HAL
open science

Etude du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme sous sollicitations multiaxiales complexes

Karine Lavernhe Taillard

To cite this version:

Karine Lavernhe Taillard. Etude du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme sous sollicitations multiaxiales complexes. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2006. Français. NNT : . tel-00200906

HAL Id: tel-00200906

https://theses.hal.science/tel-00200906v1

Submitted on 21 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ENSC-2006 n°28

THESE DE DOCTORAT
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Présentée par

Mademoiselle Karine TAILLARD

en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Domaine :
MECANIQUE - GENIE MECANIQUE – GENIE CIVIL

Sujet de la thèse :

Etude du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme sous sollicitations multiaxiales complexes

Soutenue à Cachan le 11 décembre 2006 devant le jury composé de :

Etienne PATOOR	Professeur des Universités – ENSAM Metz	Président
Denis FAVIER	Professeur des Universités – Grenoble 1	Rapporteur
Philippe PILVIN	Professeur des Universités – Bretagne Sud	Rapporteur
Shabnam ARBAB-CHIRANI	Maître de Conférences - ENIB	Examinatrice
Ahmed BENALLAL	Directeur de recherche – LMT Cachan	Directeur de thèse
Sylvain CALLOCH	Professeur des Universités – ENSIETA	Examinateur
Christian LEXCELLENT	Professeur des Universités – ENSMM	Examinateur

LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6/PRES UniverSud Paris)
61, avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN Cedex (France)

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et Technologie à Cachan sous la direction d'Ahmed Benallal, et co-encadré par Sylvain Calloch du LMSN Brest et Christian Lexcellent du LMARC Besançon.

Je remercie sincèrement Monsieur Etienne Patoor qui m'a fait l'honneur de présider mon jury, ainsi que messieurs Philippe Pilvin et Denis Favier qui ont accepté de rapporter sur ce travail.

Je remercie particulièrement Sylvain Calloch, chef du petit village breton des AMF, qui m'a proposé cette passionnante aventure et qui m'a laissé de grandes libertés tout en restant très disponible en dépit de la distance Paris-Brest. Tous mes remerciements aussi à Christian Lexcellent, notre druide spécialiste des AMF magiques, qui a su répondre à beaucoup de mes questions. Un grand merci également à Shabnam qui m'a aidée à déplacer les menhirs des simulations numériques et à Ahmed avec qui j'espère continuer à combattre les hétérogénéités des AMF dans la Légion Mécanique et Technologie.

Je n'oublierai pas ici Sylvain pour son soutien durant ces 3 années et pour beaucoup d'autres choses partagées... et mes parents sous l'influence desquels je suis tombée dans la marmite de la mécanique étant petite et n'en suis plus jamais ressortie.

Merci également à Sandra, Mathilde, Cédric, Cloups, Fabien, Martin, Hellie, Laurent, Charles, Rami, Delphine, Didou, Stéphane, Pierrot, Manu, Olive et à tous les autres fiers et sympathiques gauloises et gaulois du LMT pour leur bonne humeur, leur camaraderie et les banquets rituels clôturant chacune de leurs aventures.

Table des matières

Table des matières i

Introduction 1

1 Alliages à Mémoire de Forme : propriétés et applications 5
1 Transformation martensitique 6
2 Propriétés thermo-élastiques des AMF 8
2.1 Effet mémoire simple sens 8
2.2 Effet mémoire double sens assisté 9
2.3 Effet mémoire double sens 10
2.4 Pseudoélasticité 11
2.4.1 Effet du polycristal 13
2.4.2 Couplages thermo-mécaniques 14
2.4.3 Effet du cyclage 14
2.4.4 Dissymétrie traction-compression 14
3 Principaux AMF industriels 15
3.1 Les Nickel-Titane [Lebreton, 2004] 15
3.2 Les alliages à base cuivre [Guénin, 1996, Patoor et Berveiller, 1994] . . 15
4 Applications des AMF 16
4.1 Applications utilisant l'effet mémoire simple sens 16
4.2 Applications utilisant l'effet mémoire double sens assisté 18
4.3 Applications utilisant la pseudoélasticité 18
5 Modèles tridimensionnels de comportement des AMF 20
6 Conclusion 21

2 Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente : cas isotrope 25
1 Modèle isotrope de Bouvet *et al.* 26
1.1 Partition de la déformation 27
1.2 Description des surfaces seuil 27
1.2.1 Contrainte équivalente pour les AMF isotropes 28
1.2.2 Déformation équivalente pour les AMF isotropes 31
1.2.3 Évolution de la taille de la surface seuil $R(z,h)$ au cours d'un chargement 34
1.3 Évolution de la déformation de transformation 37

1.4 Bilan 38
2 Stratégie expérimentale 41
2.1 Détermination de la fraction volumique de martensite par mesure de résistance électrique 42
2.1.1 Principe 42
2.1.2 Précautions 42
2.1.3 Dépouillement 46
2.2 Identification des paramètres de ε_{eq}^{tr} 49
2.3 Essai de traction-torsion avec mesure de résistance électrique 49
2.3.1 Données matériau 50
2.3.2 Dispositif expérimental 51
2.3.3 Description des trajets de chargement réalisés 53
2.3.4 Résultats : courbes $(z, \varepsilon_{eq}^{tr})$ 55
2.4 Conclusion 55
3 Analyse à partir d'un modèle micro-macro 61
3.1 Description du modèle de Lexcellent *et al.* 62
3.2 Description du modèle de Patoor *et al.* 64
3.2.1 Equations 64
3.2.2 Données du modèle 69
3.2.3 Description des trajets simulés 69
3.3 Identification et validation en termes de surfaces seuil 69
3.4 Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente 71
3.5 Conclusion sur la relation $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$ 72
4 Conclusion 72

3 Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente : cas anisotrope 75
1 Données pour la validation 77
1.1 Essais sur un alliage de Cu-Al-Be 77
1.2 Modèle micro-macro de Patoor *et al.* 77
1.2.1 Nouvelles données du modèle 77
1.2.2 Description des trajets simulés 78
2 Premier modèle 78
2.1 Contrainte équivalente phénoménologique $\sigma_{eq\,ani1}$ 78
2.1.1 Définition de la contrainte équivalente orthotrope $\sigma_{eq\,ani1}$ . . 80
2.1.2 Méthode d'identification des paramètres 82
2.1.3 Identification à partir des résultats d'essais sur le Cu-Al-Be . 83
2.1.4 Identification à partir des simulations micro-macro 84
2.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon_{eq\,ani1}^{tr}$ 87
2.2.1 Définition de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq\,ani1}^{tr}$ 87
2.2.2 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique 89
2.2.3 Dépouillement pour les simulations micro-macro 89
3 Deuxième modèle 92

3.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$ 92
3.1.1 Définition de la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$ . . 92
3.1.2 Méthode d'identification 93
3.1.3 Identification à partir des résultats d'essais sur le Cu-Al-Be . 93
3.1.4 Identification à partir des simulations micro-macro 94
3.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ 98
3.2.1 Définition de la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ 98
3.2.2 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique 98
3.2.3 Dépouillement pour les simulations micro-macro 99
4 Troisième modèle 100
4.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$ 100
4.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ 101
4.2.1 Mise en évidence de l'anisotropie de l'énergie de transformation et définition de la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ 101
4.2.2 Dépouillement pour les simulations micro-macro 106
4.2.3 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique 108
5 Conclusion 109

4 Effet mémoire simple sous sollicitations multi-axiales 113
1 Essais de traction-torsion sur un alliage type Ni-Ti 116
1.1 Matériau 116
1.2 Dispositif expérimental 118
1.3 Trajets proportionnels 121
1.3.1 Résultats en traction 121
1.3.2 Résultats en compression 123
1.3.3 Résultats en torsion 124
1.3.4 Résultats sous chargements proportionnels 127
1.3.5 Commentaires sur les trajets proportionnels 134
1.4 Trajets non-proportionnels 134
1.4.1 Description 134
1.4.2 Résultats 135
1.4.3 Commentaires sur les trajets non proportionnels 135
2 Vers une modélisation : contrainte équivalente de début de réorientation de la phase R 135
2.1 Détection de surface seuil de début de réorientation de la phase R . . . 140
2.2 Définition : comme pour la contrainte seuil de début de transformation . 141
2.2.1 Rappel : surface seuil de début de transformation 141
2.2.2 Validation 142
2.2.3 Commentaires 143
2.3 Règle de normalité pour la réorientation 144
3 Conclusion 144

Conclusion et perspectives 147

Annexe A **151**

Annexe B **153**

Annexe C **169**

Bibliographie **189**

Introduction

Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) présentent des comportements thermo-mécaniques très différents de ceux des alliages métalliques usuels. L'appellation "mémoire de forme" ne recouvre que l'un des aspects de leur comportement, l'effet mémoire, qui a été le premier découvert, en 1932, dans un alliage Au-Cd par le physicien suédois Arne Olander.

Ces propriétés particulières sont dues à une transformation de phase appelée transformation martensitique et sont activées sous sollicitations tant thermiques que mécaniques.

A l'heure actuelle, les AMF sont utilisés dans des systèmes très variés : Ces applications sont de plus en plus complexes dans le sens où on est passé peu à peu de systèmes basés majoritairement sur des AMF en fils sollicités en quasi-1D (fils d'orthodontie, figure 1) à des systèmes comportant des pièces en AMF plus massives, soumises à des chargements plus complexes. Parmi ces applications on peut donner l'exemple du capot de sprinkler de la figure 2 : ce capot, utilisé pour des raisons esthétiques, tombe soudainement lorsque la température atteint un seuil prédéfini, ce qui permet de dégager le dispositif d'arrosage.

FIG. 1: Exemple d'utilisation des AMF : fil utilisé en orthodontie. (source : http ://www.amtbe.com/)

A l'instar de la majorité des structures mécaniques, les pièces en AMF sont donc amenées à subir des états de contrainte ou de déformation complexes, multiaxiaux et non proportionnels de part leur géométrie, les efforts extérieurs appliqués ou les variations de température subies. Les outils endodontiques (figure 3), qui sont des outils rotatifs souples utilisés pour nettoyer les canaux d'une dent cariée, par exemple, subissent des chargements 3D, cycliques et non-proportionnels. De la même façon, le dimensionnement d'un écarteur pour la chirurgie à coeur ouvert (figure 4) nécessite de réaliser des simulations de type éléments finis et donc de disposer d'un modèle de comportement tridimensionnel adapté. De manière plus générale, la conception

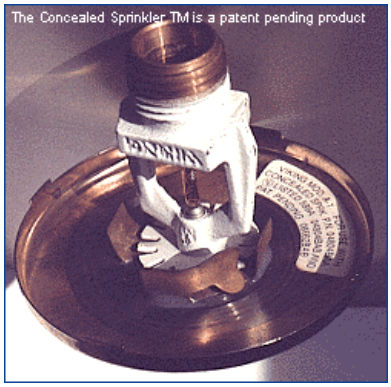


FIG. 2: Exemple d'utilisation des AMF : capot de sprinkler. (source : http ://www.amtbe.com/)

FIG. 3: Exemple d'outils endodontiques en Ni-Ti. (source : http ://www.micro-mega.com/francais/produits/heroshaper/index.php)

FIG. 4: Écarteur en Ni-Ti. (source : http ://www.memory-metalle.de/)

de systèmes plus évolués en AMF se heurte à la difficulté de simuler leur comportement sous chargements complexes tridimensionnels et anisothermes.

Afin de prédire le comportement, concevoir, dimensionner et assurer la fiabilité de tels sys-

tèmes, il est nécessaire de disposer de modèles phénoménologiques robustes, aptes à représenter le comportement thermo-mécanique des AMF sous chargements multiaxiaux. Ces modèles pourront alors être utilisés dans des codes de calcul utilisant des méthodes de type éléments finis.

Or, dans bien des cas, les modèles de comportement sont construits à partir de campagnes d'essais sur un élément de volume soumis à une sollicitation uniaxiale de traction-compression. Ce comportement est ensuite étendu, de façon classique, aux sollicitations multiaxiales, via l'écriture d'une fonction critère, d'une loi d'écoulement issue de l'hypothèse de normalité et de lois d'évolution des variables internes.

Néanmoins, comme pour beaucoup de matériaux, la confrontation de tels modèles avec des essais multiaxiaux soulève la question de leur pertinence, en termes quantitatifs mais aussi parfois qualitatifs. En effet, tous les aspects du comportement d'un matériau n'apparaissent pas systématiquement en 1D. Dans le cas des AMF, le comportement sous chargement multiaxial non proportionnel fait apparaître des phénomènes de réorientation de variantes de martensite bien spécifiques qui n'apparaissent pas en 1D. Il est donc nécessaire de faire des observations expérimentales 3D en amont de la construction du modèle, afin que celui dispose des éléments nécessaires et suffisants pour décrire les phénomènes. Enfin, l'aspect thermique revêt une grande importance pour ce type de matériau, puisque l'effet mémoire notamment n'est observé que lors de variations de température.

Il apparaît donc primordial de disposer de bases d'essais sous sollicitations multiaxiales proportionnelles ou non et anisothermes pour alimenter l'écriture d'un modèle phénoménologique de comportement des AMF. Des bases d'essais relativement complètes sur le même alliage existent déjà : [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004, Helm et Haupt, 2001, Helm et Haupt, 2003] pour le cas de sollicitations isothermes 3D proportionnelles et non proportionnelles et [Tokuda *et al.*, 1995, Tokuda *et al.*, 1998, Tokuda *et al.*, 1999] pour le cas particulier de l'effet mémoire simple sens non proportionnel, mais elles ne sont pas suffisantes pour la construction et la validation d'un modèle de comportement multiaxial anisotherme complet. C'est pourquoi, nous serons amenés à réaliser de nombreux essais 3D anisothermes.

En parallèle de la réalisation d'essais thermo-mécaniques complexes, la construction et la validation d'un modèle phénoménologique de comportement des AMF peut bénéficier de l'apport de modèles de type micro-macro. Il s'agit de partir d'observations métallurgiques de la transformation martensitique à l'échelle d'un grain d'AMF pour en déduire par des techniques d'homogénéisation le comportement à l'échelle d'un polycristal. Ces modèles, comportant plus de variables internes, sont lourds à gérer et sont donc peu adaptés à l'utilisation directe dans un code de calcul de type éléments finis. Par contre, leurs prédictions sur un polycristal considéré comme un volume élémentaire représentatif (VER) sont très riches en informations et permettent de rendre compte de certains aspects du comportement réel. Par conséquent, on pourra utiliser ce type de modèle comme "machine d'essais virtuels", bien pratique pour réaliser de nombreux essais complexes et variés en s'affranchissant des aspects pratiques que constituent les éprouvettes, les machines d'essai et les moyens de mesure.

Ce type de démarche a été utilisé par de nombreux auteurs. Par exemple Barlat *et al.* [Yoon *et al.*, 2000, Barlat *et al.*, 2005] s'appuient sur des simulations de type micro-macro sur un alliage d'aluminium en feuilles pour construire leur modèle de surface seuil pour les alliages anisotropes. Dans ce cas précis, c'est l'observation d'une dissymétrie entre les contraintes seuil

en traction et en compression obtenue par les simulations micro-macro qui conduit Barlat *et al.* à ajouter cet élément à leur modèle phénoménologique.

De même, Vincent *et al.* [Vincent, 2002, Vincent *et al.*, 2002] ont fait dialoguer un modèle micro-macro et leur modèle phénoménologique pour la distorsion du domaine d'élasticité (rochet multiaxial). Les simulations micro-macro ont permis de construire la base de résultats nécessaires à la construction, l'identification et la validation des lois de comportement du modèle macroscopique. Par la suite, le modèle macroscopique a pu avec plus de chances de succès, être identifié et validé sur des matériaux réels.

Ainsi, il existe un intérêt certain à faire dialoguer, les essais, les simulations de type micro-macro et le modèle phénoménologique que l'on souhaite obtenir, dont nous profitons dans ces travaux.

Dans le premier chapitre, le comportement des AMF, leurs propriétés et la transformation martensitique qui en est à l'origine seront présentés. Puis nous décrirons les types d'alliages existants et leurs applications industrielles. Enfin, nous décrirons succinctement les modèles de comportement phénoménologiques 3D existants.

Pour certains de ces modèles, des propositions n'ont pas pu été validées expérimentalement. Il se pose notamment la question de savoir s'il existe une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et une norme du tenseur de déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$ qui doit être définie.

Dans les chapitres 2 et 3, nous proposons une stratégie de validation directe de ce type de relation. Le chapitre 2, concerne la validation dans le cas d'AMF isotropes, tandis que le chapitre 3 traite de cette même relation dans le cas d'AMF anisotropes. Dans les deux cas cet objectif nécessitera, dans un premier temps, de réaliser des essais de traction-compression-torsion sur un alliage de type Cu-Al-Be couplés à une mesure de résistance électrique permettant de déterminer la fraction volumique de martensite. Dans un second temps, dans les deux chapitres, un modèle micro-macro sera également utilisé pour la validation en tant que "machine d'essais virtuels" afin de simuler le comportement d'un AMF isotrope ou texturé.

Par ailleurs, afin de compléter les bases d'essai nécessaires à la construction d'un modèle phénoménologique, des essais isothermes et anisothermes originaux, aussi bien proportionnels que non proportionnels, ont été réalisés sur un AMF de type Ni-Ti. Ces essais ainsi que leurs résultats sont détaillés dans le chapitre 4.

Chapitre 1

Alliages à Mémoire de Forme : propriétés et applications

Sommaire

1 Transformation martensitique 6

2 Propriétés thermo-élastiques des AMF 8

2.1 Effet mémoire simple sens 8

2.2 Effet mémoire double sens assisté 9

2.3 Effet mémoire double sens 10

2.4 Pseudoélasticité 11

3 Principaux AMF industriels 15

3.1 Les Nickel-Titane [Lebreton, 2004] 15

3.2 Les alliages à base cuivre [Guénin, 1996, Patoor et Berveiller, 1994] . . . 15

4 Applications des AMF 16

4.1 Applications utilisant l'effet mémoire simple sens 16

4.2 Applications utilisant l'effet mémoire double sens assisté 18

4.3 Applications utilisant la pseudoélasticité 18

5 Modèles tridimensionnels de comportement des AMF 20

6 Conclusion 21

Dans ce premier chapitre, il s'agit de faire le point sur le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) et leur modélisation sous sollicitations multi-axiales et anisothermes.

Nous présenterons donc ici les grandes lignes du comportement des AMF, leurs propriétés et la transformation martensitique qui en est à l'origine.

Puis nous détaillerons les types d'alliages existants et leurs applications industrielles, qui sont en plein essor. La majorité des systèmes en AMF existants sont des dispositifs simples, pour lesquelles l'alliage utilisé est soumis à une sollicitation unidimensionnelle. Quelques systèmes plus complexes ont fait leur apparition, néanmoins leur développement se heurte au manque de modèles thermo-mécaniques pour la description du comportement de tels alliages, soumis à des chargements complexes.

C'est pourquoi, nous nous attacherons ensuite à décrire les modèles 3D existants.

1 Transformation martensitique

A l'origine, la transformation martensitique désigne la transformation de phase ayant lieu dans les aciers lors d'un refroidissement rapide après une phase de stabilisation à haute température. Dans les aciers on nomme austénite la phase stable à haute température et martensite la phase stable à basse température. Par extension la transformation martensitique a été plus reliée au mécanisme de la transformation qu'au produit de cette transformation. L'étude de cette transition de phase permet de dégager des caractéristiques qui la distinguent des autres transformation en phase solide des matériaux.

La transformation martensitique est une transformation de phase à l'état solide, displacive, avec déformation homogène du réseau cristallin. Le terme "displacif" signifie que les atomes se déplacent sur de faibles distances (de l'ordre de 1/10 de la distance inter-atomique) en un mouvement coopératif. La diffusion d'atomes est donc quasi-inexistante et la transformation a lieu très rapidement (de l'ordre de la vitesse du son dans le milieu) sans changer la composition chimique.

La déformation homogène du réseau est dans le cas général la combinaison d'une composante déviatorique (mâclage) et dilatométrique. Dans le cas des AMF, la transformation martensitique a lieu avec une variation de volume très faible ce qui est la différence majeure par rapport aux autres alliages métalliques notamment les aciers et confère aux AMF leurs propriétés particulières.

Exempte de diffusion, la transformation martensitique est insensible à la vitesse de refroidissement ou de chauffage. Au refroidissement, à partir d'un état totalement austénitique, la transformation de l'austénite en martensite commence à la température M_s (*Martensite start*), par nucléation et croissance de la martensite, et se termine à la température M_f (*Martensite finish*). Entre ces deux températures, il y a coexistence des deux phases. A température croissante, la transformation inverse débute à la température A_s (*Austenite start*) et se termine à la température A_f (*Austenite finish*). Il existe en effet une hystérésis en température entre le refroidissement et le chauffage (figure 1.1).

A l'échelle d'un grain, l'interface entre l'austénite et la martensite est un plan et la transformation est décrite principalement par un cisaillement homogène. Pour un monocristal d'austé-

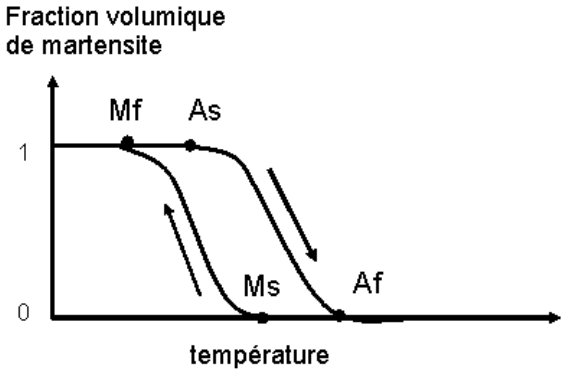


FIG. 1.1: Transformation martensitique pilotée par la température sous contrainte nulle.

nite, il existe plusieurs orientations possibles de plaquettes de martensite appelées variantes de martensite : il en existe 24 dans les alliages type Ni-Ti et Cu-Al-Be [Patoor et Berveiller, 1994].

Il existe deux possibilités pour transformer l'austénite en martensite : soit en faisant baisser la température, soit en faisant augmenter la contrainte.

Dans le cas où la transformation est pilotée par la température sous contrainte nulle ou faible, les variantes sont toutes équiprobables et leurs cisaillements se compensent de façon à annuler la déformation macroscopique. Cette martensite est appelée martensite auto-accommodante et notée M_T.

Dans le cas où l'échantillon est soumis à une contrainte, les variantes donnant une déformation dans le sens de la contrainte sont favorisées vis-à-vis des autres variantes mal orientées. Cette martensite, dite orientée et souvent notée M_σ est à l'origine d'une déformation de transformation macroscopique (voir figure 1.2). On retrouve ce principe sur le pseudo-diagramme d'état de Clapeyron figure 1.3 [Bekker et Brinson, 1998, Lexcellent *et al.*, 2006].

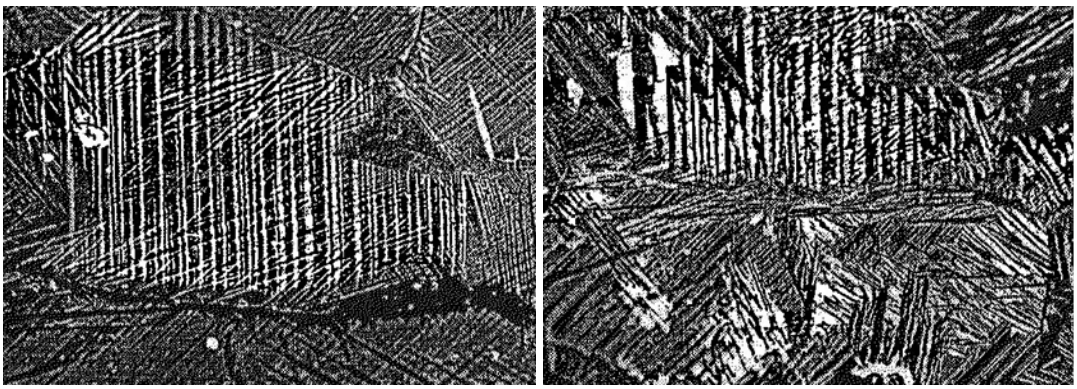


FIG. 1.2: Martensite auto-accommodante et orientée dans un polycristal de Cu-Al-Ni-Mn [Leclercq et Lexcellent, 1996].

En résumé, la transformation martensitique :
- a lieu sans modification de la composition chimique
- est indépendante du temps

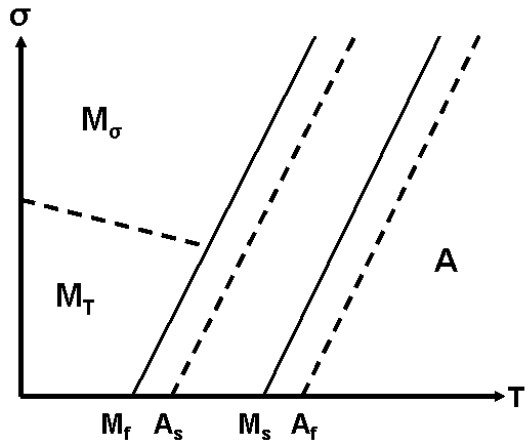


FIG. 1.3: Pseudo-diagramme d'état de Clapeyron.

- est à volume invariant (cisaillement pur) dans le cas particulier des AMF
- conduit à une diminution de symétrie : la phase mère austénite donne plusieurs variantes de martensite
- est accompagnée d'un hystérésis
- les transformations directe et inverse sont accompagnées respectivement d'un dégagement et d'une absorption de chaleur
- est provoquée par la contrainte ou la température

2 Propriétés thermo-élastiques des AMF

C'est la transformation martensitique qui est à l'origine des propriétés thermo-élastiques des AMF. On peut d'ailleurs les situer sur le pseudo-diagramme d'état de Clapeyron (figures 1.4, 1.7 et 1.9).

2.1 Effet mémoire simple sens

L'effet mémoire simple sens est observé lorsqu'un échantillon d'AMF à basse température (température inférieure à Mf) donc constitué de martensite auto-accommodante) est soumis à un chargement mécanique. Ce chargement induit une réorientation des variantes de martensite, qui provoque une déformation permanente subsistant après le relâchement de la contrainte. Si par la suite cet échantillon est chauffé, la martensite orientée se transforme en austénite en recouvrant sa forme initiale. Au refroidissement, l'échantillon est revenu à sa forme de départ, c'est l'effet mémoire simple sens.

La figure 1.5 montre le principe de l'effet mémoire simple sens dans le cas simplifié d'un AMF à deux variantes.

Sur la figure 1.6, les points représentent les résultats expérimentaux d'un essai de traction d'effet mémoire simple sens sur un AMF de type Ni-Ti [Thamburaja *et al.*, 2005].

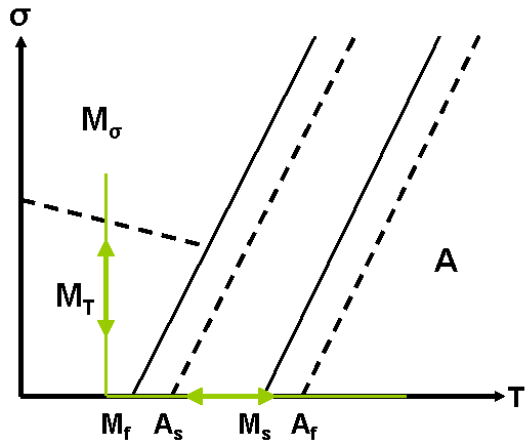


FIG. 1.4: Effet mémoire simple sens dans le pseudo-diagramme de Clapeyron.

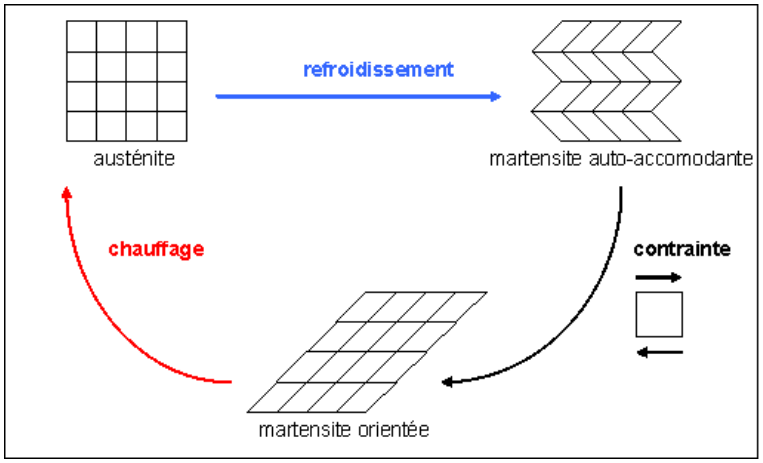


FIG. 1.5: Principe de l'effet mémoire simple sens d'après [Patoor et Berveiller, 1994].

En a, le matériau est à température inférieure à M_f donc en phase complètement martensitique et la martensite est autoaccomodante (pas de contrainte appliquée). Entre a et b une sollicitation de traction est appliquée qui transforme la martensite autoaccomodante en martensite orientée. Entre b et c la contrainte est relâchée, seule la déformation élastique disparaît, il subsiste une déformation résiduelle (la martensite reste orientée). Entre c et d, l'éprouvette est chauffé à contrainte nulle : le matériau revient à l'état mère austénitique sans déformations résiduelles.

2.2 Effet mémoire double sens assisté

Pour observer l'effet mémoire double sens assisté il faut réaliser des cycles thermiques à contrainte constante (figure 1.7).

Pour des contraintes faibles (en dessous de 40 MPa pour un alliage Cu-Al-Be), la déformation varie fortement avec la contrainte appliquée. Pour des contraintes élevées, la déformation

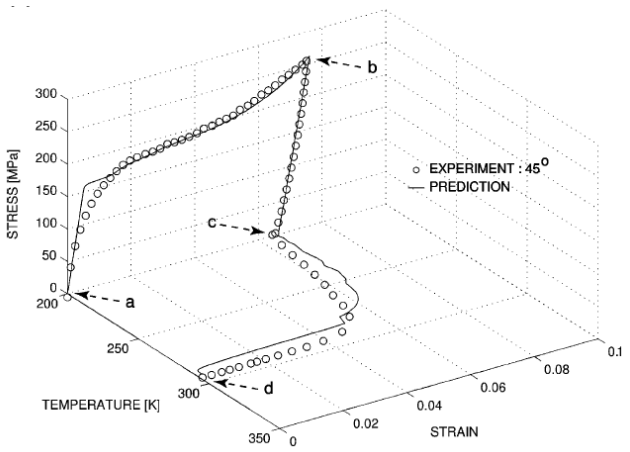


FIG. 1.6: Effet mémoire simple sens sur un AMF de type NiTi [Thamburaja *et al.*, 2005].

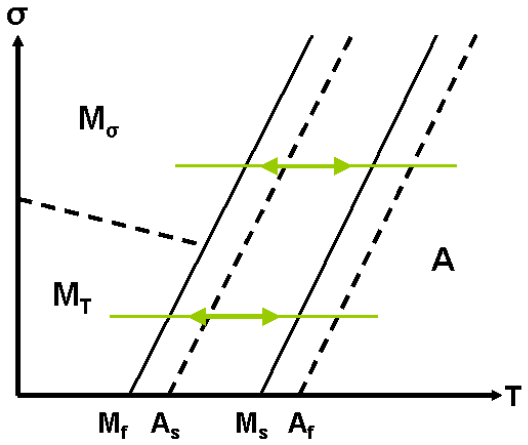


FIG. 1.7: Effet mémoire assisté dans le pseudo-diagramme de Clapeyron.

tend à saturer vers une valeur limite (figure 1.8).

Ce comportement est utilisé en pratique pour réaliser des dispositifs qui sont à la fois des capteurs de température et des actionneurs.

2.3 Effet mémoire double sens

L'effet mémoire double sens est un effet mémoire double sens assisté pour lequel la contrainte macroscopique appliquée est remplacée par des contraintes microscopiques résultant d'un traitement d'éducation.

L'éducation de l'AMF qui consiste en un cyclage en température sous contrainte constante ou en un cyclage en contrainte sous température constante. L'éducation crée des défauts de structure (notamment des dislocations) qui conduisent à des contraintes internes favorisant les variantes de martensite orientées favorablement par cette contrainte. Un échantillon ainsi édu-

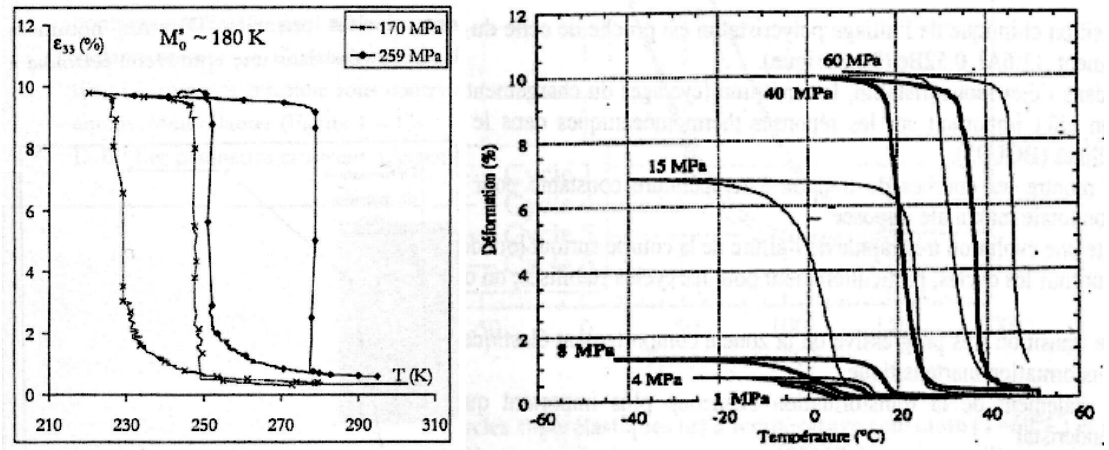


FIG. 1.8: Effet de la contrainte sur l'effet mémoire double assisté. D'après [Vivet, 1999, Entemeyer, 1996].

qué a la propriété de passer de la forme de l'austénite à celle de la martensite orientée et inversement, sous l'effet de la température (à contrainte nulle). C'est l'effet mémoire double sens.

Quelques applications utilisent cette propriété bien qu'elle soit plus difficile à maîtriser. Le nombre de cycles pour lequel l'éducation reste efficace est en effet relativement limité à quelques dizaine en pratique.

2.4 Pseudoélasticité

La pseudoélasticité se produit à température constante et supérieure à A_f lorsqu'une éprouvette est soumise à un contrainte mécanique (figure 1.9).

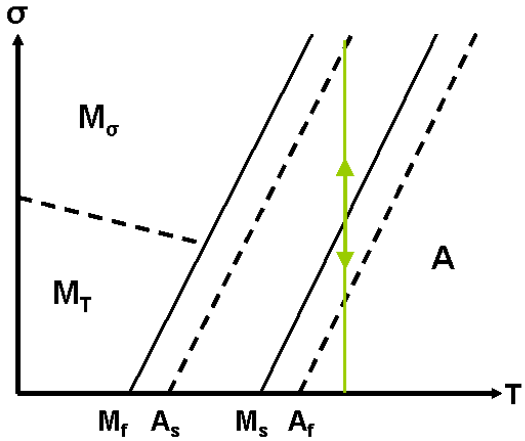


FIG. 1.9: Pseudoélasticité dans le pseudo-diagramme de Clapeyron.

L'échantillon d'AMF est alors complètement austénitique et son comportement lors d'une sollicitation de traction par exemple est schématisé sur la figure 2.11.

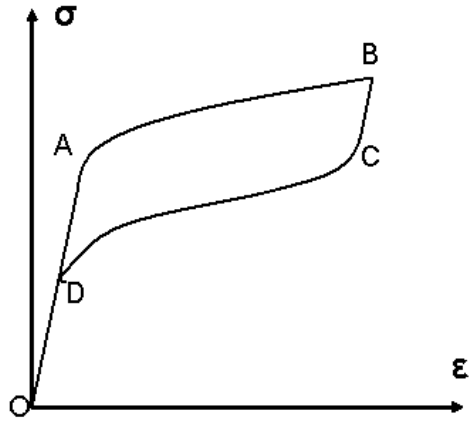


FIG. 1.10: Comportement pseudoélastique.

- Entre O et A la réponse du matériau correspond au comportement élastique de l'austénite.
- A partir de A et jusqu'en B, on observe la transformation de l'austénite en martensite orientée.
- Entre B et C, au début de la décharge, on retrouve parfois un comportement élastique.
- A partir de C, la transformation inverse (martensite-austénite) débute et se poursuit jusqu'en D.
- Dans certains cas, entre D et O, on retrouve le comportement élastique de l'austénite.

Du fait que la transformation est réversible, il ne subsiste presque pas de déformations résiduelles après que l'alliage ait subi une déformation qui peut aller jusqu'à 10% pour un monocristal. On donne figure 1.11 et figure 1.12 les résultats expérimentaux pour deux alliages respectivement de type Ni-Ti et Cu-Al-Be. Dans le cas du Cu-Al-Be (figure 1.12) il ne subsiste pas de déformation résuduelle, ce qui n'est pas le cas pour le Ni-Ti (figure 1.11).

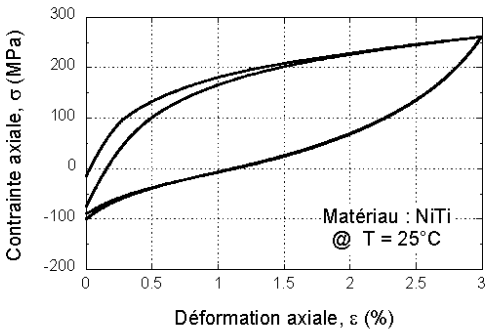


FIG. 1.11: Comportement pseudoélastique d'un alliage de type Ni-Ti (2 cycles) [Taillard, 2003].

Le comportement pseudoélastique 1D des AMF a fait l'objet de nombreuses études dans les vingt-cinq dernières années. Nous allons en recenser les principaux paramètres.

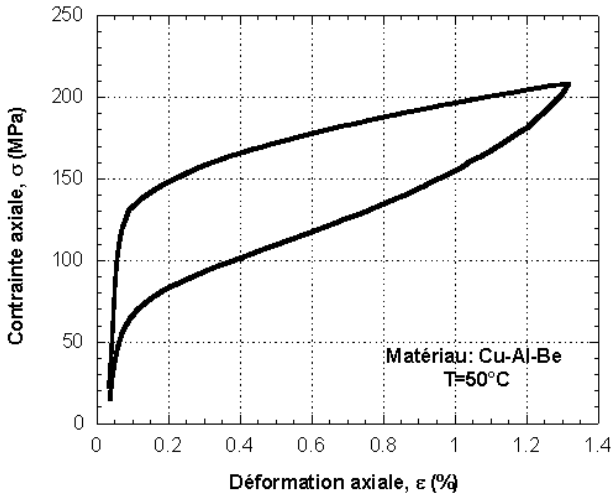


FIG. 1.12: Comportement pseudoélastique d'un alliage de type Cu-Al-Be [Taillard, 2003].

2.4.1 Effet du polycristal

Pour un monocristal, la déformation de transformation atteignable est supérieure à celle d'un polycristal : 10% [Vivet, 1999] contre 6% [Entemeyer, 1996] pour un alliage Cu-Al-Be.

L'écrouissage associé à la transformation de phase est également plus faible pour un monocristal : on parle de "plateau de transformation" (figure 1.13).

Enfin, dans un monocristal, lorsque l'on applique une contrainte, une seule variante de martensite apparaît [Vivet, 1999], contrairement à ce qui se passe dans un polycristal, où l'on observe plusieurs variantes de martensite par grain [Patoor *et al.*, 1995]. Ce phénomène est dû à l'interaction entre les grains qui provoque une hétérogénéïté des contraintes. Par la suite nous n'étudierons que des polycristaux.

2.4.2 Couplages thermo-mécaniques

La raideur des transformations de phase augmente quand la vitesse de sollicitation augmente (figure 1.14). En fait, la transformation directe est exothermique, ce qui se traduit par une augmentation de la température de l'éprouvette d'autant plus grande que la sollicitation est rapide, et donc par une augmentation de la contrainte nécessaire pour réaliser la transformation directe.

De même, comme la transformation inverse est endothermique, l'augmentation de la vitesse de sollicitation induit une diminution de la contrainte nécessaire pour réaliser la transformation inverse [Balandraud, 2000].

2.4.3 Effet du cyclage

Lors d'un cyclage en contraintes, on observe un abaissement des contraintes de transformation. En effet, le cyclage induit des défauts, provoquant des contraintes internes résiduelles qui

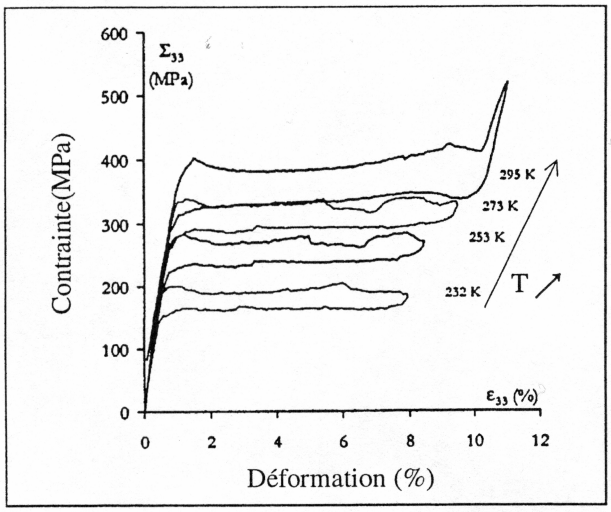


FIG. 1.13: Pseudoélasticité d'un monocristal de Cu-Al-Be à différentes températures [Vivet, 1999].

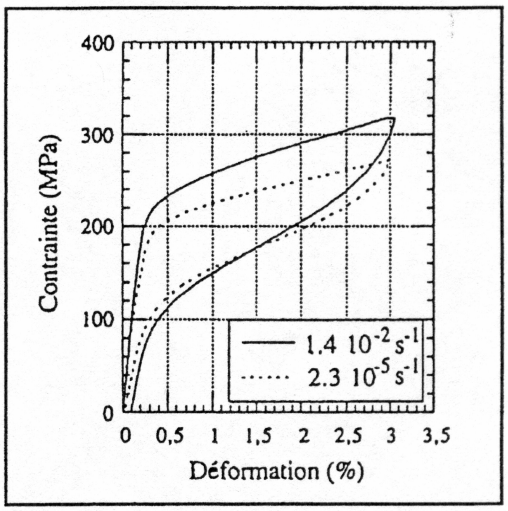


FIG. 1.14: Pseudoélasticité d'un polycristal de Cu-Al-Be à différentes vitesses de sollicitation [Entemeyer, 1996].

vont favoriser certaines variantes de martensite (figure 1.11).

Cette accumulation de déformations résiduelles est due à la fois à de la martensite résiduelle et à de la plasticité [Patoor et Berveiller, 1994].

2.4.4 Dissymétrie traction-compression

Le comportement des AMF en 1D présente la particularité d'être dissymétrique, c'est-à-dire qu'en pseudoélasticité, la contrainte nécessaire pour amorcer la transformation austénite-martensite est inférieure en traction par rapport à la compression (figure 1.15). Cette constatation expérimentale à été faite par de nombreux auteurs parmi lesquels [Jacobus *et al.*, 1996,

Plietsch et Ehrlich, 1997, Orgéas et Favier, 1998, Gall *et al.*, 1999].

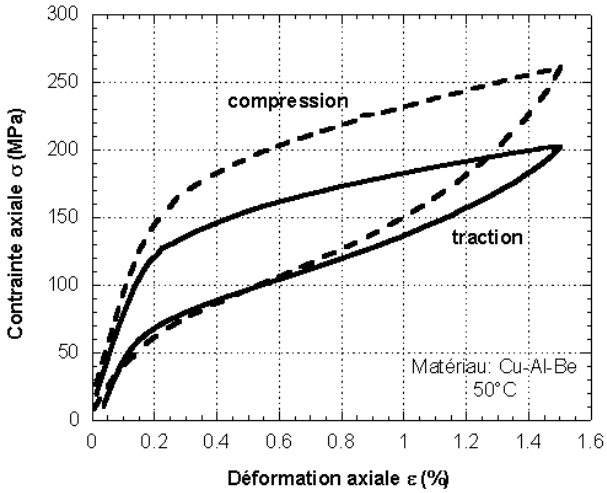


FIG. 1.15: Comportement pseudoélastique en traction et en compression d'un alliage de type Cu-Al-Be [Taillard, 2003].

3 Principaux AMF industriels

A ce jour les matériaux à mémoire de forme les plus utilisés d'un point de vue scientifique et industriel sont les nickel-titane et les alliages cuivreux (Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al, Cu-Al-Ni) [Patoor et Berveiller, 1994, Guénin, 1996, Lebreton, 2004].

3.1 Les Nickel-Titane [Lebreton, 2004]

L'alliage Ni-Ti ou légèrement allié (+Cu ou Fe) est utilisé avec des compositions proches de 50-50 at%. La phase haute température est de type B2 (cubique), la martensite possède une structure compacte 2H, 4H, 9R ou 12R (monoclinique). Pour des compositions proches de la composition équiatomique, l'austénite est stable jusqu'à basse température, la trempe n'est donc pas toujours nécessaire. Une trempe modérée peut être nécessaire si l'on s'écarte de cette composition. La température Ms est très sensible à la composition.

Les principales propriétés des alliages Ni-Ti sont données tableau 1.1. Les Ni-Ti sont les AMF qui présentent la déformation de transformation maximale. D'autre part, ils ont une bonne résistance à la corrosion. Par contre, leur mise en oeuvre (usinage notamment) est difficile et leur coût élevé.

3.2 Les alliages à base cuivre [Guénin, 1996, Patoor et Berveiller, 1994]

Il existe de nombreux alliages à base cuivre susceptibles de présenter l'effet mémoire de forme : Cu-Zn, Cu-Al, Cu-Sn, Cu-Zn-Al, Cu-Al-Ni, Cu-Al-Mn, Cu-Al-Be. Tous ces alliages

Propriétés	*NiTi*	*Cu-Zn-Al*	*Cu-Al-Ni*	*Cu-Al-Be*
Masse volumique ($10^3\ kg/m^3$)	6,5	7,5	7,5	7,5
Résistivité électrique ($10^{-8}\ \Omega.m$)				
Austénite	100	7	10	10
Martensite	80	12	14	14
Module d'élasticité (GPa)	90	70	70	70
Limite de rupture (MPa)	900	400	500	500
Température de transformation M_s (^oC)	200 à 100	200 à 80	60 à 200	200 à 100
Déformation de transformation maximale (%)				
Monocristal	10	10	10	10
Polycristal	4	2	2	3
Conductivité thermique ($J/K.m.s$)	10	120	75	75

TAB. 1.1: Propriétés des principaux AMF [Entemeyer, 1996, Guénin, 1996].

ont des structures et des comportements proches. Les alliages Cu-Zn-Al, Cu-Al-Ni et Cu-Al-Be sont actuellement les principaux alliages industriels.

La structure haute température, l'austénite, est une phase cubique centrée (B2, DO3 ou L21). Elle n'est en général pas stable à la température d'utilisation. Elle est donc obtenue par trempe à partir de sa zone de stabilité qui se situe à plus haute température. La structure basse température, la martensite, est une phase compacte (2H ou 9R).

Les principales propriétés des alliages cuivreux sont données tableau 1.1. Les alliages cuivreux sont moins onéreux et plus faciles à mettre en oeuvre. Il résistent moins bien aux températures élevées et aux chargements cycliques.

4 Applications des AMF

Les applications des AMF n'ont cessé de se développer ces dernières années. Traditionnellement on distingue les applications du domaine biomédical des autres applications car les volumes de production d'AMF pour le domaine médical ont longtemps été supérieurs à ceux destinés aux autres applications.

Actuellement on constate un rééquilibrage entre les deux, avec l'émergence de l'utilisation des AMF pour des usages courants (véhicules automobiles, électroménager, robinets thermostatiques, etc) [Humbeeck, 1999, Wu et Schetky, 2000, Morgan, 2004]. Les activités de recherche et de développement se poursuivent actuellement.

Nous allons passer en revue quelques applications typiques, médicales ou non, en les classant par propriétés utilisées.

4.1 Applications utilisant l'effet mémoire simple sens

L'effet mémoire simple est utilisé pour réaliser des accouplements : l'exemple classique et historique (1971) est celui des manchons Raychem pour la connexion de tubes (figure 1.16).

Un manchon cylindrique en alliage Ni-Ti dont la température de transformation est largement en dessous de la température ambiante est réalisé pour que son diamètre intérieur en phase mère soit légèrement inférieur à la cote extérieure des tubes à joindre. En dessous de la température M_f , ce manchon est déformé pour que son diamètre interne devienne supérieur au diamètre extérieur des tubes. Le manchon, enfilé sur les tubes, reprend sa forme initiale par chauffage à l'ambiante et assure ainsi la liaison, rendant l'ensemble étanche.

FIG. 1.16: Manchon Raychem en Ni-Ti. (source : http ://www.memory-metalle.de/)

Une autre application de l'effet mémoire simple sens est médicale et concerne les agrafes d'ostéosynthèse (figure 1.17). Les agrafes sont des implants pour consolider une fracture osseuse, elles aussi sont faites en Ni-Ti. L'agrafe passe de la forme ouverte à la forme fermée en se réchauffant d'environ 10°C dans le corps humain ce qui permet à l'os de se ressouder plus facilement.

FIG. 1.17: Agrafes d'ostéosynthèse en Ni-Ti. (source : http ://www.nitifrance.com/)

Une dernière application biomédicale est constituée par les stents (figure 1.18). Ce composant est également en Ni-Ti et utilise également l'effet mémoire simple sens : il se déploie à la

température du corps humain. Une fois déployé, il utilise l'effet pseudoélastique pour maintenir l'artère. Il permet ainsi aux personnes ayant des problèmes vasculaires d'éviter l'obstruction d'un vaisseau ou d'une artère.

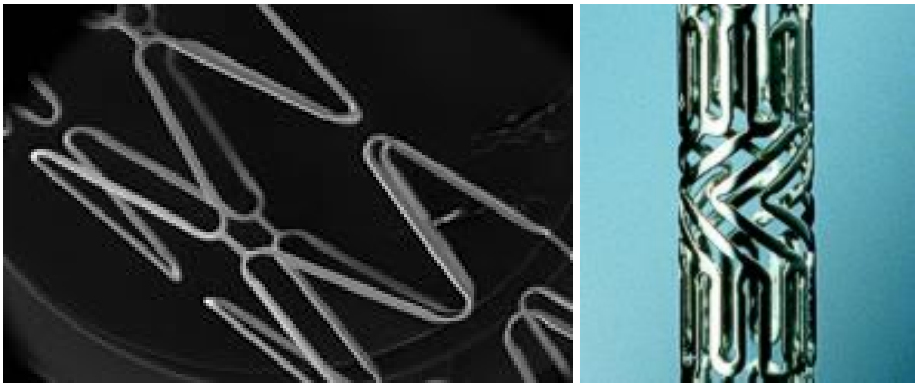


FIG. 1.18: Exemples de stents en Ni-Ti. (source : http ://www.nimesis.com/)

4.2 Applications utilisant l'effet mémoire double sens assisté

Grâce à l'effet mémoire double sens, un élément en AMF est susceptible de fournir un travail mécanique sous l'action du changement de température. Il peut donc être utilisé comme actionneur piloté par la température directement quand celle-ci est le paramètre pertinent ou indirectement (par chauffage Joule par exemple).

Citons notamment le compteur de cycles de cuisson pour friteuse (SEB) qui utilise une lamelle de flexion en alliage Cu-Al-Ni à l'état martensitique à la température ambiante. Dans cet état, la forme fléchie est assurée par une lame ressort classique ajourée provoquant une flexion de type 4 points de l'élément à mémoire. Au chauffage au-dessus de 90^oC, la lamelle en AMF se redresse provoquant un déplacement de son extrémité libre de 5 mm. Le déplacement opposé se produit au refroidissement. Ces déplacements sont utilisés pour commander un système de roue à rocher qui réalise le comptage des cycles de cuisson. L'effort est assez faible, la difficulté réside dans les tolérances dimensionnelles larges et le nombre de cycles moyen (supérieur à 3000) [Guénin, 1996].

L'effet mémoire double sens assisté est également utilisé dans des valves de sécurité pour robinet mitigeur commercialisés par Furukawa (figure 1.19). Un système ressort en alliage Ti-Ni-ressort conventionnel antagoniste contrôle le rapport eau chaude-eau froide ce qui permet d'éviter les changements brusques de température juste après l'ouverture du robinet.

4.3 Applications utilisant la pseudoélasticité

La pseudoélasticité permet à un AMF de se déformer fortement de façon réversible et également d'exercer des efforts quasi constants sur une large plage de déformation grâce à la présence

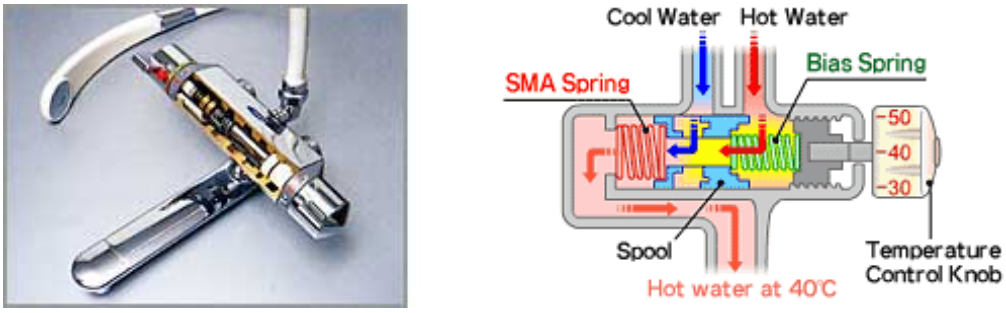


FIG. 1.19: Valve de sécurité pour robinet mitigeur. (source : http ://www.fitec.co.jp/ftm/english/)

du plateau de transformation.

L'application la plus répandue est dans le domaine orthodontique : les fils de Ni-Ti sont utilisés pour le redressement des dents. L'alliage Ti-Ni pseudoélastique est également utilisé comme fil guide pour cathéter car il permet des rayons de courbure faibles avec un effort modéré.

Une autre application médicale est l'utilisation du Ni-Ti pour les instruments endodontiques. Ces instruments sont utilisés pas les chirurgiens dentistes pour dévitaliser les dents (débridement et mise en forme canalaire). Les outils rotatifs en Ni-Ti, qui sont six fois plus élastiques en flexion et quatre fois plus en torsion que les instruments conventionnels et permettent ainsi de suivre la forme initiale de la dent (figure 1.20).

FIG. 1.20: Exemple d'outils endodontiques en Ni-Ti. (source : http ://www.micro-mega.com/francais/produits/heroshaper/index.php)

Un dernière application concerne la chirurgie à coeur ouvert : il s'agit d'un écarteur (figure 1.21) servant à maintenir les tissus pendant l'intervention. Les exigences en termes d'effort appliqués sont très rigoureuses.

A l'heure actuelle, les AMF sont déjà utilisés dans des domaines très variés : (aéronautique, médical, automobile et domestique) et d'autres systèmes sont en cours de développement.

FIG. 1.21: Écarteur en Ni-Ti. (source : http ://www.memory-metalle.de/)

Ces applications mettent en jeu les différentes propriétés des AMF sous sollicitations tant thermiques que mécaniques.

Afin de concevoir, dimensionner et assurer la fiabilité de tels systèmes, il est nécessaire de disposer de modèles robustes, aptes à représenter le comportement complexe des AMF.

De tels modèles existent déjà pour décrire le comportement 1D, et sont suffisants pour un grand nombre d'applications, mais dans les cas les plus complexes ils ne suffisent plus. La phase de mise au point est donc longue et nécessite la réalisation de prototypes. Les outils endodontiques par exemple, subissent des chargements 3D, cycliques et non-proportionnels ; de la même façon, le dimensionnement de l'écarteur du paragraphe précédent nécessite de réaliser des simulations de type éléments finis et donc de disposer d'un modèle de comportement tridimensionnel adapté. De manière plus générale, la conception de systèmes plus évolués en AMF se heurte à la difficulté de simuler leur comportement sous chargements complexes tridimensionnels et anisothermes.

Le développement de modèles de comportement tridimensionnels anisothermes de comportement des AMF constitue donc une étape clef pour leur développement.

5 Modèles tridimensionnels de comportement des AMF

Il existe deux approches complémentaires pour modéliser le comportement tridimensionnel des AMF.

La première, plus physique, est qualifiée d'approche micro-macro. Il s'agit de modéliser le comportement à l'échelle d'un grain, puis d'en déduire le comportement global du polycristal par des techniques d'homogénéisation. Les modèles construits dans ce cadre sont généralement lourds à mettre en oeuvre car ils comportent plus de variables internes, mais leurs capacités de prédiction sont plus importantes. L'intérêt de ce type de modèle réside dans la compréhension des phénomènes comme nous aurons l'occasion de le voir par la suite. Par contre, leur implantation dans un code de calcul par éléments finis est très lourde. Ils sont donc peu adaptés pour

la conception et le dimensionnement de structures complexes en AMF.

La seconde approche est purement phénoménologique et fournit des modèles plus simples et faciles à implanter dans un code de calcul par éléments finis. Elle est donc facilement utilisable en vue d'une démarche de conception d'une pièce en AMF. C'est ce type de modèles, dits phénoménologiques, que nous développerons plus particulièrement dans cette partie.

Les modèles phénoménologiques de comportement des AMF sont très nombreux dans la littérature. Nous n'en ferons pas ici une revue exhaustive. Par ailleurs, un bilan sur les vingt dernières années est présenté dans [Lagoudas *et al.*, 2006].

Parmi les modèles existants, nous pouvons citer notamment ceux de :

- Boyd et Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996a, Boyd et Lagoudas, 1996b]
- Leclercq et Lexcellent [Leclercq, 1995, Leclercq et Lexcellent, 1996]
- Souza *et al.* [Souza *et al.*, 1998]
- Raniecki et Lexcellent [Raniecki et Lexcellent, 1998]
- Auricchio *et al.* [Auricchio, 2001, Auricchio et Sacco, 2001, Auricchio et Petrini, 2004a, Auricchio et Petrini, 2004b]
- Juhasz [Juhasz *et al.*, 2002]
- Helm et Haupt [Helm et Haupt, 2001, Helm et Haupt, 2003]
- Bouvet *et al.* [Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004]
- Lexcellent *et al.* [Lexcellent *et al.*, 2006]

Aucun de ces modèles n'est pas capable de décrire le comportement des AMF dans sa globalité c'est-à-dire pour des sollicitations anisothermes, 3D, non proportionnelles. D'autre part la dissymétrie traction compression n'est pas toujours prise en compte et la validation des modèles par comparaison avec des résultats d'essais complexes n'est pas systématiquement réalisée.

Les différents modèles cités sont comparés dans le tableau 1.2. Pour chacun, on indique si le modèle s'applique aux chargements anisothermes (première colonne), tridimensionnels (deuxième colonne), non proportionnels (troisième colonne). La quatrième colonne précise les modèles prenant en compte la dissymétrie traction-compression et la cinquième sur quels types de résultats expérimentaux le modèle a été validé. Enfin la dernière colonne donne les variables internes associées à chacun des modèles.

6 Conclusion

La modélisation du comportement tridimensionnel des AMF dans sa globalité reste incomplète. Notre travail consiste donc ici à améliorer et valider les différents aspects de la modélisation du comportement 3D des AMF.

Ainsi, dans les modèles existants, certaines propositions n'ont pas été validées expérimentalement. Parmi les propositions non validées, la plupart des modèles et notamment celui de Bouvet *et al.* [Bouvet *et al.*, 2004] font l'hypothèse qu'il existe une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et une norme du tenseur de déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$ qui doit être définie. Le fait que le modèle de Bouvet *et al.* ait été comparé à des résultats

Modèle	*Anisotherme*	*3D*	*Non proportionnel*	*Dissymétrie*	*Validation*	*Variables internes*
[Boyd et Lagoudas, 1996a] [Boyd et Lagoudas, 1996b]	X	X	X			z $\underline{dev}(\underline{\varepsilon}^{tr})$
[Leclercq, 1995] [Leclercq et Lexcellent, 1996]	X	X			trajets 1D	z_T z_σ
[Souza *et al.*, 1998]		X	X		trajets proportionnels et non proportionnels	$\underline{\varepsilon}^{tr}$
[Raniecki et Lexcellent, 1998]		X		X	trajets 1D cisaillement pur	z
[Auricchio, 2001] [Auricchio et Petrini, 2004a]	X	X		X	trajets proportionnels et 1D anisothermes	$\underline{\varepsilon}^{tr}$
[Juhasz *et al.*, 2002]	X	X	X			z_T $\underline{\varepsilon}^{tr}$
[Helm et Haupt, 2003]	X	X	X		trajets proportionnels et non proportionnels	z_T $\underline{\varepsilon}^{tr}$
[Bouvet *et al.*, 2004]		X	X	X	trajets proportionnels et non proportionnels	$\underline{\varepsilon}^{tr}$
[Lexcellent *et al.*, 2006]	X	X		X		z_T z_σ

TAB. 1.2: Comparaison des modèles phénoménologiques de comportement des AMF

d'essais en pseudoélasticité 3D non proportionnelle constitue une validation indirecte de cette relation, mais aucune validation directe n'a été effectuée.

Dans les chapitres 2 et 3, nous proposons une stratégie de validation directe de ce type de relation. Le chapitre 2, concerne la validation de cette relation pour les AMF isotropes, tandis que le chapitre 3 traite de cette même relation dans le cas d'AMF anisotropes. Dans les deux cas la validation sera effectuée, dans un premier temps, en réalisant des essais de traction-compression-torsion sur un alliage de type Cu-Al-Be couplés à une mesure de résistance électrique permettant de déterminer la fraction volumique de martensite. Dans un second temps, dans les deux chapitres, le modèle micro-macro de Patoor *et al.* sera également utilisé pour la validation en tant que "machine d'essais virtuels" afin de simuler le comportement d'un AMF isotrope ou texturé.

Par ailleurs, toujours dans un objectif de validation des modèles existants, les bases d'essais nécessaires à la validation des modèles n'existent pas toujours. En pseudoélasticité 3D, une base importante d'essais proportionnels et non-proportionnels a été réalisée par Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] sur un alliage de type Cu-Al-Be. Par contre, il n'existe pas de base d'essais anisothermes pour l'effet mémoire simple sens qui soit complète, c'est à dire comportant des essais 3D aussi bien proportionnels que non proportionnels sur le même matériau.

Dans le chapitre 4, nous présentons des résultats d'essais isothermes et anisothermes originaux, en traction torsion, sur un AMF de type Ni-Ti. Des chargements aussi bien proportionnels que non proportionnels ont ainsi été réalisés.

Chapitre 2

Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente : cas isotrope

Sommaire

1 Modèle isotrope de Bouvet *et al.* 26

1.1 Partition de la déformation 27

1.2 Description des surfaces seuil 27

1.3 Évolution de la déformation de transformation 37

1.4 Bilan 38

2 Stratégie expérimentale 41

2.1 Détermination de la fraction volumique de martensite par mesure de résistance électrique 42

2.2 Identification des paramètres de ε_{eq}^{tr} 49

2.3 Essai de traction-torsion avec mesure de résistance électrique 49

2.4 Conclusion 55

3 Analyse à partir d'un modèle micro-macro 61

3.1 Description du modèle de Lexcellent *et al.* 62

3.2 Description du modèle de Patoor *et al.* 64

3.3 Identification et validation en termes de surfaces seuil 69

3.4 Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente 71

3.5 Conclusion sur la relation $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$ 72

4 Conclusion 72

Nous avons pu voir au chapitre précédent, l'importance de l'amélioration et de la validation des modèles de comportement 3D des AMF.

Par exemple, dans les modèles existants, certaines propositions n'ont pas été validées expérimentalement. Parmi les propositions non validées, la plupart des modèles et notamment celui de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] font l'hypothèse qu'il existe une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et une norme du tenseur de déformation de transformation équivalente $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$ qui doit être définie (équation 2.1). Le fait que le modèle de Bouvet *et al.* ait été comparé à des résultats d'essais en pseudoélasticité 3D non proportionnelle constitue une validation indirecte de cette relation, mais aucune validation expérimentale directe n'a encore été réalisée.

$$\left\|\underline{\varepsilon}^{tr}\right\| = \gamma \cdot z \tag{2.1}$$

Dans ce chapitre, nous proposons deux stratégies de validation de la relation 2.1 pour les AMF isotropes. Dans un premier temps, des essais de traction-compression-torsion sur un alliage de type Cu-Al-Be sont réalisés, couplés à une mesure de résistance électrique permettant de déterminer la fraction volumique de martensite. Dans un second temps, le modèle micro-macro de Patoor *et al.* est utilisé pour la validation en tant que "machine d'essai virtuelle" afin de simuler le comportement d'un AMF isotrope.

1 Modèle isotrope de Bouvet *et al.*

Le modèle de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] est un modèle phénoménologique de comportement des AMF sous sollicitations pseudoélastiques, tridimensionnelles, proportionnelles ou non. Il s'agit donc d'un modèle isotherme, pour des températures supérieures à A_f (matériau initialement dans son état austénitique).

Ce modèle fait l'hypothèse de l'existence de deux surfaces seuil de début de transformation : une pour la transformation directe austénite-martensite, l'autre pour la transformation inverse martensite-austénite.

De même, la vitesse de déformation de transformation $\dot{\underline{\varepsilon}}^{tr}$ est supposée normale à ces surfaces seuils.

La troisième hypothèse du modèle est qu'il existe une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et une norme de la déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$.

Enfin une originalité du modèle réside dans le stockage des extrema atteints qui, d'une part, permettent de décrire l'effet mémoire du point retour et, d'autre part, jouent un rôle important sous chargement non proportionnel.

Le cadre thermodynamique utilisé est celui de la thermodynamique des processus irréversibles. Il ne sera pas repris ici, mais est écrit en détail dans [Bouvet *et al.*, 2004]. On fait également l'hypothèse des petites déformations. En plus des variables observables classiques, déformation totale $\underline{\varepsilon}$ et température T, deux variables internes $\underline{\varepsilon}^{tr}$ et H sont introduites qui représentent respectivement la déformation de transformation et l'énergie stockée récupérable.

1.1 Partition de la déformation

La déformation de transformation est définie par le partitionnement de la déformation :

$$\underline{\varepsilon}^{tr} = \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^{e} = \underline{\varepsilon} - \underline{\underline{L}}^{-1}\underline{\sigma} \tag{2.2}$$

où $\underline{\varepsilon}^{e}$, est le tenseur de déformation élastique, $\underline{\sigma}$ le tenseur des contraintes et $\underline{\underline{L}}$ le tenseur d'élasticité de Hooke. Afin de simplifier le problème, l'austénite et la martensite sont supposées avoir le même comportement élastique.

1.2 Description des surfaces seuil

Les deux surfaces seuil de début de transformation, directe et inverse, sont définies par les équations 2.3 et 2.4.

$$f_1 = \sigma_{eq} - R(z,h) - \sigma_0(T) \leq 0 \qquad (0 \leq z < 1) \tag{2.3}$$

$$f_2 = -\underline{\sigma} : \frac{\underline{\varepsilon}^{tr}}{\overline{\overline{\varepsilon}}^{tr}} + \frac{R(z,h) - \sigma_0(T) - \delta}{g(\cos(3\alpha))}\cos(\theta_\varepsilon - \alpha) \leq 0 \qquad (0 < z \leq 1) \tag{2.4}$$

où σ_{eq} est une contrainte équivalente pour les AMF isotropes et g une fonction qui seront définies au paragraphe 1.2.1, δ est un paramètre matériau définissant la taille du domaine d'élasticité à la décharge et $\sigma_0(T)$ est la contrainte seuil de début de transformation en traction à la température T.

θ_ε est l'angle entre la direction I et le tenseur $\underline{\varepsilon}^{tr}$ dans le plan du déviateur et α l'angle entre la direction I et le point où $\underline{\varepsilon}^{tr}$ est normale à la surface $f_1 = 0$ (figure 2.2).

La surface de transformation inverse est une droite perpendiculaire à la déformation de transformation dans le plan du déviateur des contraintes (figure 2.1). Cette définition permet de revenir à déformation de transformation nulle pour un état libre de contraintes avec fraction volumique de martensite nulle. De plus, l'avantage d'une droite est qu'elle ne pose pas de problèmes de convexité.

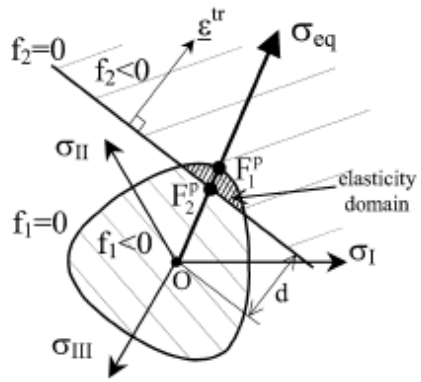


FIG. 2.1: Surfaces de transformation directe et inverse [Bouvet *et al.*, 2004] .

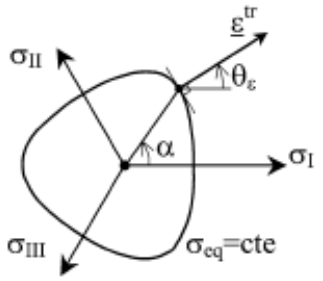


FIG. 2.2: Représentation des angles α et θ_ε [Bouvet *et al.*, 2004].

D'autre part, $R(z,h)$ est la taille de la surface seuil dont la construction sera donnée au paragraphe 1.2.3 ; elle dépend de la fraction volumique de martensite z et des variables d'histoire h.

La fraction volumique de martensite, z, est définie par hypothèse comme une fonction de la norme de la variable interne tenseur de déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$:

$$z = \frac{\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|}{\gamma} = \frac{\varepsilon^{tr}_{eq}}{\gamma} \tag{2.5}$$

où ε^{tr}_{eq} est la déformation de transformation équivalente associée à la contrainte équivalente σ_{eq} dont la définition est donnée au paragraphe 1.2.2 et γ un paramètre matériau représentant la déformation de transformation maximale atteignable en traction. Cette relation n'a jamais été vérifiée expérimentalement dans le cas de sollicitations 3D. A l'heure actuelle, seules des validations 1D directes ont été réalisées [Vacher, 1991, Vacher et Lexcellent, 1991, Gonzalez, 2002, Kotil *et al.*, 2003].

Par ailleurs Bouvet *et al.* ne sont pas les seuls à proposer un tel type de relation. Ainsi Juhasz *et al.* [Juhasz *et al.*, 2002] et Helm et Haupt [Helm et Haupt, 2003] postulent l'existence d'une relation similaire (équation 2.6) entre la déformation de transformation équivalente $\underline{\varepsilon}^{tr}$ et la fraction volumique de martensite orientée z_σ. La seule différence est que la déformation de transformation équivalente est remplacée par la déformation de transformation équivalente : $\overline{\varepsilon^{tr}} = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\varepsilon}^{tr} : \underline{\varepsilon}^{tr}}$.

$$z = \frac{\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|}{\gamma} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{\gamma} \tag{2.6}$$

1.2.1 Contrainte équivalente pour les AMF isotropes

Seul le cas des AMF isotropes est traité ici, par conséquent la contrainte équivalente dépend potentiellement de p la pression hydrostatique, $\overline{\sigma}$ la contrainte équivalente de von Mises et y_σ définis à l'équation 2.7.

$$\begin{aligned} p &= tr(\underline{\sigma}) \\ \overline{\sigma} &= \sqrt{\frac{3}{2}\underline{dev}(\underline{\sigma}) : \underline{dev}(\underline{\sigma})} \\ y_\sigma &= \frac{27}{2}\frac{det(\underline{dev}(\underline{\sigma}))}{\overline{\sigma}^3} = \cos(3\theta) \end{aligned} \tag{2.7}$$

Avec $\underline{dev}(\underline{\sigma})$ le déviateur du tenseur des contraintes défini par :

$$\underline{dev}(\underline{\sigma}) = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\underline{\sigma})\underline{I} \tag{2.8}$$

La figure 2.3 donne une représentation géométrique de $\overline{\sigma}$ et y_σ dans le plan du déviateur $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$. Dans ce plan, l'angle θ représente l'angle entre la direction de chargement et la contrainte principale σ_I.

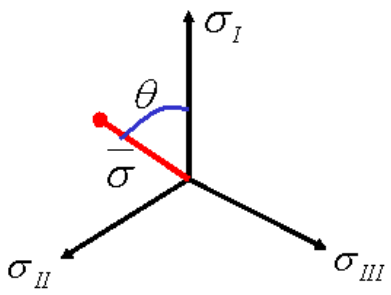


FIG. 2.3: Interprétation de $\overline{\sigma}$ et y_σ dans le plan déviatorique.

Comme la transformation martensitique a lieu sans changement de volume [Gall *et al.*, 1999], la contrainte équivalente est indépendante du premier invariant des contraintes p. Pour décrire la dissymétrie traction-compression, observée entre autres par [Gall *et al.*, 1997, Patoor *et al.*, 1995, Liu *et al.*, 1998], Bouvet *et al.*, ont proposé la contrainte équivalente suivante :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\overline{\sigma}, y_\sigma) = \overline{\sigma} g(y_\sigma) \tag{2.9}$$

où la fonction $g(y_\sigma)$ est définie par l'équation 2.10 :

$$g(y_\sigma) = \cos\{\frac{\arccos(1 - a(1 - y_\sigma))}{3}\} \tag{2.10}$$

avec a un paramètre matériau compris entre 0 et 1, permettant de décrire la dissymétrie traction-compresion. Pour $a = 0$, il n'y a pas de dissymétrie et le critère est le même que celui de von Mises (figure 2.4). Pour $a = 1$, le critère a une forme triangulaire dans le plan déviatorique et la dissymétrie entre les seuils en traction et en compression est maximale.

Cette définition permet d'obtenir un critère convexe pour toutes les valeurs de a comprises entre 0 et 1 (figure 2.4).

La surface seuil initiale de début de transformation directe associée à la contrainte équivalente σ_{eq} ainsi obtenue, $f_1 = 0$, a été comparée à des surfaces seuil obtenues expérimentalement

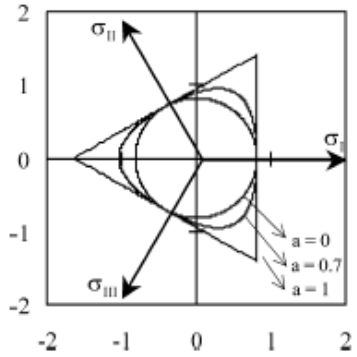


FIG. 2.4: Allure de la contrainte équivalente dans le plan déviatorique [Bouvet *et al.*, 2004].

via des essais de détection de surfaces de début de transformation [Bouvet *et al.*, 2002]. La procédure de ces essais de détection sur un alliage de type Cu-Al-Be en bi-compression et traction pression interne est détaillée dans [Bouvet *et al.*, 2002].

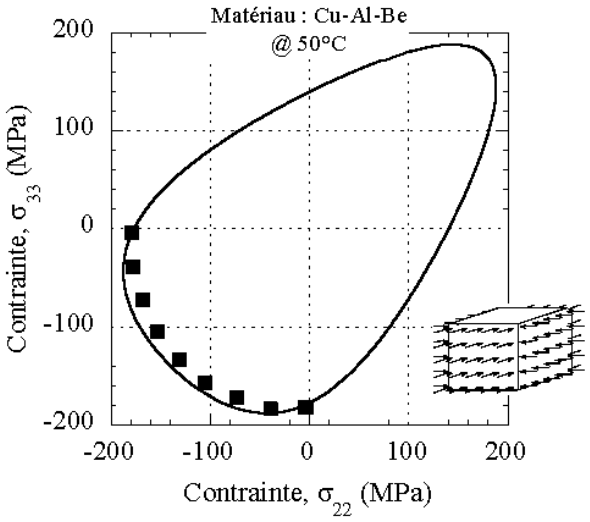


FIG. 2.5: Surface seuil de début de transformation initiale expérimentale en bi-compression et comparaison avec la surface seuil associée à σ_{eq}.

D'autres auteurs ont également réalisé des essais de détection de surfaces seuil initiale de début de transformation, citons notamment [Rogueda, 1993, Rejzner, 2000, Raniecki *et al.*, 2001, Taillard, 2003] en traction-torsion, dont les formes sont cohérentes avec la contrainte équivalente proposée (figure 2.7). La contrainte équivalente est en effet capable de décrire :

- la dissymétrie traction compression,
- la symétrie par rapport à la première bissectrice (attendue dans le cas d'un matériau isotrope),
- la dissymétrie par rapport à ma deuxième bissectrice dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$,
- le seuil de début de transformation en torsion.

Le choix d'une telle forme pour la contrainte équivalente σ_{eq} (équation 2.9) est donc bien validé expérimentalement.

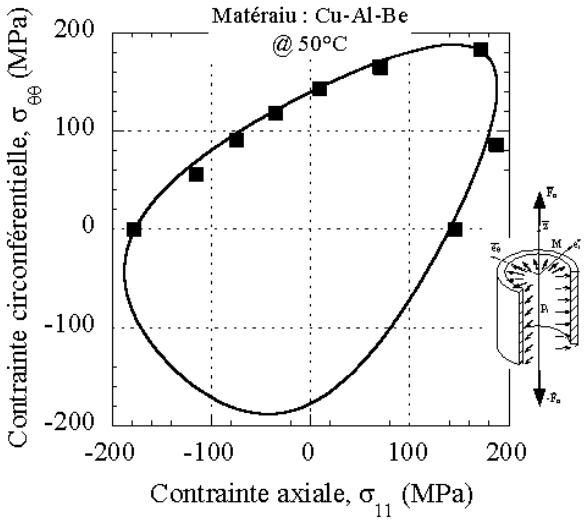


FIG. 2.6: Surface seuil de début de transformation initiale expérimentale en traction-compression-pression interne et comparaison avec la surface seuil associée à σ_{eq}.

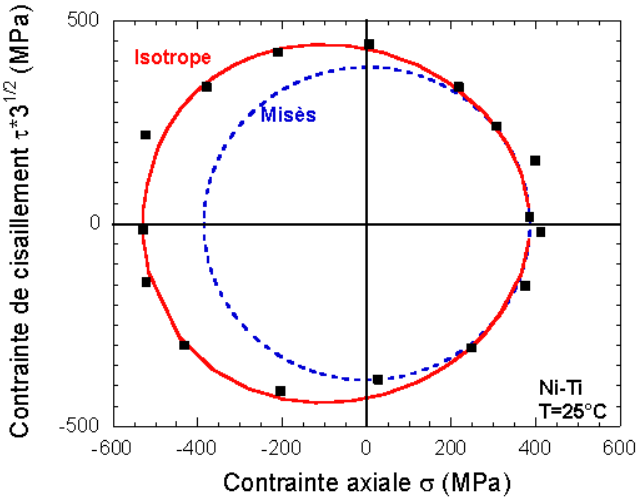


FIG. 2.7: Surface seuil de début de transformation initiale expérimentale en traction-compression-torsion et comparaison avec la surface seuil associée à σ_{eq} pour un AMF de type Ni-Ti [Taillard, 2003].

1.2.2 Déformation équivalente pour les AMF isotropes

La définition de la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} associé à la contrainte équivalente σ_{eq} qui vient d'être définie équation 2.9, est basée sur le concept d'équivalence en puissance [Bouvet *et al.*, 2004] : c'est-à-dire que la puissance de transformation sous chargement proportionnel $P^{tr} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ est égale à la puissance de transformation équivalente $P_{eq}^{tr} = \sigma_{eq}.\dot{\varepsilon}_{eq}^{tr}$.

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq}.\dot{\varepsilon}^{tr}_{eq} \tag{2.11}$$

Cette définition implique que les réponses d'un AMF isotrope soient identiques dans le plan $(\sigma_{eq}, \varepsilon^{tr}_{eq})$ quel que soit le chargement multiaxial proportionnel considéré.

On fait également l'hypothèse de la loi de normalité, c'est-à-dire que la direction du taux de déformation de transformation est supposée normale à la surface de début de transformation f_1 (équation 2.3) :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda}\,\frac{\partial f_1}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda}\,\frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda}\underline{K}_\sigma \tag{2.12}$$

Où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur pseudoélastique et $\underline{K}_\sigma$ est la normale à la surface seuil au point de chargement.

Cette hypothèse de normalité a été validée expérimentalement par Bouvet *et al.* en bi-compression et traction pression interne pour le même alliage de Cu-Al-Be que précédemment (figure 2.8). Cette validation a également été faite en traction-torsion par Rejzner [Rejzner, 2000] sur un AMF de type Ni-Ti. La figure 2.9 présente la surface seuil de début de transformation dans le plan $(\sigma_{zz}, \sqrt{3}\sigma_{z\theta})$ pour différents offsets, où σ_{zz} est la contrainte axiale et $\sigma_{z\theta}$ la contrainte de cisaillement, ainsi que la direction d'écoulement de la vitesse de déformation de transformation $\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$.

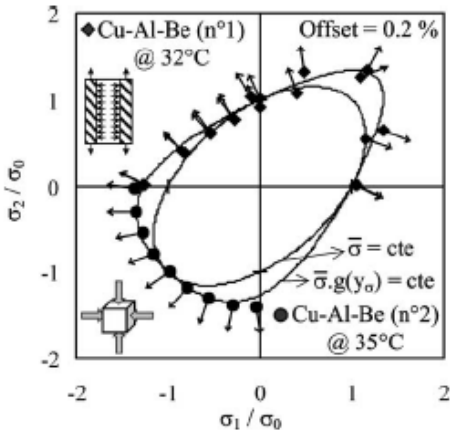


FIG. 2.8: Contrainte seuil expérimentale de début de transformation en bi-compression et traction pression interne et directions de la déformation de transformation [Bouvet *et al.*, 2004].

Pour les AMF isotropes, Raniecki et Lexcellent [Raniecki et Lexcellent, 1998] ont obtenu le résultat suivant :

$$\underline{K}_\sigma = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{3}{2} g(y_\sigma)\underline{N}_\sigma + \frac{9}{2} g'(y_\sigma)\left(3\underline{N}^2_\sigma - y_\sigma \underline{N}_\sigma - \frac{2}{3}\underline{I}\right) \tag{2.13}$$

Avec $\underline{I}$ le tenseur identité et :

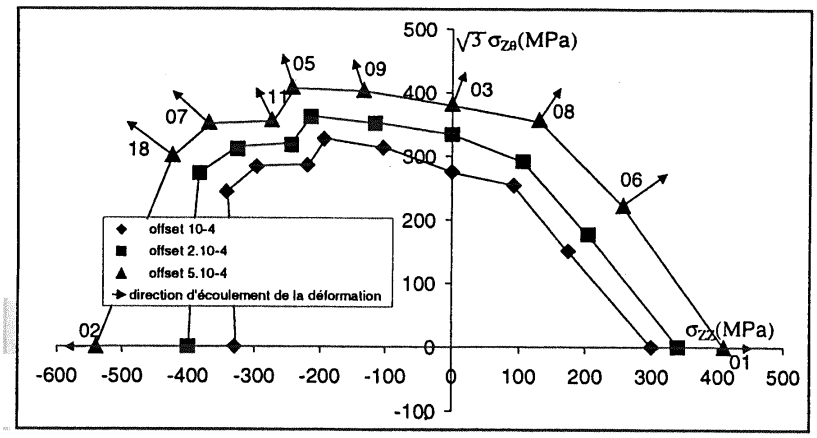


FIG. 2.9: Contrainte seuil expérimentale de début de transformation en traction-torsion et directions de la déformation de transformation [Rejzner, 2000].

$$\begin{aligned} \underline{N}_\sigma &= \frac{dev(\underline{\sigma})}{\overline{\sigma}} \\ g'(y_\sigma) &= \frac{\partial g(y_\sigma)}{\partial y_\sigma} \end{aligned} \tag{2.14}$$

et $g(y_\sigma)$ est donné par l'équation 2.10.
On en déduit :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda}\underline{\sigma} : \underline{K}_\sigma = \dot{\lambda}\sigma_{eq} \tag{2.15}$$

D'où :

$$\dot{\varepsilon}^{tr}_{eq} = \dot{\lambda} \tag{2.16}$$

En utilisant l'équation 2.12 on peut déduire le multiplicateur pseudoélastique :

$$\dot{\lambda} = \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq} = \sqrt{\frac{\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}}{\underline{K}_\sigma : \underline{K}_\sigma}} = \frac{\overline{\dot{\varepsilon}^{tr}}}{g^2(y_\sigma) + 9(g'(y_\sigma))^2(1 - y_\sigma^2)} \tag{2.17}$$

Où $\overline{\dot{\varepsilon}^{tr}}$ est le taux de déformation équivalent de von Mises défini par :

$$\overline{\dot{\varepsilon}^{tr}} = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}} \tag{2.18}$$

Dès lors, la déformation équivalente est définie comme le taux de déformation équivalent :

$$\varepsilon^{tr}_{eq} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{g^2(y_\sigma) + 9(g'(y_\sigma))^2(1 - y_\sigma^2)} \tag{2.19}$$

Dans cette définition, la déformation de transformation équivalente dépend du troisième invariant des contraintes y_σ. Il est possible de calculer y_σ comme une fonction de la déformation

de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ pour chaque trajet de chargement proportionnel. Cette fonction n'a pas d'expression analytique, néanmoins on peut utiliser l'approximation suivante [Bouvet *et al.*, 2004] :

$$\frac{1}{g^2(y_\sigma)+9(g'(y_\sigma))^2(1-y_\sigma^2)} \approx \frac{g(-y_{\varepsilon^{tr}})}{g(-1)} \tag{2.20}$$

Avec $y_{\varepsilon^{tr}}$ le troisième invariant de la déformation de transformation égal à :

$$y_{\varepsilon^{tr}} = 4\frac{det(\underline{\varepsilon}^{tr})}{\overline{\varepsilon^{tr}}^3} \tag{2.21}$$

L'approximation utilisée conduit à des erreurs au plus égales à $2,5\%$ quelle que soit la valeur de a dans l'intervalle $[0;1]$ (figure 2.10) [Bouvet *et al.*, 2004].

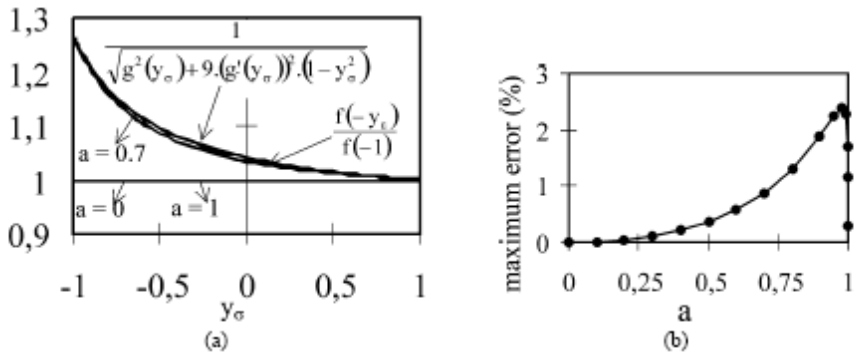


FIG. 2.10: Erreur commise sur la déformation de transformation équivalente : (a) Comparaison des deux fonctions, (b) Erreur maximale en fonction du paramètre a [Bouvet *et al.*, 2004].

Finalement, la déformation de transformation équivalente, cohérente avec la contrainte équivalente, est définie par :

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \overline{\varepsilon^{tr}}\,\frac{g(-y_{\varepsilon^{tr}})}{g(-1)} \tag{2.22}$$

1.2.3 Évolution de la taille de la surface seuil $R(z,h)$ au cours d'un chargement

Pour définir l'évolution de R, considérons un trajet de chargement 1D comme présenté à la figure 2.11.

Au point O, le matériau est vierge et complètement austénitique, donc la fraction volumique de martensite, z, vaut zéro ($z=0$), il n'y a pas de paramètres d'histoire ($h=\emptyset$) et la valeur de R vaut zéro.

$$R(z=0;h=\emptyset)=0 \tag{2.23}$$

Entre les points O et A, $f_1^t<0$ et $f_2^t<0$ donc le comportement du matériau est élastique. Au point A a lieu la transformation directe : $f_1^t(A)=0$ donc $\sigma(A)=\sigma_0(T)$.

Ensuite la cinématique de transformation est donnée par l'évolution de R :

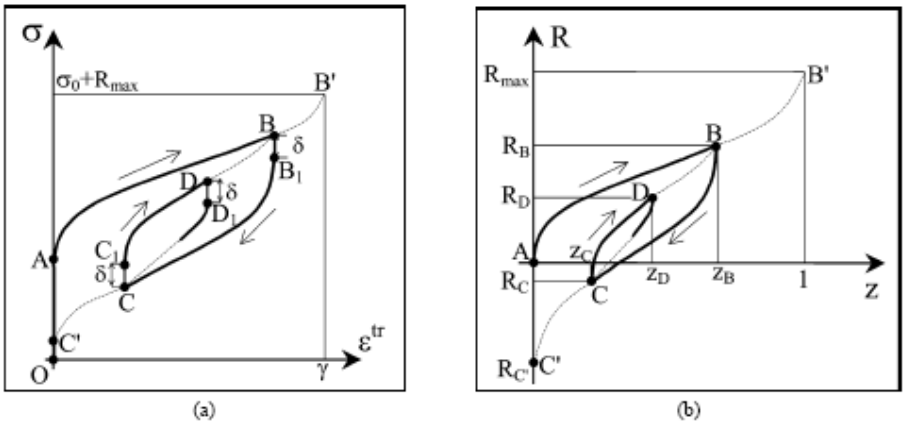


FIG. 2.11: Exemple de trajet de chargement 1D : (a) Dans le plan $(\varepsilon^{tr}, \sigma)$, (b) Dans le plan (z, R) [Bouvet *et al.*, 2004].

$$R(z; h = \emptyset) = R_{max}.f(z) \tag{2.24}$$

où R_{max} est un paramètre matériau et f(z) une fonction de la fraction volumique de martensite, z, vérifiant :

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(1) &= 1 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Au point B, le chargement est inversé, donc B est un maximum local, et sa fraction volumique de martensite z_B est mémorisée :

$$h = [z_B] \tag{2.26}$$

Entre les points B et B_1, $f_1^t < 0$ et $f_2^t < 0$ et donc le matériau a un comportement élastique. Au point B_1 a lieu la transformation inverse :

$$f_2^t(B_1) = 0 \tag{2.27}$$

La cinématique de transformation est donnée par l'évolution de R :

$$R(z; h = [z_B]) = R_{C'} + f(\frac{z}{z_B}).(R_B - R_{C'}) \tag{2.28}$$

avec :

$$\begin{aligned} R_B &= R_{max}.f(z_B) \\ R_{C'} &= -\Delta R.z_B \end{aligned} \tag{2.29}$$

où ΔR est un paramètre matériau.

Au point C, le chargement s'inverse à nouveau, donc C est un minimum local, et sa fraction volumique de martensite z_C est mémorisée :

$$h = [z_B, z_C] \tag{2.30}$$

Entre les points C et C_1, $f_1^t < 0$ et $f_2^t < 0$ et donc le matériau a un comportement élastique. Au point C_1 a lieu la transformation directe :

$$f_1^t(C_1) = 0 \tag{2.31}$$

Et la cinématique de tranformation est donnée par R :

$$R(z; h = [z_B, z_C]) = R_C + f(\frac{z - z_C}{z_B - z_C}).(R_B - R_C) \tag{2.32}$$

avec :

$$R_C = R_{C'} + f(\frac{z_C}{z_B}).(R_B - R_{C'}) \tag{2.33}$$

donc :

$$\begin{aligned} R_B &= R(z = z_C; h = [z_B, z_C]) \\ R_C &= R(z = z_B; h = [z_B, z_C]) \end{aligned} \tag{2.34}$$

Si la charge est poursuivie jusqu'à $\sigma = \sigma(B)$, la courbe contrainte-déformation passe à nouveau par le point B. La boucle BCB est refermée, et les paramètres d'histoire z_B et z_C sont oubliés. Par conséquent, après le point B, $h = \emptyset$, et la cinématique de la tranformation directe est redonnée par :

$$R(z; h = \emptyset) = R_{max}.f(z) \tag{2.35}$$

Cas général d'une charge : Dans le cas général, pendant une charge, les paramètres d'histoire sont :

$$h = h_m^i = [z_M^1, z_m^1, z_M^2, z_m^2, ..., z_M^i, z_m^i] \tag{2.36}$$

Et la transformation directe est pilotée par :

$$\begin{aligned} f_1^t &= \sigma - R(z; h) - \sigma_0(T) \\ \dot{f}_1^t &= 0 \\ R(z; h) &= R_m^i + f(\frac{z - z_m^i}{z_M^i - z_m^i}).(R_M^i - R_m^i) \end{aligned} \tag{2.37}$$

Cas général d'une décharge : De même, pendant une décharge, les paramètres d'histoire sont :

$$h = h_m^i = [z_M^1, z_m^1, z_M^2, z_m^2, ..., z_M^{i-1}, z_m^{i-1}, z_M^i] \tag{2.38}$$

Et la transformation inverse est pilotée par :

$$\begin{aligned} f_2^t &= -\sigma + R(z;h) + \sigma_0(T) - \delta \\ \dot{f}_2^t &= 0 \\ R(z;h) &= R_m^{i-1} + f(\frac{z_M^i - z}{z_M^i - z_m^{i-1}}).(R_M^i - R_m^{i-1}) \end{aligned} \tag{2.39}$$

Les extrema R_m^i et R_M^i peuvent ainsi être déterminés par récurrence.

Au final, pour déterminer complètement le modèle, il reste à déterminer la fonction f(z). Par commodité, cette fonction est choisie symétrique entre (z) et (1-z) :

$$f(1-z) = 1 - f(z) \tag{2.40}$$

et comme un polynôme d'ordre 3 :

$$f(z) = (1 - \frac{n}{4}).z + n.[(z - \frac{1}{2})^3 + \frac{1}{8}] \tag{2.41}$$

où n est un paramètre matériau compris entre 0 et 4.

Cette définition permet de représenter l'effet mémoire du point retour (voir figure 2.12) observé expérimentalement sur un alliage de type Cu-Al-Be.

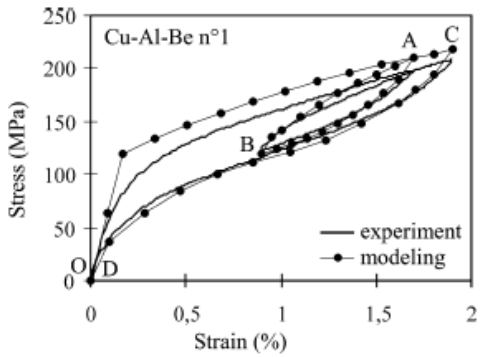


FIG. 2.12: Chargement 1D complexe, effet mémoire du point retour, comparaison essai-modèle [Bouvet *et al.*, 2004].

1.3 Évolution de la déformation de transformation

Les lois d'évolution pour la déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ sont données par :

– pour la transformation directe, $\dot{z} > 0$:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda}_1 \underline{K}_\sigma \tag{2.42}$$

– pour la transformation inverse, $\dot{z} < 0$:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda}_2 \frac{\partial f_2}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial \underline{\varepsilon}^{tr}}{\partial \overline{\varepsilon^{tr}}} \tag{2.43}$$

avec $\dot{\lambda}_1$ et $\dot{\lambda}_2$ donnés par les conditions de cohérence et satisfaisant les conditions de charge-décharge suivantes :

$$\begin{aligned}
f_1 < 0 \; et \; f_2 < 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_2 = 0 && \text{(élasticité)} \\
f_1 = 0 \; et \; \dot{f}_1 < 0 \; et \; f_2 < 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_1 = 0 && \text{(décharge élastique)} \\
f_2 = 0 \; et \; \dot{f}_2 < 0 \; et \; f_1 < 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_2 = 0 && \text{(recharge élastique)} \\
f_1 = 0 \; et \; \dot{f}_1 = 0 \; et \; f_2 < 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_1 = \frac{\gamma \dot{z}}{\underline{K}_\varepsilon : \underline{K}_\sigma} \geq 0 && \text{(A} \rightarrow \text{M)} \\
f_2 = 0 \; et \; \dot{f}_2 = 0 \; et \; f_1 < 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_2 = \gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \leq 0 && \text{(M} \rightarrow \text{A)} \\
f_1 = 0 \; et \; \dot{f}_1 = 0 \; et \; f_2 = 0 \; et \; \dot{f}_2 = 0 \quad &\Rightarrow \quad \dot{\lambda}_1 \underline{K}_\varepsilon : \underline{K}_\sigma + \dot{\lambda}_2 \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} = \gamma \dot{z}
\end{aligned}$$

La dernière condition ne peut apparaître que sous chargement non proportionnel et est activée pendant le processus de réorientation.

Un bon accord entre le modèle et les résultats d'essais non proportionnels en bi-compression et en traction pression interne sur le Cu-Al-Be est observé (figures 2.13 et 2.14).

Un autre modèle permet d'obtenir une aussi bonne coïncidence entre essais non proportionnels et modèle, il s'agit du modèle de Helm et Haupt [Helm et Haupt, 2003] qui est comparé aux résultats expérimentaux obtenus sur un AMF de type Ni-Ti [Helm et Haupt, 2001]. Les figures 2.16, 2.15, 2.18 et 2.17 permettent de comparer les résultats d'essais non proportionnels de traction torsion pour deux trajets, "carré" et "sablier", et les simulations données par le modèle.

1.4 Bilan

Le modèle de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] est un modèle phénoménologique de comportement des AMF sous sollicitations pseudoélastiques, tridimensionnelles, proportionnelles ou non. Ce modèle a été comparé avec des résultats d'essais sur un AMF de type Cu-Al-Be sous sollicitations 1D complexes, 3D proportionnelles et non proportionnelles. La très bonne coïncidence entre les essais et les simulations du modèle permettent de valider indirectement les choix faits en termes d'hypothèses.

La première hypothèse du modèle est l'existence de deux surfaces seuil de début de transformation : une pour la transformation directe austénite-martensite, l'autre pour la transformation

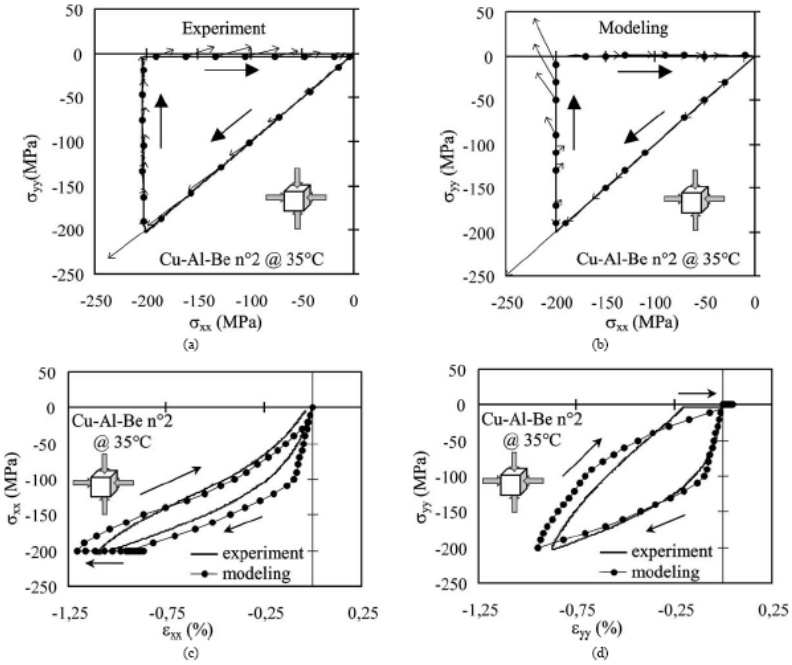


FIG. 2.13: Comparaion essai-modèle pour un chargement non proportionnel de bi-compression [Bouvet *et al.*, 2004].

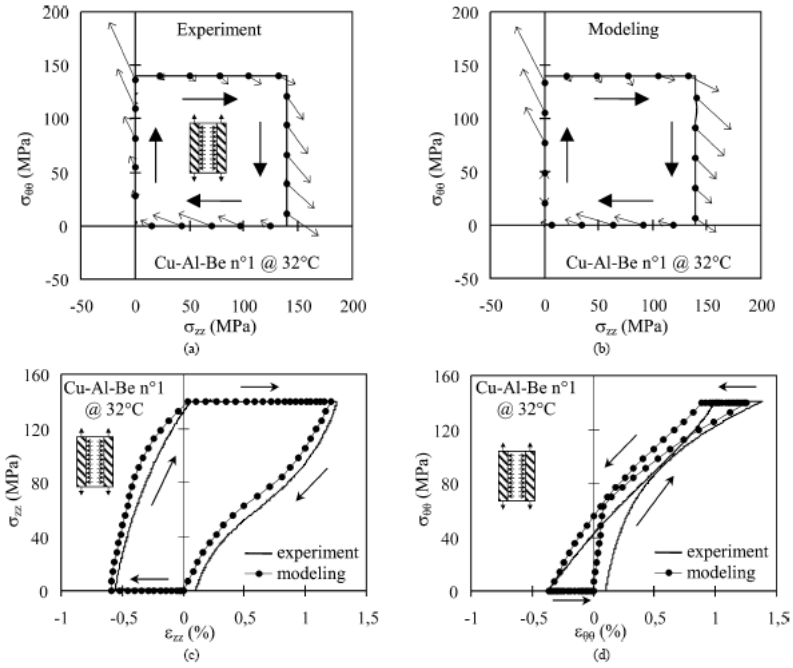


FIG. 2.14: Comparaion essai-modèle pour un chargement non proportionnel de traction pression interne [Bouvet *et al.*, 2004].

inverse martensite-austénite. La détection de la surface seuil initiale de début de transformation sur le Cu-Al-Be en bi-compression et traction-pression interne a permis de valider le choix ef-

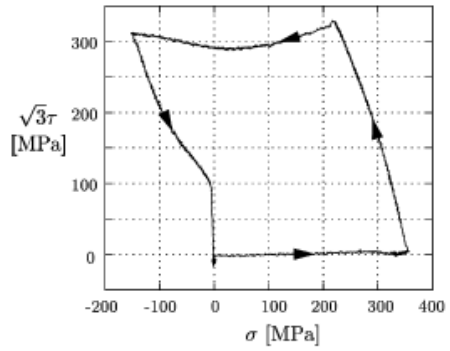


FIG. 2.15: Trajet carré non proportionnel : résultat d'essai [Helm et Haupt, 2003].

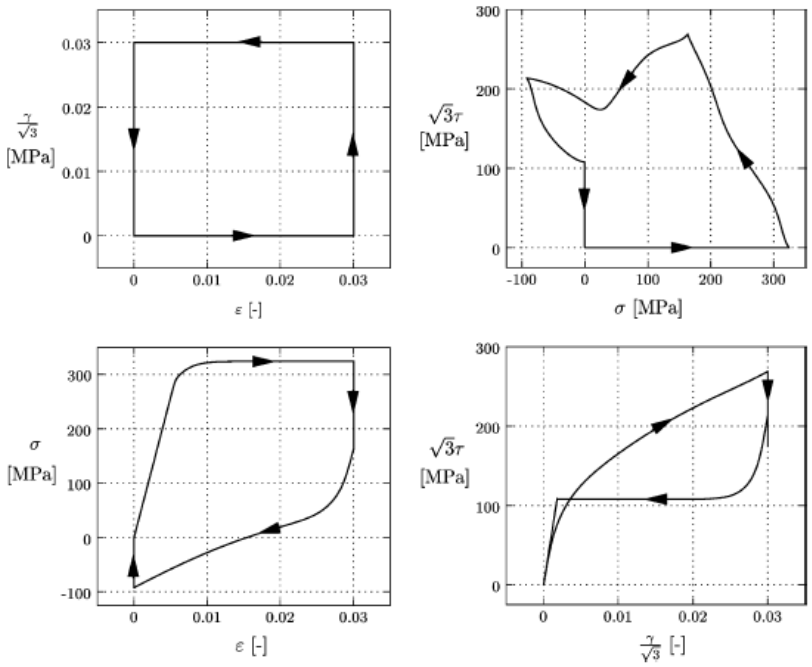


FIG. 2.16: Trajet carré non proportionnel : résultat des simulations [Helm et Haupt, 2003].

fectué pour la surface de début de transformation directe.

De même, la vitesse de déformation de transformation $\dot{\underline{\varepsilon}}^{tr}$ est supposée normale à ces surfaces seuils. Cette hypothèse a été également vérifiée expérimentalement.

Enfin, la troisième hypothèse du modèle est qu'il existe une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et une norme de la déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$ prise ici comme étant égale à la déformation de transformation équivalente ε^{tr}_{eq}. Cette hypothèse n'a été validée que pour des chargements unidimensionnels en traction [Vacher, 1991, Vacher et Lexcellent, 1991, Gonzalez, 2002, Kotil *et al.*, 2003] : la fraction volumique de martensite déterminée par mesure de résistance électrique est proportionnelle à la déformation

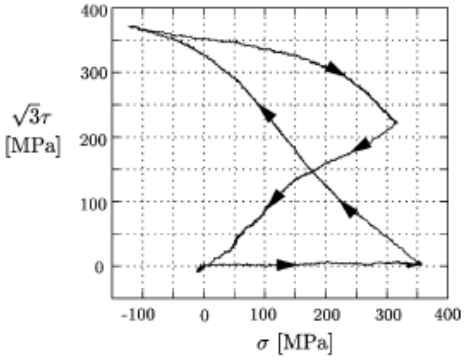


FIG. 2.17: Trajet sablier non proportionnel : résultat d'essai [Helm et Haupt, 2003].

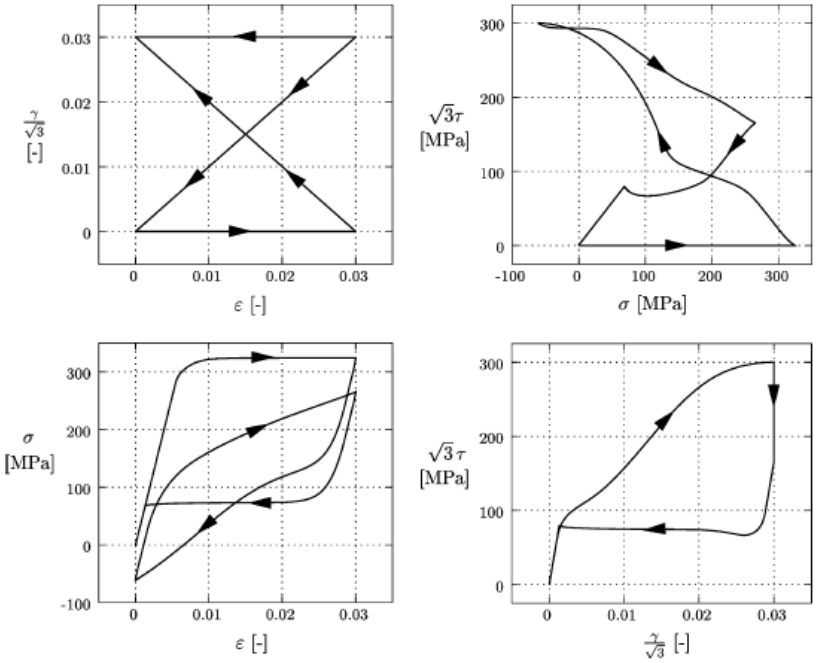


FIG. 2.18: Trajet sablier non proportionnel : résultat des simulations [Helm et Haupt, 2003].

axiale de transformation ε^{tr}.

L'objectif de la seconde partie de ce chapitre est de valider expérimentalement et de façon directe la relation 2.44 dans le cas de sollicitations 3D proportionnelles.

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z \tag{2.44}$$

2 Stratégie expérimentale

La validation expérimentale de cette relation est faite à l'aide d'essais proportionnels en traction-compression-torsion sur un AMF de type Cu-Al-Be durant lesquels on souhaite dé-

terminer, d'une part, la fraction volumique de martensite z, et d'autre part, la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} à partir de $\underline{\varepsilon}^{tr}$.

Nous avons donc dans un premier temps, développé une méthode de mesure in-situ de la fraction volumique de martensite z durant les essais mécaniques. Cette méthode est basée sur la mesure de la résistance électrique de la partie utile de l'éprouvette.

D'autre part, pour calculer ε_{eq}^{tr} à partir de $\underline{\varepsilon}^{tr}$, il faut identifier le paramètre a du modèle de Bouvet *et al.*. Ce paramètre est obtenu à partir des contraintes seuil de début de transformation en traction et en compression.

Nous pourrons ainsi tracer ε_{eq}^{tr} en fonction de z pour les différentes directions de chargement et vérifier si les courbes ainsi obtenues sont bien linéaires et confondues.

2.1 Détermination de la fraction volumique de martensite par mesure de résistance électrique

L'objectif est ici d'estimer la fraction volumique de martensite présente z au cours d'un essai de pseudoélasticité. Il s'agit donc de réaliser des mesures in-situ de la fraction volumique de martensite. Il existe plusieurs méthodes de mesure de la fraction volumique de martensite [Zhao *et al.*, 2001]. Citons notamment : la diffraction des rayons X, la diffraction des neutrons, la microscopie optique combinée à une analyse d'image, la microscopie électronique à balayage, la spectroscopie Mössbauer (basée sur l'absorption de photons gamma) et la dilatométrie. Ces méthodes ne peuvent pas (ou difficilement) être mises en oeuvre en même temps qu'un essai mécanique et ne sont donc pas adaptées à notre étude.

Les méthodes in-situ les plus connues utilisent le fait que les propriétés électriques ou magnétiques des deux phases (*i.e.* austénite et martensite) sont différentes. Dans notre cas, nous avons choisi de déterminer la fraction volumique de martensite z en utilisant une mesure de résistance électrique car cette méthode est particulièrement bien adaptée pour réaliser des mesures de la fraction volumique de martensite z en temps réel au cours un essai mécanique.

2.1.1 Principe

Comme l'austénite et la martensite ont des résistivités différentes (10.10^{-8} $\Omega.m$ pour l'austénite, 14.10^{-8} $\Omega.m$ pour la martensite pour un AMF de type Cu-Al-Be), l'évolution de la microstructure, en termes de fraction volumique de martensite, peut être déterminée au cours d'un essai mécanique via des mesures de variation de la résistance électrique de l'éprouvette [Patoor et Berveiller, 1994].

2.1.2 Précautions

Méthode dite des "4 fils" La mesure de la résistance de l'échantillon demande certaines précautions afin d'éviter les erreurs systématiques. En effet, la résistivité d'un AMF cuivreux étant de l'ordre de $10^{-7}\Omega.m$, la résistance électrique à mesurer est très faible. Pour cela, la

méthode dite des "4 fils" est utilisée : le courant circule entre les deux fils extrêmes et l'on mesure la tension entre les deux fils médians (schéma donné figure 2.19). Ce montage permet de supprimer l'erreur due à la résistance des fils de contact.

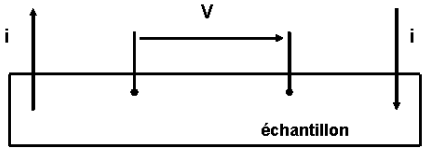


FIG. 2.19: Mesure de la résistance électrique par la méthode dite des "4 fils".

Effet thermocouple et effet Joule Une seconde difficulté est la différence de température pouvant exister entre les deux fils médians (à cause du balayage en température ou des dégagements de chaleurs dus à la transformation) qui provoque l'apparition d'une tension supplémentaire (effet thermocouple). On ne mesure donc pas $V = R \cdot i$ mais $V = R \cdot i - V'$. Pour éliminer V' on utilise un courant i en créneaux et on mesure ΔV à chaque alternance (figure 2.20) [Patoor *et al.*, 1994].

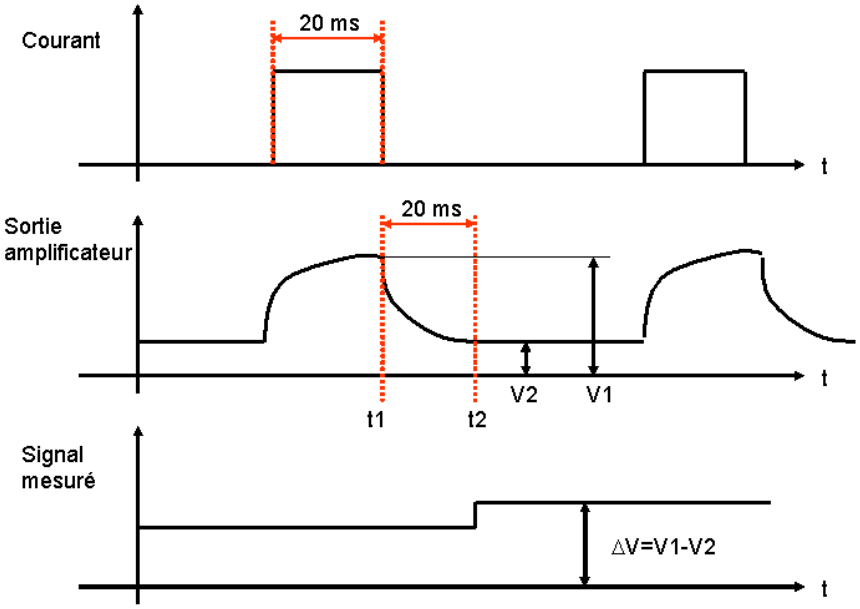


FIG. 2.20: Prise en compte de l'effet thermocouple par l'utilisation du courant en créneaux.

Le courant est injecté dans l'éprouvette sous forme d'impulsions d'amplitude constante d'une durée d'environ 20 *ms*, temps au bout duquel le potentiel électrique est considéré comme établi. La tension de sortie V_1 est alors mémorisée analogiquement puis le courant s'annule. Exactement 20 *ms* plus tard, une deuxième mémorisation intervient (V_2). On dispose alors de la tension $\Delta V = V_1 - V_2$, exempte de tout parasite quasi-statique, et qui est la tension recherchée. Ces opérations se répètent à chaque impulsion. Cette méthode permet également de limiter les échauffements par effet Joule.

Pour faire nos mesures, nous avons utilisé un appareil dédié de marque ANS, appelé "suiveur de fissure", qui réalise ces opérations de manière automatique et nous donne directement ΔV tension proportionnelle à la résistance électrique de l'éprouvette.

Effet de la déformation axiale Pendant les essais mécaniques on peut ainsi déterminer la résistance électrique R de l'éprouvette. Celle ci est reliée à la résistivité ρ par la relation :

$$R = \rho \frac{L}{S} \tag{2.45}$$

où L et S sont la longueur et la section de l'éprouvette respectivement.

Si le volume de l'éprouvette est supposé constant, c'est-à-dire que l'on néglige les variations de volume liées aux déformations élastiques, et égal à $V_0 = S_0 \cdot L_0 = S \cdot L$ où L_0 et S_0 sont la longueur et la section initiales de l'éprouvette respectivement., on peut récrire la résistance électrique de l'éprouvette comme :

$$R = \rho \frac{L^2}{V_0} \tag{2.46}$$

La figure 2.21 montre l'évolution de la résistance électrique de l'éprouvette en fonction de la déformation axiale totale ε_{11} au cours d'un essai de traction-compression.

Durant cet essai, à température constante, la variation de la résistance électrique de l'éprouvette est donnée par :

$$\Delta R = \rho \frac{2L}{V_0} \Delta L + \frac{L^2}{V_0} \Delta \rho \tag{2.47}$$

ou encore :

$$\Delta R \approx \rho \frac{2L_0}{S_0} \varepsilon_{11} + \frac{L_0^2}{V_0} \Delta \rho \tag{2.48}$$

Cette équation montre que la variation de résistance électrique est due, d'une part, à une variation de résistivité $\Delta\rho$ (c'est-à-dire liée au changement de phase) et, d'autre part, à la déformation axiale totale ε_{11} [Kotil *et al.*, 2003]. On notera que la déformation de cisaillement ε_{12} n'a pas d'effet sur la variation de la résistance électrique.

Les effets des contributions respectives de $\Delta\rho$ et de ε_{11} durant un essai de traction compression à 50^oC sont observables sur la figure 2.21. Les conditions précises de cet essai sont données au paragraphe 2.3 de ce chapitre.

En traction, pendant la première partie de l'essai, le comportement de l'éprouvette est élastique sans changement de phase. Par conséquent, la variation de résistance est due uniquement à la déformation axiale ε_{11}. Dans la seconde partie de l'essai, la variation de résistance électrique est due, à la fois, à la déformation axiale et à la variation de résistivité. Durant la première partie de la compression, c'est-à-dire la partie élastique, la variation de la résistance électrique est négative parce que la déformation élastique est négative. Dans la seconde partie, la variation de la

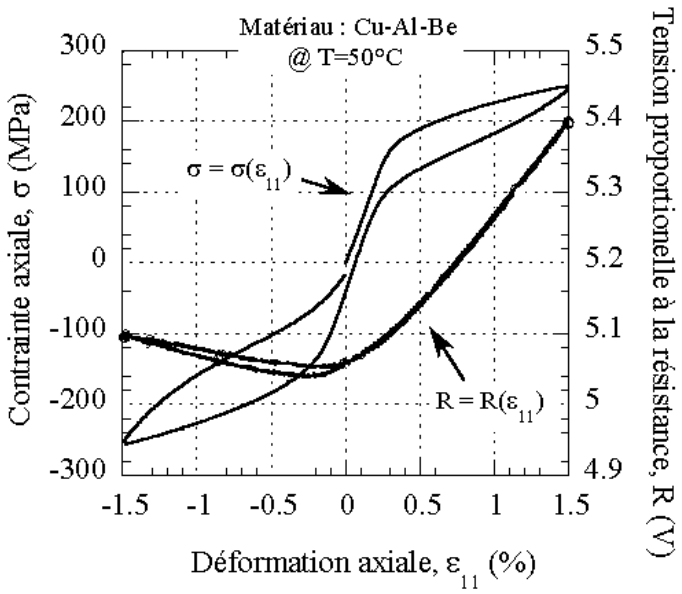


FIG. 2.21: Résistance électrique de l'éprouvette en fonction de la déformation axiale au cours d'un essai de traction-compression.

résistance électrique est la combinaison d'une contribution négative due à la déformation axiale (*i.e.* $\varepsilon_{11} < 0$) et d'une contribution positive due à la transformation de phase (*i.e.* $\Delta\rho > 0$).

Afin d'obtenir la variation de résistance uniquement relative à la transformation martensitique, il est nécessaire de définir une résistance électrique corrigée, R_c, en supprimant l'effet de la géométrie de la résistance mesurée, R. La correction est réalisée comme suit :

$$R_c = R - \kappa\varepsilon_{11} \tag{2.49}$$

Où κ est un coefficient identifié de façon à obtenir un graphique (R_c, ε_{11}) symétrique (figure 2.22). Avec ce choix, la transformation de phase provoque le même effet sur la résistance électrique corrigée en traction et en compression.

La figure 2.22 montre que la résistance électrique corrigée R_c est quasi-constante dans la zone de déformation élastique de l'essai de traction-compression.

2.1.3 Dépouillement

La fraction volumique de martensite, z, est liée à la résistance électrique corrigée, R_c, via une loi des mélanges. Plusieurs lois des mélanges peuvent être utilisées, dont les plus simples sont les lois moyennes en R ou $\frac{1}{R}$.

Dans notre cas, nous utilisons le modèle différentiel de Bruggeman (1935) décrit dans [Milton, 2002] (équation 2.50) . Il s'agit d'un modèle particulièrement adapté aux matériaux pour lesquels une phase (ici la martensite) est en inclusion dans une autre (ici l'austénite). D'autre part cette loi des mélanges est située entre les bornes théoriques de Hashin et Shtrikman également rappelées [Milton, 2002] pour un matériau biphasé isotrope (équation 2.51) et

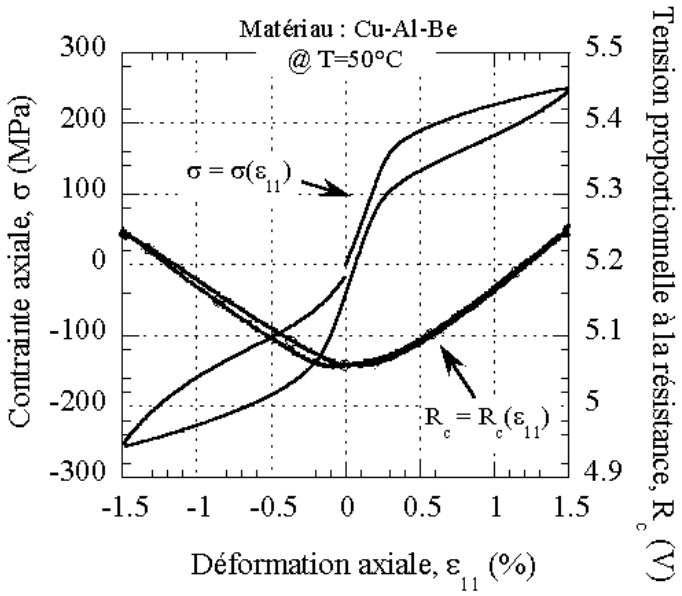


FIG. 2.22: Résistance électrique corrigée de l'éprouvette en fonction de la déformation axiale au cours d'un essai de traction-compression.

qui sont très resserrées dans notre cas (figure 2.23).

$$z = 1 - \frac{R_c - R_M}{R_A - R_M}\left(\frac{R_A}{R_c}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{2.50}$$

$$\frac{1}{R_A} + \frac{3z\frac{1}{R_A}(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_A})}{3\frac{1}{R_A} + (1-z)(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_A})} \leq \frac{1}{R_c} \leq \frac{1}{R_M} + \frac{3(1-z)\frac{1}{R_M}(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_M})}{3\frac{1}{R_M} + z(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_M})} \tag{2.51}$$

Avec R_M et R_A les résistances électriques de l'éprouvette à l'état martensitique et austénitique respectivement, à la température de 50^oC.

Ces deux valeurs peuvent être déterminées à partir d'un cycle thermique à contrainte nulle comme représenté sur la figure 2.24. Le mode d'obtention d'une telle courbe est décrit en détail au paragraphe 2.3.1 de ce chapitre.

A basse température, la résistance observée est celle de la phase basse température c'est-à-dire de la martensite. Si l'on chauffe, la résistance augmente linéairement avec la température mais le matériau est encore complètement martensitique ; on peut ainsi identifier le comportement de la résistance de la martensite $R_M(T)$ comme une fonction affine de la température et notamment déterminer $R_M = R_M(50^oC)$ qui est la valeur qui nous intéresse.

Si l'on continue de chauffer, à partir de la température d'apparition de l'austénite A_s, le matériau commence sa transformation de martensite en austénite, c'est pourquoi on observe une rupture de pente dans la résistance mesurée (c'est cette rupture de pente qui permet d'ailleurs de déterminer A_s). Dès que l'on atteint la température A_f, le matériau est complètement transformé en austénite et une autre rupture de pente intervient. Le comportement après cette température

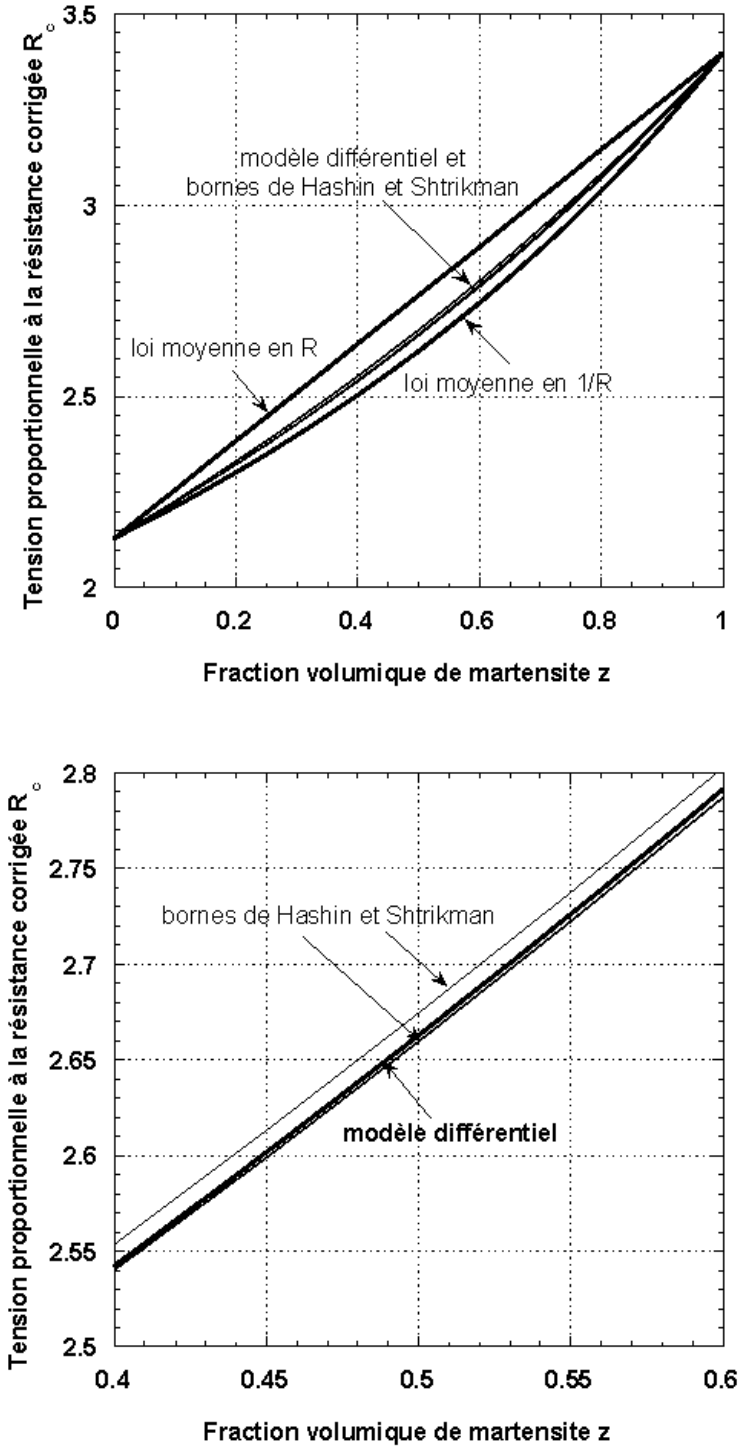


FIG. 2.23: Influence du choix de la loi des mélanges sur la mesure de la valeur de z.

est celui de la résistance électrique de l'austénite $R_A(T)$ qui est également une fonction affine de la température. On en déduit également $R_A = R_A(50^oC)$.

Au refroidissement, la transformation inverse a lieu à partir de M_s et jusqu'à M_f d'où les ruptures de pentes en ces points. les comportements $R_M(T)$ et $R_A(T)$ restent les mêmes au chauffage et au refroidissement.

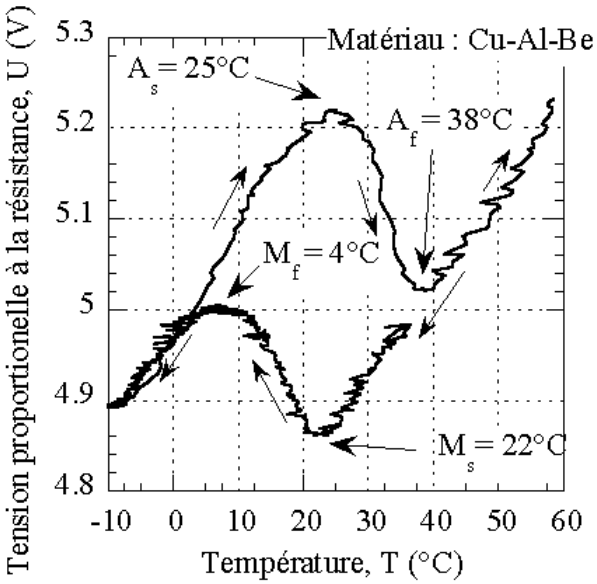


FIG. 2.24: Identification des résistances de l'austénite et de la martensite.

La figure 2.25 présente la fraction volumique de martensite en fonction de la déformation axiale pendant un cycle de charge-décharge en traction. On peut noter que la fraction volumique de martensite , z, est proportionnelle à la déformation de transformation axiale, ε^{tr}, ce qui correspond aux observations précédentes de [Vacher, 1991, Vacher et Lexcellent, 1991, Gonzalez, 2002, Kotil *et al.*, 2003].

La pente de la courbe de la figure 2.25 permet de déterminer la valeur de γ (ici $\gamma = 4,6\%$) c'est à dire de la déformation de transformation maximale atteignable en traction, même si celle-ci n'a pas été atteinte. En effet,

$$\gamma = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{z} \tag{2.52}$$

soit en traction :

$$\gamma = \frac{\varepsilon^{tr}}{z} \tag{2.53}$$

Ainsi on peut suivre la fraction volumique de martensite z à partir de ces mesures de résistance électrique de l'éprouvette durant un essai mécanique. Dans notre cas nous allons suivre la fraction volumique de martensite z au cours de 9 essais proportionnels en traction torsion sur un alliage de type Cu-Al-Be.

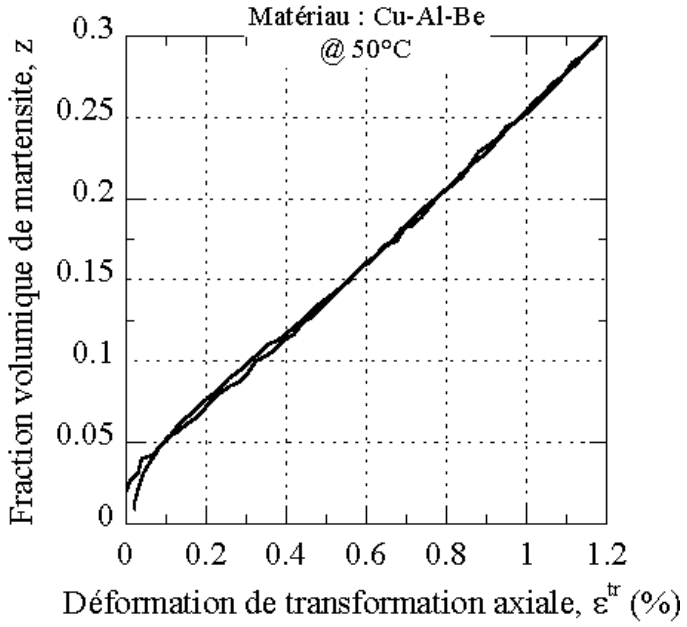


FIG. 2.25: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation axiale en traction.

2.2 Identification des paramètres de ε_{eq}^{tr}

Afin de vérifier la relation 2.44 entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} il nous reste à déterminer le coefficient de dissymétrie a qui intervient dans la fonction g (équation 2.10) nécessaire au calcul de ε_{eq}^{tr} à partir de $\underline{\varepsilon}^{tr}$ dans le cas de notre matériau (équation 2.22).

Le matériau utilisé dans nos essais est issu du même barreau d'AMF de type Cu-Al-Be que celui des essais de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001] (décrit au paragraphe 2.3.1). Le coefficient a peut être identifié à partir des seuils de début de transformation en traction σ_t et en compression σ_c. En effet :

$$\sigma_t = \sigma_c \, cos\left(\frac{cos^{-1}(1-2a)}{3}\right) \tag{2.54}$$

Soit encore :

$$a = \frac{1}{2}\left[1 - cos\left\{3cos^{-1}\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)\right\}\right] \tag{2.55}$$

Pour cela, on utilise les surfaces seuils en traction-pression interne et bi-compression déterminées par Bouvet *et al.* sur le même matériau [Bouvet *et al.*, 2002] (figures 2.5 et 2.6) et on trouve :

$$a = 0.65 \tag{2.56}$$

A partir de cette valeur de a (équation 2.56), on peut complètement calculer la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} (équation 2.22) dont nous avons besoin.

2.3 Essai de traction-torsion avec mesure de résistance électrique

Ces essais ont pour objectif de valider la relation de proportionnalité entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} ($\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$) dont Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] font l'hypothèse dans leur modèle de comportement des AMF. Plusieurs trajets de chargement proportionnels de traction-compression-torsion sont réalisés au cours desquels on détermine la fraction volumique de martensite z grâce à des mesures de résistance électrique et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} grâce au paramètre a identifié précédemment. Nous pourrons ainsi tracer les courbes $(\varepsilon_{eq}^{tr}, z)$ pour les différentes directions de chargement et vérifier si elles sont bien linéaires et confondues.

2.3.1 Données matériau

L'alliage utilisé pour ces essais est un AMF de type Cu-Al-Be fourni par la société Tréfilmétaux. Sa composition massique est : 87,75% de cuivre, 11,33% d'aluminium et 0,49% de béryllium. Le brut dans lequel les éprouvettes sont usinées est obtenu par tréfillage. Après usinage, les éprouvettes ont subi un traitement thermique à 650^oC pendant 20 minutes puis une trempe dans l'eau bouillante pendant une heure. Le brut utilisé ainsi que le traitement thermique réalisé sont identiques à ceux des essais de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004]

Les températures de transformation ont été déterminées grâce à des mesures de résistance électrique à contrainte nulle [Patoor et Berveiller, 1994] (voir figure 2.26). Une éprouvette de traction torsion (dont le plan est donné figure 2.28) est ainsi soumise à un cycle thermique : depuis la température ambiante, refroidissement jusqu'à -24^oC à une vitesse de $1^oC/min$, puis chauffage jusqu'à 70^oC à une vitesse de $3^oC/min$. La température est mesurée par un thermocouple de type K soudé à l'arc sur l'éprouvette, le chauffage-refroidissement étant assuré par une enceinte thermique (figure 2.30).

En parallèle, la résistance de l'éprouvette est mesurée par la méthode dite "des 4 fils" grâce au "suiveur de fissure" dont le fonctionnement est précisé au paragraphe 2.1.2. Durant l'essai, l'éprouvette est montée dans la machine de traction torsion qui sera utilisée par la suite, en prenant la précaution d'isoler électriquement l'éprouvette du bâti de la machine. Pour cela une rondelle en téflon est disposée entre le montage et le vérin d'une part et le montage et la cellule d'effort d'autre part, les têtes de vis sont isolées par des rondelles en plastique, la partie filetée est isolée de l'alésage par une gaine thermo-rétractable.

Le courant est amené à l'éprouvette via des connecteurs situés sur le montage, la tension est mesurée par deux fils soudés sur la partie utile de l'éprouvette.

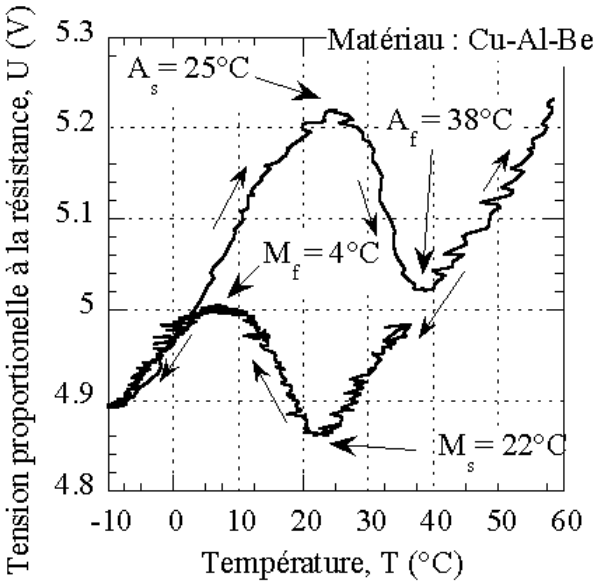


FIG. 2.26: Détermination des températures de transformation par mesure de résistance électrique.

Sur la figure 2.26, on peut suivre l'évolution de la résistance électrique de l'éprouvette en fonction de la température.

Au départ, l'éprouvette est complètement austénitique. Lorsqu'on la refroidit la résistance varie linéairement avec la température dans un premier temps. Ensuite, on observe une rupture de pente qui correspond au début de la transformation de l'austénite en martensite, donc à la température M_s. Cette évolution se poursuit jusqu'à la transformation totale en martensite, c'est à dire jusqu'à la température M_f, qui provoque une nouvelle rupture de pente. La résistance électrique varie ensuite de nouveau linéairement avec la température ce qui correspond à une éprouvette complètement martensitique.

Au chauffage, la transformation inverse a lieu : première rupture de pente correspondant à la température A_s dès que l'austénite apparaît, puis nouvelle rupture de pente correspondant à A_f quand le matériau est complètement austénitique. Par ailleurs, on retrouve exactement la même variation de la résistance électrique avec la température pour l'austénite après le cycle thermique qu'avant.

On obtient finalement : $A_s = 25^oC$, $A_f = 38^oC$, $M_s = 22^oC$ et $M_f = 4^oC$.

Une micrographie optique du matériau est donnée figure 2.27 : les grains ont été révélés par un polissage mécanique suivi d'un électro-polissage (électrode en cuivre dans une solution d'acide sulfurique). La taille des grains est de l'ordre du millimètre. A température ambiante, on distingue quelques plaquettes de martensite ce qui est normal puisque l'on est à des températures proches des températures de transformation.

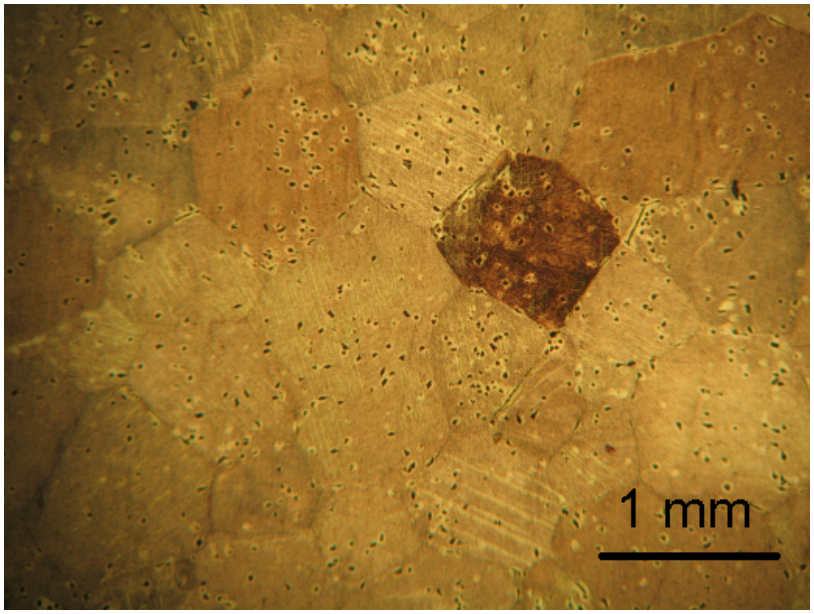


FIG. 2.27: Micrographie optique du Cu-Al-Be utilisé.

2.3.2 Dispositif expérimental

Les essais sont réalisés sur une machine électro-hydraulique asservie MTS de traction-torsion, dont les vérins axial et rotatif ont des capacités respectives de $100kN$ et de $1,2kN.m$. La machine est munie de rallonges en aluminium qui permettent de maintenir le montage et l'éprouvette dans une enceinte thermique et hygrométrique régulée (photos 2.29 et 2.30).

Les éprouvettes sont des tubes minces (figure 2.28) à l'extérieur desquels sont collées des jauges grandes déformation de type "rosette à 45 degrés" et de longueur $3mm$ (référence EP-08-125RA-120 de Vishay Micro-Measurement) permettant de mesurer les déformations axiale ε et de cisaillement γ. Les contraintes axiale σ et de cisaillement τ, sont déterminées à partir des informations de la cellule d'effort : effort axial, F, et couple, M.

Dans le cas où l'on ne s'intéresse qu'aux surfaces seuil de début de transformation, la contrainte étant maximale sur la paroi externe de l'éprouvette, c'est cette dernière qui sera prise en compte. En notant $\Phi_m = R_{ext} + R_{int}$ le diamètre moyen, $e = R_{ext} - R_{int}$ l'épaisseur du voile et $\eta = \frac{e}{\Phi_m}$ le paramètre associé à la "minceur" du tube, on obtient les équations 4.1 et 4.2 :

$$\sigma = \frac{F}{\pi e \Phi_m} \tag{2.57}$$

$$\tau_{ext} = \frac{M}{B_{ext}} \tag{2.58}$$

où :

$$B_{ext} = \frac{\pi}{2}\frac{(1+\eta^2)}{(1+\eta)} \tag{2.59}$$

Par contre, dans le cas où l'on s'intéresse au comportement global, on prendra en compte des quantités moyennes dans l'épaisseur. On obtient les équations 2.60 et 2.61 :

$$\sigma = \frac{F}{\pi e \Phi_m} \tag{2.60}$$

$$\tau_{moy} = \frac{M}{B_{moy}} \tag{2.61}$$

où :

$$B_{moy} = \frac{\pi}{2} e \Phi_m^2 \tag{2.62}$$

Le rapport $S = \frac{\tau_{ext}}{\tau_{moy}}$ ne dépend donc que du paramètre η. Pour les éprouvettes en Cu-Al-Be ($e = 1,5$ mm, $\Phi_m = 10$ mm, $\eta = 3/20$) ce rapport S vaut $S = 460/409 \approx 1,125$. L'épaisseur des éprouvettes est en effet un peu trop grande pour faire l'hypothèse "tube mince" usuelle, mais nécessaire compte tenu de la taille moyenne des grains.

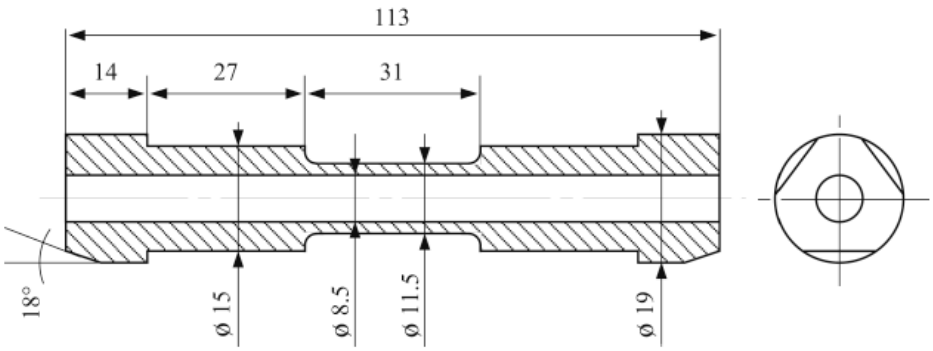


FIG. 2.28: Plan de l'éprouvette de traction-torsion en Cu-Al-Be.

La température est mesurée en surface de l'éprouvette grâce à un thermocouple de type K soudé à l'arc à la surface de l'éprouvette. L'hygrométrie est commandée nulle de façon à être la plus faible possible et d'éviter les courts circuits créés par la condensation d'eau sur les jauges.

La machine peut être asservie au choix en déplacement, en effort ou en déformation, que ce soit en traction ou en torsion.

2.3.3 Description des trajets de chargement réalisés

Une série de 9 essais proportionnels en traction-compression-torsion a été réalisée sur une éprouvette tubulaire. La figure 2.31 montre les trajets de chargements pilotés en déformation dans le plan $(\varepsilon_{11}, \frac{\gamma_{1\theta}}{\sqrt{3}})$ où ε_{11} est la déformation axiale et $\gamma_{1\theta} = 2\varepsilon_{1\theta}$ la déformation de cisaillement dans le repère lié à l'éprouvette (figure 2.32).

Au cours de ces neuf essais, la résistance électrique a été mesurée, ce qui permet de déterminer la fraction volumique de martensite, z.

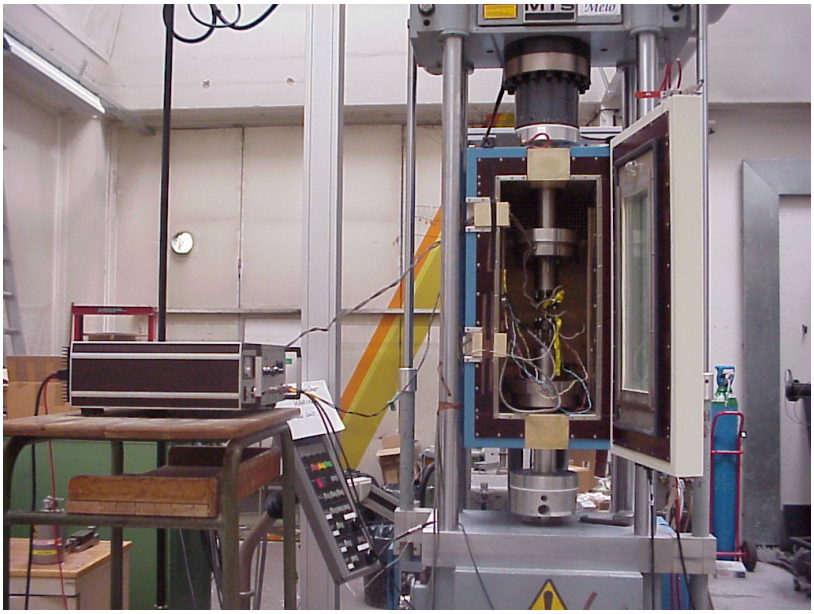


FIG. 2.29: Dispositif expérimental : "suiveur de fissure" à gauche, machine de traction torsion et enceinte thermique à droite.

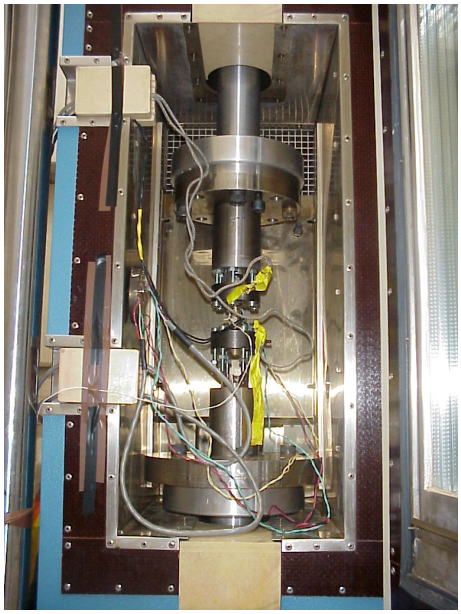


FIG. 2.30: Dispositif expérimental : éprouvette dans l'enceinte thermique.

L'objectif est de comparer cette fraction volumique de martensite à la déformation équivalente de transformation, ε_{eq}^{tr}, définie dans le modèle isotrope de [Bouvet *et al.*, 2004] qui est détaillé dans la partie 1.

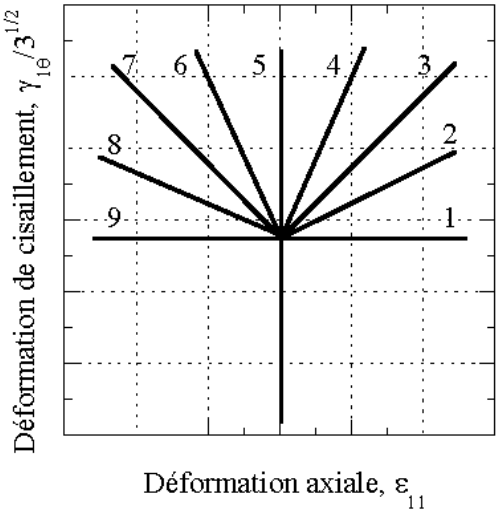


FIG. 2.31: Trajets de chargement réalisés en traction torsion.

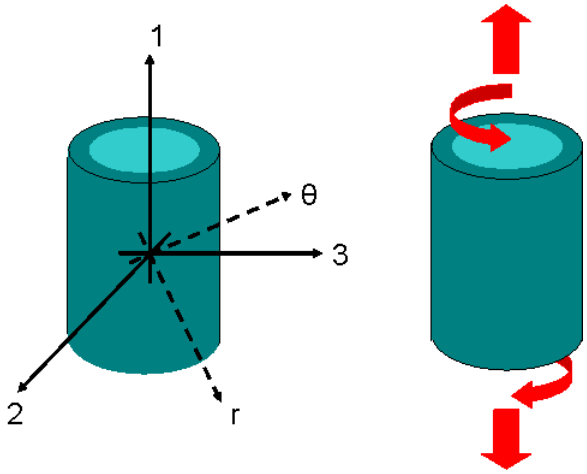


FIG. 2.32: Définition des axes matériau en traction-compression-torsion.

2.3.4 Résultats : courbes $(z, \varepsilon_{eq}^{tr})$

On peut donc déterminer la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} (équation 2.22), ainsi que la fraction volumique de martensite z pour chacun des 9 trajets proportionnels de traction torsion réalisés définis figure 2.31. On obtient ainsi les courbes (figures 2.33 2.34 2.35 2.36 2.37 et 2.38) qui donnent l'évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente pour les 9 trajets proportionnels réalisés.

Pour chacun des trajets pris séparément, il existe une relation de proportionnalité entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr}. Néanmoins les pentes des courbes obtenues pour les différents trajets de chargement sont très différentes. Les écarts observés sur γ atteignent 50% : γ varie entre $1,9\%$ et $3,6\%$.

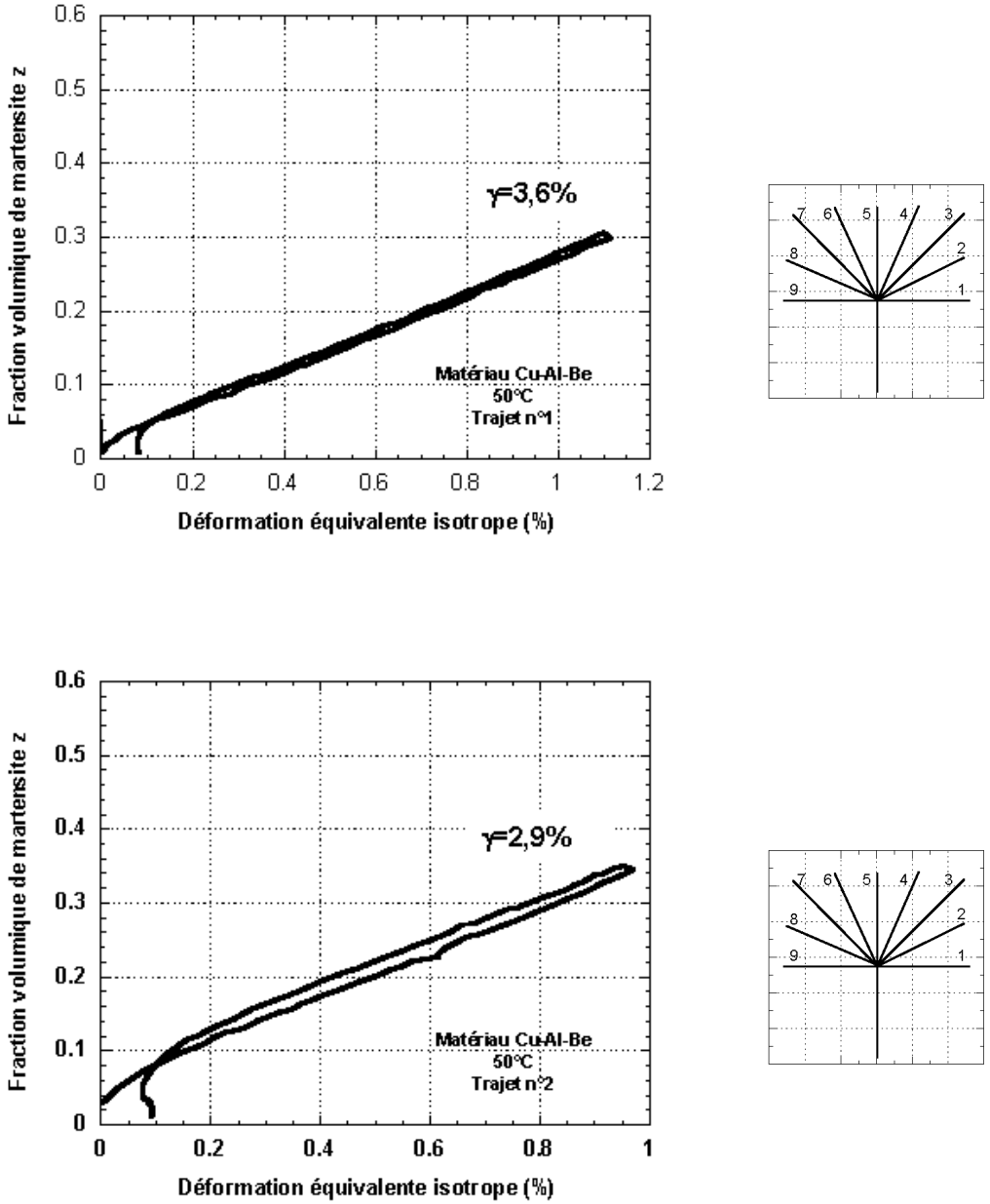


FIG. 2.33: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour les trajets 1 et 2.

Des résultats plus complets en termes de contraintes et déformations pour ces 9 trajets de chargement sont donnés en annexe C.

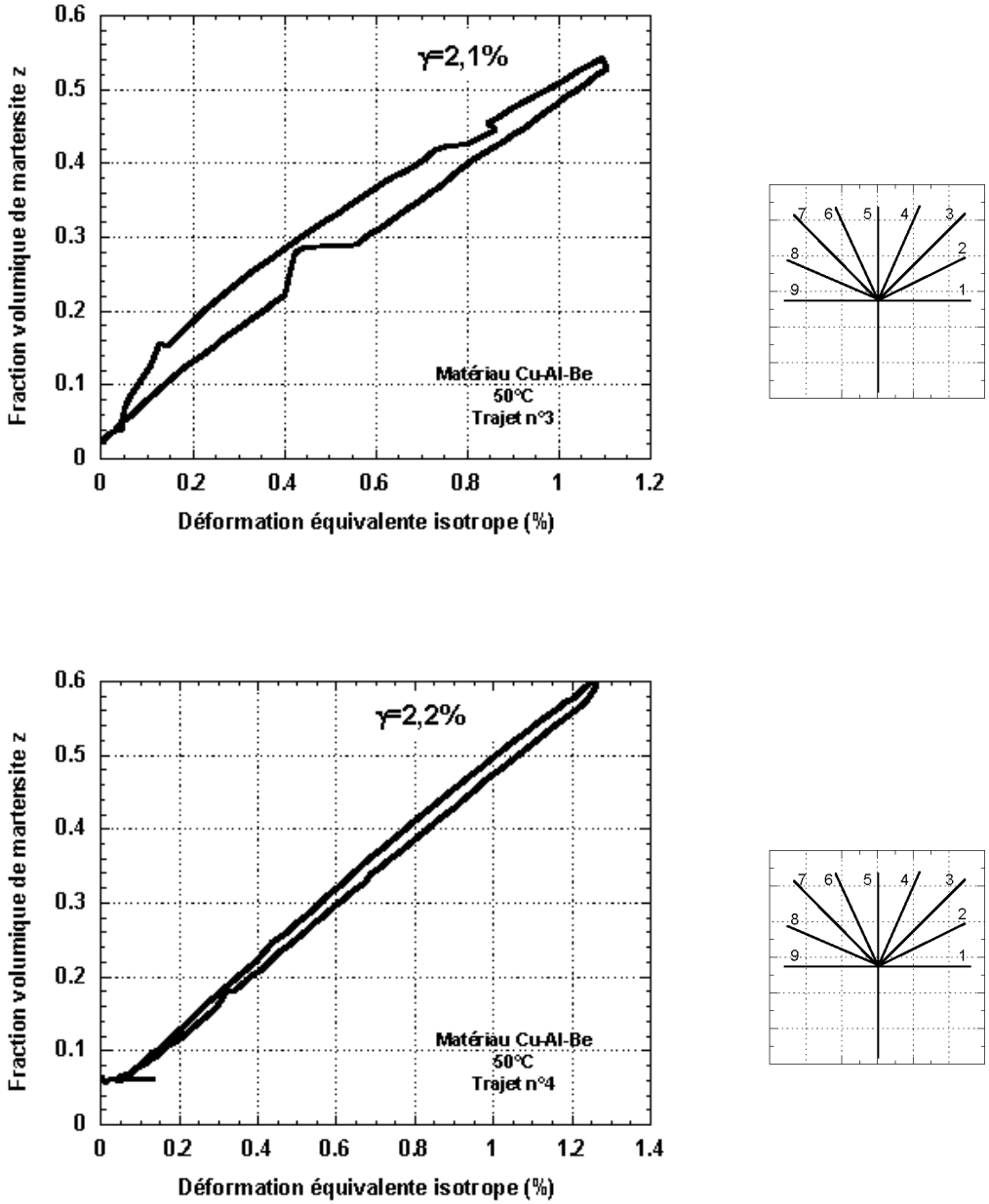


FIG. 2.34: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour les trajets 3 et 4.

2.4 Conclusion

A ce stade de l'étude, deux explications peuvent être formulées pour expliquer le résultat obtenu à la figure 2.38.

– L'hypothèse formulée : $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$ est fausse. C'est-à-dire qu'il n'est pas possible de définir

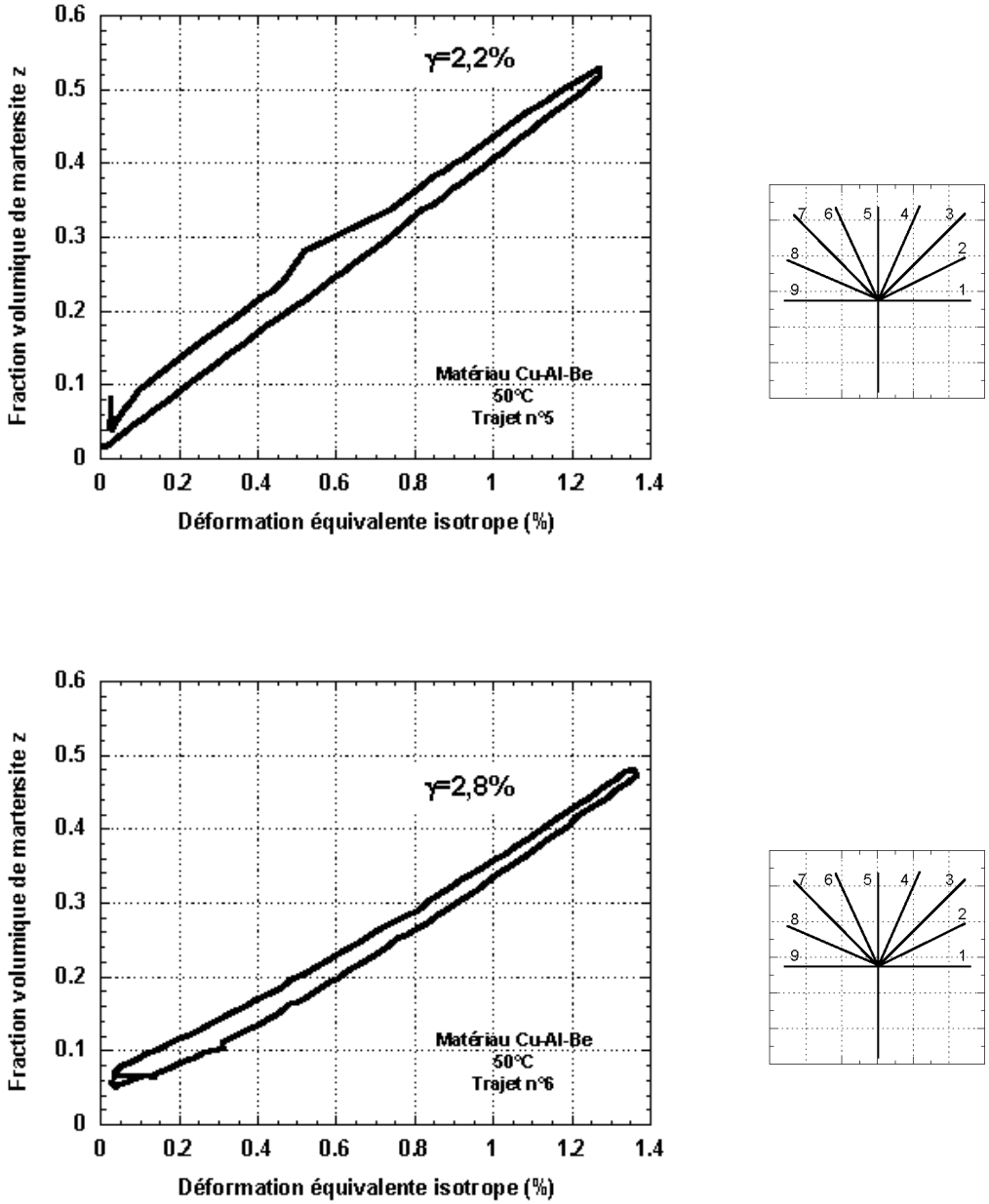


FIG. 2.35: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour les trajets 5 et 6.

une norme de la déformation de transformation proportionnelle à la fraction volumique de martensite z, ou encore que le choix de ε_{eq}^{tr} comme norme de la déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ n'est pas adapté.

– Le matériau n'est pas isotrope. Dès lors, ni la contrainte équivalente, ni la déformation équivalente, toutes deux définies pour un matériau isotrope, ne sont pas pertinentes pour

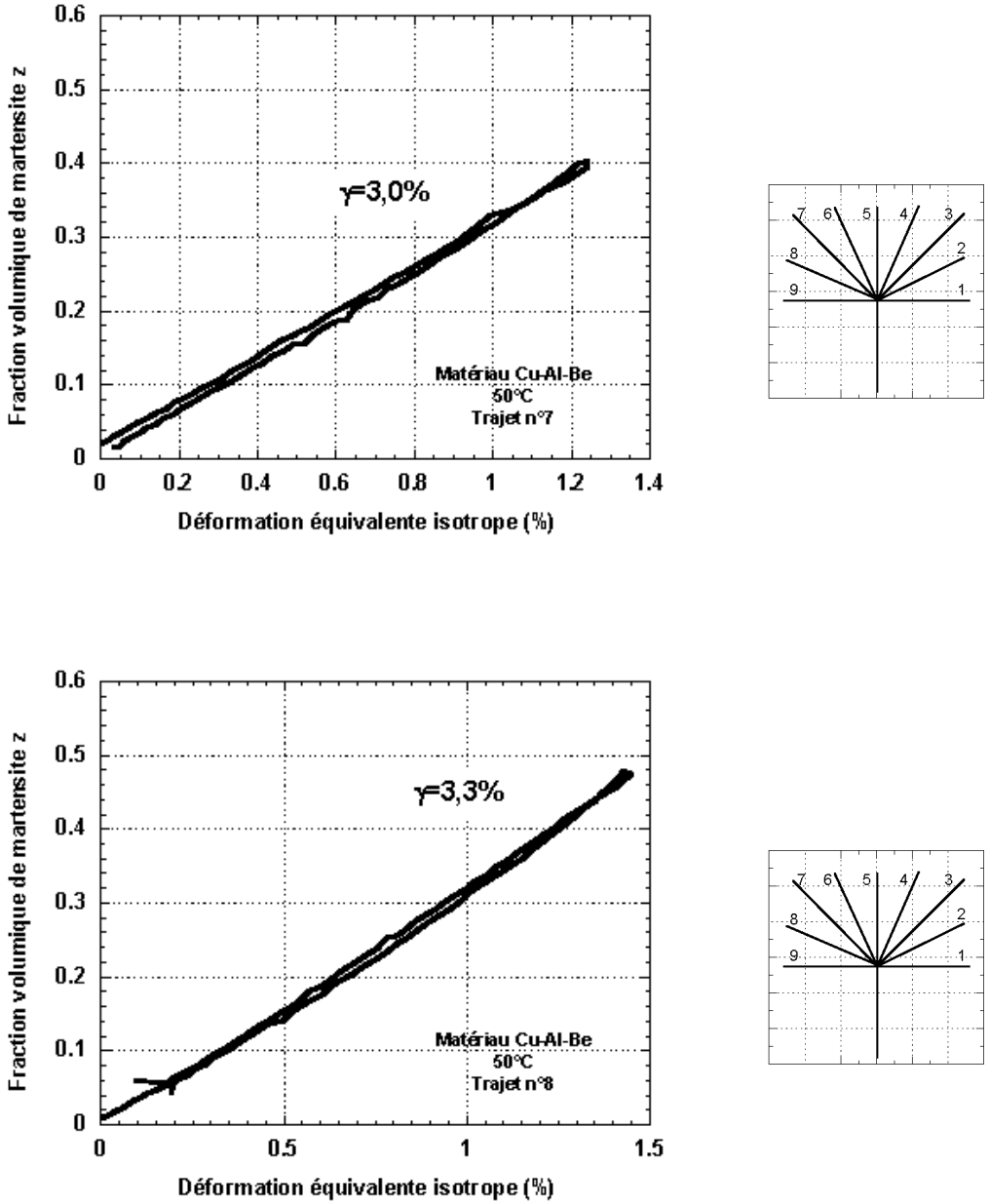


FIG. 2.36: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour les trajets 7 et 8.

l'étude de notre alliage de Cu-Al-Be.

Un argument en faveur de la deuxième hypothèse est que si l'on réalise un essai de détection de surface seuil en traction-compression-torsion et qu'on la compare avec la surface seuil théorique associée au modèle de Bouvet *et al.*, on obtient deux courbes très différentes (figure

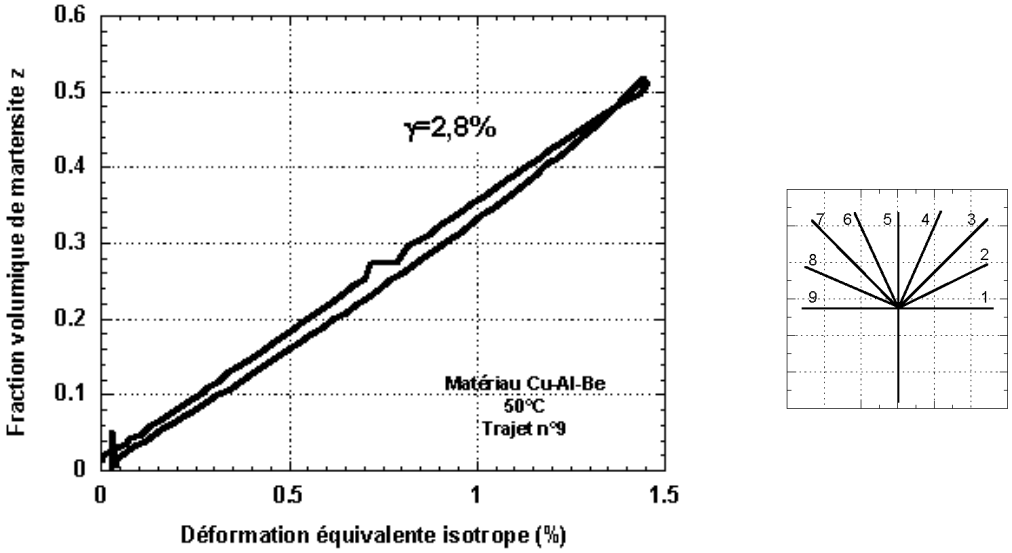


FIG. 2.37: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour le trajet 9.

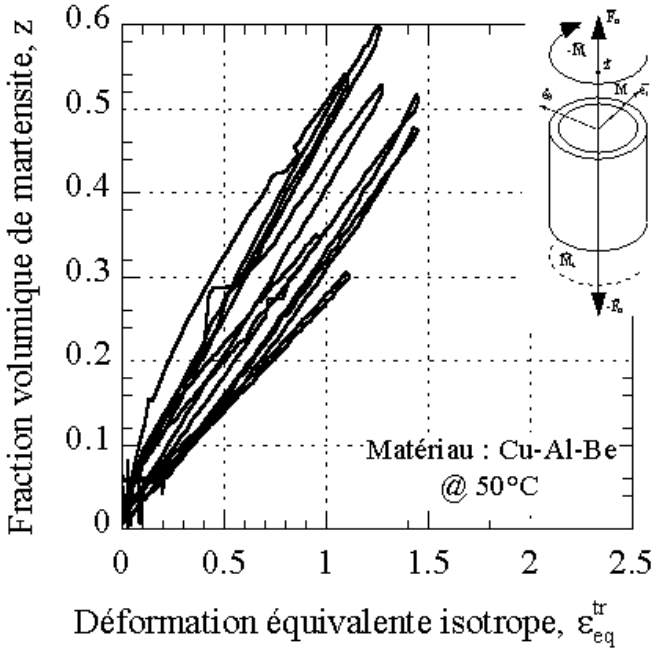


FIG. 2.38: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente isotrope pour 9 trajets de chargement.

2.39). Le seuil en torsion obtenu expérimentalement est en effet supérieur de près de 50% par rapport à celui prévu par le modèle isotrope.

Cette courbe de détection a été réalisée avec le même dispositif expérimental que les essais avec mesure de résistance électrique précédents et sur une éprouvette de Cu-Al-Be identique. Le principe de la détection de surface seuil de début de transformation est le suivant : pour différents trajets de chargement proportionnels dans le plan des déformations $(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{1\theta})$, on trace l'allure de la réponse du matériau dans le plan équivalent de von Misès $(\sigma_{eq}^M, \varepsilon_{eq}^M)$. Dès que la déformation de transformation atteint un seuil prédéfini (ici $0,1\%$), la valeur des contraintes est reportée dans le plan $(\sigma_{1\theta}, \sigma_{11})$ ce qui permet de tracer une surface seuil expérimentale de début de transformation. Cette procédure est complètement automatisée via un programme sous Labview.

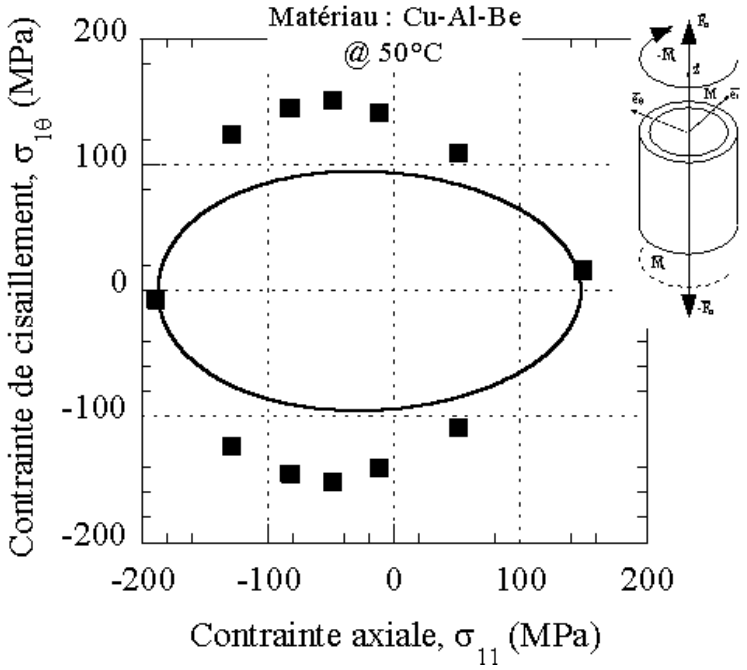


FIG. 2.39: Surface seuil de traction torsion et contrainte équivalente isotrope.

Un second argument en faveur de l'anisotropie est le mode d'obtention par tréfilage du brut utilisé pour nos éprouvettes en Cu-Al-Be.

Afin de faire le tri parmi ces deux possibilités, et ne disposant pas d'AMF isotrope, nous avons fait le choix d'utiliser un modèle micro-macro, appliqué à un agrégat isotrope de grains, comme une "machine d'essais virtuels".

Nous avons retenu pour ces simulations le modèle de Patoor *et al.* [Patoor *et al.*, 1994, Patoor *et al.*, 1996, Patoor et Berveiller, 1997] qui est un modèle polycristallin. A partir du comportement à l'échelle d'un grain (monocristal) et en utilisant une transition d'échelle par une approche autocohérente, le comportement du polycristal peut être simulé.

L'idée est d'utiliser le modèle micro-macro pour simuler le comportement d'un AMF isotrope virtuel et le caractériser. On pourra ainsi, dans un premier temps comparer les surfaces seuil de début de transformation données par le modèle micro-macro à la contrainte équivalente

de Bouvet *et al.*. Puis dans un second temps, utiliser le modèle micro-macro pour déterminer les évolutions de la fraction volumique de martensite z et de la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} pour différentes directions de chargement proportionnel. Ainsi nous saurons si la relation $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$ est valide dans le cas d'un AMF anisotrope.

3 Analyse à partir d'un modèle micro-macro

Il existe deux approches complémentaires pour modéliser le comportement tridimensionnel des AMF.

Le premier type de modélisation, comme celui de Bouvet *et al.* que nous venons de voir, est purement phénoménologique, ce qui permet une implantation plus aisée dans les codes de calcul par éléments finis en vue de la conception d'une pièce en AMF.

La seconde approche, plus physique, est qualifiée de micro-macro. Il s'agit de partir d'observations métallurgiques de la transformation martensitique à l'échelle du grain pour en déduire par des techniques d'homogénéisation le comportement du polycristal. Ces modèles, comportant plus de variables internes, sont lourds à gérer et leur mise en oeuvre dans un code de calcul par éléments finis reste complexe. Par contre, leurs prédictions sont très riches en informations. Nous souhaitons utiliser un modèle de ce type pour simuler le comportement d'un AMF isotrope virtuel afin de déterminer les évolutions de la fraction volumique de martensite z et de la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} pour différentes directions de chargement proportionnel. Cela permetra de déterminer si la relation $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$ est valide dans le cas d'un AMF anisotrope.

Il existe actuellement plusieurs modèles de type micro-macro pour les AMF parmi lesquels nous détaillerons, celui de Lexcellent *et al.* [Lexcellent *et al.*, 2002, Lexcellent et Blanc, 2004, Taillard *et al.*, 2006] et celui développé par Patoor *et al.* [Patoor *et al.*, 1994, Patoor *et al.*, 1996, Patoor et Berveiller, 1997, Entemeyer, 1996, Siredey *et al.*, 1999, Arbab-Chirani et Patoor, 2000, Niclaeys *et al.*, 2002].

Le modèle de Lexcellent *et al.* n'est pas un modèle de comportement complet à proprement parler. Il permet à partir des observations cristallines sur un monocristal de déduire la surface seuil de début de transformation pour un polycristal. Ce modèle ne peut donc pas servir pour la validation d'une relation du type $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$, pour laquelle il faut dépasser le seuil de début de transformation.

Le modèle polycristallin de Patoor *et al.* est plus adapté à notre étude. Il est basé sur une approche auto-cohérente. Le volume élémentaire représentatif est défini par un polycristal (*i.e.* un ensemble d'orientations cristallines). La contrainte à l'intérieur de chaque grain (*i.e.* pour chaque orientation cristalline) est évaluée à partir du tenseur de localisation et de la contrainte globale. A partir de cette contrainte locale, les variantes de martensite activables sont déterminées et les fractions volumiques de chacune des variantes ainsi que les déformations de transformations induites sont calculées. Ainsi, l'évolution de la fraction volumique de martensite de chacune des variantes de chacun des grains peut être suivie durant le chargement, de même que la fraction volumique de martensite globale. ce qui correspond à notre objectif.

Dans cette étude, le modèle polycristallin de Patoor *et al.* est utilisé pour simuler une série

de trajets de chargements proportionnels sur un agrégat de 1000 grains de texture isotrope. Ces simulations doivent permettre dans un premier temps de valider la forme des surfaces de début de transformation prédites par le modèle macroscopique. Dans une seconde étape, le modèle sera utilisé afin d'observer si la relation entre la fraction volumique de martensite, z, et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr}, $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$, est vérifiée [Calloch *et al.*, 2006].

3.1 Description du modèle de Lexcellent *et al.*

L'objectif du modèle de Lexcellent *et al.* [Lexcellent *et al.*, 2002, Lexcellent et Blanc, 2004, Taillard *et al.*, 2006] est ici de partir des observations cristallines sur un monocristal pour en déduire la surface seuil de début de transformation pour un polycristal. Le cas de deux alliages a été envisagé : un de type Cu-Al-Be (le même que celui des essais de [Bouvet *et al.*, 2002]), l'autre de type Cu-Zn-Al (étudié dans [Rogueda *et al.*, 1996]). Le cas des AMF texturés a également été traité.

A partir des paramètres de maille pour l'austénite et la martensite et de l'équation de compatibilité à l'interface austénite-martensite on peut déduire les vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{b}$, normale au plan d'habitat et direction de cisaillement respectivement grâce à la théorie cristallographique de la martensite (*Crystallographic Theory of Martensite*) [Ball et James, 1987, Ball et James, 1992, Bhattacharya, 2003].

Pour un monocristal, la première variante de martensite apparaîtra lorsque la force thermodynamique associée à la transformation de phase vaut zéro, soit par exemple :

$$\underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}^t - K = 0 \tag{2.63}$$

Si on écrit $\underline{\sigma}$ et $\underline{\varepsilon}^t$ dans le repère associé à l'échantillon et si $\underline{R}$ est la matrice de rotation entre la maille de l'austénite et le repère associé à l'échantillon alors :

$$\underline{\varepsilon}^t =^T \underline{R} \cdot \underline{E}^t \cdot \underline{R} =^T \underline{R} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\underline{U}^2 - \underline{I}) \cdot \underline{R} \tag{2.64}$$

Par conséquent, les variantes concernées par la transformation (données par le tenseur $\underline{U}_i$) peuvent être déterminées.

Pour calculer la surface seuil de début de transformation pour un polycristal, la procédure est la suivante :

- Le polycristal est constitué de n grains (ici 2000) caractérisés chacun par leur orientation cristallographique. Pour représenter une texture isotrope, une distribution aléatoire des orientations en termes d'angles d'Euler est choisie. Douze variantes de martensite sont considérées par grain. Les interactions entre les grains ne sont pas prises en compte : comme on ne considère que l'apparition des premières plaquettes de martensite, les interactions ne doivent pas être prépondérantes.
- Sous la contrainte $\underline{\sigma}^0$, dans chaque grain k, la variante présentant le plus grand facteur K est sélectionnée parmi les 12 possibles. En fait cette variante est celle qui présente la plus grande déformation dans la direction de la contrainte. Ainsi, on calcule un ensemble de n facteurs K_k^{max} (équation 2.63).
- Pour chaque direction de contrainte appliquée, on peut calculer un nouvel ensemble de facteurs K_k^{max}. La référence est constituée par les facteurs $K_{traction,k}^{max}$ déterminés en traction.

– On en déduit, pour chaque direction de chargement, le rapport λ et la contrainte de début de transformation $\underline{\sigma}^t$ (équations 2.65 et 2.66).

$$\lambda = \frac{Moyenne(\sum_{k=1,\ldots,n} K_k^{max})}{Moyenne(\sum_{k=1,\ldots,n} K_{traction,k}^{max})} \tag{2.65}$$

$$\underline{\sigma}^t = \frac{1}{\lambda}\underline{\sigma}^0 \tag{2.66}$$

Pour les deux alliages considérés, la surface seuil de début de transformation ainsi obtenue (trait fin) est comparée aux surfaces seuil obtenues par détections expérimentales (points noirs sur les figures 2.40 et 2.41). Un des problèmes qui reste néanmoins à résoudre est la dissymétrie par rapport à la deuxième bissectrice qui n'est pas respectée pour le Cu-Al-Be puisque le seuil obtenu en equi-bitraction avec le modèle est plus faible qu'en equi-bicompression ce qui ne correspond pas aux observations expérimentales.

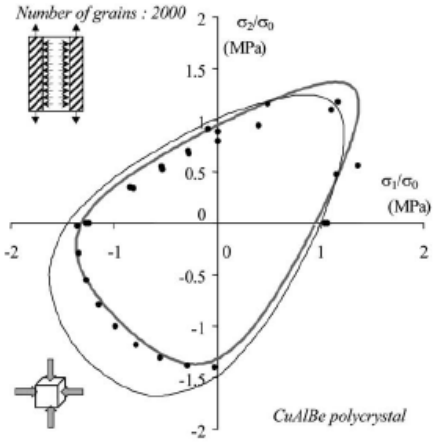


FIG. 2.40: Surfaces seuils pour le Cu-Al-Be : modèle phénoménologique (trait gras), modèle micro-macro (trait fin) et points expérimentaux [Lexcellent et Blanc, 2004].

3.2 Description du modèle de Patoor *et al.*

3.2.1 Equations

A partir du comportement à l'échelle d'un grain (monocristal) et en utilisant une transition d'échelle par une approche autocohérente, on déduit le comportement du polycristal.

Comportement du monocristal Les notations utilisées dans ce paragraphe sont définies dans la figure 2.42.

A l'échelle du grain, on cherche à déterminer la cinématique de la déformation. Comme la déformation plastique n'intervient pas, la déformation totale peut être considérée comme la somme des déformations élastique, thermique et de transformation. La déformation de transformation ε^{Tn}, liée à la formation d'une variante n est complètement définie par la normale au plan d'habitat n^n, la direction de transformation m^n et l'amplitude g de la transformation dans cette direction qui sont des données du modèle (figure 2.43 :

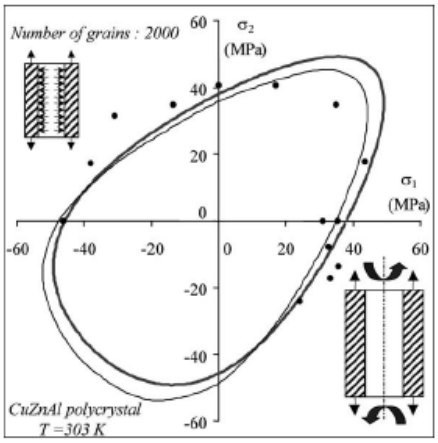


FIG. 2.41: Surfaces seuils pour le Cu-Zn-Al : modèle phénoménologique (trait gras), modèle micro-macro (trait fin) et points expérimentaux [Lexcellent et Blanc, 2004].

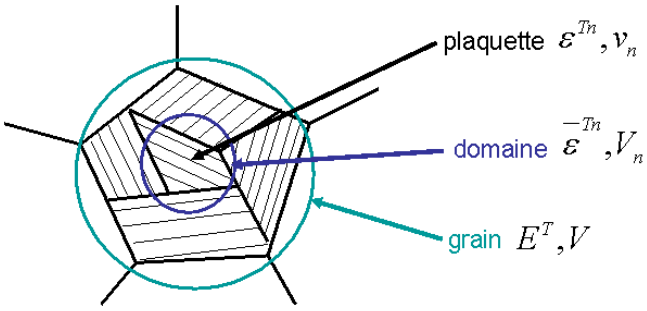


FIG. 2.42: Notations utilisées.

$$\forall n, \varepsilon_{ij}^{Tn} = \frac{1}{2} g(n_i^n m_j^n + m_i^n n_j^n) = g R_{ij}^n \tag{2.67}$$

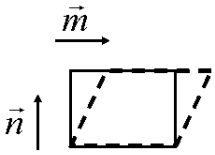


FIG. 2.43: Principe de la déformation de transformation.

D'autre part, on suppose que les modules d'élasticité C_{ijkl} et la dilatation thermique α sont homogènes, isotropes et identiques pour chaque phase. On en déduit alors les déformations macroscopiques (à l'échelle du grain) :

$$E_{ij} = E_{ij}^e + E_{ij}^{th} + E_{ij}^T \tag{2.68}$$

avec

$$E_{ij}^T = \sum_n \varepsilon_{ij}^{Tn} f^n \tag{2.69}$$

f^n est la fraction volumique de la variante n, avec les limitations physiques suivantes :

$$\forall f^n, f^n \geq 0 \tag{2.70}$$

$$\sum_n f^n = f \leq 1 \tag{2.71}$$

La déformation sera déterminée à partir d'un potentiel thermodynamique dépendant des variables observables (déformation appliquée E et température T) et des variables internes f^n. Dans un volume élémentaire subissant une transformation thermo-élastique, l'énergie libre de Helmoltz Φ dépend de l'énergie chimique ΔG_{ch}, de l'énergie élastique W_{el} et de l'énergie d'interface W_S.

$$\Phi(E,T,f_n) = \Delta G_{ch} + W_{el} + W_S \tag{2.72}$$

L'énergie chimique ΔG_{ch} est supposée dépendre linéairement de la température.

$$\Delta G_{ch} = B(T - T_0)f \tag{2.73}$$

La forme allongée des plaquettes de martensite conduit à négliger l'énergie d'interface W_S devant l'énergie élastique W_{el}.

L'énergie élastique se calcule comme suit :

$$W_{el} = \frac{1}{V}\int \sigma_{ij}(r)\varepsilon^e_{ij}(r)dr \tag{2.74}$$

On fait alors les hypothèses suivantes :

$$\sigma = \Sigma + \tau \tag{2.75}$$

$$E^T_{ij} = \frac{1}{V}\int \varepsilon^T_{ij}(r)dr = \sum_n \varepsilon^{Tn}_{ij} f_n \tag{2.76}$$

$$\frac{1}{V}\int \tau_{ij}(r)dr = 0 \tag{2.77}$$

Tous calculs faits, l'énergie élastique se sépare en deux parties :

$$W_{el} = \frac{1}{2}(E_{ij} - E^T_{ij})C_{ijkl}(E_{kl} - E^T_{kl}) + \frac{1}{2V}\int \tau_{ij}(r)\varepsilon^{Tn}_{ij}(r)dr \tag{2.78}$$

La première partie ne dépend que des variables observables (E,T) et des variables internes f_n et pas de la microstructure, la seconde partie, appelée énergie d'interaction W_{int}, dépend, pour un état de transformation donné (E,T,f_n), de la microstructure.

$$W_{int} = \frac{1}{2V}\int \tau_{ij}(r)\varepsilon^{Tn}_{ij}(r)dr \tag{2.79}$$

Il faut donc déterminer la microstructure du grain susceptible de minimiser W_{int} à variables internes f_n fixées. Cette microstructure est caractérisée par les variables internes f_n qui sont fixées, les fractions volumiques $F_n = \frac{V_n}{V}$ de chaque domaine et les normales N^{nm} entre deux domaines m et n. On a alors à déterminer les variables F_n et N^{nm} minimisant W_{int}.

Pour cela on réécrit W_{int} :

$$W_{int} = \frac{1}{2}\sum_n f_n \overline{\tau}^n_{ij} \varepsilon^{Tn}_{ij} = \frac{1}{2}\sum_n F_n \overline{\tau}^n_{ij} \overline{\varepsilon}^{Tn}_{ij} \tag{2.80}$$

Comme les $\overline{\tau}^n_{ij}$ sont des contraintes internes :

$$\sum_n F_n \overline{\tau}^n_{ij} = 0 \tag{2.81}$$

Et que ces contraintes internes son localisées aux interfaces entre les domaines, on peut écrire $\overline{\tau}^n_{ij}$ en utilisant un opérateur d'interface Q^{nm}_{ijkl} ne dépendant que des normales N^{nm} :

$$\overline{\tau}^n_{ij} = \overline{\tau}^m_{ij} - Q^{nm}_{ijkl}(\overline{\varepsilon}^{Tn}_{kl} - \overline{\varepsilon}^{Tm}_{kl}) \tag{2.82}$$

Donc :

$$\overline{\tau}^n_{ij} = \sum_n F_n Q^{nm}_{ijkl}(\overline{\varepsilon}^{Tn}_{kl} - \overline{\varepsilon}^{Tm}_{kl}) \tag{2.83}$$

On en déduit :

$$W_{int} = -\sum_{n,m} F_n F_m A^{nm}_{ijkl} \tag{2.84}$$

avec

$$A^{nm} = (\overline{\varepsilon}^{Tn}_{ij} - \overline{\varepsilon}^{Tm}_{ij}) Q^{nm}_{ijkl}(\overline{\varepsilon}^{Tn}_{kl} - \overline{\varepsilon}^{Tm}_{kl}) \tag{2.85}$$

Si l'on fait l'hypothèse supplémentaire que l'on a deux domaines par grain, on peut réécrire W_{int} :

$$W_{int} = -\frac{1}{2}F_n(1-F_n)(\frac{f_n}{F_n}\varepsilon^{Tn} - \frac{f_m}{1-F_n}\varepsilon^{Tm})Q^{nm}(\frac{f_n}{F_n}\varepsilon^{Tn} - \frac{f_m}{1-F_n}\varepsilon^{Tm}) \tag{2.86}$$

On peut alors calculer les valeurs de F_n et N^{nm} qui minimisent W_{int}. On en déduit l'expression de W^{min}_{int} minimum à variables internes f_n fixées.

$$W^{min}_{int} = -\frac{1}{2} f_n f_m \frac{1}{a_n a_m} H^{nm} \tag{2.87}$$

En posant :

$$H^{nm} = (a_m \varepsilon^{Tn} - a_n \varepsilon^{Tm}) Q^{nm} (a_m \varepsilon^{Tn} - a_n \varepsilon^{Tm}) \tag{2.88}$$

Et

$$a_\alpha = \varepsilon^{T\alpha} Q^{\alpha\alpha} \varepsilon^{T\alpha} \tag{2.89}$$

Finalement, on peut mettre l'énergie libre de Helmoltz sous la forme suivante, où apparaît la matrice H^{nm} appelée matrice d'interaction :

$$\Phi(E,T,f_n) = \frac{1}{2}(E-E^T)C(E-E^T) + B(T-T_0)\sum_n f_n + \frac{1}{2}\sum_{n,m} H^{nm} f_n f_m \tag{2.90}$$

Une autre écriture est donnée par l'énergie libre de Gibbs $\Psi(\Sigma,T,f_n)$:

$$\Psi(\Sigma,T,f_n) = -\frac{1}{2}\Sigma C^{-1}\Sigma + \Sigma\sum_n \varepsilon^{Tn} f_n - B(T-T_0)\sum_n f_n - \frac{1}{2}\sum_{n,m} H^{nm} f_n f_m \tag{2.91}$$

Pour y ajouter les contraintes physiques des équations 2.70 et 2.71, on peut définir le lagrangien fonctionnel $L(\Sigma, T, f_n)$:

$$L(\Sigma,T,f_n) = -\frac{1}{2}\Sigma C^{-1}\Sigma + \Sigma\sum_n \varepsilon^{Tn} f_n - B(T-T_0)\sum_n f_n - \frac{1}{2}\sum_{n,m} H^{nm} f_n f_m - \lambda_0(\sum_n f_n - 1) - \lambda_n(-f_n) \tag{2.92}$$

Où λ_0 et λ_n sont les multiplicateurs de Lagrange.

Les forces thermodynamiques F_n associées aux variables internes f_n s'obtiennent de façon classique en dérivant $L(\Sigma, T, f_n)$ par rapport à f_n :

$$F_n = \frac{\partial L}{\partial f_n} = \Sigma\varepsilon^{Tn} - B(T-T_0) - \sum_m H^{nm} f_m - \lambda_0 + \lambda_n \tag{2.93}$$

On fait alors l'hypothèse que la croissance (ou la décroissance) des différentes variantes de martensite s'amorce dès que la force thermodynamique F_n atteint l'effort critique $\pm F_c$ suivant le cas.

$$\Sigma\varepsilon^{Tn} - B(T-T_0) - \sum_m H^{nm} f_m - \lambda_0 + \lambda_n = \pm F_c \tag{2.94}$$

Cette relation montre que la variante n peut être active lorsque la contrainte résolue sur cette variante atteint une valeur critique dépendant de la température et des fractions volumiques des autres variantes déjà formées. Le début de la transformation n'est fonction que du mode de sollicitation tandis que la fin de la transformation dépend fortement de la microstructure. On remarque aussi que comme les différentes variantes ont des déformations de transformations différentes ε^{Tn} et que F_c est constant, la contrainte nécessaire pour que la transformation ait lieu dépend de la direction du chargement.

A partir de cette analyse, on peut déterminer les modules tangents thermomécaniques $l(r)$ et $m(r)$ liant la contrainte locale à la déformation locale et à la température.

$$\dot{\sigma}_{ij}(r) = l_{ijkl}(r)\dot{\varepsilon}_{kl}(r) - m_{ij}(r)\dot{T} \tag{2.95}$$

Tous calculs faits :

$$l_{ijkl}(r) = C_{ijkl} - C_{ijkl}\sum_n R^n_{ij}\sum_m \left[H^{nm} + R^n_{ij}C_{ijkl}R^m_{kl}\right]^{-1} R^n_{ij}C_{ijkl} \tag{2.96}$$

$$m_{ij}(r) = C_{ijkl}\alpha_{kl} - C_{ijkl}\sum_n R^n_{ij}\sum_m \left[H^{nm} + R^n_{ij}C_{ijkl}R^m_{kl}\right]^{-1}\left[\frac{B}{g} + R^n_{ij}C_{ijkl}\alpha_{kl}\right] \tag{2.97}$$

Le comportement du monocristal est ainsi complètement déterminé.

Comportement du polycristal L'étude du cas polycristallin fait apparaître des difficultés supplémentaires liées aux interactions entre les différents grains. Pour les prendre en compte, une transition d'échelle de type autocohérente est utilisée : chaque grain sera supposé entouré d'une matrice homogène dont le comportement est celui de la structure polycristaline. La température est supposée homogène dans le polycristal.

On suppose que le comportement global (ou effectif) du polycristal est défini de manière similaire au monocristal par la relation suivante :

$$\dot{\Sigma}_{ij}(r) = L^{eff}_{ijkl}\dot{E}_{kl}(r) - M^{eff}_{ij}\dot{T} \tag{2.98}$$

Où Σ et E sont respectivement la contrainte et la déformation macroscopiques et sont liées aux contraintes et déformations locales par les relations de localisation 2.99 et 2.100.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}(r) = A_{ijkl}(r)\dot{E}_{kl}(r) + a_{ij}(r)\dot{T} \tag{2.99}$$

$$\dot{\sigma}_{ij}(r) = B_{ijkl}(r)\dot{\Sigma}_{kl}(r) + b_{ij}(r)\dot{T} \tag{2.100}$$

$A(r)$ et $B(r)$ sont les tenseurs de localisation mécaniques, $a(r)$ et $b(r)$ les tenseurs de localisation thermiques. Ces tenseurs de localisation sont déterminés par une approche autocohérente que nous ne détaillerons pas ici. Rappelons simplement que l'approximation autocohérente consiste à considérer que chaque grain du polycristal est entouré d'un milieu homogène équivalent dont le comportement, dit effectif, est celui du polycristal. Les champs de contrainte $\sigma(r)$ et de déformation $\varepsilon(r)$ sont considérés comme uniformes dans chaque grain.

On obtient finalement une solution sous forme d'un problème implicite où les tenseurs de localisation dépendent des modules effectifs, et les modules effectifs sont fonction des tenseurs de localisation. Pour plus de détails sur l'intégration numérique se reporter à [Entemeyer, 1996].

3.2.2 Données du modèle

Le modèle est appliqué au cas d'un AMF de type Cu-Al-Be pour lequel on peut observer 24 variantes de martensite formant 6 groupes autoaccommodants. Ces variantes sont caractérisées par la normale à leur plan d'habitat $\vec{n}$ et par leur direction de transformation $\vec{m}$ qui est de type [1 1 4] dans un Cu-Al-Be. Ces données sont détaillées à l'annexe A. Le déplacement de transformation g est identique pour toutes les variantes et vaut 0.23. La matrice d'interaction H^{nm}, déterminée par une étude micromécanique, comporte des termes d'interaction faibles ($50MPa$) pour les variantes autoaccommodantes dites compatibles et fortes ($260MPa$) pour les variantes incompatibles [Siredey *et al.*, 1999, Entemeyer, 1996] ; elle est également détaillée à l'annexe A.

Le matériau polycristallin est représenté par un agrégat isotrope de 1000 grains définis par leurs orientations cristallographiques en termes d'angles d'Euler. La figure de pôle de l'agrégat utilisé est donnée à la figure 2.44.

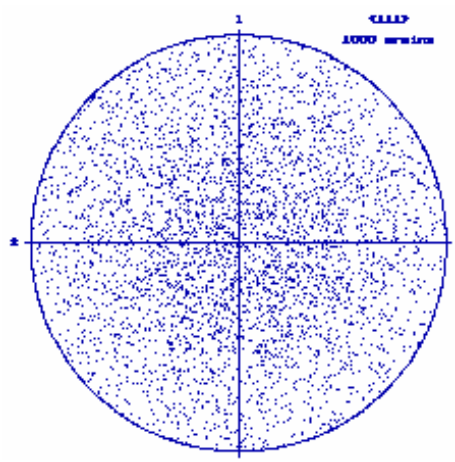


FIG. 2.44: Figure de pôle (111) de l'agrégat isotrope de 1000 grains.

3.2.3 Description des trajets simulés

Le modèle polycristallin appliqué à un agrégat de 1000 grains isotrope est utilisé ici comme "machine d'essai virtuelle" afin de valider la définition de la contrainte équivalente pour les AMF isotropes (équation 2.9) et de vérifier la relation de proportionalité entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente isotrope (équation 2.22). Pour cela 24 trajets de chargement proportionnels différents sont simulés : 12 dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ et 12 dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$. Ils sont définis aux figures 2.45 et 2.46.

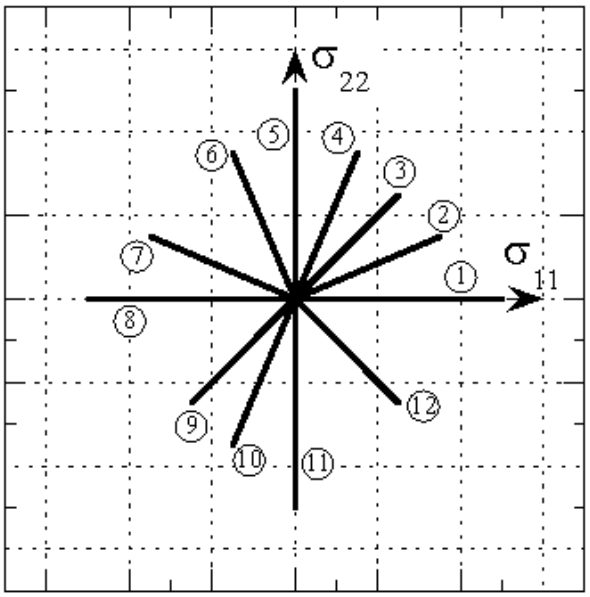


FIG. 2.45: Trajets de chargement dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

3.3 Identification et validation en termes de surfaces seuil

De la même façon que pour les surfaces seuils expérimentales obtenues pour le Cu-Al-Be, les points des surfaces seuils obtenues par simulation sont comparées à celles définies par la contrainte équivalente σ_{eq}. L'identification à partir des seuils en traction σ_t et en compression σ_c uniquement donne les valeurs identifiées suivantes :

$$\begin{aligned} a &= 0.7 \\ \sigma_t &= 150\,MPa \end{aligned} \tag{2.101}$$

Les figures 2.47 et 2.48 montrent les surfaces seuils ainsi obtenues. La correspondance entre les deux est excellente, ce qui nous permet de valider la pertinence de la contrainte équivalente σ_{eq} proposée pour les AMF isotropes.

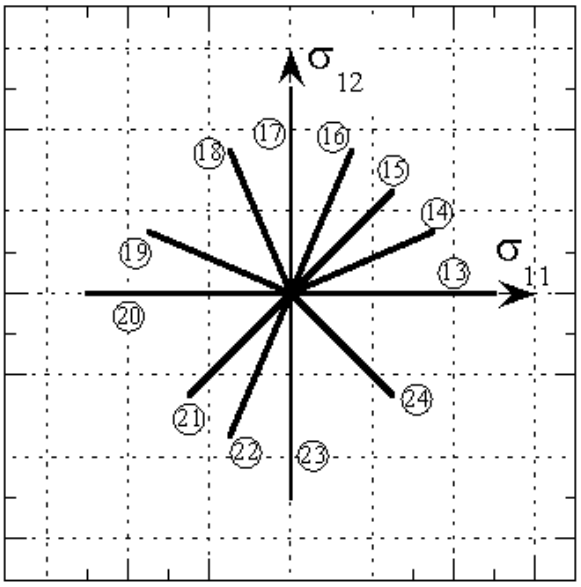


FIG. 2.46: Trajets de chargement dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

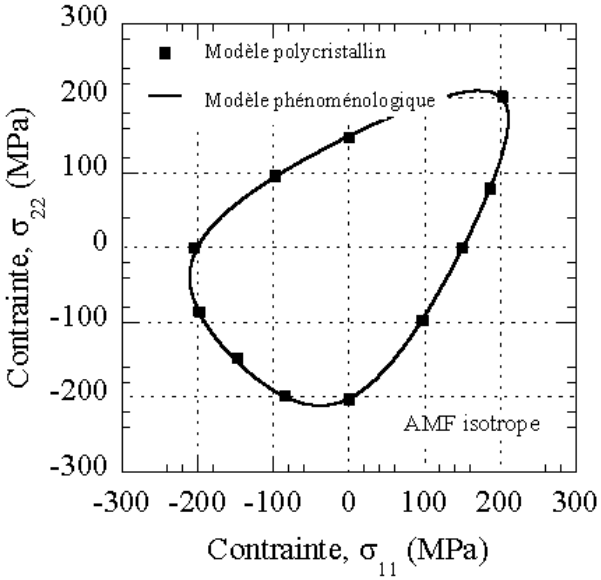


FIG. 2.47: Surfaces seuils dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

3.4 Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente

Pour les 24 trajets de chargement proportionnels réalisés, il est alors possible de tracer la fraction volumique de martensite z en fonction de la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr}. Les 24 courbes ainsi obtenues sont identiques. D'autre part, excepté pour le début de la transformation martensitique, la fraction volumique de martensite z est une fonction linéaire de la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr}. Au début des courbes, on observe une rupture

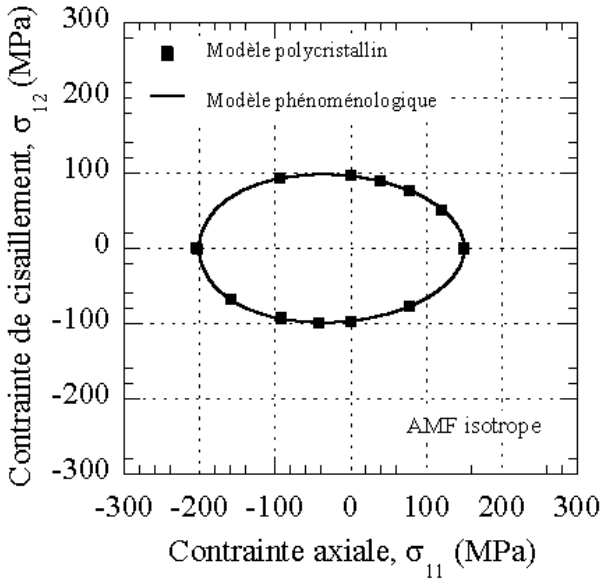


FIG. 2.48: Surfaces seuils dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

de pente. Ce phénomène reste inexpliqué et pourrait provenir de grains trop bien orientés qui commencent dès le début à se transformer en martensite [Entemeyer, 1996]. Il reste observé en si l'on augmente le nombre de grains du matériau.

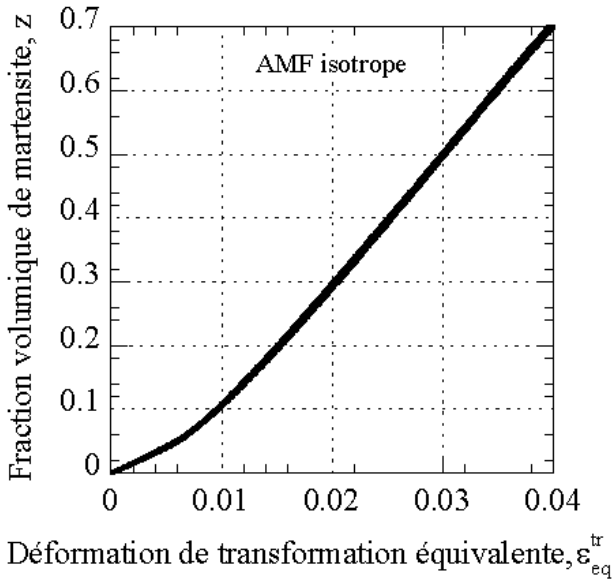


FIG. 2.49: Fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation équivalente pour 24 trajets de chargement proportionnels.

Ainsi la relation de proportionnalité $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$ est validée pour un AMF isotrope.

3.5 Conclusion sur la relation $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$

Les simulations du modèle micro-macro de Patoor *et al.* sur un agrégat de 1000 grains isotrope ont permis, d'une part, de valider le choix fait par Bouvet *et al.* pour la définition d'une surface seuil de début de transformation pour les AMF isotrope, et d'autre part, de vérifier qu'il existe bien une relation entre la fraction volumique de martensite z et le tenseur de déformation équivalente $\underline{\varepsilon}^{tr}$. Cette relation peut s'écrire sous la forme $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$ où ε_{eq}^{tr} est la déformation de transformation équivalente définie par Bouvet *et al.*.

4 Conclusion

Dans ce chapitre, les contrainte et déformation de transformation équivalentes phénoménologiques définies par Bouvet *et al.* ont été validées via des simulations micro-macro utilisant le modèle de Patoor *et al.* sur un agrégat isotrope. D'autre part, nous avons pu établir la relation $z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma}$ entre la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} et la fraction volumique de martensite z dans le cas d'un AMF isotrope.

Par ailleurs nous avons mis en évidence le fait que l'alliage de type Cu-Al-Be étudié dans les deux premières parties de ce chapitre est en fait isotrope transverse du fait de son mode d'obtention par tréfilage. Pour continuer son étude , il sera donc nécessaire de développer des outils (notamment contrainte et déformation de transformation équivalentes) capables de décrire l'anisotropie des AMF. Pour ce faire, il sera utile de faire à nouveau appel aux simulations micro-macro, appliquées, cette fois, à un agrégat de grains anisotrope. Finalement, la même question reste posée : est-on capable de définir une norme du tenseur de déformation de transformation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|$ telle que l'on puisse écrire $\|\varepsilon^{tr}\| = \gamma \cdot z$ dans le cas des AMF anisotropes ?

Chapitre 3

Relation entre fraction volumique de martensite et déformation de transformation équivalente : cas anisotrope

Sommaire

1 Données pour la validation 77

1.1 Essais sur un alliage de Cu-Al-Be 77

1.2 Modèle micro-macro de Patoor *et al.* 77

2 Premier modèle 78

2.1 Contrainte équivalente phénoménologique $\sigma_{eq\,ani1}$ 78

2.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ 87

3 Deuxième modèle 92

3.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$ 92

3.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ 98

4 Troisième modèle 100

4.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$ 100

4.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ 101

5 Conclusion 109

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les AMF pouvaient présenter une anisotropie initiale due à leurs procédés d'obtention. Dans ce chapitre l'objectif est de reprendre le dépouillement de la campagne d'essais en traction-compression-torsion sur le Cu-Al-Be en prenant en compte le caractère anisotrope de cet alliage et ainsi jauger la validité de la relation $\|\underline{\varepsilon}^{tr}\| = \gamma \cdot z$ entre la fraction volumique de martensite z et le tenseur de déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ au cas des AMF anisotropes. Dès lors les contrainte et déformation de transformation équivalentes définies au chapitre précédent doivent être modifiées de façon à prendre en compte l'anisotropie initiale de l'AMF étudié.

Deux propositions de contrainte équivalente et trois propositions de déformation de transformation équivalente seront présentées dans ce chapitre.

La première contrainte équivalente anisotrope proposée $\sigma_{eq\,ani1}$ se déduit de la contrainte équivalente isotrope précédente σ_{eq} en utilisant la notion de tenseur de contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$, obtenu à partir du tenseur de contraintes $\underline{\sigma}$ par une transformation affine de ses vecteurs de base [Boehler et Sawczuk, 1970, Barlat *et al.*, 1989, Barlat *et al.*, 1991, Karafillis et Boyce, 1993].

Cette première proposition permet d'obtenir une surface seuil qui présente une dissymétrie traction-compression identique dans toutes les directions matériaux considérées, ce qui n'est pas toujours le cas. C'est pourquoi, une seconde proposition de contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ est faite qui est capable de prendre en compte des dissymétries de traction-compression différentes dans les trois directions d'anisotropie du matériau.

Les première et deuxième déformations de transformation équivalentes proposées $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ et $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ liées respectivement à $\sigma_{eq\,ani1}$ et $\sigma_{eq\,ani2}$ restent définies de la même façon que la déformation de transformation équivalente isotrope ε^{tr}_{eq}, c'est-à-dire en faisant l'hypothèse de l'égalité des puissances équivalentes (équation 3.1 ou 3.39) et de la loi de normalité (équation 3.3 ou 3.4 suivant le cas).

$$\underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani1} . \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1} \tag{3.1}$$

$$\underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani2} . \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani2} \tag{3.2}$$

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda} \frac{\partial \sigma_{eq\,ani1}}{\partial \underline{\sigma}} \tag{3.3}$$

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda} \frac{\partial \sigma_{eq\,ani2}}{\partial \underline{\sigma}} \tag{3.4}$$

La troisième déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$, liée à la seconde contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$, quant-à-elle, généralise l'hypothèse de l'égalité des puissances équivalente en permettant de tenir compte de l'anisotropie de l'énergie de transformation.

Pour chacun des cas envisagés, les résultats seront analysés à partir, d'une part, des essais sur l'alliage de Cu-Al-Be et, d'autre part, des résultats donnés par les simulations du modèle micro-macro appliquées à un agrégat de 1000 grains isotrope transverse.

1 Données pour la validation

De la même façon qu'au chapitre précédent, une contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani}$ pour les AMF anisotrope peut être associée à la surface seuil de début de transformation en pseudoélasticité $f = 0$.

$$f(\underline{\sigma}, T) = \sigma_{eq\,ani} - \sigma_t(T) \tag{3.5}$$

où $\sigma_t(T)$ est la contrainte seuil de début de transformation en traction dans une direction du matériau choisie comme référence à la température T.

C'est donc l'observation de surfaces seuil de début de transformation qui permettra de définir puis de valider une contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani}$ pour les AMF anisotropes.

1.1 Essais sur un alliage de Cu-Al-Be

Afin de construire une contrainte équivalente de début de transformation valide pour les AMF anisotropes, la base de données que constituent les essais de détection de surface seuil de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] décrits aux figures 2.5 et 2.6 ainsi que les résultats en traction-compression-torsion de la figure 2.39 du chapitre 2 sera réutilisée intégralement dans ce chapitre.

D'autre part, nous reprendrons les essais proportionnels de traction-torsion avec mesure de la résistance électrique afin de valider les propositions de déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr}, dans la relation $\varepsilon_{eq}^{tr} = \gamma \cdot z$ (paragraphe 2.3 du chapitre 2).

1.2 Modèle micro-macro de Patoor *et al.*

Comme pour le cas isotrope, le modèle micro-macro de Patoor *et al.* est utilisé comme machine d'essai virtuelle afin de valider les propositions faites, aussi bien en termes de surfaces seuil que de relation entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente. Le modèle en lui-même reste identique à ce qui est décrit au paragraphe 3 du chapitre 2, la seule modification réside dans la texture de l'agrégat de grains choisie qui est prise isotrope transverse.

1.2.1 Nouvelles données du modèle

Le matériau polycristallin est représenté par un agrégat isotrope transverse de 1000 grains définis par leurs orientations cristallographiques en termes d'angles d'Euler. Pour obtenir cette texture isotrope transverse (figure 3.1), caractéristique du tréfilage, un modèle micro-macro élastoplastique décrivant le comportement des métaux polycritallins, basé sur une transition d'échelle auto-cohérente a été utilisé [Lipinski *et al.*, 1990, Arbab-Chirani et Patoor, 2000]. Un chargement de tréfilage a été appliqué à un agrégat métallique de maille cubique face centrée initialement isotrope jusqu'à atteindre 50% de déformation équivalente de von Misès. L'axe d'isotropie transverse est l'axe que nous appellerons 1 dans toute la suite.

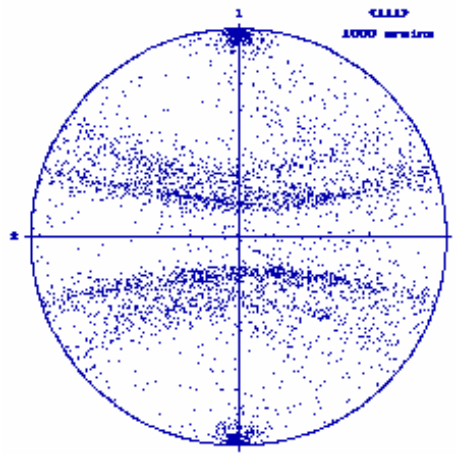


FIG. 3.1: Figure de pôles (1,1,1) de l'agrégat quasi isotrope transverse de 1000 grains.

1.2.2 Description des trajets simulés

12 trajets de chargement ont été simulés dans chacun des quatre plans $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$, $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$, $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ et $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$. Ces trajets sont définis dans les figures 3.2, 3.3, 3.4 et 3.5. On rappelle que la direction de sollicitation 1 correspond à la direction d'isotropie transverse du matériau.

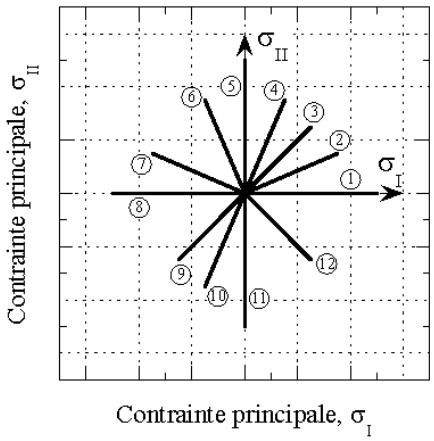


FIG. 3.2: Trajets de chargement simulés dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

2 Premier modèle

2.1 Contrainte équivalente phénoménologique $\sigma_{eq\,ani1}$

L'objectif est ici de définir une contrainte équivalente apte à décrire les surfaces seuil de début de transformation des AMF anisotropes.

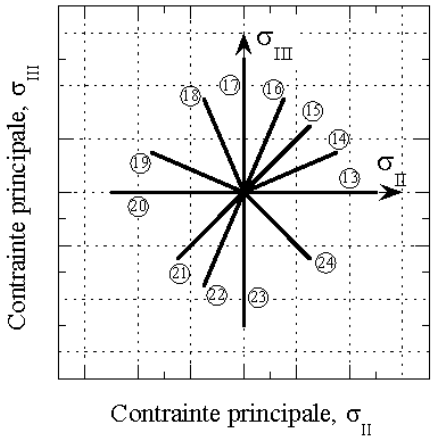


FIG. 3.3: Trajets de chargement simulés dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

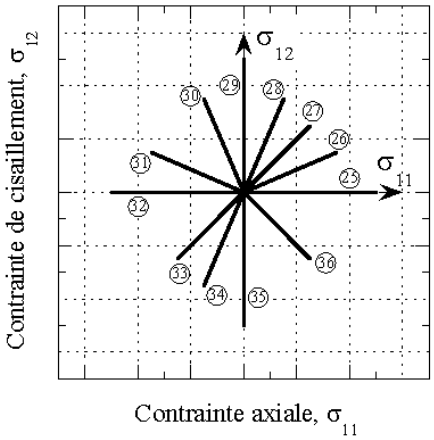


FIG. 3.4: Trajets de chargement simulés dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

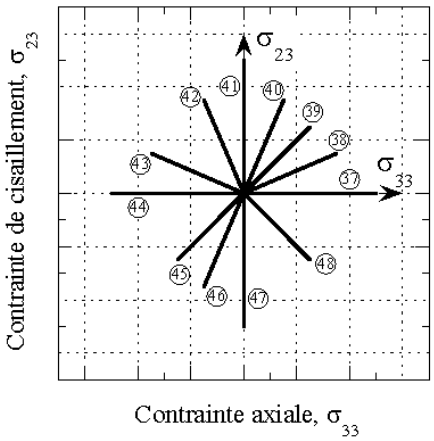


FIG. 3.5: Trajets de chargement simulés dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

2.1.1 Définition de la contrainte équivalente orthotrope $\sigma_{eq\,ani1}$

Pour ce faire, un tenseur des contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$ est introduit, obtenu à partir du tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ par une transformation affine de matrice $\underline{\underline{D}}$ [Boehler et Sawczuk, 1970, Barlat *et al.*, 1989, Barlat *et al.*, 1991, Karafillis et Boyce, 1993].

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\sigma} \tag{3.6}$$

où $\underline{\sigma}$ et $\underline{\tilde{\sigma}}$ sont des vecteurs de dimension 6 de composantes :

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{11} \\ \tilde{\sigma}_{22} \\ \tilde{\sigma}_{33} \\ \tilde{\sigma}_{12} \\ \tilde{\sigma}_{23} \\ \tilde{\sigma}_{13} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Cette transformation affine est choisie telle que l'hyper-ellipse de Hill dans l'espace des contraintes $\underline{\sigma}$ soit transformée en une hyper-sphère dans l'espace des contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$, ce qui permet de retrouver le cas isotrope [Taillard *et al.*, 2006].

On peut écrire le critère de Hill sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F \cdot (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G \cdot (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H \cdot (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \\ + 2L \cdot \sigma_{12}^2 + 2M \cdot \sigma_{23}^2 + 2N \cdot \sigma_{13}^2 = 1 \end{aligned} \tag{3.9}$$

où F, G, H, L, M et N sont les coefficients d'orthotropie du matériau.

La matrice $\underline{\underline{D}}$ a la forme suivante :

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{\nu} \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

avec :

$$
\begin{aligned}
D_{11} &= \frac{2A}{3}\cos^2(\varphi)+\frac{2B}{3}\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{22} &= \left(\frac{A}{6}+\frac{B}{2}\right)\cos^2(\varphi)+\left(\frac{A}{2}+\frac{B}{6}\right)\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{33} &= \left(\frac{A}{6}+\frac{B}{2}\right)\cos^2(\varphi)+\left(\frac{A}{2}+\frac{B}{6}\right)\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{12} &= -\frac{A}{3}\cos^2(\varphi)-\frac{B}{3}\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{13} &= -\frac{A}{3}\cos^2(\varphi)-\frac{B}{3}\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{23} &= \left(\frac{A}{6}-\frac{B}{2}\right)\cos^2(\varphi)+\left(\frac{B}{6}-\frac{A}{2}\right)\sin^2(\varphi)+\frac{1}{3}\\
D_{44} &= \sqrt{L}\\
D_{55} &= \sqrt{M}\\
D_{66} &= \sqrt{N}
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

et

$$
\nu=\sqrt{\frac{1}{2}\left[(D_{11}-D_{12})^2+(D_{11}-D_{13})^2+(D_{12}-D_{13})^2\right]} \tag{3.12}
$$

Les coefficients A, B et φ sont définis par :

$$
\begin{aligned}
A^2 &= \alpha\cos^2(\varphi)+\beta\sin^2(\varphi)+\delta\cos(\varphi)\sin(\varphi)\\
B^2 &= \alpha\sin^2(\varphi)+\beta\cos^2(\varphi)-\delta\cos(\varphi)\sin(\varphi)\\
\varphi &= \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\delta}{\beta-\alpha}\right)
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

avec α, β et δ fonctions des coefficients de Hill F, G et H :

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{3}{2}\cdot(F+H)\\
\beta &= \frac{1}{2}\cdot F+\frac{1}{2}\cdot H+2\cdot G\\
\delta &= \sqrt{3}\cdot(H-F)
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

L'angle noté φ (équation 3.13) représente l'inclinaison de l'hyper-ellipse de Hill dans l'espace des contraintes par rapport aux directions matériau. Dans notre cas d'isotropie transverse, φ est égal à 0.

A partir de cette transformation linéaire, une première contrainte équivalente pour les AMF anisotropes $\sigma_{eq\,ani1}$ est simplement définie en remplaçant $\underline{\sigma}$ par $\underline{\tilde{\sigma}}$ dans l'expression de la contrainte équivalente isotrope (équation 2.9).

$$\sigma_{eq\,ani1} = \sigma_{eq\,ani1}(\overline{\tilde{\sigma}}, y_{\tilde{\sigma}}) = \overline{\tilde{\sigma}} \cdot g(y_{\tilde{\sigma}}) \tag{3.15}$$

où $\overline{\tilde{\sigma}}$ et $y_{\tilde{\sigma}}$ sont respectivement les deuxième et troisième invariants du tenseur des contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$ et g est la même fonction que celle définie dans le cas isotrope (équation 3.16). Du fait de la linéarité de la transformation affine, la surface seuil anisotrope reste convexe et la dissymétrie traction-compression est identique dans toutes les directions matériau.

$$g(y_{\tilde{\sigma}}) = \cos\{\frac{\arccos(1 - a(1 - y_{\tilde{\sigma}}))}{3}\} \tag{3.16}$$

2.1.2 Méthode d'identification des paramètres

Pour définir la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani1}$, 7 paramètres ont été introduits : a le paramètre de dissymétrie traction-compression et les 6 coefficients de Hill F, G, H, L, M et N. Le paramètre a est déterminé comme dans le cas isotrope (équation 2.55). Comme la dissymétrie traction-compression peut être différente suivant les 3 axes, c'est la valeur moyenne qui est prise en compte. Si a_i est le paramètre de dissymétrie de l'axe i, a_i vaut :

$$a_i = \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left\{3\cos^{-1}\left(\frac{\sigma^0_{iit}}{\sigma^0_{iic}}\right)\right\}\right] \tag{3.17}$$

où σ^0_{iit} et σ^0_{iic} sont respectivement les contraintes seuil de début de transformation en traction pure et en compression pure suivant l'axe i. Dès lors, le paramètre a est défini par la valeur moyenne :

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \tag{3.18}$$

Les six coefficients de Hill, F, G, H, L, M et N se calculent à partir des contraintes seuil en traction σ^0_{iit} et cisaillement pur σ^0_{ij} :

$$\begin{aligned}
F + H &= \frac{1}{(\sigma^0_{11t})^2} \\
F + G &= \frac{1}{(\sigma^0_{22t})^2} \\
G + H &= \frac{1}{(\sigma^0_{33t})^2} \\
2L &= \frac{1}{(\sigma^0_{12})^2} \\
2M &= \frac{1}{(\sigma^0_{13})^2} \\
2N &= \frac{1}{(\sigma^0_{23})^2}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

2.1.3 Identification à partir des résultats d'essais sur le Cu-Al-Be

Cette procédure d'identification est utilisée pour déterminer les paramètres F, G, H, L, M, N et a à partir des détections de surface seuil sur l'alliage de Cu-Al-Be présentées au chapitre 2 (figures 2.5, 2.6 et 2.39). Avec la base de données expérimentale disponibles, certains paramètres restent indéterminés, ce qui n'empêche pas de tracer les surfaces seuil dans les plans qui nous intéressent. Les paramètres identifiés sont donnés dans le tableau 3.1.

Les figures 3.6, 3.7 et 3.8 montrent la comparaison entre les surfaces seuils expérimentales et celles définies par la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani1}$ dans les trois plans $(\sigma_{11}, \sigma_{\theta\theta})$, $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ et $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

Paramètre	***Valeur***
F	$0,257 \cdot 10^{-4} (MPa^{-1})$
G	$0,232 \cdot 10^{-4} (MPa^{-1})$
H	$0,219 \cdot 10^{-4} (MPa^{-1})$
L	$0,198 \cdot 10^{-4} (MPa^{-1})$
M	indéterminé
N	indéterminé
a	$0,62$

TAB. 3.1: Paramètres identifiés pour le Cu-Al-Be

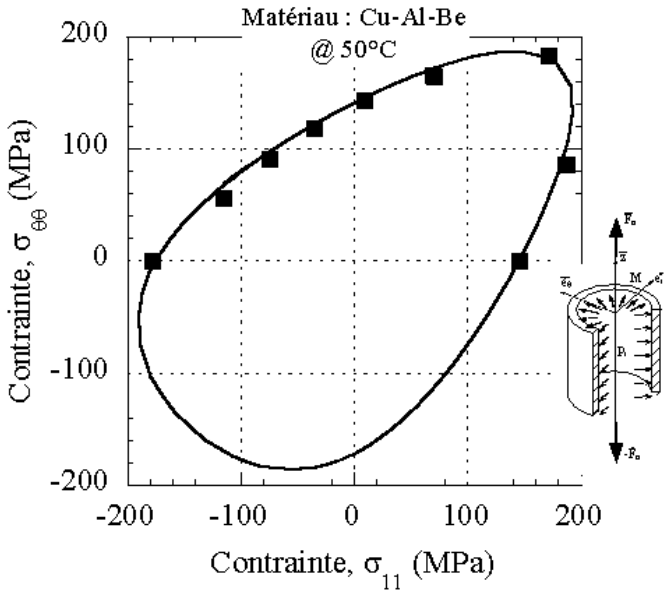


FIG. 3.6: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{\theta\theta})$.

La correspondance entre les deux courbes est très bonne et montre que la contrainte équivalente ainsi définie est capable de décrire le comportement d'un AMF anisotrope.

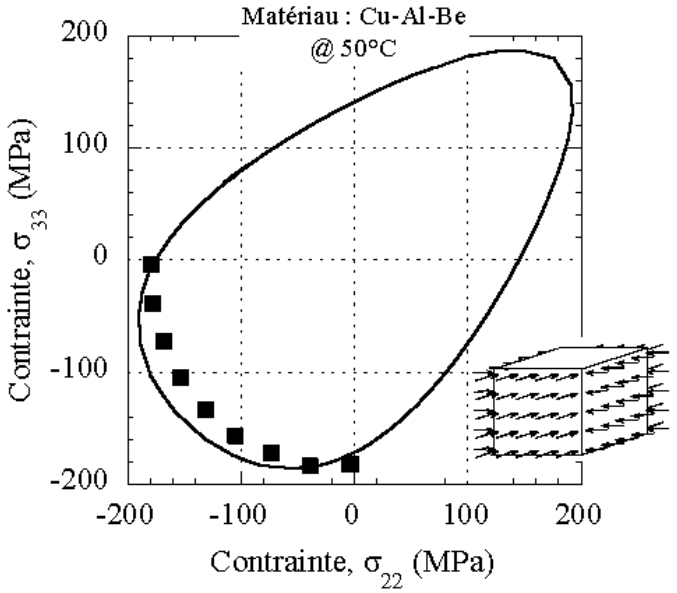


FIG. 3.7: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

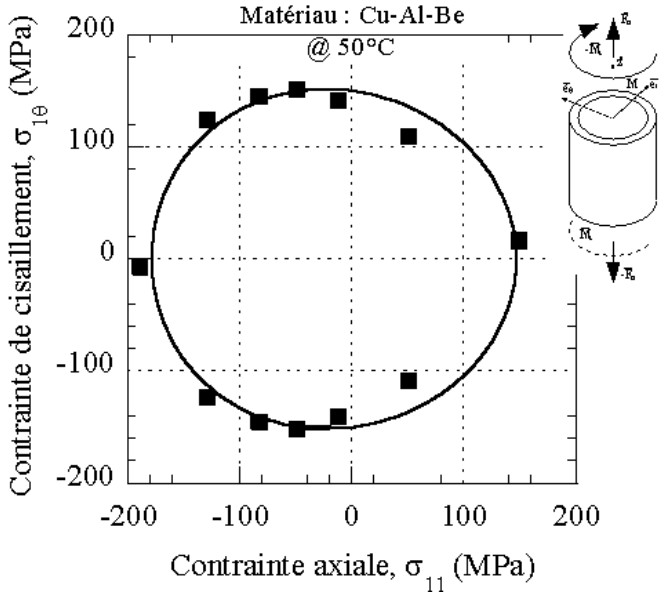


FIG. 3.8: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

Malheureusement, notre base d'essais est incomplète en termes de surfaces seuil. De ce point de vue, l'utilisation du modèle micro-macro est intéressante car elle permet de décrire tous les trajets de chargement souhaités.

2.1.4 Identification à partir des simulations micro-macro

La procédure d'identification reste similaire à celle utilisée pour le Cu-Al-Be. Les surfaces seuil obtenues par les simulations (points sur les figures 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12) permettent

d'identifier les paramètres matériau F, G, H, L, M, N et a donnés au tableau 3.2.

paramètre	***valeur***
F	$0,228 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
G	$0,569 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
H	$0,305 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
L	$1,54 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
M	$1,39 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
N	$1,08 \cdot 10^{-4}(MPa^{-1})$
a	$0,64$

TAB. 3.2: Paramètres identifiés pour les simulations micro-macro

Les figures 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12 comparent, d'une part, les surfaces seuil obtenues par le modèle polycristallin, et d'autre part, l'approche phénoménologique macroscopique.

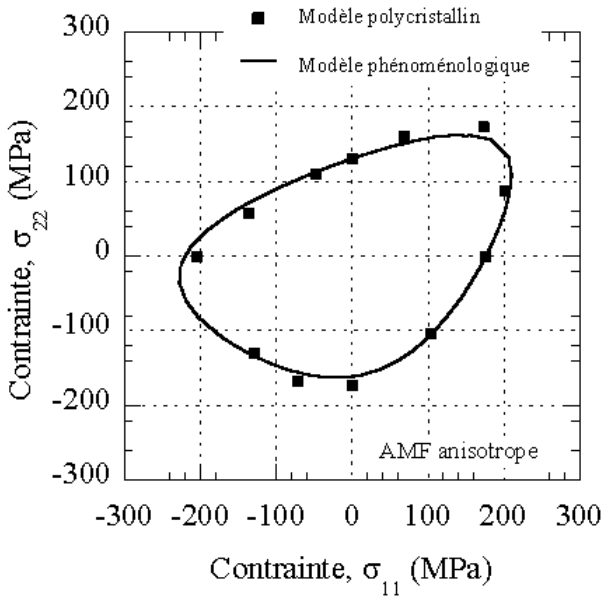


FIG. 3.9: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

Ces surfaces seuil correspondant, d'une part, aux simulations du modèle micro-macro et, d'autre part, à la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ sont relativement proches, néanmoins la dissymétrie traction-compression n'est pas bien décrite avec une valeur de a commune. Une autre contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$ est proposée dans la suite afin de remédier à ce problème.

Après avoir défini la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ capable de décrire le comportement d'AMF anisotropes en terme de surfaces seuil, il s'agit maintenant de définir la déformation équivalente associée. L'objectif principal est de vérifier s'il existe une relation du type $z = \frac{\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|}{\gamma}$ entre la fraction volumique de martensite z et une norme du tenseur de déformation de trans-

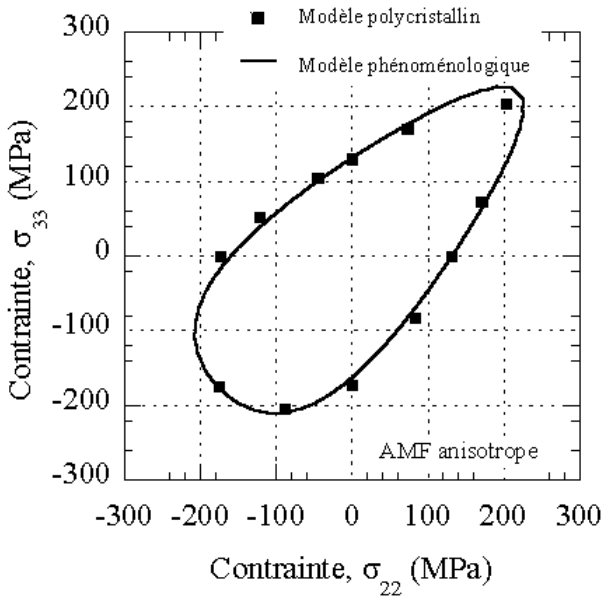


FIG. 3.10: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

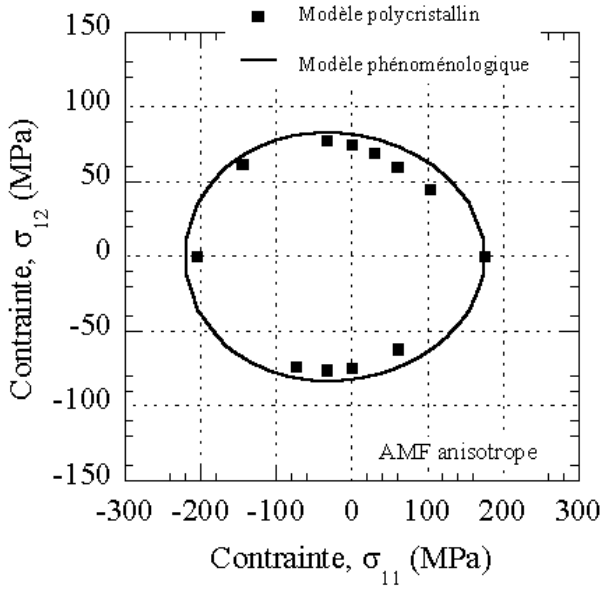


FIG. 3.11: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

formation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ (*e.g.* une déformation de transformation équivalente) dans le cas des AMF anisotropes.

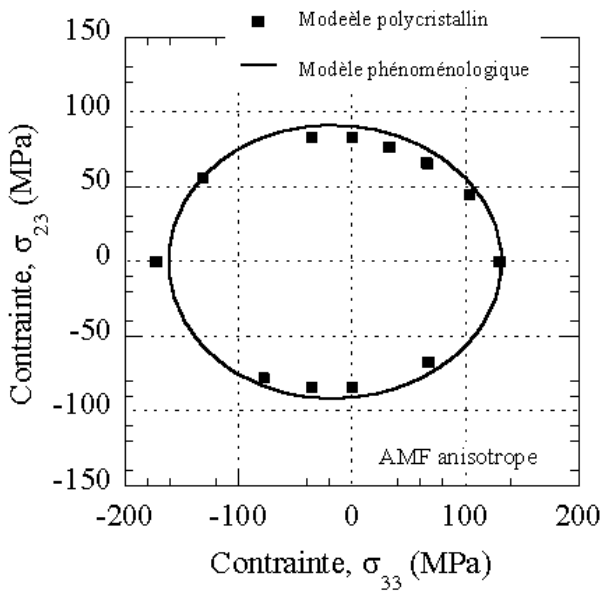


FIG. 3.12: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

2.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$

2.2.1 Définition de la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$

Comme la définition de la contrainte équivalente a été modifiée, si l'on suit le principe d'équivalence en énergie de transformation, la définition de la déformation de transformation équivalente doit elle aussi être modifiée. On peut alors reprendre la quasi-totalité de la démarche de Bouvet *et al.* dans le cas des AMF isotropes en remplaçant simplement le tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ par le tenseur des contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$ dans les différentes étapes de calcul.

On reprend ainsi l'hypothèse de normalité du taux de déformation $\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ à la surface seuil f (équation 3.20). Comme la transformation entre $\underline{\sigma}$ et $\underline{\tilde{\sigma}}$ est linéaire, de matrice $\underline{\underline{D}}$, on obtient :

$$\begin{aligned}
\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} &= \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \\
&= \dot{\lambda}\frac{\partial \sigma_{eq\,ani1}}{\partial \underline{\sigma}} \\
&= \dot{\lambda}\frac{\partial \sigma_{eq\,ani1}}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}}\cdot\frac{\partial \underline{\tilde{\sigma}}}{\partial \underline{\sigma}} \\
&= \dot{\lambda}\underline{K}_{\tilde{\sigma}}\cdot\underline{\underline{D}}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Avec $\underline{K}_{\tilde{\sigma}}$ obtenu de la même façon que dans le cas isotrope grâce à la linéarité de $\underline{\underline{D}}$:

$$\underline{K}_{\tilde{\sigma}} = \frac{\partial \sigma_{eq\,ani1}}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{3}{2}g(y_{\tilde{\sigma}})\underline{N}_{\tilde{\sigma}} + \frac{9}{2}g'(y_{\tilde{\sigma}})\left(3\underline{N}^2_{\tilde{\sigma}} - y_{\tilde{\sigma}}\underline{N}_{\tilde{\sigma}} - \frac{2}{3}\underline{I}\right) \tag{3.21}$$

Avec $\underline{I}$ le tenseur identité et :

$$\begin{aligned} \underline{N}_{\tilde{\sigma}} &= \frac{\underline{dev}(\underline{\tilde{\sigma}})}{\bar{\tilde{\sigma}}} \\ g'(y_{\tilde{\sigma}}) &= \frac{\partial g(y_{\tilde{\sigma}})}{\partial y_{\tilde{\sigma}}} \end{aligned} \tag{3.22}$$

et $g(y_{\tilde{\sigma}})$ est donné par l'équation 3.23 :

$$g(y_{\tilde{\sigma}}) = \cos\{\frac{\arccos(1-a(1-y_{\tilde{\sigma}}))}{3}\} \tag{3.23}$$

La seconde hypothèse utilisée est le principe d'équivalence en énergie de transformation, c'est à dire que la puissance de transformation $P^{tr} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ doit être égale à la puissance de transformation équivalente $P^{tr}_{eq} = \sigma_{eq\,ani1} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1}$.

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani1} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1} \tag{3.24}$$

D'où, comme $\underline{\underline{D}}$ est symétrique :

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} &= \dot{\lambda}\,\underline{\sigma} : \left(\underline{\underline{D}} \cdot \underline{K}_{\tilde{\sigma}}\right) \\ &= \dot{\lambda}\,\left(\underline{\underline{D}} \cdot \underline{\sigma}\right) : \underline{K}_{\tilde{\sigma}} \\ &= \dot{\lambda}\,\underline{\tilde{\sigma}} : \underline{K}_{\tilde{\sigma}} \end{aligned} \tag{3.25}$$

Le calcul de $\underline{\tilde{\sigma}} : \underline{K}_{\tilde{\sigma}} = \sigma_{eq\,ani1}$ est identique à celui fait dans le cas isotrope, en remplaçant juste $\underline{\sigma}$ par $\underline{\tilde{\sigma}}$. On obtient ainsi :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda} \cdot \sigma_{eq\,ani1} \tag{3.26}$$

On en déduit :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{K}_{\tilde{\sigma}} \tag{3.27}$$

Où encore :

$$\underline{\underline{D}}^{-1} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1} \cdot \underline{K}_{\tilde{\sigma}} \tag{3.28}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1} \\ &= \sqrt{\frac{(\underline{\underline{D}}^{-1} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}) : (\underline{\underline{D}}^{-1} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr})}{\underline{K}_{\tilde{\sigma}} : \underline{K}_{\tilde{\sigma}}}} \\ &= \frac{\overline{\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_{\tilde{\sigma}}) + 9\,(g'(y_{\tilde{\sigma}}))^2 \cdot (1 - y^2_{\tilde{\sigma}})}} \end{aligned} \tag{3.29}$$

Car le calcul de $\underline{K}_{\tilde{\sigma}} : \underline{K}_{\tilde{\sigma}}$ reste inchangé par rapport au cas isotrope et $\underline{\tilde{\varepsilon}}^{tr}$ est choisi par définition tel que :

$$\underline{\tilde{\varepsilon}}^{tr} = \underline{\underline{D}}^{-1} \cdot \underline{\varepsilon}^{tr} \tag{3.30}$$

Par intégration, on peut finalement obtenir la première proposition de déformation de transformation équiavlement pour les AMF anisotropes, $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$:

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1} = \frac{\overline{\underline{\varepsilon}^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_{\tilde{\sigma}}) + 9\,(g'(y_{\tilde{\sigma}}))^2 \cdot (1 - y^2_{\tilde{\sigma}})}} \tag{3.31}$$

Ou encore, avec la même approximation que dans le cas isotrope :

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1} = \overline{\tilde{\varepsilon}^{tr}}\,\frac{g(-y_{\tilde{\varepsilon}^{tr}})}{g(-1)} \tag{3.32}$$

Cette nouvelle déformation de transformation équivalente pour les AMF anisotropes, $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$, doit maintenant être comparée avec la fraction volumique de martensite z pour plusieurs chargement pseudoélastiques proportionnels. La comparaison est faite d'une part, avec les essais de traction torsion sur l'alliage de Cu-Al-Be couplés à des mesures de résistance électrique et, d'autre part, en utilisant les simulations du modèle micro-macro appliquées à l'agrégat polycristallin anisotrope.

2.2.2 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique

La fraction volumique de martensite z, déterminée expérimentalement via des mesures de résistance électrique, a été comparée à la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ qui vient d'être définie. Tous les paramètres nécessaires au calcul de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ ont déjà été identifiés lorsque l'on a déterminé la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ (*i.e.* il n'y a pas de paramètres supplémentaires).

La figure 3.13 montre la réponse sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}, z)$ pour les neufs trajets de chargement en traction torsion réalisés. Les pentes entre les courbes restent relativement différentes. Dans ce cas les dissymétries différentes le long des axes d'anisotropie du matériau ne sont pas à mettre en cause puisque les a_i sont très proches. La cause est donc sans doute plutôt due à l'hypothèse d'égalité des puissances $\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani1} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani1}$ qui est trop forte. En effet, il n'existe aucune raison a priori pour qu'un alliage anisotrope présente la même énergie de transformation dans toutes les directions matériau.

2.2.3 Dépouillement pour les simulations micro-macro

Le modèle micro-macro, appliqué à l'agrégat de 1000 grains isotrope transverse, est également utilisé pour discuter de la validité de la relation entre la fraction volumique de martensite z et de la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le cas des AMF anisotropes. Comme pour le Cu-Al-Be, nous n'avons pas de paramètres supplémentaires à identifier. La fraction volumique de martensite globale de l'agrégat est directement calculée par le modèle micro macro.

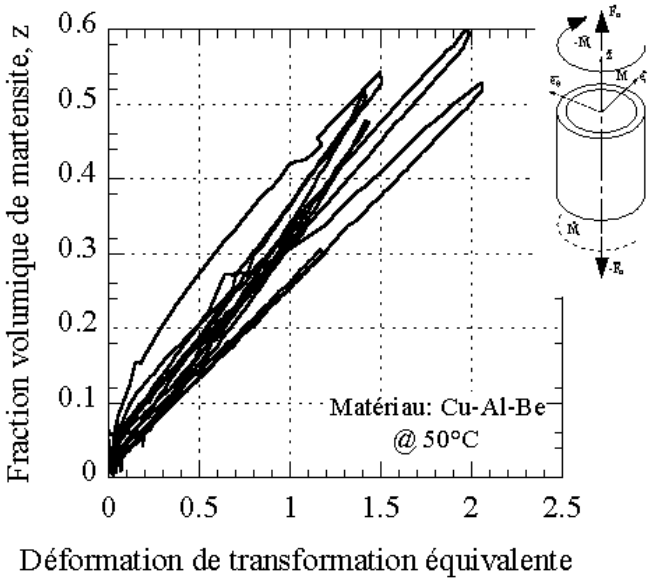


FIG. 3.13: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

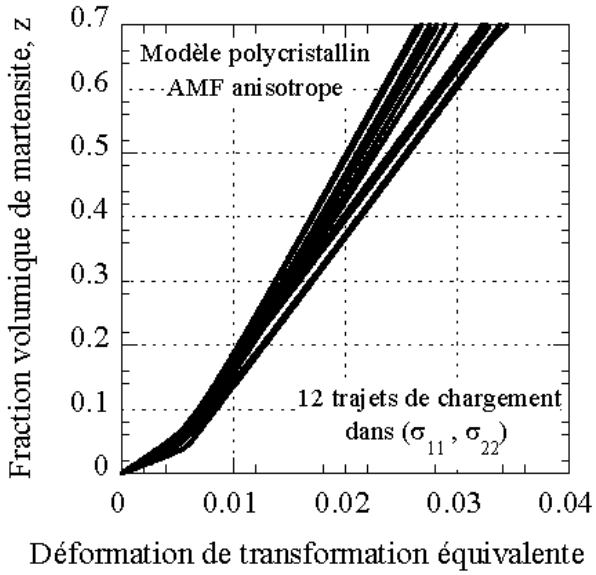


FIG. 3.14: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

Les figures 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17 montrent les réponses sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}, z)$ pour les 48 trajets de chargement réalisés. Les 48 courbes ne sont pas strictement identiques. L'une des raisons envisagées est que les dissymétries de traction-compression, qui sont très différentes suivant les axes matériau considérés, ne sont pas prises en compte dans la définition de la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$. Par conséquent, on peut supposer que la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ qui est associée à cette contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ n'est pas assez précise. La seconde raison envisagée est que, comme pour le Cu-Al-Be, l'énergie de

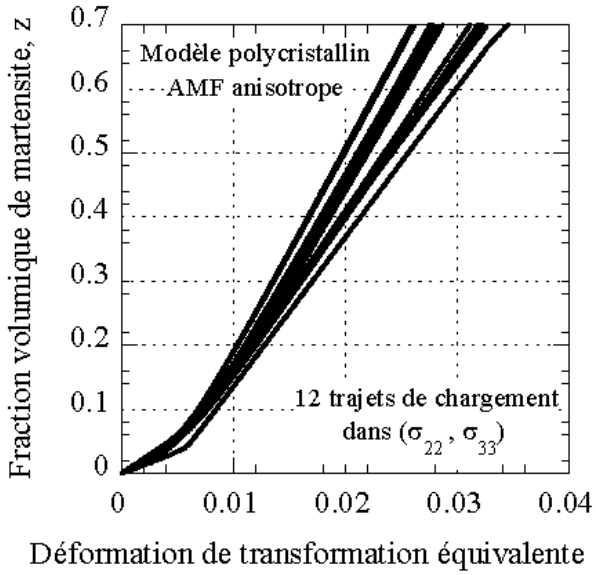


FIG. 3.15: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

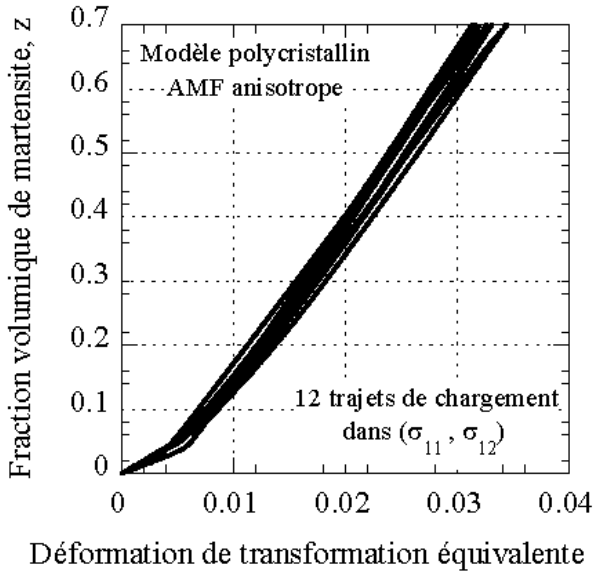


FIG. 3.16: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

transformation est sans doute anisotrope.

Le premier point (*i.e.*, la dissymétrie différente suivant les axes matériau) est ajouté dans la deuxième proposition de contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ et dans la deuxième proposition de déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$. Le second point (*i.e.*, l'anisotropie de l'énergie de transformation) est ajouté dans la troisième proposition de déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$.

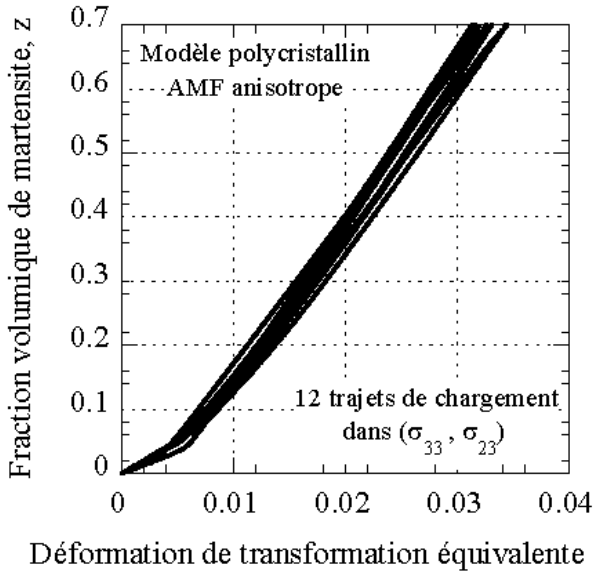


FIG. 3.17: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

3 Deuxième modèle

3.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$

3.1.1 Définition de la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$

De façon à être capable de décrire des dissymétries suivant les trois axes matériau, une nouvelle contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$ est définie par :

$$\sigma_{eq\,ani2} = \sigma_{eq\,ani2}(\overline{\tilde{\sigma}}, x_{\tilde{\sigma}}) = \overline{\tilde{\sigma}} \cdot h(x_{\tilde{\sigma}}) \tag{3.33}$$

avec $\underline{\tilde{\sigma}}$ la même contrainte dilatée que précédemment (équation 3.6), $x_{\tilde{\sigma}}$ une expression modifiée de $y_{\tilde{\sigma}}$ (équations 3.34 et 3.35) et h une fonction définie par la relation 3.36.

$$\begin{aligned} y_{\tilde{\sigma}} \;=\; & \frac{27}{2}\frac{1}{\overline{\tilde{\sigma}}^3}\Big[\frac{4}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{33} + \frac{2}{27}\tilde{\sigma}_{11}^3 + \frac{2}{27}\tilde{\sigma}_{22}^3 + \frac{2}{27}\tilde{\sigma}_{33}^3 \\ & -\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{22}^2 - \frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{33}^2 - \frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{11}^2 - \frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{33}^2 - \frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{11}^2 - \frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{22}^2 \\ & +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{12}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{13}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\ & +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{12}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{13}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\ & +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{12}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{13}^2 + \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\ & +2\tilde{\sigma}_{12}\tilde{\sigma}_{13}\tilde{\sigma}_{23}\Big] \end{aligned} \tag{3.34}$$

$$
\begin{aligned}
x_{\tilde{\sigma}} \;=\; & \frac{27}{2}\frac{1}{\overline{\sigma}^3}\Big[\frac{4}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{33}+\frac{2}{27}a_1\tilde{\sigma}_{11}^3+\frac{2}{27}a_2\tilde{\sigma}_{22}^3+\frac{2}{27}a_3\tilde{\sigma}_{33}^3 \\
& -\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{22}^2-\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{33}^2-\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{11}^2-\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{33}^2-\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{11}^2-\frac{1}{9}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{22}^2 \\
& +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{12}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{13}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\
& +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{12}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{13}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{22}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\
& +\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{12}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{13}^2+\frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{33}\tilde{\sigma}_{23}^2 \\
& +2\tilde{\sigma}_{12}\tilde{\sigma}_{13}\tilde{\sigma}_{23}\Big]
\end{aligned}
\tag{3.35}
$$

$$
h(x_{\tilde{\sigma}}) = \cos\left\{\frac{1}{3}\cos^{-1}(x_{\tilde{\sigma}})\right\} \tag{3.36}
$$

Le paramètre de dissymétrie a de la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani1}$ est remplacé par les trois paramètres a_1, a_2 et a_3 dans la définition de $x_{\tilde{\sigma}}$ (équation 3.35) permet de prendre en compte de dissymétries différentes suivant les 3 axes matériau.

3.1.2 Méthode d'identification

Comme la contrainte dilatée $\underline{\tilde{\sigma}}$ reste identique à celle du premier cas anisotrope, les paramètres de la transformation affine (*i.e.* les termes de la matrice $\underline{\underline{D}}$) restent identiques et sont calculés à partir des contraintes seuil en traction σ_{iit}^0 et cisaillement σ_{ij}^0 pur (relations 3.10, 3.11, 3.12, 3.13 et 3.14).

Les trois paramètres a_1, a_2 et a_3 sont identifiés grâce aux contraintes seuil en traction σ_{iit}^0 et compression pure σ_{iic}^0 suivant la direction d'anisotropie du matériau i (système d'équations 3.37).

$$
\begin{aligned}
\sigma_{11t}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}11t}) &= \sigma_{11c}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}11c}) \\
\sigma_{22t}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}22t}) &= \sigma_{22c}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}22c}) \\
\sigma_{33t}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}33t}) &= \sigma_{33c}^0 \cdot h(x_{\tilde{\sigma}33c})
\end{aligned}
\tag{3.37}
$$

avec $x_{\tilde{\sigma}iit}$ et $x_{\tilde{\sigma}iic}$ les valeurs de $x_{\tilde{\sigma}}$ lorsque le tenseur $\underline{\sigma}$ vaut $\underline{\sigma} = \sigma_{iit}^0(e_i \otimes e_i)$ et $\underline{\sigma} = \sigma_{iic}^0(e_i \otimes e_i)$ respectivement. Le système d'équations 3.37 admet une solution unique $\{a_1, a_2, a_3\}$.

Les a_i sont de signe négatif dans le cas d'un AMF où la contrainte seuil en traction est plus faible que la valeur absolue de la contrainte seuil en compression.

3.1.3 Identification à partir des résultats d'essais sur le Cu-Al-Be

Cette procédure d'identification a été utilisée afin de comparer les surfaces seuils expérimentales obtenues sur l'alliage de Cu-Al-Be et la surface seuil phénoménologique associée à la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$. Les paramètres identifiés a_1, a_2 et a_3 sont donnés

Paramètre	*Valeur*
a_1	$-1,27$
a_2	$-1,61$
a_3	$-1,10$

TAB. 3.3: Paramètres identifiés pour le Cu-Al-Be

tableau 3.3, les paramètres F, G, H, L, M, N qui restent identiques au cas précédent sont donnés tableau 3.1.

Les figures 3.18, 3.19 et 3.20 montrent la comparaison entre les surfaces seuils expérimentales et celles définies par la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$ dans les trois plans $(\sigma_{11}, \sigma_{\theta\theta})$, $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ et $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

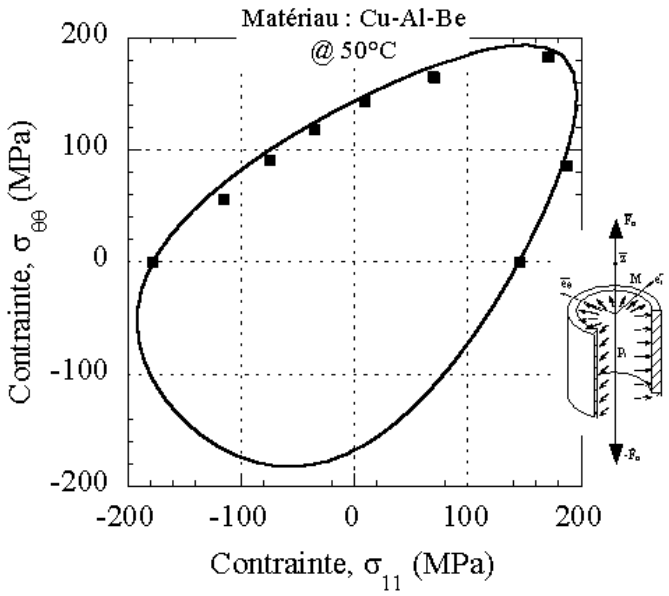


FIG. 3.18: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{\theta\theta})$.

Les surfaces seuils expérimentales et celles définies par la contrainte équivalente anisotrope $\sigma_{eq\,ani2}$ ont des formes quasiment identiques, l'amélioration étant surtout notable dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$ où la forme ovoïde obtenue pour le modèle phénoménologique associé à $\sigma_{eq\,ani2}$ décrit particulièrement bien la forme de la surface seuil expérimentale observée.

3.1.4 Identification à partir des simulations micro-macro

La procédure d'identification est identique à celle utilisée pour le Cu-Al-Be. Les surfaces seuil obtenues par les simulations micro-macro permettent d'identifier les paramètres matériau a_1, a_2 et a_3 donnés au tableau 3.4. Les paramètres F, G, H, L, M et N identiques au premier cas anisotrope sont donnés au tableau 3.2.

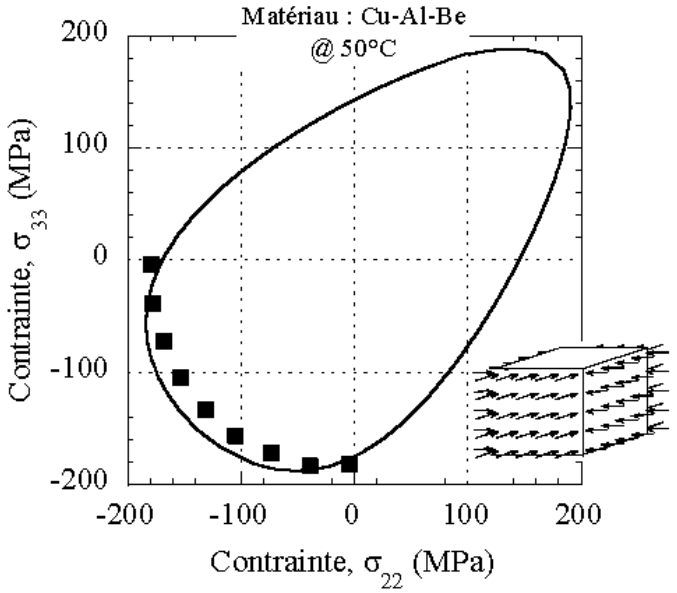


FIG. 3.19: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

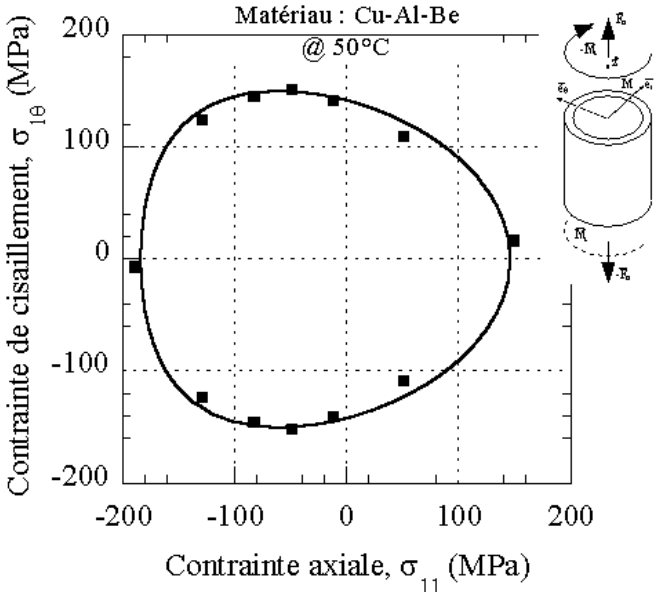


FIG. 3.20: Surfaces seuil expérimentale et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

Les figures 3.21, 3.22, 3.23 et 3.24 comparent, d'une part, les surfaces seuil obtenues par le modèle polycristallin, et d'autre part, le modèle phénoménologique associé à la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$.

La concordance entre les deux courbes obtenues est excellente, ce qui permet de valider les choix effectués pour la définition de la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$.

Paramètre	*Valeur*
a_1	$-1,53$
a_2	$-0,90$
a_3	$-0,88$

TAB. 3.4: Paramètres identifiés pour les simulations micro-macro

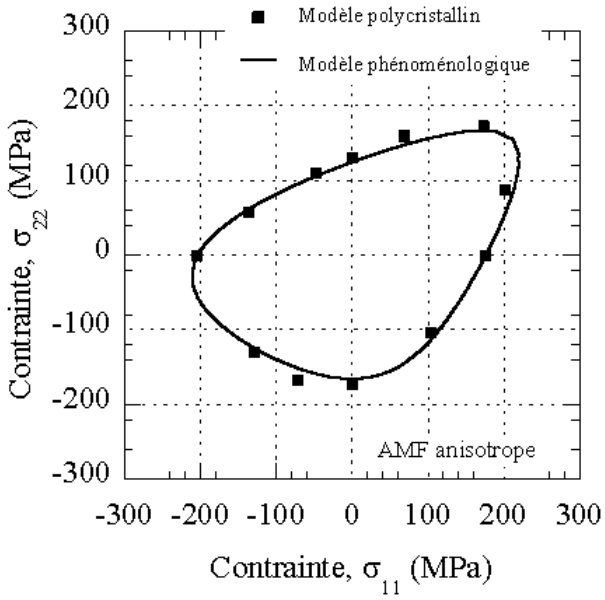


FIG. 3.21: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

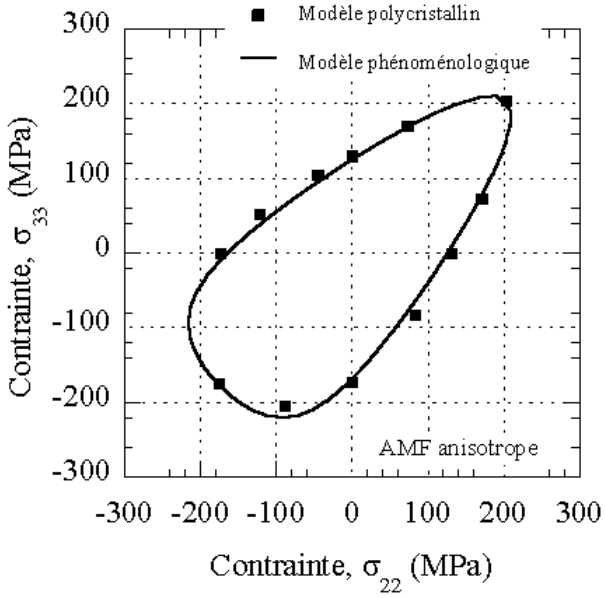


FIG. 3.22: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

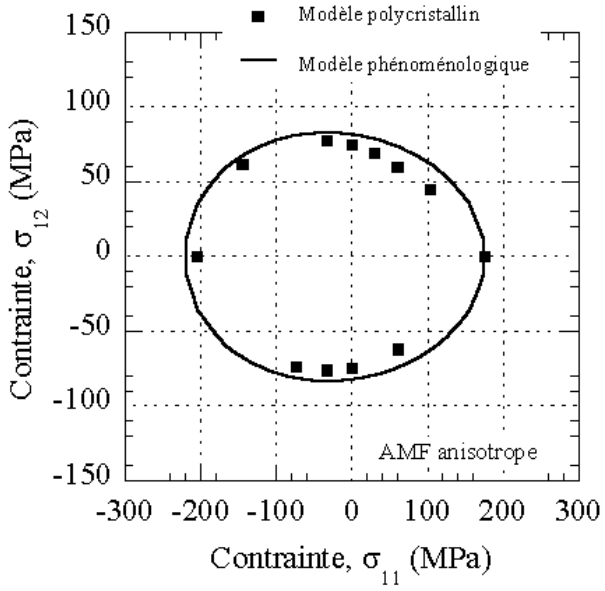


FIG. 3.23: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

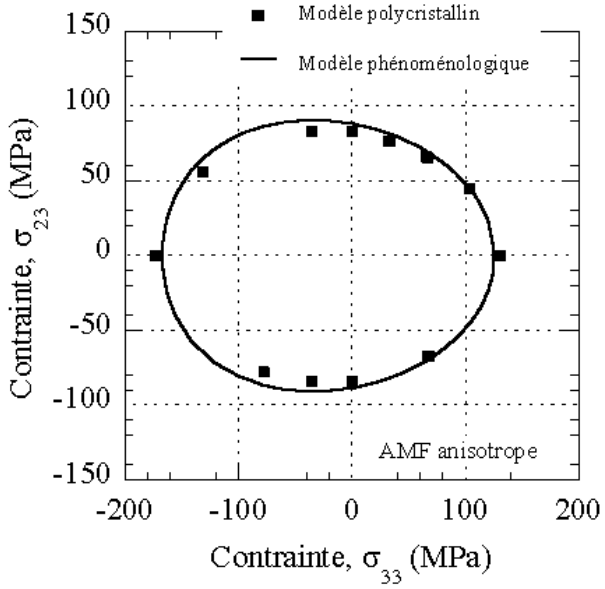


FIG. 3.24: Surfaces seuil du modèle micro-macro et définie par $\sigma_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

Après avoir défini la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ capable de décrire le comportement d'AMF anisotropes en terme de surfaces seuil, notamment les dissymétries traction-compression différentes suivant les axes matériau, il s'agit maintenant de définir la déformation équivalente associée. L'objectif est toujours de vérifier s'il existe une relation du type $z = \frac{\|\underline{\varepsilon}^{tr}\|}{\gamma}$ entre la fraction volumique de martensite z et une norme du tenseur de déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ dans le cas des AMF anisotropes.

3.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$

Associée à la seconde contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$, nous pouvons définir la déformation de transformation $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$. Comme la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ prend en compte le fait que les dissymétries traction-compression puissent différentes suivant les directions d'anisotropie du matériau, cette nouvelle déformation de transformation équivalente est plus précise.

3.2.1 Définition de la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$

La déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ est définie de la même façon que la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$, c'est à dire en respectant les hypothèses :

– De normalité du taux de déformation $\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ à la surface seuil f :

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} &= \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \\ &= \dot{\lambda}\frac{\partial \sigma_{eq\,ani2}}{\partial \underline{\sigma}} \end{aligned} \tag{3.38}$$

– D'égalité des puissances, c'est à dire que la puissance de transformation $P^{tr} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ doit être égale à la puissance de transformation équivalente $P^{tr}_{eq} = \sigma_{eq\,ani2} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani2}$.

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani2} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani2} \tag{3.39}$$

De la même façon que précédemment, il est possible de calculer une expression littérale de la déformation de transformation équivalente. Elle est néanmoins très complexe, et de façon pragmatique on préférera la calculer par intégration de l'équation 3.39 :

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2} = \int_0^t \frac{\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}}{\sigma_{eq\,ani2}} dt \tag{3.40}$$

Ce qui numériquement peut s'écrire :

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}(N) = \sum_{i=0}^{N} \frac{\underline{\sigma}(i) : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}(i)}{\sigma_{eq\,ani2}(i)} \left[t(i+1) - t(i)\right] \tag{3.41}$$

Cette déformation de transformation équivalente, $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$, peut maintenant être comparée avec la fraction volumique de martensite z pour plusieurs chargement pseudoélastiques proportionnels. Comme précédemment, la comparaison est faite, d'une part, avec les essais de traction torsion sur l'alliage de Cu-Al-Be couplés à des mesures de résistance électrique et, d'autre part, en utilisant les simulations du modèle micro-macro appliquées à l'agrégat polycristallin anisotrope.

3.2.2 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique

La fraction volumique de martensite z, déterminée expérimentalement via des mesures de résistance électrique, doit maintenant être comparée à la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ qui vient d'être définie. Tous les paramètres nécessaires au calcul de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ ont

déjà été identifiés lorsque l'on a déterminé la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ (*i.e.* il n'y a pas de paramètres supplémentaires).

La figure 3.25 montre la réponse sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}, z)$ pour les neufs trajets de chargement en traction torsion réalisés. Les pentes des courbes présentent encore un écart l'ordre de 30% suivant la direction du chargement appliqué. Compte tenu du fait que les dissymétries traction-compression dans le cas du Cu-Al-Be sont identiques ou presque suivant les trois axes d'anisotropie, il est normal de ne pas obtenir ici d'améliorations notables par rapport à $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$. Plus probablement, c'est le principe d'égalité des énergies de transformation $\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{eq\,ani2} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,ani2}$ qui est à remettre en cause ici.

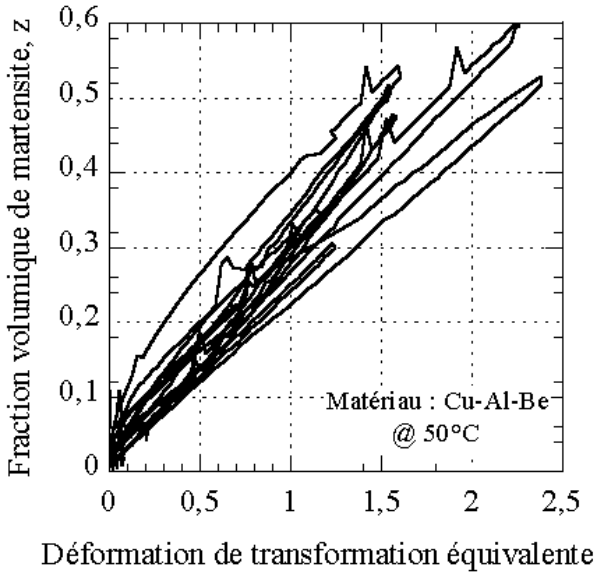


FIG. 3.25: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

3.2.3 Dépouillement pour les simulations micro-macro

Le modèle micro-macro, appliqué à l'agrégat de 1000 grains isotrope transverse, est également utilisé pour discuter de la validité de la relation entre la fraction volumique de martensite z et de la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le cas des AMF anisotropes. Comme pour le Cu-Al-Be, nous n'avons pas de paramètres supplémentaires à identifier. La fraction volumique de martensite globale de l'agrégat est directement calculée par le modèle micro macro.

Les figures 3.26, 3.27, 3.28 et 3.29 montrent les réponses sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}, z)$ pour les 48 trajets de chargement réalisés. Les 48 courbes sont plus proches que précédemment (avec $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$), mais une amélioration semble encore possible. Comme pour le Cu-Al-Be, l'énergie de transformation est sans doute anisotrope. C'est ce que nous allons vérifier dans la partie suivante.

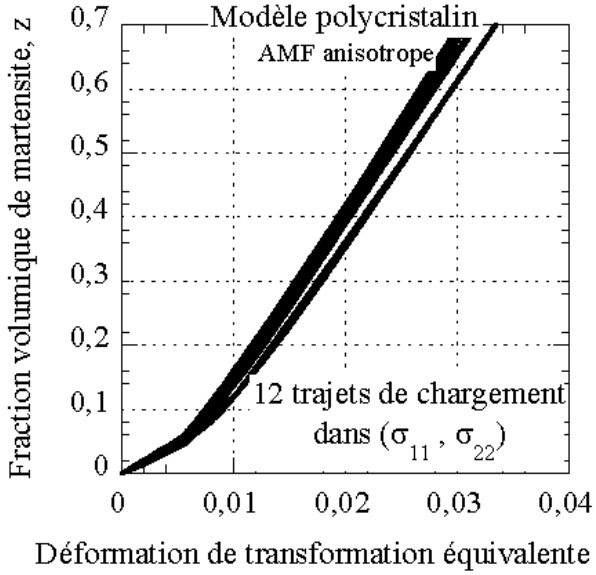


FIG. 3.26: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

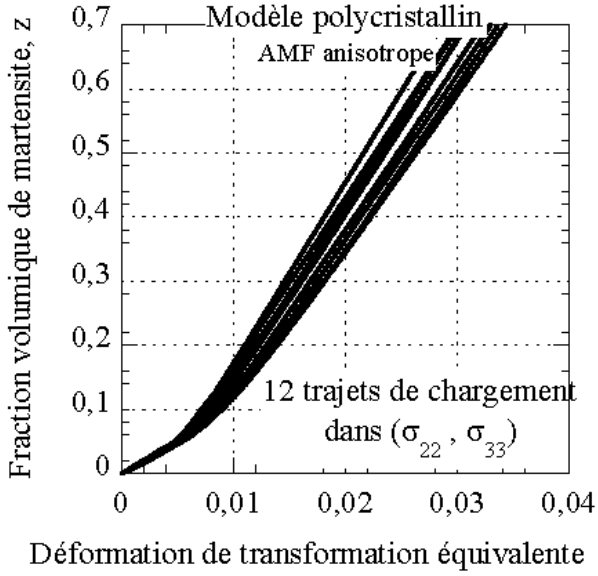


FIG. 3.27: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

4 Troisième modèle

4.1 Contrainte équivalente phénoménologique : $\sigma_{eq\,ani2}$

Pour cette troisième modélisation des AMF anisotropes, nous conservons la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ définie au paragraphe 3.1 de ce chapitre. Seule la déformation de transformation équivalente est modifié.

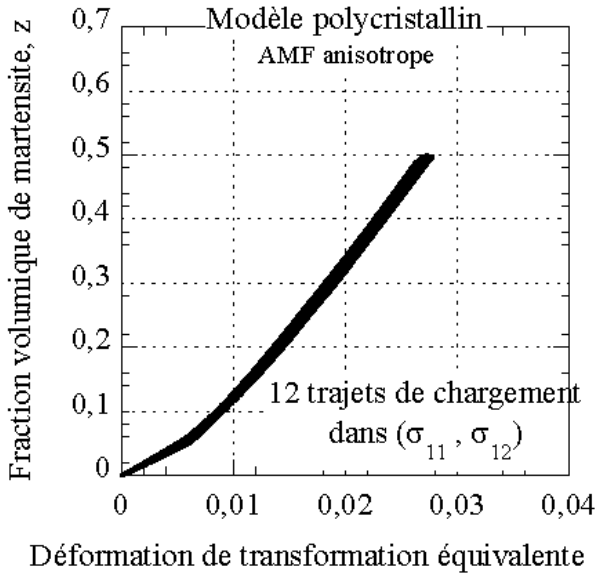


FIG. 3.28: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

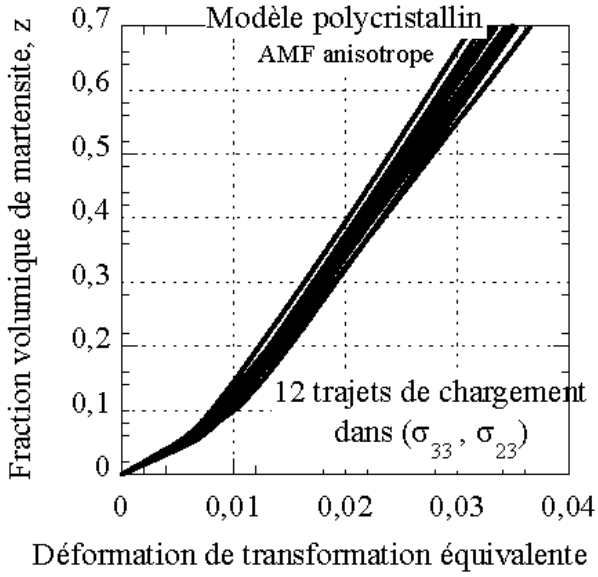


FIG. 3.29: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$ dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

4.2 Déformation de transformation équivalente : $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$

4.2.1 Mise en évidence de l'anisotropie de l'énergie de transformation et définition de la déformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$

L'idée principale ici consiste à dire qu'il n'existe aucune raison, a priori, pour un AMF anisotrope, pour que la puissance ou l'énergie de transformation soit identique dans chacune des directions matériau [Hu, 2004]. Par conséquent, a priori :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} \neq cte \tag{3.42}$$

ou encore :

$$\int_z \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} \, dz \neq cte \tag{3.43}$$

Dans les propositions précédentes les quantités équivalentes (*i.e.* contrainte et déformation de transformation) étaient supposées vérifier l'égalité des puissances (équation 3.44).

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \int \sigma_{eq} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq} \tag{3.44}$$

Comme l'on souhaite définir des quantités équivalentes, c'est à dire par définition indépendantes de la direction de chargement, l'hypothèse d'égalité des puissances ne sera pas systématiquement vérifiée :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} \neq \sigma_{eq} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq} \tag{3.45}$$

Afin de valider cette idée, les simulations micro-macro sont utilisées afin de calculer l'énergie de transformation W^{tr}, à fraction volumique de martensite z constante, pour les 48 directions de chargement étudiées. L'énergie de transformation W^{tr}, à fraction volumique de martensite z constante,est définie par :

$$W^{tr} = \int_z \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} dz \tag{3.46}$$

Les résultats sont donnés pour les 4 plans des contraintes $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$, $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$, $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ et $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$ sur les figures 3.30, 3.31, 3.32 et 3.33. Le mode de représentation est le suivant : la direction entre l'origine de la courbe et le point considéré indique la direction de chargement, le rayon entre l'origine et le point est proportionnel à l'énergie de transformation W^{tr}.

Ces courbes montrent que l'énergie de transformation, pour une valeur donnée de la fraction volumique de martensite z, dépend de la direction de chargement. Une différence de 20% est observée dans certains cas. C'est pour cela que la notion de "surfaces d'énergie d'iso-transformation" (*i.e.* à fraction volumique de martensite z constante) est introduite ici.

Ces "surfaces d'énergie d'iso-transformation" peuvent être représentées par des hyper ellipses dans l'espace des contraintes, non inclinées et symétriques. On peut également remarquer sur les figures 3.30, 3.31, 3.32 et 3.33 que leur forme reste identique quelle que soit la valeur de z considérée ; elles sont homothétiques. Par conséquent, ces "surfaces d'énergie d'iso-transformation" peuvent être modélisées par des courbes d'équation :

$$f \cdot k_{11}^2 + g \cdot k_{22}^2 + h \cdot k_{33}^2 + l \cdot k_{12}^2 + m \cdot k_{23}^2 + n \cdot k_{13}^2 = 1 \tag{3.47}$$

où f, g, h, l, m et n sont des constantes et $\underline{k}$ est défini par :

$$\underline{k} = W^{tr} \cdot \frac{\underline{\sigma}}{\|\underline{\sigma}\|} = W^{tr} \cdot \underline{N} \tag{3.48}$$

$\underline{N}$ est la direction de chargement et W^{tr} dépend de $\underline{N}$ et de z :

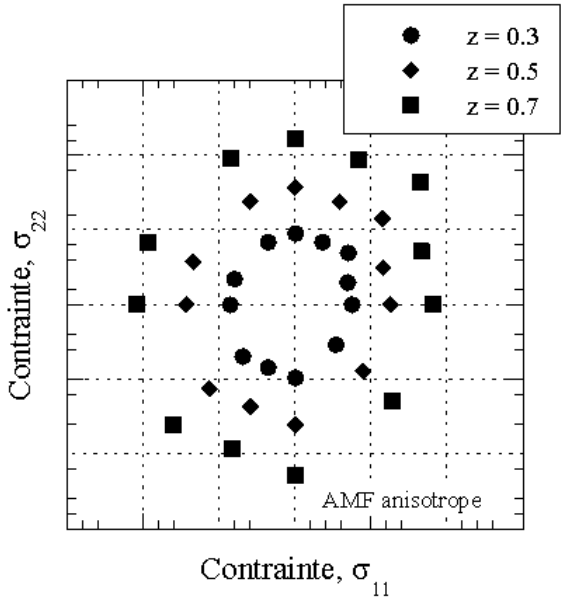


FIG. 3.30: Surfaces d'énergie d'iso-transformation dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ pour le modèle polycristallin.

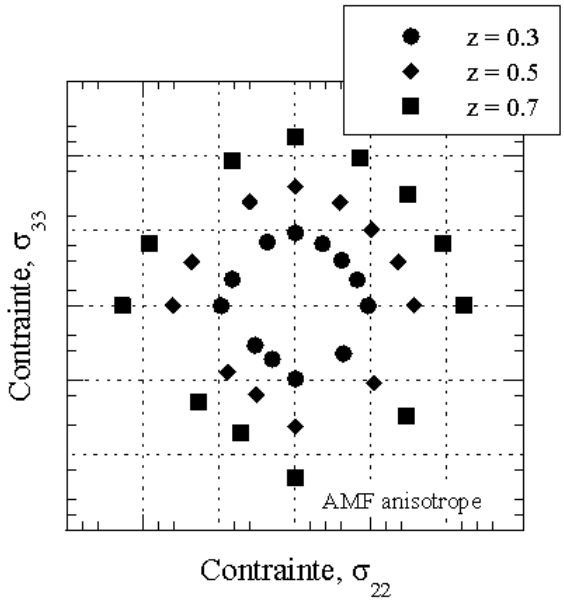


FIG. 3.31: Surfaces d'énergie d'iso-transformation dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ pour le modèle polycristallin.

$$W^{tr}(\underline{N}, z) = W^{tr}_{traction}(z) \cdot \alpha(\underline{N}) \tag{3.49}$$

Comme l'énergie de transformation équivalente $\int_z \sigma_{eq\,aniso2} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,aniso3} dz$ doit être la même quel que soit $\underline{N}$ et égale à l'énergie de transformation en traction $W^{tr}_{traction}$, on peut déduire :

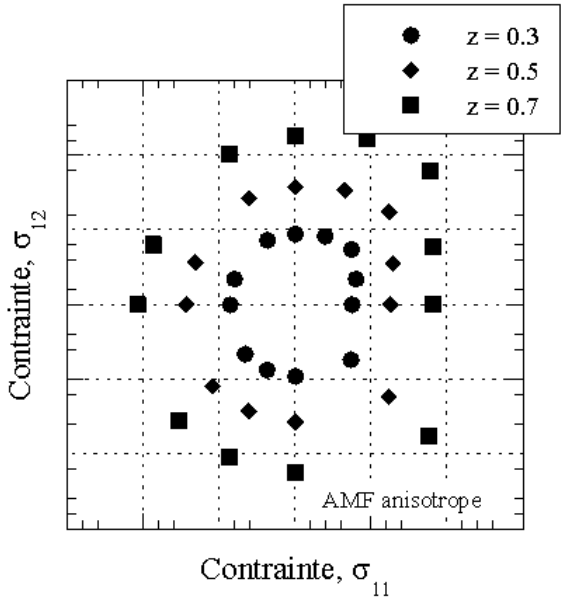


FIG. 3.32: Surfaces d'énergie d'iso-transformation dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ pour le modèle polycristallin.

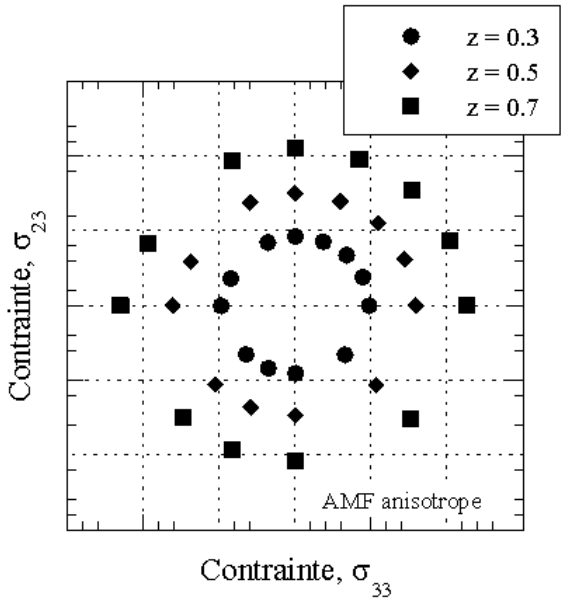


FIG. 3.33: Surfaces d'énergie d'iso-transformation dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$ pour le modèle polycristallin.

$$\begin{aligned}
\int_z \sigma_{eq\,aniso2} \cdot \dot{\varepsilon}^{tr}_{eq\,aniso3} dz &= W^{tr}_{traction}(z) \\
&= \frac{1}{\alpha(\underline{N})} W^{tr}(\underline{N}, z) \\
&= \frac{1}{\alpha(\underline{N})} \int_z \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} dz
\end{aligned} \tag{3.50}$$

D'où l'on déduit pour chaque trajet proportionnel, la définition de la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ associée à la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$:

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3} = \frac{1}{\alpha(\underline{N})} \int_z \frac{\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}}{\sigma_{eq\,ani2}} \cdot dz \tag{3.51}$$

Il est donc nécessaire d'identifier $\alpha(\underline{N})$ pour pouvoir calculer $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$. Pour cela, l'équation des "surfaces d'énergie d'iso-transformation" (équation 3.47) peut aussi s'écrire comme :

$$(W^{tr})^2(\underline{N},z)\left(f \cdot N_{11}^2 + g \cdot N_{22}^2 + h \cdot N_{33}^2 + l \cdot N_{12}^2 + m \cdot N_{23}^2 + n \cdot N_{13}^2\right) = 1 \tag{3.52}$$

d'où l'on peut déduire $\alpha(\underline{N})$:

$$\begin{aligned} \alpha(\underline{N}) &= \frac{W^{tr}(\underline{N},z)}{W^{tr}_{traction}(z)} \\ &= \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f \cdot N_{11}^2 + g \cdot N_{22}^2 + h \cdot N_{33}^2 + l \cdot N_{12}^2 + m \cdot N_{23}^2 + n \cdot N_{13}^2}} \end{aligned} \tag{3.53}$$

les paramètres f, g, h, l, m et n sont identifiés grâce aux relations 3.54 où $W^{tr}_{ij}(z) = W^{tr}(\underline{N}_{ij} = e_i \otimes e_j, z)$.

$$\begin{aligned} f &= 1 \\ g &= \left(\frac{W^{tr}_{traction}(z)}{W^{tr}_{22}(z)}\right)^2 \\ h &= \left(\frac{W^{tr}_{traction}(z)}{W^{tr}_{33}(z)}\right)^2 \\ l &= \left(\frac{W^{tr}_{traction}(z)}{W^{tr}_{12}(z)}\right)^2 \\ m &= \left(\frac{W^{tr}_{traction}(z)}{W^{tr}_{23}(z)}\right)^2 \\ n &= \left(\frac{W^{tr}_{traction}(z)}{W^{tr}_{13}(z)}\right)^2 \end{aligned} \tag{3.54}$$

Les hyper ellipses théoriques ainsi identifiées sont comparées aux "surfaces d'énergie d'iso-transformation" pour $z = 0,5$ obtenues grâce aux simulations micro-macro dans les 4 plans des contraintes $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$, $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$, $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ et $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$ sur les figures 3.34, 3.35, 3.42 et 3.37. Le mode de représentation reste identique : la direction entre l'origine de la courbe et le point considéré indique la direction de chargement, le rayon entre l'origine et le point est proportionnel à l'énergie de transformation W^{tr}. Les six paramètres identifiés f, g, h, l, m et n, sont donnés au tableau 3.6.

Ainsi, la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ est complètement déterminée.

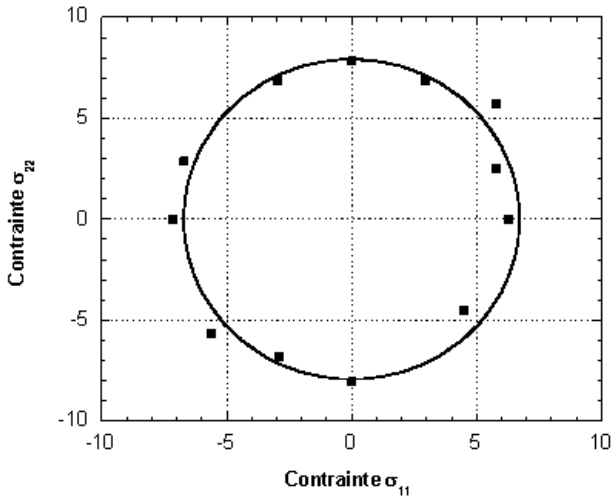


FIG. 3.34: Surface d'énergie d'iso-transformation pour $z = 0,5$ et ellipse identifiée dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ pour le modèle polycristallin.

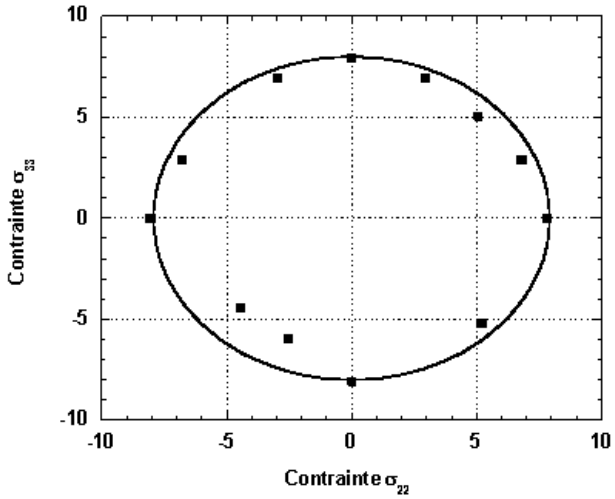


FIG. 3.35: Surface d'énergie d'iso-transformation pour $z = 0,5$ et ellipse identifiée dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ pour le modèle polycristallin.

4.2.2 Dépouillement pour les simulations micro-macro

A partir des "surfaces d'énergie d'iso-transformation" déterminées au paragraphe précédent, nous avons calculé la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ pour la comparer à la fraction volumique de martensite z au cours des mêmes 48 trajets de chargement simulés par le modèle micro-macro. Six paramètres supplémentaires f, g, h, l, m et n, sont nécessaires pour

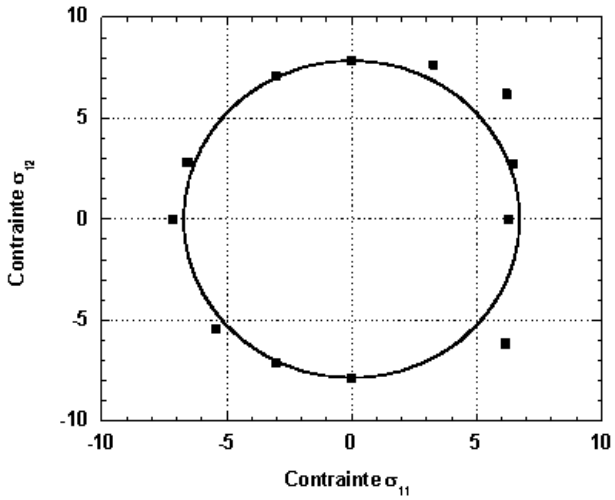


FIG. 3.36: Surface d'énergie d'iso-transformation pour $z = 0,5$ et ellipse identifiée dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ pour le modèle polycristallin.

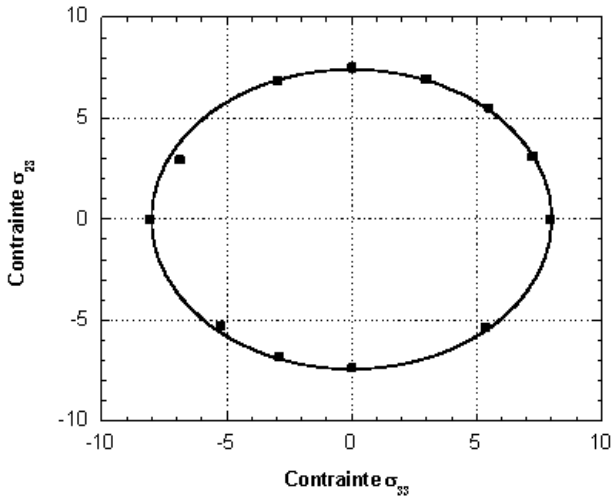


FIG. 3.37: Surface d'énergie d'iso-transformation pour $z = 0,5$ et ellipse identifiée dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$ pour le modèle polycristallin.

définir $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ et sont donnés au tableau 3.6.

Les figures 3.38, 3.39, 3.40 et 3.41 montrent les réponses sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}, z)$ pour les 48 trajets de chargement réalisés.

Les courbes $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}, z)$ ainsi obtenues sont maintenant quasi identiques. Les courbes du plan isotrope $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$ coïncident particulièrement bien. Dans les autres plans, les différences

paramètre	*valeur*
f	1
g	0,72
h	0,71
l	0,73
m	0,82
n	0,73

TAB. 3.5: Paramètres identifiés pour $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le cas des simulations micro-macro

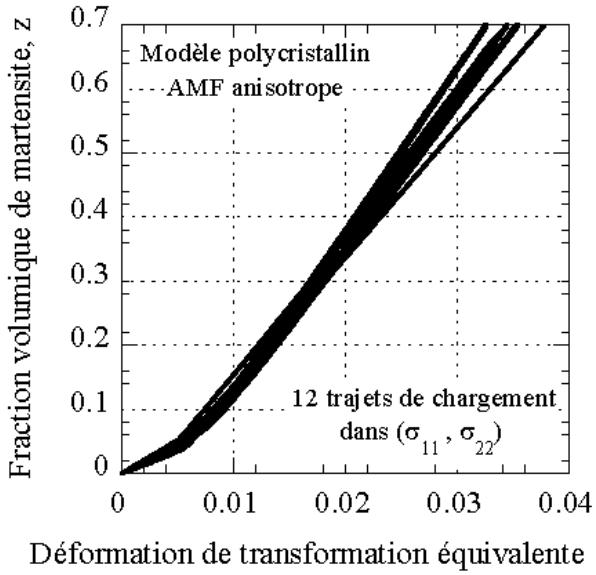


FIG. 3.38: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$.

de pente sont inférieures à 10%.

4.2.3 Dépouillement des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be avec mesure de résistance électrique

Dans ce paragraphe, la fraction volumique de martensite z dans les éprouvettes de Cu-Al-Be, déterminée par des mesures de résistance électrique, est comparée à la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$. La figure 3.43 montre la réponse sur une courbe $(\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}, z)$ pour les 9 trajets de chargement réalisés.

Il existe donc bien une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$. La relation 3.55 est donc validée expérimentalement.

$$\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3} = \gamma \cdot z \tag{3.55}$$

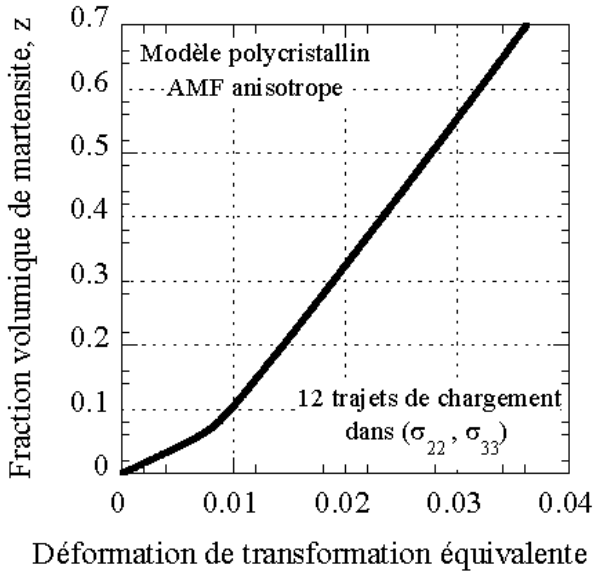


FIG. 3.39: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le plan $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$.

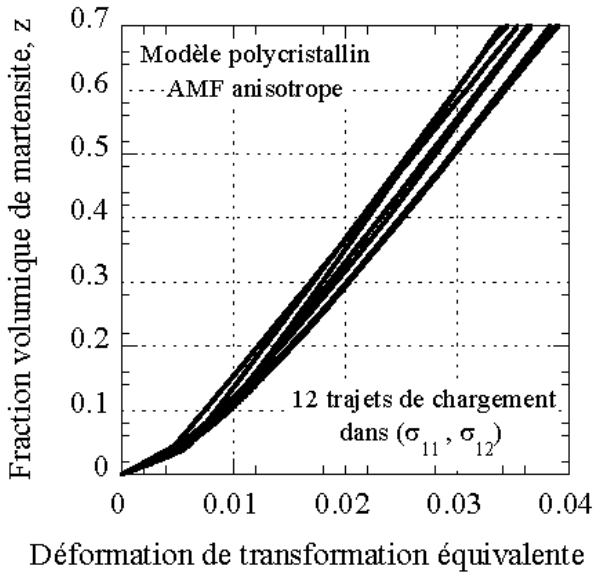


FIG. 3.40: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$.

5 Conclusion

1. Deux contraintes équivalentes ont été définies pour les AMF anisotropes. La première présentant la même dissymétrie traction-compression suivant tous les axes matériaux et la seconde capable de décrire des dissymétries différentes. Les surfaces seuil associées sont qualitativement et quantitativement en accord avec, d'une part, les simulations micro-macro réalisées sur un agrégat polycristallin anisotrope et, d'autre part, avec des essais de

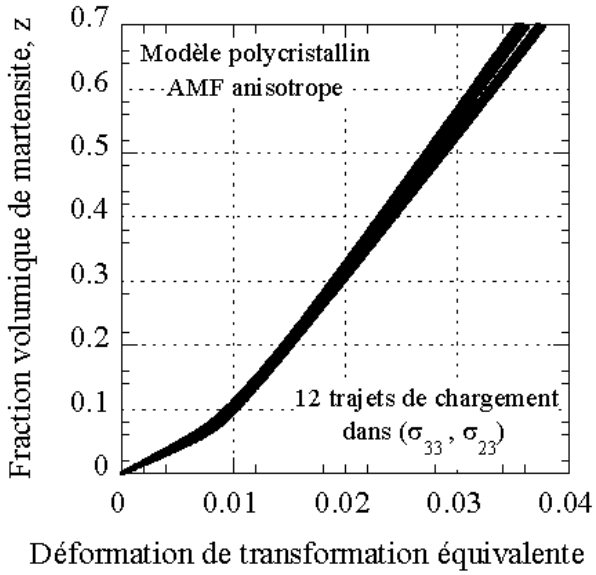


FIG. 3.41: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le plan $(\sigma_{33}, \sigma_{23})$.

paramètre	*valeur*
f	1
g	indéterminé
h	indéterminé
l	$0,69$
m	indéterminé
n	$0,69$

TAB. 3.6: Paramètres identifiés pour $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le cas des essais de traction torsion sur le Cu-Al-Be

détection de surfaces seuil sur des éprouvettes de Cu-Al-Be. Les surfaces seuil anisotropes ainsi définies sont capables de décrire tous les phénomènes expérimentaux observés.

2. Associées avec l'une ou l'autre de ces deux contraintes équivalentes, trois déformations de transformation équivalentes ont été proposées. Les deux premières sont basées sur la loi de normalité et l'égalité des puissances de transformation, la troisième prend en compte l'anisotropie observée de l'énergie de transformation.
3. Finalement, la relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente a été validée dans le cas des AMF anisotropes. Par conséquent, l'hypothèse $\varepsilon^{tr}_{eq} = \gamma \cdot z$ est validée dans tous les cas.

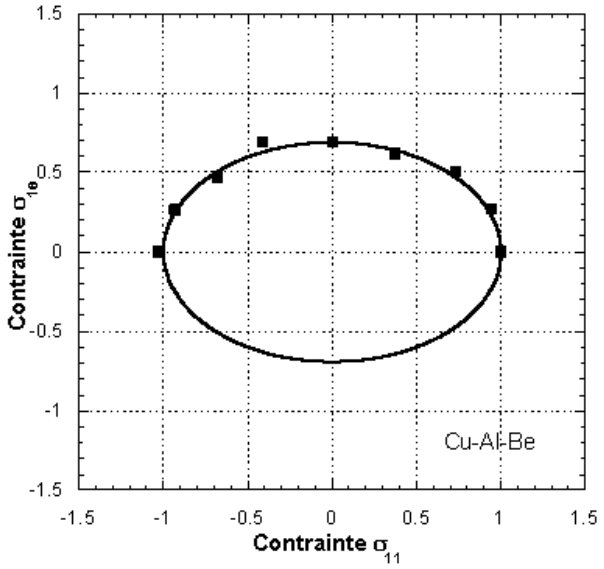


FIG. 3.42: Surface d'énergie d'iso-transformation pour $z = 0,5$ et ellipse identifiée dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$ pour le Cu-Al-Be.

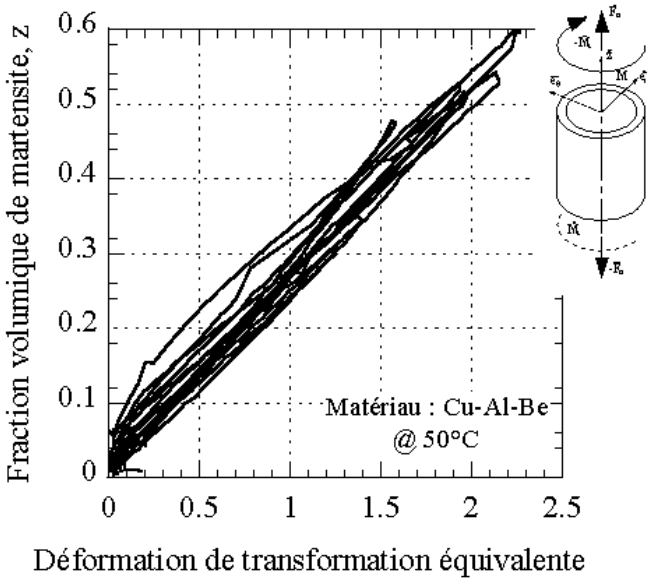


FIG. 3.43: Fraction volumique de martensite en fonction de $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ dans le plan $(\sigma_{11}, \sigma_{1\theta})$.

Chapitre 4

Effet mémoire simple sous sollicitations multi-axiales

Sommaire

1 Essais de traction-torsion sur un alliage type Ni-Ti 116

1.1 Matériau 116

1.2 Dispositif expérimental 118

1.3 Trajets proportionnels 121

1.4 Trajets non-proportionnels 134

2 Vers une modélisation : contrainte équivalente de début de réorientation de la phase R 135

2.1 Détection de surface seuil de début de réorientation de la phase R 140

2.2 Définition : comme pour la contrainte seuil de début de transformation . . 141

2.3 Règle de normalité pour la réorientation 144

3 Conclusion 144

L'effet mémoire simple sens dans un AMF comportant deux phases (*i.e.* austénite et martensite) peut être décrit schématiquement comme à la figure 4.1 [Patoor et Berveiller, 1994]. Si l'on refroidit un échantillon d'austénite (phase haute température) celle-ci se transforme en martensite (phase basse température) dite autoaccomodante : les différentes variantes de martensite se combinent de façon à ce qu'il n'y ait, ni changement de volume, ni changement de forme. Si par la suite cet échantillon est soumis à une contrainte, toujours à basse température, la martensite devient orientée (on parle de réorientation), c'est à dire que les variantes de martensite favorisées sont celles qui conduisent à une déformation dans le sens de la contrainte appliquée. Cette déformation est permanente, elle subsiste après relâchement de la contrainte. Par la suite, si l'on réchauffe l'échantillon, celui-ci revient dans la phase austénitique et retrouve alors sa forme initiale.

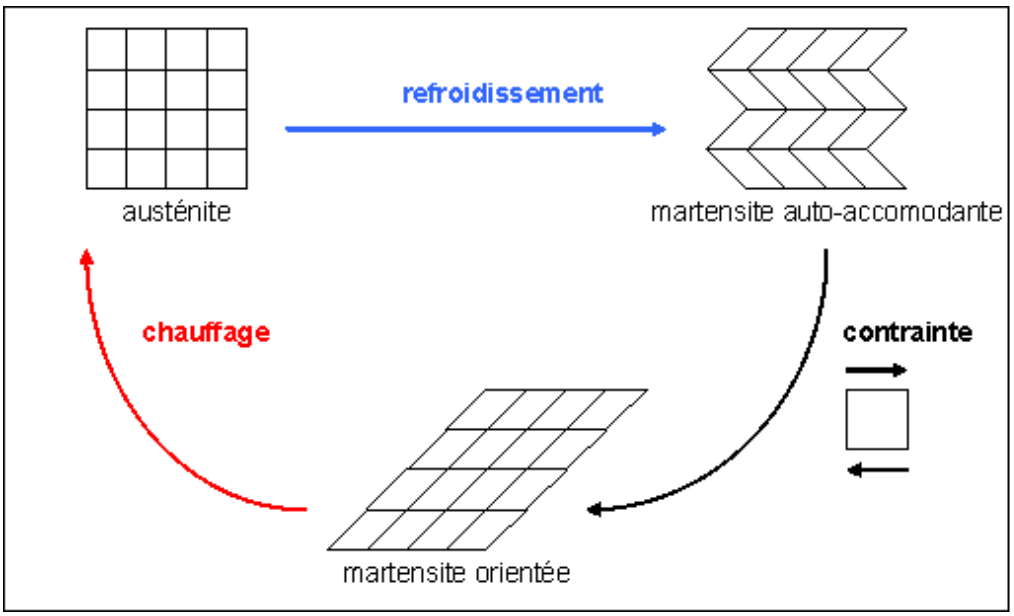


FIG. 4.1: Principe de l'effet mémoire simple sens

Sur la figure 4.2, les points représentent les résultats expérimentaux d'un essai de traction d'effet mémoire simple sens sur un AMF de type Ni-Ti [Thamburaja *et al.*, 2005]. En *a*, le matériau est à température inférieure à M_f donc en phase complètement martensitique et la martensite est autoaccomodante (pas de contrainte appliquée). Entre *a* et *b* une sollicitation de traction est appliquée qui transforme la martensite autoaccomodante en martensite orientée. Entre *b* et *c* la contrainte est relâchée, seule la déformation élastique disparaît, il subsiste une déformation résiduelle (la martensite reste orientée). Entre *c* et *d*, l'éprouvette est chauffée à contrainte nulle : le matériau revient à l'état mère austénitique sans déformation résiduelle.

Dans le cas des AMF de type Nickel-Titane, le comportement thermo-mécanique est un peu plus complexe à cause de la présence de la phase R en plus des phases austénitique et martensitique [Miyazaki *et al.*, 1988, Miller et Lagoudas, 2001, Huang et Liu, 2001, Sittner *et al.*, 2006a]. Cette phase R (*i.e.* rhombohédrique) apparaît lors du refroidissement et est une phase intermédiaire entre l'austénite et la martensite. Si l'on considère par exemple la figure 4.3 qui montre

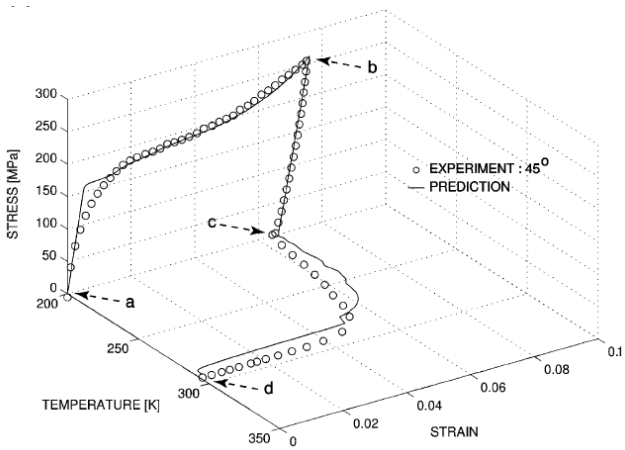


FIG. 4.2: Effet mémoire simple sens en traction sur un AMF de type NiTi [Thamburaja *et al.*, 2005].

l'analyse thermique différentielle (ou *Differential Scanning Calorimetry*) d'un AMF de type Ni-Ti [Sittner *et al.*, 2006a], on observe au chauffage (courbe du bas) un seul pic qui correspond à la transformation classique martensite-austénite (notée $B19' \rightarrow B2$). Par contre, au refroidissement (courbe du haut) deux pics sont obtenus : le premier pour la transformation austénite-phase R (notée $B2 \rightarrow R$), le second pour la transformation phase R-martensite (notée $R \rightarrow B19'$).

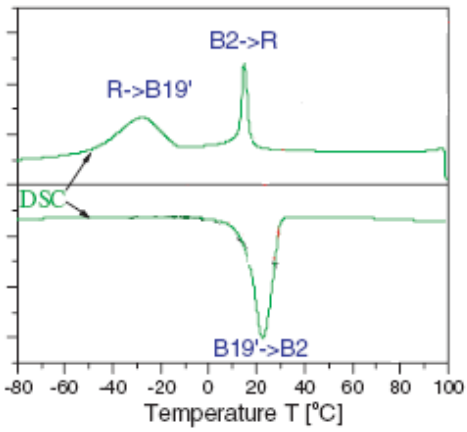


FIG. 4.3: Analyse thermique différentielle d'un AMF de type Ni-Ti [Sittner *et al.*, 2006a].

Ces transformations peuvent aussi être activées sous chargement mécanique. En particulier, pour l'effet mémoire simple sens, si la température après refroidissement correspond à un Ni-Ti en phase R, les mécanismes mis en jeu sous chargement mécaniques sont donnés figure 4.4 [Sittner *et al.*, 2006b]. Durant un essai de traction avec le NiTi initialement en phase R, différentes mesures in-situ (résistance électrique, diffraction des neutrons et mesures ultrasonores) permettent de suivre les variations microstructurales de l'éprouvette. On observe dans un premier temps une réorientation de la phase R ($R \rightarrow R$), puis une distorsion de la phase R ($R \Rightarrow$)(accompagnée d'une inflexion de la courbe contrainte-déformation) et enfin la trans-

formation phase R-martensite ($R \rightarrow B19'$)avec un plateau de transformation. Après décharge il subsiste une déformation résiduelle, qui sera également "effacée" après chauffage en phase mère austénitique. Même si les mécanismes sont légèrement différents on peut donc continuer à parler d'effet mémoire simple sens.

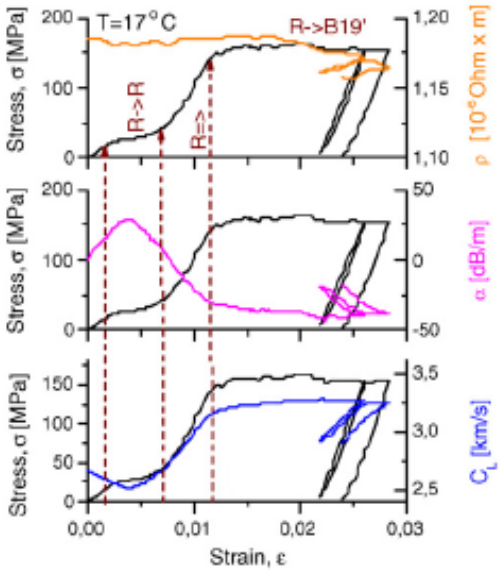


FIG. 4.4: Essai de traction sur un AMF de type Ni-Ti initialement en phase R [Sittner *et al.*, 2006b].

L'effet mémoire simple sens est bien connu et utilisé dans de nombreuses applications 1D. Par contre, peu d'essais ont été réalisés sous sollicitations multiaxiales, hormis ceux de Tokuda *et al.* [Tokuda *et al.*, 1995, Tokuda *et al.*, 1999, Tokuda *et al.*, 1998]. Dans ce contexte, nous avons réalisé une série d'essais de traction torsion proportionnels et non-proportionnels, sur un AMF de type Nickel-Titane. L'objectif est ici d'observer l'effet mémoire simple sens sous sollicitations tri-axiales, puis de proposer des pistes pour la modélisation.

La description et l'analyse de des essais de traction-torsion fait l'objet de la première partie de ce chapitre. Dans la seconde partie, nous définissons une contrainte équivalente cohérente avec les travaux menés sur la pseudoélasticité, capable de décrire la surface de début de réorientation de la phase R.

1 Essais de traction-torsion sur un alliage type Ni-Ti

1.1 Matériau

Le matériau utilisé, fourni par la société Nitifrance, est un alliage de Nickel-Titane de composition massique Ti-Ni 55.4%, ayant subit un recuit en bain de sel à 480^oC pendant deux minutes.

Une micrographie optique du matériau est donnée figure 4.5 : les grains ont été révélés par un polissage mécanique (3 microns) suivi d'une attaque chimique par une solution d'acide fluoridrique et d'acide nitrique (acide fluoridrique 20%, acide nitrique 50%, eau) pendant 10 secondes. La taille des grains est de l'ordre de 40 microns.

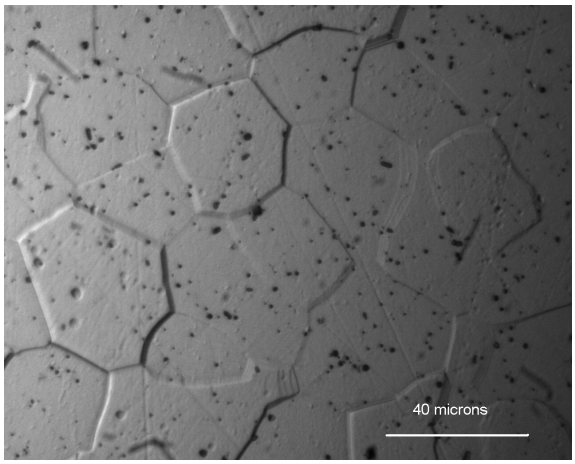


FIG. 4.5: Micrographie optique du Ni-Ti

Les températures de transformation de cet alliage sont déterminées par analyse calorimétrique différentielle (ou Differential Scanning Calorimetry) [Eyraud et Accary, 1992].

Le principe en est le suivant : dans une enceinte calorifugée sont disposés deux creusets en aluminium contenant l'un, un échantillon du matériau à tester, l'autre, un matériau de référence ou de l'air. Deux thermocouples mesurent la température de la référence et de l'échantillon.

L'appareil utilisé (Setafram DSC 131) possède deux boucles de contrôle de la température :

- Une pour programmer la vitesse de variation de température de la référence,
- L'autre permet, s'il existe un déséquilibre thermique entre l'échantillon et la référence (exothermique ou endothermique), d'ajuster la puissance d'entrée de manière à réduire à néant cette différence. On enregistre un signal (millivolts) proportionnel à la différence de puissance fournie à l'échantillon par rapport à la référence [Eyraud et Accary, 1992].

Le pilotage en température est le suivant :

- Maintien en température à -30^oC jusqu'à stabilisation ;
- Chauffage à une vitesse de $10^oC/min$ jusqu'à 70^oC ;
- Maintien à 70^oC ;
- Refroidissement à une vitesse de $-3^oC/min$ jusqu'à -30^oC.

Pour descendre en température, il est nécessaire d'ajouter ponctuellement de l'azote liquide. On acquiert le temps, la température de l'échantillon et une quantité proportionnelle au flux de chaleur (en l'absence d'étalonnage). Le résultat est donné en figure 4.6.

Les "pics" ainsi obtenus sont caractéristiques des transformations directe (endothermique) et inverse (exothermique) et permettent normalement de mesurer les températures de transformation à contrainte nulle (figure 4.6).

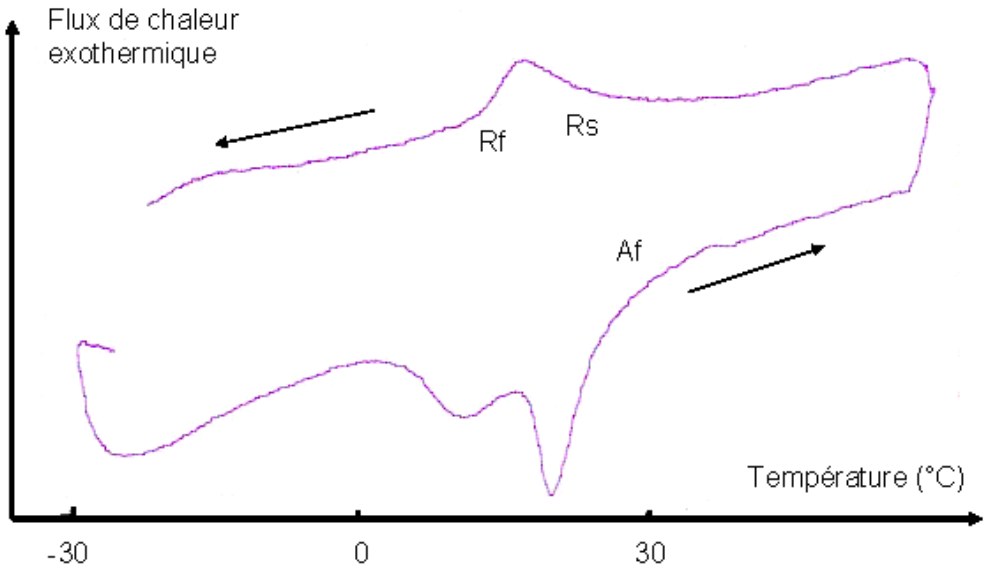


FIG. 4.6: Résultat de l'analyse calorimétrique différentielle du Ni-Ti

Néanmoins le dispositif utilisé ne nous a pas permis d'atteindre des températures suffisamment basses nécessaires pour déterminer toutes les températures de transformation. Au début du chauffage (-30^oC), le matériau est un mélange de martensite et de phase R, ce qui explique les deux pics obtenus (l'un correspondant à la transformation martensite-austénite, l'autre à la transformation R phase-austénite) au lieu d'un seul. Au refroidissement, le premier pic (à droite) correspond à la transformation auténite-phase R et la légère bosse de gauche pourrait correspondre au début du "pic" de la transformation phase R-martensite qui n'est pas achevée à -30^oC.

A partir de ce résultat, on peut identifier $R_s = 26^oC$, $R_f = 11^oC$ et $A_f = 25^oC$.

La valeur de A_s n'est pas connue, puisque lors du chauffage, on observe deux pics correspondants aux deux transformations simultanées martensite en austénite et R-phase en austénite. De mêmes les valeurs de M_s et M_f restent indéterminées.

1.2 Dispositif expérimental

Les essais sont réalisés sur une machine électro-hydraulique asservie MTS de traction-torsion, dont les vérins axial et rotatif ont des capacités respectives de $100kN$ et de $1,2kN.m$. La machine est munie de rallonges en aluminium qui permettent de maintenir le montage et l'éprouvette dans une enceinte thermique régulée (photo 4.8).

Les éprouvettes sont des tubes minces (figures 4.7 et 4.9) à l'extérieur desquels sont collées des jauges type "rosette à 45 degrés" et de longueur $3mm$ (référence EP-08-125RA-120 de Vishay Micro-Measurement) permettant de mesurer les déformations axiale ε et de cisaillement γ. Les contraintes axiale σ et de cisaillement τ, supposées homogènes, sont déterminées à partir des informations de la cellule d'effort : effort axial, F, et couple, M (équations 4.1 et 4.2). Ces éprouvettes ont été usinées à partir d'un barreau tréfilé.

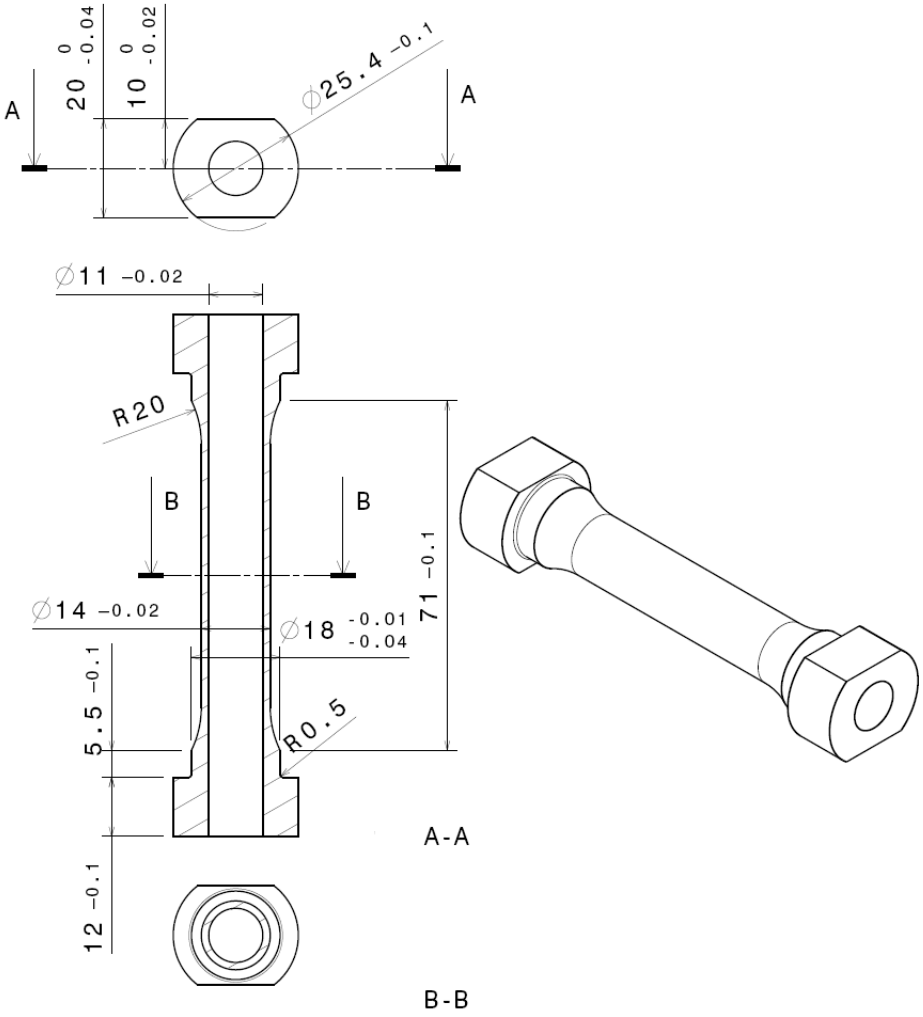


FIG. 4.7: Plan des éprouvettes tubulaires en Ni-Ti

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \tag{4.1}$$

$$\tau = \frac{M}{I_0} R_{moyen} \tag{4.2}$$

où $S_0 = 58,9\ mm^2$ et $I_0 = 2334\ mm^4$ sont respectivement la section initiale et le moment quadratique polaire de la partie utile de l'éprouvette et R_{moyen} le rayon moyen du tube mince.

La température est mesurée en surface de l'éprouvette grâce à un thermocouple de type K soudé à l'arc à la surface de l'éprouvette. La machine peut être asservie au choix en déplacement, en effort ou en déformation, que ce soit en traction ou en torsion.

Les essais présentés dans ce chapitre ont nécessité 5 éprouvettes.

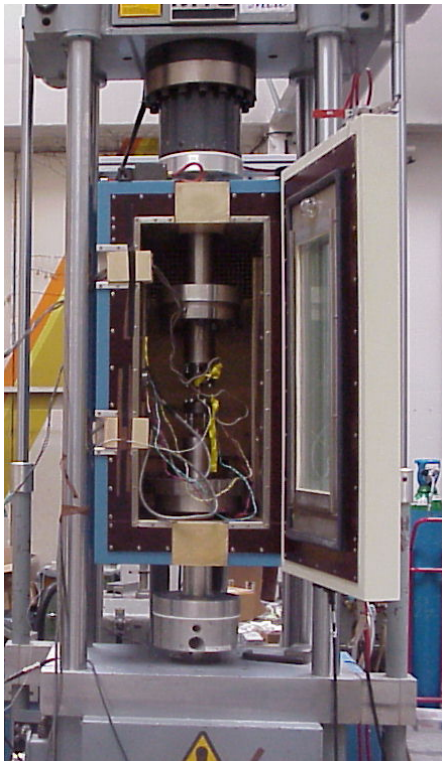


FIG. 4.8: Machine électro-hydraulique asservie de traction torsion, rallonges et enceinte thermique

FIG. 4.9: Éprouvette tubulaire en Ni-Ti et jauge

1.3 Trajets proportionnels

L'effet mémoire simple sens est tout d'abord mis en évidence en traction et en compression (voir figures 4.10 et 4.14). L'éprouvette est portée à une température supérieure à A_f, ici 50^oC, de façon à être en phase austénitique (point A). Elle est alors refroidie, sous contrainte nulle, jusqu'à une température inférieure à R_f (ici -10^oC) (point B) ; elle est donc entièrement composée de martensite et de phase R. A température constante égale à -10^oC on réalise ensuite un chargement mécanique : charge pilotée en déformation (jusqu'au point C), décharge pilotée en contrainte jusqu'à contrainte nulle (point D). Toujours à contrainte nulle, l'éprouvette est finalement réchauffée à 50^oC (point E).

1.3.1 Résultats en traction

Les résultats obtenus en traction au cours du cycle ABCDE sont reportés sur les figures 4.10, 4.11 et 4.12. Les lettres font référence aux points reportés sur les figures.

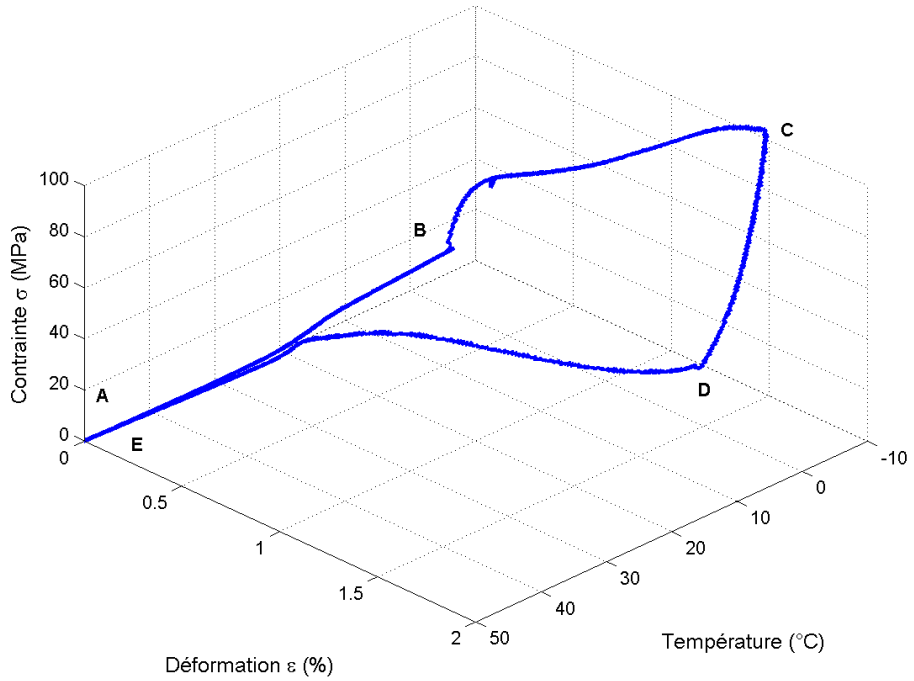


FIG. 4.10: Effet mémoire simple sens en traction - Cycle ABCDE

- Entre A et B, l'éprouvette est refroidie de telle façon que l'on passe d'un état complètement austénitique à un état phase R (avec peut-être un peu de martensite compte-tenu de la température) à contrainte nulle. Ce changement de phase s'accompagne d'une déformation de $0,1\%$ qui correspond à la contraction thermique.
- Entre B et C, l'éprouvette est sollicitée en traction. Dans la première partie de la charge, le comportement correspond à la réorientation de la phase R, puis phase R subit une

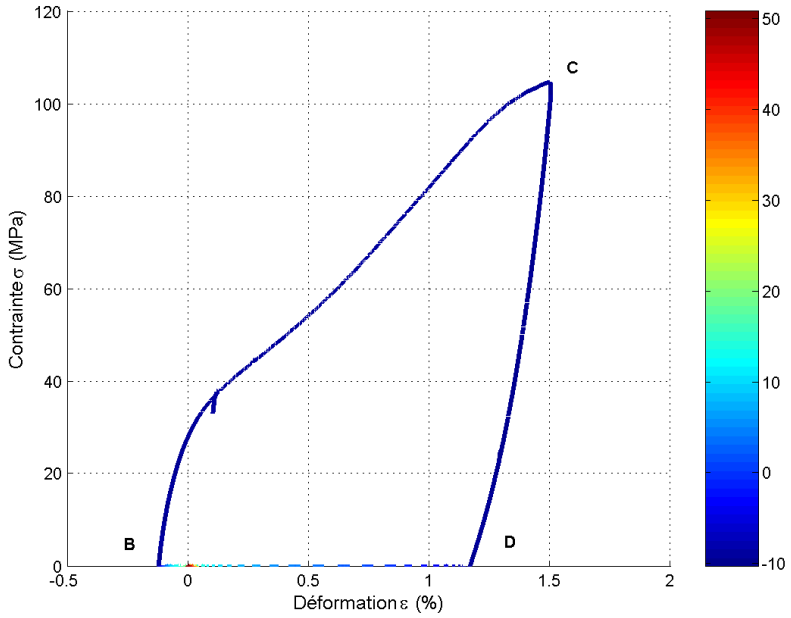


FIG. 4.11: Effet mémoire simple sens en traction dans le plan (ε, σ)

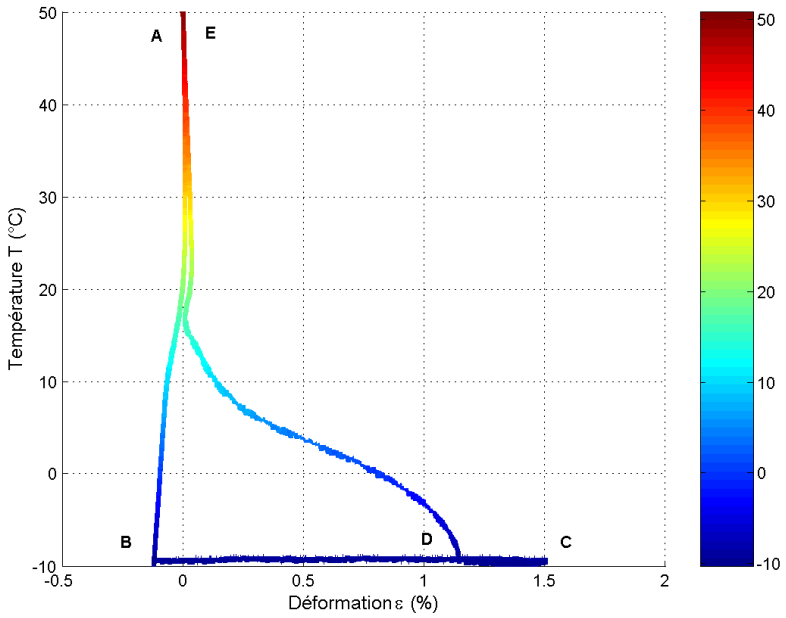


FIG. 4.12: Effet mémoire simple sens en traction dans le plan (ε, T)

distorsion et enfin, durant la dernière partie, on observe un plateau (en partie tronqué ici) qui correspond à la transformation de la phase R en martensite orientée. La déformation correspondante est irréversible comme on peut le voir à la décharge CD. On observe qu'il

existe une contrainte "seuil" de début de réorientation de la phase R, de l'ordre de $25MPa$ à partir de laquelle la réorientation de la phase R a lieu.

– Entre C et D, la contrainte est ramenée à zéro mais il subsiste une déformation résiduelle après la décharge. Celle-ci est quasi-linéaire et peut être qualifiée d'élastique.
– Entre D et E, l'éprouvette est réchauffée, toujours à contrainte nulle. Le chauffage s'accompagne, entre A_s et A_f de la transformation inverse de la martensite orientée en phase mère austénitique avec disparition progressive de la déformation résiduelle au cours de la transformation. Le cycle est complètement refermé puisque l'état final E est identique à l'état initial A.

Si les phénomènes se produisant entre B et C sont moins flagrants que sur la courbe 4.4 c'est, d'une part, parce que la température de notre essai est telle que le Ni-Ti est initialement dans un état mixte phase R-martensite au lieu d'être purement en phase R, et que, d'autre part, les déformations atteintes sont trop faibles pour bien voir le plateau de transformation. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder le résultat d'essai en traction à 0^oC sur le même alliage donné figure 4.13. Dans ce cas l'état initial du Ni-Ti est la phase R, le point d'inflexion et le plateau de transformation sont bien visibles [Sittner *et al.*, 2006b].

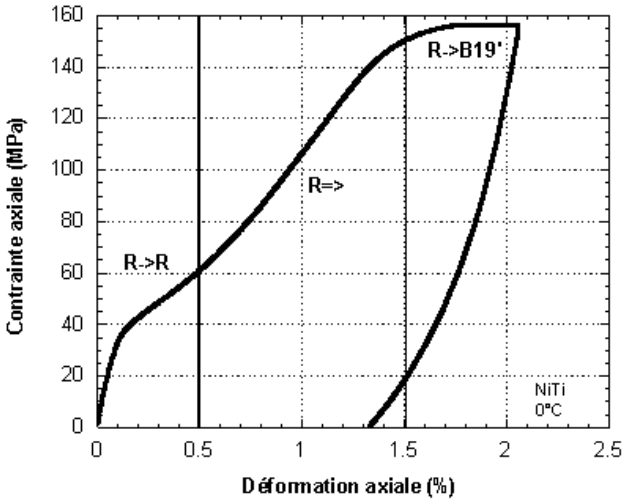


FIG. 4.13: Essai de traction sur le même Ni-Ti à 0^oC

1.3.2 Résultats en compression

Les résultats obtenus en compression au cours du cycle ABCDE sont reportés sur les figures 4.14, 4.15, 4.16 et 4.17 sous différents angles de vue.

Les résultats en compression sont qualitativement similaires à ceux obtenus en traction.

– Entre A et B, à contrainte nulle, le changement de phase d'austénite vers l'état mixte phase R-martensite s'accompagne d'une déformation thermique de $0,1\%$.
– Entre B et C, l'éprouvette est sollicitée en compression. Dans la première partie de la charge, le comportement correspond à l'élasticité puis à la réorientation de la phase R, on

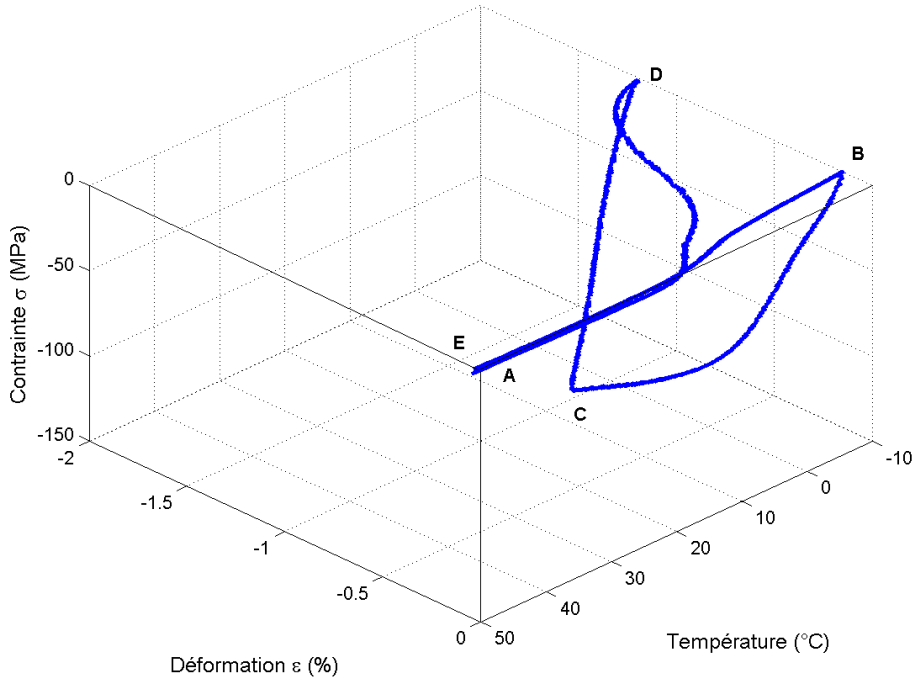


FIG. 4.14: Effet mémoire simple sens en compression - cycle ABCDE

devine ensuite l'inflexion correspondant à la distortion de la phase R et enfin on observe un plateau qui correspond cette fois encore à la transformation en martensite. La déformation correspondante est également irréversible comme on peut le voir à la décharge CD. On observe aussi une contrainte "seuil" de début de réorientation pour la phase R bien plus importante qu'en traction (de l'ordre de $40MPa$ en compression contre $25MPa$ en traction).

– Entre C et D, la décharge est encore élastique.
– Entre D et E, l'éprouvette est réchauffée, toujours à contrainte nulle ; la déformation résiduelle est a nouveau complètement effacée au cours de la transformation inverse. On retourne également à l'état initial A.

Au final, la comparaison entre la courbe obtenue en traction et celle obtenue en compression (figure 4.18) montre des écarts quantitatifs importants lors du chargement mécanique (segments BCD), aussi bien au niveau de la contrainte "seuil" de début de réorientation de la phase R que de la contrainte, en valeur absolue, qu'il faut appliquer pour obtenir une déformation identique, toujours en valeur absolue ($100MPa$ en traction contre $200MPa$ en compression pour une déformation de $1,2\%$). A l'inverse, lors du chauffage (segment DE), le trajet suivi est quasiment identique.

1.3.3 Résultats en torsion

Sur le même principe, un essai proportionnel est réalisé en torsion (figures 4.19 et 4.20).

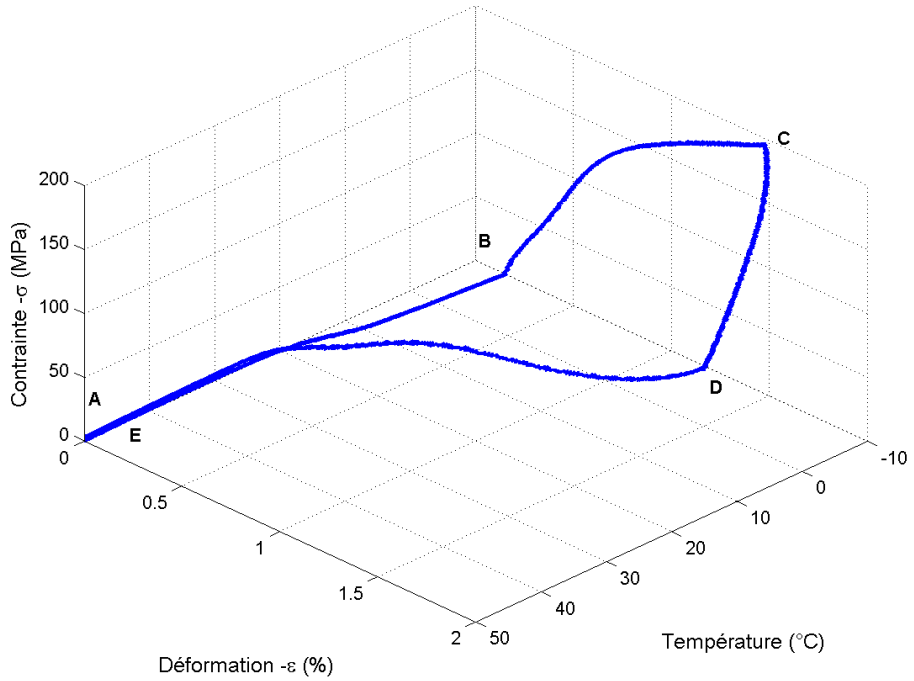


FIG. 4.15: Effet mémoire simple sens en compression - cycle ABCDE

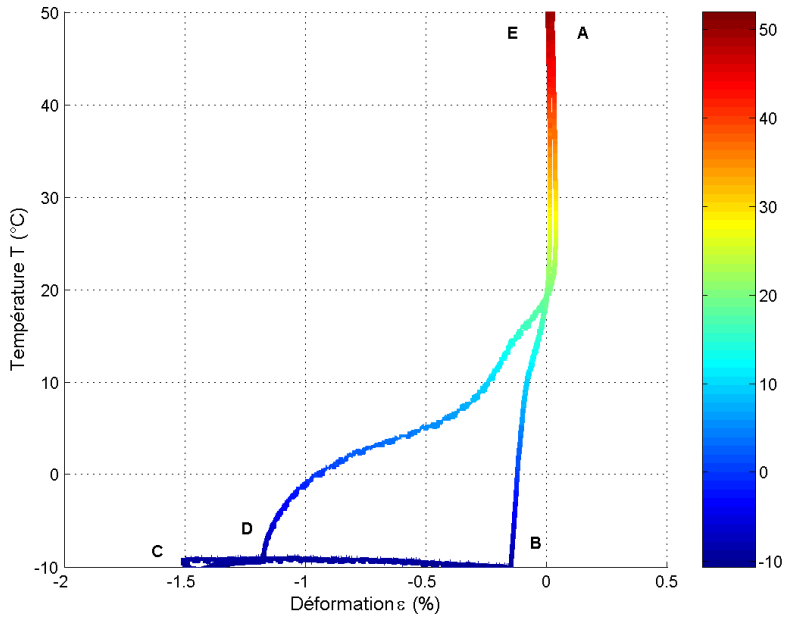


FIG. 4.16: Effet mémoire simple sens en compression dans le plan (ε, σ)

Cet essai est piloté de la façon suivante :

– Entre A et B, refroidissement de 50^oC à -10^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma =$

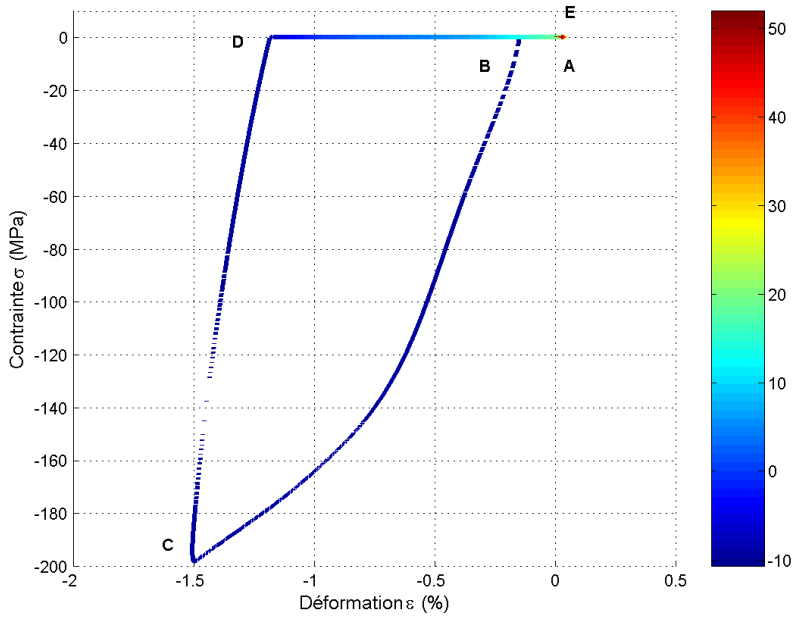


FIG. 4.17: Effet mémoire simple sens en compression dans le plan (ε, T)

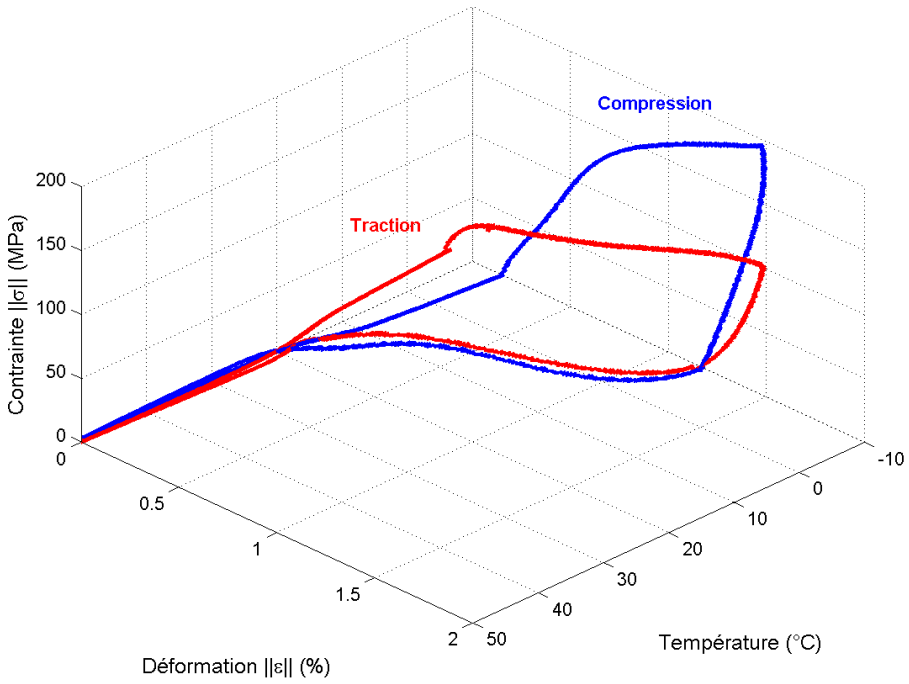


FIG. 4.18: Comparaison de l'effet mémoire simple sens en traction et en compression

$0MPa$ et $\tau = 0MPa$).

– Entre B et C, chargement mécanique à basse température (-10^oC) piloté en déformation

(ε,γ) : ε est maintenu égal à 0%, tandis que γ passe de 0% à $1,2\%$.
- Entre C et D, décharge, toujours à basse température, pilotée en contrainte (σ,τ) jusqu'à contrainte nulle ($\sigma = 0MPa$ et $\tau = 0MPa$).
- Entre D et E, réchauffement de -10^oC à 50^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma = 0MPa$ et $\tau = 0MPa$).

D'autres figures en annexe B présentent ces mêmes résultats d'essai en vues planes dans les plans (γ,τ), (σ,τ), (ε,γ), (ε,σ), (ε,T), (γ,T) (figures 4.34, 4.35 et 4.36 de l'annexe B).

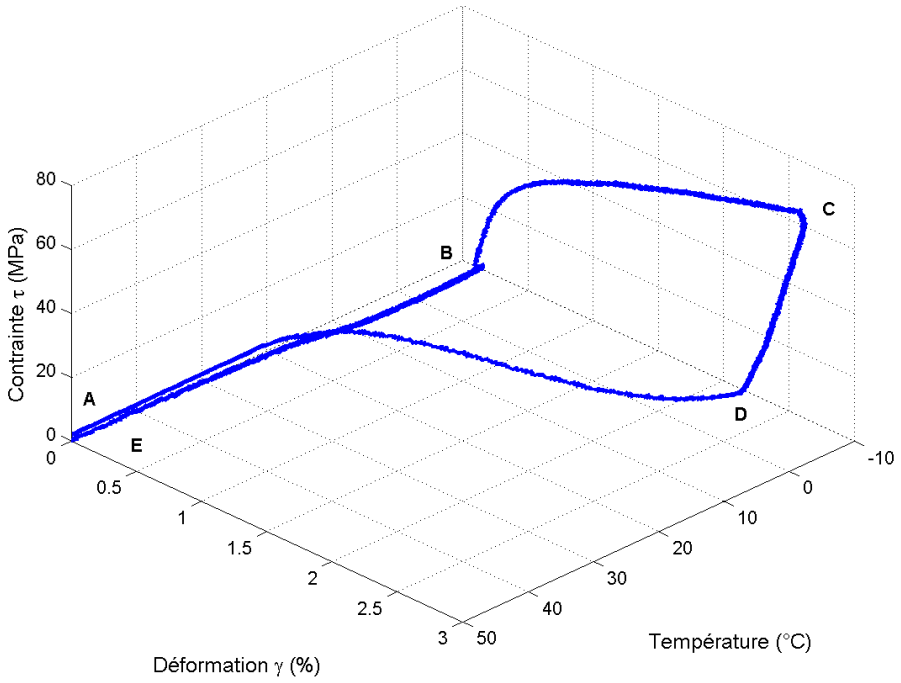
On observe globalement un comportement identique à la traction ou à la compression.
- Entre A et B, à contrainte nulle, le changement de phase d'austénite vers la phase R s'accompagne de faibles déformations de dilatation pour ε et γ.
- Entre B et C, la contrainte "seuil" de début de réorientation de la phase R est de l'ordre de $25MPa$ en torsion. Cette valeur est bien supérieure à la contrainte en torsion de von Misès correspondant au seuil de réorientation de la phase R en traction, qui serait de $15MPa$.
- Entre C et D, la décharge est encore élastique.
- Entre D et E, l'éprouvette est réchauffée, toujours à contrainte nulle ; la déformation résiduelle est à nouveau complètement effacée au cours de la transformation inverse. On retourne également à l'état initial A.
- Il existe un léger couplage entre la déformation de torsion γ et le déformation en traction ε : entre les points B et C, alors qu'on impose une contrainte axiale $\sigma = 0$ et une contrainte de cisaillement $\tau \neq 0$, la valeur de la déformation axiale ε augmente légèrement (le phénomène est notamment visible sur la figure 4.35). Nous y reviendrons dans la suite.

1.3.4 Résultats sous chargements proportionnels

Deux autres essais proportionnels sont réalisés en combinaison de traction et torsion (figures 4.21 et 4.22) et combinaison de compression et torsion (figures 4.23 et 4.24).

Le mode de pilotage reste similaire :
- Entre A et B, refroidissement de 50^oC à -10^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma = 0MPa$ et $\tau = 0MPa$).
- Entre B et C, chargement mécanique proportionnel à basse température (-10^oC) piloté en déformation (ε,γ). Pour le premier trajet (traction-torsion), les déformations maximales pilotées sont $\varepsilon = 1\%$ et $\gamma = 1,73\%$. Pour le second trajet (compression-torsion), elles sont de $\varepsilon = -1\%$ et $\gamma = 1,73\%$.
- Entre C et D, décharge proportionnelle, toujours à basse température, pilotée en contrainte (σ,τ) jusqu'à contrainte nulle ($\sigma = 0MPa$ et $\tau = 0MPa$).
- Entre D et E, réchauffement de -10^oC à 50^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma = 0MPa$ et $\tau = 0MPa$).

D'autres figures sont données en annexe B pour ces mêmes résultats d'essai en vues planes dans les plans (γ,τ), (σ,τ), (ε,γ), (ε,σ), (ε,T) et (γ,T) (figures 4.37, 4.38, 4.39, 4.40, 4.41 et 4.42de l'annexe B).



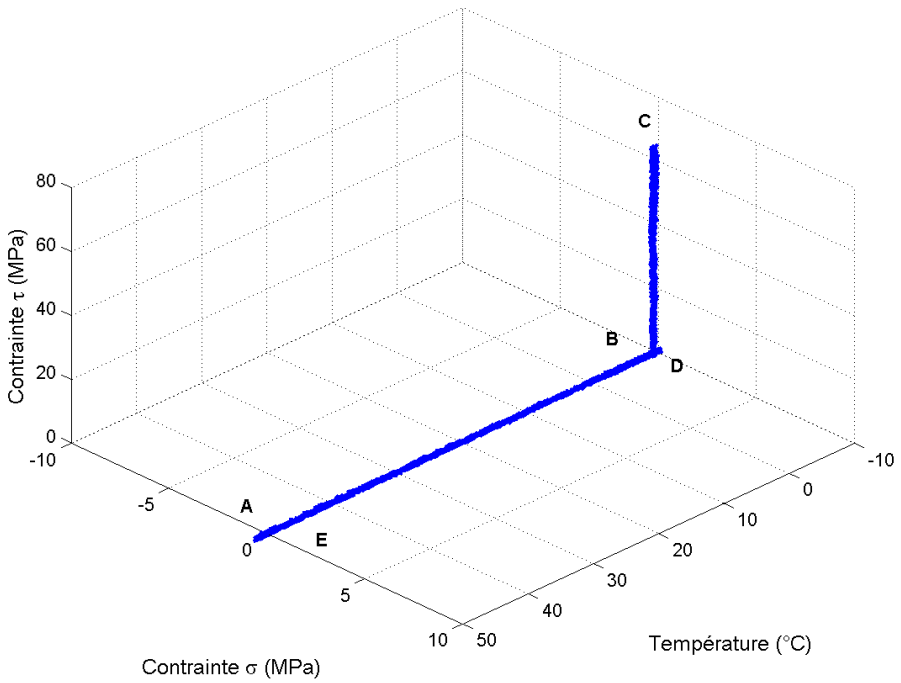
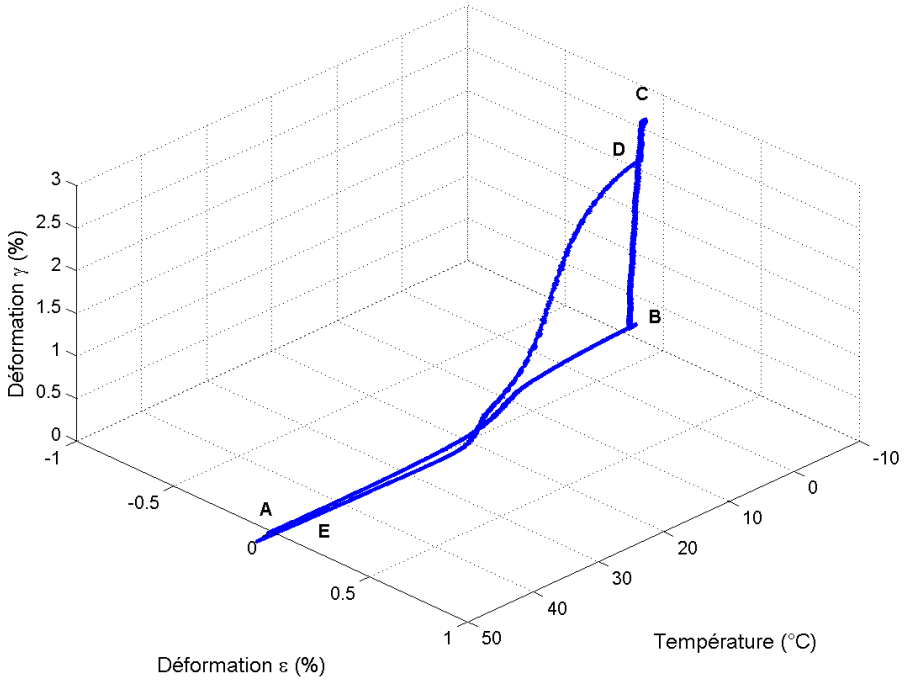


FIG. 4.19: Chargement de torsion (1) - cycle ABCDE

Les mêmes phénomènes sont encore observés, notamment :



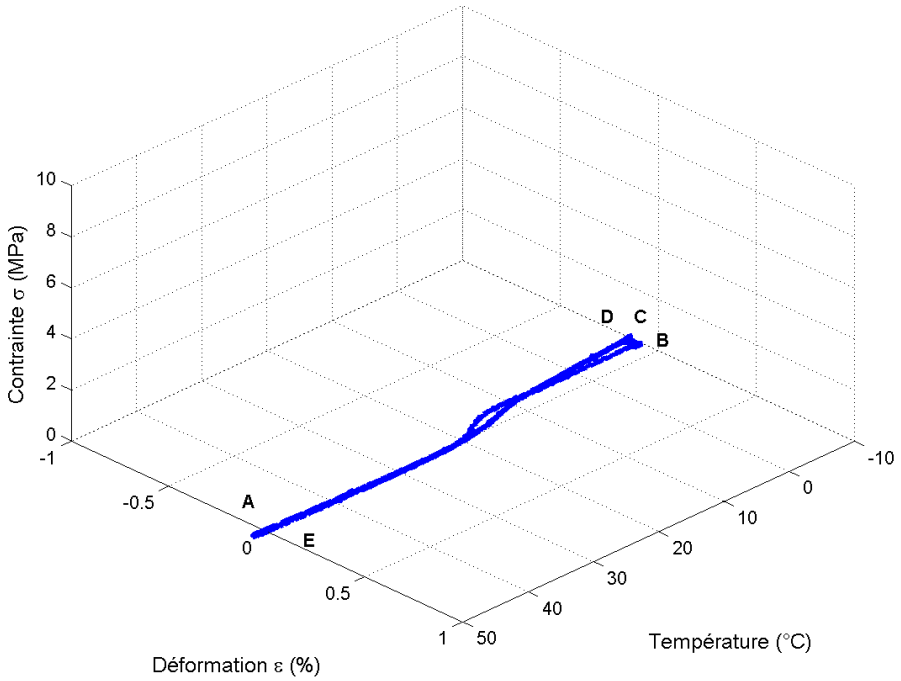


FIG. 4.20: Chargement de torsion (2) - cycle ABCDE

- La présence d'une contrainte seuil pour le début de la réorientation de la phase R.
- L'absence quasi-totale de déformation résiduelle après un cycle complet, caractéristique

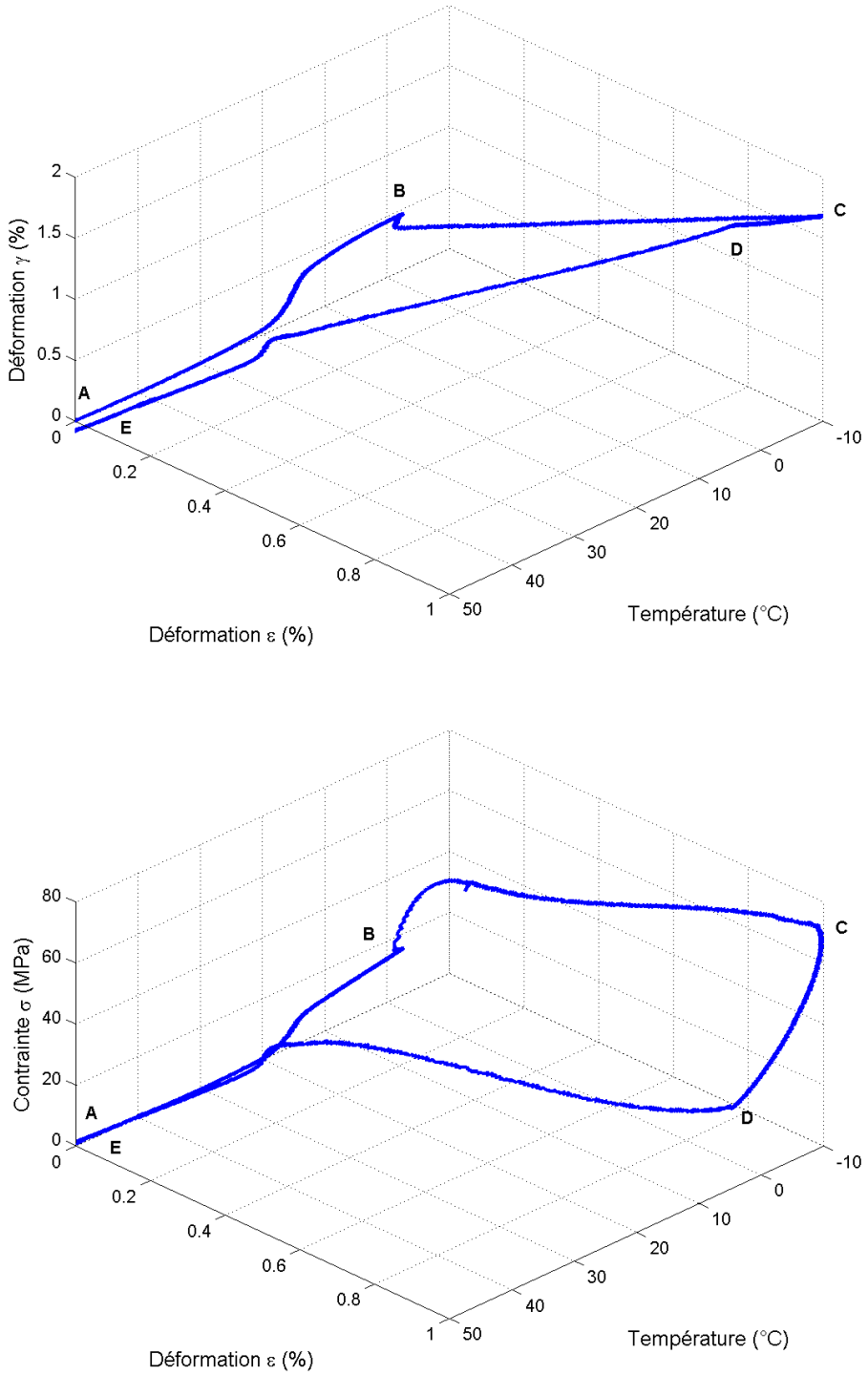
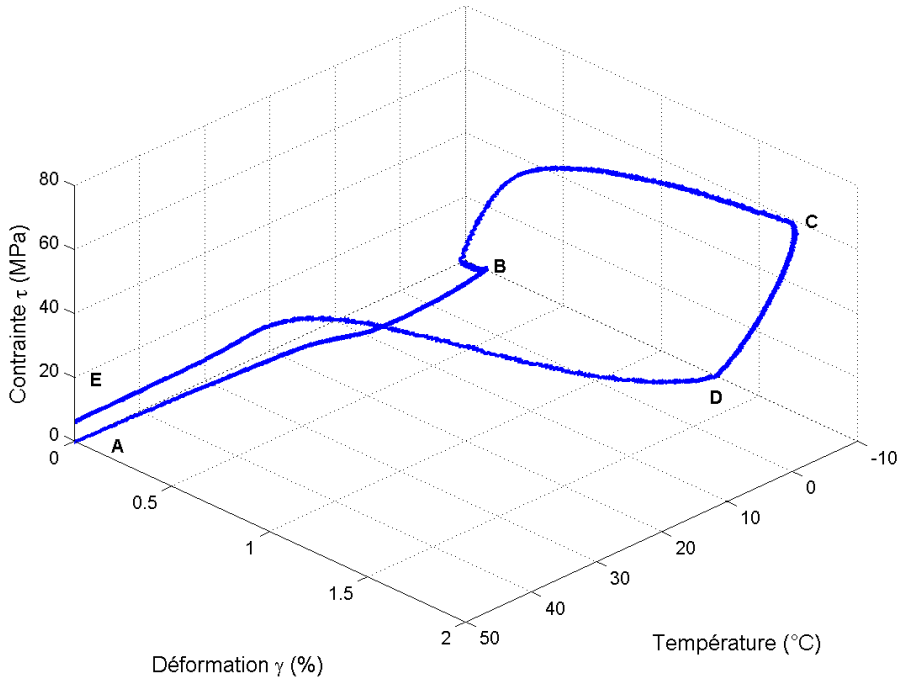


FIG. 4.21: Chargement proportionnel de traction-torsion (1)

de l'effet mémoire simple sens. Cette propriété nous a par ailleurs permis de réaliser tous les essais précédents (traction, compression, torsion, traction-torsion et compression-



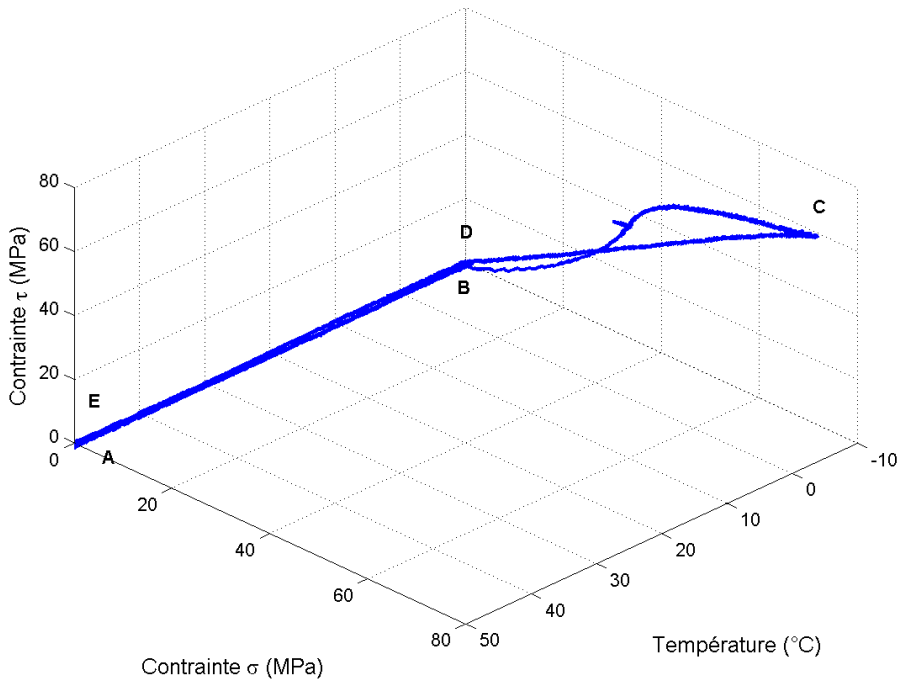


FIG. 4.22: Chargement proportionnel de traction-torsion (2)

torsion) sur la même éprouvette.

– Il semble également que lors du réchauffement (segment DE), le retour à une déformation

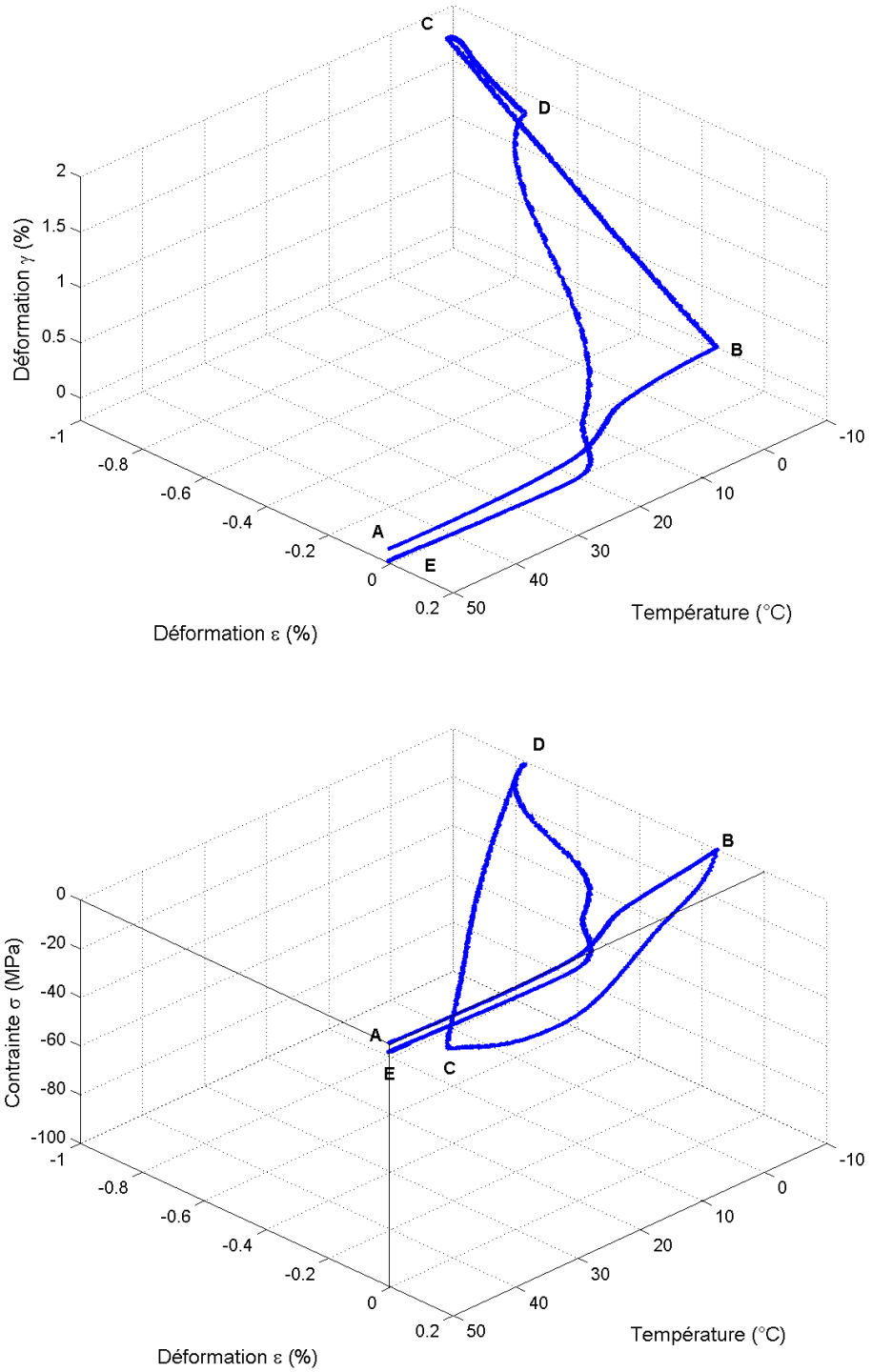


FIG. 4.23: Chargement proportionnel de compression-torsion (1)

nulle se fasse "en ligne droite" dans le plan des déformations (ε, γ). Ce phénomène est bien visible sur les courbes en vue plane (ε, γ) de l'annexe B.

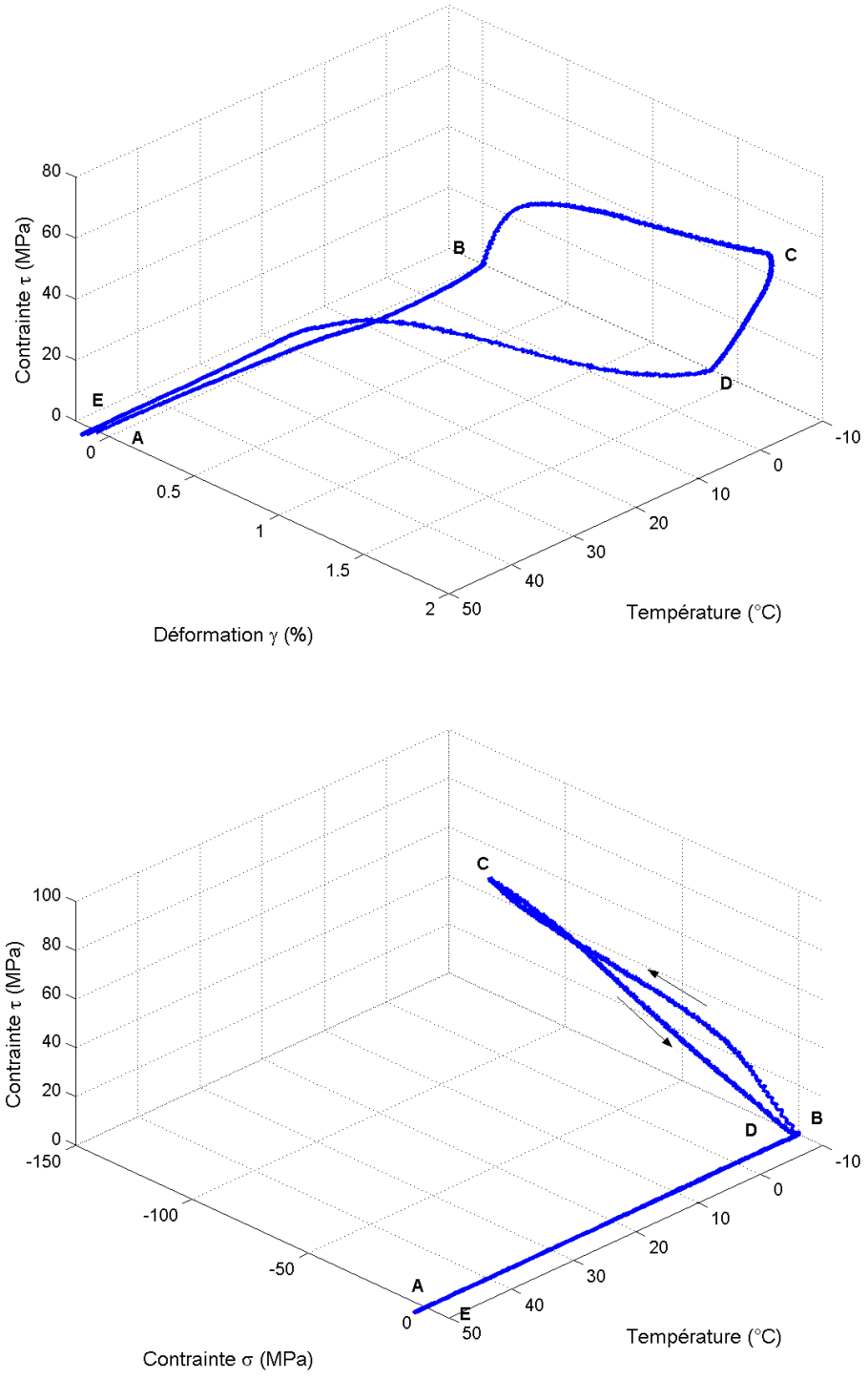


FIG. 4.24: Chargement proportionnel de compression-torsion (2)

1.3.5 Commentaires sur les trajets proportionnels

Il est assez remarquable que, à la fin de chacun des cycles réalisés, il ne subsiste aucune déformation résiduelle. Le matériau est dans le même état apparent qu'avant le cycle. Ce comportement est caractéristique de l'effet mémoire simple sens. De plus le retour à déformation nulle se fait en suivant un trajet presque rectiligne dans le plan des déformations (ε, γ).

Par ailleurs, il semble qu'il existe un léger couplage entre la déformation de torsion γ et la déformation en traction ε : en torsion, entre les points B et C, alors qu'on impose une contrainte axiale σ nulle et une contrainte de cisaillement τ croissante, la valeur de la déformation axiale ε augmente légèrement.

Enfin, un autre résultat remarquable est la présence d'un "seuil" de début de réorientation de la phase R après une partie élastique lors du chargement à basse température. Cette contrainte seuil de début de réorientation est plus faible en traction qu'en compression et varie suivant la direction du chargement. Il sera donc pertinent de définir une contrainte équivalente de début de réorientation de la phase R capable de décrire une telle surface seuil.

1.4 Trajets non-proportionnels

Nous avons également réalisé sur le même principe des essais non proportionnels. Ces essais, comme les précédents, sont destinés à compléter la base de résultats d'essais nécessaires à la construction, l'identification et à la validation d'une loi de comportement phénoménologique.

1.4.1 Description

Deux trajets carrés différents ont été réalisés. Les lettres font référence aux points sur les figures 4.25 et 4.26 pour le premier trajet, 4.27 et 4.28 pour le second trajet.

Trajet carré $n^o 1$ La commande est effectuée de la manière suivante :
- De A à B : refroidissement de 50^oC à -10^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma = 0$ et $\tau = 0$),
- De B à C : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\sigma = 0$ et $\gamma = 0 \rightarrow 1,73\%$,
- De C à D : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\gamma = 1,73\%$ et $\varepsilon = 0 \rightarrow 1\%$,
- De D à E : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\varepsilon = 1\%$ et $\gamma = 1,73 \rightarrow -1,73\%$,
- De E à F : décharge de σ jusqu'à $\sigma = 0$, puis réchauffement de -10^oC à 50^oC en imposant $\sigma = cte = 0$ et $\gamma = cte = -1,73$)
- De F à G : décharge de τ jusqu'à $\tau = 0$ à 50^oC.

Trajet carré $n^o 2$ La commande est effectuée de la manière suivante :
- De A à B : refroidissement de 50^oC à -10^oC sous contraintes imposées nulles ($\sigma = 0$ et $\tau = 0$),
- De B à C : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\sigma = 0$ et $\gamma = 0 \rightarrow 1,73\%$,

- De C à D : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\gamma = 1,73\%$ et $\varepsilon = 0 \rightarrow 1\%$,
- De D à E : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\varepsilon = 1\%$ et $\gamma = 1,73 \rightarrow -1,73\%$,
- De E à F : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\gamma = -1,73\%$ et $\varepsilon = 1 \rightarrow -1\%$,
- De F à G : chargement mécanique à basse température (-10^oC) : $\varepsilon = -1\%$ et $\gamma = -1,73 \rightarrow 1,73\%$,
- De G à H : décharge de σ jusqu'à $\sigma = 0$, puis réchauffement de -10^oC à 50^oC en imposant $\sigma = cte = 0$ et $\gamma = cte = 1,73$)
- De H à I : décharge de τ jusqu'à $\tau = 0$ à 50^oC.

1.4.2 Résultats

Trajet carré 1 Les figures 4.25 et 4.26 présentent les résultats pour le premier trajet carré sous forme de 4 courbes (ε, γ, T), (ε, σ, T), (γ, τ, T) et (σ, τ, T) où ε et γ sont respectivement les déformations axiale et de cisaillement, σ et τ les contraintes axiale et de cisaillement et T la température.

D'autres figures sont données en annexe B pour ces mêmes résultats d'essai en vues planes dans les plans (γ, τ), (σ, τ), (ε, γ), (ε, σ), (ε, T), (γ, T) (figures 4.43, 4.44 et 4.45de l'annexe B).

Trajet carré 2 De même, les figures 4.27 et 4.28 présentent les résultats pour le second trajet carré sous forme de 4 courbes (ε, γ, T), (ε, σ, T), (γ, τ, T) et (σ, τ, T) où ε et γ sont respectivement les déformations axiale et de cisaillement, σ et τ les contraintes axiale et de cisaillement et T la température.

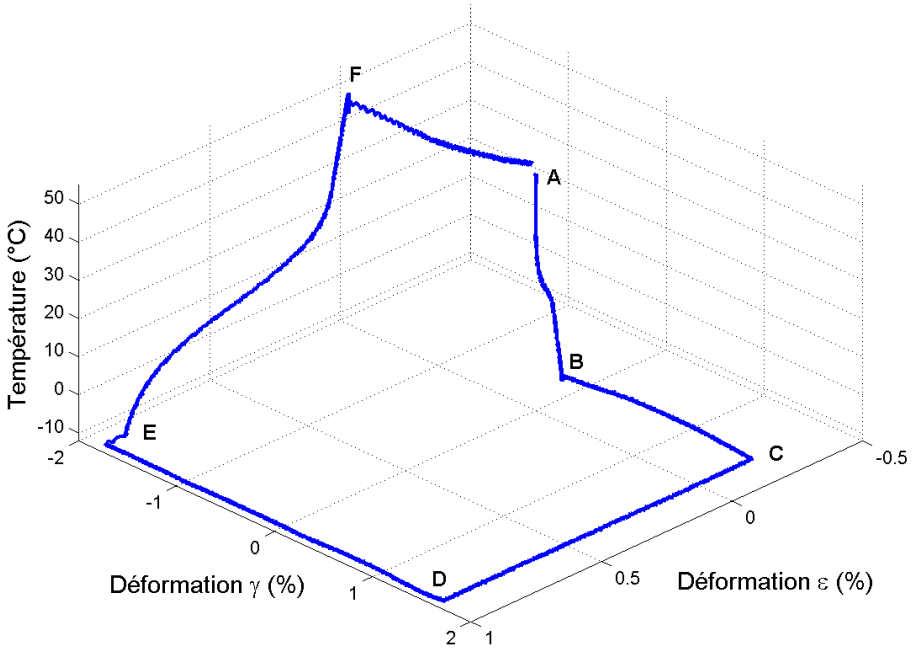
D'autres figures sont données en annexe B pour ces mêmes résultats d'essai en vues planes dans les plans (γ, τ), (σ, τ), (ε, γ), (ε, σ), (ε, T), (γ, T) (figures 4.46, 4.47 et 4.48de l'annexe B).

1.4.3 Commentaires sur les trajets non proportionnels

On retrouve bien ici les caractéristiques de l'effet mémoire simple sens, à savoir qu'il ne subsiste aucune déformation résiduelle après le réchauffement et le retour à contrainte nulle. Le matériau "oublie" son trajet de chargement après réchauffement.

2 Vers une modélisation : contrainte équivalente de début de réorientation de la phase R

Nous avons vu précédemment qu'il existe un "seuil" de début de réorientation après une partie élastique lors du chargement à basse température. Cette contrainte seuil de début de réorientation est plus faible en traction qu'en compression et varie suivant la direction du charge-



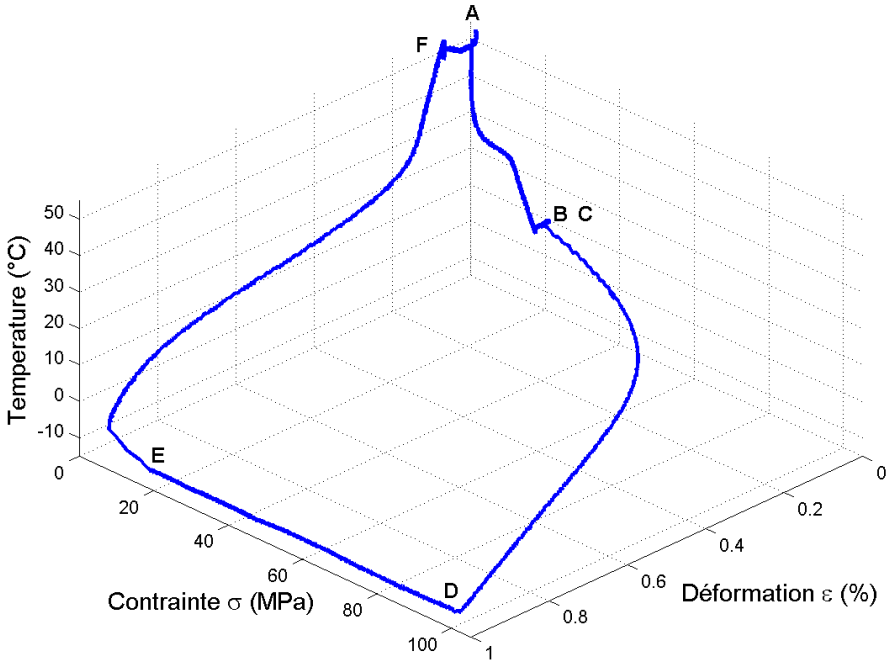
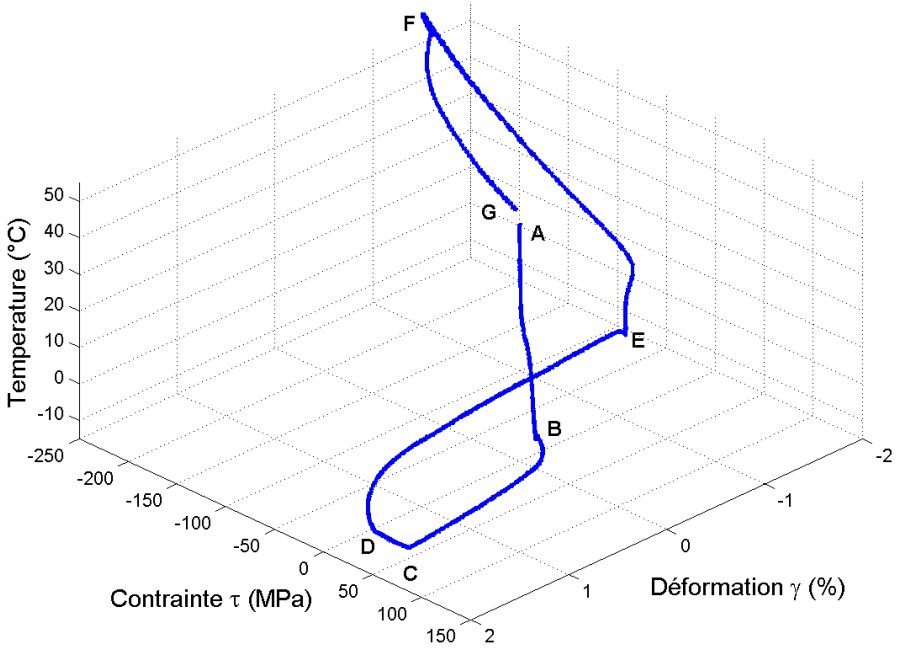


FIG. 4.25: Chargement non proportionnel carré $n^o 1$ (1)



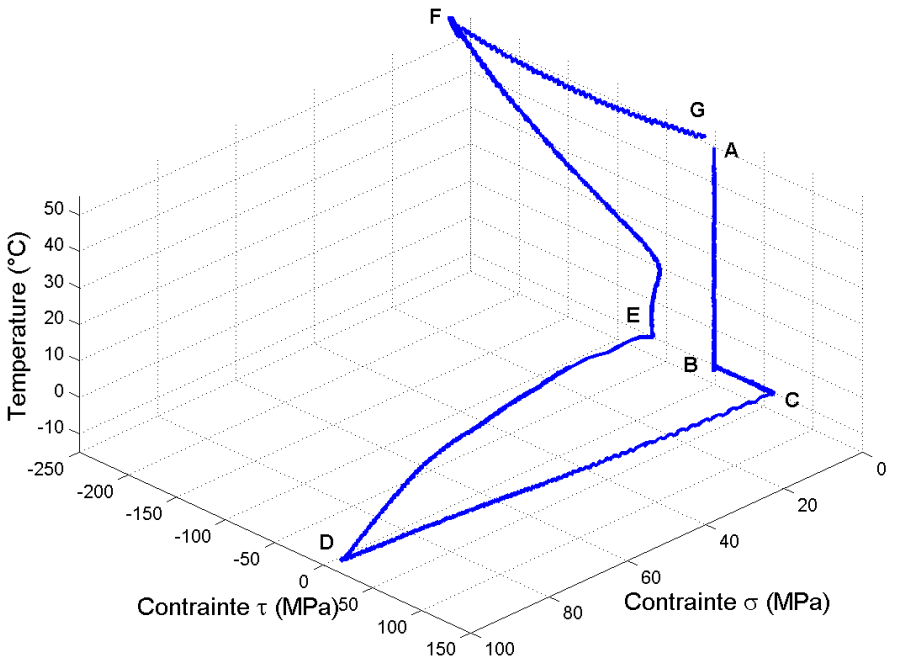
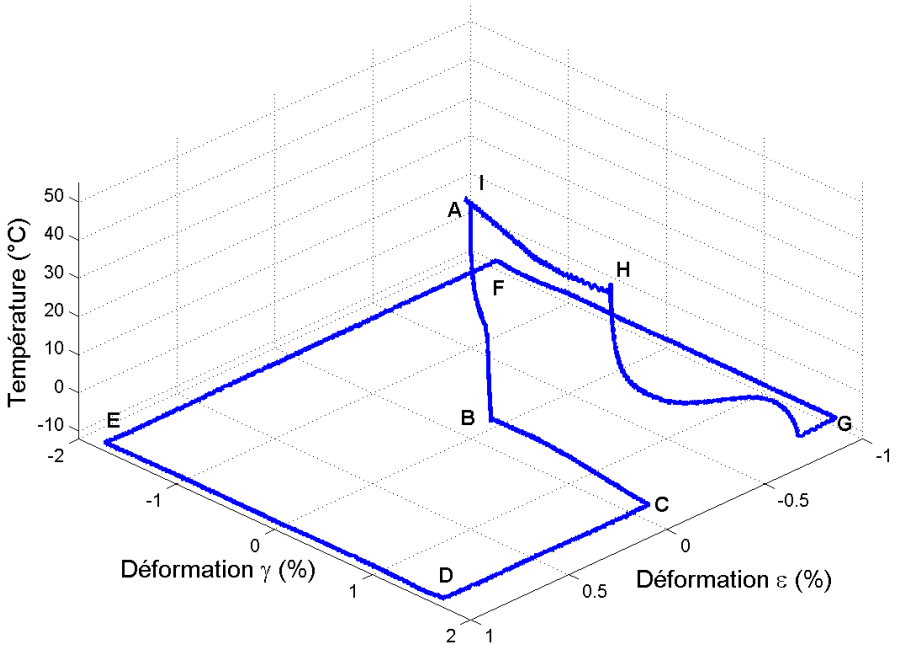


FIG. 4.26: Chargement non proportionnel carré $n^o 1$ (2)



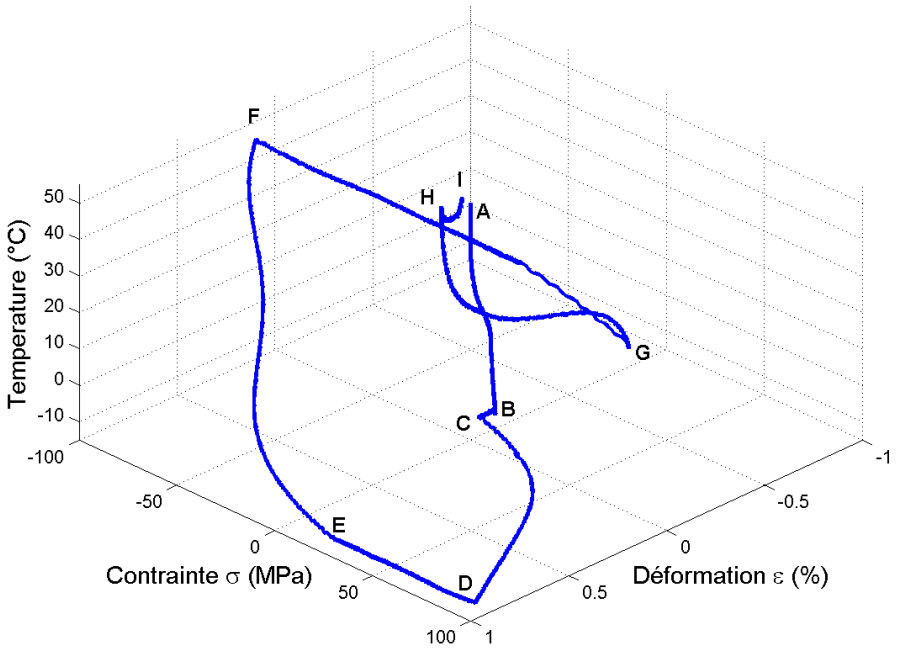


FIG. 4.27: Chargement non proportionnel carré $n^o 2$ (1)

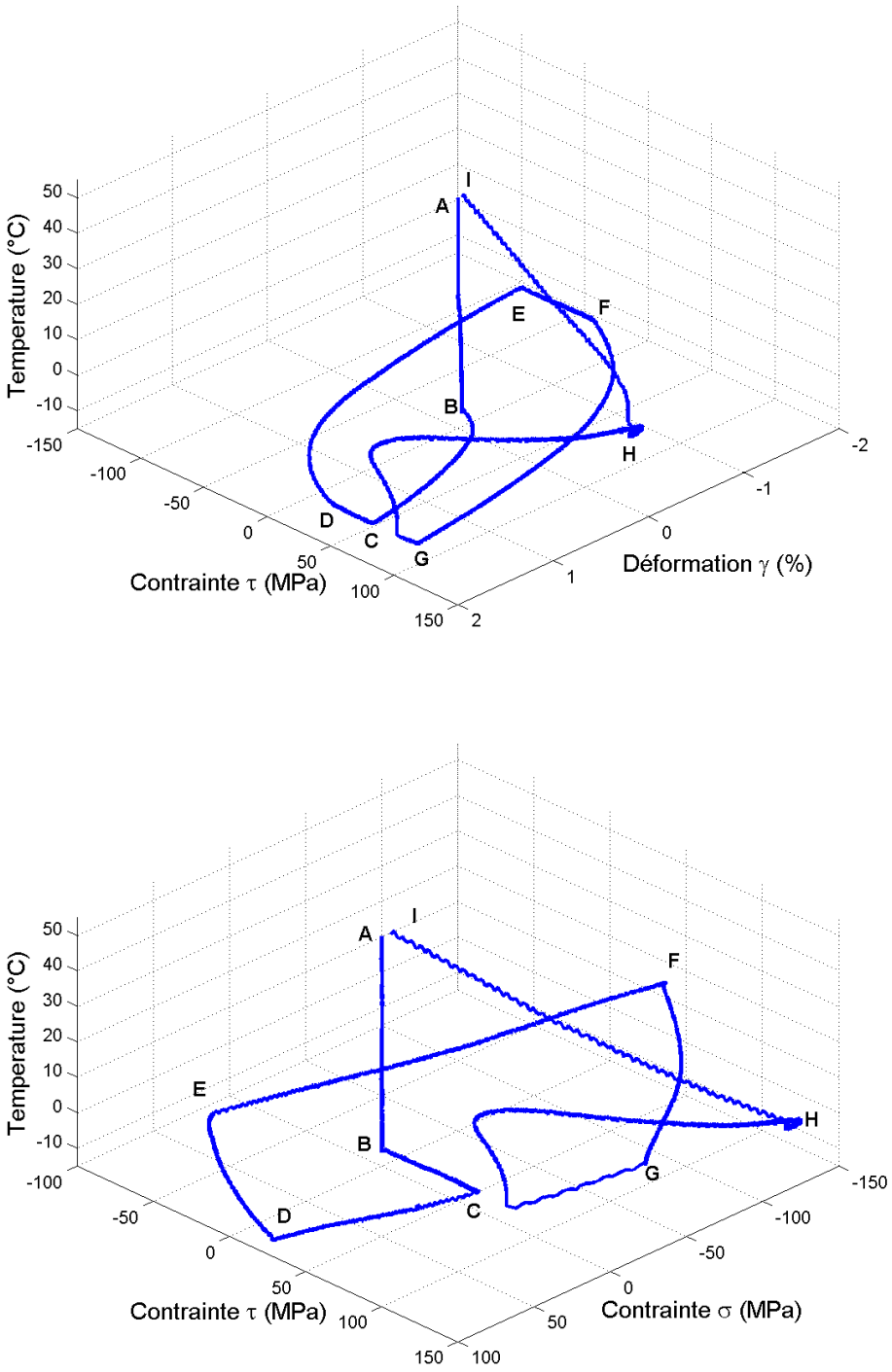


FIG. 4.28: Chargement non proportionnel carré $n^o 2$ (2)

ment. Il est donc pertinent de définir une contrainte équivalente σ_{eq} capable de décrire une telle surface seuil de début de réorientation $f^{reo} = 0$. De même que dans les chapitres précédents, on aura :

$$f^{reo} = \sigma_{eq\,ani} - \sigma_t^{reo}(T) \tag{4.3}$$

où $\sigma_t^{reo}(T)$ est la contrainte seuil de début de réorientation en traction à la température T.

Vu la dissymétrie observée, similaire à celle observée en pseudoélasticité, pourrait-on reprendre la même contrainte équivalente qu'en pseudoélasticité ?

2.1 Détection de surface seuil de début de réorientation de la phase R

Afin de définir une contrainte équivalente de début de réorientation de la phase R, des essais de détection de surface seuil de début de réorientation (à -10^oC) en traction torsion sont réalisés. Le principe de la détection reste le même que pour les essais de détection de début de transformation en pseudoélasticité. Pour différents trajets de chargement proportionnels dans le plan des déformations (ε, γ), on trace l'allure de la réponse du matériau dans le plan équivalent de von Misès $(\sigma_{eq}^M, \varepsilon_{eq}^M)$. Dès que la déformation permanente atteint un seuil prédéfini (ici $0,01\%$), la valeur des contraintes est reportée dans le plan (τ, σ) ce qui permet de tracer une surface seuil expérimentale de début de réorientation (points noirs de la figure 4.29).

Nous avons également reporté sur cette figure les points "seuil" correspondant aux essais proportionnels du paragraphe précédent (points blancs).

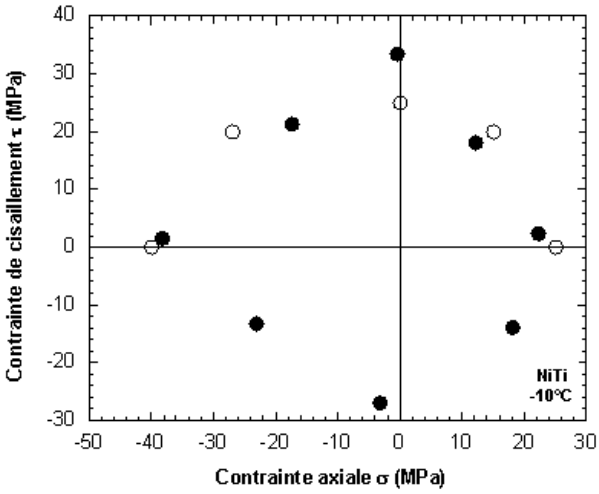


FIG. 4.29: Surface seuil expérimentale de début de réorientation de la phase R en traction-torsion.

On y retrouve, bien sûr, la dissymétrie entre la traction et la compression et le fait que le seuil en traction est plus élevé que ce que prévoit une contrainte équivalente de type von Misès à partir du seuil en traction.

D'autre part, certains points sont un peu dispersés, notamment ceux des essais de détection, car l'histoire du chargement vu par l'éprouvette, créée dans le cas de la réorientation de la phase R plus de déformation résiduelles que dans le cas de la pseudoélasticité.

A l'heure actuelle, dans la littérature, il existe très peu d'autres données sur des surfaces seuil de réorientation de la phase R (*i.e.* pour des températures inférieures à R_f venant des hautes températures).

Rejzner [Rejzner, 2000] a réalisé des essais de détection de surface seuil en traction-torsion. Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes en Ni-Ti de type tube mince sur une machine hydraulique de traction torsion SCHENCK de capacité 63kN en traction et 1kN.m en torsion. Les contraintes sont évaluées à partir des cellules d'effort de la machine sous l'hypothèse tube mince et les déformations sont mesurées à l'aide d'une jauge à 45 degrés collée sur le diamètre extérieur de l'éprouvette. L'éprouvette est placé dans une enceinte thermique régulée à 270K.

Des essais sous chargements proportionnels ont permis de déterminer la surface de début de réorientation de la phase R pour des offsets de 0.01 et 0.02% ; le résultat est donné figure 4.30.

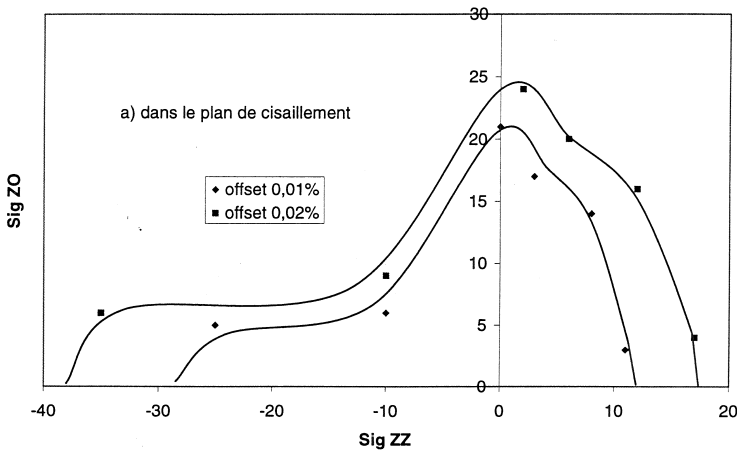


FIG. 4.30: Surface seuil de début de réorientation de la phase R en traction-torsion [Rejzner, 2000].

Les points expérimentaux sont assez dispersés car la contrainte nécessaire pour initier la réorientation est trop faible (20 MPa environ) pour le dispositif expérimental (machine et montage) utilisé. Il apparaît également une dissymétrie entre la contrainte seuil en traction et la contrainte seuil en compression.

2.2 Définition : comme pour la contrainte seuil de début de transformation

2.2.1 Rappel : surface seuil de début de transformation

Pour traiter le cas de la pseudoélasticité 3D, nous avons été amenés à définir deux contraintes équivalentes caractéristiques du début de la transformation austénite-martensite pour les AMF anisotropes : $\sigma_{eq\,ani1}$ et $\sigma_{eq\,ani2}$ (paragraphes 2.1 et 3.1 du chapitre 3).

Paramètre	*Valeur*
F	$0,269 \cdot 10^{-5}(MPa^{-1})$
G	$0,269 \cdot 10^{-5}(MPa^{-1})$
H	$0,269 \cdot 10^{-5}(MPa^{-1})$
L	$0,297 \cdot 10^{-5}(MPa^{-1})$
M	indéterminé
N	indéterminé
a	$0,97$

TAB. 4.1: Paramètres identifiés pour le Ni-Ti

En pseudoélasticité, pour le Ni-Ti étudié, nous avons déterminé la surface seuil expérimentale de début de transformation en traction torsion. Les résultats sont donnés sur la figure 4.31. Vu que nous ne disposons que de cette surface seuil expérimentale, nous choisissons de modéliser cette surface seuil par la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$. En effet, avec une seule surface seuil en traction torsion, il n'est pas possible d'obtenir des dissymétries traction-compression différentes.

Pour mémoire, cette contrainte équivalente macroscopique est définie par :

$$\sigma_{eq\,ani1} = \bar{\tilde{\sigma}}.g(y_{\tilde{\sigma}}) \tag{4.4}$$

où $\bar{\tilde{\sigma}}$ et $y_{\tilde{\sigma}}$ sont les deuxième et troisième invariants du tenseur des contraintes $\underline{\tilde{\sigma}}$, obtenu à partir du tenseur $\underline{\sigma}$ par la transformation affine $\underline{\tilde{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\sigma}$. L'expression de $\underline{\underline{D}}$ et sa méthode d'identification à partir des surfaces seuil expérimentales sont détaillées au paragraphe 2.1 du chapitre 3 et dans [Taillard *et al.*, 2007].

A partir des contraintes seuil expérimentales en traction compression et torsion pure, on peut identifier les paramètres de la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ pour le NiTi donnés tableau 4.1.

La figure 4.31 compare la surface seuil de début de transformation pour la pseudoélasticité à la surface seuil définie par la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ identifiée précédemment.

La correspondance entre ces deux surfaces seuil est excellente. La contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ décrit donc bien la surface seuil de début de transformation en pseudoélasticité pour le Ni-Ti étudié. On peut remarquer que cet alliage de Ni-Ti présente une très forte dissymétrie traction-compression (la contrainte seuil de début de transformation en compression est 1,7 fois plus importante qu'en traction), d'où l'importance de sa prise en compte.

2.2.2 Validation

Si l'on conserve la même la contrainte équivalente pour la surface seuil de début de réorientation de la phase R, en gardant les paramètres du tableau 4.1, on obtient les résultats de la figure 4.32. Il existe ainsi une bonne coïncidence entre la surface seuil de début de réorientation expérimentale (points noirs) et la contrainte équivalente (trait continu).

Il est donc tout à fait valable de conserver la même forme de contrainte équivalente pour décrire le début de la réorientation de la phase R que celle que nous avions définie pour la pseudoélasticité.

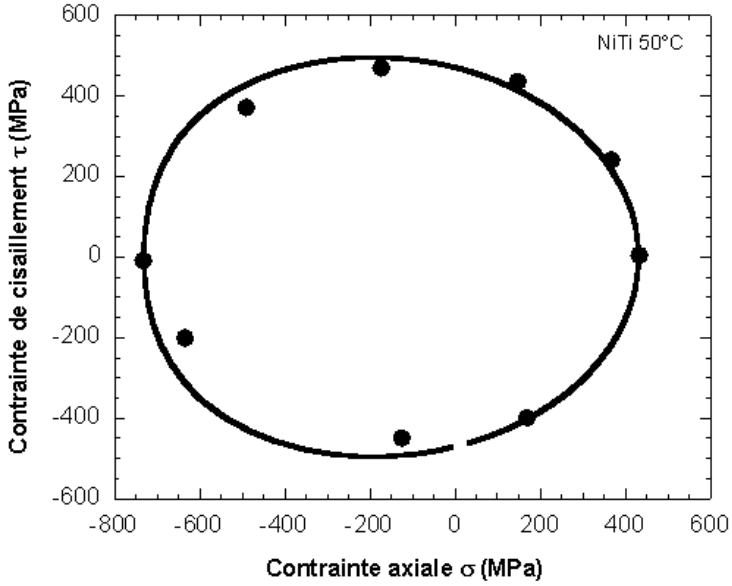


FIG. 4.31: Surface seuil de début de transformation

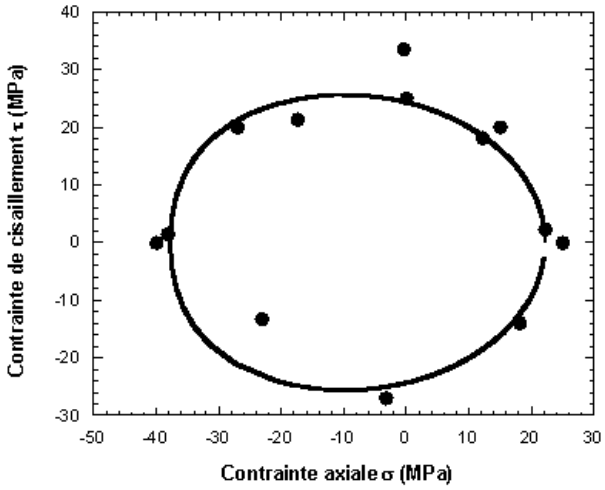


FIG. 4.32: Surface seuil de début de réorientation de la phase R et contrainte équivalente

2.2.3 Commentaires

Cette étude a permis de valider le fait que la contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$, définie pour la pseudoélasticité des AMF anisotropes, est également pertinente pour décrire l'effet mémoire simple sens. Pour un même alliage, les paramètres de $\sigma_{eq\,ani1}$ sont identiques pour la pseudoélasticité et pour la réorientation de la phase R. Cette contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani1}$ est donc caractéristique du comportement global d'un AMF anisotrope et pourra ainsi être utilisée dans un modèle global de comportement des AMF sous sollicitations mécaniques 3D et anisothermes.

2.3 Règle de normalité pour la réorientation

Nous avons également reporté les directions des vitesses de déformation de réorientation de la phase R $\underline{\dot{\varepsilon}}^{ro}$ sur la surface seuil de début de réorientation (4.33).

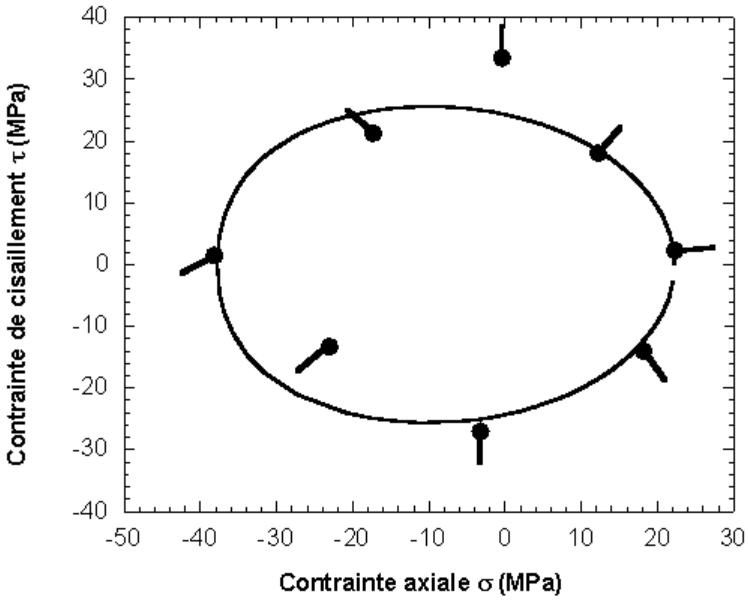


FIG. 4.33: Direction de la vitesse de déformation de réorientation $\underline{\dot{\varepsilon}}^{ro}$ et surfaces seuil pour la réorientation de la phase R sur le Ni-Ti

Il semblerait qu'une loi type loi de normalité soit vérifiée. Néanmoins, l'accumulation des déformations résiduelles lors de cet essai de détection ne permet pas de conclure, les directions de $\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$ étant fortement tributaires de ces déformations résiduelles.

3 Conclusion

Ce chapitre, présente tout d'abord une importante base d'essais d'effet mémoire simple sens. Ces essais biaxiaux, anisothermes ont été réalisés sur un alliage type Ni-Ti anisotrope. L'alliage a ainsi été soumis à des sollicitations de traction compression torsion aussi bien proportionnelles que non proportionnelles.

Il n'existe pas, dans la littérature d'autre base d'essais aussi complète sur le même alliage. Ce type de base d'essais est indispensable à la construction, à l'identification et à la validation des lois de comportement d'un modèle phénoménologique. En effet, nous avons besoin d'une part, d'essais qui nous permettent d'observer les phénomènes, en vue de les reporter dans un modèle macroscopique qui devra comporter les éléments et paramètres capables de les prendre en compte (par exemple la forme des surfaces seuils de début de réorientation de la phase R), puis d'autres essais qui serviront à l'identification de ces paramètres et enfin d'essais, différents des essais d'identification, qui seront comparés aux prévisions du modèle et permettront de le valider.

Dans un second temps, l'unicité de la contrainte équivalente pour les chargements pseudoélastiques (à haute température) et de réorientation de la phase R (à température inférieure à R_f et supérieure à M_s) a été validée par des essais de détection de surfaces seuil de début de transformation et de début de réorientation de la phase R sur un alliage de type Ni-Ti. Cette constatation constitue le point de départ d'une modélisation plus globale du comportement des AMF (isotropes ou non) sous sollicitations 3D anisothermes qui reste à construire.

Pour ce qui concerne la réorientation des variantes de martensite, nos essais ne permettent pas de conclure sur la forme d'une contrainte seuil de début de réorientation de la martensite. Pour cela des essais sur le NiTi en phase martensitique (température inférieure à -10°C) seraient nécessaires. Laurent Orgeas [Orgéas, 1997] a montré que cette réorientation de martensite se fait sans dissymétrie traction-compression.

Conclusion et perspectives

Ce travail vise à améliorer les modèles phénoménologiques existants pour le comportement des AMF en founissant des éléments pour l'écriture d'un modèle capable de décrire les chargements anisothermes, 3D, proportionnels ou non et prenant en compte la forme des surfaces seuils réelles et notamment la dissymétrie traction-compression.

Nous nous sommes intéressés, tout d'abord, au modèle phénoménologique de Bouvet *et al.* [Bouvet, 2001, Bouvet *et al.*, 2002, Bouvet *et al.*, 2004] pour la pseudoélasticité (donc isotherme), avec pour objectif de valider, par des observations expérimentales, l'hypothèse forte faite dans le modèle selon laquelle la fraction volumique de martensite z est proportionnelle à la norme du tenseur de déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$ prise comme étant égale à la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr}.

Cet objectif s'est heurté au fait que nous ne disposions pas d'AMF isotrope, alors que le modèle proposé par Bouvet *et al.* n'était écrit que dans un cadre isotrope. Cette constatation nous a conduit à porter nos efforts dans deux directions simultanément.

La première direction a consisté à utiliser le modèle micro-macro polycristallin de Patoor *et al.* [Patoor *et al.*, 1994, Patoor *et al.*, 1996, Patoor et Berveiller, 1997, Entemeyer, 1996, Siredey *et al.*, 1999, Arbab-Chirani et Patoor, 2000, Niclaeys *et al.*, 2002] appliqué à un agrégat de 1000 grains de texture isotrope pour simuler le comportement d'un AMF isotrope. Ces simulations, utilisées comme une "machine d'essais virtuels", ont permis de valider la relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite z et la déformation de transformation équivalente ε_{eq}^{tr} pour une vingtaine de chargements proportionnels. De plus nous avons observé qu'il existait une bonne cohérence entre les surfaces seuils de début de transformation obtenues par le modèle micro-macro d'une part et par le modèle de Bouvet *et al.* d'autre part dans le cas d'AMF isotropes.

En parallèle, nous avons fait le choix d'étendre les notions de contrainte et de déformation équivalentes du modèle de Bouvet *et al.* au cas des AMF anisotropes. Cette extension du modèle phénoménologique s'est faite à partir, d'une part, d'observations expérimentales en traction-compression-torsion sur un alliage tréfilé de Cu-Al-Be, et d'autre part, à partir de résultats de simulation du modèle micro-macro de Patoor *et al.* appliqué à un agrégat de 1000 grains dont la texture est isotrope transverse. Ces deux types d'observations, complémentaires, nous ont conduit à développer deux propositions de contrainte équivalente et trois propositions de déformation de transformation équivalente pour les AMF anisotropes.

La première proposition anisotrope utilise la notion de tenseur de contraintes dilatées $\underline{\tilde{\sigma}}$, obtenu à à partir du tenseur de contraintes $\underline{\sigma}$ par une transformation affine. Cette première proposition a permis d'obtenir une surface seuil qui présente une dissymétrie traction-compression identique dans toutes les directions matériaux considérées. Afin de pouvoir décrire les dissymé-

tries traction-compression différentes observées, une seconde proposition de contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$ a été faite, capable de prendre en compte des dissymétries de traction-compression différentes dans trois directions perpendiculaires d'anisotropie du matériau. Les deux propositions ont montré leur aptitude à décrire la forme des surfaces seuils tant expérimentales qu'issues des simulations micro-macro.

Les première et deuxième déformations de transformation équivalentes proposées $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani1}$ et $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani2}$, liées respectivement aux contraintes équivalentes $\sigma_{eq\,ani1}$ et $\sigma_{eq\,ani2}$, restent définies en faisant l'hypothèse du principe d'équivalence en énergie de transformation et de la loi de normalité.

La troisième déformation de transformation équivalente $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ est liée à la seconde contrainte équivalente $\sigma_{eq\,ani2}$.Pour la constuire, nous avons été amenés à généraliser le principe d'équivalence en énergie de transformation pour prendre en compte l'anisotropie de l'énergie de transformation. Nous avons également montré que cette dernière déformation de transformation $\varepsilon^{tr}_{eq\,ani3}$ est proportionnelle à la fraction volumique de martensite z aussi bien pour les 9 trajets de chargement proportionnels en traction-compression-torsion sur le Cu-Al-Be que pour les 48 trajets de chargement proportionnels simulés avec le modèle micro-macro.

Par ailleurs, afin de suivre la fraction volumique de martensite au cours des essais de traction-compression-torsion sur le Cu-Al-Be, une méthode expérimentale originale, basée sur la mesure de la résistance électrique de l'éprouvette, a été développée et utilisée.

Par la suite, nous avons construit une importante base d'essais d'effet mémoire simple sens. Ces essais biaxiaux, anisothermes ont été réalisés sur un alliage type nickel-titane anisotrope. Cet alliage a été soumis à des sollicitations de traction compression torsion aussi bien proportionnelles que non proportionnelles.

Ce type de base d'essais, indispensable à la construction, à l'identification et à la validation des lois de comportement des modèles, n'existait pas précédemment. Une partie de ces essais est destinée à l'observation des phénomènes, en vue de les reporter dans un modèle macroscopique qui devra comporter les éléments et paramètres capables de les prendre en compte (par exemple la forme des surfaces seuils de début de réorientation), puis servira à l'identification de ces paramètres. La seconde partie de ces essais, différents des essais d'identification, sera comparée aux prévisions du modèle et permettront de valider ses capacités en terme de prédiction du comportement.

Cette démarche a été initiée, puisque nous avons pu montrer l'unicité de la contrainte équivalente capable de décrire les surfaces seuil pour les phénomènes de pseudoélasticité (à haute température) et de réorientation de phase R (à moyenne température).

Par conséquent, une perspective à court terme de ce travail consiste à écrire un modèle phénoménologique complet de comportement pour les AMF. Au vu des résultats de ce travail, nous pensons effectuer les choix suivants :

- Partition de la fraction volumique totale de martensite z en fraction volumique de martensite auto accommodante z_T, n'induisant pas de déformations de transformation macroscopique, et fraction volumique de martensite orientée z_σ, conduisant à l'apparition de déformation de transformation macroscopique.
- Existence d'une relation de linéarité entre la fraction volumique de martensite orientée z_σ et la déformation de transformation équivalente ε^{tr}_{eq}, isotrope ou anisotrope suivant le

cas considéré. Par conséquent, il nous semble approprié de choisir pour variables internes du modèle la fraction volumique de martensite z (ou la fraction volumique de martensite auto accommodante z_T) et le tenseur de déformation de transformation $\underline{\varepsilon}^{tr}$.

– Évolution des variables internes basée sur trois surfaces seuil et la loi de normalité. De plus, les deux surfaces seuil pour la pseudoélasticité (*i.e.* une pour chacune des transformations directe et inverse) et la surface seuil de début de réorientation sont basées sur la même contrainte équivalente.

Les prévisions de ce modèle pourront alors être confrontées aux résultats des essais déjà réalisés. Nous pouvons également envisager la réalisation d'autres types d'essais, par exemple de cycles thermiques à contraintes 3D imposées constantes.

De plus, pour que la démarche soit complète et que le modèle soit utilisable il faudra envisager à moyen terme, d'implanter ce modèle dans un code de calcul utilisant une méthode de type éléments finis.

A plus long terme, j'envisage d'utiliser mes compétences expérimentales et de modélisation pour l'étude du comportement des matériaux sous sollicitations thermo-mécaniques complexes à d'autres types d'applications que les AMF. Les problématiques comportant des anisotropies matériau ainsi que des couplages thermo-mécaniques, électro-mécaniques ou magnéto-mécaniques m'attirent tout particulièrement.

Annexe A

Le tableau suivant donne les définitions des normales aux plans d'habitat $\vec{n}$ et des directions de transformation $\vec{m}$ pour les 24 variantes de martensite des AMF de type Cu-Al-Be [Entemeyer, 1996].

Variante	n^1	n^2	n^3		m^1	m^2	m^3
01	$-0,168$	$0,688$	$0,705$		$-0,151$	$-0,904$	$0,846$
02	$-0,168$	$0,705$	$0,688$		$-0,151$	$0,846$	$-0,904$
03	$0,168$	$0,688$	$0,705$		$0,151$	$-0,904$	$0,846$
04	$0,168$	$0,705$	$0,688$		$0,151$	$0,846$	$-0,904$
05	$-0,688$	$-0,168$	$0,705$		$0,904$	$-0,151$	$0,846$
06	$-0,705$	$-0,168$	$0,688$		$-0,846$	$-0,151$	$-0,904$
07	$-0,688$	$0,168$	$0,705$		$0,904$	$0,151$	$0,846$
08	$-0,705$	$0,168$	$0,688$		$-0,846$	$0,151$	$-0,904$
09	$-0,168$	$-0,688$	$0,705$		$-0,151$	$0,904$	$0,846$
10	$-0,168$	$-0,705$	$0,688$		$-0,151$	$-0,846$	$-0,904$
11	$0,168$	$-0,688$	$0,705$		$0,151$	$0,904$	$0,846$
12	$0,168$	$-0,705$	$0,688$		$0,151$	$-0,846$	$-0,904$
13	$0,705$	$-0,168$	$0,688$		$0,846$	$-0,151$	$-0,904$
14	$0,688$	$-0,168$	$0,705$		$-0,904$	$-0,151$	$0,846$
15	$0,705$	$0,168$	$0,688$		$0,846$	$0,151$	$-0,904$
16	$0,688$	$0,168$	$0,705$		$-0,904$	$0,151$	$0,846$
17	$0,688$	$-0,705$	$0,168$		$-0,904$	$-0,846$	$0,151$
18	$0,705$	$-0,688$	$0,168$		$0,846$	$0,904$	$0,151$
19	$-0,688$	$0,705$	$0,168$		$0,904$	$0,846$	$0,151$
20	$-0,705$	$0,688$	$0,168$		$-0,846$	$-0,904$	$0,151$
21	$-0,705$	$-0,688$	$0,168$		$-0,846$	$0,904$	$0,151$
22	$-0,688$	$-0,705$	$0,168$		$0,904$	$-0,846$	$0,151$
23	$0,705$	$0,688$	$0,168$		$0,846$	$-0,904$	$0,151$
24	$0,688$	$0,705$	$0,168$		$-0,904$	$0,846$	$0,151$

Le tableau suivant détaille la matrice d'interaction H^{nm} entre les différentes variantes de martensite dans le cas du Cu-Al-Be. [Siredey *et al.*, 1999, Entemeyer, 1996, Niclaeys *et al.*, 2002] : C signifie que deux variantes sont compatibles et I qu'elles sont incompatibles.

	01	***02***	***03***	***04***	***05***	***06***	***07***	***08***	***09***	***10***	***11***	***12***	***13***	***14***	***15***	***16***	***17***	***18***	***19***	***20***	***21***	***22***	***23***	***24***
01	C	C	C	C	I	I	C	I	C	I	C	I	I	C	I	I	I	I	I	C	C	I	I	I
02	C	C	C	C	I	I	I	C	I	C	I	C	C	I	I	I	I	I	C	I	I	C	I	I
03	C	C	C	C	C	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	C	I
04	C	C	C	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	C
05					C	C	C	C	C	I	I	I	I	C	I	C	C	I	I	I	I	C	I	I
06					C	C	C	C	I	C	I	I	C	I	C	I	I	C	I	I	C	I	I	I
07					C	C	C	C	I	I	C	I	I	C	I	C	I	I	C	I	I	I	I	C
08					C	C	C	C	I	I	I	C	C	I	C	I	I	I	I	C	I	I	C	I
09									C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	I	C	C	I	I	I
10									C	C	C	C	I	I	C	I	I	I	C	I	I	C	I	I
11									C	C	C	C	I	C	I	I	I	C	I	I	I	I	C	I
12									C	C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	I	I	I	I	C
13													C	C	C	C	I	C	I	I	C	I	I	I
14													C	C	C	C	C	I	I	I	I	C	I	I
15													C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	C	I
16													C	C	C	C	I	I	C	I	I	I	I	C
17																	C	C	C	C	I	C	I	C
18																	C	C	C	C	C	I	C	I
19																	C	C	C	C	I	C	I	C
20																	C	C	C	C	C	I	C	I
21																					C	C	C	C
22																					C	C	C	C
23																					C	C	C	C
24																					C	C	C	C

Annexe B

Les courbes suivantes présentent les résultats d'essais du chapitre 4 en vues planes.

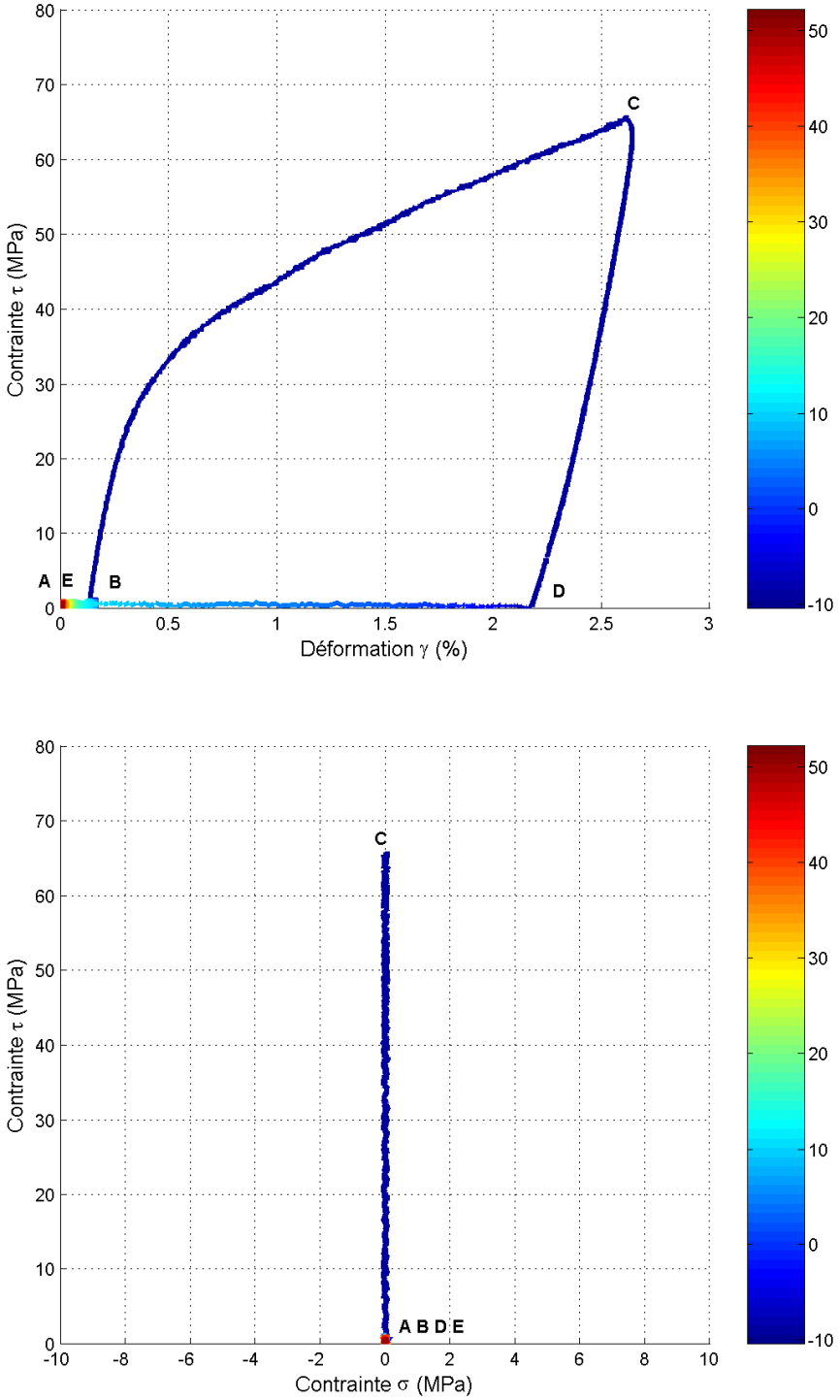


FIG. 4.34: Chargement de torsion (1) - cycle ABCDE

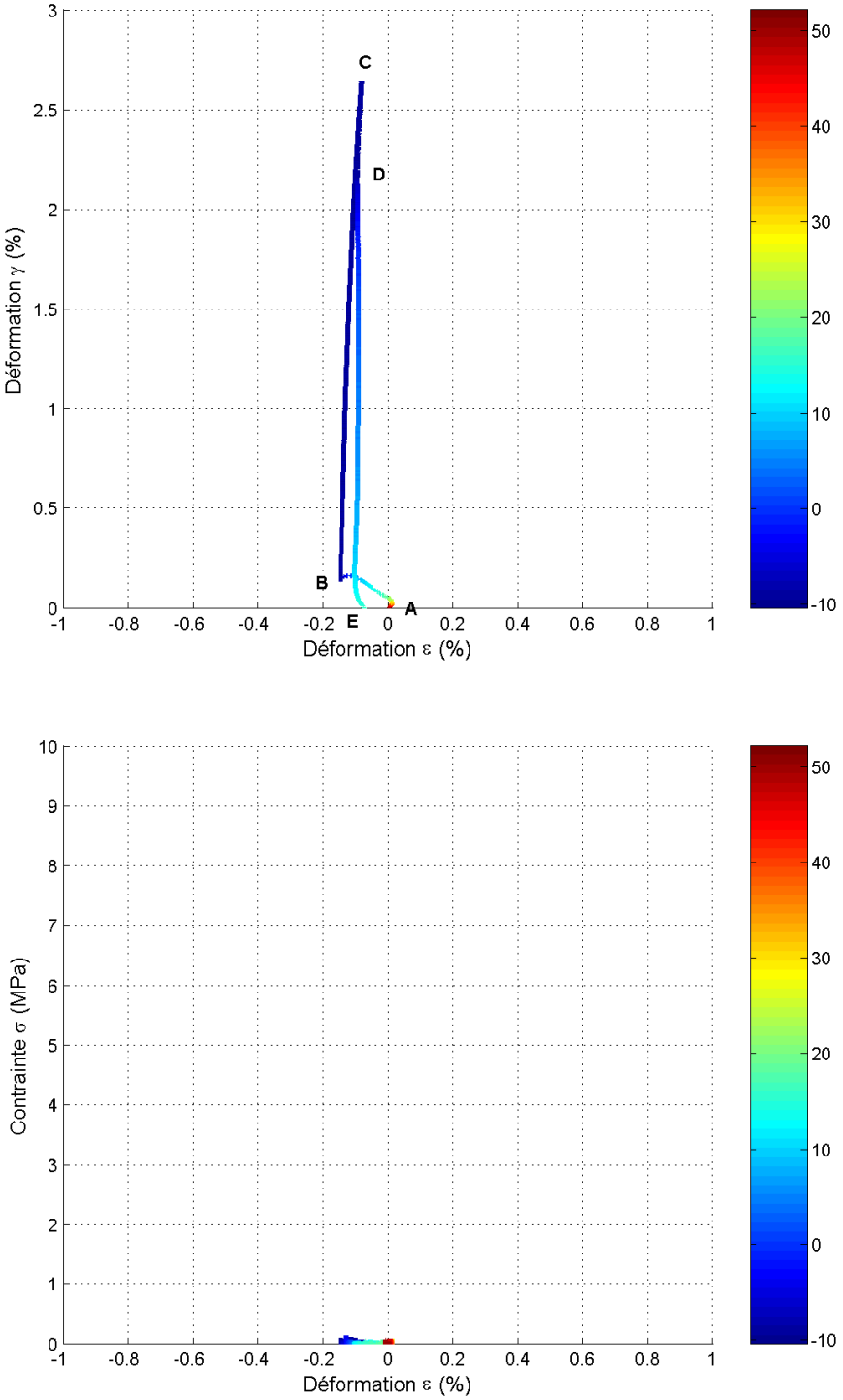


FIG. 4.35: Chargement de torsion (2) - cycle ABCDE

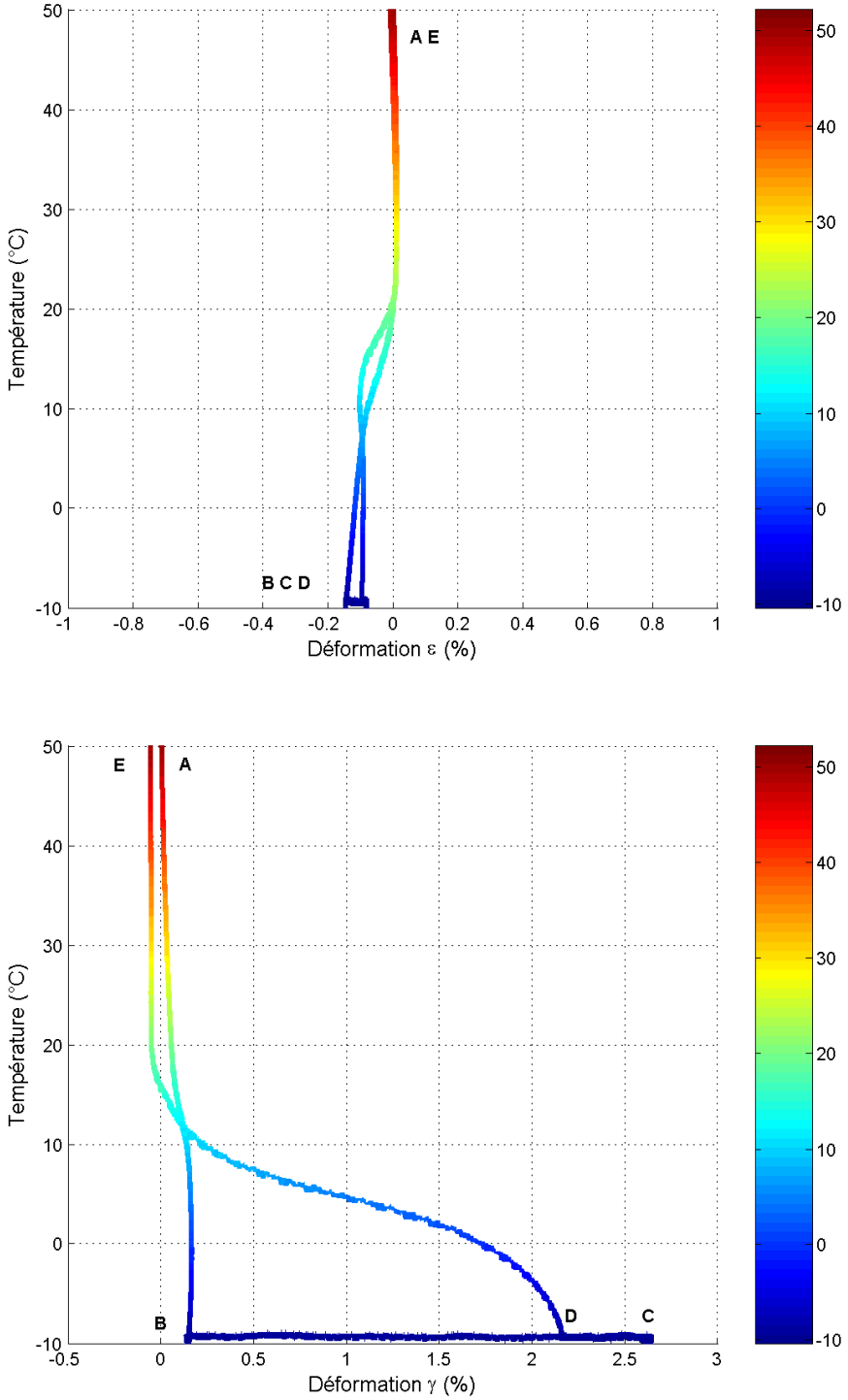


FIG. 4.36: Chargement de torsion (3) - cycle ABCDE

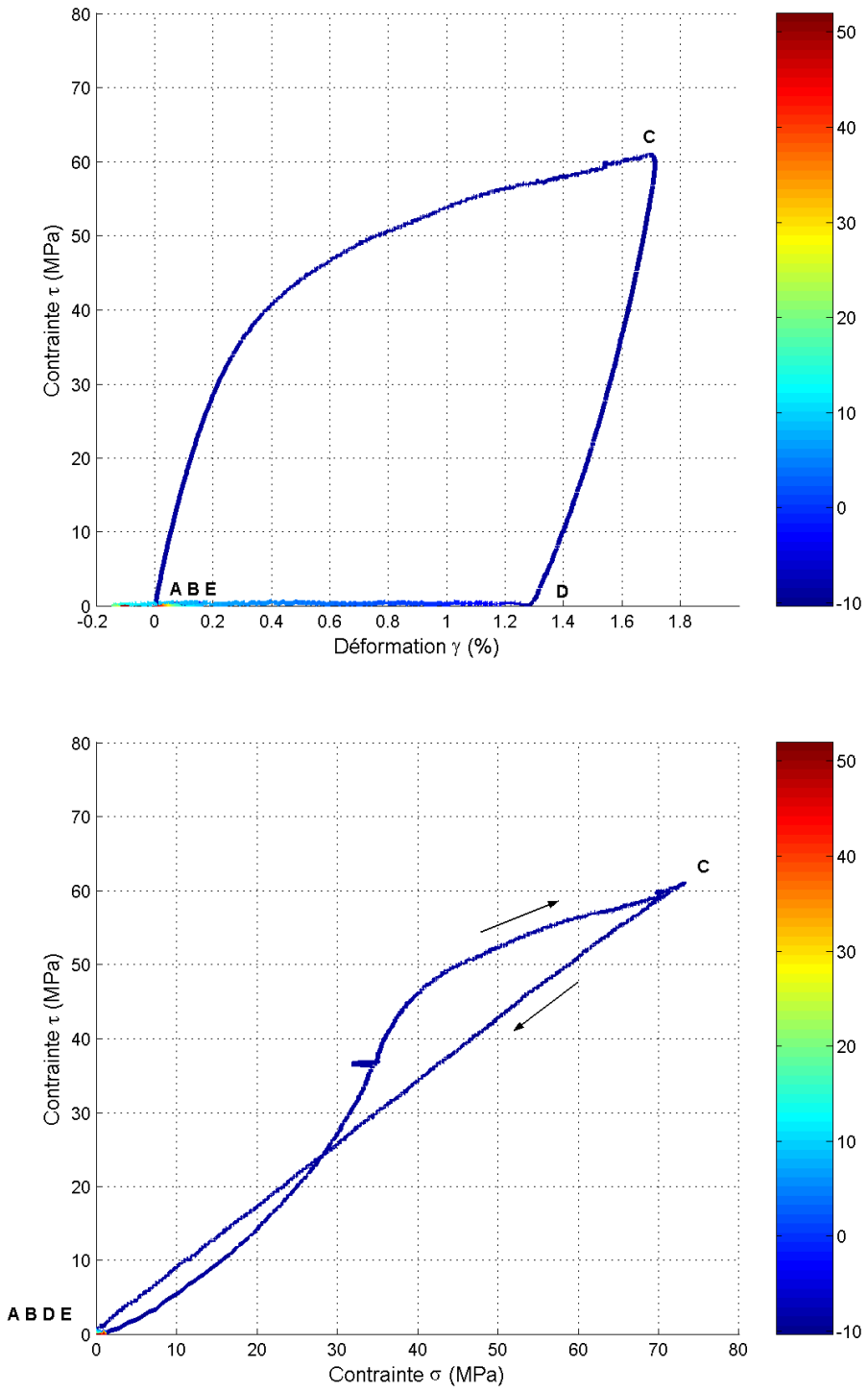


FIG. 4.37: Chargement proportionnel de traction-torsion (1) - cycle ABCDE

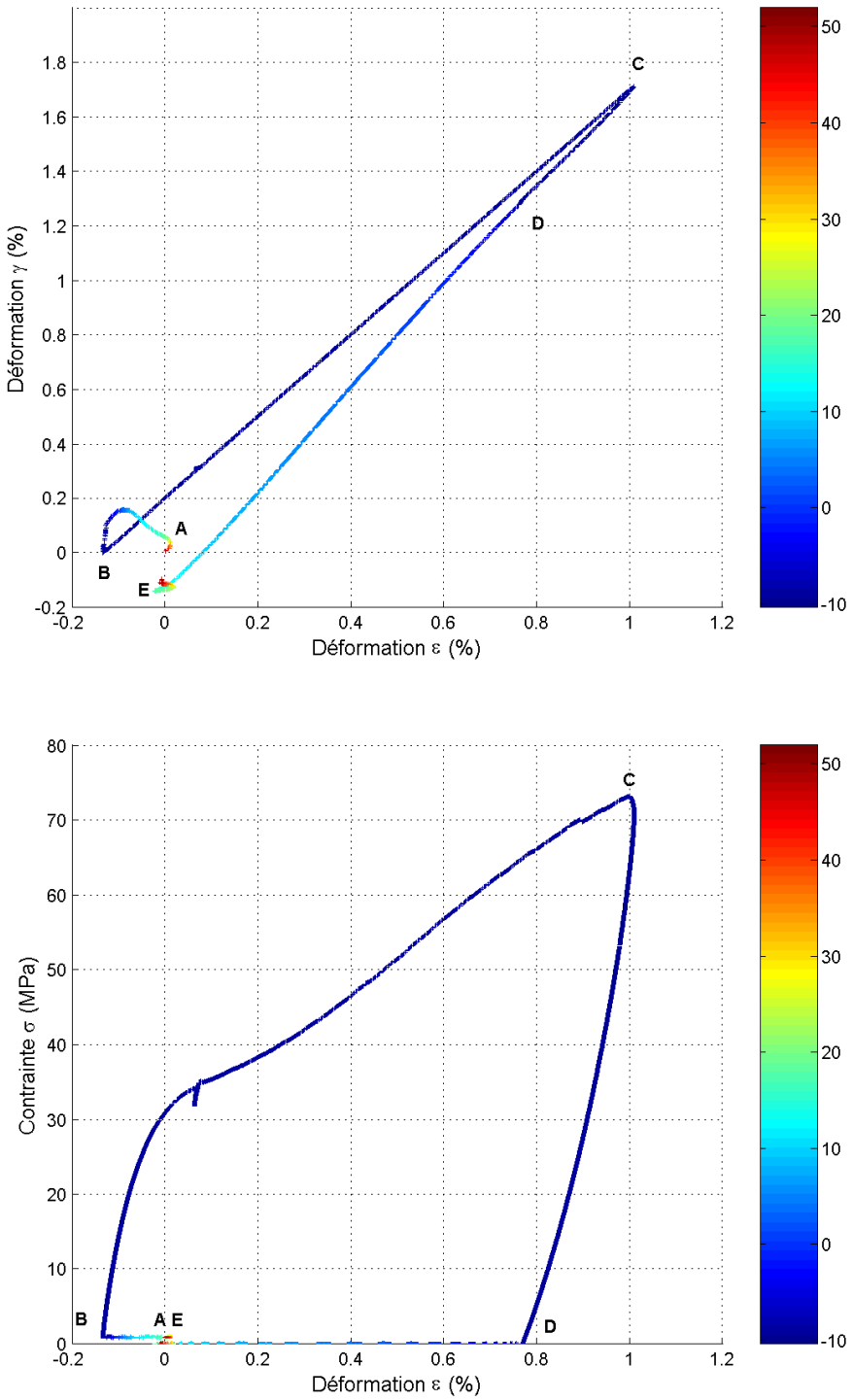


FIG. 4.38: Chargement proportionnel de traction-torsion (2) - cycle ABCDE

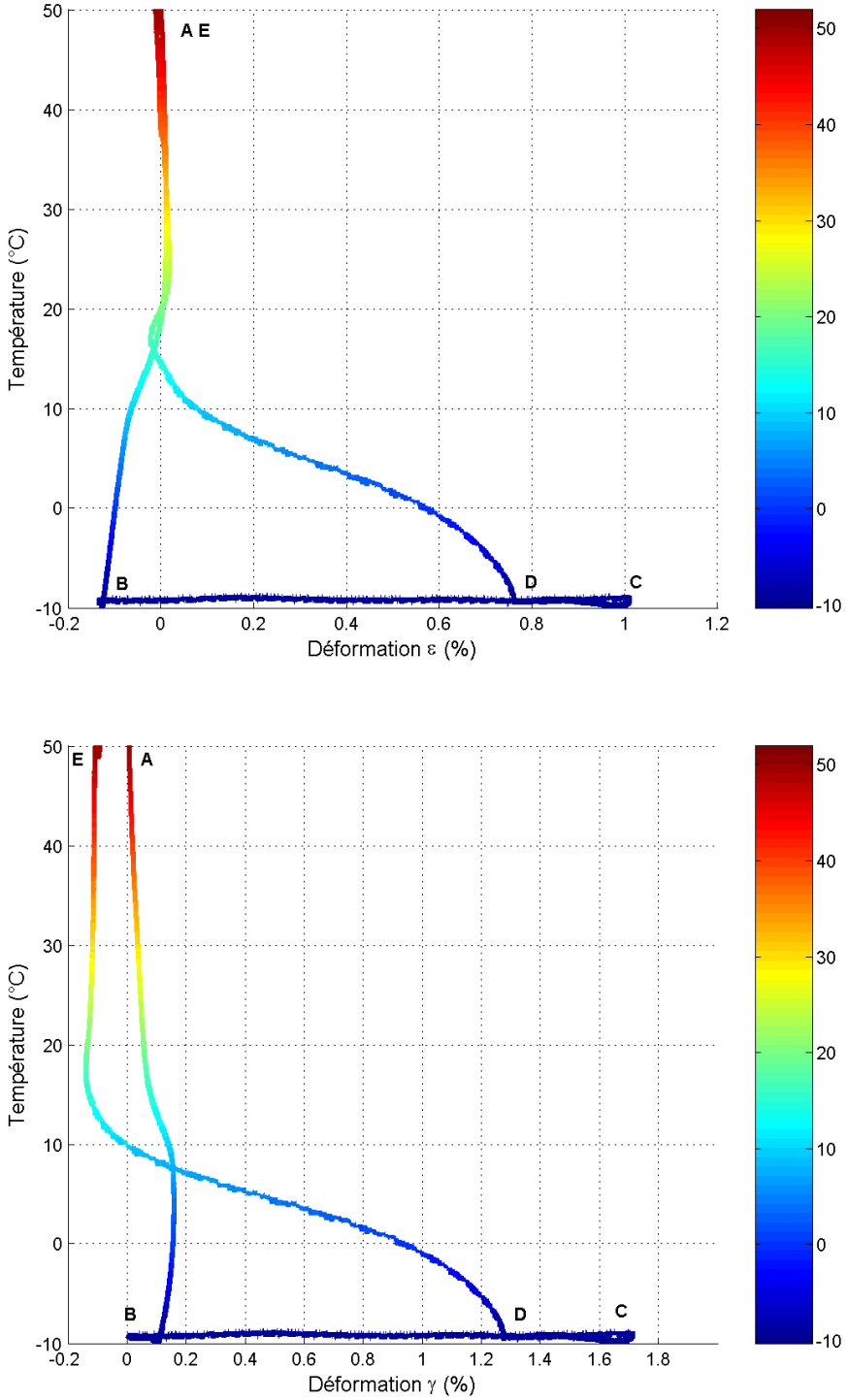


FIG. 4.39: Chargement proportionnel de traction-torsion (3) - cycle ABCDE

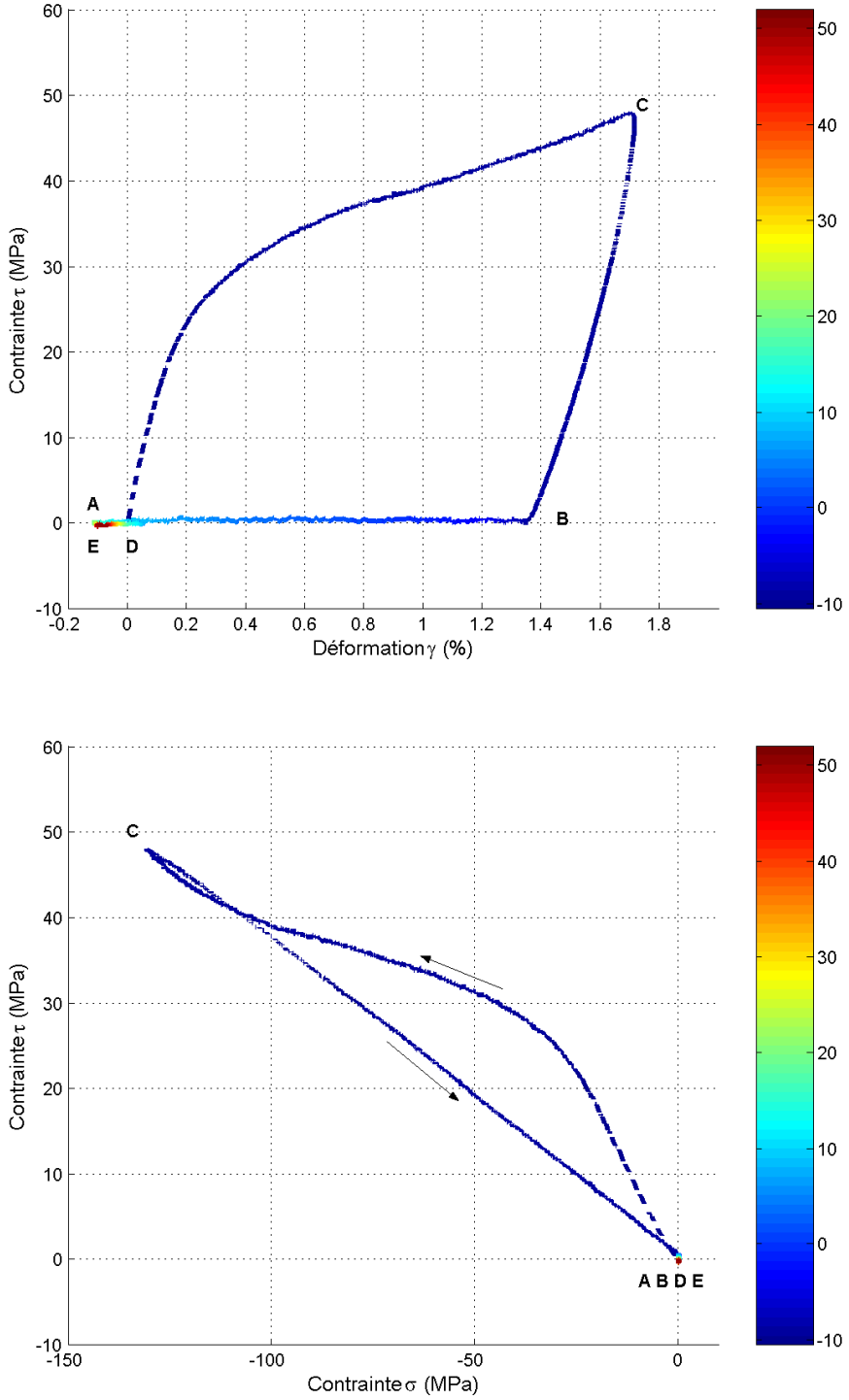


FIG. 4.40: Chargement proportionnel de compression-torsion (1) - cycle ABCDE

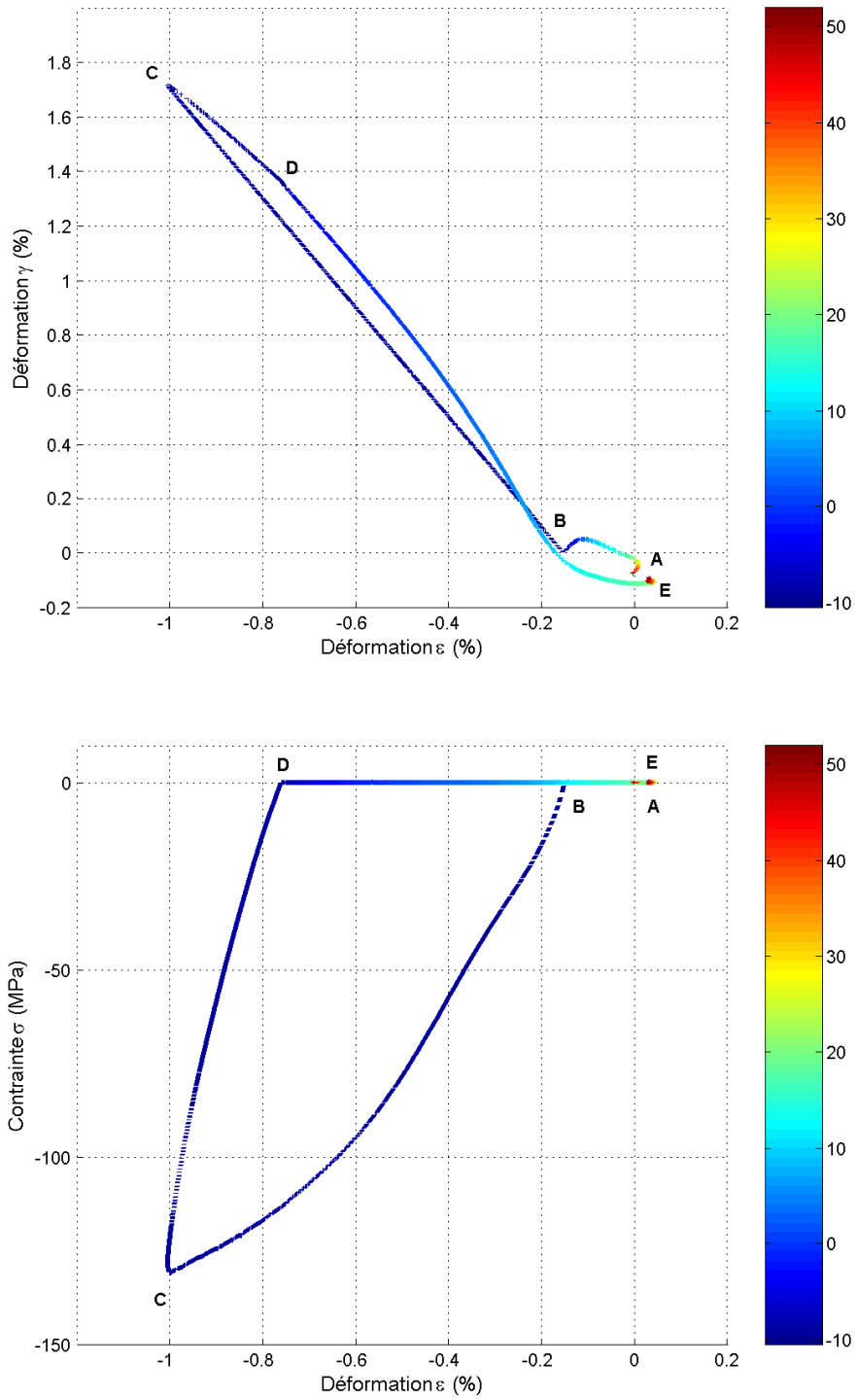


FIG. 4.41: Chargement proportionnel de compression-torsion (2) - cycle ABCDE

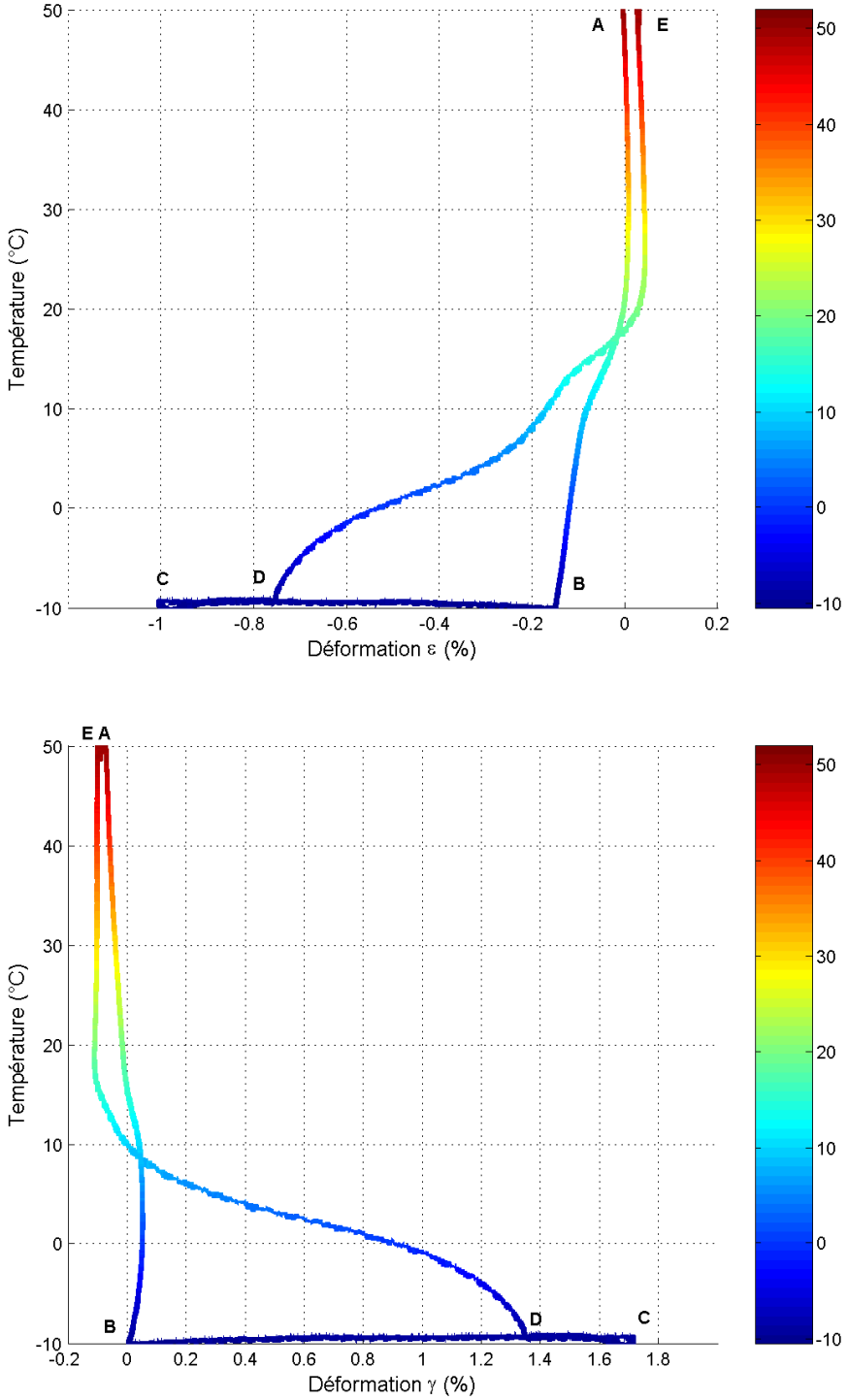


FIG. 4.42: Chargement proportionnel de compression-torsion (3) - cycle ABCDE

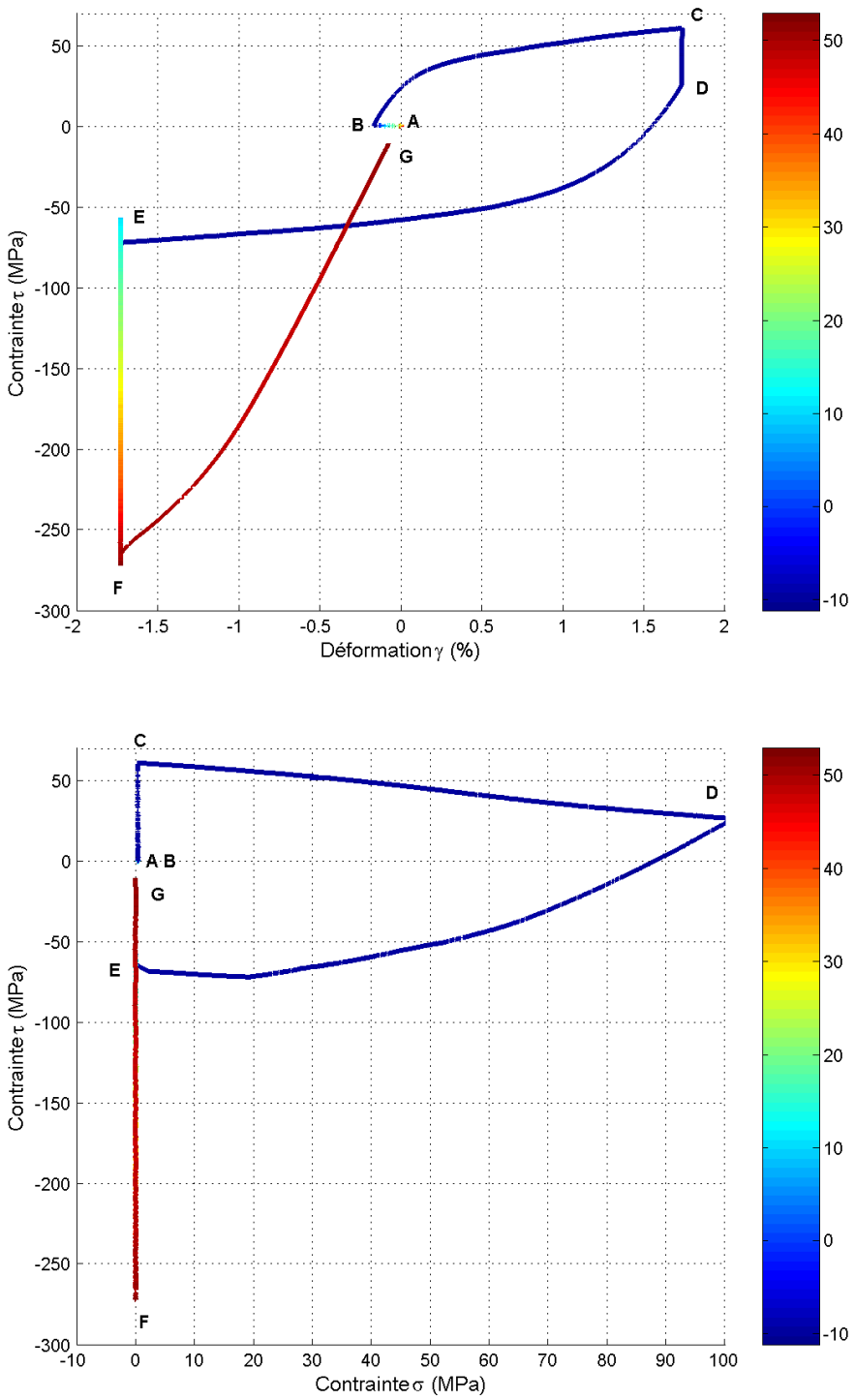


FIG. 4.43: Chargement non proportionnel carré $n^o 1$ (1) - cycle ABCDEFG

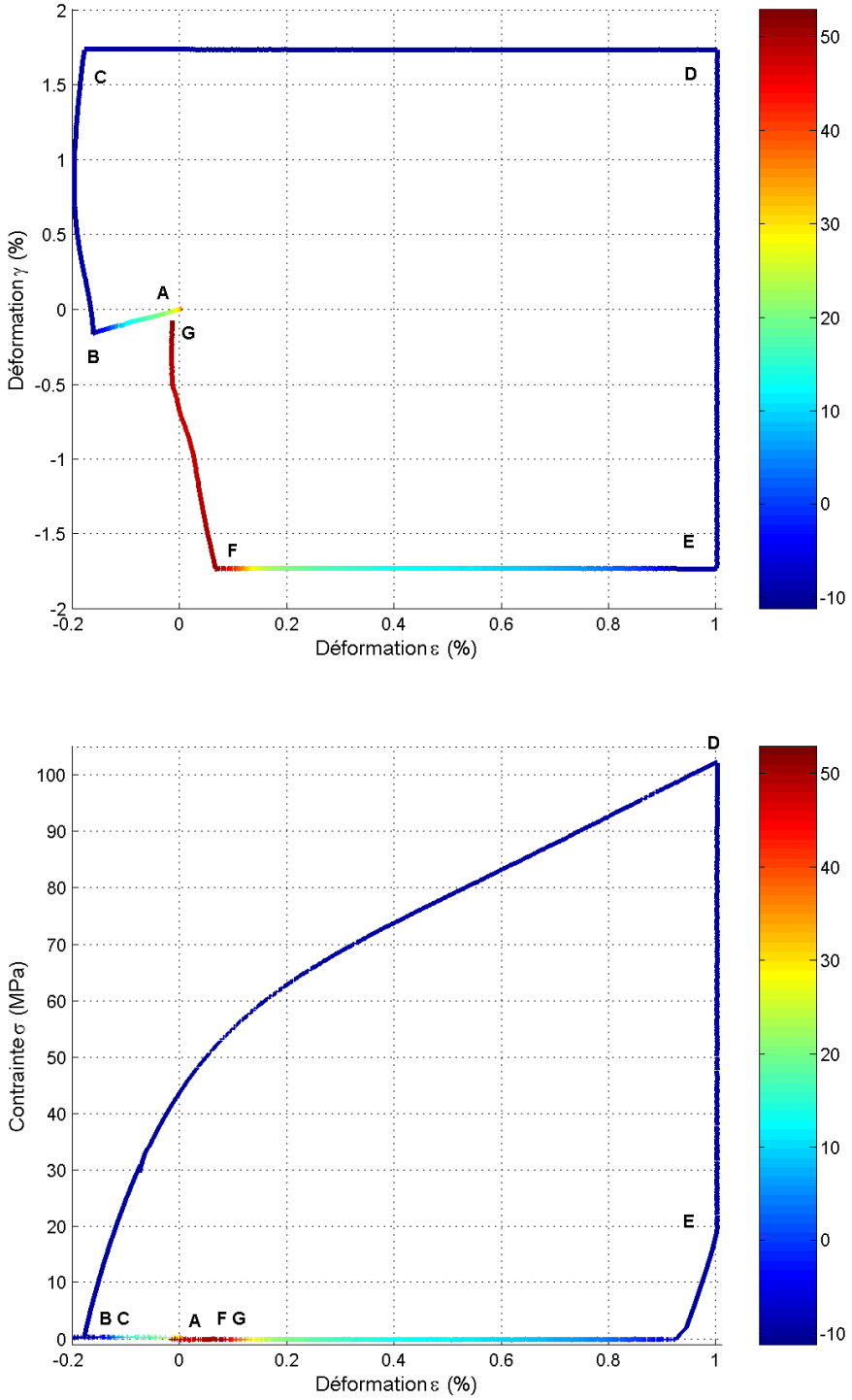


FIG. 4.44: Chargement non proportionnel carré $n^o 1$ (2) - cycle ABCDEFG

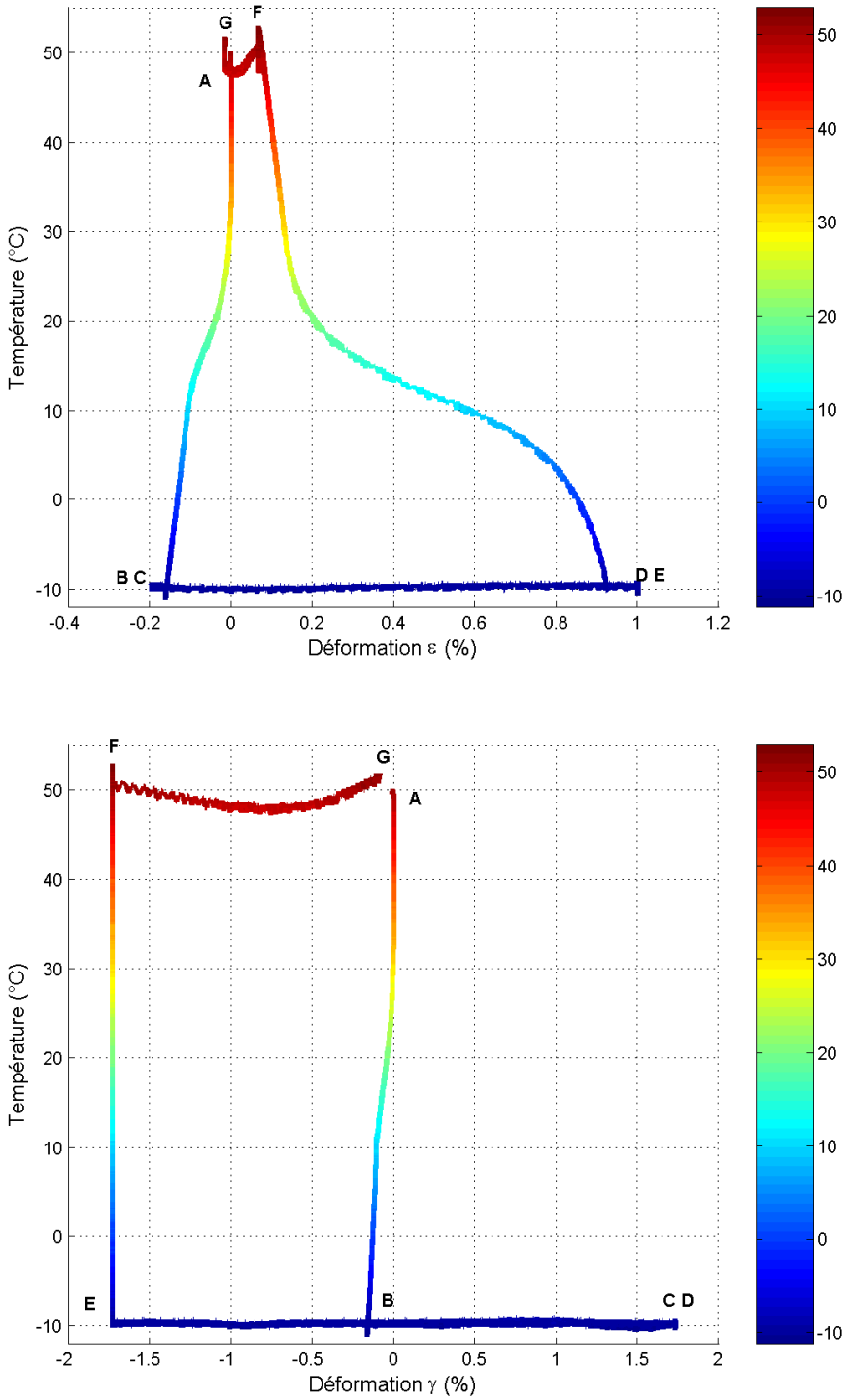


FIG. 4.45: Chargement non proportionnel carré $n^o 1$ (3) - cycle ABCDEFG

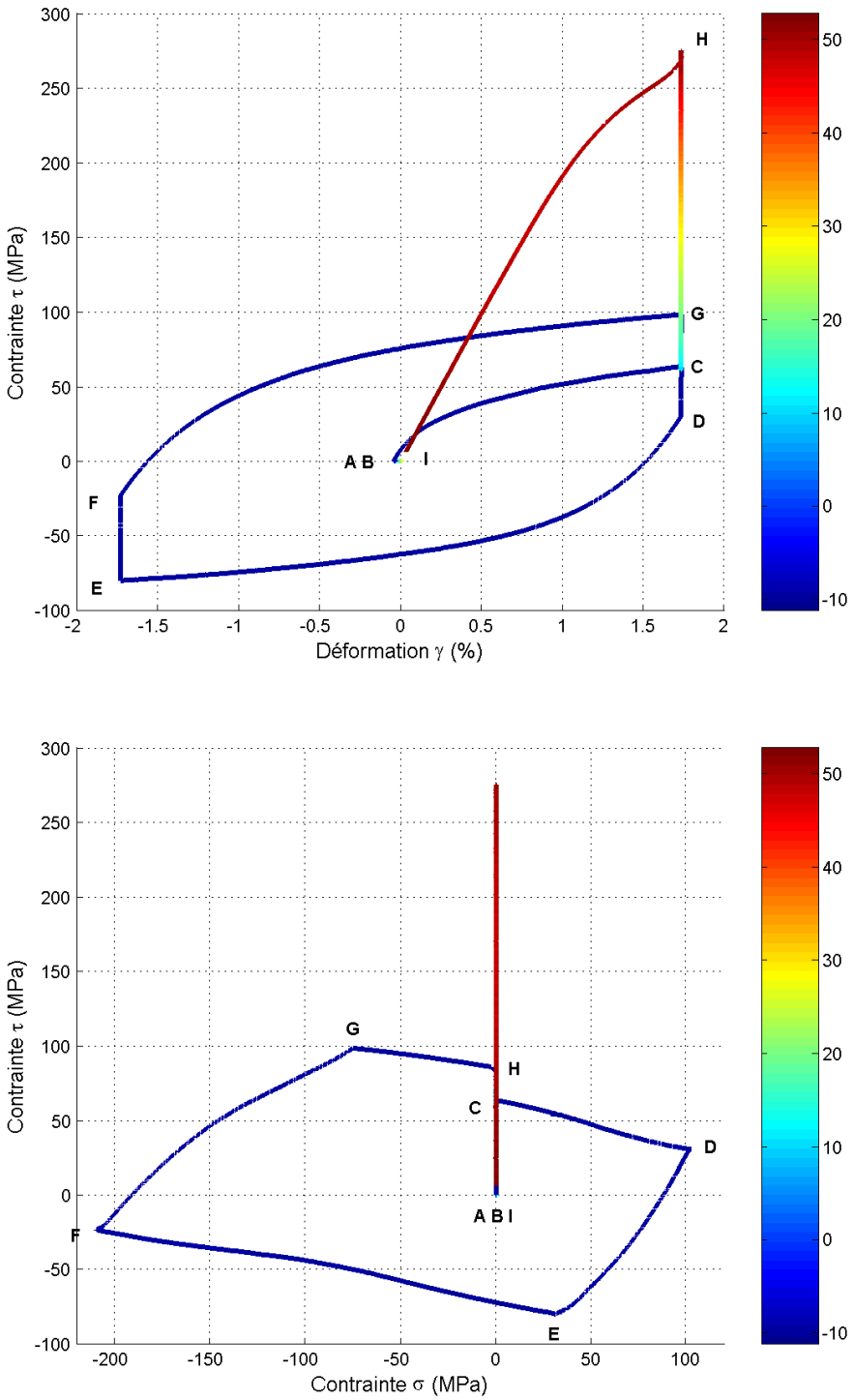


FIG. 4.46: Chargement non proportionnel carré n^o2 (1) - cycle ABCDEFGHI

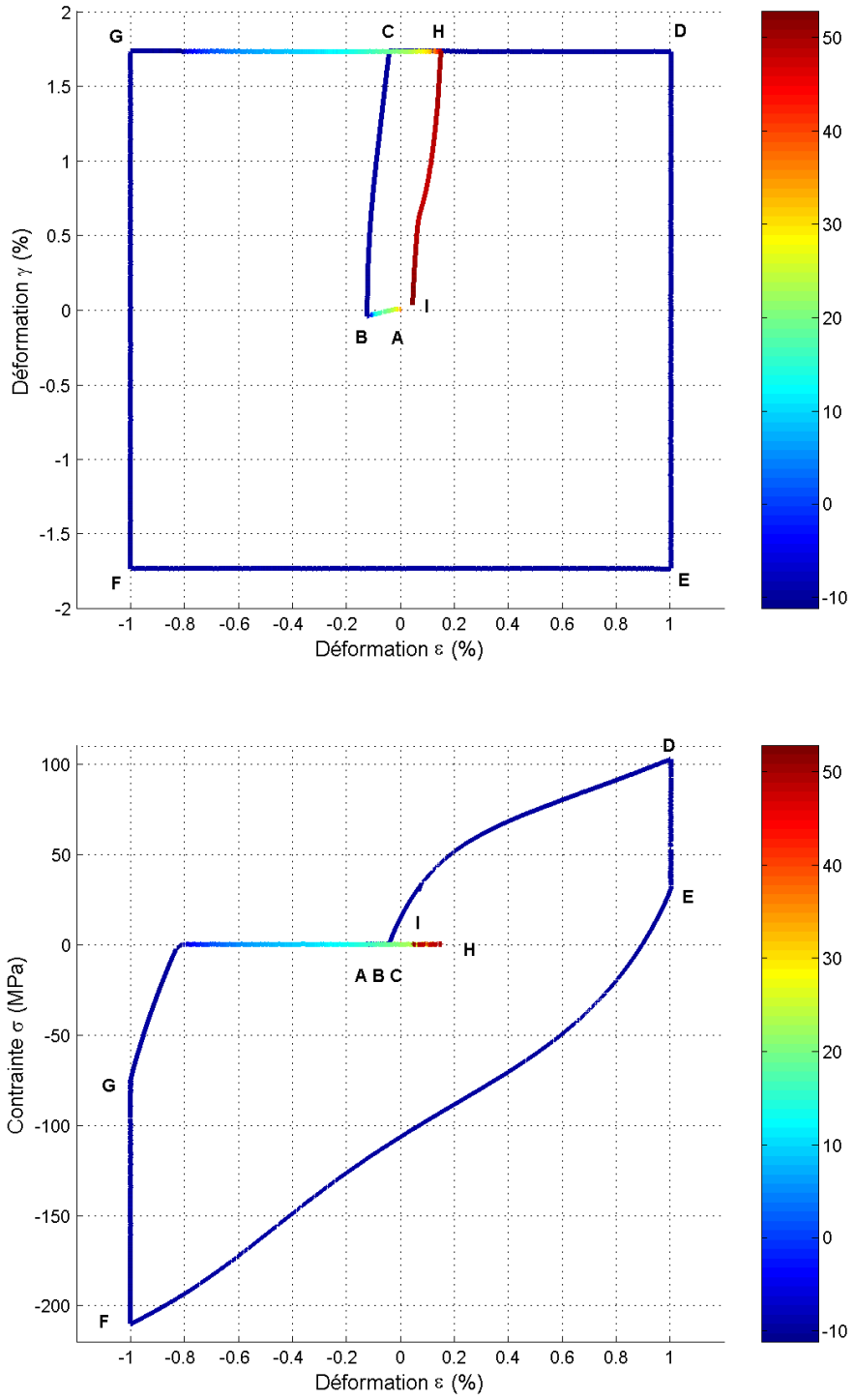


FIG. 4.47: Chargement non proportionnel carré n^o2 (2) - cycle ABCDEFGHI

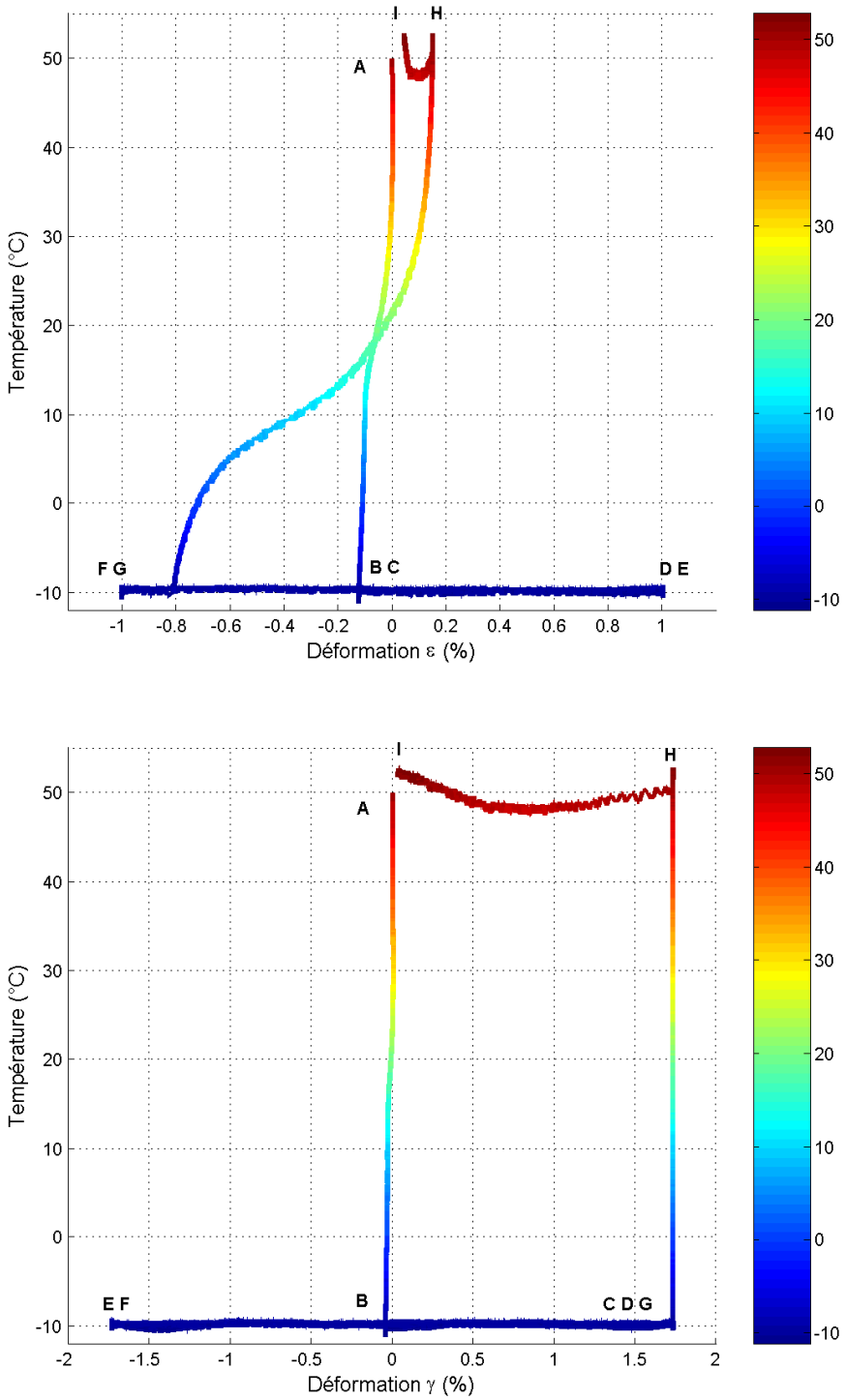


FIG. 4.48: Chargement non proportionnel carré n^o2 (3) - cycle ABCDEFGHI

Annexe C

Les courbes suivantes présentent les résultats d'essais complets des 9 trajets de chargement rappelés figure 4.49 sur le Cu-Al-Be des chapitres 2 et 3 en termes de contraintes et déformations.

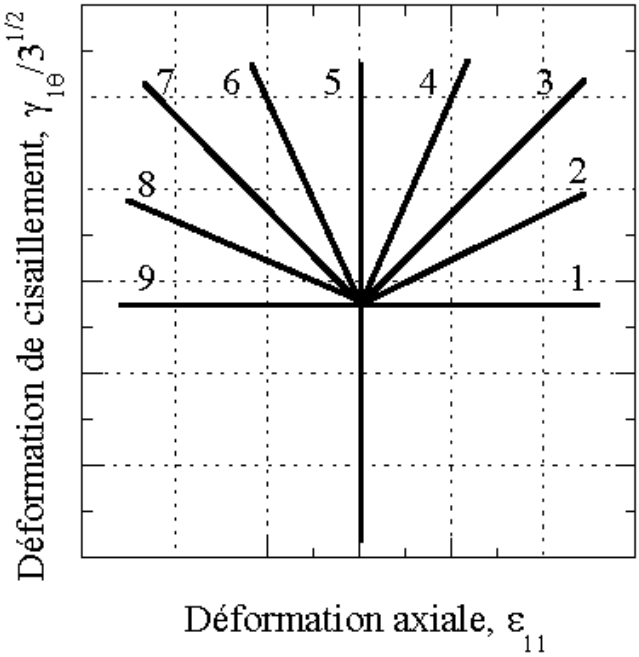


FIG. 4.49: Trajets de chargement réalisés en traction torsion sur Cu-Al-Be

L'ordre chronologique avec lequel les essais ont été réalisés est : 1, 9, 5, 3, 7, 2, 8, 4 et 6. Ils ont été enchaînés successivement sur la même éprouvette.

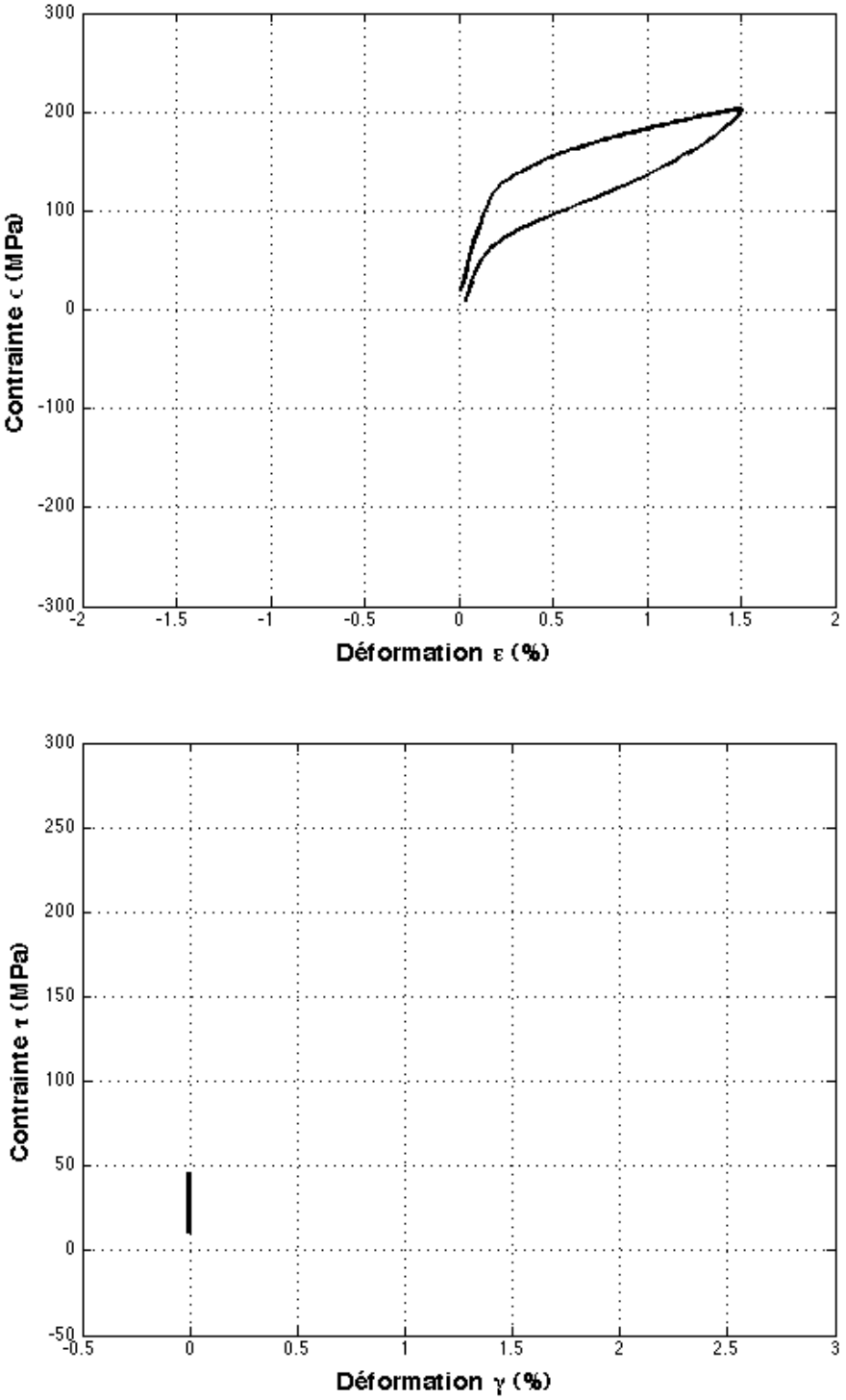


FIG. 4.50: Trajet de chargement n°1 (1)

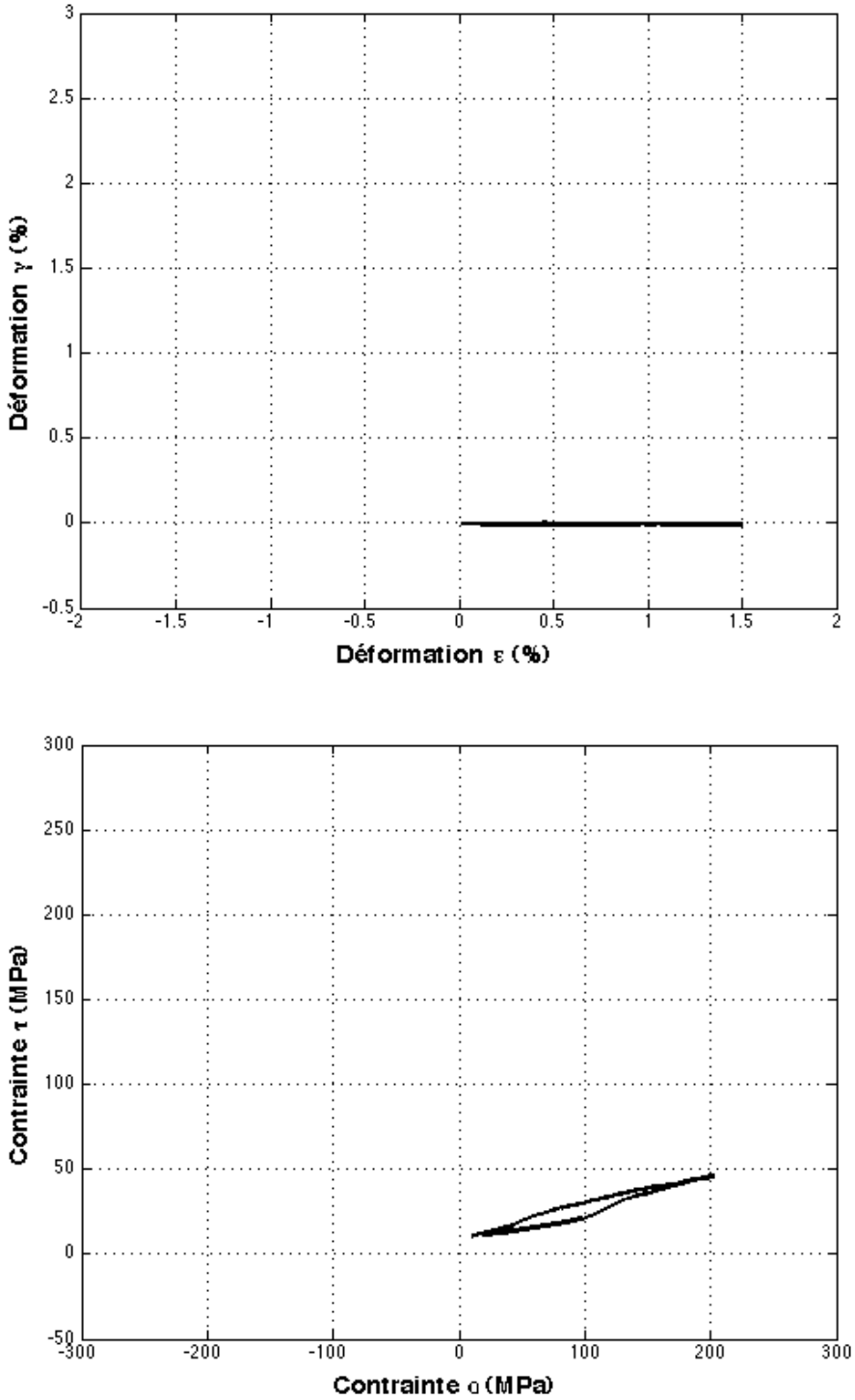


FIG. 4.51: Trajet de chargement n°1 (2)

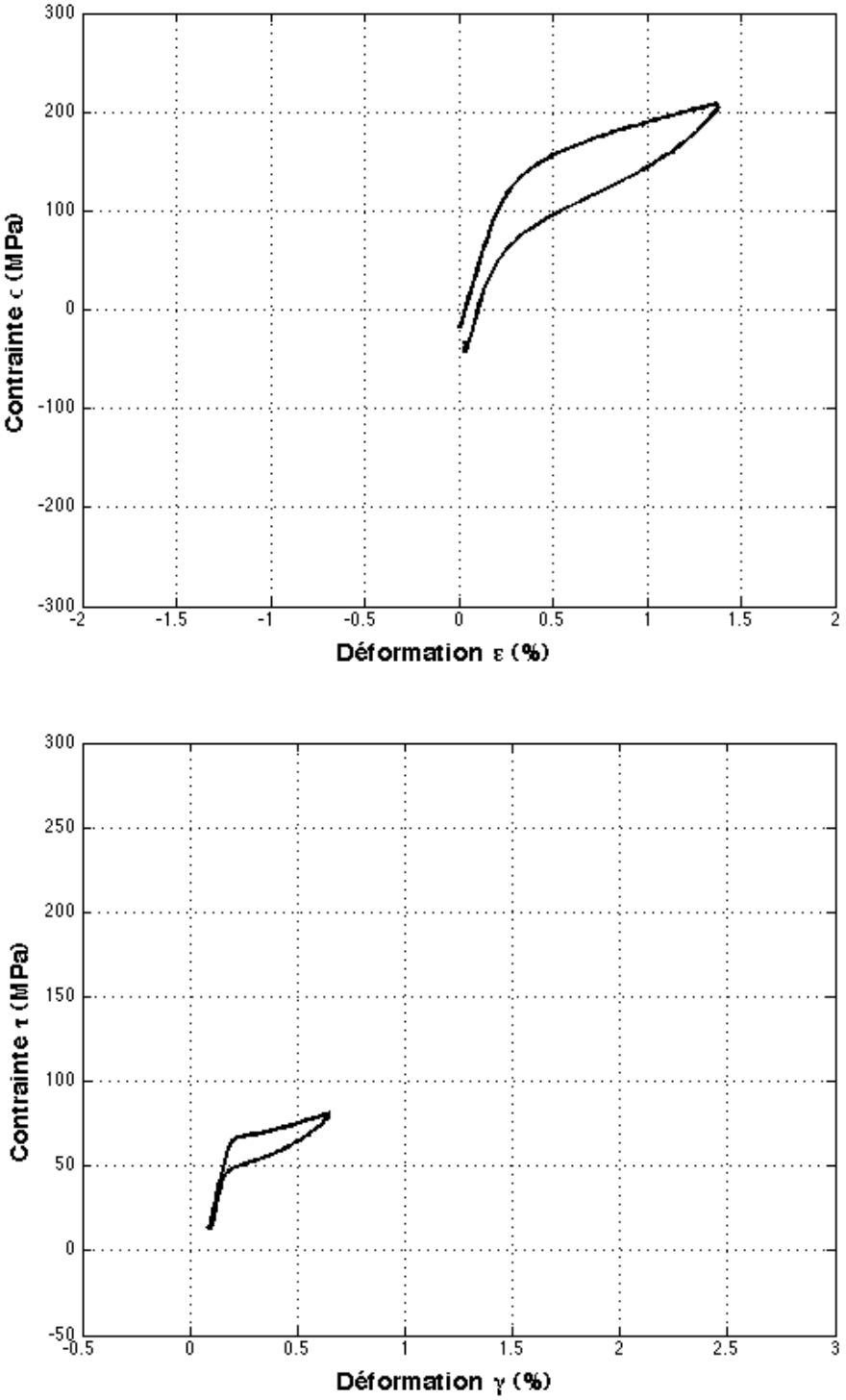


FIG. 4.52: Trajet de chargement n°2 (1)

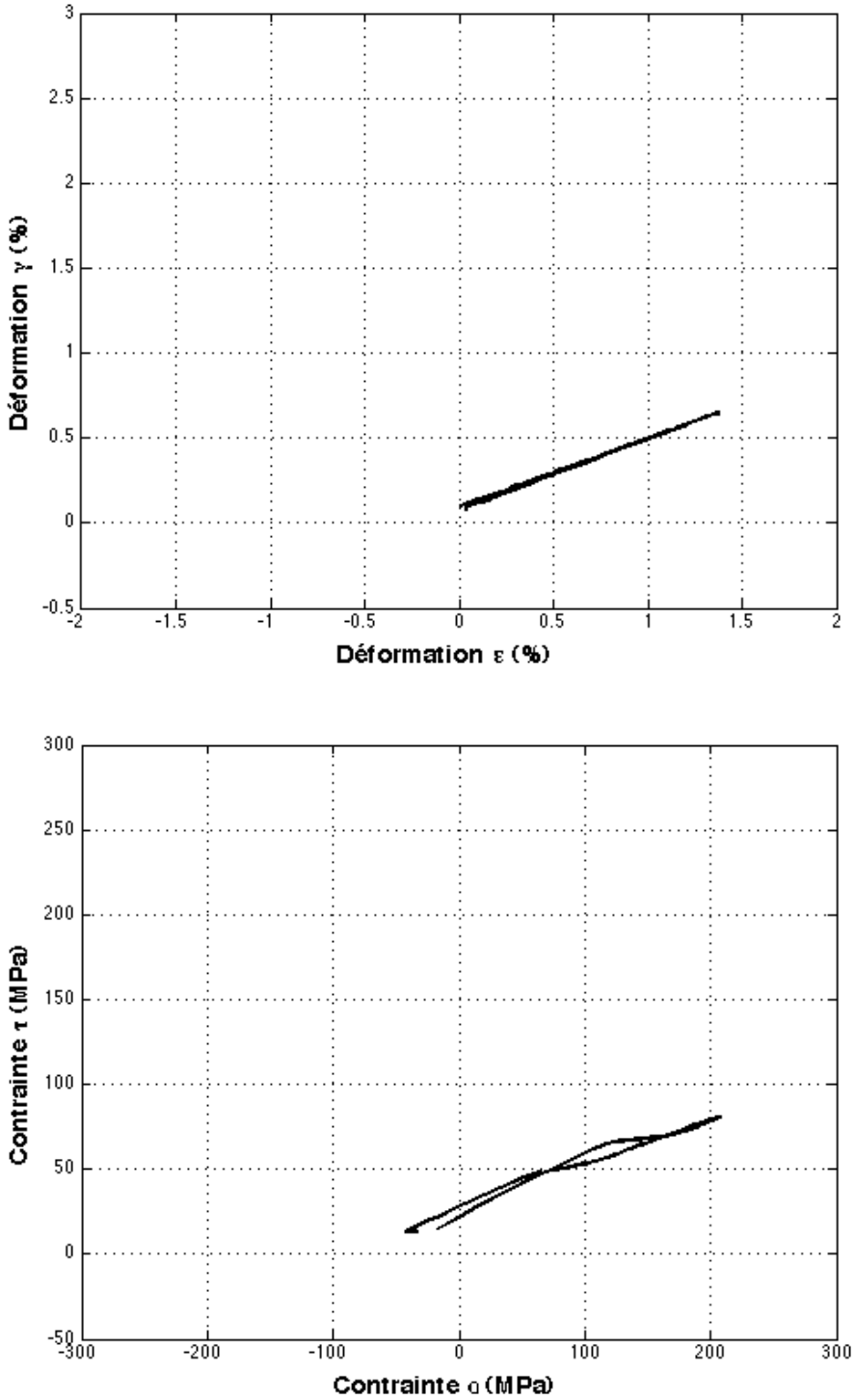


FIG. 4.53: Trajet de chargement n°2 (2)

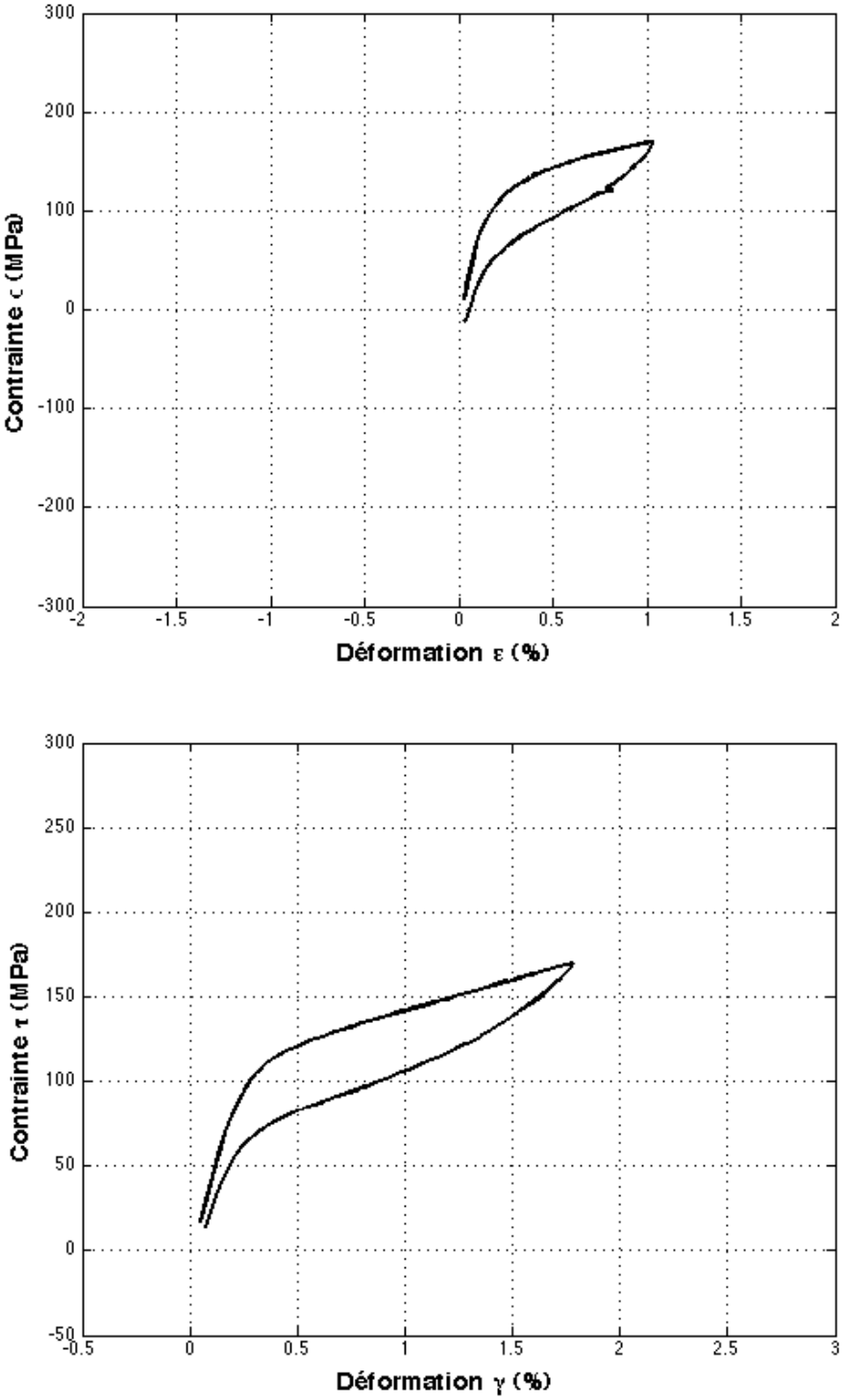


FIG. 4.54: Trajet de chargement n°3 (1)

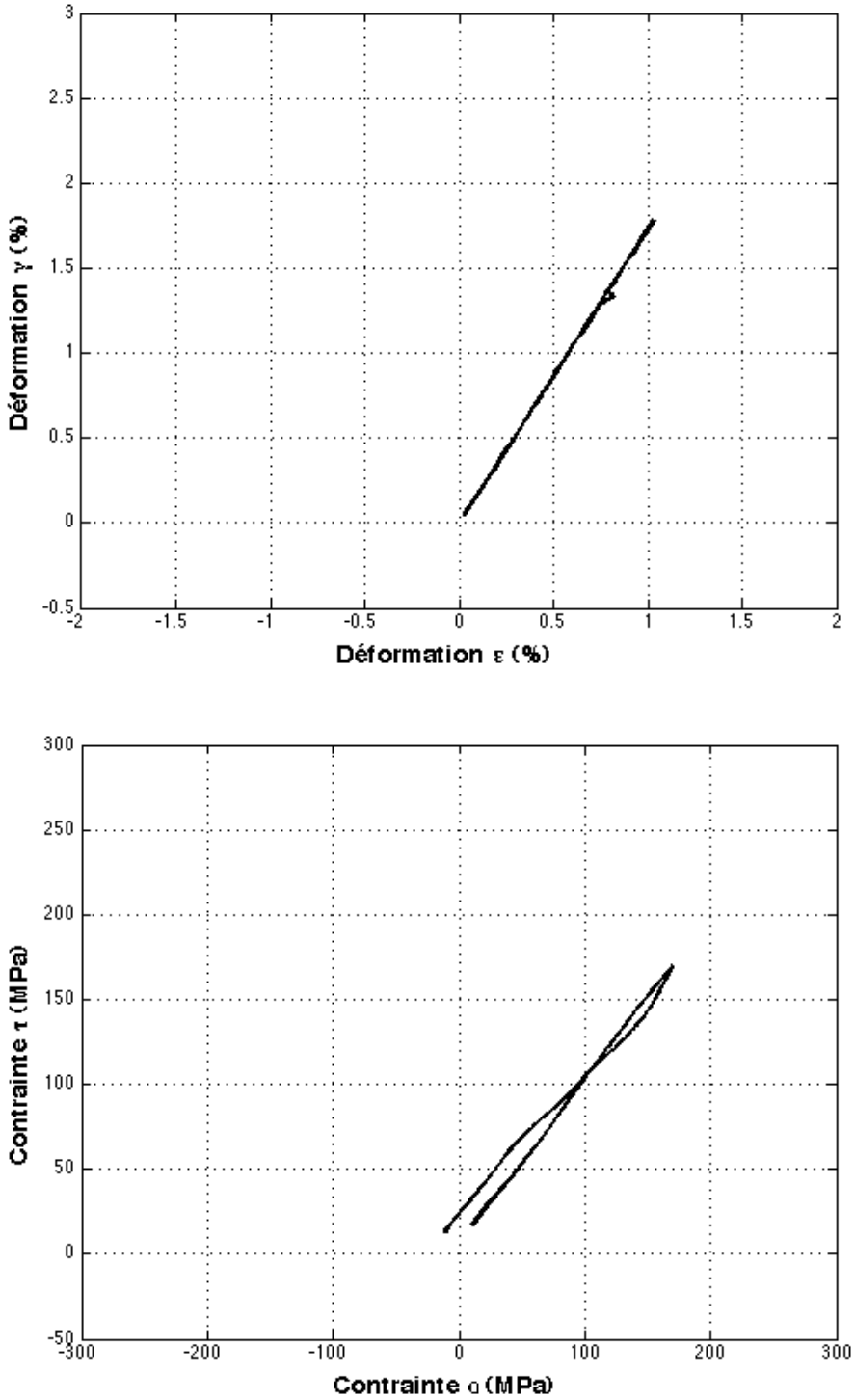
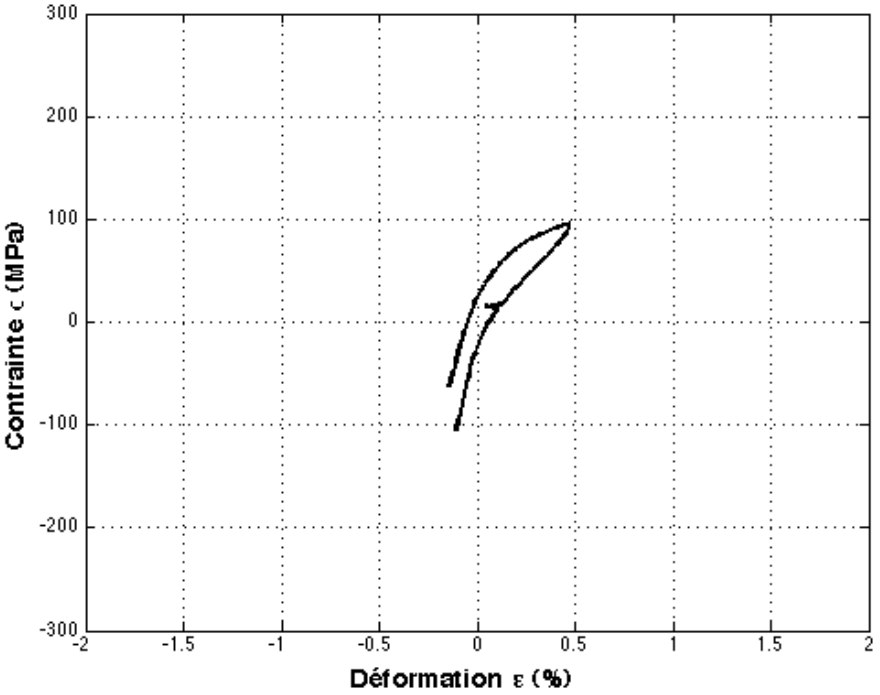


FIG. 4.55: Trajet de chargement n°3 (2)



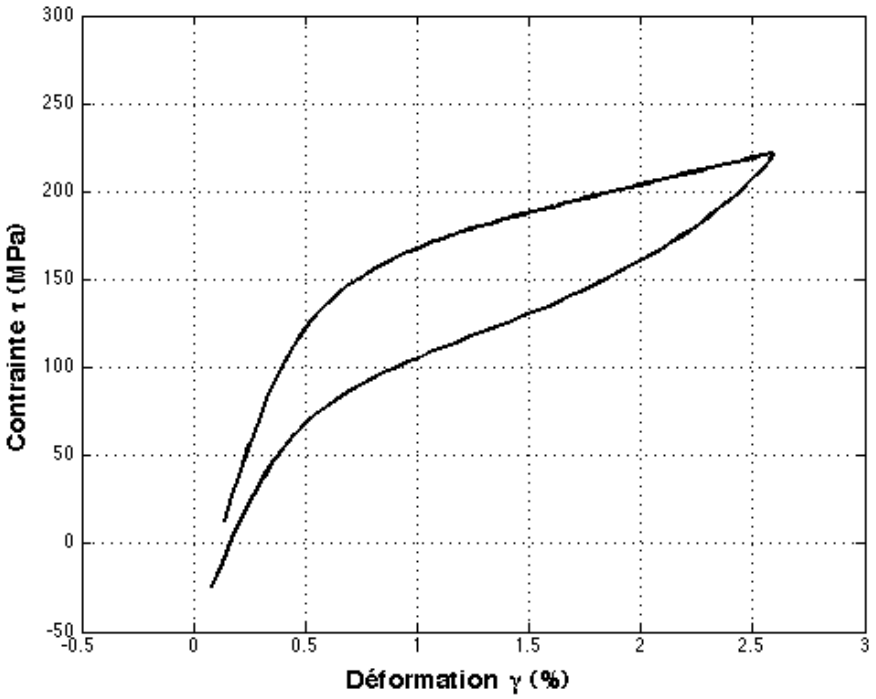


FIG. 4.56: Trajet de chargement n°4 (1)

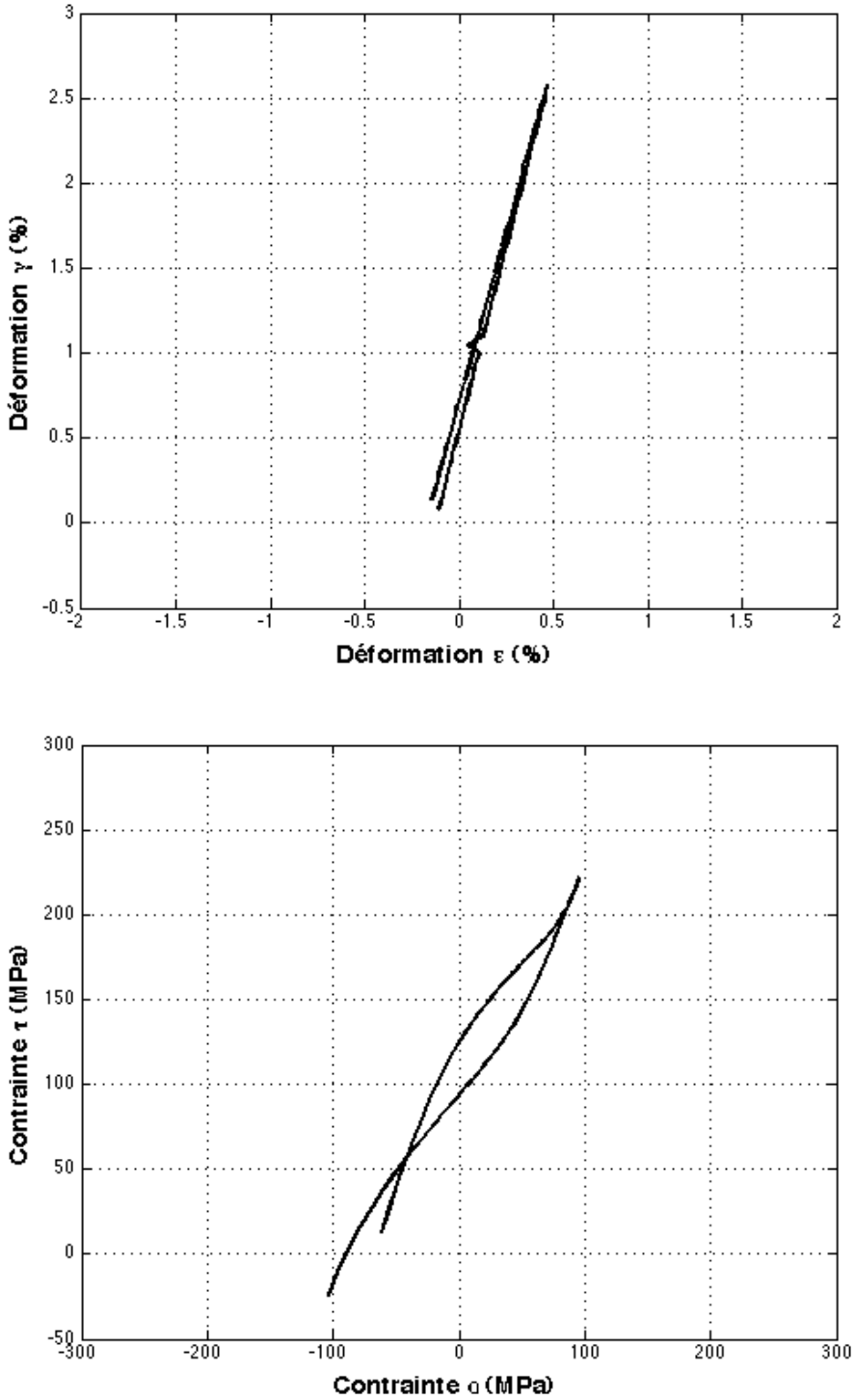
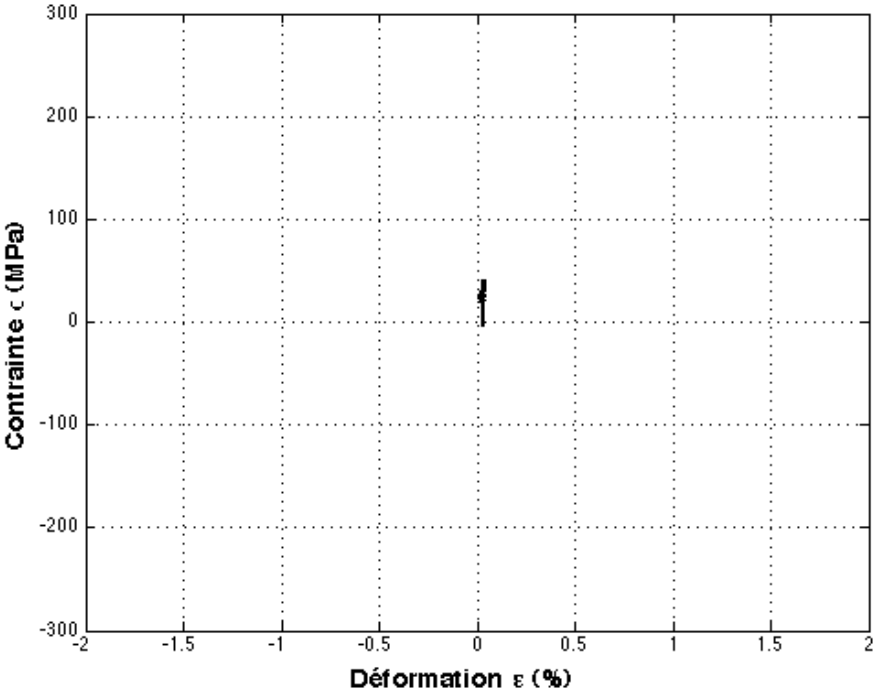


FIG. 4.57: Trajet de chargement n°4 (2)



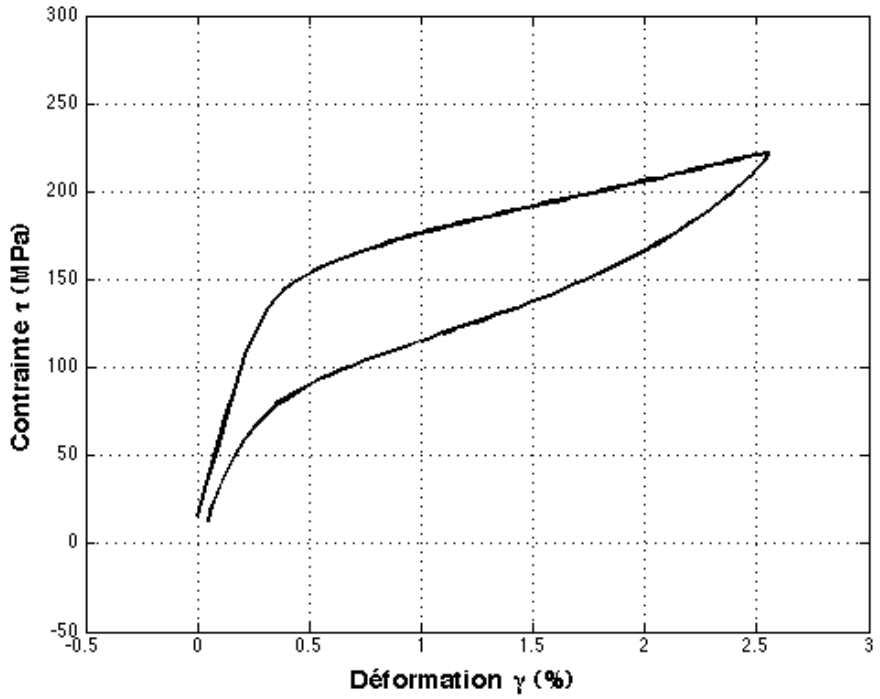


FIG. 4.58: Trajet de chargement n°5 (1)

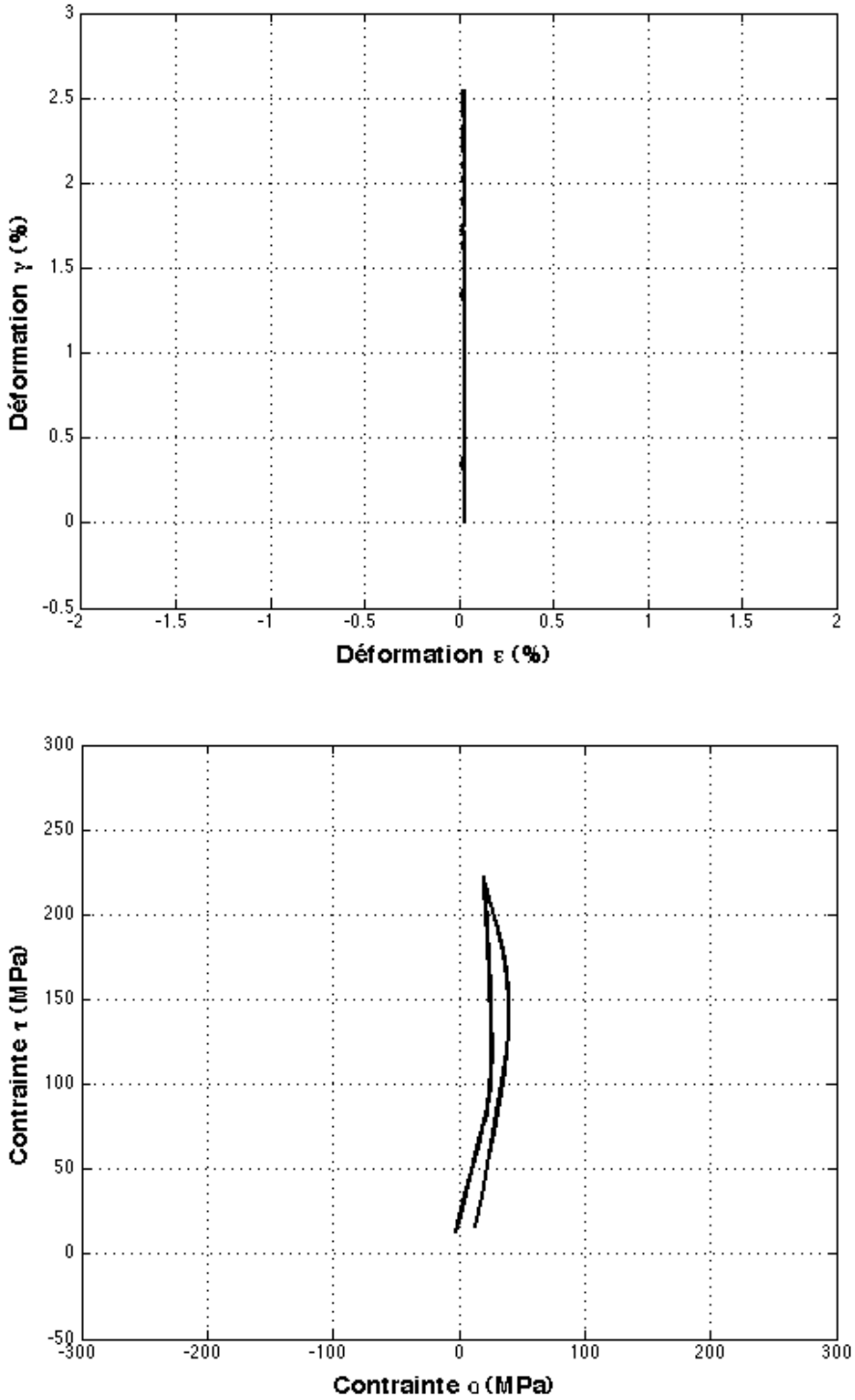


FIG. 4.59: Trajet de chargement n°5 (2)

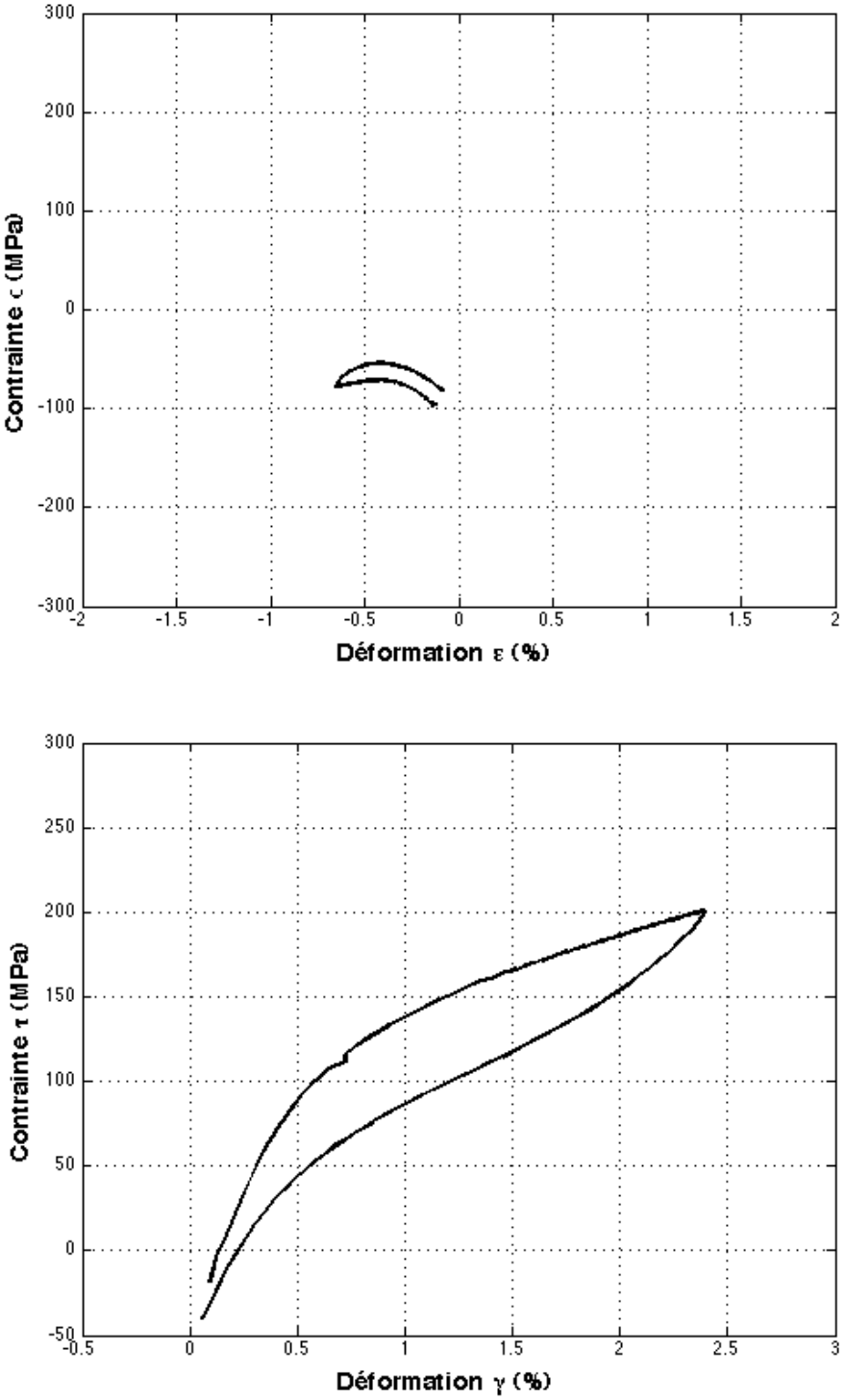


FIG. 4.60: Trajet de chargement n°6 (1)

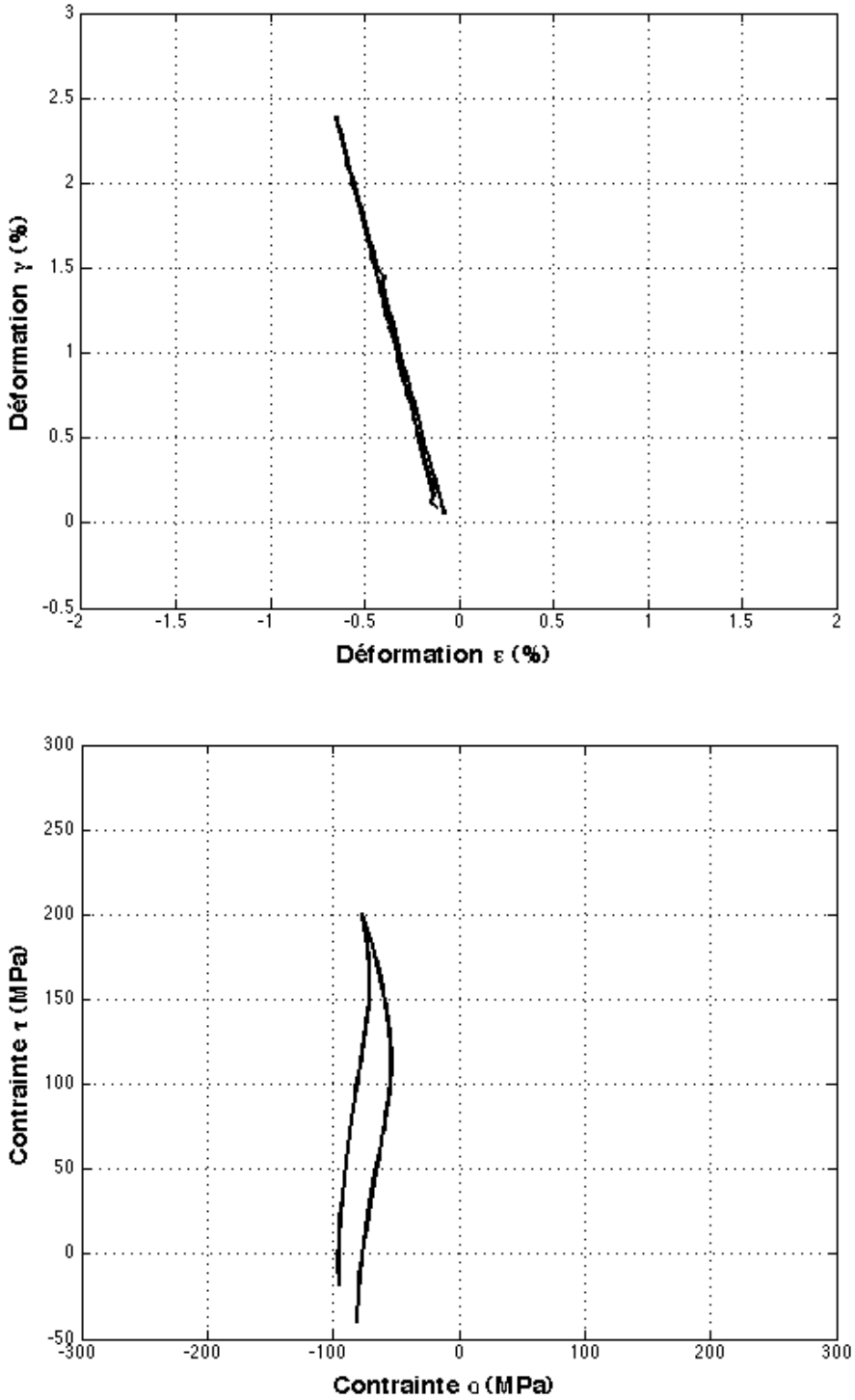


FIG. 4.61: Trajet de chargement n˚6 (2)

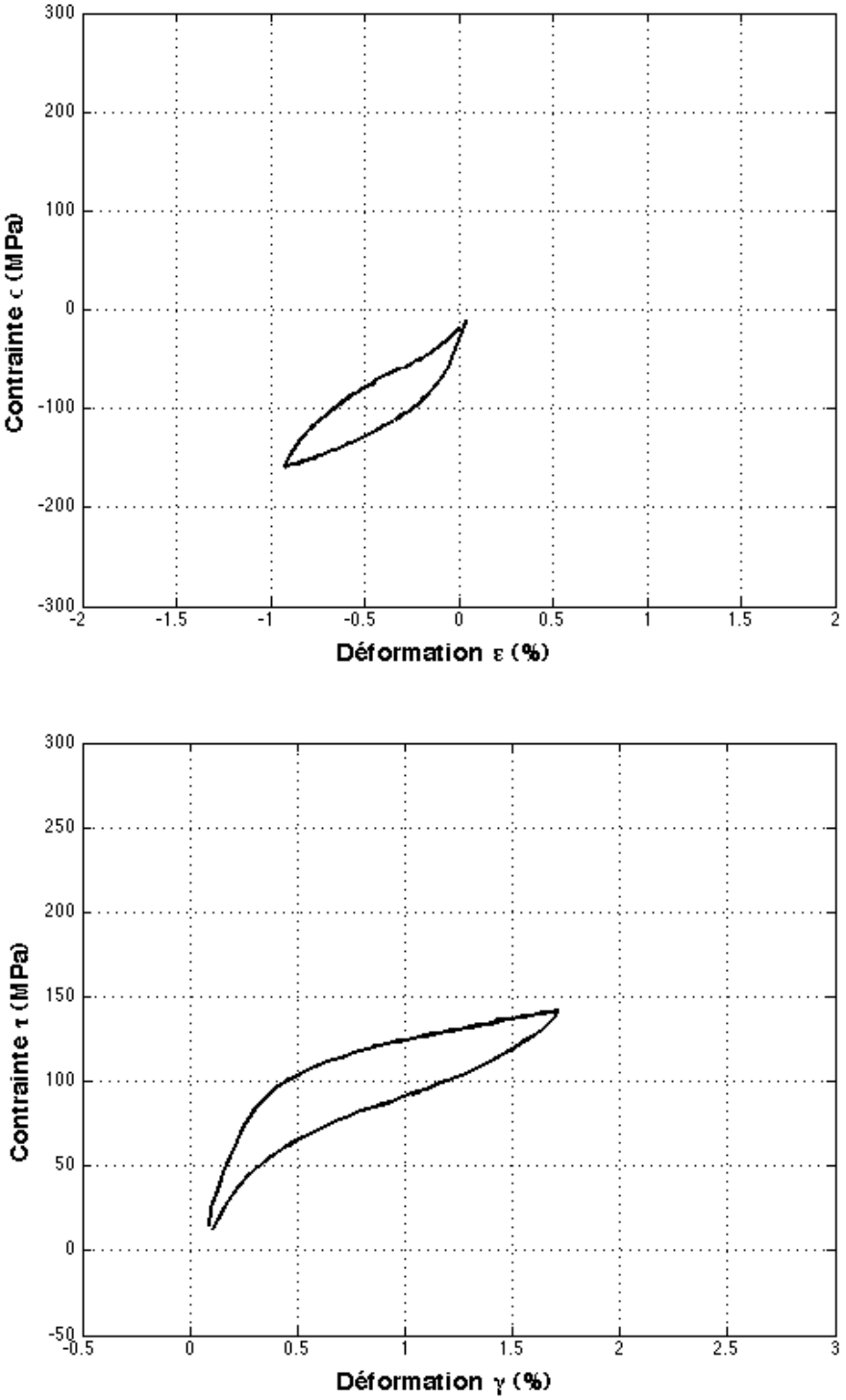


FIG. 4.62: Trajet de chargement n°7 (1)

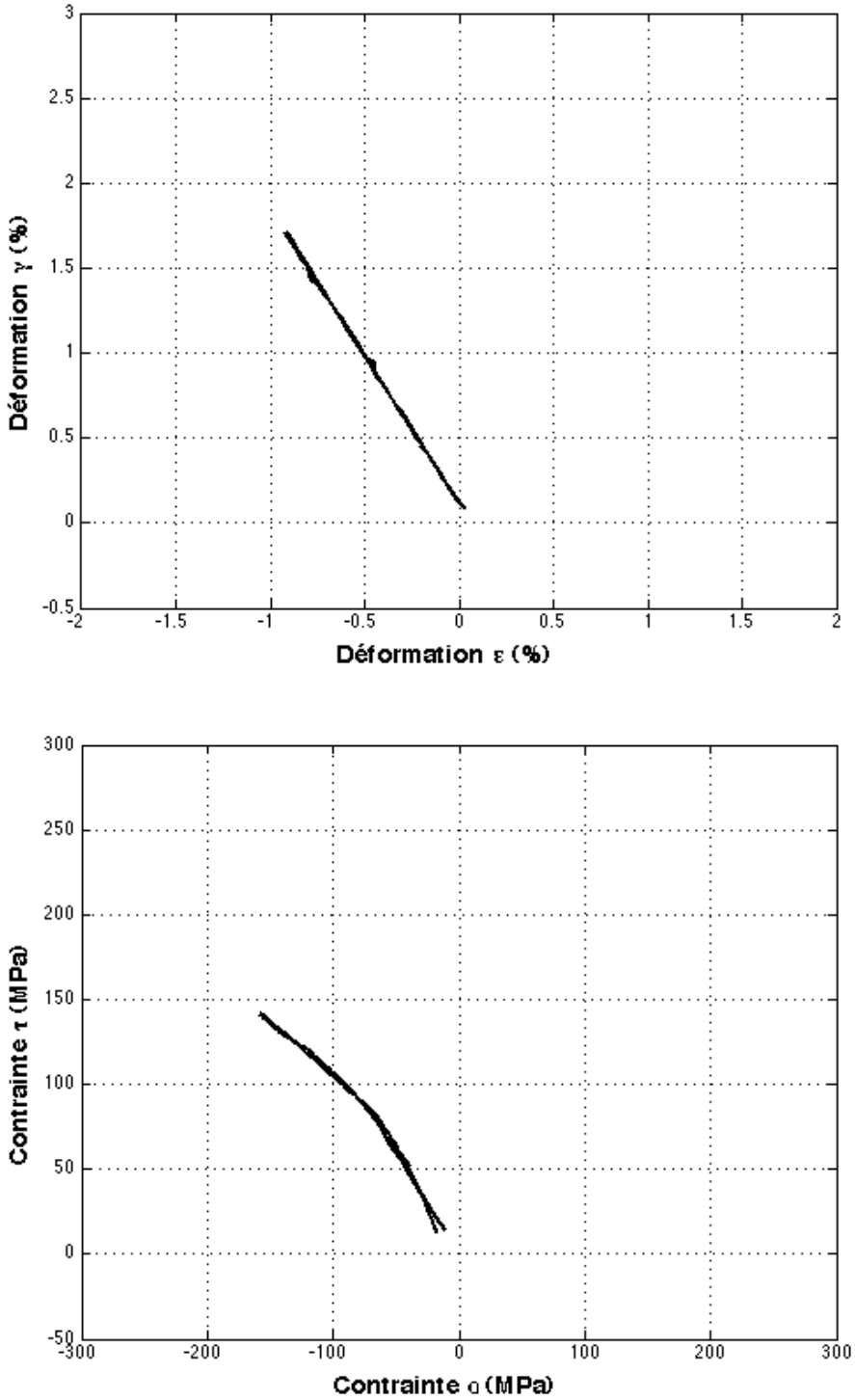


FIG. 4.63: Trajet de chargement n°7 (2)

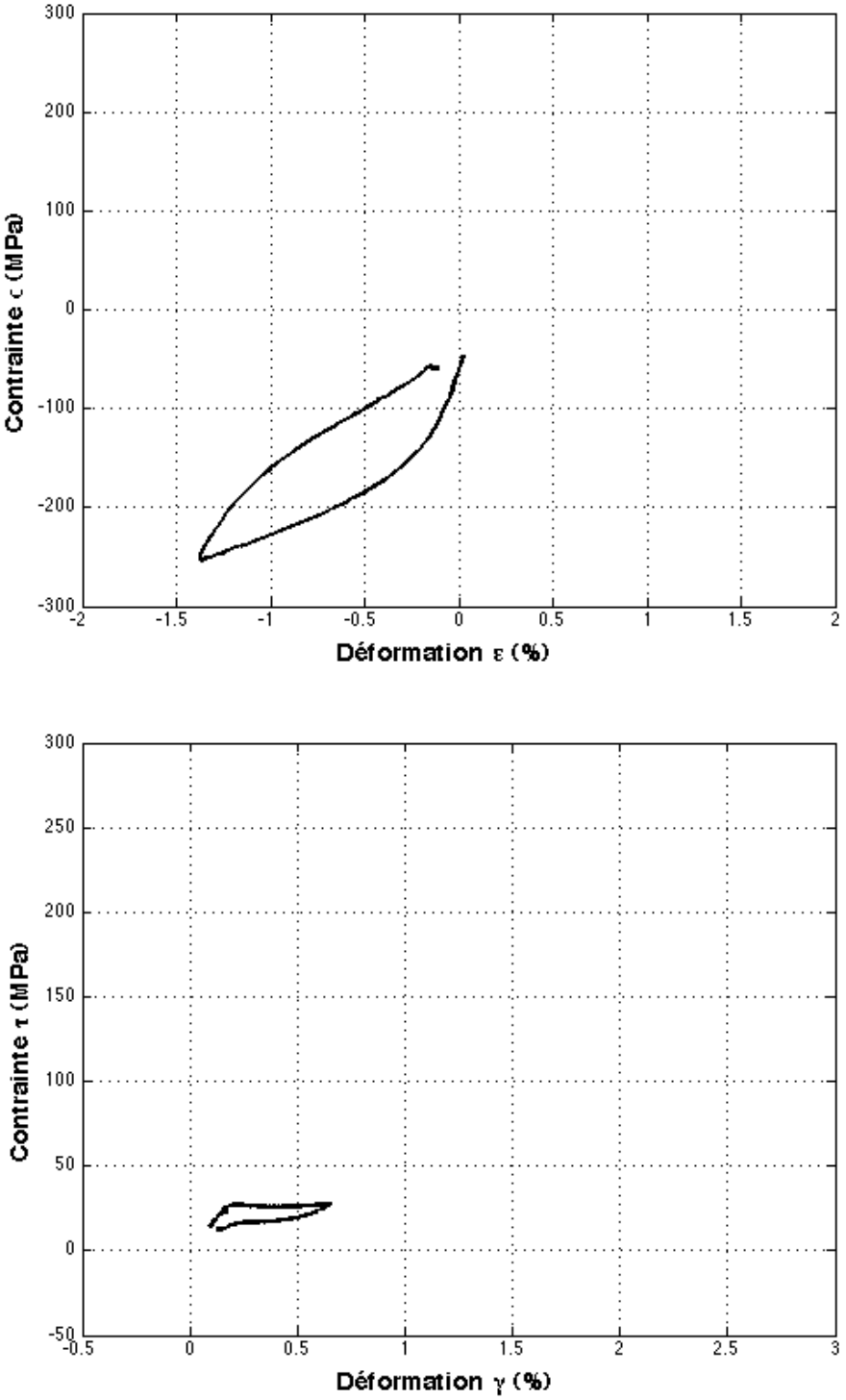


FIG. 4.64: Trajet de chargement n°8 (1)

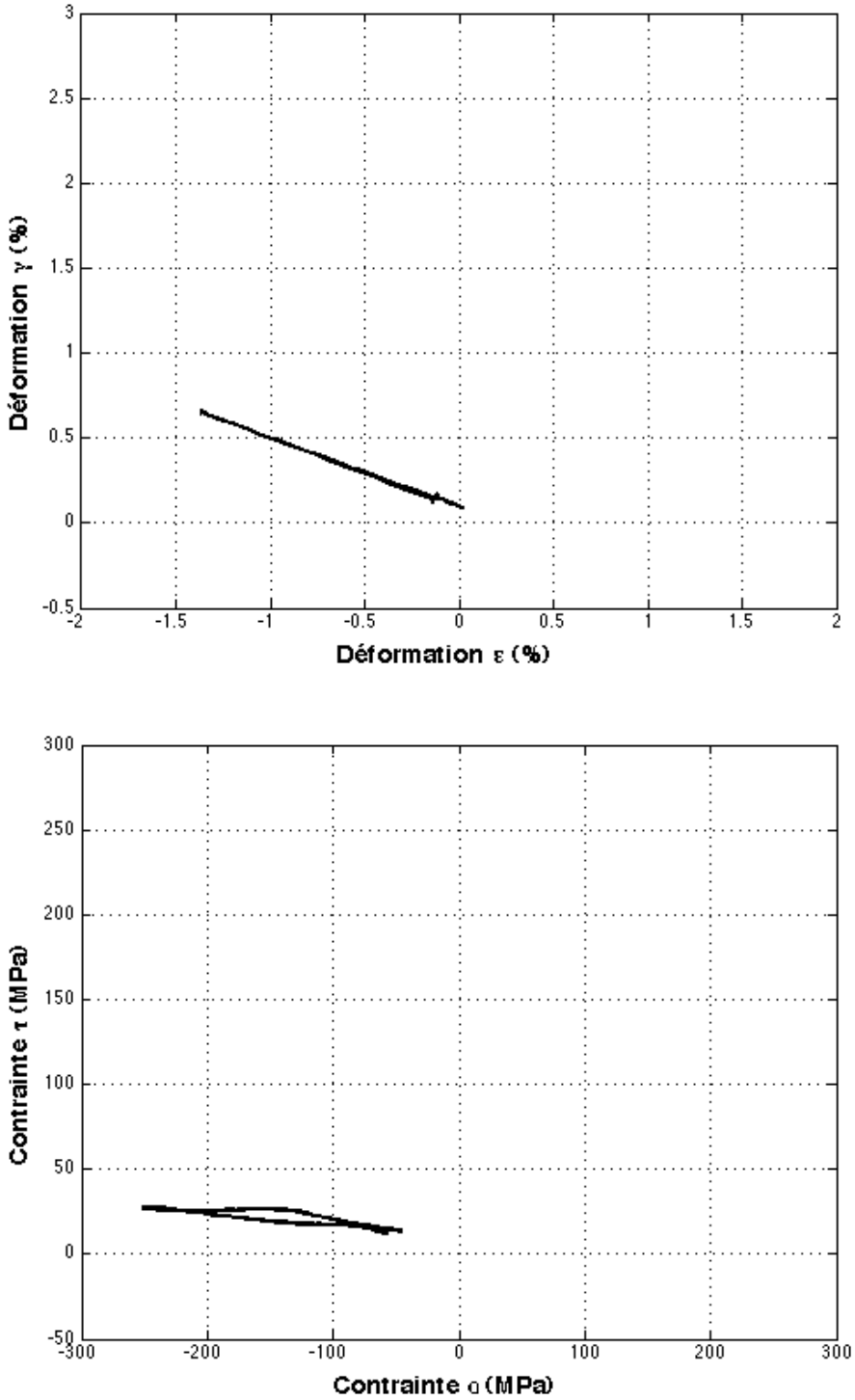


FIG. 4.65: Trajet de chargement n°8 (2)

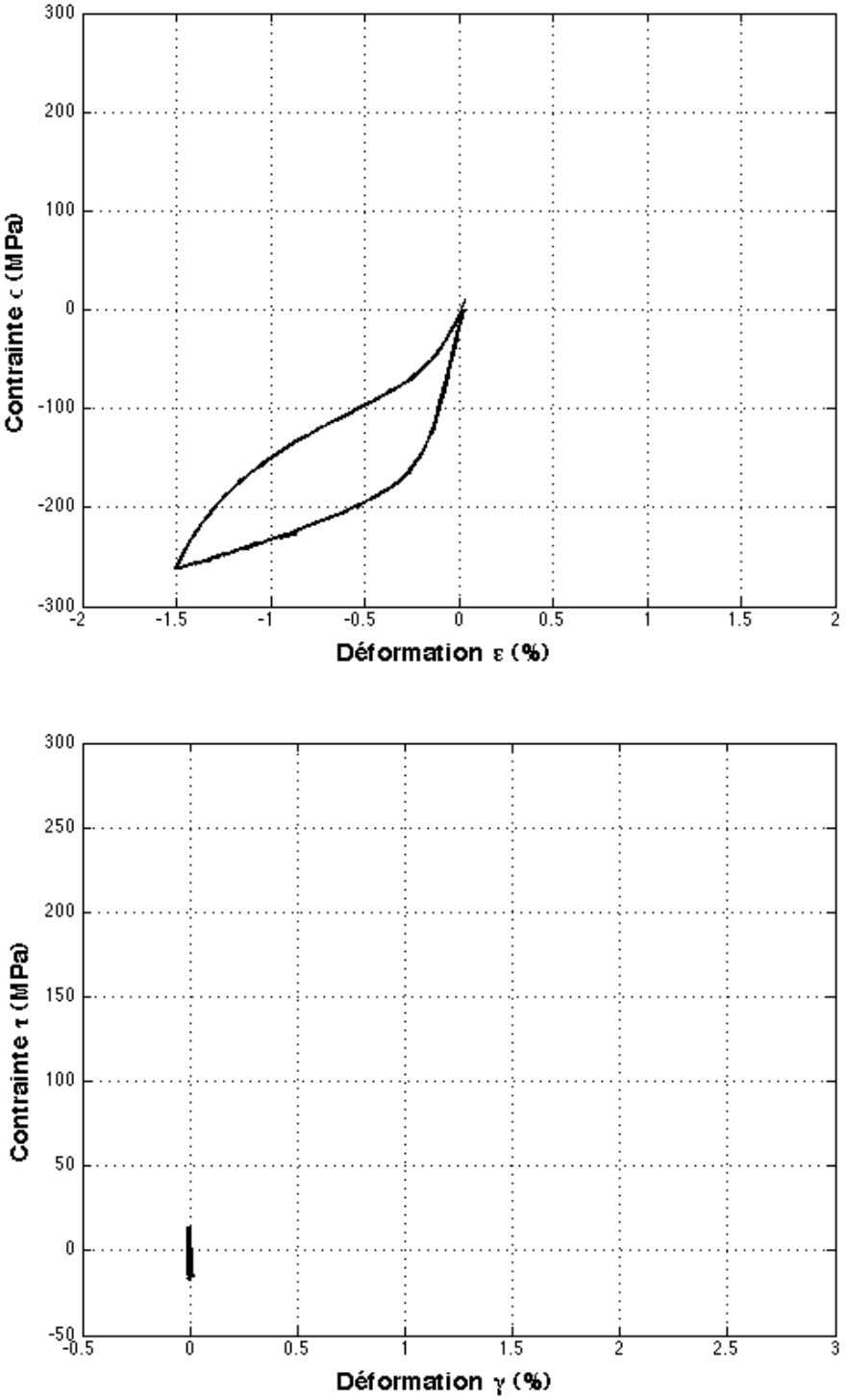


FIG. 4.66: Trajet de chargement n°9 (1)

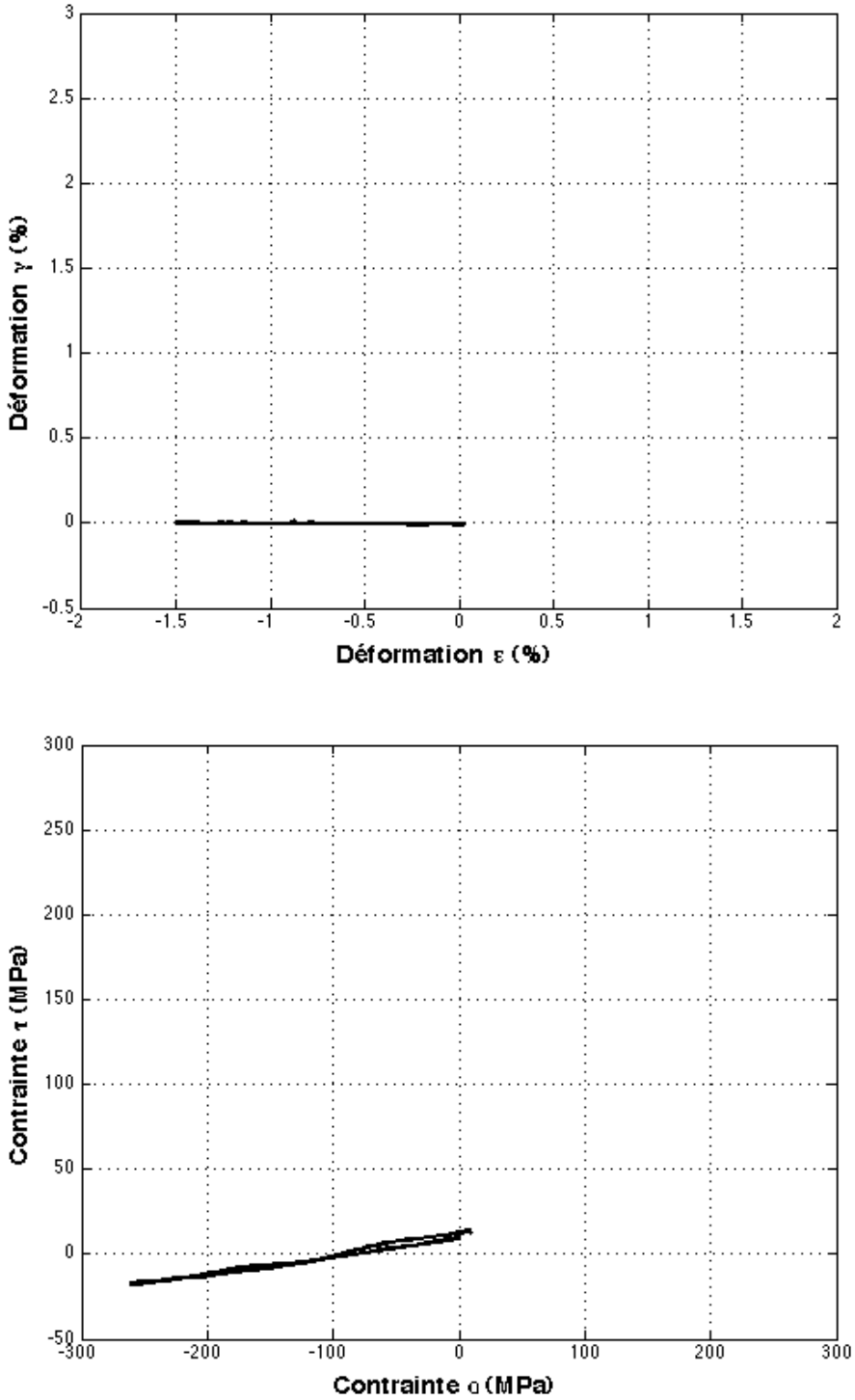


FIG. 4.67: Trajet de chargement n°9 (2)

Bibliographie

[Arbab-Chirani et Patoor, 2000] ARBAB-CHIRANI, S. et PATOOR, E. (2000). Influence of the crystallographic texture on transformation surfaces in sma. *In The 3rd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures*.

[Arbab-Chirani *et al.*, 2005] ARBAB-CHIRANI, S., TAILLARD, K., CALLOCH, S., LEXCELLENT, C. et PATOOR, E. (2005). Évolution de la fraction volumique de martensite dans les alliages à mémoire de forme sous chargement multiaxial. *In 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes*.

[Auricchio, 2001] AURICCHIO, F. (2001). A robust integretion-algorithm for a finite strain shape-memory-alloy surperelastic model. *International Journal of plasticity*, 17:971–990.

[Auricchio et Petrini, 2004a] AURICCHIO, F. et PETRINI, L. (2004a). A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations. part i : solution algorithm and boundary value problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61:807–836.

[Auricchio et Petrini, 2004b] AURICCHIO, F. et PETRINI, L. (2004b). A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations. part ii : thermomechanical coupling and hybrid composite applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61:716–737.

[Auricchio et Sacco, 2001] AURICCHIO, F. et SACCO, E. (2001). Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape-memory wire under cyclic stretchingbending loadings. *International Journal of Solids and Structures*, 38:6123–6145.

[Balandraud, 2000] BALANDRAUD, X. (2000). *Changements de phase et changement d'échelle dans les alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II.

[Ball et James, 1987] BALL, J. et JAMES, R. (1987). Fine phase mixture as minimizers of energy. *Archive for Rational Mechanics Analysis*, 100:15–52.

[Ball et James, 1992] BALL, J. et JAMES, R. (1992). Proposed experimental tests of a theory of fine microstructure and the two-well problem. *Philosophical Transactions of the Royal Society London A*, 338:389–450.

[Barlat *et al.*, 2005] BARLAT, F., ARETZ, H., YOON, J., KARABIN, M., BREM, J. et DICK, R. (2005). Linear transformation-based anisotropic yield functions. *International Journal of Plasticity*, 21:1009–1039.

[Barlat *et al.*, 1989] BARLAT, F., LEGE, D. et BREM, J. (1989). Plastic behavior and strechability of sheet metals. part i : A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, 5:51–56.

[Barlat *et al.*, 1991] BARLAT, F., LEGE, D. et BREM, J. (1991). A six component yield function for anisotropic material. *International Journal of Plasticity*, 7:693–712.

[Bekker et Brinson, 1998] BEKKER, A. et BRINSON, L. C. (1998). Phase diagram based description of the hysteresis behavior of shape memory alloys. *Acta metallurgica*, 46:3649–3665.

[Bhattacharya, 2003] BHATTACHARYA, K. (2003). *Microstructure of Martensite*. Oxford Series on Materials Modelling, Oxford Materials.

[Boehler et Sawczuk, 1970] BOEHLER, J. et SAWCZUK, A. (1970). Equilibre limite des sols anisotropes. *Journal de mécaanique*, 9:5–33.

[Bouvet, 2001] BOUVET, C. (2001). *De l'uniaxial au multiaxial : comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Bouvet *et al.*, 2002] BOUVET, C., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2002). Mechanical behavior of a cu-al-be shape memory alloy under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *In Transactions of the ASME*, pages 112–124.

[Bouvet *et al.*, 2004] BOUVET, C., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2004). A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 23:37–61.

[Bouvet *et al.*, 2005] BOUVET, C., CALLOCH, S., TAILLARD, K. et LEXCELLENT, C. (2005). Experimental determination of initial surface of phase transformation. *Journal de physique IV*, 115:29–36.

[Boyd et Lagoudas, 1996a] BOYD, J. et LAGOUDAS, D. (1996a). A thermodynamic constitutive model for the shape memory materials. part i : The monolitic shape memory alloys. *International Journal of Plasticity*, 12:805–842.

[Boyd et Lagoudas, 1996b] BOYD, J. et LAGOUDAS, D. (1996b). A thermodynamic constitutive model for the shape memory materials. part ii : The sma composite material. *International Journal of Plasticity*, 12:843–873.

[Calloch *et al.*, 2006] CALLOCH, S., TAILLARD, K., ARBAB-CHIRANI, S., LEXCELLENT, C. et PATOOR, E. (2006). Relation between the martensite volume fraction and the transformation strain in shape memory alloys. *Material Science and Engineering A*, 438-440:441–444.

[Entemeyer, 1996] ENTEMEYER, D. (1996). *Etude micromécanique du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Metz.

[Eyraud et Accary, 1992] EYRAUD, C. et ACCARY, A. (1992). *Analyses thermique et calorimétrique différentielle*, volume P1296. Techniques de l'Ingénieur.

[Gall *et al.*, 1999] GALL, K., SEHITOGLU, H., CHUMLYAKOV, Y. et KIREEVA, I. (1999). Tension-compression asymmetry on the stress-strain response in aged single crystal and polycrystalline niti. *Acta metallurgica*, 47:1203–1217.

[Gall *et al.*, 1997] GALL, K., SEHITOGLU, H. et MAIER, H. (1997). Assymetric stress-strain response in shape memory alloys. *In Plast 97*, pages 153–154.

[Gonzalez, 2002] GONZALEZ, C. (2002). *Etude des comportements électro-thermomécaniques et de la stabilisation martensitique d'alliages monocristallins à mémoire de forme base cuivre*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon.

[Guénin, 1996] GUÉNIN, G. (1996). *Alliages à Mémoire de Forme*, volume M530. Techniques de l'Ingénieur.

[Helm et Haupt, 2001] HELM, D. et HAUPT, P. (2001). Thermomechanical behavior of shape memory alloys. *In Proceedings of SPIE's Smart Structures and Materials*, pages 302–313.

[Helm et Haupt, 2003] HELM, D. et HAUPT, P. (2003). Shape memory behaviour : modelling within continuum thermomechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 40:827–849.

[Hu, 2004] HU, W. (2004). Equivalent hardening work theorem. *Philosophical Magazine Letters*, 84:7–14.

[Huang et Liu, 2001] HUANG, X. et LIU, Y. (2001). Effect of annealing on the transformation behavior and superelasticity of niti shape memory alloy. *Scripta Materialia*, 45:153–160.

[Humbeeck, 1999] HUMBEECK, J. V. (1999). Non medical applications of shape memory alloys. *Material Science and Engineering A*, 273:134–148.

[Jacobus *et al.*, 1996] JACOBUS, K., SEHITOGLU, H. et BALZER, M. (1996). Effect on stress state on the stress-induced martensitic transformation in polycristalline ni-ti alloy. *Metallurgical and Materials Transactions*, 22A:3066–3073.

[Juhasz *et al.*, 2002] JUHASZ, L., SCHNACK, E., HESEBECK, O. et ANDRÄ, H. (2002). Macroscopic modeling of shape memory alloys under non-proportional thermo-machanical loadings. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 13:825–836.

[Karafillis et Boyce, 1993] KARAFILLIS, A. et BOYCE, M. (1993). A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 41:1859–1886.

[Kotil *et al.*, 2003] KOTIL, T., SEHITOGLU, H., MAIER, H. et CHUMLYAKOV, Y. (2003). Transformation and detwinning induced electrical resistance variations in niticu. *Materials and Engineering*, A359:280–289.

[Lagoudas *et al.*, 2006] LAGOUDAS, D., ENTCHEV, P., POPOV, P., PATOOR, E., BRINSON, L. et GAO, X. (2006). Shape memory alloys, partii : Modelling of polycrystals. *Mechanics of Materials*, 38:430–462.

[Lebreton, 2004] LEBRETON, C. (2004). *Alliages à Mémoire de Forme de type Nickel-Titane - Fiches matériaux*, volume MB5. Techniques de l'Ingénieur.

[Leclercq, 1995] LECLERCQ, S. (1995). *De la modélisation thermomécanique et de l'utilisation des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Leclercq et Lexcellent, 1996] LECLERCQ, S. et LEXCELLENT, C. (1996). A general macroscopic description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 44:953–980.

[Lexcellent et Blanc, 2004] LEXCELLENT, C. et BLANC, P. (2004). Phase transformation yield surface determination for some shape memory alloys. *Acta Materialia*, 52:2317–2324.

[Lexcellent *et al.*, 2006] LEXCELLENT, C., BOUBAKAR, M. L., BOUVET, C. et CALLOCH, S. (2006). About modelling the shape memory alloy behavior based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions. *International Journal of Solids and Structures*, 43:613–626.

[Lexcellent *et al.*, 2002] LEXCELLENT, C., VIVET, A., BOUVET, C., CALLOCH, S. et BLANC, P. (2002). Experimental and numerical deetermination of the initial surface of phase transformation underbiaxial loading in some polycrystalline shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50:2717–2735.

[Lipinski *et al.*, 1990] LIPINSKI, P., KRIER, J. et BERVEILLER, M. (1990). Elastoplasticité des métaux en grandes déformations : comportement global et évolution de la structure interne. *Revue de Physique Appliquée*, 25:361–388.

[Liu *et al.*, 1998] LIU, Y., XIE, Z., HUMBECK, J. et DELAEY, L. (1998). Assymetry of stress-strain curves under tension and compression for ni-ti shape memory alloys. *Acta Materialia*, 46:4325–4338.

[Miller et Lagoudas, 2001] MILLER, D. et LAGOUDAS, D. (2001). Influence of cold work and heat treatment on the shape memory effect and plastic strain development of niti. *Materials Science and Engineering A*, 308:161–175.

[Milton, 2002] MILTON, G. (2002). *The theory of composites*. Cambridge monographs on applied and computational mechanics.

[Miyazaki *et al.*, 1988] MIYAZAKI, S., KIMURA, S. et OTSUKA, K. (1988). Shape memory effect and pseudoelasticity associated with r-phase transition in ti50.5at.%ni single crystals. *Philosophical Magazine Letters A*, 57:467–478.

[Morgan, 2004] MORGAN, N. (2004). Medical shape memory alloy applications - the market and its products. *Material Science and Engineering A*, 378:16–23.

[Niclaeys *et al.*, 2002] NICLAEYS, C., ZINEB, T. B., ARBAB-CHIRANI, S. et PATOOR, E. (2002). Determination of the interaction energy in the martensitic state. *International Journal of Plasticity*, 18:1619–1647.

[Orgéas, 1997] ORGÉAS, L. (1997). *Étude expérimentale et numérique du comportement thermomécanique d'un alliage à mémoire de forme industriel NiTi*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I.

[Orgéas et Favier, 1998] ORGÉAS, L. et FAVIER, D. (1998). Stress-induced martensitic transformation of a ni-ti alloy in isothermal shear, tension and compression. *Acta metallurgica*, 46:5579–5591.

[Patoor *et al.*, 1995] PATOOR, E., AMRANI, M. E., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1995). Determination of the origin for the dissymetry observed between tensile and compression tests on shape memory alloys. *Journal de Physique IV*, 2:495–500.

[Patoor et Berveiller, 1994] PATOOR, E. et BERVEILLER, M. (1994). *Technologie des Alliages à Mémoire de Forme*. Hermès.

[Patoor et Berveiller, 1997] PATOOR, E. et BERVEILLER, M. (1997). Micromechanical modelling of thermoelastic behavior of shape memory alloys. *In CISM lecture notes : Mechanics of solids with phase change*, volume 368, pages 121–188. Fischer F.D., Berveiller M.

[Patoor *et al.*, 1994] PATOOR, E., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1994). Micromechanical modelling of the shape memory behavior. *In Mechanics of phase transformation and shape memory alloys - Transactions of the ASME*, pages 23–37. Brinson L.C., Moran B.

[Patoor *et al.*, 1996] PATOOR, E., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1996). Micromechanical modeling of superelasticity in shape memory alloys. *Journal de Physique IV*, 1:277–292.

[Plietsch et Ehrlich, 1997] PLIETSCH, R. et EHRLICH, K. (1997). Strength differential effect in pseudoelastic niti shape memory alloys. *Acta metallurgica*, 45:2417–2424.

[Raniecki et Lexcellent, 1998] RANIECKI, B. et LEXCELLENT, C. (1998). Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 17:185–205.

[Raniecki *et al.*, 2001] RANIECKI, B., TANAKA, K. et ZIOLKOWSKI, A. (2001). Testing and modeling of niti sma at complex stress state. *Materials Science Research International, Special technical publications*, 2:327–334.

[Rejzner, 2000] REJZNER, J. (2000). *Modélisation des AMF soumis à des sollicitaions multiaxiales ou a des gradients de contrainte*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Rogueda, 1993] ROGUEDA, C. (1993). *Modélisation thermodynamique du comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Rogueda *et al.*, 1996] ROGUEDA, C., LEXCELLENT, C. et BOCHER, L. (1996). Experimental study of pseudoelastic behavior of a cu-zn-al polycrystalline sma under tension-torsion proportional and nonproportional loading tests. *Archives of Mechanics*, 48:1025–1045.

[Siredey *et al.*, 1999] SIREDEY, N., PATOOR, E., BERVEILLER, M. et EBERHARDT, A. (1999). Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys. part i : Intragranulaire interactions and behavior of the grain. *International Journal of Solids and Structures*, 36:4289–4315.

[Sittner *et al.*, 2006a] SITTNER, P., LANDA, M., LUKAS, P. et NOVAK, V. (2006a). R-phase transformation phenomena in thermomechanically loaded niti polycrystals. *Mechanics of Materials*, 38:475–492.

[Sittner *et al.*, 2006b] SITTNER, P., SEDLAK, P., LANDA, M., NOVAK, V. et LUKAS, P. (2006b). In situ experimental evidence on r-phase related deformation processes in activated niti wires. *Materials Science and Engineering A*, 438440:579–584.

[Souza *et al.*, 1998] SOUZA, A., MAMIYA, E. et ZOUAIN, N. (1998). Three dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformation. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 17:789–806.

[Taillard, 2003] TAILLARD, K. (2003). *Validation expérimentale d'un modèle de comportement pour les alliages à mémoire de forme*. Mémoire de DEA, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Taillard *et al.*, 2007] TAILLARD, K., ARBAB-CHIRANI, S., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2007). Relation between martensite volume fraction and transformation strain for isotropic and anisotropic shape memory alloys. *Mechanics of Materials*, accepté pour publication, disponible en ligne.

[Taillard *et al.*, 2006] TAILLARD, K., BLANC, P., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2006). Phase transformation yield surface of anisotropic shape memory alloys. *Material Science and Engineering A*, 438-440:436–440.

[Taillard *et al.*, 2004a] TAILLARD, K., CALLOCH, S., BOUVET, C. et LEXCELLENT, C. (2004a). Définition d'une contrainte et d'une déformation équivalentes pour les amf anisotropes : approches expérimentale et théorique. *In Colloque National Mécamat, Aussois*.

[Taillard *et al.*, 2004b] TAILLARD, K., CALLOCH, S., BOUVET, C. et LEXCELLENT, C. (2004b). Textured shape memory alloys : experimental and theoretical approach to define equivalent stress and strain. *In ICEM12, Bari (Italie)*.

[Taillard *et al.*, 2005] TAILLARD, K., CALLOCH, S., BOUVET, C. et LEXCELLENT, C. (2005). Étude des surfaces de début de transformation des alliages à mémoire de forme anisotropes. *In 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes*.

[Taillard *et al.*, 2004c] TAILLARD, K., CALLOCH, S., LEXCELLENT, C. et BOUVET, C. (2004c). Determination and modeling of equivalent stress and equivalent strain for polycristalline textured shape memory alloys. *In IFAMST, Troyes (France)*.

[Thamburaja *et al.*, 2005] THAMBURAJA, P., PAN, H. et CHAU, F. (2005). Martensitic reorientation and shape-memory effect in initially textured polycrystalline tini sheet. *Acta Materialia*, 53:3821–3831.

[Tokuda *et al.*, 1995] TOKUDA, M., SITTNER, P., TAKAKURA, M. et YE, M. (1995). Experimental study on performances in cu-based shape memory alloy under multiaxial loading conditions. *Material Science Research International*, 1:260–265.

[Tokuda *et al.*, 1998] TOKUDA, M., YE, M., TAKAKURA, M. et SITTNER, P. (1998). Calculation of mechanical behavior of shape memory alloy under multi-axial loading conditions. *International Journal of Mechanical Science*, 40:227–235.

[Tokuda *et al.*, 1999] TOKUDA, M., YE, M., TAKAKURA, M. et SITTNER, P. (1999). Thermomechanical behavior of shape memory alloy under complex loading conditions. *International Journal of Plasticity*, 15:223–239.

[Vacher, 1991] VACHER, P. (1991). *Etude du comportement pseudoélastique d'alliages à mémoire de forme Cu-Zn-Al polycristallins*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Vacher et Lexcellent, 1991] VACHER, P. et LEXCELLENT, C. (1991). Study of pseudoelastic behavior of polycritalline shape memory alloys by resistivity measurement and accoustic emission. *In ICM VI*, pages 231–236.

[Vincent, 2002] VINCENT, L. (2002). *Une amélioration de la description du phénomène de déformation progressive dans les métaux par la prise en compte de la distorsion du domaine d'élasticité*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan.

[Vincent *et al.*, 2002] VINCENT, L., CALLOCH, S., KURTYKA, T. et MARQUIS, D. (2002). An improvement of multiaxial ratchetting modeling via yield surface distorsion. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124:1–10.

[Vivet, 1999] VIVET, A. (1999). *Approche expérimentale du comportement pseudoélastique des AMF, modélisation isotherme et anisotherme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Wu et Schetky, 2000] WU, M. et SCHETKY, L. (2000). Industrial applications for shape memory alloys. *In Proceedings of the International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies, Pacific Groove, California*, pages 171–182.

[Yoon *et al.*, 2000] YOON, J., BARLAT, F., CHUNG, K., POURBOGHRAT, F. et YANG, D. (2000). Earing predictions based on asymmetric nonquadratic yield function. *International Journal of Plasticity*, 16:1075–1104.

[Zhao *et al.*, 2001] ZHAO, L., van DIJK, N., BRÜCK, E., SIETSMA, J. et van der ZWAAG, S. (2001). Magnetic and x-ray diffraction measurements for the determination of retained austenite in trip steels. *Material Science and Engineering A*, 313:145–152.

Résumé :

Le comportement spécifique des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) est dû à une transformation de phase appelée transformation martensitique. Cette transformation de phase peut être activée par des variations de température mais aussi par des chargements mécaniques. Si le comportement 1D de ces alliages est bien connu, la modélisation du comportement de ces alliages sous sollicitations multiaxiales complexes pose encore quelques problèmes.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la validation expérimentale directe d'une relation entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation qui est utilisée dans de nombreux modèles. Pour cela des essais en traction-compression-torsion avec suivi de résistance électrique sur un AMF de type Cu-Al-Be sont réalisés. Ces essais mettent en évidence les effets de la texture de ces alliages sur leur comportement.

Par ailleurs, des simulations numériques de type micro-macro sont réalisées, pour différentes textures et pour différents trajets multiaxiaux proportionnels. Ces simulations complètent, d'une part, la base de données expérimentale, et permettent, d'autre part, de valider les hypothèses retenues pour la modélisation.

Enfin, des essais anisothermes de traction compression torsion proportionnels et non proportionnels sont réalisés sur un AMF de type Ni-Ti. Une surface de début de réorientation de phase R est ainsi mise en évidence.

Mots clés : Pseudoélasticité multiaxiale, effet mémoire simple sens multiaxial, fraction volumique de martensite, modèle micro-macro, anisotrope, anisotherme.

Abstract :

The specific behaviour of Shape Memory Alloys (SMA) is due to a solid-solid transformation called martensitic transformation. This reversible transformation consists mainly in a shear without volume change and is activated either by stress or temperature. Despite all the properties of SMA are well known for one-dimensional mechanical loadings, the modelling of the 3D behaviour remains difficult.

In a first step, we consider the experimental validation of a conjecture concerning the proportionality of the equivalent transformation strain with the martensite volume fraction. Therefore we perform tension-compression-torsion tests coupled with electrical resistance measurements on a Cu-Al-Be SMA. The behaviour of this alloy is sharply influenced by its crystallographic texture.

Otherwise, numerical simulations on different textures and for several multiaxial loadings are performed. The experimental database is so completed in order to validate the choices made for the modelling.

Finally, we perform several tension-torsion proportional and non-proportional, non-isothermal tests on a Ni-Ti SMA. The existence of an equivalent stress, able to describe the yield stress for phase-R reorientation is so highlighted.

Keywords : multiaxial superelasticity, multiaxial one way shape memory effect, martensite volume fraction, micro-macro model, anisotropic, non-isothermal