



HAL
open science

TRANSITIONS ET COEXISTENCE SOLIDE-LIQUIDE DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES

Stéphanie Deboeuf

► **To cite this version:**

Stéphanie Deboeuf. TRANSITIONS ET COEXISTENCE SOLIDE-LIQUIDE DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut de physique du globe de paris - IPGP, 2005. Français. NNT: . tel-00202523

HAL Id: tel-00202523

<https://theses.hal.science/tel-00202523>

Submitted on 7 Jan 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
de l'Institut de Physique du Globe de Paris

TRANSITIONS ET COEXISTENCE SOLIDE-LIQUIDE
DANS LES MATÉRIAUX GRANULAIRES

Stéphanie DEBŒUF

Décembre 2005

Jury :

M. Éric CLÉMENT Rapporteur
M. Olivier DAUCHOT Co-directeur de thèse
M. Daniel LHUILLIER Examineur
M. Olivier POULIQUEN Examineur
M. Farhang RADJAÏ Rapporteur
M. Jean-Pierre VILOTTE Co-directeur de thèse

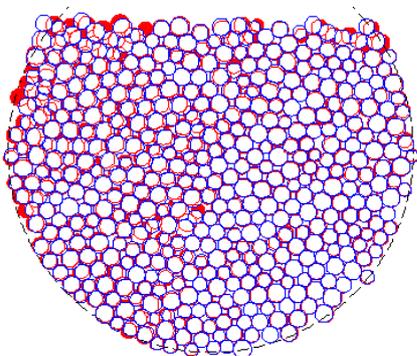


Table des matières

Table des matières	3
Avant-propos	5
1 Stabilité des empilements et rhéologie des écoulements granulaires	9
1.1 Métastabilité et déstabilisation d'un empilement granulaire	9
1.1.1 Régime intermittent d'avalanches	9
1.1.2 Analogie avec le frottement solide et dilatance	10
1.1.3 Modélisations continue et discrète	12
1.2 Écoulement granulaire	15
1.2.1 Phénoménologie	15
1.2.2 Rhéologie locale	18
2 Relaxation vers l'équilibre d'un système granulaire expérimental	21
2.1 Introduction	21
2.2 Principe de l'expérience	22
2.2.1 Dispositif expérimental	22
2.2.2 Traitements des images et mesures	24
2.3 Mesure des angles de repos et d'avalanche	27
2.4 Étude de la dynamique de relaxation après un écoulement	31
2.4.1 Protocole expérimental	31
2.4.2 Long temps total de relaxation	32
2.4.3 Deux mécanismes en compétition	33
2.4.4 Temps caractéristiques en fonction de la pente de l'empilement	35
2.5 Mesure de susceptibilité à une perturbation locale	38
2.6 Modèle de description statistique	41
2.6.1 Cadre de la description	41
2.6.2 Introduction de processus réversibles	42
2.6.3 (Re)-analyse des données	43
2.7 Discussion	45
2.7.1 Origines des mécanismes élémentaires de la relaxation	45
2.7.2 Vieillessement des matériaux dissipatifs non forcés	46
2.8 Conclusion	49
3 Signature de la transition solide-liquide sur la réponse cyclique	51
3.1 Introduction	51
3.2 Principe des simulations numériques	52
3.2.1 Modélisation numérique discrète par dynamique des contacts	52

3.2.2	Dispositif	58
3.2.3	Mesures microscopiques et macroscopiques	60
3.3	État de l'art et simulations complémentaires de relaxation	65
3.3.1	Précurseurs d'avalanche et longueurs de corrélation	65
3.3.2	Précision sur la nature des contacts critiques	66
3.4	Réponse micro-mécanique à des cycles de rotation	68
3.4.1	Protocole numérique	68
3.4.2	Phénomènes d'hystérésis	69
3.4.3	Réponse biphasée du matériau granulaire : contacts forts et faibles	81
3.5	Conclusion	85
4	Écoulement granulaire non confiné : coexistence de phases statique et liquide	89
4.1	Introduction	89
4.2	Principe de l'expérience	90
4.2.1	Dispositif expérimental	90
4.2.2	Acquisition des données	94
4.2.3	Caractérisation de la rhéologie du matériau granulaire	99
4.3	Dynamique de l'écoulement	100
4.3.1	Forme de la coulée	102
4.3.2	Profils d'épaisseur	103
4.3.3	Profils de vitesse de surface	106
4.4	Dépôts et "levées"	109
4.5	Analyse et discussion	112
4.5.1	Lois d'échelle	112
4.5.2	Vers une rhéologie des écoulements non confinés	114
4.5.3	Modèle d'écoulement sur couche statique	116
4.5.4	Prédiction des dépôts	119
4.6	Conclusion	121
	Conclusion	123
	Bibliographie	125

Avant-propos

Les milieux granulaires sont incontournables en géophysique, le sol étant principalement formé de matériaux divisés, résultat de processus morphologiques. Les champs de dunes de sable qui se déplacent sur de très longues distances et tendent à désertifier des régions entières, ou bien les éboulements qui transportent des produits d'érosion le long des pentes montagneuses jusqu'aux rivières où entrent en jeu à nouveau des processus de sédimentation et d'érosion, sont des exemples d'événements naturels impliquant des matériaux granulaires. On appelle mouvements de masses granulaires, les avalanches de roches, les écoulements de débris, ou les coulées pyroclastiques qui se caractérisent par une importante concentration de la phase solide par rapport à la phase fluide [2].

Une des particularités des matériaux granulaires est de résister à certaines contraintes sans se déformer –comme un solide– tandis qu'ils s'écoulent –comme un liquide– sous d'autres contraintes. Ainsi des grains de sable peuvent former un tas statique, malgré les contraintes de cisaillement induites par la gravité. À l'inverse, un matériau granulaire dans une cellule annulaire peut se mettre en mouvement sous l'effet du cisaillement induit par la rotation d'une paroi de la cellule.

Dans la pratique, phase statique et écoulement coexistent fréquemment dans le temps et dans l'espace. Un empilement peut se déstabiliser, développer une avalanche, pour ensuite se restabiliser à nouveau et donner lieu à un dépôt. L'écoulement lui-même se limite en général aux couches supérieures de l'empilement donnant naissance à une coexistence spatiale des deux phases dans la profondeur. Dans le cas des écoulements pyroclastiques, on observe aussi souvent une chenalisation de l'écoulement entre deux zones à l'arrêt, ce qui conduit en plus à une coexistence latérale des deux phases.

Les comportements multiples et variés des matériaux granulaires font qu'il n'existe pas encore à l'heure actuelle d'équations constitutives qui les décrivent en toute généralité. Toutefois et malgré de nombreuses difficultés liées au caractère divisé et hétérogène des milieux granulaires, d'importants progrès ont été fait dans la description de la phase statique et de la phase coulante. Cependant l'une et l'autre de ces descriptions sont mises en difficulté lorsqu'il s'agit de décrire la transition de la phase statique à la phase coulante, autrement dit la déstabilisation d'un empilement, ou la transition inverse, c'est-à-dire le passage à l'arrêt d'un écoulement. D'ailleurs, la rhéologie des écoulements granulaires près de la transition d'arrêt ainsi que les paramètres gouvernant cette transition ne sont pas encore bien connus. *A fortiori*, la description unifiée des deux phases coexistant au sein d'un même écoulement soulève encore aujourd'hui de grosses difficultés.

Ce travail de thèse porte précisément sur l'étude des mécanismes d'arrêt, de déstabilisation, et de coexistence des phases statiques et coulantes, au sein d'empilements granulaires. Il s'inscrit d'une part dans la continuité des nombreux travaux sur les déclenchements d'avalanches [3, 4, 5, 6] et la stabilité des pentes [7, 8, 9, 10]. D'autre part, il s'inspire des études sur la dynamique lente des matériaux granulaires au voisinage de la transition solide-liquide [11, 12, 13]. Enfin, l'étude de la coexistence



(a)



(b)

FIG. 1 – Importantes quantités de matériaux transportés lors d'événements naturels [1]. (a) : Cône de déjection en Suisse. (b) : Coulée de graviers mélangés à de la boue exhibant des levées en Suisse.

de phases statique et coulante vient compléter les nombreuses études d'écoulements sur plan incliné [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22].

Dans la mesure où nous nous intéressons aux mécanismes à l'origine des phénomènes observés dans des situations très différentes, nous choisissons d'étudier des systèmes modèles tant expérimentaux que numériques. L'intérêt de cette approche est d'une part d'avoir un bon contrôle des paramètres, d'autre part de prétendre à l'identification de mécanismes plus ou moins universels. Bien évidemment, cette compréhension des phénomènes n'exclut pas dans le cas de situations géophysiques complexes la nécessité de considérer les caractéristiques spécifiques à chaque situation particulière.

Ce manuscrit se décompose assez naturellement en trois parties principales précédées d'une introduction aux différents concepts et approches de la stabilité d'un empilement et de la rhéologie d'un écoulement granulaire.

Dans une première partie, j'étudie expérimentalement la relaxation vers l'arrêt d'un empilement à la suite d'une avalanche, dans un dispositif de tambour tournant.

Dans une deuxième partie, je m'intéresse au travers de simulations numériques discrètes au comportement d'un empilement au voisinage de sa déstabilisation au cours de sollicitations cycliques.

Enfin dans une troisième partie, j'aborde une situation moins académique, fréquemment rencontrée sur le terrain. Il s'agit des écoulements granulaires à bords libres, qui donnent à l'arrêt des levées, comme observé sur les dépôts d'éboulements naturels. Cette situation, présente à la fois une problématique géophysique puisqu'on ne sait toujours pas relier les caractéristiques d'un dépôt aux conditions d'écoulement, et une situation modèle de coexistence entre phases statique et coulante au sein d'un écoulement.

Chapitre 1

Introduction à la stabilité des empilements et à la rhéologie des écoulements granulaires

La particularité la plus visible des matériaux granulaires est leur capacité à tout à la fois supporter une surface libre inclinée –comme un solide– et à couler au-delà d’une contrainte seuil –comme un liquide–. La phase de déclenchement d’avalanche ou de rupture de pente est classiquement appréhendée dans le cadre de la mécanique des sols et plus généralement de la mécanique des solides, tandis que la phase dynamique d’écoulement est abordée avec les outils de l’hydrodynamique. Néanmoins, une description unifiée de la transition entre les états liquide et solide reste encore à l’heure actuelle une difficulté à résoudre. Notre étude portant sur la caractérisation de la transition solide-liquide, deux sujets nous intéressent tout particulièrement :

- la stabilité des empilements granulaires,
- et la rhéologie des écoulements granulaires.

Dans ce premier chapitre introductif, nous nous proposons de présenter quelques spécificités des empilements granulaires statiques d’une part, et des écoulements granulaires d’autre part, utiles pour notre étude. Nous commençons par rappeler les propriétés de la matière granulaire à l’état statique, lorsque les grains interagissent par friction solide avec des contacts de longue durée. On parle dans ce cas de régime quasi-statique ou plastique.

1.1 Métastabilité et déstabilisation d’un empilement granulaire

1.1.1 Régime intermittent d’avalanches

Dans le cas d’un matériau non cohésif, la pente d’un tas ne peut pas excéder une valeur limite. On peut remarquer dans la nature l’existence de cet angle limite : les tas de sable ou les remblais de terre ne supportent pas un angle d’inclinaison supérieur à 30° . Cet angle limite varie typiquement de 20° à 30° suivant le matériau considéré (billes de verre, grains de sable, roches) et la géométrie du tas.

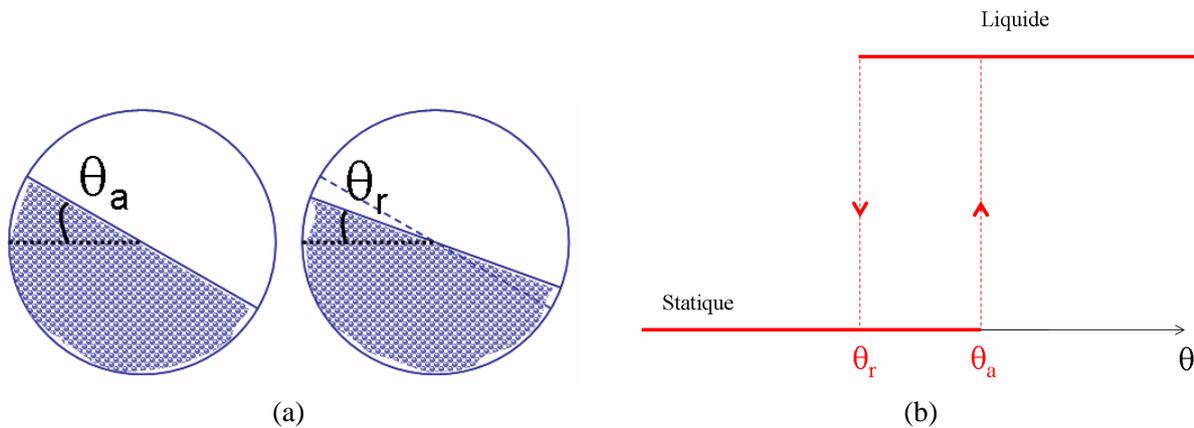


FIG. 1.1 – (a) : Schémas d'un empilement en tambour tournant incliné à l'angle d'avalanche θ_a , pour lequel une avalanche démarre spontanément et fait décroître la pente à l'angle de repos θ_r . (b) : Schéma illustrant la transition hystérétique entre les états solide et liquide aux pentes θ_r et θ_a .

L'observation détaillée de la formation d'un tas montre en fait qu'il n'existe pas un angle caractéristique unique mais deux. En effet, lors de la formation d'un tas à partir d'une source ponctuelle (comme dans un sablier), les grains s'accumulent au sommet du tas, faisant croître la pente jusqu'à ce que les grains s'écoulent spontanément et dévalent la pente, la faisant décroître à une valeur inférieure. Le tas se construit ainsi par avalanches successives et l'angle local au sommet oscille entre deux valeurs.

Pour un matériau donné dans une géométrie donnée, ces angles fluctuent légèrement autour de leurs valeurs moyennes. La statistique des avalanches a été étudiée dans de nombreuses expériences, notamment en tambour tournant lentement incliné (figure 1.1 (a)) [3, 4, 5, 6]. Lorsque l'angle de la surface de l'empilement dépasse une valeur limite, une avalanche se produit : le matériau s'écoule en surface sur une épaisseur de quelques couches de grains. Cet angle maximal de stabilité auquel démarre spontanément un écoulement est appelé par la suite angle d'avalanche et est noté θ_a . L'avalanche s'arrête lorsque la surface libre de l'empilement fait un angle inférieur à θ_a de quelques degrés, que l'on appelle angle de repos, noté θ_r . Entre ces deux angles, l'équilibre du tas est métastable : les grains peuvent être statiques ou mobiles, leur état dépendant de leur histoire.

Cette transition hystérétique est illustrée par le schéma 1.1 (b). La valeur des deux angles θ_a et θ_r dépend de la nature et de la forme des grains, mais aussi de la méthode de préparation de l'empilement [23], de la présence ou non d'un fluide interstitiel [24], de la présence ou non d'un confinement, de la rugosité du socle, ainsi que de l'épaisseur et de la géométrie complète du matériau [25, 26]. Le lien entre ces angles caractéristiques et ces différents paramètres n'est pas encore très clair : on ne sait toujours pas prédire les valeurs des angles de frottement macroscopique d'un empilement à partir des propriétés mécaniques de chaque grain et de leur forme.

1.1.2 Analogie avec le frottement solide et dilatance

L'existence d'angles limites caractéristiques de la stabilité d'un tas peut se comprendre par analogie avec le frottement solide entre deux corps. Un corps au repos se met à glisser lorsque la force cisailante entre le corps et son support dépasse un seuil. En dessous de ce seuil, la force cisailante est exactement compensée par une force de frottement au contact de norme T .

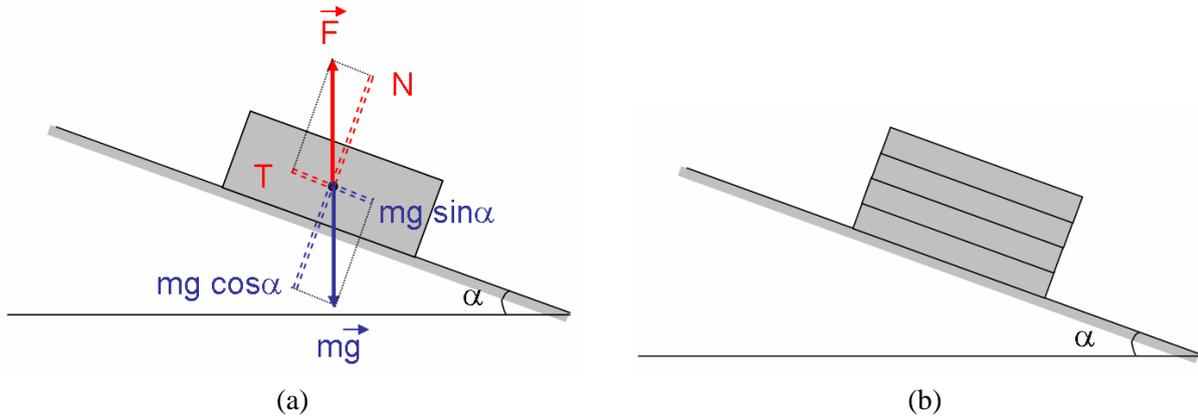


FIG. 1.2 – (a) : Patin frottant de masse m sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale : il est soumis à son propre poids $m\vec{g}$ et à la force de réaction du plan \vec{F} . (b) : Empilement de patins frottants aux caractéristiques identiques ($\mu_{\text{patin/patin}}$ constant) et indétermination du plan de rupture.

Les lois de Coulomb (il existe d'autres lois de friction) décrivent phénoménologiquement les interactions de contact, en introduisant les coefficients de friction statique μ_s et dynamique μ_d . La force de frottement statique maximale est proportionnelle à la force normale au contact de norme N : $T \leq \mu_s N$. Une fois en mouvement, le corps subit une force de frottement dynamique inférieure au seuil statique : $T = \mu_d N$, avec $\mu_d \leq \mu_s$.

Dans le cas particulier d'un patin de masse m sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale (figure 1.2 (a)), la force de cisaillement entre le patin et le plan vaut $mg \sin \alpha$ et la force normale vaut $N = mg \cos \alpha$. Les lois de Coulomb se réécrivent :

- au repos, $T/N = \tan \alpha \leq \mu_s$, soit $\alpha \leq \alpha_s = \tan^{-1} \mu_s$,
- en mouvement, $T = \mu_d mg \cos \alpha$.

Si on incline progressivement le plan, le patin glissera spontanément sur le plan pour $\alpha = \alpha_s$. Si l'on diminue à présent l'angle α , le patin s'arrêtera dès que la force de frottement deviendra supérieure à la force de cisaillement, c'est-à-dire pour $\tan \alpha \leq \mu_d$, soit $\alpha \leq \alpha_d = \tan^{-1} \mu_d$. Le comportement du patin est hystérétique et sa stabilité est caractérisée par deux angles limites α_s et α_d , associés aux coefficients de friction statique et dynamique.

En considérant la couche superficielle de grains mise en mouvement lors d'une avalanche comme un patin frottant sur le reste du tas, on peut définir par analogie les valeurs statique μ_s et dynamique μ_d des coefficients de frottement macroscopique interne du tas au travers des angles d'avalanche θ_a et de repos θ_r [27] :

$$\tan \theta_a = \mu_s \text{ et } \tan \theta_r = \mu_d. \quad (1.1)$$

Si l'analogie a le mérite de fournir une interprétation de la stabilité d'un tas en terme de coefficients de frottement effectif, elle ne donne par contre aucune indication sur les origines à l'échelle du grain des valeurs de ces coefficients. En particulier, la stabilité d'un tas n'est pas liée uniquement au seuil de

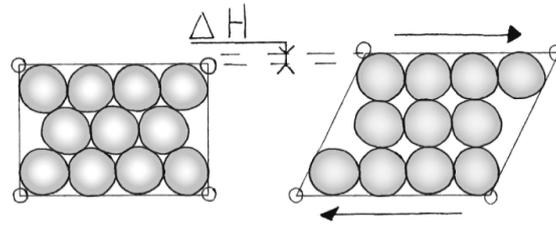


FIG. 1.3 – Principe de dilatance de Reynolds : une augmentation du volume de l’empilement est nécessaire pour que celui-ci puisse se déformer (figure extraite de [31]).

frottement entre les grains, mais dépend également de considérations géométriques, d’effets stériques, ... [28]. Ainsi un empilement de grains parfaitement lisses (coefficients de friction nulle), peut lui aussi supporter une surface libre inclinée, à condition que la première couche soit maintenue fixe [29]. La contribution géométrique à l’hystérésis a été étudiée par Quartier *et al.* dans le cas d’un grain unique sur un plan incliné rugueux [30].

Par ailleurs, cette description ne permet pas de rendre compte de la localisation de la rupture du matériau, l’avalanche n’impliquant que les couches superficielles de grains. On peut s’en rendre compte en ajoutant au patin précédent plusieurs patins de même nature (figure 1.2 (b)). Si le coefficient de frottement entre le premier patin et le plan est supérieur ou égal au coefficient de frottement entre deux patins, alors la rupture intervient a priori simultanément à chaque plan de contact entre patins, pour la valeur critique d’inclinaison du plan $\alpha_{\text{patin/patin}}$, telle que $\tan \alpha_{\text{patin/patin}} = \mu_{\text{patin/patin}}$.

En plus d’avoir un rôle dans le frottement macroscopique de l’empilement, l’encombrement géométrique des grains oblige un empilement compacté à se dilater lorsqu’on le déforme (voir figure 1.3 d’après Courrech du Pont) : c’est le principe de dilatance de Reynolds. Un grain peut se retrouver piégé par la couche de grains sur laquelle il repose, et doit sortir de son piège pour avoir un mouvement relatif par rapport aux autres grains. Cet effet explique notamment l’assèchement observé sur une plage humide autour de nos pieds : la déformation du sable impose une dilatation, et le volume supplémentaire est comblé par l’eau, qui disparaît en surface. L’effet de dilatance dépend de la densité initiale de l’empilement. Cet effet sera d’autant plus fort que la densité initiale de l’empilement est grande. Inversement, si la densité est faible, la déformation peut engendrer une diminution du volume (ou contractance).

1.1.3 Modélisations continue et discrète

Description continue

La loi de Coulomb pour le frottement solide entre deux corps est généralisée aux milieux continus, et définit ainsi un critère de prédiction du seuil de rupture du matériau, appelé critère de Mohr-Coulomb. Ce critère dépend de deux paramètres : ϕ et c , où ϕ est un angle de friction interne et c un coefficient de cohésion du matériau. Il prédit la rupture du matériau s’il existe un plan pour lequel les contraintes tangentielle σ_T et normale σ_N vérifient :

$$\sigma_T = \sigma_N \tan \phi + c. \quad (1.2)$$

Ce critère de rupture correspond à une droite dans le plan des contraintes (σ_N , σ_T), comme représenté sur la figure 1.4 (a). Il y a rupture, lorsque le cercle de Mohr, représentatif de l’état de contrainte du

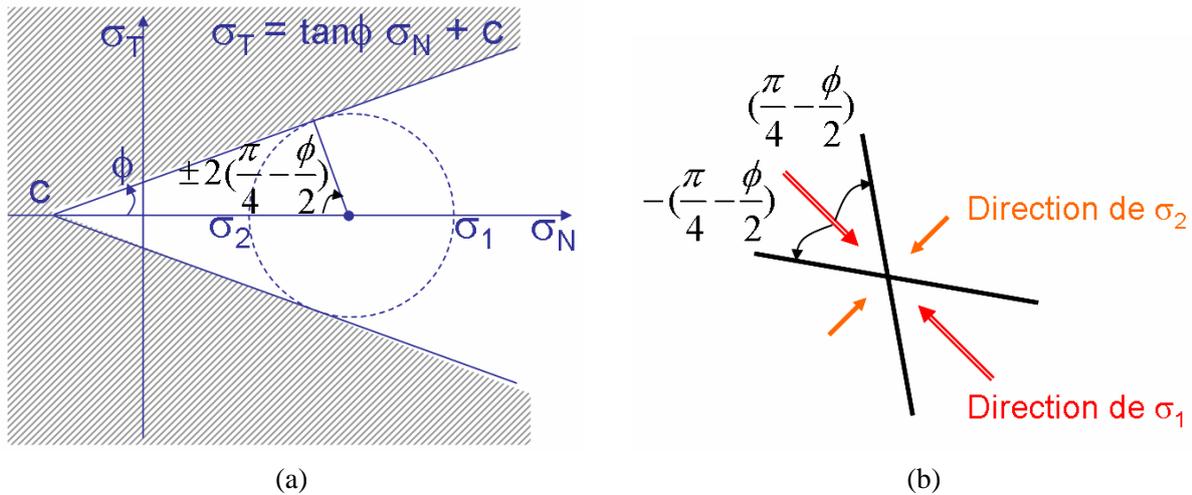


FIG. 1.4 – (a) : Le cercle de Mohr représente l'ensemble des états de contrainte $(\sigma_N ; \sigma_T)$ stables, et la droite $\sigma_T = \sigma_N \tan \phi + c$ représente la limite de plasticité définie d'après le critère de Mohr-Coulomb. L'angle ϕ est équivalent à un angle de frottement interne et le coefficient c à une cohésion du matériau. (b) : Direction du plan de rupture par rapport aux directions des contraintes principales majeure (σ_1) et mineure (σ_2) .

matériau, est tangent à cette droite. On rappelle que le cercle de Mohr a pour centre $(p, 0)$ et pour rayon q , avec $2p = \sigma_1 + \sigma_2$ et $2q = \sigma_1 - \sigma_2$, où σ_1 et σ_2 sont respectivement les valeurs propres maximale et minimale du tenseur des contraintes σ .

Cette approche permet de déterminer les directions de rupture du matériau. Le plan de rupture fait un angle $\pm(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2})$ avec le plan qui subit la contrainte principale mineure σ_2 , *i.e.*, avec la direction des contraintes principales majeures (figure 1.4 (b)).

Cependant les angles de friction interne ϕ et les coefficients de cohésion c d'un matériau granulaire obtenus d'après des expériences de rupture de divers types, *e.g.*, avalanche sous gravité, compression triaxiale, cisaillement plan, ou pour des conditions différentes, *e.g.*, test biaxial pour des pressions de confinement variables [32], ne fournissent pas les mêmes valeurs, et définissent ainsi une variété d'angles de friction interne et de coefficients de cohésion. Ils ne seraient donc pas reliés aux propriétés microscopiques des grains uniquement, mais dépendraient de la sollicitation.

Il est important de souligner ici que le comportement mécanique d'un matériau granulaire ne peut pas être correctement modélisé par l'analyse des variations du tenseur des contraintes seule : le critère de Mohr-Coulomb ne suffit pas. Il faut relier les variations du tenseur des contraintes aux variations du tenseur des déformations, *e.g.*, à la variation de volume (dilatance ou contractance). Le comportement plastique des matériaux granulaires implique notamment les notions d'angle de dilatance, de bifurcation, de localisation des déformations et d'état critique. Comme on définit à la rupture, l'angle de friction interne d'un matériau d'après le rapport de la contrainte tangentielle adimensionnée par la contrainte normale, on définit l'angle de dilatance d'après le rapport du taux de déformation volumique adimensionné par le taux de déformation cisailante, ce qui permet d'étudier la dilatance décrite précédemment.

La réponse en déformations à l'application de contraintes dépend de la rhéologie du matériau, cette rhéologie étant contenue dans le tenseur élasto-plastique constitutif. Dans le cas idéal d'un comportement plastique associé parfait, le tenseur élasto-plastique possède certaines symétries et le mode de

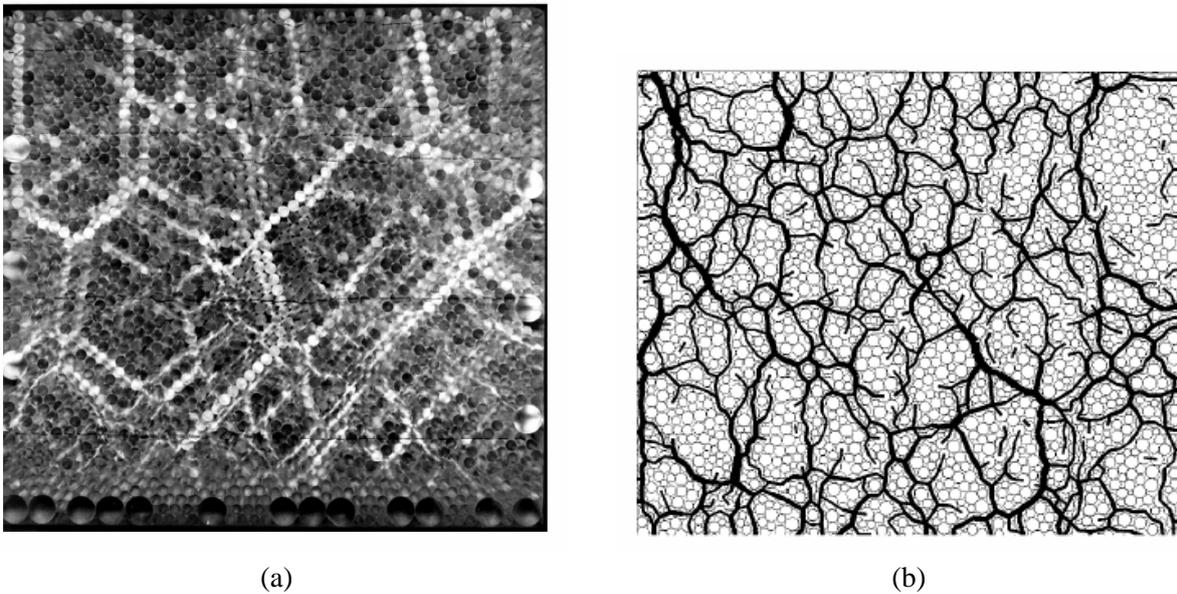


FIG. 1.5 – *Chaînes de forces.* (a) : Empilement bidimensionnel de cylindres biréfringents ou photo-élastiques soumis à une pression extérieure, les grains lumineux sont soumis à des contraintes importantes (d'après Travers *et al.* [42]). (b) : Simulation numérique provenant de Radjai *et al.* [43]. L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité des forces normales au sein du réseau fort.

rupture est homogène. Dans la plupart des cas, le mode de déformation plastique ne reste pas homogène et cesse d'être diffuse, mais bifurque vers un mode de déformation localisée [33]. Cette localisation des déformations est considérée comme une initialisation de la rupture, on parle alors de bandes de cisaillement [34]. L'étude de la localisation des déformations s'inscrit dans le cadre de la théorie de la bifurcation [35]. De plus, le comportement plastique est pour la plupart des sols, non associé : il n'y a pas forcément coïncidence des directions principales des contraintes et des déformations. Pour ces matériaux, des instabilités apparaissent avant la limite plastique supposée et le critère de Mohr-Coulomb ne permet pas d'en rendre compte. Enfin, même si en général, le comportement mécanique d'un matériau granulaire dépend fortement de sa préparation initiale, celui-ci perd la mémoire de son état initial s'il est fortement cisailé, et atteint un état qui dépend du cisaillement imposé seulement, dit *état critique* [36, 37, 38, 32].

En résumé, on peut envisager d'avoir recours à des modèles constitutifs reliant contraintes et déformations. Mais dans le cas de relations empiriques, déterminées d'après des tests menés en laboratoire sur des échantillons de sol, ces lois élasto-plastiques introduisent un grand nombre de paramètres phénoménologiques qui sont difficiles à identifier physiquement. C'est pourquoi, récemment un effort important a été entrepris pour caractériser de manière plus locale la structure des matériaux granulaires [32]. Ceci est notamment devenu possible par l'utilisation de méthodes numériques discrètes [39, 40, 41].

Approche discrète

Le comportement d'un matériau granulaire est *a priori* intimement lié à sa structure, les forces étant transmises via les contacts entre grains. La transmission des forces au sein d'un empilement s'avère extrêmement hétérogène. L'utilisation de particules photo-élastiques, dont les propriétés optiques dépendent du champ de contraintes auquel elles sont soumises, a permis de mettre en évidence l'existence d'un

réseau de contacts transmettant de fortes forces –“chaînes de forces”–, enserrant des régions entières où les contacts ne transmettent que des forces d’amplitude plus faible [44, 45, 42]. Ces dernières sont ainsi écrantées des contraintes résultant des sollicitations extérieures. La figure 1.5 (a) illustre une expérience de photo-élasticité dans le cas d’un empilement bidimensionnel soumis à une pression extérieure : on observe la forte hétérogénéité de la répartition des forces au sein de l’empilement et l’existence des chaînes de forces.

Des études numériques ont confirmé la bimodalité des contacts dans un matériau granulaire : deux populations de contacts –forts et faibles– sont identifiées selon la force normale qu’ils transmettent [43]. Un contact est dit fort (resp. faible) s’il transmet une force normale supérieure (resp. inférieure) à la moyenne des forces normales aux contacts. Il a été montré que les contacts forts représentent 40 % des contacts, et supportent la quasi-totalité des contraintes (figure 1.5 (b)).

Dans un silo, les chaînes de forces forment de véritables voûtes redirigeant une partie des forces sur les parois frottantes. Dans le cas où les forces de frottement aux parois sont mobilisées, on observe une saturation de la masse apparente sous la colonne (sans les parois) pour des valeurs croissantes de la masse réelle de grains (effet Janssen).

Alors que les contacts forts permettent au matériau de supporter les contraintes de cisaillement, les contacts faibles se comportent comme un fluide interstitiel. Le réseau complet de contacts est extrêmement sensible au cisaillement, exhibant des fluctuations spatio-temporelles importantes. Un enjeu important serait de comprendre comment le réseau de contacts évolue avec le cisaillement. On peut observer des transitions structurelles (analogues à la transition vitreuse) [46, 47, 48], qui pourraient être responsables de brusques changements des composantes du tenseur des contraintes.

L’approche discrète a favorisé le développement de nouveaux modèles type OSL ou SAM [49, 50], qui s’attachent à décrire la transmission des forces au sein d’un empilement statique, en considérant l’existence des voûtes. L’idée de ces modèles est d’ajouter aux équations d’équilibre des forces, une relation phénoménologique de friction entre les voûtes. Ce type de modélisation permet de rendre compte notamment de l’existence du minimum de pression sous un tas suivant le mode de préparation [23].

Enfin, l’étude numérique discrète d’empilements au voisinage de la rupture a permis d’identifier certains mécanismes de déstabilisation à l’échelle des grains et de leurs contacts. En particulier, Staron *et al.* [7, 10] ont mis en évidence le rôle crucial des contacts au seuil de frottement, dits contacts critiques, dans la transition solide-liquide. En effet ces contacts s’organisent spatialement, et apparaissent comme des précurseurs à la déstabilisation. Nous reviendrons sur ces résultats récents au chapitre 3.

1.2 Écoulement granulaire

À l’heure actuelle, il n’existe pas encore d’équations constitutives valables en trois dimensions décrivant le comportement d’un matériau granulaire en écoulement, malgré les nombreux travaux s’intéressant au régime d’écoulement dense. L’analyse des écoulements obtenus dans différentes configurations (écoulements confinés, à surface libre, ...) montre en effet la difficulté de définir une rhéologie unique [14].

1.2.1 Phénoménologie

Les écoulements confinés, *e.g.*, cisaillement plan ou annulaire, ou bien les écoulements à surface libre, *e.g.*, sur plan incliné, sur fond meuble ou en tambour tournant, illustrés sur la figure 1.6, sont des exemples

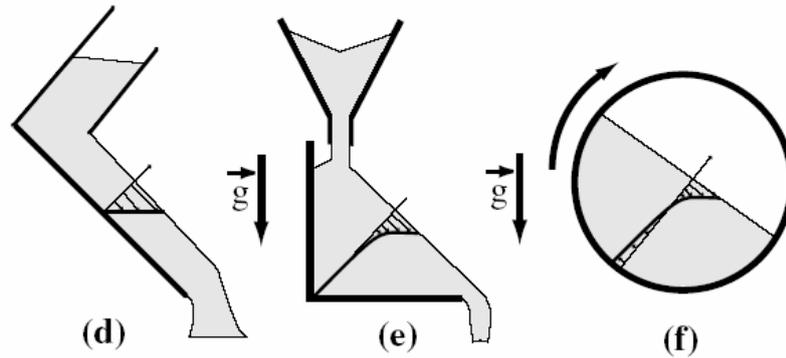


FIG. 1.6 – Différentes configurations d'écoulement à surface libre : (d) sur plan incliné, (e) sur fond meuble et (f) en tambour tournant (figure extraite de [14]).

de configurations d'écoulement.

Les expériences d'écoulements sur plan incliné sont contrôlées par deux paramètres, en général l'inclinaison et le débit, alors que celles d'écoulements sur fond meuble n'ont qu'un seul paramètre de contrôle (le débit ou la vitesse de rotation dans le cas du tambour tournant). Dans le cas des écoulements sur fond meuble, on distingue alors une zone statique –solide– où les grains conservent leurs voisins et une zone en écoulement –liquide– : les deux états liquide et solide de la matière granulaire sont impliqués au sein de la même configuration.

Dans toutes ces situations d'écoulement, on peut observer des écoulements stationnaires (et uniformes) dans une certaine gamme des paramètres de contrôle. On a déjà vu l'existence d'un seuil d'écoulement et d'un seuil de stabilité à la section 1.1, dans le cas des écoulements sur fond meuble. Cette observation reste valable pour les écoulements permanents sur plan incliné, mais ces seuils dépendent fortement de l'épaisseur de l'écoulement [15, 21]. Dans le cas d'une couche de grains uniforme d'épaisseur h sur un plan d'inclinaison θ , les seuils d'écoulement et de stabilité peuvent être notés $\theta_{start}(h)$ et $\theta_{stop}(h)$, ou de manière équivalente en terme d'épaisseur, $h_{start}(\theta)$ et $h_{stop}(\theta)$. L'épaisseur maximale d'une couche au repos sur une pente θ vaut $h_{start}(\theta)$ et une fois en écoulement l'épaisseur de cette couche devra décroître jusqu'à la valeur $h_{stop}(\theta)$ pour retrouver à nouveau son équilibre statique (figure 1.7 (a)). Ces observations démontrent que le coefficient de friction statique macroscopique du matériau granulaire n'est pas constant, mais varie avec l'épaisseur. Il en est de même pour le coefficient de friction dynamique (figure 1.7 (b)).

Toujours dans le cas des écoulements sur plan incliné, et en régime homogène et stationnaire, il a été montré que les données de vitesse moyenne $\langle u \rangle$ et d'épaisseur h se remettent sur une même courbe maîtresse à travers la fonction $h_{stop}(\theta)$ [15, 21, 14], suivant la relation :

$$\frac{\langle u \rangle}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_{stop}} - \alpha, \quad (1.3)$$

avec β et α qui dépendent du matériau et du plan rugueux considérés (figure 1.8 (a-b)).

Enfin, parmi les écoulements à surface libre, on trouve les écoulements à bords libres : les grains s'écoulent sur un plan incliné, sans être confinés par des parois latérales et sélectionnent ainsi leur largeur et leur hauteur. Ces écoulements sont non uniformes. La morphologie des dépôts obtenus après de tels écoulements a été récemment étudiée : par Félix & Thomas dans le cas d'une alimentation à débit

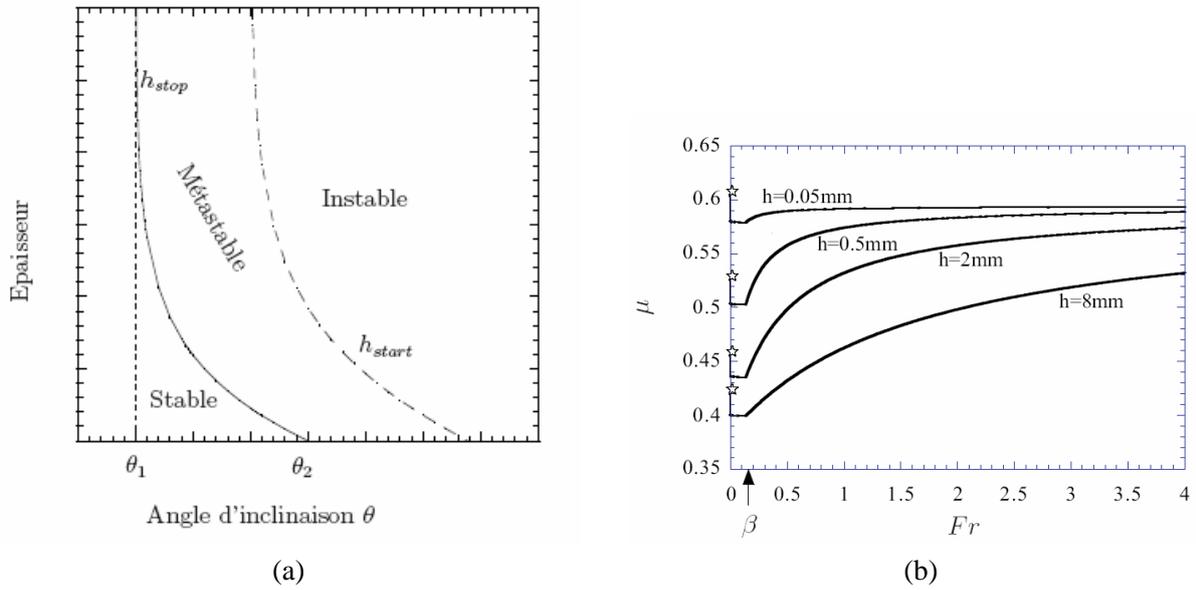


FIG. 1.7 – (a) : Seuils d’écoulement et de stabilité pour une couche de grains d’épaisseur h sur un plan incliné d’un angle θ (figure extraite de [51]). (b) : Variations du coefficient de friction avec le nombre de Froude $Fr = \langle u \rangle / \sqrt{gh}$, où $\langle u \rangle$ est la vitesse moyenne, pour différentes épaisseurs h pour un écoulement de billes de verre sur plan incliné (figure extraite de [51, 18]).

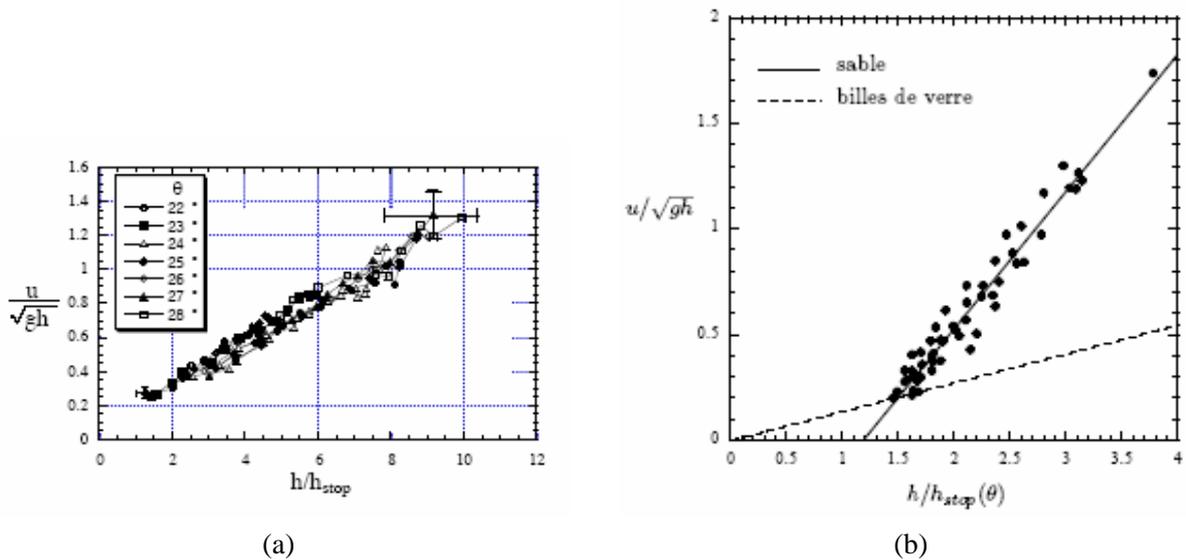


FIG. 1.8 – Remise à l’échelle des données de vitesse moyenne $\langle u \rangle$ et d’épaisseur h d’écoulements stationnaires uniformes sur plan incliné. (a) : $\langle u \rangle / \sqrt{gh}$ en fonction de h/h_{stop} pour des écoulements de billes de verre de diamètre 0.5 mm (d’après Pouliquen [15]). (b) : pour du sable de diamètre 0.8 mm (d’après Forterre [52]). Dans les deux cas, le fond rugueux est constitué des mêmes particules que celles qui participent à l’écoulement.

constant [20], et par Goujon *et al.* dans le cas d'écoulements transitoires ou d'écoulements bidisperses [51].

Au sein de ces écoulements coexistent phases en écoulement et phases statiques : des zones à l'arrêt ont été observées sur les bords de la coulée [20]. Nous reviendrons sur ces références au chapitre 4.

1.2.2 Rhéologie locale

Nous rappelons à présent quelques résultats utiles sur la rhéologie locale dans le cas des écoulements granulaires simplement cisailés. On pourra se référer à l'article collectif du Gdr MiDi [14] pour plus de détails. Les paramètres de l'écoulement dans les cas les plus simples, sont :

- τ : la contrainte de cisaillement,
- P : la pression de confinement,
- $\dot{\gamma}$: le taux de cisaillement,
- d : le diamètre des particules,
- ρ : la masse volumique des particules.

Ces paramètres permettent de définir deux nombres adimensionnels indépendants :

$$I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{\frac{P}{\rho}}}, \text{ et } \mu = \frac{\tau}{P}. \quad (1.4)$$

Le nombre sans dimension I représente le taux de cisaillement adimensionné et peut être interprété comme le rapport de deux temps [14]. Une petite valeur de I (petite vitesse et/ou grand P) correspond à un régime où l'inertie des grains ne compte pas : c'est le régime quasi-statique. À l'inverse une grande valeur de I (grande vitesse et/ou petit P) correspond au régime inertiel. Le paramètre μ est équivalent à un coefficient de friction. S'il existe une rhéologie locale unique, il doit exister une relation unique entre le coefficient de friction μ et le taux de cisaillement adimensionné I .

Dans le cas d'écoulements à surface libre, la pression augmente avec la profondeur $P(z) = \rho g(h - z) \cos \theta$ et la contrainte de cisaillement peut s'écrire sous la forme $\tau = \rho g(h - z) \sin \theta$, donc $\frac{\tau}{P} = \tan \theta$. Si on fait l'hypothèse d'une rhéologie locale $\mu(I)$, le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ est alors déterminé à partir de la relation :

$$I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{\frac{P}{\rho}}} = \mu^{-1}(\tan \theta). \quad (1.5)$$

En intégrant $\dot{\gamma} = \partial_z u$ à partir de cette relation, le profil de vitesse obtenu s'apparente à un profil de type Bagnold :

$$\frac{u(z)}{\sqrt{gd}} = A(\theta) \frac{h^{3/2} - (h - z)^{3/2}}{d^{3/2}}. \quad (1.6)$$

Ce profil a effectivement été observé sur plan incliné que ce soit expérimentalement ou numériquement, dans plusieurs configurations [17, 53, 54]. Ceci semble donc confirmer l'idée d'une rhéologie locale

pour cet écoulement. On remarque par ailleurs que dans le cas d'un profil de type Bagnold comme celui obtenu ci-dessus :

$$\frac{\langle u \rangle}{\sqrt{gh}} = \frac{3}{5} A(\theta) \frac{h}{d}, \quad (1.7)$$

où $\langle u \rangle$ est la vitesse moyenne intégrée sur l'épaisseur. Ceci est en accord avec la loi d'échelle 1.3, obtenue dans le cas des billes de verre ($\alpha = 0$) avec $h_{stop}(\theta) \propto d/A(\theta)$. Par contre, on voit déjà que cette description a ses limites dans le cas où $\alpha \neq 0$. D'autre part, dans le cas des écoulements sur fond meuble, les profils observés ne sont pas de type Bagnold, ce qui semble indiquer une violation de la rhéologie locale. De nombreuses études tentent actuellement de mieux comprendre ce qu'il en est, notamment en s'intéressant aux effets des parois [21, 55]. Enfin, même dans le cas du plan incliné, ou du cisaillement simple, à très faible valeur de I , c'est-à-dire au voisinage de l'arrêt, plusieurs observations indiquent des écarts importants à une rhéologie locale simple de type $\mu(I)$.

Enfin, les écoulements naturels sont en général des écoulements soit sur fond meuble, soit auto-chenalisés (c'est-à-dire avec des zones d'arrêt sur les côtés). On s'attend donc à ce que là aussi, une simple rhéologie locale de type $\mu(I)$ soit insuffisante. Nous verrons pourtant au chapitre 4, qu'il est possible de s'en inspirer pour prédire la forme des levées dans les dépôts d'écoulements auto-chenalisés.

Nous avons très brièvement rappelé ci-dessus les propriétés de stabilité des empilements et la rhéologie des écoulements granulaires. Principalement, les résultats que nous avons repris concernent les seuils de stabilité d'une part, la rhéologie des écoulements homogènes et stationnaires d'autre part. Au cours des trois chapitres qui vont suivre, on se trouvera systématiquement, et volontairement, dans la "zone d'ombre" des théories exposées dans cette introduction. Ainsi au cours de la première partie, nous étudions un empilement "au repos" dans un tambour tournant ($\theta < \theta_r$), mais qui vient de subir une avalanche. Quelle est alors sa dynamique de retour au repos ? Dans la deuxième partie, il s'agit encore d'étudier un empilement "au repos", mais qui s'est approché de la déstabilisation. Quelle est alors sa réponse micro-mécanique à une sollicitation externe ? Enfin dans la troisième partie, on s'intéresse à un écoulement où coexistent phase coulante et phase statique. Peut-on encore utiliser les éléments de rhéologie exposés ci-dessous ?

Chapitre 2

Relaxation vers l'équilibre d'un système granulaire expérimental

2.1 Introduction

Afin de caractériser la transition dans le sens liquide-solide d'un matériau granulaire, nous choisissons d'étudier expérimentalement la dynamique de relaxation vers l'équilibre mécanique d'un empilement après l'occurrence d'un écoulement de surface. Nous optons pour un empilement granulaire en tambour tournant.

Nous avons rappelé à la section 1, que pour une rotation suffisamment lente d'un tambour à demi rempli de grains, la surface de l'empilement se déstabilise par intermittence [3, 4, 5, 6, 24]. Dans cette partie, nous reconsidérons le problème des avalanches granulaires intermittentes, mais au lieu de nous focaliser sur la statistique des avalanches, nous nous concentrons sur la phase de stabilisation qui suit l'arrêt d'une avalanche, transition de l'état liquide vers l'état solide. Dans ce but, le tambour est entraîné en rotation déclenchant ainsi un écoulement de surface. Puis le tambour est arrêté, l'écoulement cesse et la relaxation quasi-statique est étudiée.

La description du dispositif expérimental, ainsi que les méthodes d'acquisition et de traitement des images sont exposées dans la section 2.2. L'empilement granulaire ainsi constitué en tambour tournant est d'abord étalonné, afin de connaître les angles caractéristiques de sa stabilité dans la section 2.3.

Nous montrons que la dynamique de relaxation après un écoulement est non triviale et qu'elle est plus lente que peut le suggérer l'échelle de temps microscopique, définie comme $\sqrt{d/g}$, d étant le diamètre d'un grain et g l'accélération de la gravité. Nous cherchons à identifier les mécanismes à l'origine de cette dynamique lente en observant les réarrangements microscopiques au cours de la relaxation. Ces résultats sur l'étude de la transition liquide-solide sont présentés dans la section 2.4. Par ailleurs, nous réalisons des expériences de perturbation locale afin de sonder la susceptibilité de l'empilement granulaire suivant la pente de sa surface libre. Les résultats sont présentés dans la section 2.5.

Au cours de la relaxation, nous observons la coexistence de deux mécanismes au sein de la couche superficielle de grains : une relaxation irréversible correspondant à des déplacements de courte durée de grains isolés ; et des réactivations intermittentes relançant sporadiquement la dynamique, qui correspondent à des réorganisations collectives de grains spatialement et temporellement corrélées. Nous proposons dans

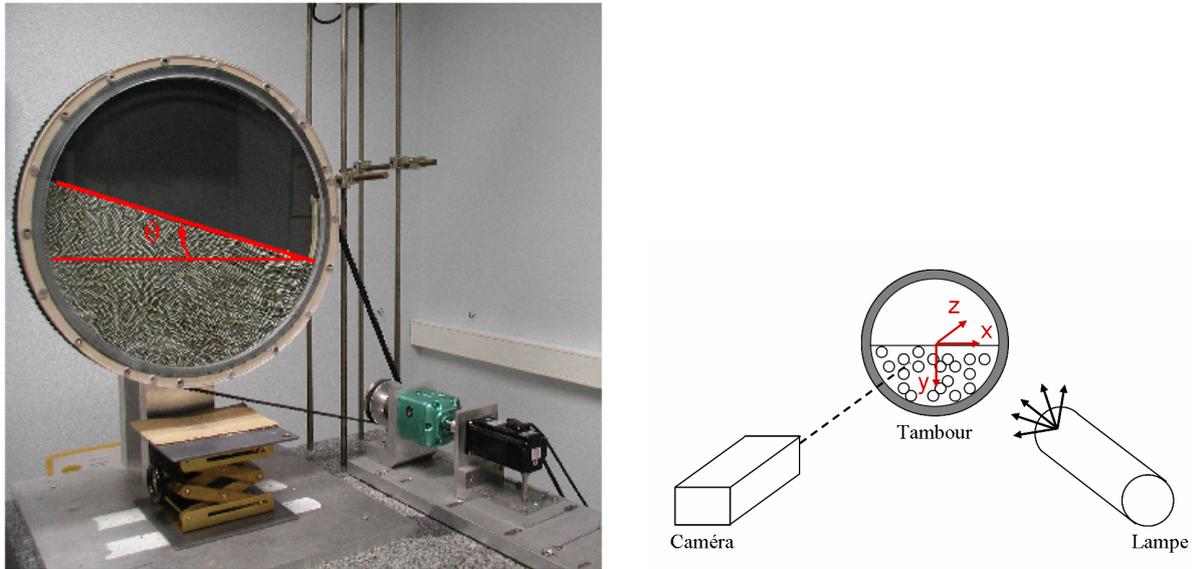


FIG. 2.1 – Photo et schéma du dispositif expérimental : empilement granulaire quasi-2d confiné dans un tambour tournant incliné d'un angle θ , entraîné en rotation par un moteur pas à pas, sous éclairage et filmé par une caméra vidéo avec zoom optique. Les axes (x, y, z) sont également représentés sur le schéma.

la section 2.6 un modèle statistique d'activation/relaxation, qui permet de décrire la fonction de relaxation mesurée, et qui prend en compte l'irréversibilité de la dynamique.

2.2 Principe de l'expérience

2.2.1 Dispositif expérimental

Empilement granulaire en tambour tournant

Le dispositif expérimental est photographié et schématisé sur la figure 2.1. Il a été conçu et utilisé par D. Bonamy *et al.* pour l'étude des écoulements de surface [56, 57, 58]. Il consiste en un tambour tournant, constitué d'une plaque de Duralium (aluminium traité pour augmenter sa dureté) et d'un hublot de verre de 20 mm d'épaisseur et de planéité contrôlée (erreur inférieure à 0.03 mm). Le serrage de l'ensemble se fait en 36 points uniformément répartis autour du tambour afin de minimiser la flexion des plaques. L'ensemble du bâti repose sur une table en marbre pour amortir d'éventuelles vibrations et assurer la verticalité du tambour. Celle-ci a été contrôlée à l'aide d'un niveau de haute précision (erreur inférieure au milliradian).

Le tambour, d'un diamètre $D = 450$ mm et d'une épaisseur $\ell = 22$ mm, est à moitié rempli de billes d'acier, dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 2.1. L'acier est un matériau très élastique qui dissipe peu d'énergie par collision, le coefficient de restitution des billes valant $e = 0.92$. Les billes sont caractérisées par un diamètre $d = 3$ mm \pm 0.025 mm, et une densité $\rho = 7800$ g mm⁻³, ayant donc pour masse $m = 0.11$ g. Ainsi on considérera comme seule échelle de longueur le diamètre des billes d , et comme seule échelle de temps $\sqrt{d/g} = 10^{-2}$ s, le temps de relaxation d'un grain sous l'action de

TAB. 2.1 – Caractéristiques de l'empilement granulaire quasi-2d et des billes d'acier.

Billes d'acier	
Diamètre	$d = 3 \text{ mm}$
Masse volumique	$\rho = 7800 \text{ g mm}^{-3}$
Masse	$m = 0.11 \text{ g}$
Coefficient de friction statique	$\mu = 0.2$
Coefficient de restitution	$e = 0.92$
Empilement de billes	
Diamètre	$D = 450 \text{ mm} \simeq 150 d$
Épaisseur	$\ell = 22 \text{ mm} \simeq 7 d$
Nombre de billes	$N \simeq 80000$
Compacité	$C \simeq 65 \%$
Angle de repos	$\theta_r = 19.2^\circ$
Angle d'avalanche	$\theta_a = 19.7^\circ$

son propre poids. Les billes sont peu frottantes, avec un coefficient de friction microscopique statique $\mu = 0.2$, autorisant un déplacement au contact pour une force frictionnelle $\geq 20 \%$ de la force normale. L'utilisation de billes millimétriques permet d'avoir un bon contrôle sur les propriétés géométriques et mécaniques des billes et de limiter les effets capillaires et électrostatiques [59].

L'empilement granulaire ainsi obtenu est constitué de $N \approx 80000$ billes approximativement :

$$N = C \frac{V}{v} = C \frac{3 \ell D^2}{4 d^3},$$

V étant le volume total de l'empilement et v le volume d'une bille, et en supposant la valeur de la compacité, *i.e.*, fraction volumique solide effective égale à $C \simeq 65\%$; soit 7 billes sur l'épaisseur et 150 billes sur un diamètre. L'empilement est ainsi considéré comme quasi-bidimensionnel. Le choix d'un empilement quasi-bidimensionnel plutôt que bidimensionnel permet d'éviter la cristallisation, cette structure ordonnée pouvant changer qualitativement les propriétés de stabilité de l'empilement. L'empilement présente une structure microscopique $3D$ –en particulier désordonnée– tout en gardant une géométrie macroscopique $2D$.

On s'intéressera par la suite aux réarrangements des billes observés à la paroi. Vu le rôle important joué par les parois sur la dynamique des avalanches granulaires, nous gardons à l'esprit que la distance inter-parois ℓ est certainement un paramètre important [60, 21, 55]. Néanmoins, on s'attend à ce que les réarrangements des billes à la paroi reflètent ceux ayant lieu dans l'empilement entier.

La mobilité du tambour autour de son axe autorise l'inclinaison de l'empilement à une pente variable θ et l'entraînement en rotation continue de l'empilement. L'utilisation d'un frein agissant sur le tambour permet de fixer la surface de l'empilement à la pente désirée $\theta \leq \theta_r$, pour toute valeur inférieure à l'angle de repos, afin d'assurer son équilibre statique.

Un moteur pas à pas couplé à un réducteur 1/100 et à une courroie en caoutchouc permet d'entraîner le tambour en rotation. L'ensemble motorisé n'est pas directement en contact avec la table de marbre, mais repose sur une plaque de caoutchouc pour éviter de transmettre des vibrations au tambour. La rotation est possible dans les sens horaire et anti-horaire, jusqu'à des vitesses aussi faibles que $\Omega = 0.01^\circ/s$. Pour Ω inférieure à une valeur critique Ω_c ($\Omega_c \approx 0.6^\circ/s$ pour un écartement $\ell = 7 \text{ mm}$ d'après

[61]), l'inclinaison moyenne de la surface libre θ oscille entre l'angle de repos θ_r et l'angle d'avalanche θ_a , caractéristique du régime intermittent d'avalanches. Pour $\Omega > \Omega_c$, l'écoulement de surface devient continu.

Pour des vitesses de rotation Ω inférieures à $1^\circ/s$, les effets inertiels sont négligeables. Le nombre de Froude Fr , relié au rapport de l'énergie cinétique (avec une vitesse typique ΩD) sur l'énergie potentielle de pesanteur (sur une distance typique D) s'écrit : $Fr = \sqrt{\Omega^2 D / 2g}$, où g est la constante de gravité, et reste inférieur à 10^{-1} pour $\Omega \leq 1^\circ/s$, et vaut $Fr = 10^{-3}$ pour $\Omega = 0.01^\circ/s$.

Acquisition des images

L'empilement de billes est éclairé par une lampe halogène alimentée par du courant continu, et positionnée suffisamment loin afin d'éviter une hausse de la température des billes. La température du laboratoire est régulée à une valeur constante de 20° . La face avant du tambour en verre permet de visualiser les billes, constituant les premières couches de l'empilement. Des séquences d'images peuvent être enregistrées à différentes fréquences d'acquisition f allant jusqu'à 1000 Hz . Plus f est élevée, moins la résolution de l'image est bonne. Cette fréquence est donc choisie différemment suivant le cas.

La zone d'étude est filmée soit par une caméra CCD standard de résolution 768×572 pixels à 25 images par seconde, soit par une caméra rapide de résolution 320×156 pixels à 1000 images par seconde, les caméras étant alignées sur l'axe du tambour. Dans les deux cas, les réglages de la caméra permettent d'atteindre une résolution spatiale de $0.5\text{ mm} = d/6$ par pixel.

L'acquisition et le traitement des images permettent de repérer la position de la surface libre, ainsi que de détecter les pixels où se produisent des déplacements d'amplitude aussi petite que $0.025\text{ mm} = 1/125\text{ }d$. C'est grâce à la réflexion de la lumière par les billes en acier, que les déplacements même faibles sont détectés : le moindre déplacement fait en effet varier suffisamment la lumière réfléchie pour être capté par le matériel vidéo. Un des aspects importants de la mise au point des protocoles expérimentaux est d'ailleurs l'optimisation des réglages optiques et le choix des traitements des images à effectuer. Les principes de mesures sont explicités en détail dans la section 2.2.2.

2.2.2 Traitements des images et mesures

Repérage de la surface libre de l'empilement

La détection de la surface libre de l'empilement est réalisée d'après la mesure du gradient des fluctuations d'intensité lumineuse sur une image, maximal à la surface libre. En effet, alors que le fond du tambour visible au-dessus de la surface libre de l'empilement est uniforme, la lumière réfléchie par les billes est spatialement hétérogène. La figure 2.2 montre les différentes étapes du traitement d'une image réalisées pour détecter la surface libre de l'empilement : image instantanée de la région d'intérêt pour la détection de la surface libre de l'empilement (a), mesures des fluctuations locales de niveaux de gris (b), homogénéisation des fluctuations par un filtre gaussien, surface libre détectée et approximation par une droite (c).

La surface libre de l'empilement, dont la position est notée $S(x)$, est approximativement linéaire, comme illustré sur la Figure 2.2 (d), où sont reportés la position $S(x)$ et l'approximation linéaire. La pente moyenne θ est alors déduite du coefficient directeur du fit linéaire de $S(x)$, et la rugosité moyenne de la

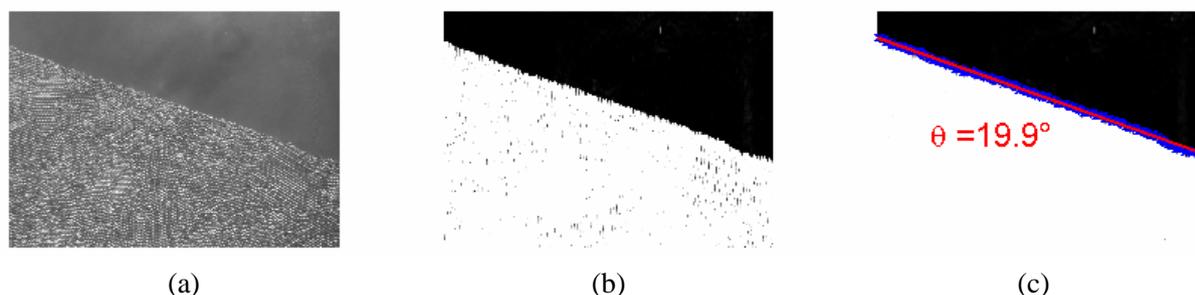


FIG. 2.2 – Étapes du traitement des images pour la détection de la surface libre de l'empilement granulaire. (a) : Image de la région d'intérêt au sein de l'empilement. (b) : Fluctuations de niveaux de gris locales. (c) : Fluctuations de niveaux de gris homogénéisées. La position de la surface libre détectée et son approximation linéaire sont également reportées.

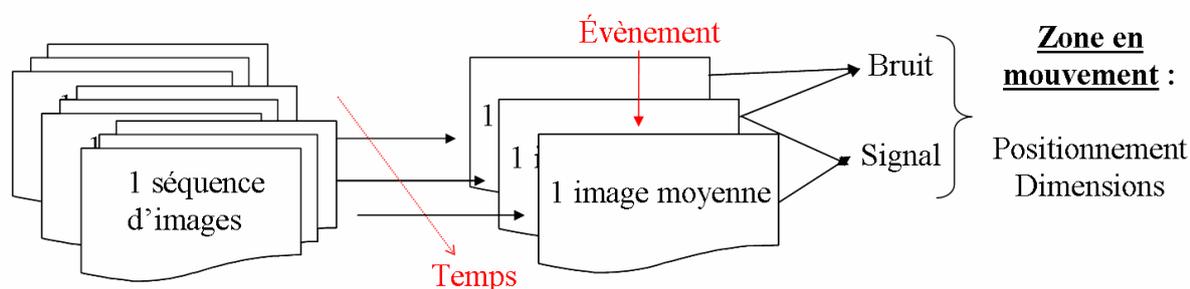


FIG. 2.3 – Principe d'acquisition et du traitement des images pour la détection de micro-déplacements.

surface libre r est évaluée comme la déviation standard de $S(x)$ par rapport à l'approximation linéaire. La précision ainsi obtenue sur la valeur de la pente moyenne θ est de l'ordre de 0.05° . Notons qu'il est également possible de mesurer la pente locale $\Theta(x)$, comme la dérivée de la position de la surface libre $\Theta(x) = dS/dx$, ainsi que la rugosité locale $R(x) = \sqrt{S^2 - \Theta^2}$.

Détection des déplacements

Un traitement des images approprié permet de détecter l'existence de déplacements et d'isoler la zone en mouvement. Le principe consiste à mesurer la différence d'intensité lumineuse entre deux images consécutives pour identifier les positions des déplacements induits entre les deux instants correspondants [58]. Le schéma de la figure 2.3 représente les différentes étapes de l'acquisition et du traitement des images, effectuées pour la détection de micro-déplacements, décrites ci-dessous.

Une séquence d'images est acquise autour de l'événement à étudier. Les images sont traitées par séries de n images prises parmi la séquence, et moyennées afin d'obtenir une image affranchie du bruit de la caméra et des différents appareils de mesure –incertitudes électroniques, erreurs sur les pixels–, et d'améliorer la sensibilité de la méthode. Alors la différence de deux images moyennes de ce type met en évidence tout ce qui a réellement bougé, et non tout ce qui est bruité. Le choix du nombre d'images n dans la série résulte d'un compromis entre le rapport signal/bruit et la résolution temporelle voulue. Des tests d'optimisation nous ont amenés à choisir $n = 25$ pour la caméra standard, et $n = 200$ pour la caméra rapide. À partir de maintenant, nous appelons image, une image moyenne de ce type.

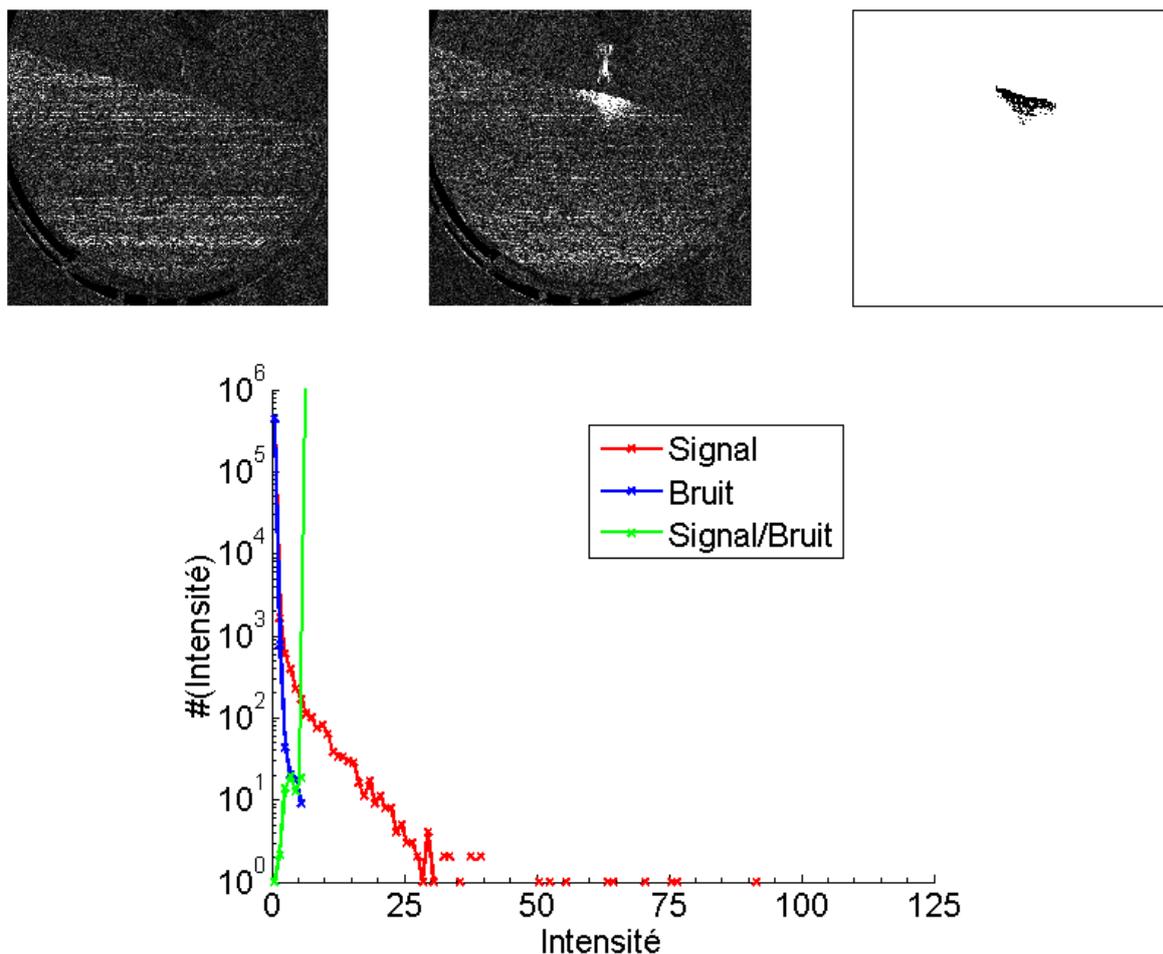


FIG. 2.4 – Exemple d'images représentant le bruit et le signal d'une expérience de lâcher de bille sur l'empilement, ainsi que l'histogramme des intensités lumineuses correspondantes : deux ordres de grandeurs séparent les intensités du signal et du bruit. Le seuil de binarisation du signal est choisi d'après le rapport signal/bruit, et permet d'obtenir la zone de déplacements.

Deux images moyennes, acquises avant et après l'événement, sont soustraites, et l'image obtenue, constitue le signal de l'événement. Le signal est binarisé afin de s'affranchir de tout bruit rémanent et de mettre en évidence la zone des déplacements. En pratique, afin de ne conserver que les déplacements effectivement liés à l'événement étudié, la valeur du seuil de binarisation est choisie d'après le niveau de bruit mécanique inhérent au dispositif expérimental et à son environnement, mesuré d'après la différence de deux images moyennes acquises avant même que l'événement étudié n'ait eu lieu. Une application de la méthode de détection des déplacements est illustrée sur la figure 2.4.

La sensibilité de la méthode est calibrée en déplaçant la caméra avec un banc micrométrique : tout déplacement supérieur à $0.025 \text{ mm} = d/125$ est détecté sans ambiguïté. Cette méthode profite de la gamme complète d'intensités lumineuses réfléchies par les billes, ce qui permet de détecter des déplacements inférieurs à la taille du pixel ($0.5 \text{ mm} = d/6$). La contrepartie est que seule l'existence d'un déplacement est détectée, et non sa valeur.

En résumé, grâce aux techniques de mesure présentées dans cette section, nous sommes capables de mesurer :

- la position de la surface libre de l'empilement et d'en déduire notamment la pente moyenne de l'empilement θ ,
- la zone des déplacements microscopiques, d'amplitude supérieure à $0.025 \text{ mm} = d/125$.

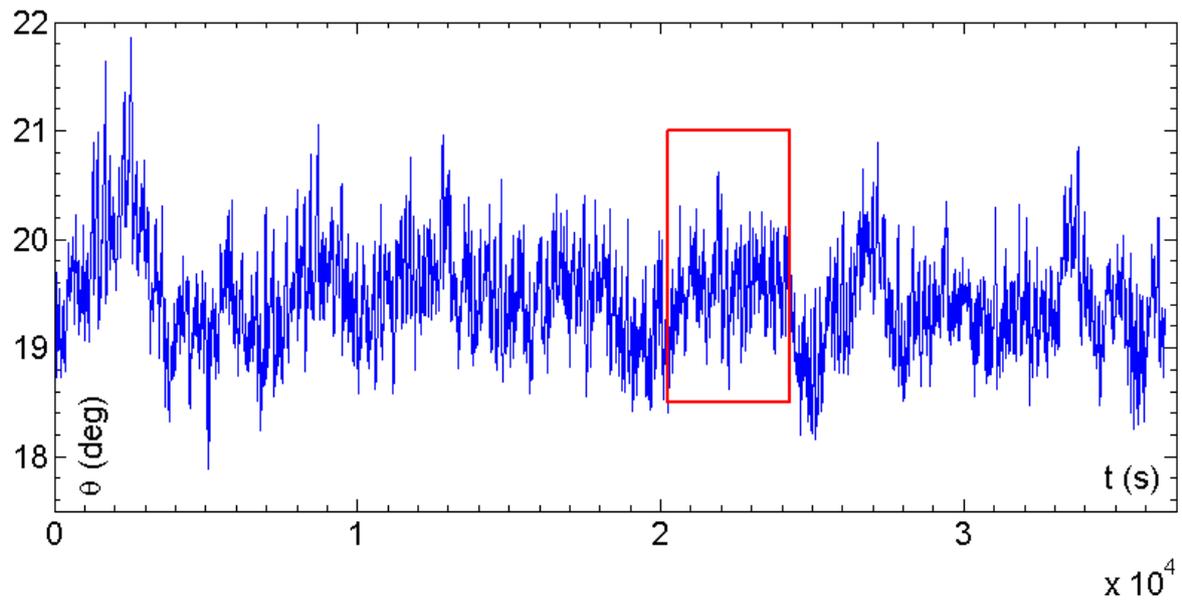
Il s'agit maintenant d'étudier la relaxation d'un empilement granulaire après l'occurrence d'un écoulement de surface et de sonder l'état de susceptibilité des couches superficielles sous l'effet d'une perturbation locale et instantanée. Pour ce faire, nous caractérisons à présent les angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a de l'empilement granulaire dans la section 2.3.

2.3 Mesure des angles de repos et d'avalanche dans le régime intermittent d'avalanches

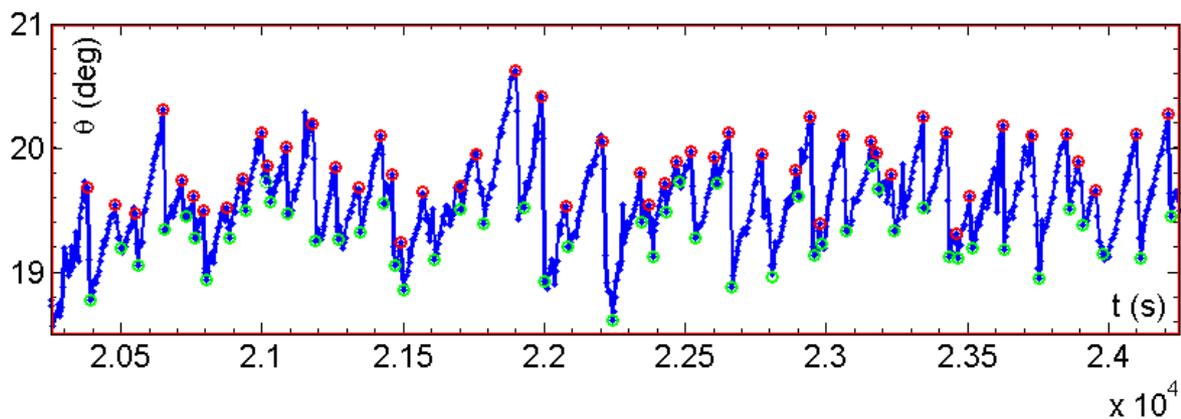
Nous cherchons à caractériser le domaine d'existence des états solide et liquide de l'empilement granulaire, en mesurant ses angle de repos θ_r et angle d'avalanche θ_a , lors du régime intermittent d'avalanches. Pour des pentes inférieures à θ_r , le tas est naturellement à l'état statique, alors que pour des pentes supérieures à θ_a , le tas s'écoule spontanément. Un empilement soumis à un écoulement de surface pour une pente $\theta = \theta_a$, reste à l'état liquide pour des valeurs décroissantes de sa pente jusqu'à atteindre l'arrêt pour $\theta = \theta_r$. Ceci démontre l'hystérésis des propriétés de stabilité d'un empilement granulaire. La gamme d'angles intermédiaires $[\theta_r; \theta_a]$ est un domaine de bistabilité : la matière granulaire peut exister sous les deux états solide ou liquide. L'angle de relaxation $\Delta\theta = \theta_a - \theta_r$ vaut typiquement 3° mais dépend du matériau utilisé.

Pour mesurer θ_r et θ_a , le tambour est entraîné en rotation à très faible vitesse Ω , pour que l'empilement suive une évolution quasi-statique et afin de se placer dans le régime intermittent d'avalanches, pour lequel l'inclinaison moyenne de la surface libre oscille entre θ_r et θ_a . La vitesse de rotation Ω a été choisie de manière à maintenir deux ordres de grandeur entre l'amplitude d'une avalanche et la croissance de la pente par rotation pendant la durée de l'avalanche. Dans ce but, la durée d'une avalanche est estimée à approximativement 2 s comme la durée nécessaire à une bille pour parcourir la distance D à la vitesse élémentaire \sqrt{gd} , et l'amplitude caractéristique d'une avalanche est évaluée à $\Delta\theta \approx 2^\circ$, en accord avec les données trouvées dans la littérature. Le régime d'avalanches intermittentes est étudié en utilisant la vitesse de rotation $\Omega = 0.01^\circ/\text{s}$.

La pente de l'empilement θ et la rugosité de la surface r sont mesurées au cours du temps toutes les 5 s pour deux expériences de durée $12\text{h}00 \approx 4 \cdot 10^4 \text{ s}$ chacune. Des séquences typiques de l'évolution de la pente $\theta(t)$ pendant $4 \cdot 10^4 \text{ s}$, dont un zoom sur une durée de $4 \cdot 10^3 \text{ s}$ sont représentées sur la figure 2.5 (a-b). On observe que $\theta(t)$ augmente linéairement avec le temps au taux $\Omega = 0.01^\circ/\text{s}$ jusqu'à ce qu'une avalanche démarre à la valeur θ_{start} , faisant alors relaxer la pente à la valeur θ_{stop} . Sur la figure 2.5 (b), on a reporté les angles de démarrage θ_{start} et d'arrêt θ_{stop} des avalanches, sous la forme de symboles ronds respectivement rouges et verts. Les phases de croissance et de décroissance de θ , correspondant respectivement aux mouvements de rotation solide de l'empilement et aux avalanches, sont aussi appelées phases de "Stick" et de "Slip", en analogie avec le phénomène de "Stick-Slip" observé dans un système soumis à une force élastique compensée par une force de frottement.



(a)



(b)

FIG. 2.5 – Évolution temporelle de la pente $\theta(t)$ de l'empilement en régime intermittent d'avalanches, sur des durées de $4 \cdot 10^4$ s (a) et de $4 \cdot 10^3$ s (b), pour une vitesse de rotation constante $\Omega = 0.01^\circ/s$. Les symboles rouges (resp. verts) correspondent à θ_{start} , angle de démarrage d'une avalanche (resp. θ_{stop} , angle d'arrêt d'une avalanche).

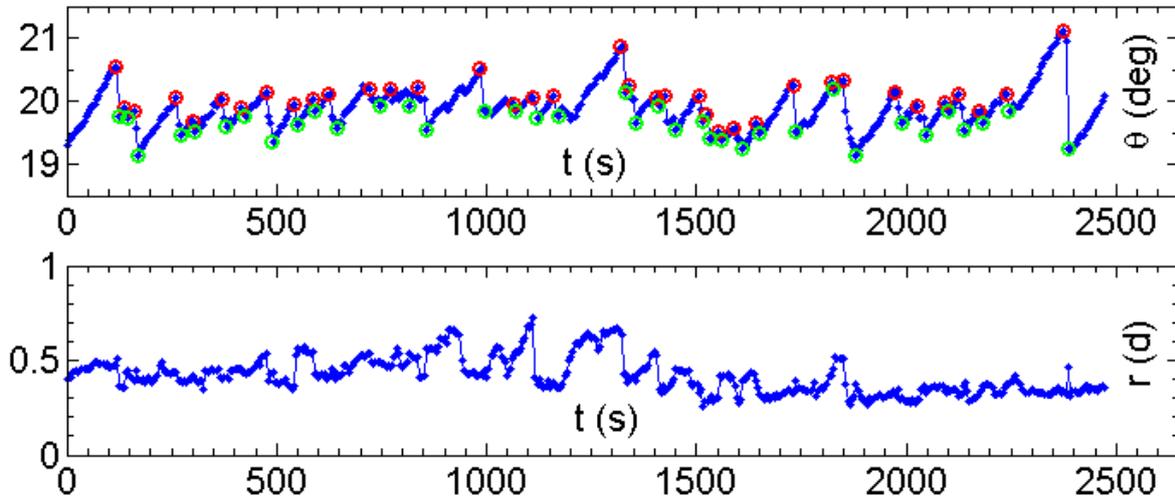


FIG. 2.6 – Séquence temporelle de la pente $\theta(t)$ et de la rugosité $r(t)$ adimensionnée par le diamètre des billes d , de l'empilement en régime intermittent d'avalanches, pour une durée de 2500 s et une vitesse de rotation $\Omega = 0.01^\circ/s$. Les symboles rouges (resp. verts) correspondent aux angles de démarrage des avalanches θ_{start} (resp. angles d'arrêt θ_{stop}).

La partie inférieure de la figure 2.6 représente la rugosité moyenne r de la surface de l'empilement au cours du temps, correspondant à la séquence de l'évolution de la pente moyenne θ représentée sur la partie supérieure de la figure. La rugosité r reste de l'ordre d'un demi-diamètre de bille, et nous n'observons pas de corrélation entre $r(t)$ et $\theta(t)$ (figure 2.7 (a)).

Les avalanches pour lesquelles la variation de pente $\delta\theta = \theta_{start} - \theta_{stop} < 0.1^\circ = \delta\theta_{min}$ sont filtrées, car elles ne correspondent qu'à des réarrangements locaux de la surface, n'impliquant que quelques billes. On comptabilise environ 100 avalanches d'amplitude supérieure à $\delta\theta_{min}$ au cours des expériences réalisées. La distribution des amplitudes des avalanches $\delta\theta$ est reportée sur la figure 2.7 (b) en échelle linéaire et logarithmique en insert : les amplitudes $\delta\theta$ sont comprises entre 0.1° ($\delta\theta_{min}$, seuil arbitraire des événements conservés) et 2° , et suivent une distribution de forme exponentielle. La probabilité d'une avalanche décroît rapidement avec sa taille, au-delà d'une taille caractéristique de 0.7° . La résolution temporelle choisie (5 s) pour avoir de nombreux événements ne permet pas de mesurer précisément la vitesse lors de l'avalanche. Cependant, on vérifie qu'elle est au moins égale à $1^\circ/s$.

Les histogrammes des angles de démarrage θ_{start} et d'arrêt θ_{stop} des avalanches sont dessinés sur les figures 2.8 en échelles linéaire et logarithmique en insert. Alors que l'historgramme des angles de repos est essentiellement symétrique par rapport à sa valeur moyenne, l'historgramme des angles d'avalanche paraît comporter un excès d'événements vers les angles plus élevés. Dans tous les cas, les queues de distribution des histogrammes centrés autour de la moyenne des θ_{start} et θ_{stop} sont bien décrites par des exponentielles.

En l'absence d'une définition plus pertinente, nous choisissons d'estimer les angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a comme les valeurs moyennes de θ_{stop} et θ_{start} respectivement : $\theta_r = 19.2^\circ \pm 0.2^\circ$ et $\theta_a = 19.7^\circ \pm 0.2^\circ$. On remarque un très faible écart entre les valeurs de θ_r et θ_a , par rapport aux valeurs rapportées dans la littérature [24]. Cela peut être dû à la valeur du coefficient de restitution collisionnelle des billes utilisées, proche de l'unité $e = 0.92$ et du coefficient de frottement microscopique faible $\mu = 0.2$ [24].

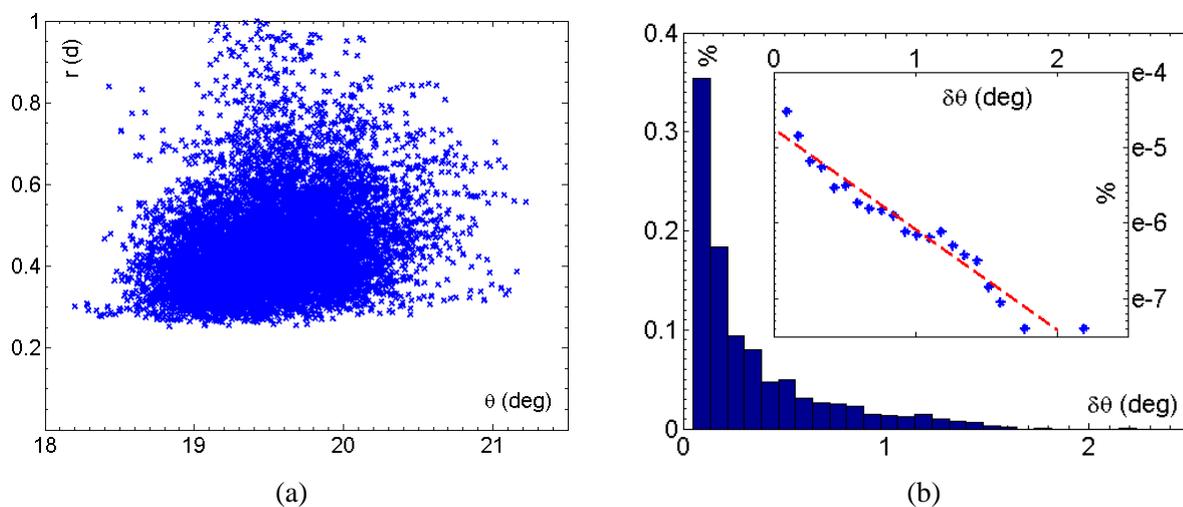


FIG. 2.7 – (a) : Rugosité moyenne de la surface libre r (adimensionnée par d) en fonction de la pente moyenne θ : on n'observe pas de corrélation entre la rugosité et la pente. (b) : Histogrammes de l'amplitude des avalanches $\delta\theta$ en échelle linéaire et logarithmique dans l'insert.

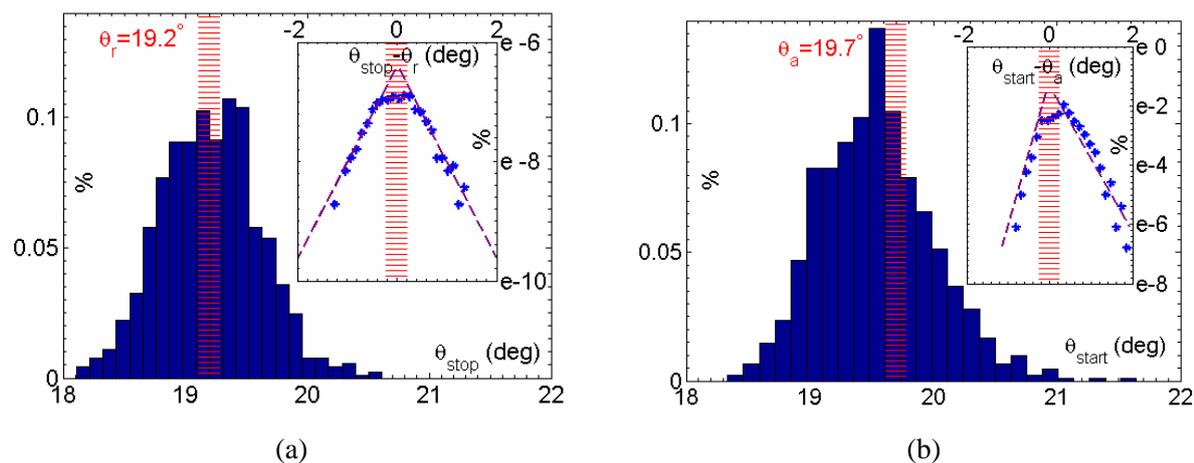


FIG. 2.8 – Histogrammes de l'angle d'arrêt θ_{stop} (a) et de l'angle de démarrage spontané d'une avalanche θ_{start} (b) en échelle linéaire et logarithmique dans les inserts.

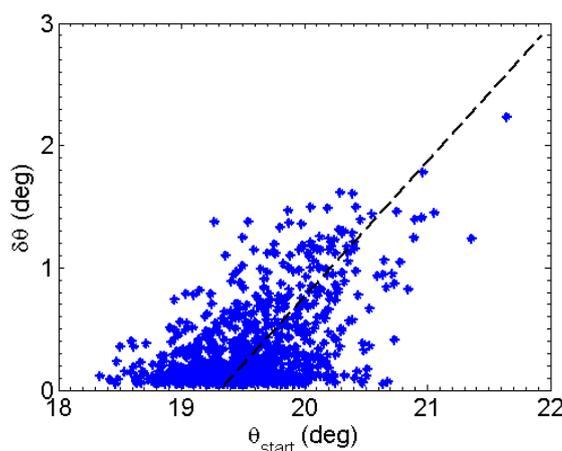


FIG. 2.9 – Corrélation entre l'amplitude $\delta\theta = \theta_{start} - \theta_{stop}$ et l'angle de démarrage θ_{start} des avalanches.

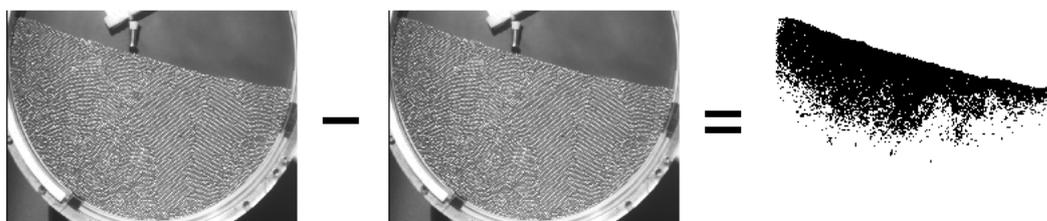


FIG. 2.10 – Exemple de déplacements (en noir) détectés à partir de deux images successives en début de relaxation après un écoulement de surface.

Enfin, on peut s'intéresser à la corrélation entre l'amplitude des avalanches $\delta\theta$ et l'angle de démarrage θ_{start} . La figure 2.9, qui représente $\delta\theta$ en fonction de θ_{start} , montre deux tendances :

- de faibles valeurs de $\delta\theta$ sont observées indépendamment de la valeur de θ_{start} : l'existence d'avalanches de faible amplitude semble décorrélée de la pente de l'empilement,
- pour des valeurs de $\delta\theta$ supérieures à 0.7° , l'amplitude d'une avalanche augmente avec l'angle auquel elle démarre : $\delta\theta$ et θ_{start} sont alors corrélés.

L'objectif de cette partie expérimentale était d'identifier les angles de repos et d'avalanche de l'empilement étudié : $\theta_r = 19.2^\circ$ et $\theta_a = 19.7^\circ$. Par la suite, nous étudions dans la section 2.4 la transition de l'état liquide, *i.e.*, après l'occurrence d'un écoulement de surface, vers l'état solide, *i.e.*, pour une pente $\theta < \theta_r$, et ce vers diverses configurations métastables.

2.4 Étude de la dynamique de relaxation après un écoulement

2.4.1 Protocole expérimental

Afin d'étudier la relaxation de l'empilement depuis l'état liquide vers l'état solide, le tambour est entraîné en rotation dans le sens horaire à une vitesse constante ($\Omega = 1^\circ/s > \Omega_c$) pendant quelques

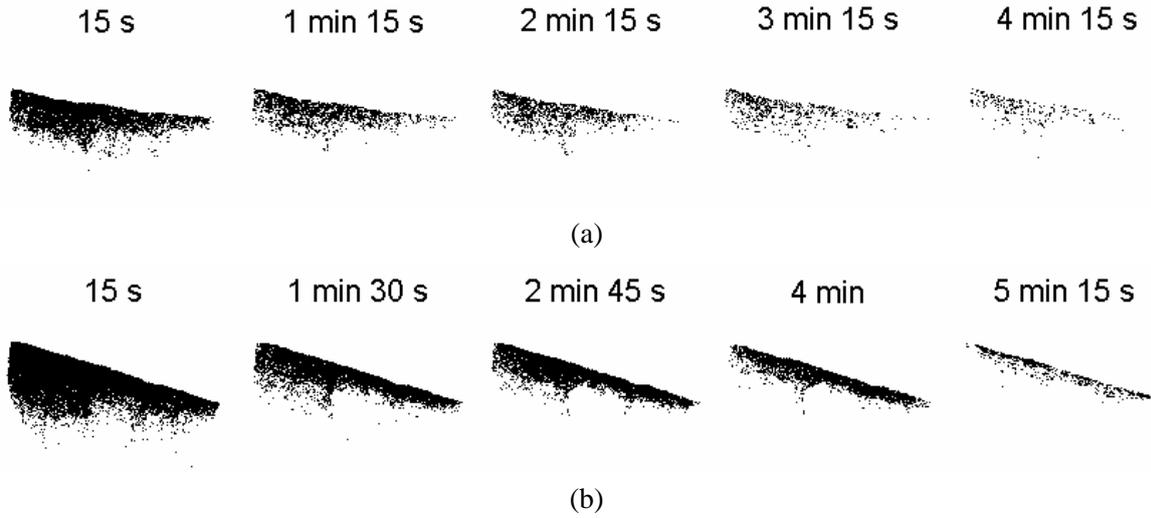


FIG. 2.11 – Séries d’images binaires de deux empilements en cours de relaxation monotone, inclinés à $\theta_0 = 6^\circ$ (a) et 18° (b). Les zones noires sont en déplacement pendant les 15 s précédant l’instant indiqué.

minutes, déclenchant ainsi un écoulement de surface. Le tambour est arrêté, l’écoulement cesse et laisse un tas “au repos”, à la pente $\theta = \theta_{stop}$. Le tambour est alors tourné dans le sens anti-horaire, de sorte que la pente de l’empilement soit amenée à une valeur $\theta_0 \leq \theta_r$, choisie par l’expérimentateur. Ainsi la relaxation est étudiée pour des pentes inférieures à l’angle d’arrêt θ_r , assurant une évolution quasi-statique, n’impliquant que de faibles déplacements.

La relaxation quasi-statique suivant l’avalanche est filmée avec la caméra CCD standard. Des séries consécutives de $n = 25$ images sont enregistrées toutes les 15 s. Les déplacements des billes entre deux séries sont détectés et la pente moyenne de l’empilement est mesurée suivant les procédures explicitées dans la section 2.2.2, et illustrées par un exemple sur la figure 2.10.

Nous disposons à l’issue d’une expérience de l’évolution de la pente de l’empilement $\theta(t)$, ainsi que d’une série d’images binaires indiquant les positions des déplacements en noir. À partir d’une image binaire (partie (c) de la figure 2.10), nous mesurons la “fraction volumique mobile” de l’empilement $\delta A(t)$, reliée à la proportion de billes s’étant déplacées entre deux acquisitions, d’après le nombre de pixels détectés normalisé par le nombre total de pixels couvrant l’empilement.

2.4.2 Long temps total de relaxation

La figure 2.11 montre deux séquences d’images binaires représentant les zones de déplacements au cours du temps, à partir de l’arrêt de l’écoulement de surface à $t = 0$ s, pour deux réalisations à des pentes différentes. La première (resp. seconde) séquence concerne la relaxation d’un empilement incliné à une pente $\theta_0 = 6^\circ$ (resp. $\theta_0 = 18^\circ$).

Pendant les premiers instants de l’expérience, la phénoménologie de la relaxation est la même pour les deux réalisations : le coeur de l’empilement relaxe depuis les couches profondes jusqu’aux couches superficielles, et ce sur des échelles de temps de l’ordre de 15 s, correspondant à l’intervalle entre deux acquisitions consécutives. Cette première phase de relaxation correspond à des déplacements isolés de billes, d’amplitude inférieure au diamètre d’une bille d , et de durée inférieure au temps caractéristique élémentaire $\sqrt{d/g} = 10^{-2}$ s.

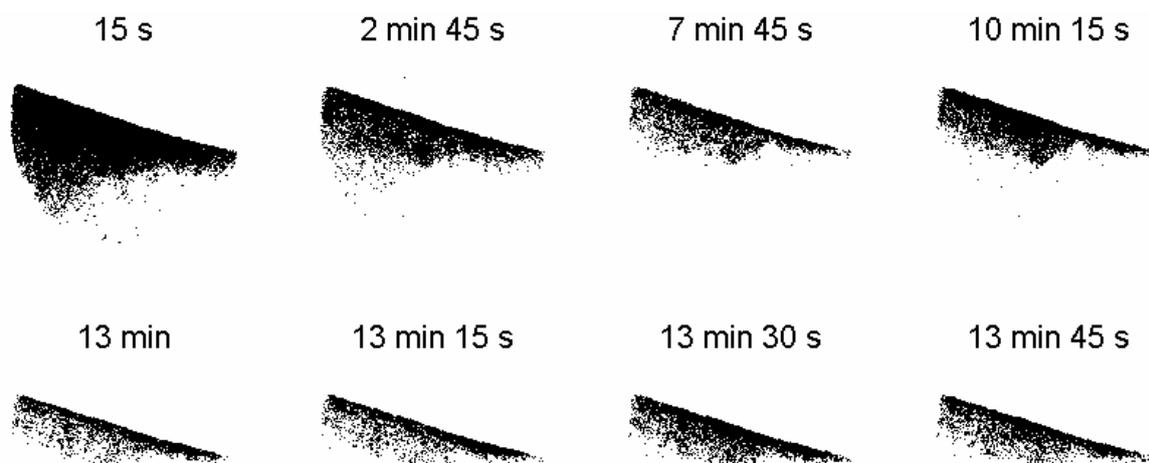


FIG. 2.12 – Série d’images binaires au cours d’une relaxation non monotone pour un empilement incliné à une pente $\theta_0 = 16^\circ$: on observe des phases de remises en mouvement à 10 min 15 s et à 13 min 30 s.

Puis le processus de relaxation ralentit au sein d’une couche superficielle d’une épaisseur de 10 à 20 diamètres de billes. Contrairement au coeur de l’empilement, la couche superficielle peut relaxer de manière très différente d’une réalisation à l’autre, et notamment sur des échelles de temps variables avec la valeur de la pente. Par la suite, nous nous concentrons sur la relaxation de la couche superficielle. La relaxation des empilements de la figure 2.11 est monotone : la taille de la zone de déplacements décroît strictement au cours du temps, sur une durée dépendante de la valeur θ_0 .

La figure 2.12 montre une séquence d’images binaires de la relaxation d’un empilement incliné à 16° : la relaxation est non monotone, et exhibe des phases de remises en mouvement, *e.g.*, à 10 min 15 s et 13 min 30 s. Ces phases de réactivation de la dynamique ont pour conséquence de rallonger la durée totale de relaxation.

Deux évolutions typiques de $\delta A(t)$, la fraction volumique mobile, au cours du temps sont reportées sur la figure 2.13 en échelles linéaire et logarithmique, pour deux expériences de relaxation d’empilements inclinés à des valeurs de pente similaires $\theta_0 = 15^\circ$ (* vert) et $\theta_0 = 16^\circ$ (o bleu) : l’une est monotone et l’autre ne l’est pas. Le choix de montrer une relaxation non monotone pour $\theta_0 = 15^\circ$ et une relaxation monotone pour $\theta_0 = 16^\circ$ illustre la variabilité des observations parmi les différentes réalisations dans cette gamme d’angles. Cet exemple illustre la complexité et la variabilité des modes de relaxation de la couche superficielle d’un empilement après un écoulement de surface.

2.4.3 Deux mécanismes en compétition

Nous revenons sur les deux types de relaxation observés pour des pentes similaires. Dans un cas, nous observons une décroissance exponentielle de $\delta A(t)$, caractérisant l’activité de la couche superficielle, dont le temps caractéristique vaut ici $\tau_{\perp} \simeq 200$ s. Dans l’autre cas, l’évolution de l’activité de l’empilement est plus complexe : des réactivations intermittentes interrompent des périodes de décroissance exponentielle de même temps caractéristique 200 s. L’intervalle de temps séparant deux réactivations

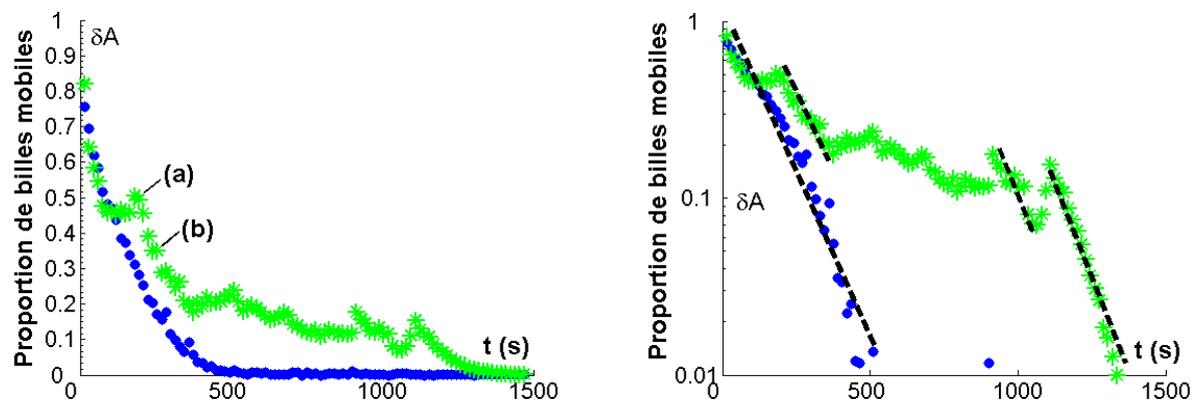


FIG. 2.13 – Fraction volumique mobile δA , définie comme la proportion de pixels en déplacement parmi les pixels couvrant l'empilement, au cours du temps pour deux réalisations à des pentes similaires $\theta_0 = 15^\circ$ (* vert) et $\theta_0 = 16.5^\circ$ (o bleu), en échelle linéaire et logarithmique.

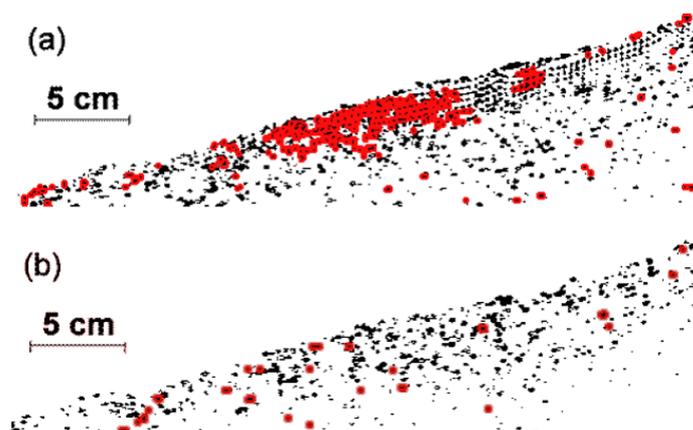


FIG. 2.14 – Déplacements détectés dans l'empilement pour deux pas de temps (indiqués sur la figure 2.13 (a)). Les pixels noirs correspondent aux positions où eut lieu un déplacement pendant les 15 s précédant le pas de temps considéré. Les pixels rouges correspondent aux pixels où le déplacement persista durant les 30 s suivant le pas de temps considéré.

vaut typiquement $T \simeq 100$ s. La coexistence de phases de relaxation exponentielle et de phases de relances de l'activité résulte en une dynamique globalement plus lente que ces deux mécanismes, pouvant atteindre jusqu'à des durées de l'ordre de 2000 s (30 minutes).

Une inspection visuelle révèle que les réactivations intermittentes correspondent à des mouvements collectifs de billes, sous forme de clusters, alors que les décroissances exponentielles observées entre deux relances de l'activité, ou lorsqu'il n'y a pas de relance, correspondent à des déplacements individuels des billes.

Cette distinction entre les deux mécanismes en compétition est illustrée par la figure 2.14, où sont reportées deux images binaires correspondant à deux instants différents : (a) correspond à une période de réactivation, et (b) correspond à une période de décroissance exponentielle. Ces deux instants sont reportés sur le graphe $\delta A(t)$ de la figure 2.13 (a).

Les pixels détectés (en noir) correspondent aux positions des déplacements, ayant lieu pendant les 15 s précédant le pas de temps considéré. Les pixels rouges en surimpression indiquent les zones, où un déplacement a été enregistré successivement pendant au moins 45 s (15 s avant et 30 s après le pas de temps considéré). Dans les deux cas, la fraction volumique mobile δA , indiquée par la proportion relative de pixels noirs, est du même ordre de grandeur et la distribution spatiale est similaire. Par contre, dans le cas avec réactivation, les déplacements se produisent sur une durée de temps fini (≥ 45 s) et sont spatialement corrélés, apparaissant pour un cluster de billes, contrairement au cas de la décroissance exponentielle, pour lequel les déplacements ont une durée de vie courte et ne sont pas spatialement corrélés.

2.4.4 Temps caractéristiques en fonction de la pente de l'empilement

Étudions à présent l'influence de la pente θ_0 de l'empilement sur sa dynamique de relaxation vers l'arrêt. Dans ce but, nous présentons les résultats concernant 185 réalisations pour des pentes initiales variables $\theta_0 \in [0^\circ; \theta_r]$.

Les deux types de relaxation –monotone et intermittente– sont observés à tout angle θ_0 . La probabilité P d'observer une dynamique intermittente en fonction de la pente de l'empilement θ_0 est reportée sur la figure 2.15 : P augmente avec θ_0 . Sont également reportées sur la figure 2.15, les réalisations monotones (resp. intermittentes) sous forme d'un symbole rouge à 0 (resp. 1) à l'abscisse θ_0 correspondante, à partir desquelles la probabilité P est calculée par moyenne glissante, ainsi que ses fluctuations. Pour des pentes inférieures à 5° , aucune relaxation intermittente n'a été observée, probablement du fait d'un artefact statistique. Pour les pentes maximales expérimentalement testées, $\theta_0 = 18.5^\circ$, les deux types de relaxation ont été observés.

La figure 2.16 (a) représente le temps caractéristique de décroissance exponentielle τ_\downarrow en fonction de θ_0 . Il augmente significativement depuis la valeur 50 s pour $\theta_0 = 0^\circ$ jusqu'à 250 s lorsque θ_0 tend vers θ_r . La dépendance de τ_\downarrow avec θ_0 est bien décrite par une loi de puissance divergente en θ_r , de la forme :

$$(\theta_r - \theta_0)^{-1}.$$

Au contraire, l'échelle de temps des processus de réactivation ne varie pas avec θ_0 . La distribution des intervalles de temps T entre deux relances successives de la dynamique, représentée sur la figure 2.16 (b), est indépendante de θ_0 et de forme exponentielle :

$$\exp^{-T/\tau_b},$$

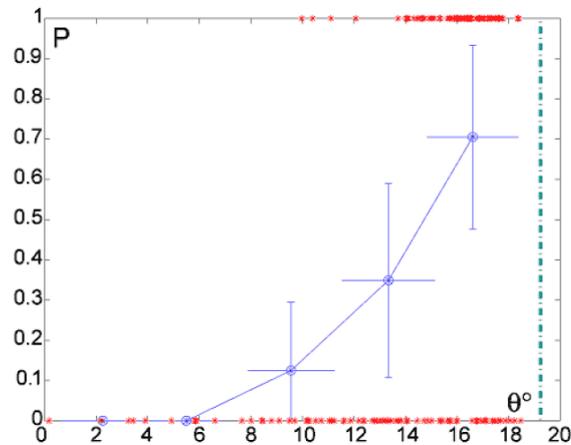
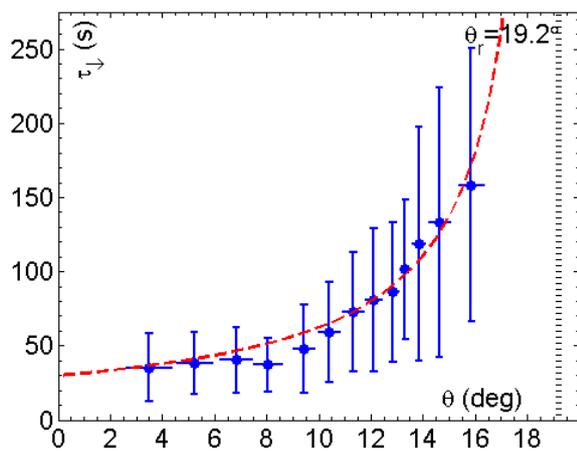
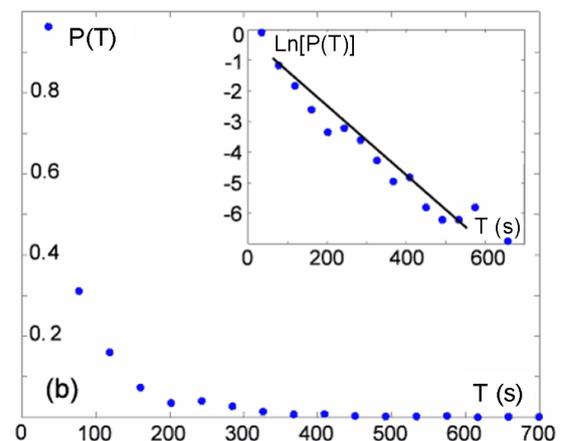


FIG. 2.15 – Probabilité P d'observer une relaxation intermittente en fonction de la pente θ_0 , obtenue par moyenne glissante, dont les fluctuations sont également représentées. Un symbole rouge à 0 (resp. 1) représente une réalisation monotone (resp. intermittente). La ligne verticale représente l'angle de repos θ_r de l'empilement.



(a)



(b)

FIG. 2.16 – (a) : Temps caractéristique τ_1 des relaxations exponentielles en fonction de la pente θ_0 et approximation par une loi de puissance de la forme $(\theta_r - \theta_0)^{-1}$. (b) : Distribution de probabilité de l'intervalle de temps T entre deux réactivations dans le cas des relaxations intermittentes en échelle linéaire et logarithmique dans l'insert.

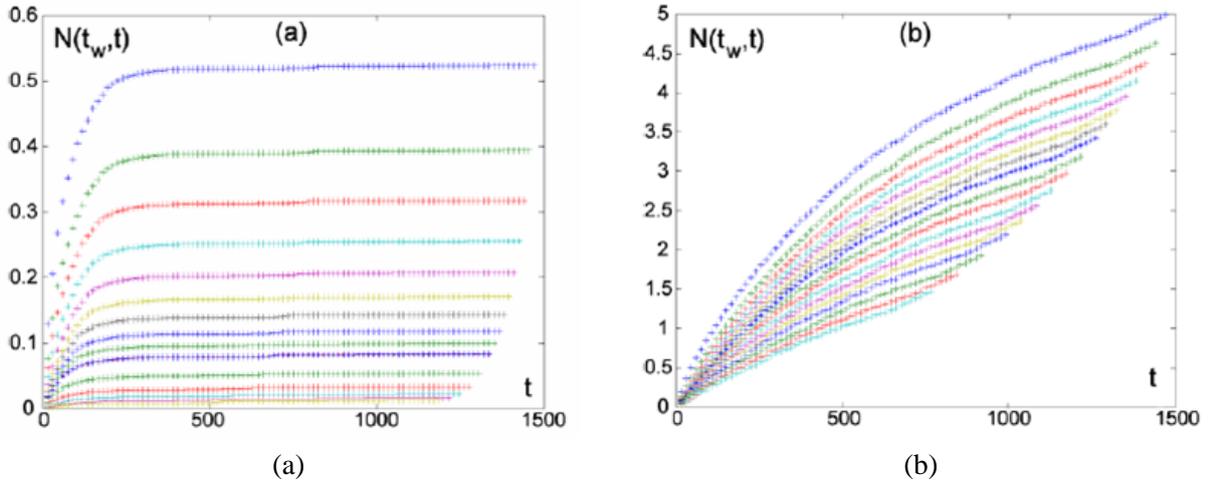


FIG. 2.17 – $N(t_w, t)$, nombre moyen de déplacements par pixel entre les instants t_w et $t_w + t$ représenté en fonction de t , pour des valeurs croissantes de t_w du haut vers le bas des figures, pour des relaxations exponentielles (a) et des relaxations intermittentes (b).

où $\tau_b = 100$ s est le temps typique séparant deux réactivations. Cette distribution dite de Poisson est la signature d'événements aléatoires indépendants.

L'analyse des temps caractéristiques des mécanismes de relaxation montre que l'échelle de temps exponentielle τ_\perp devient du même ordre de grandeur que l'échelle de temps des réactivations τ_b , de l'ordre de 100 s, pour $\theta_0 \approx 13^\circ$. Cette valeur de la pente coïncide avec la probabilité significative d'observer une réactivation pendant la relaxation ($P > 0.3$). Cela indique que les relances de la dynamique sont possibles seulement si le processus de relaxation est encore actif, en accord avec les observations directes. En ce sens, on peut parler d'auto-réactivations.

La relaxation étant un processus non stationnaire, elle est mieux caractérisée par une fonction de relaxation à deux temps. Expérimentalement, il est pratique de mesurer $N(t_w, t)$, le nombre moyen de déplacements par pixel entre les instants t_w et $t_w + t$, suivant l'expression suivante :

$$N(t_w, t) = \left\langle \int_{t_w}^{t_w+t} \delta A(u) du \right\rangle, \quad (2.1)$$

où $\langle \rangle$ indique une moyenne d'ensemble effectuée sur différentes réalisations. Nous calculons $N(t_w, t)$ pour les deux types de relaxation : exponentielle et intermittente, comme reporté sur la figure 2.17. Pour le cas de la relaxation exponentielle (Fig. 2.17 (a)), la moyenne est réalisée sur des relaxations monotones à des pentes $\theta_0 < 5^\circ$. Pour le cas de la relaxation intermittente (Fig. 2.17 (b)), la moyenne d'ensemble est réalisée sur des relaxations non monotones à des pentes $\theta_0 > 13^\circ$.

Dans le premier cas, *i.e.*, pour des relaxations exponentielles, $N(t_w, t)$ sature rapidement avec t et ce pour tout temps d'observation t_w , et reste toujours inférieur à la valeur 1, ce qui indique qu'un déplacement se produit en moyenne moins d'une fois à une position donnée. Cela est en accord avec la description de la relaxation irréversible par des mouvements isolés et décorrélés des billes. Les valeurs de $N(t_w, t)$ décroissent avec t_w (du haut vers le bas de la figure), montrant la diminution de l'activité dans l'empilement, jusqu'à son arrêt total.

Dans le second cas, *i.e.*, pour des relaxations intermittentes, la saturation de $N(t_w, t)$ apparaît bien plus tardivement du fait du long temps total de la dynamique, et n'est pas observée dans la limite du temps d'observation expérimentale de la figure 2.17 (b). Les valeurs prises par $N(t_w, t)$ peuvent être supérieures à 1, ce qui reflète la possibilité de multiples déplacements en une position donnée. Dans les deux cas, $N(t_w, t)$ peut être assez bien décrit par la fonction attendue pour un processus purement irréversible (voir section 2.6.1 la justification de cette expression) :

$$N(t_w, t) \propto \exp^{-t_w/\tau}(1 - \exp^{-t/\tau}). \quad (2.2)$$

D'après cette loi d'échelle, la meilleure description des données de la figure 2.17 est obtenue pour les échelles de temps caractéristiques de la relaxation estimées à $\tau = 73 \text{ s}$ pour les faibles pentes (Fig. 2.17 (a)) et à $\tau = 725 \text{ s}$ pour les grandes pentes (Fig. 2.17 (b)).

En conclusion, la dynamique de relaxation d'un empilement après un écoulement de surface s'avère plus lente que ce que peut suggérer l'échelle de temps élémentaire d'une bille $\sqrt{d/g} = 10^{-2} \text{ s}$. Même si l'on imaginait que chaque couche de billes (l'empilement étant constitué approximativement de 150 couches) relaxe l'une après l'autre, sur une distance typique d , la durée de la relaxation vaudrait $150 \times \sqrt{d/g} \simeq 2 \text{ s}$.

Les réarrangements microscopiques au cours de la relaxation peuvent être de deux types au sein de la couche superficielle de billes : des déplacements de courte durée de billes isolées menant à une relaxation irréversible ; et des réorganisations collectives spatialement et temporellement corrélées relançant sporadiquement l'activité de l'empilement et résultant en une dynamique de relaxation globalement lente.

Les événements corrélés au cours de la relaxation non triviale de l'empilement sont concentrés dans les couches superficielles de l'empilement. Pour confirmer l'émergence de corrélations spatiales, nous étudions dans la section 2.5 une expérience alternative, consistant à sonder la réponse des couches superficielles de l'empilement à une perturbation locale et instantanée pendant la relaxation vers l'équilibre mécanique.

2.5 Mesure de susceptibilité à une perturbation locale

Dans le but d'étudier la susceptibilité de l'empilement granulaire, en l'occurrence de ses couches superficielles, pour des pentes variables, et notamment proches de la transition solide-liquide, nous sondons sa réponse en terme de déplacements, à une perturbation locale et instantanée.

Une bille analogue à celles constituant l'empilement (voir caractéristiques au tableau 2.1), est lâchée sur sa surface depuis une hauteur de 20 mm avec une vitesse initiale nulle. Le processus est filmé avec la caméra rapide à 1000 images par seconde pendant une durée de 1 s , couvrant notamment l'impact de la bille. La méthode de différence d'images décrite dans la section 2.2.2 est mise en oeuvre en utilisant deux séries de $n = 200$ images acquises respectivement juste avant et juste après l'impact, afin de détecter les déplacements induits par la perturbation. Le seuil de binarisation est choisi de manière à s'assurer de l'affranchissement des déplacements induits par la relaxation, qui sont plus faibles que ceux induits par l'impact de la bille.

Pour chaque valeur de la pente de l'empilement θ , l'expérience est réalisée plusieurs fois, et les images binaires obtenues pour chaque réalisation sont moyennées, donnant ainsi une image en niveaux de gris reflétant la probabilité locale de l'occurrence d'un déplacement. La figure 2.18 illustre ce principe avec trois images binaires représentant la réponse en déplacements à un lâché de bille pour trois empilements

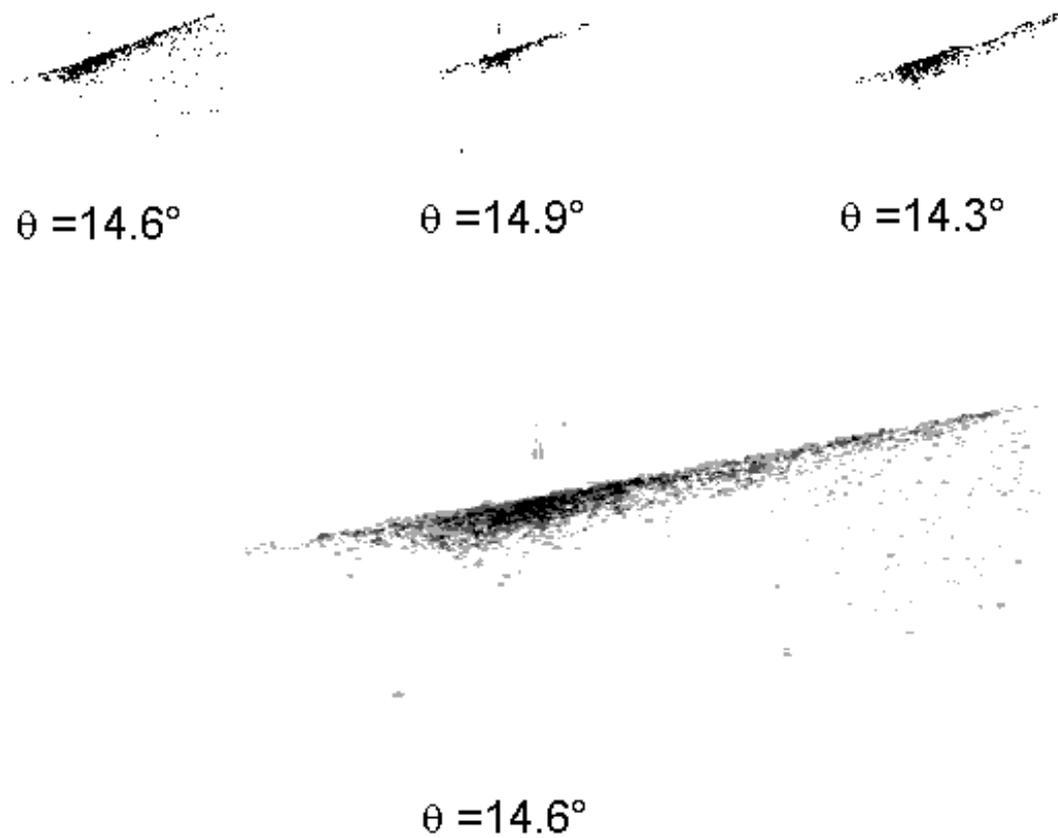


FIG. 2.18 – Exemple de réponses en déplacements à une perturbation locale pour trois réalisations, l'empilement étant incliné à $\theta = 14.5^\circ$, représentées par des images binaires. Réponse moyenne résultante représentée par l'image en niveaux de gris, correspondant à la probabilité locale de l'occurrence d'un déplacement.

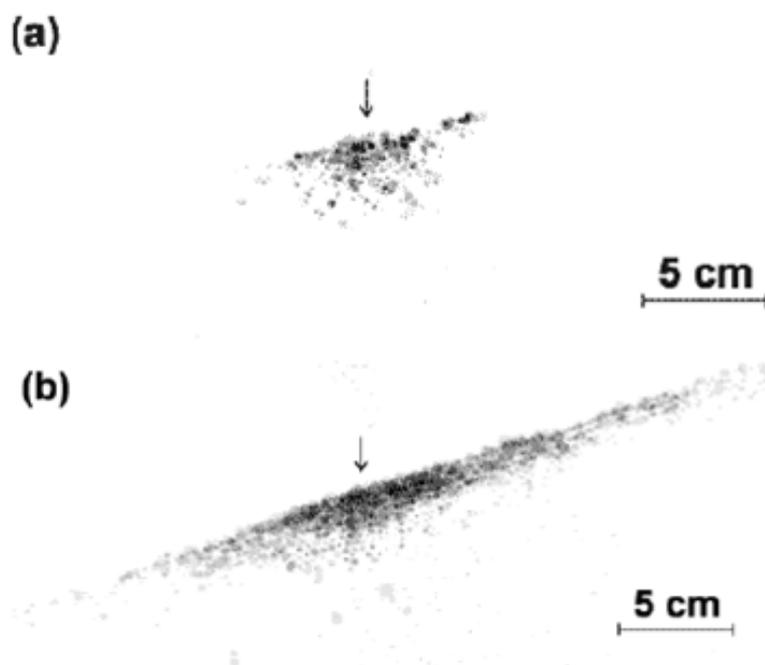


FIG. 2.19 – Réponse en déplacements de l'empilement à un lâché de bille pour $\theta = 13.2^\circ$ (a) et $\theta = 18.8^\circ$ (b). Les échelles de gris correspondent à la densité locale de probabilité d'un déplacement. La flèche indique la position de l'impact de la bille.

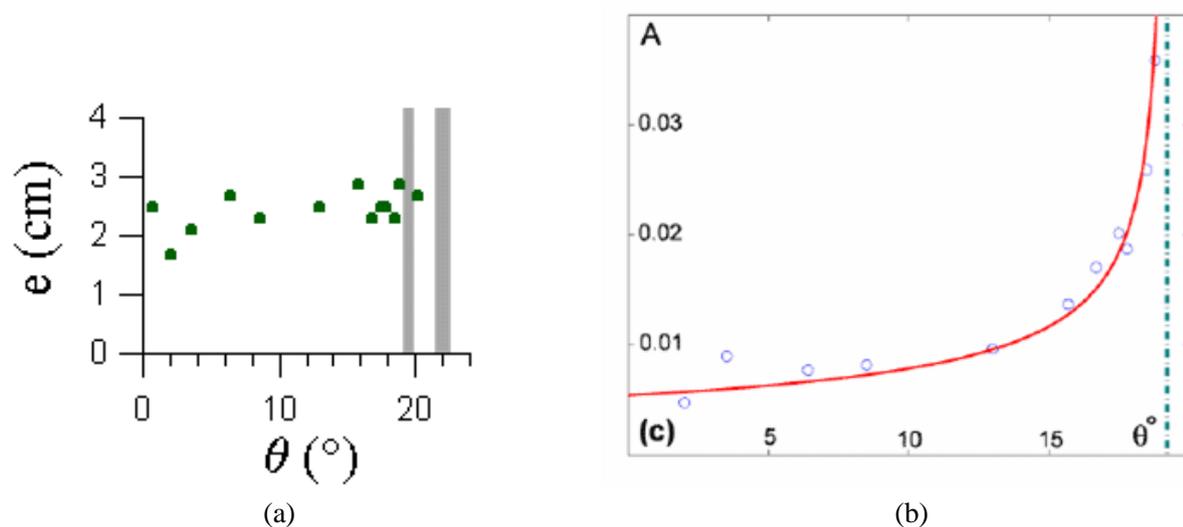


FIG. 2.20 – (a) : Épaisseur e en cm et (b) : aire A rapportée à l'aire totale de l'empilement (b) de la zone impactée en fonction de la pente θ . Une approximation de $A(\theta)$ par une loi de puissance de la forme $(\theta_r - \theta)^{-0.5}$ est représentée.

inclinés d'un angle $\theta = 14.5^\circ$ et la réponse moyenne résultante en niveaux de gris, reflétant la probabilité locale de l'occurrence d'un déplacement.

Deux réponses typiques à la perturbation locale, obtenues pour des pentes $\theta = 13.2^\circ$ et $\theta = 18.8^\circ$ sont représentées sur la figure 2.19. La profondeur de pénétration de la zone impactée est essentiellement constante, de l'ordre de 10 diamètres de billes, quelque soit la valeur de la pente de la surface de l'empilement θ . La figure 2.20 (a) représente l'épaisseur e de la zone impactée en fonction de la pente θ . L'épaisseur e est également celle de la couche où la dynamique de relaxation ralentit et devient non triviale.

Par contre, l'extension latérale de la zone impactée augmente fortement avec θ . On remarque que la zone impactée est dissymétrique par rapport à la position d'impact : elle est plus étendue en amont qu'en aval de la position d'impact. Cette dissymétrie est d'autant plus marquée que la pente θ est grande. L'amplitude de la réponse est estimée d'après la mesure de l'aire de la zone impactée rapportée à l'aire totale de l'empilement A . La figure 2.20 (b) représente l'amplitude $A(\theta)$ en fonction de la pente de l'empilement. L'amplitude de la réponse A augmente fortement avec θ , et est bien décrite par une loi de puissance divergente pour θ_r de la forme :

$$(\theta_r - \theta)^{-0.5}.$$

La réponse de l'empilement à une perturbation locale et instantanée est plus importante pour des pentes proches de θ_r . Cela confirme l'existence de corrélations spatiales et de l'importance des comportements collectifs au sein des couches superficielles. Ces résultats suggèrent qu'en-deçà du régime de métastabilité identifié dans la gamme d'angles $[\theta_r; \theta_a]$ [16], la susceptibilité d'un empilement granulaire croît avec θ . Ceci est en accord avec les études numériques et expérimentales sur la signature de précurseurs d'avalanche [7, 8, 10, 9].

L'étude des phénomènes collectifs fragilisant un matériau granulaire et complexifiant la dynamique de relaxation est nécessaire pour une meilleure compréhension de la dynamique hors équilibre de ces systèmes. Les origines précises de cette dynamique lente sont à étudier dans le cadre de la et sont hors de portée de notre expérience. On peut cependant tenter une description statistique simplifiée, afin d'isoler le type de mécanismes en jeu lors de cette relaxation.

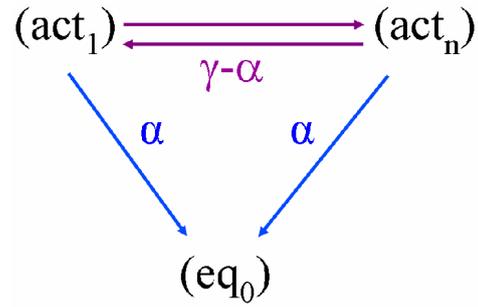
2.6 Modèle de description statistique

Dans la section 2.4.4, nous avons utilisé la loi d'échelle 2.2 pour décrire la fonction de relaxation $N(t_w, t)$, qui nous a permis d'extraire un temps caractéristique τ de la dynamique de relaxation. Cependant, cette loi d'échelle considère que les mécanismes de la relaxation sont irréversibles. Or les observations directes démontrent l'existence de mécanismes de réactivation de la dynamique. Dans la section 2.6.1, nous précisons le formalisme sous-entendu derrière la loi d'échelle de l'équation 2.2, et dans la section 2.6.2, nous identifions d'autres scalings pertinents, prenant en compte l'existence de processus réversibles. Dans le cadre de cette dernière description, permettant le calcul analytique de $N(t_w, t)$, nous réinterprétons dans la section 2.6.3 les données expérimentales.

2.6.1 Cadre de la description

Considérons des objets (représentant nos billes) susceptibles d'être dans des états distincts, de deux types : soit de type actif, *i.e.*, dans des états hors équilibre mécanique, notés de 1 à n ($act_i, i = 1, \dots, n$),

FIG. 2.21 – Notations des taux de transition entre les différents objets actifs et inactifs dans le cas d'un processus irréversible : γ est le taux total des transitions des objets actifs act_i ($i = 1, \dots, n$), se décomposant en deux contributions –transitions au taux α vers l'état d'équilibre eq_0 et transitions entre objets actifs–.



soit de type inactif, *i.e.*, à l'équilibre mécanique, noté 0 (eq_0).

À l'état actif, l'objet change spontanément d'état ou "se déplace" selon le taux γ (probabilité par unité de temps). Une partie de ces transitions, ou "mouvements" consiste en une transition vers l'équilibre, ou état inactif, selon le taux $\alpha \leq \gamma$. Le schéma de la figure 2.21 récapitule ces notations. Ces changements d'états ou transitions selon le taux γ sont à associer aux déplacements physiques de nos billes, et le nombre moyen de transitions spontanées est analogue au nombre moyen de déplacements $N(t_w, t)$ mesuré expérimentalement. Au contraire, les objets à l'état inactif par définition ne changent pas d'état ou ne se déplacent pas spontanément, et ne contribuent pas à $N(t_w, t)$.

Dans le cadre de cette description, le nombre moyen de déplacements entre les instants t_w et $t_w + t$ est donné par l'expression suivante :

$$N(t_w, t) = \int_{t_w}^{t_w+t} \gamma P_{act}(u) du, \quad (2.3)$$

où $P_{act}(t)$ est la fraction d'objets actifs à l'instant t . Si l'on introduit la probabilité $P_i(t)$ d'être à l'état i ($i = 0, \dots, n$) à l'instant t , alors $P_{act}(t) = \sum_{i=1}^n P_i(t)$ et $P_{act}(t)$ suit la loi d'évolution suivante :

$$\frac{dP_{act}}{dt} = -\alpha P_{act}. \quad (2.4)$$

Le nombre moyen de déplacements s'écrit alors :

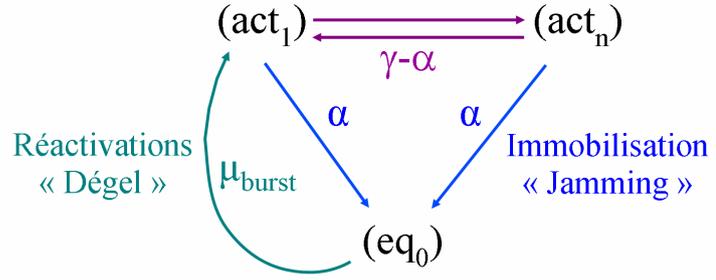
$$N(t_w, t) = \frac{\gamma}{\alpha} P_{act}(0) \exp^{-\alpha t_w} (1 - \exp^{-\alpha t}), \quad (2.5)$$

retrouvant ainsi la loi d'échelle de l'équation 2.2 avec $\tau = 1/\alpha$.

2.6.2 Introduction de processus réversibles

Introduisons maintenant un ingrédient prenant en compte les processus réversibles observés expérimentalement. Pour cela, des objets tirés aléatoirement, et indépendamment de leur état, sont mis dans un état actif, selon une probabilité μ_{burst} par objet et par unité de temps (Figure 2.22). Si l'objet tiré aléatoirement est déjà à l'état actif, alors le processus de réactivation n'a pas d'effet. Le mécanisme de réactivation n'implique pas le déplacement physique de l'objet, mais opère plutôt un changement d'état et rend l'objet susceptible de se déplacer. Il peut être vu comme le résultat d'une modification de l'environnement de l'objet, analogue à un réarrangement collectif. La validité de l'équation 2.3 est ainsi conservée pour le calcul de $N(t_w, t)$.

FIG. 2.22 – Notations des taux de transition entre les différents objets actifs et inactifs dans le cas d'un processus réversible : γ est le taux total des transitions des objets actifs, α est le taux de transition des objets actifs vers l'état d'équilibre, μ_{burst} est le taux de réactivation des objets à l'équilibre.



L'agitation thermique n'étant pas relevante pour la thermodynamique des matériaux granulaires, il est raisonnable d'avancer que les processus de réactivation sont d'origine mécanique et auto-activés par la relaxation de l'ensemble des billes, comme suggéré par les observations expérimentales, et comme avancé dans [62].

Cette origine interne peut être prise en compte en écrivant que le taux de réversibilité μ_{burst} dépend du nombre d'objets actifs : $\mu_{burst} = \mu_{burst}(P_{act})$. Considérons la dépendance la plus simple entre μ_{burst} et P_{act} , *i.e.*, une dépendance linéaire : $\mu_{burst} = \mu P_{act}$, où μ est une constante. Dans ce cas, $P_{act}(t)$ respecte l'équation suivante :

$$\frac{dP_{act}}{dt} = -\alpha P_{act} + \mu_{burst} P_0 = -\alpha P_{act} + \mu P_{act}(1 - P_{act}), \quad (2.6)$$

où le second terme du membre de droite décrit la réactivation d'objets à l'état inactif.

La résolution de cette équation mène aux solutions suivantes pour $P_{act}(t)$ et $N(t_w, t)$:

$$P_{act}(t) = \frac{1}{\mu} \frac{d \ln g}{dt}, \quad (2.7)$$

et

$$N(t_w, t) = \frac{\gamma}{\mu} \ln \left(\frac{g(t_w + t)}{g(t_w)} \right), \quad (2.8)$$

où l'on introduit la fonction $g(t)$:

$$g(t) = (\alpha - \mu) + \mu P_{act}(0)(1 - \exp^{-(\alpha - \mu)t}). \quad (2.9)$$

2.6.3 (Re)-analyse des données

L'expression de la fonction de relaxation $N(t_w, t)$, équation 2.8, obtenue lorsque les processus de réactivation sont introduits dans le modèle statistique, est très différente de celle obtenue pour des processus purement réversibles de l'équation 2.5. Est-elle compatible avec les mesures expérimentales de $N(t_w, t)$? Notons avant tout que cette expression met en évidence une nouvelle échelle de temps caractéristique de la relaxation par l'intermédiaire de la fonction g : $1/\delta$, avec $\delta = \alpha - \mu$. Pour des valeurs comparables de α et μ , on s'attend à ce que $1/\delta$ augmente fortement.

Alors que le modèle ci-dessus et les expressions de P_{act} et g dépendent de 4 paramètres : α , γ , μ , les taux de probabilité transitionnelle et $P_{act}(0)$, la fraction initiale d'objets actifs, le nombre moyen de

TAB. 2.2 – Valeurs des paramètres γ_P , δ et μ_P de l'expression analytique 2.8 extraites d'un fit unique des données expérimentales de $N(t_w, t)$ pour les deux types de relaxation : monotone (a) et intermittente (b).

	(a)	(b)
γ_P	0.0096 s^{-1}	0.0087 s^{-1}
δ	0.0134 s^{-1}	0.0008 s^{-1}
μ_P	0.0023 s^{-1}	0.0014 s^{-1}

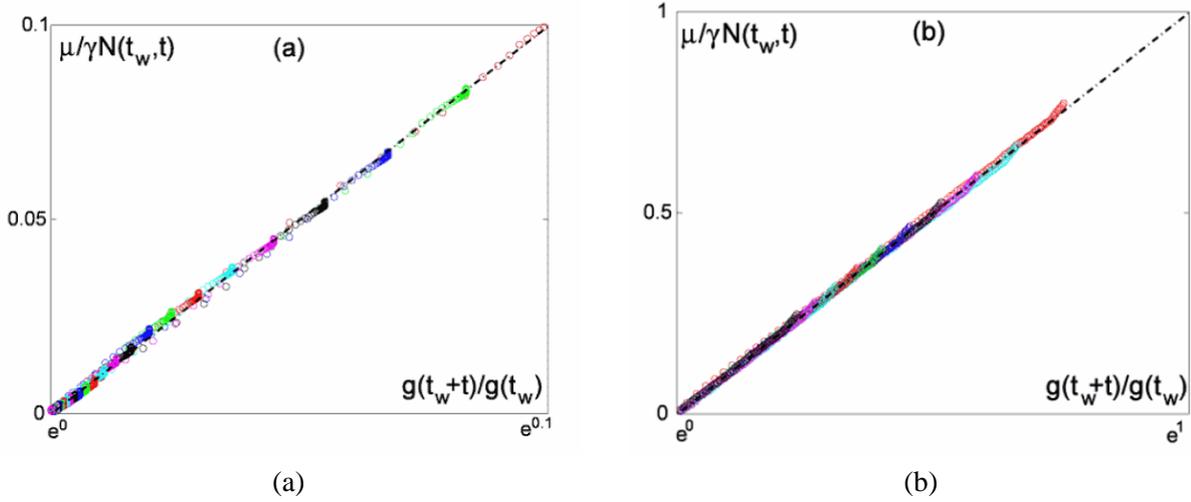


FIG. 2.23 – Valeurs expérimentales de $N(t_w, t)$ mises à l'échelle en fonction de $g(t_w + t)/g(t_w)$, d'après les valeurs des paramètres du tableau 2.2, pour les deux types de relaxation : monotones (a) et intermittentes (b).

déplacements $N(t_w, t)$ dépend seulement de 3 paramètres : $\gamma_P = \gamma P_{act}(0)$, δ et $\mu_P = \mu P_{act}(0)$. Nous déterminons expérimentalement ces 3 paramètres d'après un fit unique de la fonction expérimentale $N(t_w, t)$ pour toutes les valeurs des variables temporelles t_w et t , pour les deux types de relaxation, *i.e.*, monotone et intermittente, de la figure 2.17. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau 2.2.

La figure 2.23 démontre la qualité de la mise à l'échelle des valeurs expérimentales de $N(t_w, t)$ en fonction de $g(t_w + t)/g(t_w)$, en utilisant les valeurs des paramètres du tableau 2.2, et ce pour les deux relaxations typiquement observées : monotones (a) et intermittentes (b).

Dans le but d'estimer les valeurs des autres paramètres, et notamment de quantifier les échelles de temps caractéristiques des mécanismes élémentaires à la base du modèle, nous fixons la valeur du rapport $\eta = \frac{\gamma}{\alpha}$ dans le cas de la relaxation monotone de l'empilement. Ce rapport est typiquement le nombre moyen de déplacements par bille et peut être raisonnablement approché par $\eta = 1$ pour la relaxation exponentielle, en considérant qu'elle correspond au cas où chaque bille relaxe de l'état actif à l'état d'équilibre en une seule étape. La valeur ainsi obtenue pour $P_{act}(0) = 0.54$ est *a priori* valable pour les deux types de dynamique. On en déduit les temps élémentaires $1/\alpha$, $1/\mu$, $1/\delta$ et $1/\gamma$ pour les deux types de dynamique, ainsi que η pour la dynamique de relaxation de type intermittente, dont les valeurs sont reportées au tableau 2.3.

Ces valeurs sont en bon accord avec les observations expérimentales directes : $1/\alpha$ varie typiquement

TAB. 2.3 – Valeurs des paramètres du modèle $1/\alpha$, $1/\mu$, $1/\delta$, η et $1/\gamma$, extraites des données expérimentales pour chaque type de relaxation : monotone (a) et intermittente (b).

	(a)	(b)
$1/\alpha$	56 s	294 s
$1/\mu$	232 s	384 s
$1/\delta$	75 s	1250 s
η	1	4.7
$1/\gamma$	56 s	62 s

entre 50 s et 300 s, comme indiqué par les mesures du temps de décroissance exponentielle τ_{\perp} sur la figure 2.16 (a). Les deux échelles de temps des mécanismes en compétition sont du même ordre de grandeur pour les relaxations intermittentes : $1/\alpha \approx 1/\mu$. De la même manière, $1/\delta$ représente parfaitement la durée totale du processus de relaxation : $1/\delta$ est de l'ordre de $1/\alpha$ dans le cas des relaxations monotones et est supérieur à 10^3 s dans le cas des relaxations intermittentes. Enfin, $\eta = 4.7$ est une valeur raisonnable pour le nombre moyen de déplacements par bille, dans le sens où il s'accorde bien avec le nombre moyen de réactivations observées au cours d'une relaxation vers l'équilibre.

Malgré sa simplicité, ce modèle basé sur des processus dynamiques élémentaires permet une description quantitative de la relaxation observée expérimentalement, en accord avec l'observation directe de la présence de processus réversibles.

2.7 Discussion

2.7.1 Origines des mécanismes élémentaires de la relaxation

Nous avons montré que les expériences de relaxation se déroulent de façon non triviale et exhibent des phases de réactivations dynamiques sous la forme de déplacements de clusters de billes corrélées, résultant en de longues échelles de temps, en comparaison avec le temps caractéristique de relaxation d'une bille soumise à son propre poids $\sqrt{d/g} = 10^{-2}$ s. Les mécanismes à l'origine de cette dynamique lente n'ont pas été étudiés dans le cadre de cette thèse et restent encore inconnus. Les techniques d'acquisition utilisées pour étudier la transition vers l'arrêt ne permettant pas d'accéder à la valeur des déplacements, ceux-ci étant inférieurs au diamètre d'une bille. En particulier, il ne faut pas écarter le rôle possible des propriétés microscopiques des billes et de leur état de surface, qui peuvent induire un vieillissement des contacts [59, 63, 64]. Toutefois, l'origine mécanique de ces processus peut être discutée sans nécessairement faire appel à ces phénomènes microscopiques complexes.

Une interprétation possible consisterait à attribuer ces deux mécanismes opposés à deux modes de déformation de l'empilement granulaire en présence de la gravité. D'une part, la compaction résultante du tassement individuel des grains serait un mode de déformation incohérent, qui pourrait être à l'origine des relaxations exponentielles observées. D'autre part, pour des empilements suffisamment inclinés, le cisaillement pourrait être un mode de déformation cohérent à l'origine des relances, et ce pour des pentes $\theta > 10^\circ$ d'après la figure 2.15.

Une interprétation alternative est suggérée par de récentes études numériques [43, 7], révélant l'existence de deux structures constitutives du matériau granulaire aux rôles complémentaires. D'une part, un réseau

de contacts transmet des forces fortes constituant des *chaînes de forces*, et d'autre part, des clusters de contacts sont fortement mobilisés en frottement et sont sources éventuelles d'instabilités locales, appelés *contacts critiques*. Alors que la longueur caractéristique des chaînes de forces reste constante quelque soit l'inclinaison θ de l'empilement granulaire, la taille des clusters de contacts critiques augmente avec θ .

Ces résultats suggèrent de relier les deux mécanismes identifiés au cours de la relaxation à la structure particulière inhérente à un matériau granulaire dense : τ_b constant avec θ , serait l'analogie d'un temps de vie d'une chaîne de forces entre deux réarrangements, et τ_{\perp} croissant avec θ , serait associé au temps de relaxation d'un cluster de contacts critiques. Dans ce cadre, la longueur caractéristique de la réponse des couches superficielles à une perturbation locale peut elle aussi être reliée à la taille typique des clusters de contacts critiques.

Il sera intéressant par la suite de déterminer le rôle joué par les contacts critiques dans la susceptibilité de l'empilement granulaire près de la transition solide-liquide, et de détecter les changements structurels éventuels, particulièrement à l'approche de θ_r . C'est ce à quoi nous nous intéresserons dans la deuxième partie de cette thèse.

2.7.2 Vieillessement des matériaux dissipatifs non forcés

Revenons sur les perspectives offertes par l'analyse statistique des résultats expérimentaux présentée dans la section 2.6. Afin de décrire la fonction de relaxation à deux temps $N(t_w, t)$ par une expression analytique, nous avons introduit un modèle statistique basé sur des mécanismes élémentaires simples. Dans ce contexte, nous avons obtenu deux scalings intéressants pour notre étude.

Dans le cas où les processus de réactivation sont négligés, le modèle aboutit à une fonction de relaxation $N(t_w, t)$ (expressions 2.2 et 2.5) qui sature exponentiellement avec t selon le temps caractéristique $\tau = 1/\alpha$. Cette loi d'échelle relativement simple permet de reproduire les valeurs expérimentales de $N(t_w, t)$ pour les deux types de dynamique observés. Mais cette description souffre par construction de l'approximation d'irréversibilité pure de la relaxation, remise en cause par l'observation directe de processus de réactivation. Les échelles de temps τ prédites par ce modèle sont comprises entre 73 s et 725 s. Alors que le temps le plus court est du même ordre de grandeur que le taux de décroissance exponentielle mesuré pour les faibles pentes ($\tau_{\perp} \approx 50$ s), l'échelle de temps la plus longue vaut deux fois le temps caractéristique mesuré entre deux réactivations pour les grandes valeurs de θ ($\tau_{\perp} \approx 300$ s). Bien que τ puisse être interprété comme un temps effectif, prenant implicitement en compte le ralentissement de la dynamique par les processus réversibles, cette loi d'échelle n'est dans ce cas-là plus triviale et n'est plus directement interprétable en terme de mécanismes élémentaires, le seul introduit dans cette version du modèle étant la relaxation irréversible des billes.

Une alternative consiste à ajouter à la description précédente un ingrédient qui tient compte des réactivations. Cette variante du modèle permet d'obtenir la loi d'échelle 2.8 qui décrit bien les données expérimentales. Bien qu'elle soit d'une forme non triviale, cette loi d'échelle offre plusieurs opportunités. D'une part, elle prend explicitement en compte les phénomènes d'auto-réactivations. D'autre part, elle fournit deux échelles de temps caractéristiques accessibles expérimentalement : $1/\alpha$ associée à la décroissance exponentielle et $1/\delta$ associée à la durée totale de la relaxation. Les valeurs de ces temps caractéristiques sont en bon accord avec les quantités correspondantes mesurées expérimentalement.

Enfin, cette description statistique permet de relier nos résultats expérimentaux au comportement vieillissant des matériaux granulaires, et de les étendre plus généralement au comportement des matériaux vitreux. En effet, la dynamique résultante de la compétition entre processus de relaxation irréversible et

événements réactivants, est rencontrée dans d'autres configurations que celle étudiée ici. Un tel scénario est proposé pour expliquer la phénoménologie des matériaux amorphes et vitreux, tel que les mousses et les pâtes : la relaxation locale des contraintes serait compensée par le bruit mécanique généré par la relaxation des structures avoisinantes. Des observations expérimentales ont également mis en évidence des événements intermittents au cours de la relaxation des polymères. Ces scénarii communs aux matériaux thermiques et athermiques dissipatifs soulèvent la question suivante : les deux mécanismes élémentaires introduits dans le modèle statistique précédent permettent-ils de rendre compte de comportements génériques, tel que le comportement vieillissant, caractérisé dans le cas des matériaux vitreux thermiques par une loi d'échelle pour une fonction de corrélation $C(t_w, t)$ de la forme $(t_w + t)/t_w$?

Dans cette optique, il est utile de calculer analytiquement dans le cadre du modèle statistique introduit précédemment, la fonction de corrélation $C(t_w, t)$ définie ici comme la probabilité de ne pas changer d'état entre les instants t_w et $t_w + t$. Les deux populations d'objets actifs et inactifs à l'instant t_w contribuent à la fonction de corrélation $C(t_w, t)$. Soient $C_{act}(t_w, t)$ la probabilité pour un objet actif à l'instant t_w de ne pas bouger durant l'intervalle t , et $C_0(t_w, t)$ la probabilité pour un objet à l'équilibre à t_w de ne pas être réactivé pendant t , la fonction de corrélation C s'écrit :

$$C(t_w, t) = P_{act}(t_w)C_{act}(t_w, t) + P_0(t_w)C_0(t_w, t). \quad (2.10)$$

Les probabilités conditionnelles $C_{act}(t_w, t)$ et $C_0(t_w, t)$ sont respectivement solutions de :

$$\frac{dC_{act}}{dt} = -\gamma C_{act}, \text{ et} \quad (2.11)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = -\mu_{burst} C_0,$$

$$\Leftrightarrow \frac{d \ln C_0}{dt} = -\mu_{burst},$$

$$\Leftrightarrow \int_{t_w}^{t_w+t} \frac{d \ln C_0}{dt} = \int_{t_w}^{t_w+t} \frac{d \ln 1/g}{dt} \quad (2.12)$$

et s'écrivent donc :

$$C_{act}(t_w, t) = \exp^{-\gamma t}, \quad (2.13)$$

$$C_0(t_w, t) = \frac{g(t_w)}{g(t_w + t)}. \quad (2.14)$$

On en déduit l'expression de la fonction de corrélation $C(t_w, t)$:

$$C(t_w, t) = P_{act}(t_w) \exp^{-\gamma t} + (1 - P_{act}(t_w)) \frac{g(t_w)}{g(t_w + t)}. \quad (2.15)$$

La contribution des objets actifs (premier membre de droite) est caractérisée par une échelle de temps constante $1/\gamma$, alors que l'échelle de temps caractéristique de la contribution des objets à l'équilibre (second membre de droite) dépend *a priori* de t_w à travers la fonction $g(t)$. La fonction de corrélation C devrait donc évoluer en deux étapes, l'évolution à deux étapes étant commune chez les matériaux vieillissants. Cependant, on s'attend à ce que la première étape de la décorrélation, décrite par le terme $P_{act}(t_w) \exp^{-\gamma t}$ soit difficile à observer étant donnée la contribution de $P_{act}(t_w)$ qui décroît avec t_w , et étant donnée la faible valeur du temps caractéristique $1/\gamma$ (voir tableau 2.3), comparé au long temps $1/\delta$ impliqué dans le second membre par l'intermédiaire de la fonction g .

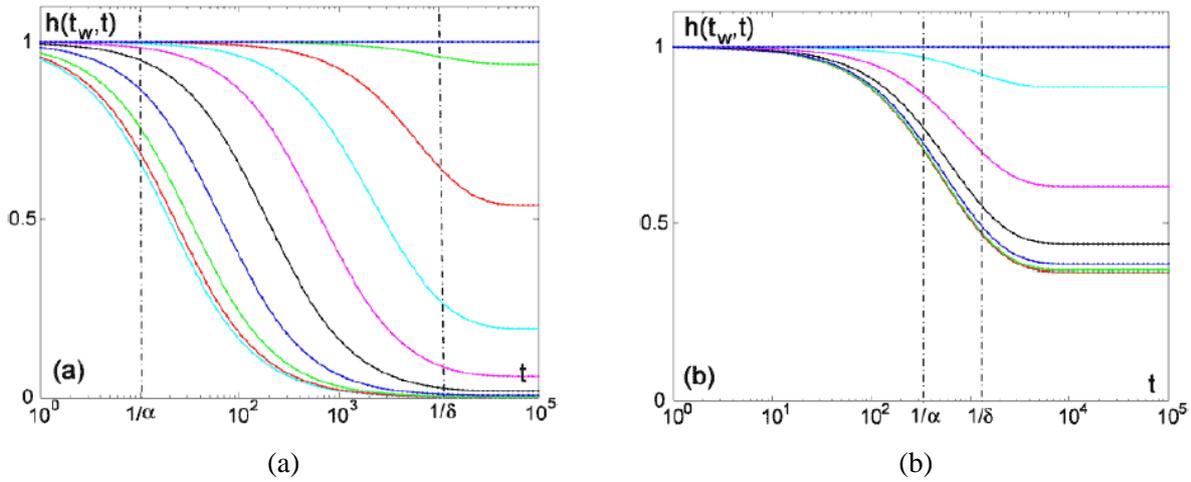


FIG. 2.24 – Fonction de vieillissement $h(t_w, t) = (g(t_w + t)/g(t_w))^{-1}$ en fonction du temps t à l'échelle logarithmique, pour différentes valeurs de t_w , croissantes du bas vers le haut de la figure, pour deux jeux de paramètres : valeurs arbitraires $1/\alpha = 10$ s, $1/\delta = 10^4$ s (a) et valeurs déduites des expériences $1/\alpha = 294$ s, $1/\delta = 1250$ s (b).

La seconde étape de la décorrélation, décrite par le terme $(1 - P_{act}(t_w))g(t_w)/g(t_w + t)$, présente une mise à échelle sous la forme de la fonction $g(t_w + t)/g(t_w)$. Cette expression correspond justement à l'expression généralisée caractéristique du vieillissement en $(t_w + t)/t_w$ proposée par L. Cugliandolo dans [65], en introduisant une paramétrisation du temps sous la forme de la fonction $g(t)$.

Les figures 2.24 (a) et (b) représentent la relaxation du terme “vieillissant” $h(t_w, t) = (g(t_w + t)/g(t_w))^{-1}$ en fonction de t à l'échelle logarithmique, pour différents temps t_w (croissant du bas vers le haut de la figure), et pour deux jeux de paramètres : valeurs arbitraires $1/\alpha = 10$ s, $1/\delta = 10^4$ s (a) et valeurs déduites des expériences $1/\alpha = 294$ s, $1/\delta = 1250$ s (b). Le temps caractéristique t_0 associé à la décroissance de $h(t_w, t)$, qui varie *a priori* avec t_w , peut être défini comme le point d'inflexion de $h(t_w, t)$ lorsqu'elle est représentée en fonction de $\ln t$, comme sur la figure 2.24.

Sur la figure 2.24 (a), la fonction $h(t_w, t)$ est représentée pour des valeurs de paramètres arbitrairement choisies tel que les échelles de temps $t_0(t_w)$ soient bien séparées : trois régimes distincts sont alors identifiés.

- Pour $t_w \ll 1/\mu_P$, t_0 est constant et vaut approximativement $1/\mu_P$.
- Un comportement vieillissant classique, *i.e.*, $t_0 \approx t_w$, est observé pour $1/\mu_P \ll t_w \ll 1/\delta$.
- Pour $t_w \gg 1/\delta$, t_0 sature à la valeur $1/\delta$.

La figure 2.24 (b) représente la relaxation de la fonction $h(t_w, t)$, mais pour des paramètres ajustés aux valeurs expérimentales du tableau 2.2, *i.e.*, $1/\alpha = 294$ s et $1/\mu_P = 714$ s, afin d'extrapoler les données expérimentales aux longs temps. Le comportement observé est qualitativement similaire à celui décrit précédemment, en particulier concernant l'augmentation de la valeur du plateau avec t_w . Par contre, le comportement vieillissant, *i.e.*, $t_0 \propto t_w$, pour les valeurs intermédiaires de t_w est moins évident, étant donnée la faible séparation des échelles $1/\alpha$ et $1/\delta$.

Enfin, la forme particulière de $g(t)$, et notamment son comportement asymptotique pour les grandes valeurs de t , permet de décrire un comportement vieillissant différent des comportements classiques observés par exemple chez les verres. Dans le cas présent, la valeur du plateau $h(t_w, \infty)$ augmente pour des valeurs croissantes de t_w , jusqu'à la valeur 1, due à la saturation de $g(t)$ pour les grandes valeurs de t (à la valeur $\delta + \mu_P$, d'après son expression 2.9). Le vieillissement ainsi décrit s'interrompt au-delà d'un certain temps, et la fonction de corrélation ne peut décroître jusqu'à zéro, mais atteint un plateau, dont la valeur dépend de t_w et tend vers 1 pour $t_w \rightarrow \infty$. Au contraire, dans le cas d'un vieillissement classique observé dans un matériau vitreux par exemple, la fonction g étant la fonction identité, elle diverge pour les grandes valeurs de t , et fait tendre le plateau $h(t_w, \infty)$ vers 0 quelque soit la valeur de t_w . Même si le comportement observé ici peut surprendre, son interprétation est simple : l'activité globale de l'empilement, qui est la source du vieillissement dans le matériau granulaire, cesse aux longs temps, contrairement au cas d'une activation thermique, rendant ainsi la décorrélation de plus en plus difficile à atteindre, voire impossible.

2.8 Conclusion

Après avoir caractérisé le domaine de métastabilité de l'empilement granulaire par la mesure des angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a , dans le régime d'avalanches intermittentes, nous avons étudié la relaxation quasi-statique d'un empilement granulaire après un écoulement de surface.

Le résultat principal concerne l'observation de transitions vers l'équilibre mécanique de durées étonnamment longues. En détectant les déplacements induits par la relaxation de l'empilement, par comparaison d'images successives, nous avons identifié deux types de dynamique : d'une part, une décroissance monotone exponentielle de l'activité et d'autre part, des réactivations spontanées et intermittentes de la dynamique liées à des déplacements corrélés des billes. Lorsque ces deux processus sont caractérisés par des échelles de temps du même ordre de grandeur : $10^2 s$, leur coexistence résulte en une transition lente vers l'équilibre mécanique pouvant atteindre $10^3 s$. Nous avons observé que les événements spatialement corrélés réactivant la dynamique sont localisés à la surface de l'empilement dans une couche d'épaisseur 10-20 diamètres de billes.

L'étude des variations des échelles de temps caractéristiques avec la pente θ de l'empilement, montre que l'intervalle de temps typique τ_b entre deux relances de l'activité reste constante avec θ , alors que le temps de relaxation exponentielle τ_{\perp} augmente fortement lorsque θ tend vers l'angle de repos θ_r . Une conséquence du ralentissement de la relaxation monotone avec θ est l'augmentation de la probabilité d'occurrence d'au moins une réactivation au cours de la relaxation. Enfin la mesure de la réponse instantanée de l'empilement à une perturbation localisée en surface a contribué à l'estimation des échelles de longueur typiquement impliquées dans les phénomènes collectifs observés.

Afin de mieux caractériser la dynamique de relaxation, nous avons mesuré la fonction de relaxation à deux temps $N(t_w, t)$, correspondant au nombre moyen de déplacements entre t_w et $t_w + t$. Nous avons analysé cette fonction dans le cadre d'une description statistique simple, et nous avons ainsi montré que la fonction expérimentale $N(t_w, t)$ peut être décrite par deux lois d'échelle différentes. Néanmoins, les preuves et les observations directes de l'existence de processus réversibles au cours de la relaxation, ainsi que les mesures quantitatives des temps caractéristiques suggèrent la pertinence du scaling obtenu avec la prise en compte des réactivations.

Dans ce cadre, nous avons calculé la fonction de corrélation découlant de ce modèle, et nous avons montré qu'elle comporte un terme prédominant, mettant en exergue un comportement vieillissant, de la

forme $g(t_w + t)/g(t_w)$, où la fonction $g(t)$ peut être interprétée comme une paramétrisation du temps, qui sature aux longs temps t , et rend ainsi compte de l'arrêt total de la dynamique. Ce comportement peut être généralisé aux systèmes athermiques non forcés, pour lesquels la relaxation locale est compensée par un bruit mécanique généré par la relaxation des structures avoisinantes.

Ces résultats expérimentaux confirment l'émergence de corrélations spatiales et temporelles au voisinage de l'angle de repos θ_r , et indiquent une profonde transformation de l'état interne de l'empilement granulaire dans la gamme d'angles $[\theta_r; \theta_a]$. Cependant, outre la mise en évidence d'un comportement métastable, et du rôle joué par les phénomènes collectifs sur sa susceptibilité aux perturbations, et éventuellement sur sa stabilité à l'approche de la transition solide-liquide, l'analyse précise de la réponse micro-mécanique de l'empilement granulaire échappe aux outils expérimentaux.

C'est pourquoi nous allons à présent nous tourner vers la modélisation numérique discrète pour étudier les modifications de l'état interne de l'empilement granulaire à l'approche de la transition solide-liquide.

Chapitre 3

Signature de la transition solide-liquide sur la réponse cyclique d'un système granulaire numérique

3.1 Introduction

L'étude expérimentale faite au chapitre 2 sur le comportement d'un empilement granulaire après l'occurrence d'un écoulement de surface et suite à une perturbation locale extérieure, a mis en évidence l'émergence de corrélations spatiales et temporelles au voisinage de la transition liquide-solide, avec pour conséquence majeure la dynamique de relaxation lente. Par ailleurs, d'autres études expérimentales ont montré qu'il est possible de déclencher un écoulement à la surface d'une couche de grains sur un plan incliné à des pentes $\theta \geq \theta_r$, θ_r étant l'angle de repos, sous l'effet d'une perturbation extérieure [16] : la taille de la perturbation nécessaire diminue avec θ , et s'annule pour $\theta = \theta_a$, θ_a étant l'angle d'avalanche, pente pour laquelle un écoulement démarre spontanément.

Ces résultats illustrent la métastabilité de l'empilement granulaire au voisinage de la transition entre les états solide et liquide, et relie la métastabilité au caractère sous-critique de la transition. De profonds changements altérant l'état de l'empilement granulaire sont certainement à l'origine de sa métastabilité, dont les effets sont notamment d'accroître sa susceptibilité à l'avalanche. Malgré l'évidence expérimentale de l'émergence de corrélations pour $\theta \leq \theta_r$ [66], et du comportement métastable d'un empilement granulaire pour $\theta \in [\theta_r; \theta_a]$ [16], l'analyse précise de son état échappe aux outils expérimentaux. L'identification des variables internes pertinentes pour caractériser le comportement quasi-statique d'un empilement granulaire, ainsi que leur loi d'évolution constituent encore à l'heure actuelle un problème ouvert. C'est pourquoi nous choisissons la modélisation numérique discrète pour poursuivre la caractérisation micro-mécanique de la transition solide-liquide des matériaux granulaires. Après nous être intéressés dans le chapitre 2 à la transition vers un état statique après un écoulement de surface, nous nous intéressons dans ce chapitre principalement à la transition inverse, *i.e.*, la transition solide-liquide. Mais plutôt que d'étudier directement le passage de l'état solide à l'état liquide, tel que dans [7, 8, 9], qui dénature nécessairement l'empilement granulaire sous l'effet de l'avalanche, nous nous concentrons exclusivement sur son comportement quasi-statique, au voisinage de la transition vers l'avalanche.

Pour étudier les modifications internes induites à l'approche de la transition solide-liquide, nous modélisons par simulation discrète le comportement micro-mécanique d'un empilement bidimensionnel. Le

principe de la modélisation numérique choisie, ainsi que la description du dispositif étudié sont présentés dans la section 3.2. La section 3.2 introduit également les mesures servant à caractériser l'état interne de l'empilement granulaire, à la fois à l'échelle macroscopique et à l'échelle du contact.

La section 3.3 rappelle de précédents résultats provenant des travaux de Staron *et al.*, sur le rôle précurseur des contacts critiques dans les processus de déstabilisation d'un empilement bidimensionnel en rotation lente et continue sous la gravité [7, 8, 10]. Ces résultats sont ensuite discutés au vu de simulations complémentaires de relaxation, précisant la nature de l'état critique d'un contact.

La dépendance du comportement et de l'état interne de l'empilement granulaire avec l'histoire des sollicitations, *i.e.*, l'hystérésis, est étudiée au cours de sollicitations cycliques dans la section 3.4. Après avoir précisé le protocole numérique utilisé dans la partie 3.4.1, nous montrons dans la partie 3.4.2 que l'hystérésis dépend fortement de l'amplitude des cycles de rotation, et qu'elle est notamment amplifiée par l'approche de la transition solide-liquide dans l'histoire des sollicitations passées, du fait des modifications structurelles importantes. En particulier, l'hystérésis est analysée dans la partie 3.4.3 en terme des contributions des contacts forts et faibles à la réponse globale de l'empilement. Le réseau des contacts faibles porte principalement la signature de la mémoire de l'histoire. Ces résultats confirment la pertinence d'une description du matériau granulaire près de la transition solide-liquide par deux phases –contacts forts et faibles–, et appelle à étendre cette description bi-phasique à la rhéologie quasi-statique, dès qu'un empilement granulaire s'est approché de la transition.

3.2 Principe des simulations numériques

3.2.1 Modélisation numérique discrète par dynamique des contacts

Le comportement d'un matériau granulaire à l'échelle macroscopique résulte des interactions à l'échelle des grains et des contacts en réponse aux sollicitations extérieures, d'où la pertinence de la modélisation numérique discrète pour l'étude micro-mécanique de la transition solide-liquide. Ce type de modèle permet de connaître précisément les variables locales représentatives des grains, *i.e.*, les coordonnées spatiales et les composantes de la vitesse, ainsi que les composantes des forces de contact, ce qui permet *a priori* la mesure de toute variable interne. L'existence individuelle de chaque grain est prise en compte dans la modélisation discrète par la résolution de l'équation de son mouvement, sous l'effet des forces appliquées, qui consistent dans notre cas à son poids et aux forces d'interactions exercées par les autres grains au niveau des contacts. Deux choix sont classiquement proposés pour modéliser les forces de contact : soit des relations univoques entre forces et vitesses au contact, soit des relations non régulières, *i.e.*, des inégalités reliant forces et vitesses au contact, conduisant respectivement aux modèles de dynamique moléculaire et de dynamique des contacts [67, 68].

En l'absence d'une connaissance précise des phénomènes physico-chimiques complexes intervenant sur les surfaces des corps en contact, *e.g.*, déformation plastique des aspérités, phénomènes d'adhésion induits par l'humidité ambiante, nous choisissons de modéliser le matériau granulaire par dynamique des contacts. Dans ce cadre, les particules sont considérées comme indéformables et les collisions comme instantanées, réduisant ainsi le nombre de paramètres décrivant les forces de contact, certains étant difficiles à déterminer expérimentalement d'après des mesures directes, et parfois arbitrairement introduits pour des raisons de stabilité numérique. Dès lors, seule l'échelle relative au mouvement des particules est maintenue : l'échelle microscopique introduite par les collisions et le contact est négligée. Les collisions entre particules ne sont pas explicitement prises en compte, mais apparaissent par l'introduction

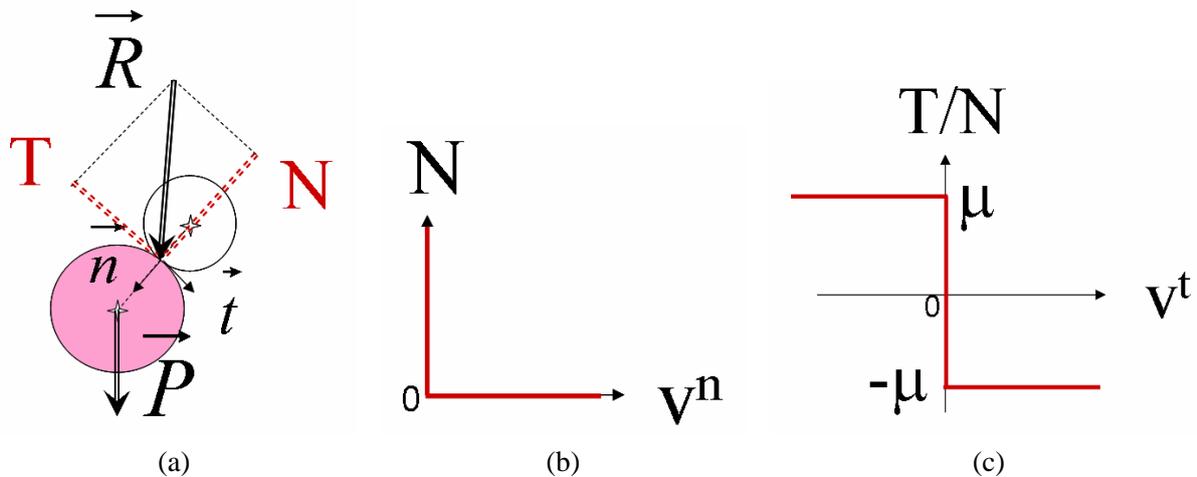


FIG. 3.1 – (a) : Schéma et notations d'un contact entre deux particules. (b) et (c) : Graphes des lois de contact, dits graphes de Signorini (régularisé) et de Coulomb, décrivant respectivement les forces normale et tangentielle suivant les vitesses relatives normale et tangentielle.

de discontinuités des vitesses et des forces dans l'évolution du système de particules, comme expliqué ci-dessous.

La figure 3.1 représente les notations choisies pour décrire un contact entre deux particules (a) et les lois de Signorini (régularisée) (b) et de Coulomb (c) choisies pour la modélisation, décrivant les forces de contact. Par clarté, les vecteurs sont représentés en gras dans cette partie. Un contact est caractérisé par sa direction de glissement \mathbf{t} selon laquelle s'exerce la force de frottement tangentielle (de sens opposé), et par la direction normale à sa surface \mathbf{n} , reliant les centres des particules en contact. Les vecteurs \mathbf{t} et \mathbf{n} sont unitaires, et leur sens dépend de la particule considérée : ils définissent un référentiel associé au contact (\mathbf{n}, \mathbf{t}) . On peut noter que dans le cas $2D$ et de disques, la détermination de \mathbf{n} et \mathbf{t} est triviale, contrairement au cas $3D$ ou de particules anguleuses. La vitesse relative des deux particules en contact est notée $\mathbf{v} = v^t \mathbf{t} + v^n \mathbf{n}$. La particule considérée est soumise à une force de contact $\mathbf{R} = T \mathbf{t} + N \mathbf{n}$ exercée par sa particule voisine. Le graphe représentant la loi de Signorini régularisée (Fig. 3.1 (b)) décrit la relation entre force normale N et vitesse relative normale au contact v^n :

- L'unilatéralité géométrique impose que la vitesse relative normale au contact est positive ou nulle, *i.e.*, dans le sens de l'éloignement des deux particules en contact, qui ne peuvent s'interpénétrer : $v^n \geq 0$.
- L'absence d'adhésion ou de cohésion impose que la force normale au contact soit positive ou nulle : $N \geq 0$.
- L'absence d'interaction à distance impose que la force normale entre deux particules soit non nulle à condition que ces particules soient en contact : $N > 0 \Rightarrow v^n = 0$.

Le graphe de la loi de Coulomb (Fig. 3.1 (c)) représente la force tangentielle au contact T selon les valeurs de la vitesse relative tangentielle v^t et de la force normale N .

- La force tangentielle est comprise dans un intervalle fini de valeurs, limité par le seuil de Coulomb,

défini comme le produit de la force normale et du coefficient de frottement microscopique μ :

$$\mp\mu N \leq T \leq \pm\mu N.$$

- Le glissement au contact n'est possible que si la force tangentielle est au seuil de Coulomb : $v^t \neq 0 \Rightarrow T = \pm\mu N$.
- La force de frottement tangentielle tendant à compenser le glissement, elle est de sens opposé à la vitesse relative : $T/v^t < 0$.

Dans le cadre de l'étude des matériaux granulaires secs et non cohésifs, ces lois de contact suffisent à la modélisation. Cependant les lois de contact considérées ne fournissent pas d'information sur les variations de la vitesse autour de l'établissement d'un contact. Il est donc nécessaire de considérer une relation supplémentaire, traduisant l'inélasticité des collisions, par l'introduction du coefficient de restitution e . Pour une collision binaire, n'impliquant que deux particules, nous savons que :

$$v_+^t = -ev_-^t, \quad (3.1)$$

$$v_+^n = -ev_-^n, \quad (3.2)$$

où v_-^t et v_+^t (resp. v_-^n et v_+^n) sont les composantes tangentielle (resp. normale) des vitesses relatives au contact avant et après collision. Le cas d'une collision élastique correspond à $e = 1$, cependant que le cas $e = 0$ implique une restitution au choc nulle. Des valeurs intermédiaires de $e \in]0; 1[$ caractérisent des collisions partiellement dissipatives. Cette relation doit être généralisée au cas de collisions ou de contacts multiples. De façon pratique, lors de la détection d'un contact à l'instant $t + \Delta t$, auquel correspond la vitesse relative $\mathbf{v}_+ = \mathbf{v}(t + \Delta t)$, la vitesse relative à t étant notée $\mathbf{v}_- = \mathbf{v}(t)$, la composante tangentielle \bar{v}^t (resp. normale \bar{v}^n) de la vitesse de collision à considérer est approximée dans l'intervalle $[\min(v_-^t, v_+^t); \max(v_-^t, v_+^t)]$ (resp. $[\min(v_-^n, v_+^n); \max(v_-^n, v_+^n)]$). Pour tenir compte de la dissipation au niveau d'un contact, la modélisation par dynamique des contacts considère comme valeur approximative \bar{v} , la pondération des vitesses \mathbf{v}_- et \mathbf{v}_+ par le coefficient de restitution e selon les expressions suivantes pour les composantes tangentielle et normale :

$$\bar{v}^t = \frac{v_+^t + ev_-^t}{1 + e}, \quad (3.3)$$

$$\bar{v}^n = \frac{v_+^n + ev_-^n}{1 + e}. \quad (3.4)$$

Ce sont les composantes normale \bar{v}^n et tangentielle \bar{v}^t de la vitesse pondérée qui interviendront effectivement dans les lois de contacts de la figure 3.1. Dans le cas d'un contact binaire tel que $N \neq 0$, le graphe 3.1 (b) prédit $\bar{v}^n = 0$, et nous retrouvons bien la relation 3.2. Mais en présence de contacts multiples, les valeurs de N et T vont dépendre des autres forces de contact, et les vitesses après une collision sont dictées par la dynamique d'ensemble.

Équations de la dynamique des contacts à 2D

Les équations de la dynamique des contacts sont développées ci-dessous dans le cas de particules à deux dimensions et à géométrie circulaire. Soit une particule i , de rayon r_i , de masse m_i , de moment d'inertie I_i , de vitesses de translation et de rotation \mathbf{v}_i et $\boldsymbol{\omega}_i$, soumise à son propre poids $m_i\mathbf{g}$. La particule i est en contact avec les particules notées $\{k\}$ formant les contacts $\{ik\}$. En chaque point de contact ik , est défini un référentiel local orthonormé $(\mathbf{n}_{ik}, \mathbf{t}_{ik})$, tel que $\mathbf{n}_{ik} = \overrightarrow{O_k O_i} / \|\overrightarrow{O_k O_i}\|$ (Figure 3.2). Les particules

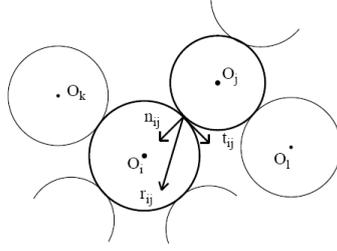


FIG. 3.2 – Notations du contact ij entre les particules i et j , référentiel associé $(\mathbf{n}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$ et particules voisines respectives $\{k\}$ et $\{l\}$.

$\{k\}$ exercent sur la particule i les forces $\{\mathbf{r}_{ik}\}$, de moment $\{\mathbf{c}_{ik}\} = -r_i \{\mathbf{n}_{ik}\} \wedge \{\mathbf{r}_{ik}\}$. Nous écrivons pour la particule i les équations de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique discrétisées, Δt étant le pas de discrétisation :

$$m_i \Delta \mathbf{v}_i = \sum_k \mathbf{R}_{ik} + m_i \mathbf{g} \Delta t, \quad (3.5)$$

$$I_i \Delta \boldsymbol{\omega}_i = \sum_k \mathbf{C}_{ik}, \quad (3.6)$$

où $\Delta \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i+} - \mathbf{v}_{i-} = \mathbf{v}_i(t + \Delta t) - \mathbf{v}_i(t)$ et $\Delta \boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_{i+} - \boldsymbol{\omega}_{i-} = \boldsymbol{\omega}_i(t + \Delta t) - \boldsymbol{\omega}_i(t)$ sont les variations de vitesse en translation et rotation pendant l'intervalle de temps Δt , où $\mathbf{R}_{ik} = \mathbf{r}_{ik} \Delta t$ est l'impulsion transmise à la particule i par la particule k pendant Δt , et $\mathbf{C}_{ik} = \mathbf{c}_{ik} \Delta t$.

À partir des relations 3.5 et 3.6 écrites pour les deux particules i et j , et de l'expression de la variation de vitesse relative au contact ij , en fonction des vitesses de translation et de rotation des deux particules en contact :

$$\Delta \mathbf{v}_{ij} = \Delta \mathbf{v}_i - \Delta \mathbf{v}_j - \Delta \boldsymbol{\omega}_i \wedge r_i \mathbf{n}_{ij} - \Delta \boldsymbol{\omega}_j \wedge r_j \mathbf{n}_{ij}, \quad (3.7)$$

et en séparant les composantes normale et tangentielle $\Delta \mathbf{v}_{ij} = \Delta v_{ij}^n \mathbf{n}_{ij} + \Delta v_{ij}^t \mathbf{t}_{ij}$ et $\mathbf{R}_{ij} = N_{ij} \mathbf{n}_{ij} + T_{ij} \mathbf{t}_{ij}$, on obtient les expressions suivantes :

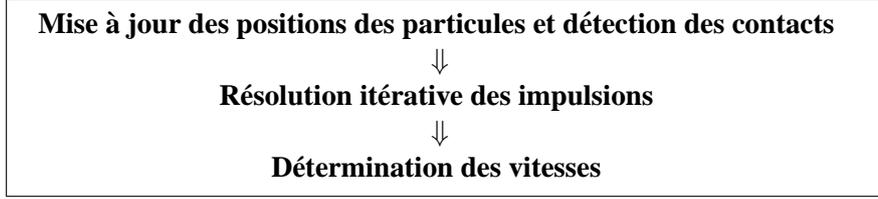
$$\Delta v_{ij}^n = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right) N_{ij} + \frac{1}{m_i} \sum_{k \neq j} \mathbf{R}_{ik} \mathbf{n}_{ij} - \frac{1}{m_j} \sum_{l \neq i} \mathbf{R}_{jl} \mathbf{n}_{ij}, \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{ij}^t &= \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} + \frac{r_i^2}{I_i} + \frac{r_j^2}{I_j} \right) T_{ij} + \frac{1}{m_i} \sum_{k \neq j} \mathbf{R}_{ik} \mathbf{t}_{ij} - \frac{1}{m_j} \sum_{l \neq i} \mathbf{R}_{jl} \mathbf{t}_{ij} \\ &+ \frac{r_i^2}{I_i} \sum_{k \neq j} T_{ik} + \frac{r_j^2}{I_j} \sum_{l \neq i} T_{jl}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Notons que N_{ij} et T_{ij} sont ici des impulsions et non des forces. À partir de la définition de la vitesse pondérée (3.3 et 3.4) et des expressions 3.8 et 3.9, les composantes normales et tangentielle de l'impulsion au contact ij s'expriment comme suit :

$$N_{ij} = m_{ij}^n (1 + e) \bar{v}_{ij}^n + A_{ij}^n, \quad (3.10)$$

$$T_{ij} = m_{ij}^t (1 + e) \bar{v}_{ij}^t + A_{ij}^t, \quad (3.11)$$

TAB. 3.1 – Processus de détermination de l'état du systèmes de particules à l'instant $t + \Delta t$.

où m_{ij}^n et m_{ij}^t sont les masses réduites associées au système des deux particules i et j :

$$m_{ij}^n = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right)^{-1}, \quad (3.12)$$

$$m_{ij}^t = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} + \frac{r_i^2}{I_i} + \frac{r_j^2}{I_j} \right)^{-1}, \quad (3.13)$$

où les termes A_{ij}^n et A_{ij}^t dépendent de la vitesse relative et de la valeur des forces aux contacts environnants suivant :

$$A_{ij}^n = -m_{ij}^n(1+e)v_{ij-}^n - \frac{m_{ij}^n}{m_i} \sum_{k \neq j} \mathbf{R}_{ik} \mathbf{n}_{ij} + \frac{m_{ij}^n}{m_j} \sum_{l \neq i} \mathbf{R}_{jl} \mathbf{n}_{ij}, \quad (3.14)$$

$$A_{ij}^t = -m_{ij}^t(1+e)v_{ij-}^t - \frac{m_{ij}^t}{m_i} \sum_{k \neq j} \mathbf{R}_{ik} \mathbf{t}_{ij} + \frac{m_{ij}^t}{m_j} \sum_{l \neq i} \mathbf{R}_{jl} \mathbf{t}_{ij} - m_{ij}^t \frac{r_i^2}{I_i} \sum_{k \neq j} T_{ik} - m_{ij}^t \frac{r_j^2}{I_j} \sum_{l \neq i} T_{jl}. \quad (3.15)$$

La dynamique des contacts [67, 68] étend les lois de frottement (Fig. 3.1) décrivant les forces de contacts au cas des impulsions. Les expressions 3.10 et 3.11 des impulsions vont pouvoir être confrontées aux graphes de Signorini et de Coulomb. Nous voyons comment les impulsions exercées sur un contact donné ij dépendent des impulsions aux contacts voisins, contrairement au cas d'un contact binaire. Le transfert d'impulsion aux contacts est un processus collectif : les collisions sont multiples et vont se propager dans le système en affectant l'état des contacts environnants. En supposant l'ensemble des impulsions $\{\mathbf{R}_{ik}\}$ et $\{\mathbf{R}_{jl}\}$ connues, on voit que les impulsions s'expriment comme des fonctions affines de la vitesse pondérée. L'intersection des droites 3.10 et 3.11 avec les graphes des lois de contact (Fig. 3.1) vont permettre la résolution des impulsions normale et tangentielle pour chacun des contacts du système, comme illustré par la figure 3.3, provenant de [69].

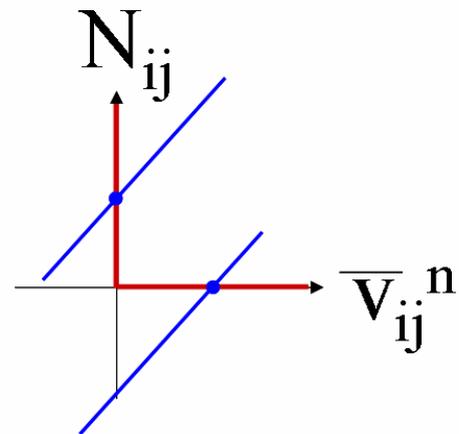
Algorithme de résolution

Comme nous l'avons déjà remarqué, à un instant donné, chaque impulsion en un contact dépend de la valeur au même instant des impulsions aux contacts environnants :

$$N_{ij} = \mathfrak{S}^n(\{\mathbf{R}_{ik}\}_{k \neq j}, \{\mathbf{R}_{jl}\}_{l \neq i}), \quad (3.16)$$

$$T_{ij} = \mathfrak{S}^t(\{\mathbf{R}_{ik}\}_{k \neq j}, \{\mathbf{R}_{jl}\}_{l \neq i}). \quad (3.17)$$

$$\begin{cases} N_{ij} = 0 & \text{et } v_{ij}^n \neq 0 \text{ si } A_{ij}^n < 0, \\ N_{ij} = A_{ij}^n & \text{et } v_{ij}^n = 0 \text{ si } A_{ij}^n \geq 0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} T_{ij} = +\mu N_{ij} & \text{et } v_{ij}^t \leq 0 \text{ si } A_{ij}^t \geq \mu N_{ij}, \\ T_{ij} = -\mu N_{ij} & \text{et } v_{ij}^t \geq 0 \text{ si } A_{ij}^t \leq -\mu N_{ij}, \\ T_{ij} = A_{ij}^t & \text{et } v_{ij}^t = 0 \text{ si } -\mu N_{ij} < A_{ij}^t < \mu N_{ij}. \end{cases}$$

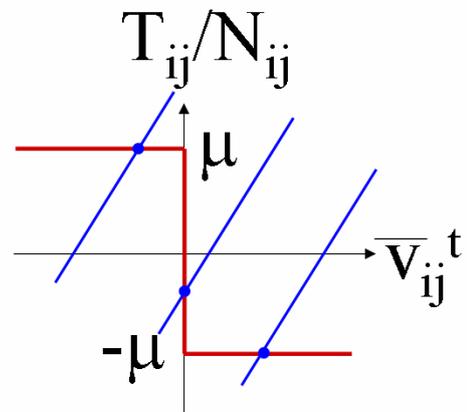


FIG. 3.3 – Principe de résolution des impulsions normale et tangentielle au contact ij ([69]).

La résolution du problème n'est donc possible que de façon itérative, étant donnée les multi-contacts. La valeur de l'impulsion en chaque contact est réactualisée grâce aux valeurs des impulsions aux autres contacts, qui à son tour servira à réactualiser à l'itération suivante. Une méthode de résolution possible est la boucle dite de Gauss-Seidel. Le nombre d'itérations effectuées dans cette boucle dépend du critère de sortie ou critère de précision que l'on impose. Différents critères sont possibles. Dans notre cas, il repose sur la différence de la moyenne des impulsions normales d'une itération à l'autre. L'évolution d'un système de N particules et N_c contacts passant d'un état $E(t)$ à l'instant t à l'état $E(t + \Delta t)$ à l'instant $t + \Delta t$ va alors être résolue suivant le processus détaillé à la figure 3.1.

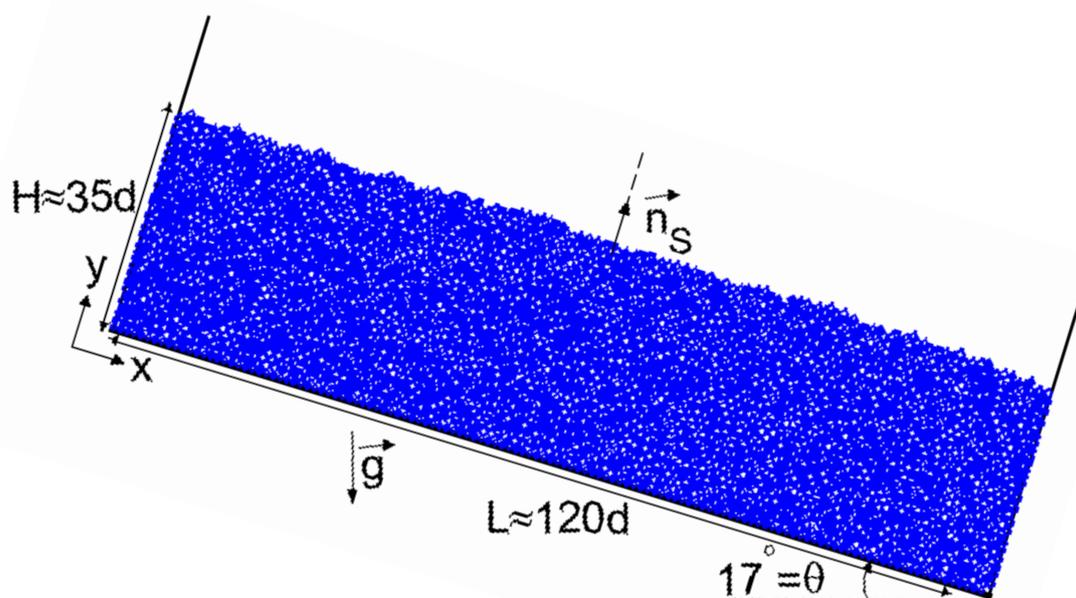
Le code de modélisation numérique discrète par dynamique des contacts que nous disposons, a été développé par L. Staron (voir [69] pour une description détaillée), et nous permet de générer des assemblées de particules rigides et de modéliser le comportement de systèmes non cohésifs sous l'effet de sollicitations extérieures.

3.2.2 Dispositif

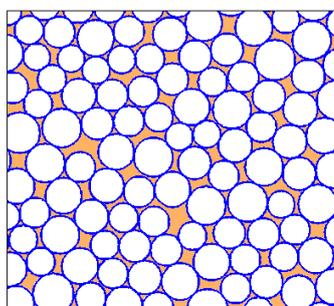
Le dispositif étudié est représenté sur la figure 3.4 (a). Il consiste en un empilement granulaire à 2 dimensions constitué de 4000 disques de diamètre moyen $d = 50 \text{ mm}$, confiné entre deux parois verticales fixes, distantes de $L \simeq 120 d$, composant ainsi approximativement $H \simeq 35$ couches de disques. Les diamètres des disques sont uniformément distribués dans l'intervalle $[d_{min}; d_{max}]$ avec $d_{max}/d_{min} = 1.5$. La polydispersité des diamètres des disques, mesurée comme $(d_{max} - d_{min})/(2d) \simeq 20 \%$, prévient de l'apparition de structures cristallines, en augmentant le désordre structurel dans l'empilement. C'est une alternative au choix d'empilements quasi-bidimensionnels fait au chapitre 2. Un zoom sur quelques disques permet de se rendre compte de la polydispersité de leur diamètre sur la figure 3.4 (b), et la granulométrie uniforme des échantillons étudiés est visible d'après la courbe de distribution des diamètres de $2 \cdot 10^5$ disques sur la figure 3.4 (c). Par abus de langage, nous parlons par la suite du volume, de la surface libre de l'empilement et de la surface d'un contact en lieu et place du vocabulaire approprié au cas bidimensionnel : surface, ligne libre de l'empilement et ligne d'un contact. Le temps élémentaire d'un disque, défini comme $\sqrt{d/g}$ vaut ainsi $7 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, et sa vitesse élémentaire $\sqrt{dg} = 700 \text{ mm/s}$. Les disques sont caractérisés par une masse volumique $\rho = 5 \cdot 10^{-4} \text{ g mm}^{-2}$, et donc une masse $m = 0.98 \text{ g}$, et un coefficient de frottement microscopique $\mu = 0.5$, valable pour les interactions de frottement entre les disques eux-mêmes et entre les disques et les parois de confinement. Étant principalement intéressés par l'évolution quasi-statique de l'empilement granulaire, nous nous concentrons sur les déformations micro-plastiques causées par les réarrangements des disques, c'est pourquoi nous considérons par la suite des collisions entre disques purement inélastiques, *i.e.*, le coefficient de restitution $e = 0$, sauf mention contraire.

Chaque empilement a une surface libre approximativement plane et parallèle au fond fixe, dont la pente fait un angle θ avec la direction horizontale. Initialement, les empilements générés ont une pente $\theta_0 \simeq 0^\circ$, une compacité ou fraction volumique solide $C_0 \simeq 78.5 \%$ et une coordinance moyenne $Z_0 \simeq 3.46$. Les axes x, y sont respectivement parallèle et perpendiculaire au fond fixe de la boîte. Le vecteur unitaire \vec{n}_S est normal à la surface libre de l'empilement. Le domaine de stabilité des empilements granulaires ainsi constitués a été caractérisé : la mesure des angles caractéristiques de repos θ_r et d'avalanche θ_a , réalisée d'après 500 avalanches déclenchées par rotation lente, fournit les valeurs moyennes $\theta_r = 15^\circ \pm 1^\circ$ et $\theta_a = 21^\circ \pm 1^\circ$. Nous reviendrons ultérieurement sur les variations des valeurs de θ_r et θ_a . Les caractéristiques des disques et de l'empilement bidimensionnel sont résumées dans le tableau 3.2.

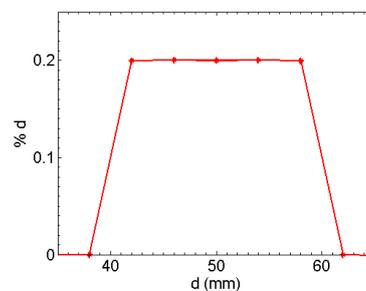
Les sollicitations appliquées à l'empilement consistent en des rotations lentes en présence de la gravité \vec{g} , à une vitesse Ω , qui est positive (resp. négative) dans le sens horaire (resp. anti-horaire). En pratique,



(a)



(b)



(c)

FIG. 3.4 – (a) : Empilement granulaire à 2 dimensions, de largeur $L \simeq 120 d$ et d'épaisseur $H \simeq 35 d$, d étant le diamètre moyen des disques, modélisé par dynamique des contacts. Il est constitué de 4000 disques, et incliné à $\theta = 17^\circ$ dans le champ de gravité \vec{g} . Les axes x, y sont respectivement parallèle et perpendiculaire au fond fixe de la boîte. Le vecteur unitaire \vec{n}_S est normal à la surface libre de l'empilement. (b) : Zoom sur les disques dont la polydispersité des diamètres est de 20 %, le diamètre maximal vaut 1.5 fois le diamètre minimal. (c) : Courbe de distribution des diamètres d'après $2 \cdot 10^5$ disques, montrant la granulométrie uniforme des échantillons étudiés.

TAB. 3.2 – Caractéristiques de l’empilement granulaire bidimensionnel et des disques.

Disques	
Diamètre	$d = 50 \text{ mm} \pm 10 \text{ mm}$
Masse volumique	$\rho = 5 \cdot 10^{-4} \text{ g mm}^{-2}$
Masse	$m = 0.98 \text{ g}$
Coefficient de frottement	$\mu = 0.5$
Coefficient de restitution	$e = 0$
Empilement initial	
Épaisseur	$H \simeq 35 d$
Largeur	$L \simeq 120 d$
Nombre de disques	$N = 4000$
Compacité	$C_0 \simeq 78.5\%$
Coordinance	$Z_0 \simeq 3.46$
Angle de repos	$\theta_r = 15^\circ$
Angle d’avalanche	$\theta_a = 21^\circ$

pour simuler l’inclinaison, au lieu de tourner l’empilement dans le champ de gravité constant, la rotation est imposée à la direction de la gravité \vec{g} par rapport à l’empilement fixe. Cela permet d’éviter d’éventuels effets inertiels liés à la rotation d’ensemble, et les déplacements des disques ne résultent que d’une adaptation aux nouvelles forces d’interactions, et non d’un mouvement d’entraînement. Par abus de langage, nous parlerons tout de même par la suite de la rotation et de l’inclinaison de l’empilement.

3.2.3 Mesures microscopiques et macroscopiques

La micro-structure d’un matériau granulaire, *i.e.*, l’arrangement des disques et la géométrie du réseau des contacts, associée aux interactions frictionnelles, déterminent de façon non triviale le comportement du matériau granulaire. L’analyse micro-mécanique, *i.e.*, de la micro-structure et du réseau de transmission des forces, permet d’une part de définir l’état interne de l’empilement, et d’autre part de caractériser son comportement macroscopique. Ainsi le rôle joué par la structure dans le comportement du matériau pourra être mis en exergue. Dans cette optique, nous introduisons les variables micro-mécaniques utilisées par la suite. Toutefois, il faut noter que l’expression de certaines de ces variables n’est pas unique et la définition d’un volume élémentaire représentatif sur lequel les moyennes peuvent être calculées reste l’objet d’un choix arbitraire.

Déformations

Les déformations du matériau granulaire sont induites par les réarrangements des disques seuls, et non par les déformations des disques eux-mêmes, étant donnée l’hypothèse d’indéformabilité des particules sur laquelle repose la modélisation discrète par dynamique des contacts. Nous nous intéressons aux déformations de l’empilement entier.

La déformation volumique ϵ_V est évaluée d’après le volume de l’empilement V et sa valeur initiale V_0 : $\epsilon_V = \Delta V / V_0$, avec $\Delta V = V - V_0$, le volume étant calculé comme l’intégrale de la position de la surface libre.

Cette dernière est déterminée à partir des positions des disques constituant la couche supérieure de l'empilement. En pratique, l'empilement est virtuellement découpé en tranches verticales de largeur d , d étant le diamètre moyen des disques. La position maximale atteinte par un disque dans la tranche d'abscisse x donne la position $Y_S(x)$ de la surface libre de l'empilement.

La déformation cisailante ϵ_C est estimée d'après le déplacement du centre de masse de l'empilement le long de la direction constante x , normalisé par sa position initiale : $\epsilon_C = \Delta X / X_0$, avec $\Delta X = X - X_0$, X étant la position du barycentre de l'empilement parallèlement à x et X_0 sa valeur initiale. À partir de la déformation cisailante ϵ_C est mesuré le taux de déformation cisailante $\gamma = d\epsilon_C / dt$.

De façon analogue, on peut mesurer le déplacement du centre de masse de l'empilement le long de la direction normale au fond fixe y , normalisé par sa position initiale : $\epsilon_Y = \Delta Y / Y_0$, avec $\Delta Y = Y - Y_0$, Y étant la position du barycentre de l'empilement selon y et Y_0 sa valeur initiale. La mesure ϵ_Y permet en quelque sorte de quantifier le tassement de l'empilement, et pourra être comparée à la déformation volumique ϵ_V .

Géométrie du réseau des contacts ou texture de l'empilement

La distribution des forces au sein d'un matériau divisé est intimement liée au réseau des contacts, puisque c'est à leur niveau que les forces et les contraintes sont transmises. Il convient par conséquent de caractériser la géométrie du réseau des contacts, qu'on nomme aussi texture.

La coordinance d'une particule est le nombre de ses contacts. On peut soit mesurer l'histogramme des coordinances des particules, soit mesurer la coordinance moyenne Z des particules : $Z = 2n^c / n^p$, n^c et n^p étant respectivement le nombre total de contacts et de particules dans l'empilement. La coordinance Z donne une mesure moyenne de la connectivité du réseau des contacts, et permet de comparer l'équilibre de l'empilement à l'état *isostatique*, état d'équilibre marginal pour lequel la coordinance moyenne prend une valeur spécifique Z_{iso} . À l'état isostatique, les forces de contact peuvent être déterminées de façon unique d'après les sollicitations extérieures et la structure de l'empilement, *i.e.*, il y a égalité entre le nombre d'équations de conservation du mouvement et du moment et le nombre des forces inconnues. À 2 dimensions, pour des disques non frottants ($\mu = 0$), la coordinance d'un état isostatique vaut $Z_{iso} = 4$, alors que $3 \leq Z_{iso} \leq 4$ pour des disques frottants, l'état isostatique d'un empilement de disques frottants dépendant *a priori* de la mobilisation en frottement [70]. Les configurations d'équilibre isostatiques sont très instables et présentent une grande sensibilité à la moindre perturbation extérieure [71]. Les configurations d'équilibre sont dites hyperstatiques si le nombre de contacts est supérieur au nombre minimal requis, *i.e.*, $Z \geq Z_{iso}$, et peuvent ainsi éventuellement supporter l'ouverture d'une partie des contacts tout en conservant leur équilibre. À l'état d'équilibre hyperstatique ou état sur-déterminé, les forces de contact ne peuvent pas être déterminées à partir des forces extérieures et de la structure de l'empilement seulement, mais dépendent de l'histoire de l'empilement. Notons qu'un état sous-déterminé, *i.e.*, $Z < Z_{iso}$, n'est pas un état d'équilibre pour l'empilement.

Une description complète de la géométrie du réseau des contacts consiste à étudier la distribution angulaire (rapportée au nombre de particules n^p) $\rho(\phi)$ des contacts orientés d'un angle ϕ avec le fond fixe de la boîte. La proportion de contacts orientés dans la gamme d'angles $[\phi; \phi + \delta\phi]$, normalisée par n^p vaut alors $\rho(\phi)\delta\phi$. La distribution angulaire $\rho(\phi)$ peut être approchée par son développement de Fourier, dont les coefficients peuvent être directement calculés à partir de matrices tensorielles, appelées tenseurs de texture. La fonction $\rho(\phi)$ étant π -périodique, elle est entièrement définie pour $\phi \in [0; \pi]$ et les coefficients des termes d'ordre impair sont nuls. À un développement de Fourier à l'ordre 2 (resp. 4)

correspond un tenseur de texture d'ordre 2 (resp. 4). L'expression du tenseur de texture d'ordre 2 est la suivante :

$$t_{ij} = \frac{1}{n^c} \sum_{\alpha=1}^{n^c} n_i^\alpha n_j^\alpha, \quad (3.18)$$

où i et j dénotent les variables spatiales et n^c est le nombre total de contacts. Le vecteur unitaire \vec{n}^α normal à la surface du contact considéré α est orienté selon l'angle ϕ^α : $\vec{n}^\alpha = \cos \phi^\alpha \vec{x} + \sin \phi^\alpha \vec{y}$. On définit l'intensité ou le niveau d'anisotropie Λ du réseau des contacts d'après les valeurs propres t_1 et t_2 respectivement maximale et minimale du tenseur t_{ij} :

$$\Lambda = 2 \times (t_1 - t_2).$$

La direction d'anisotropie de la texture est la direction du vecteur propre de t_{ij} correspondant à la valeur propre dominante t_1 , et forme un angle Φ avec la direction normale à la surface libre, \vec{n}_S . On peut montrer la relation suivante entre les coefficients Λ et Φ , et le développement de $\rho(\phi)$:

$$\rho(\phi) \simeq Z/\pi(1 + \Lambda \cos(2(\phi - \Phi))) + \dots$$

Dans le cas d'un réseau de contacts isotrope, *e.g.*, spatialement périodique, l'intensité d'anisotropie $\Lambda = 0$. Nous verrons par la suite qu'étant donnée la forme non triviale de la distribution angulaire $\rho(\phi)$ dans nos empilement granulaires, liée à la présence de la gravité et à la forme sphérique des particules étudiées, les tenseurs de texture d'ordre supérieur à 2 seraient nécessaires pour une description plus précise. Néanmoins, le tenseur de texture d'ordre 2 renseigne d'ores et déjà sur l'évolution et les variations de la géométrie du réseau des contacts : l'intensité d'anisotropie Λ renseigne sur l'existence d'une direction privilégiée résultant de la création, de l'ouverture ou de la modification des contacts, et la direction d'anisotropie de texture Φ est une mesure de cette direction.

Notons que les calculs du tenseur de texture t_{ij} de l'expression 3.18 et des valeurs Λ et Φ qui en découlent, peuvent être restreints à une population de contacts, afin de caractériser la géométrie du réseau constitué par cette population particulière.

Contraintes

Lors d'une évolution quasi-statique, les contraintes cinétiques, *i.e.*, transportées par les particules en mouvement, sont négligeables devant les contraintes statiques, *i.e.*, transmises par les contacts. Cette hypothèse sera vérifiée par la suite dans le cadre de cette étude, et permet d'adopter une expression pour le tenseur des contraintes dépendant des forces transmises aux contacts et des directions des contacts uniquement [72] :

$$\sigma_{ij}(v) = \frac{1}{v} \sum_{\alpha=1}^{n^c} f_i^\alpha l_j^\alpha, \quad (3.19)$$

où i et j dénotent les variables spatiales et n^c est le nombre de contacts comptabilisés dans le volume élémentaire représentatif v . \vec{f}^α est la force transmise au contact considéré α , et \vec{l}^α est le vecteur normal à la surface du contact.

Par la suite, nous nous intéressons essentiellement au rapport σ_T/σ_N , σ_T et σ_N étant respectivement les contraintes tangentielle et normale le long de la direction de la surface libre, calculées suivant :

$$\sigma_N = \| (\boldsymbol{\sigma} \vec{n}_S) \vec{n}_S \|, \quad (3.20)$$

$$\sigma_T = \| \boldsymbol{\sigma} \vec{n}_S - \sigma_N \vec{n}_S \|, \quad (3.21)$$

où \vec{n}_S est le vecteur unitaire normal à la surface libre. La définition du volume v n'est pas problématique, lorsque l'on considère un rapport de contraintes. Nous nous intéressons également à la direction principale des contraintes, définie comme la direction du vecteur propre de σ correspondant à la plus grande des valeurs propres, dont l'angle avec la direction de \vec{n}_S est noté Ψ . La direction principale Ψ correspond à la direction, pour laquelle les contraintes sont purement compressives.

Comme pour le tenseur de texture, les calculs du tenseur des contraintes de l'expression 3.19 et des valeurs σ_T/σ_N et Ψ , peuvent être restreints à une population de contacts, afin de caractériser l'état de contrainte de cette population particulière.

Contacts faibles et forts

Comme présenté au chapitre 1, des expériences ont permis de visualiser les forces transmises par les contacts dans un empilement, mettant en évidence de très fortes inhomogénéités, et des études numériques ont permis d'identifier deux populations de contacts –fort et faible– selon la force normale qu'ils transmettent. Un contact est dit fort (resp. faible) s'il transmet une force normale supérieure (resp. inférieure) à la moyenne des forces normales aux contacts [43]. Il a été montré que les contacts forts, représentant 40 % des contacts, dominent l'état de contrainte du matériau.

Par la suite, nous étudions le rôle respectif des contacts forts et faibles dans le comportement de l'empilement granulaire. La figure 3.5 (a) représente l'intensité des forces normales transmises aux contacts pour un empilement incliné à $\theta = 18^\circ$, proportionnelle à l'épaisseur de la ligne reliant les centres des particules impliquées dans le contact. La variation correspondante avec y de la moyenne des forces normales aux contacts dans la couche à la profondeur y est reportée sur la figure 3.5 (b). Étant donnée la présence de la gravité dans nos simulations numériques, il en résulte un gradient vertical des forces normales aux contacts : la moyenne des forces normales sur les contacts à la profondeur y vérifie $\langle N \rangle(y) \propto y$. Pour définir l'appartenance d'un contact à la profondeur y au réseau fort ou faible, la force normale qu'il transmet est comparée à la moyenne sur les contacts à la même profondeur y . Les deux sous-réseaux forts et faibles constitutifs du matériau granulaire, se distinguent sur la figure 3.5 (c), où sont dessinées les contacts forts par un trait d'épaisseur proportionnelle à l'intensité de la force normale adimensionnée par la moyenne des forces normales sur la couche.

L'état de contrainte et la texture des réseaux fort et faible seront étudiés en restreignant les équations 3.19 et 3.18 aux populations de contacts forts et faibles respectivement, afin de caractériser leur contribution au comportement de l'empilement entier qu'ils constituent.

En conclusion, la modélisation par dynamique des contacts présentée à la section 3.2.1, va nous permettre d'étudier le comportement d'un empilement granulaire bidimensionnel, dont les caractéristiques ont été décrites à la section 3.2.2, et notamment son état interne –déformation, structure, contrainte, transmission hétérogène des forces–, d'après les variables micro-mécaniques introduites à la section 3.2.3, en réponse à diverses sollicitations :

1. relaxation à inclinaison fixe, voire faiblement variable, après chargement ou déchargement,
2. cycles de chargement-déchargement par rotation en-deçà de la limite de déstabilisation,
3. arrêt après l'occurrence d'une avalanche.

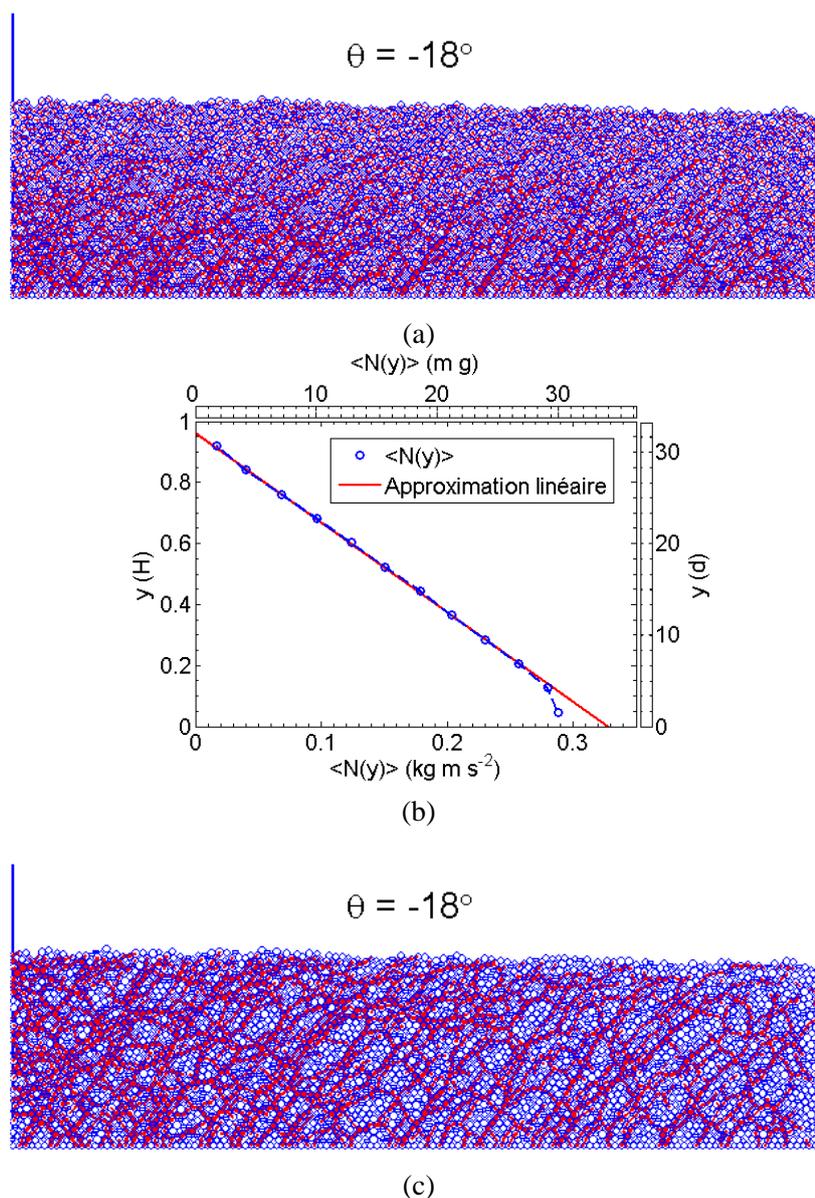


FIG. 3.5 – (a) : Intensité des forces normales transmises aux contacts dans un empilement granulaire incliné à $\theta = 18^\circ$, représentée proportionnellement à l'épaisseur du trait dessinant le contact. (b) : Variation de la moyenne des forces normales $\langle N \rangle(y)$ sur les contacts à la profondeur y . (c) : Chaînes de force fortes et contacts faibles définis après renormalisation en fonction de la profondeur (voir texte).

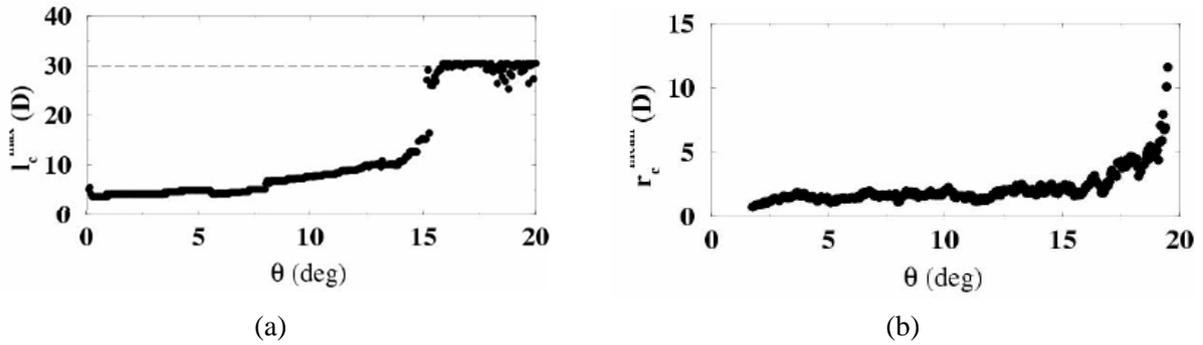


FIG. 3.6 – (a) : Taille maximale l_{σ} des régions sur-contraintes, soumises à des contraintes tangentielles supérieures à la valeur maximale supportée par l’empilement à la limite de la déstabilisation, en fonction de θ (d’après Staron *et al.* [8]). (b) : Taille moyenne r_c des régions sur-frottantes, caractérisées par de fortes forces frictionnelles, en fonction de θ (d’après Staron *et al.* [7]).

Ce travail s’insère dans la continuité de l’étude du chargement par rotation jusqu’à déstabilisation [69]. Nous commencerons donc dans la section 3.3 par rappeler les principaux résultats provenant de [69], avant de les discuter au vu de simulations complémentaires sur la relaxation de l’empilement.

3.3 État de l’art et simulations complémentaires de relaxation

3.3.1 Précurseurs d’avalanche et longueurs de corrélation

Staron *et al.* ont étudié numériquement la transition vers l’avalanche d’un empilement granulaire à deux dimensions lentement incliné jusqu’à l’angle d’avalanche θ_a [7, 8, 10].

La transition vers l’avalanche est caractérisée par une réponse intermittente de l’empilement à la rotation, comme attesté par l’occurrence intermittente de réarrangements locaux des disques. Une analyse des contraintes locales révèle l’existence d’une population significative de disques surchargés, caractérisés par des contraintes tangentielles (σ_T/σ_N) supérieures à la valeur maximale supportée par l’empilement à la limite de déstabilisation, *i.e.*, pour $\theta = \theta_a$. L’échelle de longueur l_{σ} définie dans le cadre de cette analyse, similaire à une longueur de corrélation des contraintes, augmente avec θ , jusqu’à une valeur identifiée à θ_r , pour laquelle elle croît brutalement pour atteindre $l_{\sigma} \simeq H$, H étant l’épaisseur de l’empilement (Fig. 3.6 (a)). La transition observée est interprétée en terme de percolation des disques sur-contraints, et coïncide avec la dilatation de l’empilement, suggérant l’existence d’une déformation cisailante d’ensemble de l’empilement, dit régime de cisaillement cohérent, avant même le déclenchement de l’avalanche.

Les mécanismes en jeu avant la transition solide-liquide dans l’intervalle $[\theta_r; \theta_a]$ sont précisés par l’analyse des contacts fortement mobilisés en frottement, caractérisés par de grandes valeurs du rapport force frictionnelle T sur force normale N . Il a été montré que ces contacts ont un rôle important dans l’évolution de l’empilement vers la déstabilisation [7, 10], ainsi que dans sa réponse élasto-plastique [73]. Notamment l’analyse des contacts critiques, au seuil de Coulomb : $T = \pm\mu N$, susceptibles de glisser et d’induire des réarrangements de disques, ont un rôle majeur et précurseur dans la transition solide-liquide [7]. Une “longueur de corrélation”, construite d’après l’analyse multi-échelle des contacts

critiques, montre une évolution divergente avec θ , de la forme d'une loi de puissance au voisinage de θ_r (Fig. 3.6 (b)). Les contacts critiques, principalement orientés dans la direction perpendiculaire à la sollicitation, sont essentiellement des contacts faibles, suggérant une description du matériau par deux phases.

L'émergence de longueurs de corrélations à longue portée dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$, confirme l'existence d'un régime particulier au voisinage de la transition de unjamming, où l'accumulation des forces frictionnelles et les réarrangements locaux de disques mènent à un cisaillement cohérent et augmente le désordre structurel de l'empilement [74].

Les contacts critiques étant susceptibles d'autoriser des déplacements, ils sont sources d'éventuelles déformations et permettent à la micro-structure de l'empilement d'évoluer. L'analyse de l'évolution des contacts critiques au cours de sollicitations diverses [7, 73], a en effet révélé leur rôle déterminant dans l'évolution micro-plastique d'un matériau granulaire. L'utilisation d'un paramètre d'ordre basé sur l'existence des contacts critiques est prometteuse [7, 73]. Toutefois la légitimité des paramètres d'ordre proposés reste à vérifier. En particulier, des questions sur les contacts critiques restent ouvertes, *e.g.*, sur la nature précise de l'état critique d'un contact. Pour tenter d'y répondre, nous étudions la démobilisation en frottement de l'ensemble des contacts critiques au sein d'un empilement au cours de la relaxation d'un empilement à inclinaison constante, vers un état rigoureusement statique.

3.3.2 Précision sur la nature des contacts critiques

Au cours de l'évolution quasi-statique de l'empilement en rotation lente, la proportion de contacts critiques parmi la totalité des contacts ν est comptabilisée en fonction de θ . La figure 3.7 représente l'évolution de la proportion de contacts critiques ν et de l'énergie cinétique moyenne des disques adimensionnée par l'énergie potentielle typique d'un disque $E_k/(mgd)$ en fonction de la pente θ pour une vitesse de rotation lente ($\Omega = 1^\circ/s$). La proportion de contacts critiques ν évolue par intermittence entre 0 et sa valeur maximale $\nu_c \simeq 0.08$ [7]. Les maxima de ν sont corrélés aux valeurs non nulles de l'énergie cinétique E_k , et il été montré qu'ils étaient également corrélés à de fortes diminutions du nombre total de contacts [7]. Les phases de décroissance de ν et de E_k reflétant la démobilisation en frottement des contacts critiques, sont rapides et de très courtes durées, ce qui nécessiterait une haute résolution temporelle pour être étudiées. Néanmoins on peut observer que E_k décroît suivant une évolution exponentielle, de temps caractéristique typique 10^{-1} s (Fig. 3.7 (c) et (d)). Hormis son intermittence intrinsèque, aucune signature claire de la démobilisation de l'ensemble des contacts critiques n'est détectée sur l'évolution de ν . Cela provient probablement de la faible séparation d'échelle entre le temps caractéristique de relaxation (10^{-1} s) et le temps typique de la sollicitation extérieure (1 s), d'où l'intérêt de réaliser des simulations dédiées à la relaxation des contacts critiques, à inclinaison constante.

Nous étudions la relaxation de l'empilement vers un état statique, en terme de contacts critiques, en stoppant la rotation pour divers empilements à diverses inclinaisons θ . La figure 3.8 représente l'évolution de ν au cours du temps, après que la rotation a été stoppée à $t = 0$ s, pour 5 empilements inclinés à 5 pentes différentes : $\theta = 3^\circ, 11^\circ, 16^\circ, 18^\circ, 20^\circ$. L'état des empilements avant que la relaxation ne commence est représenté par un symbole rond. Quelques soient les valeurs de la proportion de contacts critiques ν et de la pente θ , lorsque l'empilement commence à relaxer, ν décroît jusqu'à s'annuler après une dynamique transitoire complexe. Le temps nécessaire aux contacts critiques pour relaxer est plus grand pour des pentes proches de θ_a . Cela corrobore les observations de dynamique complexe vers l'équilibre, faites notamment au chapitre 2. On remarque que la transition complexe vers l'équilibre semble être contrôlée par la pente θ plutôt que par la valeur de ν , comme l'illustre le choix des faibles valeurs initiales pour ν dans le cas des fortes pentes, impliquant tout de même une dynamique de relaxation lente et complexe.

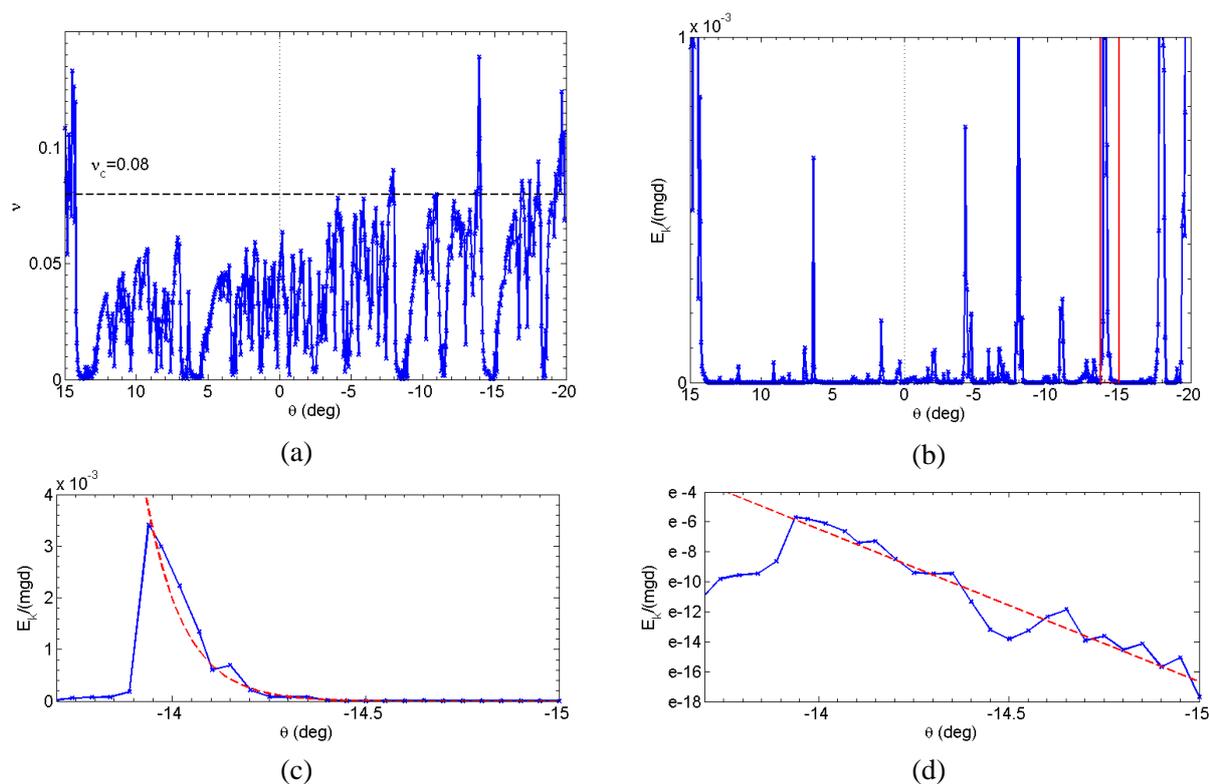


FIG. 3.7 – Évolution de (a) la proportion de contacts critiques ν et (b) de l'énergie cinétique adimensionnée par l'énergie potentielle typique d'un disque $E_k/(mgd)$ correspondante pour une vitesse de rotation $\Omega = 1^\circ/s$. (c, d) : Zoom sur la phase de décroissance exponentielle de l'énergie cinétique repérée en rouge, après un réarrangement de grains en échelles linéaire et logarithmique : le temps caractéristique vaut 10^{-1} s.

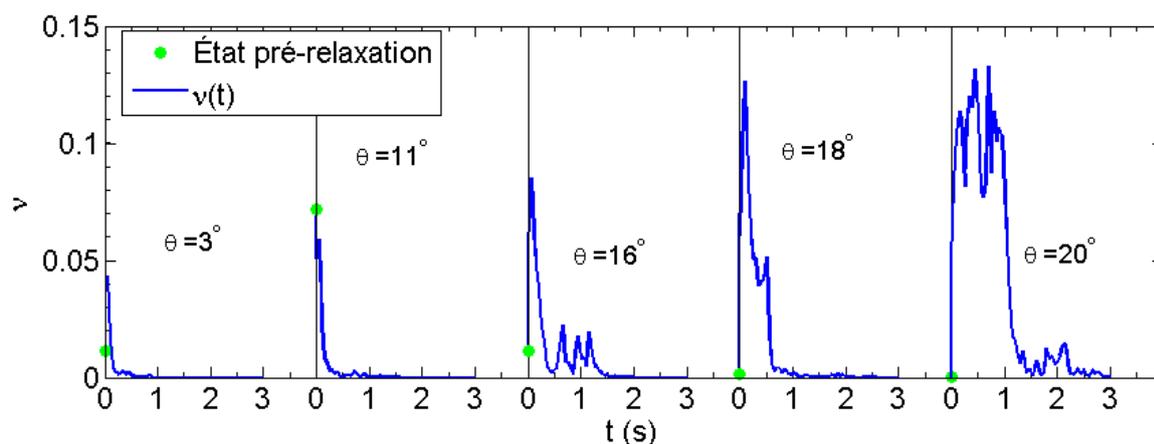


FIG. 3.8 – Relaxation de la proportion de contacts critiques ν au cours du temps pour des empilements inclinés à différents angles θ , après que la rotation a été stoppée à $t = 0$. L'état de l'empilement avant que la relaxation ne commence est repéré par un symbole rond.

La relaxation des contacts critiques dans le cas de conditions rigoureusement statiques, prouve que l'état critique n'est que transitoire, avant que le contact évolue systématiquement de manière à quitter le seuil de glissement, *i.e.*, que sa force tangentielle T passe en-deçà du seuil de Coulomb $\pm\mu N$. Cette démobilité en frottement peut résulter d'une modification des forces T et/ou N à géométrie du contact constante, *i.e.*, position et direction constantes, ou d'une transformation de la géométrie du contact, *i.e.*, déplacement du contact.

Dans le cas d'un forçage par rotation, on peut s'attendre, pour des vitesses de rotation décroissantes, à ce que l'évolution de ν soit de plus en plus intermittente, exhibant des phases de décroissance et de croissance, correspondant respectivement à la démobilité et à la remobilisation de la friction, dont les durées respectives dépendent de Ω .

En ce sens, la proportion de contacts critiques est une fonction réponse à une sollicitation extérieure, et ne peut être une variable interne représentative de l'état de plasticité de l'empilement. Le choix de variables internes pertinentes caractérisant le frottement aux contacts, et l'état micro-plastique de l'empilement reste un sujet ouvert. Dans la suite, nous nous concentrerons donc sur la séparation entre contacts forts et faibles, tout en gardant à l'esprit que les contacts critiques sont principalement des contacts faibles, et qu'ils sont une bonne caractérisation de la réponse de l'empilement à une sollicitation dynamique.

3.4 Réponse micro-mécanique à des cycles de rotation

3.4.1 Protocole numérique

Pour étudier la transition solide-liquide dans un empilement granulaire à l'état solide, *i.e.*, pour des pentes $\theta < \theta_a$, nous choisissons de sonder la persistance et l'influence sur son évolution quasi-statique, des transformations de son état interne, mises en évidence à l'approche de la transition [7, 8]. D'où l'utilisation d'un protocole particulier, permettant de s'approcher de l'angle d'avalanche θ_a , sans le dépasser afin que l'empilement ne soit pas déstabilisé et conserve ainsi globalement sa forme et surtout son état solide.

La sollicitation choisie consiste en des cycles de rotation lente à vitesse constante $\Omega = \pm 1^\circ/s = \pm 0.001^\circ/\delta t$, δt étant le pas de temps de calcul élémentaire. La rotation est considérée positive dans le sens horaire. La pente de la surface libre de l'empilement, initialement à l'horizontale, augmente lentement à la vitesse Ω depuis $\theta = 0^\circ$ jusqu'à l'inclinaison maximale $\theta = \theta_{rev} < \theta_a$, correspondant à une phase de chargement ($d\theta/dt > 0$). Le sens de la rotation est alors inversé de sorte que l'empilement est ramené à $\theta = 0$, correspondant à une phase de déchargement ($d\theta/dt < 0$). La rotation est poursuivie jusqu'à ce que la pente atteigne l'inclinaison maximale opposée $-\theta_{rev}$, puis le sens de rotation est à nouveau inversé, et un nouveau cycle est commencé. Les cycles de chargement-déchargement sont répétés deux fois successivement. Une expérience complète consiste à réaliser ces cycles pour 50 empilements granulaires différents par leur micro-structure initiale, *i.e.*, l'arrangement des disques et la configuration du réseau des contacts, afin d'en étudier le comportement moyen. Rappelons que les valeurs des angles caractéristiques de la stabilité des empilements granulaires valent : $\theta_r = 15^\circ \pm 1^\circ$ et $\theta_a = 21^\circ \pm 1^\circ$. Nous reviendrons ultérieurement sur les variations des valeurs de θ_r et θ_a avec les sollicitations imposées. Par la suite, sauf mention contraire, les courbes sont moyennées sur les 50 réalisations. Les empilements granulaires initialement générés et les données relatives à la première phase de rotation positive proviennent des travaux de Staron *et al.* [8].

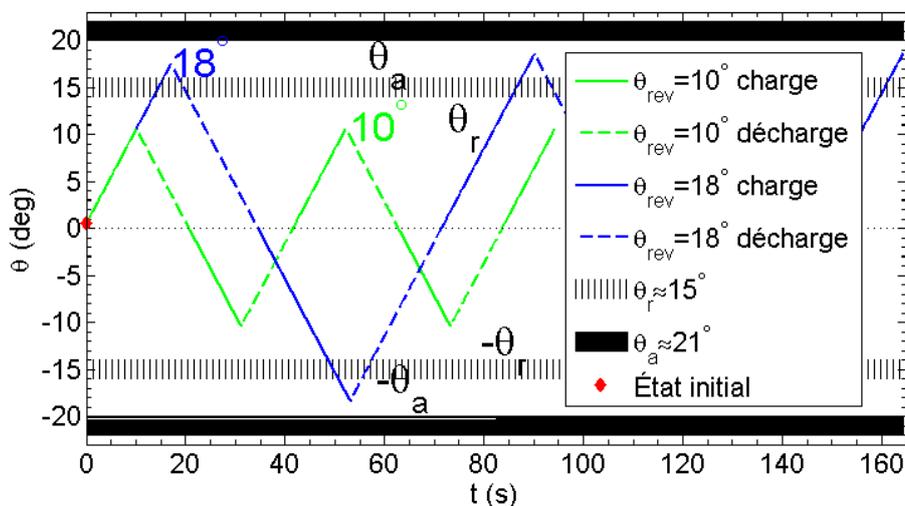


FIG. 3.9 – Mesure de la pente de la surface libre de l'empilement θ au cours des cycles de rotations pour deux amplitudes : $\theta_{rev} = 10^\circ$ (vert clair) et 18° (bleu foncé). Les traits continus indiquent des phases de chargement ($d\theta/dt > 0$), et les traits discontinus indiquent des phases de déchargement ($d\theta/dt < 0$). Les lignes horizontales correspondent aux angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a , et leur largeur est proportionnelle à la taille des fluctuations mesurées. L'état initial avant le démarrage des cycles est indiqué par un symbole en forme de losange.

Afin d'étudier l'influence de l'amplitude des cycles et de la distance à la transition solide-liquide, sur le comportement et l'évolution de l'empilement granulaire, deux valeurs de l'amplitude maximale θ_{rev} sont testées. La plus petite amplitude du cycle est choisie hors du régime métastable identifié dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$: $\theta_{rev} = 10^\circ < \theta_r$. La plus grande amplitude est choisie à proximité de la transition : $\theta_{rev} = 18^\circ \in [\theta_r; \theta_a]$, ayant vérifié par ailleurs qu'elle était bien inférieure au plus petit des angles θ_a mesurés, afin de prévenir la mise en écoulement du matériau granulaire et son passage à un état liquide. Les deux types de cycles sont représentés sur la figure 3.9, où est reportée la valeur de la pente de l'empilement θ par rapport à l'horizontale, en fonction du temps pour les petits cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ (vert clair) et grands cycles à $\theta_{rev} = 18^\circ$ (bleu foncé). Les traits continus correspondent à des phases de chargement, alors que les traits discontinus correspondent à des phases de déchargement. Les lignes horizontales indiquent les angles de repos θ_r (en pointillé) et d'avalanche θ_a (ligne continue), et leur épaisseur est égale à la taille des fluctuations. Un symbole en forme de losange indique l'état initial de l'empilement granulaire avant que la sollicitation cyclique ne soit imposée, et sera reporté sur les prochaines figures.

3.4.2 Phénomènes d'hystérésis

Au cours des cycles de rotation, les contraintes supportées par l'empilement, les réarrangements des grains et les déformations résultantes, ainsi que les modifications structurales (coordinance et texture) sont étudiées suivant la valeur de l'amplitude des cycles et de la distance à la transition solide-liquide. La figure 3.10 rappelle la notation et la définition des angles utilisées par la suite, comptés positivement (resp. négativement) dans le sens horaire (resp. anti-horaire). Sur le schéma, $\theta > 0$, $\Psi < 0$ et $\Phi < 0$. L'inclinaison θ est l'angle entre l'horizontale et le fond de la boîte (parallèle à la surface libre de l'empilement), l'angle de la direction principale des contraintes avec le vecteur \vec{n}_S est noté Ψ , et celui de la direction privilégiée des contacts avec \vec{n}_S est noté Φ .

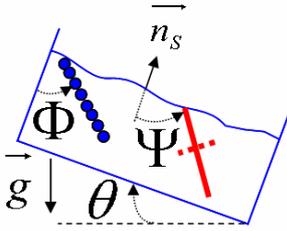


FIG. 3.10 – Notations des angles utilisés : \vec{g} représente la gravité, θ est l'inclinaison de l'empilement avec l'horizontale, Ψ et Φ sont les angles de la direction principale des contraintes et de la direction privilégiée des contacts avec \vec{n}_S , vecteur normal à la surface libre de l'empilement. Les angles sont positifs (resp. négatifs) dans le sens horaire (resp. anti-horaire).

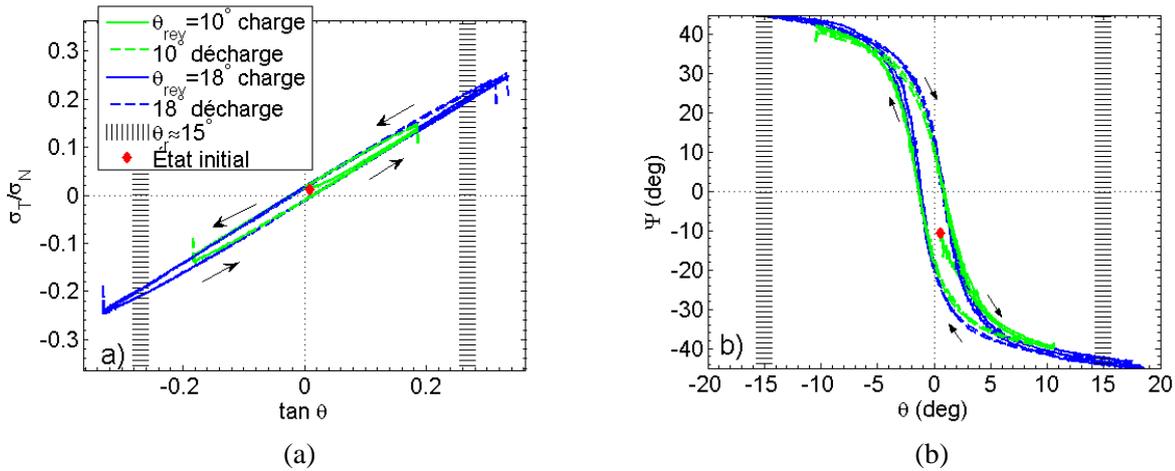


FIG. 3.11 – (a) : Rapport des contraintes tangentielle sur normale σ_T/σ_N et (b) : direction principale des contraintes Ψ en fonction de l'inclinaison θ au cours des cycles de rotation pour deux amplitudes ($\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18°). Les lignes verticales correspondent aux valeurs de $-\theta_r$ et θ_r . L'état initial est représenté par un losange.

État de contrainte de l'empilement granulaire

Les figures 3.11 (a) et (b) montrent les variations du rapport des contraintes tangentielle sur normale σ_T/σ_N et de la direction de la contrainte principale Ψ avec θ pour les cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° . L'évolution de l'état de contrainte de l'empilement est reportée sur la figure 3.11 pour les deux cycles successifs : les courbes se superposent parfaitement après le premier chargement, et ce pour les deux amplitudes des cycles. Sauf mention contraire, les deux cycles successifs sont reportés sur toutes les figures suivantes.

Au cours du premier chargement, le rapport contrainte tangentielle sur contrainte normale $\sigma_T/\sigma_N \simeq a \tan(\theta)$, en accord avec les prédictions de la mécanique des milieux continus pour une pente infinie ($d/dx \approx 0$) inclinée dans le champ de gravité à l'équilibre statique, excepté que a n'est pas exactement égal à 1 : $a = 0.8$. Il a été montré que cette différence est due à des effets de parois et de taille finie [8]. En effet, si l'élément représentatif sur lequel le tenseur des contraintes est calculé, est choisi dans la partie centrale de l'empilement et de volume variable V_e , s'éloignant ainsi davantage des parois de confinement pour des volumes V_e décroissants, comme représenté sur la figure 3.12, on observe que la pente a_{V_e} du rapport σ_T/σ_N en fonction de $\tan(\theta)$ augmente avec V_e jusqu'à tendre vers la valeur prédite : $a_{V_e} = 1$.

Au cours des cycles suivants, $\sigma_T/\sigma_N \simeq a \tan(\theta) + \epsilon(\sigma_T/\sigma_N)_{res}$ avec $\epsilon = -1$ (resp. $\epsilon = +1$) pendant

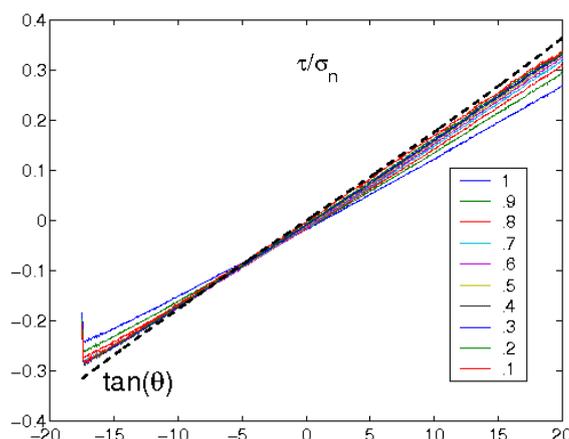


FIG. 3.12 – Rapport des contraintes tangentielle sur normale σ_T/σ_N dans des éléments représentatifs de volume variable V_e , choisis au centre de l'empilement afin de diminuer l'effet des parois latérales. Les valeurs des volumes sont précisées dans la légende, adimensionnées par le volume total de l'empilement V : le rapport V_e/V varie entre 0.1 et 1. La droite $\sigma_T/\sigma_N = \tan(\theta)$ est représentée en trait pointillé pour comparaison.

un chargement (resp. déchargement) et $a = 0.8$. Une contrainte résiduelle $(\sigma_T/\sigma_N)_{res} \simeq 0.02$ de l'ordre de 5% du rapport typique de σ_T/σ_N est mesurée pour $\theta = 0^\circ$. La direction principale des contraintes Ψ tend vers la valeur $\pm 45^\circ$ pour les grandes valeurs de θ , selon une évolution plutôt rapide mais néanmoins continue. Dans le cas de l'équilibre hydrostatique d'un matériau continu, *i.e.*, pour des contraintes normales égales ($\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$), on s'attend à ce que $\Psi = -45^\circ$ (resp. $\Psi = +45^\circ$) pour $\theta > 0$ (resp. $\theta < 0$). C'est probablement la nature particulière et désordonnée du matériau granulaire qui est à l'origine de l'évolution régularisée et hystérétique de Ψ .

On a vu que les deux grandeurs σ_T/σ_N et Ψ exhibent une évolution hystérétique, mettant en évidence les modifications irréversibles des forces transmises aux contacts lors des cycles. Toutefois les boucles d'hystérésis ainsi dessinées sont de faible amplitude et elles sont indépendantes de l'amplitude des cycles θ_{rev} . L'état de contrainte de l'empilement dépend de θ , et du signe de sa dérivée temporelle $d\theta/dt$, *i.e.*, chargement ou déchargement, mais il dépend peu de l'histoire des sollicitations passées.

Contacts critiques

Bien que les contraintes supportées par l'empilement entier soient en-deçà du seuil de déstabilisation [8], on a vu que la réponse de l'empilement à l'échelle des particules est intermittente [7], comme attesté par l'apparition de contacts critiques et l'occurrence intermittente de réarrangements des disques.

La figure 3.13 comporte deux vues d'ensemble d'un empilement granulaire à 2 pentes différentes ($\theta = 16^\circ$ et -16°), où sont représentés en noir les directions des contacts critiques, cumulées sur une fenêtre de 1° , et en rouge les disques impliqués dans les contacts critiques. De la même manière, la figure 3.14 comporte des vues instantanées à 3 instants différents ($\theta = 10^\circ, 5^\circ, -10^\circ$) d'une partie de l'empilement située au centre. Les contacts critiques ont tendance à se regrouper spatialement sous la forme de clusters, qui apparaissent par intermittence dans l'empilement. Les clusters de contacts critiques peuvent exister aussi bien à la surface de l'empilement qu'en profondeur. Malgré l'existence de la gravité, qui induit un

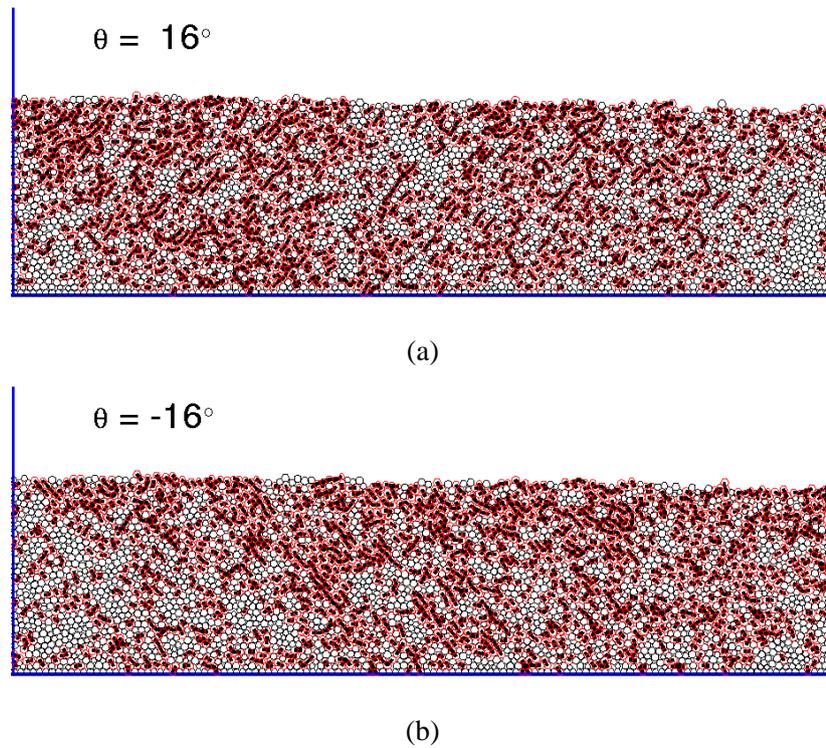


FIG. 3.13 – Vues d'ensembles d'un empilement granulaire pour 2 pentes différentes : $\theta = 16^\circ$ (a) et $\theta = -16^\circ$ (b) représentant en noir les directions des contacts critiques cumulés sur une fenêtre de 1° , et en rouge les disques impliqués.

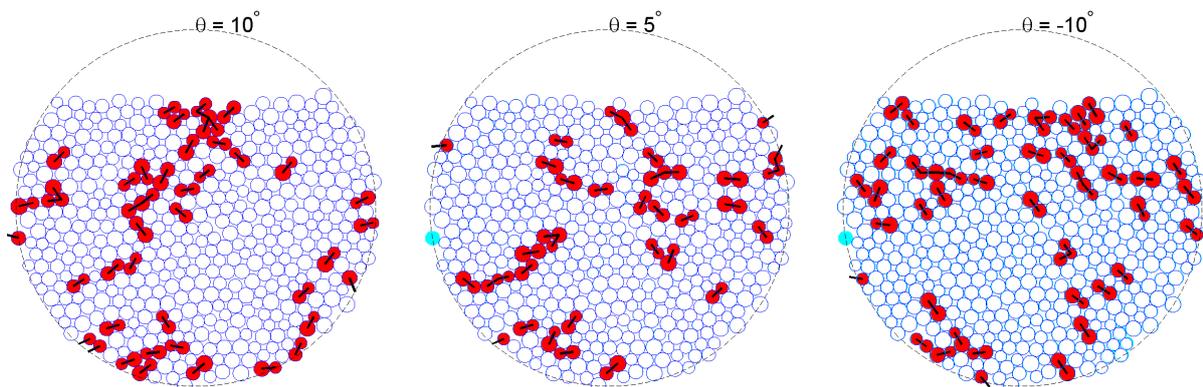


FIG. 3.14 – Zoom sur une partie de l'empilement granulaire à 3 pentes différentes ($\theta = 10^\circ$, 5° et -10°) pour visualiser les contacts critiques et les disques impliqués.

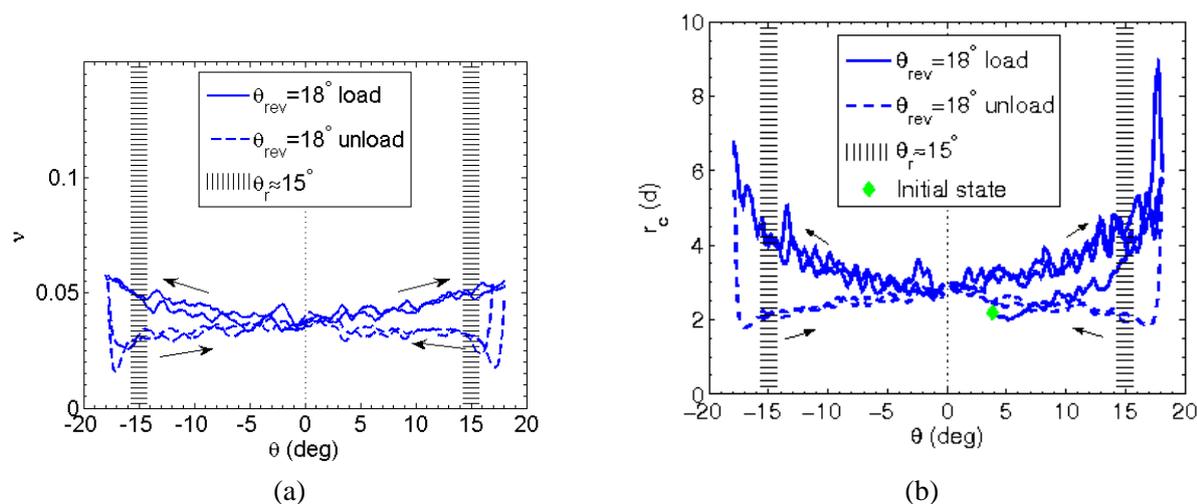


FIG. 3.15 – Variations de (a) la proportion de contacts critiques ν et (b) de leur longueur de corrélation r_c au cours des cycles d'après 50 réalisations.

gradient vertical des contraintes et des forces de contact, comme illustré par la figure 3.5, nous n'observons pas de localisation des contacts critiques pendant l'évolution quasi-statique de l'empilement. Les contacts critiques sont orientés selon une direction privilégiée, variable avec la valeur de θ [10].

L'état critique d'un contact étant transitoire (section 3.3), les clusters de contacts critiques ont une durée de vie très courte, et disparaissent d'une région pour réapparaître dans une autre, d'où le caractère très fluctuant de l'évolution de ν (Fig. 3.7) et l'intérêt d'une étude statistique des contacts critiques sur plusieurs réalisations. La figure 3.15 (a) montre les variations de ν en fonction de θ moyenné sur les 50 réalisations au cours des 2 cycles à 18° . On observe clairement un comportement hystérétique de la densité moyenne des contacts critiques, les valeurs de ν en déchargement étant inférieures à celles en chargement.

De façon similaire, la figure 3.15 (b) montre l'évolution avec θ de la taille r_c des clusters de contacts critiques au seuil de stabilité, définie comme la taille de l'élément représentatif v au sein duquel $\nu(v) = \nu_c$, ν_c étant la valeur maximale atteinte par la proportion de contacts critiques (voir section 3.3). Cette longueur s'apparente à la longueur de corrélation des clusters de contacts critiques [7]. Pendant le chargement, r_c augmente significativement à partir de $\theta \geq \theta_r$. L'évolution de r_c avec θ au cours des cycles est elle aussi hystérétique.

Les contacts critiques jouant un rôle important dans l'évolution quasi-statique d'un empilement granulaire lors de son chargement, et plus spécifiquement à l'approche de la transition solide-liquide, on s'interroge à présent quant à l'éventuelle influence de leur comportement hystérétique sur la réponse micro-mécanique de l'empilement au cours des cycles de chargement-déchargement.

Réarrangements des disques

Lors de l'entraînement en rotation de l'empilement granulaire, les disques sont forcés de se réarranger si leur position n'est plus stable dans leur nouvel environnement sous l'effet des nouvelles forces d'interaction, et à condition que les contraintes stériques le permettent.

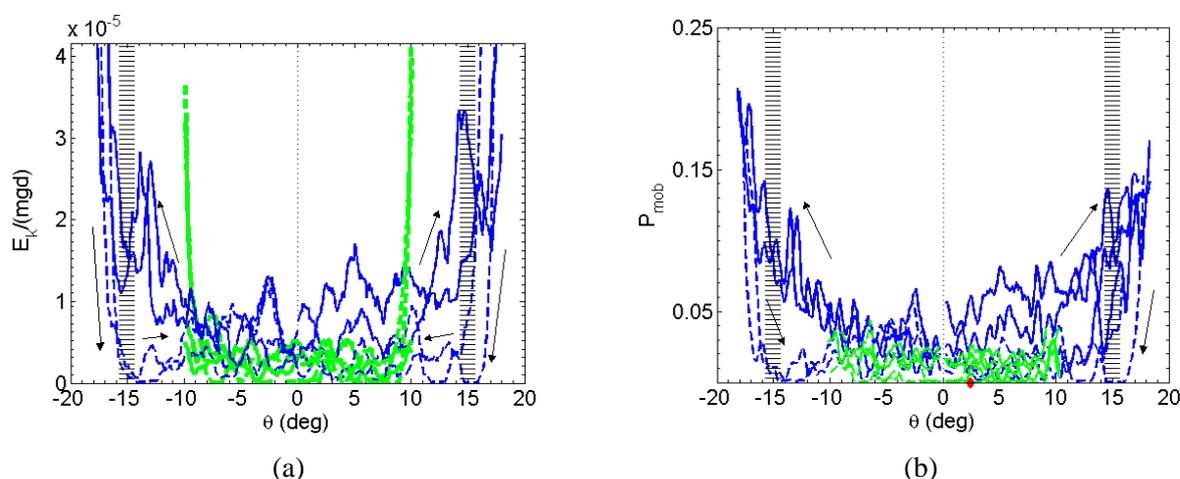
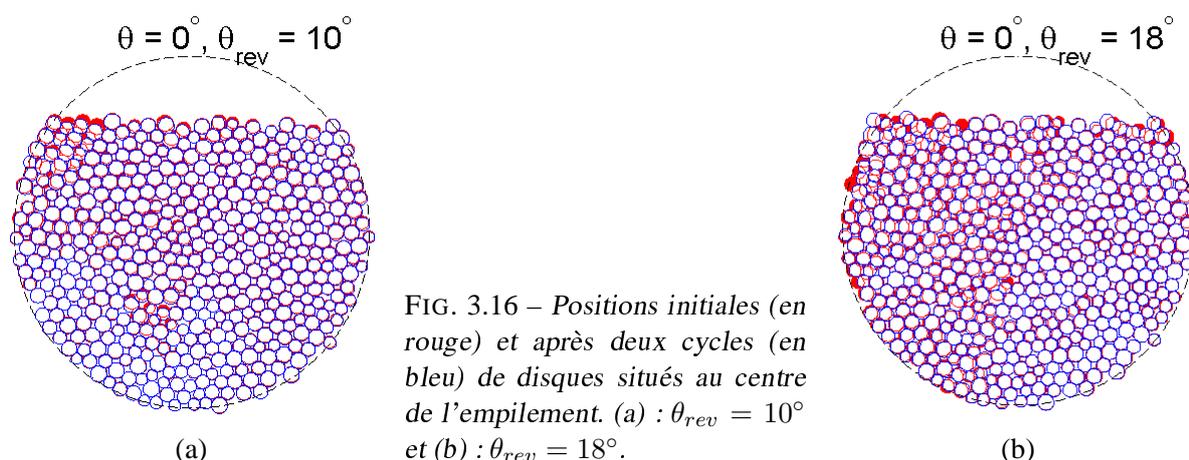


FIG. 3.17 – (a) : Énergie cinétique moyenne des billes E_k adimensionnée par mgd , moyennée sur des fenêtres de 1° . (b) : Proportion de billes mobiles P_{mob} (voir le texte pour la définition) en fonction de θ au cours des cycles.

On peut se rendre compte de l'amplitude des réarrangements locaux en visualisant les changements de position de quelques disques situés au centre et à la surface de l'empilement au cours des sollicitations sur la figure 3.16 : en bleu sont représentées les positions des disques après deux cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ (a) et à 18° (b), et en rouge les positions initiales. Les déplacements parcourus lors des réarrangements locaux sont faibles devant d , le diamètre moyen des disques, voire de l'ordre de d dans le cas des grands cycles.

Les réarrangements sont plus importants dans le cas des grands cycles que dans le cas des petits cycles. La figure 3.17 (a) représente l'évolution de l'énergie cinétique moyenne des disques E_k adimensionnée par l'énergie potentielle typique d'un disque mgd , moyennée sur des fenêtres de 1° en fonction de θ au cours des cycles. Malgré une moyenne calculée sur les 50 empilements granulaires et sur une fenêtre temporelle de 1 s , le signal de E_k reste bruité, de par la nature intermittente et ponctuelle des réarrangements. On remarque d'une part, l'hystérésis de l'énergie cinétique, illustrant l'amplitude supérieure des réarrangements en chargement qu'en déchargement, et d'autre part, la plus grande activité de l'empilement dans le cas où celui-ci a exploré le voisinage de la transition au cours du cycle.

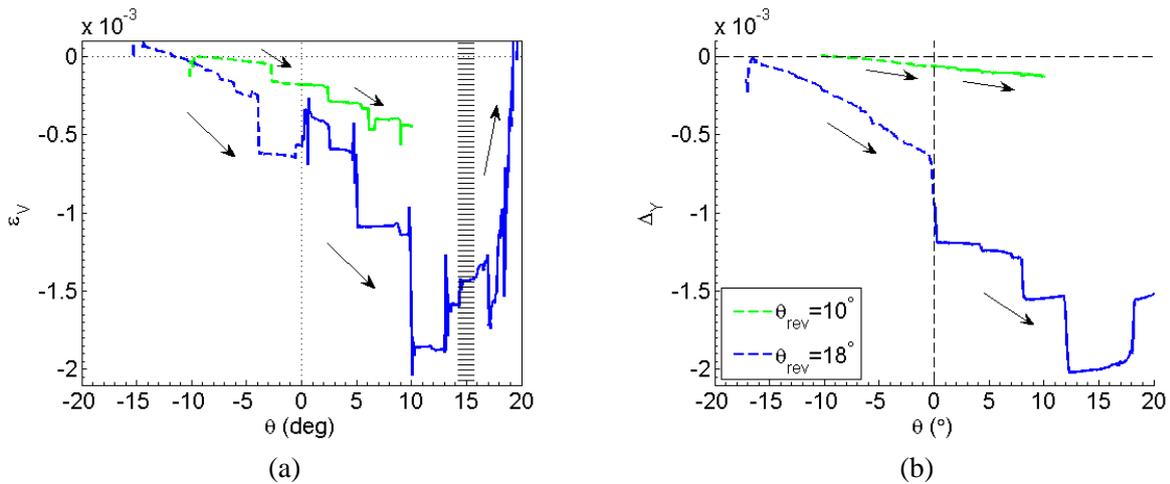


FIG. 3.18 – (a) : Déformation volumique ϵ_V et (b) : déplacement adimensionné vertical du barycentre ϵ_Y d'un empilement pour un 1/2-cycle à 10° et à 18° , en fonction de θ .

Une autre façon de caractériser l'ampleur des réarrangements est d'identifier un disque comme mobile s'il parcourt un déplacement supérieur à $d/100$ pendant l'intervalle de temps élémentaire $\sqrt{d/g}$ et de suivre la proportion P_{mob} de disques mobiles en fonction de l'inclinaison au cours des cycles à 10° et à 18° (figure 3.17 (b)). En-deçà de l'inclinaison θ_r , une faible proportion de disques est impliquée dans les réarrangements : au maximum 5%. À l'approche de θ_r , la proportion de la population de disques mobiles augmente significativement jusqu'à 15%. On remarque à nouveau que la population de disques dits mobiles est supérieure pour les cycles à 18° , y compris pour $\theta \simeq 0^\circ$. Les réarrangements sont plus importants pendant toute la durée de la sollicitation, si l'empilement s'est approché de la limite de déstabilisation au cours de son histoire.

Nous allons voir à présent qu'à l'échelle de l'empilement, les réarrangements locaux des disques décrits ci-dessus ont un effet significatif sur les déformations et la texture.

Déformations volumiques à l'échelle de l'empilement

Les figures 3.18 (a) et (b) représentent la déformation volumique ϵ_V et le déplacement adimensionné vertical du barycentre ϵ_Y en fonction de l'inclinaison pour une réalisation au cours d'un demi-cycle à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et $\theta_{rev} = 18^\circ$. On remarque des variations brutales de ϵ_V et ϵ_Y , les réarrangements responsables ayant lieu de façon intermittente. Pour des inclinaisons $\theta \lesssim \theta_r$, les réarrangements sont essentiellement contractants $-\epsilon_V$ décroît– et conduisent à densifier ou tasser l'empilement. Les disques parviennent à minimiser l'énergie potentielle globale $-\epsilon_Y$ décroît– afin d'atteindre une configuration globale plus stable. À l'inverse, à partir de $\theta \gtrsim \theta_r$, l'empilement devient dilatant, *i.e.*, il augmente son volume : les seuls déplacements possibles localement accroissent l'énergie potentielle de l'empilement granulaire. Étant donné le caractère intermittent des déformations mesurées, le comportement moyen des 50 empilements granulaires est plus approprié à une étude précise.

Les figures 3.19 (a) et (b) représentent la déformation volumique ϵ_V et la compacité C moyennes en fonction de θ au cours des cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° . Il apparaît avec évidence que la réponse en déformations volumiques dépend fortement de θ_{rev} , contrairement à la réponse en contraintes (Fig. 3.11). Alors que les

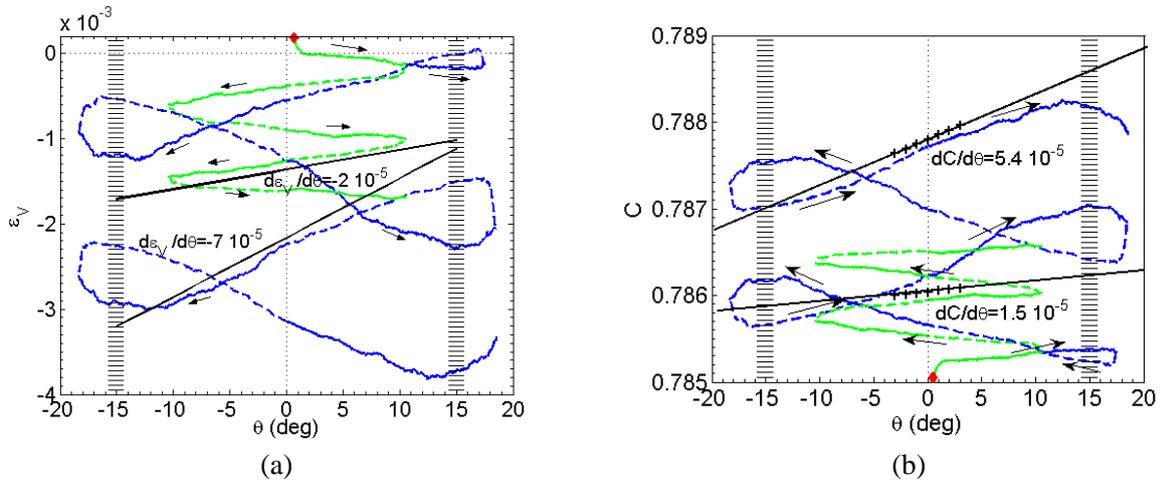


FIG. 3.19 – (a) : Déformation volumique ϵ_V et (b) : compacité C moyennée sur 50 empilements en fonction de l'inclinaison θ au cours des cycles à 10° et 18° .

déformations sont systématiquement contractantes pour $\theta \lesssim \theta_r$, elles sont dilatantes pour $\theta \gtrsim \theta_r$. Il en résulte une compaction monotone dans le cas des cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$: l'empilement se densifie autant en chargement qu'en déchargement. Par contre, dans le cas des grands cycles à $\theta_{rev} = 18^\circ$, l'empilement granulaire exhibe successivement des phases contractantes et des phases dilatantes. Ce comportement est classique des expériences de cisaillement d'un matériau granulaire dense, car sa déformation n'est possible que si les disques se désimbriquent. C'est le principe de dilatance de Reynolds, qui fait de l'augmentation de volume une condition nécessaire à l'établissement d'une déformation cisailante, ou d'un écoulement de surface. Cela corrobore la mise en place d'un cisaillement cohérent dans la gamme d'angles $[\theta_r; \theta_a]$ et ce de façon systématique [8]. Malgré la succession de phases dilatantes et compactantes dans le cas des grands cycles, la déformation volumique résultante n'est pas nulle, mais consiste aussi en une densification de l'empilement.

La compacité représente le ratio du volume effectivement occupé par les disques sur le volume total du lit granulaire. Elle croît de 78.5 % à 78.8 %, ce qui représente une augmentation de 0.5%, correspondant à une diminution du volume équivalente à 20 disques à comparer aux 4000 constituant l'empilement granulaire. La consolidation ainsi obtenue dans le cas de sollicitations quasi-statiques est de l'ordre de 10^{-3} , du même ordre de grandeur que celle observée après l'occurrence d'avalanches [75]. La compaction résulte uniquement des déformations causées par les réarrangements, puisque les disques sont indéformables. Le taux de compaction instantané dépend fortement de l'amplitude des cycles : l'empilement granulaire se densifie à un taux deux fois plus élevé dans le cas des grands cycles ($dC/dt \simeq 5 \cdot 10^{-5}$), que dans le cas des petits cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ ($dC/dt \simeq 1 \cdot 10^{-5}$). Cela rend la compaction globale de l'empilement pour un même nombre de cycles, plus efficace pour $\theta_{rev} = 18^\circ$ que pour $\theta_{rev} = 10^\circ$. Notons tout de même que la comparaison de la compaction atteinte après des durées identiques de 160 s, en extrapolant les mesures observées, donne des compacités similaires : $\epsilon_V \simeq 3.3 \cdot 10^{-3}$ pour $\theta_{rev} = 18^\circ$ à comparer à la valeur extrapolée $\epsilon_V \simeq 3.06 \cdot 10^{-3}$ pour $\theta_{rev} = 10^\circ$.

La compaction observée soulève la question de l'influence de la densité de l'empilement granulaire sur sa limite de stabilité, *i.e.*, sur l'angle d'avalanche θ_a [76].

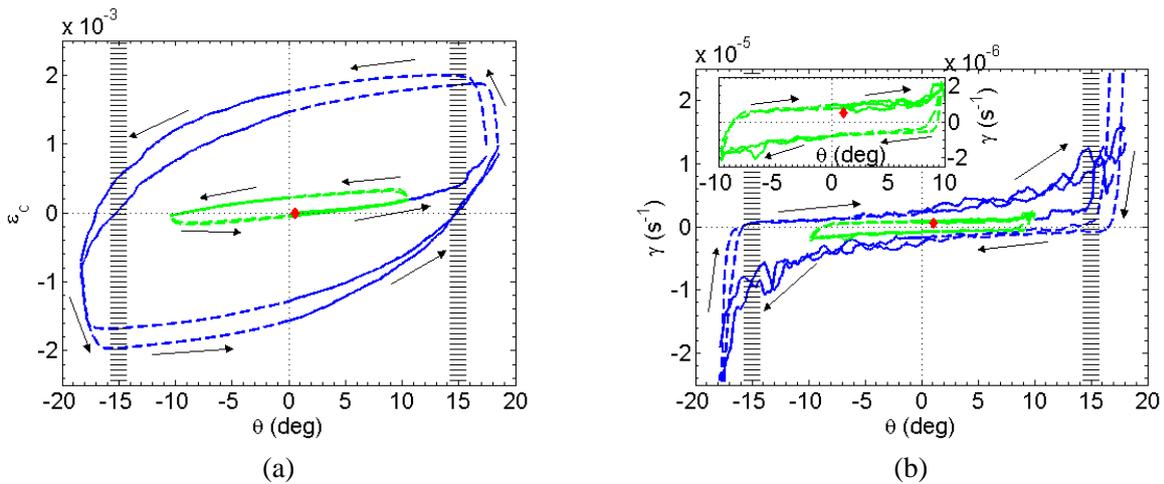


FIG. 3.20 – (a) : Estimation de la déformation cisailante ϵ_C et (b) : du taux de cisaillement γ en fonction de l'inclinaison au cours des cycles.

Estimation des déformations cisailantes

La dilatance observée systématiquement dans le régime de métastabilité à l'approche de l'avalanche, *i.e.*, pour $\theta \gtrsim \theta_r$, coïncide avec un fort cisaillement du matériau granulaire. La figure 3.20 représente la déformation cisailante ϵ_C estimée d'après le déplacement du barycentre de l'empilement (a) et le taux de cisaillement $\gamma = d\epsilon_C/dt$ (b), moyennés sur 50 réalisations en fonction de l'inclinaison au cours des cycles de rotation à 10° et 18° . Les cycles à 10° induisent de faibles déformations cisailantes : $|\epsilon_C| < 0.5 \cdot 10^{-3}$. Par contre, dans le cas des cycles à 18° , les déformations cisailantes augmentent à l'approche de la transition solide-liquide : $|\epsilon_C| \rightarrow 3 \cdot 10^{-3}$. Ces fortes déformations ne sont pas recouvrées mais persistent dans le reste du cycle : l'empilement conserve ainsi la mémoire des déformations induites à l'approche de la limite de déstabilisation. Cependant, dans la limite des cycles étudiés, on n'observe pas d'accumulation des déformations cisailantes, à l'inverse des déformations volumiques (Fig. 3.19), mais une évolution hystérétique très marquée, et d'autant plus marquée que l'empilement a exploré le régime de métastabilité ou de cisaillement cohérent au cours de son histoire. La dilatance observée dans le cas des grands cycles à 18° , permettant au matériau granulaire de se déformer, est corrélée aux fortes valeurs du taux de cisaillement γ : $\gamma_{max} \simeq 10^{-5}$. Cette estimation du taux de cisaillement maximal permet d'évaluer le nombre inertiel défini dans [14], d'après l'expression : $I_{max} = \gamma_{max} d \sqrt{\rho/\sigma_{yy}} \simeq 10^{-5}$. On vérifie ainsi que l'évolution de l'empilement est effectivement quasi-statique.

On peut également représenter les déformations volumiques ϵ_V et les contraintes σ_T/σ_N en fonction des déformations cisailantes ϵ_C , comme usuellement fait en mécanique des sols. La figure 3.21 représente $\epsilon_V(\epsilon_C)$ (a) et $\sigma_T/\sigma_N(\epsilon_C)$ (b) pour les deux cycles à 10° et 18° . Des symboles noirs en forme de carré correspondent aux angles de repos θ_r . On observe à nouveau que la compaction est monotone dans le cas des petits cycles, pour lesquelles les déformations cisailantes restent inférieures à $\epsilon_C \ll 10^{-4}$. Au contraire, on observe la succession de phases de compaction et de dilatance dans le cas des grands cycles, correspondant à des déformations cisailantes de l'ordre de $\epsilon_C \simeq 10^{-3}$. On voit à nouveau que l'empilement est dilatant lorsque $\theta \geq \theta_r$, et la courbe $\epsilon_V(\epsilon_C)$ change de comportement lorsque $\theta < \theta_r$. La réponse en contraintes-déformations est hystérétique, et l'hystérésis est fortement amplifiée dans le cas des grands cycles, contrairement aux observations faites sur la réponse en contraintes-inclinaison (Fig. 3.11). En chargement, on observe un adoucissement du matériau, la pente $d\sigma_T/\sigma_N/d\epsilon_C$ diminuant.

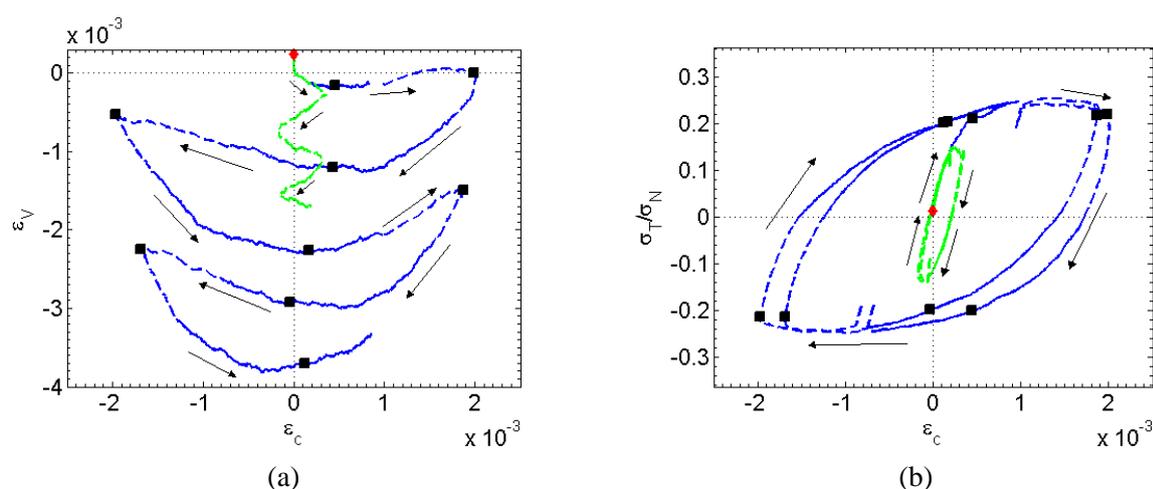


FIG. 3.21 – Courbes de déformations volumiques ϵ_V (a) et de contraintes σ_T/σ_N (b) en fonction des déformations cisailantes ϵ_C pour les cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° .

Les deux comportements observés pour les deux gammes de déformations cisailantes (pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18°), sont similaires à ceux observés lors de tests sur des échantillons de géomatériaux avec des compacités initiales différentes [38].

En résumé, le passage de l'empilement granulaire dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$ impose une dilatance qui donne à l'empilement une plus grande mobilité, dont il résulte des réarrangements plus amples et une compaction plus efficace. On vérifie ainsi que la compaction d'un empilement granulaire est très dépendante du chemin des sollicitations appliquées. D'autres études ont montré que la compaction est significativement améliorée pour des chargements cycliques avec permutation des directions principales des contraintes, ou bien pour des essais avec rotation continue des directions principales des contraintes [77, 78].

La déformation volumique de l'empilement granulaire au cours des cycles de rotation, résulte d'une succession d'instabilités, consistant en des réarrangements locaux des disques. Dans le cas du chargement biaxial d'un matériau de disques indéformables, Combe *et al.* ont également observé que la déformation à l'échelle macroscopique consistait en une suite de réarrangements locaux [79]. Enfin, Alonso et Herrmann ont observé l'accumulation de déformations plastiques au cours de chargements cycliques d'un matériau granulaire [80].

On observe une transformation de la forme de l'empilement et de l'agencement des disques, comme attesté par l'accumulation de déformations volumiques et l'existence de déformations cisailantes. On peut alors s'interroger sur l'impact de ces déformations sur le réseau des contacts.

Coordinance des disques

La figure 3.22 représente la coordinnance des disques Z moyennée sur des intervalles de 1° , en fonction de θ au cours des cycles à 10° et 18° . Pour les deux types de cycles, la variation de Z reste inférieure à 1 %. L'évolution de la coordinnance montre tout de même une faible hystérésis : Z a tendance à décroître pendant le chargement, et à croître pendant le déchargement.

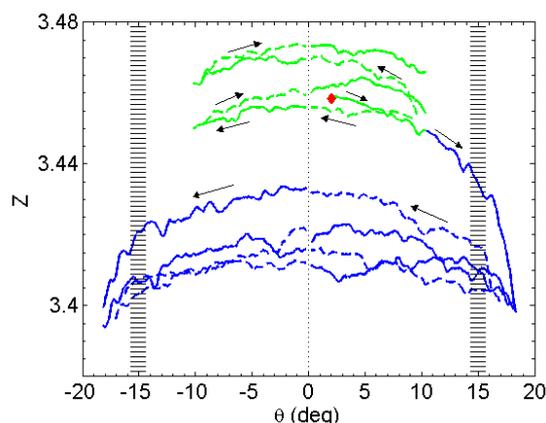


FIG. 3.22 – *Coordianance moyenne Z des disques en fonction de l'inclinaison θ au cours des cycles à 10° et 18° .*

Il est flagrant que les empilements au cours des petits et grands cycles sont caractérisés par deux états différents en terme de coordianance : l'amplitude des cycles θ_{rev} influence l'évolution, et surtout la valeur de la coordianance. Bien que la coordianance ait tendance à augmenter au cours des petits cycles, sa valeur Z est restée proche de sa valeur initiale Z_0 , alors que la coordianance Z subit une forte diminution lors du premier chargement pour $\theta_{rev} = 18^\circ$, en particulier lors de l'exploration de l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$.

Contrairement à l'intuition et à de précédentes observations [81], les variations du volume et de la coordianance sont décorréelées, voire anti-corrélées : les empilements les plus denses, obtenus pour les cycles à 18° , ont aussi un nombre de contacts plus faible. L'anti-corrélation entre ϵ_V et Z peut être expliquée par la dépendance de la stabilité d'un empilement avec son nombre de contacts. Comme rappelé à la section 3.2.3, un empilement isostatique a le nombre minimal de contacts Z_{iso} requis pour rester à l'équilibre, contrairement à un empilement hyperstatique qui a des contacts supplémentaires, et dont la stabilité persistera malgré l'ouverture de certains contacts. Dans un empilement hyperstatique, une perte significative de contacts est nécessaire pour autoriser un réarrangement. Au contraire, dans un empilement avec un nombre de contacts inférieur, un faible changement dans la transmission des forces aux contacts ou dans la géométrie des contacts autorisera un réarrangement local des disques. Dans le cas des grands cycles, la diminution significative de Z lors du premier chargement conduit l'empilement vers une configuration plus isostatique : les réarrangements de disques peuvent avoir lieu plus probablement, augmentant l'activité dynamique de l'empilement et permettant notamment une compaction plus efficace. Lorsqu'un empilement s'est approché de la transition de unjamming, la micro-structure est moins frustrée et évolue plus aisément vers une configuration plus dense et plus stable.

Quoiqu'il en soit, l'exploration du régime de cisaillement cohérent pour les pentes $[\theta_r; \theta_a]$ augmente la susceptibilité des disques à se réarranger et modifie profondément l'état de l'empilement granulaire par rapport à son état initial.

Texture de l'empilement granulaire

Une analyse plus poussée de l'évolution de la micro-structure de l'empilement consiste à présent à étudier la statistique des orientations des contacts.

La figure 3.23 (a) montre l'évolution de l'intensité d'anisotropie Λ en fonction de la pente de l'empile-

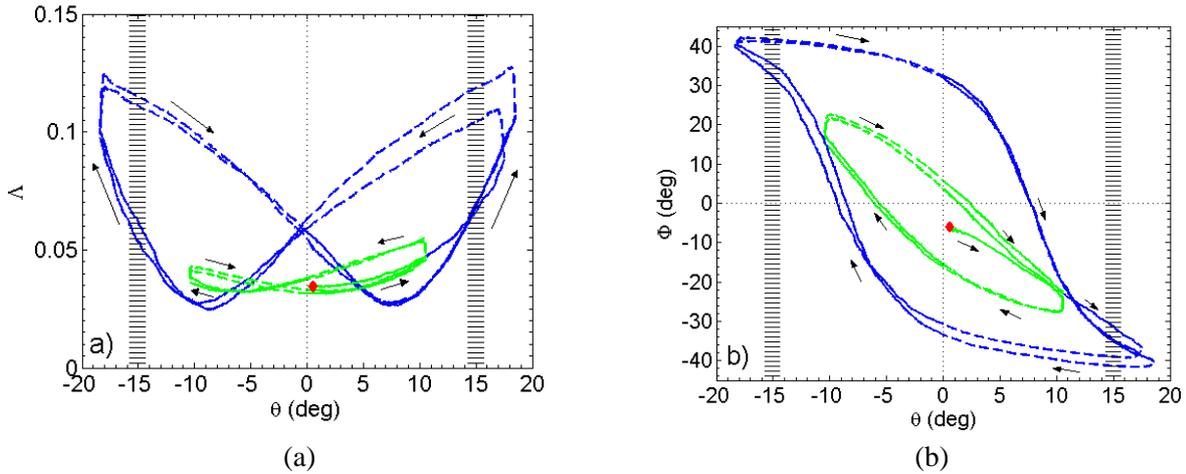


FIG. 3.23 – Intensité d’anisotropie Λ et direction d’anisotropie de texture Φ du réseau des contacts en fonction de θ au cours des cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° .

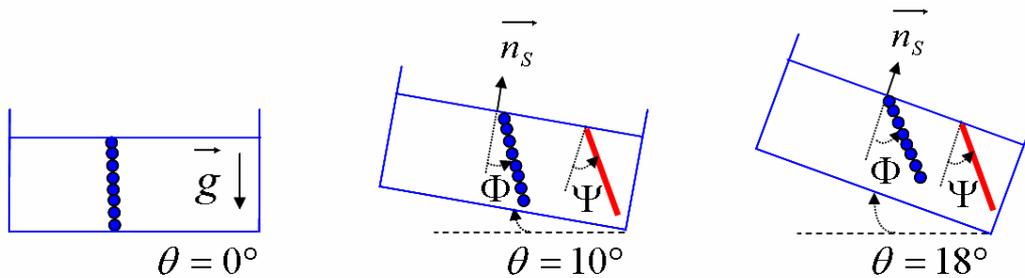


FIG. 3.24 – Schéma d’évolution de la direction d’anisotropie de texture Φ dans le cas d’un empilement incliné depuis $\theta = 0^\circ$ à $\theta = 18^\circ$.

lement θ au cours des sollicitations cycliques pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° . Pour les petits cycles, le réseau des contacts reste isotrope, les variations de l’anisotropie Λ avec θ sont faibles : $\Lambda \simeq 0.05$. La texture de l’empilement est très peu affectée par la sollicitation pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et reste approximativement similaire à la texture initiale dans le cas des petits cycles. Au contraire, l’intensité d’anisotropie évolue significativement lors des grands cycles, atteignant la valeur maximale $\Lambda \simeq 0.15$. L’approche de la transition solide-liquide transforme significativement la texture de l’empilement, en augmentant l’anisotropie structurelle.

La figure 3.23 (b) montre l’évolution de la direction d’anisotropie de texture Φ en fonction de l’inclinaison θ au cours des cycles pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° . Indépendamment de la valeur de θ_{rev} , Φ évolue au cours de la sollicitation et tourne dans le sens opposé à la rotation imposée : Φ décroît (resp. croît) lorsque θ augmente (resp. diminue), comme schématisé sur la figure 3.24. Suivant cette évolution, la direction d’anisotropie de texture se rapproche de la surface libre et pour de grandes pentes θ , Φ tend vers la direction principale des contraintes $\Psi = \pm 45^\circ$. Ce comportement résulte des mécanismes de création de contacts dans la direction des contraintes de compression, et d’ouverture de contacts dans la direction d’extension.

Au-delà de ces observations générales, la texture présente une évolution hystérétique pour les petits et

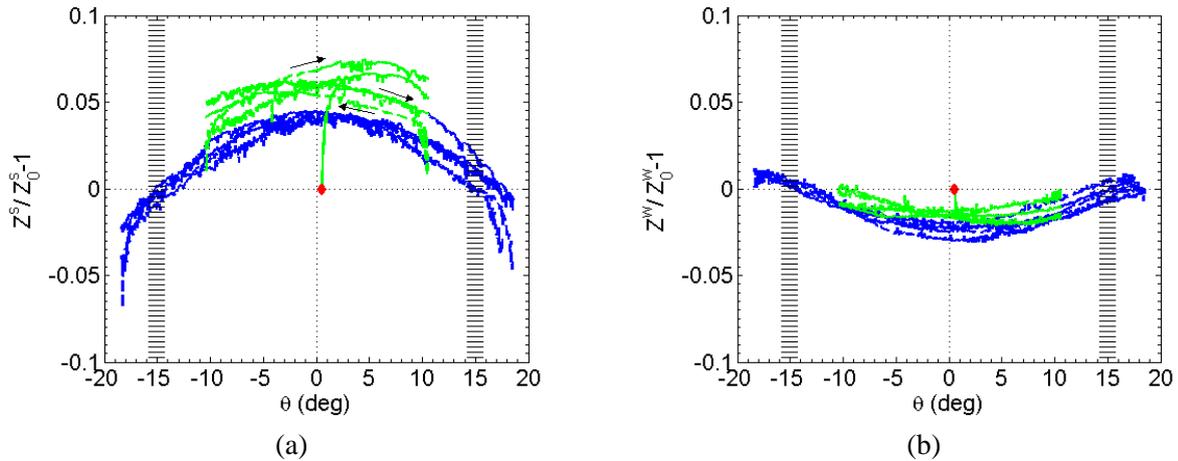


FIG. 3.25 – Variations relatives du nombre de contacts (a) forts $Z^s/Z_0^s - 1$ et (b) faibles $Z^w/Z_0^w - 1$, en fonction de θ au cours des cycles à $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° .

les grands cycles, prouvant les modifications irréversibles de la micro-structure de l'empilement. Les boucles d'hystérésis dessinées par Λ et Φ sont très lisses. Lors de l'approche de la transition, *i.e.*, pour les grands cycles, la forme de l'hystérésis change et la boucle est amplifiée. Cela met en évidence l'effet particulier du régime identifié dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$ sur l'évolution du réseau des contacts.

On observe également, dans le cas des grands cycles, que la texture de l'empilement évolue plus lentement pendant le déchargement que durant le chargement. En d'autres termes, l'empilement réorganise sa texture plus difficilement, lorsqu'il a dépassé l'inclinaison θ_r dans son histoire. Cette remarque est valable autant pour la direction d'anisotropie de texture Φ que pour l'intensité d'anisotropie Λ . C'est assez inattendu étant donnée l'efficacité des réarrangements et déformations observée dans le cas des grands cycles et ce pour toute la durée de la sollicitation, décrite dans la section précédente.

En conclusion, l'exploration de l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$ près de la transition solide-liquide, permet une profonde modification du réseau des contacts en comparaison avec son état initial. Ainsi, la texture de l'empilement (Z , Λ et Φ) à un angle θ dépend fortement du chemin des sollicitations passées, en particulier du passage à proximité de la transition solide-liquide. Dans la mesure où cette modification structurelle de l'empilement ne semble pas affecter son état de contrainte globale (Fig. 3.11), on peut se demander comment réagissent spécifiquement les réseaux forts et faibles.

3.4.3 Réponse biphasée du matériau granulaire : contacts forts et faibles

Les contacts forts (resp. faibles), qui transmettent une force normale supérieure (resp. inférieure) à la moyenne, représentent approximativement 40% (resp. 60%) des contacts. On a vu précédemment que le nombre de contacts varie faiblement au cours des cycles. Ces variations concernent-elles indifféremment les contacts forts et faibles ? En comptabilisant séparément les contacts forts et faibles, et en étudiant leurs variations relatives $Z^s/Z_0^s - 1$ et $Z^w/Z_0^w - 1$ au cours des cycles comme représenté sur la figure 3.25, on remarque une nette différence : à faible inclinaison θ_{rev} , alors que le nombre de contacts faibles tend à diminuer, le nombre de contacts forts tend à augmenter. En ce sens, on peut en effet parler de consolidation. On note également que la forte perte de contacts observée dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$ (Fig.

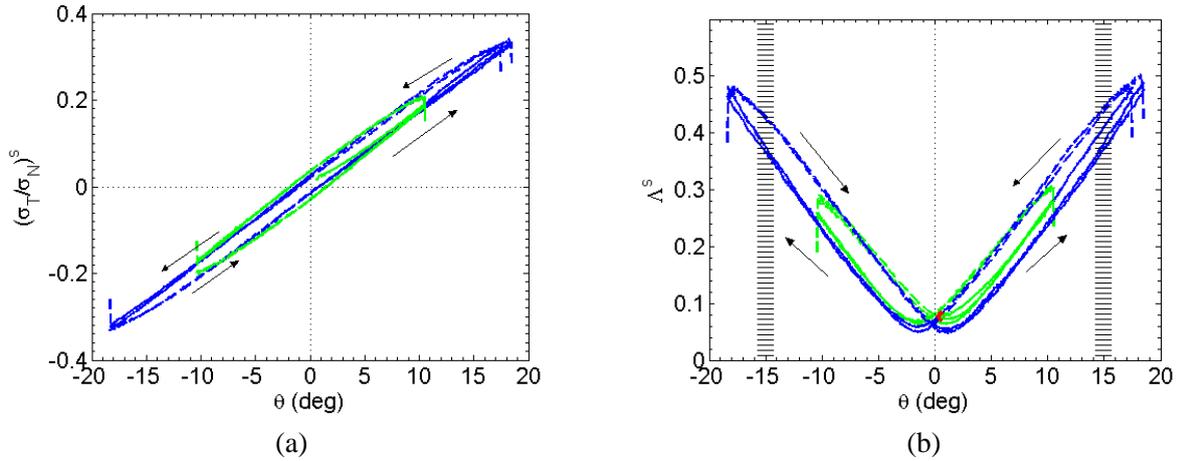


FIG. 3.26 – (a) : Rapport des contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ et (b) : intensité d'anisotropie Λ^s dans le réseau de contacts forts en fonction de θ pour les deux amplitudes cycliques $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° .

3.22), concerne exclusivement des contacts forts, le nombre de contacts faibles tendant au contraire à augmenter légèrement.

Réseau des contacts forts

La figure 3.26 (a) représente le rapport des contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ supportées par le réseau de contacts forts. L'évolution de $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ est très similaire à celle du rapport des contraintes supportées par l'empilement entier σ_T/σ_N (Fig. 3.11 (a)), exhibant une hystérésis légère et indépendante de l'amplitude des cycles θ_{rev} . Les valeurs de $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ ne sont toutefois pas identiques à celles de σ_T/σ_N , du fait de la contribution des contacts faibles.

La figure 3.26 (b) représente l'intensité d'anisotropie de texture Λ^s du réseau de contacts forts en fonction de θ . Les valeurs atteintes par Λ^s sont bien supérieures à celles de l'intensité d'anisotropie de l'ensemble des contacts Λ , attestant une forte anisotropie du réseau fort, et ce d'autant plus que l'empilement est proche de la transition solide-liquide. L'évolution de Λ^s est hystérétique, et l'hystérésis est, contrairement aux observations faites sur l'anisotropie globale, identique pour les deux types de sollicitations cycliques ($\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18°).

Nous allons voir que les remarques faites sur le rapport des contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ et l'intensité d'anisotropie Λ^s dans le réseau de contacts forts restent valables pour les directions principales des contraintes Ψ^s et d'anisotropie de texture Φ^s . La figure 3.27 (a) représente la direction principale des contraintes Ψ^s dans le réseau des contacts forts en fonction de la pente θ pour les petits et grands cycles. L'évolution de Ψ^s est faiblement hystérétique et est approximativement la même pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° , comme précédemment observé pour le réseau complet des contacts (Fig. 3.11b).

La direction d'anisotropie de texture du réseau des contacts forts Φ^s est représentée en fonction de θ au cours des cycles sur la figure 3.27 (b). L'évolution de Φ^s est hystérétique au cours des cycles pour les 2 amplitudes θ_{rev} . Toutefois, contrairement aux précédentes observations faites sur la texture de l'empilement complet (Fig. 3.23 b), la taille de la boucle d'hystérésis est identique pour $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° . L'évolution de Φ^s est corrélée à celle de Ψ^s , et les cycles d'hystérésis sont lisses et réguliers.

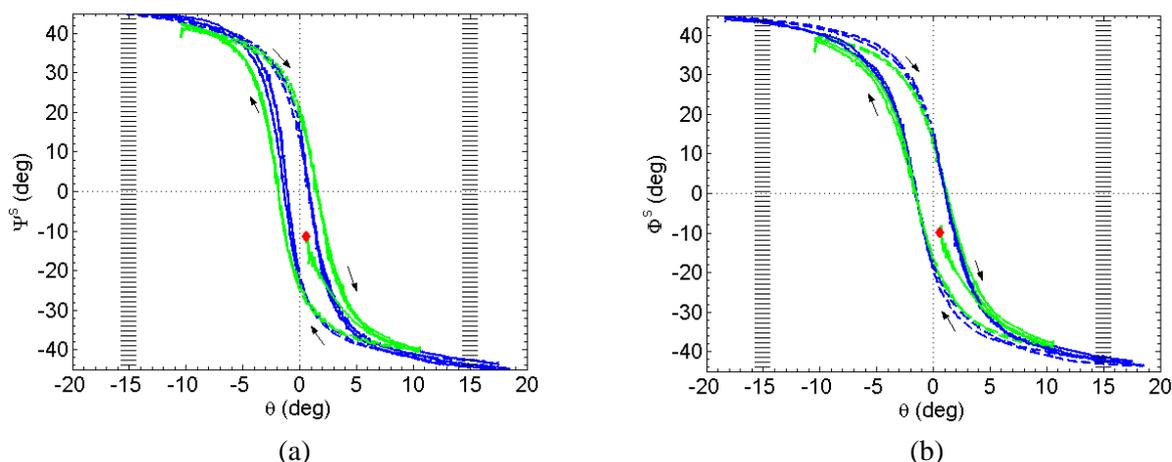


FIG. 3.27 – (a) : Direction principale des contraintes Ψ^s et (b) : direction d’anisotropie de texture Φ^s dans le réseau de contacts forts en fonction de l’inclinaison θ pour les cycles à 10° et 18° .

En résumé, au cours des sollicitations cycliques, ni les contraintes, ni la texture du réseau fort ne sont sensibles à l’amplitude θ_{rev} . Comme par ailleurs, le réseau des contacts forts assume à lui-seul la quasi-totalité des contraintes, en l’occurrence des contraintes cisailantes subies par l’empilement [43], il est responsable de la résistance mécanique de tout l’empilement. Il en résulte des évolutions très similaires de $(\sigma_T/\sigma_N)^s$ et σ_T/σ_N , le rapport des contraintes tangentielle et normale, ainsi que de Ψ^s et Ψ , la direction des contraintes principales.

Réseau des contacts faibles

La figure 3.28 (a) représente le rapport des contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^w$ supporté par les contacts faibles. Les contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^w$ sont bien inférieures à celles supportées par le réseau fort, attestant l’écantage du réseau de contacts faibles par les contacts forts vis-à-vis de la sollicitation extérieure [43]. Cela confirme la contribution majoritaire de réseau de contacts forts à la réponse en contraintes de l’empilement entier.

La figure 3.28 (b) représente l’intensité d’anisotropie de texture Λ^w du réseau de contacts faibles. Les valeurs de Λ^w sont très faibles, attestant la faible anisotropie des contacts faibles. Toutefois, on remarque une réponse réversible des contacts faibles dans le cas des petits cycles, contrairement à l’hystérésis engendrée lorsque l’empilement s’est approché de la transition.

La figure 3.29 (a) représente la direction principale des contraintes dans le réseau des contacts faibles Ψ^w en fonction de θ pour les petits et grands cycles. L’évolution de Ψ^w est très influencée par l’amplitude des sollicitations. Ce changement qualitatif n’est pas visible sur la réponse en contraintes du réseau complet des contacts (Fig. 3.11b), à cause de la contribution prédominante du réseau des contacts forts [43].

Enfin, la figure 3.29 (b) représente l’évolution de la direction d’anisotropie Φ^w du réseau faible avec θ au cours des cycles à 10° et 18° . La réponse du réseau de contacts faibles apparaît à nouveau très dépendante de l’amplitude des cycles, contrairement au réseau des contacts forts (Fig. 3.27). Pour les petits cycles, Φ^w ne montre pratiquement pas d’hystérésis. La direction d’anisotropie du réseau faible Φ^w reste approximativement perpendiculaire à Φ^s , comme dans le cas d’un chargement continu [10]. Au contraire, pour les grands cycles, le comportement de Φ^w est hystérétique, et consiste en une rotation prématurée

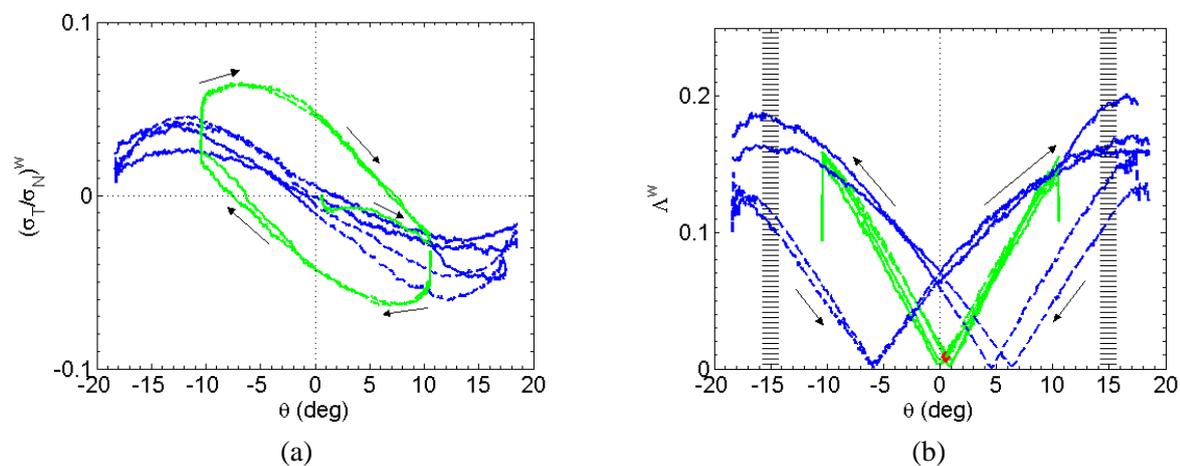


FIG. 3.28 – (a) : Rapport des contraintes $(\sigma_T/\sigma_N)^w$ et (b) : intensité d'anisotropie Λ^w dans le réseau de contacts faibles en fonction de θ pour les deux amplitudes cycliques $\theta_{rev} = 10^\circ$ et 18° .

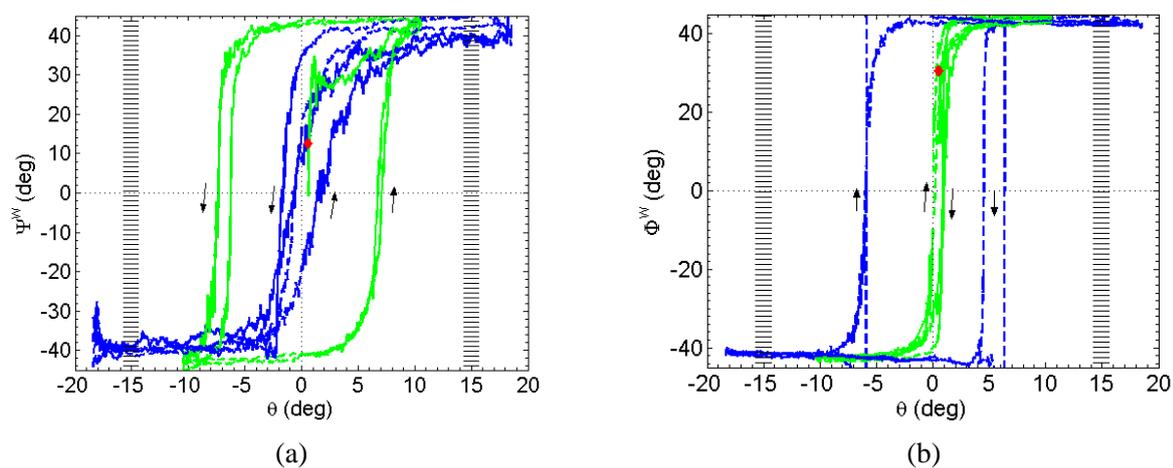


FIG. 3.29 – (a) : Direction principale des contraintes Ψ^w et (b) : direction d'anisotropie de texture Φ^w dans le réseau de contacts faibles en fonction de l'inclinaison θ pour les cycles à 10° et 18° .

de la texture du réseau faible pendant le déchargement. Cet effet a une conséquence surprenante sur les orientations relatives des deux réseaux faible et fort : Φ^w et Φ^s sont égaux pendant une partie des cycles de chargement-déchargement, attestant de l'alignement temporaire des directions représentatives des deux réseaux de contacts. L'évolution prématurée de la géométrie du réseau de contacts faibles, observée dans le cas où l'empilement s'est auparavant approché de la transition solide-liquide, est responsable du retard dans la réorganisation de la texture de l'empilement complet. Par conséquent, après un 1/2-tour au sein de l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$, l'empilement garde une mémoire de l'orientation passée de sa texture pendant une large partie du cycle.

Alors qu'une synchronisation des état de contrainte et de texture est observée dans le réseau des contacts forts, les réponses en contrainte et texture dans le réseau des contacts faibles sont asynchrones.

Par ailleurs, contrairement à la forme lisse des cycles d'hystérésis visibles dans le réseau de contacts forts (Fig. 3.27) et le réseau complet (Fig. 3.11 (b) et 3.23 (b)), les boucles d'hystérésis dans le réseau de contacts faibles (Fig. 3.29) présentent une variation brutale et la réponse du réseau faible exhibe de larges fluctuations d'une réalisation à l'autre, et ce d'autant plus que l'empilement s'est approché de la transition. Les effets visibles sont par exemple le signal bruité de Ψ^w (Fig. 3.29 (a)), ou la non superposition des courbes de Φ^w (Fig. 3.29 (b)).

Ces résultats attestent d'une plus grande susceptibilité du réseau de contacts faibles, ce qui traduit la présence de corrélations spatiales importantes au sein du réseau faible. Une signature de la localisation des corrélations dans le réseau faible peut être vu dans la forme particulière des boucles d'hystérésis. Alors que les boucles d'hystérésis des réseaux fort et total des contacts sont lisses, elles présentent une discontinuité dans le réseau faible. Ces réponses respectivement avec retard et instantanée peuvent être attribuées à la contribution relative du désordre structurel et des interactions de taille finie ou corrélations, comme suggéré dans [82, 83]. Dans ce cadre, l'hystérésis discontinue observée dans le réseau faible suggérerait que la taille des corrélations est supérieure à la longueur typique du désordre structurel, contrairement au rôle prédominant du désordre particulaire dans l'empilement entier conduisant à une hystérésis lisse et régulière.

De manière générale, le caractère hétérogène des contacts et leur rôle complémentaire se résument comme suit : les contacts forts contribuent majoritairement à l'état de contrainte de l'empilement, alors que les contacts faibles sont responsables des modifications structurelles. De manière plus précise, la réponse hystérique de l'empilement à des sollicitations cycliques résulte d'interactions complexes des deux réseaux fort et faible, dont la contribution relative dépend de l'amplitude des cycles :

- Pour de faibles sollicitations, *e.g.*, pour des cycles d'amplitude $\theta_{rev} = 10^\circ$, le comportement hystérique de l'empilement granulaire est dominé par la contribution du réseau de contacts forts.
- Pour de fortes sollicitations, *i.e.*, lorsque l'empilement s'est approché de la limite de déstabilisation, le réseau faible est significativement affecté, et le comportement hystérique de l'empilement est modifié malgré l'absence de transformation particulière dans le réseau fort.

3.5 Conclusion

L'étude statistique via la modélisation numérique discrète, d'un empilement granulaire bidimensionnel incliné vers l'avalanche depuis des conditions initiales variables, montre que les mécanismes de déstabilisation mis en évidence par Staron *et al.* dans [7], sont indépendants de la préparation initiale,

au moins dans la limite des conditions testées. La densité ν et la longueur de corrélation r_c des contacts critiques sont identifiées comme des fonctions réponses aux sollicitations extérieures, pertinentes pour la description de l'évolution métastable d'un empilement. Étant donnée la nature transitoire de l'état critique d'un contact, ces quantités sont représentatives du chargement de l'empilement, mais ne caractérisent pas son état de plastification.

Le comportement hystérétique de l'empilement est étudié au cours de sollicitations cycliques de différentes amplitudes θ_{rev} . L'évolution des contacts critiques se révèle hystérétique en réponse à l'approche de la transition solide-liquide. À la transition chargement-déchargement, les contacts critiques ne peuvent plus supporter la condition de glissement, et passent en-dessous du seuil de Coulomb, effaçant l'état frictionnel de l'empilement. Cela atteste de la fin du régime de cisaillement cohérent, comme observé dans le cas d'un changement de sens du cisaillement [84, 85].

Lorsque nous étudions de tels effets mémoires sur les autres caractéristiques de l'empilement, *e.g.*, état de contrainte, de déformation, ou texture, le comportement de celles-ci s'avèrent avoir des comportements différents. L'état de contrainte montre une légère hystérésis suivant la pente de l'empilement θ , et cette hystérésis est indépendante de l'amplitude des cycles. On en déduit que les contraintes sont contrôlées par θ (et $d\theta/dt$), et non par θ_{rev} . Au contraire, les déformations et la texture reliées au désordre structural de l'empilement, sont très sensibles aux chemins et à l'histoire des sollicitations et dépendent de θ_{rev} . Ces observations sont difficilement explicables par une loi constitutive simple reliant contraintes et déformations. L'observation d'empilements au même état de contrainte, mais caractérisés par des textures différentes, suggèrent que les contraintes induites par la gravité parviennent à être transmises au sein du matériau pour des géométries variables du réseau des contacts, et pour des niveaux variables de désordre structural. C'est pourquoi une loi constitutive adaptée devra prendre en compte l'anisotropie de la texture.

L'analyse plus précise des contributions des contacts forts et faibles à la réponse globale de l'empilement éclairent ces observations. Dans le réseau des contacts forts, ni les contraintes, ni la texture ne dépendent de l'amplitude des sollicitations. En revanche, dans le réseau des contacts faibles, les contraintes et la texture sont sensibles aux chemins des sollicitations. L'apparente contradiction des réponses globales en contrainte et en texture ne perdure pas lors de la séparation des contacts forts et faibles. Elle provient de la contribution prédominante des contacts forts à l'état de contrainte. Cette analyse biphasée confirme la pertinence d'une loi constitutive prenant en compte la nature hétérogène des contacts –forts et faibles– des matériaux granulaires. Au sein du réseau fort, les contraintes et la texture sont synchronisées et peuvent être décrites par une relation simple. Le comportement du réseau faible est plus complexe, peut-être du fait de l'existence des contacts critiques. Une forte mémoire du passage près de la transition solide-liquide au cours de l'histoire du matériau granulaire semble affecter la réponse du réseau faible pendant toute la durée du cycle, probablement du fait de la haute susceptibilité des contacts faibles au cisaillement cohérent dans l'intervalle $[\theta_r; \theta_a]$. Enfin, les fluctuations observées dans le réseau faible peuvent être la signature des corrélations à longue portée. Ces corrélations permettent à un réarrangement local de grains de se propager dans l'empilement et d'affecter essentiellement le réseau faible, du fait de sa forte mobilisation frictionnelle, comme récemment mis en évidence dans [7, 10]. Ces comportements complexes –corrélations spatiales, effets mémoires– appellent des lois constitutives élaborées, tel que proposées dans [86, 87, 88, 89, 90, 73].

Finalement, le comportement et l'état de l'empilement sont fortement modifiés près de la transition de unjamming, comme observé expérimentalement [16, 66, 9], coïncidant avec d'importantes modifications irréversibles de la micro-structure. Ces modifications résultent d'une sollicitation spécifique des contacts faibles : ces derniers ont un rôle considérable dans la réponse hystérétique de l'empilement, malgré leur contribution marginale à l'état de contrainte. Cette étude démontre la pertinence d'une description du

matériau granulaire en terme de deux phases, pas seulement pour le processus de déstabilisation, mais aussi pour la rhéologie quasi-statique, dès que le matériau granulaire s'est approché de la transition solide-liquide au cours de son histoire.

Chapitre 4

Écoulement granulaire non confiné : coexistence de phases statique et liquide

4.1 Introduction

Les écoulements granulaires à surface libre étudiés en laboratoire sont souvent confinés entre des parois latérales, *e.g.*, en tambour tournant, en canal ou sur plan incliné avec parois latérales [56, 21, 14, 91, 92]. Bien que les écoulements naturels ne soient généralement pas limités par des murs, on constate que ces derniers s'auto-chenalisent, sélectionnant une largeur et une hauteur d'écoulement. Ce mécanisme d'auto-chenalisation soulève la question de l'importance des conditions aux limites pour l'écoulement granulaire (glissement, non glissement), et de manière générale il met en jeu la transition solide-liquide.

La figure 4.1 montre des photographies d'écoulements à bords libres dans différents contextes naturels : dépôt d'une coulée pyroclastique sur le volcan Lascar au Chili d'après Félix & Thomas [20] et écoulement sur une dune de sable. Une étude expérimentale a été menée par Félix & Thomas sur des écoulements modèles dans l'optique de mieux caractériser la dynamique des écoulements pyroclastiques [20]. Afin d'en reproduire les caractéristiques principales (figure 4.1 (a)), elles génèrent des écoulements sur plan incliné rugueux sans confinement latéral. Elles observent plusieurs régimes d'écoulement (intermittent, stationnaire), chacun d'eux correspondant à des dépôts de forme particulière. Notamment, l'écoulement en régime stationnaire donne à l'arrêt un dépôt avec des bords plus élevés que la partie centrale, appelé dépôt en forme de "chenal-levées". En conclusion de leurs travaux, elles montrent qu'un écoulement granulaire sec sur une topographie simple permet de reproduire la morphologie des dépôts observés après certaines coulées pyroclastiques. Et ce, sans faire appel à des mécanismes plus complexes, tel que le dégorgement (ou inversement la fluidisation) différentiel(le) après ou en cours de déposition [20, et références citées]. Cela suggérerait éventuellement l'opportunité d'interpréter des données de terrain sur les coulées pyroclastiques dans le cadre expérimental des matériaux granulaires modèles.

Afin d'étendre ces observations aux écoulements naturels, elles étudient l'influence de la polydispersité des tailles de grains et des phénomènes de ségrégation sur les caractéristiques des dépôts [20]. À ce sujet, l'étude numérique menée par Mangeney *et al.*[93] montre que la polydispersité des tailles de grains n'est pas un ingrédient nécessaire pour reproduire des levées. Dans cette étude, l'écoulement granulaire non confiné latéralement est modélisé par les équations de St-Venant [94, 95, 18, 96, 97, 93, 98, 99].

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'une étude expérimentale sur les écoulements granulaires à bord libres sur plan incliné rugueux. Nous nous intéressons à la dynamique de ces écoulements,



FIG. 4.1 – Photographies de dépôts de coulées pyroclastiques. (a) : Sur le volcan Lascar au Chili (2003) d'après Félix & Thomas [20]. (b) : Sur le volcan de la montagne St-Helens aux États-Unis (1980) d'après Hoblitt [2].

ainsi qu'à l'évolution temporelle des caractéristiques sélectionnées par l'écoulement. Dans ce but, l'alimentation en grains permettant de générer un écoulement sera maintenue sur des durées de l'ordre de l'heure, à la différence des études précédentes [20, 93]. On s'intéressera notamment à la rhéologie de cet écoulement, sachant que phases statiques et coulantes coexistent dans cette configuration. On s'interrogera également sur la formation des levées, observées sur les dépôts après arrêt de l'alimentation, et nous tenterons de préciser les mécanismes proposés dans [20].

Le dispositif expérimental utilisé, ainsi que les techniques d'acquisition des données sont présentés dans la section 4.2. Les mesures d'épaisseur, de vitesse et de débit vont nous permettre d'étudier la dynamique d'écoulement et ses variations temporelles.

Nous décrivons l'évolution temporelle des propriétés d'écoulement dans la section 4.3, et la forme des dépôts obtenus après arrêt de l'alimentation à la section 4.4. Enfin, nous interprétons et discutons nos résultats à la section 4.5.

4.2 Principe de l'expérience

Dans cette section, nous présentons la configuration expérimentale que nous allons étudier : les écoulements granulaires à bords libres sur plan incliné rugueux. Nous décrivons successivement le dispositif et le protocole expérimental, les techniques d'acquisition. La configuration du plan incliné a déjà été largement utilisée pour étudier les écoulements granulaires [100, 15, 20, 52, 51, 17], ce qui nous permettra de nous y référer, notamment pour déterminer la rhéologie effective de notre matériau granulaire.

4.2.1 Dispositif expérimental

Matériau granulaire

Le matériau granulaire, photographié figure 4.2, est constitué de billes sphériques en verre, de densité 2500 kg/m^3 et de diamètre moyen $d = 0.35 \text{ mm}$. Cette taille est suffisamment grande pour limi-



FIG. 4.2 – Photographie d'un échantillon de billes constituant le matériau granulaire, de diamètre moyen $d = 0.35 \text{ mm}$. Une partie des billes est teinte en noir à l'encre de chine, pour servir de traceurs lors de traitements d'images.

ter les effets électrostatiques et capillaires dans les conditions hygrométriques du laboratoire [59] : le matériau granulaire est sec et non cohésif. Le matériau granulaire n'est pas parfaitement monodisperse. Le diamètre des billes varie en fait entre $d_{min} = 0.3 \text{ mm}$ et $d_{max} = 0.4 \text{ mm}$. Leur polydispersité, évaluée comme $(d_{max} - d_{min})/(2d)$, vaut donc 15 %. Une fraction des grains est teinte en noir (10 % en masse) avec une solution d'encre de chine, afin de réaliser des mesures de vitesse (voir plus loin section 4.2.2).

Plan incliné rugueux

Le dispositif expérimental (figure 4.3) est constitué d'un plan incliné rugueux de longueur $L = 3000 \text{ mm}$ et de largeur $\ell = 600 \text{ mm}$. Nous verrons par la suite que cette largeur ℓ est toujours supérieure à celle des écoulements étudiés, assurant ainsi qu'ils soient latéralement non confinés. Les axes du plan aligné et normal à la pente sont respectivement notés x et y , et l'axe normal au plan est noté z . La pente du plan, notée θ , est réglable et est mesurée à l'aide d'un inclinomètre électronique avec une résolution de 0.1° . Lors de chaque mesure d'angle, l'inclinomètre est disposé toujours à la même position pour assurer au mieux la répétabilité des mesures. Le plan est couvert de toile de verre de rugosité moyenne $r = 0.2 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$. La taille des rugosités est du même ordre de grandeur que celle des billes. Ainsi le frottement effectif exercé par le fond rugueux sur le matériau granulaire est proche d'être maximal : il n'est ni négligeable (dans le cas où $r \ll d$), ni diminué par le remplissage des "trous" du plan par les billes (dans le cas où $r \gg d$) [19].

La température et l'humidité relative du laboratoire sont mesurées pour chaque expérience par un thermohygromètre avec une précision de 1°C et 3 %HR respectivement. Au cours des différentes expériences réalisées, la température et l'humidité relative varient respectivement entre 19.5°C et 22.5°C , et 53.5 %HR et 62.5 %HR. À de tels taux d'humidité relative, la formation de ponts capillaires entre les particules est faible, ce qui évite des effets de cohésion susceptibles de modifier les propriétés d'écoulement et de stabilité du matériau granulaire [101, 102, 59].

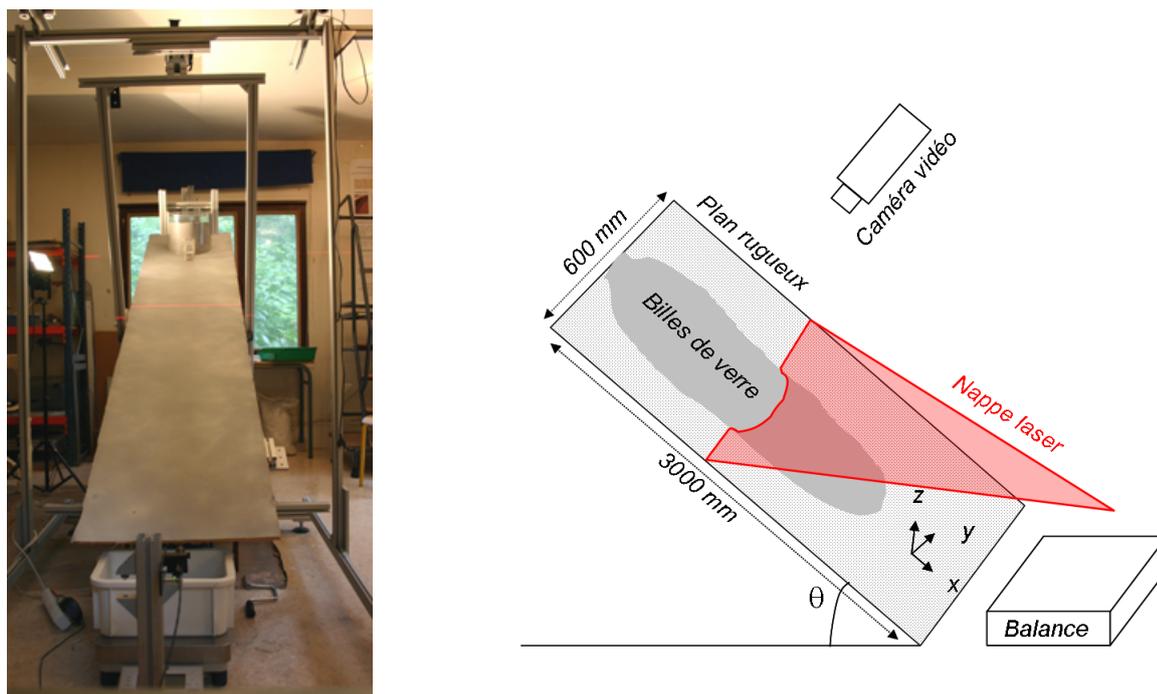


FIG. 4.3 – Dispositif expérimental constitué d'un plan incliné rugueux, d'un réservoir d'alimentation en grains avec une porte. Les données sont acquises grâce à une caméra vidéo, une diode laser et une balance électronique. Les axes du plan respectivement aligné et normal à la pente sont notés x et y , l'axe normal au plan est noté z .

Système d'alimentation

Un réservoir (figure 4.4) rempli de grains est disposé en haut du plan. Le réservoir est muni d'une porte de largeur 50 mm et de hauteur réglable, permettant de générer des écoulements permanents à bords libres. Le réservoir a la forme d'une colonne de diamètre 100 mm et de hauteur 300 mm . Le débit en sortie du réservoir reste constant, tant que la hauteur des grains stockés est supérieure au diamètre de la colonne. Le débit à la sortie du réservoir est en fait entièrement déterminé par l'ouverture de la porte et l'angle d'inclinaison du plan et ne dépend pas de la quantité de grains dans le réservoir. Lorsqu'il y a assez de grains dans le réservoir, la pression au niveau de l'ouverture est indépendante de la hauteur de remplissage. Cet effet de saturation de la pression dans un milieu granulaire statique, dû au frottement des grains avec la paroi, est bien connu dans les silos (effet Janssen). En résumé, l'ouverture de la porte et l'angle d'inclinaison θ sont bien les deux seuls paramètres de contrôle du système d'alimentation.

La porte d'alimentation est de largeur constante (50 mm) et de hauteur réglable (de 1 mm à 50 mm), permettant de faire varier le débit en grains. Dans toutes nos expériences, la largeur de la porte est inférieure à la largeur sélectionnée par l'écoulement, limitant ainsi une éventuelle influence de la condition d'alimentation sur les caractéristiques de l'écoulement. Afin de générer des écoulements permanents pendant de longues durées, nous réapprovisionnons le réservoir d'alimentation aussi souvent qu'il est nécessaire.

Les caractéristiques du dispositif expérimental et des billes utilisées sont résumées dans le tableau 4.1.

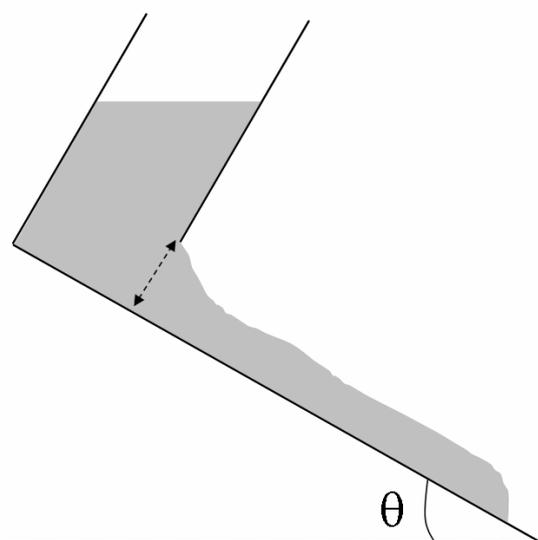


FIG. 4.4 – Système d'alimentation en grains choisi pour notre étude pour générer des écoulements à bords libres sur plan incliné. Il consiste en un réservoir de forme cylindrique (diamètre 100 mm et hauteur 300 mm) avec une porte, dont la hauteur réglable détermine le débit d'alimentation suivant l'inclinaison du plan θ .

TAB. 4.1 – Caractéristiques du dispositif expérimental et des billes utilisées pour notre étude des écoulements granulaires à bords libres sur plan incliné

Plan incliné	
Longueur	$L = 3000 \text{ mm}$
Largeur	$\ell = 600 \text{ mm}$
Rugosité	$r = 0.25 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$
Réservoir de grains	
Hauteur	300 mm
Diamètre	100 mm
Porte d'alimentation	
Largeur	50 mm
Hauteur	1 mm-50 mm

Billes de verre	
Diamètre	$d = 0.35 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$
Masse volumique	$\rho = 2500 \text{ kg m}^{-3}$
Masse	$m = 6 \cdot 10^{-5} \text{ g}$
Compacité	$C \simeq 60\%$
Angle de repos	$\theta_r = 23^\circ$



FIG. 4.5 – Écoulement à bords libres en laboratoire sur un plan incliné rugueux. (a) : Le front est encore sur le plan. (b) : Le front est sorti du plan.

Une expérience type

Des grains sont lâchés continûment en haut du plan incliné depuis le système d'alimentation. Ceux-ci forment une langue qui descend le long de la direction de plus grande pente (figure 4.5 (a)). Après une cinquantaine de secondes, le front de l'écoulement sort du plan (figure 4.5 (b)) et l'alimentation de l'écoulement est maintenue.

4.2.2 Acquisition des données

Nous présentons dans cette section les méthodes d'acquisition des données, qui nous permettront d'étudier la morphologie et la dynamique de l'écoulement par des mesures de débit, d'épaisseur et de vitesse.

Mesure du débit en grains

Un bac de récupération, posé sur une balance électronique (précision 1 g), est disposé en bas du plan incliné. La masse des grains sortis du plan est ainsi pesée au cours du temps à une fréquence de 1 Hz, ce qui permet une mesure précise du débit massique des grains en sortie. La matière accumulée sur le plan étant négligeable (comme on le vérifiera plus loin), on peut ainsi estimer le débit massique d'alimentation.

La figure 4.6 (a) représente la masse des grains sortis du plan au cours du temps pour une expérience durant 4000 s à une pente $\theta = 26^\circ$ et pour une ouverture constante de la porte d'alimentation. On constate que le débit massique $q = dm/dt$ est constant au cours du temps pendant toute la durée de l'expérience.

La figure 4.6 (b) représente les valeurs du débit q en fonction de la hauteur de la porte d'alimentation, pour différentes valeurs de la pente θ variant de 24° à 32° . Le débit reste constant pour chaque expérience, et dépend de l'ouverture de la porte et de la pente du plan incliné. Les courbes tracées sur la figure 4.6 (b) illustrent la tendance des variations du débit q avec les paramètres expérimentaux. Le débit sera systématiquement mesuré pour chaque écoulement. Les expériences seront caractérisées par la suite par la pente du plan incliné θ et le débit massique q .

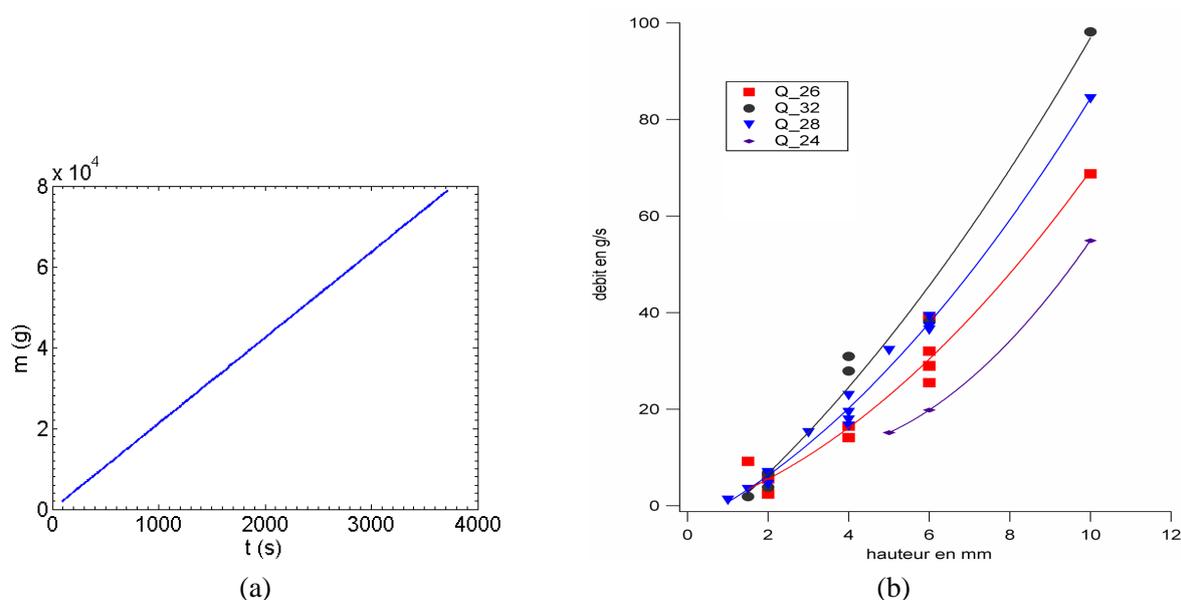


FIG. 4.6 – Mesures du débit en grains. (a) : Masse des grains sortis du plan incliné au cours d'une expérience durant 4000 s pour une pente $\theta = 26^\circ$ et une ouverture constante de la porte d'alimentation. (b) : Dépendance du débit massique avec la hauteur de la porte et la pente du plan incliné .

Mesure d'épaisseur

Une caméra vidéo de résolution spatiale 572×768 pixels et un appareil-photo de résolution spatiale 1144×1536 pixels permettent de filmer ou photographier l'écoulement granulaire et le dépôt obtenu après arrêt de l'alimentation. L'étendue de la zone filmée est telle que la résolution spatiale vaut 0.5 mm/pixel .

Nous disposons également d'une diode laser (longueur d'onde 634.8 nm , *i.e.*, rouge, et ouverture angulaire 30°), qui permet de mesurer l'épaisseur de la couche de grains par profilométrie laser à partir d'images prises dans le noir. Une nappe laser est émise à incidence rasante transversalement à la direction de l'écoulement (figure 4.7 (a)). La ligne diffusée lorsque la nappe laser rencontre la couche de grains est décalée proportionnellement à l'épaisseur de cette dernière. La mesure du décalage de la position de la ligne par rapport à sa position de référence, *i.e.*, sur le plan nu, permet de déterminer l'épaisseur locale de grains, comme visualisé sur les figures 4.7 (a-b) (en écoulement et à l'arrêt). Le facteur de proportionnalité entre l'épaisseur et le décalage de la ligne vaut $1/\tan \alpha$, où α est l'angle d'incidence de la nappe. Plutôt que de mesurer α , nous utilisons une cale aux dimensions connues, pour étalonner les mesures d'épaisseur. La cale a été entièrement usinée et est composée de marches successives, chacune de hauteur 2 mm (figure 4.8 (b)). L'échelle est alors extraite de l'image de la ligne projetée sur la cale (figure 4.7 (c)). Le facteur d'amplification $1/\tan \alpha$ peut largement dépasser 1 pour de faibles valeurs de l'angle d'incidence α . Après optimisation du dispositif, nous sommes parvenus à travailler avec un facteur 5 ou plus, correspondant à un angle d'incidence α de l'ordre de 10° : dans ce cas, une épaisseur de 1 mm décale la ligne de 5 mm .

Un traitement numérique des images (fig. 4.7 (a-c)) nous permet d'extraire précisément la position de la ligne laser (fig. 4.7 (d-f)), et donc de mesurer $h(y)$ avec une précision de 0.03 mm .

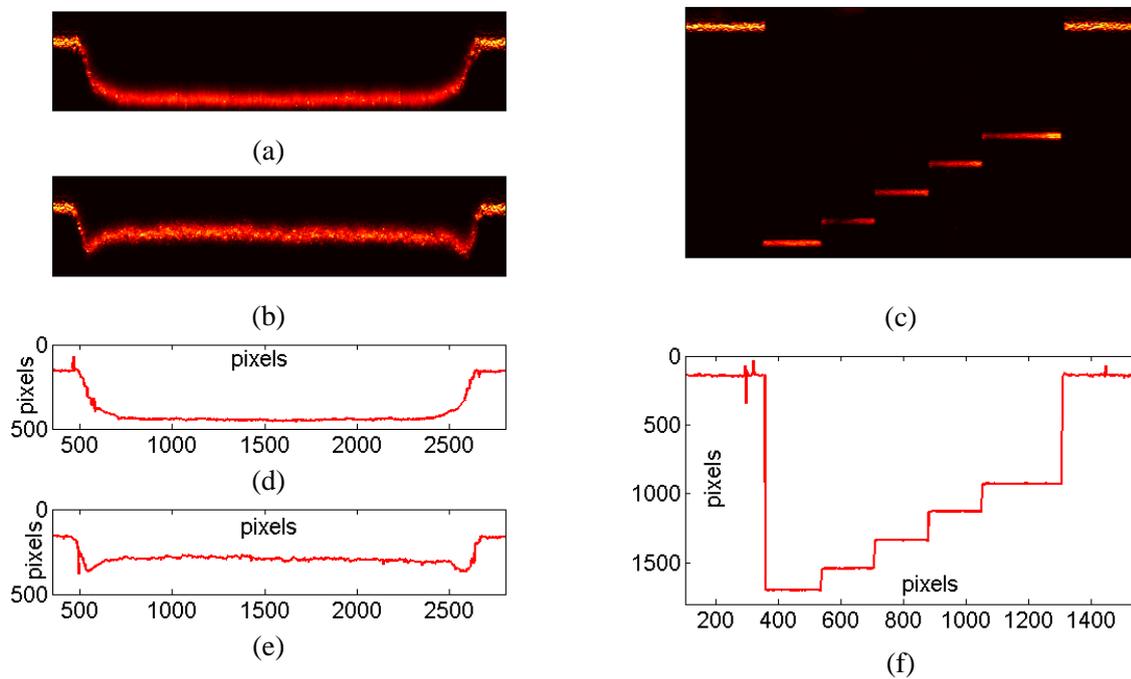


FIG. 4.7 – Mesure de profilométrie laser. (a-c) : Images de la ligne laser diffusée sur une couche de grains en écoulement et à l'arrêt, ainsi que sur la cale d'étalonnage (photo 4.8 (b)). (d-f) : Positions de la ligne laser extraites après traitement numérique.

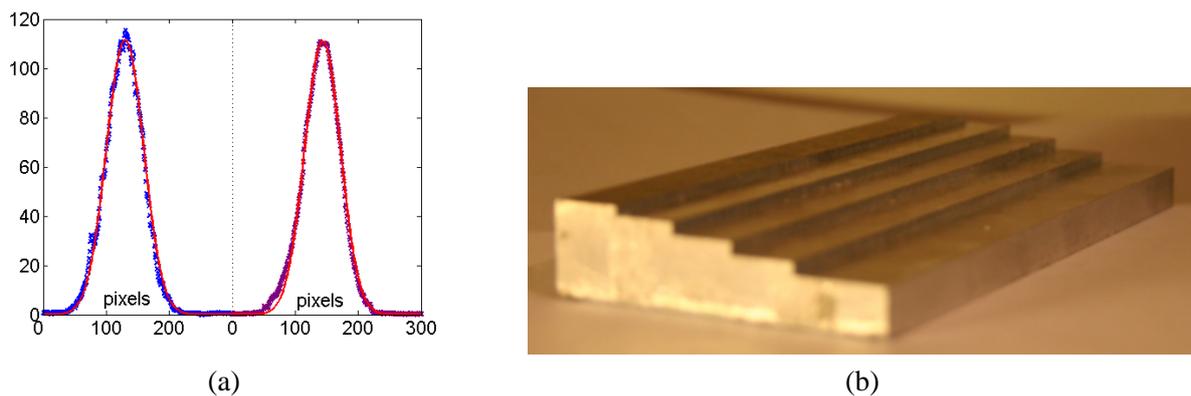


FIG. 4.8 – (a) : Intensité lumineuse de l'image de la ligne laser pour une position y donnée, diffusée sur une couche de grains à l'arrêt (à gauche) et en écoulement (à droite), ainsi que l'ajustement par une fonction gaussienne. L'échelle spatiale vaut 0.06 mm/pixel et le facteur d'amplification vaut 6. (b) : Photographie de la cale utilisée pour l'étalonnage des mesures d'épaisseur par profilométrie laser.

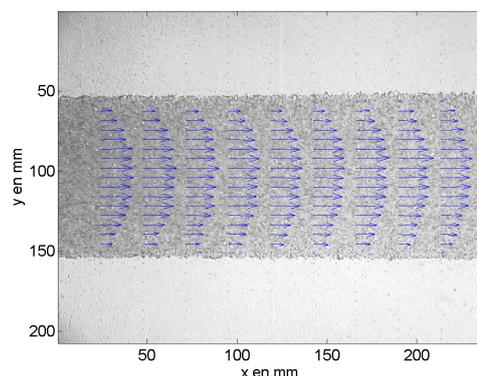


FIG. 4.9 – Exemple du champ de vitesse en surface mesuré par une méthode de “piv”. L'échelle de vitesse vaut $50 \text{ mm s}^{-1}/\text{mm}$.

Le traitement numérique des images consiste à mesurer la position du maxima de l'intensité de la ligne laser. La figure 4.8 (a) représente l'intensité $I(x)$ de l'image de la ligne pour une position y donnée, diffusée sur une couche de grains statiques (à gauche) et en écoulement (à droite). On voit que la ligne laser n'est pas ponctuelle mais est de largeur finie. La position du maxima de la ligne X est estimée d'après l'ajustement de son intensité $I(x)$ par une fonction gaussienne de la forme $\exp^{-(X-x)^2}$. La position de la ligne peut ainsi prendre des valeurs fractionnelles de pixels, ce qui améliore encore la précision de la méthode.

Mesure des profils de vitesse en surface

Au cours d'un écoulement, le plan incliné est éclairé par-dessus afin d'optimiser le contraste entre les grains et le fond rugueux, ainsi qu'entre les traceurs (grains teints en noir) et les autres grains. L'écoulement est filmé avec la caméra-vidéo à la fréquence de 25 Hz . Nous déterminons le champ de vitesse $\mathbf{u} = u \mathbf{e}_x + v \mathbf{e}_y$ à la surface de l'écoulement par une technique de piv (particle image velocimetry) appliquée à des images séparées par $\delta t = 0.04 \text{ s}$, avec une résolution de 1 mm/s . Le principe des mesures de piv consiste à diviser deux images prises à t et à $t + \delta t$ en n domaines élémentaires. Soit D l'un de ces domaines, nous mesurons son déplacement $\delta \mathbf{r}$ d'après le déplacement du pic de corrélation χ :

$$\chi(\delta \mathbf{r}) = \sum_{\delta \mathbf{r}} I(t, \mathbf{r}) I(t + \delta t, \mathbf{r} + \delta \mathbf{r}), \text{ avec } \mathbf{r} \text{ et } \mathbf{r} + \delta \mathbf{r} \in D,$$

où $I(t, \mathbf{r})$, avec $\mathbf{r} \in D$ est l'intensité lumineuse à l'instant t du domaine D . Étant donnée la technique d'inter-corrélation utilisée sur le domaine D , son extension doit être grande devant son déplacement δr . La figure 4.9 montre un exemple du champ de vitesse mesuré pour des domaines de taille $50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$.

La technique de piv est rendue possible par l'utilisation de 10 % en masse de traceurs parmi les grains en écoulement (figure 4.2). La taille des domaines élémentaires D est choisie suffisamment grande devant le diamètre moyen des billes pour contenir plusieurs traceurs. Les traceurs sont choisis identiques aux grains en écoulement, pour effectivement refléter leur vitesse moyenne dans le domaine élémentaire : la solution adoptée consiste à colorer des billes.

Néanmoins, des précautions sont prises afin que la coloration ne modifie pas les caractéristiques des billes. Par exemple, l'utilisation de peinture augmente significativement la masse, modifie l'état de sur-

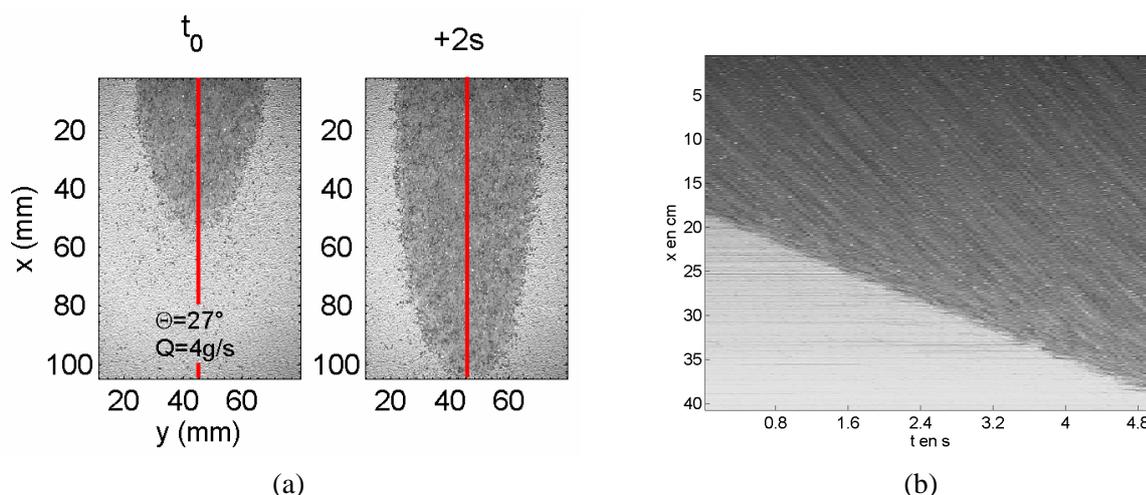


FIG. 4.10 – Mesure de la vitesse du front d'écoulement. (a) : Photographies du front d'écoulement avançant sur le plan incliné pour $\theta = 27^\circ$ et $q = 4 \text{ g/s}$, séparées par un intervalle de 2 s. (b) : Diagramme spatio-temporel des niveaux de gris de l'axe de symétrie du front d'écoulement (en rouge sur la partie (a)), avec le temps représenté sur l'axe horizontal.

face et éventuellement la forme des billes. Dans ce cas, on a observé la ségrégation des billes peintes pendant l'écoulement, celles-ci se disposant préférentiellement à la surface, au front, et sur les bords de l'écoulement [20, 2, 103, 51, 104].

L'utilisation d'encre de chine permet de teindre les billes sans changer leurs caractéristiques. L'observation attentive des écoulements ne nous a révélé aucun phénomène de ségrégation. Les billes sont plongées durant 4 h dans une solution d'encre de chine, sont ensuite séchées à l'étuve sous 30°C ou à température ambiante. Les billes teintes sont tamisées afin de ne conserver que les billes de diamètre compris entre 0.3 mm et 0.4 mm et d'éliminer les agrégats.

Finalement, les domaines élémentaires sont choisis rectangulaires, leur longueur maximale étant dans la direction de l'écoulement, de taille $128 \times 8 \text{ pixels}^2$, correspondant typiquement à $50 \times 4 \text{ mm}^2$. Dans le cas de grandes vitesses d'écoulement, au lieu d'augmenter la taille des domaines élémentaires, nous détraçons les images entrelacées faisant ainsi passer la fréquence vidéo à 50 Hz, ce qui revient à résoudre des déplacements deux fois plus petits.

Mesure de la vitesse du front d'écoulement

La figure 4.10 (a) représente deux photographies du front d'écoulement prises à 2 s d'intervalle. Les valeurs des niveaux de gris le long de l'axe de symétrie du front d'écoulement (en rouge sur la partie (a)) au cours du temps sont reportées sur la partie (b), constituant ainsi un diagramme spatio-temporel, le temps étant représenté sur l'axe horizontal. Étant donné le contraste important entre les grains et le plan nu, les positions du front au cours du temps apparaissent clairement sur le diagramme spatio-temporel. Cela permet de mesurer la vitesse matérielle, d'après la pente de l'interface grains/plan.

On peut également estimer la vitesse du front d'après la durée de traversée du plan : les deux méthodes de mesure donnent des valeurs parfaitement concordantes. L'exemple de la figure 4.10 (b) montre que la



FIG. 4.11 – Photographie d'un tas conique construit par avalanches successives depuis une source ponctuelle située à quelques centimètres du sommet du cône, permettant de mesurer l'angle de repos du matériau : $\theta_r = 23^\circ$.

vitesse du front est constante sur une distance de 200 mm. Par ailleurs, cette technique nous a permis de vérifier que la vitesse du front est constante également sur toute la longueur du plan incliné.

4.2.3 Caractérisation de la rhéologie du matériau granulaire

On a vu au chapitre 1 que le comportement d'un matériau granulaire en écoulement peut être comparé à celui d'un fluide complexe, caractérisé par un seuil d'écoulement et un seuil de stabilité. Dans le cas d'une couche de grains uniforme sur un plan incliné d'un angle θ , ces seuils notés respectivement h_{start} et h_{stop} dépendent de θ (Fig. 1.7 page 17). De manière équivalente, dans le cas d'une couche de grains uniforme d'épaisseur h , ces seuils notés θ_{start} et θ_{stop} dépendent de h . La rhéologie de certaines configurations d'écoulement est caractérisée par la courbe $h_{stop}(\theta)$ [15, 21, 14]. Dans le cas général, la fonction $h_{stop}(\theta)$ permet de remettre à l'échelle les données de vitesse et d'épaisseur.

Pour mesurer les valeurs de $h_{stop}(\theta)$ et $\theta_{start}(h)$ de notre matériau granulaire sur fond rugueux, le dispositif expérimental et le système d'alimentation sont modifiés de manière à générer des écoulements transversalement uniformes. Les grains sont lâchés en haut du plan à travers une porte de même largeur que celle du plan, créant un écoulement confiné entre des parois en PVC (à la surface peu rugueuse). Les écoulements sont réalisés pour diverses pentes θ et pour divers débits, et la forme des dépôts obtenus est étudiée par profilométrie laser.

Pour une valeur de pente θ fixée, les dépôts obtenus à différents débits sont identiques, leur hauteur étant h_{stop} . L'hystérésis des matériaux granulaires fait que la couche obtenue d'épaisseur h à l'angle θ se remet en mouvement pour un angle $\theta_{start}(h) > \theta$. La figure 4.12 représente en bleu les valeurs expérimentales de $h_{stop}(\theta)$ et en rouge celles de $\theta_{start}(h)$, chaque valeur étant une moyenne sur trois réalisations.

Nos mesures sont complétées par la mesure de l'angle de repos θ_r du matériau granulaire, estimée d'après les variations de la pente d'un tas conique, construit par avalanches successives sous l'effet d'un apport de matière depuis une source ponctuelle, située à une faible altitude par rapport au sommet du cône (figure 4.11). La prise d'images dans un plan vertical permet de repérer la surface libre du tas et de mesurer sa pente après une avalanche. La valeur moyenne de l'angle de repos est $\theta_r = 23^\circ \pm 1^\circ$.

Les données expérimentales de $h_{stop}(\theta)$ et $\theta_{start}(h)$ sont ajustées suivant les expressions suivantes [15] :

$$\tan \theta_{stop} = \tan \theta_r + (\tan \theta_2 - \tan \theta_r) \exp^{-h_{stop}/L}, \quad (4.1)$$

$$\tan \theta_{start} = \tan \theta_3 + (\tan \theta_4 - \tan \theta_3) \exp^{-h_{start}/L}, \quad (4.2)$$

avec les paramètres $\theta_2 = 34^\circ$, $\theta_3 = 23.7^\circ$, $\theta_4 = 36^\circ$ et $L = 2.6 d$, θ_r ayant été déterminé auparavant.

L'angle de repos θ_r coïncide ainsi avec l'angle pour lequel h_{stop} diverge. La longueur L apparaît comme l'épaisseur caractéristique des variations des seuils de stabilité et d'écoulement h_{stop} et h_{start} (et θ_{stop} et

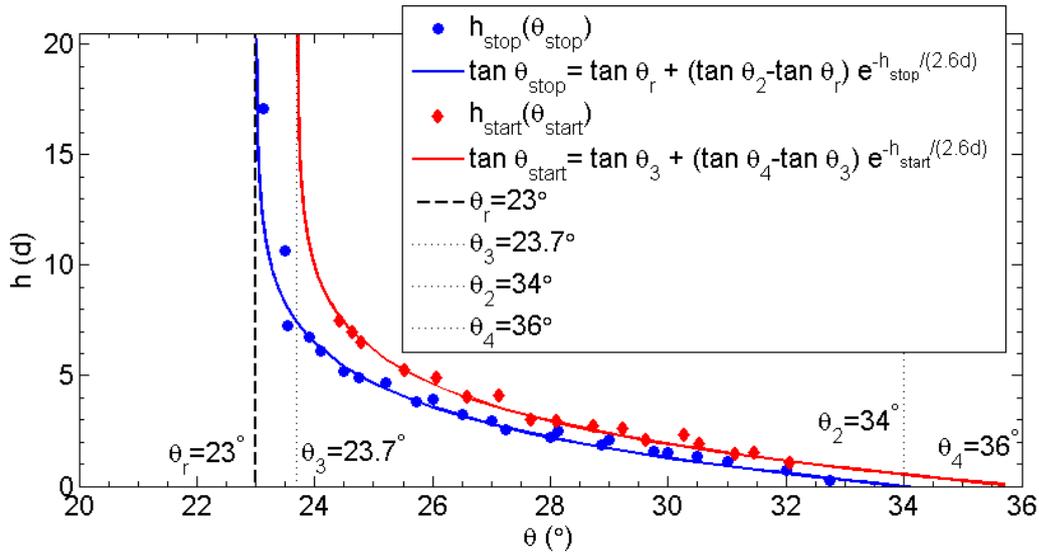


FIG. 4.12 – Valeurs expérimentales de $h_{stop}(\theta)$ et $\theta_{start}(h)$, et courbes d'ajustement (voir légende) avec les paramètres $\theta_r = 23^\circ$, $\theta_3 = 23.7^\circ$, $\theta_2 = 34^\circ$ et $\theta_4 = 36^\circ$.

θ_{start}). On rappelle que pour de faibles valeurs de θ et de h , situées en-dessous de la courbe $h_{stop}(\theta)$, on n'observera pas d'écoulement pleinement établi. À la pente θ , on pourra observer des épaisseurs à l'arrêt comprises entre 0 et $h_{start}(\theta)$, et des épaisseurs en écoulement supérieures à $h_{stop}(\theta)$. Notons que ces remarques valent pour une couche uniforme et que rien ne prédispose *a priori* qu'elles restent valables dans la configuration des écoulements à bords libres auto-chenalisés.

Pour finir, signalons que d'autres expressions peuvent être utilisées pour décrire les données expérimentales $h_{stop}(\theta)$ et $\theta_{start}(h)$, par exemple de la forme suivante [15, 18] :

$$\tan \theta_s(h_s) = \tan \theta_s(\infty) + \frac{\tan \theta_s(0) - \tan \theta_s(\infty)}{1 + h_s/L_s}.$$

Toutefois, l'ajustement de nos données expérimentales est meilleur avec les expressions 4.1 et 4.2.

4.3 Dynamique de l'écoulement

Une expérience consiste à ouvrir la porte du réservoir à une hauteur constante, laissant ainsi s'écouler les grains à débit constant sur le plan incliné à une pente constante. Le front de l'écoulement s'écoule à vitesse constante le long de la direction de plus grande pente. Après que la langue soit sortie du plan, on poursuit l'étude de l'écoulement pendant typiquement 4000 s. La figure 4.13 (a) représente des photographies de l'écoulement pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 25$ g/s à différents temps d'observation (60 s, 180 s, 840 s et 3600 s), ainsi que les profils d'épaisseur $h(y)$ (en rouge) et de vitesse en surface $u(y)$ (en vert). Un ordre de grandeur sépare typiquement la largeur et l'épaisseur de la couche en écoulement, attestant du faible rapport d'aspect hauteur/largeur de la couche en écoulement.

Les expériences montrent que, bien que le débit q et la pente θ soient constants, les caractéristiques de l'écoulement ne sont pas stationnaires et évoluent au cours du temps. Ce résultat surprenant est illustré par les photos prises à différents instants sur la figure 4.13), qui montrent un élargissement lent

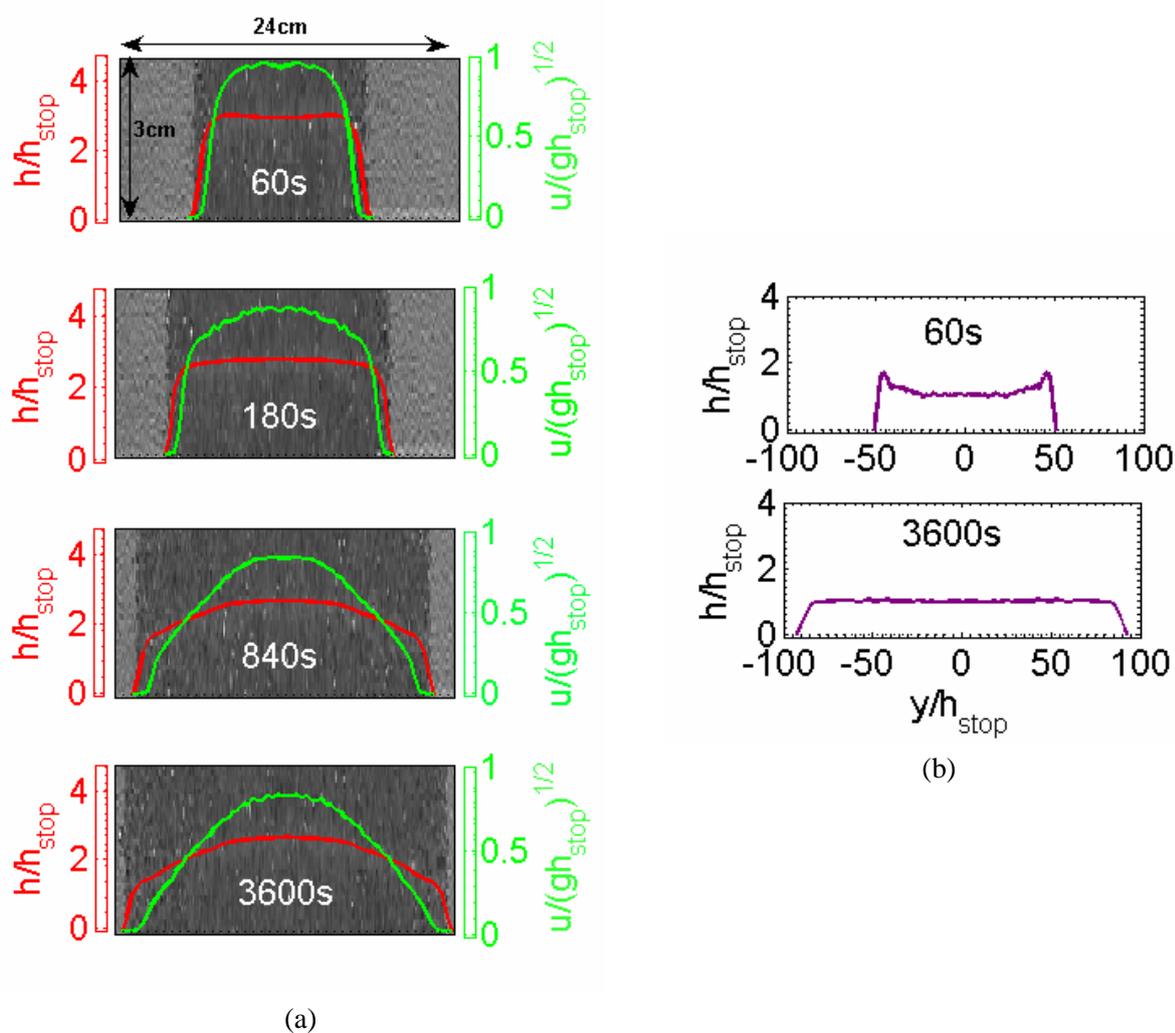


FIG. 4.13 – Variations temporelles de l'écoulement et du dépôt après arrêt. (a) : Images de l'écoulement granulaire à différents temps (60 s, 180 s, 840 s, 3600 s) pour des paramètres constants ($\theta = 26^\circ$, $q = 25 \text{ gs}^{-1}$), avec les profils de vitesse en surface $u(y)$ (en vert) et d'épaisseur $h(y)$ (en rouge). (b) : Dépôts obtenus après arrêt de l'écoulement après différentes durées d'alimentation (60 s, 180 s, 840 s, 3600 s).



FIG. 4.14 – Photographies d’une portion de l’écoulement de taille $400\text{ mm} \times 500\text{ mm}$, prises à deux instants différents. (a) : À $t \simeq 100\text{ s}$, les bords de l’écoulement sont parallèles. (b) : À $t \simeq 4000\text{ s}$, les bords s’écartent légèrement formant un angle de 2° avec la direction x . Cela atteste d’une évolution faiblement inhomogène des propriétés de l’écoulement dans la direction longitudinale.

de l’écoulement. Les travaux de Félix & Thomas dans cette configuration d’écoulement [20] portaient sur des durées d’écoulement de l’ordre de la minute, et n’avaient pas rapporté de variations temporelles de l’écoulement dans la limite des temps expérimentaux testés.

La seconde observation surprenante concerne la forme des dépôts obtenus après arrêt de l’écoulement, qui dépend fortement de la durée d’écoulement (Fig. 4.13 (b)).

4.3.1 Forme de la coulée

Avant que le front d’écoulement soit sorti du plan, la coulée a des bords parallèles et est homogène suivant la direction principale de l’écoulement, comme rapporté par Félix & Thomas [20]. La figure 4.14 montre deux photographies d’une portion de l’écoulement, de dimensions $400\text{ mm} \times 500\text{ mm}$, prises à deux instants différents ($t = 100\text{ s}$ et 4000 s), avant et après que le front soit sorti du plan. À $t = 100\text{ s}$, la largeur de l’écoulement est indépendante de la position x . La vitesse du front est également constante le long du plan incliné (Fig. 4.10 (b)), ce qui confirme l’homogénéité longitudinale des propriétés de l’écoulement. À $t = 4000\text{ s}$, on constate d’une part l’élargissement de l’écoulement, et d’autre part la légère inhomogénéité de l’écoulement : l’ouverture angulaire de l’écoulement a augmenté de 0° à 4° . L’inhomogénéité développée restant toutefois faible, nous nous concentrerons par la suite sur l’évolution de l’écoulement en une position donnée x .

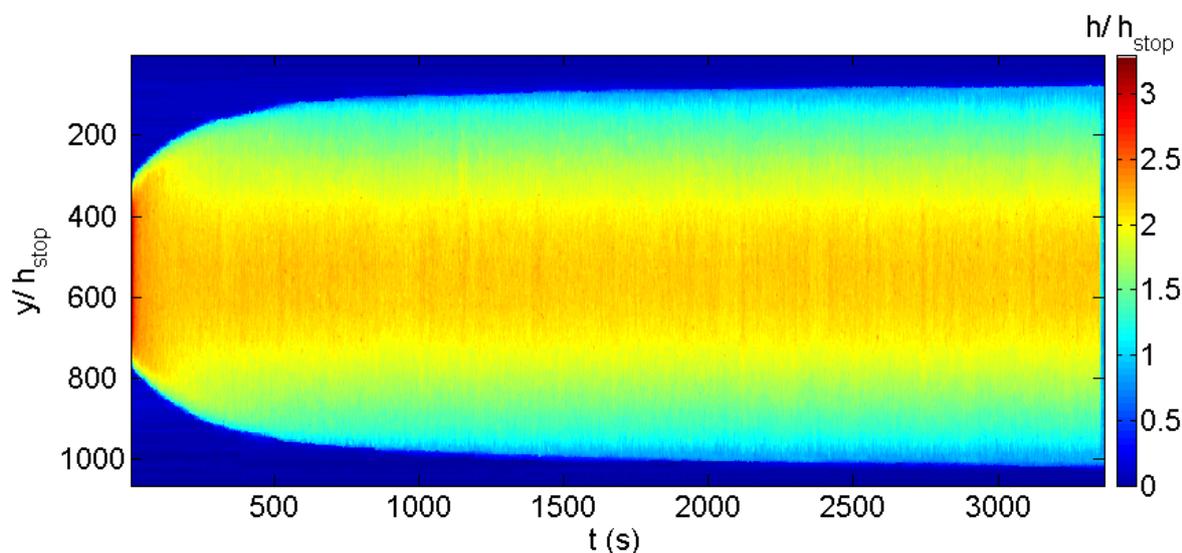


FIG. 4.15 – Diagramme spatio-temporel de la hauteur de grains $h(y, t)$, avec y et t respectivement sur les axes vertical et horizontal pour $\theta = 24^\circ$ et $q = 20 \text{ gs}^{-1}$.

4.3.2 Profils d'épaisseur

On a vu précédemment que la largeur de l'écoulement augmente avec le temps. Plus généralement, la forme des profils d'épaisseur (en rouge sur la figure 4.13 (a)) évolue également avec le temps. Les figures 4.15 et 4.16 illustrent les variations temporelles du profil d'épaisseur $h(y, t)$. Sur le diagramme spatio-temporel (fig. 4.15), sont reportés verticalement les profils $h(y, t)$ au cours du temps, avec y et t respectivement sur les axes vertical et horizontal ($\theta = 24^\circ$ et $q = 20 \text{ gs}^{-1}$). Les couleurs traduisent les valeurs de l'épaisseur, selon l'échelle située à droite. On constate une évolution de la largeur de l'écoulement sur de longues échelles de temps, comparées à la durée de traversée du plan par le front, de l'ordre de 70 s.

Notons aussi que l'élargissement de l'écoulement ralentit progressivement avec le temps. La dérivée temporelle des profils d'épaisseur séparés par 5 s ($\partial_t h$) est reportée sur la figure 4.16 (b) pour différents temps ($\theta = 24^\circ$ et $q = 20 \text{ gs}^{-1}$). Les valeurs positives de $\partial_t h$ indiquent une *déposition* des grains, alors que les valeurs négatives ($\partial_t h < 0$) indiquent une *érosion* des grains. On constate que des grains se déposent à l'extérieur des bords de la coulée, impliquant l'élargissement de celle-ci. La déposition et par conséquent l'élargissement apparaît de moins en moins importante au cours du temps. À $t = 4000 \text{ s}$, on ne détecte plus de déposition de grains, dans la limite des échelles de temps et des précisions expérimentales. D'autre part, on observe nettement la décroissance de l'épaisseur de l'écoulement pendant les 200 premières secondes. Ensuite, la hauteur centrale semble saturer, $\partial_t h \simeq 0$ dans la partie centrale. Les épaisseurs $h(y, t)$ représentées sur la figure 4.15, ont été normalisées par la hauteur h_{stop} . Cela permet de voir que la hauteur des bords de l'écoulement tend vers la hauteur h_{stop} , alors qu'elle est 3 fois supérieure dans la partie centrale.

La figure 4.17 représente les variations au cours du temps de la largeur totale de l'écoulement W pour différentes valeurs de θ et q gardées constantes pour chaque expérience : ($26^\circ, 20 \text{ g/s}$), ($26^\circ, 10 \text{ g/s}$) et ($27^\circ, 10 \text{ g/s}$), en échelle linéaire (a) et logarithmique (b), ce qui atteste de l'évolution lente de la largeur. L'évolution observée de W est générique pour toutes nos expériences. Trois régimes se distinguent pour

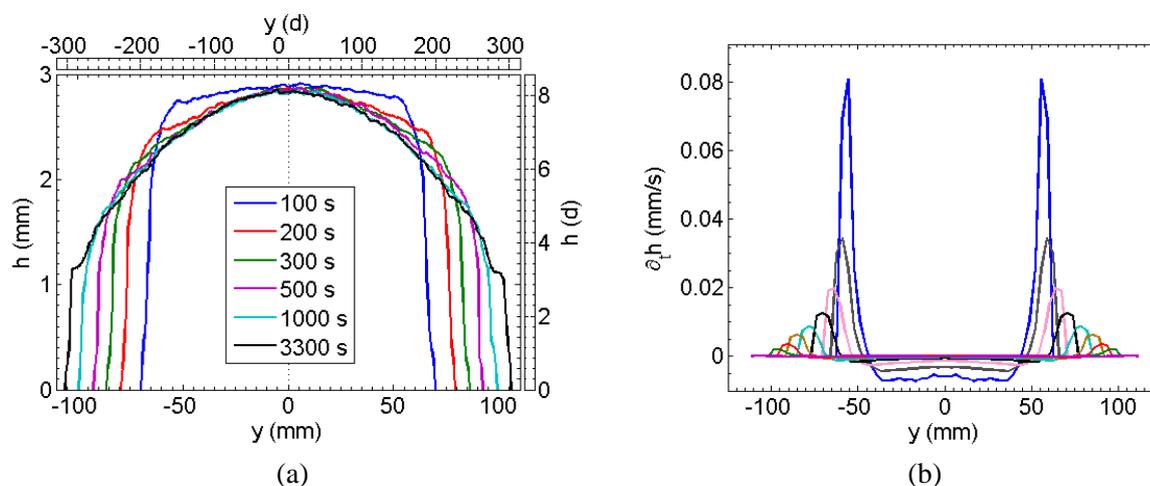


FIG. 4.16 – Variations temporelles du profil d'épaisseur. (a) : Profils d'épaisseur $h(y, t)$ à différents temps t (100 s, 200 s, 300 s, 500 s, 1000 s et 3300 s) pour $\theta = 24^\circ$ et $q = 20 \text{ g s}^{-1}$. (b) : Dérivée temporelle des profils d'épaisseur séparés par 5 s, notée $\partial_t h$.

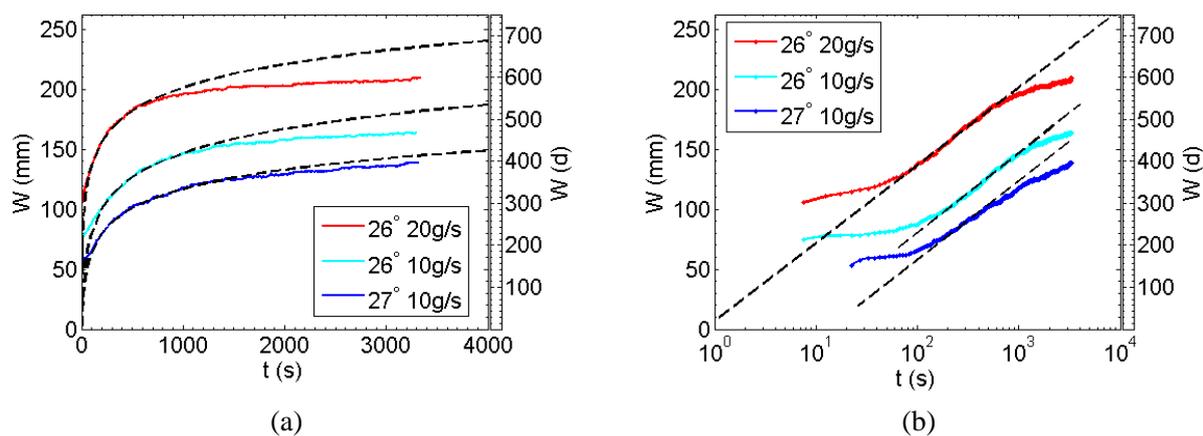


FIG. 4.17 – Variations temporelles de la largeur totale de l'écoulement W pour 3 valeurs de (θ, q) gardées constantes pour chaque expérience : $(26^\circ, 20\text{g/s})$, $(26^\circ, 10\text{g/s})$ et $(27^\circ, 10\text{g/s})$. L'échelle des temps est linéaire (a) et logarithmique (b).

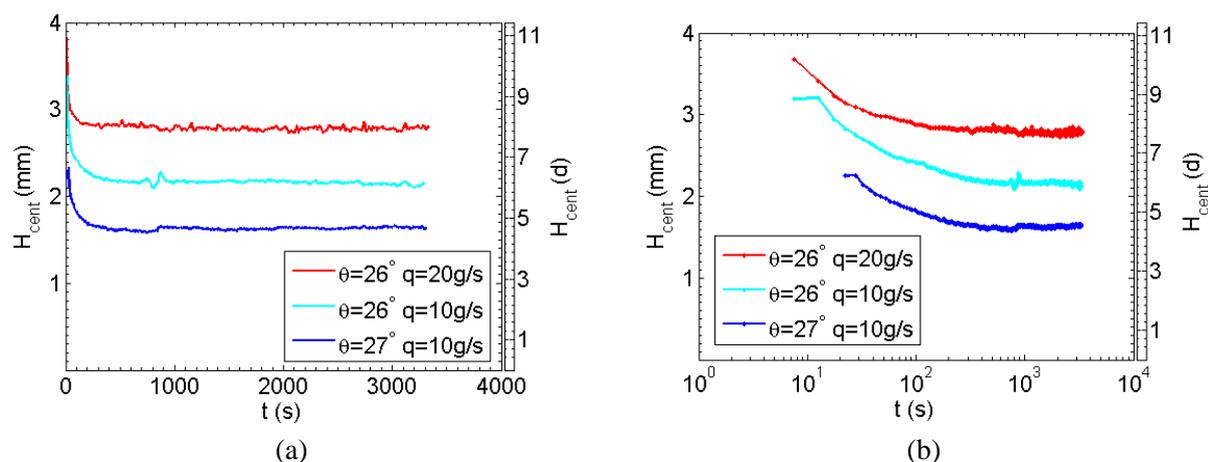


FIG. 4.18 – Variations temporelles de la hauteur centrale H_{cent} de l'écoulement granulaire pour 3 valeurs (θ, q) : $(26^\circ, 20g/s)$, $(26^\circ, 10g/s)$ et $(27^\circ, 10g/s)$. (a) : L'échelle des temps est linéaire. (b) : L'échelle des temps est logarithmique.

l'évolution temporelle de la largeur W :

1. La largeur totale W reste quasiment constante, pendant la durée de traversée du plan par le front, qui vaut typiquement de 50 s à 100 s.
2. Après que le front soit sorti du plan, W augmente lentement suivant une évolution logarithmique en temps, jusqu'à 1000 s.
3. Enfin l'évolution de W ralentit. Toutefois on n'observe pas de saturation de W , dans la limite des temps expérimentaux étudiés.

On s'intéresse par la suite essentiellement à l'évolution de l'écoulement après que le front soit sorti du plan, *i.e.*, aux régimes 2 et 3, qu'on appellera respectivement régime logarithmique et régime de quasi-saturation. On appellera "temps initiaux" les temps correspondant au régime 1, "temps courts" ceux correspondant au régime logarithmique et "temps longs", ceux correspondant au régime de quasi-saturation. La dynamique lente d'élargissement de la langue et le ralentissement de l'évolution de W sont également visibles sur la figure 4.13 (a), où les intervalles de temps séparant les différentes vues ne sont pas constants, mais ont volontairement été choisis croissants. Après 4000 s, la largeur de l'écoulement vaut 2 à 3 fois sa valeur initiale.

La figure 4.18 représente la hauteur centrale H_{cent} de l'écoulement au cours du temps, pour les expériences de la figure 4.17 à $(26^\circ, 20g/s)$, $(26^\circ, 10g/s)$ et $(27^\circ, 10g/s)$, en échelle linéaire (a) et logarithmique (b). La hauteur centrale H_{cent} diminue pendant les 300 s premières secondes et sature apparemment, alors que la largeur W continue d'évoluer. Après 4000 s, la hauteur centrale de l'écoulement vaut typiquement 0.5-0.75 fois la valeur initiale. Ainsi le rapport d'aspect largeur/épaisseur de la couche en écoulement est multiplié par 4.

Par ailleurs, la forme du profil d'épaisseur change au cours du temps et devient de plus en plus courbe, signifiant que le profil d'épaisseur $h(y)$ est de plus en plus inhomogène. La figure 4.19 montre (a) la hauteur $h(y)$ en fonction de y pour différents temps (100 s, 500 s, 2000 s) au cours d'une expérience aux

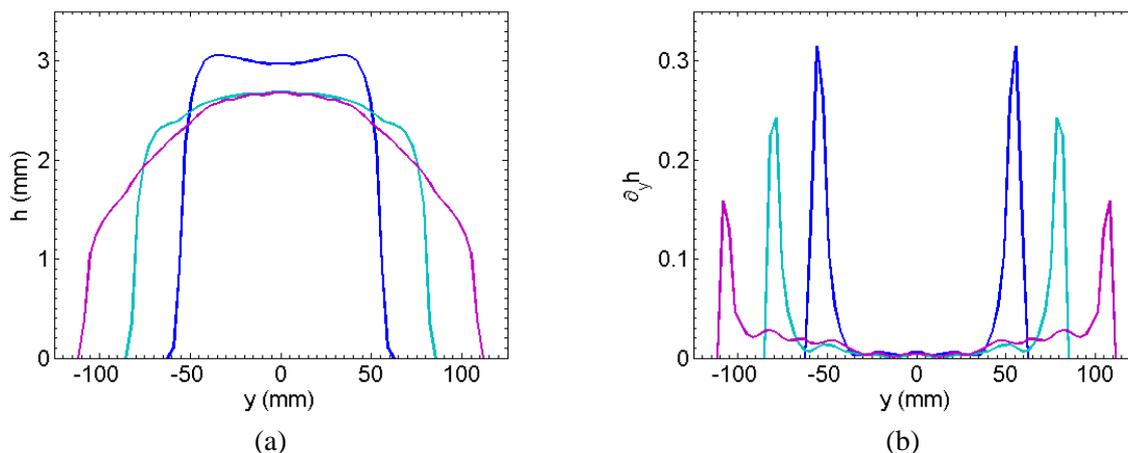


FIG. 4.19 – Variations transverses de l'épaisseur pour $\theta = 24^\circ$ et $q = 20 \text{ gs}^{-1}$ à $t = 100 \text{ s}$, 300 s et 4000 s . (a) : Profils de hauteur $h(y)$. (b) : Gradient transverse (suivant y) de la hauteur $\partial_y h$.

paramètres constants ($\theta = 24^\circ$, $q = 20 \text{ gs}^{-1}$) et (b) les valeurs du gradient transverse $\partial_y h$ correspondantes. Les fortes valeurs du gradient $\partial_y h$ sont localisées sur les bords, attestant de la largeur finie des écoulements. Néanmoins, on constate que le gradient $\partial_y h$ sur les bords diminue au cours du temps. L'ensemble illustre la décroissance de la hauteur et des pentes sur les bords de l'écoulement. Simultanément, dans la partie centrale, le gradient de hauteur $\partial_y h$ augmente, mettant en évidence la courbure de plus en plus marquée du profil d'épaisseur.

Enfin, on peut noter que l'évolution morphologique de l'écoulement ne se fait pas à section constante : la section de grains en une position x donnée croît au cours du temps. Néanmoins les variations résultantes de la masse de grains cumulée sur le plan est négligeable devant la masse totale de l'écoulement. Cela confirme l'approximation raisonnable du débit d'alimentation d'après le débit des grains sortis du plan.

Pour finir, l'influence des paramètres θ et q sur la morphologie de l'écoulement peut être qualitativement décrite comme suit :

- à pente fixée, augmenter le débit revient à augmenter à la fois la largeur et la hauteur de l'écoulement,
- à débit massique fixé, augmenter la pente revient à augmenter la largeur et à diminuer l'épaisseur coulante.

4.3.3 Profils de vitesse de surface

La superposition des profils de vitesse et de hauteur montre que l'écoulement n'a pas lieu sur toute la largeur de l'écoulement, mais est localisé dans la partie centrale de la couche. La figure 4.20 (a) représente les profils de vitesse et d'épaisseur pour les paramètres expérimentaux $\theta = 26^\circ$ et $q = 10 \text{ gs}^{-1}$ à deux instants : $t = 100 \text{ s}$ et $t = 3600 \text{ s}$. Cette figure illustre à nouveau l'auto-chenalisation spontanée de l'écoulement : d'une part, l'écoulement sélectionne sa propre largeur d'écoulement, et d'autre part le matériau granulaire s'écoule entre des murs de grains statiques mis en place sur les bords, comme rapporté dans [20]. On constate en effet la présence sur les bords de l'écoulement de grains à vitesse nulle, sur une largeur finie qui s'étend typiquement de 5 mm à 15 mm .

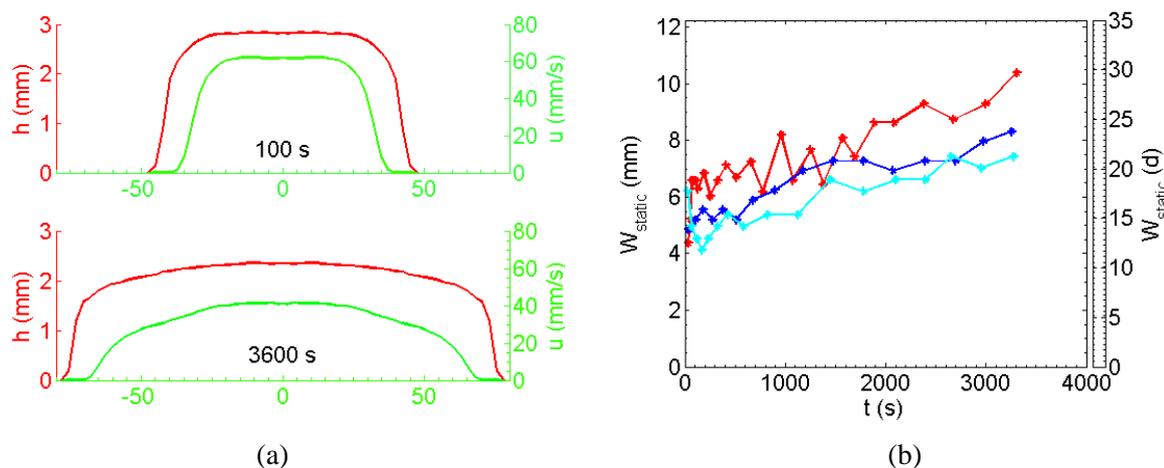


FIG. 4.20 – Auto-chenalisation spontanée de l'écoulement. (a) : Superposition des profils de vitesse en surface $u(y)$ (en vert) et d'épaisseur $h(y)$ (en rouge) à $t = 100$ s et 3600 s, pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 10$ g/s^{-1} . (b) : Variations de la largeur des zones statiques au cours du temps pour différentes valeurs de θ et q (25° , $30g/s$), (27° , $5g/s$) et (28° , $20g/s$).

Les zones latérales statiques représentent typiquement 10 % de la largeur totale de l'écoulement. Par ailleurs, il est à noter que les profils de vitesse en surface sont non stationnaires (en vert sur la figure 4.13 (a)). Les valeurs ainsi que la forme du profil transverse de la vitesse évoluent au cours du temps. Malgré ces variations temporelles des caractéristiques de l'écoulement, la présence de zones latérales statiques persiste à tout temps d'observation. La figure 4.20 (b) représente la largeur des zones statiques au cours du temps, pour différentes valeurs de θ et q : (25° , $30g/s$), (27° , $5g/s$) et (28° , $20g/s$). La largeur des zones statiques semble peu dépendante des paramètres de contrôle expérimentaux dans la gamme étudiée. Elle tend à augmenter légèrement au cours du temps, ne représentant pas plus de 10 % de la largeur de l'écoulement.

La figure 4.21 montre les profils de vitesse longitudinale u (a) et transverse v (b) à différents instants ($t = 200$ s et 3600 s) au cours de l'évolution d'un écoulement pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 25g/s$. La composante transverse v est approximativement nulle dans la partie centrale de l'écoulement, et augmente légèrement sur les bords de l'écoulement. La comparaison des valeurs de u et v à tout temps, et pour toutes les expériences réalisées montre que $v \ll u$ dans la zone en écoulement : deux ordres de grandeur les séparent. À l'inverse, dans les zones latérales statiques présentes sur les bords de l'écoulement, la composante u décroît fortement et les composantes u et v deviennent très faibles.

Néanmoins, la précision obtenue sur v ne permet pas d'analyse plus précise. Il est en effet difficile de mesurer la vitesse transverse v avec une bonne précision, étant donnée la forte séparation d'échelle entre u et v : un léger décalage entre les axes du plan de la caméra et les axes (x, y) du plan incliné biaise la contribution de la composante v à la vitesse mesurée \mathbf{u} . Par la suite, on se concentrera sur la composante longitudinale u qui prédomine la vitesse en surface.

La figure 4.22 montre les variations de la vitesse au centre de l'écoulement U_{max} avec le temps, pour différentes valeurs de (θ, q) : (26° , $20g/s$), (26° , $10g/s$) et (27° , $10g/s$). L'échelle des temps est linéaire dans la partie principale et logarithmique dans l'insert. La vitesse centrale U_{max} diminue au cours du temps, et semble saturer après 300 s. La saturation de la vitesse centrale coïncide avec la saturation de la hauteur centrale H_{cent} .

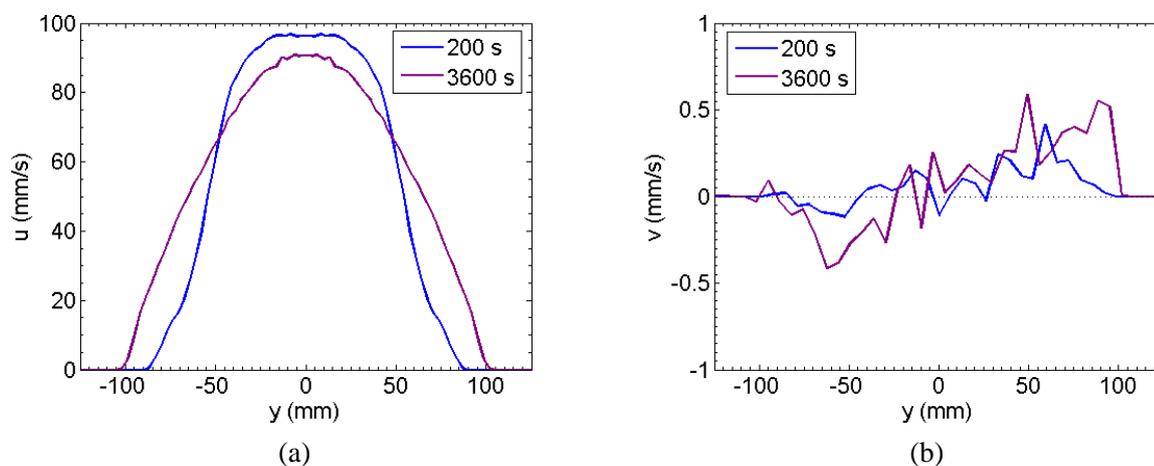


FIG. 4.21 – Comparaison des vitesses longitudinale et transverse pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 25g/s$. (a) : Profils de la composante longitudinale u de la vitesse de surface à $t = 200$ s et 3600 s. (b) : Profils de la composante transverse v de la vitesse de surface à $t = 200$ s et 3600 s.

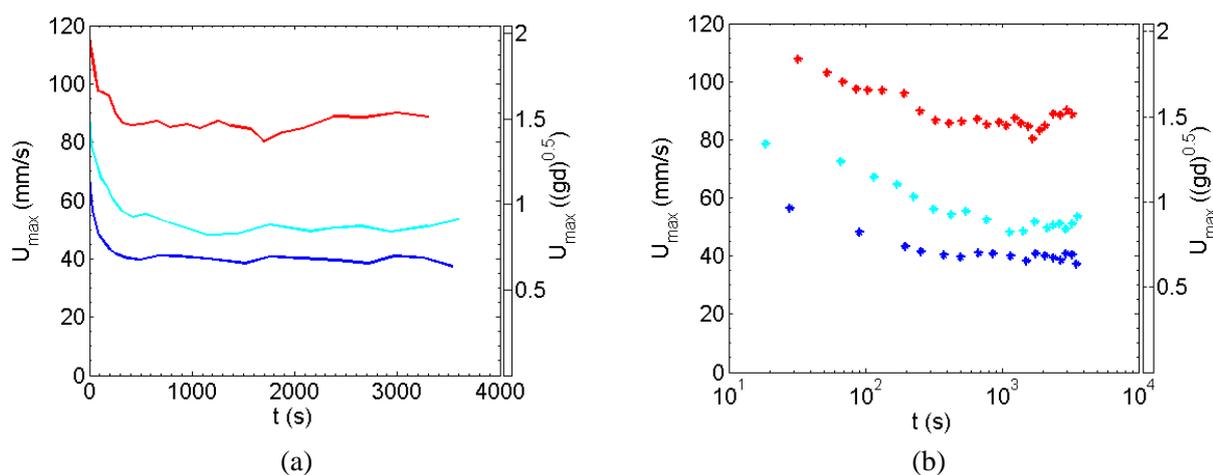


FIG. 4.22 – Vitesse centrale U_{max} en surface de l'écoulement au cours du temps pour des valeurs constantes des paramètres (θ, q) , en échelle linéaire (a) et logarithmique (b).

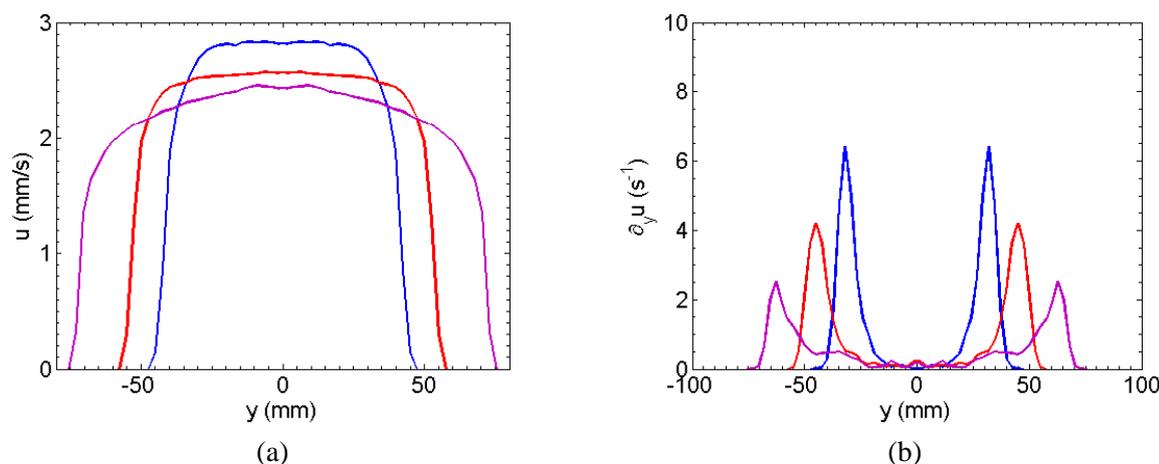


FIG. 4.23 – Variations transverses de la vitesse de surface pour $\theta = 27^\circ$ et $q = 5 \text{ g/s}$ à $t = 100 \text{ s}$, 200 s et 4000 s . (a) : Profils de la vitesse de surface u . (b) : Gradient transverse (suivant y) de la vitesse de surface $\partial_y u(y)$.

Le profil de vitesse change également de forme avec le temps, devenant de plus en plus courbe. L’augmentation de la courbure du profil de vitesse correspond à une augmentation du cisaillement $\partial_y u(y)$ dans la partie centrale de l’écoulement, comme illustré par la figure 4.23 (b). Elle représente le gradient transverse de la vitesse de surface $\partial_y u$ correspondant aux profils de u de la partie (a), pour $\theta = 27^\circ$ et $q = 5 \text{ g/s}$ à $t = 100 \text{ s}$, 200 s et 4000 s . Plus particulièrement, la zone cisailée, *i.e.*, où $\partial_y u$ est non nul s’étend. Néanmoins, la valeur maximale du cisaillement $\partial_y u$ sur les bords de l’écoulement décroît au cours du temps. Après la saturation de la vitesse centrale U_{max} (Fig. 4.22), le profil de la vitesse $u(y)$ n’est toujours pas établi et continue d’évoluer au cours du temps.

Pour finir, l’influence des paramètres θ et q sur la vitesse de l’écoulement est qualitativement simple : à pente fixée, augmenter le débit q et à débit massique fixé, augmenter la pente θ reviennent à augmenter la vitesse de l’écoulement.

En résumé, après une phase initiale pendant laquelle le front parcourt le plan incliné, l’écoulement se développe lentement. La hauteur au centre et la vitesse maximale saturent assez rapidement, tandis que les profils de hauteur et de vitesse continuent d’évoluer sur des échelles de temps logarithmiques. En particulier, l’écoulement s’élargit logarithmiquement en temps et aucune réelle saturation de cet élargissement n’est observé sur les temps expérimentaux explorés. Enfin, on observe que l’écoulement s’auto-chenalise entre deux zones au sein desquelles la vitesse longitudinale est quasi-nulle.

4.4 Dépôts et “levées”

Après avoir décrit la dynamique des écoulements permanents, nous étudions la forme des dépôts obtenus après arrêt de l’alimentation et de l’écoulement. Rappelons qu’un écoulement transversalement uniforme d’épaisseur h (obtenu dans le cas d’un confinement entre des parois latérales distantes de W avec $W \gg h$ [21]) donne à l’arrêt un dépôt de hauteur uniforme h_{stop} [15]. Dans notre configuration, en l’absence de confinement extérieur, des levées apparaissent sur les bords du dépôt [20]. Que deviennent les levées pour de longues durées d’alimentation ?



FIG. 4.24 – Photographies de dépôts en forme de “chenal-levées” obtenus après des écoulements à bords libres qui ont duré quelques minutes.

L'alimentation en grains est arrêtée à un instant t , et l'arrêt différé de l'écoulement à une position fixe x est filmé, permettant notamment de mesurer le profil de hauteur du dépôt. La figure 4.24 montre des photographies de dépôts obtenus après un écoulement à bords libres qui dura quelques minutes. La présence de levées, de hauteur supérieure à la hauteur constante dans la partie centrale, est clairement visible sur les bords du dépôt.

Au vu de l'évolution temporelle des propriétés de l'écoulement, on s'attend à ce que la forme des dépôts dépende de la durée d'alimentation. La figure 4.25 représente les dépôts obtenus après des durées d'alimentation variables ($t = 60$ s, 180 s, 840 s et 3600 s) pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 25$ g/s, qui correspondent aux écoulements de la figure 4.13. La largeur des dépôts augmente trivialement avec la durée d'alimentation, étant donné l'élargissement observé de l'écoulement. La hauteur dans la partie centrale du dépôt reste constante, quelque soit le temps d'observation. La figure 4.26 représente (en rouge) la hauteur de la partie centrale des dépôts obtenus après des temps d'alimentation variables (de 50 s à 4000 s) et pour des débits variables, en fonction de la pente θ : les valeurs obtenues concordent avec les mesures de $h_{stop}(\theta)$ (en bleu). Cela confirme l'observation faite par Félix & Thomas [20] pour des durées d'alimentation courtes.

Le résultat plus surprenant et nouveau concerne les levées : leur hauteur diminue avec la durée d'alimentation, et s'annule même pour des temps suffisamment longs. Il en résulte des dépôts en forme de “chenal-levées” pour de courtes durées d'alimentation [20], et des dépôts plats pour des longues durées d'alimentation. Notons de plus que la limite temporelle entre un dépôt avec levées et un dépôt uniforme correspond à la transition entre régime d'élargissement logarithmique et régime de quasi-saturation de la largeur d'écoulement W .

Il faut noter que la disparition des levées est observée, malgré la persistance de zones latérales statiques pendant l'écoulement. Par conséquent, la levée est un objet transitoire, et sa présence n'est peut-être pas liée seulement à l'existence de zones statiques sur le bord de l'écoulement, comme suggéré à temps court [20]. Ces observations appellent à préciser les mécanismes de formation des levées.

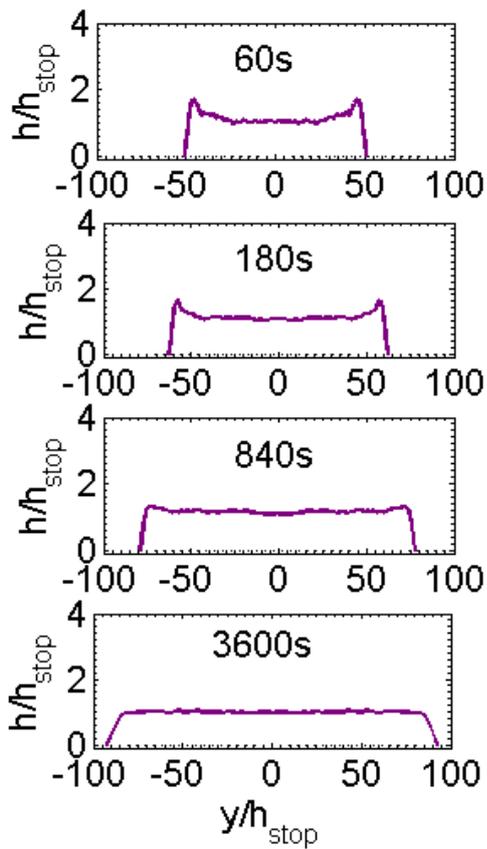


FIG. 4.25 – Profils de hauteur des dépôts obtenus après différentes durées d'alimentation ($t = 60\text{ s}$, 180 s , 840 s et 3600 s) pour $\theta = 26^\circ$ et $q = 25\text{ g/s}$

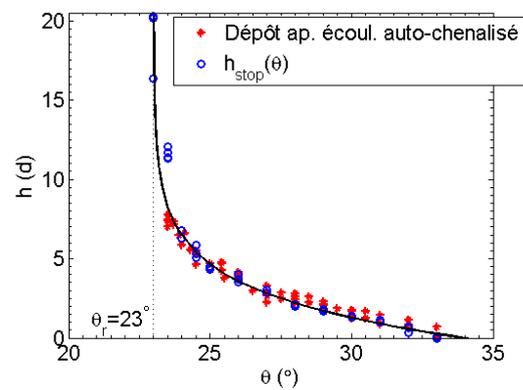


FIG. 4.26 – Concordance de la hauteur dans la partie centrale des dépôts d'écoulements à bords libres avec h_{stop}

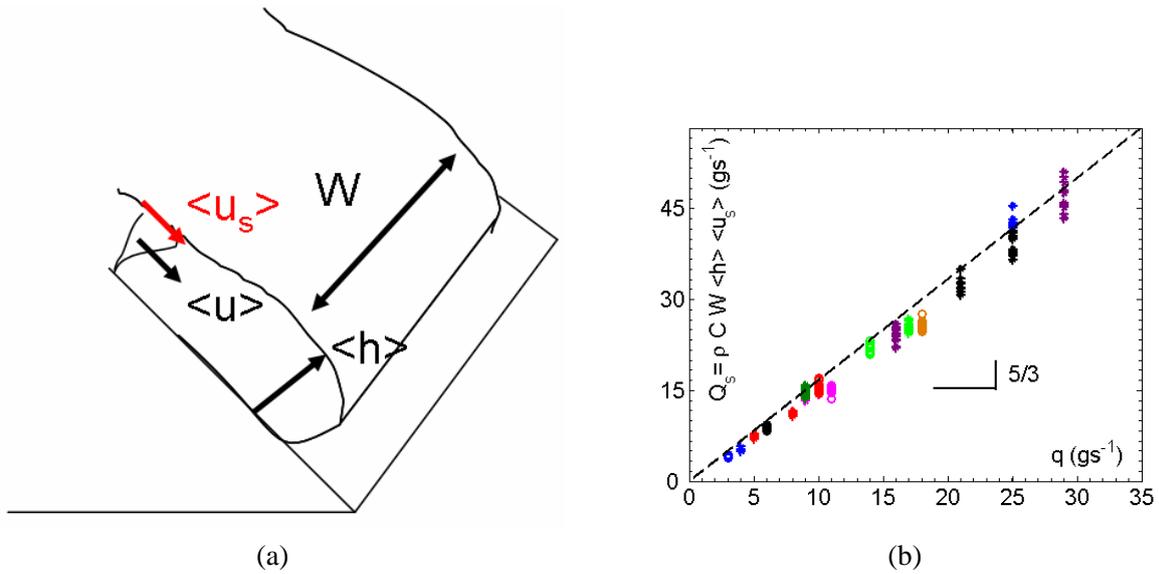


FIG. 4.27 – (a) : Schéma de l'écoulement transversalement uniforme de largeur W , d'épaisseur $\langle h \rangle$, de vitesse de surface $\langle u_s \rangle$ et de vitesse moyennée sur la verticale $\langle u \rangle$, équivalent à notre écoulement à bords libres. (b) : Mesure du "débit évalué en surface" moyen $Q_s = \rho C W \langle h \rangle \langle u_s \rangle$ (voir texte) en fonction du débit massique effectif q pour θ variant de 25° à 28° , q variant de 4 g/s à 30 g/s et pour des temps allant de 0 s à 4000 s .

4.5 Analyse et discussion

4.5.1 Lois d'échelle

Dans le cas d'un écoulement transversalement uniforme (schéma 4.27 (a)) de largeur W , d'épaisseur $\langle h \rangle$ et de vitesse moyennée sur la verticale $\langle u \rangle = 1/\langle h \rangle \int_0^{\langle h \rangle} u(z) dz$, le débit massique par unité de temps Q s'exprime suivant la relation :

$$Q = \rho C W \langle h \rangle \langle u \rangle, \quad (4.3)$$

avec ρ la masse volumique des grains et C la compacité du matériau. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, le profil vertical de vitesse est établi et la vitesse moyennée sur la verticale $\langle u \rangle$ est proportionnelle à la vitesse de surface $\langle u_s \rangle$: $\langle u \rangle = \alpha \langle u_s \rangle$. L'expression 4.3 peut s'écrire :

$$Q = \alpha \rho C W \langle h \rangle \langle u_s \rangle = \alpha Q_s, \quad (4.4)$$

avec $Q_s = \rho C W \langle h \rangle \langle u_s \rangle$, qu'on appellera le "débit évalué en surface".

Dans le cas de notre écoulement non uniforme dans la direction transverse, dans un souci de simplification, nous commençons par l'assimiler à un écoulement uniforme en utilisant ses propriétés moyennées sur sa largeur W , *i.e.*, en le décrivant par sa hauteur moyenne $\langle h \rangle$ s'écrivant :

$$\langle h \rangle = \frac{1}{W} \int_{-W/2}^{W/2} h(y) dy, \quad (4.5)$$

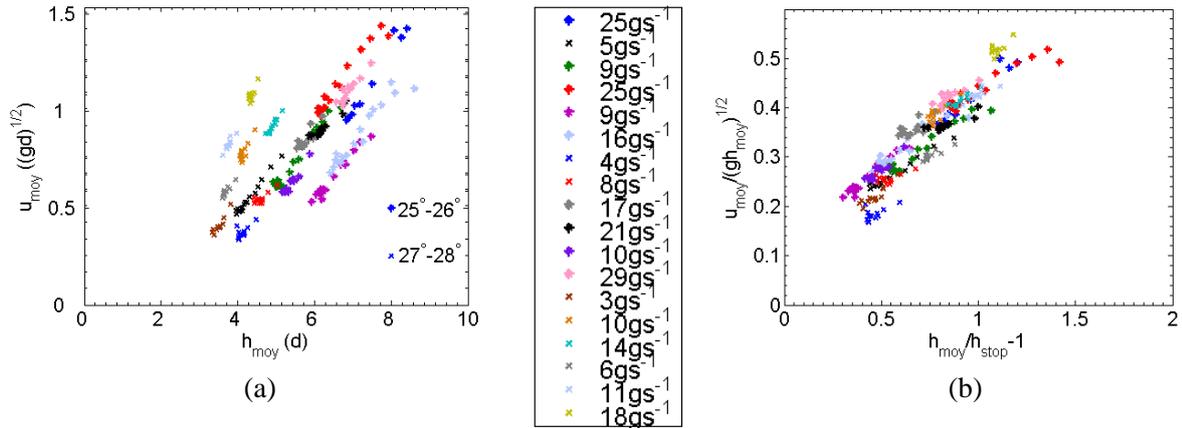


FIG. 4.28 – Corrélation entre vitesse moyenne en surface $\langle u_s \rangle$ et épaisseur moyenne $\langle h \rangle$. (a) : $\langle u_s \rangle$ en fonction de $\langle h \rangle$. (b) : $\frac{\langle u_s \rangle}{\sqrt{g\langle h \rangle}}$ en fonction de $\langle h \rangle / h_{stop} - 1$.

et sa vitesse de surface moyenne $\langle u_s \rangle$ s'exprimant :

$$\langle u_s \rangle = \frac{1}{W} \int_{-W/2}^{W/2} u_s(y) dy, \quad (4.6)$$

où l'indice s rappelle que les vitesses sont mesurées en surface. Le débit Q de l'écoulement uniforme équivalent à notre écoulement respecte l'égalité 4.4, avec $\langle h \rangle$ et $\langle u_s \rangle$ définis respectivement d'après 4.5 et 4.6. Dans notre configuration, nous pouvons mesurer le "débit évalué en surface" Q_s et le comparer au débit mesuré avec la balance q .

La figure 4.27 (b) représente le "débit évalué en surface" Q_s en fonction du débit effectif q pour différents temps (de 0 s à 4000 s) et différentes expériences (θ variant de 25° à 28°, q variant de 4 g/s à 30 g/s). Pour chaque expérience, le débit évalué en surface Q_s est constant au cours du temps. Pour toutes les expériences réalisées, le débit effectif q et Q_s sont proportionnels et la constante de proportionnalité entre q et Q_s vaut $\alpha = 3/5$, ce qui suggère un profil effectif vertical de type Bagnold, *i.e.*, de la forme :

$$\langle u_s \rangle \left(1 - \left(\frac{\langle h \rangle - z}{\langle h \rangle} \right)^{3/2} \right). \quad (4.7)$$

On peut donc écrire la relation suivante entre le débit et les caractéristiques sélectionnées par l'écoulement :

$$q \propto W \langle h \rangle \langle u_s \rangle. \quad (4.8)$$

Toujours dans le cadre d'une description moyenne de nos écoulements non confinés, nous cherchons à vérifier l'existence d'une loi d'échelle entre $\langle h \rangle$ et $\langle u_s \rangle$, mise en évidence dans le cas des écoulements uniformes [15, 52, 14]. La figure 4.28 représente à gauche la vitesse moyenne $\langle u_s \rangle$ en fonction de $\langle h \rangle$ à différents temps (de 0 s à 4000 s) pour différentes valeurs de θ et q , θ variant de 25° à 28° et q variant de 3 g/s à 29 g/s. À droite, les mêmes données sont utilisées, mais $\langle u_s \rangle / \sqrt{g\langle h \rangle}$ est représentée en fonction de $\langle h \rangle / h_{stop} - 1$. Avec un peu d'effort, on peut s'accorder pour le moment que vitesse et hauteur moyennées sur la largeur suivent la loi d'échelle :

$$\frac{\langle u_s \rangle}{\sqrt{g\langle h \rangle}} \propto \frac{\langle h \rangle}{h_{stop}} - 1. \quad (4.9)$$

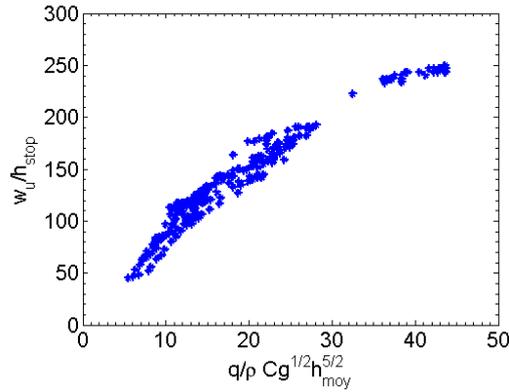


FIG. 4.29 – Remise à l'échelle de la largeur W et de la hauteur moyenne $\langle h \rangle$, suivant les valeurs du débit q et de la hauteur h_{stop} qui dépend de θ .

À partir des relations 4.8 et 4.9, on obtient une loi d'échelle entre les caractéristiques morphologiques de l'écoulement et les paramètres expérimentaux θ (par l'intermédiaire de h_{stop}) et q suivant :

$$\frac{W}{h_{stop}} \propto \frac{q}{\rho C \langle h \rangle^2 \sqrt{g h_{stop}}} \quad (4.10)$$

La figure 4.29 représente pour les différentes expériences W/h_{stop} en fonction de $q/(\rho C h_{moy}^2 \sqrt{g h_{stop}})$. Il semble en effet qu'il existe une corrélation et que la renormalisation 4.10 soit une loi d'échelle valable. Néanmoins, au vu de la dispersion des points expérimentaux sur la figure 4.28 (b) et étant donnée l'inhomogénéité transverse négligée dans cette approche moyenne, une analyse plus précise semble nécessaire, prenant en compte les variations avec y des propriétés de l'écoulement.

4.5.2 Vers une rhéologie des écoulements non confinés

On a vu que l'écoulement à bords libres n'est ni stationnaire, ni homogène : ses caractéristiques morphologiques et dynamiques évoluent au cours du temps. Les variations temporelles de la vitesse et de l'épaisseur sont-elles corrélées ? Y-a-t'il une relation simple entre vitesse $u(y, t)$ et épaisseur $h(y, t)$, comme observée dans le cas d'écoulements stationnaires et uniformes [14] ?

Corrélation vitesse-épaisseur

Nous avons représenté la vitesse en surface $u(y, t)$ en fonction de la hauteur de grains $h(y, t)$ sur la figure 4.30 (a), pour différentes positions y et différents temps t entre 100 s et 4000 s, provenant de trois expériences : ($\theta = 27^\circ$, $q = 5g/s$ en bleu), ($\theta = 26^\circ$, $q = 15g/s$ en rose) et ($\theta = 25^\circ$, $q = 25g/s$ en vert). Des symboles différents indiquent les positions y loin et près des zones latérales statiques : les symboles foncés en forme de x (resp. clairs en forme de $+$) correspondent à des valeurs de y tel que $|y| \leq W - \delta W$ (resp. $|y| \geq W - \delta W$) avec $\delta W \simeq 30 \text{ mm}$.

On constate la présence d'une hauteur minimale en-dessous de laquelle la vitesse est systématiquement nulle, qui dépend de θ . Par ailleurs, on a vérifié que cette hauteur seuil ne dépend pas du débit d'alimentation q , suggérant d'utiliser h_{stop} pour la renormalisation. La figure 4.30 (b) utilise les mêmes

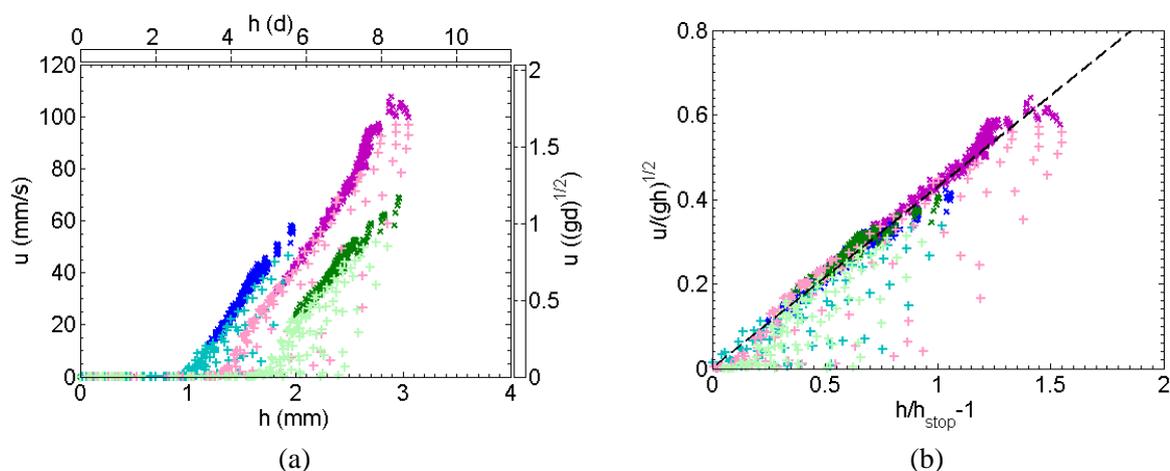


FIG. 4.30 – Relation entre vitesse de surface $u(y, t)$ et épaisseur $h(y, t)$ à différents temps t (de 100 s à 4000 s) et différentes positions y pour ($\theta = 27^\circ$, $q = 5\text{g/s}$ en bleu), ($\theta = 26^\circ$, $q = 15\text{g/s}$ en rose) et ($\theta = 25^\circ$, $q = 25\text{g/s}$ en vert). (a) : u en fonction de h . (b) : $\frac{u}{\sqrt{gh}}$ en fonction de $\frac{h-h_{stop}}{h_{stop}}$. Les données se remettent partiellement à l'échelle. Les symboles foncés en forme de \times (resp. clairs en forme de $+$) correspondent à des positions y loin (resp. près) des zones latérales statiques.

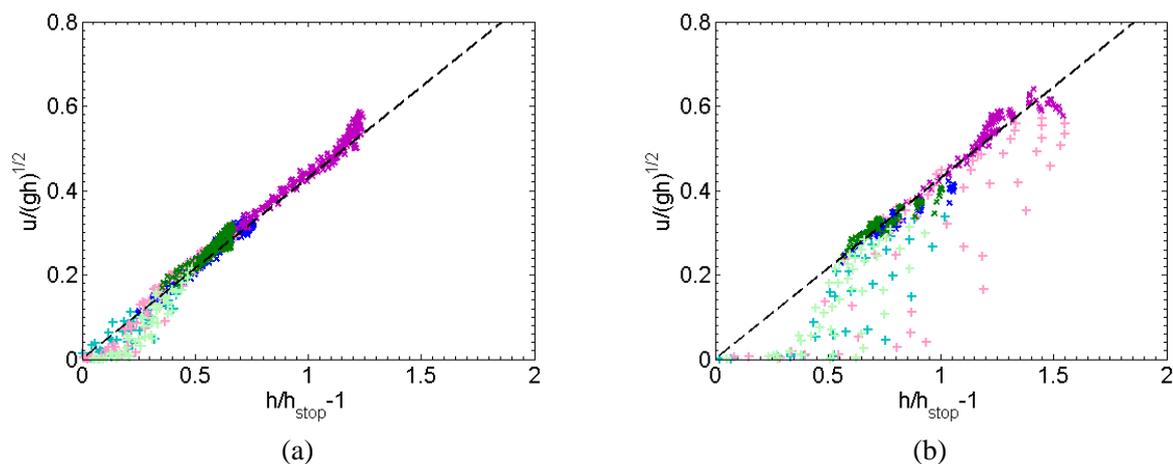


FIG. 4.31 – (a) : Corrélation hauteur-vitesse aux temps longs (i.e., dans le régime de quasi-saturation de la largeur W), partout dans l'écoulement (symboles foncés \times et clairs $+$, i.e., loin et près des zones statiques) suivant la relation $\frac{u}{\sqrt{gh}} = \beta \left(\frac{h}{h_{stop}} - 1 \right)$ avec $\beta \simeq 0.43$. (b) : Absence de corrélation entre $h(y, t)$ et $u(y, t)$ aux temps courts (i.e., logarithmique) près des zones statiques (symboles $+$).

données mais représente u/\sqrt{gh} en fonction de $h/h_{stop} - 1$. Cette normalisation ne permet de remettre à l'échelle qu'une partie des données seulement. On observe aussi que les données qui échappent à la remise à l'échelle correspondent à des positions près des zones latérales statiques.

La figure 4.31 est identique à la figure 4.30 (b), mais les données sont séparées selon qu'elles correspondent aux temps courts ou aux temps longs. À gauche, sont représentées les données aux temps longs, *i.e.*, relatives au régime de quasi-saturation de la largeur W (a), et à droite, sont représentées les données aux temps courts, *i.e.*, relatives au régime d'élargissement logarithmique de W (b). Aux temps longs, toutes les valeurs se superposent sur une même courbe, indiquant une corrélation nette entre $u(y, t)$ et $h(y, t)$ partout dans l'écoulement. Par contre, c'est aux temps courts que les données de vitesse et d'épaisseur ne superposent pas selon la normalisation proposée.

La distinction des données selon qu'elles sont loin ou près des zones latérales statiques, montre que l'absence de corrélation entre u et h est localisée près des bords statiques (symboles clairs +). Il faut bien préciser que la région latérale (de largeur δW), au sein de laquelle on n'observe pas de corrélation évidente entre u et h ne correspond pas aux bords statiques (où $u = 0$). La largeur $\delta W \simeq 30 \text{ mm}$ est 3 à 6 fois supérieure à W_{static} , et représente 1/4 de la largeur de l'écoulement à $t \simeq 100 \text{ s}$ et à 1/8 de la largeur à $t \simeq 4000 \text{ s}$. On peut en fait associer empiriquement cette région à la zone de fort cisaillement, *i.e.*, aux valeurs importantes de $\partial_y u(y)$ (fig. 4.23).

En résumé, l'étude de la relation entre l'épaisseur $h(y, t)$ et la vitesse de surface $u(y, t)$ montre que :

- aux temps longs (dans le régime de quasi-saturation de la largeur), une corrélation nette existe entre $h(y, t)$ et $u(y, t)$ partout dans l'écoulement (figure 4.31 a) qui s'écrit sous la forme suivante :

$$u(h) = 0 \text{ pour } h \leq h_{stop}, \quad (4.11)$$

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = \beta \left(\frac{h}{h_{stop}} - 1 \right) \text{ pour } h \geq h_{stop}, \text{ avec } \beta \simeq 0.43 ; \quad (4.12)$$

- aux temps courts (dans le régime d'élargissement logarithmique), la relation 4.12 pour $h \geq h_{stop}$ est violée près des zones latérales statiques (figure 4.31 b).

La loi d'échelle observée aux temps longs ou loin des zones statiques (4.11 et 4.12) est compatible avec celle observée par Félix & Thomas [20], qui mesurent la vitesse du front et la hauteur centrale pour des temps de l'ordre de 60 s. Elle concorde également avec la relation 4.9 vérifiée par les caractéristiques moyennes de l'écoulement. L'expression 4.12 permet donc de remettre à l'échelle les données provenant d'expériences aux valeurs de θ et q différentes. Le seul paramètre entrant dans la loi d'échelle est h_{stop} , qui dépend de θ seulement, et non du débit.

Les régions latérales (de largeur δW) où il n'existe pas de relation unique entre u et h , sont ainsi montrées du doigt. Dans ces zones, la vitesse $u(h)$ est systématiquement inférieure à celle attendue d'après la relation 4.12, comme illustré par les figures 4.30 (b) et 4.31 (b). Par conséquent, on peut observer des vitesses nulles pour des hauteurs supérieures à h_{stop} , en contradiction avec les relations 4.11 et 4.12. Toutefois, cette observation est compatible avec l'hystérésis des écoulements granulaires : une couche d'épaisseur h peut être statique tant que $h \leq h_{start}$ [15].

4.5.3 Modèle d'écoulement sur couche statique

Revenons sur la corrélation observée entre vitesse u et épaisseur h de l'écoulement auto-chenalisé (relations 4.11 et 4.12) et plus particulièrement sur l'absence de corrélation près des régions latérales statiques

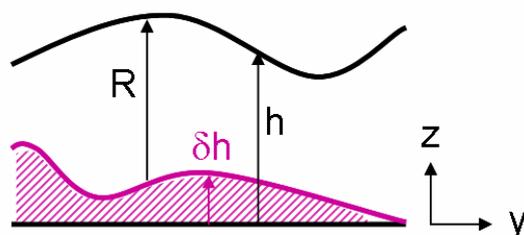


FIG. 4.32 – Notations des différentes hauteurs : h est l'épaisseur de la couche de grains, R est la hauteur effectivement en écoulement, $\delta h = h - R$ est l'épaisseur de la couche basale statique.

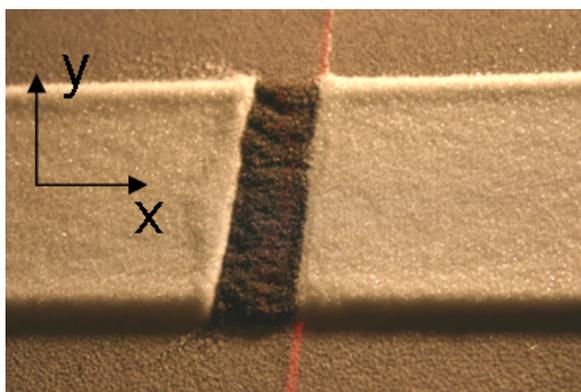


FIG. 4.33 – Principe de l'expérience pour vérifier si l'épaisseur h est en mouvement et mesurer la hauteur R effectivement en écoulement dans la partie centrale de la couche de grains.

aux temps courts (fig. 4.31). Comment expliquer ces observations opposées ? Quelle est l'origine de la décorrélation observée ?

Nous proposons un modèle d'écoulement *localisé* pour comprendre ces observations. Supposons que dans le cas d'un écoulement auto-chenalisé, la hauteur effectivement en écoulement n'est pas l'épaisseur totale h , mais vaut $R \leq h$, et que l'écoulement a lieu sur une couche basale statique d'épaisseur $\delta h = h - R$ (figure 4.32).

Une expérience simple réalisée à des valeurs constantes de θ et q , nous a permis d'évaluer la hauteur effectivement coulante R , dans la partie centrale de la couche de grains pour $t = 100$ s. L'écoulement à bords libres est composé uniquement de billes non teintées. Après que le front ait parcouru le plan (100 s), l'alimentation est arrêtée. Dans une section élémentaire du dépôt, les grains sont remplacés par des grains teintés en noir (figure 4.33). L'alimentation est redémarrée, et l'écoulement reprend pendant 100 s, durée de traversée du plan. Le dépôt ainsi obtenu est soigneusement décortiqué, à la recherche des grains noirs. Nous ne repérons aucun grains noirs dans la partie centrale du dépôt (correspondant à la zone en écoulement), y compris sur le fond rugueux.

Cette expérience montre que dans la partie centrale de l'écoulement, toute l'épaisseur h est en mouvement pour $t = 100$ s, *i.e.*, que $R = h$. Or dans la partie centrale de l'écoulement, il y a corrélation entre hauteur R et vitesse h (Fig. 4.31 (a)) :

$$\frac{u}{\sqrt{gR}} = \beta \left(\frac{R}{h_{stop}} - 1 \right) \text{ pour } R \geq h_{stop}, \text{ avec } \beta \simeq 0.43. \quad (4.13)$$

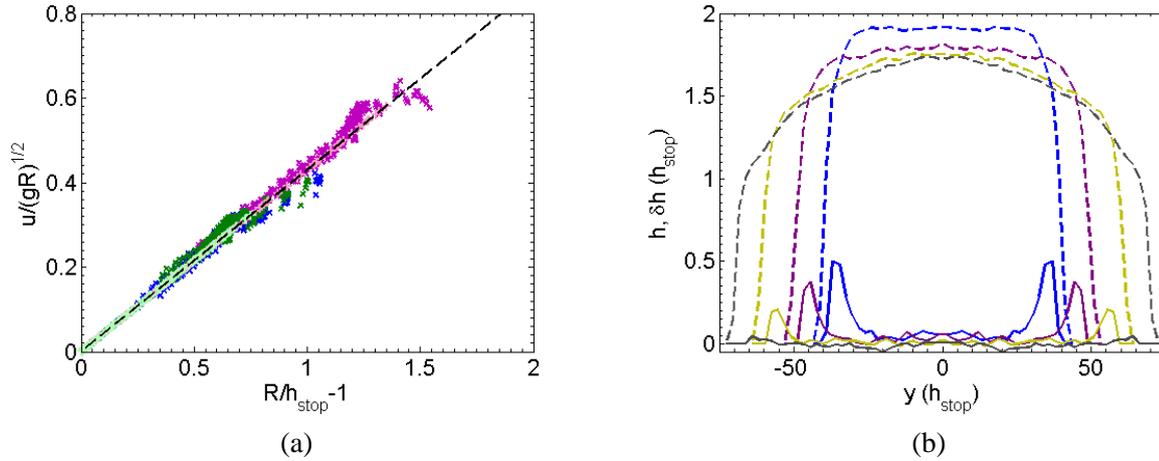


FIG. 4.34 – (a) : Mise à l'échelle des données $R(y, t)$ et $u(y, t)$ suivant la relation $\frac{u}{\sqrt{gR}} = \beta\left(\frac{R}{h_{stop}} - 1\right)$, pour différents temps (de 0 s à 4000 s) et pour différentes valeurs des paramètres (pente $\theta = 27^\circ$ et débit $q = 5g/s$, $\theta = 26^\circ$ $q = 15g/s$, $\theta = 25^\circ$ $q = 25g/s$). (b) : Profils d'épaisseur h (tirets), et de la hauteur de correction δh (traits continus) pour $\theta = 25^\circ$ et $q = 5g/s$, à différents temps (90 s, 260 s, 680 s et 2400 s). La présence aux temps courts d'une couche basale statique de hauteur δh pendant l'écoulement explique l'écart à la loi d'échelle $h-u$.

En généralisant l'équation 4.13 au cas de l'écoulement auto-chenalisé entier, *i.e.*, pour toute position y et tout temps t , avec $R(y, t)$, la hauteur effectivement en écoulement et $u(y, t)$ sa vitesse de surface à la position y et l'instant t , on peut calculer (dans le cas où $h \geq h_{stop}$ et qu'il y a violation de la loi d'échelle 4.12) la hauteur coulante $R(y, t)$, solution de l'équation 4.13 à partir de $u(y, t)$, et la hauteur basale statique $\delta h = h - R$.

Cette opération permet de remettre toutes les données $R(y, t)$ et $u(y, t)$ sur la même courbe maîtresse, visible sur la figure 4.34 (a), où est représenté u/\sqrt{gR} en fonction de $R/h_{stop} - 1$. La figure 4.34 (b) représente les profils d'épaisseur totale $h(y)$ et d'épaisseur statique $\delta h(y)$ pour $\theta = 27^\circ$ et $q = 5 g/s$ à différents temps (90 s, 260 s, 680 s et 2400 s). Aux positions y où le scaling 4.12 n'était pas vérifié, correspond une hauteur statique non nulle $\delta h(y)$. La couche basale au repos δh , associée aux valeurs de $h(u = 0)$, constitue la phase statique h_{stat} au sein de l'écoulement, suivant les relations :

$$\begin{aligned} h_{stat} &= \delta h \text{ pour } h(u \neq 0), \\ h_{stat} &= h \text{ pour } h(u = 0). \end{aligned}$$

La figure 4.35 (a) représente les profils d'épaisseur statique $h_{stat}(y)$ en traits continus, (et les profils d'épaisseur totale $h(y)$ en tirets). La phase statique apparaît être en forme de vallée en U , et ressemble aux temps longs à deux "murs" confinant l'écoulement.

Notre modèle peut être validé quantitativement en calculant le débit Q_R , relié au débit massique intégré sur l'épaisseur R (modulo le rapport vitesse de surface sur vitesse moyennée sur la verticale) :

$$Q_R = \rho C \int_{-W/2}^{W/2} R(y)u(y)dy. \quad (4.14)$$

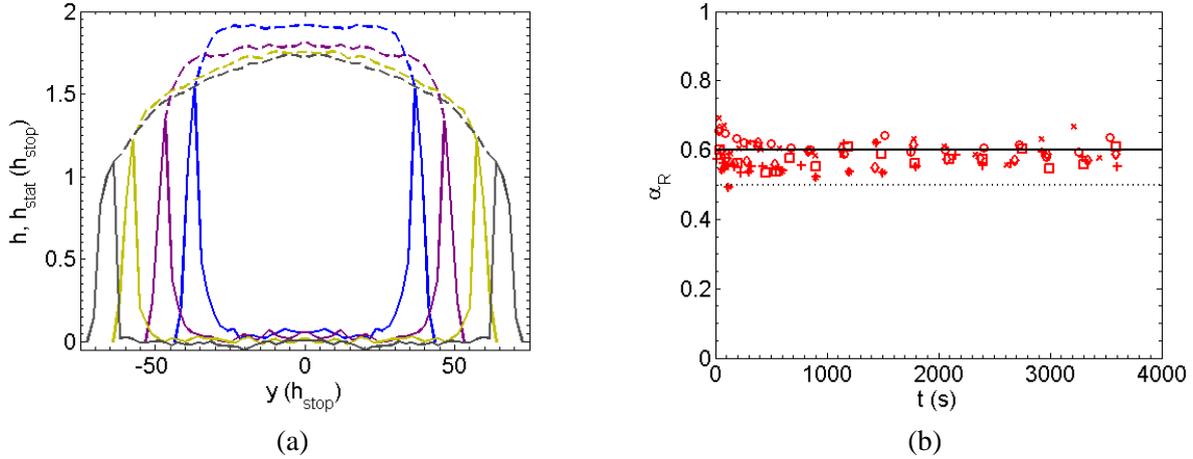


FIG. 4.35 – (a) : Profils d'épaisseur h (tirets), et de la hauteur statique h_{stat} (composée de δh et $h(u = 0)$), pendant l'écoulement pour $\theta = 25^\circ$ et $q = 5g/s$, à différents temps (90 s, 260 s, 680 s et 2400 s). (b) : Variations de α_R en fonction du temps pour différentes valeurs des paramètres θ et q , considérant l'épaisseur R effectivement en écoulement.

Le rapport α_R , du débit effectif q sur le débit Q_R calculé d'après l'équation 4.14 vaut :

$$\alpha_R = \frac{q}{\rho C \int_{-W/2}^{W/2} R u dy}. \quad (4.15)$$

La figure 4.35 (b) représente les valeurs de α_R au cours du temps, pour θ variant de 25° à 28° et q variant de $4 g/s$ à $30 g/s$. On constate que le rapport α_R est constant au cours du temps et il est indépendant des paramètres expérimentaux θ et q . Ceci indique que l'écoulement est effectivement établi sur une épaisseur R . La valeur de $\alpha_R = 0.6 = 3/5$ suggère un profil vertical de Bagnold sur l'épaisseur R , de la forme :

$$u \left[1 - \left(\frac{R - z}{R} \right)^{3/2} \right].$$

Ce résultat concorde avec les conclusions tirées de l'analyse moyenne des propriétés de l'écoulement à la section 4.5.1.

4.5.4 Prédiction des dépôts

La loi d'écoulement (4.11, 4.12) est identique à celle vérifiée dans le cas général par les écoulements uniformes et stationnaire sur un plan incliné, *i.e.*, pour tous types de matériaux granulaires et de fonds rugueux. On sait qu'un écoulement de ce type donne à l'arrêt un dépôt de hauteur h_{stop} sur le plan. On peut extrapoler cette dernière observation au cas d'un écoulement non confiné (d'épaisseur R) s'écoulant sur une couche statique de hauteur δh puisque ces deux configurations vérifient la même loi. Sous réserve que cette généralisation soit valable, le dépôt obtenu après une durée t consistera en un dépôt de hauteur h_{stop} sur la couche basale statique d'épaisseur $\delta h(t)$. La hauteur du dépôt h_{pred} est alors prédite selon la règle suivante :

$$\begin{aligned} h_{pred} &= h \text{ pour } h(u = 0), \\ h_{pred} &= \delta h + h_{stop} \text{ pour } h(u \neq 0). \end{aligned}$$

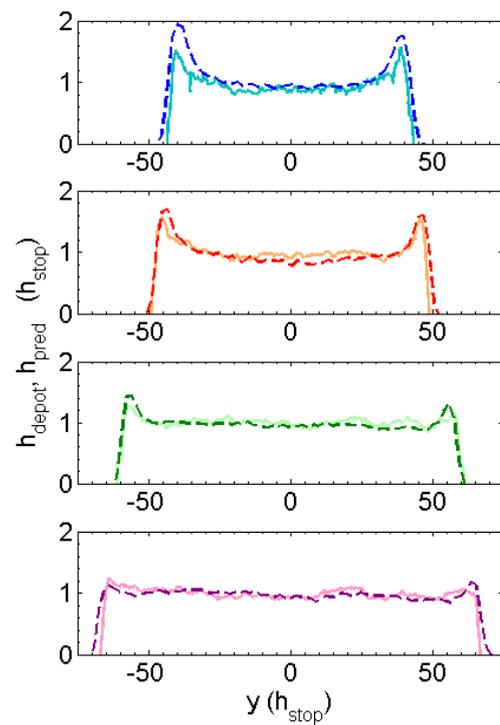


FIG. 4.36 – Coïncidence des dépôts obtenus h_{depot} (traits continus) et “prédits” h_{pred} (tirets) pour différentes durées d’alimentation (60 s, 90 s, 300 s et 600 s), pour une pente $\theta = 25^\circ$ et un débit $q = 25\text{g/s}$. La forme h_{pred} est prédite comme la hauteur de grains à l’arrêt sur toute la profondeur $h(u = 0)$, juxtaposée à un dépôt de hauteur h_{stop} sur la couche basale statique δh .

Ce scénario est confirmé par la coïncidence du dépôt prédit h_{pred} et du dépôt mesuré expérimentalement h_{depot} . La figure 4.36 représente les deux profils h_{pred} (en tirets) et h_{depot} (en traits continus) pour $\theta = 25^\circ$ et $q = 25g/s$, obtenus après différentes durées d'alimentation t (60 s, 90 s, 300 s et 600 s). Les deux profils h_{pred} et h_{depot} coïncident parfaitement.

Ces résultats précisent les mécanismes de formation des levées. Félix & Thomas avaient associé la formation des levées à l'existence de zones latérales statiques et à la vidange partielle de la partie centrale de l'écoulement [20]. Néanmoins, elles soulevaient la nécessité de préciser ce mécanisme. Par exemple, il restait à comprendre les raisons du décalage des positions des levées par rapport à celles des zones statiques, et la différence de largeur des levées et des zones statiques, ces dernières étant moins larges que les futures levées. Elles suggéraient que ce pouvait être une conséquence du processus d'arrêt, pendant lequel les zones statiques s'effondrent vers la partie centrale, lorsque celle-ci se vide.

On a vu ici que l'explication est à la fois plus simple et plus fondamentale. Le respect de la relation d'échelle entre u et h en tout point de l'écoulement impose l'existence d'une sous-couche statique sur laquelle se dépose une couche h_{stop} comme pour un écoulement homogène sur plan incliné. C'est la composition de ces deux mécanismes qui définit la forme des dépôts.

En résumé, l'écoulement auto-chenalisé n'a pas lieu systématiquement sur toute la profondeur, mais sur une couche basale statique, dont la forme évolue au cours du temps. La coexistence des états liquide et solide dans ce type d'écoulement se fait suivant deux directions : latéralement (écoulement entre des murs de grains statiques) et en profondeur (écoulement sur une couche au repos).

4.6 Conclusion

L'étude en laboratoire des écoulements granulaires non confinés a montré une riche phénoménologie, et complète l'étude précédente de Félix & Thomas [20], en prolongeant les temps expérimentaux de 10 s à 1000 s. En l'absence de parois latérales de confinement, l'écoulement s'auto-chenalise spontanément : il sélectionne sa largeur, son épaisseur et sa vitesse de surface. Des zones de grains statiques sont spontanément mises en place sur les bords de l'écoulement, confinant l'écoulement.

L'écoulement ainsi formé est inhomogène et instationnaire. En particulier, on a observé qu'il s'élargit logarithmiquement lentement. Néanmoins, en dehors des zones latérales statiques à temps court et partout à temps long, on constate que le scaling qui relie vitesse et hauteur dans le cas des écoulements stationnaires uniformes reste valable. Plus précisément, ce scaling est violé près des zones statiques, lorsqu'elles ont une épaisseur supérieure à h_{stop} . En faisant l'hypothèse de l'existence d'une couche basale statique, telle que la relation d'échelle entre épaisseur coulante et vitesse soit restaurée (près des zones statiques), nous prédisons correctement la morphologie des levées et sa dépendance avec le temps d'arrêt. Enfin, cette hypothèse est compatible avec un profil d'épaisseur coulante de type Bagnold, *i.e.*, en puissance $3/2$ de la profondeur, du point de vue des débits mesurés et estimés.

Une issue intéressante serait d'étudier la phénoménologie observée dans le cas d'écoulements rapides, mais néanmoins non accélérés, qui consiste en l'apparition d'instabilités le long de la frontière écoulement/zones statiques, comme illustré sur la figure 4.37 (a). Il faut ajouter que nous avons observé que cette frontière est nette et rectiligne au début de l'écoulement, et devient éventuellement fluctuante, (spatialement et temporellement) pour des temps croissants. Cela pourrait suggérer le passage alternatif entre les états solide et liquide, sur les bords de l'écoulement. Une conséquence envisagée est le motif d'instabilités observé dans certains cas sur les bords des dépôts, visible sur la figure 4.37 (b).



FIG. 4.37 – (a) : Frontière latérale écoulement/zones statiques aux temps longs. (b) : Motif d'instabilités se développant sur les bords des dépôts (photographie à l'arrêt).

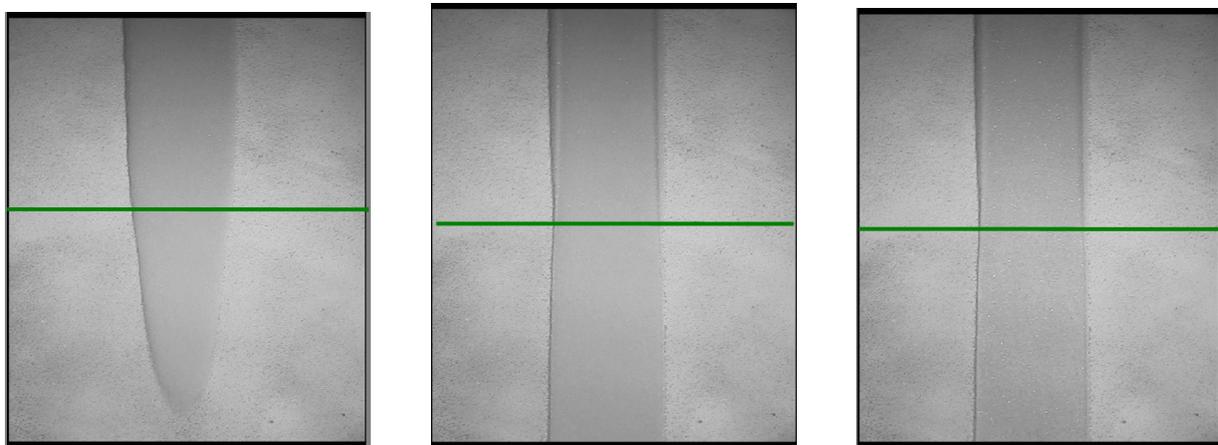


FIG. 4.38 – Photographies prises à trois instants d'un écoulement à bords libres sur un plan incliné avec une rupture de pente : le plan en amont est incliné à $\theta_1 = 20^\circ$ et le plan en aval à $\theta_2 = 26^\circ$.

Enfin, des expériences peuvent être envisagées quant à l'influence d'une rupture de pente sur un écoulement à bords libres, comme illustré sur la figure 4.38. Cela pourrait apporter des éléments de compréhension supplémentaires quant aux écoulements naturels sur des topographies plus complexes.

Conclusion et perspectives

L'absence d'équations constitutives complètes pour décrire les matériaux granulaires justifie l'étude de systèmes modèles pour mieux comprendre le comportement des matériaux granulaires, impliqués dans des événements naturels, tel que les éboulements, certaines coulées de débris, ... Une problématique importante en géophysique concerne la phase de déclenchement d'avalanches. De plus, certains écoulements granulaires naturels, *e.g.*, les coulées pyroclastiques, exhibent des zones à l'arrêt coexistant avec des zones coulantes.

Dans cette optique, nous tentons de mieux comprendre la transition solide-liquide dans les matériaux granulaires. Nous avons choisi d'étudier successivement les mécanismes d'arrêt, de déstabilisation, et de coexistence des phases statiques et coulantes, au sein d'empilements granulaires modèles. Pour cela, nous avons fait appel à la modélisation expérimentale et numérique.

Dans une première partie, nous avons étudié expérimentalement la relaxation quasi-statique d'un empilement vers l'équilibre mécanique. Celle-ci s'est avérée étonnamment longue et complexe. Le suivi des micro-déplacements au cours de la relaxation montre que la dynamique ralentit dans les couches superficielles de l'empilement. Des mesures de susceptibilité à une perturbation extérieure ont confirmé la présence de corrélations importantes au sein des couches superficielles. Des observations directes révèlent la coexistence de deux mécanismes opposés –relaxation individuelle des grains et réactivation de clusters de grains–. Un modèle statistique prenant en compte les processus réversibles observés, permet d'extrapoler la dynamique de relaxation à des temps plus longs, et suggère un comportement vieillissant des matériaux granulaires. Cette étude met en avant une nouvelle configuration pour laquelle le comportement des matériaux granulaires est analogue à celui des matériaux vitreux.

Dans une deuxième partie, nous utilisons la modélisation numérique discrète afin de préciser la transition solide-liquide d'un point de vue structural. Dans ce but, nous sollicitons un empilement de façon quasi-statique au cours de cycles de rotation et étudions les modifications micro-mécaniques induites. Nous observons une réponse hystérétique aux cycles, autant à l'échelle macroscopique, *e.g.*, du point de vue de ses déformations, qu'au point de vue micro-structurel, *e.g.*, orientation des contacts. Le comportement hystérétique, observé quelque soit l'amplitude des sollicitations, est néanmoins fortement influencé par le passage à proximité de la transition vers l'avalanche. Les fortes modifications de la micro-structure de l'empilement induites à l'approche de la transition, ont une influence significative et durable sur le comportement du matériau après un demi-tour. De plus, cet effet mémoire est localisé sur une partie des contacts seulement : les contacts faibles. Ces résultats montrent la nécessité de prendre en compte l'existence des contacts faibles dans une description des matériaux granulaires, en vue de l'utiliser à proximité de la transition solide-liquide.

En résumé, les deux études précédentes mettent en évidence le rôle important des corrélations spatiales et temporelles et des comportements collectifs au sein d'un matériau granulaire dans la transition solide-liquide, que ce soit dans un sens (transition vers l'arrêt) ou dans l'autre (approche de la déstabilisation).

Enfin, dans une troisième partie, nous étudions expérimentalement les écoulements à bords libres sur plan incliné, où coexistent phases statique et coulante. En effet, en l'absence de parois latérales, l'écoulement met spontanément en place des zones de grains statiques sur les bords, qui finalement "confinent" en quelque sorte l'écoulement : on pourra s'interroger sur les forces de frottement induites par ces "murs" sur l'écoulement. Ces écoulements peuvent donner des dépôts avec des levées : les bords sont sur-élevés par rapport à la partie centrale. L'étude des propriétés d'écoulement a révélé que la dynamique est instationnaire, et ce sur de longues échelles de temps. En particulier, la coulée s'élargit logarithmiquement lentement. Il en découle une dépendance de la forme du dépôt avec la durée d'alimentation. Malgré les variations temporelles, et bien que l'écoulement soit transversalement inhomogène, une relation relie vitesse et épaisseur dans la partie centrale, similaire à celle observée dans le cas d'un écoulement stationnaire uniforme. Toutefois, la loi d'échelle entre vitesse et épaisseur est violée près des zones statiques. En supposant l'existence d'une couche basale statique, telle que la relation d'échelle entre épaisseur coulante et vitesse soit restaurée, nous prédisons correctement la morphologie des levées et sa dépendance au temps d'arrêt.

Bibliographie

- [1] <http://www-geol.unine.ch/cours/geol/massflow.html>.
- [2] R. M. Iverson and J. W. Vallance. New views of granular mass flows. *Geology*, 29(2) :115–118, 2001.
- [3] P. Evesque and J. Rajchenbach. Caractérisation d’avalanches de billes dans un cylindre tournant. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 223(307), 1988.
- [4] H. M. Jaeger, C. Liu, and S. R. Nagel. Relaxation at the angle of repose. *Phys. Rev. Lett.*, 62(40), 1989.
- [5] G. A. Held, D. H. Solina, D. T. Keane, W. J. Haag, P. M. Horn, and G. Grinstein. Experimental study of critical-mass fluctuations in an evolving sandpile. *Phys. Rev. Lett.*, 65(9) :1120–1123, 1990.
- [6] S. R. Nagel. Instabilities in a sandpile. *Rev. Mod. Phys.*, 64 :321–325, 1992.
- [7] L. Staron, J.-P. Vilotte, and F. Radjai. Preavalanche instabilities in a granular pile. *Phys. Rev. Lett.*, 89(204302), 2002.
- [8] L. Staron, J.-P. Vilotte, and F. Radjai. Multiscale analysis of the stress state in a granular slope in transition to failure. *cond-mat/0409619*, 2004.
- [9] A. Kabla, G. Debregeas, J.-M. di Meglio, and T. J. Senden. X-ray observation of micro-failures in granular piles approaching an avalanche. *Europhys. Lett.*, 10165(4), 2005.
- [10] L. Staron and F. Radjai. Friction vs Texture at the approach of a granular avalanche. *Phys. Rev. E*, 72(041308), 2005.
- [11] J.B. Knight, C.G. Fandrich, C.N. Lau, H.M. Jaeger, and S. Nagel. Density relaxation in a vibrated granular material. *Phys. Rev. E*, 3957(51), 1995.
- [12] C. S. O’Hern, S. A. Langer, J. A. Liu, and A. J. Nagel. Force distributions near jamming and glass transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 86(111), 2001.
- [13] R. R. Hartley and R. P. Behringer. Logarithmic rate dependence of force networks in sheared granular materials. *Nature*, 421 :928, 2003.
- [14] GDR MiDi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341, 2004.
- [15] O. Pouliquen. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, 11 :542, 1999.

- [16] A. Daerr and S. Douady. Two types of avalanche behaviour in granular media. *Nature*, 399 :241, 1999.
- [17] M. Prochnow. *Écoulements denses de grains secs*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [18] O. Pouliquen and Y. Forterre. Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *J. Fluid Mech.*, 453 :133, 2002.
- [19] C. Goujon, N. Thomas, and B. Dalloz-Dubrujeaud. Monodisperse dry granular flows on inclined planes : Role of roughness. *Eur. Phys. J. E*, 11 :147, 2003.
- [20] G. Félix and N. Thomas. Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levées in pyroclastic deposits. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 221 :197, 2004.
- [21] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. Crucial role of sidewalls for free surface granular flows : consequences for the rheology. *J. FLuid Mech.*, 2005. to be published.
- [22] O. Pouliquen. Velocity correlations in dense granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, 2004. submitted.
- [23] L. Vanel, D. Howell, D. Clarck, R. P. Behringer, and E. Clément. Memories in sand : experimental test of construction history on stress distribution under sandpiles. *Phys. Rev. E*, 60(5) :5040–5043, 1999.
- [24] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud. Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 90(044301), 2003.
- [25] O. Pouliquen and N. Renaut. Onset of granular flows on an inclined rough surface : Dilatancy effects. *J. Phys. II France*, 6 :923–935, 1996.
- [26] S. Dorbolo. Stability limit of a granular monolayer. *Eur. Phys. J. E*, 17 :77–81, 2005.
- [27] M. Caponeri, S. Douady, S. Fauve, and C. Laroche. Dynamics of avalanches in a rotating cylinder. In E. Guazzelli and L. Oger, editors, *Mobile particulate systems*, pages 331–366. Kluwer Academic, Dordrecht, 1995.
- [28] P. W. Rowe. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 269 :500, 1962.
- [29] S. Luding. Stress distribution in static two-dimensional granular model media in the absence of friction. *Phys. Rev. E*, 55(4) :4720–4729, 1997.
- [30] L. Quartier, B. Andreotti, S. Douady, and A. Daerr. Dynamics of a grain on a sandpile model. *Phys. Rev. E*, 62(6) :8299–8307, 2000.
- [31] S. Courrech du Pont. *Avalanches granulaires en milieu fluide*. PhD thesis, Université Paris XI, Orsay, 2003.
- [32] F. Alonso-Marroquín. *Micromechanical investigation of soil deformation : incremental response and granular ratcheting*. PhD thesis, Institut für Computeranwendungen 1 der Universität Stuttgart, Allemagne, 2004.
- [33] J. R. Rice. The localization of plastic deformation. In W. T. Koiter ed., editor, *Theoretical and Applied Mechanics*, page 207. North-Holland Publishing Company, 1976.

- [34] A. El Bied. *Étude expérimentale et modélisation du comportement des roches granulaires : écoulement, radoucissement et rupture en mode localisé*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2000.
- [35] Rudnicki J. W. and Rice J. R. Conditions of localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids.*, 29 :153–172, 1975.
- [36] Schofield A. and P. Wroth. *Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill, London, 1967.
- [37] Wood D. M. *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [38] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2D granular media : Critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D.E. Wolf, editors, *The physics of granular media*. Wiley, Berlin, 2004.
- [39] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [40] M. Jean and J.-J. Moreau. In *Proceedings of Contact Mechanics, International Symposium*. PPUR, 1992.
- [41] J.-J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : Application to granular materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 4 :93, 1994.
- [42] T. Travers, M. Ammi, D. Bideau, A. Gervois, J.-C. Messenger, and J.-P. Trodec. Uniaxial compression of 2d packings of cylinders : effects of weak disorder. *Europhys. Lett.*, 4(3) :329–332, 1987.
- [43] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61, 1998.
- [44] P. Dantu. Étude statistique des forces intergranulaires dans un milieu pulvérulent compris entre deux plans verticaux et parallèles. *Géotechnique*, 18 :50–55, 1968.
- [45] D. Howell and R. P. Behringer. Stress fluctuations in a 2d granular couette experiment : a continuous transition. *Phys. Rev. Lett.*, 82(26) :5241–5244, 1999.
- [46] O. J. Schwarz, Y. Horie, and M. Shearer. Discrete element investigation of stress fluctuation in granular flow at high shear rates. *Phys. Rev. E*, 57 :2053–2061, 1998.
- [47] C. T. Veje, D. W. Howell, and R. P. Behringer. Kinematics of a two-dimensional granular couette experiment at the transition to shearing. *Phys. Rev. E*, 59 :739–745, 1999.
- [48] E. Aharonov and D. Sparks. Rigidity phase transition in granular packings. *Phys. Rev. E*, 60 :6890, 1999.
- [49] P. Claudin. *La physique du tas de sable : description phénoménologique de la propagation des contraintes dans un matériau granulaire*. PhD thesis, Université Paris XI, Orsay, France, 1999.
- [50] J. Wittmer, P. Claudin, M. E. Cates, and J.-P. Bouchaud. An explanation for the central stress minimum in sandpiles. *Nature*, 382 :336–338, 1996.
- [51] C. Goujon. *Écoulements granulaires bidisperses sur plans inclinés rugueux*. PhD thesis, Univ. de Provence, Marseille, 2004.

- [52] Y. Forterre. *Instabilités dans les écoulements granulaires*. PhD thesis, Université de Provence, Marseille, 2002.
- [53] S.L. Silbert, J.W. Landry, and G.S. Grest. Granular flow down a rough inclined plane : transition between thin and thick piles. *Phys. of Fluids*, 15 :1–10, 2003.
- [54] T.C. Halsey and A.J. Levine. How sandcastles fall. *Phys. Rev. Lett.*, 80(3141), 1998.
- [55] Taberlet N., Richard P., Valance A., Delannay R., Losert W., Pasini J.M., and Jenkins J. T. Super stable granular heap in thin channel. *Phys. Rev. Lett.*, 91(264301), 2003.
- [56] Bonamy D., Daviaud F., and Laurent L. Experimental study of granular surface flows via a fast camera : a continuous description. *Phys. Fluids*, 14 :1666, 2002.
- [57] Bonamy D., Daviaud F., Laurent L., Bonetti M., and Bouchaud J.-P. Multi-scale clustering in granular surface flows. *Phys. Rev. Lett.*, 89(034301), 2002.
- [58] D. Bonamy, S. Bernard-Bernardet, F. Daviaud, and L. Laurent. Microdisplacements induced by a local perturbation inside a granular packing. *Phys. Rev. E*, 68(042301), 2003.
- [59] L. Bocquet, E. Charlaix, J. Crassous, and S. Ciliberto. Moisture induced aging in granular media and the kinetics of capillary condensation. *Nature*, 396, 1998.
- [60] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud. Wall effects on granular heap stability. *Europhys. Letters*, 61 :492, 2003.
- [61] D. Bonamy. *Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires : écoulements de surface et réarrangements internes dans des empilements modèles*. PhD thesis, Univ. Paris XI, Orsay, 2001.
- [62] Pouliquen O., Forterre Y., and Ledizes S. Dense granular flows down incline as a self-activated process. *Adv. Complex Systems*, 4 :441–450, 2001.
- [63] J. Crassous, E. Charlaix, and J.-L. Loubet. Nanoscale investigation of wetting dynamics with a surface force apparatus. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :2425, 1997.
- [64] F. Restagno. *Interactions entre contacts solides et cinétique de la condensation capillaire : Aspects macroscopiques et aspects microscopiques*. PhD thesis, École Normale Supérieure de Lyon, 2000.
- [65] L.F. Cugliandolo and J. Kurchan. *J. Phys. A*, 27(5749), 1994.
- [66] S. Deboeuf, E. M. Bertin, E. Lajeunesse, and O. Dauchot. Jamming transition of a granular pile below the angle of repose. *Eur. Phys. J. B*, 36 :105, 2003.
- [67] M. Jean. Simulation numérique des problèmes de contact avec frottement. *Matériaux et Techniques*, 1992.
- [68] J.-J. Moreau. Application des algorithmes "contact dynamics" aux milieux granulaires. In *Actes du XIVème Congrès Français de Mécanique*, 1999.
- [69] L. Staron. *Étude numérique des mécanismes de déstabilisation des pentes granulaires*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 2002.
- [70] A. Kasahara and H. Nakanishi. Isostaticity and mechanical response of two-dimensional granular piles. *Phys. Rev. E*, 70(051309), 2004.

- [71] G. Combe and J.-N. Roux. Strain versus stress in a model granular material : a devil's staircase. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :3628–3631, 2000.
- [72] N.P. Kruyt and L. Rothenburg. Micromechanical definition of the strain tensor for granular material. *J. App. Mech.*, 706(118), 1996.
- [73] F. Alonso-Marroquín, S. Luding, H.J. Herrmann, and I. Vardoulakis. Role of anisotropy in the elastoplastic response of a polygonal packing. *Phys. Rev. E*, 71(051304), 2005.
- [74] S. Nasuno, A. Kudrolli, and J.P. Gollub. Friction in granular layers : Hysteresis and precursors. *Phys. Rev. Lett.*, 79(949), 1997.
- [75] G.C. Barker and A. Mehta. Avalanches at rough surfaces. *Phys. Rev. E*, 61 :6765, 2000.
- [76] P. Evesque, D. Fargeix, P. Habib, M.P. Luong, and P. Porion. Pile density is a control parameter of sand avalanches. *Phys. Rev. E*, 47 :2326, 1993.
- [77] E. Flavigny and J. Lanier. Densification des sables : quelques remarques issues des essais de laboratoire. In *Actes des Journées L. Ménard, CFMS*, 1995.
- [78] H.A. Joer, J. Lanier, and M. Fahey. Deformation of granular materials due to rotation of principal axes. *Geotechnique*, 48(5), 1998.
- [79] G. Combe. *Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulations numériques*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [80] F. Alonso-Marroquín and H.J. Herrmann. Ratcheting of granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 92(054301), 2004.
- [81] L. E. Silbert, D. Ertas, G. S. Grest, T. C. Halsey, and D. Levine. Geometry of frictionless and frictional sphere packings. *Phys. Rev. E*, 65(031304), 2002.
- [82] K. Dahmen and J. P. Sethna. Hysteresis, avalanches, and disorder-induced critical scaling : A renormalization-group approach. *Phys. Rev. B*, 53(14872), 1996.
- [83] Y. Jiang, P. J. Swart, A. Saxena, M. Asipauskas, and J. A. Glazier. Hysteresis and avalanches in two-dimensional foam rheology simulations. *Phys. Rev. E*, 59(5819), 1999.
- [84] M. Toiya, J. Stambaugh, and W. Losert. Transient and oscillatory granular shear flow. *Phys. Rev. Lett.*, 93(88001), 2004.
- [85] B. Utter and R.P. Behringer. Transients in sheared granular matter. *Eur. Phys. J. E*, 14 :373, 2004.
- [86] C. Thornton and D. J. Barnes. *Acta Mech.*, 64(45), 1986.
- [87] R. J. Bathurst and L. Rothenburg. *J. Appl. Mech.*, 55, 1988.
- [88] I. Vardoulakis. *Ing.-Arch.*, 59(106), 1989.
- [89] S. Nemat-Nasser. *J. Mech. Phys. Solids*, 28, 2000.
- [90] M. Madadi, O. Tsoungui, M. Lätzel, and S. Luding. *Int. J. Solids Struct.*, 41(2563), 2004.

- [91] R. M. Iverson and R. G. LaHusen. Friction in debris flows : inferences from large-scale flume experiments. In *Hydraulic Engineering 93 (Proceedings of the 1993 Conference of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers)*, 1993.
- [92] E. Lajeunesse, J. B. Monnier, and G. M. Homsy. Granular slumping on a horizontal surface. *Phys. Fluids*, 17(103302), 2005.
- [93] Mangeney A., Vilotte J.-P., Bouchut F., and Thomas N. Numerical modelling of the formation of levees in granular flow deposits : a way to investigate the hidden part of the flow law. In *Eos Trans. AGU, 85(47), Fall Meet. Suppl.*, 2004.
- [94] S. B. Savage and K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, 199 :177, 1989.
- [95] M. Naaim, S. Vial, and R. Couture. *St Venant Approach for Rock Avalanches Modeling*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1997.
- [96] Mangeney-Castelnau A., J.-P. Vilotte, M.-O. Bristeau, B. Perthame, F. Bouchut, C. Simeoni, and S. Yerneni. Numerical modeling of avalanches based on saint venant equations using a kinetic scheme. *J. Geophys. Res.*, 108(B11), 2003.
- [97] Denlinger R. P. and R. M. Iverson. Granular avalanches across irregular three-dimensional terrain : 1. theory and computation. *J. Geophys. Res.*, 109(F01014), 2004.
- [98] R. R. Kerswell. Dam break with coulomb friction : A model of granular slumping ? *Phys. Fluids*, 17(057101), 2005.
- [99] Mangeney-Castelnau A., Bouchut F., Vilotte J.-P., Lajeunesse E., Aubertin A., and Pirulli M. On the use of saint-venant equations for simulating the spreading of a granular mass. *J. Geophys. Res.*, 110(B09103), 2005.
- [100] A. Daerr. *Dynamique des avalanches*. PhD thesis, Univ. Denis Diderot Paris VII, 2000.
- [101] Y. Bertho, T. Brunet, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J.-P. Hulin. Influence of humidity on granular packings with moving walls. *Europhys. Lett.*, 67(6) :955, 2004.
- [102] N. Fraysse, H. Thomé, and L. Petit. Humidity effects on the stability of a sandpile. *Eur. Phys. J. B*, 11 :615, 1999.
- [103] O. Pouliquen and J. W. Vallance. Segregation induced instabilities of granular fronts. *Chaos*, 9(3), 1999.
- [104] D.A. Robinson and S.P. Friedman. Observations of the effects of particle shape and particle size distribution on avalanching of granular media. *Physica A*, 311 :97–110, 2002.

TRANSITIONS ET COEXISTENCE SOLIDE-LIQUIDE DANS LES MATÉRIAUX GRANULAIRES

Pour comprendre les mécanismes de déstabilisation, d'arrêt et de coexistence des phases statiques (solide) et coulantes (liquide), nous réalisons expériences et simulations numériques d'empilements granulaires modèles. Trois sujets ont été abordés au cours de cette thèse.

L'étude expérimentale de la transition d'arrêt d'un empilement après un écoulement de surface met en évidence l'existence de relaxations de durée bien supérieure au temps de relaxation d'un grain sous l'action de son poids. Celle-ci est constituée de phases de relaxation et de réactivations liées à des déplacements corrélés des grains, prises en compte dans un modèle statistique.

L'étude numérique d'un empilement incliné en deçà de l'angle d'avalanche met en évidence l'influence du domaine métastable –au-delà de l'angle de repos– sur ses propriétés hystérétiques au cours de cycles quasi-statiques. Le réseau des contacts faibles est très affecté par le passage dans le domaine métastable. Les corrélations entre micro-structure, contrainte et déformation sont discutées.

Enfin, l'expérience d'un écoulement non confiné sur plan incliné permet d'étudier la loi d'écoulement dans le cas de la coexistence solide-liquide. Les caractéristiques sélectionnées par l'écoulement (épaisseur, largeur, vitesse) évoluent lentement avec le temps. La prise en compte de l'existence d'une couche basale statique permet de retrouver la corrélation entre épaisseur coulante et vitesse, comme pour un écoulement confiné, et de prédire la morphologie des dépôts (présence ou non de levées).

Mots-clefs : Matériaux granulaires – Arrêt – Réactivations dynamiques – Cycles quasi-statiques – Micro-mécanique – Texture – Écoulements non confinés – Plan incliné – Loi d'écoulement – Rhéologie

SOLID-LIQUID TRANSITIONS AND COEXISTENCE IN GRANULAR MATTER

To better characterize destabilization, stopping and solid-liquid coexistence mechanisms, experiments and discrete simulations are performed on simple granular piles. Three issues were addressed during this PhD.

The experimental study of the stopping transition of a pile after a surface flow shows long timescales, compared with the typical relaxation time of one grain under its weight. Two coexisting dynamics are observed during the stopping transition : Exponential relaxation periods and reactivation bursts consisting in spatially correlated grains displacements are observed, and taken into account within a probabilistic framework.

The numerical study of a pile inclined below the avalanche angle shows the influence of the metastable domain –above the angle of repose– on its hysteretic response to quasi-static cyclic rotations. The weak contacts network is strongly affected by the exploration of the metastable domain. Correlations between micro-structure, stress and strain variables are discussed.

Finally, unconfined granular flows over a rough incline allow to study experimentally the effective flow rule when static and flowing matter coexist. The selected characteristics (height, width, velocity) evolve logarithmically with time. The consideration of a static basal layer achieves to describe the experimental correlation between flowing depth and surface velocity, as observed for a confined flow, and to predict deposit morphologies (presence or not of levées).

Keywords : Granular matter – Stopping – Dynamic bursts – Quasi-static cycles – Micro-mechanics – Fabric – Unconfined flows – Inclined plane – Flow rule – Rheology