



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation tridimensionnelle des interactions champ électromagnétique – corps humain en basses fréquences

Le Ha Hoang

► **To cite this version:**

Le Ha Hoang. Contribution à la modélisation tridimensionnelle des interactions champ électromagnétique – corps humain en basses fréquences. Energie électrique. Ecole Centrale de Lyon, 2007. Français. NNT: . tel-00203230

**HAL Id: tel-00203230**

**<https://theses.hal.science/tel-00203230>**

Submitted on 9 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : E.C.L.2007–32

Année : 2007

# THESE

Présenté à

L'Ecole Centrale de Lyon

pour l'obtention du

DIPLÔME DE DOCTORAT

Spécialité : ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE

Soutenue publiquement le 29 novembre 2007

par

Le Ha HOANG

---

CONTRIBUTION A LA MODELISATION  
TRIDIMENSIONELLE DES INTERACTIONS  
CHAMP ELECTROMAGNETIQUE – CORPS  
HUMAIN EN BASSES FREQUENCES

---

JURY :	M. Javad FOULADGAR	Président et Rapporteur
	M. Gérard MEUNIER	Rapporteur
	M. Noël BURAS	Examineur
	M. Alain NICOLAS	Directeur de thèse
	M. Riccardo SCORRETTI	Directeur de thèse



D'abord, je tiens des remerciements à Alain, Noël et Riccardo pour m'avoir bien accueilli au Laboratoire Ampère, pour m'avoir fait confiance et pour m'avoir apporté leur soutien et leurs conseils scientifiques durant ces trois années de thèse. Je les remercie aussi pour m'avoir offert une occasion de réaliser et terminer mes études supérieures à l'Ecole Centrale de Lyon.

Je remercie très sincèrement Riccardo pour tout ce qu'il a fait pour faciliter mon intégration et ma vie individuelle à Lyon. Je le remercie pour toute l'attention qu'il m'a donnée et pour ses aides efficaces dans toutes mes démarches administratives et scientifiques.

Enfin, je remercie les doctorants, chercheurs et administratifs qui m'ont aidé dans mon travail au sein de laboratoire Ampère, Ecole Centrale de Lyon et Université Claude Bernard Lyon 1.



# Résumé de la thèse

Le corps humain est de plus en plus exposé à une pollution électromagnétique résultant de l'utilisation croissante de l'électricité. Bien que les conséquences sur la santé ne soient pas clairement établies, des réglementations européennes précisent notamment des valeurs de champ magnétique H, de champ électrique E, et de densité J de courants induits dans le corps à ne pas dépasser. Par ailleurs, le transport de l'énergie électrique attire l'attention depuis longtemps en raison des valeurs très importantes des grandeurs électriques. Compte tenu des difficultés liées à la mesure invasive de champs et de courant dans le corps, ce travail de thèse est consacré à la modélisation numérique 3D par Eléments Finis de ces phénomènes induits à la fréquence industrielle (50 ou 60 Hz).

L'étude bibliographique fait le point sur les effets des champs sur la santé à court et long terme, les méthodes numériques et expérimentales utilisées pour la dosimétrie, et les caractéristiques électriques macroscopiques des organes.

Partant des Equations de Maxwell, les deux formulations « classiques » (électro-quasi-statique, et  $\phi - A$ ) sont mis en œuvre pour simuler séparément les effets des champs E et H sur des géométries simples. Les résultats mettent en évidence certaines contraintes liées aux conditions d'exposition, à la présence du sol et aux caractéristiques du corps humain.

Puis une formulation unifiée est développée à partir des travaux d'A. Bossavit, et permet de prendre en compte l'exposition simultanée aux champs électrique et magnétique. Cette formulation est associée à une démarche en plusieurs étapes avec différents domaines d'étude (extérieur du corps, corps seul), des conditions d'interface, et des conditions aux limites spécifiques. Diverses simulations réalisées sur un modèle anatomique de corps humain illustrent les effets séparés et combinés des deux champs sur la répartition des courants induits.

Des comparaisons avec les résultats obtenus par d'autres équipes de recherche avec d'autres méthodes numériques et modèles du corps humain, apportent une certaine validation en l'absence de résultats expérimentaux. Finalement, l'utilisation du modèle est illustrée pour les travailleurs sous tension sur les lignes.

# Abstract

The human body is more and more exposed to the “electrosmog”, due to increasing usage of electricity. Although the consequence of such a pollution on the human health have not been clearly established, European standards define some maximum values for the magnetic field H, the electrical field E, and the resulting induced current density J, which have not to be exceeded in the human body. Besides, the transport of electrical energy is focusing the concerns since a long time, due to the very high levels of all the electrical quantities. As invasive measurements of electromagnetic fields and current density in the body are vary difficult, this PhD thesis is devoted to 3D Finite Element modelling of induced phenomena in the human body at power frequencies (50 or 60 Hz).

The bibliography presents the state of the art on short-time and long time effects of electromagnetic fields on the human health, experimental and numerical methods used in dosimetry of electromagnetic phenomena, and on the macroscopic electrical quantities (conductivity and permittivity) of the organs.

Starting from Maxwell equations, the two “classical” formulation (dielectric, and  $\phi$ -A) are implemented, so as to simulate separately the effects of E and H fields on simple geometries. The results put in evidence some constraints, concerning the exposure conditions, the presence of the soil and electrical properties of the human body.

Then, a unified formulation has been developed from the work of A. Bossavit, and allows taking into account the simultaneous exposure to the E and H fields. The modelling associated with this formulation requires three steps, each of one having its own domain of resolution (the space out of the body, the only body), interface conditions and boundary conditions. Several simulations with an anatomical model of the body illustrate the independent and simultaneous effects of the two fields E and H on the distribution of induced currents.

Comparisons with results obtained by researchers of other groups by using other numerical methods and models of the human body, take to this work a kind of validation (at present time no experimental validation is available). Finally, this modelling has been used to illustrate the case of workers operating with electrical power lines.

# Table des matières

<b>NOTATIONS .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>3</b>
<b>CHAPITRE 1 - ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Introduction. ....</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Niveaux de champs rayonnés.....</b>	<b>5</b>
<b>1.3. Effets des champs sur la santé .....</b>	<b>8</b>
1.3.1. Effets à court terme.....	8
1.3.2. Effets à long terme.....	9
1.3.2.1. Etudes épidémiologiques.....	10
1.3.2.1.1. Champs magnétiques et cancer chez l'enfant.....	10
1.3.2.1.2. Champs magnétiques et cancer chez l'adulte.....	12
1.3.2.2. Etudes expérimentales chez l'animal.....	14
<b>1.4. Contexte normatif.....</b>	<b>14</b>
<b>1.5. Mesure des micro-courants induits. ....</b>	<b>17</b>
<b>1.6. Modélisation numérique des phénomènes induits dans le corps humain .....</b>	<b>18</b>
1.6.1 Modèles géométriques du corps humain.....	18
1.6.2 Propriétés électromagnétiques des organes.....	22
1.6.3 Méthodes numériques pour la dosimétrie .....	24
1.6.3.1 Méthode des différences finies .....	24
1.6.3.1.1 Méthode des différences finies dans le domaine du temps (FDTD).....	26
1.6.3.1.2 Méthode des différences finies en potentiel scalaire (SPFD).....	28
1.6.3.2 Méthode des impédances.....	28
1.6.3.3 Méthode des éléments finis .....	30
<b>1.7. Conclusions.....</b>	<b>32</b>
<b>CHAPITRE 2 - ETUDE ET APPLICATIONS DES FORMULATIONS</b>	
<b>"CLASSIQUES" .....</b>	<b>33</b>
<b>2.1. Introduction .....</b>	<b>33</b>
<b>2.2. Formulation diélectrique pour la simulation d'exposition au champ électrique E.....</b>	<b>34</b>
2.2.1 Approximations, hypothèses et application de la formulation diélectrique dans le contexte de l'exposition humaine.....	34
2.2.2 Formulation forte.....	35
2.2.3 Formulation faible.....	37
2.2.4 Implémentation par la méthode des éléments finis .....	39
2.2.5 Validations de la formulation diélectrique .....	41
2.2.5.1 Validation avec une sphère.....	41
2.2.5.2 Influence des valeurs de conductivité et permittivité de la sphère .....	48
2.2.5.3 Vers une modélisation plus réaliste .....	49
2.2.6 Influence du sol.....	53
2.2.7 Corps humain à potentiel flottant.....	58



<b>2.3.</b>	<b>Formulation <math>\phi - A</math> pour la simulation d'exposition au champ magnétique H.....</b>	<b>60</b>
2.3.1	Approximations, hypothèses et applications de la formulation $\phi - A$ .....	60
2.3.2	Formulation forte .....	61
2.3.3	Formulation faible.....	63
2.3.4	Implémentation par la méthode des éléments finis .....	63
2.3.5	Validation de la formulation $\phi - A$ .....	64
2.3.5.1	Validation avec une sphère.....	64
2.3.5.2	Vers une modélisation plus réaliste .....	68
2.3.6	Influence du sol.....	70
<b>2.4.</b>	<b>Conclusions.....</b>	<b>75</b>
<b>CHAPITRE 3 - DEVELOPPEMENT D'UNE FORMULATION COUPLEE POUR UNE EXPOSITION SIMULTANEE AUX CHAMPS E ET H.....</b>		<b>77</b>
<b>3.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>77</b>
<b>3.2</b>	<b>Approximations et hypothèses de la formulation couplée.....</b>	<b>77</b>
<b>3.3</b>	<b>Formulation forte [B93]. .....</b>	<b>78</b>
<b>3.4</b>	<b>Formulation faible .....</b>	<b>81</b>
<b>3.5</b>	<b>Implémentation par la méthode des éléments finis.....</b>	<b>83</b>
<b>3.6</b>	<b>Validations.....</b>	<b>84</b>
<b>3.7</b>	<b>Modification de la formulation couplée .....</b>	<b>90</b>
<b>3.8</b>	<b>Signification du terme source électrique.....</b>	<b>92</b>
<b>3.9</b>	<b>Validation .....</b>	<b>94</b>
<b>3.10</b>	<b>Conclusions.....</b>	<b>106</b>
<b>CHAPITRE 4 - APPLICATIONS A DES SITUATIONS D'EXPOSITION REELLE</b>		<b>107</b>
<b>4.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>107</b>
<b>4.2</b>	<b>Comparaisons avec d'autres méthodes numériques.....</b>	<b>107</b>
<b>4.3</b>	<b>Application à un cas réel.....</b>	<b>113</b>
<b>4.4</b>	<b>Conclusions.....</b>	<b>117</b>
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>		<b>119</b>
<b>ANNEXE .....</b>		<b>121</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>		<b>127</b>

# Notations

Symbole	Grandeur	Unité	Abréviation
$\vec{E}$	Champ électrique	Volt/mètre	V.m <sup>-1</sup>
$\vec{D}$	Induction électrique	Coulomb/mètre carré	C.m <sup>-2</sup>
$\vec{H}$	Champ magnétique	Ampère/mètre	A.m <sup>-1</sup>
$\vec{B}$	Induction magnétique	Tesla	T
$\phi$	Potentiel scalaire électrique	Volt	V
$\vec{A}$	Potentiel vecteur magnétique	Weber/mètre	Wb.m <sup>-1</sup>
$\epsilon$	Permittivité	Farad/mètre	F.m <sup>-1</sup>
$\epsilon_0$	Permittivité dans le vide	Farad/mètre	F.m <sup>-1</sup>
$\epsilon_r$	Permittivité relative		
$\mu$	Perméabilité magnétique	Henry/mètre	H.m <sup>-1</sup>
$\mu_0$	Perméabilité magnétique dans le vide	Henry/mètre	H.m <sup>-1</sup>
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative		
$f$	Fréquence	Hertz	Hz
$\omega = 2\pi f$	Pulsation	Radian	
$j = \sqrt{-1}$	Unité imaginaire		
$I$	Courant	Ampère	A
$\vec{J}$	Densité de courant	Ampère/mètre carré	A.m <sup>-2</sup>
$\vec{J}_i$	Densité de courant induit	Ampère/mètre carré	A.m <sup>-2</sup>
$\vec{J}_c$	Densité de courant de conduction	Ampère/mètre carré	A.m <sup>-2</sup>
$\vec{J}_d$	Densité de courant de déplacement	Ampère/mètre carré	A.m <sup>-2</sup>
$\Omega$	Région volumique		
$\Gamma = \partial\Omega$	Frontière de la région volumique		
$\sigma$	Conductivité électrique	Siemens/mètre	S.m <sup>-1</sup>
$\rho$	Densité de charge	Coulomb/mètre cube	C.m <sup>-3</sup>



# Introduction générale

De nos jours, l'homme est exposé à une pollution électromagnétique qui résulte de l'utilisation toujours croissante de l'énergie électrique dans une large gamme de fréquences. En Basses Fréquences, on considère généralement qu'un champ électromagnétique (champ électrique E et/ou magnétique H) induit des micro-courants dans le corps humain. Selon l'OMS (Organisation Mondiale de la Santé), "*dans l'environnement habituel, l'intensité des courants induits dans l'organisme est pratiquement toujours trop faible pour avoir des effets marqués*" [OMS]. Dans l'environnement professionnel, bien que les conséquences sur la santé ne soient pas clairement prouvées, des normes européennes définissent des *valeurs de référence* maximales pour le champ électrique E et le champ magnétique H, et des *restrictions de base*<sup>1</sup> sur l'intensité de courant induit J. Le non-dépassement des valeurs de référence des champs E et H est une condition conservative, et suffit pour garantir la conformité aux normes. Cependant, le dépassement de ces valeurs de référence est admis, à condition de prouver que les restrictions de base sont respectées [ICNI98]. A l'heure actuelle, la technologie ne permet pas encore de mesurer directement ces micro-courants induits à l'intérieur du corps humain. La simulation numérique est donc le seul moyen pour les quantifier.

Partant des équations de Maxwell, plusieurs modèles, formulations et méthodes numériques sont utilisés en fonction des gammes de fréquences (méthode des éléments finis, méthodes des différences finies,...). En basses fréquences, deux formulations basées sur le découplage des champs électrique E et magnétique H peuvent être appliquées :

+ La formulation  $\phi - A$  pour simuler les effets inductifs, le champ H seul est engendré par une source de courant. Dans ce cas, seules la conductivité électrique  $\sigma$  et la perméabilité relative  $\mu_r$  des « matériaux » qui composent le corps humain sont prises en compte. Cette formulation est à priori appliquée pour *les systèmes basse tension-fort courant*.

+ La formulation "diélectrique" ou "électro quasi statique" pour simuler les effets capacitifs, le champ E seul est engendré par une source de tension. Dans ce cas, la conductivité électrique  $\sigma$  et la permittivité relative  $\epsilon_r$  des tissus du corps jouent un rôle

---

<sup>1</sup> Restriction de base : les valeurs limites d'exposition aux champs électriques, champs magnétiques ou électromagnétiques, qui sont établies directement à partir des effets sur la santé avérés [ICNI01]

important. Cette formulation est à priori utilisée pour *les systèmes haute tension- faible courant*.

L'objectif de nos travaux est d'aboutir à une formulation « unifiée » permettant de modéliser les phénomènes induits à *la fréquence industrielle 50 Hz* dans le corps humain simultanément par un champ électrique ET un champ magnétique, *avec une attention particulière pour des lignes haute tension*.

Dans le premier chapitre, afin de bien situer le contexte de nos travaux, nous avons effectué des études bibliographiques sur « les effets des champs électromagnétiques sur la santé », sur les méthodes numériques et expérimentales utilisées pour la dosimétrie ainsi que sur les caractéristiques diélectriques spécifiques des organes du corps humain.

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié et mis en œuvre en Eléments Finis 3D les deux formulations « classiques » qui servent à simuler séparément les effets inductifs et capacitifs induits sur le corps humain. Diverses comparaisons ont été effectuées sur des géométries simples avec des solutions analytiques et/ou le logiciel Flux3d. Ce chapitre permet de mettre en évidence certaines difficultés (de mise en œuvre et/ou de précision numérique) liées aux conditions d'exposition, à la présence du sol et aux caractéristiques du corps humain.

Dans le troisième chapitre, nous avons développé une méthodologie basée sur une formulation couplée (ou unifiée) issue des travaux de A. Bossavit. Cette formulation permet de prendre en compte simultanément les effets inductifs et capacitifs, et de limiter certaines anomalies numériques. Pour cela, nous avons également mis en œuvre des modules Eléments Finis 3D. Diverses simulations numériques ont été réalisées, d'une part sur des géométries simples, et d'autre part, sur un modèle anatomique réaliste du corps humain comportant les principaux organes. Certaines comparaisons, notamment par rapport à des résultats obtenus avec les formulations « classiques », permettent de valider cette formulation (en l'absence de résultats expérimentaux), et de visualiser les influences respectives des deux champs sur les courants induits.

Dans le dernier chapitre, nous avons comparé les résultats obtenus avec cette formulation unifiée sur le modèle anatomique du corps humain, avec ceux issus d'autres équipes de recherches (qui utilisent des méthodes numériques différentes). Enfin nos modules de calcul ont été utilisés pour simuler un cas réaliste d'exposition à une ligne électrique.

# Analyse bibliographique

## 1.1. Introduction.

Ce premier chapitre est consacré à l'étude des interactions entre le champ électromagnétique de fréquence industrielle (50 Hz) et le corps humain, et à une présentation rapide des méthodes numériques utilisées en général pour calculer les phénomènes induits dans le corps humain. L'être humain vit dans un « environnement électromagnétique ». Bien que les effets à court terme d'une telle exposition soient assez bien connus, la communauté scientifique n'est pas unanime en ce qui concerne les effets à long terme sur la santé.

Quelques recherches réalisées suggèrent l'existence d'une corrélation entre l'exposition au champ électromagnétique et la santé humaine, et plus en particulier en ce qui concerne la leucémie chez l'enfant [WL79], et la leucémie et le cancer du cerveau chez les travailleurs des métiers de l'électricité [TGM94], [SL95]. Cependant, nous verrons dans la suite que d'autres recherches plus récentes réalisées aux Etats - Unis, au Canada, et en France [LHK97], [MGT99], [LAN99] fournissent des résultats discordants, et ne permettent pas de tirer une conclusion sur l'association entre le champ électromagnétique et ces maladies.

## 1.2. Niveaux de champs rayonnés.

Les champs électromagnétiques se composent de deux champs, qui en basses fréquences sont partiellement découplés : le champ électrique E et le champ magnétique H. Dans la vie quotidienne, nous vivons toujours dans un environnement électromagnétique, créé par des sources naturelles et artificielles. Les champs électromagnétiques naturels sont souvent des champs statiques. Des valeurs communes de champ électrique « naturel » sont de l'ordre de 100 – 200 (V.m<sup>-1</sup>), mais elles peuvent monter jusqu'à 10 (kV.m<sup>-1</sup>) pendant des orages. Le champ magnétique terrestre est d'environ 50 (μT) [SCO03]. En revanche, les champs électromagnétiques artificiels sont pour la plupart alternatifs.

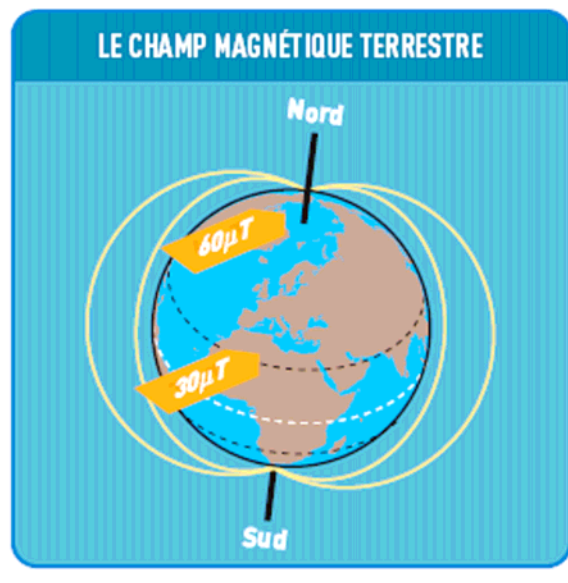


Fig 1.1: Champ magnétique terrestre [EDF]

Le champ magnétique est généré par le passage de courant et le champ électrique provient de l'accumulation de charge électrique, dans l'environnement quotidien. Les réseaux de haute tension constituent la principale source de champ électrique, et les appareils industriels et domestiques constituent la principale source de champ magnétique. Le champ magnétique 50/60 Hz des réseaux électriques est proportionnel au courant parcourant les conducteurs mais il décroît rapidement de manière inversement proportionnelle à la distance des conducteurs ( $1/d^2$ ). En ce qui concerne les appareils électroménagers, leurs champs décroissent de manière similaire ( $1/d^2$ ). Le champ électrique des réseaux électriques décroît aussi rapidement lorsque l'on s'éloigne des câbles ( $1/d$ ) (voir annexe). Les tableaux 1.1 et 1.2 donnent les ordres des grandeurs du champ électrique et du champ magnétique [EDF].

Tab 1.1: Ordres de grandeur des champs électromagnétiques des lignes aériennes [EDF].

Champs Lignes aériennes	Champ électrique (V/m)	Induction magnétique ( $\mu$ T)
400 kV	(1) – 5000	(1) – 30
	(2) – 2000	(2) – 12
	(3) – 200	(3) – 1,2
225 kV	(1) – 3000	(1) – 20
	(2) – 400	(2) – 3
	(3) – 40	(3) – 0,3
90 kV	(1) – 1000	(1) – 10
	(2) – 100	(2) – 1
	(3) – 10	(3) – 0,1
20 kV	(1) – 250	(1) – 6
	(2) – 10	(2) – 0,2
	(3) – Négligeable	(3) – Négligeable
230 V	(1) – 9	(1) – 0,4
	(2) – 0,3	(2) – Négligeable
	(3) – Négligeable	(3) – Négligeable

(1) – sous la ligne ; (2) – à 30 m de l'axe ; (3) – à 100 m de l'axe

Tab 1.2: Champ magnétique moyen rayonné par certains appareils domestiques [HQ].

Source de champs magnétique	Induction magnétique
Téléviseurs	0,2 $\mu$ T à 60 cm
	0,7 $\mu$ T à 30 cm
Sèche – cheveux	0,1 $\mu$ T à 30 cm
	30 $\mu$ T à 15 cm
Fer à repasser	0,1 $\mu$ T à 30 cm
	0,8 $\mu$ T à 15 cm
Ecran de micro – ordinateur	0,5 $\mu$ T à 30 cm
	1,4 $\mu$ T à 15 cm



### 1.3. Effets des champs sur la santé

#### 1.3.1. Effets à court terme.

Dans le cadre de ce travail, nous ne traiterons que les champs électromagnétiques à la fréquence industrielle 50 ou 60 Hz. Lorsque le corps humain est exposé aux champs électriques, les champs électriques externes induisent à la surface du corps exposé une charge superficielle. Ce phénomène se traduit à l'intérieur du corps par l'apparition de courants, nécessaires pour déplacer les charges électriques à la surface du corps. Lorsque le corps humain est exposé aux champs magnétiques alternatifs, l'interaction physique champs magnétiques 50 Hz – corps humain crée des champs électriques induits, et provoque un courant induit à l'intérieur du corps humain.

L'exposition à un champ électrique peut amener les sujets exposés à percevoir ce champ, du fait de la vibration des poils provoqués par la charge électrique alternative induite à la surface du corps. La plupart des gens sont capables de percevoir des champs électriques de 50/60 Hz d'intensité supérieure à  $20 \text{ kV.m}^{-1}$  et seule une infime minorité peut percevoir des champs d'intensité inférieure à  $5 \text{ kV.m}^{-1}$  [ICNI01].

Les courants induits par des champs magnétiques alternatifs (pour les valeurs d'exposition usuellement rencontrées) sont de faible intensité et ne sont pas perceptibles. Par contre, l'exposition à des champs magnétiques intenses peut provoquer des perceptions immédiates. Les seuils de perception en fonction de la densité de courant induit, et en fonction de champs magnétiques retenus par l'OMS se trouvent dans le tableau 1.3.

L'exposition à des champs électriques et magnétiques combinés de 60 Hz ( $9 \text{ kV.m}^{-1}$ ,  $20 \text{ } \mu\text{T}$ ) provoque une légère modification de la fonction cardiaque. Au repos, le rythme cardiaque était légèrement mais significativement réduit (de 3 à 5 battements par minute) pendant ou immédiatement après l'exposition. Mais cette réaction n'était pas observée lors de l'exposition à des champs plus forts ( $12 \text{ kV.m}^{-1}$ ,  $30 \text{ } \mu\text{T}$ ) ou plus faible ( $6 \text{ kV.m}^{-1}$ ,  $10 \text{ } \mu\text{T}$ ) [ICNI01].

Tab 1.3: Le seuil de perception du champ magnétique [OMS]

Champ magnétique (50/60 Hz) (mT)	Densité de courant induit (mA/m <sup>2</sup> )	Le seuil de perception
0,5 – 5	1 – 10	Effets biologiques mineurs.
5 – 50	10 – 100	Effets bien établis sur le système nerveux et la vision.
50 – 500	100 – 1000	Stimulation des tissus excitables et des dommages possibles sur la santé.
> 500	> 1000	Fibrillation ventriculaire et des extrasystoles – Effets aigus.

### 1.3.2. Effets à long terme

Depuis environ 30 ans (la publication scientifique plus ancienne que nous avons trouvé date de 1979) [WL79], les effets à long terme des champs électromagnétiques sur la santé font l'objet de nombreuses recherches. La question posée de manière récurrente est : « Le champ électromagnétique est – il un agent cancérigène ? ». Les études menées jusqu'à présent peuvent se classer en deux catégories principales : études épidémiologiques chez l'homme, et études d'exposition de longue durée chez l'animal.

Les études épidémiologiques chez l'homme sont effectuées sur des groupes de personnes qui, par leur travail ou par leur habitude de vie, sont exposés à des niveaux similaires de champ. Les taux de cancer de ces groupes sont comparés entre eux, ou avec un groupe de référence (le témoin). L'intérêt de ces études est d'analyser des populations dans les conditions de vie réelles. En revanche, dans ce type d'étude, il est impossible de maîtriser l'exposition aux champs électromagnétiques sur une longue période. De plus, il est également impossible de séparer les effets reproductibles aux seuls champs, des effets de tout autre facteur auxquels la population est exposée dans la vie courante, comme des facteurs familiaux (hérédité génétique...), l'habitude de vie (régime alimentaire, tabagisme, ...) et d'autres facteurs liés à l'environnement (pollution, utilisation de produits chimiques ...).

Les études de longue durée chez l'animal sont effectuées sur des animaux en laboratoire. Dans ce cas, on peut contrôler parfaitement les niveaux d'exposition, et minimiser tout autre « facteur de perturbation » qui pourrait jouer un rôle dans le développement de cancers. Cependant, il est impossible de transposer directement à l'homme les résultats

obtenus chez les animaux ; mais, ces études nous donnent des idées sur l'interaction entre « matière vivante » et les champs électromagnétiques.

### 1.3.2.1. Etudes épidémiologiques.

#### 1.3.2.1.1. Champs magnétiques et cancer chez l'enfant

Le cancer chez l'enfant est une maladie très grave et particulièrement difficile à accepter. D'une manière générale, le cancer évolue plus rapidement chez l'enfant, en raison du taux de division cellulaire, qui est plus élevé que chez les personnes adultes. Plusieurs facteurs sont considérés comme étant à l'origine de cette maladie : anomalies génétiques, certains rétrovirus, produits chimiques, pollution... Certaines hypothèses suggèrent l'existence d'une association entre le champ magnétique et le cancer chez l'enfant, et en particulier certaines formes de leucémie, qui sont parmi les cancers les plus fréquents chez l'enfant [WL79].

Des études récentes, menées aux Etats - Unis [LHK97] au Canada [MGT99] et en Grande Bretagne [LAN99], ont utilisé deux approches pour essayer de mettre en évidence cette corrélation. La première approche consiste à comparer directement les niveaux de champs magnétiques mesurés dans les habitations. Dans la deuxième approche que les auteurs appellent « *wire codes* », on considère plutôt la densité et les caractéristiques des lignes électriques (proximité, nombre et taille des conducteurs) au voisinage des habitations.

Dans les recherches réalisées aux Etats – Unis sous la direction de Martha Linet du National Cancer Institute [LHK97], ces deux approches ont été appliquées. Selon cette étude, aucune association entre la densité des lignes électriques autour des habitations et une augmentation du risque de leucémie n'était confirmée : les auteurs trouvent un risque relatif<sup>1</sup> (RR) = 0,88 avec intervalle de confiance<sup>2</sup> (IC) = 0,48 – 1,63 pour la catégorie de densité la

---

<sup>1</sup> Le *risque relatif* (RR) est le rapport entre le taux d'incidence de la maladie au sein d'un groupe exposé à un facteur de risque donné et le taux d'incidence pour la même maladie dans le groupe non exposé [HQ].

<sup>2</sup> L'*intervalle de confiance* (IC) représente la plage de valeurs où la vraie valeur de l'indice mesuré a 95 % de chance de se trouver. C'est un indicateur du degré de précision de la mesure, donc en quelque sorte de sa marge d'erreur. Plus l'IC est petit, plus la mesure effectuée a été précise. Dans les études épidémiologiques, si la plage de l'IC n'inclut pas la valeur 1, cela signifie que le risque mesuré (RC ou RR) n'est pas le fruit du hasard ; on parlera alors d'un risque significatif. Si, par contre, la plage de l'IC inclut la valeur 1, on ne peut pas exclure que le résultat mesuré soit dû au hasard ; on parlera alors d'un risque non significatif. [HQ]

plus élevée. Sur la base des champs mesurés dans les maisons, on ne peut pas non plus confirmer l'association entre le risque de leucémie chez l'enfant et le niveau d'exposition au champ magnétique. Pour la catégorie des enfants exposés à plus de  $0,2 \mu\text{T}$ , les auteurs trouvent une faible augmentation des cas de leucémie, le risque relatif étant de 1,24 (mais l'intervalle de confiance IC = 0,86 – 1,79). Une augmentation du risque relatif est également observée à des niveaux d'exposition plus élevés ( $0,4 - 5 \mu\text{T}$ ), mais cette tendance n'est pas monotone : le risque relatif diminue pour des niveaux supérieurs.

Dans des recherches réalisées indépendamment au Canada [MGT99] sur 399 cas de leucémies dans cinq provinces canadiennes, en Grande – Bretagne sur 995 cas de leucémies en Angleterre, au Pays de Galles et en Ecosse [LAN99], les deux mêmes approches ont été appliquées et les résultats obtenus sont similaires à ceux des études américaines. Les mesures directes montrent que le risque de développer la leucémie n'augmente pas en fonction du niveau croissant de champ magnétique (RR = 0,95 ; IC: 0,72 -1,26). Le risque n'augmente pas non plus lorsque la densité du réseau électrique est élevée autour du domicile (RR = 1,16 ; IC: 0,58 - 2,3).

Puisque le champ électromagnétique dans les habitations peut être généré non seulement par les lignes électriques extérieures, mais également par d'autres sources à l'intérieur (appareils électroménagers), les risques calculés sur la base de mesures de champs *in situ* sont probablement plus fiables que ceux obtenus uniquement en fonction de la densité des lignes électriques autour des habitations.

Les effets de l'exposition aux champs sur le risque de cancer du cerveau chez l'enfant ont été aussi étudiés. Dans les recherches de Wertheimer N. et Leeper E. [WL79], de Savitz et ses collègues [SWBJ88], l'approche « *wire codes* » a été utilisée. Ces recherches mettent en évidence une relation entre cancer de cerveau et intensité du champ électromagnétique : selon les auteurs, pour les enfants vivant dans des habitations en des zones à haute densité des lignes électriques, le risque de mort par le cancer du cerveau est beaucoup plus important, par rapport à des enfants vivant dans des zones à faible densité des lignes électriques. En particulier, dans le travail de Wertheimer et Leeper, on trouve un risque relatif : (RR) = 2,4 (95% IC 1,0 – 5,4) et dans celui de Savitz : RR = 2,0 (95% CI 1,1 – 3,8). Parallèlement, des études épidémiologiques basées sur de vraies mesures de champ magnétique dans les habitations, ont été réalisées par Susan Preston – Martin et ses collègues [PGPH96] et par Tynes et Haldorsen [TH97]. Sur la base de ces résultats, on ne peut pas établir une relation entre le cancer du cerveau chez l'enfant et les champs magnétiques basse fréquence.

Tab 1.4: Résultats résumés pour les effets à long terme chez l'enfant

<b>Auteurs</b>	<b>Méthodes</b>	<b>Cancer de cerveau</b>	<b>Leucémie</b>
M.S. Linet [LHK97]	2		–
M.L. McBride [MGT99]	2		–
The Lancet [LAN99]	2		–
N. Wertheimer [WL79]	Wire code	+	
D A. Savitz [SWBJ88]	Wire code	+	
S. Preston – Martin [PGPH96]	Mesure in situ	–	
T. Tynes [TH97]	Mesure in situ	–	

(+) : conclusion positive pour l'association du cancer et les champs.

(-) : conclusion négative pour l'association du cancer et les champs.

### 1.3.2.1.2. Champs magnétiques et cancer chez l'adulte

Depuis 1982 [WL82], plusieurs études épidémiologiques ont été publiées sur ce sujet. Certaines études suggèrent que les travailleurs les plus exposés aux champs sont soumis à un risque accru de leucémie [TGM94] et de cancer de cerveau [TGM94], [SL95]. Cependant, les preuves apportées par ces travaux ne sont pas suffisantes pour démontrer de manière claire cette hypothèse. Des recherches récentes ont été effectuées au sein d'entreprises d'électricité, où les niveaux d'exposition aux champs magnétiques pour certains métiers sont 10 à 15 fois supérieurs par rapport à ceux que l'on trouve en milieu résidentiel, même près de lignes haute tension. La plupart de ces études utilisent simplement le titre d'emploi pour établir le niveau d'exposition aux champs des travailleurs. La base documentaire pour une bonne partie de ces études est tirée des attestations de décès des travailleurs concernés, ce qui constitue une limitation évidente. Par contre, d'autres études adoptent des méthodologies de plus grande qualité, incluant notamment des mesures de champ à l'aide de dosimètres conçus spécialement pour cet usage, et l'utilisation d'une population relativement homogène de travailleurs des entreprises d'électricité [HQ]. De plus, ces études ont été menées avec un grand nombre d'individus.

Les recherches réalisées aux Etats – Unis par Savitz et Loomis, de l'Université de la Caroline du Nord, ont étudié la mort de 138 905 travailleurs dans 5 entreprises d'électricité pendant les années de 1950 – 1986 [SL95]. Les recherches au Canada et en France sous la direction de Thériault, du Département de Santé du Travail de l'Université McGill, ont étudié

170 000 travailleurs d'Electricité de France – Gaz de France, 31 543 travailleurs d'Ontario Hydro, et 21 749 travailleurs d'Hydro Québec pendant les années de 1970 – 1989 [TGM94]. Les recherches au Royaume – Uni de Harrington et ses collègues, de Institute of Occupational Health, University of Birmingham, Edgbaston, sont basées sur 84 018 travailleurs de la Société Nationale d'Electricité de la Grande Bretagne [HMSP97]. Au Danemark, Johansen et Olsen ont étudié sur 32 006 cas dans 99 compagnies d'électricité [JO98].

Malgré la bonne méthodologie, le grand nombre de cas étudiés, les résultats de ces recherches sont encore discordants et controversés. En ce qui concerne le cancer du cerveau, les études de Savitz et de Thériault ont rapporté des risques relatifs statistiquement significatifs pour les travailleurs les plus exposés. Par contre, Harrington et Johansen n'ont pas observé d'augmentation de risque (tab 1.5). En ce qui concerne la leucémie, les recherches de Johansen et de Savitz ne rapportent aucune augmentation significative, mais celles de Thériault parviennent à la conclusion inverse : d'après cet étude, le risque relatif chez le groupe de travailleurs le plus exposé pour l'ensemble des leucémies est de 1,75 (IC = 0,77 – 3,96).

Tab 1.5: Résultats épidémiologiques pour le cancer de cerveau chez l'adulte

<b>Auteurs des études</b>	<b>Risque relatif (RR)</b>	<b>Intervalle de confiance (IC)</b>
Savitz DA et Loomis DP	2,29	1,15 – 4,56
Thériault G	1,95	0,76 – 5
Harrington JM	0,95	0,54 – 1,69
Johansen C et Olsen JH	0,79	0,6 – 1,0

Tab 1.6: Résultats résumés pour les effets à long terme chez l'adulte.

<b>Auteurs</b>	<b>Cancer de cerveau</b>	<b>Leucémie</b>
Savitz DA et Loomis DP [SL95]	+	–
Thériault G [TGM94]	+	+
Harrington JM [HMSP97]	–	
Johansen C et Olsen JH [JO98]	–	

### 1.3.2.2. Etudes expérimentales chez l'animal.

Des études expérimentales ont été effectuées sur des rats, afin de mettre en évidence un éventuel effet cancérigène des champs électromagnétiques. Ces études se déroulent dans des laboratoires, et donc on peut bien contrôler le niveau d'exposition (temps et intensité) des animaux, et surtout on peut minimiser l'effet d'éventuels agents cancérigènes. Cependant, les résultats de ces études ne peuvent pas être transposés directement chez l'homme.

Les chercheurs canadiens de l'Institut Armand – Frappier au Québec (Canada) ont fait des essais avec quatre groupes de rats femelles, qui ont été exposés 20 heures par jour et pendant toute leur vie à un champ magnétique sinusoïdal de 60 Hz de 2, 20, 200 et 2000  $\mu\text{T}$  [MFS97]. Ces groupes ont été comparés avec un groupe de référence vivant dans la même condition de vie dans le laboratoire, mais qui n'était pas exposé au champ magnétique. Après analyse et comparaison des résultats, aucune augmentation de cancers n'a été trouvée chez les populations exposées. D'autres études similaires réalisées indépendamment par une équipe japonaise n'ont pas observé non plus d'augmentation de tumeurs chez les animaux exposés, comparativement aux animaux témoins [YKOO97].

## 1.4. Contexte normatif

Sur la base du principe de précaution, des normes visant à limiter l'exposition humaine aux champs électromagnétiques ont été définies [ICNI01]. Ces normes sont basées sur les effets à court terme faisant l'objet d'un consensus scientifique.

En basse fréquence, la grandeur considérée est la densité de courant induit  $\mathbf{J}$ . A la fréquence de 50 Hz, il a été établi que  $\mathbf{J}$  induite dans le corps humain ne doit pas dépasser la valeur de 10 mA/m<sup>2</sup> pour les travailleurs, et de 2 mA/m<sup>2</sup> pour la population générale (*restrictions de base*) (tableau 1.7).

A partir de cette restriction de base, des *niveaux de référence* (à ne pas dépasser) ont été obtenus pour les champs  $\mathbf{E}$  (figure 1.2) et  $\mathbf{H}$  (figure 1.3), qui sont plus facilement mesurables. Ces niveaux de référence sont basés sur des modélisations très simplifiées, en supposant des conditions de couplage maximal du champ à la personne exposée, ce qui assure une protection maximale [ICNI01]. En ce qui concerne le champ magnétique, on représente le corps par un disque homogène, exposé à un champ magnétique uniforme et perpendiculaire ; on obtient ainsi la formule suivante pour la densité de courant :

$$J = \pi.R.f.\sigma.B$$

où B est l'induction magnétique, R le rayon du disque et  $\sigma$  la conductivité moyenne fixée à  $\sigma = 0.2 \text{ S/m}$ .

Un modèle ellipsoïdal a été aussi utilisé pour présenter le tronc ou le corps entier.

Pour le champ électrique, la situation est plus compliquée, car la densité de charge à la surface du corps varie beaucoup en fonction des conditions d'exposition, de la taille, de la forme et de l'orientation du corps. Une formule simple issue d'expérimentations est utilisée dans la normalisation :

$$J = k_E \cdot f \cdot E$$

mais reste très approximative.

Les normes autorisent le dépassement de ces valeurs limites de champ, à condition de pouvoir prouver que les restrictions de base sur J sont respectées. C'est pourquoi il est important de quantifier l'intensité des micro-courants induits dans le corps humain.

Tab 1.7: Restriction de base pour l'exposition à des champs électromagnétiques  
(1Hz < f < 10 GHz) [ICNIO1]

CARACTÉRISTIQUES DE L'EXPOSITION	DOMAINE DE FRÉQUENCES	DENSITÉ DE COURANT (TÊTE ET TRONC) (mA.m <sup>-2</sup> ) (rms)	DAS MOYEN CORPS ENTIER (W.kg <sup>-1</sup> )	DAS LOCAL (TÊTE ET TRONC) (W.kg <sup>-1</sup> )	DAS LOCAL (MEMBRES) (W.kg <sup>-1</sup> )
<b>TRAVAILLEURS</b>	jusqu'à 1 Hz	40	-	-	-
	1-4 Hz	40/f	-	-	-
	4 Hz-1kHz	10	-	-	-
	1-100 kHz	f/100	-	-	-
	100 kHz-10MHz	f/100	0,4	10	20
	10 MHz-10 GHz	-	-	0,4	10
<b>POPULATION GÉNÉRALE</b>	jusqu'à 1 Hz	8	-	-	-
	1-4 Hz	8/f	-	-	-
	4 Hz-1kHz	2	-	-	-
	1-100 kHz	f/500	-	-	-
	100 kHz-10MHz	f/500	0,08	2	4
	10 MHz-10 GHz-	-	-	0,08	2



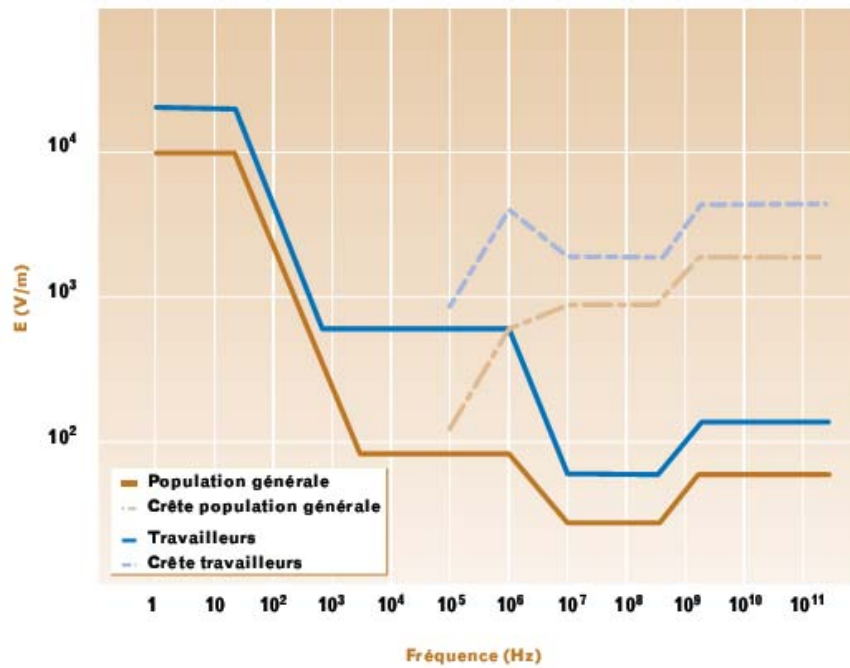


Fig 1.2: Niveaux de référence pour l'exposition à des champs électriques variables dans le temps [ICNI01].

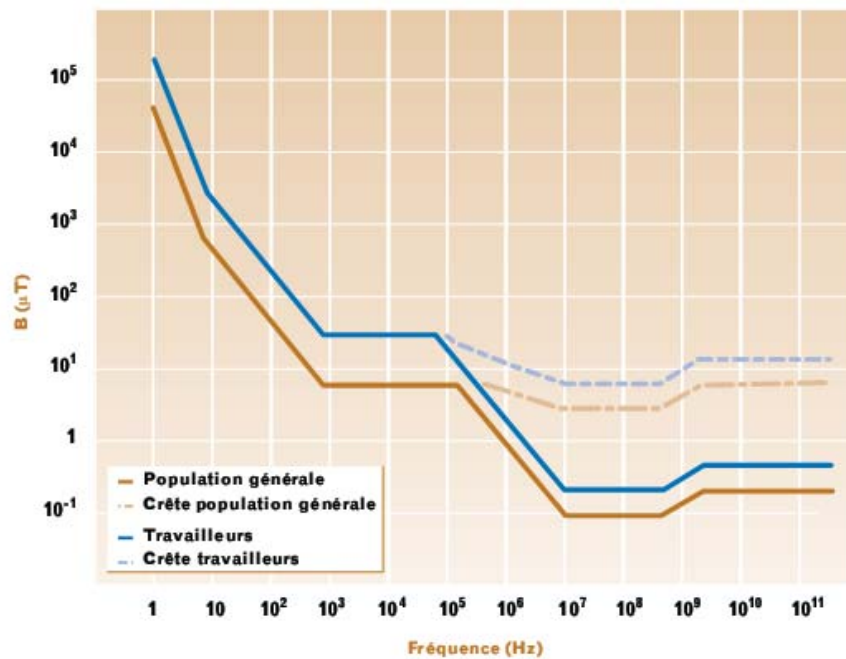


Fig 1.3: Niveaux de référence pour l'exposition à des champs magnétiques variables dans le temps [ICNI01].

### 1.5. Mesure des micro-courants induits.

A l'heure actuelle, la technologie ne permet pas encore de mesurer directement des micro-courants induits par des champs électromagnétiques à l'intérieur du corps humain. Quelques travaux de recherche pour essayer de telles mesures ont été effectués sur les fantômes d'homme et de rat à base d'agar, sur les carcasses de rat, et même sur des rats vivants par Douglas L. Miller au sein de laboratoire Pacific Northwest (Richland, Washington) [MIL91-1], [MIL91-2], [MIL96]. Dans ces travaux, le corps est remplacé par un fantôme homogène en agar, dont la conductivité électrique est  $\sigma = 1 \text{ S.m}^{-1}$ , et la taille est 1/4 de celle d'un adulte (hauteur = 46,5 cm, poids = 1,4 kg). L'animal simulé est le modèle en agar d'un rat adulte de taille réelle (la longueur : 23 cm et le poids : 640 g) [MIL91-1]. De plus, Miller a fait aussi des mesures dans les œufs de poule exposés à un champ magnétique uniforme 1 mT à 60 Hz pour étudier l'effet des inhomogénéités du modèle sur le champ électrique induit [MIL91-2] (conductivité de la membrane vitelline =  $\sigma = 0,85 \text{ S.m}^{-1}$ , conductivité de jaune =  $\sigma = 0,26 \text{ S.m}^{-1}$ ).

Le principe des mesures est a priori simple : une sonde miniaturisée composée de 3 électrodes en argent du diamètre de 200  $\mu\text{m}$  (*silver wire*) est situées dans une seringue hypodermique (*hypodermic needle*) vernie avec une couche isolante, qui est insérée dans l'« objet d'étude » (fantôme, animal, homme...). Ainsi, un amplificateur à verrouillage de phase (*lock-in amplifier*) permet de mesurer précisément la différence de potentiel  $\Delta V$  entre deux positions très proches dans le fantôme, et donc d'estimer le champ électrique comme :  $\mathbf{E} = \Delta V/s$  où  $s$  est la distance entre deux électrodes ( $s \approx 2 \text{ mm}$ ) (les mesures sont en  $\mu\text{V/mm}$ ). On peut ainsi calculer la densité de courant induit :  $\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E}$ . Des sondes plus élaborées comportant plus d'électrodes ont également été réalisées.

La structure d'un animal (y compris l'homme !) n'est pas du tout homogène : elle se compose de plusieurs organes complexes, dont les caractéristiques électriques sont assez différentes. C'est pourquoi en 1996 Miller a réalisé des mesures à l'intérieur de carcasse de rat, et même à l'intérieur de rats vivants anesthésiés [MIL97]. Dans le cas des mesures dans des rats vivants, la sonde a été insérée dans un petit trou sur la peau de rat. [MIL96].

En juillet 1998, une nouvelle sonde tridimensionnelle (figure 1.4) a été créée à l'Institut de recherche d'Hydro – Québec pour mesurer indirectement le champ électrique induit  $\mathbf{E}$  *in vivo*. La densité de courant induit  $\mathbf{J}$  est déduite par :  $\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E}$ . Cette sonde est très petite et pointue pour être insérée facilement dans les organes et minimiser leurs

endommagements Les mesures ont été effectuées sur des lapins morts (exposés à un champ magnétique homogène de  $500 \mu\text{T}$ , 50 Hz) pour éviter les bruits de mesures causés par la respiration et le mouvement du cœur du lapin [BN98].

Bien que le principe de cette mesure paraisse simple, il existe d'énormes difficultés d'ordre techniques et éthiques : la prise en compte de l'aiguille isolante (qui modifie nécessairement la répartition du champ électrique), des signaux mesurables de très faible valeur, le contact ohmique entre les électrodes et les tissus du corps, la difficulté d'effectuer beaucoup de mesures dans un sujet vivant sans trop l'« endommager » (outre celle de trouver des volontaires pour une telle mesure chez l'homme !)

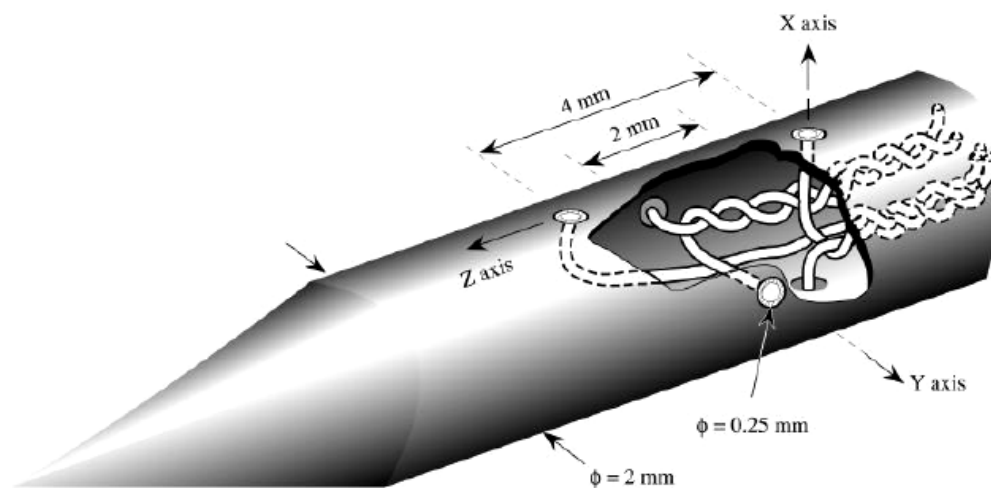


Fig 1.4: Configuration d'une sonde tridimensionnelle de mesure de potentiel induit [BN98]

## 1.6. Modélisation numérique des phénomènes induits dans le corps humain

### 1.6.1 Modèles géométriques du corps humain

Les premiers travaux en dosimétrie numérique des courants induits dans le corps humain remontent aux années quatre-vingt. Au début, le corps humain était représenté par des modèles géométriques homogènes, comme cylindres (figure 1.5), sphères ou ellipses (figure 1.6).

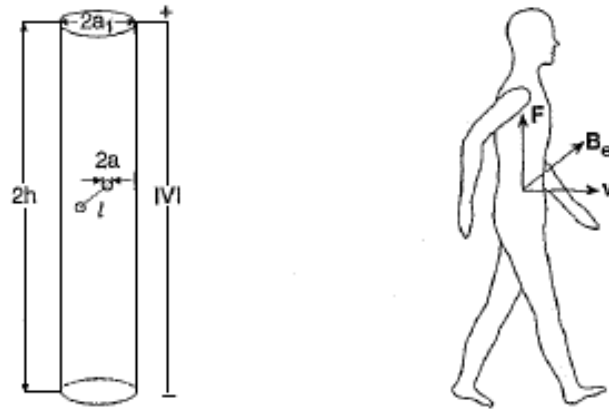


Fig 1.5: Modèle cylindre du corps humain dans le champ magnétique terrestre [KIN]

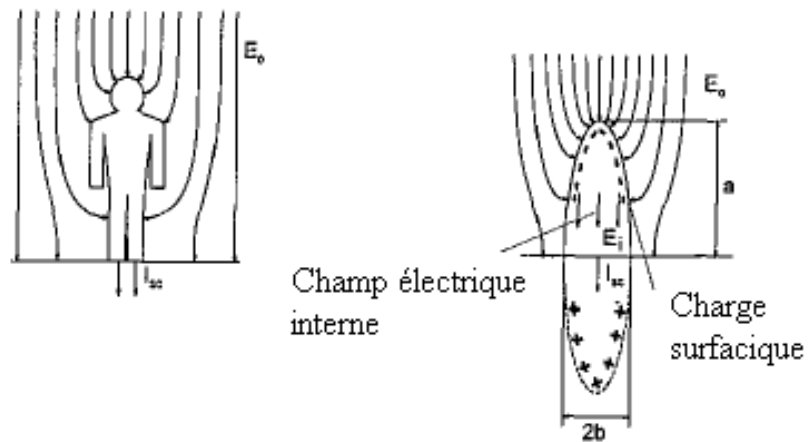


Fig 1.6: Modèle sphéroïde du corps humain, exposé à un champ électrique externe  $E_0$  [RKIK]

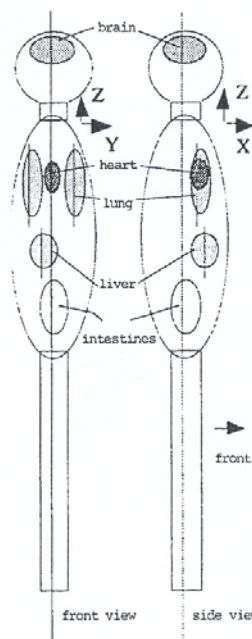


Fig 1.7: Modèle du corps humain pour calculer la densité de courant induit [YKF01]

Brain : cerveau ; heart : cœur ; lungs : poumons ; liver : foie ; intestines : intestines.

Ensuite, le développement d'outils informatiques de plus en plus puissants a permis d'appliquer des méthodes numériques pour résoudre les équations de Maxwell dans des modèles anatomiques du corps humain. Il existe quatre modèles anatomiques très connus [SG00], [CDDS02] (figure 1.10):

- + Le modèle « Norman » (*NOR*malized *MAN*) : développé par Dimbylow au sein du National Radiological Protection Board.
- + Le modèle du groupe de l'Utah : développé par Gandhi au sein de l'Université de l'Utah.
- + Le modèle « Uvic » : développé par Stuchly au sein de l'université de Victoria (il en existe plusieurs versions).
- + Le modèle de Brooks (AF) : ce modèle a été développé par l'USA Air Force ; il a été disponible sur le site web de la base USAF de Brooks, d'où il a été retiré il y a quelques années.

Tous ces modèles sont issus directement de coupes obtenues par résonance magnétique nucléaire (IRM) ou indirectement à partir de la base de données du « Visible Human Project » (figures 1.8 – 1 et 1.9 – 1) [VHP]. Chaque coupe comporte plusieurs tissus et organes. Chaque image a été *sectionnée* afin de distinguer à quel tissu appartient chaque pixel. Chaque tissu est modélisé par un « matériau » avec ses propres caractéristiques électriques (permittivité et conductivité).

Tab 1.8: Modèles anatomiques différents

Modèle	Norman	Utah	Uvic	AF
Taille (m)	1,76	1,76	1,77	1,80
Poids (kg)	73	71	76	104
Résolution (mm)	2 et 4	6	1,8 ; 3,6 et 7,2	2



Fig 1.8: Une coupe du tronc du corps humain.  
 (1) – Image réelle [VHP] ; (2) – Image numérisée

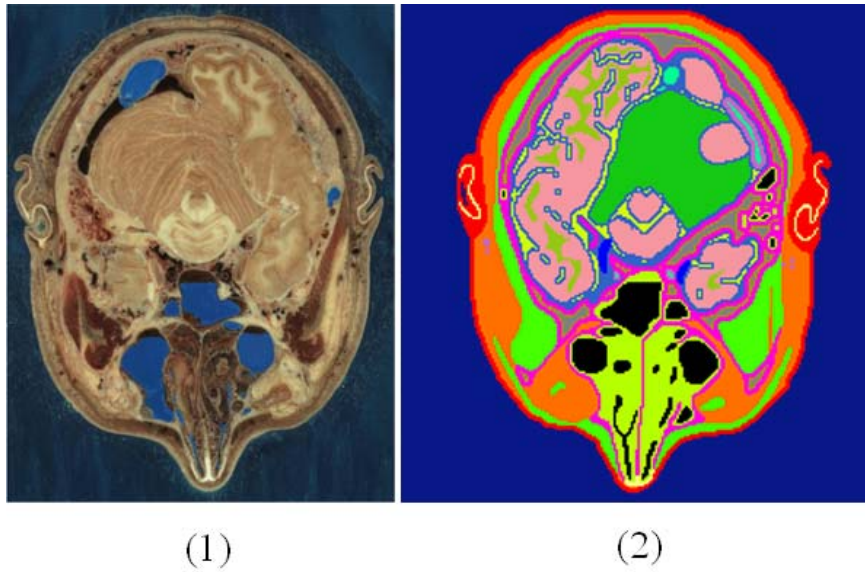


Fig 1.9: Une coupe de la tête du corps humain.

(1) – Image réelle [VHP] ; (2) – Image numérisée

Notre modèle a été construit sur la base du modèle de Brooks avec le logiciel AMIRA. Ce logiciel récupère des coupes numérisées (figures 1.8–2, 1.9–2) pour générer un maillage Eléments Finis 3D du corps humain (figure 1.11).

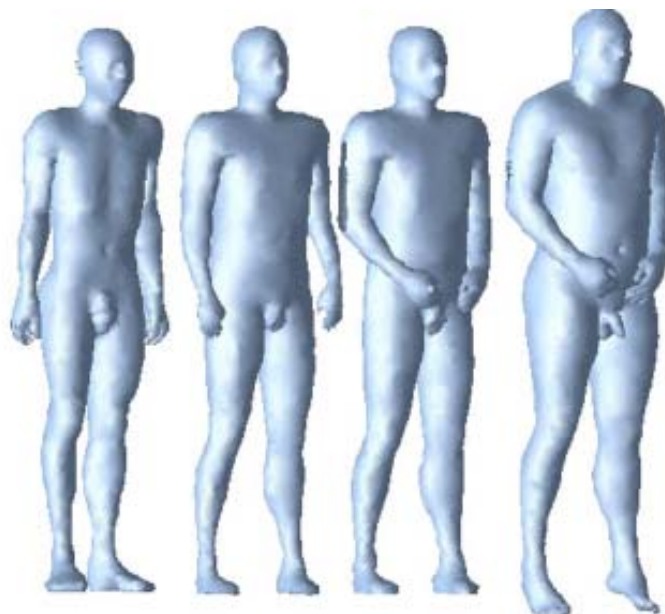


Fig 1.10: Modèles anatomiques. De gauche à droite : Norman, Uvic – 1, Uvic – 2, AF.

[CDDS02]

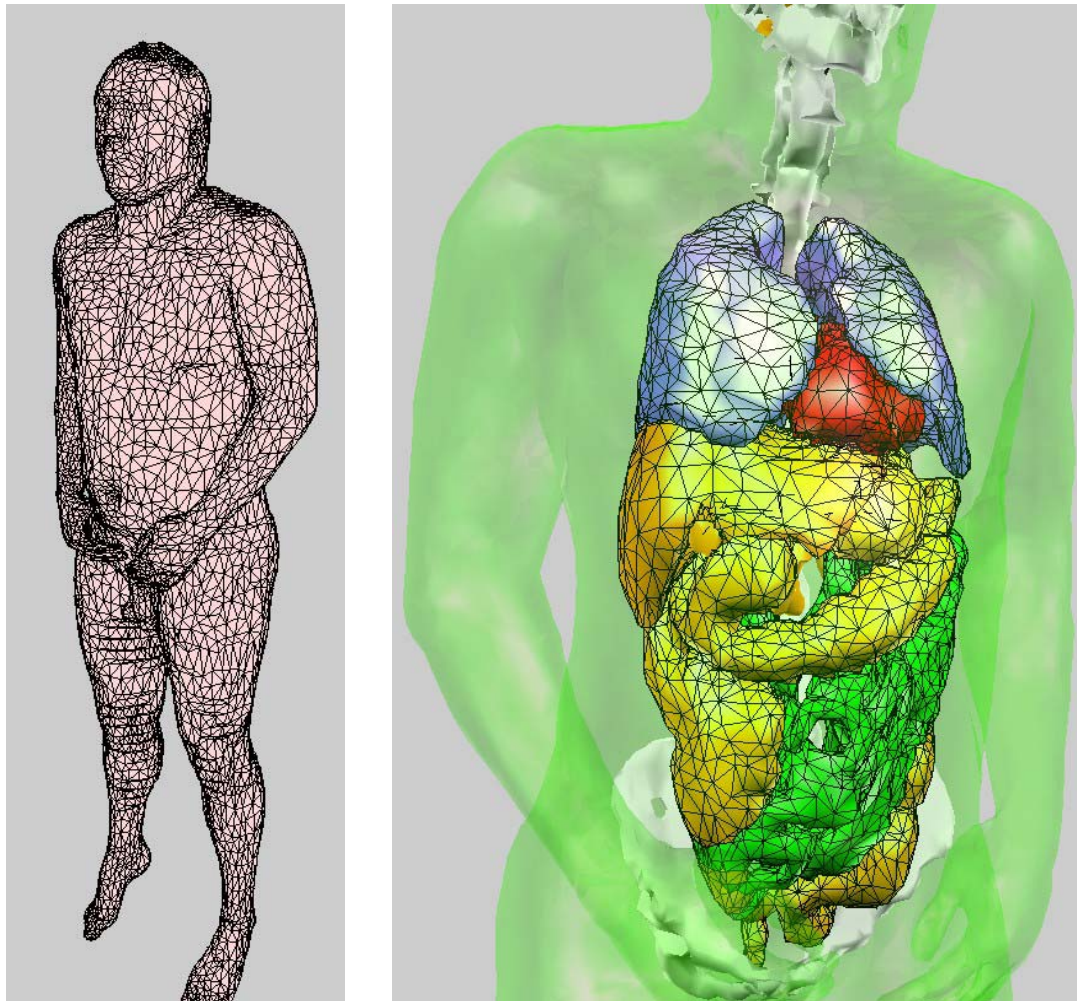


Fig 1.11: Maillage Eléments Finis utilisé dans notre modèle.

### 1.6.2 Propriétés électromagnétiques des organes

Dans la plupart des recherches publiées [SG00], [CDDS02], les valeurs utilisées pour ces caractéristiques sont celles obtenues par Gabriel et collègues [GGC96], [GLG96a], [GLG96b]. Ces caractéristiques ont été obtenues par des mesures macroscopiques d'impédance *in vitro*, par identification d'un schéma équivalent de type R – C parallèle. La matière vivante possède des caractéristiques électriques très particulières : elle est hétérogène, et très différente par rapport aux matériaux de l'électrotechnique :

- + La permittivité relative  $\epsilon_r$  est très élevée en basse fréquence (de l'ordre de  $10^6$ ), mais décroît rapidement en fonction de la fréquence (figure 1.13).
- + La conductivité  $\sigma$  est très faible en basse fréquence (de l'ordre de 0.2 S/m), et augmente lentement en fonction de la fréquence (figure 1.12).

+ La perméabilité relative  $\mu_r$  est unitaire.

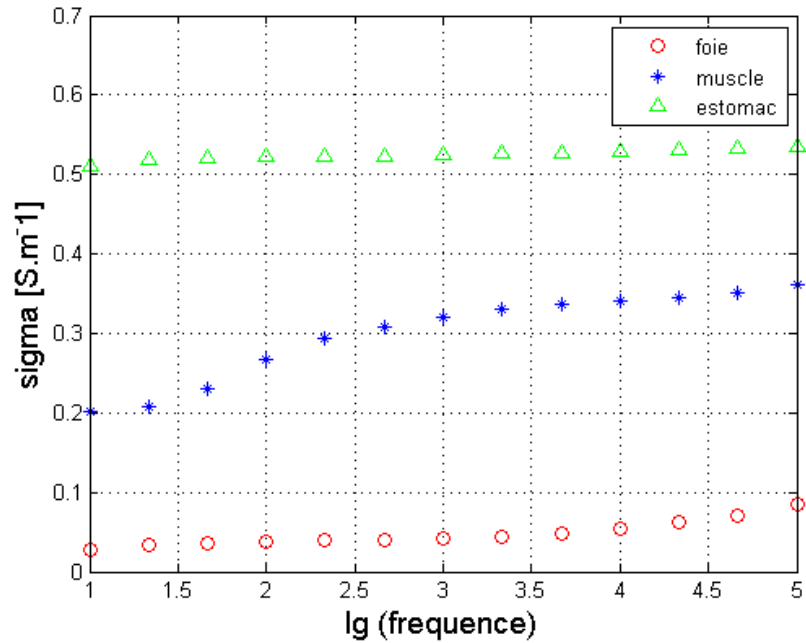


Fig 1.12: Conductivité de quelques organes du corps humain en fonction de la fréquence

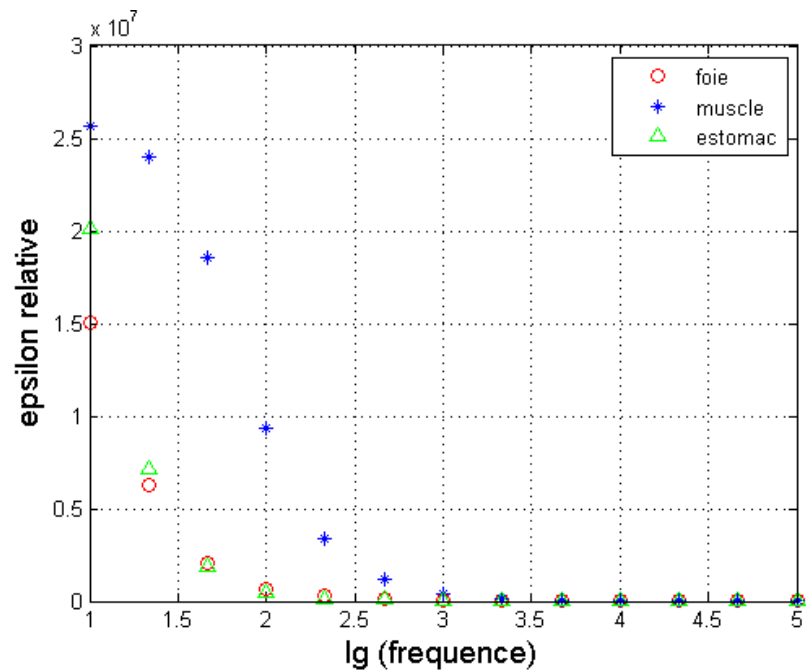


Fig 1.13: Permittivité relative de quelques organes du corps humain en fonction de la fréquence

La détermination de ces propriétés électriques pour chaque tissu est un problème difficile, à cause de la difficulté pour obtenir des « échantillons », mais aussi car ces caractéristiques



varient entre un individu et l'autre. De plus, la matière biologique se dégrade rapidement après la mort.

Dans le cadre de ce travail, nous n'étudierons que des phénomènes induits dans le corps humain à l'exposition des champs électromagnétiques de la fréquence industrielle de 50 ou 60 Hz. Des exemples de permittivité et conductivité que nous avons utilisées sont reportées dans le tableau 1.9.

Tab 1.9: Propriétés électriques de certains tissus humains à 50 Hz [INRC]

<b>Tissus</b>	<b>Conductivité [S/m]</b>	<b>Permittivité relative</b>
Estomac	0.521	1.6372e+06
Muscle	0.23329	1.7719e+07
Reins	0.089239	1.0115e+07
Foie	0.0367	1.8317e+06
Coeur	0.0827	8.6646e+06
Cerveau	0.0533	5.2898e+06
Os	0.0504	8867.8
Poumons	0.0684	5.7589e+06

### 1.6.3 Méthodes numériques pour la dosimétrie

Les méthodes numériques les plus utilisées en basses fréquences sont :

- + La méthode des différences finies (DFM) [SD97], [DS98].
- + La méthode des impédances (IM) [DK84], [GK01].
- + La méthode des éléments finis (FEM) [B93], [CI84].

#### 1.6.3.1 Méthode des différences finies

Toutes les méthodes numériques présupposent la discrétisation du domaine géométrique, afin de passer d'un problème continu à une infinité d'inconnues à un problème discret ne comptant qu'un nombre fini d'inconnues [SAI]. Dans le cas des différences finies, on discrétise le domaine de résolution sur une grille composée d'un nombre fini de points (i, j) comme dans la figure (1.14) ci – dessous. La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées spatiales apparaissant dans le problème continu par des différences

divisées, ou combinaisons linéaires de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds de la grille. Par exemple, en 2D l'équation de Laplace  $\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 y} = 0$

peut être approchée de la manière suivante :

$$\frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{h^2} + \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{k^2} = 0 \quad (1.1)$$

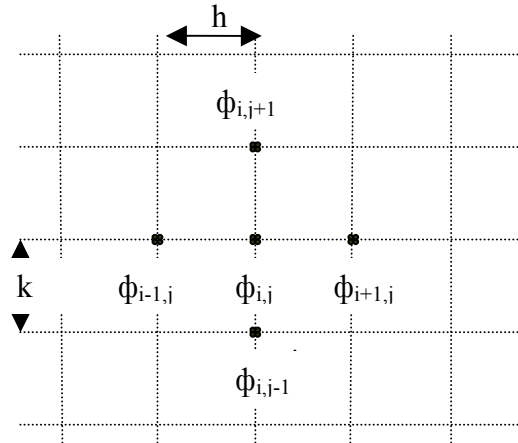


Fig 1.14: Domaine de résolution en 2D de la méthode des différences finies.

Si l'on écrit l'équation (1.1) en tout nœud de la grille, on abouti à un système d'équations linéaires, dont la résolution donne les valeurs  $\phi_{i,j}$  de la solution approchée de l'équation Laplace.

La méthode des différences finies est appliquée largement en bioélectromagnétisme parce qu'elle est (en principe) relativement simple à mettre en œuvre pour des grilles de haute résolution. Il s'agit de la méthode la plus répandue, car elle permet d'utiliser un modèle discret du corps humain qui peut être obtenu avec un traitement simple à partir des images IRM segmentées<sup>1</sup>. Par contre, cette méthode est mal adaptée aux géométries complexes. La prise en compte des conditions aux limites [SAI] et des conditions d'interfaces complique l'équation de départ. Dans ce contexte, deux versions très différentes de cette technique sont utilisées plus particulièrement :

- + Méthode des différences finies dans le domaine du temps (FDTD method)
- + Méthode des différences finies en potentiel scalaire (SPFD method).

<sup>1</sup> On appelle « image segmentée » une image issue d'une coupe IRM dans laquelle on a assigné chaque voxel à un tissu particulier du corps humain.

### 1.6.3.1.1 Méthode des différences finies dans le domaine du temps (FDTD)

La méthode des différences finies dans le domaine de temps a été proposée pour la première fois en électromagnétisme par Kane Yee en 1966 [YEE66], et le terme « méthode des différences finies dans le domaine de temps » (Finite Difference Time Domain – FDTD) est utilisé pour la première fois par Allen Taflove en 1980 [TAF80]. A son origine, cette méthode a été conçue pour modéliser des phénomènes de propagation d'onde. Les équations résolues sont les équations de Maxwell complètes :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{1.2}$$

Dans cette méthode, les inconnues sont directement les champs électriques  $\vec{E}$  et magnétiques  $\vec{H}$ . Le principe consiste à approcher les dérivées spatiales (opérateurs divergence, gradient et rotationnel) et temporelles avec des différences finies en utilisant un schéma explicite : cela signifie que à chaque pas de temps, il est possible de calculer toutes les dérivées sans devoir inverser de matrices. Plus précisément, les dérivées temporelles et spatiales sont approchées avec des différences finies centrées. Les points où E et H sont calculés sont décalés d'un demi – pas, dans l'espace et dans le temps (figure 1.15). A chaque demi – pas de temps on met à jour les valeurs de E et de H alternativement, de la manière suivante :

- 1) Calcul de  $\vec{H}(t + \frac{1}{2}\Delta t)$  en fonction de  $\vec{E}(t)$  et de  $\vec{H}(t - \frac{1}{2}\Delta t)$
- 2) Calcul de  $\vec{E}(t + \Delta t)$  en fonction de  $\vec{E}(t)$  et de  $\vec{H}(t + \frac{1}{2}\Delta t)$

En utilisant une grille uniforme en la coordonnées Cartésiennes :  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ , les indices dans les directions x, y, z sont i, j, k ; le pas de temps est  $\Delta t$  et donc, le temps est:  $n.\Delta t$ . En appliquant l'approximation des différences centrées, on a :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_y(x, y, z, t)}{\partial x} &\approx \frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \\ \frac{\partial E_y(x, y, z, t)}{\partial t} &\approx \frac{E_y^{n+1/2}(i, j, k) - E_y^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t}\end{aligned}\tag{1.3}$$

On calcule trois composants de  $\mathbf{E}$  et de  $\mathbf{H}$  :

$$\begin{aligned}
 E_x^{n+1}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right) &= A_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j,k\right) \\
 &+ B_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k\right) \right] \\
 &+ B_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \left[ H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned}
 H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\mu\delta} \left[ E_y^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) - E_y^n\left(i,j+\frac{1}{2},k\right) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{\mu\delta} \left[ E_z^n\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\text{où : } A_{i,j,k} = 1 - \frac{\sigma(i,j,k)}{\varepsilon(i,j,k)}; B_{i,j,k} = \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)\delta}$$

Les autres composantes de E et H sont calculées de manière similaire.

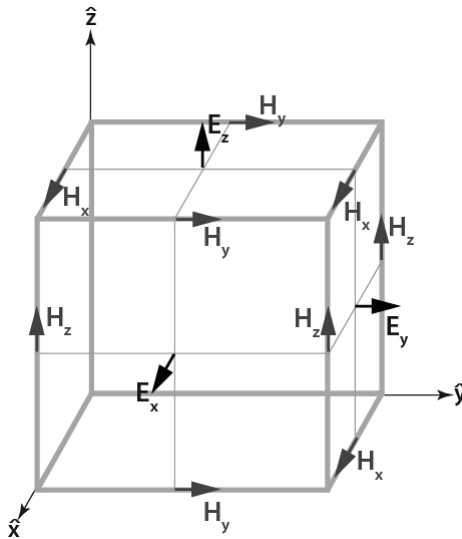


Fig 1.15: Cellule de Yee, représentant les points où E et H sont calculés.

On constate qu'à chaque demi – pas de temps, les grandeurs nécessaires pour calculer les nouvelles valeurs des champs sont connues : ainsi, le grand avantage de cette méthode est qu'elle évite l'inversion de grandes matrices creuses, et peut être parallélisée de manière relativement naturelle. Par contre, afin d'assurer la stabilité de la solution numérique, le pas de temps doit être choisi avec précaution : en règle générale, le pas de temps dépend de la discrétisation spatiale (plus elle est fine, plus le pas de temps doit être réduit), et est beaucoup plus petit par rapport à un schéma implicite [CS00]. De ce fait, les temps de calculs peuvent

être très élevés pour des basses fréquences. Pour palier à ce problème, dans le cadre de la dosimétrie numérique, certains auteurs effectuent leurs calculs à des fréquences relativement élevées (de l'ordre de 10 MHz) et recalent ensuite les résultats obtenus (à 60 Hz) [GC92] en considérant les champs E et H proportionnels à la fréquence.

### 1.6.3.1.2 Méthode des différences finies en potentiel scalaire (SPFD).

Dans ce cas, les champs sont exprimés à partir d'un potentiel scalaire électrique  $\phi$ , qui est l'inconnue du problème. On se place en régime harmonique ; les dérivées spatiales sont approchées avec des différences finies, alors que les dérivées temporelles sont remplacées par le facteur  $j\omega$ . La formulation à résoudre est la formulation  $\phi - A$  que l'on abordera dans le chapitre suivant [SD97], [DS98].

A différence de la méthode FDTD qui modélise les phénomènes de propagation d'onde, la méthode SPFD modélise des phénomènes quasi-statiques. Ainsi, en approchant l'opérateur laplacien avec des différences finies, on aboutit à un système d'équations linéaires creux de grande taille, qui peut être inversé avec des méthodes itératives adaptées.

### 1.6.3.2 Méthode des impédances

La méthode des impédances a été beaucoup utilisée en dosimétrie numérique par le groupe de Gandhi [GDK84][DG85][GK01]. Cette méthode consiste à discrétiser le corps humain, en remplaçant les voxels (ou, plus précisément, les arêtes entre les voxels) par des impédances, afin d'obtenir un réseau électrique « équivalent ». Pour chaque arête, la valeur de l'impédance équivalente est obtenue à partir des conductivités et permittivités des six voxels adjacents (ils sont seulement 4 en 2D) [SZ96] :

$$Z_m^{i,j,k} = \frac{\delta_m}{\delta_n \delta_p (\sigma_m^{i,j,k} + j\omega \epsilon_m^{i,j,k})}$$

où  $i, j, k$  sont les indices des voxels considérés,  $m$  est la direction de l'arête (elle peut être x, y ou z), et  $\sigma_m^{i,j,k}$  et  $\epsilon_m^{i,j,k}$  sont la conductivité et la permittivité associées aux voxel  $(i, j, k)$ ,  $\delta_m$  est l'épaisseur de voxel dans la direction  $m$  et  $\delta_n, \delta_p$  sont les largeurs de voxel dans la direction perpendiculaire à la direction  $m$ .



Fig 1.16: Vue d'une coupe du corps de la méthode des impédances

Une fois le corps humain discrétisé, les lois de Kirchhoff sont utilisées pour résoudre le problème. Les inconnues du problème sont les courants qui circulent dans les boucles élémentaires du réseau des impédances. Donc le nombre d'inconnues est plus grand que la méthode différences finies en potentiel scalaire, d'où des temps de calculs et une occupation de mémoire plus importants [SG00].

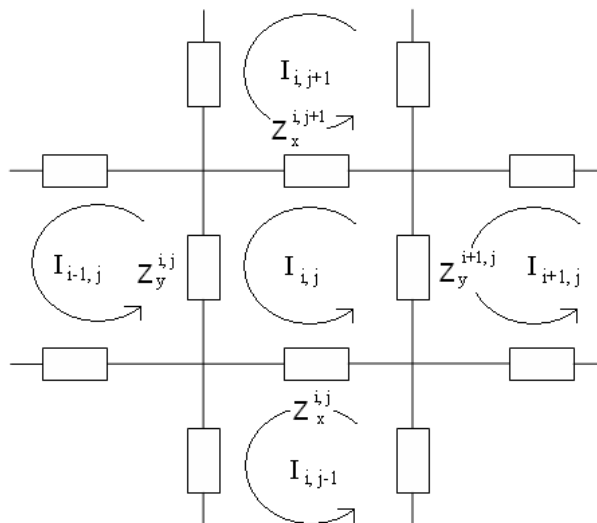


Fig 1.17: Diagramme du réseau des impédances en 2D [DG85]

Dans le cas d'exposition à un champ magnétique, le champ  $\mathbf{H}$  est utilisé directement comme terme source. Le flux de l'induction magnétique permet de calculer la force électromotrice sur chacune des boucles élémentaires avec la loi de Faraday [HLZY05]:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -j\omega \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

L'équation pour le point  $(i, j)$  est [DG85]:

$$Z_y^{i,j} (I_{i,j} - I_{i-1,j}) + Z_x^{i,j+1} (I_{i,j} - I_{i,j+1}) + Z_y^{i+1,j} (I_{i,j} - I_{i+1,j}) + Z_x^{i,j} (I_{i,j} - I_{i,j-1}) = emf_{i,j}$$

où  $emf_{i,j}$  est la force électromotrice sur boucle (i,j)

Dans le cas d'exposition à un champ électrique, le problème est plus compliqué, car il faut calculer au préalable le champ électrique à la surface extérieure du corps. Nous ne nous attarderons pas sur cette question, qui sera abordée dans le chapitre suivant ; pour l'instant, nous nous contenterons d'évoquer le fait que le champ électrique est pris en compte de manière similaire dans la méthode des éléments finis.

### 1.6.3.3 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est probablement la méthode la plus appliquée en génie électrique. Cette méthode possède des avantages très importants vis-à-vis d'autres méthodes :

- + Il est possible de traiter « naturellement » des géométries complexes, du fait de l'utilisation de maillages non conformes.
- + Certaines conditions de continuités peuvent être imposées automatiquement, alors qu'avec d'autres méthodes (par exemple la SPFD) elles doivent être prises en compte de manière explicite.

En contre partie, la génération du maillage d'une géométrie complexe comme le corps humain constitue une difficulté importante. Le principe de la méthode des éléments finis est le suivant :

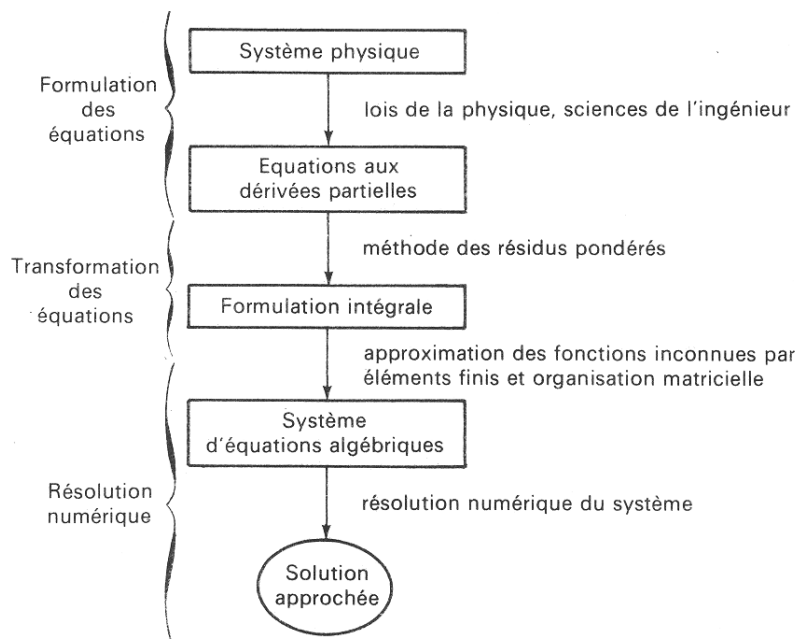


Fig 1.18: Schéma de principe de la méthode des éléments finis [DT81].

La première étape consiste à modéliser le système physique que l'on veut étudier par un ensemble d'équations différentielles aux dérivées partielles, avec les conditions à la frontière appropriées.

Dans l'étape suivante, ce système d'équations est réécrit sous une forme équivalente, mais qui est exprimée à travers une formulation de type intégrale. Pour obtenir cette transformation, on peut appliquer des raisonnements physiques : on aboutit ainsi à des problèmes de minimisation d'énergie (ou plus en général de minimisation d'une fonctionnelle). En règle générale, les formulations ainsi obtenues qui possèdent un certain « sens physique » ; par exemple, l'équation de Poisson en 2D en diélectrique

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

peut être formulée de manière équivalente comme [IB97] :

« Trouver le potentiel électrique  $\phi$  qui minimise la fonctionnelle :

$$F = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}^2 - \rho \phi \right) d\Omega \text{ »}$$

On reconnaît aisément dans le premier terme sous l'intégrale l'énergie électrostatique. Cependant, cette approche n'est pas toujours faisable. Une méthode plus générale pour obtenir une formulation de type intégrale est la méthode des résidus pondérés, et plus en particulier la variante appelée « méthode de Galerkin » : on aboutit ainsi à une formulation intégrale appelée « formulation faible<sup>1</sup> ».

Quelle que soit la méthode utilisée pour obtenir la formulation intégrale, l'étape suivante consiste à discrétiser le problème, afin d'en rechercher une solution approchée dans un espace de dimension finie. Dans la méthode des éléments finis nodaux, cette discrétisation s'appuie sur l'utilisation d'un maillage : les degrés de liberté inconnues de la solution approchée deviennent ainsi des valeurs nodales. Une fois le problème discrétisé, on aboutit à un système linéaire creux, qu'il faut résoudre avec des méthodes appropriées (en général il s'agit de méthodes itératives, car le nombre de degrés de liberté est souvent très important).

En dosimétrie numérique, cette méthode n'a été que très peu utilisée, principalement en raison de la difficulté pour l'obtention un maillage non – conforme du corps humain [MNBG93], [WE94].

---

<sup>1</sup> Le terme « faible » est lié à la régularité de la solution : lorsque les opérateurs différentiels sont définis de manière classique (par exemple, comme pour les méthodes des différences finies) la solution doit être continue et différentiable. Par contre, avec une formulation faible, la solution peut être discontinue et/ou non différentiable aux interfaces entre matériaux différents. Ainsi, c'est la régularité de la solution qui est « affaiblie ».



## 1.7. Conclusions

Dans ce premier chapitre, nous avons examiné la problématique de l'exposition humaine aux champs électromagnétiques basses fréquences. Nous avons constaté que les effets des champs sur la santé ne sont pas établis. Les études (cf. tableaux 1.4 et 1.6) fournissent des résultats parfois contradictoires. Selon l'approche suivie pour caractériser les niveaux de champ (mesures *in situ* ou « wire code »), les résultats ne semblent pas être les mêmes.

Les études expérimentales chez l'animal ne permettent pas non plus de conclure, d'autant plus que ces résultats ne sont pas directement transposables chez l'homme.

Ainsi, afin d'éclaircir les connaissances sur les effets des champs, il est nécessaire de quantifier précisément les phénomènes induits dans le corps humain. Les tentatives de mesurer ces phénomènes en basse fréquence pour l'instant se heurtent à des obstacles très durs à surmonter : à notre connaissance, il n'y a que peu d'essais qui ont été menés, et aucun parmi ceux-ci a été effectué *in vivo* chez l'homme.

Pour toutes ces raisons, la dosimétrie numérique occupe une place de premier plan dans l'étude des interactions entre champs électromagnétiques et santé humaine. Nous avons examiné les méthodes numériques les plus utilisées dans notre contexte. Il en ressort que ces études ont été mené pour la plupart avec les méthodes des différences finies, ou la méthode des impédances : jusqu'à présent, les éléments finis ont joué un rôle secondaire. Cependant, cette méthode présente plusieurs avantages, notamment la possibilité de décrire des modèles anatomiques du corps humain avec moins de degrés de liberté (avec une précision équivalente) grâce à l'utilisation de maillages non – conformes.

# Etude et applications des formulations "classiques"

## 2.1. Introduction

Dans ce deuxième chapitre, nous présentons en détail les formulations « classiques », que nous avons appliquées pour calculer séparément les effets inductifs et capacitifs sur le corps humain. Chaque formulation convient à certains cas d'application et pas à d'autres : le choix de la formulation la plus appropriée pour traiter le problème posé constitue une partie importante du métier de la modélisation. Notre objectif est de trouver une méthodologie pour calculer le courant induit dans le corps humain dans tous les cas d'exposition au champ électromagnétique à la fréquence industrielle.

Nous présenterons d'abord la formulation dite « diélectrique », qui, en principe, devrait permettre de calculer les courants induits dans le corps humain par des systèmes haute – tension, faible courant (effet capacitif). Cependant, nous verrons que cette formulation impose des contraintes : d'une part, à cause des grands écarts entre les valeurs de permittivité et conductivité qui posent des problèmes numériques dans la résolution de grand systèmes linéaires, et d'autre part, parce qu'elle requiert la résolution en même temps du problème électrodynamique « extérieur » au corps humain.

Ensuite nous présenterons la formulation dite «  $\phi - A$  » qui permet de calculer des courants induits dans le corps humain par des systèmes de puissance basse tension, fort courant (effet inductif). Dans ce cas, le domaine de résolution peut être limité au seul corps humain.

## 2.2. Formulation diélectrique pour la simulation d'exposition au champ électrique **E**.

### 2.2.1 Approximations, hypothèses et application de la formulation diélectrique dans le contexte de l'exposition humaine.

Historiquement, cette formulation a été développée pour calculer les pertes dans des matériaux diélectriques soumis à un champ électrique variable dans le temps [CK91]. Dans le problème dit « diélectrique » on suppose que :

- 1) Les effets de propagation d'onde sont négligeables : c'est-à-dire tant que la longueur d'onde est très grande par rapport à la taille du système que l'on souhaite étudier : on est alors en conditions « quasi-statique ». Dans le cas particulier de l'exposition humaine à des champs à fréquence industrielle, cette condition ne pose pas de problèmes<sup>1</sup>.
- 2) Le champ magnétique est négligeable par rapport au champ électrique<sup>2</sup> : il ne modifie donc pas la distribution de la densité de courant dans les conducteurs.
- 3) Les courants de déplacement dans le corps humain sont négligeables : du fait des propriétés électriques des tissus, et de la fréquence qui est très basse, un simple calcul montre que :  $\omega\varepsilon \ll \sigma$  (ex : pour le corps humain  $\sigma = 0,2 \text{ S.m}^{-1}$  ;  $\varepsilon_r = 10^7$  ; la fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  ;  $\omega\varepsilon = 2.\pi.f.\varepsilon_0.\varepsilon_r = 0,027 \ll \sigma = 0,2$ ).

Dans ces conditions, le champ électrique induit une polarisation de la matière, et un déplacement de la charge électrique à l'intérieur de la matière, lorsque celle-ci présente une conductivité non nulle. Dans la limite où la fréquence est nulle, ce déplacement de charge va contrecarrer le champ « source » extérieur, et annule ainsi le champ électrique à l'intérieur des régions conductrices (même si la conductivité est très faible). Par contre, si la fréquence n'est pas nulle, la répartition de la charge à l'intérieur des conducteurs varie dans le temps afin de s'adapter au champ source extérieur : la formulation diélectrique permet de calculer les courants issus du déplacement de ces charges dans les conducteurs.

---

<sup>1</sup> La longueur d'onde est de l'ordre de 6000 km à 50 Hz.

<sup>2</sup> Bien évidemment, les champs électrique et magnétique ne sont pas comparables en tant que tels. Ce sont les densités d'énergie associées qui le sont :  $w_E = \varepsilon E^2 / 2$  pour le champ électrique, et  $w_B = \mu H^2 / 2$  pour le champ magnétique.

Nous observons que ces courants sont « soutenus » par le courant de déplacement *dans l'air autour du corps humain* : par contre, dans le corps humain, les courants sont principalement des courants de conduction.

Dans le cadre de notre travail, la formulation diélectrique classique devrait permettre de modéliser des phénomènes induits dans le corps humain dans le cas d'exposition à des systèmes haute tension, faible courant (lignes haute tension, postes de transformation haute tension). Ainsi, on ne prend en compte que l'effet capacitif, et on néglige l'effet inductif sur le corps humain.

Nous allons présenter cette formulation (d'abord en forme forte, puis dans sa forme faible), son implémentation par la méthode des éléments finis et sa validation. Ensuite, nous verrons quelques applications réalistes, et nous tirerons un premier bilan.

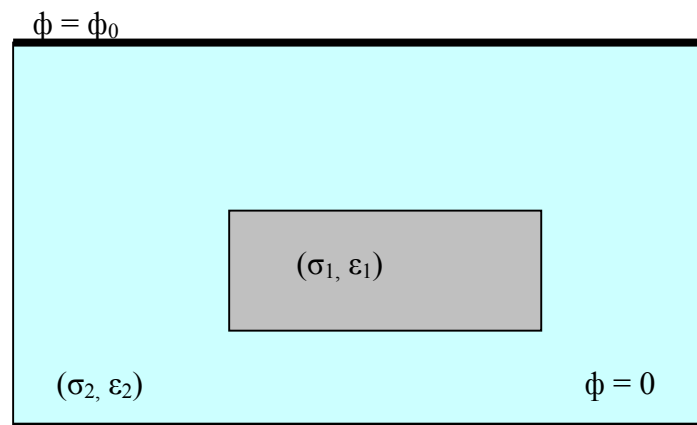


Fig 2.1: Problème diélectrique général

### 2.2.2 Formulation forte

Partons des quatre équations de Maxwell :

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	Loi de conservation du Flux magnétique
$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	Loi d'Ampère
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Loi de Lenz
$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$	Loi de Gauss

(2.1)

et des relations constitutives des matériaux :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (2.2)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (2.3)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (2.4)$$

Ces équations sont réécrites en tenant compte des approximations que nous avons évoquées au paragraphe 2.2.1 :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \square \quad 0 \quad \text{L'effet de } \vec{H} \text{ est négligeable}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Loi d'Ampère} \quad (2.5)$$

En raison de la nullité du rotationnel du champ électrique  $\vec{E}$ , ce dernier est conservatif. Ainsi, on peut définir un potentiel scalaire électrique  $\phi$  tel que :  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ . On réécrit la loi d'Ampère dans (2.5) en régime harmonique :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (2.6)$$

En remplaçant les équations des matériaux dans l'équation (2.6), on a :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + j\omega \varepsilon \vec{E} = -(\sigma + j\omega \varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \phi \quad (2.7)$$

La quantité  $\sigma + j\omega \varepsilon$  est aussi appelée « conductivité complexe ». En raison d'une propriété majeure des opérateurs :  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$  on a :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot [-(\sigma + j\omega \varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \phi] = 0 \quad (2.8)$$

L'équation aux dérivées partielles (2.8) est imposée en tout point de l'espace. Cette équation, avec des conditions à la frontière appropriées, constitue la formulation forte de notre problème.

Dans ce type de problème, l'inconnue est le potentiel scalaire électrique  $\phi$ . Les sources du champ électrique sont exprimées par le biais de conditions à la frontière de type Dirichlet. Notamment, pour des applications qui portent sur l'exposition humaine aux champs générés par des lignes haute tension, le potentiel scalaire électrique doit être fixé à l'emplacement des câbles (et zéro sur le sol) (figure 2.2). Des conditions de Neumann peuvent être utilisées pour exprimer des conditions de symétrie ou pour limiter « artificiellement » le domaine de résolution.

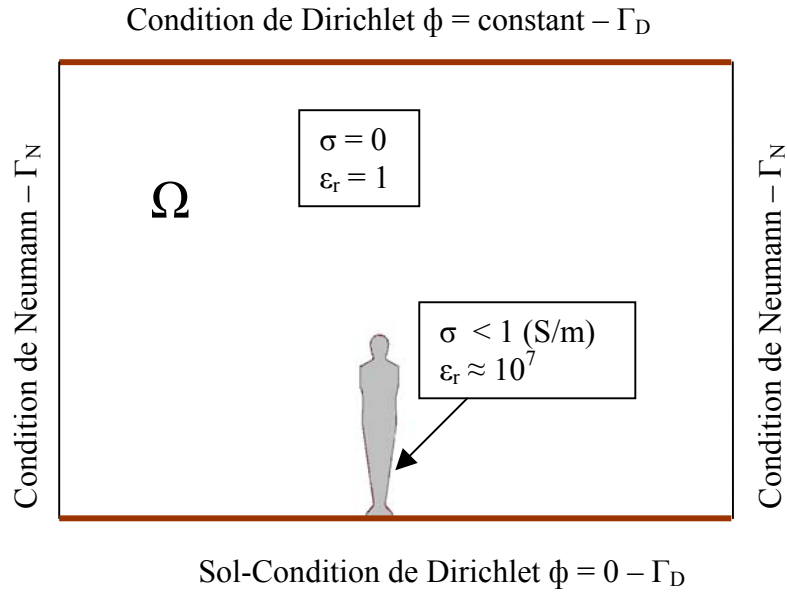


Fig 2.2: Simulation simplifiée (2D) de l'exposition du corps humain à un champ électrique uniforme.

### 2.2.3 Formulation faible

Afin de mettre en œuvre cette formulation par la méthode des éléments finis, nous devons d'abord l'exprimer sous une forme intégrale [DT81]. Nous allons donc développer cette formulation en forme faible par la méthode de Galerkin.

Soit  $\Omega$  le domaine de résolution, et  $\Gamma = \partial\Omega$  sa frontière (figure 2.2). Supposons que la frontière puisse se décomposer en deux parties :

- 1)  $\Gamma_D \subseteq \Gamma$  = sous-ensemble de la frontière où l'on impose des conditions de type Dirichlet.
- 2)  $\Gamma_N \subseteq \Gamma$  = sous-ensemble de la frontière où l'on impose la condition de type Neumann homogène :  $\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0$ .

Soit  $W$  l'ensemble des fonctions  $\underline{w} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  définies sur le domaine  $\Omega$  telles que [IB97] :

1.  $\underline{w}$  est continue et différentiable au moins une fois,
2.  $\underline{w} = 0$  sur  $\Gamma_D \subseteq \Gamma$

Après avoir multiplié (2.8) par une fonction  $\underline{w} \in W$  et intégré sur  $\Omega$ , on obtient :

$$\iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot [-(\sigma + j\omega\epsilon) \cdot \vec{\nabla}\phi] \underline{w} d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad (2.9)$$

Afin de calculer l'intégrale (2.9), il faut tout d'abord appliquer une propriété des opérateurs comme suite :

$$\vec{\nabla} \cdot (U\vec{T}) = U(\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) + (\vec{\nabla} U) \cdot \vec{T} \quad (2.10)$$

où U est une fonction scalaire,  $\vec{T}$  est une fonction vectorielle.

Donc, à partir de la propriété (2.10) on a :

$$U(\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) = \vec{\nabla} \cdot (U\vec{T}) - (\vec{\nabla} U) \cdot \vec{T} \quad (2.11)$$

et :

$$\int_{\Omega} U(\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) d\Omega = \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (U\vec{T}) d\Omega - \int_{\Omega} \vec{T} \cdot (\vec{\nabla} U) d\Omega \quad (2.12)$$

Selon le théorème de divergence :

$$\int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) d\Omega = \iint_{\Gamma} \vec{T} \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (2.13)$$

Donc, on réécrit (2.12) :

$$\int_{\Omega} U(\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) d\Omega = \iint_{\Gamma} U\vec{T} \cdot \vec{n} d\Gamma - \int_{\Omega} \vec{T} \cdot (\vec{\nabla} U) d\Omega \quad (2.14)$$

En appliquant (2.14), l'équation d'intégrale (2.9) devient :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot [-(\sigma + j\omega\varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \underline{\phi}] \underline{w} d\Omega = \\ \iint_{\Gamma} [-(\sigma + j\omega\varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \underline{\phi}] \underline{w} \cdot \vec{n} d\Gamma - \iiint_{\Omega} [-(\sigma + j\omega\varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \underline{\phi}] \cdot \vec{\nabla} \underline{w} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

A la frontière  $\Gamma = \Gamma_N \cup \Gamma_D$  du domaine de la résolution  $\Omega$ , les conditions de Dirichlet et de Neumann seront imposées. Or, on peut facilement constater que l'intégrale surfacique dans (2.15) s'annule, car :

- + sur la frontière  $\Gamma_D$  à Dirichlet :  $\underline{w} = 0$
- + sur la frontière  $\Gamma_N$  à Neumann homogène :  $\vec{\nabla} \underline{\phi} \cdot \vec{n} = \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial n} = 0$

Ainsi l'intégrale (2.15) devient :

$$\iiint_{\Omega} [(\sigma + j\omega\varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \underline{\phi}] \cdot \vec{\nabla} \underline{w} d\Omega = 0 \quad (2.16)$$

La formulation faible que nous avons obtenue avec la méthode de Galerkin peut donc être exprimée de la manière suivante :

« Trouver le potentiel  $\underline{\phi} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continue, dérivable partout (à moins d'un ensemble de mesure nulle), tel que :

- 1)  $\underline{\phi}$  satisfait l'ensemble des conditions à Dirichlet

$$2) \quad \iiint_{\Omega} [(\sigma + j\omega\varepsilon) \cdot \vec{\nabla} \phi] \cdot \vec{\nabla} w d\Omega = 0 \quad \forall w \in W \gg$$

Nous avons mis en œuvre cette formulation par la méthode des éléments finis en 3D. Nous avons d’abord validé notre code avec un « cas d’école » pour lequel une solution analytique est disponible. Puis nous avons réalisé des modélisations intermédiaires avec un modèle homogène très simplifié du corps. Nous avons systématiquement comparé nos résultats avec le logiciel commercial FLUX3D chaque fois que ceci a été possible. Enfin, nous avons réalisé des modélisations réalistes avec un modèle du corps anatomique et hétérogène.

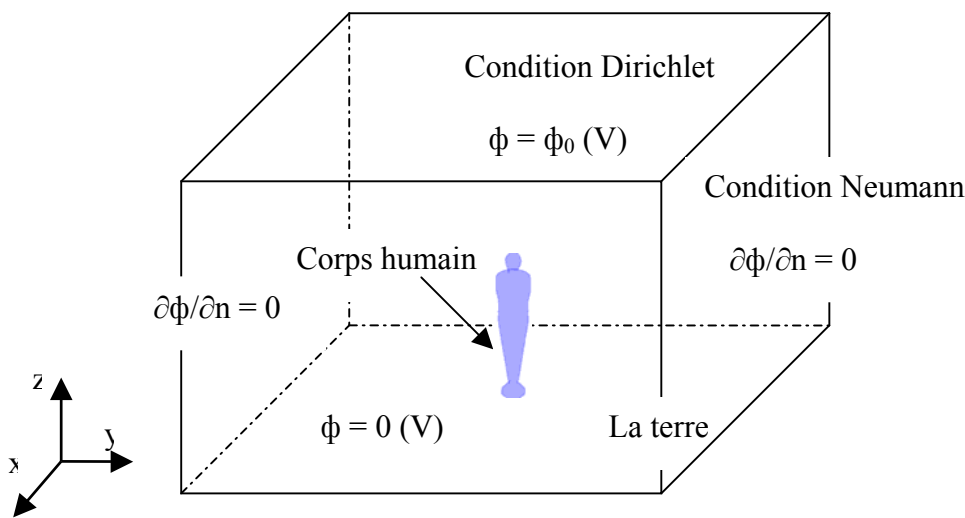


Fig 2.3: Simulation simplifiée (3D) de l’exposition du corps humain à un champ électrique uniforme.

#### 2.2.4 Implémentation par la méthode des éléments finis

L’implémentation de la formulation (2.16) a été mise en œuvre en nous appuyant sur la plateforme MATLAB. Pour cela, nous avons utilisé une partie des codes développés au sein de l’équipe « Modélisation » du laboratoire Ampère, dans lequel cette thèse s’est déroulée.

Notre programme est constitué de plusieurs étapes présentées dans la figure 2.4. Les géométries utilisées peuvent provenir de différentes sources : FLUX3D, GMSH [GR07]... Les outils de base pour obtenir les maillages nécessaires pour nos calculs ont été les logiciels AMIRA pour la géométrie anatomique du corps humain, et FLUX3D pour la grande majorité des autres cas.



Presque tous les sous-programmes que nous avons développés ont été réalisés avec le langage propre à MATLAB, afin de disposer de plus de flexibilité et de simplicité d'utilisation. Cependant, certains des ces sous-programmes qui nécessitent d'être optimisés ont été écrits en langage C, et « connectés » à l'environnement de MATLAB sous la forme de bibliothèques dynamiques. Cette solution nous permet de conserver en même temps tous les avantages d'un langage de haut niveau tel que MATLAB, et la rapidité d'exécution du langage C.

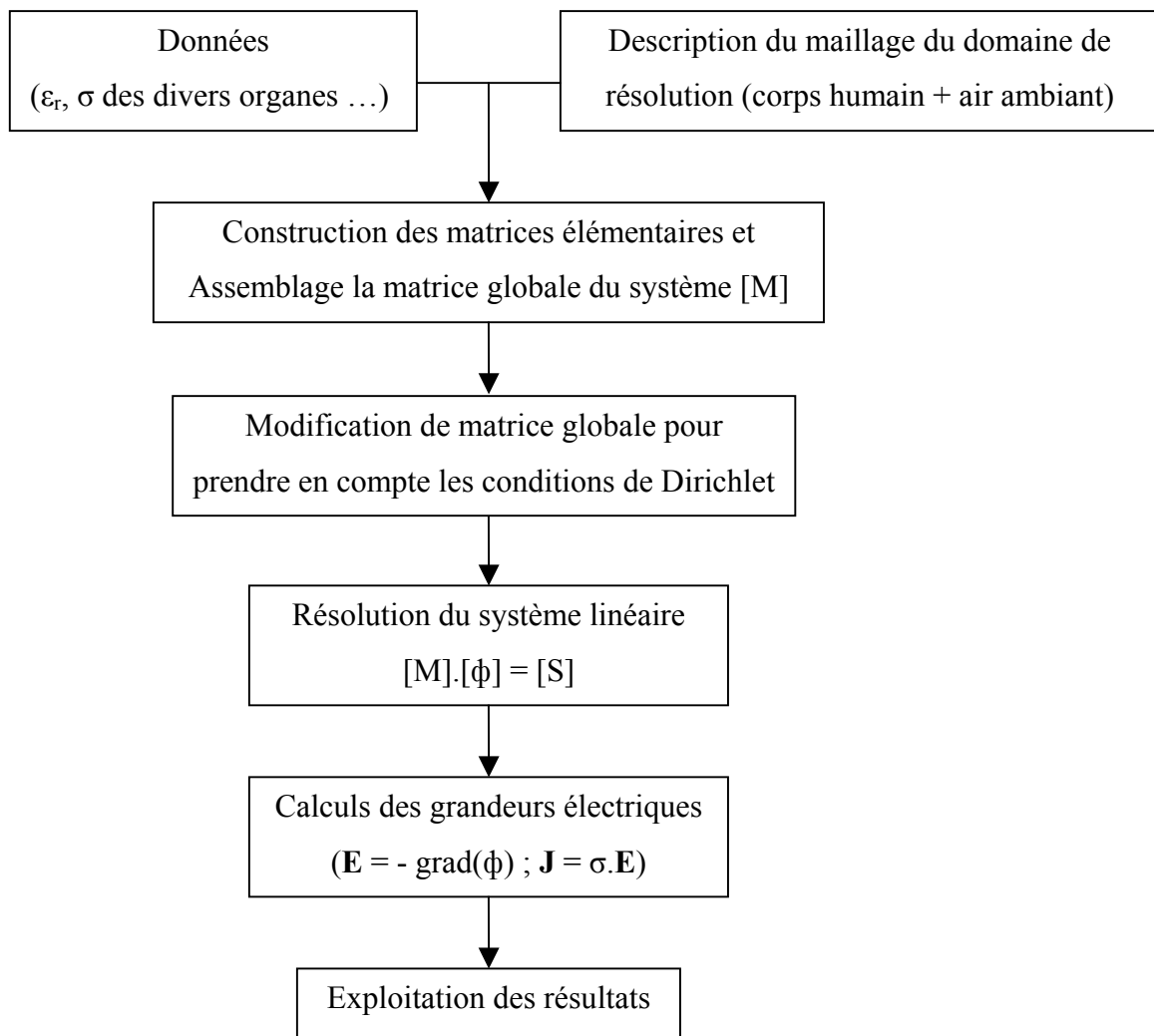


Fig 2.4: Structure des calculs pour la formulation diélectrique

## 2.2.5 Validations de la formulation diélectrique.

### 2.2.5.1 Validation avec une sphère.

Afin de valider notre code, la configuration simulée est une sphère homogène de conductivité  $\sigma$  et permittivité relative  $\epsilon_r$ , exposée à un champ électrique uniforme  $E_0$ . Dans nos modélisations, ce champ « source » est généré de manière approximative par deux nappes, entre lesquelles on impose une différence de potentiel  $\phi_0$ . La géométrie du problème avec les conditions à la frontière est représentée en figure 2.5 ci-dessous. Cette géométrie a été définie et maillée avec le logiciel FLUX3D. La fraction d'éléments de qualité médiocre ne représente que le 0,62% de l'ensemble des éléments. Pour cette configuration, nous disposons d'une solution analytique, à l'intérieur comme à l'extérieur de la sphère.

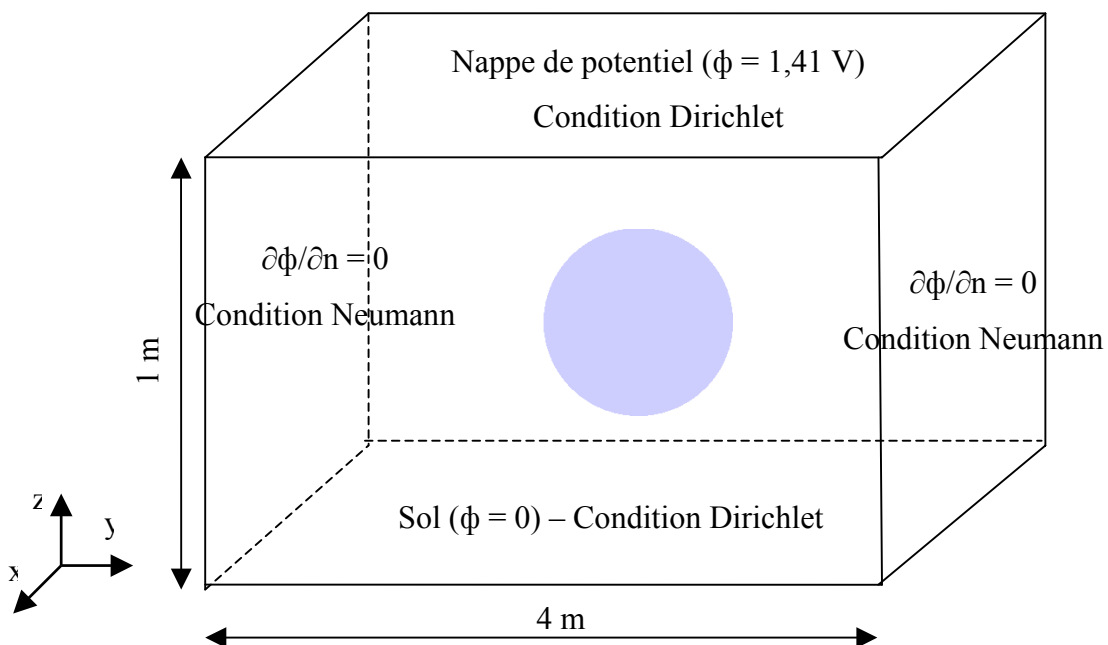


Fig 2.5: Exposition de la sphère à un champ électrique uniforme (la sphère et l'air ambiant constituent le domaine de résolution et ils sont maillés)

#### Champ électrique à l'intérieur de la sphère :

Un champ électrique uniforme vertical  $E_0$  induit un champ uniforme à l'intérieur d'un sphéroïde homogène (figure 2.6). L'expression de ce champ électrique est la suivante [CON02] :

$$\underline{E} = \frac{E_0}{1 + \left( \frac{\underline{\varepsilon}_i^*}{\varepsilon_e^*} - 1 \right) (u_0^2 - 1) [u_0 \coth^{-1}(u_0) - 1]} \quad (2.17)$$

où :

$$u_0 = 1 / \sqrt{1 - (R/L)^2}$$

$R$  = demi – axe mineur (du sphéroïde, localisé sur le plan xy)

$L$  = demi – axe majeur du sphéroïde

$$\underline{\varepsilon}_i^* = \varepsilon_0 \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega} = \text{permittivité complexe du corps humain}$$

$$\varepsilon_e^* = \varepsilon_0 = \text{permittivité du vide.}$$

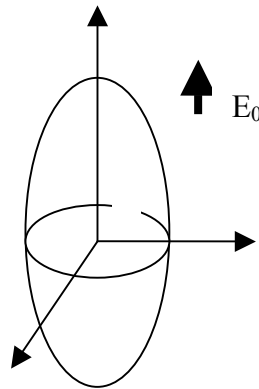


Fig 2.6: Modèle sphéroïde

Le sphéroïde est un modèle du corps humain très simple, qui historiquement a été utilisé au début des années 80, avant que les ordinateurs disposent une puissance de calcul suffisante pour simuler des modèles plus réalistes.

Pour adapter cette formule au cas de la sphère, il faut considérer la limite pour  $L \rightarrow R^+$ . Dans cette limite, des complications surviennent dans le dénominateur de (2.18) (le paramètre  $u_0$  tend vers l'infini). Pour surmonter cette petite difficulté, un développement de Taylor d'ordre supérieur à 3 suffit ; on obtient ainsi l'expression du champ électrique à l'intérieur d'une sphère<sup>1</sup> :

<sup>1</sup> Bien évidemment, la voie que nous avons suivie pour obtenir ce résultat n'est pas la seule possible, et encore moins la plus simple. Nous avons procédé ainsi car nous disposions de la formule du champ à l'intérieur d'un sphéroïde, et nous avons préféré adapter celle-ci à notre propre besoin, plutôt que chercher à obtenir ce même résultat de manière plus élégante.

$$\lim_{R \rightarrow L} \underline{E} = \frac{3}{2 + \left( \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \right)} E_0 \quad (2.18)$$

Ainsi, la densité de courant induit à l'intérieur de la sphère est :

$$\underline{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \underline{E} = \frac{3(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)}{2 + \left( \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \right)} E_0 \quad (2.19)$$

### Champ électrique à l'extérieur de la sphère :

Supposons que la sphère de rayon  $R$  placée dans le champ électrique uniforme  $E_0$  possède une charge électrique nette  $Q$ , et qu'aucune autre charge existe à l'extérieur de cette sphère<sup>1</sup> : à l'extérieur de la sphère, nous pouvons ainsi définir un potentiel scalaire électrique  $V$ , qui satisfait l'équation de Laplace :  $\Delta V = 0$ . Pour calculer ce potentiel, nous considérons la solution générale de l'équation de Laplace en coordonnées sphériques pour un système avec symétrie axiale [FAR93] :

$$V(r, \theta) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( A_k r^k + \frac{B_k}{r^{k+1}} \right) P_k(\cos \theta) \quad (2.20)$$

où  $A_k$ ,  $B_k$  sont les coefficients de ce développement, et  $P_k(\cos \theta)$  sont les polynômes de Legendre. Il faut déterminer les valeurs des coefficients pour que le potentiel (2.20) vérifie les conditions aux limites suivantes :

1) Le potentiel électrique sur la sphère  $V(R, \theta) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

2) Pour  $r \rightarrow \infty$  on doit avoir :

$$V(r, \theta) = -E_0 z + \text{const.} = -E_0 r \cos \theta + \text{const.}$$

Pour cela, un développement d'ordre 1 suffit; on développe donc explicitement l'équation (2.20) avec  $n = 1$  :

$$V(r, \theta) = A_0 + A_1 r \cos \theta + \frac{B_0}{r} + \frac{B_1 \cos \theta}{r^2}$$

<sup>1</sup> Pour être rigoureux, cette hypothèse n'est pas correcte car le champ électrique extérieur  $E_0$  est forcément généré par des charges électriques ! Nous la prendrons tout de même pour bonne, en utilisant l'argument que les charges qui génèrent le champ  $E_0$  se trouvent à l'infini, et dont ne perturbent pas notre raisonnement tant qu'on reste « à proximité » de la sphère.

Pour  $r \rightarrow \infty$  les termes du développement tendant vers zéro, donc pour la condition (2), nous devons avoir :

$$A_0 = 0$$

$$A_1 = -E_0$$

Il reste à déterminer les deux autres coefficients afin de satisfaire la condition (1) :

$$B_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}$$

$$B_1 = E_0 R^3$$

Ainsi, nous obtenons l'expression suivante pour le potentiel :

$$V(r, \theta) = -\left(1 - \frac{R^3}{r^3}\right) E_0 r \cos \theta + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.21)$$

Le champ électrique à l'extérieur de la sphère est donc :

$$\vec{E}(r, \theta) = -\nabla V(r, \theta) = \vec{e}_r \cdot \left[ \left(1 + \frac{2R^3}{r^3}\right) E_0 \cos \theta + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right] - \vec{e}_\theta \cdot \left[ \left(1 - \frac{R^3}{r^3}\right) E_0 \sin \theta \right] \quad (2.22)$$

Ainsi, nous allons comparer nos calculs numériques avec ces solutions analytiques : nous utiliserons la formule (2.21) avec la charge totale nulle sur la sphère  $Q = 0$  à l'extérieur de la sphère, et la formule (2.19) pour la densité de courant induit dans la sphère.

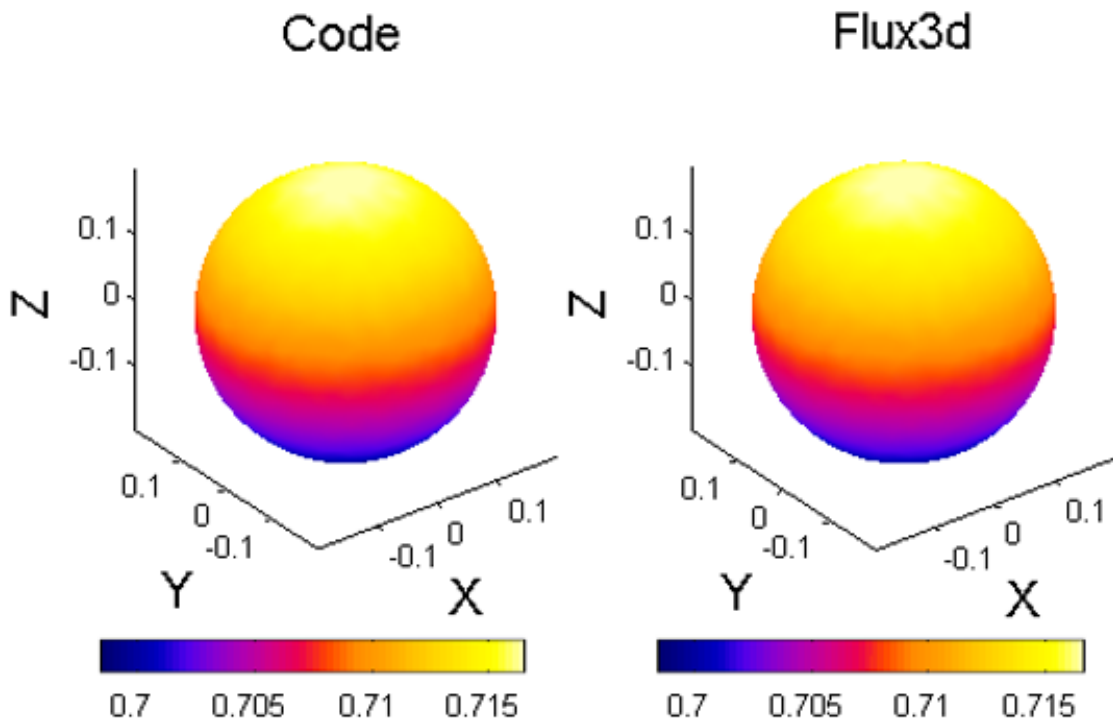


Fig 2.7: Potentiel scalaire électrique (V) à la surface d'une sphère,  $\sigma = 10^{-9}$  (S/m),  $\epsilon_r = 100$ , rayon  $R = 200$  mm, exposée au champ uniforme  $E_0 = 1,41$  V.m<sup>-1</sup>.

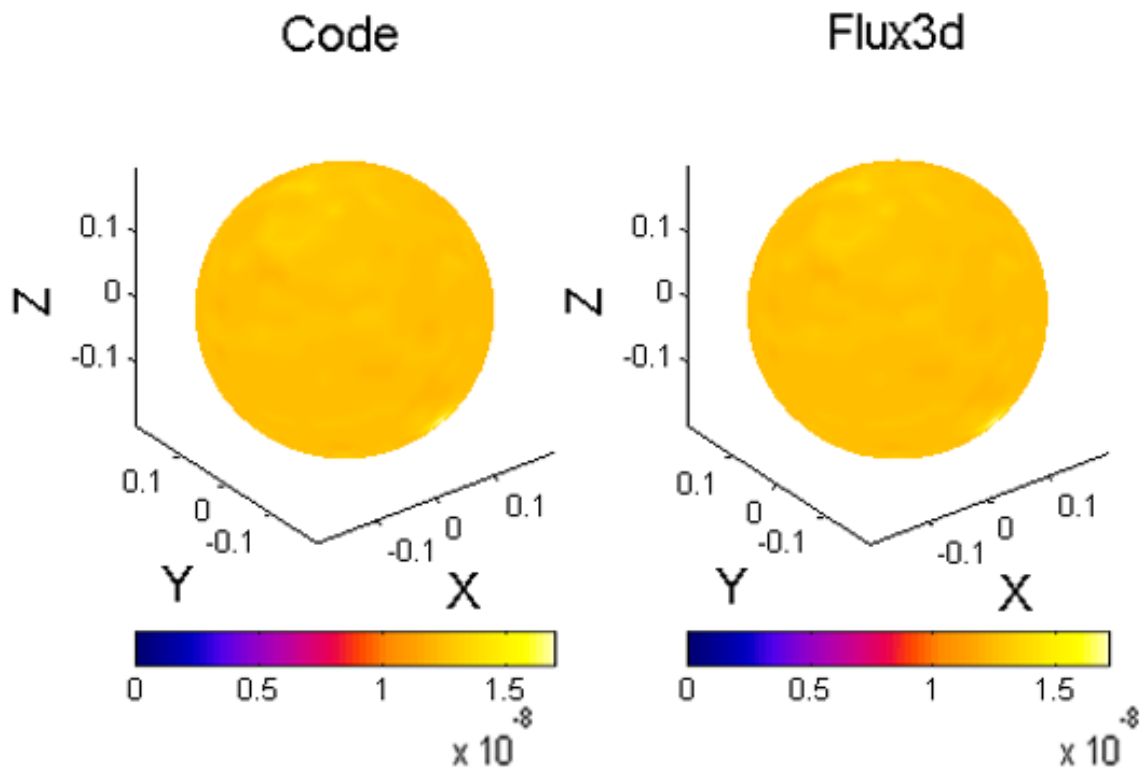


Fig 2.8: Densité de courant induit à la surface de la sphère (A/m<sup>2</sup>).

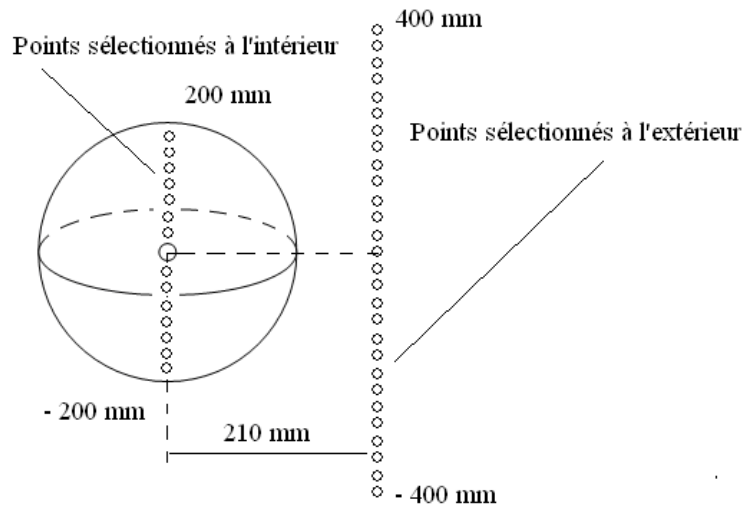


Fig 2.9: Points calculés pour la comparaison

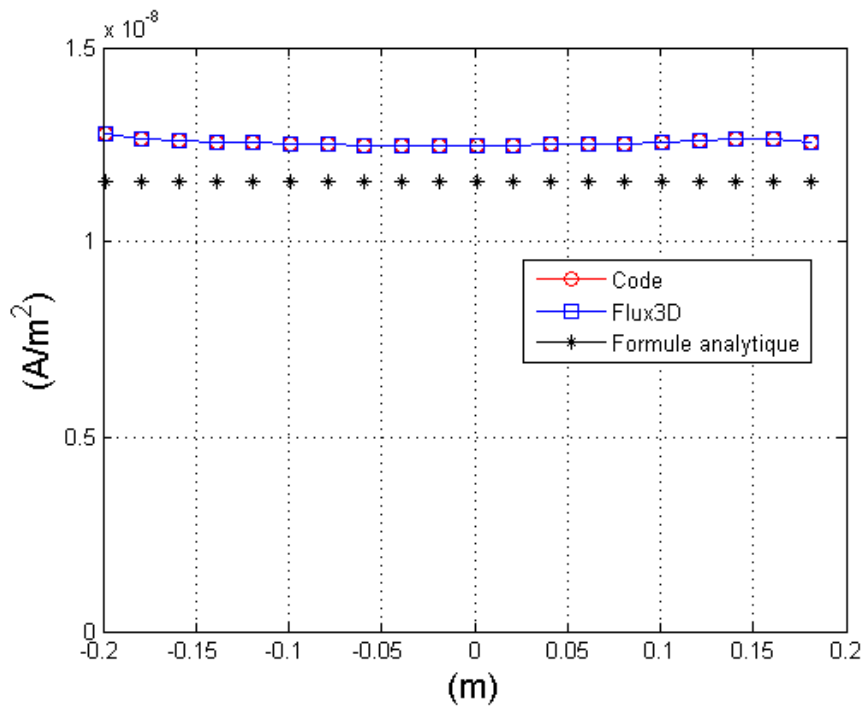


Fig 2.10: Densité de courant induit aux points sélectionnés à l'intérieur de la sphère (cf. formule analytique 2.19).

Nous avons comparé les résultats obtenus avec notre code, FLUX3D et les formules analytiques, dans en premier temps avec des valeurs arbitraires de  $(\sigma, \epsilon_r)$  :

- 1) La répartition du potentiel électrique et la densité de courant induit à la surface de la sphère (figures 2.7 et 2.8).
- 2) La densité de courant calculé le long d'une droite à l'intérieur de la sphère. (figure 2.10).

- 3) Le potentiel électrique le long d'une droite à l'extérieur de la sphère (mais à proximité de celle-ci). (figure 2.11).

Un examen visuel de ces figures montre que les calculs à l'intérieur de la sphère obtenus par notre code et par FLUX3D sont identiques. Le dégradé (figure 2.8) et des valeurs ponctuelles (figure 2.10) de la densité de courant induit calculés par notre programme et par FLUX3D nous montrent qu'elle est presque uniforme dans la sphère, comme prévu par les calculs théoriques (équation (2.19)).

La densité de courant induit dans la sphère que nous calculons par éléments finis est d'environ  $1,25 \cdot 10^{-8} \text{ A.m}^{-2}$  (figure 2.10). Or, d'après la formule (2.19) ce courant devrait être  $J_{\text{analytique}} = 1,157 \cdot 10^{-8} \text{ A.m}^{-2}$  : on constate un décalage d'environ 7,4%.

Pour comprendre ceci, observons l'allure du potentiel électrique à l'extérieur de la sphère (figure 2.11). Afin de mieux mettre en évidence l'influence de la sphère sur les grandeurs électromagnétiques dans l'air, on choisit de calculer le potentiel en des points très proches de la sphère. Nous observons qu'à proximité de la sphère, le potentiel électrique n'est pas linéaire (figure 2.11). Encore une fois, les résultats numériques, et ceux analytiques sont très proches en tout point. Cependant, nous observons que la pente du potentiel (et donc le champ électrique !) obtenus par éléments finis n'est pas tout à fait la même que celle calculée analytiquement : nous pouvons ainsi expliquer le décalage observé, par le fait que le champ électrique que nous imposons dans nos calculs aux éléments finis n'est pas parfaitement uniforme. Nous attribuons ceci aux effets de taille finie de notre domaine d'étude.

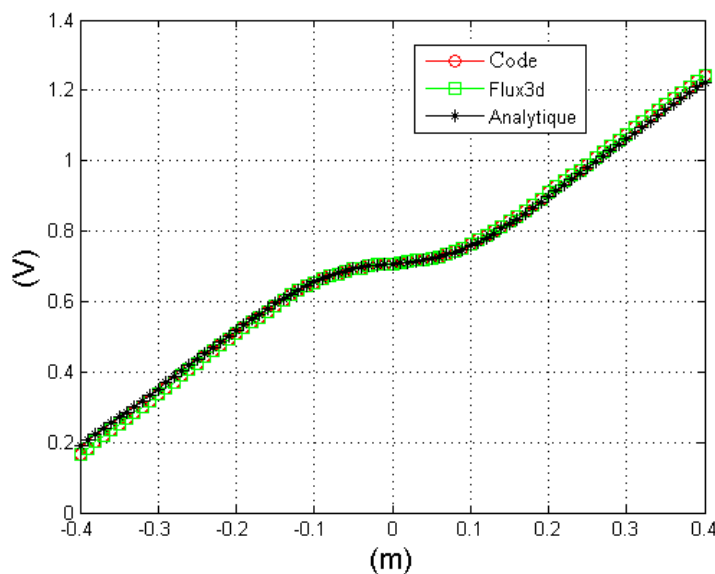


Fig 2.11: Potentiels ponctuels calculés à l'extérieur de la sphère (voir figure 2.9) (cf. formule analytique 2.21).



### 2.2.5.2 Influence des valeurs de conductivité et permittivité de la sphère

Il est bien connu qu'à la fréquence industrielle, la permittivité du corps humain ne joue aucun rôle, car l'intensité des courants de déplacement est tout à fait négligeable par rapport aux courants de conduction :  $\sigma \gg \varepsilon_0 \omega$ . Si l'on augmente la conductivité de la sphère, nous observons que :

- 1) L'intensité de courant induit ne varie pas beaucoup.
- 2) Les calculs numériques sont plus bruités (figure 2.12).

La première observation est tout à fait cohérente avec la formule (2.19). En effet, tant que les courants de déplacement sont négligeables, nous pouvons écrire :

$$\underline{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \cdot \underline{E} = \frac{3(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)}{2 + \left(\varepsilon_r - j\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right)} E_0 \approx \frac{3\sigma}{2 - j\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}} E_0 \approx 3j\varepsilon_0\omega E_0 \quad (2.23)$$

Ainsi, nous voyons que la densité de courant est quasiment indépendante de la conductivité de la sphère.

Par contre, ce même résultat nous montre que le champ électrique à l'intérieur de la sphère doit être inversement proportionnel à la conductivité :

$$\underline{E} \approx \frac{3j\varepsilon_0\omega}{\sigma} E_0$$

Ceci explique l'apparition du bruit numérique : lorsque le champ électrique diminue, les variations du potentiel électrique diminuent aussi. Par conséquence, le calcul numérique du gradient du potentiel scalaire électrique  $\phi$  devient problématique, car le nombre de chiffres significatifs est limité.

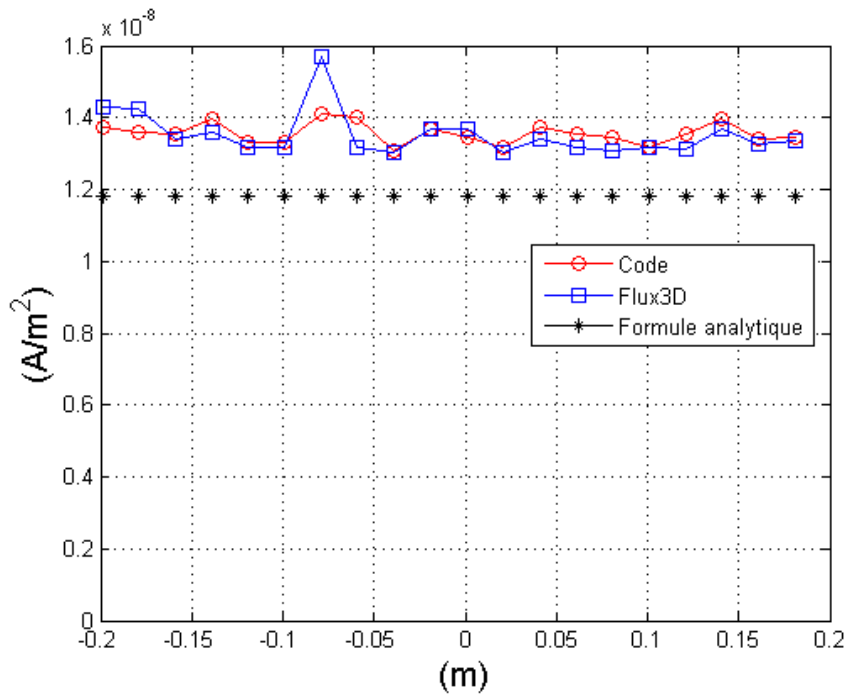


Fig 2.12: Densité de courant induit aux points sélectionnés à l'intérieur de la sphère (voir figure 2.9) ( $\sigma = 10^{-3} (S.m^{-1})$ )

### 2.2.5.3 Vers une modélisation plus réaliste

Après avoir validé notre code avec une géométrie simple, pour laquelle des solutions analytiques sont disponibles, nous nous sommes tournés vers un modèle intermédiaire (figure 2.13). Cette géométrie du corps humain est axisymétrique et homogène ; elle était utilisée par une équipe japonaise dans les années quatre vingt [CIK84].

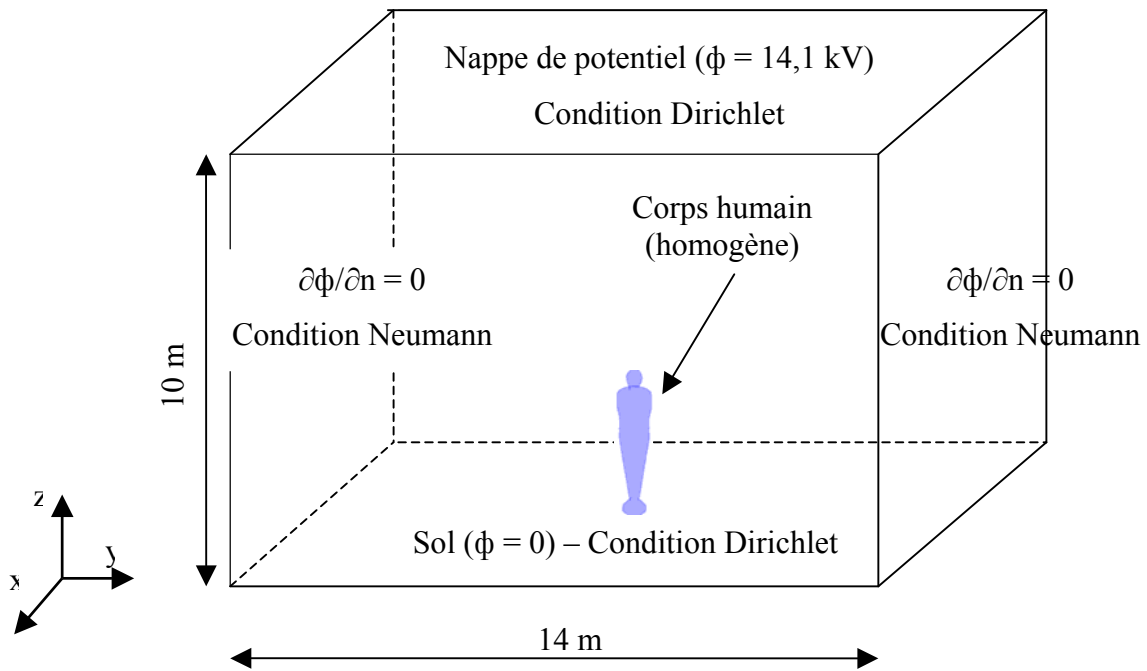


Fig 2.13: Simulation simplifiée (3D) de l'exposition du corps humain à un champ électrique uniforme vertical

Dans cette modélisation, nous avons considéré que la conductivité et la permittivité du corps humain sont respectivement  $\sigma = 0,2 (S.m^{-1})$  et  $\epsilon_r = 10^7$ . Dans cette simulation, le corps humain est placé à contact direct avec la terre, et est exposé à un champ électrique uniforme  $E_0 = 1,41 (kV.m^{-1})$ . Cette même configuration a été calculée avec le logiciel FLUX3D ; les résultats que nous obtenons sont tout à fait similaires (on retrouve même les bruits dus au maillage aux mêmes endroits).

Nous avons affiché la répartition du potentiel scalaire électrique (Figure 2.14) et de la densité de courant induit (Figure 2.15) dans le corps humain. Nous avons tracé ces mêmes grandeurs le long de l'axe du corps humain (figure 2.17). On observe que la densité de courant  $\mathbf{J}$  est plus élevée au niveau du cou et des chevilles. Ceci est cohérent avec les résultats disponibles dans la littérature [CI84].

Les résultats présentés dans les figures 2.14, 2.15, 2.17 montrent que les calculs à l'intérieur du modèle obtenus par notre programme et par FLUX3D sont identiques. Cela signifie que notre programme donne a priori des résultats corrects.

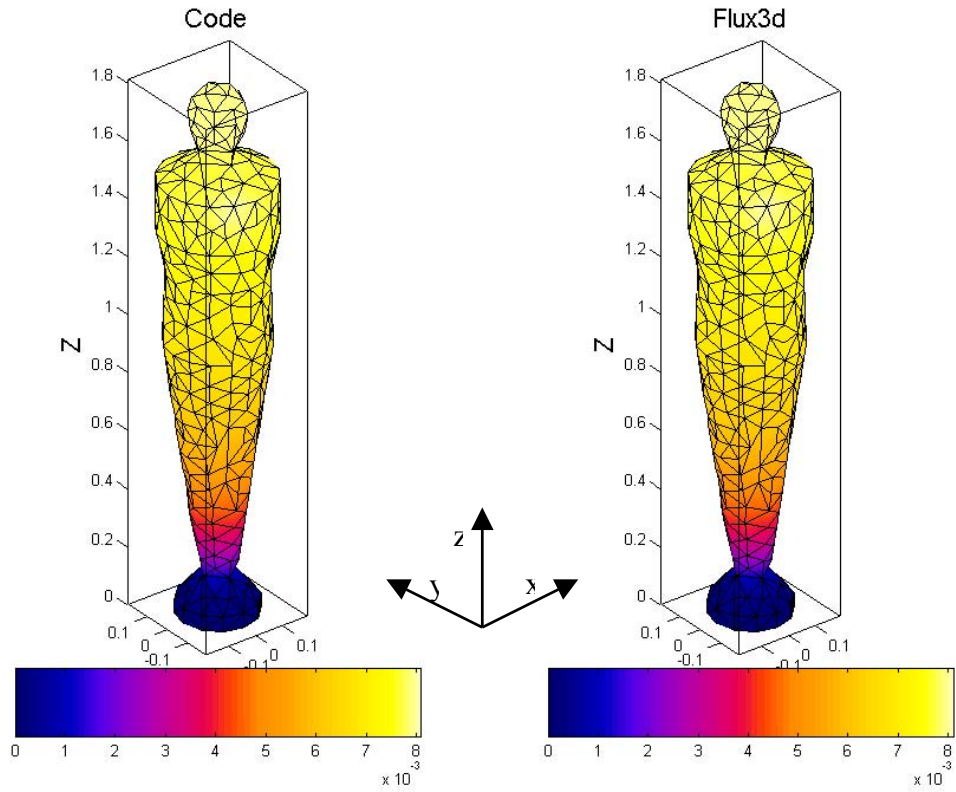


Fig 2.14: Potentiel scalaire électrique à la surface de corps humain (V)

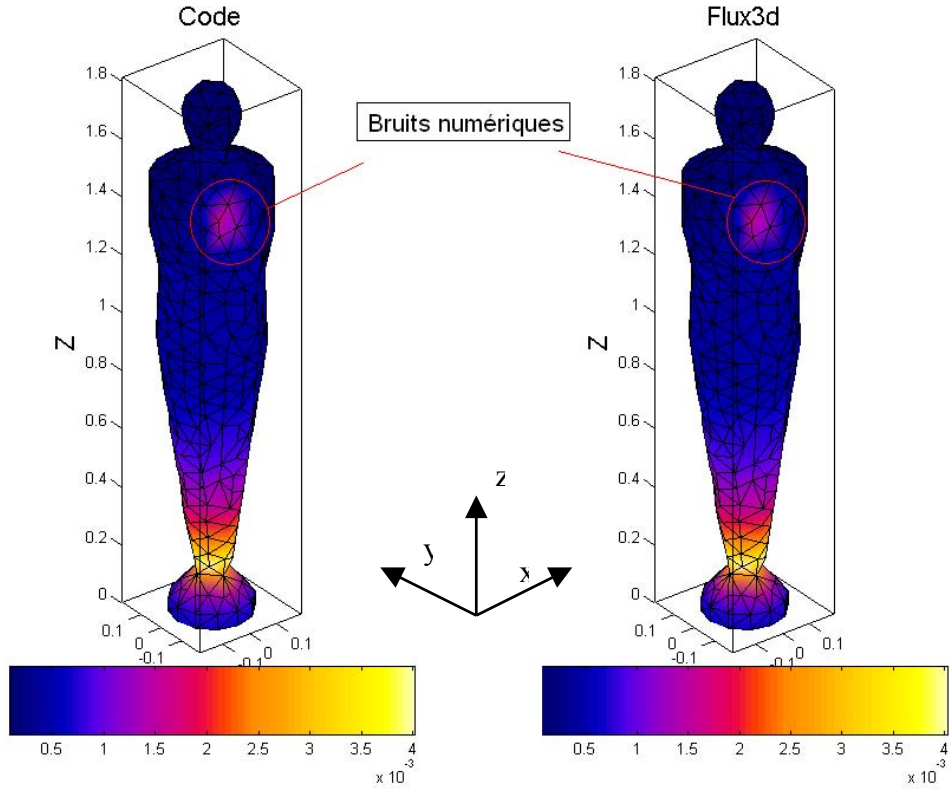


Fig 2.15: Densité de courant induit à la surface de corps humain ( $A/m^2$ )

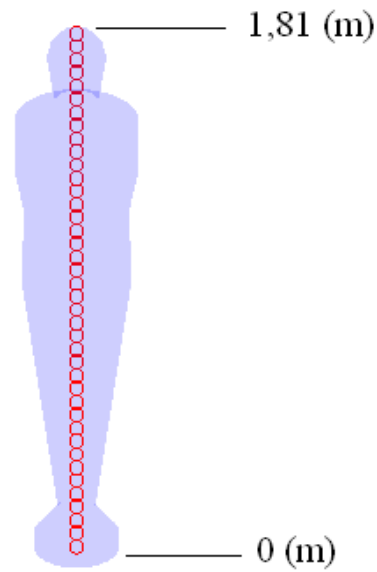


Fig 2.16: Points sélectionnés dans le corps humain

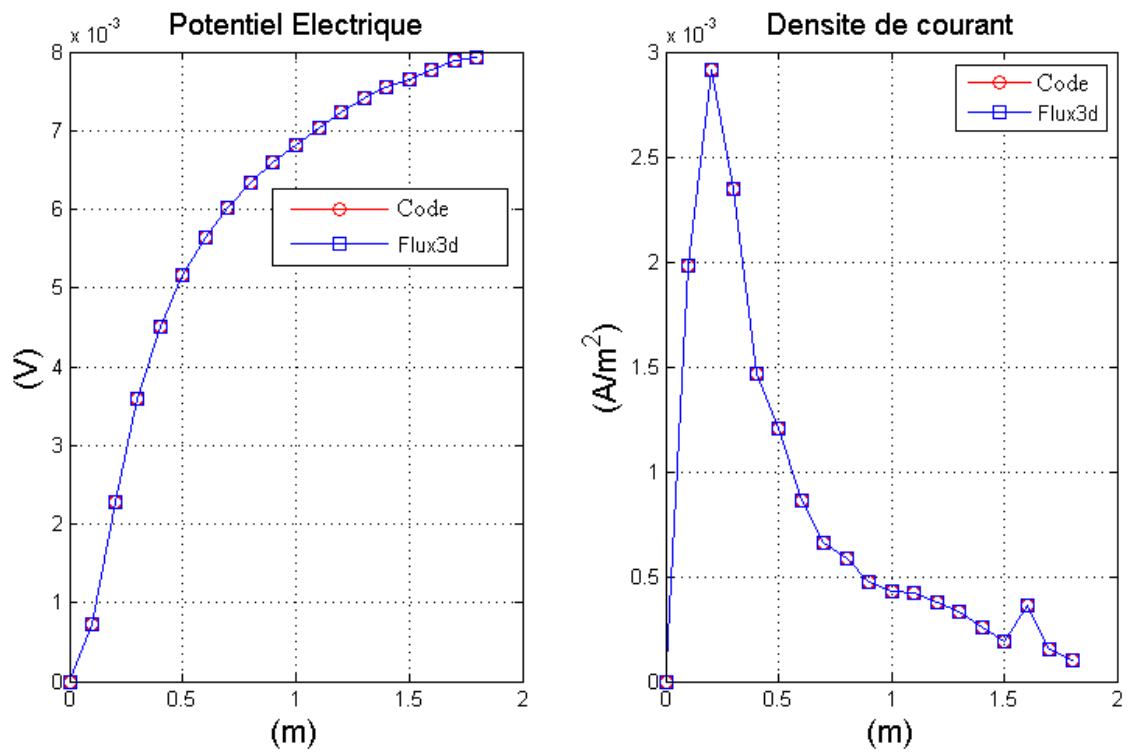


Fig 2.17: Résultats ponctuels dans le corps humain

### 2.2.6 Influence du sol

Jusqu'à présent, nous nous sommes concentrés sur la validation de la méthode numérique en tant que telle, et nous avons tiré quelques tendances sur la répartition des grandeurs électromagnétiques dans le corps humain. Pour cela, notre modélisation a été simplifiée : le sol a été représenté par une surface équipotentielle, où l'on a imposé  $\phi = 0$ .

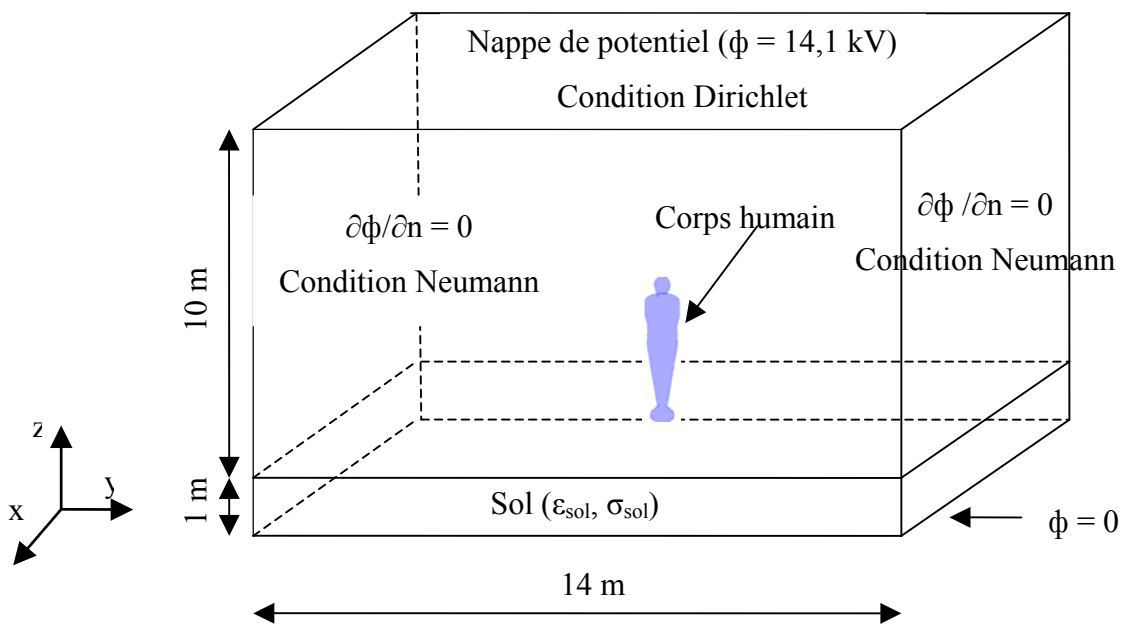


Fig 2.18: Exposition du modèle axisymétrique à un champ électrique uniforme avec le sol (le corps, l'air ambiant et le sol constituent le domaine de résolution)

Maintenant, nous allons étudier l'influence de la présence et des caractéristiques du sol sur les grandeurs électromagnétiques dans le corps humain. Les sols sont souvent constitués de plusieurs couches, dont les caractéristiques électriques sont très différentes d'un endroit à l'autre. De plus, le contact « ohmique » entre le corps humain et le sol est une caractéristique des plus aléatoires, à cause de l'influence des semelles des chaussures, de l'état de transpiration, de l'humidité de la couche superficielle du terrain, etc.

Nous allons donc considérer la condition la plus défavorable, qui consiste à supposer qu'il existe un contact parfait entre le corps humain et le sol. Ce dernier a été modélisé avec un volume homogène. Nous avons donc effectué plusieurs simulations, en prenant pour permittivité et la conductivité du sol les valeurs suivantes:

- permittivité relative :  $\epsilon_r = 5, 10, 40$

- conductivité :  $\sigma = 1000 ; 40 ; 20 ; 2 ; 0.2 ; 10^{-2} ; 0,2 \cdot 10^{-2} ; 10^{-3}$  (S.m<sup>-1</sup>) (la résistivité du sol :  $\rho = 100, 500, 1000 \Omega.m$ ).

Les valeurs de permittivité sont représentatives des valeurs que l'on trouve dans la littérature [LXANB]. Par contre, les valeurs de conductivité s'étendent sur une plus grande plage (comprenant des valeurs réalistes et des valeurs non réalistes) afin de mieux observer l'influence de ce paramètre sur les phénomènes induits dans le corps. En particulier, pour  $\sigma = 1000$  S/m, nous pouvons considérer que nous sommes très proches du cas idéal où la terre est considérée un conducteur parfait<sup>1</sup>.

Nous présentons en figures 2.19 et 2.21 les densités de courant induit à la surface du corps humain, en figures 2.20 et 2.22 les densités de courants calculées sur la même droite dans le corps comme sur (figure 2.16) pour différentes valeurs de  $\epsilon_r$  et  $\sigma$  du sol. La source du champ électrique est une nappe sur laquelle on impose un potentiel de 14,1 kV.

Nous observons que les paramètres électriques du sol ne semblent pas avoir d'influence sur les courants induits dans le corps humain, pour ce type d'exposition. En particulier, les calculs dans les figures 2.19, et 2.20 nous montrent que le courant induit dans le corps humain ne varie pas en fonction de la permittivité du sol. Les calculs dans les figures 2.21, 2.22 nous montrent que le courant induit varie très légèrement au niveau de l'interface entre le corps humain et le sol, mais les valeurs maximales et les valeurs moyennes restent les mêmes. De plus, lorsque la conductivité du sol est supérieure à celle du corps humain, nous observons que toutes les courbes convergent rapidement vers la courbe correspondante à  $\sigma_{sol} = 1000$  S/m (représentée par une ligne continue) : ainsi, lorsque le sol est considéré comme un conducteur parfait, les courants induits dans le corps sont surestimés.

En effet, puisque le corps et la terre sont tous les deux suffisamment conducteurs, le champ électrique est perpendiculaire à la surface du corps humain et de la terre. En calculant le flux total de champ électrique au travers de la surface du corps humain, nous pouvons en déduire la charge électrique totale qui est induite par le champ électrique dans le corps humain:

$$\Phi = \iint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{nd}\Gamma = \frac{Q_{total}}{\epsilon_0}$$

Cette charge rentre dans le corps humain par le sol, donc au niveau des pieds : ceci explique pourquoi la densité de courant est maximale au niveau des chevilles. Puisque le

---

<sup>1</sup> Pour  $\sigma = 1000$  S/m, la terre est presque un conducteur parfait *par rapport au corps humain*, car la conductivité de ce dernier est environ 5000 fois inférieure.

signe de cette charge doit s'inverser à chaque demi – période, le courant induit peut se calculer par la formule :

$$I = \frac{dQ_{total}}{dt} = \varepsilon_0 \iint_{\Gamma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{n} d\Gamma \Rightarrow \underline{I} = j\omega\varepsilon_0 \iint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Gamma$$

Nous pouvons observer que la conductivité ne parait pas dans cette formule : ceci explique pourquoi le courant total ne dépend ni de la conductivité du sol, ni de celle de corps humain.



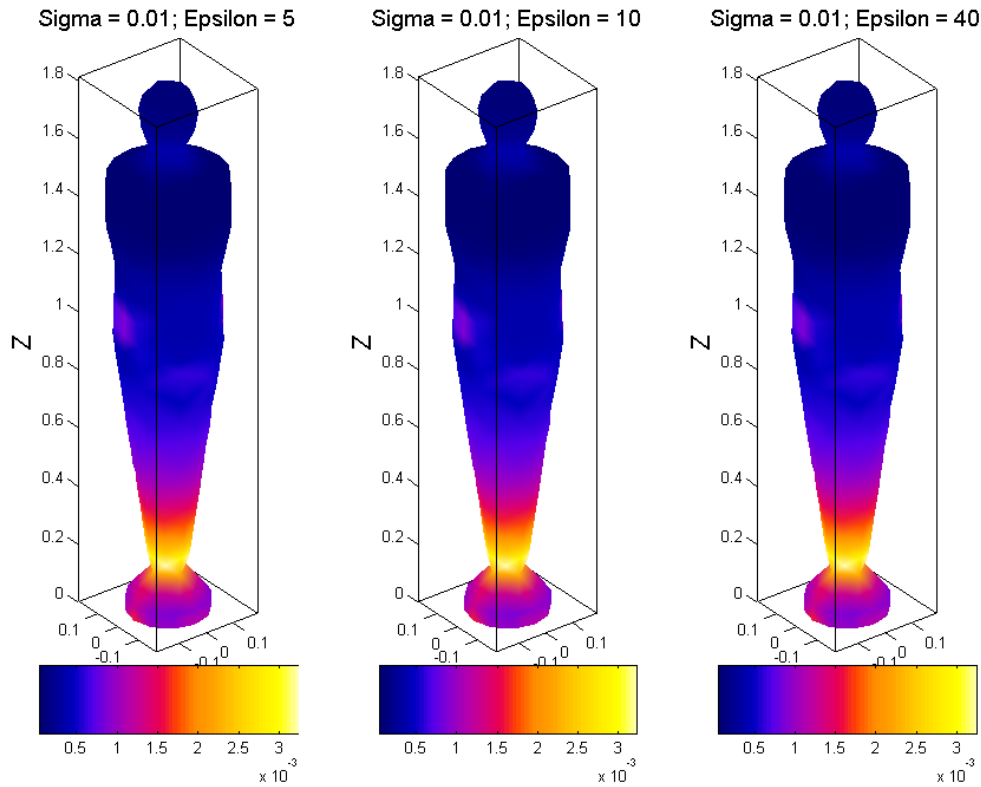


Fig 2.19: Densité de courant induit à la surface du corps humain pour différentes permittivités relative du sol ( $\sigma = 0,01$  S/m)

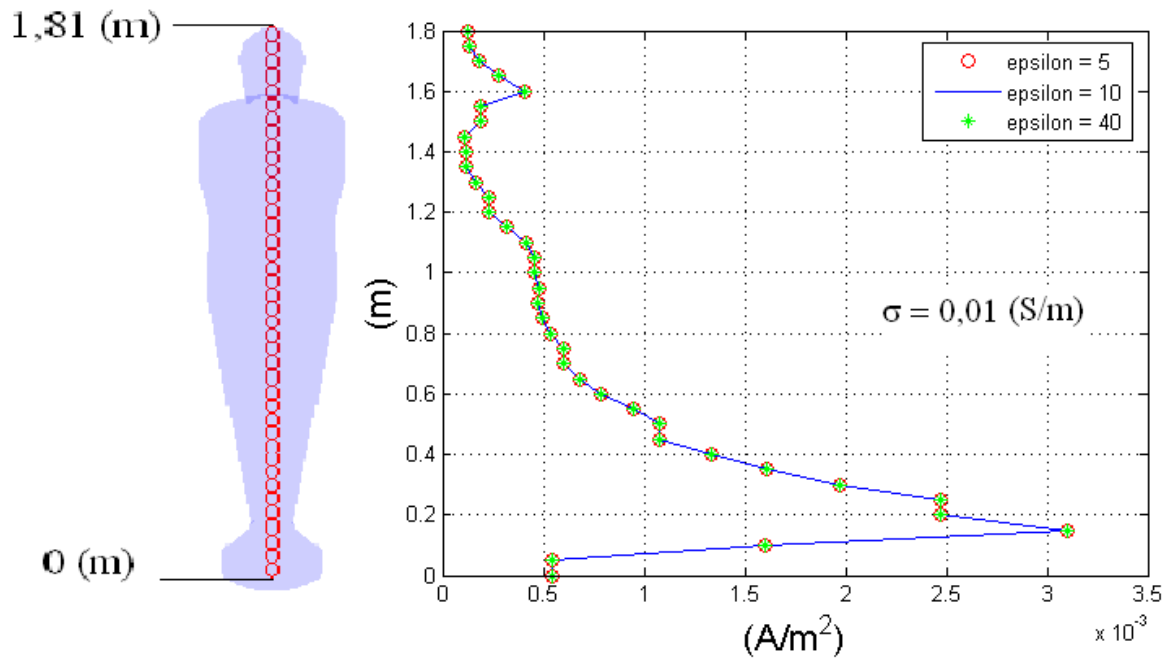


Fig 2.20: Densité de courant induit ponctuel situé sur un segment dans le corps humain (cf : figure 2.19)

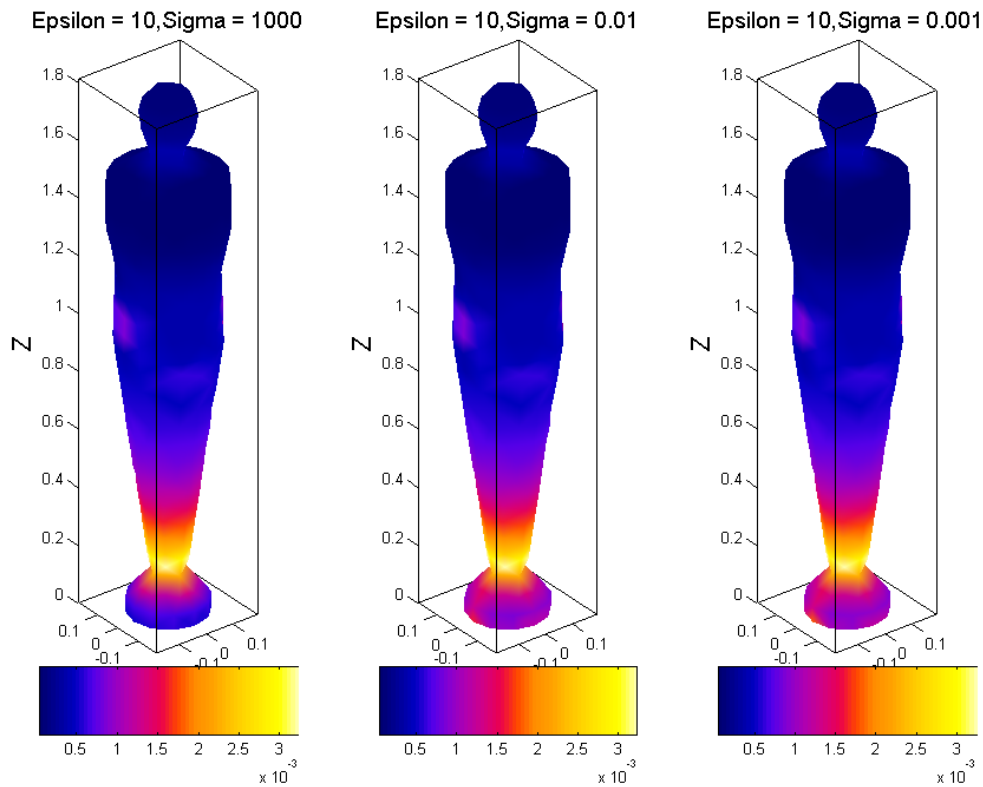


Fig 2.21: Densité de courant induit à la surface du corps humain pour différentes conductivités du sol ( $\epsilon_r = 10$ )

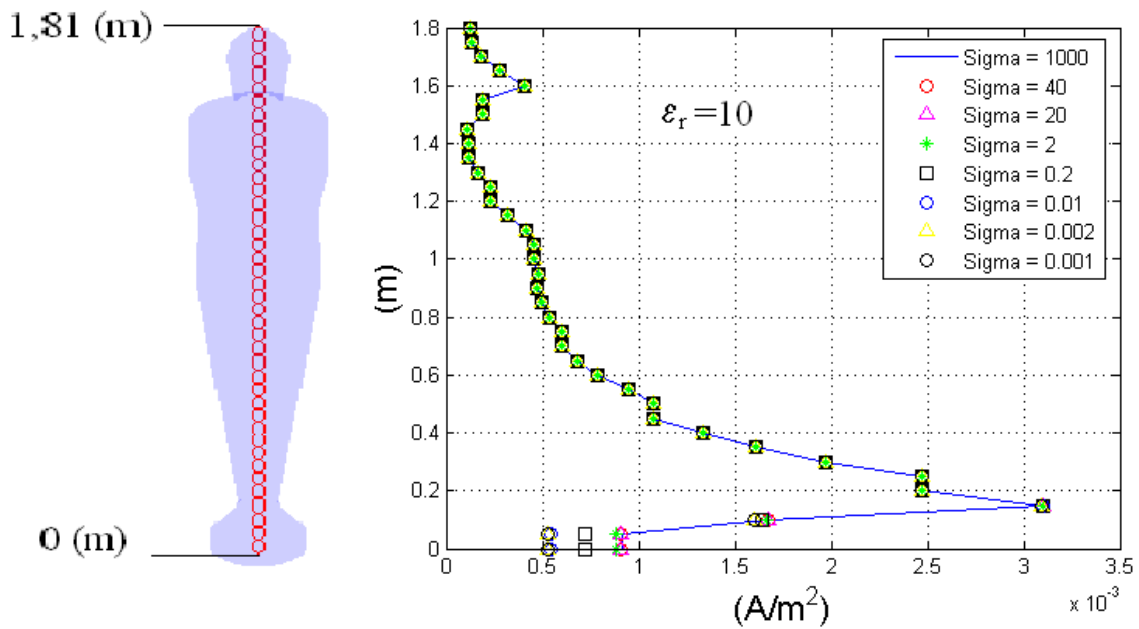


Fig 2.22: Densité de courant induit ponctuel situé sur un segment dans le corps humain (cf : figure 2.21).

### 2.2.7 Corps humain à potentiel flottant

Nous avons modélisé le corps humain en contact parfait avec le sol, et nous avons constaté que notre code permet d'obtenir des résultats fiables. Cette modélisation est pertinente, dans le cas où l'être humain « se promène » au dessous ou à proximité d'une ligne haute tension. Cependant, dans les métiers de l'électricité il peut arriver que des ouvriers se trouvent à distance rapprochée des lignes haute tension<sup>1</sup>. Considérons donc le cas où le corps humain se trouve isolé du sol, placé entre les deux nappes où l'on impose le potentiel électrique (figure 2.23).

Cette géométrie simple a été discrétisée avec un maillage important comportant 106 274 éléments volumiques; nous avons particulièrement fait attention à sa qualité (la fraction d'éléments de qualité médiocre est de 0,6 %). Nous avons tracé en figure 2.24 la répartition de la densité de courant induit à la surface du modèle obtenue avec notre code et avec FLUX3D. Dans ce cas, les résultats fournis par notre code présentent un fort bruit numérique. Ceux fournis par FLUX3D semblent plus « propres », mais nous avons dû beaucoup affiner le maillage pour parvenir à ce résultat.

Nous pensons que la différence entre les résultats que nous avons obtenus avec notre propre code et avec FLUX3D dépend de certains détails dans la mise en œuvre des deux logiciels : méthode de résolution du système linéaire, pré-conditionnement de la matrice du système... Comme nous ne connaissons pas ces détails dans le cas de FLUX3D, nous ne pouvons pas expliquer cet écart entre les résultats.

Nous retrouvons ici la même tendance que nous avons mise en évidence lors de la validation du code : lorsque la conductivité du corps (à potentiel flottant) augmente, les variations de potentiels deviennent très réduites : ainsi la précision numérique pose des problèmes dans le calcul des gradients. Cette configuration nous montre une limite de la formulation diélectrique. Nous réaborderons la solution de ce problème au chapitre suivant.

---

<sup>1</sup> Même si dans ce cas, les ouvriers sont revêtus d'une combinaison spéciale qui les protège vis-à-vis du champ électrique, il n'est pas inintéressant d'être capable de modéliser ce type d'exposition.

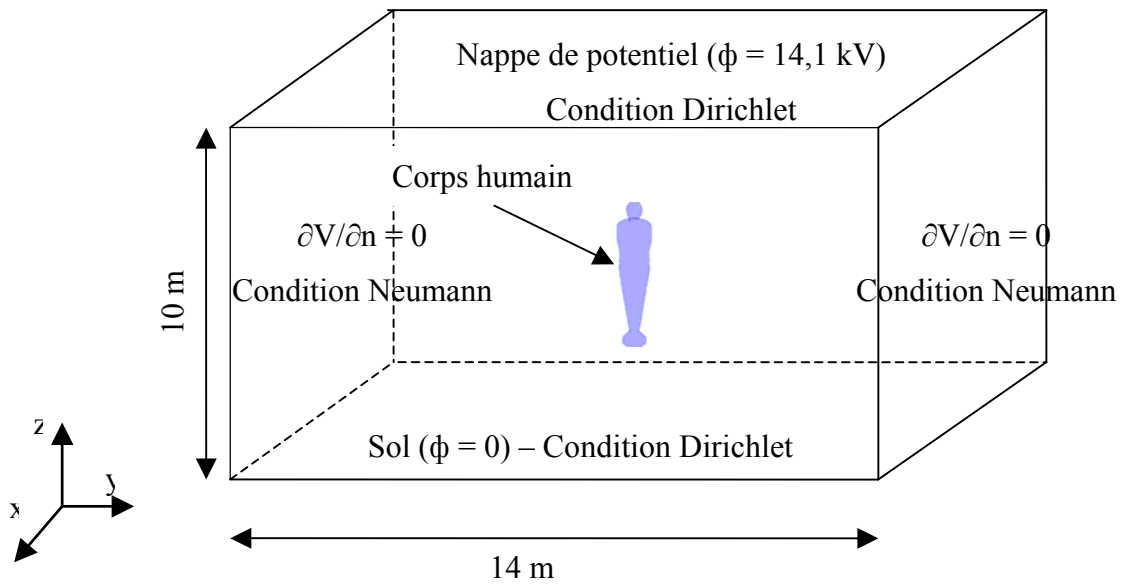


Fig 2.23: Modèle axisymétrique, isolé avec le sol, exposé à un champ électrique uniforme.

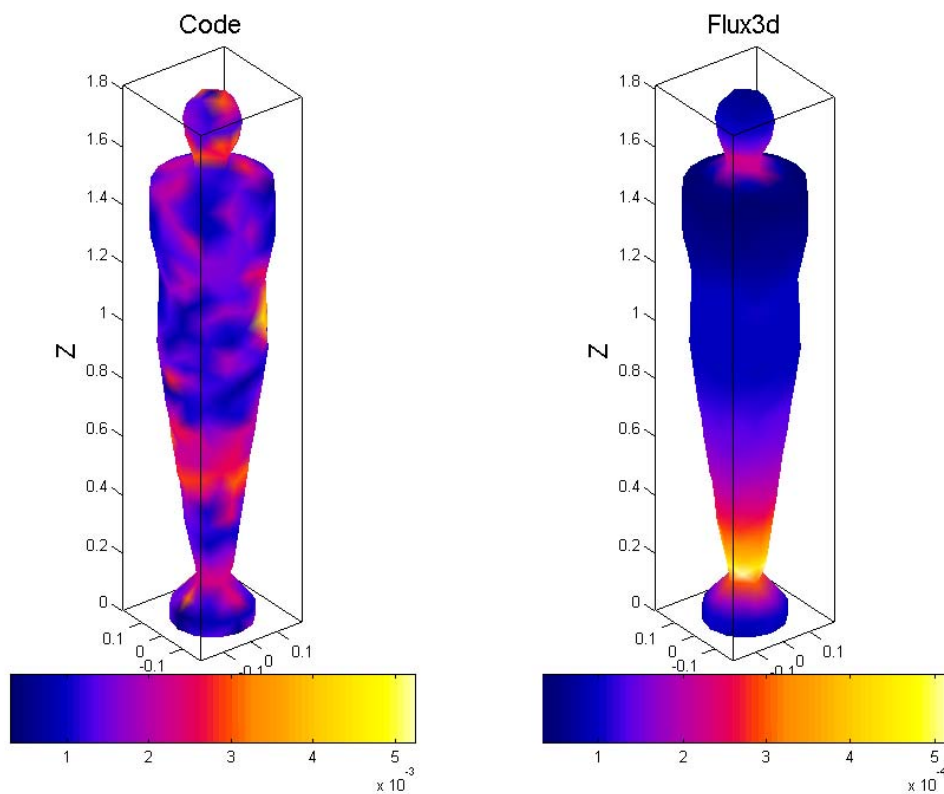


Fig 2.24: Densité de courant induit à la surface du corps humain

## 2.3. Formulation $\phi - A$ pour la simulation d'exposition au champ magnétique $H$ .

### 2.3.1 Approximations, hypothèses et applications de la formulation $\phi - A$ .

La formulation appelé «  $\phi - A$  » sert à modéliser les phénomènes induits dans le corps humain exposé au champ magnétique généré par un système basse tension et fort courant. Cette formulation a été utilisée principalement avec la méthode des différences finies en potentiel scalaire (SPFD method), même s'il en existe quelques implémentations par la méthode des éléments finis. Quelle que soit la méthode utilisée pour la mise en œuvre, les hypothèses à la base de cette formulation sont les suivantes :

- 1) Les effets de propagation d'onde sont négligeables : c'est-à-dire tant que la longueur d'onde est très grande par rapport à la taille du système que l'on souhaite étudier : on est alors en conditions « quasi-statique ». Dans le cas particulier de l'exposition humaine à des champs à fréquence industrielle, cette condition ne pose pas de problèmes.
- 2) La présence du corps humain ne modifie pas de manière significative le champ magnétique, car la perméabilité de la matière vivante est unitaire, et de plus, en raison de la faible conductivité des tissus à la fréquence industrielle ( $\sigma \approx 0,2 \text{ S.m}^{-1}$ ), les courants induits sont très faibles : autrement dit, la « réaction d'induit » est négligeable.
- 3) Le champ électrique est négligeable par rapport au champ magnétique : ainsi on peut négliger les courants induits électriquement (tout comme dans le cas de la formulation diélectrique, nous avons négligé le phénomène de l'induction magnétique).

Lorsque le corps humain est exposé au seul champ magnétique variable dans le temps engendré par un fort courant alternatif, un champ électrique est induit en tout point par effet

de la loi de Faraday – Lenz (2.1) :  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Ce champ électrique induit des courants de conduction  $\vec{J}_c = \sigma \vec{E}$ , et cause des phénomènes de polarisation qui se traduisent en des courants de déplacement  $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ . Ces

courants sont négligeables par rapport aux courants de conduction. Par la suite, nous confondrons<sup>1</sup>  $\vec{J}$  et  $\vec{J}_c$ .

L'idée à la base de la formulation  $\phi - A$  est que, puisque la « réaction d'induit » du corps humain est négligeable, on peut calculer le champ magnétique rayonné (= le « terme source ») en absence du corps humain, soit par des formules analytiques [FLS99], soit par des méthodes numériques, soit par des sources équivalentes, déterminées à partir de mesures de champ. Ainsi, nous allons effectuer un premier calcul en absence du corps humain afin de déterminer le champ magnétique  $\vec{H}$ , et un potentiel vecteur qui engendre ce champ :  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ . Ce potentiel vecteur  $\vec{A}$  est le terme source que nous allons « injecter » dans formulation  $\phi - A$ , dont le domaine de résolution est limité au seul corps humain, et qui va permettre d'obtenir la densité des courants induits par le champ magnétique.

Comme dans le cas de la formulation diélectrique, nous allons présenter la formulation  $\phi - A$ , d'abord en forme forte puis dans la forme faible, son implémentation par la méthode des éléments finis et sa validation. Ensuite, nous verrons quelques applications réalistes, et nous tirerons un bilan du travail accompli jusqu'à présent.

### 2.3.2 Formulation forte

Soit  $\Omega$  le corps humain, et  $\Gamma = \partial\Omega$  sa frontière. Supposons que le corps humain soit isolé du sol, de manière qu'aucun courant ne puisse pénétrer dans le corps par le sol. On développe des équations Maxwell (2.1) au régime harmonique, en négligeant les courants de déplacement comme suit :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -j\omega\vec{B} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J}\end{aligned}\tag{2.24}$$

Selon la loi de conservation du flux magnétique, on peut exprimer l'induction magnétique par le biais d'un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  supposé connu :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}\tag{2.25}$$

D'après la loi de Lenz et la relation (2.25) on a :

---

<sup>1</sup> Dans le cas de la formulation diélectrique, nous n'avons pas pu faire la même approximation, car les courants de déplacement sont fondamentaux dans l'air : ils doivent donc être pris en compte. Il n'en est pas moins vrai qu'ils sont négligeables dans le corps humain.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \times (j\omega \vec{A}) \quad (2.26)$$

Donc,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{E} + j\omega \vec{A}) = 0 \quad (2.27)$$

Ainsi on peut remplacer la partie dans la parenthèse de l'équation (2.27) par le gradient d'un potentiel scalaire  $\phi$ , et donc exprimer le champ électrique comme suit :

$$\vec{E} + j\omega \vec{A} = -\vec{\nabla} \phi \Leftrightarrow \vec{E} = -j\omega \vec{A} - \vec{\nabla} \phi \quad (2.28)$$

A partir des relations (2.2), (2.24), (2.28) on a :

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= -\sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi) \end{aligned} \quad (2.29)$$

En prenant la divergence de cette expression nous avons :

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \times \vec{H}] = -\vec{\nabla} \cdot [\sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi)] = 0 \quad (2.30)$$

donc :

$$-\vec{\nabla} \cdot [\sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi)] = 0$$

L'équation (2.30) reste vraie partout à l'intérieur du domaine de résolution.

Nous avons supposé le corps humain électriquement isolé : ainsi, nous pouvons écrire la suivante condition à la frontière :

$$\begin{aligned} \vec{J} \cdot \vec{n} &= 0 \Leftrightarrow -\sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi) \cdot \vec{n} = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} &= -j\omega \vec{A} \cdot \vec{n} \end{aligned} \quad (2.31)$$

L'ensemble des équations (2.30) et (2.31) constitue la formulation forte de notre problème.

### Observations :

- + Dans ce problème, ainsi formulé, aucune jauge pour le potentiel vecteur  $\vec{A}$  n'est imposée a priori. Ceci n'est pas un problème, car le potentiel scalaire  $\phi$  à calculer va dépendre de cette jauge – en quelque sorte, il s'adapte à celle-ci pour faire en sorte que l'équation de conservation de la charge :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$  soit respectée.
- + Cette formulation requiert une seule inconnue par nœud, alors que d'autres formulations standards pour les problèmes de type « courant induit » requièrent au minimum trois inconnues par nœud, ou une inconnue par arête.

De plus, le domaine de résolution est limité au seul corps humain : la formulation  $\phi - A$  est donc très économe !

### 2.3.3 Formulation faible

Afin d'exprimer cette formulation sous forme faible, nous avons utilisé la méthode de Galerkin. Soit  $W$  l'ensemble des fonctions  $\underline{w} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continues et différentiables au moins une fois. Après avoir multiplié (2.30) par une fonction  $\underline{w} \in W$  et intégré sur le corps humain  $\Omega$ , on obtient :

$$\iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \varepsilon \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] \underline{w} d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad (2.32)$$

En intégrant par parties l'équation (2.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] \underline{w} d\Omega = \\ \iint_{\Gamma} \left[ \sigma \left( j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] \underline{w} \cdot \bar{n} d\Gamma - \iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

On constate qu'en appliquant la condition à la frontière (2.31) l'intégrale surfacique s'annule. Nous obtenons ainsi la formulation du problème en forme faible :

« Trouver le potentiel  $\underline{\phi} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continue, dérivable partout (à moins d'un ensemble de mesure nulle), tel que :

$$\iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad \text{»} \quad (2.34)$$

Nous rappelons que dans cette formulation, l'inconnue est le potentiel scalaire  $\underline{\phi}$ , et le terme source est le potentiel vecteur magnétique  $\bar{\underline{A}}$ , qui doit être calculé préalablement avec une méthode quelconque.

Nous avons mis en œuvre cette formulation avec la méthode des éléments finis, en utilisant les mêmes sous-programmes déjà présentés.

### 2.3.4 Implémentation par la méthode des éléments finis

La structure d'un module développé pour la formulation  $\phi - A$  présentée figure 2.25, est similaire à la formulation diélectrique dans la section (2.2.4). Dans ce module, nous



devons calculer préalablement les champs magnétiques rayonnés en l'absence de corps humain.

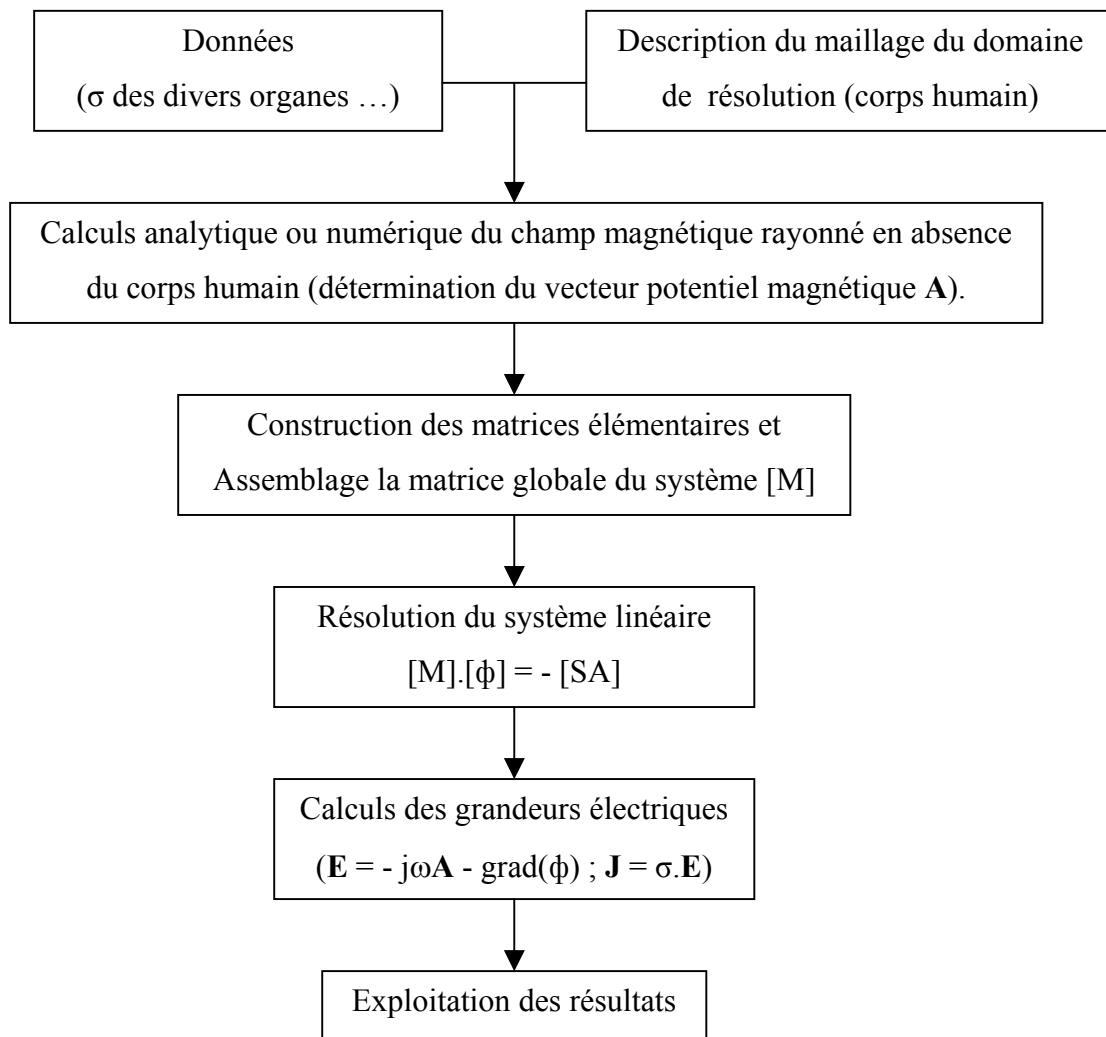


Fig 2.25: Structure des calculs pour la formulation  $\phi - A$ .

### 2.3.5 Validation de la formulation $\phi - A$ .

#### 2.3.5.1 Validation avec une sphère.

Comme dans le cas de la formulation diélectrique, nous avons testé la formulation  $\phi - A$  avec un modèle le plus simple : une sphère homogène de conductivité  $\sigma$  et de perméabilité relative unitaire exposée à un champ magnétique uniforme, pour lequel il existe une solution analytique. Dans notre modélisation, le domaine de résolution est limité à la seule sphère, qui

a été construite et maillée. D'une part, pour cette configuration, nous disposons de la solution analytique pour le champ électrique induit à l'intérieur de la sphère. D'autre part, des comparaisons seront effectuées avec le logiciel FLUX3D (formulation  $T - \omega$ ). Dans ce dernier cas, le domaine de résolution est constitué de la sphère et d'un volume d'air ambiant.

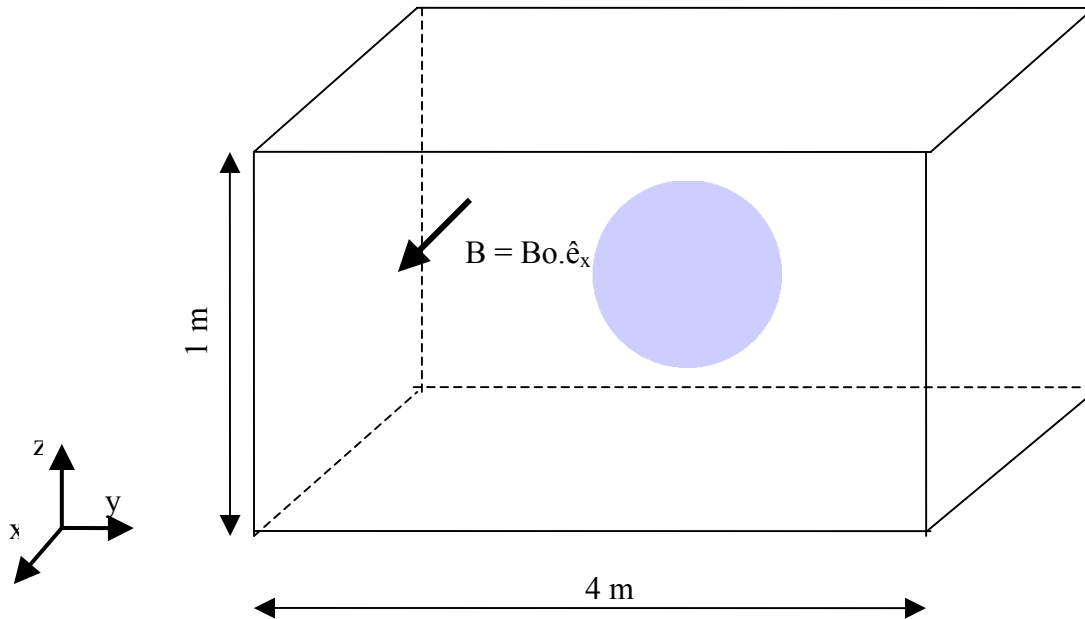


Fig 2.26: Sphère homogène en champ magnétique uniforme (le domaine de résolution est limité à la sphère)

Champ électrique induit à l'intérieur de la sphère :

Considérons un sphéroïde exposé au champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x$ . Donc le champ électrique induit dans le plan  $y - z$  à l'intérieur du sphéroïde est tangent à l'ellipse :

$\left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = \eta^2$  où  $0 \leq \eta \leq 1$  et le module de champ électrique est donné par [KKG97]:

$$E = \frac{2\pi f \cdot B_0}{b^2 + c^2} \sqrt{b^4 z^2 + c^4 y^2} \quad (2.35)$$

Où :  $f$  = la fréquence

$b$  = demi - axe mineur (du sphéroïde, localisé sur le plan  $xy$ )

$c$  = demi - axe majeur du sphéroïde

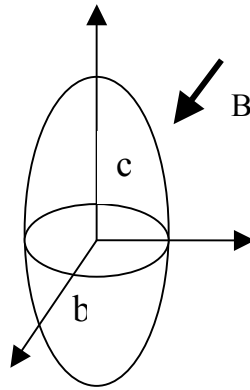


Fig 2.27: Modèle sphéroïde exposé au champ magnétique uniforme

Dans le cas d'une sphère de rayon R, l'équation (2.35) devient :

$$E = \pi f . B_0 . \sqrt{z^2 + y^2} = \pi f . B_0 . r \quad (2.36)$$

où  $r = \sqrt{z^2 + y^2}$  la distance entre le point de calcul au centre de la sphère.

La densité de courant induit à l'intérieur de la sphère dans le plan  $y - z$  est donnée par :

$$J = \sigma . E = \sigma . \pi f . B_0 . r \quad (2.37)$$

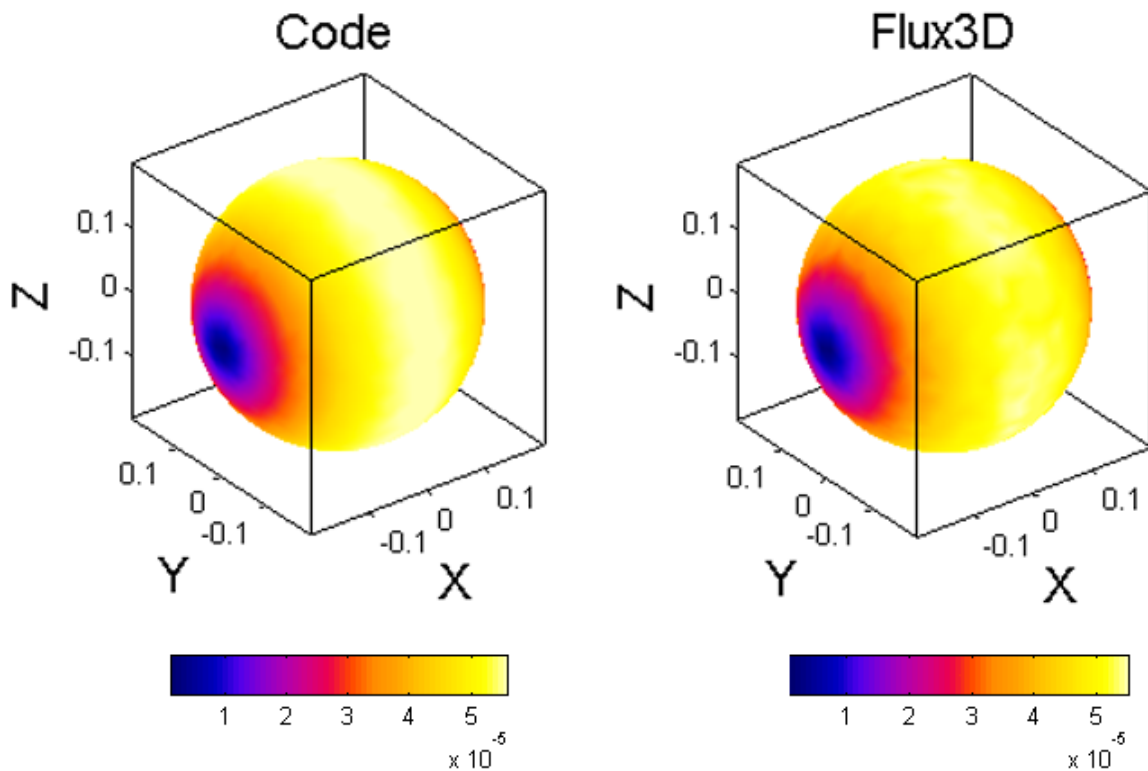


Fig 2.28: Densité de courant induit ( $A/m^2$ ) à la surface d'une sphère de conductivité  $\sigma = 0,2 S.m^{-1}$ , rayon  $R = 200 mm$  exposé au champ uniforme  $H_x = H_0 = 5 A.m^{-1}$ .

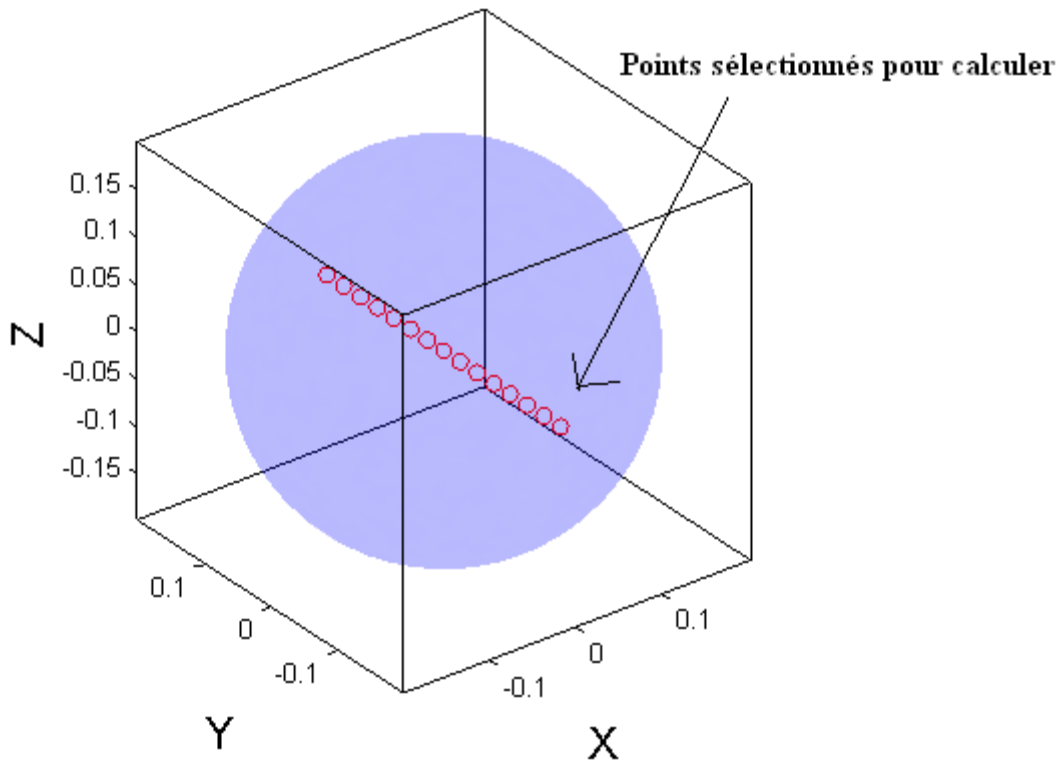


Fig 2.29: Points horizontaux pour calculer la densité de courant induit

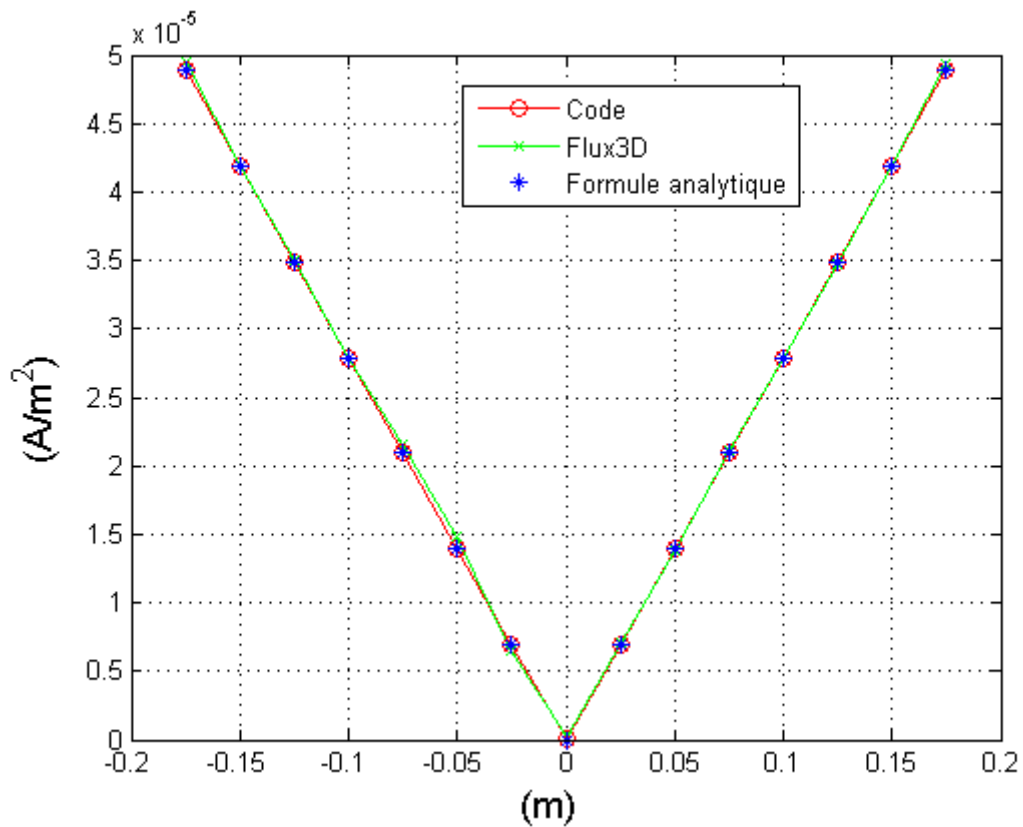


Fig 2.30: Densité de courant induit ( $A/m^2$ ) aux points sélectionnés

Des calculs présentés dans les figures 2.28 et 2.30 montrent que les calculs à l'intérieur de la sphère obtenus avec notre code, avec FLUX3D et par la formule analytique sont presque identiques.

### 2.3.5.2 Vers une modélisation plus réaliste

Après avoir testé la formulation  $\phi - A$  avec un cas d'école pour lequel une solution analytique est disponible, nous avons validé les résultats obtenus avec un modèle simplifié du corps humain [CIK84] par rapport à FLUX3D. Dans ce cas, il n'y a pas de solution analytique disponible.

Le problème test que nous avons résolu consiste à exposer le corps humain à une induction magnétique homogène  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$  orientée selon l'axe vertical. Un potentiel vecteur correspondant à cette induction peut être [FLS99] :

$$\begin{aligned} A_x &= -\frac{1}{2}y.B_0 \\ A_y &= \frac{1}{2}x.B_0 \\ A_z &= 0 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Ce potentiel vecteur est le terme source pour la formulation  $\phi - A$ .

Ce même problème est résolu avec FLUX3D. Dans ce cas, le domaine de résolution constitue le modèle du corps humain et l'air ambiant. Nous avons utilisé la formulation  $T - \omega$  dans le corps humain (4 inconnues par nœud), et la formulation en potentiel magnétique scalaire réduit dans l'air (1 inconnue par nœud). Avec ces formulations, le domaine de résolution n'est pas limité au corps humain, car la réaction d'induit (bien que négligeable) est prise en compte. L'infini est prise en compte avec la technique de la boîte infinie.

Dans ces deux modélisations, le maillage est le même. Nous avons comparé :

- 1) La répartition du courant à la surface du corps humain (figure 2.31).
- 2) La densité de courant induite le long d'un axe horizontal du corps humain (figure 2.33).

On observe que la densité de courant induit en surface obtenue avec notre programme semble plus « propre » par rapport à celle obtenue par FLUX3D. Il n'y a pas de grandes différences entre les valeurs, à l'exception du bruit numérique qui est clairement visible sur les résultats de FLUX3D. Ce bruit numérique peut s'expliquer par le fait que les formulations

ne sont pas les mêmes dans les deux calculs ( $\phi - A$  et  $T - \omega$ ), ainsi que par la présence d'angles vifs.

Par contre, les résultats à l'intérieur du corps humain sont quasiment identiques (figure 2.33).

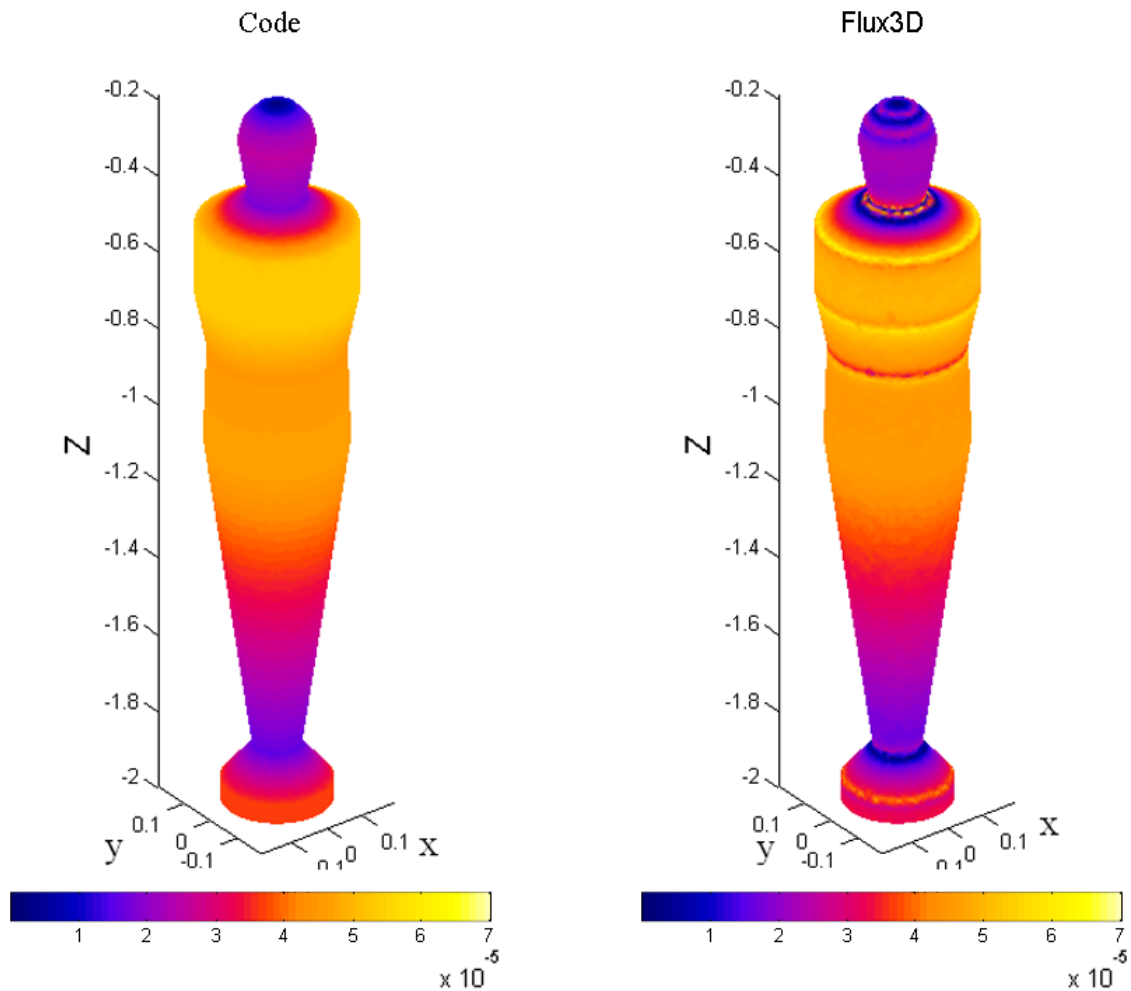


Fig 2.31: Dégradé de la densité de courant induit à la surface de corps humain exposé au champ magnétique vertical uniforme  $H_z = 5 \text{ A.m}^{-1}$ .

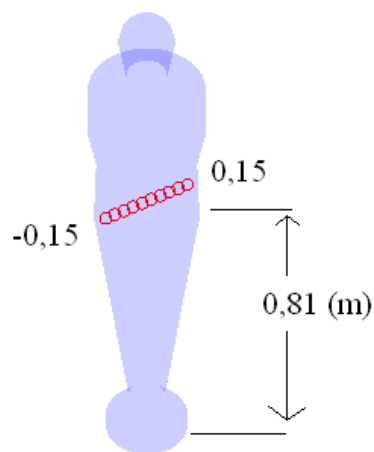


Fig 2.32: Points sélectionnés pour la comparaison

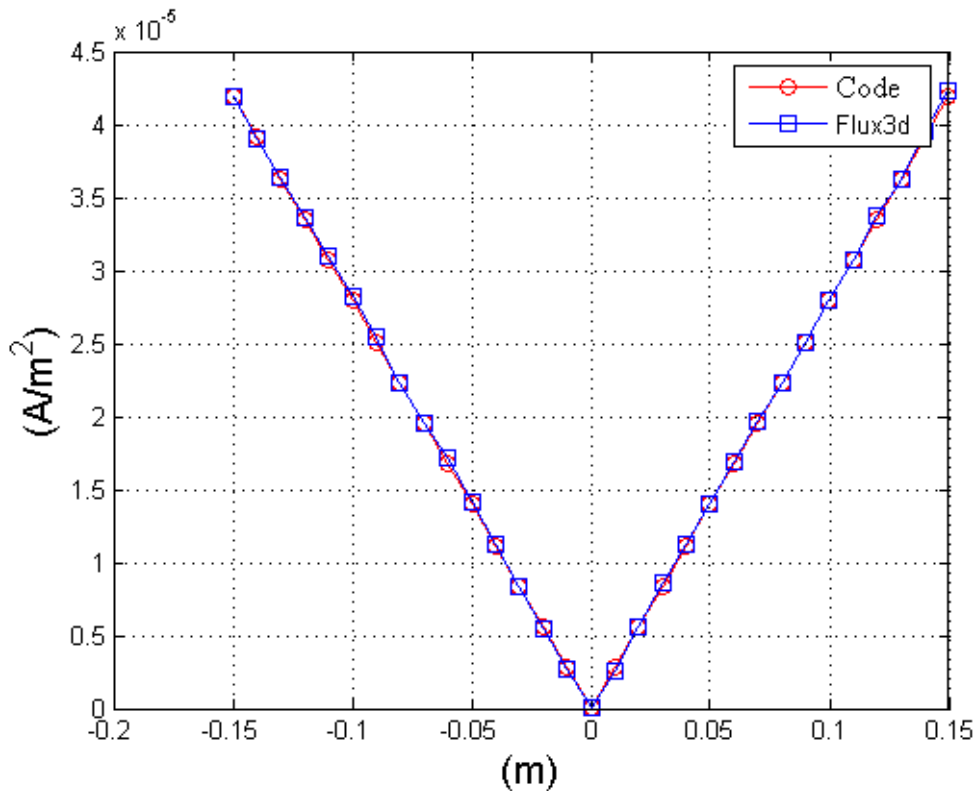


Fig 2.33: Densité de courant induit ponctuel dans le corps humain

### 2.3.6 Influence du sol

Dans la section 2.2.6, nous avons étudié l'influence du sol sur les phénomènes induits dans le corps humain exposé à des champs électriques. Les résultats obtenus montrent qu'il y a une très faible relation entre le phénomène induit dans le corps humain en contact avec le sol, et les caractéristiques électriques de celui-ci. Dans cette partie, nous étudierons la sensibilité de la densité de courant induit par rapport aux caractéristiques électriques du sol lors de l'exposition à des champs magnétiques.

En magnétodynamique, seules la conductivité électrique  $\sigma$  et la perméabilité relative  $\mu_r$  de sol sont prises en compte. La perméabilité relative du sol est toujours unitaire, donc il nous suffit d'étudier les variations de la densité de courant induit dans le corps humain en fonction de la variation de conductivité électrique du sol  $\sigma$ .

Pour cela, nous avons utilisé la même géométrie (modèle axisymétrique du corps à contact électrique avec le sol). Dans ce cas, le domaine de résolution s'étend aux deux régions : le modèle et le sol. Les paramètres électriques réels du sol pour les simulations sont [LXANB] :  $\sigma = 10^{-2}$  ;  $0,2 \cdot 10^{-2}$  ;  $10^{-3}$  S.m<sup>-1</sup> (la résistivité du sol :  $\rho = 100, 500, 1000 \Omega.m$ ).

Ces valeurs de conductivité demeurent assez faibles : ainsi, nous avons utilisé la formulation  $\phi - A$  pour modéliser aussi les courants induits dans le sol.

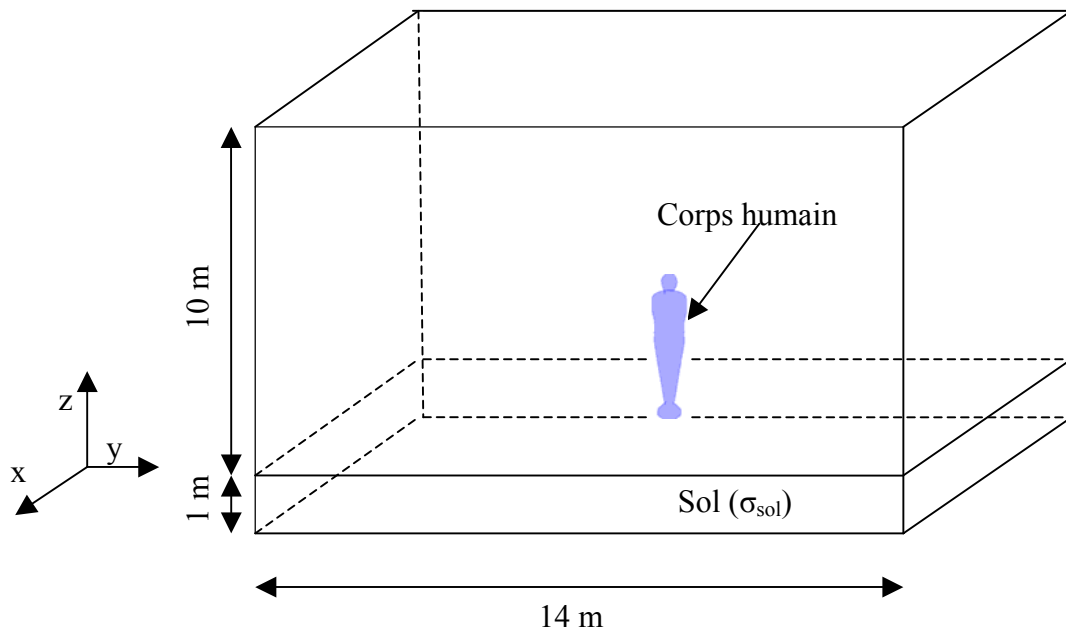


Fig 2.34: Géométrie du problème en magnétodynamique en 3D (le corps et le sol constituent le domaine de résolution)

D'abord, nous avons modélisé l'exposition du corps humain à un champ magnétique vertical uniforme  $\vec{H} = H_0 \vec{e}_z$ , 50 Hz et nous observons que la densité de courant induit ne dépend pas de la conductivité du sol (figures 2.36, 2.37). Ce résultat est tout à fait logique, compte tenu de l'orientation du champ source, de la géométrie simulée et de l'hypothèse principale (réaction induit négligeable).

Ensuite, nous avons également modélisé l'exposition du corps humain au champ magnétique horizontal uniforme  $\vec{H} = H_0 \vec{e}_x$ . Nous observons que la densité de courant induit au pied du modèle humain change légèrement en fonction de la conductivité du sol (figure 2.38), mais l'influence du sol devient rapidement négligeable à l'intérieur du corps humain. Sur le segment (figure 2.35) où nous avons tracé la densité de courant induit (à 1 m du sol), l'influence du sol est déjà négligeable : elle ne présente aucune variation appréciable en fonction de la conductivité du sol (figure 2.39).

En conclusion, nous pensons que les boucles des courants induits se referment principalement à l'intérieur du corps humain, en raison de la faible conductivité du sol



( $\sigma < 10^{-2}$  S/m) par rapport au corps humain ( $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-1}$  S/m). De ce fait, le sol n'a aucune influence sur la répartition des micro-courants dans les organes principaux.

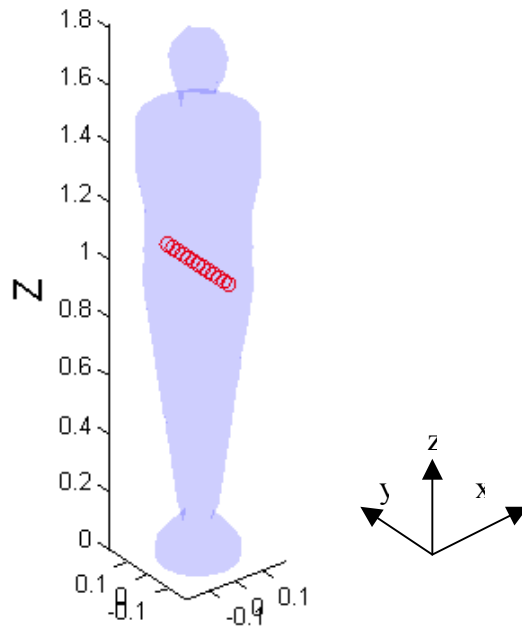


Fig 2.35: Points horizontaux sélectionnés

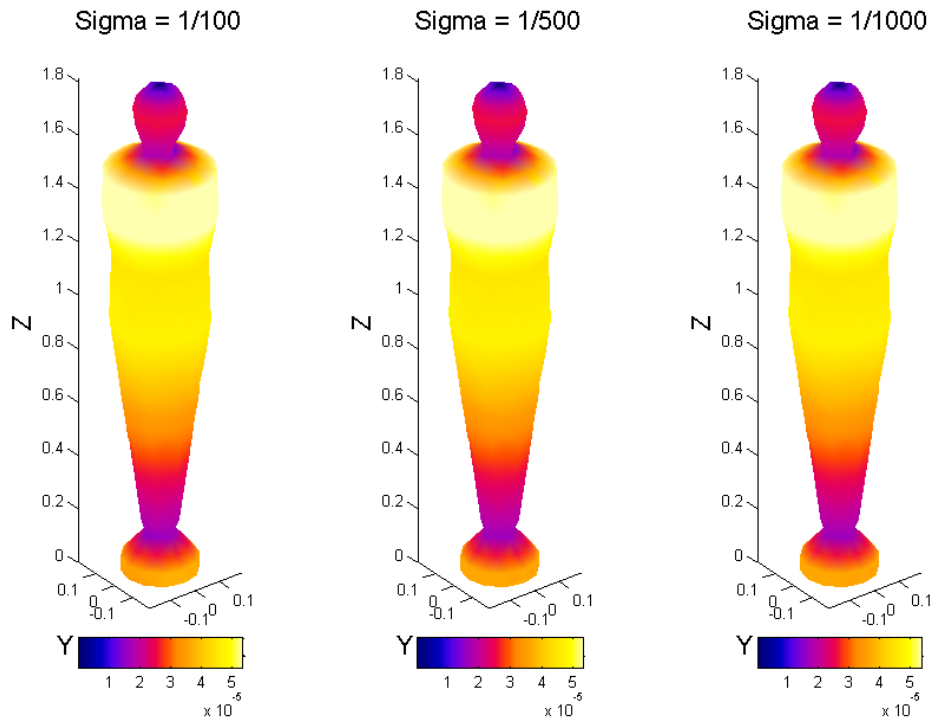


Fig 2.36: Dégradé de la densité de courant induit à la surface du corps humain exposé à un champ magnétique vertical homogène  $H_z = 5 \text{ A.m}^{-1}$ .

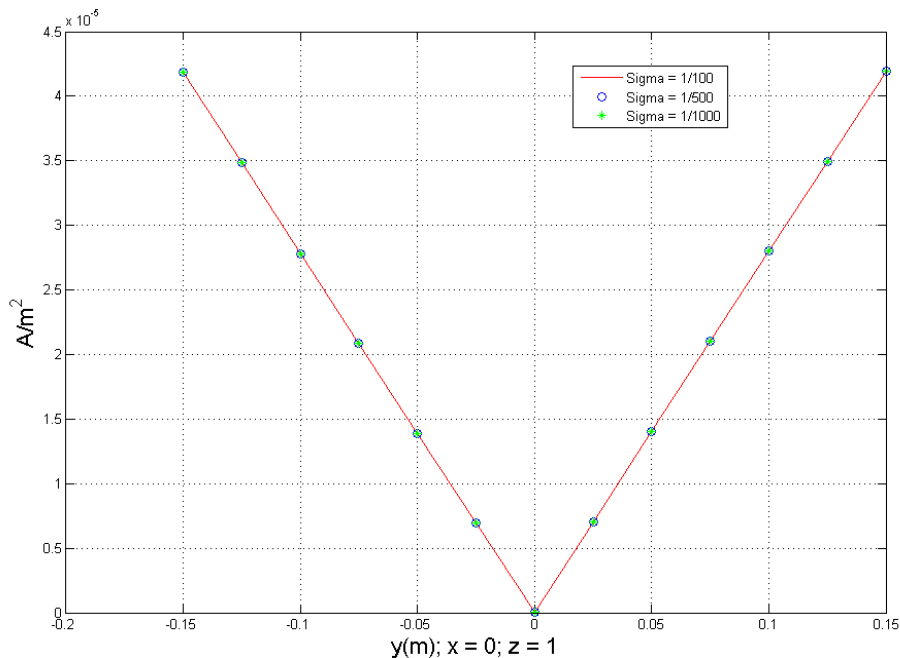


Fig 2.37: Variation de la courant induit suivant le segment horizontal (voir fig 2.35) pour différentes valeurs de la conductivité du sol (Champ magnétique vertical)

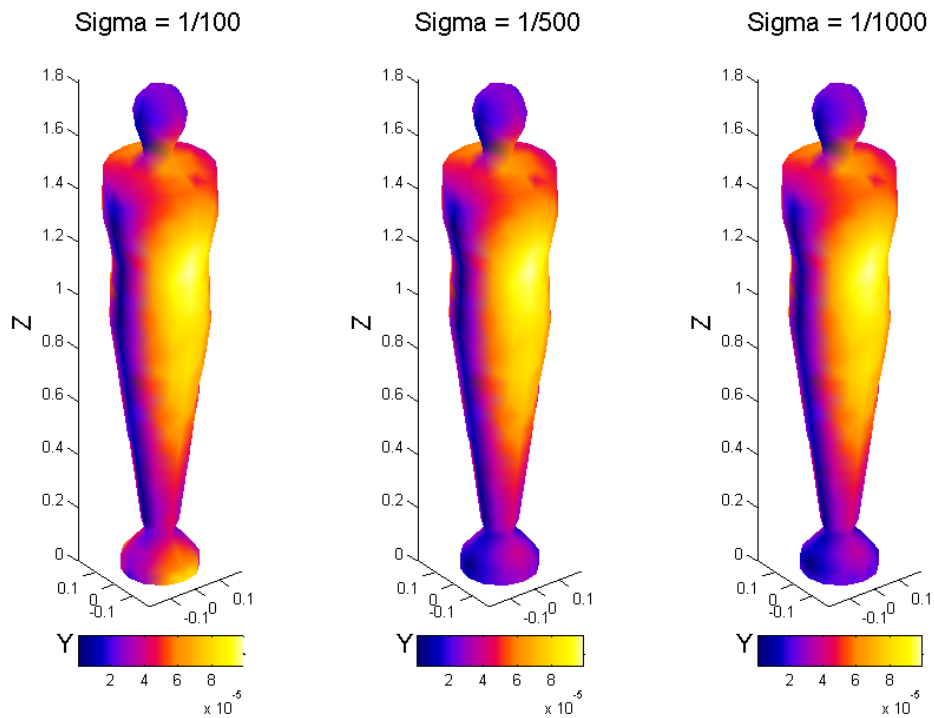


Fig 2.38: Dégradé de la densité de courant induit dans le corps humain exposé au champ magnétique horizontal uniforme  $H_x = 5 \text{ A.m}^{-1}$ .

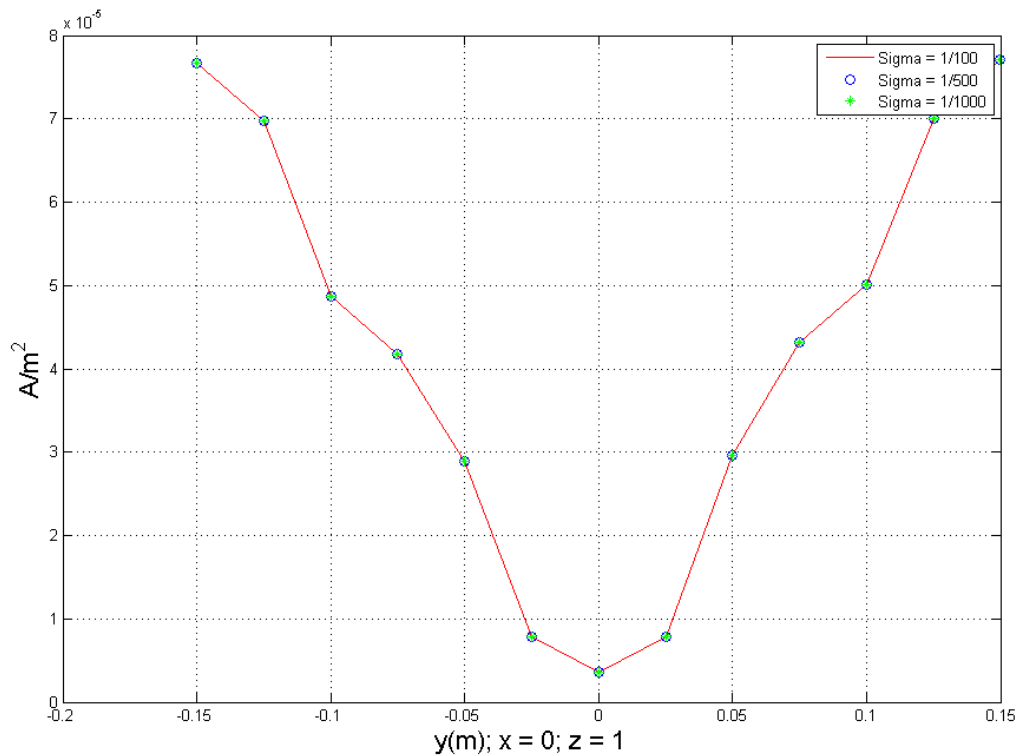


Fig 2.39: Variation de la courant induit suivant le segment horizontal (voir fig 2.35) pour différentes valeurs de la conductivité du sol (Champ magnétique horizontal)

## 2.4. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons examiné des formulations classiques qui nous permettent de calculer séparément les phénomènes induits dans le corps humain par effet inductif (champ H) et effet capacitif (champ E) à fréquence industrielle.

Pour valider ces formulations et les programmes que nous avons développés, des tests ont été réalisés avec plusieurs géométries : d'abord la plus simple, la sphère, pour laquelle il existe des solutions analytiques, puis une représentation intermédiaire du corps humain : le modèle axisymétrique homogène. Les comparaisons avec des solutions analytiques et le logiciel FLUX3D confirment la validité des programmes développés.

Nous avons aussi étudié l'influence du sol sur les phénomènes induits dans le corps humain. Puisque les caractéristiques électromagnétiques du sol sont très variées, nous avons effectué une étude paramétrique, en faisant varier la conductivité et la permittivité électrique du sol. Nos calculs ont montré que la densité de courant induit par le champ **E** dans le corps humain ne dépend pas des caractéristiques électriques du sol. Par contre, dans le cas du champ H, elle dépend très légèrement de ce paramètre (mais seulement à proximité de l'interface entre le corps et le sol). Cette observation est confortée par des calculs analytiques et des considérations physiques.



# Développement d'une formulation couplée pour une exposition simultanée aux champs E et H

## 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié des formulations classiques : elles sont utilisées pour modéliser séparément les effets inductifs et capacitifs sur le corps humain.

Dans ce chapitre, nous présenterons une formulation dite « couplée » ou unifiée, qui permettra de simuler les phénomènes induits dans le corps humain simultanément par un champ magnétique ET un champ électrique. En principe, cette formulation reste vraie partout, dans le corps humain et aussi dans l'air. Cependant, nous verrons qu'il nous faudra limiter son domaine de résolution au seul corps humain. Dans ce cas, nous ne disposons d'aucun logiciel de valider cette nouvelle formulation. Nous utiliserons donc une démarche cohérente qui consiste à superposer les effets calculés séparément par ces deux formulations classiques.

Deux modèles de corps humain seront utilisés dans cette partie : un modèle axisymétrique homogène simplifié, et un modèle anatomique hétérogène plus réaliste dans lequel les caractéristiques électriques des différents organes sont prises en compte.

## 3.2 Approximations et hypothèses de la formulation couplée

Cette formulation couplée doit prendre en compte simultanément les effets inductif et capacitif. Nous reprenons ainsi presque toutes les hypothèses utilisées lors des deux formulations précédentes (« diélectrique » et «  $\phi - A$  ») :

- 1) Les effets de propagation d'onde sont négligeables : on est en condition « quasi – statique »

- 2) La présence du corps humain ne modifie pas de manière significativement le champ magnétique : la réaction d’induit de corps humain est négligeable.
- 3) Le courant de déplacement est négligeable dans le corps humain, mais pas dans l’air.

Cependant, le domaine de résolution n’est pas seulement limité au corps humain comme pour la formulation  $\phi - A$  mais il s’étend aux trois régions que sont le corps humain, l’air et le sol. Les sources du champ électrique sont définies par des conditions de Dirichlet et celles de champ magnétique rayonné sont quant à elles calculées en absence de corps humain de manière analytiques ou numérique.

### 3.3 Formulation forte [B93].

Considérons le domaine de résolution  $\Omega$  défini par les trois régions (l’air, le sol et le corps humain) et sa frontière  $\Gamma = \partial\Omega$  (dans l’air pour limiter le domaine de résolution). Comme les sources du champ électromagnétique sont sinusoïdales, on reprend les équations Maxwell en régime harmonique (équation 2.24) pour ce problème :

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\
 \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -j\omega \vec{B} \\
 \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + j\omega \vec{D}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Le champ électromagnétique se décompose dans ce cas en deux parties : une partie électrique et une magnétique. La partie magnétique se caractérise par des grandeurs comme le champ magnétique  $\vec{H}$ , l’induction magnétique  $\vec{B}$  et le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ . La partie électrique se caractérise par des grandeurs comme le champ électrique  $\vec{E}$ , l’induction électrique  $\vec{D}$  et le potentiel scalaire électrique  $\phi$ .

Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  est défini comme dans l’équation (2.25) :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Les grandeurs de champ magnétique  $(\vec{B}, \vec{A})$  sont calculées en absence de corps humain (section 3.2) partout dans le domaine de résolution par des formules analytiques, par des méthodes numériques ou par une démarche expérimentale.

Le champ électrique  $\vec{E}$  est défini comme dans l'équation (2.28) :  $\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \nabla\phi$  où  $\phi$  est le potentiel scalaire électrique.

La source du champ électrique est appliquée par la condition Dirichlet (on impose  $\phi = const$ ).

La loi d'Ampère dans l'équation (3.1) devient :

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega\epsilon \vec{E}$$

Pour tout vecteur quelconque  $\vec{T}$  :  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{T}) = 0$ , donc :

$$\nabla \cdot [\nabla \times \vec{H}] = -\nabla \cdot [(\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega\vec{A} + \nabla\phi)] = 0 \quad (3.2)$$

Dans cette équation, le potentiel vecteur  $\vec{A}$  est connu et le potentiel scalaire électrique est inconnu. Cette équation est résolue dans tout le domaine  $\Omega$ . Ainsi on ne peut pas négliger le courant de déplacement.

Condition à l'interface :

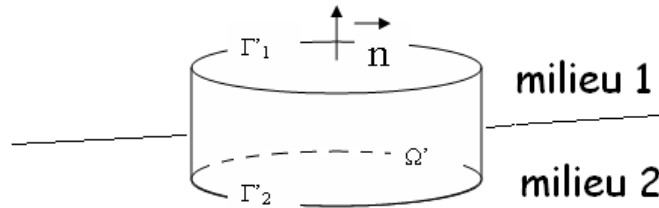


Fig 3.1: A l'interface entre deux milieux

Considérons un « petit » volume  $\Omega'$  à l'interface entre deux milieux (figure 3.1). En appliquant l'identité vectorielle  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = 0$  à la loi d'Ampère, nous obtenons :

$$\nabla \cdot \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \nabla \cdot (\sigma \vec{E} + j\omega\epsilon \vec{E}) = 0 \quad (3.3)$$

Après avoir intégré (3.3) sur le petit volume  $\Omega'$  :

$$\iiint_{\Omega'} \nabla \cdot \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\Omega = \iint_{\Gamma'} \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} d\Gamma = 0 \quad (3.4)$$

Comme le volume  $\Omega'$  est très petit, on pourra négliger le flux à travers la surface latérale, donc :



$$\iint_{\Gamma_1} (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} \cdot \vec{n} d\Gamma - \iint_{\Gamma_2} (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} \cdot \vec{n} d\Gamma = 0 \quad (3.5)$$

Comme cette égalité doit être vraie pour n’importe quel petit volume  $\Omega'$ , on peut en déduire que l’expression  $\vec{n} \cdot (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}$  sous le signe d’intégrale doit être identiquement nulle. Autrement dit, la composante normale de  $(\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} = \vec{J} + j\omega\vec{D}$  se conserve entre deux milieux. Nous pouvons exprimer ceci sous une forme plus compacte :

$$\vec{n} \cdot (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} = 0 \quad (3.6)$$

Appliquons la relation (3.6) à notre problème, afin d’obtenir la condition à l’interface entre le corps humain et l’air qui l’entoure :

Corps humain	Air ambiant
$\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{E}_{corps}$	$\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = j\omega\varepsilon_0 \vec{E}_{air}$
<i>Dans le corps humain, on pourra négliger le courant de déplacement.</i>	<i>Dans l’air il n’y a pas de courant de conduction : <math>\sigma_{air} = 0</math>.</i>

Ainsi nous obtenons :

$$\vec{n} \cdot \sigma \vec{E}_{corps} = \vec{n} \cdot j\omega\varepsilon_0 \vec{E}_{air} \quad (3.7)$$

Donc, (3.7) est la condition à l’interface entre le corps humain et de l’air.

#### Conditions aux limites :

Supposons que le domaine de résolution soit suffisamment grand pour que le terme  $\vec{n} \cdot \vec{E}_{air}$  soit négligeable à la frontière du domaine de résolution (figure 3.2) :

$$\vec{n} \cdot \vec{E}_{air} = 0 \text{ à la frontière} \quad (3.8)$$

L’ensemble des équations (3.2) et (3.8) constitue la formulation forte de notre problème.

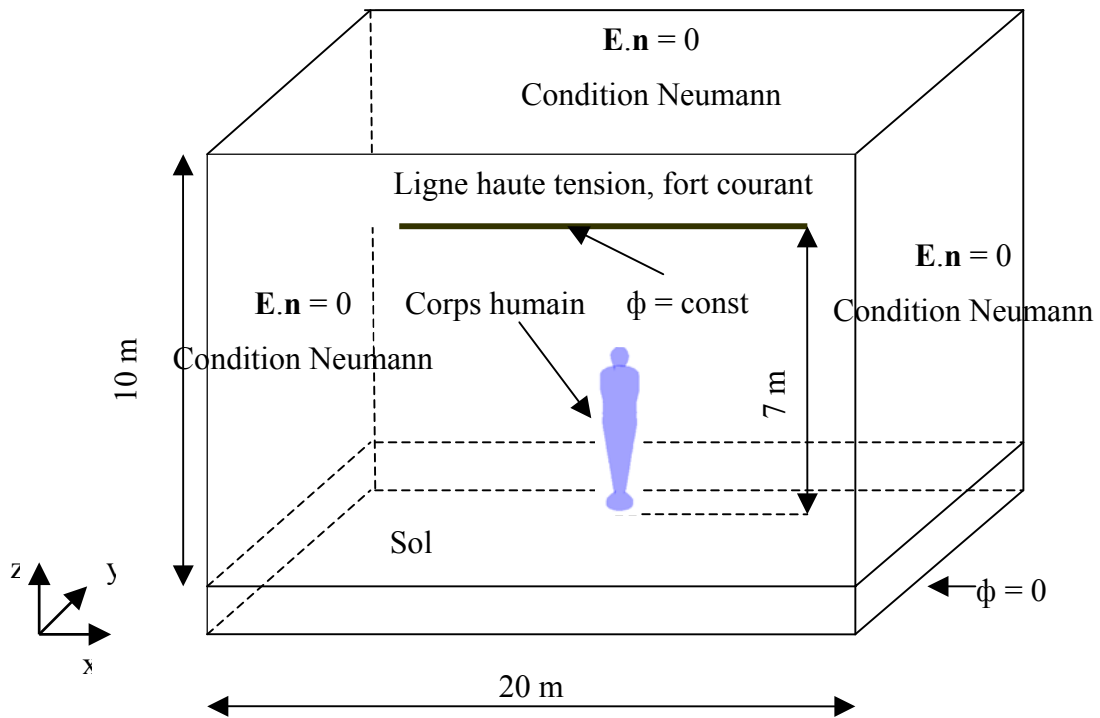


Fig 3.2: Géométrie en 3D pour la formulation couplée. (le domaine de résolution s’étend aux trois régions : le corps, l’air ambiant et le sol)

### 3.4 Formulation faible

Comme dans le cas des formulations déjà étudiées, pour mettre en œuvre la formulation couplée par la méthode des éléments finis, nous devons d’abord l’exprimer sous une forme intégrale. Nous allons la développer en forme faible par la méthode de Galerkin.

Soit  $\Omega$  le domaine de résolution, et  $\Gamma = \partial\Omega$  sa frontière. Supposons que cette frontière puisse se décomposer en deux parties (voire figure 3.2) :

- 1)  $\Gamma_D \subseteq \Gamma$  = sous-ensemble de la frontière où l’on impose des conditions de type Dirichlet.
- 2)  $\Gamma_N \subseteq \Gamma$  = sous-ensemble de la frontière où l’on impose la condition :  $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$ . Cette condition est de type Neumann non homogène car  $\vec{E} \cdot \vec{n} = -(j\omega \vec{A} + \vec{\nabla}\phi) \cdot \vec{n} = 0$  ainsi :  $\frac{\partial\phi}{\partial n} = -j\omega \vec{A} \cdot \vec{n}$

Soit  $W$  l’ensemble des fonctions  $\underline{w} : \Omega \rightarrow \square$  définies sur le domaine  $\Omega$  telles que [IB97] :

- 1)  $\underline{w}$  est continue et différentiable au moins une fois,

$$2) \quad \underline{w} = 0 \text{ sur } \Gamma_D \subseteq \Gamma$$

Donc, après avoir multiplié (3.2) par une fonction  $\underline{w} \in W$  et intégré sur  $\Omega$ , on obtient :

$$\iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] \underline{w} d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad (3.9)$$

où  $\Omega$  est le domaine de résolution

En appliquant (2.14), l'intégration (3.9) devient :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] \underline{w} d\Omega = \\ \iint_{\Gamma} \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] \underline{w} \cdot \bar{\underline{n}} d\Gamma - \iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

En appliquant la condition à la frontière (3.8) on a :  $\bar{\underline{n}} \cdot \bar{\underline{E}} = 0$  sur  $\Gamma_N \subseteq \Gamma$ , ce qui donne  $\bar{\underline{n}} \cdot (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) = 0$ . D'autre part, la fonction de poids  $\underline{w}$  s'annule sur l'autre partie de la frontière  $\Gamma_D$ . Ainsi, sur toute la frontière du domaine de résolution, l'intégrale surfacique dans l'équation (3.10) est nulle :

$$\iint_{\Gamma} \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] \underline{w} \cdot \bar{\underline{n}} d\Gamma = 0 \quad (3.11)$$

Nous obtenons ainsi la formulation du problème en forme faible :

« Trouver le potentiel  $\underline{\phi} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continue, dérivable partout (à moins d'un ensemble de mesure nulle), qui vérifie les conditions à Dirichlet sur  $\Gamma_D$ , et tel que :

$$\iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ (\sigma + j\omega\varepsilon) (j\omega \bar{\underline{A}} + \bar{\nabla} \underline{\phi}) \right] d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad \text{»} \quad (3.12)$$

Nous allons mettre en œuvre cette formulation avec la méthode des éléments finis.

Il est intéressant de comparer cette formulation avec les deux autres (diélectrique et  $\phi - A$ ). Dans toutes ces formulations, l'inconnue est le potentiel scalaire électrique  $\phi$ , et l'équation à résoudre est presque la même : dans tous les cas, il s'agit d'un problème de type « conduction électrique ». Nous avons également vu que dans tous les cas, les courants de déplacement sont négligeables dans le corps humain : elles sont tout de même prises en compte par les formulations « diélectrique » et « couplée », car dans l'air elles assurent le nécessaire couplage entre la source du champ électrique et le corps humain. La différence entre toutes ces formulations ne réside donc pas dans l'équation imposée, mais plutôt dans la manière d'introduire les sources du champ :

- + Dans la formulation « diélectrique », le champ électrique est imposé fixant le potentiel électrique sur la terre et sur des câbles électriques,
- + Dans la formulation  $\phi - A$ , le champ magnétique est imposé par le biais d’un potentiel vecteur magnétique, qui est calculé en absence du corps humain par des formules analytiques, des méthodes numériques ou bien reconstruit à partir de données expérimentales.
- + Dans la formulation « couplée », nous utilisons ces deux méthodes en même temps : des conditions de type Dirichlet pour introduire le champ électrique, et un potentiel vecteur comme terme source pour introduire le champ magnétique.

### 3.5 Implémentation par la méthode des éléments finis

Dans les sections (2.2.4 et 2.3.4), nous avons présenté les structures des modules de la formulation diélectrique et de la formulation  $\phi - A$ , et dans cette section nous proposons la structure du module en formulation couplée.

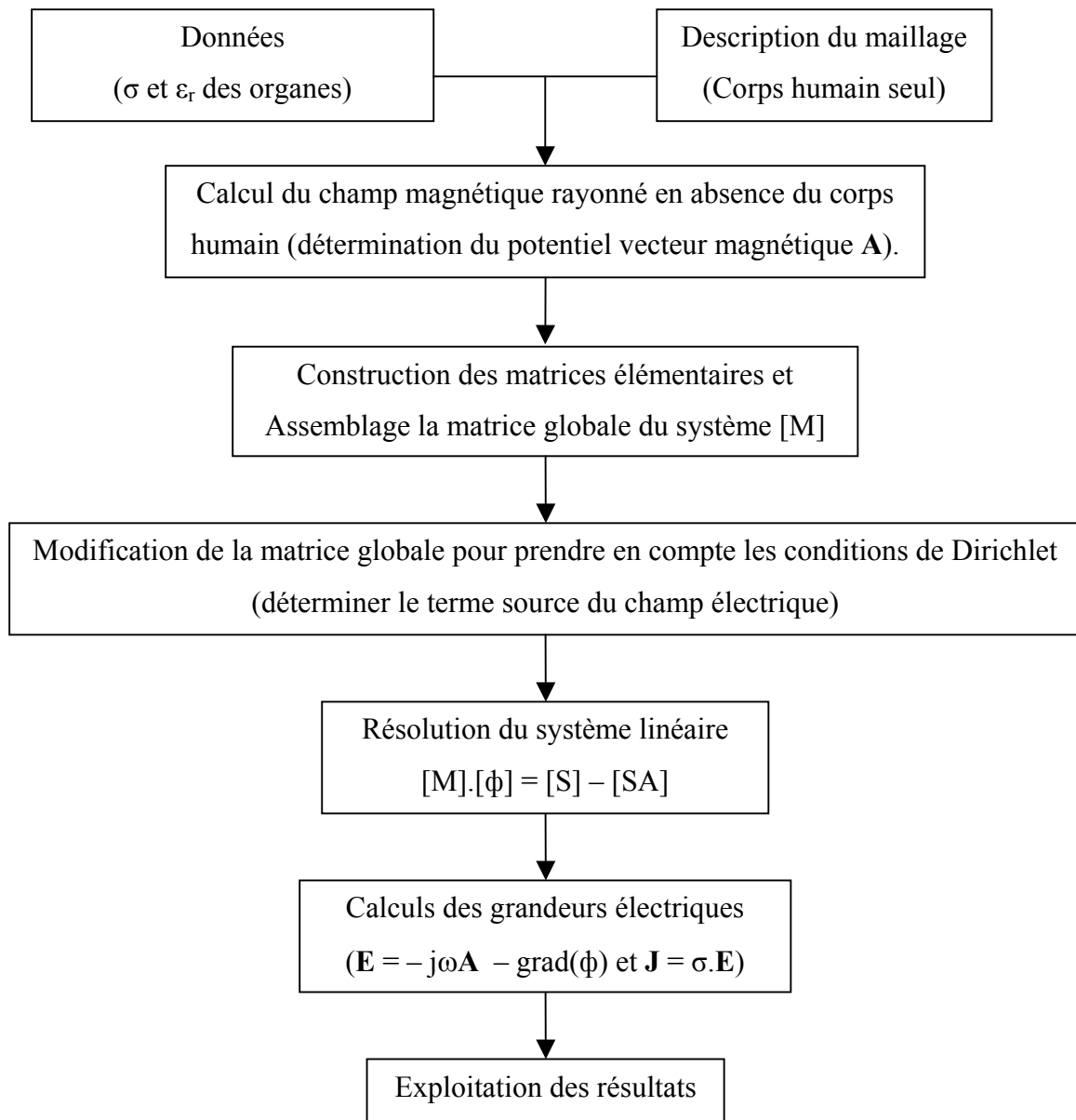


Fig 3.3: Structure de calcul pour la formulation couplée

### 3.6 Validations

La formulation couplée est implantée dans un domaine étendu aux trois régions dont les caractéristiques électromagnétiques sont très différentes : l’air (ou plus en général, l’environnement extérieur au corps humain), le corps humain et le sol (figure 3.2). A la limite du domaine, on doit appliquer les mêmes conditions que pour la formulation diélectrique. Les sources du champ électrique sont définies par la condition de Dirichlet, et le champ magnétique rayonné est calculé séparément en absence de corps humain comme dans la

formulation  $\phi - A$ . La configuration simulée est la même que nous avons utilisée dans les validations des formulations « diélectrique » et  $\phi - A$ . Le corps humain, représenté par un modèle axisymétrique homogène, est placé à contact avec la terre, et est exposé au champ électrique et magnétique d'une ligne haute tension et fort courant (figure 3.2).

Les caractéristiques électromagnétiques des matériaux définies dans la modélisation sont les suivantes :

- + Pour l'air :  $\epsilon_r = 1$  ;  $\sigma = 0$  ;  $\mu_r = 1$ .
- + Pour le sol :  $\epsilon_r = 10$  ;  $\sigma = 10^{-2}$  ;  $\mu_r = 1$ .
- + Pour le corps humain :  $\epsilon_r = 10^7$  ;  $\sigma = 0,2$  ;  $\mu_r = 1$ .

Afin de mieux comparer les effets capacitif et inductif dans le corps humain, nous avons pris des valeurs fictives pour la source de courant ( $I = 1000(A)$ ) ainsi que pour la source de champ électrique ( $\phi = 14,1(kV)$ ).

La validation a été menée en comparant les résultats obtenus avec la formulation couplée et chacune des autres formulations. Nous avons d'abord reconsidéré les cas d'exposition à des champs E et H pris séparément, pour vérifier que nous trouvons bien les mêmes résultats obtenus auparavant. Ensuite, nous avons calculé les courants induits simultanément par les champs E + H avec la formulation couplée, et nous avons comparé ce résultat avec celui obtenu en superposant ceux obtenus avec les formulations diélectrique et  $\phi - A$ . Dans toutes ces modélisations, nous avons utilisé le même maillage, afin de nous affranchir d'éventuels problèmes liés à celui-ci.

Tout d'abord, nous avons comparé les formulations « diélectrique » et « couplée » en supposant que le terme source du champ magnétique est nul (pas d'effet inductif). Les résultats calculés par deux formulations sont identiques (figure 3.4). On observe la présence d'« irrégularités » dans ces résultats, qui sont localisées aux mêmes endroits dans les deux modélisations. Il ne s'agit donc que d'artifices numériques dus aux imperfections du maillage. En conclusion, l'effet capacitif seul est bien pris en compte par la formulation couplée.

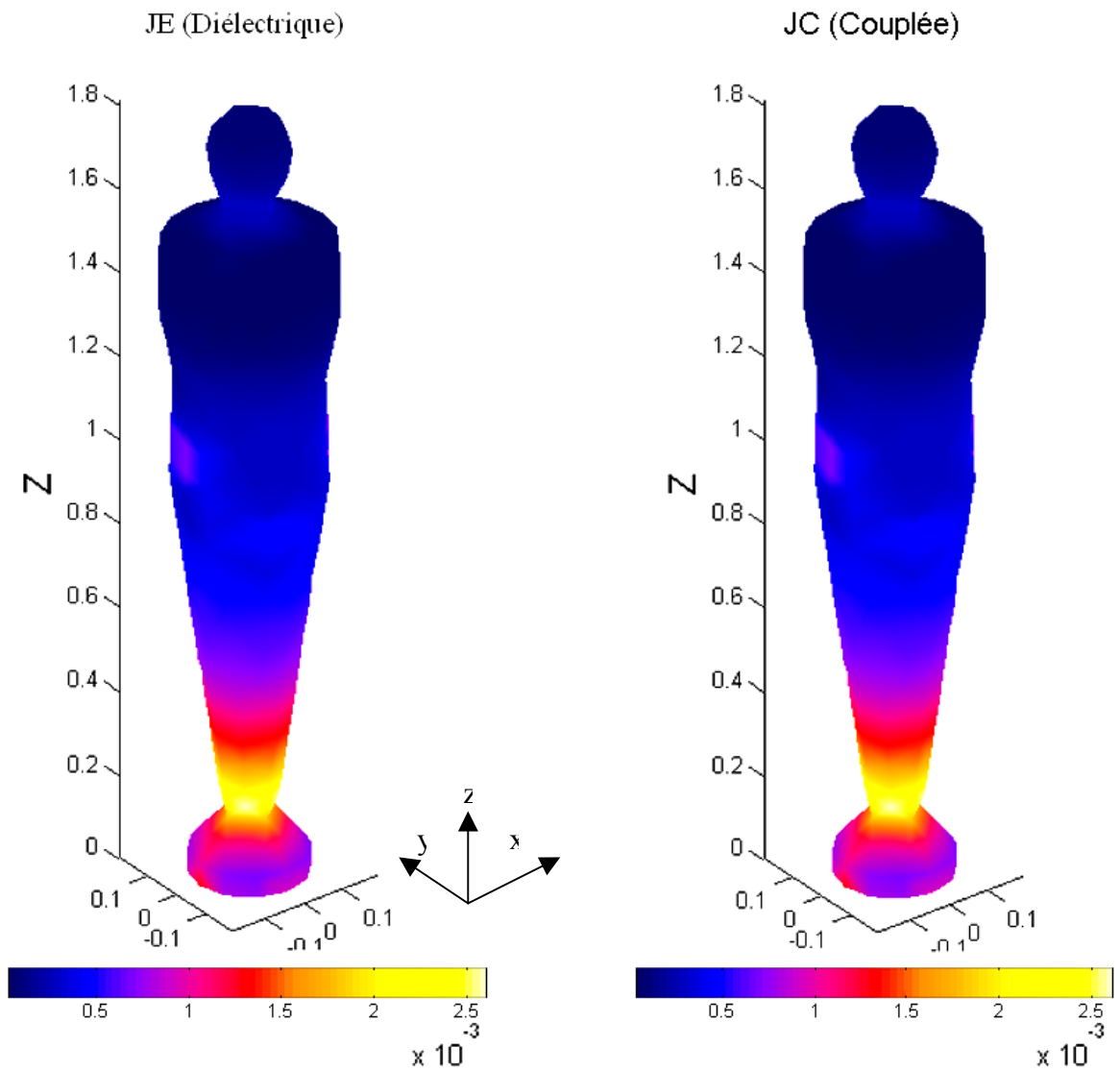


Fig 3.4: Densité de courant induit dans le corps humain ( $A/m^2$ ) (JE = formulation diélectrique, JC = formulation couplée) en champ  $E$  seul (Sources :  $\phi = 14,1$  kV et  $I = 0$  A).

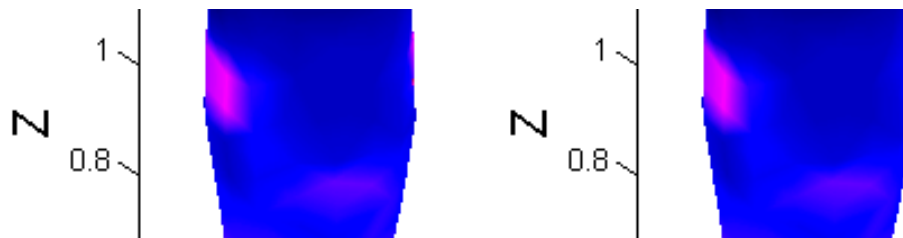


Fig 3.5: Zoom des bruits des calculs en figure 3.4

Ensuite, nous avons comparé les formulations  $\phi - A$  et « couplée » en supposant que le terme source du champ électrique est nul (pas d’effet capacitif). Nous devons tout d’abord calculer le potentiel magnétique rayonné en absence de corps humain (voir section 3.2). Dans cette modélisation, nous supposons que l’homme est exposé au champ magnétique d’une ligne de longueur infinie. Ce potentiel vecteur magnétique est calculé analytiquement par la formule (3.13), qui a également servi comme terme – source pour la validation par rapport à la formulation  $\phi - A$  :

$$\begin{aligned} A_x &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln r', \\ A_y &= 0; \\ A_z &= 0; \end{aligned} \tag{3.13}$$

où  $I$  est le courant parcouru dans la ligne, et  $r'$  est la distance de la ligne. Nous rappelons que le potentiel scalaire que nous cherchons à calculer dépend de la jauge choisie arbitrairement pour  $\vec{A}$ .

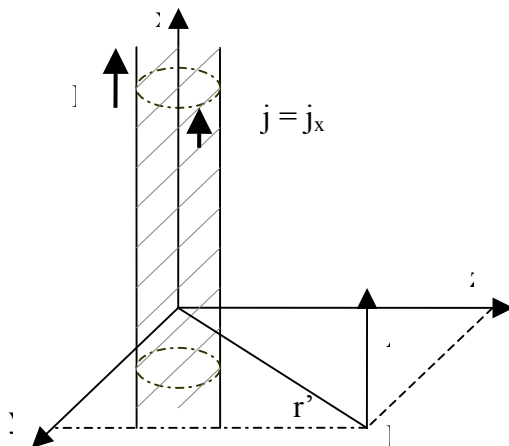


Fig 3.6: Fil infini orienté selon l’axe x parcouru par une courant  $I$ .

Comme dans le cas d’une exposition au champ  $E$  seul, les résultats obtenus par deux formulations sont identiques (fig. 3.7) : notre formulation couplée est donc capable de « reproduire » les résultats que nous avons obtenu précédemment avec les deux formulations diélectrique et  $\phi - A$ .



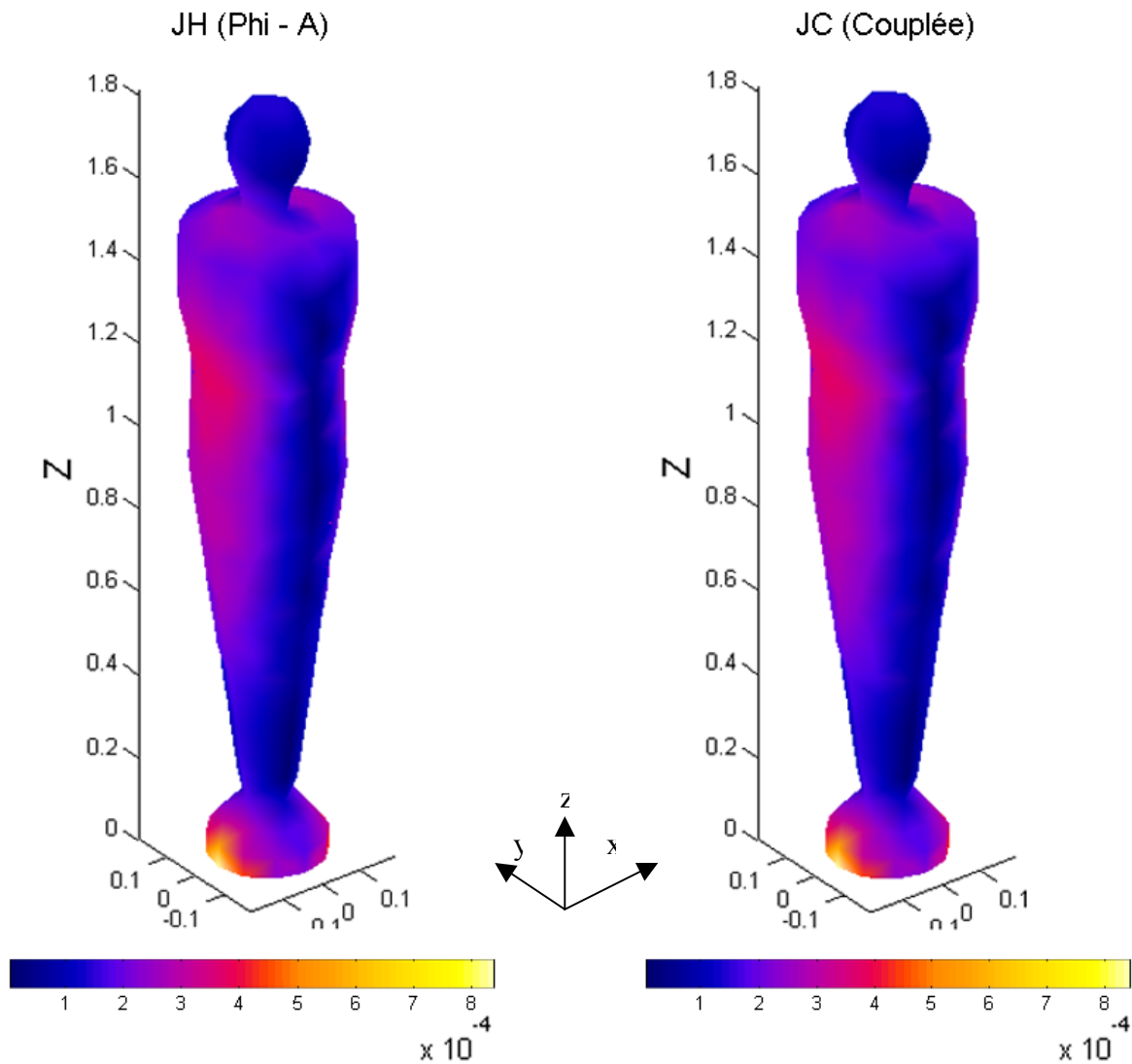


Fig 3.7: Densité de courant induit dans le corps humain ( $A/m^2$ ) (JH = formulation  $\phi - A$ , JC = formulation couplée) en champ  $\mathbf{H}$  seul orienté suivant  $0x$  ( $I = 1000 A$ ,  $\phi$  non défini).

Maintenant, il nous faut vérifier si elle est également capable de prendre en compte les sources de champ  $E$  et  $H$  en même temps. Nous avons donc superposé les densités de courant calculées séparément avec la formulation diélectrique et la formulation  $\phi - A$ , et nous avons comparé ce résultat avec la densité de courant calculée avec la formulation couplée, où les deux effets inductif et capacitif sont pris en compte simultanément.

La densité de courant induit calculée avec les différentes formulations est représentée dans la figure (3.8). Bien que dans cet exemple, l’effet capacitif soit beaucoup plus grand que l’effet inductif, nous obtenons des images résultantes qui montrent l’existence des deux effets. Nous trouvons que la densité de courant induit calculée par la formulation couplée (JC) n’est pas cohérente avec celle de la superposition deux formulations, (JH + JE). En particulier, au

Le résultat obtenu au pied du modèle la valeur obtenue par la formulation couplée (JC) est étonnamment plus grande par rapport à celle obtenue par superposition des deux effets calculés séparément (JH + JE), alors que le résultat paraît correct ailleurs. Donc cette formulation couplée, telle que nous l’avons décrite, est capable de prendre en compte correctement les effets capacitifs et inductifs, mais pas les deux en même temps : nous sommes revenus au point de départ !

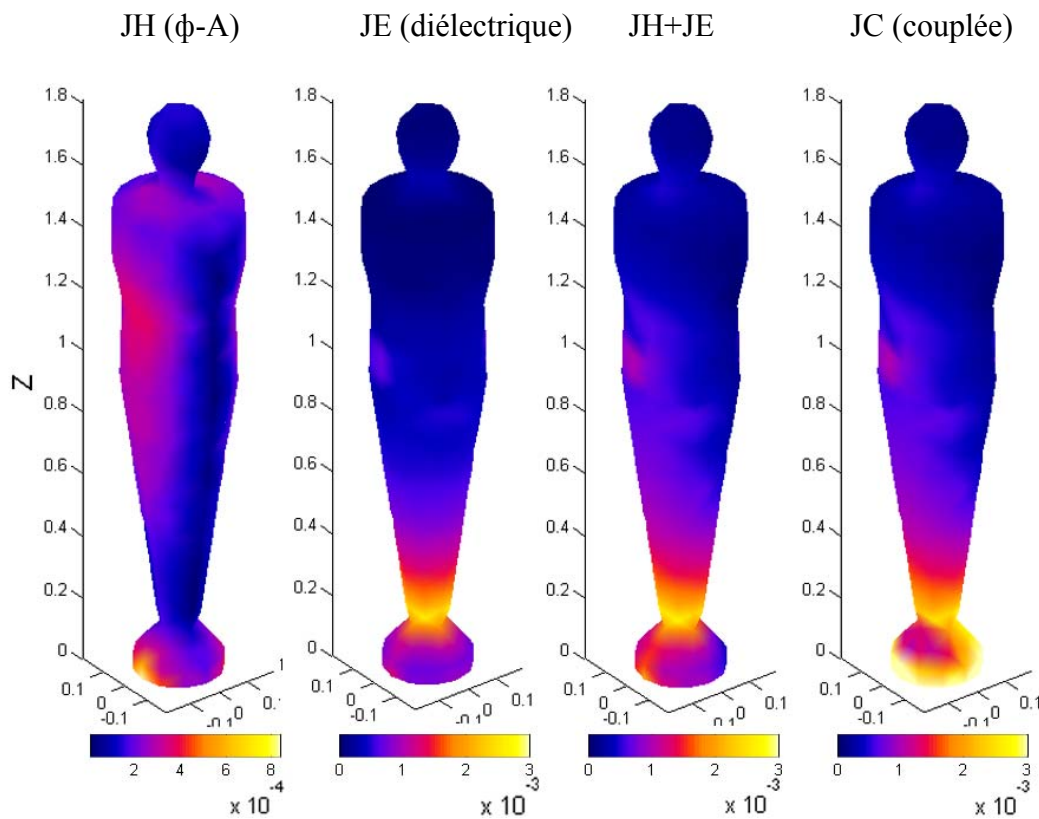


Fig 3.8: Comparaison de la densité de courant induit dans le corps humain en champ  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  combinés ( $\text{A/m}^2$ )

Cette erreur provient peut-être de la définition des conditions aux limites. Comme nous l’avons dit, le potentiel scalaire électrique  $\phi$  dépend de la jauge choisie pour le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ . Nous ne pouvons donc pas imposer n’importe quelle contrainte sur  $\phi$ , comme nous le faisons lorsque nous fixons le potentiel scalaire électrique par terre et sur la ligne électrique.

Nous pouvons constater que ceci conduit inévitablement à des situations paradoxales : par exemple, si nous pouvions fixer à 0 (comme nous avons essayé de faire) le potentiel électrique à l’interface homme – terre, cela impliquerait que la composante tangentielle  $\vec{J} \cdot \vec{t}$  de la densité de courant dépendrait de la jauge choisie pour  $\vec{A}$  :

$$\underline{\vec{J}} \cdot \underline{\vec{t}} = -\sigma \left( j\omega \underline{\vec{A}} + \underline{\vec{\nabla}} \underline{\phi} \right) \cdot \underline{\vec{t}} = -j\omega \sigma \underline{\vec{A}} \cdot \underline{\vec{t}} \quad (3.14)$$

car sur cette interface  $\underline{\vec{\nabla}} \underline{\phi} \cdot \underline{\vec{t}} = \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$  puisque  $\underline{\phi} = 0$  identiquement ! Nous remarquerons au passage que le problème que nous avons observé se trouve à proximité de cette interface : plus loin, le lissage effectué par l'opérateur laplacien semble « limiter les dégâts ».

Ceci montre qu'en présence d'effets inductifs (mêmes petits), nous n'avons pas le droit d'imposer un potentiel électrique constant à la frontière d'une région conductrice, comme nous l'avons fait dans le cadre du problème diélectrique. Ainsi, nous ne pouvons pas mettre en œuvre la formulation couplée en utilisant directement des conditions à Dirichlet pour introduire le champ électrique. Il nous faut donc chercher une autre manière pour caractériser le champ électrique.

### 3.7 Modification de la formulation couplée

La stratégie que nous avons mise au point pour introduire correctement une source du champ électrique dans notre modélisation va consister à limiter le domaine de résolution au seul corps humain, et à introduire la source du champ  $\underline{\vec{E}}$  par le biais des conditions d'interface (3.6) que nous avons déjà discuté.

Nous avons déjà vérifié (cf. chapitre 2) que dans le corps humain le courant de déplacement  $\underline{\vec{J}}_d = j\omega \varepsilon \underline{\vec{E}} = j\omega \varepsilon \left( j\omega \underline{\vec{A}} + \underline{\vec{\nabla}} \underline{\phi} \right)$  pouvait être négligé. Ainsi, si nous pouvions limiter le domaine de résolution au corps humain (comme dans le cas d'exposition à un champ H seul), l'équation à résoudre deviendrait :

$$-\underline{\vec{\nabla}} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \underline{\vec{A}} + \underline{\vec{\nabla}} \underline{\phi} \right) \right] = 0 \quad (3.15)$$

Nous reconnaissons l'équation (2.30) qui est résolue habituellement avec la formulation  $\phi - A$ .

On considère maintenant la condition à l'interface entre le corps humain et l'air (3.6) ; en négligeant le courant de déplacement dans le corps humain, on obtient :

$$\underline{\vec{n}} \cdot \sigma \underline{\vec{E}}_{corps} = \underline{\vec{n}} \cdot j\omega \varepsilon_0 \underline{\vec{E}}_{air} \quad (3.16)$$

Nous observons que dans cette équation, le terme  $\underline{\vec{n}} \cdot j\omega \varepsilon_0 \underline{\vec{E}}_{air}$  ne dépend que du champ électrique autour du corps humain (à l'extérieur du domaine de résolution !) : il s'agit donc d'une nouvelle donnée qu'il faut fournir pour que le problème soit posé correctement.

Désignons cette quantité par  $\underline{\tau} = \vec{n} \cdot j\omega\varepsilon_0 \vec{E}_{air}$ . Nous discuterons dans la suite de la signification physique de ce terme, ainsi que la manière de l'obtenir.

L'ensemble des équations (3.15) et (3.16) constitue la nouvelle formulation forte pour calculer les micro-courants induits simultanément par un champ  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ . Dans cette formulation le terme-source magnétique est un potentiel magnétique vecteur  $\vec{A}$ , alors que le terme-source électrique est constitué par la quantité  $\vec{n} \cdot j\omega\varepsilon_0 \vec{E}_{air}$  définie à la surface du corps humain.

Que se passerait-il s'il n'y avait aucune source du champ électrique ? Dans ce cas, le champ électrique dans l'air  $\vec{E}_{air}$  serait nul, ainsi la condition à la frontière (3.16) se réduirait à :

$$\underline{\tau} = \vec{n} \cdot \sigma \vec{E}_{corps} = 0 \Leftrightarrow -\sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = -j\omega \vec{A} \cdot \vec{n}$$

Nous reconnaissons là l'équation (2.31), qui constitue précisément la condition à la frontière pour la formulation  $\phi - A$  : ainsi notre nouvelle formulation couplée devient la formulation  $\phi - A$  lorsqu'il n'y a pas de source de champ électrique.

Soit donc  $\Omega$  le volume occupé par le corps humain (= domaine de résolution) et  $\Gamma = \partial\Omega$  sa frontière. Supposons que le corps soit isolé de la terre. Nous allons construire la formulation faible de notre nouvelle formulation couplée.

Soit  $W$  l'ensemble des fonctions  $\underline{w} : \Omega \rightarrow \square$  continues et différentiables au moins une fois. Donc, après avoir multiplié l'équation (3.15) par une fonction  $\underline{w} \in W$  et intégré sur le domaine de résolution  $\Omega$ , on obtient :

$$\iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \right] \underline{w} d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \quad (3.17)$$

En appliquant (2.14), l'intégration (3.17) devient :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \right] \underline{w} d\Omega = \\ \iint_{\Gamma} \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \right] \underline{w} \cdot \vec{n} d\Gamma - \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \right] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

En prenant compte la condition à la frontière (3.16), on a :

$$\vec{n} \cdot \vec{J}_{cond} = \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \cdot \vec{n} = \underline{\tau} \quad (3.19)$$

Ainsi l'intégrale (3.18) devient :

$$\iint_{\Gamma} \underline{w} \cdot \underline{\tau} d\Gamma - \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \underline{w} \cdot \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.20)$$

Ainsi, la formulation faible est :

« Trouver le potentiel  $\underline{\phi} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continue, dérivable partout (à moins d’un ensemble de mesure nulle), tel que :

$$\left( \iint_{\Gamma} \underline{w} \cdot \underline{\tau} d\Gamma - \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \underline{w} : \left[ \sigma \left( j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \underline{\phi} \right) \right] d\Omega = 0 \quad \forall \underline{w} \in W \right) \quad (3.21)$$

### 3.8 Signification du terme source électrique

Le terme source électrique  $\underline{\tau} = \vec{n} \cdot j\omega \epsilon_0 \vec{E}_{air}$  que nous avons vu paraître avec un raisonnement purement mathématique possède en fait une signification physique précise: il s’agit de la dérivée temporelle de densité de charge surfacique. En effet, à la fréquence industrielle le corps humain peut être considéré comme un « bon conducteur » : cela signifie que les lignes du champ électrique sont perpendiculaires à sa surface. D’après le théorème de Coulomb, nous savons que la densité de charge surfacique  $\sigma$  d’un conducteur peut être exprimée comme :  $\epsilon_0 \cdot \vec{n} \cdot \vec{E}_{air} = \sigma$ , donc :  $\underline{\tau} = j\omega \epsilon_0 \cdot \vec{n} \cdot \vec{E}_{air} = j\omega \sigma$ . Ainsi, nous exprimons l’effet d’une source du champ électrique par le biais de la densité de charge que ce champ induit à la surface du corps humain.

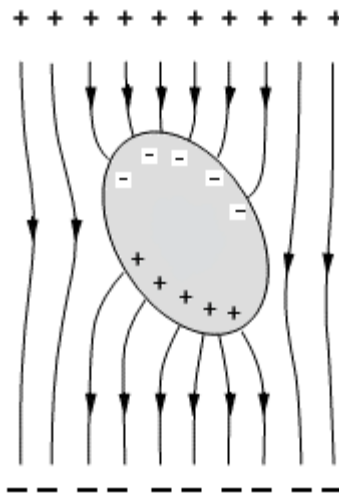


Fig 3.9: Exposition d’un conducteur au champ électrique

Afin de calculer cette densité de charge, il nous faut donc résoudre dans un premier temps un problème diélectrique relativement à l’environnement extérieur au corps humain (air + terre + sources du champ E). Dans ce problème, le corps humain sera représenté par une surface équipotentielle<sup>1</sup>, à potentiel flottant ou imposé selon que le corps humain soit isolé ou bien en contact avec la terre ou un conducteur sous tension.

Pour conclure, notre modélisation se compose de 3 étapes :

- 1) Calcul du terme – source électrique  $\underline{\tau} = j\omega\epsilon_0\vec{E}_{air}.\vec{n}$ , le corps humain étant remplacé par une surface équipotentielle.
- 2) Calcul du terme – source magnétique  $\vec{A}$ , en absence du corps humain.
- 3) Résolution de la formulation couplée à l’intérieur du corps humain.

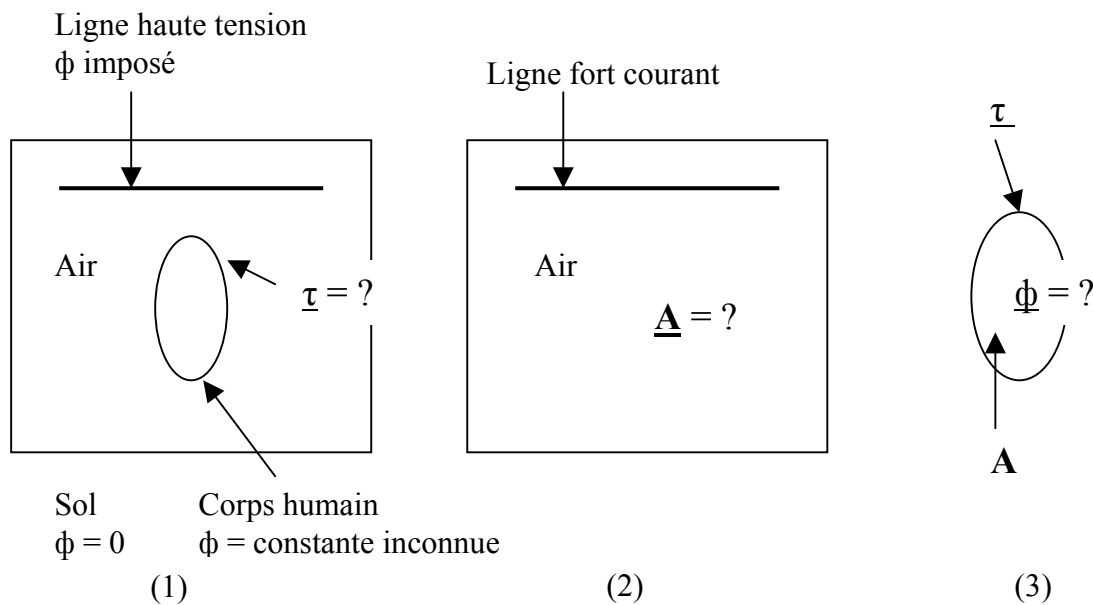


Fig 3.10: Etapes de calculs pour la formulation couplée

<sup>1</sup> Le fait que le corps humain soit un « bon conducteur » à la fréquence industrielle explique le bruit numérique que nous avons obtenu lorsque nous avons essayé de calculer les micro-courants induits par un champ électrique avec la formulation « diélectrique » : puisque la surface du corps est quasiment équipotentielle, les variations du potentiel à l’intérieur du corps (donc le champ électrique) sont moindres. En ce sens, le calcul de ces micro-courants est un problème « du deuxième ordre » par rapport au problème du calcul du champ électrique dans l’air.

### 3.9 Validation

Dans cette section, nous voulons présenter la validation de cette nouvelle formulation couplée, qui nous permet de calculer les courants induits simultanément par les effets inductif et capacitif dans le corps humain. Pour cela, nous utiliserons comme référence les deux formulations « diélectrique » et  $\phi - A$ , dont nous allons superposer les résultats.

Dans cette partie, nous validons d'abord notre programme avec un modèle très simple (un disque homogène) : il s'agit d'un exemple d'illustration. Ensuite, nous faisons des calculs avec le même modèle axisymétrique homogène que nous avons déjà utilisé dans le chapitre précédent. Puis, afin de s'approcher de la réalité, nous utilisons directement le modèle anatomique de corps humain. Ce dernier modèle est hétérogène, car il comporte plusieurs tissus et organes du corps, chacun avec ses propres caractéristiques électriques (permittivité et conductivité).

Dans notre premier exemple, le disque homogène est exposé aux champs électromagnétiques d'une ligne électrique (figure 3.11). Nous faisons varier les sources des champs électriques et magnétiques, et nous observons les effets des champs sur la densité de courant résultante dans le disque.

Dans notre deuxième exemple, le modèle axisymétrique est isolé du sol et est exposé aux champs électriques et magnétiques combinés d'une ligne haute tension et fort courant (figure 3.12).

Dans notre troisième exemple, l'homme est exposé aux champs électriques et magnétiques d'une ligne de haute tension (figure 3.13). Le champ magnétique d'une ligne de fort courant décroît de manière inversement proportionnelle par rapport à la distance de la ligne ( $1/d$ ). Ainsi, afin de mieux mettre en évidence l'effet inductif, le corps humain est placé juste à côté de la ligne : il s'agit, par exemple, de la position d'un ouvrier qui travaille au voisinage de la ligne.

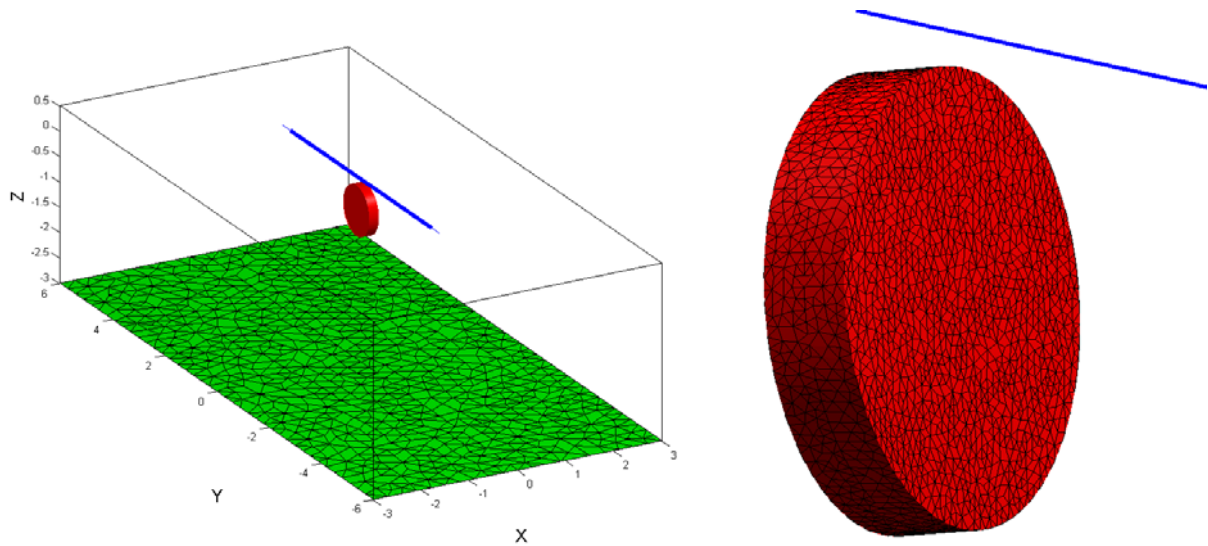


Fig 3.11: Exposition d'un disque homogène aux champs générés par une ligne

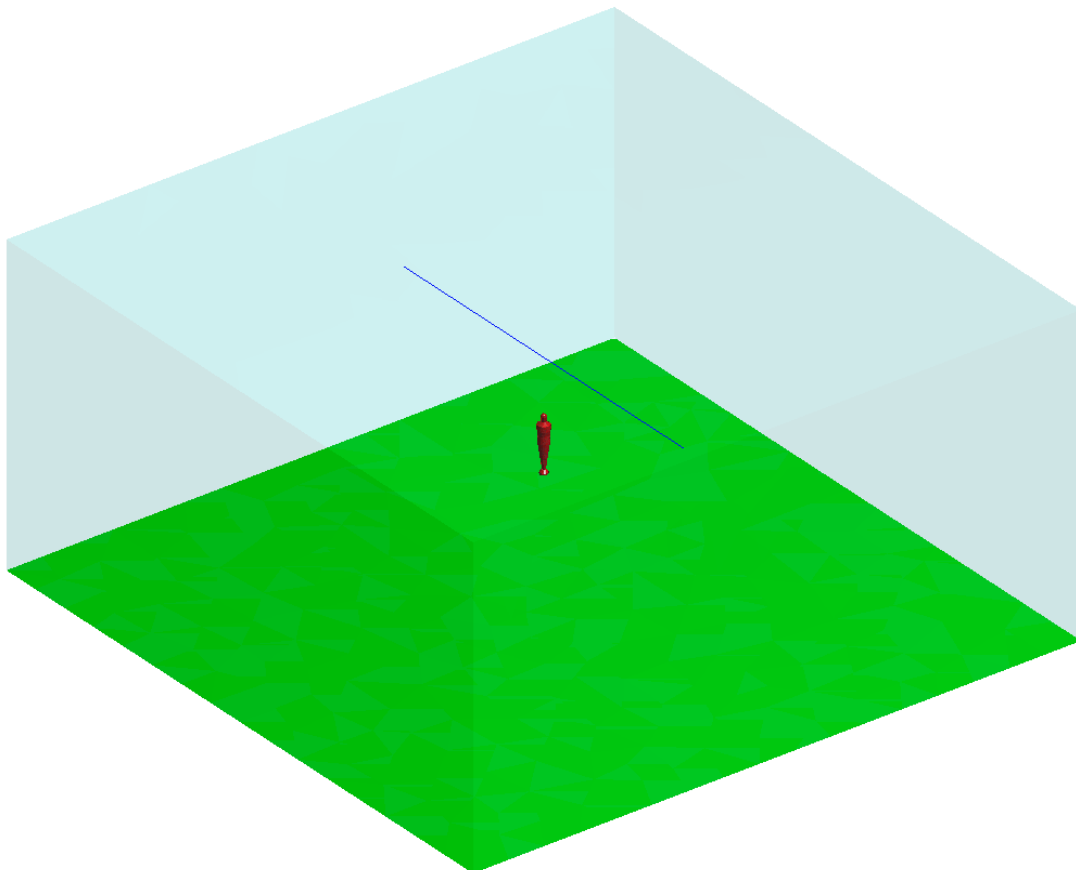


Fig 3.12: Exposition du modèle axisymétrique homogène aux champs électriques et magnétiques combinés d'une ligne électrique



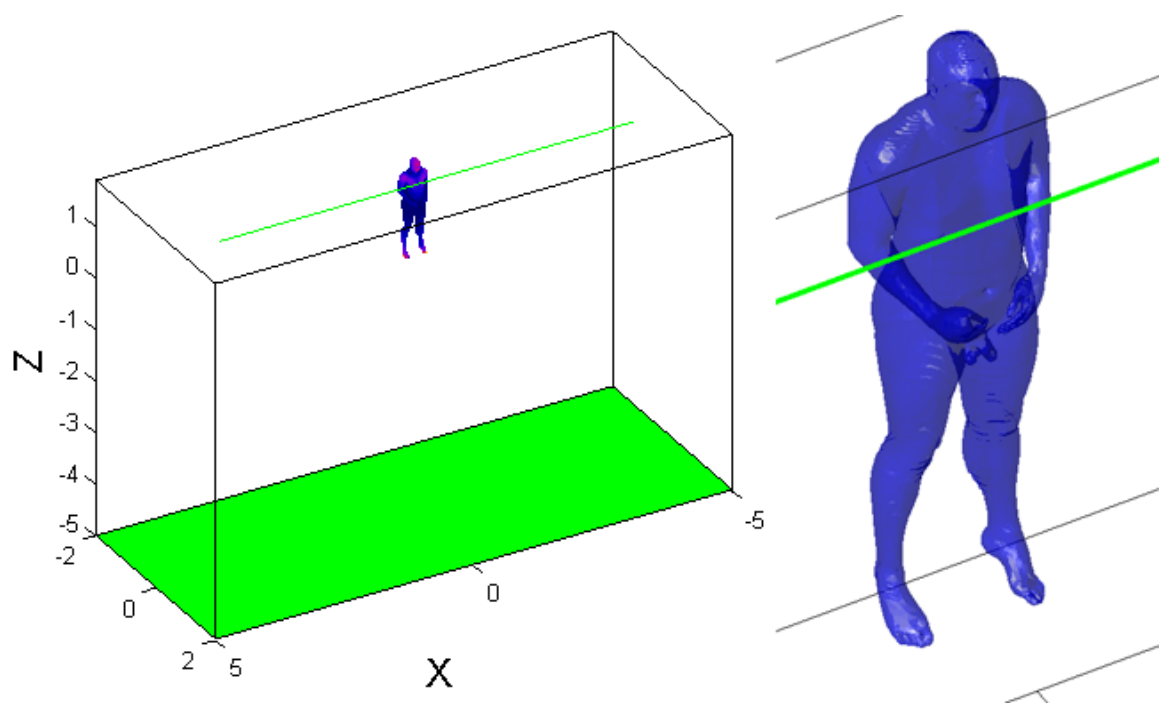


Fig 3.13: Géométrie du problème extérieur, comprenant le plan de terre, la ligne électrique et la surface du corps humain.

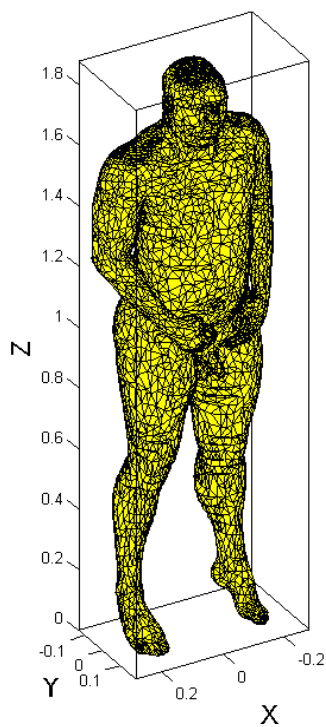


Fig 3.14: Maillage du modèle anatomique

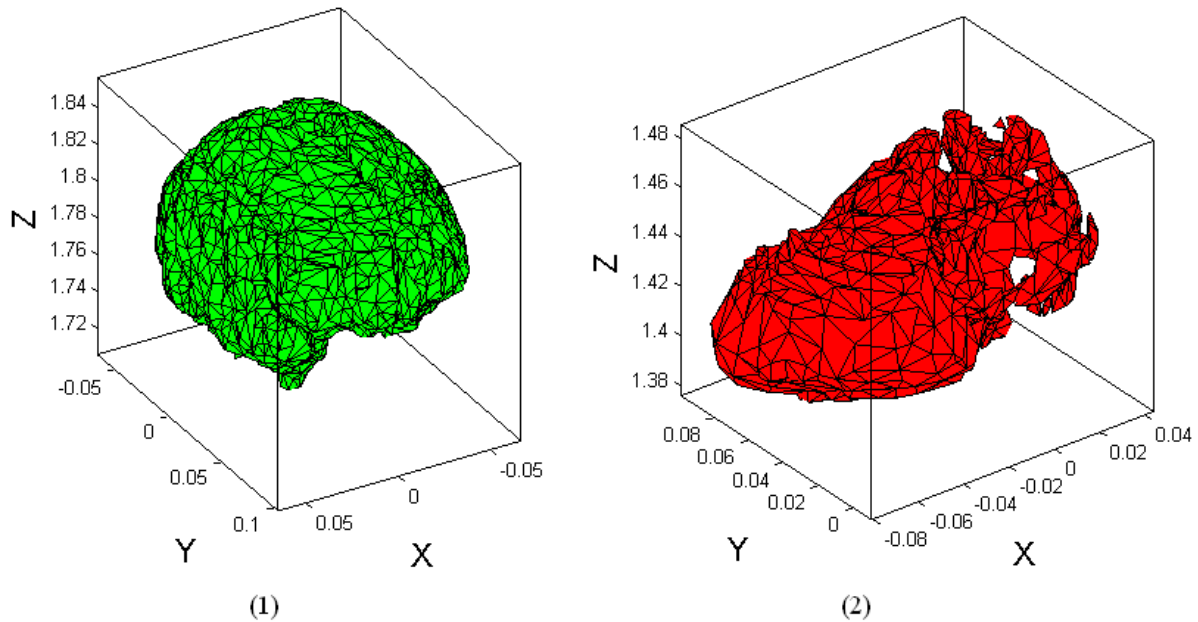


Fig 3.15: Maillages du cerveau (1) et du cœur (2).

**Les étapes de calculs :**

Comme nous l’avons déjà dit, ce calcul se compose de trois étapes :

1) Calcul du terme – source électrique  $\underline{\tau} = j\omega\epsilon_0\vec{E}_{air}.\vec{n}$  : pour cela :

+ Dans les deux premiers exemples, nous avons utilisé la formulation diélectrique, en remplaçant le disque et le modèle axisymétrique homogène par un conducteur parfait à potentiel flottant. Ce calcul étant réalisé dans l’air par la méthode des éléments finis.

+ Dans le troisième exemple, nous avons utilisé la formulation diélectrique, en remplaçant le corps humain par un conducteur parfait à potentiel flottant. Ce calcul étant réalisé dans l’air par la méthode des éléments finis, il nous faut donc mailler de l’air autour. Pour cette simulation, nous avons utilisé le logiciel GMSH [GR07] afin de construire le maillage, qui comporte les sources du champ électrique et la surface extérieure du corps humain. Ensuite cette géométrie a été exportée dans Matlab pour effectuer les calculs du champ électrique à la surface du corps.

- 2) Calcul du terme – source magnétique  $\vec{A}$  : pour cela, dans les deux exemples, nous avons considéré que le câble est de longueur infinie, et nous avons utilisé la formule (3.13) issue de la loi de Biot – Savart.
- 3) Calcul des micro-courants induits dans le disque et dans le corps humain avec la formulation couplée.

**Observation importante :**

Entre l’étape (1) et l’étape (3), il existe une difficulté technique que nous n’avons pas mentionnée : il s’agit de la projection du terme source électrique  $\underline{\tau}$  (obtenu avec un maillage de l’environnement extérieur au corps humain) sur le maillage du corps humain, utilisé pour résoudre la formulation couplée. Pour contourner ce problème, nous avons imposé que les nœuds du maillage de la surface du corps humain soient exactement les mêmes entre ces deux maillages : ainsi, il suffit de moyenner le terme source  $\underline{\tau}$  sur ces nœuds, et de les repérer<sup>1</sup> pour déterminer correctement la valeur de  $\underline{\tau}$  dans la troisième étape.

---

<sup>1</sup> Ces nœuds ont bien sûr les mêmes coordonnées dans les deux maillages, mais leur numérotation n’est pas la même. Ainsi, pour assigner la bonne valeur du terme source  $\underline{\tau}$  au bon nœud il faut le repérer par rapport à ses coordonnées.

**Premiers résultats :**

Sur le figure 3.16, le courant induit  $\mathbf{J}$  résultant dans le disque est logiquement une combinaison des courants créés séparément par les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ . La direction et l’amplitude de  $\mathbf{J}$  dépend des valeurs respectives de tension et courant à l’origine des 2 champs.

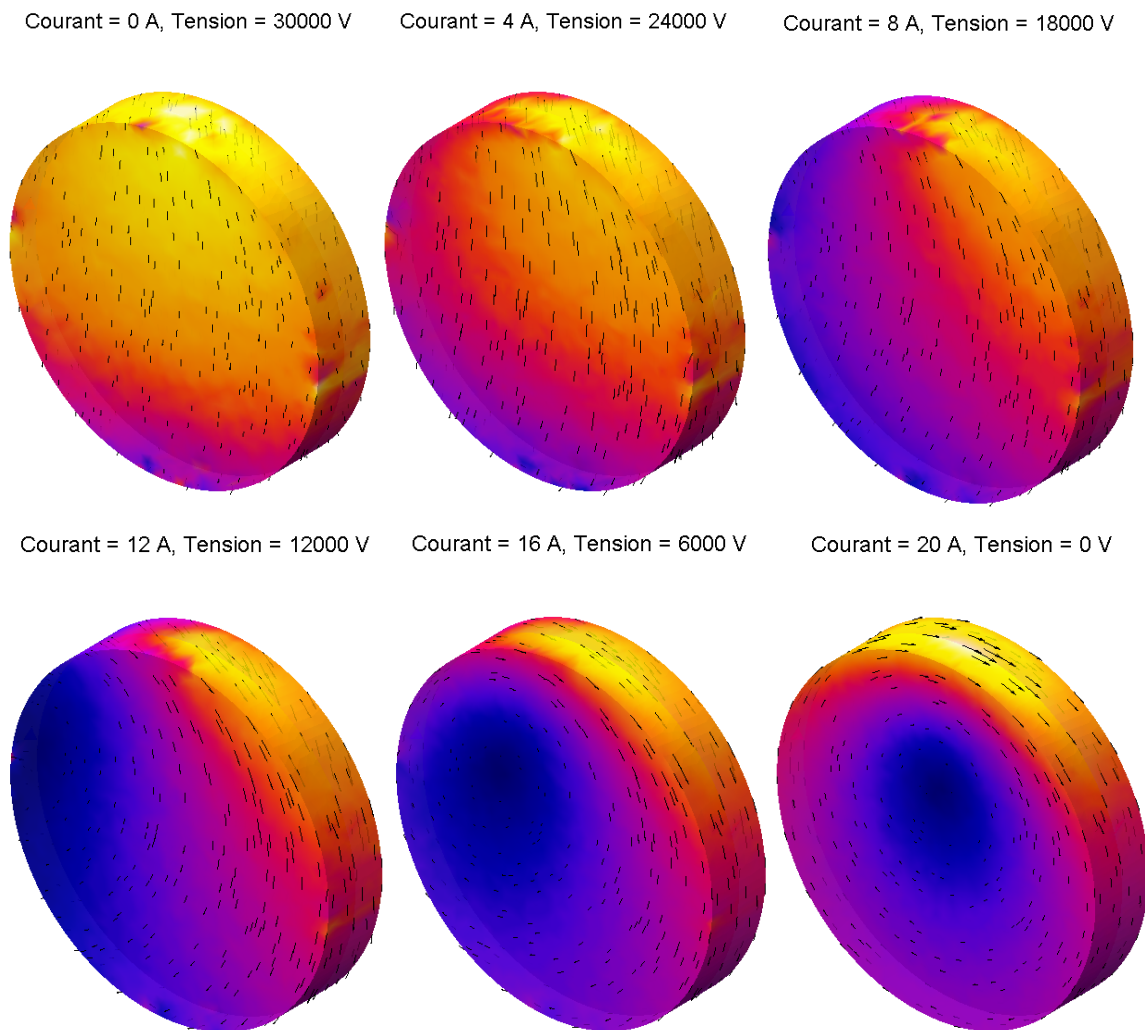


Fig 3.16: Directions de la densité de courant induit à la surface de disque

Pour le deuxième exemple, la source des champs est une ligne électrique 10 kV parcourue par un courant  $I = 100$  A. La densité de courant induit calculée est présentée dans la figure 3.17.

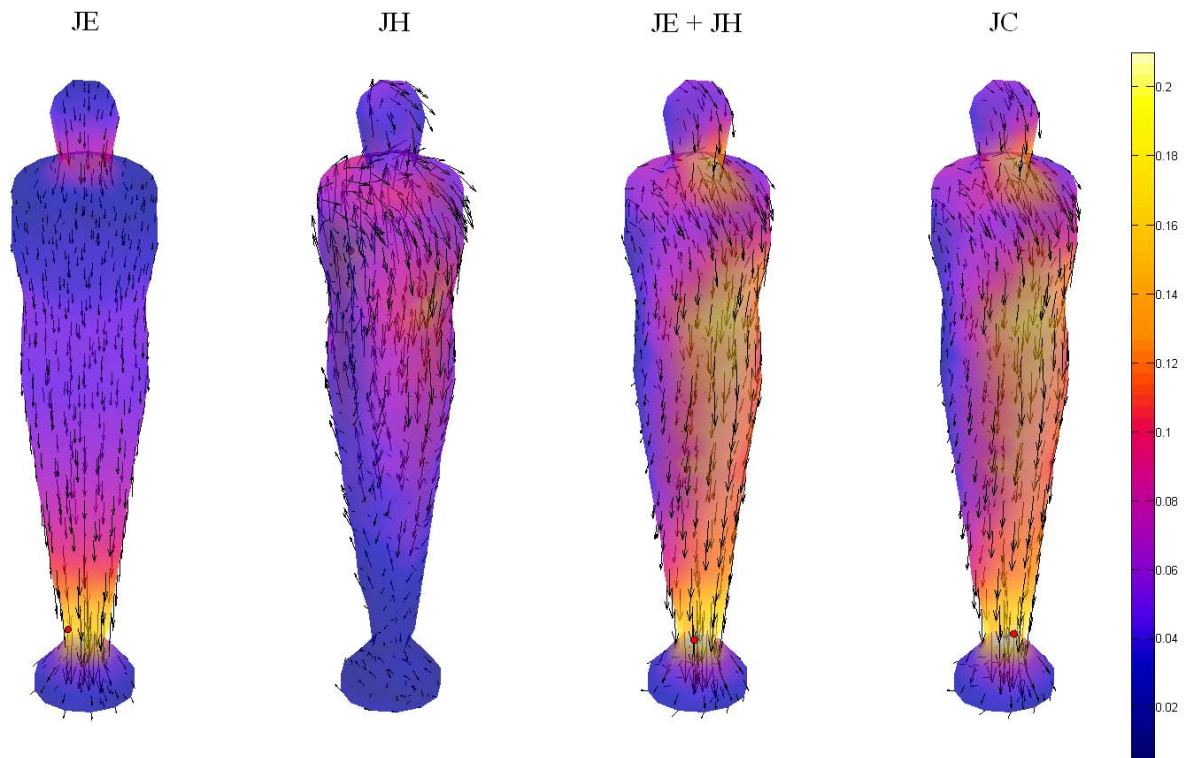


Fig 3.17: La densité de courant induit sur la surface du corps humain ( $\text{mA/m}^2$ ).

Pour le troisième exemple plus réaliste, nous choisissons la tension de la ligne  $\phi = 63 \text{ kV}$  et le courant de la ligne  $I = 510 \text{ A}$  (= le courant de transit par phase de la ligne 63 kV) comme les sources des champs électriques et magnétiques [DEB].

Le champ électrique dans l’air, et le terme source  $\underline{\tau}$  (= dérivé de la densité surfacique de charge) calculés à l’étape (1) sont présentés dans les figures ci-dessous :

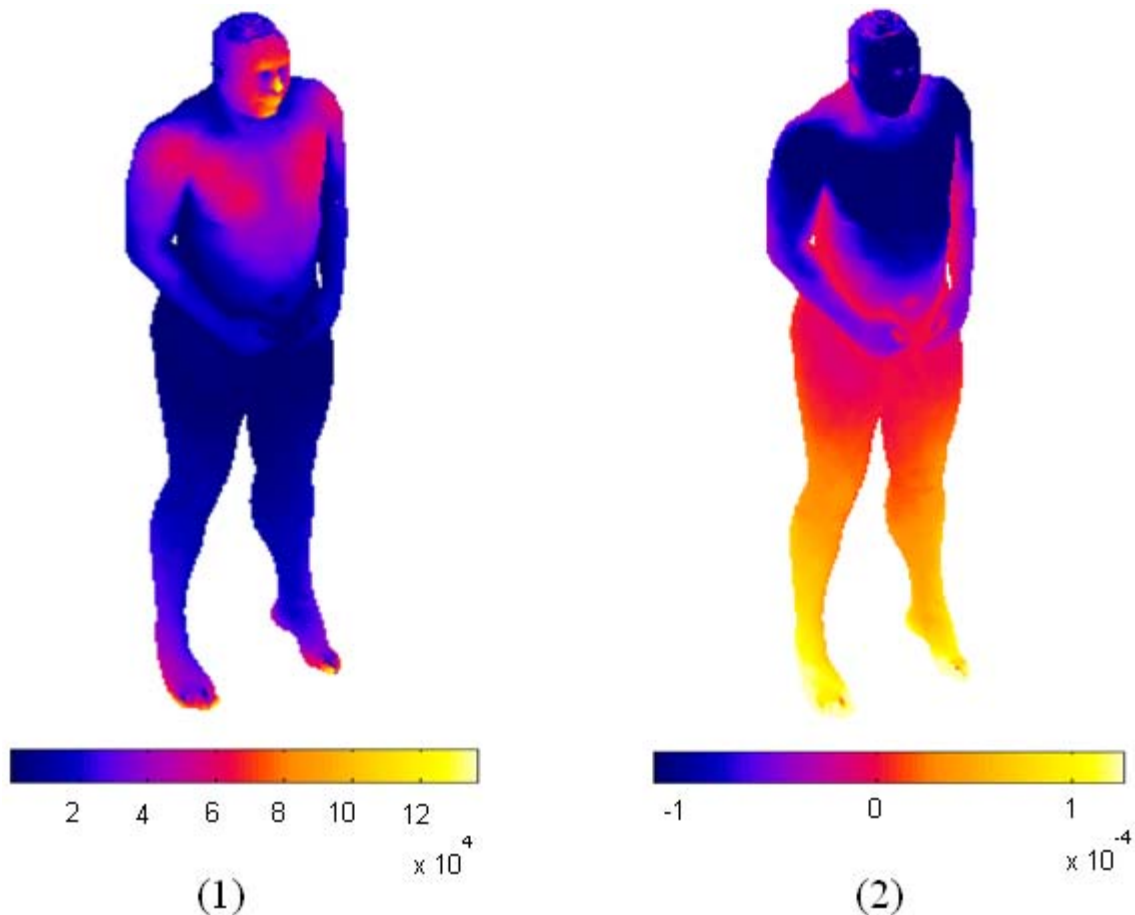


Fig 3.18: (1) – Champ électrique dans l’air (V/m). (2) – Dérivée temporelle de la densité surfacique de charge ( $C.s^{-1}.m^{-2}$ ).

Théoriquement, ce champ décroît rapidement, proportionnellement à la distance à la ligne : donc le fait que le champ électrique calculé soit plus grand au niveau de la poitrine et du visage du corps humain nous paraît correct.

La densité surfacique de charge calculée nous semble elle aussi correcte : on observe une accumulation des charges négatives à l’endroit où les lignes du champ électrique pénètrent dans le corps, alors que les charges positives s’accumulent plutôt à l’endroit où le champ électrique sort du corps. Cette densité de charge se répartit sur la peau de manière non uniforme : là où la courbure de la surface est plus importante, le champ électrique y sera également plus intense (effet de point). Nous observons ce phénomène plus en particulier au niveau du nez et des pieds.

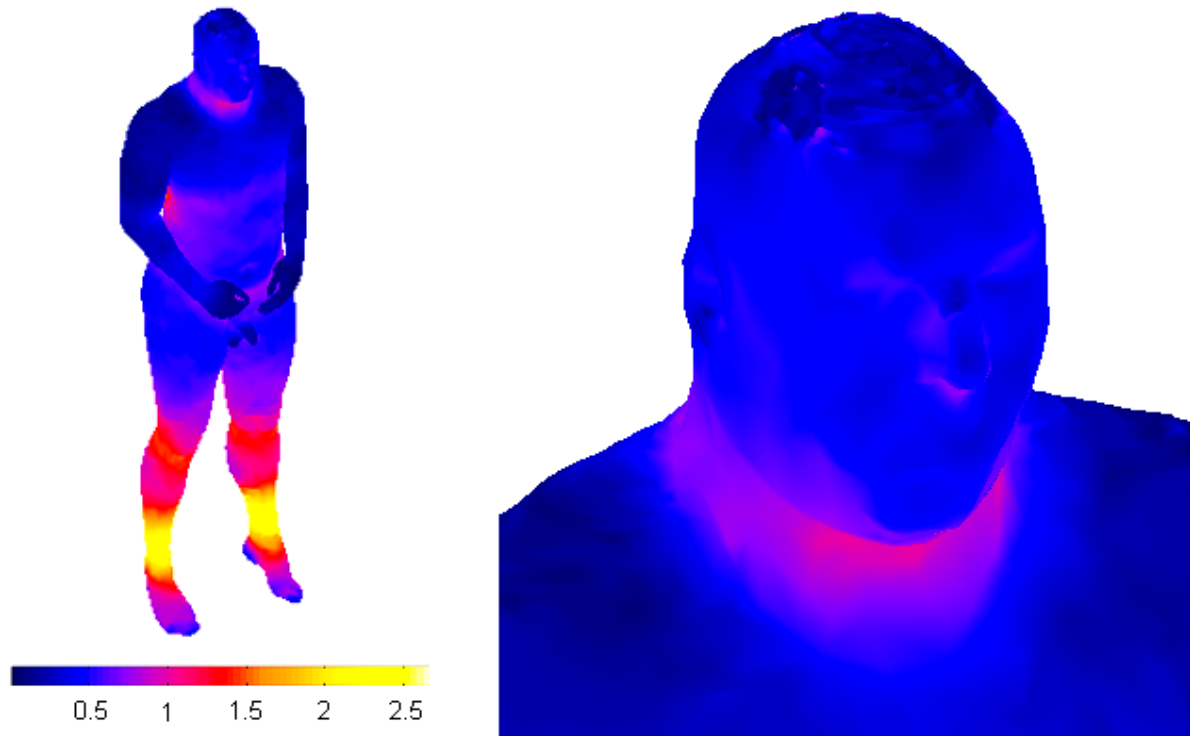


Fig 3.19: Densité de courant induit à la surface du corps humain ( $\text{mA}/\text{m}^2$ ) – l’effet capacitif.

A partir de cette densité de charge, nous avons calculé la densité de courant induit par effet capacitif (= champ  $E$  seul). La répartition de cette densité de courant ressemble à celle obtenue avec les calculs avec le modèle axisymétrique (figures 3.4 et 3.19). En particulier, cette densité de courant induit est maximale au niveau des chevilles : on peut expliquer ceci par le fait que le courant induit pénètre dans le corps humain un niveau de la poitrine, et en sort au niveau des pieds. Ainsi, la densité de courant est maximale là où la « section du conducteur » est la plus petite (et pas où le champ électrique extérieur est le plus élevé !), c’est-à-dire au niveau des chevilles. Les ordres de grandeur sont aussi comparables à ceux obtenues avec le modèle axisymétrique.

**Observation importante :**

Nous remarquons que dans cette modélisation, le corps humain exposé à un champ électrique se trouve à potentiel flottant : dans ce cas nous avons obtenu de très mauvais résultats avec la formulation diélectrique (cf. figure 2.24). Par contre, avec notre nouvelle formulation couplée, la répartition de la densité de courant dans le corps humain paraît de bien meilleure qualité. Nous expliquons cette amélioration par le découplage entre le « problème extérieur » et le calcul des micro-courants dans le corps humain : dans le

problème extérieur (= étape 1) nous considérons le corps humain comme équipotentiel : nous obtenons ainsi la valeur moyenne du potentiel électrique dans le corps humain. Avec la formulation couplée, nous calculons une « petite correction » du potentiel par rapport à cette valeur moyenne. Par contre, dans la formulation diélectrique, ces petites variations sont « écrasées » par la valeur moyenne du potentiel électrique, à cause de la précision numérique limitée. Ainsi, nous avons résolu le problème qui s’est posé dans la section 2.2.7.

Dans la figure (3.20) ci-dessous, nous présentons l’induction du champ magnétique rayonné par le courant parcouru dans la ligne, et la densité de courant induit par couplage inductif dans le corps humain. Le champ magnétique d’une ligne décroît rapidement, de manière inversement proportionnelle à la distance de la ligne ; en particulier, elle est plus importante au niveau de la poitrine. La valeur de la densité de courant induit par effet inductif est du même ordre de grandeur, mais plus importante que celle induit par effet capacitif (figures 3.19, 3.20 – (2)).

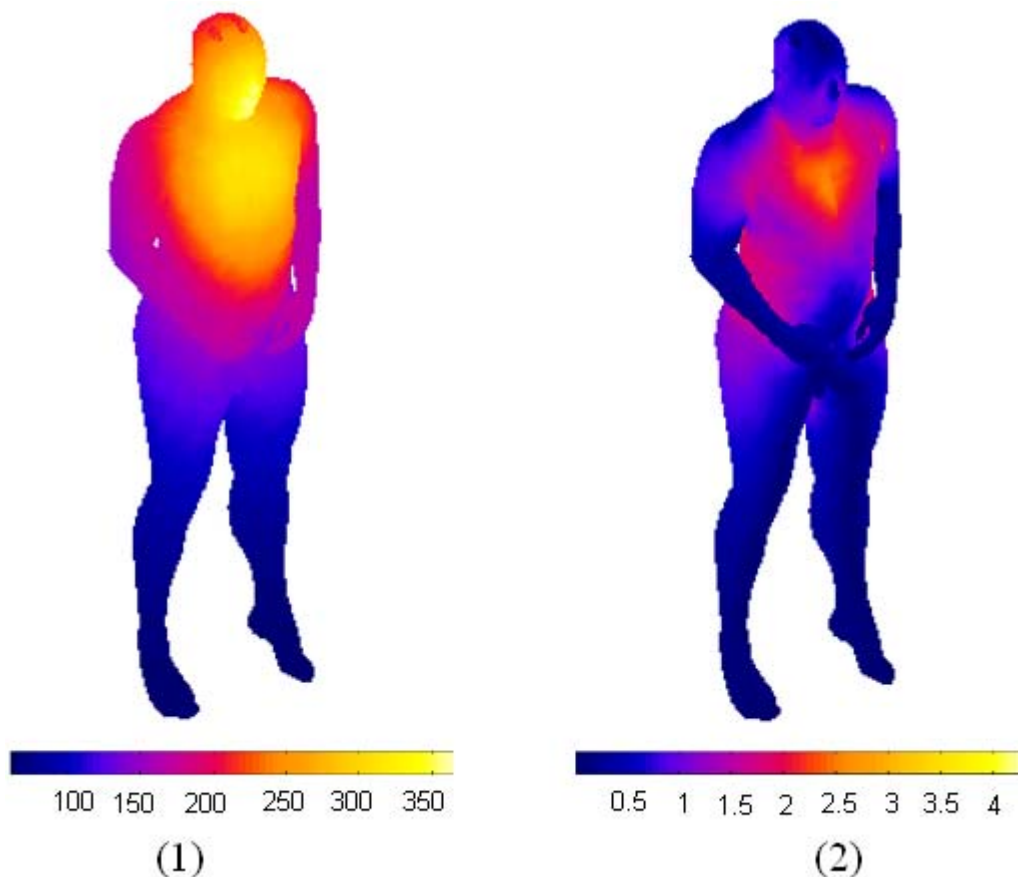


Fig 3.20: (1) – Induction magnétique source ( $\mu\text{T}$ ). (2) – Densité de courant induit à la surface du corps humain ( $\text{mA}/\text{m}^2$ ) – l’effet inductif.



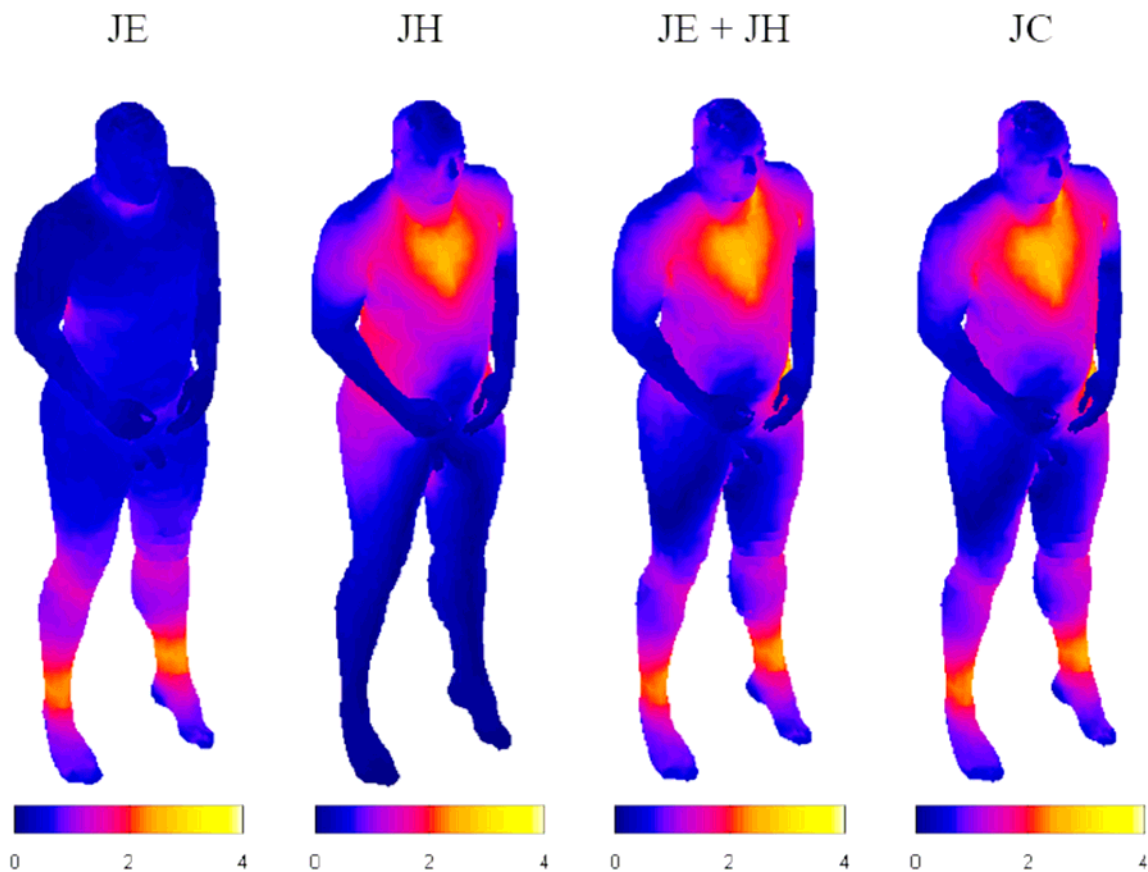


Fig 3.21: Densité de courant induit dans la peau du corps humain ( $\text{mA}/\text{m}^2$ ). JE = effet capacitif, JH = effet inductif, JE + JH = superposition de deux effets, JC = formulation couplée.

Afin de mieux comparer des résultats, nous présentons dans la figure (3.21) les densités de courant induit séparément par couplage capacitif et inductif ( $J_e$  = effet capacitif,  $J_h$  = effet inductif), la superposition de ces deux ( $J_{\text{sup}} = J_e + J_h$ ), et celle calculée par la formulation couplée ( $J_{\text{eh}}$ ). Nous constatons que, par rapport à notre premier essai, cette fois-ci la superposition de deux effets ( $J_e + J_h$ ) correspond bien à la densité de courant calculée avec la formulation couplée (cf. figure 3.8 et 3.21). On constate encore des petites écarts entre la superposition de  $J_e$  et  $J_h$ , et le résultat fourni par la formulation couplée, mais ces écarts sont modérés, et répartis de manière aléatoire : nous pensons qu’ils sont attribuables à la précision numérique et à la mauvaise qualité de certains éléments.

La superposition des effets inductifs et capacitifs nous permet d’expliquer qualitativement la répartition du courant : la densité de courant induit est plus importante au niveau de la poitrine (effet inductif), et des jambes (effet capacitif). Ces effets sont distingués

plus clairement sur la figure (3.22) ci-dessous. Dans les poumons, les courants induits par effet inductif paraissent plus importants par rapport à ceux induits par effet capacitif. Néanmoins, nous pouvons distinguer nettement l’influence de ces dernières lorsque nous observons la répartition de la densité de courant totale. Sur le côté gauche, les densités de courant induits par effet inductif et capacitif sont dans le même sens, donc par superposition, l’intensité augmente. Par contre, sur le côté droit, ces deux composantes sont opposées : ainsi la densité de courant totale diminue. Ceci permet d’expliquer la dissymétrie que nous observons dans la répartition de la densité de courant totale.

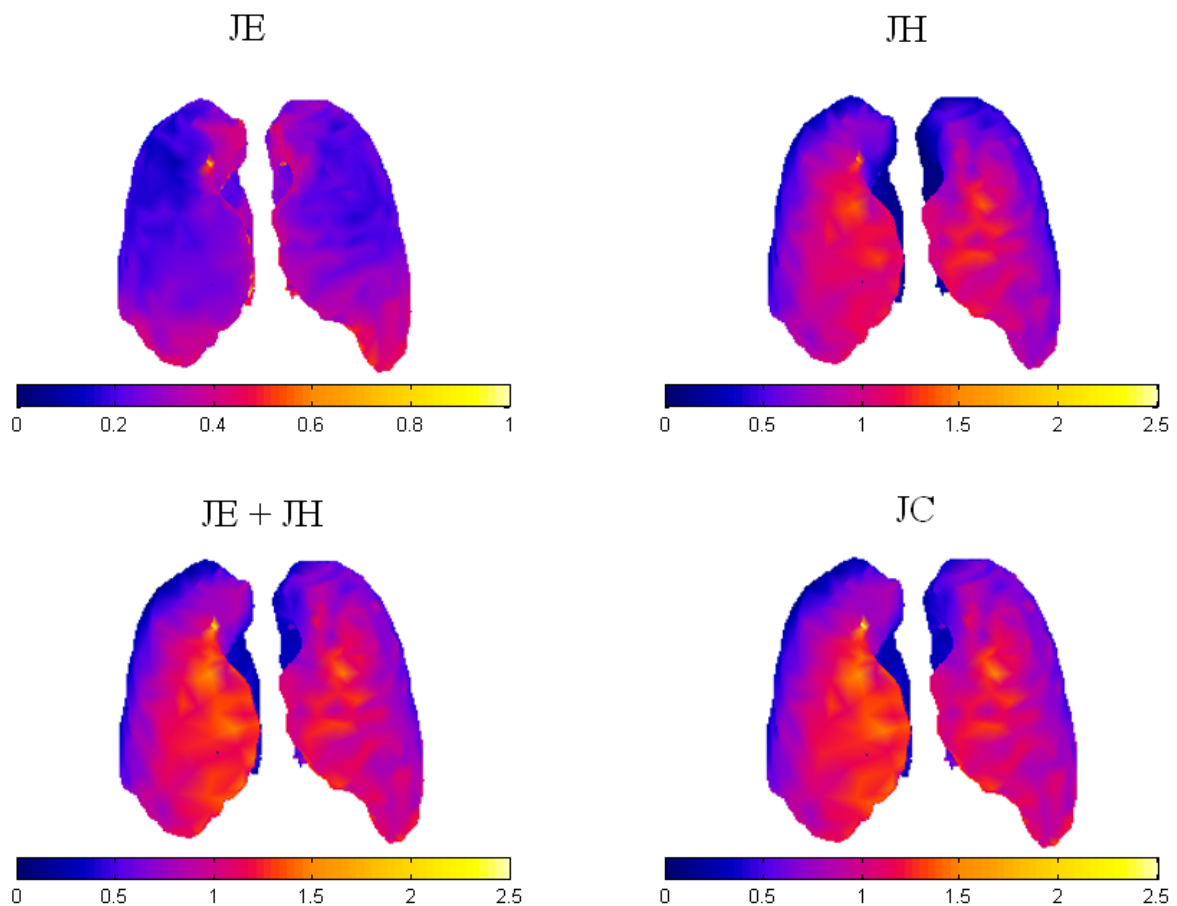


Fig 3.22: Densité de courant induit dans les poumons ( $\text{mA}/\text{m}^2$ ). JE = effet capacitif, JH = effet inductif, JE + JH = superposition de deux effets JC = formulation couplée.

En conclusion, cette formulation couplée nous permet de calculer le phénomène induit dans le corps humain en prenant compte simultanément les effets inductif et capacitif. Bien que nous ne puissions pas effectuer une comparaison directe avec un autre logiciel, nous sommes toute de même rassurés par le fait que les résultats fournis par cette formulation sont

(au bruit numérique près) identiques à ceux que nous obtenons par superposition des effets capacitif et inductif (calculés séparément). En outre, en ce qui concerne l'exposition à un champ électrique seul, cette formulation s'avère en même temps plus précise et plus économe par rapport à la formulation diélectrique, qui est l'alternative « classique » pour ce type de problèmes.

### 3.10 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié une formulation couplée, qui est conçue pour calculer le phénomène induit dans le corps humain en prenant en compte simultanément les effets inductif et capacitif en basse fréquence. Nous avons montré qu'il n'est pas possible d'introduire des sources du champ électrique juste en imposant le potentiel électrique sur des régions (comme nous l'avons fait dans le cadre de la formulation diélectrique) : les premiers essais que nous avons effectués en tel sens ont donné des résultats négatifs.

Ainsi, une nouvelle démarche a été proposée, dans laquelle nous avons introduit les sources du champ électrique par le biais de la densité surfacique de charge induite à la surface du corps humain. Ceci permet de découpler le problème du calcul des effets capacitifs en deux sous-problèmes (qui deviennent trois si des sources de champ H sont également présentes) : un « problème extérieur », dans lequel le corps humain est remplacé par une surface équipotentielle, et le calcul des micro-courants qui est limité au seul corps humain.

Cette nouvelle démarche donne des résultats visiblement plus corrects, et plus en accord avec l'intuition que nous avons des phénomènes physiques. Nous sommes également parvenus à résoudre le problème numérique qui s'était présenté avec la formulation diélectrique (cf. section 2.2.7) lorsque le corps humain se trouve à potentiel flottant. De plus, cette formulation est beaucoup moins « gourmande » en terme de mémoire utilisée, car elle décompose un « gros » problème en deux ou trois problèmes plus petits (les problèmes extérieurs et le calcul des micro-courants limité au corps humain).

# Applications à des situations d'exposition réelle

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié la formulation couplée, avec laquelle nous pouvons modéliser des phénomènes induits dans le corps humain exposé aux champs électromagnétiques 50 Hz en prenant en compte simultanément les effets inductif et capacitif. Notre première application a fourni des résultats qui nous paraissent raisonnables du point de vue physique. Cependant, si la méthode numérique en temps que telle semble fiable, il nous faut vérifier que l'ensemble de notre « paquet » (= code de calcul numérique + modèle du corps humain) fournit des résultats fiables.

Dans ce chapitre, nous allons comparer nos résultats avec ceux réalisés par d'autres chercheurs, en utilisant différentes méthodes numériques comme la méthode des impédances, la méthode des différences finies en potentiel scalaire (SPFD). Ces calculs que l'on trouve en littérature ont été effectués sur différents modèles anatomiques, qui ont été construites eux même à partir des images IRM, mais qui comportent un plus grand nombre de degrés de liberté que notre modèle. Ces modèles ont été beaucoup étudiés, et constituent une référence en littérature. L'objectif principal de cette comparaison est de valider notre modèle.

Nous allons également effectuer d'autres simulations qui s'approchent aux cas réels d'exposition du corps humain dans un cadre « grand publique » ou professionnel.

## 4.2 Comparaisons avec d'autres méthodes numériques

Comme nous l'avons déjà présenté dans notre premier chapitre, ils existent plusieurs méthodes numériques utilisées dans le domaine de dosimétrie numérique. Dans cette section, nous allons comparés nos résultats avec ceux réalisés par la méthode des impédances et par la

méthode des différences finies en potentiel scalaire que l'on trouve dans les référence [SG00] et [CDDS02].

**Méthodes utilisées :**

- + Le groupe de recherche de l'Université de Utah (Gandhi collègues, University of Utah) a utilisé la méthode des impédances à 60Hz, avec leur modèle anatomique. (cf. chapitre 1)
- + NRPB : (National Radiological Protection Board), effectué par Dimbylow et ses collègues. Ils ont utilisé la méthode des différences finies en potentiel scalaire à 50 Hz, avec leur modèle NORMAN. (cf. chapitre 1)
- + Le groupe de recherche de l'Université de Victoria (Dawson, Stuchly, University of Victoria) a utilisé la méthode des différences finies en potentiel scalaire à 60Hz, avec leur modèle « Uvic » (cf. chapitre 1).

Tab 4.1: Conductivités électriques des organes utilisés pour les calculs ( $S.m^{-1}$ )

Organes	NRPB (50 Hz)	Univ of Utah (60 Hz)	Univ of Victoria (60 Hz)	Nous (60 Hz)
Cerveau	0,08	0,17	0,1	0,0533
Yeux		1,66	1,5	1,5
Cœur	0,08	0,5	0,1	0,0827
Intestin	1,28	0,5	0,5	0,522
Reins	0,09	0,27	0,1	0,0892
Foie	0,07	0,13	0,07	0,0367
Poumons	0,07	0,09	0,08	0,0684
Estomac	0,52	0,5	0,5	0,5210
Muscle – horiz	0,35	0,068	0,35	
Muscle–vertical	0,35	0,86	0,35	0,2330

Tout d'abord, nous allons comparer nos résultats avec ceux publiés dans la référence [SG00]. Dans cet article, le corps humain est exposé à champ magnétique uniforme sinusoïdal 50 et 60 Hz,  $B = 1$  mT, orienté de l'avant vers l'arrière.

Dans la figure 4.1, nous avons tracé la densité de courant induit sur la peau du corps humain, que nous avons calculé avec notre programme. Bien que les caractéristiques électriques des organes utilisées dans les modèles soient toujours basées sur les recherches de

Gabriel et ces collègues, nous constatons que les valeurs utilisées par les divers auteurs sont assez différentes (tableau 4.1).

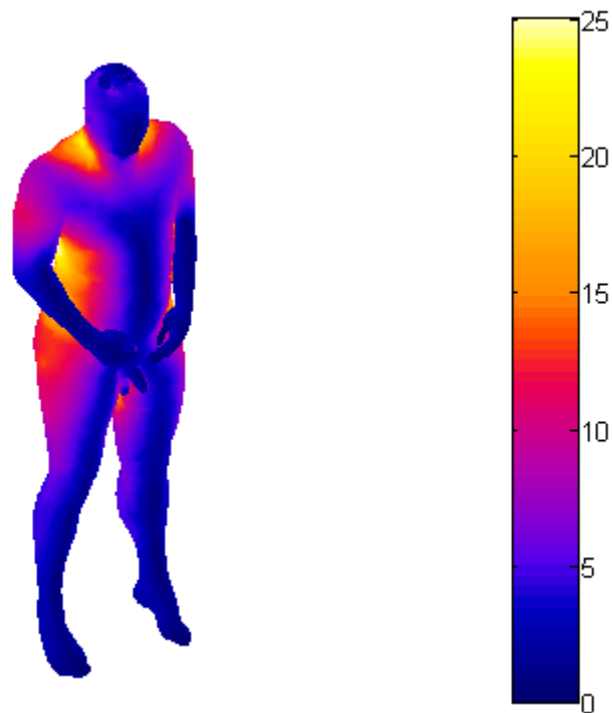


Fig 4.1: Densité de courant induit ( $\text{mA/m}^2$ ) à la surface de corps humain exposé au champ magnétique uniforme horizontal orienté de l'avant vers l'arrière, 1mT, 60 Hz.

Comme le champ électrique induit  $E$  dans le corps humain est moins sensible à la conductivité électrique<sup>1</sup> des organes par rapport à la densité de courant induit  $J$ , pour notre comparaison nous nous sommes basés sur le champ électrique. Afin d'évaluer la différence des résultats calculés nous avons calculé la différence relative (*relative difference*, RD):

$$RD = \frac{2 \cdot |E_{av1} - E_{av2}|}{(E_{av1} + E_{av2})}$$

où :  $E_{av}$  = la valeur moyenne du champ électrique  $E$  sur chaque organe

<sup>1</sup> Par exemple, si l'on considère une simple boucle de mesure plongée dans un champ magnétique uniforme alternatif, le champ électrique dans cette boucle  $E \approx \frac{1}{L} \cdot \frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot \vec{n}$  (où  $L$  = longueur de la boucle) ne dépend que de la géométrie de celle-ci, alors que la densité de courant est directement proportionnelle à la conductivité de la boucle.

**Comparaison des valeurs moyennes du champ électrique :**

Dans le tableau 4.2, nous avons comparé les valeurs moyennes du champ électrique induit dans le corps humain calculé par trois méthodes différentes.

Nous constatons que les ordres de grandeurs sont les mêmes. Nous observons des écarts entre les différentes modélisations qui sont parfois importantes (de l'ordre du 70%). Cependant, pour la majorité des tissus, on constate que même les données que l'on peut trouver en littérature présentent des écarts similaires : par exemple, en ce qui concerne le foie, nous trouvons les valeurs pour E de : 25,8 mV/m et 34,4 mV/m obtenues respectivement par le groupe de Gandhi et de Dawson.

Les écarts entre notre modélisation et celles effectuées par d'autres auteurs sont raisonnables, car ils sont du même ordre de grandeur que l'on trouve dans la littérature entre modèles différents. Ces différences peuvent être attribuées à différents facteurs, qui portent pour l'essentiel sur le modèle du corps humain :

- a. des différentes conductivités utilisées pour les calculs,
- b. des différences dans la taille et la morphologie des modèles anatomiques

Tab 4.2: Les valeurs moyennes du champ électrique induit dans le corps humain.

Organes	Univ. de l'Utah	Univ. de Victoria	Notre modèle
	$E_{av}$ (mV/m)	$E_{av}$ (mV/m) (3,6 mm voxel)	$E_{av}$ (mV/m)
Cerveau	11,5	10,6	17,5
Yeux	2,1	3,5	4,4
Cœur	12,4	13,5	15,8
Intestin	16,5	17,5	15,4
Reins	20,2	25,2	30,8
Foie	25,8	34,4	38,9
Poumons	28,8	20,8	21,6
Estomac	11,2	10,4	8,7

Tab 4.3: Différences relatives des calculs.

Organes	Univ de Utah – Univ Victoria (%)	Univ de Utah – Nous (%)	Univ Victoria – Nous (%)
Cerveau	8,1448	41,3793	49,1103
Yeux	50,0000	70,7692	22,7848
Cœur	8,4942	24,1135	15,6997
Intestin	5,8824	6,8966	12,7660
Reins	22,0264	41,5686	20,0000
Foie	28,5714	40,4946	12,2783
Poumons	32,2581	28,5714	3,7736
Estomac	7,4074	25,1256	17,8010

Ensuite nous avons comparé nos résultats avec ceux de la référence [SG00] pour étudier l'influence de la résolution du modèle. Dans cet article, l'homme est exposé au champ magnétique sinusoïdal uniforme horizontal,  $B_0 = 1 \mu\text{T}$  orienté de l'avant vers l'arrière.

#### **Influence de la résolution du modèle :**

Nous avons comparé dans les tableaux 4.4, 4.5, 4.6, les valeurs moyennes, les valeurs maximales et les valeurs 99 percentile<sup>1</sup> du champ électrique induit, organe par organe. Les calculs de ces groupes ont été réalisés avec des modèles avec différentes résolutions : 2 mm et 4 mm pour NORMAN utilisé par le NRPB, et 1,8 mm et 3,6 mm pour UVIC.

Nous constatons que, avec la même méthode numérique, les valeurs maximales du champ électrique fournies par chaque modélisation dépendent de manière significative de résolution, alors que celle-ci n'a que peu d'effet sur les valeurs moyennes. Bien que les modèles, les conductivités utilisées et les maillages du corps humain soient différents, nos calculs fournissent des résultats comparables avec ceux obtenus avec NORMAN et UVIC.

Les écarts sont quand même beaucoup plus importants en ce qui concerne les valeurs maximales des champs, par rapport aux écarts entre les valeurs moyennes. Ceci confirme le fait, bien connu en littérature, que les valeurs maximales du champ électrique que l'on obtient

<sup>1</sup> Le « 99 percentile » dans un ensemble de valeurs représente la valeur qui est supérieure au 99% de l'ensemble. Par exemple, on peut obtenir le 99 percentile en éliminant le 1% des valeurs les plus élevées de l'ensemble : la valeur 99 percentile est alors le maximum des valeurs conservées. En dosimétrie numérique, des anomalies numériques (imperfections du maillage, etc.) peuvent engendrer des « points chauds » extrêmement élevées. Le 99 percentile est alors considéré comme une estimation plus fiable de la valeur maximale des champs calculés.



par dosimétrie numérique ne sont que peu fiables : des écarts de l'ordre du 100% se retrouvent en littérature, avec des modèles pourtant bien étudiés. Ceci est attribuable au fait que la valeur maximale du champ est très sensible d'une part aux inévitables artifices numériques liés à des défauts du maillage, et d'autre part aux « effets de point », qui sont de plus en plus marqués lorsque la résolution du modèle du corps humain augmente. Ceci explique pourquoi, pour le même modèle du corps humain, on trouve généralement des valeurs plus élevées pour des résolutions plus fines. C'est précisément pour s'affranchir de cette incertitude que le concept de « valeur 99% percentile » a été introduit.

Tab 4.4: Valeurs moyennes du champ électrique induit ( $\mu\text{V/m}$ ). Le corps humain est exposé au champ magnétique uniforme  $B_0 = 1\mu\text{T}$ , la direction est de l'avant vers l'arrière

Organes	NRPB (2 mm)	NRPB (4 mm)	UVic (1,8 mm)	UVic (3,6 mm)	Notre modèle
Cerveau	10,0	9,49	9,07	8,82	17,47
Cœur	16,7	13,7	14,5	14,4	15,84
Reins	20,3	19,3	20,7	20,6	30,75
Poumons	22,8	21,3	18,9	18,9	21,60
Muscle	12,8	12,8	12,4	12,6	24,29

Tab 4.5: Valeurs maximales du champ électrique induit ( $\mu\text{V/m}$ ). Même valeur d'exposition.

Organes	NRPB (2 mm)	NRPB (4 mm)	UVic (1,8 mm)	UVic (3,6 mm)	Notre modèle
Cerveau	84,8	51,4	65,5	64,7	38,8
Cœur	82,1	59,0	56,4	50,3	36,3
Reins	79,5	61,0	92,5	69,5	48,3
Poumons	140	76,8	102	85,5	59,7
Muscle	176	104	135	124	252,8

Tab 4.6: Valeurs 99 percentile  $E_{99p}$  ( $\mu\text{V}/\text{m}$ ). Même valeur d'exposition.

Organes	NRPB (2 mm)	NRPB (4 mm)	UVic (1,8 mm)	UVic (3,6 mm)	Notre modèle
Cerveau	30,7	28,0	26,5	25,6	25,57
Cœur	58,1	45,8	41,1	41,2	31,81
Reins	42,7	37,7	50,2	49,0	45,23
Poumons	59,2	54,5	46,4	46,2	46,96
Muscle	42,9	42,1	42,5	42,9	67,07

### 4.3 Application à un cas réel

La configuration ci – dessous représente le cas d'exposition d'un ouvrier travaillant sur une ligne aérienne triphasée sous tension :

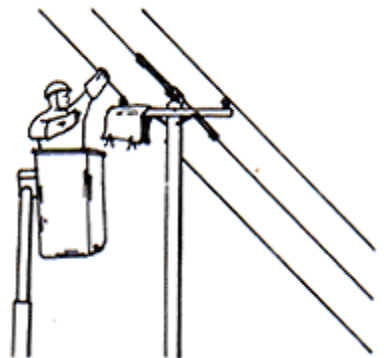


Fig 4.2: Ouvrier travaillant sous tension [HQ]

La ligne triphasée simulée est une ligne de moyenne tension de 63 kV. Nous avons pris  $I = 510$  A dans les conducteurs (le courant de transit par phase de la ligne 63 kV). Nous supposons également que la ligne alimente une charge résistive : ainsi le courant et la tension sur chaque conducteur ont la même phase. La ligne a été modélisée avec des paramètres géométriques représentatifs des lignes électriques réelles : les conducteurs sont placés dans un plan vertical, et la hauteur de 6 m, 7,2 m et 8,4 m respectivement. Le corps humain est placé juste à côté de la ligne comme dans la figure 4.4 ci – dessous. Afin de calculer le champ magnétique rayonné, nous avons supposé la longueur des lignes infinie.

Afin de calculer le terme source de champ électrique, avec la méthode des éléments finis, nous devons créer le maillage de l'environnement extérieur au corps humain. Les étapes pour obtenir ce maillage sont présentées ci – dessous. En particulier, l'étape de construction des volumes prend beaucoup de temps, et nous avons bien des difficultés pour mailler la géométrie qui en résulte ! Ces difficultés sont liées d'une part à la grande complexité des surfaces de cette géométrie, et d'autre part au fait que les logiciels commerciaux, qui fonctionnent très bien pour des géométries « classiques » pour le génie électrique, ne sont pas du tout adaptés à ce type de géométrie.

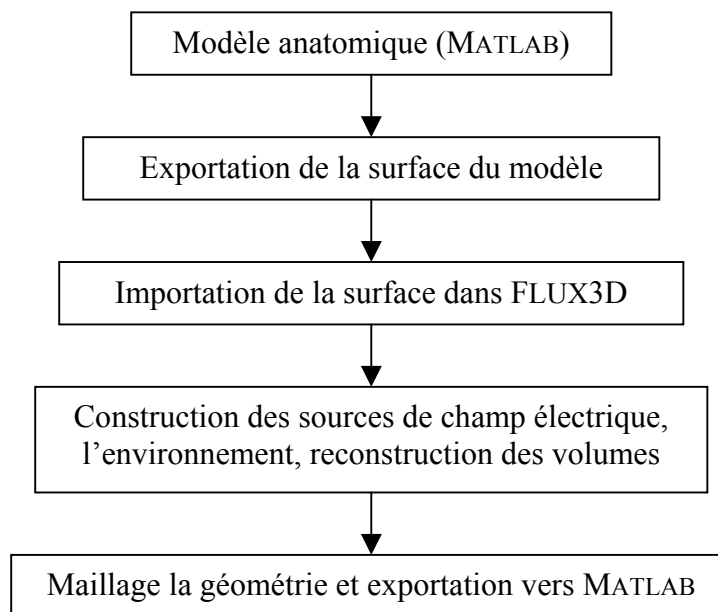


Fig 4.3: Etapes pour obtenir le maillage de l'environnement

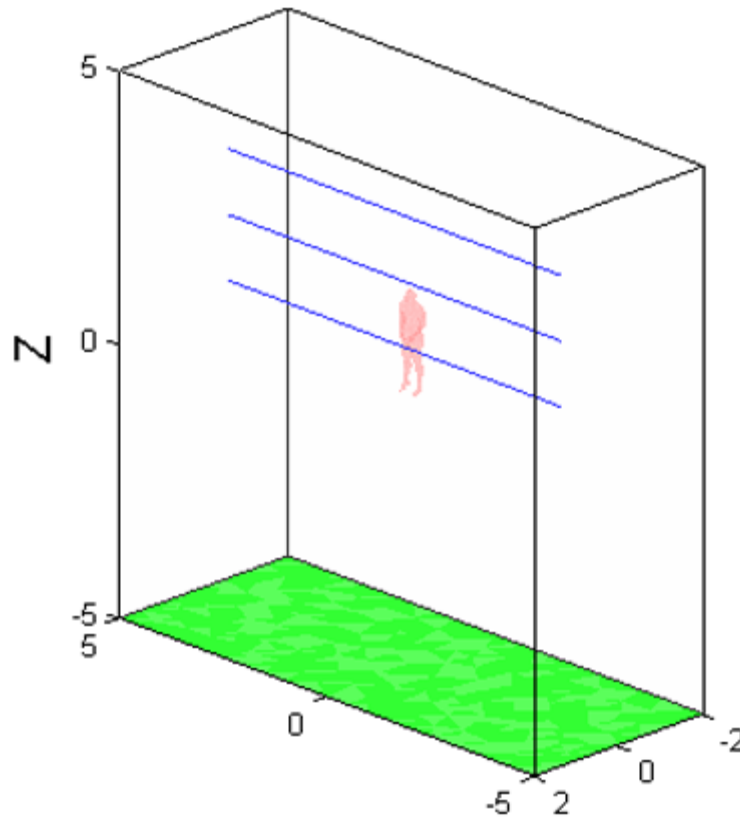


Fig 4.4: Géométrie pour la modélisation

A titre d'exemple, nous avons présenté ci – dessous les densités de courant induit sur la surface du corps humain (fig. 4.5), dans les poumons (fig. 4.7) et dans le cerveau (fig. 4.8). Sur ces figures, nous présentons les densités de courant induit par le champ électrique seul, le champ magnétique seul, et par les deux en même temps.

Nous observons que la densité de courant induite par effet capacitif est plus important au niveau des poignées : cela signifie qu'elle rentre dans le corps principalement par les mains (du fait de la proximité avec l'un des conducteurs), mais – à différence du cas d'une ligne monophasée – elle ne ressort qu'en partie au niveau des pieds (sinon on observerait une intensité beaucoup plus importante à la hauteur des chevilles). Les courants induits par le champ magnétique sont plus importants au niveau des épaules, des côtes et du bas – ventre.

En ce qui concerne les effets combinés, nous observons la même dissymétrie entre les cotés droite et gauche du corps au niveau du tronc : les courants paraissent s'additionner du côté droit, et s'opposer du côté gauche (figures 4.7 et 4.8). Les mêmes observations dans les poumons et dans le cerveau. Avec des valeurs de la ligne 63 kV, notre modélisation montre que le courant induit par l'effet inductif est plus important que celui par l'effet capacitif sur la surface et dans les poumons du corps humain (figure 4.7), mais moins important dans le

cerveau (4.8). Sur la peau et dans les poumons, la densité de courant induit a déjà dépassé la valeur de restriction de base pour le public ( $2 \text{ mA/m}^2$ ) mais elle ne dépasse pas la restriction de base pour les ouvriers qui travaillent dans l'environnement professionnel ( $10 \text{ mA/m}^2$ ).

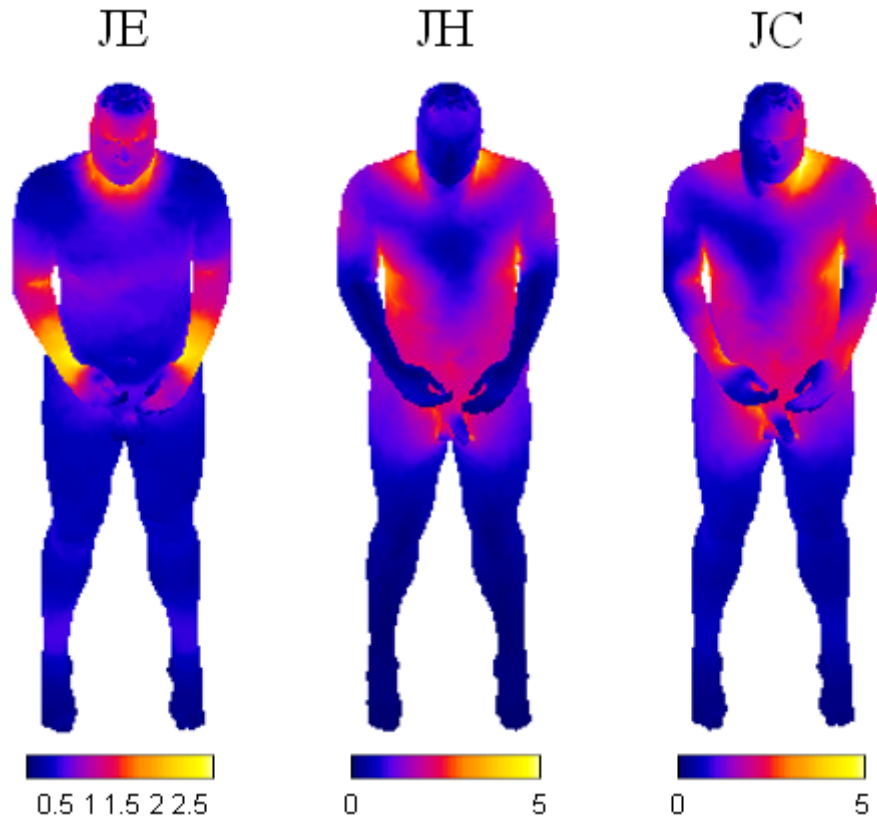


Fig 4.5: Densité de courant induit sur la peau de corps humain ( $\text{mA/m}^2$ ) (JE – effet capacitif ; JH – effet inductif ; JC – deux effets combinés).

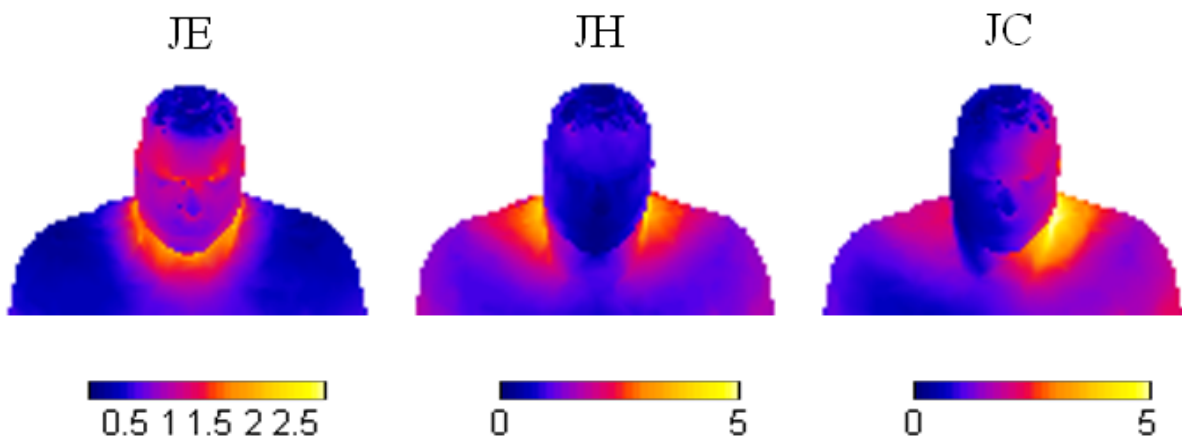


Fig 4.6: Zoom de la tête

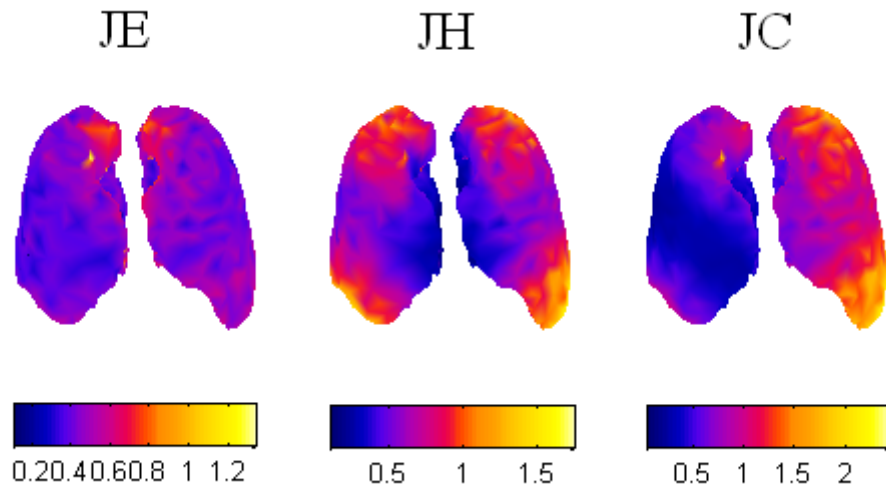


Fig 4.7: Densité de courant induit dans les poumons (mA/m<sup>2</sup>).

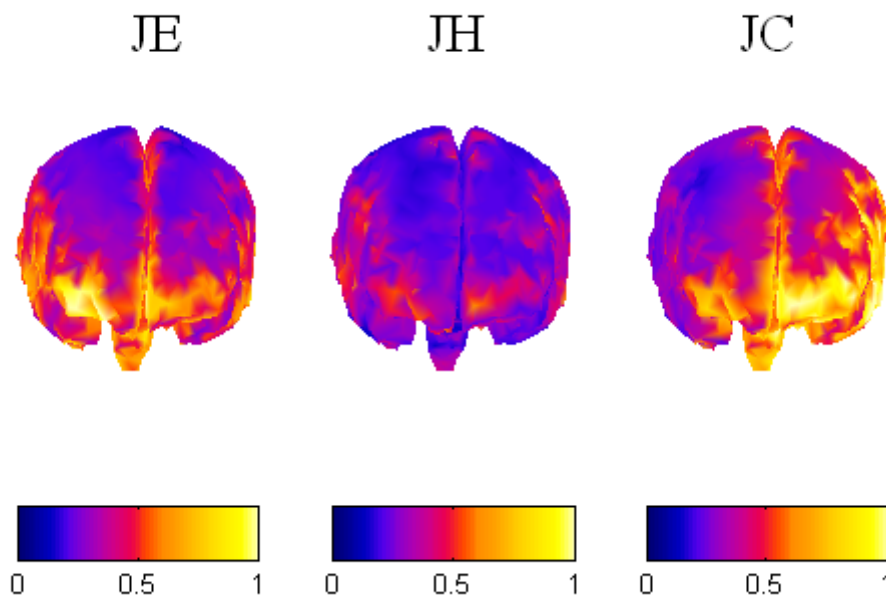


Fig 4.8: Densité de courant induit dans le cerveau (mA/m<sup>2</sup>).

#### 4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons comparé nos résultats avec ceux obtenus par d'autres chercheurs utilisant différentes méthodes numériques, comme la méthode des différences finies en potentiel scalaire électrique (NRPB et Uvic), ou la méthode des impédances (Groupe de l'Utah). Bien que les modèles utilisés soient différents et que les caractéristiques

électriques des tissus ne soient pas égales, nos résultats sont tout de même comparables avec ceux trouvés dans la littérature.

Nous avons aussi calculé les courants induits dans le corps humain pour l'exposition des ouvriers travaillant sous tension sur une ligne triphasée. Ce cas d'étude faisait partie des objectifs initiaux de notre travail.

Cependant, avec la méthode des éléments finis, il est nécessaire de créer le maillage de l'environnement extérieur au corps humain. Cette étape est délicate, et cela prend actuellement beaucoup de temps par rapport au temps de calcul proprement dit. De fait, nous n'avons pu modéliser qu'une seule configuration réaliste.

## Conclusion générale

Dans le cadre de cette thèse, nous avons développé une méthodologie pour quantifier les phénomènes induits dans le corps humain résultant de l'exposition à des champs électromagnétiques à la fréquence industrielle 50/60 Hz.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude bibliographique sur les effets des champs électromagnétiques sur la santé à la fréquence industrielle, chez l'enfant et chez l'adulte. Nous avons présenté les effets avérés (et réversibles) à court terme, et certains effets probables à long terme. Bien que beaucoup des recherches aient été publiées, les conclusions de ces publications sont encore controversées. Les effets nocifs des champs électromagnétiques sur la santé ne sont pas encore confirmés. Sur la base du principe de précaution, des réglementations ou normes visant à limiter l'exposition humaine aux ondes électromagnétiques ont été définies ; les limites d'expositions sont basées sur les effets réversibles à court terme. Dans ce contexte, il est important d'être capable de quantifier les phénomènes induits dans le corps humain : la mesure directe de ces phénomènes étant extrêmement difficile, nous nous sommes tournés vers la dosimétrie numérique. Ainsi, nous avons présenté les méthodes numériques les plus utilisées, et nous avons choisi d'adopter la méthode des éléments finis pour la modélisation de ces phénomènes.

Dans un deuxième temps, nous avons mis en œuvre les deux formulations utilisées pour calculer les micro-courants induits par couplage capacitif (formulation « diélectrique ») et par couplage inductif (formulation «  $\phi$ -A »). Ces formulations ont été validées d'abord avec des géométries simples, pour lesquelles des solutions analytiques existent, puis numériquement avec un modèle axisymétrique simplifié du corps humain ; pour cela, le logiciel FLUX3D a été utilisé comme référence. En outre, cette étude nous a permis d'une part, d'étudier l'influence des paramètres électriques du sol, et d'autre part, de mettre en évidence les limites d'application de la formulation diélectrique.

Nous avons ensuite étudié une formulation plus précise, pour simuler les phénomènes induits dans le corps humain en prenant en compte simultanément les couplages capacitif ET



inductif, lorsque le corps humain est exposé aux systèmes " haute tension-fort courant" . Dans un premier temps, nous avons essayé de « fusionner » les deux formulations précédentes, en ajoutant à la formulation diélectrique le terme-source magnétique propre à la formulation  $\phi$ -A. Les résultats ont montré que cette voie n'est pas réaliste : elle est coûteuse et fournit des résultats incorrects à l'interface entre le corps humain et le sol. Ainsi, inspiré par les travaux d'Alain Bossavit, nous avons développé une formulation plus précise et moins coûteuse permettant de limiter le domaine de résolution au seul corps humain. Elle permet de surmonter les problèmes numériques apparus lorsque le corps humain est électriquement isolé (à potentiel flottant).

Enfin, nous avons comparé les résultats de ce nouveau modèle avec les travaux d'autres équipes, mais obtenus avec d'autres méthodes numériques (principalement la méthode des impédances, et des méthodes de types Différences Finies). Les résultats obtenus sont voisins. Les écarts peuvent être attribués aux différences de taille, morphologie et caractéristiques électriques des différents modèles de corps humain. Un seul exemple de cas d'exposition réaliste a pu être présenté (ligne triphasée).

Au cours de ce travail, nous avons développé un ensemble de modules Eléments Finis 3D permettant de calculer les courants induits dans le corps humain. Ces modules s'appuient sur des maillages complexes d'une part, du corps humain avec description des principaux organes, et d'autre part, d'un volume d'air entourant le corps. L'obtention de ces maillages constitue une difficulté importante qui pourrait être levée partiellement en utilisant par exemple une méthode de type intégrale à l'extérieur du corps humain.

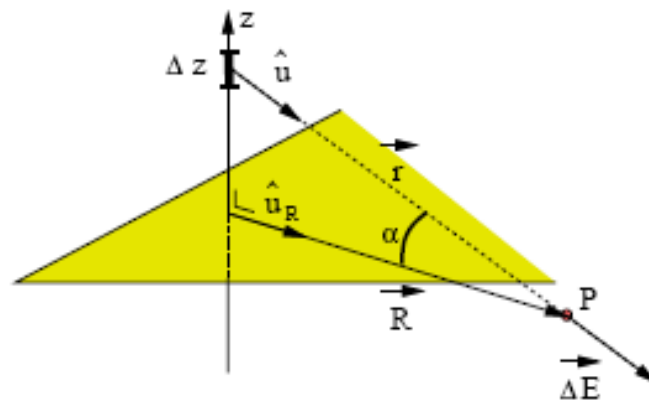
Cette formulation unifiée permet de quantifier les courants induits de manière plus précise sans utiliser d'hypothèses restrictives liées à la prédominance de l'un ou l'autre des champs E et H. Malgré l'absence de validation expérimentale, cette formulation pour la dosimétrie numérique peut être maintenant utilisée dans un contexte industriel de réglementation d'exposition humaine aux champs Basses Fréquences. Les complexités de la plupart des systèmes électromagnétiques et du corps humain conduisent à simuler des problèmes de taille de plus en plus importante, qui impliquent l'utilisation de méthodes de calcul parallèle.

# Annexe

## A/ Calculs analytiques des champs électriques rayonnés

### A.1/ Champ électrique engendré par une droite infinie chargée [GP98].

Considérons une droite infinie uniformément chargée, avec une densité linéique de charge  $\lambda$ . La droite est orientée selon l'axe  $Oz$ .



Un « petit » élément de longueur  $\Delta z$  sur la droite porte une charge  $\lambda \cdot \Delta z$ .

Sa contribution au champ au point P est :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot \Delta z}{r^2} \hat{u}$$

On observe que, la droite étant infinie, à tout élément  $\Delta z$  correspond son symétrique par rapport à l'origine : les champs électriques correspondants possèdent des composantes verticales opposées, alors que les composantes horizontales s'additionnent. Le champ électrique de deux éléments symétriques est donc :

$$\Delta \vec{E} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot \cos \alpha}{r^2} \hat{u}_r \cdot \Delta z$$

Pour évaluer le champ total, il faut intégrer les contributions  $\Delta \vec{E}$  provenant de tous les éléments  $\Delta z$ . L'expression du champ devient donc :

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \vec{u}_r \cdot \int_0^\infty \frac{\lambda \cdot \cos \alpha}{r^2} \cdot dz$$

En choisissant comme variable d'intégration l'angle  $\alpha$ , on a :

$$z = R \cdot \tan \alpha$$

$$dz = \frac{R}{\cos^2 \alpha} \cdot d\alpha \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{r^2} \cdot dz = \frac{\cos \alpha}{R} \cdot d\alpha$$

$$r = \frac{R}{\cos \alpha}$$

Dès lors, puisque  $\alpha$  varie de 0 à  $\pi/2$ .

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \vec{u}_r \cdot \int_0^{\pi/2} \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \vec{u}_r$$

On suppose maintenant que la droite est finie de la longueur  $2z$ . La contribution au potentiel au point P d'un élément de longueur  $\Delta z$  est :

$$\Delta V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot \Delta z}{r}$$

En tenant compte de ce que deux points de la droite, disposés symétriquement par rapport à 0, donnent la même contribution on obtient :

$$V = 2 \cdot \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{z^2 + R^2}} + V_0 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( z + \sqrt{z^2 + R^2} \right) - \ln R \right] + V_0$$

où  $V_0 = \text{constante}$

On prend un point de référence, soit  $P_0$  à la distance  $R_0$  de la droite. L'expression du potentiel au point  $P_0$  est :

$$V(P_0) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( z + \sqrt{z^2 + R_0^2} \right) - \ln R_0 \right] + V_0$$

Donc, la constante  $V_0$  est :

$$V_0 = V(P_0) - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( z + \sqrt{z^2 + R_0^2} \right) - \ln R_0 \right]$$

Et le potentiel au point P :

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z + \sqrt{z^2 + R_0^2}} \right) - \ln \left( \frac{R}{R_0} \right) \right] + V(P_0)$$

On choisit  $V(P_0) = 0$ , et on fait tendre  $z$  vers l'infini.

On obtient l'expression de potentiel au point P d'une droite infinie :

$$V_R = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)$$

A.2/ Calculs analytiques de champ électrique d'une ligne de haute tension [DEB].

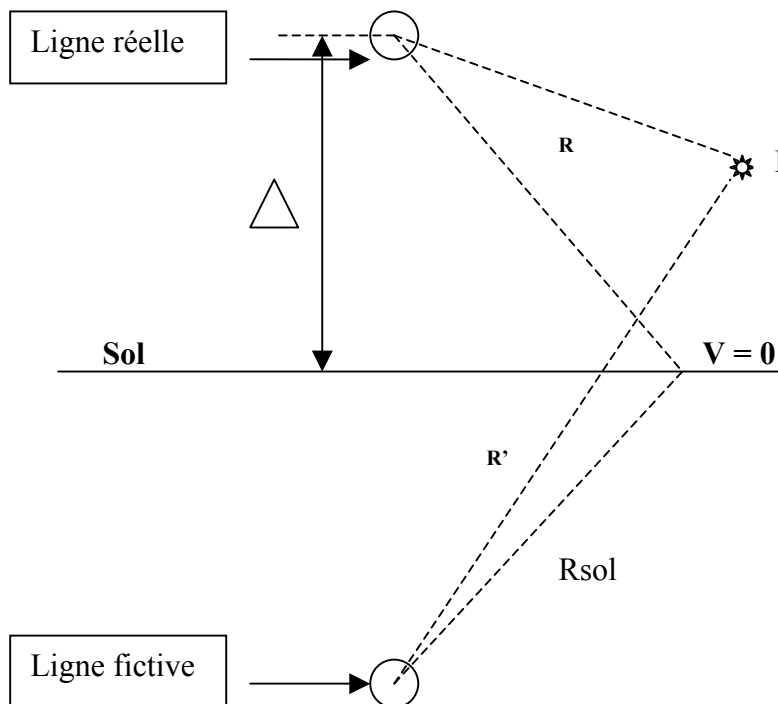
**Pour une phase :**

Le potentiel généré par une ligne infinie est calculé selon la formule :

$$V_R = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{R_0}$$

où  $R_0$  = distance entre le point où le potentiel est nul, et la ligne.

En appliquant la méthode des images, nous supposons que le potentiel du sol est  $V_{sol} = 0$ .



Le potentiel scalaire électrique et le champ électrique engendrés par la ligne réelle sont :

$$V_R = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{R}{R_{sol}} \right)$$

$$E = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \epsilon_o R} \hat{u}_R$$

où  $R_{sol}$  est la distance entre la ligne et la terre

Le potentiel scalaire électrique et le champ électrique engendrés par la ligne fictive (la densité de charge linéique de la ligne fictive est  $-\lambda$ ):

$$V'_R = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} \left( \ln \frac{R'}{R_{sol}} \right)$$

$$E' = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \epsilon_o R} \hat{u}'_R$$

où  $R_{sol}$  est la distance entre la ligne et la terre

Donc, le potentiel scalaire électrique et le champ électrique engendrés par deux lignes sont :

$$V_{totale\_R} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} \left( \ln \frac{R}{R'} \right)$$

$$\vec{E} = \vec{E} + \vec{E}'$$

Cependant, il est nécessaire de calculer la densité de charge linéique  $\lambda$ .

Le potentiel maximum sur la surface de la ligne étant connu, on peut calculer  $\lambda$  à partir de la tension nominale de la ligne triphasée. Donc, en appliquant des résultats obtenus par la méthode des images ci-dessus, on a :

$$V_{inst} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} \left( \ln \frac{r_0}{2\Delta - r_0} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{V \cdot 2\pi\epsilon_o}{\ln \left( \frac{r_0}{2\Delta - r_0} \right)}$$

où  $r_0$  est le rayon du conducteur et  $V_{inst} = U \times \sqrt{\frac{2}{3}}$ , U la tension nominale du réseau.

### **Pour la ligne triphasée.**

Dans ce cas, on doit prendre en compte l'influence des deux autres phases sur la troisième. On calcule la densité de charge linéique à partir des coefficients d'influence :

$$co_{ii}(y) = \ln \left( \frac{2 \cdot y}{R} \right)$$

on sait que :  $y \gg R$

$$co_{ij}(xa, ya, xb, yb) = \ln \left( \frac{\sqrt{(xb-xa)^2 + (yb+ya)^2}}{\sqrt{(xb-xa)^2 + (yb-ya)^2}} \right)$$

La matrice des coefficients est :

$$co = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} co_{ii}(y1) & co_{ij}(x1, y1, x2, y2) & co_{ij}(x1, y1, x3, y3) \\ co_{ij}(x1, y1, x2, y2) & co_{ii}(y2) & co_{ij}(x2, y2, x3, y3) \\ co_{ij}(x1, y1, x3, y3) & co_{ij}(x2, y2, x3, y3) & co_{ii}(y3) \end{bmatrix}$$

Alors, les densités de charge linéique  $\lambda_{1...3}$  sont données par :

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = co^{-1} \cdot \begin{pmatrix} V \cdot e^{-j\phi 1} \\ V \cdot e^{-j(\phi 1 + 2\pi/3)} \\ V \cdot e^{-j(\phi 1 + 4\pi/3)} \end{pmatrix}$$

où  $V = U \times \sqrt{\frac{2}{3}}$  (U = tension nominale de la ligne).

On utilise ces densités de charge linéique pour calculer le champ électrique engendré par la ligne triphasée en tout point de l'espace.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^3 (\vec{E}_i(\lambda_i) + \vec{E}'_i(-\lambda_i))$$

## B/ Calculs analytiques du champ magnétique

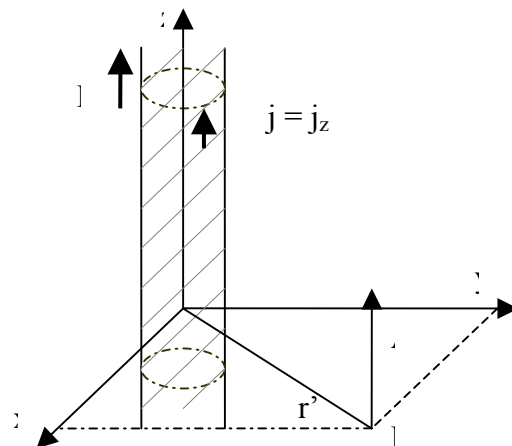
### B.1/ Champ généré par un fil rectiligne de longueur infinie

Un potentiel vecteur magnétique généré par un fil rectiligne de longueur infinie est [FLS99] :

$$\begin{aligned} A_x &= 0; \\ A_y &= 0; \\ A_z &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln r' \end{aligned}$$

L'induction magnétique correspondante est :

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{y}{r'^2}, \\ B_y &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{x}{r'^2}, \\ B_z &= 0 \end{aligned}$$





## Bibliographie

- [A91] R.K. Adair. Constraints on biological effects of weak extremely-low-frequency electromagnetic fields. *Phys. Rev. A*, vol. 43, no. 2 (1991), pp. 1039-1048.
- [B93] A. Bossavit. A theoretical approach to the question of biological effects of low frequency fields. *IEEE Transactions on Magnetic*, Vol 29, No 2, March 1993.
- [BN98] M. Bourdages, D – H. Nguyen. In vivo and in vitro dosimetry of current densities induced by 50 Hz magnetic fields. July 1998
- [CDDS02] K. Caputa, P. J. Dimbylow, T. W Dawson, M. A Stuchly. Modelling fields induced in human by 50/60 Hz magnetic fields: reliability of the results and effects of model variations. *Pys. Med. Biol.* 47 (2002) 1391 – 1398.
- [CI84] A Chiba and K. Isaka. Application of finite element method to analysis of induced current densities inside human model exposed to 60-Hz electric field. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, Vol. pag-103, No 7, July 1984.
- [CK91] C. T. M. Choi, A. Konrad, Finite element modeling of the RF heating process, *IEEE Trans. Mag.* Vol. 27, no. 5 (1991), pp. 4227-4230.
- [CON01] Conti. Proposition de modification du NWIP "Calculation methods of induced currents in human body by Electric or Magnetic fields in low and intermediate frequency range", TC106/5/NP (2001)



- [CS00] [CS00]V. K. Chari, S.J. Salon. Numerical methods in electromagnetism. Academic Press, 2000.
- [DEB] T. Debu. Lignes aériennes, paramètres électrique. Technique de l'ingénieur, traité Génie électrique. D 4 435 – 1.
- [DG85] J. F. Deford, O. P. Gandhi. An impedance method to calculate currents induced in biological bodies exposed to quasi – static electromagnetic fields. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC – 27, No 3, August 1985.
- [DS98] T. W. Dawson and M. A. Stuchly. High-resolution organ dosimetry for human exposure to low-frequency electric fields. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No 2, April 1998.
- [EDF] Champ électromagnétique de très basse fréquence. Gestionnaire du réseau de transport de l'électricité. EDF.
- [FAR93] S. J. Farlow. Partial differential equations for scientists and engineers. dover publications, INC, New York 1993.
- [FLS99] R. Feynman, R. Leighton, M. Sands. Le cours de physique de Feynman, électromagnétisme 1, Dunod, Paris, 1999 pour la version française.
- [GC92] O. P. Gandhi, J – Y Chen. Numerical dosimetry at power – line frequency using anatomically based models. Bioelectromagnetics Suppl 1: 43 – 60. 1992
- [GDK84] O. P. Gandhi, J. F. DeFord, H. Kanai. Impedance method for calculation of power deposition patterns in magnetically induced hyperthermia, IEEE Trans. Biomed. Eng. **31** (1984) pp. 644-651.

- [GGC96] C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout. The dielectric properties of biological tissues : I. litterature. *Physics in Medicine & Biology*, 41 :2231–2249, 1996.
- [GK01] O. P. Gandhi, G. Kang. Calculation of induced current densities for humans by magnetic fields from electronic article surveillance devices. *Physics in Medecine and Biology*, **46** (2001) 2759 – 2771.
- [GLG96a] C. Gabriel, R.W. Lau, and S. Gabriel. The dielectric properties of biological tissues : II. measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz. *Physics in Medicine & Biology*, 41 :2251–2269, 1996.
- [GLG96b] C. Gabriel, R.W. Lau, and S. Gabriel. The dielectric properties of biological tissues : III. parametric models for the dielectric spectrum of tissues. *Physics in Medicine & Biology*, 41 :2271–2293, 1996.
- [GP98] Guissard et R. Prieels. *Electricité et Magnétisme*. Université Catholique de Louvain, Faculté des Sciences Appliquées. 1998
- [GR07] C. Geuzaine, J – F Remacle. GMSH : a three – dimensional finite element mesh generator with built – in pre – and post – processing facilities. Version 2.0.8, July 13 2007. <http://www.geuz.org/gmsh/>
- [HLZY05] Y. Han, Y. Lu, J Zhang, B Yang. A 3 – D impedance method to compute current induced in human body exposure to power lines. 2005 IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications Proceedings.
- [HMSP97] Harrington JM, McBride DI, Sorahan T, Paddle GM, Van Tongeren M. Occupational exposure to magnetic fields in relation to mortality from brain cancer among electricity generation and transmission workers. *Occupational and Environmental Medicine*, Vol 54, No 1, P 7 – 13, jan 1997.

- [HQ] Hydro Québec.  
<http://hydroquebec.com/comprendre/champs/index.html>
- [IB97] N. Ida, J. P.A. Bastos. Electromagnetics and calculation of fields. Springer – verlag 1997, Second Edition.
- [ICNI98] ICNIRP. Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields (up to 300 GHz). Health Phys., vol. 74, no 4, pp. 494–522, 1998.
- [ICNI01] ICNIRP. Guide pour l'établissement de limites d'exposition aux champs électriques, magnétiques et électromagnétiques. Cahiers de notes documentaires – Hygiène et Sécurité du Travail – No182, 1<sup>er</sup> trimestre 2001.
- [INRC] Italian National Research Council, Institute for Applied Physics, Nello Carrara–Florence(Italy).  
<http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/htmlclie/htmlclie.htm>
- [JO98] Johansen C, Olsen JH. Risk of cancer among danish utility workers – a nation wide cohort study. American Journal of Epidemiology, Vol 147, No 6, P 548 – 555, 15 mar 1998.
- [KIN] R.W.P. King. Thermal noise, motional electromotive force, and electric fields in the human body. Gordon McKay Laboratory, Harvard University, Cambridge, MA – 02138 – 2901.
- [KKG97] W.T. Kaune, J. L. Guttman, R. Kavet. Comparison of coupling of humans to electric and magnetic fields with frequencies between 100Hz and 100kHz. Bioelectromagnetics 18: 67 – 76 (1997).
- [LAN99] Exposure to power – frequency magnetic fields and the risk of childhood cancer. UK childhood cancer study investigators. The Lancet. Vol 354, Issue 9194, 4 Dec 1999, P 1925 – 1931.

[http://www.ncbi.nlm.nih.gov/entrez/query.fcgi?cmd=Retrieve&db=pubmed  
&dopt=Abstract&list\\_uids=10622294](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/entrez/query.fcgi?cmd=Retrieve&db=pubmed&dopt=Abstract&list_uids=10622294)

- [LHK97] M. S. Linet, E. E. Hatch, R. A. Kleinerman,... Residential exposure to magnetic fields and acute lymphoblastic leukemia in children. The new England Journal of Medicine, Vol 337 : 1 – 8, 3 july 1997.  
<http://content.nejm.org/cgi/content/abstract/337/1/1>
- [LXAN] X. Legrand, A. Xemard, P. Auriol, C.A. Nucci, O. Bérard. Comportement des Prises de Terre des Pylônes en HF.
- [MIL91 – 1] D. L. Miller. Miniature – probe measurements of electric fields and currents induced by a 60 – Hz magnetic field in rat and in human models. Bioelectromagnetics 12: 157 – 171 (1991).
- [MIL91 – 2] D. L. Miller. Electric fields induced in chicken eggs by 60 – Hz magnetic fields and the dosimetric importance of biological membranes. Bioelectromagnetics 12: 349 – 360 (1991)
- [MIL96] D. L. Miller. Miniature – probe measurements of electric fields induced by 60 Hz magnetic fields in rats. Bioelectromagnetics 17: 167 – 173 (1996).
- [MFS97] Mandeville R, Franco E, Sidrac-Ghali S ...Evaluation of the potential carcinogenicity of 60 Hz linear sinusoidal continuous – wave magnetic fields in fischer F344 rats. The FASEB journal, Vol 11, P 1127 – 1136, nov 1997.  
[http://www.ncbi.nlm.nih.gov/entrez/query.fcgi?cmd=Retrieve&db=pubmed  
&dopt=Abstract&list\\_uids=9367347](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/entrez/query.fcgi?cmd=Retrieve&db=pubmed&dopt=Abstract&list_uids=9367347)
- [MGT99] M. L. McBride, R. P. Gallagher, G Thériault... Power – frequency electric and magnetic fields and risk of childhood leukemia in Canada. American Journal of Epidemiology, Vol. 149, 831 – 42. 1 may 1999.  
<http://aje.oxfordjournals.org/cgi/reprint/149/9/831>

- [MNBG93] G. A. Mouchawar, J. D. Bourland, L. A. Geddes, D. J. Schaefer, and M. E. Riehl. Magnetic stimulation of excitable tissue: calculation of induced eddy – currents with a three – dimensional finite – element model. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No 6, Nov 1993.
- [OMS] Organisation Mondiale de la Santé.  
<http://www.who.int/peh-emf/about/WhatisEMF/fr/index1.html>
- [PGPH96] S. Preston – Martin, J. G. Gurney, J. M. Pogoda, E. A. Holly, B. A. Mueller. Brain tumor risk in children in relation to use of electric blankets and water bed heaters. American Journal of Epidemiology, Vol 143, No 11, 1996.
- [RKIK] S. Reivonen, T Keikko, J. Isokorpi, L. Korpinen. Internal current in a human body with spheroidal modal in 400 kV switching substation. Tampere University of technology, Electric Power Engineering, Finland.
- [SAI] J. H. Saïac. Méthodes numériques. Technique de l'Ingénieur, Traité Génie Electrique, Mathématiques pour l'Electricien, D36.
- [SCO03] R. Scorretti. Caractérisation numérique et expérimentale du champ Magnétique B. F. Généré par des Systèmes Electrotechniques en vue de la modélisation des courants induits dans le corps humain. Le 11 dec 2003.
- [SD97] M. A. Stuchly and T. W. Dawson. Human organ and tissue induced currents by 60 Hz electric and magnetic fields. Proceedings – 19<sup>th</sup> International Conference – IEEE/EMBS Oct. 30 – Nov. 2, 1997 Chicago, IL. USA.
- [SG00] M. A. Stuchly, O. P. Gandhi. Inter – laboratory comparison of numerical dosimetry for human exposure to 60 Hz electric and magnetic fields. Bioelectromagnetics 21 : 167 – 174 (2000)
- [SL95] Savitz DA, Loomis DP. Magnetic field exposure in relation to leukemia and brain cancer mortality among electric utility workers. American Journal of Epidemiology, Vol 141, Number 2, P 123 – 134, 15 jan 1995.

- [SMB02] Skinner J, Mee TJ, Blackwell RP et collègues ... Exposure to power frequency electric fields and the risk of childhood cancer in the UK. *British Journal of Cancer* 2002 Nov 18; 87(11):1257-66.
- [SSBN03] N. Siauve, R. Scorretti, N. Burais, L. Nicolas, A. Nicolas. Electromagnetic fields and human body: a new challenge for the electromagnetic field computation. *COMPEL*, Vol. 22, no. 3 (2003), pp. 457-469.
- [SWBJ88] D A. Savitz, H. Wachtel, F A. Barnes, E M. John, J. G. Tvrdik. Case - control study of childhood cancer and exposure to 60 – Hz magnetic fields. *American Journal of Epidemiology*, Vol 128, N 1, 1988.
- [SZ96] M. A. Stuchly, S. Zhao. Magnetic field – induced currents in the human body in proximity of power lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No. 1, Jan 1996.
- [TAF80] A. Taflove. Application of the finite – difference time – domain method to sinusoidal steady state electromagnetic penetration problems. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol 22, No 3, August 1980.
- [TGM94] Theriault G, Goldberg M, Miller AB, ...Cancer risks associated with occupational exposure to magnetic fields among electric utility workers in ontario and Quebec, Canada, and France: 1970-1989. *American Journal of Epidemiology*, Vol 139, No 6, P 550 – 572, 15 mar 1994.
- [TH97] T. Tynes, T. Haldorsen. Electromagnetic fields and cancer in children residing near Norwegian high – voltage power lines. *American Journal of Epidemiology*, Vol 145, No3 1997.
- [VHP] The Visible Human Project.  
[http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible\\_human.html](http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible_human.html)

- [WE94] W. Wang and S. R. Eisenberg. A three – dimensional finite element method for computing magnetically induced currents in tissues. IEEE Transaction on Magnetics, Vol 30, No 6, Nov 1994
- [WL79] N. Wertheimer et E. Leeper. Electrical wiring configurations and childhood cancer. American Journal of Epidemiology 109, 273 – 284.
- [WL82] N. Wertheimer et E. Leeper. Adult cancer related to electrical wires near the home. American Journal of Epidemiology, Vol 11, No 4, 1982.
- [YEE66] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol 14, Issue 3, May 1966 Page(s):302 – 307.
- [YKF01] K. Yamazaki, T. Kawamoto, H. Fujinami, T. Shigemitsu. Investigation of ELF magnetically induced current inside the human body: Developement of estimation tools and effect of organ conductivity. Electrical Engineering in Japan, Vol 134, No 2, 2001. Translated from Denki Gakkai Ronbunshi, Vol 120 – A, No. 1, Jan 2000, pp: 81 – 87.
- [YKOO97] Yasui M, Kikuchi T, Ogawa M, Otaka Y... Carcinogenicity test of 50 Hz sinusoidal magnetic fields in rats. Bioelectromagnetics, Vol 18, issue 8, P 531 – 540. 1997.

**Titre : Contribution à la modélisation tridimensionnelle des interactions champ électromagnétique – corps humain en basses fréquences**

**Mots clés :** champ électromagnétique B.F., exposition humaine, dosimétrie numérique, éléments finis

---

**Résumé :**

Le corps humain est de plus en plus exposé à une pollution électromagnétique résultant de l'utilisation croissante de l'électricité. Bien que les conséquences sur la santé ne soient pas clairement établies, des réglementations européennes précisent notamment des valeurs de champ magnétique H, de champ électrique E, et de densité J de courants induits dans le corps à ne pas dépasser. Par ailleurs, le transport de l'énergie électrique attire l'attention depuis longtemps en raison des valeurs très importantes des grandeurs électriques. Compte tenu des difficultés liées à la mesure invasive de champs et de courant dans le corps, ce travail de thèse est consacré à la modélisation numérique 3D par Eléments Finis de ces phénomènes induits à la fréquence industrielle (50 ou 60 Hz). L'étude bibliographique fait le point sur les effets des champs sur la santé à court et long terme, les méthodes numériques et expérimentales utilisées pour la dosimétrie, et les caractéristiques électriques macroscopiques des organes. Partant des Equations de Maxwell, les deux formulations « classiques » (électro-quasi-statique, et  $\phi - A$ ) sont mis en œuvre pour simuler séparément les effets des champs E et H sur des géométries simples. Les résultats mettent en évidence certaines contraintes liées aux conditions d'exposition, à la présence du sol et aux caractéristiques du corps humain. Puis une formulation unifiée est développée à partir des travaux d'A. Bossavit, et permet de prendre en compte l'exposition simultanée aux champs électrique et magnétique. Cette formulation est associée à une démarche en plusieurs étapes avec différents domaines d'étude (extérieur du corps, corps seul), des conditions d'interface, et des conditions aux limites spécifiques. Diverses simulations réalisées sur un modèle anatomique de corps humain illustrent les effets séparés et combinés des deux champs sur la répartition des courants induits. Des comparaisons avec les résultats obtenus par d'autres équipes de recherche avec d'autres méthodes numériques et modèles du corps humain, apportent une certaine validation en l'absence de résultats expérimentaux. Finalement, l'utilisation du modèle est illustrée pour les travailleurs sous tension sur les lignes.

---

**Direction de recherche :**

M. Alain Nicolas, Professeur des Universités  
Laboratoire Ampère UMR-CNRS 5005, Ecole Centrale de Lyon,  
36 av. Guy de Collongue, 69134 Ecully CEDEX, France

M. Riccardo Scorretti, Chargé de recherche CNRS de 2<sup>ème</sup> classe  
Laboratoire Ampère UMR-CNRS 5005, Université Lyon 1,  
49 bld. du 11 Novembre 1918, 69622 Villeurbanne CEDEX, France

**Contact :** riccardo.scorretti@univ-lyon1.fr