



**HAL**  
open science

# Diagnostic des Systèmes Incertains par l'Approche Bond Graph

Mohand Arab Djeziri

► **To cite this version:**

Mohand Arab Djeziri. Diagnostic des Systèmes Incertains par l'Approche Bond Graph. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Lille, 2007. Français. NNT: . tel-00200030

**HAL Id: tel-00200030**

**<https://theses.hal.science/tel-00200030>**

Submitted on 20 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## **Ecole Centrale de Lille**

### **THESE**

Présentée en vue de l'obtention du grade de

### **DOCTEUR**

Discipline : Productique, Automatique et Informatique Industrielle

Par

**Mohand Arab DJEZIRI**

## **Diagnostic des Systèmes Incertains par l'Approche Bond Graph**

Doctorat délivré par l'École Centrale de Lille

**Thèse encadrée par : Belkacem OULD BOUAMAMA , Geneviève DAUPHIN-TANGUY  
et Rochdi MERZOUKI**

Soutenue le 7 décembre 2007 devant la commission du jury

#### **Jury :**

**M. Didier Maquin.** Professeur: Institut National Polytechnique de lorraine (Rapporteur)

**M. Michel Vergé.** Professeur : ENSAM Paris (Rapporteur)

**M. Kamel Youcef Toumi.** Professeur : Massachusetts Institute of Technology (Examineur)

**M. David Henry.** MDC : Université des Sciences et Technologie de Bordeaux (Examineur)

**M. Belkacem Ould Bouamama.** Professeur : Ecole Polytechnique Universitaire de Lille (Coencadreur)

**Mme. Geneviève Dauphin-Tanguy.** Professeur : Ecole Centrale de Lille. (Coencadreur)

**M. Rochdi Merzouki.** MDC : Ecole Polytechnique Universitaire de Lille. (Coencadreur)





# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>1</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>3</b>
<b>1 Approches qualitatives et quantitatives de diagnostic robuste</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction . . . . .	9
1.2 Approches qualitatives de diagnostic robuste . . . . .	10
1.2.1 Approche Bayésienne . . . . .	11
1.2.2 Les réseaux de neurones flous . . . . .	12
1.3 Approches quantitatives de diagnostic robuste . . . . .	12
1.3.1 L'espace de parité . . . . .	14
1.3.2 Les observateurs . . . . .	17
1.3.3 Le filtrage . . . . .	19
1.4 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Modélisation LFT des éléments bond graphs</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction . . . . .	25
2.2 Construction d'un modèle bond graph . . . . .	25
2.3 Représentation LFT . . . . .	26
2.3.1 Hypothèses de mise en forme LFT . . . . .	28
2.4 Modélisation des éléments BG incertains . . . . .	28
2.4.1 Élément BG avec une incertitude additive . . . . .	29
2.4.2 Élément BG avec une incertitude multiplicative . . . . .	31
2.4.3 Modèles BG-LFT des éléments de stockage d'énergie . . . . .	33
2.4.3.1 Éléments I et C en causalité dérivée . . . . .	34
2.4.3.2 Éléments I et C en causalité intégrale . . . . .	35

2.4.4	Modèles BG-LFT des éléments conservatifs de puissance . . . . .	36
2.4.4.1	Élément TF . . . . .	36
2.4.4.2	Élément GY . . . . .	37
2.4.5	Modèle BG-LFT de l'élément RS . . . . .	40
2.5	Construction d'un modèle BG-LFT . . . . .	41
2.6	Comparaison de l'approche d'état LFT avec l'approche BG-LFT . . . . .	42
2.6.1	Approche modèle d'état LFT . . . . .	43
2.6.2	Approche BG-LFT . . . . .	46
2.6.3	Comparaison des deux approches . . . . .	50
2.7	Cas de dépendance paramétrique . . . . .	50
2.8	Évaluation des incertitudes paramétriques . . . . .	56
2.9	Conclusion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Les bond graphs pour le diagnostic robuste</b>	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	59
3.2	Grappe bi-partite et bond graph . . . . .	59
3.2.1	Grappe bi-partite . . . . .	59
3.2.2	Couplage sur un graphe bi-partite . . . . .	61
3.2.3	Variables et contraintes sur un bond graph . . . . .	61
3.2.4	Couplage sur un modèle bond graph . . . . .	64
3.3	Génération de résidus robustes . . . . .	74
3.3.1	Forme générale de la RRA incertaine . . . . .	74
3.3.2	Génération des seuils adaptatifs . . . . .	75
3.4	Exemple . . . . .	76
3.5	Analyse de la sensibilité . . . . .	79
3.5.1	L'indice de sensibilité normalisé . . . . .	80
3.5.2	Indice de détectabilité de défauts . . . . .	82
3.6	Conclusion . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Génération automatique des RRAs robustes</b>	<b>87</b>
4.1	Introduction . . . . .	87
4.2	Logiciels de diagnostic qualitatif . . . . .	87
4.2.1	Logiciels de diagnostic quantitatif . . . . .	89
4.3	Génération automatique de RRAs robustes à l'aide des BGs . . . . .	90

---

4.3.1	Logiciels de modélisation par Bond Graph . . . . .	91
4.3.2	Génération automatique des RRAs robustes . . . . .	94
4.4	Conclusion . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Applications</b>	<b>103</b>
<b>Partie I</b>	<b>Application à un système électromécanique</b>	<b>105</b>
5.1	Introduction . . . . .	106
5.2	Description du banc d'essais . . . . .	106
5.3	Modélisation du couple perturbateur . . . . .	107
5.4	Modélisation bond graph du système électromécanique . . . . .	109
5.5	Identification des paramètres . . . . .	112
5.6	Validation du modèle . . . . .	116
5.7	Procédure de diagnostic robuste . . . . .	118
5.8	Résultats de simulation . . . . .	122
5.8.1	Cahier des charges . . . . .	122
5.9	Résultats expérimentaux . . . . .	127
5.10	Conclusion . . . . .	130
<b>Partie II</b>	<b>Application à un système thermofluide</b>	<b>131</b>
5.11	Introduction . . . . .	132
5.12	Problématique et hypothèses de modélisation . . . . .	133
5.13	Modélisation BG-LFT du GV . . . . .	135
5.13.1	Bond graph à mots du système . . . . .	135
5.13.2	Modèle bond graph de la cuve . . . . .	136
5.13.3	Modèle bond graph de la pompe et la conduite . . . . .	139
5.13.4	Modèle bond graph de la chaudière . . . . .	142
5.13.5	Génération des RRAs robustes . . . . .	148
5.13.6	Résultats expérimentaux . . . . .	153
5.14	Conclusion . . . . .	159

---

<b>6</b>	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>161</b>
6.1	Conclusions . . . . .	161
6.2	Perspectives . . . . .	162
<b>7</b>	<b>Annexes</b>	<b>165</b>
7.1	Généralités sur les bond graphs . . . . .	165
7.1.1	Definition . . . . .	165
7.1.2	Eléments Bond Graphs à un port . . . . .	166
7.1.2.1	Représentation . . . . .	166
7.1.2.2	Utilisation des variables dans la modélisation bond graph	166
7.1.2.3	Elements passifs . . . . .	168
7.1.2.4	Eléments actifs . . . . .	170
7.1.2.5	Eléments de jonction . . . . .	171
7.1.3	Eléments bond graphs à 2 ports . . . . .	172
7.1.3.1	Transformateur TF . . . . .	172
7.1.3.2	Gyrateur GY . . . . .	173
7.1.3.3	Liens d'information . . . . .	173
7.1.4	Notion de causalité . . . . .	173
7.1.4.1	Règle d'affectation de la causalité . . . . .	174
7.1.4.2	Chemin causal . . . . .	177
7.1.5	Bond graph bicausal . . . . .	177
7.1.6	Equations d'état associées au modèle bond graph . . . . .	178
7.1.6.1	Propriétés des variables d'état . . . . .	179
	<b>Bibliographie</b>	<b>180</b>

# Remerciements

*Je tiens à remercier toutes les personnes que j'ai rencontrées durant ces deux années de thèse.*

*Je remercie Madame Geneviève Dauphin-Tanguy, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille et Madame Mireille Bayart, Professeur à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, pour m'avoir accueilli dans leurs équipes.*

*Je remercie plus particulièrement Belkacem Ould Bouamama, Professeur à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, Rochdi Merzouki, Maître de conférence à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, et Geneviève Dauphin-Tanguy, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille pour m'avoir encadré. Je les remercie pour leur pédagogie, leur soutien et pour toutes les discussions instructives et fructueuses que nous avons eues durant toute la durée de ce travail de recherche.*

*Je remercie Michel Vergé, Professeur à l'ENSAM Paris et Didier Maquin Professeur à l'Institut Polytechnique de lorraine d'avoir accepté d'être les rapporteurs actifs de ce présent mémoire.*

*Tous mes remerciements vont aux personnes pré-citées, ainsi qu'à Kamel Youcef Toumi, Professeur à Massachusetts Institute of Technology et David Henry, Maître de conférence à l'Université Bordeaux1 d'avoir accepté d'être les membres du jury de la soutenance de thèse.*

*Je remercie également les membres du jury pour leurs commentaires constructifs et pour avoir apporté un regard neuf sur mes travaux.*

*Mes remerciements vont aussi aux membres des équipes SFSD et Bond Graph, Aziz Nakrachi, chef du département automatique à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, Abdel Aitouche, Enseignant chercheur à HEI, Michel, Olivier, Malika et Marcelle.*

*Je tiens à remercier Samer, Khaled, Kamel, Redouane, Cindy, Midzodzi, Xu, et Mohamed que j'ai eu le plaisir de côtoyer durant ces trois années de thèse.*

## Table Des Abréviations

<b>FDI</b>	<b>Fault Detection and Isolation</b>
<b>LFT</b>	<b>Linear Fractional Transformations</b>
<b>RRA</b>	<b>Relations de Redondance Analytique</b>
<b>BG</b>	<b>Bond Graph</b>
<b>LMI</b>	<b>Linear Matrix Inequality</b>
<b>LTI</b>	<b>Linear Time Invariant</b>
<b>BG-LFT</b>	<b>Bond graph sous forme LFT</b>
<b>GV</b>	<b>Générateur de Vapeur</b>
<b>JEF</b>	<b>Jeu, Elasticité, Frottement</b>
<b>BDF</b>	<b>Bloc Diagramme Fonctionnel</b>
<b>DAE</b>	<b>Differential-Algebraic Equations</b>
<b>PID</b>	<b>Plan d'Instrumentation Détaillé</b>
<b>SFSD</b>	<b>Sûreté de Fonctionnement des Systèmes Dynamiques</b>
<b>FDF</b>	<b>Fault Detection Filter</b>
<b>DO</b>	<b>Diagnosis Observer</b>
<b>PS</b>	<b>Parity Space</b>
<b>CHEM</b>	<b>Advanced Decision Support System for Chemical and Petrochemical Industry</b>

# Introduction Générale

## Cadre de la thèse

Le travail de thèse est effectué au Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR CNRS 8146). Il est réalisé dans le cadre d'une opération transversale « bond graph et surveillance » mise en place en 1998.

La thématique développée dans ce groupe de travail se fonde dans les contributions des équipes: Sûreté de Fonctionnement des Systèmes Dynamiques (SFSD) et Bond Graph (BG) sur deux points de vue: la détection et l'isolation des défauts (FDI) et la commande tolérante aux fautes (FTC) en utilisant un outil fédérateur, les bond graphs. Ces travaux de recherche (*B. Ould Bouamama. (2002) [49]*, *A. K. Samantaray & al. (2005) [62]*) ont été validés par des applications industrielles dans le cadre de projets européens CHEM(2001-2004), et la conception d'un outil logiciel pour la génération d'algorithmes de supervision des processus énergétiques décrits par des modèles bond graphs déterministes (*B. Ould Bouamama & al. (2006) [52]*).

Le présent travail est une continuité de cette recherche, et s'intéresse à la surveillance robuste des processus industriels décrits par des modèles BG incertains. Une procédure de génération automatique des indicateurs de fautes robustes est développée, complétant ainsi l'outil logiciel implémenté pour le cas déterministe. Les résultats de recherches (*M. A. Djeziri & al. (2006) [18]*, *M. A. Djeziri & al. (2007) [19]*, *M. A. Djeziri & al. (2007) [21]*) sont validés par deux applications à des processus de natures physiques différentes (un système électromécanique (JEF), et un système énergétique (GV)).

## Positionnement du travail de recherche

La complexité croissante des systèmes industriels automatisés et les contraintes de compétitivité en terme de coût de production, disponibilité et sécurité des installations, ont mobilisé durant ces dernières années une large communauté de chercheurs pour améliorer la surveillance et le diagnostic de ce type de procédés. Il est en effet inutile de concevoir des installations industrielles plus complexes, si celles-ci doivent régulièrement présenter

un danger pour les personnes, l'environnement et les biens.

L'amélioration de la sûreté de fonctionnement des systèmes repose essentiellement sur les algorithmes de détection et d'isolation des défauts, connus sous l'expression anglaise *Fault Détection & Isolation* (FDI), qui consistent principalement à comparer le comportement réel du système avec des comportements de référence décrivant le fonctionnement normal (pour la détection des défauts), ou décrivant différents genres de défauts (pour l'analyse et l'isolation des pannes), tout en minimisant les fausses alarmes, les non détections ainsi que les retards dans la détection des défauts. La dégradation des performances des algorithmes de diagnostic est principalement due à la connaissance imparfaite des valeurs paramétriques des modèles et à leurs variations aléatoires.

Plusieurs travaux ont été réalisés dans la littérature pour développer des méthodes de diagnostic robuste, se basant sur les différentes informations disponibles pour décrire le comportement des systèmes. Deux types de méthodes sont utilisées, les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives. L'approche qualitative consiste à répartir l'espace paramétrique en plusieurs classes correspondant à des modes de fonctionnement connus, puis de déterminer par apprentissage les relations mathématiques entre les effets (observations des experts, mesures de capteurs et données statistiques), et les causes (les défauts). Mais il n'est généralement pas possible d'identifier tous les modes de fonctionnement possibles du système, à cause de la connaissance imparfaite des valeurs paramétriques et de leurs variations aléatoires. Cette approche a fait l'objet de plusieurs publications ces dernières années, telles que: *J. L. De Miguel & al. (2005)* [14] qui utilisent les réseaux de neurones flous pour le diagnostic d'un moteur à courant continu. *K. Hsing-Chia & al. (2004)* [36] et *A. P. Rotshtein & al. (2005)* [61], utilisent les réseaux de neurones flous pour décrire les relations de causes à effets, ainsi que les algorithmes génétiques pour optimiser le choix des paramètres des réseaux de neurones. Les lois de probabilités bayésiennes sont aussi utilisées, lorsque les données statistiques archivées sur le comportement antérieur du système sont suffisamment importantes, et peuvent définir les probabilités a priori d'occurrence de chaque classe de fonctionnement.

Ainsi le principe des méthodes qualitatives est basé sur la résolution d'un problème de reconnaissance de formes. La difficulté dans la décision est située aux frontières des classes de fonctionnement, due aux incertitudes paramétriques qui représentent pour ce type d'approche, l'ambiguïté sur les observations des experts, les bruits de mesure, et les marges de confiance sur les probabilités calculées à partir des données statistiques. L'utilisation de la logique floue donne de nouvelles frontières, mais ne donne pas une

---

solution au problème de décision pour les observations localisées sur la frontière de plusieurs classes.

Pour les approches quantitatives, appelées aussi méthodes à base de modèles, la première étape consiste à générer des relations de redondance analytique, qui expriment la différence entre les informations issues du système réel et celles générées par son modèle de fonctionnement normal. Ces relations appelées également résidus, caractérisent le mode de fonctionnement du système et sont nulles en fonctionnement normal. Cependant, la robustesse de ces approches dépend principalement de la précision du modèle. Parmi les travaux de recherche sur le diagnostic robuste aux incertitudes paramétriques utilisant les méthodes quantitatives, on peut citer ceux développés dans *O. Adrot & al. (1999)* [1]. Dans ce papier, on utilise l'espace de parité pour la génération des résidus avec des incertitudes paramétriques structurées et bornées dans un intervalle, ainsi que l'arithmétique des intervalles pour l'évaluation. *Z. Han & al. (2002)* [31] utilisent la même méthode pour la génération des résidus, avec des incertitudes paramétriques structurées et bornées par une norme et un test probabiliste " khi deux " pour l'évaluation. *A. Zoghadri & al. (1996)* [77] proposent une transformation non linéaire pour découpler la partie nominale du modèle de la partie incertaine, puis un banc d'observateurs pour l'isolation de défauts. Un modèle incertain sous forme LFT est proposé par *D. Henry & al. (2001)* [32] et *D. Henry & al. (2006)* [33], qui utilisent des méthodes de filtrages pour la génération des résidus, avec des spécifications assurant la stabilité du filtre, la robustesse aux incertitudes et la sensibilité aux défauts. Dans *M. Basseville (1998)* [6] et *M. Basseville & al. (1993)* [7], les auteurs étudient différentes méthodes probabilistes utilisées pour le diagnostic robuste et comparent leurs performances.

L'espace de parité et les observateurs sont bien adaptés pour le diagnostic des défauts capteurs et actionneurs. Les paramètres des RRAs générées n'ont pas une perception physique claire et ne peuvent pas être associés directement aux défauts sur les composants physiques. Les méthodes de filtrage sont fondées sur l'hypothèse que les défauts n'agissent pas à la même fréquence que les incertitudes, cette hypothèse est correcte pour les bruits de mesure qui sont des signaux haute fréquence, mais elle n'est pas toujours vérifiée dans le cas des incertitudes paramétriques.

Les méthodes hybrides de diagnostic combinent les avantages des deux approches précédentes dans le but d'obtenir les meilleures performances. Parmi les travaux sur ces méthodes, nous citons *F. J. Garcia & al. (2000)* [27] qui utilisent la logique floue pour la génération des résidus et la redondance analytique pour l'isolation des défauts.

L'espace de parité et le filtrage consistent à éliminer l'influence des incertitudes paramétriques sur les résidus. L'objectif de la méthode développée dans ce mémoire est par contre de générer des résidus incertains à partir de modèles BG-LFT, puis d'évaluer l'énergie apportée aux indicateurs de fautes par ces incertitudes, permettant ainsi de calculer les seuils adaptatifs de fonctionnement normal.

Une méthode d'analyse de sensibilité aux incertitudes et aux défauts est proposée pour améliorer les performances du diagnostic; elle consiste à définir des indices de sensibilité aux incertitudes paramétriques et des indices de détectabilité des défauts. Les indices de sensibilité paramétriques sont classés sur une échelle normalisée de 0 à 1, permettant ainsi d'identifier le paramètre le plus pertinent, dont l'incertitude a le plus d'influence sur les résidus. Les indices de détectabilité des défauts mesurent l'aptitude du résidu à détecter un défaut physique, autrement dit, ils permettent d'évaluer la valeur à partir de laquelle le défaut est détectable, son énergie étant supérieure à celles introduites par l'ensemble des incertitudes.

### **Intérêt des BG pour le diagnostic des systèmes incertains**

Les systèmes industriels sont régis par plusieurs phénomènes physiques et divers composants technologiques, c'est pourquoi l'outil bond graph basé sur une analyse énergétique et multi physique est bien adapté (*D. C. Karnopp & al. (1990) [37], M. Vergé & al. (2004) [73]*). Par sa structure graphique, l'outil BG permet une analyse causale et structurelle directement sur le modèle. Ces propriétés ont été exploitées initialement pour déterminer les conditions d'observabilité et de commandabilité des systèmes *G. Dauphin-Tanguy (2000) [13]*. Dans les approches classiques de surveillance, on se contente principalement des descriptions toutes faites (équations d'état, fonctions de transfert,...), alors que dans les systèmes réels le processus est décrit par des schéma PID (Plan d'Instrumentations Détaillé) fournissant l'ensemble de l'architecture d'instrumentation et des boucles de régulation. Le modèle bond graph est une image de ces PID.

Dans le domaine de la surveillance à base de modèle, la conception intégrée des systèmes de diagnostic à partir des PID du processus, jusqu'à l'implémentation des algorithmes de surveillance en utilisant un seul outil (les bond graph) sont développées dans *B. Ould Bouamama & al. (2005) [51]*. Par sa structure causale, le parcours des chemins causaux sur le bond graph (qui est un graphe) permet de filtrer les alarmes (détermination de l'origine des défauts), de générer des RRAs (par élimination des variables inconnues). Ainsi le modèle bond graph explicite aussi bien la structure que le comportement du système. Les propriétés fonctionnelles et causales permettent alors de générer les RRAs de façon

---

modulaire sur la base des équations de conservation énergétique issues des jonctions 0 et 1. Enfin, les défauts processus (de type fuite, blocage, jeu mécanique, . . .) peuvent être systématiquement affectés aux RRAs qui leur sont sensibles, car ces indicateurs sont déduits des équations énergétiques. Cette propriété permet alors d’automatiser la construction des tableaux de signature des pannes et des matrices d’incidence (*A. K. Samantaray & al. (2005) [62]*).

Le bond graph étant un modèle physique où les paramètres sont explicitement représentés par des éléments de type résistif R, capacitif C, inductif et inertiel I, . . . etc, les incertitudes peuvent être alors modélisées sur ces éléments. Nous proposons dans ce travail d’utiliser quelques résultats déjà développés dans le domaine de la modélisation par BG des incertitudes pour le diagnostic des systèmes incertains *C. Sié Kam & al. (2005) [66]*.

Parmi les récents travaux qui utilisent l’outil bond graph pour la modélisation des incertitudes paramétriques, *C. Sié Kam & al. (2001) [65]*, *W. Borutzky & al. (2004) [10]*, *C. Sié Kam & al. (2005) [66]* proposent deux méthodes de modélisation des incertitudes sur les éléments bond graph. La première consiste à représenter l’incertitude paramétrique comme un élément bond graph, et la deuxième introduit la forme LFT.

### Organisation du manuscrit

**Le premier chapitre** présente les méthodes qualitatives et quantitatives les plus utilisées dans la littérature pour le diagnostic des systèmes incertains. Bien que l’espace paramétrique est différent pour les deux approches, les performances recherchées sont les mêmes, à savoir un maximum de précision dans la décision en évitant les fausses alarmes, les non détections et les retards dans la détection des défauts. Les exemples proposés dans ce chapitre montrent l’importance de la prise en considération des incertitudes dans la procédure de décision et leurs effets sur la dégradation des performances du diagnostic.

**Le chapitre 2** concerne la modélisation des éléments bond graph incertains sous forme LFT. Les étapes de réalisation d’un modèle bond graph à partir d’un système physique sont développées avec un exemple d’illustration. Les incertitudes paramétriques sont estimées en exploitant les connaissances disponibles par une méthode statistique ou par une méthode ensembliste.

**Le chapitre 3** développe le diagnostic robuste par l’approche bond graph. Dans cette partie est exposé l’algorithme de génération des RRAs robustes à partir des modèles BG LFT, où la partie incertaine des RRA est utilisée pour générer les seuils adaptatifs des résidus. L’analyse de la sensibilité des résidus par rapport aux incertitudes paramétriques permet de définir des indices de sensibilité paramétriques et des indices de détectabilité

des défauts.

Dans **le chapitre 4**, après un bref historique sur les logiciels dédiés à la modélisation par bond graph, nous présenterons quelques logiciels de diagnostic à base de modèles qualitatifs et quantitatifs, puis nous décrirons l'implémentation informatique de la méthode développée au chapitre précédent sur le logiciel FDIPad, de l'étape de modélisation LFT jusqu'à la génération automatique des RRAS robustes, avec un exemple d'illustration.

**Le chapitre 5** présente deux applications différentes, la première est un banc d'essais qui représente un système électromécanique composé d'un moteur, un réducteur et une charge externe. Le but de cette application est de détecter et d'isoler des défauts tels que la variation anormale de l'amplitude du jeu dans la partie réducteur, tout en distinguant le défaut des variations paramétriques. Le deuxième système est un procédé énergétique de génération de vapeur, qui constitue un système non stationnaire, où l'espace paramétrique est plus complexe.

# Chapitre 1

## Approches qualitatives et quantitatives de diagnostic robuste

### 1.1 Introduction

Les premières méthodes de diagnostic furent basées sur la redondance des matériels jugés critiques pour le fonctionnement du système. La redondance matérielle est très répandue dans les domaines où la sûreté de fonctionnement est cruciale pour la sécurité des personnes et de l'environnement, comme dans l'aéronautique et le nucléaire. Les principaux inconvénients de la redondance matérielle sont liés au coût dû à la multiplication des éléments.

Les progrès réalisés dans le domaine des calculateurs numériques permettent aujourd'hui la mise en œuvre dans le milieu industriel des méthodes modernes de l'automatique et de l'intelligence artificielle. Ces nouvelles approches permettent d'éliminer en partie, voire même en totalité, la redondance matérielle pour le diagnostic des systèmes industriels. On peut globalement distinguer deux grandes familles dans les méthodes de diagnostic :

- les méthodes basées sur la modélisation des systèmes, appelées méthodes quantitatives;
- les méthodes basées sur l'intelligence artificielle, appelées méthodes qualitatives.

L'utilisation d'une des deux méthodes est dictée par le type de connaissance dont on dispose pour l'accomplissement de telle ou telle étape du diagnostic. L'utilisation conjointe des deux approches permet l'exploitation de l'ensemble des informations disponibles concernant le fonctionnement du système, ainsi que l'amélioration des performances de la procédure de détection et d'isolation des défauts.

## 1.2 Approches qualitatives de diagnostic robuste

Pour les approches qualitatives de diagnostic, l'espace paramétrique considéré est constitué de l'ensemble des mesures issues des capteurs, les observations d'experts, ainsi que des données statistiques archivées sur le fonctionnement antérieur du système. Les incertitudes paramétriques représentent l'ambiguïté dans les observations des experts, les bruits de mesures et les marges de confiance sur les probabilités calculées à partir des données statistiques antérieures. Le principe de décision consiste à résoudre un problème de reconnaissance de formes, et permet de séparer l'espace paramétrique en plusieurs classes, qui correspondent à des modes de fonctionnement connus comme illustré dans la FIG. 1.1, puis de créer une base de connaissance sous forme de relations entre les effets (mesures des capteurs, observations d'experts, données statistiques) et les causes qui représentent les défauts. Le problème de décision se pose sur les frontières de ces classes, car la connaissance imparfaite des valeurs des paramètres et de leurs variations aléatoires ne permet pas d'attribuer une observation située sur la frontière de deux classes à l'une d'elles. Il existe plusieurs approches qui permettent d'améliorer la décision sur les frontières des classes, et de créer de nouvelles classes si les observations obtenues n'appartiennent à aucune des classes déjà définies, comme l'approche bayésienne et les réseaux de neurones flous.

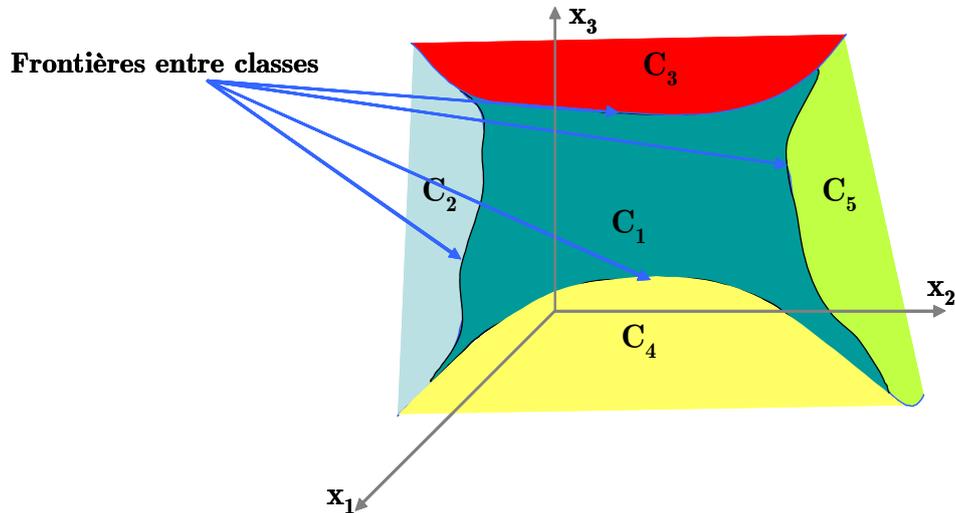


FIG. 1.1 – Exemple de répartition de classes dans un espace paramétrique.

### 1.2.1 Approche Bayésienne

Cette approche repose sur les lois de probabilité de Bayés, qui suppose connue la loi de densité de probabilité  $p(x/C_i)$  relative à chaque classe. Sur le plan pratique, l'hypothèse de Gauss permet de modéliser chaque classe par une loi gaussienne de dimension  $q$ . La moyenne  $\tilde{m}_i$ , la variance  $\tilde{\Sigma}_i$  et la probabilité a priori d'occurrence de chaque classe  $\tilde{p}_i$  sont respectivement calculées par les estimateurs (1.3) (1.4) (1.5). L'observation  $x$  doit alors être affectée à la classe  $C_i$  fournissant la plus grande probabilité a posteriori  $p(C_i/x)$ .

$$p(C_i/x) = \frac{p(C_i) \cdot p(x/C_i)}{\sum_{j=1}^l p(C_j) \cdot p(x/C_j)}; \quad i=1\dots l. \quad (1.1)$$

$$p(x/C_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^q \det(\Sigma_i)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot (x - m_i)^T \frac{1}{\Sigma_i} (x - m_i)\right) \quad (1.2)$$

$$\tilde{m}_i = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} x_j \quad (1.3)$$

$$\tilde{\Sigma}_i = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} (x - m_i) \cdot (x - m_i)^T \quad (1.4)$$

$$\tilde{p}_i = \frac{N_i}{\sum_{j=1}^l N_j} \quad (1.5)$$

La règle de décision consiste à créer une base de connaissance en définissant deux seuils de rejets d'hypothèses. L'utilisation d'un seuil de rejet par ambiguïté  $R_a$ , quand l'observation se trouve à une frontière séparant plusieurs classes ou une zone commune à celles-ci, et d'un seuil de rejet par distance  $R_d$ , quand l'observation est suffisamment éloignée de toutes les classes déjà définie, permet d'identifier d'autres modes de fonctionnement .

Une base de connaissance incluant les rejets peut s'établir comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \text{ est affectée à } C_i \text{ si } p(C_i/x) = \max_{j=1\dots l} (p(C_j/x)) \geq 1 - R_a \\ x \text{ est affectée à } C_0 \text{ si } p(C_i/x) = \max_{j=1\dots l} (p(C_j/x)) < 1 - R_a \\ x \text{ est affectée à } C_d \text{ si } p(C_i/x) = \max_{j=1\dots l} (p(C_j/x)) < R_d \end{array} \right.$$

où  $C_0$  représente la classe des rejets d'ambiguïté et  $C_d$  la classe de rejet en distance.

Il est clair que la robustesse de cette approche de diagnostic dépend fortement du choix des seuils de rejet, qui ont pour objectif d'établir un meilleur compromis au dilemme entre les fausses alarmes et les non détections. Malheureusement, il n'existe pas de méthode qui permet un choix optimal de ces seuils. Ce choix dépend des données statistiques antérieures et de l'expérience de l'opérateur humain. L'identification de nouvelles classes permet d'améliorer progressivement les performances de cet algorithme de diagnostic.

### 1.2.2 Les réseaux de neurones flous

Le principe de cette méthode consiste à utiliser des réseaux de neurones, dont les entrées (effets) et les sorties (causes) sont des sous ensembles flous. Pour être exploitables, les résultats sont convertis en valeurs numériques après une opération dite de « défuzzification ». Les réseaux de neurones ayant la propriété d'approximateurs universels sont capables d'approcher au mieux les relations non linéaires de causes à effets. Les coefficients de pondération des neurones sont calculés à base d'exemples, au moyen d'un algorithme d'apprentissage conçu pour minimiser un critère sur l'erreur d'approximation. La phase d'apprentissage est suivie d'une phase de test, qui consiste à appliquer aux réseaux des exemples n'ayant pas été utilisés précédemment, permettant ainsi d'évaluer leurs capacités de généralisation. Des travaux de recherche récents ont introduit les algorithmes génétiques pour assurer un choix optimal des paramètres des réseaux (*K. Hising-Chia & al. (2004) [36]*, et *A. P. Rotshtein & al. (2005) [61]*)

## 1.3 Approches quantitatives de diagnostic robuste

L'espace paramétrique considéré dans les méthodes à base de modèle peut être séparé en deux catégories:

<b>Paramètres correspondant à des composants matériels</b>	<b>Paramètres correspondant à des phénomènes physiques</b>
<b>résistance électrique, condensateur, vanne, cuve, transformateur électrique,...</b>	<b>frottement, inertie, raideur, conductivité thermique, densité volumique, ....</b>

Le principe des approches quantitatives est de comparer le comportement du système réel à celui d'un modèle qui décrit son fonctionnement normal, en générant des relations de

redondance analytique appelées aussi résidus ou indicateurs de fautes. Lorsque le modèle est parfait (pas d'incertitudes paramétriques et pas d'incertitudes de modélisation), les résidus sont nuls en fonctionnement normal et différents de zéro en cas de défaillance. Mais les incertitudes étant toujours présentes dans un modèle, les travaux de recherche de cette dernière décennie se concentrent sur la prise en compte des incertitudes dans l'évaluation des résidus, pour l'amélioration des performances du diagnostic de systèmes de plus en plus complexes et incertains.

La procédure de diagnostic à base de modèle se résume en quatre étapes:

- la réalisation d'un modèle du système en fonctionnement normal, en prenant en considération les incertitudes;
- la comparaison du comportement du système avec celui du modèle;
- l'étape de décision (détection de défauts);
- l'étape de diagnostic (isolation de défauts).

Le principe de la génération de résidus robustes par les méthodes quantitatives est illustré dans le schéma de la FIG. 1.2:

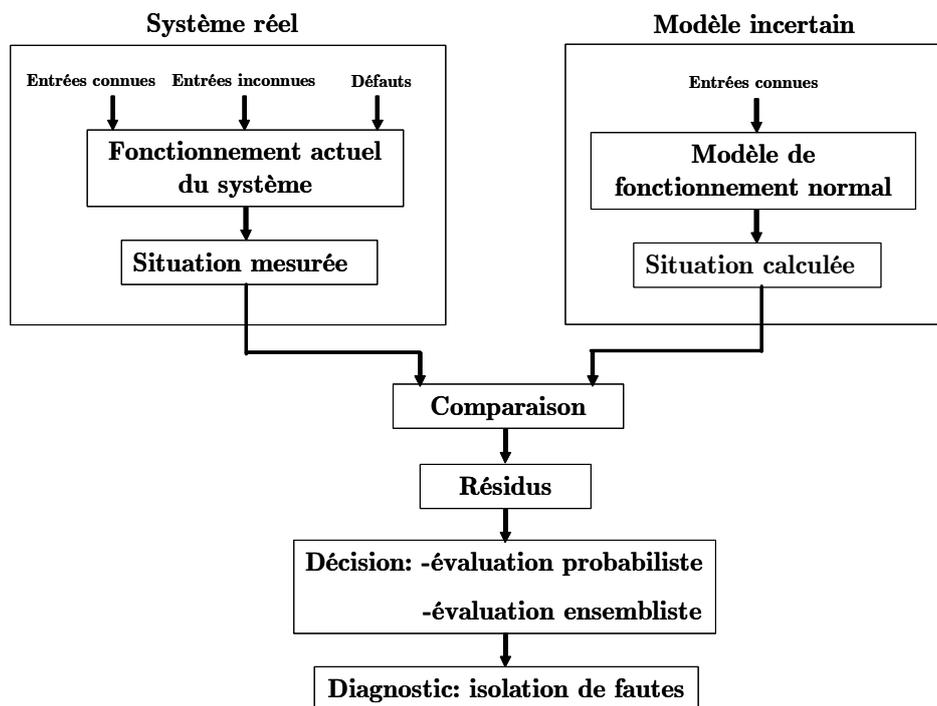


FIG. 1.2 – Principe de génération de résidus à base de modèle

### 1.3.1 L'espace de parité

Cette méthode est généralement appliquée dans un espace à temps discret, en prenant des mesures sur un intervalle de temps appelé *fenêtre d'observation*. La redondance d'information est ainsi créée sans avoir recours aux dérivations successives des mesures. Les incertitudes paramétriques sont modélisées selon le type des informations disponibles.

Prenons l'exemple suivant d'un modèle d'état, avec des incertitudes non structurées sur les matrices  $A$  et  $B$  et des incertitudes stochastique (bruits de mesures), l'objectif est de détecter et d'isoler des défauts capteurs et actionneurs (*Z. Han & al. (2002) [31]*).

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_n + \delta_A) \cdot x(k) + (B_n + \delta_B) \cdot u(k) + E \cdot d(k) \\ y(k) = C \cdot x(k) + o(k) \end{cases} \quad (1.6)$$

avec  $A_n$  et  $B_n$  respectivement les valeurs nominales des matrices  $A$  et  $B$  du modèle.  $\delta_A$  et  $\delta_B$  les incertitudes non structurées sur les matrices  $A$  et  $B$ .  $x(k)$  et  $x(k+1)$  sont respectivement l'état du système à l'instant  $k$  et  $k+1$ .  $u(k)$  est le vecteur de commande du modèle.  $y(k)$  est le vecteur de sortie du modèle.  $o(k)$  est le vecteur des bruits de mesures.  $d(k)$  est le vecteur des perturbations.  $C$  est la matrice de sortie et  $E$  la matrice des gains des perturbations.

En considérant les termes incertains comme un vecteur  $e(k)$  lié à l'état du système par une matrice identité, on obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_n \cdot x(k) + B_n \cdot u(k) + e(k) \\ e(k) = \begin{bmatrix} \delta_A & \delta_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + E \cdot d(k) \\ y(k) = C \cdot x(k) + o(k) \end{cases} \quad (1.7)$$

Une majoration de type norme est supposée connue sur les incertitudes non structurées, telle que l'énergie apportée au système par le terme incertain est inférieure ou égale à une constante  $M$  connue (équation (1.8))

$$\|e(k)\| = \|\delta_A \cdot x(k) + \delta_B \cdot u(k) + E \cdot d(k)\| \leq M \quad (1.8)$$

avec  $\|\cdot\|$  la norme  $L_2$ .

En prenant des mesures dans une fenêtre d'observation  $[k-s, k]$ , le système devient:

$$\begin{aligned}
r &= \begin{bmatrix} y_{k-s} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C.B_n & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C.A_n^{s-1}.B_n & C.A_n^{s-2}.B_n & \dots & C.B_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{k-s} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA_n & C & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C.A_n^s & C.A_n^{s-1} & C.A_n^{s-2} & \dots & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{k-s} \\ e_{k-s} \\ \cdot \\ e_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} o_{k-s} \\ \cdot \\ \cdot \\ o_k \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{1.9}$$

L'équation (1.9) peut s'écrire d'une façon plus simple comme suit:

$$y_s - H_s.u_{s-1} = C_s \cdot \begin{bmatrix} x_{k-s} \\ e_{s-1} \end{bmatrix} + o_s \tag{1.10}$$

avec  $s$  la longueur de la fenêtre d'observation,  $y_s$  les valeurs du vecteur  $y(k)$  sur la fenêtre d'observation  $s$ ,  $e_{s-1}$  les valeurs du vecteur  $e(k)$  sur la fenêtre d'observation  $s - 1$ ,  $u_{s-1}$  les valeurs du vecteur  $u(k)$  sur la fenêtre d'observation  $s - 1$ ,  $x_{k-s}$  les valeurs du vecteur d'état à l'instant  $k - s$ , et  $o_s$  les valeurs du vecteur  $o(k)$  sur la fenêtre d'observation  $s$ .

$$H_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C.B_n & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C.A_n^{s-1}.B_n & C.A_n^{s-2}.B_n & \dots & C.B_0 \end{bmatrix}$$

$$C_s = \begin{bmatrix} \Gamma_s & G_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C.A_n & C & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C.A_n^s & C.A_n^{s-1} & C.A_n^{s-2} & \dots & C \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} C \\ C.A_n \\ \cdot \\ C.A_n^s \end{bmatrix} ; G_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C.A_n^{s-1} & C.A_n^{s-2} & \dots & C \end{bmatrix} .$$

Après le choix d'une matrice de parité  $\Omega$ , orthogonale à la matrice  $C_s$  qui regroupe les coefficients du vecteur d'état inconnu  $x_{k-s}$  et de la partie incertaine  $e_{s-1}$ , les résidus sont générés en multipliant les deux parties de l'équation (1.10) par  $\Omega$ .

$$r = \Omega \begin{bmatrix} I_s & -H_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_s \\ u_{s-1} \end{bmatrix} = \Omega.o_s \quad (1.11)$$

$$\text{Le terme } \Omega \cdot \begin{bmatrix} I_s & -H_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_s \\ u_{s-1} \end{bmatrix} \text{ est la forme de calcul.}$$

Le terme  $\Omega.o_s$  est la forme d'évaluation.

avec  $r$  le vecteur primaire de résidus et  $I_s$  une matrice identité d'ordre  $s$ .

La forme d'évaluation des résidus correspond aux bruits de mesures, qui sont supposés gaussiens de moyenne nulle et de variance connue  $R_0$ . Pour la décision, il suffit de surveiller la moyenne des résidus, le défaut est détecté lorsque cette moyenne s'écarte de zéro, ou bien utiliser des tests probabilistes d'hypothèse, comme le test **khi-deux** et le test de **Ficher**.

Il n'est pas possible d'utiliser le vecteur primaire de résidus  $r$  de l'équation (1.11) pour la détection de défauts actionneurs, car la matrice de parité  $\Omega$ , orthogonale à  $C_s$ , est aussi orthogonale à  $H_s$  (équation (1.12)). Dans ce cas les résidus ne sont plus sensibles aux défauts actionneurs.

$$\begin{cases} H_s = G_s \cdot (I_s \otimes B_n) \\ C_s = \begin{bmatrix} \Gamma_s & G_s \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.12)$$

avec  $\otimes$  le produit du tenseur de Kronecker.

La détection de défauts actionneurs peut se faire par un choix judicieux de la matrice de parité, tel que  $\Omega \cdot \Gamma_s = 0$  pour éliminer l'état inconnu, et  $\Omega \cdot G_s \cdot e_{s-1} \neq 0$  pour assurer la sensibilité des résidus aux défauts actionneurs. La quantité  $\Omega \cdot G_s \cdot e_{s-1}$  est prise en considération dans l'évaluation des résidus, en utilisant l'hypothèse de l'équation (1.8) et la distribution gaussienne de moyenne nulle des bruits de mesure .

Compte tenu de l'hypothèse de l'équation (1.8), l'évaluation des résidus se fait par un test probabiliste, en supposant que les résidus suivent une distribution probabiliste non centrée, avec un vecteur de paramètres de décalage  $L = \Omega \cdot G_s \cdot M$  représentant les moyennes des résidus en fonctionnement normal

### 1.3.2 Les observateurs

En automatique et en théorie de l'information, un observateur d'état est une extension d'un modèle représenté sous forme de représentation d'état. Lorsque l'état du système n'est pas mesurable, on construit un observateur qui permet de reconstruire l'état à partir d'un modèle du système dynamique et des mesures d'autres grandeurs. La théorie de l'observateur d'état a été introduite dans les années soixante par Luenberger pour les systèmes linéaires. Kalman a également formulé un observateur en considérant un système linéaire stochastique. L'extension de la théorie de l'observateur aux systèmes non linéaires reste un domaine où la recherche est très active, mais l'utilisation la plus commune est l'emploi d'un filtre de Kalman étendu.

Le principe de base de la génération de résidus à l'aide d'observateurs est de réaliser une estimation des sorties du système à partir des grandeurs accessibles à la mesure. Le vecteur résidu est alors construit comme l'écart entre la sortie estimée et la sortie mesurée, c'est à dire à l'aide de l'erreur d'estimation sur la sortie. Les résidus générés ne sont généralement pas nuls en fonctionnement normal, à cause des bruits et des incertitudes. Ainsi, le diagnostic robuste aux incertitudes à base d'observateurs a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches ces dernières années (*R. J. Patton & al. (1997) [55]*, *S. X. Ding & al. (2002) [16]*, *C. Jiang & al. (2005) [34]*, *A. Johansson & al. (2006) [35]*, *X. G. Yan & al. (2007) [74]*).

Dans *A. Johansson et al. (2006)* [35], un modèle linéaire incertain de la forme (1.13) est proposé en prenant en considération les incertitudes additives et les incertitudes multiplicatives par rapport à l'état.

$$\dot{x} = A.x + P.(\pi \otimes x) + E.\pi + u + F \quad (a) \quad (1.13)$$

$$y = C.x + v \quad (b)$$

où  $\otimes$  est le produit de Kroneker.  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $P \in \mathbb{R}^{n \times nm}$  et  $C \in \mathbb{R}^{k \times n}$  sont des matrices constantes.  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y(t) \in \mathbb{R}^k$  est le vecteur des sorties mesurées.  $F(t) \in \mathbb{R}^n$  et  $v(t) \in \mathbb{R}^k$  sont des bruits additifs.  $E(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $u(t) \in \mathbb{R}^n$  sont les entrées du système.  $\pi(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des incertitudes paramétriques supposé borné ( $|\pi(t)| \leq \Pi \in \mathbb{R}^m$ ) et introduit de façon bilinéaire par rapport à l'état. Pour garantir l'existence d'une solution unique à la représentation (1.13)-(a), on suppose que  $E$ ,  $F$ , et  $u$  sont intégrables.

Lorsque l'observateur de Luenberger est appliqué à un système de la forme (1.13), la dynamique de l'erreur d'estimation de l'état prend aussi la forme (1.13). puisque c'est l'erreur d'estimation qui constitue le résidu; il est nécessaire de déterminer des bornes (seuils) supérieures des modules des sorties mesurées  $y$ . Dans *A. Johansson et al. (2006)* [35] chaque borne est donnée comme un système dynamique avec  $E$ ,  $F$ , et  $v$  comme entrées, en supposant que les bornes de  $E$ ,  $F$ , et  $v$  sont connues. Ces seuils sont ensuite utilisés pour générer les seuils des résidus.

L'observateur de Luenberger est construit en supposant qu'il n'y a pas d'incertitudes ( $\pi(t) = 0$ ), son expression prend alors la forme (1.14):

$$\dot{\hat{x}} = A.\hat{x} + K.(y - C.x) \quad (1.14)$$

En introduisant l'erreur d'estimation  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  et en combinant (1) et (3), on obtient la dynamique de l'erreur d'estimation suivante:

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K.C).\tilde{x} + P.(\pi \otimes x) + E.\pi + F - K.v \quad (1.15)$$

**Propriété 1.1:** Soit  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times q}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{m \times r}$ ,  $E \in \mathbb{R}^{q \times s}$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $y \in \mathbb{R}^m$ . Avec  $m$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$  et  $s$  sont des entiers positifs:

- (a) Si  $A \geq 0$  et  $B \geq C$ , alors  $(A \otimes B) \geq (A \otimes C)$  et  $(B \otimes A) \geq (C \otimes A)$
- (b)  $|A \otimes B| = |A| \otimes |B|$ .
- (c)  $(A \otimes B).(D \otimes E) = (A.D) \otimes (B.E)$ .

$$(d) \ x \otimes y = (x \otimes I_m) . y = (I_n \otimes y) . x.$$

L'équation (1.15) n'a pas la forme (1.13) due au terme  $P.(\pi \otimes x)$ . Cependant en appliquant la propriété **(1.1-(d))** on obtient:

$$\pi \otimes x = \pi \otimes \tilde{x} + \pi \otimes \hat{x} = \pi \otimes \tilde{x} + (I_m \otimes \hat{x}) . \pi$$

La dynamique de l'erreur devient alors:

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K.C) . \tilde{x} + P.(\pi \otimes x) + (P.(I_m \otimes \hat{x}) + E) . \pi + F - K.v$$

Ainsi, la substitution dans (1.13) donne:

$$A \rightarrow (A - K.C); \quad u \rightarrow 0; \quad E \rightarrow E + P.(I_m \otimes \hat{x}); \quad F \rightarrow F - K.v$$

Enfin, on obtient une dynamique de l'erreur d'estimation de l'observateur de Luenberger (1.14), avec comme sortie le résidu de l'équation (1.16)

$$r = y - C.\hat{x} = C.\tilde{x} + v \tag{1.16}$$

Le résidu de l'équation (1.16) n'est pas nul en fonctionnement normal, à cause des incertitudes et des bruits. Un signal d'évaluation (noté également  $r$ ) et un seuil (noté  $a$ ) sont alors définis, et le défaut est détecté lorsque  $r(t) > a(t)$  pour  $t \geq 0$ . Pour assurer la robustesse aux incertitudes, le seuil doit satisfaire l'inégalité:

$$a(t) \geq \text{Sup}_{\pi(t) \leq \Pi} r(t)$$

Des travaux récents se concentrent sur le diagnostic des systèmes non linéaires incertains, tel que *X. G. Yan & al. (2007)* [74], qui proposent une forme particulière d'observateurs à mode glissant, dont les paramètres peuvent être obtenus en utilisant les techniques LMI.

### 1.3.3 Le filtrage

Les méthodes de filtrage et les observateurs sont aussi utilisés ces dernières années pour le diagnostic robuste (*A. Edelmayer & al. (1994)* [22], *A. Edelmayer & al. (1996)* [23], *P. Frank & al. (1997)* [25], *M. Rank & al. (1999)* [57], *F. Rambeaux & al. (2000)* [56], *M. Zhong & al. (2003)* [76]...). Ces méthodes sont très utilisées pour les systèmes linéaires afin d'éliminer l'effet des bruits de mesures et des perturbations hautes fréquences sur les

résidus. Il est également intéressant d'utiliser ces approches dans le cas particulier où les incertitudes paramétriques n'interviennent pas à la même fréquence que les défauts.

Pour illustrer le principe des méthodes de filtrage, prenons l'exemple de la méthode proposée par *D. Henry & al. (2006)* [33] qui utilisent un modèle LFT (voir chapitre 2) pour développer un schéma de FDI robuste par filtrage, avec des spécifications formulées au sens de normes  $H_\infty$ ,  $H_-$ ,  $H_2$ , et des contraintes locales assurant la stabilité des filtres. Ces normes sont définies comme suit:

· **Norme  $H_2$  norme  $H_e$**

- La norme  $H_2$

$$\begin{aligned}\|r\|_2 &= \left( \int_{-\infty}^{+\infty} r^T(t).r(t).dt \right)^{1/2} \\ \|r\|_2 &= \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} r^\chi(w).r(w).dw \right)^{1/2}\end{aligned}\tag{1.17}$$

avec  $r^T(t)$  la transposé du résidu  $r(t)$  dans le domaine temporel, et  $r^\chi(w)$  le conjugué transposé du résidu  $r(w)$  dans le domaine fréquentiel

- La norme  $H_e$  (norme  $H_2$  tronquée)

$$\begin{aligned}\|r\|_e &= \|r\|_{2,\tau} = \left( \int_{t_1}^{t_2} r^T(t).r(t).dt \right)^{1/2} \quad \text{avec } \tau = t_2 - t_1 \\ \|r\|_e &= \|r\|_{2,W} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{w_1}^{w_2} r^\chi(w).r(w).dw \right)^{1/2} \quad \text{avec } W = w_2 - w_1\end{aligned}\tag{1.18}$$

· **Norme  $H_\infty$  et norme  $H_-$**

Soit  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  respectivement les signaux d'entrée et de sortie d'une matrice de transfert  $M(s) \in RH_\infty$

- La norme  $H_\infty$  (notion de maximum d'amplification énergétique de  $u$  par  $M$ )

$$\begin{aligned}\|M\|_\infty &= \max_{u \neq 0} \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} = \max_{\|u\|_2=1} \|y\|_2 \\ \|M\|_\infty &= \sup_w \sigma_{\max}(M(jw))\end{aligned}\tag{1.19}$$

avec  $\sigma_{\max}$  valeur singulière maximale de  $M$

- La norme  $H_-$  (notion de minimum d'amplification énergétique de  $u$  par  $M$ )

$$\begin{aligned}\|M\|_- &= \min_{u \neq 0} \frac{\|y\|_e}{\|u\|_e} = \min_{\|u\|_e=1} \|y\|_e \\ \|M\|_- &= \inf_{w \in W} \sigma_{\min}(M(jw)) \quad \text{avec } W = w_2 - w_1\end{aligned}\tag{1.20}$$

avec  $\sigma_{\min}$  valeur singulière minimale de  $M$

Le schéma général de FDI à base de filtre est donné par la FIG. 1.3. Le modèle du système est constitué d'un modèle nominal  $P$  à temps invariant (LTI), et d'un bloc incertain  $\Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_{\infty} \leq 1$  regroupant les incertitudes paramétriques, les incertitudes de modélisation et les bruits de mesures.

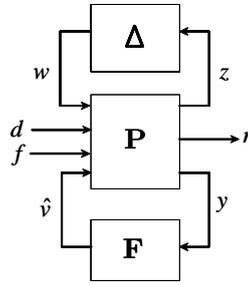


FIG. 1.3 – Le schéma général de FDI à base de filtrage

$$P : \begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B_1.w(t) + B_{2d}.d(t) + B_{2f}.f(t) \\ z(t) = C_1.x(t) + D_{11}.w(t) + D_{12d}.d(t) + D_{12f}.f(t) \\ y(t) = C_2.x + D_{21}.w(t) + D_{22d}.d(t) + D_{22f}.f(t) \\ r(t) = v(t) - \hat{v}(t) = W.y(t) - \hat{v}(t) \end{cases}\tag{1.21}$$

$$F : \begin{cases} \dot{x}_F(t) = A_F.x_F(t) + B_F.y(t) \\ \hat{v}(t) = C_F.x(t) + D_F.y(t) \end{cases}\tag{1.22}$$

$$\Delta : w = \Delta.z\tag{1.23}$$

$$\Delta = \left\{ \text{diag} \left( \delta_1^r.I_k, \dots, \delta_{mr}^r.I_{k_{mr}}, \delta_1^c.I_{k_{mr+1}}, \dots, \delta_{mc}^c.I_{k_{mr+mc}}, \Delta_1^c, \dots, \Delta_m^c \right) \right\}\tag{1.24}$$

$\delta_i^r I_{ki}$  avec  $i = 1, \dots, m_r$ ,  $\delta_j^c I_{k_{mr+j}}$  avec  $j = 1, \dots, m_c$  et  $\Delta_l^c I_{k_{mr+j}}$  avec  $l = 1, \dots, m$  sont respectivement, le bloc de scalaires réels, le bloc de scalaires complexes et le bloc complexe non structuré qui correspond aux dynamiques négligées, avec  $\delta_i^r \in \mathbb{R}$ ,  $\delta_i^c \in \mathbb{C}$ ,  $\Delta_i^c \in \mathbb{C}$ .  $d$  représente les perturbations externes,  $f$  les défauts affectant le système,  $z$  et  $w$  sont des signaux fictifs internes au modèle.  $\hat{v}$  est la sortie du filtre  $F$ , qui correspond à l'estimation de  $v = Wy$ ,  $r$  est le vecteur de résidus,  $y$  est la sortie du modèle,  $x$  est le vecteur d'état.  $A, B_1, B_{2d}, B_{2f}, C_1, D_{11}, D_{12d}, D_{12f}, C_2, D_{21}, D_{22d}, D_{22f}$  sont des matrices de dimensions appropriées.  $A_F, B_F, C_F, D_F$  sont les matrices du filtre à calculer.

L'objectif de cette approche consiste à trouver les matrices  $A_F, B_F, C_F, D_F$  du filtre de sorte à satisfaire les spécifications suivantes:

*Spécification (S.1):*  $\|T_{rd}\|_\infty < \gamma_1$  pour tout modèle de perturbations  $\Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ , où  $T_{rd}$  représente la fonction de transfert en boucle fermée entre  $r$  et  $d$ .

*Spécification (S.2):*  $\|T_{rf}\|_- > \gamma_2$  sur tout le rang de fréquence spécifié  $\varpi$ , et pour tout modèle de perturbations  $\Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ , où  $T_{rf}$  représente la fonction de transfert en boucle fermée entre  $r$  et  $f$ , et  $\varpi$  est la plage de fréquence où l'énergie des défauts est susceptible d'être concentrée.

*Spécification (S.3):* Les pôles du filtre  $F$  sont à partie réelle négative pour tout modèle de perturbations  $\Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ .

*Spécification (S.4):* Contrôler l'effet des perturbations externes  $d$  sur le vecteur de résidus  $r$ , de sorte à maintenir son amplitude au dessous d'un certain niveau  $\gamma_3$  en fonctionnement normal, avec  $\gamma_3$  un réel positif.

Les premiers travaux utilisant l'optimisation  $H_\infty$  pour le FDI robuste tel que *Edelmayer & al. (1994)* [22], *Edelmayer & al. (1996)* [23], *Mangoubi & al. (1998)* [43] et *Mangoubi (1998)* [44], sont basés sur les approches de factorisation et les équations algébriques de Riccati (ARE) pour la synthèse des filtres. *D. Henry & al. (2006)* [33] proposent une solution basée sur les techniques d'optimisation LMI (Linear Matrix Inequality).

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, un ensemble de travaux récents sur le diagnostic des systèmes incertains est présenté. Les performances recherchées pour les différentes méthodes sont un minimum de fausses alarmes, de non détection, et de retard dans la détection des défauts. Ainsi pour les atteindre, il faut déterminer avec exactitude les frontières entre les différents modes de fonctionnement normal et défaillant. Souvent la connaissance imparfaite

et ambiguë des paramètres des modèles et leurs variations aléatoires, ne permettent pas d'attendre la perfection en performance.

Les approches quantitatives étudiées dans ce chapitre sont basées sur des modèles d'état linéaires, où l'espace paramétrique ne peut pas être associé à des composants matériels ou à des phénomènes physiques précis. Les modèles d'état non linéaires sont difficiles à exploiter même en déterministe, que ce soit pour la commande ou pour le diagnostic. Plusieurs travaux de recherches sont publiés ces dernières années concernant principalement le diagnostic à base de modèles d'état non linéaires déterministes (*Yang & al. (1997)* [75], *H. Hammouri & al. (1999)* [30], *L.Li & al. (2004)* [42], *M. A. Djeziri & al. (2007)* [20], *X. G. Yan & al. (2007)* [74]).



# Chapitre 2

## Modélisation LFT des éléments bond graphs

### 2.1 Introduction

Avant de développer la méthodologie de diagnostic des systèmes à paramètres incertains par les BG, on introduit dans ce chapitre la modélisation des incertitudes paramétriques par BG. Deux méthodes sont proposées par *G. Dauphin-Tanguy & al. (1999)* [12] et *C. Sié Kam (2001)* [64]. La première consiste à représenter l'incertitude sur un élément bond graph comme un autre élément de même type, causalement lié à l'élément nominal ou au reste du modèle. Ces incertitudes sont gardées en causalité dérivée lorsque le modèle est en causalité intégrale préférentielle pour ne pas modifier l'ordre du modèle. La deuxième méthode est la forme LFT (Linear Fractional Transformations) introduite sur des modèles mathématiques par *R. Redheffer (1960)* [58]. Cette forme de modélisation offre plusieurs avantages d'un point de vue diagnostic des systèmes incertains et permet de modéliser toutes les incertitudes. Pour développer notre approche de diagnostic robuste, nous avons opté pour la modélisation LFT. Nous illustrons dans ce chapitre les motivations de ce choix et l'intérêt de cette forme standard d'un point de vue analyse structurelle et diagnostic robuste aux incertitudes.

### 2.2 Construction d'un modèle bond graph

La modélisation par bond graph est basée sur la caractérisation des phénomènes d'échanges de puissance dans un système d'une manière graphique (par un lien). Ces puissances sont

décrites par des couples effort-flux, liés par l'intermédiaire des jonctions. Il existe aussi quelques bond graphs où le produit effort-flux n'est pas une puissance, ils sont appelés pseudo bond graphs et sont utilisés principalement pour la modélisation des phénomènes rencontrés en génie des procédés (thermiques, chimiques, ...). L'aspect multi physique des bond graphs vient du fait qu'à partir d'un système physique quelconque, il est possible d'obtenir une représentation graphique indépendante du domaine physique étudié. La construction d'un modèle bond graph peut se faire en trois niveaux:

*A. Le niveau technologique*

Ce niveau consiste à déterminer les différentes parties du système, puis à construire l'architecture du modèle par l'assemblage des différents sous-systèmes. C'est une approche fonctionnelle proche de l'approche SADT (Structured Analysis and Design Technic). Le modèle bond graph est sous forme de boîtes noires, où les entrées/sorties sont les liens de puissance entre les différentes parties du système. Sur ce modèle appelé **bond graph à mots** ou **word bond graph**, les phénomènes physiques n'apparaissent pas explicitement.

*B. Le niveau physique*

Cette étape consiste à reproduire graphiquement tous les phénomènes physiques pris en compte dans les hypothèses de modélisation. A ce niveau, l'outil bond graph permet par sa nature graphique, à l'aide d'un langage unique, de mettre en évidence la nature des échanges de puissance dans le système, tels que les phénomènes de stockage, de transformation et de dissipation d'énergie. L'ordre et le type de dynamique du système sont déduits directement du modèle. Grâce à son caractère évolutif, la structure graphique du modèle obtenu peut être modifiée par un simple ajout d'éléments bond graphs.

*C. Le niveau structurel et mathématique*

Cette étape consiste à affecter des causalités aux composants du modèle, puis à écrire les lois constitutives des composants et des phénomènes. L'affectation des causalités permet de vérifier la cohérence des relations de causes à effets prises en considération dans les hypothèses de modélisation, ainsi que les propriétés structurelles du système ( commandabilité, observabilité, ...) et les contraintes physiques ( boucles algébro-différentielles critiques).

## 2.3 Représentation LFT

Les transformations linéaires fractionnelles (LFT) sont des objets génériques très utilisés dans la modélisation des systèmes incertains. L'universalité des LFT est due au fait que

toute expression rationnelle peut s'écrire sous cette forme (A. Oustaloup. (1994) [53], D. Alazard & al. (1999) [3]). Cette forme de représentation est très utilisée pour la synthèse des lois de commande des systèmes incertains utilisant le principe de la  $\mu$ -analyse. Elle consiste à séparer la partie nominale d'un modèle de sa partie incertaine comme illustré dans la FIG 2.1. Les valeurs nominales sont regroupées dans une matrice augmentée notée  $M$ , supposée propre, et les incertitudes quel que soit leur type (incertitudes paramétriques structurées et non structurées, incertitudes de modélisation, bruits de mesures...) sont réunies dans une matrice  $\Delta$  de structure diagonale.

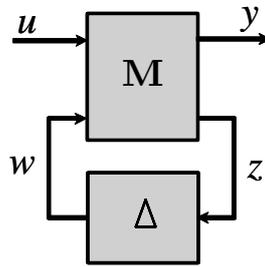


FIG. 2.1 – Représentation LFT.

Dans le cas linéaire, cette forme standard mène à une représentation d'état de la forme (2.1):

$$\begin{cases} \dot{x} = A.x + B_1.w + B_2.u \\ z = C_1.x + D_{11}.w + D_{12}.u \\ y = C_2.x + D_{21}.w + D_{22}.u \end{cases} \quad (2.1)$$

avec  $x \in R^n$  le vecteur d'état du système,  $u \in R^m$  le vecteur regroupant les entrées de commande du système,  $y \in R^p$  le vecteur regroupant les sorties mesurées du système.  $w \in R^l$  et  $z \in R^l$  regroupent respectivement les entrées et les sorties auxiliaires.  $n, m, l$  et  $p$  sont des entiers positifs.

Les matrices ( $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}$ ) sont des matrices de dimensions appropriées.

### 2.3.1 Hypothèses de mise en forme LFT

La mise sous forme LFT exige que le modèle soit propre et observable *C. Sié Kam (2001) [64]*. La méthodologie bond graph permet par des manipulations causales de vérifier ces propriétés directement sur le modèle bond graph.

*Propriété 1.1* Un modèle bond graph est propre si et seulement s'il ne contient aucun composant dynamique en causalité dérivée lorsque il est en causalité intégrale préférentielle, et réciproquement (*C. Sueur & al. (1989) [69]*).

*Propriété 1.2*: Un modèle bond graph est structurellement observable en état si et seulement si les conditions suivantes sont respectées:

i) Sur le modèle bond graph en causalité intégrale, il existe un chemin causal entre tous les éléments dynamiques I et C en causalité intégrale et un détecteur  $De$  ou  $Df$ ;

ii) Tous les éléments dynamiques I et C admettent une causalité dérivée sur le modèle bond graph en causalité dérivée préférentielle. Si des éléments dynamiques I ou C restent en causalité intégrale, la dualisation de détecteurs  $De$  et  $Df$  doit permettre de les mettre en causalité dérivée (*C. Sueur & al. (1989) [69]*).

## 2.4 Modélisation des éléments BG incertains

La modélisation des systèmes linéaires à paramètre incertains a été développée dans *C. Sié Kam (2001) [64]*, nous invitons le lecteur à consulter les références correspondantes pour plus de détails sur la modélisation des éléments BG incertains ( $R, I, C, TF$  et  $GY$ ). Nous nous limiterons donc dans cette partie à montrer les deux méthodes de modélisation des éléments BG incertains, ainsi que les avantages des BG-LFT pour le diagnostic robuste en utilisant l'élément R comme exemple. Nous développerons ensuite la modélisation LFT d'un élément  $RS$ , qui n'a pas été développé dans les références précédentes, qui concernaient uniquement les systèmes linéaires, tandis que le modèle de l'élément RS incertain est non linéaire.

Les modèles BG déterministes d'un élément physique R en causalité résistance et conductance sont respectivement donnés par les FIGs. 2.2-(a) et (b).



FIG. 2.2 – (a) : Élément  $R$  déterministe en causalité résistance. (b) : Élément  $R$  déterministe en causalité conductance

Déterminons le modèle bond graph incertain de cet élément.

### 2.4.1 Élément BG avec une incertitude additive

En introduisant une incertitude de façon additive sur l'élément  $R$  en causalité résistance on obtient:

$$e_R = (R_n + \Delta R) \cdot f_R = R_n \cdot f_R + \Delta R \cdot f_R = e_n + e_{inc} \quad (2.2)$$

avec  $R_n$  la valeur nominale de l'élément  $R$  et  $\Delta R$  l'incertitude additive sur le paramètre.  $e_R$  et  $f_R$  sont respectivement l'effort et le flux dans l'élément  $R$ .  $e_n = R_n \cdot f_R$  et  $e_{inc} = \Delta R \cdot f_R$  représentent respectivement l'effort apporté par le paramètre nominal et l'effort introduit par l'incertitude additive.

L'équation (2.2), montre clairement que l'effort introduit par l'incertitude additive  $\Delta R$  est indépendant de la valeur nominale du paramètre  $R_n$ . Cette forme de représentation est donc valable pour les systèmes linéaires à paramètres constants. On peut envisager de l'étendre pour modéliser des systèmes complexes à paramètres variables, comme le générateur de vapeur proposé dans l'application du chapitre 5, en faisant un développement limité au voisinage de la valeur nominale. Le modèle bond graph équivalent au modèle mathématique de l'équation (2.2) est donné par la FIG. 2.3-(a), et la FIG. 2.3-(b) montre le modèle bond graph de l'élément  $R$  en causalité conductance.

L'approche bond graph permet d'anticiper les problèmes de simulation et de génération de RRAs robustes. En effet, dans le cas où l'incertitude est introduite de façon additive sous forme d'un élément BG, les propriétés structurelles du modèle incertain empêchent la génération automatique des RRAs robustes, et génère des erreurs dans la simulation du modèle. Pour illustrer cette particularité, analysons les modèles BG des éléments  $C$  et  $I$  en causalité intégrale et dérivée des FIGs. 2.4 et 2.5

Les modèles BG des éléments  $C$  et  $I$  en causalité intégrale des FIG. 2.4-(a) et FIG. 2.5-(a) montrent que l'incertitude représentée par un élément bond graph est causalement

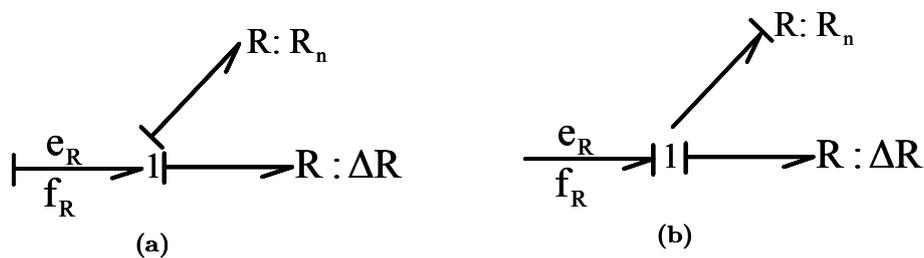


FIG. 2.3 – (a) : Élément  $R$  en causalité résistance avec incertitude additive. (b) : Élément  $R$  en causalité conductance avec incertitude additive.

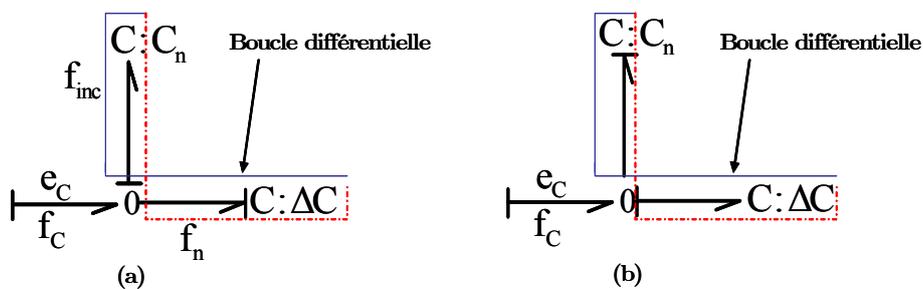


FIG. 2.4 – (a) : Élément  $C$  en causalité intégrale avec incertitude additive. (b) : Élément  $C$  en causalité dérivée avec incertitude additive.

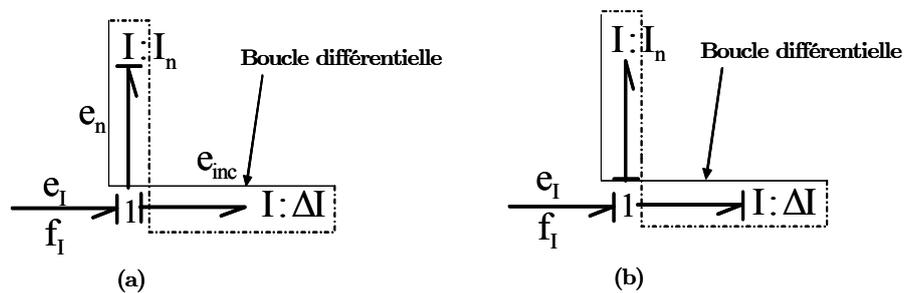


FIG. 2.5 – (a) : Élément  $I$  en causalité intégrale avec incertitude additive. (b) : Élément  $I$  en causalité dérivée avec incertitude additive.

liée au paramètre nominal et n'a aucun lien causal avec le reste du modèle. Cette situation donne lieu à une boucle différentielle entre l'élément nominal et l'incertitude. Ainsi, sur des modèles complexes, où le nombre d'incertitudes paramétriques est important, la simulation de la dynamique du modèle devient pratiquement impossible à cause des boucles algébro-différentielles.

Lorsque les modèles BG des éléments C et I sont mis en causalité dérivée (FIG. 2.4-(b) et FIG. 2.5-(b)), le paramètre nominal ( $C_n$  et  $I_n$ ) passe en causalité dérivée et le paramètre correspondant à l'incertitude ( $\Delta C$  et  $\Delta I$ ) passe en causalité intégrale, mais la boucle différentielle reste toujours présente. Le problème des boucles algébro-différentielles restera donc présent quelle que soit la causalité adoptée pour développer le schéma de diagnostic.

### 2.4.2 Élément BG avec une incertitude multiplicative

L'introduction d'une incertitude de façon multiplicative sur l'élément  $R$  en causalité résistance donne:

$$e_R = R_n \cdot (1 + \delta_R) \cdot f_R = R_n \cdot f_R + \delta_R \cdot R_n \cdot f_R = e_n + \delta_R \cdot e_n = e_n + e_{inc} \quad (2.3)$$

avec  $R_n$  la valeur nominale de l'élément  $R$  et  $\delta_R$  l'incertitude multiplicative sur le paramètre.  $e_R$  et  $f_R$  sont respectivement l'effort et le flux dans le paramètre  $R$ .  $e_n = R_n \cdot f_R$  et  $e_{inc} = \delta_R \cdot R_n \cdot f_R$  représentent respectivement l'effort apporté par le paramètre nominal et l'effort introduit par l'incertitude multiplicative.

Contrairement à l'effort introduit par une incertitude additive par rapport au paramètre (équation (2.2)), l'effort apporté par une incertitude multiplicative (équation (2.3)) est une fonction de l'effort apporté par le paramètre nominal. Ceci est une propriété importante pour l'étape d'identification paramétrique et pour l'étape de diagnostic. En effet, les systèmes complexes contiennent généralement des paramètres variables, comme la densité volumique  $\rho_l$  de l'eau dans la chaudière du GV présenté au chapitre 5; ce paramètre, qui est une fonction non linéaire de la température et de la pression dans la chaudière, est identifié par interpolation polynomiale en utilisant une table thermodynamique. L'incertitude additive  $\Delta \rho_l$  est difficile à borner car elle aussi varie de façon non linéaire, mais le rapport  $\delta_{\rho_l}$  entre l'incertitude additive et la valeur nominale est plus facile à borner.

L'introduction d'une incertitude multiplicative sur l'élément  $R$  en causalité conductance donne:

$$f_R = \frac{1}{R_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{R}}\right) \cdot e_R = \frac{1}{R_n} \cdot e_R + \delta_{\frac{1}{R}} \cdot \frac{1}{R_n} \cdot e_R = f_n + \delta_{\frac{1}{R}} \cdot f_n = f_n + f_{inc} \quad (2.4)$$

avec  $\delta_{\frac{1}{R}} = \frac{-\Delta R}{R_n + \Delta R}$  l'incertitude multiplicative sur l'élément  $R$  en causalité conductance.  $e_R$  et  $f_R$  sont respectivement l'effort et le flux dans l'élément  $R$  en causalité conductance.  $f_n = \frac{1}{R_n} \cdot e_R$  et  $f_{inc} = \delta_{\frac{1}{R}} \cdot \frac{1}{R_n} \cdot e_R$  représentent respectivement le flux apporté par le paramètre nominal et le flux introduit par l'incertitude multiplicative.

Les modèles bloc diagramme équivalents aux équations (2.3) et (2.4) sont respectivement donnés par les FIGs. (2.6)-(a) et (b)

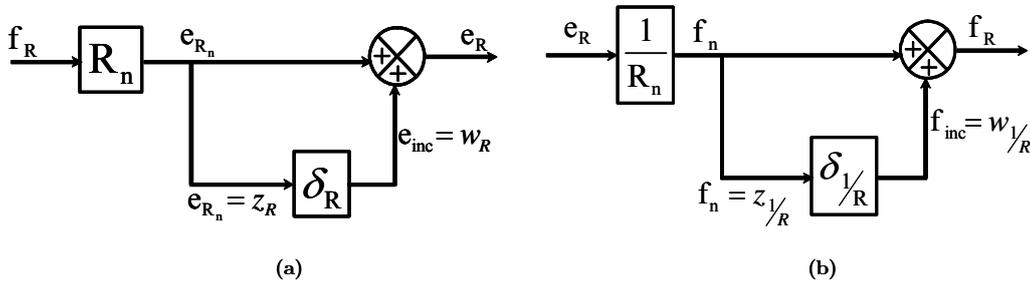


FIG. 2.6 – (a): Modèle bloc diagramme LFT d'un élément  $R$  en causalité résistance avec incertitude multiplicative. (b): Modèle bloc diagramme LFT d'un élément  $R$  en causalité conductance avec incertitude multiplicative.

A partir des équations (2.3) et (2.4), on peut construire les modèles bond graphs des FIG. 2.7-(a) et (b).

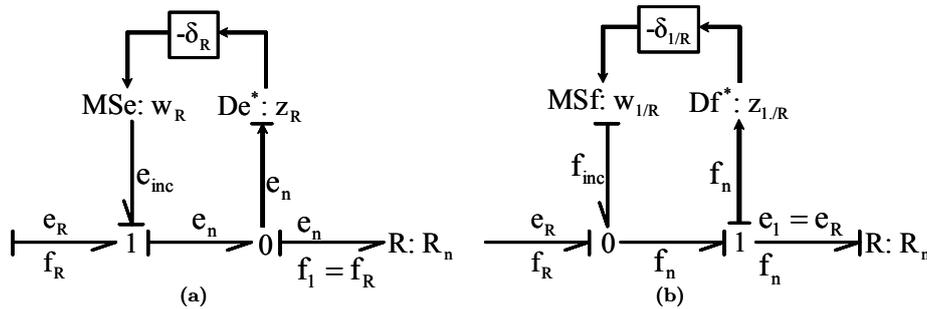


FIG. 2.7 – (a): Modèle BG-LFT d'un élément  $R$  en causalité résistance avec incertitude multiplicative. (b): Modèle BG-LFT d'un élément  $R$  en causalité conductance avec incertitude multiplicative.

**Remarque 2.4.1** Les signes  $(-)$  qui apparaissent dans les modèles bond graphs de la FIG. 2.7 sont dus aux conventions de signes sur les jonctions 1 et 0. Les symboles  $De^*$  et  $Df^*$  sont employés pour préciser le fait qu'il n'y a pas de détecteurs réels sur les sorties auxiliaires (capteurs virtuels).

Sur les modèles BG des FIGs. 2.7-(a) et (b), les détecteurs fictifs sont introduits pour expliquer le principe de la modélisation BG sous forme LFT, mais ces variables étant connues (le système est supposé observable), les modèles BG des FIGs. 2.7-(a) et (b) peuvent prendre les formes données par les FIGs. 2.8-(a) et (b).

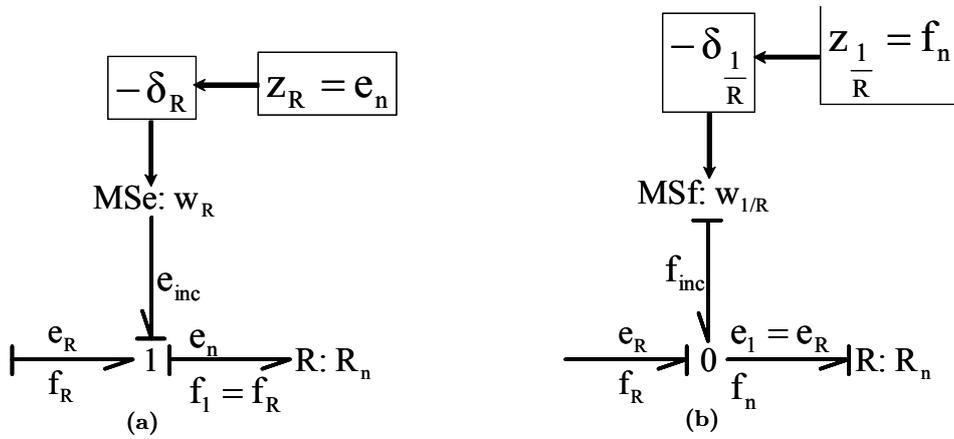


FIG. 2.8 – (a): Modèle BG LFT simplifié d'un élément  $R$  incertain en causalité résistance. (b): Modèle BG LFT simplifié d'un élément  $R$  incertain en causalité conductance.

Le passage d'un modèle BG déterministe à un modèle incertain sous forme LFT consiste donc à introduire des sources modulées d'effort ou de flux, qui sont ajoutées respectivement au niveau des jonctions 1 ou 0. Ainsi, le modèle reste causalement correct et ses propriétés structurelles ne sont pas modifiées (commandabilité, observabilité, ...). De plus, ces sources modulées sont causalement liées au reste du modèle, où leur apport énergétique se propage sous forme d'effort ou de flux, et s'ajoute au bilan énergétique au niveau des jonctions. Cette forme standard est donc la mieux adaptée au diagnostic des systèmes à paramètres incertains.

### 2.4.3 Modèles BG-LFT des éléments de stockage d'énergie

La procédure de diagnostic détaillée au chapitre 3 exige que les composants dynamiques  $I$  et  $C$  soient mis en causalité dérivée préférentielle, afin d'éviter l'apparition des conditions

initiales généralement inconnues dans les équations générées à partir du modèle bond graph.

### 2.4.3.1 Éléments I et C en causalité dérivée

La loi caractéristique de l'élément incertain  $I$  en causalité dérivée avec une incertitude multiplicative est donnée comme suit:

$$\begin{aligned} e_I &= I_n \cdot (1 + \delta_I) \cdot \frac{df_I}{dt} \\ e_I &= I_n \cdot \frac{df_I}{dt} + \delta_I \cdot \left( I_n \cdot \frac{df_I}{dt} \right) \\ e_I &= I_n \cdot \frac{df_I}{dt} - w_I \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec  $\delta_I = \frac{\Delta I}{I_n}$ ,  $I_n$  la valeur nominale de l'élément  $I$ ,  $\delta_I$  l'incertitude multiplicative sur le paramètre, et  $\Delta I$  l'incertitude additive sur le paramètre.  $w_I$  l'entrée fictive qui représente l'incertitude sur l'effort à la sortie de l'élément  $I$ .  $e_I$  et  $f_I$  sont respectivement l'effort et le flux dans l'élément incertain  $I$ .

La loi caractéristique de l'élément incertain  $C$  en causalité dérivée avec une incertitude multiplicative est donnée comme suit:

$$\begin{aligned} f_C &= C_n \cdot (1 + \delta_C) \cdot \frac{de_C}{dt} \\ f_C &= C_n \cdot \frac{de_C}{dt} + \delta_C \cdot \left( C_n \cdot \frac{de_C}{dt} \right) \\ f_C &= C_n \cdot \frac{de_C}{dt} - w_C \end{aligned} \quad (2.6)$$

avec  $\delta_C = \frac{\Delta C}{C_n}$ ,  $C_n$  la valeur nominale de l'élément  $C$ ,  $\delta_C$  l'incertitude multiplicative sur le paramètre, et  $\Delta C$  l'incertitude additive sur le paramètre.  $w_C$  l'entrée fictive qui représente l'incertitude sur le flux à la sortie de l'élément  $C$ .  $e_C$  et  $f_C$  sont respectivement l'effort et le flux dans l'élément incertain  $C$ .

Les modèles bond graph sous la forme LFT des éléments  $I$  et  $C$  en causalité dérivée équivalents aux équations (2.5) et (2.6) sont respectivement donnés en FIG. 2.9-(a) et FIG. 2.9-(b)

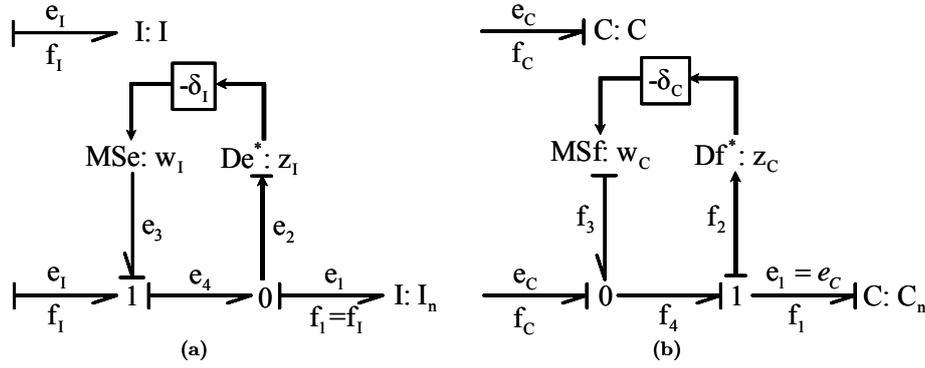


FIG. 2.9 – (a) : Élément I en causalité dérivée préférentielle. (b) : Élément C en causalité dérivée préférentielle.

### 2.4.3.2 Éléments I et C en causalité intégrale

La loi caractéristique de l'élément incertain I en causalité intégrale avec une incertitude multiplicative est donnée comme suit:

$$\begin{aligned}
 f_I &= \frac{1}{I_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{I}}\right) \int e_I \cdot dt + f_{I_0} \\
 f_I &= \frac{1}{I_n} \int e_I \cdot dt + \delta_{\frac{1}{I}} \cdot \left(\frac{1}{I_n} \int e_I \cdot dt\right) + f_{I_0} \\
 f_I &= \frac{1}{I_n} \int e_I \cdot dt - w_{\frac{1}{I}} + f_{I_0}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

avec  $\delta_{\frac{1}{I}} = \frac{-\Delta I}{I_n + \Delta I}$ ,  $w_{\frac{1}{I}}$  l'entrée fictive qui représente l'incertitude sur le flux à la sortie de l'élément I.  $f_{I_0}$  est une constante qui représente les conditions initiales.

La loi caractéristique de l'élément incertain C en causalité intégrale avec une incertitude multiplicative est donnée comme suit:

$$\begin{aligned}
 e_C &= \frac{1}{C_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{C}}\right) \int f_C \cdot dt + e_{C_0} \\
 e_C &= \frac{1}{C_n} \int f_C \cdot dt + \delta_{\frac{1}{C}} \cdot \left(\frac{1}{C_n} \int f_C \cdot dt\right) + e_{C_0} \\
 e_C &= \frac{1}{C_n} \int f_C \cdot dt - w_{\frac{1}{C}} + e_{C_0}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

avec  $\delta_{\frac{1}{C}} = \frac{-\Delta C}{C_n + \Delta C}$ ,  $w_{\frac{1}{C}}$  l'entrée fictive qui représente l'incertitude sur l'effort à la sortie de l'élément C.  $e_{C_0}$  est une constante qui représente les conditions initiales.

Les modèles bond graphs LFT des éléments  $I$  et  $C$  en causalité intégrale équivalents aux équations (2.7) et (2.8) sont respectivement donnés en FIG. 2.10-(a) et FIG. 2.10-(b).

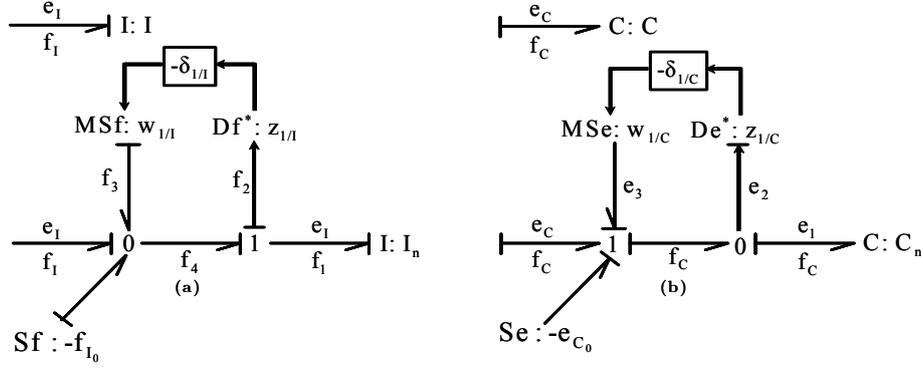


FIG. 2.10 – (a): Élément  $I$  en causalité intégrale préférentielle. (b): Élément  $C$  en causalité intégrale préférentielle.

## 2.4.4 Modèles BG-LFT des éléments conservatifs de puissance

Les éléments transformateurs de puissance utilisés en bond graph sont: le transformateur noté  $TF$ , le gyrateur noté  $GY$ , et l'élément  $RS$ . Le transformateur  $TF$  conserve la puissance, mais relie les efforts entre eux et les flux entre eux. Le gyrateur  $GY$  conserve la puissance, mais relie les efforts aux flux. L'élément  $RS$  représente toutes les transformations irréversibles de puissance en puissance thermique.

### 2.4.4.1 Élément TF

La loi caractéristique de l'élément incertain  $TF$  en causalité  $m$  s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= m_n \cdot (1 + \delta_m) \cdot e_2 & (2.9) \\
 e_1 &= m_n \cdot e_2 + m_n \cdot (\delta_m \cdot e_2) \\
 e_1 &= m_n \cdot (e_2 - w_b) \text{ avec } w_b = -\delta_m \cdot e_2 \\
 f_2 &= m_n \cdot (1 + \delta_m) \cdot f_1 \\
 f_2 &= m_n \cdot f_1 + m_n \cdot (\delta_m \cdot f_1) \\
 f_2 &= m_n \cdot (f_1 + w_a) \text{ avec } w_a = \delta_m \cdot f_1
 \end{aligned}$$

avec  $\delta_m = \frac{\Delta m}{m_n}$ .

$m_n$ ,  $\delta_m$  et  $\Delta m$  représentent respectivement la valeur nominale, l'incertitude multiplicative et l'incertitude additive sur le module de l'élément  $TF$ .  $e_1$ ,  $f_1$  et  $e_2$ ,  $f_2$ , sont respectivement l'effort et le flux à l'entrée et à la sortie de l'élément  $TF$ .  $w_a$ ,  $w_b$  sont des entrées fictives.

Le modèle bond graph de l'élément  $TF$  en causalité  $m$  avec incertitude multiplicative est donné FIG. 2.11-(a).

La loi caractéristique de l'élément incertain  $TF$  en causalité  $\frac{1}{m}$  est donnée comme suit:

$$\begin{aligned} e_2 &= \frac{1}{m_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{m}}\right) \cdot e_1 & (2.10) \\ e_2 &= \frac{1}{m_n} \cdot (e_1 + w_a) \text{ avec } w_a = \delta_{\frac{1}{m}} \cdot e_1 \\ f_1 &= \frac{1}{m_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{m}}\right) \cdot f_2 \\ f_1 &= \frac{1}{m_n} \cdot (f_2 - w_b) \text{ avec } w_b = -\delta_{\frac{1}{m}} \cdot f_2 \end{aligned}$$

avec  $\delta_{\frac{1}{m}} = \frac{-\Delta m}{m_n + \Delta m}$

Le modèle bond graph de l'élément  $TF$  en causalité  $\frac{1}{m}$  avec incertitude multiplicative est donné FIG. 2.11-(b).

#### 2.4.4.2 Élément GY

La loi caractéristique de l'élément incertain  $GY$  en causalité  $r$  est donnée par l'expression (2.11):

$$\begin{aligned} e_1 &= r_n \cdot (1 + \delta_r) \cdot f_2 & (2.11) \\ e_1 &= r_n \cdot (f_2 - w_b) \text{ avec } w_b = -\delta_r \cdot f_2 \\ e_2 &= r_n \cdot (1 + \delta_r) \cdot f_1 \\ e_2 &= r_n \cdot (f_1 + w_a) \text{ avec } w_a = \delta_r \cdot f_1 \end{aligned}$$

avec  $\delta_r = \frac{\Delta r}{r}$ .

$r_n$ ,  $\delta_r$  et  $\Delta r$  représentent respectivement la valeur nominale, l'incertitude multiplicative et l'incertitude additive sur le module de l'élément  $GY$ .  $e_1$ ,  $f_1$  et  $e_2$ ,  $f_2$ , sont respectivement l'effort et le flux à l'entrée et à la sortie de l'élément  $GY$ .  $w_a$ ,  $w_b$  sont des entrées fictives.

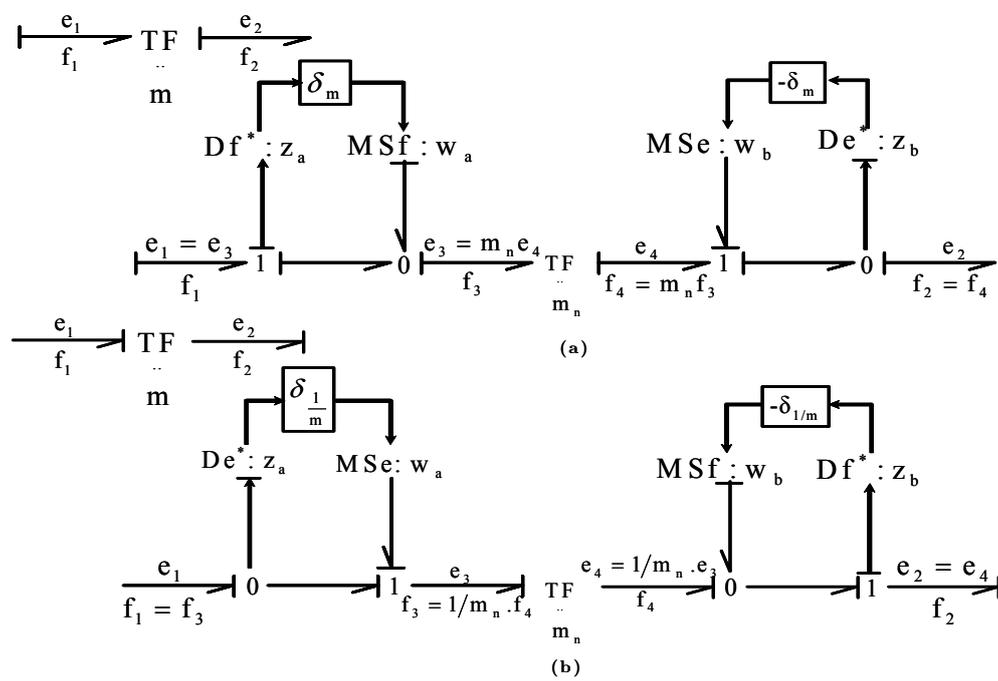


FIG. 2.11 – Élément TF avec les deux types de causalité.

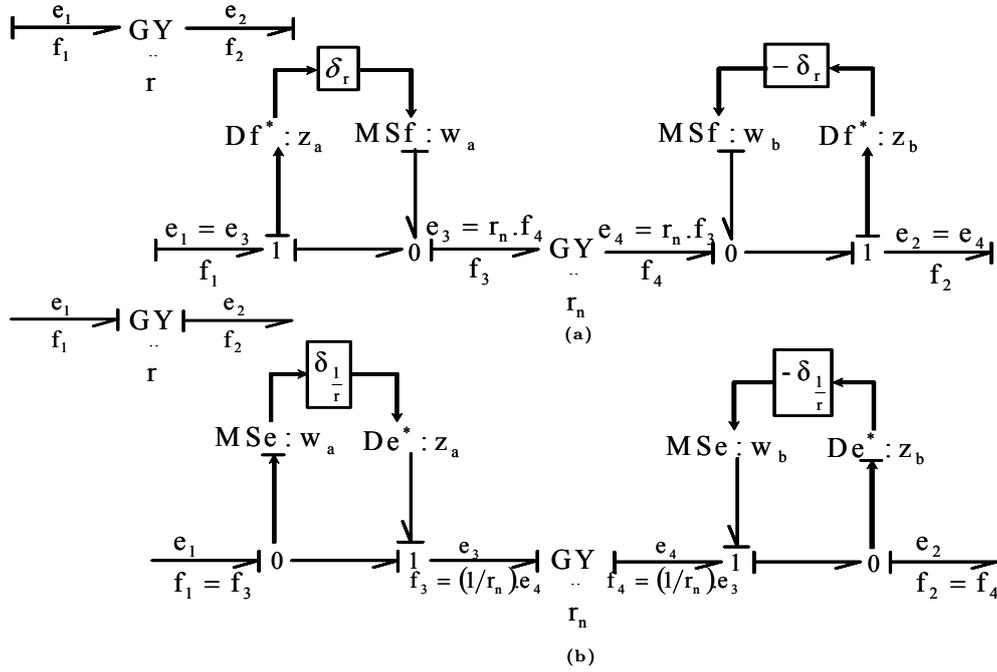


FIG. 2.12 – Élément GY avec les deux types de causalité.

Le modèle bond graph de l'élément GY en causalité  $r$  avec incertitude multiplicative est donné FIG. 2.12-(a).

La loi caractéristique de l'élément incertain GY en causalité  $\frac{1}{r}$  est donnée par l'expression (2.12):

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{1}{r_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{r}}\right) \cdot e_2 & (2.12) \\
 f_1 &= \frac{1}{r_n} \cdot (e_2 - w_b) \text{ avec } w_b = -\delta_{\frac{1}{r}} \cdot e_2 \\
 f_2 &= \frac{1}{r_n} \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{r}}\right) \cdot e_1 \\
 f_2 &= \frac{1}{r_n} \cdot (e_1 + w_a) \text{ avec } w_a = \delta_{\frac{1}{r}} \cdot e_1
 \end{aligned}$$

avec  $\delta_{\frac{1}{r}} = \frac{-\Delta r}{m_n + \Delta r}$ .

Le modèle bond graph de l'élément GY en causalité  $\frac{1}{r}$  avec incertitude multiplicative est donné FIG. 2.12-(b).

### 2.4.5 Modèle BG-LFT de l'élément RS

Le modèle bond graph de l'élément RS déterministe est donné FIG. (2.13)-(b)

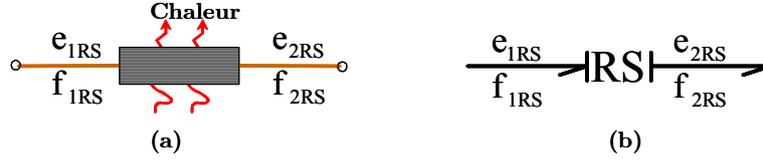


FIG. 2.13 – Élément  $RS$ . (a): Résistance chauffante. (b): Son modèle bond graph

En bond graph le symbole  $R$  signifie un élément résistif associant une relation algébrique entre l'effort et le flux (comme une résistance électrique :  $u - Ri = 0$ ).

Pour inclure les effets thermiques dans le cas où cette résistance chauffe et dégage de la chaleur, on ajoute le symbole  $S$  (comme source). L'élément  $RS$  tient alors compte de la génération de la chaleur.

Comme dans la partie thermique on utilise les pseudo bond graphs pour des raisons bien développées dans (*P. J. Gawthrop (1995) [28], J. U. Thoma & al. (2000) [71]*), le flux  $f_{2RS}$  est déjà une puissance thermique ( $J/s$ ). On aurait donc  $f_{2RS} = e_{1RS} \cdot f_{1RS} = \frac{u^2}{RS}$  dans le cas d'une résistance électrique.

Lorsque les variables de puissance sont toutes les deux connues à l'entrée du multiport  $RS$ , le principe de conservation de puissance permet de déterminer avec précision le flux de chaleur à la sortie sans utiliser la valeur du paramètre  $RS$ . Le flux de chaleur  $\dot{Q}$  généré à partir d'une puissance électrique lorsque le courant  $i$  et la tension électrique  $u$  sont connus est donné par l'expression:

$$\dot{Q} = u \cdot i$$

Dans le cas d'une causalité simple où on connaît soit l'effort soit le flux à l'entrée du multiport, la puissance délivrée est une fonction non linéaire de la variable de puissance connue et de la valeur du paramètre  $RS$  permettant ainsi de prendre en considération l'incertitude sur l'élément  $RS$ . Lorsque c'est la variable effort qui est connue à l'entrée du multiport, l'expression du flux à la sortie s'écrit:

$$\begin{aligned} f_{2RS} &= \Phi(RS_n, e_{1RS}) \cdot \left(1 + \delta_{\frac{1}{RS}}\right) \\ &= \Phi(RS_n, e_{1RS}) + \delta_{\frac{1}{RS}} \cdot \Phi(RS_n, e_{1RS}) = f_{2RS_n} + f_{RS_{inc}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le modèle bond graph incertain sous forme LFT du multiport  $RS$  équivalent au modèle mathématique de l'équation (2.13) est donné par la FIG. 2.14-(a).

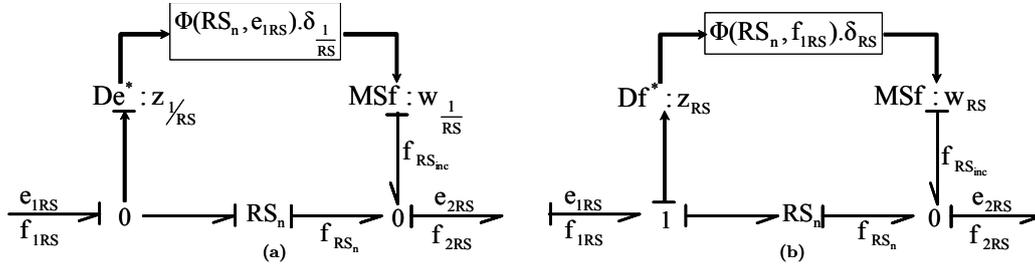


FIG. 2.14 – Élément incertain  $RS$  sous forme LFT

avec  $e_{1RS}$  l'effort connu à l'entrée du multiport  $RS$ .

Dans le cas où c'est la variable flux qui est connue à l'entrée du multiport  $RS$ , l'expression du flux à la sortie s'écrit:

$$f_{2RS} = \Phi(RS_n, f_{1RS}) \cdot (1 + \delta_{RS}) = \Phi(RS_n, f_{1RS}) + \delta_{RS} \cdot \Phi(RS_n, f_{1RS}) = f_{2RS_n} + f_{RS_{inc}} \quad (2.14)$$

avec  $f_{1RS}$  le flux connu à l'entrée du multiport  $RS$ .

Le modèle bond graph incertain sous forme LFT du multiport  $RS$  équivalent au modèle mathématique de l'équation (2.14) est donné par la FIG. 2.14-(b).

## 2.5 Construction d'un modèle BG-LFT

La méthode consiste à remplacer chacun des éléments incertains par son BG-LFT. Le BG-LFT complet peut alors se représenter par le schéma de la FIG. 2.15, où apparaît la structure standard de la FIG. 2.1.

Une méthode systématique d'écriture de l'équation d'état peut être appliquée sur le BG-LFT, comme sur tout BG. Le résultat obtenu sera sous la forme standard (2.1). Le calcul formel des différentes matrices de la forme (2.1) est développé dans *C. Sié Kam (2001)* [64].

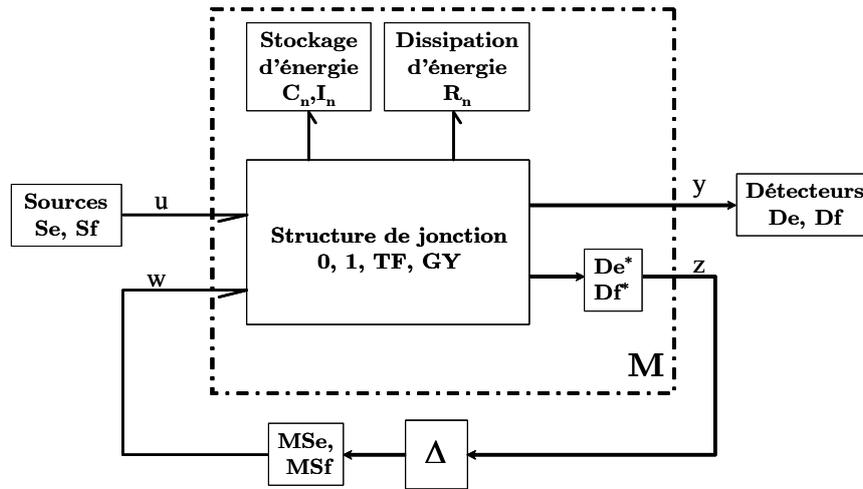


FIG. 2.15 – Représentation d'un BG-LFT

## 2.6 Comparaison de l'approche d'état LFT avec l'approche BG-LFT

L'avantage de l'approche BG-LFT par rapport à une approche d'état LFT se résume dans deux points : la complexité dans la construction du modèle et la structuration des incertitudes sur le modèle. En effet, en présence d'éléments inductifs ou inertiels ( $I$ ) sur le système, la construction d'un modèle d'état linéaire ou non linéaire sous forme LFT devient difficile. Dans le cas linéaire et en présence d'éléments inductifs ou inertiels ( $I$ ), les paramètres  $a(i, j)$  et  $b(i, j)$  des matrices d'état et de commande  $A$  et  $B$  sont une combinaison entre les éléments résistifs et capacitifs ( $R$  et  $C$ ) et les éléments inductifs ou inertiels ( $I$ ). Le passage à la forme LFT n'est pas toujours possible et dépend du choix des variables d'état. Sur les modèles d'état non linéaires la séparation de la partie nominale du modèle de sa partie incertaine devient encore plus difficile, voire impossible.

Sur un modèle bond graph, chaque élément correspond à un composant matériel ou un phénomène physique bien précis, facilitant ainsi l'identification des valeurs numériques des paramètres et des incertitudes, puis le passage à la forme LFT se fait par un simple ajout de sources modulées d'effort et de flux sur le modèle. Les variables d'état sur un modèle bond graph sont liées aux éléments dynamiques  $I$  et  $C$ , et l'aspect causal et structurel du modèle permet la génération automatique d'un modèle d'état incertain sous la forme

standard (2.1) directement à partir du bond graph.

Pour bien illustrer ces deux avantages, prenons un exemple simple, un circuit électrique  $R, C, I$  (FIG. 2.16) supposé propre et observable.

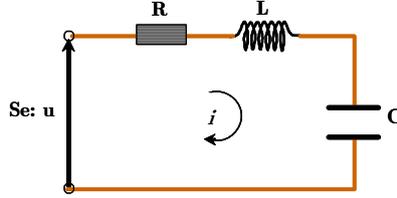


FIG. 2.16 – Circuit électrique  $R, C I$

### 2.6.1 Approche modèle d'état LFT

Le modèle d'état déterministe du système de la FIG. 2.16 est construit selon les variables d'état choisies. La représentation d'état (2.15) est obtenue en utilisant les variables d'état  $q$  (la charge dans la capacité  $C$ ) et  $\phi$  (le flux magnétique dans la bobine  $L$ )

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.15)$$

La représentation d'état (2.16) est obtenue en utilisant les variables d'état  $q$  (la charge dans la capacité  $C$ ) et  $\dot{q}$  (le courant dans la capacité  $C$  et la bobine  $L$ )

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C.L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.16)$$

En introduisant des incertitudes multiplicatives sur les paramètres  $R, C$ , et  $L$ , les modèles (2.15) et (2.16) deviennent:

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_n \cdot (1 + \delta_L)} \\ -\frac{1}{C_n \cdot (1 + \delta_C)} & -\frac{R_n \cdot (1 + \delta_R)}{L_n \cdot (1 + \delta_L)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_n \cdot (1+\delta_C) \cdot L_n(1+\delta_L)} & -\frac{R_n(1+\delta_R)}{L_n(1+\delta_L)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_n(1+\delta_L)} \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.18)$$

Avec cette écriture il n'est pas possible de séparer la partie nominale du modèle de sa partie incertaine. Pour le faire, *D. Alazard et al. (1999) [3]* propose de réécrire le modèle de sorte à séparer l'élément inductif du reste des éléments, puis d'utiliser le lemme de l'inversion matricielle pour obtenir un modèle d'état sous forme LFT. Ce réarrangement n'est possible que sur le modèle (2.18), alors que sur le modèle (2.17) la séparation de la partie nominale du modèle de sa partie incertaine n'est pas possible avec cette écriture.

Le modèle (2.18) est réécrit sous la forme (2.19)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L_n + \delta_L \cdot L_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_n} \cdot (1 + \delta_{\frac{1}{C}}) & -R_n(1 + \delta_R) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.19)$$

soit encore

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L_n + \delta_L \cdot L_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_n} & -R_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_n} & -R_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{C}} \cdot q \\ \delta_R \cdot \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u$$

avec  $\delta_{\frac{1}{C}} = \frac{-\delta_C}{1+\delta_C}$

ou alors

$$(E_n + \Delta E) \cdot \dot{x} = A^* \cdot x + B_1^* \cdot w_1 + B_2^* \cdot u \quad (2.20)$$

avec

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}; \quad A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_n} & -R_n \end{bmatrix}; \quad B_2^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad B_1^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_n} & -R_n \end{bmatrix};$$

$$w_1 = \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{C}} \cdot q \\ \delta_R \cdot \dot{q} \end{bmatrix}; \quad E_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L_n \end{bmatrix}; \quad \Delta E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta_L \cdot L_n \end{bmatrix}$$

$w_1$  peut également s'écrire

$$w_1 = \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{c}} \\ w_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{c}} & 0 \\ 0 & \delta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{c}} & 0 \\ 0 & \delta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{c}} \\ z_R \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Sous cette forme, le système n'est pas encore une expression LFT.

**Lemme 2.1** *Lemme de l'inversion matricielle*

$$(V + LR)^{-1} = V^{-1} - V^{-1}.L.(I + R.V^{-1}.L)^{-1}.R.V^{-1} \quad (2.22)$$

avec  $V$ ,  $L$ ,  $R$  des matrices de dimensions appropriées, et  $I$  matrice identité de dimension appropriée.

En supposant que  $\Delta E$  peut s'écrire sous la forme:  $\Delta E = \Gamma.\Lambda.W$

avec

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta_L.L_n \end{bmatrix}$$

et en utilisant le lemme de l'inversion matricielle on obtient:

$$(E_n + \Gamma.\Lambda.W)^{-1} = E_n^{-1} - E_n^{-1}.\Gamma.\Lambda.(I + W.E_n^{-1}.\Gamma.\Lambda)^{-1}.W.E_n^{-1}$$

avec

$$E_n^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_n} \end{bmatrix}$$

on peut écrire l'équation (2.20) sous la forme équivalente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \left( E_n^{-1} - E_n^{-1}.\Gamma.\Lambda.(I + W.E_n^{-1}.\Gamma.\Lambda)^{-1}.W.E_n^{-1} \right). (A^*.x + B_2^*.u + B_1^*.w_1) \quad (2.23) \\ &= E_n^{-1}.A^*.x + E_n^{-1}.B_2^*.u + E_n^{-1}.B_1^*.w_1 - E_n^{-1}.\Gamma.w_2 \end{aligned}$$

avec

$$w_2 = \Lambda.(I + W.E_n^{-1}.\Gamma.\Lambda)^{-1}.W.E_n^{-1}.(A^*.x + B_2^*.u + B_1^*.w_1) \quad (2.24)$$

$w_2$  est calculée en utilisant un logiciel de calcul symbolique "Maple", les résultats sont donnés comme suit:

$$w_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ w_L \end{bmatrix} \text{ avec } w_L = \frac{\delta_L \cdot \left( -\frac{q}{C_n} - R_n \dot{q} + u - \delta_{\frac{1}{C}} \cdot \frac{1}{C_n} \cdot q - R_n \cdot \delta_R \cdot \dot{q} \right)}{1 + \delta_L}$$

ce qui permet de définir:  $w_{\frac{1}{L}} = \frac{\delta_L}{1+\delta_L} \cdot z_{\frac{1}{L}}$  avec

$$z_{\frac{1}{L}} = -\frac{1}{C_n} q - R_n \dot{q} + u - \frac{1}{C_n} \cdot w_{\frac{1}{C}} - R_n \cdot w_R \quad (2.25)$$

Le modèle est alors mis sous forme LFT (équation (2.26)):

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B_1 \cdot w + B_2 \cdot u \\ z = C_1 \cdot x + D_{11} \cdot w + D_{12} \cdot u \\ w = \Delta \cdot z \end{cases} \quad (2.26)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-1}{C_n} & \frac{-R_n}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L_n \cdot C_n} & \frac{-R_n}{L_n} & \frac{-1}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_n} \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{-1}{C_n} & -R_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_n} & -R_n & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{C}} & & \\ & \delta_R & \\ & & \delta_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

## 2.6.2 Approche BG-LFT

Construisons à présent le modèle BG LFT du système électrique.

Le modèle bond graph déterministe du système est ainsi donné par la FIG. 2.17.

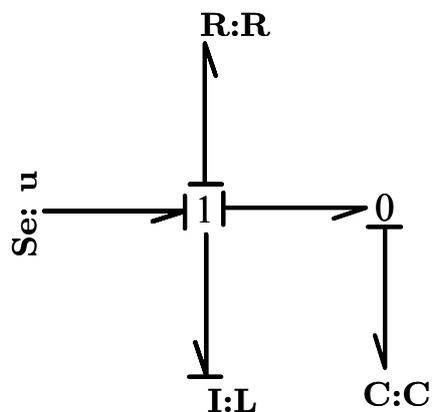


FIG. 2.17 – Modèle BG déterministe en causalité intégrale d'un circuit  $R, C, I$

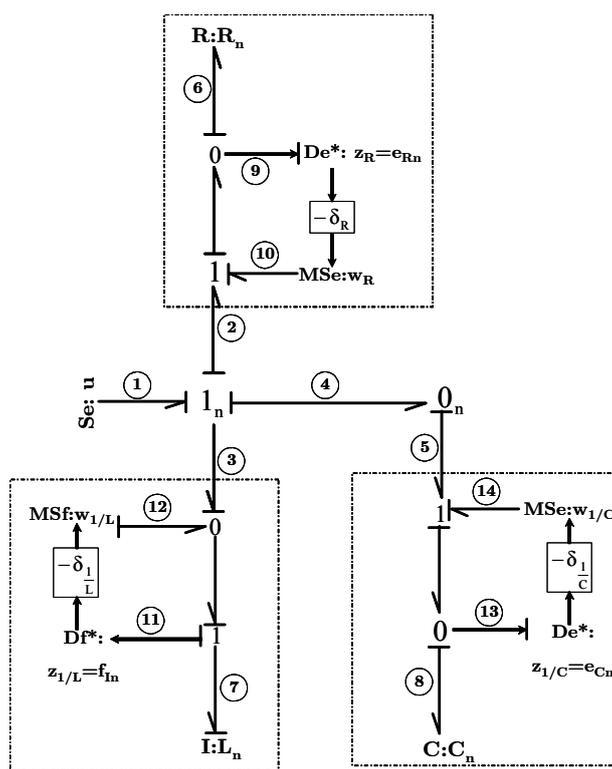


FIG. 2.18 – Modèle BG-LFT en causalité intégrale d'un circuit  $R, C, I$

Le modèle bond graph incertain sous forme LFT est obtenu en remplaçant chaque élément incertain par son modèle BG-LFT; on obtient alors le modèle BG-LFT de la FIG. 2.18. Ce modèle est construit plus facilement qu'un modèle d'état et représente fidèlement le système réel. Les incertitudes paramétriques  $\delta_R$ ,  $\delta_{\frac{1}{L}}$ ,  $\delta_{\frac{1}{C}}$  correspondent à des composants matériels bien précis. Les interactions entre les efforts (ou les flux) introduits par les paramètres nominaux et les incertitudes sont assurées par les contraintes causales et structurelles du modèle; les efforts (ou les flux) se propagent en suivant des chemins causaux et s'ajoutent au niveau d'une jonction 1 (ou d'une jonction 0).

Un modèle d'état LFT peut être obtenu facilement en utilisant les bond graphs. Les variables d'état sont liées aux éléments dynamiques sur le modèle, puis le modèle d'état est construit en utilisant les contraintes de structure sur les jonctions et les lois de comportement sur les éléments bond graphs. Calculons le modèle d'état du circuit électrique à partir du modèle bond graph LFT de la FIG. 2.18. Les variables d'état sont  $q_C$  (la charge dans la capacité  $C$ ) et  $\phi_L$  (le flux dans la bobine  $L$ ), le vecteur d'état et sa dérivée s'écrivent:

$$x = \begin{bmatrix} \int f_8 . dt \\ \int e_7 . dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_C \\ \phi_L \end{bmatrix}; \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} f_8 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_C \\ \dot{\phi}_L \end{bmatrix}$$

Jonction  $1_n$ :

$$\begin{aligned} e_7 &= e_3 = e_1 - e_2 - e_4 & (2.28) \\ e_3 &= \dot{\phi}_L = u - (e_6 - e_{10}) - (e_8 - e_{14}) \\ \dot{\phi}_L &= u - (R_n . f_6 - w_R) - \left( \frac{1}{C_n} . q_C - w_{\frac{1}{C}} \right) \\ \dot{\phi}_L &= u - (R_n . (f_7 - f_{12}) - w_R) - \left( \frac{1}{C_n} . q_C - w_{\frac{1}{C}} \right) \\ \dot{\phi}_L &= u - \left( R_n . \left( \frac{1}{L_n} . \phi_{\frac{1}{L}} - w_{\frac{1}{L}} \right) - w_R \right) - \left( \frac{1}{C_n} . q_C - w_{\frac{1}{C}} \right) \end{aligned}$$

Jonction  $0_n$ :

$$\begin{aligned} f_8 &= f_5 = f_4 = f_3 & (2.29) \\ \dot{q}_C &= \frac{1}{L_n} . \phi_{\frac{1}{L}} - w_{\frac{1}{L}} \end{aligned}$$

$z_R, z_{\frac{1}{C}}, z_{\frac{1}{L}}$  sont les sorties fictives calculées à partir du modèle bond graph de la FIG. 2.18:

$$z = \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{C_n} \\ e_{R_n} \\ f_{L_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_8 \\ e_6 \\ f_7 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

avec

$$\begin{aligned} e_6 &= R_n \cdot f_6 = R_n \cdot f_3 \\ e_6 &= R_n \cdot \left( \frac{1}{L_n} \cdot \phi_L - w_{\frac{1}{L}} \right) \end{aligned}$$

$$e_8 = \frac{1}{C_n} \cdot q_C$$

$$f_7 = \frac{1}{L_n} \cdot \phi_L$$

Ainsi, à partir des équations (2.28), (2.29) et (2.30) le modèle d'état est donné sous la forme (2.31), qui correspond à la forme standard de l'équation (2.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{q}_C \\ \dot{\phi}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_8 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_n} \\ -\frac{1}{C_n} & -\frac{R_n}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_C \\ \phi_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & R_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_n} & 0 \\ 0 & \frac{R_n}{L_n} \\ 0 & \frac{1}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_C \\ \phi_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_n \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{\frac{1}{C}} & & \\ & -\delta_R & \\ & & -\delta_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.31)$$

### 2.6.3 Comparaison des deux approches

Pour pouvoir comparer les deux approches, nous faisons le changement de variable

$$\phi_L = L.i_L = L.\dot{q}_C$$

L'équation (2.31) devient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{q}_C \\ \ddot{q}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{L_n.C_n} & -\frac{R_n}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_C \\ \dot{q}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{L_n} & -\frac{1}{L_n} & \frac{R_n}{L_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_n} \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_n} & 0 \\ 0 & R_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_C \\ \dot{q}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_n \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{C}} \\ w_R \\ w_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{\frac{1}{C}} \\ -\delta_R \\ -\delta_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{C}} \\ z_R \\ z_{\frac{1}{L}} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.32)$$

que l'on peut comparer avec l'équation (2.27). La différence porte sur la définition des variables  $z$  et  $w$  et donc sur la matrice  $\Delta$ .

## 2.7 Cas de dépendance paramétrique

La représentation LFT d'un élément bond graph, dont la loi caractéristique est une fonction linéaire ou non linéaire d'un ensemble de paramètres, ne diffère pas de celle des paramètres indépendants. Les incertitudes sont évaluées, puis introduites sur le modèle nominal sous forme multiplicative. Dans l'exemple pédagogique proposé ci-dessous (FIG. 2.19), ainsi que dans les applications proposées dans le chapitre 5, des cas de paramètres dépendants sont présentés.

L'exemple de la FIG. 2.19-(a) représente une suspension oléopneumatique d'un quart de véhicule, également appelée suspension hydropneumatique. L'élément oléopneumatique

combine les fonctions de suspension et d'amortissement. Il est composé d'un cylindre, dans lequel coulisse un piston sur lequel s'appuie l'essieu. Le piston est rempli d'une huile haute pression incompressible. La partie supérieure du cylindre débouche sur une sphère compartimentée par une membrane en élastomère. La partie supérieure de la membrane est remplie par un gaz incompressible (azote). La partie inférieure remplie d'huile, communique avec le cylindre à travers une tuyère de petit diamètre. L'huile est maintenue en pression par une pompe hydraulique de haute pression située dans le compartiment moteur. Au démarrage du véhicule, la pompe met sous pression l'huile qui est distribuée au cylindre via un circuit haute pression. L'huile appuie sur la membrane élastomère, et comprime le gaz dans la sphère. A ce moment, on peut observer que le véhicule s'élève. En circulation, lorsque la roue rencontre une bosse, elle appuie sur le piston qui va comprimer le gaz grâce à l'huile. Lorsque la roue revient à l'état normal, le gaz comprimé repousse le piston. La fonction d'amortissement est assurée par la tuyère, qui sépare la sphère du piston. Le passage réduit, freine la circulation d'huile.

La raideur oléopneumatique de la sphère a pour expression  $C_{sph} = \frac{\nu \cdot P_e^2}{P_0 V_0}$  avec  $P_e = \frac{M_s \cdot g}{S_P}$ ,  $C_{sph}$  est la capacité de la sphère,  $P_e$  est la pression statique à l'équilibre,  $\nu = 1.4$  est la constante isentropique de l'azote.  $P_0$  et  $V_0$  représentent respectivement, la pression de gonflage de la sphère et le volume de la sphère à vide,  $M_s$  est la masse de la caisse,  $g$  est la force de gravité.

Le modèle bond graph du système en causalité intégrale est donné par la FIG. 2.19-(b), et le modèle bond graph sous forme LFT du système est donné par la FIG. 2.20 (*C. Sié. Kam & al. (2005) [66]*). Le modèle représente les mouvements autour de l'équilibre statique par rapport à la pesanteur en négligeant les conditions initiales. Des incertitudes multiplicatives sont introduites sur les éléments:  $C_{sph}$ ,  $R_a$ ,  $M_{ns}$  et  $M_s$  et le module  $m$  du transformateur  $TF$  qui correspond à la surface du piston.

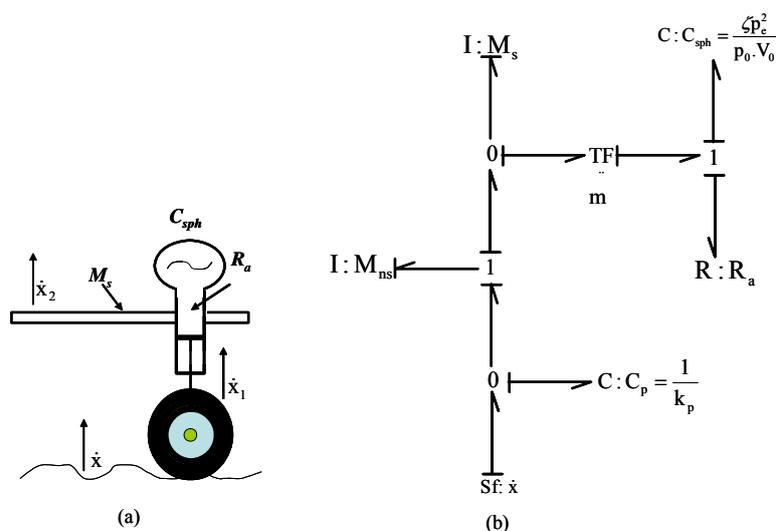


FIG. 2.19 – Suspension oléopneumatique d'un quart de véhicule et son modèle bond graph déterministe en causalité intégrale

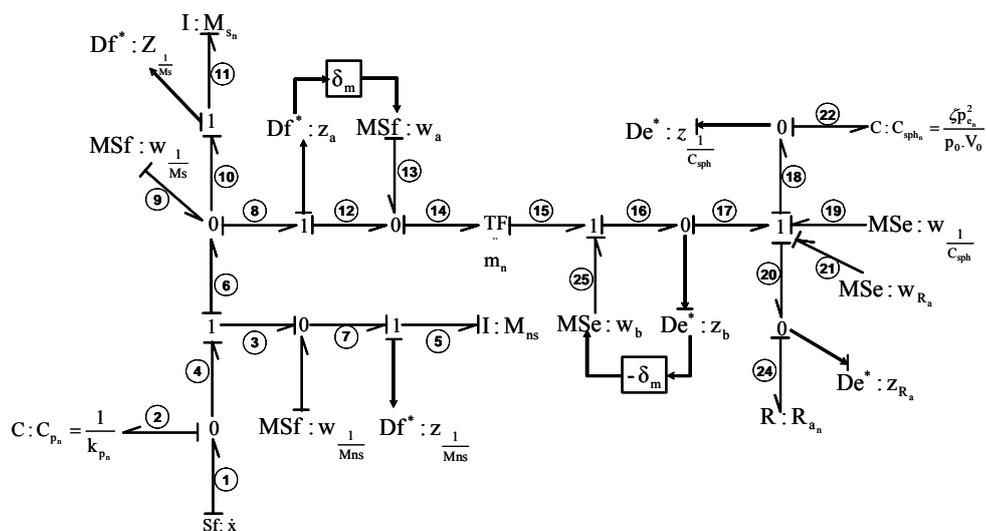


FIG. 2.20 – Modèle bond graph LFT en causalité intégrale de la suspension oléopneumatique d'un quart de véhicule

Les variables d'état sont:

$$x = \begin{bmatrix} p_{M_{ns}} \\ p_{M_s} \\ q_{k_p} = \Delta l_{k_p} \\ q_{C_{sph}} = V_{sph} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

avec  $\Delta l_{k_p} = x - x_1$ .

Les entrées correspondant aux incertitudes paramétriques sont modulées par les expressions suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{\frac{1}{M_{ns}}} = -\delta_{\frac{1}{M_{ns}}} \cdot z_{\frac{1}{M_{ns}}} \\ w_{\frac{1}{M_s}} = -\delta_{\frac{1}{M_s}} \cdot z_{\frac{1}{M_s}} \\ w_{R_a} = -\delta_{R_a} \cdot z_{R_a} \\ w_{\frac{1}{C_{sph}}} = -\delta_{\frac{1}{C_{sph}}} \cdot z_{\frac{1}{C_{sph}}} \\ w_a = \delta_m \cdot z_a \\ w_b = -\delta_m \cdot z_b \end{array} \right. \quad (2.34)$$

avec  $\delta_{\frac{1}{M_s}} = \frac{-\Delta M_s}{M_{sn} + \Delta M_s}$ ,  $\delta_{\frac{1}{M_{ns}}} = \frac{-\Delta M_{ns}}{M_{nnsn} + \Delta M_{ns}}$ ,  $\delta_{\frac{1}{C_{sph}}} = \frac{-\Delta C_{sph}}{C_{sphn} + \Delta C_{sph}}$ ,  $\delta_{R_a} = \frac{\Delta R_a}{R_{an}}$ .

$\delta_{\frac{1}{M_s}}$ ,  $\delta_{\frac{1}{M_{ns}}}$ ,  $\delta_{R_a}$ ,  $\delta_{\frac{1}{C_{sph}}}$ ,  $\delta_m$  et  $M_{sn}$ ,  $M_{nnsn}$ ,  $R_{an}$ ,  $C_{sphn}$ ,  $m_n$  sont respectivement les incertitudes multiplicatives et les valeurs nominales des éléments,  $M_s$ ,  $M_{ns}$ ,  $R_a$ ,  $C_{sph}$ ,  $m$ . Les entrées fictives  $w_{\frac{1}{M_s}}$ ,  $w_{\frac{1}{M_{ns}}}$ ,  $w_{R_a}$ , et  $w_{\frac{1}{C_{sph}}}$  correspondent respectivement aux incertitudes sur les éléments  $M_{sn}$ ,  $M_{nnsn}$ ,  $R_{an}$ ,  $C_{sphn}$ .  $w_a$  et  $w_b$  représentent l'incertitude sur le module  $m$  de l'élément  $TF$ .

Les sorties fictives  $z_{\frac{1}{M_{ns}}}$ ,  $z_{\frac{1}{M_s}}$ ,  $z_a$ ,  $z_b$ ,  $z_{\frac{1}{C_{sph}}}$  et  $z_{R_a}$  sont déterminées à partir du modèle bond graph de la FIG. 2.20.

$$\begin{aligned}
z_{\frac{1}{Mns}} &= \frac{1}{Mns_n} \cdot p_{Mns} & (2.35) \\
z_{\frac{1}{Ms}} &= \frac{1}{Ms_n} \cdot p_{Ms} \\
z_a &= \frac{1}{Mns_n} \cdot p_{Mns} - \frac{1}{Ms_n} \cdot p_{Ms} \\
z_b &= \frac{1}{C_{sphn}} \cdot q_{\frac{1}{C_{sph}}} - w_{\frac{1}{C_{sph}}} - w_{Ra} w_a + m_n \cdot R_{an} \cdot w_{\frac{1}{Ms}} + m_n \cdot R_{an} \cdot \frac{1}{Mns_n} \cdot p_{Mns} \\
&\quad - m_n \cdot R_{an} \cdot \frac{1}{Ms_n} \cdot p_{Ms} - m_n \cdot R_{an} \cdot w_{\frac{1}{Mns}} \\
z_{\frac{1}{C_{sph}}} &= \frac{1}{C_{sphn}} \cdot q_{\frac{1}{C_{sph}}} \\
z_{Ra} &= w_a + m_n \cdot R_{an} \cdot w_{\frac{1}{Ms}} + m_n \cdot R_{an} \cdot \frac{1}{Mns_n} \cdot p_{Mns} - m_n \cdot R_{an} \cdot \frac{1}{Ms_n} \cdot p_{Ms} - m_n \cdot R_{an} \cdot w_{\frac{1}{Mns}}
\end{aligned}$$

Le modèle d'état est à présent sous la forme (2.31) avec

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} -\frac{m_n^2 \cdot R_{an}}{Mns_n} & \frac{m_n^2 \cdot R_{an}}{Ms_n} & k_p & -\frac{m_n}{C_{sphn}} 0 \\ \frac{m_n^2 \cdot R_{an}}{Mns_n} & -\frac{m_n^2 \cdot R_{an}}{Ms_n} & 0 & \frac{m_n}{C_{sphn}} \\ -\frac{1}{Mns_n} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m_n}{Mns_n} & -\frac{m_n}{Ms_n} & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_n & m_n & m_n \\ 0 & 0 & 0 & -m_n & -m_n & -m_n \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_n & m_n & m_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & (2.36) \\
C1 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{Mns_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Ms_n} & 0 & 0 \\ \frac{1}{Mns_n} & -\frac{1}{Ms_n} & 0 & 0 \\ \frac{m_n \cdot R_{an}}{Mns_n} & -\frac{m_n \cdot R_{an}}{Ms_n} & 0 & \frac{1}{C_{sphn}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{sphn}} \\ \frac{m_n \cdot R_{an}}{Mns_n} & -\frac{m_n \cdot R_{an}}{Ms_n} & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_n \cdot R_{an} & m_n \cdot R_{an} & 0 & m_n \cdot R_{an} & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_n \cdot R_{an} & m_n \cdot R_{an} & m_n \cdot R_{an} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$w = \begin{bmatrix} w_{\frac{1}{Mns}} \\ w_{\frac{1}{Ms}} \\ w_a \\ w_b \\ w_{\frac{1}{Csph}} \\ w_{Ra} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\frac{1}{Mns}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\frac{1}{Ms}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{\frac{1}{Csph}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{Ra} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{\frac{1}{Mns}} \\ z_{\frac{1}{Ms}} \\ z_a \\ z_b \\ z_{\frac{1}{Csph}} \\ z_{Ra} \end{bmatrix} ; D_{12} = 0; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

L'expression de l'élément  $C_{sph}$  est une fonction non linéaire de l'élément  $M_s$ . Sachant que le modèle LFT de l'élément  $M_s$  sépare parfaitement sa partie nominale de sa partie incertaine, il suffit de remplacer l'élément  $M_s$  par sa valeur nominale dans l'expression de  $C_{sph}$  pour obtenir la valeur nominale  $C_{sphn}$ , puis de calculer la valeur de l'incertitude  $\delta_{C_{sph}}$  sur l'élément  $C_{sph}$  comme suit:

$$\begin{aligned} M_s &= M_{sn} + \delta_{M_s} \cdot M_{sn} \\ (M_s)^2 &= (M_{sn} + \delta_{M_s} \cdot M_{sn})^2 \\ (M_s)^2 &= (M_{sn})^2 + 2 \cdot (M_{sn}) \cdot \delta_{M_s} + \delta_{M_s}^2 \end{aligned}$$

On obtient:

$$C_{sph} = (M_{sn} + \delta_{M_s} \cdot M_{sn})^2 \cdot \frac{\nu \cdot \frac{g^2}{S_P^2}}{P_0 \cdot V_0} = C_{sphn} + \delta_{C_{sph}} \cdot C_{sphn}$$

soit

$$\begin{aligned} C_{sphn} &= (M_{sn})^2 \cdot \frac{\nu \cdot \frac{g^2}{S_P^2}}{P_0 \cdot V_0} \\ \delta_{C_{sph}} &= (2 \cdot (M_{sn}) \cdot \delta_{M_s} + \delta_{M_s}^2) \end{aligned}$$

ce qui donne

$$\delta_{\frac{1}{C_{sph}}} = \frac{-\delta_{C_{sph}}}{1 + \delta_{C_{sph}}}$$

## 2.8 Evaluation des incertitudes paramétriques

L'espace paramétrique dans un modèle bond graph peut être classifié en deux catégories : la première correspond aux composants matériels fabriqués en série (résistance électrique, condensateur, vannes, ...). Dans ce cas, la valeur nominale du paramètre est donnée par le constructeur avec une incertitude bornée. La seconde catégorie correspond aux phénomènes physiques, dont les valeurs nominales sont calculées ou identifiées expérimentalement.

Après l'étape d'identification, la valeur nominale du paramètre et la valeur de l'incertitude sont évaluées en utilisant une approche statistique (*M. A. Djeziri & al. (2006) [18]*) ou ensembliste (*M. A. Djeziri & al. (2007) [19]*). Lorsque la variation du paramètre  $i \in \{R, C, I, RS, TF, GY\}$  est normalement distribuée autour d'une valeur nominale, sa moyenne  $\bar{m}_i$  ainsi que son écart type  $S_i$  peuvent être calculés de la manière suivante (*M. R. Spiegel. (2002) [68]*):

$$\begin{cases} \bar{m}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n i(k) \\ S_i = \left( \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (i(k) - \bar{m}_i)^2 \right)^{1/2} \end{cases} \quad (2.38)$$

La moyenne du paramètre représente sa valeur nominale, tandis que la valeur additive de l'incertitude  $\Delta i$  est une fonction de l'écart type  $S_i$ , et dépend du niveau de confiance recherché (*M. R. Spiegel. (2002) [68]*).

Approximativement 68% des valeurs du paramètre  $i$  sont dans l'intervalle:  $\bar{m}_i - S_i < i < \bar{m}_i + S_i$ ;

Approximativement 95% des valeurs du paramètre  $i$  sont dans l'intervalle:  $\bar{m}_i - 2.S_i < i < \bar{m}_i + 2.S_i$ ;

Approximativement 99% des valeurs du paramètre  $i$  sont dans l'intervalle:  $\bar{m}_i - 3.S_i < i < \bar{m}_i + 3.S_i$ .

avec  $n$  la longueur de la fenêtre d'observation.

Si le niveau de confiance choisi est de 99%, la valeur nominale du paramètre  $i_n$  ainsi que la valeur de l'incertitude additive  $\Delta i$  peuvent être estimées comme suit:

$$\begin{cases} i_n = \bar{m}_i \\ \Delta i = 3.S_i \end{cases} \quad (2.39)$$

Dans le cas où la variation du paramètre  $i$  n'est pas assez symétrique autour d'une moyenne, la valeur additive de l'incertitude  $\Delta i$  est considérée égale à la différence entre la valeur maximale du paramètre, enregistrée sur la fenêtre d'observation, et sa valeur moyenne.

Les incertitudes multiplicatives  $\delta_i$  sur les paramètres  $i$  sont liées aux incertitudes additives  $\Delta i$ , et aux valeurs nominales  $i_n$  par les relations suivantes:  $\delta_R = \frac{\Delta R}{R_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{R}} = \frac{-\Delta R}{R_n + \Delta R}$ ;  $\delta_I = \frac{\Delta I}{I_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{I}} = \frac{-\Delta I}{I_n + \Delta I}$ ;  $\delta_C = \frac{\Delta C}{C_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{C}} = \frac{-\Delta C}{C_n + \Delta C}$ ;  $\delta_{RS} = \frac{\Delta RS}{RS_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{RS}} = \frac{-\Delta RS}{RS_n + \Delta RS}$ ;  $\delta_{TF} = \frac{\Delta TF}{TF_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{TF}} = \frac{-\Delta TF}{TF_n + \Delta TF}$ ;  $\delta_{GY} = \frac{\Delta GY}{GY_n}$ ;  $\delta_{\frac{1}{GY}} = \frac{-\Delta GY}{GY_n + \Delta GY}$ .

## 2.9 Conclusion

La modélisation est une étape très importante dans un schéma de diagnostic, car les performances recherchées de détection et d'isolation de fautes dépendent fortement de la précision du modèle.

Le choix de l'outil bond graph pour le diagnostic robuste aux incertitudes paramétriques, est dû à son aspect énergétique et multi physique. Dans ce chapitre, nous avons montré que le parcours des chemins causaux entre les incertitudes et les sorties permet de suivre la propagation de leurs influences à travers le modèle. Les propriétés causales et structurelles des bond graphs sont aussi utilisées pour vérifier l'observabilité structurelle du système. Les paramètres du système apparaissent explicitement sur le modèle bond graph, ils sont représentés par les éléments  $R$ ,  $C$ ,  $I$ ,  $RS$ ,  $TF$ , et  $GY$ . Ces derniers correspondent à des composants matériels ou à des phénomènes physiques. Cette propriété facilite l'identification des valeurs numériques des paramètres et des incertitudes, même en cas de dépendance paramétrique. La modélisation LFT des éléments bond graphs offre des avantages du point de vue analyse structurelle et implémentation informatique. Cette forme standard de modélisation des systèmes incertains n'introduit pas de nouveaux éléments bond graph sur le modèle. Par conséquent, aucun changement ne se produit dans l'ordre du système et dans ses propriétés structurelles. L'analyse structurelle peut alors se faire directement sur le modèle déterministe. D'un point de vue implémentation informatique, le passage à la forme LFT ne fait pas apparaître des boucles algèbro-différentielles très contraignantes dans la résolution numérique des équations.



# Chapitre 3

## Les bond graphs pour le diagnostic robuste

### 3.1 Introduction

Le diagnostic des systèmes incertains a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches ces dernières années tels que: (*S. Ploix (1998)* [54], *Z. Han & al. (2002)* [31], *M. Zhong & al. (2003)* [76], *K. Hsing-Chia & al. (2004)* [36], *D. Henry & al. (2005)* [33], *M. A. Djeziri & al. (2007)* [19], *X. G. Yan & al. (2007)* [74]). Cet intérêt se traduit par le fait que les systèmes physiques sont complexes et non stationnaires et les industriels cherchent plus de sécurité et de rendement. L'approche bond graph proposée dans ce chapitre permet, par sa structure énergétique et multi physique, d'utiliser un seul outil pour la modélisation, l'analyse structurelle, la génération des RRAs incertaines et des seuils adaptatifs de fonctionnement normal, ainsi que l'analyse de la sensibilité des résidus. En effet, l'utilisation d'un modèle bond graph sous forme LFT permet de générer des RRAs constituées de deux parties parfaitement séparées : une partie nominale, qui représente le résidu, et une partie incertaine, qui sert à la fois au calcul des seuils adaptatifs de fonctionnement normal et à l'analyse de sensibilité.

### 3.2 Graphe bi-partite et bond graph

#### 3.2.1 Graphe bi-partite

Il existe plusieurs représentations graphiques des systèmes, comme le graphe orienté et

le graphe bi-partite. Ce dernier est l'outil le mieux adapté à l'analyse structurale, par la vérification de l'état du couplage entre un ensemble de contraintes et un ensemble de variables inconnues. Lorsqu'il est possible de calculer toutes les variables inconnues en utilisant juste une partie des contraintes, le reste constitue des relations de redondance analytique.

**Définition 1** *Le graphe bi-partite associé à un système est un graphe avec deux ensembles de sommets: l'ensemble des contraintes  $C^*$  et l'ensemble de variables et de paramètres  $Z^*$ . Des liens sont définis par la règle suivante: il existe un lien entre un sommet  $c_i^* \in C^*$  et un sommet  $z_j^* \in Z^*$  si et seulement si le sommet  $z_j^*$  apparaît dans la contrainte  $c_i^*$  (M. Blanke & al. (2003) [8]).*

L'ensemble des variables  $Z^*$  et des contraintes  $C^*$  sont:

$$\begin{aligned} Z^* &= x_a \cup x_d \cup \dot{x}_d \cup u \cup y \\ C^* &= C_g^* \cup C_h^* \cup \frac{d}{dt} \end{aligned} \quad (3.1)$$

où  $Z^* = \{z_1^*, z_2^*, \dots, z_N^*\} = K \cup X$  est l'ensemble des variables.  $K$  est le sous-ensemble de variables connues, constitué des variables de mesure  $y$  et des commandes  $u$ .  $X = x_a \cup x_d \cup \dot{x}_d$  est le sous-ensemble de variables inconnues.  $x_a$  sont les variables inconnues liées par des contraintes algébriques,  $x_d$  sont des variables inconnues liées par des contraintes différentielles,  $\frac{d}{dt}$  renvoie à la contrainte de dérivation,  $C^* = \{c_1^*, c_2^*, \dots, c_M^*\} = C_g^* \cup C_h^*$  où  $C_g^*$  est l'ensemble des contraintes différentielles et  $C_h^*$  est l'ensemble des contraintes de mesures.

Le modèle du système s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= \mathbf{g}(x_a, x_d, u) \\ y &= \mathbf{h}(x_a, x_d, u) \end{aligned} \quad (3.2)$$

**Définition 2** *Le modèle structurel du système  $(C^*, Z^*)$  est un graphe bi-partite  $(C^*, Z^*, \varepsilon)$  où  $\varepsilon \subset C^* \times Z^*$  est l'ensemble des sommets définis par  $(c_i^*, z_j^*) \in \varepsilon$ , si la variable  $z_j^*$  apparaît dans la contrainte  $c_i^*$  (M. Blanke & al. (2003) [8]).*

### 3.2.2 Couplage sur un graphe bi-partite

Les couplages sont des liens causaux qui associent, dans un système, des variables inconnues à des contraintes à partir desquelles elles peuvent être calculées. Les variables qui ne peuvent pas être couplées ne peuvent pas être calculées. Les variables qui peuvent être couplées de plusieurs manières peuvent être calculées par différents moyens. La théorie des graphes bi-partite montre que n'importe quel graphe bi-partite de dimension finie peut être décomposé en trois sous-graphes avec des propriétés spécifiques, respectivement liés soit à un système sur-déterminé, juste-déterminé ou sous-déterminé. Cette décomposition est canonique et les trois sous-ensembles jouent un rôle important dans l'analyse des propriétés structurelles d'un système (observabilité, commandabilité,...).

**Définition 3** (*Graphe sur-déterminé*) un graphe  $(C^*, Z^*, \varepsilon)$  est sur-déterminé si le couplage est complet sur les variables  $Z^*$  mais pas sur les contraintes  $C^*$  (M. Blanke & al. (2003) [8]).

**Définition 4** (*Graphe juste-déterminé*) un graphe  $(C^*, Z^*, \varepsilon)$  est juste-déterminé si le couplage est complet sur les variables  $Z^*$  et sur les contraintes  $C^*$  (M. Blanke & al. (2003) [8]).

**Définition 5** (*Graphe sous-déterminé*) un graphe  $(C^*, Z^*, \varepsilon)$  est sous-déterminé si le couplage est complet sur les contraintes  $C^*$  mais pas sur les variables  $Z^*$  (M. Blanke & al. (2003) [8]).

La forme standard d'un graphe bi-partite est déduite de la représentation d'état du système, où il devient difficile de définir l'ensemble des variables inconnues et des contraintes dans le cas non linéaire. Ces deux ensembles sont déduits directement de la structure du bond graph.

La génération des RRAs à partir d'un modèle bond graph est équivalente à la détermination d'un sous système sur-déterminé sur la matrice d'incidence (image du graphe bi-partite). L'élimination des variables inconnues sur le bond graph se fait sur un couplage particulier à partir des équations de conservation générées aux jonctions 0, 1.

### 3.2.3 Variables et contraintes sur un bond graph

L'outil bond graph est un langage de modélisation basé sur une description énergétique des phénomènes physiques. Les relations de causes à effets sont décrites par des boucles et

des chemins causaux, représentant les intra-échanges et les extra-échanges de puissances du système modélisé. Les contraintes sur un modèle bond graph sont attribuées aux comportements des éléments  $R, C, I, RS, TF$  et  $GY$ , et aux jonctions 0, 1. Chaque élément est régi par une contrainte dite de comportement, contenant deux variables inconnues qui sont l'effort et le flux sur l'élément bond graph. Les jonctions 0, 1 représentent la structure du système, elles décrivent le lien entre les différents éléments en définissant les relations de partage et de conservation d'efforts et de flux. Le détecteur d'effort est lié à une jonction 0 où l'effort est conservé, tandis que le détecteur de flux est lié à une jonction 1 où le flux est conservé.

Sur un modèle bond graph et par analogie avec le graphe bi-partite, on définit les ensembles des variables inconnues  $Z^*$  et des variables connues  $K$ .

Les variables  $x_d$  liées par les contraintes différentielles apparaissent sur les éléments dynamiques  $I$  et  $C$  du modèle bond graph mis en causalité dérivée dans le cas de la surveillance à base de modèle. L'élément  $C$  en causalité dérivée lie la dérivée de l'effort  $\dot{e}_C$  au flux  $f_C$ ,  $\Phi_C(\dot{e}_C, f_C) = 0$ . La contrainte différentielle sur l'élément  $I$  lie la dérivée du flux  $\dot{f}_I$  à l'effort  $e_I$ ,  $\Phi_I(\dot{f}_I, e_I) = 0$ . L'ensemble des variables inconnues  $x_d$  liées par des contraintes différentielles peut donc s'écrire sous la forme (3.3):

$$x_d \in \left\{ \dot{e}_C, f_C, \dot{f}_I, e_I \right\} \quad (3.3)$$

Les variables  $x_a$  liées par des contraintes algébriques apparaissent sur les éléments bond graphs associés à des relations constitutives algébriques. Ces équations constitutives sont liées aux éléments physiques  $R, RS, TF$  et  $GY$ . L'ensemble des variables inconnues  $x_a$  liées par des contraintes algébriques est donné sous la forme (3.4)

$$x_a \in \left\{ \begin{array}{l} e_R, f_R, e_{1TF}, f_{1TF}, e_{2TF}, f_{2TF}, e_{1GY}, \\ f_{1GY}, e_{2GY}, f_{2GY}, f_{1RS}, e_{1RS}, f_{2RS}, e_{2RS} \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

où  $R$  et  $RS$  représentent respectivement une résistance passive et une résistance active générant de la chaleur.  $TF$  et  $GY$  sont des transformateurs de puissance.

Les variables connues sont représentées en bond graph par les détecteurs d'effort ( $De$ ) et de flux ( $Df$ ), et les variables de contrôle qui peuvent être des sources d'effort  $Se$  ou de flux  $Sf$  constantes, ou variables (modulées)  $MSe$  et  $MSf$ . On obtient alors l'ensemble des variables connues

$$K \in \{De, Df, Se, Sf, MSe, MSf\} \quad (3.5)$$

Du point de vue de la méthodologie bond graph, l'ensemble des contraintes peut être décomposé en quatre sous-ensembles

- **Les contraintes de comportement  $C_i^*$**  : Elles regroupent l'ensemble des contraintes algébriques et différentielles, et décrivent les phénomènes physiques au niveau des éléments bond graphs.

$$\begin{aligned} C_R^* & : \Phi_R(f_R, e_R) = 0 \\ C_{RS}^* & : \Phi_{RS}(f_{1RS}, e_{1RS}, f_{2RS}) = 0 \\ C_{TF}^* & : \Phi_{fTF}(f_{1TF}, f_{2TF}) = 0 \text{ et } \Phi_{eTF}(e_{1TF}, e_{2TF}) = 0 \\ C_{GY}^* & : \Phi_{fGY}(f_{1GY}, e_{2GY}) = 0 \text{ et } \Phi_{eGY}(e_{1GY}, f_{2GY}) = 0 \\ C_C^* & : \Phi_C(\dot{e}_C, f_C) = 0 \\ C_I^* & : \Phi_I(e_I, \dot{f}_I) = 0 \end{aligned}$$

L'élément  $RS$  (détaillé au chapitre 2.4.5) assure une transformation irréversible de puissance. Cet élément se comporte donc comme une source de flux (qui génère  $f_{2RS}$ ) modulée par la puissance à l'entrée de l'élément ( $f_{1RS} \cdot e_{1RS}$ ). La contrainte  $\Phi_{RS}$  est ainsi une relation entre le flux  $f_{2RS}$  à la sortie de l'élément et la puissance ( $f_{1RS} \cdot e_{1RS}$ ) à l'entrée de l'élément.

- **Les contraintes structurelles  $C_{Junction}^*$**  : Ces contraintes sont indépendantes des notions métriques et représentent les lois de conservation de puissance dans un système, elles sont déduites des équations aux jonctions sur un modèle bond graph:

$$\begin{aligned} C_{J_1}^* & : \Phi_{J_1} \left( \sum e_i, \sum S e_k, \sum M S e_p \right) = 0 \\ C_{J_0}^* & : \Phi_{J_0} \left( \sum f_i, \sum S f_k, \sum M S f_p \right) = 0 \end{aligned}$$

où  $k$  et  $p$  sont respectivement le nombre de sources constantes et de sources modulées liées à la jonction.

- **Les contraintes de mesure  $C_m^*$**  : Elles décrivent les mesures qui sont disponibles. Elles expriment la façon dont les capteurs transforment quelques variables d'état du processus en signaux de sortie, qui peuvent être utilisés pour la commande et le diagnostic. Sur

un modèle bond graph, les capteurs d'efforts sont placés sur les jonctions 0 et les capteurs de flux sur les jonctions 1. La sortie du capteur donne la valeur de la variable de puissance commune à tous les liens de la jonction. Les contraintes de mesure sont définies comme suit

$$\begin{aligned} C_{mf}^* & : \Phi_{mf}(Df, f_J) = 0 \\ C_{me}^* & : \Phi_{me}(De, e_J) = 0 \end{aligned}$$

avec  $f_J$  le flux sur la jonction 1 lié au détecteur  $Df$  et  $e_J$  l'effort sur la jonction 0 lié au détecteur  $De$ .

- **Les contraintes de dérivation**  $C_{df}^*$  et  $C_{de}^*$  : Ces contraintes ne sont pas directement liées au système physique, et elles n'apparaissent pas explicitement sur le modèle bond graph. Elles sont utilisées pour calculer la dérivée d'un flux ou d'un effort, car on utilise une causalité dérivée. Ces contraintes sont ajoutées à la matrice d'incidence et sont causales:

$$\begin{aligned} C_{df}^* & : \Phi_{\frac{df}{dt}}(f, \dot{f}) = 0 \Rightarrow \dot{f} = \frac{df}{dt} \\ C_{de}^* & : \Phi_{\frac{de}{dt}}(e, \dot{e}) = 0 \Rightarrow \dot{e} = \frac{de}{dt} \end{aligned}$$

### 3.2.4 Couplage sur un modèle bond graph

A partir du modèle bond graph, il est donc aisé de construire le graphe bi-partite. Les deux sommets formant le graphe (variables et contraintes) sont déduits directement du modèle bond graph du système, comme cela a été développé précédemment.

Le point de départ pour l'élimination des variables inconnues sur la matrice d'incidence déduite du graphe bi-partite est difficile à fixer. La détermination d'un couplage sur-déterminé pour la génération des RRAs sur un modèle bond graph se fait par l'élimination des variables inconnues contenues dans les contraintes de structure issues des équations aux jonctions 0 et 1.

**Proposition 3.1** *Partir de l'équation régissant le comportement d'un élément bond graph pour générer une relation de redondance analytique revient à choisir la jonction à laquelle se rattache cet élément (B. Ould Bouamama & al. (2002) [49]).*

Compte tenu de cette proposition, on peut se limiter à la génération de RRAs à partir des équations structurelles. Le couplage particulier utilisé sur le bond graph consiste à

calculer les variables inconnues sur les éléments bond graphs à l'aide des contraintes de mesure, des contraintes de dérivation et des contraintes de comportement déduites du modèle bond graph. Les équations du bilan énergétique sur les jonctions constitueront les RRAs.

Un détecteur d'effort (ou de flux) mesure une variable sous forme d'un signal, mais ne fournit aucune puissance au système physique. La puissance fournie par un capteur au système physique est nulle. Ainsi, en terme d'échange énergétique, le flux (ou l'effort) renvoyé par un détecteur d'effort (ou de flux) au système physique est nul. Puisque la génération des RRAs se fait directement sur le BG en causalité dérivée, un détecteur d'effort (ou de flux) dont la causalité est inversée (dualisée) est considéré comme une source de signal  $SSe = \tilde{D}e$  (ou  $SSf = \tilde{D}f$ ) modulée par la valeur mesurée, comme illustré sur la FIG. 3.1. Cette valeur du détecteur est imposée à l'équation de jonction à laquelle est rattaché le capteur. Sur la matrice d'incidence, cette valeur du détecteur (grandeur de mesure) est le point de départ de l'élimination des variables inconnues sur le graphe orienté. Ainsi, les modèles en causalité intégrale des FIGs. (3.1)-(a) et (3.2)-(a) sont des modèles destinés à la simulation physique alors que ceux en causalité dérivée des FIGs. (3.1)-(b) et (3.2)-(b) sont destinés à la génération des RRAs



FIG. 3.1 – (a): BG en causalité intégrale avec un détecteur de flux. (b): BG en causalité dérivée avec un détecteur de flux dualisé.

**Remarque 3.2.1** La dualisation d'un détecteur lui donne beaucoup d'importance sur le modèle bond graph en causalité dérivée car il devient une source d'information qui impose sa valeur à la jonction, il n'est donc plus facultatif sur un modèle bond graph et son retrait va engendrer un conflit de causalité.

À partir du modèle BG de la FIG. 3.1-(b) on peut écrire:

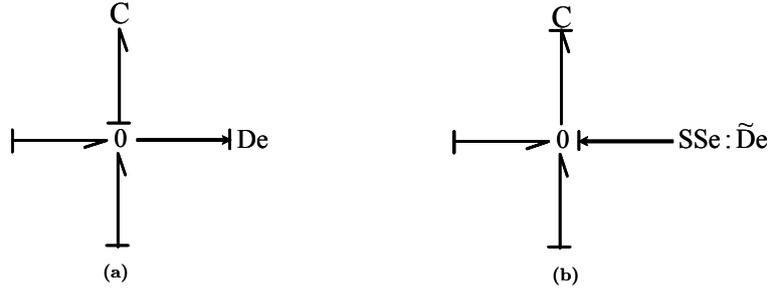


FIG. 3.2 – (a): BG en causalité intégrale avec un détecteur d'effort. (b): BG en causalité dérivée avec un détecteur d'effort dualisé.

$$SSf = \sum b_i.e_i = 0$$

avec  $i$  le numéro de l'arc relié à la jonction et  $b_i = \pm 1$  suivant que la demi-flèche entre ou sort de la jonction.

À partir du modèle BG de la FIG. 3.2-(b) on peut écrire:

$$SSe = \sum b_i.f_i = 0$$

La génération de la RRA revient à éliminer les variables inconnues  $e_i$  et  $f_i$  par le parcours du chemin causal de la variable connue à la variable inconnue. Ceci revient au même que de la déterminer à partir du graphe orienté à l'aide de la matrice d'incidence. Toutefois, en présence d'éléments dynamiques qui doivent être mis en causalité dérivée, des couplages "interdits" peuvent apparaître dûs à des contraintes causales. Ceci signifie que l'élimination de la variable inconnue sur la contrainte causale considérée n'est pas toujours possible. Dans le cas algébrique où l'équation est non linéaire, le calcul de la variable ne peut se faire que dans un sens. Dans le cas différentiel, on ne peut intégrer sans connaître les conditions initiales.

**Proposition 3.2** *Sur un modèle bond graph destiné à la surveillance (mis en causalité dérivée), le système sera sous-déterminé si en dualisant les détecteurs, les éléments dynamiques ne peuvent pas être mis en causalité dérivée.*

**Remarque 3.2.2** *La proposition 3.2 est formulée en supposant les conditions initiales inconnues puisque le système est mis en causalité dérivée. Le conflit de causalité peut être levé en mettant l'élément à l'origine du conflit en causalité intégrale: dans ce cas, si les*

conditions initiales sont connues, le couplage devient alors complet par rapport aux variables inconnues et le système devient ainsi surdéterminé.

### Démonstration

Considérons la contrainte structurelle issue de l'équation de conservation de puissance déduite des jonctions 0 ou 1. Rappelons que partir de l'équation régissant le comportement d'un élément bond graph pour générer une relation de redondance analytique revient à choisir la jonction à laquelle est rattaché cet élément.

On considère une jonction 1, et on supposera que des éléments  $I$ ,  $R$  et  $C$  sont associés à cette jonction. Le même raisonnement peut être développé pour la jonction 0. Considérons d'abord une jonction à laquelle ne sont rattachés que des éléments  $I$  et  $R$  (FIG. 3.3-(a)).

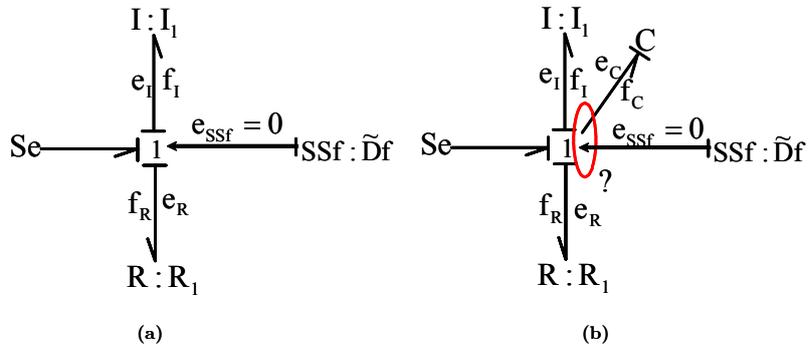


FIG. 3.3 – (a): Modèle bond graph causalement correct avec capteur dualisé ( sur-déterminé).  
 (b): Modèle bond graph avec conflit causal (sous-déterminé).

En dualisant le détecteur de flux (sur le modèle de la FIG. 3.3-(a)) qui devient une source de flux  $SSf$ , aucun conflit causal n'apparaît en mettant l'élément  $I$  en causalité dérivée. On peut alors générer la RRA comme suit:

- Les variables inconnues sont:

$$x = \{x_a\} \cup \{x_d\} = \{e_R, f_R\} \cup \{e_I, \dot{f}_I\}$$

- Les contraintes de comportement sont:

$$\Phi_I(e_I, \dot{f}_I) = 0 \text{ et } \Phi_R(e_R, f_R) = 0$$

- La contrainte causale de dérivation:

$$\Phi_{\frac{df}{dt}}(f_I, \dot{f}_I) = 0 \Rightarrow \dot{f}_I = \frac{df_I}{dt}$$

- La contrainte de structure  $\Phi_{J_1}$  est:

$$\Phi_{J_1}(Se, e_I, e_R) = 0$$

ou bien

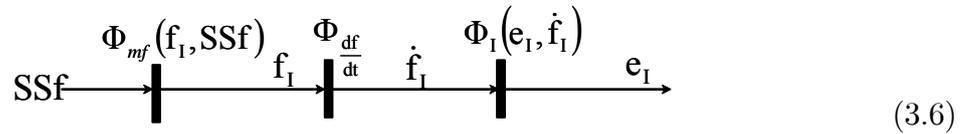
$$\begin{cases} Se - e_I - e_R = 0 \\ f_I = f_R \end{cases}$$

- L'équation de mesure est:

$$\Phi_{mf}(f_I, Df) = 0$$

La RRA est alors déduite en éliminant les variables inconnues de l'équation de structure par un parcours de chemins causaux de la variable connue  $SSf$  (imposée) aux variables inconnues:

$e_I$  est éliminé par le chemin causal (3.6):



Le schéma (3.6) illustre la procédure d'élimination des variables inconnues sur un bond graph. C'est un graphe orienté constitué de flèches orientées montrant le sens de propagation de l'information, et de barrettes représentant les contraintes utilisées. L'entrée de la contrainte est la variable connue et la sortie est la variable inconnue éliminée (calculée). La variable éliminée devient à son tour connue et constituera l'entrée d'une autre contrainte pour éliminer une autre variable inconnue.

Un capteur (détecteur) dans un modèle bond graph en causalité intégrale destiné à la simulation permet d'indiquer la valeur numérique de la variable mesurée: transforme la variable de puissance en un signal et sa réaction est nulle. Le chemin causal va de la variable inconnue à mesurer vers le capteur (de l'inconnue à connue). C'est le cas de l'analyse de l'observabilité ou de l'atteignabilité ou commandabilité (quand il s'agit d'un chemin d'une source vers une variable d'état); le sommet du graphe est la variable inconnue et la destination la variable mesurée ( $e_i$  (ou  $f_i$ )  $\longrightarrow \Phi \longrightarrow De$  (ou  $Df$ ))

Un capteur (détecteur) dans un modèle bond graph en causalité dérivée destiné à la surveillance permet d'exprimer l'ordre d'élimination d'une variable inconnue et est associé à un graphe orienté. Le chemin causal va de la variable mesurée (capteur) vers la variable inconnue : c'est le cas de la génération de redondance analytique; le sommet du graphe est la variable mesurée et la destination la variable inconnue ( $De$  (ou  $Df$ )  $\rightarrow \Phi \rightarrow e_i$  (ou  $f_i$ )). La valeur du capteur est alors imposée à la contrainte. Mais attention en Bond graph on utilise un seul couplage.

$e_R$  est éliminé par le chemin causal (3.7):

$$\begin{array}{c}
 \Phi_{mf}(f_I, SSf) \qquad \Phi_R(e_R, f_R) \\
 \text{SSf} \xrightarrow{\quad} \text{---} \xrightarrow{\quad} f_R = f_I \text{---} \xrightarrow{\quad} e_R
 \end{array} \tag{3.7}$$

Dans le cas linéaire on a

$$\begin{aligned}
 e_R &= R.f_R = R.SSf \\
 e_I &= I \frac{df_I}{dt} = I \frac{dSSf}{dt}
 \end{aligned}$$

Puisque  $Se$  (la variable de commande) est connue, la RRA est alors

$$Se - I \frac{dSSf}{dt} - R.SSf = 0$$

Le graphe orienté équivalent est donné par la FIG. 3.4

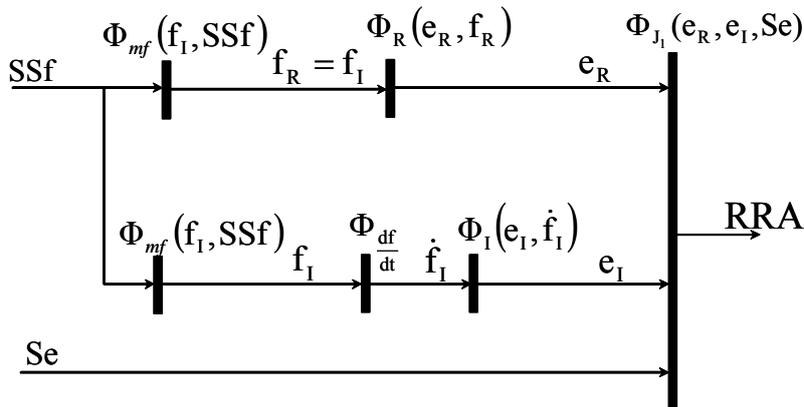


FIG. 3.4 – Graphe orienté équivalent au bond graph de la FIG. 3.3-(a)

	$e_I$	$f_R = f_I$	$\dot{f}_I$	$e_R$	$Se$	$Df$
$\Phi_{J_I}$	1	0	0	1	1	0
$\Phi_I$	(1)	0	$\leftarrow 1$	0	0	0
$\Phi_R$	0	$1 \rightarrow$	0	(1)	0	0
$\Phi \frac{df}{dt}$	0	$\times \rightarrow$	(1) $\uparrow$	0	0	0
$\Phi_{mf}$	0	(1) $\uparrow$	0	0	0	$\leftarrow 1$

TAB. 3.1 – Matrice d'incidence calculée à partir du bond graph de la FIG. 3.3 (a).

La matrice d'incidence (image du graphe bi-partite) est donnée TAB. 3.1. On voit bien que le système est sur-déterminé. Le couplage est complet par rapport aux variables inconnues mais incomplet par rapport aux contraintes.

Le symbole 1 sur la position ( $i^{\text{ème}}$  ligne,  $j^{\text{ème}}$  colonne) de la matrice d'incidence signifie que la variable de la  $j^{\text{ème}}$  colonne est liée à la contrainte de la  $i^{\text{ème}}$  ligne, et le symbole (1) signifie que la variable correspondante est éliminée. Le symbole  $\times$  signifie que le couplage de la variable est autorisé au départ de  $\times$ , mais il est interdit en allant vers  $\times$  sur une ligne. Cela signifie par exemple qu'on peut calculer  $\dot{f}_I$  connaissant  $f_I$ , par contre l'opération inverse est interdite car les conditions initiales sont inconnues. Les flèches sur la matrice montrent l'ordre de calcul des variables inconnues. L'élimination des variables inconnues sur une matrice d'incidence se fait exactement comme sur un graphe bipartite en démarrant des variables connues ( $De, Df, Se, Sf$ ), et en respectant les couplages interdit. Lorsque une variable inconnue est éliminée (calculée) elle devient connue et constituera le point de départ pour éliminer d'autres variables inconnues.

En présence d'un élément  $C$  (FIG. 3.3-(b)), un conflit de causalité apparaît sur le bond graph lorsqu'on essaie de mettre les deux éléments dynamiques en causalité dérivée. Montrons sur la matrice d'incidence que le système est sous-déterminé.

Dans ce cas l'ensemble des variables inconnues est:

$$x = \{x_a\} \cup \{x_d\} = \{e_R, f_R\} \cup \{e_I, \dot{f}_I\} \cup \{\dot{e}_C, f_C\}$$

- Les contraintes de dérivation:

$$\Phi_{\frac{df}{dt}}(f_I, \dot{f}_I) = 0 \text{ et } \Phi_{\frac{de}{dt}}(e_C, \dot{e}_C) = 0$$

- Les contraintes de comportement

$$\Phi_I(e_I, \dot{f}_I) = 0, \Phi_R(e_R, f_R) = 0 \text{ et } \Phi_C(\dot{e}_C, f_C) = 0$$

- La contrainte de structure

$$\Phi_{J_1}(Se, e_I, e_R, e_C) = 0$$

- L'équation de mesure est:

$$\Phi_{mf}(f_I, Df) = 0$$

La matrice d'incidence est donnée par la TAB. (3.2) et le graphe orienté équivalent est donné par la FIG. 3.5

La variable  $e_C$  ne peut pas être éliminée, le système est donc sous-déterminé (CQFD).

En mettant l'élément  $C$  en causalité intégrale, la contrainte  $\Phi_C$  devient:

$$e_C = \frac{1}{C} \int f_C \cdot dt + e_{C_0} \implies \Phi_C(e_{C_0}, e_C, f_C) = 0$$

ce qui donne lieu à une nouvelle matrice d'incidence (TAB. 3.3), qui correspond au graphe orienté de la FIG. 3.6. Le système devient sur-déterminé si  $e_{C_0}$  est connu.

Il est donc préférable de générer des RRAs sur un modèle BG en causalité intégrale lorsque les conditions initiales sont connues, mais dans la majorité des procédés, ces conditions sont inconnues. Nous allons donc dans ce qui suit développer une procédure de diagnostic robuste aux incertitudes paramétriques à base de modèles BG en causalité dérivée.

Les algorithmes de génération de RRAs robustes des systèmes décrits par des modèles BG incertains sont similaires à ceux développés dans le cas déterministe.

	$e_C$	$e_I$	$f_I=f_R=f_C$	$\dot{f}_I$	$e_R$	$\dot{e}_C$	$Se$	$Df$
$\Phi_{J_1}$	1	1	0	0	1	0	1	0
$\Phi_C$	0	0	$1 \longrightarrow$	0	0	$(1) \downarrow$	0	0
$\Phi_I$	0	$(1)$	0	$\longleftarrow 1$	0	0	0	0
$\Phi_R$	0	0	$1 \longrightarrow$	0	$(1)$	0	0	0
$\Phi_{\frac{df}{dt}}$	0	0	$\times \longrightarrow$	$(1) \uparrow$	0	0	0	0
$\Phi_{\frac{de}{dt}}$	$\times$	0	0	0	0	$? \longleftarrow 1$	0	0
$\Phi_{mf}$	0	0	$(1) \uparrow$	0	0	0	0	$\longleftarrow 1$

TAB. 3.2 – Matrice d'incidence calculée à partir du bond graph de la FIG. 3.3 (b).

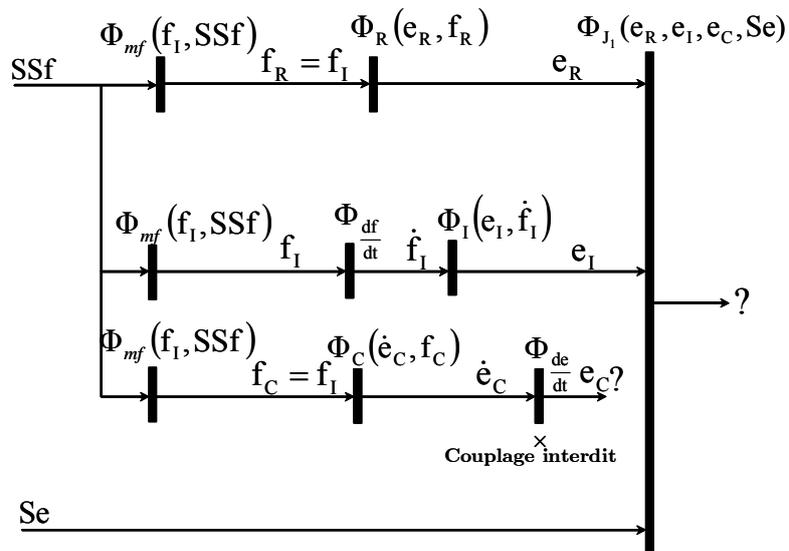


FIG. 3.5 – Graphe orienté équivalent au bond graph de la FIG. 3.3-(b)

	$e_C$	$e_I$	$f_I=f_R=f_C$	$\dot{f}_I$	$e_R$	$\dot{e}_C$	$e_{C_0}?$	$Se$	$Df$
$\Phi_{J_1}$	1	1	0	0	1	0	0	1	0
$\Phi_C$	(1)	0	$\leftarrow 1$	0	0	0	1	0	0
$\Phi_I$	0	(1)	0	$\leftarrow 1$	0	0	0	0	0
$\Phi_R$	0	0	$1 \rightarrow$	0	(1)	0	0	0	0
$\Phi_{\frac{df}{dt}}$	0	0	$\times \rightarrow$	(1) $\uparrow$	0	0	0	0	0
$\Phi_{\frac{de}{dt}}$	$\times$	0	0	0	0	1	0	0	0
$\Phi_{mf}$	0	0	(1) $\uparrow$	0	0	0	0	0	$\leftarrow 1$

TAB. 3.3 – Matrice d'incidence calculée à partir du bond graph de la FIG. 3.3 (b) avec l'élément C en causalité intégrale.

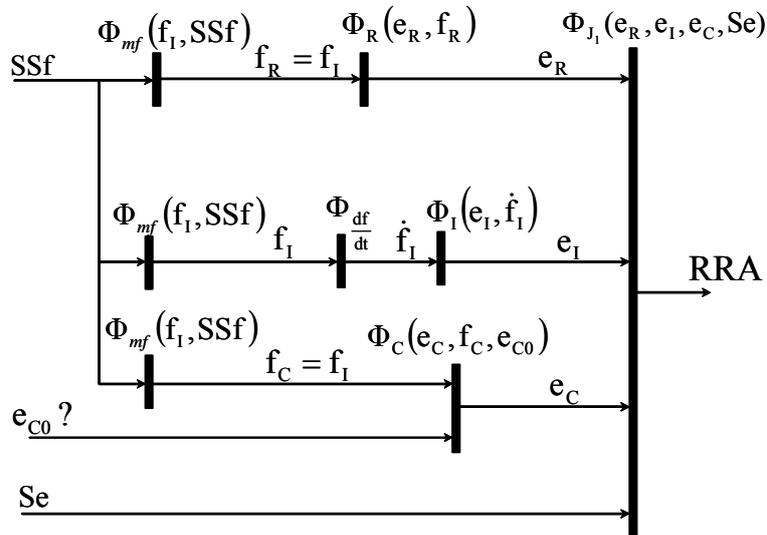


FIG. 3.6 – Graphe orienté d'un système surdéterminé si les conditions initiales son connues

### 3.3 Génération de résidus robustes

#### 3.3.1 Forme générale de la RRA incertaine

La génération des relations de redondance analytique robustes à partir d'un modèle bond graph propre, observable et sur-déterminé se résume par les étapes suivantes:

1<sup>ère</sup> étape: Vérification de l'état du couplage sur le modèle bond graph déterministe en causalité dérivée préférentielle; si le système est sur-déterminé, alors poursuivre les étapes suivantes;

2<sup>ème</sup> étape: Le modèle bond graph est mis sous forme LFT;

3<sup>ème</sup> étape: L'expression symbolique de la RRA est déduite à partir des équations aux jonctions. Cette première forme sera exprimée par:

$$\sum b_i.f_{i_n} + \sum Sf + \sum w_i = 0$$

pour une jonction 0 et:

$$\sum b_i.e_{i_n} + \sum Se + \sum w_i = 0$$

pour une jonction 1.

avec  $\sum Sf$  la somme des sources de flux liées à la jonction 0 ,  $\sum Se$  la somme des sources de flux liées à la jonction 1, et  $b = \pm 1$  suivant que la demi-flèche entre ou sort de la jonction.

Les variables inconnues sont  $e_{i_n}$  et  $f_{i_n}$ .

4<sup>ème</sup> étape: Les variables inconnues sont éliminées en parcourant les chemins causaux entre les détecteurs ou les sources et les variables inconnues;

5<sup>ème</sup> étape: Après élimination des variables inconnues, les RRAs incertaines sont sous forme:

$$RRA : \Phi \left( \sum Se, \sum Sf, De, Df, \tilde{D}e, \tilde{D}f, \sum w_i, R_n, C_n, I_n, TF_n, GY_n, RS_n \right) = 0 \quad (3.8)$$

où  $TF_n$  et  $GY_n$  sont respectivement les valeurs nominales des modules des éléments  $TF$  et  $GY$ .  $R_n$ ,  $C_n$ ,  $I_n$  et  $RS_n$  sont les valeurs nominales des éléments  $R$ ,  $C$ ,  $I$  et  $RS$ .  $\sum w_i$  est la somme des entrées modulées correspondant aux incertitudes sur les éléments liés à la jonction.

### 3.3.2 Génération des seuils adaptatifs

La RRA générée est constituée de deux parties bien séparées grâce à l'utilisation du modèle LFT, une partie nominale noté  $r$ :

$$r = \Phi \left( \sum S_e, \sum S_f, D_e, D_f, \tilde{D}_e, \tilde{D}_f, R_n, C_n, I_n, TF_n, GY_n, RS_n \right) \quad (3.9)$$

et une partie incertaine noté  $b = \sum w_i$  avec:

$$w_i = \Phi \left( D_e, D_f, \tilde{D}_e, \tilde{D}_f, R_n, C_n, I_n, TF_n, GY_n, RS_n, \delta_R, \delta_I, \delta_C, \delta_{RS}, \delta_{TF}, \delta_{GY} \right) \quad (3.10)$$

où  $\delta_R, \delta_I, \delta_C, \delta_{RS}, \delta_{TF}, \delta_{GY}$  sont respectivement les valeurs des incertitudes multiplicatives sur les éléments  $R, I, C, RS, TF$  et  $GY$

La partie incertaine de la RRA sera utilisée pour générer des seuils adaptatifs de fonctionnement normal sous forme d'une enveloppe qui contient le résidu en absence de défauts.

#### Définition 3.1

Pour tout nombre réel  $x$ , la valeur absolue de  $x$  (noté  $|x|$ ) est définie par:

- $|x| = x$ , si  $x > 0$
- $|x| = -x$ , si  $x < 0$
- $|x| = 0$ , si  $x = 0$

nous remarquons que  $|x| = \max(-x, x)$ .

#### Propriétés 3.1

La valeur absolue d'un réel a les propriétés suivantes:

- 1)  $|x| \geq 0$
- 2)  $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$
- 3)  $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- 4)  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$  (si  $y \neq 0$ )
- 5)  $|x + y| \leq |x| + |y|$  (Intégralité triangulaire)
- 6)  $|x - y| \geq |x| - |y|$  (Deuxième intégralité triangulaire, découle de la première)
- 7)  $\left| \sum_{k=1}^n x_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |x_k|$  (Intégralité triangulaire généralisée à une famille finie  $(x_k)$ )
- 8)  $|x| \leq y \iff -y \leq x \leq y$
- 9)  $|x| \geq y \iff x \leq -y$  ou  $x \geq y$

Une incertitude paramétrique peut être définie comme une légère déviation du paramètre de sa valeur nominale, sans aucun effet sur le bon fonctionnement du système. Elle peut être constante ou variable et elle peut varier aléatoirement dans un sens positif comme

dans un sens négatif. Compte tenu de cette nature des incertitudes paramétriques, et en utilisant les propriétés de la valeur absolue d'un réel, l'effort (ou le flux)  $w_i$  apporté par une incertitude paramétrique peut être bornée en prenant sa valeur absolue.

En utilisant la propriété 3.1-(3), la valeur maximale de l'effort (ou du flux)  $w_i$  apporté par une incertitude  $\delta_i$  s'écrit:

$$\begin{aligned} |w_i| &= |\delta_i \cdot e_{i_n}| = |\delta_i| \cdot |e_{i_n}| \\ |w_i| &= |\delta_i \cdot f_{i_n}| = |\delta_i| \cdot |f_{i_n}| \end{aligned}$$

En effet en démarrant de la RRA de l'équation (3.8), et on remplaçant  $r$  par sa valeur (équation (3.9)) dans la RRA on obtient:

$$r + \sum w_i = 0 \Rightarrow r = - \sum w_i$$

En utilisant la propriété 3.1-(5):  $|\sum w_i| \leq \sum |w_i|$  et la propriété 3.1-(8):  $-\sum |w_i| \leq \sum w_i \leq \sum |w_i|$  le seuil supérieur (positif) du résidu noté  $a$  peut être généré tel que:

$$a = \sum |w_i| \tag{3.11}$$

on aura alors  $r \leq a$ .

Puisque la variation du résidu est l'image de la variation des incertitudes en absence de défauts, il peut alors varier dans un sens positif comme dans un sens négatif. Il est donc nécessaire de générer un seuil inférieur (négatif) noté  $-a$  du résidu en utilisant la propriété 3.1-(9) de la valeur absolue. Cette propriété peut s'écrire sous une autre forme telle que:

$$|x| \geq y \iff x \leq -y \text{ ou } x \geq y \iff -|x| \leq y \leq |x|$$

Ainsi un seuil adaptatif du résidu est généré sous forme d'une enveloppe (équation (3.12)):

$$-a \leq r \leq a \tag{3.12}$$

### 3.4 Exemple

Soit le schéma de la FIG. 3.7-(a) qui représente la partie électrique d'un moteur à courant continu. Le modèle bond graph équivalent est donné par la FIG. 3.7-(b). Ce système est propre, observable et sur-déterminé.

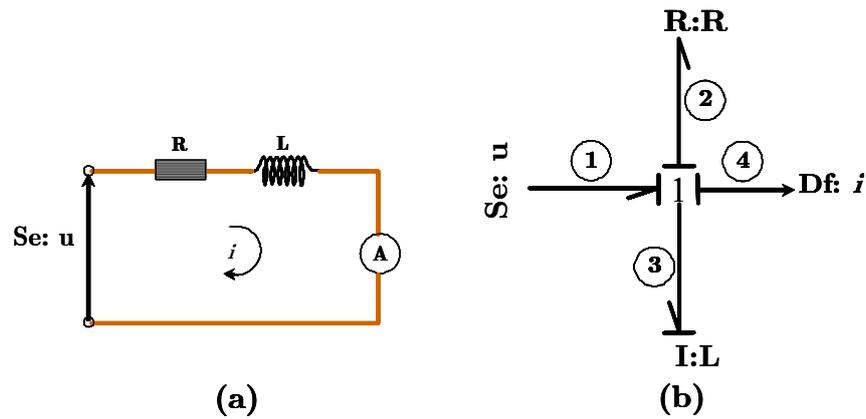


FIG. 3.7 – Schéma de la partie électrique d'un moteur à courant continu et son modèle bond graph en causalité intégrale.

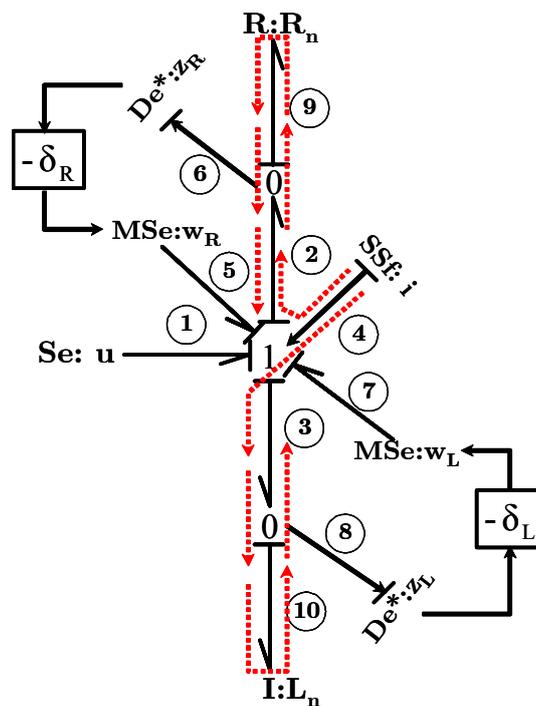


FIG. 3.8 – Modèle bond graph LFT du système en causalité dérivée avec le capteur de flux dualisé.

Le modèle bond graph LFT du système en causalité dérivée est donné par la FIG. 3.8, où les sources modulées correspondant aux incertitudes sur les éléments  $R : R$  et  $I : L$  sont données par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} w_R &= -\delta_R \cdot z_R; & z_R &= R_n \cdot SSf \\ w_L &= -\delta_L \cdot z_L; & z_L &= L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} \end{aligned}$$

L'équation du bilan des puissances sur la jonction 1 du modèle bond graph en causalité dérivée est donnée comme suit:

$$\Phi_{J_1} : Se + w_R + w_I - e_2 - e_3 = 0$$

Les variables  $Se$ ,  $w_R$ ,  $w_I$  sont des sources d'effort connues et les variables inconnues  $e_2$  et  $e_3$  sont éliminées par le parcours des chemins causaux qui sont montrés en traits pointillés sur le modèle bond graph de la FIG. 3.8 et qui sont donnés comme suit:

$$\begin{aligned} e_2 &: SSf \rightarrow f_2 \rightarrow f_9 \rightarrow \Phi_{R_n}(f_9, e_9) \rightarrow e_9 \rightarrow e_2 = R_n \cdot SSf \\ e_3 &: SSf \rightarrow f_3 \rightarrow f_{10} \rightarrow \Phi_{L_n}(\dot{f}_{10}, e_{10}) \rightarrow e_{10} \rightarrow e_3 = L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} \end{aligned}$$

La RRA peut alors s'écrire:

$$RRA : u - R_n \cdot SSf - L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} + w_R + w_I = 0$$

La RRA obtenue est constituée de deux parties parfaitement séparées, permettant ainsi de générer simultanément le résidu et les seuil adaptatifs du résidu

$$\begin{aligned} r &= u - R_n \cdot SSf - L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} \\ a &= |w_R| + |w_L| = |\delta_R \cdot R_n \cdot SSf| + \left| \delta_L \cdot L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} \right| \end{aligned}$$

L'aspect adaptatif des seuil est assuré par le fait que les sources modulées  $MSe : w_R$  et  $MSe : w_L$  sont fonctions des mesures du détecteur dualisé  $SSf : i$ , et ces dernières sont fonctions du mode de fonctionnement du système, ou autrement dit, de l'entrée  $Se : u$  imposée au système.

L'utilisation des propriétés de la valeur absolue pour générer les seuils de fonctionnement normal assure la robustesse de cet algorithme aux fausses alarmes. Pour maîtriser les non-détections et les retards dans la détection des défauts, nous avons développé une méthode d'analyse de la sensibilité des résidus aux défauts et aux incertitudes, qui permet d'estimer a priori les valeurs détectables des défauts.

## 3.5 Analyse de la sensibilité

Plusieurs méthodes de diagnostic robuste à base de modèle ont été développées ces dernières années (*M. Basseville (1998)* [6], *O. Adrot & al. (1999)* [1], *Z. Han & al. (2002)* [31], *D. Henry & al. (2005)* [33], *A. Johansson & al. (2006)* [35], *X. G. Yan & al. (2007)* [74]), qui se résument à la génération et l'évaluation des résidus. Les méthodes d'évaluation dépendent des approches utilisées pour la génération des résidus, ainsi que des hypothèses considérées sur la nature et le type des incertitudes présentes dans le modèle. Lorsque l'on suppose que les incertitudes n'interviennent pas à la même fréquence que les défauts, les méthodes de filtrages sont bien adaptées (*D. Henry & al. (2005)* [33]). Dans le cas où la variation du résidu est supposée normalement distribuée autour d'une moyenne connue, on utilise des méthodes statistiques pour générer des seuils de fonctionnement normal. Après un choix judicieux d'un degré de confiance a priori, il est possible de calculer les probabilités de fausses alarmes et de non détections (*M. Basseville (1998)* [6]). L'espace de parité est très utilisé pour la détection de défauts capteurs et actionneurs, où l'évaluation du résidu est réalisée en considérant des incertitudes bornées par une norme ou par un intervalle. Avec cette méthode, on est confronté à la difficulté de trouver un bon compromis entre la robustesse aux incertitudes et la sensibilité aux défauts, car l'élimination de l'influence des incertitudes sur le résidu peut engendrer une insensibilité aux défauts, en particulier les défauts actionneurs (*Z. Han & al. (2002)* [31]). Puisqu'il est souvent difficile d'atténuer ou d'éliminer l'effet des incertitudes sur le résidu en utilisant l'espace de parité, il s'avère utile d'exploiter la partie incertaine du résidu afin de déduire des seuils de fonctionnement normal (*O. Adrot & al. (1999)* [1], *Z. Han & al. (2002)* [31]). Malheureusement, en cas de dépendance paramétrique, les seuils sont surévalués et risquent de diverger, alors ils sont généralement générés en négligeant l'inter-corrélation paramétrique.

Dans ce travail, l'utilisation d'un modèle bond graph LFT permet de générer automatiquement les résidus et les seuils adaptatifs de fonctionnement normal; ces seuils assurent la robustesse aux incertitudes et s'adaptent automatiquement aux changements des modes de fonctionnement. L'outil bond graph apporte une solution concrète au problème de dépendance paramétrique, car il est possible de suivre la propagation de l'influence des incertitudes en terme d'effort ou de flux à travers tout le modèle grâce aux chemins causaux.

L'analyse de la sensibilité des résidus aux incertitudes et aux défauts dépend des indices de sensibilité paramétrique et de détectabilité de défauts, que nous allons définir et qui

permettent de contrôler et d'améliorer les performances du diagnostic. En pratique, la connaissance de la valeur détectable d'un défaut permet de mesurer le risque que ce défaut peut engendrer sur le bon fonctionnement du système et la connaissance des incertitudes qui masquent l'apparition du défaut permet de prendre des mesures supplémentaires afin de maîtriser leurs variations et d'atteindre les performances recherchées.

### 3.5.1 L'indice de sensibilité normalisé

L'analyse de sensibilité du résidu par rapport à une incertitude paramétrique peut se faire en dérivant la partie incertaine  $a$  de la RRA par rapport à l'incertitude  $\delta_i$  comme le montrent les équations (3.13) et (3.14). Le résultat est une variable de puissance (effort ou flux), dont l'origine est la partie nominale du paramètre

- A partir de la RRA générée d'une jonction 1 on écrit:

$$S_{\delta_i} = \frac{\partial a}{\partial |\delta_i|} = \frac{\partial (\sum |w_i|)}{\partial |\delta_i|} = \frac{\partial (\sum |\delta_i \cdot e_{i_n}|)}{\partial |\delta_i|} = |e_{i_n}| \quad (3.13)$$

- A partir de la RRA générée d'une jonction 0 on a:

$$S_{\delta_i} = \frac{\partial a}{\partial |\delta_i|} = \frac{\partial (\sum |w_i|)}{\partial |\delta_i|} = \frac{\partial (\sum |\delta_i \cdot f_{i_n}|)}{\partial |\delta_i|} = |f_{i_n}| \quad (3.14)$$

$i \in \{R, C, I, RS, TF, GY\}$ .  $\delta_i$  est l'incertitude multiplicative sur le paramètre  $i$ .

Pour mieux illustrer ce résultat, reprenons l'exemple précédent de la partie électrique d'un moteur à courant continu, dont le modèle BG LFT en causalité dérivée est donné par la FIG. 3.8. L'analyse de la sensibilité du résidu par rapport à l'incertitude  $\delta_R$  peut se faire en dérivant l'expression  $a$  issue de la RRA par rapport à l'incertitude  $\delta_R$  :

$$S_{\delta_R} = \frac{\partial a}{\partial |\delta_R|} = \frac{\partial (|\delta_R \cdot R_n \cdot SSf| + |\delta_L \cdot L_n \cdot \frac{dSSf}{dt}|)}{\partial |\delta_R|} = |R_n \cdot SSf| = |e_{R_n}|$$

Le résultat des équations (3.13) (3.14) ne prend pas en considération la valeur de l'incertitude paramétrique  $\delta_i$  et l'effort (ou le flux) total apporté au résidu par le reste des incertitudes incluses dans  $a$ . Puisque l'objectif est d'évaluer la sensibilité du résidu à l'incertitude de chaque paramètre par rapport au reste des incertitudes, la dérivée normalisée de la fonction  $a$  de l'équation (3.15) est plus significative que la dérivée simple des équations (3.13) (3.14), car elle permet de déterminer des *indices de sensibilité*  $SI_{\delta_i}$  par rapport à chaque incertitude. Ces derniers sont bornés entre 0 et 1. Le rapport entre la valeur de chaque incertitude  $\delta_i$  et celle de toute la partie incertaine de la RRA, permet de mesurer

l'influence de chaque incertitude sur le résidu par rapport à l'ensemble des incertitudes, et par conséquent, de déterminer le paramètre le plus pertinent sur les performances du système de surveillance.

$$SI_{\delta_i} = \left| \frac{\delta_i}{a} \cdot \frac{\partial a}{\partial |\delta_i|} \right| = \frac{|w_i|}{a} \quad (3.15)$$

$SI_{\delta_i}$  est l'indice de sensibilité normalisé du résidu par rapport l'incertitude  $\delta_i$  sur le paramètre  $i$ .

Dans l'exemple précédent, les indices de sensibilité normalisés du résidu par rapport aux incertitudes  $\delta_R$  et  $\delta_L$  sont calculés comme suit:

$$SI_{\delta_R} = \left| \frac{\delta_R}{a} \cdot \frac{\partial a}{\partial |\delta_R|} \right| = \left| \frac{\delta_R}{a} \cdot \frac{\partial (|\delta_R \cdot R_n \cdot SSf| + |\delta_L \cdot L_n \cdot \frac{dSSf}{dt}|)}{\partial |\delta_R|} \right|$$

$$SI_{\delta_L} = \left| \frac{\delta_L}{a} \cdot \frac{\partial a}{\partial |\delta_L|} \right| = \left| \frac{\delta_L}{a} \cdot \frac{\partial (|\delta_R \cdot R_n \cdot SSf| + |\delta_L \cdot L_n \cdot \frac{dSSf}{dt}|)}{\partial |\delta_L|} \right|$$

En utilisant la propriété 3.1-(4) de la valeur absolue on trouve:

$$SI_{\delta_R} = \left| \frac{\delta_R \cdot R_n \cdot SSf}{a} \right| = \frac{|w_R|}{a}$$

$$SI_{\delta_L} = \left| \frac{\delta_L \cdot L_n \cdot \frac{dSSf}{dt}}{a} \right| = \frac{|w_L|}{a}$$

L'indice de sensibilité normalisé du résidu par rapport à une incertitude paramétrique  $\delta_i$  est égal au rapport entre l'effort (ou le flux) apporté par l'incertitude  $\delta_i$  et l'effort (ou le flux) total apporté par toutes les incertitudes paramétriques  $a$ . Ainsi, la somme de ces indices donnera:

$$\sum SI_{\delta_i} = \sum \frac{|w_i|}{a} = \frac{\sum |w_i|}{a} = 1 \quad (3.16)$$

Revenons à l'exemple précédent, et calculons  $\sum SI_{\delta_i}$  :

$$\begin{aligned} \sum SI_{\delta_i} &= SI_{\delta_R} + SI_{\delta_L} = \frac{|w_R|}{a} + \frac{|w_L|}{a} \\ &= \frac{|w_R| + |w_L|}{a} = 1 \end{aligned}$$

La sensibilité des résidus aux incertitudes paramétriques est proportionnelle aux indices de sensibilité normalisé, autrement dit, le résidu est le plus sensible à l'incertitude qui a le plus grand indice de sensibilité normalisé.

### 3.5.2 Indice de détectabilité de défauts

Dans cette partie, nous nous intéressons à deux types de défauts, le défaut paramétrique noté  $Y_i$  et le défaut structurel noté  $Y_s$ .

Le défaut paramétrique  $Y_i$  représente un taux de déviation anormale du paramètre  $i$  du système par rapport à sa valeur nominale, contrairement à l'incertitude paramétrique multiplicative notée  $\delta_i$ , qui est un taux de déviation légère du paramètre par rapport à sa valeur nominale, sans aucune influence sur le fonctionnement normal du système. Un défaut paramétrique provoque une dégradation des performances du système, et peut engendrer sa défaillance totale.

Un exemple de défaut paramétrique est donné FIG. 3.9. Le système est constitué d'une cuve alimentée par une source externe, le fluide passe ensuite à travers une conduite vers le milieu extérieur. Le modèle bond graph du système sans défaut est donné par la FIG.3.9-(a). La FIG. 3.9-(b) montre le système avec un bouchon dans la conduite, considéré comme un défaut paramétrique car il ne modifie pas la structure du système, par contre il change la valeur de l'élément  $R$  :  $Rz$ . Il est modélisé de la même façon qu'une incertitude multiplicative, sous forme d'un pourcentage de la valeur nominale du paramètre.

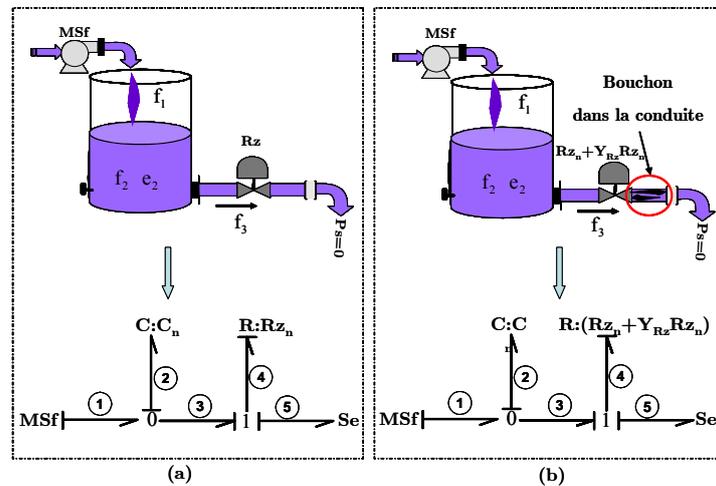


FIG. 3.9 – (a): Modèle bond graph d'un système sans défaut. (b): Modèle bond graph d'un système avec un défaut paramétrique.

Le défaut structurel noté  $Y_s$  est un nouvel effort (ou flux) qui provoque une modification dans la structure du système. Ainsi, le modèle nominal du système n'est plus respecté et sa dynamique est modifiée par la présence du défaut. Cette différence entre le système et le

modèle engendre un déséquilibre dans les lois de conservation de débit de masse et d'énergie calculées à partir des jonctions 0 et 1 du modèle bond graph. Ainsi, une fuite d'eau dans la cuve de la FIG. 3.10-(b) est un défaut structural. Ce dernier peut être modélisé par une source de flux  $Sf : Y_s$ . La structure du modèle a donc changé par rapport au modèle bond graph du système sans défaut de la Fig 3.10-(a).

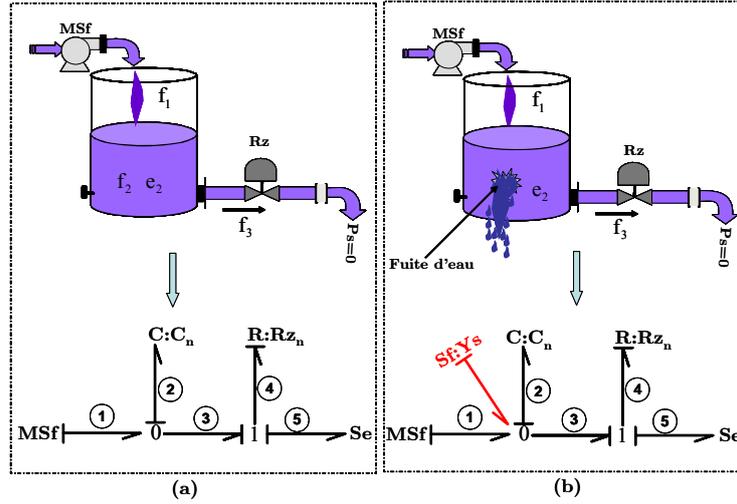


FIG. 3.10 – (a): Modèle bond graph d'un système sans défaut. (b): Modèle bond graph d'un système avec un défaut structural.

Nous proposons de définir l'indice de détectabilité de défaut  $DI$  suivant la définition ci dessous :

**Définition 3.1:** L'indice de détectabilité de défaut  $DI$  est la différence entre l'effort (ou flux) apporté par les défauts en valeur absolue et celui apporté par l'ensemble des incertitudes en valeur absolue.

$$DI = |Y_i| \cdot |e_{i_n}| + |Y_s| - a \quad \text{à une jonction 1} \quad (3.17)$$

$$DI = |Y_i| \cdot |f_{i_n}| + |Y_s| - a \quad \text{à une jonction 0}$$

où  $(|Y_i| \cdot |e_{i_n}| + |Y_s|)$  correspond à la contribution de l'ensemble des défauts.  $Y_i$  est le taux détectable du défaut sur le paramètre  $i$ ,  $Y_s$  est la valeur détectable d'un défaut structural, et  $a$  est déduit de la partie incertaine de la RRA.  $e_{i_n}$  est l'effort apporté par le paramètre nominal  $i_n$ .

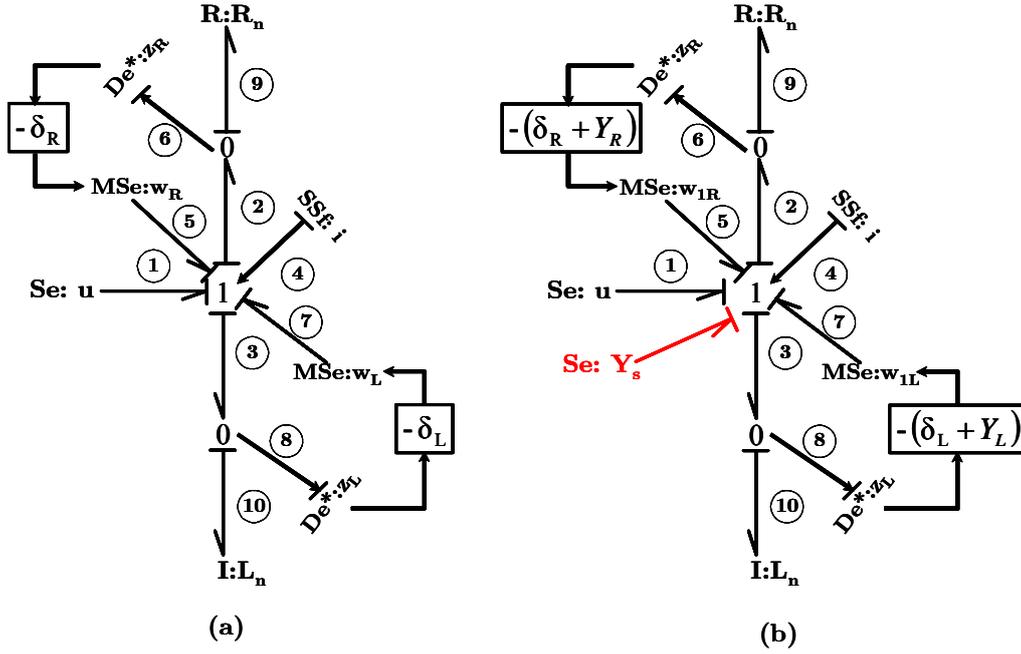


FIG. 3.11 – (a): Modèle BG-LFT en causalité dérivée sans défaut du circuit électrique  $R$ ,  $L$ . (b): Modèle BG-LFT en causalité dérivée du système en présence d'un défaut structurel  $Y_s$  et de deux défauts paramétriques  $Y_R$  et  $Y_L$ .

Le modèle bond graph LFT sans défaut du circuit électrique de la FIG. 3.7 est donné FIG. 3.11-(a), et le modèle du système en présence d'un défaut structurel  $Y_s$  et de deux défauts paramétriques  $Y_R$  et  $Y_L$  est donné FIG. 3.11-(b)

Une nouvelle RRA est alors générée

$$RRA : u - R_n \cdot SSf - L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} + w_{1R} + w_{1L} + Y_s = 0$$

La partie nominale de la RRA est toujours séparée de sa nouvelle partie noté  $a'$  contenant les incertitude et les défauts.

$$\begin{aligned} r &= u - R_n \cdot SSf - L_n \cdot \frac{dSSf}{dt} \\ \alpha &= w_{1R} + w_{1L} + Y_s \end{aligned}$$

avec

$$w_{1R} = w_R + Y_R \cdot e_{R_n} \quad \text{et} \quad w_{1L} = w_L + Y_L \cdot e_{L_n}$$

On définit alors

$$a' = |w_R| + |w_L| + |Y_{R.e_{R_n}}| + |Y_{L.e_{L_n}}| + |Y_s| = a + |Y_{L.e_{L_n}}| + |Y_s|$$

On obtient ainsi l'indice détectabilité de défaut du résidu  $r$

$$DI = |Y_{R.e_{R_n}}| + |Y_{L.e_{L_n}}| + |Y_s| - a$$

Pour qu'un défaut paramétrique  $Y_i$  ou structurel  $Y_s$  soit détecté, sa contribution (effort ou flux) doit être supérieure à celle introduite par l'ensemble des incertitudes  $a$ . On peut alors écrire la proposition suivante.

**Proposition 3.3:** *Condition de détectabilité de défauts*

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } DI \leq 0 : \text{ Le défaut n'est pas détectable} \\ \text{Si } DI > 0 : \text{ Le défaut est détectable} \end{array} \right.$$

**Hypothèse 3.1:** L'effort (ou le flux) apporté aux résidus par l'occurrence simultanée de plusieurs défauts est supérieur à l'effort (ou le flux) apporté aux résidus par l'occurrence d'un seul défaut.

Compte tenu de cette hypothèse, la valeur détectable d'un défaut peut être calculée en supposant que ce défaut est le seul présent sur le système.

Compte tenu de la définition 3.1, de la proposition 3.3 et de l'hypothèse 3.1, le taux détectable  $Y_i$  du défaut sur le paramètre  $i$  peut être défini par l'une des inéquations (3.18) et (3.19), en supposant  $Y_s = 0$ .

- A partir de la RRA générée d'une jonction 1, on déduit:

$$|Y_i| > \frac{a}{|e_{i_n}|} \quad (3.18)$$

- A partir de la RRA générée d'une jonction 0, on déduit:

$$|Y_i| > \frac{a}{|f_{i_n}|} \quad (3.19)$$

Compte tenu de la définition 3.1, de la proposition 3.3 et de l'hypothèse 3.1, la valeur détectable d'un défaut structurel  $Y_s$  peut être définie par l'inéquation (3.20), en supposant  $Y_i = 0$ .

$$|Y_s| > a \quad (3.20)$$

Dans l'exemple précédent de la partie électrique du moteur (FIG. 3.11-(b)), les taux détectables  $Y_R$  et  $Y_L$  des défauts sur les éléments  $R$  et  $L$  sont calculés comme suit:

- le taux détectable  $Y_R$  d'un défaut sur l'élément  $R$  est calculé en supposant  $Y_L = Y_s = 0$  :

$$DI = |Y_R| \cdot |e_{R_n}| - a$$

$$DI > 0 \Rightarrow |Y_R| > \frac{a}{|e_{R_n}|}$$

- le taux détectable  $Y_L$  d'un défaut sur l'élément  $L$  est calculé en supposant  $Y_R = Y_s = 0$

$$DI = |Y_L| \cdot |e_{L_n}| - a$$

$$DI > 0 \Rightarrow |Y_L| > \frac{a}{|e_{L_n}|}$$

- la valeur détectable  $Y_s$  du défaut structurel est calculée en supposant  $Y_R = Y_L = 0$

$$DI = |Y_s| - a$$

$$DI > 0 \Rightarrow |Y_s| > a$$

## 3.6 Conclusion

Ce chapitre est consacré au diagnostic robuste par l'approche bond graph, la méthode présentée permet par l'utilisation d'un seul modèle bond graph sous forme LFT, de vérifier l'état du couplage, générer les résidus et les seuils adaptatifs de fonctionnement normal. Afin d'améliorer et de contrôler les performances du diagnostic, une méthode d'analyse de la sensibilité des résidus est proposée pour estimer a priori les valeurs détectables des défauts.

# Chapitre 4

## Génération automatique des RRAs robustes

### 4.1 Introduction

L'intérêt porté à la sûreté de fonctionnement des systèmes a permis de développer plusieurs méthodes qualitatives et quantitatives de diagnostic et les énormes progrès des outils informatiques et des langages de programmation ont favorisé le développement de logiciels de diagnostic. En fonction de la méthode utilisée, deux types de logiciels dédiés au diagnostic sont recensés dans la littérature consultée: les logiciels basés sur les méthodes qualitatives et les logiciels basés sur les méthodes quantitatives. Dans ce chapitre, nous présentons l'outil logiciel développé dans ce travail de thèse pour la génération automatique des RRAs robustes. Un exemple pédagogique illustre le fonctionnement de cette boîte à outil.

### 4.2 Logiciels de diagnostic qualitatif

L'implémentation informatique des méthodes qualitatives de diagnostic nécessite des calculateurs numériques puissants et de grandes mémoires de stockage de données, car ces méthodes sont basées sur la gestion de bases de données très riches et évolutives. Parmi ces outils informatiques dédiés au diagnostic, on cite le logiciel AMandD « Advanced Monitoring and Diagnostic », qui est basé sur les réseaux de neurones flous et les méthodes heuristiques (*J. M. Koscielny & al. (2006) [39]*). AMandD est un logiciel autonome créé pour le diagnostic des systèmes industriels complexes, l'identification et la simulation des

modèles statistiques et paramétriques. Les variables d'entrée du logiciel sont les données issues des capteurs du procédé et les sorties sont les alarmes des défaillances.

### Détection des défauts

Le schéma de détection et d'isolation des défauts implémenté sur AMandD est présenté FIG. 4.1. Les algorithmes de détection sont basés sur l'analyse des entrées et des sorties du système  $(u,y)$ . Deux ensembles de résidus sont générés: le premier noté  $r_M$  est issu du modèle (réseaux de neurones) et le deuxième noté  $r_H$  est issu des tests d'apprentissage. Selon la nature des incertitudes, trois méthodes d'évaluation sont utilisées sur AMandD (Korbicz & al. (2004) [38]):

- L'évaluation "crisp": utilisée lorsque les incertitudes sur les résidus ne sont pas prises en considération ;
- L'évaluation floue: utilisée lorsqu'il est nécessaire de prendre en considération les incertitudes sur les résidus ;
- L'évaluation "three-valued": utilisée pour prendre en considération le signe des résidus afin d'assurer une bonne isolabilité des défauts.

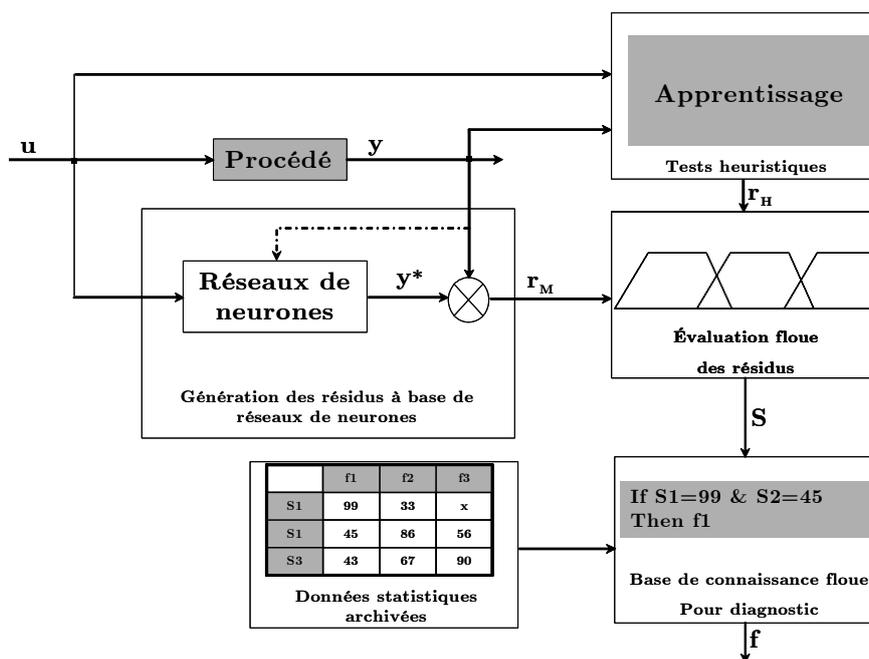


FIG. 4.1 – Schéma de diagnostic utilisé sur le logiciel AMandD

### Isolation des défauts

L'isolation des défauts sur AMandD est réalisée en comparant les signatures des défauts obtenues à des signatures prédéfinies, ces dernières sont organisées dans une table de signatures appelées IDTS « Industrial Dynamic Table of States » (*Koscielny & al. (2003)* [40]). Cependant, il n'est possible d'isoler que les défauts connus (prédéfinis dans la table de signatures). Toute signature inconnue donne lieu automatiquement à une alarme prévenant l'opérateur de cette nouvelle situation, sans aucune précision sur la nature de la défaillance. L'opérateur doit ensuite procéder à un test complet de son installation et identifier les causes et les effets, puis ajouter ces nouvelles données dans la table de signature améliorant ainsi progressivement la capacité d'isolation du logiciel.

#### 4.2.1 Logiciels de diagnostic quantitatif

Matlab-Simulink étant un outil de modélisation et de simulation puissant, son environnement de programmation est choisi comme support pour développer des boîtes à outils de diagnostic à partir de boîtes à outils déjà existantes *E. Frisk & al (2006)* [26], *M. Blanke & al. (2006)* [9]. Dans *S. X. Ding & al. (2006)* [17], les boîtes à outils « Control System Toolbox » et « Robust Control Toolbox » sont utilisées pour concevoir une boîte à outil « FDI-Toolbox ». Les méthodes programmées sont le diagnostic à base d'observateurs et l'espace de parité, car ces deux approches structurellement équivalentes (*P. Frank & al. (1989)* [24]) sont basées sur une représentation d'état des systèmes. Cette boîte à outil permet alors le passage d'une approche à une autre, et assure à la fois la génération et l'évaluation des résidus. Les entrées du logiciel sont le modèle d'état linéaire numérique du système et les propriétés statistiques des incertitudes, et les sorties sont les RRAs et les seuils ou les variances des résidus selon la méthodes de génération et d'évaluation choisies.

##### Concept de génération des résidus

Les générateurs de résidus à base de modèles analytiques (observateurs et espace de parité) sont utilisés en présence de perturbations déterministes. Le filtre de Kalman est introduit pour prendre en considération les perturbations stochastiques, et le problème de robustesse est traité en utilisant une solution optimale appelée « Unified Solution » proposé par *S. X. Ding & al. (2000)* [15]. Le schéma de conception des générateurs de résidus sur FDI-Toolbox est donné dans la FIG. 4.2, où deux principales étapes sont représentées: l'étape de génération des résidus bruts, et l'étape d'optimisation qui consiste à améliorer la sensibilité des résidus aux défauts et leur robustesse aux incertitudes.

### Concept d'évaluation des résidus

L'optimisation des résidus permet d'améliorer leur sensibilité aux défauts, mais ne permet pas de générer des résidus nuls en fonctionnement normal, d'où la nécessité de les évaluer en utilisant les propriétés statistiques des incertitudes. Les méthodes d'évaluation sur FDI-Toolbox sont sélectionnées en fonction des générateurs de résidus utilisés, et sont basées sur des hypothèses concernant la nature et les propriétés statistiques des incertitudes (incertitudes bornées par une norme, moyenne et covariance connues).

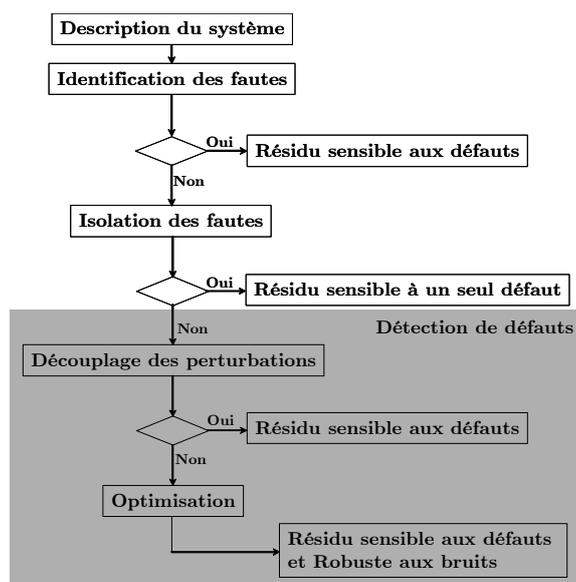


FIG. 4.2 – Procédure de génération des résidus sur FDI-Toolbox

## 4.3 Génération automatique de RRAs robustes à l'aide des BGs

L'outil bond graph, grâce à son caractère graphique et sa structure causale, convient parfaitement à l'informatisation des procédures de génération sous forme formelle des modèles dynamiques et des RRAs. On distingue les logiciels dédiés à la génération formelle et ceux dédiés au diagnostic. L'originalité de nos travaux est la génération des modèles LFT, des RRAs robustes et de la matrice de signature des défauts sur la base d'un cahier des charges fixé. Un placement optimal des capteurs peut être envisagé pour améliorer la surveillance des systèmes.

### 4.3.1 Logiciels de modélisation par Bond Graph

ENPORT est le premier logiciel de modélisation et de simulation en bond graph, réalisé par le Professeur *R. C. Rosenberg* [60] dans les années 70. Depuis, le développement des langages de programmation informatique, notamment les techniques orientées objet sur C++, a motivé l'apparition de plusieurs logiciels de modélisation et de simulation par bond graph tel que ARCHER, CAMP-G [29], 20-Sim, PASION 32, BondLab, CAMBAS, Dymola, Java Applet for BGs, HybrSim, Modelica, MS1, MTT, Bond graph tool box for Mathematica et SYMBOLS 2000. Un aperçu sur ces logiciels est donné sur le site <http://www.bondgraphs.com/software.html>.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les deux logiciels que nous utilisons: 20-Sim et SYMBOLS 2000.

#### - 20-Sim

Le logiciel 20-Sim a été développé dans le cadre de la thèse de doctorat de *J. Broenink* [11] à l'université de Twente aux Pays bas. Du point de vue modélisation, 20-Sim est un support de modélisation hiérarchique, séparant l'interface de définition du sous-modèle de son corps. Le logiciel est composé d'une fenêtre pour les spécifications des ports et des paramètres du sous-modèle, avec une fenêtre pour l'implémentation sous forme graphique ou textuelle. Une autre fenêtre est consacrée à la réalisation d'une icône personnalisée du sous-modèle en utilisant un éditeur graphique. En cliquant sur les icônes des sous-modèles, l'utilisateur peut accéder aux différentes implémentations. Pour créer le modèle complet d'un système, les sous-modèles doivent être créés, ou choisis parmi les sous-modèles prédéfinis dans la boîte à outil. La FIG. 4.3 montre les différentes fenêtres de l'éditeur 20-Sim, où la fenêtre centrale représente le modèle en bond graph déterministe du banc d'essais JEF présenté au chapitre 5.

Les caractéristiques des manipulations symboliques de 20-Sim permettent de résoudre numériquement des boucles algébriques par itération et d'introduire la méthode BDF (Bloc Diagram Fonctionnal) pour l'intégration numérique des systèmes DAE (Differential-Algebraic Equations). Pour accélérer la simulation, toutes les équations n'ayant aucun effet sur l'évolution des variables d'état du système sont ignorées pendant l'étape d'intégration. Un ensemble d'équations est généré pour d'éventuelles vérifications, ou pour être utilisées dans d'autres programmes (FIG. 4.4).

20-Sim possède également sa propre interface de simulation, ce qui permet de modifier le modèle et de l'améliorer après vérification de la cohérence des équations générées, et la validité des résultats de simulation.

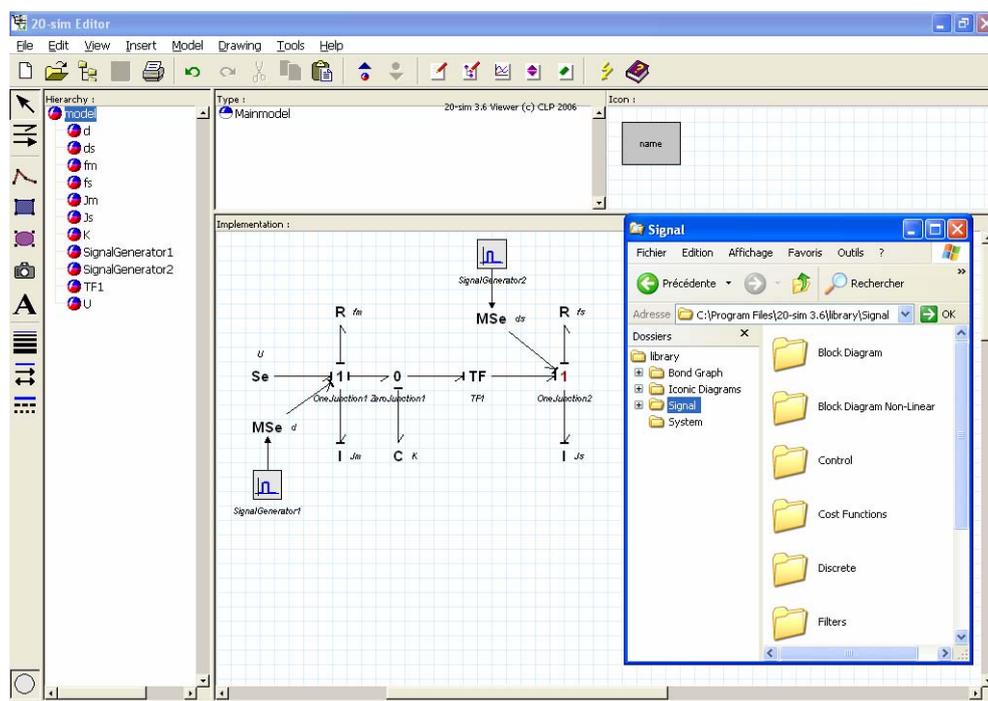


FIG. 4.3 – Interface graphique de l'éditeur 20-Sim

The screenshot shows the '20-sim Model Equations' window. It contains the following text:

```

Continuous-time equations
=====

model: model
date: November 20, 2006
time: 12:10:38 pm

static equations:
U\p.e = U\effort;

dynamic equations:
K\p.e = K\state / K\c;
Jm\p.F = Jm\state / Jm\j;
Js\p.F = Js\state / Js\j;
SignalGenerator1\output = SignalGenerator1\amplitude * (step
(SignalGenerator1\start time) - step (SignalGenerator1\stop time));
  
```

An 'OK' button is visible at the bottom of the window.

FIG. 4.4 – Ensemble des équations générées à partir du modèle bond graph du système électromécanique sur 20-Sim

### - SYMBOLS 2000

Le logiciel SYMBOLS 2000 (SYstem Modeling by BOnd graph Language and Simulation), développé par A. Mukherjee et A. K. Samantaray, est le fruit de plusieurs années de recherches et d'enseignements à l'Institut Indien de Technologie de Karagpur (A. Mukherjee & al. (2001) [47]). Son environnement est composé de quatre parties: *BondPad* (constructeur de modèles graphiques), *Simulator* (interface de simulation), *Controls* (outil d'analyse théorique de commande) et *FDIPad* (constructeur de modèles graphiques pour le FDI) qui a été développé au LAGIS dans le cadre du projet européen CHEM (B. Ould Bouamama<sup>§</sup> al. (2006) [52]). Cette boîte à outils concerne les RRAs déterministes. L'interface graphique de SYMBOLS 2000 contient cinq fenêtres (*Tools*, *Capsules*, *Equations*, *Expressions*, *Structural*), elles sont décrites dans la FIG. 4.5, où la fenêtre centrale représente le modèle bond graph déterministe du banc d'essais JEF présenté au chapitre 5.

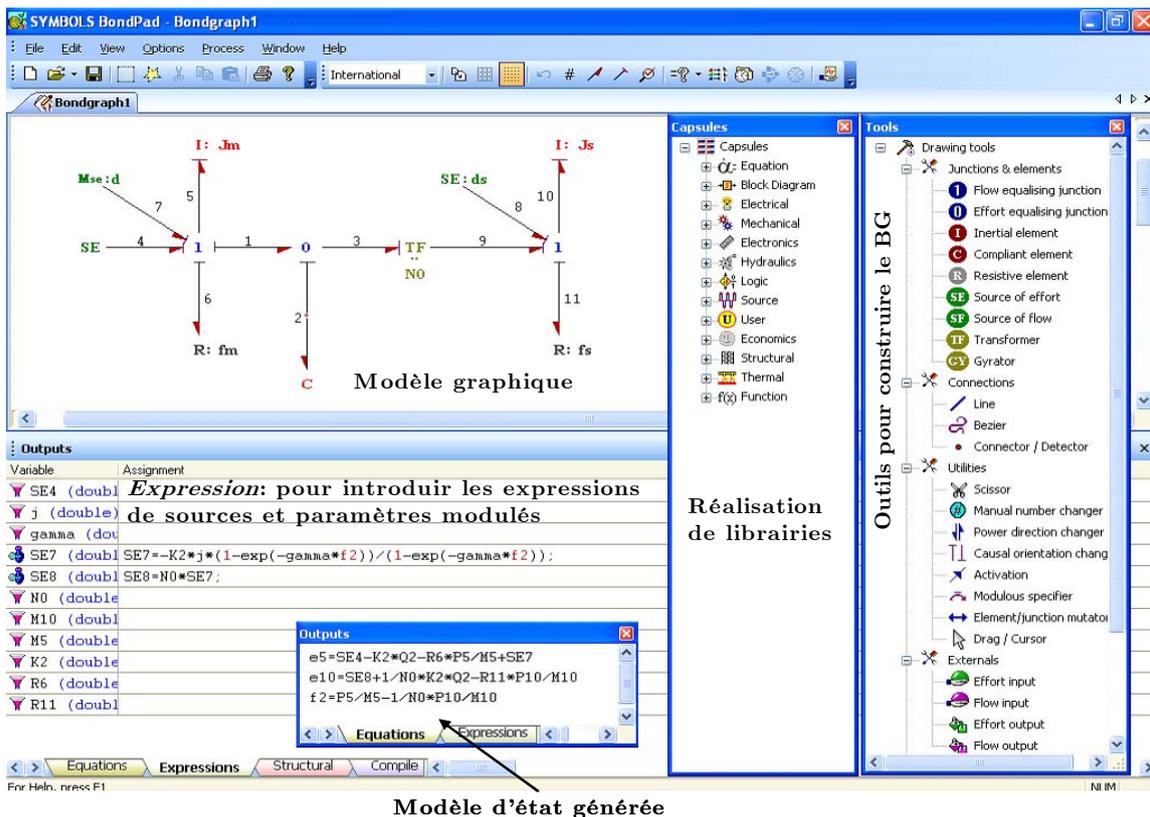


FIG. 4.5 – Interface graphique de la partie BondPad du logiciel SYMBOLS 2000

La procédure de construction d'un modèle sur SYMBOLS 2000 commence par la réa-

lisation d'un modèle acausal, puis les arcs sont numérotés pour faire référence aux efforts et flux qui les traversent. Ensuite, les causalités sont affectées. S'il existe des incohérences dans les relations de causes à effets, un message d'erreur s'affiche sur l'écran, si non le message indiquera qu'il n'y a aucune erreur et que le modèle est causalement correct. La présence de boucles algébriques est signalée par des *warning*. SYMBOLS 2000 propose deux méthodes pour résoudre numériquement les boucles algébriques, et c'est l'utilisateur qui choisit la méthode appropriée à son application. Une fois les équations générées, les paramètres et les sources modulées par des équations non linéaires sont spécifiées dans la fenêtre *Expressions* avec des notations du langage C++. Sur SYMBOLS 2000 comme sur 20-Sim, le modèle d'un système peut être représenté sous forme d'une interconnection de plusieurs sous-modèles appelés *capsules*, qui figurent dans une fenêtre spécifique appelée également *Capsules*.

L'avantage qu'offre SYMBOLS 2000 pour la modélisation LFT est la possibilité de définir des variables internes (effort et flux) comme des variables globales par un double clic sur l'arc correspondant, puis de les utiliser pour moduler des sources d'effort ou de flux. Ces dernières constitueront les entrées fictives  $w_i$  du modèle LFT. Les sorties fictives  $De^*$  et  $Df^*$  n'apparaissent pas explicitement sur le modèle, mais apparaissent implicitement dans la fenêtre *Expressions*, et sont égales aux variables internes (effort-flux) définies comme des variables globales. Sur le modèle bond graph de la FIG. 4.5, la source d'effort  $Mse7 : d$  est modulée par la variable interne  $f_2$  définie comme variable globale, et marquée sur le modèle par un point sur l'arc numéro 2. La facilité du passage du modèle déterministe au modèle incertain permet de créer des boîtes à outils des systèmes incertains à partir de celles déjà existantes dans le répertoire de SYMBOLS 2000 (FIG. 4.6).

### 4.3.2 Génération automatique des RRAs robustes

L'interface FDIPad de SYMBOLS 2000 est consacrée à la réalisation de modèles pour la génération des RRAs. Le modèle global doit être une interconnexion de capsules, où aucun élément bond graph ou source ne doit apparaître, car chaque capsule du modèle est analysée indépendamment des autres. La première étape dans la génération des RRAs robustes sur FDIPad consiste à créer une boîte à outil pour les systèmes incertains, en réalisant de nouvelles capsules ou en modifiant les capsules déjà existantes en déterministe. La partie incertaine d'une RRA peut être facilement distinguée de la partie nominale en spécifiant une étiquette aux entrées fictives correspondant aux incertitudes paramétriques. Si la lettre  $w$  est consacrée exclusivement à la désignation des entrées fictives sur le modèle LFT dans

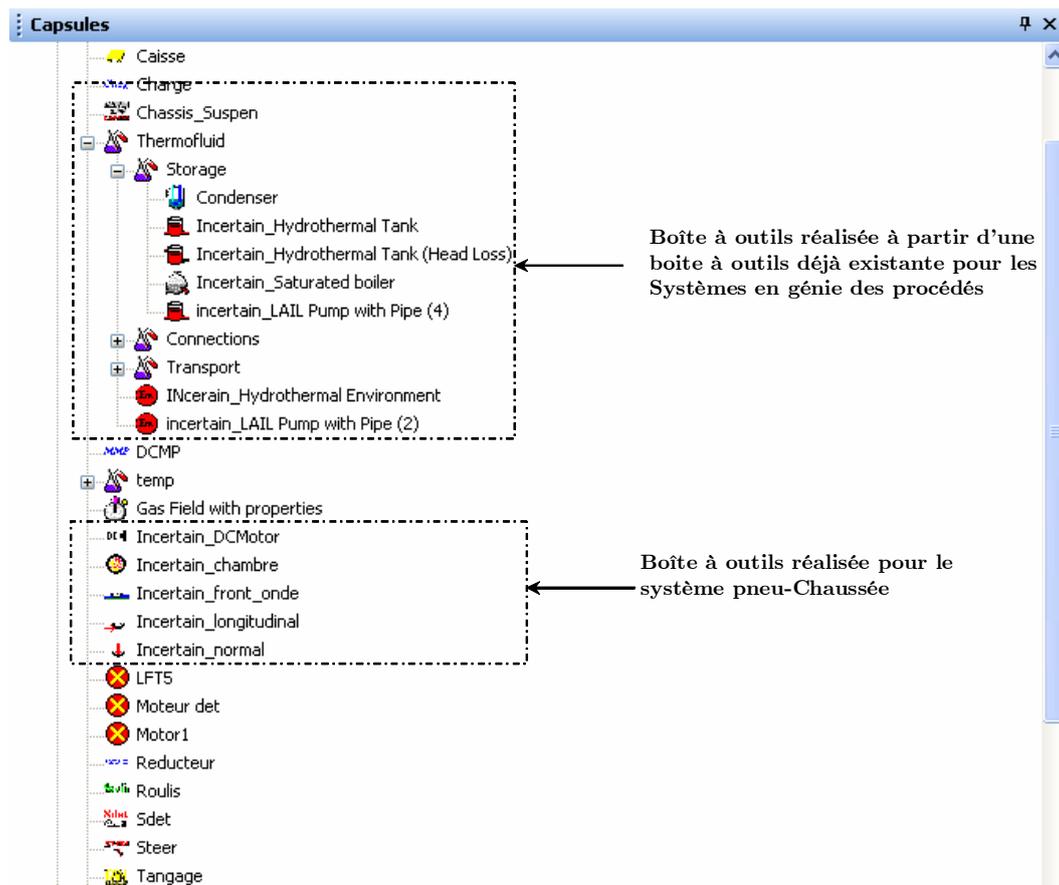


FIG. 4.6 – Quelques boîtes à outils réalisées à partir de boîtes à outils déjà existantes sur FDIpad

l'étape de modélisation, alors la somme des  $w_i$  constitue la partie incertaine de la RRA.

Prenons l'exemple d'un système thermofluide construit à partir de capsules déjà réalisées pour le génie des procédés. Le système est constitué d'une cuve d'eau connectée à une pompe, le fluide est ensuite pompé vers le milieu extérieur. Le système est instrumenté par deux capteurs : un capteur de pression sur la cuve et un capteur de débit massique à la sortie de la pompe. Le modèle bond graph déterministe du système est une interconnexion de capsules représentant les modèles bond graph déterministes de la cuve, la pompe commandée en tout-ou-rien et l'environnement. Le système est en réalité complexe, car il met en jeu deux phénomènes couplés (thermique et fluide). Il est caractérisé par deux variables d'état : la masse et l'énergie interne stockée par la cuve. L'équation d'état est non linéaire et l'utilisation de l'espace de parité ou des observateurs pour le diagnostic n'est pas triviale. La FIG. 4.7 montre le système sous forme de capsules, les modèles bond graphs déterministes de la cuve et de la pompe, les modèles mathématiques générés à partir de ces deux modèles, ainsi que les résidus générés en déterministe.

Nous allons introduire des incertitudes paramétriques sur les modèles bond graphs de la cuve et de la pompe. Sur la cuve (FIG. 4.8), les incertitudes sont introduites sur l'élément  $C_2$  correspondant à la capacité fluide de la cuve et sur l'élément  $C_1$  correspondant à sa capacité thermique, comme le montrent les équations (4.1):

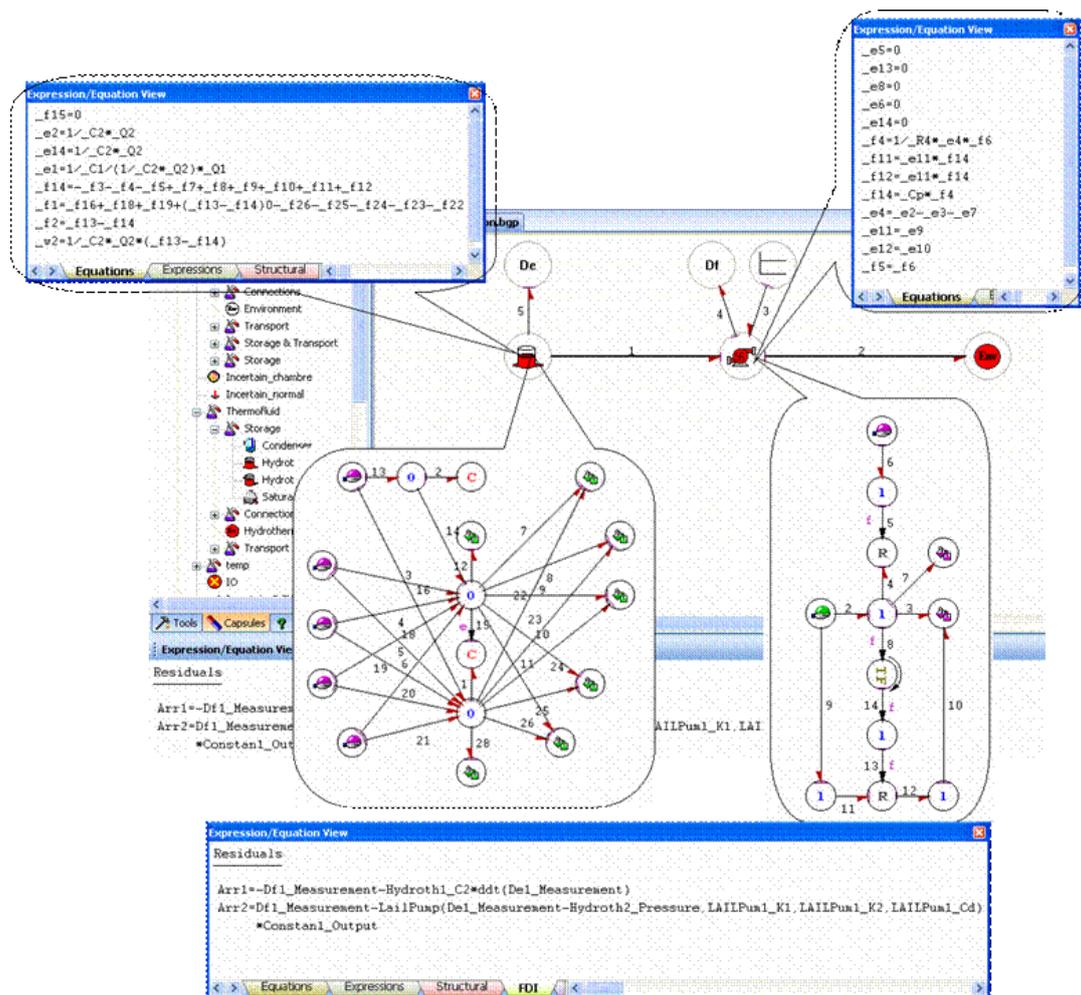


FIG. 4.7 – RRAs générées en utilisant d'un modèle réalisé sur FDIPad à partir de capsules contenant des BG déterministes

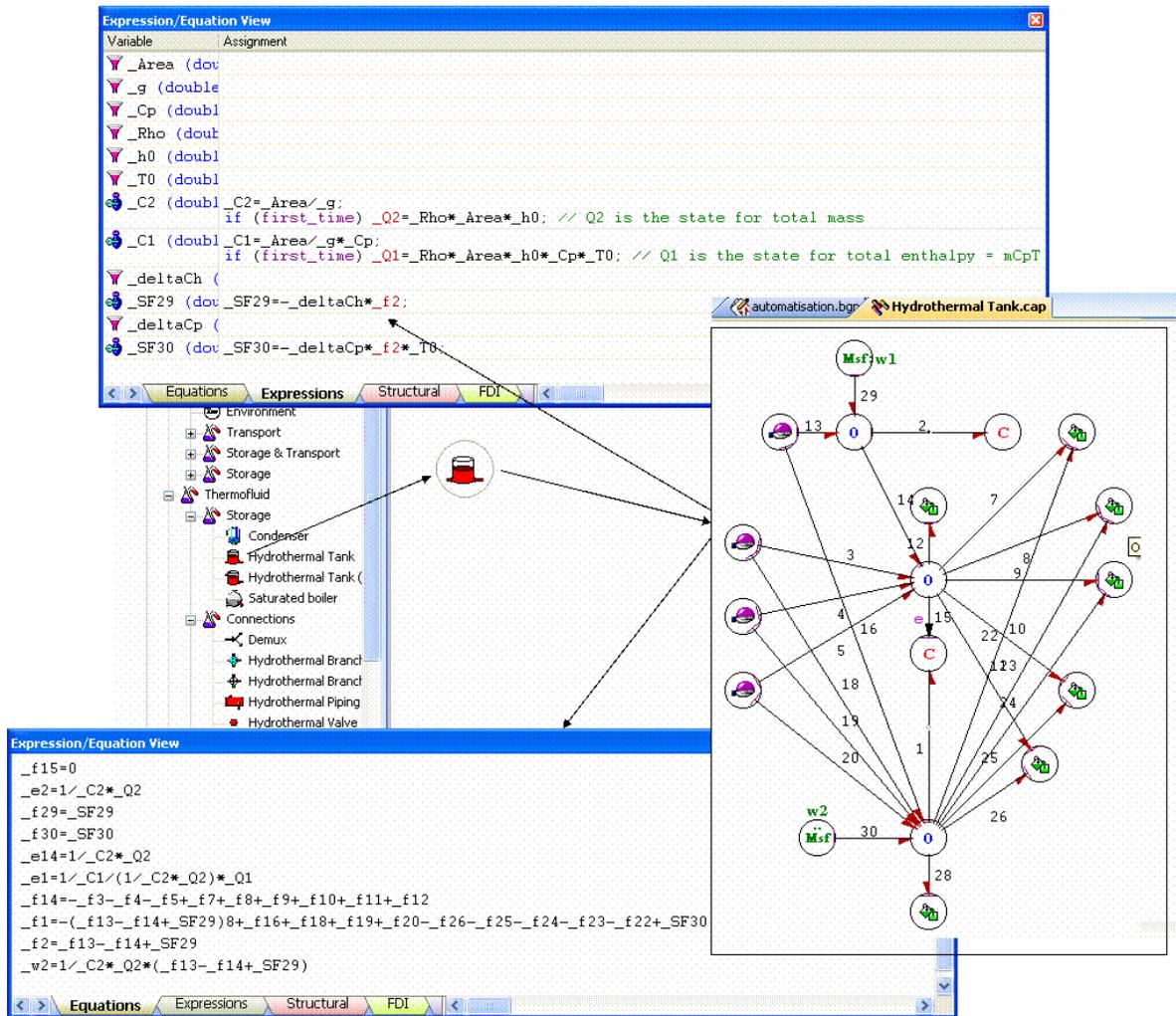


FIG. 4.8 – Réalisation d'une capsule de la cuve contenant un BG incertain, à partir de la capsule déjà existante en déterministe

$$\begin{cases} w_1 = w_{C_2} = -\delta_{C_h} \cdot (C_{2n} \cdot \frac{dDe}{dt}) = -\delta_{C_2} \cdot f_2 \\ w_2 = w_{C_1} = -\delta_{c_p} \cdot (Df \cdot c_{pn} \cdot T_0) \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $T_0$  est la température ambiante,  $c_{pn}$  et  $\delta_{c_p}$  sont respectivement la valeur nominale et la valeur de l'incertitude de la chaleur spécifique à pression constante de l'eau. Les détails sur le calcul de ces incertitudes et des entrées modulées sont donnés dans le chapitre 5.

La capsule "cuve" est donc modifié en ajoutant deux sources modulées de flux sur le modèle bond graph de la cuve (noté  $MSf : w1$  et  $MSf : w2$  sur le modèle de la FIG. 4.8). Ces dernières sont modulées par les équations (4.1) déclarées dans la fenêtre *Expressions* (notées  $SF29 = -deltaCh * f2$  et  $SF30 = -deltaCp * f2 * T0$  dans la fenêtre *Expressions* donnée dans la FIG. 4.8). Un nouveau modèle mathématique incertain de la cuve peut alors être généré (FIG. 4.8).

Les mêmes étapes sont suivies pour réaliser le modèle incertain de la pompe (FIG. 4.10), où la capsule est modifiée en ajoutant des incertitudes sur le modèle bond graph correspondant. Les incertitudes sont introduites aux niveau de l'élément  $R_4$ , correspondant à la caractéristique de la pompe et sur l'élément  $R_{12}$  représentant le phénomène thermique dans la pompe. Ces incertitudes sont modélisées par des sources modulées par les équations (4.1). Les détails sur le calcul des incertitudes et des sources modulées sont données dans le chapitre 5.

$$\begin{cases} w_3 = w_{R_4} = -\delta_{R_4} \cdot R_{4n} \cdot f_5 \\ w_4 = w_{R_{12}} = -\delta_{c_p} \cdot (c_{pn} \cdot T_0 \cdot f_5) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec  $f_5$  le flux de masse qui traverse la pompe, donné par le détecteur  $Df$ .

Deux sources d'effort sont introduites sur le modèle bond graph de la pompe, puis sont déclarées dans la fenêtre *Expressions* comme le montre la FIG. 4.9. Un modèle mathématique incertain de la pompe peut être généré à partir du nouveau modèle bond graph (FIG. 4.9).

Le modèle du système (FIG. 4.10) est réalisé à présent en utilisant les capsules contenant des BG incertains. Les RRAs sont générées en cliquant sur l'icône "*Derive ARRs*". Les entrée modulées représentant les incertitudes sont indexées par défaut par le nom de la capsule et le numéro de l'arc correspondant à la source sur le modèle bond graph (Sur les RRAs donnée dans la FIG. 4.10, les entrées modulées sont indexées par: *Hydroth1\_SF29*

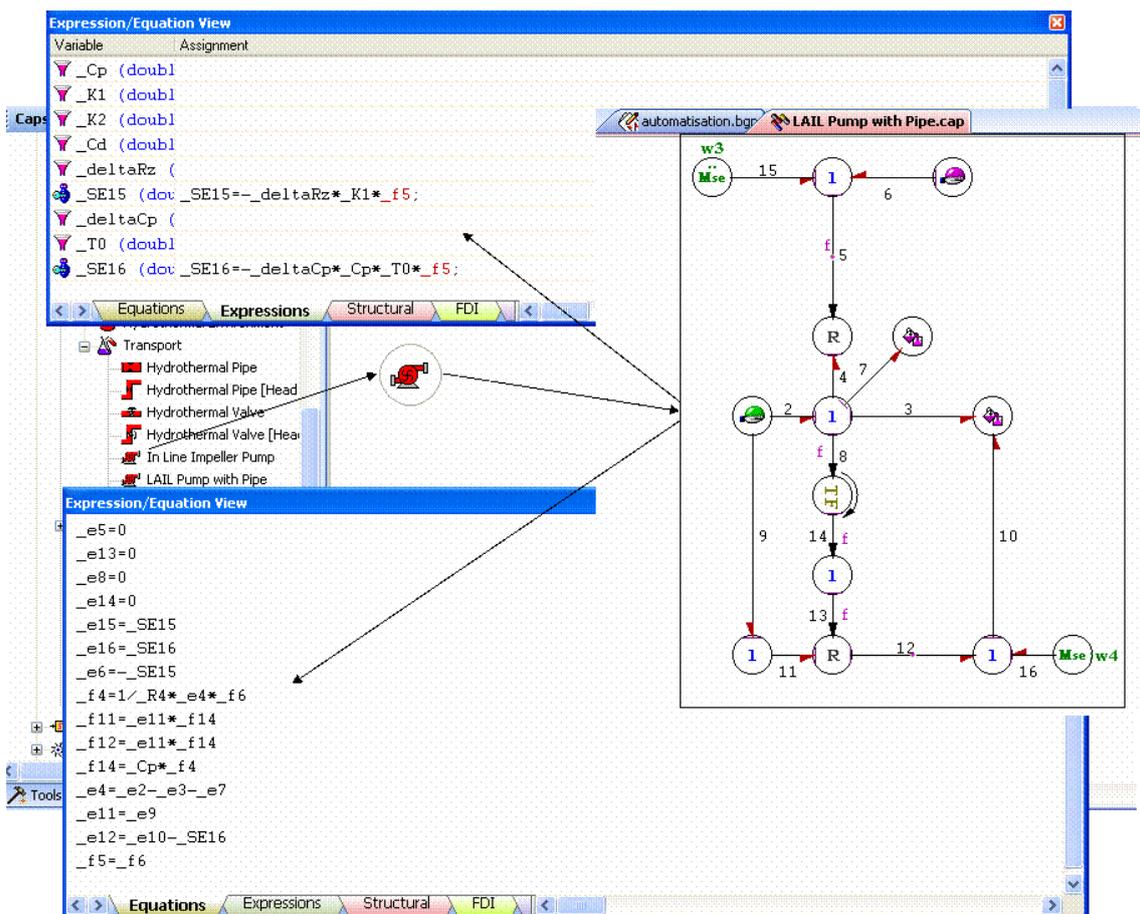


FIG. 4.9 – Réalisation d'une capsule de la pompe contenant un BG incertain, à partir de la capsule déjà existante en déterministe

et *Hydroth1\_SF30*). Une matrice de signature de défauts est aussi générée automatiquement en cliquant sur l'icône "*Monitorability Analysis*" (FIG. 4.10), où l'utilisateur introduira son cahier de charges (les éléments et les capteurs qu'il souhaite surveiller).

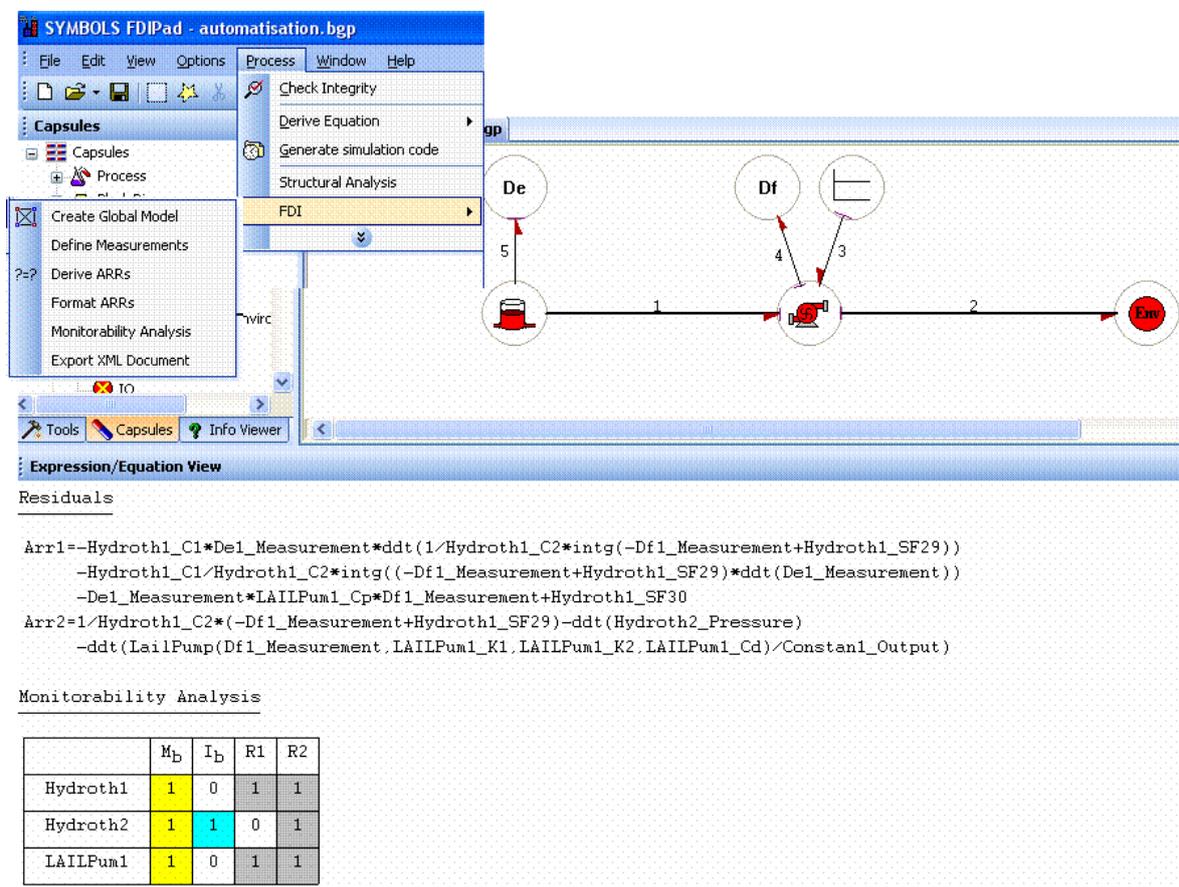


FIG. 4.10 – RRA's générées en utilisant un modèle réalisé sur FDIPad à partir de capsules contenant des BG incertains

## 4.4 Conclusion

Un état de l'art sur les logiciels de modélisation et de simulation par bond graph a été présenté. SYMBOLS 2000 est le logiciel le plus adapté à la modélisation LFT, car il offre la possibilité de définir des variables internes comme des variables globales, qui représentent les sorties fictives des modèles LFT. Ce chapitre montre aussi la possibilité d'adapter l'interface FDI Pad conçue initialement pour les modèles déterministes aux sys-

tèmes incertains, et par conséquent, de générer des RRAs robustes. Il suffit de créer une librairie de modèles incertains représentés par des composants technologiques. Le modèle incertain global est généré par simple connexion de plusieurs sous-systèmes (capsules). Les RRAs incertaines sont ensuite générées sous forme symbolique. Une matrice de signature des défauts peut être alors produite sur la base d'un cahier de charge que l'utilisateur peut fixer.

# Chapitre 5

## Applications

Dans ce chapitre réservé principalement aux résultats de simulation et d'expérimentation, la méthode de diagnostic précédemment décrite est appliquée à deux systèmes physiques différents, un système électromécanique et un système énergétique. Sur le système électromécanique, seule la partie mécanique est instrumentée, le reste du système n'est pas observable car ce système n'a pas été fabriqué initialement pour des objectifs de diagnostic. Les paramètres du système correspondent à des phénomènes physiques (inerties, frottements, raideurs,...), qui sont identifiés ainsi que leurs incertitudes en utilisant la méthode du gradient normalisée. Le deuxième système est un générateur de vapeur, plus complexe, mieux instrumenté et non stationnaire. Ce système énergétique a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche (*K. J. Aström (2000) [5]*, *J. U. Thoma & al. (2000) [71]*, *B. Ould Bouamama (2003) [50]*). Sur ce système, l'espace paramétrique est plus complexe, son modèle est constitué de paramètres correspondant à des composants matériels, tels que les caractéristiques de la pompe, dont les valeurs numériques nominales ainsi que les incertitudes sont données par le constructeur. Les autres paramètres correspondent à des phénomènes physiques, tels que la résistance hydraulique des conduites, dont la valeur numérique nominale est une constante calculée ou identifiée expérimentalement. L'espace paramétrique du générateur de vapeur contient également des paramètres variables, comme la masse volumique de la vapeur d'eau dont la dynamique est une fonction non linéaire de plusieurs phénomènes. Ces paramètres ainsi que leurs incertitudes sont calculés en utilisant des méthodes d'interpolation.

Ces systèmes que l'on trouve dans un grand nombre d'installations industrielles sont complexes, d'où la nécessité d'utiliser plusieurs méthodes pratiques d'identification paramétrique et d'évaluation des incertitudes. La difficulté de modéliser les fortes non linéarités

sur le système énergétique, et les discontinuités présentes sur le système électromécanique donnent lieu à des incertitudes de modélisation. La modélisation LFT est une forme standard qui permet de prendre en considération ce type d'incertitudes dans les étapes de modélisation et de diagnostic.

D'un point de vue pratique, le champ d'application de la méthode proposée est large, grâce à l'utilisation de l'outil bond graph pour la modélisation multi physique et énergétique.

**Première partie**

**Application à un système  
électromécanique**

## 5.1 Introduction

Le système électromécanique étudié a été développé à l'origine afin de tester la robustesse de certaines commandes non linéaires en présence d'imperfections mécaniques de type frottement, jeu mécanique et élasticité des transmissions. Ce système est instrumenté seulement au niveau de la partie mécanique, ce qui rend difficile la surveillance de sa globalité.

Dans cette étude, seule la partie observable est modélisée et un diagnostic en ligne est appliqué sur le système afin d'étudier l'influence des incertitudes paramétriques et mécaniques sur les différents résidus synthétisés (*M. A. Djeziri & al. (2007) [19]*). Dans les résultats présentés, la détection du phénomène du jeu mécanique et l'estimation de son amplitude sont montrées .

## 5.2 Description du banc d'essais



FIG. 5.1 – *Vue générale du banc d'essai*

Le banc d'essais électromécanique J.E.F (Jeu, Elasticité, Frottement) de la FIG. 5.1, est constitué d'un ordinateur communiquant avec la partie de puissance du système électromécanique à travers une carte d'acquisition de type DSpace. Le système est composé d'un moteur à courant continu délivrant une puissance maximale d'environ 900 *watts*, et équipé d'un codeur optique de 5000 *points/tour* sur son axe principal. Le moteur entraîne une partie mécanique, composée d'un mécanisme de transmission (FIG. 5.2), définie par deux parties mobiles liées à l'axe par le biais de ressorts de différentes raideurs. Les deux

parties peuvent communiquer à travers une zone morte variable entre 0 et  $0.5 \text{ rad}$  suivant un système de fixation approprié. La mesure de la position de l'axe de sortie se fait grâce un deuxième codeur optique, qui donne la position relative de la charge externe. Il est possible de faire varier les coefficients de frottements sec et visqueux grâce à des joints métalliques qui serrent l'axe de sortie.

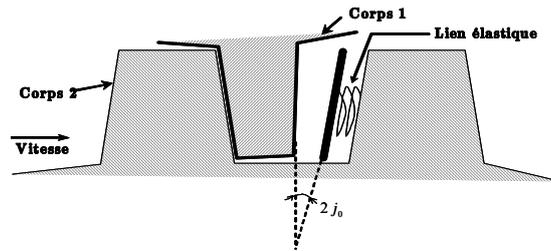


FIG. 5.2 – Le mécanisme du jeu

Les imperfections mécaniques de ce système sont décrites par le schéma de la FIG. 5.3.

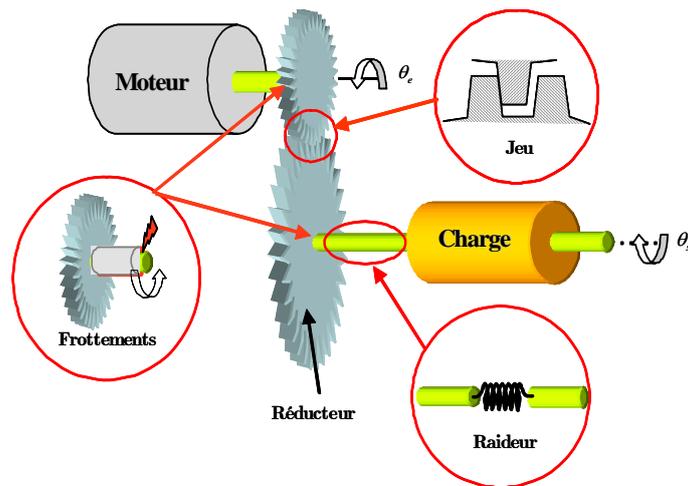


FIG. 5.3 – Les imperfections mécaniques du système

### 5.3 Modélisation du couple perturbateur

Le couple transmis en présence d'un jeu d'amplitude  $j_0$  dans l'engrenage du réducteur est non continu et non dérivable (FIG. 5.2), car le premier corps transmet le mouvement au deuxième corps à travers une zone morte d'amplitude  $2j_0$ . La transmission est retardée par

la présence de la zone morte, où la relation entre les positions des corps décrit un comportement d'hystérésis. Afin d'éviter cette discontinuité, un modèle continu du couple transmis est décrit par la FIG. 5.4 et représenté par le système d'équations (5.1) *R. Merzouki & al. (2005)* [45].

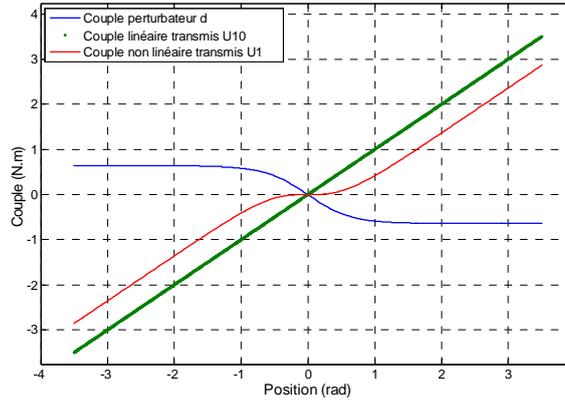


FIG. 5.4 – Illustration du modèle continu du couple transmis.

$$\begin{cases} U_1 = U_{10} + d \\ U_{10} = K \cdot \beta \\ d = -4 \cdot K \cdot j_0 \cdot \frac{1 - e^{-\gamma \cdot \beta}}{1 + e^{-\gamma \cdot \beta}} \\ d_s = N_0 \cdot d \end{cases} \quad (5.1)$$

avec:  $U_1$  le couple transmis via la zone morte,  $U_{10}$  le couple linéaire transmis,  $d$  le couple perturbateur du jeu mécanique,  $K$  la constante de raideur,  $\beta$  la différence en position entre l'entrée et la sortie du réducteur et  $N_0$  la constante de réduction.

L'approximation continue du couple perturbateur du jeu est considérée uniquement lorsque la transmission est souple, à savoir un couple d'entrée  $U$  de faible et constante fréquence et faible amplitude (FIG. 5.10-(a)). Lorsque le couple d'entrée est rapide, le choc de contact crée des discontinuités importantes dont la modélisation est complexe. Lorsque la fréquence du couple d'entrée est variable, le phénomène devient fortement non linéaire et ne peut pas être modélisé comme un simple retard. Nous nous limiterons donc dans cette application au diagnostic du système en considérant uniquement un couple d'entrée à fréquence constante et à faible amplitude.

## 5.4 Modélisation bond graph du système électromécanique

Le système est décomposé en quatre parties comme le montre le bond graph à mots de la FIG. 5.5, où les sous-systèmes sont sous forme de boîtes noires interconnectées par des liens de puissance. La partie électrique du moteur est considérée comme une source d'effort qui transmet un couple  $U$  à la partie mécanique du moteur. Cet effort provoque la rotation de l'arbre du moteur à une vitesse  $\dot{\theta}_e$ , en traînant ainsi la charge à une vitesse  $\dot{\theta}_s$  via un système de réduction.

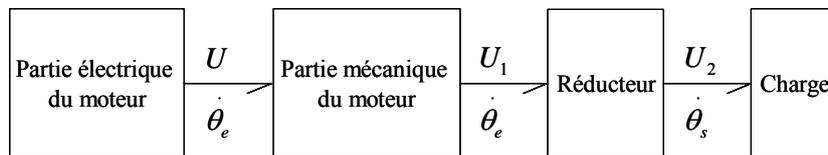


FIG. 5.5 – Bond graph à mots du système électromécanique

Le modèle bond graph déterministe du système en causalité intégrale est donné dans la FIG. 5.6. La partie mécanique du moteur est caractérisée par le frottement  $f_m$  et l'inertie  $J_m$ . La partie charge est caractérisée par le frottement  $f_s$  et l'inertie  $J_s$ . La partie du réducteur est représentée par un transformateur  $TF$  de module  $N_0$ , et la raideur des arbres à l'entrée et à la sortie du réducteur est représentée par l'élément  $C : \frac{1}{K}$ . Les sources modulées d'effort  $d$  et  $d_s$  représentent les couples perturbateurs du jeu en entrée et en sortie. L'entrée et la sortie du réducteur sont mesurées par deux codeurs incrémentaux, puis dérivées pour obtenir les vitesses des deux axes. Ces vitesses sont représentées sur le modèle bond graph de la FIG. 5.6 par les deux détecteurs de flux  $Df : \dot{\theta}_e$  et  $Df : \dot{\theta}_s$ .

Dans cette application, l'effet du frottement sec produit de l'extérieur grâce aux joints métalliques a été enlevé en desserrant ces joints. L'effet du frottement sec interne à l'actionneur est négligé après ajout d'un lubrifiant au niveau du réducteur. Ceci dit, après application de couples à faibles amplitudes et fréquences (FIG. 5.10-(a)) nous constatons une réaction spontanée du système (FIG. 5.10-(b) et (c)) sans mouvements saccadés.

Les équations d'état du système peuvent être aisément déduites du bond graph. Le nombre des variables d'état est égal au nombre d'élément dynamique I et C mis en causalité intégrale. Dans notre cas, les variables d'état sont associées à  $I : J_m$ ,  $I : J_s$  et  $C : 1/K$ . Elles apparaissent sous forme dérivée sur le bond graph et sont, le déplacement angulaire

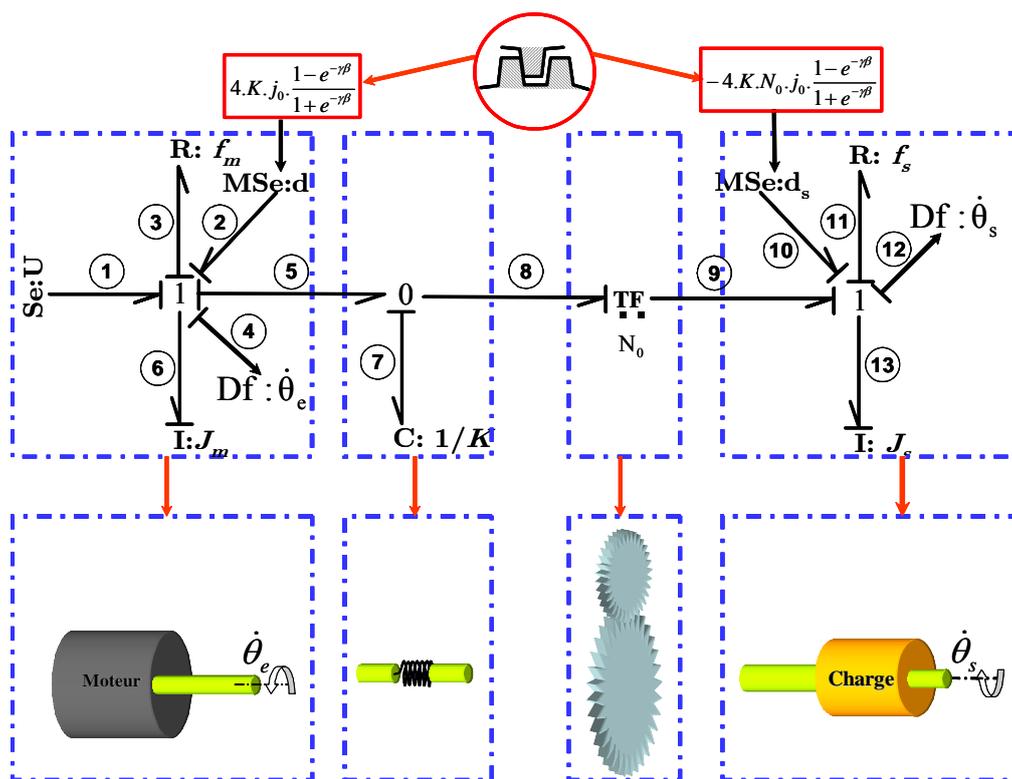


FIG. 5.6 – Modèle bond graph du système nominal en causalité intégrale préférentielle.

( $\theta_7 = \theta_e - \theta_s$ ) qui est l'intégrale du flux, et le moment angulaire qui est l'intégrale de l'effort (du couple)

A partir du modèle bond graph de la FIG. 5.6 les équations suivantes sont générées:

· Equations de structure liées aux jonctions:

Jonction 1

$$e_6 = e_1 + e_2 - e_3 - e_5 \quad (5.2)$$

$$f_1 = f_6, f_2 = f_6, f_3 = f_6, f_5 = f_6$$

Jonction 0

$$f_7 = f_5 - f_8 \quad (5.3)$$

$$e_5 = e_7, e_8 = e_7$$

Jonction 1

$$e_{13} = e_9 + e_{10} - e_{11} \quad (5.4)$$

$$f_{13} = f_9 = f_{10} = f_{11}$$

Transformateur  $TF : N_0$

$$e_9 = \frac{1}{N_0} \cdot e_8 \quad (5.5)$$

$$f_8 = \frac{1}{N_0} \cdot f_9$$

· Equations de comportement liées aux élément BG:

Elément  $R : f_m$

$$e_3 = f_m \cdot f_3 \quad (5.6)$$

Elément  $I : J_m$

$$f_6 = \frac{1}{J_m} \cdot \int e_6 \cdot dt \Rightarrow e_6 = J_m \cdot \dot{f}_6 \quad (5.7)$$

Elément  $C : \frac{1}{K}$

$$e_7 = K. \int f_7. dt = K. \int (f_5 - f_8). dt \quad (5.8)$$

Elément  $I : J_s$

$$f_{13} = \frac{1}{J_s}. \int e_{13}. dt \Rightarrow e_{13} = J_s. \dot{f}_{13} \quad (5.9)$$

Elément  $R : f_s$

$$e_{11} = f_s. f_{11} \quad (5.10)$$

Des équations précédentes on obtient le modèle de l'équation (5.11):

$$\begin{cases} J_m. \ddot{\theta}_e = U + d - f_m. \dot{\theta}_e - K. (\theta_e - N. \theta_s) \\ J_s. \ddot{\theta}_s = N. K. (\theta_e - N. \theta_s) + d_s - f_s. \dot{\theta}_s \end{cases} \quad (5.11)$$

avec  $N = \frac{1}{N_0}$ .

## 5.5 Identification des paramètres

Le modèle mathématique déduit du modèle bond graph du système nominal est linéaire par rapport à l'ensemble des paramètres et peut se mettre sous la forme suivante, en supposant que  $d$  et  $d_s$  sont nuls, car il n'ya pas de jeu

$$U^* = \Psi. \Theta \quad (5.12)$$

où  $U^* = \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix}$  est le vecteur d'entrée,  $\Psi = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_e & \dot{\theta}_e & 0 & 0 & 1 & \theta_e & -N. \theta_s \\ 0 & 0 & \ddot{\theta}_s & \dot{\theta}_s & -N & N. \theta_e & N^2. \theta_s \end{pmatrix}$

est la matrice de régression et  $\Theta^T = \begin{pmatrix} J_m & f_m & J_s & f_s & K \end{pmatrix}$  est le vecteur des paramètres.

Pour un modèle linéaire par rapport aux paramètres, l'identification paramétrique peut se faire par plusieurs méthodes, comme les moindres carrés récurrents et le gradient (*T. Soderstrom & al. (1989) [67], I. D. Landau (1998) [41]*). Sur le banc d'essais, c'est la méthode du gradient normalisé qui est choisie, car elle donne de meilleurs résultats lorsqu'on manque de connaissances a priori sur le choix des gains d'adaptation. La normalisation permet d'assurer la stabilité et la convergence de l'algorithme d'estimation.

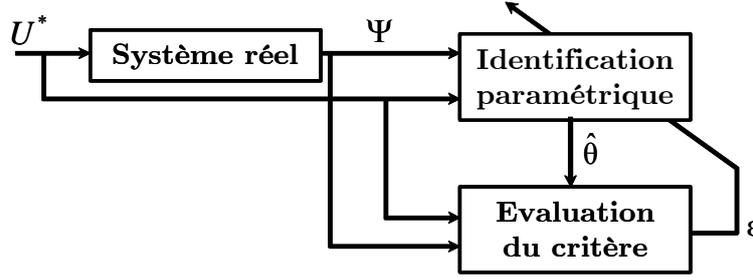


FIG. 5.7 – Schéma d'identification par la méthode du gradient normalisé.

Le schéma de l'identification par la méthode du gradient est donné dans la FIG. 5.7.

Afin de procéder à l'estimation discrète des paramètres, on considère une période d'échantillonnage  $T_e$  suffisamment petite; ainsi en un temps discret  $t = k.T_e$ , le modèle peut s'écrire:

$$U_k^* = \Psi_k \cdot \Theta_k \quad (5.13)$$

A chaque instant  $k$ , une estimation  $\hat{\Theta}$  du vecteur de paramètres  $\Theta$  est obtenue. Ce vecteur est utilisé pour estimer l'entrée du système, puis calculer l'erreur d'estimation qui représente le critère à minimiser. L'estimation du vecteur des paramètres à identifier est ainsi donnée par l'équation (5.14) (*T. Soderstrom et al. (1989) [67], I. D. Landau (1998) [41]*).

$$\hat{\Theta}_k = \hat{\Theta}_{k-1} + T_e \cdot \Lambda \cdot \Psi_k^T \cdot \varepsilon_k \quad (5.14)$$

En introduisant le terme de normalisation  $1 + \Lambda \cdot \Psi_k^T \cdot \varepsilon_k$  dans l'équation (5.14), l'algorithme du gradient normalisé s'écrit comme suit:

$$\hat{\Theta}_k = \hat{\Theta}_{k-1} + T_e \cdot \frac{\Lambda \cdot \Psi_k^T \cdot \varepsilon_k}{1 + \Lambda \cdot \Psi_k^T \cdot \varepsilon_k} \quad (5.15)$$

Une fois que l'algorithme d'identification implémenté en ligne atteint son régime permanent, des valeurs de chaque paramètre sont prises dans une fenêtre d'observation FIG. 5.8.

Pour chaque paramètre une moyenne et un écart type sont calculés. La moyenne correspond à la valeur nominale du paramètre et puisque les écarts types enregistrés sur les paramètres sont très petits, les valeurs des incertitudes additives  $\Delta i$  sont prises égales à la

Paramètres	V. Nominales	Incertitudes	
$J_m$	$0.01(N.m.s^2/rad)$	$\delta_{J_m}$	0.0011
$f_m$	$0.015(N.m.s/rad)$	$\delta_{f_m}$	0.0016
$J_s$	$0.00002(N.m.s^2/rad)$	$\delta_{J_s}$	0.000002
$f_s$	$0.02(N.m.s/rad)$	$\delta_{f_s}$	0.0022
$K$	$0.08(N.m/rad)$	$\delta_K$	0.005
$j_0$	$0.2(rad)$	$\delta_{j_0}$	0

TAB. 5.1 – Valeurs des paramètres et des incertitudes.

différence entre les valeurs maximales enregistrées sur les paramètres et leurs valeurs nominales. La différence entre l'entrée du réducteur  $\theta_e$  et sa sortie  $\theta_s$  est utilisée pour estimer la valeur initiale du jeu  $j_0$  FIG. 5.8-(f) et FIG. 5.8-(g). Les résultats d'identification des paramètres du système électromécanique sont donnés dans le tableau (TAB. 5.1).

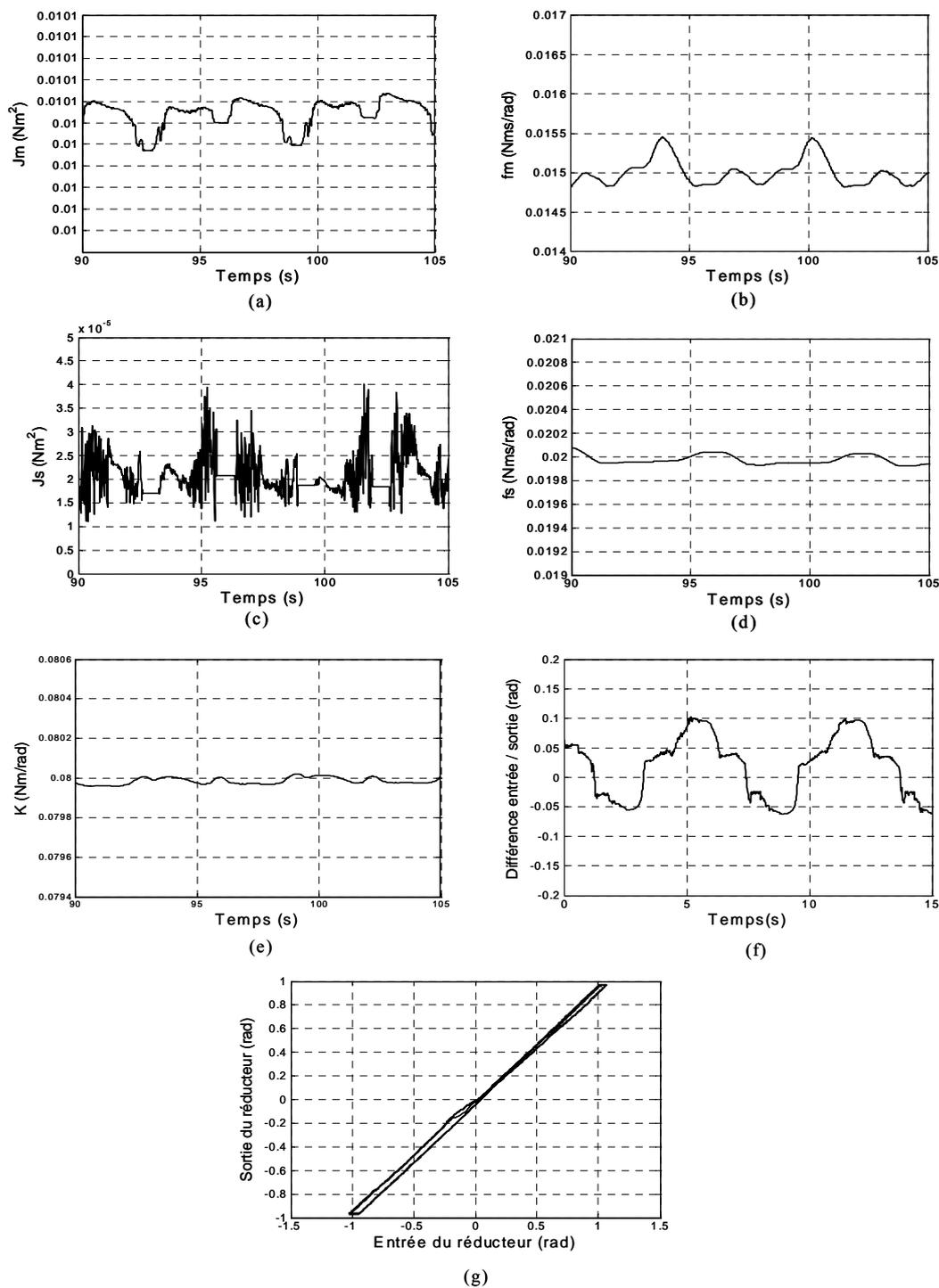


FIG. 5.8 – (a): Inertie côté moteur. (b): Frottement côté moteur. (c): Inertie côté charge. (d): Frottement côté charge. (e): Raideur des arbres à l'entrée et à la sortie du réducteur. (f): Hystérésis créé par le décalage entrée-sortie du réducteur. (g): Différence entrée-sortie du réducteur.

## 5.6 Validation du modèle

La validation du modèle consiste à utiliser le même couple d'entrée  $U$  pour le système réel et le modèle, puis de comparer les sorties issues des codeurs incrémentaux sur le système réel, avec celles du modèle du modèle bond graph comme le montre le schéma de la FIG.5.9. Les résultats sont donnés en FIG. 5.10.

La différence entre le comportement du système et celui du modèle est due principalement à deux incertitudes de modélisation. La première est la discontinuité du couple transmis, représenté par le modèle plus souple et continu de l'équation (5.1) et illustré par la FIG. 5.4. La deuxième est la position relative des deux parties mobiles de l'engrenage du réducteur l'une par rapport à l'autre. Certes, sur le modèle du couple transmis (équation (5.1)), les corps mobiles sont initialisés par rapport à l'origine de la zone morte (FIG. 5.2). Or, sur le système réel, il est difficile d'initialiser avec exactitude les positions des deux corps. Les incertitudes de modélisation mentionnées ci dessus introduisent un effort plus important que l'ensemble des incertitudes paramétriques qui sont très faibles (voir FIG. 5.10 et TAB 5.1). Par conséquent, le jeu mécanique  $j_0$  sera considéré comme le jeu maximum toléré sur le système, et le couple perturbateur apporté par le jeu  $j_0$  sera considéré comme une incertitude de modélisation estimée par le système d'équations (5.1) et introduite sur le modèle bond graph sous forme de sources modulées  $d$  et  $d_s$ . Ces deux sources seront considérées dans le calcul des seuils adaptatifs des résidus.

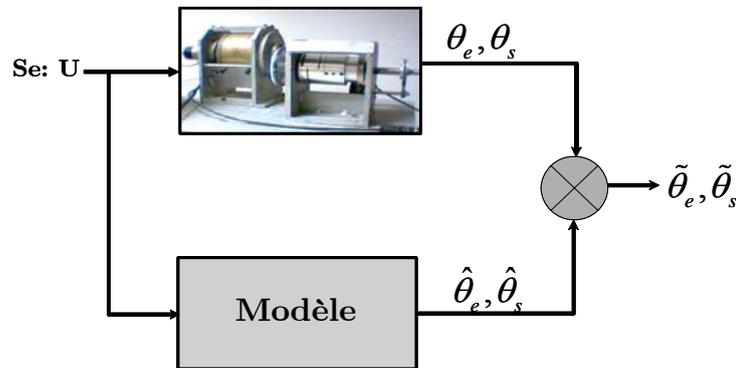


FIG. 5.9 – Schéma de validation du modèle (jeu supposé inexistant)

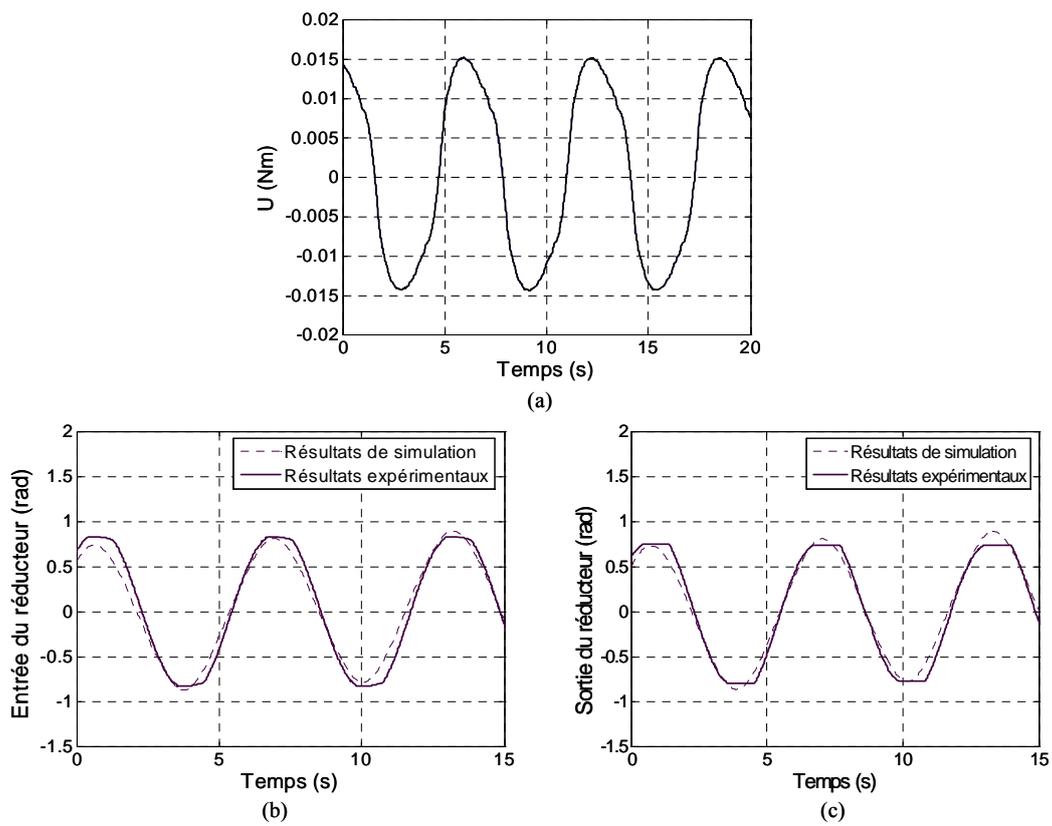


FIG. 5.10 – Validation du modèle

## 5.7 Procédure de diagnostic robuste

1<sup>ère</sup> étape : Vérification des propriétés structurales (propreté et observabilité) du système sur le modèle bond graph nominal de la FIG. 5.11.

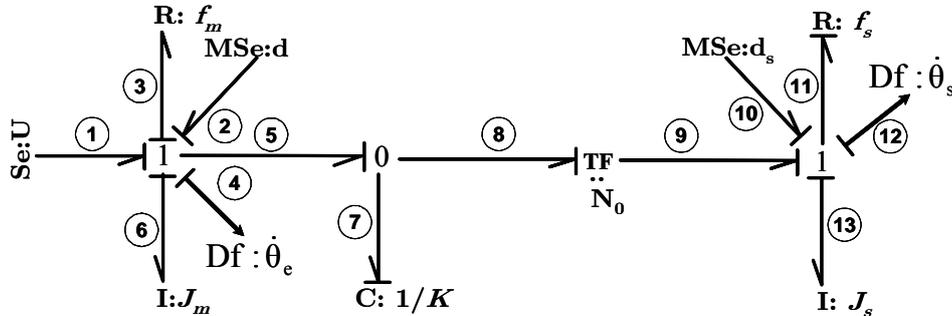


FIG. 5.11 – Modèle bond graph en causalité dérivée du système nominal

Sur le modèle bond graph de la FIG. 5.11, tous les éléments dynamiques sont liés par des chemins causaux à au moins un détecteur, et tous les éléments dynamiques  $I$  et  $C$  admettent une causalité dérivée sur le modèle bond graph en causalité dérivée préférentielle. Le système est donc propre et observable (*G. Dauphin-Tanguy & al. (2000) [13]*).

Vérification de l'état du couplage sur le modèle bond graph de la FIG. 5.12

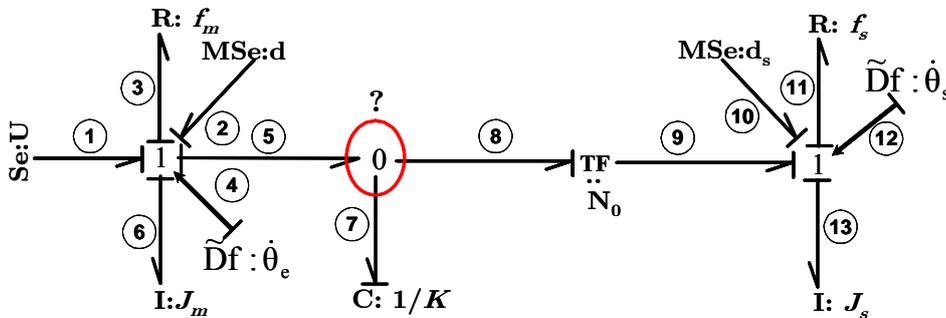


FIG. 5.12 – Modèle bond graph en causalité dérivée du système nominal avec capteurs de flux dualisés

Après dualisation des deux capteurs (FIG. 5.12), on remarque qu'un conflit de causalité apparaît sur la partie du système située avant le transformateur  $TF$  lorsqu'on passe en causalité dérivée, cette partie du système est donc sous-déterminée (chapitre 3.2.4). La partie située après le transformateur  $TF$  est par contre sur-déterminée car aucun conflit

causal n'apparaît en dualisant le détecteur  $Df : \dot{\theta}_s$ . Une RRAs peut alors être générée à partir de cette jonction 1.

Etant donné que les conditions initiales sont connues car le système réel est équipé de détecteurs de positions, on peut donc générer deux RRAs à partir des deux jonctions 1 en gardant l'élément  $C : \frac{1}{K}$  en causalité intégrale (chapitre 3.2.4).

2<sup>ème</sup> étape : Le modèle bond graph du banc d'essais sous forme LFT est donné dans la FIG. 5.13.

Les entrées fictives  $w_i (i = 1..7)$  sont liées aux sorties fictives  $z_i (i = 1..7)$  par les relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = (\delta_K \cdot \delta_{j_0} + \delta_K + \delta_{j_0}) \cdot z_1 ; z_1 = d_n \\ w_2 = -\delta_{f_m} \cdot z_2 ; z_2 = f_{m_n} \cdot \dot{\theta}_e \\ w_3 = -\delta_{J_m} \cdot z_3 ; z_3 = J_{m_n} \cdot \ddot{\theta}_e \\ w_4 = -\delta_K \cdot z_4 ; z_4 = K_n \cdot (\theta_e - N \cdot \theta_s) \\ w_5 = (\delta_K \cdot \delta_{j_0} + \delta_K + \delta_{j_0}) \cdot z_5 ; z_5 = d_{s_n} \\ w_6 = -\delta_{f_s} \cdot z_6 ; z_6 = f_{s_n} \cdot \dot{\theta}_s \\ w_7 = -\delta_{J_s} \cdot z_7 ; z_7 = J_{s_n} \cdot \ddot{\theta}_s \end{array} \right.$$

$\delta_{J_m}, \delta_{f_m}, \delta_{J_s}, \delta_{f_s}$  représentent respectivement les incertitudes multiplicatives sur les inerties et les frottements visqueux de la partie moteur et de la charge.  $\delta_K$  est l'incertitude multiplicative sur la constante de raideur.

Les couples perturbateurs  $d$  et  $d_s$  sont considérés comme des entrées connues, estimées par l'équation (5.16), et représentés sur le modèle bond graph de la FIG. 5.13 par deux entrées modulées avec des incertitudes multiplicatives  $\delta_d = \delta_K \cdot \delta_{j_0} + \delta_K + \delta_{j_0}$  et  $\delta_{d_s} = N \cdot (\delta_K \cdot \delta_{j_0} + \delta_K + \delta_{j_0})$ . Le couple moteur  $U$  et la constante de réduction  $N_0$  sont considérés parfaitement connus.

$$\left\{ \begin{array}{l} d = -4 \cdot K \cdot j_0 \cdot \frac{1 - e^{-\gamma\beta}}{1 + e^{-\gamma\beta}} \\ d_s = N \cdot d \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Le modèle dynamique du système déduit du modèle bond graph est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{m_n} \cdot (1 + \delta \cdot J_{m_n}) \cdot \ddot{\theta}_e = U + d_n \cdot (1 + \delta_d) - K_n \cdot (1 + \delta_K) \cdot (\theta_e - N \cdot \theta_s) \\ \quad - f_{m_n} (1 + \delta f_m) \cdot \dot{\theta}_e \\ J_{s_n} \cdot (1 + \delta J_s) \cdot \ddot{\theta}_s = N \cdot d_n \cdot (1 + \delta_d) + N \cdot K_n \cdot (1 + \delta_K) \cdot (\theta_e - N \cdot \theta_s) \\ \quad - f_{s_n} \cdot (1 + \delta f_s) \cdot \dot{\theta}_s \end{array} \right. \quad (5.17)$$

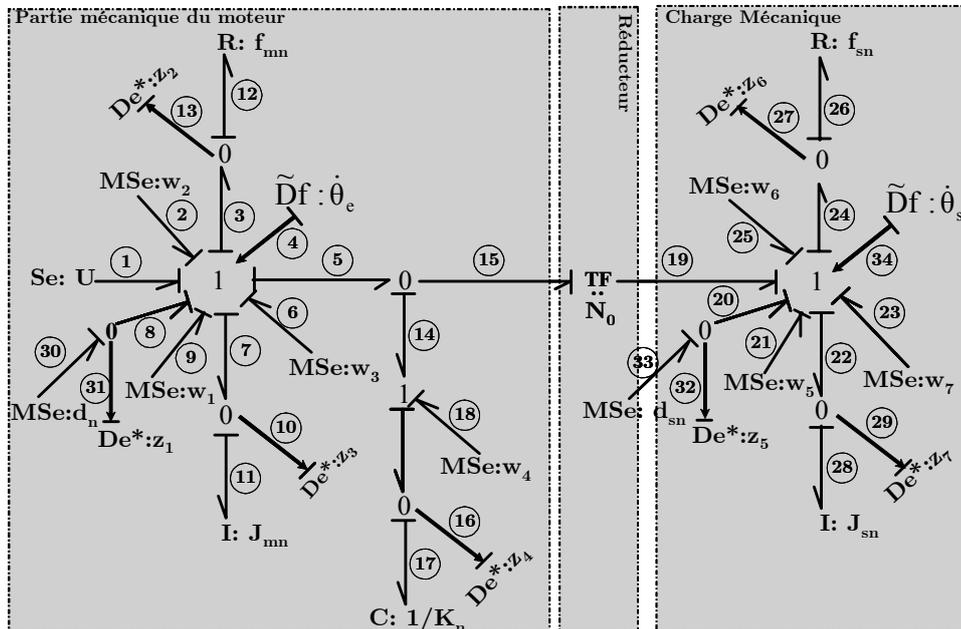


FIG. 5.13 – Modèle bond graph du banc d'essai sous forme LFT

3<sup>ème</sup> étape :

Sur le modèle bond graph de la FIG. 5.13, les RRAs des équations (5.18) sont générées à partir du bilan énergétique sur les deux jonctions 1

$$RRA_1 : U - f_{m_n} \cdot \dot{\theta}_e - J_{m_n} \cdot \ddot{\theta}_e - K_n \cdot (\theta_e - N_0 \cdot \theta_s) + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 0 \quad (5.18)$$

$$RRA_2 : N_0 \cdot K_n \cdot (\theta_e - N_0 \cdot \theta_s) + d_{s_n} - f_{s_n} \cdot \dot{\theta}_s - J_{s_n} \cdot \ddot{\theta}_s - N_0 \cdot w_4 + w_5 + w_6 + w_7 = 0$$

4<sup>ème</sup> étape : Les RRAs obtenues dans l'étape précédente sont constituées de deux parties parfaitement indépendantes qui nous permettent de définir les équations (5.19):

	$r_1$	$r_2$	$M_b$	$I_b$
$J_m$	1	0	1	0
$J_s$	0	1	1	0
$f_m$	1	0	1	0
$f_s$	0	1	1	0
$K$	1	1	1	0
$j_0$	1	1	1	0

TAB. 5.2 – Matrice de signature de fautes.

$$\begin{aligned}
r_1 &= U - f_{m_n} \cdot \dot{\theta}_e - J_{m_n} \cdot \ddot{\theta}_e - K_n \cdot (\theta_e - N \cdot \theta_s) & (5.19) \\
a_1 &= |w_1| + |w_2| + |w_3| + |w_4| + |d_n| \\
r_2 &= N \cdot K_n \cdot (\theta_e - N \cdot \theta_s) - f_{s_n} \cdot \dot{\theta}_s - J_{s_n} \cdot \ddot{\theta}_s \\
a_2 &= |N \cdot w_4| + |w_5| + |w_6| + |w_7| + |d_{s_n}|
\end{aligned}$$

La matrice de signature de défauts du tableau (TAB. 4.2) est déduite des équations (5.19), où  $M_b$  et  $I_b$  représentent respectivement l'état de détectabilité ( $M$  pour "Monitorability") et d'isolabilité du défaut sur chaque paramètre. Ils sont égaux à 1 lorsque le paramètre est surveillable, et 0 dans le cas contraire.

Le but de cette application est de détecter et d'isoler une variation anormale de l'amplitude du jeu, en distinguant le défaut des variations paramétriques.

Une fois que les seuils adaptatifs sont déterminés, l'analyse de sensibilité des résidus au défaut (variation anormale de l'amplitude du jeu) permet de déterminer hors ligne la valeur détectable du défaut. Le test de simulation consiste à augmenter progressivement l'amplitude du défaut, jusqu'à ce que les indices de détectabilité deviennent supérieurs à zéro.

## 5.8 Résultats de simulation

### 5.8.1 Cahier des charges

Le scénario de simulation consiste à réaliser trois situations

- Génération des résidus et des seuils de fonctionnement normal en supposant qu'il n'y a pas de défaut et d'incertitudes;
- Introduction d'une incertitude de modélisation sous forme d'un jeu initial de  $0.2 \text{ rad}$  dans l'engrenage du réducteur;
- Introduction d'un défaut progressif qui correspond à une variation du jeu dans l'engrenage du réducteur.

La FIG. 5.14 représente les résidus en absence de fautes et d'incertitudes. Les indices de détectabilité  $DIr_1$  et  $DIr_2$  sont nuls, et les résidus  $r_1$  et  $r_2$  sont nuls. La valeur du seuil change avec le mode de fonctionnement du modèle, selon la variation de l'entrée  $U$  donnée dans la FIG. 5.10-(a).

Le jeu initial étant considéré comme une incertitude de modélisation dont l'effort apporté au système est estimé grâce au système d'équations (5.16), sa variation ne peut pas être associée à la variation de l'un des éléments  $R$ ,  $I$  et  $C$  du modèle BG. Une variation anormale du jeu est donc traitée comme un défaut structurel, dont la valeur détectable est déterminée en utilisant l'équation (3.17):

- L'indice de détectabilité  $DIr_1$

$$\begin{aligned} DIr_1 &= |Y_s| - \sum |w_i| \\ &= |Y_s| - (|w_1| + |w_2| + |w_3| + |w_4| + |d_n|) \end{aligned}$$

$$DIr_1 > 0 \implies |Y_s| > (|w_1| + |w_2| + |w_3| + |w_4| + |d_n|)$$

- L'indice de détectabilité  $DIr_2$

$$\begin{aligned} DIr_1 &= |Y_s| - \sum |w_i| \\ &= |Y_s| - (|N.w_4| + |w_5| + |w_6| + |w_7| + |d_{s_n}|) \end{aligned}$$

$$DIr_2 > 0 \implies |Y_s| > (|N.w_4| + |w_5| + |w_6| + |w_7| + |d_{s_n}|)$$

avec

$$|Y_s| = \left| -4.K.(j_0 + Y_{J_0}) \cdot \frac{1 - e^{-\gamma\beta}}{1 + e^{-\gamma\beta}} \right| \quad (5.20)$$

où  $Y_{J_0}$  est le défaut.

En absence du défaut et de l'incertitude de modélisation  $j_0 = Y_{J_0} = 0$ .

La FIG. 5.15, présente les résidus en présence des incertitudes de modélisation ( $j_0 = 0.2 \text{ rad}$  est le jeu maximum toléré sur le système, le jeu réel existant est inférieur à  $j_0$ ) et des incertitudes paramétriques, et en absence de défauts ( $Y_{J_0} = 0$ ). Les indices de détectabilité des résidus  $DIr_1$  et  $DIr_2$  sont négatifs. Les valeurs des résidus sont égales à l'énergie apportée par le couple perturbateur initial, estimé par l'équation (5.16), et provoqué par un jeu initial de  $0.2 \text{ rad}$ . On remarque sur les FIGs. 5.15-(c) et (d) que  $DIr_1$  et  $DIr_2$  sont très proches de zéro, cela est dû au fait que l'effort apporté par l'incertitude de modélisation est beaucoup plus important que celui apporté par l'ensemble des incertitudes paramétriques.

La FIG. 5.17 représente les résidus  $r_1$  et  $r_2$  en présence du défaut. Le défaut est ajouté progressivement au jeu initial  $j_0$  (équation 5.20) entre l'instant  $t = 4s$  et  $t = 16s$  comme le montre la FIG. 5.16. L'indice de détectabilité  $DIr_2$  devient positif à l'instant  $t = 6s$  (FIG.5.17-(d)), à cet instant l'amplitude du défaut est de  $0.00038 \text{ rad}$  (FIG. 5.16). En effet, le résidu  $r_2$  commence à détecter la présence du défaut à partir de l'instant  $t = 6s$ . L'indice de détectabilité  $DIr_1$  devient positif à l'instant  $t = 7.8s$  (FIG.5.17-(c)), et c'est l'instant où le résidu  $r_1$  commence à détecter la présence du défaut. Ainsi, nous concluons que la valeur détectable du défaut est de  $0.00038 \text{ rad}$ , et qu'il sera détecté par le résidu  $r_2$  avec une légère avance sur le résidu  $r_1$ .

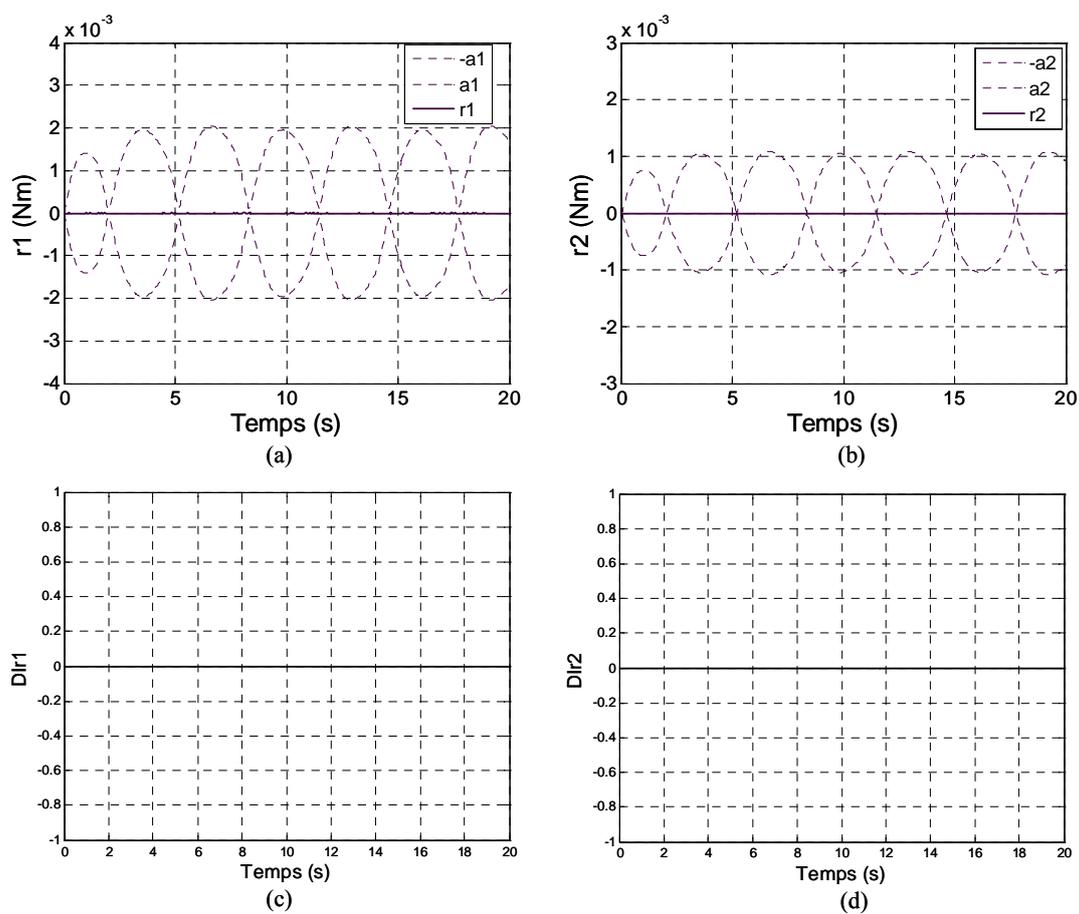


FIG. 5.14 – Résidus et indices de détectabilité en absence du jeu mécanique et des incertitudes de modélisation. (a): Résidu  $r_1$ . (b): Résidu  $r_2$ . (c): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_1$ . (d): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_2$ .

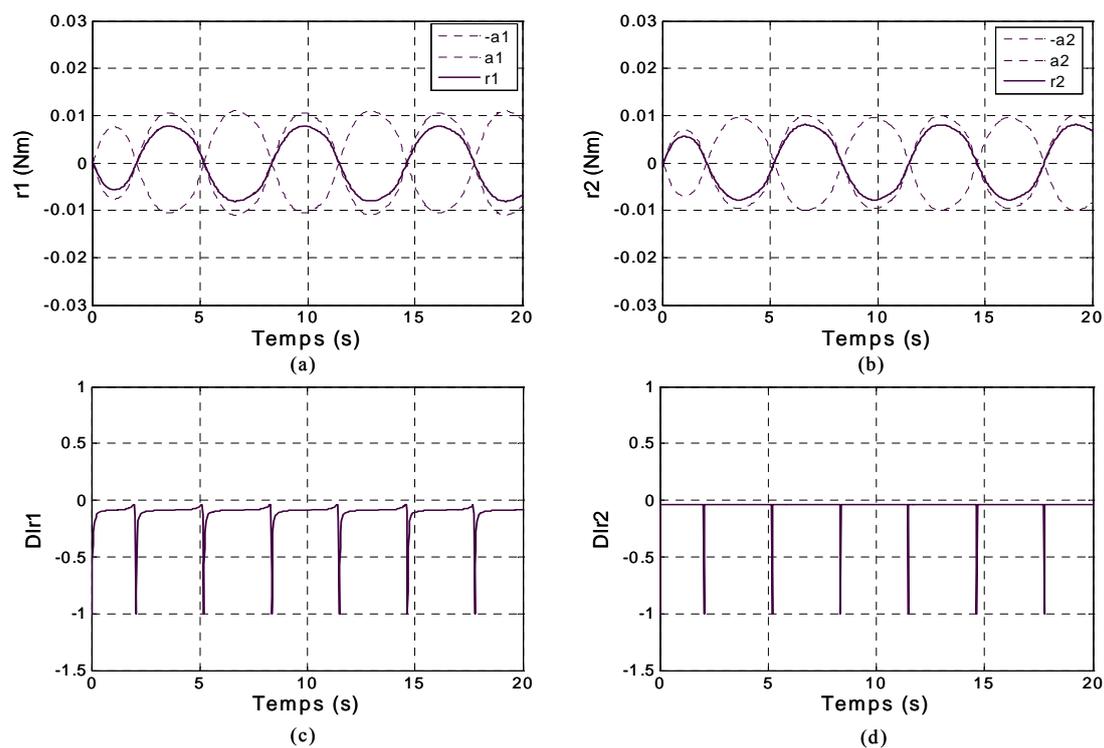


FIG. 5.15 – Résidus et indices de détectabilité en absence du jeu mécanique et en présence des incertitudes de modélisation. (a): Résidu  $r_1$ . (b): Résidu  $r_2$ . (c): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_1$ . (d): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_2$ .

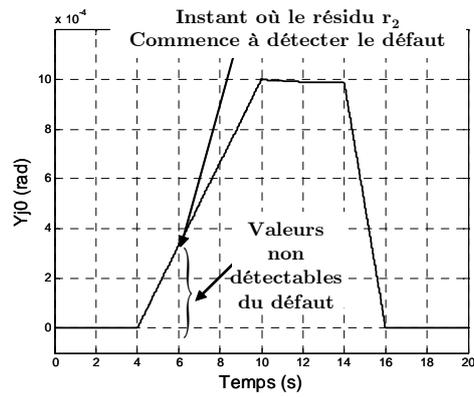
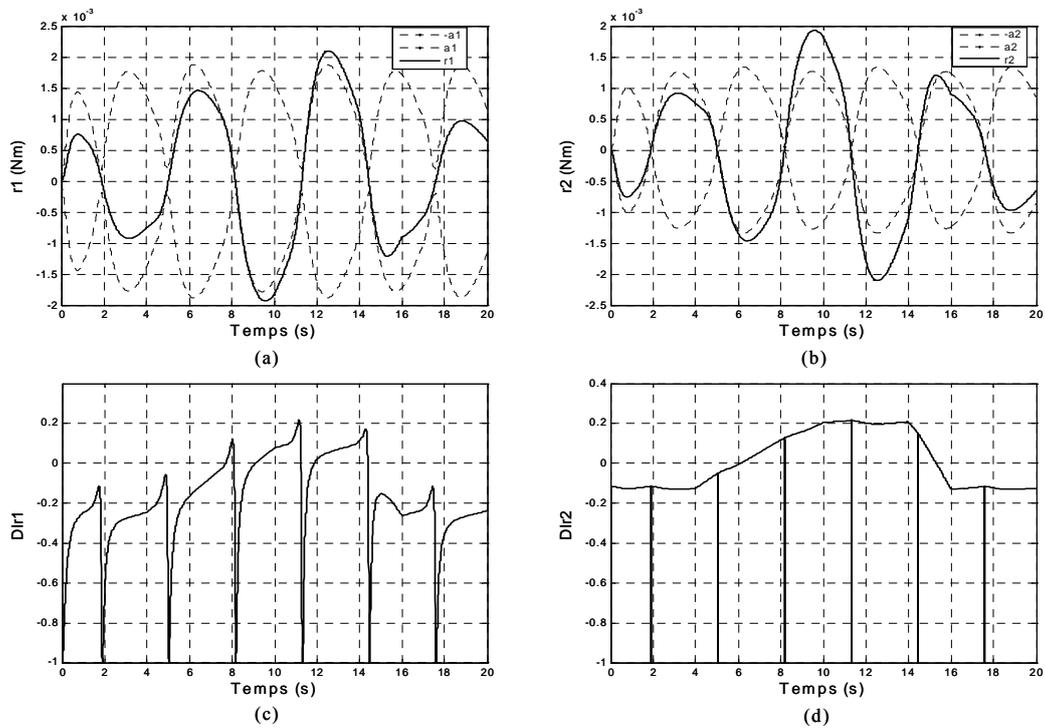
FIG. 5.16 – Profil du défaut  $Y_{j0}$ 

FIG. 5.17 – Résidus et indices de détectabilité en présence du défaut. (a): Résidu  $r_1$ . (b): Résidu  $r_2$ . (c): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_1$ . (d): indice de détectabilité du défaut sur le résidu  $r_2$ .

## 5.9 Résultats expérimentaux

Sur le système réel, les valeurs des résidus en fonctionnement normal ne sont pas nulles à cause des incertitudes paramétriques, et la valeur de l'incertitude de modélisation correspondant à un jeu initial d'amplitude  $j_0$ . Ce jeu fait apparaître une légère différence entre l'entrée et la sortie du réducteur comme le montrent les FIG. 5.18-(a) et (b). Les résidus donnés dans la FIG. 5.19 restent à l'intérieur des seuils de fonctionnement normal.

La structure du banc d'essais JEF ne permet pas d'introduire un défaut progressif pour reproduire fidèlement le schéma de simulation précédent (Voir démonstration sur CD). Le défaut est introduit manuellement en enlevant une plaque métallique au niveau du réducteur.

La variation du jeu cause une large différence entre l'entrée et la sortie du réducteur comme l'indique les FIG. 5.20-(a) et (b). En superposant la FIG. 5.20-(a) avec les deux FIGs. 5.21-(a) et (b)), on constate que les résidus commencent à détecter le défaut dès que son amplitude devient légèrement supérieure à  $0.2 \text{ rad}$  qui est l'amplitude estimée du jeu initial.

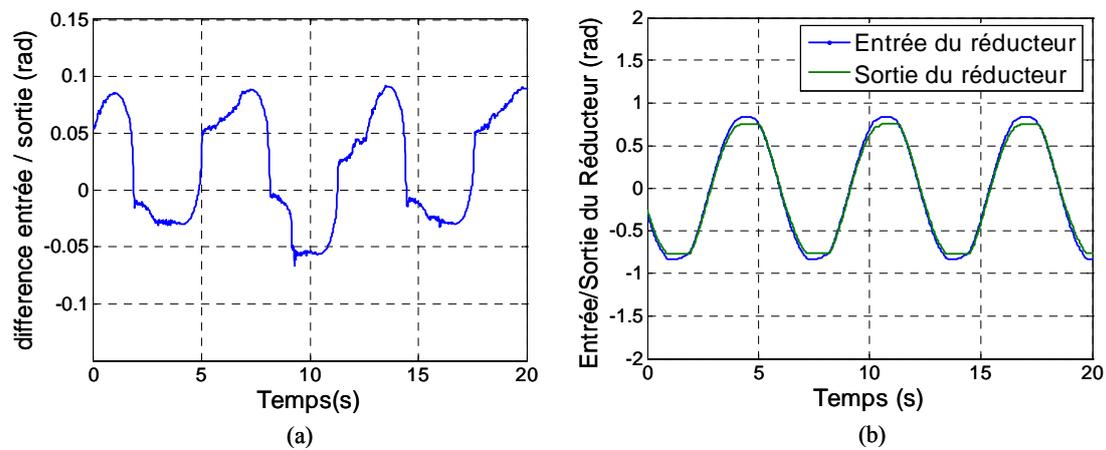


FIG. 5.18 – (a): Différence de positions entre  $\theta_e$  et  $\theta_s$ . (b): Positions d'entrée  $\theta_e$  et de sortie  $\theta_s$ .

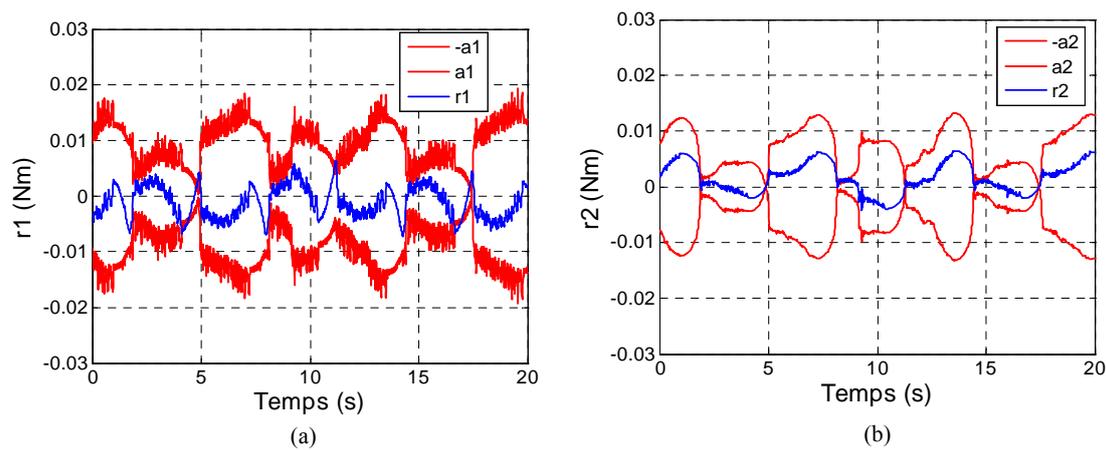


FIG. 5.19 – Résidus et seuils de fonctionnement normal en absence de défauts. (a): Résidu  $r_1$ . (b): Résidu  $r_2$ .

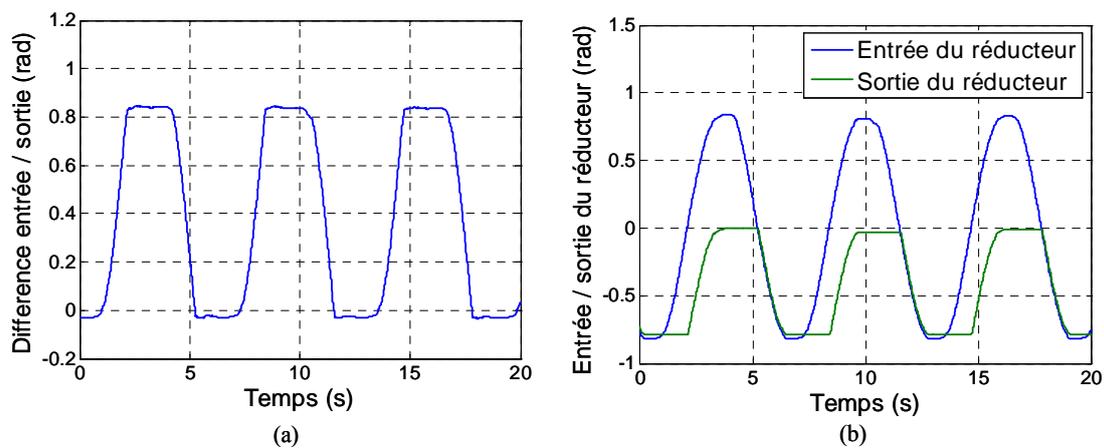


FIG. 5.20 – (a): Différence de positions entre  $\theta_e$  et  $\theta_s$ . (b): Positions d'entrée  $\theta_e$  et de sortie  $\theta_s$ .

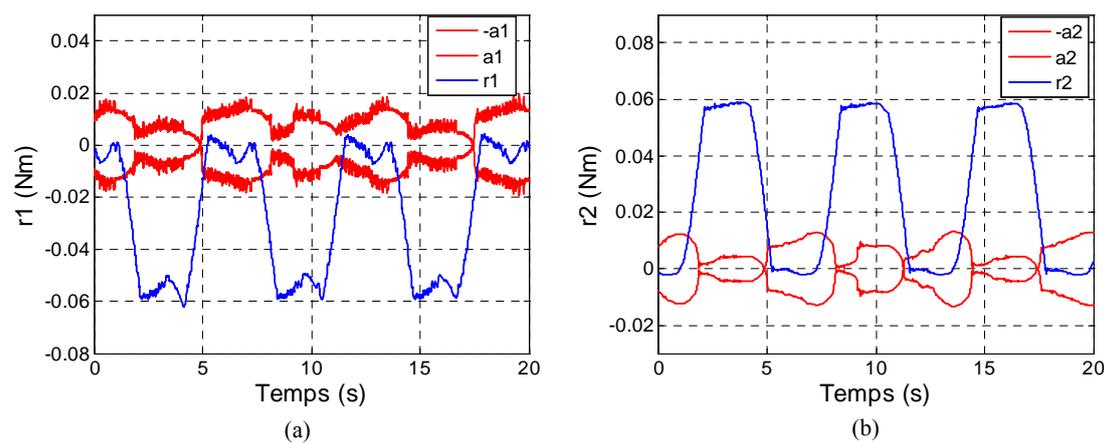


FIG. 5.21 – Résidus et seuils de fonctionnement normal en présence du défaut. (a): Résidu  $r_1$ . (b): Résidu  $r_2$ .

## 5.10 Conclusion

L'application proposée dans cette partie a permis de tester la robustesse de l'algorithme de diagnostic développé dans le chapitre 3 sur un système électromécanique à dynamique rapide. En effet les simulations et les résultats expérimentaux montrent que le diagnostic est robuste aux fausses alarmes, car les résidus restent toujours à l'intérieur des seuils adaptatifs lorsque le système est en fonctionnement normal. Les performances de l'algorithme vis-à-vis des non détections et des retards dans la détection du défaut sont maîtrisées par une estimation a priori des valeurs détectables et des valeurs non détectables du défaut. Les résultats de simulation et d'expérimentation ont montrés les avantages de cette méthode de diagnostic.

**Deuxième partie**

**Application à un système  
thermofluide**

## 5.11 Introduction

Cette deuxième application concerne un système décrit par des modèles bond graphs couplés caractérisés par la mise en œuvre de deux énergies : thermique et fluide. Ces systèmes sont appelés processus thermofluides. Cette application a été choisie pour montrer l'extension des algorithmes développés à des modèles non linéaires et décrits par des multiports présents dans les procédés thermodynamiques.

Le système de la FIG. 5.22 est une installation pilote, qui représente un fonctionnement similaire à échelle réduite d'une centrale électrique. A la différence d'une centrale industrielle, l'énergie produite par le circuit primaire est engendrée ici par un thermoplongeur électrique et l'énergie fournie habituellement à la turbine dans une centrale est dissipée ici par un poste de détente et de refroidissement, composé d'un ensemble de vannes modulantes et d'un condenseur couplé à un échangeur de chaleur. Dans cette application, on s'intéresse uniquement à une partie de l'installation, constituée principalement d'un circuit d'alimentation en eau, d'une pompe liée à une conduite et d'une chaudière d'une capacité de 175 litres, chauffée par un thermoplongeur d'une puissance de 55KW. Le plan des instruments détaillés (PID) de la partie étudiée de l'installation est donné FIG. 5.23 (*B. Ould Bouamama* (2003) [50]).



FIG. 5.22 – Vue générale du générateur de vapeur

L'architecture d'instrumentation du système est constituée des capteurs suivants:

Température de l'eau dans la cuve  $De$  :  $T_2(^{\circ}K)$ , pression de l'eau dans la cuve  $De$  :  $P_1(Pa)$ , flux de masse à la sortie de la pompe  $Df$  :  $F_3(kg/s)$ , température de l'eau dans la

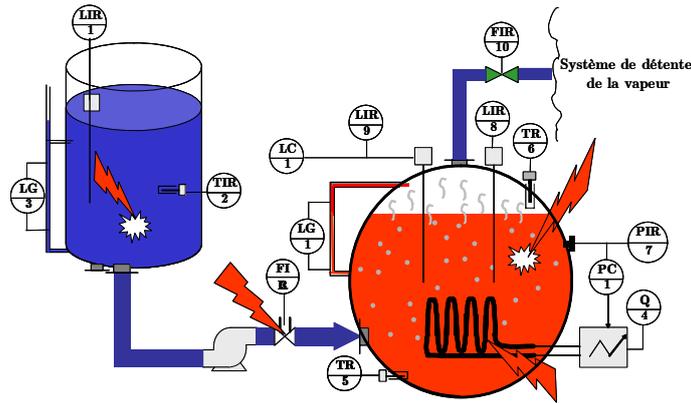


FIG. 5.23 – Schéma technologique de la partie étudiée du générateur de vapeur

chaudière  $De : T_5(^{\circ})$ , température de la vapeur  $De : T_6(^{\circ}K)$ , flux de masse à la sortie de la chaudière  $Df : F_{10}(kg/s)$ , volume de l'eau dans la chaudière noté par abus de langage à cause de la relation entre le volume et la pression  $De : L_8 (l)$  et  $De : L_9 (l)$ , flux de chaleur  $\dot{Q}$  à la sortie du thermoplongeur  $Df : Q_4$

## 5.12 Problématique et hypothèses de modélisation

Le système à modéliser possède un comportement non linéaire dû principalement au couplage de différents phénomènes de natures diverses. Nous sommes en effet en présence d'énergie hydraulique (écoulement du fluide dans les conduites), électrique (alimentation du thermoplongeur), thermique (production de vapeur, échanges thermiques), et mécanique (pompes, vannes). Les modèles des centrales se différencient principalement par les hypothèses posées, les équations employées, les méthodes de résolution et les moyens de calcul. Dans *J. U. Thoma & al. (2000) [71]*, ces modèles sont classés en trois catégories principales:

- Modèles linéaires: Les équations sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement, et le système est décrit par un ensemble de fonctions de transfert interconnectées. Les avantages de ces modèles résident dans la souplesse des calculs et le nombre de méthodes d'analyse disponibles.
- Modèles non linéaires: Les équations aux dérivées partielles de l'hydrodynamique (conservation de la masse, de l'énergie et du moment) sont transformées par discrétisation dans le temps et dans l'espace en équations aux différences et intégrées numériquement sans

être linéarisées. Ces modèles permettent de déterminer la réponse à de grandes perturbations. L'inconvénient réside dans le fait qu'elles ne permettent pas une synthèse directe des régulateurs et nécessite un grand volume de calcul. De plus, il existe trois ordres de complexité croissante du modèle, en fonction du nombre de dimensions d'espace de l'écoulement pris en compte dans la modélisation. Dans les installations de plus petites dimensions, le modèle non linéaire peut être considéré à paramètres localisés: le système est alors décrit par un ensemble d'équations différentielles et algèbro-différentielles (*A. Ordys. (1994) [48]*). Il faut noter aussi que ce système est caractérisé par la coexistence de plusieurs phénomènes de natures diverses. C'est pourquoi l'application d'une approche unifiée telle que les bond graphs (*L. Tylee (1983) [72]*, *J. U. Thoma & al. (2000) [71]*, *B. Ould Bouamama (2003) [50]*), est bien adaptée. Des modèles bond graphs déterministes ont été validés sur des procédés réels de même nature.

- Modèles calculant ou non le volume d'eau: la dynamique du niveau d'eau joue un rôle important dans la modélisation des générateurs de vapeur en raison du phénomène de gonflement et de tassement. Celui-ci est dû à la variation de la densité de vapeur. Il introduit alors pour le niveau un déphasage non minimal très nuisible à la stabilité du système. La dynamique de ces deux phénomènes est identifiée par des réponses à déphasage non minimal. Dans *S. Rimoux & al. (1996) [59]*, un modèle physique non linéaire de ces phénomènes a été obtenu par une approche bond graph. Les dimensions géométriques et la puissance relativement réduite de notre installation ne mettent pas en évidence le phénomène de gonflement-tassement du niveau. C'est pourquoi il ne sera pas modélisé. Il faut noter aussi que nous sommes en présence d'un mélange diphasique et qu'en réalité la séparation entre les phases vapeur et liquide en écoulement n'est pas aussi nette. Ce phénomène introduit les difficultés de mesures du niveau bien connues des industriels. D'autres phénomènes liés à la stabilité dans les générateurs de vapeur sont traités dans l'ouvrage *J. U. Thoma & al (2000) [71]*.

Les hypothèses de modélisation adoptées dans ce travail sont :

- L'eau et la vapeur sont en équilibre thermodynamique: les propriétés thermodynamiques sont calculées en équilibre thermodynamique, justifié par le fait qu'il se produit une bonne homogénéisation de l'émulsion eau-vapeur;
- Le mélange est à une pression uniforme: on néglige l'effet des tensions superficielles des bulles de la vapeur d'eau, qui provoque alors la variation de la pression du mélange ;
- Les variables sont à paramètres localisés;
- Le générateur de vapeur a une capacité thermique et subit des pertes par conduction

vers l'extérieur;

- Le liquide dans le circuit d'alimentation est incompressible, car l'eau est à température ambiante.

## 5.13 Modélisation BG-LFT du GV

### 5.13.1 Bond graph à mots du système

Le bond graph à mots est l'étape technologique de la modélisation, qui consiste à décomposer le processus en un ensemble de sous-systèmes liés par des variables de puissance.

Le bond graph à mots du générateur de vapeur est donné en FIG. 5.24, il est composé de cinq parties : la cuve, la pompe avec la conduite, la chaudière, le thermoplongeur et le système d'expansion de vapeur. Le système est caractérisé par un couplage de deux énergies : thermique et hydraulique et les variables utilisées pour représenter le système sont basées sur la modélisation en pseudo bond graph. La partie hydraulique est caractérisée par la paire pression-débit massique  $(P, \dot{m})$ , tandis que la partie thermodynamique est représentée par la paire  $(T, \dot{H})$ , décrivant le phénomène de convection (dynamique de la matière) et la paire  $(T, \dot{Q})$ , représentant le phénomène de conduction (stationnarité de la matière). Le système d'expansion de vapeur échange avec le système étudié les paires de variables  $(P_B, \dot{m}_B)$  et  $(T_B, \dot{H}_B)$ .

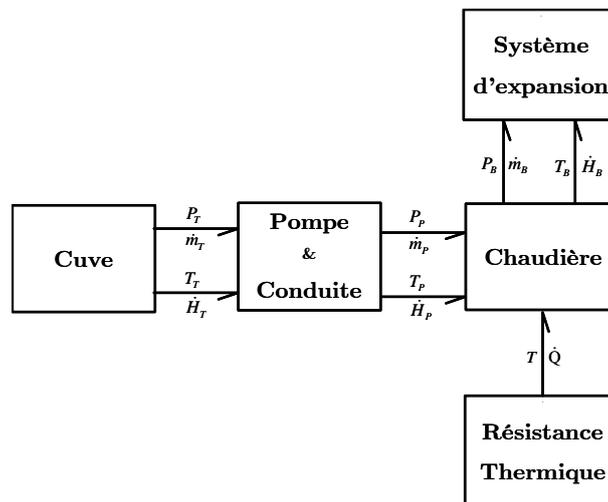


FIG. 5.24 – Bond graph à mots du générateur de vapeur

### 5.13.2 Modèle bond graph de la cuve

Le modèle bond graph déterministe de la cuve en causalité intégrale est donné FIG. 5.25-(a), et son modèle bond graph en causalité dérivée avec capteurs dualisés est donné FIG. 5.25-(b). L'énergie couplée, emmagasinée par le fluide dans la cuve est modélisée par le multiport  $C$  pour l'énergie hydraulique et thermique. Les deux variables d'état sont associées aux variables d'énergie (déplacement généralisé):  $q = \int f_C dt$ . En pseudo bond graph elles représentent la masse ( $\int \dot{m} dt$ ) et l'énergie interne ( $\int \dot{U} dt$ )

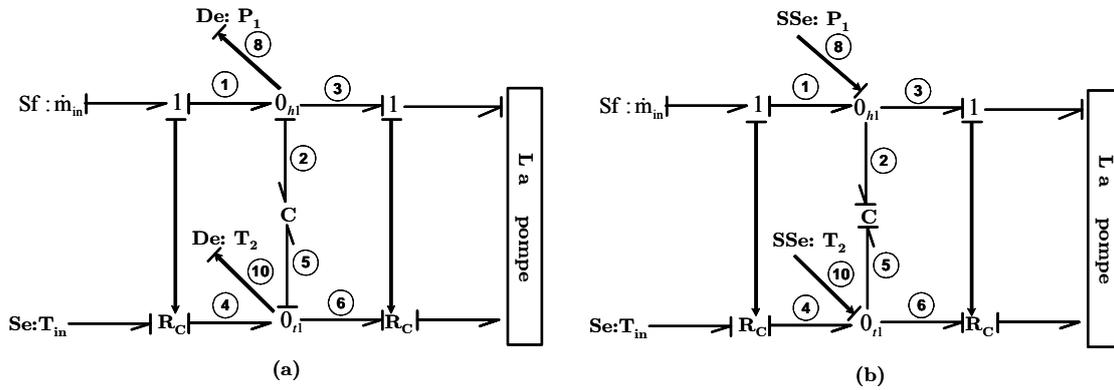


FIG. 5.25 – (a) : Modèle bond graph de la cuve en causalité intégrale. (b) : Modèle bond graph de la cuve en causalité dérivée avec capteurs dualisés

Dans ce travail, le débit d'eau provenant du condenseur est considéré nul, les vannes de décharge à la sortie du condenseur sont maintenues fermées  $Sf : \dot{m}_{in} = 0$ . La cuve est initialement pleine d'eau à température ambiante, donc soumise à un régime thermodynamique sous-saturé: les variables pression et température sont indépendantes. La pression au fond du réservoir ne dépend que du volume ou de la masse.

$$P_T = \rho_T \cdot g \cdot h_T = \rho_T \cdot g \cdot \frac{V_T}{A_T} = \frac{\rho_T \cdot g}{A_T} \cdot \frac{m_T}{\rho_T} = \frac{g \cdot m_T}{A_T} \quad (5.21)$$

où  $P_T$ ,  $\rho_T$ ,  $g$ ,  $h_T$ ,  $V_T$ ,  $A_T$ ,  $m_T$  désignent respectivement la pression dans la cuve, la masse volumique de l'eau, la gravité, la hauteur de l'eau dans la cuve, le volume de l'eau dans la cuve, la section de la cuve et la masse stockée.

La variable d'état thermique  $U_T$  dépend de celle fluïdique  $m_T$ , c'est pourquoi le stockage de cette énergie potentielle couplée est représenté par le multiport  $C$ . Deux capacités notées  $C_h$  (hydraulique) et  $C_t$  (thermique) peuvent être déduites des équations constitutives des éléments  $C$

a) Partie hydraulique:  $C_h$

$$e_2 = \frac{1}{C_h} \cdot \int f_2 \cdot dt \Rightarrow P_T = \frac{1}{C_h} \int \dot{m}_T \cdot dt = \frac{g \cdot m_T}{A_T} \quad (5.22)$$

alors

$$C_h = \frac{A_T}{g} \quad (5.23)$$

b) Partie thermique:  $C_t$

$$e_5 = \frac{1}{C_t} \cdot \int f_5 \cdot dt \Rightarrow T_T = \frac{1}{C_t} \int \dot{U}_T \cdot dt = \frac{U}{C_t} \quad (5.24)$$

avec

$$C_t = m_T \cdot c_v \quad (5.25)$$

et  $c_v$  la capacité thermique à volume constant de l'eau,  $T_T$  la température de l'eau dans la cuve.

Il suit que la capacité thermique  $C_t$  dépend bien de l'état fluide  $m_T$ , ce qui justifie l'utilisation du multiport  $C$ .

L'incertitude sur l'élément  $C_h$ , notées  $\delta_{C_h}$ , correspond à l'incertitude  $\delta_{A_T}$  sur la section de la cuve, qui apparaît suite au phénomène de corrosion. La valeur nominale  $C_{h_n}$  et l'incertitude de la section sont données par le constructeur.

La relation entre  $C_{h_n}$  et  $\delta_{C_h}$  est donnée par l'expression suivante:

$$C_h = C_{h_n} + \delta_{C_h} \cdot C_{h_n} \quad (5.26)$$

En supposant que la constante de gravité est parfaitement connue, et en prenant en considération l'incertitude multiplicative sur  $A_T$ , l'équation (5.26) devient:

$$\begin{aligned} C_h &= (A_{T_n} + \delta_{A_T} \cdot A_{T_n}) \cdot \frac{1}{g} \\ &= \left( \frac{A_{T_n}}{g} \right) + \delta_{A_T} \cdot \left( \frac{A_{T_n}}{g} \right) \end{aligned}$$

L'entrée modulée  $w_{C_h}$  qui représente le flux apporté par l'incertitude  $\delta_{C_h}$  est alors calculée comme suit, en considérant l'élément mutiport C en causalité dérivée de la FIG. 5.25-(b).

$$w_{C_{h1}} = -\delta_{C_h} \cdot C_{hn} \cdot \frac{dP_T}{dt} = -\delta_{A_T} \cdot \left( \frac{A_{T_n}}{g} \cdot \frac{dP_T}{dt} \right) \quad (5.27)$$

Puisque le flux de masse à l'entrée de la cuve est supposé nul, l'équation du bilan énergétique calculée à partir de la jonction  $O_t$  du modèle bond graph de la FIG. 5.25-(a) est donnée comme suit, en considérant l'élément multiport  $C$  en causalité dérivée de la FIG. 5.25-(b)

$$\dot{H}_5 = -\dot{m}_{out} \cdot c_v \cdot T_T = -\dot{H}_6 \quad (5.28)$$

avec  $\dot{H}_5$  le flux d'enthalpie à la sortie de l'élément bond graph  $C$ ,  $c_v$  la chaleur spécifique à volume constant du fluide,  $\dot{m}_{out}$  le flux de masse à la sortie de la cuve et  $T_T$  la température de l'eau dans la cuve donnée par le détecteur  $De : T_2$ .

L'incertitude sur le flux d'enthalpie  $\dot{H}_5$  est due à l'incertitude  $\delta_{C_t}$  sur l'élément bond graph  $C$ , et son origine vient de la variation de la chaleur spécifique à volume constant  $c_v$ , qui est fonction de la température de l'eau. La valeur nominale  $c_{v_n}$  et la valeur de l'incertitude  $\delta_{c_v}$  sont calculées en utilisant un algorithme d'interpolation polynomiale. Ainsi l'entrée fictive  $w_{C_t}$  qui représente l'influence de  $\delta_{c_v}$  sur le système est modulée par l'équation suivante:

$$w_{C_{t1}} = \delta_{c_v} \cdot (\dot{m}_{out} \cdot c_{v_n} \cdot T_T) \quad (5.29)$$

Le modèle BG-LFT de la cuve est ainsi donné FIG. 5.26

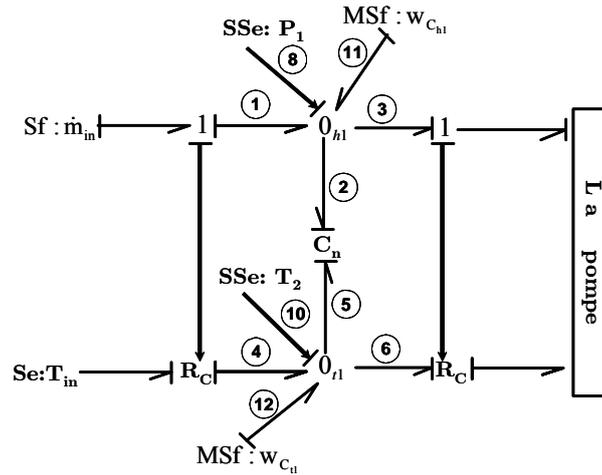


FIG. 5.26 – Modèle BG-LFT de la cuve en causalité dérivée avec capteurs dualisés.

## 5.13.3 Modèle bond graph de la pompe et la conduite

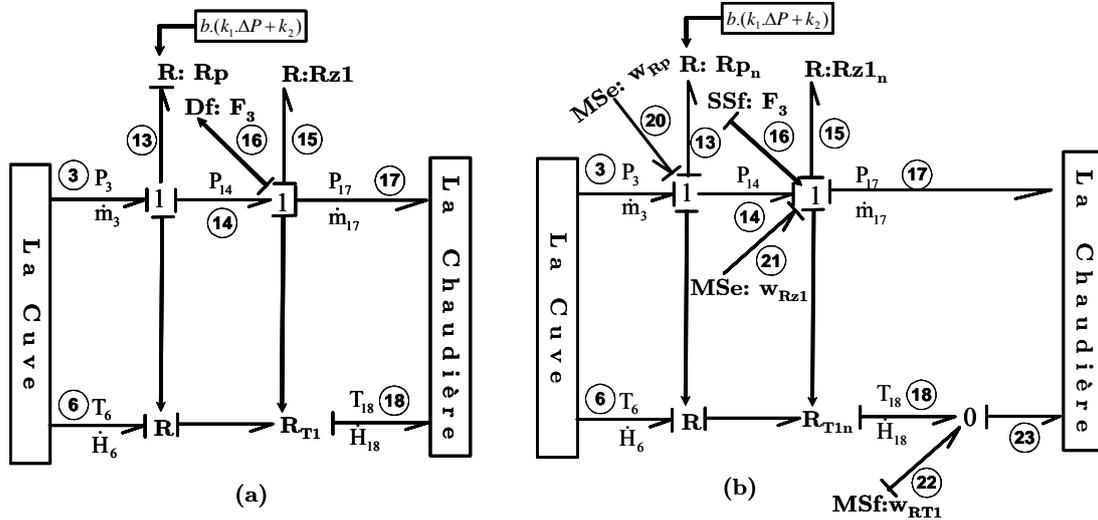


FIG. 5.27 – (a): Modèle bond graph de la pompe avec conduite. (b): Modèle BG-LFT de la pompe avec conduite, avec capteurs dualisés.

La pompe avec conduite est un système largement utilisé dans les procédés industriels, il constitue le système d'alimentation en eau. Le modèle bond graph de ce type de systèmes dépend de leurs propriétés spécifiques. Certaines références présentent la pompe comme une source d'effort  $Se$  qui augmente la pression d'entrée  $P_{in}$  d'une valeur  $\Delta P$  (*L. Tylee (1983) [72]*). Dans *J. U. Thoma & al. (1990) [70]*, l'action principale d'une pompe hydrostatique est donnée comme un transformateur  $TF$  entre la puissance mécanique et hydrostatique, ou un transformateur modulé  $MTF$  dans le cas de vitesse variable ou ajustable. Dans cette application, on considère un modèle bond graph simplifié de la pompe centrifuge avec une conduite présente sur le système réel *A. Mukherjee & al. (2000) [46]*. Le modèle déterministe de la pompe avec conduite est donné FIG. 5.27-(a), et le modèle BG-LFT avec capteurs dualisés est donné FIGs 5.27-(b).

Dans le modèle bond graph de la FIG. 5.27, la pompe et la conduite sont représentées séparément par deux résistances. La pompe est modélisée par la résistance  $R_p$ . Cette dernière est modulée par la caractéristique de la pompe donnée par l'équation (5.30). La caractéristique de la pompe est donnée comme une courbe entre la pression  $\Delta P$  et le flux de masse généré par la pompe  $\dot{m}_{13}$  (FIG. 5.27-(a))

$$\dot{m}_{13} = b. (k_1. (P_3 - P_{14}) + k_2) \quad (5.30)$$

$P_3$  et  $P_{14}$  sont respectivement les pressions d'entrée et de sortie de la pompe.  $k_1$  et  $k_2$  sont les paramètres de la caractéristique de la pompe,  $b$  est une variables booléenne (0,1) délivrée par le régulateur tout-ou-rien de la pression.

Ce modèle bond graph de la pompe représente bien les phénomènes hydrauliques dans le cas d'une pompe couplée à une conduite. En effet, il vient du modèle bond graph que le débit délivré par la pompe  $\dot{m}_{13}$  et celui passant au travers de la conduite ayant une perte de charge (frottement hydraulique)  $Rz1$  sont bien égaux. Le débit délivré par l'ensemble est l'intersection de la caractéristique de la pompe et de celle de la conduite (plus de détails sont donnés dans *B. Ould Bouamama* (2003) [50]). Comme  $k_1$  est négative et  $\Delta P > 0$  alors on est en présence d'une résistance  $R_p$  négative, ce qui n'a pas de sens d'un point de vue élément  $R$ , mais dans ce cas précis, ceci signifie que cet élément fournit de la puissance puisque c'est une pompe.

La caractéristique de la conduite est représentée par l'équation de *Bernoulli* pour un régime turbulent. Elle est déduite de l'équation constitutive de la résistance  $Rz_1$

$$\begin{aligned} e_{15} &= \Phi_{Rz_1}(f_{15}) \\ P_{15} &= R_{z_1}^2. (\dot{m}_{15})^2 = R_z. (\dot{m}_{15})^2 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Pour mettre en œuvre la procédure de diagnostic, on dualise les capteurs comme indiqué FIG. 5.27-(b).

La causalité change sur l'élément  $R : Rp$  associé à la pompe, et l'expression utilisée pour calculer le terme incertain est

$$P_{13} = \frac{1}{k_1} \cdot \left( \frac{\dot{m}_{13}}{b} - k_2 \right) \quad (5.32)$$

L'incertitude sur la pression à la sortie de la pompe est due aux incertitudes  $\delta_{k_1}$  et  $\delta_{k_2}$  sur les paramètres  $k_1$  et  $k_2$ , leurs valeurs nominales sont données par le constructeur avec une incertitude de  $\pm 5\%$ . La source d'effort  $MSe : w_{Rp}$  (FIG. 5.27-(b)) qui représente l'incertitude sur la pression à la sortie de la pompe est modulée par l'expression suivante:

$$w_{Rp} = \frac{1}{k_{1n}} \cdot \left( k_{2n} \cdot \delta_{k_2} - \delta_{\frac{1}{k_1}} \left( \frac{\dot{m}_{13}}{b} - k_{2n} \right) + \delta_{\frac{1}{k_1}} \cdot k_{2n} \cdot \delta_{k_2} \right) \quad (5.33)$$

$$\text{avec } \delta_{\frac{1}{k_1}} = \frac{-\delta_{k_1}}{1+\delta_{k_1}}.$$

Le paramètre  $Rz_1$  dépend de la manufacture de la conduite et il est fonction de l'ouverture de la vanne  $z_1$ . La valeur nominale  $Rz_{1n}$  et la valeur de l'incertitude  $\delta_{Rz_1}$  peuvent être identifiées expérimentalement, ou calculées par l'équation (5.34) en considérant un écoulement de *Poiseuille*:

$$Rz_1 = \frac{8 \cdot \rho_l \cdot L_p}{\pi \cdot r_{1p}} \quad (5.34)$$

$$\delta_{Rz_1} = \left( \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{L_p} \cdot \delta_{\frac{1}{r_{1p}}} + \delta_{\rho_l} + \delta_{L_p} + \delta_{\frac{1}{r_{1p}}} + \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{L_p} + \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{\frac{1}{r_{1p}}} + \delta_{L_p} \cdot \delta_{\frac{1}{r_{1p}}} \right)$$

avec  $\delta_{\frac{1}{r_{1p}}} = \frac{-\delta_{r_{1p}}}{1 + \delta_{r_{1p}}}$ .

$L_p$  est la longueur de la conduite,  $r_{1p} = r_p^4$  avec  $r_p$  le rayon de la conduite qui est entaché d'incertitude

A partir de  $r_{1p} = r_p^4$ , on peut écrire

$$\text{Log}.r_{1p} = \text{Log}.r_p^4 = 4 \cdot \text{Log}.r_p \quad (5.35)$$

ce qui donne, en prenant la dérivée logarithmique

$$\frac{\Delta r_{1p}}{r_{1p}} = 4 \cdot \frac{\Delta r_p}{r_p}$$

ou encore

$$\delta_{r_{1p}} = 4 \cdot \delta_{r_p} \quad (5.36)$$

De même, à partir de  $R_z = R_{z_1}^2$ , on peut écrire  $\delta_{R_z} = 2 \cdot \delta_{R_{z_1}}$ .

L'incertitude sur l'effort à la sortie de la conduite peut être calculée comme suit:

$$w_{R_{z_1}} = -2\delta_{R_{z_1}} \cdot Rz_{1n} \cdot \dot{m}_{15}^2 \quad (5.37)$$

$Rz_n$  et  $\delta_{R_z}$  sont respectivement la valeur nominale et l'incertitude multiplicative sur le paramètre  $R_z$ .

Le flux d'enthalpie véhiculé par le fluide à travers la conduite est donné par l'expression suivante:

$$\dot{H}_{18} = T_p \cdot c_p \cdot \dot{m}_3 \quad (5.38)$$

La variable  $\dot{m}_3$  est mesurée par le détecteur  $Df : F_3$ .  $T_p$  est la température dans la pompe mesurée par le détecteur  $De : T_2$  car l'eau n'est pas chauffée dans la cuve ( $De : T_2$  est représenté sur le modèle BG de la cuve). Le couplage des énergies thermique et hydraulique est modélisé par le multiport  $R : R_{T1}$ .

L'incertitude sur le flux d'énergie thermique  $\dot{H}_{18}$  transmis à la chaudière est due à la variation de la chaleur spécifique à pression constante  $c_p$  qui est fonction de la température. Cette dernière est supposée varier entre la température de l'eau dans la cuve  $T_T$  donnée par le détecteur  $De : T_2$  et la température ambiante. Ainsi l'incertitude sur l'énergie thermique transmise de la pompe à la chaudière est donnée par l'expression suivante:

$$w_{R_{T1}} = \delta_{c_p} \cdot (T_p \cdot c_{p_n} \cdot \dot{m}_3) \quad (5.39)$$

#### 5.13.4 Modèle bond graph de la chaudière

La chaudière est la partie la plus importante et la plus complexe du générateur de vapeur, plusieurs modèles de chaudières ont été développés en fonction de la configuration du système. Dans ce travail, on considère un accumulateur thermofluide saturé, avec une configuration monophasique homogène du mélange eau-vapeur. Les modèles déterministes en causalité intégrale et en causalité dérivée avec capteurs dualisés sont respectivement montrés dans les FIG. 5.28-(a) et (b)

La conservation des deux énergies thermique et hydraulique est modélisée par le multiport  $C$ . Le transfert de chaleur de la chaudière vers le milieu extérieur est représenté par l'élément bond graph  $R : Ra$ . La chaudière est équipée de deux capteurs redondants de température ( $T_5$  et  $T_6$ ), deux capteurs redondants de niveau ( $L_8$  et  $L_9$ ) (représentés par des détecteurs  $De$  puisque la mesure correspond à une pression à un coefficient  $\rho \cdot g$  près), un capteur de pression ( $P_7$ ), un capteur du flux de vapeur transmis au système d'expansion ( $F_{10}$ ) et un capteur du flux de chaleur fournie au thermoplongeur ( $Q_4$ ). Le détecteur  $De : T_5$  est représenté deux fois sur le modèle bond graph de la FIG. 5.28-(a) et (b), car on suppose que le corps du thermoplongeur converge instantanément vers la température de l'eau dans la chaudière. Leur température est donc la même, donnée par le détecteur  $De : T_5$ .

Le flux de chaleur  $\dot{Q}$  dissipé à travers les parois de la chaudière peut être déterminé en utilisant la conductivité thermique  $\lambda$ , l'épaisseur  $e_B$ , et la section  $A_B$  des parois de la chaudière en utilisant l'équation (5.40).

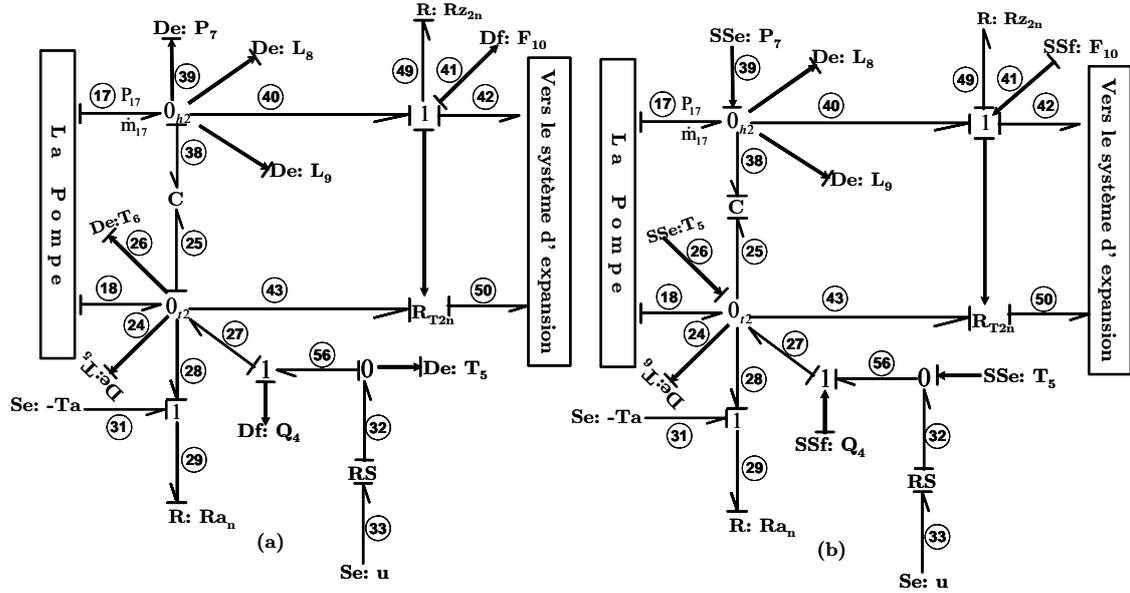


FIG. 5.28 – (a): Modèle BG déterministe en causalité intégrale de la chaudière. (b): Modèle BG déterministe en causalité dérivée avec capteurs dualisés.

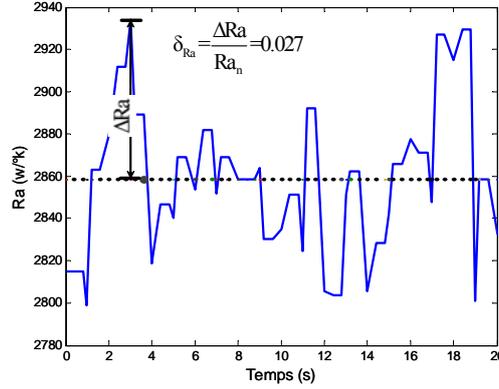
$$\dot{Q} = f_{29} = \lambda \cdot \frac{A_B}{e_B} \cdot (T_B - T_a) = \frac{1}{Ra} (T_B - T_a) \quad (5.40)$$

$T_B$  et  $T_a$  sont respectivement, la température de l'eau dans la chaudière donnée par le détecteur  $De : T_5$  et la température ambiante mesurée et considérée comme une source d'effort.  $\frac{1}{Ra} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{e_B}{A_B}$  est le coefficient de transfert de chaleur via les parois de la chaudière. L'incertitude  $\delta_{\frac{1}{Ra}}$  est une combinaison de  $\delta_{\frac{1}{A_B}}$  et  $\delta_{e_B}$ .

$Ra_n$  et  $\delta_{\frac{1}{Ra}}$  peuvent également être identifiés expérimentalement, en utilisant l'équation de conservation d'énergie thermique déduite de la jonction  $0_t$  du modèle bond graph de la FIG. 5.28-(a), et les données mesurées par les capteurs sur le système en fonctionnement normal.

Le résultat de l'identification expérimentale est donné par la FIG. 5.29. La valeur nominale  $Ra_n$  est égale à la moyenne du paramètre  $Ra$  sur une fenêtre d'observation, et l'incertitude additive  $\Delta Ra$  est choisie égale à la différence entre la valeur maximale du paramètre et sa valeur moyenne sur la même fenêtre.  $\delta_{Ra} = \frac{\Delta Ra}{Ra_n}$  et  $\delta_{\frac{1}{Ra}} = \frac{-\Delta Ra}{Ra_n + \Delta Ra}$ .

L'incertitude sur le flux de chaleur dissipé à travers les parois de la chaudière due à l'incertitude  $\delta_{Ra}$ , est représentée par la source de flux  $MSf : w_{Ra}$  modulée par l'expression suivante:

FIG. 5.29 – Identification expérimentale de  $Ra$ 

$$\begin{aligned}
 w_{Ra} &= -\delta_{\frac{1}{Ra}} \cdot \frac{1}{Ra_n} \cdot (T_B - Ta) \\
 &= -\left( \delta_{e_B} + \delta_{\frac{1}{A_B}} + \delta_{e_B} \cdot \delta_{\frac{1}{A_B}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\lambda} \frac{e_{B_n}}{A_{B_n}} \cdot (T_B - Ta) \right)
 \end{aligned} \tag{5.41}$$

Le mélange eau-vapeur dans la chaudière est considéré homogène. Les deux variables d'état (masse totale et énergie interne) sont couplées et sont représentées par le multiport  $C$ . Dans le cas de la chaudière, les variables d'effort fluidique (la pression  $P_B$ ) et thermique (la température  $T_B$ ) sont dépendantes. Le régime thermodynamique étant saturé, ces deux variables sont liées par des tables thermodynamiques connues dans les manuels. Une relation statique  $T_B = f(P_B)$  peut être déduite par une méthode de régression.

Il suit du modèle bond graph en causalité intégrale de la FIG. 5.28-(a) les équations suivantes

- Equation de conservation de masse, jonction  $0_{h2}$ :

$$\dot{m}_{38} = \dot{m}_{17} - \dot{m}_{40} = \frac{d}{dt} (\rho_l \cdot V_l + \rho_v \cdot V_v) \tag{5.42}$$

- Equation de conservation de puissance, jonction  $0_{t2}$ :

$$\dot{U}_{25} = \dot{H}_{18} - \dot{H}_{43} - \dot{Q}_{28} = \frac{d}{dt} (\rho_l \cdot h_l \cdot V_l + \rho_v \cdot h_v \cdot V_v) \tag{5.43}$$

où  $\rho_l$ ,  $h_l$ ,  $V_l$  et  $\rho_v$ ,  $h_v$ ,  $V_v$  sont respectivement les densités, les enthalpies spécifiques et les volumes de l'eau et de la vapeur dans la chaudière.  $P_B$  est la pression dans la chaudière donnée par le capteur  $De : P_7$ , et  $V_B$  est le volume total connu de la chaudière.

L'équation constitutive du multiport  $C$  permettant de calculer les efforts fluide  $e_{38}$  et thermique  $e_{25}$  est fortement non linéaire mais lie bien la variable de déplacement et l'effort:

$$\begin{aligned} e_{38} &= P_B = \Phi_h(q_{38}, q_{25}) = \Phi_h\left(\int f_{38}.dt, \int f_{25}.dt\right) \\ e_{25} &= T_B = \Phi_t(q_{38}, q_{25}) = \Phi_t\left(\int f_{38}.dt, \int f_{25}.dt\right) \end{aligned} \quad (5.44)$$

où  $q_{38}$  et  $q_{25}$  sont les pseudo variables de déplacement qui sont la masse  $m_{38}$  et l'énergie interne  $U_{25}$ . Ces deux variables d'effort sont déterminées en résolvant le système d'équations (5.45)

$$\begin{cases} \frac{U_{25}}{m_{38}} = \frac{\int \dot{U}_{25}.dt}{\int \dot{m}_{38}.dt} = h_v(P_B) \cdot X + h_l(P_B) \cdot (1 - X) \\ \rho_{25} = \frac{\int \dot{m}_{38}.dt}{V_B}.dt = \rho_v(P_B) \cdot X + \rho_l(P_B) \cdot (1 - X) \end{cases} \quad (5.45)$$

où  $h_v(P_B)$ ,  $h_l(P_B)$ ,  $\rho_v(P_B)$ ,  $\rho_l(P_B)$  et  $X$  sont respectivement l'enthalpie spécifique de la vapeur et du liquide, la masse volumique de la vapeur et du liquide et le titre du mélange.  $\rho(P_B)$  et  $h(P_B)$  sont des fonctions polynomiales.

La résolution du système d'équations (5.45) permet de déterminer la pression  $P_{38}$  et le titre  $X$ . La température est ensuite aisément déduite de la fonction thermodynamique  $T_B = f(P_B)$ .

Le niveau de l'eau  $V_l$  dans la chaudière est donné par les détecteurs  $De : L_8$  et  $De : L_9$ ;

Le volume de la vapeur  $V_v$  est égal à la différence entre le volume total de la chaudière  $V_B$  et le volume de l'eau  $V_l$ :  $V_v = V_B - V_l$ ;

$\rho_l$ ,  $h_l$ ,  $\rho_v$ , et  $h_v$  sont calculées en utilisant un algorithme d'interpolation polynomial;

Les incertitudes sur le volume de l'eau et de la vapeur  $\delta_{V_l}$  et  $\delta_{V_v}$  sont principalement dues à la difficulté de mesurer avec précision le volume de l'eau sur un système extrêmement perturbé;

$\delta_{\rho_l}$ ,  $\delta_{h_l}$ ,  $\delta_{\rho_v}$ , et  $\delta_{h_v}$  représentent l'erreur d'estimation de l'algorithme d'interpolation polynomial déduite de la table thermodynamique.

L'étude du diagnostic se faisant sur le BG en causalité dérivée, les équations (5.42) et (5.43) représentent les équations associées au multiport C représentant la chaudière en causalité dérivée

En prenant en considération les incertitudes sur les variables  $\rho_l$ ,  $h_l$ ,  $V_l$ ,  $\rho_v$ ,  $h_v$  et  $V_v$ , les incertitudes sur le multiport  $C$  composé de l'énergie fluïdique et thermique se calculent de la façon suivante:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{38} &= \frac{d}{dt} \left( (\rho_{l_n} + \delta_{\rho_l} \cdot \rho_{l_n}) \cdot (V_{l_n} + \delta_{V_l} \cdot V_{l_n}) + (\rho_{v_n} + \delta_{\rho_v} \cdot \rho_{v_n}) \cdot (V_{v_n} + \delta_{V_v} \cdot V_{v_n}) \right) \quad (5.46) \\ &= \dot{m}_{38n} - w_{C_{h2}}\end{aligned}$$

avec

$$w_{C_{h2}} = -\delta_{C_{h2}} \cdot \dot{m}_{38n} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{38n} &= \rho_{l_n} \cdot V_{l_n} + \rho_{v_n} \cdot V_{v_n} \quad (5.48) \\ \delta_{C_{h2}} &= \frac{(\delta_{V_l} + \delta_{\rho_l} + \delta_{V_l} \cdot \delta_{\rho_l}) \cdot \rho_{l_n} \cdot V_{l_n} + (\delta_{V_v} + \delta_{\rho_v} + \delta_{V_v} \cdot \delta_{\rho_v}) \cdot \rho_{v_n} \cdot V_{v_n}}{\rho_{l_n} \cdot V_{l_n} + \rho_{v_n} \cdot V_{v_n}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{25} &= \frac{d}{dt} \left( \begin{aligned} &(\rho_{l_n} + \delta_{\rho_l} \cdot \rho_{l_n}) \cdot (V_{l_n} + \delta_{V_l} \cdot V_{l_n}) \cdot (h_{l_n} + \delta_{h_l} \cdot h_{l_n}) + \\ &(\rho_{v_n} + \delta_{\rho_v} \cdot \rho_{v_n}) \cdot (V_{v_n} + \delta_{V_v} \cdot V_{v_n}) \cdot (h_{v_n} + \delta_{h_v} \cdot h_{v_n}) \end{aligned} \right) \quad (5.49) \\ &= \dot{U}_{25n} - w_{C_{t2}}\end{aligned}$$

avec

$$w_{C_{t2}} = -\delta_{C_{t2}} \cdot \dot{U}_{25n} \quad (5.50)$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{25n} &= \rho_{l_n} \cdot V_{l_n} \cdot h_{l_n} + \rho_{v_n} \cdot V_{v_n} \cdot h_{v_n} \quad (5.51) \\ \delta_{C_t} &= \frac{\delta_1 \cdot \rho_{l_n} \cdot V_{l_n} \cdot h_{l_n} + \delta_2 \cdot \rho_{l_n} \cdot V_{l_n} \cdot h_{l_n}}{\rho_{l_n} \cdot V_{l_n} \cdot h_{l_n} + \rho_{v_n} \cdot V_{v_n} \cdot h_{v_n}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \delta_{\rho_l} + \delta_{h_l} + \delta_{V_l} + \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{h_l} + \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{V_l} + \delta_{\rho_l} \cdot \delta_{V_l} \cdot \delta_{h_l} \\ \delta_2 &= \delta_{\rho_v} + \delta_{h_v} + \delta_{V_v} + \delta_{\rho_v} \cdot \delta_{h_v} + \delta_{\rho_v} \cdot \delta_{V_v} + \delta_{\rho_v} \cdot \delta_{V_v} \cdot \delta_{h_v}\end{aligned}$$

$\delta_{C_{h2}}$  regroupe les incertitudes sur la partie fluïdique de  $C$ , et  $\delta_{C_{t2}}$  regroupe les incertitudes sur sa partie thermique. Le volume de l'eau  $V_l$  étant donné par les détecteurs  $L_8$  et  $L_9$ , la valeur de l'incertitude  $\delta_{V_l}$  est supposée nulle, et la valeur donnée par le détecteur

est supposée comme la valeur nominale  $V_{i_n}$ , car dans ce travail l'intérêt est porté sur les incertitudes paramétriques et les bruits de mesures sont considérés comme des signaux hautes fréquences faciles à filtrer.

Ainsi les sources de flux  $MSf : w_{C_{h2}}$  et  $MSf : w_{C_{t2}}$  représentent respectivement les incertitudes sur le flux de masse et sur le flux thermique dans la chaudière.

L'élément bond graph  $RS$  de la FIG. 5.28-(a) et (b) représente la résistance électrique du thermoplongeur, sa valeur nominale  $RS_n$  et l'incertitude  $\delta_{\frac{1}{RS}}$  sont données par le constructeur. La tension électrique d'alimentation du thermoplongeur est  $u = 380\text{volt}$ .

La source de flux  $MSf : w_{RS}$  qui représente l'incertitude sur le flux de chaleur fourni à la chaudière est donnée par l'équation (5.52)

$$w_{RS} = -\delta_{\frac{1}{RS}} \cdot \left( \frac{1}{RS_n} \cdot u^2 \right) \quad (5.52)$$

Le flux d'enthalpie transmis de la chaudière au système d'expansion de vapeur est déterminé à partir du modèle bond graph de la FIG. 5.28:

$$\dot{H}_{50} = T_B \cdot c_v \cdot \dot{m}_{49} \quad (5.53)$$

$c_v$  est la capacité thermique à volume constant de la vapeur,  $T_B$  et  $\dot{m}_{49}$  sont respectivement donnés par le détecteur de température  $De : T_5$  et le détecteur de flux de masse  $Df : F_{10}$ .

L'incertitude sur le flux de chaleur à la sortie de la chaudière est due à l'incertitude  $\delta_{c_v}$ . Cette dernière correspond à l'erreur d'estimation de l'algorithme d'interpolation polynomial utilisé pour calculer  $c_v$ . La source de flux  $MSf : w_{RT_2}$  est alors modulée comme suit :

$$w_{RT_2} = -\delta_{c_v} \cdot (T_{25} \cdot c_{p_n} \cdot \dot{m}_{49}) \quad (5.54)$$

Le modèle BG-LFT de la chaudière avec les capteurs dualisés est ainsi donné FIG. 5.30

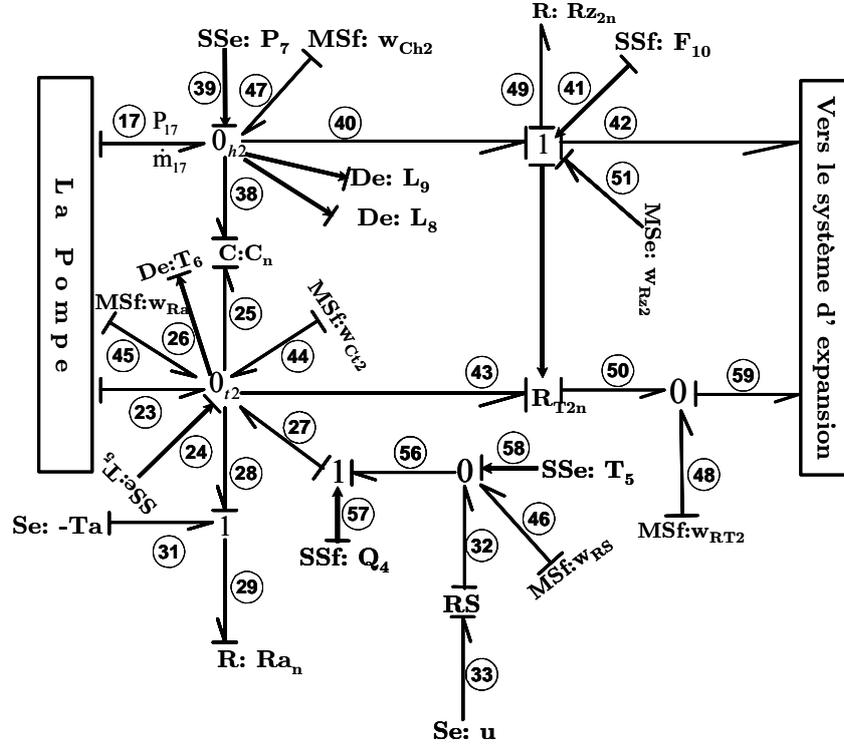


FIG. 5.30 – Modèle BG-LFT de la chaudière en causalité dérivée avec capteurs dualisés

### 5.13.5 Génération des RRAs robustes

Le modèle BG-LFT du générateur de vapeur est donné FIG. 5.31

La première RRA est générée à partir de la jonction  $0_{h_1}$  liée au détecteur  $SSe : P_1$ . Cette relation de redondance analytique est sensible aux fuites d'eau dans la cuve:

$$RRA_1 : f_1 + f_{11} - f_2 - f_3 = f_8 \quad (5.55)$$

$$f_1 = \dot{m}_{in} = 0$$

$$f_{11} = w_{C_{h_1}}$$

$$f_3 = f_{16} = F_3$$

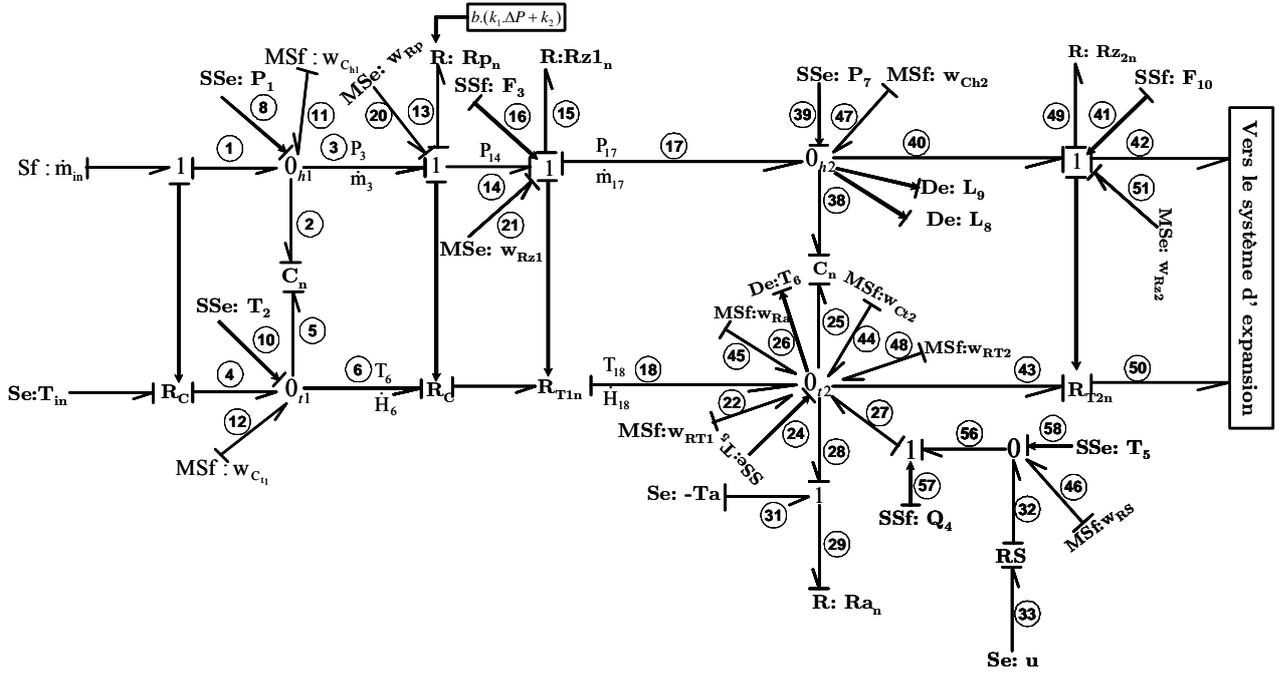


FIG. 5.31 – Modèle BG-LFT en causalité dérivée du générateur de vapeur avec capteurs dualisés

Comme souligné plus haut,  $f_8$  est le flux renvoyé par le détecteur d'effort  $SSe : P_1$  qui est bien nul:  $f_8 = 0$ . Les variables inconnues seront évaluées par un chemin causal vers le détecteur.

$f_2$  est éliminé par le chemin suivant

$$SSe : P_1 = e_2 \xrightarrow{\Phi_{me}} e_8 = e_2 \xrightarrow{\Phi_{de}} \dot{e}_2 \xrightarrow{\Phi_{Ch}} f_2 = C_{h1} \cdot \dot{e}_2$$

Le capteur présent sur l'installation est en fait un capteur de niveau, exprimé en litres

$$e_2 = \rho \cdot g \cdot h_T = \rho \cdot g \cdot \frac{V_T}{A_T} = \frac{10^{-3} \cdot \rho_T \cdot g}{A_T} \cdot L_1 [Pa] \quad (5.56)$$

Le résidu  $r_1$  et le seuil de fonctionnement normal  $a_1$  sont alors données dans le système d'équations suivant:

$$RRA_1 : \begin{cases} r_1 = \frac{10^{-3} \cdot \rho_T \cdot g}{A_{Tn}} \cdot C_{h1} \cdot \frac{dL_1}{dt} + F_3 \\ a_1 = |w_{C_{h1}}| \end{cases} \quad (5.57)$$

La deuxième RRA est générée à partir de la jonction 1 liée au détecteur dualisé  $SSf : F_3$ . Cette RRA est sensible à un bouchon au niveau de la sortie de la pompe (le défaut physique se traduit par une variation du rayon de la conduite, ce qui correspond à une déviation du paramètre  $R_{z_1}$  de sa valeur nominale).

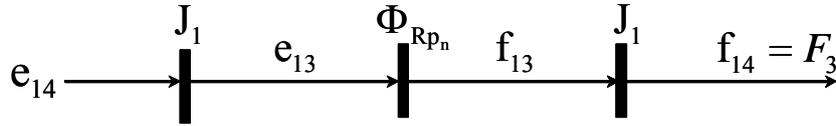
$h_T$  et  $V_T$  sont respectivement la hauteur et le volume de l'eau dans le réservoir.

De la jonction 1 associée à  $SSf : F_3$

$$RRA_2 : e_{16} = e_{14} + e_{21} - e_{15} - e_{17} \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} e_{16} &= 0 \\ e_{21} &= w_{R_{z_1}} \\ e_{15} &= (R_{z_{1n}} \cdot F_3)^2 \\ e_{17} &= e_{39} = P_7 \end{aligned}$$

$e_{14}$  est éliminé par le parcours du chemin suivant



L'élimination est effectuée comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 : e_{14} = e_3 - e_{13} + e_{20} \\ e_{20} = w_{Rp} \\ e_3 = P_1 \text{ chemin: } (3 \longrightarrow 8) \\ e_{13} = \Phi_{Rp}(f_{13}, Rp_n) \text{ (caractéristique de la pompe)} \\ f_{13} = F_3 \text{ chemin: } (13 \longrightarrow 14 \longrightarrow 16) \end{array} \right. \quad (5.59)$$

$e_{13}$  est déduit de l'équation (5.32)

$$e_{13} = \frac{\dot{m}_{13}}{b.k_1} - \frac{k_2}{k_1} = \frac{F_3}{b.k_1} - \frac{k_2}{k_1} \quad (5.60)$$

ainsi

$$e_{14} = P_1 - \Phi_{Rp}(F_3, Rp_n) \quad (5.61)$$

La RRA incertaine est alors

$$ARR_2 : P_1 - \frac{F_3}{b.k_1} + \frac{k_2}{k_1} - (R_{z_{1n}} \cdot F_3)^2 - P_7 + w_{Rz_1} + w_{Rp} \quad (5.62)$$

En séparant la partie nominale de la partie incertaine de la  $RRA_2$  on obtient le résidu  $r_2$  et le seuil adaptatif de fonctionnement normal  $a_2$ :

$$RRA_2 : \begin{cases} r_2 = \frac{10^{-3} \cdot \rho_T \cdot g}{AT^n} \cdot L_1 - \frac{F_3}{b.k_1} + \frac{k_2}{k_1} - (R_{z_{1n}} \cdot F_3)^2 - P_7 \\ a_2 = |w_{Rz_1}| + |w_{Rp}| \end{cases} \quad (5.63)$$

avec  $P_1 = \frac{10^{-3} \cdot \rho_T \cdot g}{AT^n} \cdot L_1$ .

Notons que  $b \in (0,1)$  est une variable booléenne. Lorsque  $b = 0$  (la pompe est arrêtée) le circuit d'alimentation ne délivre aucun débit et la RRA2 n'est pas considérée dans l'algorithme de diagnostic.

La troisième RRA est générée à partir de la jonction  $0_{h2}$  liée au détecteur dualisé  $SSe : P_7$  sur le modèle de la FIG. 5.31. Cette RRA est sensible aux fuites de l'eau dans la chaudière.

Il suit de la jonction  $0_{h2}$

$$RRA_3 : f_{39} = f_{17} + f_{47} - f_{40} - f_{38} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} f_{39} &= 0 \\ f_{47} &= w_{C_{h2}} \\ f_{40} &= F_{10} \\ f_{17} &= F_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{38} &= \frac{d}{dt} (\rho_{l_n} \cdot V_{l_n} + \rho_{v_n} \cdot V_{v_n}) \\ &= \frac{d}{dt} (\rho_{l_n}(P_7) \cdot V_{l_n} + \rho_{v_n}(P_7) \cdot (V_{B_n} - V_{l_n})) \end{aligned} \quad (5.65)$$

la  $RRA_3$  est ainsi calculée

$$RRA_3 : \begin{cases} r_3 = F_3 - F_{10} - \frac{d}{dt} (\rho_{l_n}(P_7) \cdot L_8 \cdot 10^{-3} + \rho_{v_n}(P_7) \cdot (V_{B_n} - L_8 \cdot 10^{-3})) \\ a_3 = |w_{C_{h2}}| \end{cases} \quad (5.66)$$

La  $RRA_4$  est générée à partir de la jonction  $0_{t2}$  liée au détecteur dualisé  $SSe : T_5$  sur le modèle de la FIG. 5.31.

$$\begin{aligned} ARR_4 : \quad & f_{24} = f_{18} + f_{44} + f_{45} + f_{48} + f_{27} + f_{22} - f_{25} - f_{28} - f_{43} - f_{26} \quad (5.67) \\ & f_{18} = F_3 \cdot c_{p_n} \cdot T_2 \\ & f_{44} = w_{C_{t2}} \\ & f_{45} = w_{Ra} \\ & f_{46} = w_{RS} \\ & f_{48} = w_{RT_2} \\ & f_{27} = f_{56} = \frac{1}{RS_n} (u)^2 + w_{RS} \\ & f_{24} = f_{26} = 0 \\ & f_{25} = \frac{d}{dt} ((\rho_{l_n}(P_7) \cdot L_8 \cdot 10^{-3} \cdot h_{l_n} + \rho_{v_n}(P_7) \cdot h_{v_n} \cdot (V_{B_n} - L_8 \cdot 10^{-3})) \cdot c_{v_n} \cdot T_5) \\ & f_{28} = \frac{1}{Ra_n} \cdot (T_5 - T_a) \\ & f_{43} = F_{10} \cdot c_{v_n} \cdot T_5 \\ & f_{22} = w_{RT_1} \end{aligned}$$

$$ARR_4 : \begin{cases} r_4 = F_3 \cdot c_{p_n} \cdot T_2 + \frac{1}{RS_n} \cdot u^2 - \frac{1}{Ra_n} \cdot (T_5 - T_a) - F_{10} \cdot c_{v_n} \cdot T_5 \\ \quad - \frac{d}{dt} ((\rho_{l_n}(P_7) \cdot L_8 \cdot 10^{-3} + \rho_{v_n}(P_7) \cdot (V_{B_n} - L_8 \cdot 10^{-3})) \cdot c_{v_n} \cdot T_5) \\ a_4 = |w_{C_{t2}}| + |w_{RS}| + |w_{Ra}| + |w_{RT_1}| + |w_{RT_2}| \end{cases} \quad (5.68)$$

une 5<sup>ème</sup> RRA peut être générée à partir de la jonction 0 liée à l'élément  $RS$  et à  $w_{RS}$

$$RRA_5 : f_{58} = f_{32} - f_{56} + f_{46} \quad (5.69)$$

$$f_{58} = 0$$

$$f_{32} = \frac{u^2}{RS_n}$$

$$f_{56} = SSf = Q_4$$

$$f_{46} = w_{RS}$$

$$ARR_5 : \begin{cases} r_5 = \frac{u^2}{RS_n} - Q_4 \\ a_5 = |w_{RS}| \end{cases} \quad (5.70)$$

Dans le modèle bond graph de la chaudière, on observe que les capteurs  $De : L_8$ ,  $De : L_9$  et  $De : T_6$  ne peuvent pas être dualisés car ils correspondent à des redondances matérielles *B.OuldBouamama (2002)* [49]. Ces RRAs matérielles sont :

$$ARR_6 : L_8 - L_9 = 0 \quad (5.71)$$

$$ARR_7 : T_8 - T_9 = 0$$

$$ARR_8 : \Phi_{L_8} - P_7 = 0$$

### 5.13.6 Résultats expérimentaux

Les valeurs nominales des paramètres et les incertitudes utilisées pour l'implémentation de l'algorithme de diagnostic robuste, sont données dans le tableau TAB. 4.3:

Le scénario expérimental consiste à évaluer des résidus en temps réel dans deux situations : fonctionnement normal et fonctionnement défaillant. Le but est de détecter et d'isoler les défauts introduites en tenant compte des incertitudes paramétriques. Cinq situations sont réalisées:

- Evaluation des résidus en absence de défauts;
- Introduction d'une fuite d'eau dans la cuve;

- Introduction d'une faute en agissant sur la vanne manuelle  $R_{z_1}$  dans le circuit d'alimentation en eau. La variation de  $R_{z_1}$  peut être provoquée sur le système réel par un bouchon à la sortie de la pompe, et ce dernier peut apparaître progressivement à cause de l'accumulation de la saleté et de la rouille dans la conduite;

	Terminologies	Valeurs	Incertitudes	
$A_T$	Section de la cuve	$0.436 \text{ m}^2$	$\delta_{A_T}$	0.004
$\rho_T$	Densité de l'eau dans la cuve	<i>variable</i>	$\delta_{\rho_T}$	0.02
$g$	Constante de gravité	$10 \text{ N/m}$	$\delta_g$	0
$c_p$	Chaleur spécifique à pression constante de l'eau	<i>variable</i>	$\delta_{c_p}$	0.015
$b$	Commande de la pompe	1	$\delta_b$	0
$k_1$	paramètre de la caractéristique de la pompe	$-8.33.10^{-7} \text{ m.s}$	$\delta_{k_1}$	0.05
$k_2$	paramètre de la caractéristique de la pompe	$0.97 \text{ kg/s}$	$\delta_{k_2}$	0.05
$Rz$	Résistance hydraulique de la conduite	$2550 \frac{\text{Pa.s}}{\text{kg}}$	$\delta_{Rz}$	0.02
$\lambda$	Conductivité thermique des parois de la chaudière	$0.174 \frac{\text{w}}{\text{m.k}}$	$\delta_\lambda$	0
$A_B$	Section de la chaudière	$1.887 \text{ m}^2$	$\delta_{A_B}$	0.0067
$A_{Bb}$	Section de la base de la chaudière	$0.183 \text{ m}^2$	$\delta_{A_{Bb}}$	0.00146
$e_B$	Epaisseur du métal de la chaudière	$0.008 \text{ m}$	$\delta_{\frac{1}{e_B}}$	0.085
$V_l$	Volume de l'eau dans la chaudière	<i>valeur mesurée</i>	$\delta_{V_l}$	0.006
$V_v$	Volume de la vapeur dans la chaudière	<i>Fonction</i>	$\delta_{V_v}$	0.006
$V_B$	Volume total de la chaudière	$0.175 \text{ m}^3$	$\delta_{V_B}$	0
$\rho_l$	Densité de l'eau	<i>Fonction</i>	$\delta_{\rho_l}$	0.02
$\rho_v$	Densité de la vapeur	<i>Fonction</i>	$\delta_{\rho_v}$	0.02
$h_l$	Enthalpie spécifique de l'eau	<i>Fonction</i>	$\delta_{h_l}$	0.023
$h_v$	Enthalpie spécifique de la vapeur	<i>Fonction</i>	$\delta_{h_v}$	0.023
$RS$	Résistance du thermoplongeur	$2.406 \Omega$	$\delta_{RS}$	0.01
$Ra$	Coefficient de transfert de chaleur	$2858 \text{ w}/^\circ\text{k}$	$\delta_{Ra}$	0.027

TAB. 5.3 – Valeurs nominales et incertitudes des paramètres.

- Introduction d'une fuite d'eau au niveau de la chaudière;
- Introduction d'une panne du thermoplongeur;

Les figures Figs. 5.32-(a), (b), (c) et (d) montrent respectivement les résidus  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ , et  $r_4$  en absence de défauts. Les résidus sont à l'intérieur des seuils de fonctionnement normal. On rappelle que ces derniers sont générés automatiquement en utilisant les parties incertaines des  $RRA_s$ .

La FIG. 5.33-(a) représente la valeur détectable de la fuite d'eau dans la cuve, qui est un défaut structurel noté  $Y_s$ . Elle est obtenue à partir de la partie incertaine de la  $RRA_1$  en utilisant l'équation (3.19) déduite de l'équation (3.17):

$$DI = |Y_s| - \sum |w_i|$$

Le défaut est détecté lorsque  $DI > 0$  ce qui donne:

$$|Y_s| > \sum |w_i|$$

et nous avons:

$$a_1 = |w_{C_{h1}}| = \left| -\delta_{A_T} \cdot \left( \frac{A_{T_n}}{\rho_{T_n} \cdot g} \cdot \frac{dP_1}{dt} \right) \right|$$

la valeur détectable de la fuite es alors déterminée comme suit:

$$|Y_s| > \left| -\delta_{A_T} \cdot \left( \frac{A_{T_n}}{\rho_{T_n} \cdot g} \cdot \frac{dP_1}{dt} \right) \right|$$

La FIG. 5.33-(b) montre le profil de la faute introduite, où la fuite apparaît de façon progressive. La FIG. 5.33-(c) montre la réaction du résidu  $r_1$  à la faute. Cette dernière est détectée lorsque l'influence de la fuite d'eau devient supérieure à celle de l'ensemble des incertitudes.

La FIG. 5.34-(a) représente le taux détectable de la faute sur le paramètre  $R_{z_1}$  noté  $Y_{R_{z_1}}$  obtenue à partir de la partie incertaine de la  $RRA_2$  en utilisant l'équation (3.18) déduite de l'équation (3.17):

$$|Y_i| > \frac{\sum |w_i|}{|e_{i_n}|}$$

$$|Y_{R_{z_1}}| > \frac{|w_{R_{z_1}}| + |w_{Rp}|}{|(R_{z_{1n}} \cdot F_3)^2|}$$

La FIG. 5.34-(b) montre la valeur nominale  $R_{z1n}$ , avec une faute progressive introduite entre les instants  $t = 4s$  et  $t = 16s$ . La FIG. 5.34-(c) montre la réaction du résidu  $r_2$  à la faute. Cette dernière est détectée lorsque le taux de déviation de  $R_{z1}$  par rapport à sa valeur nominale devient supérieur au taux détectable  $Y_{Rz1}$ .

La FIG. 5.35-(a) montre la valeur détectable d'une fuite d'eau dans la chaudière. La FIG. 5.35-(b) montre le profil de la faute introduite progressivement entre les instants  $t = 4s$  et  $t = 16s$ . La FIG. 5.35-(c) représente la réaction du résidu  $r_3$  à la faute, qui est détectée lorsque son influence devient supérieure à celle introduite par les incertitudes.

La FIG. 5.36-(a) représente le taux détectable d'un défaut sur l'élément  $RS$  noté  $Y_{RS}$ . La FIG. 5.36-(b) montre la valeur nominale de l'élément  $RS$ , avec une faute introduite progressivement entre les instants  $t = 4s$  et  $t = 16s$ . La FIG. 5.36-(c) montre la réaction du résidu  $r_4$  à cette faute. La faute est détectée lorsque le taux de déviation de  $RS$  par rapport à sa valeur nominale dépasse le taux détectable  $Y_{RS}$ .

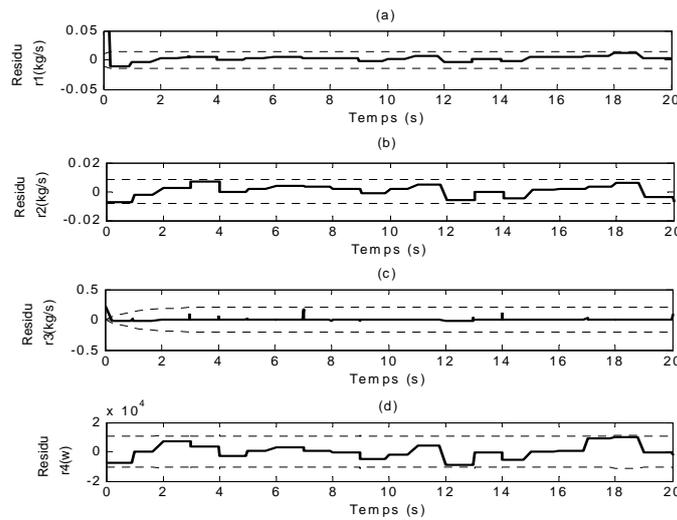


FIG. 5.32 – Résidus  $r_1, r_2, r_3$ , et  $r_4$  en absence de défauts

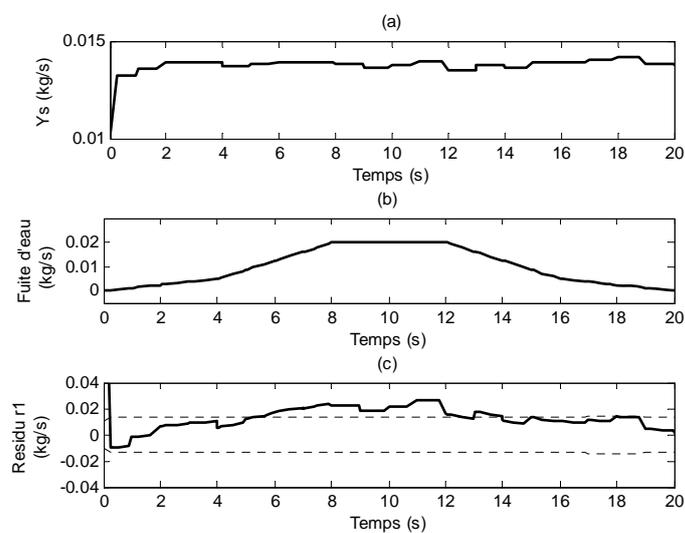


FIG. 5.33 – (a): Valeur détectable de la fuite d'eau dans la cuve. (b): Profil de la fuite introduite. (c): Réaction du résidu  $r_1$

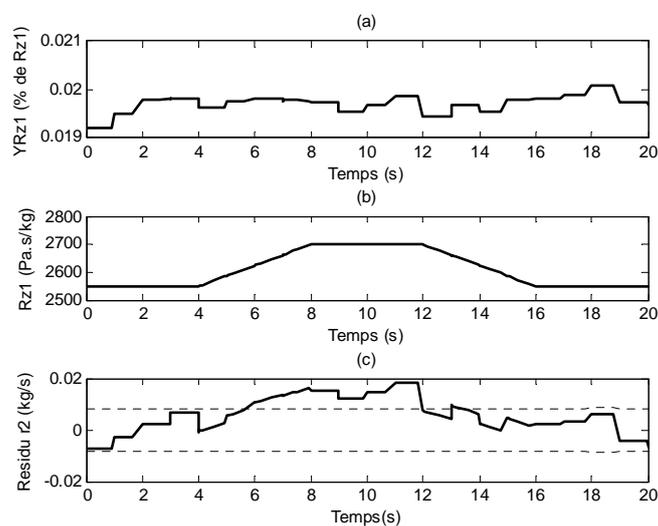


FIG. 5.34 – (a): Taux détectable de la faute  $YRz_1$ . (b): Profil de la faute introduite. (c): Réaction du résidu  $r_2$

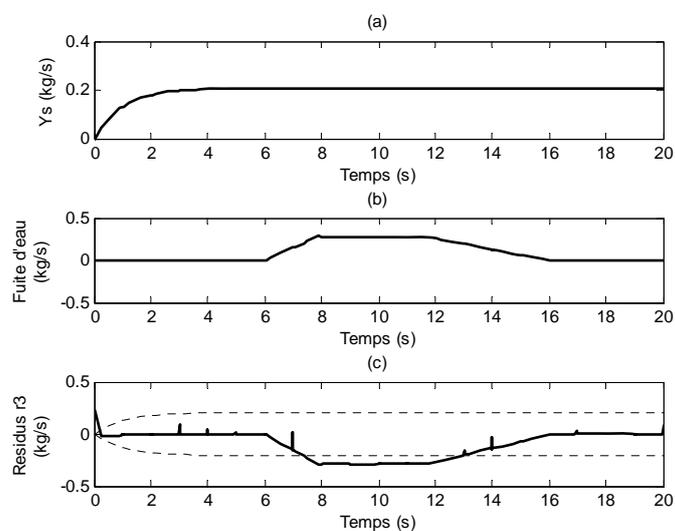


FIG. 5.35 – (a): Valeur détectable de la fuite d'eau dans la chaudière. (b): Profil de la fuite introduite. (c): Réaction du résidu  $r_3$

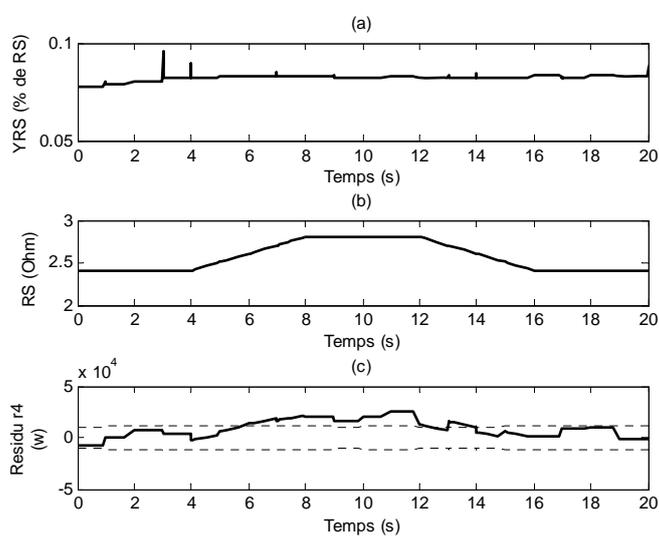


FIG. 5.36 – (a): Taux détectable de la faute  $YRS$ . (b): Profil de la faute introduite. (c): Réaction du résidu  $r_4$

	<b>Banc d'essai JEF</b>	<b>Générateur de vapeur</b>
<b>Type</b>	Stationnaire	Non stationnaire
<b>Modélisation</b>	Bond Graph	Pseudo Bond Graph
<b>Espace Paramétrique</b>	Simple : Identifiable par les méthodes récursives	Complexe : Méthodes récursives et Méthodes d'interpolation
<b>Dynamique</b>	Rapide	Lente
<b>Instrumentation</b>	Non redondante et précise	Redondante et moins précise (Capteurs de niveau, Système perturbé)
<b>Implémentation en temps réel</b>	Carte d'acquisition : D-Space et Matlab-Simulink	Carte d'acquisition : National Instrument, RTW et Matlab-Simulink
<b>Performances du diagnostic</b>	- Robustesse aux incertitudes paramétriques ; - Sensibilité aux défauts ; - Les performances sont obtenues sur toute la plage de fonctionnement du système.	- Robustesse aux incertitudes paramétriques ; - Sensibilité aux défauts ; - Les performances sont obtenues autour du point de fonctionnement choisi.

TAB. 5.4 – Comparaison des deux applications.

## 5.14 Conclusion

La modélisation BG LFT et le diagnostic robuste du générateur de vapeur sont présentés dans cette application. L'interaction des différents phénomènes est prise en considération grâce aux propriétés énergétiques de l'outil bond graph. L'utilisation de la forme LFT pour modéliser les éléments bond graphs a permis de générer automatiquement à partir du modèle, les résidus et les seuils adaptatifs de fonctionnement normal. L'analyse de la sensibilité des résidus aux défauts paramétriques et structurelles permet de déterminer les valeurs détectables des défauts, et de contrôler par conséquent les performances du diagnostic. Une comparaison des deux applications est donnée dans le tableau TAB. 5.4.



# Chapitre 6

## Conclusions générales et perspectives

### 6.1 Conclusions

Ce mémoire présente une contribution de la méthodologie bond graph pour l'élaboration d'algorithmes de diagnostic robustes aux incertitudes paramétriques. Ce travail de recherche est réalisé dans le cadre d'une thématique globale pour la conception intégrée de systèmes de supervision à base de modèles bond graphs.

Le choix de la forme LFT pour la modélisation des incertitudes paramétriques avec les bond graphs a permis d'utiliser un seul outil pour la génération systématique d'indicateurs de défauts incertains formels. Ces incertitudes paramétriques sont explicitement introduites sur le modèle physique grâce à son architecture graphique, ce qui permet d'afficher clairement sur le modèle leurs origines.

Les RRAs incertaines générées sont bien structurées, faisant apparaître séparément l'apport énergétique des incertitudes aux indicateurs de défauts et facilitant leurs évaluations dans l'étape de décision par le calcul des seuils adaptatifs de fonctionnement normal. Les performances du diagnostic sont contrôlées par une analyse de la sensibilité des résidus aux incertitudes et aux défauts. L'indice de détectabilité des défauts est défini pour estimer a priori la valeur détectable d'un défaut, permettant ainsi de mesurer l'impact du défaut sur un processus industriel. L'indice de sensibilité paramétrique est utilisé pour déterminer les paramètres qui ont le plus d'influence sur les résidus. D'un point de vue pratique, les champs d'applications de cette méthode sont très vastes grâce à l'aspect énergétique et multi physique des bond graphs, et à la forme LFT utilisée pour modéliser l'influence des incertitudes sur le système. La procédure développée est implémentée sur un outil logiciel afin d'automatiser la génération des modèles LFT et des RRAS incertaines.

Notre contribution peut donc se résumer par le titre suivant:

"Développement d'une procédure de diagnostic robuste aux incertitudes paramétriques"

Différents aspects ont été abordés

– l'analyse structurelle du modèle, qui nous a conduit à proposer une méthode permettant de vérifier l'état du couplage (sur-déterminé ou sous-déterminé) directement sur le modèle bond graph.

– le développement d'une méthode de génération et d'évaluation des résidus, constituée de trois étapes:

1) Génération symbolique des RRAs incertaines à partir d'un modèle BG-LFT propre, observable et sur-déterminé, en utilisant les propriétés causales et structurelles de l'outil bond graph.

2) Génération de seuils adaptatifs de fonctionnement normal des résidus sous forme d'une enveloppe en utilisant les propriétés de la valeur absolue, permettant ainsi d'assurer la robustesse aux fausses alarmes.

3) Développement d'une méthode d'analyse de la sensibilité des résidus aux défauts et aux incertitudes dans le but de contrôler et d'améliorer les performances du diagnostic vis-à-vis des non détections et des retards dans la détection des défauts.

Ces résultats ont ensuite conduit à une implémentation informatique de la méthode proposée sur un logiciel dédié aux bond graphs, de l'étape de modélisation jusqu'à l'étape de génération des RRAs incertaines. Cette approche a été mise en oeuvre sur des applications en temps réel correspondant à des systèmes de dynamiques et de complexités différentes.

Pour mettre en évidence la contribution de l'approche bond graph par rapport aux autres méthodes quantitatives, en particulier l'espace de parité et le filtrage, un tableau comparatif est proposé dans la TAB. 6.1

Un des avantages majeurs de l'approche bond graph développée dans ce manuscrit est qu'elle peut s'appliquer à des modèles non linéaires, à condition que l'on puisse faire apparaître explicitement l'incertitude paramétrique multiplicative dans les lois des composants.

## 6.2 Perspectives

Souvent les systèmes complexes sont non stationnaires, d'où la difficulté de développer des algorithmes de diagnostic couvrant toute leurs plages de fonctionnement. Le diagnostic robuste des systèmes non stationnaires est une thématique de perspective, qui peut être développée par une approche multi modèles. La difficulté dans ce genre d'approche se situe

	Filtrage	Espace de parité	Approche Bond Graph
<b>Performances recherchées</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Robustesse aux incertitudes ;</li> <li>• Sensibilité aux défauts</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Robustesse aux incertitudes ;</li> <li>• Sensibilité aux défauts</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Robustesse aux incertitudes ;</li> <li>• Sensibilité aux défauts</li> </ul>
<b>Modèle utilisé</b>	Modèle d'état linéaire	Modèle d'état linéaire	Modèle bond graph linéaire eu certaines classes de modèles BG non linéaire
<b>Espace paramétrique</b>	Les paramètres des RRAs n'ont pas une perception physique claire, car le modèle est une représentation d'état	Les paramètres des RRAs n'ont pas une perception physique claire, car le modèle est une représentation d'état	Les paramètres des RRAs correspondent à des phénomènes physiques bien définis sur le modèle, et leurs variations peuvent être associées à des défauts
<b>Démarche de diagnostic</b>	Eliminer l'influence des incertitudes sur les résidus en utilisant des filtres de bouclage à réponses bornées	Projection de l'espace d'état dans un espace appelé espace de parité, orthogonal à la matrice d'état et à la matrice des incertitudes	Génération automatique des RRAs robustes. Evaluation de l'énergie apportée par les incertitudes aux résidus, afin de générer des seuils adaptatifs de fonctionnement normal
<b>Hypothèses sur la nature des incertitudes</b>	Les incertitudes sont identifiables. Les incertitudes et les défauts n'agissent pas à la même fréquence	Les incertitudes sont identifiables. La matrice de parité orthogonale à la matrice des incertitudes n'est pas orthogonale à la matrice des défauts	Les incertitudes sont identifiables
<b>Apport énergétique des incertitudes</b>	Estimé à partir du traitement sur le spectre de fréquences des signaux d'incertitudes	Supposé connu et borné par une norme ou par un intervalle.	Estimé grâce aux propriétés causales, structurelles et énergétiques des bond graphs

TAB. 6.1 – Tableau comparatif de l'approche bond graph avec la méthode de l'espace de parité et la méthode du filtrage.

dans la transition discontinue entre les modèles qui génère de fausses alarmes.

Le pronostic est la deuxième thématique en perspective, car dans certains domaines comme le nucléaire et l'aéronautique, la détection de la présence d'une défaillance aussi précoce que possible ne peut que limiter les dégâts. Le challenge est donc de prévenir ces défaillances avant même qu'elles ne se manifestent, afin d'éviter tout danger sur les personnes et l'environnement.

# Chapitre 7

## Annexes

### 7.1 Généralités sur les bond graphs

#### 7.1.1 Définition

La méthodologie de la modélisation par bond graph est basée sur la caractérisation des phénomènes d'échange de puissance (par un lien) au sein d'un système. L'idée de la modélisation par bond graph est la représentation des puissances dissipées comme le produit flux-effort liées par les différentes jonctions pour reproduire les échanges au sein du système.

Il existe aussi quelques bond graphs, que nous verrons plus loin, où le produit effort par le flux n'est pas une puissance. Ils sont appelés pseudo bond graphs, et sont utilisés principalement pour la modélisation des phénomènes rencontrés en génie des procédés (thermiques, chimiques).

Les bond graphs permettent, à partir d'un système physique quelconque, d'obtenir une représentation graphique indépendante du domaine physique étudié.

La construction d'un modèle bond graph est réalisée en trois étapes.

La première étape consiste à décomposer le système à modéliser en sous-systèmes, associés aux différents composants technologiques. L'interconnexion des composants est assurée par des variables de liaison. Cette représentation est appelée bond graph à mot ou word bond graph. On peut dire que c'est l'étape technologique de la modélisation.

La deuxième étape consiste à reproduire graphiquement tous les phénomènes physiques pris en compte dans les hypothèses de modélisation. A ce niveau l'outil bond graph à vocation pluridisciplinaire, permet par sa nature graphique à l'aide d'un langage unique

de mettre en évidence la nature des échanges de puissance dans le système, tels que les phénomènes de stockage, de transformation et de dissipation d'énergie. L'ordre et le type de dynamique du système sont directement déduits du modèle bond graph. Enfin, grâce à son caractère évolutif, la structure du modèle graphique obtenu, peut être modifiée par simple ajout d'éléments (de frottement, d'inerte, compressibilité,...etc). Ce niveau constitue une étape physique.

La troisième étape consiste à écrire les lois constitutives des composants ou des phénomènes, en tenant compte des causalités affectées, c'est la représentation mathématique.

## 7.1.2 Eléments Bond Graphs à un port

### 7.1.2.1 Représentation

Dans chaque système fermé, il y a non seulement conservation de l'énergie, mais aussi continuité de puissance. On représente le flux d'énergie entre deux systèmes  $A$  et  $B$  en liaison, par un lien de puissance, désigné par le symbole visible figure FIG. 7.1 qui caractérise le "bond" (ou lien) du bond graph. Le sens de la demi-flèche correspond à la direction de la puissance  $P$  échangée.

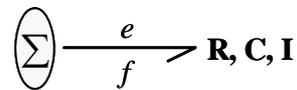


FIG. 7.1 – Représentation d'un élément bond graph 1 port

### 7.1.2.2 Utilisation des variables dans la modélisation bond graph

Les variables mises en jeu dans la modélisation par bond graph sont:

1. Variables de liaison: la puissance échangée  $P$  s'exprime par le produit de deux variables dites de puissance, l'effort ( $e$ ) et l' flux ( $f$ ):

$$P = e.f$$

Domaine	Effort	Flux	Impulsion	Déplacement
	[Unités]	[Unités]	[Unités]	[Unités]
	$e(t)$	$f(t)$	$p(t)$	$q(t)$
<i>Electrique</i>	Tension	Courant	flux magnétique	charge électrique
	[Volt]	[Ampere]	[Weber]	[Coulomb]
<i>mécanique</i> de rotation	Couple	Vitesse angulaire	Impulsion angulaire	Angle
	[N.m]	[Rad/s]	[N.s]	[Rad]
<i>mécanique</i> de translation	Force	vitesse linéaire	impulsion	distance
	[N]	[m/s]	[N.s]	[m]
<i>hydraulique</i>	Pression	débit volumique	impulsion de	Volume
	[Pa]	[m <sup>3</sup> /s]	pression [Pa.s]	[m <sup>3</sup> ]
<i>Thermique</i>	Tempé- -rature [K]	Flux de chaleur [J/s]	-	Energie calorifique [J]
<i>Thermody- namique</i>	Tempé- -rature [K]	Flux d'entropie [J/(K.S)]	-	Entropie [J/K]
<i>Chimique</i>	Potentiel chimique	Débit molaire	-	Nombre de moles
	[J/mole]	[Mole/s]		[Mole]
<i>Economique</i>	Prix unitaire des marchandises	Taux de flux des marchandises	Impulsion économique	Inventaire

TAB. 7.1 – Variables utilisées dans la modélisation bond graph.

2 Variables d'énergie : elles sont définies par les relations intégrales suivantes :

$p(t)$  l'impulsion ou la quantité de mouvement généralisé,

$$p(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad p(0) \quad (7.1)$$

et  $q(t)$  le déplacement généralisé,

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau, \quad q(0) \quad (7.2)$$

La signification des variables citées pour les principaux domaines est indiquée par la TAB.7.1.

On distingue les éléments bond graphs suivants : passifs, actifs, et de jonction.

### 7.1.2.3 Elements passifs

Ils dissipent de la puissance. La demi-flèche est normalement représentée entrant dans ces éléments. Ces éléments sont désignés par  $R$ ,  $C$  et  $I$ .

- *Résistance  $R$* : modélise tout phénomène physique liant l'effort et le flux. Citons à titre d'exemple résistance électrique, diode, restriction hydraulique, frottement, résistance thermique. La loi linéaire ou non linéaire est sous forme:

$$\Phi_R(e, f) = 0 \quad (7.3)$$

**Exemple 7.1.1** la loi d'ohm  $U = R.i$  en électricité, ou de Bernoulli  $P = K_D.\dot{V}^2$  en hydraulique, ou de Fourier en thermique  $\Delta T = K_C.\dot{Q}$ .

Les représentations graphiques respectives sont données par la figure 7.2.

- *Capacité  $C$* : modélise tout phénomène physique liant l'effort au déplacement; exemple : ressort, condensateur, accumulateur, réservoir de stockage, phénomène de compressibilité.  $C$  est un élément de stockage d'énergie.

$$\Phi_C(e, q) = 0 \quad \text{ou} \quad \Phi_C\left(e, \int f(\tau) d\tau\right) = 0 \quad (7.4)$$

**Exemple 7.1.2**  $u = \frac{1}{C} \int i dt$  ou  $u = \frac{q}{C}$  en électricité,  $P = \frac{V}{C}$  ou  $P = \frac{1}{C} \int \dot{V} dt$  en hydraulique et  $T = \frac{1}{C} \int \dot{Q} dt$  en thermique FIG. 7.2.

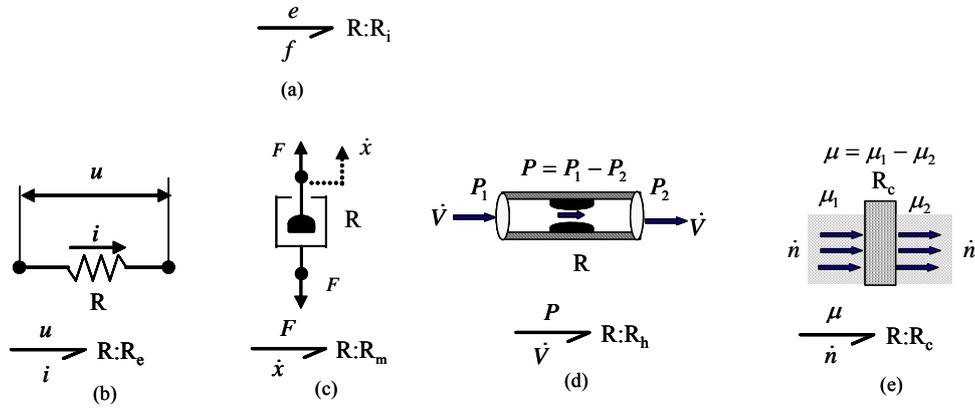


FIG. 7.2 – Représentations graphiques d'un élément  $R$

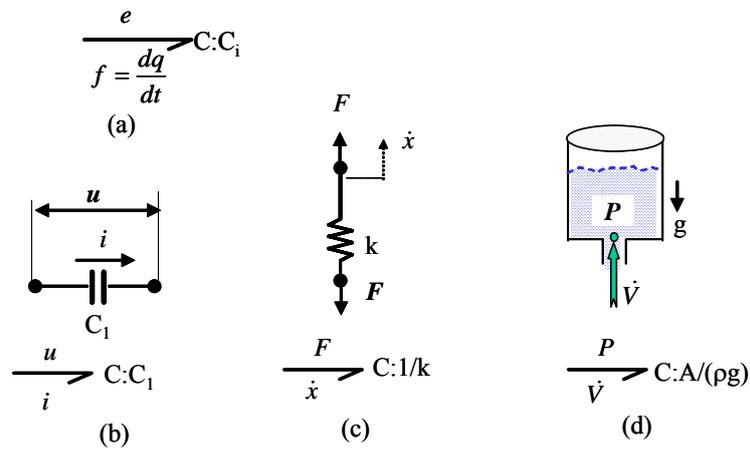


FIG. 7.3 – Représentations graphiques d'un élément  $C$

- *Inertie I*: modélise tout phénomène d’inertie liant le flux à l’impulsion. I est un élément de stockage d’énergie. Exemple : masse en translation, inductance, inertance d’un liquide. La relation est de la forme:

$$\Phi_I(p, f) = 0 \quad \text{ou} \quad \Phi_I\left(f, \int e(\tau) d\tau\right) = 0 \quad (7.5)$$

**Exemple 7.1.3**  $u = L \cdot \frac{di}{dt}$  ou  $\phi = L \cdot i$  en électricité et  $P = \frac{\rho \cdot l}{A} \cdot \dot{V}$  en hydraulique.

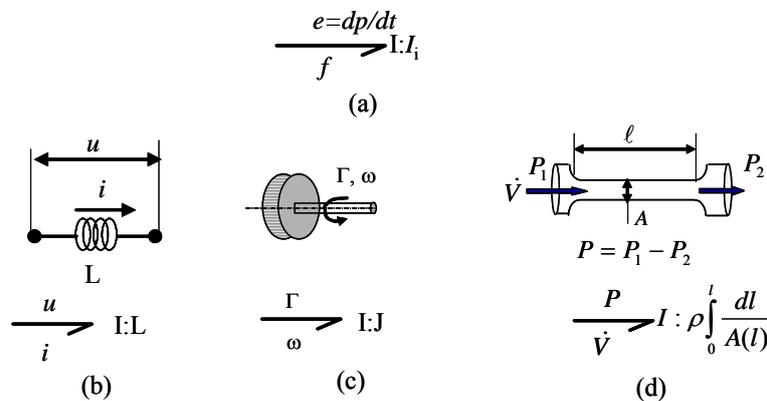


FIG. 7.4 – Élément  $I$  inertiel. (a): Modèle bond graph. (b): Exemple électrique, (c): Exemple mécanique (d): Exemple hydraulique.

Les éléments  $I$  et  $C$  sont tous les deux associés à un stockage d’énergie. Mais contrairement à  $C$ , dans l’élément  $I$ , l’énergie ne se conserve pas lorsque la variable du flux disparaît : l’énergie est stockée grâce à la dynamique du système.

#### 7.1.2.4 Éléments actifs

Les éléments actifs sont des sources qui fournissent de la puissance au système. On distingue les sources d’effort  $Se$  (tel que générateur de tension) et les sources de flux  $Sf$  (générateur de courant, vitesse appliquée). On les désigne par la FIG. 7.5.

L’orientation de la demi-flèche est fixée et supposée toujours sortant de la source.



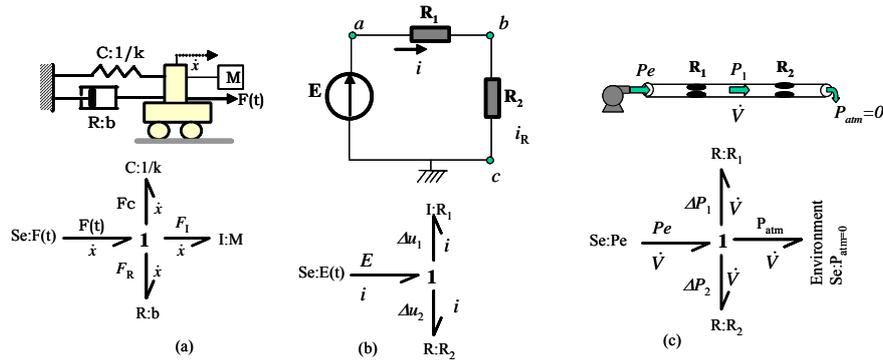


FIG. 7.7 – Jonction 1. (a): Système mécanique. (b): Système électrique. (c): Système hydraulique.

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot e_i \cdot f_i = 0 \tag{7.6}$$

avec  $a_i = \pm 1$  suivant que la demi-flèche est entrante ou sortante de la jonction.

### 7.1.3 Eléments bond graphs à 2 ports

#### 7.1.3.1 Transformateur TF

L'élément  $TF$  est un élément à deux ports qui modélise les éléments transformateurs de puissance tels qu'un transformateur électrique, un système d'engrenage ou un bras de levier (FIG. 7.8). Si le module  $m$  n'est pas constant, le transformateur est dit modulé et est noté par  $MTF$ , la variable  $m$  peut alors être continue ou booléenne (0,1).

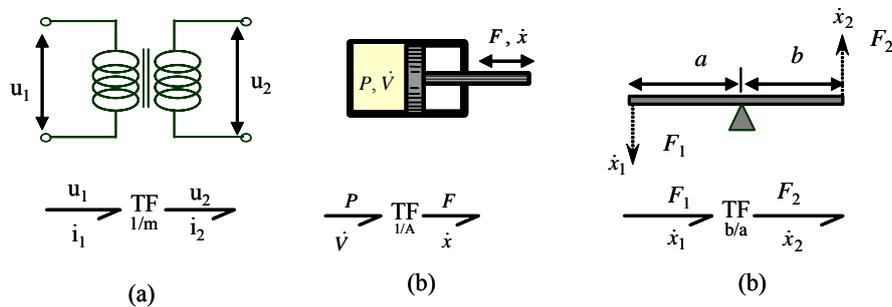


FIG. 7.8 – Elément TF. (a): Transformateur électrique. (b): Piston hydraulique. (c): Levier.

### 7.1.3.2 Gyrateur GY

Cet élément est un 2-ports représenté par la figure 7.9.

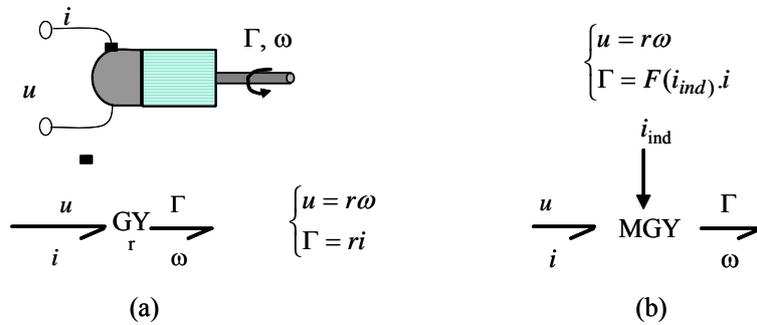


FIG. 7.9 – (a): Gyrateur. (b): Gyrateur modulé

### 7.1.3.3 Liens d'information

Lorsqu'une des variables effort ou flux est très faible, la puissance transmise est négligeable, on représente alors le signal transmis (par un capteur, un intégrateur, un sommateur) par un lien d'information (FIG. 7.10-(c)). Les capteurs d'effort  $D : De$  et de flux  $D : Df$  sont représentés par la FIGs. 7.10-(a) et (b).

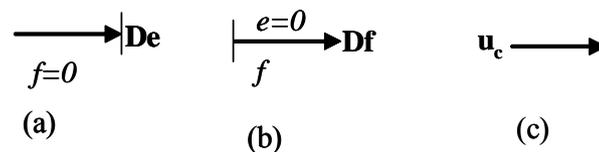


FIG. 7.10 – (a): détecteur d'effort et (b): détecteur de flux. (c): Lien d'information.

### 7.1.4 Notion de causalité

Une propriété importante du bond graph par rapport aux représentations graphiques est la possibilité de mettre en évidence les relations de cause à effet au sein du système. Celles-ci sont mises en évidence par le trait causal placé perpendiculairement au lien. Le trait indique par convention le sens dans lequel l'effort est connu, le flux étant toujours considéré comme connu dans le sens opposé au trait causal.

Dans notre cas (FIG. 7.11-a),  $A$  applique à  $B$  un "effort"  $e$ , qui réagit en envoyant à  $A$  un "flux"  $f$ . L'effort imposé par  $A$  est une donnée pour  $B$ . La notion de causalité en bond graph permet de résoudre le niveau algorithmique de la modélisation en choisissant par exemple des causalités intégrales (la résolution numérique d'une intégration étant plus simple que la dérivation).

Soulignons que la position du trait causal est indépendante du sens de la demi-flèche.

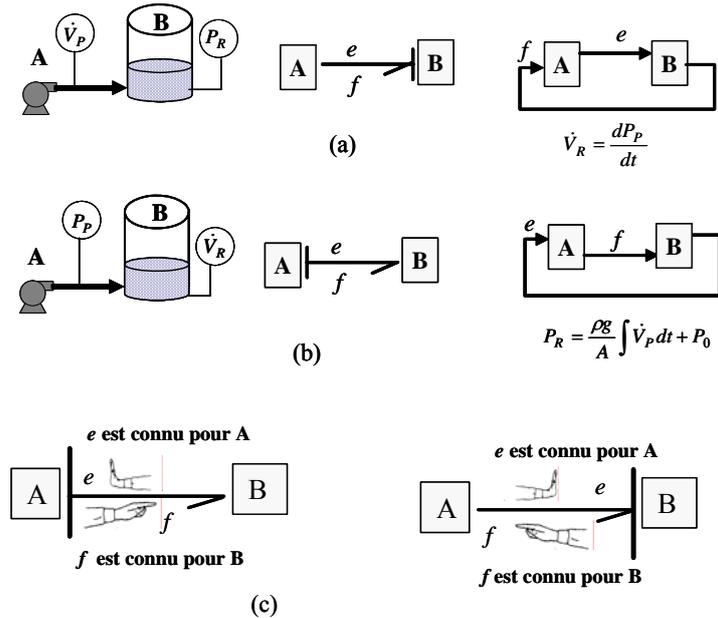


FIG. 7.11 – Causalités en bond graph. (a) Effort connu pour  $B$ . (b) Flux connu pour  $B$ . (c) Règle de causalité

#### 7.1.4.1 Règle d'affectation de la causalité

Les relations de cause à effet associées à leurs schémas bloc ainsi que les règles d'affectation des causalités pour les éléments de bond graph sont présentées par les tableaux TAB. 7.2. La procédure d'affectation des causalités SCAP (Sequential causality application procedure) est effectuée comme suit *G. Dauphin-Tanguy (2000) [13]*:

1. Affecter la causalité aux sources,
2. Mettre les éléments  $I$  et  $C$  en causalité intégrale et affecter la causalité obligatoire sur les  $R$  non linéaires et répercuter sur l'environnement. On essaiera toujours d'affecter aux éléments  $C$  et  $I$  une causalité associée à une loi de type intégrale car il est plus aisé et

---

plus robuste d'intégrer que de dériver.

3. Affecter les causalités aux jonctions 0,1,  $TF, GY$ .
4. Affecter les causalités aux éléments  $R$  linéaires en fonction des possibilités restantes.
5. Rechercher les conflits de causalité. En cas de conflit, reprendre en 2 et modifier la causalité sur l'élément  $I$  ou  $C$  origine du conflit. Quelquefois, on est contraint d'ajouter des éléments  $C$  ou  $I$  (pouvant représenter un phénomène physique) pour obtenir une causalité intégrale.

Element	Bond graph	Causal equation	Bloc diagrams	Rule
Effort source	$Se:e \rightarrow$	$e$ known		L'effort (ou flux) imposé par la source d'effort (ou de flux) est une donnée connue par le système.
Flow source	$Sf:f \leftarrow$	$f$ known		<i>Règle : La causalité est obligatoire</i>
Junction 0		$\begin{cases} e_2 = e_1 \\ e_3 = e_1 \\ e_4 = e_1 \\ f_1 = -f_2 + f_3 - f_4 \end{cases}$		Un seul effort peut donner sa valeur aux autres, (ici $e_1$ ). <i>Règle: Un seul trait causal près de la jonction 0.</i>
Junction 1		$\begin{cases} f_2 = f_1 \\ f_3 = f_1 \\ f_4 = f_1 \\ e_1 = -e_2 + e_3 - e_4 \end{cases}$		Un seul flux peut donner sa valeur aux autres (ici $f_1$ ). <i>Règle: Un seul lien sans trait causal près de la jonction 1.</i>
TF		$\begin{cases} e_1 = me_2 \\ f_2 = mf_1 \\ e_2 = \frac{1}{m} e_1 \\ f_1 = \frac{1}{m} f_2 \end{cases}$		Un effort et un flux sont imposés au TF <i>Règle : Un seul trait près de TF</i>
GY		$\begin{cases} e_1 = rf_2 \\ e_2 = rf_1 \\ f_2 = \frac{1}{r} e_1 \\ f_1 = \frac{1}{r} e_2 \end{cases}$		Deux flux ou deux efforts sont imposés au GY <i>Règle : Deux trait ou aucun trait près de GY</i>
C		$\begin{aligned} e &= \Phi_C(\int f dt) = \Phi_C(q) \\ f &= \frac{d}{dt}(\Phi_C^{-1}(e)) \end{aligned}$		Causalité intégrale préférentielle Causalité dérivée préférentielle
I		$\begin{aligned} f &= \Phi_I(\int e dt) = \Phi_I(p) \\ e &= \frac{d}{dt}(\Phi_I^{-1}(f)) \end{aligned}$		Causalité intégrale préférentielle Causalité dérivée
R		$\begin{aligned} e &= \Phi_R(f) \\ f &= \Phi^{-1}_R(e) \end{aligned}$		Causalité résistance Causalité conductance

TAB. 7.2 – Causalité des éléments bond graph.

### 7.1.4.2 Chemin causal

**Définition 6** Un *chemin causal* dans une structure de jonction  $(0,1,TF$  ou  $GY)$  est une alternance de liens et d'éléments de base ( $R, C$  ou  $I$ ), appelés nœuds telle que tous les nœuds ont une causalité complète et correcte, et deux liens du chemin causal ont en un même nœud des orientations causales opposées. Suivant la causalité, la variable traversée est l'effort ou le flux. Pour changer cette variable il faut passer par un élément de jonction  $GY$ , ou par un élément passif ( $I, C$  ou  $R$ ).

**Définition 7** Un *chemin causal* est dit *simple* s'il est parcouru en suivant toujours la même variable. Il existe donc pour une même séquence de liens et de nœuds, deux chemins en suivant soit l'effort soit le flux (FIG. 7.12)

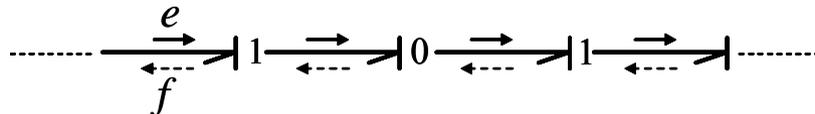


FIG. 7.12 – Chemin causal simple en suivant l'information "effort"  $\rightarrow$  ou l'information flux  $\leftarrow$

**Définition 8** Un *chemin causal* est *mixte* s'il faut changer de variable lors du parcours. C'est le cas en présence d'un  $GY$ , où le chemin est appelé *mixte direct* (FIG. 7.13) ou lorsqu'il faut traverser un élément  $R, C$  ou  $I$ , ce qui correspond à un *chemin mixte indirect* (FIG. 7.14).

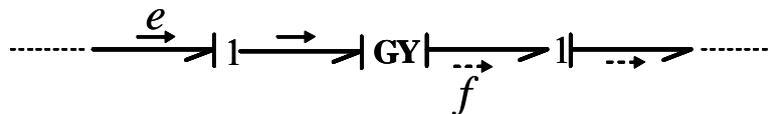
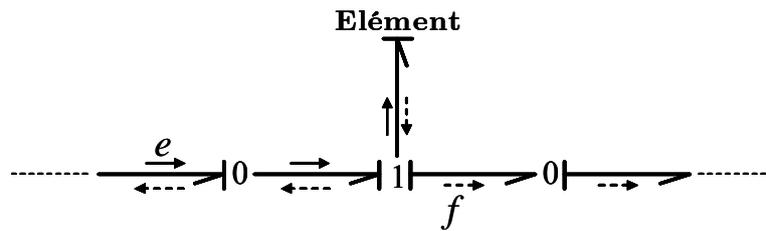


FIG. 7.13 – Chemin causal mixte direct

## 7.1.5 Bond graph bicausal

Généralement, la causalité impose un certain nombre de règles de propagation du flux et de l'effort dans le modèle comme indiqué plus haut. Cette causalité implique que si

FIG. 7.14 – *Chemin causal mixte indirect*

l'effort est connu dans un sens, alors le flux est connu dans le sens opposé. Ceci n'est vrai que si nous connaissons les valeurs des composants constituant le bond graph. Dans le cas contraire, il est nécessaire de définir d'autres règles d'affectation de causalité. *P. J. Gawthrop (1995) [28]* propose une généralisation de l'affectation de la causalité en divisant le trait causal en deux, la moitié supérieure indique le sens de propagation de l'effort et la moitié inférieure le sens de propagation du flux comme le montre la FIG. 7.15.

FIG. 7.15 – *Bond graph bicausal*

Dans le cas de la FIG. 7.15, la causalité de  $R$  indique que les flux et efforts sont entrants (donc connus), ce qui permet de calculer la valeur de la résistance  $R$ .

La causalité de la source d'effort indique que la source d'effort est imposée et que le flux est connu grâce à un capteur de flux par exemple. Il est aussi possible d'affecter une bicausalité pour un élément  $C$ , cependant il faudrait ajouter un capteur d'effort (au niveau de ce composant).

### 7.1.6 Equations d'état associées au modèle bond graph

Le vecteur d'état, noté  $x$ , est composé des variables d'énergie  $p$  et  $q$  associées aux éléments  $I$  et  $C$ .

$$x = \begin{bmatrix} p_I \\ q_C \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

### 7.1.6.1 Propriétés des variables d'état

- Le vecteur d'état n'apparaît pas sur le bond graph, mais seulement sa dérivée:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} e_I \\ f_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}_I \\ \dot{q}_C \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

- La dimension  $n$  du vecteur d'état  $x$  est égale au nombre d'éléments  $I$  et  $C$  en causalité intégrale,
- Si parmi les  $n$  éléments  $I$  et  $C$ ,  $n_1$  sont en causalité dérivée, alors l'ordre du modèle est égal à  $n - n_1$  et le vecteur  $x$  se décompose en  $x_i$  et  $x_d$  ( $i$  pour "intégrale" et  $d$  pour "dérivée").

# Bibliographie

- [1] O. Adort, D. Maquin, J. Ragot. (1999). 'Fault detection with model parameter structured uncertainties'. European Control Conference ECC'99.
- [2] O. Adort, D. Maquin, J. Ragot. (2000). 'Diagnosis of an uncertain static system'. Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney. NSW. Australia. pp. 4150-4154.
- [3] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Fereres. (1999). 'Robustesse et Commande Optimale'. Cépadués-Editions ISBN. 2.85428.516.6.
- [4] J. Armengol, L. T. Massuyès, J. Vehi, J. L. de la Rosa. (2000). 'A survey on interval model simulators and their properties related to fault detection'. Annual Review in Control. 24. pp. 31-39.
- [5] K. J. Aström, R. D. Bell. (2000). 'Drum-boiler dynamics', Automatica, Vol. 36. pp. 363-378.
- [6] M. Basseville. (1998). 'On-board element fault detection and isolation using the statistical local approach'. Automatica, vol. 34. No.11. pp. 1359-1373.
- [7] M. Basseville, I. Nikiforov. (1993). 'Detection of abrupt changes: Theory and applications'. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [8] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, M. Staroswiecki. (2003). 'Diagnosis and Fault-Tolerant Control'. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. ISBN 3-540-01056-4.
- [9] M. Blanke, T. Lorentzen. (2006). 'SATOOL- A Software Tool For Structural Analysis of Complex Automation Systems'. Proceeding of the 2006 IFAC World Congress. pp. 673-678.
- [10] W. Borutzky, G. Dauphin-Tanguy, (2004), 'Incremental bond graph approach to the derivation of state equations for robustness study', Simulation Modelling Practice and Theory, Vol. 12(1), 41-60.

- 
- [11] J. F. Broenink (1999). '20-Sim software for hierarchical bond graph/block-diagram models'. *Simulation Modelling Practice and Theory*. Vol. 7. pp. 481-492.
- [12] G. Dauphin-Tanguy. C. Sié Kam (1999). 'How to Model Parameter Uncertainties in a Bond Graph Framework'. ESS'99, Erlangen. Germany. pp. 121-125
- [13] G. Dauphin-Tanguy. (2000). 'Les bond graphs', HERMES Science Publications Paris. ISBN 2-7462-0158-5.
- [14] L. J. De Miguel, L. F. Blazquez. (2005). 'Fuzzy logic-based decision-making for fault diagnosis in a DC motor'. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. Vol.18. pp. 423-450.
- [15] S. X. Ding, E. L. Ding, T. Jeinsch, P. Zhang. (2000). 'An Approach to a Unified Design of FDI Systems'. Asian Control Conference, Shanghai, China.
- [16] S. X. Ding, P. P. Frank. (2002). 'An Approach to the Detection of Multiplicative Faults in Uncertain Dynamic Systems'. *Proceeding of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas, Nevada USA. pp. 4371-4376.
- [17] S. X. Ding, E. Allas, S. Schneider, Y. Ma, T. Jeinsch, E. L. Ding. (2006). 'An Introduction to Matlab-Based FDI-Toolbox'. *Proceeding of the 2006 IFAC World Congress*. pp. 697-702.
- [18] M. A. Djeziri, R. Merzouki, B. Ould Bouamama, G. Dauphin Tanguy (2006). 'Fault Detection of Backlash Phenomenon in Mechatronic System with Parameter Uncertainties using Bond Graph Approach', *Proceeding of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation Luoyang, China*. pp. 600-605.
- [19] M. A. Djeziri, R. Merzouki, B. Ould Bouamama, G. Dauphin Tanguy (2007). 'Bond Graph Model Based For Robust Fault Diagnosis', *Proceeding of the 2007 American Control Conference New York City, USA*. pp. 3017-3022.
- [20] M. A. Djeziri, A. Aitouche, B. Ould Bouamama. (2007). 'Sensor Fault Detection of Energetic System using Modified Parity Space Approach', *Proceeding of the 2007 Control and Decision Conference New Orleans, Louisiana, USA*.
- [21] M. A. Djeziri, B. Ould Bouamama, R. Merzouki. (2007). '*Modeling and Robust FDI of Steam Generator Using Bond Graph Aproch*', *Journal of Process Control*. In Press, Corrected Proof.
- [22] A. Edelmayer, J. Bokor, L. Keviczky. (1994). 'An  $H_\infty$  filtering approach to robust detection of failures in dynamical systems'. *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*. IEEE, New Orleans, USA.

- 
- [23] A. Edelmayer, J. Bokor, L. Keviczky. (1996). 'H<sub>∞</sub> detection filter design for linear systems: Comparison of two approaches'. Proceeding of the 13th IFAC World Congress, San Francisco, USA.
- [24] P. Frank, J. Wuennenberg. (1989). 'Fault Diagnosis in Dynamic Systems'. Chap. Robust Fault Diagnosis using Unknown Input Observer Schemes. pp. 46-98. Prentice Hall.
- [25] P. Frank, X. Ding. (1997). 'Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems'. J. Process Control. Vol 7 (6). pp. 403-424.
- [26] E. Frisk, M. Krysander, M. Nyberg, J. Aslund. (2006). 'A Toolbox For Design of Diagnosis Systems'. Proceeding of the 2006 IFAC Wold Congress. pp. 703-708.
- [27] F. J. Garcia, V. Izquierdo, L. J. de Miguel, J. R. Peran. (2000). 'Fault-diagnostic system using analytical fuzzy redundancy'. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol.13. pp. 441-450.
- [28] P. J. Gawthrop. (1995). 'Bicausal Bond Graphs'. International conference on Bond Graph Modeling (IBGM'95), Las Vegas, USA. pp. 83-88.
- [29] J. J. Granda. (2003). 'The camp-G/Matlab-Simulink computer generated solution of bond graph derivative causality.'. In: Proc. ICBGM'03, Simulation Series. Vol. 35(2). pp. 163-171. ISBN: 1-56555-257-1.
- [30] H. Hammouri, M. Kinnaert, E. H. El Yaagoubi. (1999). 'Observer- Based Approach to Fault Detection and Isolation for Nonliner Systems'. IEEE Transactions on Automatics Control. Vol. 44. pp. 1879-1884.
- [31] Z. Han ,W. Li , S. L. Shah. (2002). 'Fault detection and isolation in the presence of process uncertainties'. 15th IFAC Wold Congress. pp.1887-1892.
- [32] D. Henry, A. Zolghari, F. Gastang, M. Monsion (2001). 'A New Multi-Objective Filter Design For Garanteed Robust FDI Performance'. Proceeding of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida USA. pp. 173-178.
- [33] D. Henry, A. Zolghari. (2006). 'Norm-based design of robust FDI schemes for uncertain systems under feedback control: comparison of two approaches'. Control engineering practice Vol. 14. pp. 1081-1097.
- [34] C. Jiang, D. H. Zhou. (2005). 'Fault Detection and Isolation for Uncertain Linear Time-delay Systems'. Computer and Chemical Engineering. Vol. 30. pp. 228-242.
- [35] A. Johansson, M. Bask, T. Norlander. (2006). 'Dynamic Threshold Generators for

- 
- Robust Fault Detection in Linear Systems with Parameter Uncertainty'. *Automatica*. 42 (2006). pp. 1095-1106.
- [36] K. Hsing-Chia, C. Hui-Kuo. (2004). 'A new symbiotic evolution-based fuzzy- neural approach to fault diagnosis of marine propulsion systems.'. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol.17. pp. 919-930.
- [37] D. C. Karnopp, D. Margolis and R. Rosenberg. (1990). 'Systems Dynamics: A Unified approach'. John Wiley, New York, second edition, 1990.
- [38] J. Korbicz, J. M. Koscielny, Z. Kowalczyk, W. Cholewa. (2004). 'Fault Diagnosis: Models, artificial intelligence methods, applications'. Springer 2004.
- [39] J. M. Koscielny, M. Syfert, P. Wnuk. (2006). 'Advanced Monitoring and Diagnostic System "AMandD"'. *Proceeding of the 2006 IFAC World Congress*. pp.679-684.
- [40] J. M. Koscielny, M. Syfert. (2003). 'On-line fault isolation algorithm for industrial processes'. *Preprints of: 5th IFAC Symposium SAFEPROCESS'2003*, pp. 777-782, Washington D.C, USA.
- [41] I. D. Landau. (1998). 'Identification des systèmes'. Editions HERMES, Paris. ISBN. 2-86601-683-1.
- [42] L. Li, D. Zhou. (2004). 'Fast and Robust Fault Diagnosis for a Classe of Nonlinear Systems: Detectability analysis'. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 28. pp. 2635-2646.
- [43] R. Mangoubi, B. Appelby, J. Farrell. (1992). 'Robust estimation in fault detection'. *Proceeding of the 31st Conference on Decision and Control*. IEEE, Tucson, Arizona, USA.
- [44] R. Mangoubi. (1998). 'Robust Estimation and Failure Detection: a Concise Treatment'. Springer, Berlin.
- [45] R. Merzouki, J. C. Cadiou. (2005). 'Estimation of backlash phenomenon in the electromechanical actuator'. *Control Engineering Practice*, 13. pp. 973-983.
- [46] A. Mukherjee, R. Karmakar. (2000). 'Modelling and Simulation of Engineering Systems Through Bond Graph'. Norosa Publishing House.
- [47] A. Mukherjee, A. K. Samantaray. (2001). 'System modelling through bond graph objects on SYMBOLS 2000'. In: *Proc. ICBGM'01, Simulation Series*. Vol. 33(1). pp. 164-170. ISBN. 1-56555-103-6.
- [48] A. Ordys. (1994). 'Modeling and Simulation of Power Generation Plants'. Springer Verlag, Germany.

- 
- [49] B. Ould Bouamama. (2002). 'Modélisation et supervision des systèmes en génie des procédés, Approche bond graph'. mémoire de HDR. Laboratoire d'Automatique et Informatique Industrielle de Lille, USTL.
- [50] B. Ould Bouamama. (2003). 'Bond graph approach as analysis tool in thermofluid model library conception'. Journal of The Franklin Institute. Vol. 340. pp. 1-23.
- [51] B. Ould Bouamama, A. K. Samantaray, M. Staroswiecki, G. Dauphin-Tanguy. (2005). 'Derivation of constraint relations from bond graph models for fault detection and isolation'. in:Proc. ICBGM'03,Simulation Series, vol. 35, no. 2, pp.104-109, ISBN. 1-56555-257-1.
- [52] B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki, A. K. Samantaray. (2006). 'Software for Supervision System Design in Process Engineering'. IFAC World Congress 2006. pp.691-695.
- [53] A. Oustaloup. (1994). 'La robustesse.'. Hermès ISBN. 2.86601.442.1.
- [54] S. Ploix. (1998). 'Diagnostic des systèmes incertains: l'approche bornante.', Ph.D. de I.N.P.L, C.R.A.N.
- [55] R. J. Patton, J. Chen. (1997). 'Observer based fault detection and isolation: Robustness and Applications.'. Control Engineering Practice, Vol. 5(5). pp. 671-682.
- [56] F. Rambeaux, F. Hamelin, D. Sauter. (2000). 'Optimal thresholding for robust fault detection of uncertain systems'. International Journal of Robust and Nonlinear Control?. Vol 10. pp. 1155-1173.
- [57] M. Rank, H. Niemann. (1999). 'Norm based design of fault detectors'. International Journal of Control, Vol. 72(9). pp.773-783.
- [58] R. Redheffer. (1960). 'On a certain linear fractional transformation'. EMJ. Maths and phys. 39, pp. 269-286.
- [59] S. Rimaux, B. Ould Bouamama, G. Dauphin-Tanguy. (1996). 'Bond graph model of the shrink and swell phenomenon in a PWR nuclear power plant'. In IEEE-SMC, IMACS Multiconference CESA'96, pp. 288-292,Lille, France.
- [60] R. C. Rosenberg. (1974). 'A User's Guide to ENPORT-4'. Wiley, New York.
- [61] A. P. Rothstein, M.Posner, H.B.Rakityanska. (2005). 'Cause and effect analysis by fuzzy relational equations and a genetic algorithm'. Reliability Engineering and System Safety.
- [62] A. K. Samantaray, K. Medjaher, B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki and G. Dauphin-Tanguy. (2006). 'Diagnostic bond graphs for online fault detection and iso-

- 
- lation'. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 14, Issue 3, April 2006. pp. 237-262..
- [63] A. K. Samantaray, K. Medjaher, B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki, G. Dauphin-Tanguy. (2005). 'Element based modelling of thermofluid system for sensor placement and fault detection'. *SIMULATION*. 80 (7\_8) 381-398.
- [64] C. Sié Kam (2001). 'Les Bond Graphs pour la Modélisation des Systèmes Linéaires Incertains'. Thèse de doctorat. USTLille1-ECLille. Décembre 2001. N° d'ordre 3065.
- [65] C. Sié Kam , G. Dauphin-Tanguy. (2001). 'Bond graph Tool for Standard Interconnection Structure Determination'. *WMC SCS ICBGM 2001*, Phoenix-Arizona. USA. pp. 33-40.
- [66] C. Sié Kam , G. Dauphin-Tanguy. (2005). 'Bond graph models of structured parameter uncertainties'. *Journal of the Franklin Institute*. Vol.342. pp. 379-399.
- [67] T. Soderstrom, P. Stoica. (1989). 'System Identification'. Prentice Hall International.
- [68] M. R. Spiegel. (2002), 'Statistique'. The McGraw-Hill Companies, Inc. ISBN. 2-10-0006515-7.
- [69] C. Sueur, G. Dauphin-Tanguy. (1989). 'Structural Controllability and Observability of linear Systems Represented by Bond Graphs'. *Journal of Franklin Institute*. Vol. 326. pp. 869-883.
- [70] J. U. Thoma. (1990). 'Simulation by bon graphs. Introduction to a graphical method'. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [71] J. U. Thoma, B. Ould Bouamama. (2000). 'Modelling and Simulation in Thermal and Chemical Engineering, Bond graph Approach'. Springer Verlag, 2000.
- [72] L. Tylee. (1983). 'Pseudo bond graph representation of PWR pressurised dynamic'. *Trans. ASME J. Dynamic System Measure Control*. Vol. 105. pp. 255-263.
- [73] M. Vergé, D. Jaume. (2004). 'Fault Detection and Bond Graph Modeling'. In *IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes*. pp. 748-753, Espoo, Finland.
- [74] X. G. Yan, C. Edwards. (2007). 'Nonlinear Robust Fault Recognition and Estimation using a Sliding Mode Observer'. *Automatica* (2007). Vol. 43. pp. 1605-1614.
- [75] H. Yang, M. Saif. (1997). 'Fault Detection and Isolation for a Classe of Nonlinear Systems Using an AdaptiveObserver'. *Proceeding of the 2007 American Control Conference Albuquerque, New Mexico, USA*. pp. 463-467.

- [76] M. Zhong, S. Ding, J. Lam, H. Wang. (2003). 'An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain lti systems'. *Automatica*. Vol 39(2). pp. 543–550.
- [77] A. Zolghadri, D. Henry, M, Monsion. (1996). 'Design of nonlinear observers for fault diagnosis: A case study'. *Control Engineering Practice*, pp. 1535-1544.

# Diagnostic des Systèmes Incertains par l'Approche Bond Graph

## Résumé

Le travail de thèse concerne la conception d'un système de surveillance robuste aux incertitudes paramétriques à base de modèles bond graphs sous forme LFT (Linear Fractional Transformations). Une procédure de génération automatique de résidus robustes et de seuils adaptatifs de fonctionnement normal a été développée et implémentée à l'aide d'outils logiciels appropriés. Les performances du diagnostic sont contrôlées par une analyse de la sensibilité de ces résidus, permettant de définir des indices de sensibilité aux incertitudes paramétriques, et des indices de détectabilité des défauts. L'outil bond graph permet par sa nature physique d'estimer a priori les valeurs détectables des défauts physiques.

Outre l'implémentation informatique, les résultats de recherche sont validés par deux applications industrielles de complexité différente :

- ✓ un système électromécanique pour détecter et isoler des défauts tels que la variation anormale de l'amplitude du jeu dans la partie réducteur, tout en distinguant le défaut des variations paramétriques
- ✓ un procédé énergétique de génération de vapeur, qui constitue un système non stationnaire, où l'espace paramétrique est plus complexe.

**Mots clés:** Diagnostic Robuste, Bond Graph, Incertitudes Paramétriques, Analyse de Sensibilité, Identification Paramétrique, Système électromécanique, Système Thermofluide

## Abstract

This work deals with robust fault diagnosis in presence of parameter uncertainties using bond graph model in LFT form (Linear Fractional Transformations). An approach for ARR and adaptive thresholds generation is developed and implemented on appropriate software. The diagnosis performances are improved using a residual sensitivity analysis, which allows defining sensitivity indexes of parameter uncertainties and fault detectability indexes. The fault detectable value can be estimated due to the energetic aspect of the bond graph tools.

The developed method is applied in real time on two industrial applications with different complexities:

- ✓ a mechatronic system, in order to detect and to isolate backlash phenomenon by distinguishing fault from parameter uncertainties
- ✓ an energetic process of steam generation, which is a non stationary system with a complex parameter space.

**Keywords:** Robust Fault Diagnosis, Bond Graph, Parameter Uncertainties, Sensitivity Analysis, Parameter Identification, Mechatronic System, Thermofluid System.