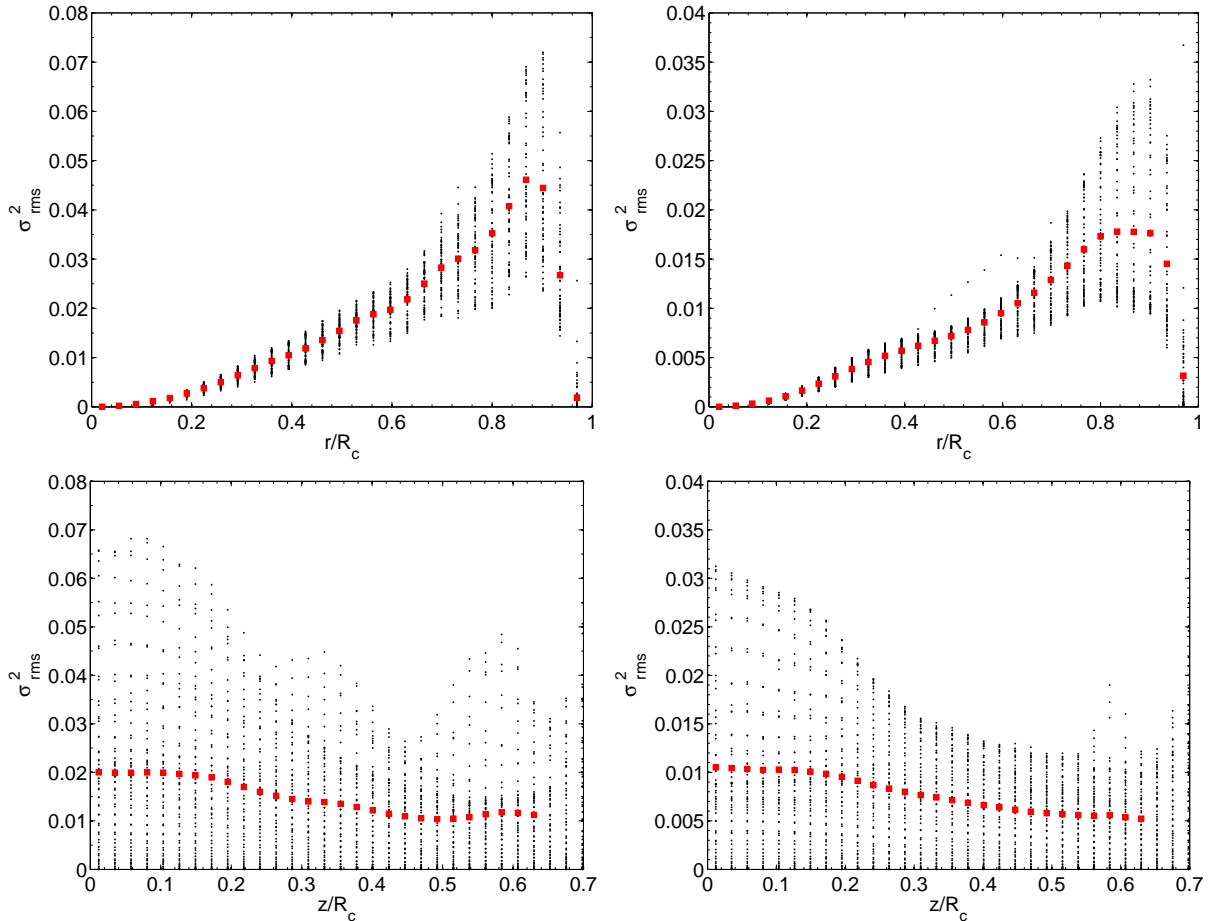


FIG. 5.31: En haut : fluctuations du moment cinétique  $\sigma$  en fonction de la variable d'espace  $r/R_c$  pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant à 6Hz dans le sens négatif (resp. positif) à gauche (resp. droite). En noir, l'ensemble des points de mesure. Les carrés rouges représentent la moyenne selon  $z/R_c$  pour des iso-valeurs de  $r/R_c$ . En bas : les mêmes tracés en inversant les rôles de  $r/R_c$  et  $z/R_c$ .

**Dépendance avec le forçage :** Pour l'ensemble des expériences que nous avons réalisées à haut Reynolds, on observe des fluctuations du moment cinétique dont le comportement est très bien décrit par les courbes présentées à la figure 5.31. Nous avons donc, pour chacune de ces expériences, réalisé un ajustement quadratique de la dépendance de  $\sigma_{rms}^2$  avec la variable d'espace  $r/R_c$  de façon à mesurer la température effective associée à l'écoulement correspondant. La figure 5.33 montre la très grande reproductibilité de ces mesures pour chaque type de forçage utilisé. Les barres d'erreur correspondent à l'incertitude liée à l'ajustement quadratique. Elles sont beaucoup

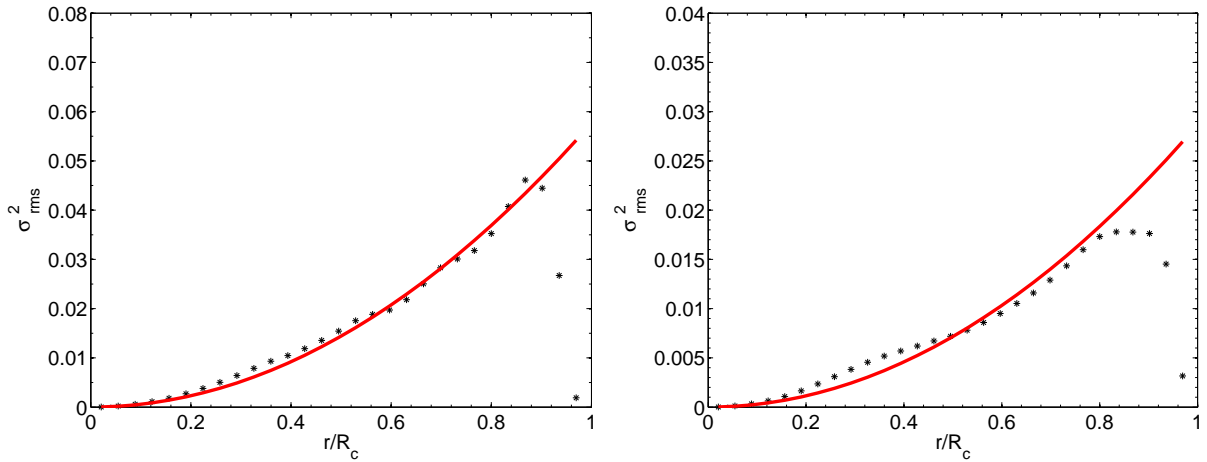


FIG. 5.32: Fluctuations du moment cinétique  $\sigma$  en fonction de la variable d'espace  $r/R_c$  pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant à 6Hz dans le sens négatif (resp. positif) à gauche (resp. droite). En noir, la moyenne selon  $z/R_c$  pour des iso-valeurs de  $r/R_c$ , en rouge un ajustement quadratique de ces données. Les résidus quadratiques sont respectivement de 0.986 et 0.95.

plus larges que celles associées aux coefficients des fonctions  $F$ , néanmoins à forçage donné, les écarts relatifs entre mesures à nombres de Reynolds différents sont toujours inférieurs à 10%, et dans la plupart des cas inférieurs à 5%. Dans le sens de rotation positif, la nature du forçage a un impact mineur sur les fluctuations du moment cinétique. En revanche, dans le sens de rotation négatif, les valeurs mesurées varient fortement avec le type de turbines et le type de cuve utilisés. L'ajout de l'anneau diminue d'environ 40% le niveau des fluctuations. Les turbines à pales très courbes (les TM60) génèrent environ 50% de fluctuations de plus que les TM73. Cette constatation est tout à fait compatible d'une part avec les mesures de  $\delta$  présentées à la section précédente et avec l'image que l'on pouvait avoir de l'écoulement à partir de visualisations. Cette température effective  $1/\beta_\sigma$  apparaît comme un paramètre supplémentaire permettant de quantifier le niveau de fluctuation de l'écoulement. La similarité de comportement observée entre  $\delta$  et  $1/\beta_\sigma$  nous incite à représenter l'un en fonction de l'autre sur la figure 5.34. Il apparaît que les nuages de points associés aux mesures dans le sens négatif s'agencent de façon compatible avec une dépendance affine de  $\delta$  en fonction de  $1/\beta_\sigma$ . Ces deux mesures des fluctuations évoluent de façon alors comparables. En revanche, pour les sens de rotation positifs, quand  $\delta$  croît de plus de 50%, la température statistique n'évolue quasiment pas. Nous avons vu lors de l'étude des paramètres  $\delta$  que la composante azimutale de la vitesse fluctue moins que les deux autres.  $\delta$  prend en compte les trois composantes alors que la température statistique n'est liée qu'à  $v_\theta$  et est donc moins pertinente pour avoir une vision globale des fluctuations de l'écoulement.

**Dépendance en Reynolds :** A partir des mesures de LDV qui nous ont permis de mettre en évidence la beltramisation de l'écoulement de von Kármán, nous avons également pu étudier la relation de fluctuation-dissipation dérivée pour le moment cinétique. Ainsi, il est apparu qu'aux bas nombres de Reynolds il est impossible de mesurer la dépendance quadratique attendue pour un écoulement de type Beltrami. Ceci n'est pas surprenant dans la mesure où la beltramisation n'apparaît que dans le cadre d'une turbulence pleinement développée à  $Re > 10^5$ .

On peut également rapprocher notre mesure globale des fluctuations du moment cinétique de celles réalisées localement pour la composante azimutale de la vitesse par Ravelet [99]. Si on divise la deuxième égalité de l'équation (5.8) par  $r^2$ , il apparaît que la mesure des fluctuations de vitesse azimutale donne la valeur de la température  $1/\beta$ . Ravelet a mesuré cette grandeur

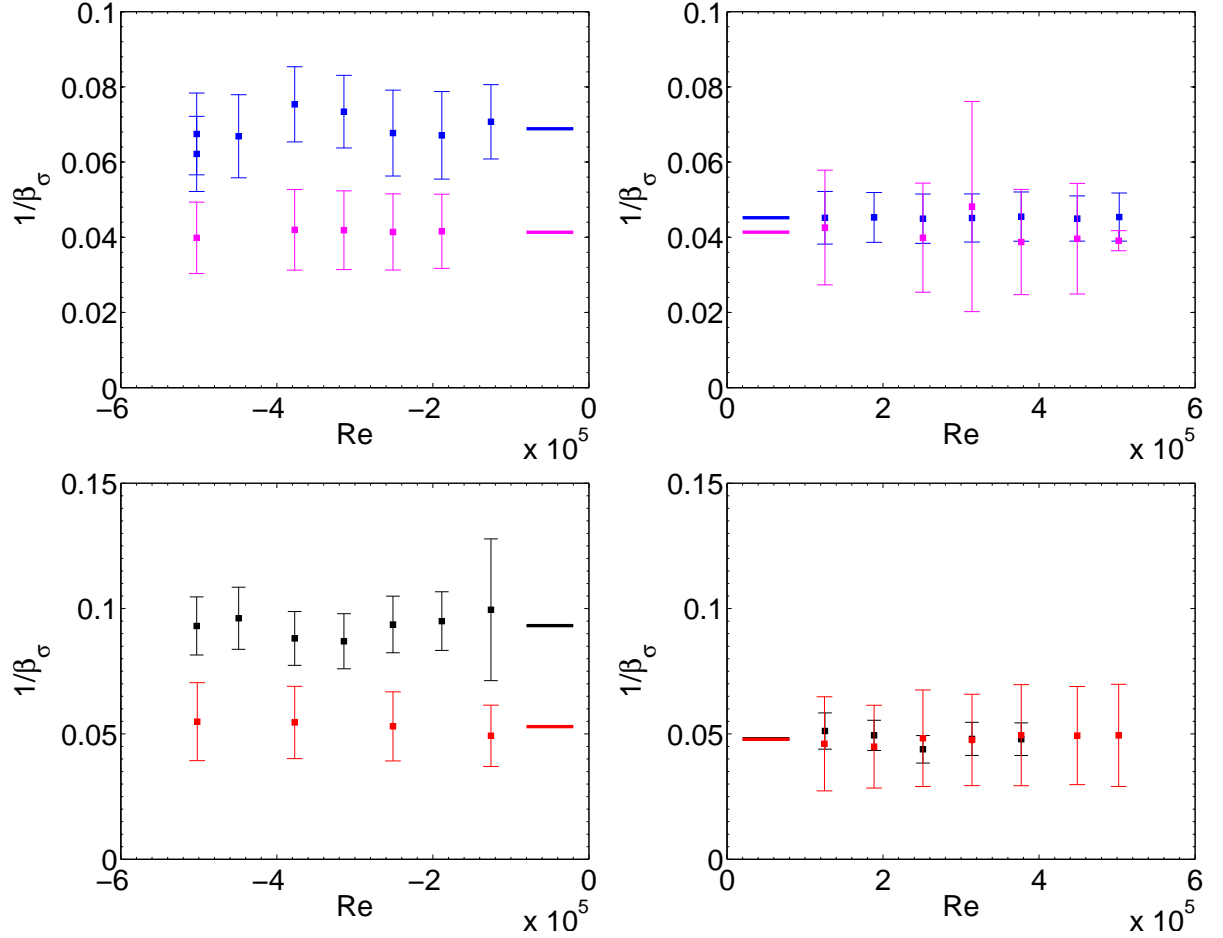


FIG. 5.33: Valeurs mesurées de  $1/\beta_\sigma$  pour l'ensemble des expériences réalisées. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positifs) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur. Les barres d'erreur proviennent de l'incertitude lors de l'ajustement quadratique.

en  $r/R_c = 0.9$  et a étudié la transition à la turbulence dans l'écoulement de von Kármán en fonction de ce paramètre de contrôle. Sur la figure 5.34, on voit l'évolution de  $v_{\theta rms}^2$  en fonction du nombre de Reynolds. Cette grandeur croît à partir de 0 au-delà d'un premier seuil  $Re_c$  puis sature à 0.3 au-delà d'un deuxième seuil  $Re_t$ . Ces deux seuils correspondent respectivement à la première instabilité de l'écoulement de von Kármán et à la transition entre un régime chaotique et un régime de turbulence pleinement développée. Nos mesures se situent toutes sur le plateau à haut Reynolds sur lequel la relation de fluctuation-dissipation semble bien vérifiée. Notons toutefois que les mesures de Ravelet ont été réalisées en  $r/R_c = 0.9$ , zone située en dehors de la fenêtre dans laquelle nous avons réalisé les ajustements quadratiques. Néanmoins, les ajustements réalisés sur l'ensemble du plan de mesure ne sont pas très différents.

On peut également rapprocher notre mesure globale des fluctuations du moment cinétique de celles réalisées localement pour la composante azimutale de la vitesse par Ravelet [99]. Si on divise la deuxième égalité de l'équation (5.8) par  $r^2$ , il apparaît que la mesure des fluctuations de vitesse azimutale donne la valeur de la température  $1/\beta$ . Ravelet a mesuré cette grandeur en  $r/R_c = 0.9$  et a étudié la transition à la turbulence dans l'écoulement de von Kármán en fonction de ce paramètre de contrôle. Sur la figure 5.34, on voit l'évolution de  $v_{\theta rms}^2$  en fonction

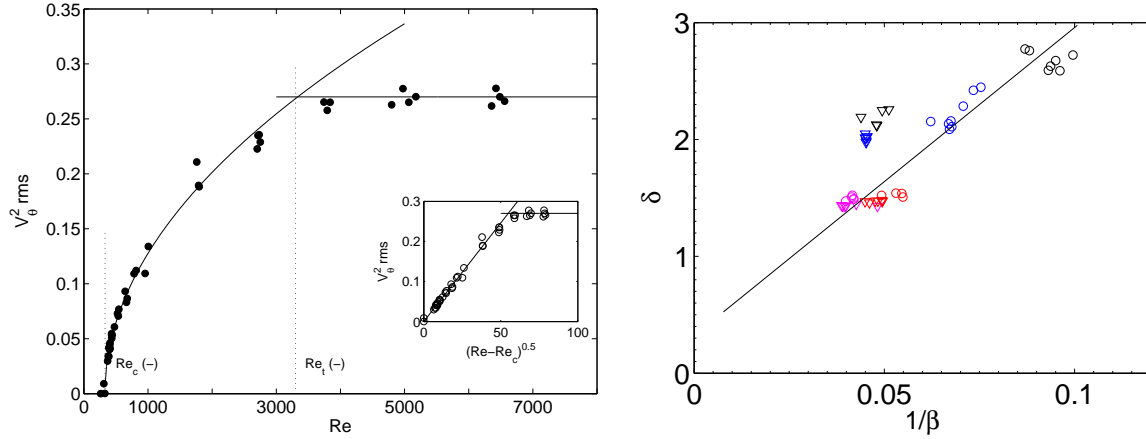


FIG. 5.34: A gauche : mesures locales des fluctuations de  $v_\theta$  par Ravelet [99] en fonction du nombre de Reynolds. A droite : valeurs mesurées de  $\delta$  en fonction de  $1/\beta$  pour l'ensemble des expériences réalisées. Les couleurs correspondent aux légendes des figures précédentes. Triangles : rotation dans le sens positif, cercles : rotation dans le sens négatif. La ligne noire n'est pas un ajustement linéaire.

du nombre de Reynolds. Cette grandeur croît à partir de 0 au-delà d'un premier seuil  $Re_c$  puis sature à 0.3 au-delà d'un deuxième seuil  $Re_t$ . Ces deux seuils correspondent respectivement à la première instabilité de l'écoulement de von Kármán et à la transition entre un régime chaotique et un régime de turbulence pleinement développée. Nos mesures se situent toutes sur le plateau à haut Reynolds sur lequel la relation de fluctuation-dissipation semble bien vérifiée. Notons toutefois que les mesures de Ravelet ont été réalisées en  $r/R_c = 0.9$ , zone située en dehors de la fenêtre dans laquelle nous avons réalisé les ajustements quadratiques. Néanmoins, les ajustements réalisés sur l'ensemble du plan de mesure ne sont pas très différents.

### 5.2.4.2 Fluctuations de la vorticité

Nous présentons de façon symétrique les résultats obtenus pour les fluctuations de vorticité. Deux relations ont été obtenues :

$$\overline{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{1}{\mu_\xi} \frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \bar{\sigma}} \quad (5.9)$$

$$\overline{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{\beta_\sigma}{\mu_\sigma \mu_\xi} \frac{1}{r^2} \quad (5.10)$$

Sur la figure 5.35, l'ensemble des points de mesure s'organise en bandes horizontales dont les centres de masse semblent s'aligner. Quand on ne considère que le cœur de l'écoulement, cette dispersion est un peu réduite et, à nouveau, il est envisageable de réaliser un ajustement non linéaire de façon à avoir une estimation du coefficient  $\mu_\xi$  par la même méthode de double ajustement que précédemment.

La figure 5.36 présente les dépendances en  $r/R_c$  et en  $z/R_c$  de l'inverse des fluctuations de  $\xi$  pour un des écoulements de von Kármán forcés par des turbines de type TM73 tournant à 6Hz dans le sens négatif et dans le sens positif. Nous avons choisi de représenter l'inverse de  $\xi$ , afin d'améliorer la lisibilité des courbes. On peut refaire les mêmes descriptions que précédemment, la dépendance en  $r$  domine largement celle en  $z$  et il est possible de conclure que les fluctuations

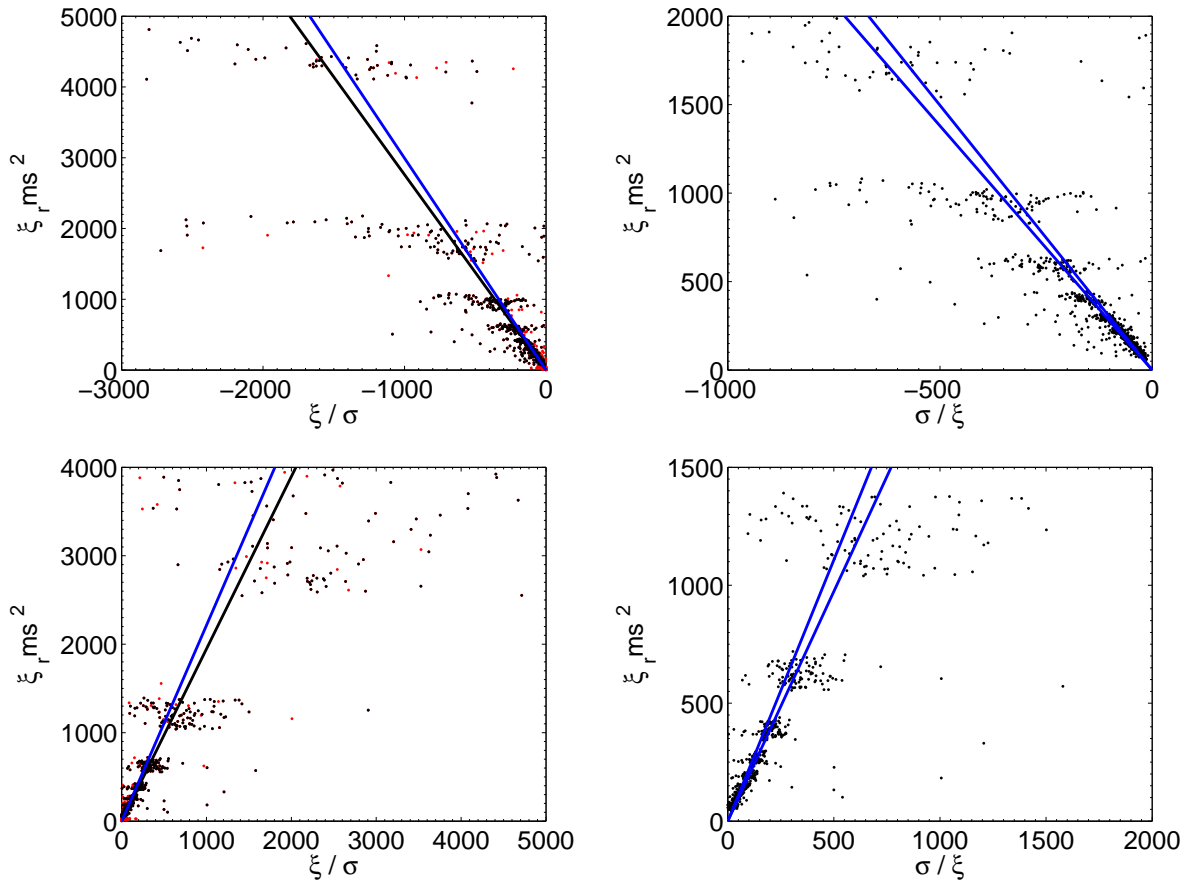


FIG. 5.35: Test de la première relation de fluctuation pour la vorticité à partir des fonctions de réponse pour des turbines de type TM73 tournant dans le sens négatif en haut et positif à droite. A gauche : ensemble des points de mesure, à droite zoom sur le cœur de l'écoulement pour lequel la beltramisation a été observée.

de la vorticité relative  $\xi$  suivent une relation identique à celle dérivée pour les écoulements de Beltrami. La figure 5.37 rassemble toutes nos mesures et met en évidence leur relative reproductibilité. La dispersion des mesures de  $\beta_\sigma/\mu_\sigma\mu_\xi$  est comparable à celles de  $1/\beta_\sigma$  même si les barres d'erreurs associées aux ajustements peuvent dans certains cas être plus larges. L'influence du forçage et notamment le rôle de l'anneau est difficile à identifier car aucune tendance nette ne semble se dégager.

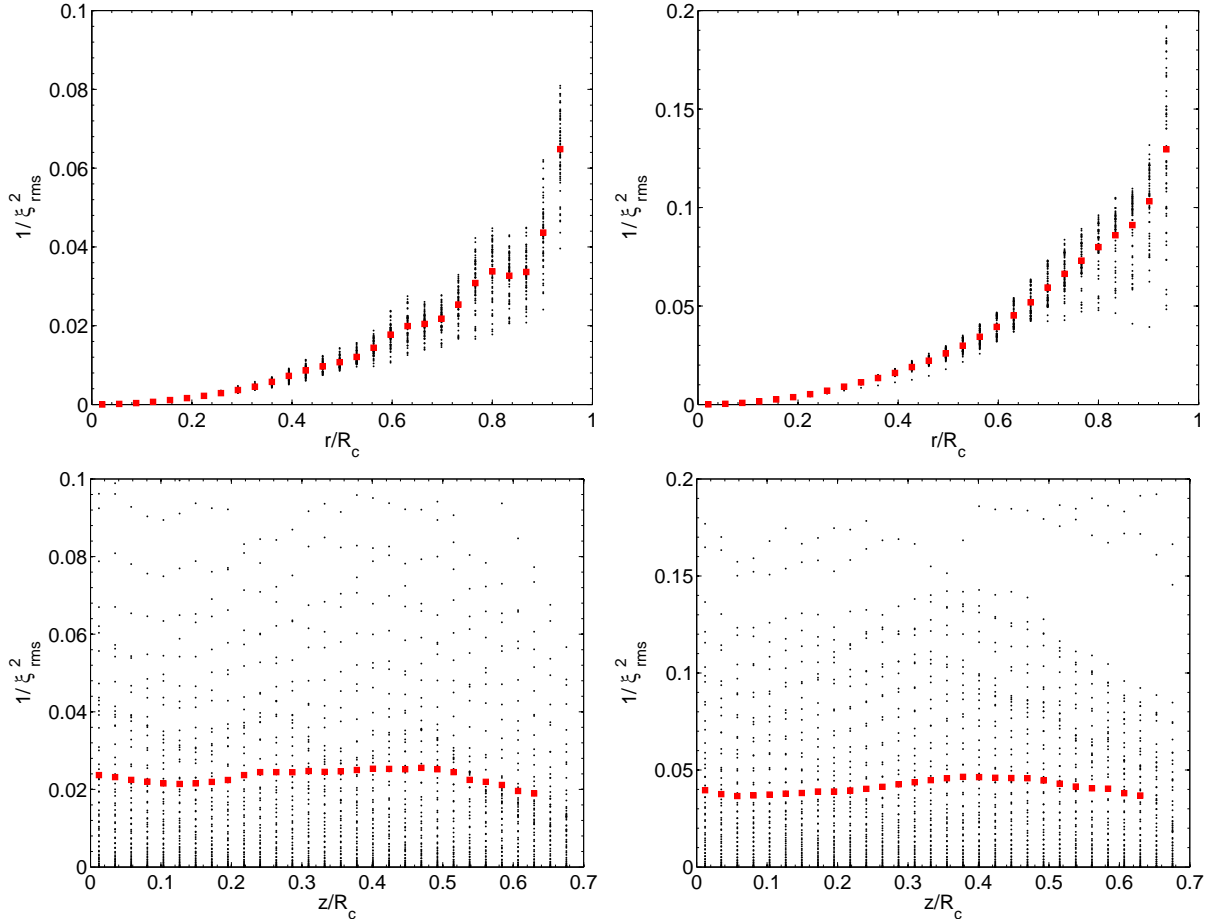


FIG. 5.36: En haut : inverse des fluctuations de la vorticité  $\xi$  en fonction de la variable d'espace  $r/R_c$  pour un écoulement for  par des turbines TM73 tournant à 6Hz dans le sens négatif (resp. positif)   gauche (resp. droite). En noir, l'ensemble des points de mesure. Les carrés rouges représentent la moyenne selon  $z/R_c$  pour des iso-valeurs de  $r/R_c$ . En bas : les mêmes tracés en inversant les rôles de  $r/R_c$  et  $z/R_c$ .

### 5.2.4.3 Analyse des tests :

Les tableaux 5.2 et 5.3 rassemblent, pour l'ensemble des configurations étudiées, les mesures des coefficients  $\mu_\xi$ ,  $\mu_\sigma$ ,  $\beta_\sigma$ ,  $\beta_\sigma/\mu_\sigma\mu_\xi$  et  $\beta_\sigma/\mu_\sigma$  associées d'une part à chacun des deux théorèmes de fluctuation et d'autre part à l'étude des  tats stationnaires correspondants. En effet, le rapport  $\beta_\xi/\mu_\xi$  apparaît comme étant le terme linéaire de la relation fonctionnelle reliant moment cinétique et fonction de courant stationnaires (voir 5.1).

Les valeurs des coefficients  $\mu_\sigma$  et  $\mu_\xi$  obtenues par chacune des relations de fluctuations sont très différentes. En revanche, les mesures du rapport  $\beta/\mu$  semblent indépendantes de la relation utilisée pour les estimer. Autrement dit, à forçage donné, on peut mesurer deux valeurs du rapport  $\beta/\mu$  qui s'avèrent être identiques dans le cadre des mesures sans anneau. En présence

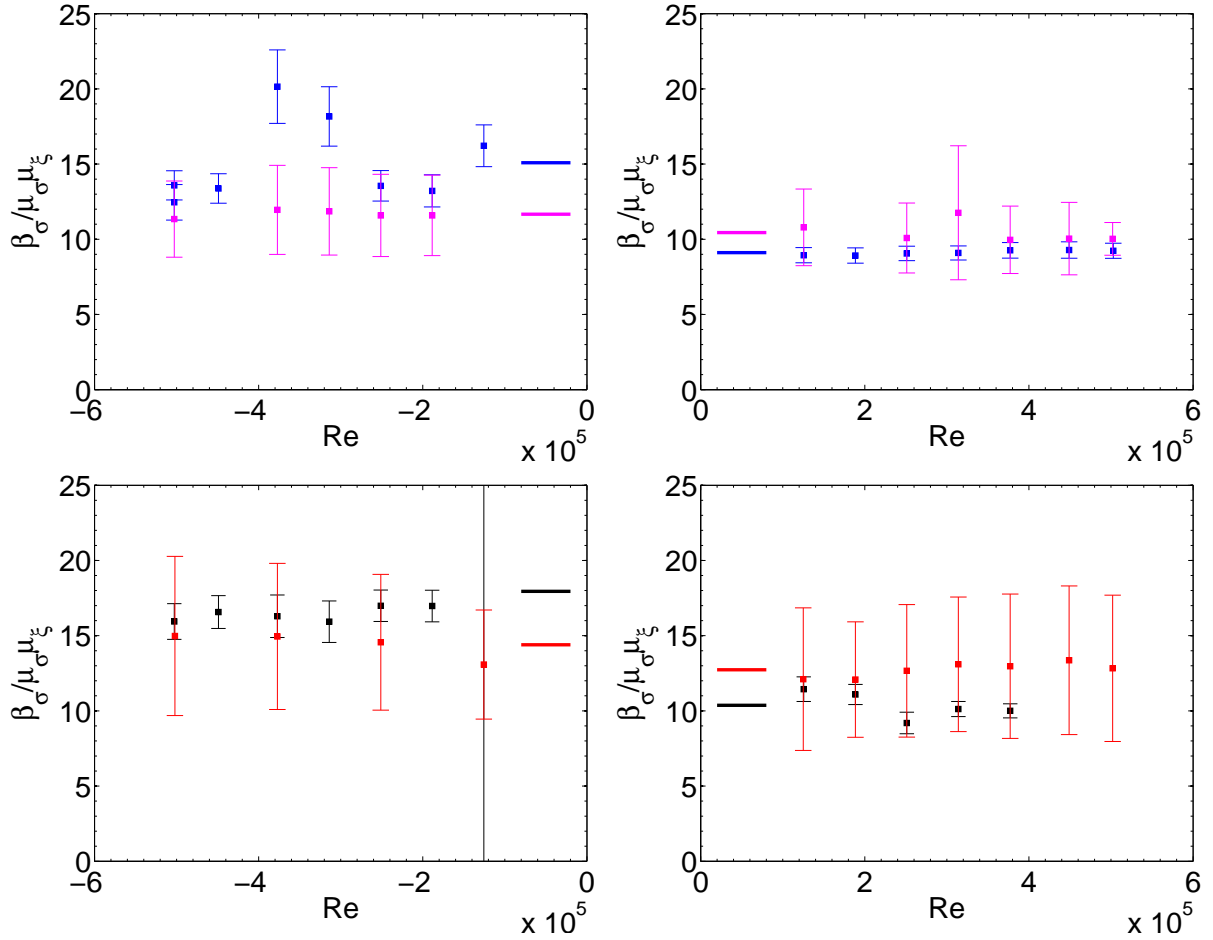


FIG. 5.37: Valeurs mesurées de  $\beta_\sigma / \mu_\sigma \mu_\xi$  pour l'ensemble des expériences réalisées. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positifs) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur. Les barres d'erreur proviennent de l'incertitude lors de l'ajustement quadratique.

de l'anneau, la dispersion des mesures peut être beaucoup plus importante. Cette identité des rapports  $\beta/\mu$  est une condition nécessaire et suffisante pour que l'état d'équilibre statistique soit une solution stationnaire des équations d'Euler (voir [59]).

#### 5.2.4.4 Premier bilan des mesures de fluctuation-dissipation

Dans le cadre de la mécanique statistique, deux théorèmes de type fluctuation-dissipation pour le moment cinétique et la vorticité ont été introduits. Ces théorèmes sont a priori dérivés pour des écoulements de Beltrami, mais, étant donnée la tendance à la beltramisation de l'écoulement de von Kármán à haut Reynolds, il nous a semblé possible que ces théorèmes trouvent un écho dans les données expérimentales. Il s'est avéré que les deux relations étaient assez bien vérifiées, du moins dans la partie de l'écoulement pour laquelle la Beltramisation avait été observée, et permettaient donc d'identifier deux coefficients "thermodynamiques" décrivant les fluctuations de l'écoulement turbulent. L'un de ses deux coefficient appar it comme une température effective. Un lien possible semblant pouvoir être dressé entre nos mesures globales des fluctuations et cette température, ces premiers résultats nous sont apparus assez encourageants. Ces mesures



TAB. 5.2: Expériences sans anneau. Valeurs mesurées des paramètres thermodynamiques ( $\mu_\xi$ ,  $\mu_\sigma$ ,  $\beta_\sigma$ ,  $\beta_\sigma/\mu_\sigma\mu_\xi$ ,  $(\beta/\mu)_\sigma$  et  $(\beta/\mu)_\xi = (\beta/\mu)_{stat}$ ). Les incertitudes correspondent aux incertitudes des ajustements non linéaires réalisés.  $\beta$  est par nature toujours positif, et le signe de  $\mu$  dépend du choix d'orientation du repère de mesure par l'expérimentateur. Par conséquent, nous présentons les valeurs absolues de l'ensemble des coefficients.

Coefficient	$\mu_\sigma$	$1/\beta_\sigma$	$\mu_\xi$	$\beta_\sigma/\mu_\xi\mu_\sigma$	$(\beta/\mu)_\sigma$	$(\beta/\mu)_\xi$
TM73 sens (+)	$4.84 \pm 0.57$	$0.05 \pm 0.01$	$0.48 \pm 0.04$	$8.94 \pm 0.51$	<b><math>4.57 \pm 1.29</math></b>	<b><math>4.91 \pm 0.04</math></b>
TM73 sens (-)	$2.93 \pm 0.40$	$0.07 \pm 0.01$	$0.35 \pm 0.02$	$13.55 \pm 1.01$	<b><math>5.04 \pm 1.60</math></b>	<b><math>4.79 \pm 0.07</math></b>
TM60 sens (+)	$6.06 \pm 0.75$	$0.05 \pm 0.01$	$0.34 \pm 0.03$	$10.00 \pm 0.47$	<b><math>3.44 \pm 0.91</math></b>	<b><math>3.84 \pm 0.08</math></b>
TM60 sens (-)	$2.77 \pm 0.46$	$0.09 \pm 0.01$	$0.54 \pm 0.54$	$16.99 \pm 1.05$	<b><math>3.86 \pm 1.14</math></b>	<b><math>3.73 \pm 0.04</math></b>

TAB. 5.3: Expériences avec anneau. Valeurs mesurées des paramètres thermodynamiques ( $\mu_\xi$ ,  $\mu_\sigma$ ,  $\beta_\sigma$ ,  $\beta_\sigma/\mu_\sigma\mu_\xi$ ,  $(\beta/\mu)_\sigma$  et  $(\beta/\mu)_\xi = (\beta/\mu)_{stat}$ ). Les incertitudes correspondent aux incertitudes des ajustements non linéaires réalisés.  $\beta$  est par nature toujours positif, et le signe de  $\mu$  dépend du choix d'orientation du repère de mesure par l'expérimentateur. Par conséquent, nous présentons les valeurs absolues de l'ensemble des coefficients.

Coefficient	$\mu_\sigma$	$1/\beta_\sigma$	$\mu_\xi$	$\beta_\sigma/\mu_\xi\mu_\sigma$	$\beta_\sigma/\mu_\sigma$	$(\beta/\mu)_{stat}$
ATM73 sens (+)	$5.04 \pm 0.82$	$0.04 \pm 0.01$	$0.57 \pm 0.10$	$10.08 \pm 2.32$	<b><math>4.97 \pm 3.08</math></b>	<b><math>3.81 \pm 0.11</math></b>
ATM60 sens (+)	$4.58 \pm 0.51$	$0.05 \pm 0.02$	$0.45 \pm 0.03$	$12.66 \pm 4.41$	<b><math>4.52 \pm 2.76</math></b>	<b><math>3.93 \pm 0.07</math></b>
ATM60 sens (-)	$4.43 \pm 1.00$	$0.05 \pm 0.01$	$0.83 \pm 0.63$	$14.56 \pm 4.52$	<b><math>4.25 \pm 2.30</math></b>	<b><math>4.63 \pm 0.07</math></b>

permettent en outre de montrer que les rapport  $\beta/\mu$  issus des mesures de fluctuations d'une part et des relations entre états stationnaires d'autre part coïncident. Cette identité, dans le cadre du formalisme statistique, nous indique que l'état d'équilibre associé est une solution stationnaire de l'équation d'Euler ce qui n'a rien d'évident a priori.

### 5.2.5 Conclusions

Notre étude des fluctuations dans l'écoulement de von Kármán a eu plusieurs objets. D'une part, nous les avons étudiées dans le cadre de la mécanique statistique inviscide autour de prédictions obtenues pour les écoulements modèles de Beltrami. Si les relations de fluctuation-dissipation dérivées pour ces écoulements analytiques sont effectivement observées dans l'écoulement réel, la comparaison quantitative des grandeurs thermodynamiques associées à celles mesurées à la section précédente pour les états stationnaires n'est possible que pour une grandeur thermodynamique particulière, le rapport  $\beta/\mu$ . La bonne correspondance entre les valeurs mesurées de ce paramètre via les états stationnaires et via les relations de fluctuations, montre la robustesse de la description statistique que nous présentons. D'autre part, nous avons introduit de nouveaux paramètres globaux, comme une alternative aux habituelles mesures de taux de turbulence, permettant de s'affranchir des problèmes intrinsèques découlant de mesures locales. Ces paramètres permettent a priori de comparer quantitativement des écoulements de natures très différentes et leur étude dans le cadre de l'écoulement de von Kármán a confirmé l'importance des structures lentes à grande échelle dans la dynamique de cet écoulement. En lien avec le problème de la dynamo, l'ajout d'un anneau dans le plan central s'est avéré être un moyen efficace de réduire cette turbulence grande échelle.



# Conclusions de la partie hydrodynamique

---

Notre étude de l'écoulement de von Kármán s'est essentiellement située dans le cadre offert par une mécanique statistique originale développée par Leprovost et al [59] à la suite des travaux de Robert et Sommeria. Nous avons mis en relief à l'aide de ce formalisme plusieurs résultats forts :

- Les états stationnaires de l'écoulement peuvent être décrits à l'aide d'un petit nombre de paramètres dont il est possible d'obtenir expérimentalement une mesure très reproductible.
- Aux très hauts nombres de Reynolds ( $Re > 10^5$ ), ces états stationnaires sont proches d'écoulements de Beltrami pour lesquels vitesse et vorticité sont alignées. Ce résultat peut-être interprété comme un amortissement des non-linéarités dans les équations de Navier-Stokes.
- Cette proximité avec les écoulements modèles de Beltrami autorise la dérivation de relations de type fluctuation-dissipation mesurables dans l'écoulement réel.
- La comparaison des mesures des paramètres thermodynamiques effectuées à partir des  tats stationnaires d'une part et des fluctuations d'autre part fait émerger une grandeur statistique caractéristique de l'écoulement considéré. Dans le cadre du formalisme statistique, cet émergence nous indique que l'état d'équilibre associé aux écoulements de von K rman est une solution stationnaire de l'équation d'Euler.
- Dans le cadre des écoulements de Beltrami, il est possible d'étudier théoriquement la stabilité relative de l'ensemble des solutions stationnaires. Cette étude théorique pourrait être reliée à l'étude de la bifurcation globale de l'écoulement de von K rman.

Au-delà de ces résultats, la mécanique statistique qui nous a servi de guide propose une façon originale d'étudier les écoulements turbulents à partir des mesures de moment cinétique, de vorticité et de fonction de courant. C'est l'étude de ces grandeurs, indépendamment de la mécanique statistique, qui nous a permis de mettre en évidence la Beltramisation.

Par ailleurs, les mesures par V locim rie par Imagerie de Particules Stéréoscopique, nous ont permis d'étudier les fluctuations dans l'écoulement de von K rman d'un point de vue spatial à l'aide de mesures directes ou dans l'espace spectral. Par l'introduction de nouveaux paramètres globaux issus de mesures locales de vitesse, nous avons pu quantifier l'importance des grandes échelles de la couche de mélange. Nous confirmons que ce sont ces échelles qui dominent (d'un point de vue énergétique) la dynamique instationnaire de l'écoulement. Cette instationnarité semble être au cœur de la dynamique des champs magnétiques obtenus par effet dynamo dans ce même écoulement de von K rman, et les résultats que nous venons de présenter pour les régimes de forçage asymétriques ou en présence d'un anneau dans le plan central permettront de

mieux appréhender la grande variété des états dynamos qui font l'objet de la seconde partie de ce manuscrit.

Deuxième partie

**Effet dynamo dans l'expérience Von  
Kármán Sodium**



# L'effet dynamo

---

## 6.1 Origines du problème

### 6.1.1 Champs magnétiques des objets astrophysiques

Déjà au premier siècle avant notre ère, les chinois exploitaient la propriété d'une boussole à pointer toujours dans la même direction pour se diriger à la surface de la Terre. Il a fallu néanmoins attendre le 19<sup>ème</sup> siècle et les travaux de K. F. Gauss pour savoir que la Terre se comportait en première approximation comme un dipôle magnétique centré au cœur du noyau, dont l'axe est à peu près aligné avec les pôles géographiques et dont l'amplitude à la surface de la Terre est d'environ  $10^{-4}$  Teslas, soit 1 Gauss. Le dipôle terrestre présente cependant une dynamique riche sur des temps caractéristiques très différents. Aux temps courts, il fluctue en permanence autour de sa position d'équilibre, le pôle sud magnétique se déplaçant d'environ un kilomètre par an autour du pôle nord géographique. Par l'exploitation par des géologues de données issues de certaines roches volcaniques qui s'orientent lors de leur formation avec le champ magnétique, on sait que celui-ci, sur des temps de l'ordre de quelques centaines de milliers d'années, change de polarité. La figure 6.1 présente une chronologie de ces renversements sur les cent soixante derniers millions d'années. On voit que ces renversements se font de façon erratique, sans période propre. Par exemple, on peut relever une station <sup>1</sup> de quarante millions d'années sans renversement il y a environ cent vingt millions d'années <sup>2</sup>. Il est à noter que la durée typique d'un renversement est de l'ordre de quelques milliers d'années. Un dernier aspect de cette dynamique très riche, qualifié d'excursion par les géophysiciens, voit le champ magnétique diminuer en amplitude, puis revenir à son amplitude initiale. L'autre champ magnétique naturel bien étudié est celui du Soleil qui à l'instar de celui de la Terre possède une dynamique très riche bien que très différente. Celui-ci s'inverse également, mais sur des temps beaucoup plus courts, et avec une période propre de l'ordre de vingt-deux ans. Nous ne citerons que ces deux exemples, mais de nombreuses planètes et satellites de notre système solaire possèdent un champ magnétique propre, ainsi que la plupart des étoiles et des galaxies.

### 6.1.2 Origine de ces champs magnétiques naturels

Si on considère le temps de diffusion du champ magnétique terrestre, de l'ordre de  $10^5$  années, il est exclu d'expliquer l'origine de ce champ par l'existence d'un dipôle fossile permanent au centre de la Terre. De plus, étant données les pressions et températures qui y règnent, aucun matériau

---

<sup>1</sup>On appellera une station une période de temps durant laquelle le champ magnétique conserve la même polarité. Les géophysiciens nomment ces stations des chrons.

<sup>2</sup>Une station aussi longue dans une polarité est un hyperchron dans le langage des géophysiciens.



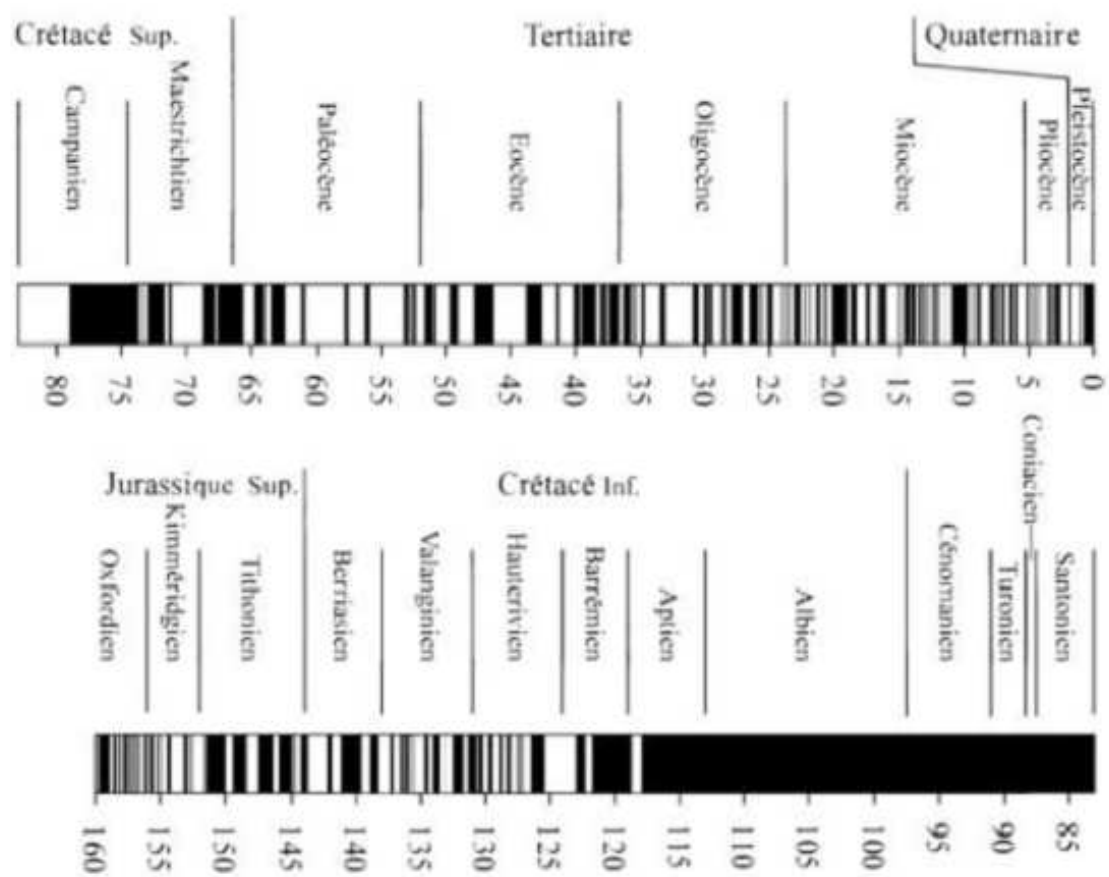


FIG. 6.1: Diagramme temporel des inversions du champ magnétique terrestre au cours des 160 derniers millions d'années. Les intervalles blancs et noirs représentent les périodes de temps durant lesquelles le champ magnétique conserve la même polarité.

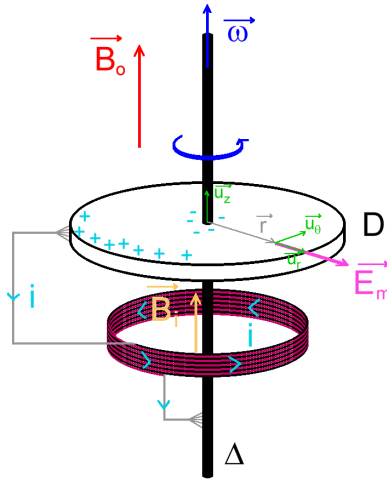


FIG. 6.2: Schéma de la dynamo homopolaire de Bullard.

ferromagnétique connu ne serait capable d'y produire un champ magnétique. Les dynamiques variées décrites au paragraphe précédent poussent elles-mêmes à chercher l'origine de ces champs magnétiques naturels dans un processus dynamique. L'hypothèse la plus vraisemblable à ce jour est celle liée à la conversion d'énergie mécanique en énergie magnétique par un mécanisme d'instabilité simple : "l'effet dynamo" . Celui-ci peut être envisagé de façon minimaliste en considérant la dynamo de Bullard schématisée en figure 6.2 : le disque  $D$  tournant à une certaine fréquence  $f$  dans un champ magnétique initial  $B_0$  engendre une force électromotrice  $\vec{E}_m$  le long d'un rayon  $OR$ . Cette force électromotrice engendre un courant que l'on peut récupérer dans un circuit spiralant autour du disque. Ce courant induit génère à son tour un champ magnétique aligné avec l'axe du dispositif. Si on choisit de façon appropriée l'orientation relative du circuit fermé et le sens de rotation du disque, le champ induit s'ajoute au champ initial. On a construit un système amplificateur de la moindre graine de champ magnétique par instabilité. Ce mécanisme, quand il met en jeu des éléments solides est bien compris et utilisé depuis le 19<sup>ème</sup> siècle de façon industrielle pour créer du courant [112]. Néanmoins, quand Larmor en 1919 [55] propose un mécanisme de ce type mettant en jeu des fluides pour expliquer l'origine des champs magnétiques de la Terre et du Soleil, on n'a admis l'existence d'un noyau liquide au centre de la Terre que depuis peu de temps, et évidemment il n'existe aucune théorie pour les "dynamos fluides" . Depuis qu'on a mis en évidence le caractère fluide d'une partie du noyau terrestre et que de nombreuses études théoriques ont mis au jour des mécanismes possibles d'amplification du champ magnétique dans un fluide en mouvement, l'hypothèse de Larmor est celle qui est retenue pour expliquer l'existence des champs magnétiques naturels.

### 6.1.3 La dynamo fluide, un problème ouvert

Une fois l'hypothèse de Larmor formulée, le problème de l'origine des champs magnétiques observés dans les objets astrophysiques reste entier. La notion même de dynamo fluide est très vague et soulève un grand nombre de questions. Partant des équations de la magnétohydrodynamique comment imaginer des mécanismes permettant l'établissement et la saturation d'un champ magnétique? Comment expliquer la grande diversité de dynamiques observées? Comment relier les temps caractéristiques mis en jeu? Tout au long du vingtième siècle, les études théoriques puis numériques et expérimentales vont se succéder pour avancer des réponses plus ou moins

catégoriques à ces questions. Dans la suite, nous tentons de dresser un panorama non exhaustif mais représentatif de ce cheminement.

## 6.2 Éléments de base

### 6.2.1 Equations de la MHD

#### 6.2.1.1 L'équation d'induction

Nous présentons ici très rapidement les équations de base de la magnéto-hydrodynamique (MHD) dont on trouve des descriptions plus complètes par Moffat [72] et Fauve et Petrelis [34]. Les champs électriques  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  sont régis par les équations de Maxwell, et dans le cadre de l'approximation MHD, on néglige les courants de déplacement et tout effet relativiste associé. On a alors :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad \text{avec } \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (6.1)$$

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (6.3)$$

avec  $\mu_0$  la perméabilité du vide constante égale à  $4\pi \times 10^{-7}$  SI,  $\sigma$  la conductivité électrique du fluide et  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$  le champ de vitesse. Notons que  $\sigma$  varie avec la température. A partir de ces équations, on obtient immédiatement l'équation d'induction régissant l'évolution du champ magnétique quand le champ de vitesse est connu :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (6.4)$$

où  $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$  est la "diffusivité magnétique" du fluide. On note que l'équation d'induction est linéaire en  $\mathbf{B}$  pourvu que le champ de vitesse soit donné.

#### 6.2.1.2 L'équation de Navier-Stokes

Précisons l'équation régissant les mouvements du fluide. Ceux-ci sont bien décrits dans un métal liquide par les équations de Navier-Stokes incompressibles [45] :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (6.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (6.6)$$

dans lesquelles  $\rho$  est la densité du fluide,  $\nu$  sa viscosité cinématique et  $p$  le champ de pression. Le dernier terme de cette équation est la force de Lorentz qui traduit la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement et couple l'équation de Navier-Stokes à celle de l'induction.

#### 6.2.1.3 Nombres sans dimensions pertinents

Comparant les termes d'advection  $((\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v})$  et de diffusion  $(\nu \nabla^2 \mathbf{v})$  de l'équation 6.5, on construit le **nombre de Reynolds cinétique**  $Re$  :

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (6.7)$$

où  $V$  et  $L$  sont une vitesse et une taille caractéristique de l'écoulement.

De la même façon, si on compare dans l'équation de l'induction le terme d'advection ( $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ ) et le terme diffusif ( $\eta \Delta^2 \mathbf{B}$ ), on peut bâtir le **nombre de Reynolds magnétique**  $R_m$ , strict équivalent du nombre de Reynolds cinétique pour l'équation d'induction :

$$R_m = \frac{VL}{\eta} \quad (6.8)$$

Le rapport de ces deux nombres est une caractéristique intrinsèque du fluide conducteur considéré, le **nombre de Prandtl magnétique** :

$$P_m = \frac{R_m}{Re} = \frac{\nu}{\eta} \quad (6.9)$$

Il compare les temps de diffusion respectifs des champs de vitesse et magnétique.

Enfin, on peut introduire le rapport entre la force de Lorentz et le terme d'advection du champ de vitesse, définissant ainsi le **paramètre d'interaction** :

$$N = \frac{\sigma(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}} = \frac{\sigma B^2 L}{\rho V} \quad (6.10)$$

Le tableau 6.1 donne quelques valeurs typiques de ces nombres sans dimensions dans des situations pertinentes du point de vue de l'effet dynamo.

## 6.2.2 Conséquence des équations de la MHD

### 6.2.2.1 Mécanisme dynamo

L'équation d'induction étant linéaire, tout champ magnétique induit par le champ de vitesse à partir d'un champ initial  $\mathbf{B}_0$  est susceptible d'amorcer un mécanisme d'instabilité permettant au champ magnétique induit de croître à l'infini. La saturation de ce mécanisme d'instabilité apparaît dans le couplage entre l'équation de Navier-Stokes et l'équation d'induction via la force de Lorentz. Quand le champ magnétique est suffisamment intense pour rendre le paramètre d'interaction assez grand, la force de Lorentz n'est plus négligeable et modifie de façon conséquente le champ de vitesse de telle sorte que les effets d'induction diminuent, assurant par là même la saturation du champ dynamo. Une autre façon de voir cette compétition entre effet dissipatifs et effets d'induction consiste à reprendre l'équation d'induction (équation 6.4) et à la multiplier scalairement par  $\mathbf{B}/\mu_0$  avant de l'intégrer sur l'espace entier. On obtient alors l'équation d'évolution de l'énergie magnétique :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} d^3\mathbf{r} = \frac{1}{\mu_0} \iiint \mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) d^3\mathbf{r} + \sigma \iiint \mathbf{B} \cdot \nabla^2 \mathbf{B} d^3\mathbf{r} \quad (6.11)$$

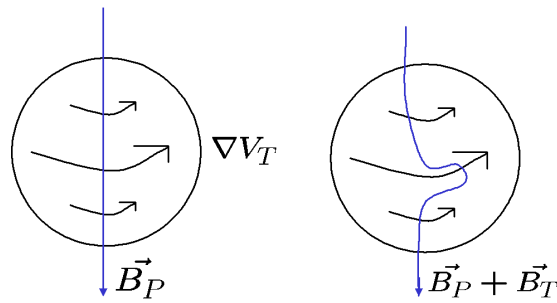
Utilisant les équations de Maxwell, on montre que cette équation peut se réécrire de la façon suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} d^3\mathbf{r} = - \iiint \mathbf{V} \cdot \mathbf{J} \times \mathbf{B} d^3\mathbf{r} - \iiint \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma} d^3\mathbf{r} \quad (6.12)$$

On voit alors apparaître le bilan d'énergie magnétique que l'on peut résumer :

$$\frac{\partial E_m}{\partial t} = -P_L + P_J \quad (6.13)$$

La dissipation ohmique ( $P_J$ ) est toujours négative et contribue donc toujours à diminuer l'énergie magnétique, au contraire, l'action des forces de Lorentz ( $-P_L$ ) peut être de signe quelconque,

FIG. 6.3: Effet  $\Omega$ 

et si elle est positive, elle assure la transformation d'énergie mécanique en énergie magnétique. L'expression de ce terme mêle vitesse, champ magnétique et des dérivations spatiales. Il faudra donc une certaine topologie relative de ces deux champs pour rendre ce terme positif. En outre, même positif, il faudra qu'il soit en amplitude assez important pour contrer la dissipation joule. Cette amplitude est gouvernée par la valeur du nombre de Reynolds magnétique, paramètre de contrôle naturel de l'instabilité dynamo. Au-delà d'une certaine valeur seuil du nombre de Reynolds magnétique, un champ magnétique initial pourra être amplifié et entretenu par l'écoulement sous-jacent à sa valeur de saturation. Ce seuil sera dénommé nombre de Reynolds magnétique critique et noté  $R_{mc}$ .

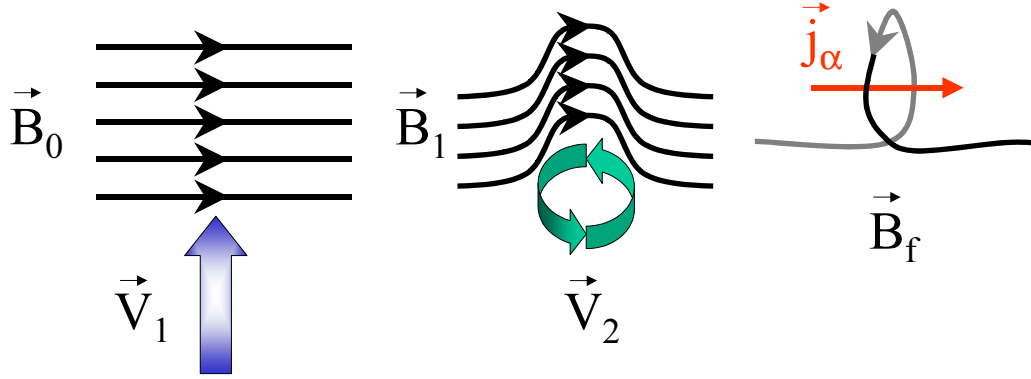
### 6.2.2.2 Théorème anti-dynamo

Partant des équations de la MHD, un certain nombre de théorèmes définissent un ensemble de géométries du champ de vitesse ou magnétique excluant la possibilité d'apparition d'un champ dynamo. Nous en citons pour mémoire quelques uns car ils constituent parfois les premières avancées historiques dans la compréhension de l'effet dynamo.

- Le théorème de Cowling [23] interdisant à un écoulement axisymétrique stationnaire de générer un champ magnétique ayant la même symétrie.
- Un écoulement dont une composante cartésienne est nulle exclu toute possibilité d'effet dynamo.
- Un champ magnétique ayant une de ses coordonnées cartésiennes nulle ne peut être induit par effet dynamo.
- Si un écoulement dans une sphère est purement radial ou n'a pas de composante radiale, il ne peut entretenir un champ magnétique.

### 6.2.2.3 Effets d'induction

**L'effet  $\Omega$**  C'est un mécanisme linéaire assurant la conversion d'un champ poloïdal en champ toroïdal. Plaçons nous dans le cadre du théorème du flux gelé, le champ magnétique étant alors simplement advecté par le champ de vitesse (ceci est vrai si la conductivité du métal liquide est infinie, soit  $\eta = 0$ ). Imaginons un champ magnétique poloïdal dans un écoulement purement toroïdal. Les lignes de champ sont déformées par le champ de vitesse et le champ résultant a désormais une composante toroïdale (voir figure 6.3). Dans un milieu électrique de conductivité finie, cet effet reste observable, d'autant plus que la conductivité est grande. Notons que le champ induit par cet effet est proportionnel au champ appliqué mais aussi au nombre de Reynolds de l'écoulement toroïdal. Cet effet a été mis en évidence expérimentalement à de nombreuses reprises dans le gallium [82] et le sodium [9; 67; 116].

FIG. 6.4: Effet  $\alpha$ 

**Effet Parker ou effet  $\alpha$**  C'est un mécanisme quadratique cette fois, un peu plus complexe que le précédent. On doit son introduction à Parker [85]. Il requiert que le champ de vitesse soit hélicitaire, *ie* que l'hélicité du champ de vitesse soit localement non nulle ( $\vec{v} \cdot \vec{\omega} \neq 0$ ). Le champ de vitesse a alors localement deux composantes, l'une en translation, l'autre en rotation autour de l'axe de translation. L'induction se fait en deux temps. Dans un premier temps, un champ magnétique perpendiculaire à la translation est déformé par celle-ci puis par la rotation. Une ligne de champ originellement rectiligne a alors une forme de  $\alpha$  (voir figure 6.4). Le courant engendré par cette boucle de champ magnétique est parallèle au champ appliqué. Considérons les champs de vitesse et magnétique comme somme de leur partie moyenne et fluctuante :  $\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \vec{v}'$  et  $\vec{b} = \langle \vec{b} \rangle + \vec{b}'$ . On a alors  $\langle \vec{v} \times \vec{b} \rangle = \langle \vec{v} \rangle \times \langle \vec{b} \rangle + \langle \vec{v}' \times \vec{b}' \rangle$ . On voit apparaître d'une part l'induction liée aux deux champs moyens et d'autre part l'induction due à la "coopération" des fluctuations des deux champs. Au premier ordre, ce terme peut être proportionnel au champ magnétique moyen. La dynamo de Roberts [104] est principalement basée sur cet effet pour un écoulement laminaire. Ce mécanisme a néanmoins été observé dans des expériences turbulentes : VKS1 [89] au CEA Cadarache et le tore de Perm [35].

### 6.2.3 Ordres de grandeurs et questions ouvertes

Le tableau 6.1 présente les ordres de grandeurs de quelques grandeurs pertinentes du point de vue de l'effet dynamo pour divers objets astrophysiques permettant de les comparer aux valeurs que l'on peut atteindre dans les simulations numériques ou les expériences de laboratoire. L'étude de ce tableau, renforcée par la figure 6.5, montre à quel point les simulations numériques tout comme les expériences sont éloignées dans l'espace des paramètres ( $R_m, P_m$ ) des situations astrophysiques. Notons toutefois que les expériences sont toujours plus proches de ces objets que les simulations, d'où leur intérêt particulier.

**Questions ouvertes :** Pour résumer un peu ce qui précède, disons que dans le cadre d'un écoulement de fluide conducteur, si la topologie de l'écoulement le permet et si le nombre de Reynolds magnétique est assez grand, il est possible d'observer un effet dynamo. Nous avons également vu que les dynamos naturelles possèdent des dynamiques riches qui ont lieu sur des temps différents des temps typiques du problème. Bien que la figure 6.5 montre à quel point les simulations numériques, comme les expériences resteront a priori toujours loin dans l'espace des paramètres des dynamos naturelles, le recours aux simulations et à l'expérimentation reste à ce jour le meilleur moyen d'étudier l'effet dynamo. Les connaissances que nous avons des objets astrophysiques et même de ce qui se passe au centre de la Terre sont encore trop limitées

TAB. 6.1: Ordres de grandeur du champ magnétique, du nombre de Rossby, des nombres de Reynolds cinétique et magnétique, du nombre de Prandtl magnétique et du paramètre d'interaction dans quelques situations expérimentales ou naturelles.

	$B(T)$	$R_o$	$Re$	$R_m$	$P_m$	$N$
terre	$10^{-4}$	$10^{-6}$	$10^9$	$4 \times 10^2$	$3 \times 10^{-7}$	2500
soleil	$10^{-4}$	1	$6 \times 10^{15}$	$2 \times 10^8$	$3 \times 10^{-8}$	2
galaxie	$10^{-10}$	–	$2 \times 10^9$	$10^6$	$5 \times 10^{-4}$	$10^{-37}$
Expériences Na	$10^{-2}$	$1 - \infty$	$5 \times 10^6$	50	$6 \times 10^{-6}$	0.25
Expériences Ga	$10^{-3}$	$1 - \infty$	$4 \times 10^5$	1	$1.5 \times 10^{-6}$	$10^{-4}$

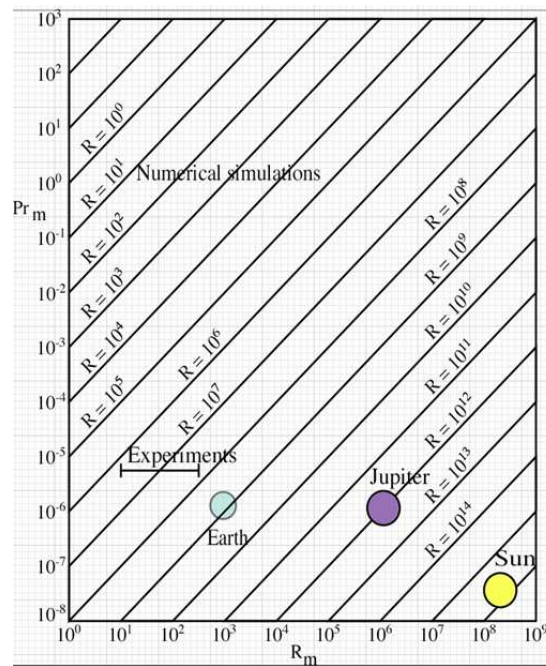


FIG. 6.5: Localisation dans le plan nombre de Prandtl magnétique / nombre de Reynolds magnétique des simulations numériques, des expériences et de quelques objets astrophysiques.

pour nous permettre d’appréhender la complexité des mécanismes qui s’y développent. Dans ces conditions, isoler parmi ces mécanismes ceux responsables de l’existence et de la nature des dynamos naturelles en les étudiant directement est une gageure. L’approche du problème de la dynamo dans une démarche physique, via des simulations numériques ou des expériences peut permettre d’identifier certains mécanismes de base jouant un rôle clef dans le problème de la dynamo fluide. Quels sont les ingrédients minima permettant l’observation d’une dynamo fluide ayant une dynamique aussi riche que celle de la Terre par exemple ? Comment des temps longs devant tous les temps magnétohydrodynamiques peuvent-ils apparaître dans ces dynamiques ? Comment l’interaction entre modes hydrodynamiques et magnétiques peut-elle faire émerger une telle richesse de comportements ? Quel rôle joue la turbulence dans l’établissement et dans la nature de l’effet dynamo ? Chercher à répondre à l’ensemble de ces questions dans les systèmes physiques plus simples que constituent les expériences et les simulations numériques constitue une étape vers la compréhension globale des champs magnétiques naturels. Les deux sections suivantes sont dédiées à la présentation de ces approches physiques.

## 6.3 Approches numériques et théoriques

### 6.3.1 Simulations numériques directes

Le système d’équations défini par le couplage entre l’équation d’induction et l’équation de Navier-Stokes, du fait des non-linéarités, n’est pas solvable analytiquement dans le cas général et la simulation des équations de la MHD à l’aide de codes numériques exacts apparaît dans une certaine mesure comme une alternative. Le tableau 6.1 et la figure 6.5 sont néanmoins assez éloquents quant à la disproportion qui existe entre les régimes de paramètres atteints dans les simulations et ceux des objets naturels, notamment concernant les nombres de Reynolds et de Rossby. Cette situation est tout à fait identique à celle de la communauté numérique en turbulence. On distingue deux grandes classes de simulations numériques directes : les modèles astrophysiques/géophysiques et les dynamos modèles. La première classe de simulations cherche à résoudre les champs des objets astrophysiques/géophysiques, le Soleil ou la Terre par exemple. L’idée est de modéliser non seulement l’équation d’induction, mais également l’équation de Navier-Stokes prenant en compte les moteurs possibles des flux de matière du noyau liquide terrestre ou de l’objet astrophysique considéré (convection solutale, thermique, etc...). Citons dans ce cadre les travaux pionniers de Glatzmaier et Roberts [105; 43] ainsi que les simulations réalisées à l’aide du Earth Simulator par Takahashi [122; 123] ou encore les différentes références associées à un article de revue comparée des dynamos numériques écrit collectivement en 2000 [21].

Une deuxième famille de simulations s’intéresse à des systèmes modèles pouvant produire un effet dynamo. Dans une certaine mesure, ces simulations peuvent apparaître comme des “expériences” numériques dans la mesure où elles ne cherchent pas forcément à reproduire la réalité, mais plutôt à isoler des mécanismes ou des propriétés élémentaires intervenant dans le problème de la dynamo. Ces simulations résolvent simultanément les équations de Navier-Stokes et de l’induction sur la base d’un écoulement modèle type Taylor-Green [79; 95; 94; 56] ou ABC flow [71; 70]. Enfin, une dernière famille de simulations, à notre connaissance peu développée encore, cherche à résoudre les équations d’induction et de Navier-Stokes simultanément dans des géométries de laboratoire mettant en jeu des écoulements turbulents forcés mécaniquement (voir les travaux encourageants bien qu’isolés de Laguerre [54]).



### 6.3.2 Dynamos cinématiques

Comme nous venons de le voir, la résolution numérique du problème complet est particulièrement difficile. Une façon de simplifier l'étude est de chercher à étudier les conditions d'apparition de l'instabilité dynamo pour un écoulement donné, sans se poser la question de la forme du mode saturé. Cette approche, dans laquelle le champ de vitesse du fluide n'est plus une inconnue mais une donnée du problème est qualifiée d'approche cinématique. Notons que le fait de négliger la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement est valide dans ce cas, car en dessous du seuil ( $R_m \leq R_{m_c}$ ), l'amplitude du champ magnétique est nulle ou faible, et par suite l'action des forces de Lorentz est négligeable.

On distinguera deux grandes approches :

**Etude de stabilité linéaire** Dans le cas où le champ de vitesse considéré est stationnaire, cette approche consiste à étudier la stabilité linéaire de l'équation d'induction et à déterminer le taux de croissance du champ magnétique :  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \mathbf{b}(\mathbf{r})\mathbf{e}^{\mathbf{P}\mathbf{t}}$ . Les résultats attendus ici se limitent à connaître la géométrie du mode magnétique le plus instable et à avoir une valeur du nombre de Reynolds magnétique critique. Citons dans le cadre de l'expérience von Kármán les travaux de Marié et *al* [66] et de Dudley et James en géométrie sphérique [29].

**Résolution de l'équation d'induction** C'est une approche très utilisée par la communauté dynamo car elle est assez simple à mettre en œuvre et fournit beaucoup plus d'informations que les études de stabilité linéaire. Il s'agit ici de résoudre l'équation d'induction en se donnant un champ de vitesse dépendant ou non du temps.

La plupart du temps, on utilise un champ de vitesse moyenné en temps mesuré dans une expérience en eau pour déterminer le seuil d'apparition de l'instabilité dans une expérience en métal liquide identique. Nous avons vu que, étant donnés les nombres de Prandtl magnétiques des expériences (voir tableau 6.1), au seuil d'instabilité dynamo, l'écoulement est nécessairement pleinement turbulent. On peut alors légitimement se poser la question de la validité d'une telle approche dans l'optimisation des expériences de laboratoire. Néanmoins, cette approche a été couronnée de succès dans la détermination des seuils d'instabilité pour les expériences de Riga et Karlsruhe [39; 40] dans lesquelles, il est vrai, le taux de turbulence est assez faible. En ce qui concerne l'expérience VKS, de nombreuses études cinématiques ont été menées de cette façon en vue d'optimiser la géométrie de la cuve d'essai et des turbines assurant le forçage [101; 117; 68; 54]. Cette méthode a également été utilisée par les équipes de Madison, Maryland et Perm [4; 3; 86; 26] (voir section 6.4). Dans le cas de l'écoulement de von Kármán, nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit que l'écoulement instantané est très éloigné de l'écoulement moyen, en particulier par sa partie poloïdale. Ceci incite à se poser la question du rôle de la turbulence sur la position du seuil de l'instabilité et sur sa nature même ; cette problématique sera abordée quand nous évoquerons les approches théoriques du problème de la dynamo au paragraphe 6.3.3. Plus rarement, on utilise un champ de vitesse dépendant du temps. Ce champ peut être analytique [110; 92], issu d'une simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes ou de simulation LES [54; 56; 95; 94]. Les ambitions sont ici plus larges, et visent également à comprendre les mécanismes en œuvre dans l'apparition de l'instabilité, et notamment le rôle de la turbulence sur celle-ci. A notre connaissance, personne n'a encore utilisé un champ de vitesse mesuré dépendant du temps pour faire tourner un code de dynamo cinématique. Les mesures de SPIV présentées dans la première partie de ce manuscrit pourraient être utilisées à ces fins prochainement dans le cadre du travail postdoctoral d'Alexander Pinter.

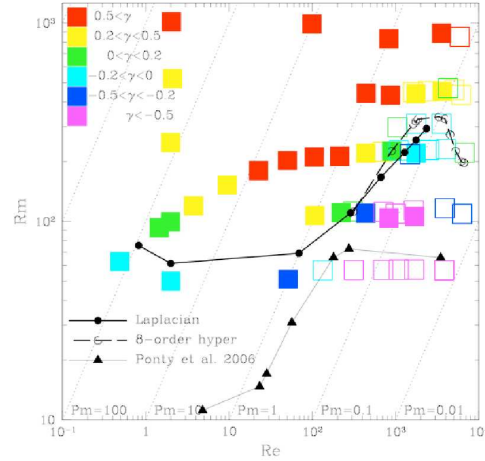


FIG. 6.6: Taux de croissance/décroissance  $\gamma$  dans l'espace des paramètres  $(Re/R_m)$ . Sans écoulement moyen : les carrés pleins correspondent à des simulations avec une viscosité Laplacien, les vides à de l'hyperviscosité. Les courbes de stabilité interpolées  $R_{m_c}(Re)$  sont construites séparément sur ces deux types de simulations. Avec écoulement moyen : la courbe  $R_{m_c}(Re)$  obtenue par Ponty et al. [94]. Figure extraite de [107].

### 6.3.3 Dynamo et turbulence : approches théoriques et numériques

Nous venons de voir que des simulations de dynamos cinématiques à partir d'écoulement moyennés en temps étaient couramment utilisées pour "prédire" les seuils d'apparition de la dynamo dans des réalisations expérimentales de ces mêmes écoulements. La différence qui peut exister entre l'écoulement moyen et l'écoulement instantané quand celui-ci est fortement turbulent incite à s'interroger sur la validité de cette démarche. Le rôle joué par les fluctuations turbulentes dans le mécanisme d'instabilité dynamo ne peut pas toujours être négligé et conduit à l'interrogation élémentaire suivante : comment le seuil d'apparition de la dynamo est-il affecté par la turbulence ? Ce problème peut être reformulé ainsi : pour un forçage donné de l'écoulement, quelle est la dépendance du nombre de Reynolds magnétique critique ( $R_{m_c}$ ) pour l'établissement de la dynamo en fonction du nombre de Reynolds cinétique. Ce problème a été traité par plusieurs auteurs à partir de simulations numériques ou de modèles théoriques.

**Approche numérique directe :** La voie la plus directe consiste simplement à réaliser des simulations numériques directes à partir d'une géométrie d'écoulement donnée, de faire varier le nombre de Reynolds de ces simulations et d'étudier en fonction de ces variations le comportement du seuil d'apparition de la dynamo. Les travaux de Schekochihin qui s'inscrivent exactement dans cette ligne dans le cadre d'écoulements forcés aléatoirement, sans écoulement moyen (voir [107] et les références associées) prédisent une croissance de la courbe  $R_{m_c}(Re)$  et permettent d'imaginer une saturation aux plus hauts nombres de Reynolds atteints ( $\simeq 7000$ ) dans des simulations réalisées avec hyperviscosité. Ces résultats sont compatibles avec ceux obtenus par plusieurs équipes à partir d'écoulements possédant une moyenne non nulle réalisés à partir de forçages de type Taylor-Green par Ponty et al [95; 94] et Laval et al [56] par simulations numériques directes ou par LES. L'ensemble de ces résultats sont très bien résumé sur la figure 6.6 extraite de [107].

**Instabilité en présence de bruit :** Rappelons l'équation d'induction :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (6.14)$$

Le premier terme du membre de gauche de cette équation qui, comme nous l'avons vu, est responsable de l'instabilité dynamo fait intervenir le champ de vitesse turbulent de façon multiplicative. Cette constatation est à l'origine de nombreux travaux au sein de la communauté dynamo sur l'effet d'un bruit multiplicatif sur une instabilité.

Quand le bruit est faible (*i.e.* quand le rapport des fluctuations de la vitesse à leur moyenne est petit devant 1), Pétrélis et Fauve ont montré [34] que la modification du seuil d'instabilité était au moins quadratique en ce rapport. Ceci explique pourquoi les dynamos expérimentales de Riga et de Karlsruhe sont apparues pour des valeurs du nombre de Reynolds magnétique très voisines de celles qui avaient été prédites par des simulations cinématiques à partir de l'écoulement moyenné en temps. En effet, l'amplitude des fluctuations de vitesse dans ces expériences ne dépasse pas 10% de leur moyenne.

Quand le bruit est plus fort, on attend a priori un déplacement plus important du seuil dynamo, voire une modification de la nature même de cette dynamo (il existe des dynamos engendrées uniquement par les fluctuations, pour lesquelles l'écoulement moyen est nul [107]), et comme dans bien d'autres études d'instabilités en présence de bruit multiplicatif, il peut être possible d'observer des dynamiques différentes (par exemple intermittentes) au voisinage du seuil d'apparition de l'instabilité. Ainsi, au-delà de cette communauté, de nombreux résultats ont été mis au jour depuis longtemps sur ce thème [6; 62; 90; 88]. L'utilisation d'équations stochastiques est à la base de travaux étudiant le déplacement du seuil de l'instabilité en fonction de l'amplitude du bruit d'un point de vue purement théorique [57; 88].

**Approche intermédiaire :** Les travaux déjà cités de Laval et *al* [56] se situent à la frontière des deux approches que nous venons de présenter. En effet, les auteurs simulent l'équation de l'induction en imposant un champ de vitesse construit comme la somme d'un écoulement moyen de type Taylor-Green et d'un bruit gaussien markovien dont ils ajustent l'amplitude, le temps de corrélation et l'échelle spatiale. Ce faisant ils remplacent la turbulence par ce bruit, s'autorisant alors à découpler les effets des différents paramètres du bruit multiplicatif sur l'instabilité dynamo. Dans ce cadre très original d'étude, ils montrent que ce sont les fluctuations à grande échelle spatiale ou temporelle qui sont le plus néfastes du point de vue de l'apparition de l'effet dynamo. Cette tendance est bien illustrée par la courbe de gauche de la figure 6.7 extraite de leur article. Le seuil d'apparition de la dynamo  $R_{mc}$  croît avec l'intensité  $\delta$  du bruit injecté à grande échelle spatiale et temporelle. Les mêmes simulations avec un bruit injecté à petite échelle ne voient pas cette augmentation du seuil dynamo. La courbe de droite de cette même figure replace leurs résultats au milieu de simulations numériques directes. L'accord entre les deux approches est plus que qualitatif.

## 6.4 Dynamos expérimentales

Comme nous l'avons vu, les nombres sans dimension mis en jeu par l'instabilité dynamo dans les objets astrophysiques et dans les expériences sont séparés par plusieurs ordres de grandeurs. De même, les mécanismes de forçages accessibles expérimentalement sont très différents de ceux à l'œuvre dans la nature. Il a fallu une série de va-et-vient entre travaux théoriques et expérimentations pour réaliser successivement toute une hiérarchie de dynamos au laboratoire. Le chemin allant des dynamos de type industrielles, mettant en jeu des solides et dans lesquelles les courants sont guidés, aux expériences dynamos homogènes actuelles a été parcouru en relâchant les contraintes une à une. Dans les années 60, les courants sont libres de circuler, mais aucun fluide n'est mis en jeu. A la fin des années 90, deux dynamos fluides sont couronnées de succès, mais le fluide conducteur est fortement guidé pour suivre un écoulement prescrit. Les expériences encore en quête de dynamo de nos jours ont relâché l'ensemble de ces contraintes.

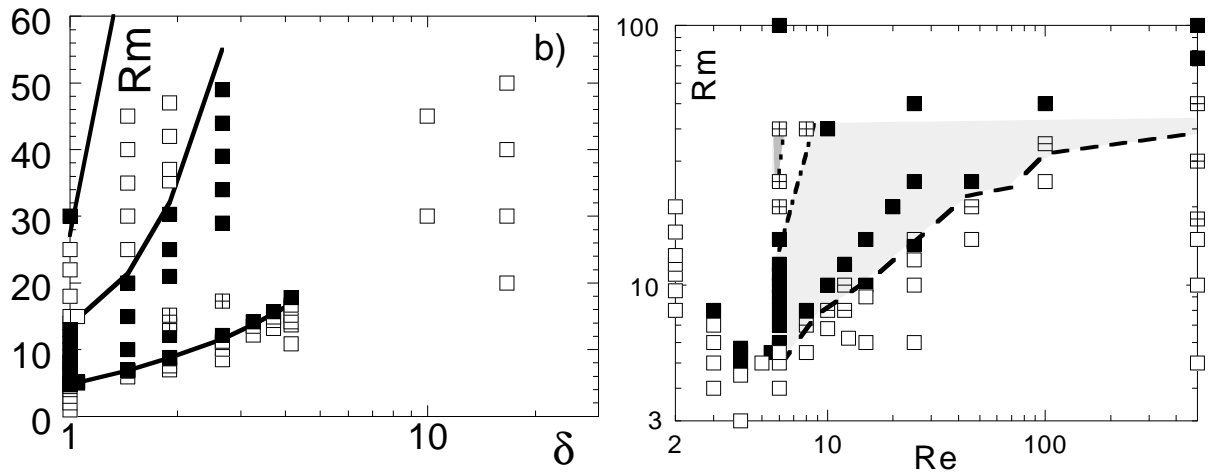


FIG. 6.7: A gauche : Espace des paramètres des simulations stochastiques de Laval et *al* pour  $Re = 6$ .  $\delta$  mesure l'intensité du bruit stochastique injecté à grande échelle avec un temps de corrélation fini. Carrés pleins : dynamo, carrés vides : pas de dynamo. A droite : comparaison entre des DNS et les simulations stochastiques de la figure de gauche. Les fenêtres dynamos issues des simulations stochastiques sont grisées les carrés correspondent aux DNS (légende identique à celle de la figure de gauche). Remarquer la présence d'une petite fenêtre dynamo pour  $Re = 6$

#### 6.4.1 Dynamos solides

Les dynamos “solides” sont des dispositifs mettant en jeu des éléments solides, mais dans lesquels les courants sont libres de circuler. Lowes et Wilkinson réalisent expérimentalement en 1963 [61] une telle dynamo sur le modèle théorique initialement proposé par Herzenberg en géométrie sphérique [46]. Le modèle consiste en deux cylindres ferromagnétiques dont les axes de rotations ne sont ni parallèles ni sécants plongés dans un matériau lui aussi ferromagnétique. Chacun de ces cylindres produit par effet  $\Omega$  le champ magnétique qui excite l'autre. Les dynamiques observées dans ce système sont très riches : dynamos stationnaires, oscillantes et même des renversements.

#### 6.4.2 Dynamos fluides contraintes

Ce sont des dynamos où les écoulements mis en jeu sont canalisés à l'aide de tuyaux pour satisfaire aux prescriptions des écoulements théoriques qui les ont inspirés. Deux expériences de ce types ont été réalisées en 2000-2001 dans du sodium liquide. L'une à Karlsruhe en Allemagne est basée sur l'écoulement périodique de Roberts [104]. Le mouvement du fluide a lieu le long d'hélices dans un ensemble de cinquante colonnes disposées périodiquement dans un cylindre de diamètre de l'ordre de deux mètres (voir figure 6.8). Le fluide est mis en mouvement à l'aide de pompes électromagnétiques. Le champ de saturation est stationnaire, d'amplitude environ 700 Gauss et orthogonal aux axes des colonnes [77; 119]. L'autre expérience de ce type est celle de Riga en Lettonie. Elle est basée sur l'écoulement hélicitaire de Ponomarenko, la recirculation se faisant entre cette “hélice” et une couche de fluide au repos (voir figure 6.9). Le champ de saturation est un mode oscillant à une fréquence voisine du hertz et d'amplitude de l'ordre de 350 Gauss. Le seuil de l'instabilité est très proche de celui calculé à l'aide de simulations cinématiques [38; 39; 91].

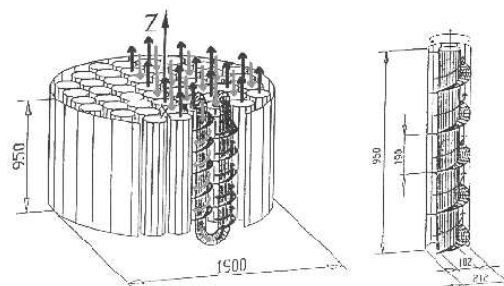


FIG. 6.8: L'expérience dynamo de Karlsruhe.

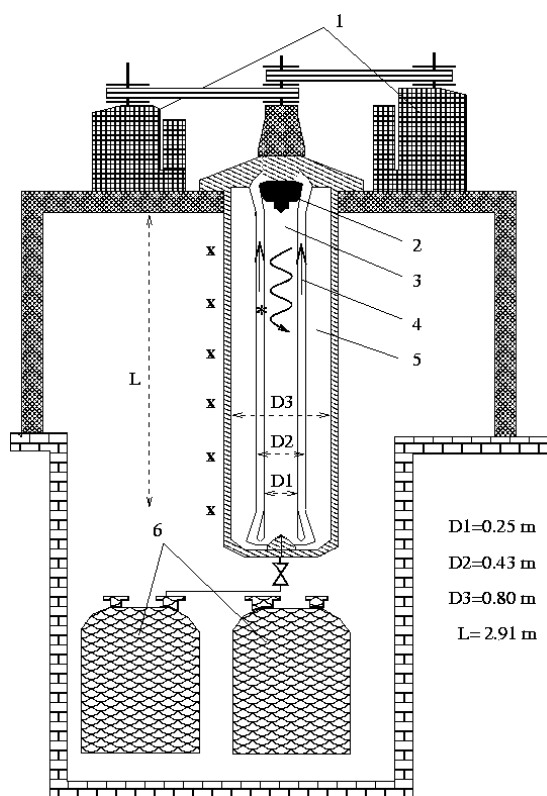


FIG. 6.9: L'expérience dynamo de Riga.

### 6.4.3 Dynamos fluides non contraintes

Par opposition aux deux exemples fructueux que nous venons d'évoquer, les dynamos de ce type sont basées sur des écoulements "libres". Le fluide (souvent du sodium) est contenu dans une sphère, un cylindre ou un tore de grande taille et mis en mouvement par l'action de turbines ou d'hélices. Trois expériences de ce type sont montées aux Etats-Unis dans des sphères, celles de Dan Lathrop à Maryland ont des diamètres de 30 centimètres et 3 mètres et les cuves sphériques ont la possibilité de tourner, permettant ainsi l'étude de la rotation globale [86; 111], celle de Cary Forrest à Madison a un mètre de diamètre [4; 3]. Le montage original de Peter Frick à Perm en Russie est constitué d'un tore d'un mètre de diamètre destiné à être rempli d'un alliage GA-In-Sn [36]. Le tore est mis en mouvement à grande vitesse puis brusquement freiné, le fluide initialement en rotation solide crée un écoulement hélicoïdal de type Ponomarenko mais bouclé sur lui-même en traversant des hélices solidaires du tore. Aucune de ces expériences n'a à ce jour observé d'effet dynamo.

Enfin, l'expérience VKS (von Kármán Sodium), fruit de dix ans de collaboration entre le CEA, le CNRS et les écoles normales supérieures de Lyon et Paris, a lieu dans un cylindre où du sodium liquide est mis en mouvement à l'aide de turbines en fer pur contrarotatives. Cette expérience est la seule de cette catégorie à avoir permis l'observation d'un effet dynamo. Les régimes de saturation observés sont très riches et présentent des dynamiques variées très sensibles aux divers modes de forçage [75; 5]. Notons dans VKS l'emploi de disques en fer pur qui modifient les conditions aux limites magnétiques et la circulation des courants dans l'expérience et dont le rôle précis est encore incompris. La suite de ce mémoire est entièrement consacrée à cette expérience.

### 6.4.4 Autres expériences

La communauté dynamo française, très active, a mis sur pied plusieurs expériences dont les caractéristiques n'en font pas des expériences dynamo à proprement parler, mais dont les résultats font grandement avancer notre compréhension des mécanismes liés à l'effet dynamo. A l'école normale supérieure de Lyon, un dispositif de von Kármán rempli en Gallium a permis et permet encore l'étude des effets d'induction à bas nombre de Prandtl magnétique [82; 83; 128] et a récemment été modifiée pour observer un effet dynamo  $\alpha - \Omega$  dans lequel l'effet  $\alpha$  est assuré en par un câblage extérieur [10]. Au laboratoire de géophysique interne et tectonophysique de Grenoble, l'expérience DTS (Derviche Tourneur Sodium) produit un écoulement de Couette sphérique dans une sphère en rotation en présence d'un fort champ magnétique dipolaire. Les nombres de Reynolds magnétiques atteints sont de l'ordre de 50. Les forces de Coriolis et de Laplace dominent la dynamique de cette expérience, contraignant ainsi fortement l'écoulement et rendant les fluctuations très faibles même pour de grands nombres de Reynolds. La turbulence est une turbulence d'ondes magnétohydrodynamiques qui commence à être bien identifiée grâce à une instrumentation riche combinant des mesures de potentiel électrique, de champ magnétique, et de vitesse par vélocimétrie Doppler ultrasonore [78].



# L'expérience VKS2 et phénomènes d'induction

---

## 7.1 Dispositif expérimental

L'ensemble des résultats expérimentaux qui vont être présentés ici ont été obtenus sur le dispositif expérimental von Kármán Sodium (VKS), basé à Cadarache (France) entre avril 2005 et février 2007 par l'ensemble des membres de la collaboration VKS. Le dispositif en lui-même a déjà été abondamment décrit [127; 99; 75; 5; 98], nous nous contenterons donc de le présenter brièvement.

### 7.1.1 Présentation rapide de l'expérience VKS2

#### 7.1.1.1 La cuve d'essai

Le dispositif VKS2 fait partie des quelques grandes expériences en sodium au monde par sa taille et par les vitesses et donc les nombres de Reynolds magnétique qu'elle peut atteindre. L'écoulement de base est un écoulement de von Kármán, de même rapport d'aspect que celui étudié dans la première partie de ce manuscrit, mais deux fois plus grand : le cylindre de base en cuivre a un rayon interne de 206mm, une épaisseur de 5mm, et est long de 604mm. La distance entre les turbines est de 420mm. Le tout est entouré d'une couche de sodium au repos contenue dans un cylindre en cuivre lui aussi de rayon 289mm. Le cylindre interne, séparant la couche de sodium "au repos" du reste de l'écoulement constitue ce qui sera appelé par la suite la "chemise". Le forçage est fait à l'aide de turbines de type *TM73* elles aussi décrites dans la première partie. Ces turbines peuvent être en inox ou en fer pur suivant les campagnes de mesure. La figure 7.1 reprend l'ensemble de ces cotes et notations. L'ensemble de la cuve d'expérience est contrôlé en température par un double circuit de refroidissement constitué de deux échangeurs sodium/huile et huile/eau permettant de travailler pendant des temps longs à n'importe quelle température dans la gamme 120°C-160°C. Les turbines sont entraînées par quatre moteurs réglés deux à deux en maître-esclave pour assurer que la puissance maximale accessible soit de 300kW pour un couple maximal de 1000Nm. Par suite, les fréquences de rotation et les nombre de Reynolds magnétiques accessibles sont respectivement de l'ordre de  $f_{max} \simeq 30\text{Hz}$  et  $R_{m,max} \simeq 55$  à 120°C. Un des points délicats lié à l'implémentation du système réside dans les passages étanches des arbres sur lesquels sont fixées les turbines. La solution retenue, développée spécialement pour VKS, consiste en des garnitures à double barrière dont la lubrification est assurée par le sodium lui-même. C'est la rupture mécanique de cette pièce qui fut souvent le facteur limitant le temps d'expérimentation à Cadarache.



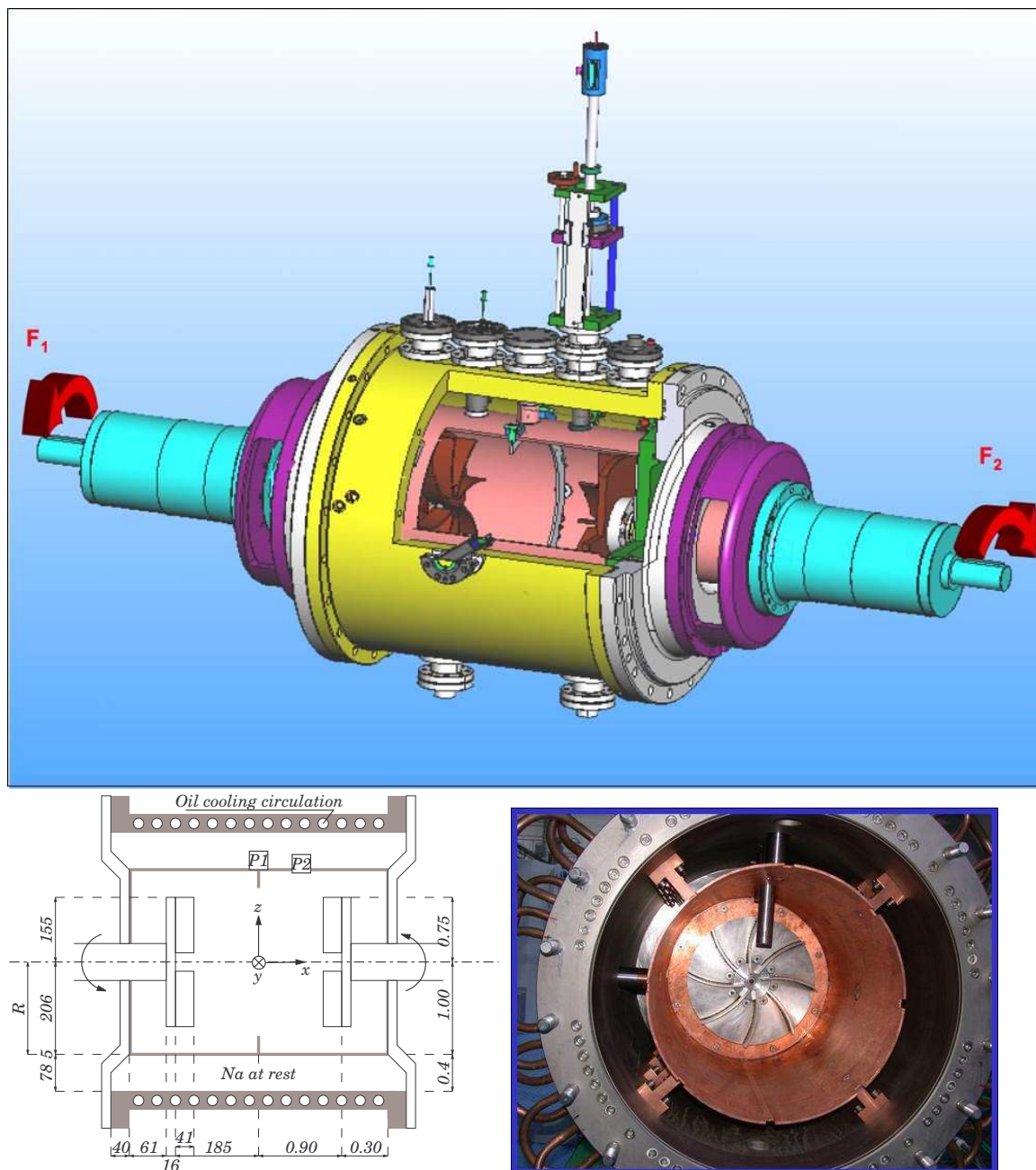


FIG. 7.1: De gauche à droite et de haut en bas : vision éclatée de l'expérience ; schéma de l'expérience VKS2, les côtes sont données en mm sur la partie gauche du schéma, en unités adimensionnées par le rayon de la chemise de cuivre sur la partie droite ; perspective de la cuve d'expérience l'une des turbines TM73 au fond et un doigt de gant plongeant au cœur de la cuve l'anneau est monté dans le plan équatorial.

### 7.1.1.2 Le sodium et la boucle sodium :

Sa grande conductivité et ses propriétés hydrodynamiques proches de celles de l'eau font du sodium le fluide conducteur le plus employé dans les expériences dynamos. Son point de fusion se situe autour de  $100^{\circ}\text{C}$ , ce qui permet de plus de travailler à des températures relativement basses (entre  $120$  et  $160^{\circ}\text{C}$ ). L'inconvénient majeur de ce métal est sa très grande réactivité, vis-à-vis de l'air et de l'eau notamment, qui implique la mise en place de mesures de sécurité importantes et ne permet pas de monter une expérience sodium du jour au lendemain n'importe où en France. Quand l'expérience ne tourne pas, le sodium est stocké dans un réservoir situé

sous la cuve d'expérience. Une boucle mise sous atmosphère d'argon permet de faire circuler le sodium entre le stockage, la cuve d'essai et le vase d'expansion. Si les vidanges de cette cuve se font par gravité, son remplissage met en jeu une pompe électromagnétique. Quand l'expérience est opérationnelle, l'ensemble de la boucle sodium est mise sous pression d'argon à environ quatre bars. Un circuit annexe permet la purification du sodium. Cette purification est nécessaire après chaque ouverture de la cuve d'expérience afin d'éliminer les différents oxydes formés par réaction chimique entre le sodium et l'air.

### 7.1.1.3 Mesures

**Mesures de champ magnétique :** Les mesures de champ magnétiques sont faites à l'aide de deux types de capteurs : un gaussmètre FW-Bell permettant de mesurer les trois composantes du champ magnétique en un point ou une sonde multiple conçue à l'ENS Lyon par Pascal Metz qui intègre trente capteurs à effet Hall Sentron 1SA-1M qui permet la mesure simultanée des trois composantes du champ magnétique sur dix points répartis linéairement sur un axe long d'environ trente centimètres. Ces capteurs sont placés dans des doigts de gant plongeant dans la cuve d'essai et sont refroidis par un système à air comprimé assurant une régulation thermique autour de 40°C. Nous disposons de différentes longueurs de doigt de gant permettant des mesures plus ou moins profondes dans la cuve tout en induisant des perturbations plus ou moins notables de l'écoulement<sup>1</sup>.

**Mesures mécaniques :** De façon continue, la fréquence de rotation des moteurs ainsi que le couple qu'ils délivrent sont mesurés et enregistrés à une fréquence allant de 1Hz à 1kHz. La commande des moteurs étant toujours réalisée en vitesse, ces acquisitions permettent de contrôler les paramètres de forçage, mais surtout donnent accès aux couples requis par l'expérience. Cette mesure s'effectue sur les variateurs des moteurs via la consommation électrique de ceux-ci. Aucune calibration à l'aide d'un couple mètre n'a été réalisée à ce jour, néanmoins nous verrons qu'aux faibles nombres de Reynolds magnétique et en l'absence de champ dynamo ces mesures de couple sont compatibles avec celles réalisées en eau à Saclay. En conséquence nous leur accordons une assez bonne confiance.

**Mesures de pression :** Lors de certaines campagnes, un capteur de pression est placé au ras de l'écoulement le long d'une paroi du cylindre. Nous ne présentons dans ce mémoire aucun résultat lié à ces mesures de pression.

**Mesures de température :** La régulation de température se fait par le biais d'une boucle PID régulant à une valeur de commande la température au ras de la cuve d'essai ou le cas échéant au ras de la chemise. En ces deux points, de façon continue, comme pour les caractéristiques mécaniques, la température en degrés Celsius est enregistrée.

**Remarque :** Pour l'instant, aucune mesure de vitesse n'est opérationnelle sur l'expérience VKS bien que celles-ci permettraient de répondre à nombre de questions liées à la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement (voir chapitre 9). Néanmoins, leur installation dans un futur proche est envisageable. L'équipe d'Henri-Claude Nataf travaillant sur l'expérience DTS décrite plus haut a mis en place avec succès un dispositif de vélocimétrie ultrasonore donnant accès à des profils rectilignes de vitesse [78]. Des essais préliminaires ont d'ailleurs été réalisés par l'équipe de Saclay dans la cuve d'expérience Pénélope à Cadarache en collaboration avec les chercheurs grenoblois.

<sup>1</sup>L'effet de ces doigts de gant sur la nature de l'écoulement n'a pas ou peu été étudiée.

### 7.1.2 Configurations des différentes campagnes de mesure

Au cours des trois années de cette thèse, plusieurs configurations de l'expérience VKS ont été testées lors des campagnes de mesures successives afin de mettre en évidence un effet dynamo ou d'étudier des effets d'induction et de transport du champ magnétique. Nous allons présenter par ordre chronologique les quatre configurations qui appuient notre travail et y feront référence par leur "code" composé du sigle VKS2 suivi d'une lettre incrémentée à partir de *a*.

**VKS2a :** C'est la configuration décrite au début de cette section. La chemise en cuivre est installée, les turbines sont en inox et le champ magnétique est mesuré dans le plan méridien à 51mm de l'axe du cylindre. Elle est le fruit du travail d'optimisation effectué par Florent Ravelet à partir de simulations numériques de dynamo cinématique basées sur l'écoulement moyen (voir 6.3.2). Le but de la campagne était l'observation de l'effet dynamo, les moteurs permettant d'atteindre des nombres de Reynolds magnétique supérieurs au seuil calculé pour la dynamo cinématique à  $R_{mc} = 43$ . Malheureusement, seuls des effets d'induction ont pu être mesurés en réponse à un champ appliqué transversal engendré par des bobines placées de part et d'autre de la cuve d'expérience. La rupture d'une garniture mécanique a mis fin prématurément à cette campagne.

**VKS2b :** La deuxième campagne de mesures se fait sans la chemise en cuivre, le volume laissé à l'écoulement est alors beaucoup plus important. C'est une campagne plutôt dédiée à l'étude de l'induction et au transport du champ magnétique par l'écoulement de von Kármán. Un aimant est placé dans un doigt de gant afin de servir de source localisée de champ magnétique. Dans la suite nous ne présenterons pas les résultats liés au transport qui sont publiés dans Physical Review Letters [129].

**VKS2f :** Le but est à nouveau d'observer l'effet dynamo. La campagne VKS2a s'étant soldée par un échec, la configuration devait évoluer. La chemise en cuivre est installée, on a fixé sur celle-ci un anneau dans le plan équatorial du cylindre. L'anneau a un rayon externe égal au rayon interne de la chemise et un rayon interne de 175mm. Il a une épaisseur de 5mm. Les turbines sont en inox. Le champ magnétique est mesuré dans le plan équatorial au ras de la chemise. Nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit l'effet stabilisateur de l'anneau sur les grandes échelles de l'écoulement (voir 5.2) et nous avons aussi insisté sur le rôle néfaste que pourraient avoir ces fluctuations à grande échelle sur l'apparition de la dynamo (voir 6.3.3 et [128]). A nouveau, seuls des effets d'induction semblent avoir été observés, même si un changement de comportement net de ces effets se manifeste autour de  $R_m = 32$ , seuil d'apparition de la dynamo dans les campagnes suivantes. La section 7.2 est consacrée à l'étude de ces effets dans les trois campagnes VKS2a, b et f.

**VKS2g-h-i :** Même configuration que pour VKS2f, les turbines en inox sont remplacées par des turbines en fer pur ayant les mêmes caractéristiques géométriques. Il existe plusieurs motivations à cette dernière innovation. D'un côté, les travaux de dynamo cinématique de Stefani [117] et de Laguerre et al [54] ont montré que le sodium (ou tout autre conducteur) situé derrière les disques tend à augmenter considérablement le seuil d'apparition de la dynamo. Dans l'étude de Stefani, si cette couche de sodium est au repos, le nombre de Reynolds magnétique critique augmente de 12%, par contre, si elle est mise en rotation (ce qui est le cas dans l'expérience VKS), l'augmentation attendue est comprise entre 100 et 150%. Une telle augmentation se traduit par un ordre de grandeur de plus de puissance mécanique requise. Les disques en fer pur sont un moyen facile d'isoler magnétiquement le cœur de l'écoulement de ces recirculations. Une autre solution qui est envisagée pour la prochaine campagne (au moment où nous écrivons) consiste

TAB. 7.1: Caractéristiques techniques et emplacements des capteurs lors des différentes campagnes étudiées de l'expérience VKS2. Pour les capteurs, "sm" fait référence à la sonde multiple et "gm" au gaussmètre. Les coordonnées associées à la sonde multiple correspondent à l'emplacement du premier capteur de celle-ci et sont données en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  avec les conventions d'origine et d'orientation de la figure 7.2.

	Chemise	Turbine	anneau	Aimant	sm	gm
VKS2a	oui	Inox	non	non	-	$(0.25, \pi/2, 0)$
VKS2f	oui	Inox	oui	non	$(1, \pi/2, 0)$	-
VKS2g	oui	Fer Pur	oui	non	$(1, \pi/2, 0)$	$(1, \pi/2, 0.58)$
VKS2h	oui	Fer Pur	oui	non	$(1, \pi/2, 0)$	$(1, \pi, 0)$
VKS2i	oui	Fer Pur	oui	non	$(0.25, \pi/2, -0.58)$	$(0.25, \pi/2, 0.58)$

à utiliser des disques suffisamment épais pour remplir tout l'espace séparant les turbines des flasques de la cuve d'essai. Cette solution est techniquement plus compliquée : soit ces disques sont réalisés en inox, creux et mis sous vide ou remplis d'argon, soit ils sont réalisés dans un autre matériau usinable moins dense et non conducteur. Cette dernière solution est très compromise par le choix du matériau, l'emploi de la bakélite ou de tout autre composite étant interdit par la très grande réactivité du sodium. D'un autre côté, l'usage de fer modifie radicalement les conditions aux limites du champ magnétique sur les disques. Avalos-Zuniga et Plunian ont montré [1] qu'augmenter la conductivité ou la perméabilité du matériau entourant le fluide conducteur abaissait la valeur du seuil d'apparition de la dynamo de typiquement 20%.

**Synthèse :** Le tableau 7.1 résume les principales caractéristiques de ces différentes campagnes. L'ensemble de ces configuration est repris sur la figure 7.2.

## 7.2 Induction dans l'expérience VKS2

Dans ce chapitre, nous reproduisons un article soumis en avril 2006 au journal *Physics of fluids*.

### 7.2.1 Points forts

Cet article présente les résultats obtenus lors de mesures d'induction (réponse de l'écoulement turbulent à un champ magnétique extérieur appliqué par deux bobines en configuration Helmholtz) durant les campagnes VKS2a, VKS2b et VKS2f. Suivant les configurations utilisées (présence ou non de l'anneau ou de la chemise en cuivre), ces résultats sont très différents. Avec la chemise seule, le champ induit est plus fort que le champ imposé et présente des fluctuations non-gaussiennes à la dynamique bimodale. En présence de l'anneau, ces particularités disparaissent, mais alors, deux régimes d'induction différents sont observés. La limite entre ces deux régimes se situe autour de  $R_m \simeq 32$ , seuil de l'instabilité dynamo dans la même configuration quand les disques sont en fer pur (voir chapitre suivant). De plus au-delà de  $R_m \simeq 32$ , le couple fourni par les moteurs change également de comportement (voir section 9.5).

### 7.2.2 Mesures d'induction dans l'expérience VKS2

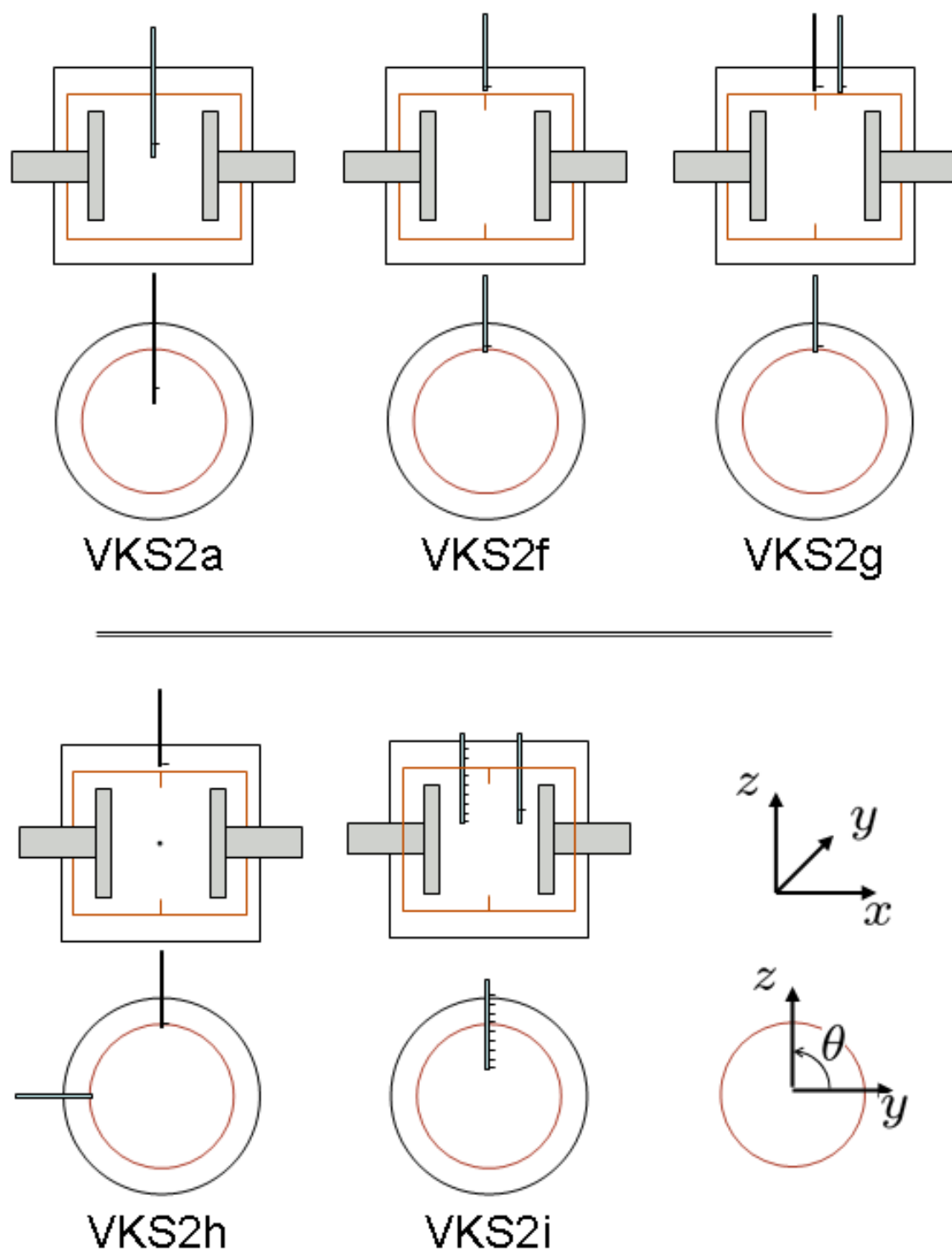


FIG. 7.2: Les différentes configurations des campagnes VKS2 : de gauche à droite et de bas en haut, VKS2a, VKS2f, VKS2g, VKS2h et VKS2i. En bas à droite les conventions d'orientation.

## Magnetic induction in a turbulent flow of liquid sodium: mean behaviour and slow fluctuations

F. Ravelet,<sup>1,2</sup> R. Volk,<sup>1</sup> A. Chiffaudel,<sup>1</sup> F. Daviaud,<sup>1</sup> B. Dubrulle,<sup>1</sup> R. Monchaux,<sup>1</sup> M. Bourgoïn,<sup>3,4</sup> P. Odier,<sup>3</sup> J.-F. Pinton,<sup>3</sup> M. Berhanu,<sup>5</sup> S. Fauve,<sup>5</sup> N. Mordant,<sup>5</sup> and F. Pétrélis<sup>5</sup>

<sup>1</sup>*Service de Physique de l'Etat Condensé, Direction des Sciences de la Matière, CEA-Saclay, CNRS URA 2464, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France*

<sup>2</sup>*Present address: Laboratory for Aero and Hydrodynamics, Leeghwaterstraat 21, 2628 CA Delft, The Netherlands\**

<sup>3</sup>*Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR 5672, 47 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France*

<sup>4</sup>*Present address: Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, CNRS UMR 5519, BP53, 38041 Grenoble, France*

<sup>5</sup>*Laboratoire de Physique Statistique de l'Ecole Normale Supérieure, CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France*

We study the flow response to an externally imposed homogeneous magnetic field in a turbulent swirling flow of liquid sodium – the VKS2 experiment in which magnetic Reynolds numbers  $R_m$  up to 50 are reached. Induction effects are larger than in the former VKS1 experiment (1; 2). At  $R_m$  larger than about 25, the local amplitude of induced field components supersedes that of the applied field, and exhibits non-Gaussian fluctuations. Slow dynamical instabilities and low-frequency bimodal dynamics are observed in the induction, presumably tracing back to large scale fluctuations in the hydrodynamic flow.

PACS numbers:

### I. INTRODUCTION

The induction of a magnetic field by turbulent flows of electrically conducting liquids has received a great interest over the last decade, motivated by a better understanding of astrophysical and geophysical dynamos –i.e. the generation of a self-sustained magnetic field by the flow of a conducting fluid (3). For instance, Marié *et al.* (1), Bourgoïn *et al.* (2) and Pétrélis *et al.* (4) study the so-called  $\alpha$ - and  $\omega$ -effects. Spence *et al.* (5) recently evidence induction effects that can only be attributed to the temporal fluctuations of the flow. In the same experiment, Nornberg *et al.* (6) evidence periods of intermittent growth of the induced magnetic field. Volk *et al.* (7) study the long-time fluctuations of induction profiles in liquid gallium. Stepanov *et al.* (8) study the turbulent  $\alpha$ -effect in a non-stationary flow. Finally, Sisan *et al.* (9) study the influence of the Lorentz force on the turbulent dissipation and on the mean flow. A common feature of these studies is the use of an apparatus in which the instantaneous flow significantly differs from its time average. An interesting open issue is to quantify the role of fluctuations in the magnetic induction effects. Indications can be obtained by comparing induction measurements for different configurations in the same general experimental set-up.

This is one of the goals of the VKS (von Kármán sodium) experiment which studies the magnetohydrodynamic behavior of the sodium flow generated inside a

cylinder by counter rotation of various impellers (figure 1). In a first series of experiments in 2000-2002 –VKS1–, external steady magnetic fields are applied either along the cylinder axis or perpendicular to it (1; 2; 4). Modifications of this original set-up are motivated by the realization that electrical boundary conditions play an important role in the strength and geometry of magnetic induction (10; 11; 12; 13) and that fluctuations, as already noted, may have a leading effect. In a second evolution of the set-up –VKS2–, the flow cell is enclosed within a layer of sodium at rest and thick copper casing resulting in different electrical boundary conditions.

This article presents the flow response to an externally imposed homogeneous magnetic field in the VKS2 experiment. Both VKS1 and VKS2 set-ups are described and compared in section II. We report in section III induction characteristics in the presence of an externally applied field and compare them to that of VKS1. We identify and study a bimodal dynamics, for which the field abruptly changes between two states and stay there for variable durations, resulting in a very long timescales dynamics. In these regimes, the probability density functions of some of the components of the induced field, particularly the one aligned with the applied field, are non-Gaussian. Complementary observations are made in section IV when a thin annulus is placed in the mid shear layer. Finally, we discuss in section V some implications of our results regarding the dynamo capacity of VKS flows.

\*Electronic address: florent.ravelet@ensta.org

## II. THE VKS2 EXPERIMENTAL SET-UP AND CONFIGURATIONS

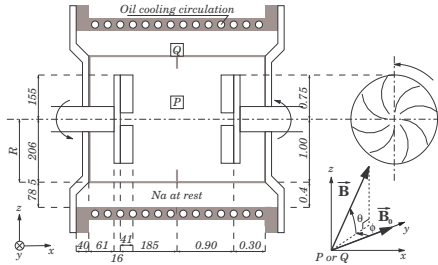


FIG. 1 Sketch of the VKS2 experimental set-up. The inner and outer cylinders and the optional mid-plane annulus are made of copper (in gray). Other parts are stainless-steel. The dimension are given in millimeter (left) and normalized by the inner cylinder radius  $R$  (right). The 3D Hall probe is located at point P,  $0.25R$  from the axis. The angles characterizing the orientation of the induced field are displayed on the right. Magnetic measurements are made either at point P or at point Q when the annulus is present.

Up to now, all VKS-experiments concern a swirling flow produced by two bladed facing impellers distant of 371 mm in a 412 mm diameter casing. The VKS1 flow region is bounded by a 10 mm copper shell and a 20 mm steel casing. The VKS2 evolution (figure 1) basically consists of putting VKS1 inside a larger sodium volume and a 45 mm copper casing, and designing new impellers. With respect to VKS1, the motor power has been increased from 150 kW to 300 kW and the volume of the conducting domain is twice larger. The outer radial layer of sodium at rest surrounding the flow is of thickness  $0.4R$ . The counter-rotating impellers producing the flow are made of stainless steel, are of radius  $0.75R$  and have 8 curved blades of 41 mm height and 190 mm curvature radius. They are labeled ‘TM73’ in reference to the study of Ravelet *et al.* (13). The velocity unit is based on the impellers rotation frequency  $F$  and includes the stirring efficiency factor  $\mathcal{V} = 0.6$  of the TM73 impellers. This yields an integral Reynolds number  $Re = \mathcal{V}2\pi R^2 F/\nu$ . The integral kinetic Reynolds number is of the order of  $5 \times 10^6$ . In addition, the shear-layer instability is a strong source of flow instationarity.

Regarding the magnetic induction, the control parameter of the problem is the magnetic Reynolds number  $R_m$  which compares the stretching of the magnetic field by velocity gradients to the magnetic diffusion. We define  $R_m = \mathcal{V}\mu_0\sigma 2\pi R^2 F$ . The linear relation between the rotation frequency and the magnetic Reynolds number is  $R_m \simeq 1.88F$  at  $120^\circ\text{C}$ , and  $R_m \simeq 1.73F$  at  $150^\circ\text{C}$ . A temperature regulation has been installed, through oil circulating in the outer cylinder, in order to perform long

time measurements in stationary regimes with temperature fixed in the range 110 to  $160^\circ\text{C}$  (recall that the electrical conductivity of sodium varies significantly in the neighborhood of its melting temperature). The maximum magnetic Reynolds number is of the order of 50, compared to about 35 in VKS1.

In order to study the MHD response of the flow, we apply a transverse field  $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{e}_y$  with a pair of coils. They are not in Helmholtz configuration and the inhomogeneity of  $\mathbf{B}_0$ , defined on the flow volume, can reach up to 20% at the outer flow boundary. We measure the three components of the magnetic field  $\mathbf{B}$  with a 3D-Hall probe set in the equatorial plane inside the flow, 50 mm from the axis, *i.e.* at point P in figure 1. In this case, the closest VKS1 configuration (1) has impellers TM70 of radius  $0.75R$  and baffles on the cylinder wall. The applied field is less than 3 gauss, too weak a field to modify the flow: we have checked that the induced field varies linearly with the applied field.

## III. RESPONSE TO AN EXTERNALLY APPLIED FIELD

Under the imposed field  $B_0 = 2.7$  G, we study the dynamics of the three components of the dimensionless induced field  $\mathbf{b} = (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0)/B_0$  and of its orientation at P. We define  $\theta$  a latitude with respect to the  $x - y$  plane, and  $\phi$  the longitude in this plane, with respect to the applied field ( $y$  axis) so that  $\mathbf{b} = \|\mathbf{b}\| [\cos\theta (-\sin\phi\mathbf{e}_x + \cos\phi\mathbf{e}_y) + \sin\theta\mathbf{e}_z]$ . With these conventions, the applied field at P is of unit norm with orientation  $\theta = 0$ ,  $\phi = 0$ .

We first present our observations about the mean magnetic induction properties of the flow and thereafter discuss the temporal dynamics of the signal.

### A. Mean induction

We plot in figure 2 the evolution of the mean (a) and standard deviation (b) of the components of  $\mathbf{b}$ . The mean vertical field ( $b_z$ ) is zero, which can be explained by the symmetries of the time-averaged flow and of the applied field (4; 14). The induced field is dominated by the axial component ( $b_x$ ) and once  $R_m \geq 20$ , the transverse component ( $b_y$ ) becomes greater than the applied field. Due to limitations of the mechanical seals, we are limited to  $F \geq 6\text{Hz}$  ( $R_m \gtrsim 11$ ).

Results for the mean induction can be compared to the VKS1 experiment (1; 2). Recall that the main changes concern the electrical boundary condition due the added radial blanket of sodium, and the modification of the impellers. For  $R_m > 12$ , we observe that the behavior of  $\langle \mathbf{b} \rangle (R_m)$  is linear, as in VKS1, but with a larger slope. We find  $\langle b_x \rangle / B_0 \equiv R_m / R_m^*$  with  $1/R_m^* = 1/13$ , a value 25% greater than in VKS1. We also observe that the induced field no longer saturates for  $R_m \gtrsim 25$ : the induction is still growing at high  $R_m$ , leading to  $\langle b_x \rangle \simeq 3.3$ ;  $\langle b_y \rangle \simeq 2.3$  at the highest  $R_m \simeq 50$ ,

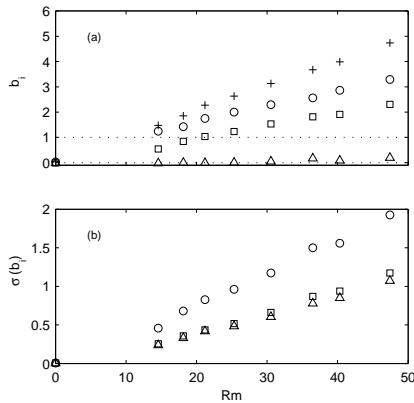


FIG. 2 Mean value (a) and *rms* amplitude (b) of the induced magnetic field  $\mathbf{b}$  vs.  $R_m$ , for the reduced magnetic field  $\mathbf{b} = (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0)/B_0$  induced at point  $P$ . (o):  $b_x$ , ( $\square$ ):  $b_y$ , ( $\triangle$ ):  $b_z$ , and (+):  $\|\mathbf{b}\|$ .

while the corresponding VKS1 experiment saturates at  $\langle b_x \rangle \simeq 1.5$ ;  $\langle b_y \rangle \simeq 0.4$  for  $R_m \gtrsim 25$ . Actually, for  $R_m \gtrsim 25$ , the field component induced in the direction of the applied field is on average larger than the applied field although the system shows no sign of dynamo-self generation—the induced field vanished as the applied field is turned off, save for induction due to the local Earth magnetic field.

Finally, we observe that the standard deviations of the three components also increase linearly with  $R_m$ . Again there is no indication of a saturation for the larger  $R_m$  values. The *rms* amplitude are of the order of 50% of the mean induced field. We note that for  $R_m \gtrsim 45$ , fluctuations in each component of the induced field exceed the magnitude of the applied field  $\mathbf{B}_0$ . In addition, the fluctuations of the axial component are twice larger than the fluctuations of the other components (figure 2b). In comparable VKS1 measurements the amplitude of fluctuations are the same for all components, with value  $\sigma(b_i) \sim 0.5$  at  $R_m \sim 25$ .

### B. Temporal and spectral dynamics

In order to describe the time dynamics of the magnetic induction, we focus on measurements at  $R_m = 40$  ( $F = 22$  Hz). We plot in figure 3 the time series, probability density function (PDF) and spectra of the components of the induced field as well as the  $\theta$  and  $\phi$  field orientation angles. As could be inferred from the magnitude of the standard deviations, one observes strong fluctuations in the induced field.

Whereas in VKS1 all components of the magnetic field exhibit almost Gaussian PDF, we now observe non-Gaussian statistics for two components:  $b_x$  and  $b_y$  (figure 3f-g). The component aligned with the applied field  $b_y$  (figure 3b and 3g) exhibits an exponential tail of the form  $\Pi(b_y) \propto \exp(-1.39 \times b_y)$ . Its centered and reduced PDF does not depend on  $R_m$ . Upon closer inspection of figure 3a, one also detects bimodality in the time evolution of the  $b_x$  component. Relatively long periods of high induced field (*e.g.* around  $t = 600$  and  $800F^{-1}$ ) are followed by periods when  $b_x$  is around zero (*e.g.* around  $t = 700$  and  $920F^{-1}$ ). This bimodality is analyzed in section III.C.

We also show in figure 3i the time spectrum of the three components of  $\mathbf{b}$ . At high frequency, the fall-off of the power spectra is steeper than the  $-11/3$  power law decrease expected for the magnetic dissipative range in a Kolmogorov-like turbulence (15), *i.e.* for frequencies  $f \gtrsim R_m^{3/4} \cdot F \simeq 20F$  at  $R_m = 40$ . This steeper slope was also observed in previous VKS1 measurements, although the expected Kolmogorov behavior was observed in von Kármán gallium flows stirred by rugose disks (16).

At low frequencies, roughly between  $F/60 \lesssim f \lesssim F$ , the spectrum behaves approximately as a power law with an exponent  $-1$  for  $b_x$ . For the two other components, the exponent is of the order of  $-0.5$ . This type of spectral behavior is indicative of long-time evolutions in the magnetic induction. We believe that it traces back to slow changes in the underlying hydrodynamic flow, for instance the chaotic dynamics of the azimuthal shear layer observed in water prototype flows (17; 18; 19). It is also observed for induction measurements in von Kármán gallium flows (7) and is already present in VKS1 measurements.

### C. Bimodal analysis: High-State and Low-State

We consider the bimodal dynamics illustrated above on the axial component of the magnetic field. These jumps between two states, which arise irregularly in time, appear even clearer when one plots the time evolution of the orientation of the induced field  $\mathbf{b}$ , as in figure 3d-e. In the periods during which the  $b_x$  component is large, the field orientation has smaller fluctuations whereas during periods for which  $b_x$  is almost null, the orientation has strong fluctuations. Hence, the PDF of the axial induced component exhibit a clear bimodal behavior shown in figure 3f and the PDFs of the field orientation are peaked but with large wings (figure 3h): the PDF of  $\theta$  is symmetric around the mean value  $0$ , while the PDF of  $\phi$  has a peak around  $-60^\circ$ , close to the mean orientation, but is skewed towards positive angles.

In the following, we separate the time signals into two parts with a threshold criterion  $b_-$  on  $b_x$ , illustrated in figure 4a for  $F = 22$  Hz ( $R_m = 40$ ) with  $b_- = 1.9$ . We define the *L*-state (resp. *H*-state) as the subset when  $b_x \leq b_-$  (resp.  $b_x > b_-$ ) during a time larger than  $t_{min} \sim$



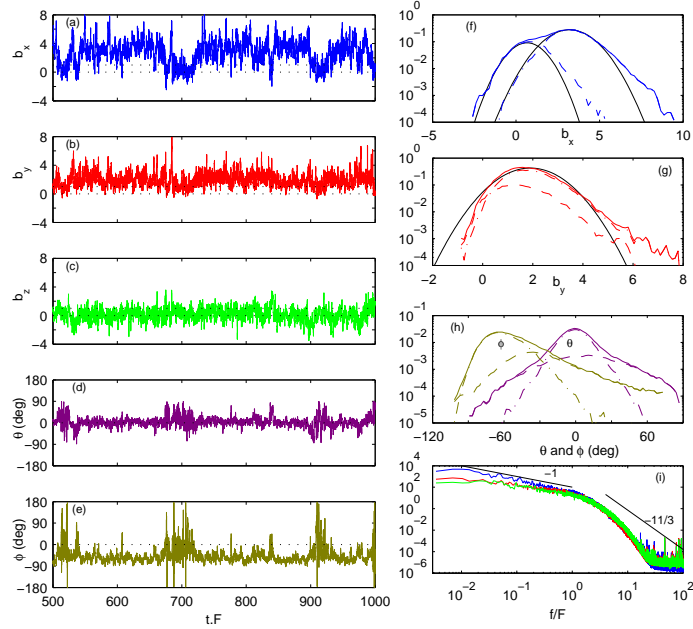


FIG. 3 (a-e) Temporal signal of the components and of the orientations of  $\mathbf{b}$  at  $R_m = 40$ . (f,g) Probability density function (PDF) of  $b_x$  and  $b_y$  at  $R_m = 40$  (solid line). The dash-dotted line corresponds to the PDF in the  $H$ -states and the dashed line to the PDF in the  $L$ -states —see section III.C for details about the separation. Solid black lines are Gaussians. (h) Same plots for orientation angles  $\theta$  and  $\phi$ . (i) Time spectrum of  $b_x$  (blue),  $b_y$  (red) and  $b_z$  (green) at  $R_m = 40$ .

$F^{-1}$ . The remaining pieces are taken as  $L$ -state (resp.  $H$ -state) if the previous and the following signals are in the  $L$ -state (resp.  $H$ -state). This allows short magnetic field fluctuations below  $b_-$  to belong to the  $H$ -state and vice versa. We also build a binary state signal with value 1 in the  $H$ -states, and 0 in the  $L$ -states (figure 4a).

We observe in figure 3f that the PDF of  $b_x$  in each state (dashed-dotted and dashed lines) are close to Gaussian fits of mean 0.66 and standard deviation 1.21 in the  $L$ -state with corresponding values equal to 3.21 and 1.59 in the  $H$ -state (at  $R_m = 40$ ). Note that the shape of the PDF of  $b_y$  (figure 3g) and  $b_z$  (not shown) are not affected by the bimodal decomposition. The transverse component  $b_y$  has its most probable value slightly shifted to a lower value in the  $L$ -state, with again exponential tails in both states—a robust feature not affected by the bimodal decomposition. The PDF of the angles for the two separated states is plotted in figure 3h. The field orientations are much more fluctuating in the  $L$ -state (standard deviation  $\sigma(\phi) = 34^\circ$ ) than in the  $H$ -state ( $\sigma(\phi) = 14^\circ$ ). The wide tail towards high values of  $\phi$  belongs to the  $L$ -state.

The bimodal analysis gives some insight into the slow evolution of the induction processes in the flow. It is best seen when one considers the autocorrelation functions of the induced components, i.e., another way to analyze the low frequency part of the power spectra. We plot the autocorrelation functions for  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$  in figure 4b. They decrease exponentially at large time lags, and we perform a fit of these curves with a sum of exponentials. For  $b_y$  ( $b_z$  gives approximately the same results), the function is well fitted by two exponentials of decay times 2.4 and  $0.18F^{-1}$ . The  $b_x$  component behaves differently and three exponentials are necessary to fit the curve. The corresponding time scales are 9.0, 1.1 and  $0.11F^{-1}$ . The two last times are of the same order of magnitude as for  $b_y$  and  $b_z$ : one is of the order of the disks period  $F^{-1}$  and the shortest one is of the order of the period of a blade (since there are 8 blades, the period is  $0.125F^{-1}$ ). However,  $b_x$  shows a slow evolution with a time scale of the order of  $9F^{-1}$ . This time arises from the bimodal transitions. Indeed, when we compute the autocorrelation for the binary state signal, we find that two exponentials are sufficient for the fit. Their characteristic times are

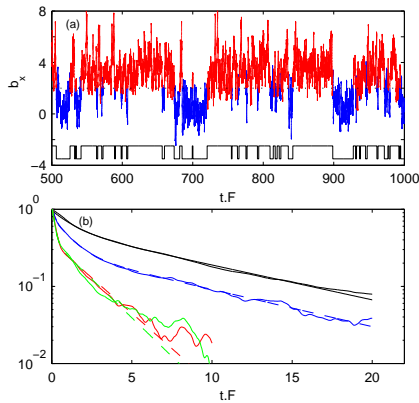


FIG. 4 (a) Bimodal decomposition of  $b_x$  component:  $H$ -state (red) and  $L$ -state (blue). Binary state signal (black). (b) Autocorrelation functions in lin-log scale for the induced field components  $b_x$  (blue),  $b_y$  (red) and  $b_z$  (green), with nonlinear fits by a sum of exponentials. Black solid line: autocorrelation function of the binary state signal. Measurements for  $R_m = 40$ ; see text for details.

9.6 and  $1.3 F^{-1}$ . We thus recover the two first times of  $b_x$ . The long time-scale, visible only for the binary state signal and for the complete  $b_x$  signals, corresponds to 10 times the impellers period and gives a bound corresponding to  $f = 1/(2\pi \times 10F^{-1}) \simeq F/60$  in the spectrum. We have checked for various  $F$  that it seems to be a hydrodynamical time, of the order of magnitude of the coherence time scale of the largest coherent structures in the flow, created by the shear layer instability (17; 19).

Finally, we show in figure 5 the evolutions with the magnetic Reynolds number  $R_m$  of the mean and standard deviations for the induced magnetic field in the High- and Low-states. In each state, the mean values evolve linearly with  $R_m$  but the components behave in a different way: in the  $H$ -state (figure 5b), they are close to the mean of the total field, with  $\langle b_x \rangle > \langle b_y \rangle$ , whereas in the  $L$ -state  $\langle b_y \rangle > \langle b_x \rangle$  (figure 5a). The fluctuations of the induced field (figure 5c-d) are of the same order of magnitude in both states and are isotropic in the  $L$ -state.

#### IV. INDUCTION WITH AN ADDITIONAL ANNULUS IN THE SHEAR-LAYER.

Extensive testing and visualizations in water prototype experiments (18) have shown that a way to stabilize the shear layer in the center of the flow is to introduce an annulus in the mid plane. Its leading effect is to reduce the low-frequency instationarities in the velocity field while the smaller scale fluctuations remain unchanged. As an

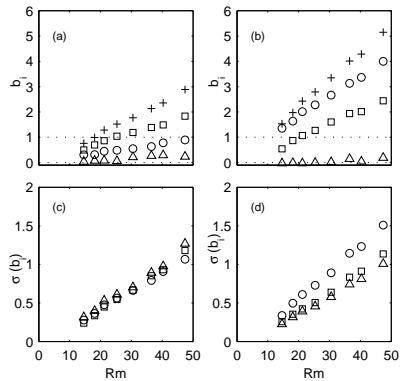


FIG. 5 Evolution with  $R_m$  for the  $H$  and  $L$ -states. (a,b) mean value in the  $L$ -state and in the  $H$  state; (c,d) same for the standard deviation. (o):  $b_x$ , (□):  $b_y$ , (Δ):  $b_z$ , and (+):  $\|\mathbf{b}\|$ .

illustration, the main structure of the free shear layer consists of three big fluctuating vortices. In the presence of an annulus, each vortex splits into a pair of smaller vortices that remain mostly attached to the leading edges of the annulus, one on each face. We made a series of sodium experiments for an annulus with inner diameter 175 mm inserted along the inner cylinder in the mid-plane between the disks. Magnetic measurements are then made at point  $Q$ , flush with the outer flow wall, just behind the annulus (figure 1). The distance between points  $P$  and  $Q$  is of the order of several magnetic diffusion length, preventing complete quantitative comparisons. However, several interesting features emerge.

We show time series and time spectra of the induced magnetic field components for two  $R_m$  in figure 6. First, the time spectra of the  $b_x$  and  $b_y$  components level off for  $f \lesssim 0.1F$  indicating that several long-time dynamical features may have been suppressed, especially at low  $R_m$ . Instead, time-series and spectra do reveal a low-frequency oscillation between  $F/10$  and  $F/5$ . This oscillation dominates the signal at low  $R_m$  (figure 6a-d). At higher  $R_m$  (figure 6e-h), this oscillation appears combined with lower frequency drifts—especially on  $b_z$ . However, its dynamics is never comparable to the characteristic very-low-frequency binary jumps between  $L$ -state and  $H$ -state without annulus: the fluctuations are indeed Gaussian—in the sense that the PDF of all components  $b_i(t)$  follow a Gaussian distribution.

We observe that the evolution of the mean induction also differs (figure 7). The mean amplitude of  $\mathbf{b}$  still depends linearly on  $R_m$ . It is dominated by the  $b_y$  component—parallel to  $\mathbf{B}_0$ . However, the evolution of  $b_z$  and of the standard deviation of  $b_y$  and  $b_z$  shows a re-

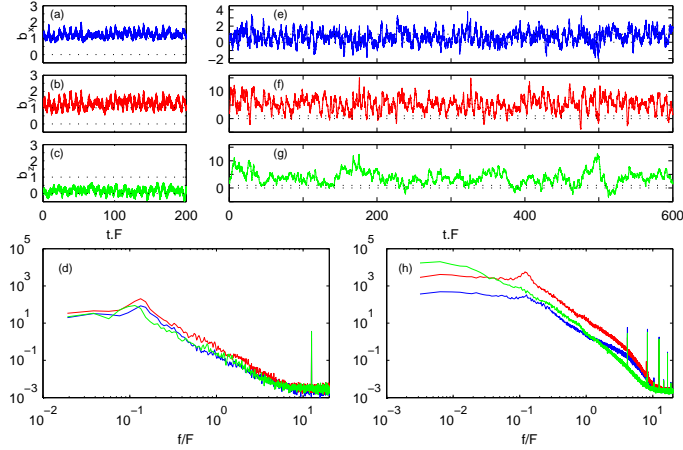


FIG. 6 Temporal signals of the three components of the induced magnetic field and power spectra, with the annulus in the midplane. Measurements are done at point Q —see figure 1.  $b_x$  (blue),  $b_y$  (red) and  $b_z$  (green). (a-d):  $R_m = 15$ . (e-h):  $R_m = 42$ . The dimensional fields are divided by the applied field measured at Q, *i.e.*,  $B_0 = 1.8$  G.

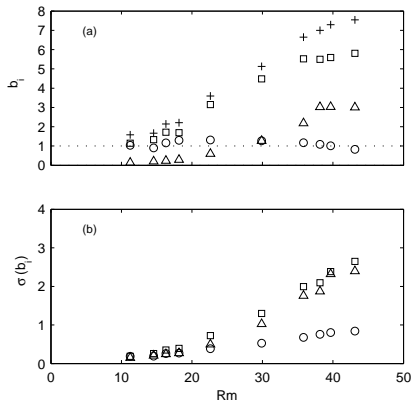


FIG. 7 Mean value (a) and *rms* (b) of the induced magnetic field *vs.*  $R_m$ , with the annulus in the midplane. (o):  $b_x$ , (□):  $b_y$ , (△):  $b_z$  and (+):  $\|\mathbf{b}\|$ .

markable new feature compared to the previous induction measurements (including those performed in the VKS1 configuration): they are no longer linear function of  $R_m$ . Above  $R_m \sim 30$  they start growing faster, together with the apparition of the very-low-frequency part of the  $b_z$ -spectrum, *i.e.* below  $F/10$ .

## V. DISCUSSION AND CONCLUDING REMARKS

*Comparison with VKS1 experiment.* The measurements performed show that the addition of an surrounding layer of sodium and the modification of the driving impellers have lead to an increased induction efficiency as compared to former VKS1 runs. Regarding the boundary condition, this is in agreement with general considerations and numerical simulations: the effective magnetic Reynolds number is increased if currents can develop over a larger volume than the velocity domain (11; 14; 20; 21). Regarding the flow generation, it shows the sensitivity of the induction to the precise geometry of the velocity gradients linked to the design of the driving impellers (11; 13).

*Effects of small appendices on temporal fluctuations in confined turbulent flows.* Another finding is that the long-time dynamics observed here, as in many other turbulent flows in confined geometries, can be significantly altered by relatively small mechanical appendices, such as the thin annulus we placed in the equatorial plane (section IV). We indeed observe that, whereas the mean induction remains of the same order of magnitude, the slowest time-scale of the induced magnetic field is reduced by one order of magnitude with respect to the free case. This is in agreement with the hypothesis that such slow evolutions of the magnetic field are linked to large scale non-stationarities in the velocity field. In von Kármán flows, they originate mainly in the dynamics of the shear layer created by the counter-rotation of the driving disks, as evidenced in water prototype mea-

surements (18; 19) and induction measurements in liquid gallium—for which the very low value of the magnetic Reynolds number result in the magnetic induction actually behaving as an image of velocity gradients (7).

*Concluding remarks.* Some of the observations described above may have implications regarding the self-generation of a magnetic field in a von Kármán flows. Dynamo predictions are often obtained from kinematic simulations in which the velocity field is time-independent, fixed to its time average value  $\langle \mathbf{v} \rangle(\mathbf{r})$ . In our case  $\langle \mathbf{v} \rangle(\mathbf{r})$  is measured from water model experiments. The threshold for which dynamo action is predicted varies significantly with prescribed boundary conditions, and, to a lesser extent, with the numerical procedure. Values range from  $R_m^c = 46$  for (finite axial boundary condition / 5 mm copper shell separating the flow and the static conducting layer / copper container / no fluid behind the impellers) to  $R_m^c > 100$  for the same previous conditions but with fluid in motion behind the impellers (13; 22; 23). Numerical studies – kinematic (11) and dynamic (24) – reveal that non linear trends should be detected when the magnetic Reynolds number reaches about 70% of the dynamo threshold value. If this can directly be applied to the experiment, our results indicate that in the absence of the annulus, the critical magnetic Reynolds number, if it exists, should be larger than about 70. Note also that although we did observe that the induced magnetic field at the measurement location can greatly exceed the amplitude of the applied field (cf. figure 2), dynamo self-generation did not result.

One related observation is that in order for dynamo generation to occur, several induction processes must cooperate. For instance, it has been shown that large scale phase fluctuations of the eddies of the G. O. Roberts flow (25), or adding random large scale noise to the Taylor-Green flow (26) could significantly increase the dynamo threshold (although natural Navier-Stokes fluctuations may actually decrease it compared to the kinematic value computed from the mean flow (27)). The introduction of an inner annulus, known to stabilize large scale fluctuations in the velocity field, did not lead to dynamo generation, but the measurements have shown a clear non-linear increase of the fluctuations of induction.

It remains for future study to determine how crucial each of these factors is. Dynamo generation has been achieved in the VKS2 experiment (28) for a rather low magnetic Reynolds number, around  $R_m = 31$ . The mechanical dynamo configuration corresponds to the second configuration (section IV) of the present article, *i.e.* with an annulus in the mid-plane, but the steel impellers used here are replaced by pure iron ones. Since these are of identical shape, the hydrodynamic flow is presumably the same (we checked that power consumption is identical in both flow below dynamo threshold) but the boundary conditions are quite different: the magnetic field does not penetrate the region behind the disks and magnetic field lines have to attach nearly perpendicular to the surface of the iron impellers.

#### Acknowledgments

We acknowledge the assistance of D. Courtiade, C. Gasquet, J.-B. Luciani, P. Metz, M. Moulin, V. Padilla, J.-F. Point and A. Skiara. We also would like to thank C. Nore, R. Laguerre, F. Stefani and J. Léorat for fruitful discussions. This work is supported by the french institutions: Direction des Sciences de la Matière and Direction de l'Énergie Nucléaire of CEA, Ministère de la Recherche and Centre National de Recherche Scientifique (ANR 05-0268-03, GDR 2060). The experiments have been realized in CEA/Cadarache DEN/DTN.

#### References

- [1] L. Marié, F. Pétrélis, M. Bourgoin, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Open questions about homogeneous fluid dynamos: the VKS experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38:156–169, 2002.
- [2] M. Bourgoin, L. Marié, F. Pétrélis, C. Gasquet, A. Guigon, J.-B. Luciani, M. Moulin, F. Namer, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Mhd measurements in the von Kármán sodium experiment. *Phys. Fluids*, 14:3046, 2002.
- [3] J. Larmor. How could a rotating body such as the sun become a magnet? *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci.*, page 159, 1919.
- [4] F. Pétrélis, M. Bourgoin, L. Marié, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Nonlinear magnetic induction by helical motion in a liquid sodium turbulent flow. *Phys. Rev. Lett.*, 90:174501, 2003.
- [5] E. Spence, M. Nornberg, C. Jacobson, R. Kendrick, and C. Forest. Observation of a turbulence-induced large scale magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 96:055002, 2006.
- [6] M. Nornberg, E. Spence, R. Kendrick, C. Jacobson, and C. Forest. Intermittent magnetic field excitation by a turbulent flow of liquid sodium. *Phys. Rev. Lett.*, 97:044503, 2006.
- [7] R. Volk, P. Odier, and J.-F. Pinton. Fluctuation of magnetic induction in von kármán swirling flows. *Phys. Fluids*, 18:085105, 2006.
- [8] R. Stepanov, R. Volk, S. Denisov, P. Frick, V. Noskov, and J.-F. Pinton. Induction, helicity, and alpha effect in a toroidal screw flow of liquid gallium. *Phys. Rev. E*, 73:046310, 2006.
- [9] D. Sisan, W. Shew, and D. Lathrop. Lorentz force effects in magneto-turbulence. *Phys. Earth Planet Inter.*, 135:137–159, 2003.
- [10] S. Fauve and F. Pétrélis. The dynamo effect. In J.-A. Sepulchre, editor, *Peyresq Lectures on Nonlinear Phenomena*, volume 2, pages 1–64. World Scientific, Singapore, 2003.
- [11] L. Marié, J. Burguete, F. Daviaud, and J. Léorat. Numerical study of homogeneous dynamo based on experimental von Kármán type flows. *Euro. Phys. J. B*, 33:469, 2003.
- [12] M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton, and Y. Ricard. An iterative study of time independent induction effects in magnetohydrodynamics. *Phys. Fluids*, 16:2529, 2004.

- [13] F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Toward an experimental von kármán dynamo: Numerical studies for an optimized design. *Phys. Fluids*, 17:117104, 2005.
- [14] M. Bourgoin, R. Volk, P. Frick, S. Khripchenko, Ph. Odier, and J.-F. Pinton. Induction mechanisms in von kármán swirling flows of liquid gallium. *Magneto-hydrodynamics*, 40:13, 2004.
- [15] H.K. Moffatt. The amplification of a weak applied magnetic field by turbulence in fluids of moderate conductivity. *J. Fluid Mech.*, 11:625, 1961.
- [16] P. Odier, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Advection of a magnetic field by a turbulent swirling flow. *Phys. Rev. E*, 58:7397–7401, 1998.
- [17] L. Marié and F. Daviaud. Experimental measurement of the scale-by-scale momentum transport budget in a turbulent shear flow. *Phys. Fluids*, 16:457, 2004.
- [18] Florent Ravelet. *Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Kármán turbulent*. PhD thesis, École Polytechnique, 2005.
- [19] F. Ravelet, A. Chiffaudel, and F. Daviaud. Supercritical transition to turbulence in an inertially-driven von kármán closed flow. submitted to *Journal of Fluid Mechanics*, 2006.
- [20] E. C. Bullard and D. Gubbins. Generation of magnetic fields by fluid motions of global scale. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 8:43, 1977.
- [21] R. Avalos-Zuniga, F. Plunian, and A. Gailitis. Influence of electromagnetic boundary conditions onto the onset of dynamo action in laboratory experiments. *Phys. Rev. E*, 68:066307, 2003.
- [22] F. Stefani, M. Xu, G. Gerbeth, F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Ambivalent effects of added layers on steady kinematic dynamos in cylindrical geometry: application to the VKS experiment. *Eur. J. Mech. B*, 25:894–908, 2006.
- [23] R. Laguerre, C. Nore, J. Léorat, and J.-L. Guermond. Effects of conductivity jumps in the envelope of a kinematic dynamo flow. *C. R. Mécanique*, 334:593–598, 2006.
- [24] R. Jover. Induction in a turbulent Taylor–Green flow. Master's thesis, University Paris XI, 2006.
- [25] F. Pétrélis and S. Fauve. Inhibition of the dynamo effect by phase fluctuations. *Eur. Phys. Lett.*, 76:602–608, 2006.
- [26] J.-P. Laval, P. Blaineau, N. Leprovost, B. Dubrulle, and F. Daviaud. Influence of turbulence on the dynamo threshold. *Phys. Rev. Lett.*, 96:204503, 2006.
- [27] Y. Ponty, P. D. Mininni, J.-F. Pinton, H. Politano, and A. Pouquet. Numerical study of dynamo action at low magnetic prandtl numbers: mean vs dynamical flow. *New J. Phys.*, page submitted, 2007.
- [28] R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marié, and F. Ravelet. Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium. *Phys. Rev. Lett.*, 98:044502, 2007.

# Effet dynamo en contra-rotation exacte

---

Dans ce chapitre, nous reproduisons un article publié dans *Physical Review Letter* au début de l'année 2007. Il présente les premières courbes mettant en évidence l'instabilité dynamo à l'œuvre dans l'expérience VKS2 en régime de contra rotation exacte. A la fin de ce chapitre, nous complétons ces premières observations en insistant notamment sur la reproductibilité de l'expérience, la nature du mode neutre et les mécanismes dynamo à l'œuvre.

## 8.1 Article publié dans *Physical Review Letter*

Le 19 Septembre 2006, à Cadarache, l'écoulement de von Kármán Sodium a, à partir du champ magnétique résiduel du hall d'expérience (de l'ordre de  $0.5G$ ), engendré un champ magnétique stationnaire d'une amplitude de plusieurs dizaines de Gauss. Ceci constitue la première observation expérimentale d'un effet dynamo dans un écoulement pleinement turbulent non contraint en laboratoire. La configuration du jour était celle dénommée VKS2g dans la partie 7.1.2. La bifurcation, observée pour un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de 32, est de type supercritique et présente une imperfection nette. Ce seuil est beaucoup plus faible que celui prévu par des simulations cinématiques utilisées pour l'optimisation du dispositif (voir 6.3.2) qui était évalué à 43. Les fluctuations du champ magnétique sont du même ordre de grandeur pour les trois composantes et l'ordre de grandeur du champ de saturation est compatible avec un scaling de dynamo turbulente proposé par Pétrélis et Fauve [91].

## Generation of magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium

R. Monchaux,<sup>1</sup> M. Berhanu,<sup>2</sup> M. Bourgoïn,<sup>3,\*</sup> M. Moulin,<sup>3</sup> Ph. Odier,<sup>3</sup> J.-F. Pinton,<sup>3</sup> R. Volk,<sup>3</sup> S. Fauve,<sup>2</sup> N. Mordant,<sup>2</sup> F. Pétrélis,<sup>2</sup> A. Chiffaudel,<sup>1</sup> F. Daviaud,<sup>1</sup> B. Dubrulle,<sup>1</sup> C. Gasquet,<sup>1</sup> L. Marié,<sup>1,†</sup> and F. Ravelet<sup>1,‡</sup>

<sup>1</sup>*Service de Physique de l'Etat Condensé, Direction des Sciences de la Matière,*

*CEA-Saclay, CNRS URA 2464, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France*

<sup>2</sup>*Laboratoire de Physique Statistique de l'Ecole Normale Supérieure,*

*CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France*

<sup>3</sup>*Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon,*

*CNRS UMR 5672, 46 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France*

(Dated: July 9, 2007)

We report the observation of dynamo action in the VKS experiment, i.e., the generation of magnetic field by a strongly turbulent swirling flow of liquid sodium. Both mean and fluctuating parts of the field are studied. The dynamo threshold corresponds to a magnetic Reynolds number  $R_m \sim 30$ . A mean magnetic field of order 40 G is observed 30% above threshold at the flow lateral boundary. The *rms* fluctuations are larger than the corresponding mean value for two of the components. The scaling of the mean square magnetic field is compared to a prediction previously made for high Reynolds number flows.

PACS numbers: 47.65.-d, 52.65.Kj, 91.25.Cw

The generation of electricity from mechanical work has been one of the main achievements of physics by the end of the XIX<sup>th</sup> century. In 1919, Larmor proposed that a similar process can generate the magnetic field of the sun from the motion of an electrically conducting fluid. However, fluid dynamos are more complex than industrial ones and it is not easy to find laminar flow configurations that generate magnetic fields [1]. Two simple but clever examples have been found in the seventies [2] and have led more recently to successful experiments [3]. These experiments have shown that the observed thresholds are in good agreement with theoretical predictions [4] made by considering only the mean flow, whereas the saturation level of the magnetic field cannot be described with a laminar flow model (without using an ad-hoc turbulent viscosity) [5]. These observations have raised many questions: what happens for flows without geometrical constraints such that fluctuations are of the same order of magnitude as the mean flow? Is the dynamo threshold strongly increased due to the lack of coherence of the driving flow [6, 7] or does the prediction made as if the mean flow were acting alone still give a reasonable order of magnitude [8]? What is the nature of the dynamo bifurcation in the presence of large velocity fluctuations? All these questions, and others motivated by geophysical or astrophysical dynamos [9], have led several teams to try to generate dynamos in flows with a high level of turbulence [10, 11]. We present in this letter our first experimental observation of the generation of a magnetic field in a von Kármán swirling flow of liquid sodium (VKS) for which velocity fluctuations and the mean flow have comparable kinetic energy and we discuss some of the above issues.

The experimental set-up (see Fig. 1) is similar to the previous VKS experiments [11], but involves three modi-

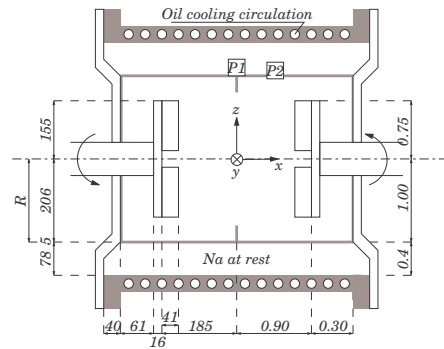


FIG. 1: Sketch of the experimental set-up. The inner and outer cylinders are made of copper (in gray). The dimension are given in millimeter (left) and normalized by  $R$  (right). The 3D Hall probe is located either at point P1 in the mid-plane or P2. In both cases, the probe is nearly flush with the inner shell.

fications that will be described below. The flow is generated by rotating two disks of radius 154.5 mm, 371 mm apart in a cylindrical vessel,  $2R = 412$  mm in inner diameter and 524 mm in length. The disks are fitted with 8 curved blades of height  $h = 41.2$  mm. These impellers are driven at a rotation frequency up to  $\Omega/2\pi = 26$  Hz by 300 kW available motor power. An oil circulation in the outer copper cylinder maintains a regulated temperature in the range 110-160 °C. The mean flow has the following characteristics: the fluid is ejected radially outward by the disks; this drives an axial flow toward the disks along their axis and a recirculation in the opposite direction along the cylinder lateral boundary. In addition, in

the case of counter-rotating disks studied here, the presence of a strong axial shear of azimuthal velocity in the mid-plane between the impellers generates a high level of turbulent fluctuations [12, 13]. The kinetic Reynolds number is  $Re = KR^2\Omega/\nu$ , where  $\nu$  is the kinematic viscosity and  $K = 0.6$  is a coefficient that measures the efficiency of the impellers [14].  $Re$  can be increased up to  $5 \cdot 10^6$ : the corresponding magnetic Reynolds number is,  $R_m = K\mu_0\sigma R^2\Omega \approx 49$  (at  $120^\circ\text{C}$ ), where  $\mu_0$  is the magnetic permeability of vacuum and  $\sigma$  is the electrical conductivity of sodium.

A first modification with respect to earlier VKS experiments consists of surrounding the flow by sodium at rest in another concentric cylindrical vessel, 578 mm in inner diameter. This has been shown to decrease the dynamo threshold in kinematic computations based on the mean flow velocity [14]. The total volume of liquid sodium is 150 l. A second geometrical modification consists of attaching an annulus of inner diameter 175 mm and thickness 5 mm along the inner cylinder in the mid-plane between the disks. Water experiments have shown that its effect on the mean flow is to make the shear layer sharper around the mid-plane. In addition, it reduces low frequency turbulent fluctuations, thus the large scale flow time-averages faster toward the mean flow. However, *rms* velocity fluctuations are almost unchanged (of order 40–50%), thus the flow remains strongly turbulent [15]. It is expected that reducing the transverse motion of the shear layer decreases the dynamo threshold for the following reasons: (i) magnetic induction due to an externally applied field on a gallium flow strongly varies because of the large scale flow excursions away from the time averaged flow [16], (ii) the addition of large scale noise to the Taylor-Green mean flow increases its dynamo threshold [7], (iii) fluctuating motion of eddies increase the dynamo threshold of the Roberts flow [17].

The above configuration does not generate a magnetic field up to the maximum possible rotation frequency of the disks ( $\Omega/2\pi = 26$  Hz). We thus made a last modification and replaced disks made of stainless steel by similar iron disks. Using boundary conditions with a high permeability in order to change the dynamo threshold has been already proposed [18]. It has been also shown that in the case of a Ponomarenko or G. O. Roberts flows, the addition of an external wall of high permeability can decrease the dynamo threshold [19]. Finally, recent kinematic simulations of the VKS mean flow have shown that different ways of taking into account the sodium behind the disks lead to an increase of the dynamo threshold ranging from 12% to 150% [20]. We thought that using iron disks could screen magnetic effects in the bulk of the flow from the region behind the disks, although the actual behavior may be more complex. This last modification generates a dynamo above  $R_m \simeq 30$ . The three components of the field  $\vec{B}$  are measured with a 3D Hall probe, located either in the mid-plane or 109 mm away

from it ( $P1$  or  $P2$  in Fig. 1). In both cases, the probe is nearly flush with the inner shell, thus  $\vec{B}$  is measured at the boundary of the turbulent flow. Fig. 2 shows the time recording of the three components of  $\vec{B}$  when  $R_m$  is increased from 19 to 40. The largest component,  $B_y$ , is tangent to the cylinder at the measurement location. It increases from a mean value comparable to the Earth magnetic field to roughly 40 G. The mean values of the other components  $B_x$  and  $B_z$  also increase (not visible on the figure because of fluctuations). Both signs of the components have been observed in different runs, depending on the sign of the residual magnetization of the disks. All components display strong fluctuations as could be expected in flows with Reynolds numbers larger than  $10^6$ .

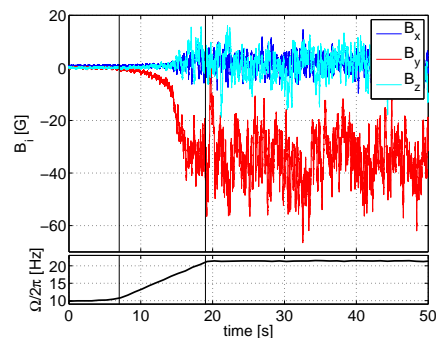


FIG. 2: Time recording at  $P1$  of the components of the magnetic field when the rotation frequency  $\Omega/2\pi$  is increased as displayed by the ramp below ( $R_m$  increases from 19 to 40).

Fig. 3a shows the mean values of the components  $\langle B_i \rangle$  of the magnetic field and Fig. 3b their fluctuations  $B_{i,rms}$  versus  $R_m$ . The fluctuations are all in the same range (3 G to 8 G, at 30% above threshold) although the corresponding mean values are very different. The time average of the square of the total magnetic field,  $\langle \vec{B}^2 \rangle$ , is displayed in the inset of Fig. 3a. No hysteresis is observed. Linear fits of  $\langle B_y \rangle$  or  $B_{i,rms}$  displayed in Fig. 3 define a critical magnetic Reynolds number  $R_m^c \sim 31$  whereas the linear fit of  $\langle \vec{B}^2 \rangle$  gives a larger value  $R_m^0 \sim 35$ . The latter is the one that should be considered in the case of a supercritical pitchfork bifurcation. The rounding observed close to threshold could then be ascribed to the imperfection due to the ambient magnetic field (Earth field, residual magnetization of the disks and other magnetic perturbations of the set-up). The actual behavior may be more complex because this bifurcation takes place on a strongly turbulent flow, a situation for which no rigorous theory exists. The inset of Fig. 3b shows that the variance  $B_{rms}^2 = \langle (\vec{B} - \langle \vec{B} \rangle)^2 \rangle$  is not proportional to  $\langle B^2 \rangle$ . Below the dynamo threshold, the effect of in-



duction due to the ambient magnetic field is observed.  $B_{rms}/\langle B^2 \rangle^{1/2}$  first behaves linearly at low  $R_m$ , but then increases faster as  $R_m$  becomes closer to the bifurcation threshold. We thus show that this seems to be a good quantity to look at as a precursor of a dynamo regime. In addition, we observe that it displays a discontinuity in slope in the vicinity of  $R_m^c$  in an analogous way of some response functions at phase transitions or bifurcations in the presence of noise. Note however that the shape of the curves depends on the measurement point and they cannot be superimposed with a scaling factor as done for  $\langle B^2 \rangle$  versus  $R_m$  in the inset of Fig. 3a.

The above results are characteristic of bifurcations in the presence of noise. As shown in much simpler experiments, different choices of an order parameter (mean value of the amplitude of the unstable mode or its higher moments, its most probable value, etc) can lead to qualitatively different bifurcation diagrams [21]. This illustrates the ambiguity in the definition of the order parameter for bifurcations in the presence of fluctuations or noise. In the present experiment, fluctuations enter both multiplicatively, because of the turbulent velocity, and additively, due to the interaction of the velocity field with the ambient magnetic field. Finally, we note that both  $R_m^c$  and  $R_m^0$  are smaller than the thresholds computed with kinematic dynamo codes taking into account only the mean flow, that are in the range  $R_m^c = 43$  to 150 depending on different boundary conditions on the disks and on configurations of the flow behind them [14, 20].

The probability density functions (PDF) of the fluctuations of the three components of the induced magnetic field (not displayed) are roughly gaussian. The PDFs of fluctuations below threshold, i.e., due to the induction resulting from the ambient magnetic field, are similar to the ones observed in the self-generating regime. We do not observe any non gaussian behavior close to threshold which would result from an on-off intermittency mechanism [22]. Possible reasons are the low level of small frequency velocity fluctuations [23] or the imperfection of the bifurcation that results from the ambient magnetic field [24].

Fig. 4 displays both the dimensional (see inset) and dimensionless mean square field as a function of  $R_m$ .  $\langle B^2 \rangle$  is made dimensionless using a high Reynolds number scaling [5]:  $\langle B^2 \rangle \propto \rho/(\mu_0(\sigma R)^2) (R_m - R_m^c)/R_m^c$ , where  $\rho$  is the fluid density. We observe that data obtained at different working temperature are well collapsed by this scaling ( $\sigma$  decreases by roughly 15 % from 100 to 160 °C). The low Reynolds number or “weak field” scaling could also give a reasonable collapse of data obtained on this temperature range but the predicted order of magnitude for  $\langle B^2 \rangle$  would be  $10^5$  too small.

Dissipated power by Ohmic losses is another important characterization of dynamo action. Our measurements show that, 30 % above threshold, it leads to an excess power consumption of 15 – 20 % with respect to a flow

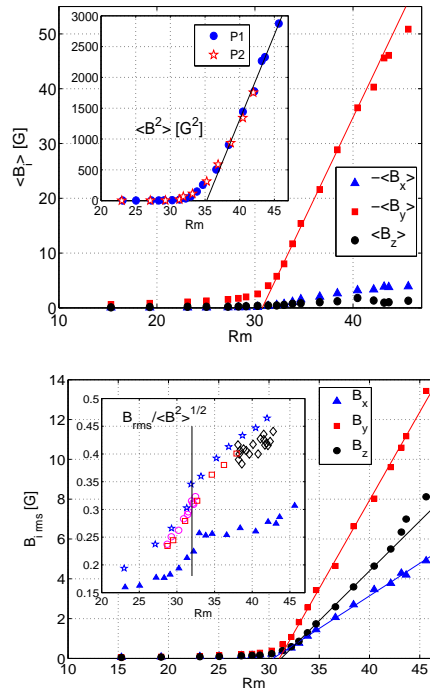


FIG. 3: a) Mean values of the three components of the magnetic field recorded at P1 versus  $R_m$  ( $T = 120$  °C): ( $\blacktriangle$ )  $-\langle B_x \rangle$ , ( $\blacksquare$ )  $-\langle B_y \rangle$ , ( $\bullet$ )  $\langle B_z \rangle$ . The inset shows the time average of the square of the total magnetic field as a function of  $R_m$ , measured at P1 ( $\bullet$ ), or at P2 ( $\star$ ) after being divided by 1.8. b) Standard deviation of the fluctuations of each components of the magnetic field recorded at P1 versus  $R_m$ . The inset shows  $B_{rms}/\langle B^2 \rangle^{1/2}$ . Measurements done at P1: ( $\blacktriangle$ )  $T = 120$  °C, frequency increased up to 22 Hz; Measurements done at P2: ( $\star$ )  $T = 120$  °C, frequency decreased from 22 to 16.5 Hz, ( $\square$ )  $T = 156$  °C, frequency increased up to 22 Hz, ( $\circ$ )  $\Omega/2\pi = 16.5$  Hz,  $T$  varied from 154 to 116 °C, ( $\diamond$ )  $\Omega/2\pi = 22$  Hz,  $T$  varied from 119 to 156 °C. The vertical line corresponds to  $R_m = 32$ .

driving power of the order of 100 kW.

The effect of iron disks deserves additional discussion. A slight effect of magnetization of iron has been observed: the dynamo threshold during the first run was about 20 % larger than in the next runs for which all the measurements were then perfectly reproducible. However, no effect of remanence that would lead to a hysteretic behavior close to the bifurcation threshold has been observed. Demagnetization of pure iron occurring for field amplitudes of the order of the Earth field, i.e., much smaller than the fields generated by the dynamo, the iron disks do not impose any permanent magnetization but mostly change

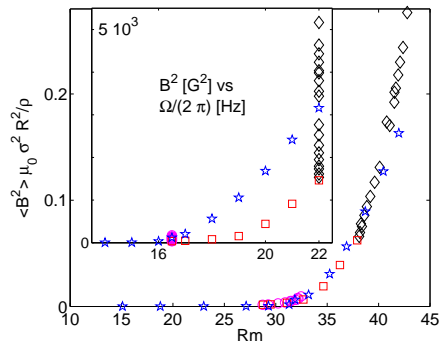


FIG. 4: The dimensionless quantity,  $\langle B^2 \rangle \mu_0 (\sigma R)^2 / \rho$  is displayed as a function of  $R_m$  for different working temperatures and frequencies (measurements done at P2 and identical symbols as in the inset of Fig. 3b). The inset shows the same data in dimensional form  $B^2$  versus rotation frequency for different temperatures.

the boundary condition for the magnetic field generated in the bulk of the flow. This changes the dynamo threshold and the near critical behavior for amplitudes below the coercitive field of pure iron. It should be also emphasized that the axisymmetry of the set-up cannot lead to Herzenberg-type dynamos [25]. In addition, these rotor dynamos display a sharp increase of the field at threshold and their saturation is mostly limited by the available motor power [25]. On the contrary, we observe a continuous bifurcation with a saturated magnetic field in good agreement with a scaling law derived for a fluid dynamo.

The different mechanisms at work, effect of magnetic boundary conditions, effect of mean flow with respect to turbulent fluctuations, etc, will obviously motivate further studies of the VKS dynamo. A preliminary scan of the parameter space has shown that when the disks are rotated at different frequencies, other dynamical dynamo regimes are observed including random inversions of the field polarity. Their detailed description together with experiments on the relative effect of the mean flow and the turbulent fluctuations on these dynamics are currently in progress.

We gratefully acknowledge the assistance of D. Courtiade, J.-B. Luciani, P. Metz, V. Padilla, J.-F. Point and A. Skiara and the participation of J. Burguete to the early stage of VKS experiment. This work is supported by the french institutions: Direction des Sciences de la Matière and Direction de l'Energie Nucléaire of CEA, Ministère de la Recherche and Centre National de Recherche Scientifique (ANR 05-0268-03, GDR 2060). The experiments have been realized in CEA/Cadarache-DEN/DTN.

\* Present address : LEGI, CNRS UMR 5519, BP53, 38041 Grenoble, France

† Present address : IFREMER, Laboratoire de Physique des Océans, CNRS UMR 5519, BP70, 29280 Plouzane, France

‡ Present address : Laboratory for Aero and Hydrodynamics, TU-Delft, The Netherlands

- [1] H. K. Moffatt, *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*, Cambridge University Press (Cambridge, 1978).
- [2] G. O. Roberts, *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **271**, 411-454 (1972); Yu. B. Ponomarenko, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **14**, 775-778 (1973).
- [3] R. Stieglitz and U. Müller, *Phys. Fluids* **13**, 561 (2001); A. Gailitis et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3024 (2001).
- [4] F. H. Busse, U. Müller, R. Stieglitz and A. Tilgner, *Magneto-hydrodynamics* **32**, 235-248 (1996); K.-H. Rädler, E. Apstein, M. Rheinhardt and M. Schüler, *Studia Geophys. Geod.* **42**, 224-231 (1998); A. Gailitis et al., *Magneto-hydrodynamics* **38**, 5-14 (2002).
- [5] F. Pétrélis and S. Fauve, *Eur. Phys. J. B* **22**, 273-276 (2001).
- [6] A. A. Schekochihin et al., *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 054502; S. Boldyrev and F. Cattaneo *Phys. Rev. Lett.* **92**, 144501 (2004), and references therein.
- [7] J.-P. Laval et al., *Phys. Rev. Lett.* **96** 204503 (2006)
- [8] Y. Ponty et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 164502 (2005); Y. Ponty et al., submitted to *Phys. Rev. Lett.* (2006).
- [9] H. C. Nataf et al., *GAFD* **100**, 281 (2006).
- [10] P. Odier, J. F. Pinton and S. Fauve, *Phys. Rev. E* **58**, 7397-7401 (1998); N. L. Peffley, A. B. Cawthorne, and D. P. Lathrop, *Phys. Rev. E* **61**, 52875294 (2000); E. J. Spence et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 055002 (2006); R. Stepanov et al., *Phys. Rev. E*, **73** 046310 (2006).
- [11] M. Bourgoin et al., *Phys. Fluids* **14**, 3046 (2002); F. Pétrélis et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, (17) 174501 (2003); R. Volk et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 074501 (2006).
- [12] L. Marié and F. Daviaud, *Phys. Fluids* **16**, 457 (2004).
- [13] Induction experiments with only one disk driving liquid sodium have been performed by B. Lehnert, *Arkiv für Fysik* **13**, 109 (1957). Another rapidly rotating flow geometry has been proposed by F. Winterberg, *Phys. Rev.* **131**, 29 (1963).
- [14] F. Ravelet et al., *Phys. Fluids* **17**, 117104 (2005).
- [15] F. Ravelet, *PhD Thesis*, pp. 51, 187-190 (2005), <http://www.imprimerie.polytechnique.fr/Theses/Files/Ravelet.pdf>.
- [16] R. Volk et al., *Phys. Fluids* **18**, 085105 (2006).
- [17] F. Pétrélis and S. Fauve, *Europhys. Lett.*, **76**, 1 (2006).
- [18] S. Fauve and F. Pétrélis, "The dynamo effect", in "Peyresq Lectures on Nonlinear Phenomena, Vol. II", Ed. J-A Sepulchre, pp. 1-64, World Scientific (2003).
- [19] R. Avalos-Zuniga, F. Plunian and A. Gailitis, *Phys. Rev. E* **68** 066307 (2003).
- [20] F. Stefani et al., *Eur. J. Mech. B* **25** 894 (2006).
- [21] R. Berthet et al., *Physica D* **174**, 84-99 (2003).
- [22] D. Sweet et al., *Phys. Rev. E* **63**, 066211 (2001).
- [23] S. Aumaitre, F. Pétrélis and K. Mallick, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 064101 (2005).
- [24] F. Pétrélis and S. Aumaitre, *E. Phys. J. B* **51** 357 (2006).
- [25] F. J. Lowes and I. Wilkinson, *Nature* **198**, 1158 (1963); **219**, 717 (1968).

## 8.2 Compléments à l'article

L'article que nous venons de reproduire a été écrit immédiatement après la campagne de mesure VKS2g dans un format de quatre pages ne permettant pas d'être exhaustif sur ce que nous savions déjà à propos de l'effet dynamo observé. De plus, les campagnes suivantes ont apporté de nouvelles données permettant d'avoir une vision plus précise quant à la reproductibilité de l'expérience et à la nature du mode neutre observé en régime de contra rotation exacte.

### 8.2.1 Reproductibilité et imperfection de la bifurcation

Lors de la première manifestation de l'effet dynamo en septembre 2006, les expérimentateurs du jour ont réalisé le protocole suivant : partant de la contra rotation exacte à 8Hz sans champ extérieur autre que le champ résiduel du hall appliqué, ils ont allumé deux bobines parcourues par un courant de quatre ampères en configuration Helmholtz produisant un champ magnétique à peu près uniforme et localement aligné avec l'axe  $y$  de l'expérience au point de mesure  $P$  de l'article. Puis ils ont augmenté la fréquence de rotation des moteurs à 10Hz gardant le champ extérieur, puis ont coupé ce champ, ensuite, ils ont progressivement augmenté la fréquence de rotation des moteurs à 14, 18 et 22Hz, restant à chaque fois quatre minutes sans champ extérieur, puis dix minutes avec le champ extérieur allumé. La dynamo ne semble s'être alors allumée que pour une fréquence de rotation de 22Hz, sans champ extérieur, c'est à dire pour un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de  $R_m = 42$ , pouvant laisser envisager la présence d'une légère hystérésis dans le système. Par la suite, lors des nombreuses montées et descente en  $R_m$  réalisées, le seuil dynamo se situait autour de 16Hz, soit à  $R_{m_c} \simeq 32$ . De même, pendant la campagne VKS2h (voir 7.1.2) utilisant exactement la même configuration, mais dans laquelle nous mesurons le champ magnétique simultanément en deux points situés sur deux axes perpendiculaires du plan équatorial, l'effet dynamo a été à nouveau observé pour des valeurs du seuil identiques à celle présentée dans l'article. Il est à noter qu'entre les deux campagnes de mesures, la cuve expérimentale a été ouverte et à l'aide d'un aimant permanent, l'un des expérimentateurs a annulé autant que possible la petite magnétisation résiduelle des disques de fer pur (cette aimantation résiduelle était très faible, de l'ordre de 1G et alignée sur chacun des disques avec l'axe de l'expérience). La figure 8.1 montre les valeurs du champ magnétique mesurées en fonction du nombre de Reynolds magnétique pour cette campagne. La courbe bleue correspond à la première montée en  $R_m$ , sans qu'aucun champ magnétique fort n'ait été présent dans la cuve. La courbe rouge correspond à plusieurs montées réalisées après que l'effet dynamo ait eu lieu une première fois, c'est à dire après que la cuve d'expérience ait "vu" un champ magnétique de plusieurs dizaines de Gauss. On voit nettement sur cette figure que l'imperfection est beaucoup plus faible lors de la première montée. La petite magnétisation résiduelle des disques semble donc contribuer fortement à cette imperfection.

Notons en outre que l'imperfection de la bifurcation ne permet pas de mesurer un quelconque exposant critique. Sur la figure 3 de l'article que nous venons de reproduire, on peut voir tracées la norme au carré du champ magnétique dans l'insert et chacune des composantes dans le cadre principal. Sur ces deux courbes, la croissance aux grandes valeurs de  $R_m$  semblent être linéaire et ne permet pas de dégager un quelconque exposant critique, ni en particulier de savoir s'il est anormal ou non. La seule chose que nous puissions dire est que, s'il existe un exposant critique associé à cette bifurcation, il est compris entre 0.5 et 1. Remarquons également que le seuil pointé dans chacun de ces deux cas est différent, environ 32 pour la composante dominante et 35 pour la norme au carré.

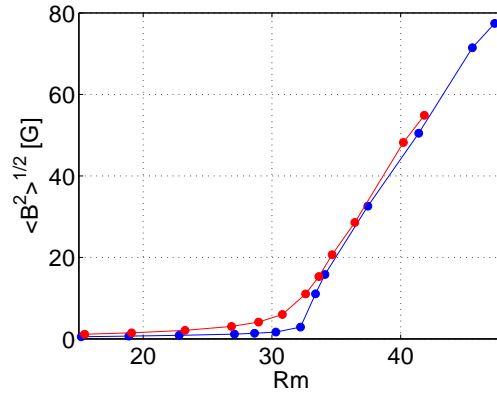


FIG. 8.1: Courbes de bifurcation dynamo de la campagne VKS2h. En bleu, première montée en  $R_m$  sans qu'aucun champ magnétique fort n'ait été présent dans la cuve d'expérience, en rouge, montées et descentes en  $R_m$  obtenues après qu'un effet dynamo ait été observé.

### 8.2.2 Nature du mode neutre

Une question de premier ordre dès lors que l'effet dynamo a été observé dans l'expérience est de savoir quelle est l'allure du mode neutre. Notamment, comment celui-ci se compare-t-il à celui issu des simulations cinématiques? La cuve d'essai de l'expérience VKS est pour l'instant insuffisamment instrumentée pour répondre à cette question. Certes, la ligne de capteurs à effet Hall permet d'inspecter la structure du champ magnétique le long d'un rayon, mais, le fait de ne pouvoir pour l'instant mesurer le champ magnétique simultanément que le long d'un rayon et en un autre point de l'écoulement, rend assez difficile la compréhension de la structure spatiale du mode instable.

**Composante azimutale :** Dans l'article, la composante principale du champ dynamo est dite tangente au cylindre. N'étant mesurée qu'en un point, il n'était pas possible de trancher entre les deux hypothèses suivantes : le champ dynamo est-il transverse (*ie.* perpendiculaire à l'axe du cylindre)? Ou ortho radial? Le positionnement particulier des sondes lors de la campagne VKS2h (voir 7.1.2) avait pour but de répondre à cette question. La figure 8.2 reproduit le champ mesuré par ces deux sondes en fonction du temps pour une mesure transitoire particulière. Il est clair sur cette figure que la composante principale est azimutale et que la corrélation de cette composante entre les deux points de mesure est très proche de 1. Cette impression est confirmée par le tracé des taux de corrélation associés à trois mesures différentes présentés sur la même figure. Par suite, le mode azimutal du champ dynamo est un mode de type  $m = 4p$ ,  $p \in \mathbb{N}$ , vraisemblablement  $m = 0$ . Pour répondre vraiment à cette question, un moyen serait d'instrumenter un anneau avec des capteurs du même type que ceux utilisés pour la sonde multiple, et de placer cet anneau sur la chemise de cuivre.

Que dire du signe de cette composante? Sur l'ensemble des expériences que nous avons pu réaliser, nous avons observé alternativement les deux signes possibles. Néanmoins, lorsque la bifurcation a eu lieu dans un sens, elle a tendance à se reproduire dans le même sens tant que les disques en fer n'ont pas été "désaimantés". Par exemple, lors d'une expérience visant à mesurer le temps de croissance du champ dynamo à proximité du seuil, l'expérience a été soumise à une série de créneaux de champ extérieur appliqué par les bobines. Les turbines tournant pendant ces créneaux, ce traitement est très proche d'une procédure classique de désaimantation d'un barreau de fer aimanté. Avant cette expérience, le champ dynamo poussait dans un sens, après, il poussait dans l'autre. La faible aimantation résiduelle des disques semble donc rompre la

symétrie du système.

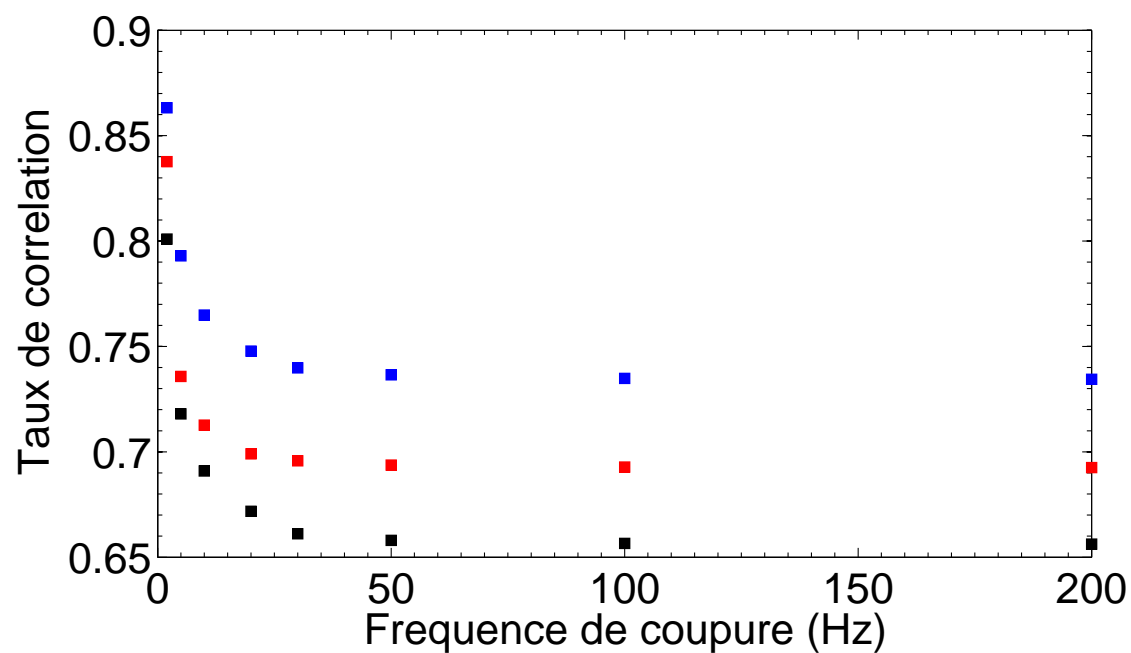
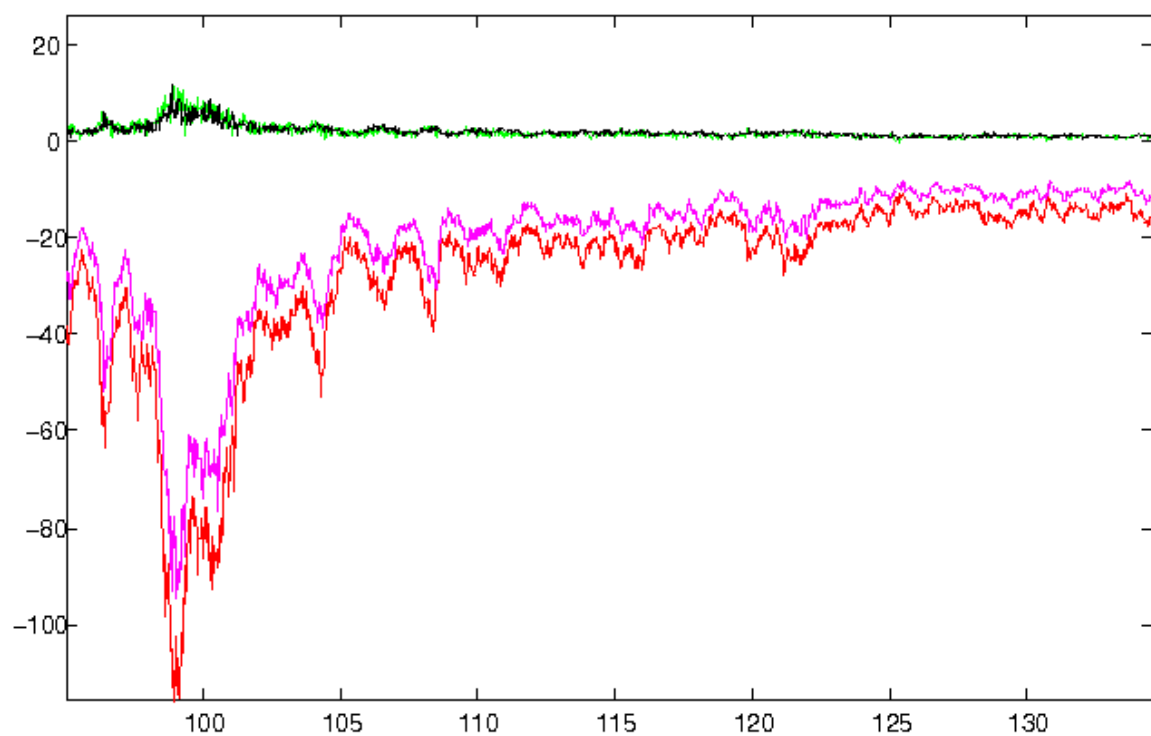


FIG. 8.2: En haut : signaux temporels des composantes radiales (bleu et vert) et azimutales (rose et rouge) aux deux points de mesure situés au ras de l'anneau à  $90^\circ$  l'un de l'autre lors de la campagne VKS2h (voir 7.1.2). En bas : taux de corrélation des trois composantes pour trois mesures différentes filtrées passe-bas en fonction de la fréquence de coupure du filtre.

**Composante axiale :** Lors de la campagne VKS2i, le champ magnétique est mesuré en deux points le long d'un même axe parallèle à l'axe du cylindre situé à une distance  $r = 0.25R_c$  de

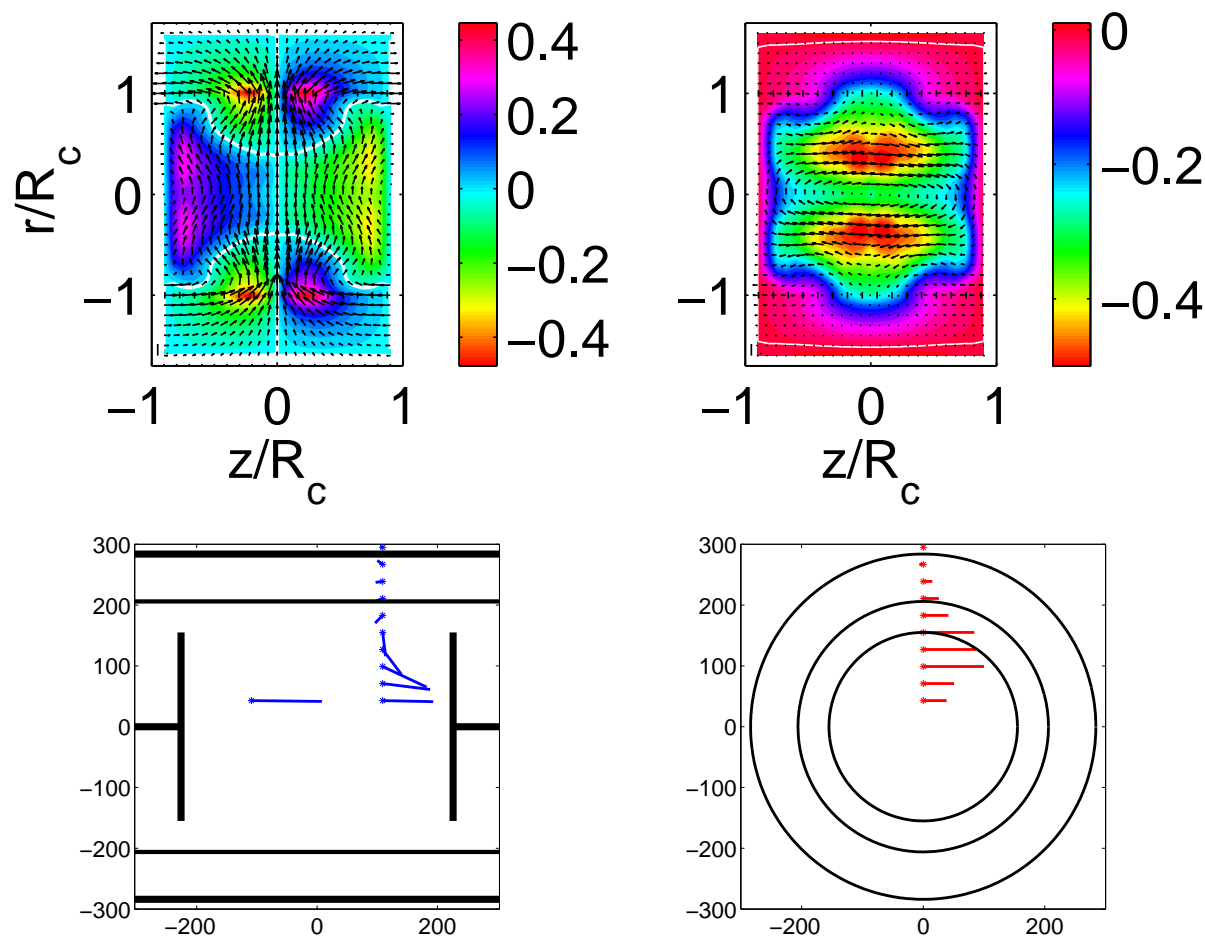


FIG. 8.3: Orientation du champ dynamo en contra rotation exacte dans le sens positif. En haut : mode neutre issu de Ravelet et *al* [101], les flèches correspondent aux composantes dans le plan de coupe, les contours colorés à la composante perpendiculaire à ce plan ; à gauche plan  $\theta = 0$ , à droite  $\theta = \pi/2$  ; les côtes sont adimensionnées par  $R_c$ . En bas : mesures issues de la campagne VKS2i ; à gauche coupe mettant en valeur la partie poloidale du champ, à droite la partie toroidale ; les côtes sont données en mm (figures réalisées par F. Petrelis).

**Comparaison au mode neutre cinématique :** Une fois de plus, le nombre de points de mesure de champ magnétique dont nous disposons est très faible. Néanmoins, si on compare les projections du mode neutre cinématique sur deux plans méridiens orthogonaux issus de [101] aux mesures de VKS2i (voir figure 8.3), on observe que le champ mesuré à Cadarache a des caractéristiques comparables à celle du plan  $\theta = \frac{\pi}{2}$  : au cœur du cylindre, le champ est essentiellement axial, à mesure que l'on s'éloigne de l'axe, les composantes radiale et azimuthale poussent, cette dernière devenant dominante pour des rayons de l'ordre de 0.75, c'est à dire au niveau du bord des turbines. Cet embryon de structure est également compatible avec l'hypothèse de Leprovost et Dubrulle [58] d'un alignement du champ magnétique avec la vitesse du fluide. Le champ issu des simulations de Ravelet et *al* n'est pas axisymétrique, mais est un mode  $m = 1$ ,

ce qui est consistant avec le théorème de Cowling et le fait que ce champ dynamo est engendré par un écoulement axisymétrique. Dans l'expérience de Cadarache, le champ dynamo ne peut avoir une symétrie azimutale  $m = 1$  (voir plus haut) et est donc différent de celui issu des simulations cinématiques ayant servi à l'optimisation du dispositif. Le mécanisme d'instabilité opérant doit alors mettre en jeu la partie instationnaire et turbulente de l'écoulement, c'est ce que nous présenterons au paragraphe 8.2.4.

**Puissance hydrodynamique et dynamo** Une première estimation, obtenue en comparant les puissances requises lors de la campagne VKS2f qui n'a pas permis d'observer d'effet dynamo et les campagnes 2g et 2h qui ont mis en évidence cet effet, permet d'affirmer qu'en régime de contra rotation exacte, l'écoulement dynamogène consomme 20% de puissance en plus que les l'écoulement sans dynamo. Nous commenterons ce chiffre et étudierons plus avant les aspects de puissance mis en jeu dans l'expérience VKS en présence de dynamo au chapitre suivant.

### 8.2.3 Dynamo en contra rotation exacte dans le sens négatif

Lors de la campagne VKS2i, les expérimentateurs ont fait tourner les moteurs en contra rotation exacte mais dans le sens négatif (voir le chapitre 2 de la première partie de ce manuscrit pour la description de ces forçages). Un effet dynamo a également été observé dans cette configuration, avec une valeur de seuil plus haute que lorsque les moteurs tournent dans le sens positif, mais avec des valeurs de saturation tout à fait comparables qui semblent aussi compatibles avec le scaling proposé par Pétrélis et Fauve [91]. La figure 8.4 compare les deux courbes de bifurcation résultantes. Le seuil semble plus élevé, de l'ordre de  $R_m = 36$ , la bifurcation est également imparfaite. Les signes des composantes axiales et azimutales sont opposés à ceux obtenus en tournant dans le sens positif. Ceci est compatible du point de vue des symétries avec un effet  $\alpha - \Omega$  amplifiant un champ axial axisymétrique. En effet les signes de l'hélicité et de la rotation différentielle, moteurs d'un mécanisme  $\alpha - \Omega$ , s'inversent tous les deux avec le sens de rotation des turbines.

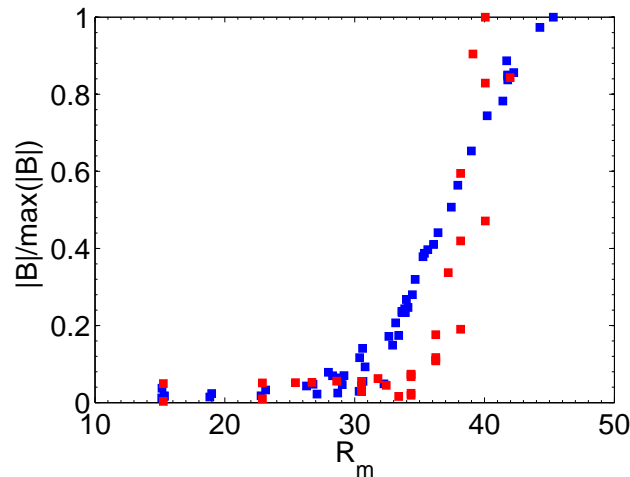


FIG. 8.4: Courbes de bifurcation dynamo pour un forçage dans le sens positif (en bleu) et négatif (en rouge). Les valeurs de la norme du champ magnétique ont été normalisées par la valeur maximale mesurée car les deux séries de mesures ont été prises en des points différents de la cuve d'expérience.

### 8.2.4 Mécanisme d’instabilité à l’œuvre

**Dynamo de champ moyen :** D’après la comparaison que nous venons de faire des modes neutres cinématique et expérimental, il paraît exclu que l’on ait observé à Cadarache la dynamo de champ moyen issue des simulations. Le théorème de Cowling évoqué dans l’introduction de cette partie (voir chapitre 6) proscrit la production d’un champ magnétique azimuthal à partir d’un écoulement axisymétrique. Dès lors, les simulations cinématiques basées sur des mesures de vitesse moyennées en temps et parfaitement axisymétriques ne pouvaient prédire l’émergence d’un champ dynamo possédant la même symétrie. Néanmoins, si l’instabilité dynamo se développait sur des temps longs devant les temps hydrodynamiques, il serait envisageable que l’écoulement engendré dans l’expérience VKS produise un champ similaire à celui issu des simulations. Si on considère le temps de relaxation du champ magnétique dans le sodium qui est de l’ordre de  $10f^{-1}$ , avec  $f$  la fréquence de rotation des turbines et qu’on le compare au temps de convergence de l’écoulement de von Kármán vers sa moyenne qui est de l’ordre de  $100f^{-1}$  d’après les résultats de la première partie de ce manuscrit, il apparaît que ces deux échelles de temps sont bien trop séparées pour vraiment laisser penser que le champ magnétique “voit” l’écoulement moyen. Nous avons également vu dans la première partie de ce manuscrit que le champ de vitesse toroïdal instantané est très proche de sa moyenne temporelle. Donc les effets de celui-ci sur le champ magnétique peuvent être pris en compte par les simulations cinématiques (effet  $\Omega$ ). Si on est en présence d’une dynamo  $\alpha - \Omega$ , il faut chercher a priori l’effet  $\alpha$  ailleurs que dans l’écoulement moyen, et vraisemblablement dans des structures hydrodynamiques ayant une durée de vie supérieure à  $12f^{-1}$ . Dès lors on peut imaginer deux mécanismes d’instabilité permettant l’observation de la dynamo. Le premier, proposé par Stefan Fauve, met en jeu les tourbillons éjectés entre les pales des turbines pour assurer la conversion de champ magnétique azimuthal en champ poloidal par effet  $\alpha$ . Le second, assez semblable, fait intervenir les tourbillons de la couche de mélange. Quand un anneau est installé dans le plan central du cylindre, des visualisations réalisées à Saclay dans l’eau, ont permis d’observer la grande robustesse dans le temps de ces tourbillons corotatifs situés de part et d’autre de l’anneau ainsi que leur lent mouvement de précession le long de celui-ci sur des temps de plusieurs dizaines secondes. Dans les deux cas, la partie hélicitaire de l’écoulement requise pour assurer un effet  $\alpha$  est localisée dans le volume d’expérience dans des structures ayant une durée de vie supérieure au temps de diffusion du champ magnétique et présentant une dynamique non axisymétrique et de moyenne temporelle nulle, donc non prise en compte par les simulations cinématiques.

**Rôle du fer :** En premier lieu, le fer modifie fortement les conditions aux limites magnétiques sur les disques. Ceci a deux effets majeurs. D’une part, cela isole magnétiquement le cœur de l’écoulement de ce qui se passe derrière les disques. Cette isolation magnétique est, d’après plusieurs études de dynamo cinématique, favorable à l’apparition de l’effet dynamo [54; 117]. D’autre part, les conditions aux limites sont modifiées par le saut de perméabilité important entre le sodium et le fer, les lignes de champ sont canalisées à proximité des interfaces et Avalos-Zuniga et Plunian [1] ont montré que ce type de saut réduisait de typiquement 20% la valeur du seuil d’apparition de l’instabilité dynamo.

## 8.3 Conclusions

Après les succès expérimentaux des expériences de Riga et de Karlsruhe en géométrie contrainte, un effet dynamo a été observé dans l’écoulement “libre” de l’expérience VKS2. Les géométries de ces trois dispositifs expérimentaux ont été optimisées à l’aide de simulations de dynamo cinématiques, toutefois, dans le cadre de l’expérience VKS, le seuil d’apparition de l’instabilité ainsi que la structure du mode neutre ne sont pas ceux prédits par ces simulations. L’écoulement



de von Kármán présente beaucoup plus de fluctuations que les écoulements mis en jeu dans les dynamos “contraintes” , et la présence d’une turbulence développée vient manifestement modifier la nature de la bifurcation dynamo. On peut toutefois se demander dans quelle mesure les ingrédients favorisant l’apparition d’une dynamo de champ moyen sont également favorables pour les régimes stationnaires. La modification des conditions aux limites par l’ajout d’une couche de sodium au repos, ainsi que par l’utilisation de turbines ferromagnétiques pourrait dans les deux cas abaisser la valeur du nombre de Reynolds magnétique critique. D’après les travaux numériques de Laval *et al*, le rôle joué par l’anneau dans la stabilisation des grandes échelles de la turbulence a sûrement été une des clefs du succès. Les deux prochaines campagnes prévues par l’équipe VKS se feront d’une part avec les turbines en fer sans anneau et d’autre part avec des turbines “pleines” et un anneau. Elles devraient permettre de mettre en évidence de façon plus précise les rôles respectifs joués par ces deux modifications qui ont permis le succès de l’expérience VKS.

# Effet dynamo en présence de rotation globale

---

Nous présentons ici les résultats obtenus à Cadarache lorsque les turbines tournent à des vitesses différentes. Nous avons évoqué dans la première partie de ce manuscrit (voir 1.2.3) que cette situation est comparable à celle dans laquelle l'écoulement purement contrarotatif est mis en rotation globale. Il s'avère que ce type de forçages induit également des effets dynamos présentant des dynamiques très riches et dessinant un espace des phases complexe. La comparaison des dynamiques rencontrées dans l'expérience VKS avec celles observées dans la nature met en valeur un grand nombre de points communs entre elles. Sans prétendre reproduire des conditions géophysiques ou astrophysiques, l'expérience VKS2 peut apparaître comme un dispositif modèle regroupant les ingrédients minima requis, non seulement pour entretenir un champ dynamo, mais également pour engendrer des dynamiques complexes dont les mécanismes sont encore inconnus. L'étude de ces mécanismes est possible dans une expérience de laboratoire et peut servir de base aux géophysiciens et astrophysiciens pour avancer dans la compréhension de leur objet d'étude. Dans un premier temps, nous présentons les tous premiers résultats publiés dans la revue *Europhysics Letter* en janvier 2007 (section 9.1), puis nous dressons un diagramme des phases plus complet, fruit de trois campagnes de mesures successives, regroupant une grande variété de dynamiques de champ magnétique (section 9.2). L'étude des grandeurs statistiques de ces dynamiques fera l'objet de la section 9.3. Enfin, les deux dernières sections présenteront des réflexions sur les liens qui peuvent exister entre les bifurcations hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans l'écoulement de von Kármán d'une part (9.4) et sur la répartition de la puissance consommée dans les régimes dynamos d'autre part (9.5).

## 9.1 Renversements du champ magnétique

Lors de la première campagne de mesure ayant mis en évidence un effet dynamo dans l'expérience VKS2 (la campagne 2g, cf. 7), les premières journées de mesures ont été consacrées au régime de forçage en contra-rotation exacte produisant une dynamo stationnaire très fluctuante dont l'étude a fait l'objet du chapitre précédent. Après avoir parcouru plusieurs fois la courbe de bifurcation correspondant à ce régime, les expérimentateurs ont décidé d'explorer une autre dimension de l'espace des paramètres en réalisant des forçages non symétriques s'éloignant plus ou moins de la contra-rotation exacte. Les moteurs sont toujours commandés en vitesse, mais leurs fréquences de rotation respectives sont différentes. En pratique, nous avons dans un premier temps établi un régime de contra-rotation exacte autour de  $15Hz$  pour chacun des moteurs, puis nous avons progressivement augmenté la fréquence de rotation de l'un des moteurs, augmentant

dans le même temps l'asymétrie du forçage et le nombre de Reynolds magnétique. Par la suite, nous avons fait l'inverse, partant d'une situation où les deux moteurs tournent à  $22Hz$ , nous avons diminué la fréquence de rotation de l'un d'eux pour augmenter l'asymétrie du forçage en diminuant le nombre de Reynolds magnétique. Enfin, nous avons fait varier de façon plus erratique les fréquences des deux moteurs entre 14 et  $22Hz$  de façon à quadriller cette région de l'espace des paramètres. L'ensemble des régimes dynamiques observés lors de ces parcours est très varié, mettant notamment en évidence des séries d'inversions du champ magnétique à la dynamique très proche de celle du champ terrestre. L'étude de ces renversements et une présentation de l'ébauche du diagramme des phases à l'issu de cette première campagne a fait l'objet d'un article paru en janvier 2007 dans *Europhysics Letters*. Nous reproduisons ici cet article.

## Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo

M. BERHANU<sup>1</sup>, R. MONCHAUX<sup>2</sup>, S. FAUVE<sup>1</sup>, N. MORDANT<sup>1</sup>, F. PÉTRÉLIS<sup>1</sup>, A. CHIFFAUDEL<sup>2</sup>, F. DAVIAUD<sup>2</sup>, B. DUBRULLE<sup>2</sup>, L. MARIE<sup>2(a)</sup>, F. RAVELET<sup>2(b)</sup>, M. BOURGOIN<sup>3(c)</sup>, PH. ODIER<sup>3</sup>, J.-F. PINTON<sup>3</sup> and R. VOLK<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire de Physique Statistique, École Normale Supérieure, CNRS UMR8550 - 24 rue Lhomond, F-75005 Paris, France*

<sup>2</sup> *Service de Physique de l'État Condensé, Direction des Sciences de la Matière, CNRS URA 2464, CEA-Saclay - F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

<sup>3</sup> *Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR5672 - 46 allée d'Italie, F-69364 Lyon, France*

received 22 December 2006; accepted in final form 12 February 2007  
published online 23 February 2007

PACS 91.25.Cw – Origins and models of the magnetic field; dynamo theories  
PACS 47.65.-d – Magnetohydrodynamics and electrohydrodynamics

**Abstract** – We report the first experimental observation of reversals of a dynamo field generated in a laboratory experiment based on a turbulent flow of liquid sodium. The magnetic field randomly switches between two symmetric solutions  $\mathbf{B}$  and  $-\mathbf{B}$ . We observe a hierarchy of time scales similar to the Earth's magnetic field: the duration of the steady phases is widely distributed, but is always much longer than the time needed to switch polarity. In addition to reversals we report excursions. Both coincide with minima of the mechanical power driving the flow. Small changes in the flow driving parameters also reveal a large variety of dynamo regimes.

Copyright © EPLA, 2007

Dynamo action is the instability mechanism by which part of the mechanical energy is converted into magnetic energy by the motion of an electrically conducting fluid [1]. It is believed to be at the origin of the magnetic fields of planets and most astrophysical objects. One of the most striking features of the Earth's dynamo, revealed by paleomagnetic studies [2], is the observation of irregular reversals of the polarity of its dipole field. This behaviour is allowed from the constitutive equations of magnetohydrodynamics [1] and has been observed in numerical models [3]. On the other hand, industrial dynamos routinely generate currents and magnetic fields from mechanical motions. In these devices, pioneered by Siemens [4], the path of the electrical currents and the geometry of the (solid) rotors are completely prescribed. As this cannot be the case for planets and stars, experiments aimed at studying dynamos in the laboratory have evolved towards relaxing these constraints. Solid rotor experiments [5] showed that a dynamo state could be reached with prescribed motions but currents free to

self-organize. A landmark was reached in 2000, when the experiments in Riga [6] and Karlsruhe [7] showed that fluid dynamos could be generated by organizing favourable sodium flows, the electrical currents being again free to self-organize. For these experiments, the self-sustained dynamo fields had simple time dynamics (a steady field in Karlsruhe and an oscillatory field in Riga). No further dynamical evolution was observed. The search for more complex dynamics, such as exhibited by natural objects, has motivated most teams working on the dynamo problem to design experiments with less constrained flows and a higher level of turbulence [8]. The von Kármán sodium experiment (VKS) is one of them. It has recently shown regimes where a statistically stationary dynamo self-generates [9]. We report here the existence of other dynamical regimes and describe below the occurrence of irregular reversals and excursions.

Magnetic induction properties of turbulent swirling flows (VKS and others) have been widely studied experimentally [8,10]. Dynamo action by these flows has also received strong support from numerical simulations [11,12]. The VKS experimental set-up, shown in fig. 1, has been described in [9]. The fluid is liquid sodium, chosen for its high electrical conductivity ( $\sigma = 10^7 \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), low density ( $\rho = 930 \text{ kg m}^{-3}$ ) and low melting point ( $98^\circ \text{C}$ ). The net volume of sodium is roughly 160 L. A turbulent

<sup>(a)</sup>Present address: IFREMER/Laboratoire de Physique des Océans, CNRS UMR 6523 - BP 70, F-29280, Plouzane, France.

<sup>(b)</sup>Present address: Laboratory for Aero and Hydrodynamics, TU-Delft - The Netherlands.

<sup>(c)</sup>Present address: Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels, CNRS UMR 5519 - BP 53, F-38041 Grenoble, France.

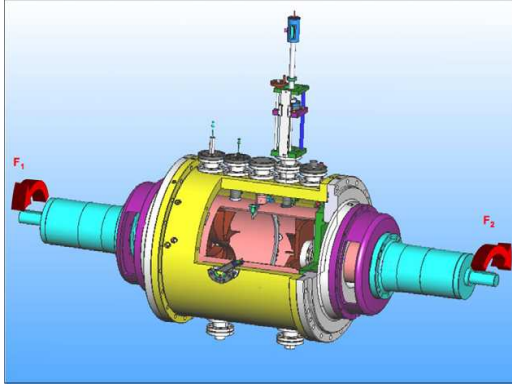
M. Berhamu *et al.*

Fig. 1: The VKS2 set-up is designed to generate a dynamo flow in an electrically conducting fluid. The overall vessel is a copper cylinder of radius 289 mm and length 604 mm. The flow itself is confined within an inner copper cylinder (radius  $R = 206$  mm, length 524 mm, thickness 5 mm), with sodium at rest between the inner and outer cylinders. An annulus of inner radius 175 mm (thickness 5 mm) is fixed along the inner cylinder in the mid-plane between the disks. The counter-rotating iron impellers have radius 154.5 mm and are set 371 mm apart in the inner vessel; they are fitted with 8 curved blades of height  $h = 41.2$  mm. Their rotation frequencies are independently adjustable, up to 26 Hz. Magnetic measurements are made using a temperature-controlled, 3D Hall probe mounted flush on the flow boundary, at the inner cylinder.

von Kármán flow is generated by two counter-rotating iron impellers (rotation frequencies  $F_1$  and  $F_2$ ). Its mean structure has the following characteristics: the fluid is ejected radially from the disks by centrifugal force and loops back towards the axis in the mid-plane between the impellers. A strong differential rotation is superimposed on this poloidal flow, which generates a high shear in the mid-plane. The flow maximum driving power is 300 kW, and cooling is performed using an oil flow inside the copper walls of the vessel. It allows experimental runs at constant temperatures between 110 °C and 160 °C. The integral Reynolds numbers are defined as  $Re_i = 2\pi K R^2 F_i / \nu$  and take values up to  $5 \cdot 10^6$ , where  $\nu$  is the fluid viscosity and  $K = 0.6$  is a coefficient that measures the efficiency of the driving impellers [12]. Corresponding magnetic Reynolds numbers,  $R_{mi} = 2\pi K \mu_0 \sigma R^2 F_i$ , up to 49 at 120 °C are reached —  $\mu_0$  is the magnetic permeability of vacuum. The magnetic field is measured with local Hall probes inserted inside the fluid.

When the impellers are operated at equal and opposite rotation rates  $F$ , a fully turbulent dynamo is observed when  $F$  is larger than about 17 Hz ( $R_m = 31$ ) [9]. The self-sustained magnetic field is statistically stationary with either polarity in this case. In the experiment, the rotation rates ( $F_1, F_2$ ) of the driving impellers can be independently adjusted and this gives an additional degree of freedom. Starting from a symmetric flow forcing,

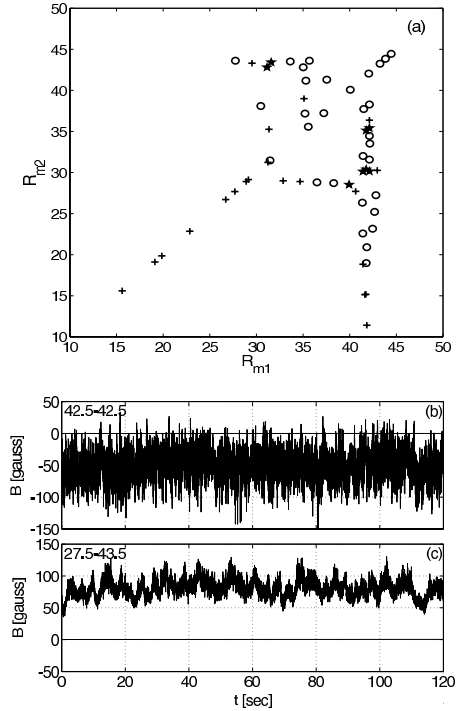


Fig. 2: (a) Preliminary inspection of dynamo regimes observed as the impeller rotation frequencies are independently set. Symbols: (o): statistically stationary dynamos, (+) no dynamo, *i.e.*, magnetic field less than 10 gauss at the measurement location — and for measurement times longer than 180 s. (\*): dynamo with reversals. (b), (c) Examples of the time variations of the main magnetic field component for rotation frequencies of the disks, 22–22 Hz ( $R_{m1} = R_{m2} = 42.5$ ) and 14–22 Hz ( $R_{m1} = 27.5, R_{m2} = 43.5$ ). Note that on measurement time scales of the order of 180 s, the regimes can depend on the path followed to reach them.

$F_1 = F_2$ , one can progressively change the rotation frequency of one disk and explore regimes in which the faster disk imposes some kind of global rotation to the flow, a feature common to most natural dynamos.

We show in fig. 2 a preliminary inspection of the parameter space accessible when the flow is driven with disks rotating at different speeds.

As said above, only statistically stationary dynamos are observed in the counter-rotating case (fig. 2b). Another statistically stationary dynamo mode is observed when the frequency of one impeller is increased from zero (say  $F_1$ ), the other being kept fixed at 22 Hz, thus  $R_{m2}$  in the range 42–43 depending on the sodium temperature (fig. 2c). Note however that its relative fluctuations are much smaller (compare fig. 2b, c), an effect possibly ascribable to global rotation. This regime undergoes secondary bifurcations when the slower impeller frequency is increased further. In a small parameter range,  $\Delta F_i / F_i \approx 20\%$ ,

## Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo

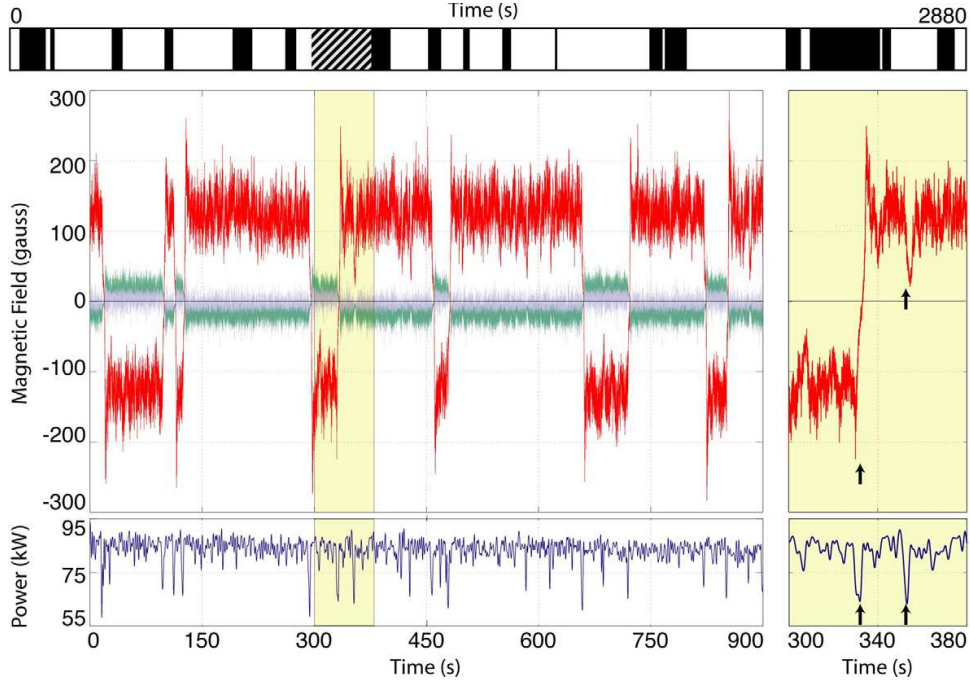


Fig. 3: (Colour Online) Magnetic field measured inside the flow vessel, by a 3-dimensional Hall probe. No external magnetic field is applied, other than the ambient field, whose amplitude is about 0.2 gauss across the measurement volume. The temperature of the outer copper cylinder is  $T = 123^\circ\text{C}$ . Main: time evolution of all three magnetic field components. The main component (red) is the azimuthal one. Note that all components decay to zero at a reversal. The bottom graph shows synchronous recordings of the power driving the flow. Right: detail of the time series of the main magnetic field and simultaneous power consumption (arrows mark the synchronous events). Top: Chronos of the magnetic field orientation, white for a positive direction, black for the negative direction, for 2 successive recordings 900 and 1800 seconds long (separated by the shaded area, the first sequence corresponds to the main graph). In this regime, the von Kármán flow is driven with counter-rotating disks at frequencies  $F_1 = 16\text{ Hz}$  and  $F_2 = 22\text{ Hz}$ .

a variety of dynamical regimes, oscillations, intermittent bursts (not shown), as well as dynamos with random reversals (fig. 3) are observed.

We also find pockets of parameters for which we could not record the growth of a dynamo during 3 minute long runs —corresponding to over 3000 forcing time scales.

We now describe reversals of the magnetic field. In fig. 3, we show a time series that corresponds to  $F_1 = 16\text{ Hz}$  and  $F_2 = 22\text{ Hz}$ . In this regime, the magnetic field reverses at irregular time intervals. All three components of the dynamo field switch polarity in perfect synchrony, so that  $\mathbf{B}$  changes to  $-\mathbf{B}$ . For each polarity, the amplitude of the magnetic field has strong fluctuations, with an rms fluctuation level of the order of 20% of the mean. This level of fluctuation is due to the very intense turbulence of the flow, as the kinetic Reynolds number exceeds  $10^6$ . Reversals occur randomly and have been followed for up to 45 minutes, *i.e.* 54000 characteristic time scales of the flow forcing.

In the regime reported in fig. 3, the polarities do not have the same probability of observation. Phases

with a positive polarity for the largest magnetic field component have on average longer duration ( $\langle T_+ \rangle = 120\text{ s}$ ) than phases with the opposite polarity ( $\langle T_- \rangle = 50\text{ s}$ ). This asymmetry can be due to the ambient magnetic field. Note however that the amplitude of the magnetic field, that is much larger than the Earth's field, is the same for both polarities. Standard deviations are of the same order of magnitude as the mean values, although better statistics may be needed to fully converge these estimates. The mean duration of each reversal,  $\tau \sim 5\text{ s}$ , is longer than magneto-hydrodynamics time scales: the flow integral time scale is of the order of the inverse of the rotation frequencies, *i.e.* 0.05s, and the ohmic diffusive time scale is roughly  $\tau_\eta \sim 0.4\text{ s}$ . Concerning the dynamics of field reversals, a natural question is related to the connection between  $\mathbf{B}$  and  $-\mathbf{B}$  in time. The equations of magnetohydrodynamics are symmetric under the transformation  $\mathbf{B}$  to  $-\mathbf{B}$  so that the selection of a polarity is a broken symmetry at the dynamo bifurcation threshold. The sequences of opposite polarities displayed in fig. 3 act as magnetic domains along the time axis, with Ising-type walls in-between them: the

M. Berhamu *et al.*

magnetic field vanishes during the polarity change rather than rotating as in a Bloch-type wall. For other parameter values  $R_{mi}$  ( $i = 1, 2$ ), we have also found reversals of Bloch-type.

One important discovery in these measurements is that reversals of magnetic field are correlated with the global energy budget of the flow. The total power  $P(t)$  delivered by the motors driving the flow fluctuates in time in a strongly asymmetric manner: the record shows short periods when  $P$  is much smaller than its average. They always coincide with large variations in the magnetic field, as shown in fig. 3. Either a reversal occurs, or the magnetic field first decays and then grows again with its direction unchanged. Similar sequences, called excursions [2], are observed in recordings of the Earth’s magnetic field. The variation of power consumption during the weakening of the magnetic field is in agreement with the power required to sustain a steady dynamo in the VKS2 experiment [9] (drops by over 20%, that is 20 kW out of 90 kW). However, we note that in other regions of the parameter space, different regimes also involve changes in polarity without noticeable modification of power.

We have also observed that the trajectories connecting the symmetric states  $\mathbf{B}$  and  $-\mathbf{B}$  are quite robust despite the strong turbulent fluctuations of the flow. This is displayed in fig. 4: the time evolution of reversals from up to down states can be neatly superimposed by shifting the origin of time such that  $B(t=0) = 0$  for each reversal. Despite the asymmetry due to the Earth’s magnetic field, down-up reversals can be superimposed in a similar way on up-down ones if  $-B$  is plotted instead of  $B$ . For each reversal the amplitude of the field first decays exponentially. A decay rate of roughly  $0.8\text{s}^{-1}$  is obtained with a log-lin plot (not shown). After changing polarity, the field amplitude increases linearly and then displays an overshoot before reaching its statistically stationary state.

Further investigation of this regime will help address from an experimental perspective persistent questions about magnetic field reversals. Some of these concern the role of hydrodynamics and electromagnetic boundary conditions—both of them can be experimentally adjusted. Others are related to the dynamics of the magnetic reversals. From inspection of paleomagnetic data, it has been proposed that reversing dynamos and non-reversing ones are metastable states in close proximity [13]. In geodynamo simulations (convective dynamos in rapidly rotating spheres), the flow is often laminar and reversals have been associated to interaction between dipole and higher-order modes, with the possibility of reversal precursor events [14]. Field reversals have also been observed in turbulence driven numerical  $\alpha^2$  and  $\alpha\omega$  dynamos based on mean-field magnetohydrodynamics [15]. In these, the role of noise was found to be essential, together with the proximity of steady and oscillating states. In many cases, the existence of several dynamo regimes in a narrow region of parameter space has been considered

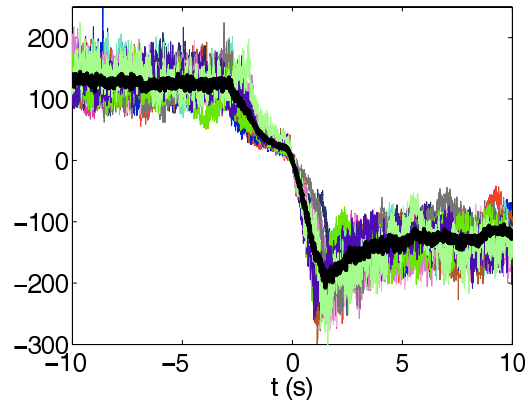


Fig. 4: Superimposition of 6 successive reversals from up to down polarity together with 6 successive reversals from down to up polarity with the transformation  $B \rightarrow -B$ . For each of them the origin of time has been shifted such that it corresponds to  $B = 0$ . The thick black line is the average of all reversals.

as essential. Our experiment displays this feature: two different stationary dynamo modes bifurcate for  $F_1 = F_2$  and respectively  $F_1 \neq F_2$ . Their interaction gives rise to a variety of different dynamical regimes in parameter space. This is a general feature for bifurcations of multiple codimension. The most striking aspect of our observation is that the low-dimensional dynamics that result from the interaction of a few modes of the magnetic field is preserved despite strong fluctuations of the flow that generates the field. On average, the largest scales of the flow change more than a thousand times during each phase of given polarity. The large scale magnetic field cannot follow turbulent fluctuations and display features characteristic of low-dimensional dynamical systems. Flows generating the magnetic fields of planets or stars involve dimensionless parameters (Reynolds and Eckman numbers) orders of magnitudes different from the ones of the present experiment, the discrepancy being even larger in the case of numerical simulations. However, a weak coupling between the large scale dynamics of their magnetic field and hydrodynamic fluctuations may explain why similar features are observed in some natural dynamos, in numerical modeling and in this experiment.

\*\*\*

We are indebted to M. MOULIN for the technical design of the experiment, and for making so many parts. We thank C. GASQUET for data acquisition development and for her participation to several campaigns. We thank J.-B. LUCIANI and A. SKIARA for their skills in operating the sodium-related equipments. We are grateful to D. COURTIADÉ and J.-F. POINT for their assistance with the cooling system, P. METZ for instrumentation development and V. PADILLA for making parts of the experiment. We thank the “Dynamo” GDR 2060, and numerous

## Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo

colleagues with whom we have had fruitful discussions over the years, in particular E. DORMY for useful discussions about the characteristics of the dynamics of the Earth's magnetic field. This work is supported by the French institutions: Direction des Sciences de la Matière and Direction de l'Energie Nucléaire of CEA, Ministère de la Recherche and Centre National de Recherche Scientifique (ANR 05-0268-03). The experiment is operated at CEA/Cadarache DEN/DTN.

## REFERENCES

- [1] See, for instance, MOFFATT H. K., *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge University Press, Cambridge) 1978.
- [2] DORMY E., VALET J.-P. and COURTILOT V., *Geochem., Geophys. Geosyst. (G-cubed)*, **1** (2000) 62; VALET J.-P., *Rev. Geophys.*, **41** (2003) 1004.
- [3] GLATZMAIER G. and ROBERTS P. H., *Nature*, **377** (1995) 203; KUTZNER C. and CHRISTENSEN U. R., *Phys. Earth Planet. Inter.*, **131** (2002) 29.
- [4] SIEMENS W., *Proc. R. Soc. London*, **15** (1866-1867) 367.
- [5] LOWES F. J. and WILKINSON I., *Nature*, **198** (1963) 1158; *Nature*, **219** (1968) 717.
- [6] GAILLITS A. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001) 3024.
- [7] STIEGLITZ R. and MÜLLER U., *Phys. Fluids*, **13** (2001) 561.
- [8] BOURGOIN M. *et al.*, *Phys. Fluids*, **14** (2002) 3046; PEFFLEY N. L., CAWTHORNE A. B. and LATHROP D. P., *Phys. Rev. E*, **61** (2000) 5287; NORNBORG M. D. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 044503; FRICK P. *et al.*, *Magnetohydrodynamics*, **38** (2002) 143.
- [9] MONCHAUX R. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 044502.
- [10] PÉTRÉLIS F. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **90** (2003) 174501; VOLK R., ODIER P. and PINTON J.-F., *Phys. Fluids*, **18** (2006) 085105; VOLK R. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 074501.
- [11] DUDLEY M. L. and JAMES R. W., *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 044503; NORE C. *et al.*, *Phys. Plasmas*, **4** (1997) 1; PONTY Y. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 164502; MINNINI P. D. *et al.*, *Astrophys. J.*, **626** (2005) 853; LAVAL J. P. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 204503.
- [12] RAVELET F. *et al.*, *Phys. Fluids*, **17** (2005) 117104.
- [13] MACFADDEN P. L. and MERRILL R. T., *Phys. Earth Planet. Inter.*, **91** (1995) 253.
- [14] SARSON G. R. and JONES C. A., *Phys. Earth Planet. Inter.*, **111** (1999) 3; WICHT J. and OLSON P., *Geochem., Geophys. Geosyst. (G-cubed)*, **5** (2004) 602.
- [15] GIESECKE A., RÜDIGER G. R. and ELSTNER D., *Astron. Nachr.*, **326** (2005) 693; STEFANI F. and GERBETH G., *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 184506; WIDROW L., *Rev. Mod. Phys.*, **74** (2002) 775.



## 9.2 Une grande variété de régimes dynamos

Les résultats de la première campagne en régimes différentiels de fréquences ont fait apparaître, nous venons de le voir, plusieurs régimes dynamiques dessinant un espace des phases riche qui semble composé de régions dans l'espace des paramètres associées à chacun de ces régimes. Les campagnes de mesure suivantes (VKS2h et VKS2i) ont confirmé l'existence de ces régimes et en ont révélé de nouveaux. L'espace des paramètres représenté dans l'article que nous venons de reproduire résume l'état de nos connaissances au début de la campagne VKS2h dont un des buts était d'explorer plus avant les régimes de forçage asymétriques. Deux directions de recherche se sont imposées assez naturellement. D'une part, il s'agissait de travailler à de plus grandes valeurs de l'asymétrie du forçage afin de voir si de nouveaux régimes dynamiques apparaissaient. D'autre part, le régime de renversements, par l'apparente similarité qu'il entretient avec le champ magnétique terrestre, méritait d'être étudié plus avant. Suivant ces deux pistes, nous avons révélé l'existence de plusieurs dynamiques nouvelles. Cette section est dédiée à la présentation de ces différentes dynamiques.

### 9.2.1 Représentation dans l'espace des paramètres

#### 9.2.1.1 Espace des paramètres

**Choix des paramètres utilisés :** Les fréquences de rotation des deux moteurs étant différentes, deux paramètres sont requis pour décrire le mode de forçage employé. Le choix de paramètres le plus simple est de construire deux nombres de Reynolds magnétiques basés sur chacune de ces fréquences. On introduit ainsi  $R_m(F_i) = K\mu_0\sigma R^2 2\pi F_i$ , où  $F_i$  est la fréquence de rotation du moteur  $i$ . Un autre choix consiste à construire un nombre de Reynolds magnétique sur la fréquence moyenne des moteurs  $R_m = K\mu_0\sigma R^2 2\pi F$  avec  $F = (F1 + F2)/2$ , ainsi qu'un nombre sans dimension  $\theta = F_{rot}/F$  avec  $F_{rot} = (F1 - F2)/2$ . Ce paramètre  $\theta$  compare l'amplitude de la rotation globale ( $R_{rot}$ ) au cisaillement moyen imposé dans l'expérience ( $F$ ). Il apparaît ainsi comme l'inverse d'un nombre de Rossby caractérisant l'influence de la rotation globale. Nous verrons, que cette deuxième alternative s'avère très pertinente pour l'analyse des résultats obtenus.

**Remarque :**  $\theta$  est une grandeur signée, néanmoins la symétrie de l'expérience devrait conduire à une symétrie en  $\theta$  des résultats obtenus. Dans un premier temps, pour ne pas alourdir le discours, et jusqu'à mention du contraire, nous ne parlerons que de valeurs positives de  $\theta$  alors que nous considérerons en fait sa valeur absolue. Ainsi, quand il sera fait référence à un couple de fréquences ( $F1, F2$ ) conduisant à une certaine valeur de  $\theta$ , nous considérerons  $F1 > F2$  même si l'expérience a été réalisée à  $F1 < F2$ . La validité de ces considérations sera discutée ultérieurement.

#### 9.2.1.2 Diagramme des phases complet

La figure 9.1 rassemble sur deux modes de représentation différents l'ensemble des régimes dynamiques que nous avons pu observer et les localise dans l'espace des paramètres. Nous allons maintenant présenter et décrire qualitativement ces régimes.

L'espace des phases fait apparaître sept zones bien distinctes classées selon les valeurs du paramètre de contrôle  $\theta$ . Ces différentes zones sont également mises en valeur sur la figure 9.10 :

- **Dynamos stationnaires à  $\theta = 0$  (STAT1)** : ce sont les régimes décrits au chapitre précédent. Ils correspondent aux dynamos en contra rotation exacte, les turbines tournant dans le sens positif ou négatif. Les différentes représentations de l'espace des phases ne font pas apparaître ce dernier cas de figure pour des raisons de clarté des figures.

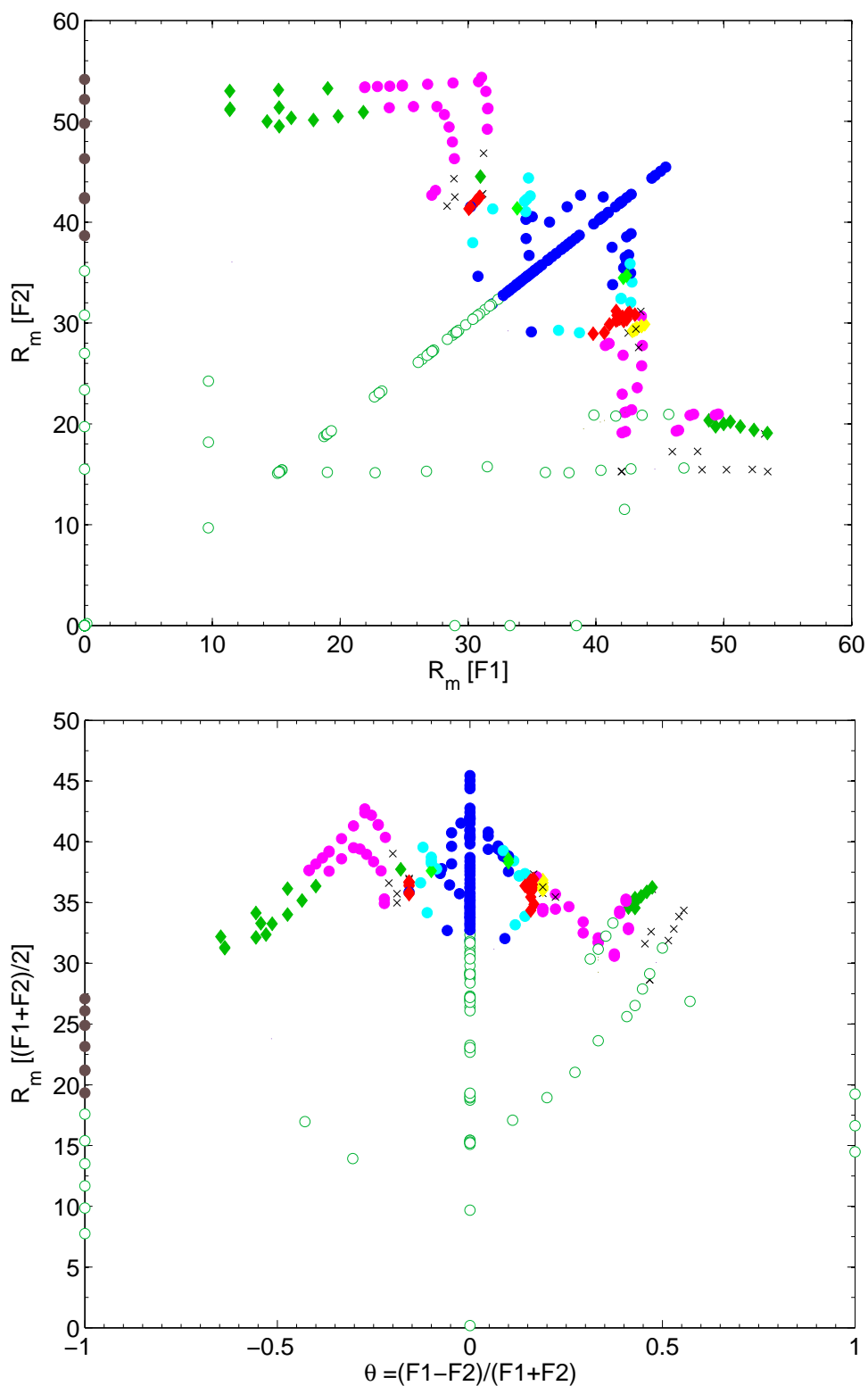


FIG. 9.1: Diagrammes de phases complet à ce jour. En haut, représentation dans le plan  $(R_m(F1), R_m(F2))$ , en bas dans le plan  $(R_m, \theta)$ . Cercles vides : pas de dynamo, Croix : extinction de la dynamo, Cercles pleins (dynamos stationnaires) : dynamos STAT1 (en bleu), dynamos STAT2 (en cyan), dynamos STAT3 (en magenta), dynamos STAT4 (en marron). Diamants (dynamos de polarité variable) : renversements (en rouge), bursts (en jaune), basculements en vert clair, oscillations en vert foncé.

- **Dynamos stationnaires aux valeurs de  $|\theta|$  inférieures à 0.1 (STAT1)** : elles sont observées pour de faibles asymétries du forçage et leur dynamique temporelle est assez proche de celle obtenue dans le cadre de la contra-rotation exacte, par la suite nous y ferons référence en les nommant également STAT1. Nous verrons qu’elles sont assez semblables aux précédentes, raison pour laquelle nous les regroupons sous la même appellation. , La figure 9.2 en présente un exemple quand les moteurs tournent respectivement à  $F1 = 18\text{Hz}$  et  $F2 = 20\text{Hz}$ .

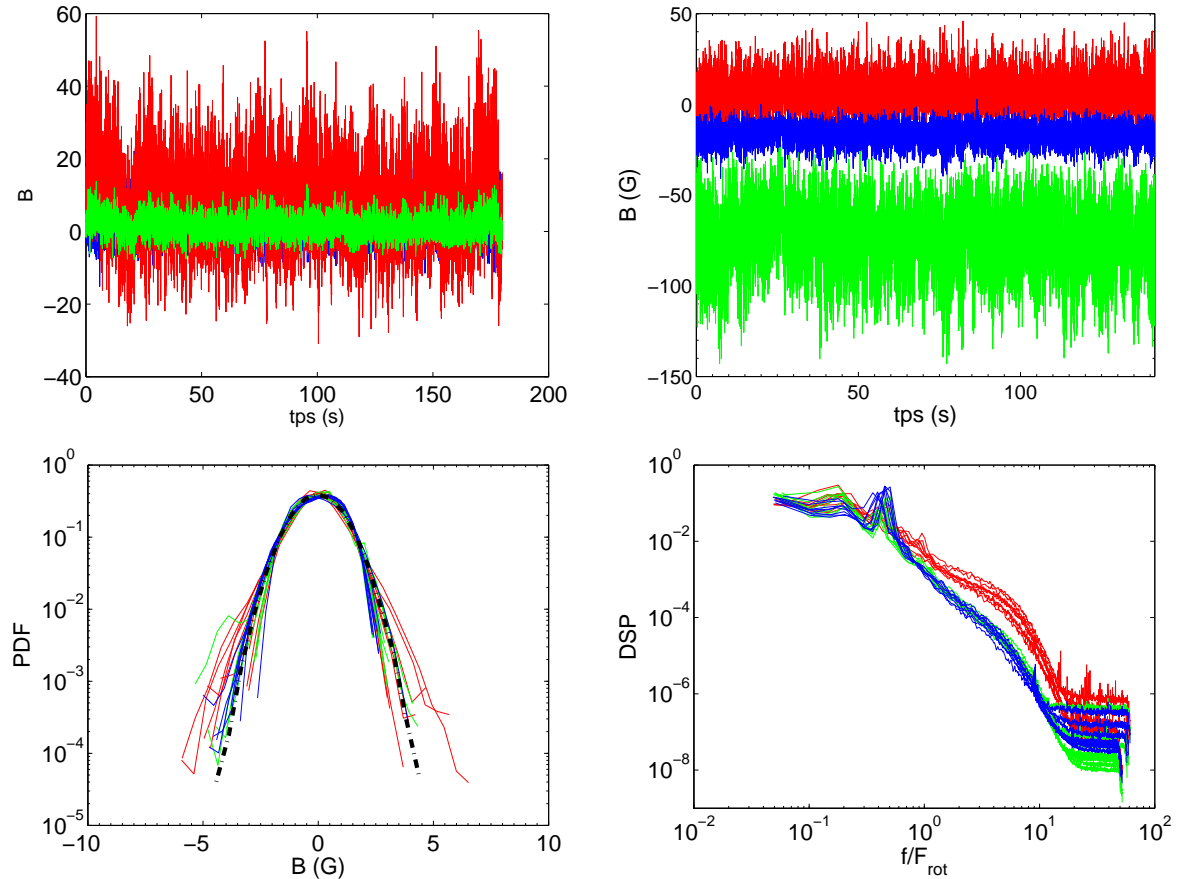


FIG. 9.2: Deux régimes dynamos stationnaires obtenus pour une faible asymétrie du forçage. On représente en haut les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. A gauche régime de type STAT1 ( $F1 = 18\text{Hz}$ ,  $F2 = 20\text{Hz}$ ), à droite régime de type STAT2 ( $F1 = 18\text{Hz}$ ,  $F2 = 22\text{Hz}$ ). En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ . En bas, les PDF et les spectres des régimes de type STAT2. La ligne tiretée sur les PDF correspond à une gaussienne.

- **Dynamos avec basculements aux valeurs de  $|\theta|$  très proches de 0.085 et de 0.1** : pour des valeurs de  $|\theta|$  très proches de 0.085 ou de 0.1, on observe une (des) dynamique(s) dite(s) de basculements tels que présentés à la figure 9.3. Nous avons très peu étudié ces régimes, notons simplement que le champ magnétique ne s’annule pas lors des changements de signes, d’où le nom que nous leur avons donné. Leur existence est très marginale dans l’espace des paramètres, nous n’avons à notre disposition que six réalisations différentes qui pourraient correspondre à des régimes différents les uns des autres ! Leur dynamique pourrait également s’expliquer par un “défilement” du champ magnétique le long de l’axe de la cuve d’expérience.
- **Dynamos stationnaires aux valeurs de  $|\theta|$  comprises entre 0.1 et 0.15 (STAT2)** : Ces dynamos semblent a priori plus proches des dynamos de type STAT1 que de celles

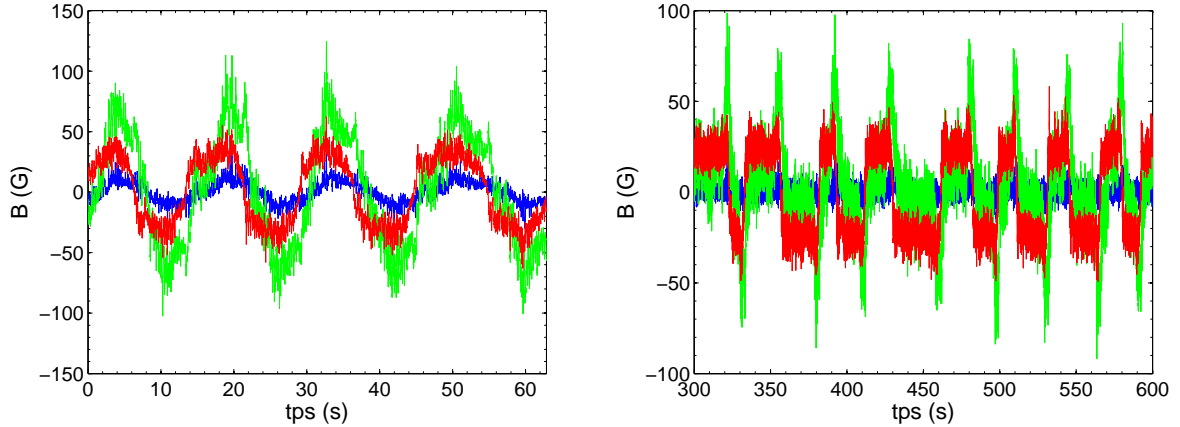


FIG. 9.3: Deux régimes dynamos présentant des basculements. On représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. A gauche ( $F1 = 18\text{Hz}$ ,  $F2 = 20\text{Hz}$ ), à droite ( $F1 = 20\text{Hz}$ ,  $F2 = 18\text{Hz}$ ). En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ .

de type STAT3 présentées ci-dessous. Leur introduction n'a été motivée a priori que par l'existence des régimes de basculements. Nous n'avons mesuré qu'une dizaine de réalisations, ce qui rend assez difficile la caractérisation de ce régime. Néanmoins son étude statistique à la section suivante justifiera partiellement son introduction. La figure 9.2 en présente un exemple. Leurs fluctuations sont approximativement gaussiennes.

- **Zone de régimes variés autour de  $|\theta| = 0.16$**  : On voit sur la figure 9.1 que pour les valeurs de  $\theta$  très légèrement inférieures ou supérieures à 0.16 on est susceptible d'observer soit des renversements, soit des régimes éteints. Les régimes de renversements ont été largement décrits dans l'article présenté à la section précédente. Nous en présentons néanmoins un exemple à la figure 9.4. Les régimes "éteints" sont assez inattendus. Le diagramme des phases de la figure 9.1 fait apparaître également de tels régimes pour des valeurs de  $\theta$  de l'ordre de 0.4. Pour ces derniers, il est difficile de savoir s'il s'agit du même phénomène d'extinction de la dynamo ou si on est en présence d'une hystérésis prolongeant la stabilité d'états d'induction dans une zone de dynamo de type STAT3 (voir ci-dessous). Différencier ces deux dynamiques n'est pas simple. Les régimes "éteints" semblent fluctuer beaucoup moins que les régimes d'induction. La figure 9.5 présente deux exemples d'extinction associés à deux histoires différentes. La figure de gauche est obtenue quand les moteurs tournent respectivement à 22 et 15Hz. La figure de droite est associée à une transition entre deux régimes de forçage. L'un des moteurs reste à 22Hz tout au long de la mesure, le second passe de 16 à 14Hz juste avant le début de l'acquisition, provoquant l'extinction du champ magnétique lors du passage transitoire au point (22Hz,15Hz). Celui-ci croîtra spontanément après plusieurs minutes vers un régime de type STAT3 (voir ci-dessous) sans que les expérimentateurs n'aient joué sur quelque paramètre que ce soit.
- **Dynamos stationnaires aux valeurs de  $|\theta|$  comprises entre 0.17 et 0.4 (STAT3)** : elles se manifestent quand le forçage est très asymétrique (les fréquences des moteurs sont  $F1 = 14\text{Hz}$  et  $F2 = 22\text{Hz}$  pour l'exemple présenté en figure 9.6). Leur dynamique est établie autour de valeurs importantes de champ magnétique (75 Gauss avec des fluctuations au-delà de 110G) mais est bien différente de celles des autres dynamos stationnaires que nous avons étudié jusqu'à maintenant, elle présente en effet des fluctuations à basses fréquences bien visibles sur le tracé temporel et le spectre présentés en regard à la figure 9.6. Nous y ferons référence par l'appellation STAT3. Elles semblent avoir un comportement sous-critique comme en témoigne "l'incursion" autour de  $(R_m, \theta) = (33, 0.35)$  de quelques points

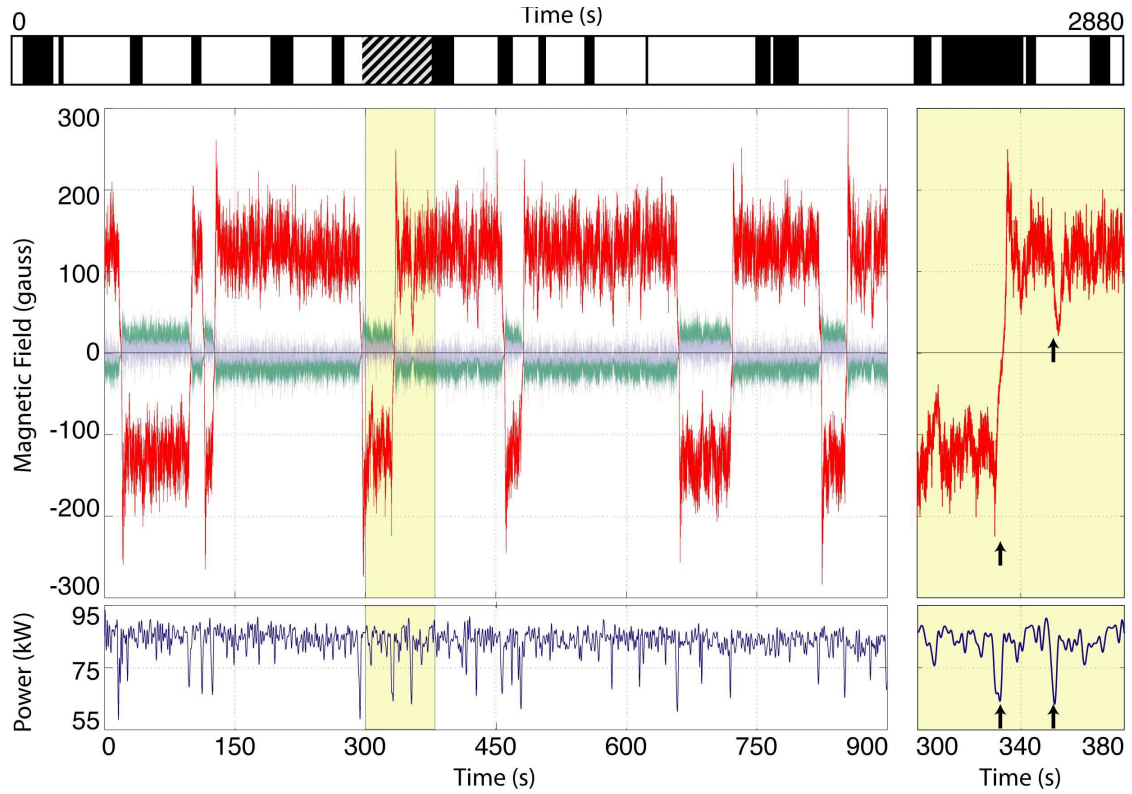


FIG. 9.4: A gauche : série temporelle sur 900 secondes d'une série de renversements ( $F1 = 16\text{Hz}$ ,  $F2 = 22\text{Hz}$ ). En rouge, vert et gris, les trois composantes du champ magnétique mesurées au ras de la chemise en cuivre, à l'extérieur de celle-ci. En regard en dessous, l'évolution temporelle de la puissance totale délivrée par les moteurs. A droite, un agrandissement de la zone ombrée de la figure de gauche. Au-dessus, une série temporelle plus longue binarisée des renversements. En noir, les périodes de polarité négative, en blanc celles de polarité positive.

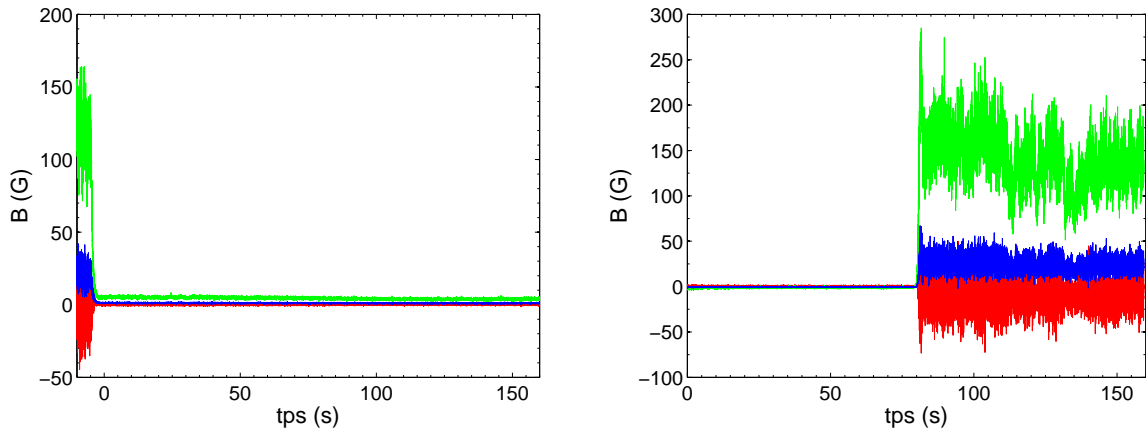


FIG. 9.5: Deux régimes d'extinction. A gauche ( $F1 = 15\text{Hz}$ ,  $F2 = 22\text{Hz}$ ), à droite ( $F1 = 14\text{Hz}$ ,  $F2 = 22\text{Hz}$ ). On représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ .

non-dynamo.

- **Zone de bursts autour de  $|\theta| = 0.19$**  : pour des valeurs des paramètres très voisines de celles qui sont associées aux renversements, il existe plusieurs régimes de bursts dans lesquels le champ magnétique fluctue autour d'une valeur moyenne relativement basse de

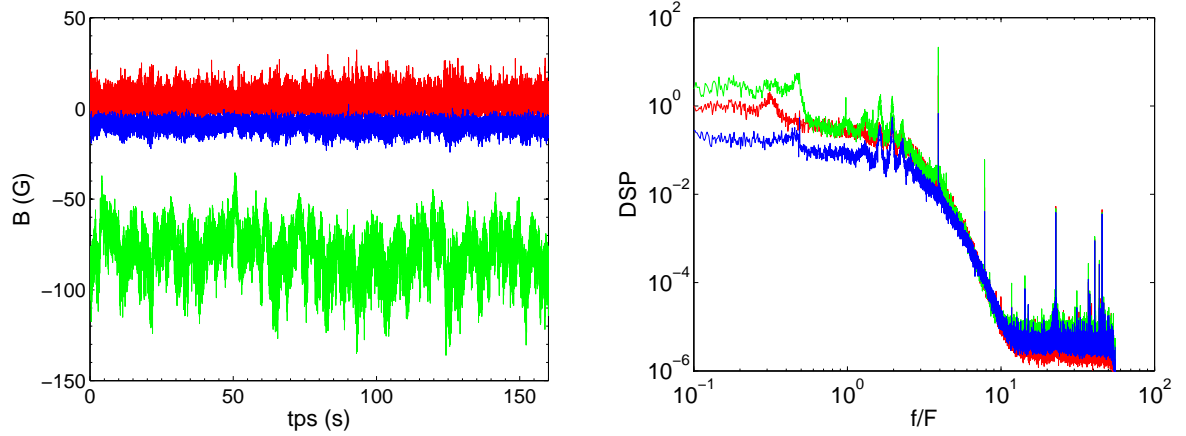


FIG. 9.6: Dynamo stationnaire de type STAT3 ( $F1 = 14\text{Hz}$ ,  $F2 = 22\text{Hz}$ ). A gauche on représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. A droite, les densités spectrales de puissance associées en unité de fréquence adimensionnée par  $F = (F1 + F2)/2$ . En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ .

l'ordre de 10 ou 20G et soudain présente une activité quatre à cinq fois plus intense pendant une période de temps très courte. La figure 9.7 présente deux régimes de bursts, l'un pour lequel le champ magnétique est de polarité constante, l'autre passant d'une polarité à l'autre de façon très symétrique.

- **Dynamos oscillantes aux valeurs de  $|\theta|$  comprises entre 0.4 et 0.65** : aux très grandes valeurs de  $|\theta|$ , on observe des régimes périodiques dont la période et l'amplitude des oscillations dépendent de l'intensité de l'asymétrie du forçage. La figure 9.8 présente un signal temporel long obtenu pour des valeurs de  $\theta$  variant continument de  $\theta = 0.44$  à  $\theta = 0.56$ . On y voit nettement ce régime d'oscillations et, les valeurs de  $\theta$  augmentant au cours du temps, la fréquence des oscillations augmente également. Cela n'est pas sans rappeler la dynamique du champ magnétique solaire qui est, rappelons-le, elle aussi périodique. La valeur de  $\theta = 0.65$  est une limite intrinsèque du dispositif expérimental VKS2. En effet, la lubrification des garnitures mécaniques n'est assurée que lorsque les moteurs tournent à plus de  $6\text{Hz}$ . La fréquence maximale de travail étant par ailleurs de l'ordre de  $28\text{Hz}$ , il n'est pas possible de travailler en contra-rotation plus asymétrique sans risquer d'endommager ces garnitures.
- **Dynamo stationnaire avec un seul disque en rotation (STAT4)** : quand un seul disque est en rotation ( $\theta = \pm 1$ ), on observe une dynamo stationnaire à faibles valeurs de champs que nous nommerons STAT4. En parcourant la courbe  $\theta = -1$ , on suit une bifurcation dynamo très sous-critique. Le champ de saturation est d'amplitude faible en comparaison des autres régimes dynamiques étudiés et le seuil  $R_{m_c} \simeq 20$  est bas. La figure 9.9 présente le tracé temporel de cette bifurcation. Cette dynamo sera étudiée en détail en 9.3.1. L'étude à  $\theta = +1$  n'a pas été faite.

De la revue qui précède, plusieurs conclusions s'imposent. Tout d'abord, le paramètre de contrôle  $\theta$  semble très pertinent pour décrire les transitions entre les différentes natures de dynamos observées. Dans l'ensemble de l'espace des phases exploré à ce jour, à l'exception de la légère hystérésis autour de  $\theta = 0.35$  et de la coexistence d'états dynamos différents en  $\theta = 0.16$  et  $\theta = 0.19$ , à une valeur donnée de  $\theta$ , un seul type de dynamique est observé. Il est à noter que l'ensemble des dynamos décrites ici apparaissent pour des valeurs de  $R_m$  supérieures à 31, la dynamo à un disque (STAT4) faisant exception à cette règle. Il convient maintenant de se poser la question de l'origine des transitions au sein de cet espace des phases. La section 9.4 consacrée aux liens entre les bifurcations hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans l'écoulement

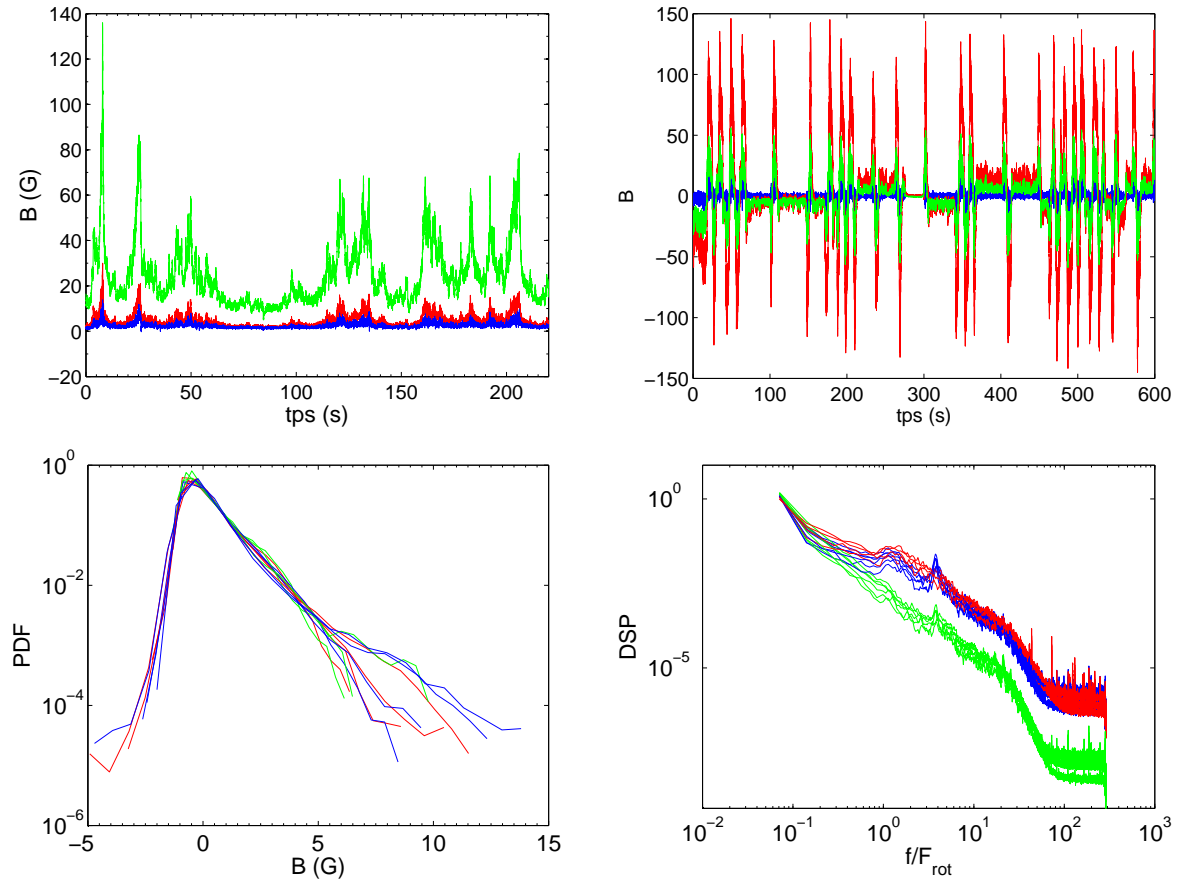


FIG. 9.7: En haut : deux régimes de bursts. A gauche : à partir d'un état fluctuant autour d'une valeur positive de l'ordre de 20G ( $F1 = 22\text{Hz}$ ,  $F2 = 15\text{Hz}$ ), à droite : à partir de deux états de polarité opposée symétriques l'un de l'autre ( $F1 = 21\text{Hz}$ ,  $F2 = 15\text{Hz}$ ). On représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ . En bas : les pdf et les spectres associés à plusieurs régimes de bursts mesurés lors de la même campagne de mesure.

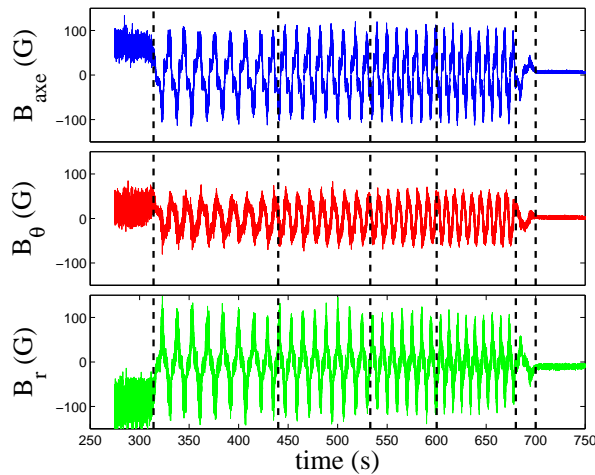


FIG. 9.8: Régimes d'oscillations obtenus pour des valeurs de  $\theta$  allant de 0.44 à 0.56. Tout au long de la mesure  $F1 = 28\text{Hz}$ . Les quatre régimes oscillants successifs séparés par des lignes tiretées verticales sont obtenus pour des valeurs de  $F2$  de : 11, 10, 9 et  $8\text{Hz}$ . On représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. En rouge  $B_\theta$ , en vert  $B_r$ , en bleu  $B_{axe}$ .

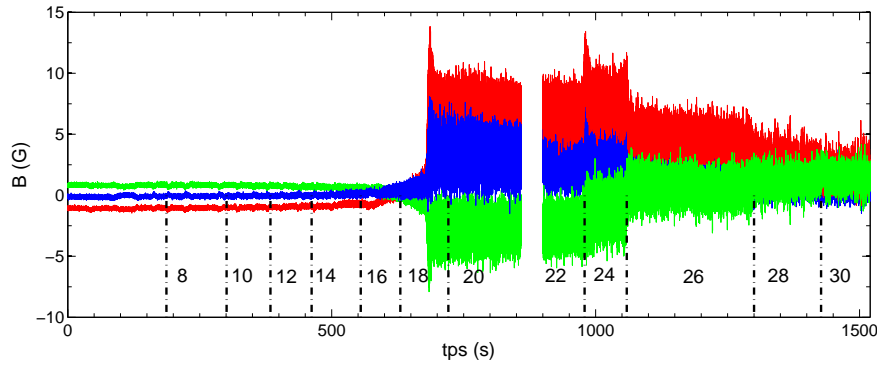


FIG. 9.9: Dynamo obtenue quand un seul disque est en rotation. Tout au long de la mesure le moteur 1 est à l'arrêt. La fréquence du moteur 2 croît par paliers entre 8 et 27Hz. La croissance exponentielle des trois composantes du champ magnétique observée autour de  $t = 700$ s a lieu pour  $F2 = 20$ Hz. On représente les trois composantes du champ magnétique en fonction du temps. En rouge  $B_r$ , en vert  $B_\theta$ , en bleu  $B_{axe}$ . Les lignes tiretées verticales indiquent les changements de fréquences du moteur tournant. Les fréquences correspondantes sont indiquées sur chaque page en Hz.

de von Kármán, sans répondre de façon catégorique, proposera une tentative d'explication.

### 9.2.1.3 Choix de la représentation - Symétries

A la lumière de ce qui précède, nous optons définitivement pour une représentation de l'espace des phases dans le plan  $(R_m, \theta)$  et nous allons étudier sa symétrie. La figure 9.10 présente une version symétrisée de la figure 9.1. Les deux moitiés du diagramme correspondant aux valeurs négatives et positives de  $\theta$  se superposent assez remarquablement sur l'ensemble des points explorés. La symétrie du dispositif expérimental est respectée. Autour des valeurs de  $|\theta| = 0.45$ , on observe que des régimes oscillant correspondant aux  $\theta$  négatifs sont superposés avec des régimes éteints ou sans dynamo associés aux valeurs positives opposées. L'insert de la figure 9.10 montre le parcours réalisé dans ces deux zones en matérialisant le chemin suivi dans l'espace des phases par des flèches. La branche "éteinte" est parcourue en arrivant des bas nombre de Reynolds magnétiques alors que les points oscillants associés ont été atteints depuis les nombres de Reynolds magnétiques élevés. Il s'agit ici vraisemblablement plus d'un phénomène d'hystérésis lié au chemin suivi dans l'espace des paramètres lors des expériences que d'un défaut de symétrie.

## 9.3 Statistiques par régimes

La section précédente nous a permis de mettre en évidence un grand nombre de régimes dynamiques associés aux différentes régions de l'espace des paramètres. Les distinctions que nous avons faites entre ces dynamiques n'étaient fondées que sur une analyse visuelle des signaux temporels de champ magnétique et corroborées dans une certaine mesure par l'organisation des différents régimes selon les valeurs du paramètre  $\theta$ . Nous allons maintenant étudier les statistiques de ces régimes afin de pouvoir les distinguer de façon quantitative. Nous nous intéresserons aux valeurs moyennes et aux fluctuations relatives des champs magnétiques produits et étudierons leurs dépendances avec le nombre de Reynolds magnétique et avec l'asymétrie du forçage. Nous avons privilégié l'étude des fluctuations relatives à celle des fluctuations car ce paramètre semblait assez pertinent du point de vue de l'étude de la bifurcation dynamo dans le cadre de la contre-rotation exacte (voir chapitre précédent). Ceci nous permettra d'identifier les seuils d'apparition respectifs de chacun de ces régimes quand cela sera possible avec les données dont nous disposons.



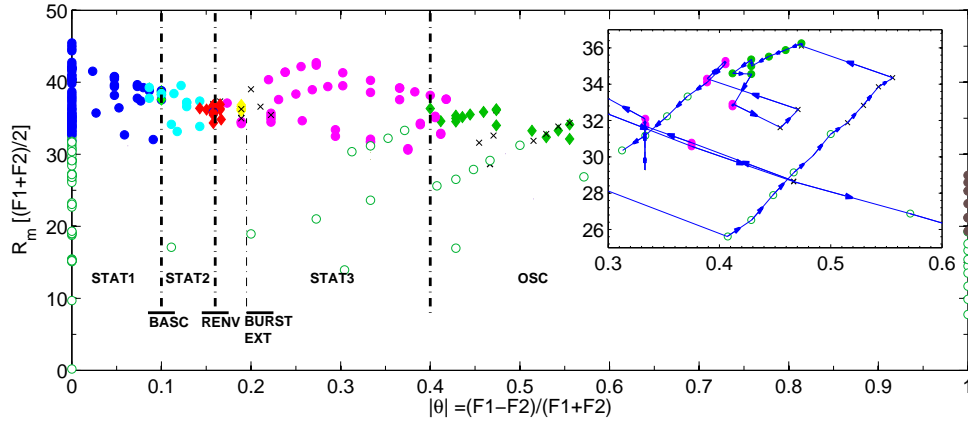


FIG. 9.10: Diagrammes de phases complet symétrisé dans le plan  $(R_m, \theta)$ . Cercles vides : pas de dynamo, Croix : extinction de la dynamo, Cercles pleins (dynamos stationnaires) : dynamos STAT1 (en bleu), dynamos STAT2 (en cyan), dynamos STAT3 (en magenta), dynamos STAT4 (en marron). Diamants (dynamos de polarité variable) : renversements (en rouge), bursts (en jaune), basculement en vert clair, oscillations en vert foncé. Dans la partie basse de la figure, nous rappelons les noms donnés aux différents régimes dynamo. L'insert à droite représente le chemin suivi dans l'espace des paramètres dans la zone présentant une forte hystérésis autour de  $\theta = \pm 0.35$ .

### 9.3.1 Dynamos stationnaires

#### 9.3.1.1 Dynamo de type STAT1 à $\theta$ non nul

L'étude des dynamos stationnaires en contra rotation exacte ayant fait l'objet du chapitre 9.3.1, nous n'allons donc pas la reprendre ici. Néanmoins, lors de notre description de l'espace des phases, nous avons regroupé les dynamos obtenues aux très faibles valeurs de  $\theta$  sous la même dénomination. La figure 9.11 présente les valeurs moyennes de la norme du champ magnétique et de ses fluctuations en fonction du nombre de Reynolds magnétique pour l'ensemble des dynamos de type STAT1 observées durant les campagnes VKS2g et VKS2h. Dans les deux cas, les mesures sont réalisées au ras de l'anneau dans le plan équatorial. Les points de mesures entourés d'un cercle correspondent aux neuf expériences réalisées à des  $\theta$  non nuls, les autres aux régimes de contra rotation exacte. En dépit du nombre restreint de régimes observés à petit nombre de rotation, nous pouvons tout de même identifier quelques comportements qui semblent systématiques. Même à  $\theta \neq 0$ , l'effet dynamo semble apparaître via une transition de type supercritique imparfaite dont le seuil se situe autour de  $R_m = 31$ . Les valeurs de champ mesurées sont systématiquement plus faibles que dans le cadre de contra rotation exacte et conduisent à des taux de fluctuations ( $B_{rms}/|B|$ ) plus élevés. Les données dont nous disposons ne permettent pas de mettre en évidence une quelconque saturation du champ dynamo avec l'augmentation du nombre de Reynolds magnétique.

#### 9.3.1.2 Dynamo de type STAT2

La figure 9.12 présente les statistiques associées aux régimes STAT2. Quand le nombre de Reynolds magnétique croît, la norme du champ magnétique suit une transition de type supercritique imparfaite. Le seuil d'apparition se situe autour de  $R_m = 31$ . Quand  $R_m$  continue de croître, le champ mesuré sature puis décroît pouvant laisser supposer l'existence d'un seuil de disparition autour de  $R_m = 40$  marquant la disparition de la dynamo. A  $\theta$  à peu près constant, les dynamos de type STAT2 existeraient dans une fenêtre d'extension finie. Il faut toutefois être prudent par rapport à ces observations, autour de  $R_m = 39$ , la norme des

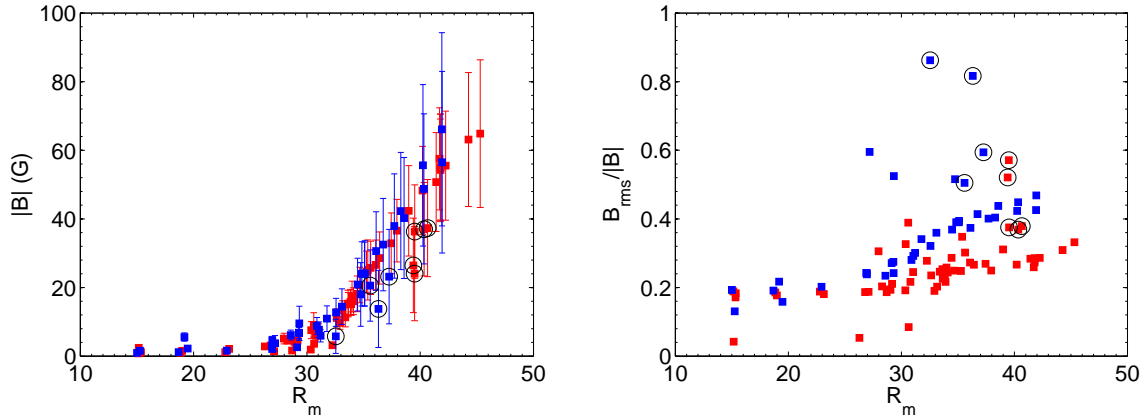


FIG. 9.11: Statistiques du champ magnétique pour les régimes STAT1 en fonction de  $R_m$  : à gauche la norme, à droite ses fluctuations. Les données entourées d'un cercle correspondent aux expériences à des non nuls, les autres à des régimes de contra rotation exacte. En bleu les données de la campagne VKS2g, rouge de la campagne VKS2h.

deux points de mesures correspondant à la campagne VKS2i (en vert) croît avec  $R_m$ . Lors de cette campagne, les capteurs étaient à l'intérieur du cylindre d'expérience. Le champ magnétique n'est mesuré qu'en un point lors de ces campagnes et il se pourrait très bien que la décroissance observée soit simplement liée à une modification de la géométrie du mode neutre.

L'évolution de la norme du champ avec  $\theta$  est, elle, monotone sur la gamme s'étendant de  $\theta = 0.08$  à  $\theta = 0.14$  couverte par ce régime. On peut distinguer deux branches parallèles associées à des valeurs de  $R_m$  différentes. C'est pour faciliter cette distinction que nous présentons sur la figure 9.12 le diagramme  $F(\theta)$ . La branche à basse fréquence et donc à bas  $R_m$  engendre des valeurs de champ plus faibles. Il est difficile de séparer les dépendance en  $\theta$  et  $R_m$  pour ces dynamos, il semble qu'au delà du seuil, on ait un comportement du type  $|B| \sim (R_m - R_{m_c})^\alpha (\theta - \theta_c)^\beta$ . La valeur critique en  $\theta$  correspond aux régimes de basculements décrits précédemment.

### 9.3.1.3 Dynamo de type STAT3

Leur étude est rendue très complexe par plusieurs points. Tout d'abord, la région de l'espace des paramètres dans laquelle on les rencontre semble présenter une forte hystérésis et les comportements observés dépendent fortement du chemin suivi. De plus, lors des différentes campagnes de mesures, nous n'avons que très peu travaillé à  $R_m$  ou  $\theta$  constant et il est donc très difficile de séparer les dépendances en ces deux paramètres. La figure 9.13 permet de visualiser dans le plan  $(F, \theta)$  le chemin suivi lors des deux campagnes VKS2h et VKS2i. La première différence notable entre ces deux campagnes concerne le régime de fréquences explorées. Toutes les mesures de la campagne VKS2h ont été réalisées à  $F < 19$ , soit  $R_m < 36$  alors qu'au contraire, la plupart des expériences de la campagne VKS2i ont eu lieu à des fréquences et donc à des  $R_m$  supérieures à ces valeurs. La deuxième différence, plus subtile est liée à la façon dont les expérimentateurs ont fait varier les paramètres. Durant la campagne VKS2h, quand  $\theta$  augmente,  $R_m$  diminue et quand  $\theta$  diminue,  $R_m$  augmente. Toutes les mesures de la campagne VKS2i ont en revanche été réalisées avec  $\theta$  croissant,  $R_m$  étant dans le même temps soit croissant, soit décroissant. Observons comment évolue la norme du champ magnétique suivant le type de parcours réalisé en étudiant dans leur ensemble les courbes présentées à la figure 9.13 :

- Quand  $\theta$  croît alors que  $R_m$  décroît, ce qui correspond aux branches 1 et 4 de la figure 9.13, le champ magnétique décroît jusqu'à s'annuler et ce, indépendamment du fait que

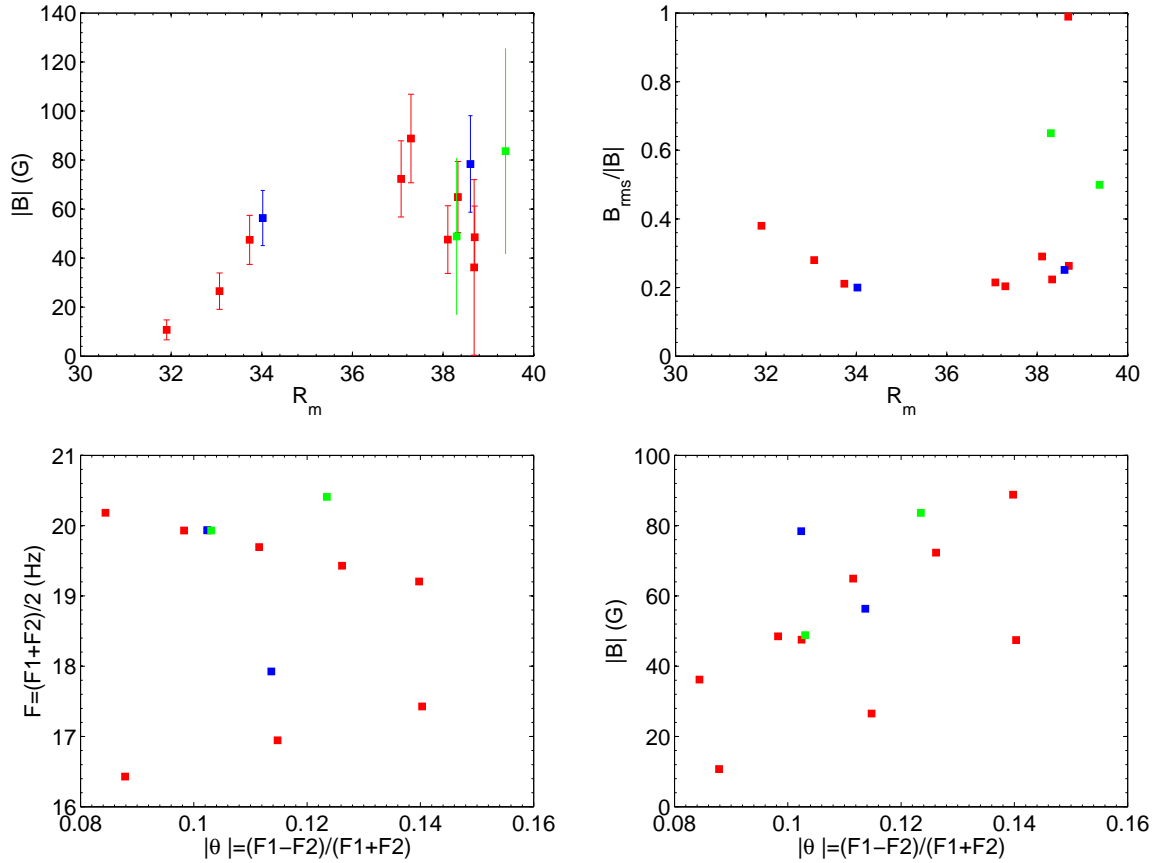


FIG. 9.12: Statistiques du champ magnétique pour les régimes STAT2. En haut en fonction de  $R_m$  : à gauche sa norme, à droite ses fluctuations. En bas en fonction de  $\theta$  : à gauche la fréquence, à droite la norme du champ magnétique. En bleu les données de la campagne VKS2g, rouge de la campagne VKS2h, en vert de la campagne VKS2i.

les valeurs typique de  $R_m$  soit de l'ordre de 30 ou de 40. L'annulation du champ semble correspondre à une valeur précise de  $\theta$  de l'ordre de 0.37. Si on continue à faire croître  $\theta$  au-delà de cette valeur,  $R_m$  étant toujours décroissant, le champ magnétique pousse à nouveau (ceci correspond aux trois derniers points de la branche 4).

- Quand le nombre de Reynolds magnétique croît et quelle que soit l'évolution simultanée de  $\theta$ , le champ magnétique croît également. Ceci correspond aux branches 2 et 3 de la figure 9.13. Néanmoins, on voit que si  $\theta$  devient trop faible (inférieur à 0.2), la norme du champ chute brusquement (dernier point de la branche 2).

Les observations que nous venons de faire permettent difficilement de conclure de façon catégorique. Néanmoins, il semble possible d'identifier deux seuils en  $\theta$  associés aux dynamos de type STAT3. Le premier de l'ordre de 0.2 pourrait être celui d'une transition sous-critique visible lors des deux campagnes de mesure. Le deuxième autour de 0.37, marque la disparition des dynamos STAT3 le long d'une transition supercritique. La croissance du champ observée au-delà de cette valeur dans la campagne VKS2i pourrait avoir un rapport avec l'émergence des régimes oscillants. Les valeurs de champ magnétique mesurées dépendent manifestement de l'histoire du système autour de la transition sous-critique (voir les trois mesures effectuées au même point, le même jour, à  $\theta \simeq 0.22$  qui sont dans un rapport deux). Les positions des capteurs sont trop différentes d'une campagne à l'autre pour que l'on puisse avoir une idée de l'influence du  $R_m$  sur les valeurs du champ à  $\theta$  donné. Les tracés des fluctuations ne fournissent pas de renseignements

supplémentaires et ne sont donc pas représentés ici. Les deux valeurs de  $\theta$  que nous venons de mettre en avant pourraient séparer trois domaines au sein des dynamos de type STAT3 qui seraient associés à des dynamiques différentes. La figure 9.14 présente les tracés temporels de trois régimes représentatifs de chacune de ces régions. Les deux premiers tracés présentent la même dynamique même si les amplitudes des champs magnétiques diffèrent d'un ordre de grandeur. En revanche, celui obtenu aux valeurs de  $\theta$  supérieures à 0.37 est bien différent. Notamment, on n'identifie aucune composante à basse fréquence. Les densités de probabilités représentées à la figure 9.15 rassemblent les régimes de chacun des domaines en  $\theta$  considéré et se distinguent en première approximation assez peu de gaussiennes. En revanche, l'étude des spectres de la figure 9.16 permet de voir une nette évolution d'un domaine à l'autre. Dans les deux premières régions, la présence de fluctuations à basses fréquences est confirmée par l'existence d'un pic situé à environ 80 fois la fréquence de rotation globale  $F_{rot} = (F1 - F2)/2$ . Ce pic a presque disparu au-delà de  $\theta = 0.37$ . En parallèle, on voit, à mesure que  $\theta$  augmente se construire un régime inertiel au détriment des basses fréquences.

#### 9.3.1.4 Dynamos de type STAT4

Quand un seul disque est mis en rotation, on observe une dynamo à faible valeur de champ ( $|B| \sim 10G$ , soit à peine plus que les régimes d'induction) dont l'apparition se fait le long d'une transition sous-critique. L'avantage expérimental de cette configuration est que, durant toute l'expérience,  $\theta$  demeure constant et il est donc simple d'étudier la transition en fonction du seul nombre de Reynolds magnétique. La figure 9.17 présente les statistiques et courbes de bifurcation associées à cette transition. La représentation de l'amplitude de la norme du champ magnétique en fonction du  $R_m$  fait apparaître la bifurcation sous-critique à partir d'un état d'induction de l'ordre de  $1.5G$ . A  $R_m \sim 18.5$ , le champ de saturation passe brusquement à  $8G$  puis décroît pour vraisemblablement revenir au niveau de l'induction pour les  $R_m$  supérieurs à  $26 - 27$ . La figure 9.17 présente également l'évolution du rapport de la valeur moyenne de la norme du champ magnétique et de ses fluctuations avec le nombre de Reynolds magnétique. On retrouve les deux seuils que nous venons de décrire dans ce rapport. Si on fait un ajustement non-linéaire au voisinage de ces deux seuils en  $|B|/B_{rms} = a(R_{mc} - R_m)^{1/4}$ , on trouve une valeur pour le premier seuil de 18 et pour le deuxième seuil de 26.5. La puissance totale disponible pour entraîner un arbre est quasiment atteinte au franchissement du deuxième seuil, des expériences futures ne permettront donc peut-être pas de mesurer effectivement l'extinction de cette dynamo. En revanche, il est envisageable de parcourir la branche sous-critique en partant de régimes à haut  $R_m$  et en effectuant une trempe en  $R_m$  de façon à mesurer jusqu'où s'étend cette branche sous-critique.

### 9.3.2 Dynamos de polarité variable

Les régimes à polarité variables sont assez inattendus et d'un intérêt tout particulier puisque les deux champs magnétiques naturels les mieux connus, celui de la Terre et celui du Soleil, appartiennent à cette catégorie. Le champ magnétique terrestre échange sa polarité de façon erratique sur des temps extrêmement longs de l'ordre de la centaine de milliers d'année, le champ solaire étant lui périodique de période 22 ans. Dans le cadre de l'expérience VKS2, nous avons identifié quatre dynamiques susceptibles de présenter des inversions de polarité. Les régimes de renversements ont été assez bien étudiés dans l'article présenté au début de ce chapitre et nous n'apporterons pas de complément à cette étude. Nous ne nous intéresseront pas d'avantage aux régimes de basculements ni aux régimes de bursts. Nous allons plutôt centrer notre étude sur les dynamos oscillantes observées pour les valeurs de  $\theta$  supérieures à 0.4.

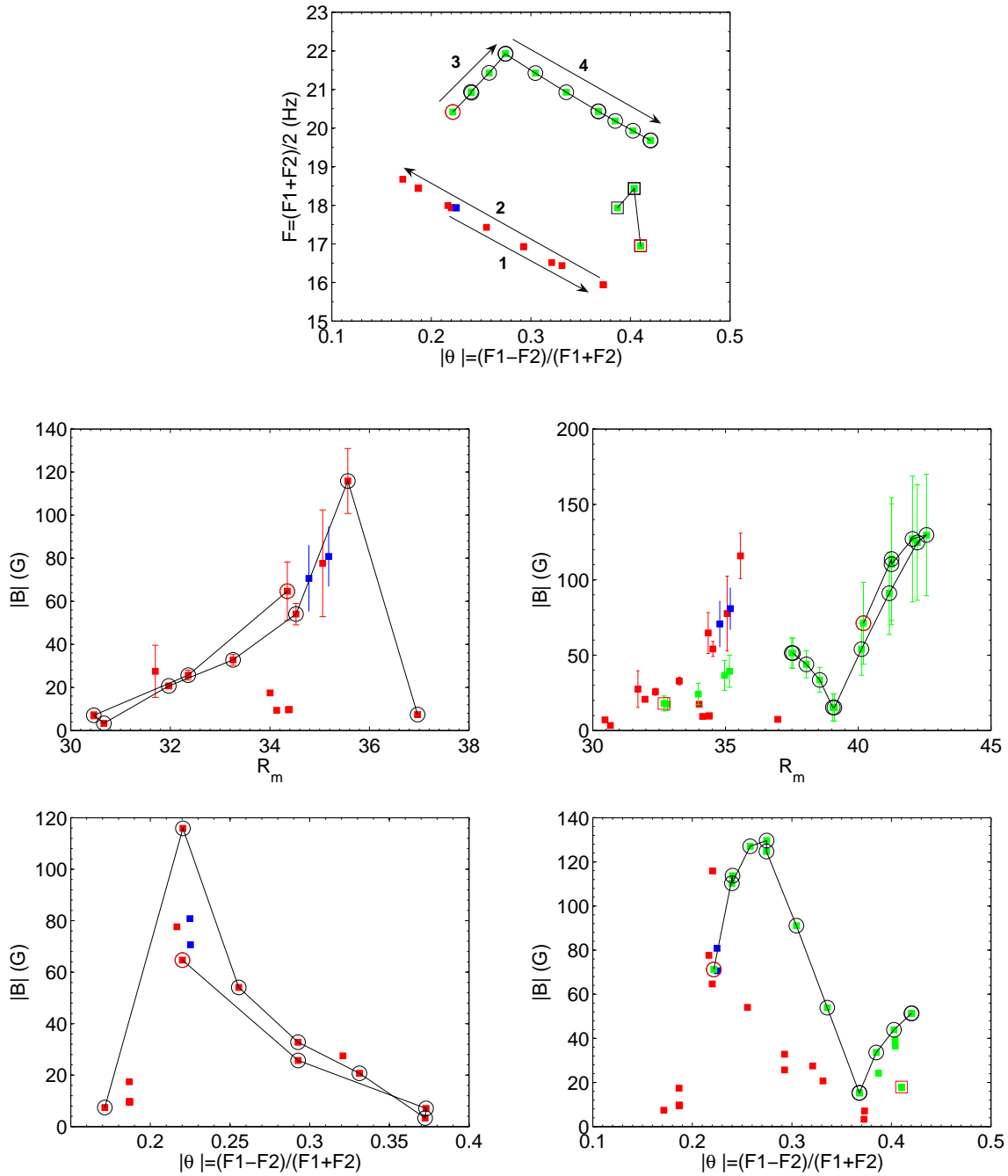


FIG. 9.13: Dynamo de type STAT3. En haut au centre : chemins suivis dans le plan  $(F, \theta)$  lors des campagnes VKS2h (en rouge) et VKS2i (en vert). Le cercle rouge matérialise le point de départ du cycle qui s'effectue ensuite en suivant les lignes noires. En dessous : évolution de la norme du champ magnétique pour les régimes STAT3 : en haut en fonction de  $R_m$ , en bas en fonction de  $\theta$ . En bleu les données de la campagne VKS2g, en rouge de la campagne VKS2h, en vert de la campagne VKS2i. A gauche on met en évidence le chemin suivi lors de la campagne VKS2h, à droite lors de la campagne VKS2i. Le cercle rouge matérialise le point de départ du cycle qui s'effectue ensuite en suivant les lignes noires.

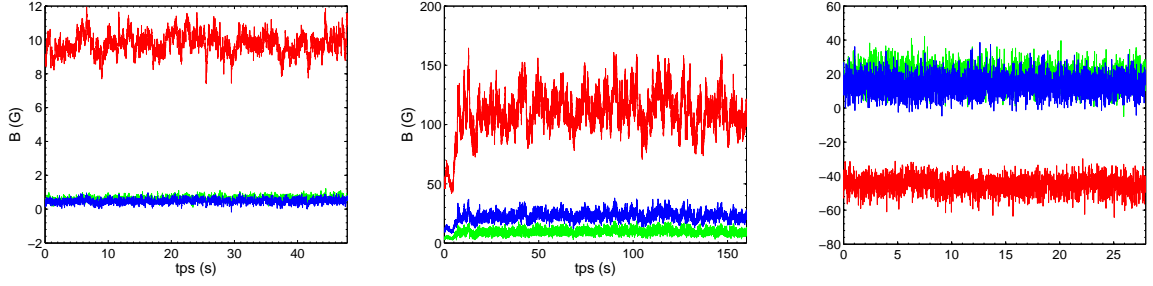


FIG. 9.14: Tracé temporels du champ magnétique associé à trois dynamos de type STAT3. En rouge  $B_x$ , en vert  $B_y$ , en bleu  $B_z$ . De gauche à droite :  $\theta = 0.2$ ,  $\theta = 0.3$ ,  $\theta = 0.4$ .

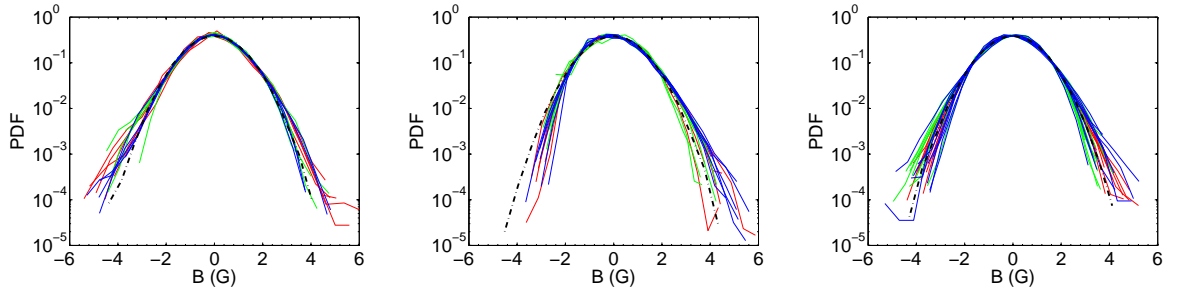


FIG. 9.15: PDF des trois composantes du champ magnétique associées à trois régions en  $\theta$ . De gauche à droite :  $\theta < 0.2$ ,  $0.2 < \theta < 0.37$ ,  $0.37 < \theta$ . En rouge  $B_x$ , en vert  $B_y$ , en bleu  $B_z$ . En tiretés noirs, une distribution gaussienne.

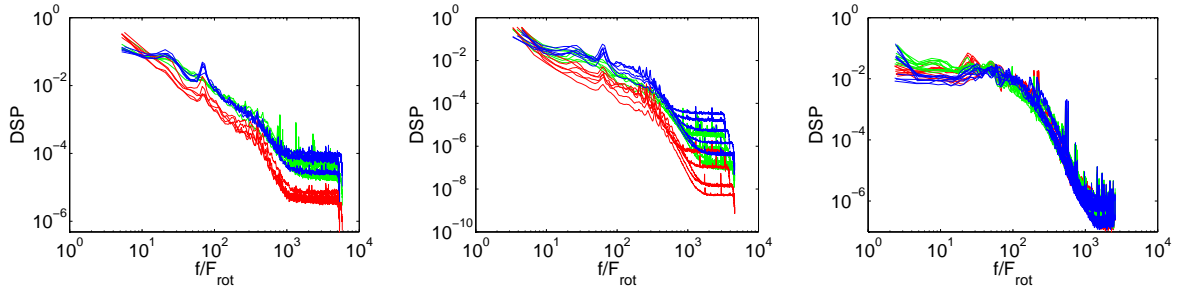


FIG. 9.16: Densité spectrale de puissance des trois composantes du champ magnétique associées à trois régions en  $\theta$ . De gauche à droite :  $\theta < 0.2$ ,  $0.2 < \theta < 0.37$ ,  $0.37 < \theta$ . En rouge  $B_x$ , en vert  $B_y$ , en bleu  $B_z$ . Les fréquences sont adimensionnées par  $F_{rot} = (F1 - F2)/2$ , la part de rotation globale associée au forçage.

### 9.3.2.1 Amplitude - hystérésis

Dans le cadre de ces régimes oscillants obtenus pour les très grandes valeurs de  $\theta$ , il semble que le paramètre de contrôle naturel soit justement  $\theta$ . La figure 9.18 présentant les statistiques de ces régimes en fonction des différents paramètres de contrôle confirme cette assertion. On a d'abord représenté les valeurs des paramètres de forçage utilisés lors de l'observation de ces dynamos oscillantes. On voit qu'il y a eu trois séries d'expériences pour lesquels  $R_m$  et  $\theta$  croissaient simultanément, les valeurs de  $\theta$  étant bien distinctes d'une série à l'autre ( $\theta \simeq 0.45$ ,  $\theta \simeq 0.55$ ,  $\theta \simeq 0.65$ ). On retrouve ces trois séries en représentant la norme du champ magnétique en fonction de  $R_m$ . Aucune tendance simple ne se dégage, si ce n'est que les séries de points ont plutôt l'air de

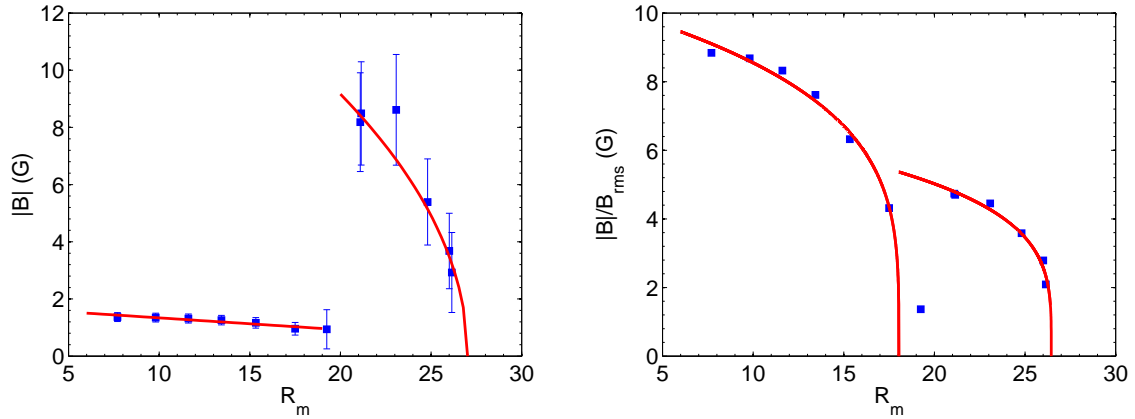


FIG. 9.17: Statistiques des dynamos STAT4 en fonction de  $R_m$ . A gauche la norme, à droite le rapport entre la norme et ses fluctuations. En rouge, les ajustements non-linéaires en puissance  $1/4$  de l'écart au seuil sont représentés.

se classer suivant les valeurs de  $\theta$  comme nous venons de le remarquer. En revanche, l'évolution de la norme avec  $\theta$  semble correspondre à une bifurcation nette mais de nature difficile à préciser par manque de continuité dans la variation du paramètre de contrôle. Il semble possible de donner une loi de croissance de l'amplitude des oscillations avec  $\theta$  sous la forme  $|B|^2 \propto (\theta - \theta_c)^{1/2}$ , le seuil d'apparition des oscillations en  $\theta$  valant alors 0.41. En étudiant les dynamos stationnaires de type STAT3, nous avons vu qu'au-delà de  $\theta = 0.37$ , celles-ci changeaient de comportement. Ce changement était visible sur l'évolution de la norme du champ avec  $\theta$  ainsi que sur les spectres. Nous avons évoqué la possibilité de liens entre ces dynamos et les régimes oscillants. La figure 9.19 met en valeur la transition entre ces deux régimes qui se fait continument dans l'espace des paramètres, comme une instabilité secondaire se développant à partir des états STAT3. Un deuxième paramètre d'ordre (la fréquence des oscillations) apparaît alors. En revanche, la coexistence de ces deux régimes pour des valeurs identiques de  $(R_m, \theta)$  mise en évidence sur cette figure ainsi que sur le diagramme des phases symétrisé représenté en figure 9.10, est liée au chemin suivi dans cet espace des paramètres pour atteindre un régime donné.

### 9.3.2.2 Fréquence des oscillations

La fréquence des oscillations croît linéairement avec la part de rotation globale liée au forçage ( $F_{rot} = |(F1 - F2)/2|$ ) comme le montre la courbe de gauche de la figure 9.20 ; cette croissance a été ajustée linéairement par une loi en  $F_{dyn} = 0.045F_{rot} - 0.323$ . Si on observe maintenant l'évolution de cette fréquence d'oscillation adimensionnée par  $F_{rot}$  en fonction de  $\theta$ , on retrouve le seuil d'apparition des oscillations autour de  $|\theta| = 0.4$ . La croissance n'est plus linéaire, mais peut être ajustée par une loi en racine carrée de l'écart au seuil. L'ajustement non-linéaire présenté à la figure 9.20 est de la forme :  $F_{dyn}/F_{rot} = 0.033(\theta - \theta_c)^{1/2}$ , définissant un seuil  $\theta_c = 0.42$  très proche de celui obtenu à partir de l'évolution de la norme du champ magnétique à 0.41. L'ordre de grandeur de la période des oscillations est beaucoup plus grand que tous les temps hydrodynamiques ou magnétohydrodynamiques envisageable. En effet celle-ci est typiquement 100 fois (resp. 1000 fois) plus longue que la période associée à la rotation globale (resp. à la fréquence moyenne  $F$ ). L'émergence de tels temps est difficile à expliquer et n'est pas sans rappeler les temps longs associés aux instabilités de la couche de mélange de l'écoulement de von Kármán ou encore les durées typiques des stations du champ magnétique terrestre dans l'une ou

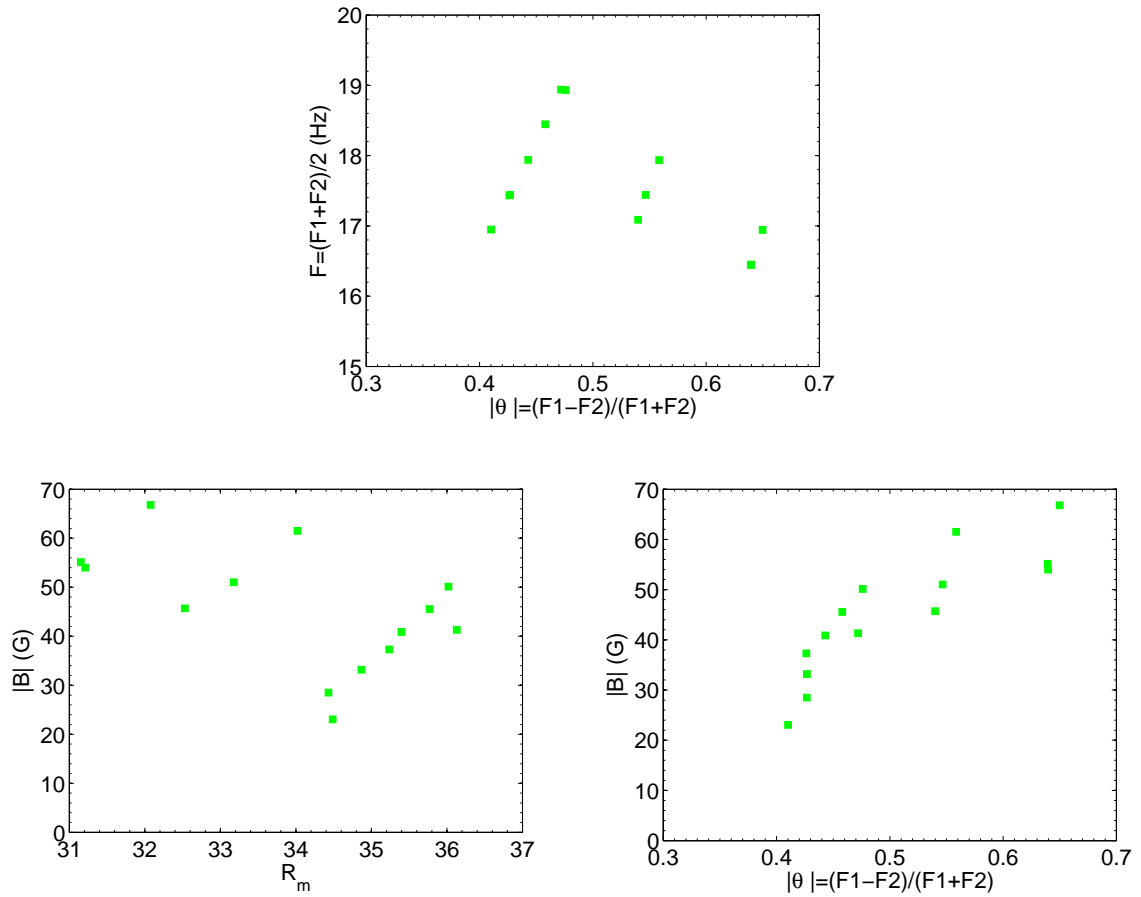


FIG. 9.18: Statistique des dynamos oscillantes. En haut : fréquence de travail  $F = (F1 + F2)/2$  en fonction de  $\theta$ . En bas la norme du champ en fonction de  $R_m$  (à gauche) et de  $\theta$  (à droite).

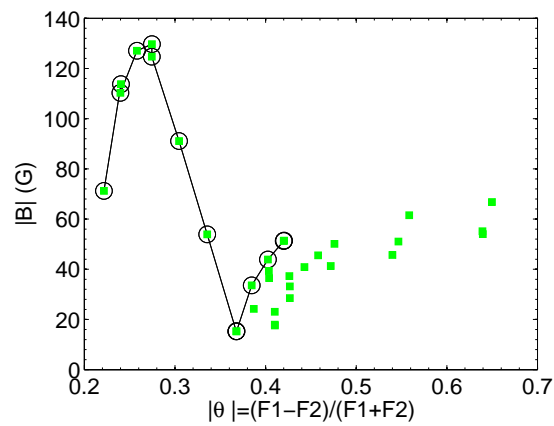


FIG. 9.19: Evolution de la norme du champ magnétique en fonction de  $\theta$  pour les régimes oscillants (carré vert) et les dynamos de type STAT3 (carrés encadrés).

l'autre polarité.



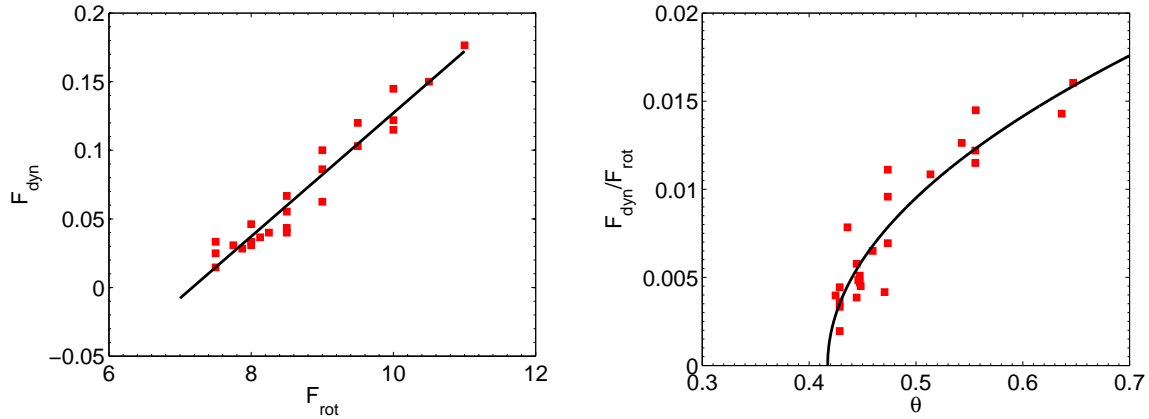


FIG. 9.20: A gauche, fréquence des oscillations des régimes oscillants ( $F_{dyn}$ ) en fonction de la part de rotation globale du forçage ( $F_{rot} = |(F1 - F2)/2|$ ). A droite  $F_{dyn}$  adimensionnée par  $F_{rot}$  en fonction du paramètre  $\theta$ . Les courbes continues noires sont les ajustements.

### 9.3.2.3 Lien avec les objets astrophysiques

Nous le rappelions au début de ce chapitre, la Terre comme le Soleil ont des champs magnétiques dont la polarité dépend du temps. Il existe bien d'autres objets astrophysiques présentant ou pouvant présenter cette particularité et il est intéressant de voir dans quelle mesure il est possible de relier les propriétés des champs de ces objets aux régimes oscillants observés dans l'expérience VKS. La figure 9.20 montrait dans le cas de VKS la dépendance en  $\theta$  de la fréquence des dynamos adimensionnée par la rotation globale de l'expérience.  $\theta$  compare cette rotation globale à la fréquence moyenne de forçage  $F = (F1 + F2)/2$  et apparaît de ce fait comme l'inverse d'un nombre de Rossby. Pour les étoiles jeunes, on peut construire un nombre de Rossby en faisant le rapport de la période de rotation de ces étoiles et d'un temps convectif associé à leur dynamique. Les étoiles jeunes présentent des champs magnétiques dont l'activité varie sur des temps permettant de définir une fréquence approximative de ses variations. Nous identifions cette fréquence à  $F_{dyn}$ . L'ensemble des données astrophysiques ont été collectées et mises en forme par Bérangère Dubrulle à partir de l'article de Brandenburg et *al* [106] consacré aux champs magnétiques stellaires. L'insert de la figure 9.21 compare la fréquence du champ magnétique adimensionnée par la fréquence de rotation globale en fonction de  $\theta$  pour les étoiles jeunes dont le soleil aux données issues de VKS. La compatibilité des ordres de grandeurs est remarquable, même si les points associés aux étoiles sont évidemment plus dispersés que les données de VKS, on voit à nouveau émerger un temps associé à ces oscillations, temps qui est de plusieurs ordres de grandeurs supérieur aux temps hydrodynamiques liés à l'origine possible des dynamos de ces objets stellaires. Si on veut aller encore un peu plus loin, toujours en suivant une démarche inspirée par les astrophysiciens, on peut étendre cette étude à des objets plus exotiques. Ainsi, la figure principale de la figure 9.21 reprend les mêmes données, mais pour d'avantage de systèmes physiques. On y voit, en plus des oscillations de VKS et des étoiles jeunes, des étoiles actives ainsi que des étoiles doubles<sup>1</sup>. Nous avons également porté sur le même graphique les renversements observés dans VKS et pour le champ terrestre. Dans ce diagramme log-log, l'ensemble des régimes se répartit le long d'une diagonale dont la pente se comporte approximativement comme  $\theta$  à la puissance  $-1$  et dont les limites sont fixées par les renversements de VKS aux petits  $\theta$  et ceux de la Terre aux grands. Les quatre décades sans données entre les derniers objets binaires et la Terre s'ex-

<sup>1</sup>Nous ne détaillons pas cette nomenclature qui est hors de propos. Elle a été introduite par les astrophysiciens et correspond, entre autre, au cycle de vieillissement des étoiles.

pliquent par le fait qu'elles devraient être remplies par des objets dont les périodes d'oscillation sont comprises entre 100 et 200000 ans. Si ce type de données a pu être collecté sur la Terre par l'étude des roches, il ne saurait être accessible ailleurs dans l'univers pour l'instant.

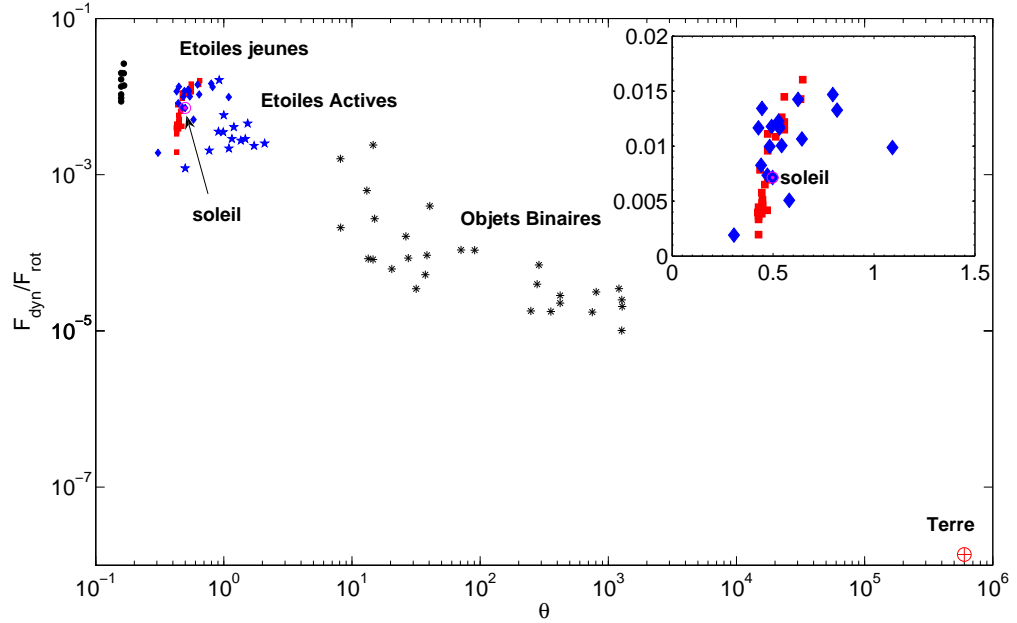


FIG. 9.21: Fréquence d'oscillation du champ magnétique  $F_{dyn}$  adimensionnée par la fréquence de rotation de l'objet  $F_{rot}$  en fonction du paramètre  $\theta$  pour divers objets astrophysiques en échelle logarithmique. Diamants bleus : étoiles jeunes dont le soleil ( $\odot$  violet), étoiles bleues : étoiles actives, étoiles noires : objets binaires,  $\oplus$  rouge : la Terre. Les carrés rouges correspondent aux régimes oscillants de VKS, les cercles noirs aux renversements. L'insert présente un diagramme linéaire-linéaire sur lequel les étoiles jeunes et VKS sont représentées.

### 9.3.3 Conclusions

De l'étude que nous venons de dresser des statistiques des diverses dynamiques de champs dynamos observées dans l'expérience VKS, nous retiendrons que ces différentes dynamiques apparaissent dans l'espace des phases par le biais de transitions de natures tout aussi diverses. L'identification de paramètres d'ordres, et même de paramètres de contrôles adaptés à leur description n'est pas toujours évidente. Tantôt le nombre de Reynolds magnétique semble pertinent, tantôt c'est le nombre de rotation  $\theta$  qui est le plus adapté pour contrôler le passage d'une dynamique à une autre. De même, nous avons vu que la transition entre les états de type STAT3 et les régimes oscillants se présente comme une instabilité secondaire associée à un paramètre d'ordre autre que la norme du champ magnétique, en l'occurrence la fréquence de ses oscillations. Cette complexité à définir les paramètres d'ordre et de contrôle traduisant les différentes bifurcations d'un système physique en présence de bruit est assez générale [6].

Nous l'avons suggéré plusieurs fois, il semble possible d'écrire une loi d'échelle pour la norme du champ magnétique sous la forme  $|B| \sim (R_m - R_{mc})^\alpha |\theta - \theta_c|^\beta$ , les différents seuils  $\theta_c$  sont bien identifiables sur le diagramme des phases en 0.09, 0.16 et 0.37, les seuils en  $R_m$  n'ont pu être réellement étudiés par manque de trajets à  $\theta$  constant dans l'espace des paramètres. Par suite, les valeurs exactes des exposants ne sauraient être mesurées. Toutefois, si on considère le mécanisme de saturation du champ magnétique, celui-ci est a priori commandé en régime turbu-

lent par l'équilibre se faisant entre la force de Lorentz et le terme d'advection de l'équation de Navier-Stokes [91]. Par contre, si l'écoulement est soumis à une forte rotation globale, le terme associé à la force de Coriolis,  $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}$ , doit être pris en compte et le champ de saturation à proximité du seuil peut alors s'écrire d'après [91] :

$$B^2 \propto \frac{\rho\Omega}{\sigma}(R_m - R_{mc}) \quad (9.1)$$

La transition d'une loi d'échelle telle que celle décrite dans l'article présenté au chapitre 8 ( $B^2 \propto \frac{\rho}{\mu_0(\sigma L)^2}(R_m - R_{mc})$ ) à cette loi faisant intervenir la force de Coriolis semble pertinente ici et revêt un intérêt particulier dans le cadre de l'étude de la dynamo terrestre, et d'une manière plus générale dans l'étude des dynamos naturelles qui existent en présence d'une forte composante de rotation globale.

## 9.4 Régimes hydrodynamiques et régimes dynamos

A la section 7.1, nous avons présenté les mesures possibles autour de l'expérience VKS2. Parmi elles, les mesures de couple ont un statut intéressant puisque ce sont des mesures qui sont également disponibles dans l'expérience en eau à Saclay et sont donc, pour l'instant, la seule base de comparaison que nous ayons à notre disposition entre ces deux montages. Nous venons de présenter le diagramme des phases des états dynamos observés dans l'expérience VKS2 et nous avons mentionné le rôle a priori important joué par la bifurcation hydrodynamique de l'écoulement de von Kármán dans la construction de cet espace des phases. La majeure partie des résultats connus concernant cette bifurcation hydrodynamique a été obtenue à Saclay dans des expériences en eau à partir de mesures de couple. Ceci nous pousse donc à étudier soigneusement la comparaison de ces mesures avec celles réalisées dans l'expérience VKS2. En outre, l'effet dynamo résultant fondamentalement de la conversion d'énergie mécanique en énergie magnétique (voir 6.2.2), l'étude de la puissance consommée par l'expérience en présence de champ dynamo ou non revêt un intérêt particulier. Dans cette section, nous allons donc présenter les mesures de couple relatives à chacun des types de dynamos présentés à la section précédente, puis nous comparerons ces résultats à ceux obtenus dans les expériences en eau à Saclay. Nous profiterons de cette comparaison pour discuter les liens éventuels entretenus par les deux types de bifurcations magnétique et hydrodynamique de cet écoulement.

### 9.4.1 Principe des mesures

Nous disposons dans l'expérience VKS2 d'une mesure en continu des couples fournis par chacun des moteurs (voir 7.1) ainsi que de leurs fréquences de rotation instantanées, ces acquisitions se faisant à une fréquence de l'ordre de 1Hz. Nous allons nous intéresser à l'évolution du couple dimensionnel fourni par les moteurs en fonction de leur fréquence de rotation, mais nous allons également étudier le comportement de plusieurs grandeurs adimensionnelles construites à partir de ces couples.

Soient  $C1$  et  $C2$  les couples fournis à chacun des arbres entraînant les turbines, soit  $\rho$  la masse volumique du sodium,  $L = 206\text{mm}$  le rayon de la cuve intérieure,  $F1$  et  $F2$  étant les fréquences

de rotation des moteurs. On définit :

$$K_{p_{1-2}} = \frac{C_{1-2}}{\rho L^5 (2\pi F)^2}, \text{ le facteur de couple adimensionnel par moteur.}$$

$$K_p = \frac{K_{p_1} + K_{p_2}}{2}, \text{ le facteur de couple adimensionnel total.}$$

$$\Delta K_p = K_{p_1} - K_{p_2}, \text{ la différence de facteur de couple adimensionnel.}$$

Notons que les couples sont adimensionnés par  $F$  la fréquence moyenne des deux turbines. Dans les expériences en eau, ces facteurs de couples ne dépendent que de la géométrie du système et de la nature de l'écoulement comme nous allons le voir au paragraphe suivant.

### 9.4.2 Mesures en eau - Bifurcation hydrodynamique

L'étude des bifurcations hydrodynamiques dans l'écoulement de von Kármán dans un rapport d'aspect 1.8 en géométrie fermée a fait l'objet de la thèse de doctorat de Florent Ravelet [99; 102]. Celui-ci les a étudiées à partir des mesures de couples présentées ci-dessus. Il a travaillé avec différentes formes de turbines et différentes cuves d'expériences munies ou non d'ailettes placées le long de génératrices de la cuve cylindrique. Nous n'allons pas reprendre ici l'ensemble de son étude, mais en résumer les points clés et présenter les résultats complémentaires à son étude que nous avons obtenus avec des cuves munies d'un anneau et des turbines identiques à celles utilisées dans l'expérience VKS2.

#### 9.4.2.1 Généralités

Comme nous l'avons déjà mentionné dans la première partie de ce manuscrit (voir 1.2.3), quand  $\theta = 0$ , l'écoulement de von Kármán est formé de deux cellules de pompage poloïdal en contra-rotation l'une par rapport à l'autre alors que quand  $\theta = \pm 1$ , une seule cellule remplit toute la cuve d'expérience, la turbine tournant à la fréquence la plus élevée assurant seule le pompage. La figure 9.22 présente les champs de vitesse poloïdaux obtenus dans chacune de ces deux situations avec des turbines de type TM73 dans une cuve lisse.

Quand on augmente l'asymétrie du forçage (i.e. quand on augmente la valeur de  $\theta$ ) on observe la transition entre ces deux états. Cette transition peut être continue ou non et peut présenter une hystérésis plus ou moins forte suivant le type de turbines employées et suivant la géométrie de la cuve d'expérience. Les figures du haut de la figure 9.22 présente des mesures de couples adimensionnels traduisant cette bifurcation. Elles ont été obtenues sur le montage VK2 (voir la première partie de ce manuscrit) dans le cadre du stage de Mathilde Colmet Daâge et Adrien Escoffier. En régime de contra rotation exacte, les  $K_p$  des deux moteurs sont égaux à 0.050. Quand l'asymétrie du forçage augmente, ils augmentent également, leur différence croissant linéairement avec une pente de l'ordre de 0.024. A  $\theta = \pm 0.16$ , leur valeur chute brutalement et la différence entre les deux est multipliée par un facteur 6. Au-delà, les valeurs de  $K_p$  croissent à nouveau, la différence entre les deux moteurs augmentant de façon linéaire avec une pente de l'ordre de 0.047. Toujours sur la figure 9.22, nous avons représenté les versions symétrisées des mêmes courbes qui permettent de se convaincre de la bonne symétrie du dispositif expérimental.

#### 9.4.2.2 Ecoulements sous-jacents

En complément des mesures de couples que nous venons de présenter, il est intéressant d'observer l'évolution de l'écoulement le long de la transition. Nous allons nous intéresser à trois

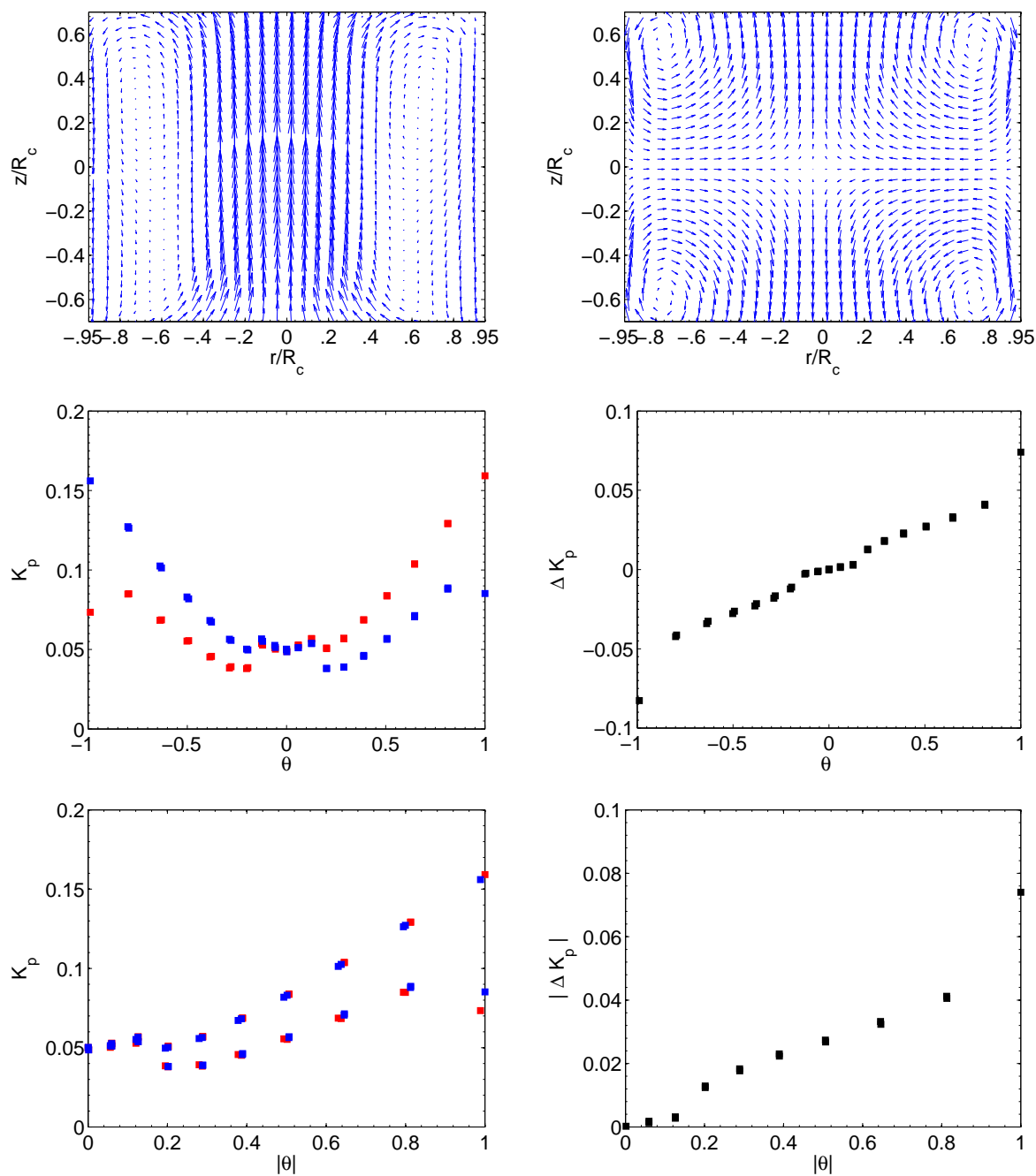


FIG. 9.22: En haut : champs de vitesse moyens obtenus par SPIV dans l'expérience VK2 en eau. A gauche écoulement à une cellule  $(Re, \theta) = (252000, 1)$ , à droite écoulement à deux cellules  $(Re, \theta) = (252000, 0)$ . Au milieu et en bas : mesures de couples traduisant la bifurcation hydrodynamique de l'écoulement de von Kármán en eau, les turbines sont de type TM73 et tournent dans le sens positif, la cuve est munie d'un anneau dans le plan équatorial. A gauche sont représentés les facteurs de couple adimensionnels en fonction de  $\theta$ , à droite les différences de ces couples adimensionnels. Au milieu, données brutes, en bas données symétrisées.

grandeurs pour suivre cette évolution. D'une part, la position moyenne de la couche de mélange et d'autre part les énergies cinétiques associées à la vitesse azimutale et poloïdale dans chacune des deux cellules de l'écoulement.

La figure 9.23 présente l'évolution de l'altitude de la couche de mélange en fonction du paramètre  $\theta$ . Cette position est mesurée à partir des profils de vitesse azimutale obtenus par PIV stéréoscopique dans le montage VK2 en eau à Saclay (voir la première partie de ce manuscrit, chapitre 2.2). Nous présentons cette mesure pour quatre types de forçage. Les deux figures du haut sont obtenues avec des turbines de type TM73 tournant dans le sens positif dans une cuve munie ou non d'un anneau dans son plan équatorial. Dans les deux cas, l'évolution de l'altitude de la couche de mélange subit un saut abrupt autour de  $\theta = \pm 0.16$  ou  $\theta = \pm 0.11$ , saut correspondant au passage d'un écoulement à deux cellules de recirculation à un écoulement à une seule cellule. En revanche, si on regarde ce qui se passe pour des valeurs de  $\theta$  inférieures en valeur absolue à la valeur de transition, il s'avère que l'anneau joue un rôle de stabilisateur de la couche de mélange. En effet, si en l'absence de l'anneau la position de la couche de mélange varie continument de  $z/R_c \simeq -0.12$  à  $z/R_c \simeq +0.12$  quand  $\theta$  varie de  $-0.11$  à  $+0.11$ , en présence de l'anneau, elle ne se déplace quasiment pas sur l'ensemble de la gamme  $|\theta| < 0.16$  et reste à des valeurs inférieures en valeur absolue à 0.05, la résolution de notre mesure ne pouvant être meilleure que 0.025 du fait de la taille des fenêtres d'interrogation utilisées lors de la mesure de SPIV (voir première partie chapitre 2.2). A titre de comparaison, les deux courbes du bas de la figure 9.23 présentent les mêmes données obtenues d'une part pour des TM73 avec anneau tournant dans le sens négatif (écoulement dynamogène rappelons-le, voir 8.2) et d'autre part pour des turbines TM60 tournant dans le sens positif sans anneau. La courbe obtenue dans le premier cas est quasiment impossible à distinguer de celle obtenue quand les turbines tournent dans le sens positif, celle obtenue avec des turbines bien différentes montrent une transition continue entre les écoulements à deux et une cellule(s).

Ainsi, en présence de l'anneau, l'écoulement obtenu en contra rotation différentielle semble séparé en deux cellules de même taille que dans l'écoulement en contra rotation exacte. Ces deux cellules présentent plus ou moins la même topologie d'écoulement, mais avec des valeurs de vitesses différentes du fait de la rotation différentielle. Une visualisation des champs de vitesses correspondants montre que dans la cellule proche de la turbine la plus rapide on n'observe pas de gradient selon l'axe du cylindre de  $v_\theta$  et qu'au contraire dans la cellule proche de la turbine la plus lente, seul l'extérieur de celle-ci est en rotation presque solide avec la turbine, son cœur tournant avec la cellule la plus rapide produisant un fort cisaillement radial, pouvant engendrer un champ magnétique azimutal à partir d'un champ radial. La figure 9.24 présente l'évolution des énergies cinétiques des composantes toroïdales et poloïdales associées à chacune des deux moitiés de l'écoulement situées de part et d'autre de l'anneau. Quand  $\theta = 0$ , l'écoulement est formé de deux cellules identiques. A mesure que  $\theta$  augmente en valeur absolue, les évolutions de chacune des deux cellules se différencient. Celle proche de la turbine la plus rapide voit son énergie toroïdale augmenter jusqu'à la transition en  $\theta = \pm 0.16$  pendant que son énergie poloïdale décroît lentement. L'autre moitié de l'écoulement suit l'évolution inverse. La différence des énergies poloïdales est nulle sauf pour  $|\theta| < 0.09$  conduisant à des rapport entre énergies poloïdales et toroïdales forts dans la cellule lente et faibles dans la cellule rapide. Ravelet a montré [101] que pour les dynamos cinématiques mettant en jeu l'écoulement moyen, l'écoulement est d'autant plus dynamogène que le rapport poloïdal sur toroïdal est important. Si ses conclusions gardent une partie de leur validité pour les régimes instationnaires, la cellule la plus lente pourrait être le moteur principal des dynamos en régime différentiel de forçage.

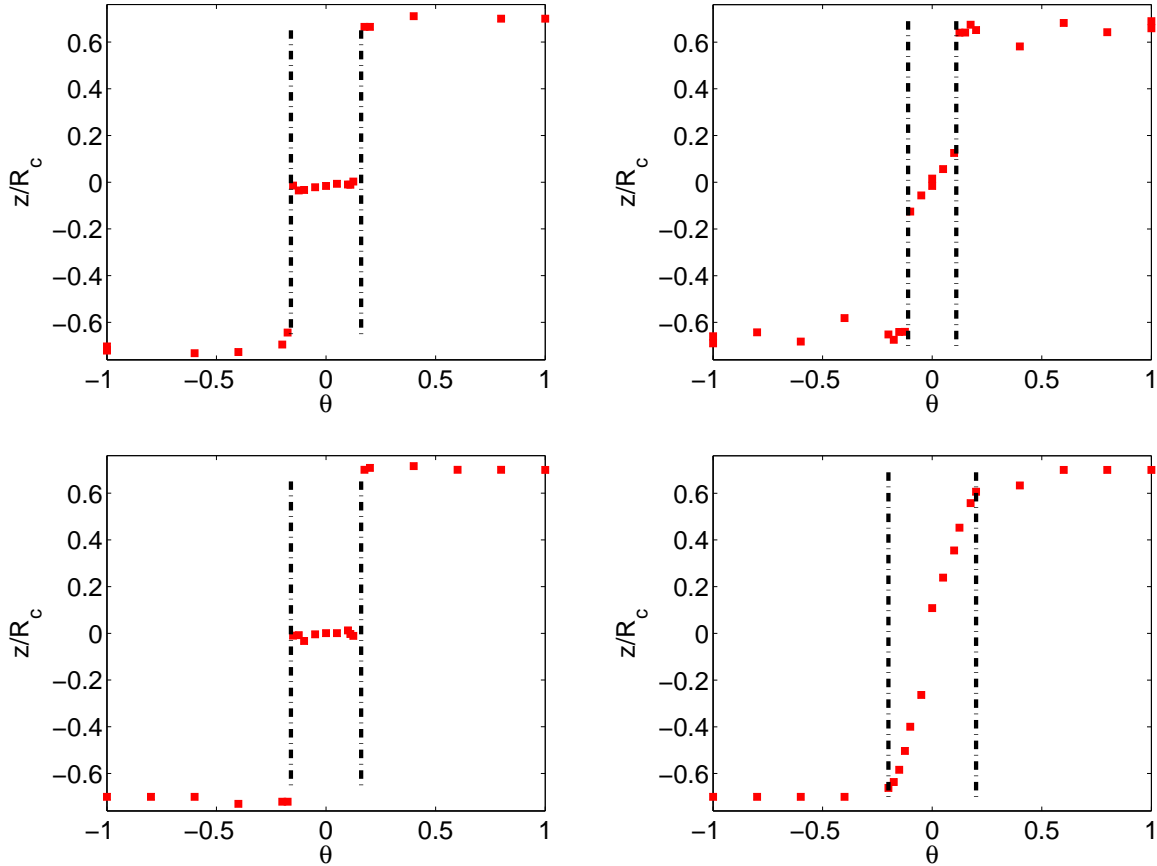


FIG. 9.23: Altitude de la couche de mélange mesurée sur l'écoulement moyen en fonction de  $\theta$ . En haut : turbines TM73 en contra rotation dans le sens positif avec anneau (à gauche) et sans anneau (à droite). En bas pour comparaison : TM73 tournant dans le sens négatif (à gauche), TM60 tournant dans le sens positif (à droite). Les barres tiretées verticales sont dans l'ordre de présentation situées en 0.16, 0.11, 0.16 et 0.2.

### 9.4.3 Mesures en sodium - Bifurcation magnétohydrodynamique

#### 9.4.3.1 Vue d'ensemble

La figure 9.25 présente l'évolution de  $K_p$  et de  $\Delta K_p$  en fonction de  $\theta$  pour l'ensemble des régimes observés dans l'expérience VKS2 lors des trois campagnes ayant mis en évidence des régimes dynamos (notons que la deuxième courbe a été symétrisée en  $\theta$  et en  $\Delta K_p$ ). Commençons par étudier la courbe de  $K_p$ . Son allure est qualitativement similaire à celle obtenue dans les expériences en eau (voir figure 9.22). En  $\theta = 0$  et en l'absence de dynamo, les  $K_p$  sont de l'ordre de 0.045, valeur de 10% inférieure à celle mesurée en eau à Saclay. On observe une sorte de plateau autour de  $\theta = 0$ , les  $K_p$  augmentant légèrement et leur différence croissant linéairement avec une pente de l'ordre de 0.066, valeur trois fois supérieure à celle mesurée en eau. Un saut brutal se produit à proximité de  $\theta = \pm 0.16$  voyant le couple adimensionnel requis pour entretenir l'écoulement diminuer pour ensuite croître à nouveau avec  $\theta$ . Cette croissance n'est pas symétrique par changement de  $\theta$  en  $-\theta$ , et ceci explique la coexistence de deux branches distinctes au-delà de  $|\theta| = 0.16$  sur la courbe  $\Delta K_p(\theta)$  symétrisée.

En accord avec les remarques faites sur le diagramme des phases à la section 9.2, les différents types de régimes dynamiques dynamos sont observés pour des valeurs de  $\theta$  différentes. Le saut

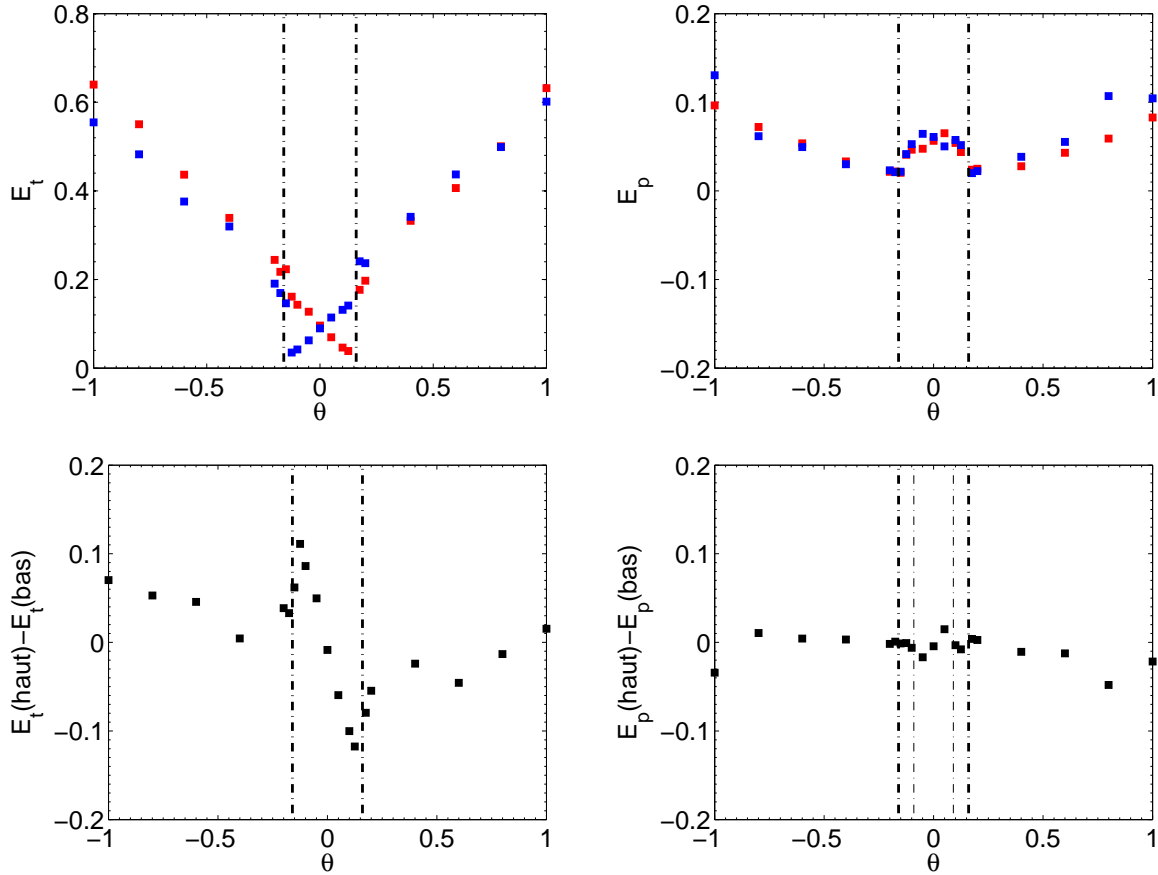


FIG. 9.24: En haut : évolution de l'énergie cinétique des composantes toroïdale (à gauche) et poloïdale (à droite) de la vitesse avec  $\theta$ , en rouge la moitié haute de l'écoulement, en bleu celle du bas. En bas : différence entre les courbes rouges et bleues des figures du haut. Quand  $\theta = 1$ , seule la turbine du haut tourne. Les lignes tiretées épaisses marquent la transition à  $\theta = \pm 0.16$ , les fines à  $\theta = \pm 0.09$ .

d'amplitude finie des  $K_p$  de chacun des moteurs est à rapprocher de celui vu dans les expériences en eau et nous incite à penser que l'écoulement passe pour ces valeurs de  $\theta$  d'une topologie à deux cellules à une topologie à une seule cellule de recirculation. La zone de l'espace des paramètres concentrant la plus grande variété de régimes dynamique se situe justement autour de cette transition hydrodynamique. Si cette analyse s'avère correcte, nous pouvons désormais considérer que les dynamos de type STAT1 et STAT2, les régimes de renversements et de basculements sont produits par un écoulement à deux cellules. Au contraire, les dynamos oscillantes, STAT3 et STAT4 ainsi que les régimes de bursts prennent naissance dans un écoulement où une seule cellule de recirculation est présente. Nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit (voir chapitre 5) qu'à proximité de la transition entre ces deux topologies d'écoulement, le niveau de fluctuations mesuré par le paramètre  $\delta$  augmente brusquement. Si ce phénomène a également lieu dans l'expérience VKS en présence de champ magnétique, l'existence des régimes de renversements et de bursts pourraient être liée à ce fort niveau de bruit autour de la transition.

**Dispersion des points :** Sur la courbe de  $K_p$ , les points associés aux renversements (en rouge) et ceux associés aux dynamos stationnaires de type STAT2 (en cyan) présentent, à  $\theta$  donné une dispersion importante liée à la dépendance en  $R_m$  des valeurs de  $K_p$ . En effet, la représentation



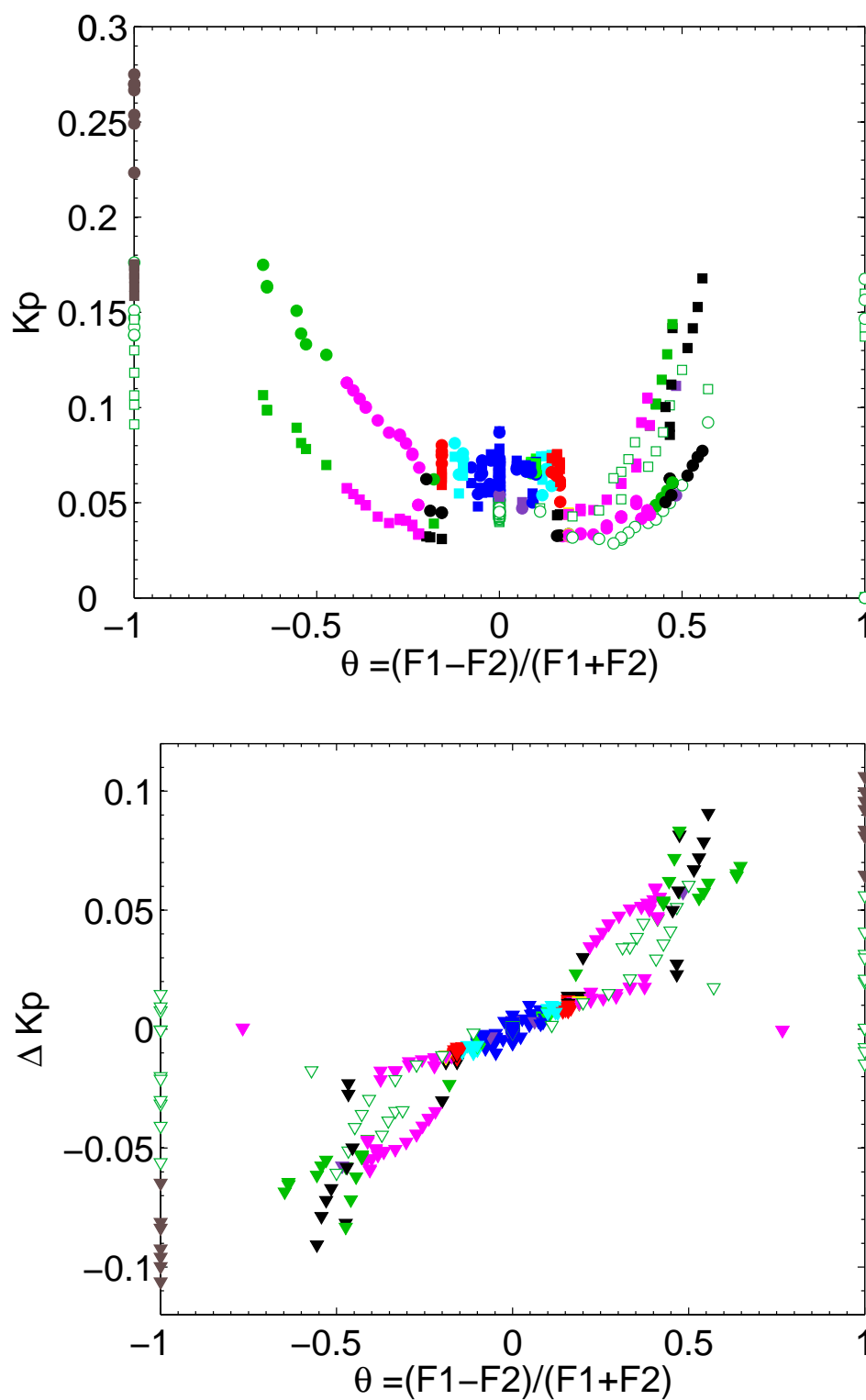


FIG. 9.25: Mesures de couple dans l'expérience VKS2 pour l'ensemble des régimes observés. En haut, le facteur de couple adimensionnel  $K_p$  en fonction du paramètre  $\theta$ . En bas, la différence des couples adimensionnels fournis par les deux turbines  $\Delta K_p$  en fonction de  $\theta$ . Cette deuxième figure a été symétrisée, en accord avec la discussion de la section 9.2. Les couleurs correspondent aux régimes dynamo, voir légende à la figure 9.10.

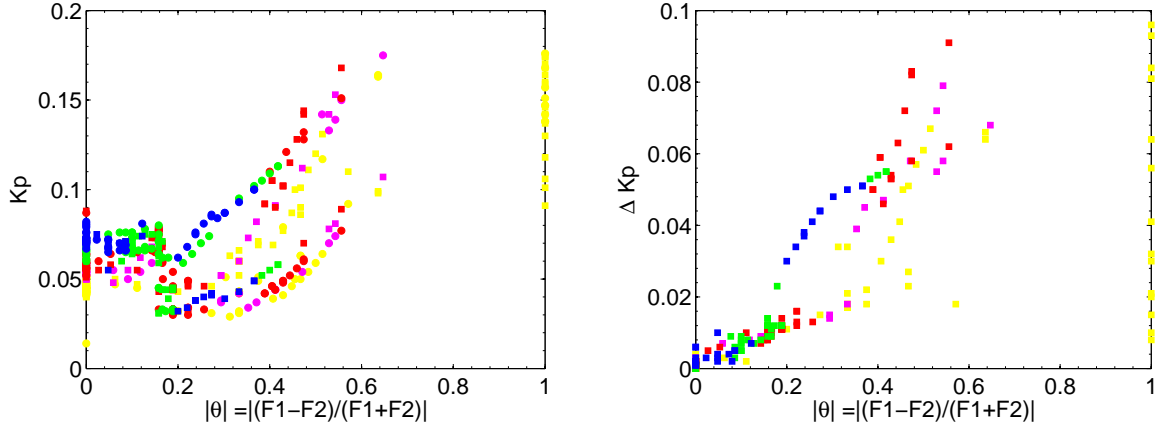


FIG. 9.26:  $K_p$  et  $\Delta K_p$  en fonction de  $\theta$ . Les couleurs sont associées à des intervalles en  $R_m$  différents : jaune ( $R_m \in [0; 32]$ ), rose ( $R_m \in [32; 34]$ ), rouge ( $R_m \in [34; 36.5]$ ), vert ( $R_m \in [36.5; 39]$ ), bleu ( $R_m \in [39; 60]$ ).

en fonction du seul paramètre  $\theta$  constitue une projection de tout un ensemble de points obtenus pour des valeurs du nombre de Reynolds magnétique allant de 0 à 45. Quand le nombre de Reynolds évolue ainsi, la valeur du champ de saturation dynamo éventuellement entretenu par l'écoulement est elle aussi susceptible de varier énormément, conduisant à des puissances requises et donc à des  $K_p$  d'autant plus importants que le champ de saturation est fort. Nous avons tracé de façon systématique la courbe  $K_p(\theta)$  pour des intervalles de  $R_m$  successifs afin de vérifier cette dépendance. Ces courbes sont présentées à la figure 9.26. L'idéal pour notre étude serait d'avoir à notre disposition des points de mesures obtenus à tout  $R_m$  et tout  $\theta$  sur un maillage assez dense pour pouvoir effectivement isoler la dépendance en chacun de ces paramètres du  $K_p$ . Une telle exploration, même dans un système ne présentant aucune hystérésis, représente un temps d'expérience considérable bien supérieur à trois campagnes d'une semaine. Même dans un futur proche, il paraît exclu de pouvoir compter sur de telles données.

**Symétries :** Les parties gauche et droite de la courbe  $K_p(\theta)$  associées respectivement aux valeurs négatives et positives de  $\theta$  ont des comportements quantitatifs et qualitatifs bien différents. Aux  $\theta$  positifs, on observe une sorte de plateau s'étendant depuis la valeur de transition 0.16 jusqu'à 0.27. Ce plateau n'apparaît pas sur la partie correspondante de la courbe aux valeurs négatives de  $\theta$ . De même, le  $K_p$  croît beaucoup plus rapidement avec  $\theta$  dans la partie positive que dans la partie négative. Ces asymétries se retrouvent très bien sur la courbe présentant la différence de couples adimensionnels ( $\Delta K_p$ ). Au-delà de  $|\theta| = 0.16$ , deux branches bien distinctes coexistent : une "linéaire" prolongeant la branche à  $|\theta| < 0.16$ , l'autre croissant à partir de celle-ci. La branche linéaire étant associée aux valeurs de  $R_m$  inférieures à 36.5 et l'autre aux valeurs supérieures, nous concluons que l'existence de ces deux branches est plutôt un effet du nombre de Reynolds magnétique que d'une asymétrie aussi forte du dispositif.

#### 9.4.4 Conclusions

Même si les allures des courbes  $K_p(\theta)$  et  $\Delta K_p(\theta)$  obtenues dans l'expérience VKS2 sont qualitativement comparables à celles obtenues en eau, force est de constater que cette comparaison ne saurait être quantitative et l'étude que nous venons de faire révèle sans ambiguïté les différences profondes qui distinguent ces deux expériences. La première différence notable est quantitative et concerne la pente de la courbe aux petites valeurs de  $\theta$ . Celle-ci est de 0.024 en eau et de 0.066 à Cadarache. Les deux autres différences sont elles qualitatives. Cette branche "linéaire"

de  $\Delta K_p(\theta)$  existe dans l'expérience en sodium bien au-delà de  $\theta = \pm 0.16$  et coexiste avec une branche plus haute associée aux valeurs de  $R_m$  plus importantes. D'une manière générale, ce diagramme de bifurcation dans le plan  $(\Delta K_p, \theta)$  est beaucoup plus riche dans l'expérience en sodium traduisant la coexistence et les interactions de modes hydrodynamiques et magnétiques. Le champ dynamo atteint une valeur de saturation parce que les forces de Lorentz entrent en jeu en rétroagissant sur l'écoulement. Cette rétroaction est assez importante pour modifier qualitativement la bifurcation hydrodynamique et, a priori, seules des mesures de vitesse conduites en parallèle des mesures magnétiques et mécaniques dans l'expérience VKS2 permettraient d'en apprendre réellement d'avantage. L'étude plus fine de la puissance consommée par l'expérience en présence et en absence de champ dynamo va tout de même nous fournir quelques éléments de réponse.

## 9.5 Puissance dans l'expérience VKS2

L'effet dynamo consiste en la transformation d'énergie mécanique en énergie magnétique. Les bilans d'énergie ou de puissance se révèlent être d'un intérêt majeur. Quelle partie de la puissance fournie aux moteurs sert-elle à entretenir le champ magnétique ? Comment l'évaluer précisément compte-tenu des rétroactions du champ dynamo sur l'écoulement ?

### 9.5.1 Régime de contra rotation exacte

Partant du plus simple, nous allons d'abord étudier la puissance dans les régimes de contra rotation exacte. Tant qu'aucun effet dynamo n'est observé, la puissance injectée dans l'expérience sert à entretenir la turbulence et le couple dimensionnel doit croître avec la fréquence de rotation des turbines au carré, le facteur adimensionnel correspondant  $K_p$  doit alors être constant et indépendant du nombre de Reynolds [11; 65; 99]. La figure 9.27 présente la variation de ces deux grandeurs dans l'expérience VKS2 en fonction respectivement de la fréquence de rotation des turbines  $F$  et du nombre de Reynolds magnétique pour des expériences induisant ou non un effet dynamo. Les données sont obtenues avec des turbines de type TM73 dans l'expérience avec anneau. Les mesures sans dynamo correspondent à la campagne VKS2f (turbines en inox), celles avec dynamo aux campagnes VKS2g, VKS2h et VKS2i (turbines en fer pur). La différence de géométrie entre les deux jeux de turbines employés est liée simplement à la précision de l'usinage et est clairement du deuxième ordre ici.

En l'absence de champ dynamo, la dépendance quadratique du couple dimensionnel en la fréquence des turbines est bien respectée, le coefficient  $K_p$  mesuré par ajustement non linéaire est de 0.045, valeur, nous l'avons déjà dit, tout à fait en accord avec les mesures équivalentes réalisées en eau conduisant à  $K_p = 0.050$ . Dès lors qu'un champ magnétique intense est généré par l'écoulement, le couple fourni par les moteurs change de comportement et devient supérieur à cette loi (les points bleus de la figure de gauche de la figure 9.27 s'écartent progressivement des points rouges). Ce surcoût de puissance est encore plus visible sur la partie droite de cette même figure. On y voit le  $K_p$  rester constant jusqu'aux valeurs du nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de 32 puis croître brusquement au-delà pour entretenir le champ dynamo. A partir de ces données, sans analyse supplémentaire, on peut estimer que la puissance requise par la dynamo est au moins de l'ordre de 10% de la puissance requise pour entraîner le fluide. Ceci est loin de l'équipartition de l'énergie qui pourrait être attendue ici. Nous reviendrons sur ce point quand nous étudierons le bilan énergétique de l'expérience VKS2 à la fin de cette section.

**Remarque :** Nous avons signalé en introduisant l'article sur les phénomènes d'induction (voir section 7.2) que le couple fourni par les moteurs lors de la campagne VKS2f changeait de comportement autour de  $R_m \simeq 32$ . La figure 9.28 présente le couple dimensionnel mesuré lors de cette

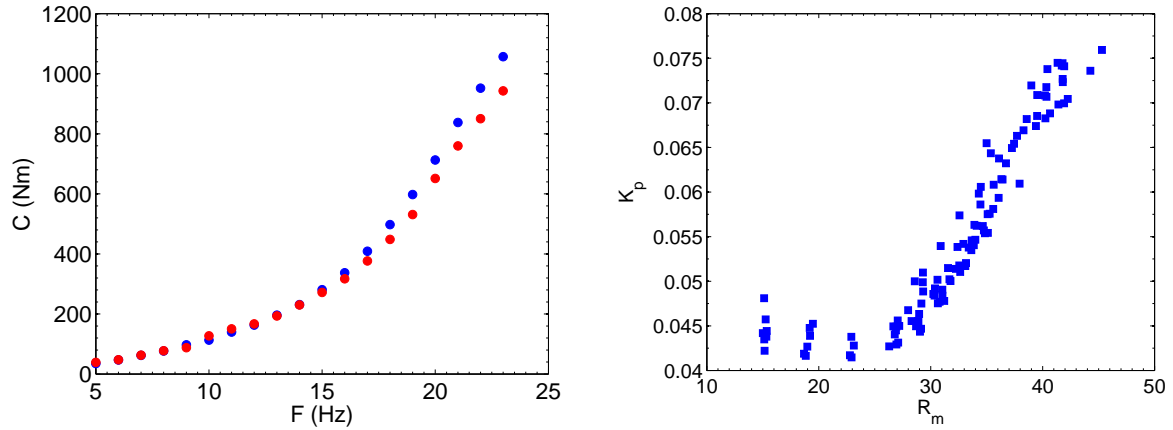


FIG. 9.27: Mesures de couple dans l'expérience VKS2 en régime de contra rotation exacte. A gauche couple dimensionnel en fonction de la fréquence  $F$  : en rouge, mesure en l'absence de champ dynamo, en bleu avec champ dynamo. A droite, facteur de couple adimensionnel  $K_p$  en fonction du nombre de Reynolds magnétique.

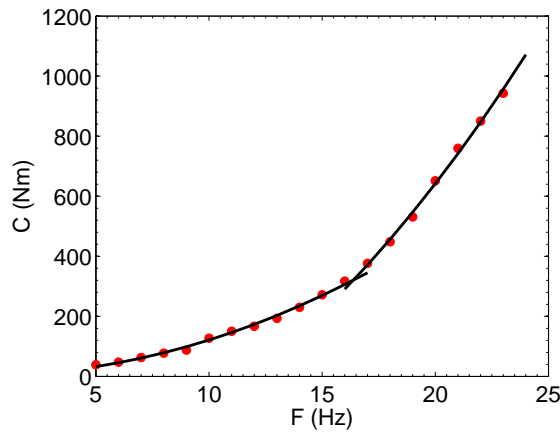


FIG. 9.28: Mesures de couple lors de la campagne VKS2f en régime de contra rotation exacte. En rouge les mesures brutes, en noir deux ajustements quadratiques.

campagne en fonction de la fréquence des moteurs. Deux ajustements quadratiques différents sont requis pour ajuster les données expérimentales. Le premier pour la gamme de fréquence  $F \in [6; 16]$  *i.e.*  $R_m \in [11; 31]$ , le second pour la gamme  $F \in [17; 25]$  *i.e.*  $R_m \in [33; 48]$ . Ce changement de scaling est pour l'instant inexpliqué mais doit être lié au changement de comportement de l'induction ayant lieu aux mêmes valeurs de  $R_m$ .

### 9.5.2 Puissance et champ magnétique

L'étude de l'évolution de la puissance fournie par les moteurs en fonctions des paramètres de forçage, a révélé l'existence d'interactions complexes entre les caractères hydrodynamique et magnétohydrodynamique de l'expérience VKS2. Nous allons ici nous intéresser à la dépendance de la puissance avec la valeur du champ de saturation dans l'expérience. L'expérience VKS n'est pas une simulation numérique, et de ce fait, le champ magnétique n'est mesuré qu'en un nombre restreint de points et il nous est alors impossible d'avoir accès à la densité d'énergie magnétique

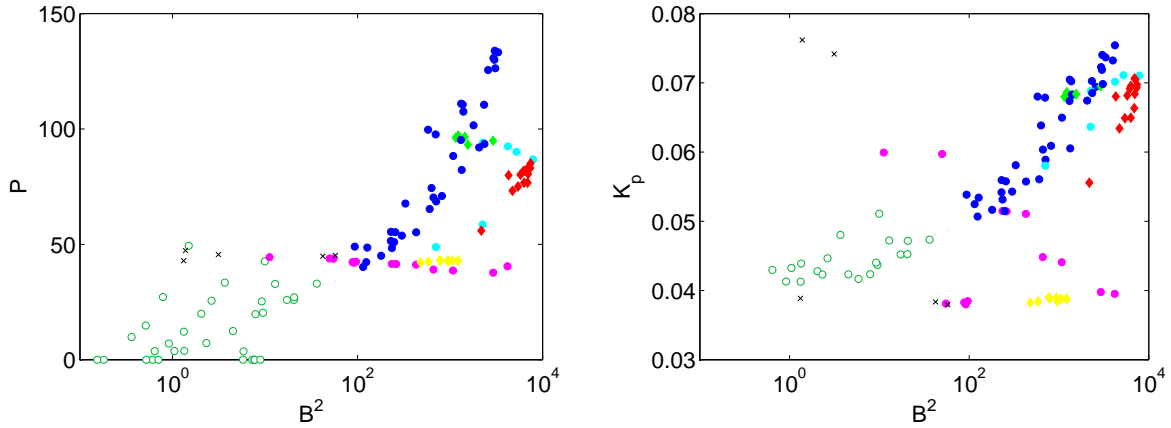


FIG. 9.29: Puissance en kW (à gauche) et  $K_p$  (à droite) en fonction de la norme du champ magnétique dans l'expérience VKS2h. Les couleurs correspondent aux régimes dynamo, voir légende à la figure 9.10.

générée par effet dynamo qui serait la grandeur la plus pertinente pour mener notre étude. Sur les courbes que nous allons présenter ici, le champ magnétique sera représenté par sa norme en un point de l'expérience. La structure spatiale des modes dynamos est susceptible d'être très différente d'un mode à l'autre et les analyses que nous allons faire seront donc à nuancer.

La figure 9.29 présente l'évolution de la puissance dimensionnelle en kW fournie par les moteurs en fonction de la norme du champ magnétique au carré mesurée en un point en échelle logarithmique. Nous ne présentons que des mesures réalisées lors de la campagne VKS2h afin que le point où le champ magnétique est mesuré soit toujours le même. Cette figure fait apparaître plusieurs branches traduisant des comportements bien distincts.

Les cercles vides et les points bleus correspondant régimes de contra rotation exacte se répartissent de façon un peu dispersée le long d'une courbe croissante dont la dérivée augmente brusquement au seuil dynamo ( $B^2 \sim 100$ ). Les régimes de renversements (points rouges) et les dynamos de type STAT2 semblent évoluer sur une courbe plus ou moins parallèle, les champs magnétiques engendrés à puissance égale étant plus intenses (du moins au point considéré). Par opposition, les régimes éteints (croix), les dynamos de type STAT3 (ronds roses) et les régimes de bursts (ronds jaunes) sont tous situés sur une droite horizontale correspondant à une puissance de 50kW indépendante de l'amplitude du champ magnétique généré. Ces derniers régimes dynamos nécessitent extrêmement peu de puissance pour entretenir des champs magnétiques néanmoins intenses.

### 9.5.3 Transfert de puissance

Le bilan énergétique de l'expérience VKS2 peut s'écrire de la façon suivante :

$$P_T = P_V + P_B \quad (9.2)$$

où  $P_T$  est la puissance totale fournie par les moteurs,  $P_V$  est la puissance utilisée pour entraîner le fluide et  $P_B$  la puissance entretenant le champ magnétique. La vitesse  $V$  de l'écoulement peut se décomposer en deux termes :  $V = \bar{V} + v'$ .  $\bar{V}$  représente l'écoulement moyen et  $v'$  les fluctuations. Nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit qu'une grande partie de l'énergie cinétique est contenue dans les fluctuations. En l'absence d'effet dynamo,  $P_B$  est nulle et toute la puissance sert à entretenir d'une part les fluctuations et d'autre part l'écoulement moyen. Dès lors qu'un effet dynamo se manifeste, un champ magnétique intense est engendré par l'écoulement et  $P_B$  n'est plus nulle. Il serait tentant d'évaluer  $P_B$  en faisant la différence entre la

puissance totale fournie  $P_T$  et  $P_V$  obtenue dans des conditions hydrodynamiques identiques en l'absence d'effet dynamo. Ceci conduit en contra rotation exacte à un ratio  $P_B/P_V$  de l'ordre de 10% comme nous l'avons déjà signalé. Néanmoins, cette estimation ne peut que constituer une borne inférieure dans la mesure où dès lors qu'il y a effet dynamo, il y a rétroaction du champ magnétique sur le champ de vitesse via les forces de Lorentz et l'écoulement en présence ou non de dynamo est donc a priori différent. Les dynamos de type STAT3 qui voient le champ qui leur est associé croître à puissance totale constante sont la preuve qu'en présence de dynamo la puissance purement mécanique  $P_V$  requise pour faire tourner les turbines à une vitesse donnée peut être inférieure à ce qu'elle serait en l'absence d'effet magnétique. Intuitivement, il paraît très vraisemblable que l'écoulement moyen soit peu affecté par les champs magnétiques dynamos et que la différence quantitative de puissance mécanique requise s'explique par une diminution du niveau de fluctuations dans l'écoulement. Les simulations numériques ainsi que les expériences de magnéto-hydrodynamique à fort champ imposé (*i.e.* à paramètre d'interaction élevé) pourraient ici nous permettre de répondre à énormément de questions. La figure 9.30 présente l'évolution simultanée du paramètre  $\delta$  introduit dans la première partie de ce manuscrit (voir 5.2) et de la norme du champ magnétique dans des simulations numériques dynamos réalisées avec un forçage de type Taylor-Green par Laval et *al* [56]. Chaque simulation diffère par l'amplitude du champ magnétique extérieur imposé qui varie d'un facteur 10 d'une simulation à l'autre. Pour les trois simulations, la valeur de  $\delta$  est fortement anti-corrélée à l'intensité du champ magnétique. Plus celui-ci est fort, moins les fluctuations de l'écoulement contiennent d'énergie. Ceci va dans le sens de notre première intuition et nous incite à chercher à être plus quantitatifs. Dans le cadre de la décomposition de Reynolds  $V = \bar{V} + v'$ , nous pouvons décomposer le terme  $P_V$  en une part associée à l'écoulement moyen et une part associée aux fluctuations :

$$P_V = P_{\bar{V}} + P_{v'} \quad (9.3)$$

Les travaux de Marié [68; 65], par des mesures conjuguées de couple fourni par les moteurs et de vélocimétrie permet, pour l'écoulement de von Kármán en eau, d'obtenir une évaluation de ces deux termes. La figure 9.31 présente les flux de moment cinétique adimensionnels transportés par l'écoulement moyen d'une part (zones gris foncé) et par les fluctuations d'autre part (zone gris clair). La somme de ces deux termes apparaît à peu près constante et égale au couple total fourni par les moteurs (ligne horizontale pleine). Le ratio des aires des zones grises représente le rapport des  $K_p$  consommés par les fluctuations et par l'écoulement moyen, celui-ci est de l'ordre de  $P_{\bar{V}}/P_{v'} \simeq 2$  pour l'expérience présentée qui est réalisée à haut Reynolds avec des turbines de type TM60 sans anneau. Florent Ravelet [99] a réalisé les mêmes mesures pour cinq jeux de turbines différentes par leur taille et par la courbure de leurs pales et a ainsi montré que dans chaque cas on retrouve la courbe de Marié. Il a également comparé les courbes obtenues en présence ou non d'un anneau dans le plan équatorial et il ressort de son étude qu'en présence d'un anneau, le rapport des puissances associées à l'écoulement moyen et aux fluctuations change quantitativement :  $P_{\bar{V}}/P_{v'} \simeq 7$ . Ainsi, 15% de la puissance consommée par les moteurs serviraient à entretenir les fluctuations dans l'expérience VKS. En présence d'un champ fort, cette part diminuerait au profit de la dynamo.

#### 9.5.4 Conclusions

Tout comme l'étude statistique menée à la section 9.3, l'étude de la puissance mise en jeu dans l'expérience VKS2 montre une grande disparité entre les différents régimes dynamos, certains requérant toute la puissance disponible pour entretenir des champs très faibles, d'autres demandant peu de puissance pour maintenir des champs intenses. Nous montrons que la façon dont se répartit la puissance pour entretenir d'une part l'écoulement et d'autre part le champ magnétique, ne peut pas se comprendre sans prendre en compte la rétroaction du champ magnétique sur

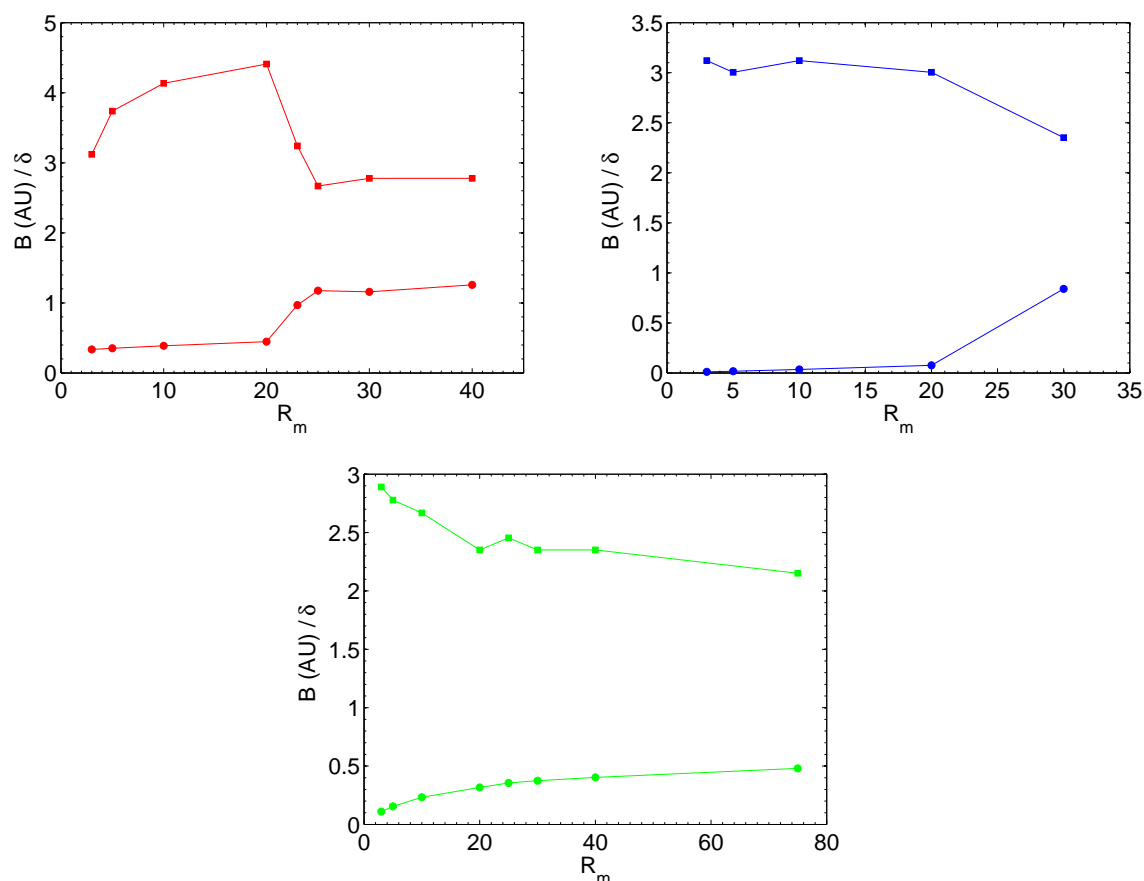


FIG. 9.30: Evolutions simultanées du paramètre  $\delta$  mesurant le niveau de fluctuation d'un écoulement et de la norme du champ magnétique en fonction du nombre de Reynolds magnétique dans trois types de simulations numériques directes réalisées avec un forçage Taylor-Green. Les cercles correspondent à  $\delta$ , les carrés à la norme du champ. De gauche à droite : T1, T01, T001.

l'écoulement. Dans l'attente de l'installation de mesures de vitesse dans l'expérience VKS, les simulations numériques et les expériences en présence de forts champs magnétiques telles que DTS [78] peuvent seules nous permettre de mieux comprendre les effets de cette rétroaction.

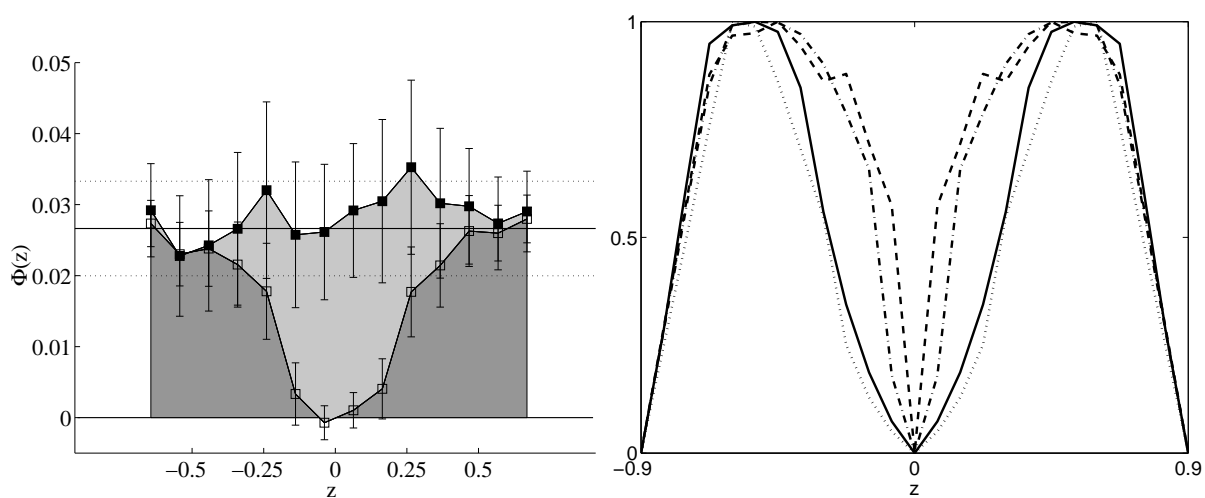


FIG. 9.31: Flux de moment cinétique adimensionnel en fonction de l'altitude  $z/R_c$ . A gauche : la zone sombre représente le transport convectif par l'écoulement moyen, la zone claire par les fluctuations. Les carrés pleins représentent la somme des deux contributions et la ligne pleine le couple moyen adimensionné fournit par les turbines. A droite : les mêmes courbes renormalisées par le  $K_p$  pour un ensemble de forçages. En particulier pour des turbines TM73 tournant dans le sens positif : ligne continue : sans anneau, ligne mixte : avec anneau.





# Conclusions à l'étude de l'effet dynamo dans l'expérience VKS

---

L'expérience VKS a permis pour la première fois l'observation d'un effet dynamo stationnaire dans un écoulement non contraint de sodium liquide. La configuration qui a permis ce succès met en jeu des turbines en fer pur tournant en contra rotation exacte, une chemise en cuivre (permettant à l'écoulement d'être entouré d'une couche de sodium au repos) et un anneau ayant pour effet de réduire l'activité des fluctuations lentes à grande échelle. Cette configuration est essentiellement le fruit d'une optimisation réalisée à l'aide de simulations de dynamos cinématiques utilisant l'écoulement moyenné en temps. Le seuil d'apparition de l'instabilité et le mode neutre observés dans l'expérience de Cadarache ne sont pas ceux prédits par ces simulations. Le rôle exact joué par chacune des innovations modifiant les conditions aux limites mécaniques, magnétiques ou électriques est pour l'instant incompris et les deux futures campagnes de mesures à Cadarache devraient permettre d'en savoir davantage.

Dans les régimes de forçage asymétriques, des effets dynamos sont également observés. La nature de la dynamique du champ magnétique auto-entretenu dépend alors de l'importance de cette asymétrie et un grand nombre de régimes dynamiques sont observés (dynamos stationnaires, oscillantes, présentant des renversements erratiques, intermittentes). Les transitions d'une dynamique à l'autre semblent gouvernées par les valeurs de deux paramètres de contrôle : le nombre de Reynolds magnétique basé sur le cisaillement moyen produit par les turbines d'une part et la part de rotation globale induite par l'asymétrie du forçage d'autre part. En revanche, l'identification d'un paramètre d'ordre unique pour décrire l'ensemble de ces transitions n'est pas évidente. L'étude conjointe des bifurcations hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques de l'écoulement de von Kármán nous a permis de montrer que cette grande variété de comportements résulte d'interactions entre ces deux familles de bifurcations. Nous avons montré que la puissance requise pour entretenir d'une part l'écoulement et d'autre part le champ dynamo variait considérablement d'un régime dynamique à l'autre. Le rôle joué par la rétroaction exercée sur l'écoulement par la force de Lorentz est alors crucial et seules des mesures de vitesses menées conjointement à celles de champ magnétique dans l'expérience VKS nous permettront de comprendre la nature exacte de cette rétroaction.



# Conclusion générale



Notre travail a eu deux objets principaux. D'une part l'étude de l'effet dynamo dans l'expérience VKS et d'autre part l'étude expérimentale de la turbulence en géométrie axisymétrique dans le cadre d'une mécanique statistique originale développée par Leprovost, Dubrulle et Chavanis pour des écoulements non visqueux en l'absence de forçage. Le point commun de ces deux thématiques est l'écoulement considéré : l'écoulement de von Kármán.

L'étude statistique réalisée sur l'écoulement en eau à Saclay a montré qu'il est possible de décrire les états stationnaires observés à l'aide d'un petit jeu de paramètres scalaires dont l'évolution avec le nombre de Reynolds ou la nature du forçage permet une caractérisation quantitative des écoulements moyens. A haut nombre de Reynolds, l'écoulement de von Kármán dans le cœur du cylindre d'expérience est proche d'un écoulement analytique de Beltrami pour lequel vitesse et vorticités sont alignées. Cette proximité a suggéré deux études théoriques dans le cadre de la mécanique statistique pour les écoulements de Beltrami : d'une part la dérivation de deux théorèmes de type fluctuation-dissipation et d'autre part une tentative de classification synthétique des solutions stationnaires stables en lien avec l'étude expérimentale des bifurcations hydrodynamiques de l'écoulement de von Kármán. D'un point de vue expérimental, les deux relations de fluctuation-dissipation sont mesurées de façon très reproductible dans l'écoulement réel et les paramètres thermodynamiques associés sont quantitativement en accord avec le cadre théorique traduisant que les états d'équilibre associés aux écoulements de von Kármán étudiés sont des solutions stationnaires de l'équation d'Euler ce qui n'a rien d'évident a priori. La classification des diverses bifurcations de l'écoulement dans le cadre Beltrami devrait permettre de retrouver qualitativement la phénoménologie des écoulements de von Kármán. En conclusion, l'approche statistique de la turbulence axisymétrique offre un cadre original et pertinent permettant d'appréhender de façon synthétique les écoulements étudiés. Dans ce cadre, les écoulements de Beltrami jouent un rôle central, apparaissant comme les écoulements modèles, limite idéale des écoulements de von Kármán que nous avons étudiés. Il serait maintenant intéressant de réaliser une étude plus systématique des rôles joués par le forçage et par la dissipation sur les différents paramètres thermodynamiques mesurables dans l'écoulement de von Kármán ainsi que dans d'autres écoulements axisymétriques.

Nous avons eu la chance, au cours de cette thèse, d'observer pour la première fois un effet dynamo dans un écoulement non contraint de sodium liquide dans l'expérience modèle VKS2. L'ensemble des régimes de contra rotation accessibles a été exploré et dessine un espace des paramètres complexe dans lequel une grande variété de dynamiques de champ magnétique existe. Les transitions entre ces différentes dynamiques sont gouvernées par la rotation globale et font de l'expérience VKS2 un bon paradigme pour tenter d'isoler les mécanismes responsables des champs magnétiques astrophysiques dont les dynamiques sont assez bien reproduites par l'expérience. La configuration à succès met en jeu plusieurs innovations modifiant l'ensemble des conditions limites mécaniques, magnétiques et électriques par rapport au dispositif original VKS1 et nous attendons avec impatience les résultats des deux prochaines campagnes de mesures qui devraient permettre de comprendre le rôle joué par chacune d'entre elles.

Grâce aux mesures de vélocimétries mises en place sur l'expérience en eau, nous avons pu étudier les bifurcations hydrodynamiques de l'écoulement de von Kármán à l'aide des champs de vitesse moyens et de leurs fluctuations. Ce travail a pu être mené en parallèle à l'aide de mesures de puissance sur l'expérience VKS2 et a montré que l'espace des phases des régimes dynamos résulte des interactions entre les bifurcations hydrodynamiques et magnétiques. Ce couplage se faisant essentiellement via la rétroaction de la force de Lorentz, il est capital de mettre en place des mesures de vitesse dans l'expérience dynamogène afin de comprendre comment l'écoulement est altéré par les champs magnétiques intenses qu'il engendre. Ces mesures de vitesse pourraient par ailleurs être exploitées pour mettre en place, dans l'expérience VKS2, une approche statistique similaire à celle que nous avons développée pour l'écoulement en eau. Leprovost Dubrulle et Chavanis ont en effet dérivé une mécanique statistique en géométrie axisymétrique pour les

écoulements MHD et les résultats que nous avons obtenus en eau dans ce cadre original incitent à utiliser ce formalisme pour étudier l'effet dynamo dans l'expérience VKS2 également.

La bifurcation turbulente de l'écoulement de von Kármán étudiée par Ravelet a montré une phénoménologie proche de situations naturelles telles que les circulations océaniques ou atmosphériques. La bifurcation magnétohydrodynamique reproduit, elle, la grande variété de dynamiques des champs magnétiques astrophysiques. Dans les deux cas, l'expérience pleinement turbulente semble se comporter comme un système dynamique à petit nombre de degrés de liberté susceptible de contenir les ingrédients minima requis pour expliquer les mécanismes élémentaires à l'origine de phénomènes naturels pour lesquels des mesures précises sont difficiles à réaliser. L'écoulement de von Kármán montre ici sa capacité d'écoulement modèle.

## Troisième partie

# Annexes





# Convergence

---

## A.1 Convergence

### A.1.1 Position du problème

Ce travail sur la convergence a été motivé au départ par une question simple posée au moment où nous avons mis en place le système de PIV. En effet, les données de PIV sont lourdes en terme de taille mémoire et de temps de calcul. Il nous est donc apparu comme essentiel de pouvoir minimiser la quantité de clichés et donc la durée des acquisitions tout en étant sûr d’avoir accès aux grandeurs statistiques qui nous intéressaient. En particulier, nous voulions être sûr d’avoir au moins un écoulement moyen bien convergé, c’est pourquoi nous avons cherché à quantifier la vitesse de convergence de l’écoulement étudié vers sa moyenne.

#### A.1.1.1 Ecoulement moyen - Existence

Tout au long de ce manuscrit, nous évoquons l’écoulement moyenné dans le temps et les structures lentes de la couche de mélange du von Kármán. Nous venons de présenter les différentes topologies des écoulements moyens attendus suivant les forçages utilisés sans dire de quelle façon cette moyenne est réalisée. En pratique, ces moyennes sont simplement faites sur des réalisations successives de la façon la plus commune qui soit :

$$\langle U \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U(n) \quad (\text{A.1})$$

où  $\langle U \rangle$  est assimilé à la moyenne temporelle de  $U$ ,  $U(n)$  est la  $n^{ieme}$  acquisition de  $U$ . Nous employons le terme “assimilé” car la moyenne que nous faisons est statistique. Si la fréquence d’acquisition est élevée devant les temps de forçage par exemple, cette moyenne statistique sera aussi une moyenne temporelle, c’est le cas des mesures par LDV. Au contraire en SPIV, où la fréquence d’acquisition est de l’ordre de 1Hz, deux acquisitions successives peuvent être très décorréllées et il est plus difficile de parler de moyenne temporelle quand on emploie la formule A.1.

#### A.1.1.2 Deux notions de convergence

D’une manière générale en statistique, on distingue la moyenne théorique d’une série suivant une certaine loi de probabilité de la moyenne estimée à partir de mesures. Une question qui vient alors naturellement à l’esprit est de savoir comment la qualité de l’estimation est liée à la longueur et la fréquence d’acquisition de la série de mesure. Nous pouvons distinguer deux

mécanismes assurant la convergence. Le premier est physique et lié à la nature de l'écoulement : un signal réel issu d'une mesure de vitesse turbulente présente des structures à toutes les échelles de temps. Pour que l'enregistrement d'un tel signal ait une moyenne convergée, le minimum pourrait être d'acquérir plus longtemps que les temps de vie les plus longs des structures cohérentes. Le deuxième est purement statistique et lié au théorème de la limite centrale : si une série statistique regroupe des événements indépendants de même loi quelconque, leur somme converge vers une loi gaussienne avec une vitesse de l'ordre de  $1/\sqrt{N}$ ,  $N$  étant le nombre de termes de la somme. Nous pouvons remarquer que, étant donnée l'imprédictibilité et l'apparente chaoticité des signaux turbulents, le temps de corrélation en un point entre deux mesures peut être petit devant la durée totale de la mesure voire même devant le temps entre deux acquisitions successives. Nous nous efforcerons de garder ces notions à l'esprit pour commenter les résultats qui vont suivre.

### A.1.2 Définitions

Pour observer la vitesse et le mode de convergence d'un signal vers sa moyenne, nous avons, à partir d'une séquence de mesure PIV de 5000 instantanés, calculé des moyennes sur des échantillons de tailles variables. Ensuite, il a fallu se doter d'un moyen de comparer ces moyennes "relatives" à la moyenne obtenue sur tout le signal. Nous présentons ces définitions avec un champ de vitesse à deux composantes, l'extension à trois composantes de ces définitions est évidente.

Un instantané du signal sera noté :

$$(U_{i,j}(k), V_{i,j}(k)) \quad (\text{A.2})$$

avec :

- $(U, V)$  les deux composantes du champs de vecteur.
- $(i, j)$  les deux coordonnées spatiales discrètes définies sur  $\mathcal{D}_{ij}$  l'espace de travail considéré.
- $k$  l'index de la réalisation considérée,  $k \in [1, N]$ . Notons que  $k/f_{ech}$  avec  $f_{ech}$  la fréquence d'échantillonnage est le temps auquel la  $k^{ieme}$  réalisation a été acquise. Nous emploierons donc indifféremment le temps  $k$  ou la  $k^{ieme}$  réalisation.

La moyenne sur un horizon de longueur  $p$  à partir du temps  $q$  sera notée :

$$(\overline{U_{i,j}^{p,q}}, \overline{V_{i,j}^{p,q}}) = \frac{1}{p} \sum_{k=q}^{q+p-1} (U_{i,j}(k), V_{i,j}(k)) \quad (\text{A.3})$$

avec  $q \in Q = [q_1, q_2, \dots, q_{max}]$ , les  $q_i$  étant répartis de façon à avoir un recouvrement plus ou moins grand entre les différentes estimations de la moyenne sur un même horizon  $p$ . En particulier, la moyenne de référence par rapport à laquelle on calculera les écarts sera notée :

$$(\overline{U_{i,j}}, \overline{V_{i,j}}) \quad (\text{A.4})$$

Pour étudier la convergence, si on se contente de calculer une moyenne sur un horizon  $p$  pour chaque  $p \in [1, N]$  et qu'on trace naïvement l'écart à la moyenne finale en fonction de  $p$ , on obtient une courbe très bruitée difficile à interpréter. Il est donc nécessaire de profiter de la longueur du signal pour calculer les  $\overline{U_{i,j}^{p,q}}$  et de faire la moyenne sur  $q$  des écarts obtenus afin d'obtenir une courbe d'écart en fonction de  $p$  lissée. On introduit l'écart quadratique moyen entre une moyenne "partielle" et la moyenne de référence par :

$$\Delta_{p,q,N} = \frac{\sum_{i,j} (\overline{U_{i,j}^{p,q}} - \overline{U_{i,j}})^2 + (\overline{V_{i,j}^{p,q}} - \overline{V_{i,j}})^2}{\sum_{i,j} \overline{U_{i,j}}^2 + \overline{V_{i,j}}^2} \quad (\text{A.5})$$

On note que cet écart est calculé point par point (en espace) puis moyenné sur tout l'espace de travail  $\mathcal{D}_{ij}$ . Enfin, il est normalisé par  $\sum_{i,j} \overline{U_{i,j}}^2 + \overline{V_{i,j}}^2$ , qui est la norme au carré de la moyenne

de référence.

Enfin, dernière étape, on va lisser la courbe de convergence en moyennant les  $\Delta^{p,q,N}$  sur  $p$ . On obtient ainsi l'écart moyen à la moyenne de référence des moyennes réalisées sur un horizon  $p$  :

$$\Delta^{p,N} = \frac{1}{\text{Card}(Q)} \sum_{q \in Q} \Delta^{p,q,N} \quad (\text{A.6})$$

### A.1.2.1 Remarques

Suivant que  $\mathcal{D}_{ij}$  représente l'ensemble de l'écoulement ou une partie de celui-ci, voire même un seul point, nous pouvons tirer des informations globales ou locales sur la vitesse de convergence de l'écoulement vers sa moyenne et notamment tester l'inhomogénéité de cette convergence.  $(\overline{U}_{i,j}, \overline{V}_{i,j})$  est la moyenne de référence à partir de laquelle on calcul les écarts. Il n'est pas évident de la choisir : si on prend la moyenne des  $N$  réalisations étudiées, alors le signal des  $\Delta^{p,N}$  tend forcément vers 0 à mesure que  $p$  tend vers  $N$  et s'annule pour  $p = N$ . Une alternative est de considérer une moyenne statistique obtenue à partir d'expériences réalisées des jours différents, voire même à des vitesses de rotation des moteurs différentes en utilisant l'identité des champs adimensionnés moyens pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds. Nous avons choisi d'utiliser cette dernière option.

## A.1.3 Résultats

### A.1.3.1 Observation globale

Dans un premier temps, nous avons utilisé comme ensemble de définition  $\mathcal{D}_{ij}$  l'ensemble de la zone mesurée dans l'écoulement, à savoir tout un plan méridien. La figure A.1 présente les courbes de convergence d'écoulements forcés à 4Hz par des turbines TM60. Suivant le sens de rotation des turbines, la convergence est plus ou moins rapide. L'écoulement forcé par les turbines tournant dans le sens positif est beaucoup moins fluctuant et converge plus rapidement vers sa moyenne que l'écoulement forcé par des turbines tournant dans le sens négatif. Le tracé en échelle logarithmique permet une comparaison avec une décroissance en loi de puissance d'exposant  $-1/2$  qui pourrait être attendue dans le cadre du théorème de la limite centrale mais qui n'est en aucun cas observée ici.

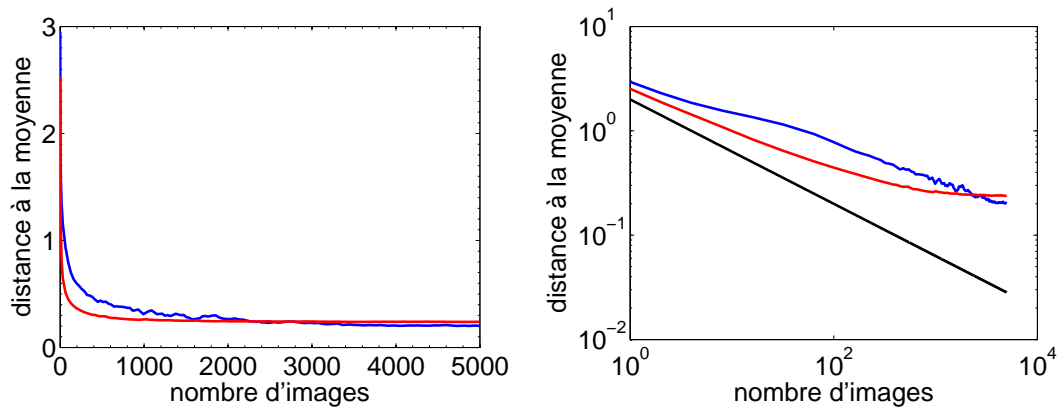


FIG. A.1: Convergence des acquisitions de PIV vers leur moyenne. La courbe bleue et la courbe rouge sont associées à des expériences en contra rotation exacte dans le sens négatif et positif respectivement. La moyenne de référence est construite à partir de l'ensemble des expériences réalisées dans le sens de rotation considéré à haut nombre de Reynolds. La fréquence d'acquisition est de l'ordre de 13Hz. En noir, une loi de puissance en  $-1/2$ .

### A.1.3.2 Influence de la fréquence d'acquisition

Nous avons évoqué les deux aspects induits par la notion de convergence. D'une part le côté purement statistique qui impose de regarder les courbes de convergence en fonction du nombre d'images mise en jeu dans les moyennes, et de d'autre part le côté physique qui commande plutôt d'observer la convergence en fonction du temps sur lequel ces moyennes sont réalisées. Une façon d'essayer de séparer ces deux dépendances consiste à observer la convergence d'un même écoulement en variant la fréquence d'acquisition. On voit à la figure A.2 que plus la fréquence d'acquisition est basse, plus la convergence aux temps courts semble proche de la convergence purement statistique en puissance  $-1/2$ . Plus la fréquence d'acquisition est faible, plus deux mesures successives sont décorréllées et plus la convergence suit le théorème de la limite centrale.

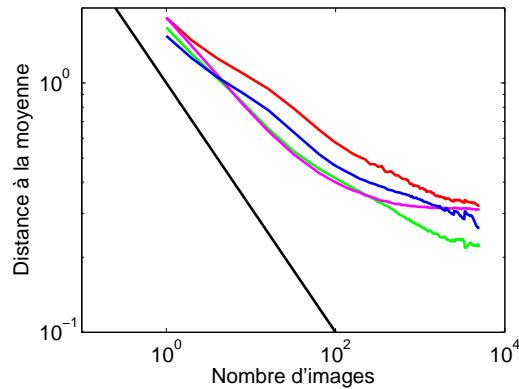


FIG. A.2: Convergence des acquisitions de PIV vers leur moyenne pour différentes fréquences d'acquisition. Écoulement forcé par des turbine TM60 tournant dans le sens positif : à 2Hz, acquisitions à 13Hz (en bleu) et à 3Hz (en vert), à 4Hz, acquisitions à 13Hz (en rouge) et à 1Hz (en rose). En noir, une loi de puissance en  $-1/2$ .

### A.1.3.3 Observation locale

La figure A.3 présente les courbes de convergence calculées point de mesure par point de mesure le long des lignes  $r/R_c = 0$  et  $r/R_c = 0.5$ . En  $r/R_c = 0$ , l'ensemble des courbes se comporte en première approximation comme une loi de puissance d'exposant  $-1/2$ , les écarts à cette loi étant d'autant plus importants que le point de mesure est proche des turbines. En  $r/R_c = 0.5$ , on n'observe une décroissance en loi de puissance qu'aux temps longs, traduisant des corrélations temporelles fortes aux temps plus courts. Au centre du cylindre ( $r/R_c = 0$ ), la turbulence est plus homogène et plus isotrope que partout ailleurs, les corrélations temporelles sont courtes et on observe globalement une convergence purement statistique. En  $r/R_c = 0.5$ , les corrélations provenant de la dynamique lente de la couche de mélange ralentissent la convergence et il faut attendre plusieurs dizaines de temps de retournements pour les voir disparaître et pouvoir retrouver une convergence statistique.

### A.1.3.4 Conclusions

A partir des mesures de PIV échantillonnées à basses fréquences ( $\simeq 1 - 5\text{Hz}$ ), il semble que la convergence observée soit essentiellement d'origine statistique. Les courbes présentées ne permettent pas d'extraire un quelconque temps de convergence qui pourrait être relié aux caractéristique des expériences réalisées. Suivant la zone de l'écoulement considérée, la convergence

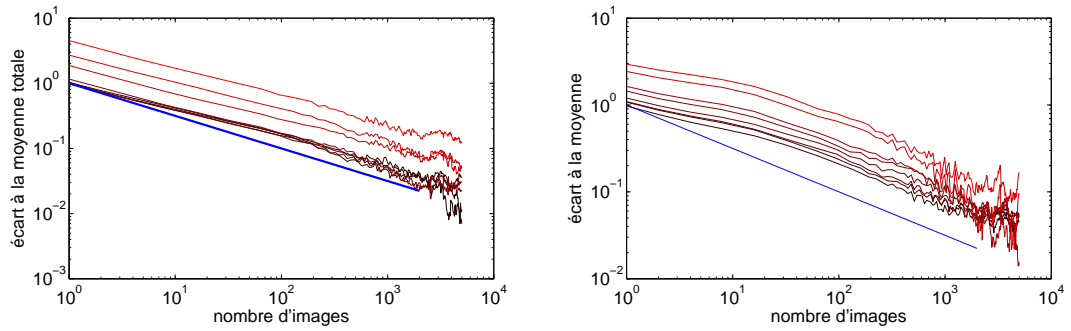


FIG. A.3: Convergence des acquisitions de PIV vers leur moyenne en différents points de l'écoulement. Ecoulement forcé par des turbine TM60 tournant dans le sens négatif à 4Hz. A gauche : le long de la ligne  $r/R_c = 0$ . A droite le long de la ligne  $r/R_c = 0.5$ . Plus la courbe est foncée, plus le point considéré est proche des turbines. En noir, une loi de puissance en  $-1/2$ .

est plus ou moins rapide. Cette inhomogénéité est liée à celle de l'écoulement de von Kármán et les zones de convergence "lente" sont celles où l'écoulement fluctue le plus. L'étude point de mesure par point de mesure nous montre que le caractère purement statistique ou non de la convergence permettrait d'extraire un temps de décorrélation des mesures de vitesse. Ce temps au centre du cylindre est beaucoup trop court pour pouvoir être mesuré avec un système de PIV non résolu en temps.



# Grandeurs hydrodynamiques

---

## B.1 Propriété hydrodynamiques - Lien avec le mode de forçage

Nous présentons ici les définitions de quelques grandeurs hydrodynamiques globales utilisées pour caractériser les écoulements moyens de von Kármán au CEA de Saclay.

### B.1.1 Définitions

**Moyenne du champ poloïdal :**

$$\langle P \rangle = \frac{\int_0^{Z_{max}} \int_0^{R_{max}} \sqrt{v_r^2 + v_z^2} r dr dz}{\int_0^{Z_{max}} \int_0^{R_{max}} r dr dz}$$

**Moyenne du champ toroïdal :**

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^{Z_{max}} \int_0^{R_{max}} \sqrt{v_\theta^2} r dr dz}{\int_0^{Z_{max}} \int_0^{R_{max}} r dr dz}$$

**Rapport “poloïdal sur toroïdal” :**

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{P}{T}$$

### B.1.2 Mesures dans l’expérience VK2

Nous présentons ici les grandeurs hydrodynamiques globales définies au paragraphe précédent et mesurées dans l’expérience VK2 à haut nombre de Reynolds pour les différents forçages employés. Les deux jeux de turbines (TM60 et TM73) permettent d’avoir accès à quatre courbures de pales (voir 2) et donc de se donner une idée du rôle de cette courbure sur les topologies des écoulements. En outre, nous pourrions également voir l’effet de l’ajout de l’anneau dans le plan central sur ces grandeurs. Toutes les expériences ont été réalisées à de grands nombre de Reynolds (*i.e.*  $Re > 10^5$ ), c’est à dire dans une gamme où toutes les grandeurs mesurées adimensionnées sont supposées être indépendantes de  $Re$ . Les figure B.1 et B.2 permettent de vérifier cette assertion pour les grandeurs  $P$  et  $T$ . La figure B.3 résume les mesures moyennes associées à chaque forçage de  $P$ ,  $T$  et  $P/T$ . Nous avons étudié trop peu de forçage pour pouvoir commenter l’évolution de ces grandeurs, en revanche, celles-ci sont tout à fait compatibles avec les mesures de l’étude systématique de Ravelet qui avait pourtant été réalisée sur un autre dispositif



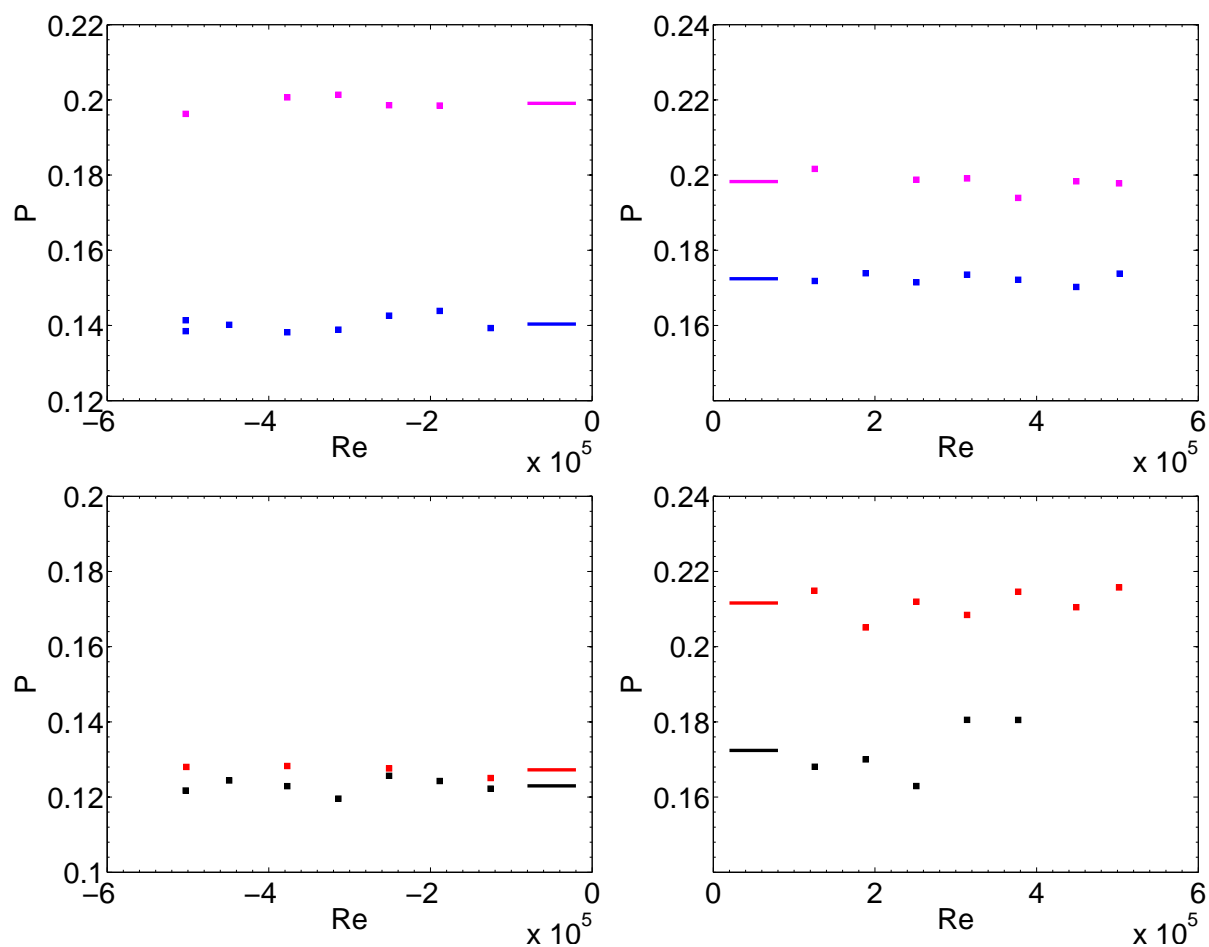


FIG. B.1: Moyenne du champ poloïdal pour l'ensemble de forçages utilisés. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur.

expérimental (VKE) à l'aide de mesure par LDV. Nous ne commentons donc pas d'avantage ces mesures.

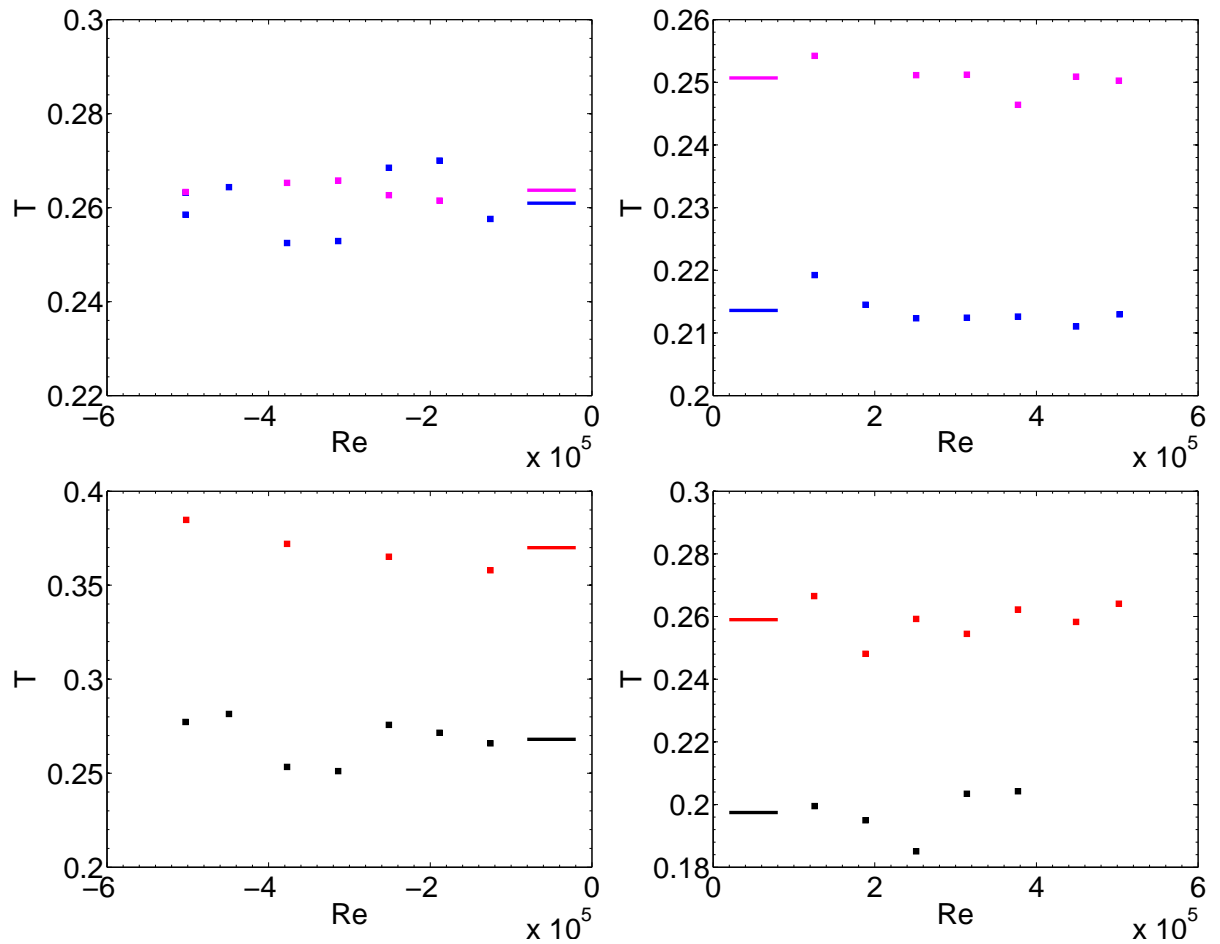


FIG. B.2: Moyenne du champ toroïdal pour l'ensemble de forçages utilisés. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur.

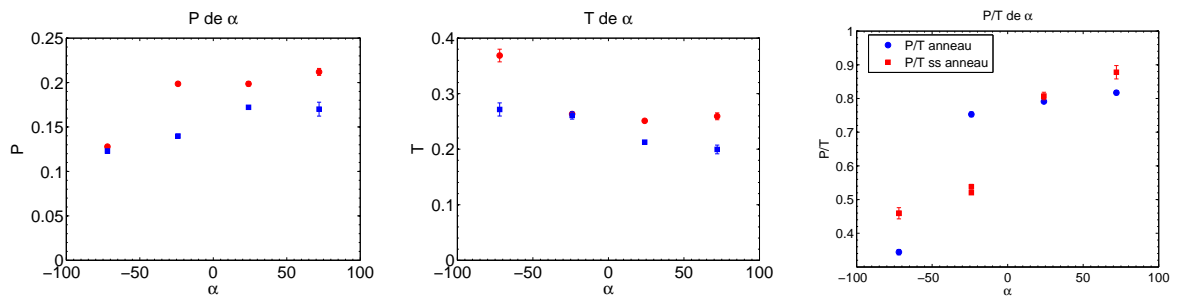


FIG. B.3: De gauche à droite : moyenne du poloidal ( $P$ ), moyenne du toroïdal ( $T$ ), rapport des deux ( $P/T$ ) en fonction de l'angle de sortie des turbines. En rouge avec anneau, en bleu sans.



# Beltrami

---

## C.1 Mécanique statistique et écoulement de Beltrami

Nous présentons ici certains calculs qui complètent ou reprennent ceux présentés dans le troisième chapitre de la première partie de ce manuscrit.

### C.1.1 Problème variationnel

Le problème variationnel a la forme suivante :

$$F = E + \mu_0 \delta H + \gamma_0 \delta \Gamma + \alpha_0 \delta I \quad (\text{C.1})$$

$$E = \frac{1}{2} \iiint_V \xi \Psi d\tau + \frac{1}{2} \iiint_V \frac{\sigma^2}{r^2} d\tau \quad (\text{C.2})$$

$$H = \iiint_V \xi \sigma d\tau$$

$$\Gamma = \iiint_V \xi d\tau$$

$$I = \iiint_V \sigma d\tau$$

Le but étant de chercher les solutions stables de type Beltrami en extrémalisant  $F$ . Considérons les variations de  $F$  par rapport à  $\xi$  et  $\sigma$  :

$$\delta E = \iiint_V \delta \xi \Psi d\tau + \iiint_V \frac{\sigma \delta \sigma}{r^2} d\tau \quad (\text{C.3})$$

$$\delta H = \iiint_V \delta \xi \sigma + \xi \delta \sigma d\tau \quad (\text{C.4})$$

$$\delta \Gamma = \iiint_V \delta \xi d\tau$$

$$\delta I = \iiint_V \delta \sigma d\tau$$

On annule les variations par rapport à  $\xi$  et à  $\sigma$  :

$$\delta \xi : \Psi + \mu_0 \sigma + \gamma_0 = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\delta \sigma : \frac{\sigma}{r^2} + \mu_0 \xi + \alpha_0 = 0$$

### C.1.2 Etats stationnaires et Beltrami

D'un autre côté, en prenant les états stationnaires avec  $F$  linéaire et  $G$  constante, on a des relations de la forme suivante :

$$\sigma = A + B\Psi \quad (\text{C.6})$$

$$-\Delta_* \Psi = \xi = \frac{AB + B^2\Psi}{r^2} + C$$

Si on résout l'équation au laplacien en  $\Psi$  (eq. C.6), la solution est la somme de la solution de l'équation homogène et d'une solution particulière. C'est un écoulement de Beltrami qui s'écrit sous sa forme la plus générale en géométrie cylindrique :

$$\Psi = -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) \quad (\text{C.7})$$

avec  $\lambda_\alpha$  une racine de  $J_1$ ,  $n$  un entier,  $\mu$  un paramètre libre a priori et la condition suivante :  $\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2} = 0$ . Cette dernière contrainte est à ajouter dans le problème variationnel. Cette solution correspond à un écoulement dit de Beltrami qui a la propriété de vérifier en tout point l'alignement de la vitesse avec la vorticité.

### C.1.3 Calcul des grandeurs globales

On va ici calculer les grandeurs globales de l'écoulement, à savoir  $E_p$ ,  $E_t$ ,  $\Gamma_\xi$ ,  $H$  et  $I$  définis par les équations (C.2). En remplaçant  $\Psi$  par son expression (eq. C.7) solution de l'équation (C.6) dans ces intégrales, on peut les exprimer de façon exacte dans le cas de la solution Beltrami.

C'est parti, dans l'ordre des équations (C.2) :

$$\begin{aligned}
 E_p &= \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z \left( \frac{AB + B^2 \left( -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) \right)}{r^2} + C \right) \\
 &\quad \left( -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) \right) r dr d\theta dz \\
 &= \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z -AB \mu J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) dr d\theta dz \\
 &\quad - \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z C \mu r^2 J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) dr d\theta dz \\
 &\quad + \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z B^2 \mu^2 r J_1^2 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin^2 \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) dr d\theta dz \tag{C.8} \\
 &= -\frac{1}{2} AB \mu I_1 - \frac{1}{2} \mu C I_2 + \frac{1}{2} \mu^2 B^2 I_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_t &= \int_r \int_\theta \int_z \frac{1}{2r^2} \left( A + B \left( -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) \right) \right)^2 r dr d\theta dz \\
 &= \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z \frac{C^2 r^2}{B^2} r dr d\theta dz \\
 &\quad + \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z \mu^2 B^2 J_1^2 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin^2 \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) r dr d\theta dz \\
 &\quad - \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \int_z 2C \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) r dr d\theta dz \tag{C.9} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{C^2}{B^2} I_0 - \mu C I_2 + \frac{1}{2} \mu^2 B^2 I_3
 \end{aligned}$$

Donc :

$$E = E_t + E_p = \frac{1}{2} \frac{C^2}{B^2} I_0 - \frac{1}{2} AB \mu I_1 - \frac{3}{2} \mu C I_2 + \mu^2 B^2 I_3$$

$$\begin{aligned}
 H &= \int_r \int_\theta \int_z \left( -C + \frac{\mu B^2}{r} J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \cos \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) + C \right) \left( A + B \left( -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) \right) \right) \\
 &= - \int_r \int_\theta \int_z BC \mu r J_1 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \sin \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) r dr d\theta dz \\
 &\quad + \int_r \int_\theta \int_z \mu^2 B^3 J_1^2 \left( \lambda_\alpha \frac{r}{R} \right) \cos^2 \left( n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta \right) r dr d\theta dz \\
 &= -\mu BC I_2 + \mu^2 B^3 I_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_\xi &= \int_r \int_\theta \int_z \frac{\mu B^2}{r} J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) r dr d\theta dz \\ &= \mu B^2 I_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I &= \int_r \int_\theta \int_z \left( A + B \left( -\frac{A}{B} - \frac{Cr^2}{B^2} + \mu r J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) \right) \right) r dr d\theta dz \\ &= -\frac{C}{B} I_0 + \mu B I_2\end{aligned}$$

avec :

$$I_0 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r^3 dr d\theta dz = \frac{\pi h R^5}{2} \quad (\text{C.10})$$

$$I_1 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{4hR^2}{n_\alpha \lambda_\alpha} (1 - J_0(\lambda_\alpha)) \sin(n_\alpha \pi / 2) \sin(\beta_\alpha)$$

$$I_2 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r^2 J_1\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{4hR^4}{n_\alpha \lambda_\alpha} J_2(\lambda_\alpha) \sin(n_\alpha \pi / 2) \sin(\beta_\alpha)$$

$$I_3 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-hR/2}^{hR/2} r J_1^2\left(\lambda_\alpha \frac{r}{R}\right) \sin^2\left(n_\alpha \pi \frac{z}{hR} - \beta\right) dr d\theta dz = \frac{\pi h R^3}{2} J_2^2(\lambda_\alpha) \left( 1 + \frac{\sin(n_\alpha \pi)}{2n_\alpha \pi} \cos(2\beta_\alpha) \right)$$

#### C.1.4 Lien entre les paramètres thermodynamiques et la solution Beltrami

Ici, on va relier les paramètres thermodynamiques issus du calcul variationnel aux paramètres libres de la solution générale de l'équation (C.6). Ceci revient à faire l'analogie entre les coefficients des équations (C.5) et (C.6). On a :

$$\Psi + \mu_0 \sigma + \gamma_0 = 0 \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{\sigma}{r^2} + \mu_0 \xi + \alpha_0 = 0$$

à comparer avec :

$$\begin{cases} \sigma &= A + B\Psi \\ \xi &= \frac{B}{r^2} \sigma + C \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

Il vient donc :

$$A = -\gamma_0 / \mu_0 \quad (\text{C.13})$$

$$B = -1 / \mu_0$$

$$C = -\alpha_0 / \mu_0$$

### C.1.5 Réécriture du problème variationnel

**En fonction des paramètres thermodynamiques** On va utiliser les relations (C.13) pour réécrire  $F$  en fonction de  $\alpha_0$ ,  $\gamma_0$  et  $\mu_0$  :

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{2}\alpha_0^2 I_0 - \frac{1}{2}\frac{\gamma_0\mu}{\mu_0^2} I_1 + \frac{3}{2}\frac{\alpha_0\mu}{\mu_0} I_2 + \frac{\mu^2}{\mu_0^2} I_3 \\
 \mu_0 H &= -\frac{\alpha_0\mu}{\mu_0} I_2 - \frac{\mu^2}{\mu_0^2} I_3 \\
 \gamma_0 \Gamma &= \frac{\gamma_0\mu}{\mu_0^2} I_1 \\
 \alpha_0 I &= -\alpha_0^2 I_0 - \frac{\alpha_0\mu}{\mu_0} I_2
 \end{aligned} \tag{C.14}$$

d'où  $F$  :

$$F = -\frac{1}{2}\alpha_0^2 I_0 + \frac{1}{2}\frac{\mu\gamma_0}{\mu_0^2} I_1 - \frac{1}{2}\frac{\alpha_0\mu}{\mu_0} I_2 - \gamma(\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}) \tag{C.15}$$

Où on a fait apparaître la contrainte liée à la solution Beltrami :  $\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2}$ . Introduisons maintenant les expressions de  $I_0$ ,  $I_1$  et  $I_2$  issues de (C.10) :

$$\begin{aligned}
 F &= -\frac{1}{2}\alpha_0^2 \frac{\pi h R^5}{2} \\
 &+ \frac{1}{2}\frac{\mu\gamma_0}{\mu_0^2} \frac{4hR^2}{n_\alpha \lambda_\alpha} (1 - J_0(\lambda_\alpha)) \sin(n_\alpha \pi/2) \sin(\beta_\alpha) \\
 &- \frac{1}{2}\frac{\alpha_0\mu}{\mu_0} \frac{4hR^4}{n_\alpha \lambda_\alpha} J_2(\lambda_\alpha) \sin(n_\alpha \pi/2) \sin(\beta_\alpha) \\
 &- \gamma(\lambda_\alpha^2 - R^2 B^2 + \frac{n_\alpha^2 \pi^2}{h^2})
 \end{aligned} \tag{C.16}$$

La suite est traitée dans le corps du manuscrit.





# Mécanique statistique et turbulence

---

## D.1 Remarque phénoménologique sur les écoulements avec anneau et turbines TM73

Des visualisations effectuées durant le stage de Matteo Smerlak avec des turbines TM73 ont mis en évidence une différence qualitative des écoulements suivant la direction de rotation des turbines en présence de l'anneau dans le plan central. Quand celui-ci est installé et que les turbines tournent dans le sens positif, des tourbillons appariés de part et d'autre de l'anneau apparaissent avec une périodicité azimutale correspondant à un mode  $m = 3$ . Ces paires sont assez robustes, précèdent lentement et sont observables sur des temps longs devant le temps de retournement. En revanche, quand les turbines tournent dans le sens négatif, ces paires de tourbillons ne précèdent plus mais oscillent lentement autour d'une position qui semble fixe dans le référentiel du laboratoire (du moins sur des temps d'observation de l'ordre de quelques minutes). Ce comportement semble rompre l'axisymétrie de l'écoulement moyen associé.

Lors des mesures de SPIV dans cette dernière configuration, les champs obtenus ne présentent en effet plus la symétrie de révolution. De ce fait, les parties droite et gauche des plans de mesures (associées dans nos conventions aux rayons positifs et négatifs respectivement) ne sont plus symétriques l'une de l'autre. La figure D.1 présente un champ de vitesse moyen obtenu dans ces conditions. L'asymétrie droite/gauche est bien nette. Nous pensons que dans la partie droite la trace d'une paire de vortex accrochée est visible, la partie gauche ayant une topologie similaire à celle des champs axisymétriques mesurés par ailleurs. L'anneau utilisé dans les expériences de SPIV est fendu de façon à permettre le passage de la nappe laser. Par conséquent le dispositif expérimental n'est plus axisymétrique et cette fente est susceptible d'accrocher une paire de tourbillons, le mode  $m = 3$  est alors situé toujours au même endroit. Nous avons réalisé sept expériences différentes dans ces conditions et les champs de vitesses obtenus sont très reproductibles. Dans le manuscrit, nous présentons des valeurs mesurées soit sur la partie gauche seulement (fonctions F et G, théorèmes de fluctuation), soit sur l'ensemble du plan de mesure (mesures du niveau de fluctuations à l'aide des paramètres  $\delta$ ).

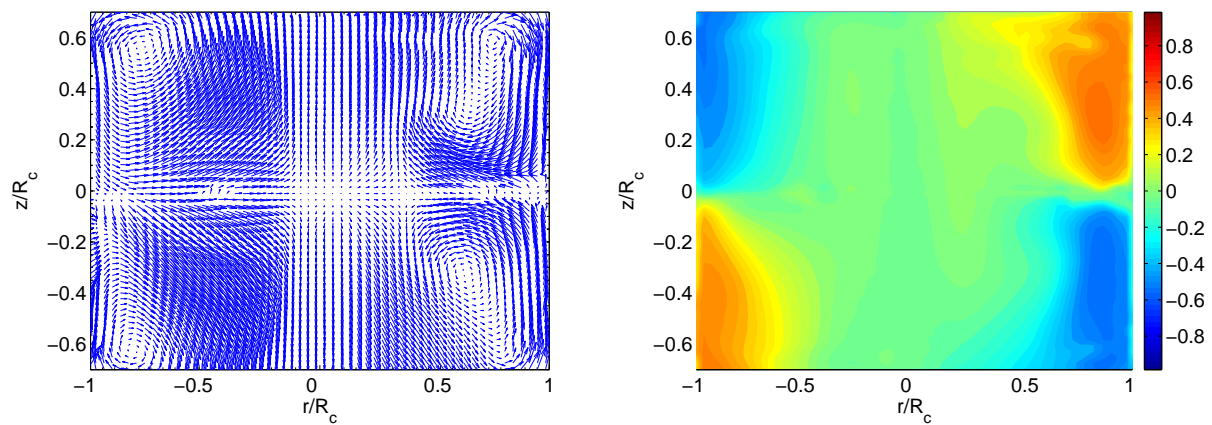


FIG. D.1: Champ de vitesse moyen obtenu avec des turbines TM73 tournant dans le sens négatif en présence d'un anneau dans le plan central. A gauche, composantes poloïdales du champ de vitesse, à droite composante toroïdale.

# Mécanique statistique et turbulence

---

## E.1 Figures complémentaires

Cette annexe rassemble les courbes que nous n'avons pas présentées dans le corps du chapitre 5 et est organisée selon le même plan que ce chapitre.

### E.1.1 Etats stationnaires

Les figures E.1 et E.2 rassemblent l'ensemble des mesures de  $G_{p1}$  et  $G_{p3}$  pour les turbines de type TM60 et TM73 tournant dans le sens positif et négatif en présence ou non de l'anneau dans le plan central. Le rapport des coefficients linéaires et cubiques est tel qu'on observe toujours le plateau autour de l'origine décrit précédemment. Pour plusieurs forçages (les TM73 avec anneau et les TM60 sans anneau tournant dans le sens positif)  $G_{p1}$  et  $G_{p3}$  sont même de signes opposés car nous avons forcé un ajustement cubique dans ce qui apparaît plutôt comme un nuage de points centré en 0. Les barres d'erreur associées aux ajustements sont très grandes et incluent toujours 0. En conclusion, la fonction  $G$  pour l'ensemble de nos mesures est compatible avec  $G \equiv 0$ .

### E.1.2 Fluctuations

Nous présentons ici la densité de probabilités des paramètres  $\delta$  introduits au chapitre 5 pour tous les forçages que nous avons étudiés.

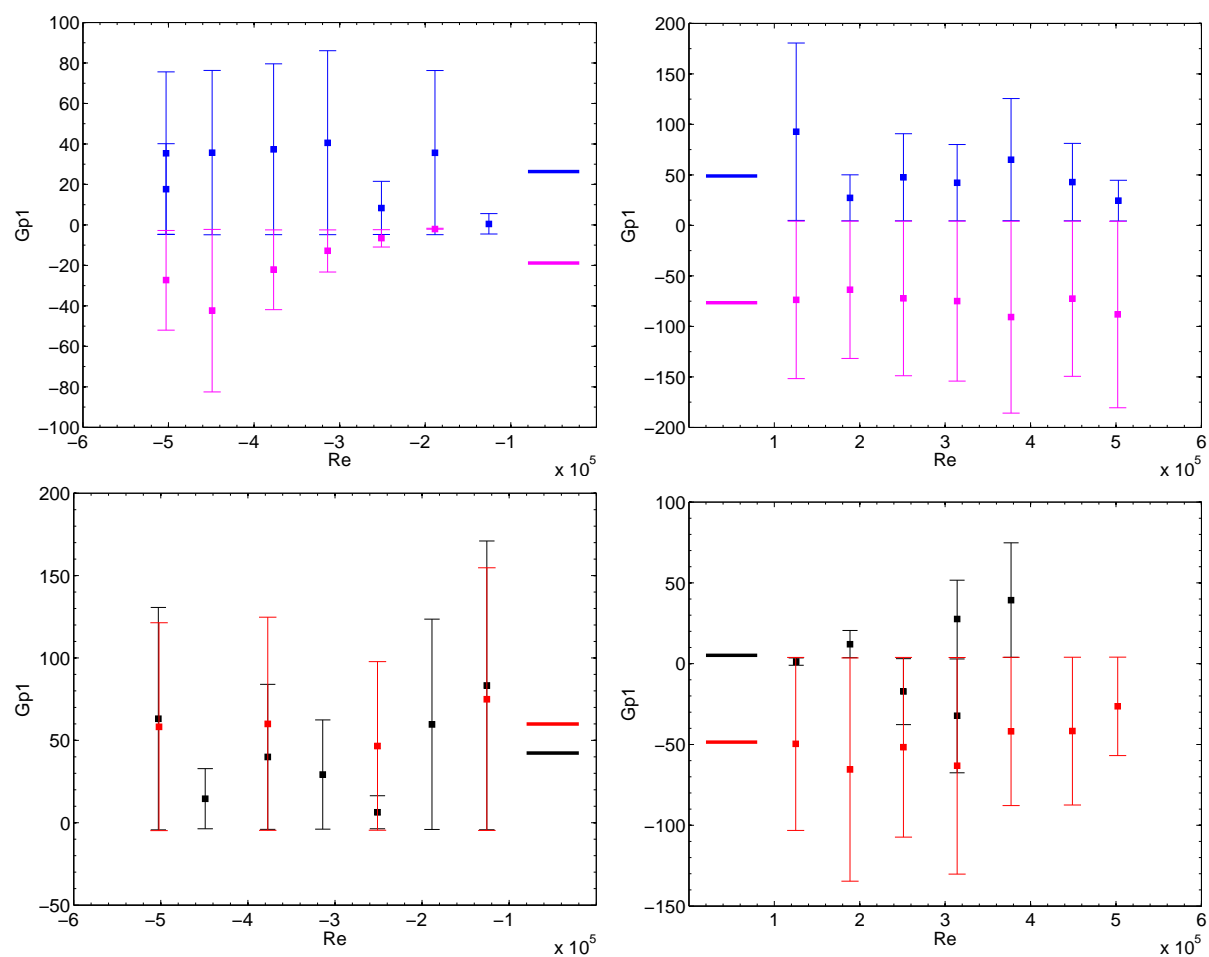


FIG. E.1: Coefficient  $G_{p1}$  à haut Reynolds pour différents forçages, mesures par SPIV dans l'expérience VK2. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur.

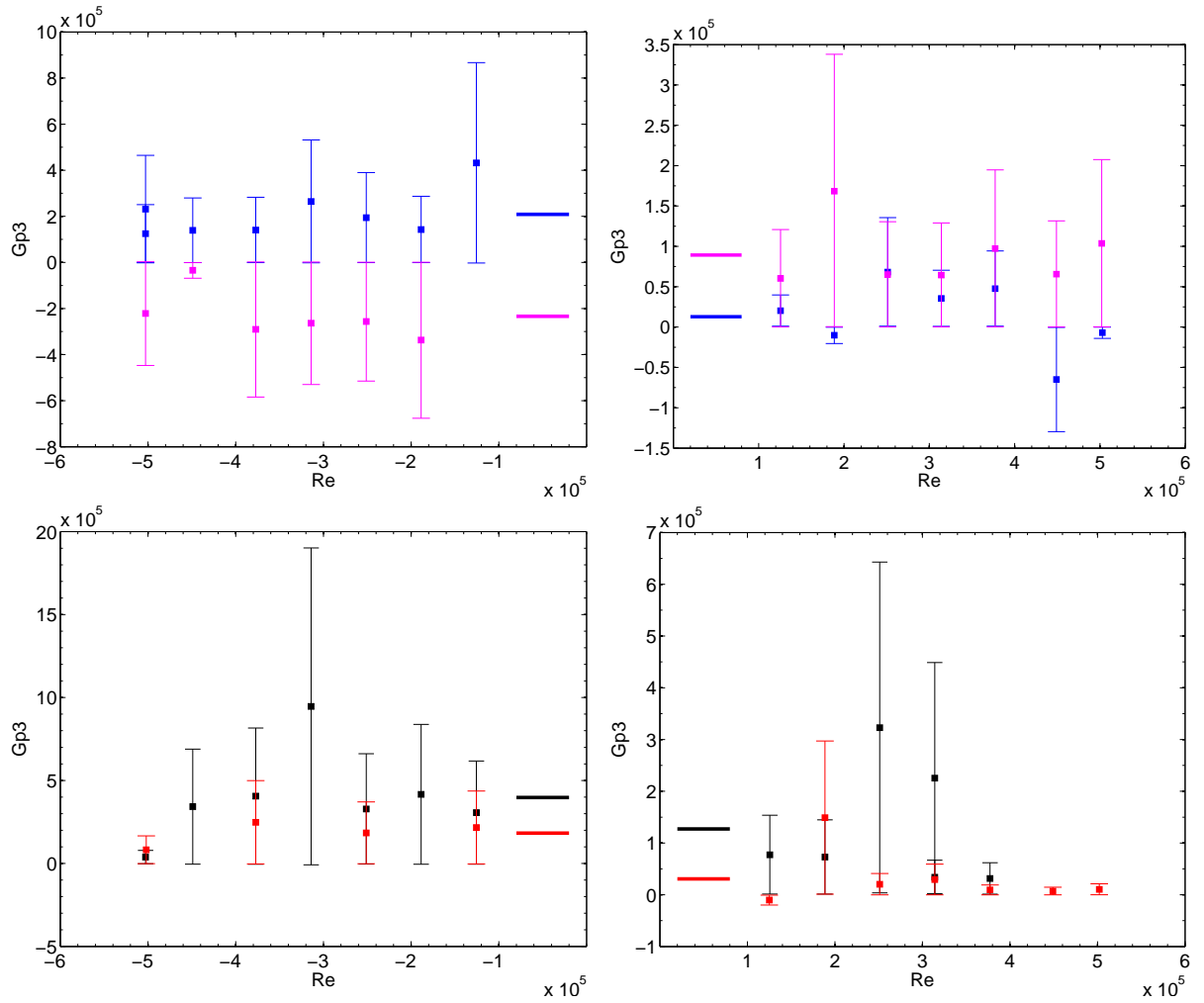


FIG. E.2: Coefficient  $G_{p3}$  à haut Reynolds pour différents forçages, mesures par SPIV dans l'expérience VK2. En haut TM73 : en bleu sans anneau, en rose avec anneau, en bas TM60 : en noir sans anneau, en rouge avec anneau. Les nombres de Reynolds négatifs (resp. positif) correspondent aux turbines tournant dans le sens négatif (resp. positif). Les lignes horizontales situent la moyenne de l'ensemble des points de même couleur.

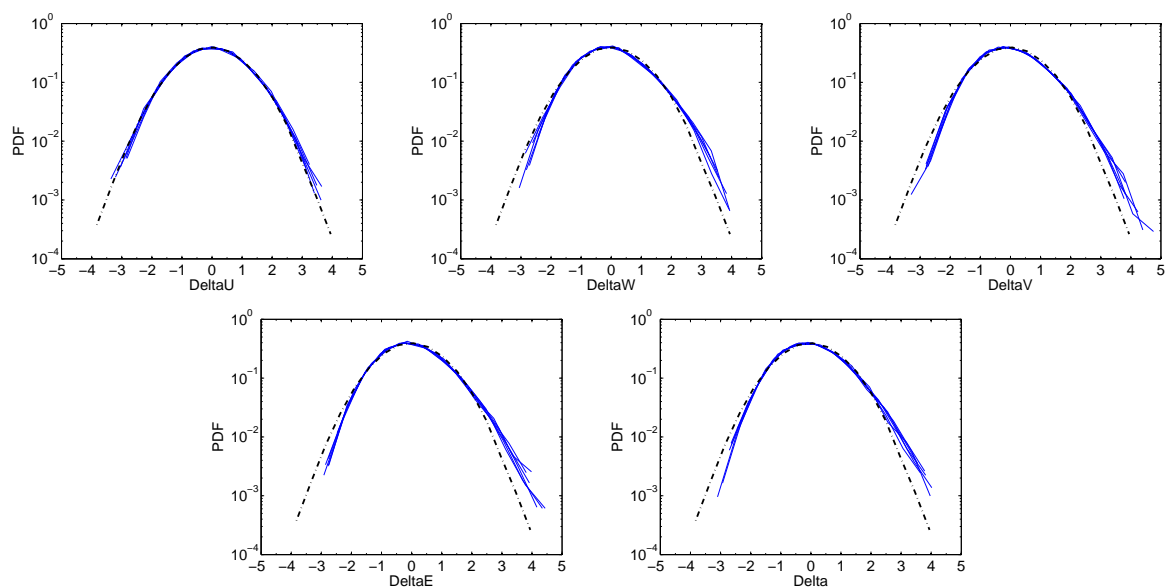


FIG. E.3: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM60 tournant dans le sens positif à tout nombre de Reynolds étudiés sans anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

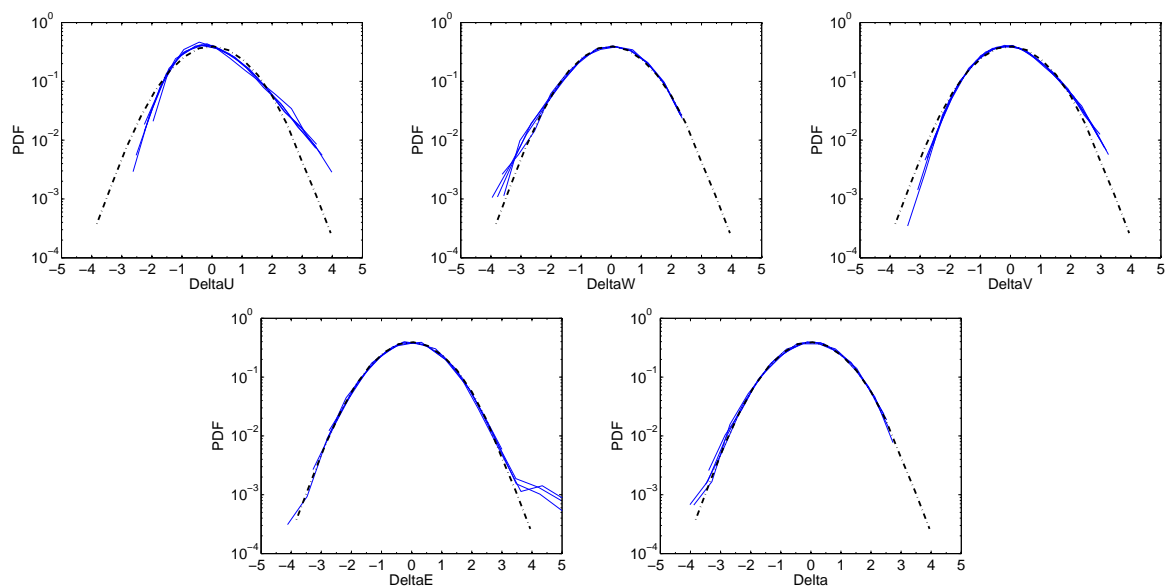


FIG. E.4: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM60 tournant dans le sens négatif à tout nombre de Reynolds étudiés avec anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

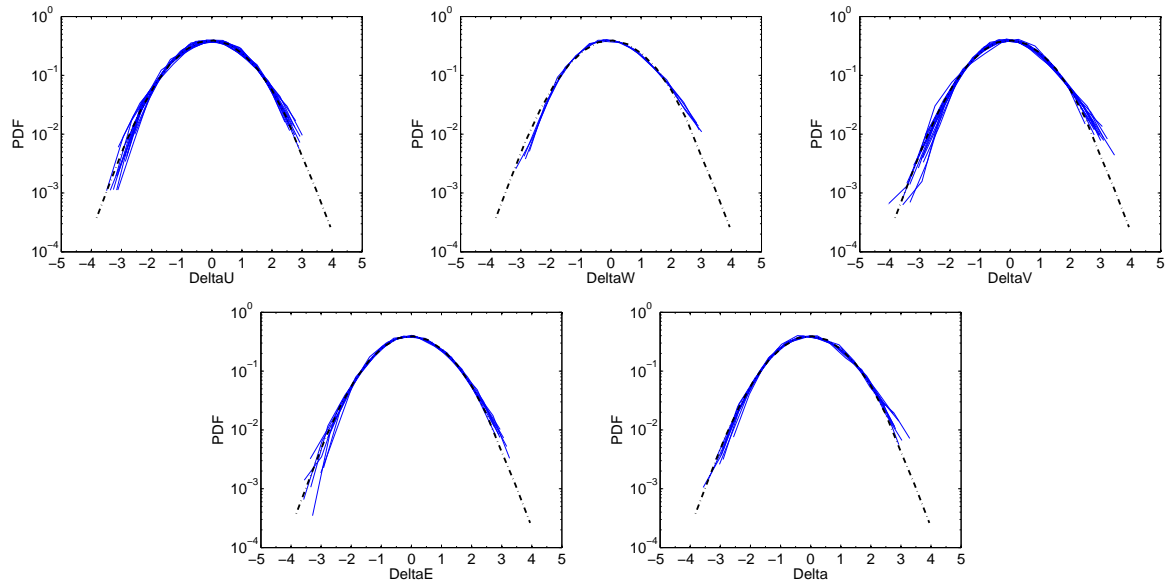


FIG. E.5: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant dans le sens négatif à tout nombre de Reynolds étudiés avec anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

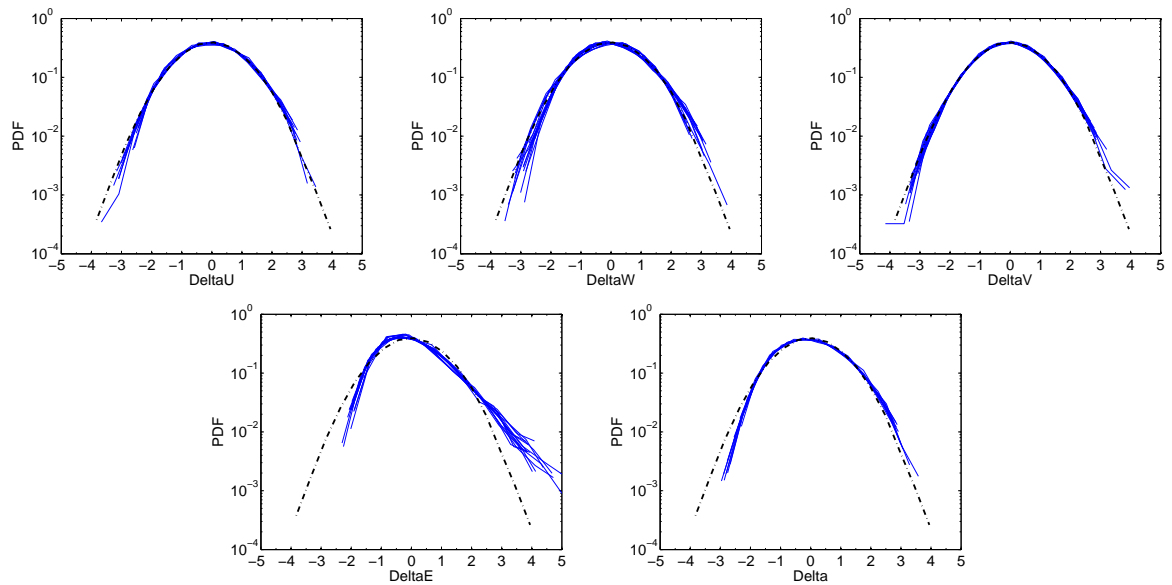


FIG. E.6: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant dans le sens positif à tout nombre de Reynolds étudiés avec anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.



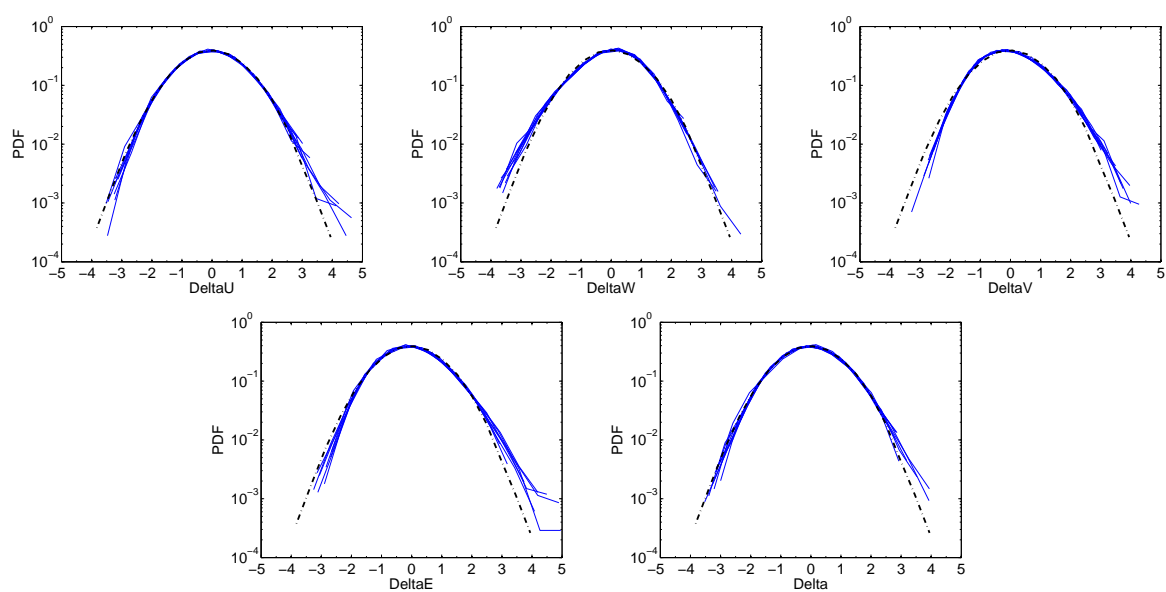


FIG. E.7: PDF des différents paramètres  $\delta$  introduits à la section précédente pour un écoulement forcé par des turbines TM73 tournant dans le sens négatif à tout nombre de Reynolds étudiés sans anneau. De haut en bas et de gauche à droite :  $\delta_{v_r}$ ,  $\delta_{v_\theta}$ ,  $\delta_{v_z}$ ,  $\delta_E$  et  $\delta$ . La ligne tiretée est une gaussienne.

# Bibliographie

---

- [1] R. Avalos-Zuniga, F. Plunian, and A. Gailitis. Influence of electromagnetic boundary conditions onto the onset of dynamo action in laboratory experiments. *Phys. Rev. E*, 68(6) :066307–+, December 2003.
- [2] G. K. Batchelor. Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 4 :29–41, 1951.
- [3] R. A. Bayliss, C. B. Forest, M. D. Nornberg, E. J. Spence, and P. W. Terry. Numerical simulations of current generation and dynamo excitation in a mechanically forced turbulent flow. *Phys. Rev. E*, 75(2) :026303–+, February 2007.
- [4] R. A. Bayliss, C. B. Forest, R. O’Connell, M. D. Nornberg, and E. J. Spence. Three Dimensional MHD Simulations of the Magnetic Saturation in the Madison Dynamo Experiment. In *APS meeting*, pages 1007P–+, November 2004.
- [5] M. Berhanu, R. Monchaux, S. Fauve, N. Mordant, F. Petrelis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marie, F. Ravelet, M. Bourgoin, P. Odier, J. . Pinton, and R. Volk. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *Europhysics Letters*, 77 :59001, January 2007.
- [6] R. Berthet, A. Petrossian, S. Residori, B. Roman, and S. Fauve. Effect of multiplicative noise on parametric instabilities. *Physica D Nonlinear Phenomena*, 174 :84–99, January 2003.
- [7] P. Boronski. *A method based on poloidal-toroidal potentials applied to the von Kármán flow in a finite cylinder geometry*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, France, 2005.
- [8] F. Bouchet and J. Sommeria. Emergence of intense jets and Jupiter Great Red Spot as maximum entropy structures. *Journal of Fluid Mech.*, 464 :165–207, 2002.
- [9] M. Bourgoin, L. Marie, F. Petrelis, C. Gasquet, A. Guigon, J.-B. Luciani, M. Moulin, F. Namer, J. Burguete, A. Chiffaudel, S. Fauve, and P. Odier. Magnetohydrodynamics measurements in the von Karman sodium experiment. *Physics of Fluids*, 14 :3046–3058, September 2002.
- [10] M. Bourgoin, R. Volk, N. Plihon, , P. Augier, P. Odier, and J. F. Pinton. An experimental Bullard-von Kármán dynamo. *New Journal of Phys.*, 8 :329, 2006.

- 
- [11] O. Cadot, Y. Couder, A. Daerr, S. Douady, and A. Tsinober. Energy injection in closed turbulent flows : Stirring through boundary layers versus inertial stirring. *Phys. Rev. E*, 56 :427–433, July 1997. TBL05.
- [12] O. Cadot, S. Douady, and Y. Couder. Characterization of the low-pressure filaments in a three-dimensional turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 7 :630–646, March 1995.
- [13] J. Chavanis, P.H. and Sommeria. Classification of self-organized vortices in two-dimensional turbulence : the case of a bounded domain. *Journal of Fluid Mech.*, 314 :267–297, 1996. cahier 1 p51.
- [14] P. H. Chavanis. Statistical mechanics of geophysical turbulence : application to jovian flows and Jupiter’s great red spot. *Physica D*, 200 :257–272, 2004.
- [15] P. H. Chavanis. Coarse-grained distributions and hyperstatistics. *Physica A*, 359 :177–212, 2006.
- [16] P.-H. Chavanis and J. Sommeria. Thermodynamical Approach for Small-Scale Parametrization in 2D Turbulence. *Physical Review Letters*, 78 :3302–3305, April 1997.
- [17] P. H. Chavanis and J. Sommeria. Classification of robust isolated vortices in two-dimensional hydrodynamics. *Journal of Fluid Mechanics*, 356 :259–296, February 1998.
- [18] P.-H. Chavanis and J. Sommeria. Degenerate equilibrium states of collisionless stellar systems. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 296 :569–578, May 1998.
- [19] P. H. Chavanis, J. Sommeria, and R. Robert. Statistical Mechanics of Two-dimensional Vortices and Collisionless Stellar Systems. *Astr. Phys. J*, 471 :385–+, November 1996.
- [20] P. H. Chavanis, J. Vatteville, and F. Bouchet. Dynamics and thermodynamics of a simple model similar to self-gravitating systems : the HMF model. *European Physical Journal B*, 46 :61–99, July 2005.
- [21] U. R. Christensen, J. Aubert, P. Cardin, E. Dormy, S. Gibbons, G. A. Glatzmaier, E. Grote, Y. Honkura, C. Jones, M. Kono, M. Matsushima, A. Sakuraba, F. Takahashi, A. Tilgner, J. Wicht, and K. Zhang. A numerical dynamo benchmark. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 128 :25–34, December 2001.
- [22] S. Ciliberto, N. Garnier, S. Hernandez, C. Lacpatia, J. . Pinton, and G. Ruiz Chavarria. Experimental test of the gallavotti-cohen fluctuation theorem in turbulent flows. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 340(1-3) :240–250, 2004.
- [23] T. G. Cowling. The magnetic field of sunspots. *Monthly Notice Roy. Astr. Soc.*, 94 :39, 1934.
- [24] Gavin E. Crooks. Entropy production fluctuation theorem and the nonequilibrium work relation for free energy differences. *Phys. Rev. E*, 60(3) :2721–2726, Sep 1999.
- [25] A. de la Torre and J. Burguete. Slow dynamics in a turbulent von Kármán swirling flow. *ArXiv Physics e-prints*, February 2007.
- [26] W. Dobler, P. Frick, and R. Stepanov. Screw dynamo in a time-dependent pipe flow. *Phys. Rev. E*, 67(5) :056309–+, May 2003.
- [27] S. Douady, Y. Couder, and M. E. Brachet. Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence. *Physical Review Letters*, 67 :983–986, August 1991.

- 
- [28] P. G. Drazin and W. H. Reid. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, 2004.
- [29] M. L. Dudley and R. W. James. Time-dependent kinematic dynamos with stationary flows. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 425 :407–429, October 1989.
- [30] R. S. Ellis, K. Haven, and B. Turkington. Nonequivalent statistical equilibrium ensembles and refined stability theorem for most probable flows. *Nonlinearity*, 15 :239–255, 2002.
- [31] Denis J. Evans, E. G. D. Cohen, and G. P. Morriss. Probability of second law violations in shearing steady states. *Phys. Rev. Lett.*, 71(15) :2401–2404, Oct 1993.
- [32] M. Farge, K. Schneider, G. Pellegrino, A. A. Wray, and R. S. Rogallo. Coherent vortex extraction in three-dimensional homogeneous turbulence : Comparison between CVS-wavelet and POD-Fourier decompositions. *Phys. Fluids*, 15 :2886–2896, 2003. cahier 1 p35.
- [33] S. Fauve, C. Laroche, and B. Castaing. Pressure fluctuations in swirling turbulent flows. *Journal de Physique II*, 3 :271–278, March 1993.
- [34] S. Fauve and F. Pétrélis. *Peyresq lectures on nonlinear phenomena, vol II*. J.-A.Sepulchre World Scientific, Singapore 2003.
- [35] P. Frick, S. Denisov, S. Khripchenko, V. Noskov, D. Sokoloff, R. Stepanov, and R. Volk. Magnetic Field Induction in a Toroidal Screw Flow of Liquid Gallium. In R. Rosner, G. Rüdiger, and A. Bonanno, editors, *AIP Conf. Proc. 733 : MHD Couette Flows : Experiments and Models*, pages 58–67, 2004.
- [36] P. Frick, V. Noskov, S. Denisov, S. and Khripchenko, D. Sokoloff, and A. Stepanov, R. and Sukhanovsky. Non-stationary screw flow in a toroidal channel : way to a laboratory dynamo experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38 :143–162, 2002.
- [37] U. Frish. *Turbulence - the legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [38] A. Gailitis, O. Lielausis, E. Platacis, S. Dement’ev, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, and G. Will. Magnetic Field Saturation in the Riga Dynamo Experiment. *Physical Review Letters*, 86 :3024–3027, April 2001.
- [39] A. Gailitis, O. Lielausis, E. Platacis, G. Gerbeth, and F. Stefani. Colloquium : Laboratory experiments on hydromagnetic dynamos. *Reviews of Modern Physics*, 74 :973–990, September 2002.
- [40] A. Gailitis, O. Lielausis, E. Platacis, G. Gerbeth, and F. Stefani. The Riga Dynamo Experiment. *Surveys in Geophysics*, 24 :247–267, May 2003.
- [41] G. Gallavotti. Breakdown and regeneration of time reversal symmetry in nonequilibrium statistical mechanics. *Physica D Nonlinear Phenomena*, 112 :250–257, January 1998.
- [42] G. Gallavotti and E. G. D. Cohen. Dynamical ensembles in nonequilibrium statistical mechanics. *Phys. Rev. Letters*, 74(14) :2694–2697, 1995. Cited By (since 1996) : 277.
- [43] G. A. Glatzmaier and P. H. Roberts. Dynamo theory then and now. *International Journal of Engineering Science*, 36 :1325–1338, 1998.
- [44] L. Gui, J. Longo, and F. Stern. Biases of PIV measurement of turbulent flow and the masked correlation-based interrogation algorithm. *Exp. Fluids*, 30 :27–35, 2001. PIV03 cahier 1 p38.

- [45] E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. InterEditions, Paris, FRANCE, 1991.
- [46] A. Herzenberg and F. J. Lowes. Electromagnetic Induction in Rotating Conductors. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 249 :507–584, May 1957.
- [47] C. Jarzynski. Nonequilibrium equality for free energy differences. *Phys. Rev. Lett.*, 78(14) :2690–2693, Apr 1997.
- [48] Daniel D. Joseph. Incompatibility of Beltrami flow with viscous adherence. *Phys. Fluids*, 7(5) :648–651, 1964.
- [49] D. Joyce, G. Montgomery. Negative temperature states for the two-dimensional guiding center plasma. *J. Plasma Phys.*, 1973.
- [50] M. R. Kerr. Histograms of helicity and strain in numerical turbulence. *Phys. Rev. Letters*, 59(7) :783, august 1987. cahier 1 p47.
- [51] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30 :9, 1941. TBL00.
- [52] A. La Porta, G. A. Voth, A. M. Crawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409 :1017–1019, February 2001.
- [53] R. Labbé, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Power Fluctuations in Turbulent Swirling Flows. *J. Phys. II*, 6 :1099–1110, July 1996.
- [54] R. Laguerre. Private communication, 2006.
- [55] J. Larmor. How could a rotating body such as the sun become a magnet? In *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci.* 159, 1919.
- [56] J.-P. Laval, P. Blaineau, N. Leprovost, B. Dubrulle, and F. Daviaud. Influence of Turbulence on the Dynamo Threshold. *Physical Review Letters*, 96(20) :204503–+, May 2006.
- [57] N. Leprovost and B. Dubrulle. The turbulent dynamo as an instability in a noisy medium. *Euro. Phys. Journal B*, 44 :395–400, 2005.
- [58] N. Leprovost, B. Dubrulle, and P.-H. Chavanis. Thermodynamics of magnetohydrodynamic flows with axial symmetry. *Phys. Rev. E*, 71(3) :036311–+, March 2005.
- [59] N. Leprovost, B. Dubrulle, and P. H. Chavanis. Dynamics and thermodynamics of axisymmetric flows : Theory. *Phys. Rev. E*, 73, 2006.
- [60] M. Lesieur. *Turbulence in fluids - second revised edition*. Kluwer Academic Publishers, 1991. cahier 1 p19.
- [61] F. J. Lowes and I. Wilkinson. Geomagnetic Dynamo : A Laboratory Model. *Nature*, 198 :1158–1160, June 1963.
- [62] M. Lücke and F. Schank. Response to parametric modulation near an instability. *Physical Review Letters*, 54 :1465–1468, April 1985.
- [63] V. S. L’vov, A. Pomyalov, and I. Procaccia. Temporal surrogates of spatial turbulent statistics : The Taylor hypothesis revisited. *Phys. Rev. E*, 60 :4175–4184, October 1999.

- 
- [64] L. Marié, J. Burguete, F. Daviaud, and J. Léorat. Numerical study of homogeneous dynamo based on experimental von Kármán type flows. *Euro. Phys. Journal B*, 2003.
- [65] L. Marié and F. Daviaud. Experimental measurement of the scale-by-scale momentum transport budget in a turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 16 :457–461, February 2004.
- [66] L. Marié, C. Normand, and F. Daviaud. Galerkin analysis of kinematic dynamos in the von Kármán geometry. *Phys. Fluids*, 18 :017102, 2006.
- [67] L. Marie, F. Petrelis, M. Bourgoïn, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J. F. Pinton. Open questions about homogeneous fluid dynamos : the VKS experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38 :163–176, 2002.
- [68] Louis Marié. *Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbillonnaire turbulent : influence de la rotation*. PhD thesis, Université de Paris 7, 2003. cahier1 p 23.
- [69] J. Miller. Statistical mechanics of Euler equations in two dimensions. *Physical Review Letters*, 65 :2137–2140, October 1990.
- [70] P. Mininni. Turbulent magnetic dynamo excitation at low magnetic Prandtl number. *Phys. Plasmas*, 13 :056502, October 2005.
- [71] P. D. Mininni and D. C. Montgomery. Low magnetic Prandtl number dynamos with helical forcing. *Phys. Rev. E*, 72(5) :056320–+, November 2005.
- [72] H. K. Moffat. *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids*. Cambridge University Press, 1978.
- [73] F. Moisy, P. Tabeling, and H. Willaime. Kolmogorov Equation in a Fully Developed Turbulence Experiment. *Physical Review Letters*, 82 :3994–3997, May 1999.
- [74] F. Moisy, H. Willaime, J. S. Andersen, and P. Tabeling. Passive Scalar Intermittency in Low Temperature Helium Flows. *Physical Review Letters*, 86 :4827–4830, May 2001.
- [75] R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoïn, M. Moulin, P. Odier, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, C. Gasquet, L. Marié, and F. Ravelet. Generation of a Magnetic Field by Dynamo Action in a Turbulent Flow of Liquid Sodium. *Physical Review Letters*, 98(4) :044502–+, January 2007.
- [76] N. Mordant, P. Metz, O. Michel, and J.-F. Pinton. Measurement of Lagrangian Velocity in Fully Developed Turbulence. *Physical Review Letters*, 87(21) :214501–+, November 2001.
- [77] U. Müller and R. Stieglitz. Experimental Demonstration of a Homogeneous Two-Scale Dynamo. *APS Meeting Abstracts*, pages 1P–+, November 2000.
- [78] H.-C. Nataf, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, J.-P. Masson, and D. Schmitt. Experimental study of super-rotation in a magnetostrophic spherical Couette flow. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 100 :281–298, October 2006.
- [79] C. Nore, M. E. Brachet, H. Politano, and A. Pouquet. Dynamo action in the Taylor-Green vortex near threshold. *Physics of Plasmas*, 4 :1–3, January 1997.
- [80] C. Nore, F. Moisy, and L. Quartier. Experimental observation of near-heteroclinic cycles in the von Kármán swirling flow. *Phys. Fluids*, 17, 2005.

- [81] C. Nore, M. Tartar, O. Daube, and L. S. Tuckerman. Survey of instability thresholds of flow between exactly counter-rotating disks. *Journal of Fluid Mechanics*, 511 :45–65, July 2004.
- [82] P. Odier, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Advection of a magnetic field by a turbulent swirling flow. *Phys. Rev. E*, 58 :7397–7401, December 1998.
- [83] P. Odier, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Magnetic induction by coherent vortex motion. *European Physical Journal B*, 16 :373–378, 2000.
- [84] L. Onsager. Statistical hydromechanics. *Nuovo Cimento (Supplemento)*, 1949.
- [85] E. N. Parker. Hydromagnetic Dynamo Models. *Astr. Phys. J*, 122 :293–+, September 1955.
- [86] N. L. Peffley, A. B. Cawthorne, and D. P. Lathrop. Toward a self-generating magnetic dynamo : The role of turbulence. *Phys. Rev. E*, 61 :5287–5294, May 2000.
- [87] Richard B. Pelz, Victor Yakhot, and Steven A. Orszag. Velocity-vorticity patterns in turbulent flow. *Phys. Rev. Letters*, 54(23) :2505, 1985.
- [88] F. Pétrélis and S. Aumaître. Modification of instability processes by multiplicative noises. *European Physical Journal B*, 51 :357–362, June 2006.
- [89] F. Pétrélis, M. Bourgoïn, L. Marié, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Nonlinear Magnetic Induction by Helical Motion in a Liquid Sodium Turbulent Flow. *Physical Review Letters*, 90(17) :174501–+, May 2003.
- [90] F. Pétrélis, É. Falcon, and S. Fauve. Parametric stabilization of the Rosensweig instability. *European Physical Journal B*, 15 :3–6, 2000.
- [91] F. Pétrélis and S. Fauve. Saturation of the magnetic field above the dynamo threshold. *European Physical Journal B*, 22 :273–276, 2001.
- [92] M. Peyrot. PhD thesis, Université de Grenoble, France, 2007.
- [93] S. Poncet, R. Shiestel, and R. Monchaux. Turbulence modeling of the Von Kármán flow : viscous and inertial stirrings.
- [94] Y. Ponty, P. Mininni, J.-F. Pinton, H. Politano, and A. Pouquet. Dynamo action at low magnetic Prandtl numbers : mean flow vs. fully turbulent motion. *ArXiv Physics e-prints*, January 2006.
- [95] Y. Ponty, P. D. Mininni, D. C. Montgomery, J.-F. Pinton, H. Politano, and A. Pouquet. Numerical Study of Dynamo Action at Low Magnetic Prandtl Numbers. *Phys. Rev. Letters*, 94(16) :164502–+, April 2005.
- [96] S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [97] A. K. Prasad. Stereoscopic particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 29 :103–116, December 2000.
- [98] ravelet. VKS2a. *Journal of Fluid Mech.*, 2007.
- [99] F. Ravelet. *Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Kármán turbulent*. PhD thesis, Ecole doctorale de l’Ecole Polytechnique, 2005.

- 
- [100] F. Ravelet, A. Chiffaudel, and F. Daviaud. Transition à la turbulence. *Journal of Fluid Mech.*, submitted, 2007.
- [101] F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Toward an experimental von Kármán dynamo : Numerical studies for an optimized design. *Physics of Fluids*, 17 :7104–+, November 2005.
- [102] F. Ravelet, L. Marié, A. Chiffaudel, and F. Daviaud. Multistability and Memory Effect in a Highly Turbulent Flow : Experimental Evidence for a Global Bifurcation. *Phys. Rev. Letters*, 93 :164501, 2004.
- [103] R. Robert. Etat d'équilibre statistique pour l'écoulement bidimensionnel d'un fluide parfait. *CR Acad. Sci. Paris*, 1990.
- [104] G. O. Roberts. Spatially Periodic Dynamos. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 266 :535–558, July 1970.
- [105] P. H. Roberts and G. A. Glatzmaier. Geodynamo theory and simulations. *Reviews of Modern Physics*, 72 :1081–1123, October 2000.
- [106] S. H. Saar and A. Brandenburg. Time Evolution of the Magnetic Activity Cycle Period : Results for an Expanded Stellar Sample. *Bulletin of the American Astronomical Society*, 30 :1315–+, December 1998.
- [107] A. A. Schekochihin, A. B. Iskakov, S. C. Cowley, J. C. McWilliams, M. R. E. Proctor, and T. A. Yousef. Fluctuation dynamo and turbulent induction at low magnetic Prandtl numbers. *ArXiv e-prints*, 704, April 2007.
- [108] P. J. Schmid and D. S. Henningson. *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer, 2000.
- [109] F. Schultz-Grunow. Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehäusen. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1935.
- [110] N. Seehafer, F. Feudel, and O. Schmidtman. Nonlinear dynamo with ABC forcing. *Astronomy and Astrophysics*, 314 :693–699, October 1996.
- [111] W. L. Shew, D. Sisan, D. P. Lathrop, and N. L. Peffley. Six Liquid Sodium Flows : Hunting For Dynamos. In *APS meeting*, pages 2P–+, November 2000.
- [112] W. Siemens. . *Proc. R. Soc. London*, 15 :367, 1866-1867.
- [113] J. Sommeria, C. Nore, T. Dumont, and R. Robert. Statistical theory of the Great Red SPOT of Jupiter. *Academie des Sciences Paris Comptes Rendus Serie Sciences Mathematiques*, 312 :999–1005, April 1991.
- [114] J. Sommeria and R. Robert. Statistical equilibrium states for two-dimensional flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 229 :291–310, August 1991.
- [115] J. Sommeria, C. Staquet, and R. Robert. Final equilibrium state of a two-dimensional shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 233 :661–689, December 1991.
- [116] E. J. Spence, M. D. Nornberg, C. M. Jacobson, R. D. Kendrick, and C. B. Forest. Observation of a Turbulence-Induced Large Scale Magnetic Field. *Phys. Rev. Letters*, 96 :055002, February 2006.



- [117] F. Stefani, M. Xu, G. Gerbeth, F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Ambivalent effects of added layers on steady kinematic dynamos in cylindrical geometry : application to the VKS experiment. *Eur. j. mech., B Fluids*, 25 :894–908, November 2006.
- [118] K. Stewartson. On the flow between two rotating coaxial disks. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1953.
- [119] R. Stieglitz and U. Müller. Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo. *Physics of Fluids*, 13 :561–564, March 2001.
- [120] J. K. Sveen. *An introduction to MathPIV V. 1.6.1*, august 2004.
- [121] P. Tabeling, G. Zocchi, F. Belin, J. Maurer, and H. Willaime. Probability density functions, skewness, and flatness in large Reynolds number turbulence. *Phys. Rev. E*, 53 :1613–1621, February 1996.
- [122] F. Takahashi and M. Matsushima. Dynamo action in a rotating spherical shell at high Rayleigh numbers. *Physics of Fluids*, 17 :6601–+, July 2005.
- [123] F. Takahashi, M. Matsushima, and Y. Honkura. Simulations of a Quasi-Taylor State Geomagnetic Field Including Polarity Reversals on the Earth Simulator. *Science*, 309 :459–461, July 2005.
- [124] J. H. Titon and O. Cadot. The statistics of power injected in a closed turbulent flow : Constant torque forcing versus constant velocity forcing. *Physics of Fluids*, 15 :625–640, March 2003. cahier 1 p57.
- [125] H. Touchette, R. S. Ellis, and B. Turkington. An introduction to the thermodynamic and macrostate levels of nonequivalent ensembles. *Physica A*, 340 :138–146, 2004.
- [126] C. Truesdell. The kinematics of vorticity. *Indiana University Publ.*, 1954.
- [127] R. Volk. *Fluctuations d'induction en magnétohydrodynamique, contributions à l'induction à grande échelle, application à l'effet dynamo*. PhD thesis, Ecole normale supérieure de Lyon, 2005.
- [128] R. Volk, P. Odier, and J.-F. Pinton. Fluctuation of magnetic induction in von Kármán swirling flows. *Physics of Fluids*, 18 :5105–+, August 2006.
- [129] R. Volk, F. Ravelet, R. Monchaux, M. Berhanu, A. Chiffaudel, F. Daviaud, P. Odier, J.-F. Pinton, S. Fauve, N. Mordant, and F. Pétrélis. Transport of Magnetic Field by a Turbulent Flow of Liquid Sodium. *Physical Review Letters*, 97(7) :074501–+, August 2006.
- [130] T. von Kármán. Über laminare und turbulente reibung. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1 :233, 1921.
- [131] James M. Wallace, Jean-Louis Balint, and Lawrence Ong. An experimental study of helicity density in turbulent flows. *Phys. Fluids*, 4(9) :2013, 1992. cahier 1 p32.
- [132] J. Westerweel, D. Dabiri, and M. Gharib. The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross-correlation analysis of digital PIV recordings. *Exp. Fluids*, 23 :20–28, 1997. cahier 1 p41.
- [133] P. J. Zandbergen and D. Dijkstra. Von Karman swirling flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19 :465–491, 1987.
- [134] G. Zocchi, P. Tabeling, J. Maurer, and H. Willaime. Measurement of the scaling of the dissipation at high Reynolds numbers. *Phys. Rev. E*, 50 :3693–3700, November 1994.



**Résumé :** Nous présentons deux études centrées sur l'écoulement expérimental de von Karman. Nous confrontons d'une part des prédictions théoriques obtenues dans le cadre idéal d'une mécanique statistique développée pour les écoulements axisymétriques non visqueux et non forcés à des mesures de vitesse réalisées par Vélocimétrie par Imagerie de particule stéréoscopique (SPIV). Nous obtenons des relations globales caractérisant les états stationnaires du système et permettant de dériver théoriquement deux théorèmes de fluctuation-dissipation qui sont testés sur des mesures de SPIV à hauts nombres de Reynolds. D'autre part, nous étudions dans le cadre de la collaboration VKS l'effet dynamo dans un écoulement non contraint de sodium liquide. Cet effet est une instabilité qui serait responsable des champs magnétiques des objets astrophysiques dont la Terre. L'expérience en sodium liquide VKS2 a, pour la première fois, permis d'observer au laboratoire un effet dynamo donnant lieu à des dynamiques temporelles variées de champs magnétiques. Nous montrons que ces différents régimes se classent en fonction du nombre de Rossby de l'expérience et mettons en évidence les liens qui existent entre les bifurcations magnétiques et hydrodynamiques observées.

**Mots-clefs :** écoulement de von Kármán, PIV stéréoscopique, effet dynamo, mécanique statistique, fluctuations.

**Abstract :** This work presents two studies based on the experimental von Karman flow. On the one side, we compare theoretical predictions obtained in the ideal case of a statistical mechanics derived for inviscid force-free axisymmetric flows to Stereoscopic Particle Imaging Velocimetry (SPIV) measurements. We get global relations characterizing the system's steady states and showing a tendency to velocity-vorticity alignment at high Reynolds numbers. On the other side, in the VKS collaboration, we study dynamo action in an unconstrained liquid sodium flow. This effect is an instability which is assumed to be responsible for astrophysic object's magnetic fields, the Earth's one for example. The VKS2 experiment has demonstrated for the first time a dynamo action leading to a wide variety of time-dependent dynamics : steady states, oscillations, intermittency and even randomly switching behaviours close to Earth's magnetic field are presented. We show that these different dynamics can be classified with respect to the experiment's Rossby number. We underline the links existing between hydrodynamic and magnetohydrodynamic bifurcations.

**Keywords :** von Karman flow, stereoscopic PIV, dynamo action, statistical mechanics, turbulence, fluctuations.