



HAL
open science

Application en métrologie électrique de dispositifs monoélectroniques : vers une fermeture du triangle métrologique

Barthélémy Steck

► **To cite this version:**

Barthélémy Steck. Application en métrologie électrique de dispositifs monoélectroniques : vers une fermeture du triangle métrologique. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Caen, 2007. Français. NNT : . tel-00203161

HAL Id: tel-00203161

<https://theses.hal.science/tel-00203161>

Submitted on 9 Jan 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

**Préparée au
LNE**

Laboratoire national de métrologie et d'essais

GREYC

*Groupe de Recherches en Informatique, Image
et Instrumentation*

**En vue de l'obtention du
Doctorat de l'Université de Caen**

Spécialité :

Électronique et micro-électronique

Arrêté du 07 août 2006

par

Barthélémy STECK

APPLICATION EN MÉTROLOGIE ÉLECTRIQUE
DE DISPOSITIFS MONOÉLECTRONIQUES :
VERS UNE FERMETURE DU TRIANGLE MÉTROLOGIQUE

Soutenu le :

28 novembre 2007

Composition du jury :

D. Estève, *rapporteur*

N. Feltin

C. Glattli

T. Quinn, *rapporteur*

D. Robbes, *directeur de thèse*

A. Zorin

Table des matières

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Introduction | 1 |
| 1 Cadre et enjeux métrologiques | 3 |
| 1.1 Un système cohérent d'unités | 3 |
| 1.1.1 Bref aperçu historique | 3 |
| 1.1.2 Le Système international d'unités (SI) | 4 |
| 1.2 Les unités électriques dans le SI : définitions et représentations | 6 |
| 1.2.1 Les unités électriques dans le SI | 6 |
| 1.2.2 L'étalon de Thompson Lampard | 8 |
| 1.2.3 L'effet Josephson et la représentation du volt | 9 |
| 1.2.3.1 Principe de l'effet Josephson | 9 |
| 1.2.3.2 Application métrologique de l'EJ | 10 |
| 1.2.4 L'effet Hall quantique et la représentation de l'ohm | 12 |
| 1.2.4.1 Principe de l'effet Hall quantique | 12 |
| 1.2.4.2 Application métrologique de l'EHQ | 14 |
| 1.2.5 La balance du watt : lien entre unités mécaniques et électriques | 15 |
| 1.2.6 Les limites de la représentation des unités électriques | 17 |
| 1.3 Lien entre les unités et les constantes fondamentales de la physique | 18 |
| 1.3.1 Les constantes fondamentales de la physique | 18 |
| 1.3.1.1 Tentative de classification des constantes | 18 |
| 1.3.1.2 Quel choix de constantes ? | 19 |
| 1.3.2 Constantes fondamentales et SI | 20 |
| 1.3.2.1 L'ajustement de la valeur des constantes | 22 |
| 1.3.2.2 Vers une modification du SI ? | 23 |
| 1.4 Le triangle métrologique | 26 |
| 1.4.1 La voie indirecte : $Q = CV$ | 27 |
| 1.4.2 La voie directe : $U = RI$ | 29 |
| 1.4.3 Vers une détermination de constantes | 29 |
| 1.4.3.1 Détermination de la constante de structure fine | 30 |
| 1.4.3.2 Détermination de la charge | 30 |
| 2 Blocage de Coulomb et pompes à électrons | 33 |
| 2.1 Le blocage de Coulomb | 33 |
| 2.1.1 Principe | 33 |
| 2.1.1.1 La jonction tunnel | 33 |
| 2.1.1.2 L'effet tunnel à un électron (<i>single electron tunneling (SET)</i>) | 34 |
| 2.1.2 La théorie orthodoxe | 35 |
| 2.1.3 Le transistor à un électron | 36 |
| 2.1.4 Application du blocage de Coulomb en métrologie | 38 |
| 2.2 La pompe à électrons | 39 |
| 2.2.1 Étude statique | 40 |
| 2.2.2 Étude dynamique | 44 |
| 2.3 Les sources d'erreur d'une pompe à électrons | 45 |
| 2.3.1 Le cotunneling | 45 |

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.3.1.1 | Présentation du cotunneling | 45 |
| 2.3.1.2 | Calcul de l'erreur due au cotunneling | 47 |
| 2.3.2 | Les autres causes d'erreur | 48 |
| 2.3.2.1 | Les effets de fréquence | 48 |
| 2.3.2.2 | L'effet thermique | 49 |
| 2.3.2.3 | L'effet tunnel photo-assisté | 49 |
| 2.3.3 | Erreur totale d'une pompe | 50 |
| 2.3.3.1 | Influence du nombre de jonctions | 50 |
| 2.3.3.2 | Influence des paramètres de la pompe | 51 |
| 2.4 | La pompe à 7 jonctions | 52 |
| 2.4.1 | Résultats expérimentaux sur la pompe à électrons | 53 |
| 2.4.2 | Utilisation de ces dispositifs pour l'expérience de la capacité cryogénique | 53 |
| 2.5 | La pompe de type R | 55 |
| 2.5.1 | Influence de l'environnement électromagnétique | 55 |
| 2.5.2 | La pompe de type R | 56 |
| 2.5.3 | Résultats obtenus avec des pompes de type R | 57 |
| 2.6 | Les autres dispositifs à blocage de Coulomb étudiés en métrologie électrique | 58 |
| 3 | Dispositifs, instrumentation et montage expérimental pour la mesure de très faibles courants | 61 |
| 3.1 | Les contraintes d'observation du blocage de Coulomb | 61 |
| 3.2 | La fabrication des pompes à électrons | 62 |
| 3.3 | Le SQUID DC | 64 |
| 3.3.1 | Principe d'un SQUID DC | 64 |
| 3.3.2 | Mise en pratique : la boucle à verrouillage de flux | 66 |
| 3.3.3 | la sensibilité d'un SQUID DC | 67 |
| 3.4 | Le comparateur cryogénique de courants (CCC) : principe et fonctionnement | 67 |
| 3.4.1 | Principe du CCC | 67 |
| 3.4.2 | Couplage avec le SQUID et sensibilité | 69 |
| 3.4.3 | Modes de contre-réaction | 71 |
| 3.4.3.1 | Contre-réaction externe | 71 |
| 3.4.3.2 | Contre-réaction interne | 72 |
| 3.5 | Montage expérimental de mesure des pompes à électrons | 74 |
| 3.5.1 | Le réfrigérateur à dilution | 74 |
| 3.5.2 | Câblage et filtrage | 74 |
| 3.5.3 | Système expérimental d'amplification et de détection du courant | 77 |
| 3.5.3.1 | Propriétés expérimentales des CCC utilisés | 77 |
| 3.5.3.2 | Calcul du gain en mode contre-réaction interne | 78 |
| 3.5.3.3 | Comportement mécanique du système de mesure | 80 |
| 4 | Mesure d'une pompe à électrons de type R en mode de contre-réaction interne | 81 |
| 4.1 | Mesures en mode de contre-réaction interne | 81 |
| 4.2 | Caractérisation d'une pompe à électrons | 82 |
| 4.2.1 | Mesures en mode statique et détermination des paramètres de la pompe | 82 |
| 4.2.1.1 | Réseau de points triples | 82 |
| 4.2.1.2 | Caractéristique $I(V_b)$ | 83 |
| 4.2.1.3 | Estimation des paramètres de la pompe | 83 |
| 4.2.2 | Mesures en mode dynamique | 87 |
| 4.2.2.1 | Les marches de courant | 87 |
| 4.2.2.2 | Influence des paramètres A et ϕ | 89 |
| 4.2.2.3 | Estimation de la température électronique | 90 |
| 4.3 | Etude métrologique des pompes à électrons | 91 |
| 4.3.1 | Etude de l'incertitude de type A | 91 |
| 4.3.1.1 | Evaluation statistique de l'incertitude | 91 |
| 4.3.1.2 | La variance d'Allan | 93 |

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3.2 | Application à la mesure de la pompe | 96 |
| 4.3.2.1 | L'accumulation de points | 96 |
| 4.3.2.2 | La mesure en créneaux | 98 |
| 4.3.2.3 | Exploitation d'une série de mesures en créneaux | 99 |
| 4.3.2.4 | Mesures à différentes fréquences de pompage | 101 |
| 4.4 | Comparaison de plusieurs pompes | 103 |
| 4.5 | Limites des mesures en contre-réaction interne | 106 |
| 5 | Première réalisation du triangle métrologique | 109 |
| 5.1 | Mesures en contre-réaction externe | 109 |
| 5.2 | Le montage du triangle métrologique au LNE | 110 |
| 5.3 | Premiers résultats obtenus | 112 |
| 5.3.1 | Caractérisation de la pompe en contre-réaction externe | 112 |
| 5.3.1.1 | La température électronique en contre-réaction externe | 113 |
| 5.3.1.2 | Marches de courant et comparaison avec les mesures en contre-réaction interne | 114 |
| 5.3.2 | Caractérisation du montage de l'expérience du triangle | 114 |
| 5.3.3 | Premières mesures du triangle métrologique | 115 |
| 5.3.3.1 | Mesures d'opposition de tensions | 116 |
| 5.3.3.2 | Étude de la platitude des marches de courant | 117 |
| 5.4 | Limites et évolutions possibles de ce montage | 118 |
| | Conclusion | 121 |
| A | Organisation de la métrologie internationale et française | 123 |
| A.1 | La métrologie au niveau international | 123 |
| A.2 | L'organisation de la métrologie française | 125 |
| B | Autres dispositifs monoélectroniques étudiés dans un cadre métrologique | 127 |
| B.1 | Applications en métrologie électrique | 127 |
| B.1.1 | RF SET | 127 |
| B.1.2 | SET SAW | 129 |
| B.1.3 | Dispositifs semiconducteurs | 131 |
| B.1.4 | Pompe à paire de Cooper | 131 |
| B.2 | Application en métrologie thermique | 132 |
| B.2.1 | Brève présentation de la métrologie thermique | 132 |
| B.2.2 | Thermométrie à base de blocage de Coulomb | 133 |
| | Summary of the main results | 137 |
| | Introduction | 137 |
| | Metrological framework | 138 |
| | Coulomb blockade and single electron pump | 139 |
| | Experimental set-up | 140 |
| | Results of measurements of a 3 junctions R pump in the internal feedback mode | 141 |
| | First realization of the direct metrological triangle | 142 |
| | Figure captions | 144 |
| | Chapter 1 | 144 |
| | Chapter 2 | 144 |
| | Chapter 3 | 145 |
| | Chapter 4 | 146 |
| | Chapter 5 | 147 |
| | Conclusion | 147 |
| | Bibliographie | 149 |

Remerciements

En préambule à l'exposé des travaux développés au cours de ces trois années au laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE), je tiens à exprimer mes remerciements à l'ensemble des personnes qui ont, d'une façon ou d'une autre, contribué à la réalisation de cette thèse. Cet exercice est délicat car la liste qui suit est sans aucun doute non exhaustive et je m'excuse auprès des personnes que j'omets.

Je tiens en premier lieu à remercier sincèrement et amicalement Nicolas Feltin. Ses qualités humaines et scientifiques ont eu une part déterminante dans la conduite des travaux présentés par la suite. De la même façon, je remercie vivement Laurent Devoille, mon voisin de bureau, qui participe également à cette étude. Il m'a été très agréable et très enrichissant de travailler avec eux. L'étude des dispositifs monoélectroniques s'inscrit dans un cadre plus large, comme cela sera présenté dans ce rapport, qui est celui de la métrologie électrique quantique. Que tous les membres de l'équipe de métrologie électrique quantique du LNE trouvent ici mes remerciements pour le cadre de travail qu'ils ont su créer et pour la disponibilité (et la patience?) dont ils ont tous fait preuve. Il s'agit de François Piquemal qui dirige cette équipe, de Sophie Djordjevic, Adriana Gonzalez-Cano, Wilfrid Poirier (que je remercie particulièrement pour les nombreuses discussions autour des problématiques métrologiques parfois un peu arides), Félicien Schopfer, Guillaume Spengler, Olivier Seron et Boris Chenaud qui vient d'arriver pour continuer cette expérience. Équipe à laquelle il convient également d'associer l'équipe du Lampard : Olivier Thévenot, Gérard Trapon qui était présent lors de ma première année et Christophe Consejojo. De façon plus générale, je remercie toutes les personnes de la métrologie électrique fondamentale et de la nanométrie du LNE. Valérie Capronnier, dont la tâche auprès de tous ces chercheurs n'est pas facile, a toujours su nous aider en particulier pour l'hélium (denrée indispensable s'il en est dans cette expérience) et pour les commandes. Enfin, je remercie Nicolas Fischer, du service statistique, à la fois pour les discussions autour de l'expression de l'incertitude et pour celles sur les autres sujets ainsi que le service documentation du LNE qui a toujours répondu promptement aux demandes d'articles et d'ouvrages.

Cette thèse s'est faite dans le cadre d'un partenariat entre le LNE et le GREYC, Didier Robbes a bien voulu en assurer la direction académique. Malgré la distance, il a réussi à suivre régulièrement l'évolution des travaux et de la rédaction. Je l'en remercie.

Les membres du jury C. Glatli et A. Zorin ont accepté de s'intéresser à mon travail et à se déplacer, parfois de loin, pour la soutenance, je les en remercie tous vivement, en particulier les rapporteurs D. Estève et T. Quinn pour leur promptitude avec laquelle ils ont bien voulu lire ce rapport.

Les échantillons mesurés au cours de cette thèse proviennent à la fois de la PTB et du LPN. Je remercie donc leurs fabricants respectifs : Sergey Lotkhov et Christian Ulysse. Avec ce dernier, il a été possible d'interagir entre fabrication et mesure (quand les deux systèmes étaient opérationnels en même temps!). Le système de mesure de ces échantillons repose principalement sur la cryogénie, je tiens à remercier chaleureusement Laurent Pitre pour l'aide capitale qu'il nous a donnée sur la remise en marche du réfrigérateur à dilution Oxford. Sa disponibilité et sa connaissance de l'appareil nous ont fait gagné de longs mois!

Enfin, je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude envers toutes les personnes, amis ou famille, qui, d'une façon moins directe, ont contribué à ce travail et en particulier envers Brigitte et Benjamin qui ont su me faire développer une certaine curiosité intellectuelle qui n'est sans doute pas étrangère au choix de faire une thèse. Je les remercie également pour avoir supporté et encouragé ces longues études.

Introduction

La métrologie est la science de la mesure et consiste à s'intéresser au processus de mesure d'une grandeur dans son ensemble, de sa description phénoménologique à l'expression de sa réalisation expérimentale. L'objectif est de déterminer, de la façon la plus précise possible le résultat de cette mesure. Pour que ce résultat ait un sens, il faut qu'il puisse être comparé, et pour se faire, il doit être exprimé dans un référentiel connu et partagé. Ce référentiel doit permettre d'exprimer l'ensemble des dimensions physiques qui décrivent ces phénomènes. Pour cela, à chaque dimension est associée une unité qui se définit par rapport à un objet ou à un phénomène identifié. Cette unité peut être réalisée expérimentalement afin d'avoir une base de comparaison et peut être représentée afin de pouvoir la transmettre et la disséminer au plus grand nombre d'utilisateurs. Dans ces cas, l'unité possède un étalon de définition faisant la mise en pratique de sa définition et des étalons de représentation permettant une mise en pratique d'un phénomène permettant de la représenter. L'unité est donc un élément de référence auquel peuvent se comparer des grandeurs de dimension analogue.

Ainsi, considérons par exemple une grandeur q qui doit être mesurée. Le résultat de cette mesure s'écrit sous la forme :

$$q = \{q\}[q] \quad (1)$$

où $\{ \}$ représente une valeur numérique de la grandeur q et $[]$ une unité de cette grandeur. C'est l'association de la valeur numérique et de l'unité qui permet d'exprimer le résultat. La qualité de l'expression du résultat de mesure dépend donc à la fois de la détermination de la valeur numérique et de la connaissance de l'unité. Il faut entendre dans l'expression connaissance de l'unité la précision avec laquelle il est possible de la réaliser expérimentalement par rapport à sa définition. Ainsi la définition d'une unité n'est pas figée, elle est amenée à évoluer ou à changer en fonction des progrès scientifiques et de la possibilité de représenter une dimension physique par une définition à laquelle il est possible d'associer une expérience bien maîtrisée et qui a un haut niveau de précision (meilleur que l'expérience associée à la définition en place).

C'est dans ce cadre de définition des unités et d'études de leur réalisation et de leurs représentations que le travail mené au cours de cette thèse s'inscrit. Plus particulièrement, nous nous intéressons dans ce manuscrit à la métrologie électrique et à l'unité d'intensité de courant électrique : l'ampère. Depuis quelques décennies, la métrologie électrique a connu de grands changements avec la découverte puis la maîtrise expérimentale d'effets quantiques : l'effet Josephson et l'effet Hall quantique. Ils jouent désormais un rôle majeur dans la métrologie du volt et de l'ohm respectivement. Dans ces deux cas, il est possible de relier les unités à des constantes fondamentales de la physique. Comme ces liens entre unité et constante fondamentale de la physique existent dans d'autres domaines métrologiques, il existe une tendance à définir les unités par l'intermédiaire de ces constantes. L'objectif du chapitre 1 est de présenter ce cadre métrologique et les enjeux qui sont associés à la définition des unités. Un accent est mis sur le domaine de la métrologie électrique. Cependant, avant de procéder au changement de définition d'une ou plusieurs unités, il faut s'assurer de la cohérence des nouvelles définitions, ce qui implique que des expériences doivent être menées d'une part pour vérifier le lien entre une unité et une constante et d'autre part pour déterminer les valeurs numériques des constantes qui pourraient intervenir dans un nouveau système. Une de ces expériences est le triangle métrologique : elle consiste à appliquer une loi d'Ohm au niveau quantique, c'est-à-dire à utiliser l'effet Hall quantique qui fait un lien entre l'intensité du courant et la tension, l'effet Josephson qui fait le lien entre une fréquence et une tension et un

troisième effet faisant le lien entre une fréquence et l'intensité d'un courant. Mais, si aujourd'hui il est possible d'utiliser les effets Josephson et Hall quantique avec précision, il n'existe pas encore de résultats métrologiques reproductibles pour avoir un étalon quantique de courant et ainsi pour relier les trois grandeurs que sont la fréquence, l'intensité du courant et la tension entre eux de façon cohérente.

La découverte et l'observation du blocage de Coulomb a ouvert de nouvelles perspectives pour la métrologie de l'ampère. Il s'agit d'un effet permettant de contrôler à l'unité le transfert d'électrons. Avec des dispositifs appelés pompes à électrons reposant sur ce phénomène, il est possible de générer un courant quantifié, dont l'intensité est théoriquement égale à ef où e est la charge de l'électron et f une fréquence appliquée au dispositif par un signal extérieur. Dans le chapitre 2, nous présentons le blocage de Coulomb ainsi que les pompes à électrons. Pour ces dispositifs, outre leur mode de fonctionnement, il est possible de prévoir leur comportement métrologique et quelles sont leurs limites intrinsèques en terme de bruit. Cependant, ces prévisions doivent être confirmées par des résultats expérimentaux.

Les conditions expérimentales d'observation et de mesure des pompes à électrons nécessitent un montage complexe qui est décrit dans le chapitre 3, en particulier le dispositif de mesure du courant qui repose sur un outil métrologique assez puissant le comparateur cryogénique de courants (CCC). De tels instruments ont commencé à être développés au laboratoire lors de la thèse de F. Gay [1] au début de l'étude sur l'application des dispositifs monoélectroniques en métrologie. Le CCC possède deux modes de fonctionnement : l'un métrologique permettant d'avoir accès à une valeur précise de l'intensité du courant, l'autre donnant juste une valeur relative de cette intensité. Cependant, grâce à ce dernier mode une étude du comportement des pompes à électrons en fonction du courant qu'elles génèrent (*i.e.* en fonction de la fréquence f qui leur est appliquée) est réalisable et, de plus, la quantification du niveau de bruit de l'ensemble constitué de la pompe à électrons associée au système de mesure est accessible. Ce second mode est plus simple à mettre en œuvre et l'acquisition de données dans cette configuration a été au centre de la plus grande partie expérimentale de cette thèse. Les résultats obtenus sont présentés dans le chapitre 4 ainsi que l'expression des résultats en s'intéressant en particulier au calcul de l'incertitude associée aux mesures. Il ne faut en effet pas perdre de vue que l'objet de cette partie est de montrer la possibilité de faire fonctionner une pompe à électrons avec un CCC et ainsi de mesurer métrologiquement l'intensité du courant généré par le dispositif afin de contribuer à améliorer la représentation de l'ampère par l'intermédiaire d'un phénomène physique quantifié et en lien avec une constante fondamentale.

Après avoir pratiqué cette caractérisation des pompes à électrons, nous avons mis en place une première réalisation de l'expérience du triangle métrologique, c'est-à-dire l'association des trois effets utilisés en métrologie électrique : Josephson, Hall quantique et blocage de Coulomb. Les tous premiers résultats de cette expérience sont présentés dans le chapitre 5. Cette expérience, comme nous le montrerons, permet de vérifier que les trois phénomènes quantiques utilisés en métrologie électrique sont cohérents entre eux. Elle permet également, en l'associant à d'autres expériences en cours de développement dans les laboratoires de métrologie, de déterminer la valeur de la charge élémentaire impliquée dans ces effets. Les résultats présentés dans ce chapitre contribuent à démontrer la faisabilité de l'expérience.

Ainsi, ce manuscrit s'inscrit dans une démarche métrologique dans le sens où il s'agit d'étudier un dispositif particulier, de le mesurer avec la meilleure précision possible afin d'envisager son utilisation en tant qu'étalon ou en tant que contribution à une modification des définitions des unités électriques. Pour arriver à cela, il faut maîtriser d'une part le phénomène observé et le dispositif qui permet cette observation et d'autre part tout le système de mesure qui est partie intégrante de la mise en œuvre métrologique de l'expérience.

Chapitre 1

Cadre et enjeux métrologiques

Il s'agit dans ce chapitre de présenter le cadre dans lequel s'est inscrit le travail de recherche mené au cours de cette thèse. Il est complété par l'annexe A qui présente l'organisation internationale de la métrologie. En tant que laboratoire national de métrologie, le LNE a la mission de réaliser et de conserver les unités du système international d'unités (SI) et de développer de nouvelles méthodes de mesure permettant d'accroître leur exactitude. Après un aperçu du SI et de ses origines, nous présenterons plus spécifiquement les unités électriques, leur définition et leurs représentations. Avec l'avènement de la métrologie quantique, de nouvelles représentations ont vu le jour faisant apparaître les limites du SI actuel. Dans ce cadre, les liens entre les constantes de la nature et les unités seront présentés ainsi que les débats sur la modification du SI à partir de ces liens. La définition des unités à partir de constantes implique la mise en place d'expériences permettant de conserver la cohérence et l'universalité du SI. L'expérience du triangle métrologique, qui est le cadre des études menées dans cette thèse, en est une et sera présentée à la fin de ce chapitre.

1.1 Un système cohérent d'unités

1.1.1 Bref aperçu historique

L'unification des mesures sur un territoire donné est une problématique qui s'est imposée dès l'apparition d'échanges commerciaux. Diverses tentatives ont existé, que ce soit durant l'empire romain, sous Charlemagne ou encore au début du $XIV^{\text{ème}}$ siècle, mais c'est durant le siècle des lumières que la question s'est à nouveau posée sous un angle différent, compte tenu des progrès scientifiques de cette époque. La Révolution française¹ a été à la base de cette unification qui a abouti au système international d'unités (SI) que nous connaissons aujourd'hui.

Le discours du 9 mars 1790 de Talleyrand est l'un des éléments fondateurs de l'unification des poids et mesures en France. Dans ce discours, se pose déjà la question du phénomène physique à prendre en compte, et des lois physiques connues, permettant d'avoir une représentation la plus universelle possible :

"Lorsqu'une Nation se détermine à opérer une grande réforme [...] et s'il s'agit d'une réforme dans les poids et mesures, il ne suffit pas de les réduire à un seul poids, à une seule mesure, comme on pourrait aisément le faire par le moyen indiqué ; il faut, pour que la solution du problème soit parfaite, que cette réduction se rapporte à un modèle invariable pris dans la nature, afin que toutes les Nations puissent y recourir dans le cas où les étalons qu'elles auraient adoptés viendraient à se perdre ou à s'altérer."

Dès le mois de mai 1790, l'assemblée vote deux décrets l'un demandant à l'Académie des Sciences de "déterminer l'échelle de division la plus convenable pour les poids et mesures et pour les monnaies", l'autre demandant que la définition du mètre soit établie en collaboration avec la Société

¹Turgot avait confié une mission à Condorcet dans les années 1770 afin d'unifier les poids et mesures dans le royaume mais il dut quitter le pouvoir avant de mener à bien cette réforme (cf. Condorcet, un intellectuel en politique, E. et R. Badinter, Fayard, 1988, ch. 3)

Royale de Londres. C'est à la suite de ces décrets que fut décidé d'adopter un système décimal puis de définir le mètre.

Ainsi, le 1 août 1793, la Convention adopte les définitions préliminaires et surtout la nomenclature utilisant des préfixes latins pour les multiples et les sous-multiples. Enfin, le 7 avril 1795 (18 germinal an *III*), le système métrique est officiellement adopté, définissant le mètre comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre et le kilogramme comme la masse de 100 centimètres cube d'eau à 4°C. Les premiers étalons matériels furent fabriqués en 1799 et déposés aux Archives de la République. Ces étalons avaient pour finalité d'être utilisés dans l'usage courant, ce sont en quelque sorte les premières mises en pratique des unités de longueur et de masses. Ces étalons étaient dédiés "*à tous les hommes et à tous les temps*".

C'est ainsi au cours de la Révolution française que s'est réellement mise en place la définition et l'unification d'un système de mesure qui présente un objectif d'universalité. Ce principe d'universalité reste aujourd'hui un élément capital du système d'unités. La définition de ce nouveau système devait aussi s'accompagner d'une phase d'éducation aux modifications apportées aux poids et mesures. C'est cette phase qui fut sans aucun doute la plus délicate, et ce ne fut finalement qu'à partir d'une loi du 4 juillet 1837 que la diffusion des étalons et l'acceptation du système métrique décimal furent effectives². Encore aujourd'hui, lors de l'évolution du système d'unités, il est capital de prendre en compte la phase de diffusion des changements.

Le système métrique défini lors de la Révolution française montrait une modification essentielle dans la définition des unités : le passage d'unités définies à partir de parties du corps humain (comme le pied, le pouce...) à des unités définies à partir des propriétés de la Terre ou physique, considérées comme universelles et constantes telles que la longueur d'un méridien ou la masse d'une certaine quantité d'eau à une certaine température.

En 1832, Gauss effectue des mesures absolues du champ magnétique terrestre. Pour ce faire, il utilise un système de mesure décimal reposant sur les trois grandeurs longueur, masse et temps associées aux unités millimètre, gramme, seconde. A partir de 1870, c'est le physicien Maxwell qui met vraiment en place le système CGS pour centimètre, gramme et seconde. L'idée est d'avoir un système cohérent d'unités comprenant des unités de base et des unités dérivées. Il s'agit en quelque sorte du premier système d'unités qui, après quelques évolutions, donnera naissance au SI.

A la fin du *XIX*^{ème} siècle, la métrologie s'organise au niveau international (cf. annexe A) et le système d'unités s'étoffe avec l'arrivée des unités électriques : le volt, l'ohm et l'ampère. Il est important de noter que jusqu'en 1901, ces unités électriques n'étaient que des unités pratiques à côté du système d'unités mécaniques CGS. C'est en 1901 que l'italien Giorgi montra la possibilité de faire un lien entre le système d'unités CGS et les unités pratiques électriques pour créer un système d'unités cohérent quadri-dimensionnel. En effet, il montra qu'en donnant une valeur à la perméabilité du vide, les unités électriques pouvaient être considérées comme appartenant à un nouveau système d'unités ayant le mètre comme unité de longueur, le kilogramme comme unité de masse et la seconde comme unité de temps³, devenant alors le système M.K.S. [2]. À ce système, il devient alors possible d'ajouter une autre unité fondamentale : l'ampère et ce système de 4 unités de base fut à l'époque considéré comme un système complet et cohérent de représentation des unités.

C'est à partir de 1948 que commencèrent les travaux sur un nouveau système d'unités qui aboutit au système international d'unités, le SI, qui fut adopté en 1960.

1.1.2 Le Système international d'unités (SI)

L'évolution du système métrique et la mise en place d'une organisation internationale permettant d'harmoniser l'ensemble des mesures, ont mené à la création du Système International d'unités, le SI. Le principe du SI est d'avoir un système cohérent d'unités, avec des unités de

²après la période mouvementée de la révolution, l'usage du système décimal a été suspendu durant l'empire

³les étalons de ces unités étant respectivement : le mètre et le kilogramme étalons déposés à Sèvres et une fraction moyenne du temps de rotation autour du soleil

base qui sont associées à des grandeurs indépendantes et des unités dérivées formées à partir de produits de puissance des unités de base. De plus, l'idée d'avoir un système accessible à tous à tout moment est prise en compte comme cela est indiqué dans la brochure explicitant le SI [3] : "il est important de disposer d'un ensemble d'unités bien définies, universellement reconnues et faciles à utiliser pour la multitude des mesures qui confortent l'assise de notre société, les unités choisies doivent être accessibles à tous, supposées constantes dans le temps et l'espace, et faciles à réaliser avec une exactitude élevée." Le SI est, de plus, un système qui peut être amené à évoluer et qui n'est pas statique. En effet, en fonction des besoins et/ou d'avancées scientifiques ou technologiques, le nombre d'unités de base, leur définition et leur réalisation peuvent changer⁴.

Le SI est composé de 7 unités de base et d'unités dérivées. Les définitions des unités de base s'étalent sur un siècle, la plus ancienne étant celle du kilogramme, la plus récente celle du mètre. Le tableau ci-dessous donne les définitions de ces 7 unités de base :

| Unité | Symbole | Définition |
|------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| mètre | m | Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ seconde (17 ^{ème} CGPM, 1983) |
| kilogramme | kg | Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme \mathfrak{K} (3 ^{ème} CGPM, 1901) |
| seconde | s | La seconde est la durée de $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation correspondant à la transition entre les 2 niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 (13 ^{ème} CGPM, 1967/68) |
| ampère | A | L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placé à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2.10^{-7} newton par mètre de longueur (9 ^{ème} CGPM, 1948) |
| kelvin | K | Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273.16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau (10 ^{ème} CGPM, 1954) |
| mole | mol | La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0.012 kg de carbone (14 ^{ème} CGPM, 1971) |
| candela | cd | La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540.10^{12} Hz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian (16 ^{ème} CGPM, 1979) |

Il est possible de distinguer ces unités de base en plusieurs catégories. Tout d'abord, le kilogramme a une place à part dans la mesure où c'est la seule unité à être définie par un artefact matériel. La seconde, quant à elle, se définit à partir d'un phénomène quantique et le mètre à partir de cette dernière associée à une constante fondamentale dimensionnée : la vitesse de la lumière c , considérée, par définition, comme exacte. Le kelvin est défini à partir d'un état physique correspondant à un équilibre thermodynamique et l'ampère par une comparaison entre une force et une distance.

Le SI actuel porte la marque des évolutions de la métrologie au cours du XX^{ème} siècle. Le rôle central joué par les unités mécaniques et en particulier le kilogramme qui est défini par un artefact matériel est caractéristique des premiers systèmes de mesure développés. En revanche, la

⁴par exemple la définition du mètre a changé trois fois entre 1875 et 1983 ; la mole n'est devenue une unité de base qu'à partir de 1971

seconde et le mètre répondent à une définition plus "moderne" des unités en ce sens que la seconde est liée à un phénomène quantique reproductible et le mètre à une constante fondamentale de la physique.

A ces définitions, le BIPM donne aussi des recommandations sur la mise en pratique des unités, ce qui permet d'évaluer les incertitudes relatives avec lesquelles les unités du SI peuvent être représentées (tableau issu de [4]) :

| Quantité | Unité | incertitude relative |
|-----------------------------|------------|----------------------|
| longueur | mètre | 1.10^{-12} |
| masse | kilogramme | 1.10^{-8} |
| temps | seconde | 3.10^{-15} |
| courant électrique | ampère | 4.10^{-8} |
| température thermodynamique | kelvin | 3.10^{-7} |
| intensité lumineuse | candela | 1.10^{-4} |
| quantité de matière | mole | 8.10^{-8} |

Notons que ces incertitudes sont reliées à des représentations et non à l'incertitude avec laquelle il est possible de déterminer expérimentalement l'unité à partir de sa définition dans le SI. Ainsi, par exemple, l'incertitude de l'ampère est liée aux mesures de tension et de résistance comme nous le verrons par la suite.

1.2 Les unités électriques dans le SI : définitions et représentations

1.2.1 Les unités électriques dans le SI

La filiation des unités électriques dans le SI repose sur l'ampère [3]. En effet, l'unité d'intensité du courant électrique est l'une des sept unités de base du SI et est définie depuis 1948 par :

"L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2.10^{-7} newton par mètre de longueur."

L'ampère, tout en étant une unité de base, se définit à l'aide du mètre, du kilogramme et de la seconde. De plus, la définition de l'ampère fixe exactement à $4\pi.10^{-7}$ H/m la constante μ_0 , perméabilité du vide. En effet, le calcul de la force entre deux conducteurs parallèles, rectiligne, situés à d l'un de l'autre en utilisant la loi d'Ampère donne : $\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi d}$. L'expression de μ_0 en unités de base du SI s'écrit $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \frac{kg.m}{s^2 A^2}$, ce qui donne un lien entre mesure mécanique et mesure électrique, comme représenté sur la figure 1.1.

Les autres unités électriques sont toutes définies à partir de l'ampère avec des liens plus ou moins directs. Ainsi, à l'aide du seul ampère et des autres unités de base, il est possible de définir le volt et le coulomb, puis les autres unités que sont l'ohm, le farad et le henry. La filiation des unités électriques telles que définie par le SI est représentée sur la figure 1.1.

Cependant, force est de constater que la définition de l'ampère présente un inconvénient majeur : il n'existe pas d'étalon de définition facilement exploitable. En effet, intrinsèquement, il n'est possible de représenter l'ampère qu'en supposant vérifiées les hypothèses de longueur infinie et de section circulaire négligeable. Un dispositif expérimental a été mis en place jusque dans les années 1960 pour représenter l'ampère. Ce dispositif, appelé balance de l'ampère a permis d'atteindre une incertitude relative de 5.10^{-6} [5], [6], [7]. Son principe repose sur une comparaison de force entre la force électromagnétique due à un courant circulant dans des bobines et celle gravitationnelle due à une masse étalonnée.

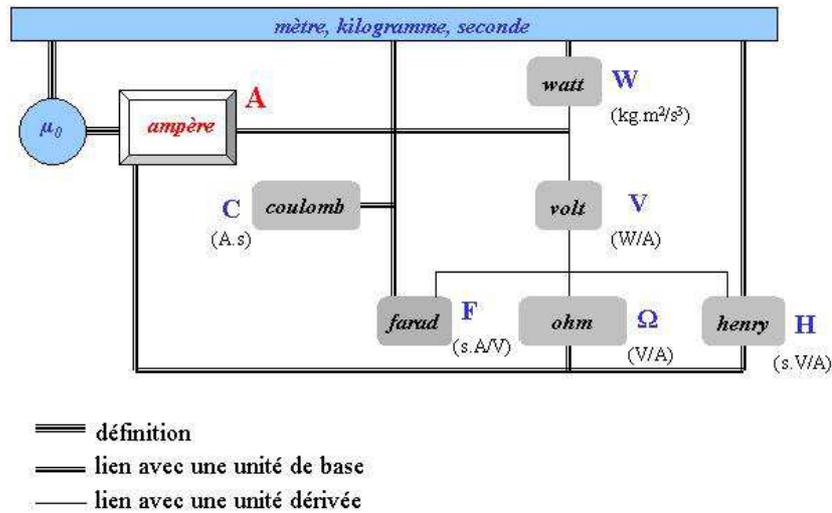


FIG. 1.1: Schéma de filiation des unités électriques dans le SI

A la même époque, le théorème de Thompson Lampard [8] ouvrait de nouvelles perspectives en terme d'étalon d'unités électriques. Il était possible d'envisager un étalon calculable de capacité qui est à la fois étalon de définition et de représentation du farad. En considérant les obstacles de la balance de l'ampère pour améliorer l'incertitude, il est apparu naturel d'avoir une représentation des unités électriques reposant sur la capacité et sur l'étalon de Thompson Lampard. On obtient alors le schéma de la figure 1.2 représentant la filiation des unités électriques non plus en terme de définition mais en terme de représentation expérimentale.

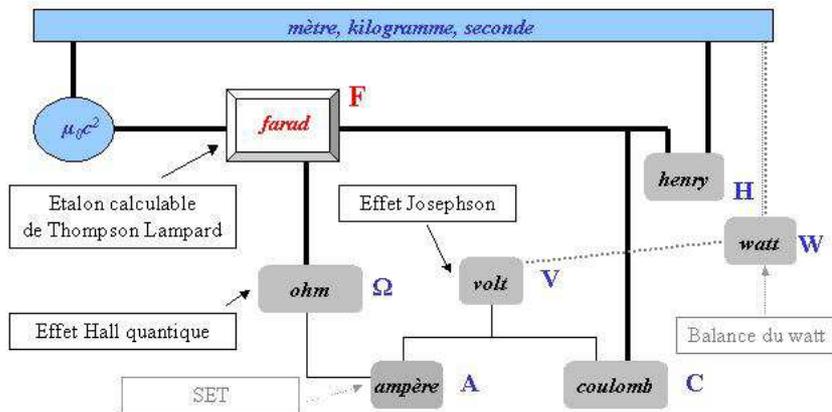


FIG. 1.2: Schéma de représentation des unités électriques

Enfin, il faut remarquer que la maîtrise expérimentale des phénomènes quantiques que sont l'effet Josephson et l'effet Hall quantique⁵ a profondément modifié la représentation des unités électriques [9].

DÉFINITIONS DES ÉTALONS

Par la suite, nous serons amenés à distinguer différentes sortes d'étalons. Nous considérerons les définitions suivantes :

⁵la présentation de ces effets est effectuée dans les parties 1.2.3 et 1.2.4

- **étalon de définition** : il s'agit d'un étalon permettant la *réalisation* d'une unité à partir de sa définition dans le SI ;
- **étalon de conservation** : il s'agit d'un étalon permettant la *représentation* pratique d'une unité, il est utilisé dans les laboratoires nationaux de métrologie afin de disséminer l'unité.

1.2.2 L'étalon de Thompson Lampard

Le farad est "la capacité d'un condensateur électrique entre les armatures duquel apparaît une différence de potentiel de 1 volt lorsqu'il est chargé d'une quantité d'électricité de 1 coulomb"⁶.

En pratique, c'est l'unité électrique qui peut être réalisée avec la plus faible incertitude grâce au théorème de Thompson-Lampard [8] qui permet d'obtenir un étalon calculable de capacité. Ce théorème s'énonce de la façon suivante (cf. figure 1.3) :

Pour un système composé de quatre électrodes de longueur infinie, séparées par un isolant d'épaisseur nulle, délimitant un volume parfaitement cylindrique, placé dans le vide, les capacités linéiques γ_{13} et γ_{24} des deux paires d'électrodes vérifient la relation :

$$\exp\left(-\frac{\pi\gamma_{13}}{\epsilon_0}\right) + \exp\left(-\frac{\pi\gamma_{24}}{\epsilon_0}\right) = 1 \quad (1.1)$$

ϵ_0 étant la permittivité du vide⁷. De plus, dans le cas d'une symétrie parfaite, les capacités linéiques s'expriment ainsi :

$$\gamma_{13} = \gamma_{24} = \gamma = \frac{\epsilon_0 \ln(2)}{\pi}$$

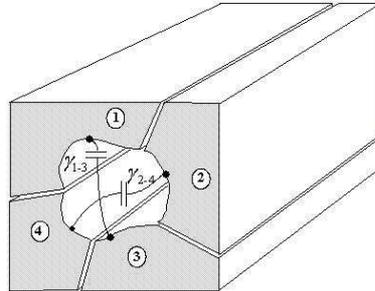


FIG. 1.3: Principe théorique de l'étalon calculable de Thompson Lampard (vue en coupe)

La mise en pratique de ce théorème pour obtenir un étalon calculable de capacité est décrite dans [10]. Cela consiste en la mise en place d'un système comportant quatre longues électrodes cylindriques peu espacées qui sont placées verticalement chacune au niveau d'un coin d'un carré. Une garde mobile est insérée dans la section efficace délimitée par les quatre électrodes. Afin de s'affranchir des effets de bords dû au caractère fini de la longueur des électrodes, les mesures sont effectuées en comparant une capacité connue à la variation de la capacité calculable ΔC pour deux positions de la garde mobile. La longueur de déplacement de la garde mobile Δl est déterminée par interférométrie laser, ce qui permet d'obtenir un lien entre le farad et le mètre :

$$\frac{\Delta C}{\Delta l} = \epsilon_0 \frac{\ln(2)}{\pi} \quad (1.2)$$

Remarque : cette relation donne numériquement une capacité linéique de 1.94 pF/m.

⁶le coulomb étant défini comme la quantité d'électricité transportée en 1 seconde par un courant de 1 ampère

⁷depuis 1983 et la nouvelle définition du mètre fixant la constante c , ϵ_0 est une constante sans incertitude dans le SI

Il existe dans le monde quelques laboratoires nationaux de métrologie ayant développé des étalons calculables sur ce principe⁸. Le LNE a développé un étalon calculable sur un principe d'application un peu différent : il est composé de 5 électrodes placées horizontalement. Son schéma de principe est représenté sur la figure 1.4. Pour un aperçu détaillé de l'étalon calculable de Thompson Lampard développé au LNE, se reporter à l'article [11].

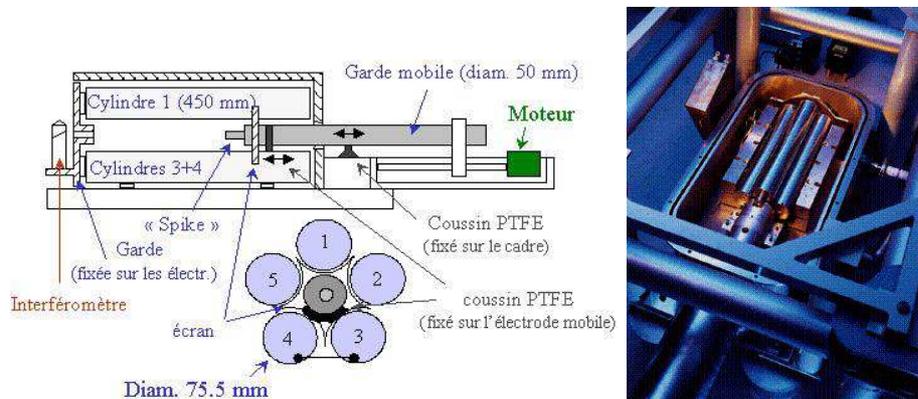


FIG. 1.4: Schéma de principe et photographie de l'étalon calculable développé au LNE

L'étalon de Thompson Lampard sert donc à la fois d'étalon de réalisation et de conservation du farad. De plus, à partir de cette capacité, il est possible, à l'aide de ponts adéquats, de déterminer une impédance et en particulier de déterminer l'impédance du vide.

1.2.3 L'effet Josephson et la représentation du volt

Le volt est défini comme "la différence de potentiel électrique qui existe entre deux points d'un fil conducteur transportant un courant constant de 1 ampère, lorsque la puissance dissipée entre ces points est égale à 1 watt" [3].

Comme cela est représenté sur la figure 1.1, le volt est donc une unité dérivée de l'ampère et du watt, c'est-à-dire de l'ampère et des unités mécaniques. Sa mise en pratique (ou réalisation) s'est ainsi effectuée, dans un premier temps, à partir de la balance du volt dont le principe consiste à comparer une force électrostatique et une force mécanique [12]. Par exemple, le LCIE⁹ réalisait le volt en mesurant la force électrostatique qui s'exerce entre les armatures d'un condensateur ; sur l'électromètre développé dans ce laboratoire, la tension appliquée aux armatures était de l'ordre de 10 kV et l'incertitude relative associée était de 3.10^{-6} [13].

La conservation du volt, quant à elle, s'effectuait par l'intermédiaire de piles étalons au cadmium (piles Weston saturées) qui ont une force électromotrice à 20°C de 1.01864 V. Du fait des difficultés de transport et des dérives de ces piles étalons, la reproductibilité de la conservation du volt de par le monde était limitée à environ 10^{-6} . La découverte et l'observation de l'effet Josephson ont permis d'améliorer considérablement cette reproductibilité.

1.2.3.1 Principe de l'effet Josephson

L'effet Josephson (EJ) a été prédit en 1962 par B. Josephson [14] et observé par S. Shapiro l'année suivante [15]. Il s'agit d'un phénomène lié à la supraconductivité, soit à un phénomène quantique macroscopique qui apparaît dans certains métaux à basse température et qui se caractérise notamment par un appariement des électrons en paires appelées paires de Cooper. L'effet

⁸remarquons que la mise en pratique de cet étalon avec de bonnes incertitudes nécessite une bonne maîtrise des paramètres mécaniques, optiques et électriques

⁹le laboratoire national de métrologie, qui est aujourd'hui au LNE était avant au sein du LCIE (*Laboratoire Central des Industries Électriques*)

Josephson, qui apparaît dans une jonction Josephson constituée d'une barrière isolante placée entre deux électrodes supraconductrices (cf. figure 1.5), est lié au passage par effet tunnel des paires de Cooper à travers cette jonction.

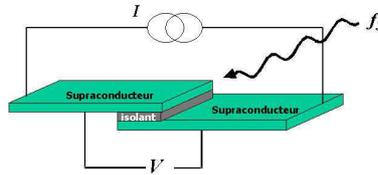


FIG. 1.5: Schéma de principe d'une jonction Josephson

Les prédictions de Josephson sont que d'une part, à différence de potentiel V nulle, un supercourant¹⁰ I_S peut circuler entre les deux électrodes supraconductrices :

$$I_S = I_0 \sin(\Delta\phi) \quad (1.3)$$

I_0 étant le supercourant maximum que la jonction peut supporter en l'absence de polarisation et $\Delta\phi$ étant la différence de phase entre les fonctions d'onde sur les deux électrodes¹¹. D'autre part, il prédit que si la jonction est polarisée par une différence de potentiel V , la différence de phase $\Delta\phi$ entre les deux électrodes aura l'équation d'évolution :

$$\frac{d(\Delta\phi)}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (1.4)$$

Dans le cas d'une polarisation constante, cela implique que le courant traversant la jonction sera un courant alternatif d'amplitude I_0 et de fréquence $\nu = 2eV/\hbar$.

L'équation 1.3 décrit l'effet Josephson continu et l'équation 1.4 décrit l'effet Josephson alternatif.

L'application d'une tension alternative de fréquence f_j aux bornes de la jonction par irradiation hyperfréquence (cf. figure 1.5) implique alors une réponse du supercourant synchronisée avec cette fréquence : il apparaît aux bornes de la jonction, dans la caractéristique $I(V)$, des marches de tensions constantes à des valeurs $V = n_j f_j (\hbar/2e)$, n_j étant un entier. Ces marches sont appelées marches de Shapiro et un exemple d'une de ces caractéristiques est donnée sur la partie droite de la figure 1.6.

Dans l'étude de l'effet Josephson, la constante de Josephson K_J est introduite et définie comme le rapport entre la fréquence d'irradiation et la différence de potentiel sur la marche $n_j = 1$. Elle est théoriquement liée aux constantes \hbar et e par la relation¹² :

$$K_J \doteq \frac{2e}{\hbar} \quad \left(= \frac{1}{\Phi_0} \right) \quad (1.5)$$

Remarque : la relation $V = n_j f_j / K_J$ donne comme application numérique pour une fréquence de 70 GHz sur la première marche une tension d'environ 150 μ V.

1.2.3.2 Application métrologique de l'EJ

Dès l'observation de l'effet Josephson, plusieurs expériences ont étudié la validité de la relation tension-fréquence [17]. Des tests d'universalité à 10^{-8} ont été effectués dès la fin des années

¹⁰on appelle supercourant le courant dû aux paires de Cooper à travers la jonction

¹¹rappelons que dans un supraconducteur, du fait de l'appariement des électrons en paires de Cooper, il existe une fonction d'onde macroscopique de la forme : $\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0(\vec{r}, t) \exp(i\phi(\vec{r}, t))$

¹²l'utilisation de \doteq signifie qu'il s'agit d'une égalité théorique. Le terme de gauche est une donnée d'entrée et le terme de droite une constante ajustée ; les deux termes ne sont pas toujours égaux (notation adoptée par le groupe CODATA [16])

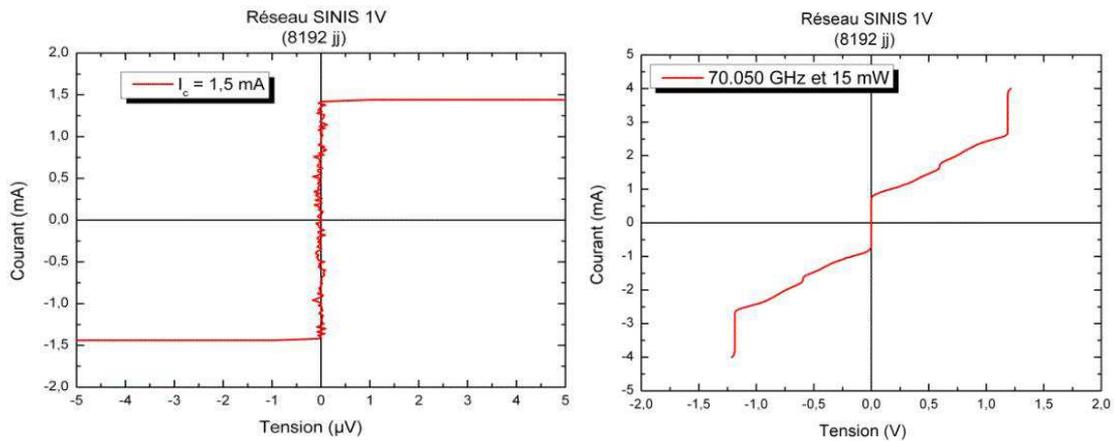


FIG. 1.6: Caractéristiques $I(V)$ d'un réseau de jonctions Josephson programmables (avec 8192 jonctions) en mode statique à gauche (avec $f_J = 0$) et en mode dynamique avec les marches de Shapiro (sont représentées les marches $n = -1, 0, 1$) à droite (avec $f_J = 70$ GHz). Les mesures sont issues de caractérisation de réseaux effectuées au LNE.

60 en considérant des jonctions faites de différents supraconducteurs. Dans les années 1980, des études sur la nature de la jonction ont montré la possibilité de comparer avec une incertitude relative de quelques 10^{-16} des jonctions de matériaux et de géométries différents. Ces résultats ont alors été exploités par les laboratoires nationaux de métrologie qui ont élaboré des ponts de mesure permettant de déterminer K_J avec une expérience de type balance du volt avec une incertitude de l'ordre de 10^{-7} , ce qui a conduit le CCE¹³ à recommander à ces laboratoires d'utiliser l'effet Josephson pour la conservation du volt en proposant une valeur pour K_J .

Dans le cas où la constante phénoménologique K_J est considérée connue, la tension Josephson ne dépend plus que du numéro n_j de la marche considérée et de la fréquence f_j . Étant donné l'état d'avancement de la métrologie pour les mesures de fréquence, une telle fréquence peut être déterminée avec une incertitude relative inférieure à 10^{-12} grâce aux horloges à atomes de césium. De plus, les tensions délivrées par une jonction Josephson n'ont pas de dérive sur le long terme, étant donné que la mesure de tension devient une mesure de fréquence, ce qui rend naturel leur utilisation en métrologie du volt.

En revanche une jonction Josephson ne peut délivrer une tension que de l'ordre du millivolt à la dizaine de millivolt, ce qui limite son emploi en métrologie du fait de la difficulté de mise en pratique. Il est alors compliqué de comparer cette tension à la tension générée par une pile Weston. C'est pourquoi ont été développés les réseaux Josephson. Il s'agit de mettre en série plusieurs jonctions Josephson. Après différents essais et obstacles de fabrication, c'est dans le milieu des années 80 que les premiers réseaux à grand nombre de jonctions ont été fabriqués permettant de générer des tensions jusqu'à 10 V¹⁴.

Ce sont ces réseaux qui servent aujourd'hui d'étalons de conservation du volt dans les laboratoires nationaux de métrologie suite à la recommandation du CIPM de 1988 [18]. Cela a permis de comparer les différents étalons de tension Josephson disséminés dans le monde avec une incertitude de l'ordre de 10^{-9} .

Un aperçu de la conservation du volt montre ainsi que l'incertitude sur le volt entre les différents laboratoires nationaux de métrologie est passée de 10^{-4} à 10^{-6} avec les piles Weston entre 1930 et 1970. L'introduction de l'effet Josephson et des dispositifs à une seule jonction ont permis de passer à 10^{-8} et enfin l'introduction des réseaux Josephson au milieu des années 80 a fait descendre cette incertitude sur l'accord du volt entre les laboratoires à 10^{-9} . Une revue de l'utilisation de l'effet Josephson en métrologie du volt est disponible dans [19].

¹³Comité Consultatif d'Électricité, cf. annexe A

¹⁴ce qui correspond à un réseau de quelques dizaines de milliers de jonctions irradiées à 70 GHz

L'utilisation de l'effet Josephson en métrologie s'est imposée assez rapidement, dès le milieu des années 1970. La détermination du volt apparaît alors comme une détermination de la constante K_J . A partir du milieu des années 1980, un problème s'est posé sur la valeur de référence à prendre pour K_J . Ainsi, selon les pays, la valeur différait de façon sensible. La volonté d'homogénéisation de la représentation du volt a conduit le CIPM à prendre une recommandation en 1988 sur l'application pratique de l'effet Josephson en métrologie en fixant une valeur de la constante K_J conventionnellement vraie¹⁵, c'est-à-dire sans incertitude, et notée K_{J-90} . Dans ce cadre, l'incertitude de 4.10^{-7} associée à la détermination de K_J disparaît, ce qui rend pratique l'utilisation de l'EJ pour conserver et disséminer le volt. Cependant, cette utilisation se fait hors du SI car, dans le SI, la constante μ_0 est fixée dans la définition de l'ampère et c'est ce qui fait le lien entre unités électriques et unités mécaniques ce qui rend impossible la fixation de K_J , c'est pourquoi le système défini par K_{J-90} ne peut et ne doit pas être considéré comme le système SI. Concrètement cela signifie qu'une mesure de tension peut être effectuée avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-9} en prenant le système fondé sur K_{J-90} , mais n'est effectuée qu'avec une incertitude de 4.10^{-7} si elle doit s'exprimer dans le SI.

Considérant l'importance prise par l'EJ dans la métrologie du volt, la question de la détermination de la constante K_J est importante, ainsi que la validation de la relation théorique 1.5. Des méthodes de détermination directe existent par l'intermédiaire de balances du volt [20]. Il existe également des mesures indirectes qui se font principalement aujourd'hui avec des expériences de balance du watt. Nous verrons dans la partie 1.2.6 l'importance que revêtent ces déterminations dans l'évolution actuelle de la métrologie.

1.2.4 L'effet Hall quantique et la représentation de l'ohm

L'ohm est défini comme *"la résistance électrique qui existe entre deux points d'un conducteur lorsqu'une différence de potentiel constante de 1 volt, appliquée entre ces deux points, produit, dans le conducteur, un courant de 1 ampère, ce conducteur n'étant le siège d'aucune force électromotrice"* [3].

La réalisation de l'ohm peut se faire par l'intermédiaire d'un étalon du farad, comme l'étalon calculable de Thompson Lampard, en utilisant un pont d'impédance dit de quadrature qui permet de comparer une résistance à une capacité si la fréquence d'alimentation du pont est bien déterminée. La conservation de l'unité s'effectue par des résistances métalliques bobinées conservées dans des bains maintenus à température constante. De la même façon que la représentation et la conservation du volt ont connu de grands changements avec l'effet Josephson, la représentation de l'ohm a été modifiée par l'effet Hall quantique.

1.2.4.1 Principe de l'effet Hall quantique

L'effet Hall quantique (EHQ) a été découvert en 1980 par K. von Klitzing [21]. Il est observé à basse température, sous champ magnétique intense dans des gaz d'électrons bidimensionnels¹⁶ (gaz 2D).

La figure 1.7 (gauche) schématise une barre de Hall. Elle est polarisée par un courant I et placée sous un champ magnétique intense perpendiculaire B . On mesure sur ses bornes les tensions V_H et V_{xx} , respectivement tension transverse et tension longitudinale qui sont définies par :

$$\begin{cases} V_{xx} &= R_{xx}I \\ V_H &= R_H I \end{cases}$$

L'évolution de ces deux résistances en fonction du champ magnétique appliqué est représentée sur la partie droite de la figure 1.7. La résistance longitudinale présente des oscillations périodiques

¹⁵c'est cette valeur qui est utilisée dans l'ensemble des laboratoires de métrologie pour appliquer l'effet Josephson

¹⁶un tel gaz peut être obtenu en pratique soit à l'interface d'une hétérostructure $AlGaAs/GaAs$ soit au niveau du canal drain-source d'une MOSFET silicium

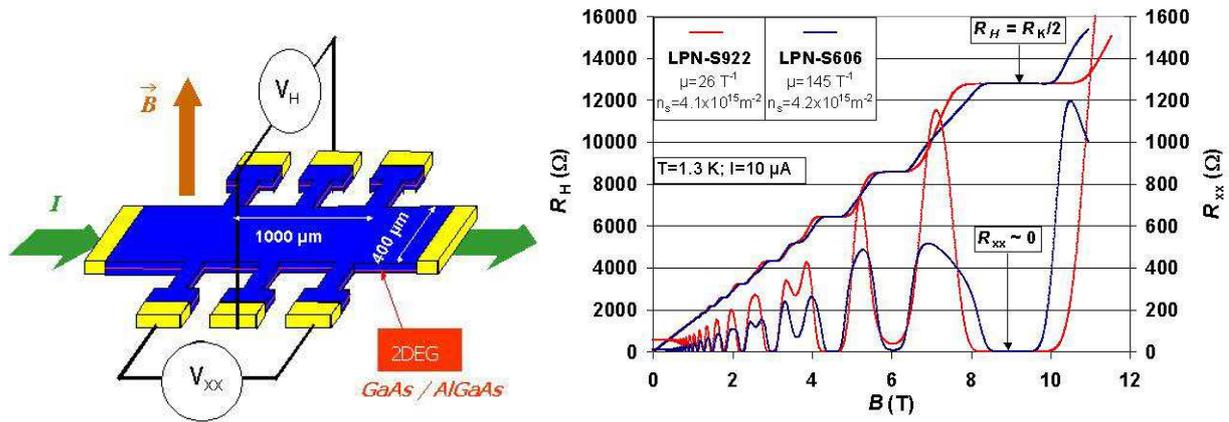


FIG. 1.7: A gauche, représentation d'une barre de Hall. A droite, évolution en fonction du champ magnétique des résistances transverse R_H et longitudinale R_{xx} . R_H est quantifiée et R_{xx} oscille en fonction du champ magnétique (effet Shubnikov-de Haas)

en $1/B$, appelées oscillations de Shubnikov-de Haas alors que la résistance transverse prend des valeurs quantifiées $R_H = R_K/i$, i étant un entier et R_K étant la constante de von Klitzing.

Cette constante, de façon analogue à la constante K_J pour l'effet Josephson se définit comme le rapport entre la différence de potentiel transverse et le courant pour le plateau $i = 1$. Théoriquement, cette constante est reliée aux constantes h et e par la relation :

$$R_K \doteq \frac{h}{e^2} \quad (1.6)$$

Remarque : numériquement, cette résistance a une valeur d'environ $25.8 \text{ k}\Omega$.

Dans un gaz 2D, les électrons sont confinés dans un puits de potentiel dont l'épaisseur est très inférieure à la longueur d'onde de Fermi, ce qui implique que leur mouvement se limite à un mouvement dans le plan de l'interface. Il est ensuite possible de montrer que la densité d'états est quantifiée aux niveaux d'énergie de Landau¹⁷ $E_n = E_0 + (n+1/2)\hbar\omega_c$, où $\omega_c = eB_z/m^*$ est la pulsation cyclotron et m^* est la masse effective de l'électron pour un système non désordonné. De plus, dans le cas réel, les impuretés du gaz 2D ou placées à proximité créent des fluctuations de potentiel, ce qui implique une levée de dégénérescence des niveaux de Landau, lesquels prennent un profil gaussien de largeur Γ . Il existe alors deux sortes d'états électroniques, à savoir des états localisés qui ne participent pas au transport du courant et des états étendus, comme cela est schématisé sur la figure 1.8. La quantification de la résistance transverse associée à l'annulation de la résistance longitudinale provient ainsi de l'existence de ces deux sortes d'états électroniques avec une quantification des niveaux d'énergie de Landau de la densité d'état. Notons tout de même l'existence de conditions d'observation de l'EHQ : il faut que $\hbar\omega_c \gg k_B T$, c'est-à-dire que la différence d'énergie entre deux niveaux de Landau quantifiés soit supérieure à l'énergie d'activation thermique des électrons.

Il existe de plus une contrainte sur le courant de polarisation I . En effet, il existe un courant de rupture au-delà duquel l'effet disparaît. Au voisinage de ce courant de rupture, les plateaux sont dégradés et inutilisables d'un point de vue métrologique. Dans le cadre métrologique, les intensités des courants de polarisation utilisés sont de l'ordre de $50 \mu\text{A}$. Il n'existe pas de limite inférieure, le problème avec des courants de polarisation d'intensité très faibles est lié à la mesure qui devient beaucoup plus imprécise.

¹⁷les niveaux de Landau sont des niveaux énergétiques équidistants d'une particule soumise à un potentiel vecteur uniforme

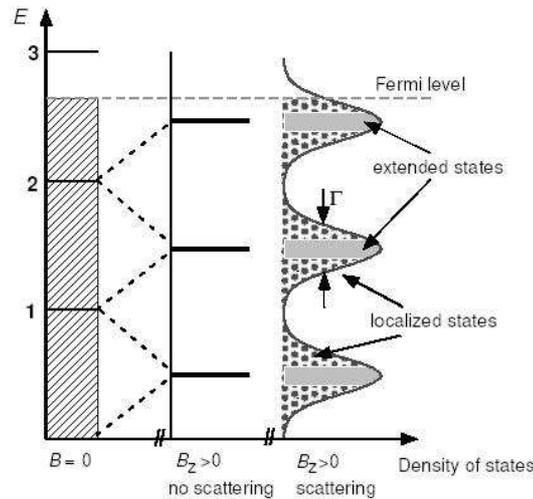


FIG. 1.8: Quantification des niveaux de Landau à champ magnétique nul, avec un champ magnétique et sans désordre et avec désordre (schéma issu de [22]).

L'objet de cette partie était juste de donner un bref aperçu de l'origine de l'EHQ et ne prétend absolument pas donner plus que les grandes lignes permettant d'appréhender les mécanismes en jeu dans ce phénomène. La découverte de cet effet a abouti à l'attribution du prix Nobel de physique¹⁸ à K. von Klitzing en 1985. Une revue assez complète sur l'EHQ avec une approche métrologique est disponible dans [22] ou dans [23].

1.2.4.2 Application métrologique de l'EHQ

Dès sa découverte, l'effet Hall quantique a été appréhendé comme un phénomène pouvant avoir des implications métrologiques : entre sa découverte en 1980 et 1989, la résistance de Hall R_H a été mesurée avec une incertitude relative passant de $5 \cdot 10^{-6}$ à $2.4 \cdot 10^{-8}$ [24]. Pour mesurer de tels dispositifs, des ponts de comparaison de résistance ont été développés, reposant sur l'utilisation d'un comparateur cryogénique de courants continus (CCC, cf. partie 3.4, p. 67 ou [22])¹⁹.

Cela justifie que, de façon totalement analogue au volt et à l'effet Josephson, le CIPM a recommandé à partir de 1990 d'utiliser l'effet Hall quantique pour conserver l'ohm. L'incertitude sur la constante phénoménologique R_K étant de 10^{-7} , il a été décidé de définir une constante R_{K-90} , considérée comme conventionnellement vraie afin de faciliter les comparaisons internationales et la conservation de l'ohm [18]. Aujourd'hui, la constante R_K est fixé dans le SI avec une incertitude²⁰ de 10^{-7} , suite à une recommandation du CIPM. Cette recommandation s'est faite sur ces valeurs en considérant les résultats disponibles au moment de la prise de décision et l'incertitude associée a été prise de façon à laisser possible l'existence de termes correctifs entre R_K et h/e^2 .

Par ailleurs des tests d'universalité ont été effectués pour vérifier la quantification des plateaux de R_H selon la géométrie des dispositifs, les matériaux utilisés, la densité électronique et d'autres facteurs. Une présentation de ces différents tests et de leurs résultats est donnée dans [22]. Il a ainsi été montré par exemple qu'entre un échantillon silicium et un échantillon GaAs, il n'y avait pas d'écart de résistance à quelques 10^{-10} en valeur relative.

De plus, il existe des travaux sur la mise en réseaux de barres de Hall pour permettre d'avoir d'autres valeurs de résistances quantifiées avec une incertitude inférieure à 10^{-8} , en particulier pour avoir des étalons à des valeurs correspondantes aux besoins métrologiques comme par

¹⁸B. Josephson a eu également le prix Nobel de physique pour sa découverte en 1973

¹⁹à la différence des CCC utilisés dans les expériences décrites par la suite, les CCC utilisés pour l'EHQ sont composés de deux enroulements (typiquement $N_1 = 1936$ et $N_2 = 15$) et d'un SQUID RF [25]

²⁰lors de la recommandation du CIPM en 1988, l'incertitude relative était de $2 \cdot 10^{-7}$ mais elle a été diminuée en 2000

exemple 100 Ω [26].

Enfin, évoquons la question de la mesure de R_K . L'exactitude de la relation théorique 1.6 a été abordée par un certain nombre d'arguments théoriques²¹. Plusieurs expériences permettent de mesurer cette constante : la méthode directe consiste à étalonner la résistance de Hall quantique avec l'étalon calculable de Thompson Lampard en faisant le lien entre impédance continue et impédance alternative²². Pour cela, il faut utiliser un pont de quadrature, tel que celui représenté figure 1.9. Les déterminations directes de R_K par cette voie donnent des mesures avec une incertitude relative de l'ordre de quelques 10^{-8} [11].

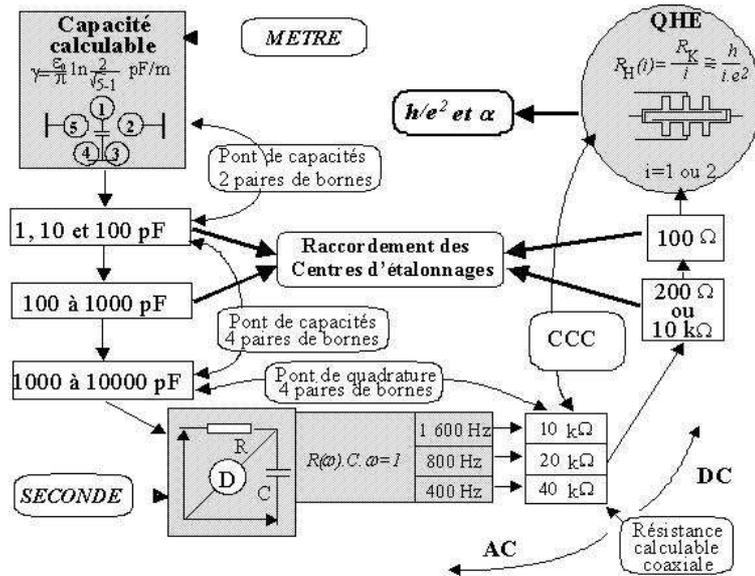


FIG. 1.9: Représentation schématique du pont de quadrature permettant la détermination de la constante R_K à l'aide d'un étalon calculable de capacité de Thompson Lampard.

D'autres mesures de R_K existent qui nécessitent de considérer la relation théorique 1.6 vérifiée. Nous verrons dans la partie 1.2.6 quelques éléments sur l'interprétation de ces déterminations.

1.2.5 La balance du watt : lien entre unités mécaniques et électriques

Dernière expérience à évoquer dans cette partie sur la métrologie électrique telle qu'elle se présente aujourd'hui : la balance du watt qui a été proposée par Kibble en 1975 [28]. Sa présentation dans un panorama de la métrologie électrique se justifie par le fait que le principe de cette expérience est de comparer la masse à des grandeurs électriques, ce qui est l'une des voies étudiées pour une redéfinition du kilogramme.

La balance du watt en cours de développement en France au LNE, qui est décrite dans [29], relie la masse à des grandeurs électriques en comparant des puissances. L'expérience se fait en deux étapes qui sont schématisées sur la figure 1.10.

– PHASE STATIQUE

Dans cette phase, un conducteur de longueur l est parcouru par un courant I et placé dans un champ d'induction B , radial, de telle façon que la force de Laplace F soit verticale. Cette force est compensée à l'aide d'un comparateur de masse par une masse m soumise uniquement à la

²¹il existe, entres autres, un argument topologique développé par Laughlin [27]

²²ainsi, le lien entre l'ohm et le farad représenté sur la figure 1.2 se trouve vérifié par cette association

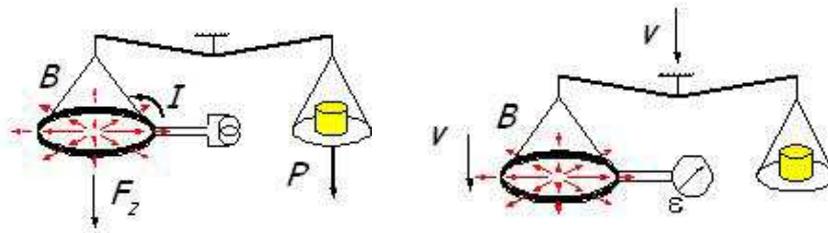


FIG. 1.10: Représentation des phases statique (gauche) et dynamique (droite) de l'expérience de la balance du watt

gravitation. On obtient ainsi la relation :

$$mg = BIl \quad (1.7)$$

– PHASE DYNAMIQUE

Le dispositif de la phase dynamique est le même que celui de la phase statique auquel on ajoute un mouvement de translation avec une vitesse v . Le conducteur se déplace ainsi dans un champ d'induction induisant une tension ϵ à ses bornes :

$$\epsilon = Blv$$

La phase dynamique est donc une détermination des paramètres B et l caractéristiques d'une sorte de paramètre géométrique de la balance, cette détermination dépendant de la connaissance avec une incertitude donnée de ϵ et de v . Ce paramètre géométrique étant mesuré, il est possible de l'inclure dans l'équation 1.7 :

$$mgv = \epsilon I \quad (1.8)$$

L'intensité du courant I est mesurée par le biais de la loi d'Ohm en le faisant passer dans une résistance R et en mesurant la tension induite V_R aux bornes de cette résistance. Grâce à l'effet Josephson et à l'effet Hall quantique, il est possible d'exprimer V_R , ϵ et R à l'aide des constantes phénoménologiques K_J et R_K . On obtient alors l'équation de la balance du watt en mode dynamique :

$$mgv = \frac{A}{K_J^2 R_K} \quad (1.9)$$

A étant un paramètre connu contenant les fréquences d'irradiation hyperfréquence et les indices de marches des réseaux Josephson ainsi que les plateaux de quantification de résistance.

La balance du watt est donc un expérience permettant aujourd'hui de déterminer le produit $K_J^2 R_K$ dans le SI. Dans le cadre d'une redéfinition du kilogramme, l'expérience de la balance du watt peut être une contribution en comparant la masse à des phénomènes électromagnétique permettant ainsi de faire le lien entre la masse et le produit $K_J^2 R_K$ ou, à partir de l'expression théorique de ce produit, entre la masse et h :

$$mgv \doteq \frac{A}{4h} \quad (1.10)$$

Il est donc possible, si les relations théoriques données par l'équation 1.16 sont vérifiées, d'utiliser la balance du watt dans un premier temps pour mesurer h à partir de la masse donnée dans le SI par l'étalon matériel \mathfrak{K} et, dans un second temps, une fois la constante h connue avec une incertitude suffisante²³, il serait possible de définir le kilogramme à partir de h et ainsi de s'affranchir de l'artefact matériel.

²³généralement la valeur de 10^{-8} est considérée comme incertitude à partir de laquelle cette seconde phase pourrait survenir

1.2.6 Les limites de la représentation des unités électriques

Ainsi que cela a été évoqué, la métrologie électrique se trouve aujourd'hui dans une situation un peu particulière : il existe d'un côté les unités assorties de leurs définitions dans le SI et de l'autre les unités telles qu'elles sont représentées dans les laboratoires nationaux de métrologie. Ces deux systèmes sont dissociés depuis la décision de fixer en 1990 des valeurs conventionnellement vraies aux constantes K_J et R_K :

$$\begin{cases} K_{J-90} = 483597.9 & \text{GHz/V} \\ R_{K-90} = 25812.807 & \Omega \end{cases} \quad (1.11)$$

Les constantes R_K et K_J ont, dans le SI, une incertitude de 10^{-7} et de 4.10^{-7} respectivement, les constantes conventionnelles R_{K-90} et K_{J-90} étant elles considérées comme exactes.

Mais, comme cela est mentionné dans [18], ces valeurs conventionnelles ne peuvent pas être utilisées afin de définir le volt et l'ohm dans le SI. En effet, dans le SI, la définition de l'ampère, unité de base, permet d'avoir un lien entre unités électriques et mécaniques par l'intermédiaire de la constante μ_0 , perméabilité du vide, fixée par définition. L'utilisation des valeurs conventionnelles pour réaliser le volt et l'ohm dans le SI créerait un nouveau lien entre unités électriques et mécaniques par l'intermédiaire de la balance du watt qui relie la masse au produit $R_K K_J^2$, ce qui imposerait d'assortir la constante μ_0 d'une incertitude donc de modifier la définition de l'ampère et par conséquent, il serait possible de perdre la compatibilité entre certaines unités électriques et le kilogramme avec les définitions actuelles.

Par conséquent, une mesure de tension ou de résistance dans le SI peut s'exprimer en fonction de la même mesure effectuée dans le "système 90"²⁴ :

$$\begin{cases} V_{SI} = \frac{K_J}{K_{J-90}} V_{90} \\ \Omega_{SI} = \frac{R_{K-90}}{R_K} \Omega_{90} \end{cases} \quad (1.12)$$

Lors de l'ajustement des constantes CODATA 2002 (cf. partie 1.3.2.1, p. 22 et [30]), le lien entre les constantes et leurs valeurs conventionnelles est :

$$\begin{cases} K_J = K_{J-90} \left(1 - 4.3 * 10^{-8} \pm 8.5 * 10^{-8} \right) \\ R_K = R_{K-90} \left(1 + 1.74 * 10^{-8} \pm 0.33 * 10^{-8} \right) \end{cases} \quad (1.13)$$

Il y a donc un écart entre le SI et le "système 90" pour les unités électriques, en particulier, il est possible de noter que $V_{90}^2/\Omega_{90} \neq kg.m^2/s$. Étant donné que les reproductibilités de l'EhQ et de l'EJ sont respectivement de 10^{-10} et 10^{-9} , les mesures électriques se font aujourd'hui sans raccordement à l'ampère, c'est-à-dire se font en dehors du SI [31], [32].

Dans ce système, l'intensité du courant électrique est totalement absente, il est possible de définir un I_{90} qui est de fait une unité dérivée du volt 90 et de l'ohm 90 par le biais de la loi d'Ohm :

$$I_{SI} = \frac{V_{SI}}{\Omega_{SI}} = \frac{K_J R_K}{K_{J-90} R_{K-90}} \frac{V_{90}}{\Omega_{90}} = \frac{K_J R_K}{K_{J-90} R_{K-90}} I_{90} \quad (1.14)$$

Expérimentalement, il est possible de réaliser l'ampère SI avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-7} alors que l'ampère 90 peut être réalisé avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-9} .

²⁴on appelle "système 90" les unités déterminées à partir des valeurs K_{J-90} et R_{K-90} . Ces unités ont l'indice 90 à la différence des unités ayant l'indice *SI* caractérisant le fait qu'elles s'expriment à partir de la définition des unités dans le SI. Cet indice 90 est lié au fait que la recommandation mettant en place ces valeurs a pris effet le 1^{er} janvier 1990

1.3 Lien entre les unités et les constantes fondamentales de la physique

1.3.1 Les constantes fondamentales de la physique

Si l'on considère la physique comme une description mathématique de la nature, la théorie physique a besoin d'une part de grandeurs telles que la position, la vitesse, etc. qui suivent des équations d'évolution modélisées et d'autre part, de grandeurs invariantes dans le temps et dans l'espace : les constantes de la nature.

1.3.1.1 Tentative de classification des constantes

Ces constantes sont liées à la connaissance, à un instant donné, des phénomènes physiques qu'elles caractérisent. Certaines sont ainsi considérées comme *fondamentales*, dans la mesure où elles ne peuvent s'exprimer en fonction d'autres paramètres ou d'autres théories et où elles sont considérées comme invariantes dans le temps et l'espace. Elles constituent en quelque sorte une vision des limites de la compréhension des phénomènes physiques dans la mesure où elles sont introduites pour faire le lien entre la physique théorique et la physique expérimentale. La question pour ces constantes fondamentales est de savoir s'il est possible d'avoir une théorie plus générale que celles dont on dispose pour expliquer la valeur de ces constantes [33].

Ces constantes peuvent être considérées de différentes façons. C'est ainsi que J-M. Lévy Leblond a proposé de les différencier en 4 types [34] :

- *Type A* : constante caractérisant les propriétés d'un système physique particulier (citons par exemple la charge de l'électron ou sa masse) ;
- *Type B* : constante caractérisant les propriétés de toute une classe de phénomènes (comme les constantes de couplage) ;
- *Type C* : constante universelle transcendant les systèmes physiques et apparaissant dans les lois fondamentales de la physique (telle que la constante de Planck ou de gravitation) ;
- *Type D* : constante de référence dont la valeur numérique a été fixée et qui entre explicitement dans la définition de nos systèmes d'unités (vitesse de la lumière dans le vide et perméabilité du vide).

Les constantes peuvent bien entendu changer de catégorie en fonction de la connaissance qu'on peut en avoir. En particulier, il est possible de remarquer qu'aujourd'hui la catégorie D ne comporte que deux constantes : c et μ_0 mais pourrait dans l'avenir en comporter d'autres. En effet cette catégorie trouve sa justification lorsque la détermination de certaines constantes est limitée par la précision et la reproductibilité de la réalisation des unités avec lesquelles elles s'expriment. La figure 1.11, issue de [33] montre ainsi pour les constantes h , c et G les changements de classification au cours du temps, en fonction de l'apparition de nouvelles théories physiques.

Une distinction importante doit être faite entre différentes sortes de constantes : les **constantes dimensionnées** et les **constantes non dimensionnées**.

Parmi la première catégorie, on trouve les constantes telles que h , c , G respectivement constante de Planck, vitesse de la lumière dans le vide et constante de gravitation. Il s'agit en fait de constantes de conversion permettant de faire un lien entre des grandeurs de natures *a priori* différentes. Leurs valeurs dépendent du système d'unités choisi et leur rôle peut évoluer en fonction de l'avancée des théories physiques (cf. partie suivante).

Dans la seconde catégorie entrent des paramètres fondamentaux sans dimension tel que la constante de structure fine α qui décrit le couplage de la matière avec le champ électromagnétique. Ces paramètres sont indépendants du système d'unités choisi et leur valeur n'est donc pas modifiable. Il est en revanche possible de s'interroger sur la variation dans le temps et dans l'espace de tels paramètres.

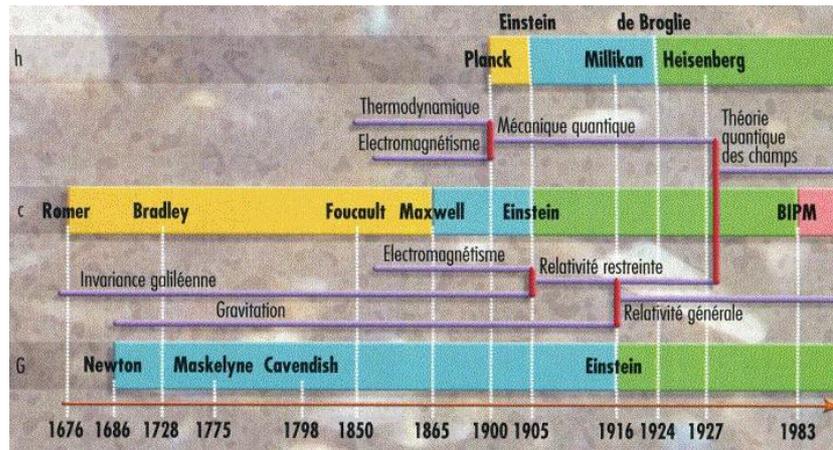


FIG. 1.11: Evolution de la classification des constantes h , c et G au cours du temps. Le jaune est associé aux constantes de type A, le bleu à celles de type B, le vert à celle de type C et le rose à celle de type D [33]

Par la suite, nous nous intéresserons essentiellement aux constantes dimensionnées. Par conséquent, la valeur d'une constante et le système d'unités qui y est associé deviennent indissociables. La question du nombre de grandeurs fondamentales nécessaires pour décrire l'ensemble des phénomènes mesurables devient également le nombre de constantes qui peuvent décrire ces phénomènes de façon indépendante.

1.3.1.2 Quel choix de constantes ?

Une question importante et récurrente est de savoir combien de constantes fondamentales sont nécessaires pour décrire l'ensemble des phénomènes physiques [35]. Cette question est bien sûr liée à l'avancée des découvertes scientifiques ainsi qu'au système d'unités choisi. Il y a en effet un lien entre le nombre d'unités de base permettant de mesurer l'ensemble des grandeurs et le nombre de constantes permettant de décrire les phénomènes physiques.

Une petite projection dans le passé, à la fin du XIX^{ème} siècle, montre l'existence de deux systèmes reposant chacun sur le principe qu'il y a trois dimensions physiques basiques : la longueur, le temps et la masse²⁵. Dans ce système, ces trois dimensions, reliées aux trois entités fondamentales que sont l'espace, le temps et la matière sont nécessaires et suffisantes pour décrire la dimension de n'importe quel phénomène physique, indépendamment de la dimension de l'espace ou du nombre d'interactions fondamentales.

Dans ce cadre, Stoney proposa en 1881 un système reliant les trois constantes e , c et G à ces trois dimensions [36] et Planck en 1909 proposa lui un système utilisant les constantes h , c et G . Les liens entre les constantes et les dimensions se faisant à l'aide des théories physiques développées à cette époque. Les relations liant les dimensions aux constantes étant :

| Dimension | Stoney | Planck |
|--------------|---------------------|--------------------------|
| longueur l | $l_S = e^2/m_S c^2$ | $l_P = \hbar/m_P c$ |
| temps t | $t_S = e^2/m_S c^3$ | $t_P = \hbar/m_P c^2$ |
| masse m | $m_S = e/\sqrt{G}$ | $m_P = \sqrt{\hbar c/G}$ |

Ainsi, quel que soit le système choisi, trois constantes permettent de décrire les trois dimensions "fondamentales" nécessaires pour décrire l'ensemble des phénomènes mesurables. Dans cet exemple, le lien entre les deux systèmes proposés est caractérisé par la constante non dimensionnée

²⁵ce système est associé au système d'unités CGS développé par Gauss

α :

$$\frac{m_S}{m_P} = \sqrt{\alpha}$$

Ce que montre également cet exemple est que le choix des trois constantes est totalement arbitraire. Cependant, il apparaît que le triplet (h, c, G) est un choix qui peut sembler "plus fondamental". Les arguments sont résumés dans [33] et sont principalement de deux ordres :

- *le rôle de valeur limite* : par ce terme, on entend le fait que ces trois constantes ont un rôle particulier dans la structuration des théories physiques qui se schématise dans le cube d'Okun [37] (cf. figure 1.12), h étant lié aux phénomènes quantiques, c aux phénomènes relativistes et G aux phénomènes gravitationnels.
- *le rôle de synthétiseur de concepts* : c permettant de synthétiser les concepts d'espace et de temps, h ceux de particule et d'onde et G ceux d'espace-temps et de matière.

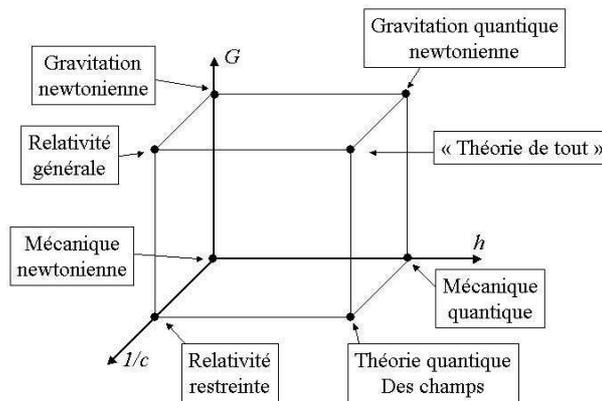


FIG. 1.12: Représentation du cube d'Okun : dans l'espace des constantes $(h, 1/c, G)$ se placent les différentes théories physiques. Les théories axiales $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ et $(0, 0, 1)$ ont toutes été vérifiées expérimentalement avec une grande précision dans leur domaine de validité. Les théories planaires $(1, 1, 0)$ et $(0, 1, 1)$ ont aussi été vérifiées théoriquement et expérimentalement, celle placée en $(1, 0, 1)$ n'a pas encore été vérifiée. Au sommet $(1, 1, 1)$ du cube se trouve une théorie aujourd'hui inconnue qui prendrait en compte les effets gravitationnels, quantiques et relativistes appelée "théorie de tout". [37], [33]

Notons pour conclure ce bref aperçu que ces choix sont encore l'objet de nombreux débats dont on peut trouver des éléments dans [35], [33], [38], [32]...

Ces discussions autour de la place des constantes fondamentales, que nous venons d'évoquer, se retrouvent finalement fortement liées à la problématique de la définition et de l'évolution des unités. En effet, comme cela a été évoqué pour les unités électriques et comme le montrent les définitions de l'ampère et du mètre, les constantes fondamentales de la physique influent fortement dans le SI.

1.3.2 Constantes fondamentales et SI

Comme cela a été présenté au début de ce chapitre, les unités du SI revêtent des définitions fondamentalement différentes et sont représentatives de l'évolution dans le temps de la métrologie. Ainsi, le kilogramme est encore défini par un artefact matériel, la plupart des unités de base sont définies par rapport à un phénomène physique dont la loi d'évolution est connue et enfin le mètre est défini par rapport à une constante fondamentale, c . De plus, nous avons vu que la métrologie électrique était dans une situation un peu particulière dans la mesure où l'unité de base est l'ampère et où les mesures sont effectuées en pratique dans un système non raccordé à l'ampère et qui utilise des valeurs fixées pour les constantes K_J et R_K (cf. partie 1.2.6, p. 17).

Les évolutions scientifiques ont permis de mesurer de façon de plus en plus reproductible les grandeurs. Dans l'optique d'une amélioration du système d'unités²⁶, la tendance actuelle est donc d'envisager de remplacer les définitions des unités actuelles par des définitions analogues à celles du mètre, c'est-à-dire faisant intervenir des constantes fondamentales de la physique dont la valeur serait fixée. Karshenboim [39] présente ainsi les différences entre des unités définies à partir de constantes et celle définies à partir d'artefacts. Il met ainsi en avant l'inconvénient majeur des unités définies par un artefact (comme le kilogramme) qui est l'impossibilité de prendre en compte des effets systématiques étant donné l'unicité de l'étalon, ce qui n'est pas le cas pour une unité définie à partir d'une constante où une diversité d'expérience permettant la détermination de la constante permet de s'en affranchir. En revanche, la définition à l'aide d'un artefact permet d'avoir une mise en pratique de l'unité beaucoup plus simple. La figure 1.13²⁷ montre à ce propos les liens possibles entre les unités de base et certaines constantes fondamentales. Ce schéma montre qu'il est envisageable, sous réserve d'une détermination suffisamment précise des constantes impliquées, de définir les unités de base à partir de constantes fondamentales. Notons à ce propos la place occupée par les constantes e et h dans ce schéma, et en particulier pour la définition des unités électriques et mécaniques.

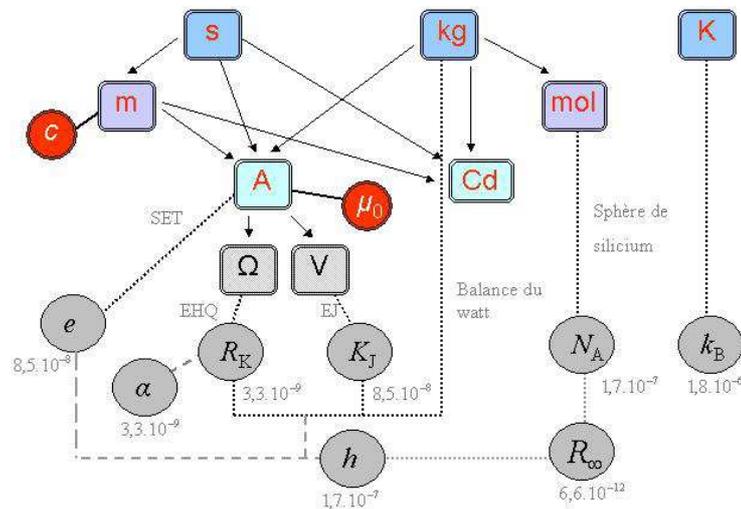


FIG. 1.13: Représentation schématisée des liens entre les unités de base du SI et quelques constantes fondamentales. Les liens avec les flèches représentent les liens issus des définitions SI des unités, les constantes en rouge sont celles qui sont considérées comme exactes par définition, les liens en pointillés montrent les relations entre unités et constantes fondamentales, et enfin, les liens représentés en tirets correspondent à des relations théoriques, en particulier celles données par l'équation 1.15. Les incertitudes données pour les constantes sont les incertitudes relatives de l'ajustement CODATA 2002 [30]. Les déterminations de ces constantes sont effectuées soit par calcul soit par diverses déterminations qui ne sont pas représentées sur le schéma. Tous les liens entre les constantes ne sont pas représentés pour alléger la figure.

Pour fixer la valeur d'une constante, il faut pouvoir la mesurer dans le SI avec une incertitude aussi faible que celle à laquelle on est capable de réaliser l'unité et il est préférable d'avoir des expériences de nature différente pour déterminer cette valeur. En effet, rappelons qu'une constante a peut s'écrire sous la forme $a = \{a\}[a]$ où les $\{ \}$ représentent une valeur numérique de a et $[]$ l'unité choisie pour exprimer a . La détermination de a sera donc entachée de l'incertitude liée à la mesure de la valeur $\{a\}$ et de celle liée à la connaissance de l'unité $[a]$ dans le SI. A partir du moment où l'incertitude liée à la mesure devient plus faible que l'incertitude liée à l'unité dans le SI, il est

²⁶pour reprendre la citation de Talleyrand au début de ce chapitre : "[...] se rapporte à un modèle invariable pris dans la nature [...]"

²⁷ce schéma est inspiré d'une figure issue de [31]

intéressant de considérer que l'unité peut se définir à partir de la constante et de fixer sa valeur numérique, l'incertitude liée à la mesure de la constante devenant alors l'incertitude de l'unité dans le SI. Si, de plus, plusieurs expériences permettent de mesurer la constante avec la même unité, alors la confiance que l'on pourra avoir dans la relation sera plus importante.

Nous allons décrire dans cette partie quelques pistes envisagées pour la modification du SI, en particulier dans le cadre de la métrologie électrique, ce qui nous permettra par la suite de présenter l'expérience du triangle métrologique et ses implications par rapport à ces réflexions. Dans un premier temps, nous allons évoquer la question de la mesure des constantes fondamentales, préalable indispensable à toute modification ultérieure du SI.

1.3.2.1 L'ajustement de la valeur des constantes

La question dans cette partie est de savoir quelles valeurs il est possible de donner aux constantes fondamentales qui soient cohérentes à la fois avec le système d'unités choisi, en l'occurrence le SI, et avec les théories physiques les faisant apparaître. En effet, pour pouvoir comparer des résultats d'expériences entre laboratoires, il faut au préalable se mettre d'accord sur les valeurs employées pour les constantes. C'est en mettant en avant ce besoin d'uniformisation des valeurs de constantes que R. Birge proposa en 1929 un article dans lequel il détermine, en fonction des données dont il dispose à ce moment là, les *valeurs probables* d'un certain nombre de constantes²⁸ [40]. Sur la base de cet article, d'autres ajustements ont été effectués et en 1969 un groupe de travail

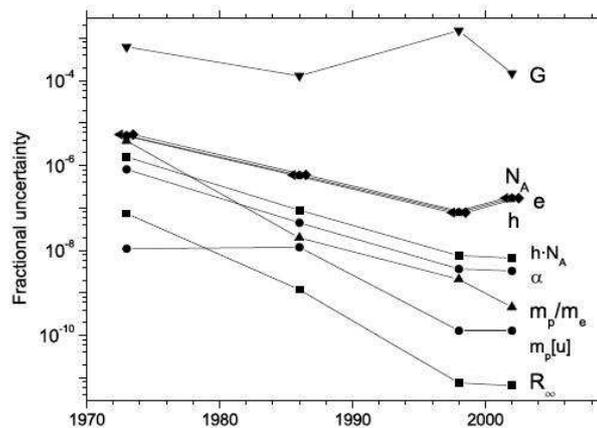


FIG. 1.14: Evolution dans le temps de l'incertitude associée à certaines constantes dans les ajustements CODATA. Figure issue de [41]

sur les constantes fondamentales est créé au sein du CODATA²⁹ avec pour mission de fournir régulièrement à la communauté scientifique un ajustement cohérent de l'ensemble des constantes fondamentales et des facteurs de conversion en physique et en chimie. Depuis sa création, ce groupe a publié des ajustements en 1973, 1986, 1998, 2002³⁰. La figure 1.14 montre l'évolution de l'incertitude associée à certaines constantes fondamentales lors des ajustements de 1973 à 2002. Cette figure permet de voir que la détermination des constantes a beaucoup progressé en trente ans et particulièrement pour celles qui sont liés à des phénomènes quantiques ou microscopiques. Il est aussi possible de remarquer qu'une incertitude peut être dégradée d'un ajustement à l'autre en

²⁸"an investigation of the values of general constants in current use in the literature reveals a surprising lack of consistency, both in regard to the actually adopted values and to the origin of such values. This is probably due to the fact that it is almost impossible to find a critical study of the best values, sufficiently up-to-date to be really reliable, and sufficiently detailed to explain the inconsistencies found among older tables."

²⁹Committee on Data for Science and Technology, mis en place en 1966 avec pour objectif d'augmenter la qualité, la précision, et l'accès aux données importantes pour les sciences et la technologie

³⁰depuis 1998, il a été décidé que cet ajustement serait effectué tous les 4 ans

fonction des résultats d'expériences, comme c'est le cas par exemple pour \mathcal{N}_A et h entre 1998 et 2002 comme cela sera vu dans la partie suivante. De plus, notons que les changements des valeurs des constantes au-delà de l'incertitude estimée à l'ajustement précédent sont devenus de plus en plus rares, ce qui indique que le système dans son ensemble devient de plus en plus robuste. Les deux derniers ajustements sont disponibles dans [16] et [30] et les premiers résultats de l'ajustement de 2006 ont été publiés dans [42]. De plus, ces ajustements sont disponibles sur internet : physics.nist.gov/cuu/constants/.

Les données sélectionnées pour l'ajustement doivent vérifier certains critères : l'incertitude de la mesure doit être suffisamment faible pour pouvoir être comparée à d'autres mesures (le critère généralement admis dans [30] est que l'incertitude doit être moins de 5 fois plus importante que celle des mesures analogues) et le bilan d'incertitude doit être validé, par exemple par une publication. L'algorithme utilisé une fois les valeurs sélectionnées est un algorithme qui utilise la méthode des moindres carrés pour des données d'entrées corrélées (les corrélations sont soit d'ordre instrumental soit d'ordre physique avec des relations entre mesures différentes) et qui est décrit en détail dans [16].

1.3.2.2 Vers une modification du SI ?

La dernière comparaison entre le kilogramme étalon \mathfrak{K} et ses copies disséminées dans le monde ont montré des écarts de l'ordre de quelques 10^{-8} en valeur relative³¹. La situation actuelle est donc, comme par définition \mathfrak{K} ne change pas de masse, que les particules élémentaires (électrons...) ont une masse variable dans le temps, ce qui n'est pas satisfaisant. En partant de ce constat et à l'aide d'expériences, il peut être possible de modifier le kilogramme ainsi que les autres unités de base afin de les exprimer, à l'instar du mètre, en fonction de constantes fondamentales de la physique et ainsi de faire se rejoindre la physique théorique et le monde de la mesure expérimentale [32], [43]. Le CIPM a d'ailleurs recommandé en 2005 que *"les laboratoires nationaux de métrologie poursuivent avec énergie le travail en cours, afin de fournir les meilleures valeurs possibles des constantes fondamentales impliquées dans les nouvelles définitions qui sont en cours d'examen"*³²

Partant du cas du kilogramme, deux voies sont actuellement étudiées pour envisager une nouvelle définition :

– *le kilogramme électrique*

les expériences de type balance du watt permettant une sorte de kilogramme électrique et dont le principe est explicité dans la partie 1.2.5 ;

– *le lien entre masse microscopique et masse macroscopique*

l'expérience³³ de la sphère de silicium dont l'idée repose sur l'idée de partir d'une masse microscopique pour arriver à la masse macroscopique *via* la constante d'Avogadro \mathcal{N}_A en étudiant complètement les propriétés d'une sphère de silicium [44].

Si les relations impliquant l'EHQ et l'EJ sont vérifiées, il sera alors possible de déterminer le kilogramme soit à partir de h , soit à partir de \mathcal{N}_A .

La communauté métrologique se pose ainsi la question de la redéfinition du kilogramme et des autres unités³⁴ de base en fonction de constantes fondamentales en s'interrogeant sur laquelle des voies s'engager. De nombreux articles ont été publiés sur le sujet, proposant de nouvelles définitions et quel système de constantes il semble le plus pertinent de fixer. Citons par exemple [45], [46], [39], [32], [43]... Par ailleurs, en France, l'Académie des Sciences a mis en place un groupe de travail sur ce sujet [43].

³¹ce qui correspond en valeur absolue à quelques dizaines de μg

³²Recommandation 1 (CI-2005), disponible sur le site internet du BIPM (www.bipm.org)

³³à la différence de l'expérience de la balance du watt qui est développée dans plusieurs laboratoires nationaux de métrologie (NIST, NPL, METAS, BIPM, LNE), l'expérience de la sphère de silicium est développée dans le cadre d'un programme international regroupant plusieurs laboratoires.

³⁴il existe un consensus pour redéfinir le kelvin à partir de la constante de Boltzmann k_B

Il existe cependant aujourd'hui un problème qui limite la possibilité d'effectuer la transition. Les deux voies envisagées sont finalement assez complémentaires dans la mesure où la détermination de N_A permettrait de faire un lien entre masse microscopique et masse macroscopique alors que la détermination de h présente un avantage de mise en pratique ainsi que conceptuel : la détermination de h permet de déterminer la fréquence de de Broglie-Compton ($\nu_M = Mc^2/h$) de \mathfrak{K} , fréquence qui peut aussi être déterminée par le produit de la fréquence de de Broglie-Compton d'un atome avec N_A . Il existe donc une relation entre h et N_A , en prenant en compte la constante de Rydberg R_∞ , et les deux expériences doivent donner des résultats cohérents pour pouvoir modifier la définition du kilogramme. Aujourd'hui, l'écart entre la détermination de la fréquence de de Broglie-Compton par chacune des méthodes est de l'ordre de 10^{-6} (cf. figure 1.15). Cet écart est trop important pour permettre une définition nouvelle pour le kilogramme.

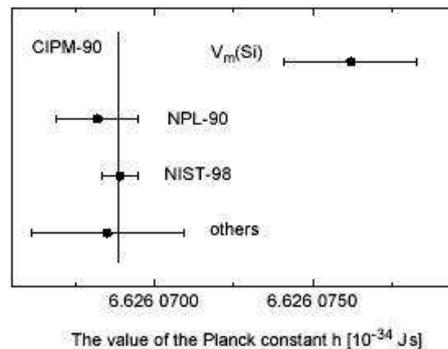


FIG. 1.15: Déterminations de h . Les mesures de balances du watt (NIST – 98 et NPL – 90) et de la sphère de silicium ($V_m(\text{Si})$) sont celles prises en compte dans le CODATA 2002 [30]. La mesure others représente une valeur moyenne issue d'autres données, cf. [39] (dont est issue la figure)

Dans l'optique d'une détermination du kilogramme par la balance du watt, rappelons que le lien avec h n'est valide que si les relations théoriques données par l'équation 1.15 sont vérifiées. Or, à ce jour, s'il existe des preuves théoriques montrant ces relations, les expériences associées n'ont pas encore atteint les incertitudes suffisantes pour permettre une modification du SI. Cependant, comme cela est affirmé dans le CODATA 2002 [30], il n'y a pas, à ce jour, d'écart mesuré. De plus, dans le cas de l'étude de l'effet Josephson des tests d'universalité étudiant la nature du supraconducteur et d'éventuels effets gravitationnels ont été effectués avec de très bons niveaux d'incertitudes³⁵. De même, pour l'EHQ, des tests d'universalité entre différents gaz 2D ont également donné des résultats avec de très bonnes incertitudes [22]. Même si ces tests d'universalités ne montrent pas l'exactitude des relations théoriques, ils permettent d'éliminer la possibilité de corrections dues par exemple au type de dispositif utilisé.

Dans le cadre de cet ajustement, il est possible de s'intéresser à la valeur des constantes impliquées dans l'EHQ et l'EJ et déterminées par différentes méthodes, comme cela est représenté sur la figure 1.16. Rappelons que pour K_J et R_K des valeurs conventionnellement vraies ont été fixées en 1990 et que, dans le SI, K_J a une incertitude relative de $4 \cdot 10^{-7}$ et R_K de 10^{-7} . Ce sont les intervalles déterminés par les traits pointillés sur la figure 1.16. Dans l'ajustement CODATA 2002, K_J a une incertitude relative de $8.5 \cdot 10^{-8}$ et R_K de $3.3 \cdot 10^{-9}$. Parmi les valeurs prises en compte pour l'ajustement et représentées sur la figure 1.16, séparons les déterminations directes qui ne nécessitent pas de considérer comme vraie les relations théoriques de l'équation 1.16 :

⇒ Pour R_K : il s'agit des mesures de R_K liées à l'étalon de Thompson Lampard (R_K NIST – 97, R_K NML – 97, R_K BNM – 01, R_K NPL – 98) [11]

⇒ Pour K_J : les mesures se font sur le principe de la balance du volt (K_J PTB – 91, K_J NML – 89) [20].

La représentation des différentes mesures de K_J montre qu'il existe un problème si la mesure via la sphère de silicium et la détermination de N_A est comparée aux mesures obtenues

³⁵cf. partie 1.2.3, p. 9

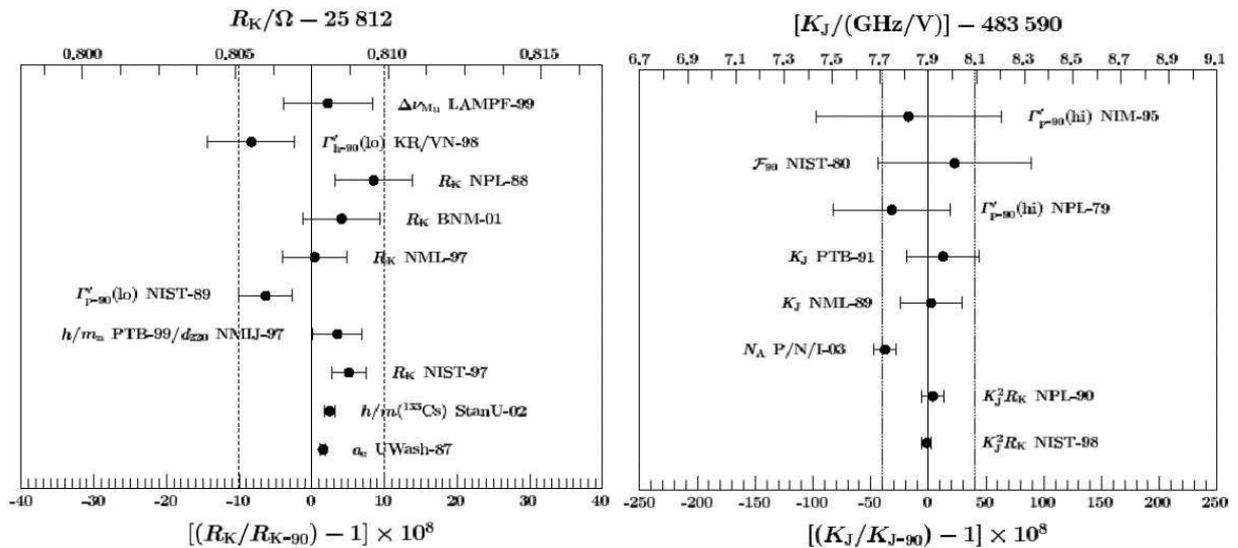


FIG. 1.16: Déterminations de R_K et de K_J prises en compte dans l'ajustement CODATA 2002 [30]

par les expériences de balance du watt (notées $R_K K_J^2$) qui sont elles en bon accord avec les mesures directes. Cet exemple d'ajustement montre qu'il faut rester prudent sur certaines valeurs et en particulier sur la validation de relations théoriques reliant les constantes entre elles. Notons par ailleurs que les deux constantes R_K et K_J ont un statut un peu différent dans la mesure où le quotient h/e^2 peut être obtenu par la relation $\mu_0 c/2\alpha$ et ainsi être comparée à la détermination de R_K effectuée avec l'étalon calculable de Thompson Lampard alors qu'il n'existe pas d'expérience de comparaison équivalente entre K_J et le quotient $2e/h$.

Il semble donc qu'avant de pouvoir opérer les changements de définition, il faille comprendre et corriger ces écarts afin d'avoir une cohérence suffisante³⁶ entre les deux voies envisagées. Cependant, en parallèle de ces activités expérimentales, des propositions sont faites pour un possible changement d'unités. Il est possible de trouver ces propositions dans [46], [39] et [43]. Dans cette dernière référence, C. Bordé explique la proposition faite par le groupe de travail formé sur le sujet par l'Académie des Sciences. Pour le kilogramme, la proposition est de fixer la valeur de la constante de Planck h et de définir le kilogramme comme "l'unité de masse; c'est la masse d'un corps dont la fréquence de Compton-de Broglie est égale à $(299792458)^2/(6.6260693.10^{-34})$ Hz exactement. Cette définition fixe la valeur de la constante de Planck h à $6.6260693.10^{-34}$ J.s exactement.". La constante k_B semble pouvoir être fixée afin de définir le kelvin. Enfin, pour ce qui concerne les unités électriques, la proposition est de s'intéresser à la possibilité de fixer e .

L'article de I.M. Mills *et al.* envisage plusieurs définitions possibles pour la masse dont celle proposée par l'Académie des Sciences et qui sont toutes liées à une fixation de la constante h . De même Karshenboim propose aussi de fixer h pour redéfinir le kilogramme plutôt que N_A , tout en proposant de fixer en même temps la charge de l'électron e afin de redéfinir les unités électriques. Notons que pour les unités électriques, la question se pose de savoir s'il est préférable de les relier à la charge de l'électron e ou à l'impédance du vide³⁷ $Z_0 = \mu_0 c$.

Ainsi, si le kilogramme se définit à partir de h et l'ampère à partir de e , les constantes K_J et R_K deviendront alors des constantes exactes et l'EJ et l'EHQ des réalisations dans le SI du volt et de l'ohm³⁸. Ainsi, cela permettrait de s'affranchir de la situation actuelle avec le "système 90".

³⁶le terme cohérence suffisante est ici employé dans le sens où les deux mesures ont un écart suffisamment faibles entre elles pour permettre la mise en pratique du kilogramme. En particulier, les LNM ont actuellement une incertitude relative de 5.10^{-8} à 1 kg (cf. CCM/05-03 disponible sur le site internet du BIPM)

³⁷ce qui est le cas actuellement

³⁸rappelons que la définition du kilogramme se fait à partir de h , cela présuppose que les relations théoriques reliant K_J et

Notons que dans ce cas, la constante μ_0 ³⁹ deviendrait elle connue avec une certaine incertitude. La question se posera alors de savoir si l'ampère doit rester une unité de base ou s'il doit être remplacée par le volt. En effet, l'utilisation de l'ohm comme unité de base semble conceptuellement moins pertinente que le volt, et le volt, à la différence de l'ampère, dans le cadre d'une redéfinition à partir de h et de e dispose d'un étalon de conservation très bien maîtrisé avec l'effet Josephson [39]. Cependant on peut s'interroger sur la notion d'unité de base et d'unité dérivée dans cet éventuel nouveau système d'unité, il s'agirait plutôt de définir des constantes fixées.

1.4 Le triangle métrologique

Les unités électriques, telles que définies actuellement, comme présenté ci-dessus, sont dans une situation un peu "inconfortable" : l'ampère, unité de base, est défini grâce aux unités mécaniques et à une constante fondamentale μ_0 . En parallèle, le volt et l'ohm sont représentés à partir de phénomènes quantiques maîtrisés avec un haut degré de reproductibilité et d'exactitude, mais induisant des unités V_{90} et Ω_{90} hors du SI.

De plus, l'étalon calculable de Thompson Lampard permet de définir et de représenter le farad ainsi que de mesurer R_K . Comme on l'a vu, dans le cadre d'une modification du SI, une des voies envisagée est d'avoir une équivalence mécanique électrique qui permette de définir le kilogramme. Pour ce faire, l'expérience de la balance du watt permet de relier la masse au produit des constantes phénoménologiques $R_K K_J^2$.

Ces constantes phénoménologiques sont par ailleurs reliées théoriquement aux constantes fondamentales h et e :

$$\begin{cases} R_K & \doteq & \frac{h}{e^2} \\ K_J & \doteq & \frac{2e}{h} \end{cases} \quad (1.15)$$

La vérification de ces relations théoriques peut se faire en mesurant d'éventuelles corrections à ces relations. L'expérience du triangle métrologique, proposée par Likharev et Zorin [47] consiste à vérifier la cohérence de ces constantes en ajoutant un troisième phénomène quantique qui relie le courant à la fréquence. Dans le cas de l'article, il s'agit d'utiliser les oscillations de Bloch dans des jonctions Josephson où le courant généré est de la forme : $I = 2Q_X f$, Q_X étant théoriquement la charge élémentaire d'un électron. Par la suite, dans cette thèse, on utilisera l'effet tunnel à un électron (SET pour *Single Electron Tunneling*) pour avoir un courant quantifié relié à une fréquence. La relation sera alors : $I = Q_X f$.

L'objectif du triangle métrologique est de pouvoir relier entre eux les trois effets EHQ, EJ et SET (comme cela est représenté sur la figure 1.17) avec une incertitude suffisamment faible pour pouvoir vérifier la cohérence des effets entre eux. Cette notion de cohérence peut être interprétée comme l'absence d'écart dans les relations théoriques liant les constantes des 3 effets à e et h . Ces écarts (ou cette incohérence entre les effets), dont il n'existe aujourd'hui aucune prévision théorique ni observation expérimentale, au niveau d'incertitude des expériences effectuées, pourraient par exemple être liés à une différence entre la valeur des constantes e et h dans l'espace libre et leurs valeurs dans la matière condensée où les particules sont en interaction [48]. Ainsi, la fermeture du triangle revient à la quantification d'écarts dans les effets. Pour cela on introduit un facteur de correction dans les relations théoriques :

$$\begin{cases} R_K & = & \frac{h}{e^2}(1 + \epsilon_K) \\ K_J & = & \frac{2e}{h}(1 + \epsilon_J) \\ Q_X & = & e(1 + \epsilon_e) \end{cases} \quad (1.16)$$

R_K aux constantes h et e sont considérées comme vraies

³⁹ainsi que celles qui lui sont directement reliées telles que ϵ_0 la permittivité du vide ou $Z_0 = \mu_0 c$ l'impédance du vide

ϵ_K , ϵ_J et ϵ_e permettent de quantifier cette éventuelle correction entre les constantes phénoménologiques et les constantes fondamentales h et e .

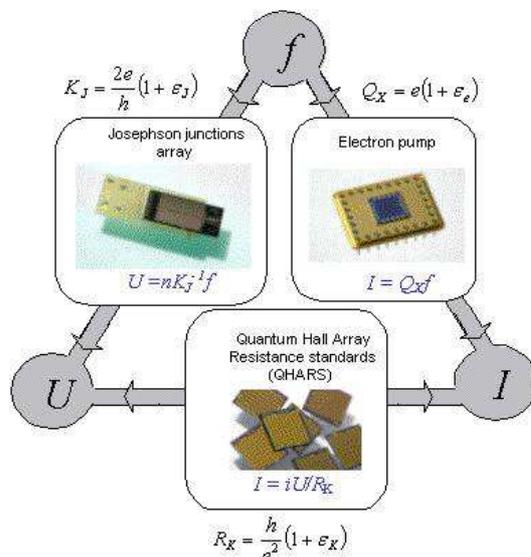


FIG. 1.17: Une expérience possible du triangle métrologique

Sachant que théoriquement, les constantes impliquées dans ces 3 phénomènes vérifient :

$$R_K K_J Q_X \doteq 2 \quad (1.17)$$

Relation qui peut s'écrire sous la forme suivante, en se limitant à un développement au premier ordre :

$$R_K K_J Q_X = 2(1 + \epsilon_K + \epsilon_J + \epsilon_e) \quad (1.18)$$

Ainsi, fermer le triangle métrologique revient à quantifier la somme $\epsilon_\Sigma = \epsilon_K + \epsilon_J + \epsilon_e$. L'ajustement CODATA 2002 donne les valeurs de ces corrections pour R_K et K_J :

$$\begin{cases} \epsilon_J &= (-4.9 \pm 8.2)10^{-8} \\ \epsilon_K &= (2.1 \pm 1.8)10^{-8} \end{cases} \quad (1.19)$$

Il est ainsi possible d'interpréter l'expérience du triangle métrologique soit comme une estimation de ϵ_e , soit comme une expérience de détermination de la charge Q_X intervenant dans l'effet SET.

Il existe deux voies envisagées avec les dispositifs monoélectroniques pour fermer le triangle métrologique. Comme cela sera montré par la suite, l'inconvénient majeur pour une utilisation métrologique des dispositifs monoélectroniques est la faiblesse de l'intensité du courant qu'ils peuvent générer (quelques picoampères). Ces dispositifs reposant sur un passage contrôlé des électrons, il est possible de les utiliser, non pour avoir un courant quantifié mais pour permettre le passage d'un nombre précis d'électrons. Cela conduit aux deux approches présentées, soit on applique directement la loi d'Ohm $U = RI$ soit on applique la relation de tension aux bornes d'une capacité $Q = CV$.

1.4.1 La voie indirecte : $Q = CV$

Dans cette approche, il s'agit de charger une capacité avec un dispositif permettant de contrôler le nombre d'électrons accumulés sur l'armature d'une capacité située à proximité de la

pompe et appelée capacité cryogénique puis de comparer la tension à ses bornes à celle issue d'un réseau Josephson, la capacité cryogénique étant au préalable étalonnée. Cette voie est détaillée dans [49] et le principe représenté sur la figure 1.18.

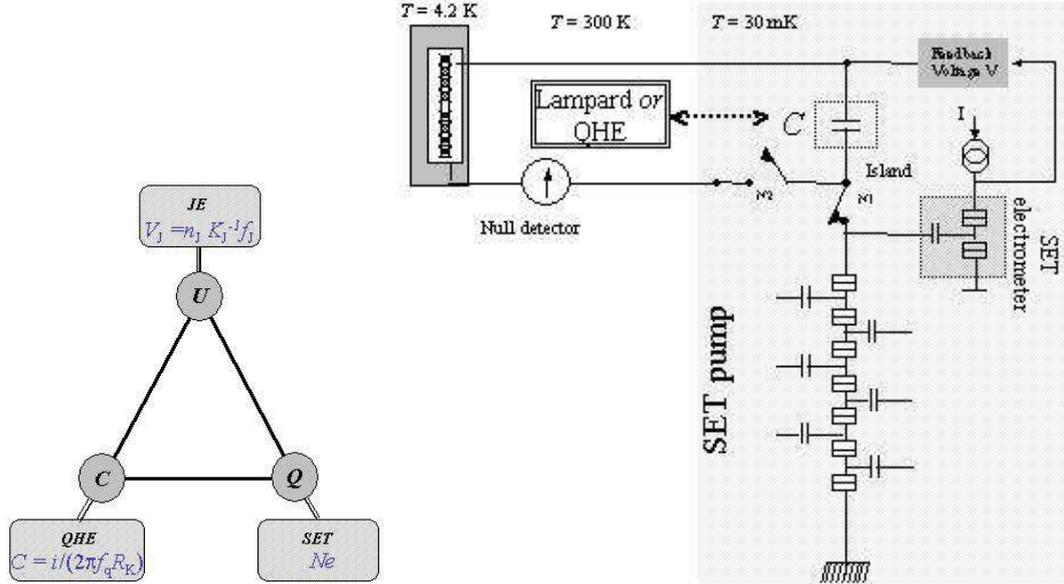


FIG. 1.18: Schéma de réalisation expérimentale du triangle métrologique par la voie indirecte (montage du NIST, cf. [50])

La tension ΔV aux bornes de la capacité C dépend du nombre N d'électrons qui ont été accumulés sur la capacité selon la relation :

$$\Delta V = \frac{NQ_X}{C} \quad (1.20)$$

Par ailleurs, on compare cette tension à une tension délivrée par un réseau Josephson V_J :

$$V_J = \frac{n_j f_j}{K_J}$$

La capacité quant à elle peut être étalonnée soit directement par l'étalon calculable de Thompson Lampard, soit par l'intermédiaire de l'EHQ et d'un pont de quadrature :

$$C = \frac{i}{2\pi f_q R_K}$$

f_q étant la fréquence de travail du pont de quadrature.

L'équilibre entre la tension du réseau Josephson et celle aux bornes de la capacité s'écrit :

$$K_J Q_X = \frac{n_j f_j C}{N} \quad (1.21)$$

dans le cas où l'étalon calculable de Thompson Lampard est directement utilisé et :

$$R_K K_J Q_X = \frac{i n_j f_j}{N 2\pi f_q} \quad (1.22)$$

dans le cas d'un étalonnage de C par l'EHQ et un pont de quadrature.

Ce qui, en exprimant les constantes à l'aide de l'équation 1.16, s'exprime, au premier, ordre par :

$$\begin{cases} \epsilon_J + \epsilon_e &= \frac{1}{2} \frac{h}{e^2} \frac{n_j}{N} f_j C - 1 & \text{à partir de l'équation 1.21} \\ \epsilon_K + \epsilon_J + \epsilon_e &= \frac{1}{2} \frac{in_j}{N} \frac{f_j}{2\pi f_q} - 1 & \text{à partir de l'équation 1.22} \end{cases} \quad (1.23)$$

Dans ce cas, la fermeture du triangle consiste à mesurer la grandeur ϵ_Σ définie comme la somme $\epsilon_J + \epsilon_e$ avec l'utilisation du Lampard et comme la somme $\epsilon_K + \epsilon_J + \epsilon_e$ avec l'utilisation de l'EHQ. L'incertitude u_r avec laquelle est fermée le triangle permet de comparer ϵ_Σ assortie de son incertitude avec 0. Si les deux coïncident, c'est qu'à l'incertitude u_r près, les phénomènes impliqués dans l'expérience sont cohérents.

1.4.2 La voie directe : $U = RI$

Le triangle métrologique est ici interprété comme l'application de la loi d'Ohm à l'aide de phénomènes quantiques. Pour cela, on utilise l'effet Hall quantique, l'effet Josephson et l'effet tunnel à un électron, [51].

Un courant proportionnel à la charge de l'électron e est généré par un dispositif SET; ce courant circule ensuite dans une résistance et induit ainsi une tension à ses bornes qui sera comparée à une tension créée par un réseau de jonctions Josephson. Chaque effet donne les relations suivantes :

- SET : $I_s = n_s Q_X f_s$ (n_s est un entier et f_s la fréquence qui détermine le nombre d'électrons qui passe par seconde, soit le courant électrique généré par le dispositif) ;
- EHQ : $R_H = R_K/i$ (i est le plateau de l'effet Hall quantique) ;
- EJ : $U_j = n_j f_j / K_J$ (n_j est le nombre de jonctions polarisées du réseau et f_j est la fréquence d'irradiation du réseau, sachant que c'est sur la première marche du réseau que va se faire la mesure).

Ainsi, l'application de la loi d'Ohm avec le courant généré par un dispositif SET passant dans une résistance de Hall donne l'égalité $U_j = R_H I_s$ soit :

$$R_K K_J Q_X = \frac{in_j f_j}{n_s f_s} \quad (1.24)$$

Relation qui peut s'écrire différemment si les constantes impliquées sont écrites sous la forme de l'équation 1.16. Dans ce cas, l'équation 1.24 s'écrit, au premier ordre :

$$\epsilon_K + \epsilon_J + \epsilon_e = \frac{1}{2} \frac{in_j f_j}{n_s f_s} - 1 \quad (1.25)$$

De la même façon que pour la fermeture du triangle par la voie indirecte, la détermination de ϵ_Σ avec une incertitude relative u_r permet de vérifier la cohérence des effets impliqués si cette valeur assortie de son incertitude comprend la valeur 0.

1.4.3 Vers une détermination de constantes

Outre la vérification de la cohérence des effets utilisés en métrologie électrique, l'expérience du triangle métrologique peut s'interpréter comme une expérience permettant de déterminer une constante (α , constante de structure fine dans le cas de la voie indirecte et e dans le cas de la voie directe). Dans ce cas, le triangle doit s'associer à d'autres expériences qui permettent de déterminer les constantes R_K et K_J .

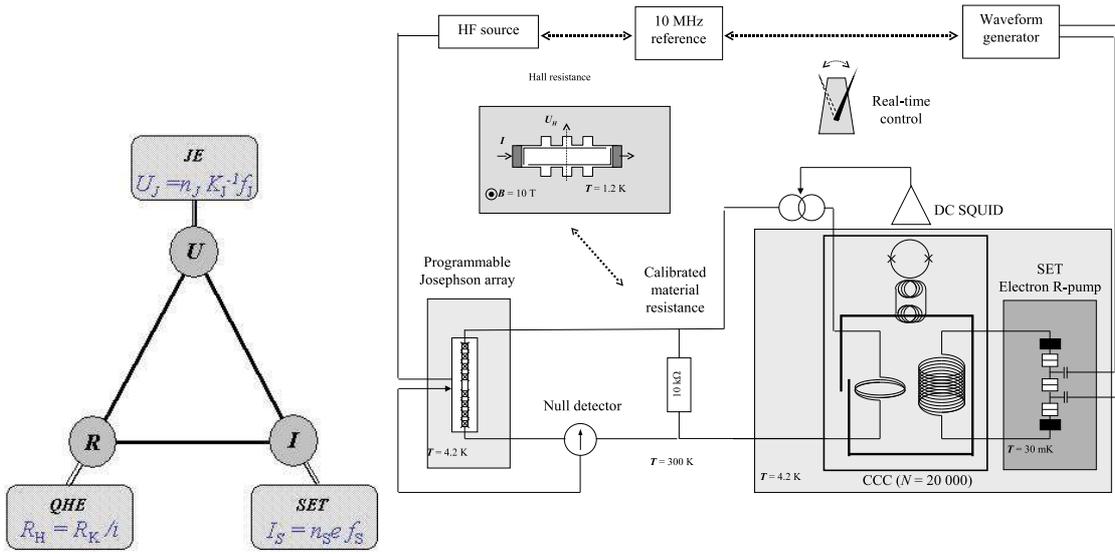


FIG. 1.19: Schéma de réalisation expérimentale du triangle métrologique par la voie directe (montage du LNE, cf. chapitre 5)

1.4.3.1 Détermination de la constante de structure fine

La réalisation de la voie indirecte du triangle métrologique peut aussi conduire à une détermination de la constante de structure fine α . Considérons que la valeur de la capacité cryogénique est déterminée par un étalon calculable, on a alors l'égalité $\Delta V = V_J$ en reprenant les notations ci-dessus, ce qui s'exprime par :

$$\frac{Ne}{C} = \frac{n_j f_j}{K_J}$$

De cette équation, on peut déduire la valeur de la constante de structure fine α , si les relations théoriques reliant K_J et Q_X aux constantes h et e sont supposées vérifiées :

$$\alpha = \frac{\mu_0 c e^2}{2h} = \mu_0 c \frac{n_j}{4N} f_j C \quad (1.26)$$

En revanche, si la notation de l'équation 1.16 est adoptée et limitée au premier ordre pour exprimer K_J et Q_X en fonction de e et h , alors cette relation s'écrit :

$$\alpha = \frac{\mu_0 c}{4} \frac{Q_X K_J}{1 + \epsilon_J + \epsilon_e} = \mu_0 c \frac{n_j}{4N} \frac{f_j C}{1 + \epsilon_J + \epsilon_e} \quad (1.27)$$

Dans ce cas, l'expérience du triangle métrologique ne s'interprète plus en terme de cohérence entre les effets impliqués mais comme une détermination directe de la constante de structure fine α . Pour cette détermination, l'expérience du triangle métrologique doit être associée à un étalon calculable de Thompson Lampard et ne fait plus intervenir l'EHQ.

1.4.3.2 Détermination de la charge

Actuellement, les seules expériences de détermination directe de e sont des expériences dérivées de l'expérience de Millikan [52] et l'ajustement de la valeur de e dans le CODATA [30] se fait par calcul avec la relation :

$$e = \sqrt{2\epsilon_0 h c \alpha} \quad (1.28)$$

Les constantes ϵ_0 et c sont connues exactement car elles sont fixées par les définitions SI de l'ampère et du mètre. Les constantes h et α , quant à elles, sont connues avec une incertitude relative de 5.10^{-8} et de $6.8.10^{-10}$ respectivement, ce qui induit une valeur de e assortie d'une incertitude relative de $2.5.10^{-8}$.

Dans le cadre d'une re-définition de l'ampère par une fixation de e , une mise en pratique de la nouvelle unité consisterait alors en une mesure d'intensité de courant électrique liée à cette charge. Pour exprimer autrement cette idée, une expérience de détermination de la charge aujourd'hui serait équivalente à une mise en pratique de la définition de l'ampère dans le futur.

Une autre lecture possible de l'expérience du triangle métrologique est de la considérer non plus comme une expérience de vérification de la cohérence des trois phénomènes quantiques impliqués mais comme une expérience de détermination de la charge de l'électron e (ou plus exactement de la charge Q_X). En effet, si R_K peut être déterminé par l'intermédiaire de l'étalon calculable de Thompson Lampard, et K_J par la mesure de $R_K K_J^2$ de la balance du watt, l'équation 1.24 peut s'écrire :

$$Q_X = \frac{i n_j f_j}{n_s f_s} \frac{1}{R_K K_J} \quad (1.29)$$

Ainsi, dans ce cas, la fermeture du triangle métrologique permet d'en déduire une valeur de Q_X . Si, de plus, on considère que cette charge Q_X est exactement la charge d'un électron e , la fermeture du triangle métrologique **associée à** l'expérience de la balance du watt et à l'étalon calculable de Thompson Lampard devient une détermination directe de e .

Dans le cadre du travail mené lors de cette thèse, c'est avec l'objectif de monter l'expérience du triangle métrologique par la voie directe qu'ont été étudiés les dispositifs monoélectroniques. En effet, avec l'EHQ et l'EJ, la métrologie électrique dispose d'effets permettant de représenter l'ohm et le volt avec un haut niveau de reproductibilité et une faible incertitude. Ainsi, deux des trois branches du triangle métrologique sont déjà exploitables, il ne manque que le lien entre l'intensité du courant électrique et la fréquence. C'est l'étude de ce lien manquant et en particulier d'un dispositif permettant de combler ce manque qui sera présentée dans le chapitre suivant avant la présentation des résultats expérimentaux et la mise en place du dispositif expérimental de l'expérience du triangle métrologique par la voie directe.

Dans ce chapitre, il a été beaucoup question d'unités et de leur définition. Dans la situation actuelle, il s'agit d'une interrogation essentielle car la possibilité de modifier radicalement le SI semble plausible. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que la métrologie est avant tout une discipline de comparaison et il est important que des expériences, si possible indépendantes les unes des autres, permettent d'établir des liens entre les unités et les constantes fondamentales de la physique. L'expérience du triangle métrologique est une de ces expériences et sa réalisation semble indispensable avant de pouvoir effectuer une modification des définitions des unités électriques, ainsi que du kilogramme⁴⁰ si le choix se porte sur une définition à partir de la constante de Planck. Ce sont ces enjeux métrologiques qui motivent les travaux menés durant cette thèse.

⁴⁰en ce qui concerne le kilogramme la comparaison entre les expériences de balance du watt et celle de la sphère de silicium est également une étape incontournable

Chapitre 2

Blocage de Coulomb et pompes à électrons

Après avoir décrit le cadre métrologique et les enjeux dans lesquels s'inscrit ce travail, et plus particulièrement l'expérience du triangle métrologique, nous allons présenter dans ce chapitre un type de dispositif pouvant permettre de fermer le triangle métrologique. Il s'agit de dispositifs appelées pompes à électrons qui permettent de générer un courant dont l'intensité est directement reliée à une fréquence. Cette propriété est fondée sur le phénomène de blocage de Coulomb. Après une présentation de ce phénomène, nous nous intéresserons à la description des pompes à électrons dont on peut attendre théoriquement un comportement métrologique et dont l'étude et la mesure sont l'objet de cette thèse. Les différentes configurations de ces dispositifs avec les principaux résultats obtenus pour chacun sont présentés à la fin du chapitre afin de situer le contexte dans lequel s'inscrivent les mesures qui seront présentées dans les chapitres 4 et 5.

2.1 Le blocage de Coulomb

L'existence de l'électron, démontrée par Thomson en 1897, suivie de la détermination de sa charge qui a été montrée expérimentalement par Millikan en 1911 [52] ont montré l'existence d'une charge élémentaire. Un conducteur isolé a une charge totale qui est un multiple entier de cette charge : la charge e de l'électron. Cependant, cet aspect granulaire de la charge électrique n'est pas détectable aisément dans la matière (par exemple la variation de la charge d'une capacité est continue) car les électrons de conduction sont délocalisés et forment un fluide quantique où la distance séparant deux électrons est inférieure à l'extension de leur fonction d'onde. Par conséquent, dans ce fluide, les électrons sont en forte interaction. Une façon de mettre en évidence l'aspect quantifié de la charge est d'utiliser une structure composée de deux électrodes séparées par un isolant. Dans ce cas, sous certaines conditions, les électrons peuvent traverser la partie isolante par effet tunnel, et ce de façon discrète. Ce phénomène a été observée par exemple dans [53]. C'est dans ce cadre de transfert discret de charge que peut apparaître le phénomène de blocage de Coulomb.

2.1.1 Principe

Les effets de quantification de la charge ont été étudiés dans divers dispositifs permettant le transfert d'électrons par effet tunnel, et c'est dans les années 1980 que le blocage de Coulomb a été prédit puis observé. Dans cette partie, nous allons présenter succinctement son principe. Pour avoir une présentation plus détaillée et complète, plusieurs articles de revue présentent ce phénomène et ses applications : [54], [55], [56].

2.1.1.1 La jonction tunnel

Dans la suite, des circuits comportant des jonctions tunnel seront considérés. Différentes représentations d'une jonction tunnel sont schématisées sur la figure 2.1 : il s'agit d'une structure métallique interrompue par un isolant. En pratique, dans les systèmes mesurés ici, il s'agit d'une électrode d'aluminium recouverte d'une fine couche d'alumine (d'environ 2-3 nm d'épaisseur) sur

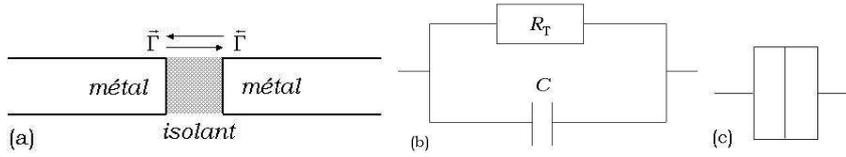


FIG. 2.1: (a), représentation d'une jonction tunnel métal/isolant/métal, Γ représente le taux de transfert par effet tunnel à travers la jonction. (b), représentation électrique d'une telle jonction tunnel de résistance R_T et de capacité de jonction C . (c), représentation schématique pour les circuits électriques d'une jonction tunnel.

laquelle vient en contact une autre électrode d'aluminium. La surface de contact détermine la surface de la jonction. La finesse de la couche d'isolant permet aux électrons de passer entre les deux électrodes par effet tunnel. La jonction tunnel est caractérisée par deux paramètres : sa capacité C et sa résistance R_T .

La capacité C de la jonction est la capacité des électrodes avec comme diélectrique l'isolant sur la surface de contact. Cela nous amène à correctement définir ce que l'on appelle charge au niveau de la jonction. Il existe une charge Q associée à la capacité de la jonction et une charge q correspondante au nombre d'électrons qui ont traversé la jonction par effet tunnel. Ces charges sont reliées à C et à l'impédance du circuit pour Q , grandeur continue, et au couplage tunnel pour q , grandeur discrète.

La résistance R_T , quant à elle, ne s'entend pas au sens classique de résistance mais plus comme une quantité phénoménologique qui s'exprime en fonction du facteur de transmission de la barrière tunnel pour les électrons du niveau de Fermi. Elle dépend de l'aire et de l'épaisseur de la barrière isolante.

Il existe dans une telle jonction une probabilité non nulle qu'un électron puisse passer d'une électrode à l'autre en traversant l'isolant par effet tunnel. Ce transfert d'un état initial à un état final est exprimé sous la forme du taux de transfert Γ qui sera exprimé par la suite dans le cas de la théorie orthodoxe puis d'un circuit avec environnement électromagnétique.

Dans le cas d'une jonction polarisée en tension, le calcul du taux de transfert des électrons dans les deux sens de la barrière donne un courant de la forme $I(V) = V/R_T$.

2.1.1.2 L'effet tunnel à un électron (*single electron tunneling (SET)*)

Likharev et Averin dans [57] prédirent l'apparition de nouveaux effets dans le cas d'une jonction tunnel de très faible capacité C , polarisée en courant en considérant que les fluctuations thermique et quantique sont négligeables devant l'énergie électrostatique de l'électron. Cette énergie électrostatique, définie par $E_C = \frac{e^2}{2C}$, doit être supérieure à $k_B T$, énergie d'activation thermique. De plus, en considérant l'énergie de charge de la jonction et la constante de temps de la jonction tunnel assimilable à celle d'un dipole RC , c'est-à-dire $\tau_j = R_T C$, le principe d'Heisenberg s'écrit : $E_C \tau_j > \hbar$. Par conséquent, on obtient les conditions :

$$C \ll \frac{2}{e^2 k_B T} \quad (2.1)$$

$$R_T \gg \frac{\hbar}{e^2} \quad (2.2)$$

Dans ce cas, deux phénomènes peuvent survenir : le blocage de Coulomb et les oscillations SET.

LE BLOCAGE DE COULOMB consiste en l'annulation du courant traversant la jonction dans une gamme de polarisation en tension de cette jonction. On peut l'expliquer en considérant que la jonction a une énergie de Coulomb de la forme $E_0 = \frac{Q^2}{2C}$ et que le passage d'un électron dans un

sens ou dans l'autre va entraîner une modification de cette énergie ΔE_0 :

$$\Delta E_0 = \frac{(Q \pm e)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{e}{C} \left(\frac{e}{2} \pm Q \right) \quad (2.3)$$

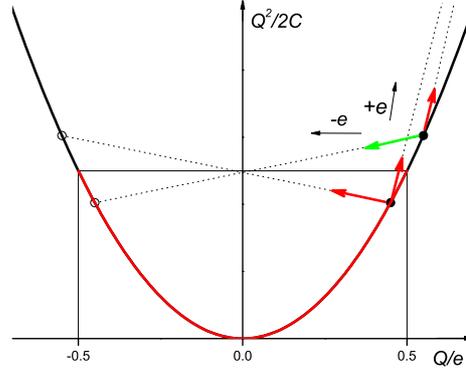


FIG. 2.2: Diagramme énergétique d'une jonction polarisée. En vert, la transition est énergétiquement favorable.

La figure 2.2 représente l'énergie de Coulomb en fonction de la charge. Si $|Q| < e/2$, l'ajout ou le retrait d'un électron implique une augmentation de cette énergie, on est dans une situation de blocage. Dans le cas contraire, en fonction de la valeur initiale de Q , l'ajout ou le retrait d'un électron est énergétiquement favorable, ce qui induit une condition de blocage sur la charge :

$$-\frac{e}{2} < Q < \frac{e}{2} \quad (2.4)$$

condition qu'il est possible d'exprimer en terme de polarisation de la jonction : si $|V| < \frac{e}{2C}$, le courant dans la jonction est nul.

LES OSCILLATIONS SET sont dues au courant de polarisation de la jonction. En effet, sous l'effet de ce courant, la capacité de la jonction voit l'augmentation de sa charge Q . Lorsque $Q = e/2$, alors le transfert d'un électron devient possible (cf. figure 2.2) entraînant une diminution de la charge sur la capacité de la jonction : Q devient égale à $-e/2$. Le courant continue de charger la capacité jusqu'à $Q = e/2$ et ainsi de suite. Une oscillation de la tension aux bornes de la jonction est ainsi observée, la fréquence de cette oscillation étant directement reliée à l'intensité I du courant de polarisation et à la charge d'un électron e , i.e. $f = \frac{I}{e}$.

2.1.2 La théorie orthodoxe

L'idée de la théorie orthodoxe est de pouvoir considérer le blocage de Coulomb comme un problème probabiliste où il est possible de déterminer un taux de transition qui ne dépend que de la variation d'énergie libre du système [58], [59]. Pour ce faire, il faut prendre en compte les hypothèses suivantes :

- Le spectre en énergie des électrons doit être continu

Cette hypothèse consiste à négliger la quantification énergétique des électrons dans les conducteurs. Cela est vérifié si $E_k \ll k_B T$, E_k étant l'énergie cinétique de l'électron.

- La constante de temps de l'événement tunnel doit être négligeable devant les autres temps caractéristiques

Cela revient à dire que l'événement tunnel a une constante de temps suffisamment faible pour pouvoir considérer cet événement comme instantané en regard des autres événements. En particulier, le temps de l'événement tunnel doit être négligeable devant le temps séparant deux de ces événements. D'un point de vue pratique, avec les jonctions tunnel que l'on peut fabriquer aujourd'hui, cette constante de temps est de l'ordre de 10^{-15} s [56].

- La résistance de chaque jonction tunnel doit être supérieure à $\frac{h}{e^2}$

La localisation de chaque électron sur un des îlots du système est assurée à chaque instant car les fluctuations quantiques sont inférieures à l'énergie électrostatique du système.

Les hypothèses énoncées ci-dessus étant considérées comme vérifiées, la théorie orthodoxe permet de dire que l'événement tunnel d'un seul électron à travers une barrière tunnel donnée est toujours un événement aléatoire.

Il est alors possible de calculer la probabilité par unité de temps que cet événement se produise. Cette probabilité, appelée taux de transfert, est notée Γ . Ce taux de transfert, dans le cas d'un événement tunnel induisant une variation de l'énergie électrostatique du système ΔE , s'exprime de la façon suivante :

$$\Gamma(\Delta E) = \frac{1}{e^2 R_T} \frac{\Delta E}{1 - \exp\left(\frac{-\Delta E}{k_B T}\right)} \quad (2.5)$$

REMARQUE : Cette formule est obtenue en définissant l'hamiltonien du système sous la forme $H = H_{qp} + H_{env} + H_T$ où H_{qp} est l'hamiltonien des quasiparticules dans les deux électrodes métalliques, H_{env} est l'hamiltonien de l'environnement et H_T est l'hamiltonien tunnel. Ce dernier terme va être traité comme une perturbation. En prenant de plus comme hypothèse que l'équilibre des charges est établi avant chaque événement tunnel. Ainsi, le taux de transfert par effet tunnel énoncé dans l'équation 2.5 se calcule en appliquant la règle d'or de Fermi [54].

2.1.3 Le transistor à un électron

Un des dispositifs élémentaires dans lequel on peut exploiter le blocage de Coulomb est le transistor à un électron¹ (transistor SET). Il s'agit d'un circuit électrique interrompu par 2 jonctions tunnel qui isolent ainsi une partie du circuit appelé îlot. De plus, cet îlot est couplé capacitivement à une électrode que l'on peut polariser en tension et qui est appelée, par analogie avec un transistor classique tel que le MOSFET, électrode de grille. On représente sur la figure 2.3 le schéma électrique d'un transistor SET : V_b et V_g sont respectivement la source de polarisation du transistor et de la grille, C_{jk} et R_{Tk} sont les capacité et résistance de la jonction k (avec $k = 1, 2$) et enfin, n et p représentent respectivement le nombre d'électrons en excès sur l'îlot et le nombre d'électrons ayant passé la jonction 1.

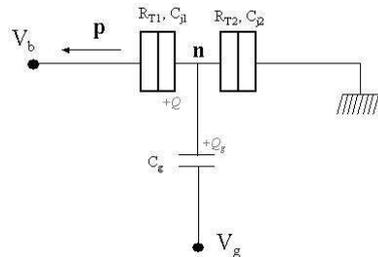


FIG. 2.3: Schéma électrique d'un transistor SET

¹ce sont sur de tels dispositifs que furent observés pour la première fois les effets du blocage de Coulomb [60],[61]

On peut alors exprimer l'énergie électrostatique du système :

$$E = \frac{1}{2}Q_i V_i + \frac{1}{2}Q_g V_g + \frac{1}{2}Q V_b - p e V_b \quad (2.6)$$

où Q_i et V_i sont la charge et la polarisation de l'îlot, c'est-à-dire $Q_i = -ne$ et $V_i = \frac{-ne + C_g V_g + C_{j1} V_b}{C_\Sigma}$, C_Σ étant la capacité totale de l'îlot, soit $C_{j1} + C_{j2} + C_g$ dans le cas du transistor SET.

Les paramètres connus sont : C_{j1} , C_{j2} , C_g , V_b , V_g . Exprimons l'énergie électrostatique du système en fonction de ces paramètres et des entiers n et p .

$$\begin{aligned} Q_g &= C_g(V_i - V_g) \quad \left[= -ne \frac{C_g}{C_\Sigma} + \frac{C_g C_{j1}}{C_\Sigma} V_b + \frac{C_g(C_\Sigma - C_g)}{C_\Sigma} V_g \right] \\ Q &= C_{j1}(V_i - V_b) \quad \left[= -ne \frac{C_{j1}}{C_\Sigma} + \frac{C_{j1}(C_\Sigma - C_{j1})}{C_\Sigma} V_b + \frac{C_g C_{j1}}{C_\Sigma} V_g \right] \end{aligned}$$

L'énergie électrostatique se calcule en fonction des paramètres n et p . V_P et V_g sont considérés comme des paramètres fixés, et ce sont les variations de l'énergie en fonction de n et de p qui vont nous intéresser :

$$\begin{aligned} E(n, p) &= \frac{e^2}{2C_\Sigma} \left(n - \frac{C_{j1} V_b}{e} - \frac{C_g V_g}{e} \right)^2 - p e V_b \\ &\quad + \text{termes indépendants de } n \text{ et de } p \end{aligned} \quad (2.7)$$

La notation $E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ sera utilisée par la suite.

Étudions maintenant le comportement d'un tel dispositif. Dans un premier temps, on considère que V_g et V_b sont à 0. En partant du couple (n, p) égal à $(0, 0)$, l'ajout d'un électron sur l'îlot demande une énergie $E(1, 0) - E(0, 0)$ soit E_C . Il n'y a pas dans le circuit d'élément permettant de fournir cette énergie, aucun électron ne pourra pénétrer (de la même façon sortir) de l'îlot. Le transistor est dans la situation de blocage. Considérons désormais que $V_b \neq 0$ alors le même phénomène demandera une énergie $E_C \left(1 - \frac{2C_{j1} V_b}{e} \right)$. Il y aura alors blocage tant que $V_b < \frac{e}{2C_{j1}}$. Au delà, un électron pourra entrer sur l'îlot.

Considérons maintenant que V_g n'est plus nulle. Il est possible de générer un courant en passant de l'état (n, p) à l'état $(n, p + 1)$, c'est-à-dire qu'un électron traverse successivement les deux jonctions tunnel. Dans ce cas, la variation d'énergie de cette transition est de eV_b . Cette variation d'énergie peut se scinder en deux termes : le premier étant la variation d'énergie liée au passage de l'état (n, p) à l'état $(n + 1, p)$ que l'on appellera ΔE_1 , le second étant celle liée au passage de l'état $(n + 1, p)$ à l'état $(n, p + 1)$ et qu'on notera ΔE_2 . D'après l'équation (2.7), on peut écrire les relations suivantes :

$$\Delta E_1 = E(n + 1, p) - E(n, p) = E_C \left(2n + 1 - \frac{2}{e} (C_{j1} V_b + C_g V_g) \right) \quad (2.8)$$

$$\Delta E_2 = E(n, p + 1) - E(n + 1, p) = -E_C \left(2n + 1 - \frac{2}{e} (C_{j1} V_b + C_g V_g) \right) - e V_b \quad (2.9)$$

Pour qu'un courant puisse circuler, il faut vérifier les 2 conditions : $\Delta E_1 < 0$ et $\Delta E_2 < 0$. Ainsi, en considérant que la tension de polarisation V_b est fixée et positive, on obtient une condition sur la tension de polarisation de grille pour que le transistor soit passant, c'est-à-dire que les électrons peuvent passer à travers le transistor :

$$\left(n + \frac{1}{2} \right) e - C_{j1} V_b < C_g V_g < \left(n + \frac{1}{2} \right) e + (C_\Sigma - C_{j1}) V_b \quad (2.10)$$

Ainsi, l'augmentation de la tension de polarisation induit une diminution de l'amplitude des oscillations, c'est-à-dire qu'il y a une augmentation des valeurs de tension de grille qui correspondent au mode passant et ce jusqu'au cas limite où, quelle que soit la polarisation de grille, le

transistor est passant. Ce cas limite survient si la polarisation est supérieure ou égale à $\frac{e}{C_\Sigma}$. En effet, dans ce cas, on a : $(n + 1 + \frac{1}{2})e - C_{j1}V_b = (n + \frac{1}{2})e + (C_\Sigma - C_{j1})V_b$.

Le fonctionnement d'un transistor SET peut donc se faire de deux façons : soit en fixant la tension de grille à la valeur nulle et en faisant varier la tension de polarisation. Un plateau sur la caractéristique $I(V_b)$ est observé pour $|V_b| < \frac{e}{C_\Sigma}$, qui correspond à une gamme de polarisation où le transistor SET est dans l'état bloquant. L'autre possibilité est de fixer la tension de polarisation et de faire varier la tension de grille. On va alors obtenir une alternance régulière d'états bloquant et passant pour le transistor SET. Il sera dans l'état passant pour les valeurs de V_g qui vérifient les inégalités (2.10) et l'intensité du courant généré dans ce cas sera fonction de V_b .

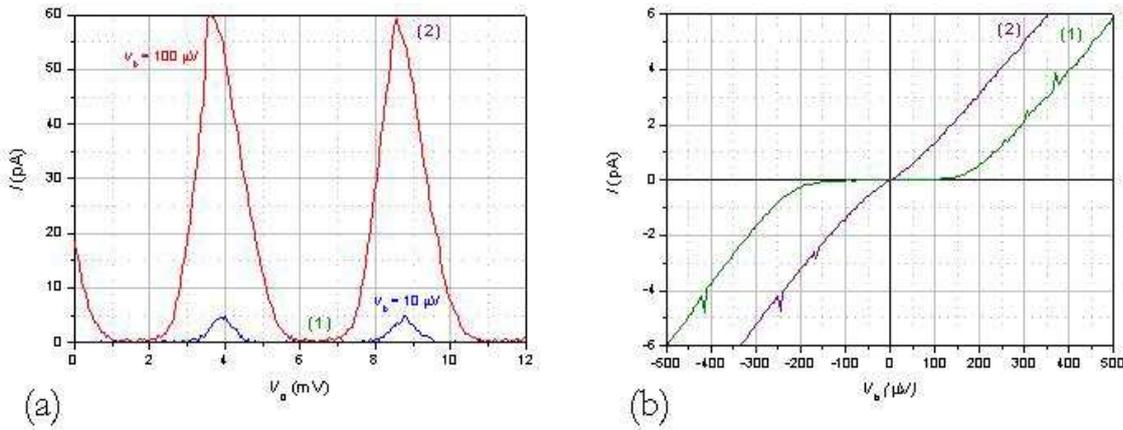


FIG. 2.4: Mesures effectuées sur un transistor SET fabriqué par le LPN. (a) Mesure d'oscillations de courant en fonction de V_g à 2 tensions de polarisations V_b . (b) Mesure de la caractéristique $I(V_b)$ pour deux valeurs de V_g différentes : (1) correspond à une situation où le transistor est bloquant, (2) à une situation où il est passant.

La figure 2.4 montre les résultats de mesures que nous avons effectuées sur un transistor SET fabriqué par le LPN². Deux types de mesures possibles sont distingués. Dans le cas du (a), il faut noter que l'amplitude des oscillations de courant dépend de la valeur de la tension de polarisation et que la période ne dépend que de la capacité de grille.

Le transistor SET est un dispositif qui permet de générer un courant où les électrons passent un par un, ou de bloquer ce courant. Ce dispositif permet un fonctionnement en mode "tout ou rien" du transfert d'électron dans lequel la valeur du courant n'est pas contrôlée. Dans l'objectif d'un étalon de courant, il faut pouvoir contrôler à la fois l'existence ou non du courant, mais aussi avoir la possibilité de le quantifier.

2.1.4 Application du blocage de Coulomb en métrologie

Le blocage de Coulomb, qui permet le contrôle des électrons théoriquement à l'unité près, intéresse grandement le monde de l'électronique. En effet, les dispositifs SET sont étudiés comme de potentiels successeurs des circuits traditionnels [56].

Une autre application envisagée pour des dispositifs reposant sur cet effet est la métrologie. Dans la mesure où il devient possible de contrôler le transfert d'électron à l'unité près, le blocage de Coulomb peut être étudié pour éventuellement servir d'étalon de courant.

²ces mesures ont été effectuées avec le montage expérimental décrit dans le chapitre 3, avec le CCC en mode de contre-réaction interne

En effet, comme cela a été vu, la métrologie électrique est aujourd'hui centrée sur les mesures de tension, de résistance et de capacité grâce à la maîtrise des effets Josephson et Hall quantique pour représenter le volt et l'ohm et à l'existence d'un étalon calculable. L'ampère manque d'un étalon de réalisation et de représentation. Les dispositifs à blocage de Coulomb pourraient donc combler cette lacune en ayant un étalon de représentation³. De plus, dans le cadre d'une éventuelle redéfinition des unités, l'ampère pourrait être défini par rapport à la charge élémentaire d'un électron e et, dans ce cas, il faudra une mise en pratique de la définition de l'unité, rôle qui pourrait être rempli par ces dispositifs si l'incertitude obtenue est suffisamment faible.

2.2 La pompe à électrons

La pompe à électrons est un dispositif particulier dont le principe repose sur le blocage de Coulomb. Il a été proposé par le groupe quantronique du CEA/Saclay [62], [63]. Il s'agit d'un circuit électrique interrompu par N jonctions tunnel, créant ainsi $N - 1$ îlots isolés du reste du circuit, comme représenté sur la figure 2.5. Chaque îlot est couplé capacitivement à une électrode appelée électrode de grille. On peut associer à chaque îlot i ($i = 1..N - 1$) un nombre d'électron en excès n_i , de façon analogue à ce qu'on définit dans le cas du transistor à un électron.

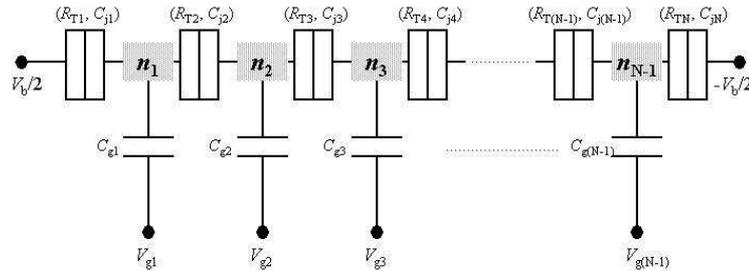


FIG. 2.5: Schéma électrique d'une pompe à électrons à N jonctions

Pour expliquer le fonctionnement de ces dispositifs, nous allons considérer le cas où $N = 3$ qui correspond aux dispositifs étudiés lors de cette thèse et est représenté sur le schéma de la figure 2.6. Ainsi que cela a été fait pour le transistor SET, l'étude de la pompe débute par le calcul des zones de stabilités énergétiques en fonction des configurations de charge des îlots. Pour ce faire, nous proposons de développer le calcul en prenant en compte, outre les paramètres usuels des jonctions et des grilles, les composantes liées aux capacités croisées. En effet, sur une pompe à électrons, les différents îlots sont très proches et il faut considérer qu'une grille n'est pas couplée capacitivement qu'à un seul îlot, mais aux deux, comme représenté sur la figure 2.6. Le formalisme utilisé pour ce calcul est analogue à celui proposé dans [64].

Définissons les différents termes dont nous allons avoir besoin par la suite :

- les capacités C_L, C_m, C_R et résistances R_{TL}, R_{Tm}, R_{TR} des jonctions ;
- les potentiels de part et d'autre de la pompe V_L, V_R ;
- les capacités de grilles C_{g1}, C_{g2} ;
- la polarisation des grilles V_{g1}, V_{g2} ;
- les termes de capacités croisées que l'on définit comme une fraction des capacités de grille : f_1 (f_2) qui caractérise le couplage entre la grille 1 (2) et l'îlot 2 (1)

Ces capacités croisées sont liées à la géométrie des lignes de grilles et à la surface que les électrodes des grilles ont au voisinage de l'îlot voisin. Elles sont problématiques pour le fonctionnement d'une pompe car en modifiant l'état de charge d'un îlot à l'aide d'une tension de grille ajustée, l'état de charge de l'îlot voisin peut être modifié. Comme cela sera montré par l'étude qui suit, ces capacités croisées induisent une déformation des zones de stabilité énergétique de chaque îlot de la

³étant donnée la définition actuelle de l'ampère, de tels dispositifs ne seront pas des réalisations de l'ampère

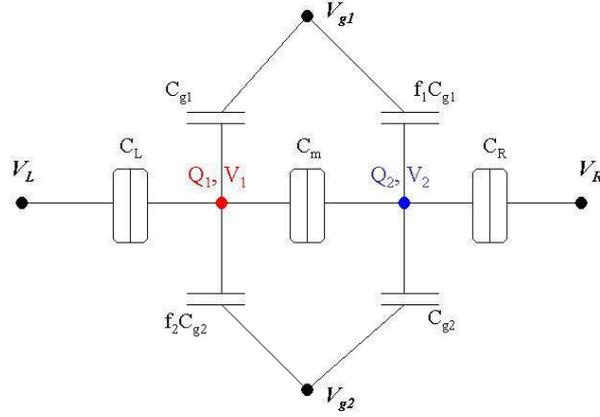


FIG. 2.6: Représentation d'une pompe à électrons à 3 jonctions

pompe.

On définit l'état de la pompe par les couples $((Q_1, V_1), (Q_2, V_2))$ qui représentent la charge et la polarisation des nœuds caractérisant les îlots 1 et 2.

2.2.1 Étude statique

L'étude statique d'une pompe à électrons consiste à étudier le fonctionnement de la pompe sans générer de courant. L'objectif est de déterminer certains paramètres de la pompe et ainsi de prévoir son mode de fonctionnement. Dans ce mode, la pompe se comporte comme un transistor SET composé de deux îlots, c'est-à-dire que soit le dispositif bloque les électrons soit les électrons passent, un par un, mais sans contrôle de l'intensité induite par ces transferts. L'étude statique est un mode de détection en "tout ou rien" du passage des électrons à travers le dispositifs.

Dans ce mode, nous considérons que les grilles sont polarisées par des tensions continues. De façon analogue à l'étude menée pour le transistor, nous allons considérer que nous sommes à température et à tension de polarisation nulles. Cela se traduit par : $V_L = V_R = 0$ et nous allons nous intéresser aux propriétés électrostatiques du système. Pour cela, exprimons la charge sur les nœuds 1 et 2. La charge sur un nœud est la somme des charges sur toutes les capacités connectées au nœud i :

$$Q_i = \sum_{k=0}^N c_{ik}(V_i - V_k)$$

avec V_i le potentiel électrostatique du nœud i , c_{ik} la capacité entre le nœud i et le nœud k en considérant qu'il y a N conducteurs dans le circuit.

On peut exprimer sous une forme matricielle ce système :

$$\vec{Q} = [\mathbf{C}]\vec{V}$$

$[\mathbf{C}]$ est appelé la matrice capacité.

L'énergie électrostatique du système est la somme des énergies électrostatiques de chacune des capacités et peut être écrite sous la forme :

$$E = \frac{1}{2}\vec{V}[\mathbf{C}]\vec{V} = \frac{1}{2}\vec{V}\vec{Q} = \frac{1}{2}\vec{Q}[\mathbf{C}]^{-1}\vec{Q}$$

Ce formalisme est appliqué à l'étude de la pompe, les charges sur les deux îlots s'expriment alors par les relations :

$$\begin{cases} Q_1 = C_L(V_1 - V_L) + C_m(V_1 - V_2) + C_{g1}(V_1 - V_{g1}) + f_2 C_{g2}(V_1 - V_{g2}) \\ Q_2 = C_R(V_2 - V_R) + C_m(V_2 - V_1) + f_1 C_{g1}(V_2 - V_{g1}) + C_{g2}(V_2 - V_{g2}) \end{cases} \quad (2.11)$$

Les notations suivantes sont définies pour la suite :

$$\begin{cases} C_1 = C_L + C_m + C_{g1} + f_2 C_{g2} \\ C_2 = C_R + C_m + f_1 C_{g1} + C_{g2} \end{cases} \quad (2.12)$$

Avec ces notations, on peut réécrire l'équation (2.11) sous la forme :

$$\begin{pmatrix} Q_1 + C_L V_L + C_{g1} V_{g1} + f_2 C_{g2} V_{g2} \\ Q_2 + C_R V_R + f_1 C_{g1} V_{g1} + C_{g2} V_{g2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & -C_m \\ -C_m & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Pour la suite, la polarisation est considérée nulle, soit $V_L = V_R = 0$ et on note :

$$\vec{V}_i = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}, \vec{Q}_i = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix}, \vec{V}_g = \begin{pmatrix} V_{g1} \\ V_{g2} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Ce qui permet d'écrire, d'après l'équation 2.13 :

$$\vec{Q}_i = [\mathbf{C}_{ii}] \vec{V}_i + [\mathbf{C}_{ig}] \vec{V}_g \quad (2.15)$$

Soit :

$$\vec{V}_i = [\mathbf{C}_{ii}]^{-1} (\vec{Q}_i - [\mathbf{C}_{ig}] \vec{V}_g) \quad (2.16)$$

Avec :

$$[\mathbf{C}_{ii}]^{-1} = \frac{1}{C_1 C_2 - C_m^2} \begin{pmatrix} C_2 & C_m \\ C_m & C_1 \end{pmatrix} ; [\mathbf{C}_{ig}] = - \begin{pmatrix} C_{g1} & f_2 C_{g2} \\ f_1 C_{g1} & C_{g2} \end{pmatrix}$$

La variation de l'énergie électrostatique due aux îlots s'exprime sous la forme :

$$E = \frac{1}{2} \vec{V}_i \mathbf{C}_{ii} \vec{V}_i \quad (2.17)$$

Ce qui donne, après calculs, en utilisant l'équation (2.16) :

$$\begin{aligned} E = \frac{1}{C_1 C_2 - C_m^2} & \left[\frac{1}{2} (C_2 Q_1^2 + C_1 Q_2^2) + C_m Q_1 Q_2 \right. \\ & + V_{g1} C_{g1} ((C_2 + f_1 C_m) Q_1 + (C_m + f_1 C_1) Q_2) \\ & \left. + V_{g2} C_{g2} ((C_m + f_2 C_2) Q_1 + (C_1 + f_2 C_m) Q_2) \right] \\ & + \text{termes indépendants de } (Q_1, Q_2) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Soit, en posant $Q_1 = -n_1 e$ et $Q_2 = -n_2 e$, avec n_1 et n_2 les électrons en excès respectivement sur l'îlot 1 et 2 :

$$\boxed{E(n_1, n_2) = \frac{e}{C_1 C_2 - C_m^2} \left[\frac{e}{2} (C_2 n_1^2 + C_1 n_2^2) + e C_m n_1 n_2 \right.} \\ \left. - V_{g1} C_{g1} ((C_2 + f_1 C_m) n_1 + (C_m + f_1 C_1) n_2) \right. \\ \left. - V_{g2} C_{g2} ((C_m + f_2 C_2) n_1 + (C_1 + f_2 C_m) n_2) \right] \\ + \text{termes indépendants de } (n_1, n_2)} \quad (2.19)$$

L'obtention de toutes les frontières du domaine de stabilité de $(0, 0)$ (cf. figure 2.7) se calcule à l'aide de la formule donnée par l'équation 2.19 en écrivant les différents équilibres :

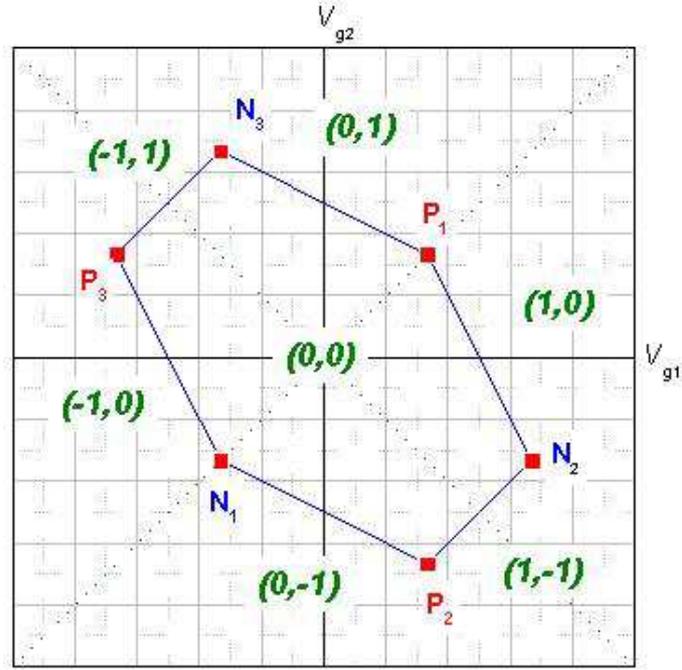


FIG. 2.7: Représentation d'une maille élémentaire du réseau de points triples dans le cas où $C_L = C_m = C_R$, et sans capacité croisée

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(1,0)$

$$V_{g2} = -\frac{C_{g1} C_2 + f_1 C_m}{C_{g2} C_m + f_2 C_2} V_{g1} + \frac{e}{2} \frac{C_2}{C_{g2} (C_m + f_2 C_2)} \quad (2.20)$$

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(0,1)$

$$V_{g2} = -\frac{C_{g1} C_m + f_1 C_1}{C_{g2} C_1 + f_2 C_m} V_{g1} + \frac{e}{2} \frac{C_1}{C_{g2} (C_1 + f_2 C_m)} \quad (2.21)$$

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(-1,0)$

$$V_{g2} = -\frac{C_{g1} C_2 + f_1 C_m}{C_{g2} C_m + f_2 C_2} V_{g1} - \frac{e}{2} \frac{C_2}{C_{g2} (C_m + f_2 C_2)} \quad (2.22)$$

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(0,-1)$

$$V_{g2} = -\frac{C_{g1} C_m + f_1 C_1}{C_{g2} C_1 + f_2 C_m} V_{g1} - \frac{e}{2} \frac{C_1}{C_{g2} (C_1 + f_2 C_m)} \quad (2.23)$$

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(1,-1)$

$$V_{g2} = -\frac{C_{g1} C_2 - f_1 C_1 + (f_1 - 1) C_m}{C_{g2} f_2 C_2 - C_1 + (1 - f_2) C_m} V_{g1} + \frac{e}{2} \frac{C_1 + C_2 - 2C_m}{C_{g2} (f_2 C_2 - C_1 + (1 - f_2) C_m)} \quad (2.24)$$

– Équilibre entre $(0,0)$ et $(-1,1)$

$$\mathbf{V}_{g2} = -\frac{C_{g1} C_2 - f_1 C_1 + (f_1 - 1) C_m}{C_{g2} f_2 C_2 - C_1 + (1 - f_2) C_m} \mathbf{V}_{g1} - \frac{e}{2} \frac{C_1 + C_2 - 2C_m}{C_{g2} (f_2 C_2 - C_1 + (1 - f_2) C_m)} \quad (2.25)$$

L'équation de six droites qui correspondent chacune à l'équilibre électrostatique de deux configurations électroniques des îlots est ainsi obtenue. Cela signifie qu'en dehors de ces droites, on a une configuration (n_1, n_2) donnée qui est électrostatiquement stable, ce qui correspond à une zone de blocage : aucun transfert d'électron vers ou depuis l'un des îlots ne diminuera l'énergie électrostatique. En revanche, au niveau de ces droites, il y aura un transfert d'électrons. Ces droites sont en fait des segments interrompus par l'intersection de 3 domaines de stabilité (n_1, n_2) . A cette intersection, se trouve un point, appelé point triple, où la pompe est en mode passant, c'est-à-dire qu'elle va générer du courant. Ces points sont représentés sur la figure 2.7 dans un cas particulier. Ces équations permettent de voir l'influence des capacités croisées ainsi que d'éventuelles dissymétries sur les capacités des jonctions sur la forme du réseau, comme cela sera vu dans un cas expérimental dans la partie 4.2.1.3.

Ainsi, une pompe à électrons présente dans le plan $(\vec{V}_{g1}, \vec{V}_{g2})$ des surfaces de blocage, des segments de transfert d'électron entre les îlots ou entre les réservoirs et l'un des îlots et des points de passage. Ainsi, si l'on trace une caractéristique $I(V_P)$ pour un couple (V_{g1}, V_{g2}) donné, on aura soit un comportement quasi ohmique si l'on est sur un point triple, soit un plateau de blocage si l'on est dans une surface de stabilité d'un couple (n_1, n_2) .

De plus, ce diagramme de stabilité présente, quelle que soit la configuration géométrique de la pompe, une symétrie par rapport à l'origine, ou plus précisément par rapport au centre de l'hexagone qui forme la maille élémentaire, et, dans le cas particulier où les capacités croisées sont nulles ($f_1 = f_2 = 0$) et où $C_L = C_m = C_R$ et $C_{g1} = C_{g2}$, les diagonales sont axes de symétrie.

Les calculs présentés ont été effectués à polarisation nulle, ce qui n'est pas vérifié expérimentalement. Par conséquent, à la place des points triple, les domaines où la pompe est dans l'état passant sont des triangles. La surface de ces triangles augmente avec la polarisation, comme cela se vérifie expérimentalement sur la figure 2.8.

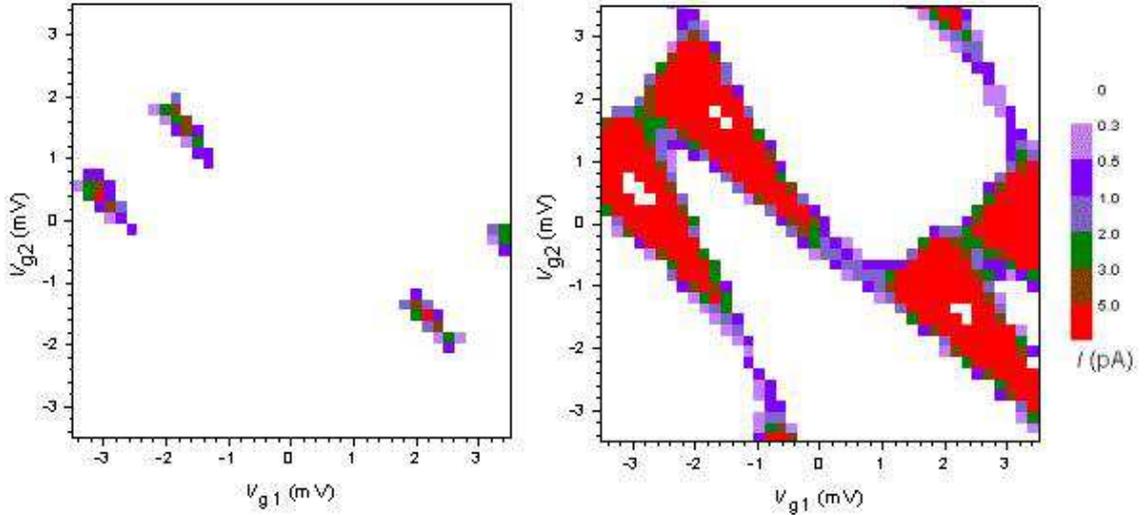


FIG. 2.8: Réseaux de points triples mesurés sur une R-pompe à 3 jonctions à une température électronique d'environ 100 mK et avec une tension de polarisation de 200 μV à gauche et de 500 μV à droite. La fenêtre de mesure dans le plan $(\vec{V}_{g1}, \vec{V}_{g2})$ ne permet pas d'avoir une maille complète. Le principe de la mesure est détaillée dans le chapitre 4.

2.2.2 Étude dynamique

Le mode dynamique est le mode de pompage proprement dit. En effet, c'est dans ce cadre qu'une fréquence f va être appliquée au dispositif afin qu'il génère un courant quantifié directement proportionnel à cette fréquence⁴. Il s'agit d'un courant électron par électron généré en pompant les électrons d'un bord à l'autre du dispositif en passant par les deux îlots et les trois jonctions tunnel.

La polarisation des grilles avec une composante continue permet de déterminer les zones de stabilités d'un domaine (n_1, n_2) . Imaginons maintenant que nous nous plaçons au voisinage d'un point triple tel que nous l'avons défini précédemment. Prenons par exemple, le point P_1 que l'on définit comme le point lié aux zones de stabilité $(0, 0)$, $(1, 0)$ et $(0, 1)$ et représenté sur la figure 2.9.

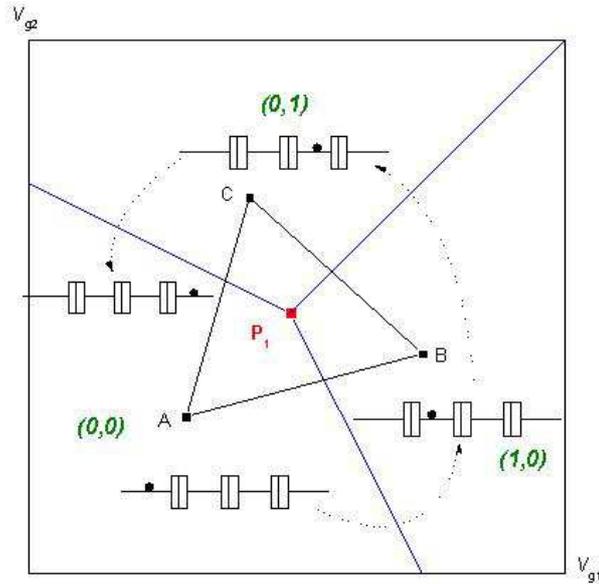


FIG. 2.9: Principe du pompage autour d'un point triple

En partant du point A, qui est un point où l'état $(0, 0)$ est stable, la modification de l'état de charge des grilles peut se faire via les polarisations de grille, afin d'atteindre le point B où c'est l'état $(1, 0)$ qui sera stable. Lors du passage de A vers B un électron et un seul a franchi la jonction 1 et uniquement celle-là. Il est ensuite possible, de la même façon de faire passer un électron à travers la jonction 2 de l'îlot 1 à l'îlot 2 pour arriver au point C, dans l'état stable $(0, 1)$. Enfin, il est possible de revenir au point A en faisant passer un électron à travers la jonction 3. L'enchaînement d'événements tunnels ayant permis de passer de A à A montre qu'un électron et un seul a traversé l'ensemble de la pompe. Si ce cycle est répété à une fréquence donnée f , un électron passera par cycle, générant ainsi un courant électron par électron de valeur ef où e est la charge élémentaire d'un électron.

Par ailleurs, si le cycle est parcouru dans l'autre sens ($A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$), le courant généré sera identique à celui de la séquence précédente mais de sens inversé. De même, si on considère l'un des trois points voisins du point P_1 sur la figure 2.7, et que la même séquence est effectuée, dans le sens anti horaire, le courant sera inversé. Cela explique la séparation des points triples en deux catégories : les points P qui dans une séquence anti-horaire font transférer les électrons de la gauche vers la droite et les points N qui, dans une séquence analogue transfèrent les électrons de la droite vers la gauche.

D'un point de vue pratique l'utilisation de la pompe en mode dynamique nécessite de pouvoir effectuer la séquence de transfert des électrons à une fréquence donnée [65]. Pour cela,

⁴ce type de relation est très intéressant d'un point de vue métrologique car la métrologie des grandeurs temporelles est à des niveaux d'incertitude inférieurs à 10^{-12} . Ainsi, il est préférable de convertir une mesure d'une grandeur comme l'intensité du courant à une mesure d'une fréquence

il faut d'une part polariser en tension continue chacune des deux grilles pour se situer sur un point triple et d'autre part appliquer un signal périodique. L'une des voies possibles est d'envoyer un signal triangulaire déphasé sur les grilles. L'autre voie, qui sera utilisée par la suite dans cette étude, est d'envoyer un signal sinusoïdal sur chacune des grilles, le second étant déphasé de ϕ par rapport au premier. Ainsi, en mode dynamique, la polarisation des grilles est de la forme suivante :

$$\begin{cases} V_{g1} = V_{g1PT} + A \cos(\omega t) \\ V_{g2} = V_{g2PT} + A \cos(\omega t + \phi) \end{cases} \quad (2.26)$$

De cette façon, on décrit une ellipse autour du point triple qui permet, en fonction de la valeur de ϕ , de générer un courant d'intensité $\pm ef$. L'ordre de grandeur de l'intensité du courant généré par une pompe est de 0.16 pA/MHz.

Dans ce cas, la caractéristique $I(V_b)$ du dispositif est ohmique à forte tension de polarisation et présente un plateau sur une gamme de polarisation⁵, plateau sur lequel le courant est quantifié à la valeur $\pm ef$. Ces caractéristiques sont appelées marches de courant.

2.3 Les sources d'erreur d'une pompe à électrons

Pour pouvoir être utilisée dans un cadre métrologique, il faut être capable d'estimer l'erreur d'une pompe à électrons, c'est-à-dire quantifier un éventuel écart à ef . Les différents événements qui peuvent perturber l'événement tunnel attendu ont été étudiés dans un premier temps dans [62] puis les calculs sur l'incertitude attendue d'une pompe à électrons ont été effectués au NIST par Jensen et Martinis [66]. La démarche et les résultats présentés dans cette partie sont issus de ces calculs. On considère une pompe à électrons définie par les paramètres suivants :

- N : nombre de jonctions tunnel
- R_T : résistance tunnel d'une jonction
- C : capacité d'une jonction
- f : fréquence de pompage
- U : tension de polarisation de la pompe

Par ailleurs, dans cette partie, les jonctions seront considérées comme étant toutes identiques, c'est-à-dire ayant la même capacité de jonction et la même résistance tunnel. De plus, les capacités de grille sont considérées comme négligeable devant les capacités de jonction. Enfin, on utilise les notations suivantes pour l'expression des calculs : $u = \frac{UC}{e}$, $q_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}(N-1)R_T C f}$ et $E_C = \frac{e^2}{2C}$.

Trois phénomènes peuvent principalement modifier le transfert des électrons par effet tunnel à travers la pompe : l'effet dû à l'augmentation de la fréquence de pompage, l'effet dû à la température des électrons au niveau des jonctions tunnel et enfin l'effet de cotunneling, que nous allons commencer par présenter.

REMARQUE :

Il peut être bon avant de commencer l'exposé des sources d'erreur de présenter quelques ordres de grandeur relatifs aux pompes à électrons. Celles-ci génèrent un courant quantifié à la valeur ef . Si la fréquence est de 62.4 MHz, ce courant sera donc de 10 pA. Une incertitude relative de 10^{-8} sur ce courant équivaut à une incertitude absolue de 0.1 aA ou, exprimée autrement, cela signifie aussi que l'on peut "rater" au maximum 0.6 électron par seconde.

2.3.1 Le cotunneling

2.3.1.1 Présentation du cotunneling

Le cotunneling est présenté théoriquement dans [54] (ch. 6 : D.V. Averin and Y.N. Nazarov) et dans [66]. Il s'agit d'un transfert d'électrons qui modifie le courant généré par le dispositif

⁵cette gamme de polarisation dépend des paramètres du dispositif. Sa taille sera dépendante des causes d'erreur étudiées par la suite, et en particulier du cotunneling

SET.

Pour présenter le cotunneling, nous allons revenir pour un temps sur l'étude du transistor SET amorcée au début de ce chapitre. On considère donc un circuit tel que celui de la figure 2.3. Nous utilisons les variables n et p respectivement nombre d'électrons en excès sur l'îlot et nombre d'électrons ayant traversé le dispositif et qui vont être notées dans la suite (n, p) . On veut passer de l'état $(0, 0)$ à l'état $(0, 1)$. Dans un tel circuit, sous certaines conditions, ce changement d'état s'opère en passant par l'état $(1, 0)$. Considérons maintenant que nous sommes dans la situation de blocage de Coulomb et dont le diagramme énergétique est représenté sur la figure 2.10.

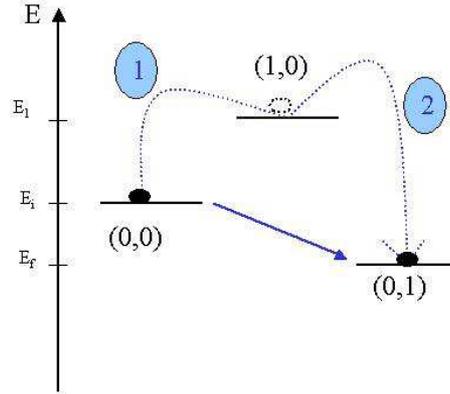


FIG. 2.10: Diagramme énergétique dans une situation de cotunneling pour un transistor SET

Les notations prises pour la suite sont : l'état initial $(0, 0)$ a l'énergie E_i , l'état final $(0, 1)$ a l'énergie E_f , l'état intermédiaire $(1, 0)$ a l'énergie E_1 . Le transistor est polarisé en tension à V_b . Dans le cas considéré, on a :

$$\begin{cases} \Delta E_{i1} = E_1 - E_i > 0 \\ \Delta E_{if} = E_f - E_i = -eV_b \end{cases} \quad (2.27)$$

Dans une telle configuration, le transfert d'électron par effet tunnel est bloqué. En effet, le transfert par effet séquentiel est interdit par la blocage de Coulomb, en revanche il est alors possible d'envisager un processus plus complexe qui va permettre de passer de l'état initial à l'état final par l'intermédiaire d'états de charge "virtuels" des îlots. Ici, l'état intermédiaire "virtuel" est l'état $(1, 0)$. Cet état que l'on nomme abusivement "virtuel" est en fait inaccessible d'un point de vue énergétique. Mais si on considère le principe d'Heisenberg, l'électron peut être dans un état *a priori* interdit s'il y reste un temps inférieur ou de l'ordre de grandeur de $\tau_{ct} = \hbar/\Delta E_{i1}$. Cela signifie que les étapes 1 et 2 représentées sur la figure 2.10 se déroulent simultanément, ce qui justifie la dénomination de cet effet appelé **cotunneling**.

Il est important de noter que dans le cas des jonctions tunnels prises pour le blocage de Coulomb qui vérifient la relation $R_T > R_K$, l'hypothèse de la théorie orthodoxe considérant que la constante de temps de l'événement tunnel était négligeable devant les autres constantes de temps n'est plus vérifiée. Ainsi, le cotunneling est un phénomène qui ne peut être décrit avec la théorie orthodoxe.

Dans la transition envisagée, il y a deux états intermédiaires possibles :

- l'état $(1, 0)$ si l'étape 1 se produit avant l'étape 2 ;
- l'état $(-1, 1)$ si l'étape 2 se produit avant l'étape 1.

Les deux événements permettant le transfert de charge entre l'état initial et l'état final ne peuvent pas être séparés l'un de l'autre du fait de ce caractère "virtuel" de l'état intermédiaire qui induit une augmentation de l'énergie électrostatique. Il est ensuite possible de calculer un taux de transfert de cotunneling Γ_{ct} et d'en déduire un courant de cotunneling $I_{ct} = e\Gamma_{ct}$. Il faut pour cela prendre en

compte tous les états intermédiaires possibles (2 dans l'exemple du transistor SET).

Qu'en est-il du cotunneling dans une pompe à électrons? Le cas est étudié et détaillé dans [66]. Il faut alors considérer un transfert entre l'état initial et l'état final induisant plusieurs états intermédiaires. Reprenons par exemple la séquence proposée par Jensen et Martinis dans leur article. Le passage de l'état initial i à l'état final f se fait via deux états intermédiaires s_1 et s_2 .

| | | | | |
|-------------|-----------------|-------------------|-------------------|--------------|
| Événement : | j_1 | j_2 | j_3 | |
| État : | $i \Rightarrow$ | $s_1 \Rightarrow$ | $s_2 \Rightarrow$ | f |
| | δE_1 | δE_2 | δE_3 | |
| Énergie : | 0 | ΔE_1 | ΔE_2 | ΔE_3 |

En considérant que l'énergie ΔE_1 associée à l'état intermédiaire s_1 est positive, le système est dans un régime de blocage et l'événement tunnel j_1 ne peut se produire. L'état s_1 peut alors être considéré comme un état "virtuel" au sens du cotunneling. Dans le cas où ΔE_3 est quant à elle négative, il est alors possible d'envisager que trois événements tunnels ont lieu simultanément pour arriver à l'état final. Dans ce cas, toutes les permutations entre les états intermédiaires sont à considérer, c'est-à-dire dans l'exemple considéré les six possibilités de faire la séquence (j_1, j_2, j_3) . Cela peut se généraliser en prenant en compte, pour une transition à n états intermédiaires, $n!$ permutations possibles. Ces différents chemins envisageables sont utiles pour le calcul du taux de transfert de cotunneling qui ne sera pas détaillé ici.

2.3.1.2 Calcul de l'erreur due au cotunneling

On considère que les N jonctions de la pompe sont séparées en deux groupes : la jonction polarisée qui est concernée par l'effet tunnel recherché et les autres jonctions non polarisées.

Deux processus sont négligés : le processus par lequel il y a plus d'un électron qui passe simultanément par effet tunnel à travers une même jonction et le processus qui inclut un certain nombre de jonctions non polarisées où les événements ont lieu dans un sens et les autres jonctions dans un autre sens. Il est justifié de considérer ces hypothèses dans un certain domaine de polarisation dans lequel nous nous placerons par la suite.

En s'intéressant au cotunneling d'ordre n , c'est-à-dire, qu'il y a eu n événements tunnel à travers n jonctions, il est possible de distinguer 6 groupes : $(+, +n-1)$, $(+, -n-1)$, $(-, +n-1)$, $(-, -n-1)$, $(0, +n)$ et $(0, -n)$ où le premier élément concerne la jonction polarisée et le second les autres jonctions, les signes indiquant le sens de transfert des électrons à travers d'une part la jonction polarisée et d'autre part à travers les autres jonctions (comme énoncé ci-dessus, on considère que toutes les jonctions non polarisées ont un transfert d'électrons dans le même sens).

Pour chacun de ces processus, le calcul de la variation d'énergie due aux transferts des n électrons donne une gamme de polarisation où l'événement de cotunneling⁶ peut arriver. Le calcul de l'erreur de cotunneling est fait dans le domaine :

$$\left| \frac{UC}{e} \right| < \frac{N-2}{2N} \quad (2.28)$$

REMARQUE :

Pour des conditions réalistes, par exemple $C = 150$ aF, cette formule donne une tension limite d'environ $180 \mu V$ pour 3 jonctions, de $320 \mu V$ pour 5 jonctions et de $380 \mu V$ pour 7 jonctions.

Dans le calcul, l'hypothèse est faite que le cotunneling d'ordre N est négligeable devant le cotunneling d'ordre $N-1$, les autres ordres de cotunneling ne pouvant se produire dans la gamme de polarisation étudiée. Dans ce cas, l'erreur due au cotunneling d'ordre $N-1$ est :

$$\epsilon_{ct} = \frac{N^{2N-2}}{2\pi^{2N-4}[(N-2)!]^2(2N-3)!} \frac{(R_K/R_T)^{N-1}}{R_K C f} (u - q_0)^{2N-3} \quad (2.29)$$

⁶on appelle événement de cotunneling le processus permettant le transfert simultané de n électrons à travers n jonctions

L'approximation de négliger le cotunneling d'ordre N est valide dans la gamme de polarisation définie par $|u - q_0| \gtrsim 0.1$. La figure 2.11 représente les tensions où les calculs d'erreur du cotunneling effectués par Jensen et Martinis sont corrects en fonction de la fréquence de pompage et pour différents nombres de jonction : il s'agit de la zone comprise entre la courbe en pointillé et la droite en tiret.

Nous considérerons toutefois que l'équation 2.29 est valide dans tout l'intervalle de tension où le calcul est effectué (cf. équation 2.28), étant donné que ce n'est pas le calcul exact de l'erreur qui nous intéresse ici, mais un ordre de grandeur des erreurs possibles d'une pompe.

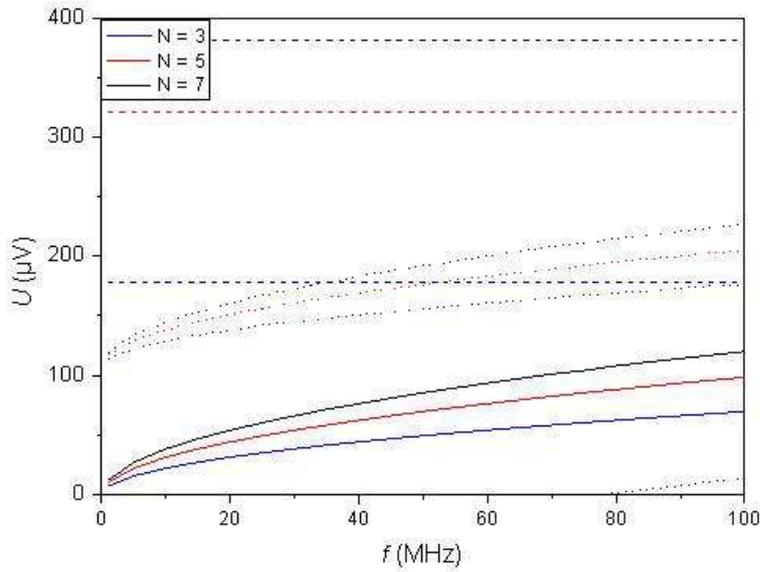


FIG. 2.11: Lignes continues : évolution de q_0e/C en fonction de la fréquence de pompage. Lignes en tirets : tension de polarisation limites entre lesquelles est valide le calcul d'erreur de cotunneling. Lignes en pointillés : entre ces deux lignes pointillés, l'approximation de négliger le cotunneling d'ordre N n'est plus correcte. Les paramètres de la pompe sont : $C=150$ aF, $R=90$ k Ω

2.3.2 Les autres causes d'erreur

2.3.2.1 Les effets de fréquence

Chaque jonction tunnel étant caractérisée par une capacité et une résistance tunnel, on peut définir un temps caractéristique $\tau_T = R_T C$ de l'événement tunnel. D'après la théorie orthodoxe du blocage de Coulomb, ce temps doit être très inférieur aux autres temps caractéristiques. On obtient ainsi une première limite sur la fréquence de pompage : $f \ll (R_T C)^{-1}$. Dans le cas des jonctions tunnel que nous avons sur les pompes mesurées lors de cette thèse, l'ordre de grandeur de cette fréquence est de quelques dizaines de gigahertz.

Outre cette limite intrinsèque du dispositif, il faut remarquer que la fréquence de pompage intervient dans l'expression de l'erreur due au cotunneling ainsi qu'à celle due aux fluctuations thermiques.

Un autre effet dû à la fréquence de pompage est le lien avec l'erreur de cotunneling présentée dans la partie précédente. En effet, d'après l'expression 2.29, il existe une polarisation qui minimise le cotunneling⁷ : $u = q_0$. Or la valeur de q_0 est directement liée aux paramètres de la jonction ainsi qu'à la fréquence de pompage ($q_0 \propto \sqrt{f}$), comme cela est montré sur la figure 2.11.

⁷ il s'agit d'une annulation numérique du cotunneling d'ordre $N - 1$ et à cette polarisation il faudrait théoriquement faire le calcul du cotunneling d'ordre N qui est minimum à cette polarisation

Ainsi, il existe une polarisation de la pompe qui minimise l'erreur et cette polarisation augmente en augmentant la fréquence de pompage, ce qui justifiera par la suite la nécessité d'appliquer une polarisation pour certaines fréquences de pompage⁸.

De plus, en augmentant la fréquence, des processus de cotunneling d'ordre inférieurs peuvent survenir. Plus la fréquence va augmenter, plus la probabilité qu'un de ces événements de cotunneling d'ordre inférieur se produise sera grande. L'erreur due à cet effet suit la relation :

$$\epsilon_f = \exp\left(-\frac{N-1}{2N^2} \frac{1}{R_T C f} \left(\frac{\Delta Q}{e}\right)^2\right) \quad (2.30)$$

Dans la mesure où $|U| < 0.1e/C$, soit en reprenant les paramètres utilisés pour la figure 2.11, pour une tension inférieure à 110 μV , Jensen et Martinis [66] montrent qu'une bonne estimation est donnée par $\Delta Q \sim 0.8e$.

Notons enfin un dernier effet lié à la fréquence : l'augmentation de la température électronique [62], [63]. En effet, à basse fréquence, le transfert d'électron se fait de façon réversible et sans échange de chaleur (transfert adiabatique). En augmentant la fréquence, le pompage devient dissipatif et les transferts peuvent se produire de façon non contrôlée. Une présentation des effets de chauffage dans les dispositifs à basse température est disponible dans [67].

2.3.2.2 L'effet thermique

Les calculs des taux de transfert tunnel et donc du courant sont effectués à température nulle. Dans le cas expérimental, cela n'est évidemment pas le cas, c'est pourquoi il est nécessaire de quantifier l'erreur de transfert des électrons à la température électronique de l'échantillon et d'étudier l'influence de fluctuations thermiques. Il est en effet possible d'avoir un transfert d'électrons activé thermiquement.

L'activation thermique peut induire une séquence de transition, de façon analogue à ce qui se produit avec le cotunneling. Entre l'état de la pompe et l'état activé thermiquement, on définit un écart énergétique ΔE . La probabilité d'avoir l'état activé thermiquement occupé est de la forme $\exp(-\Delta E/k_B T)$.

Pour N impair :

$$\epsilon_{th} = \frac{e}{8} \frac{(N-1)!}{\left[\left(\frac{N-1}{2}\right)!\right]^2} \frac{k_B T}{E_C} \frac{1}{R_T C f} \exp\left(-\frac{E_C}{k_B T} \left(\frac{(N-1)^2}{4N} - |u|\right)\right) \quad (2.31)$$

Pour N pair :

$$\epsilon_{th} = \frac{e}{2} \frac{(N-1)!}{\left(\frac{N}{2}-1\right)!\left(\frac{N}{2}\right)!} \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{k_B T}{E_C} \frac{1}{R_T C f} |u| \exp\left(-\frac{E_C}{k_B T} \left(\frac{N-2}{4} - |u| \frac{N-2}{N-1}\right)\right) \quad (2.32)$$

pour $|u| \gtrsim (kT/E_C)/2(N-1)$, c'est-à-dire, pour une température de 100 mK, $|u| \gtrsim 6.5 \mu\text{V}$ pour 3 jonctions, $|u| \gtrsim 3.2 \mu\text{V}$ pour 5 jonctions et $|u| \gtrsim 2.1 \mu\text{V}$ pour 7 jonctions.

En pratique, cependant, la température à laquelle seront faites les mesures permet de négliger cet effet devant le cotunneling.

2.3.2.3 L'effet tunnel photo-assisté

En plus des trois effets mentionnés précédemment qui peuvent induire des transferts d'électrons non désirés, notons l'existence de l'effet tunnel photo-assisté, lié à la prise en compte

⁸se reporter au chapitre 4 et en particulier à la figure 4.6 où ce décalage en polarisation est visible sur les marches de courant

de l'environnement électromagnétique du dispositif (câblage, sources de rayonnement...). Le transfert d'électrons indésirable est possible si l'énergie du rayonnement électromagnétique à la fréquence f est supérieure à l'énergie thermique à la température de Coulomb T_C , ce qui se traduit par : $f \geq (k_B/h)T_C$. Ce qui signifie que par exemple pour une température de Coulomb de 1 K, un rayonnement supérieur à 20 GHz pourra être à l'origine de transferts d'électrons non désirés. Si $T_C=5$ K, cette fréquence passe à 100 GHz. Du fait de ce rayonnement, la température des électrons devient supérieure à la température du réseau de phonons.

Nous verrons dans la partie 3.5.2, consacrée au montage expérimental, quelles précautions ont été prises pour limiter cet effet.

2.3.3 Erreur totale d'une pompe

L'erreur totale de la pompe sera ici entendue comme probabilité d'avoir une erreur dans le transfert d'électron par cycle de pompage. Cette erreur sera considérée comme égale à la somme des contributions du cotunneling, de la fréquence de pompage et de la température aux transferts d'électrons non voulus. L'effet de la température peut être considéré comme négligeable dans les domaines considérés. L'effet tunnel photo-assisté ne sera pas pris en compte dans ce calcul.

Différents paramètres interviennent dans les relations d'erreur, en particulier le nombre N de jonctions formant la pompe et les paramètres des jonctions, à savoir la résistance tunnel R_T et la capacité de la jonction C_j . Un aperçu de l'influence de ces paramètres peut donner des idées sur l'orientation à suivre en terme de conception et de fabrication des dispositifs.

2.3.3.1 Influence du nombre de jonctions

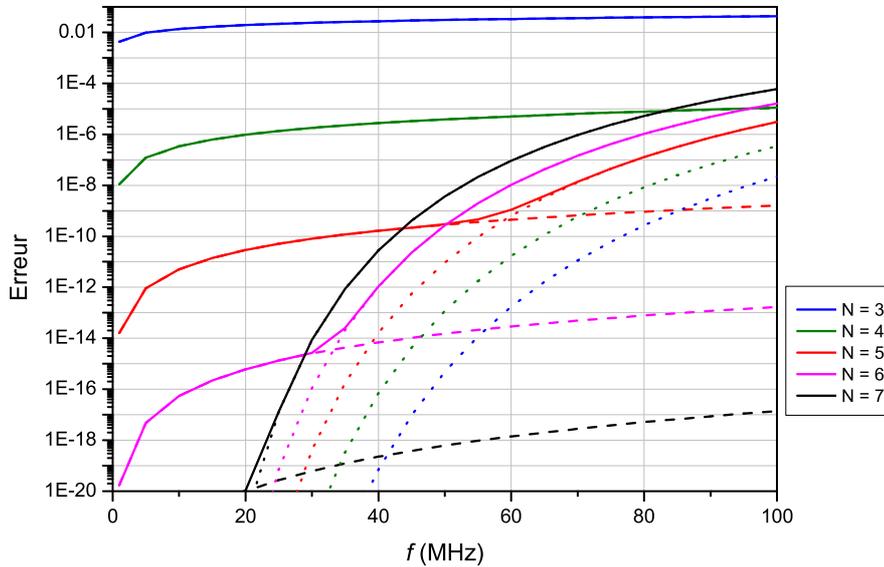


FIG. 2.12: Erreur totale d'une pompe à électrons à N jonctions avec $R_T = 90 \text{ k}\Omega$, $C_j = 150 \text{ aF}$ ($1/(R_T C_j) \sim 75 \text{ GHz}$), $T = 100 \text{ mK}$ et à polarisation nulle. Les droites en pointillé représente l'erreur de fréquence, celles en tiret correspondent à l'erreur de cotunneling

la figure 2.12 représente pour différentes fréquence l'influence du nombre de jonctions sur l'erreur attendue de la pompe à électrons en fonction de la fréquence de pompage appliquée.

L'augmentation de la fréquence de pompage implique une diminution de l'exactitude de la pompe, et ce quel que soit le nombre de jonctions.

Par ailleurs, on distingue, à paramètres de jonctions fixés et à polarisation nulle, qu'il existe deux régimes d'erreur quand on augmente la fréquence de pompage. Dans un premier temps, c'est le cotunneling qui domine sur l'erreur de fréquence puis, à partir d'une certaine fréquence, le rapport s'inverse. Les comportements de l'erreur de cotunneling et de celle de fréquence en fonction du nombre de jonctions sont inverses : pour le cotunneling, une augmentation du nombre de jonctions diminuera la probabilité qu'un électron traverse l'ensemble de la pompe alors qu'en augmentant la fréquence, la probabilité de rater un électron pendant le cycle augmente avec le nombre de jonctions que l'électron a à traverser. A partir de ces considérations qualitatives, le tableau suivant donne l'ordre de grandeur de la fréquence de pompage où l'erreur de cotunneling devient inférieure devant l'erreur de fréquence, et ce pour les paramètres de pompe de la figure 2.12 :

| | $\epsilon_{ct}/\epsilon_f \sim 1$ | Erreur $\sim 10^{-6}$ | Erreur $\sim 10^{-8}$ |
|---------|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $N = 3$ | $f \gg 100$ MHz | jamais | jamais |
| $N = 4$ | $f > 100$ MHz | $f \sim 25$ MHz | $f < 5$ MHz |
| $N = 5$ | $f \sim 60$ MHz | $f \sim 95$ MHz | $f \sim 70$ MHz |
| $N = 6$ | $f \sim 35$ MHz | $f \sim 80$ MHz | $f \sim 60$ MHz |
| $N = 7$ | $f \sim 20$ MHz | $f \sim 75$ MHz | $f \sim 55$ MHz |

Ce tableau montre donc qu'il est possible d'envisager l'utilisation de pompes à électrons à des fins métrologiques et qu'*a priori* il est possible de générer des courants de l'ordre de la dizaine de picoampères (10 pA correspond à une fréquence d'environ 60 MHz) à partir de pompes ayant 5 jonctions.

Rappelons que l'objectif communément admis pour avoir un dispositif pouvant devenir un étalon électrique est qu'il ait une incertitude inférieure à 10^{-8} . Remarquons à ce propos que les calculs présentés dans cette partie sont des calculs de probabilité d'erreur du transfert d'un électron à travers la pompe, il s'agit de l'exactitude de la pompe. L'incertitude évoquée pour l'application métrologique est une incertitude sur la mesure de l'intensité du courant généré par le dispositif. Il est évident que l'exactitude de la pompe doit être plus faible que l'incertitude de mesure visée.

Ces simulations montrent le comportement en fréquence et en polarisation de pompes à électrons à différents nombre de jonctions. Les effets pris en compte ne se comportant pas de la même façon suivant le nombre de jonctions en fonction de la fréquence de pompage, ce qui amène à s'interroger sur la quantité à mesurer au final afin de prendre le dispositif qui convient le mieux. Pour une utilisation à basse fréquence, il est donc tout à fait logique d'utiliser une pompe à 7 jonctions comme cela a été fait au NIST et sera décrit dans la partie 2.4. Pour une utilisation à plus haute fréquence, afin par exemple de générer un courant de l'ordre de la dizaine de picampères, le compromis entre cotunneling et effet de fréquence amène à utiliser plutôt une pompe à 5 jonctions. Relevons toutefois que les calculs d'erreur tels qu'ils ont été présentés ici et tels qu'ils sont effectués dans [66] se trouvent dans leurs limites de validité pour des fréquences supérieures à 50/60 MHz, en particulier en ce qui concerne les gammes de polarisation d'application des calculs.

2.3.3.2 Influence des paramètres de la pompe

La fréquence de pompage ainsi que le nombre de jonctions interviennent de façon importante dans l'incertitude que l'on peut attendre de ces dispositifs. Les paramètres de jonction, à savoir la résistance R_T et la capacité C_j des jonctions, modifient aussi fortement l'erreur de la pompe. La figure 2.13 montre l'évolution de la valeur de l'erreur totale d'une pompe à 5 jonctions⁹ en fonction de ces paramètres de jonction, et ce pour trois fréquences de pompage : 25 MHz, 50 MHz et 100 MHz. Compte tenu des valeurs qu'il est possible d'obtenir lors de la fabrication de ces dispositifs, à savoir entre 50 et 150 k Ω pour R_T et entre 100 et 200 aF pour C_j , il n'y a *a priori* pas d'obstacle à pouvoir augmenter la fréquence de pompage au moins jusqu'à 50 MHz si on cherche

⁹d'après la partie précédente, la pompe à 5 jonctions est le meilleur compromis pour étudier l'augmentation en fréquence tout en conservant une exactitude métrologique

à avoir une incertitude inférieure à quelques 10^{-8} . Le comportement en fonction de ces paramètres indique que si la capacité doit être la plus faible possible, l'évolution en fonction de la résistance est plus complexe.

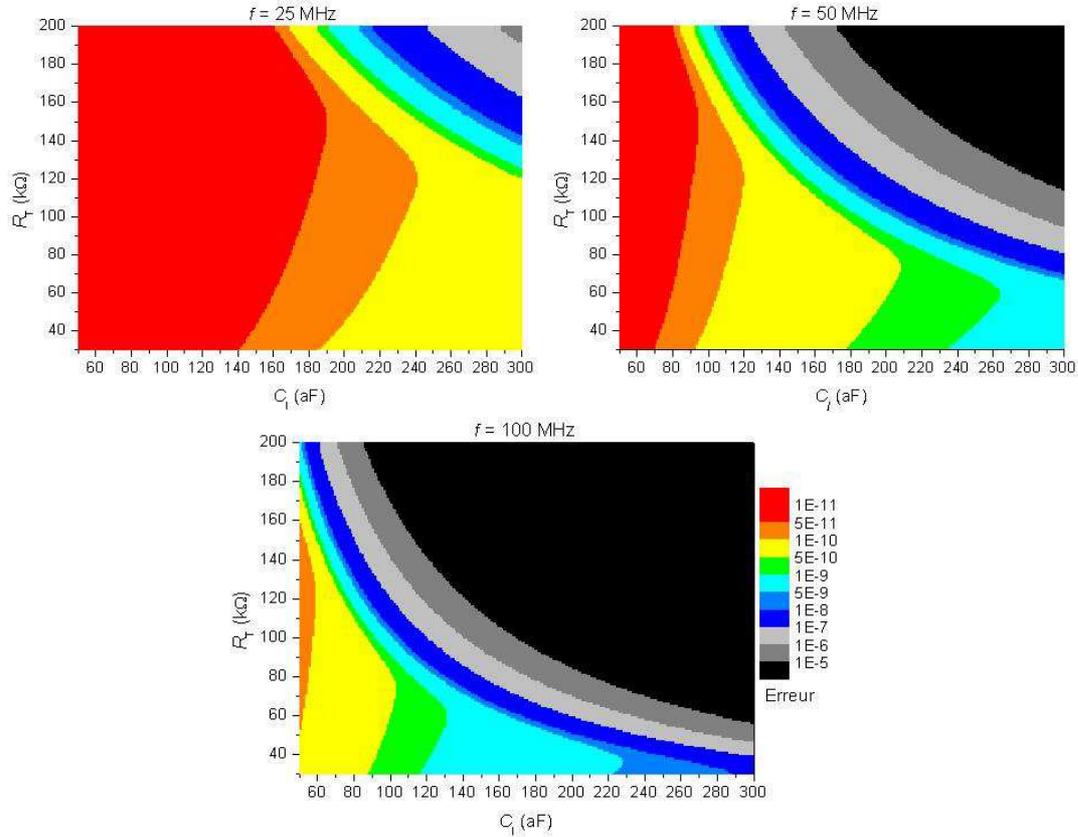


FIG. 2.13: Evolution de l'erreur d'une pompe à 5 jonctions, à polarisation nulle, à 100 mK et à différentes fréquences en fonction de R_T et de C_j

Il faut cependant remarquer que tous ces calculs ont été faits avec quelques hypothèses fortes, en particulier que toutes les jonctions sont identiques et que les capacités de jonction sont négligeables devant les capacités de grille. Dans le chapitre 4, nous montrerons, sur des échantillons mesurés, que ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées.

En revanche, ces calculs montrent, même s'ils sont un peu simplifiés par rapport au cas réel, qu'une pompe à électrons est un candidat plausible pour devenir un étalon quantique de courant tout en sachant que le courant généré par un tel dispositif ne dépassera pas, à l'heure actuelle, en ordre de grandeur la dizaine de picoampères.

2.4 La pompe à 7 jonctions

Un des premiers dispositifs utilisés dans un cadre métrologique et ayant donné des résultats probants est la pompe à 7 jonctions étudiée au NIST dans le cadre de l'expérience de la capacité cryogénique. Dans cette expérience, la pompe à électrons n'est pas utilisée pour être un étalon quantique de courant mais pour obtenir un étalon quantique de capacité.

La pompe à 7 jonctions sert dans cette expérience à faire passer un nombre connu d'électrons sur l'armature d'une capacité placée à la température de fonctionnement de la pompe (*i.e.* à

quelques dizaines de mK). La tension aux bornes de cette capacité est ensuite comparée à la tension aux bornes d'une capacité étalonnée à la température ambiante. Pour une telle expérience, la pompe doit avoir un taux d'erreur par électron pompé de l'ordre de 10^{-8} et doit avoir également un faible taux de fuite lors de la mesure de la tension aux bornes de la capacité [68].

2.4.1 Résultats expérimentaux sur la pompe à électrons

Les expériences menées par le NIST [68] et [69] ont permis, dans un premier temps, de vérifier que les pompes à 7 jonctions avait un niveau d'incertitude sur N de l'ordre de $1.5 \cdot 10^{-8}$.

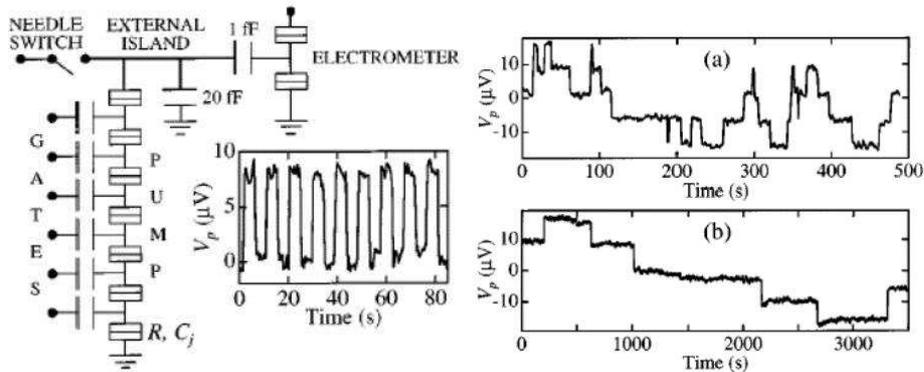


FIG. 2.14: Figure issue de [68]. A gauche, schéma du montage et en insert, évolution de V_p en fonction du temps quand le dispositif est en mode de pompage $\pm e$. A droite, (a) tension aux bornes de la pompe montrant les erreurs de pompage ; (b) mode de maintien montrant le taux de fuite

Le principe de la mesure, qui est représenté sur la figure 2.14, est d'utiliser la pompe à électrons en mode de pompage et de détecter le passage des électrons par l'intermédiaire d'un transistor SET utilisé comme électromètre. Sur la partie droite de la figure, sont montrées d'une part l'évolution de la tension en mode de pompage et d'autre part l'évolution de la tension en mode de maintien. En mode de pompage, la pompe génère un courant d'intensité $\pm ef$ et il est possible d'en déduire un taux d'erreur moyen, ici il est de $1.5 \cdot 10^{-8}$ à une fréquence de pompage de 5.05 MHz. En mode de maintien, la pompe est en état bloqué et le taux de fuite est mesuré. Chaque saut observé sur la partie (b) de la figure correspond à la fuite d'un électron à travers la pompe. Le temps de maintien moyen est de 600 s.

Avec ce montage, des études ont été menées pour comparer le comportement expérimental en température, polarisation et fréquence d'une pompe à 7 jonctions avec la théorie. Les résultats sont détaillés dans [70], [71]. Les résultats coïncident bien sauf pour les températures inférieures à 100 mK où un écart important est observé. Cet écart est principalement dû à l'effet tunnel photo-assisté [72].

Le NIST a ainsi effectué une caractérisation assez complète du comportement des pompes à 7 jonctions pour montrer les propriétés métrologiques de ces dispositifs ainsi que les domaines d'utilisation métrologique.

L'étude de ces pompes a été faite afin de les utiliser dans le cadre de l'expérience de la capacité cryogénique.

2.4.2 Utilisation de ces dispositifs pour l'expérience de la capacité cryogénique

L'expérience de la capacité cryogénique est une réalisation de la fermeture du triangle métrologique par la voie indirecte telle qu'elle est présentée dans la partie 1.4.

Le montage proposé par M. Keller et ses collaborateurs est décrit dans [50]. La figure 2.15 reprend un schéma de cet article. Cette figure représente les deux étapes de l'étalon de capacité. Les parties critiques sont concentrées à basse température (partie A) : la pompe à 7 jonctions, l'électromètre qui est un transistor SET pouvant détecter de très faibles variations de charges ($e/100$) sur sa capacité d'entrée et enfin une capacité cryogénique qui doit avoir un faible taux de fuite et une faible dépendance en fréquence.

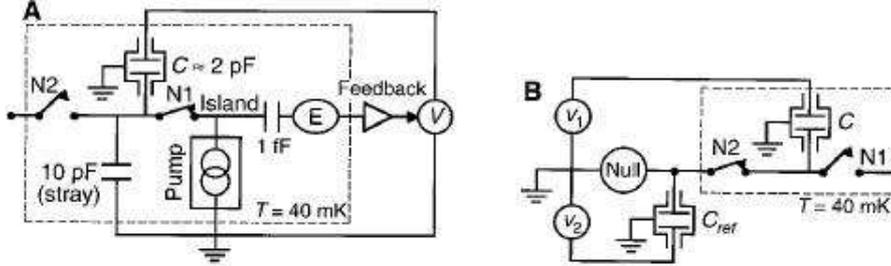


FIG. 2.15: Schéma issu de [50] représentant le montage de l'étalon de capacité du NIST. (A) représente l'étape où la pompe à électrons sert à charger la capacité C. (B) est l'étape de comparaison de la capacité cryogénique C avec une capacité connue C_{ref} à température ambiante

L'étape A consiste à faire passer N électrons à travers la pompe qui n'est pas polarisée en tension (cela est assuré par la présence de l'électromètre qui sert de détecteur pour contre-réagir afin de maintenir le potentiel de la partie comprise entre la pompe et la capacité nul et d'éviter les fuites par l'intermédiaire de la capacité avec le substrat C_{stray}). Après que ces électrons ont traversé les îlots de la pompe et ont atteint l'armature de la capacité cryogénique, la tension ΔV aux bornes de la capacité est mesurée, elle doit vérifier la relation : $\Delta V = \frac{Ne}{C}$.

L'étape B, quant à elle, sert à déterminer la valeur de la capacité cryogénique. Pour cela, la tension v_1 à ses bornes est comparée à la tension v_2 aux bornes d'une capacité C_{ref} connue et située à température ambiante. A l'équilibre, la relation $v_1 C = v_2 C_{ref}$ est vérifiée.

La réalisation de cette expérience, associée aux résultats obtenus sur la caractérisation et l'exactitude des pompes à 7 jonctions, a permis d'obtenir une incertitude relative sur la valeur de capacité de l'ordre de 10^{-6} [73], le point critique étant l'étalonnage de la capacité cryogénique à basse fréquence. Ce résultat équivaut à une fermeture du triangle métrologique par la voie indirecte présentée dans la partie 1.4. Trois séries de mesures ont été présentées et une valeur de ϵ_e (cf. équation 1.16) donnée :

$$\epsilon_e = (-0.4 \pm 9.5) \cdot 10^{-7} \quad (2.33)$$

Les principaux inconvénients de cette approche résident d'une part dans la mise en fonctionnement de pompes à 7 jonctions et d'autre part dans l'étalonnage de la capacité cryogénique. En effet, une pompe à 7 jonctions est composée de 6 grilles, le phénomène de cross-talking¹⁰ est important et il faut utiliser une électronique particulière pour le compenser¹¹. La pompe à 7 jonctions est de plus très sensible aux mouvements de charges d'offsets, les "background charges" et, même après plusieurs semaines à basse température, le temps disponible après réglages est de l'ordre de la journée, ce qui empêche la mise en réseau de plusieurs pompes de ce type dans le but de générer un courant plus important.

De plus, comme l'étude des causes principales d'erreur l'a montré, les effets dus à la fréquence de pompage deviennent plus importants que les effets de cotunneling à partir de 20 MHz et, pour des fréquences de pompage plus élevées, le nombre de jonctions devient pénalisant. Cela n'est

¹⁰il s'agit de l'action des capacités croisées, i.e. des paramètres f_i calculés précédemment (dans le cas d'une pompe à 7 jonctions, $i = 1..6$)

¹¹le principe est d'injecter une partie du signal d'une grille sur une autre grille afin de compenser les effets croisés

pas un problème pour l'étude de la pompe à électrons en tant que générateur d'un nombre précis d'électrons pour charger une capacité, mais le devient si la pompe à électrons est envisagée en tant que source de courant.

Les pompes à 7 jonctions fabriquées par le NIST ont été mesurées à la fois au NIST et au METAS. Un taux d'erreur en pompage de $1.5 \cdot 10^{-8}$ a été obtenu au NIST avec une fréquence de pompage de 5.05 MHz sur 600 s [68], et un taux d'erreur de $4 \cdot 10^{-5}$ a été obtenu au METAS avec une fréquence de pompage de 1 MHz sur 16 s [74].

2.5 La pompe de type R

L'expression de l'erreur attendue pour une pompe à électrons montre la prédominance du cotunneling, en particulier si le nombre de jonctions est faible, or avec un nombre de jonctions faible (3 ou 4), la mise en pratique expérimentale de la pompe est plus facile. De plus, la possibilité d'une éventuelle mise en parallèle de pompes qui permettrait de générer un courant plus important ne peut être envisageable qu'en limitant le nombre de jonctions. Pour avoir des résultats métrologiques avec un tel dispositif, il faut donc envisager de réduire autant que faire se peut le taux de transfert par cotunneling. Si on considère les calculs de [66], et en particulier, l'équation 2.29, l'augmentation du nombre N de jonctions tunnel permet de réduire cette erreur.

C'est pourquoi les premières études métrologiques de pompes à électrons ont porté sur des pompes à 5 et à 7 jonctions [75] présentées dans la partie précédente. De telles pompes ne peuvent pas être envisagées pour devenir un étalon de courant dans la mesure où l'augmentation de l'intensité du courant généré par de tels dispositifs est limitée par les effets de fréquence en augmentant la fréquence de pompage.

L'autre voie étudiée, celle présentée expérimentalement dans cette thèse, est de modifier l'impédance de l'environnement de la pompe afin de modifier le taux de cotunneling. Suivant ce cheminement, il a été proposé de développer des pompes de type R où des résistances microlithographiées sont situées dans le voisinage de la pompe.

2.5.1 Influence de l'environnement électromagnétique

L'environnement électromagnétique de la pompe a une influence sur le taux de transfert par effet tunnel. Il est possible de définir une sorte de distance autour d'une jonction tunnel au-delà de laquelle le circuit n'aura aucun effet sur la jonction lors d'un événement tunnel. Cette distance est appelée "horizon électromagnétique" et peut être définie par le produit de la vitesse de la lumière et le temps de traversée de la jonction tunnel par l'électron pour la jonction qui est concernée par l'effet tunnel et pour les autres jonctions par un "temps quantique" déterminé par $\hbar/\Delta E$ où ΔE est le maximum entre l'énergie thermique $k_B T$ et celle de polarisation eV [76]. Ces distances permettent de délimiter une partie du circuit électrique qui est considéré comme coupée du "reste du monde" lors des événements tunnel. C'est ce qui est appelé l'approche locale. L'approche globale quant à elle consiste à considérer l'ensemble du circuit comme un tout et que le blocage dépend de la modification d'énergie de tout le circuit quand un électron subit un événement tunnel.

Dans le cas d'un circuit avec un environnement ayant une impédance $|Z(\omega)|$, le taux de transfert par effet tunnel à travers une jonction s'écrit [54]¹² :

$$\Gamma(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{E}{1 - \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)} P(eV - E) \quad (2.34)$$

où $P(E)$ est la probabilité qu'il y ait un échange d'énergie entre l'électron qui intervient dans l'effet tunnel et l'environnement. Elle dépend de la nature de l'environnement et est évaluée numériquement en fonction de celui-ci.

¹²ch. 2 : *Charge tunneling rates in ultrasmall junctions*, G.L. Ingold and Y.V. Nazarov

2.5.2 La pompe de type R

Cette approche, qui a été proposée par Zorin [77], de la PTB, consiste à augmenter l'impédance locale de la pompe en ajoutant des résistances de part et d'autre de la pompe sur la ligne de polarisation. Ces résistances sont lithographiées et métallisées en chrome. Le schéma équivalent devient alors celui de la figure 2.16. Dans une telle configuration, Zorin *et al.* ont montré que l'ajout d'une partie résistive à proximité d'une jonction (qui a comme environnement de l'autre côté deux jonctions) réduit beaucoup la partie dissipative de l'impédance "vue" par la jonction. Pour les valeurs de résistance considérées, le taux de transfert est alors similaire à celui sans environnement, ce qui permet d'avoir un comportement de la pompe analogue à celui d'une pompe sans environnement.

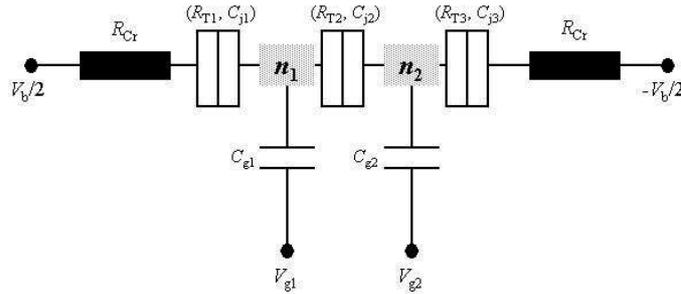


FIG. 2.16: Schéma électrique d'une pompe à électrons à 3 jonctions de type R

Dans ce cas le courant de cotunneling à température nulle I_{ct} peut s'écrire sous la forme [78], [79] :

$$I_{ct} \propto V^\eta \quad (2.35)$$

où V est la tension de polarisation de la pompe et $\eta = 2(N + z) - 1$ avec $z = \frac{R}{R_K}$ et R étant la résistance totale de la ligne¹³ (de part et d'autre de la pompe). Ainsi, on peut considérer, qu'en terme de cotunneling, une pompe à 3 jonctions avec une résistance de $30 \text{ k}\Omega$ de chaque côté de la pompe est à peu près équivalente à une pompe à 5 jonctions sans résistance.

Pendant pour permettre le bon fonctionnement de la pompe, la valeur de R doit respecter certaines conditions : d'une part, elle doit être supérieure à R_K car l'environnement électromagnétique doit avoir une dissipation suffisante pour pouvoir absorber une grande part de l'énergie des électrons pour réduire le taux de cotunneling et d'autre part, elle doit être inférieure à la résistance R_T de chaque jonction tunnel afin d'assurer l'équilibre de charge avant chaque événement tunnel. Ainsi, R est dans l'intervalle :

$$R_K < R < R_T \quad (2.36)$$

De plus, la distance à laquelle les résistances doivent être placées pour être considérées comme dans l'environnement local de la pompe est liée à la notion d'horizon électromagnétique qui correspond à la distance que l'électron qui intervient dans l'effet tunnel peut parcourir et qui a été présentée dans la partie précédente. Par exemple, à polarisation nulle et à 4 K, cette distance est de $500 \mu\text{m}$ et de 2 cm à 100 mK. Dans les dispositifs fabriqués à la PTB, les résistances sont placées à environ $0.5 \mu\text{m}$ des jonctions.

D'un point de vue métrologique, les pompes à électrons de type R ont été étudiée théoriquement, comme nous venons de le voir, par l'aspect cotunneling [80]. Pour valider la réduction du cotunneling sur une large gamme de fréquence de pompage, Bubanja [79] a étudié le comportement de la pompe en considérant que l'environnement n'est pas une ligne résistive pure mais une

¹³ainsi, en prenant la notation de la figure 2.16, on a : $R = 2R_{cr}$

ligne RC . Il a montré que la suppression du cotunneling est effective même au-delà du domaine fréquentiel où la ligne RC est purement résistive.

En revanche, aucune étude théorique complète n'a été menée sur les sources d'erreur possibles de tels dispositifs, en particulier pour l'augmentation de la fréquence de pompage. Dans le cadre des calculs de Jensen et Martinis [66] présentés précédemment, et comme la figure 2.12 le montre, quel que soit le nombre de jonctions, pour des fréquences de pompage inférieures à 20 MHz, le cotunneling est la source d'erreur qui domine largement. La question des effets de fréquence dans le cas des pompes de type R pour des fréquences de pompage plus élevées (jusqu'à 100 MHz dans le cadre de cette thèse) reste donc ouverte.

Nous proposons dans le cadre de cette thèse d'étudier expérimentalement l'influence de l'augmentation de la fréquence de pompage sur la stabilité du courant généré par les pompes à électrons (cf. chapitre 4) puis de mettre en place le dispositif expérimental permettant d'étudier expérimentalement l'exactitude de ce type de dispositifs (cf. chapitre 5).

Notons que des dispositifs de ce type ont également été développés dans le cadre d'une utilisation de la pompe à électrons pour charger une capacité cryogénique.

2.5.3 Résultats obtenus avec des pompes de type R

Dans le cadre du projet de recherche européen COUNT [81], les pompes à électrons de type R ont été étudiées expérimentalement. Dans un premier temps, en tant que générateur de courant [82], [83] puis dans le cadre d'une expérience de charge de capacité [84].

Les premières mesures de pompes à 3 jonction de type R, analogues à celles dont les mesures seront exposées par la suite¹⁴ ont été effectuées par Lotkhov *et al.* et sont décrites dans [82]. Dans cette expérience, le montage n'était pas optimisé et en particulier, l'amplificateur de courant avait un bruit de 50 fA/Hz^{1/2} qui empêchait une étude métrologique de la pompe elle-même. Il a cependant été montré la possibilité d'avoir des marches de courant jusqu'à une fréquence de pompage de 10 MHz et surtout que le cotunneling, conformément aux prévisions théoriques était fortement réduit avec un taux de cotunneling inférieur¹⁵ à 10^{-6} .

Des mesures ont ensuite été effectuées au LNE [83] dans un montage analogue à celui qui sera décrit dans le chapitre 3. Des marches de courant jusqu'à une fréquence de pompage de 30 MHz ont été mesurées et une incertitude relative de type A sur la stabilité du courant généré par la pompe de $2 \cdot 10^{-4}$ calculé sur 12 h à une fréquence de pompage de 20 MHz¹⁶.

Une expérience de capacité cryogénique a débuté avec des pompes à électrons de type R à 4 ou 5 jonctions à la PTB [84]. Dans un premier temps, des échantillons à 3 jonctions ont été caractérisés et un courant quantifié a été mesuré à une fréquence de pompage de 2 MHz avec une incertitude relative de 10^{-4} . A ce jour, aucune mesure dans le cadre de l'expérience de la capacité cryogénique n'a été publiée.

Ces quelques résultats obtenus avec des dispositifs de type R semblent donc intéressants et méritent une étude plus approfondie des potentialités de ces dispositifs. En particulier l'absence de théorie complète quant à l'exactitude de ces dispositifs en augmentant la fréquence de pompage, dans un régime où le cotunneling d'ordre $N - 1$ n'est plus dominant, laisse le champ ouvert à une série d'investigations expérimentales.

C'est dans ce cadre que nous allons présenter l'étude expérimentale des pompes de type R à 3 jonctions de façon à appréhender leur comportement en fonction de la fréquence de pompage. L'objectif est d'insérer ces dispositifs dans l'expérience du triangle métrologique décrite dans le chapitre 1.

¹⁴cf. chapitre 4, p. 81

¹⁵rappelons que dans le cas d'une pompe à électrons à 3 jonctions, le taux de cotunneling est de l'ordre de 10^{-3}

¹⁶cf. chapitre 4 pour la signification exacte de cette incertitude

2.6 Les autres dispositifs à blocage de Coulomb étudiés en métrologie électrique

Les pompes à électrons semblent donc pouvoir apporter une contribution significative à l'expérience du triangle métrologique, tant dans le cas d'une fermeture indirecte en les utilisant afin d'avoir un étalon de capacité que dans celui d'une fermeture directe en les utilisant comme étalon de courant. Pour cette dernière application, le principal inconvénient provient du fait qu'avec ces dispositifs il n'est aujourd'hui pas possible d'atteindre des courants supérieurs à la dizaine de picoampères. En revanche, comme on vient de le montrer, il est théoriquement possible d'avoir des incertitudes de l'ordre d'au moins 10^{-8} , ce qui intéresse la communauté métrologique. Par conséquent, le principal problème reste la mesure du courant ainsi généré au niveau d'incertitude requis.

En effet, en raison de la faiblesse de ce courant et en sachant qu'un potentiel étalon quantique de courant pourrait générer un courant de l'ordre du nanoampère avec une incertitude relative de 10^{-8} , d'autres voies sont étudiées pour atteindre cet objectif. La figure 2.17 montre bien que dans les différents dispositifs mesurés aujourd'hui, aucun ne remplit ces deux critères, ce qui explique la diversité des mesures dans ce domaine. En effet, chaque dispositif présente au moins un avantage et un inconvénient, à savoir que les dispositifs permettant d'obtenir des valeurs d'intensité de courant satisfaisantes n'ont pas encore été mesurés avec des incertitudes permettant une utilisation métrologique et les dispositifs dont il a été montré le comportement métrologique ne génèrent pas un courant d'intensité suffisante pour permettre de les mesurer avec une telle précision.

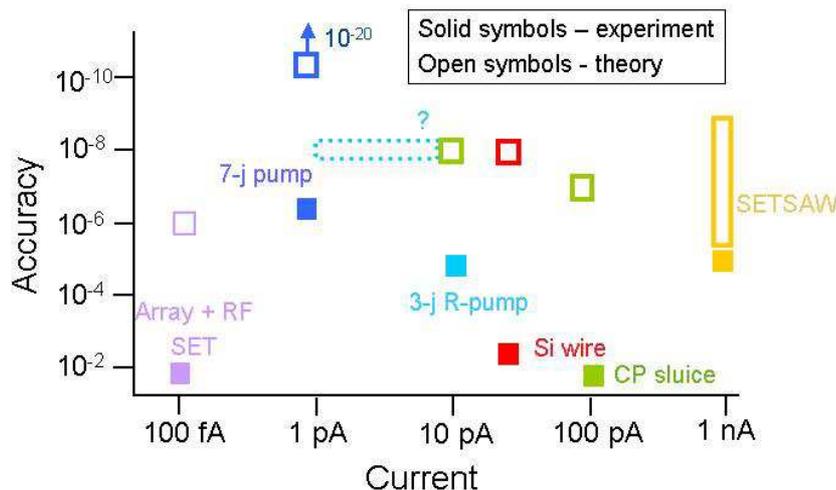


FIG. 2.17: Schéma de l'incertitude relative mesurée ou prévue pour divers dispositifs en fonction du courant qu'ils peuvent délivrer (le ? pour l'attente théorique des R-pompes est lié à l'absence de théorie complète pour ces dispositifs). Schéma issu d'une présentation de S. Giblin (NPL).

Nous allons dresser un panorama rapide des divers dispositifs plausibles pouvant être utilisés à des fins métrologiques¹⁷. Le principe de chaque dispositif sera brièvement rappelé avant d'aborder les attentes et/ou les résultats métrologiques. Une description plus avancée est donnée dans l'annexe B.

- RF SET

Ce dispositif ne repose pas sur le principe d'une source de courant avec un courant généré mais sur un compteur d'électrons ultra-sensible permettant de détecter avec une bonne précision un courant électrique. Le principe est de coupler un réseau 1D de jonctions tunnel à un RF-SET pour avoir un

¹⁷la plupart des exemples donnés seront dans le domaine de la métrologie électrique, nous effectuerons également une petite incursion dans le domaine de la métrologie thermique

compteur en temps réel du passage d'électrons. De tels dispositifs ont montré leur fonctionnement pour des courants allant de 5 fA à 1 pA. Des premiers éléments de calculs sur l'incertitude permettent de penser que le comptage d'électrons sera limité par la sensibilité du transistor SET, ce qui limite l'exactitude de la mesure à environ 10^{-6} . Expérimentalement, de telles incertitudes n'ont pas encore été atteintes [85].

- SET SAW

Le principe de fonctionnement est d'utiliser une onde acoustique de surface (surface acoustic wave : SAW) afin de faire passer un courant à travers un canal mono-dimensionnel d'une hétérostructure $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. Une telle onde se propageant sur un substrat piezoélectrique tel que $GaAs$ est accompagnée par une modulation d'un potentiel électrostatique qui va piéger les électrons dans le canal et les transporter de part et d'autre de la constriction. Avec une amplitude suffisante, la SAW va transporter une charge sous la forme de paquets d'électrons qui sont au potentiel minimum.

Les dispositifs SET SAW présentent l'avantage de pouvoir générer des courants plus élevés que les pompes métalliques¹⁸, en revanche, il n'existe à ce jour aucune théorie complète permettant de prédire un tant soit peu les limitations métrologiques de tels dispositifs. Manifestement, la puissance RF envoyée sur le dispositif influence l'équilibre thermique et dégrade la quantification¹⁹, mais il existe peut être d'autres sources d'erreurs. Les meilleurs incertitudes atteintes sont de l'ordre de quelques 10^{-4} [87].

- DISPOSITIFS SEMICONDUCTEURS

Dans un esprit un peu similaire à celui des SET SAW, de nouveaux dispositifs sont apparus comme de potentiels étalons de courant. Ils présentent l'avantage de pouvoir générer des courants d'une intensité pouvant aller de la centaine de picoampères au nanoampère, mais n'ont, pour le moment, pas été mesurés avec une incertitude suffisante. Il s'agit de dispositifs reposant sur des nanofils semiconducteurs. Des électrodes couplées capacitivement au fil définissent une boîte quantique. Un signal alternatif appliqué à une ou plusieurs de ces électrodes permet de déformer localement les barrières tunnel et ainsi de permettre aux électrons d'entrer puis de sortir de la boîte quantique.

Les résultats expérimentaux ont été obtenus sur un dispositif composé d'un nanofil sur une structure $AlGaAs/GaAs$ avec deux électrodes, l'une étant polarisée avec une tension continue, l'autre avec une tension alternative. Des résultats de transfert de charges quantifiés ont été observés à des fréquences d'environ 80 MHz [88]. Dans une structure un peu analogue avec deux électrodes polarisées par un signal alternatif, un pompage jusqu'à 3.4 GHz avec une incertitude de l'ordre de 10^{-4} a été présenté [89]. L'étude métrologique complète de ces dispositifs est en cours, en particulier sur les effets pouvant être à l'origine d'erreur de pompage.

- POMPES À PAIRES DE COOPER

L'exactitude des pompes à électrons est limitée par la fréquence de pompage et comme le courant généré a une intensité de la forme $I = ef$, l'idée est apparue d'utiliser ces pompes à électrons non plus dans l'état normal mais dans l'état supraconducteur. Cependant, le passage direct de l'état normal à l'état supraconducteur ne donne pas de très bons résultats, en partie à cause du passage des électrons non appariés. C'est pourquoi un dispositif un peu différent a été développé par Niskanen *et al.* [90] : l'écluse à paire de Cooper (*Cooper pair sluice*). Ce dispositif est composé d'un îlot supraconducteur couplé capacitivement à une source de tension V_G et de deux SQUID²⁰ servant comme des portes laissant passer ou non les paires de Cooper.

Les résultats expérimentaux obtenus avec ces dispositifs sont décrits dans [91] et [92]. Pour le moment, des courants compris entre 100 pA et 1 nA ont été obtenus mais l'incertitude associée est de l'ordre du pourcent alors que théoriquement, il doit être possible d'atteindre une incertitude de 10^{-7} .

Une autre voie publiée récemment semble intéressante et est décrite dans [93] : il s'agit

¹⁸des mesures ont été effectuées jusqu'à $f = 5$ GHz, soit $I = 0.8$ nA

¹⁹d'après [86], une incertitude de quelques 10^{-5} est due à cet effet

²⁰*Superconducting Quantum Interference Device* : il s'agit d'un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions Josephson. Ces dispositifs sont présentés dans la partie 3.3, p. 64

d'utiliser des structures normal-supraconducteur-normal (NSN) ou supraconducteur-normal-supraconducteur (SNS) où le dispositif est analogue à un transistor SET mais dont l'îlot est supraconducteur et les électrodes normal (pour la structure NSN et l'inverse pour la structure SNS). Des mesures ont été effectuées sur une structure NSN²¹ et ont montré le passage d'un courant $I = ef$ jusqu'à 80 MHz avec une incertitude de l'ordre de 1%, cette incertitude étant celle de l'amplificateur de courant utilisé. Une première estimation de l'erreur attendue peut laisser penser que ces dispositifs pourraient fournir un courant métrologique (*i.e.* avec une incertitude de 10^{-8}) jusqu'à une fréquence d'environ 100 MHz. Cependant, toutes les sources d'erreur ne sont pas encore bien connues, en particulier les effets d'échauffement ; les autres effets tels que le co-tunneling ou les réflexions d'Andreev semblent pouvoir être limités à des niveaux inférieurs à l'incertitude recherchée. De plus, les structure SNS semblent théoriquement plus favorables pour limiter les flux thermiques.

Dans le cadre de la fermeture du triangle métrologique, il manque la partie permettant de relier l'intensité du courant à la fréquence. Le blocage de Coulomb est un effet qui, dans certains dispositifs, permet de faire ce lien. Mais il faut vérifier que ce lien est bien métrologique. Dans ce chapitre, après avoir décrit le principe du blocage de Coulomb, nous avons présenté les dispositifs appelés pompes à électrons. Ces dispositifs permettent de générer un courant du picoampère à la dizaine de picoampères de façon métrologique, mais la faiblesse de cette intensité rend les dispositifs difficilement exploitables. De plus, étant donnée la complexité de mise en œuvre, il n'est pas envisageable de pouvoir mettre ces dispositifs en parallèle. Des travaux ont permis de développer les pompes les plus simples, celles à 3 jonctions, avec un environnement électromagnétique afin qu'elles aient un comportement métrologique. Ce sont ces dispositifs appelées pompes de type R que nous avons étudiés durant cette thèse et dont les mesures vont être décrites dans les chapitres suivants. Il est important de noter qu'avec la faiblesse de ce courant, d'autres dispositifs sont étudiés soit pour générer un courant d'intensité plus élevée soit pour pouvoir être mis en parallèle. Mais aujourd'hui, il n'y a que les pompes à électrons qui ont expérimentalement montré un potentiel métrologique.

²¹les parties normales sont en cuivre et la partie supraconductrice est en aluminium

Chapitre 3

Dispositifs, instrumentation et montage expérimental pour la mesure de très faibles courants

Les deux premiers chapitres ont permis de mettre en place le cadre métrologique et physique dans lequel les expériences menées au cours de cette thèse ont été effectuées. Les pompes à électrons, qui sont les dispositifs spécifiquement étudiés par la suite, permettent, sous certaines conditions de mesure, de générer un courant dont l'intensité est théoriquement quantifiée. Dans ce chapitre, nous précisons les conditions expérimentales qui permettent d'une part à la pompe à électrons d'être dans les conditions de fonctionnement métrologique et d'autre part de mesurer le courant généré par le dispositif, lequel est de l'ordre du picoampère. Après avoir présenté les contraintes d'observation, nous insisterons sur le moyen de mesurer l'intensité du courant à l'aide d'un outil très utilisé en métrologie : le comparateur cryogénique de courants. Nous détaillerons ensuite le montage expérimental mis en place au LNE et la caractérisation de ce dernier.

3.1 Les contraintes d'observation du blocage de Coulomb

La description du blocage de Coulomb et particulièrement des pompes à électrons a montré l'existence de certaines contraintes pour pouvoir observer ce phénomène.

La première qui apparaît est la contrainte liée à l'agitation thermique des électrons et qui se traduit par la condition $E_C \gg k_B T$ où $E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$, établissant ainsi un lien entre température et valeur des capacités de jonctions dont les valeurs numériques sont déterminées par les moyens de nano fabrication actuels.

Ainsi, pour une pompe à électrons à 3 jonctions, si toutes les jonctions sont considérées identiques et que la capacité de la jonction C_j est assimilable à celle d'un condensateur plan avec comme diélectrique l'alumine, on peut calculer la température de Coulomb de la pompe. En effet, pour un tel dispositif, la capacité intervenant dans l'expression de l'énergie de charge est $C_\Sigma = \frac{3C_j}{2}$ (cf. équation 4.3, p. 85), si les capacités de grille sont négligeables devant les capacités de jonction et que les capacités des jonctions sont toutes égales à C_j . Pour une jonction de $(50 \text{ nm})^2$, et une épaisseur d'isolant de 2 nm, on a $C_j \approx 100 \text{ aF}$ et la température de Coulomb T_C , définie comme la température où les fluctuations thermiques et l'énergie électrostatique sont égales ($T_C = E_C/k_B$), est d'environ 6.5 K.

Ce calcul élémentaire permet de montrer que des techniques avancées de fabrication à l'échelle nanométrique sont nécessaires, avec les problèmes que cela comprend, en particulier en terme de reproductibilité des échantillons. De plus, même en utilisant ces techniques, la température de Coulomb est de l'ordre de grandeur de celle de l'hélium liquide, ce qui signifie qu'il faut travailler avec un réfrigérateur à dilution si afin d'être suffisamment en-deçà de cette température¹.

¹pour un transistor SET, il est admis qu'il faut être à une température au moins 3 fois inférieure à la température de

Une autre contrainte est liée à la mesure du courant généré par la pompe à électrons. Comme cela a été expliqué dans le chapitre précédent, l'exactitude d'une pompe décroît quand la fréquence de pompage augmente. Typiquement, étant données les incertitudes recherchées, l'ordre de grandeur de l'intensité du courant maximum qu'on pourra obtenir sera de l'ordre de grandeur de quelques dizaines de picoampères (*i.e.* correspondant à une fréquence de pompage de l'ordre de la centaine de mégahertz). Il faut donc avoir une méthode de mesure précise d'un courant de cette intensité.

Enfin, l'environnement électromagnétique dans lequel se fait la mesure est également important car des rayonnements électromagnétiques peuvent perturber, voire empêcher, la mesure. Pour cela, le dispositif de mesure doit être correctement blindé. Dans le cas de notre montage expérimental, cette condition est bien vérifiée, la salle d'expérimentation étant une cage de Faraday. De plus, tous les fils électriques venant de l'extérieur sont filtrés afin d'éviter au maximum les signaux parasites.

Nous allons détailler ces différents points expérimentaux et présenter le circuit de mesure mis en place pour limiter le plus possible les sources de bruits extérieurs.

3.2 La fabrication des pompes à électrons

Les dispositifs mesurés au cours de cette thèse ont été fabriqués selon un procédé analogue mais par deux laboratoires différents. La quasi-totalité des résultats sur les pompes à électrons proviennent de pompes fabriquées à la PTB [77] lors du projet européen COUNT [81]. Ce projet s'étant arrêté en 2003, le LNE a démarré un projet avec le LPN/CNRS² pour la fabrication de nouveaux échantillons. Dans un premier temps ce sont des transistors SET qui ont été fabriqués et mesurés (cf. figure 2.4). La fabrication des pompes de type R a ensuite commencé et certains dispositifs ont été mesurés (cf. partie 4.4), ce qui a permis d'améliorer les paramètres de fabrication. Nous allons décrire ici la fabrication telle qu'elle se pratique au LPN, sachant que le principe est le même que celui qui était appliqué à la PTB.

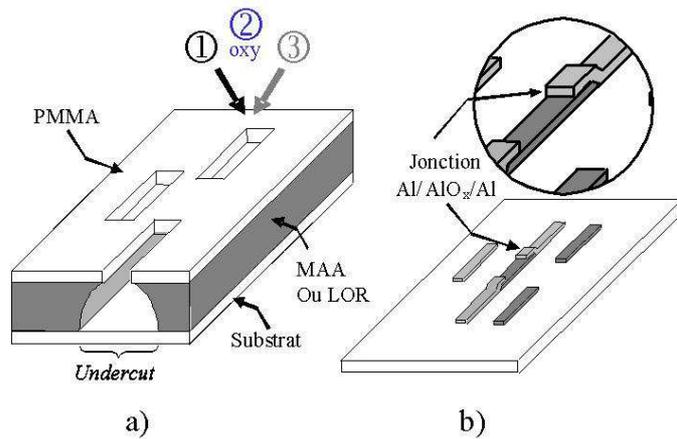


FIG. 3.1: Schéma de la réalisation d'un transistor SET avec deux jonctions tunnel métal/isolant/métal en utilisant la technique de la métallisation sous angles à travers un masque suspendu

Coulomb [94], et pour une pompe, les erreurs de pompage liées à la température imposent de travailler dans la centaine de millikelvin, cf. partie 2.3

²Laboratoire de Photonique et de Nanostructures

L'enjeu est d'arriver à diminuer, autant que faire se peut, les dimensions des jonctions tunnel afin d'augmenter la température de blocage et de diminuer les charges d'offsets. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser les techniques de nano-fabrication modernes³. La méthode employée ici est celle de l'évaporation sous angles présentée dans [95] et schématisée sur la figure 3.1 pour l'exemple d'un transistor.

Sur un substrat (*GaAs* pour les dispositifs LPN, *Si* pour ceux de la PTB), deux résines électroniques différentes sont déposées. La résine supérieure est du PMMA⁴. La résine inférieure qui est creusée pour obtenir le profil de casquette (*undercut*) nécessaire afin d'avoir l'effet de masquage pendant la métallisation sous angles est soit un copolymère du PMMA (le MMA) soit une résine tampon appelée LOR6. Dans le cas de la bicouche PMMA/MMA, c'est la différence de sensibilité entre les deux résines qui permet d'obtenir l'*undercut* alors que dans le cas de la LOR⁵, c'est uniquement la résine supérieure qui est insolée, l'*undercut* étant alors obtenue lors du développement⁶.

L'ouverture de la résine inférieure obtenue après le développement est schématisée sur le (a) de la figure 3.1. Une métallisation d'aluminium avec un angle α (1) est ensuite pratiquée, suivie d'une phase d'oxydation (2) et enfin d'une autre métallisation d'aluminium sous un angle $-\alpha$ (3). Les trois phases sont faites successivement dans un bâti sous vide, la phase (2) étant effectuée avec une pression partielle d'oxygène dans le bâti. On obtient ainsi une jonction $Al - AlO_x - Al$. Dans le procédé développé par le LPN, la première couche d'aluminium est de 20 nm, la seconde de 60 nm et la phase d'oxydation est telle que l'épaisseur d'oxyde soit de quelques nanomètres. Le résultat de ces trois phases est montré sur la partie (b) de la figure 3.1, la ligne nous intéressant pour la suite étant la ligne centrale où se trouvent les deux jonctions tunnel.

Ce procédé tel qu'il est décrit permet d'obtenir des pompes à électrons "classiques". Afin d'obtenir des pompes de type R (cf. partie 2.5), il faut procéder au préalable à une étape de métallisation de chrome⁷ pour obtenir les résistances qui seront aux extrémités de la pompe. Le chrome a été choisi pour ses propriétés d'accroche ainsi que pour ses caractéristiques résistives en couche mince. Dans le cas du procédé de fabrication développé au LPN par C. Ulysse, cette phase de métallisation du chrome se fait dans un bâti différent de celui utilisé pour la métallisation sous angles. Une étape de gravure est effectuée avant de déposer l'aluminium afin d'enlever la couche d'oxyde de chrome qui se sera formée afin d'obtenir un meilleur contact Al/Cr . La figure 3.2 montre des images obtenues par microscopie électronique de pompes à électrons de type R.

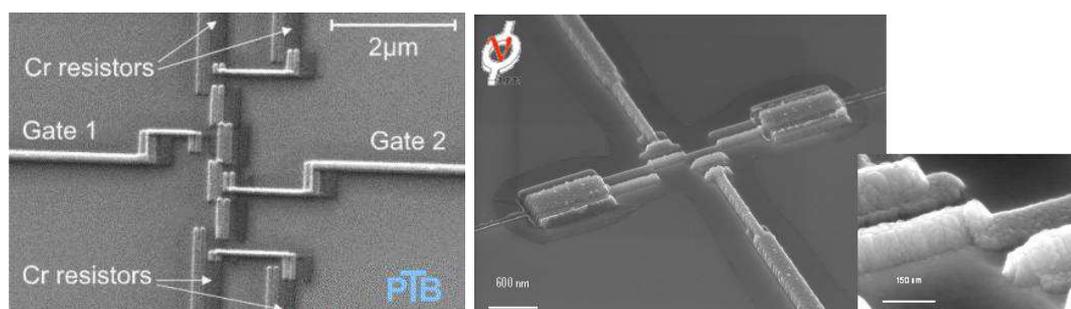


FIG. 3.2: Image MEB d'une pompe à électrons de type R à 3 jonctions de la PTB (à gauche) et du LPN (à droite)

Cette phase de fabrication des pompes est essentielle pour l'utilisation métrologique de ces dispositifs, comme le montreront les mesures de la partie 4.4 (p. 103). En particulier, un point à étudier lors de la conception de la géométrie de ces pompes est la limitation des capacités croisées. Pour les limiter, plusieurs géométries d'électrodes de grille ont été envisagées. Deux possibilités sont

³les longueurs caractéristiques sont de quelques dizaines de nanomètres

⁴polyméthacrylate de méthyle

⁵lift-off resist

⁶le développement se fait avec un mélange IPA :MIBK (alcool isopropylique : méthyl isobutyl cétone)

⁷cette étape se fait sous incidence normale

visibles sur la figure 3.2 : sur la pompe de la PTB, l'électrode est en forme de L, limitant ainsi la surface de l'électrode de grille à proximité de l'autre îlot alors que sur la pompe du LPN, l'électrode est en forme de T, pour la même raison. C'est également pour cette raison que les électrodes de grille sont placées de part et d'autre de la ligne métallique contenant les jonctions.

L'amélioration du procédé de fabrication et l'obtention de dispositifs aux propriétés reproductibles demandent une étude systématique de comparaison des pompes entre elles. Des premiers éléments de comparaison ont été étudiés et sont présentés dans la partie 4.4.

3.3 Le SQUID DC

Le SQUID DC (Superconducting Quantum Interference Device) est un instrument permettant la détection de très faibles flux magnétiques.

3.3.1 Principe d'un SQUID DC

Le principe de fonctionnement d'un SQUID DC est largement étudié et présenté dans la littérature. On peut citer en particulier les ouvrages [96] pour l'aspect supraconducteur et [97] pour un panorama récent et assez exhaustif des SQUID. Les articles de revue [25] et [98] permettent également une bonne approche des SQUID et de leurs applications. Ces références sont à la base de la brève présentation du fonctionnement d'un SQUID DC qui suit.

Un SQUID DC est un dispositif reposant sur le principe d'interférences quantiques dans un supraconducteur. Il s'agit d'un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions Josephson (jonctions SIS). Son courant critique effectif est modulé par le flux appliqué à l'anneau. La figure 3.3 montre le schéma de principe d'un SQUID DC et sa représentation électrique dans la modélisation RCSJ⁸.

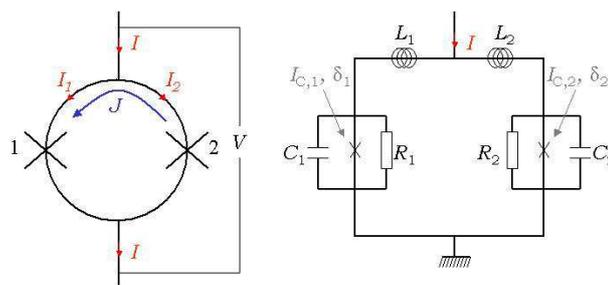


FIG. 3.3: Schéma de principe d'un SQUID DC et schéma équivalent dans le modèle RCSJ (à droite).

Le SQUID DC, est polarisé par un courant I qui est réparti de façon équilibré dans les deux branches avec les courants I_1 et I_2 . Le courant J est un courant permanent qui apparaît lorsque le flux appliqué n'est pas un nombre entier de fois le quantum de flux. Ce courant permet de limiter la modification de flux subie et par conséquent, il augmente le courant traversant l'une des jonctions et diminue le second. Pour chacune des jonctions, les relations de Josephson dans le cadre du

⁸la modélisation RCSJ (pour *resistively and capacitively shunted junction*) consiste à considérer la jonction Josephson comme une jonction idéale décrite par la relation 1.3 mise en parallèle avec une résistance et une capacité. La jonction idéale correspond au courant des paires de Cooper, la branche résistive au courant des quasi particules lié à la résistance de la jonction et la branche capacitive au courant de déplacement dû à la capacité entre les électrodes de la jonction. Une présentation complète de cette modélisation se trouve dans [96]

modèle RCSJ donnent :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{I}{2} + J = I_{C,1} \sin(\delta_1) + \frac{\Phi_0}{2\pi R_1} \dot{\delta}_1 + \frac{\Phi_0}{2\pi} \ddot{\delta}_1 \\ I_2 = \frac{I}{2} - J = I_{C,2} \sin(\delta_2) + \frac{\Phi_0}{2\pi R_2} \dot{\delta}_2 + \frac{\Phi_0}{2\pi} \ddot{\delta}_2 \end{cases} \quad (3.1)$$

Pour la suite, les deux jonctions Josephson seront considérées identiques avec une résistance R et un courant critique I_C . Les différences de phase quant à elles sont reliées au flux magnétique appliqué au système (Φ_a) par la relation :

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\Phi_a + LJ) \quad (3.2)$$

Le flux total de la boucle sera noté $\Phi = \Phi_a + LJ$.

Si, dans un premier temps le courant d'écrantage J est négligé (ce qui signifie qu'on prend $\Phi = \Phi_a$), on peut déterminer la caractéristique $I - V$ par [96] :

$$V = RI_C \sqrt{\left(\frac{I}{2I_C}\right)^2 - \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right)}{2}} \quad (3.3)$$

Cette relation montre que le SQUID est bien un transducteur flux-tension. La figure 3.4 (gauche) représente l'évolution de la tension en fonction du flux. Il est aisé de montrer que ΔV est maximal pour $I = 2I_C$ et que dans ce cas, V varie entre 0 et $I_C R$ selon que le flux est respectivement égal à $n\Phi_0$ où à $(n + 1/2)\Phi_0$ (n étant un nombre entier). De plus, le signal est périodique avec une période de Φ_0 . En tant que transducteur, on peut définir un coefficient de transfert au point W $V_\Phi = |(\partial V / \partial \Phi)_W|$. Le transfert flux-tension sera par conséquent optimal en terme de sensibilité au point de fonctionnement où la pente de la caractéristique $V(\Phi/\Phi_0)$ est la plus forte ; ce point de travail W correspond à $\Phi = (n \pm 1/4)\Phi_0$. Au voisinage de ce point on peut considérer que le transfert flux-tension est linéaire⁹.

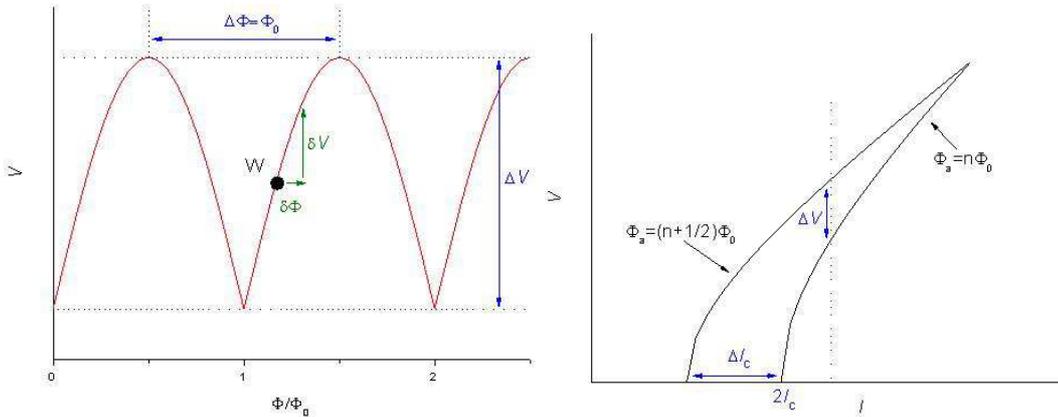


FIG. 3.4: A gauche, caractéristique $V(\Phi)$, où $\Phi = \Phi_a$. A droite, caractéristique $I(V)$ pour une valeur de Φ_a donnée en considérant que $\Phi = \Phi_a + LJ$

Le flux dû au courant d'écrantage est à nouveau pris en compte. La caractéristique courant-tension pour un flux appliqué Φ_a donné est quant à elle encadrée entre les deux valeurs extrema de flux : $n\Phi_0$ et $(n + 1/2)\Phi_0$. Ces caractéristiques sont représentées sur la figure 3.4 pour ces valeurs extrema.

⁹il existe une analogie avec le transistor SET utilisé comme électromètre, la caractéristique courant/tension étant l'analogue de la caractéristique tension/flux

La variation du courant critique ΔI_C du SQUID est donnée par la relation [99] :

$$\Delta I_C \approx \frac{2I_C}{1 + \beta_m} \tag{3.4}$$

Avec $\beta_m = 2LI_C/\Phi_0$, un paramètre d'écrantage lié à l'hystérésis magnétique.

Les paramètres du SQUID doivent vérifier 4 contraintes dont deux sont liées au caractère non hystérétique des jonctions et deux aux fluctuations thermiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_m = \frac{2LI_C}{\Phi_0} < 1 \\ \beta_C = \frac{2\pi I_C R^2 C}{\Phi_0} < 1 \\ E_J = \frac{\hbar I_C}{2e\frac{\Phi_0}{4k_B T}} > 5k_B T \\ L < \frac{2e\frac{\Phi_0}{4k_B T}}{I_C} \end{array} \right. \tag{3.5}$$

A 4.2 K, ces conditions impliquent que L doit être inférieure à 18 nH et que l'intensité du courant critique I_C doit être supérieur à 0.9 μ A. De plus, avec les moyens de fabrications actuels, les jonctions ont plutôt un caractère hystérétique (*i.e.* avec $\beta_C > 1$) donc étant donné qu'il ne faut pas avoir une jonction hystérétique pour utiliser un SQUID DC, la technique couramment employée est d'ajouter une résistance de shunt de l'ordre de quelques ohms en parallèle de la jonction, ce qui rend cette dernière non-hystérétique.

3.3.2 Mise en pratique : la boucle à verrouillage de flux

La figure 3.4 (gauche) montre qu'au voisinage du point de travail optimum W , on peut considérer qu'une faible variation du flux appliqué $\delta\Phi_a$ est liée linéairement à une variation de polarisation δV avec la relation $\delta V = V_\Phi \delta\Phi_a$ (où le coefficient de transfert est défini par $V_\Phi = (\partial V/\partial\Phi_a)_W$). C'est dans ce domaine de faibles variations de flux que le SQUID peut fonctionner.

Dans le cas où les variations ont une composante non linéaire, on peut augmenter le domaine de fonctionnement en utilisant une boucle à verrouillage de flux¹⁰ (*flux-locked loop* : FLL) telle que celle représentée sur la figure 3.5.

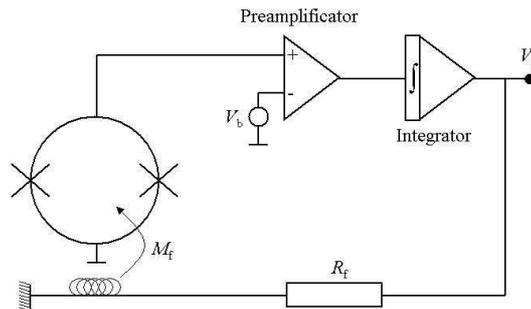


FIG. 3.5: Circuit d'un SQUID avec une FLL

Le SQUID est alors polarisé pour être au point de fonctionnement W (cf. figure 3.4, gauche) de la même façon que pour les faibles variations de flux. L'écart de tension V du SQUID au point de fonctionnement V_b est amplifié, intégré et renvoyé dans le SQUID par l'intermédiaire d'une résistance R_f et d'une bobine de contre-réaction. Cette bobine étant couplée au SQUID par une inductance mutuelle M_f .

Avec un gain d'intégrateur infini, le flux du SQUID est constant et la tension de contre-réaction V_f dépend linéairement du flux appliqué au SQUID. Dans le cas expérimental où ce gain

¹⁰Le principe de ce mode de fonctionnement est décrit en détail dans le ch.4 de [97] ainsi que dans [100]

est fini, l'amplitude des variations de flux dans le SQUID est réduite par le gain en boucle ouverte de la contre-réaction, comme cela sera montré dans la partie 3.4.3.1.

3.3.3 la sensibilité d'un SQUID DC

Un SQUID DC est un détecteur très sensible. Pour quantifier cette sensibilité, il convient de déterminer le bruit intrinsèque de ce dispositif.

Une brève analyse du bruit dans un circuit avec une boucle de contre-réaction telle que celle représentée sur la figure 3.5 donne une densité de bruit du flux total de la forme :

$$S_{\Phi, FLL} = S_{\Phi} + \frac{S_{V, amp}}{V_{\Phi}^2} \quad (3.6)$$

où S_{Φ} est la densité spectrale de bruit en flux du SQUID et $S_{V, amp}$ celle du bruit en tension du circuit de pré-amplification.

Le niveau usuel de bruit d'un SQUID DC est de $10^{-6} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$.

Une autre façon d'exprimer les performances d'un SQUID est de donner sa résolution en énergie ϵ qui se définit comme l'énergie minimale détectable. Elle s'exprime, dans les conditions optimales de fonctionnement¹¹, par [99] et [97] :

$$\epsilon = \frac{9k_B T L}{R} \quad (3.7)$$

Dans les SQUID DC utilisés, cette résolution énergétique est de l'ordre de quelques centaines de h .

Du fait de sa très bonne sensibilité, le SQUID est utilisé dans de nombreux domaines [101] et en particulier en métrologie (cf. chapitre 9 dans [101] : *SQUIDS for standards and metrology*, J. Gallop et F. Piquemal).

3.4 Le comparateur cryogénique de courants (CCC) : principe et fonctionnement

Le comparateur cryogénique de courant (CCC) est un dispositif qui a été développé dans les années 1970 [102], [103]. Il s'agit d'utiliser l'effet Meissner et le théorème d'Ampère pour avoir un comparateur de courant avec un très grand niveau d'exactitude.

3.4.1 Principe du CCC

Considérons deux fils insérés dans un tube supraconducteur traversés respectivement par un courant I_1 et I_2 , ces fils passant N_1 et N_2 fois dans le tube. L'application du théorème d'Ampère en considérant un contour (a) donne :

$$\oint_{(a)} \mathbf{B} dl = \mu_0 \sum I \quad (3.8)$$

En choisissant un contour à l'intérieur du tube supraconducteur, l'intégrale des densités de courant est nulle car le champ magnétique \mathbf{B} est nul du fait de l'effet Meissner. Cela implique alors l'apparition d'un courant supraconducteur I sur la surface intérieure du tube maintenant la densité de flux magnétique nulle à l'intérieur du tube. Les boucles de courant devant se refermer, ce courant supraconducteur I circule sur la surface extérieure du tube, dans le sens opposé à la circulation dans le sens intérieur. D'après l'équation 3.8, la relation entre les courants s'écrit :

$$I = N_1 I_1 - N_2 I_2 \quad (3.9)$$

¹¹le bruit du circuit de pré-amplification est négligé et $\beta_m \sim 1$

Par conséquent, la comparaison des courants I_1 et I_2 peut s'effectuer avec un rapport N_1/N_2 déterminé s'il est possible d'exclure d'autres sources de courant et de mesurer avec précision le courant circulant sur la partie extérieure du tube I . La force de ce dispositif est que la comparaison sera faite avec un bon niveau d'exactitude même si les fils traversés par les courants I_1 et I_2 décrivent des trajectoires non rectilignes dans le tube car dans ce cas, la distribution de courant sur la surface interne du tube pourra éventuellement être inhomogène mais restera homogène sur la surface externe. La mesure précise de l'intensité du courant I peut se faire à l'aide d'un SQUID DC tel qu'il a été présenté dans la partie précédente. Le SQUID DC détectera le flux Φ résultant du courant supraconducteur I par l'intermédiaire d'une bobine (*pick-up coil*) connectée à sa bobine d'entrée formant un transformateur de flux.

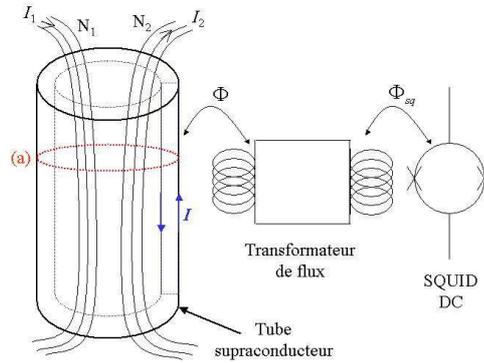


FIG. 3.6: Schéma de principe d'un CCC composé d'un tube supraconducteur traversé par des courants, d'un transformateur de flux et d'un SQUID DC

Le principe ainsi énoncé se heurte toutefois à une difficulté pratique car avec un tube de longueur finie, les égalités attendues sont modifiées par un terme lié aux flux magnétiques non écrantés induits par I_1 et I_2 aux extrémités du tube. La solution proposée par Sullivan et Dziuba [103] (ces CCC sont appelés CCC de type I^{12}) consiste à donner au tube une forme torique en recouvrant les extrémités sur elles-mêmes (ce recouvrement se faisant avec une isolation électrique), ce qui est représenté sur la figure 3.7. L'image couramment employée pour expliquer ce type de dispositif est celle d'un "serpent qui se mord la queue". En augmentant la longueur de ce recouvrement, le flux magnétique qui tend à passer à travers l'ouverture du recouvrement sera mieux écranté et le courant circulant sur la surface extérieure du tore sera alors conforme à l'égalité 3.9 avec un niveau d'exactitude qui dépendra de la longueur de recouvrement.

Ce niveau d'exactitude a été calculé par Seppä [105] pour un CCC de type I . Prenant en compte un flux de fuite Φ_l qui passe par l'espace interstitiel du recouvrement, il calcule le rapport entre ce flux de fuite et le flux total Φ_T en fonction de la longueur de recouvrement l , du rayon de la section du tore ρ , du rayon du tore r et de l'espace entre chaque recouvrement d (cf. figure 3.7) :

$$\frac{\Phi_l}{\Phi_T} = \frac{d \exp(-l/\rho)}{r \ln(r/\rho)} \quad (3.10)$$

En reprenant les ordres de grandeur de [1], à savoir $d = 200 \mu\text{m}$, $r = 3 \text{ cm}$, $\rho = 1 \text{ cm}$, l'erreur est de 5.10^{-7} pour un demi-tour de recouvrement, et de 4.10^{-11} pour un tour complet.

La vérification expérimentale de cette exactitude du rapport d'enroulement peut se faire en faisant un CCC avec deux enroulements de même nombre de tours. Ces deux enroulements sont ensuite placés en série/opposition et parcourus par un même courant afin d'avoir en sortie un courant nul sur le tube supraconducteur.

¹²le CCC de type II est réalisé en plaçant la bobine de détection à l'intérieur du blindage supraconducteur toroïdal et en effectuant les enroulements à l'extérieur [104]

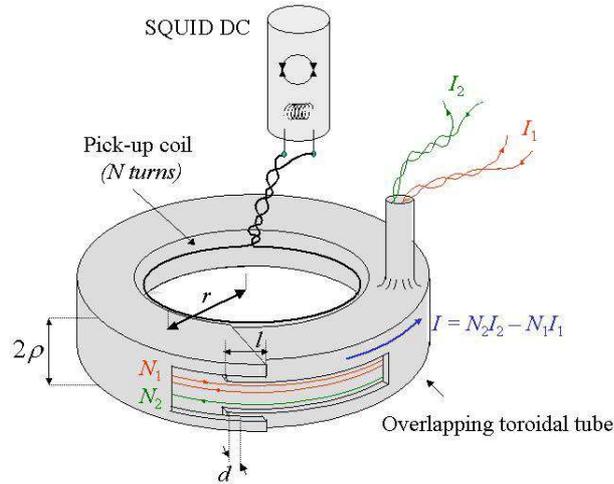


FIG. 3.7: Schéma d'un CCC de type I

3.4.2 Couplage avec le SQUID et sensibilité

Les conditions pour avoir un faible taux d'erreur de recouvrement étant connues, nous nous intéressons désormais à la détection du courant supraconducteur sur la surface du tore. Pour cela, le SQUID DC présente les caractéristiques recherchées, comme on l'a montré dans la partie précédente. En effet, le SQUID DC est un détecteur de flux avec une très bonne sensibilité (de l'ordre du $\mu\Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$).

La figure 3.8 représente le principe électrique de détection du courant I avec un SQUID DC. Le courant I circulant à la surface du tore dont l'inductance propre est L_{CCC} va induire un courant I_p dans la bobine de détection d'inductance propre L_p par l'intermédiaire d'une mutuelle M . Ce courant I_p va, quant à lui, être détecté par l'intermédiaire de la mutuelle M_{sq} entre l'inductance d'entrée du SQUID L_i et la boucle du SQUID.

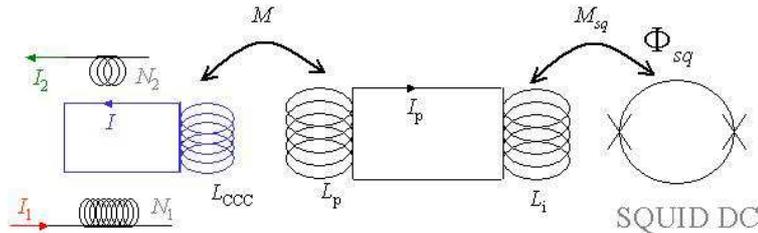


FIG. 3.8: Schéma électrique du couplage entre les enroulements du CCC et le SQUID DC

La sensibilité du CCC se définit comme la variation de courant I circulant sur la surface du tore créant une variation de flux au niveau du SQUID d'un quantum de flux Φ_0 et on la note S_{CCC} .

La conservation du flux dans la boucle du transformateur de flux s'écrit :

$$\frac{I}{I_p} = \frac{L_p + L_i}{M} \quad (3.11)$$

Le SQUID détecte alors un flux Φ_{sq} tel que :

$$\Phi_{sq} = M_{sq} I_p = \frac{M M_{sq}}{L_i + L_p} I$$

Ce qui permet de déduire la valeur théorique de la sensibilité du CCC telle que définie ci-dessus :

$$S_{CCC} = \frac{L_p + L_i}{MM_{sq}} \Phi_0 \quad (3.12)$$

Le calcul de la sensibilité effective a été effectué dans [106], [100] et [107]. La bobine de détection est alors composée de N tours et la constante de couplage entre le tore et la bobine de détection est k . On obtient les relations :

$$\begin{cases} L_p = N^2 L_{CCC} \\ M = kN L_{CCC} \end{cases} \quad (3.13)$$

En introduisant ces termes dans l'équation 3.12, la sensibilité s'exprime sous la forme :

$$S_{CCC} = \frac{\Phi_0}{kM_{sq}} \left(N - \frac{L_i}{L_{CCC}} \frac{1}{N} \right) \quad (3.14)$$

Cette expression permet de montrer qu'il existe un nombre de tours de la bobine de détection optimisant l'adaptation d'impédance : $N_{opt} = \sqrt{(L_i/L_{CCC})}$. N_{opt} induit ainsi une sensibilité optimale¹³ :

$$S_{CCC,opt.} = \frac{2\Phi_0}{kM_{sq}} \sqrt{\frac{L_i}{L_{CCC}}} \quad (3.15)$$

Cependant cette formule n'est pas encore tout à fait représentative de la situation pratique dans la mesure où le CCC (constitué du tore avec les enroulements, du transformateur de flux et du SQUID DC) est entouré par des écrans supraconducteurs nécessaires pour diminuer l'influence du champ magnétique environnemental sur la détection. Le couplage inductif entre ces écrans et le tore et la bobine de détection ne peut pas être négligé. Une méthode par éléments finis a été développée pour estimer la sensibilité en prenant en compte à la fois ces écrans et l'effet image du blindage du tore avec la bobine de détection dans [106] et [107]. La solution numérique trouvée permet, sous certaines approximations, d'exprimer la sensibilité par une formule analogue à celle donnée par l'équation 3.15 en considérant une inductance effective, notée L'_{CCC} , qui prend en considération ces couplages.

Une autre façon d'exprimer la qualité d'un CCC est d'exprimer sa résolution en courant. C'est cette grandeur que nous utiliserons par la suite pour caractériser les CCC. Il s'agit de la racine carrée de la densité spectrale de puissance du bruit en courant apporté à l'entrée de la boucle de SQUID, ce qui signifie qu'il s'agit du courant minimum circulant sur la surface du tore détectable par le SQUID. On peut l'exprimer sous la forme [100], [108] :

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R_{in}} + \frac{8\epsilon}{N_1^2 k^2 L'_{CCC}} + \left(\frac{S_{\Phi_{ext}}}{N_1 L'_{CCC}} \right)^2 \quad (3.16)$$

Dans cette équation, le premier terme est le bruit thermique lié à la résistance équivalente R_{in} "vue" aux bornes de l'enroulement primaire, le deuxième terme est dû au SQUID et à sa résolution énergétique ϵ dans le cas de la sensibilité optimale et enfin le dernier terme est lié au bruit magnétique de l'environnement ayant une densité spectrale de puissance $S_{\Phi_{ext}}$.

En pratique, l'entrée aura une impédance élevée et le blindage du dispositif sera considéré suffisant pour pouvoir négliger le premier et le dernier terme. Les SQUID utilisés ont une résolution énergétique de l'ordre de $500h$ (h étant la constante de Planck, *i.e.* $\epsilon \sim 3.10^{-31}$ J.s), l'enroulement primaire a 20 000 tours et l'inductance du tore peut être estimée en fonction des paramètres géométriques¹⁴ à environ 10 nH. Ainsi, l'ordre de grandeur de la résolution en courant théorique pour les CCC qui seront utilisés par la suite [1] est de 0.7 fA/Hz^{1/2} (en supposant un couplage parfait entre la surface du tore et la bobine de détection, $k = 1$)¹⁵. Notons que pour augmenter la résolution

¹³pour le cas où $L_i > L_{CCC}$, condition permettant de réaliser expérimentalement l'adaptation d'impédance optimale

¹⁴en prenant les notations de la figure 3.7, $L_{CCC} = \mu_0 r (\ln(8r/\rho) - 2)$, [107]

¹⁵cette valeur est de 1 fA/Hz^{1/2} si $k = 0.8$

du CCC, il est préférable d'augmenter L_{CCC} , c'est-à-dire, en reprenant les notations précédentes, d'augmenter r et de diminuer ρ . Les aspects expérimentaux limitent ces variations : ρ est fixé par le nombre de tours et r est borné par le blindage électromagnétique, lequel est limité par le diamètre d'entrée du cryostat.

Dans cette simulation, le terme dû à l'environnement électromagnétique a été négligé. Pour valider cette hypothèse, un blindage très efficace doit être réalisé. La contrainte n'est pas d'avoir un champ parfaitement nul au niveau du CCC, mais que le champ extérieur soit le plus stable possible car ce sont les faibles variations de champ qui sont détectées (typiquement de l'ordre de $0.5 \text{ fT/Hz}^{1/2}$ à 1 Hz [108]). Rappelons que dans ce paragraphe, il n'est pas question du blindage toroïdal sur lequel circule le courant à détecter mais du blindage de l'ensemble du CCC. Ce blindage est composé de trois épaisseurs : la première (en partant de l'extérieur) est un matériau à forte perméabilité à basse température (Cryoperm[®]), la deuxième est en plomb et la troisième en niobium. Ainsi composé, le blindage a une atténuation estimée à 210 dB [108]. De plus, des précautions doivent être prises pour limiter les vibrations mécaniques qui peuvent perturber les mesures dans le domaine des basses fréquences.

3.4.3 Modes de contre-réaction

3.4.3.1 Contre-réaction externe

Dans ce mode de fonctionnement, représenté sur la figure 3.9, le courant de contre-réaction du SQUID DC est injecté dans l'enroulement secondaire. On doit ainsi avoir $I = 0$ soit $N_1 I_1 = N_2 I_2$, I_2 étant à la fois le courant de contre-réaction et le courant circulant dans l'enroulement secondaire. C'est donc le courant circulant dans le transformateur de flux qui est nul, impliquant un flux constant au niveau du SQUID $\delta\Phi_{sq} = 0$.

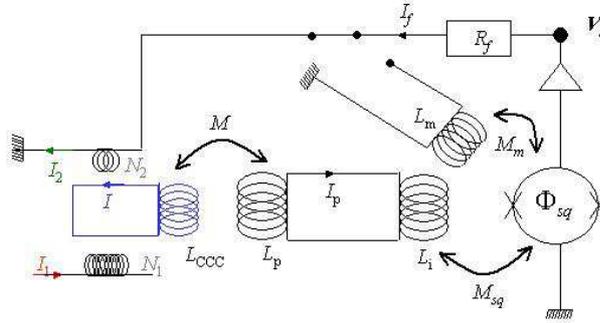


FIG. 3.9: Schéma de principe d'un CCC utilisé en mode de contre-réaction externe

L'expression du rapport entre la tension de sortie du SQUID et le courant d'entrée dans l'enroulement primaire du CCC s'exprime alors en fonction de la résistance de contre-réaction R_f :

$$G_{CRE} = \frac{V_s}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} R_f \quad (3.17)$$

AJUSTEMENT DE LA CONTRE-RÉACTION

Le SQUID couplé avec le comparateur fonctionne en boucle à verrouillage de flux. La figure 3.10 représente le schéma de la contre-réaction avec une source de courant secondaire. Le gain de boucle du CCC G_{CCC} correspond au rapport entre le flux dû au courant circulant dans l'enroulement primaire Φ_1 et la différence de flux $\delta\Phi$ entre ce flux dû à l'enroulement primaire et celui dû à l'enroulement secondaire Φ_2 ($\delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$), soit :

$$G_{CCC} = \frac{N_2 G_E V_\Phi}{R_f S_{CCC}} \quad (3.18)$$

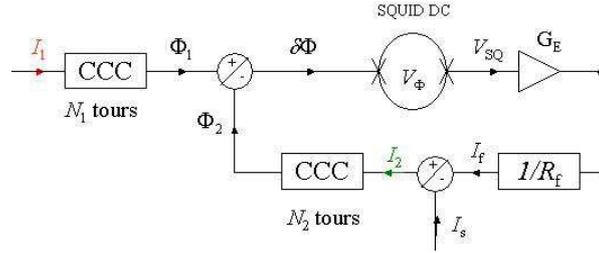


FIG. 3.10: Schéma bloc du montage de contre-réaction externe

où G_E est le gain de l'électronique de contre-réaction, V_Φ est le coefficient de transfert optimisé du SQUID¹⁶ et R_f la résistance de contre-réaction.

Dans un premier temps, il n'y a pas de source de courant auxiliaire, c'est-à-dire que $I_2 = I_f$ où I_f est le courant de contre-réaction provenant de l'électronique du SQUID. Dans ce cas, le rapport de courant entre l'enroulement primaire et secondaire s'écrit :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \left(1 - \frac{1}{G_{CCC}}\right) \quad (3.19)$$

Or, l'électronique du SQUID, composée d'un intégrateur, a un gain qui est typiquement de l'ordre de 100 dB à 10 mHz, ce qui induit une erreur de 10^{-5} sur le rapport de courant. Ajoutons au signal de contre-réaction du SQUID un courant I_s généré par une source externe, ajouté à celui de contre-réaction du SQUID avant de circuler dans l'enroulement secondaire. Dans ce cas, le rapport de courant s'écrit :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \left(1 - \frac{I_2 - I_s}{I_2} \frac{1}{G_{CCC}}\right) \quad (3.20)$$

Il devient alors possible de rendre négligeable l'écart du rapport d'enroulement en ajustant avec une certaine incertitude le courant de la source externe. Par exemple, si l'ajustement se fait à 10^{-4} (c'est-à-dire $(I_2 - I_s)/I_2 < 10^{-4}$), l'erreur sur le rapport d'enroulement sera de l'ordre de 10^{-9} . De plus, comme le montrent ces équations, le choix de la valeur de R_f peut permettre de diminuer encore cette erreur¹⁷. Cependant, il faut trouver un compromis entre la valeur du gain et le domaine de stabilité. Cette question sera brièvement abordée dans le chapitre 5. Il en est de même pour le nombre de tour de l'enroulement secondaire N_2 : s'il augmente, l'erreur diminue mais le domaine de stabilité également.

3.4.3.2 Contre-réaction interne

Dans ce mode de fonctionnement, représenté sur la figure 3.11, l'enroulement secondaire n'est pas connecté ($I_2 = 0$) et le SQUID DC contre-réagit au niveau de la bobine de modulation. Un flux non nul est donc reçu par le transformateur de flux et il sera ajouté au flux issu de la bobine de modulation afin d'avoir un flux constant au niveau du SQUID : $\delta\Phi_{sq} = 0$.

Dans cette configuration, il convient de séparer dans ce flux la partie due au courant circulant dans l'enroulement primaire du CCC Φ_1 de celle due au courant circulant dans la bobine de modulation Φ_2 avec $\Phi_{sq} = \Phi_1 - \Phi_2$ (on notera par la suite $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$) :

$$\begin{cases} \Phi_1 = M_{sq} I_P \\ \Phi_2 = M_m I_f \end{cases} \quad (3.21)$$

De plus, d'après l'équation 3.11 de conservation du flux dans le transformateur du flux et en ayant $I = N_1 I_1$, il est possible d'exprimer le flux Φ_1 en fonction du courant d'entrée du circuit

¹⁶cf. partie 3.3.2

¹⁷la même remarque peut s'appliquer à N_2 . Cependant le fait de faire varier N_2 modifie le gain du CCC, c'est pourquoi ce paramètre n'est pas modifié

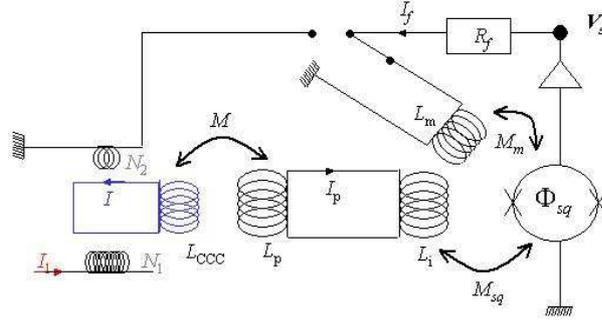


FIG. 3.11: Schéma de principe d'un CCC utilisé en mode de contre-réaction interne

I_1 en utilisant le nombre de tours du transformateur de flux adaptant au mieux l'impédance ($N_{opt} = \sqrt{L_i/L_{CCC}}$) et les relations 3.13 :

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \frac{M_{sq}M}{L_i + L_p} N_1 I_1 \\ &= \frac{k N_{opt} L_{CCC}}{L_i + N_{opt}^2 L_{CCC}} M_{sq} N_1 I_1 \\ &= M_{sq} \frac{k}{2} \sqrt{\frac{L_{CCC}}{L_i}} N_1 I_1\end{aligned}\quad (3.22)$$

Enfin, au niveau de la bobine de modulation, la relation est :

$$\Phi_2 = M_m \frac{V_s}{R_f} \quad (3.23)$$

Il est alors possible de calculer, de façon analogue au mode de contre-réaction externe, le rapport entre la tension de sortie et le courant d'entrée en considérant $\phi_1 = \phi_2$:

$$G_{CRI} = \frac{V_s}{I_1} = \frac{M_{sq} k}{M_m 2} \sqrt{\frac{L_{CCC}}{L_i}} N_1 R_f \quad (3.24)$$

En mode de contre-réaction interne, le rapport tension-courant est donc différent de celui en contre-réaction externe. Étant donnée l'incertitude qu'il est possible d'avoir sur le rapport d'enroulement (inférieure à quelques 10^{-8}), ce gain sera plus intéressant en contre-réaction externe. Notons que celui-ci sera plus important en contre-réaction externe comme cela peut être calculé à l'aide des ordres de grandeurs rencontrés dans de tels montages.

Par exemple, pour les expériences menées dans le chapitre 4, le CCC utilisé a les propriétés suivantes : $N_1 = 20\,000$ et $N_2 = 2$ avec une résistance de contre-réaction de $500\text{ k}\Omega$, ce qui donne :

$$G_{CReexp} = 5.10^9 \text{ V/A}$$

Le SQUID DC utilisé, qui est un SQUID commercial Quantum Design a les propriétés suivantes¹⁸ : $M_{sq} = 10\text{ nH}$, $M_m = 1\text{ nH}$, $L_i = 1.8\ \mu\text{H}$ est couplé avec les enroulements du CCC, ce qui donne : $L_{CCC} = 15\text{ nH}$ et $k = 0.8$, et ainsi :

$$G_{CRIexp} = 3.5.10^9 \text{ V/A}$$

En contre-réaction interne, le gain est donc plus faible qu'en contre-réaction externe et de plus, il faut l'étalonner en envoyant un courant connu dans l'enroulement primaire du CCC. En revanche, c'est le mode de fonctionnement par défaut du SQUID commercial, par conséquent, dans un premier temps, c'est dans ce mode que les mesures ont été effectuées pour permettre de caractériser le montage et les dispositifs.

¹⁸remarquons qu'il ne s'agit ici que d'ordres de grandeur caractéristiques de tels SQUID et pas de mesures expérimentales précises

3.5 Montage expérimental de mesure des pompes à électrons

Les dispositifs mesurés sont composés d'aluminium, métal qui devient supraconducteur à partir de 1.2 K. Les pompes à électrons présentées dans le chapitre précédent fonctionnent avec des électrodes métalliques dans l'état normal. Ainsi, il est nécessaire de créer un champ magnétique au niveau de l'échantillon pour pouvoir mettre l'échantillon à la température de base du réfrigérateur à dilution tout en conservant les caractéristiques normales du métal qui compose l'échantillon. Ce champ magnétique est obtenu à l'aide de deux aimants en $NbFeB$ placés de part et d'autre de l'échantillon.

3.5.1 Le réfrigérateur à dilution

La température de Coulomb des dispositifs mesurés lors de cette thèse est de l'ordre de grandeur de la température de liquéfaction de l'hélium 4. Or pour pouvoir observer le blocage de Coulomb, il faut être à une température largement inférieure à cette température. C'est pourquoi il est nécessaire de travailler avec un réfrigérateur à dilution $^3\text{He}/^4\text{He}$ [109], [110]. Toutes les mesures ont été effectuées sur un réfrigérateur à dilution commercial d'Oxford[®] qui a une température de base de 6 mK et une puissance à 100 mK de 400 μW . La majorité des expériences présentées par la suite ont été effectuées à des températures de la chambre de mélange comprises entre 35 et 60 mK.

La figure 3.12 représente le réfrigérateur à dilution avec les différentes composantes du montage expérimental. La partie grisée correspond à la partie sous vide qui sera à une température inférieure à 4.2 K appelée l'IVC¹⁹. Le reste est la partie située dans le bain d'hélium liquide à 4.2 K. Dans cette dernière partie se trouve en particulier le CCC. Dans l'IVC, il existe différents étages qui ont des températures décroissantes du haut vers le bas. Les différents plateaux sont aux températures suivantes : 1.5 K (pot à 1 K), 800 mK (bouilleur), 100 mK (échangeurs) et enfin 10 mK (chambre de mélange). Dans cette partie, les températures indiquées sont atteintes par la circulation d'un mélange $^3\text{He}/^4\text{He}$ optimisé²⁰. Nous allons détailler par la suite le câblage ainsi que la mise en place de l'échantillon et du dispositif d'amplification de courant.

Par ailleurs, dans le cadre du développement de l'expérience du triangle métrologique, un nouveau réfrigérateur à dilution a été réceptionné par le laboratoire et l'expérience du triangle métrologique y est en cours d'installation. Il s'agit d'un réfrigérateur commercial de Cryoconcept[®] dont la température de base est inférieure à 10 mK et la puissance à 100 mK est de 300 μW . Le principe de fonctionnement est le même que celui sur lequel ont été effectuées les mesures à la différence de la thermalisation à 1 K qui ne se fait pas à l'aide d'un pot à 1 K mais avec une détente de Joule-Thomson du mélange $^3\text{He}/^4\text{He}$.

3.5.2 Câblage et filtrage

Étant données les valeurs de courant générées par la pompe et de polarisation à y appliquer, l'étape du câblage demande la prise en compte de l'environnement électromagnétique de l'expérience afin à la fois de conserver un rapport signal sur bruit significatif et de se placer dans les conditions de fonctionnement métrologique de la pompe. Nous allons donc présenter les options choisies pour différentes parties du câblage : les tensions de grille et la tension de polarisation.

Le filtrage des câbles répond à deux nécessités : limiter la hausse de température liée au câblage avec pour conséquence d'améliorer la thermalisation des électrons et filtrer les rayonnements haute fréquence. Une source importante de perturbation provient de ces rayonnements. Il existe un effet tunnel photo-assisté (cf. partie 2.3, p. 45) qu'il faut pouvoir filtrer en fonction de la précision que l'on cherche à avoir sur l'exactitude de la pompe.

¹⁹ inner vacuum chamber

²⁰ pour la dilution utilisée, il s'agit d'un mélange comportant 18% d'hélium 3

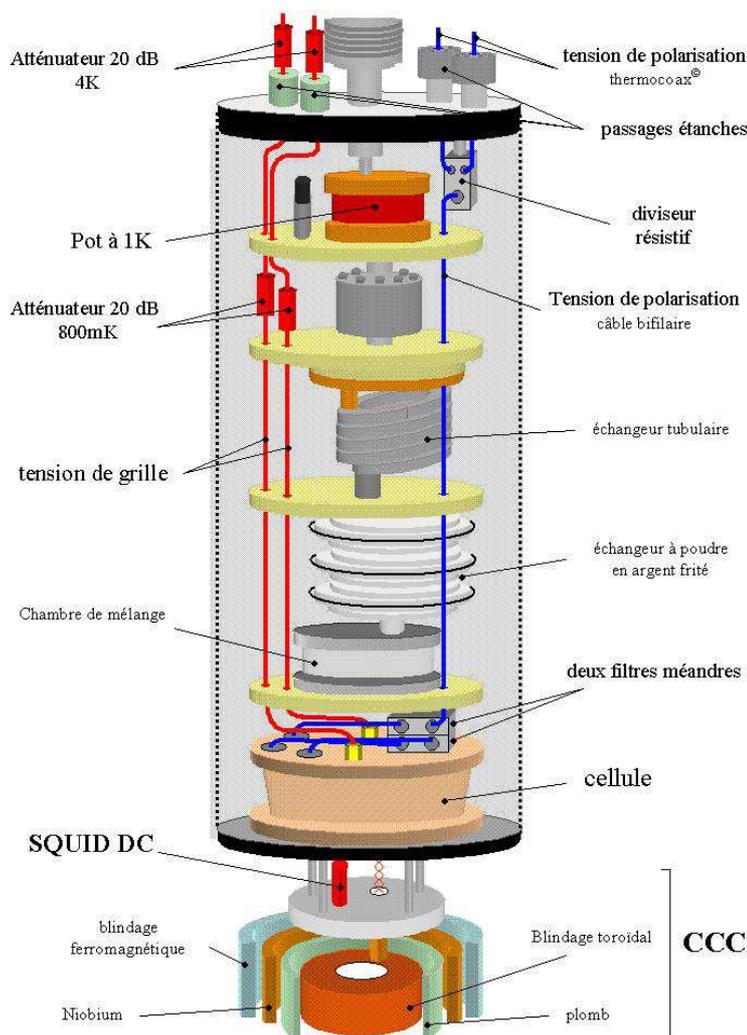


FIG. 3.12: Schéma du montage expérimental sur le réfrigérateur à dilution. La partie grisée représente la partie sous vide (IVC)

LA LIGNE DE POLARISATION ET LES FILTRES MÉANDRES

La ligne de polarisation doit avoir un très bon filtrage des hautes fréquences. Pour cela, le câblage a été fait dans un premier temps avec un câble bifilaire constitué d'une paire de fils de manganin torsadés et mis à l'intérieur d'une gaine capillaire en inox avec de la colle silicone pour figer le câble dans le tube. On dispose à l'aide de ces câbles d'un bon blindage et d'une atténuation importante des hyperfréquences [111]. C'est avec ce câblage que furent obtenus les résultats présentés dans [1] et en partie²¹ dans [83]. En effet, après plusieurs cyclages thermiques, il a fallu remplacer une partie du câblage. Considérant les résultats présentés par A.B. Zorin [112], il a été décidé de remplacer les câbles bifilaires par des câbles Thermocoax[®]. Les résultats montrés dans cette thèse ont tous été obtenus avec un câblage complet de la ligne de polarisation en Thermocoax[®] de 300 K aux filtres méandres situés sur le plateau de la chambre de mélange du réfrigérateur à dilution. De plus, comme les tensions de polarisation de la pompe sont inférieures au millivolt et afin d'avoir une bonne stabilité de la tension appliquée, un diviseur résistif a été placé à 4.2 K (cf. schéma du montage sur la figure 4.1). La tension de sortie est 10^{-4} fois celle d'entrée, ce qui permet d'utiliser les sources de tension commerciales. Le fait de mettre le diviseur résistif à 4.2 K permet de réduire

²¹seul le câble entre 300 K et le haut de l'IVC avait été modifié

également les f.e.m. thermiques et le bruit du générateur de tension utilisé.

La ligne de polarisation de la pompe, telle qu'elle vient d'être décrite, permet dans le montage utilisé dans cette thèse de polariser la pompe avec un côté au potentiel V_b , l'autre étant à la masse. Ce point est important pour la mesure, en particulier dans le cas du montage de l'expérience du triangle métrologique dans le chapitre 5. Une autre possibilité serait de polariser symétriquement la pompe avec $V_b/2$ d'un côté et $-V_b/2$ de l'autre.

Les filtres méandres, développés par le groupe quantronique [113], [114] sont des puces sur lesquelles sont micro-lithographiées des lignes résistives prises en sandwich entre deux couches isolantes. Un filtre RC est ainsi obtenu. La raison d'être de ce filtrage est de limiter les événements tunnels photo-assistés (cf. partie 2.3.2.3, p. 49). En effet, en considérant la température de Coulomb T_C , tout rayonnement de fréquence f tel que $hf > k_B T_C$ a une contribution énergétique suffisante pour diminuer le blocage de Coulomb. Ainsi, pour une température de Coulomb de 1 K, tout rayonnement supérieur à 20 GHz entre dans cette catégorie. C'est pourquoi il faut filtrer sur la gamme de fréquence 20 GHz-6 THz, correspondante au bruit thermique entre 1 et 300 K. Ces radiations sont susceptibles de favoriser le passage d'électrons non désirés à travers le dispositif et d'augmenter la température électronique. Un ordre de grandeur de l'atténuation nécessaire peut être déduit des calculs de [113] : pour une impédance de source de 1 M Ω à 300 K, une température effective de 25 mK nécessite un filtrage avec une atténuation²² de l'ordre de 200 dB.

Le montage utilisé lors de cette thèse a été fait avec des filtres méandres tels que ceux décrits dans [113] placés au niveau de la chambre de mélange²³ et dont la caractéristique du coefficient de transmission est tracée sur la figure 3.13. Les filtres montés sur le câblage ont des résistances à température ambiante entre 2 et 3 k Ω . Un filtre est placé sur la ligne de polarisation avant le dispositif SET, un autre est placé entre ce dispositif et le CCC, ce dernier servant à filtrer le rayonnement pouvant provenir du CCC, situé à 4.2 K, sur le dispositif mesuré.

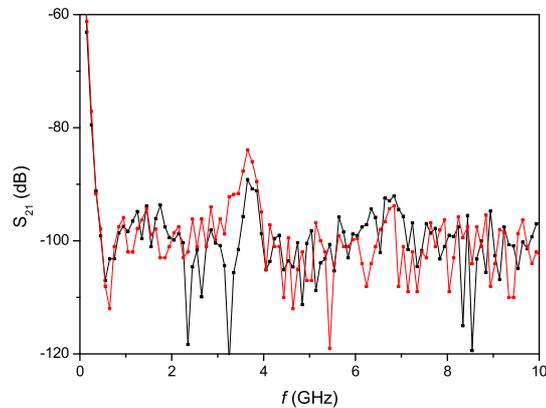


FIG. 3.13: Coefficient de transmission en fonction de la fréquence mesuré sur deux des filtres méandres insérés dans le montage expérimental utilisé durant la thèse. La mesure a été effectuée à température ambiante.

Dans le cadre du câblage de la dilution Cryoconcept[®], il est prévu de monter des filtres méandres tels que ceux décrits dans [114]. Pour améliorer la température électronique, deux étages

²²le bruit électromagnétique "vu" par la jonction est caractérisé par une densité spectrale des fluctuations de tension $S_V(\omega)$. Une source de bruit i , caractérisée par sa résistance R_i et une température T_i , contribue à $S_V(\omega)$ par le terme $a_i S_{V_i}$ avec S_{V_i} la densité spectrale de bruit à travers la source i et a_i le coefficient d'atténuation associé. L'atténuation en dB s'exprime sous la forme : $A_i(\text{dB}) = -10 \log_{10}(a_i)$. [113]

²³il existe juste une différence de connectique entre les filtres utilisés et ceux décrits dans [113]. En effet, dans l'article, les filtres sont montés avec des connecteurs SMA alors que sur le montage de l'expérience, il s'agit de connecteurs Fischer

de filtres seront utilisés : l'un à 4.2 K pour filtrer le rayonnement venant de 300 K et l'autre au niveau de la chambre de mélange, de la même façon que dans le montage actuel, ce qui semble plus favorable d'après [114]²⁴.

LES LIGNES DE GRILLE

Avant d'arriver au niveau du réfrigérateur à dilution, il faut que les parties de polarisation continue et alternative de chaque grille soit mélangée. Cela se fait par l'intermédiaire d'une électronique dédiée, conçue par le NIST [68]. Cette électronique permet par ailleurs d'injecter une partie d'un signal d'une des grilles sur une autre grille. Cette possibilité est utile pour compenser les capacités croisées qui existent dans ces dispositifs.

Ensuite, à l'intérieur du réfrigérateur à dilution, les lignes de polarisation des grilles sont faites avec des câbles coaxiaux 50 Ω semi-rigides composés d'un conducteur extérieur en Cuivre-Nickel, d'un diélectrique en Téflon (PTFE) et d'un conducteur central. Le câble utilisé est différent entre celui utilisé pour la partie 300 K-4.2 K et celui utilisé pour la partie étant dans l'IVC (<4.2 K). Pour les températures les plus élevées, le conducteur central est en Cuivre-Béryllium (avec un flash d'argent) alors que pour la partie basse température, il est en Cuivre-Nickel.

Le filtrage sur les lignes de grille, qui doivent pouvoir transporter le signal AC, se fait à l'aide d'atténuateurs commerciaux. Chaque ligne de grille est interrompue par deux atténuateurs : un atténuateur Radiall placé à 4.2 K, au niveau du passage étanche d'entrée dans l'IVC, et un atténuateur Weinschell placé sur le plateau à 800 mK²⁵. Une atténuation totale de la ligne de 40 dB est ainsi obtenue.

L'ensemble des lignes de polarisation des grilles a été testé à température ambiante, en particulier pour mesurer la valeur du déphasage entre deux signaux alternatifs envoyés par les générateurs avec un déphasage connu. De même, ces tests ont permis de mesurer l'atténuation de l'amplitude du signal entre celle envoyée et celle arrivant sur le porte-échantillon (le signal a été mesuré avant et sur le porte-échantillon). En ajustant ces deux paramètres pour différentes fréquences entre 10 et 100 MHz il sera possible, pour piloter les pompes à électrons de savoir quels signaux RF sont envoyés réellement²⁶ sur la pompe. Avec le câblage actuel, il n'est pas possible d'envoyer un signal supérieur à 120 MHz. A partir de cette fréquence, le signal au niveau du porte-échantillon n'est pas exploitable. Pour les expériences décrites dans cette thèse, cela n'est pas important dans la mesure où la gamme étudiée s'arrête à 100 MHz.

3.5.3 Système expérimental d'amplification et de détection du courant

3.5.3.1 Propriétés expérimentales des CCC utilisés

Au cours de cette thèse, deux CCC ont été utilisés : l'un fabriqué par F. Gay pendant sa thèse [1] qui a servi pour l'ensemble des mesures en contre-réaction interne²⁷ (il sera noté CCC_a par la suite), l'autre par A. Gonzalez-Cano qui a servi pour les mesures en contre-réaction externe²⁸ (il sera noté CCC_b par la suite). On regroupe dans le tableau suivant les principales caractéristiques de ces CCC connectés aux dispositifs dans le réfrigérateur à dilution :

| | N_1 | N_2 | δI (fA/Hz ^{1/2}) |
|------------------|--------|-------|------------------------------------|
| CCC _a | 20 000 | 2 | 5-10 |
| CCC _b | 20 000 | 1 | 10-15 |

La figure 3.14 montre le niveau de bruit blanc que l'on peut atteindre avec le CCC_a ainsi que la gamme de fréquence sur laquelle on a ce régime de bruit blanc, ce qui sera utile pour les

²⁴dans l'expérience décrite dans l'article, la température électronique est de 30 mK sur la gamme de fréquence 1-30 GHz avec les deux étages de filtres

²⁵ces atténuateurs ont été choisis en vérifiant qu'ils ne devenaient pas supraconducteurs aux températures où ils sont placés [111]

²⁶en fait, il peut y avoir d'autres modifications liées à la température effective de travail

²⁷cf. chapitre 4

²⁸cf. chapitre 5

mesures ultérieures (cf. partie 4.3.2.2, p. 98).

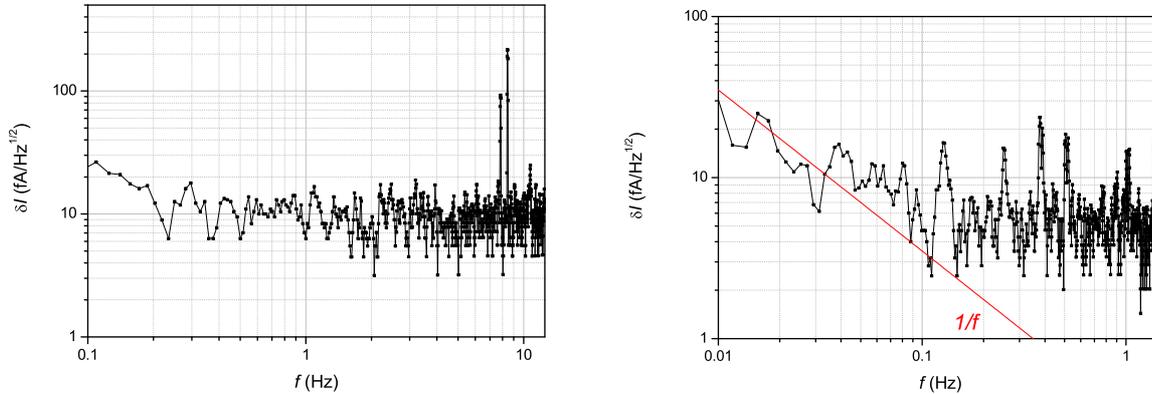


FIG. 3.14: Mesures de la densité spectrale en courant du CCC_a sur des gammes de fréquences différentes. A gauche, les pics de résonance mécanique sont visibles. A droite, le niveau de bruit blanc et le régime en $1/f$ sont visibles

Par ailleurs, l'exactitude du rapport d'enroulement peut se vérifier en prenant $N_1 = N_2$ et en plaçant les deux enroulements en série/opposition afin d'avoir un signal de sortie nul, comme cela a été évoqué précédemment. Le CCC_a n'a pas pu être vérifié de cette façon car il comporte un enroulement de 20 000 tours et un autre de 2, en revanche, des tests ont été effectués sur des CCC similaires avec deux enroulements de 5 000 tours et ont montré une exactitude inférieure à 10^{-10} , l'incertitude étant liée à la précision de la mesure avec le SQUID DC [1]. Le CCC_b est quant à lui composé de deux enroulements de 10 000 tours²⁹ et l'exactitude du rapport d'enroulement a été mesurée à 3.10^{-8} . Le CCC, et en particulier les enroulements présentent une résonance LC . Il est possible d'estimer l'inductance de l'enroulement primaire avec la relation $N_1^2 L_{CCC}$, où L_{CCC} est déterminée par les paramètres géométriques de fabrication (avec les notations de la figure 3.7, $L_{CCC} = \mu_0 r (\ln(8r/\rho) - 2)$), de mesurer la fréquence de résonance f_R du système avec un analyseur de spectre et d'en déduire la capacité C intervenant dans la résonance avec l'égalité $LC\omega^2 = 1$.

| | N_1 | L (H) | f_R (kHz) | C (nF) |
|---------|--------|---------|-------------|----------|
| CCC [1] | 10 000 | 1.5 | 4 | 1.1 |
| CCC_b | 20 000 | 8 | 1.8 | 1 |

Cette fréquence de résonance du CCC va limiter la bande passante utilisable du SQUID car la résonance a une amplitude importante, comme on peut le voir sur la figure 3.15.

Les SQUID DC utilisés pendant la thèse sont des SQUID commerciaux de marque Quantum Design®. L'inconvénient majeur de l'utilisation de ces SQUID est l'impossibilité d'avoir la composition exacte de l'électronique et en particulier de l'électronique de contre-réaction. C'est pourquoi il est envisagé pour l'avenir d'utiliser des SQUID DC fabriqués par la PTB³⁰.

3.5.3.2 Calcul du gain en mode contre-réaction interne

Dans un premier temps, les mesures ont été effectuées avec le CCC en mode de contre-réaction interne (les résultats de ces mesures font l'objet du chapitre 4). Dans ce mode, le gain entre la tension de sortie et le courant d'entrée dépend des différentes inductances du système du CCC, comme cela est montré dans l'équation 3.24. Ce gain va donc être déterminé expérimentalement

²⁹ils seront mis en série pour avoir $N_1 = 20\,000$

³⁰des tests sont menés actuellement par A. Gonzalez-Cano et L. Devoille pour utiliser ces SQUID sur des enroulements de CCC afin d'insérer l'ensemble sur la dilution Cryoconcept

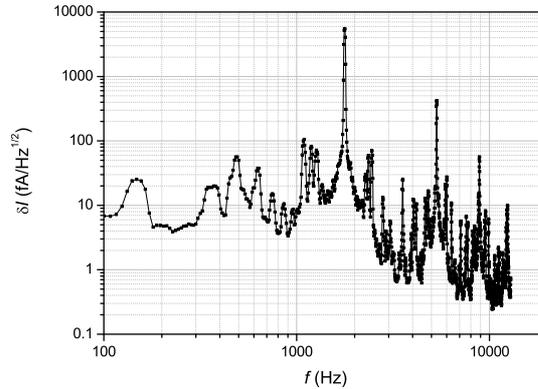


FIG. 3.15: Mesure de la densité spectrale en courant du CCC_b sur la gamme de fréquence [100 Hz, 13 kHz]

en envoyant un courant connu dans l'enroulement primaire du CCC et en mesurant la tension de sortie. Il existe deux calibres de mesure sur l'électronique du SQUID DC Quantum Design utilisé pendant cette thèse : le mode 5 où la résistance de contre-réaction est de 500 k Ω et le mode 50 dont la résistance est de 50 k Ω . La différence entre ces deux modes est essentiellement une différence de gain : $G_{CRI-mode5} = 10 * G_{CRI-mode50}$. Cette mesure est faite sur une certaine gamme de courant allant de -1 à +1 nA. La majorité des mesures en contre-réaction interne sont effectuées en mode 50. Le gain en contre-réaction interne est calculé en mesurant la tension de sortie pour un courant d'entrée donné. La mesure sera reproduite plusieurs fois afin de s'assurer de la stabilité de ce gain. Les données ainsi mesurées sont reportées sur la figure 3.16.

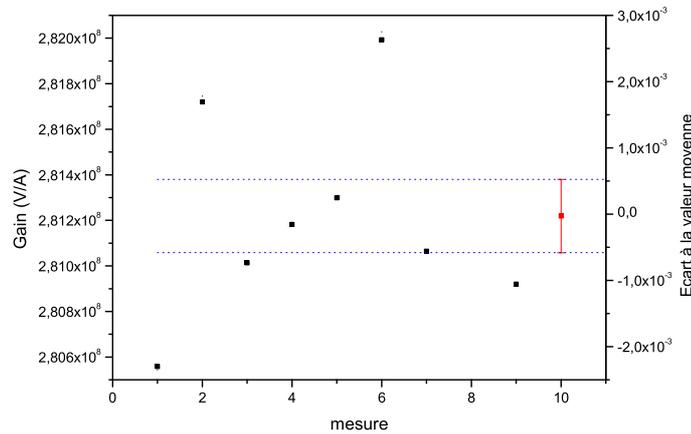


FIG. 3.16: Valeur du gain en contre-réaction interne. Les mesures ont été prises de la même façon successivement. Le point rouge représente la moyenne arithmétique de ces points et les traits bleus représentent l'intervalle de confiance de cette valeur moyenne

Notons que ces mesures ne sont pas faites de façon très précise ni en nombre suffisant pour en faire un traitement statistique rigoureux. En revanche, il est possible d'observer une certaine dispersion des points qui montre qu'en contre-réaction interne, le CCC n'est pas dans un mode où il est possible d'avoir une conversion tension/courant métrologique, ce qui est le cas en

contre-réaction externe à partir du moment où R_f est connue avec une incertitude suffisante par rapport à la mesure attendue.

3.5.3.3 Comportement mécanique du système de mesure

Pour caractériser le montage expérimental, nous avons utilisé la densité spectrale en courant des CCC connectés à l'ensemble du circuit de mesure, comme par exemple sur la figure 3.14. Outre le pic de résonance intrinsèque au CCC montré sur la figure 3.15, il existe des pics à partir de 7-8 Hz. L'origine de ces pics étant probablement mécanique, nous avons mesuré la densité spectrale en tension, à l'aide d'accéléromètres, du réfrigérateur à dilution qui est suspendu. Pour cela, des accéléromètres ont été placés sur la partie supérieure du réfrigérateur à dilution, celui-ci étant en fonctionnement.

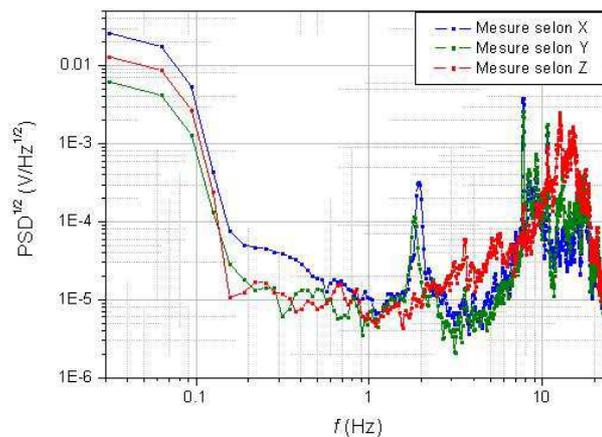


FIG. 3.17: Mesure de la densité spectrale en tension des accéléromètres situés sur la partie supérieure du réfrigérateur à dilution. Les axes X et Y correspondent à deux directions horizontales, l'axe Z étant l'axe vertical.

D'après la figure 3.17, les pics observés dans le domaine 8 – 12 Hz dans les mesures de densité spectrale de puissance du CCC (figure 3.14 (gauche)) sont bien des pics dus à la structure mécanique du montage. D'autres pics sont visibles vers 2 Hz sur les axes horizontaux X et Y, mais ceux-ci n'apparaissent pas sur les mesures électriques, au niveau de bruit où elles ont été effectuées.

Le principe de la mesure des dispositifs monoélectroniques repose donc sur une mesure directe du courant généré par le dispositif. Pour surmonter l'obstacle de l'intensité de ce courant, un outil spécifique d'amplification est utilisé : le CCC. Ce comparateur permet d'amplifier, de façon métrologique, et avec un gain de plusieurs dizaines de milliers un courant électrique. La mise en place du montage expérimental permettant de piloter les pompes à électrons puis d'amplifier le courant qu'elles génèrent avec un CCC afin d'en mesurer l'intensité a été effectuée. Les différents éléments qui le composent ont été caractérisés afin de minimiser la contribution de chacun à l'incertitude de la mesure.

Chapitre 4

Mesure d'une pompe à électrons de type R en mode de contre-réaction interne

Le montage expérimental décrit dans le chapitre précédent est mis en application lors de mesures effectuées sur des pompes à électrons de type R (cf. chapitre 2). Dans un premier temps, le montage mis en place est celui dit en contre-réaction interne. Dans ce cas, il est juste possible de vérifier que la pompe à électrons présente bien une quantification du courant et de caractériser le bruit associé à la mesure dans ce mode. Dans ce chapitre, les résultats de ces mesures sont présentés. Il s'agit d'avoir un moyen de caractérisation complet des échantillons puis de s'assurer de la faisabilité de la mesure. En revanche, il est important de noter que tous les résultats obtenus dans ce mode ne permettent pas de conclure quant à la vérification de la relation $I = ef$.

Toutes les mesures présentées dans ce chapitre ont été effectuées avec des pompes à électrons de type R à 3 jonctions fabriquées par la PTB à la suite du projet européen COUNT [81] et avec une pompe du LPN. Le système de mesure est composé du CCC_a décrit dans le chapitre 3.

4.1 Mesures en mode de contre-réaction interne

Lors de la présentation du montage expérimental, il a été montré que le CCC avait deux modes de fonctionnement. Dans cette partie, les mesures présentées ont été effectuées exclusivement dans le mode de contre-réaction interne. Dans ce mode, le CCC n'est pas utilisé comme un comparateur de courant mais uniquement comme un amplificateur. En effet, l'enroulement secondaire n'est pas connecté, ce qui signifie que le courant I_{CCC} détecté par le SQUID DC est $N_1 I_{pompe}$ et que le gain défini par le rapport entre la tension de contre-réaction et le courant circulant dans l'enroulement primaire suit la relation 3.24. Cependant, l'avantage du mode de contre-réaction interne est sa facilité de mise en œuvre car c'est le mode par défaut des SQUID commerciaux utilisés avec leur électronique¹. L'objectif des mesures effectuées dans ce mode est d'avoir un panorama des caractéristiques des pompes ainsi que du montage expérimental, en particulier en terme de niveau de bruit, préalable indispensable à l'étude en contre-réaction externe.

Le principe de la mesure est schématisé sur la figure 4.1, la mesure se fait sur la tension que l'électronique du SQUID injecte sur la bobine de modulation pour imposer un flux constant. Cette tension, divisée par le gain tension/courant du CCC mesuré expérimentalement au préalable² donne une valeur du courant passant dans l'enroulement primaire.

¹nous montrerons dans le chapitre suivant la mise en place de la contre-réaction externe et les difficultés instrumentales qui y est associée

²cf. partie 3.5.3.2

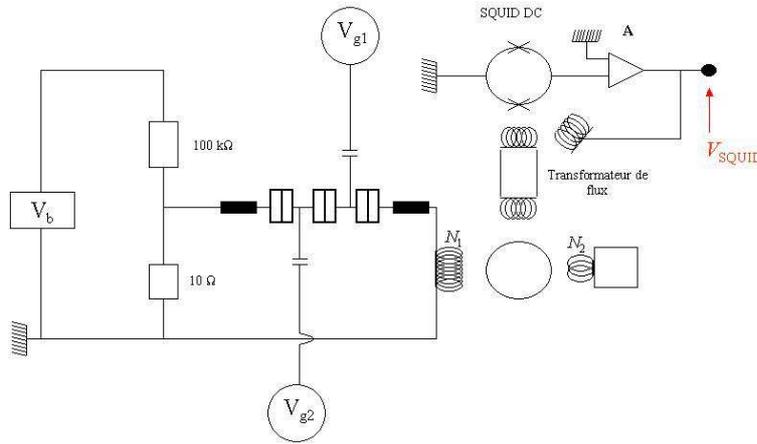


FIG. 4.1: Schéma électrique du montage de mesure d'une pompe à électrons en contre-réaction interne. L'instrumentation utilisée est : source Yokogawa 7651 pour la tension de polarisation V_b , source quadripolaire Keithley Quad Voltage Source 213 pour la polarisation continue des deux grilles, deux générateurs de fonctions Agilent ESG 4400B (asservis en maître/esclave avec une référence externe 10 MHz) pour la polarisation alternative des deux grilles, multimètre HP 3458A pour la mesure de la tension de sortie du SQUID. Les parties alternatives et continues des tensions de grilles sont mélangées par l'intermédiaire d'une électronique développée par le NIST.

4.2 Caractérisation d'une pompe à électrons

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à la caractérisation de la pompe telle qu'elle est décrite théoriquement dans le chapitre 2, *i.e.* à la faire fonctionner en mode statique et en mode dynamique pour générer un courant quantifié.

4.2.1 Mesures en mode statique et détermination des paramètres de la pompe

Dans cette partie, les grilles de la pompe sont polarisées par des tensions continues. Il est alors possible de tracer le réseau de points triples de la pompe et par conséquent de déterminer les zones de blocage et les zones de conduction qui sont localisées au niveau des points triples. De plus à l'aide de la position de ces points, il est possible de reprendre les calculs effectués dans le chapitre 2 pour en déduire les paramètres des jonctions de la pompe. Enfin, dans ce mode, l'autre mesure intéressante à faire est de tracer les caractéristiques $I(V_b)$ de la pompe, d'une part dans la zone de blocage (*i.e.* dans une zone de stabilité d'un couple (n_1, n_2)) afin de déterminer la tension de seuil V_t dont on pourra déduire l'énergie de Coulomb et d'autre part en mode passant (*i.e.* au niveau d'un point triple) pour vérifier le bon fonctionnement de la pompe.

4.2.1.1 Réseau de points triples

Le réseau de points triples est obtenu en mode statique en balayant le plan (V_{g1DC}, V_{g2DC}) et en mesurant le courant à une tension de polarisation donnée. En l'absence de polarisation, les points triples sont ponctuels et ne sont donc pas détectables, c'est pourquoi il est nécessaire de mettre une polarisation non nulle. Ainsi, les zones de blocages peuvent être plus facilement séparées des zones passantes, à la condition que cette polarisation soit inférieure à la tension de seuil de la pompe. Par conséquent, dans cette mesure, la valeur du courant au niveau des points triples ne sera pas quantifiée, elle dépendra de la polarisation. La figure 4.2 montre le résultat d'une mesure sur une pompe.

Ce réseau, réalisé à polarisation non nulle présente des zones en forme de triangle où

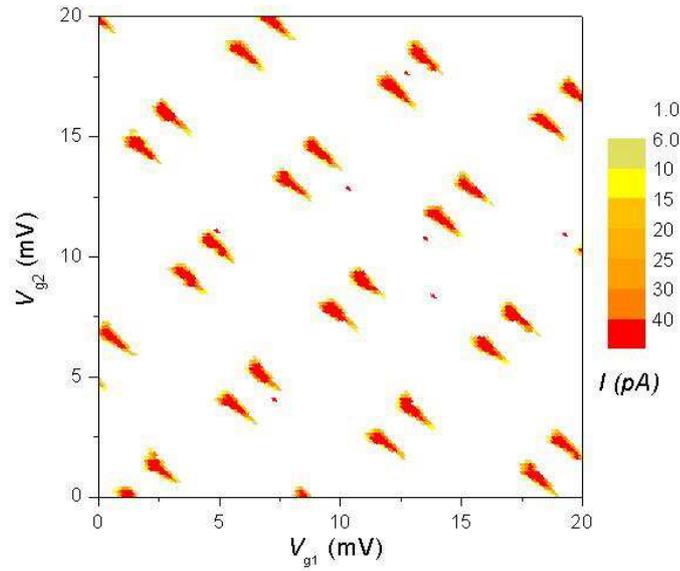


FIG. 4.2: Mesures du réseau de points triples pour une pompe à 3 jonctions de type R. Le réseau n'est pas centré en $(0,0)$ du fait des charges d'offsets (background charges). Après une dizaine de jours à basse température, ces charges d'offsets sont stables pendant quelques jours (c'est-à-dire que le réseau de points triples reste identique).

la pompe est dans l'état passant. De plus, en le comparant au réseau "idéal"³ de la figure 2.7, nous notons qu'il n'y a pas la symétrie quadratique, comme nous le verrons par la suite cela est imputable à la présence de termes de cross-talking⁴. En revanche, il y a bien une symétrie par rapport au centre d'une maille élémentaire hexagonale. D'une telle mesure, nous montrerons la possibilité d'en extraire les caractéristiques en terme de capacité du dispositif (cf. figure 4.5).

4.2.1.2 Caractéristique $I(V_b)$

Après avoir déterminé la localisation dans le plan (V_{g1DC}, V_{g2DC}) des points triples, la caractéristique $I(V_b)$ peut être tracée soit en se plaçant au milieu d'une zone de blocage soit en se plaçant sur un point triple. Ce sont les résultats de telles mesures qui sont représentés sur la figure 4.3. Ainsi le blocage ou le déblocage de la pompe à électrons sont observés et avec la mesure en blocage, nous estimons la tension de polarisation de seuil V_t qui sera utile à la fois pour déterminer la température de blocage du dispositif et pour déterminer les paramètres de la pompe comme cela va être montré dans la partie suivante.

4.2.1.3 Estimation des paramètres de la pompe

Dans le chapitre 2, lors de la présentation du mode statique des pompes à électrons, nous avons effectué le calcul permettant, en fonction des paramètres des jonctions et des grilles, de tracer le réseau de points triples. Dans cette partie, nous allons développer la réciproque. Nous avons mesuré le réseau de points triples d'une pompe dont nous ignorons les paramètres et nous voulons en déduire les paramètres des jonctions et des grilles.

Reprenons les notations de l'élaboration du réseau pour les paramètres des jonctions et des grilles et les notations de la figure 2.7 pour les points triples.

³c'est-à-dire où les capacités croisées sont nulles, les capacités de grille sont égales et les 3 jonctions sont identiques

⁴ f_1 et f_2 pour reprendre les notations du chapitre 2

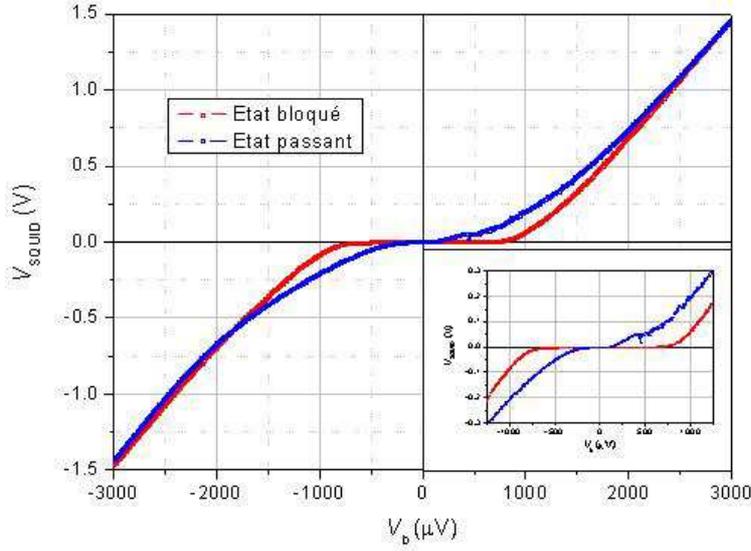


FIG. 4.3: Mesures de la tension de sortie du SQUID en fonction de la tension de polarisation V_b en mode statique d'une part dans l'état bloqué, d'autre part dans l'état passant, c'est-à-dire en se plaçant sur un point triple (en insert, zoom de la courbe). Ces courbes ont été obtenues avec une pompe de la PTB

Les points triples, comme cela a été montré précédemment sont liés entre eux par une symétrie centrale dans le cas général. Par conséquent, les relations suivantes entre les coordonnées de ces points triples sont vérifiées :

$$\begin{cases} P_{1x} = -N_{1x} & , & P_{1y} = -N_{1y} \\ P_{2x} = -N_{3x} & , & P_{2y} = -N_{3y} \\ P_{3x} = -N_{2x} & , & P_{3y} = -N_{2y} \end{cases}$$

Dans cette partie, les coordonnées de ces six points sont supposées connues, car obtenues par mesure du réseau.

En étudiant la distance entre deux points de même nature (de type P ou N), les projections sur les axes V_{g1DC} et V_{g2DC} donnent :

$$\begin{cases} (P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}} = \frac{e}{C_{g1}} \frac{f_2}{1 - f_1 f_2} & , & (P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}} = -\frac{e}{C_{g2}} \frac{1}{1 - f_1 f_2} \\ (P_2\vec{P}_3)_{V_{g1}} = -\frac{e}{C_{g1}} \frac{1 + f_2}{1 - f_1 f_2} & , & (P_2\vec{P}_3)_{V_{g2}} = -\frac{e}{C_{g2}} \frac{1 + f_1}{1 - f_1 f_2} \end{cases}$$

Ces équations permettent de déduire quatre paramètres de la pompe ; il s'agit de ceux concernant les grilles : f_1 , f_2 , C_{g1} et C_{g2} ; ils sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} C_{g1} = -e \frac{(P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}}}{(P_2\vec{P}_3)_{V_{g1}}(P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}} - (P_2\vec{P}_3)_{V_{g2}}(P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}}} \\ f_1 = -\frac{(P_2\vec{P}_3)_{V_{g2}} + (P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}}}{(P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}}} \\ C_{g2} = -e \frac{(P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}} + (P_2\vec{P}_3)_{V_{g1}}}{(P_2\vec{P}_3)_{V_{g1}}(P_1\vec{P}_2)_{V_{g2}} - (P_2\vec{P}_3)_{V_{g2}}(P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}}} \\ f_2 = -\frac{(P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}}}{(P_2\vec{P}_3)_{V_{g1}} + (P_1\vec{P}_2)_{V_{g1}}} \end{cases} \tag{4.1}$$

En ce qui concerne les paramètres des jonctions, en considérant ici uniquement les valeurs des capacités, il faut remarquer que le réseau de points triples seul ne nous permet pas

d'accéder à tous ces paramètres. En revanche, il est possible de déterminer les rapports $\frac{C_1}{C_m}$ et $\frac{C_2}{C_m}$. Un résultat complémentaire, associé à cette résolution, nous permettra d'avoir ensuite accès à C_m et par conséquent à C_L et à C_R .

Posons :

$$X_1 = \frac{C_1}{C_m} \quad , \quad X_2 = \frac{C_2}{C_m}$$

Les inconnues deviennent alors les grandeurs sans dimension X_1 et X_2 dont les solutions vérifient les coordonnées de P_1 ⁵.

Pour la résolution du système, la notation suivante est adoptée pour alléger les expressions :

$$PX = 2\frac{C_{g1}}{e}P_{1(V_{g1})} \quad , \quad PY = 2\frac{C_{g2}}{e}P_{1(V_{g2})}$$

La résolution du système donne comme solution :

$$\begin{cases} X_1 = -\frac{PX + f_2PY}{-1 + f_1PX + PY} \\ X_2 = -\frac{f_1PX + PY}{-1 + PX + f_2PY} \end{cases} \quad (4.2)$$

Avec le réseau de points triples, nous déterminons tous les paramètres de grille et les rapports des capacités de jonction. Il nous reste donc à trouver, avec les notations posées ci-dessus, C_m .

Pour cela, utilisons une mesure annexe, à savoir la mesure $I(V_b)$ à V_{g1} et V_{g2} fixées (mesure en mode statique, cf. figure 4.4 la simulation d'une caractéristique dans le cas idéal qui permet de montrer le comportement asymptotique de cette caractéristique). Avec cette courbe, en se plaçant dans une zone de stabilité, la définition d'une tension de seuil V_t pouvant s'exprimer en fonction des différents paramètres calculés avec le réseau de points triples va donner accès au dernier paramètre. Remarquons cependant que l'asymptote permettant de déterminer la tension de seuil la résistance n'est accessible qu'en se plaçant à des polarisations au moins deux fois supérieures à la tension de seuil. Il y a en effet un changement de pente en augmentant la polarisation. Pour affiner la détermination de cette asymptote, il faut obtenir la caractéristique jusqu'à deux ou trois fois la tension de seuil. Dans le cas des mesures effectuées par la suite, la tension de seuil ne sera pas systématiquement déterminée avec précision en se plaçant à des polarisations élevées à cause des limitations d'instrumentation pour polariser avec de telles tensions les dispositifs.

Pour cela, exprimons tout d'abord l'énergie de Coulomb du système E_C :

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$$

où C_Σ est la capacité équivalente de la pompe. Cette capacité peut être calculée en utilisant le théorème de Norton qui est appliqué d'après le schéma électrique de la figure 2.6, ce qui donne :

$$E_C = \frac{e^2}{2} \frac{1}{C_m + C_{eq}} \quad \text{avec :} \quad C_{eq} = \frac{(C_1 - C_m)(C_2 - C_m)}{C_1 + C_2 - 2C_m} \quad (4.3)$$

A partir de l'expression de cette énergie, la tension de seuil V_t se calcule :

$$V_t = \frac{2E_C}{e} \quad (4.4)$$

Ainsi, la mesure de V_t permet d'en déduire la valeur de C_m qui a pour expression :

$$C_m = \frac{e(X_1 + X_2 - 2)}{V_t(X_1X_2 - 1)} \quad (4.5)$$

⁵On pourra vérifier *a posteriori* que les solutions trouvées vérifient aussi le placement des autres points

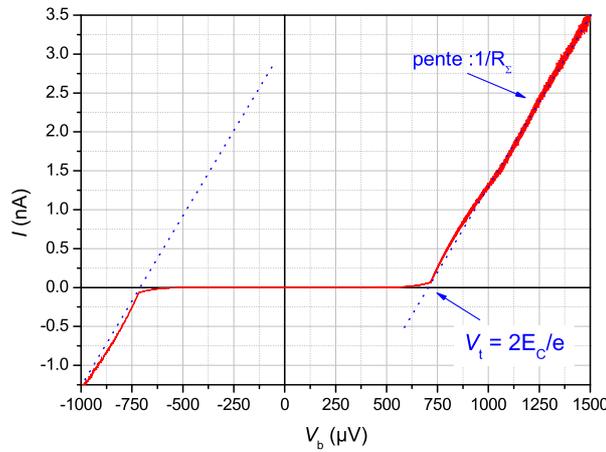


FIG. 4.4: Simulation avec le logiciel SIMON 2.0 [115] de la caractéristique $I(V_b)$ avec $T = 100$ mK, $C = 150$ aF et $R = 75$ kΩ, en considérant toutes les jonctions identiques.

Ainsi est obtenu le dernier paramètre permettant d'avoir l'ensemble des paramètres capacitifs de la pompe. De plus, avec la tension de seuil, il est possible de déterminer la température de Coulomb T_C en dessous de laquelle le blocage de Coulomb apparaît : $T_C = \frac{e}{k_B} \frac{V_t}{2}$. Remarquons également que le réseau de points triples ne prend pas du tout en considération les valeurs des résistances des jonctions. La valeur moyenne peut être obtenue avec la courbe de la figure 4.4, la résistance R_Σ étant la somme des résistances de chacune des jonctions. En revanche, nous n'avons pas accès à la résistance de chaque jonction.

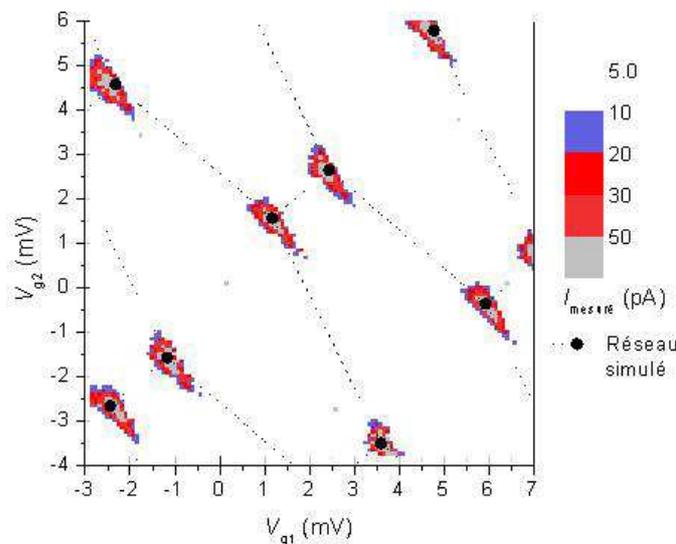


FIG. 4.5: Superposition entre un réseau de points triples mesurés sur une pompe PTB et la simulation de ces points

La figure 4.5 représente l'application du calcul des paramètres de la jonction à une pompe

de la PTB, la même que celle mesurée pour la figure 4.2. On peut noter le bon accord entre les points simulés et les points mesurés. A partir des points mesurés, et à l'aide des équations 4.1, 4.2 et 4.5, nous pouvons déterminer les différentes valeurs des paramètres impliqués dans le tracé du réseau de points triples. Pour ce calcul, la connaissance de trois points d'une maille élémentaire suffit. A l'aide de ces paramètres, nous calculons les points triples et reconstituons ainsi l'ensemble du réseau. La figure 4.5 montre qu'avec seulement trois points du réseau en entrée, il est possible en sortie de construire un réseau simulé qui coïncide bien avec le réseau mesuré. Il faut noter que les points étant mesurés à polarisation et température non nulles, la localisation exacte du point triple est difficile. Les simulations donnent juste une estimation grossière des valeurs des paramètres.

Le réseau mesuré est ajusté par les paramètres suivants :

| C_{g1} (aF) | C_{g2} (aF) | f_1 | f_2 | X_1 | X_2 |
|---------------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| 35 | 30 | 0.30 | 0.25 | 2.36 | 2.14 |

Par ailleurs, en traçant la courbe $I(V_b)$ dans une zone de blocage, la tension de seuil⁶ pour cette pompe est accessible et est mesurée à $V_t \sim 1150 \mu V$. Nous en déduisons la valeur des capacités des jonctions :

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| C_L | 75 aF | C_m | 85 aF | C_R | 60 aF |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Ce résultat donne une valeur moyenne de capacité de jonction d'environ 75 aF qui correspond à une température de Coulomb de 7 K.

4.2.2 Mesures en mode dynamique

Les mesures en mode statique ayant permis de déterminer les points de fonctionnement de la pompe, il est possible de passer en mode de pompage en appliquant une partie alternative aux signaux de polarisation des grilles. Dans cette étude, la polarisation alternative a été faite avec des signaux sinusoïdaux à la fréquence f , appelée par la suite fréquence de pompage. Comme il a été montré précédemment dans la description d'une pompe à électrons, il est alors possible de générer un courant quantifié théoriquement à la valeur ef .

4.2.2.1 Les marches de courant

Les mesures en mode dynamique consistent à tracer des courbes appelées marches de courant qui correspondent à la caractéristique $I(V_b)$ avec les tensions de grille données avec l'équation 2.26. Ces caractéristiques présentent un plateau de courant sur une certaine gamme de polarisation.

⁶la tension de seuil est estimée en se plaçant au centre d'une maille hexagonale

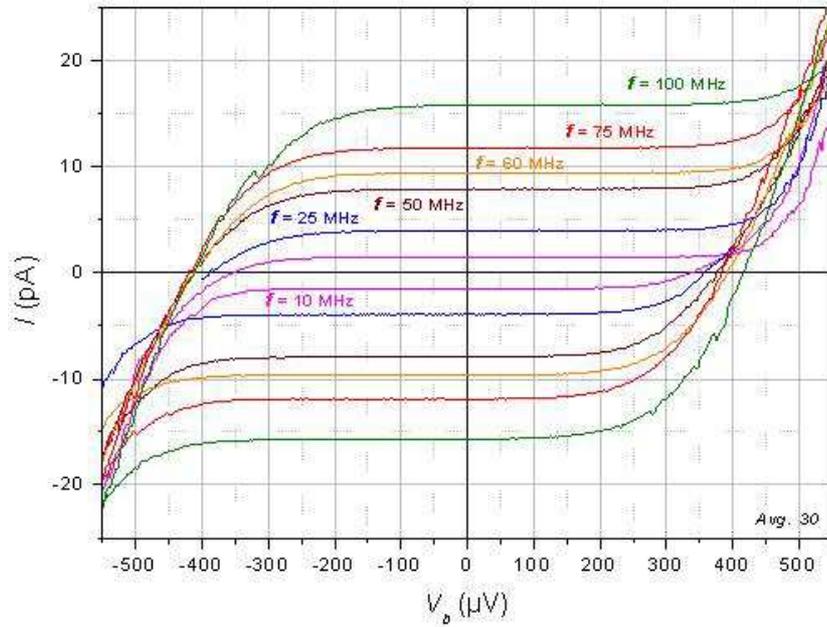


FIG. 4.6: Marches de courant positives et négatives à différentes fréquences. Un changement du déphasage entre les 2 polarisations de grille permet de passer de la marche positive à la marche négative.

Des marches de courant ont été observées pour des fréquences de pompage f comprises entre 10 MHz et 100 MHz, comme cela est montré sur la figure 4.6⁷. La mesure des marches de courant n'est pas une mesure métrologique car il existe des offsets et des dérives dus au système de mesure qui vont modifier la valeur du courant mesurée en fonction du temps de la mesure. Pour augmenter la qualité de la mesure, il faudrait augmenter le temps d'intégration des points mais on arriverait alors à mesurer la dérive du système de mesure. Par conséquent, il s'agit juste de trouver les paramètres d'amplitude et de phase (respectivement A et ϕ pour reprendre les notations de l'équation 2.26) de la partie alternative qui polarise les grilles afin d'avoir les meilleures conditions de pompage.

Pour cela on détermine un critère subjectif⁸ en fixant une amplitude de courant ΔI dans laquelle la courbe $I(V_b)$ en pompage est incluse sur un intervalle de polarisation ΔV_b . On essaye d'avoir la valeur de ΔV_b la plus grande pour une fréquence donnée (cf. figure 4.7). La valeur de ΔI , quant à elle est fixée par rapport aux fluctuations observées visuellement sur un temps de mesure analogue à celui d'acquisition de la marche. Il est important de noter que ce critère ne représente en aucun cas un critère de platitude métrologique (*i.e.* d'écart à la quantification) de la marche.

Par exemple, en prenant $\Delta I = 40$ fA, valeur qui correspond à peu près à l'amplitude des fluctuations observées sur la mesure d'une marche, les largeurs de marches suivantes sont obtenues :

| | | | |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|
| f (MHz) | 10 | 50 | 100 |
| ΔV_b (μV) | 350 | 300 | 150 |

⁷ nous appelons marche de courant positive (négative) la marche de courant qui correspond à un courant d'intensité + (-) ef

⁸ ce critère est également celui pris dans [82]

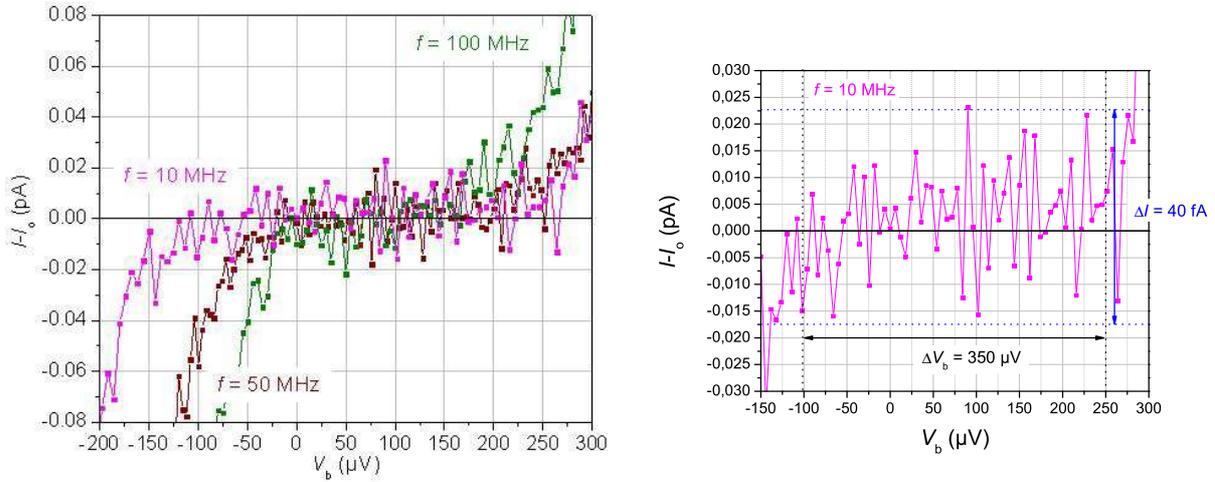


FIG. 4.7: Zoom des marches de courant à 3 fréquences de pompage à gauche et à 10 MHz à droite avec les intervalles de courant ΔI et ΔV_b . I_0 représente la valeur moyenne du courant mesuré sur le plateau.

4.2.2.2 Influence des paramètres A et ϕ

L'obtention des marches de courant nécessite un réglage des paramètres de la partie alternative polarisant les grilles. En se plaçant dans le plan (V_{g1DC}, V_{g2DC}) , l'ellipse paramétrée par l'équation 2.26 sera ajustée aux points triples par le réglage de l'amplitude A et du déphasage ϕ . Dans le cas idéal (*i.e.* sans cross-talking), on fait un cercle autour du point triple ($\phi = 90^\circ$), A étant déterminé par rapport à la distance entre les deux points triples les plus proches (par exemple, les points P_2 et N_2 sur la figure 2.7) [65]. Dans cet article, il est montré que pour avoir des conditions de pompage optimale (c'est-à-dire que les événements tunnel sont bien séquentiels et adiabatiques), il faut que le rayon du cercle (ou, dans notre cas, le demi petit axe de l'ellipse) soit inférieur à $\sqrt{2}/3$ fois cette distance. Dans le cas expérimental, étant donné l'existence de cross-talking, on appliquera une ellipse⁹.

Les figures 4.8 (gauche) et 4.9 (gauche) montrent l'évolution de la marche en fonction de l'amplitude de ce signal. Il existe une latitude de quelques dixièmes de millivolts sur cette valeur pour avoir une marche. Rappelons encore une fois qu'il n'est pas possible dans ces mesures de s'appuyer sur un critère de quantification de cette marche. Cependant, on observe aisément l'absence de quantification si A est trop élevée ou trop faible.

Quant à la variation du déphasage, il est important de vérifier qu'il existe une certaine marge dans le réglage de ce paramètre étant donné que les appareils dont nous disposons pour générer la partie alternative ne garantissent pas un déphasage fixe dans le temps. Une analyse sur des temps longs (environ 2 jours) a montré qu'il y avait des variations d'environ 5° . Les figures 4.8 (droite) et 4.10 (gauche) montrent l'évolution des marches en fonction du déphasage. En choisissant judicieusement ϕ , il est possible de ne pas voir de variation de la marche sur une dizaine de degrés.

Le tracé de la figure 4.8, et en particulier le choix des gammes d'amplitude et de déphasage, s'est fait en superposant au réseau de points triples tracé en mode statique les courbes paramétrées correspondantes à la polarisation alternative appliquée aux grilles. Les paramètres correspondants à la marche la plus grande correspondent à une orientation de l'ellipse dans le sens du triangle formé par le point triple à polarisation non nulle ainsi qu'à une distance légèrement supérieure à la moitié sur la distance entre le point et son voisin le plus proche. Les figures 4.9 et 4.10

⁹une autre solution consisterait à utiliser l'électronique du NIST pour "compenser" les cross-talking. Étant donné la difficulté de régler parfaitement cette compensation, cette voie n'a pas été utilisée

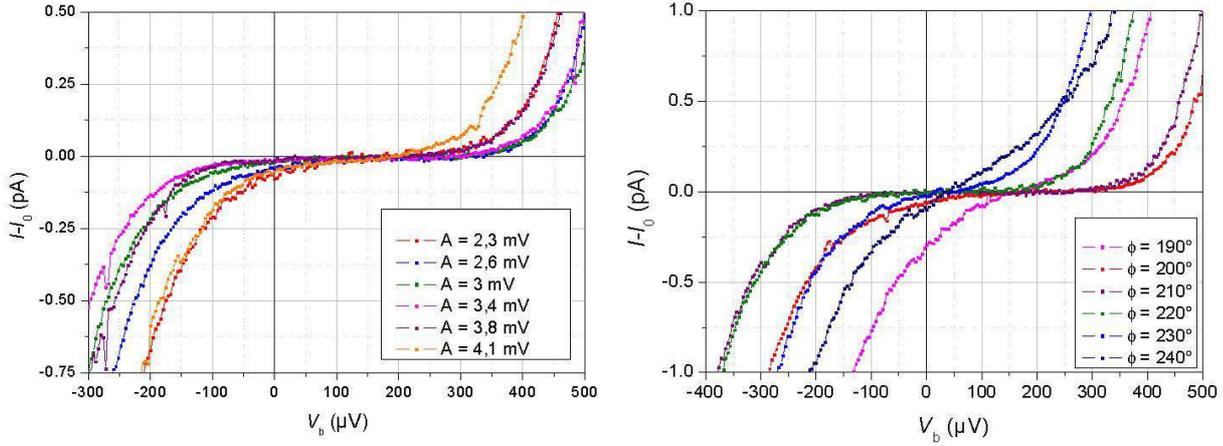


FIG. 4.8: Caractéristiques $I(V_b)$ autour d'un point triple avec une fréquence de pompage à 10 MHz. A gauche, le déphasage entre les deux signaux alternatifs est de 210° et l'amplitude varie. A droite, l'amplitude des deux signaux est de 3.2 mV et le déphasage varie

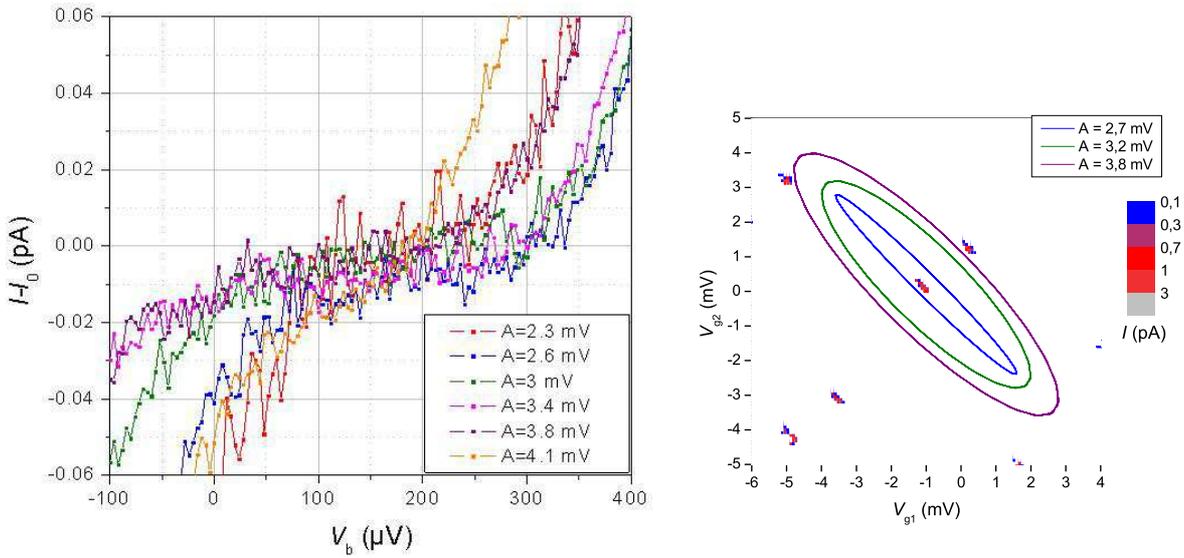


FIG. 4.9: A gauche, zoom de la figure 4.8 (gauche). A droite, superposition du réseau de points triples et des ellipses paramétrées avec différentes valeur de A avec $\phi = 210^\circ$

montrent ainsi les ellipses en faisant varier le paramètre d'amplitude puis celui de déphasage.

4.2.2.3 Estimation de la température électronique

Il a été évoqué dans les chapitres 2 et 3, que la température des électrons du dispositif était différente de la température des phonons aux températures de travail (entre 30 et 100 mK). Cet écart est en grande partie réduit par le filtrage des lignes de polarisation de la pompe et des grilles. Cependant, il s'agit uniquement d'une réduction. Le fait d'estimer la température électronique permet donc à la fois de vérifier la qualité et l'éventuelle insuffisance du filtrage et de calculer plus précisément l'erreur de pompage attendue théoriquement.

La méthode utilisée pour estimer cette température est de tracer les marches de courant,

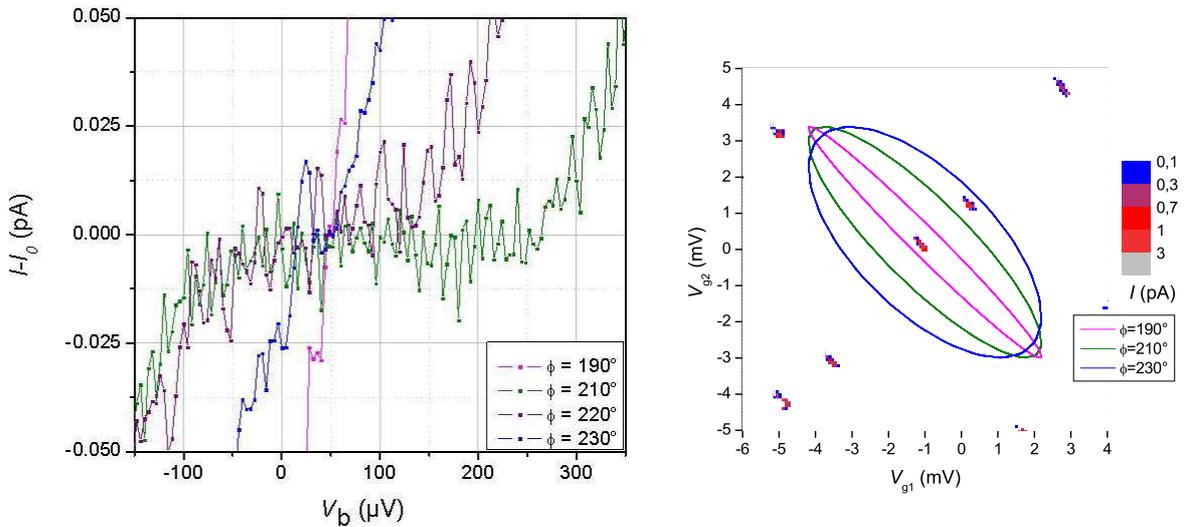


FIG. 4.10: A gauche, zoom de la figure 4.8 (droite). A droite, superposition du réseau de points triples et des ellipses paramétrées avec différentes valeurs de ϕ avec $A = 3.2$ mV

à paramètres de pompage fixés, à différentes températures de la chambre de mélange. En effet, la marche de courant a une forme qui dépend de la température des électrons, donc en augmentant la température de la chambre de mélange, si la marche de courant ne varie pas, c'est que la température électronique n'a pas varié. La température de la chambre de mélange qui correspond à une modification de la marche de courant peut être interprétée comme la température électronique du dispositif lorsque la chambre de mélange est à sa température de base. Expérimentalement, sur divers échantillons et sur divers cyclages thermiques, cette température est estimée environ entre 110 et 140 mK, comme le montre la figure 4.11. Un tel niveau de température électronique n'est pas le facteur limitant dans les niveaux de mesures effectués aujourd'hui¹⁰.

4.3 Etude métrologique des pompes à électrons

4.3.1 Etude de l'incertitude de type A

Après avoir évoqué les modes de caractérisation et de mesure d'une pompe à électrons, comment est-il possible d'associer à notre mesure une incertitude? C'est ce que nous allons voir dans cette partie, en définissant dans un premier temps ce qui est entendu par estimation de l'incertitude puis en appliquant cela à la mesure d'une pompe à électrons.

4.3.1.1 Evaluation statistique de l'incertitude

Le guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM) "établit les règles générales pour l'évaluation et l'expression de l'incertitude pour les mesurages qui peuvent être effectués à des niveaux variés d'exactitude et dans de nombreux domaines – de la boutique du commerçant à la recherche fondamentale", [116]. C'est en s'appuyant sur ce guide que nous allons donc calculer l'incertitude de notre mesure. La démarche proposée par le GUM est découpée en 4 étapes :

- calcul du résultat de mesure ;
- calcul des incertitudes types ;
- détermination de l'incertitude composée ;
- détermination de l'incertitude élargie ;

¹⁰en revanche, cette donnée a été prise en compte pour le câblage de l'unité de dilution Cryoconcept en cours d'installation au laboratoire, en particulier en ajoutant un niveau de filtrage sur la ligne de polarisation de la pompe (cf. partie 3.5.2, p. 74)

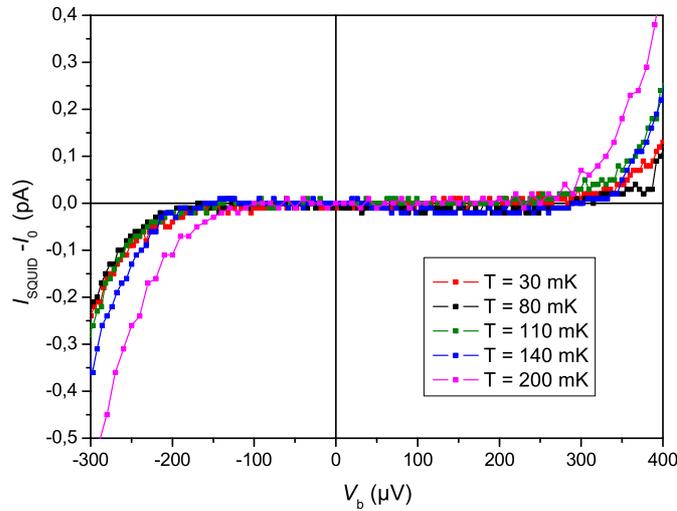


FIG. 4.11: Marches de courant à une fréquence de pompage de 10 MHz à différentes températures T de la chambre de mélange. La température électronique peut être estimée entre 110 et 140 mK

Dans cette partie, nous allons calculer les incertitudes types. Pour cela, le GUM propose de classer les composantes de l'incertitude en deux groupes qui ont des méthodes d'évaluation différentes :

- TYPE A
Composantes de l'incertitude "qui sont évaluées à l'aide de méthodes statistiques"
- TYPE B
Composantes de l'incertitude "qui sont évaluées par d'autres moyens"

Dans les deux cas, ce sont les propriétés classiques des probabilités qui sont utilisées, pour le type A, c'est sur une fonction de densité de probabilité déduite d'une distribution d'effectif que repose le calcul alors que pour le type B, il s'agit d'une densité de probabilité supposée à partir de la connaissance *a priori* d'une distribution (par exemple un certificat d'étalonnage d'un appareil de mesure, sa résolution...).

Dans la suite, nous ne considérerons que l'incertitude de type A qui sera estimée par une série de mesures expérimentales.

Pour l'incertitude de type A, le GUM préconise l'utilisation de la valeur moyenne et de l'écart-type expérimental de la moyenne. Prenons par exemple, en reprenant les notations du GUM, une série de n observations indépendantes d'une grandeur q que l'on notera q_k (avec $k = 1..n$). q est une variable aléatoire. La moyenne arithmétique de ces observations est, dans les cas qui nous intéressent, un bon estimateur de l'espérance mathématique de q :

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k$$

Cependant cette valeur moyenne seule ne prend pas en compte les variations aléatoires des q_k . Il faut pour cela exprimer la variance σ^2 de la loi de probabilité de la variable aléatoire q . Celle-ci peut être estimée par la variance expérimentale $s^2(q_k)$:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2$$

Plus couramment, l'usage est d'utiliser la racine carrée de cette variance, l'écart-type expérimental qui s'exprime dans les mêmes unités que la grandeur q mesurée. On a ainsi une idée de la dispersion des mesures autour de la valeur moyenne \bar{q} .

Enfin, pour estimer l'incertitude de \bar{q} , il faut quantifier la façon dont cette valeur moyenne estime l'espérance mathématique de la grandeur q . Pour cela, l'outil utilisé est la variance expérimentale de la moyenne $s^2(\bar{q})$:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (4.6)$$

La racine carrée de cette variance donne **l'écart-type expérimental de la moyenne**. Cette grandeur sera appelée incertitude type de type A. Cela donne accès à une expression du résultat d'une série de mesure avec une incertitude associée. Ce traitement statistique s'avère juste à condition de vérifier que les n observations ne sont pas corrélées. La vérification de cette condition va nous conduire à utiliser d'autres outils statistiques pour pouvoir justifier de l'utilisation de l'écart-type expérimental de la moyenne comme estimation de l'incertitude de la mesure.

4.3.1.2 La variance d'Allan

L'existence et le traitement des corrélations peut se faire soit avec l'étude de densité spectrale de puissance (PSD) qui suppose de passer dans le domaine des fréquences, soit avec la variance qui se calcule dans le domaine temporel, en particulier la variance d'Allan qui a été développée pour la métrologie du temps et des fréquences [117]. C'est cet outil que nous allons présenter puis utiliser pour les mesures de courant. La transposition de l'utilisation de la variance d'Allan pour des domaines autres que la métrologie du temps et plus particulièrement pour la métrologie électrique est présentée dans [118].

4.3.1.2.1 Le bruit

Dans la suite, il va falloir considérer et modéliser les bruits dont peut être affectée la mesure. Le bruit peut être défini comme un signal indésirable limitant à un certain degré l'intégrité et l'intelligibilité d'un signal utile. Il en existe différentes formes : il peut être dû à des sources externes ou internes au système que l'on mesure. Les causes peuvent être variées (citons par exemple, le bruit de grenaille, le bruit de Johnson ou bruit thermique...).

REPRÉSENTATION DANS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL

La densité spectrale de puissance (PSD) permet de caractériser la répartition de l'énergie d'un signal considéré dans l'espace des fréquences. Le principe est de calculer la fonction d'auto-corrélation entre les différents points d'une série de mesures, en considérant que ces points ont été acquis à des *intervalles de temps réguliers*.

Pour une grandeur q mesurée, on note $S_q(f)$ sa densité spectrale de puissance et $R_q(\tau)$ sa fonction d'auto-corrélation et ces grandeurs se calculent suivant les relations :

$$\begin{cases} R_q(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(u)q(u+\tau)du \right) \\ S_q(f) &= 2 \int_0^{+\infty} R_q(t)e^{-2i\pi ft} dt \end{cases} \quad (4.7)$$

L'expérience montre qu'il est suffisant de décomposer la PSD en puissance de la fréquence :

$$S_q(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha \quad (4.8)$$

h_α sont des coefficients indépendants de la fréquence. Pour chaque valeur de α on définit un comportement de bruit correspondant à une situation donnée [117] :

- $\alpha = -2$: Random walk (bruit de marche aléatoire de fréquence);
- $\alpha = -1$: Flicker (bruit de scintillation de fréquence);
- $\alpha = 0$: White (bruit blanc de fréquence);
- $\alpha = 1$: Super flicker (bruit de scintillation de phase);
- $\alpha = 2$: Super white (bruit blanc de phase).

Nous ne détaillerons pas ici les origines et les effets de chacun de ces bruits. D'après [118], pour une mesure analogue à celle que nous voulons faire, à savoir, une mesure de tension électrique, il est possible de se limiter aux bruits de fréquence, c'est-à-dire à $\alpha = -1, 0$.

REPRÉSENTATION DANS LE DOMAINE TEMPOREL

Le bruit peut aussi être analysé dans le domaine temporel à l'aide de la variance.

Considérons que les bruits sont gaussiens, on peut définir pour une variable aléatoire gaussienne la moyenne qui va représenter la tendance centrale et la variance qui va caractériser la dispersion des points. Dans le cas d'un nombre infini d'échantillons, ce sont les grandeurs vraies qui sont accessibles. Dans le cas où le nombre d'échantillons est fini, ce qui sera le cas expérimentalement, on ne peut en donner que des estimateurs, ce qui est le cas de l'écart-type expérimental de la moyenne donné dans l'équation 4.6.

Dans le cas d'une infinité d'échantillons, la variance est définie comme la moyenne infinie du carré des écarts à la moyenne :

$$\sigma^2(\tau) = \langle (\bar{q}_k - \bar{q})^2 \rangle \tag{4.9}$$

où \bar{q}_k est la moyenne sur un intervalle de durée τ entre un instant t_k et $t_k + \tau$, soit $\bar{q}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} q(t) dt$ et \bar{q} est la moyenne sur la totalité des échantillon \bar{q}_k , $\langle \rangle$ représentant la moyenne sur une infinité d'échantillons.

Il est possible d'exprimer une relation entre la variance vraie et la densité spectrale de puissance. Dans le cas d'une PSD de la forme de l'équation 4.8, cette relation prend la forme [117] :

$$\sigma^2(\tau) = \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha \int_0^\infty f^\alpha \frac{\sin^2(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2} df \tag{4.10}$$

Ainsi, pour les cas où $\alpha = -2$ et $\alpha = -1$, l'intégrale diverge et la variance ne peut pas être calculée. Il faut donc disposer d'une autre variance permettant d'intégrer ces bruits.

Outre cette divergence, il faut remarquer que la valeur vraie de la variance classique n'est pas accessible dans la mesure où le nombre d'échantillons est toujours fini. On utilise donc la variance à N échantillons qui se définit par :

$$\sigma^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\bar{q}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{q}_j \right)^2 \tag{4.11}$$

où N est le nombre d'échantillons \bar{q}_k disponibles, T est la durée entre deux échantillons successifs et τ la période d'analyse pour laquelle on calcule la variance.

C'est à partir de cette variance à N échantillons qu'a été développé un outil statistique permettant d'obtenir à la fois la décomposition en puissance de f de la densité spectrale puissance et, dans le cas d'une mesure en bruit blanc, un estimateur sans biais de la variance vraie : la variance d'Allan.

4.3.1.2.2 Présentation de la variance d'Allan

La variance d'Allan est en fait la variance à deux échantillons suivant l'équation 4.11. Pour la définir, il faut faire quelques hypothèses sur la série de mesures :

- la distribution des points suit une loi normale;

- la densité spectrale de puissance est décomposable en puissances de f ;
- les données sont acquises à des espaces de temps identiques et sans temps mort ($T = \tau$).

En pratique, la première hypothèse se vérifie à l'aide des données, la seconde est vérifiée dans [118] et en ce qui concerne la troisième, la mesure est programmée pour la vérifier. Et ces trois conditions peuvent être vérifiées *a posteriori* en analysant les données.

Nous disposons alors d'une série de mesures obtenues sur un temps d'analyse τ qui est un multiple entier de la période d'échantillonnage τ_0 . La grandeur \bar{q}_k est alors définie comme un échantillon moyen calculé sur la durée $\tau = m\tau_0$. Ainsi, pour une mesure effectuée sur un temps $T = M\tau_0$, m peut varier de 1 à $M/2$ (ou $(M-1)/2$ suivant la parité de M). Dans le cas où $m = 1$, $k \in [1..M]$ et dans le cas où $m = M/2$, $k \in [1..2]$. Un échantillon de mesure pour deux valeurs de m est représenté sur la figure 4.12.

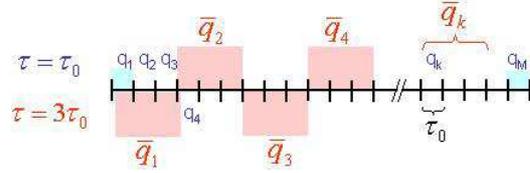


FIG. 4.12: Échantillon de mesures dans le cas de la variance d'Allan sans recouvrement

Avec ces notations, la variance d'Allan sans recouvrement $\sigma_q^2(\tau)$ est définie par la relation [117], [119] :

$$\sigma_q^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (\bar{q}_{i+1} - \bar{q}_i)^2 \quad (4.12)$$

Plus la valeur de m est grande, moins le nombre d'échantillons est important. Cela a des conséquences non négligeables sur l'incertitude de calcul pour les τ élevés. En effet, l'incertitude de calcul associée à l'expression de la variance d'Allan peut être déterminée avec un test du χ^2 [120] et [119] ; elle augmente quand le nombre d'échantillons diminue. C'est pourquoi un autre calcul est proposé qui limite cette incertitude de calcul, il s'agit de la variance d'Allan avec recouvrement.

A la différence de la variance d'Allan classique, les échantillons \bar{q}_k ne sont plus adjacents par période τ , mais par période τ_0 et ce quelle que soit la valeur de m , comme représenté sur la figure 4.13.

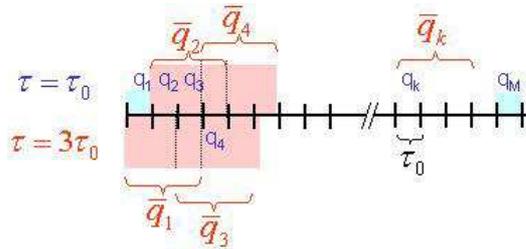


FIG. 4.13: Échantillon de mesures dans le cas de la variance d'Allan avec recouvrement

La variance d'Allan avec recouvrement $\sigma_q^2(\tau)$ se définit alors par [119] :

$$\sigma_q^2(\tau) = \frac{1}{2m^2(M-2m+1)} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left(\sum_{i=j}^{j+m-1} [q_{i+m} - q_i] \right)^2 \quad (4.13)$$

Dans les deux types de variance d'Allan, nous remarquons la possibilité de ne la calculer que jusqu'à un temps égal à la moitié du temps total de la mesure. En effet, il faut au minimum avoir deux

valeurs de \bar{q}_k pour pouvoir calculer la variance¹¹.

Par la suite, c'est désormais uniquement la variance d'Allan avec recouvrement qui sera utilisée.

Il est possible d'établir un lien entre la densité spectrale et la variance d'Allan en reprenant les notations de l'équation 4.8 :

$$\sigma_q^2(\tau) = h_{-1}2 \ln(2) + h_0 \frac{1}{2\tau} \tag{4.14}$$

Soit, dans le cas d'une mesure en bruit blanc :

$$\sigma_q(\tau) = \frac{\alpha}{\sqrt{\tau}} \tag{4.15}$$

où $\alpha = \sqrt{\frac{h_0}{2}}$, $\sqrt{h_0}$ étant le niveau de bruit blanc.

Ainsi le calcul de la variance d'Allan permet de tirer deux conclusions : d'une part, la vérification que la densité spectrale en puissance de notre série de mesures suit bien une loi en puissances de f et d'autre part (et principalement), cela permet de déterminer jusqu'à quel point l'accumulation de mesures permet de réduire l'incertitude de type A tant que le bruit est blanc en fréquence. En effet, dans ce cas, la variance d'Allan est un estimateur sans biais de la variance vraie.

Par la suite, la variance d'Allan sera calculée à l'aide du logiciel Stable 32 ([119]).

4.3.2 Application à la mesure de la pompe

Après avoir défini ce que l'on entendait par détermination de l'incertitude, utilisons ces outils statistiques dans le cas de la mesure du courant généré par une pompe à électrons.

Comme nous l'avons montré précédemment, dans cette partie, les mesures sont faites en contre-réaction interne. Ainsi, ce que nous allons pouvoir estimer ici ce n'est pas la valeur moyenne du courant généré qui va dépendre du gain du CCC dans ce mode de contre-réaction, mais plutôt la stabilité dans le temps et la valeur de l'incertitude de type A qui va nous permettre de quantifier le bruit généré par le système composé de la pompe à électrons et du système de mesure (il n'est pas possible dans notre montage expérimental de différencier ces deux éléments).

L'estimation et la réduction de l'incertitude type de type A passe par un nombre de mesures important afin que la moyenne arithmétique et l'écart-type expérimental de la moyenne soient des estimateurs corrects de la grandeur mesurée. Dans le cas de la pompe à électrons générant un courant continu qui passe dans l'enroulement primaire d'un CCC, la grandeur à mesurer est le courant amplifié ou, expérimentalement, comme nous l'avons décrit au début de ce chapitre, la tension de contre-réaction du SQUID.

4.3.2.1 L'accumulation de points

La première idée est donc de se placer en mode de pompage au centre d'une marche de courant et d'accumuler les points de mesure. Le fait de se situer au centre de la marche est lié au fait que c'est à cet endroit que l'exactitude de la pompe est estimée maximale. L'observation du résultat d'une telle mesure n'est pas totalement satisfaisant dans la mesure où il existe des dérives au cours du temps qui limitent manifestement la mesure à des temps réduits. Il existe de plus des tensions d'offsets liées à la contre-réaction du SQUID.

La figure 4.14 montre le résultat d'une accumulation de points. Aucune dérive notable sur le temps d'acquisition (~ 5000 s) n'est observée. Par ailleurs, l'étude de l'histogramme montre que la distribution de nos points suit bien une loi normale. Les points ont été pris de façon régulière

¹¹en pratique, l'incertitude de calcul associée à cette variance montre qu'il est difficile d'aller au-delà du quart de ce temps total pour garder une confiance suffisante dans le calcul. C'est cette limite qu'utilise le logiciel Stable 32 [119]

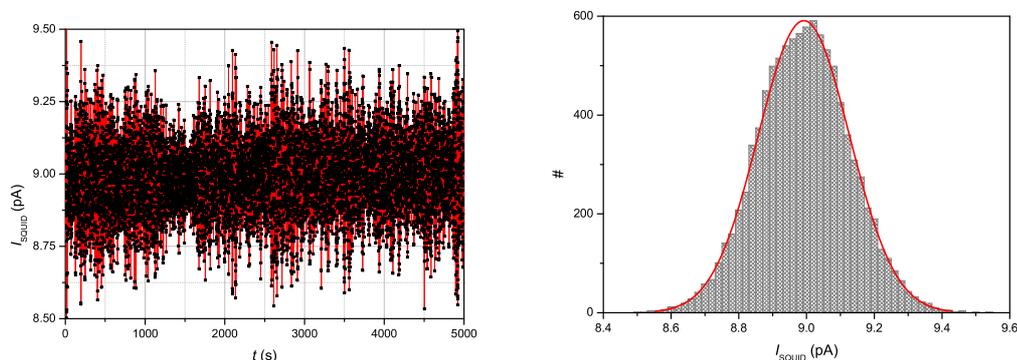


FIG. 4.14: Accumulation de points en faisant des acquisitions régulièrement espacées dans le temps, avec une fréquence de pompage de 50 MHz. À gauche, les données brutes ; à droite, l'histogramme ajusté par une courbe suivant une loi normale

toutes les 0.5 s. Par conséquent, si on utilise le traitement statistique "classique" (*i.e.* celui préconisé par le GUM), on aboutit aux résultats suivants :

- Moyenne arithmétique : $\bar{I}_{\text{SQUID}} = 8.9920$ pA
- Écart-type expérimental : $s(I_{\text{SQUID}k}) = 0.13$ pA (soit en valeur relative : $1.50E - 2$)
- Écart-type expérimental de la moyenne : $s(\bar{I}_{\text{SQUID}}) = 1.4 \cdot 10^{-3}$ pA (soit en valeur relative : $1.5 \cdot 10^{-4}$)

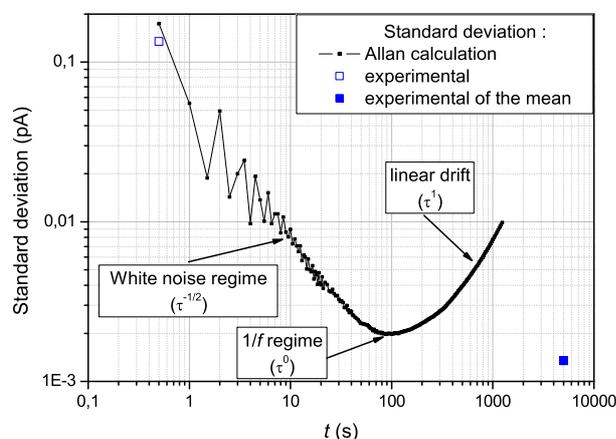


FIG. 4.15: Evolution de l'écart-type en fonction du temps selon différents modes de calcul. Le calcul de la variance d'Allan montre trois domaines clairement définis : un de pente $\tau^{-1/2}$ qui correspond au régime de bruit blanc, un de pente τ^0 qui correspond à un bruit en $1/f$ et enfin un de pente τ^1 qui correspond à la marque d'une dérive linéaire (de type $I = at$ avec a réel).

Le calcul de la variance d'Allan, et son tracé qui est donné en figure 4.15, montre en revanche que l'écart-type expérimental de la moyenne n'est pas un bon estimateur dans ce cas présent. En effet, si le premier point de l'écart-type d'Allan correspond bien à l'écart-type expérimental, on s'aperçoit qu'au bout d'environ 80 s la pente de la courbe est modifiée. Ainsi, à partir de 80 s, les acquisitions sont corrélées. Il n'est donc plus possible d'utiliser l'écart-type expérimental de la moyenne comme estimateur de l'incertitude type de type A. Mais on peut tout de même dire qu'en

interrompant la série de mesures à 80 s, on a bien des données non corrélées et on obtient une incertitude de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3}$ pA.

Cet exemple d'accumulation de points montre bien l'importance de vérifier la non corrélation des points de mesure afin que le calcul statistique de l'incertitude ait un quelconque sens.

4.3.2.2 La mesure en créneaux

Pour s'affranchir du bruit en $1/f$, l'idée est de modifier régulièrement l'état physique du système afin de créer une sorte de filtre et de couper les phénomènes basses fréquences. L'autre aspect, rapidement évoqué précédemment est l'existence d'offset et d'une dérive sur des temps longs. Ces deux inconvénients de la mesure par accumulation de points peuvent être résolus en faisant une mesure par créneaux.

Le principe de cette mesure est de modifier périodiquement le courant généré par la pompe. On peut envisager soit de pomper puis de se mettre en blocage, soit de générer alternativement un courant positif et négatif. Pour des facilités liées à l'instrumentation utilisée, il a été choisi de prendre la seconde méthode pour l'ensemble des mesures en contre-réaction interne. Ainsi, comme représenté sur la figure 4.16, on pompe à une fréquence f déterminée autour d'un point triple en appliquant un déphasage ϕ_+ entre les grilles 1 et 2 qui génère un courant $+I$, comme cela est décrit dans la partie 2.2.2. En modifiant la phase, la même ellipse est décrite autour du point triple, mais dans l'autre sens et c'est ainsi un courant $-I$ qui est généré pour un déphasage ϕ_- .

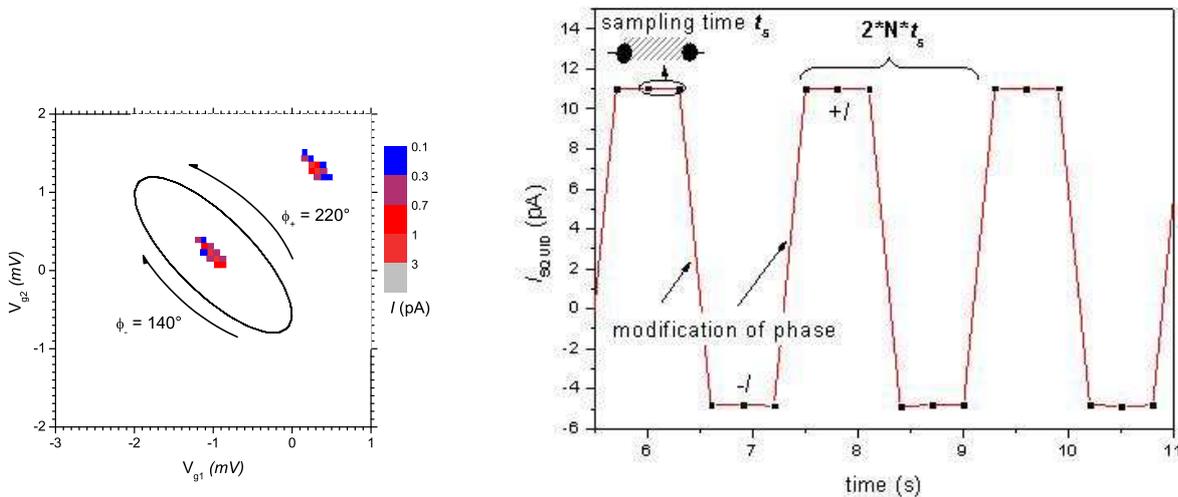


FIG. 4.16: Principe de la mesure par créneaux. A gauche, mode de pompage autour d'un point triple et phases pour avoir $+I$ et $-I$; à droite, un créneau de mesure avec les paramètres.

Le résultat d'une mesure est montré sur la partie de droite de la figure 4.16 : le temps d'intégration de chaque point est t_S puis un nombre N de points à $+I$ est acquis et en modifiant la phase de ϕ_+ à ϕ_- ¹² l'accumulation dans les mêmes conditions de N points à $-I$ est effectuée. Un point moyen I_m par créneau est déduit, c'est-à-dire calculé tous les $\tau_0 = 2Nt_S$.

La figure 4.17 montre le résultat d'une mesure avec sur la partie gauche les créneaux et sur la partie droite l'évolution de I_m au cours du temps. Cela permet de s'affranchir de l'existence de tensions d'offset. En revanche, comme nous le verrons dans la suite, le problème du facteur de conversion tension/courant du signal de contre-réaction évoqué dans la partie 3.5.3.2 est toujours présent, le seul moyen de s'en affranchir étant de passer en mode de contre-réaction externe. C'est pourquoi, même dans ces mesures en créneaux la valeur en courant ne pourra pas être comparée exactement à la valeur quantifiée théoriquement attendue.

¹²on considère le temps de modification de la phase et de sens du courant négligeable devant t_S

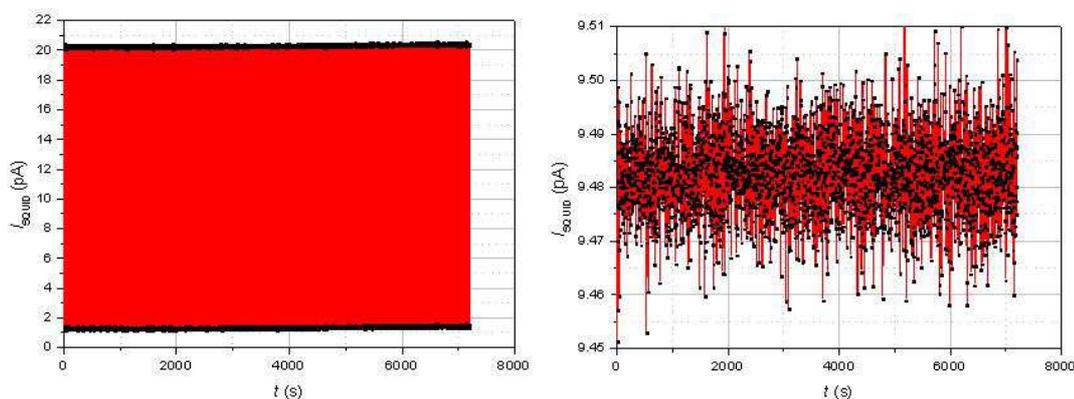


FIG. 4.17: Résultats d'une mesure en créneaux à une fréquence de pompage de 60 MHz, avec une fréquence de pompage de 60 MHz. A gauche, les données brutes ; à droite, les points I_m calculés pour chaque créneau.

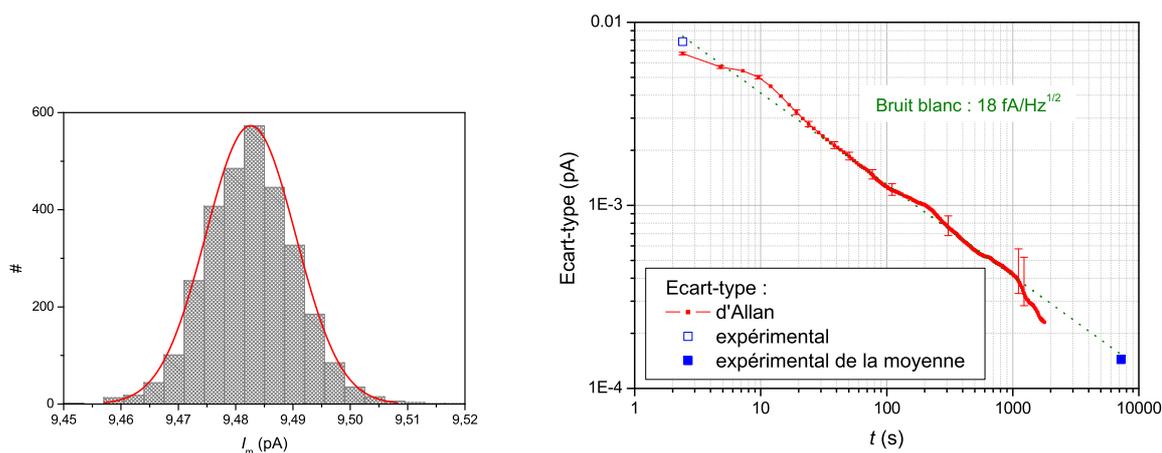


FIG. 4.18: . A gauche, l'histogramme des données ajusté par une loi normale ; à droite, évolution de l'écart-type en fonction du temps selon différents modes de calcul

Ensuite, Le traitement des données est analogue à celui présenté pour l'accumulation de points ; il est représenté sur la figure 4.18. On vérifie dans un premier temps que la distribution des points I_m est bien de la forme d'une loi normale. Comme de plus ces points sont acquis à un temps τ_0 régulier, il est possible d'utiliser la variance d'Allan. On observe alors une décroissance de l'écart-type d'Allan avec le temps en $t^{-1/2}$, ce qui est bien caractéristique d'un bruit blanc que l'on peut estimer à environ $18 \text{ fA/Hz}^{1/2}$.

L'écart-type expérimental de la moyenne est aligné par ailleurs avec l'évolution temporelle de cet écart-type. En effet, par construction, pour une mesure d'une durée totale T , le calcul de la variance d'Allan est limité à un temps $T/2$. On ne peut donc conclure que sur l'écart-type à $T/2$.

4.3.2.3 Exploitation d'une série de mesures en créneaux

Dans cette partie, nous proposons d'exploiter une mesure en créneaux à paramètres de pompage (point triple et fréquence) fixés et d'analyser les résultats d'une telle mesure. Nous nous plaçons dans le cadre où les réglages des paramètres de pompage ont été réalisés à l'aide des me-

sures statiques. Ainsi, les points triples sont localisés, de la même façon que les paramètres A , ϕ_+ et ϕ_- ¹³ de la polarisation alternative des grilles pour une fréquence de pompage f .

Pour effectuer la mesure en créneaux, il faut fixer le nombre N de points souhaité par période et le temps d'intégration t_s . *A priori*, il y a une certaine liberté dans ces choix. En pratique, il faut tout de même ajouter une limite qui est liée au spectre en fréquence du système en blocage. En effet, l'observation de ce spectre donne accès à l'ordre de grandeur de la fréquence où apparaît le bruit en $1/f$ et pour les fréquences plus élevées, les pics liés à la résonance mécanique du système de mesure dans son ensemble. On peut ainsi délimiter une zone où il y a un régime de bruit blanc et par conséquent faire en sorte que l'intervalle $[1/(2Nt_s) ; 1/t_s]$ soit inclus dans cette zone.

Par exemple, sur la mesure étudiée ici, le tracé de la densité spectrale de puissance permet de déterminer une gamme de fréquence où le bruit est blanc. Sur la figure 4.19, cette gamme est représentée par l'intervalle $[f_R, f_h]$, on va donc prendre : $t_s = 1/f_h$ et $N = f_h/2f_R$. Cette PSD est identique que l'on soit en mode de blocage ou en mode de pompage (cf. figure 4.19, droite), ce qui signifie que le pompage ne crée pas de bruit supplémentaire, au niveau de bruit blanc où les mesures sont effectuées. En effet, dans cette mesure, il n'est pas possible de dissocier le bruit de la pompe du bruit du système de mesure et ces résultats montrent que c'est principalement le bruit de mesure qui est estimé.

Enfin, la fréquence qui nous intéresse par la suite est la fréquence de répétition f_R d'acquisition des points. La fréquence de coupure haute f_h n'a quant à elle pas de sens physique, elle ne sert que pour le filtrage des pics de résonance arrivant aux fréquences supérieures.

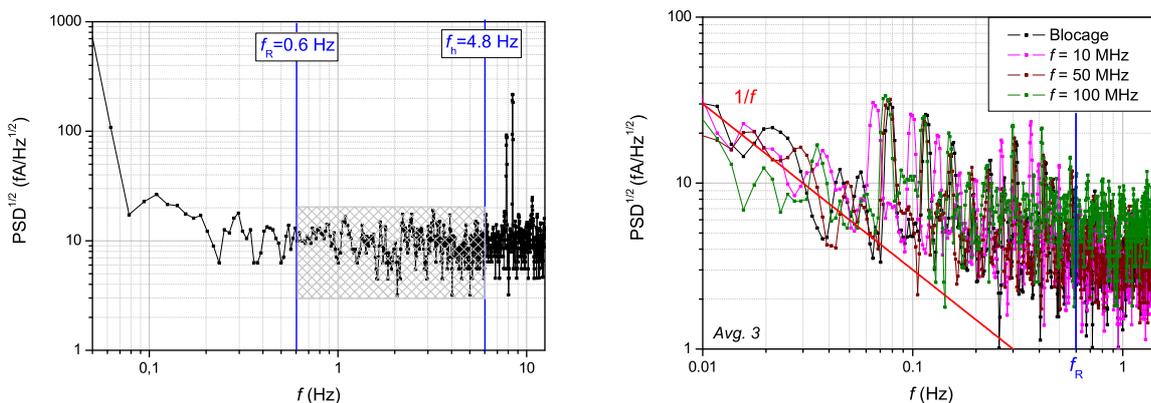


FIG. 4.19: Spectres de bruit. À gauche, entre 0.05 et 15 Hz : choix de la fréquence de répétition et la fréquence de coupure haute en fonction des pics de résonance mécanique. À droite, entre 0.01 et 3 Hz en mode bloqué et en mode de pompage à différentes fréquences

Ainsi, pour la suite de cette partie, on prend : $t_s = 0.21$ s et $N = 4$, ce qui donne un τ_0 de 1.68 s. Les mesures sont donc effectuées à une fréquence au voisinage de 0.6 Hz.

Reprenons la mesure qui a servi pour les figures 4.17 et 4.18 : il s'agit d'une mesure avec une fréquence de pompage de 60 MHz sur une durée d'un peu plus de 2 h. Elle a été effectuée autour d'un point P. On vérifie que la distribution des points suit une loi normale et on calcule les données statistiques :

- valeur moyenne : $I = 9.48262$ pA. L'écart à ef (9.61302 pA) est dû, au moins en partie, au fait que la mesure soit faite en contre-réaction interne (cf. partie 3.5.3.2) ;
- écart-type expérimental de la moyenne : $1.4 \cdot 10^{-4}$ pA soit un écart-type relatif de $1.5 \cdot 10^{-5}$.

¹³les paramètres ϕ_+ et ϕ_- sont associées à la génération d'un courant d'intensité $+ef$ et $-ef$ respectivement

L'utilisation de ce résultat peut être confirmée par l'utilisation de la variance d'Allan comme on l'a montré dans la partie précédente, et comme le montre la figure 4.18. On obtient un ajustement de la courbe de la forme : $\sigma(\tau) = 0.013 * \tau^{-1/2}$, ce qui est équivalent à un niveau de bruit blanc de $18 \text{ fA/Hz}^{1/2}$.

De plus, on remarque que l'écart-type expérimental de la moyenne est aligné avec cette courbe. Comme d'autres mesures effectuées sur des temps plus longs ont permis de montrer que le régime de bruit blanc se maintenait, nous considérons que l'utilisation de l'écart-type expérimental de la moyenne pour estimer l'incertitude de la mesure est acceptable.

Les informations qu'il est possible de tirer d'une telle mesure sont donc l'écart-type relatif qui est indépendant du gain du CCC en contre-réaction interne ainsi que le niveau de bruit blanc.

4.3.2.4 Mesures à différentes fréquences de pompage

Après avoir montré la possibilité d'obtenir des marches de courant jusqu'à une fréquence de pompage de 100 MHz (cf. figures 4.6 et 4.7), et après avoir un outil satisfaisant pour évaluer l'incertitude de la mesure, appliquons les mesures en créneaux – dont le traitement a été explicité dans la partie précédente – à diverses fréquences de pompage.

Les résultats ont été obtenus dans la configuration décrite précédemment pour l'exemple à $f = 60 \text{ MHz}$. Il est donc possible de comparer l'écart-type expérimental de la moyenne, le niveau de bruit blanc et l'écart-type relatif en fonction du temps total de la mesure et de la fréquence de pompage f .

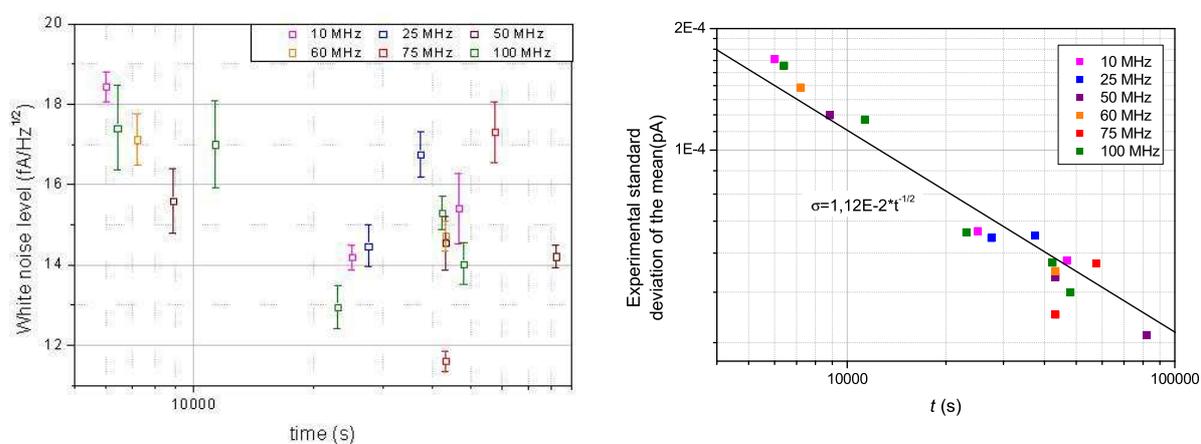


FIG. 4.20: Bilan d'une série de mesures à différentes fréquences de pompage (f). A gauche, l'évolution du niveau de bruit blanc (l'incertitude associée est estimée à partir de la nature des ajustements numériques du tracé de la variance d'Allan en zone de bruit blanc par une courbe suivant l'équation 4.15) en fonction du temps de mesure pour diverses valeurs de f ; à droite, évolution de l'écart-type expérimental de la moyenne en fonction du temps et de f

La figure 4.20 montre les variations du niveau de bruit blanc d'une part et de l'écart-type expérimental de la moyenne d'autre part en fonction du temps de mesure et de f . On observe une dispersion des valeurs du niveau de bruit de blanc qui semble indépendante à la fois du temps de mesure et de la fréquence. De plus, la dispersion des points sur la courbe de droite est corrélée à la dispersion des niveaux de bruit blanc, et ce indépendamment de la fréquence de pompage. Cela permet de laisser penser que le niveau mesuré est principalement lié au système de mesure plus qu'à la pompe elle-même ou, s'il est lié à la pompe, il est indépendant de la fréquence de pompage. Par conséquent, avec ce résultat et ceux exposés précédemment, le niveau de bruit blanc

est similaire que la pompe soit en mode de blocage ou en mode de pompage, pour des fréquences allant de 10 MHz à 100 MHz.

En ce qui concerne l'écart-type expérimental de la moyenne, l'évolution qu'il présente en fonction du temps suit celle de l'équation 4.15 avec $\alpha = 1.12 \cdot 10^{-2}$ qui correspond à la moyenne des niveaux de bruit blancs de toutes les mesures considérées ($\sqrt{h_0} = 16 \text{ fA/Hz}^{1/2}$). La fréquence de pompage, quant à elle, ne semble pas avoir d'effet sur ce résultat.

De ces deux courbes, on peut donc dire qu'en contre-réaction interne, la mesure a un niveau de bruit blanc indépendant du temps de mesure et de la fréquence de pompage ainsi qu'un écart-type expérimental de la moyenne indépendant de la fréquence de pompage et dépendant du temps de mesure selon une loi statistique connue (équation 4.15). Ces remarques s'entendent bien sûr au niveau d'incertitude de la mesure.

Une autre façon de présenter ces résultats est donnée sur la figure 4.21. Elle consiste à prendre l'écart-type d'Allan à 10 h soit par extrapolation pour les mesures prises sur un temps inférieur en considérant un régime de bruit blanc, soit en prenant la valeur calculée pour les mesures prises sur un temps supérieur et en divisant cet écart-type par la valeur moyenne du courant mesuré. On trace cet écart-type relatif à 10 heures en fonction de la fréquence de pompage f . Sur la même courbe, on ajoute la droite de la forme $\frac{\sigma_{moyen}(10h)}{ef}$ où $\sigma_{moyen}(10h)$ est l'écart-type moyen à 10 heures, calculé en considérant un régime de bruit blanc et donc l'équation 4.15 en prenant comme niveau de bruit blanc le niveau de bruit blanc moyen de toutes les mesures. Cette dernière courbe ajuste assez bien l'évolution en $1/f$ des mesures.

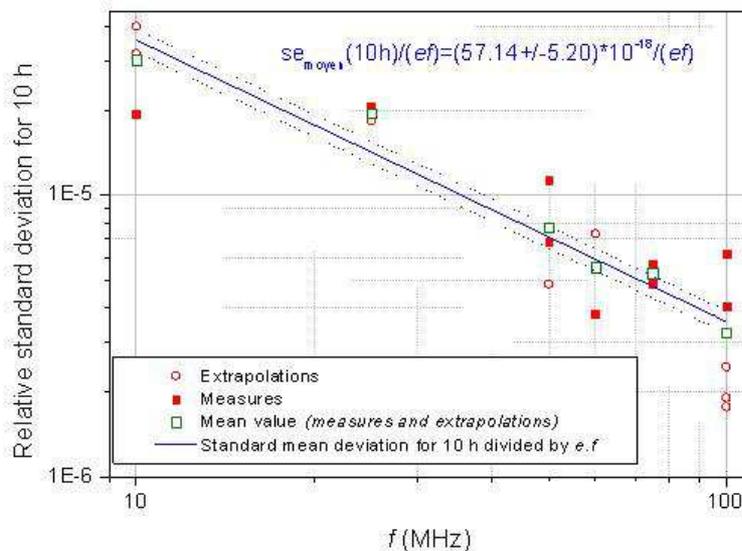


FIG. 4.21: Comparaison de l'écart-type relatif en fonction de la fréquence pour un temps de mesure fixé (les données sont extrapolées en calculant la variance d'Allan en bruit blanc pour les mesures effectuées sur des temps plus courts et sont tronquées par le même calcul pour les mesures effectuées sur des temps plus longs)

Les résultats de mesures à différentes fréquences de pompage entre 10 et 100 MHz sont regroupés dans le tableau ci-dessous. Les données sont le niveau de bruit blanc, le temps de mesure et l'écart-type relatif. Le niveau de bruit blanc permet de comparer, quel que soit le temps de mesure (la figure 4.20 montre que le niveau de bruit blanc est bien indépendant du temps de mesure), le comportement du dispositif en mode de pompage entre différentes mesures. L'écart-type relatif dépend lui et de la fréquence de pompage et du temps de mesure. Les mesures effectuées montrent qu'il est possible d'obtenir un courant stable sur environ 12 heures avec une incertitude relative de l'ordre de quelques 10^{-6} pour une fréquence de pompage de 100 MHz, ce qui équivaut à un

écart-type absolu de l'ordre de la dizaine d'attoampères.

| f (MHz) | 10 | 25 | 50 | 60 | 75 | 100 |
|-----------------------------------------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| T (h) | 13 | 7.7 | 12 | 12 | 12 | 6.5 |
| $\sqrt{h_0}$ (fA/Hz ^{1/2}) | 14 | 16 | 14 | 15 | 12 | 12 |
| Écart-type relatif (*10 ⁻⁶) | 33.6 | 15.3 | 6.1 | 5.3 | 3.3 | 3.9 |

La présentation des résultats sous la forme de tableau, de la même façon que les représentations graphiques montrées dans cette partie, confirme que les mesures effectuées en contre-réaction interne ont un niveau de bruit blanc indépendant de la fréquence de pompage et du temps de mesure. Cela signifie qu'au niveau d'incertitude où sont effectuées les mesures, c'est principalement le bruit du système de mesure qui est obtenu et non le bruit intrinsèque de la pompe. En effet, comme cela a été expliqué dans le chapitre 2, l'exactitude de la pompe est fortement dépendante de la fréquence, mais à des niveaux qui ne sont pas accessibles avec ce montage. L'autre donnée importante de ce tableau est qu'après 6.5 heures de pompage à une fréquence de 100 MHz, une incertitude relative de $3.9 \cdot 10^{-6}$ est atteinte, soit une incertitude absolue d'environ 65 aA. Les valeurs d'incertitudes obtenues, ainsi que la reproductibilité des résultats permettent d'envisager le passage en contre-réaction externe afin d'avoir accès à la valeur de l'intensité du courant généré par la pompe.

4.4 Comparaison de plusieurs pompes

Lors de cette thèse, la plupart des résultats obtenus et présentés ci-dessus l'ont été avec une pompe à 3 jonctions de type R de la PTB (la pompe *SL218 – 44* (1/2)). D'autres échantillons ont été également caractérisés, mais ils ont montré des différences de comportement tant dans la géométrie des points triples que dans la forme et la taille des marches de courant. Dans cette partie nous allons nous intéresser à la comparaison entre trois échantillons de la PTB, dénommés *SL218 – 44* (1/2), *SL218 – 54* (16/20) et *SL218 – 54* (1/2) et un échantillon du CNRS/LPN dénommé *LORa1 – d4*. Les pompes *SL218 – 54* (16/20) et *SL218 – 54* (1/2) sont issues du même échantillon et les pompes *SL218 – 44* (1/2) et *SL218 – 54* (1/2) proviennent d'échantillons différents mais sont localisées au même endroit sur chacun.

Il faut noter une répartition différente des résistances de chrome sur les dispositifs étudiés comme représenté sur la figure 4.22.. En effet, sur trois des échantillons mesurés, il y a une résistance en chrome en série de part et d'autre de la pompe et sur la pompe *SL218 – 54* (16/20), il y a deux résistances en parallèle de part et d'autre de la pompe. Ces différences de configuration peuvent permettre d'étudier l'influence de la valeur de la résistance sur le comportement de la pompe et ainsi de vérifier l'influence sur le cotunneling. Cependant, une telle analyse n'a de sens qu'à condition que les pompes soient équivalentes en terme de résistances, capacités, grilles etc.

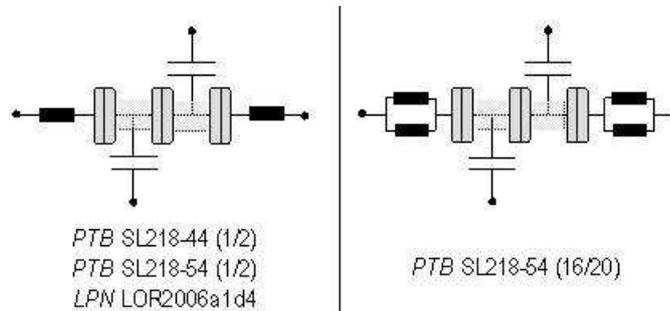


FIG. 4.22: Géométries des pompes mesurées

Ainsi, on a les valeurs de résistances R comme impédance globale du voisinage de la pompe (c'est-à-dire la résistance totale en considérant de part et d'autre de la pompe) mesurées à

température ambiante :

| Pompe | $SL218 - 44 (1/2)$ | $SL218 - 54 (1/2)$ | $SL218 - 54 (16/20)$ | $LORa1 - d4$ |
|-----------------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------|
| R (k Ω) | 60 | 60 | 30 | 100 |
| $N_{ct \text{ equivalent}}$ | 5 | 5 | 4 | 6 |

où $N_{ct \text{ equivalent}}$ est le nombre de jonctions équivalent pour le cotunneling défini dans le chapitre 2 à l'aide de l'équation 2.35.

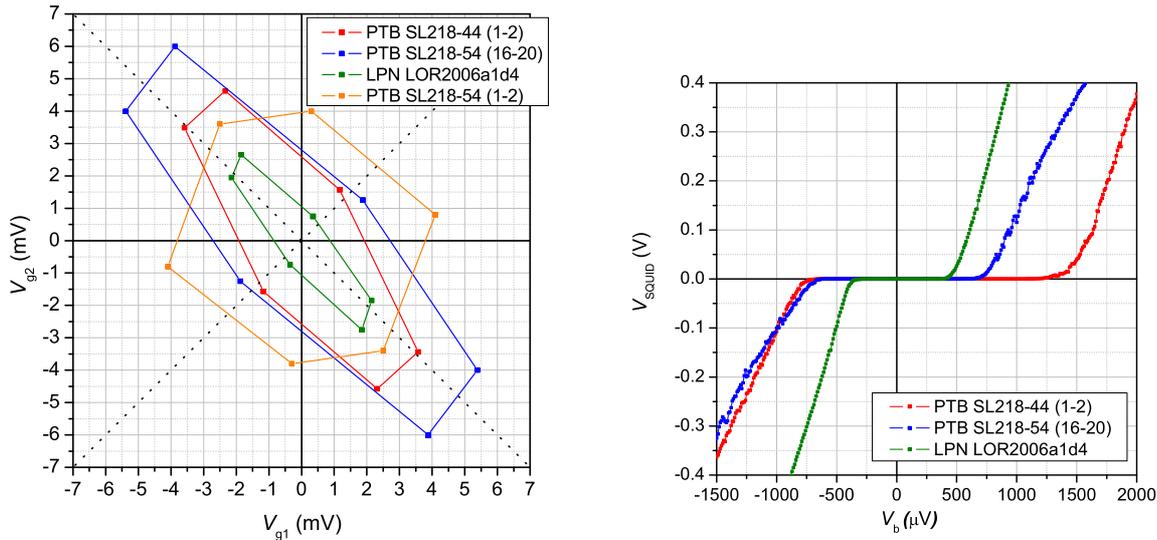


FIG. 4.23: Comparaison des mesures en mode statique (réseau de points triples et caractéristiques $I(V_b)$) pour différentes pompes à 3 jonctions de type R

Les réseaux de points triples ainsi que les caractéristiques $I(V_b)$ obtenus pour chaque pompe sont représentés sur le même graphe sur la figure 4.23. En effectuant l'estimation des paramètres telle qu'elle est décrite dans la partie 4.2.1.3 (p. 83), on obtient le tableau suivant :

| Pompe | C_{g1} (aF) | C_{g2} (aF) | f_1 | f_2 | X_1 | X_2 | V_t (μV) | C_L (aF) | C_m (aF) | C_R (aF) | T_C (K) |
|----------------------|------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|----------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| $SL218 - 44 (1/2)$ | 35 | 30 | 0.30 | 0.25 | 2.36 | 2.14 | 1150 | 75 | 85 | 60 | 7 |
| $SL218 - 54 (16/20)$ | 25 | 25 | 0.4 | 0.3 | 1.73 | 1.91 | 950 | 55 | 120 | 75 | 5.5 |
| $SL218 - 54 (1/2)$ | 17 | 25 | 0.6 | -0.7 | 3.35 | 2.79 | ~ 750 | 250 | 105 | 155 | 4.3 |
| $LORa1 - d4$ | 80 | 60 | 0.35 | 0.6 | 1.99 | 2.04 | 500 | 95 | 215 | 135 | 3 |

Est-il possible de déduire de ces données une conclusion soit quant à la facilité d'utilisation de la pompe soit quant à l'exactitude attendue en augmentant la fréquence de pompage ?

L'identification de ces paramètres permet de dire que les hypothèses des trois capacités de jonction égales ainsi que que le fait de négliger les capacités des grilles devant celles des jonctions ne semblent pas être vérifiées d'un point de vue expérimental. Cela limite encore un peu plus la validité des calculs d'incertitude des pompes à électrons présentés précédemment. Les valeurs trouvées pour les coefficients de cross-talking (f_1 et f_2) montre que celui-ci est tout de même fortement présent et qu'il est délicat de le négliger. En revanche, il serait intéressant d'envisager une étude plus précise sur la géométrie des électrodes de grille pour diminuer ces coefficients, comme cela a été évoqué dans le chapitre 3. Ces simulations permettent aussi d'estimer la dissymétrie des capacités des jonctions :

| Pompe | C_L/C_m (%) | C_R/C_m (%) | C_L/C_R (%) |
|---------------------------|---------------|---------------|---------------|
| <i>SL218 – 44 (1/2)</i> | 90 | 70 | 125 |
| <i>SL218 – 54 (16/20)</i> | 45 | 60 | 75 |
| <i>SL218 – 54 (1/2)</i> | 240 | 150 | 160 |
| <i>LORa1 – d4</i> | 45 | 60 | 70 |

Il faut de plus noter l'allure très particulière du réseau de la pompe *SL218 – 54 (1/2)*. Il n'a pas été possible d'obtenir de résultats en mode dynamique avec cette pompe. Cela est peut être dû à la rotation du réseau par rapport aux axes de symétrie (ce qui explique la valeur négative trouvée pour f_2), cette rotation pouvant être liée à de forts coefficients de cross-talking. Un autre élément peut être les rapports entre les capacités de jonction, il s'agit en effet de la pompe ayant les plus fortes dissymétries entre les jonctions, ce qui peut être un élément expliquant la non génération de courant. Par la suite, nous ne considérerons plus cette pompe dans la comparaison.

Nous pouvons aller un peu plus loin dans cette comparaison des pompes en regardant leur comportement en mode dynamique. La figure 4.24 expose une comparaison des marches de courant pour une fréquence de pompage de 10 MHz ainsi que de l'évolution temporelle de l'écart-type (calcul de l'écart-type d'Allan avec recouvrement) sur des mesures en créneaux.

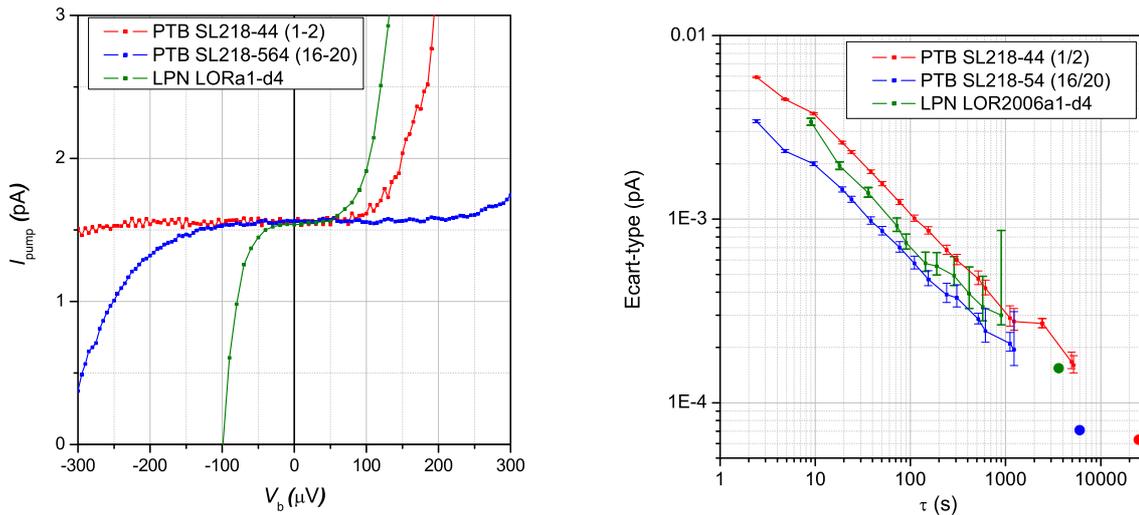


FIG. 4.24: Comparaison des mesures en mode dynamique (marches de courant pour une fréquence de pompage de 10 MHz et évolution de l'écart-type en fonction du temps pour une mesure en créneaux) pour différentes pompes à 3 jonctions de type R

L'observation des marches de courant montre une disparité assez forte en ce qui concerne la taille des marches. En revanche, on observe un niveau de bruit blanc équivalent entre les différentes pompes. Il faut cependant rappeler ici que ce bruit blanc n'est pas le bruit intrinsèque de la pompe mais celui de la pompe associée au CCC. Si le bruit de ce dernier est dominant, cela ne permet pas de conclure quant au niveau de bruit lié à la pompe elle-même, mais on peut tout de même conclure qu'il n'y a pas de différence entre le bruit des pompes au moins jusqu'à un niveau de bruit blanc de l'ordre de $10 \text{ fA/Hz}^{1/2}$.

Un paramètre qui peut, dans une certaine mesure, expliquer les différences concernant la fréquence f à laquelle on arrive à pomper avec un échantillon donné est la distance entre un point P et un point N la plus faible (en reprenant les notations de la figure 2.7, il s'agit de la distance d : P_2N_2 ou P_3N_3). En effet, on a vu que plus f augmentait plus la polarisation du centre de la marche

augmentait. Or les points triples augmentent en surface avec la polarisation ce qui signifie que plus d sera faible plus il sera difficile de trouver des paramètres de pompage permettant de dissocier correctement les zones de stabilité de la pompe. Cette explication semble être vérifiée, au moins pour partie dans les mesures effectuées :

| Pompe | <i>SL218 - 44 (1/2)</i> | <i>SL218 - 54 (16/20)</i> | <i>LORa1 - d4</i> |
|-----------------|-------------------------|---------------------------|-------------------|
| d (mV) | 1.7 | 2.5 | 0.8 |
| f_{max} (MHz) | 100 | 50 | 20 |

Il faut cependant faire preuve de modération quant aux conclusions que l'on peut tirer de ces quelques données, l'hypothèse avancée se positionne juste sur l'aspect pilotage des pompes et non sur une théorie physique.

Ajoutons un dernier paramètre qu'il pourrait être intéressant d'étudier : la valeur de la résistance de chrome par rapport aux résistances de jonctions. En effet, l'équation 2.36 donne une condition sur ces valeurs : la résistance placée dans "l'environnement proche" de la pompe doit être inférieure à la résistance d'une jonction afin de permettre un bon équilibre de charge. Dans le cas de la pompe LPN, cette résistance est de l'ordre de grandeur de la résistance des jonctions, ce qui peut également être une piste à approfondir.

La comparaison de différentes pompes à électrons est un élément important dans la perspective d'utiliser de tels dispositifs comme étalon de courant. En effet, dans ce cas, il faut disposer d'une bonne reproductibilité et d'un moyen de caractérisation des échantillons étudiés. Lors de cette thèse, plusieurs échantillons ont été mesurés et ont présenté des différences notables, bien que certains issus du même échantillon. Il pourrait être intéressant de trouver un critère permettant d'estimer la gamme de fonctionnement d'une pompe.

4.5 Limites des mesures en contre-réaction interne

Les résultats montrés dans cette partie ont tous été obtenus en contre-réaction interne, c'est-à-dire sans utiliser réellement les propriétés métrologiques du CCC. Il est tout de même possible d'en déduire quelques conclusions permettant de s'interroger sur le point principal inaccessible dans ce type de mesure : la valeur de quantification de l'intensité du courant électrique généré par la pompe à électrons.

Les résultats déductibles de ces séries de mesure sont :

- Détermination des paramètres de la pompe

Cela permet d'avoir accès aux paramètres de pompage et d'avoir un premier aperçu du comportement possible de la pompe.

- Détermination de la température électronique

Elle a été déterminée entre 100 et 150 mK, ce qui est suffisant pour les mesures effectuées actuellement. Comme cela est évoqué dans le chapitre 3, l'ajout d'un étage de filtrage des lignes de polarisation à 4.2 K devrait permettre de réduire cette température.

- Stabilité du courant généré par la pompe

C'est ce résultat qui est le plus important car il justifie le passage en mode de contre-réaction externe. Il a été possible de démontrer expérimentalement que les pompes à électrons pouvaient générer un courant stable au moins jusqu'à 12 h avec une incertitude de l'ordre de 50 aA (soit une incertitude relative de quelques 10^{-6} pour une fréquence de 100 MHz) et ce indépendamment de la fréquence de pompage entre 10 et 100 MHz. Cela correspond à un niveau de bruit blanc de l'ordre de la dizaine de fA/Hz^{1/2}.

Les résultats présentés dans ce chapitre démontrent la possibilité de mesurer le courant généré par une pompe à électrons associée avec un CCC. Pour la première fois, des marches de cou-

rant jusqu'à des fréquences de 100 MHz ont été mesurées. Dans le mode de mesure décrit dans ce chapitre, il n'est pas possible d'étudier la valeur de quantification de l'intensité du courant généré par le dispositif. Il est en revanche possible de décrire un cheminement expérimental permettant de caractériser complètement la pompe à électrons et ainsi d'estimer ses potentialités métrologiques d'après des modèles théoriques. Une fois caractérisée, des mesures sur des temps longs ont permis d'étudier le comportement de la pompe à électrons. Les conclusions de ces mesures sont d'une part que la fréquence de pompage ne semble pas modifier le comportement de la pompe, aux incertitudes de mesures près et d'autre part qu'il est possible de réduire l'incertitude type de type A de la mesure à quelques 10^{-6} en valeur relative. Arrivés à ce stade, l'étude de la valeur de quantification de l'intensité du courant doit être mise en place afin de compléter l'étude de la pompe pour en faire un potentiel étalon quantique de courant.

Chapitre 5

Première réalisation du triangle métrologique

L'expérience du triangle métrologique a été présentée dans la partie 1.4 (p. 26). Outre la vérification de la cohérence des trois phénomènes quantiques que sont l'effet Hall quantique, l'effet Josephson et l'effet tunnel à un électron, le triangle métrologique peut aussi se présenter comme la mesure de l'exactitude de l'intensité du courant généré par une pompe à électrons grâce à la mise en place de la contre-réaction externe. En préalable à réalisation de cette expérience, nous avons montré, dans le chapitre précédent, la possibilité de mesurer le courant généré par la pompe sur des temps de quelques heures avec une stabilité et un niveau de bruit satisfaisant lors de mesures en contre-réaction interne. En présentant le montage du triangle métrologique par la voie directe mis en place au LNE et dont les premiers résultats vont être exposés dans cette partie, nous allons voir quels résultats et quelles conclusions nous pouvons tirer de cette première réalisation expérimentale.

Toutes les mesures présentées dans ce chapitre ont été effectuées avec une pompe à électrons de type R à 3 jonctions fabriquées par la PTB à la suite du projet européen COUNT [81] et avec le CCC_b décrit dans le chapitre 3 (avec $N_1 = 20\,000$ et $N_2 = 1$).

5.1 Mesures en contre-réaction externe

Les résultats obtenus en contre-réaction interne ont permis d'étudier les caractéristiques des échantillons et la stabilité de ces derniers en mode de pompage. Il reste cependant une inconnue que les mesures précédentes ne pouvaient résoudre : quel est le niveau de quantification de ces pompes ?

Pour pouvoir apporter des éléments de réponse à cette question, il faut effectuer les mesures en utilisant l'atout métrologique du CCC, c'est-à-dire en l'utilisant en contre-réaction externe¹. Dans ce cas, il faut que l'enroulement secondaire du CCC soit traversé par un courant d'intensité I_{CR} , provenant d'une source stable, égale au produit² de celle qui circule dans l'enroulement primaire I_{pompe} et du rapport d'enroulements du CCC N_1/N_2 . La mesure du courant de contre-réaction I_{CR} permettra alors d'en déduire avec une très bonne incertitude la valeur de I_{pompe} , c'est-à-dire l'intensité du courant généré par la pompe.

Dans ce chapitre, c'est cette situation qui va être étudiée. Le signal de contre-réaction du SQUID DC ne sera plus envoyé sur la bobine de modulation mais sera envoyé dans l'enroulement secondaire du CCC. Par conséquent, la grandeur à mesurer ne sera plus la tension de sortie du SQUID mais le courant injecté dans cet enroulement.

Rappelons quelques ordres de grandeur : si la pompe génère un courant de 10 pA, ses grilles sont alimentées par un signal alternatif de fréquence $f = 60$ MHz. Le CCC utilisé a un

¹cf. partie 3.4.3, p. 71

²rappelons que l'objectif est d'avoir I_{CCC} nul

rapport d'enroulement de 20 000, ce qui signifie que le courant mesuré sera $I_{CR} = 200$ nA. C'est donc la mesure de l'intensité de ce courant qui est l'objectif de ce montage en contre-réaction externe. Le moyen classique pour mesurer l'intensité d'un courant est de faire passer ce dernier dans une résistance connue et de mesurer la tension aux bornes de cette résistance. Ainsi, si une résistance de $10\text{ k}\Omega$ est traversée par I_{CR} , il faudra mesurer une tension de l'ordre du millivolt. Pour montrer la quantification du courant avec une incertitude relative de 10^{-6} , la mesure de la tension de 2 mV doit se faire avec une incertitude de 2 nV , ce qui n'est pas possible avec l'instrumentation utilisée pour la mesure de tension dans le montage expérimental.

5.2 Le montage du triangle métrologique au LNE

Le LNE a fait le choix de développer la voie directe du triangle métrologique (*i.e.* un montage du type de celui décrit figure 1.19). Comme montré précédemment, l'inconvénient majeur de la mise en place de cette expérience est la faiblesse de l'intensité des courants générés par des dispositifs SET tels que les pompes à électrons. L'association d'une pompe à électrons avec un CCC permet théoriquement d'amplifier avec un haut niveau d'exactitude ce courant.

La mesure directe du courant de contre-réaction avec les incertitudes recherchées ne va pas être possible avec l'instrumentation utilisée. La méthode employée consiste donc à comparer la tension aux bornes d'une résistance étalonnée traversée par le courant de contre-réaction avec la tension délivrée par un réseau de jonction Josephson, cette dernière étant réglée de façon à pouvoir effectuer une détection de zéro. La résistance étalonnée est choisie pour avoir une valeur proche de $10\text{ k}\Omega$ et pour sa stabilité. Cette résistance étant placée à 300 K , on peut lui associer un bruit de Johnson Nyquist d'environ $1\text{ pA}/\text{Hz}^{1/2}$, niveau de bruit qu'il est possible de comparer aux niveaux de bruit blanc mesurés dans les mesures en contre-réaction interne. Ce niveau était d'environ $10\text{--}15\text{ fA}/\text{Hz}^{1/2}$, ce qui équivaut à un bruit dans le courant de contre-réaction de $200\text{ pA}/\text{Hz}^{1/2}$, ce qui signifie que le bruit thermique de la résistance ne sera pas un facteur limitant des mesures.

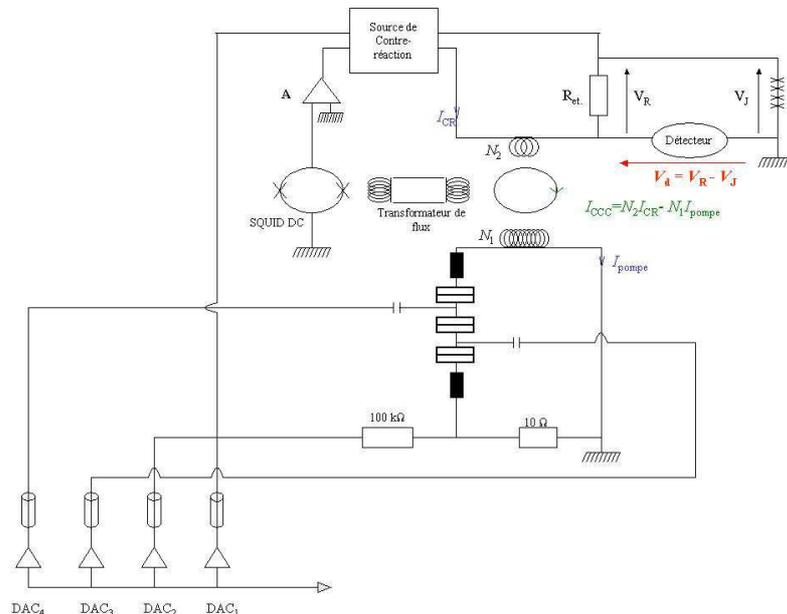


FIG. 5.1: Schéma électrique du montage de mesure de l'expérience du triangle métrologique (équivalent à celui d'une pompe à électrons en contre-réaction externe)

Le montage de l'expérience du triangle métrologique est représenté sur la figure 5.1 et la

grandeur mesurée est V_d dont la valeur est :

$$V_d = V_R - V_J \quad (5.1)$$

où V_R et V_J sont respectivement les tensions aux bornes d'une résistance étalonée R_{et} et aux bornes d'un réseau Josephson³ où n_j jonctions sont irradiées à une fréquence f_j . La résistance R_{et} est traversée par le courant de contre-réaction dont l'intensité est celle du courant de la pompe amplifiée par le CCC. La pompe générant un courant $I_{pompe} = Q_X f_{SET}$ pour reprendre les notations du chapitre 1, il est ainsi possible d'exprimer ces tensions avec les relations :

$$\begin{cases} V_R = R_{et} \frac{N_1}{N_2} Q_X f_{SET} \\ V_J = \frac{n_j f_j}{K_J} \end{cases}$$

Pour pouvoir pratiquer cette mesure, le développement d'une source de courant a été effectué⁴. Il s'agit de faire une conversion tension/courant de la sortie de contre-réaction du SQUID DC afin de pouvoir faire circuler ce courant dans l'enroulement secondaire du CCC et aussi dans la résistance de mesure. De plus, étant données les intensités des courants sur lesquelles l'électronique du SQUID DC doit contre-réagir, cette source permet également d'effectuer un pré-ajustement en envoyant dans le circuit de l'enroulement secondaire un courant proche de la valeur du courant généré par la pompe. Grâce à ce pré-ajustement, l'électronique du SQUID DC peut contre-réagir en envoyant une faible tension et ainsi en restant dans une gamme où le rapport des courants circulant dans les enroulements du CCC est connu avec un haut niveau d'exactitude⁵ comme cela est décrit dans la partie 3.4.3.1.

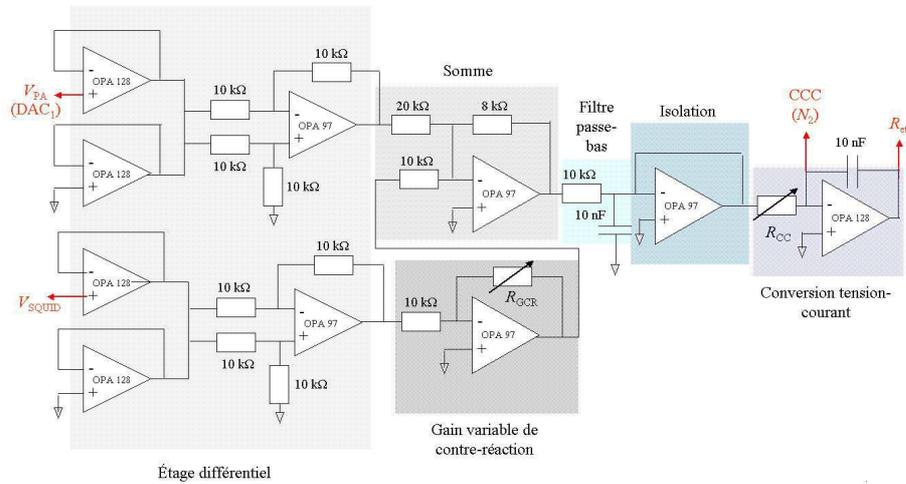


FIG. 5.2: Schéma électrique de la source de contre-réaction. Les entrées sont la tension de sortie du signal de contre-réaction du SQUID DC et la tension de pré-ajustement. Il y a deux résistances ajustables : l'une pour amplifier le signal de contre-réaction du SQUID (R_{GCR}), l'autre pour avoir un facteur d'amplification lors de la conversion tension/courant de la somme des signaux du SQUID et de pré-ajustement (R_{CC})

La source est schématisée sur la figure 5.2. Elle est composée de plusieurs blocs : d'une part un étage différentiel de gain unité, un étage réglable du gain de contre-réaction concernant

³on considère la marche 1 de ce réseau

⁴la réalisation de cette source a été effectuée par G. Spengler lors d'un stage au laboratoire

⁵pour une présentation détaillée du comportement de l'électronique du SQUID DC, se reporter au chapitre 4 de [97] : *SQUID electronics*, G. Drung and M. Mück

la tension provenant de l'électronique du SQUID, un étage sommateur, un étage de filtrage avec un filtre RC de fréquence de coupure 1.6 kHz, un étage d'isolation et enfin un convertisseur tension/courant. Au final, le rapport entre les tensions entrantes V_{SQUID} et V_{PA} , respectivement tension de sortie du signal de contre-réaction du SQUID DC et tension de pré-ajustement, et le courant injecté dans l'enroulement secondaire du CCC I_S est :

$$I_S = \frac{2}{5} \left(2 \frac{V_{SQUID}}{R_{GCR}} - V_{PA} \right) \frac{1}{R_{CC}} \quad (5.2)$$

Il existe plusieurs calibres de courant, c'est-à-dire plusieurs valeurs de R_{CC} , ce qui permet d'avoir une tension de polarisation de pré-ajustement comprise entre la centaine de millivolts et le volt pour correspondre aux valeurs de courants générées par la pompe à électrons et amplifiées par l'enroulement primaire du CCC. Cette source de courant secondaire permet de générer un courant avec une incertitude de l'ordre de 10^{-4} . L'influence de ce calibre sur la mesure n'a pas encore été étudiée expérimentalement. Toutes les mesures effectuées jusqu'à maintenant l'ont été avec $R_{CC} = 4 \text{ M}\Omega$. Pour un tel calibre, une tension de pré-ajustement de 1 V équivaldra à un courant circulant dans l'enroulement secondaire du CCC de 100 nA, soit l'équivalent de 5 pA dans l'enroulement primaire, ou encore l'équivalent d'une fréquence de pompage d'environ 30 MHz.

La résistance de contre-réaction R_{GCR} doit être ajustée de façon à conserver un domaine de stabilité suffisant et à avoir un faible taux d'erreur dû au gain fini du SQUID (cf. équation 3.20). Pour les mesures présentées dans ce chapitre, sa valeur est de 5 k Ω . L'étude sur l'influence de la valeur de cette résistance n'a pas encore été menée.

Le réseau Josephson est irradié par une fréquence de 73 GHz et la résistance dans laquelle passe le courant de contre-réaction a une valeur de 10 k Ω , ce qui donne la correspondance suivante entre le nombre de jonctions Josephson à prendre en compte et la fréquence de pompage à appliquer à la pompe⁶ :

| n_j | V_J (V) | I_{pompe} (pA) | f_{pompe} (MHz) |
|-------|------------------------|------------------|-------------------|
| 1 | $1.5095 \cdot 10^{-4}$ | 0.755 | 4.71084 |
| 5 | $7.5476 \cdot 10^{-4}$ | 3.774 | 23.55419 |
| 8 | $1.2076 \cdot 10^{-3}$ | 6.038 | 37.68670 |
| 10 | $1.6605 \cdot 10^{-3}$ | 7.548 | 47.10837 |

Expérimentalement, des mesures ont été effectuées avec 5 et 8 jonctions Josephson et la fréquence de la pompe a été ajustée dans un premier temps à la dizaine de kilohertz :

| n_j | V_J (V) | f_{pompe} (MHz) | V_R (V) | V_d (V) |
|-------|------------------------|-------------------|------------------------|-----------------------|
| 5 | $7.5476 \cdot 10^{-4}$ | 23.55 | $7.5462 \cdot 10^{-4}$ | $-1.36 \cdot 10^{-7}$ |
| 8 | $1.2076 \cdot 10^{-3}$ | 37.69 | $1.2077 \cdot 10^{-3}$ | $1.19 \cdot 10^{-7}$ |

Les générateurs de fonctions utilisés pour la partie alternative des grilles (Agilent ESG 4400 B) ont une résolution de 0.01 Hz et sont asservis sur un signal de référence externe à 10 MHz, ce qui permet de faire un ajustement de la fréquence de pompage suffisamment précis pour que la tension V_d soit inférieur à quelques dizaines de picovolts. Notons de plus que, pour le moment, sur ces premières mesures, l'appareil utilisé (multimètre HP 3458A) pour mesurer V_d a pour calibre le plus bas 100 mV avec une résolution de 8 chiffres, ce qui signifie que la dernière information disponible concerne la dizaine de nanovolts (10^{-8} V).

5.3 Premiers résultats obtenus

5.3.1 Caractérisation de la pompe en contre-réaction externe

Le principe de caractérisation de la pompe est rigoureusement le même qu'en contre-réaction interne. En revanche, l'instrumentation est différente, en particulier en ce qui concerne

⁶ces applications numériques ont été effectuées en prenant les valeurs CODATA 2002 [30] de K_J et de e

les polarisations de la pompe et de la partie continue des grilles qui sont, dans tout ce chapitre, effectuées à l'aide de DAC alimentant le réseau Josephson. Dans cette partie de caractérisation de la pompe, le réseau Josephson est connecté au circuit, mais $V_J = 0$, afin de pouvoir comparer les résultats avec ceux obtenus en contre-réaction interne.

Le réseau de points triples obtenu est similaire à ceux montrés dans le chapitre 4, ce qui implique que les paramètres pour la polarisation alternative des grilles (*i.e.* l'amplitude A du signal sinusoïdal ainsi que le déphasage ϕ entre les deux signaux) sont identiques à ceux trouvés avec les mesures en contre-réaction interne. Ce résultat était prévisible, étant donné que la forme du réseau est liée aux paramètres géométriques de la pompe et pas au système de mesure.

5.3.1.1 La température électronique en contre-réaction externe

Pour comparer la température électronique entre les deux modes de contre-réaction, nous réalisons les mêmes mesures qu'en contre-réaction interne⁷ c'est-à-dire en réchauffant la chambre de mélange jusqu'à 200 mK et en regardant pour quelle température de la chambre de mélange les marches de courant se différencient. Les courbes de la figure 5.3 montrent que la température électronique est supérieure à 140 mK mais inférieure à 200 mK (il n'y a pas eu de mesure intermédiaire entre ces deux températures) en contre-réaction externe.

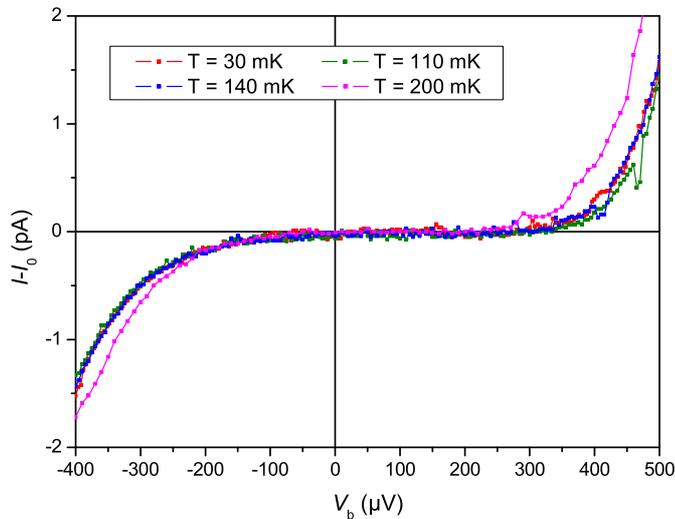


FIG. 5.3: Marches de courant à une fréquence de pompage de 10 MHz à différentes températures T de la chambre de mélange. La température est estimée entre 140 et 200 mK.

La température électronique semble donc légèrement plus élevée en contre-réaction externe. Des mesures complémentaires sont nécessaires pour confirmer ou non cette observation. Ce changement de température électronique serait un peu surprenant dans la mesure où le changement de contre-réaction est *a priori* totalement indépendant du circuit électrique de la pompe et n'apporte pas de chaleur pouvant expliquer ce phénomène. Rappelons que le système de polarisation de la pompe dans ce chapitre est différent de celui du chapitre 4 : dans ce chapitre, tout est piloté par les DAC associés au réseau Josephson.

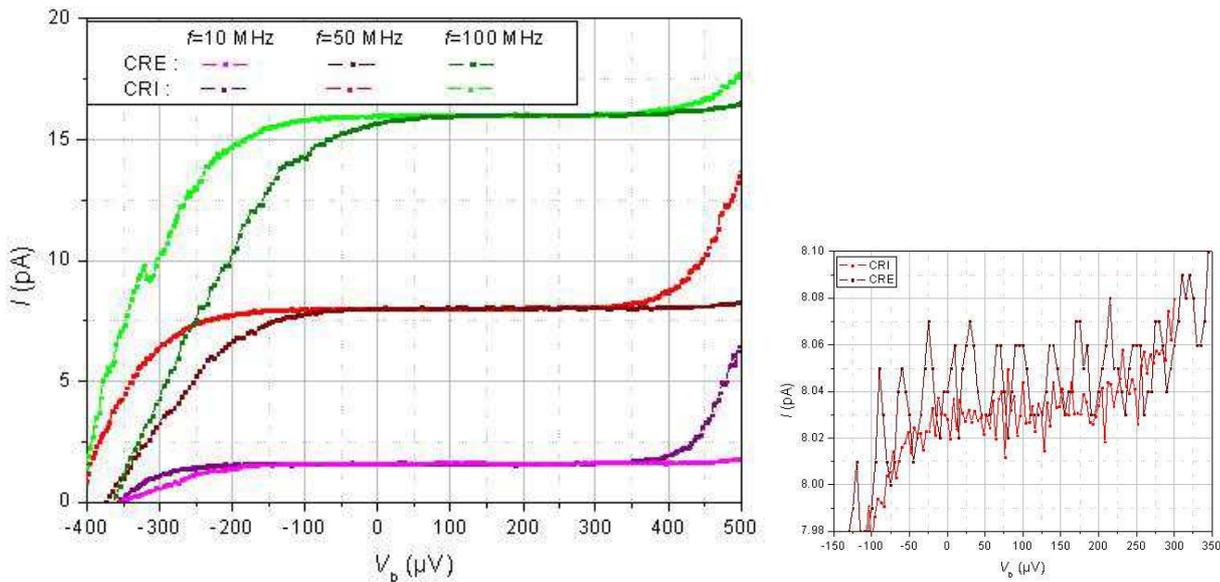


FIG. 5.4: A gauche : marches de courant à différentes fréquences en contre-réactions interne et externe. A droite : zoom pour une fréquence de pompage de 50 MHz

5.3.1.2 Marches de courant et comparaison avec les mesures en contre-réaction interne

Outre cette éventuelle modification de température électronique, notons qu'il est tout de même possible d'observer des marches de courant jusqu'à une fréquence de pompage de 100 MHz, de la même façon qu'en contre-réaction interne. Cependant, les marches présentent un décalage en tension, comme le montre la figure 5.4 (gauche). Pour comparer les marches entre elles, le décalage en polarisation est compensé et, dans ce cas, les marches semblent équivalentes comme le montre la figure 5.4 (droite). Sur la courbe montrée, il faut remarquer que les fluctuations en contre réaction externe sont plus importantes qu'en contre-réaction interne. Cependant, ces fluctuations semblent temporaires. En effet, dans la plupart des mesures de marches de courant effectuées dans ce montage le niveau de fluctuations observé correspond à celui des marches de la figure 5.5. Ce niveau est analogue à celui qui était observé en contre-réaction interne (cf. figure 4.7), il est peut être même un peu plus faible. Mais pour pouvoir comparer les deux modes de mesures, il faut que les marches soient obtenues à la même fréquence. Or les mesures en contre-réaction externe ont principalement été faites à des fréquences choisies pour correspondre à un nombre entier de jonctions Josephson, il n'est donc pas possible de comparer les marches de courant ainsi obtenues avec celles mesurées en contre-réaction interne à des fréquences différentes.

Ces mesures permettent de montrer qu'il est possible d'obtenir des marches de courant en contre-réaction externe et que celles-ci sont équivalentes, tant en terme de longueur de la marche que de niveau de fluctuations de la mesure à celles obtenues en contre-réaction interne. Avec ces résultats, il est donc possible de passer à la mesure en opposition de tension avec le réseau de jonctions Josephson.

5.3.2 Caractérisation du montage de l'expérience du triangle

Le principe de l'expérience a été décrit et validé car nous venons de montrer la possibilité de piloter les pompes avec ce circuit. Cependant, des mesures supplémentaires sont nécessaires afin de confirmer l'augmentation de la température électronique en contre-réaction externe. En l'état actuel des choses, il n'est pas possible d'en estimer les éventuelles conséquences sur la quantification du courant généré par la pompe. A la suite de ces résultats préliminaires, une phase de

⁷cf. partie 4.2.2.3, p. 90

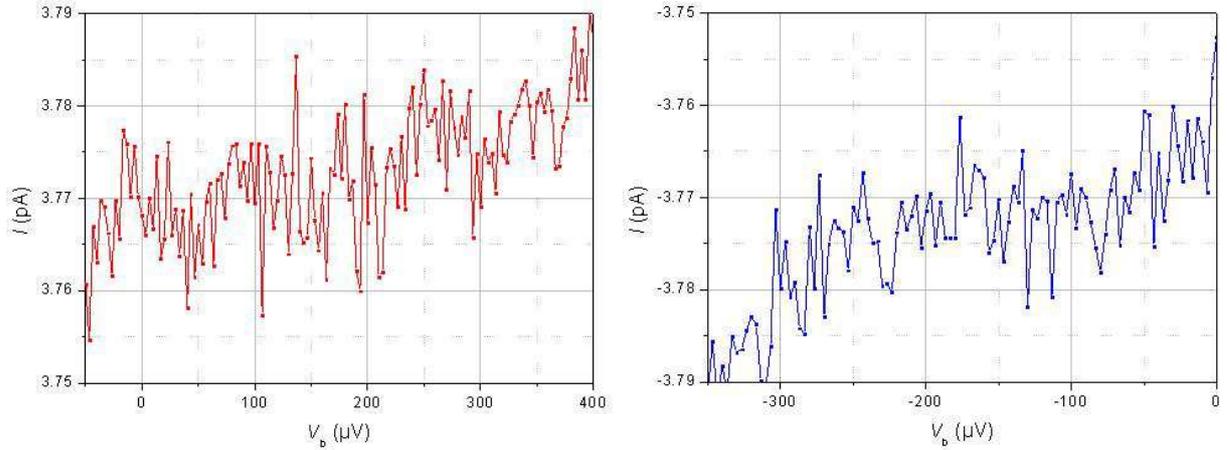


FIG. 5.5: Marches de courant autour d'un point P (gauche) et d'un point N (droite) pour une fréquence de pompage correspondante à 5 jonctions Josephson, soit $f = 23.55$ MHz.

caractérisation des différents éléments du montage insérés dans le montage final et en particulier le réseau Josephson et la source de contre-réaction a été, partiellement, entreprise.

La résistance R_{et} servant de référence pour la comparaison de tension de l'expérience a été étalonnée en comparaison avec une résistance de $10\text{ k}\Omega$ de référence avec un HP 3458. Ainsi, une détermination de $R_{et} = 10,000035\text{ k}\Omega$ avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-6} a été faite. Par conséquent, pour l'ajustement de la fréquence de pompage, il faut prendre en compte cette valeur à la place de $10\text{ k}\Omega$ prise jusqu'à présent.

Le réseau Josephson a aussi été testé en le branchant de la façon dont il sera branché pour la mesure d'opposition de tension du triangle métrologique. Un créneau de tension a été effectué pour 5 jonctions et la tension mesurée correspond à la tension attendue à l'incertitude de l'appareil de mesure utilisé, à savoir la dizaine de nanovolt près, ce qui équivaut à une incertitude relative sur la mesure de la tension Josephson de l'ordre de 10^{-5} . De plus, sur une telle mesure, en prenant les mêmes paramètres de créneaux que ceux pour les mesures en contre-réaction interne, l'analyse avec la variance d'Allan montre un régime de bruit blanc dont le niveau est de $50\text{ nV/Hz}^{1/2}$.

Cette mesure a été effectuée avec $V_R = 0$, ce qui peut être obtenu en mettant le SQUID DC en mode reset, c'est-à-dire sans contre-réaction. Dès que le SQUID DC contre-réagit, le niveau de bruit blanc est beaucoup plus élevé, même si la pompe est en blocage (autour de $\mu\text{V/Hz}^{1/2}$).

5.3.3 Premières mesures du triangle métrologique

Les premières mesures du triangle consistent en des mesures en créneaux sur des temps longs de la tension V_d entre les points bas de la résistance étalonnée et du réseau Josephson. Le point bas du détecteur, permettant la mesure de V_d , est relié au point bas du réseau Josephson et le point haut du détecteur est relié au point bas de la résistance étalonnée.

La mesure en créneaux, analogue à celle pratiquée en contre-réaction interne diffère par un aspect. En effet, en contre-réaction interne, l'enchaînement $+I/-I$ se faisait en modifiant la phase pour tourner dans un sens puis dans l'autre autour du point triple (cf. figure 4.16). En contre-réaction externe, la phase reste identique, mais c'est la partie continue de la polarisation des grilles qui est modifiée afin de passer d'un point P à un point N. Ce choix a été fait pour avoir une meilleure synchronisation entre le réseau Josephson et la pompe à électrons. La partie continue de la polarisation des grilles étant délivrée par un DAC relié au réseau Josephson, l'inversion des deux éléments sera donc contrôlée en même temps. *A priori* et avec quelques résultats expérimentaux effectués en mode de contre-réaction interne, les deux mesures semblent équivalentes (même niveau de bruit blanc, même stabilité...).

5.3.3.1 Mesures d'opposition de tensions

Ces mesures consistent à opposer la tension délivrée par un réseau Josephson à la tension aux bornes d'une résistance étalonée. Cette résistance étalonée est, quant à elle, parcourue par le courant de contre-réaction qui doit circuler dans l'enroulement secondaire du CCC. De même que pour les mesures en contre-réaction interne, le principe d'acquisition est celui de la mesure en créneaux décrit dans la partie 4.3.2.2 (p. 98) afin d'une part de réduire l'incertitude de type A et d'autre part pour s'affranchir du bruit en $1/f$. Les paramètres pris pour les créneaux sont les mêmes qu'en contre-réaction interne. Dans toutes les mesures présentées par la suite, la source de contre-réaction était dans une configuration fixée, à savoir $R_{CC} = 4 \text{ M}\Omega$, $R_{GCR} = 5 \text{ k}\Omega$ et la tension de pré-ajustement utilisée.

Ces mesures ont été effectuées avec 5 et 8 jonctions Josephson sur deux réseaux différents provenant chacun de la PTB. Une accumulation de points, par la méthode des créneaux, en opposition de tension sur des temps de mesure long (entre 2 et 12 h) montre un régime de bruit blanc, celui-ci étant mesuré entre 1.5 et $2 \mu\text{V}/\text{Hz}^{1/2}$. Notons que ce bruit blanc, de la même façon qu'en contre-réaction interne a un niveau équivalent que la pompe soit en pompage ou en blocage. Pour comparer avec les mesures en contre-réaction interne, le niveau de bruit blanc mesuré peut être exprimé en terme de niveau de bruit blanc en courant au niveau de la pompe. Pour cela, en considérant le niveau de bruit de la tension délivrée par le réseau Josephson négligeable, la valeur mesurée peut donc être directement convertie en courant : $2 \mu\text{V}/\text{Hz}^{1/2}$ correspond à un niveau de bruit blanc en courant de $10 \text{ fA}/\text{Hz}^{1/2}$, niveau tout à fait comparable avec les mesures effectuées en contre-réaction interne.

La mesure effectuée nous donne une valeur de tension moyenne V_{dm} correspondante à l'écart moyen entre la tension Josephson et celle aux bornes de la résistance, soit :

$$V_d = V_R - V_J = R_{et} \frac{N_1}{N_2} Q_X f_{SET} - \frac{n_j f_j}{K_J} \quad (5.3)$$

Cette mesure de tension peut aussi s'écrire en terme de détermination de la charge :

$$Q_X = \frac{N_2}{N_1} \frac{1}{f_{SET} R_{et}} \left(V_d + \frac{n_j f_j}{K_J} \right) \quad (5.4)$$

Les résultats de ces mesures vont donc s'exprimer sous la forme d'un écart relatif entre Q_X mesuré et la valeur de la charge élémentaire e , en prenant pour cette dernière la valeur de l'ajustement CODATA 2002 [30]. L'incertitude associée à cet écart relatif (noté $\Delta e/e = (Q_X - e)/e$) est l'incertitude relative de la mesure⁸. La figure 5.6 représente deux séries de mesure, l'une avec 5 jonctions Josephson et l'autre avec 8.

Notons tout d'abord que, dans les deux cas, la valeur de $\Delta e/e$, associées à son incertitude relative $u_{\Delta e/e}$, ne contient pas la valeur nulle : $\Delta e/e \pm u_{\Delta e/e} \neq 0$. Sur plusieurs séries de mesures effectuées, de tels écarts à la valeur nulle ont été observés. Ces écarts ne sont pas reproductibles dans le temps. Comme le montre la figure, il est possible d'avoir tout de même plusieurs points successifs (correspondant à environ 3-4 jours de mesures) présentant le même écart. La variation de l'écart survient, quelle que soit la fréquence de pompage (seulement deux fréquences ont été testées : 23.55 MHz et 37.69 MHz) après quelques jours ou après un nouveau réglage des points triples. Une troisième série de points est représentée sur la figure 5.7 et la valeur de l'écart est encore différente. L'origine de cet écart systématique non reproductible n'est pas encore expliquée. Des mesures complémentaires sont nécessaires pour en trouver l'origine. Cependant, ces mesures présentent tout de même un intérêt : pendant une série de mesures, les points assortis de leur incertitude sont cohérents entre eux et reproductibles. Il est possible d'appliquer à chaque série un traitement statistique. Chaque série sera donc exprimée par une valeur moyenne qui correspond à la moyenne pondérée, c'est-à-dire que la valeur de chaque point est pondérée par l'incertitude qui lui est associée et par une incertitude qui est l'écart-type pondéré.

REMARQUE :

Considérons une série de N mesures notées q_i (avec $i = 1..N$) d'une grandeur q , chaque mesure étant

⁸dans le cas d'une telle mesure, l'incertitude relative de la mesure est le rapport entre l'écart-type expérimental de la moyenne de V_{dm} et la tension aux bornes de la résistance V_R

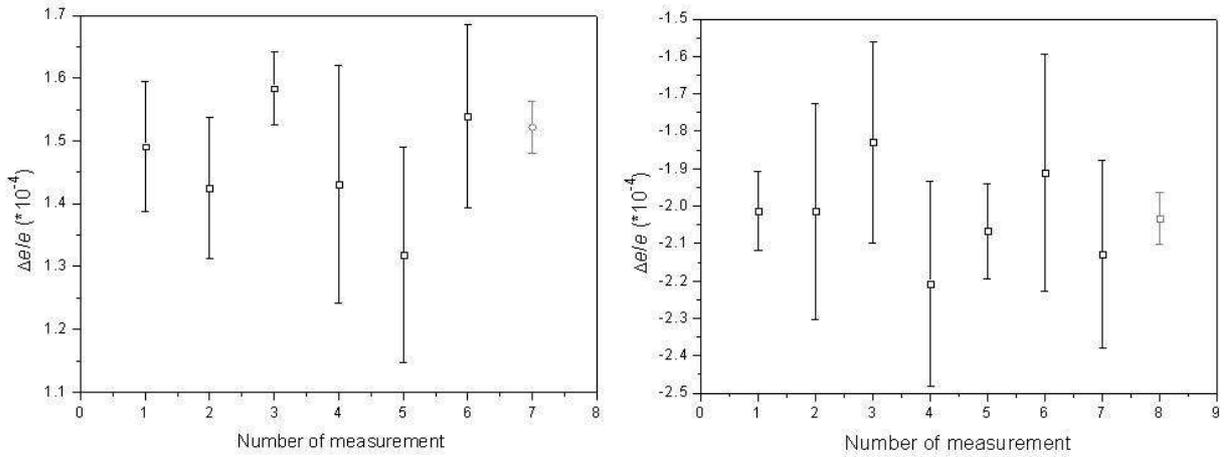


FIG. 5.6: Résultats de mesures d'opposition de tensions en créneaux : écart relatif de la détermination de e . A gauche, série A : 8 jonctions Josephson et fréquence de pompage $f=37.69$ MHz. A droite, série B : 5 jonctions Josephson et $f=23.55$ MHz. Sur les deux séries, la donnée en gris correspond à la moyenne pondérée assortie de l'écart-type pondéré associé.

entachée d'une incertitude $\sigma(q_i)$, alors la moyenne pondérée q_{mp} et l'écart-type pondéré associé $\sigma(q_{mp})$ se calculeront avec les relations :

$$q_{mp} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2(q_i)} q_i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2(q_i)}} \quad \sigma(q_{mp}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2(q_i)}}}$$

Avec ces calculs statistiques, les deux séries de mesure de la figure 5.6 donnent les valeurs suivantes :

| Série | Moyenne pondérée | Écart-type |
|-------|------------------------|---------------------|
| A | $1.522 \cdot 10^{-4}$ | $4.1 \cdot 10^{-6}$ |
| B | $-2.033 \cdot 10^{-4}$ | $6.8 \cdot 10^{-6}$ |

Comme évoqué précédemment, la valeur de la moyenne pondérée est éloignée de 0. Cependant cette valeur ne semble pas corrélée à la fréquence de pompage, comme le montre la comparaison entre la série A, la série B et celle de la figure 5.7. En revanche, l'écart-type d'une série de mesures reproductibles est de l'ordre de quelques 10^{-6} ce qui est un résultat encourageant.

5.3.3.2 Étude de la platitude des marches de courant

Avec ce dispositif de mesure en contre-réaction externe, il devient possible de mesurer la platitude des marches de courant de façon métrologique, à la différence du critère un peu "grossier" pris dans le chapitre 4.

Le principe de ces mesures est d'effectuer des mesures en créneaux, de la même façon que dans la partie 5.3.3.1 mais en faisant varier la tension de polarisation de la pompe et ainsi de quantifier l'écart entre des mesures à diverses polarisation. Les séries de mesures présentées dans la partie précédente ont été effectuées en utilisant le même critère de centre de marche de courant que celui utilisé lors des mesures en contre-réaction interne. De la même façon, sur la figure 5.7, les points indiqués pris à V_{b0} sont des points correspondant à des mesures en créneaux sur des temps au moins égaux à 2 h en se plaçant au milieu de la marche pour une fréquence de pompage de 37.69 MHz (cette fréquence correspond à une mesure avec un réseau de 8 jonctions Josephson). La mesure indiquée V_b correspond à une mesure effectuée en décalant la polarisation de $15 \mu V$ par rapport au centre de la marche. Cette mesure a été effectuée entre deux mesures à V_{b0} ,

ce qui permet de dire, qu'à l'incertitude de mesure près, ici autour de $4 \cdot 10^{-6}$, et à cette fréquence de pompage, il n'y a pas d'écart sur au moins $15 \mu\text{V}$. Notons que la barre d'incertitude est plus grande pour la mesure à V_b du fait de la durée de la mesure (0.9 h), mais que le niveau de bruit blanc aux deux polarisations est équivalent ($\sim 2 \mu\text{V}/\text{Hz}^{1/2}$).

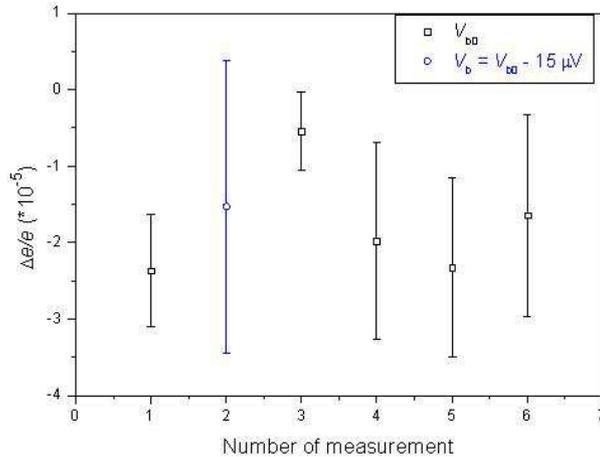


FIG. 5.7: Résultats de mesures en crêneaux pour deux valeurs de polarisation de la pompe. La fréquence de pompage est de 37.69 MHz et le réseau Josephson comporte 8 jonctions polarisées.

Ce résultat n'est pas totalement satisfaisant, car il n'y a eu qu'une mesure d'effectuée. En revanche, cela permet de valider le principe de la mesure et il sera possible, dans l'avenir, d'étudier la platitude de la marche, non plus uniquement en terme de bruit, mais aussi en terme d'écart à la quantification, et ce en fonction de la fréquence. Si le bruit blanc de mesure est suffisamment faible, il devient alors possible de vérifier le comportement des pompes à électrons de type R en fonction de la polarisation, de la même façon que cela est fait théoriquement pour les pompes "classiques" (cf. figure 2.12) et a été montré expérimentalement [71].

5.4 Limites et évolutions possibles de ce montage

Les résultats montrés dans ce chapitre ne sont pas exempts de défauts, il a cependant paru intéressant de les exposer en tant que première étape de la réalisation concrète de l'expérience du triangle métrologique. Il s'agit en effet de la première tentative expérimentale de fermeture directe du triangle métrologique.

De plus, les résultats obtenus permettent, dans une certaine mesure, de penser que l'objectif fixé d'obtenir une incertitude relative de 10^{-6} d'ici un an n'est pas inconcevable⁹. Dans cette partie, nous allons présenter certaines pistes d'évolution qu'il est possible d'envisager après cette première série de mesure et préciser aussi les imperfections déjà avérées du montage actuel.

En tout premier lieu, notons l'existence d'un problème de double masse qui pénalise la mesure. En effet, dans tout système de mesure, il est important de privilégier un seul point de masse pour le circuit afin d'éviter l'apparition de boucles de masse dans lesquelles des courants peuvent circuler. Ainsi, si une partie du circuit de mesure est dans la boucle de masse, il peut être perturbé par des fluctuations de courant. Or, le montage expérimental décrit possède un point de masse au niveau du point bas du réseau Josephson et un autre au niveau du point bas du diviseur résistif permettant la polarisation de la pompe. Comme le point bas du DAC polarisant la pompe est relié au point bas du réseau Josephson, cela crée une boucle de masse qui peut expliquer une partie des problèmes observés¹⁰. La présence de ces deux points de masse est, dans la configuration

⁹cet objectif est celui qui est prévu dans le cadre du projet ANR Trimet qui s'achève fin 2008

¹⁰cela en masque peut être d'autres aussi!

actuelle, nécessaire pour le bon fonctionnement de la mesure, le réseau Josephson devant avoir son point bas à la masse de même que la pompe à électrons. Une solution possible pour ce problème est de polariser différemment la pompe. Pour le moment, elle est polarisée avec un potentiel V_b d'un côté et la masse de l'autre. L'alternative est de la polariser symétriquement avec $\pm V_b/2$ de part et d'autre. Cette modification permettrait aussi de voir les modifications sur la position des marches de courant par rapport à la polarisation de la pompe.

Un autre aspect dont il est possible de dire qu'il est améliorable est le câblage entre le SQUID, la source de contre-réaction et l'enroulement secondaire du CCC. En effet, dans le montage actuel, il y a une longueur de câble importante ainsi que des ruptures de blindage au niveau de certains connecteurs.

Ces remarques n'expliquent pas toutes les observations faites sur cette série de mesure, mais elles peuvent expliquer la présence de phénomènes parasites.

Par ailleurs, toutes les mesures présentées dans ce rapport ont été effectuées avec un multimètre HP 3458, qui, comme cela a été vu, limite les mesures de tension à 10^{-8} V. Quelques tests ont été effectués pour utiliser un détecteur de zéro tel que le EM 11 qui a une meilleure résolution (100 pV), mais des problèmes ont été observés lors des changements de signes de la tension Josephson et du courant des pompes à électrons. Le moyen de mesure de V_d doit donc être affiné pour atteindre les incertitudes attendues.

Notons enfin que une part importante de cette expérience réside dans l'expression du résultat et dans l'incertitude qui doit être associée à la mesure effectuée. Nous avons vu dans la partie 4.3.1.1 comment estimer la composante statistique de l'incertitude (appelée incertitude type de type A), cette estimation s'applique tout à fait à la mesure de l'expérience du triangle métrologique. En revanche, aucun bilan d'incertitude complet n'a encore été fait, en particulier en ce qui concerne l'incertitude type de type B qui est liée à de nombreux paramètres comme par exemple la résolution des appareils de mesure. Cependant quelques éléments peuvent déjà être évoqués dans ce cadre :

- Pilotage des pompes à électrons

Cette source d'erreur est principalement liée à l'exactitude de la fréquence appliquée au dispositif. L'incertitude qui y est associée peut être estimée inférieure à 10^{-9} .

- Amplification de l'intensité du courant généré par la pompe

Le CCC composé des deux enroulements couplés à un SQUID DC contribue à l'incertitude de la mesure par les sources d'erreur dues aux fuites capacitives, au rapport d'enroulements ou au gain fini du SQUID DC. En utilisant une source de contre-réaction secondaire pour limiter cette dernière contribution, cette source d'erreur peut être estimée comme apportant une incertitude de l'ordre de 10^{-8} à la mesure.

- Exactitude de la résistance étalonnée

Il s'agit de l'incertitude liée à l'étalonnage de la résistance de mesure. Elle est pour le moment de l'ordre de 10^{-6} , mais peut être faite avec une incertitude inférieure à 10^{-7} .

- Pilotage du réseau Josephson

Dans ce cas, ce sont des erreurs liées à la fréquence de pilotage, aux résistances de fuites et à des f.e.m. parasites. Cette incertitude peut être estimée inférieure à 10^{-8} .

Ces premiers éléments ajoutent une composant de l'ordre de 10^{-8} à l'expression de l'incertitude. Cependant, le bilan d'incertitude n'est pas complet. Il est préférable d'estimer les sources d'erreurs *a priori*, mais le bilan complet ne peut être fait qu'*a posteriori*, c'est pourquoi nous nous limitons à ces notions préliminaires de calcul de l'incertitude de type B dans ce rapport.

L'expérience du triangle métrologique a, pour le moment, été réalisée par la voie indirecte au NIST. Nous proposons dans ce chapitre la présentation de la première réalisation expérimentale de la voie directe. Le principe de mesure choisi pour l'expérience a pu être validé. Il y a encore des

interrogations en suspens sur les résultats obtenus, mais l'ensemble paraît encourageant. L'objectif couramment admis est qu'il faut réaliser cette expérience avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-8} , mais nous visons avec le montage et les dispositifs présentés une incertitude relative de 10^{-6} . En effet un tel résultat apporterait déjà une contribution significative (équivalente à l'expérience du triangle métrologique par la voie indirecte) à la faisabilité de l'expérience. Les mesures effectuées dans ce cadre peuvent être présentées comme une détermination de la charge de l'électron. Les résultats de mesure obtenus montrent que des améliorations sont à faire sur le montage mais qu'une série de points reproductibles a été obtenue avec une incertitude relative sur la série de quelques 10^{-6} .

Conclusion

Lors des travaux menés durant cette thèse et décrits dans ce rapport, plusieurs résultats expérimentaux ont pu être obtenus apportant une contribution pour un potentiel changement de définition des unités du SI et en particulier dans le domaine électrique. Les dispositifs étudiés, les pompes à électrons de type R à 3 jonctions, sont présentés comme une voie possible pour obtenir un étalon quantique de courant, étape indispensable à la réalisation par la voie directe de l'expérience du triangle métrologique.

Le principe de mesure choisi est de détecter le courant généré par la pompe. Étant données les valeurs d'intensité de courant atteignables avec ces dispositifs, une mesure directe n'est pas possible dans un objectif métrologique, ce qui implique l'emploi d'un amplificateur de courant permettant d'avoir un courant d'intensité mesurable précisément. Cet amplificateur, qui est un outil déjà utilisé dans le cadre des ponts de mesure de résistance avec effet Hall quantique, est le comparateur cryogénique de courants (CCC). Les CCC utilisés dans les travaux présentés dans ce rapport ont un bruit blanc de l'ordre de $10 \text{ fA/Hz}^{1/2}$. Les mesures sur le long terme des pompes à électrons ont été faites avec le même niveau de bruit blanc, et ce quelle que soit la fréquence de pompage. Enfin, des mesures sur des temps de 7 heures, avec une fréquence de pompage de 100 MHz donnent des résultats avec une incertitude relative de quelques 10^{-6} .

Les résultats présentés dans le rapport permettent d'envisager la réalisation de l'expérience du triangle métrologique. L'objectif considéré comme intéressant métrologiquement est communément de 10^{-8} . Cependant, étant donnée la situation de la métrologie électrique, il nous semble qu'une réalisation de cette expérience à 10^{-6} constitue déjà une contribution intéressante. En effet, aujourd'hui, aucune fermeture du triangle métrologique à une incertitude inférieure n'a été réalisée. De plus, le principal obstacle à une réalisation métrologique du triangle est la difficulté d'avoir une source de courant générant avec une incertitude suffisante un courant d'intensité assez élevée pour pouvoir le faire circuler dans une résistance. Plusieurs sortes de dispositifs sont actuellement étudiés dans les laboratoires nationaux de métrologie afin de générer des courants d'intensité plus élevées. Aujourd'hui, aucun dispositif n'a montré de résultats directement exploitables dans le cadre du triangle. Il nous semble cependant important de commencer à réfléchir à la réalisation expérimentale de l'expérience, au moins pour valider le principe de la mesure. Par ailleurs, dans le cas de la mesure d'une pompe à électrons couplée à un CCC, la mise en place de l'expérience du triangle métrologique consiste finalement à une expérience de vérification de la quantification du dispositif (dans ce cas, l'EHQ et l'EJ sont considérés comme vérifiés par d'autres montages expérimentaux). Le montage expérimental du triangle métrologique développé lors de cette thèse est en état de fonctionnement.

Les mesures du triangle métrologique présentées dans le dernier chapitre ont également montré un large champ d'investigation encore ouvert. Ainsi, comme nous l'avons vu à plusieurs reprises, le problème de l'intensité du courant généré par le dispositif est le gros handicap de l'expérience. Une possibilité pour s'en affranchir qui s'applique à notre montage est de développer des CCC à plus grand rapport d'enroulements et à plus faible niveau de bruit blanc afin d'augmenter l'intensité du courant à mesurer. Cependant pour pouvoir progresser dans la mise en place de cette expérience, des premières mesures, même à des incertitudes plus élevées que celles attendues pour une redéfinition de l'ampère, sont nécessaires pour savoir exactement où en est la représentation de l'ampère aujourd'hui.

Mentionnons pour finir ce rapport une autre approche de l'étude des dispositifs mono-électroniques pour la métrologie électrique. Toute la présentation des travaux de thèse s'est faite dans le cadre de la modification du SI et de la détermination de constantes fondamentales. Cependant, avec la définition actuelle de l'ampère, il n'y a pas d'étalon de représentation de l'ampère et en particulier pour des courants inférieurs au nanoampère, il n'existe pas de moyen d'avoir une incertitude sur la détermination de l'ampère inférieure à quelques 10^{-5} , comme cela est présenté sur la figure 5.8. Ainsi, les pompes à électrons peuvent trouver également une application dans la métrologie électrique telle qu'elle est définie aujourd'hui en devenant un étalon de représentation de l'ampère pour des faibles courants¹¹. La tendance actuelle de l'électronique étant la diminution de la taille des dispositifs et par conséquent des signaux à mesurer, la calibration de courants dans cette gamme d'intensité va se développer.

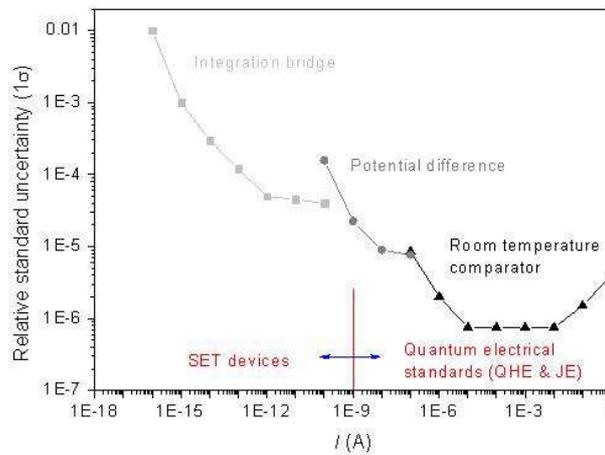


FIG. 5.8: Différentes méthodes utilisées pour la calibration de courants d'intensités inférieures à 1 A avec leurs incertitudes associées.

Dans cet objectif, il serait possible d'utiliser les pompes à électrons après avoir montré leur exactitude, ce qui est un des résultats qui pourra être déduit des expériences du triangle métrologique. Pour cette application, la génération d'un courant de l'ordre de 10 pA présente un intérêt dans la mesure où c'est une gamme où la pompe à électrons est le seul dispositif qui semble avoir un comportement métrologique.

¹¹pour les courants dont l'intensité est de l'ordre du microampère, il est possible de représenter l'ampère à l'aide de l'EHQ et de l'EJ

Annexe A

Organisation de la métrologie internationale et française

A.1 La métrologie au niveau international

L'objectif de cette annexe est de présenter succinctement l'organisation de la métrologie au niveau international et ainsi d'introduire les sigles employés dans cette thèse, en particulier dans le chapitre 1, et d'expliquer le processus de décision dans le domaine métrologique. Les informations données dans cette annexe sont principalement issues de [31] et du site internet du BIPM¹.

La métrologie, comme cela est décrit par ailleurs, consiste à fixer et diffuser des définitions et des références permettant d'adopter un référentiel commun en ce qui concerne la mesure. Dans ce cadre, la construction de la métrologie s'est faite dans un premier temps au niveau local avant de s'étendre au niveau national et enfin des structures internationales ont été créées.

Après l'adoption durant la Révolution française du système métrique, quelques pays l'adoptèrent dès le début du *XIX*^{ème} siècle (par exemple, la Suisse en 1803, les Pays Bas en 1816, et la Grèce en 1836). Mais c'est surtout après le retour du système métrique en France en 1837 qu'a commencé le travail de diffusion de ce système à l'étranger, en particulier par l'envoi d'étalons puis lors d'expositions universelles dans la seconde moitié de ce siècle. La conséquence en est l'autorisation d'utiliser ce système qui est adoptée en Angleterre en 1864 et en Allemagne en 1868. S'ensuivit la volonté de construire un prototype de mètre étalon, volonté qui se traduisit en fait juste après la guerre de 1870 par la réunion de délégués scientifiques d'une trentaine de pays à l'automne 1872. Ils s'accordèrent sur la fabrication de nouveaux prototypes métriques et quelques années plus tard sur la signature de la convention du mètre.

La métrologie internationale est organisée autour de cette convention qui a été signée en 1875 par 17 pays et est aujourd'hui ratifiée par 51 pays. Cette convention est un traité diplomatique régissant l'organisation de la métrologie mondiale par l'intermédiaire de la Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM), du Comité International des Poids et Mesures (CIPM) et du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). La figure A.1 représente la structure issue de la convention du mètre.

La CGPM regroupe des représentants des États membres de la convention et se réunit tous les 4 ans à Paris. Son rôle est de discuter et d'examiner les dispositions à prendre pour assurer l'extension et l'amélioration du SI, en prenant en compte les recommandations formulées par le CIPM. Elle assure aussi le fonctionnement et la politique du BIPM.

Le BIPM a pour mission d'assurer l'unification mondiale des mesures et d'assurer la *traçabilité* de ces mesures au SI. Cela passe par la conservation des prototypes internationaux (en l'occurrence le kilogramme) et par la prise en charge de comparaisons internationales.

¹www.bipm.org

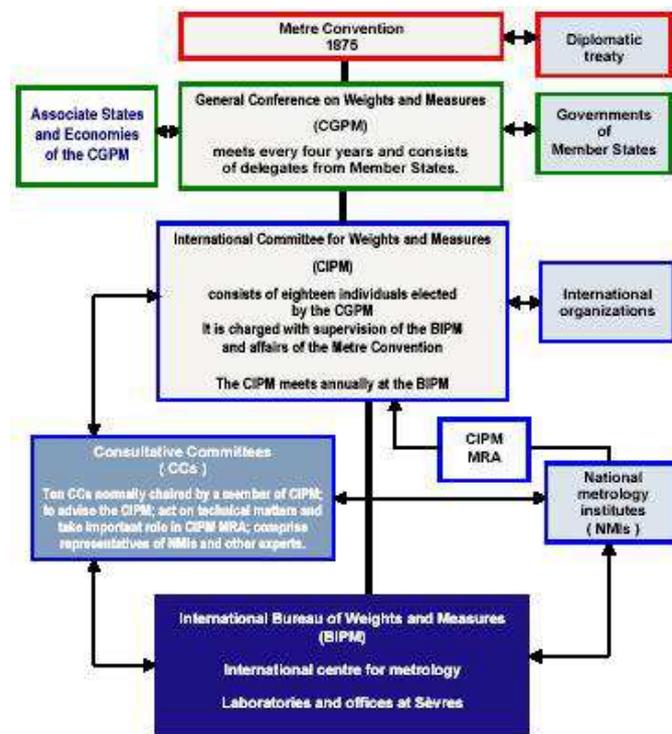


FIG. A.1: Structure de la métrologie internationale issue de la convention du mètre (figure issue de [31])

Le CIPM se réunit tous les ans et a la charge d'une part de la surveillance du fonctionnement du BIPM, par délégation de la CGPM, et d'autre part doit discuter les rapports des différents comités consultatifs afin d'élaborer des recommandations à la fois pour les laboratoires nationaux de métrologie afin d'orienter leurs recherches dans des domaines jugés prioritaires et à la fois pour la CGPM.

Ces comités consultatifs, aujourd'hui au nombre de 10, ont pour mission de réunir des experts scientifiques d'un domaine afin d'étudier les dernières avancées scientifiques et technologiques pouvant intéresser directement la métrologie et ainsi présenter des recommandations pour le CIPM. Ils ont de plus la charge d'identifier, planifier et exécuter des comparaisons clés des étalons nationaux. Les comités consultatifs sont² :

- CCAUV : *Comité consultatif pour l'acoustique, les ultrasons et les vibrations*
- **CCEM** : *Comité consultatif pour l'électricité et le magnétisme*
- CCL : *Comité consultatif pour les longueurs*
- CCM : *Comité consultatif pour les masses et grandeurs apparentées*
- CCPR : *Comité consultatif pour la photométrie et la radiométrie*
- CCQM : *Comité consultatif pour la quantité de matière*
- CCRI : *Comité consultatif pour les rayonnements ionisants*
- CCT : *Comité consultatif pour la température*
- CCTF : *Comité consultatif pour le temps fréquence*
- **CCU** : *Comité consultatif pour les unités*

Au niveau national, les pays disposent d'un laboratoire national de métrologie³ qui mène les travaux de recherche en métrologie et disposent des étalons nationaux à partir desquels les laboratoires accrédités peuvent de raccorder afin de permettre l'étalonnage des instruments des utilisateurs. Les principaux LNM, qui sont nommés par leur acronyme dans le rapport, sont :

²les deux comités indiqués en gras sont ceux avec lesquels le travail qui est présenté dans cette thèse est en lien

³LNM ou NMI pour *National Metrology Institute*

| Acronyme | Pays | Nom du laboratoire |
|----------|-------------|------------------------------------------------|
| LNE | France | Laboratoire National de métrologie et d'Essais |
| METAS | Suisse | Office fédéral de métrologie |
| NIST | USA | National Institute of Standards and Metrology |
| NPL | Royaume-Uni | National Physical Laboratory |
| PTB | Allemagne | Physikalisch-Technische Bundesanstalt |

Pour conclure cette brève description de l'organisation de la métrologie internationale, il faut mentionner le dernier accord signé en 1999 entre certains LNM : le MRA (*Mutual recognition arrangement*). Il s'agit d'un accord de reconnaissance mutuelle des étalons nationaux et des certificats d'étalonnages émis par les LNM. Dans le cadre d'échanges qui se pratiquent de plus en plus au niveau international, l'objectif de cet accord est de permettre d'avoir des informations transparentes et quantitatives fiables sur l'équivalence des prestations proposées par les LNM. Cet accord se traduit par des comparaisons internationales des étalons des LNM ainsi que par la mise en place d'une politique qualité dans ces laboratoires. Ces comparaisons internationales, comme cela est mentionné précédemment relèvent de l'action des comités consultatifs et du CIPM. Les possibilités de mesures de chaque LNM, confirmées par ces comparaisons internationales, sont enregistrées dans une base de données gérée par le BIPM et accessible au public. L'ensemble de la chaîne de traçabilité issu de cet accord est représenté sur la figure A.2.

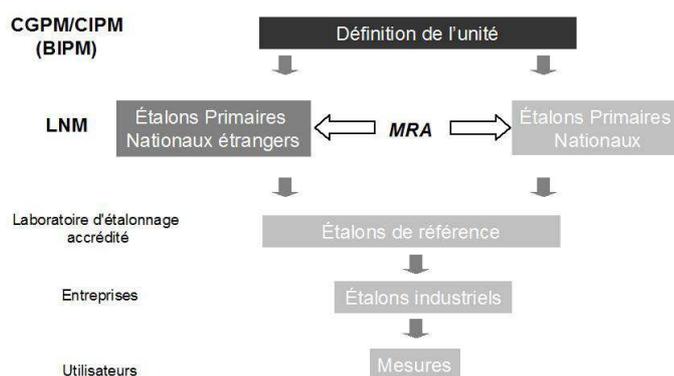


FIG. A.2: Chaîne de traçabilité des mesures de la définition de l'unité à l'utilisateur final.

A.2 L'organisation de la métrologie française

Après cette présentation de l'organisation de la métrologie internationale, voici une présentation de l'organisation de la métrologie française. Le laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE) assure le pilotage de l'ensemble de la métrologie française⁴. Les travaux de recherche en métrologie sont réalisées par plusieurs laboratoires :

– LNE

Le LNE mène les recherches en métrologie électrique, dimensionnelle et chimique et sur la masse et les grandeurs apparentées, les rayonnements optiques, la température et les grandeurs thermiques ;

– INM/CNAM (*Institut national de métrologie*)

L'INM mène les recherches sur les longueurs, la masse, les rayonnements optiques et la température ;

– SYRTE (*Laboratoire des systèmes de référence temps-espace*)

Le SYRTE a en charge les études et la recherche sur la métrologie du temps et des fréquences ;

– LNHB (*Laboratoire national Henri Becquerel*)

Le LNHB s'occupe de la recherche en rayonnements ionisants.

⁴Les informations sur l'organisation de la métrologie française sont issues du site internet : www.metrologiefrancaise.fr

Annexe B

Autres dispositifs monoélectroniques étudiés dans un cadre métrologique

Les dispositifs monoélectroniques étudiés lors de cette thèse sont des pompes à électrons à 3 jonctions de type R. Comme cela est montré dans le chapitre 2, ces dispositifs ne sont pas les seuls étudiés dans le cadre du développement d'un étalon quantique de courant. Les différents dispositifs étudiés sont présentés sur la figure 2.17. Dans cette annexe, nous présentons le principe de fonctionnement de chacun de ces dispositifs, les résultats expérimentaux obtenus et les prévisions théoriques sur la validité métrologique. De plus, dans une seconde partie, nous présenterons l'application d'un dispositif monoélectronique dans un domaine différent de la métrologie électrique, à savoir en métrologie thermique.

B.1 Applications en métrologie électrique

B.1.1 RF SET

Ce premier dispositif présenté ne repose pas sur le principe d'une source de courant avec un courant généré mais sur un compteur d'électrons ultra-sensible permettant de détecter avec une bonne précision un courant électrique.

Le transistor monoélectronique à radio fréquence ou RF-SET (*radio-frequency single electron tunneling transistor*) [121] repose fondamentalement sur le principe du transistor SET tel qu'il a été présenté précédemment. L'idée est d'utiliser un tel dispositif en tant qu'électromètre ultra-sensible. Les principales limitations de l'utilisation d'un transistor SET "classique" sont la limitation en fréquence à quelques kilohertz et la présence d'un bruit en $1/f$ assez fort lié à la présence de background charges¹. Le RF-SET est un dispositif qui permet de contrer ces limitations : il est possible de l'utiliser jusqu'à une centaine de mégahertz et le bruit en $1/f$ y est négligeable.

Son principe est d'associer au transistor SET un circuit résonant LC puis d'envoyer un signal RF sur ce circuit, signal dont la fréquence va correspondre à la fréquence de résonance du circuit LC. Une partie de ce signal sera réfléchi et, à l'aide d'un coupleur directionnel, on mesurera cette réflexion. En fonction de l'état du transistor SET, l'amplitude de la partie réfléchi sera plus ou moins importante. Schoelkopf *et al.* [121] ont montré la possibilité d'atteindre une sensibilité de $1.2 \cdot 10^{-5} e/\text{Hz}^{1/2}$ à une fréquence de 1 MHz.

Avec cet outil de détection qu'est le RF-SET, il a été envisagé de coupler un réseau 1D de jonctions tunnel avec ce dispositif. Le principe de transport dans un tel réseau est décrit par P. Delsing dans le chapitre 7² de [54].

Un tel réseau³ est composé de jonctions tunnel placées en série formant N îlots, chacun

¹les background charges sont des charges d'offset liées au mouvement des électrons sur le substrat [122]

²*One-dimensional arrays of small tunnel junctions*, pp. 249274

³cf. figure B.8 un schéma de réseau 1D à N jonctions

étant couplé capacitivement à la masse. L'ajout (ou le retrait) d'une charge e sur l'une des électrodes va générer un potentiel ϕ . En considérant le couplage capacitif induit par les jonctions tunnel, il est possible de montrer qu'une distribution de potentiel va apparaître, s'étendant sur un nombre M d'îlots (dans la suite, les réseaux considérés vérifieront la relation $M \ll N$) et ayant son maximum⁴ sur l'électrode portant la charge (ou l'absence de charge) e . Cette distribution de potentiel peut ensuite se déplacer dans le réseau par l'intermédiaire d'événements tunnel. Si ce déplacement se fait sans modification de la distribution, celle-ci est appelée un soliton (ou antisoliton si le potentiel est dû à une absence de charge)⁵.

Ainsi, lorsque le réseau est polarisé au-dessus d'une tension de seuil, une charge peut entrer dans le réseau et former un soliton. Ce dernier va se déplacer le long du réseau par effet tunnel et ainsi générer un courant. En arrivant sur l'îlot du transistor SET (qui dans cette configuration n'est pas polarisé), il va modifier l'état de ce dernier et créer un courant entre la source et le drain du transistor SET qui sera détecté par une modification du signal RF réfléchi, permettant ainsi la détection en temps réel des oscillations SET.

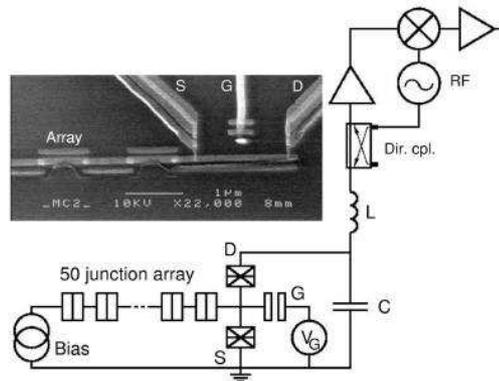


FIG. B.1: Principe du compteur à électrons avec RF-SET issu de [85]. Un signal RF est envoyé sur le circuit résonateur LC. La puissance réfléchi est dépendante de la charge sur l'îlot du transistor SET. La tension de grille V_G permet d'ajuster le point de fonctionnement du transistor.

Bylander *et al.* [85] ont montré expérimentalement la possibilité de coupler un réseau 1D à un RF-SET pour avoir un compteur en temps réel du passage d'électrons. Le réseau 1D permet le transport de solitons dont le passage est détecté par le RF-SET. Le principe de l'expérience est décrit sur la figure B.1, les résultats obtenus étant montré sur la figure B.2. Le réseau étant polarisé, un courant I compris entre 5 fA et 1 pA circule dans le réseau. Il est possible de détecter sur le spectre en puissance du signal RF réfléchi un pic à la fréquence $f = I/e$. La partie gauche de la figure montre les pics liés au passage d'un électron sur le transistor SET, la partie du milieu représente la densité spectrale de puissance du signal réfléchi et enfin la partie droite montre les oscillations SET : la zone rouge correspond aux pics de fréquence de la densité spectrale de puissance et une relation linéaire entre la fréquence et le courant est bien observée.

De tels dispositifs ont montré leur fonctionnement pour des courants allant de 5 fA à 1 pA. Des premiers éléments de calculs sur l'incertitude permettent de penser que le comptage d'électrons sera limité par la sensibilité du transistor SET, ce qui limite l'exactitude de la mesure à environ 10^{-6} . Expérimentalement, de telles incertitudes n'ont pas encore été atteintes⁶. La partie droite de la figure B.2 montre d'ailleurs une dispersion grandissante du pic de fréquence observé sur la DSP lorsque le courant augmente, ce qui limite l'incertitude attendue en augmentant le courant.

⁴la distribution de potentiel est de la forme $\phi_i = \pm e/C_{eff} \exp(-|i-k|/M)$, i étant l'îlot considéré, k celui portant la charge et C_{eff} une capacité effective vue par un îlot situé "loin" des bords du réseau

⁵notons que les solitons se repoussent les uns par rapport aux autres et s'attirent avec un antisoliton

⁶Bylander évoque le bruit d'amplification du RF-SET ainsi que les mouvements de background charges pour expliquer cet écart d'incertitude

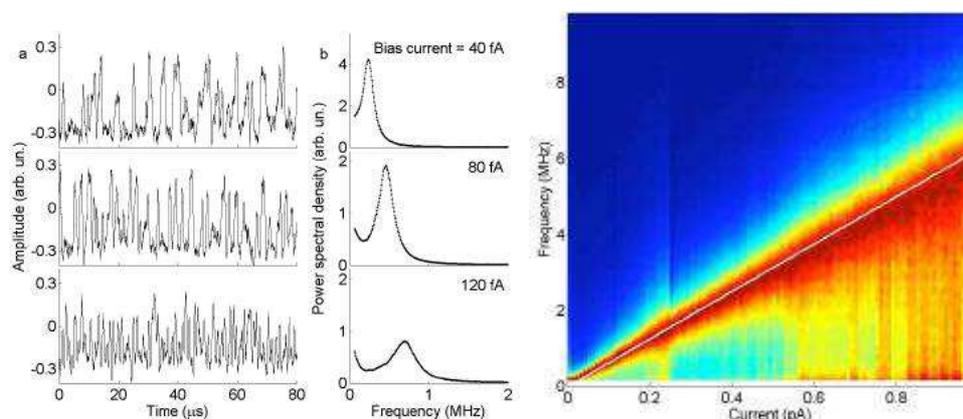


FIG. B.2: Résultats obtenus dans [85]. A gauche, pour différentes valeurs de I , amplitude du signal détecté, chaque pic correspondant au passage d'une charge par effet tunnel sur l'îlot du transistor SET. Au milieu, représentation de la densité spectrale de puissance (DSP) du signal réfléchi, les pics correspondants à la fréquence $f = I/e$. A droite, représentation des oscillations SET : en rouge se trouve le pic de fréquence observé sur la DSP, ce pour différentes valeurs de courant

B.1.2 SET SAW

Les dispositifs SET SAW⁷ pourraient permettre d'atteindre le nanoampère. L'inconvénient majeur de ces dispositifs est que le mécanisme de quantification du courant et les mécanismes d'erreur associés sont très mal connus et jusqu'à présent, les meilleures incertitudes atteintes sont de l'ordre de quelques 10^{-4} [87].

Le principe de fonctionnement est d'utiliser une onde acoustique de surface (*surface acoustic wave* : SAW) afin de faire passer un courant à travers un canal mono-dimensionnel d'une hétérostructure $GaAs - Al_xGa_{1-x}As$. Une telle onde se propageant sur un substrat piezoélectrique tel que $GaAs$ est accompagnée par une modulation d'un potentiel électrostatique qui va agir sur les électrons dans le canal. Avec une amplitude suffisante, la SAW va transporter une charge sous la forme de paquets d'électrons qui sont au potentiel minimum. Pour des longueurs d'onde faibles ($\lambda < 1\mu m$), il est possible de faire une analogie avec une boîte quantique se déplaçant le long du canal. L'interaction coulombienne va déterminer le nombre d'électrons transportés par paquet. Pratiquement, le canal mono-dimensionnel est obtenu grâce à deux grilles [123], [124] et [125]. Dans ce cas, le transport électronique est imputé à la formation, à l'entrée du canal, de cette boîte quantique mouvante associée à l'interaction électron-électron qui est à l'origine de la quantification de ce transport. Il apparaît alors un courant "acousto-électrique" de la forme⁸ $I = nef$, n étant un entier. La limitation de la quantification de ce courant n'a cependant jamais été vraiment expliquée et plusieurs hypothèses ont été proposées [126]. Par exemple, un problème d'équilibre thermique a été avancé, ainsi que la présence d'impuretés sur le dispositif.

Par la suite, d'autres dispositifs ont été étudiés, où il existait une boîte quantique fixe. Un tel dispositif, étudié dans [126] et dans [127], est représenté sur la figure B.3.

Avec un tel dispositif, le principe de la mesure est le suivant : les grilles 1 et 3 sont utilisées pour définir l'entrée et la sortie de la boîte quantique, la grille centrale permettant de modifier les niveaux sur la boîte. Ainsi, il est possible d'observer des oscillations de Coulomb de courant en fonction de cette tension de grille. De plus, l'amplitude de l'onde appliquée à la boîte modifiera ces oscillations. Le principe de cette mesure est décrit dans [127]. Ces oscillations sont représentées sur la partie basse de la figure B.4 (gauche), la partie haute représentant la conductance en fonction de l'amplitude de l'onde appliquée et de la tension de la grille centrale. Sur ce dernier diagramme, des zones de quantification du courant apparaissent : elles correspondent à des valeurs de nef , n étant

⁷pour *surface acoustic wave*, onde acoustique de surface

⁸le principe du transport de charge induisant ce courant peut être comparé à celui de la vis d'Archimède

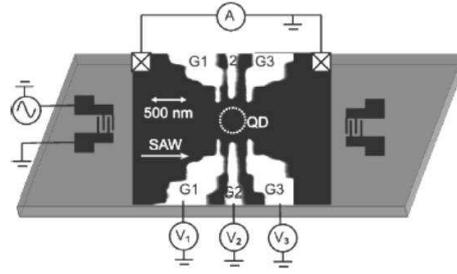


FIG. B.3: Schéma du montage expérimental, issu de [127]

un entier. Le mécanisme de transport est schématisé pour deux positions sur ce diagramme sur la figure B.4 (droite). Les deux positions *A* et *D* correspondent à un pic des oscillations de Coulomb et à un creux.

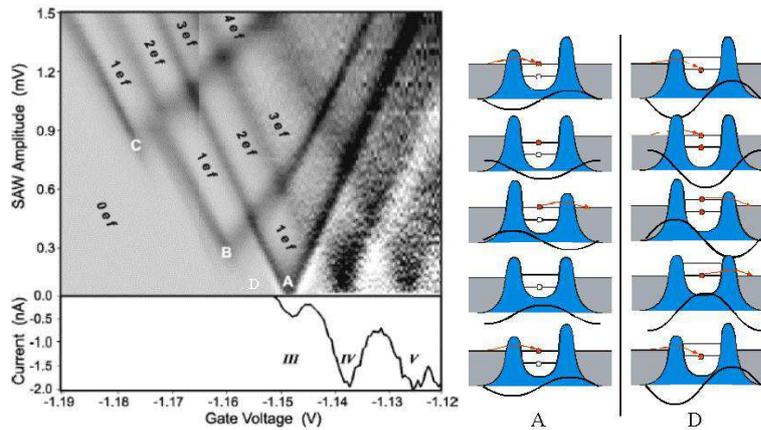


FIG. B.4: [126], [128]

Dans le cas d'un pic (*A*), la forme en *V* des plateaux de courants quantifiés débute même avec une amplitude du signal SAW négligeable, le niveau accessible sur la boîte quantique étant au même niveau que les niveaux de Fermi de la source et du drain, et comme cela est représenté sur la figure, un électron passe pour chaque mouvement périodique de l'onde. En revanche, dans le cas (*D*), il faut une certaine amplitude du signal SAW pour pouvoir permettre le passage d'un électron et quand celui-ci sera possible, ce sont deux électrons qui passeront par cycle. Notons tout de même qu'une condition sur la longueur d'onde λ_{SAW} de l'onde acoustique de surface est nécessaire pour que la quantification corresponde bien à ce qui est attendu : λ_{SAW} doit être égale au double de la distance entre les deux barrières d'entrée et de sortie de la boîte quantique.

Les dispositifs SET SAW présentent donc l'avantage de pouvoir générer des courants plus élevés que les pompes métalliques⁹, en revanche, il n'existe à ce jour aucune théorie complète permettant de prédire un tant soit peu les limitations métrologiques de tels dispositifs. Manifestement, la puissance RF envoyée sur le dispositif influence l'équilibre thermique et dégrade la quantification¹⁰, mais il existe peut être d'autres sources d'erreurs.

⁹des mesures ont été effectuées jusqu'à $f = 5$ GHz, soit $I = 0.8$ nA

¹⁰d'après [86], une incertitude de quelques 10^{-5} est due à cet effet

B.1.3 Dispositifs semiconducteurs

Dans un esprit un peu similaire à celui des SET SAW, de nouveaux dispositifs sont apparus comme de potentiels étalons de courant. Ils présentent l'avantage de pouvoir générer des courants d'une intensité pouvant aller de la centaine de picoampères au nanoampère, mais n'ont, pour le moment, pas été mesurée avec une incertitude suffisante. Il s'agit de dispositifs reposant sur des nanofils semiconducteurs. Des électrodes couplées capacitivement au fil définissent une boîte quantique. Un signal alternatif appliqué à une ou plusieurs de ces électrodes permet de déformer localement les barrières tunnel et ainsi de permettre aux électrons d'entrer puis de sortir de la boîte quantique.

Les résultats expérimentaux ont été obtenus sur un dispositif composé d'un nanofil sur une structure $AlGaAs/GaAs$ avec deux électrodes, l'une étant polarisée avec une tension continue, l'autre avec une tension alternative. Des résultats de transfert de charges quantifiés ont été observés à des fréquences d'environ 80 MHz [88]. Dans une structure un peu analogue avec deux électrodes polarisées par un signal alternatif, un pompage jusqu'à 3.4 GHz avec une incertitude de l'ordre de 10^{-4} a été présenté [89]. L'étude métrologique complète de ces dispositifs est en cours, en particulier sur les effets pouvant être à l'origine d'erreur de pompage.

B.1.4 Pompe à paire de Cooper

L'exactitude des pompes à électrons est limitée par la fréquence de pompage et comme le courant généré a une intensité de la forme $I = ef$, l'idée est apparue d'utiliser ces pompes à électrons non plus dans l'état normal mais dans l'état supraconducteur. Dans ce cas, les électrons s'apparient et ce sont alors ces paires, appelées paires de Cooper qui vont être contrôlées. Cependant, le passage direct de l'état normal à l'état supraconducteur ne donne pas de très bon résultats, en partie à cause du passage des électrons non appariés. C'est pourquoi un dispositif un peu différent a été développé par Niskanen *et al.* [90] : l'écluse à paire de Cooper (*Cooper pair sluice*) dont le schéma est représenté sur la figure B.5.

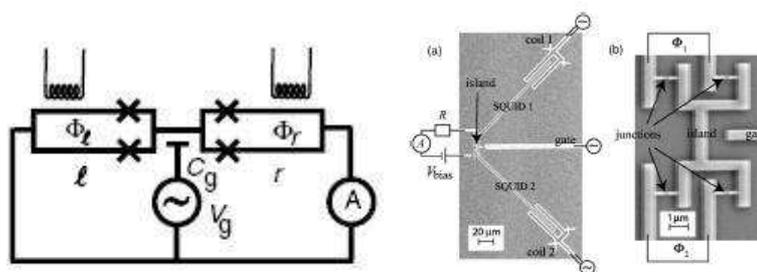


FIG. B.5: Schéma de "Cooper pair sluice" à gauche (issu de [90]) et photo d'un échantillon issue de [92] à droite

Ce dispositif est composé d'un îlot supraconducteur couplé capacitivement à une source de tension V_G et de deux SQUID¹¹ servant comme des portes laissant passer ou non les paires de Cooper. Les paramètres de contrôle qui varient périodiquement sont la tension de grille V_g et les flux magnétiques des boucles de SQUID Φ_l et Φ_r . Considérons la charge de grille n_g définie par $n_g = C_g V_g / 2e$. Le principe de fonctionnement, représenté sur la figure B.6 (gauche) est le suivant : à l'instant initial, le système est à un état propre de charge (pas de paire), lors de la première moitié du cycle, un des SQUID fonctionne comme une jonction Josephson alors que l'autre a un comportement purement capacitif et ce pendant que n paires de Cooper passent cette jonction puis les rôles sont inversés entre les deux SQUID ce qui implique qu'après un cycle n paires de Cooper

¹¹Superconducting Quantum Interference Device : il s'agit d'un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions Josephson. Ces dispositifs sont présentés dans la partie 3.3, p. 64

exactement sont passées et ainsi, un courant d'intensité $I = n2ef$ est généré. Le lien entre n et l'incertitude attendue est une question qui n'a pas encore été traitée théoriquement, cela a juste été observé expérimentalement et est représenté sur la figure B.6 (droite).

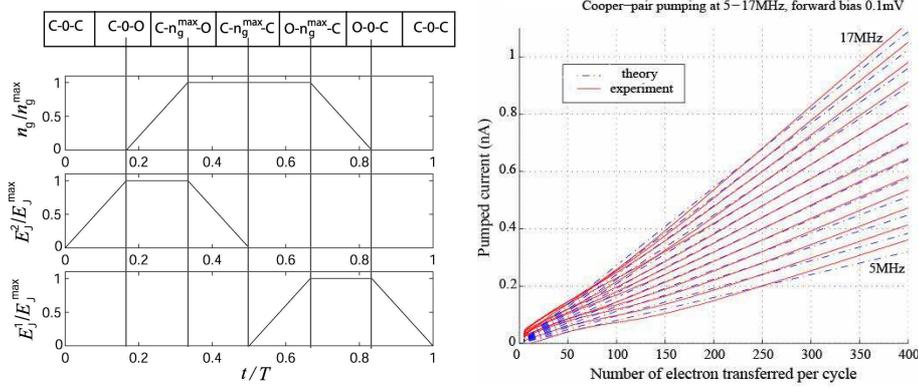


FIG. B.6: A gauche, représentation d'un cycle (issue de [90]) : n_g est le nombre de paires sur l'îlot, E_J^i (avec $i = 1, 2$) est l'énergie Josephson du SQUID définie par $E_J^i/E_J^{max} = \cos(\pi\Phi_i/\Phi_0)$. La dénominations O et C pour les SQUID signifie "open" (les paires de Cooper passent par effet tunnel) et "close" (le SQUID a un comportement purement capacitif). A droite, exemple de résultat issu de [92]. Le courant est mesuré pour différentes fréquences de cycles ainsi que pour différents nombres de paires passant par cycle.

Niskanen *et al.* [90] ont montré qu'avec un tel système il est envisageable de générer un courant de l'ordre de 100 pA avec une incertitude de 10^{-7} . A la différence des pompes normales où la condition sur la fréquence est liée à la constante de temps $R_T C_j$ des jonctions tunnel, la condition pour les pompes supraconductrices s'exprime sous la forme¹² :

$$hf \ll E_J^{max}$$

E_J^{max} étant proportionnel au courant critique I_C des jonctions Josephson ($E_J^{max} = (\hbar/e)I_C$).

Les résultats expérimentaux obtenus avec ces dispositifs sont décrits dans [91] et [92]. Pour le moment, des courants compris entre 100 pA et 1 nA ont été obtenus mais l'incertitude associée est de l'ordre du pourcent.

B.2 Application en métrologie thermique

Tous les dispositifs montrés précédemment concernent la métrologie électrique, mais pour être plus exhaustif, il faut mentionner l'utilisation de dispositifs à blocage de Coulomb pour la métrologie thermique. Cette application a principalement été développée par le département de physique de l'université de Jyväskylä en Finlande [129], [130]. Outre ces deux articles présentant cette application, on se référera aussi à l'article de revue [131].

B.2.1 Brève présentation de la métrologie thermique

Avant de présenter le principe de ces expérience, intéressons-nous à la définition de la température et surtout à sa mise en pratique. On a vu dans le chapitre 1 que le kelvin, unité de température thermodynamique, est définie dans le SI comme "la fraction 1/273.16 de la température

¹²il existe en fait plusieurs conditions à vérifier qui s'expriment sous la forme $hf \ll E_J^{max} \approx E_C < \Delta$, E_C étant l'énergie de charge $2e^2/C_\Sigma$ et Δ étant le gap supraconducteur à température nulle

thermodynamique du point triple de l'eau". L'annexe 2 de la 8^{ème} édition du SI [3] présente les informations nécessaires pour la mise en pratique de cette définition.

Le problème de la mesure de température réside dans le fait qu'il est possible de déterminer la température du point triple de l'eau à l'aide des recommandations du CIPM mais que pour les autres températures, il faut soit disposer d'un système physique bien connu dont la température peut être déduite de la mesure d'autres grandeurs (on parle dans ce cas de *thermomètre primaire*) soit avoir un système où la variable mesurée est comparée à une table préalablement établie permettant d'en déduire la température (on parle alors de *thermomètre secondaire*). On comprend aisément la limite des thermomètres secondaires qui sont dépendants de la calibration du dispositif et de dérives éventuelles. Les thermomètres primaires ont quant à eux comme inconvénient la difficulté de mise en pratique. C'est pourquoi la dissémination du kelvin se fait grâce à une échelle internationale de température (la dernière échelle EIT-90 est décrite dans [132]) qui scinde en domaines et sous-domaines l'échelle de température avec pour chacun d'eux une définition de température T_{90} pour les températures supérieures à 0.65 K¹³. La figure B.7 représente les thermomètres utilisés sur les différents domaines de l'EIT-90.

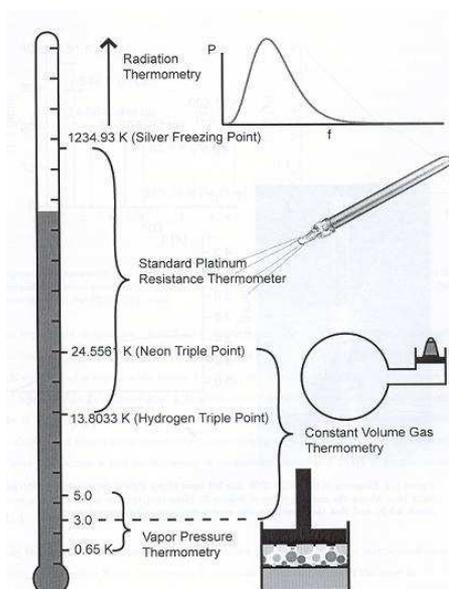


FIG. B.7: Schéma montrant les différents types de thermomètres utilisés sur les différents domaines de l'EIT-90. Ce schéma est tiré de [133]

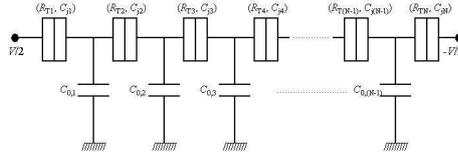
B.2.2 Thermométrie à base de blocage de Coulomb

A la différence des utilisations montrées jusqu'à maintenant du blocage de Coulomb, on se place ici dans le cas où : $E_C \ll k_B T$. Dans cette configuration, il est possible d'obtenir un thermomètre primaire [129].

On considère un réseau 1D de N jonctions tunnel en série. Chaque jonction i ($i \in [1..N]$) est caractérisée par sa résistance R_{Ti} , sa capacité C_i et par une capacité à la masse entre la jonction i et la jonction $i+1$ de $C_{0,i}$, comme présenté dans [130] et représenté sur la figure B.8. Le réseau est polarisé en tension symétriquement et on mesure la caractéristique $I(V)$.

Il est possible de calculer la conductance différentielle G de la courbe $I(V)$. Ce calcul,

¹³depuis 2000, il existe une échelle provisoire pour les basses températures (EPTB-2000) qui couvre les températures entre 0.9 mK et 1 K

FIG. B.8: Réseau 1D de N jonctions

détaillé dans [129] et [130] donne la formule :

$$\frac{G}{G_T} = 1 - 2 \sum_{i=1}^N \frac{R_{Ti}}{R_{\Sigma}} \frac{\Delta_i}{k_B T} g\left(\frac{R_{Ti}}{R_{\Sigma}} \frac{eV}{k_B T}\right) \quad (\text{B.1})$$

Où $R_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N R_{Ti}$ est la résistance totale, $\Delta_i = (C_{i-1,j-1}^{-1} + C_{i,i}^{-1} - 2C_{i,i-1}^{-1})e^2/2$ avec C^{-1} la matrice capacitive inverse et G_T est la conductance asymptotique de G . La fonction g est définie par $g(x) = [x \sinh(x) - 4 \sinh^2(x/2)] / (8 \sinh^4(x/2))$.

En considérant un cas totalement symétrique où toutes les résistances et capacités tunnel sont égales à R_T et C et où $C_{0,i} = 0$, on obtient la relation simplifiée :

$$\frac{G}{G_T} = 1 - 2 \frac{N-1}{N} \frac{e^2}{2Ck_B T} g\left(\frac{eV}{Nk_B T}\right) \quad (\text{B.2})$$

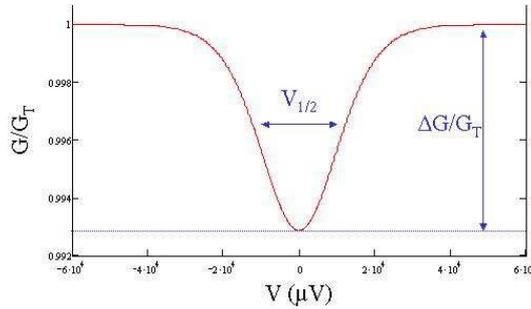


FIG. B.9:

L'allure de la courbe $G/G_T(V)$ est représentée sur la figure B.9. On peut déterminer la largeur du creux de conductance $V_{1/2}$ et la profondeur de ce creux $\Delta G/G_T$ en faisant les développements à l'ordre 2 [131] :

$$\begin{cases} V_{1/2} \simeq 5.439 \frac{Nk_B T}{e} \left(1 + 0.39211 \frac{\Delta G}{G_T}\right) \\ \frac{\Delta G}{G_T} \simeq \frac{1}{6} \left(\frac{N-1}{N} \frac{e^2}{Ck_B T}\right) - \frac{1}{60} \left(\frac{N-1}{N} \frac{e^2}{Ck_B T}\right)^2 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Ces relations montrent que l'on a bien dans ce cas un thermomètre primaire, étant donné que l'on peut déduire la température des paramètres physiques et de la mesure de la conductance en fonction de la polarisation. Les limites d'applications de ce dispositif comme thermomètre primaire sont dues au faible couplage électron-phonon pour la limite inférieure (environ la dizaine de millikelvins) et à la limitation sur la valeur des capacités de jonction (environ 30 K). En effet, si $\Delta G/G_T < 0.003$, le signal à mesurer devient trop faible et si $\Delta G/G_T > 0.3$, le dispositif devient sensible aux charges d'offsets.

L'incertitude sur la température obtenue avec ces dispositifs est de l'ordre de 0.5% entre 20 mK et 30 K¹⁴. D'autres études ont été menées pour améliorer cette incertitude, en particulier en utilisant des réseaux 2D qui sont moins sensibles aux variations des propriétés des jonctions d'un même réseau. Bergsten *et al.* ont montré que les réseaux 2D présentaient une plus grande robustesse mais uniquement au-dessus de 100 mK car en-dessous c'est l'échauffement des électrons qui pose problème et il est plus facile de bien thermaliser un réseau 1D qu'un réseau 2D [134].

On peut noter enfin, en guise de conclusion à cette brève incursion dans le monde de la thermométrie, l'existence d'études sur des thermomètres primaires fondés sur la mesure de bruit électrique d'une jonction tunnel et en particulier sur le bruit de grenaille (shot noise). Spietz *et al.* ont montré la possibilité d'utiliser de tels thermomètres, en utilisant le lien entre température et tension avec comme seul lien le rapport e/k_B , entre 10 mK et la température ambiante avec une exactitude de 0.1% à 1 K [135], [133].

¹⁴Il existe aujourd'hui une entreprise finlandaise, *Nanoway* (www.nanoway.fi), qui commercialise des thermomètres primaires fondés sur le blocage de Coulomb (avec un réseau de 100 jonctions) sur une gamme de température allant de 20 mK à 30 K.

Summary of the main results

Introduction

This thesis presents experiments developed at LNE¹⁵ about metrological applications of single electron tunneling devices. It carries on with the work done at LNE on the development of a quantum current standard [83], [136] and on the development of a high accuracy cryogenic current comparator (CCC) [1]. It focuses on 3 junctions R pump [77] made by PTB.

This study corresponds to a metrological framework which is presented in the chapter 1. This chapter describes the *système international d'unités* (SI), particularly the electrical units and the evolution of their definition, realization and representation. The redefinition of the SI is an important topic and can induced important modifications since the quantum metrology has showed the possibility to connect experimental units with fundamental constants. The metrological triangle experiment presented in this first chapter is a contribution to these discussions. This experiment consists of applying Ohm's law by using the quantum effects which are used in electrical metrology. It makes a link between a voltage, a frequency and a current.

The chapter 2 presents one of the devices which can make a link between current and frequency : the single electron pump. The principle of this device is based on the Coulomb blockade in a tunnel junction. In this chapter, we first explain the phenomenon of the Coulomb blockade then we introduce the single electron pump and the metrological abilities of such devices. The end of the chapter and the appendix B are dedicated to the different devices studied in the national metrology institutes to develop a quantum current standard and to close the metrological triangle. In this thesis all the experiments were performed with single electron pumps.

Measurements of a quantized current generated by a single electron pump needs several experimental precautions. On one hand, the Coulomb blockade can be observed only in specific experimental conditions and on the other hand, the current generated by the device is very small (around 1 and 10 pA). The chapter 3 deals with the fabrication of the devices, the experimental set-up and presents a metrological tool, the cryogenic current comparator, used to amplify the current generated by the pump with a very high accuracy .

The results presented in the chapter 4 have been obtained with the cryogenic current comparator used in the internal feedback mode, *i.e.* used only as an amplifier of current¹⁶, then giving only a relative value of the current. Current steps were observed up to around 16 pA. After a full determination of the parameters of the 3 junctions R-pump, we have focused on the expression of the results, and particularly on the uncertainty of the measurement using the Allan deviation calculation. Long term measurements have been performed and a relative uncertainty of 4 parts in 10⁶ has been found after 7 hours of measurement at an operating frequency of 100 MHz.

From these results, we want to investigate the exactness of the quantization of current intensity. The chapter 5 describes the first realization of the metrological triangle experiment using the direct way¹⁷. This experiment consists in realizing the external feedback mode of the CCC, then enabling to determine the value of the current generated by the pump. The first results are presented and show that a relative uncertainty of 1 part in 10⁶ is achievable.

¹⁵Laboratoire national de métrologie et d'essais, the French national metrology institute

¹⁶in this mode, the gain is not widely known

¹⁷*i.e.* by applying directly the Ohm's law : $U = RI$

Metrological framework

The first chapter is dedicated to the description of the metrological framework. We present the *système international d'unités* (SI) and particularly the electrical units after a brief historical overview on metrology and unification of units. For two centuries, definitions of the units have moved from human body features to scientific ones, using physics phenomena to realize units.

The base unit for electrical measurements is the ampere, which is defined as *that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross-section, and placed 1 m apart in vacuum, would produce between these conductors a force equal to $2 \cdot 10^{-7}$ newton per metre of length* [3]. Others electrical units are deduced from the ampere and the mechanical units as shown in the figure 1.1. The definition of the ampere is not easy to realize, that's why the representation of the electrical units is quite different and is represented in the figure 1.2. These representations are those which are been used by the national metrology institutes (NMIs). The "base unit" for the representations is the farad which has a standard known with high accuracy : the Thompson Lampard calculable capacitor. We describe the principle of this calculable capacitor and present the experimental set-up developed at LNE. Moreover, since a few decades, profound modifications have taken place in electrical metrology with the Josephson and the quantum Hall effects (JE and QHE respectively). Standards of volt and ohm are based on these effects. These quantum phenomena and the consequences of their use in metrology are described, particularly the recommendation made by the CIPM in 1988 to use these effects to represent volt and ohm. This recommendation leads to a parallel system based on the values of the phenomenological constants R_{K-90} and K_{J-90} .

Then, we present the last trends in metrology : a modification of the SI. The principle is to define units from fundamental constants as it was done for the metre, defined with a fixed value for c . The main problem comes from the definition of the kilogram which is based on an artefact. Two ways are studied to obtain a new definition of the kilogram. The first one is to compare a mechanical power to an electrical one through an experiment called the watt balance. The second is to define the kilogram from the Avogadro constant. In the first case, we will obtain an "electrical kilogram", defined with a fixed value of h , in the second, it's a matter of a microscopic kilogram with a fixed value of N_A . At this time, these two experiments are not coherent so, presently, the change of units is not possible (for example, figure 1.15). Moreover, concerning the watt balance experiment, we have to be sure that the theoretical relations linking the constants involved in QHE and JE (R_K and K_J) with the fundamental constants h and e (relation 1.15) are true.

The metrological triangle experiment (MTE) is a feasible way to check the consistency of the constants R_K and K_J , associated with a third quantum phenomenon : the single electron tunneling (SET) effect in specific devices gives a link between an elementary charge (theoretically e) and a frequency. Then, applying ohm's law with these three phenomena increases our confidence in the theoretical relations linking electrical units with the fundamental constants e and h . There are two ways to realize this experiment :

- The indirect way (represented on figure 1.18) consists in applying the relation $Q = CV$: a single electron pump (described in the chapter 2.9) loads a capacitance, then the voltage at the terminals of this capacitance is compared to the voltage generated by a Josephson array. The capacitance must be known with a sufficient uncertainty so it is calibrated either with a Thompson Lampard calculable capacitor standard or with a quantum Hall resistor ;
- The direct way (represented on figure 1.19) consists in applying the relation $U = RI$: a single electron pump generates a quantized current, this current flows through a quantum Hall resistor and the voltage drop at the terminals of this resistor is compared to the voltage generated by a Josephson array. Unfortunately, a weak current intensity generated by the SET device is a serious drawback for closing the triangle by this way.

This experiment could also be a determination of fundamental constants if it is associated with other ones : the indirect way may be a determination of the fine structure constant α following the relation 1.27, by considering that the constant K_J and the value of the capacitance C are given

by the watt balance experiment and the Thompson Lampard calculable capacitor. The direct way may be a determination of the elementary charge involved in the Coulomb blockade phenomenon as shown in the relation 1.29, by considering that the constants R_K and K_J are given by the Thompson Lampard calculable capacitor and the watt balance¹⁸.

In this thesis, we demonstrate experimentally the feasibility of the direct way of the MTE. The first step is to achieve a relative uncertainty of 1 part in 10^6 . To realize this experiment, we first present the phenomenon and the devices used to close the current leg of the MTE.

Coulomb blockade and single electron pump

In the second chapter, we present the principle of the Coulomb blockade and, particularly, the devices which could be used in metrology as the single electron pump. Single charge transport phenomena and its applications are fully described in [54].

Single electron tunneling (SET) is an effect which may appear in a tunnel junction (defined with a tunnel resistor R_T and a junction capacitance C_j) and was first predicted by Averin and Likharev [57]. Such a junction is represented on the figure 2.1. If the conditions expressed in the relations 2.2 are true, two phenomena may occur : the Coulomb blockade of tunneling and SET oscillations. The orthodox theory is a way to estimate the transition rate of a tunneling event (relation 2.5), considering a few hypothesis.

The first device described is the single electron tunneling transistor (figure 2.3). This device is composed of two tunnel junctions forming a metallic island, this island being controlled by a gate capacitance. The transfer of electron through the island may only occur with specific conditions of bias voltage and in this case, electrons can tunnel through the junction one by one. With these devices, a transfer of a single charge is theoretically possible. The control of one electron could be of great interest in several fields like electronics or metrology. To be used in metrology, the devices must be a bit more complex and allow the transfer of the electrons one by one associated to a frequency control. One of these devices is the single electron pump.

This device is an array of N tunnel junctions forming $N - 1$ metallic islands. The charge state of each island could be controlled by a gate capacitor as shown in the figure 2.5. Such a device has two operating modes : static and dynamic. In the first one, the gates are biased with a DC voltage while in the second one, they are biased with an AC voltage. The two modes are presented, considering a 3 junctions electron pump. With the static mode, we can obtain the stability diagram (figure 4.2) by calculating electrostatic energy of the system and the $I - V_b$ curve (figure 4.3). We present a calculation allowing to link this diagram with the parameters of the pump as described in the figure 2.6. The expression of the electrostatic energy as a function of these parameters and of (n_1, n_2) , where n_1 and n_2 are the number of excess electron on the island 1 and 2 respectively, is given in the relation 2.19, then it is possible to build the diagram. In the dynamic mode, it is possible to obtain a quantized current as explained in the figure 2.9, with the gates biased with voltages as described by the relation 2.26. In this case, the current generated by the pump is exactly $I = ef$, experimentally the magnitude of this current is around 10 pA. These devices were first studied by Quantronics group [62], [63]. There are three main error processes in these devices : the cotunneling (coherent transfer of n electrons through n junctions), thermal process (the electronic temperature is responsible for a modification of the rate of the sequential transfer) and frequency process (larger the pumping frequency is, larger the probability to miss an electron is). These processes are developed and the theoretical error rate for an electron pump is shown in the figures 2.12 and 2.13. We have to notice that the cotunneling is the most disruptive effect, so its limitation is necessary to have a metrological behavior. Two ways are studied to avoid cotunneling : rising the number of junctions N as it was done in NIST with the 7 junctions pump experiment [50] or adding microstrips resistors in order to get a dissipative electromagnetic environment [77].

¹⁸this determination can be done with the indirect way as well

The last part of the chapter is dedicated to the different devices studied in the NMIs. The figure 2.17 shows the current dependence of the accuracy of some of these devices : RF-SET, SET-SAW, Cooper pair sluice, semiconducting devices. Appendix B gives further details on each of these devices. Currently, there is no device which combines a good accuracy with a current up to 1 nA. To become a quantum current standard, the admitted value is 1 nA with an accuracy of 1 part in 10^8 . But the electron pump is the only device to have a metrological behavior, even if the current is weak as it was shown by the results of the NIST on 7 junctions pump.

Experimental set-up

Coulomb blockade and the single electron pump were presented in the previous chapter. In the chapter 3, we present the fabrication of the devices, the experimental set-up designed with the optimal condition to achieve a quantization of the current and the tools used to measure with a high accuracy a current with such a small intensity (around 10 pA).

The devices measured in this thesis were fabricated either by PTB or by LPN. The process is the same : the shadow evaporation technique as it was presented in figure 3.1. Nowadays, from this technology it is possible to obtain 3 junctions R-pump with junction capacitance around 100 and 200 aF (*i.e.* the dimensions of the junction are $(50 \text{ nm})^2$, and an oxide layer of 2 nm for aluminium). As shown in the previous chapter, there are several constraints to reach a quantized current with an electron pump. The thermal energy must be lower than the Coulomb energy (relation 2.2). This constraint is linked to the value of the junction capacitance, that's to say the temperature must be below a few hundreds of millikelvins. Then measurements were made in a dilution unit.

Once the current is generated by the electron pump, we must be able to measure it. We use a cryogenic current comparator which is a very useful metrological tool and is well known in the ohm metrology. It is a very accurate amplifier and comparator of current, its principle is based on Ampere's law and on the Meissner effect : in a superconducting tube, two windings of respectively N_1 and N_2 turns are flowed by currents I_1 and I_2 , then a superconducting current appears on the tube as represented in figure 3.6. An adapted geometry was made to avoid all parasitic effects (figure 3.7). Currents circulating through these wires will induce a supercurrent flowing up the inner surface of the tube and back down the outer surface in such a way that a null magnetic flux density is maintained inside the tube. This current flowing on the outer surface of the tube is then detected by a DC SQUID. The principle of the DC SQUID and the coupling with the superconducting tube of the CCC are described in details in this chapter. There are two operating modes of the CCC :

- *internal feedback* : in this mode, the feedback current flows through the modulation coil of the DC SQUID, then the second wiring of the CCC is not connected. The measurement of the current is then described by the relation 3.24. The value of the current measured in this mode is only relative ;
- *external feedback* : in this mode, the feedback current flows through the second wiring of the CCC, then cancelling the current in the outer surface of the superconducting tube. The measurement of the current is described by the relation 3.17.

Then the experimental set-up is presented. The electron pump is located near the mixing chamber of a dilution unit and the generated current flows directly in the first wiring of the CCC. A schematic view of this set-up is shown in the figure 3.12. It is important to take care of the filtering of the bias wiring. The bias voltage wiring is made with Thermocoax and is filtered by meander filters [113], [114]. The pump is biased with V_b on one side and the other side is connected to ground. The gate lines are filtered with commercial 20 dB attenuators [111]. In the measurements carried out during this thesis, two CCC were used, one with a ratio $N_1/N_2 = 10\,000$ (called CCC_a) the second one with a ratio $N_1/N_2 = 20\,000$ (called CCC_b). Figures 3.14 to 3.17 show the characterizations of the experimental set-up as it was used during this thesis.

Results of measurements of a 3 junctions R pump in the internal feedback mode

First measurements were performed with a set-up in the internal feedback mode. The schematic view of the circuitry is shown in figure 4.1. The measurements and main results in this mode are presented in the chapter 4. In this mode, it is impossible to test the quantization level of the electron pump but we can obtain a complete characterization of the device which is presented.

Measurements were carried out in two steps. The first one is the static mode, that is to say with only a DC bias on the gates. In this mode, a stability diagram is obtained and we can determine the coordinates in the (V_{g1DC}, V_{g2DC}) plane of the triple points. These coordinates allow to operate the pump in the dynamic mode and then to generate a quantized current. Moreover, with this diagram, it is possible to estimate the parameters of the junctions as they are defined on the figure 2.6. The coordinates of the triple points as a function of these parameters are calculated in the chapter 2. Here, the method is reverse : the diagram is obtained by measurements and we want to deduce the whole parameters of the pump. These calculations give the relations 4.1 and 4.2. By adding to these relations the measurements of the $I - V_b$ curve in the static mode, we can deduce the last missing parameter given by the relation 4.5. The diagrams calculated and measured are shown in the figure 4.5.

The second step is the dynamic mode, *i.e.* with a DC and an AC bias applied on the gates, as described by the relation 2.26. The static measurements have allowed to find operating points, *i.e.* the value of the DC bias that we have to apply on the gates to be on a triple point. Once these operating points were found, the pump can generate a quantized current. The theoretical value of this current is ef where f is the frequency of the AC bias of the gates. Then, the $I - V_b$ curve in this mode present plateau of current on a bias range. These measurements are called current steps and a set of current steps at several frequencies is shown in the figure 4.6. Two parameters are adjustable to obtain a larger current step : the amplitude A of the AC signal applied on the gates and the phase shift ϕ between these two gates. We have chosen a criterion to optimize these parameters : we fixed a value ΔI , equivalent to the observable fluctuations of current in the blockade state and we took the values of A and ϕ which maximize the bias range included in ΔI . An example is shown in the figure 4.7 and the dependence on the values of these parameters are presented in the figures 4.8, 4.9 and 4.10.

In the chapter 2, we demonstrate the influence of the electronic temperature on the accuracy of the pump. In the dynamic mode, measurements of a current step enables to estimate the electronic temperature of the device as it is shown in the figure 4.11.

All these measurements are essential to characterize the pump but are not metrological. To associate an uncertainty to a measurement of the current generated by a pump, the method consists in accumulating points to reduce the type A uncertainty (definition of type A uncertainty is explained in [116]) only if the measurement is carried out in the white noise regime. The difficulty is to take the good tool to characterize the noise of our measurements. We have decided to use the Allan variance [117], [118]. This variance characterizes a measurement of which there is a gaussian distribution, there is no dead time and the power spectral density (PSD) has a power law dependence on frequency. We explain the method of the measurement, first by making an accumulation of current values generated by the pump (figure 4.14). In this case the Allan variance calculation shows three different regimes : white noise regime up to around 80 s., $1/f$ regime around 100 s and then a linear drift for longer time than 150 s. as it was demonstrated in the figure 4.15. As a consequence, it is not possible to reduce the type A uncertainty below a few parts in 10^3 with this method. This is the reason why we made the measurement by reversing periodically the current in order to suppress the $1/f$ noise regime. The principle of this measurement is explained on the figure 4.16. The inversion of the current is obtained by modifying the phase shift between the two gates. In this case, we demonstrate that the measurement is in the white noise regime for several hours (at least 12 h). An example of such a measurement is given in the figures 4.17 and 4.18. The frequency of the inversion is chosen to be sure to avoid $1/f$ regime and mechanical resonances (cf.

figure 4.19).

We made these long time measurements at different frequencies between 10 and 100 MHz. In the figure 4.20, we analyze the dependence on the frequency of the white noise level and of the experimental standard deviation of the mean as a function of time of measurement. The mean white noise level is around $10 - 15 \text{ fA/Hz}^{1/2}$. At this level, the frequency seems to have no effect on the pumping noise. We observe the same independence on the frequency of the uncertainty. The best result was found with a 7 hour measuring time and with an operating frequency of 100 MHz (*i.e.* a current of 16 pA). The relative type A uncertainty was 3.9 parts in 10^6 .

The last part of this chapter is dedicated to a first comparison of several 3 junctions R-pump. We compare three PTB made pumps with one provided by LPN. We present in the figures 4.23 and 4.24 the measurements in the static and in the dynamic modes. For the moment, we have no complete explanation for the observed differences. One possible way of explanation is to study the difference of capacitance between the three junctions. Moreover, we have to notice that with all the pumps, the white noise level is equivalent.

To conclude this chapter, we remind the main limitation of the measurements made in the internal feedback mode : it is impossible to estimate the level of quantization of the device and then to study the difference between the current generated by the pump and the theoretical value *ef*. However, these measurements have permitted to make a complete characterization of the pump and to demonstrate the feasibility of a measurement of the stability of an R-pump with a relative uncertainty of a few parts in 10^6 .

First realization of the direct metrological triangle

The last chapter of this thesis introduces the metrological triangle experiment by the direct way. First measurements were obtained and demonstrates the feasibility of the experiment. The figure 5.1 is a schematic view of the circuitry of this set-up. It is important to notice that this experiment is the realization of the external feedback mode. The principle of the measurement is to generate a quantized current with an electron pump, then amplified this current with a CCC. In the external feedback mode, the feedback current is directly linked to the current generated by the pump. The objective is to measure with a high accuracy this feedback current. So, it flows through a calibrated resistor and the voltage at the terminals of this resistor is compared to the voltage generated by a Josephson array, then the measurement is a null voltage detection. This method allows to obtain a better accuracy than a direct measurement of the voltage at the terminals of the resistor. Experimentally a feedback source was developed to convert the output voltage of the DC SQUID into a current, a schematic view of this source is in the figure 5.2.

We performed the same measurements as those made with the internal feedback mode. We show current steps and a white noise level over a long measuring time similar to the one obtained in the chapter 4. The only difference concerns the electronic temperature. It seems to be a little bit higher in the case of the metrological triangle experiment. But more measurements are needed to confirm this observation. The current steps obtained and the comparison with the current steps measured with the internal feedback mode are exhibited in the figure 5.5.

The first results on the triangle are given in the figure 5.6 with two sets of measurements carried out at different frequencies. These results shows an irreproducible discrepancy on the determination of Q_X . At this time, we have no explanation of this discrepancy, it is possible that a ground loop induces such an observation. New experiments will complete our comprehension of this phenomenon. However, with a given adjustment of the parameters, these measurements demonstrate the ability to have a set of reproducible data with a weighted uncertainty of a few parts in 10^6 . This result looks quite promising for the feasibility of the metrological triangle experiment by the direct way with a relative uncertainty of 1 part in 10^6 .

This experimental set-up may be used to study the exactness of the pump and to determine the flatness of the current steps. A first comparison with two long term measurements carried

out with different bias voltages. A result is shown in the figure 5.7 and we can deduced from it that the current step is flat on a range of $15 \mu V$ with an uncertainty of a few parts in 10^5 , at an operating frequency of 37.69 MHz (this uncertainty is limited by the measuring time).

The last part of this thesis describes possible modifications of the experimental set-up of the metrological triangle experiment in order to obtain a relative uncertainty of 1 part in 10^6 . The results presented here show the feasibility of such an experiment. To conclude a first estimation of the type B uncertainty is proposed (this estimation gives a contribution of a few parts in 10^8 to the uncertainty budget). But, we have to notice that the uncertainty budget is, at the moment, only a partial one as long as the experimental set-up is not yet completed.

Figure captions

Chapter 1

Figure 1.1 : *The electrical units in the SI, definition*

Figure 1.2 : *The electrical units in the SI, representation*

Figure 1.3 : *Principle of the Thompson Lampard's calculable capacitor*

Figure 1.4 : *Calculable capacitor standard developed at LNE*

Figure 1.5 : *Schematic view of a Josephson junction*

Figure 1.6 : *$I - V_{bias}$ curves of an array of Josephson junctions. On the left, in static mode ($f_J = 0$). On the right, in dynamic mode, Shapiro's steps are measured (with $f_J = 70$ GHz)*

Figure 1.7 : *On the left, picture of a Hall bar. On the right, curves of R_{xx} and R_H as a function of the magnetic field, R_H is quantized and R_{xx} oscillates (Shubnikov-de Haas effect)*

Figure 1.8 : *Quantization of Landau's levels without magnetic field, with a magnetic field and without disorder and with disorder. This picture is extracted from [22]*

Figure 1.9 : *Schematic view of the determination of R_K with a quadrature bridge making the link between the Lampard capacitor and the quantum Hall effect resistor*

Figure 1.10 : *Principle of the watt balance : on the left, the static phase and on the right, the dynamic phase*

Figure 1.11 : *Classification of the constants h , c and G along the time. Yellow is associated to type A constants, blue to type B, green to type C and pink to type D. This picture is extracted from [33]*

Figure 1.12 : *Okun's cube : in the space of the constants ($h, 1/c, G$) one can find several physical theories. Axial theories $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ and $(0, 0, 1)$ were proved experimentally with a high accuracy as for the theories $(1, 1, 0)$ and $(0, 1, 1)$. The one located in $(1, 0, 1)$ has not yet been observed. The theory located in $(1, 1, 1)$ is not known, it should include gravitational, quantum and relativistic effects, it could be call "Theory of everything" [37], [33]*

Figure 1.13 : *Links between base units of the SI and fundamental constants. Arrows represent links based on the definition of the units in the SI, the constants in red are those which are fixed. Links between units and constants are represented by dots, and theoretical links by dashed lines. Uncertainties given for the constants are extracted from CODATA 2002 [30]. The whole links are not on this picture to keep it clear.*

Figure 1.14 : *Evolution of the CODATA adjustments of a few constants along the time. This figure is extracted from [41]*

Figure 1.15 : *Determinations of the Planck's constant h . Measurements from the watt balances are named NIST-98 and NPL-90. The value deduced from the S_i sphere is named $V_m(S_i)$ and the value others represents a mean value deduced from others data, as presented in [39]*

Figure 1.16 : *R_K and K_J determinations taken into account in the CODATA 2002 adjustment [30]*

Figure 1.17 : *A possibility of metrological triangle experiment*

Figure 1.18 : *Experimental realization of the metrological triangle experiment using the indirect way (NIST set-up, [50])*

Figure 1.19 : *Experimental realization of the metrological triangle experiment using the direct way (LNE set-up, described in chapter 5)*

Chapter 2

Figure 2.1 : *(a) representation of a metal/insulating/metal tunnel junction, Γ is the transfer rate. (b) equivalent electrical representation of a tunnel junction with a resistance R_T and a junction capacity C . (c) schema for electrical circuits of such a junction*

Figure 2.2 : *Energetic diagram of a biased junction. The transition colored in green is energetically favorable*

Figure 2.3 : *Electrical representation of a SET transistor*

Figure 2.4 : *Measurements carried out on a LPN made SET transistor. (a) $I - V_g$ curve : current oscillations are observed for 2 values of V_b . (b) $I - V_b$ curve for 2 values of V_g : (1) the transistor is in the blockade state, (2) the transistor is in the open state*

Figure 2.5 : *Electrical representation of a N junctions single electron pump*

Figure 2.6 : *Representation of a 3 junctions single electron pump*

Figure 2.7 : *Honeycomb lattice of a 3 junctions electron pump, with $C_L = C_m = C_R$ and without cross-talking*

Figure 2.8 : *Lattices measured on a 3 junctions R-pump at 100 mK. On the left, the bias voltage is $200 \mu\text{V}$, on the right, it is $500 \mu\text{V}$. Principle of this measurement is described in the chapter 4*

Figure 2.9 : *Principle of the pumping mode around a triple point*

Figure 2.10 : *Energetic diagram with an example of cotunneling for a SET transistor*

Figure 2.11 : *Solid lines : evolution with the pumping frequency f of the quantity $q_0 e/C$. Dashed lines : upper limit of the bias voltage, below this value, calculation of the cotunneling error is right. Dot lines : below this value, it is not possible to neglect the N order cotunneling. Parameters of the pump are $R_T = 90 \text{ k}\Omega$ and $C = 150 \text{ aF}$*

Figure 2.12 : *Total error of a N junctions electron pump with $R_T = 90 \text{ k}\Omega$, $C = 150 \text{ aF}$, $T = 100 \text{ mK}$ and no bias voltage. Dot lines represent frequency error and dashed lines represent cotunneling error.*

Figure 2.13 : *Total error of a 5 junctions electron pump at 100 mK with no bias voltage as a function of R_T and C_j*

Figure 2.14 : *This figure is extracted from [68]. On the left, experimental set-up for a 7 junctions electron pump, the insert shows the evolution of V_p during the time when the device is in pumping mode $\pm e$. On the right, (a) is the evolution of the voltage at the terminals of the electron pump, we can deduce from it the error rate of this pump; (b) is the same evolution in the hold mode, we can deduce the leakage rate*

Figure 2.15 : *This figure is extracted from [50]. Experimental set-up of the cryogenic capacitor experiment developed in NIST. (A) is the first step : the electron pump allows to charge the cryogenic capacitor. (B) in this step the cryogenic capacitor C and a calibrated capacitor C_{ref} are compared*

Figure 2.16 : *Electrical representation of a 3 junctions electron R-pump*

Figure 2.17 : *Representation of the accuracy/current positions for several devices studied in metrology labs. The ? for theoretical value of accuracy for a R-pump comes from the leak of a complete theory for these devices. This picture is adapted from a presentation of S. Giblin (NPL)*

Chapter 3

Figure 3.1 : *Schema of the fabrication of a SET transistor. The process is based on the shadow evaporation technique*

Figure 3.2 : *MEB pictures of 3 junctions R-pump. On the left, a PTB made one and on the right a LPN made one*

Figure 3.3 : *Principle of a DC SQUID. On the right, electrical representation*

Figure 3.4 : *On the left, $V - \Phi$ curve with $\Phi = \Phi_a$. On the right, $I - V$ curve for a fixed value of Φ_a with $\Phi = \Phi_a + LJ$*

Figure 3.5 : *Principle of the flux-locked loop for a DC SQUID*

Figure 3.6 : *Principle of a cryogenic current comparator. It contains a superconducting tube flowed by currents, a flux transformer and a DC SQUID*

Figure 3.7 : *Representation of a type I CCC*

Figure 3.8 : *Schema of the coupling between the wirings of the CCC and the DC SQUID*

Figure 3.9 : *Principle of the CCC used in the external feedback mode*

Figure 3.10 : *Schematic view of the electrical circuit in the external feedback mode*

Figure 3.11 : *Principle of the CCC used in the internal feedback mode*

Figure 3.12 : *Experimental set-up used during this thesis. The part in gray represents the inner vacuum chamber (IVC) of the dilution unit*

Figure 3.13 : *Frequency dependence of the transmission coefficient S_{21} measured on two meanders filters used in the wiring for the bias of the pump*

Figure 3.14 : *Power spectral density in current of CCC_a on two frequencies ranges. On the right, we can observe the $1/f$ and the white noise regimes*

Figure 3.15 : *Power spectral density in current of CCC_b . We can measure the resonance frequency of this CCC*

Figure 3.16 : Measurements of the gain in the internal feedback mode. The red point is the mean value of these measurements and the blue lines indicate the confidence interval of these measurements

Figure 3.17 : Measurements of the power spectral density with accelerometers. X and Y are horizontal axis, Z is the vertical one. Accelerometers are located on the top of the dilution unit during a run

Chapter 4

Figure 4.1 : Electrical representation of the measurement set-up for an electron pump in the internal feedback mode

Figure 4.2 : Stability diagram measured on a 3 junctions R-pump (the background charges imply that the honeycomb lattice is not centered in $(0, 0)$)

Figure 4.3 : Bias voltage dependence of the output voltage of the DC SQUID measured for a pump in the static mode either in the blockade state or in the open one (that's to say, being on a triple point)

Figure 4.4 : Simulation of a $I - V_b$ curve in the blockade state. This simulation was done with the software SIMON 2.0 [115] with the following parameters : $T = 100$ mK, $R_T = 75$ k Ω and $C = 150$ aF

Figure 4.5 : Comparison between a measured stability diagram (measured with a PTB made R-pump) and a calculated one

Figure 4.6 : Current steps for various pumping frequencies. The modification from the positive value of the current to the negative one was obtained by modifying the phase between the 2 gates

Figure 4.7 : Blow-up of current steps for 3 pumping frequencies. I_0 is the mean value of the current measured on the step

Figure 4.8 : Current steps at an operating frequency of 10 MHz. On the left, the phase between the gates is 210° and the amplitude of the alternative part of V_g changes. On the right, this amplitude is 3.2 mV and the phase changes

Figure 4.9 : On the left, blow-up for several amplitudes. On the right, superposition of the stability diagram and the ellipse applied on the gates. The phase is 210°

Figure 4.10 : On the left, blow-up for several phases. On the right, superposition of the stability diagram and the ellipse applied on the gates. The amplitude is 3.2 mV

Figure 4.11 : Current steps at an operating frequency of 10 MHz for various temperature of the mixing chamber of the dilution unit. The electron temperature could be estimated to be between 110 and 140 mK

Figure 4.12 : Normal allan deviation : representation of the sampling measurement

Figure 4.13 : Overlapping allan deviation (OAD) : representation of the sampling measurement

Figure 4.14 : Accumulation of values of the current generated by the pump performed at equally spaced times. The pumping frequency is 50 MHz. On the left, data. On the right, histogram of these data with a gaussian fit

Figure 4.15 : Time dependence of the standard deviation. Allan deviation calculation exhibits three regimes : one with a $\tau^{-1/2}$ slope indicative of white noise, one with a null slope indicative of $1/f$ noise and one with a $\tau^{1/2}$ slope indicative of a linear drift

Figure 4.16 : Current is periodically reversed in order to suppress $1/f$ noise effect. On the left, pumping mode around a triple point, the modification of phase implies a modification of the sign of the current. On the right, principle of the measure

Figure 4.17 : Results of a measurement carried out at $f = 60$ MHz. On the left, data. On the right, values I_m calculated for each period (one period is a $+I$ value followed by a $-I$ one)

Figure 4.18 : On the left, histogram of the data I_m adjusted by a gaussian law. On the right, time dependence of the standard deviation

Figure 4.19 : Power spectral density (PSD) of the current. On the left, the frequency range is $[0.05, 15$ Hz]. The sampling frequency f_R is chosen to avoid $1/f$ noise and the upper cutoff frequency f_C to avoid mechanical perturbations. On the right, the frequency range is $[0.01, 3$ Hz], the PSD is the same either in the blockade state or in the pumping mode

Figure 4.20 : Results of measurements at different operating frequencies. On the left, the white noise level as a function of the measurement time is represented. On the right, the experimental standard deviation of the mean as a function of the same measurement time is represented

Figure 4.21 : Measurement or extrapolation (obtained using the relation 4.15) of the OAD at 10 h di-

vided by the mean current intensity. The line corresponds to the evolution of the OAD considering as white noise level the mean value of several measurements divided by the theoretical current ef

Figure 4.22 : Different geometries of the measured pump

Figure 4.23 : Comparison of different R-pumps in the static mode. On the left, stability diagrams. On the right, $I - V_b$ curves in the blockade state are represented

Figure 4.24 : Comparison of different R-pumps in the dynamic mode. On the left, current steps at an operating frequency of 10 MHz. On the right, time dependence of the standard deviation

Chapter 5

Figure 5.1 : Electrical representation of the measurement set-up for an electron pump in the external feedback mode. This is also the representation of the metrological triangle experiment

Figure 5.2 : Schematic view of the circuitry of the feedback source. Inputs are the output voltage of the DC SQUID and the pre-adjustment voltage. Output is the current flowing in the second wiring of the CCC

Figure 5.3 : Current steps at an operating frequency of 10 MHz for various temperatures of the mixing chamber of the dilution unit. The electron temperature could be estimated to be above 140 mK

Figure 5.4 : Comparison between current steps in the internal and in the external feedback modes. On the left, curves for several frequencies. On the right, blow-up at an operating frequency of 50 MHz

Figure 5.5 : Current steps around a P triple point (on the left) and a N one (on the right) at a pumping frequency of 23.55 MHz (i.e. for 5 Josephson junctions)

Figure 5.6 : Results of the metrological triangle experiments. The voltage at the terminals of the calibrated resistor is opposed to the voltage delivered by the Josephson array. The relative discrepancy to e are represented. On the left, data A : 8 Josephson junctions are biased and $f = 37.69$ MHz. On the right, data B : 5 Josephson junctions are biased and $f = 23.55$ MHz. The gray points represent the weighted mean value

Figure 5.7 : Results of the metrological triangle experiments for two bias voltages of the pump at an operating frequency of 37.69 MHz

Conclusion

Figure 5.8 : Different methods (current comparator at room temperature, potential difference bridge, integration bridge) used for the calibration of currents less than 1 A and corresponding uncertainties

Bibliographie

- [1] F. Gay. *Un comparateur cryogénique de courants pour la réalisation d'un étalon quantique basé sur l'effet tunnel monoélectron*. PhD thesis, CNAM, 2000.
- [2] A.E. Kennelly. Adoption of the meter-kilogram-mass-second (m.k.s.) absolute system of practical units by the international electrotechnical commission (i.e.c.), bruxelles, 1935. *Proc. N.A.S.*, 21, 1935.
- [3] Bureau international des poids et mesures. *Le système international d'unités, 8ème édition*. 2006.
- [4] J.L. Flowers and B.W. Petley. Progress in our knowledge of the fundamental constants in physics. *Rep. Prog. Phys.*, 64 :1191–1246, 2001.
- [5] R.L. Driscoll and R.D. Cutkosky. Measurement of current with the national bureau of standards current balance. *J. Research NBS*, 60(4) :297–305, 1958.
- [6] P. Vigoureux. A determination of the ampere. *Metrologia*, 1(1) :3–7, 1964.
- [7] R.E. Elmquist *et al.* The ampere and electrical standards. *J. Res. Natl. Stand. Technol.*, 106 :65–103, 2001.
- [8] A.M. Thompson and D.G. Lampard. A new theorem in electrostatics with applications to calculable standards of capacitance. *Nature*, 177 :888–890, 1956.
- [9] F. Piquemal, A. Bounouh, L. Devoille, N. Feltin, O. Thévenot, and G. Trapon. Fundamental electrical standards and the quantum metrological triangle. *C.R. Physique*, 5 :857–879, 2004.
- [10] W.K. Clothier. A calculable standard of capacitance. *Metrologia*, 1(2) :35–56, 1964.
- [11] G. Trapon, O. Thévenot, J.C. Lacueille, and W. Poirier. Determination of the von klitzing constant r_k in terms of the bnm calculable capacitor - fifteen years of investigations. *Metrologia*, 40 :159–171, 2003.
- [12] V. Bego. Determination of the volt by means of voltage balances. *Metrologia*, 25(3) :127–133, 1988.
- [13] J. Hladik. *Unités de mesure, étalons et symboles des grandeurs physiques*. Masson, 1992.
- [14] B.D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Phys. Lett.*, 1 :251, 1962.
- [15] S. Shapiro. Josephson currents in superconducting tunneling : the effect of microwaves and another observations. *Phys. Rev. Lett.*, 11 :80–82, 1963.
- [16] P.J. Mohr and B.N. Taylor. CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 1998. *Rev. Mod. Phys.*, 72(2) :351–495, 2000.
- [17] R. Pöpel. The Josephson effect and voltage standards. *Metrologia*, 29 :153–174, 1992.
- [18] T.J. Quinn. News from the BIPM. *Metrologia*, 26 :69–74, 1989.
- [19] C.A. Hamilton. Josephson voltage standards. *Rev. Sci. Instrum.*, 71(10) :3611–3623, 2000.
- [20] W.K. Clothier, G.J. Sloggett, H. Bairnsfather, M.F. Currey, and D.J. Benjamin. A determination of the volt. *Metrologia*, 26 :9–46, 1989.
- [21] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. New method for high-accuracy determination of the fine structure constant based on quantized hall resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45(6) :494–497, 1980.

- [22] B. Jeckelmann and B. Jeanneret. The quantum hall effect as an electrical resistance standard. *Rep. Prog. Phys.*, 64 :1603–1655, 2001.
- [23] F. Piquemal. L'effet hall quantique en métrologie. *Bull. BNM*, 116 :5–57, 1999.
- [24] A. Hartland. The quantum hall effect and resistance standards. *Metrologia*, 29 :175–190, 1992.
- [25] D. Bloyet and C. Gunther. Les squid et leurs applications. *Techniques de l'ingénieur*, R-928, 1996.
- [26] W. Poirier, A. Bounouh, K. Hayashi, H. Fhima, F. Piquemal, G. Genevès, and J.P. André. $R_K/100$ and $R_K/200$ quantum hall array resistance standards. *J. Appl. Phys.*, 92(5) :2844–2854, 2002.
- [27] R.B. Laughlin. Quantized hall conductivity in two dimensions. *Phys. Rev. B*, 23(10) :5632–5633, 1981.
- [28] B.P. Kibble. *Atomic masses and fundamental constants, vol.5*, chapter A measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strong field method, pages 545–551. Plenum Press, 1975.
- [29] G. Genevès et al. La balance du watt : vers une nouvelle définition de l'unité de masse ? *Revue française de métrologie*, 9 :3–34, 2007.
- [30] P.J. Mohr and B.N. Taylor. Codata recommended values of the fundamental physical constants : 2002. *Rev. Mod. Phys.*, 77(1) :1–107, 2005.
- [31] T.J. Quinn. Base units of the système international d'unités, their accuracy, dissemination and international traceability. *Metrologia*, 31 :515–527, 1994/1995.
- [32] C.J. Bordé. Base units of the si, fundamental constants and modern quantum physics. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 363 :2177–2201, 2005.
- [33] J-P Uzan. *Le réel et ses dimensions*, chapter Dimensions et constantes fondamentales, pages 25–56. EDP Sciences, 2003.
- [34] J.M. Levy-Leblond. *Problems in foundation of Physics*, chapter The importance of being (a) constant. North Holland, 1979.
- [35] M.J. Duff, L.B. Okun, and G. Veneziano. Triologue on the number of fundamental constants. *JHEP*, 3, 2002.
- [36] G.J. Stoney. On the physical units of nature. *Philosophical magazine and journal of science*, 11, 1881.
- [37] L.B. Okun. Fundamental units : physics and metrology. *arXiv :physics*, 0310069, 2003.
- [38] *Les 3 constantes de l'univers*. Sciences et Avenir, Hors-série, 2004.
- [39] S.G. Karshenboim. On a natural definition of the kilogram and the ampere. *arXiv :physics*, 0507200, 2005.
- [40] R.T. Birge. Probable values of the general physical constants. *Rev. Mod. Phys.*, 1(1) :1–73, 1929.
- [41] S.G. Karshenboim. Fundamental physical constants : looking from different angles. *arXiv :physics*, 0506173, 2005.
- [42] P.J. Mohr, B.N. Taylor, and D.B. Newell. The fundamental physics constantes. *Physics Today*, 60(7) :52–55, 2007.
- [43] C.J. Bordé. La réforme du système d'unités. *La lettre de l'Académie des sciences*, 20 :21–27, 2007.
- [44] P. Becker. Tracing the definition of the kilogram to the avogadro constant using a silicon single crystal. *Metrologia*, 40 :366–375, 2003.
- [45] I.M. Mills, P.J. Mohr, T.J. Quinn, B.N. Taylor, and E.R. Williams. Redefinition of the kilogram : a decision whose time has come. *Metrologia*, 42(2) :71–80, 2005.

- [46] I.M. Mills, P.J. Mohr, T.J. Quinn, B.N. Taylor, and E.R. Williams. Redefinition of the kilogram : a proposed approach to implementing cpm recommendation 1. *Metrologia*, 43 :227–246, 2006.
- [47] K.K. Likharev and A.B. Zorin. Theory of the bloch-wave oscillations in small josephson junctions. *J. Low. Temp. Phys.*, 59(3/4) :347–382, 1985.
- [48] J. Gallop. The quantum electrical triangle. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 363 :2221–2247, 2005.
- [49] E.R. Williams, R.N. Gosh, and J.M. Martinis. Measuring the electron’s charge and the fine structure constant by counting electrons on a capacitor. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, 97(2) :299–304, 1992.
- [50] M.W. Keller, A.L. Eichenberger, J.M. Martinis, and N.M. Zimmerman. A capacitance standard based on counting electrons. *Science*, 285 :1706–1709, 1999.
- [51] F. Piquemal and G. Genevès. Argument for a direct realization of the quantum metrological triangle. *Metrologia*, 37 :207–211, 2000.
- [52] R.A. Millikan. The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of stokes’s law. *Phys. Rev.*, 32(4) :349–397, 1911.
- [53] J. Lambe and R.C. Jaklevic. Charge quantization studies using a tunnel capacitor. *Phys. Rev. Lett.*, 22(25) :1371–1375, 1969.
- [54] H. Grabert and M.H. Devoret, editors. *Single charge tunneling Coulomb blockade phenomena in Nanostructures*. Plenum press, 1992.
- [55] K.K. Likharev. Set : Coulomb blockade devices. *Nano et Micro technologies*, 3 :71–114, 2003.
- [56] K.K. Likharev. Single-electron devices and their applications. *Proc. IEEE*, 87 :606–632, 1999.
- [57] D.V. Averin and K.K. Likharev. Coulomb blockade of single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions. *J. Low. Temp. Phys.*, 62 :345, 1986.
- [58] I.O. Kulik and R.I. Shekhter. Kinetic phenomena and charge discreteness effects in granulated media. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 68 :623–640, 1975.
- [59] D.V. Averin and K.K. Likharev. *Mesoscopic phenomena in solids*, chapter 6 Single electronics : a correlated transfer of single electrons and Cooper pairs in systems of small tunnel junctions, pages 173–271. Elsevier Science, 1991.
- [60] T.A. Fulton and G.J. Dolan. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 59(1) :109–112, 1987.
- [61] L.S. Kuz'min and K.K. Likharev. Direct observation of discrete correlated single-electron tunneling. *JETP Lett.*, 45(8) :495–497, 1987.
- [62] H. Pothier. *Blocage de Coulomb et transfert d’électrons un par un*. PhD thesis, Paris 6, 1991.
- [63] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve, and M.H. Devoret. Single electron pump based on charging effects. *Europhys. Lett.*, 17 :249–254, 1992.
- [64] W.G. van der Wiel, S. De Franceschi, J.M. Elzerman, T. Fujiwasa, S. Tarucha, and L.P. Kouwenhoven. Electron transport through double quantum dots. *Rev. Mod. Phys.*, 75(1) :1–22, 2003.
- [65] A. Iwasa, A. Fukushima, and A.A. Odintsov. Practical analysis of single electron pump with harmonic drive. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 34(10) :5871–5876, 1995.
- [66] H.D. Jensen and J.M. Martinis. Accuracy of the electron pump. *Phys. Rev. B.*, 46(20) :13407–13427, 1992.
- [67] B. Huard, H. Pothier, D. Esteve, and K.E. Nagaev. Electron heating in metallic resistors at sub-kelvin temperature. *Phys. Rev. B*, 76 :165426, 2007.
- [68] M.W. Keller, J.M. Martinis, N.M. Zimmerman, and A. H. Steinbach. Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump. *Appl. Phys. Lett.*, 69(12) :1804–1806, 1996.
- [69] M.W. Keller, J.M. Martinis, A.H. Steinbach, and N.M. Zimmerman. A seven-junction electron pump : design, fabrication, and operation. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 46(2) :307–310, 1997.

- [70] M.K. Keller, J.M. Martinis, and R.L. Klautz. Rare errors in a well characterized electron pump : comparison of experiment and theory. *Phys. Rev. Lett.*, 80(20) :4530–4533, 1998.
- [71] R.L. Kautz, M.W. Keller, and J.M. Martinis. Leakage and counting errors in a seven-junction electron pump. *Phys. Rev. B*, 60(11) :8199–8212, 1999.
- [72] M. Covington, M.W. Keller, R.L. Klautz, and J.M. Martinis. Photon-assisted tunneling in electron pumps. *Phys. Rev. Lett.*, 84(22) :5192–5195, 2000.
- [73] M.W. Keller, N.M. Zimmerman, and A.L. Eichenberger. Uncertainty for the nist electron counting capacitance standard, eccs-1. *Metrologia*, 44 :505–512, 2007.
- [74] C. Hof, B. Jeanneret, A. Eichenberger, F. Overney, M.W. Keller, and M.J. Dalberth. Manipulating single electrons with a seven junction pump. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 54(2) :670–672, 2005.
- [75] R.L. Klautz, M.W. Keller, and J.M. Martinis. Leakage and counting errors in a seven junction electron pump. *Phys. Rev. B*, 60(11) :1–14, 1999.
- [76] P. Wahlgren, P. Delsing, T. Claeson, and D.B. Haviland. Effect of the electromagnetic environment on coulomb blockade devices : model, experiments, and method of analysis. *Phys. Rev. B*, 57(4) :2375–2381, 1998.
- [77] A.B. Zorin, S.V. Lotkhov, H. Zangerle, and J. Niemeyer. Coulomb blockade and cotunneling in single electron circuits with on-chip resistors : towards the implementation of r-pump. *J. Appl. Phys.*, 88(5) :2665–2669, 2000.
- [78] D.S. Golubev and A.D. Zaikin. Charge fluctuations in systems of mesoscopic tunnel junctions. *Phys. Lett. A*, 169 :475–482, 1992.
- [79] V. Bujanja. Analytic results for the cotunneling current in the double junction system in series with rc line. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 69(12) :3932–3936, 2000.
- [80] V. Bujanja. Influence of electromagnetic environment on the accuracy of the single electron pump. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 71(6) :1501–1505, 2002.
- [81] H.E. van der Brom *et al.* Counting electrons one by one - overview of a joint research project. *IEEE Trans. Instrum. & Meas.*, 52 :584, 2003.
- [82] S.V. Lotkhov, S.A. Bogoslovsky, A.B. Zorin, and J. Niemeyer. Operation of a three-junction single-electron pump with on-chip resistors. *Appl. Phys. Lett.*, 78(7) :946–948, 2001.
- [83] N. Feltin, L. Devoille, F. Piquemal, S.V. Lotkhov, and A.B. Zorin. Progress in measurements of a single electron pump by means of a ccc. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 52(2) :599–603, 2003.
- [84] H. Scherer, S.V. Lotkhov, G.D. Willenberg, and A.B. Zorin. Steps toward a capacitance standard based on single electron counting at ptb. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 54(2) :666–669, 2005.
- [85] J. Bylander, T. Duty, and P. Delsing. Current measurement by real-time counting of single electrons. *Nature*, 434 :361–364, 2005.
- [86] J. Ebbecke, N.E. Fletcher, F.J. Ahlers, A. Hartland, and T.J.B.M. Janssen. Study of the limitations of the quantized acoustic current technique at ptb and npl. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 52(2) :594–598, 2003.
- [87] A.M. Robinson and C.H.W. Barnes. Classical dynamics of electrons in quantized acoustoelectric current devices. *Phys. Rev. B*, 63 :165418, 2001.
- [88] B. Kaestner, V. Kashcheyers, S. Amakawa, L. Li, M.D. Blumenthal, T.J.B.M. Janssen, G. Hein, K. Pierz, T. Weimann, U. Siegner, and H.W. Schumacher. Single parameter non adiabatic quantized charge pumping. *arXiv :cond-mat*, page 0707.0993v1, 2007.
- [89] M.D. Blumenthal, B. Kaestner, L. Li, S. Giblin, T.J.B.M. Janssen, M. Pepper, D. Anderson, G. Jones, and D.A. Ritchie. Gigahertz quantized charge pumping. *Nature Phys.*, 3 :343–347, 2007.
- [90] A.O. Niskanen, J.P. Pekola, and H. Seppa. Fast and accurate single island charge pump : implementation of a cooper pair pump. *Phys. Rev. Lett.*, 91(17) :177003, 2003.

- [91] A.O. Niskanen, J.M. Kivioja, H. Seppa, and J.P. Pekola. Evidence of cooper-pair pumping with combined flux and voltage control. *Phys. Rev. B*, 71 :012513, 2005.
- [92] J.J. Vartiainen, M. Möttönen, J.P. Pekola, and A. Kemppinen. Nanoampere pumping of cooper pairs. *Appl. Phys. Lett.*, 90 :082102, 2007.
- [93] J.P. Pekola, J.J Vartiainen, M. Möttönen, O.P. Saira, M. Meschke, and D.V. Averin. Hybrid single-electron transistor as a source of quantized electric current. *arXiv :cond-mat*, page 0708.1995v2, 2007.
- [94] N.M. Zimmerman and M.W. Keller. Electrical metrology with single electrons. *Meas. Sci. Technol.*, 14 :1237–1242, 2003.
- [95] G.J. Dolan. Offset masks for lift-off photoprocessing. *Appl. Phys. Lett.*, 31(5) :337–339, 1977.
- [96] M. Tinkham. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, 1996.
- [97] J. Clarke and A.I. Braginski, editors. *The SQUID Handbook, vol.1 Fundamentals and technology of SQUIDS and SQUIDS systems*. Wiley-VCH, 2004.
- [98] R.L. Fagaly. Superconducting quantum interference device instruments and applications. *Rev. Sci. Instrum.*, 77 :101101, 2006.
- [99] C.D. Tesche and J. Clarke. Dc squid : noise and optimization. *J. Low Temp. Phys.*, 29(3/4) :301–330, 1977.
- [100] E. Bartolome. *Cryogenic current comparators with optimum SQUID readout*. PhD thesis, University of Twente / University of Zaragoza, 2002.
- [101] J. Clarke and A.I. Braginski, editors. *The SQUID Handbook, vol.2 Applications*. Wiley-VCH, 2006.
- [102] I.K. Harvey. A precise low temperature dc ratio transformer. *Rev. Sci. Instrum.*, 43(11) :1626–1629, 1972.
- [103] D.B. Sullivan and R.F. Dziuba. Low temperature direct current comparator. *Rev. Sci. Instrum.*, 45(4) :517–519, 1974.
- [104] K. Grohmann, H.D. Hahlbohm, H. Lübbig, and H. Ramin. Construction principles and properties of ironless dc and ac current comparators with superconducting shields. *PTB Mitt.*, 83 :313–318, 1973.
- [105] H. Seppa. The ratio error of the overlapped-tube cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, IM-39 :689–697, 1990.
- [106] J. Sesé, F. Lera, A. Camon, and C. Rillo. Calculation of effective inductances of superconducting devices. application to the cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Appl. Supercon.*, 9(1) :58–62, 1999.
- [107] C. Rillo, J. Sese, E. Bartolome, J. Flokstra, A. Camon, and G. Rietveld. On the sensitivity of cryogenic current comparators : theory and experiments. *Metrologia*, 40 :51–56, 2003.
- [108] F. Gay, F. Piquemal, and G. Genevès. Ultra low noise current amplifier based on a cryogenic current comparator. *Rev. Sci. Instrum.*, 71 :4592–4595, 2000.
- [109] G. Frossati. *Obtention d’ultrabasses températures en régime continu, par dilution $^3\text{He} - ^4\text{He}$ classique. Application aux méthodes de réfrigération transitoire. Thermométrie de quelques systèmes physiques*. Sciences physiques, Université scientifique et médicale, Grenoble, 1978.
- [110] R.C. Richardson and E.N. Smith, editors. *Experimental techniques in condensed matter physics at low temperatures*. Addison-Wesley publishing.
- [111] Y. De Wilde, F. Gay, F. Piquemal, and G. Genevès. Measurements of single electron transistor devices combined with a ccc : progress report. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 50(2) :231–234, 2001.
- [112] A.B. Zorin. The thermocoax cable as the microwave frequency filter for single electron circuits. *Rev. Sci. Instrum.*, 66(8) :4296–4300, 1995.
- [113] D. Vion, P.F. Orfila, P. Joyez, D. Estève, and M.H. Devoret. Miniature electrical filters for single electron devices. *J. Appl. Phys.*, 77(6) :2519–2524, 1995.

- [114] H. le Sueur and P. Joyez. Microfabricated electromagnetic filters for millikelvins experiments. *Rev. Sci. Instrum.*, 77 :115102, 2006.
- [115] C. Wasshuber, H. Kosina, and S. Selberherr. Simon a simulator for single-electron tunnel devices and circuit. *IEEE Trans. Comp. Aided Design of Integ. Circ. and Sys.*, 16(9) :937–944, 1997.
- [116] Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure. Technical report, AFNOR/CEN, 1995.
- [117] D.W. Allan. Should the classical variance be used as a basic measure in standards metrology? *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 36(2) :646–654, 1987.
- [118] T.J. Witt. Using the allan variance and power spectral density to characterize dc nanovoltmeters. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 50(1) :445–448, 2001.
- [119] Hamilton technical services. *Stable 32 frequency stability analysis, user manual*, 2007.
- [120] D.A. Howe, D.W. Allan, and J.A. Barnes. Properties of signal sources and measurements methods. *Proc. 35th Ann. Freq. Control Symposium*, page NJ 07703, 1981.
- [121] R.J. Schoelkopf, P. Wahlgren, A.A. Kozhvnikov, P. Delsing, and D.E. Prober. The radio frequency single-electron transidtor (rf-set) : a fast and ultrasensitive electrometer. *Science*, 280 :1238–1242, 1998.
- [122] G. Zimmerli, T.M. Eiles, R.L. Kautz, and J.M. Martinis. Noise in the coulomb blockade electrometer. *Appl. Phys. Lett.*, 61 :237–239, 1992.
- [123] J.M. Shilton, D.R. Mace, V.I. Talyanskii, Y. Galperin, M.Y. Simmons, M. Pepper, and D.A. Ritchie. On the acoustoelectric current in a one-dimensional channel. *J. Phys. Condens. Matter*, 8 :L337–L343, 1996.
- [124] V.I. Talyanskii, J.M. Shilton, M. Pepper, C.G. Smith, C.J.B. Ford, E.H. Linfield, D.A. Ritchie, and G.A.C. Jones. Single-electron transport in a one-dimensional channel by high-frequency surface acoustic waves. *Phys. Rev. B*, 56(23) :15180–15184, 1997.
- [125] K. Flensberg, Q. Niu, and M. Pustilnik. Nonadiabicity and single-electron transport driven by surface acoustic waves. *Phys. Rev. B*, 60(24) :R16291–R16294, 1999.
- [126] N.E. Fletcher, J. Ebbecke, T.J.B.M. Janssen, F.J. Ahlers, M. Pepper, H.E. Beere, and D.A. Ritchie. Quantized acoustoelectric current transport through a static quantum dot using a surface acoustic wave. *Phys. Rev. B*, 68 :245310, 2003.
- [127] J. Ebbecke, N.E. Fletcher, T.J.B.M. Janssen and F.J. Ahlers, M. Pepper, H.E. Beere, and D.A. Ritchie. Quantized charge pumping through a quantum dot by surface acoustic waves. *Appl. Phys. Lett.*, 84(21) :4319–4321, 2004.
- [128] F.J. Ahlers, N.E. Fletcher, J. Ebbecke, and T.J.B.M. Janssen. Quantised acoustic current through a static quantum dot. In *2004 conference on precision measurements digest*, pages 310–311, 2004.
- [129] J.P. Pekola, K.P. Hirvi, J.P. Kauppinen, and M.A. Paalanen. Thermometry by arrays of tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 73(21) :2903–2906, 1994.
- [130] K.P. Hirvi, J.P. Kauppinen, A.N. Korotkov, M.A. Paalanen, and J.P. Pekola. Arrays of normal metal tunnel junctions in weak coulomb blockade regime. *Appl. Phys. Lett.*, 57(14) :2096–2098, 1995.
- [131] Sh. Farhangfar, K.P. Hirvi, J.P. Kauppinen, J.P. Pekola, J.J. Toppari, D.V. Averin, and A.N. Korotkov. Arrays of normal metal tunnel junctions in weak coulomb blockade regime. *J. Low Temp. Phys.*, 108(1/2) :191–215, 1997.
- [132] H. Preston-Thomas. The international temperature scal of 1990 (its-90. *Metrologia*, 27 :3–10, 1990.
- [133] L.F. Spietz. *The shot noise thermometer*. PhD thesis, Yale University, 2006.
- [134] T. Bergsten, T. Claeson, and P. Delsing. Coulomb blockade thermometry usibg a two-dimensional array of tunnel junctions. *J. Appl. Phys.*, 86(7) :3844–3847, 1999.

-
- [135] L. Spietz, K.W. Lehnert, I. Siddiqi, and R.J. Schoelkopf. Primary electronic thermometry using the shot noise of a tunnel junction. *Science*, 300 :1929–1932, 2003.
- [136] N. Feltin, L. Devoille, B. Steck, F. Piquemal, C. Ulysse, and Y. Jin. Un nouvel outil pour la métrologie électrique : le dispositif à un électron. *Revue française de métrologie*, 2005-2(2) :11, 2005.

Application en métrologie électrique de dispositifs monoélectroniques : vers une fermeture du triangle métrologique

Dans l'optique d'une modification du système international d'unités (SI), le LNE développe l'expérience du triangle métrologique (ETM). Cette expérience consiste à appliquer la loi d'Ohm à l'aide des effets Hall quantique pour la résistance, Josephson pour la tension et tunnel à un électron (SET) pour le courant. L'objectif est d'augmenter notre connaissance de la cohérence des constantes impliquées dans ces phénomènes.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés dans cette thèse à la possibilité d'utiliser les pompes à électrons de type R à 3 jonctions de façon métrologique autour de 10 pA. Notre montage expérimental est conçu afin de mesurer le courant quantifié généré par le dispositif en utilisant un comparateur cryogénique de courants (CCC). Les principaux résultats ont été obtenus avec une pompe fabriquée par la PTB couplée à un CCC connecté en contre-réaction interne, *i.e.* utilisé comme un amplificateur de courant et ne donnant qu'une valeur relative du courant. Ces expériences ont permis de montrer l'existence de marches de courant jusqu'à environ 16 pA et une stabilité du courant généré par le dispositif sur des temps longs, indépendamment de la fréquence de pompage jusqu'à 100 MHz. Le niveau de bruit blanc est de 10-15 fA/Hz^{1/2} et, après 7 heures de mesure à une fréquence de 100 MHz, une incertitude relative de type A de 4.10^{-6} a été atteinte.

La dernière partie de ce travail présente la première réalisation directe de l'ETM. Dans ce cas, le courant généré par la pompe traverse une résistance étalonnée et la tension aux bornes de celle-ci est comparée à la tension délivrée par un réseau Josephson. Les premiers résultats qui sont présentés semblent prometteurs.

Mots-clés : *Mesures physiques, constantes physiques, incertitude de mesure, effet tunnel, interaction électron-électron, système métrique, bruit électromagnétique. Blocage de Coulomb, comparateur cryogénique de courants (CCC), triangle métrologique, mesure de faibles courants, métrologie électrique*

Study of single electron tunneling devices for electrical metrology : a contribution to the metrological triangle experiment

In the perspective of a modification of the Système international d'unités (SI), LNE is developing the metrological triangle experiment (MTE). This experiment consists in applying Ohm's law with three quantum phenomena : quantum Hall effect for resistance, Josephson effect for voltage and the single electron tunneling effect (SET) for the current in order to improve our knowledge of the coherence of the constants involved in these effects. In this framework, we investigated in this thesis the ability of a 3 junctions R-pump to have metrological properties up to 10 pA. Our experimental set-up is designed to have a direct measurement of the quantized current generated by the pump using a Cryogenic Current Comparator (CCC).

The main results presented were obtained with a PTB made R-pump with a CCC used in internal feedback, *i.e.* used only as an amplifier of current, then giving only a relative value of the current. With these experiments we observed current steps up to about 16 pA and long term measurements showed that the pumping frequency had no effect on the type A uncertainty of the current generated by the pump up to 100 MHz. In this case, the measured white noise level is roughly 10-15 fA/Hz^{1/2}. After 7 hours of measurement with a pumping frequency of 100 MHz, we achieved a relative type A uncertainty of 4 parts in 10⁶.

The last part of the thesis is dedicated to the first direct realization of the MTE. In this experiment, the current generated by the pump flows through a calibrated resistor and the voltage drop at its terminals is compared to the voltage generated by a Josephson array. The first measurements are presented and look promising.

Keywords : *Coulomb blockade, electrical metrology, cryogenic current comparator (CCC), low currents measurements, metrological triangle, uncertainty of measurement, fundamental constants*

Discipline : électronique et micro-électronique

GREYC : *Groupe de Recherche en Informatique, Image, Automatique et Instrumentation de Caen (UMR 6072)*
6, Boulevard du Maréchal Juin, 14050 CAEN

LNE : *Laboratoire national de métrologie et d'essais*
29, av. R. Hennequin, 78197 TRAPPES