

Quantification vectorielle algébrique : un outil performant pour la compression et le tatouage d'images fixes

Habilitation à Diriger des Recherches

Université Henri Poincaré, Nancy 1

par

Jean-Marie Moureaux

Soutenue le 10 décembre devant le jury:

<i>Rapporteurs:</i>	Christine Fernandez-Maloigne	Professeur à l'Université de Poitiers
	Jean-Marc Chassery	Directeur de Recherche au CNRS – GIPSA-Lab, Grenoble
	Benoît Macq	Professeur à l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve
<i>Examineurs:</i>	Michel Barlaud	Professeur à l'Université de Nice – Sophia Antipolis
	Didier Wolf	Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine
	Alain Richard	Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1
<i>Membre invité:</i>	Michel Claudon	Professeur à l'UHP, Nancy 1 – CHU Nancy

Chapitre 1

Introduction générale

Si la «révolution industrielle» a bouleversé en son temps le développement de toute une époque, force est de constater que la «révolution numérique» prend actuellement le même chemin. Dans les deux cas, le terme «révolution» n'est pas usurpé, même si dans le cas du numérique il semble encore plus approprié tant les progrès technologiques sont importants et rapides. La planète rétrécit à la vitesse de la lumière à l'échelle des communications numériques. Le son, l'image, la vidéo, le texte, les données multimédia en général, sont accessibles en un clic de souris sur son ordinateur aussi bien que sur son téléphone portable. Les applications multimédia se multiplient au rythme de l'imagination de leurs concepteurs, des besoins que l'on crée et des progrès technologiques. Des applications qui génèrent des flux de données de plus en plus importants du fait notamment d'une résolution qui n'a cessé de croître. Il suffit pour s'en persuader de comparer les graphismes des premiers jeux vidéo apparus dans les années 80 à ceux d'aujourd'hui. La différence est saisissante et le réalisme actuel n'est d'ailleurs pas sans poser de problèmes, tant le virtuel ressemble à la réalité. Il est des domaines où l'amélioration de la résolution des images est un réel facteur de progrès pour l'humanité. On pense en particulier au domaine médical où les systèmes d'imagerie radiologique comme les scanners ou autre IRM offrent une telle précision de mesure, qu'ils permettent une investigation beaucoup plus fine des organes humains et par conséquent un diagnostic beaucoup plus précis et surtout beaucoup plus précoce. Les exemples où l'imagerie numérique s'est développée de manière spectaculaire ne se limitent pas au domaine médical. Citons encore l'imagerie satellitaire, la photo ou la vidéo numérique, la télévision haute définition, la visionconférence, etc. La contrepartie d'applications de plus en plus sophistiquées associées à des données de plus en plus riches d'informations, donc de plus en plus volumineuses réside dans une augmentation drastique des coûts de stockage et de transmission de ces données. Les progrès technologiques, en matière d'intégration, de capacités de stockage et de supports de transmission ne suffisent pas à eux seuls à absorber les besoins actuels. La compression des données est une réponse à cette question qui fait l'objet d'études depuis de nombreuses années et qui a produit des standards dont le plus célèbre pour l'image

fixe est le standard JPEG. Le succès commercial de JPEG est incontestable puisque il s'est traduit entre autres par un développement des appareils photos numériques sans précédent. L'apparition de normes de compression comme JPEG, ou d'autres n'a pourtant pas découragé la recherche dans ce domaine. Elle a au contraire continué d'avancer comme en témoigne la nouvelle norme JPEG2000 destinée à remplacer son aînée [143], [57]. Elle a bénéficié d'outils plus adaptés aux caractéristiques des images et aux contraintes des applications actuelles. Ces deux points sont essentiels et continuent d'intéresser les chercheurs du domaine. La compression nécessite de lever des verrous technologiques mais aussi des verrous théoriques : modélisation et traitement de données de plus en plus volumineuses, transportant de plus en plus d'information, applications offrant de plus en plus de fonctionnalités : interactivité, accès à tout ou partie de l'image, images à niveaux de gris - images couleur [135], [49], réseaux de distribution et terminaux hétérogènes aux performances très différentes nécessitant une scalabilité des données. Autant de problématiques auxquelles doit faire face la compression. A celles-ci s'ajoute la question de l'intégration de la compression dans une chaîne de traitement(s) plus complexe(s). Il ne s'agit pas ici de comprimer une information simplement en vue de la transmettre ou de la stocker, mais de la comprimer avant (ou après) lui avoir fait subir un traitement particulier. C'est le cas par exemple du tatouage d'images, discipline en plein essor actuellement. En effet, accéder à tout (ou presque), instantanément (ou presque) n'est pas sans poser de problème. Les corsaires se sont transformés en pirates informatiques aux connaissances techniques pointues et en profitent pour détourner l'information ou encore la propriété intellectuelle des documents numériques. C'est ainsi que les gendarmes de l'informatique essaient de mettre au point des techniques telles que le tatouage pour confondre les voleurs. Notons que les applications du tatouage ne se limitent pas à la protection de la propriété intellectuelle. La tatouage peut également servir par exemple à enrichir un document numérique. Quoiqu'il en soit, tatouage et compression ne font pas bon ménage, car le premier vise à insérer une information invisible et indélébile dans l'image alors que la seconde tend à supprimer toute information invisible. C'est donc l'un des défis à relever aussi bien pour la recherche en tatouage que pour la recherche en compression.

La compression s'appuie sur un certain nombre de résultats établis en théorie de l'information et vise à représenter l'information numérique de manière plus compacte en éliminant autant que possible la redondance de celle-ci. On distingue la compression sans perte (ou réversible) qui préserve l'intégrité des données, de la compression avec perte (ou irréversible) qui génère des dégradations mais offre des performances en termes de réduction de l'information bien plus grandes que celles issues de la compression sans perte. Les images, la vidéo ou encore le son se prêtent à la compression avec pertes, car l'oeil et l'oreille agissent comme des filtres et éliminent d'eux-mêmes certaines informations. La chaîne de compression avec perte aujourd'hui la plus répandue est représentée sur la figure 1.1. Elle comporte trois étapes essentielles : une étape de transformation des données de façon à les représenter de manière plus compacte suivie d'une étape de quantification (où se produisent les pertes) et d'une étape de

codage pour éliminer les dernières redondances. On distingue trois approches selon le contenu de la première étape :

- l’approche fréquentielle, telle qu’elle est utilisée dans JPEG à travers la transformée en cosinus discrète ;
- l’approche spatio-fréquentielle, qui a été retenue dans JPEG2000, basée en particulier sur la transformée en ondelettes [105], [42] dont l’efficacité a été prouvée pour coder des signaux non stationnaires tels que les images [6], [7] ;
- l’approche par fractales [44], [45] ou plus récemment par ondelettes «géométriques» [116] visant à améliorer la prise en compte de l’information géométrique des contours dans l’image.

Nos travaux se situent dans la deuxième approche, et plus spécifiquement dans la deuxième étape de la chaîne de compression, à savoir la quantification. Un résultat connu de la théorie de l’information indique qu’il est plus efficace de quantifier des blocs d’échantillons plutôt que des échantillons isolés, au prix cependant d’une complexité accrue. Cette complexité est le principal frein à l’utilisation de la quantification vectorielle (QV) par rapport à la quantification scalaire (QS) aujourd’hui intégrée dans les normes de compression au détriment de la QV. Nos travaux ont eu pour objectif constant de réduire cette complexité tout en préservant les gains en termes de qualité visuelle offerts par l’approche vectorielle, à travers la quantification vectorielle algébrique (QVA). Celle-ci fournit des performances sous-optimales par rapport aux méthodes classiques de QV par apprentissage, mais possède l’avantage de ne pas nécessiter de génération, ni de stockage du dictionnaire et assure une quantification «en ligne» très rapide, une fois les paramètres du dictionnaire déterminés. Nous avons ainsi tiré profit de ces caractéristiques et cherché tout au long de ces années à mettre au point un schéma de compression efficace (en termes de compromis débit-distorsion) à travers une nouvelle forme de dictionnaire, en réduisant autant que possible la complexité de mise en oeuvre de ce schéma en particulier pour les étapes d’allocation des ressources binaires (voir figure 1.1) et d’indexage des vecteurs du dictionnaire (problème purement lié à la QVA). D’autre part, nous nous plaçons résolument dans des approches à débit variable, et en particulier sur des plages de faibles débits. Tous ces travaux sont décrits dans le chapitre 2¹. Le chapitre 3 est consacré à nos travaux dans le domaine de l’imagerie médicale et plus spécifiquement celui de l’imagerie radiologique, secteur en pleine expansion. A titre indicatif, le service de radiologie d’un grand hôpital doit faire face aujourd’hui au stockage de dizaines de Teraoctets de données par an ! Notre contribution a consisté à explorer la voie de la compression avec perte des images médicales, afin d’atteindre de meilleurs taux de compression que ceux offerts par les techniques de compression sans perte, largement insuffisants pour répondre aux contraintes

¹Notons que des travaux sur la compression multirésolution par QVA et le transport d’images sur Internet ont également été effectués [76], [77], [78] à travers une action avec le groupe thématique SYMPA du CRAN. Pour des contraintes matérielles, ces travaux ne sont pas repris en détail ici, mais présentés succinctement dans le dernier chapitre de ce manuscrit concernant mon bilan et mon projet de recherche. Je remercie mes collègues concernés de bien vouloir m’en excuser.

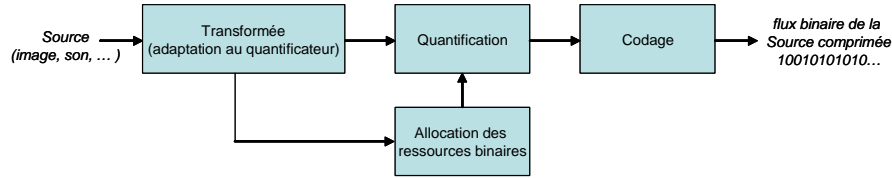


FIG. 1.1 – Chaîne de compression avec perte.

énoncées. Le défi de l'utilisation de la compression avec perte dans le monde médical est de taille puisqu'il nécessite de contrôler les pertes afin de ne pas affecter le diagnostic. Enfin dans le chapitre 4, nous décrivons nos travaux concernant le tatouage d'images vu sous l'angle de la compression. Nous avons évoqué plus haut l'intérêt que présentaient aujourd'hui les techniques de tatouage, mais aussi la dualité avec l'opération de compression. Dans ce contexte nous avons cherché à développer une approche compression/tatouage conjoints pour laquelle la QVA s'est révélée une alliée précieuse. Le dernier chapitre dresse un bilan de l'ensemble de ces travaux et décrit le projet de recherche que je souhaiterais développer.

Pour l'anecdote, dans un article sur l'état de l'art du codage en sous-bandes par quantification vectorielle, paru en 1996 dans la revue *IEEE Transactions on Image Processing*, Pamela Cosman *et al* concluaient que les futurs gains de codage résulteraient davantage de l'amélioration de la quantification des coefficients que des techniques de filtrage elles-mêmes. C'est dans cette direction que nous avons orienté nos travaux au cours des douze dernières années, avec comme objectif constant celui de tenter d'améliorer les performances de la QVA à bas débit, en termes à la fois de taux de compression/qualité et de complexité. Parallèlement aux recherches effectuées par la communauté pour augmenter l'efficacité du codage des coefficients d'ondelettes, une activité importante dans le domaine du filtrage a continué à se développer. Ainsi apparaît aujourd'hui une nouvelle génération d'ondelettes géométriques permettant de mieux capturer l'information liée aux contours, ouvrant la voie à des gains en termes de qualité de codage. La recherche n'a donc jamais fini de faire parler d'elle.

Chapitre 2

La quantification vectorielle algébrique

Ce chapitre décrit mes travaux (passés et actuels) dans le domaine de la quantification vectorielle algébrique. La QVA est un outil de compression très efficace mais pose un certain nombre de questions pour sa mise en oeuvre dans une chaîne de compression réaliste, comme par exemple l'indexage des vecteurs du dictionnaire, la définition d'un dictionnaire adapté à la statistique de la source, ou encore l'allocation des ressources binaires dans un schéma de compression multirésolution. Ces questions et les réponses que nous avons tenté d'apporter font respectivement l'objet des paragraphes 2.2.2, 2.3 et 2.4. Nos contributions visent à réduire la complexité de la QVA, liée à l'aspect vectoriel tout en maintenant son efficacité et sa supériorité (en terme de qualité d'image reconstruite) par rapport à la quantification scalaire dans un schéma de compression à bas débit.

La quantification est l'étape incontournable d'une chaîne de compression avec pertes telle que celle qui est représentée sur la figure 1.1. Elle conditionne à la fois le taux de compression et les dégradations engendrées. De façon schématique, on peut dire qu'il y a deux stratégies qui permettent de mettre au point une compression efficace (avec un code à longueur variable). La première consiste à optimiser les performances du quantificateur (généralement vectoriel) au prix le plus souvent d'une complexité accrue, alors que la seconde s'attache à développer un codeur sophistiqué pour compenser un quantificateur simple (généralement scalaire) mais peu performant, comme c'est le cas dans JPEG2000.

Nos efforts se sont portés sur la première approche et en particulier sur la quantification vectorielle algébrique, qui, comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, possède un certain nombre d'atouts non négligeables.

2.1 Coder des blocs d'échantillons plutôt que des échantillons séparés

Il y a quelques décennies, alors que de multiples travaux s'effectuaient autour de l'analyse et la réalisation pratique de quantificateurs (essentiellement scalaires), se développait parallèlement une recherche fondamentale sur les limites de la quantification qui aboutissait à deux théories aujourd'hui très connues en quantification vectorielle [68] : la théorie du codage de source de Shannon (ou théorie «débit-distorsion») et la théorie dite «haute résolution» dont les principaux résultats sont dus à Zador. Ces deux théories sont particulièrement bien décrites dans [33] et [69]. Shannon a ainsi montré que les performances de la quantification vectorielle étaient proches des performances théoriques optimales pour un débit binaire donné lorsque la dimension des vecteurs était élevée. La théorie de Zador est en quelque sorte complémentaire puisqu'elle donne la meilleure performance possible à dimension de vecteurs fixée et pour un débit asymptotiquement grand.

Quoiqu'il en soit, la QV possède de nombreux avantages sur la QS lorsqu'on utilise un code à longueur fixe (mais également lorsqu'on utilise un code à longueur variable comme nous le verrons plus loin). Parmi ceux-ci, on peut citer sa capacité à exploiter les dépendances linéaires (ou non) entre les composantes d'un vecteur, de même que la liberté du choix de la forme des cellules de quantification. Les gains offerts par la QV peuvent être classés en quatre catégories :

- le *gain de corrélation*, lié aux dépendances linéaires entre les composantes des vecteurs ;
- le *gain résiduel* issu de dépendances non linéaires entre les composantes (demeurant par exemple après la décorrélation effectuée par la transformée) ;
- le *gain de partitionnement* lié à la dimension des vecteurs (plus celle-ci est élevée mieux l'espace est occupé, et ainsi plus le bruit granulaire de quantification diminue) ;
- le *gain de forme*, lié à la densité de probabilité des vecteurs (la distribution spatiale des vecteurs permet de choisir une forme de dictionnaire qui minimise le bruit de surcharge ou erreur de quantification en surface du dictionnaire).

Ces gains seront plus ou moins élevés selon le type de dictionnaire utilisé. Dans la pratique, on distingue deux familles de quantificateurs ([68] présente un panorama complet des quantificateurs) :

- les **quantificateurs vectoriels non contraints** (ou **non structurés**) : la construction du dictionnaire repose dans ce cas sur une séquence d'apprentissage contenant des données statistiquement représentatives de la source. L'algorithme le plus connu est l'algorithme LBG (du nom de ses auteurs Linde, Buzo et Gray) [95], lui-même basé sur le célèbre algorithme de Lloyd généralisé.
- les **quantificateurs vectoriels contraints** (ou **structurés**) : dans ce cas, le dictionnaire est fortement structuré, les vecteurs qui le composent

sont distribués dans l'espace de façon régulière, au contraire de la QV non contrainte. Il existe un grand nombre de méthodes que l'on peut classer dans les QV contraints (CVQ, TSVQ, Treillis, ECVQ,...) parmi lesquelles la plus connue : la quantification vectorielle algébrique ou quantification vectorielle sur réseaux régulier de points.

Un résultat bien connu donné par Shannon dit que pour se rapprocher des performances théoriques optimales à un débit donné, il est nécessaire d'utiliser de grandes dimensions de vecteurs. Ceci est cependant difficilement réalisable avec la QV non contrainte pour des raisons évidentes de complexité. D'autre part, ce type de QV pose le problème de la robustesse du dictionnaire lorsque la source à quantifier n'appartient pas à la séquence d'apprentissage [70]. Enfin, Gersho a montré que pour des sources vectorielles sans mémoire et des grandes dimensions de vecteurs, ceux-ci avaient tendance à se répartir uniformément sur une région particulière de l'espace (la surface d'une sphère dans le cas d'une source i.i.d. gaussienne ou celle d'une pyramide dans le cas d'une source i.i.d. laplacienne) [67]. Ainsi, on peut penser que pour ce type de source, un réseau régulier de points limité à la région concernée permettra d'atteindre de bonnes performances de quantification. Tous ces arguments plaident en faveur de l'utilisation d'un quantificateur vectoriel algébrique pour contourner les problèmes de complexité et de robustesse de la QV non structurée.

De façon générale, afin d'avoir une complexité raisonnable dans une réalisation pratique de quantification vectorielle structurée ou non, on cherchera un compromis basé sur des dimensions de vecteurs et un ordre du codeur entropique modérés.

2.2 La QVA dans un schéma de codage par transformée

La quantification vectorielle algébrique est une méthode bien connue de la famille des quantificateurs structurés [68] et qui a fait l'objet de nombreux travaux ces dernières années [8], [58], [83], [62]. Elle présente le double avantage d'éviter la génération (souvent longue) et le stockage d'un dictionnaire mais également de permettre une quantification rapide des vecteurs du fait des propriétés géométriques du réseau régulier de points sur lequel s'appuie son dictionnaire [30]. En contrepartie, ses performances sont généralement plus faibles que celles de la QV non structurée lorsque la statistique de la source n'est pas uniforme (comme c'est le cas par exemple pour les coefficients d'ondelettes). Cependant cet inconvénient est largement compensé dans la plupart des applications par les avantages cités précédemment. En effet par exemple, la faible complexité de la QVA permet l'utilisation de grands dictionnaires, ce qui améliore sensiblement les performances en termes de compromis débit-distorsion, en particulier à bas débit. Enfin, la QVA permet la prise en compte des quatre gains définis au paragraphe précédent, à savoir «corrélation», «résiduel», «partitionnement» et «forme» et demeure donc toujours plus efficace que la QS, quelle que soit la

distribution de la source.

Dans tous nos travaux de recherche, nous nous sommes placés dans des **applications à débit variable**, en particulier sur des **plages de faibles débits**.

2.2.1 Principes de la QVA

La quantification vectorielle algébrique n'est autre que la généralisation de la quantification scalaire uniforme à un espace de dimension n . Elle s'appuie sur un partitionnement régulier de cet espace (en cellules de Voronoï identiques), lui-même conduisant à un réseau régulier de points. Un réseau régulier de points Λ dans \mathbb{R}^n est défini de la façon suivante [31] :

$$\Lambda = \{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{y} = u_1 \mathbf{a}_1 + u_2 \mathbf{a}_2 + \dots + u_n \mathbf{a}_n \} \quad (2.1)$$

où les vecteurs $\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^m$ ($m \geq n$) forment une base du réseau, les u_i étant des coefficients entiers.

La mise en oeuvre d'un QVA dans une application de compression n'est pas immédiate. Elle se déroule en cinq étapes :

- *choix d'un réseau* : Cette étape permet de minimiser la distorsion granulaire (c'est à dire l'erreur à l'intérieur de la cellule de quantification). Dans ce but, Conway et Sloane ont étudié les réseaux qui offraient les meilleurs gains de partitionnement par rapport au réseau \mathbb{Z}^n , à savoir A_2, D_4, E_8 , le réseau de Barnes-Wall Λ_{16} , et le réseau de Leech Λ_{24} , pour les dimensions de vecteurs usuelles 2, 4, 8, 16, 24. Ces réseaux sont optimaux pour des sources à statistique uniforme mais également lorsqu'on peut faire l'approximation haute résolution qui permet de considérer la distribution de la source constante par morceaux. Cependant lorsque l'hypothèse haute résolution n'est plus valide (c'est à dire à bas débit), la distorsion granulaire dépend également de la statistique de la source [141]. Dans le cas où celle-ci présente une statistique de type gaussienne généralisée (généralement utilisée pour modéliser les coefficients d'ondelettes) avec un paramètre de décroissance inférieur à 1, Gao *et al* ont montré que le réseau \mathbb{Z}^n était plus performant que les réseaux E_8 et ceux de Leech [62]. Ce résultat important apporte un crédit supplémentaire à l'utilisation de la QVA dans un schéma efficace de codage par transformée, le **réseau cubique** \mathbb{Z}^n étant le plus simple des réseaux. Nous l'utiliserons ainsi dans l'ensemble de nos travaux.
- *troncature du réseau et normalisation de la source* : Il s'agit d'un point clé de la QVA puisqu'il conditionne ses performances en termes de compromis débit-distorsion. La troncature du réseau permet l'utilisation d'un dictionnaire fini, mais est la cause d'une distorsion dite de surcharge liée à la projection en surface du dictionnaire des vecteurs source n'appartenant pas à celui-ci [83]. Afin de minimiser ce bruit de surcharge, on choisit généralement une forme de troncature adaptée à la statistique de la source : ainsi par exemple, une distribution de type gaussienne conduira à un dictionnaire sphérique alors qu'une distribution de type laplacienne conduira

à une troncature de forme pyramidale. On associera à chaque vecteur \mathbf{y} du dictionnaire sa norme L_p , $0 < p \leq 2$ telle que $\|\mathbf{y}\|_p = \sum_{i=1}^n |y_i|^p$ (les cas particuliers $p = 1$ et $p = 2$ représentant respectivement les distributions laplacienne et gaussienne). La normalisation de la source par un facteur d'échelle γ permet une mise à l'échelle du réseau par rapport à la source. Elle influence fortement le débit binaire obtenu après quantification puisque, selon la valeur de γ , les vecteurs source sont projetés sur des régions plus ou moins peuplées du dictionnaire, c'est à dire plus ou moins coûteuses en terme de débit. On peut distinguer deux approches pour normaliser la source. La première consiste à fixer la taille du dictionnaire et à chercher le facteur γ permettant d'atteindre le débit binaire cible. Cela sous-entend une projection supplémentaire en surface du dictionnaire des vecteurs source restés en dehors après la mise à l'échelle par γ , et donc une augmentation de la distorsion de surcharge si l'on «dénormalise» la source quantifiée par l'unique facteur γ . La seconde approche (que nous avons retenue dans nos travaux) est basée sur l'utilisation d'un **dictionnaire infini** (en pratique très grand) et d'un **codage à longueur variable**. Elle permet ainsi de négliger le bruit de surcharge. Là encore, il s'agit de trouver le facteur γ permettant d'atteindre le débit binaire cible souhaité pour la source. Comparée à la première approche, celle-ci nécessite de pouvoir indexer les vecteurs de dictionnaires très peuplés. Nous verrons par la suite les solutions que nous avons proposées pour résoudre ce problème. Enfin, il est important de noter que le réglage du facteur d'échelle s'effectue à travers une procédure d'allocation de débits qui sera présentée en détails au paragraphe 2.4.

- *quantification* : Un des avantages fondamentaux de la QVA réside dans la simplicité des algorithmes de quantification [30]. Ainsi par exemple, la quantification d'un vecteur source normalisé sur le réseau \mathbb{Z}^n revient simplement à remplacer chacune de ses composantes par l'entier le plus proche.
- *indexage* : Cette étape est une étape cruciale de la chaîne de compression. Elle conditionne en effet l'utilisation de la QVA dans une application réelle de compression [128]. Elle consiste à assigner à chaque vecteur quantifié un index (ou indice, ou étiquette) unique [59], qui une fois codé est transmis sur le canal. Le flux de données comprimées est donc constitué d'un ensemble d'index codés qui doit être décodé sans ambiguïté par le récepteur. L'indexage est une opération indépendante de la quantification. Contrairement au cas de la QV non structurée, il n'est pas envisageable de construire une table de correspondance pour indexer les vecteurs du dictionnaire, celui-ci étant généralement très grand. Afin d'exploiter la redondance des vecteurs induite par la quantification, on préférera utiliser des techniques dites par **codes produits** qui vont s'adapter à la forme du dictionnaire.
- *codage des index* : Afin de coder efficacement les redondances des index du fait de la non uniformité de la source, il est nécessaire de terminer la chaîne de compression par une opération de codage entropique. Il existe de

nombreux codes à longueur variable dont les performances s'approchent de l'entropie de la source, parmi lesquels les plus célèbres, le code de Huffman et le code arithmétique [143]. Comme nous le verrons plus loin, dans notre cas il est plus intéressant d'utiliser des **codeurs par plage** (comme le Runtlength [81] ou le Stack-run [145] par exemple) qui permettent d'exploiter efficacement les plages de valeurs identiques, en l'occurrence de zéros dans les sous-bandes de la transformée en ondelettes.

Parmi ces cinq étapes indispensables à la mise en oeuvre d'un quantificateur vectoriel algébrique dans une application de compression, nous avons plus spécifiquement travaillé sur la première (en proposant une nouvelle forme de dictionnaire), la quatrième (en proposant des méthodes d'indexage à faible complexité) et la cinquième. Ces travaux sont décrits dans les paragraphes qui suivent.

2.2.2 Indexage et codage des index

Ce paragraphe décrit nos travaux dans le domaine de l'indexage des réseaux réguliers de points. Ils ont été réalisés en collaboration avec Marc Antonini, Directeur de Recherche CNRS au laboratoire I3S - Université de Nice - Sophia Antipolis et Pierre Loyer, ingénieur chez Alcatel Cannes. Ils ont donné lieu à plusieurs publications parmi lesquelles un article dans la revue IEEE Transactions on Communications en 1998 : «Low complexity indexing method for \mathbb{Z}^n and D_n lattice quantizers» [103] et un article dans la revue IEEE Transactions on Information Theory en 2003 : «Lattice codebook enumeration for generalized gaussian source» [98]. Ces deux articles sont reportés aux annexes A et B de ce manuscrit.

Les principales méthodes d'indexage pour la QVA reposent sur la connaissance de la population du réseau régulier de points. Dans les années 80-90, d'importants travaux sur le dénombrement ont conduit au développement de séries génératrices pour énumérer les vecteurs des principaux réseaux. Ainsi, les séries thêta ont été introduites pour le dénombrement sur des hyper-sphères [31] alors que les séries «nu» l'ont été pour le dénombrement sur des hyper-pyramides [140], [8]. Au cours de ma thèse, j'ai proposé une extension des séries thêta au cas de dictionnaires elliptiques (efficaces pour des vecteurs dont les composantes sont fortement corrélées) [101]. L'essentiel des travaux développés dans ce paragraphe concerne l'indexage proprement dit (le dénombrement étant supposé connu). Nous avons proposé deux méthodes d'indexage (que nous appellerons A et B). La première est dédiée à des dictionnaires sphériques (respectivement pyramidaux) sur les réseaux \mathbb{Z}^n et D_n , donc adaptée à des sources à statistique gaussienne (respectivement laplacienne). Elle est basée sur une table de codage à faible coût de stockage permettant d'accélérer significativement le calcul des index. La seconde, purement analytique, est dédiée au réseau \mathbb{Z}^n et à des sources dont la statistique est de type gaussienne généralisée. Ces méthodes sont présentées aux annexes A et B. D'autre part, même si l'indexage et le codage sont deux opérations séparées, elles sont intimement liées, la structure des index ayant des conséquences sur les performances du code. Fischer a montré

2.2. LA QVA DANS UN SCHÉMA DE CODAGE PAR TRANSFORMÉE 13

dans [58] qu'un code préfixe était bien adapté à la structure d'un réseau régulier de points. Les deux méthodes d'indexage que nous proposons s'appuient sur ce point et ont en commun des index subdivisés en deux sous-index : un préfixe représentant l'énergie¹ du vecteur ($\|\mathbf{y}\|_p^p$) et un suffixe représentant sa «position» sur la surface de norme constante correspondante du dictionnaire :

$$index(\mathbf{y}) = (en, pos)$$

Du fait de la structure géométrique régulière du réseau, les vecteurs de même norme L_p à la puissance p appartiennent à la même surface du dictionnaire. On dit aussi qu'ils ont la même énergie. Cette propriété est très utile au dénombrement puisque celui-ci revient à compter les vecteurs appartenant à une isosurface et à répéter l'opération pour toutes les isosurfaces du dictionnaire. Le préfixe en n'est autre que l'index (ou numéro) de l'énergie du vecteur \mathbf{y} . Ainsi par exemple, pour un dictionnaire pyramidal contenant L hyper-pyramides, on aura $0 \leq en \leq L - 1$. Le calcul du préfixe est donc quasi-immédiat. Celui du suffixe est beaucoup plus délicat et a fait l'objet de différents travaux dans la littérature parmi lesquels les méthodes A et B que nous proposons. Quelle que soit la méthode, le suffixe vérifie : $0 \leq pos \leq N(en) - 1$ où $N(en)$ représente la population de l'isosurface indexée par en . D'autre part, du fait de la structure régulière du réseau et de la statistique non uniforme de la source, il est intéressant d'utiliser un code entropique pour le préfixe afin d'exploiter la redondance induite par la quantification. En effet, des sources telles que des sous-bandes de coefficients d'ondelettes possèdent des distributions symétriques à moyenne nulle ayant pour conséquence de concentrer un grand nombre de vecteurs d'énergie nulle. L'exploitation de ces redondances permet de compenser la non optimalité de la QVA vis-à-vis des sources non uniformes. Le suffixe quant à lui peut être codé de deux façons différentes : à l'aide d'un code binaire à longueur fixe (dépendant directement de la population de l'isosurface concernée), ou à l'aide d'un code entropique. Dans le premier cas, on considère implicitement l'équiprobabilité des vecteurs du dictionnaire appartenant à une même surface (cette hypothèse est réaliste dans le cas haute résolution - c'est à dire forts débits) alors que dans le second on s'affranchit de cette hypothèse (ce qui correspond aux bas ou très bas débits). Dans ce cas cependant la construction d'un code entropique dédié à des surfaces très peuplées peut augmenter sensiblement la complexité de la chaîne de compression. Dans les travaux que nous présentons dans ce mémoire la formule du débit binaire total R_{total} après quantification vectorielle algébrique est la suivante :

$$R_{total} = R_{en} + R_{pos} = - \sum_{en=0}^{L-1} [p(en) \log_2 p(en) - \log_2 [N(en)]] \quad \text{bits/vecteur} \quad (2.2)$$

¹Par souci de simplicité, dans l'ensemble de ce manuscrit, on appellera énergie d'un vecteur \mathbf{y} la grandeur $\|\mathbf{y}\|_p^p \forall p$, bien que ce terme soit réservé habituellement au cas $p = 2$.

où $p(en)$ la probabilité d'apparition de l'isosurface indexée par en . Notons qu'il s'agit d'une formule permettant d'estimer le débit entropique après quantification. Dans la pratique, le débit réel doit être calculé après codage effectif des énergies et des positions. Dans le cadre de la thèse de Teddy Voinson [148], nous avons montré qu'un codeur stack-run [145] était particulièrement performant pour coder le préfixe (les énergies), dans le cas où l'on augmentait la redondance d'énergies nulles comme cela est proposé dans le paragraphe 2.3. Le codage stack-run possède un alphabet contenant seulement quatre symboles, ce qui le rend beaucoup plus simple que son concurrent Runlength, pour des performances très proches. Dans [148] le stack-run a été modifié pour l'adapter aux caractéristiques des énergies des vecteurs. Les résultats obtenus sur une image test bien connue Lena, sont intéressants puisque il paraît possible d'atteindre le débit entropique de la formule 2.2 à l'aide d'un codeur stack-run associé à un simple codeur binaire et un débit inférieur lorsqu'on l'associe à un codeur arithmétique. Néanmoins dans la suite de ce manuscrit, tous les résultats seront basés sur l'estimation entropique donnée dans la formule 2.2.

Index du suffixe (méthode A)

La méthode A [103] repose sur l'adressage d'une **table de correspondance** contenant les index d'un nombre limité de vecteurs du dictionnaire : les **vecteurs leaders**. Il s'agit des vecteurs dont les composantes sont positives et triées dans l'ordre croissant. Les leaders suffisent à représenter tous les vecteurs du dictionnaire lorsqu'on effectue toutes les permutations signées de leurs composantes. L'index d'un vecteur quelconque du dictionnaire sera obtenu par concaténation de l'index de son leader avec le numéro de la permutation signée associée. Cette méthode est décrite en détail dans l'annexe A. Nous avons par ailleurs développé en 1998 un prototype de QVA sur processeur spécialisé (DSP 56002 de Motorola cadencé à 66 MHz) intégrant cette méthode d'indexage qui a permis d'atteindre un coût calcul global d'environ $1 \mu s/\text{pixel}$. Les progrès effectués depuis dans le domaine de l'architecture des processeurs laisse envisager des coûts encore bien inférieurs.

Indexage du suffixe (méthode B)

La méthode B [98], au contraire de la méthode A, n'est pas fondée sur la notion de vecteurs représentatifs particuliers mais plutôt sur une **propriété géométrique du dictionnaire** associée au dénombrement sur des hypersphères (ou L_p -sphères de rayon r et de dimension n) à l'aide des **séries thêta** [31]. La propriété peut se résumer de la façon suivante. Soit un dictionnaire représenté par une L_p -sphère de rayon r et de dimension n . Tout hyperplan orthogonal à l'axe de la première coordonnée $x_1 = x$ (tel que $|x| \leq r$) coupe le dictionnaire par une L_p -sphère de dimension $n - 1$ et de rayon $(r^p - |x|^p)^{1/p}$. L'index d'un vecteur quelconque du dictionnaire sera obtenu en comptant (à l'aide des séries thêta) les vecteurs qui le précèdent sur les L_p -sphères réduites. La méthode d'indexage est décrite en détail dans l'annexe B.

2.3 Amélioration des performances de la QVA : la zone morte vectorielle

Ce paragraphe fait état de nos travaux concernant l'amélioration du compromis débit-distorsion issu de la quantification vectorielle algébrique grâce à l'introduction d'une zone morte multidimensionnelle dans la construction du dictionnaire. Ils ont été réalisés à travers trois thèses : celle de Teddy Voinson soutenue en 2003, celle de Ludovic Guillemot soutenue en 2004 et celle de Yann Gaudeau soutenue en 2006. J'ai co-encadré ces trois thèses avec dans l'ordre Samuel Nowakowski (Maître de Conférences HdR à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1) pour la première et David Brie (Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1) pour les deux suivantes. De l'unique objectif au départ d'améliorer les performances de compression de la QVA pour les images grand public, le concept de zone morte vectorielle a montré au fur et à mesure de ces trois thèses l'intérêt qu'il présentait pour d'autres applications, comme le tatouage et la compression d'images médicales volumiques. Il a également trouvé sa justification théorique et a été le point de départ de travaux sur l'allocation des ressources binaires qui seront décrits au paragraphe 2.4. L'ensemble de ces travaux a donné lieu à différentes publications citées dans le texte.

Dans le paragraphe précédent, nous avons passé en revue les cinq étapes de mise en oeuvre d'un quantificateur vectoriel algébrique, en détaillant l'étape d'indexage sur laquelle a porté une grande partie de nos travaux. Nous allons à présent revenir sur l'étape 2 de définition d'une troncature du réseau et nous y attarder car elle représente une partie importante de nos travaux. Avec l'apparition dans les années 80 de la transformée en ondelettes (TO), la compression d'image a bénéficié d'un outil de décorrélation des données particulièrement efficace offrant des gains significatifs en termes de compromis débit-distorsion. De très nombreux travaux ont été faits tant sur le plan de la construction de filtres de mise en oeuvre de la TO que sur celui de la modélisation statistique des coefficients d'ondelettes. S'agissant des filtres eux-mêmes, nous retiendrons pour les applications qui nous intéressent les performances du filtre 9.7 développé par Daubechies *et al* [2] reconnu aujourd'hui comme l'un des plus efficaces. Actuellement, des travaux se développent autour d'une nouvelle génération d'ondelettes géométriques [116], afin de mieux capturer les objets dans les images (contourlets, curvelets, ridgelets, ...). Sur le plan de la modélisation statistique des coefficients d'ondelettes beaucoup de recherches ont été faites, l'enjeu étant important en vue d'une optimisation des performances de la chaîne de compression. Les propriétés les plus connues et les plus exploitées des coefficients d'ondelettes peuvent se résumer ainsi :

- *compaction de l'énergie* : quelques coefficients de forte énergie concentrent l'essentiel de l'information contenue dans l'image : la distribution des coefficients est très piquée en 0 et très étalée ;
- *agglutinement* : la localisation spatiale des objets dans l'image se traduit par une localisation spatiale des coefficients d'ondelettes de forte ampli-

- tude qui ont tendance à se regrouper ;
- *dépendances inter-échelles* : dans un schéma associant la TO à une analyse multi-résolution, il existe de fortes dépendances entre les coefficients aux différentes résolutions. Ces dépendances sont très efficacement exploitées dans des algorithmes basés sur des structures arborescentes aujourd’hui très célèbres : EZW [139] et SPIHT [131].

Nous nous intéresserons ici uniquement aux deux premières propriétés. Cependant nous effectuerons des comparaisons de performances avec l’algorithme SPIHT, que nous utiliserons également dans le domaine médical (voir chapitre 3).

La majorité des travaux de la littérature concernant la modélisation des coefficients d’ondelettes repose sur l’hypothèse i.i.d. S’ils ont permis des avancées significatives dans l’élaboration d’une chaîne de compression réaliste, ils ont également montré leurs limites, car une image étant par nature hautement non stationnaire, l’hypothèse i.i.d. est très réductrice et freine la mise au point de méthodes de compression ad-hoc [142]. La modélisation la plus répandue est basée sur une loi gaussienne généralisée (avec comme cas particulier la loi laplacienne) bien adaptée à la première propriété en respectant les caractéristiques de la distribution [104], [113]. Cependant le caractère i.i.d. de cette modélisation ne prend pas en compte les dépendances spatiales évoquées dans la seconde propriété. Des modèles basés sur un mélange de loi gaussiennes (une très piquée pour représenter le fond et une autre très étalée pour représenter les forts coefficients peuvent présenter un intérêt vis-à-vis de la première propriété. Cependant ils demeurent restreints à l’hypothèse i.i.d. Par ailleurs, la littérature fait état d’importants travaux visant à prendre en compte la seconde propriété. Citons par exemple les approches markoviennes prenant en compte la notion de voisinage [41], [123].

Dans ce qui suit nous allons montrer qu’un schéma basé sur la QVA associée à l’indexage du type énergie/position et le codage qui en résulte permet de prendre en compte les propriétés 1 et 2 de compaction énergétique et d’agglutinement. Intéressons-nous pour cela à la distribution de l’énergie des vecteurs et à son entropie (comme nous l’avons évoqué au paragraphe 2.2). Dans le cas d’une modélisation classique des coefficients d’ondelettes par une distribution laplacienne i.i.d. centrée d’écart-type égal à celui des coefficients les histogrammes de la figure 2.1 montrent que la loi de l’énergie des vecteurs issus de la source laplacienne modélise très mal celle de l’énergie des vecteurs de coefficients d’ondelettes (et ce, quelle que soit la forme des vecteurs). On ne retrouve pas en effet le pic proche de zéro mais un pic décalé, dont la position dépend de la variance de la source. Ceci est une conséquence directe de l’hypothèse i.i.d. qui ne correspond pas à la réalité des images. Nous montrerons au paragraphe 2.4 qu’il est possible de s’affranchir de cette hypothèse et nous proposerons un modèle intégrant les propriétés 1 et 2 décrites précédemment.

Un vecteur, en d’autres termes un bloc de coefficients voisins, peut être assimilé à un voisinage tel qu’il est utilisé dans les approches markoviennes. Par ailleurs, l’énergie d’un vecteur (au sens de la norme L_1) représente la magnitude moyenne de ses composantes à un coefficient multiplicateur près. Elle constitue

ainsi une bonne mesure de l'activité d'un voisinage (à une certaine échelle). De ce fait, l'aptitude des vecteurs de coefficients d'ondelettes à capturer des contours ou des parties d'objets a une influence certaine sur la distribution de leur énergie et par voie de conséquence sur l'entropie de la partie préfixe des index. Il suffit pour s'en convaincre d'observer la figure 2.1 qui compare les histogrammes de l'énergie des vecteurs d'une sous-bande de coefficients d'ondelettes selon différentes orientations des vecteurs. Comme on peut le constater, l'orientation des vecteurs dans le sens de filtrage (c'est à dire dans la direction des détails de la sous-bande) permet une représentation beaucoup plus concise du signal [33], [72], car les coefficients de haute énergie sont capturés dans un nombre limité de vecteurs. Notons que l'orientation des vecteurs sur une source i.i.d. n'a par contre aucune influence. Le caractère parcimonieux des données (de nombreux coefficients d'ondelettes ont des valeurs proches de zéro) conjugué à l'effet d'agglutinement des coefficients de forte amplitude peuvent être exploités avantageusement par la QVA. Ainsi, lorsque le découpage des vecteurs est effectué dans la direction du filtrage on aura tendance à observer une grande concentration de vecteurs de faible énergie (traduit sur l'histogramme des normes par un pic proche de 0) et un nombre beaucoup moins important de vecteurs de haute énergie. Ceci nous conduit à définir deux classes de vecteurs : celle des vecteurs significatifs (moyenne ou forte énergie au sens de la magnitude moyenne) et celle des vecteurs non significatifs (faible énergie au sens de la magnitude moyenne). Ainsi, par analogie avec les quantificateurs scalaires actuels qui tirent profit de la concentration de faibles coefficients d'ondelettes en incluant un seuillage de ceux-ci (zone morte scalaire), nous avons proposé d'élargir et de déformer la cellule de Voronoï d'origine du quantificateur vectoriel algébrique (zone morte vectorielle) ce qui revient à effectuer un seuillage des vecteurs en fonction de leur énergie. Comme le montre la figure 2.5, la taille ainsi que la forme de la cellule d'origine sont modifiées. La méthode mise en oeuvre, que nous appellerons QVAZM (quantification vectorielle algébrique avec zone morte), permet ainsi d'augmenter sensiblement le nombre de vecteurs d'énergie nulle, faisant diminuer par voie de conséquence l'entropie de l'énergie. Cette diminution peut être alors exploitée de façon avantageuse en allouant davantage de bits aux vecteurs de grande énergie au détriment des vecteurs de faible énergie, améliorant ainsi le compromis débit-distorsion, comme le montre la figure 2.2. En cherchant à améliorer ce compromis dans chacune des sous-bandes de l'analyse multirésolution, on améliore la qualité globale de reconstruction. En effet, les vecteurs de forte énergie avantagés par le codage par QVAZM contribuent le plus à la qualité de reconstruction de l'image, comme en témoignent les figures 2.3 et 2.4 qui montrent une meilleure préservation des détails par la QVAZM par rapport aux meilleurs algorithmes actuels, à savoir SPIHT et JPEG2000.

Le dictionnaire modifié par la zone morte vectorielle est représenté sur les figures 2.5 et 2.6 et s'écrit :

$$C_{ZM} = \{\mathbf{y} \in \Lambda \mid \delta \leq \|\mathbf{y}\|_{\alpha}^{\alpha} \leq r_T\} \cup \{\mathbf{0}\}$$

où δ représente l'énergie de la première hyper-surface hors de la zone

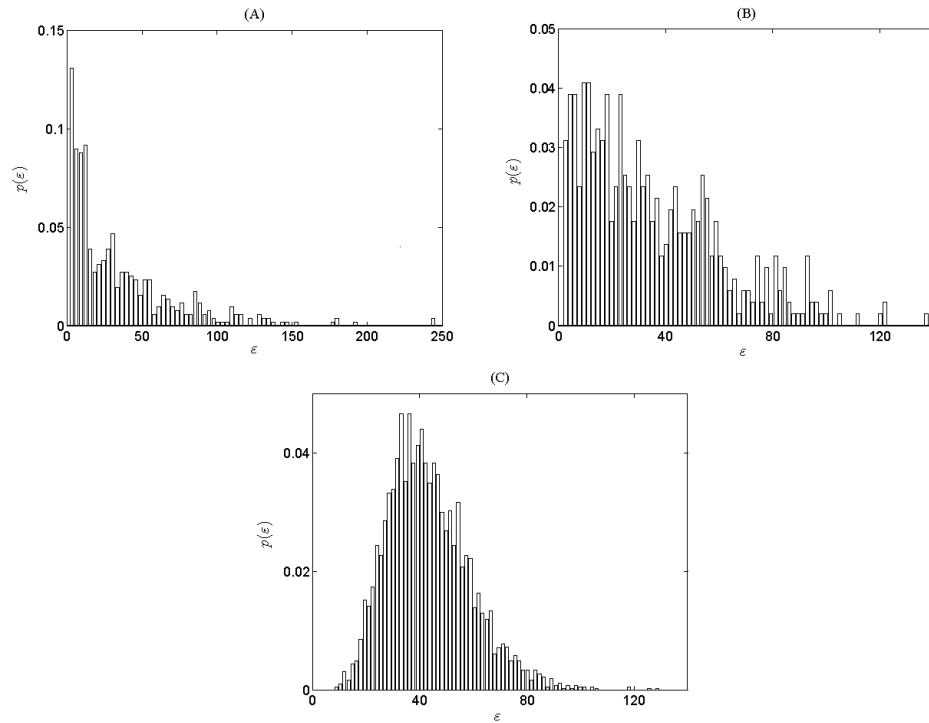


FIG. 2.1 – Histogrammes normalisés de l'énergie ϵ (au sens de la norme L_1) des vecteurs de coefficients d'ondelettes de l'image Lena (niveau 3 sous-bande verticale) : (A) vecteurs verticaux 8×1 - (B) vecteurs horizontaux 1×8 - La figure (C) représente l'histogramme normalisé de l'énergie ϵ des vecteurs 4×2 d'une source i.i.d. laplacienne centrée, d'écart-type égal à celui de la sous-bande de Lena des figures (A) et (B).

2.3. AMÉLIORATION DES PERFORMANCES DE LA QVA : LA ZONE MORTE VECTORIELLE19

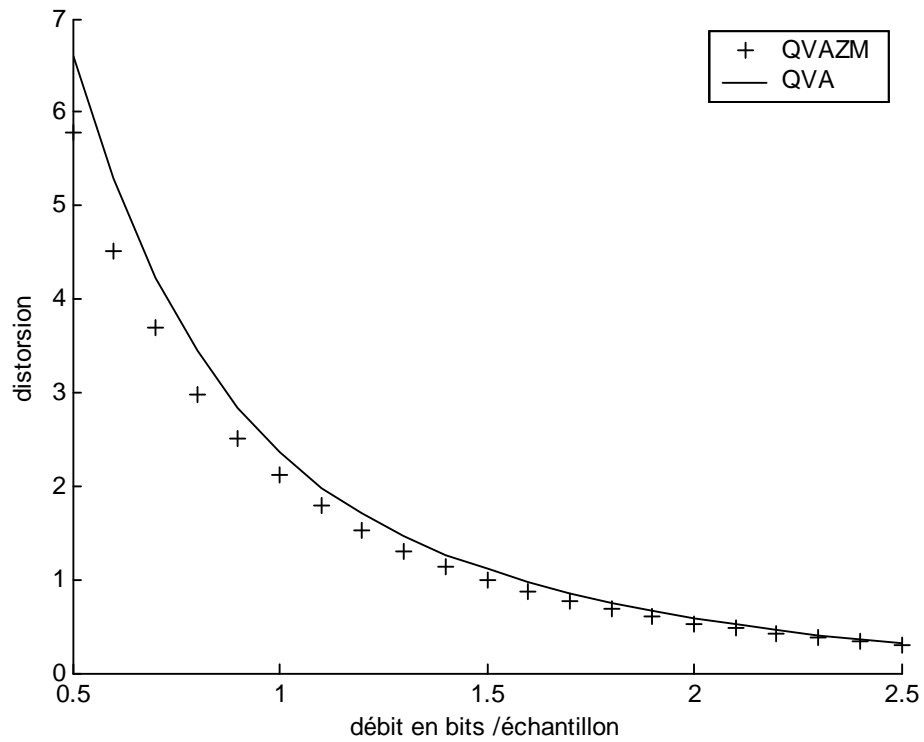


FIG. 2.2 – Courbes débit-distorsion des schémas QVAZM et QVA appliqués à la sous-image verticale (niveau 2) de Lena.



FIG. 2.3 – Zoom sur le chapeau de Lena pour un taux de compression de 103 : 1 (0,0777 bit/pixel), images de gauche à droite : originale, SPIHT, JPEG2000, QVAZM.



FIG. 2.4 – Zoom sur le chapeau de Lena pour un taux de compression de 64 : 1 (0,125 bit/pixel), images de gauche à droite : originale, SPIHT, JPEG2000, QVAZM.

morte, $\{\mathbf{0}\}$ le vecteur nul, et r_T le rayon de troncature.

Comme le montre la figure 2.6, la zone de surcharge est une zone tampon entre la zone morte où tous les vecteurs sont quantifiés par le vecteur nul et la zone uniforme où les vecteurs sont quantifiés selon les algorithmes classiques de QVA. La zone de surcharge nécessite de projeter certains vecteurs source (ceux situés dans les zones hachurées en rouge) hors de cette zone et plus précisément dans la zone uniforme, afin qu'ils ne soient pas quantifiés par des vecteurs exclus du dictionnaire. Nous verrons un peu plus loin, l'importance que revêt cette zone dans le réglage du rayon de la zone morte. Auparavant, décrivons l'algorithme de quantification d'un vecteur quelconque \mathbf{x} de la source à l'intérieur du dictionnaire C_{ZM} (dont le rayon de la zone morte est R_{ZM}).

Algorithme QVAZM

```

début
| 1. si  $\|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha \leq R_{ZM}$  alors  $\mathbf{x}$  est remplacé par le vecteur nul
| 2. sinon  $\mathbf{x}$  est mis à l'échelle à l'aide du facteur  $\gamma$  puis quantifié par le vecteur  $\mathbf{y}$ 
| le plus proche grâce à un algorithme rapide
| si  $\|\mathbf{y}\|_\alpha^\alpha \leq r_{ZM}$  alors  $\mathbf{x}$  est projeté hors de la zone de surcharge puis quantifié
fin

```

Pour ce qui concerne la partie quantification proprement dite (c'est à dire une fois le rayon de la zone morte et le facteur d'échelle fixés), la QVAZM ajoute une complexité calculatoire négligeable par rapport à celle de la QVA classique, comme le montre l'algorithme ci-dessus. Notons également que l'indexage associé à la QVAZM est effectué sans modification aucune par les algorithmes dédiés à la QVA décrits précédemment.

Dans un schéma de compression intégrant la quantification vectorielle algébrique, il est nécessaire de faire varier le facteur d'échelle γ pour faire varier le débit binaire de la source quantifiée et par là même la distorsion. Dans le

2.3. AMÉLIORATION DES PERFORMANCES DE LA QVA : LA ZONE MORTE VECTORIELLE²¹

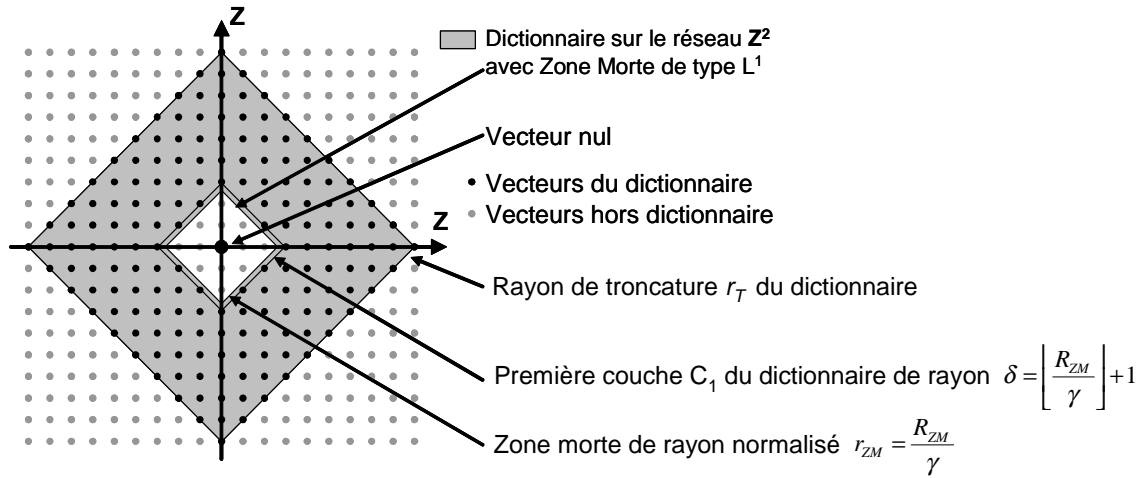


FIG. 2.5 – Dictionnaire avec zone morte pyramidale sur le réseau \mathbb{Z}^2 .

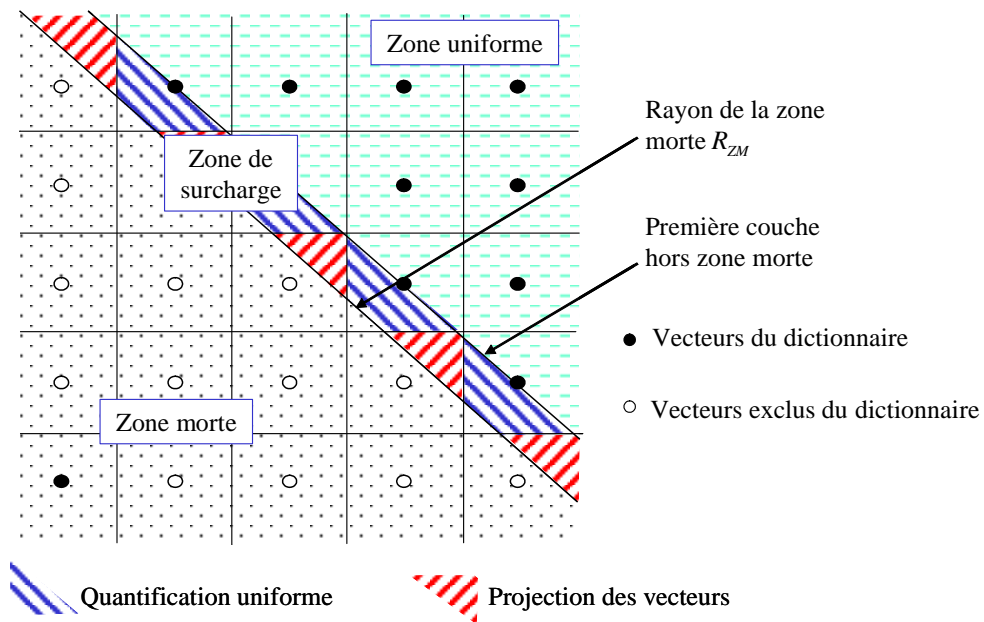


FIG. 2.6 – Zoom sur les trois zones de quantification pour un dictionnaire avec zone morte pyramidale sur le réseau \mathbb{Z}^2 .

cas de la QVAZM, il s'agit cette fois de faire varier le couple (R_{ZM}, γ) . Le réglage de ces deux paramètres va en effet permettre d'améliorer le compromis débit-distorsion en diminuant l'entropie de l'énergie des vecteurs quantifiés. En d'autres termes, l'objectif à atteindre consiste à trouver le couple $(R_{ZM}^{opt}, \gamma^{opt})$ tel que la distorsion associée à la QVAZM (D_{QVAZM}) vérifie $D_{QVAZM} < D_{QVA}$ à débit binaire constant, ou tel que le débit associé à la QVAZM (R_{QVAZM}) vérifie $R_{QVAZM} < R_{QVA}$ à distorsion constante.

La détermination du couple $(R_{ZM}^{opt}, \gamma^{opt})$ a fait l'objet d'une recherche importante de notre part. Elle est décrite dans ce qui suit.

Recherche du facteur d'échelle et du rayon de la zone morte optimaux

Soit R_C le débit binaire à atteindre pour la source donnée. La recherche du facteur d'échelle et du rayon de la zone morte optimale est un problème de minimisation sous contrainte d'égalité :

$$(R_{ZM}^{opt}, \gamma^{opt}) = \arg \min_{(R_{ZM}, \gamma)} \{D(R_{ZM}, \gamma)\}, \quad (2.3)$$

$$\text{sous la contrainte } R(R_{ZM}, \gamma) = R_C$$

avec $D(., .)$ la distorsion de la source quantifiée et $R(., .)$ le débit.

Afin de simplifier le problème, normalisons le rayon de la zone morte par le facteur d'échelle (voir figure 2.5) :

$$r_{ZM} = \frac{R_{ZM}}{\gamma} \quad (2.4)$$

Le problème (2.3) peut se réécrire alors :

$$(r_{ZM}^{opt}, \gamma^{opt}) = \arg \min_{(r_{ZM}, \gamma)} \{D(r_{ZM}, \gamma)\}, \quad (2.5)$$

$$\text{sous la contrainte } R(r_{ZM}, \gamma) = R_C$$

Dans ce qui suit, nous allons chercher à transformer le problème de minimisation à deux variables (2.5) en un problème de minimisation d'une fonction à une variable. Pour cela, définissons les deux fonctions suivantes :

Définition 1 On note γ^* la fonction qui, pour un rayon de zone morte donné, associe le facteur d'échelle permettant d'atteindre le débit cible :

$$\gamma^* : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (2.6)$$

$$r_{ZM} \mapsto \gamma^*(r_{ZM}),$$

$$\text{tel que } R(r_{ZM}, \gamma^*(r_{ZM})) = R_C$$

La fonction $R : \gamma \rightarrow R(r_{ZM}, \gamma)$ est monotone décroissante : plus le facteur d'échelle augmente, plus le nombre de couches du dictionnaire utilisées décroît,

et par voie de conséquence plus l'entropie de la source quantifiée diminue. L'existence et l'unicité de $\gamma^*(r_{ZM})$ est donc toujours vérifiée. $\gamma^*(r_{ZM})$ s'obtient en résolvant l'équation $R(r_{ZM}, \gamma^*(r_{ZM})) - R_C = 0$ par un algorithme classique de recherche du zéro d'une fonction [119].

Définition 2 On note D^* la fonction définie par :

$$\begin{aligned} D^* : \mathbb{R}_+ &\rightarrow \mathbb{R}_+ \\ r_{ZM} &\mapsto D^*(r_{ZM}) = D(r_{ZM}, \gamma^*(r_{ZM})) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Cette fonction permet d'obtenir pour un rayon de zone morte donné, la distorsion associée au facteur d'échelle permettant d'atteindre le débit cible.

En utilisant les définitions 1 et 2, le problème de minimisation sous contrainte d'égalité (2.5) peut se reformuler comme une simple minimisation de la fonction à une variable D^* :

$$\begin{aligned} r_{ZM}^{opt} &= \arg \min_{r_{ZM}} \{D^*(r_{ZM})\} \\ \gamma^{opt} &= \gamma^*(r_{ZM}^{opt}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

La résolution du problème (2.8) repose donc essentiellement sur les propriétés de la fonction D^* , dont une représentation est donnée sur la figure 2.7. Nous verrons dans la suite que ces propriétés vont permettre de réduire l'intervalle de recherche du minimum de la fonction.

Caractérisons dans un premier temps les propriétés remarquables de la fonction :

- *Pic proche de 0* : lorsque le rayon de la zone morte tend vers 0, celle-ci est incluse dans le Voronoï d'origine. Ainsi, les vecteurs de la zone de surcharge qui auraient dû initialement être quantifiés par le vecteur nul sont reprojétés en dehors du Voronoï d'origine et quantifiés sur la surface d'énergie 1 (selon le processus décrit dans l'algorithme QVAZM). Ces vecteurs étant nombreux (dans le cas des sources qui nous intéressent), ils contribuent de manière significative à l'augmentation de la distorsion, alors que le gain en entropie est limité. La conséquence directe de cette propriété est que la recherche du minimum de la fonction doit s'effectuer sur l'intervalle $]1, +\infty[$.
- *Discontinuités* : comme on peut le constater sur la figure 2.7, la fonction D^* admet des discontinuités en l^- , avec $l \in \mathbb{N}$. Ces discontinuités sont dues à la variation du volume de la zone de surcharge : minimal lorsque r_{ZM} tend vers l^- et maximal lorsque r_{ZM} tend vers l^+ . Dans le cas du volume maximal, le nombre de vecteurs de la zone de surcharge augmente, engendrant une distorsion supplémentaire liée à la reprojektion de ceux-ci, sans gain en débit puisque la surface utilisée pour la quantification de ces vecteurs est plus peuplée (et augmente la longueur du code du suffixe). Cette caractéristique indique que la recherche du minimum de la

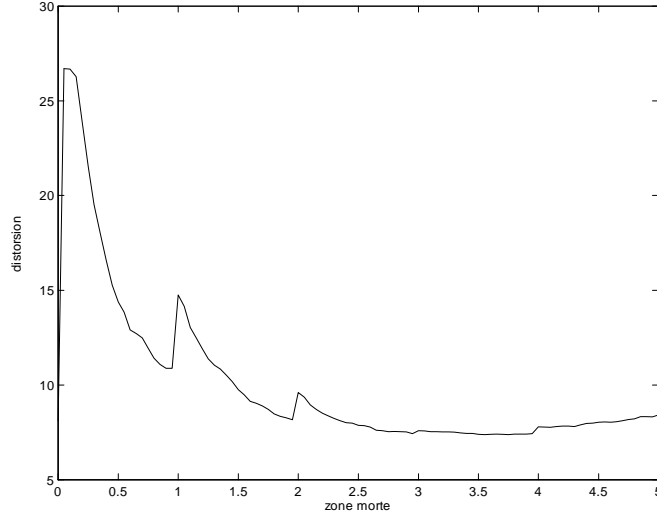


FIG. 2.7 – Courbe distorsion en fonction du rayon de la zone morte employé. Débit cible 1 bit / éch., sous image verticale de niveau 3 de l’image Lena

fonction peut s’effectuer de façon dichotomique sur des intervalles de type $I_l = [l, l + 1[$ avec $l = 1, \dots, L$.

Il est possible de s’arrêter aux deux propriétés déjà décrites et d’appliquer un algorithme de recherche du minimum d’une fonction à une variable [119] sur les intervalles I_l . Nous allons voir cependant à travers la propriété suivante qu’on peut mettre au point une méthode quasi-optimale à très faible complexité.

- *Décroissance par morceaux* : lorsqu’on observe la figure 2.7, on remarque la décroissance de la fonction D^* sur les intervalles I_l . Ce phénomène s’explique par la conjugaison de la diminution de la zone de surcharge (dont les effets sur la distorsion ont été décrits plus haut) et l’augmentation de la zone morte (qui permet un gain en débit). La recherche du rayon optimal sur un intervalle I_l peut donc se limiter à un point : $r_l = l - \varepsilon$, avec ε une constante très faible.

A partir des trois propriétés décrites précédemment, la recherche du facteur d’échelle et du rayon de la zone morte optimaux devient alors :

$$\begin{aligned} r_{ZM}^{opt} &= \arg \min_{r_{ZM} \in \{l - \varepsilon, l \in \mathbb{N}\}} \{D^*(r_{ZM})\} \\ \gamma^{opt} &= \gamma^*(r_{ZM}^{opt}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec $\varepsilon \ll 1$ la constante fixant a priori la position du minimum local.

En d’autres termes, la recherche de la zone morte s’effectue sur une séquence test de type :

$$r_l = l - \varepsilon \quad (2.10)$$

2.3. AMÉLIORATION DES PERFORMANCES DE LA QVA : LA ZONE MORTE VECTORIELLE 25

La suite $(r_l)_{l \in \mathbb{N}}$ étant convexe, si $D^*(r_{l+1}) > D^*(r_l)$ alors r_l est le rayon recherché. C'est donc le critère d'arrêt qui sera utilisé dans l'algorithme.

D'autre part, comme on l'a dit précédemment, la recherche du minimum de la fonction D^* est limitée à quelques valeurs test. Pour chacune de ces valeurs, néanmoins, il est nécessaire de calculer le facteur d'échelle $\gamma^*(.)$ permettant d'atteindre le débit cible. Ce calcul, qui revient à la recherche du zéro d'une fonction, peut être coûteux du fait de nombreux appels aux données. Cependant, là encore, nous pouvons utiliser des propriétés avantageuses de la fonction $\gamma^*(.)$ afin de réduire de manière significative l'intervalle de recherche. En effet, pour un débit cible donné, plus le rayon de la zone morte est grand, plus le facteur d'échelle associé est faible (car les vecteurs hors zone morte doivent être quantifiés le plus finement possible pour améliorer le compromis débit-distorsion). Ainsi pour deux rayons de zone morte $R_{ZM}^1, R_{ZM}^2 \in \mathbb{R}_+$ tels que $R_{ZM}^1 < R_{ZM}^2$ on aura $\gamma^*(R_{ZM}^1) > \gamma^*(R_{ZM}^2)$. Ensuite, en posant $R_{ZM}^1 = r_1 \gamma_1^*$ et $R_{ZM}^2 = r_2 \gamma_2^*$, on peut montrer que $\frac{r_1}{r_2} \gamma_1^* < \gamma_2^* < \gamma_1^*$, soit, dans le cas général :

$$\frac{r_l}{r_{l+1}} \gamma^*(r_l) < \gamma^*(r_{l+1}) < \gamma^*(r_l) \quad (2.11)$$

Cette relation va permettre de réduire de manière significative le domaine de recherche de γ^* qui diminue à chaque itération, comme le confirme la figure 2.8.

Nous pouvons donc à présent donner l'algorithme de recherche rapide du facteur d'échelle et du rayon de la zone morte.

Algorithme rapide de recherche du facteur d'échelle et du rayon de la zone morte

Début

Initialisation du débit cible R_C

Initialisation de la zone morte : $r_0 = 0$

Calcul de $D_0 = D^*(r_0)$

arrêt = 0

$l = 0$

Tant que (*arrêt* = 0)

$l = l + 1$

$r_l = l - \varepsilon$

Recherche de $\gamma^*(r_l)$ sur $\left[\frac{r_{l-1}}{r_l} \gamma_{l-1}^*, \gamma_{l-1}^* \right]$

Calcul de $D_l = D^*(r_l)$

Si ($D_l > D_{l-1}$)

$r_{opt} = r_{l-1}$

$\gamma_{opt} = \gamma_l^*$

arrêt = 1

Fin si

Fin tant que

Fin

Notons que l'algorithme proposé est sous-optimal en ce sens qu'il n'assure pas de trouver le minimum global de la fonction en raison du choix arbitraire de l'ensemble des valeurs test r_l . Toutefois, les tests ont montré qu'un choix du type $\epsilon = 0, 1$ permettait d'obtenir des distorsions très proches de celles correspondant à la zone morte optimale. De nombreux tests présentés dans la thèse de Ludovic Guillemot [72], le confirment.

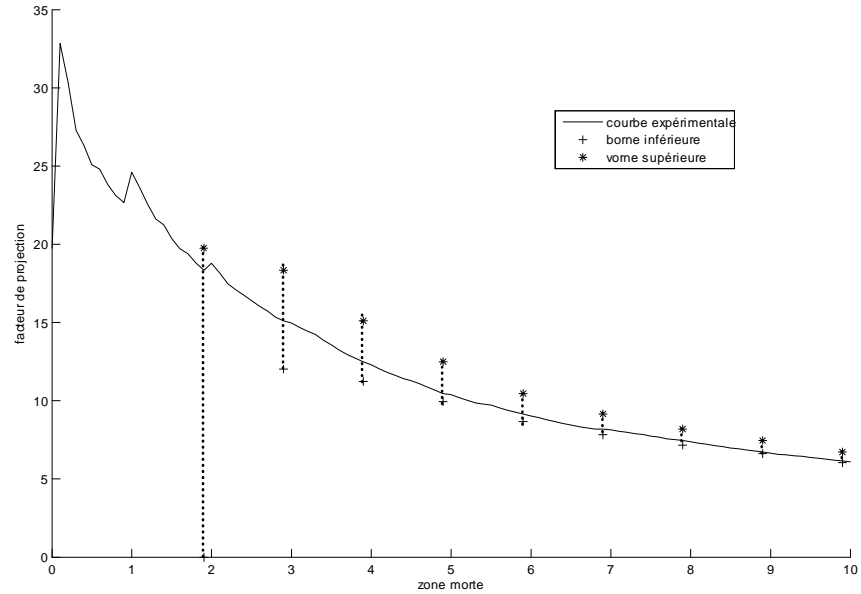


FIG. 2.8 – Encadrement du domaine de recherche du facteur de projection. Sous-image verticale (niveau 3) de l'image Lena. Débit cible : 0,8 bits/échantillon.

Nous venons de décrire tout au long du paragraphe 2.3 l'algorithme QVAZM que nous proposons ainsi qu'une procédure de recherche rapide des paramètres optimaux associés $(R_{ZM}^{opt}, \gamma^{opt})$, pour une source (c'est à dire une sous-bande de la transformée en ondelettes) et un débit donnés. Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer comment allouer efficacement les ressources binaires à l'ensemble des sous-bandes générées par la transformée en ondelettes pour atteindre le débit cible fixé par l'utilisateur, dans le cas de la QVAZM mais aussi dans celui de la QVA. Nous détaillerons à cette occasion les deux modèles que nous avons développés au cours de nos travaux.

2.4 Allocation de débits

Ce paragraphe décrit nos travaux concernant l'allocation des ressources binaires dans un schéma de compression basé sur une analyse multirésolution par transformée en ondelettes. Ils ont été réalisés à travers les thèses de Ludovic Guillemot et de Yann Gaudeau. Ces travaux visent à réduire la complexité de l'allocation des ressources binaires en évitant l'appel aux données. Ils ont conduit à l'établissement de deux modèles mathématiques, le premier, dit «modèle exponentiel» reposant sur l'estimation des courbes débit-distorsion associées à la QVAZM et le second, dit «modèle MMGG» valide pour la QVA et la QVAZM, reposant sur une approche statistique de modélisation par blocs des coefficients d'ondelettes en s'affranchissant de l'hypothèse classique *i.i.d.* mal adaptée aux images, par nature non stationnaires. Ce second modèle a été proposé en collaboration avec Saïd Moussaoui, Docteur de l'UHP Nancy 1 et Maître de Conférences à l'École Polytechnique de Nantes. Ces travaux ont fait l'objet de différentes communications, parmi lesquelles une à IEEE ICIP en 2005 : «A new fast bit allocation procedure for image coding based on discrete wavelet transform and dead zone lattice vector quantization» [73] et une à EUSIPCO en 2006 : «An analytical gamma mixture based rate-distortion model for lattice vector quantization» [75]. Ces deux références sont données aux annexes C et D.

L'allocation de débits est un problème classique [110], [143] en compression qui consiste à répartir le débit cible souhaité R_C sur l'ensemble des sous-bandes de la transformée, tout en minimisant la distorsion totale D_T . Dans un schéma de compression intrabande tel que nous l'avons présenté en introduction, il est indispensable de disposer d'un module d'allocation de débits efficace afin de ne pas pénaliser la chaîne de compression, ni en termes de qualité d'image, ni en terme de temps d'exécution. L'allocation est une optimisation multidimensionnelle qui peut se décomposer en deux parties :

- un *simulateur* chargé de collecter les données propres au problème de minimisation. Dans notre cas ce simulateur se compose des *SB* fonctions débit-distorsion $D_i(R_i)$ correspondant aux *SB* sous-bandes générées par l'analyse multirésolution, i étant l'indice de la sous-bande.
- un *module d'optimisation* proprement dit faisant appel au simulateur et se chargeant de converger vers la solution du problème.

Il est donc important de distinguer la mise au point du simulateur de celle du module d'optimisation, ce dernier pouvant fonctionner avec différents types de simulateurs. Ainsi par exemple dans [121] a été proposé un algorithme d'optimisation qui a été testé avec un simulateur obtenu par quantification scalaire [122] et un simulateur par QVA [123]. Dans le cadre de nos travaux, nous avons utilisé cet algorithme avec un simulateur associé à la QVAZM décrite précédemment.

Avant de détailler davantage, formulons explicitement le problème d'allocation. Celui s'écrit classiquement de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\{R_{BF}, R_i \in \mathbb{R} | i=1, \dots, SB\}} D_T(R_{BF}, R_1, \dots, R_i, \dots, R_{SB}) \\ \text{sous la contrainte d'égalité} \\ R_T(R_{BF}, R_1, \dots, R_i, \dots, R_{SB}) = R_C \end{array} \right. \quad (2.12)$$

où R_T (le débit total) correspond à la somme pondérée des débits R_i et du débit de la basse fréquence R_{BF} . SB est le nombre de sous-bandes produites par la transformée en ondelettes.

Notons que la sous bande-basse fréquence BF est généralement exclue du processus d'allocation. Cette sous-bande est codée par un simple codeur entropique afin de la transmettre avec une grande précision. En effet, cette sous-bande représente les moyennes locales de l'image, une erreur sur ses coefficients engendrerait des dégradations importantes sur de grandes zones de l'image reconstruite.

En utilisant la notation $D_i(R_i)$ déjà définie, le problème de minimisation s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{R}_T = (\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_{SB}) = \arg \min_{(R_1, \dots, R_{SB})} \sum_{i=1}^{SB} \beta_i D_i(R_i) \\ \text{sous la contrainte d'égalité} \\ \sum_{i=1}^{SB} \alpha_i R_i = R_C - R_{BF} = R'_C \end{array} \right. \quad (2.13)$$

où α_i représente le rapport entre le nombre d'échantillons dans la sous-bande i et le nombre total de pixels de l'image. Les facteurs β_i dépendent de la non-orthogonalité des filtres et d'éventuelles pondérations psychovisuelles. $\hat{R}_T = (\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_{SB})$ est le vecteur solution.

Ce problème d'optimisation peut être résolu en utilisant les opérateurs de Lagrange et en minimisant le critère J :

$$J_\lambda(R_T) = \sum_{i=1}^{SB} \beta_i D_i(R_i) + \lambda \left[\left(\sum_{i=1}^{SB} \alpha_i R_i \right) - R'_C \right] \quad (2.14)$$

Ce type de problème et sa résolution sont abondamment décrits dans la littérature (et résumés en particulier dans [110]). Comme on peut le vérifier dans la formule (2.14), la minimisation demande la connaissance des fonctions $D_i(R_i)$, en d'autres termes des données fournies par le simulateur. On distingue alors trois types d'approches selon le simulateur employé :

- *les approches basées sur le calcul des courbes débit-distorsion*, que ce soit celles utilisant les multiplicateurs de Lagrange [19], [60] ou celles faisant appel à la programmation dynamique. Elles assurent une précision proche du maximum dans la recherche de la solution. En contrepartie, la complexité du simulateur est très importante du fait de multiples appels aux données, pénalisant ainsi grandement le temps de calcul global de l'allocation.
- *les approches basées sur des modèles statistiques de la source* permettant de réduire significativement le coût de l'allocation, avec cependant toute la difficulté à établir des modèles précis pour les sources concernées.

- les approches basées sur l'approximation des courbes débit-distorsion qui représentent d'une certaine façon un compromis entre les deux approches précédentes puisqu'elles utilisent quelques couples débit-distorsion injectés ensuite dans un modèle permettant d'approximer la totalité de la courbe. Ce type d'approche est notamment employé dans le processus d'allocation du standard JPEG2000 [143].

Une partie importante de nos travaux les plus récents a porté sur la réduction du coût calcul de la partie simulateur, à travers l'établissement de modèles des courbes débit-distorsion. Nous avons dans un premier temps proposé une approche de type approximation, à travers un modèle exponentiel pour les courbes débit-distorsion obtenues par QVAZM, puis une approche statistique à travers un modèle plus général basé sur un mélange de gaussiennes généralisées multidimensionnelles (MMGG), valable pour la QVA ainsi que pour la QVAZM. Ces travaux sont décrits dans les deux paragraphes qui suivent.

2.4.1 Modèle exponentiel dédié à la QVAZM

L'introduction de la zone morte vectorielle dans le dictionnaire a pour effet de modifier sensiblement par rapport à la QVA classique l'allure de la courbe débit-distorsion dans les plages de faibles débits, en d'autres termes, là où l'efficacité de la zone morte est la plus grande, comme en témoigne la figure 2.9. La fonction débit-distorsion est classiquement représentée de la façon suivante [68], [80] :

$$D(R) = g(R)\sigma^2 2^{-2R} \quad (2.15)$$

où σ^2 est la variance de la source et $g(R)$ une fonction telle que $g(0) = 1$ et $g(R) \rightarrow c$ une constante dépendant de la statistique de la source. La principale difficulté réside dans la détermination de la fonction $g(R)$. Dans le cas d'une quantification de type QVAZM nous proposons de l'interpréter comme une modulation de la décroissance exponentielle en 2^{-2R} de la formule (2.15) :

$$D(R) = C e^{-aR} \quad (2.16)$$

où a et C sont les paramètres du modèle. Le facteur de décroissance a permet de régler le compromis entre décroissance exponentielle en 2^{-2R} pour les forts débits et décroissance plus forte pour les très faibles débits. L'avantage d'un tel modèle tient dans sa simplicité puisque les paramètres a et C peuvent être obtenus à l'aide d'une simple régression linéaire du logarithme de la formule (2.16) :

$$\log[D(R)] = \log C - aR \quad (2.17)$$

Si l'on appelle L le nombre de points utilisés dans la régression et $d_k = D(R_k)$, $k = 1, \dots, L$, la distorsion associée au débit R_k alors les paramètres du modèle sont :

$$\begin{aligned} C &= \exp \left(\frac{L \sum_{k=1}^L R_k d_k - \sum_{k=1}^L R_k \sum_{k=1}^L d_k}{L \sum_{k=1}^L R_k^2 - \left(\sum_{k=1}^L R_k \right)^2} \right) \\ a &= -\frac{1}{L} \left(\sum_{k=1}^L d_k - \ln C \cdot \sum_{k=1}^L R_k \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dans la pratique, trois points suffisent à décrire correctement la courbe débit-distorsion. Cependant le choix de ces points est très important pour la précision du modèle. En effet, étant donnée la forte pente présente sur la courbe débit-distorsion une faible erreur dans cette zone peut modifier de façon sensible l'allocation des débits et donc les performances de compression. Il est nécessaire de prendre en compte un a priori sur les débits, qui dans un schéma de compression par transformée en ondelettes à bas débit, sont faibles dans les hautes résolutions et forts dans les basses résolutions.

L'allocation de débits proprement dite est obtenue en minimisant la fonctionnelle (2.14). On peut montrer aisément en injectant le modèle proposé (2.16) dans la formule que le vecteur solution est donné par :

$$\hat{R}_i = \frac{1}{a_i} \left[\ln \left(\frac{C_i \beta_i a_i}{\alpha_i} \right) + \frac{1}{\sum_{l=1}^{SB} \frac{\alpha_l}{a_l}} \left[R_C - \sum_{i=1}^{SB} \frac{\alpha_i}{a_i} \ln \left(\frac{C_i \beta_i a_i}{\alpha_i} \right) \right] \right] \quad (2.19)$$

La démonstration est donnée en annexe C ainsi que dans la thèse de Yann Gaudeau [63].

Le schéma général de l'allocation est résumé sur la figure 2.10.

Le coût calcul de cette formule analytique est faible. La complexité C_{exp} de l'allocation de débits de la QVAZM est essentiellement liée à la détermination des paramètres du modèle est peut être exprimée approximativement comme :

$$C_{\text{exp}} \simeq \sum_{i=1}^{SB} \alpha_i (36 + 36 \times \#I_i) \quad \text{op/pixel} \quad (2.20)$$

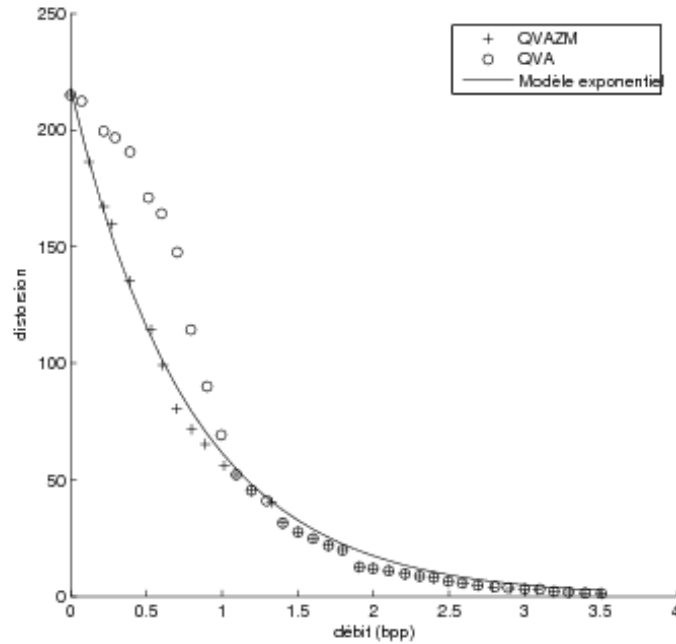


FIG. 2.9 – Courbes débit-distorsion associées à la sous-image verticale (niveau 1) de l'image Lena quantifiée par QVAZM et QVA. Comparaison avec le modèle exponentiel.

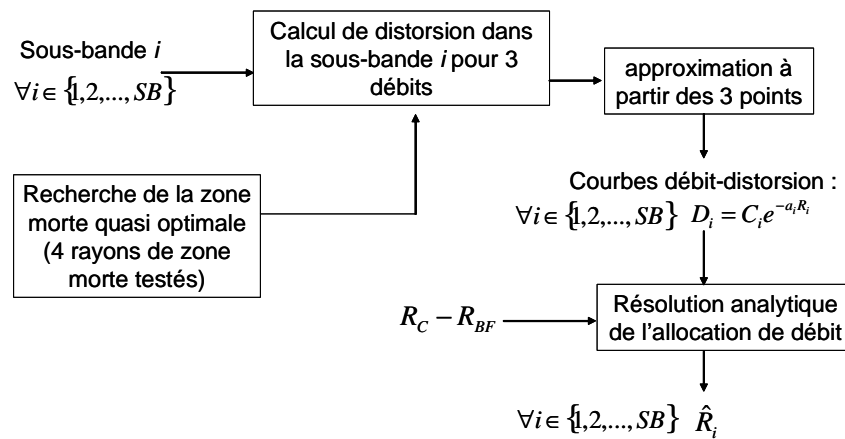


FIG. 2.10 – Processus d'allocation de débits utilisant une approximation par un modèle exponentiel des SB courbes $D_i(R_i)$.

où op désigne une opération élémentaire ($+$, $-$, \times , \div) et $\#I_i$ est le nombre moyen d'itérations pour trouver le minimum de $D^*(r_{ZM})$. A bas débit, comme par exemple 0,125 bits/pixel, les sous-bandes de plus fortes résolutions peuvent avoir un débit alloué nul. Lorsqu'on fait un tel a priori dans le processus d'allocation la complexité est encore réduite. Ainsi par exemple, pour l'image Cornouaille codée à 0,125 bpp, C_{exp} tombe à 45 opérations/pixel.

Le modèle proposé présente donc l'avantage de réduire significativement la complexité du processus d'allocation, puisqu'il permet même la résolution analytique du problème d'optimisation. En contrepartie, il est sensible au choix des points de la courbe débit-distorsion. C'est l'une des raisons pour lesquelles nous avons développé des recherches autour d'un modèle statistique plus flexible, fonctionnant à la fois pour la QVA et la QVAZM. C'est l'objet du paragraphe suivant.

2.4.2 Modèle statistique basé sur un mélange de lois multidimensionnelles de type gaussienne généralisée (MMGG) pour la QVA et la QVAZM

Comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, de nombreux travaux ont été accomplis dans le domaine de la modélisation statistique des coefficients d'ondelettes (par exemple [24], [123], [97]) en vue d'améliorer les performances de la chaîne de compression à travers la mise au point de quantificateurs efficaces car adaptés aux données. Historiquement ces travaux sont essentiellement issus des deux théories dont nous avons déjà parlé, à savoir théorie de l'information établie par Shannon [138] et théorie haute résolution avec en particulier les travaux de Bennett [16] et ceux de Zador [156].

Notre démarche est l'inverse de celle utilisée habituellement : nous partons d'une modélisation de l'énergie des vecteurs pour aboutir à celle de la distribution conjointe des vecteurs.

Comme on l'a vu au début du paragraphe 2.3, le principal inconvénient des modèles basés sur l'hypothèse i.i.d. est qu'il ne permettent pas la prise en compte de certaines propriétés des coefficients d'ondelettes, comme par exemple le phénomène d'agglutinement des forts coefficients, phénomène qui peut au contraire être exploité par les quantificateurs vectoriels tels que les QVA, en particulier à travers le codage de l'énergie des vecteurs. L'exploitation des dépendances spatiales existant dans les sous-bandes de la transformée en ondelettes a déjà fait l'objet de travaux, comme par exemple ceux de Fischer sur les dictionnaire de forme elliptique pour les sources gaussiennes corrélées [59].

Modélisation de l'énergie des vecteurs

Comme nous l'avons déjà évoqué en commentant la figure 2.1, l'histogramme de l'énergie des vecteurs comporte un mode proche de zéro ainsi qu'une longue queue. Ceci peut faire penser à un mélange de plusieurs densités. D'autre part, la non-négativité de l'énergie indique qu'un mélange de lois gamma semble être approprié.

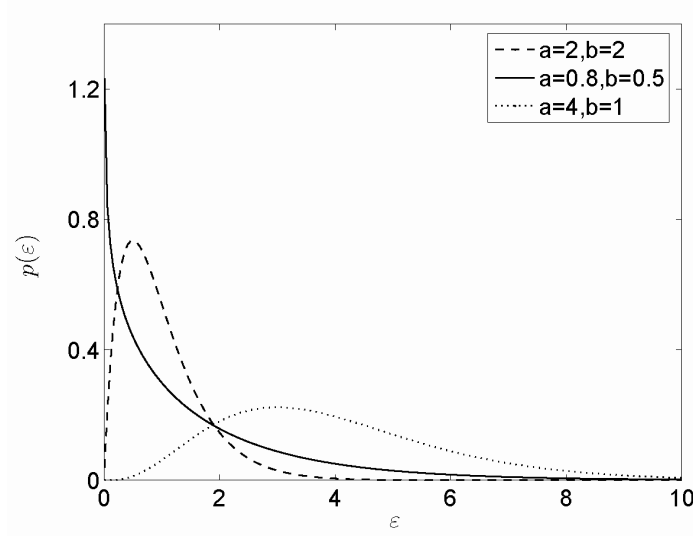


FIG. 2.11 – Formes typiques de distributions gamma (équation 2.21).

Rappelons tout d'abord que la densité de probabilité d'une variable aléatoire ε distribuée suivant une loi gamma $\mathcal{G}(\varepsilon; a, b)$ (dans la suite ε représente la norme des blocs) est définie par :

$$\mathcal{G}(\varepsilon; a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \varepsilon^{a-1} \exp[-b\varepsilon] \mathbb{I}_{\varepsilon>0}, \quad (2.21)$$

où $\Gamma(a)$ est la fonction gamma, et $\mathbb{I}_{\varepsilon>0}$ la fonction indicatrice. Les paramètres ($a > 0, b > 0$) permettent d'ajuster la forme de la loi gamma. La figure 2.11 montre que pour $0 < a < 1$ la distribution est pointue et bien adaptée aux signaux parcimonieux alors que pour $a > 1$, la distribution possède un mode en $(a - 1)/b$ et est très allongée.

Supposons que l'énergie des vecteurs ε soit distribuée selon N_{mix} classes S_k de poids $c_k = P(\varepsilon \in S_k)$, nous obtenons le modèle de mélange suivant :

$$p(\varepsilon; \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k \mathcal{G}(\varepsilon; a_k, b_k), \quad (2.22)$$

avec $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_{N_{mix}}]$, $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_{N_{mix}}]$.

Comme nous l'avons évoqué au début du paragraphe 2.3, l'histogramme des énergies laisse entrevoir deux classes de vecteurs : celle des vecteurs de grande énergie et celle des vecteurs de faible énergie. Ainsi, nous limiterons à 2 la valeur de N_{mix} . La figure 2.12 confirme que le mélange de deux lois gamma modélise avec précision l'énergie des vecteurs. Notons que des expérimentations

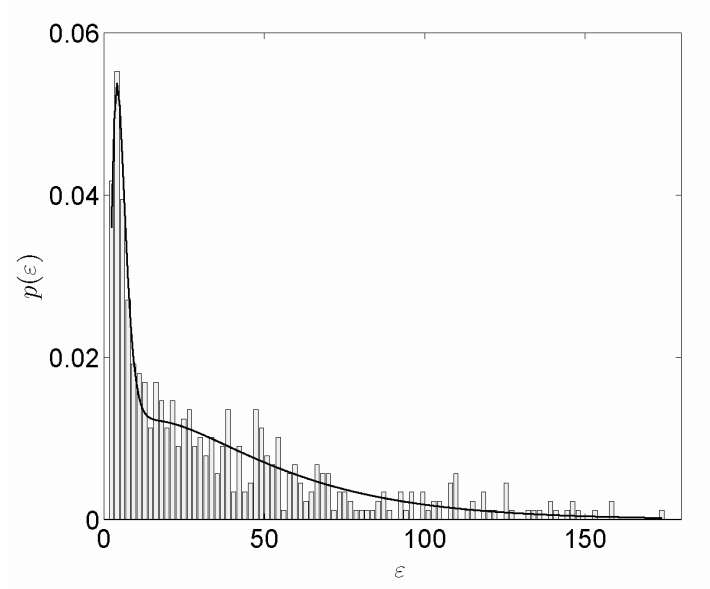


FIG. 2.12 – Histogramme de l'énergie (norme L^1) des vecteurs (2×4) de la sous-bande verticale (niveau 3) de Lena et densité correspondante d'un mélange de deux lois gamma estimées avec les paramètres $\mathbf{a} = [5, 12 \ 1, 49]$, $\mathbf{b} = [0, 92 \ 0, 03]$ et $\mathbf{c} = [0, 24 \ 0, 76]$.

faites avec des valeurs de N_{mix} égales à 3 et 4 ont montré un gain en précision non significatif par rapport à l'application visée. Les formules qui suivent seront cependant données pour N_{mix} quelconque, afin de conserver un caractère général au modèle.

Les paramètres (c_1, c_2) sont estimés en utilisant une simulation de type Monte-Carlo par chaîne de Markov (MCMC) [114] et \mathbf{a} et \mathbf{b} (les paramètres des lois gamma) sont simulés en utilisant les algorithmes donnés dans [108].

Partant du postulat que la distribution de l'énergie des vecteurs suit un mélange de lois gamma (2.22), nous cherchons à « retrouver » la distribution conjointe des vecteurs eux-mêmes. C'est l'objet du paragraphe suivant.

Détermination de la distribution de la source

Nous avons considéré précédemment dans la modélisation de l'énergie des vecteurs l'existence de N_{mix} classes S_k . La distribution conjointe f d'un vecteur aléatoire \mathbf{x} représentant la source peut donc être donnée par :

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k f(\mathbf{x} \mid \|\mathbf{x}\|_{\alpha}^{\alpha} \in S_k) \quad (2.23)$$

où $f(\mathbf{x} \parallel \|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha \in S_k)$ est la distribution du vecteur aléatoire \mathbf{x} conditionnellement à l'état S_k de son énergie.

La détermination de la distribution $f(\mathbf{x} \parallel \|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha \in S_k)$ est grandement facilitée par les propriétés avantageuses qui lient les lois gaussiennes généralisées aux lois gamma, comme nous le montrons dans ce qui suit.

Proposition 1 *Soit un vecteur aléatoire $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ dont les composantes sont distribuées suivant une loi gaussienne généralisée, «l'énergie» du vecteur (i.e. la norme L^α à la puissance α), $\varepsilon = \sum_{j=1}^n |x_j|^\alpha$, est distribuée suivant une loi gamma de paramètres $a = n/\alpha$ et $b = 1/\beta^\alpha$, où α et β sont respectivement la puissance et la forme de la densité de la gaussienne généralisée, qui s'écrit :*

$$\mathcal{GG}(x_i; \alpha, \beta) = \frac{\alpha \beta^{1/\alpha}}{2\Gamma(1/\alpha)} \exp(-\beta|x_i|^\alpha) \quad (2.24)$$

Preuve. La distribution de chaque variable $x \in \{x_j; j = 1, \dots, n\}$ est donnée par

$$p_{\mathbf{X}}(x) = \frac{\alpha}{2\beta} \frac{1}{\Gamma(1/\alpha)} \exp\left(-\frac{|x|^\alpha}{\beta}\right)$$

Ainsi la distribution de sa valeur absolue s'écrit :

$$p_{|X|}(|x|) = \frac{\alpha}{\beta} \frac{1}{\Gamma(1/\alpha)} \exp\left(-\frac{|x|^\alpha}{\beta^\alpha}\right)$$

La distribution de la variable $v = |x|^\alpha$ est alors déduite selon :

$$p_V(v) = p_X(x) \Big|_{|x|=v^{1/\alpha}} \left(\frac{dv}{d|x|} \right)^{-1}$$

où $\frac{dv}{d|x|} = \alpha v^{(\alpha-1)/\alpha}$.

Ainsi,

$$p_V(v) = \frac{1}{\beta} \frac{1}{\Gamma(1/\alpha)} v^{1/\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{\beta^\alpha} v\right)$$

ce qui montre que les variables $v_j = |x_j|^\alpha$ sont distribuées selon une loi gamma de paramètres $(1/\alpha, 1/\beta^\alpha)$.

Par ailleurs, comme la somme S_n de n variables aléatoires mutuellement indépendantes et distribuées selon des loi gamma de paramètres (a_i, b) est également distribuée selon un loi gamma de paramètres $(\sum_{i=1}^n a_i, b)$ [50], il en résulte que la norme $\varepsilon = \sum_{j=1}^n v_j = \sum_{j=1}^n |x_j|^\alpha$ est distribuée selon une loi gamma de paramètres $(a = n/\alpha, b = 1/\beta^\alpha)$. ■

Nous pouvons déduire la proposition suivante :

Proposition 2 *Supposons réalisées les hypothèses suivantes :*

- (H1) : les n composantes de chaque vecteur source d'une classe S_k sont mutuellement indépendantes et identiquement distribuées suivant une densité gaussienne généralisée de paramètres α_k, β_k .

- (H2) : les composantes de vecteurs appartenant à des classes différentes sont indépendantes et identiquement distribuées suivant des densités de type gaussienne généralisée de paramètres de puissance identiques $\alpha_k = \alpha$ mais de paramètres de forme β_k différents.

Sous ces conditions, les paramètres de la distribution conjointe des vecteurs de la source qui suit un modèle MMGG, sont déduits de la manière suivante :

$$\alpha_k = \alpha, \text{ et } \beta_k = (1/b_k)^{1/\alpha} \quad \forall k = 1, \dots, N_{mix}, \quad (2.25)$$

Preuve. C'est une généralisation de la proposition précédente au cas du modèle de mélange. L'hypothèse (H1) permet simplement d'écrire que la norme de chaque vecteur appartenant à la classe S_k , noté $\mathbf{x}^{(k)}$, est distribuée selon une loi gamma de paramètres ($a_k = n/\alpha_k, b_k = 1/(\beta_k)^\alpha$). L'hypothèse (H2) permet, elle, d'écrire que les différentes classes sont différenciées par le paramètre de forme de la loi et permet de déduire à partir de la proposition précédente les paramètres du mélange MMGG :

$$\begin{cases} \alpha_k = \frac{a_k}{n} = \alpha, \\ \beta_k = (1/b_k)^{1/\alpha_k} = (1/b_k)^{1/\alpha}, \end{cases}$$

■

Ainsi, la distribution conjointe de chaque vecteur \mathbf{x} conditionnellement à l'état S_k est :

$$f(\mathbf{x} \mid \|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha \in S_k) = \prod_{j=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_j; \alpha_k, \beta_k). \quad (2.26)$$

La formule (2.26) réinjectée dans (2.23) conduit à l'expression finale de la densité de probabilité conjointe des vecteurs de la source. Nous disposons donc à présent d'un modèle de distribution de la source que nous pourrions utiliser de façon à résoudre de manière analytique le problème de l'allocation de débits. Ce modèle est relativement simple à calculer puisqu'il est déduit des paramètres du mélange de lois gamma avec des étiquettes indépendantes représentant la distribution de l'énergie des vecteurs. L'expression de ce modèle laisse entrevoir des propriétés intéressantes. En effet, la séparabilité des distributions conditionnelles, de même que l'hypothèse (H1) vont permettre de réutiliser les travaux basés sur l'hypothèse classique i.i.d., en particulier ceux relatifs aux sources gaussiennes généralisées quantifiées par un QVA. En d'autres termes, la densité gaussienne généralisée i.i.d. peut être vue comme un cas particulier du modèle MMGG proposé.

Il est important d'insister sur le fait que la différence entre notre modèle et un modèle constitué d'un mélange de gaussiennes généralisées scalaires indépendantes est que ce dernier ne prend pas en compte les dépendances entre les

échantillons (c'est à dire les dépendances entre les composantes d'un vecteur). Or nous avons montré le gain que pouvait apporter la prise en compte de telles dépendances dans les performances de compression.

Allocation de débits associée au modèle MMGG : cas de la QVA

Soit $\tilde{\mathbf{x}} = \gamma Q(\mathbf{x}/\gamma)$ un vecteur reconstruit après QVA. En utilisant le modèle MMGG établi dans la formule (2.23) pour la densité de probabilité conjointe des vecteurs source, la distorsion $D_{mix}(\gamma, \sigma_k)$ après quantification vectorielle algébrique s'écrit :

$$\begin{aligned} D_{mix}(\gamma, \sigma_k) &= \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k D_k & (2.27) \\ &= \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k \left[\int_{\mathbb{R}^n} \left\| \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}} \right\|_2^2 f(\mathbf{x} | \|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha \in S_k) dx_1 \dots dx_n \right] \\ D_{mix}(\gamma, \sigma_k) &= \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k \left[\int_{\mathbb{R}^n} \left\| \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}} \right\|_2^2 \prod_{j=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_j; \alpha_k, \beta_k) dx_1 \dots dx_n \right] \end{aligned}$$

où D_k représente la distorsion de la $k^{ième}$ distribution du mélange.

L'un des principaux avantages du modèle proposée est qu'il permet l'utilisation directe des résultats de la littérature basés sur l'hypothèse i.i.d. Ainsi par exemple, Raffy *et al* donnent dans [121] et [123] l'expression analytique de D_k pour des sources i.i.d. centrées d'écart type σ_k respectivement gaussienne et laplacienne. Ainsi, par exemple dans le cas laplacien, on obtient :

$$D_k(\gamma, \sigma_k) = \frac{\gamma^2}{12} \left[1 + \frac{12}{\pi^2} \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{(-1)^j}{j^2} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 2\sigma^2 \pi^2 j^2} \right] \quad (2.28)$$

Calculons à présent le débit à partir de la formule générale (2.2) dans le cas du modèle MMGG. Soit ϵ l'énergie d'un vecteur. Nous pouvons définir la probabilité discrète de l'énergie comme étant :

$$P_{mix}(\epsilon = r) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k P_k(\epsilon = r) \quad (2.29)$$

où P_k représente la probabilité de la $k^{ième}$ classe S_k . On obtient alors :

$$R_{mix}(\gamma, \sigma_k) = - \sum_{r=0}^{r_T} P_{mix}(\epsilon = r) \{ \log_2 P_{mix}(\epsilon = r) - \lceil \log_2 N(r) \rceil \} \quad (2.30)$$

De la même manière que pour le calcul de D_k , une solution analytique de la loi de l'énergie P_k ($\epsilon = r$) dans le cas d'une source i.i.d. laplacienne d'écart type σ_k a été proposée dans [112]. Elle peut s'écrire de la manière suivante

$$P_k(\epsilon = r) = \sum_{n_0=0}^n \text{Card}(r, n_0) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda\gamma}{2}\right)\right)^{n_0} \times \left(\sinh\left(\frac{\lambda\gamma}{2}\right)\right)^{n-n_0} \times \exp(-\lambda\gamma r) \quad (2.31)$$

avec

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_k} \text{ et } \text{Card}(r, n_0) = \text{cardinal} \left(\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_n\} \in \mathbb{Z}^n \mid \sum_{i=1}^n |y_i| = r \\ \text{et } \text{cardinal}(\{y_i \mid y_i = 0\}) = n_0 \end{array} \right\} \right) \quad (2.32)$$

où n_0 correspond au nombre de composantes nulles du vecteur après quantification \mathbf{y} .

Le calcul du nombre de vecteurs $\text{Card}(r, n_0)$ sur chaque surface d'énergie r du réseau \mathbb{Z}^n ayant n_0 composantes nulles peut être effectué en utilisant une partie des méthodes d'indexage par code préfixe [103]. Nous avons ainsi établi la formule analytique suivante [147] :

$$\begin{aligned} \text{Card}(r, n_0) &= 2^{n-n_0} \frac{n!}{n_0!} \sum_{y_{i_1}=1}^{\lfloor \frac{r}{n_0} \rfloor} \sum_{y_{i_2}=y_{i_1}}^{\lfloor \frac{r-y_{i_1}}{n_0-1} \rfloor} \dots \sum_{y_{i_{n_0}}=y_{i_{(n_0-1)}}}^{\lfloor r-\sum_{j=1}^{n_0-1} y_{i_j} \rfloor} \\ &\quad \left(\prod_{y_{i_k}=y_{i_1}}^{\lfloor r-\sum_{j=1}^{n_0-1} y_{i_j} \rfloor} \delta(y_{i_k} - y_{i_{(k-1)}}) \times w(y_{i_k})! \right)^{-1} \quad (2.33) \\ &\text{avec } \sum_{j=1}^{\overline{n_0}} y_{i_j} = r \text{ et } w(y_{i_k}) = \sum_{q=y_{i_1}}^{y_{i_{\overline{n_0}}}} \delta(y_{i_k} - q) \end{aligned}$$

où $\delta(u)$ est la fonction de Kronecker ², $\overline{n_0}$ correspond au nombre de composantes non nulles du vecteur \mathbf{y} et y_{i_k} est la $k^{\text{ème}}$ composante non nulle. La démonstration est donnée en annexe de la thèse de Teddy Voinson [148].

A partir des formules (2.30) et (2.27), nous disposons du modèle débit-distorsion basé MMGG. Celui-ci a été testé sur les sous-bandes de la transformée en ondelettes sur 5 niveaux (filtre 9-7) de plusieurs images naturelles bien connues, comme «Lena», «Cornouaille» et «poivrons». Nous nous sommes placés dans l'hypothèse d'un modèle de mélange de lois laplaciennes et d'une QVA pyramidale. Nous avons également calculé les courbes débit-distorsion à partir d'un modèle classique i.i.d laplacien [123] pour lequel la variance du modèle est

$${}^2 \delta(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{Remarque : } \overline{\delta(u)} = \begin{cases} 0 & \text{si } u = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

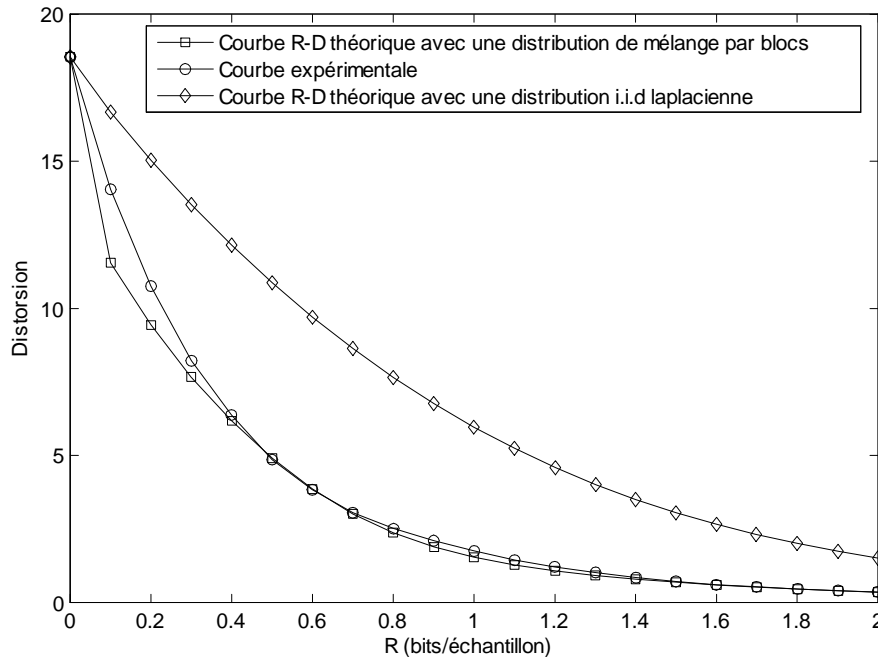


FIG. 2.13 – Fonctions débit-distorsion pour la QVA - sous-bande horizontale (niveau 3) de l'image Lena : données réelles, modèle de mélange proposé, modèle i.i.d laplacien - vecteurs de taille (2×4) .

égale à celle de la sous-bande considérée. De nombreux tests sont reportés dans la thèse de Yann Gaudeau [63]. Un exemple est donné sur la figure 2.13 qui confirme que l'hypothèse i.i.d. n'est pas adaptée à la QVA et qui montre que le modèle MMGG proposé semble au contraire beaucoup plus précis. Cependant il faut noter que dans les basses résolutions, l'écart entre les modèles i.i.d et MMGG se réduit. Ceci peut s'expliquer par la parcimonie et l'agglutinement qui sont différents et tels que l'hypothèse i.i.d. devienne plus réaliste. Notons que dans ce cas, il est facilement envisageable de calculer les courbes débit-distorsion à partir des données réelles du fait de la petite taille des sous-bandes concernées.

Allocation de débits associée au modèle MMGG : cas de la QVAZM

Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'allocation de débits requiert la détermination d'un paramètre supplémentaire dans le cas de la QVAZM : le rayon de la zone morte. L'importance de disposer d'un modèle fiable pour les

courbes débit-distorsion est là encore capitale. Nous proposons ici de transposer le modèle MMGG au cas de la quantification avec zone morte. De la même manière que dans le cas de la QVA à l'exception du paramètre supplémentaire R_{ZM} , la distorsion globale peut s'écrire :

$$D_{mix}(R_{ZM}, \gamma, \sigma_k) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k D_k = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k D_k(R_{ZM}, \gamma, \sigma_k) \quad (2.34)$$

où $D_k(R_{ZM}, \gamma, \sigma_k)$ représente la distorsion associée à la classe S_k . Dans ce qui suit nous allons calculer l'expression de $D_k(R_{ZM}, \gamma, \sigma_k)$.

Sur la figure 2.6, nous avons montré l'existence de trois zones : la zone morte vectorielle (ZM), la zone de surcharge (ZS) et le zone uniforme (ZU). Ceci conduit à une distorsion totale égale à la somme des distorsions dans chacune des régions. Or comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe concernant la recherche du facteur d'échelle et du rayon de la zone morte optimaux, ce dernier est choisi de façon à minimiser la distorsion de surcharge. Celle-ci devient alors négligeable par rapport à la distorsion totale. En d'autres termes, la zone de surcharge peut être considérée comme étant incluse dans la zone uniforme. Ce qui implique :

$$D(R_{ZM}, \gamma) = \frac{1}{n} [D_{ZM}(R_{ZM}) + D_{ZU}(\gamma)(1 - F_n(R_{ZM}))] \quad (2.35)$$

où $F_n(\cdot)$ représente la fonction de répartition de l'énergie des vecteurs et n la dimension des vecteurs.

D'autre part, pour un rayon de zone morte suffisamment grand, la densité de probabilité issue du modèle MMGG a une décroissance douce en dehors de la zone morte. Ainsi, nous pouvons considérer que la distribution est constante par morceau dans la zone uniforme, ce qui conduit au résultat bien connu suivant : $D_{ZU}(\gamma) = \frac{n\gamma^2}{12}$ dans le cas du réseau \mathbb{Z}^n .

S'agissant de la distorsion dans la zone morte nous pouvons faire la proposition suivante :

Proposition 3 *Dans le cas d'une source gaussienne généralisée i.i.d quantifiée par un quantificateur vectoriel algébrique avec zone morte de rayon R_{ZM} sur le réseau \mathbb{Z}^n , la distorsion à l'intérieur de la zone morte $D_{ZM}(R_{ZM})$ est donnée par ³ :*

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = n \int_{|x|^\alpha < R_{ZM}} x^2 \mathcal{G}\mathcal{G}(x) F_{n-1}(R_{ZM} - |x|^\alpha) dx \quad (2.36)$$

où $F_{n-1}(\cdot)$ représente la fonction de répartition de l'énergie des vecteurs de dimension $n - 1$.

³Pour des soucis de simplicité $\mathcal{G}\mathcal{G}(x; \alpha, \beta)$ est remplacé ici par $\mathcal{G}\mathcal{G}(x)$.

Preuve. L'expression analytique de D_{ZM} est calculée en utilisant des propriétés particulières de la densité de probabilité conjointe d'une variable aléatoire distribuée suivant une loi i.i.d (2.26). Nous avons :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = \int_{ZM} (x_1^2 + \dots + x_n^2) \left(\prod_{k=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right)$$

où $ZM = \{\mathbf{x}; \|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha < R_{ZM}\}$. Ainsi nous obtenons :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = \sum_{i=1}^n \int_{ZM} x_i^2 \left(\prod_{k=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right)$$

D'autre part :

$$\forall i, j; \int_{ZM} x_i^2 \left(\prod_{k=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right) = \int_{ZM} x_j^2 \left(\prod_{k=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right)$$

D'où :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = n \int_{ZM} x_1^2 \left(\prod_{k=1}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right)$$

Posons $\mathbb{A} = \{\mathbf{x}; |x_2|^\alpha + \dots + |x_n|^\alpha < R_{ZM} - |x_1|^\alpha\}$

Nous avons :

$$\{\|\mathbf{X}\|_\alpha^\alpha < R_{ZM}\} = \{|x_1| < R_{ZM}\} \cap \mathbb{A}$$

Ainsi :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = n \int_{|x|^\alpha < R_{ZM}} x^2 \mathcal{G}\mathcal{G}(x) \left[\int_{\mathbb{A}} \left(\prod_{k=2}^n \mathcal{G}\mathcal{G}(x_k) dx_k \right) \right] dx$$

L'intégrale entre crochets correspond à la fonction de répartition F_{n-1} de la loi de l'énergie pour une distribution gaussienne généralisée de dimension $n - 1$. Nous obtenons donc :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = n \int_{|x|^\alpha < R_{ZM}} x^2 \mathcal{G}\mathcal{G}(x) F_{n-1}(R_{ZM} - |x|^\alpha) dx$$

■

Ainsi D_{ZM} dépend seulement de la connaissance de la fonction de répartition F_n de la loi de $\|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha$. Pour une distribution de type gaussienne généralisée, l'expression analytique de F_n est donnée dans [26]. Dans le cas d'une source laplacienne i.i.d. centrée d'écart-type σ , la fonction de répartition du rayon F_n est obtenue par intégrations par parties successives et peut s'écrire

$$F_n(R) = 1 - e^{-\lambda R} \sum_{j=0}^n \frac{(\lambda R)^j}{j!} \quad (2.37)$$

avec $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}$.

En remplaçant (2.37) dans (2.36), on obtient :

$$D_{ZM}(R_{ZM}) = n \left(J - 2\lambda e^{-\lambda R_{ZM}} R_{ZM}^3 \sum_{j=0}^2 \frac{(\lambda R_{ZM})^j}{(j+3)!} \right) \quad (2.38)$$

avec $J = -e^{-\lambda R_{ZM}} \left(R_{ZM}^2 + \frac{2}{\lambda} R_{ZM} + \frac{2}{\lambda^2} \right) + \frac{2}{\lambda^2}$.

La formule (2.35) est donc complètement explicitée pour une source laplacienne i.i.d. centrée d'écart-type σ . Elle peut être ainsi utilisée directement pour chaque classe S_k du modèle MMGG décrite par une source laplacienne i.i.d. centrée d'écart-type σ_k , permettant ainsi le calcul du modèle de distorsion (2.34).

Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser au modèle de débit, dont la formule générale est :

$$R_{mix}(R_{ZM}, \gamma, \sigma_k) = - \sum_{r=0}^{r_T} P_{mix}(\epsilon = r) \{ \log_2(P_{mix}(\epsilon = r)) - \lceil \log_2(N(r)) \rceil \} \quad (2.39)$$

où $P_{mix}(\epsilon = r)$ est la probabilité de l'énergie donnée par la formule (2.29). La différence avec le modèle établi pour la QVA tient dans la prise en compte des probabilités différenciées selon la zone du dictionnaire :

$$\begin{aligned} P_{ZM}(\epsilon = 0) &= \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k P_k(\|\mathbf{x}\|_\alpha^\alpha < R_{ZM}) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k F_{n_k}(R_{ZM}) \\ P_{ZM}(\epsilon = 1) &= \dots = P_{ZM}(\epsilon = \delta - 1) = 0 \\ P_{ZM}(\epsilon = \delta) &= \left[\sum_{r=0}^{\delta} P_{mix}(\epsilon = r) \right] - P_{ZM}(\epsilon = 0) \\ P_{ZM}(\epsilon = r) &= P_{mix}(\epsilon = r) = \sum_{k=1}^{N_{mix}} c_k P_k(\epsilon = r), \quad r > \delta \end{aligned}$$

où $\delta = \left\lfloor \frac{R_{ZM}}{\gamma} \right\rfloor + 1$ est l'énergie de la première couche hors zone morte et $F_{n_k}(\cdot)$ la fonction de répartition de l'énergie relative à la classe S_k . Dans le cas laplacien, $F_{n_k}(\cdot)$ est donnée par la formule (2.37) et $P_{ZM}(\epsilon = r) = P_{mix}(\epsilon = r)$ est calculée directement à partir de (2.31).

Nous avons testé le modèle MMGG pour la QVAZM dans les mêmes conditions que celui établi pour la QVA, en faisant l'hypothèse d'un mélange de lois laplaciennes. Là encore de nombreux tests sont reportés dans [63]. L'exemple correspondant à la figure 2.13 est donné dans la figure 2.14 qui confirme également la supériorité du modèle MMGG sur le modèle basé sur l'hypothèse i.i.d.

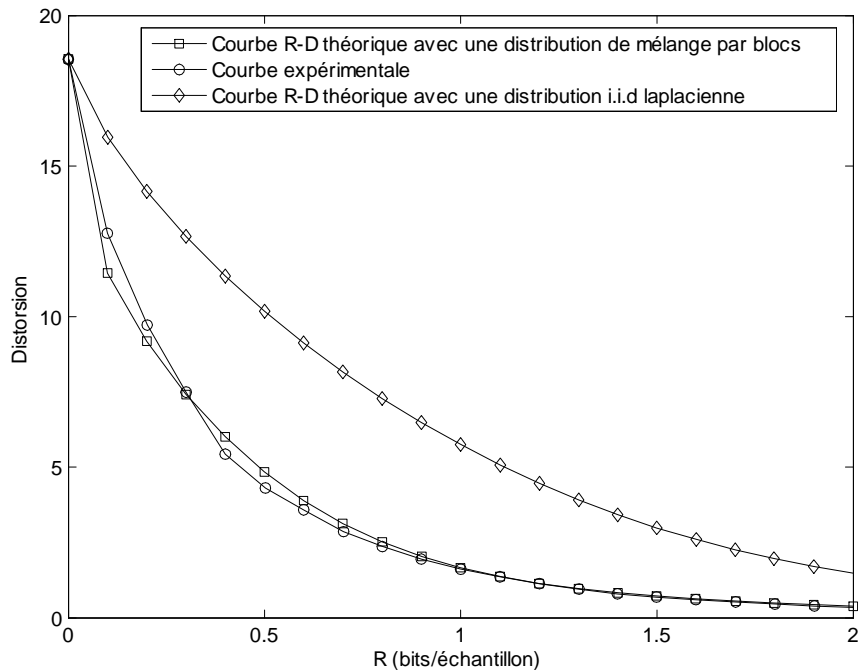


FIG. 2.14 – Fonctions débit-distorsion pour la QVAZM - sous-bande horizontale (niveau 3) de l'image Lena : données réelles, modèle de mélange proposé, modèle i.i.d laplacien - vecteurs de taille (2×4) .

D'autre part, nous constatons que le modèle associé à la QVAZM colle même mieux aux données expérimentales que celui établi pour la QVA.

Qu'il s'agisse du modèle MMGG pour la QVA ou pour la QVAZM, celui-ci présente l'intérêt de réduire significativement la complexité de la partie simulateur du processus d'allocation de débits et par voie de conséquence de rendre beaucoup plus rapide la partie optimisation lagrangienne du processus.

Pour conclure ces travaux sur l'allocation de débits et les modèles proposés, nous résumons dans le tableau 2.1 les PSNR obtenus par QVAZM sur les trois images test : Lena, Cornouaille et poivrons pour trois allocations différentes : lagrangienne sur les données réelles, basée modèle exponentiel, basée modèle MMGG. Ces résultats sont également comparés à ceux obtenus par les algorithmes SPIHT et JPEG2000. Comme nous pouvons le constater les deux modèles offrent des performances très proches de celle de l'approche lagrangienne sur les données réelles, avec un léger avantage à chaque fois au modèle MMGG

Débit	Méthode (allocation)	Lena	Cornouaille	poivrons
0,125 bit/pixel	QVAZM (lagrangienne)	31,02 dB	27,98 dB	30,30 dB
	QVAZM (exponentielle)	30,96 dB	27,90 dB	30,03 dB
	QVAZM (MMGG)	30,98 dB	27,93 dB	30,30 dB
	SPIHT	31,08 dB	28,16 dB	30,65 dB
	JPEG 2000	30,90 dB	27,99 dB	30,56 dB
0,25 bit/pixel	QVAZM (lagrangienne)	34,03 dB	30,81 dB	33,14 dB
	QVAZM (exponentielle)	33,80 dB	30,64 dB	32,54 dB
	QVAZM (MMGG)	33,97 dB	30,70 dB	33,13 dB
	SPIHT	34,11 dB	30,97 dB	33,47 dB
	JPEG2000	34,02 dB	30,94 dB	33,41 dB
0,5 bit/pixel	QVAZM (lagrangienne)	37,19 dB	34,20 dB	35,61 dB
	QVAZM (exponentielle)	36,81 dB	34,02 dB	35,20 dB
	QVAZM (MMGG)	37,11 dB	34,04 dB	35,59 dB
	SPIHT	37,21 dB	34,45 dB	35,92 dB
	JPEG2000	37,19 dB	34,57 dB	35,79 dB

TAB. 2.1 – Comparaison des PSNR à 3 débits (0,125 bit/pixel, 025 bit/pixel et 0.5 bit/pixel) des 3 allocations proposées pour la QVAZM avec la méthode : lagrangienne, par modélisation exponentielle et par mélange de blocs. Les images testées sont Lena, Cornouaille et poivrons.

plus flexible que le modèle exponentiel. Par ailleurs, les méthodes SPIHT et JPEG2000 offrent des PSNR très légèrement supérieurs à ceux obtenus. Cependant, visuellement, la méthode QVAZM fournit une meilleure qualité à la reconstruction, traduite en particulier par une meilleure conservation des détails. Ceci confirme que la mesure de PSNR demeure un critère global d'évaluation de la qualité.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à décrire nos travaux sur la quantification vectorielle algébrique dans un schéma de compression par transformée en ondelette associée à une analyse multirésolution. Ce type de quantification possède l'avantage de ne pas nécessiter le stockage ni la transmission du dictionnaire au décodeur, cependant sa mise en oeuvre dans une application de compression réaliste n'est pas directe et pose un certain nombre de questions auxquelles il faut impérativement répondre. A cet égard, nous avons proposé deux méthodes d'indexage rapides pour les vecteurs du dictionnaire ; l'une basée sur la notion de vecteurs leaders à partir desquels tous les autres vecteurs peuvent être reconstruits, et l'autre purement analytique, basée sur des propriétés géométriques particulières des réseaux réguliers de points. D'autre part, afin d'améliorer les performances de la QVA en termes de compromis débit-distorsion, nous avons proposé une généralisation du concept de zone morte

scalaire au cas vectoriel, de manière à exploiter le caractère non stationnaire des coefficients d'ondelettes. Ceci a permis une meilleure prise en compte des zones contenant de l'information au détriment des zones non significatives, qui se traduit visuellement par une meilleure préservation des fines structures de l'image par rapport aux meilleures méthodes actuelles, comme par exemple SPIHT. Enfin, dans un schéma intrabande tel que celui que nous proposons, l'allocation des ressources binaires est une étape capitale et généralement très coûteuse en calculs. Afin de réduire la complexité de cette opération, nous avons proposé deux méthodes : l'une basée sur une modélisation exponentielle des courbes débit-distorsion et l'autre basée sur une modélisation statistique des vecteurs de coefficients d'ondelettes. Toutes deux conduisent à une résolution analytique du problème d'allocation.

Chapitre 3

Imagerie radiologique 3D et compression

*Ce chapitre décrit mes recherches en compression d'images médicales volumiques. L'imagerie radiologique a connu des progrès très importants ces dernières années avec le développement de techniques qui produisent des données 3D de plus en plus précises mais en contrepartie de plus en plus volumineuses. L'ensemble des travaux décrits ici a été réalisé dans le cadre de la thèse de Yann Gaudeau et à travers des collaborations établies au sein du projet AGIR (Analyse Globalisée pour l'Imagerie Radiologique - www.aci-agir.org) [65], [66] pour lequel je suis responsable d'une tâche concernant la compression, ainsi que d'une collaboration internationale avec la société R2Tech, spécialisée dans le développement d'outils d'aide à la décision (CAD) et basée aux Etats-Unis. L'originalité de nos travaux est d'avoir contribué à montrer l'intérêt vis-à-vis de plusieurs applications à effectuer une compression avec perte sur les images médicales volumiques et à proposer une méthode efficace pour ce type d'images [64]. Ces travaux ont fait l'objet de différentes publications, parmi lesquelles une dans la revue *Academic Radiology* : «Computer-aided detection of solid lung nodules in lossy compressed multidetector computed tomography chest exams» [126] donnée en annexe E.*

3.1 Le contexte de l'imagerie médicale volumique

L'imagerie radiologique a connu ces dernières années des avancées considérables qui permettent aujourd'hui une investigation très fine des organes humains, améliorant par voie de conséquence la précision du diagnostic et la prise en charge des traitements. La plupart des techniques modernes d'imagerie médicale produisent des données 3D (IRM, scanner, échographie, tomographie par émission de positrons) et même 4D (IRM fonctionnelle, échocardiographie 3D

dynamique). Certaines de ces images sont intrinsèquement volumiques alors que d'autres correspondent à une succession d'images 2D (encore appelée piles d'images), à laquelle on ajoute une troisième dimension : l'écart entre deux coupes successives. La contrepartie de la résolution offerte par les images volumiques réside dans une quantité de données gigantesque. A titre d'exemple, un service classique de radiologie d'un grand hôpital peut produire jusqu'à plusieurs Tera octets de données par an, données qui doivent être conservées un certain nombre d'années pour répondre aux contraintes réglementaires actuelles. L'augmentation croissante des capacités de stockage apporte une réponse partielle à ce problème mais demeure cependant insuffisante. Outre la question de l'archivage, la transmission de ces images sur des bandes passantes par nature limitées pose également problème. Les applications de télémédecine que l'on voit aujourd'hui se multiplier en sont une parfaite illustration.

La compression des images médicales volumiques apparaît donc incontournable [153]. Lorsqu'elle est utilisée dans un service de radiologie aujourd'hui, elle est mise en oeuvre dans sa version «sans perte» garantissant ainsi l'intégrité des données, à la demande des praticiens pour des raisons évidentes de diagnostic. Les images radiologiques n'ont en effet rien de commun, cela va sans dire, avec les images grand public pour lesquelles on peut tolérer des artefacts de compression. La dynamique des données n'est pas la même, de même que le contenu informatif. Elles comportent généralement des structures difficiles à discerner car entraînant de faibles changements de contraste. Ainsi par exemple, des images peuvent révéler des lésions à travers des détails potentiellement sensibles à la compression avec perte car petits et ayant des bords faiblement définis (comme par exemple : des microcalcifications dans des mammographies, le contour d'un pneumothorax, un faible nodule d'une image pulmonaire, etc). Notons enfin que dans l'état actuel du droit sur ces questions, des erreurs de diagnostic liées à l'utilisation de la compression avec pertes pourraient entraîner pour le médecin des problèmes juridiques importants, puisqu'il lui faudrait en effet prouver que ces erreurs ne sont pas liées à la qualité de l'image reconstruite.

La compression sans perte, lorsqu'elle est utilisée [29], [48], [88], [118] est réalisée par des standards comme JPEG sans perte dont la syntaxe est prévue dans le standard de format d'images médicales DICOM¹, aujourd'hui répandu à l'échelle internationale. Cependant ce type de compression offre de faibles performances en terme de débit binaire (les taux de compression potentiels varient de 2 à 8 suivant le contenu informatif de l'image et la méthode appliquée). Ces taux ne permettent pas de résoudre les problèmes de stockage et de transmission évoqués plus haut. La compression avec pertes demeure donc l'alternative intéressante, et ce pour les raisons suivantes. Tout d'abord, de plus en plus d'études (par exemple [55], [32], [115], [157]) montrent que les images médicales possèdent une certaine tolérance à la compression. Le seuil de tolérance représente le taux de compression maximal acceptable au sens qu'il n'affecte pas les résultats de l'application (par exemple le diagnostic d'un radiologue, ou encore le nombre

¹Digital Imaging and COmmunications in Medicine (<http://medical.nema.org/>).

de lésions détectées par un CAD²). Ainsi par exemple, les radiographies de thorax digitalisées sont très tolérantes à la compression [55] (au moins 40 : 1 pour une compression avec la méthode SPIHT 2D [131]), alors que les clichés d'os digitalisés le sont moyennement (entre 20 : 1 et 40 : 1) et les images de type scanner, IRM ou d'échographie le sont plus faiblement (moins de 20 : 1). Il faut noter qu'aucune étude n'a encore déterminé un taux de compression référence unique pour un type d'images et une méthode de compression. Cependant, les gains offerts par la compression avec perte sont suffisamment importants pour qu'on s'y intéresse. Dans ce contexte, l'American College of Radiology (ACR) recommande l'utilisation de techniques de compression avec perte sous la responsabilité d'un praticien qualifié [1]. La seconde raison qui plaide en faveur de la compression avec perte concerne le fait que le seuil de tolérance varie en fonction de l'application et que la compression avec perte peut être ainsi intéressante pour d'autres applications que le diagnostic. Citons par exemple la radiothérapie pour laquelle le praticien n'a pas nécessairement besoin de la même précision que le radiologue. Enfin, la fonctionnalité de certains codeurs actuels permettant de faire de la compression avec perte vers du sans perte [129], [132] donne la possibilité aux praticiens d'avoir l'image sans perte si nécessaire à partir d'une image comprimée avec perte, offrant ainsi une flexibilité maximale. Ce mode de fonctionnement fait référence à la notion de scalabilité. Le praticien peut ainsi par exemple demander une meilleure résolution après avoir navigué rapidement dans une pile d'images de résolution réduite. Il peut également ne s'intéresser qu'à une partie de l'image (ou région d'intérêt) pour laquelle il exigera une qualité irréprochable.

L'une des principales difficultés de mise en oeuvre de la compression avec perte des images médicales réside dans l'évaluation de la qualité des images comprimées [120], en particulier lorsque l'enjeu est le diagnostic. Outre les outils habituels comme le rapport signal à bruit, l'évaluation de la qualité de ce type d'image fait appel à un certain nombre de critères statistiques (dont nous décrirons brièvement quelques uns d'entre eux) [35]. Il est important de noter d'une part, qu'il n'existe pas de protocole unique de mesure de la qualité qui amène à un consensus sur le sujet et d'autre part, que l'appréciation de la qualité de reconstruction demeure du ressort final des médecins. Ce dernier point est probablement la raison pour laquelle on ne trouve pas à ce jour dans la littérature d'études d'algorithmes de compression avec perte entièrement basées sur l'évaluation d'experts médicaux. Les moyens nécessaires en temps et en ressources humaines sont en effet très importants. Nous avons néanmoins dans nos travaux présentés ici bénéficié de collaborations scientifiques qui nous ont permis de mettre en place une étude à grande échelle sur les effets de la compression sur la détection automatique de nodules par un CAD, validée par des experts du domaine. Nous présentons également dans ce manuscrit des résultats préliminaires concernant la compression avec perte sur des scanners ORL dont l'évaluation a été effectuée conjointement par un radiologue et un radiothérapeute du Centre Alexis Vautrin de Nancy (centre spécialisé dans le traitement

²Computer-aided detection.

des cancers).

Enfin, il est également important de noter que la prise en compte de la complexité des algorithmes de compression est incontournable dans le cas des images médicales volumiques et représente une contrainte forte.

3.2 Quelques outils d'évaluation de la compression

Parmi les outils d'évaluation de la compression dans le domaine médical, on retrouve les mesures traditionnelles d'erreur quadratique moyenne (et donc de rapport signal à bruit) auxquelles s'ajoutent des outils d'analyse statistique, dont nous allons décrire l'essentiel plus loin. Par ailleurs, les mesures de qualité subjective s'effectuent selon un protocole très strict. Dans une application telle que le diagnostic, on demande à un panel de radiologues confirmés de noter les images compressées sur une échelle allant généralement de 1 à 5 en fonction de la qualité. Les résultats sont ensuite analysés de manière statistique. Les notations doivent être faites dans un contexte précis prenant en compte le maximum de paramètres (comme par exemple les conditions d'affichage ou encore la fatigue des radiologues) pour éviter d'introduire trop de biais dans les mesures. Un panorama détaillé des différents outils d'évaluation est donné dans les références suivantes : [34] [35], [36] et [37].

Afin de comparer de la façon la plus honnête les images compressées et les images originales, il est important de définir un *standard doré* permettant de définir une vérité «vraie» de diagnostic au sein d'une base d'images. On distingue généralement trois types de standard [35] :

1. le standard doré de type *consensus* : Il s'effectue uniquement sur les images originales (donc non compressées). Il est défini après la lecture des résultats issus de tous les radiologues ou après discussion de ces résultats (certains radiologues peuvent alors modifier leur opinion et certaines images peuvent être retirées de la base). Il est simple à mettre en oeuvre et favorise les images originales au détriment des images comprimées.
2. le standard doré de type *personnel* : Dans ce cas, c'est la même personne qui juge l'image originale et l'image comprimée. L'appréciation sur l'original est considérée comme une référence parfaite. Il est davantage pénalisant pour la compression. En effet, si un artéfact apparaît par erreur sur l'image originale et disparaît du fait de la compression, son absence sera jugée à tort par la même personne comme une information manquante! Un inconvénient supplémentaire est qu'il est fortement dépendant du radiologue. Cependant, il possède l'avantage de n'écarter aucune image de la base et s'avère efficace pour comparer l'impact de différents taux de compression ou les méthodes de compression entre elles.
3. le standard doré de type *indépendant* : Le standard est basé sur l'accord des membres d'un panel d'éminents radiologues indépendants. Il est très utilisé dans les études. Il possède cependant l'un des inconvénients du

standard précédent, à savoir qu'il est très sensible aux erreurs aléatoires. D'autre part, si un radiologue s'entête à effectuer un diagnostic sur des pixels équivoques, alors que le reste des membres du panel a écarté ce phénomène, il va introduire un biais de mesure.

La définition d'un standard sert aux méthodologies d'évaluation, dont celles basées sur les courbes ROC³, qui ont dominé historiquement. Elles reposent sur deux grandeurs essentielles : la sensibilité et la spécificité. On appelle Vrai Positif (VP) toute lésion correctement retrouvée par le radiologue dans la base d'images à juger, et Faux Négatif (FN) toute lésion existante manquée par le radiologue dans la même base. De même, toute lésion détectée à tort (par rapport au standard doré) est un Faux Positif (FP). La sensibilité (ou encore Proportion de Vrais Positifs - PVP) est définie alors comme le pourcentage de vraies lésions détectées par rapport au nombre total de vraies lésions :

$$\text{Sensibilité} = PVP = \frac{\#VP}{\#VP + \#FN} \quad (3.1)$$

- La notion de Vrai Négatif (VN) est difficile à mesurer excepté dans le cas d'une détection binaire : à savoir le cas où chaque image ne peut avoir qu'une seule lésion d'un seul type, ou aucune lésion. Dans ce cas, un VN est une image qui n'est pas un VP. La spécificité se définit alors dans le cas d'une base contenant N images comme :

$$\text{Spécificité} = \frac{\#VN}{N - \#VP} \quad (3.2)$$

La proportion de Faux Positifs (PFP), c'est à dire de lésions détectées à tort, n'est autre que le complément de la spécificité, à savoir $1 - \text{Spécificité}$. Si l'on trace les couples (PVP,PFP) obtenus pour différents taux de compression, on obtient un nuage de points dont la courbe la plus représentative est par définition la courbe ROC. Celle-ci doit passer nécessairement par les points (0,0) et (1,1). Afin de tenir compte de l'incertitude de diagnostic des radiologues, on demande à ceux-ci de donner un indice de confiance (de 1 à 5) pour chacun de leurs diagnostics. On ne garde ainsi que les couples (PVP,PFP) dont les indices sont suffisants [35]. Néanmoins, il est important de noter que l'analyse de type ROC possède plusieurs inconvénients parmi lesquels le fait qu'elle ne prenne pas en compte la localisation des lésions. D'autre part, la notation établie par les médecins ne reflète pas une pratique courante de la médecine et peut donc être sujette à caution. Notons enfin, qu'il est possible de tracer des courbes dites FROC⁴ qui permettent d'étendre le cas de la détection binaire à celui d'une détection multiple (on autorise alors un nombre arbitraire de lésions par image, à charge pour le radiologue de les retrouver dans l'image traitée en fournissant pour chacune d'elle un indice de confiance). Ces courbes

³Receiver operating characteristic.

⁴Free-response receiver operating characteristic.

sont également utilisées pour évaluer les performances des systèmes de détection automatique (CAD).

Pour conclure, soulignons le fait qu'il existe une grande variété d'approches (autres que les courbes ROC ou FROC) qui peuvent être également utilisées pour lesquelles les radiologues sont amenés à exécuter différentes tâches d'interprétation. Ils détectent et localisent une pathologie, réalisent des mesures de structures variées et font des recommandations pour le traitement délivré au patient. L'image médicale peut donc être évaluée dans sa capacité à contribuer efficacement à ces différentes fonctions.

3.3 Schéma de compression avec perte pour les images médicales volumiques

La plupart des travaux sur la compression (avec ou sans perte) des images médicales volumiques (c'est à dire 3D) reprennent des schémas existant pour les images 2D grand public, ou du moins leurs grands principes. Ainsi, on retrouve les trois étapes classiques de la chaîne de compression, à savoir, une transformée pour décorréler les données, un quantificateur et un codeur entropique.

L'approche la plus directe consiste à compresser chaque image de la pile de façon indépendante à l'aide d'un algorithme 2D le plus performant possible. Elle présente l'avantage d'un coût calcul limité et facilite la transmission progressive des images d'une même pile. Cependant les différentes coupes de la pile étant généralement très corrélées entre elles, les schémas de compression 3D, c'est à dire intégrant la corrélation «temporelle» selon l'axe des z offrent la plupart du temps des performances supérieures à celles des schémas 2D. C'est ce type de schéma, basé sur une transformée en ondelettes 3D (TO3D) que nous avons retenu dans nos travaux, comme l'illustre la figure 3.1.

3.3.1 Transformée en ondelettes 3D

Le caractère 3D des schémas de compression évoqués précédemment est essentiellement lié à l'étape de transformée qui s'effectue cette fois dans les trois dimensions. La transformée en ondelettes est aujourd'hui largement utilisée en compression d'images, du fait notamment de sa capacité à compacter l'énergie de l'image sur un faible nombre de coefficients, permettant ainsi un codage efficace de l'information. Dans le cas des images 2D elle est utilisée par application de filtres séparables dans les deux directions (axes x et y) [2]. La corrélation «temporelle» en imagerie médicale volumique a conduit à l'étendre à la troisième dimension (axe z ou axe inter coupes) afin de décorréler les trois dimensions. La transformée en ondelettes 3D est aujourd'hui admise comme référence en compression d'images volumiques [106], [134], [149], [154]. De nombreux travaux montrent que l'utilisation d'une TO3D est toujours préférable à celle d'une succession de TO2D, sauf dans le cas des images pour lesquelles

3.3. SCHÉMA DE COMPRESSION AVEC PERTE POUR LES IMAGES MÉDICALES VOLUMIQUES 53

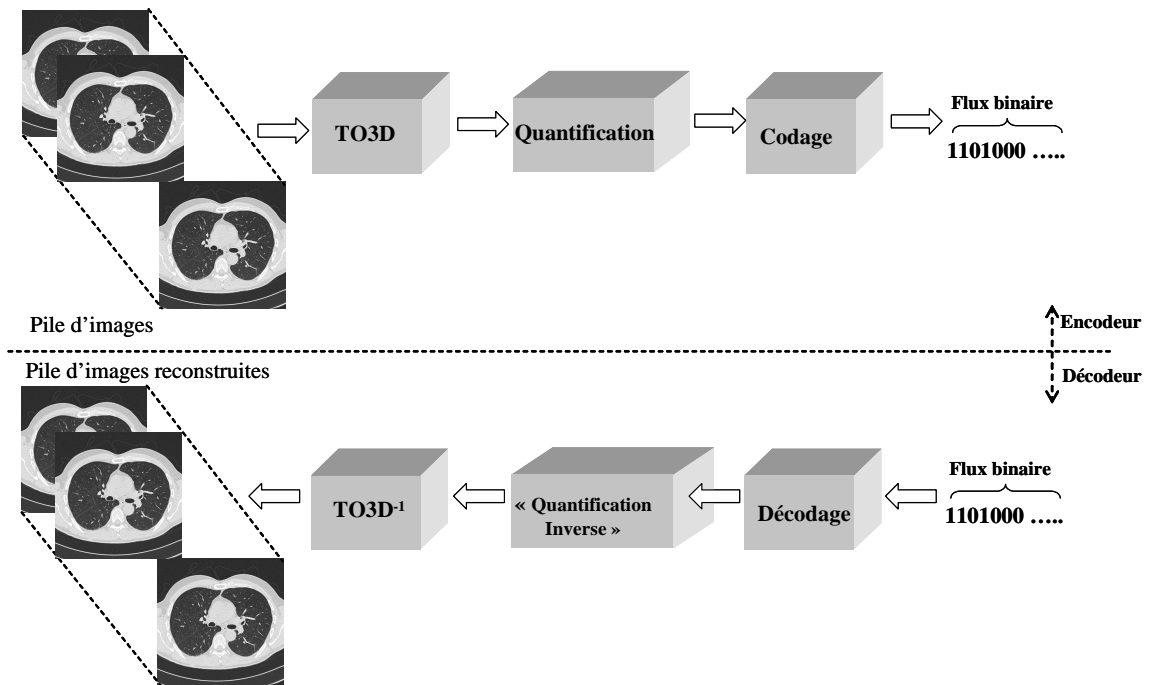


FIG. 3.1 – Schéma général de compression avec perte des piles d'images médicales.

la résolution sur le troisième axe est très faible. En effet, comme la résolution spatiale et par conséquent la dépendance entre les coupes est réduite, le bénéfice d'utiliser une transformation 3D décorrélatant et implicitement un système de codage 3D décroît [134].

La TO3D peut être vue comme un produit séparable d'ondelettes 1D appliquées dans les trois directions spatiales [14], [149] : après avoir été appliqués sur les lignes (x) et les colonnes (y), les filtres d'analyse/synthèse suivis d'une décimation 2 pour 1 sont appliqués le long de la troisième dimension (z). A la fin de la décomposition, 8 sous-bandes volumiques⁵ de résolution inférieure sont obtenues : l'image 3D basse-fréquence LLL⁶ et les 7 sous-bandes de détails perdus. D'autre part, dans le cadre d'une analyse multirésolution, cette opération peut être répétée sur la sous-bande LLL autant de fois que le nombre de décompositions souhaité. La figure 3.2 illustre ce principe pour une transformée dyadique sur 3 niveaux. Notons qu'il est possible d'appliquer un nombre de niveaux de décomposition différent dans chaque direction spatiale. Cela permet d'adapter la taille de la pyramide d'ondelettes dans chaque direction. Par exemple, moins de niveaux sont requis le long de l'axe z si le nombre de coupes ou la résolution le long de cet axe est limité.

Notons également que des filtres différents peuvent être utilisés pour la transformation spatiale (axes x et y) et temporelle (axe z). Ainsi, dans [149], après avoir fixé l'utilisation du filtre 9/7 pour la transformation en x et y , les auteurs testent les performances de compression sur un scanner de genou en appliquant des filtres différents dans la direction z . Leur étude montre que le filtre 9/7 est bien adapté quand la distance inter-coupes est faible alors que le filtre de Haar est mieux indiqué pour une distance entre les coupes plus importante. Enfin, comme dans le cas 2D, il existe deux façons de calculer les coefficients d'ondelettes : par convolution classique et par lifting [21], [43]. Outre une complexité plus faible, les schémas par lifting présentent l'avantage de pouvoir produire des coefficients d'ondelettes entiers. Cette fonctionnalité est fondamentale pour pouvoir envisager des méthodes de compression sans perte ou allant d'un schéma avec pertes vers du sans perte.

3.3.2 Quantification des coefficients

Comme dans le cas des images 2D, les méthodes de compression des images volumiques basées sur la transformée en ondelettes peuvent être classées en deux catégories : les *méthodes interbandes*, qui exploitent les dépendances inter-échelles à travers un seuillage et des arbres de zéros, et les *méthodes intrabandes* qui codent les sous-bandes indépendamment les unes des autres. Les méthodes de la première catégorie offrent la possibilité d'une scalabilité et sont généralement peu coûteuses en termes de calculs. Elles sont cependant sensibles aux erreurs de transmission au contraire des méthodes de la seconde catégorie, en

⁵Par souci de simplification on appellera sous-bande, une sous-bande volumique.

⁶L et H désignent respectivement les filtres passe-bas et passe-haut. La direction du filtrage est dans l'ordre x , y et z .

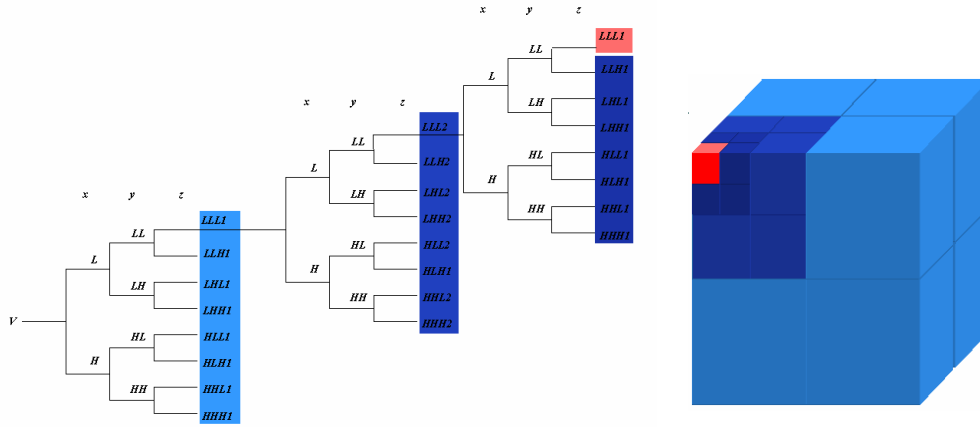


FIG. 3.2 – Transformée en ondelettes 3D dyadique sur 3 niveaux : illustration de l’aspect volumique des sous-bandes.

contrepartie plus complexes du fait de la nécessité d’une procédure d’allocation des débits.

3.4 Compression par QVAZM 3D

En préambule, il est important de rappeler que la comparaison des performances fournies par toutes les méthodes de compression dans le cas des images médicales n’est pas chose facile, en particulier dans le cas de la compression avec perte nécessitant l’avis d’experts médicaux. Par ailleurs, d’une part, les performances varient beaucoup d’un organe à un autre ou d’une modalité à une autre, et d’autre part il n’existe pas de base d’images médicales de référence. Cependant, dans quatre articles importants de la littérature [18], [27], [86] et [154], les auteurs ont utilisé les mêmes images pour évaluer les performances de compression sans perte, et trois d’entre-eux ont étendu l’étude au cas de la compression avec perte [18], [27] et [154]. Cette base ne possède que 8 images 3D (4 scanners et 4 IRM) codées à 8 bits/voxel ⁷. Le tableau 3.1 et la figure 3.3 présentent respectivement les informations de cette base d’images ainsi que la première coupe des 8 volumes de la base. Notons que les travaux précités font apparaître en ce qui concerne la compression sans perte, que dans tous les cas, les algorithmes 3D (en particulier ESCOT 3D) [155] surpassent les meilleures méthodes 1D (Unix compress) et 2D (CALIC) [150], [151] reconnues en imagerie médicale, avec un gain de 30 à 35%. D’autre part, parmi les algorithmes 3D, ceux qui sont basés sur une approche intrabande offrent de meilleures performances que ceux qui reposent sur une approche interbande. Par exemple, la meilleure

⁷Ces images sont téléchargeables à l’adresse www.cipr.rpi.edu/resource/sequences/sequence01.html

Mod.	Etude / Nom du volume	Nom Fichier	Taille volume	Taille voxels (mm)
Scan	fracture du crâne / CT1	CT_skull	$256 \times 256 \times 192$	$0,7 \times 0,7 \times 2$
Scan	fracture scaphoïde / CT2	CT_wrist	$256 \times 256 \times 176$	$0,17 \times 0,17 \times 2$
Scan	dissection carotide / CT3	CT_carotid	$256 \times 256 \times 64$	$0,25 \times 0,25 \times 1$
Scan	syndrome d'Apert / CT4	CT_Aperts	$256 \times 256 \times 96$	$0,35 \times 0,35 \times 2$
IRM	foie normal / MR1	MR_liver_t1	$256 \times 256 \times 48$	$1,45 \times 1,45 \times 5$
IRM	foie normal / MR2	MR_liver_t2	$256 \times 256 \times 48$	$1,37 \times 1,37 \times 5$
IRM	exopthalmoses gauches / MR3	MR_sag_head	$256 \times 256 \times 48$	$0,98 \times 0,98 \times 3$
IRM	maladie de coeur / MR4	MR_ped_chest	$256 \times 256 \times 64$	$0,78 \times 0,78 \times 5$

TAB. 3.1 – Description des 8 images de la base B1.

méthode, ESCOT 3D (suivie de près par SPIHT 3D) permet de gagner de 30 à 35 % sur la taille du fichier par rapport à la référence 2D CALIC.

La base B1 a également été utilisée dans le domaine de la compression avec perte, pour lequel les références [18], [27] et [154] font apparaître là encore une supériorité des techniques 3D sur les techniques 2D. Par ailleurs, dans une autre étude [133], [134], les auteurs ont donné des résultats de compression avec perte sur différentes modalités et d'autres images que celles de la base B1. Il ressort de cette étude que le filtre 9.7 de Daubechies fournit les meilleurs résultats pour la compression avec perte et que les principales techniques 3D basées sur les ondelettes donnent des résultats sensiblement équivalents, avec un léger avantage au célèbre algorithme SPIHT 3D.

Dans nos travaux, nous avons utilisé la base B1. Les performances de notre algorithme ont été évaluées en termes de PSNR et de qualité visuelle, et comparées à celles des meilleurs algorithmes 3D de la littérature. Un point important à noter est que la qualité visuelle n'a pas été évaluée par un expert médical pour les images de cette base. Nous verrons cependant que des différences sensibles existent et sont visibles même pour un oeil non expert. Parallèlement à ces travaux, nous avons effectué une étude préliminaire avec deux médecins spécialistes du Centre Alexis Vautrin de Nancy⁸ : un radiologue, le Docteur Philippe Henrot, et un radiothérapeute, le Docteur pierre Graff⁹. La base d'images B2 utilisée est composée de quatre scanners ORL (correspondant à quatre patients sains) au format DICOM, c'est à dire codés à 12 bits/voxel. L'originalité de l'étude provient du fait que l'équipe de médecins est composée d'un radiologue et d'un radiothérapeute, le radiologue ayant une fonction de diagnostic qui demande des images reconstruites de très grande qualité alors que le radiothérapeute n'a pas les mêmes exigences sur le niveau des images décodées. Le tableau 3.2. résume les caractéristiques des images de la base B2. La figure 3.4 montre une coupe de la pile B. Les scanners ORL fournissent des images très riches en informa-

⁸Centre de lutte contre le cancer.

⁹L'étude a été initiée par le Docteur Michel Lapeyre aujourd'hui en poste au Centre Jean Perrin de Clermont-Ferrand.

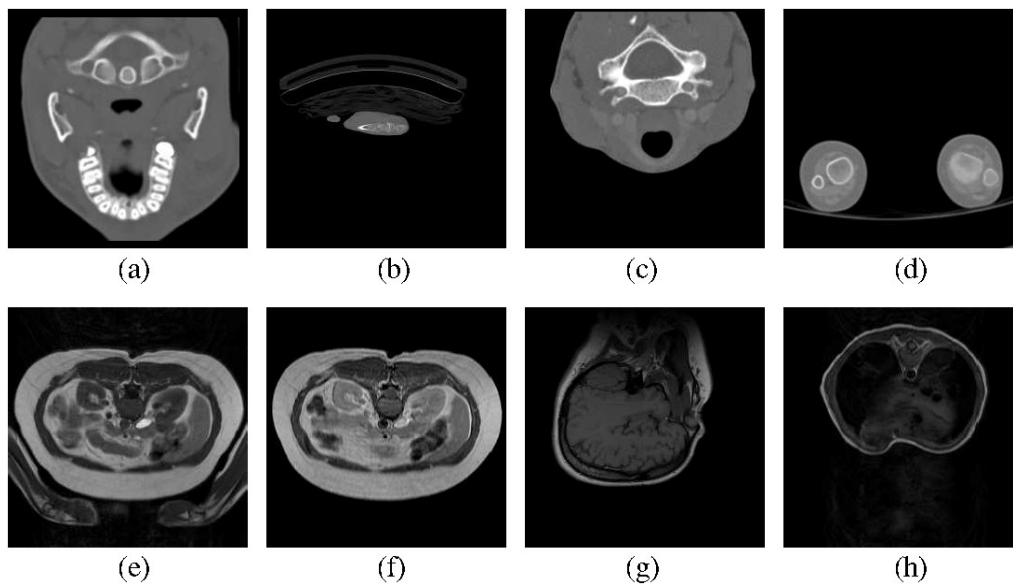


FIG. 3.3 – Images médicales volumique de la base E1. Première coupe de chaque pile. (a) *CT_skull* (b) *CT_wrist* (c) *CT_carotid* (d) *CT_aperts* (e) *MR_liver_t1* (f) *MR_liver_t2_el* (g) *MR_sag_head* (h) *MR_ped_chest*.

Modalité	Nom de la pile	Partie du corps	Taille volume	Taille voxels (mm)
Scanner	A	Tête	$512 \times 512 \times 96$	$0,7 \times 0,7 \times 2$
Scanner	B	Tête	$512 \times 512 \times 96$	$0,17 \times 0,17 \times 2$
Scanner	C	Tête	$512 \times 512 \times 128$	$0,25 \times 0,25 \times 1$
Scanner	D	Tête	$512 \times 512 \times 128$	$0,35 \times 0,35 \times 2$

TAB. 3.2 – Description des quatre piles d’images de type scanner ORL de la base B2.



FIG. 3.4 – Coupe C_2 originale de la pile d’images B.

tion, car elles contiennent à la fois des structures osseuses, tissulaires ou encore graisseuses. Ceci rend la compression particulièrement difficile.

Nous avons cherché à étendre notre algorithme QVAZM au cas de l’imagerie radiologique 3D, partant du principe qu’il était possible d’exploiter les corrélations entre voxels voisins grâce à la quantification vectorielle algébrique [17]. Par ailleurs, la discrimination des vecteurs non significatifs et des vecteurs significatifs apparaît comme plus sensible que dans le cas des images naturelles 2D, en particulier dans un contexte de diagnostic. Rappelons que certaines structures

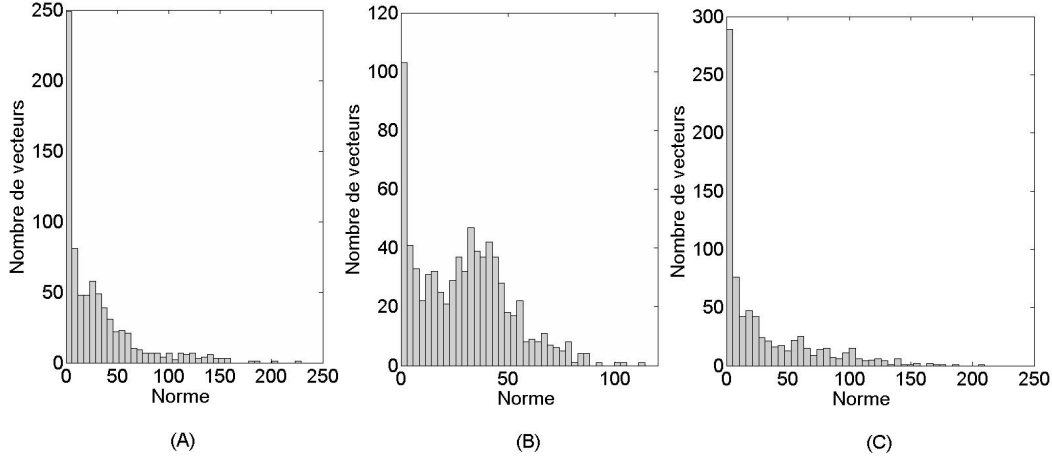


FIG. 3.5 – Comparaison des histogrammes des normes L^1 avec des vecteurs orientés verticalement (A), horizontalement (B) et cubiquement (C) - sous-bande LHL3 d'une IRM de foie.(liver_t2 de la base E1).

entraînent de faibles changements de contraste. Cependant nous montrerons expérimentalement que la zone morte offre des gains significatifs en termes visuels, en codant mieux les structures fines ou à faibles bords. Son efficacité est liée à la capacité des vecteurs à capturer l'information contenue dans l'image, ou plus exactement les phénomènes d'agglutinement des coefficients d'ondelettes «significatifs». L'orientation des vecteurs prendra ainsi une grande importance, et le caractère 3D du schéma de compression proposé sera pris en compte dans l'étape de découpage des vecteurs de coefficients d'ondelettes selon les trois axes x , y , et z . Comme dans le cas 2D, un découpage efficace des vecteurs entraîne une diminution de l'entropie des index d'énergie des vecteurs quantifiés. Dans le cas d'un dictionnaire pyramidal tel qu'il est utilisé ici, l'influence des dépendances spatiales sur l'énergie (au sens de la norme L^1) peut être illustrée à travers les histogrammes de la norme de différentes formes de vecteurs. La figure 3.5 montre une comparaison entre les histogrammes de la norme de trois formes de vecteurs sur la sous-bande LHL3 (détails verticaux + filtrage passe-bas le long de l'axe z) d'une IRM de foie :

- A Vecteurs verticaux ($8 \times 1 \times 1$);
- B Vecteurs horizontaux ($1 \times 8 \times 1$);
- C Vecteurs cubiques ($2 \times 2 \times 2$).

Comme on peut le constater sur la figure, la distribution A est bien plus piquée que B : des vecteurs avec la même orientation que les détails d'ondelettes (orthogonale à la direction du filtre) capturent bien mieux le phénomène d'agglutinement des coefficients significatifs et, inversement augmentent la concen-

tration autour de zéro. Ce point montre que dans un souci d'efficacité de codage, il ne faut pas privilégier les vecteurs orthogonaux à la direction des sous-bandes 2D.

D'autre part, il existe une corrélation supplémentaire le long de la direction temporelle (z) comme nous pouvons le constater sur la distribution C, avec des vecteurs possédant une orientation cubique où l'énergie se concentre encore plus en zéro. Les courbes débit-distorsion des trois orientations confirment également que des vecteurs offrant une statistique plus piquée minimisent la distorsion ; les différences entre les histogrammes se répercutent bien sur les courbes R-D du fait de la diminution de l'entropie des index. Ainsi une orientation cubique est un bon compromis pour capturer l'agglutinement dans les trois directions de toutes les sous-bandes. Cette forme de vecteur a donc été choisie dans l'ensemble de nos travaux.

La quantification vectorielle algébrique avec zone morte ayant été décrite en détails au premier chapitre, nous nous contenterons ici de produire des résultats expérimentaux en précisant les conditions d'expérience et de les commenter.

Le réseau choisi est le réseau \mathbb{Z}^8 pour toutes les sous-bandes de la TO3D, les dictionnaires sont tous de forme pyramidale et les vecteurs de forme cubique. Ces choix ont été effectués après que des simulations aient montré qu'ils représentaient un bon compromis en terme d'efficacité de codage. Ainsi par exemple, utiliser des dimensions de vecteur plus élevées dans les hautes résolutions ne semble pas apporter de gain substantiel alors que la complexité de l'indexage est augmentée. Cependant, nous n'en tirons pas de conclusion définitive du fait des spécificités des images médicales.

L'allocation de débits inhérente à l'approche intrabande que nous avons choisie est effectuée ici par transposition du modèle exponentiel développé pour les courbes débit-distorsion dans le cas 2D qui offre de bonnes performances comme en témoigne la figure 3.6. Notons également que des résultats préliminaires concernant le modèle de mélange par blocs MMGG décrit au chapitre 1 transposé au contexte de l'imagerie radiologique semblent montrer également de bonnes performances (voir figure 3.7).

3.4.1 Résultats expérimentaux sur la base B1

Même si la dynamique des images de la base B1 est limitée à 8 bits, alors que la tendance actuelle en imagerie radiologique est de 12 bits, l'intérêt de cette base est qu'elle permet une comparaison de performances entre les meilleures méthodes actuelles et celle que nous proposons. D'autre part, il est important de noter que dans certains cas, 256 niveaux de gris sont suffisants pour effectuer une analyse précise de l'image. C'est le cas par exemple des structures osseuses.

Les tableaux 3.3 et 3.4 synthétisent les résultats en termes de PSNR des images comprimées et fournissent des comparaisons entre notre méthode, une QVA classique et les meilleures méthodes actuelles de la littérature. Notons que les résultats de ESCOT 3D et CB-EZW 3D proviennent respectivement des références [18] et [154]. Le tableau 3.4 confirme l'intérêt d'utiliser une méthode

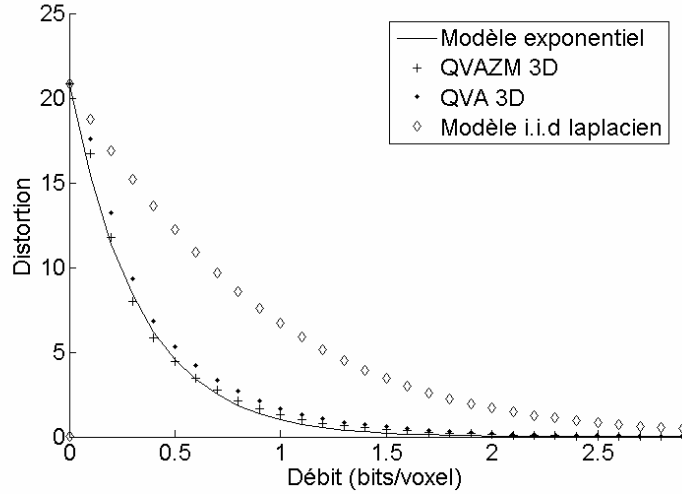


FIG. 3.6 – Comparaison des courbes débit-distorsion obtenues par QVA 3D, QVAZM 3D, modèle i.i.d laplacien et le modèle exponentiel proposé – sous bande LHL2 d’une IRM de foie (image Liver_t2 de la base B1).

	CT1	CT2	CT3	CT4	MR1	MR2	MR3	MR4
QVAZM 3D	34,69	43,63	41,08	46,98	38,84	36,61	39,03	42,98
SPIHT 3D	33,98	44,95	40,51	47,41	38,37	36,31	38,76	42,97
QVA 3D	33,46	43,29	40,24	46,66	33,02	36,12	38,55	42,18

TAB. 3.3 – PSNR moyen (dB) - Comparaison entre QVAZM 3D, SPIHT 3D et QVA 3D au débit de 0,1 bit/voxel sur les 8 images de la base E1.

3D plutôt qu’une méthode 2D. D’autre part, si la QVAZM 3D présente dans la majorité des cas des performances supérieures en termes de PSNR, c’est surtout visuellement que le gain offert est intéressant. Celui-ci est illustré sur la figure 3.8 qui représente un zoom de l’image «skull» où l’on peut constater que l’image est moins floue que dans le cas de SPIHT 3D et que certains détails sont mieux préservés. Cependant, à moyens et forts débits (c’est à dire au delà de 0,5 bit/voxel), ces différences ont tendance à disparaître, le gain apporté par la zone morte ayant tendance à décroître lorsque le débit augmente.

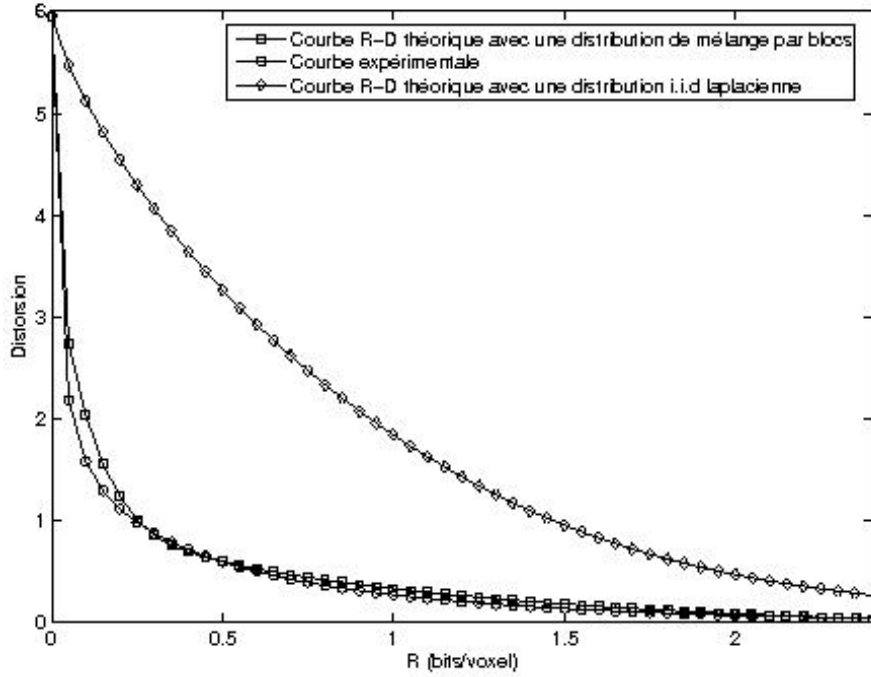


FIG. 3.7 – Comparaison des courbes débit-distorsion obtenues par QVAZM 3D, modèle i.i.d. laplacien et le modèle par bloc MMGG proposé au chapitre 1 – sous bande LHL1 d’un scanner ORL (image B de la base B2).

	SPIHT 3D	QVAZM 3D	QVA 3D	CB-EZW 3D	ESCOT 3D	SPIHT 2D
0,5 bits/voxel	44,11	44,14	43,61	39,82	43,62	36,88
0,1 bits/voxel	33,98	34,69	33,46	31,68	34,68	26,34

TAB. 3.4 – PSNR moyen (dB) - Comparaison entre les meilleurs algorithmes et notre méthode (QVZAM 3D) sur les 128 coupes de CT1 aux débits de 0,1 bit/voxel et 0,5 bit/voxel.

3.5 Compression et CAD

3.5.1 Contexte

Dans le paragraphe précédent nous avons étudié la tolérance des piles d'images médicales à la compression avec perte dans des applications de diagnostic ou encore en radiothérapie. Ici nous proposons d'évaluer les effets de ce type de compression sur les performances d'un outil d'aide à la décision. Ce type d'outil, communément appelé «second radiologue», permet d'aider le radiologue dans son diagnostic [5], [89]. Il peut fournir une aide précieuse, en particulier dans le cas de scanners à très haute résolution comme les MDCT¹¹ permettant l'affichage de nodules de très petite taille. Dans ce cas le nombre de coupes étant très élevé, il existe un risque de non détection par l'expert de certains nodules du fait de leur taille. Si en aucun cas cependant un CAD ne remplace l'expert humain il peut permettre d'éviter la variabilité inter-observateur [5], [89] lorsque plusieurs experts ne concluent pas le même diagnostic.

Les travaux que nous avons effectué dans ce domaine et que nous décrivons ici portent principalement sur l'étude **des effets de la compression avec perte sur la détection des nodules pulmonaires dans des images issues de MDCT** [126], [124]. Celle-ci a été réalisée en collaboration avec Philippe Raffy de la société R2Tech¹² basée en Californie, spécialisée dans le développement d'outils d'aide à la décision dans le domaine médical. Quelques résultats supplémentaires sur l'impact de la compression sur la volumétrie [125] ont également été obtenus. L'influence des paramètres du scanner tels que la dose de radiation et du filtre de reconstruction sur la précision de la détection par un CAD pulmonaire a déjà été étudiée [4],[109]. Cependant, à notre connaissance, l'étude des performances de détection du CAD sur des données compressées avec perte n'a pas encore été explorée. L'intérêt d'une telle étude est de montrer (en cas de tolérance à la compression) que l'intégration des CAD dans les PACS hospitaliers est réalisable.

3.5.2 Matériel utilisé dans l'étude

Nous décrivons ici le matériel utilisé au cours de cette étude, à savoir le système CAD, les images sélectionnées, le standard doré établi ainsi que la méthode de compression choisie. Il s'agit d'une description très succincte afin de ne pas surcharger ce document en présentant seulement les grandes lignes de l'étude. Le lecteur intéressé pourra consulter la référence [126] donnée en annexe E pour une description complète de ces travaux.

¹¹MDCT : Multipledetector computed tomography. Ce type de scanner permet d'acquérir des coupes multiples simultanément, de fournir des données haute résolution proche de l'isotropie et d'augmenter considérablement la vitesse d'acquisition.

¹²<http://www.r2tech.com/main/home/index.php>

Chapitre 4

Tatouage sous l'angle de la compression

Ce chapitre décrit mes recherches en tatouage d'images numériques. L'ensemble des travaux présentés ici a été réalisé dans le cadre de la thèse de Ludovic Guillemot. Ces travaux ont eu pour but d'intégrer une fonctionnalité de tatouage dans un schéma de compression, celle-ci représentant une des attaques les plus destructives vis-à-vis du tatouage. Nous avons ainsi proposé deux schémas de compression/tatouage combinés associés à la quantification vectorielle algébrique avec zone morte : le premier basé sur une méthode de tatouage qui prend en compte le contenu d'images compressées, le second reposant sur l'utilisation d'un dictionnaire partitionné en m sous-dictionnaires (m quantificateurs décalés) selon le principe aujourd'hui bien connu de quantification par modulation d'index (QIM). Ces travaux ont fait l'objet de différentes publications, parmi lesquelles une dans la revue SPIE Journal of Electronic Imaging : «Data hiding in the context of lossy compression : a combined approach» [107] et une dans la revue IEE Electronics Letters : «Hybrid transmission, compression and data hiding : quantization index modulation as source coding strategy» [71]. Ces deux références sont données aux annexes F et G.

4.1 Introduction

La révolution des communications à travers le développement de l'Internet a permis l'accessibilité à l'échelle planétaire à une multitude de documents numériques, posant également rapidement le problème de la protection de la propriété du contenu de ces documents. C'est dans ce contexte que le tatouage (technique qui consiste à dissimuler une information (un message) dans un signal hôte) s'est développé dès le début des années 90, de façon très importante, comme en témoigne une production scientifique particulièrement abondante. Cette discipline a rapidement suscité un fort engouement de la part de la communauté des chercheurs, du fait des problématiques qu'elle soulève mais aussi des enjeux qu'elle

représente à l'heure des communications numériques. Par ailleurs le tatouage est au carrefour de plusieurs disciplines au premier rang desquelles la théorie de l'information et des communications numériques, mais aussi le traitement du signal, les statistiques ou encore la cryptographie. C'est sans doute également l'une des raisons pour lesquelles de nombreux chercheurs sont concernés par le tatouage.

Les applications du tatouage sont diverses [46]. Initialement dédié à la protection de la propriété intellectuelle des documents numériques, le tatouage est utilisé aujourd'hui pour du contrôle d'intégrité, de l'authentification ou encore de la production de documents enrichis. Sont également apparus plus récemment de nouveaux champs d'application, comme par exemple celui de l'autocorrection d'erreurs lorsque des paquets de données d'une image ont été perdus pendant de leur transport. Il s'agit dans ce cas de tatouer au préalable une version simplifiée de l'image dans elle-même afin d'en bénéficier lors de la reconstruction en cas d'informations manquantes. Un autre exemple d'application est celui développé par Campisi *et al* [22] qui proposent de tatouer les chrominances d'une image couleur à l'intérieur de la luminance afin d'employer un algorithme de compression d'images à niveaux de gris pour compresser une image couleur.

Les principaux défis du tatouage sont posés en termes de capacité d'insertion, d'imperceptibilité mais également de robustesse [46], [92], [12], [111] face à des traitements, qu'ils soient bienveillants ou malveillants (attaques), au sein desquels la compression figure en bonne place. Les performances du système de tatouage selon ces trois critères diffèrent bien entendu d'une application à l'autre selon les contraintes de celle-ci. Ainsi par exemple, le tatouage devra être robuste lorsqu'il s'agit d'application de type copyright, alors qu'il sera fragile dans le cas d'un contrôle d'intégrité afin de s'assurer que le document n'a pas été manipulé. Un des éléments de réponse au problème de la robustesse peut être la protection du message à l'aide d'un code correcteur d'erreurs [15], [117]. La capacité d'insertion, elle, varie de quelques dizaines de bits dans le cadre d'une protection de la propriété à plusieurs kilobits lorsqu'il s'agit d'enrichir des documents. La notion d'imperceptibilité, quant à elle, nécessite de cacher le message dans des régions aptes à le couvrir sans gêner le confort visuel ni l'interprétation du contenu sémantique, lorsqu'il s'agit d'image ou de vidéo. Elle pose ainsi la question de la représentation la plus efficace de l'information, en d'autres termes vaut-il mieux tatouer dans le domaine initial ou dans un domaine transformé [99] ?

Comme nous l'avons dit précédemment, ces défis ont donné lieu à de nombreuses recherches et par conséquent il existe de nombreuses méthodes d'insertion dans la littérature. Ces méthodes sont souvent classées en deux catégories : les méthodes *additives* et les méthodes *substitutives informées* (à base de dictionnaires). Les premières consistent à superposer au signal hôte, un signal codant le message. On trouve parmi elles l'approche bien connue dite par étalement de spectre [39]. Les secondes sont basées sur l'utilisation de dictionnaires structurés et considèrent le tatouage comme un problème de codage de canal. Nous donnerons quelques détails dans le paragraphe suivant.

Dans nos travaux, nous nous sommes intéressés au tatouage d'images fixes.

Notre fil conducteur a été d'**intégrer une fonctionnalité de tatouage dans un schéma de compression**. Ce qui nécessite soit de mettre au point une technique d'insertion, soit d'utiliser une technique existante mais qui dans les deux cas doivent être compatibles avec le schéma de compression. C'est toute la difficulté. Par ailleurs, notons que le tatouage d'images fixes représente un défi important du fait des capacités d'insertion bien plus faibles que dans le cas de la vidéo ou encore du son.

4.2 Tatouage et système de communication

Les analogies entre système de communication et système de tatouage (basées sur le fait qu'en tatouage on cherche à transmettre un message sur un canal (le signal hôte)) ont motivé bon nombre de travaux parmi les plus récents, travaux qui ont permis des avancées très importantes, parmi lesquelles, celle qui a consisté à **ne plus considérer le signal hôte comme une interférence venant perturber l'extraction, mais comme une information adjacente au codeur** [40]. En effet, même dans le cas d'un schéma de tatouage aveugle, le signal hôte est entièrement connu à l'insertion. Cette propriété peut être mise à profit pour améliorer notablement les performances du schéma de tatouage. On distingue pour cela généralement deux approches [136] :

- Les **méthodes fondées sur le contenu** [11], [13] : elles exploitent les spécificités du signal hôte et concernent généralement deux grands axes de recherche : mieux cacher le tatouage, mieux le sécuriser contre des attaques de type désynchronisation ou encore la compression. Le premier axe s'appuie dans le cas des images sur les caractéristiques du Système Visuel Humain (SVH) à travers les propriétés de masquage des zones texturées et des contours. Citons par exemple les travaux de Delaigle *et al.* qui ont développé une technique sur le principe de l'étalement de spectre dont l'énergie du signal ajouté est modulée par un masque perceptuel combiné à une méthode de discrimination des zones texturées et des contours [47], et ceux de Bas *et al.* qui ont transposé une technique issue du codage fractal afin de localiser les zones tatouables [10]. Le second axe repose par exemple sur l'utilisation de points de repère dans l'image à partir desquels va s'effectuer l'insertion [13] ou encore de transformées invariantes par rotation ou translation [130] pour améliorer la robustesse face à des attaques de type désynchronisation. Il concerne aussi des transformées qui permettent au tatouage d'être robustes à la compression [127].
- Les **méthodes de communication** à travers un canal bruité avec information adjacente au codeur : elles sont basées essentiellement sur la théorie de l'information et ont été initiées en grande partie par les travaux de Costa, qui portent sur l'étude de la capacité C d'un tel schéma de transmission dans le cas d'un canal gaussien [38]. Costa a montré que sous certaines conditions, C ne dépendait pas du signal hôte ! C pouvant être atteinte par l'utilisation d'un dictionnaire aléatoire U partitionné en 2^C sous-dictionnaires possédant chacun le même nombre de représentants (mots de

code). L'extraction consiste alors à déterminer le sous-dictionnaire auquel appartient le signal tatoué. De nombreuses réalisations pratiques découlent du principe de Costa appliqué au tatouage. Parmi celles-ci figure les méthodes qui reposent sur l'utilisation de dictionnaires structurés [24], [28], [52], [54], parmi lesquelles la désormais célèbre méthode de quantification par modulation d'index (QIM en anglais) basée sur l'utilisation de quantificateurs uniformes décalés [24]. Enfin, un point important à noter est que ces méthodes sont robustes aux attaques de type bruit additif blanc gaussien.

Nous avons décrit ici de façon très succincte et par conséquent très schématique les deux classes de méthodes de tatouage qui ne considèrent pas le signal hôte comme une interférence. Une présentation détaillée et très pédagogique de ces méthodes est donnée dans [46] et [137]. Nos travaux s'inscrivent dans ce cadre : nous avons proposé deux méthodes s'inspirant des deux classes mentionnées, qui feront l'objet des paragraphes 4.4 et 4.5. Auparavant, nous allons nous attacher à décrire la dualité entre compression et tatouage et l'intérêt qu'elle engendre à étudier le tatouage sous l'angle de la compression.

4.3 Tatouage et compression

La compression visant à éliminer l'information imperceptible, c'est à dire invisible dans le cas des images, alors que l'objectif du tatouage est d'insérer une information imperceptible, on comprend aisément pourquoi elle représente l'une des attaques les plus destructrices vis-à-vis du tatouage [53] [56]. Ce point a motivé de nombreux travaux ayant pour objectif d'assurer la robustesse du schéma de tatouage face à la compression [90]. Motivation renforcée par le fait que la compression représente dans la majorité des cas un passage obligé de la transmission ou du stockage des images (ou d'autres supports numériques).

La plupart des travaux étudiant conjointement tatouage et compression considèrent la compression comme une attaque [53] [56]. En ce qui nous concerne, nous avons davantage cherché à développer **des approches pour lesquelles la compression ne constitue pas une source d'interférence pour le tatouage**. Nos travaux ont abouti à la mise au point de deux méthodes. La première [107], dans laquelle l'information adjacente est, non pas le signal original mais le signal comprimé, consiste à rajouter une étape d'insertion dans le schéma général de compression. Elle fait l'objet du paragraphe 4.4. La seconde [71] visant à effectuer conjointement compression et tatouage est basée sur le fait que les fonctions d'insertion des approches de type QIM peuvent être vues comme des codeurs de source [85]. Elle est décrite au paragraphe 4.5. Les travaux existant sur l'approche conjointe donnent des développements théoriques et expérimentaux intéressants du point de vue du tatouage. C'est le cas par exemple de Wu et *al* [152] qui proposent un schéma conjoint à débit fixe basé sur des quantificateurs scalaires décalés. Nous verrons cependant que le développement d'un schéma conjoint dans un contexte de débit variable et

de données réelles nécessite la prise en compte de contraintes qui doivent être étudiées sous l'angle de la compression.

4.4 Tatouage fondé sur le contenu de l'image comprimée

L'intérêt de développer des méthodes de tatouage pour lesquelles la compression ne constitue pas une source d'interférence pour le tatouage évoqué précédemment nous a conduits à proposer une première approche basée sur la connaissance du contenu de l'image comprimée. La compression n'est donc plus considérée ici comme une attaque mais comme un état du canal de transmission connu lors de l'insertion. Deux avantages liés à cette approche sont d'une part que l'éventualité d'une compression additionnelle au cours de la vie du document tatoué est limitée lorsque celui-ci est déjà compressé (sauf dans le cas d'une attaque malveillante) et d'autre part que la complexité de l'ensemble du système diminue du fait d'opérations communes au tatouage et à la compression (transformée, quantification). Afin d'obtenir un compromis entre invisibilité, robustesse et taux de compression, la méthode proposée prend en compte d'une part le contenu de l'image et d'autre part les dégradations engendrées par la compression. Pour ce faire, nous intégrons l'étape d'insertion dans le schéma de codage basé sur la quantification vectorielle algébrique avec zone morte décrit au chapitre 2 afin d'en exploiter les principaux avantages, à commencer par son aptitude à localiser les zones de forte activité. Ces zones sont représentées par les vecteurs d'ondelettes dits «significatifs» au sens de leur norme L_1 qui sont donc de bons candidats au tatouage, si l'on tient compte des principales caractéristiques du système visuel humain [47]. L'**insertion** du message se fait ainsi **sur les vecteurs significatifs**, les vecteurs seuillés étant exclus du processus de tatouage. Notons de plus que tatouer les vecteurs nuls aurait pour conséquence de diminuer les performances de compression en augmentant l'entropie de la partie préfixe des index des vecteurs quantifiés.

Le rayon de la zone morte influence directement le taux d'insertion en excluant de la sélection des candidats au tatouage un nombre de vecteurs correspondant à celui des vecteurs seuillés. Un autre facteur également très important qui intervient dans la sélection des vecteurs à tatouer est celui des sous-bandes choisies. Ce facteur est conditionné par la procédure d'allocation des ressources binaires qui va distribuer les débits binaires associés à chacune des sous-bandes de façon à atteindre le débit cible en minimisant la distorsion globale. Dans un schéma intrabande tel qu'il a été décrit au chapitre précédent, cette procédure privilégie (au sens du compromis débit-distorsion) les basses et moyennes résolutions au détriment des hautes résolutions. Ceci a bien entendu comme conséquence d'exclure les hautes résolutions du processus de tatouage, car elles contiennent d'une part trop peu de vecteurs candidats au tatouage et qu'elles sont d'autre part peu robustes aux attaques. Pour autant, tatouer les basses résolutions n'est pas non plus efficace, car celles-ci contribuant fortement à la

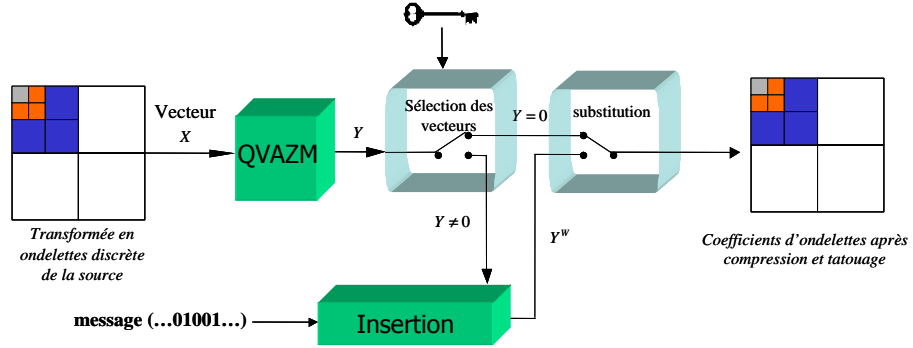


FIG. 4.1 – Schéma proposé de compression et tatouage.

qualité de reconstruction de l'image, elles sont particulièrement sensibles aux modifications que peut engendrer le tatouage. Le processus de **tatouage** sera donc effectué **dans les résolutions intermédiaires** de la décomposition en ondelettes multirésolution. Le schéma proposé est représenté sur la figure 4.1. La méthode d'insertion entre dans la classe des méthodes substitutives [46], les vecteurs quantifiés sélectionnés pour le tatouage étant remplacés par les vecteurs tatoués.

4.4.1 Méthode d'insertion

Le fait d'intégrer une étape de tatouage dans un schéma général de compression de type intrabande entraîne à la fois des contraintes de compatibilité avec le décodeur : les vecteurs tatoués doivent rester dans le même dictionnaire, et des contraintes de performances : en particulier la minimisation de l'erreur et le maintien d'un débit binaire constant (l'allocation de débit étant faite au préalable). La méthode d'insertion proposée est basée sur la permutation des deux composantes les plus proches en terme d'intensité. Elle maintient ainsi la quantité d'information contenue dans le vecteur et garantit par conséquent la **conservation de l'énergie**. Ceci permet d'une part de minimiser l'impact visuel du tatouage, et d'autre part d'assurer un **débit binaire constant après tatouage**, puisque le vecteur tatoué appartient à la même hyper-surface du dictionnaire que le vecteur quantifié non tatoué. Nous décrivons dans ce qui suit la méthode d'insertion proposée.

Soient C le dictionnaire associé au schéma de QVAZM avec zone morte pyramidale de rayon R_{ZM} et un facteur d'échelle γ :

$$C = \{Y \in \mathbb{Z}^n / \delta \leq \|Y\|_1 \leq r_T\} \cup \{\mathbf{0}\} \quad (4.1)$$

où $\mathbf{0}$ est le vecteur nul, r_T le rayon de troncature du dictionnaire et $\delta = \left\lceil \frac{R_{ZM}}{\gamma} \right\rceil$ le rayon de la première hyper-surface du dictionnaire hors zone morte.

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉE83

Les vecteurs nuls étant exclus du processus de tatouage, l'insertion s'effectue sur l'ensemble C^* défini par :

$$C^* = \{Y \in \mathbb{Z}^n / \delta \leq \|Y\|_1 \leq r_T\} \quad (4.2)$$

Afin de permettre l'insertion d'un bit par vecteur, on distingue deux classes dans l'ensemble C^* :

- $C^*(0) = \{Y = (Y_1, \dots, Y_n) \in C^* \mid \exists(j, k), 0 < d(Y_j, Y_k) \leq d(Y_l, Y_m), j < k, \forall l \neq j, \forall m \neq k \text{ et } Y_j < Y_k\}$ contenant les vecteurs associés au bit 0.
 - $C^*(1) = \{Y = (Y_1, \dots, Y_n) \in C^* \mid \exists(j, k), 0 < d(Y_j, Y_k) \leq d(Y_l, Y_m), j < k, \forall l \neq j, \forall m \neq k \text{ et } Y_j > Y_k\}$ contenant les vecteurs associés au bit 1.
- où $d(Y_j, Y_k) = |Y_j - Y_k|$.

Ainsi par exemple, $Y = (1, 8, 3, 5)$ appartient à $C^*(0)$ car la distance $d(1, 3) = |1 - 3| = 2$ est minimale et $1 < 3$.

La fonction d'insertion f proposée permet d'associer à un vecteur son plus proche représentant dans l'une des deux classes, selon le bit à tatouer :

$$f: \{0, 1\} \times C^* \rightarrow C^*(0) \cup C^*(1) \quad (4.3)$$

$$f(i, Y) \mapsto Y^W \in C^*(i) \quad (4.4)$$

où i correspond à l'information binaire à insérer, Y au vecteur sélectionné et Y^W au vecteur tatoué.

Dans la pratique, elle repose sur la permutation des deux composantes les plus proches en terme de magnitude, comme le montre l'algorithme qui suit.

D'autre part, comme nous l'avons évoqué plus haut, elle assure la conservation de l'énergie des vecteurs. En effet, on vérifie :

$$\|Y^W\|_1 = \|Y\|_1 \quad (4.5)$$

L'algorithme d'insertion [107] est donné dans l'annexe F. Comme il fait partie intégrante de la quantification, il possède un coût réduit à quelques opérations de base. D'autre part, le coût de la phase de sélection est négligeable, car celle-ci est basée sur le calcul de l'énergie des vecteurs qui est effectué pour la quantification. Pour l'insertion proprement dite on montre aisément que la complexité \mathcal{C} est bornée par :

$$\mathcal{C} \leq L \frac{n(n-1)}{2} S + L \frac{n(n-1)}{2} Av + L \left(\frac{n(n+1)}{2} - 2 \right) C \text{ opérations} \quad (4.6)$$

où n correspond à la dimension des vecteurs et L à la longueur du message en bits (c'est à dire aussi au nombre de vecteurs tatoués). S représente la soustraction, Av la valeur absolue et C la comparaison.

La formule 4.6 montre que la complexité totale de la méthode de tatouage s'exprime en $O(n^2)$ par bit inséré. Ramenée au nombre de pixels de l'image elle est très faible (comme le montre l'exemple suivant) et ne pénalise pas le coût global de la chaîne de compression-tatouage.

Exemple : pour les valeurs typiques suivantes : $n = 8$, $L = 300$ et 512×512 pixels, la formule précédente donne au plus $\frac{300 \times (2^{\frac{8 \times 7}{2}} + \frac{8 \times 9}{2} - 2)}{512 \times 512} \simeq 0,1$ opérations par pixel.

Les performances de la méthode proposée ont été évaluées selon deux critères : invisibilité, et capacité d'insertion. Les résultats concernant la robustesse de cet algorithme font l'objet du paragraphe suivant.

L'évaluation de l'imperceptibilité de notre schéma s'appuie sur la comparaison entre les images compressées (figures 4.2, 4.4 et 4.6) et les images compressées/tatouées (figures 4.3, 4.5 et 4.7). Comme on peut le voir, dans aucun cas la marque n'est perceptible. Cette constatation est confirmée par les mesures de PSNR, même dans le cas des bas débits (voir figures 4.3 et 4.2). Ce résultat est dû au fait que la marque a été insérée dans des zones de forte activité. Par ailleurs les dégradations induites par le tatouage se confondent avec les artefacts de la compression dans le cas des bas débits.

4.4.2 Extraction et robustesse du schéma

Principes généraux

Le processus d'extraction consiste à retrouver le message inséré dans la source. Deux contextes sont envisageables concernant l'extraction de la marque. Le premier consiste à lire la marque à partir du fichier de l'image compressée (la lecture s'effectue alors à partir des index des vecteurs d'ondelettes quantifiés). Il ne présente aucune difficulté puisque la phase de décodage des vecteurs redonne exactement les vecteurs quantifiés et marqués. L'extraction du tatouage ne nécessite donc aucune connaissance particulière des paramètres de quantification. Le second contexte consiste à lire la marque à partir de l'image reconstruite elle-même. Dans ce cas, il est nécessaire d'effectuer au préalable une transformée en ondelettes, puis la détection et la lecture des vecteurs marqués (qui ne sont plus quantifiés). Au contraire du premier contexte, il est nécessaire de connaître les paramètres de quantification, en particulier les facteurs d'échelles alloués à chacune des sous-bandes de la transformée en ondelettes. Ceux-ci sont calculés par la procédure d'allocation et sont conditionnés au taux de compression demandé par l'utilisateur. Ainsi, dans un schéma de compression à débit variable tel que nous le proposons, ces paramètres varient de façon à optimiser le compromis débit-distorsion pour un débit cible donné. Au contraire de nombreuses méthodes de tatouage basées sur la quantification pour lesquelles ces paramètres sont fixés afin d'assurer une extraction correcte du message, nous proposons de les laisser variables de façon à maintenir de bonnes performances de compression. Ceci nécessite la mise au point d'une procédure d'estimation efficace y compris en cas d'attaque ou de traitement sur l'image tatouée. Ainsi par

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉE⁸⁵



FIG. 4.2 – Image Poivrons; taux de compression par QVAZM : 1: 61; PSNR=30,55 dB.



FIG. 4.3 – Image Poivrons ; 60 bits insérés ; taux de compression par QVAZM : 1 : 61 ; PSNR=30,5 dB.

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉES7



FIG. 4.4 – Image Cornouaille ; taux de compression par QVAZM : 1 : 32 ; PSNR = 30,62 dB.



FIG. 4.5 – Image Cornouaille ; 60 bits insérés ; taux de compression par QVAZM : 1: 32 ; PSNR = 30,5 dB.

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉE⁸⁹



FIG. 4.6 – Image Lena; taux de compression par QVAZM : 1: 26,5; PSNR=34.33 dB.



FIG. 4.7 – Image Lena ; 300 bits insérés ; taux de compression par QVAZM :
1 : 26,5 ; PSNR=34,06 dB.

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉE 91

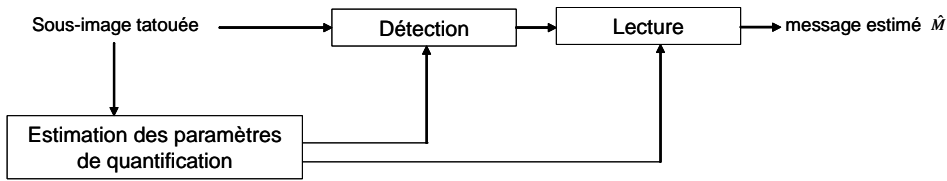


FIG. 4.8 – Schéma général d'extraction.

exemple, l'extraction doit être encore possible après un changement de format au cours duquel l'information sur la taille des cellules (facteurs d'échelle) aurait été perdue. Nous avons mis au point pour cela une méthode d'estimation basée sur des propriétés géométriques avantageuses de la quantification vectorielle algébrique, qui sera décrite plus loin.

L'ensemble du processus d'extraction est représenté sur la figure 4.8. L'algorithme d'extraction proprement dit se décompose en deux étapes :

Détection elle consiste à éliminer du processus d'extraction les vecteurs appartenant à la zone morte vectorielle pour ne conserver que les vecteurs tatoués.

Lecture la reconstruction du message est effectuée à partir de l'algorithme d'insertion. Soit $Y^W = (Y_1^W, \dots, Y_n^W)$ un vecteur tatoué, la lecture se déroule alors en deux étapes :

- 1- Trouver j, k ($j < k$) tels que $d(Y_j^W, Y_k^W) = |Y_j^W - Y_k^W|$ soit minimal et non nul
- 2- Si $Y_j^W < Y_k^W$ alors le bit extrait est $i = 0$, sinon $i = 1$.

En cas d'attaque de l'image tatouée, deux types d'erreurs peuvent survenir :

Erreur de détection Certains vecteurs initialement nuls dans l'image compressée peuvent devenir non nuls et être ainsi inclus par erreur dans le processus d'extraction. Et de la même façon, un vecteur tatoué peut être projeté à l'intérieur de la zone morte.

Erreur de lecture Si l'ordre des deux plus proches composantes est modifié, le bit inséré risque d'être perdu. La robustesse de l'étape de lecture repose sur les propriétés des méthodes basées sur une quantification.

Dans ce qui suit nous allons faire un rapide descriptif de la robustesse de la méthode de tatouage face à ces deux types d'erreur. Notons dès à présent que les propriétés géométriques du dictionnaire proposé, et en particulier les caractéristiques de la zone morte permettent d'améliorer sensiblement les performances en termes de robustesse.

– robustesse face aux erreurs de détection

L'étape de détection est la plus sensible aux attaques et peut entraîner une désynchronisation à la reconstruction du message. Supposons qu'un vecteur initialement quantifié par $\mathbf{0}$ ait été attaqué par un bruit blanc gaussien \mathbf{b}

de moyenne nulle et d'écart-type σ . Selon la valeur de σ le vecteur peut être projeté en dehors de la zone morte et donc détecté à tort comme un vecteur tatoué. Ce principe est représenté sur la figure 4.9 où l'on peut constater qu'il existe une sphère qui donne une limite du bruit acceptable pour une détection sans erreur. En effet, la quantification de tout vecteur bruité appartenant à la sphère redonne le vecteur nul et donc évite une détection erronée. Si l'on appelle $z = \frac{R_C - 1}{\sqrt{n}}$ le rayon de cette sphère (voir figure 4.9), on peut montrer que [107] :

$$P(\|\mathbf{b}\|_2 < z) = 1 - e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{1}{\Gamma(i+1)} \left(\frac{z^2}{2\sigma^2}\right)^i \quad (4.7)$$

Les valeurs de $P(\|\mathbf{b}\|_2 < z)$ pouvant être pré-calculées pour un bruit gaussien, il est ensuite simple d'en déduire les valeurs σ correspondantes. Ainsi par exemple pour les valeurs typiques suivantes : rayon de zone morte $r_{ZM} = 3$, dimension des vecteurs $n = 8$, facteur d'échelle $\gamma = 6$, on obtient $\sigma \simeq 1,6$ comme écart-type maximal de bruit pour une détection correcte avec un risque d'erreur de 5%. Rappelons que la formule 4.7 représente une borne supérieure, et engendre donc des résultats pessimistes par rapport à la réalité. Si l'on considère un schéma sans zone morte, la sphère de bruit est inscrite cette fois dans le Voronoï d'origine, dont la forme est cubique du fait du choix du réseau \mathbb{Z}^n . On comprend donc aisément alors en observant la figure 4.9 qu'à robustesse égale (détection correcte avec le même risque) l'écart-type maximal du bruit autorisé diminue. En l'occurrence, pour l'application numérique donnée ci-dessus on trouve $\sigma \simeq 1,1$.

– robustesse face aux erreurs de lecture

Nous supposons qu'une erreur de lecture (EL) est liée au fait qu'au moins une des composantes du vecteur tatoué est corrompue. Notons que cette hypothèse est pessimiste car l'algorithme d'insertion proposé est basé sur la permutation des deux composantes les plus proches en termes d'amplitude, qui ne sont pas nécessairement les composantes dégradées par le bruit lorsqu'un vecteur est attaqué. La connaissance des paramètres de quantification permet de rendre sa valeur à un coefficient erroné (mais demeurant dans sa cellule de quantification d'origine), en effectuant une post-quantification. C'est le propre des méthodes de tatouage basées sur la quantification. Dans le cas d'une attaque par un bruit additif b_i de type blanc gaussien centré d'écart-type σ , on peut montrer aisément qu'on peut retrouver toute composante \tilde{x}_i du vecteur tatoué bruité à condition que l'intensité du bruit qui l'affecte soit telle que $|b_i| < \frac{\gamma}{2}$. En généralisant à des vecteurs de dimension n et en considérant le cas d'une distribution i.i.d. du bruit, on montre [107] que :

$$P(EL) = \epsilon \iff P(\mathbf{b} < \frac{\gamma}{2\sigma}) = \frac{\sqrt[n]{1 - \epsilon} + 1}{2} \quad (4.8)$$

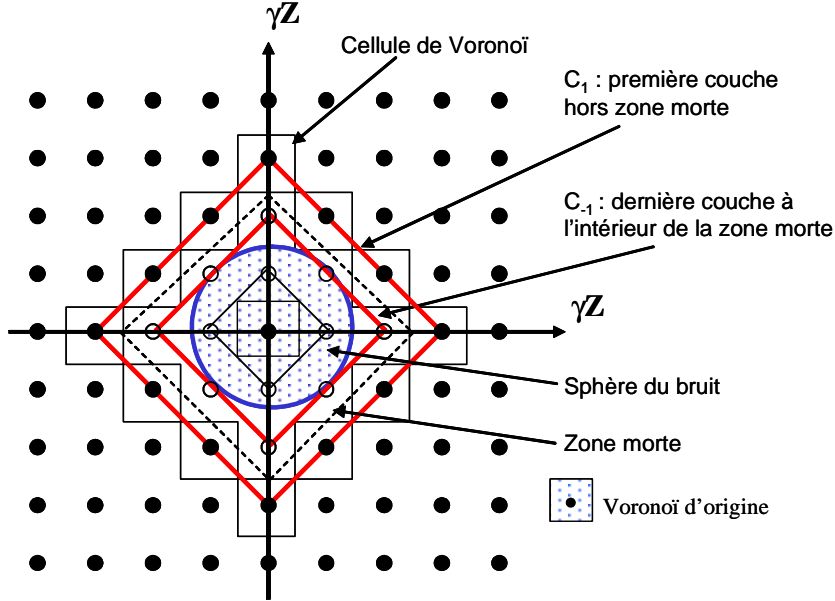


FIG. 4.9 – Erreur de détection : borne supérieure du bruit toléré.

Ainsi par exemple, pour les valeurs typiques utilisées plus haut ($n = 8$, $\gamma = 6$) on obtient $\sigma \simeq 1, 1$.

Estimation des paramètres de quantification

Nous avons mis en évidence l'intérêt de disposer d'une procédure d'estimation des paramètres de quantification afin de préserver les performances de compression lorsque le débit est variable dans une approche combinée compression/tatouage. La méthode d'estimation proposée repose sur la structure géométrique des réseaux réguliers de points, et en particulier sur le fait que la taille des cellules de Voronoï varie lorsqu'on dilate le réseau.

Soient Λ le réseau utilisé et $\gamma \in \mathbb{R}^+$ le facteur d'échelle. On définit $\gamma\Lambda$ comme le réseau Λ dilaté d'un facteur γ :

$$\gamma\Lambda = \{\gamma\mathbf{y}/\mathbf{y} \in \Lambda\} \quad (4.9)$$

L'estimation du facteur d'échelle est basée sur la minimisation de la distorsion $D(\alpha)$ engendrée par la quantification des n coefficients de la sous-bande source considérée $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ telle que :

$$\min_{\alpha} D(\alpha) = \min_{\alpha} \left\{ \frac{1}{n} \left\| \mathbf{x} - \alpha \left[\frac{\mathbf{x}}{\alpha} \right] \right\|_2^2 \right\} \quad (4.10)$$

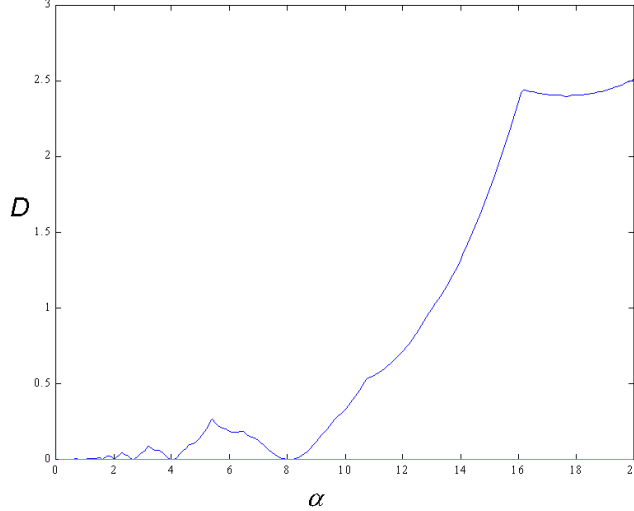


FIG. 4.10 – Fonction $D(\alpha)$ d'une source (sous-image verticale de niveau 3 de l'image Lena) quantifiée dans \mathbb{Z}^n (facteur de projection égal à 8).

où $[\cdot]$ représente l'opération de quantification scalaire uniforme. La fonction $\alpha \rightarrow D(\alpha)$ admet trois propriétés remarquables [107], [72].

Propriété 1 : la fonction $D(\alpha)$ est bornée :

$$D(\alpha) = \frac{1}{n} \|\mathbf{x}\|_2^2 \text{ pour un } \alpha \text{ assez grand } (\alpha > \max_i |x_i|) \quad (4.11)$$

Propriété 2 : $D(\alpha)$ est nulle (et minimale) en $\frac{\gamma}{k}$, $k \in \mathbb{N}^*$:

$$D(\alpha) = 0 \text{ pour } \alpha = \frac{\gamma}{k}, k \in \mathbb{N}^* \quad (4.12)$$

Propriété 3 : $D(\alpha)$ admet des minimas locaux en $\alpha = k\gamma$, $k \in \mathbb{N}^*$.

D'après les propriétés 2 et 3, le facteur d'échelle recherché γ correspond au dernier zéro de la fonction $D(\alpha)$. Nous en déduisons que **l'estimation du facteur d'échelle γ consiste à rechercher le premier zéro (dans le sens des α décroissants) de la fonction $D(\alpha)$ après une forte pente**, comme nous pouvons le vérifier sur la figure 4.10. Notons que la formule (4.11) permet de limiter l'intervalle de recherche.

En présence d'une attaque de type bruit additif i.i.d. b sur les n coefficients de la sous-bande (quantifiée et tatouée), le facteur d'échelle ne correspond plus

4.4. TATOUAGE FONDÉ SUR LE CONTENU DE L'IMAGE COMPRIMÉE95

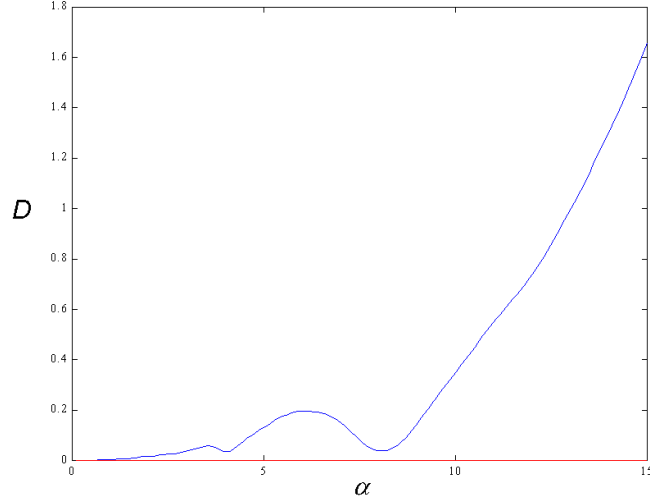


FIG. 4.11 – Fonction $D(\alpha)$ d'une source (sous image verticale de niveau 3 de l'image Lena) attaquée par compression JPEG (qualité 25).

à un minimum global de la courbe. La recherche se fait à travers l'ensemble des minimas locaux (si l'énergie du bruit n'est pas trop élevée), comme en témoigne la figure 4.11. **L'estimation du facteur d'échelle consiste alors à rechercher le premier minimum local de $D(\alpha)$ après une forte pente (dans l'ordre des α décroissants).** Sous l'hypothèse précédente d'un bruit additif i.i.d., un résultat remarquable dû à l'utilisation d'un réseau régulier de points est que la distorsion en présence de bruit ne dépend plus de la source mais uniquement du bruit lui-même [107] :

$$D(\alpha) = E \{ (b - [b])^2 \} \quad (4.13)$$

où E représente l'espérance mathématique et $[.]$ l'opération de quantification scalaire uniforme.

En d'autres termes, D représente la distorsion granulaire due à la quantification uniforme du bruit.

Dans le cas $\Lambda = \mathbb{Z}^n$, $D(\alpha)$ est égale au bruit granulaire dû à la quantification uniforme de b , dont l'expression est donnée dans [123] :

$$D(\alpha) = \frac{\alpha^2}{12} \left[1 + \frac{6}{\pi^2} \sum_{k \neq 0} \frac{(-1)^k}{k^2} \Phi_b \left(\frac{2\pi k}{\alpha} \right) \right] \quad (4.14)$$

avec Φ_b la fonction caractéristique de b .

Attaque	JPEG 25	Bruit Gaussien ($\sigma = 7$)	Filtre Median 3×3
γ estimé	8,1	8,07	7,56
erreur (%)	0,49	0,12	6,2

TAB. 4.1 – Facteur d'échelle estimé pour différentes attaques.

Cette formule permet de limiter le nombre de calculs à effectuer en initialisant la recherche de minimum en un point relativement proche de la solution si l'on définit une valeur maximale $D(\gamma^*)$ qu'on autorise pour le bruit (en d'autres termes un seuil de bruit). Le facteur d'échelle recherché γ est alors le premier minimum avant γ^* .

Le tableau 4.1 représente les facteurs d'échelle obtenus par l'opération d'estimation pour plusieurs types d'attaque, dans le cas de l'image Lena compressée (taux de compression de 1:64) contenant un message de 60 bits. Les résultats attestent de l'efficacité de l'estimation : les valeurs trouvées sont proches du facteur original $\gamma = 8,06$.

Dans tous les cas, l'extraction a été un succès : le message a pu être reconstruit. Enfin, il faut préciser que les tests ont été effectués à partir d'un schéma de quantification dans lequel le rayon de la zone morte est fixé *a priori*.

Nous avons également étudié la robustesse de l'estimation du facteur d'échelle face à des attaques de type gain linéaire. Une fois encore, la structure régulière du dictionnaire est un atout important pour la robustesse. Une telle attaque modifie la taille des cellules de quantification, mais de manière identique pour chacune d'entre-elles, ce qui permet de conserver l'efficacité de la procédure d'estimation en retrouvant le facteur d'échelle multiplié par le gain de l'attaque et permettre une extraction correcte du message [107].

La méthode proposée constitue une première solution pour effectuer conjointement tatouage et compression de manière non conflictuelle. La direction empruntée a consisté à utiliser le résultat d'une compression par TO et QVA. Trois enseignements majeurs découlent de ce travail :

- La notion de vecteur significatif permet de localiser les zones tatouables.
- La zone morte vectorielle permet de sécuriser la phase de détection des composantes tatouées.
- La contrainte d'une insertion ne modifiant pas l'énergie des vecteurs permet de maintenir constant le débit de l'image (en particulier les vecteurs nuls ne peuvent être tatoués).

Au-delà de l'intérêt qu'offrent, pour le tatouage, les outils développés dans la première partie de ce manuscrit, nous insistons sur le fait que notre méthode montre que tatouage et compression sont liées par un fonctionnement similaire. Nous avons ciblé toutes les contraintes liées à la compression, mais bien entendu notre schéma possède des limites en termes de robustesse. Dans la seconde approche que nous proposons, nous partons d'une méthode d'insertion qui a fait ses preuves et nous essayons de l'adapter aux contraintes de la compression. C'est l'objet du paragraphe suivant.

4.5 Une approche conjointe : la quantification vectorielle algébrique modulée

4.5.1 DM-QIM

L'approche que nous proposons ici consiste à définir un schéma de codage basé sur une méthode de tatouage. Elle repose sur un dictionnaire C partitionné en m sous-dictionnaires, permettant l'insertion d'un message m -aire¹. De manière plus précise, il s'agit de m quantificateurs décalés selon le principe aujourd'hui bien connu de modulation par décalage (DM-QIM, en anglais : dither modulation QIM) [24], [25] : l'échantillon de la source est quantifié à l'aide du quantificateur (parmi les m disponibles) associé au symbole à tatouer. L'extraction du mot du message M_i à partir de la sortie du canal de tatouage W^b s'effectue en déterminant le représentant du dictionnaire C le plus proche de W^b . On obtient alors une estimation \hat{M}_i du mot du message M_i correspondant à l'index du sous-dictionnaire auquel appartient le représentant. Dans le cas des méthodes de type QIM, l'insertion d'un message M dans un signal hôte $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ est une fonction $f : (M, \mathbf{x}) \mapsto W$ qui vérifie :

1. f minimise l'erreur entre le signal tatoué W et le signal original \mathbf{x} , quelque soit le message M .
2. f assure une distance maximale entre $f(M, \mathbf{x})$ et $f(M', \mathbf{x})$ quelque soit le message $M' \neq M$.

Le premier point assure la **contrainte d'imperceptibilité** et le second, celle de la **robustesse du tatouage**. Par analogie avec le codage conjoint source/canal, la première propriété requiert la mise au point d'un codage de source performant, la deuxième est relative au problème de codage canal.

Remarques :

- Les performances des méthodes de type QIM sont directement liées au choix du dictionnaire C et à son mode de partitionnement.
- Ces méthodes exigent que les paramètres de quantification soient connus à l'extraction. Ce point est particulièrement important, en particulier dans les applications où le débit binaire est variable. Nous avons montré dans le cas de la méthode de tatouage fondée sur le contenu qu'il était possible d'estimer le facteur d'échelle appliqué à la source. Cette estimation restera valable dans le cas de la méthode de compression/tatouage conjoint que nous proposons ici.

Si la DM-QIM possède de nombreux avantages, en particulier en termes de robustesse, elle ne permet pas d'atteindre des performances intéressantes en termes de compromis débit-distorsion. En effet, elle ne peut tirer avantage des propriétés de compaction de l'énergie de la source après une transformée en ondelettes par exemple, car la quantification des échantillons dépend à la fois de leur intensité et du mot du message à insérer. Ce dernier point engendre une

¹Dans l'ensemble de nos travaux nous nous sommes limités à la valeur $m = 2$.

augmentation de l'entropie des échantillons quantifiés et réduit ainsi le caractère parcimonieux des coefficients. La méthode que nous proposons ici, appelée Quantification Vectorielle Algébrique Modulée (QVAM) permet de contourner cet inconvénient tout en intégrant les principes de la DM-QIM, grâce à l'utilisation de la zone morte vectorielle abondamment décrite tout au long de ce manuscrit. Celle-ci permet d'exclure du processus de tatouage les vecteurs dits non significatifs afin de maintenir la redondance des vecteurs quantifiés par zéro exploitée par le codeur entropique.

4.5.2 QVAM

Principes généraux et limite de codage

Soient $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ un vecteur de la source et γ le facteur d'échelle. On note Q le quantificateur uniforme dans \mathbb{Z}^n :

$$\begin{aligned} Q: \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{Z}^n \\ \mathbf{x} &\mapsto Q(\mathbf{x}) = [\mathbf{x}] \end{aligned} \quad (4.15)$$

On définit le **quantificateur vectoriel algébrique modulé** Q_i de la manière suivante :

$$Q_i(\mathbf{x}) \triangleq mQ\left(\frac{\mathbf{x} - i\frac{\gamma}{m}}{\gamma}\right) + i \quad (4.16)$$

avec $i \in \{0, 1, \dots, m-1\}$ le symbole à insérer.

L'ensemble des vecteurs obtenus par DM-QIM, à partir des m quantificateurs Q_i décalés est donc l'union de m cosets S_i de \mathbb{Z}^n , que nous appellerons **réseau modulé** \mathbb{Z}_m^n :

$$S_i \triangleq \{m\mathbb{Z}^n + [i]\} \quad (4.17)$$

$$\text{avec } [i] = \begin{pmatrix} i \\ \dots \\ i \end{pmatrix}.$$

$$\mathbb{Z}_m^n \triangleq \bigcup_{i=0}^{m-1} S_i \quad (4.18)$$

La figure 4.12 représente le réseau \mathbb{Z}_2^2 . Comme l'illustre cette figure, on a $\mathbb{Z}_m^n \subset \mathbb{Z}^n$. Cette propriété sera exploitée au paragraphe 4.5.2 afin de diminuer le coût binaire du code du suffixe.

Soit $\tilde{\mathbf{x}}$ le vecteur reconstruit, on a la relation suivante :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \frac{\gamma}{m} Q_i(\mathbf{x}) \quad (4.19)$$

Nous allons à présent aborder la question de l'insertion d'information à l'aide des quantificateurs définis par (4.16).

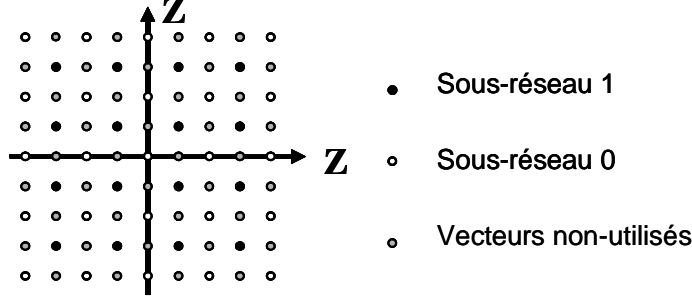


FIG. 4.12 – Réseau modulé $\mathbb{Z}_2^2 = \{2\mathbb{Z}^2\} \cup \{2\mathbb{Z}^2 + [1]\}$ de \mathbb{Z}^2 pour l’insertion d’un code binaire.

Soit $M = (M_1, \dots, M_L)$ le message m -aire à tatouer de longueur $L = \frac{N}{n}$, avec N le nombre d’échantillons de la source. La **fonction d’insertion** f du schéma DM-QJM est définie par :

$$f(M_j, \mathbf{x}^j) = \frac{\gamma}{m} Q_{M_j}(\mathbf{x}^j) \quad (4.20)$$

avec \mathbf{x}^j le $j^{\text{ème}}$ vecteur de la source.

Par conséquent, insérer le mot M_j dans le vecteur \mathbf{x}^j revient à déterminer le vecteur le plus proche dans le coset S_{M_j} défini par (4.17).

Cependant, comme nous allons le voir dans la suite, si l’on s’en tient strictement à ce schéma et à cette fonction d’insertion, les performances atteignables en termes de compression sont insuffisantes et incompatibles avec un schéma de compression à bas débit. En effet nous pouvons montrer qu’il existe un débit binaire limite lié au fait qu’on ne peut supprimer plus d’information qu’on n’en insère.

Considérons pour cela le cas répandu d’une source symétrique, un facteur d’échelle γ très grand, des vecteurs de dimension n , et un message binaire à insérer. Dans ce cas, seules les hyper-surfaces du dictionnaire d’énergies 0 et n correspondant respectivement à l’insertion des bits 0 et 1 vont être utilisées. En conséquence en utilisant la formule 2.2 définie au chapitre 1, on peut écrire :

$$R_{total} \xrightarrow{\gamma \rightarrow +\infty} \mathcal{H}_n^\infty = -[p(0) \log_2 p(0) + p(n) \log_2 p(n)] + p(0) \log_2 [N(0)] + p(n) \log_2 [N(n)] \quad \text{bits/vecteur} \quad (4.21)$$

En supposant le message équiprobable : $p(0) = p(n) = \frac{1}{2}$ et sachant que $N(0) = 1$, on obtient :

$$\mathcal{H}_n^\infty = \frac{1}{n} \left[1 + \frac{\log_2 [N(n)]}{2} \right] \quad \text{bits/échantillon} \quad (4.22)$$

Cette formule montre que quelle que soit la distribution de la source, le débit binaire total de celle-ci après quantification par QVAM ne peut être inférieur à la borne \mathcal{H}_n^∞ . Elle représente une asymptote de la courbe distorsion-débit. Cette borne dépend directement du dictionnaire et plus précisément du cardinal de la population de l'hyper-surface d'énergie n .

Comme le confirme la figure 4.13, la limite de codage dans le cas scalaire se situe à 1,5 bits/échantillon² (pour un taux d'insertion de 1 bit/échantillon) et décroît lorsque n augmente (pour $n = 8$ par exemple elle vaut 0,8 bit/échantillon pour un taux d'insertion de 0,125 bit/échantillon). Ceci démontre l'intérêt d'une approche vectorielle par rapport à une approche scalaire pour améliorer les performances de compression, grâce à un meilleur (i.e. plus faible) ratio taux d'insertion/débit de codage (66,6% dans le cas scalaire contre 8,3% pour $n = 8$ dans l'exemple précédent). L'insertion d'information peut être vue comme un problème de communication à puissance limitée où l'insertion est sujette à des contraintes de puissance ou de distorsion [24]. Malgré le gain apporté par l'approche vectorielle décrite ci-dessus, en particulier à travers un meilleur ratio taux d'insertion/débit de codage, le schéma compression/tatouage conjoint à débit variable proposé ne conduit pas à des performances réalistes à bas débit, comme on peut le vérifier sur la figure 4.13 par comparaison avec la courbe du quantificateur scalaire uniforme. Comme nous l'avons évoqué plus haut, les mauvaises performances sont dues à une augmentation de l'entropie de l'énergie des vecteurs quantifiés. En effet, à bas débit, c'est à dire lorsque le facteur d'échelle est grand, l'histogramme des énergies devient bimodal : les deux pics représentant l'énergie 0 et l'énergie n correspondant respectivement à l'insertion des bits 0 et 1, alors qu'il est unimodal pour une quantification classique de la même source. Un schéma compression/tatouage conjoint ne peut donc pas reposer directement sur les principes de la DM-QIM dans les plages de bas débits. Pour contourner cet inconvénient, il semble important que l'insertion ne soit pas effectuée indépendamment des données, mais qu'elle tienne compte plutôt de la quantité d'information portée par celles-ci. La question de la capacité de tatouage est soulevée par Moulin qui souligne dans [100] que la compaction de l'énergie est la seule propriété de la source déterminant cette capacité. Ainsi plus la représentation d'un signal est creuse, plus la compression est performante mais moins la capacité du tatouage est élevée et vice versa. Dans le cas qui nous intéresse, il est important de ne pas tatouer les zones contenant peu d'information pour augmenter les performances de compression. La zone morte vectorielle peut une fois encore permettre d'atteindre un compromis taux de compression/taux d'insertion acceptable, car elle permet d'exclure une partie des vecteurs du processus de tatouage, selon le principe déjà décrit au paragraphe 4.4. La figure 4.14 (B) représente le réseau modulé modifié par la zone morte vectorielle.

Selon les notations déjà utilisées au chapitre 1, le dictionnaire incluant la

²Cette limite peut descendre à 1 bit/échantillon pour des sources positives car dans ce cas les valeurs négatives ne sont pas prises en compte dans le dictionnaire.

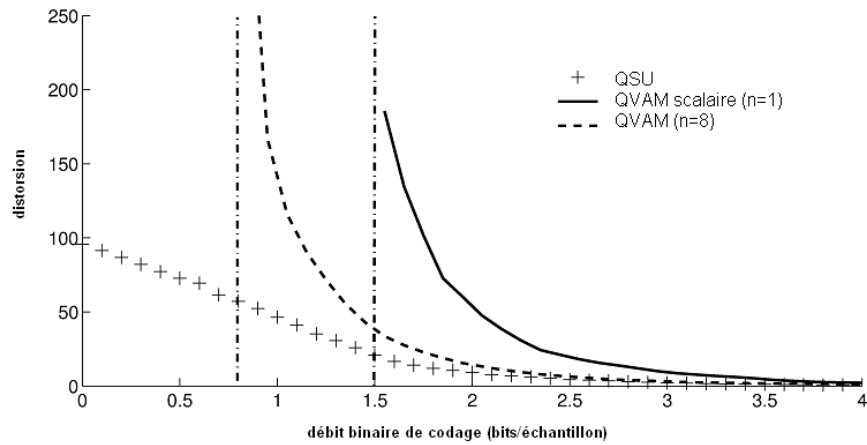


FIG. 4.13 – Courbe débit-distorsion associée à un quantificateur scalaire uniforme (QSU), la QVAM dans le cas scalaire ($n=1$) et la QVAM dans le cas vectoriel ($n=8$) - source gaussienne centrée d'écart-type 10. Les lignes verticales représentent les asymptotes correspondant aux limites de codage.

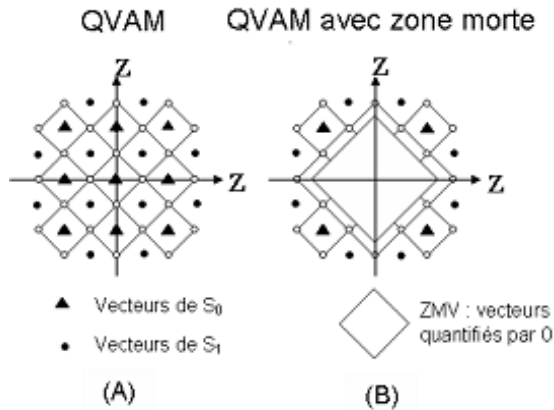


FIG. 4.14 – Dictionnaire QVAM sur \mathbb{Z}_2^2 : (A) sans zone morte - (B) : avec zone morte vectorielle pyramidale.

zone morte représenté sur la figure 4.14 (B) est défini de la façon suivante :

$$C_{DZ} = \{\mathbf{y} \in \mathbb{Z}_m^n / \delta \leq \|\mathbf{y}\|_1 \leq r_T\} \cup \{0\} \quad (4.23)$$

avec r_T le rayon de troncature du dictionnaire et $\delta = \lfloor r_{DZ} \rfloor + 1$ le rayon de la première hyper-surface hors de la zone morte. On appelle $r_{DZ} = m \frac{R_{DZ}}{\gamma}$ le rayon normalisé de la zone morte, c'est à dire le rayon de la zone morte après la mise à l'échelle de la source.

Le débit d'insertion est directement lié au rayon de la zone morte, conditionnant ainsi le nombre de vecteurs exclus du processus d'insertion. Ainsi on a :

$$\text{card}\{\|X\|_1 \leq R_{DZ}\} = (1 - R_{emb}) N_{vec} \quad (4.24)$$

avec $N_{vec} = \frac{N}{n}$ le nombre de vecteurs source et R_{emb} le débit d'insertion (en bits/vecteur).

En utilisant une procédure de minimisation [73] il est possible de trouver le rayon de la zone morte ainsi que le facteur d'échelle qui minimisent la distorsion pour un débit cible (de codage) donné. Ainsi, d'après la formule (4.24), il est possible de calculer le débit d'insertion qui minimise la distorsion à débit de codage fixé. Cependant, nous considérons ici que le rayon normalisé de la zone morte r_{DZ} est fixé et disponible au décodeur afin d'assurer l'inversibilité du processus d'insertion. En effet, la connaissance de r_{DZ} et l'estimation de γ permettent de retrouver le rayon de la zone morte R_{DZ} puisque $R_{DZ} = \frac{\gamma}{m} r_{DZ}$. Notons que l'estimation du facteur d'échelle décrite au paragraphe 4.4.2 est également valide dans le cas de la QVAM, même après une attaque de type gain linéaire.

Etant donné un débit cible de codage R_T , le réglage du facteur d'échelle γ consiste à résoudre l'équation suivante [73] :

$$\mathbf{R}(r_{DZ}, \gamma) = R_T \quad (4.25)$$

où $\mathbf{R}(\cdot, \cdot)$ représente le débit de codage en fonction du facteur d'échelle et du rayon normalisé de la zone morte (qui rappelons-le ici est fixé).

Enfin, il est également important de souligner qu'une zone morte vectorielle peut être un outil efficace pour améliorer la robustesse. En effet, il est admis [40, 100] qu'une marque doit être insérée de manière robuste dans les composantes significatives du signal moins vulnérables aux attaques que les autres. Le volume de la zone morte vectorielle étant supérieur à celui des autres cellules de quantification, il assure une meilleure robustesse face aux attaques contre les composantes non significatives. Ainsi, en dimension 4 (respectivement 8) par exemple, une zone morte vectorielle de rayon normalisé compris entre 2 et 4 (qui sont des valeurs typiques) contient l'équivalent de 9 (respectivement 17) cellules de quantification. Notons par ailleurs qu'une exploitation complète de ces propriétés nécessiterait de régler les paramètres de quantification en fonction d'un critère lié à la robustesse. Dans ce cas cependant, le rayon de la zone morte ne serait pas disponible au décodeur et devrait lui aussi être estimé en utilisant par exemple les propriétés de forme de la distribution de la source. C'est l'une des perspectives à ces travaux.

Le dictionnaire associé à la QVAM ayant une forme particulière (voir figure 4.14), il requiert un indexage spécifique : le calcul de l'index du suffixe ne doit prendre en compte que les vecteurs du réseau modulé et non pas \mathbb{Z}^n , comme nous l'avons vu au premier chapitre. Un seul exemple suffit à s'en persuader : d'après la formule (4.18), 87,5 % des vecteurs de \mathbb{Z}^4 n'appartiennent pas à \mathbb{Z}_2^4 [71] ! Par conséquent, dans le cadre de la QVAM, utiliser une méthode d'indexage dans \mathbb{Z}^n augmenterait considérablement la longueur du suffixe des mots de code, pénalisant ainsi dramatiquement le débit binaire de codage. Il est donc essentiel ici de pouvoir énumérer uniquement les vecteurs appartenant à l'union des deux cosets S_0 et S_1 . Sur la base de nos travaux sur l'indexage (méthode A) décrits dans le premier chapitre de ce mémoire, nous avons proposé une technique dédiée à la QVAM [74], dont nous décrivons ci-dessous les principes généraux.

Indexage modulé

Les principes de base de l'indexage du suffixe dans le cas de la QVAM sont les suivants : les vecteurs pairs sont indexés suivant les méthodes dédiés au réseau \mathbb{Z}^n alors que les vecteurs impairs sont indexés à l'aide d'une transposition de la méthode A [103]. Dans ce qui suit, $\mathcal{I}^{mod}(\mathbf{y})$ est l'index³ d'un vecteur $\mathbf{y} \in \mathbb{Z}_2^n$. Par ailleurs, on note $\mathcal{I}^i(\cdot)$ l'index de $\mathbf{y} \in S_i$, dans S_i et $C^i(r)$ avec $i \in \{0, 1\}$ l'ensemble des vecteurs d'énergie r appartenant à S_i : $C^i(r) = \{\mathbf{y} \in S_i / \|\mathbf{y}\| = r\}$. $C(r)$ correspond à l'ensemble des vecteurs d'énergie r dans \mathbb{Z}^n . L'index $\mathcal{I}^{mod}(\mathbf{y})$ est déduit de \mathcal{I}^0 et \mathcal{I}^1 en utilisant la relation :

$$\mathcal{I}^{mod}(\mathbf{y}) = \begin{cases} \mathcal{I}^0(\mathbf{y}), & \text{si } \mathbf{y} \in C^0(r) \\ \text{card}(C^0(r)) + \mathcal{I}^1(\mathbf{y}), & \text{si } \mathbf{y} \in C^1(r) \end{cases} \quad (4.26)$$

où $\text{card}(\cdot)$ représente le cardinal.

On peut montrer aisément qu'il existe une correspondance entre S_0 et \mathbb{Z}^n . Elle induit l'existence d'une bijection g entre $C^0(r)$ et $C(\frac{r}{2})$: $g(\mathbf{y}) = \frac{\mathbf{y}}{2}$. Ainsi, $\mathcal{I}^0(\mathbf{y})$ n'est autre que l'index $\mathcal{I}(\frac{\mathbf{y}}{2})$ dans \mathbb{Z}^n :

$$\mathcal{I}^0(\mathbf{y}) = \mathcal{I} \circ g(\mathbf{y}) = \mathcal{I}\left(\frac{\mathbf{y}}{2}\right) \quad (4.27)$$

$\mathcal{I}^0(\mathbf{y})$ peut être alors calculé en utilisant un des algorithmes dédiés à \mathbb{Z}^n proposés dans la littérature [58], [103].

Cependant, une telle correspondance n'existe pas entre S_1 et \mathbb{Z}^n . Un indexage spécifique est donc nécessaire pour les vecteurs impairs.

Enumération des vecteurs impairs Le calcul de $\mathcal{I}^1(\cdot)$ est basé sur la méthode décrite dans [103]. Chaque ensemble $C^1(r)$ est divisé en sous-ensembles appelés *orbites*. L'orbite $\mathcal{O}(\mathbf{y})$ d'un vecteur \mathbf{y} est définie par :

$$\mathcal{O}(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} \in S_1 / \exists p, \mathbf{x} = p(\mathbf{y})\} \quad (4.28)$$

³Pour simplifier l'écriture, nous parlerons à présent indifféremment d'index et d'index du suffixe, comme c'est généralement le cas dans la littérature.

où p est une permutation signée des composantes du vecteur.

Chaque orbite (4.28) admet un unique vecteur $l = (l_1, \dots, l_n)$, appelé *leader*, tel que $0 \leq l_1 \leq \dots \leq l_n$. Le point clé de la méthode tient dans le fait que chaque vecteur d'une orbite est l'unique image de son leader par une permutation signée. Ainsi l'index $\mathcal{I}^1(\mathbf{y})$ d'un vecteur \mathbf{y} est déduit de l'index de son leader $l(\mathbf{y})$ et de l'index $\mathcal{I}_{\mathcal{O}(\mathbf{y})}^1$ dans l'orbite $\mathcal{O}(\mathbf{y})$:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}^1(\mathbf{y}) &= \mathcal{I}^1(l(\mathbf{y})) + \mathcal{I}_{\mathcal{O}(\mathbf{y})}^1(\mathbf{y}) \\ \mathcal{I}_{\mathcal{O}(\mathbf{y})}^1(\mathbf{y}) &= N(|\mathbf{y}|) \times 2^n + S(\mathbf{y})\end{aligned}\quad (4.29)$$

où $N(|\mathbf{y}|)$ est le nombre de permutations p dans l'ordre lexicographique telles que $p(|\mathbf{y}|) = l(\mathbf{y})$ et S le nombre de symétries. $N(|\mathbf{y}|)$ est calculé en utilisant l'algorithme 3 de [103]. Par ailleurs, S est la valeur décimale d'un nombre binaire de longueur n , correspondant au signe des coordonnées de \mathbf{y} , un bit 1 si le signe de la coordonnée est changé, 0 sinon [103].

L'index des leaders est calculé hors-ligne et stocké dans une table selon le principe suivant :

étant donné le leader l^k , calculer le leader l^{k+1} dans l'ordre lexicographique. L'index $\mathcal{I}^1(l^{k+1})$ est alors donné par :

$$\begin{aligned}\mathcal{I}^1(l^{k+1}) &= \mathcal{I}^1(l^k) + \text{card}(\mathcal{O}(l^k)) \\ \mathcal{O}(l^k) &= 2^n \frac{n!}{w_1! \dots w_k!}\end{aligned}\quad (4.30)$$

où w_i est le nombre d'occurrence de la i ème valeur dans le vecteur.

La formule (4.30) est déduite du fait que chaque vecteur de $\mathcal{O}(l^k)$ est une permutation signée de l^k . Notons que les formules (4.29) et (4.30) diffèrent de celles données dans [103] à cause de l'absence de composantes nulles dans les vecteurs impairs qui nous intéressent ici.

Afin de réduire le coût de stockage de la table des index des leaders on peut utiliser la bijection $b(l_1) = \frac{l_1 - [1]}{2}$ entre l'ensemble des vecteurs leaders impairs d'énergie r et celui des leaders de $C\left(\frac{r-n}{2}\right)$. En effet, la norme de l'image d'un leader est plus de deux fois plus petite que celle du leader lui-même : $\|b(l_1)\|_1 = \left\| \frac{l_1 - [1]}{2} \right\|_1 = \frac{\|l_1\|_1 - n}{2}$.

La figure 4.15 représente la longueur du suffixe pour des vecteurs de dimension 8. Elle confirme que l'indexage adapté à la QVAM permet de diminuer significativement la longueur des codes comparé à un indexage dans \mathbb{Z}^n (d'environ 2 et 6 bits pour des vecteurs de dimensions respectives 4 et 8) sans ajouter de complexité calculatoire par rapport aux techniques dédiées à \mathbb{Z}^n comme celle proposée dans [103].

Extraction et robustesse

Le schéma général d'extraction du message inséré par QVAM est le même que celui de la méthode fondée sur le contenu représenté sur la figure 4.8. L'étape de détection est également identique à celle du schéma précédent du fait de

4.5. UNE APPROCHE CONJOINTE : LA QUANTIFICATION VECTORIELLE ALGÈBRIQUE MODULÉE 105

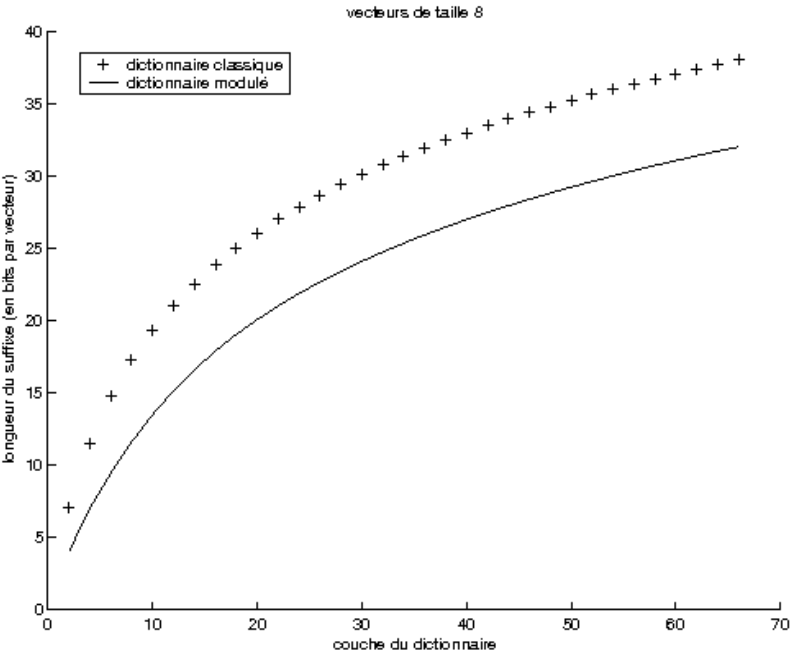


FIG. 4.15 – Coût du suffixe.

l'utilisation de la zone morte vectorielle. L'étape de lecture, elle, consiste à déterminer le coset auquel appartient le vecteur décodé afin d'extraire le bit tatoué. En présence d'une attaque, la procédure consiste à chercher le coset qui minimise l'erreur entre le vecteur attaqué et le vecteur attaqué requantifié. Comme dans le cas de la méthode de tatouage fondée sur le contenu présentée au paragraphe 4.4, la connaissance des paramètres de quantification est nécessaire ici. L'estimation du facteur d'échelle développée au paragraphe 4.4 est encore valide (puisque'elle est dédiée à un réseau $\gamma\Lambda$ quelconque). Si cette estimation peut être effectuée directement dans \mathbb{Z}^n , elle est plus efficace, en cas d'attaque, dans le réseau modulé \mathbb{Z}_2^n , lorsque la source a été initialement quantifiée dans \mathbb{Z}_2^n comme le montre l'exemple de la figure 4.16. On constate en effet aisément sur la figure que le minimum local correspondant au facteur d'échelle est encore détectable. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'amplitude entre les minimas locaux et les maximas locaux de la courbe $D(\gamma)$ est initialement (i.e. en l'absence d'attaques) plus importante dans le cas de la quantification dans \mathbb{Z}_2^n , garantissant ainsi une meilleure détectabilité en présence de bruit.

D'autre part, les attaques de type gain multiplicatif, qui représentent un nombre important de traitements comme par exemple une modification de luminosité [9], sont des attaques relativement destructrices pour les méthodes basées sur une quantification. En effet, elles dilatent les cellules de quantification, perturbant ainsi la phase d'extraction des méthodes basées sur une quantification dont les paramètres sont figés. Estimer la taille des cellules après dilatation est donc essentiel pour effectuer une extraction efficace. La figure 4.17 représente les courbes de distorsion en fonction du facteur d'échelle calculées sur une source ayant subi une attaque de ce type. Comme le montre cette figure, le minimum existant sur la courbe de l'estimation QVAM est égal à 7,2, pour un facteur d'échelle employé lors de l'insertion égal à 6 : le gain de l'attaque étant égal à 1,2 le minimum correspond bien à la taille des cellules de quantification dilatées d'un facteur 1,2.

Notons qu'un ensemble de résultats plus détaillés est donné dans la thèse de Ludovic Guillemot [72]. Ces résultats font apparaître un bon comportement de la méthode d'estimation en cas de compression additionnelle JPEG (jusqu'à une qualité de 25), mais aussi de filtrage median, avec des pourcentages d'erreur à l'extraction faibles (par exemple, respectivement inférieurs à 1,5% et 3% dans le cas de l'image Lena compressée par QVAM à 0,28 bpp).

Cependant, pour être tout à fait juste, il est important de rappeler que la question de la robustesse est une question complexe en tatouage et que les résultats que nous avons montrés concernant notre approche mériteraient d'être approfondis. De nombreux développements sur ce sujet sont possibles et font que la robustesse reste un problème ouvert pour nous. En effet, nous nous sommes davantage attachés ici à régler les problèmes inhérents au fait d'effectuer tatouage et compression simultanément.

Les performances de la QVAM en termes d'imperceptibilité du tatouage peuvent se vérifier sur les figures 4.18 et 4.19 A. Ces figures montrent l'augmentation de la capacité d'insertion de la QVAM par rapport à la première

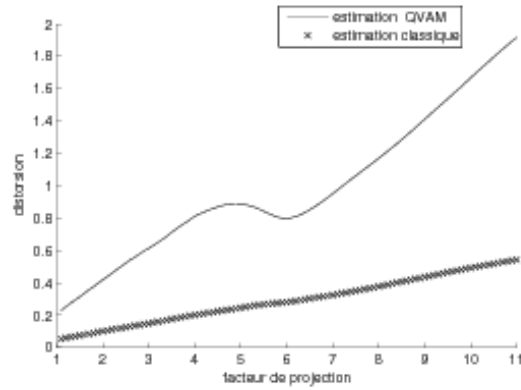


FIG. 4.16 – Estimation du facteur d'échelle dans \mathbb{Z}^n (classique) et dans \mathbb{Z}_2^n (QVAM) -sous-bande verticale de niveau 3 de l'image Lena (facteur d'échelle initial égal à 6) - attaque de type gaussienne additive (écart-type égal à 1).

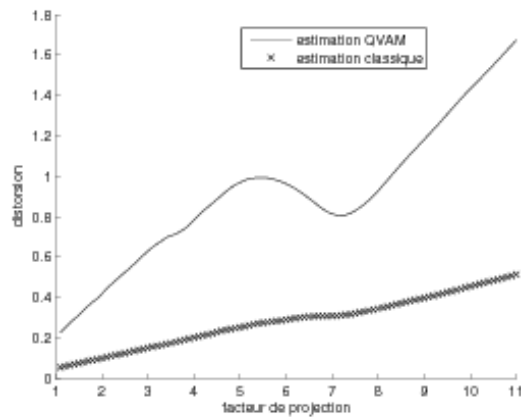


FIG. 4.17 – Estimation du facteur d'échelle dans \mathbb{Z}^n (classique) et dans \mathbb{Z}_2^n (QVAM) -sous-bande verticale de niveau 3 de l'image Lena (facteur d'échelle initial égal à 6) - attaque de type gaussienne multiplicative/additive (gain égal à 1,2 - écart-type égal à 1).

approche proposée (si l'on compare par exemple les figures 4.3 et 4.18). D'autre part, la figure 4.19 B montre que la DM-QIM ne peut être utilisée directement comme codeur de source, en particulier pour les bas débits⁴. Cet exemple souligne l'importance du ratio taux d'insertion/débit de codage lorsque qu'on cherche à atteindre de bonnes performances de codage à bas débit et met en évidence l'intérêt d'une approche telle que la QVAM pour effectuer conjointement tatouage et compression, dans un schéma de codage à débit variable.

4.6 Conclusion

Nos travaux en tatouage décrits dans ce chapitre ont eu pour objectif principal d'intégrer une fonctionnalité de tatouage dans un système de compression. Leur motivation repose sur plusieurs points parmi lesquels l'intérêt et la diversité des applications du tatouage, la dualité entre tatouage et compression et le fait que la compression représente un passage obligé du stockage ou du transfert d'images. Nous avons proposé dans un premier temps une approche fondée sur le contenu de l'image comprimée qui consiste à rajouter une étape de tatouage au sein du schéma de codage en respectant les contraintes de celui-ci (en termes de débit binaire notamment). Nous avons pour cela développé notre propre méthode d'insertion. Cette approche réalise ainsi une première solution de tatouage et compression combinés. Afin d'en améliorer les performances, en particulier en termes de taux d'insertion, nous avons proposé une seconde approche basée sur l'utilisation comme fonction de codage, d'une méthode de tatouage ayant fait ses preuves, la DM-QIM. Dans les deux approches, le réglage d'un bon compromis taux d'insertion/taux de compression a été possible grâce à l'apport de la zone morte vectorielle largement décrite dans ce manuscrit. Enfin, l'une de nos principales contributions tient dans le fait que les schémas proposés assurent tatouage et compression à débit variable, grâce notamment à une procédure d'estimation des paramètres de quantification.

⁴Le fait d'insérer l'information dans toutes les composantes de l'image dans le cas de la DM-QIM n'avantage pas celle-ci en termes de performances de codage. Cependant nous pouvons montrer expérimentalement que même en insérant l'information de façon arbitraire dans certaines composantes seulement, les performances en termes de codage de la QVAM demeurent supérieures à taux d'insertion constant.



FIG. 4.18 – Image poivrons compressée par QVAM à un débit de 0,127 bit/pixel (63 :1) - longueur du message inséré : 1,26 kbits - PSNR=28,9 dB.



A



B

FIG. 4.19 – Image lena compressée à un débit de 0,36 bit/pixel : (A) : par QVAM - longueur du message inséré : 3,8 kbits - PSNR=33,1 dB - (B) : par DM-QIM - longueur du message inséré : 8,6 kbits - PSNR=16,8 dB.

Bibliographie

- [1] «ACR Technical standard for teleradiology», <http://www.unifesp.br/dis/set/disciplina/materialdeapoio/ACRTechnicalStandardforTeleradiology.pdf>, 2002.
- [2] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu and I. Daubechies, «Image coding using wavelet transform», *IEEE Transactions on Image Processing*, 1, 2, pp. 205-220, April 1992.
- [3] M. Antonini, «Compression des images et des vidéos numériques, dix années de recherches au CNRS», Habilitation à diriger les recherches, Université de Nice-Sophia Antipolis, 20 octobre 2003.
- [4] S. Armato, M. Altman, P.J. La Riviere, «Automated detection of lung nodules in CT scans : effect of image reconstruction algorithm», *Medical Physics*, n° 30, vol. 3, pp. 461-472, March 2003.
- [5] K. Awai, K. Murao, A. Ozawa, et al, «Pulmonary Nodules at chest CT : effect of computer-aided diagnosis on radiologists' detection performance», *Radiology*, vol. 230, pp. 347-352, 2004.
- [6] M. Barlaud, «Wavelets in image communication», *Advances in Image Communication*, Elsevier, 1994.
- [7] M. Barlaud, C. Labit, «Compression et codage des images et des vidéos», *Traité IC2, série Traitement du Signal et de l'Image*, Hermès Sciences Publications, 2002.
- [8] M. Barlaud, P.Solé, T. Gaidon, M. Antonini, and P. Mathieu, "Pyramidal lattice vector quantization for multiscale image coding", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 3, pp. 367-381, July 1994.
- [9] F. Bartolini, M. Barni and A. Piva, «Performance analysis of ST-DM watermarking in presence of nonadditive attacks», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 52, 10, October 2004.
- [10] P. Bas, J.-M. Chassery and F. Davoine, «A geometrical and frequential watermarking scheme using similarities», *SPIE Electronic Imaging, Security and Watermarking of Multimedia Content I*, pp. 264-272, 1999.
- [11] P. Bas, «Tatouage d'images basé sur le contenu», Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.

- [12] P. Bas, J-M. Chassery and B. Macq, «Robust watermarking based on the warping of pre-defined triangular patterns», *Proceedings of SPIE*, pp. 99-109, 2000.
- [13] P. Bas, J-M. Chassery and B. Macq, «Image watermarking : an evolution to content based approaches», *Pattern Recognition*, vol. 35, pp. 545-561, 2002.
- [14] A. Baskurt, M. Khamadja, O. Baudin, F. Dupont, R. Prost, D. Revel, and R. Goutte, «Adaptive image compression scheme. Application to medical images and diagnostic quality assessment», *Journal Européen des Systèmes Automatisés JESA*, vol. 31, n° 7, pp. 1155-1171, December 1997.
- [15] S. Baudry, J. F. Delaigle, B. Sankur, B. Macq and H. Maître, «Analyses of error correction strategies for typical communication channels in watermarking», *Signal Processing*, vol. 81, pp. 1239-1250, 2001.
- [16] W.R. Bennett, «Spectra of quantized signals», *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 446-472, July 1948.
- [17] H. Benoit-Cattin, A. Baskurt, and R. Prost, «3D medical image coding using separable 3D wavelet decomposition and lattice vector quantization», *Signal Processing*, vol. 59, pp. 139-153, June 1997.
- [18] A. Bilgin, G. Zweig, and M.V. Marcellin, «Three-dimensional image compression with integer wavelet transform», *Applied Optics*, vol. 39, N°. 11, pp. 1799-1814, 2000.
- [19] J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. Lemaréchal and C. Sagastizabal, «Optimisation numérique», Springer Verlag, 1997.
- [20] R2 Technology, «Computer Aided Detection for Multi-Slice CT : Image-Checker», http://www.r2tech.com/chest_mdct/products/index.php.
- [21] R. C. Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens, and B.-L. Yeo, «Wavelet transforms that map integers to integers», *J. Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 5, pp. 332-369, 1998.
- [22] P. Campisi, D. Kundur, D. Hatzinakos and A. Neri, «Compressive data hiding : an unconventional approach for improved color image coding», *Eurasip Journal on Applied Signal Processing : Special issue on emerging applications of data hiding*, vol. 2002, 2, pp. 152-163, February 2002.
- [23] D. De Canditiis and B. Vidakovic, «Wavelet bayesian Block shrinkage via mixtures of normal-inverse gamma priors», Technical Report, ISyE, Georgia Institute of Technology, 2001.
- [24] B. Chen and G. Wornell, «Quantization Index Modulation : A Class of Provably Good Methods for Digital Watermarking and Information Embedding», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, n° 4, pp. 1423-1443, May 2001.
- [25] B. Chen and G. Wornell, «Quantization Index Modulation methods for digital watermarking and information embedding of multimedia», *Journal of VLSI Signal Processing*, 27, 7-33, 2001.

- [26] F. Chen, Z. Gao and J. Villasenor, «Lattice Vector Quantization of Generalized Gaussian Sources», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.43, pp. 92-103,1997.
- [27] S. Cho, D. Kim, and W. A. Pearlman, «Lossless compression of volumetric medical images with improved 3-D SPIHT algorithm», *Journal of Digital Imaging* , vol. 17, N°. 1, pp. 57-63, March 2004.
- [28] J. Chou, S.S. Pradhan and K. Ramchadran, «On the duality between distributed source coding and data hiding», *Annual Conf. on Signals, Systems, Computers*, ASILOMAR'99, Pacific Grove, CA, USA, pp. 1503-1507, October 1999.
- [29] D.A. Clunie, «Lossless Compression of Grayscale Medical Images - Effectiveness of Traditional and State of the Art Approaches», *SPIE Medical Imaging*, San Diego, February 2000.
- [30] J.H Conway and N.J.A. Sloane, «Fast quantizing and decoding algorithms for lattice quantizers and codes», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, 2, pp. 227-232, March 1982.
- [31] J.H Conway and N.J.A. Sloane, «Sphere packing, lattices and groups», Springer Verlag, 1988.
- [32] P.C. Cosman, C. Tseng, R.M. Gray, R.A. Olshen, L.E. Moses, H.C. Davidson, C.J. Bergin, E.A. Riskin, «Tree-structured vector quantization of CT chest scans : image quality and diagnostic accuracy», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol 12, 4, pp. 727-739, December 1993.
- [33] P.C. Cosman, R.M. Gray and Vetterli, «Vector Quantization of Image Subbands : a survey», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, 2, pp. 202-205, February 1996.
- [34] P.C. Cosman, R.M. Gray, and R. Olshen, «Evaluating quality of compressed medical images : SNR, subjective rating, and diagnostic accuracy», *IEEE*, vol. 82, pp. 919-932, June 1994.
- [35] P.C. Cosman, R.M. Gray, and R. Olshen, «Quality evaluation for compressed medical images : Fundamentals», *Handbook of Medical Imaging, Processing and Analysis*, I.Bankman, Ed. New York : Academic, 2000.
- [36] P.C. Cosman, R.M. Gray, and R. Olshen, «Quality evaluation for compressed medical images : Diagnostic Accuracy», *Handbook of Medical Imaging, Processing and Analysis*, I.Bankman, Ed. New York : Academic, 2000.
- [37] P.C. Cosman, R.M. Gray, and R. Olshen, «Quality evaluation for compressed medical images : Statistical issues», *Handbook of Medical Imaging, Processing and Analysis*, I.Bankman, Ed. New York : Academic, 2000.
- [38] M.H.M. Costa, «Writing on dirty paper», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, 3, pp. 439-441, May 1983.
- [39] I.J. Cox, J. Killian, T. Leighton and T. Shamoan, «Secure spread spectrum watermarking for multimedia», *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 6, 12, pp. 1673-1687, December 1997.

- [40] I.J. Cox, M.L. Miller, and A.L. McKellips, «Watermarking as communication with side information», *Proceedings of IEEE Special Issue on Identification and Protection of Multimedia Information*, 87, 7, pp. 1127-1141, July 1999.
- [41] M.S. Crouse, R.D. Nowak and R.G. Baraniuk, « Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models», *IEEE Transactions on Signal Processing : Special Issue on Wavelets and Filterbanks*, vol. 46, 4, pp. 886-902, April 1998.
- [42] I. Daubechies, «Ten Lectures on Wavelets», *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics*, Vol. 61, Philadelphia, USA, PA : SIAM, 1992.
- [43] I. Daubechies and W. Sweldens, «Factoring wavelet transform into lifting steps», *J. Fourier Anal. Appl.*, vol. 41, N°. 3, pp. 247-269, 1998.
- [44] F. Davoine, M. Antonini, J.M. Chassery and M. Barlaud, «Fractal image compression based on Delaunay triangulation and vector quantization», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, 2, p. 338-346, February 1996.
- [45] F. Davoine, J.M. Chassery, A. Baskurt and F. Dugelay, « Codage par Transformation Fractale», chapitre 7, « Compression et codage des images et des videos», *Traité IC2*, M. Barlaud et C. Labit, Hermès sciences publications, 2002.
- [46] F Davoine, S Pateux, «Tatouage de documents audiovisuels numériques», *Traité IC2*, TSI, Hermès Lavoisier, ISBN 2-7462-0816-4, 2004
- [47] J.F. Delaigle, C. De Vleeschouwer and B. Macq, «Watermarking algorithm based on a human visual model», *Signal Processing*, vol. 66, 3, pp. 319-336, 1998.
- [48] K. Denecker, J. Van Overloop, I. Lemahieu, «An experimental comparison of several lossless image coders for medical images», *Data Compression Conference*, DCC'97, Snowbird, USA, 1997.
- [49] P. Denis, P. Carré, C. Fernandez-Maloigne, «Spatial and spectral Quaternionic approaches for Colour Images», *Computer Vision and Image Understanding : Special Issue on Color Image Processing*, Vol. 107, 1-2, pp. 74-87, July 2007.
- [50] L. Devroy, «Non-Uniform Random Variate Generation», Springer-Verlag, 1986.
- [51] M.N. Do and M. Vetterli, «The contourlet transform : an efficient directional multiresolution image representation», *IEEE Transactions on Image Processing*, vo. 14, 12, pp. 2091-2106, December 2005.
- [52] J. J. Eggers, J.K. Su and B. Girod, «A blind watermarking scheme based on structured codebooks», *IEE Conference on Secure Images and Authentication*, London, UK, April 2000.
- [53] J. J. Eggers and B. Girod, «Quantization effects on digital watermarks», *Signal Processing*, vol. 81, 2, pp. 239-263, February 2001.

- [54] J. J. Eggers, R. Bäuml, R. Tzschoppe and B. Girod, «Scalar Costa Scheme for Information Embedding», *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, No. 4, pp. 1003-1019, April 2003.
- [55] B.J. Erickson, «Irreversible Compression of Medical Images», *Journal of Digital Imaging*, vol. 15, 1, pp. 5-14, March 2002.
- [56] C. Fei, D. Kundur and R. H. Kwong, «Analysis and design of watermarking algorithms for improved resistance to compression», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 2, pp. 126-144, February 2004.
- [57] C. Fernandez-Maloigne, M. Larabi, «Compressed image colour quality assessment comparison between JPEG and JPEG2000», AIC International Conference, Granada, Spain, May 8-13, 2005.
- [58] T.R. Fischer, «A pyramid vector quantizer», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, pp. 568-583, July 1986.
- [59] T.R. Fischer, «Geometric source coding and vector quantization», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, pp. 137-145, January 1989.
- [60] R. Fletcher and C.M. Reeves, «Function minimization by conjugate gradients», *Computer J.*, vol 7, pp. 149-154, 1964.
- [61] L.H. Fontenes and M. Antonini, «Lattice vector quantization for normal mesh geometry coding», *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, ICASSP'2006*, Toulouse, France, 2006.
- [62] Z. Gao, F. Chen, B. Belzer and J. Villasenor, «A comparison of the \mathbb{Z}^n , E_8 and Leech lattices for image subband quantization», *Data Compression Conference, DCC'95*, Snowbird, USA, pp. 312-321, March 1995.
- [63] Y. Gaudeau, «Contribution en compression d'images médicales 3D et d'images naturelles 2D», Thèse de l'Université Henri Poincaré - Nancy 1, décembre 2006.
- [64] Y. Gaudeau, JM. Moureaux, «Lossy Compression of Volumetric Medical Images with 3D Deadzone Lattice Vector Quantization», *Picture Coding Symposium, PCS'07*, Lisboa, Portugal, November 7-9, 2007.
- [65] C. Germain, V. Breton, P. Clarysse, Y. Gaudeau, T. Glatard, E. Jeannot, Y. Legre, Y. Loomis, I. Magnin, J. Montagnat, JM. Moureaux, A. Osorio, X. Pennec, R. Texier, «Grid-enabling medical image analysis», *Journal of Clinical Monitoring and Computing*, vol. 19, pp. 339-349, ISSN 1387-1307, October 2005.
- [66] C. Germain, V. Breton, P. Clarysse, Y. Gaudeau, T. Glatard, E. Jeannot, Y. Legre, Y. Loomis, J. Montagnat, JM. Moureaux, A. Osorio, X. Pennec, R. Texier, «Grid-enabling medical image analysis», *3rd Workshop on Biomedical Computations on the Grid*, BioGrid 05, Cardiff, UK, May 9-12, 2005.
- [67] A. Gersho, «Asymptotically optimal block quantization», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 25, pp. 373-380, 1979.
- [68] A. Gersho and R.M. Gray, «Vector Quantization and Signal Compression», Kluwer Academic Publishers, 1992.

- [69] R. M. Gray and D. L. Neuhoff, «Quantization», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, 6, pp. 1-63, October 1998.
- [70] R.M. Gray and T. Linder, «Mismatch in high rate entropy constrained vector quantization», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, 5, pp. 1204-1217, May 2003.
- [71] L. Guillemot, JM. Moureaux, « Hybrid transmission, compression and data hiding : quantization index modulation as source coding strategy », *IEE Electronics Letters*, vol. 40, n° 17, pp. 1053-1055, ISSN 0013-5194, 2004.
- [72] L. Guillemot, «Une approche vectorielle pour exploiter le contenu de l'image en compression et tatouage», Thèse de l'Université Henri Poincaré - Nancy, décembre 2004.
- [73] L. Guillemot, Y. Gaudeau, JM. Moureaux, «A new fast bit allocation procedure for image coding based on wavelet transform and dead zone lattice vector quantization», *IEEE International Conference on Image Processing, ICIP'2005*, Genoa, Italy, September 11-14, 2005.
- [74] L. Guillemot, JM. Moureaux, «Indexing lattice vectors in a joint watermarking and compression scheme», *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, ICASSP'2006*, Toulouse, France, May 2006.
- [75] L. Guillemot, Y. Gaudeau, S. Moussaoui, JM. Moureaux, «An analytical gamma mixture based rate-distortion model for lattice vector quantization», *14th EURASIP European Signal Processing Conference, EUSIPCO'2006*, Firenze, Italy, September 2006.
- [76] T. Holl, V. Lecuire, JM. Moureaux., «Transport à fiabilité partielle d'images compressées sur Internet», *11ème Colloque Francophone sur l'Ingénierie des Protocoles, CFIP'2005*, Bordeaux, France, 29 mars-1 avril 2005.
- [77] T. Holl, V. Lecuire, JM. Moureaux, «Error Sensitivity of JPEG2000 Codestream for Efficient Data Protection on Unreliable Networks», *14th EURASIP European Signal Processing Conference, EUSIPCO'2006*, Firenze, Italy, September 2006.
- [78] T. Holl, «Transport à fiabilité partielle d'images compressées sur les réseaux à commutation de paquets», Thèse de l'Université Henri Poincaré - Nancy, mars 2007.
- [79] D.A. Huffman, «A method for the construction of minimum-redundancy codes», *Proceedings of the IRE*, vol.40, pp. 1098-1101, September 1952.
- [80] J. Huang and P. Schultheiss,«Block Quantization of Correlated Gaussian Random Variables», *IEEE Transactions on Communications Systems*, vol. 11, 3, pp. 289-296, September 1963.
- [81] R. Hunter and A.H. Robinson, «Runlength», *Proceedings of the IEEE*, vol.68, pp. 854-867, 1980.

- [82] M. Jeanne, R. Zhang, B. Girod, P. Siohan, «Codage de sources distribuées : comparaison de deux systèmes approchant la borne de Wyner-Ziv», *COmpression et Représentation des Signaux Audiovisuels*, CORE-SA'03, pp. 109-112, Lyon, France, 16-17 janvier 2003.
- [83] D.G. Jeong and J.D. Gibson, «Uniform and piecewise uniform lattice vector quantization for memoryless Gaussian and Laplacian sources», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 39, pp. 786-804, May 1993.
- [84] L-W. Kang, J-J. Leou, «An error resilient coding scheme for JPEG image transmission based on data embedding and side-match vector quantization», *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Elsevier, pp. 876-891, October 2005.
- [85] D. Karakos and A. Papamarcou, «A relationship between quantization and watermarking rates in the presence of additive gaussian attacks», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, 8, pp. 1970-1982, August 2003.
- [86] Y. S. Kim and W. A. Pearlman, «Lossless volumetric Image Compression», *Applications of Digital Image Processing XXII*, Proceedings of SPIE, vol. 3808, pp. 305-312, 1999.
- [87] N. Kimura and S. Latifi, «A survey on data compression in wireless sensor networks», *IEEE International Conference on Information Technology : Coding and Computing*, ITCC'05, vol. II, pp. 8-13, Las Vegas, USA, April 2005.
- [88] J. Kivijärvi *et al*, «A comparison of lossless compression methods for medical images», *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 22, pp 323-339, 1998.
- [89] J. Ko and D. Naidich , «Computer-aided diagnosis and the evaluation of lung disease», *Journal of Thoracic Imaging*, vol. 19, pp. 136-155, 2004.
- [90] D. Kundur and D. Hatzinakos, «Mismatching perceptual models for effective Watermarking in the Presence of Compression», *SPIE Multimedia Systems and Applications*, vol. 3845, pp. 29-42, September 1999.
- [91] K. Lajnef, C. Guillemot and P. Siohan, «Distributed Coding of Three Binary and Gaussian Correlated Sources using Punctured Turbo Codes», *EURASIP Signal Processing Journal, Special Issue on Distributed Source Coding*, Vol. 86, 11, pp. 3131-3149, November 2006.
- [92] G. Le Guelvouit, «Tatouage robuste par étalement de spectre avec prise en compte de l'information adjacente», Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, novembre 2003.
- [93] E. LePennec and S. Mallat, «Image approximations with bandelets», Rapport technique, CMAP, Ecole Polytechnique, Paris, 2000.
- [94] F. Li, S. Sone, S. Takashima, K. Kiyono, Z.-G. Yang, M. Hasegawa, S. Kawakami, A. Saito, K. Hanamura, K. Asakura, «Effects of JPEG and wavelet compression of spiral low-dose CT images on detection of small lung cancers», *Acta Radiologica*, vol. 42, pp. 156-160, 2001.

- [95] Y. Linde, A. Buzo and R.M. Gray, «An algorithm for Vector Quantizer design», *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 28, N° 1, pp. 84-95, January 1980.
- [96] T. Lookabaugh and R.M. Gray, «High resolution quantization theory and the vector quantizer advantage», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, n°5, pp1020-1033, September 1989.
- [97] S. LoPresto, K. Ramchadran and M.T.Orchard, «Image coding based on mixture modeling of wavelet coefficients and a fast estimation-quantization framework», *Data Compression Conference, DCC'97*, Snowbird Utah, pp. 221-230, 1997.
- [98] P. Loyer, J.M. Moureaux, M. Antonini, «Lattice Codebook Enumeration for Generalized Gaussian Source», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, pp. 521-529, ISSN 0018-9448, February 2003.
- [99] P. Meerwald and A. Uhl, «A survey of wavelet-domain watermarking algorithms», *SPIE Symposium of Electronic Imaging : Conference on security and watermarking of multimedia content*, San Jose, CA, USA, January 20-26, 2001.
- [100] P. Moulin, «The role of information theory in watermarking and its application to image watermarking», *Signal Processing*, No. 81, pp. 1121-1139, 2001.
- [101] J.M. Moureaux, M. Antonini, M. Barlaud, «Counting lattice points on ellipsoids – Application to Image Coding», *IEE Electronics Letters*, vol. 31, 15, pp 1224-1225, July 1995.
- [102] J.M. Moureaux, P. Nus, M. Antonini, «A multi-DSP architecture for real-time lattice quantization indexing.», *SPIE Journal of Electronic Imaging*, special issue on Image/Video Compression for Visual Communications, vol. 7, n° 3, pp. 495-501, 1998.
- [103] J.M. Moureaux, P. Loyer, M. Antonini, «Low Complexity Indexing Method for Zn and Dn Lattice Quantizers», *IEEE Transactions on Communications*, Vol.46, No.12, pp. 1602-1609, December 1998.
- [104] S. Mallat, «A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation», *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, pp. 674-693, July 1989.
- [105] S. Mallat, «Une exploration des signaux en ondelettes», Editions de l'Ecole Polytechnique, 2000.
- [106] G. Menegaz and J.-P. Thiran, «3D Encoding/2D Decoding of Medical Data», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, 3, pp. 424-440, March 2003.
- [107] JM. Moureaux, L. Guillemot, «Data hiding in the context of lossy compression : a combined approach», *SPIE Journal of Electronic Imaging*, vol. 14, n° 3, pp. 033017-1 - 033017-12, ISSN 1017-9909, September 2005.

- [108] S. Moussaoui, D. Brie, A. M. Mohammad-Djafari and C. Carteret, «Separation of Non-negative Mixture of Non-negative Sources using a Bayesian Approach and MCMC Sampling», *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, pp. 4133 - 4155, November 2006.
- [109] R. Ochs, E. Angel, K. Boedeker, I. Petkovska, C. Panknin, J. Goldin, D. Aberle, M. McNitt Gray, M. Brown, «The influence of CT dose and reconstruction parameters on automated detection of small pulmonary nodules», *SPIE Medical Imaging*, Vol. 6144, pp. 1886-1893, 2006.
- [110] A. Ortega and K. Ramchadran, «Rate-distorsion methods for image and video compression», *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 23-50, November 1998.
- [111] A. Parisis, P. Carré, C. Fernandez-Maloigne, N. Laurent, «Color image watermarking with adaptive strength of insertion», *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'2004*, Vol. 3, pp. 85-88, Montreal, Canada, May 17-21, 2004.
- [112] C. Parisot and M. Antonini, «Compression d'images satellites haute résolution par quantification vectorielle algébrique et allocation de débits optimale», I3S Laboratory internal report n°9819, Université de Nice Sophia Antipolis (France), octobre 1998.
- [113] C. Parisot, «Allocations basées modèles et transformées en ondelettes au fil de l'eau pour le codage d'images et de vidéos», Thèse de l'université de Nice - Sophia Antipolis, 2003.
- [114] D. Peel and G. MacLahlan, «Finite Mixture Models», Wiley interscience, 2000.
- [115] M Penedo, M. Souto, P.G. Tahoces, J.M. Carreira, J. Villalón, G. Porto, C. Seoane, J.J. Vidal, K.S. Berbaum, P. Chakraborty and L.L. Fajardo, «Free-response receiver operating characteristic evaluation of lossy JPEG2000 and object-based set partitioning in hierarchical trees compression of digitized mammograms », *Radiology*, vol. 237, N°2, pp. 450-457, 2005.
- [116] E. Pennec and S. Mallat, «Image compression with geometrical wavelets», *IEEE International Conference on Image Processing, ICIP'2000*, Vancouver, BC, Canada, Vol. 1, pp. 661-664, 2000.
- [117] F. Pérez-González, J. R. Hernández and F. Balado, «Approaching the capacity limit in image watermarking : a perspective on coding techniques for data hiding applications», *Signal Processing*, vol. 81, pp. 1215-1238, 2001.
- [118] W. Philips, S. Van Assche, D. De Rycke and K. Denecker, «State of-the-art for lossless compression of 3D medical images sets», *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2001.
- [119] W.H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling et B. P. Flannery, «Numerical Recipes in C», Cambridge University Press, 1992.

- [120] A. Przelaskowski, «Vector quality measure of lossy compressed medical images», *Computers in Biology and Medicine*, vol. 34, 3, pp. 193-207, April 2004.
- [121] P. Raffy, «Modélisation, optimisation et mise en œuvre de quantificateurs bas débits pour la compression d'images utilisant une transformée en ondelettes», Thèse de l'Université de Nice - Sophia Antipolis, décembre 1997.
- [122] P. Raffy, M. Antonini and M. Barlaud, «A new optimal subband bit allocation procedure for very low bit rate image coding», *IEE Electronics Letters*, vol. 34, 7, p 647, April 1998.
- [123] P. Raffy, M. Antonini and M. Barlaud, "Distortion-Rate Models for Entropy-Coded Lattice Vector Quantization", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 9, pp. 2006-2017, December 2000.
- [124] P. Raffy, Y. Gaudeau, D.P. Miller, JM. Moureaux, «Computer Aided Detection (CAD) of Solid Lung Nodules in Lossy Compressed MDCT Chest Exams», *European Congress of Radiology*, ECR 2006, Vienna, Austria, March 2006.
- [125] P. Raffy, Y. Gaudeau, D.P. Miller, JM. Moureaux, «Effect of 3D Wavelet Image Compression on Computer Aided Detection (CAD) Lung Nodule Volumetry», *European Congress of Radiology*, ECR 2006, Vienna, Austria, March 2006.
- [126] P. Raffy, Y. Gaudeau, D.P. Miller, JM. Moureaux, R.A. Castellino, «Computer-aided detection of solid lung nodules in lossy compressed multidetector computed tomography chest exams», *Academic Radiology*, 13, 10, pp. 1194-1203, October 2006.
- [127] M. Rankumar, A. N. Akansu and A. Alatan, «On the choice of transforms for data hiding in compressed video», *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, ICASSP'99, vol. 6, pp. 3049-3052, Phoenix, USA, March 1999.
- [128] P. Rault et C. Guillemot, "Lattice vector quantization with reduced or without look-up table", *SPIE Electronic Imaging*, Santa Clara, USA, January 1998.
- [129] J. Reichel, G. Menegaz, M. Nadenau et M. Kunt, «Integer Wavelet Transform for Embedded Lossy to Lossless Image Compression», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, N°. 3, pp. 383-392, March 2001.
- [130] J. Ruanaidh and T. Pun, «Rotation, scale and translation invariant spread spectrum digital watermarking», *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 66, 3, pp. 303-317, May 1998.
- [131] A. Said and W. Pearlman, «A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees», *IEEE Transactions on Circuits Systems and Video Technology*, vol. 6, pp. 243-250, June 1996.

- [132] A. Said and W. Pearlman, «An Image Multiresolution Representation for Lossless and Lossy Compression», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, pp. 1303-1310, September 1996.
- [133] P. Schelkens, A. Munteanu and J. Cornelis, «Wavelet Coding of volumetric Medical Data», *3rd IEEE Benelux Signal Processing Symposium*, Louvain, Belgique, March 2002.
- [134] P. Schelkens, A. Munteanu, J. Barbarien, M. Galca, X.Giro-Nieto and J. Cornelis, «Wavelet Coding of volumetric Medical Datasets», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, 3, pp. 441-458, March 2003.
- [135] R Schettini, C. Fernandez-Maloigne, S. Susstrunck, «Color Image processing», *Pattern Recognition Letter*, March 2003.
- [136] A. Sequeira and D. Kundur, «Communication and information Theory in Watermarking : A survey», *SPIE Multimedia Systems and Applications*, vol 4518, pp. 216-227, Denver, USA, August 2001.
- [137] H.T. Sencar, M. Ramkumar, A.N. Akansu, «Data hiding fundamentals and applications – Content Security in digital multimedia», Elsevier Academic Press – ISBN 0-12-047144-2, 2004.
- [138] C.E. Shannon, «A mathematical theory of communication», *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 379-423, 623-656, 1948.
- [139] J. Shapiro, “Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 3445-3462, December 1993.
- [140] P. Solé, «Counting lattice points in pyramids», *Actes du congrès Séries Formelles et Combinatoire Algébrique*, Montréal, QC, Canada : LACIM, pp 343-355, 1992.
- [141] A.B. Sripad and D.L. Snyder, «A necessary and sufficient condition for quantization errors to be uniform and white», *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 25, n°5, pp. 442-448, October 1977.
- [142] A. Srivastava, «Stochastic Models for Capturing Image Variability», *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 63-76, September 2002.
- [143] D. Taubman, W.M. Marcellin, «JPEG2000 image compression fundamentals, standards and practice», Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [144] C. Touma and C. Gotsman, «Triangle mesh compression», *Graphics Interface'98*, pp. 26-34, 1998.
- [145] M.J. Tsai J. Villasenor and F. Chen, «Stack-Run image coding», *IEEE Transactions on Circuits, Systems and Video Technology*, vol. 6, pp. 519-521, October 1996.
- [146] S. Valette and R. Prost, «Multiresolution analysis of irregular surface meshes», *IEEE Transactions on Visual Comput. Graphics*, 10, pp. 113-122, 2004.

- [147] T. Voinson, L. Guillemot, JM. Moureaux, "Image compression using lattice vector quantization with code book shape adapted thresholding", *IEEE International Conference on Image Processing, ICIP 2002*, Rochester, NY, USA. September 22 - 25, 2002.
- [148] T. Voinson, «Quantification Vectorielle Algébrique avec Zone Morte : application à la compression d'images à bas débit et au tatouage d'images», Thèse de l'Université Henri Poincaré - Nancy, février 2003.
- [149] J. Wang and H. K. Huang, «Medical image compression by using three-dimensional wavelet transformation», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol.15, 547-554, August 1996.
- [150] X. Wu and J.-H. Chen, "Context modeling and entropy coding of wavelet coefficients for image compression", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal, ICASSP'97*, pp. 3097-3100, New York, USA, 1997.
- [151] X.Wu , «Lossless compression of continuous-tone images via context selection, quantization and modeling», *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, pp. 656-664, 1997.
- [152] G.Wu, E.H. Yang, «Joint Watermarking and Compression Using Scalar Quantization for Maximizing Robustness in the Presence of Additive Gaussian Attacks», *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, pp. 834-844, February 2005.
- [153] S. Wong, L. Zaremba, D. Gooden, and H. Huang, «Radiologic image compression-a review», *Proc. of the IEEE*, vol. 83, pp. 194-219, February 1995.
- [154] Z. Xiong, X. Wu, S. Cheng and J. Hua, «Lossy-to-Lossless Compression of Medical volumetric Data Using Three-dimensional Integer Wavelet Transforms», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, 3, pp. 459-470, March 2003.
- [155] J. Xu, Z. Xiong, S. Li, and Y.-Q. Zhang, «3-D embedded subband coding with optimal truncation (3-D ESCOT)», *J. Appl .Computat. Harmonic Anal.*, vol. 10, pp. 290-315, May 2001.
- [156] P.L. Zador, «Topics in the asymptotic quantization of continuous random variables», *Bell TEchnical Memorandum*, 1966.
- [157] M.E. Zalis , P.F. Hahn , R.S. Arellano , «CT colonography with telera-diology : effect of lossy wavelet compression on polyp detection - initial observations», *Radiology*, vol. 220, pp. 387-392, 2001.

Résumé des activités de recherche

Ce manuscrit décrit douze ans d'activités de recherche au Centre de Recherche en Automatique de Nancy dans le domaine de la compression d'images (grand public mais aussi médicales), ainsi que dans celui du tatouage d'images dans un contexte de compression.

Nous avons mis l'accent sur l'étape de quantification de la chaîne de compression pour laquelle nous avons proposé une méthode dite de « quantification vectorielle algébrique avec zone morte » (QVAZM) associée à une analyse multirésolution par ondelettes, permettant d'améliorer sensiblement, par rapport au nouveau standard JPEG2000 ainsi qu'à l'algorithme de référence SPIHT, les performances en termes de compromis débit-distorsion, et ainsi la qualité visuelle de l'image reconstruite. Nous avons travaillé sur trois points essentiels et proposé à chaque fois des solutions afin de rendre l'utilisation de la QVAZM réaliste dans une chaîne de compression : l'indexage des vecteurs du dictionnaire, le réglage des paramètres du dictionnaire (facteur d'échelle et zone morte) et l'allocation des ressources binaires.

La contribution majeure de nos travaux dans le domaine de l'imagerie médicale 3D a consisté à tenter d'ouvrir une voie à la compression avec perte, encore inenvisageable il y a quelques années pour des raisons évidentes de diagnostic. Nous avons pour cela étendu avec succès notre algorithme QVAZM au cas des images médicales volumiques. Parallèlement à ces travaux, nous avons étudié l'impact de la compression avec perte sur certaines applications de traitement d'images médicales, en particulier sur un outil d'aide à la détection de nodules pulmonaires pour lequel nous avons pu montrer une robustesse à la compression avec perte, même à fort taux de compression (jusqu'à 96 :1).

Enfin, la contribution principale de nos travaux dans le domaine du tatouage concerne le développement d'approches combinées compression/tatouage et ont abouti à la proposition de deux méthodes de tatouage reposant sur la QVAZM, associée à une analyse multirésolution par transformée en ondelettes. Elles sont particulièrement attractives pour les applications où la compression constitue la principale attaque (ou le principal traitement).

Abstract (research activities)

This manuscript describes twelve years of research activities in the Research Center for Automatic Control of Nancy in the field of image compression (real life and medical images), as well as in the field of watermarking associated to compression.

We emphasized the stage of quantification of the compression chain for which we proposed a method called "dead zone lattice vector quantization" (DZLVQ) associated with a multiresolution wavelet scheme, allowing to improve significantly the performances in terms of bit rate distortion tradeoff and overall visual quality, with regard to the new standard JPEG2000 as well as to the reference algorithm SPIHT. We worked on three essential points and proposed every time the solutions to make the use of QVAZM realistic in a compression chain: the codebook vector labelling, the tuning of quantization parameters (scaling factor and deadzone size) and the bit allocation.

The major contribution of our works in the field of 3D medical imaging consisted in trying to open a way to lossy compression, still unthinkable some years ago for evident reasons of diagnosis. We extended successfully our DZLVQ algorithm to the case of volumetric medical images. Furthermore, we studied the impact of lossy compression computer-aided detection of solid lung nodules for which we were able to show a robustness to lossy compression even for high compression ratios (until 96:1).

Finally, the main contribution of our works in the field of watermarking concerns the development of combined compression/watermarking approaches which ended in the proposition of two methods based on DZLVQ principles. They are particularly attractive for the applications where the compression constitutes the main attack (or the main processing).