

Filtrage de données sismiques multicomposantes et estimation de la polarisation

Caroline Paulus

► To cite this version:

Caroline Paulus. Filtrage de données sismiques multicomposantes et estimation de la polarisation. Sciences de la Terre. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2006. Français. NNT: . tel-00204504

HAL Id: tel-00204504 https://theses.hal.science/tel-00204504

Submitted on 14 Jan2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

 N° attribué par la bibliothèque

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : «Signal, Image, Parole et Télécoms»

préparée au Laboratoire des Images et des Signaux de Grenoble

dans le cadre de l'École Doctorale «Électronique, Électrotechnique, Automatique, Télécommunications et Signal»

présentée et soutenue publiquement

par

Caroline PAULUS

le 25 septembre 2006

Titre:

FILTRAGE DE DONNÉES SISMIQUES MULTICOMPOSANTES ET ESTIMATION DE LA POLARISATION

Directeur de thèse : Jérôme MARS

JURY

Madame	G. Jourdain,	Présidente
Monsieur	P. Larzabal,	Rapporteur
Monsieur	M. Najim,	Rapporteur
Monsieur	J. Guilbot,	Examinateur
Madame	S. Marcos,	Examinatrice
Monsieur	J. Mars,	Directeur de thèse

Table des matières

In	trod	uction	5
1	Éléi	ments de sismique	9
	1.1	Généralités	10
		1.1.1 Prospection sismique	10
		1.1.2 Acquisitions terrestres	11
		1.1.3 Types d'enregistrement	13
	1.2	Physique des ondes sismiques	15
		1.2.1 Ondes élastiques	15
		1.2.2 Différents milieux de propagation	18
		123 Polarisation	18
		124 Trajets des différentes ondes sismiques	21
	1.3	Modélisation des signaux sismiques	23
	1.0	1.3.1 Modèle des signaux 1-Composante (1C)	20
		1.3.2 Modèle des signaux n-Composante (nC)	25
	1 /	La séparation d'ondes : une étape majeure du traitement	26
	1.1	Conclusion	20
	1.0		20
Ι	\mathbf{Fil}	trage et séparation d'ondes	29
2	Éta	t de l'art sur les méthodes de séparation d'ondes	31
	2.1	Méthodes à gabarit	32
		2.1.1 Filtrage $f - k$	32
		2.1.2 Filtrage $\tau - p$	34
	2.2	Méthodes matricielles	36
		2.2.1 Filtrage par décomposition en valeurs singulières (SVD)	36
		2.2.2 Filtrage par décomposition de la matrice spectrale (SMF)	43
	2.3	Conclusion	46
•			
3	Filt	rage matriciel spectral large-bande multicomposante	47
	3.1	Modèle du signal et définition de la matrice spectrale large-bande multicom-	10
		posante	48
		3.1.1 Modèle du signal	48
		3.1.2 Définition de la matrice spectrale large-bande multicomposante	49
		3.1.3 Rang des matrices	51
	3.2	Etapes du filtrage	52

		3.2.1 Estimation de la matrice spectrale	52
		3.2.2 Estimation du sous-espace signal	55
	3.3	Influence de l'arrangement en long-vecteur	58
	3.4	Liens entre vecteurs de propagation et vecteurs propres	59
	3.5	Pré-traitement possible : correction de vitesse	61
	3.6	Exemple : onde de vitesse infinie avec un bruit additionnel	62
	3.7	Conclusion	64
4	App	olications sur des données sismiques synthétiques et réelles	65
	4.1	Application du filtrage sur des données synthétiques	67
		4.1.1 Simulation 1 : Amélioration du rapport signal à bruit	67
		4.1.2 Simulation 2 : Séparation d'ondes	72
		4.1.3 Discussion sur la méthode	76
	4.2	Comparaison avec d'autres filtres	81
		4.2.1 Simulation 1 : Amélioration du rapport signal à bruit	81
		4.2.2 Simulation 2 : Séparation d'ondes	83
		4.2.3 Evaluation des performances	85
	4.3	Applications sur des données réelles	87
		4.3.1 Données de sismique réflexion	87
		4.3.2 Donnees de surface proche a 2 composantes	91
	1.1		51
II	At	tributs de polarisation et de direction d'arrivée	97
5	\mathbf{Esti}	mation de la polarisation	99
	5.1	Introduction sur l'analyse de polarisation	100
		5.1.1 Définition	100
		5.1.2 Intérêts de l'analyse de polarisation	104
		5.1.3 Comment faire l'analyse de polarisation?	105
	5.2	Méthode basée sur la matrice spectrale large-bande multicomposante	108
		5.2.1 Estimation du rapport d'amplitude et du déphasage	109
		5.2.2 Exemple sur un jeu de données synthétiques	111
	5.3	Applications sur des données sismiques simulées et réelles	114
		5.3.1 Comparaison de la méthode proposée avec la méthode de Flinn	115
		5.3.2 Application sur un profil sismique de données réelles	117
	5.4	Conclusion	119
6	\mathbf{Esti}	mation de la direction d'arrivée des ondes	121
	6.1	Méthode à haute résolution	122
		6.1.1 MUSIC ou goniomètre	123
		6.1.2 MUSIC Actif Large-bande (MUSICAL)	125
		6.1.3 Long-Vecteur-MUSIC (LV-MUSIC) : cas des données multicomposantes	127
	6.2	MultiComponent WideBand MUltiple SIgnal Classification (MCWB-MUSIC)	128
			1.01
	0.3	Etude des performances de MCWB-MUSIC	131
	6.3	Etude des performances de MCWB-MUSIC 6.3.1 Application de MCWB-MUSIC en sismique Application de MCWB-MUSIC	131

6.4	6.3.3 6.3.4 Conclu	Étude du pouvoir de résolution	$134 \\ 137 \\ 139$
Conclu	isions (et perspectives	141
Bibliog	graphie	9	153

Introduction

La sismique est une méthode de prospection qui permet d'avoir une connaissance sur les structures géologiques du sous-sol grâce à l'analyse des ondes élastiques qui se propagent dans le sol. Les méthodes sismiques sont essentiellement utilisées en prospection pétrolière dans le but de localiser et caractériser des gisements d'hydrocarbures ou de gaz naturel. Elles peuvent aussi être utilisées en génie civil pour la construction de grands ouvrages tels que des ponts, des digues, etc.

Le traitement des données sismiques apparaît donc comme un formidable champs d'application pour les traiteurs de signaux. La diversité des milieux étudiés se traduit par une grande complexité des signaux à traiter. L'analyse visuelle des données issues des campagnes sismiques est alors impossible. Le traitement du signal intervient donc en proposant des méthodes de représentation et de caractérisation permettant de faciliter l'interprétation de ces signaux.

La technique fondamentale utilisée en sismique consiste à produire des ondes sismiques à partir d'une source (camion vibreur, explosifs, canon à air, etc.) et à mesurer le temps de propagation mis par ces ondes pour atteindre des capteurs posés sur le sol. L'étude des trajets des ondes observées, des variations des amplitudes et des fréquences des signaux permet d'obtenir des informations sur le sous-sol et en particulier sur sa structure. Pour mesurer les mouvements du sol, des capteurs directionnels sont utilisés, permettant d'enregistrer une vibration selon une direction définie. Pendant longtemps, les capteurs enregistraient ce mouvement dans une seule direction de l'espace (généralement verticale). Récemment, on assiste à une utilisation grandissante de capteurs dit multicomposantes ou vectoriels. Ces capteurs n'enregistrent plus seulement l'information relative à une unique direction de l'espace mais dans deux ou trois directions. Ceci permet l'accès à une caractéristique fondamentale des ondes sismiques : leur polarisation. Les données récoltées sur ces capteurs forment des enregistrements multicomposantes, de taille souvent très importante.

L'objectif de ce travail de thèse est de proposer des méthodes de traitement et de caractérisation des ondes pour des signaux reçus sur des antennes de capteurs vectoriels. Du fait de la nature vectorielle de ce type de signaux, les traitements classiques (filtre f - k, $\tau - p$, SVD...) ne sont pas nécessairement adaptés, car ils n'exploitent pas l'information disponible de manière optimale. Dans ce manuscrit, nous nous intéressons particulièrement au débruitage des données qui est une étape fondamentale du processus d'interprétation des profils sismiques. L'objectif de nos traitements est d'améliorer le rapport signal à bruit, de séparer et de caractériser les ondes présentes. Autrement dit, le but est de rehausser l'information pertinente pour l'application visée par rapport à l'information considérée comme inutile, en utilisant les propriétés physiques du signal telle que la polarisation. Une fois les ondes séparées, nous nous attachons à caractériser plusieurs de leurs attributs : leur polarisation, mais aussi leur direction et leur temps d'arrivée sur l'antenne de capteurs. L'extraction de ce type d'information est une problématique typique en traitement d'antenne.

Nous commençons cette étude par un chapitre introductif permettant de fixer le cadre du travail en présentant quelques généralités sur la prospection sismique et les caractéristiques des signaux auxquels nous allons nous intéresser. Un bref rappel sur la physique des ondes est tout d'abord proposé car il s'avère nécessaire à l'élaboration d'un modèle mathématique pour les signaux reçus sur les antennes de capteurs multicomposantes.

Par la suite, le travail de thèse s'organise en deux grandes parties. La première s'attaque aux problèmes de filtrage et de séparation des ondes. Nous commençons par un état de l'art des méthodes de séparation d'ondes en allant des méthodes les plus classiquement utilisées (filtres f-k et $\tau-p$) aux méthodes les plus récentes (filtre 3C-SVD...). Nous proposons ensuite une nouvelle technique adaptée au traitement des signaux multicomposantes, basée sur une extension de la méthode de filtrage utilisant la matrice spectrale (Spectral Matrix Filtering). Nous présentons en détails les principes de ce traitement basé sur la décomposition d'une matrice spectrale large bande multicomposante. La définition de cette matrice assure la prise en compte de toute l'information disponible à la fois sur l'ensemble des composantes et sur tous les canaux fréquentiels, permettant ainsi un filtrage efficace. Le sigle anglais MCWB-SMF pour "MultiComponent WideBand Spectral Matrix Filtering" désigne cette méthode dans le reste du document. Pour valider cette méthode, nous présentons des simulations et montrons que les résultats du filtrage sont meilleurs que ceux obtenus avec les méthodes présentées dans l'état de l'art. Enfin, nous appliquons la méthode sur des signaux réels issus de campagnes sismiques terrestres.

La deuxième partie aborde des problèmes couramment rencontrés en traitement d'antenne : la caractérisation de divers attributs des ondes sismiques. Nous abordons plus particulièrement le problème de l'analyse de la polarisation puis de l'estimation de la Direction D'Arrivée des ondes (DDA). Le chapitre 5 est dédié au traitement fondamental qu'est l'analyse de polarisation, permise par l'utilisation de capteurs multicomposantes. Après avoir introduit l'intérêt de cette analyse de polarisation, nous proposons une méthode qui tire profit de la décomposition de la matrice spectrale large bande multicomposante définie dans la première partie. Nous montrons que les paramètres de polarisation, à savoir le déphasage et le rapport d'amplitude entre les composantes, se retrouvent dans les termes composant les matrices de rang 1 issus de la décomposition de la matrice spectrale. Nous présentons les résultats de notre traitement sur des données synthétiques et comparons ses performances avec un algorithme développé par Flinn qui est classiquement utilisé en analyse de polarisation.

Le chapitre 6 est consacré à l'estimation de la Direction D'Arrivée des ondes. Après avoir présenté les méthodes Haute Résolution (HR), nous faisons le choix d'étendre l'algorithme MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) au cas large bande multicomposante. Cette méthode HR permet l'estimation conjointe des directions et des temps d'arrivée sur l'antenne des différentes ondes. L'algorithme, appelé MCWB-MUSIC (MultiComponent WideBand MU-SIC), prend en compte l'ensemble de l'information disponible sur le signal sans avoir à utiliser d'opérateurs de focalisation en fréquence. Nous comparons ensuite les performances de cet algorithme avec d'autres algorithmes HR en terme de pouvoir de résolution et de variance de l'estimateur.

Chapitre 1 Éléments de sismique

Sommaire

1.1 Gé	néralités \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	10
1.1.1	Prospection sismique	10
1.1.2	Acquisitions terrestres	11
1.1.3	Types d'enregistrement	13
	1.1.3.1 Enregistrements monocomposantes	13
	1.1.3.2 Enregistrements multicomposantes $(2C/3C/4C)$	14
1.2 Ph	ysique des ondes sismiques	15
1.2.1	Ondes élastiques	15
	1.2.1.1 Les ondes de volume	15
	1.2.1.2 Les ondes de surface \ldots	17
1.2.2	Différents milieux de propagation	18
1.2.3	Polarisation	18
1.2.4	Trajets des différentes ondes sismiques	21
	1.2.4.1 Réflexion, transmission, réfraction	21
	1.2.4.2 Cas des ondes élastiques : couplage de mode	22
	1.2.4.3 Phénomènes d'atténuation	23
1.3 Mo	délisation des signaux sismiques	23
1.3.1	Modèle des signaux 1-Composante (1C) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	24
1.3.2	Modèle des signaux n-Composante (nC) \hdots	25
1.4 La	séparation d'ondes : une étape majeure du traitement	26
1.5 Co	nclusion	28

Le but de cet chapitre introductif est de fixer le cadre de travail proposé et de présenter les caractéristiques des signaux auxquels nous allons nous intéresser dans ce manuscrit. Nous commençons par quelques généralités sur les acquisitions de données sismiques et sur les différents types d'enregistrements sismiques disponibles.

Un résumé des bases de la physique des ondes sismiques est ensuite proposé car il s'avère nécessaire à l'élaboration d'un modèle mathématique pour les signaux sismiques multicomposantes.

Après avoir présenté les bases de physique nécessaires et le modèle utilisé, nous reviendrons sur la problématique de ce travail. En effet, une fois les signaux sismiques enregistrés sur un réseau de capteurs, une série de traitements est réalisée afin d'arriver au but recherché par le géophysicien, à savoir l'interprétation des données en vue de la caractérisation des couches du sous-sol. Dans notre cas, nous nous intéressons plus particulièrement à l'étape d'amélioration de rapport signal à bruit et de séparation des ondes qui consiste à isoler les ondes susceptibles d'apporter de l'information sur la nature du sol. De nombreuses méthodes ont déjà été développées dans le cas d'enregistrements sismiques monocomposantes (c'est à dire enregistrant les signaux dans une seule direction de l'espace), cependant peu de méthodes sont adaptées au cas des enregistrements multicomposantes (plusieurs directions orthogonales de l'espace).

1.1 Généralités

1.1.1 Prospection sismique

Le sous-sol de notre planète renferme une grande quantité de richesses exploitables par l'homme. Pour pouvoir utiliser ces ressources, il est nécessaire de connaître la stratigraphie et les structures géologiques présentes dans le sous-sol. Ces informations n'étant pas directement décelables à la surface de la terre, il faut avoir recours à des moyens de prospection. La méthode géophysique la plus utilisée pour imager les structures du sous-sol est la méthode de **prospection sismique** où l'on utilise les propriétés élastiques ou acoustiques du terrain et sa capacité à transmettre les ondes. Les différentes couches sont alors caractérisées par divers attributs telles que la vitesse de propagation des ondes, l'atténuation, la densité...

La prospection sismique consiste à produire des séismes de faible amplitude à partir d'un **dispositif de source émettrice** qui seront enregistrés sur un **dispositif d'acquisition composé de capteurs**. Ce dispositif d'acquisition peut prendre des formes très variées suivant les caractéristiques recherchées : antennes horizontales ou verticales, en réseau, en étoile, circulaires... Dans la suite, nous nous intéressons au cas d'antennes horizontales linéaires et uniformes (c-à-d avec un pas, ou intertrace, constant entre les capteurs). L'enregistrement obtenu sur un capteur est appelé **trace sismique** et l'ensemble de ces traces forme un **profil sismique**. Un des axes correspond à l'abscisse géographique des récepteurs le long du profil d'acquisition et l'autre axe correspond au temps d'écoute et peut être directement relié à la profondeur (cf. Fig. 1.1) [Yil01].

Les événements sismiques présents sur l'enregistrement correspondent à l'arrivée des ondes sismiques sur le réseau de capteurs après propagation dans le sous-sol. L'énergie émise par le dispositif source se répartit entre les ondes de volume et les ondes de surface. La sismique réflexion privilégie ce premier type d'ondes car ce sont elles qui remontent à la surface après s'être réfléchies sur des interfaces. Ces interfaces correspondent à une variation de l'impédance acoustique et caractérisent les limites entre les différentes couches géologiques du sous-sol. L'analyse d'un profil sismique permet donc d'obtenir une information sur la structure stratigraphique et lithologique du sol dans le cas où la géométrie de l'ensemble de la campagne d'acquisition est connue avec précision (position précise des sources et des capteurs).

Il existe une grande quantité d'ouvrages généraux traitant de la prospection sismique, le lecteur pourra par exemple se référer à [Yil01, She02, Lav86, Cla76].



FIG. 1.1 – Exemple synthétique de prospection sismique (sismique réflexion) au moyen d'un réseau de capteurs et d'une source placée en son centre. Le sous-sol est modélisé par 3 couches (figure de gauche) dans lesquelles sont visualisés les trajets de trois ondes arrivant sur des capteurs symétriques par rapport à la source (une onde directe et deux ondes réfléchies). La figure de droite montre le profil sismique résultant de l'enregistrement des signaux sur l'ensemble des capteurs formant l'antenne.

1.1.2 Acquisitions terrestres

Différents types d'acquisitions sont envisageables en sismique terrestre (cf. Fig. 1.2). Bien souvent, le positionnement des structures géologiques à imager détermine le type de dispositifs à mettre en place [Yil01, She87, Har00, Lav86].

– Sismique réflexion et sismique réfraction

Dans ce cas, la source et les capteurs sont situés à la surface et les ondes qui se propagent dans le milieu ont des caractéristiques variées. Lorsque l'onde rencontre une interface géologique avec un angle égal à l'angle critique (voir paragraphe 1.2.4.1), nous faisons alors de la sismique réfraction. Dans ce cas, l'onde réfractée se propage le long de l'interface et réémet régulièrement une onde vers la surface avec le même angle critique. Si l'onde arrive sur l'interface avec un angle supérieur à l'angle critique, elle se réfléchie totalement et nous obtenons une acquisition dite de sismique réflexion [Yil01, MGC01]. Enfin, il existe des ondes très énergétiques, appelées ondes de surface, qui se propagent



FIG. 1.2 – Les différents types de campagnes d'acquisition en sismique terrestre

parallèlement à la surface.

– Sismique de puits

La sismique de puits permet d'obtenir des informations plus précises en terme de résolution et de profondeur dans la mesure où le système est descendu dans un puits. La source est située à la surface terrestre mais les capteurs sont situés dans le puits. Il n'y a alors plus d'ondes de surface mais des ondes dites de tube qui sont générées par la discontinuité de vitesse qui existe entre la roche et l'eau ou la boue présente dans le puits. Si la source est à la verticale du puits, on obtient un profil sismique vertical (PSV), sinon un profil sismique oblique (PSO) [Har92, Har00].

Enfin, si nous disposons de plusieurs puits, nous avons de la sismique inter-puits (*cross-well*). Ce type d'acquisition facilite l'investigation des zones situées entre les puits [Har92].

– Sources

Plusieurs types de sources peuvent être utilisés en sismique terrestre [SG82, She87, MGC01] : les explosions qui fournissent un signal très bref en temps, les camions vibreurs qui envoient un signal large-bande dans le sous-sol et sont particulièrement utilisés par les compagnies de géophysique dans les régions habitées et enfin les chutes de masses (de moins en moins utilisées à cause de leur manque de maniabilité).

– Capteurs

Les capteurs utilisés sont appelés géophones. Classiquement, ils sont composés d'un aimant fixe autour duquel une bobine mobile peut coulisser. Le passage d'une onde sismique provoque le mouvement de l'aimant qui va générer un courant induit dans la bobine. Ce courant, par son amplitude, traduit la vitesse du déplacement provoqué par le passage d'une onde sismique. Les géophones enregistrent les vibrations du sol dans une certaine direction de l'espace. Ils peuvent être utilisés seuls (capteurs monocomposantes) ou en doublets ou triplets formant ainsi un trièdre (capteurs multicomposantes) et permettant l'enregistrement des mouvements du sol dans plusieurs directions de l'espace [TM91]. Ces capteurs sont disposés régulièrement et de façon rectiligne à la surface de la terre ou bien dans un puits, dans le but de réaliser un échantillonnage spatial uniforme. Il existe maintenant des capteurs numériques 3C. Enfin, si l'on se place en sismique marine, on parle alors d'OBS (*Ocean Bottom Seismometer*). Les OBS sont des capteurs posés sur le sol marin et composés de trois géophones et d'un hydrophone.

1.1.3 Types d'enregistrement

1.1.3.1 Enregistrements monocomposantes

Comme nous l'avons vu brièvement, les acquisitions énumérées dans la partie 1.1.2 permettent l'enregistrement des signaux dans un plan vertical contenant l'axe source-capteurs. Les capteurs monocomposantes utilisés enregistrent les signaux dans une seule direction de l'espace qui est la verticale.

Ce type d'acquisition est appelé profil 2D car l'enregistrement est fonction de deux variables : la distance source-capteurs et la durée d'enregistrement qui correspond à la profondeur (en effet, plus un évènement sismique se produit en profondeur et plus il met longtemps à revenir à la surface). Il permet d'obtenir une image d'une "tranche" du sous-sol (Fig. 1.3 à gauche).

Afin de reconstituer de façon plus fidèle le sous-sol, il est de plus en plus fréquent que l'on image des volumes de terrain. La méthode 2D peut alors être étendue à un réseau de capteurs quadrillant la surface; dans ce cas nous parlons de sismique 3D (Fig. 1.3 à droite) [CGP00]. Ce quadrillage est obtenu par mise en place de plusieurs lignes d'antenne. Les enregistrements dépendront alors d'une troisième variable de distance qui désigne la position des différentes acquisitions 2D translatées, on obtient alors un cube de données sismiques.

Enfin, si la mesure est faite à différentes dates sur une même région avec le même dispositif 3D, nous ajoutons une nouvelle variable temporelle et nous obtenons un enregistrement 4D. Ces enregistrements peuvent être fait à plusieurs jours, voir plusieurs mois d'intervalle. Ce type d'acquisition 4D est souvent utilisé pour la surveillance de réservoirs d'hydrocarbures (*monitoring*) et permet une extraction maximale des constituants d'un réservoir [She87, MC98].



FIG. 1.3 – Acquisitions sismiques 2D et 3D

1.1.3.2 Enregistrements multicomposantes (2C/3C/4C)

En sismique terrestre et marine, l'utilisation d'antennes de capteurs vectoriels est de plus en plus répandue. Ils permettent l'enregistrement des mouvements du sol simultanément dans plusieurs directions de l'espace orthogonales entre elles. On obtient alors un enregistrement multicomposantes 2C (2 composantes) dans le cas d'un doublet et 3C (3 composantes) dans le cas d'un triplet. Ces composantes sont généralement constituées d'une composante verticale (notée Z), et d'une ou deux composantes horizontales (notées X et Y) (Fig. 1.4). Ces enregistrements forment alors un cube sismique. Chaque profil 2D correspondant aux données récoltées sur une composante est rangé dans une tranche du cube (Fig. 1.5).



FIG. 1.4 – Acquisitions sismiques multicomposantes



FIG. 1.5 – Section sismique multicomposantes. Chaque "tranche" correspond à l'ensemble des traces reçues sur une des composantes.

Dans le cas d'une acquisition sismique marine, il est possible de réaliser des enregistrements 4C. Les capteurs utilisés possèdent 4 composantes (un géophone 3C formant un trièdre et un hydrophone enregistrant l'information de pression).

La possibilité d'avoir accès aux mouvements du sous-sol dans les trois directions de l'espace et aux variations de pression à l'interface sol-eau permet une meilleure caractérisation des champs d'ondes propagés et notamment l'accès à l'information de polarisation des ondes (cf. paragraphe 1.2.3). Cette information est très importante en prospection sismique car elle permet de faire la différence entre différents types d'ondes (ondes de surface, ondes de volume...) qui sont la marque d'un évènement sismique particulier [She02]. Connaître la polarisation permet une identification plus fine du type d'onde et donc une description plus exacte des structures du sous-sol investigué.

En sismique, c'est au début des années 90 que les capteurs multicomposantes ont commencé à remplacer les capteurs scalaires [Cal99]. Ces acquisitions multicomposantes sont actuellement en plein développement et offrent de nouvelles perspectives en imagerie et en caractérisation sismique.

1.2 Physique des ondes sismiques

Dans la suite, nous nous intéressons au cas de la sismique terrestre et par conséquent, limitons notre étude au cas des ondes élastiques [EJP57, Bri60].

1.2.1 Ondes élastiques

En prospection sismique, le milieu de propagation peut-être considéré comme élastique. Les ondes sismiques sont des ondes élastiques qui peuvent se propager sur des distances très importantes. L'impulsion de départ (source) va déplacer les particules élémentaires présentes dans le milieu, qui elles-mêmes vont à leur tour déplacer d'autres particules avant de reprendre leur place, se propageant ainsi en créant une réaction en chaîne.

Les vibrations engendrées par la source sismique se propagent dans toutes les directions. On distingue deux types d'ondes, les ondes de volume qui traversent la terre et les ondes de surface qui se propagent en surface. Sur un enregistrement sismique, ces ondes peuvent se succéder ou bien se superposer. Leurs vitesses de propagation et leurs amplitudes sont modifiées par les structures géologiques qu'elles traversent. Ainsi, les signaux enregistrés sont la combinaison d'effets liés à la source, aux milieux traversés et aux instruments de mesure.

1.2.1.1 Les ondes de volume

Supposons que le milieu traversé par les ondes soit homogène, isotrope (ces propriétés ne varient pas suivant la direction) et élastique, les équations des ondes qui naissent dans un tel milieu obéissent à la loi de Hooke et sont solutions de l'équation qui lie les contraintes et les déformations dans le solide. Sous forme vectorielle, l'équation des ondes s'écrit :

$$(\lambda + 2\mu)\overrightarrow{grad}(div\overrightarrow{U}) + \mu\Delta\overrightarrow{U} = \rho\frac{\partial^{2}\overrightarrow{U}}{\partial t^{2}}$$
(1.1)

où λ et μ sont les coefficients de proportionnalité pour un milieu élastique homogène et isotrope, appelés coefficients de Lamé, \vec{U} est le vecteur déplacement observable en tout point du milieu traversé par l'onde élastique et ρ est la masse volumique du milieu. On peut exprimer le vecteur déplacement par sa décomposition de Helmholtz :

$$\vec{U} = \overrightarrow{grad}\Phi + \overrightarrow{rot}\vec{\Psi} \tag{1.2}$$

où Φ est le potentiel de dilatation (scalaire) et $\vec{\Psi}$ le potentiel de cisaillement (vectoriel).

Si l'on considère un vecteur déplacement défini par le potentiel scalaire Φ tel que $\vec{U} = \overrightarrow{grad\phi}$ avec $\overrightarrow{rot} \vec{\Psi} = 0$, l'équation des ondes devient :

$$\Delta \Phi = \frac{1}{V_P^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}.$$
(1.3)

Cette équation correspond à l'équation de propagation des ondes P (ou ondes primaires) appelées aussi ondes de compression. Elles correspondent à des vibrations longitudinales qui agitent les particules en tout point du milieu parallèlement à la direction de propagation (cf. Fig. 1.6). Si on note (Oxz) le plan vertical du profil formé par la direction source-récepteur (x) et la verticale (z), alors les déplacements des particules ont lieu dans le plan (Oxz). Le déplacement du sol qui accompagne le passage des ondes P se fait par dilatation et compression successives. Ces ondes se propagent à la fois dans les liquides et les solides et ont une vitesse de propagation V_P qui est égale à :

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}.$$
(1.4)

Les ondes P sont les plus rapides et sont donc généralement enregistrées en premier sur les capteurs, d'où leur nom.

Si l'on considère un mouvement rotationnel défini par le potentiel vecteur Ψ , de composante Ψ_i , tel que $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{rot} \overrightarrow{\Psi}$, l'équation des ondes devient :

$$\Delta \Psi_i = \frac{1}{V_S^2} \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial t^2}.$$
(1.5)

Cette équation correspond à l'équation de propagation des ondes S (ou ondes secondaires) appelées aussi ondes de cisaillement (*shear waves*). Elles correspondent à des vibrations transversales qui agitent les particules en tout point du milieu perpendiculairement à la direction de propagation. Ces déplacements perpendiculaires ont lieu soit dans le plan du profil (x,z) et ces ondes sont alors appelées ondes SV (vibration dans le plan vertical)(cf. Fig. 1.6), soit perpendiculairement au plan du profil et ces ondes sont appelées ondes SH (vibration dans le plan horizontal)(cf. Fig. 1.6). Ainsi, les mouvements du sol s'effectuent perpendiculairement au sens de propagation de l'onde. Ces ondes ne se propagent pas dans les liquides. Elles ont une vitesse de propagation V_S qui est égale à :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$
(1.6)

La vitesse des ondes S est généralement plus lente que celle des ondes P.

Le rapport entre les vitesses V_P et V_S est un précieux indicateur de la nature de la roche. Il sert par exemple d'indicateur de présence d'hydrocarbure [DT95].

De plus, comme les équations (1.4) et (1.6) le montrent, la vitesse de propagation des ondes P et des ondes S dépend de la nature du milieu traversé (ρ). Avec la profondeur, les couches ont tendance à devenir de plus en plus denses. Par conséquent, la vitesse de propagation des ondes de volume augmente avec la profondeur (sauf en cas de présence d'une zone à moindre vitesse).

Les ondes de volume se propagent comme les rayons lumineux : elles peuvent être réfléchies ou réfractées, c'est-à-dire déviées à chaque changement de milieu. Elles peuvent ainsi suivre des trajets très complexes à l'intérieur de la Terre. Leur temps de parcours dépend de ce trajet, elles n'arrivent donc pas toutes en même temps au même endroit. Nous voyons cela plus en détails dans la partie 1.2.4.



FIG. 1.6 – Propagation et polarisation des ondes P et des ondes S

1.2.1.2 Les ondes de surface

Les ondes de surfaces sont des ondes guidées. Elles apparaissent lorsqu'un milieu est limité par une surface libre, et leur énergie décroît très rapidement avec la profondeur. Elles sont moins rapides que les ondes de volume mais leur amplitude est généralement plus forte. Ces ondes se propagent dans les couches superficielles et par conséquent ne contiennent pas d'information sur les structures géologiques profondes que l'on souhaite identifier. Comme ces ondes sont très énergétiques, elles ont tendance à gêner l'interprétation des données sismiques en contexte pétrolier. Néanmoins, il existe quelques applications pour lesquelles ces ondes présentent un intérêt, on peut citer par exemple la sismique de sub-surface [MACG98].

Plusieurs types d'ondes de surface peuvent exister en fonction de la topologie du milieu et de la nature de la source émise :

- ondes de Love : ces ondes ont été découvertes par l'anglais A. Love en 1911 [Lov11].
 Elles naissent des interférences entre les ondes P et les ondes SH et sont caractérisées par un mouvement horizontal perpendiculaire à la direction de propagation et sans déplacement vertical. Elles sont souvent présentes dans les données sismologiques.
- ondes de Rayleigh : ces onde ont été découvertes par J. Rayleigh en 1885. Elles naissent des interférences entre les ondes P et les ondes SV, dans un milieu homogène, semi-infini à vitesse constante [Lav86, She02]. Leur déplacement est complexe, composé à la fois d'un mouvement horizontal et vertical, elliptique. Ces ondes ont une polarisation elliptique contenue dans le plan vertical de propagation. Les ondes de Rayleigh ont une faible vitesse de propagation et présentent un fort caractère dispersif, c'est à dire que la vitesse de propagation dépend de la fréquence.

- ondes de Stoneley : ce sont des ondes d'interface ou de surface, de grande amplitude que l'on retrouve à l'interface solide-fluide. Elles existent sous certaines conditions particulières d'interface solide-liquide. On les appelle également ondes de tube en sismique de puits où elles constituent une source importante de bruit [She02].

L'ensemble de ces ondes de surface forme ce que l'on appelle le "ground-roll" en sismique pétrolière et caractérise le bruit de surface [She02, MACG99]. Il est présent dans la plupart des enregistrements sismiques. Ces ondes sont caractérisées par une très forte énergie, par des vitesses relativement faibles, et un contenu fréquentiel basse fréquence. La plupart du temps, ce sont des ondes de Rayleigh ou de pseudo-Rayleigh (dans le cas où le milieu n'est pas homogène). Le "ground-roll" a tendance à masquer les évènements intéressants (ondes réfléchies par exemple). Pour le géophysicien pétrolier, ce sont des ondes à éliminer, généralement par des filtrages. Pour le géotechnicien, c'est plutôt l'inverse car l'étude de ces ondes donne des informations sur les formations proches de la surface.

1.2.2 Différents milieux de propagation

Dans ce manuscrit, nous ne considérons que des milieux homogènes, c'est à dire dont les paramètres élastiques et la densité sont constants dans un même milieu. Il est possible de classer ces milieux de propagation en plusieurs catégories :

- les milieux de propagation anisotropes pour lesquels la vitesse des ondes dépend de la direction,
- les milieux de propagation isotropes pour lesquels les propriétés sont identiques quelle que soit la direction d'observation.

Ces deux types de milieu peuvent de plus être dispersifs ou non-dispersifs. La dispersion correspond à la déformation d'un train d'ondes due à la variation de la vitesse de propagation avec la fréquence [Lav86]. Ainsi, un signal large-bande propagé dans un milieu dispersif se déforme au cours de la propagation. La dispersion s'accompagne d'une séparation de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe. La vitesse de phase correspond à la distance parcourue par unité de temps par un point de phase constante de la surface d'onde. La vitesse de groupe est la vitesse de propagation de l'enveloppe du train d'ondes. La mise en évidence d'une différence entre ces deux vitesses permet de juger de la dispersion de l'onde sismique examinée. Cette mesure de dispersion peut être directement reliée aux paramètres physiques des milieux traversés par l'onde [MACG99].

Dans la nature, il est courant de rencontrer des milieux dispersifs. Nous verrons par la suite que pour prendre en compte ce phénomène de dispersion, il est intéressant de traiter les signaux sur toute leur bande de fréquence, c'est à dire en prenant en compte toutes les fréquences simultanément.

1.2.3 Polarisation

La polarisation d'une onde décrit le comportement des particules du sous-sol au passage de cette onde. L'image de la houle qui avance horizontalement mais oscille verticalement donne une idée de ce qu'est la polarisation. La polarisation d'une onde appartient à un plan appelé plan de polarisation qui peut être stationnaire ou bien changer d'orientation au cours de la propagation. Dans le domaine des ondes élastiques, suivant la nature de la source émise et les milieux traversés, les ondes sismiques peuvent avoir différents types de polarisation :

- polarisation rectiligne : la direction de l'oscillation est constante,
- polarisation elliptique : la direction de l'oscillation tourne autour de l'axe de propagation à la fréquence de l'onde.

Les ondes longitudinales (de type P) et transversales (de type S) ont des polarisations linéaires orientées respectivement dans la direction de la propagation de l'onde et perpendiculairement à la direction de propagation. Pour les ondes de surface telles que les ondes de pseudo-Rayleigh, la polarisation est beaucoup plus complexe et se rapproche d'un mouvement elliptique.

Cette information de polarisation n'est accessible qu'avec des enregistrements multicomposantes réalisés avec des capteurs vectoriels [AN96]. Une onde enregistrée sur un tel capteur arrive en même temps sur les composantes. Les différents signaux correspondant aux composantes ont la même enveloppe à un facteur multiplicatif près. La notion de polarisation est donc indépendante de l'enveloppe, elle est directement liée aux répartitions d'amplitude et aux variations de phase sur les différentes composantes. L'étude de la polarisation consiste donc à connaître les relations d'amplitude et de phase des ondes observées sur les différentes composantes des capteurs. Dans le cas de la prospection sismique, pour un type d'onde donné, ces relations ne varient que faiblement avec la fréquence et les considérer comme constantes dans la bande passante du signal constitue une bonne approximation.



FIG. 1.7 – Modèle d'un capteur à 2 composantes X et Z

Dans ces conditions, nous allons exprimer les relations existantes entre les signaux recueillis sur chaque composante. Nous considérons les signaux recueillis sur des capteurs à deux composantes, notées X et Z. La composante X est une composante horizontale colinéaire à l'axe de l'antenne et la composante Z est une composante verticale (Fig. 1.7). Dans le but de pouvoir modéliser des déphasages directement dans le domaine temporel, nous allons travailler sur les signaux analytiques¹. On peut alors donner l'expression du signal analytique h(t) enregistré par un capteur à deux composantes X et Z:

$$h(t) = \begin{pmatrix} h_x(t) \\ h_z(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha e^{j\varphi} \end{pmatrix} w(t) = \underline{p} w(t)$$
(1.7)

¹Le signal analytique $s_A(t)$ d'une signal monodimensionnel réel s(t) est le signal complexe donné par la relation $s_A(t) = s(t) + jH(s(t))$, avec H(.) la transformée de Hilbert d'un signal réel [Vil48]

avec :

- -w(t) est une ondelette,
- la phase de w(t) est la phase de la composante X, $h_x(t)$,
- $-~\varphi$ est le déphasage entre les composantes X et Z,
- α est le rapport d'amplitude entre les composantes X et Z.

Tous les signaux h, h_x , h_z , w sont sous leur forme analytique. Le vecteur \underline{p} définit l'ellipse de polarisation.



FIG. 1.8 – Onde polarisée linéairement (signaux en phase) : signaux enregistrés sur la composante Verticale Z et Horizontale X (à gauche) et diagramme de polarisation associé (à droite)



FIG. 1.9 – Onde polarisée elliptiquement (signaux déphasés) : signaux enregistrés sur la composante Verticale Z et Horizontale X (à gauche) et diagramme de polarisation associé (à droite)

Si les signaux reçus sur les deux composantes X et Z sont en phase et diffèrent uniquement en amplitude (Fig. 1.8), alors la polarisation de l'onde associée à ces signaux est linéaire ($\varphi = 0$). Cette appellation vient de l'allure du diagramme de polarisation associé. Ce diagramme, appelé aussi figure de Lissajous, correspond au tracé de l'amplitude de l'une des composantes en fonction de l'amplitude de l'autre composante. Dans le cas d'une onde polarisée linéairement, ce diagramme représente une droite.

Si les deux composantes sont à la fois déphasées et d'amplitudes différentes (Fig. 1.9), alors la polarisation de l'onde associée à ces signaux est elliptique ($\varphi \neq 0$).

Ainsi, sur les différentes composantes d'un capteur, nous avons des relations de phase et d'amplitude entre les signaux enregistrés, permettant de caractériser la polarisation des ondes reçues sur le capteur.

1.2.4 Trajets des différentes ondes sismiques

Au cours de leur propagation, les ondes traversent des milieux dont la nature diffère (vitesse, densité,...). Ainsi, lors du passage d'une couche à l'autre, il se produit un changement d'impédance du milieu. Ce paramètre caractéristique du milieu est lié à la vitesse de propagation des ondes et à la densité du matériau qui constitue le milieu. Il caractérise la résistance qu'un milieu oppose à sa mise en mouvement lorsqu'il est traversé par une onde. Lors d'un changement de milieu, au niveau d'une interface, les ondes subissent différents phénomènes tels que des réflexions et des transmissions.

Dans un premier temps, nous allons présenter les lois de réflexion et de transmission puis nous verrons les spécificités des ondes élastiques liées au couplage de mode.

1.2.4.1 Réflexion, transmission, réfraction

On considère deux milieux (1) et (2) caractérisés par leurs masses volumiques ρ_1 et ρ_2 et les vitesses des ondes V_1 et V_2 . Les ondes planes se propagent dans le plan Oxz. L'interface est le plan orthogonal à Oz (cf. Fig. 1.10).



FIG. 1.10 – Réflexion et transmission d'une onde au niveau d'une interface

On note i l'angle d'incidence, r l'angle de réflexion et t l'angle de transmission. D'après la première loi de Snell-Descartes, il existe une relation entre l'angle d'incidence et l'angle de réflexion :

$$i = r. \tag{1.8}$$

D'après la deuxième loi de Snell-Descartes, il existe une relation entre l'angle d'incidence et l'angle de transmission :

$$\frac{\sin i}{V_1} = \frac{\sin t}{V_2}.\tag{1.9}$$

La valeur de l'angle d'incidence détermine la façon dont les ondes vont se propager à l'interface des milieux. Ainsi, lorsque l'angle de transmission est de 90 degrés, on atteint l'angle critique noté i_c :

$$i_c = \arcsin(V_1/V_2). \tag{1.10}$$

Toute onde dont l'angle d'incidence est supérieur à i_c n'est pas transmise, il y a réflexion totale. Dans le cas où l'onde atteint l'interface exactement avec l'angle critique i_c , il y a création d'ondes réfractées. L'onde ainsi produite va se propager à la vitesse V_2 un certain temps à l'interface entre les deux milieux avant d'être réémise vers la surface. Enfin, si l'onde atteint l'interface avec un angle d'incidence inférieur à l'angle critique, il y a création à la fois d'une onde réfléchie et d'une onde transmise. Ces considérations sont valables dans le cas où $V_2 > V_1$ et sont représentées schématiquement sur la figure 1.11.



FIG. 1.11 – Cas limites de réflexion et transmission

En résumé, les différents types de méthodes sismiques sont liés à la valeur des angles d'incidence des ondes. Ainsi, pour des angles d'incidence $i < i_c$, on est dans le cas de la sismique réflexion, si $i = i_c$ de la sismique réfraction et si $i > i_c$ de la sismique réflexion grand angle. Dans ce dernier cas, il n'y a plus de transmission mais uniquement de la réflexion.

1.2.4.2 Cas des ondes élastiques : couplage de mode

Dans un milieu homogène, les ondes élastiques se propagent selon les modes P ou S. Nous donnons sur la figure 1.12 la description de la réflexion et de la transmission d'une onde incidente P. Lorsqu'une onde de type P atteint une interface, elle donne en général naissance à quatre ondes, deux ondes transmises (une onde P et une onde S) et deux ondes réfléchies (une onde P et une onde S). Les relations angulaires entre les directions de propagation des différentes ondes sont fournies par la loi de Descartes :

$$\frac{\sin i}{V_{P1}} = \frac{\sin r_P}{V_{P1}} = \frac{\sin r_S}{V_{S1}} = \frac{\sin t_P}{V_{P2}} = \frac{\sin t_S}{V_{S2}}.$$
(1.11)

La création d'une onde S (réciproquement d'une onde P) à partir d'une onde P (réciproquement S) est appelée phénomène de conversion. Les ondes SH ne peuvent pas produire de phénomènes

de conversion.



FIG. 1.12 – Réflexion et transmission d'une onde P

1.2.4.3 Phénomènes d'atténuation

Une onde émise se propage dans une série de milieux pouvant posséder des propriétés différentes. En général, plus l'onde se propage en profondeur et plus elle rencontre des roches compactes. Ainsi, l'onde va subir une série d'atténuations qui induira une décroissance de son amplitude et une déformation de sa forme d'onde.

– Atténuation géométrique

En se propageant, l'amplitude de l'onde va s'atténuer du fait de l'expansion du front d'onde. Cette atténuation du mouvement des particules est proportionnelle à la distance r parcourue par l'onde. L'amplitude de l'onde décroît suivant une loi en 1/r soit 1/Vt avec t le temps de parcours et V la vitesse de propagation de l'onde. Cette atténuation est toujours présente, indépendamment du milieu.

– Atténuation du milieu

Chaque milieu possède un certain facteur de qualité Q [Lav86] qui caractérise de manière quantitative l'absorption de ce milieu et qui est sans dimension. Plus ce facteur de qualité est faible, plus le milieu traversé par l'onde est atténuant et plus il s'éloigne du cas élastique. En revanche, plus il est élevé et moins la roche absorbe l'énergie.

1.3 Modélisation des signaux sismiques

Avant d'aborder les techniques de séparation d'ondes visant à aider le géophysicien dans son interprétation, il est important de présenter une modélisation des signaux sismiques enregistrés sur les réseaux de capteurs. Les signaux traités sont généralement numérisés en temps après la phase d'acquisition. De plus, une discrétisation spatiale est réalisée en utilisant un réseau rectiligne de capteurs. On suppose que le théorème de Shannon est vérifié à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine temporel.

Le but de cette partie est de proposer un modèle associé aux signaux reçus sur des réseaux

de capteurs scalaires puis sur des réseaux de capteurs vectoriels (multicomposantes). En géophysique, le signal émis par la source se trouve renvoyé par les différentes interfaces du sous-sol après avoir subi diverses déformations (réflexion, réfraction...). Dans la suite, nous considérons comme source tous les signaux issus des réflections, des réfractions...

1.3.1 Modèle des signaux 1-Composante (1C)

Nous considérons les signaux reçus sur une antenne linéaire composée de N_x capteurs monocomposantes équidistants et espacés d'une distance Δ . Le signal reçu est un mélange des P sources (lesquelles sont en fait issues des différents trajets, dans notre cas où il n'existe qu'une seule source émettrice) et de bruits additifs qui trouvent leur origine dans le milieu de propagation ou encore dans les capteurs. De plus, on considère que le milieu de propagation est homogène et isotrope de sorte que la propagation peut être assimilée à un retard temporel. Le signal reçu sur le capteurs i à l'instant t correspond à un modèle convolutif [Rob67] et peut s'écrire :

$$x_{i}(t) = \sum_{p=1}^{P} a_{p} w_{p} \left(t - \tau_{i}(\theta_{p}) \right) + b_{i}(t)$$
(1.12)

avec :

- $-w_p(t)$ le signal émis par la source p. Ce terme est déterministe et contient l'information sur l'évolution du signal émis au cours du temps,
- $-a_p$ l'amplitude de la source p aléatoire,
- $-\ b_i$ un bruit additif supposé gaussien, blanc temporellement et spatialement, et décorrélé des sources,
- $-\tau_i(\theta_p)$ le retard dû au temps de propagation entre la source p et le capteur i. Ce terme dépend de θ_p , qui est la direction d'arrivée (DDA) de la source p par rapport à la normale de l'antenne.

Dans le domaine fréquentiel, le signal s'écrit :

$$x_i(f) = \sum_{p=1}^{P} a_p w_p(f) e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)} + b_i(f)$$
(1.13)

avec $x_i(f)$, $w_p(f)$ et $b_i(f)$ les transformées de Fourier respectives de $x_i(t)$, $w_p(t)$ et $b_i(t)$.

Le retard $\tau_i(\theta_p)$ dû au temps de propagation entre la source p et le capteur i est en fait une somme de deux termes :

$$\tau_i(\theta_p) = \tau_{0,p} + \xi_i(\theta_p) \tag{1.14}$$

avec $\tau_{0,p}$, l'offset, correspondant au temps de propagation entre la source p et le capteur de référence (i = 1), et $\xi_i(\theta_p)$ le temps de propagation entre le capteur de référence et le capteur i qui dépend de la source p, de sa direction d'arrivée θ_p et du capteur i. A partir de la figure 1.13, on montre facilement que :

$$\xi_i(\theta_p) = (i-1)\xi(\theta_p) = (i-1)\frac{\Delta\sin(\theta_p)}{V}$$
(1.15)

avec V la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu et Δ le pas inter-capteurs.



FIG. 1.13 – Arrivée d'une onde sur un réseau de capteurs

L'équation (1.13) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\underline{X}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \,\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}(f) \tag{1.16}$$

avec :

- $\underline{X}(f) = [x_1(f), \cdots, x_i(f), \cdots, x_{N_x}(f)]^T$ un vecteur de taille N_x contenant les signaux enregistrés sur l'ensemble des capteurs à la fréquence f. T correspond à la transposition. $\underline{X}(f)$ est appelé vecteur d'observation;
- $\underline{S}_{x}(f) = \left[\underline{S}_{x_{1}}(f), \cdots, \underline{S}_{x_{p}}(f), \cdots, \underline{S}_{x_{P}}(f)\right] \text{ une matrice de taille } N_{x} \times P \text{ dont les co$ lonnes sont les vecteurs directionnels (steering vector en anglais) décrivant la propaga $tion de chaque onde sur l'antenne avec <math>\underline{S}_{x_{p}}(f) = [s_{x,1,p}(f), \cdots, s_{x,i,p}(f), \cdots, s_{x,N_{x},p}(f)]^{T}$ et $s_{x,i,p}(f) = w_{p}(f)e^{-j2\pi f\tau_{i}(\theta_{p})}$. Tous ces termes sont déterministes;
- $-\underline{A} = [a_1, \cdots, a_p, \cdots, a_P]^T$ les amplitudes aléatoires des P sources;
- $-\underline{B}(f) = [b_1(f), \cdots, b_i(f), \cdots, b_{Nx}(f)]^T$ les bruits additifs.

Si l'on a N_f échantillons fréquentiels, les signaux décrits par ce modèle peuvent être organisés dans une matrice $\underline{X} \in \mathbb{C}^{N_x \times N_f}$ telle que :

$$\underline{X} = \{ x_{i,f} = x_i(f) \mid 1 \le i \le N_x \text{ et } 1 \le f \le N_f \}.$$

$$(1.17)$$

Les lignes de cette matrice correspondent aux transformées de Fourier des traces sismiques.

1.3.2 Modèle des signaux n-Composante (nC)

Comme nous l'avons vu, nous allons nous intéresser essentiellement aux signaux multicomposantes car ils permettent d'accéder aux attributs de polarisation des ondes. Dans ce type de configuration, les capteurs ne sont plus composés d'une seule composante mais de deux (2C) ou trois (3C) composantes qui enregistrent simultanément dans plusieurs directions orthogonales de l'espace. Les données sont donc collectées sur un réseau de capteurs rectiligne et pour chaque position de capteurs, on a N_c signaux correspondant aux N_c composantes. Par conséquent, les données dépendent de trois paramètres : le temps (N_t échantillons), la distance (N_x capteurs) et la direction (N_c composantes) et peuvent être rangées dans un tableau de taille $N_x \times N_t \times N_c$.

Dans la suite, par souci de simplification des écritures, nous considérons le cas de capteurs à deux composantes (2C), notées X pour la composante horizontale dans le plan de l'antenne et Z pour la composante verticale ($N_c = 2$).

Si l'on suppose que l'équation (1.13) correspond au signal reçu sur le capteur i à la fréquence f et sur la composante X, on peut exprimer le signal reçu sur la composante Z du même capteur par :

$$z_i(f) = \sum_{p=1}^{P} \alpha_p e^{j\varphi_p} a_p w_p(f) e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)} + b_i(f)$$
(1.18)

avec α_p et φ_p respectivement le rapport d'amplitude et le déphasage entre le signal reçu sur la composante Z et celui reçu sur la composante X. Ces paramètres rendent compte de l'état de polarisation de l'onde p. Le bruit additif b_i est supposé gaussien, blanc temporellement et spatialement, indépendant des sources et non polarisé (décorrélé d'une composante à l'autre).

Les signaux décrits par ce modèle peuvent être organisés dans un tableau $\underline{\underline{T}}$ de taille $N_x \times N_f \times N_c$, avec dans le cas deux composantes :

$$\underline{\underline{T}} = \{ T_{i,f,c} \mid T_{i,f,1} = x_i(f) \text{ et } T_{i,f,2} = z_i(f) \text{ avec } 1 \le i \le N_x \text{ et } 1 \le f \le N_f \}.$$
(1.19)

1.4 La séparation d'ondes : une étape majeure du traitement

Le traitement des données sismiques consiste en une succession de traitements élémentaires permettant de passer des données acquises sur le terrain à une section à 2D ou 3D interprétable [MGC01].

La première phase du traitement vise à extraire des tirs élémentaires les ondes réfléchies en filtrant tous les éléments perturbateurs tels que les ondes de surface, les ondes réfractées, le bruit... Cette étape a aussi pour but d'améliorer la résolution et de compenser les pertes d'amplitude liées à la propagation. La deuxième phase est appelée correction des statiques, cette étape est spécifique à la sismique terrestre. La troisième phase est la sommation des données en cas de couverture multiple. La quatrième phase est consacrée aux traitements après sommation tels que la migration ou l'inversion pour transformer la section sismique en section en impédance acoustique [MGC01].

Après l'acquisition et les pré-traitements et avant l'interprétation, une première étape primordiale dans la chaîne de traitement des données sismiques consiste à séparer les ondes du bruit sismique (amélioration du rapport signal sur bruit) et aussi les ondes entre elles (séparation des champs d'ondes) (Fig. 1.14).

Il est d'abord nécessaire de définir la notion de signal et de bruit. De façon générale, nous appelons signal sismique ou "signal pertinent", tous les événements enregistrés dont on peut tirer une information. Tout ce qui ne fait pas partie du signal pertinent sera considéré comme bruit. Ce bruit est en fait constitué d'événements différents. Tout d'abord, le bruit sismique lié au sous-sol est un signal non modélisable qui correspond physiquement à des hétérogénéités, à la non-stationnarité en distance des réflecteurs et aux phénomènes de diffraction. À ce bruit se superposent des bruits d'origines très diverses non identifiables tels que des phénomènes



FIG. 1.14 – Exemple de séparation de deux ondes et du bruit sur un profil sismique multicomposante simulé

environnementaux (vent, pluie...), du bruit électronique, du bruit industriel... Enfin, le bruit comprend aussi toutes les ondes indésirables. En effet, en sismique, les ondes qui présentent un réel intérêt sont celles qui véhiculent une information relative à la nature des milieux traversés. Ainsi, les ondes de surface qui ne traversent que la première formation géologique en surface n'apportent que peu d'informations et peuvent donc être considérées comme indésirables. En prospection sismique, l'objectif majeur du traitement du signal sera donc la séparation et l'identification des ondes en vue d'une meilleure interprétation des enregistrements.

De nombreuses techniques de séparation d'ondes ont été conçues à cette fin. Elles peuvent être appliquées dans des domaines différents tels que le domaine temps-distance, noté (x, t)ou fréquence-nombre d'ondes, noté (f, k). On peut principalement classer ces méthodes en trois catégories :

- les méthodes à gabarit comprenant le filtre (f, k) [CS91, EBB63, Han88, SG85, ZG94b], le filtre (τ, p) ou filtre de Radon [FM92, GML⁺90, MCTD86, RH90a, RH90b, ZG94a],
- les méthodes d'inversion ou méthodes paramétriques [Esm90],
- les méthodes matricielles basées sur des décompositions de matrices en sous-espace : la SVD (Singular Value Decomposition) [CU01, FU88, KL80, Tri03], la SMF (Spectral Matrix Filtering) [Mer76, Sam83, Bie83, BK83, MG90, GGM93], la TKL (Transformée de Karhunen-Loeve) [HM78, DK92, DKM91, KD91, KD99, Kir01]...

Si ces méthodes, essentiellement monocomposantes, ont fait leurs preuves dans des cadres précis, elles ont néanmoins certaines limites, qui peuvent apparaître par exemple lorsque les ondes ont des vitesses très proches ou des énergies voisines. Nous présentons ces techniques en détails dans le chapitre suivant. La plupart des méthodes de séparation d'ondes existantes sont utilisables sur des enregistrements monocomposantes ou bien sur des enregistrement multicomposantes en les appliquant indépendamment sur chaque composante. Bien que les enregistrements multicomposantes tendent à être de plus en plus utilisés en sismique, encore assez peu de méthodes de séparation d'ondes leur sont dédiées [HH03, NP94a, MBVP06]. Ainsi, un des objectifs de cette thèse est de proposer une nouvelle **méthode de séparation d'ondes adaptée aux profils sismiques multicomposantes**.

1.5 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons proposé le contexte de l'étude et présenté les caractéristiques principales des signaux qui vont être traités tout au long de cette thèse. Ces signaux correspondent à l'enregistrement d'ondes sur des réseaux de capteurs multicomposantes lors de campagnes d'acquisitions sismiques. Nous avons présenté brièvement la physique de la propagation et les conséquences sur la nature des signaux. Enfin, nous avons présenté les différentes phases du traitement de ces données et en particulier la phase de séparation des ondes qui va susciter notre intérêt par la suite.

Première partie

Filtrage et séparation d'ondes

Cette première partie présente une méthode originale de séparation d'ondes et d'amélioration du rapport signal à bruit adaptée aux données sismiques de type multicomposante. Cette méthode est basée sur la matrice spectrale.

Nous commençons par un état de l'art des méthodes de séparation d'ondes en allant de celles les plus classiquement utilisées aux plus récentes notamment dans le domaine multicomposante. Cet état de l'art ne se veut pas exhaustif tant la diversité des méthodes est importante et nous nous focalisons sur les méthodes dites à gabarit et matricielles.

Ensuite, nous nous focalisons sur le descriptif de la méthode que nous proposons pour réaliser une séparation efficace des ondes polarisées reçues sur des réseaux de capteurs multicomposantes. Nous présentons en détail les principes de ce traitement basé sur la décomposition d'une matrice spectrale large bande multicomposante. La définition de cette matrice assure la prise en compte de toute l'information disponible à la fois sur l'ensemble des composantes et sur tous les canaux fréquentiels. Pour désigner cette méthode, nous utilisons le sigle anglais MCWB-SMF pour "MultiComponent WideBand Spectral Matrix Filtering".

La validation de la méthode sera effectuée par son application sur des signaux sismiques synthétiques et réels et par la comparaison de ses performances avec celles des méthodes décrites dans l'état de l'art.

Enfin, pour conclure cette partie consacrée à la séparation des ondes et l'amélioration du rapport signal à bruit, nous proposons un tableau comparatif des différentes méthodes de filtrage en présentant, pour chacune, les avantages et inconvénients.

Chapitre 2

État de l'art sur les méthodes de séparation d'ondes

Sommaire

	2.1.1	Filtrage $f - k$;
	2.1.2	Filtrage $\tau - p$	į
2.2	Mét	hodes matricielles	3
	2.2.1	Filtrage par décomposition en valeurs singulières (SVD)	
		2.2.1.1 Cas d'une antenne de capteurs 1C	;
		2.2.1.2 Extension au cas multicomposante : 3C-SVD	4
	2.2.2	Filtrage par décomposition de la matrice spectrale (SMF)	4
2.3	Con	clusion	

Cette partie correspond à un état de l'art des méthodes de séparation d'ondes, allant des plus classiques tel que le filtre f - k aux plus récentes tel que le filtre 3C-SVD. Cet état de l'art n'est pas exhaustif tant il existe un grand nombre de méthodes [MLMG04, MRL99]. Mari et Glangeaud [MG94] ont proposé de classer ces traitements en trois catégories : les méthodes à gabarit, matricielles et paramétriques [Esm90]. Nous avons fait le choix de décrire les méthodes issues des deux premières classes. Ces méthodes sont toutes adaptées au cas d'enregistrements monocomposantes hormis la méthode 3C-SVD qui peut traiter des données de type multicomposante. Ceci est bien en adéquation avec le fait qu'il existe un très grand nombre de traitements adaptés aux données monocomposantes mais encore assez peu pour les données multicomposantes [HH03, NP94b, NP94a, MBVP06].

2.1 Méthodes à gabarit

Les méthodes à gabarit (ou à masque) réalisent un changement de domaine permettant à des ondes qui n'étaient pas séparées dans le domaine temps-distance de le devenir dans le nouveau domaine. Un masque est alors appliqué aux données pour sélectionner les événements intéressants puis les données filtrées sont repassées dans le domaine initial.

Nous allons décrire succinctement deux des méthodes à gabarit les plus utilisées : le filtre f - k et le filtre $\tau - p$.

2.1.1 Filtrage f - k

Le filtre f - k utilise la transformée fréquence - nombre d'ondes (transformée f - k) qui s'obtient en prenant le module de la double transformée de Fourier en temps et en distance de la section sismique initiale. f correspond aux fréquences temporelles et k aux fréquences spatiales aussi appelées nombres d'ondes. Ce filtre, appelé également "filtre en vitesse", est très souvent utilisé en séparation d'ondes sismique car le paramètre discriminant pour séparer les événements est leur vitesse (entité facilement interprétable). Il a été introduit pour la première fois en sismique par Embree et al. [EBB63]. Il est facile d'utilisation et assez efficace. Ce filtre a été utilisé à plusieurs reprises notamment pour atténuer l'effet des multiples [CS91, Han88] ou pour séparer les champs d'ondes montants et descendants dans les profils sismiques verticaux [SG85].

À partir d'une fonction p(t, x) dépendant du temps et de la distance (profil sismique), sa transformée f - k est définie par :

$$P(f,k) = TF_x \{ TF_t \{ p(t,x) \} \}.$$
(2.1)

Cette transformée est particulièrement intéressante dans le cas de signaux p(t, x) décrivant la propagation d'une onde plane h(t) à une vitesse constante V et observée sur un réseau de capteurs espacés régulièrement suivant l'axe des distances x. Dans ce cas, le signal observé p(t, x) en temps sur chaque capteur peut s'écrire comme :

$$p(t,x) = h(t - x/V).$$
 (2.2)

La transformée de Fourier par rapport au temps s'exprime par :

$$P(f,x) = TF_t\{p(t,x)\} = H(f)e^{-j2\pi f\frac{x}{V}}.$$
(2.3)

En opérant la seconde transformée de Fourier par rapport à la distance x et en prenant le module, on obtient la représentation f - k:

$$|P(f,k)| = |TF_x\{TF_t\{p(t,x)\}\}| = |H(f)|\delta(k + \frac{f}{V}).$$
(2.4)

Dans le plan f - k, $\delta(k + f/V)$ représente une droite passant par l'origine du plan et de pente égale à -V. Ainsi, la représentation d'une onde plane h(t) se propageant à la vitesse Vest une droite. Si le spectre de l'onde H(f) est large-bande (ondelette limitée en temps), la représentation f - k de l'onde aura une forme allongée d'axe principal une droite d'équation k + f/V = 0.

Dans le cas d'une onde dispersive dont la phase varie au cours de la propagation, cette droite ne coupe plus l'axe k à l'origine mais à une certaine position qui est proportionnelle au déphasage de l'onde [MGM04].

L'opération de filtrage consiste à sélectionner un événement particulier en appliquant un masque dans le plan f - k. Ce filtrage est réalisé par des filtres à gabarit de différents types selon l'application (filtres en éventail, filtres en polygone et filtres en bande [MRL99]). Après avoir appliqué le masque, l'onde filtrée est obtenue dans le plan temps-distance en effectuant une double transformée de Fourier inverse.



FIG. 2.1 – Section sismique simulant une onde plane bruitée dans le plan x - t



FIG. 2.2 – Représentation f - k associée à la section sismique de la figure 2.1 (la droite est l'axe central du masque en éventail)

La figure 2.1 présente une onde plane simulée se propageant à une vitesse V = 8000 m/set un bruit additif. La figure 2.2 correspond à la représentation f - k associée (|P(f,k)|). À partir de la droite tracée dans le plan f - k, il est possible de retrouver la vitesse de groupe de l'onde par :

$$V_{estim} = \frac{f}{k}.$$
(2.5)

Le bruit présent dans cette section peut être filtré en appliquant un filtre en éventail autour du motif de l'onde dans le plan f - k. Le résultat du filtrage est présenté sur la figure 2.3 dans le plan temps - distance et sur la figure 2.4 dans le domaine f - k.


FIG. 2.3 – Onde filtrée par un filtre f - k en éventail



FIG. 2.4 – Représentation f - k associée à l'onde filtrée de la figure 2.3

La double transformée permet donc de séparer des ondes planes de vitesses différentes, d'estimer leurs vitesses de groupe et d'améliorer le rapport signal à bruit. Cependant, en raison de l'opération de transformée de Fourier selon l'axe des distances, le filtre f - k nécessite un grand nombre de capteurs pour être efficace. De plus, l'application d'un masque avec une transition brutale (de type fonction porte) en fréquence peut entraîner des rebonds dans le domaine temporel (cf. Fig. 2.3). Afin d'éviter ces effets de bords, il peut être construit en utilisant des coefficients de type Hanning pour définir la zone de transition.

Par ailleurs, le critère principal du filtre f - k étant la vitesse, les ondes ayant la même vitesse ne pourront être séparées. De plus, pour les ondes réfléchies (non-planes), la discrimination en vitesse n'est pas toujours simple. Mais ce filtre est tout de même une procédure très utilisée en raison de sa simplicité de mise en oeuvre.

Ce filtre a été étendu au cas des acquisitions 3D [GDD02, KCSA03]. On le nomme alors filtre $f - k_x - k_y$ 3D. Il est réalisé en mettant en cascade les transformées de Fourier le long de chaque dimension spatiale. Le filtrage est ensuite effectué en multipliant les coefficients de la transformée de Fourier 3D par un masque à 3 dimensions.

2.1.2 Filtrage $\tau - p$

Le filtre $\tau - p$, appelé aussi filtre de Radon [Bar84], utilise la transformée de Radon (ou transformée de Hough). τ correspond au temps d'arrivée de l'onde sur le premier capteur et est aussi appelé intercept et p est la lenteur (inverse de la vitesse). Cette transformée consiste à faire la sommation de la section sismique dans le plan temps - distance selon des droites de pente p positionnées à l'intercept τ et correspond à une décomposition en ondes planes. Elle transforme donc les profils sismiques enregistrés comme des fonctions du temps t et de l'offset x en des fonctions de l'intercept τ et de la lenteur p. La transformée de Radon, utilisée en sismique pour la première fois dans les années 80 [Cha81, MCTD86, Die88], est depuis décrite par de nombreux auteurs [RH90a, RH90b, GML⁺90] notamment pour son utilité concernant la suppression des multiples [FM92].

Pour une section sismique r(t, x), sa transformation de Radon directe s'exprime par :

$$R(\tau, p) = TR[r(t, x)] = \sum_{i=1}^{N_x} r(\tau + ip\Delta_x, i\Delta_x)$$
(2.6)

avec Δ_x le pas d'échantillonnage en distance et N_x le nombre de capteurs.

La transformation de Radon inverse est :

$$r(t,x) = TRI[R(\tau,p)] = \sum_{i=1}^{N_x} R'(\tau - ix\Delta_p, i\Delta_p)$$
(2.7)

avec Δ_p le pas d'échantillonnage en lenteur et $R'(\tau, p) = \frac{d}{d\tau}TH_{\tau}[R(\tau, p)]$ la dérivée selon τ de la transformée de Hilbert de R selon τ .

L'intérêt de cette transformation est de focaliser (approximativement) en un point de l'espace $\{\tau, p\}$ chaque arrivée d'onde plane de lenteur p et d'offset τ . Ainsi, des ondes qui se propagent à des vitesses différentes et qui ont des temps d'arrivée différents sont séparées. Il est alors possible de sélectionner une arrivée en appliquant un masque autour du point focalisé et en revenant par transformée inverse dans le plan temps - distance.

La figure 2.5 montre la transformation $\tau - p$ d'un profil sismique contenant une onde directe de vitesse constante et deux ondes réfléchies de vitesses variables. Par transformée $\tau - p$, on voit que l'onde directe se focalise en un point de l'espace alors que les ondes réfléchies deviennent des hyperboles.



FIG. 2.5 – Exemple de transformation $\tau - p$ d'un profil sismique

Cette méthode présente beaucoup d'intérêt pour la suppression des multiples et est bien adaptée pour les ondes de vitesse constante même en présence de fluctuations d'amplitude. Cet outil est très utilisé pour la détection des ondes réfléchies pour lesquelles est appliquée une paramétrisation hyperbolique [Yil02, Hug98, ZG94a]. Cependant, comme pour le filtre f - k, l'application du masque peut engendrer des effets de bords nécessitant l'utilisation de fenêtres d'apodisation.

2.2 Méthodes matricielles

La deuxième partie de cet état de l'art est consacrée aux méthodes dites matricielles. Elles sont basées sur la construction puis la décomposition d'une certaine matrice. L'étape de filtrage est ensuite effectuée par une réduction de rang. L'idée principale exploitée par ces techniques est la prise en compte de la cohérence spatiale, temporelle ou fréquentielle des données selon le type de matrices utilisées.

2.2.1 Filtrage par décomposition en valeurs singulières (SVD)

2.2.1.1 Cas d'une antenne de capteurs 1C

Une des méthodes de filtrage les plus utilisées est basée sur la décomposition en valeurs singulières (SVD ou *Singular Value Decomposition*). Elle s'applique sur les profils sismiques 2D dans le domaine temps-distance dans le but de faire de la séparation d'ondes et de la réduction de bruit. La SVD a été introduite pour la première fois en sismique dans les années 80 par Freire et Ulrych [FU88] puis a été réutilisée à maintes reprises [CU01, Tri03]. A partir d'une section sismique, le but est de rechercher un sous-espace de dimension la plus petite possible dans lequel les ondes sont représentées.

Le principe de ce filtre est basé sur la décomposition en valeurs singulières des données initiales $\underline{X} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_t}$, avec :

$$\underline{\underline{X}} = \{ x_{i,t} = x_i(t) \mid 1 \le i \le N_x \text{ et } 1 \le t \le N_t \}$$

$$(2.8)$$

avec N_x le nombre de capteurs et N_t le nombre d'échantillons temporels. Ainsi, cette matrice peut se décomposer dans le plan temps-distance en N_x sections singulières [GL96] :

$$\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{U}}_{\underline{x}} \underline{\underline{\Delta}} \underline{\underline{U}}_{\underline{t}}^{T} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i} \underline{\underline{u}}_{\underline{t}_{i}}^{T}$$
(2.9)

avec :

- $-N = min(N_x, N_t)$, soit $N = N_x$ dans le cas général de la sismique où le nombre de capteurs est plus petit que le nombre de points,
- $-\underline{\Delta}$ est une matrice pseudo-diagonale de taille $N_x \times N_t$ contenant sur sa diagonale les valeurs singulières λ_i ordonnées de façon décroissante $\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_{Nx} \geq 0$,
- $-\underline{\underline{U}_x} = [\underline{u}_{x_1}, \cdots, \underline{u}_{x_{N_x}}]$ est une matrice orthogonale de taille $N_x \times N_x$ contenant les vecteurs singuliers gauches u_x (ou vecteurs propres de la matrice XX^T).
- singuliers gauches \underline{u}_{x_i} (ou vecteurs propres de la matrice $\underline{X}\underline{X}^T$), $-\underline{\underline{U}_t} = [\underline{u}_{t_1}, \cdots, \underline{u}_{t_{N_t}}]$ est une matrice orthogonale de taille $N_t \times N_t$ contenant les vecteurs singuliers droits \underline{u}_{t_i} (ou vecteurs propres de la matrice $\underline{X}^T\underline{X}$).

Les propriétés des matrices \underline{U}_x et \underline{U}_t peuvent se résumer par :

$$\underbrace{\underline{U}_{x}}{\underline{U}_{x}}\underbrace{\underline{U}_{x}}{\underline{U}_{t}}^{T} = \underline{\underline{I}}$$

$$\underbrace{\underline{U}_{t}}{\underline{U}_{t}}\underbrace{\underline{U}_{t}}{\underline{U}_{t}}^{T} = \underline{\underline{I}}$$

$$(2.10)$$

avec $\underline{\underline{I}}$ la matrice identité. Les matrices $\underline{\underline{U}_x}$ et $\underline{\underline{U}_t}$ étant orthogonales, ceci assure l'unicité de la décomposition [Bro94].

Le produit de deux vecteurs $\underline{u_{x_i}u_t}^T$ est une matrice de rang 1 [GL96] de même taille qu'une section sismique $(N_x \times N_t)$. Par conséquent, on voit d'après l'équation (2.9) que la matrice des données initiales se décompose en une somme pondérée de matrices de rang 1 appelées sections singulières. La valeur singulière λ_k (pondération) peut être interprétée comme l'amplitude associée à la $k^{\text{ème}}$ section singulière.

Les vecteurs \underline{u}_{x_i} donnent la variation d'amplitude en fonction de la distance et sont appelés vecteurs de propagation. Les vecteurs \underline{u}_{t_i} ont la dimension d'une trace sismique, ils correspondent aux ondelettes normalisées et donnent donc la dépendance en fonction du temps.

La connaissance du rang de la matrice \underline{X} peut se faire facilement. Il correspond au nombre de valeurs singulières non nulles. Ainsi, une matrice de rang r peut être décomposée de façon unique en une somme pondérée de r sections singulières. En l'absence de bruit et si les signaux enregistrés à chaque capteur sont linéairement dépendants, la matrice \underline{X} est de rang 1 et est donc entièrement reconstruite grâce à la première section singulière. Ce qui se traduit dans le cas non-bruité par le fait qu'une seule section singulière est nécessaire pour décrire une onde ne subissant qu'une fluctuation d'amplitude d'un capteur à un autre. Dans le cas d'une section ne contenant que du bruit, la matrice est de rang plein et la décroissance des λ est régulière.

En pratique, les données sismiques sont bruitées et le but de la SVD est donc de supprimer ce bruit en effectuant une réduction d'espace. La section sismique bruitée \underline{X} peut se modéliser par :

$$\underline{X} = \underline{Y} + \underline{\underline{B}} \tag{2.11}$$

où $\underline{\underline{Y}}$ est la matrice contenant les signaux sources et $\underline{\underline{B}}$ la matrice contenant le bruit. Ce bruit est supposé décorrélé des signaux sources.

Comme la matrice \underline{X} se décompose comme une somme de sections singulières, la séparation de la matrice des données initiales en deux parties \underline{X}_s et \underline{X}_b est donnée par :

$$\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_{s} + \underline{\underline{X}}_{b} = \sum_{i=1}^{P} \lambda_{i} \underline{\underline{u}}_{x_{i}} \underline{\underline{u}}_{t_{i}}^{T} + \sum_{k=P+1}^{Nx} \lambda_{k} \underline{\underline{u}}_{x_{k}} \underline{\underline{u}}_{t_{k}}^{T}.$$
(2.12)

Cette décomposition permet de séparer la section sismique en deux sous-espaces orthogonaux entre eux ($\underline{X}_{b}\underline{X}_{s}^{T} = 0$) : le sous-espace signal \underline{X}_{s} qui estime la matrice \underline{Y} et le sous-espace bruit \underline{X}_{b} qui estime la matrice de bruit \underline{B} .

En pratique, la séparation entre les deux sous-espaces se fait par l'étude de la courbe de décroissance des valeurs singulières qui permet de fixer la valeur de P de l'équation (2.12).

Afin de vérifier l'efficacité de cette méthode de filtrage, nous présentons deux exemples simulés de signaux reçus sur une antenne de capteurs à une composante. Nous nous plaçons dans un cas simple où l'antenne enregistre une seule onde et du bruit additif.

Dans le premier cas, nous sommes en présence d'une onde de vitesse non infinie (n'arrivant pas au même instant sur les capteurs) additionnée à du bruit blanc. La matrice \underline{X} des données initiales est de taille $N_x \times N_t$ avec $N_x = 10$ capteurs et $N_t = 128$ échantillons. La partie signal, correspondant à la matrice \underline{Y} est présentée en figure 2.6 et les données bruitées \underline{X} en 2.7. Les valeurs singulières issues de la décomposition par SVD de la matrice bruitée







FIG. 2.7 – Matrice des données bruitées \underline{X}



FIG. 2.8 – Amplitude des valeurs singulières



FIG. 2.9 – Sous-espace signal

FIG. 2.10 – Sous-espace bruit

sont toutes non nulles (Fig. 2.8). Le rang de la matrice initiale est $r = N_x$. En prenant par exemple P = 4, on obtient un sous-espace signal \underline{X}_s et un sous-espace bruit \underline{X}_b de dimension $N_x \times N_t$ (cf. Fig. 2.9 et 2.10). On constate que les parties signal et bruit des données n'ont pas été bien séparées vu qu'une partie de l'onde reste présente dans le sous-espace bruit et que le bruit est également présent dans le sous-espace signal.

Dans ce cas, le débruitage n'est absolument pas efficace puisque l'onde non-alignée est

présente sur l'ensemble des sections singulières. Il faut dans ce cas choisir $P = N_x$ et par conséquent $\underline{X}_s = \underline{X}$ et $\underline{X}_b = \underline{0}$.

Pour être efficace, le filtre nécessite au préalable un pré-traitement qui consiste en une correction de la vitesse des ondes à séparer pour les rendre à vitesse apparente infinie (en compensant le retard trace à trace, une onde arrive alors au même instant sur tous les capteurs). Dans le cas d'une onde dispersive, il est nécessaire de corriger à la fois la vitesse de phase et la vitesse de groupe [MGM04, MJLMG04].



FIG. 2.11 – Matrice du signal \underline{Y}

FIG. 2.12 – Matrice des données bruitées X



FIG. 2.13 – Amplitude des valeurs singulières

Nous allons maintenant voir sur un exemple le cas d'une onde alignée (vitesse infinie). La partie signal, correspondant à la matrice \underline{Y} est présentée en figure 2.11 et les données bruitées, la matrice \underline{X} en 2.12. Les valeurs singulières issues de la décomposition de la matrice bruitée sont présentées sur la figure 2.13. On constate que la première valeur singulière est beaucoup plus grande que les autres. La courbe de décroissance des valeurs singulières présente ainsi un changement de courbure (cassure) permettant de faire la troncature en deux sous-espaces. En prenant donc P = 1, on obtient les figures 2.14 et 2.15 désignant respectivement le sous-espace signal et le sous-espace bruit.

Dans ce cas, on voit que le débruitage est efficace car l'onde est représentée uniquement par la première section singulière. Néanmoins, du fait de la répartition de l'amplitude du bruit sur l'ensemble des valeurs singulières, il existe un bruit résiduel (colinéaire au signal) dans le



FIG. 2.14 – Sous-espace signal



sous-espace signal. Cet exemple justifie donc l'intérêt de réaliser une correction de la vitesse des ondes en pré-traitement du filtrage SVD, de façon à compenser les retards.

Il est aussi possible d'effectuer la décomposition par SVD non pas de la matrice des données initiales mais de la matrice de covariance issue de ces données. Cette méthode, qui s'appelle transformation de Karhunen-Loeve a été introduite en sismique par Hémon et Macé en 1978 [HM78], puis reprise par la suite [DK92, DKM91, KD91, KD99, Kir01]. Nous ne la présenterons pas dans ce manuscrit.

Enfin, pour relâcher la contrainte non physique d'orthogonalité imposée par la décomposition SVD sur les vecteurs décrivant les ondelettes et la propagation, une méthode a été développée récemment. Elle combine la SVD et une analyse en composantes indépendantes (ICA) et est appelée SVD-ICA [VM02, VML04, VBM02, MBVP06]. Les résultats obtenus en terme de filtrage avec la SVD-ICA sont meilleurs que ceux obtenus avec le SVD classique car la contrainte d'orthogonalité est relâchée.

2.2.1.2 Extension au cas multicomposante : 3C-SVD

Après avoir exposer les fondements de la SVD, nous allons présenter ici la 3C-SVD (ou 3D-SVD) qui est une extension du filtre SVD aux tableaux tridimensionnels développée par Le Bihan [LBG04]. Ce filtre est applicable à la fois sur des données issues d'acquisitions sismiques à 3 dimensions (3D-SVD), ou sur des données 2D acquises avec des capteurs multicomposantes (3C-SVD) [GMM01, LBLM01, MMG⁺03, MBV03, LBG04]. Cette méthode, basée sur la HO-SVD (Higher Order Singular Value Decomposition), fut originellement proposée par Tucker et développée par la suite par De Lathauwer.

Avant de généraliser le filtre SVD au cas multicomposante, nous allons d'abord présenter les notations d'algèbre multilinéaire nécessaires [Kro83, Lat97, LMV00].

On définit le produit n-modal, noté \times_n , comme le produit d'un tableau avec une matrice. Le produit \times_n d'un tableau A de taille $(I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_n \times \cdots \times I_N)$ par une matrice B de taille $(J \times I_n)$ donne un tableau de taille $(I_1 \times I_2 \times \cdots \times J \times \cdots \times I_N)$:

$$(A \times_{n} B)_{(i_{1}, i_{2}, \cdots, j, \cdots, i_{N})} = \sum_{i_{n}} a_{i_{1}i_{2}\cdots i_{n}\cdots i_{N}} b_{ji_{n}}.$$
(2.13)

Pour une section sismique 2D notée $\underline{X} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_t}$, on peut écrire la SVD classique en utilisant le produit n-modal :

$$\underline{X} = \underline{\underline{\Delta}} \times_1 \underline{\underline{U}_x} \times_2 \underline{\underline{U}_t}$$
(2.14)

où les matrices $\underline{\Delta}$, $\underline{U_x}$ et $\underline{U_t}$ sont identiques aux matrices définies dans l'équation (2.9). En utilisant cette notation, il est possible d'étendre la SVD au cas de données multicomposantes. On note $\underline{\underline{T}} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_t \times N_c}$ le cube des données initiales dans le domaine temporel. La décomposition de celui ci s'exprime par :

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{D}} \times_1 \underline{\underline{U}_x} \times_2 \underline{\underline{U}_t} \times_3 \underline{\underline{U}_c}$$
(2.15)

où $\underline{U_t}$, $\underline{U_x}$ et $\underline{U_c}$ (matrices de vecteurs singuliers) contiennent respectivement les ondelettes normalisées (temps), leur comportement le long de l'antenne et leur polarisation. $\underline{\underline{D}}$ est un tableau pseudo-diagonal qui contient les valeurs singulières. Les matrices singulières $\underline{\underline{U_x}}$, $\underline{\underline{U_t}}$ et $\underline{\underline{U_c}}$ sont obtenues en réalisant la décomposition par SVD des matrices dépliantes du tableau $\underline{\underline{T}}$. Ces matrices permettent de réaliser des opérations sur les tableaux [Lat97]. Ainsi, trois matrices dépliantes peuvent être construites à partir du tableau $\underline{\underline{T}}$ (Fig. 2.16) :

$$\frac{\underline{T}_{x}}{\underline{T}_{c}} \epsilon \mathbb{R}^{N_{x} \times N_{t}N_{c}} \\
\underline{\overline{T}_{c}} \epsilon \mathbb{R}^{N_{t} \times N_{x}N_{c}} \\
\underline{\overline{T}_{c}} \epsilon \mathbb{R}^{N_{c} \times N_{x}N_{t}}.$$
(2.16)

Ainsi, les matrices $\underline{U_x}$, $\underline{U_t}$ et $\underline{U_c}$ sont les matrices singulières gauches obtenues respectivement lors de la décomposition par SVD des trois matrices dépliantes $\underline{T_x}$, $\underline{T_t}$ et $\underline{T_c}$. Le tableau \underline{D} est obtenu en utilisant l'expression inverse de la 3C-SVD suivante :

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{T}} \times_1 \underline{\underline{U_x}}^T \times_2 \underline{\underline{U_t}}^T \times_3 \underline{\underline{U_c}}^T.$$
(2.17)

Comme nous l'avons vu pour le cas des matrices, la SVD permet de déterminer l'approximation de rang r d'une matrice. Cette notion peut-être étendue aux tableaux tridimensionnels et se formule alors comme un problème d'approximation de rang (r_x, r_t, r_c) , avec :

$$r_i = rang(\underline{T_i}). \tag{2.18}$$

Ces rangs sont estimés en observant la décroissance des valeurs singulières issues des SVD des trois matrices dépliantes. On notera \tilde{r}_x , \tilde{r}_t et \tilde{r}_c les valeurs estimées de ces rangs. Ils correspondent aux rangs du sous-espace signal dans les trois modes du tableau.

Comme dans le cas monocomposante, l'espace des données initiales est alors décomposé en deux sous-espaces, le sous-espace signal et le sous-espace bruit :

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}_{s} + \underline{\underline{T}}_{n} \tag{2.19}$$



FIG. 2.16 – Matrices dépliantes d'un tableau tridimensionnel

où l'expression du sous-espace signal $\underline{\underline{T}}_{s}$ est :

$$\underline{\underline{\underline{T}}}_{s} = \underline{\underline{\underline{T}}} \times_{1} \underline{\underline{\underline{U}}}_{s} \times_{2} \underline{\underline{\underline{U}}}_{s} \times_{3} \underline{\underline{\underline{U}}}_{c}.$$
(2.20)

Ce sous-espace signal doit être vu comme une troncature de rang $(\tilde{r}_x, \tilde{r}_t, \tilde{r}_c)$ du tableau de départ (Fig. 2.17). La recherche de la troncature de rang est identique à celle du cas monocomposante mais appliquée à chaque mode.



FIG. 2.17 – Schéma de la 3C-SVD d'un tableau. Les zones grisées correspondent aux parties conservées pour former le sous-espace signal

La séparation par 3C-SVD possède plusieurs avantages. Tout d'abord, c'est un traitement

PSfrag replacements

dédié aux données multicomposantes qui permet donc une prise en compte globale de l'information présente sur toutes les composantes de tous les capteurs. De plus, ce traitement est facile à mettre en place car il se ramène à faire de simples SVD (2 dimensions) sur les matrices dépliantes issues du cube de données. Néanmoins, comme dans le cas 2D, la méthode nécessite un pré-traitement pour aligner les ondes que l'on souhaite séparer. Enfin, la détermination de la taille du sous-espace signal (recherche de \tilde{r}_x , \tilde{r}_t et \tilde{r}_c) est soumise à la même subjectivité que dans le cas 2D.

Il est à noter que le filtre SVD a aussi été étendu au cas des tableaux sismiques multicomposantes en utilisant des quaternions. Cette méthode, développée par Le Bihan [LBM04], range les données multicomposantes dans une matrice quaternionique. Chaque composante directionnelle du signal est alors associée à une composante quaternionique (i, j, k). Nous ne détaillons pas cette méthode ici, mais le lecteur pourra se référer à [LBM02, LBS03, LBM04] pour plus de détails.

2.2.2 Filtrage par décomposition de la matrice spectrale (SMF)

Nous allons terminer l'état de l'art sur les méthodes de séparation d'ondes par une méthode basée sur la décomposition d'une matrice spectrale. À la différence des autres méthodes matricielles précédemment présentées, l'espace de travail est l'espace fréquentiel et non l'espace temporel.

Cette méthode de séparation d'ondes, appelée en anglais *Spectral Matrix Filtering* ou SMF, est basée sur la recherche d'un sous-espace défini par les vecteurs propres d'une matrice : la matrice spectrale. Elle a été introduite pour la première fois par Mermoz [Mer76] en 1976, puis a été utilisée à de multiples reprises [Sam83, Bie83, BK83, MG90, Gon99] dans différents contextes (acoustique, sismique, séparation de sources) [Thi95].

On considère une antenne linéaire uniforme constituée de N_x capteurs équidistants à une seule composante (1C). Comme nous l'avons vu au 1.3.1, le signal reçu par le capteur *i* résulte de la combinaison linéaire des P ondes détectées par l'antenne auxquelles s'ajoute un bruit supposé blanc spatialement, gaussien et décorrélé des ondes (cf. éq. (1.16)). Après passage en fréquence et en utilisant une notation matricielle, on peut écrire :

$$\underline{X}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \,\underline{A} + \underline{B}(f) = \sum_{p=1}^{P} \underline{S}_{x_{p}}(f)a_{p} + \underline{B}(f).$$
(2.21)

Les différents éléments de cette équation sont décrit dans le paragraphe 1.3.1. Pour accéder à l'information contenue dans les vecteurs de propagation $\underline{S}_{p_x}(f)$, on peut utiliser la matrice spectrale de taille $N_x \times N_x$ définie à chaque fréquence par :

$$\underline{\Gamma}(f) = E\{\underline{X}(f) \ \underline{X}(f)^H\}$$
(2.22)

où E, l'espérance mathématique, représente un opérateur de moyenne et H correspond à la transposition conjugaison. Il y a autant de matrices $\underline{\Gamma}(f)$ que d'échantillons en fréquence, soit N_f . Cette matrice est complexe Hermitienne, définie positive. Sa transformée de Fourier inverse est composée des autocorrélations et intercorrélations entre les traces. Ainsi à chaque fréquence, la matrice spectrale est composée sur sa diagonale principale d'éléments relatifs aux densités spectrales de puissance (dsp) et sur les autres diagonales d'éléments relatifs aux densités spectrales de puissance d'interaction (dspi). L'estimée de cette matrice est composée de plusieurs termes :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = E\{\sum_{p=1}^{P} \underline{S}_{x_p}(f) \underline{S}_{x_p}(f)^H | a_p |^2\} \\
+ E\{\sum_{i, j \neq i=1}^{P} \underline{S}_{x_i}(f) \underline{S}_{x_j}(f)^H a_i a_j^*\} \\
+ E\{\underline{\underline{S}}_x(f) \underline{A} \ \underline{B}(f)^H\} + E\{\underline{B}(f) \underline{A}^H \underline{\underline{S}}_x(f)^H\} \\
+ E\{\underline{B}(f) \underline{B}(f)^H\}.$$
(2.23)

Le premier terme de l'équation (2.23) caractérise les interactions des ondes avec ellesmêmes, le deuxième les interactions des diverses ondes entre elles, le troisième terme les interactions des diverses ondes avec le bruit, et enfin, le dernier est représentatif du bruit.

L'opérateur de lissage E joue un rôle très important car il doit permettre d'obtenir une décorrélation des ondes et du bruit et des ondes entre elles (diminution du 2^{ème} et du 3^{ème} terme) dans le cas où les ondes ne sont pas parfaitement décorrélées. Le lissage correspond en fait à un moyennage sur les diagonales de la matrice spectrale ainsi qu'à la convolution par une fenêtre le long des fréquences (voir paragraphe 3.2.1). Cette étape de lissage doit également permettre d'obtenir une matrice spectrale inversible.

Si on vérifie les hypothèses émises, il s'en suit que :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \, \underline{\underline{\Gamma}}_{A} \, \underline{\underline{S}}_{x}(f)^{H} + \sigma_{b}^{2} \, \underline{\underline{I}}$$
(2.24)

avec σ_b^2 la densité spectrale du bruit et $\underline{\Gamma}_A = E[\underline{A} \ \underline{A}^H] = \underline{I}$ une matrice de taille $P \times P$ diagonale quand les sources sont décorrélées et égale à la matrice identité si les sources sont de puissance unitaire. Si l'on suppose que la distance entre les capteurs est inférieure ou égale à la moitié de la longueur d'onde des ondes arrivant sur l'antenne, alors les colonnes de la matrice $\underline{\underline{S}}_x(f)$ sont toutes différentes et de part sa structure de type Vandermonde, elles sont linéairement indépendantes. Ainsi, si $\underline{\underline{\Gamma}}_A$ est non-singulière, alors le rang de $\underline{\underline{S}}_x(f) \underline{\underline{\Gamma}}_A \underline{\underline{S}}_x(f)^H$ est égal à P.

Ainsi, sous cette hypothèse, la partie signal est un espace de dimension P. Cet espace est engendré par les vecteurs colonnes $\underline{S}_{x_p}(f)$ de la matrice $\underline{\underline{S}}_x(f)$. Or, cette matrice étant inconnue, le but est soit de trouver la matrice $\underline{\underline{S}}_x(f)$, soit de trouver une autre base qui engendrera le même sous-espace. En pratique, observons la décomposition en valeurs singulières de $\underline{\underline{S}}_x(f)$:

$$\underline{\underline{S}}_{x}(f) = \underline{\underline{U}}(f)\underline{\underline{\Delta}}^{1/2}(f)\underline{\underline{V}}^{H}(f)$$
(2.25)

avec :

 $- \underline{U}(f)$ la matrice orthogonale $N_x \times N_x$ des vecteurs singuliers gauches,

 $-\overline{V}(f)$ la matrice orthogonale $P \times P$ des vecteurs singuliers droits,

 $-\underline{\Delta}^{1/2}(f)$ la matrice $N_x \times P$ pseudo-diagonale contenant les valeurs singulières.

La base orthonormale équivalente de $\underline{\underline{S}}_x(f)$ est donc formée par les P premiers vecteurs colonnes de la matrice $\underline{\underline{U}}(f)$. Si l'on remplace dans l'équation (2.24) $\underline{\underline{S}}_x(f)$ par sa décomposition (éq. (2.25)), on obtient alors :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{U}}(f) \ \underline{\underline{\Delta}}(f) \ \underline{\underline{U}}(f)^{H} + \sigma_{b}^{2} \ \underline{\underline{I}}.$$
(2.26)

On remarque donc que si le bruit est blanc spatialement, on peut trouver la matrice $\underline{U}(f)$ par décomposition en valeurs propres (EVD) de $\underline{\Gamma}(f)$ selon la formule [WK85a] :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \sum_{i=1}^{N_x} \lambda_i(f) \underline{u}_i(f) \ \underline{u}_i^H(f)$$
(2.27)

avec $\lambda_1(f) \geq \lambda_2(f) \geq \cdots \geq \lambda_{N_x}(f) \geq 0$ les valeurs propres rangées par ordre décroissant et $\underline{u}_1(f), \underline{u}_2(f), \cdots, \underline{u}_{N_x}(f)$ leurs vecteurs propres correspondants. On peut déduire de plus que les $N_x - P$ plus petites valeurs propres de $\underline{\Gamma}(f)$ sont égales à σ_b^2 :

$$\lambda_{P+1}(f) = \lambda_{P+2}(f) = \dots = \lambda_{N_x}(f) = \sigma_b^2.$$
(2.28)

La matrice spectrale peut donc être séparée en une partie signal $\underline{\underline{\Gamma}}_{s}(f)$ et une partie bruit $\underline{\underline{\Gamma}}_{b}(f)$ telle que :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{\Gamma}}_{s}(f) + \underline{\underline{\Gamma}}_{b}(f) = \sum_{i=1}^{P} \lambda_{i}(f) \underline{\underline{u}}_{i}(f) \underline{\underline{u}}_{i}^{H}(f) + \sum_{k=P+1}^{Nx} \lambda_{k}(f) \underline{\underline{u}}_{k}(f) \underline{\underline{u}}_{k}^{H}(f).$$
(2.29)

Le sous-espace généré par les plus petites valeurs propres correspond au sous-espace bruit et le sous-espace complémentaire qui lui est orthogonal correspond au sous-espace signal car il est égal au sous-espace engendré par les vecteurs de propagation. Ceci justifie donc l'intérêt de projeter les données sur les vecteurs propres correspondant aux premières valeurs propres dans le but de séparer le signal du bruit [WK85a]. Une fois la matrice $\underline{\Gamma}(f)$ estimée et décomposée, le filtrage est donc effectué par projection des données sur la partie signal.

En pratique, le filtrage, réalisé à chacune des N_f fréquences, se décompose selon les étapes suivantes :

- Pour chacune des N_f fréquences :
 - * Estimation de la matrice $\widehat{\underline{\Gamma}}(f)$,
 - * Décomposition en valeurs propres de $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$ pour obtenir les valeurs propres et vecteurs propres associés,
 - * Sélection des P premiers vecteurs propres associés aux P plus grandes valeurs propres correspondant au sous-espace signal = $Vect(\underline{u}_1(f), \dots, \underline{u}_P(f))$ (P est obtenu par observation de la décroissance des valeurs propres),
 - * Projection de $\underline{X}(f)$ sur le sous-espace signal :

$$\underline{X}_{s}(f) = \sum_{i=1}^{P} \langle \underline{X}(f), \underline{u}_{i}(f) \rangle \ \underline{u}_{i}(f)$$
(2.30)

avec \langle , \rangle le produit scalaire de deux vecteurs.

- Calcul de la transformée de Fourier inverse des données projetées pour revenir dans le plan temps-distance.

Cependant, ce filtre possède de nombreuses limites du fait de la modélisation choisie de type multi-bande étroite (méthode réalisée indépendamment à chaque fréquence). En effet, une matrice spectrale est calculée puis diagonalisée à chaque fréquence ce qui peut poser problème dès que l'on est en présence de plusieurs ondes ou d'ondes dispersives.

Par exemple, si l'onde à isoler n'est pas dominante à certaine fréquence, alors la projection sur le premier vecteur propre ne correspondra pas à l'onde souhaitée suivant la fréquence.

Prenons un autre exemple : le cas de deux ondes ayant des bandes passantes disjointes (Bp_1, Bp_2) . Le premier vecteur propre décrira l'onde 1 pour les fréquences de Bp_1 et l'onde 2 pour les fréquences de Bp_2 . Par conséquent, ces ondes ne seront pas séparables.

Enfin, il se peut que le nombre de vecteurs propres nécessaires pour décrire l'espace signal ne soit pas constant suivant les fréquences traitées.

Ces problèmes proviennent essentiellement du fait que les $\underline{\Gamma}(f)$ (construites fréquence par fréquence) ne contiennent pas toute l'information liée au signal car les termes correspondant à l'interaction entre deux fréquences différentes ne sont pas utilisés.

2.3 Conclusion

Ce chapitre a permis de réaliser un état de l'art des méthodes de séparation d'ondes les plus couramment utilisées en sismique pour des enregistrements monocomposantes. Nous avons décrit les deux principaux types de méthodes (à gabarit et matricielles) en nous focalisant sur ces dernières. Les méthodes matricielles basées sur la décomposition en valeurs singulières ont été présentées dans leurs versions monocomposantes et multicomposantes. Un présentation de la méthode matricielle en fréquence (SMF) a été réalisée.

Les limites de ce filtre multi-bande étroite justifient l'introduction de la matrice spectrale large-bande qui va résoudre bon nombre de ces problèmes. De plus, nous nous intéressons aux données multicomposantes. Ceci nous emmène donc à proposer une méthode de filtrage multidimensionnel utilisant une matrice spectrale large-bande multicomposante.

Chapitre 3

Filtrage matriciel spectral large-bande multicomposante

Sommaire

3.1	Mod	èle du signal et définition de la matrice spectrale large-bande icomposante						
	3.1.1	Modèle	Modèle du signal 48					
	3.1.2	Définitio	Définition de la matrice spectrale large-bande multicomposante 49					
	3.1.3	Rang de	Rang des matrices					
3.2	Étap	oes du fi	ltrage	52				
	3.2.1	Estimat	ion de la matrice spectrale	52				
		3.2.1.1	La moyenne en distance (lissage spatial)	52				
		3.2.1.2	La moyenne en fréquence (lissage fréquentiel)	53				
		3.2.1.3	Utilisation conjointe d'une moyenne en distance et en fréquence	e 55				
		3.2.1.4	La moyenne de dispositifs	55				
	3.2.2	Estimation du sous-espace signal						
		3.2.2.1	Décomposition de la matrice spectrale large-bande multi-					
			composante	55				
		3.2.2.2	Calcul des premiers vecteurs propres	56				
		3.2.2.3	Projection sur le sous-espace signal	58				
3.3	Influ	ience de	l'arrangement en long-vecteur	58				
3.4	Lien	s entre	vecteurs de propagation et vecteurs propres	59				
3.5	Pré-	traitem	ent possible : correction de vitesse	61				
3.6	\mathbf{Exer}	mple : o	nde de vitesse infinie avec un bruit additionnel	62				
3.7	Con	clusion		64				

Nous allons maintenant présenter, dans cette partie, la méthode que nous avons développée dans le but de séparer des ondes sur des données sismiques multicomposantes. L'objectif est de proposer une technique qui se doit d'être efficace, peu contraignante vis à vis de la campagne d'acquisition et la plus automatique possible. Pour cela, nous avons donc choisi d'étendre le filtre par matrice spectrale (SMF) au cas large bande et multicomposante (MCWB-SMF pour *MultiComponent WideBand Spectral Matrix Filtering*). Cette méthode, que nous allons expliciter par la suite, a fait l'objet de plusieurs publications [PMG04, PMG05, PMM05].

3.1 Modèle du signal et définition de la matrice spectrale large-bande multicomposante

3.1.1 Modèle du signal

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.2, les enregistrements multicomposantes dépendent de trois paramètres : le temps $(N_t$ échantillons), la distance $(N_x$ capteurs) et la direction $(N_c$ composantes) et permettent ainsi d'accéder à l'information de polarisation des ondes. Ces données, enregistrées sur une antenne rectiligne et uniforme de capteurs multicomposantes, sont organisées après transformée de Fourier dans le tableau $\underline{\underline{T}}$ de taille $N_x \times N_f \times N_c$ (cf. eq. (1.19)).

De façon à pouvoir utiliser toute l'information disponible dans toutes les fréquences de la bande d'analyse, pour tous les capteurs et toutes les composantes, nous avons choisi de définir le vecteur d'observation large-bande multicomposante. Le choix de travailler sur des long-vecteurs plutôt que sur des tableaux tridimensionnels correspond à une volonté de proposer des traitements simples auxquels il est possible d'appliquer les opérations de décompositions matricielles classiques sans avoir à utiliser des décompositions de type multimodal qui sont beaucoup plus lourdes en terme de calcul et d'espace mémoire [Lat97, Har70, Lic46].

Ainsi, le tableau $\underline{\underline{T}}$ peut être réarrangé sous forme d'un long-vecteur, noté $\underline{\underline{T}}$ de longueur $N_x N_f N_c$ contenant tous les canaux fréquentiels de tous les capteurs pour chaque composante. Il existe de multiples façons d'arranger un tableau en long-vecteur, mais nous verrons dans la section 3.3 que l'arrangement choisi n'a aucune influence sur le résultat du traitement.

Si on conserve les notations avec $N_c = 2$ (les composantes étant la composante horizontale X et la composante verticale Z), alors l'arrangement sous forme de long-vecteur s'exprime par

$$\underline{T} = \left[\underline{X}(f_1)^T, \cdots, \underline{X}(f_i)^T, \cdots, \underline{X}(f_{Nf})^T, \underline{Z}(f_1)^T, \cdots, \underline{Z}(f_i)^T, \cdots, \underline{Z}(f_{Nf})^T\right]^T$$
(3.1)

où $\underline{X}(f_i)$ et $\underline{Z}(f_i)$ sont des vecteurs de taille (N_x) correspondant au $i^{\text{ème}}$ canal fréquentiel du signal reçu sur chacun des N_x capteurs respectivement sur les composantes X et Z.

Le modèle de mélange est donné par :

$$\underline{T} = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \tag{3.2}$$

avec :

 $-\underline{S} = [\underline{S}_1, \cdots, \underline{S}_p, \cdots, \underline{S}_P]$ une matrice de taille $N_x N_f N_c \times P$ dont les colonnes décrivent la propagation des P ondes le long des N_x capteurs de l'antenne pour toutes les fréquences et toutes les composantes. Ces colonnes correspondent donc aux vecteurs de propagation large-bande multicomposante. Tous les termes qui les constituent sont déterministes;

- $-\underline{A} = [a_1, \cdots, a_p, \cdots, a_P]^T$ est un vecteur de taille P contenant les amplitudes aléatoires des sources;
- <u>B</u> le vecteur de longueur $N_x N_f N_c$ des bruits additifs supposés gaussiens, indépendants des signaux sources, blanc temporellement et spatialement, et non-polarisé.

On rappelle que chaque source p (avec $1 \le p \le P$) est caractérisée par :

- θ_p la Direction D'Arrivée, ou DDA (en anglais *Direction Of Arrival* ou DOA), de la source p par rapport à la normale à l'antenne,
- $\tau_{0,p}$ l'offset, correspondant au temps de propagation entre la source et le capteur de référence,
- α_p et φ_p respectivement le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes X et Z, correspondant à l'état de polarisation de la source p,
- w_p l'ondelette émise par la source p.

Le vecteur de propagation, \underline{S}_p , correspond à la propagation d'un signal large-bande entre la source p et les composantes X et Z des N_x capteurs de l'antenne. Il peut s'écrire :

$$\underline{S}_p = [\underline{s}_p^T , \ \alpha_p e^{j\varphi_p} \ \underline{s}_p^T]^T$$
(3.3)

avec :

$$\underline{s}_p = [\underline{k}_{p,f_1}^T, \cdots, \underline{k}_{p,f_i}^T, \cdots, \underline{k}_{p,f_Nf}^T]^T$$
(3.4)

et :

$$\underline{k}_{p,f} = w_p(f) \begin{pmatrix} e^{-j2\pi f \tau_1(\theta_p)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f \tau_{N_x}(\theta_p)} \end{pmatrix}$$
(3.5)

où $\tau_i(\theta_p) = \tau_{0,p} + \xi_i(\theta_p)$ correspond au temps de propagation du signal entre la source p et le capteur i (eq. (1.14)). \underline{S}_p , \underline{s}_p , $\underline{k}_{p,f}$ sont respectivement des vecteurs de taille $N_x N_f N_c$, $N_x N_f$ et N_x .

3.1.2 Définition de la matrice spectrale large-bande multicomposante

Toutes les interactions entre les fréquences et les composantes directionnelles des différents capteurs peuvent être exprimées dans une matrice spectrale notée $\underline{\underline{\Gamma}}$. Cette matrice, appelée matrice spectrale large-bande multicomposante, est définie par :

$$\underline{\Gamma} = E\{\underline{T}\ \underline{T}^H\}.\tag{3.6}$$

 $\underline{\Gamma}$ est de dimension $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$.

La matrice spectrale large-bande multicomposante ainsi introduite est composée de $(N_f N_c)^2$ blocs de dimension $N_x \times N_x$. Chaque bloc caractérise l'interaction entre les signaux reçus sur l'ensemble des capteurs pour deux fréquences et deux composantes directionnelles données. La structure de $\underline{\Gamma}$ peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\Gamma}}_{X,X} & \underline{\underline{\Gamma}}_{X,Z} \\ \underline{\underline{\Gamma}}_{Z,X} & \underline{\underline{\Gamma}}_{Z,Z} \end{pmatrix}$$
(3.7)

avec $\underline{\Gamma}_{X,X}$ et $\underline{\Gamma}_{Z,Z}$ les matrices spectrales large-bande monocomposantes pour les composantes X et Z. Ces termes sont localisés sur les blocs de la diagonale principale de $\underline{\Gamma}$. Les autres blocs correspondent aux matrices spectrales inter-composantes qui contiennent l'information relative à l'interaction entre les différentes composantes. Les ondes reçues sur les composantes X et Z étant corrélées (car elles sont polarisées), ces termes contiennent l'information liée à la polarisation que nous utiliserons par la suite (voir chapitre 5). La figure 3.1 illustre l'organisation d'une matrice spectrale large bande et notamment ses liens avec la matrice spectrale classique (multi bande étroite) et la matrice spectrale large bande [Gon99].



FIG. 3.1 – Schéma de la matrice spectrale large bande multicomposante

Les hypothèses sur la décorrélation des sources et du bruit et sur la blancheur du bruit,

nous permettent d'écrire la matrice spectrale large-bande multicomposante sous la forme :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{S}} \, \underline{\underline{\Gamma}}_A \, \underline{\underline{S}}^H + \sigma_b^2 \, \underline{\underline{I}} = \underline{\underline{\Gamma}}_s + \underline{\underline{\Gamma}}_b \tag{3.8}$$

où

- $\underline{\underline{\Gamma}}_{A} \text{ est la matrice spectrale des sources de dimension } P \times P, \\ \underline{\underline{S}} \text{ est la matrice de propagation décrite plus haut de dimension } N_x N_f N_c \times P, \\ \underline{\underline{\Gamma}}_{s} \text{ et } \underline{\underline{\Gamma}}_{b} \text{ sont respectivement les matrices spectrales large-bande multicomposantes de la partie signal de l'abagementies et de la partie de l'abagementies et de la parties et de$ la partie signal de l'observation et du bruit, chacune de dimension $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$.

Si les ondes sont faiblement corrélées ou décorrélées, nous allons montrer que $\underline{\Gamma}_A$ = $E[\underline{A} \ \underline{A}^{H}]$ est de rang P tout comme $\underline{\Gamma}_{c}$. Et donc, si le bruit est blanc (spatialement, fréquentiellement et non polarisé), le sous-espace engendré par les P vecteurs propres associés aux P plus grandes valeurs propres issues de la décomposition de la matrice spectrale, correspond au sous-espace signal. De plus, les $N_x N_f N_c - P$ plus petites valeurs propres de $\underline{\Gamma}$ sont égales à σ_b^2 (puissance du bruit) et les vecteurs propres associés sont orthogonaux aux colonnes de la matrice de propagation \underline{S} .

3.1.3Rang des matrices

Nous venons de voir que le rang de la matrice spectrale des observations non-bruitées doit être égal au nombre de sources observées P pour justifier l'intérêt de la méthode. Or le fait que les sources ne soient pas forcément décorrélées influe directement sur la valeur du rang de cette matrice.

En effet, en présence de sources cohérentes, le rang de la matrice spectrale des sources $\underline{\underline{\Gamma}}_A$ chute et le rang de la matrice spectrale des observations non-bruitées reste indéterminé et inférieur à P. Cette déficience de rang altère le bon fonctionnement de la méthode.

On définit \underline{N} comme étant la racine carrée hermitienne de la matrice spectrale des sources $\underline{\underline{\Gamma}}_A$:

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{A} = \underline{\underline{N}} \, \underline{\underline{N}}^{H}. \tag{3.9}$$

Alors, le rang de $\underline{\Gamma}_{s}$ se déduit de l'équation (3.8) et est égal au rang du produit <u>S.N</u>.

Dans le cas du filtrage matriciel classique bande-étroite, il est très facile de montrer que le rang de la matrice spectrale des observations non-bruitées est égal à P. En effet, sous l'hypothèse de décorrélation des sources, les matrices $\underline{\Gamma}_A$ et \underline{N} sont de rang plein (P) et donc le rang de la matrice des observations non-bruitées et de même rang que la matrice \underline{S} . Or cette matrice de propagation de taille $(N_x \times P)$ est de type Vandermonde et son rang est donc égal à sa plus petite dimension, soit P.

Dans le cas large-bande multicomposante, le rang de la matrice des observations nonbruitées est aussi égal au rang de \underline{S} <u>N</u>. Sous l'hypothèse de faible corrélation des sources, nous avons toujours \underline{N} qui est de rang plein et donc :

$$\operatorname{rang}\left(\underline{\Gamma}_{\mathfrak{s}}\right) = \operatorname{rang}\left(\underline{S}\right). \tag{3.10}$$

Par conséquent, il reste à déterminer le rang de la matrice \underline{S} composée des P vecteurs de propagation large-bande multicomposante. Dans le cas bande-étroite, la détermination du rang de $\underline{S}_x(f)$ est immédiate du fait de la structure de type Vandermonde de la matrice. Dans le cas présent, la détermination du rang de <u>S</u> n'est pas si simple.

Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de s'intéresser au terme générique de la matrice \underline{S} qui peut s'écrire :

$$S_{p,i,f,c} = w_p(f) \ e^{-j2\pi f\tau_i(\theta_p)} \qquad pour \ la \ composante \ horizontale \ X \ (c=1), pour \ la \ composante \ verticale \ Z \ (c=2).$$
(3.11)

Chaque source reçue correspond à une colonne de \underline{S} . L'éventualité de se retrouver confronté au cas très particulier pour lequel deux sources distinctes correspondent à deux colonnes linéairement liées est très faible. Ainsi, si les sources sont faiblement corrélées, le rang de la matrice d'observation non-bruitée est donné par :

$$\operatorname{rang}\left(\underline{\Gamma}_{s}\right) = \operatorname{rang}\left(\underline{S}\right) = \min(N_{x}N_{f}N_{c}, P) = P.$$
(3.12)

Nous voyons que, pour justifier l'intérêt du filtre par la matrice spectrale, il est nécessaire d'émettre l'hypothèse de décorrélation des sources ou de faible corrélation [GG97, Gon99], ce qui n'est que rarement le cas. En effet, les sources sont souvent cohérentes car elles correspondent en fait à des copies retardées et atténuées d'un même signal issu de l'unique source. On rappelle que nous considérons comme source tous les signaux issus des différentes réflexions au niveau des interfaces mais, qui sont en fait issus d'une seule et même source. Or, si l'on applique le traitement directement sur des sources cohérentes, les résultats sont médiocres. Pour s'affranchir de ce problème, il est nécessaire de passer par une étape de lissage qui aura pour but de décorréler les sources et d'augmenter le rang de la matrice spectrale qui, sans lissage reste de rang 1.

3.2 Étapes du filtrage

3.2.1 Estimation de la matrice spectrale

Sans traitement préalable, $\underline{T} \underline{T}^H$ est non inversible car de rang égal à 1. Pour éviter cela et pour décorréler les sources du bruit et les sources entre elles, nous passons par une étape de lissage pour estimer la matrice $\underline{\Gamma}$. Cette opération permet donc de rendre la matrice spectrale non singulière et de rang supérieur au nombre de sources P en présence de bruit.

Dans le cas du traitement des données sismiques, l'opérateur mathématique E (éq. 3.6) est remplacé par des opérateurs de moyennage, tels que les lissages spatiaux ou fréquentiels ou les deux conjointement. Leur but est de réduire l'influence des termes correspondant aux interactions des différentes sources (cf. éq. 2.23), rendant ainsi possible l'inversion de la matrice spectrale. Trois types de moyennes sont possibles :

- la moyenne en distance ou lissage spatial;
- la moyenne en fréquence ou lissage fréquentiel;
- la moyenne de dispositifs.

3.2.1.1 La moyenne en distance (lissage spatial)

Dans cette partie, nous allons présenter le lissage spatial [PK89, Red87, RH93, SWK85, EJS81] qui a pour but de rendre la matrice spectrale non singulière même dans le cas où les

sources sont cohérentes.

On considère l'antenne linéaire uniforme composée de N_x capteurs que l'on subdivise en sous-antennes se recouvrant partiellement. L'idée exploitée par le lissage spatial est en fait de créer plusieurs sous-antennes de taille identique, afin d'obtenir des réalisations différentes fictives qui serviront à estimer la matrice spectrale. Ces sous-antennes sont supposées linéaires et uniformes. Si l'ordre de lissage est noté K_s , la taille de chaque sous-antenne est alors de $N_x - 2K_s$ capteurs et le nombre de sous-antennes est $2K_s + 1$. La figure 3.2 montre un exemple de décomposition d'une antenne de 7 capteurs en 3 sous-antennes ($K_s = 1$) et qui correspond en fait à des moyennes sur 3 capteurs.



FIG. 3.2 – Exemple de moyenne en distance $(K_s = 1)$

La matrice spectrale lissée spatialement, noté $\underline{\widehat{\underline{\Gamma}}}^s$, est définie par la moyenne arithmétique des matrices spectrales obtenues à partir des réalisations correspondant à chaque sous-antenne :

$$\underline{\underline{\widehat{\Gamma}}}^{s} = \frac{1}{2K_s + 1} \sum_{k_s=1}^{2K_s + 1} \underline{\underline{T}}_{k_s} \underline{\underline{T}}_{k_s}^{H}$$
(3.13)

où \underline{T}_{k_s} est un long-vecteur de longueur $(N_x - 2K_s)N_fN_c$ correspondant aux données reçues sur la sous-antenne k_s . Shan [SWK85] a prouvé que si le nombre de sous-antennes est supérieur au nombre de sources P alors la matrice spectrale des sources est non-singulière, et donc de rang plein. Cependant, pour que le lissage spatial n'introduise pas trop de biais dans l'estimation, il est nécessaire que les ondes soient localement planes sur une distance au moins égale aux nombres de sous-antennes $(2K_s + 1)$. De plus, chaque sous-antenne étant de taille $N_x - 2K_s$ capteurs, il y a une perte de deux capteurs par ordre de lissage supplémentaire (effet de bord). Par conséquent, l'ordre de lissage est limité à $K_s \leq \frac{N_x-1}{2}$. Pour palier ce problème de la perte des capteurs, il existe plusieurs façons de procéder. Il est par exemple possible de dupliquer les canaux extrêmes ou encore de rajouter des canaux à zéros pour garder la taille initiale des données.

Une autre façon d'implémenter le lissage spatial consiste à réaliser une moyenne sur une fenêtre glissante sur les diagonales de la matrice $\underline{\Gamma}$ (la moyenne portant alors sur $2K_s + 1$ termes [Mar88]). Cette méthode, totalement comparable à la méthode précédente, fournit la même estimation.

3.2.1.2 La moyenne en fréquence (lissage fréquentiel)

Comme pour le lissage spatial, il est possible de réaliser un lissage fréquentiel [WK87] opérant sur les canaux fréquentiels du signal au lieu des composantes spatiales. Le concept de sous-antenne est alors remplacé par celui de sous-bandes fréquentielles. Si l'on note K_f l'ordre

de lissage fréquentiel appliqué aux données, nous obtenons $2K_f + 1$ sous-bandes fréquentielles de taille N_f . Ainsi, à partir du long-vecteur <u>T</u>, le lissage permet d'obtenir $2K_f + 1$ long-vecteurs décalés fréquentiellement. La figure 3.3 illustre un exemple de décomposition en sous-bandes fréquentielles avec $N_f = 10$ et $K_f = 2$.



FIG. 3.3 – Exemple de moyenne en fréquence $(K_f = 2)$

L'estimateur de la matrice spectrale par moyenne en distance $\underline{\widehat{\Gamma}}^{f}$ correspond à la moyenne des réalisations obtenues après décalage fréquentiel :

$$\underline{\widehat{\Gamma}}^{f} = \frac{1}{2K_f + 1} \sum_{k_f=1}^{2K_f + 1} \underline{T}_{k_f} \underline{T}_{k_f}^{H}$$
(3.14)

où \underline{T}_{k_f} est un long-vecteur de taille $(N_x N_f N_c)$ correspondant aux données reçues sur la $k_f^{\text{ème}}$ sous-bande fréquentielle. Contrairement à la moyenne en distance où il y a généralement perte de capteurs par effets de bord, il n'y a pas dans ce cas de perte de canaux fréquentiels. En effet, la perte de canaux fréquentiels peut modifier profondément la nature des signaux. Par conséquent, on ajoute des canaux fictifs remplis de zéros sur les bords ce qui n'introduit pas un biais gênant.



FIG. 3.4 – Exemple de fenêtre de Tukey pour différent exposant

Ce type de moyenne permet de favoriser une onde, lorsque celle-ci a été ramenée à une incidence voisine de la normale par pré-traitement (mise à plat). Ceci peut s'expliquer par le fait que la moyenne en fréquence revient à appliquer une pondération en temps sur les fonctions de corrélation. Une pondération de type Tukey [BT59] élevée à une certaine puissance est couramment utilisée [?]. Le choix de l'exposant permet de faire varier la largeur de la fenêtre de pondération et par conséquent le nombre de moyenne en fréquence (Fig. 3.4). Plus l'exposant choisi est élevé et plus la fenêtre sera étroite et par conséquent, le lissage sera important. Si la fonction d'intercorrélation n'est pas centrée (dans le cas où une onde se propage avec une vitesse non infinie, retard non nul), cette moyenne introduit un biais d'autant plus important que l'incidence est grande (vitesse faible). Seule l'onde à incidence normale est non biaisée.

3.2.1.3 Utilisation conjointe d'une moyenne en distance et en fréquence

Plutôt que de réaliser un fort lissage soit en distance soit en fréquence et qui peut introduire un biais important dans l'estimation de la matrice, il peut être utile de combiner les deux types de moyennes précédemment explicitées.

Ainsi, à partir de l'unique observation disponible \underline{T} , il est possible de générer un ensemble de $(2K_s+1)$ récurrences \underline{T}_{k_s} décalées spatialement. Ces $(2K_s+1)$ récurrences peuvent elles-mêmes être décalées fréquentiellement afin d'obtenir $K = (2K_s+1)(2K_f+1)$ récurrences \underline{T}_{k_s,k_f} . On peut alors estimer la matrice spectrale large-bande multicomposante par la formule suivante :

$$\underline{\widehat{\Gamma}} = \frac{1}{(2K_s+1)(2K_f+1)} \sum_{k_s=1}^{2K_s+1} \sum_{k_f=1}^{2K_f+1} \underline{T}_{k_s,k_f} \underline{T}_{k_s,k_f}^H.$$
(3.15)

Le rang de la matrice spectrale ainsi estimée est égal à K. Pour pouvoir réaliser une séparation efficace des ondes et du bruit, il est nécessaire de choisir K supérieur à P.

3.2.1.4 La moyenne de dispositifs

Cette moyenne [Mar88] se rapproche de la moyenne d'épreuves utilisée en statistique. Si l'on peut faire des hypothèses sur la stationnarité du milieu soit à capteur, tir ou déport constant, la moyenne des matrices associées est toujours très profitable et est la plus efficace. Cette moyenne suppose que le signal demeure inchangé d'une réalisation à l'autre tandis que le bruit change.

En conclusion sur l'estimation de la matrice, les conditions d'onde plane ou de stationnarité du dispositif ne sont malheureusement approximées que très localement. Il est donc fort utile de combiner au mieux les trois types de moyennes [?].

3.2.2 Estimation du sous-espace signal

Une fois la matrice spectrale large bande multicomposante estimée, l'espace des données initiales peut être séparé en deux sous-espaces : le sous-espace de signal, $\underline{\widehat{\Gamma}}_s$, engendré par les premiers vecteurs propres associés aux valeurs propres les plus grandes et son complémentaire, le sous-espace bruit, $\underline{\widehat{\Gamma}}_b$. Le filtrage est alors réalisé par la projection des données initiales sur le sous-espace signal. Ce procédé est détaillé dans la suite.

3.2.2.1 Décomposition de la matrice spectrale large-bande multicomposante

Par construction, la matrice spectrale est Hermitienne :

$$\underline{\widehat{\Gamma}} = \underline{\widehat{\Gamma}}^H. \tag{3.16}$$

Par conséquent, $\underline{\widehat{\Gamma}}$ peut être décomposée de façon unique en utilisant une décomposition en valeurs propres (*EigenValue Decomposition* ou EVD) telle que :

$$\underline{\widehat{\Gamma}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Lambda}} \underline{\underline{U}}^{H} = \sum_{i=1}^{N_x N_f N_c} \lambda_i \underline{\underline{u}}_i \underline{\underline{u}}_i^{H}$$
(3.17)

avec $\underline{\underline{\Lambda}} = diag(\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_{N_x N_f N_c})$ les valeurs propres et $\underline{\underline{U}}$ une matrice de taille $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$ dont les colonnes sont les vecteurs propres $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_i, \dots, \underline{u}_{N_x N_f N_c}$ orthonormés de $\underline{\underline{\Gamma}}$. Les valeurs propres λ_i donnent une mesure de l'énergie des données associées au vecteur propre \underline{u}_i . Elles sont rangées par ordre décroissant tel que :

$$\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \dots \ge \lambda_{N_x N_f N_c} \ge 0. \tag{3.18}$$

D'après l'équation (3.17), la matrice spectrale peut être décomposée en une somme de $N_x N_f N_c$ sections propres. Nous avons vu que l'espace engendré par les vecteurs propres associés aux plus petites valeurs propres correspond au sous-espace bruit et son complémentaire au sousespace signal puisqu'il est engendré par les vecteurs directionnels des sources. Ceci justifie donc l'intérêt de projeter les données de départ sur les premiers vecteurs propres afin de séparer le signal (les ondes) du bruit.

Cependant, même après les lissages spatiaux et/ou fréquentiels, la matrice spectrale largebande multicomposante possède toujours une importante déficience de rang car le rang de $\underline{\widehat{\Gamma}}$ est égal à K avec $K \ll N_x N_f N_c$. Par conséquent, nous avons :

$$\lambda_i = 0 \qquad \text{pour } K + 1 \le i \le N_x N_f N_c. \tag{3.19}$$

L'équation (3.17) devient alors :

$$\underline{\widehat{\Gamma}} = \sum_{i=1}^{K} \lambda_i \underline{u}_i \underline{u}_i^H.$$
(3.20)

3.2.2.2 Calcul des premiers vecteurs propres

Le temps de calcul pour diagonaliser une matrice est proportionnel à sa taille au cube, dans notre cas à $(N_x N_f N_c)^3$. Sachant que $N_x N_f N_c - K$ vecteurs propres de la matrice spectrale sont associés à des valeurs propres nulles, il est inutile de calculer l'ensemble des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice.

Ainsi, seuls les K premiers vecteurs propres associés aux K plus grandes valeurs propres ont besoin d'être calculés. Le rang de la matrice est égal à K avec $K \ll N_x N_f N_c$. Une variante de l'algorithme de Lanczos [GL96] est réalisée pour calculer seulement les K premières valeurs propres et leurs vecteurs propres associés.

Introduisons une nouvelle matrice, notée \underline{C} , contenant les K vecteurs d'observation obtenus par lissages spatiaux et/ou fréquentiels. Cette matrice, de taille $N_x N_f N_c \times K$, est définie par :

$$\underline{\underline{C}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{T}_{1,1} & \cdots & \underline{T}_{k_s,k_f} & \cdots & \underline{T}_{2K_s+1,2K_f+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K = (2K_s+1)(2K_f+1) \end{bmatrix}}_{K = (2K_s+1)(2K_f+1)}$$
(3.21)

où les \underline{T}_{k_s,k_f} correspondent aux long-vecteurs lissés spatialement et fréquentiellement (cf. éq. (3.15)). Ainsi, tous les long-vecteurs obtenus lors de l'étape d'estimation sont concaténés dans cette matrice \underline{C} . Les matrices \underline{C} et $\widehat{\underline{\Gamma}}$ sont directement liées par la relation suivante :

$$\underline{\widehat{\Gamma}} = \frac{1}{K} \underline{\underline{C}} \, \underline{\underline{C}}^H. \tag{3.22}$$

Nous allons montrer que la diagonalisation de la matrice $\underline{\underline{C}}^H \underline{\underline{C}}$ de taille $K \times K$ est une bonne alternative à la diagonalisation coûteuse de $\underline{\widehat{\underline{\Gamma}}}$ de taille $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$ car les premiers vecteurs propres de $\underline{\widehat{\underline{\Gamma}}}$ associés aux valeurs propres dominantes sont directement liés à ceux de $\underline{\underline{C}}^H \underline{\underline{C}}$.

La décomposition en valeurs singulières de \underline{C} est donnée par :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Delta}} \underline{\underline{V}}^{H} = \underline{\underline{U}} \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_{1}} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \sqrt{\delta_{K}} \\ \hline 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \underline{\underline{V}}^{H}$$
(3.23)

avec $\underline{\underline{U}}$ et $\underline{\underline{V}}$ les matrices des vecteurs singuliers gauche et droite, $\underline{\underline{\Delta}}$ une matrice pseudodiagonale contenant les valeurs singulières de $\underline{\underline{C}}$ notées $\sqrt{\delta_i}$. Le calcul de $\underline{\underline{C}} \underline{\underline{C}}^H$, égal à $\underline{\underline{\widehat{\Gamma}}}$ à une constante multiplicative près, donne :

$$\underline{\underline{C}} \, \underline{\underline{C}}^{H} = \underline{\underline{U}} \, \underline{\underline{\Delta}} \, \underline{\underline{\Delta}}^{H} \, \underline{\underline{U}}^{H} = \underline{\underline{U}} \begin{bmatrix} \delta_{1} & 0 & & \\ & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{K} & & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} \underline{\underline{U}}^{H}.$$
(3.24)

La diagonalisation de $\underline{\underline{C}}^H \underline{\underline{C}}$ s'exprime par :

$$\underline{\underline{C}}^{H} \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{V}} \underline{\underline{\Delta}}^{H} \underline{\underline{\Delta}} \underline{\underline{V}}^{H} = \underline{\underline{V}} \begin{bmatrix} \delta_{1} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \delta_{K} \end{bmatrix} \underline{\underline{V}}^{H}.$$
(3.25)

Ainsi, en effectuant une décomposition peu coûteuse de $\underline{\underline{C}}^H \underline{\underline{C}}$ car la matrice est de taille réduite, on obtient les matrices $\underline{\underline{V}}$ et les valeurs δ_i . Par identification entre les équations (3.17) et (3.24), on peut alors déduire les valeurs propres et les K premiers vecteurs propres de $\underline{\widehat{\Gamma}}$:

$$\underline{\mathbf{A}} = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots & \\ 0 & & \lambda_K \end{bmatrix}}_{K_{\pi}N_tN_c} & 0 \\ & & & \\ 0 & & & 0 \\ \end{array}\right]}_{N_{\pi}N_tN_c} \text{ avec } \lambda_i = \delta_i \text{ pour } 1 \le i \le K$$
(3.26)

et:

$$\underline{U}_i = \frac{1}{\sqrt{\delta_i}} \underline{\underline{C}} \, \underline{V}_i \text{ avec } 1 \le i \le K.$$
(3.27)

Pour conclure, nous obtenons par ce type d'algorithme les valeurs propres et vecteurs propres de $\underline{\widehat{\Gamma}}$ par le biais de la décomposition de $\underline{\underline{C}}^H \underline{\underline{C}}$ de taille $K \times K$ au lieu de $\underline{\underline{C}} \underline{\underline{C}}^H$ de taille $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$. Le temps de calcul est donc amélioré d'un facteur $\left(\frac{K}{N_x N_f N_c}\right)^3$.

3.2.2.3 Projection sur le sous-espace signal

Une fois les vecteurs propres et les valeurs propres obtenus, l'étape de filtrage correspond à une projection orthogonale des données initiales \underline{T} sur les vecteurs propres définissant le sous-espace signal. Si le nombre de sources P n'est pas connu, plusieurs méthodes statistiques permettent de l'estimer [WK85b]. Une technique consiste à observer la décroissance des valeurs propres afin de déterminer le seuil correspondant à P. Le long-vecteur \underline{T} est ensuite projeté sur les P premiers vecteurs propres par :

$$\underline{T}_s = \sum_{i=1}^{P} \langle \underline{T}, \underline{u}_i \rangle \ \underline{u}_i$$
(3.28)

avec \langle , \rangle le produit scalaire de deux vecteurs. Le résultat de cette projection est un vecteur large-bande multicomposante de longueur $N_x N_f N_c$. La projection sur le sous-espace bruit \underline{T}_b est obtenue par soustraction de \underline{T}_s aux données initiales :

$$\underline{T}_{b} = \underline{T} - \underline{T}_{s} = \sum_{i=P+1}^{K} \langle \underline{T}, \underline{u}_{i} \rangle \ \underline{u}_{i}.$$
(3.29)

La dernière étape consiste à réarranger les long-vecteurs obtenus (\underline{T}_s et \underline{T}_b) sous la forme de tableaux sismiques à trois dimensions (opération inverse de l'équation (3.1)) puis de réaliser la transformée de Fourier inverse pour revenir dans le domaine temps-distance-composante.

3.3 Influence de l'arrangement en long-vecteur

Nous allons maintenant montrer que la façon dont le tableau $\underline{\underline{T}}$ est concaténé en longvecteur $\underline{\underline{T}}$ de dimension $N_x N_f N_c$ (cf. eq. (3.1)) n'influe pas sur le résultat du filtrage en montrant que le résultat de la séparation est indépendant de la façon dont le tableau est déplié. On note \underline{T}^i et \underline{T}^j deux façons différentes de former un long vecteur à partir du tableau $\underline{\underline{T}}_{\underline{\underline{T}}}$. Chaque couple de deux long-vecteurs correspondant à deux façons différentes de réarranger le tableau est lié par la relation suivante :

$$\underline{T}^{j} = \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \, \underline{T}^{i} \tag{3.30}$$

avec $\underline{\Omega}_{i,j}$ une matrice de permutation (matrice carrée de coefficients 0 ou 1, telle qu'il n'y a qu'un seul 1 par ligne et par colonne).

On considère $\underline{\underline{\Gamma}}_i$ la matrice spectrale large-bande multicomposante obtenue à partir du longvecteur $\underline{\underline{T}}^i$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_i$ celle obtenue à partir de $\underline{\underline{T}}^j$. Ainsi, chacun de ces termes s'écrit :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{i} = E[\underline{\underline{T}}^{i} \, \underline{\underline{T}}^{iH}] = \underline{\underline{U}}_{i} \, \underline{\underline{\Lambda}}_{i} \, \underline{\underline{U}}_{i}^{H}$$

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{j} = E[\underline{\underline{T}}^{j} \, \underline{\underline{T}}^{jH}] = \underline{\underline{U}}_{j} \, \underline{\underline{\Lambda}}_{j} \, \underline{\underline{U}}_{j}^{H}.$$
(3.31)

Si on remplace l'expression de $\underline{\underline{\Gamma}}_i$ de l'équation (3.30) dans l'équation (3.31), on obtient :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{j} = E[\underline{\underline{T}}^{j} \underline{\underline{T}}^{jH}] \\
= E[\underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{\underline{T}}^{i} \underline{\underline{T}}^{iH} \underline{\underline{\Omega}}_{i,j}^{H}] \\
= \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{\underline{\Gamma}}_{i} \underline{\underline{\Omega}}_{i,j}^{H} \\
= \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{\underline{U}}_{i} \underline{\underline{\Lambda}}_{i} \underline{\underline{U}}_{i}^{H} \underline{\underline{\Omega}}_{i,j}^{H}.$$
(3.32)

Par identification entre les équations (3.31) et (3.32), on obtient une relation liant les matrices des vecteurs propres de $\underline{\underline{\Gamma}}_i$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_i$ et une relation liant leurs valeurs propres :

$$\underline{\underline{U}}_{j} = \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{\underline{U}}_{i}
\underline{\underline{\Lambda}}_{j} = \underline{\underline{\Lambda}}_{i}.$$
(3.33)

Pour achever le raisonnement, il ne reste plus qu'à vérifier que la projection sur les sousespaces signal et sous-espaces bruit sont indépendantes de l'arrangement en long-vecteur en montrant que $\underline{T}_s^j = \underline{\Omega}_{i,j} \underline{T}_s^i$, ce qui s'exprime par :

$$\underline{T}_{s}^{j} = \sum_{k=1}^{P} \langle \underline{T}^{j}, \underline{u}_{j_{k}} \rangle \underline{u}_{j_{k}} \\
= \sum_{k=1}^{P} \langle \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{T}^{i}, \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{u}_{i_{k}} \rangle \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{u}_{i_{k}} \\
= \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \sum_{k=1}^{P} \langle \underline{T}^{i}, \underline{u}_{i_{k}} \rangle \underline{u}_{i_{k}} \\
= \underline{\underline{\Omega}}_{i,j} \underline{T}_{s}^{i}.$$
(3.34)

Ainsi, les mêmes données filtrées sont obtenues lorsque l'on réarrange les long-vecteurs \underline{T}_s^i et \underline{T}_s^j sous la forme d'un tableau sismique. On peut donc conclure que la façon dont le long-vecteur est formée n'influe pas sur le résultat du filtrage.

3.4 Liens entre vecteurs de propagation et vecteurs propres

Dans ce paragraphe, nous allons préciser le lien existant entre la base des vecteurs propres \underline{u}_i et la base des vecteurs de propagation \underline{S}_p en nous intéressant au cas de deux sources.

Soit deux sources supposées décorrélées, dont les vecteurs de propagation sont notées \underline{S}_1 et \underline{S}_2 et les densités spectrales des sources Γ_{A1} et Γ_{A2} . La matrice spectrale va s'exprimer :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{S}}_1 \, \Gamma_{A1} \, \underline{\underline{S}}_1^H + \underline{\underline{S}}_2 \, \Gamma_{A2} \, \underline{\underline{S}}_2^H + \sigma_b^2 \, \underline{\underline{I}} = \underline{\underline{\Gamma}}_s + \underline{\underline{\Gamma}}_b. \tag{3.35}$$

D'après l'équation (3.12), la matrice $\underline{\Gamma}_s$ est alors de rang 2. La décomposition de la matrice spectrale globale va nous fournir les deux valeurs propres correspondantes au sous-espace signal λ_1 et λ_2 et les vecteurs unitaires des deux directions propres correspondantes \underline{u}_1 et \underline{u}_2 . Par hypothèses, nous obtenons les relations suivantes :

$$\underline{u}_{1}^{H} \underline{u}_{2} = 0
 \underline{u}_{1}^{H} \underline{u}_{1} = 1
 \underline{u}_{2}^{H} \underline{u}_{2} = 1.$$
(3.36)

D'autre part, $\underline{\underline{\Gamma}}_{s}$ peut s'écrire sous la forme d'une somme de deux matrices de rang 1, bâtie sur les vecteurs et valeurs propres.

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s} = \lambda_{1} \underline{\underline{u}}_{1} \ \underline{\underline{u}}_{1}^{H} + \lambda_{2} \underline{\underline{u}}_{2} \ \underline{\underline{u}}_{2}^{H}.$$
(3.37)

En reliant les équations (3.35) et (3.37), on a la relation suivante :

$$\Gamma_{A1}\underline{S}_1 \ \underline{S}_1^H + \Gamma_{A2}\underline{S}_2 \ \underline{S}_2^H = \lambda_1 \underline{u}_1 \ \underline{u}_1^H + \lambda_2 \underline{u}_2 \ \underline{u}_2^H$$
(3.38)

où le second membre de l'équation est entièrement connu. Si l'on multiplie par \underline{u}_1^H à gauche, on a alors :

$$(\Gamma_{A1}\underline{u}_1^H \underline{S}_1)\underline{S}_1^H + (\Gamma_{A2}\underline{u}_1^H \underline{S}_2)\underline{S}_2^H = \lambda_1\underline{u}_1^H.$$
(3.39)

Pour faciliter la lecture de l'expression, les scalaires sont mis entre parenthèses. On a aussi la relation symétrique suivante :

$$(\Gamma_{A1}\underline{u}_2^H \underline{S}_1)\underline{S}_1^H + (\Gamma_{A2}\underline{u}_2^H \underline{S}_2)\underline{S}_2^H = \lambda_2\underline{u}_2^H.$$
(3.40)

Ces deux dernières relations montrent que \underline{u}_1 et \underline{u}_2 sont des combinaisons linéaires de \underline{S}_1 et \underline{S}_2 . Ils sont donc tous deux dans le sous-espace vectoriel à deux dimensions défini par \underline{S}_1 et \underline{S}_2 . Or, \underline{u}_1 et \underline{u}_2 étant les données, c'est la réciproque qui nous intéresse. À savoir, les deux vecteurs de propagation \underline{S}_1 et \underline{S}_2 appartiennent au sous-espace vectoriel à deux dimensions définis par les vecteurs unitaires et orthogonaux \underline{u}_1 et \underline{u}_2 .

Nous avons donc montré que les vecteurs de propagation appartiennent à la même base que les vecteurs propres issus de la diagonalisation de la matrice spectrale. Mais ceux-ci ne permettent pas de déterminer totalement les vecteurs de propagation par identification directe avec les vecteurs propres.

Un travail de ce type a été réalisé par Thirion et al. [Thi95, TLM96, TML96] pour le cas de la matrice spectrale classique (multi-bande étroite). Ils ont montré que l'égalité entre les vecteurs propres et les vecteurs de propagation dépend essentiellement du rapport d'énergie entre les différentes ondes et de leur degrés de corrélation. Ainsi, dans le cas deux ondes, les deux vecteurs de propagation sont identifiables aux deux vecteurs propres dans le cas où les ondes sont décorrélées et ont des énergies différentes.

3.5 Pré-traitement possible : correction de vitesse

Le filtrage matriciel peut réaliser la séparation d'ondes dont la vitesse n'est pas parfaitement infinie à la différence des traitements basés sur la SVD. Cependant, si l'onde a une vitesse très faible, le retard entre deux capteurs sera relativement grand. Il s'en suit que la fonction d'inter-corrélation entre deux traces temporelles, centrée sur la valeur du retard entre les deux traces, sera loin d'être positionné au retard nul. Dans ce cas, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.1.2, le lissage fréquentiel introduira un biais très important. Ainsi, si l'on utilise le lissage fréquentiel pour estimer la matrice spectrale, il sera nécessaire de réaliser au préalable une étape de correction de vitesse, appelée aussi alignement.

Plusieurs méthodes permettent d'estimer le retard entre deux traces et ainsi corriger la vitesse d'une onde pour la rendre infinie [Spe81]. L'une d'elles est basée sur les statistiques d'ordre deux, notamment sur le calcul de la fonction d'inter-corrélation entre un signal de référence et ce même signal retardé en temps. Cette fonction mesure les similitudes entre les deux signaux dans le domaine temporel.

Dans le cas de deux signaux reçus sur deux capteurs i et k recevant des copies décalées de la source p et suivant le modèle de l'équation (1.12), lorsque le décalage entre les deux signaux correspondra au retard $\tau_i(\theta_p) - \tau_k(\theta_p)$, la fonction d'inter-corrélation sera maximum. Il est ainsi possible d'estimer la valeur du retard et ainsi de le corriger.

D'autres méthodes consistent à évaluer les retards entre deux signaux en utilisant les statistiques d'ordre supérieur dans le domaine spectral, comme l'ont démontré Nikias et Pan ([NP88]) et développé ensuite Vrabie et Mars [VM01]. Ils ont montré que le retard apparaît dans le bispectre comme une mesure de phase. Une telle approche est particulièrement intéressante dans le cas de la présence de bruit gaussien dans les signaux du fait que tous les multispectres du bruit plus grands que deux sont alors identiquement nuls. Néanmoins, en pratique, cette technique demande un temps de calcul assez long et une grande place mémoire.

Une autre technique, tout aussi populaire, est basée sur la minimisation de l'erreur quadratique entre les deux signaux pour différents retards possibles. Pour deux signaux reçus sur deux capteurs *i* et *k* recevant l'onde *p* et suivant le modèle de l'équation (1.12), l'erreur est minimum lorsque le retard appliqué est égal à $\tau_{i,p} - \tau_{k,p}$. Ainsi pour un ensemble de retards *r* testés, l'erreur quadratique s'exprime comme suit :

$$E_{k,i}(r) = \sum_{n=1}^{N_t} [x_k(n) - x_i(n-r)]^2$$
(3.41)

avec N_t le nombre d'échantillons temporels. Cette méthode fournit de bons résultats mais elle a l'inconvénient d'être très lente car elle réalise une recherche exhaustive du retard. Pour résoudre ce problème, un algorithme de descente de gradient a été combiné à la méthode [PRM04].

Les figures 3.5 et 3.6 montrent un exemple de profil sismique avant et après correction de vitesse par la méthode basée sur la minimisation de l'erreur quadratique.





FIG. 3.6 – Profil après correction de vitesse

3.6 Exemple : onde de vitesse infinie avec un bruit additionnel

Nous allons présenter les résultats du filtre MCWB-SMF obtenus sur un cas très simple de données simulées : une onde de vitesse infinie, de polarisation elliptique additionnée à un bruit blanc spatialement et temporellement.

Les signaux ont été reçus sur une antenne linéaire composée de 12 capteurs chacun à 3 composantes X, Y et Z. Les données initiales (Fig. 3.8) sont composées de l'onde de vitesse infinie (Fig. 3.7) et d'un bruit additif. Avant filtrage, le rapport signal à bruit (RSB¹) vaut -3.5dB. L'objectif est d'améliorer le RSB en filtrant le bruit.





FIG. 3.8 – Profil des données initiales

La décomposition en éléments propres de la matrice spectrale large-bande multicomposante est effectuée après estimation en utilisant un lissage spatial et fréquentiel. Les paramètres utilisés sont $K_s = 4$ et $K_f = 4$, de sorte que les deux types de lissage produisent $K = (2K_s + 1)(2K_f + 1) = 81$ pseudo-réalisations. La décomposition réduite de la matrice spectrale à permis d'obtenir les 81 vecteurs propres associées aux 81 plus grandes valeurs

¹Le RSB est défini comme l'énergie du signal sur l'énergie du bruit sur l'ensemble de la section sismique.

propres. La figure 3.9 montre la décroissance des 20 premières valeurs propres. La première valeur propre domine largement les autres. L'espace défini par le premier vecteur propre sera identifié comme le sous-espace signal et nous projetons les données sur ce vecteur. Le résultat de cette projection est proposé à la figure 3.10 et la différence entre les données "modèle" (Fig. 3.7) et la projection sur le sous-espace signal (Fig. 3.10) est donnée sur la figure 3.11. L'objectif est atteint, le RSB vaut 14dB après filtrage contre -3.5dB avant. L'onde a été bien isolée comme le montre la faible différence qu'il existe entre le modèle et l'onde filtrée (Fig. 3.11).



FIG. 3.9 – Amplitude des 20 premières valeurs propres



FIG. 3.10 – Données filtrées : projection des données sur le sous-espace signal

FIG. 3.11 – Différence entre les données filtrées et le modèle du signal

Influence des ordres de lissage spatial et fréquentiel

Le tableau 3.1 donne l'erreur moyenne quadratique entre le signal modèle (Fig. 3.7) et l'onde filtrée (Fig. 3.10) pour différents ordres de lissage spatial K_s et fréquentiel K_f .

Ce tableau permet de voir que les résultats du filtrage dépendent fortement des ordres de lissage spatial et fréquentiel choisis. Il est possible de faire plusieurs constats. Tout d'abord, on constate que dans le cas de ces données, il est toujours bénéfique de combiner les deux types de lissage. Ensuite, on voit que les performances se dégradent dès lors que l'on prend des ordres de lissages trop élevés (K_s ou $K_f \ge 8$). Dans le cas de cette simulation, le meilleur résultat est obtenu pour $K_s = 6$ et $K_f = 4$.

K_f	0	2	4	6	8
0	#	82.10^{-4}	51.10^{-4}	41.10^{-4}	39.10^{-4}
2	77.10^{-4}	18.10^{-4}	13.10^{-4}	13.10^{-4}	16.10^{-4}
4	42.10^{-4}	10.10^{-4}	7.10^{-4}	8.10^{-4}	13.10^{-4}
6	34.10^{-4}	8.10^{-4}	6.10^{-4}	8.10^{-4}	12.10^{-4}
8	26.10^{-4}	10.10^{-4}	9.10^{-4}	11.10^{-4}	16.10^{-4}

TAB. 3.1 – Erreur quadratique moyenne entre le modèle et l'onde filtrée pour différentes valeurs d'ordre de lissage spatial et fréquentiel

Cependant, ces propos sont à nuancer suivant le type de données à traiter. Ainsi, dans le cas précédent, nous sommes en présence d'une onde de vitesse infinie et spatialement stationnaire sur l'ensemble des capteurs. Par conséquent, les lissages introduisent peu de biais sur l'estimation de la matrice spectrale. Ce qui n'est pas le cas dès lors que l'on est en présence d'une onde de vitesse non infinie ou qui n'est pas stationnaire spatialement.

Nous avons vu que pour une onde de vitesse non-infinie, la fonction d'inter-corrélation entre deux traces n'est pas centrée en zéro (retard non nul) et donc que le lissage fréquentiel introduit un biais. Seule l'onde à incidence normale (vitesse infinie) est non biaisée, toutes les autres ondes le sont. Le biais est d'autant plus important que l'incidence de l'onde sur l'antenne est grande. En pratique, en présence d'une onde pentée, un faible lissage fréquentiel est admissible mais on privilégie quand même le lissage spatial.

De même, le lissage spatial n'est pas adapté aux ondes non stationnaires localement en distance. Pour que ce lissage n'introduise pas de biais, il est donc nécessaire que l'onde soit au moins stationnaire sur les $2K_s + 1$ capteurs utilisés pour faire la moyenne. Si ce n'est pas le cas, on privilégie le lissage fréquentiel pour réaliser l'estimation de la matrice spectrale.

3.7 Conclusion

Ce chapitre a permis de proposer une méthode de filtrage permettant de traiter de façon globale les données multidimensionnelles issues de campagnes sismiques multicomposantes. La méthode proposée réalise une approche fréquentielle de ce problème de séparation entre la partie signal et la partie bruit. Elle est basée sur une décomposition en sous-espaces à partir d'une matrice spectrale large-bande multicomposante estimée. Elle prend en compte l'ensemble des interactions entre les fréquences de tous les capteurs et toutes les composantes directionnelles. Nous allons voir par la suite les intérêts physiques que peuvent avoir une telle méthode dans le cas des données sismiques multicomposantes, notamment vis à vis des problèmes de dispersion et de caractérisation de la polarisation des ondes.

Chapitre 4

Applications sur des données sismiques synthétiques et réelles

Sommaire

4.1 App	olication	du filtrage sur des données synthétiques	67		
4.1.1	4.1.1 Simulation 1 : Amélioration du rapport signal à bruit $\ldots \ldots \ldots$				
	4.1.1.1	Le jeu de données synthétiques	67		
	4.1.1.2	Filtrage des données	67		
	4.1.1.3	Structure de la matrice spectrale	69		
	4.1.1.4	Structure des vecteurs propres	69		
	4.1.1.5	Impact du filtrage sur le spectre des signaux $\ldots \ldots \ldots$	71		
	4.1.1.6	Impact du filtrage sur le diagramme de polarisation	71		
4.1.2	Simulation 2 : Séparation d'ondes				
	4.1.2.1	Le jeu de données synthétiques	72		
	4.1.2.2	Filtrage des données	72		
	4.1.2.3	Structure de la matrice spectrale	73		
	4.1.2.4	Structure des vecteurs propres	74		
	4.1.2.5	Impact du filtrage sur le spectre des signaux $\ldots \ldots \ldots$	76		
	4.1.2.6	Impact du filtrage sur le diagramme de polarisation \ldots .	76		
4.1.3	Discussi	Discussion sur la méthode			
	4.1.3.1	Problème de l'aliasing spatial	76		
	4.1.3.2	Apport de la modélisation large-bande et multicomposante	79		
4.2 Con	nparaiso	n avec d'autres filtres	81		
4.2.1	Simulat	ion 1 : Amélioration du rapport signal à bruit	81		
	4.2.1.1	Application du filtre $f - k$	81		
	4.2.1.2	Application du filtre $\tau - p$	81		
	4.2.1.3	Application du filtre SMF	81		
	4.2.1.4	Application du filtre SVD	82		
	4.2.1.5	Application du filtre $3C - SVD$	82		
4.2.2	Simulat	ion 2 : Séparation d'ondes	83		
	4.2.2.1	Application du filtre $f - k$	83		
	4.2.2.2	Application du filtre $\tau - p$	83		
	4.2.2.3	Application du filtre SMF	84		

		4.2.2.4 Application du filtre SVD	84
		4.2.2.5 Application du filtre $3C - SVD$	85
	4.2.3	Évaluation des performances	85
4.3	App	lications sur des données réelles	87
	4.3.1	Données de sismique réflexion	87
	4.3.2	Données de surface proche à 2 composantes	91
4.4	Con	clusion	94

4.1 Application du filtrage sur des données synthétiques

Pour valider la méthode MCWB-SMF décrite dans le chapitre précédent, nous la testons sur des signaux sismiques synthétiques (simulation 1 et 2) et réels. Nous proposons une étude de la structure des vecteurs propres et de la matrice spectrale ainsi que de l'influence du filtrage sur les spectres et les diagrammes de polarisation des signaux. Nous voyons aussi l'intérêt de la modélisation large bande multicomposante par rapport à la modélisation multi-bande étroite (SMF classique). Enfin, nous comparons les performances de la méthode MCWB-SMF avec celles des méthodes décrites dans le chapitre 2 (filtres f - k, $\tau - p$, SMF, SVD, 3C-SVD). Le lecteur pourra aussi trouver dans la littérature des articles faisant des comparaisons entre diverses méthodes de séparation d'ondes [MG94, MGM04, PM06].

4.1.1 Simulation 1 : Amélioration du rapport signal à bruit

4.1.1.1 Le jeu de données synthétiques

La simulation présentée contient un champs d'onde (Fig. 4.1) auquel s'ajoute un bruit additif. Ces signaux ont été reçus sur une antenne linéaire composée de 12 capteurs, chacun à 3 composantes X, Y et Z. L'ondelette de Ricker a été employée pour simuler la forme de la source émise, sa fréquence centrale réduite est égale à 0.1. L'onde reçue sur les capteurs possède une vitesse négative et une polarisation de type linéaire. Le bruit additif est décorrélé des sources et est temporellement et spatialement blanc. La puissance du bruit additif n'est pas la même sur les trois composantes. Ainsi, il est plus important sur la composante Z que sur la composante Y et la composante X (Fig. 4.2). Les RSBs sur les composantes X, Y et Z valent respectivement 5dB, 0.5dB et -13dB. Sur la composante Z, on constate que l'onde est entièrement noyée dans le bruit.



FIG. 4.1 – Modèle du signal

FIG. 4.2 – Profil des données initiales

4.1.1.2 Filtrage des données

La décomposition en éléments propres de la matrice spectrale large-bande multicomposante est effectuée après son estimation en utilisant un lissage spatial et fréquentiel. Les paramètres utilisés sont $K_s = 4$ et $K_f = 4$, de sorte que les deux types de lissage produisent $K = (2K_s + 1)(2K_f + 1) = 81$ pseudo-réalisations. La décomposition réduite de la matrice spectrale a permis d'obtenir les 81 vecteurs propres associés aux 81 plus grandes valeurs propres. La figure 4.3 montre la décroissance des 20 premières valeurs propres. La première valeur propre dominant largement les autres, l'espace définit par le premier vecteur propre est identifié au sous-espace signal et nous projetons les données sur ce vecteur. Le résultat de cette projection est présenté à la figure 4.4 et la différence entre les données de départ bruitées et la projection sur le sous-espace signal est donnée sur la figure 4.5 (sous-espace bruit).

Pour quantifier les résultats du filtrage, nous avons calculé l'erreur moyenne quadratique entre le modèle (Fig. 4.1) et le signal estimé (Fig. 4.4). Ces calculs ont été effectués pour l'ensemble des méthodes pour pouvoir effectuer une comparaison des performances, et sont résumés dans la table 4.1 en section 4.2.3. Dans l'instant, nous nous attachons uniquement à faire une description qualitative des résultats obtenus avec le filtre.

En terme d'amélioration de rapport signal à bruit, les résultats obtenus sont relativement bons. Sur les composantes X et Y, l'onde a été totalement isolée du bruit. Les RSBs valent 13dB. Sur la composante Z, l'amélioration du rapport signal à bruit est aussi très nette (2dB au lieu de -13dB), cependant la forme de l'onde obtenue reste légèrement bruitée et sa vitesse de propagation n'est pas tout à fait correcte.



FIG. 4.3 – Amplitude des 20 premières valeurs propres



FIG. 4.4 – Projection des données sur le sousespace signal

FIG. 4.5 – Projection des données sur le sousespace bruit

4.1.1.3 Structure de la matrice spectrale

La figure 4.6 correspond au module de la matrice spectrale large-bande multicomposante. Cette matrice est de taille $(N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c)$, soit 2304 × 2304 avec $N_x = 12$, $N_f = 64$ et $N_c = 3$. Les blocs encadrés de blanc correspondent à l'ensemble des interactions fréquentielles et spatiales existantes entre deux composantes, et sont de taille $(64 \cdot 12 \times 64 \cdot 12)$. Les blocs de la diagonale principale correspondent aux matrices spectrales large-bande monocomposantes $\underline{\Gamma}_{X,X}, \underline{\Gamma}_{Y,Y}$ et $\underline{\Gamma}_{Z,Z}$ et rassemblent pour chaque bloc toutes les interactions fréquentielles entre tous les capteurs d'une seule composante. On constate que pour la composante Z, le bloc $\underline{\Gamma}_{Z,Z}$ ne fait quasiment pas ressortir le spectre du signal à la différence des blocs $\underline{\Gamma}_{X,X}$ et $\underline{\Gamma}_{Y,Y}$. Ceci est dû à la présence d'un fort niveau de bruit sur la composante Z. Si l'on ne travaillait qu'avec la composante Z très bruitée, il serait donc impossible de faire ressortir l'information utile du bruit. On voit alors l'intérêt de prendre en compte les interactions entre composantes. Ainsi, le bloc $\underline{\Gamma}_{Z,X}$ qui caractérise les similitudes entre les composantes X et Z fait beaucoup plus ressortir la partie "signal" que le bloc $\underline{\Gamma}_{Z,Z}$. Ceci nous permet donc de rehausser la partie "signal" présente sur la composante Z.



FIG. 4.6 – Module de la matrice spectrale large-bande multicomposante de la simulation 1

4.1.1.4 Structure des vecteurs propres

Dans le cas où le profil sismique ne contient qu'une seule onde, le sous-espace signal est alors de dimension 1. Il est définit par le premier vecteur propre issu de la décomposition de la matrice spectrale (colinéaire au vecteur de propagation de la source).

Lorsque l'on observe le module du premier vecteur propre (Fig. 4.7(b)), on constate que l'on retrouve l'information fréquentielle relative au signal (Fig. 4.7(a)). Ce vecteur est formé en mettant bout à bout les composantes fréquentielles issues de la transformée de Fourier du "modèle", suivant l'équation (3.1).


FIG. 4.7 - (a) Module de la TF de l'ensemble des traces du profil sismique "modèle" mis sous forme de long-vecteur. (b) Module du 1er vecteur propre issu de la MCWB-SMF



FIG. 4.8 – (a) Module de la TF de l'ensemble des traces du profil sismique correspondant au bruit mis sous forme de long-vecteur. (b) Module d'un des vecteurs propres issu de la MCWB-SMF appartenant au sous-espace bruit

Si l'on observe le module d'un autre vecteur propre (Fig. 4.8(b)), supposé appartenir au sous-espace bruit, on constate que l'on ne retrouve pas d'information fréquentielle relative au signal. Si l'on compare l'allure du module de ce vecteur, supposé appartenir au sous-espace bruit, à celle du vecteur obtenu en faisant la transformée de Fourier de la partie "Bruit" du modèle, on remarque que ces deux vecteurs ont des allures très similaires.



4.1.1.5 Impact du filtrage sur le spectre des signaux

FIG. 4.9 – Spectres des signaux sur les différentes composantes : modèle, avant et après filtrage

La figure 4.9 représente les différents spectres obtenus sur les 3 composantes. Pour une composante donnée, chaque tracé correspond à la moyenne sur l'ensemble des traces sismiques des spectres du signal modèle (sans bruit), du signal de départ (avec bruit) et du signal après filtrage (sous-espace signal). On constate que le lobe du signal "utile" apparaît dans les données après filtrage (trait continu) alors qu'il ne l'était pas forcément avant filtrage (notamment sur la composante Z) (trait discontinu). De plus, le niveau du bruit est réduit sur l'ensemble des trois composantes et cela sur toute la plage des fréquences.

4.1.1.6 Impact du filtrage sur le diagramme de polarisation

Sur la figure 4.10 sont présentés trois diagrammes de polarisation. Ils caractérisent l'état de polarisation de l'onde et correspondent au tracé de l'amplitude de la composante Y en fonction de l'amplitude de la composante X. De gauche à droite, le diagramme est tracé pour les données initiales bruitées, puis sur les données "modèle" et enfin sur les données après filtrage (sous-espace signal). La polarisation de l'onde est linéaire comme nous pouvons le constater sur la figure du milieu réalisée sur les données "modèle". Avant l'étape de filtrage, il est impossible de connaître la polarisation de l'onde (figure de gauche). Après le filtre (figure de droite), on constate que l'on retrouve bien la forme linéaire attendue. Le filtre permet donc d'améliorer le diagramme de polarisation et montre que l'onde filtrée a bien la même polarisation que l'onde "modèle" (même inclinaison de l'axe et taille de segment).



FIG. 4.10 – Diagramme de polarisation entre la composante Y et la composante X sur une trace sismique : (a) sur les données initiales bruitées, (b) sur le modèle, (c) sur les données après filtrage

4.1.2 Simulation 2 : Séparation d'ondes

4.1.2.1 Le jeu de données synthétiques

Le jeu n°2 de données synthétiques proposé contient deux champs d'ondes auxquelles ont été ajouté un bruit blanc. Ces signaux sont reçus sur une antenne composée de 12 capteurs à 3 composantes (Fig. 4.12). Le modèle des deux ondes utilisé pour générer le profil sismique est proposé en Figure 4.11.

L'ondelette de Ricker a été employée pour simuler la forme de la source émise. Après émission, le signal s'est propagé dans le milieu. Une des ondes, appelée onde 1 dans la suite, est de fréquence centrale réduite 0.1 et possède une **vitesse infinie** et une polarisation de type elliptique. De plus, cette onde est dispersive car sa phase varie en fonction de la distance. L'autre onde, appelée onde 2 dans la suite, de fréquence centrale réduite 0.2, possède une **vitesse de propagation qui varie en fonction de la distance**, on qualifiera cette onde de non-plane. Elle possède une polarisation linéaire et une vitesse apparente qui n'est pas infinie. Le bruit additif est décorrélé des sources et temporellement et spatialement blanc.

4.1.2.2 Filtrage des données

Nous avons effectué la séparation des ondes et du bruit en réalisant une décomposition de la matrice spectrale large-bande multicomposante. Cette matrice spectrale a été estimée en utilisant les paramètres $K_s = 4$ et $K_f = 4$, de sorte que les deux types de lissage, spatial et fréquentiel, produisent $K = (2K_s + 1)(2K_f + 1) = 81$ pseudo-réalisations. La figure 4.13 montre la décroissance des 20 premières valeurs propres où les deux premières prédominent.



FIG. 4.11 – Modèle du signal

FIG. 4.12 – Profil des données initiales

Les vecteurs propres associés à ces deux valeurs propres définissent donc le sous-espace correspondant au sous-espace signal. Lorsque l'on réalise la projection sur le premier vecteur propre, correspondant à la valeur propre de plus forte amplitude, on peut obtenir l'*Onde 1* filtrée. La projection sur le deuxième vecteur propre permet quand à elle de filtrer l'*Onde 2* de vitesse non-infinie. Les figures 4.14 et 4.15 nous montrent les deux ondes ainsi extraites. En terme de séparation de champs d'ondes et d'amélioration de rapport signal à bruit, les résultats obtenus sont bons. En effet, la projection sur un des deux premiers vecteurs propres nous permet bien d'isoler l'une ou l'autre des deux ondes. Nous avons pu filtrer quasi-parfaitement l'*onde 1* qui possède une vitesse infinie. L'*onde 2* dont la vitesse n'est pas infinie a été isolée mais il reste du bruit et il y a une perte d'amplitude sur les capteurs aux extrémités. Ceci est essentiellement dû au lissage spatial qui introduit un effet de bord. Dans la suite, nous présenterons les résultats obtenus avec les autres types de filtres sur le même jeu de données.



FIG. 4.13 – Amplitude des 20 premières valeurs propres

4.1.2.3 Structure de la matrice spectrale

La figure 4.16 correspond au module de la matrice spectrale large-bande multicomposante. La matrice est de taille $(N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c)$, soit 2304 × 2304 avec $N_x = 12$, $N_f = 64$ et $N_c = 3$. On constate que dans la plupart des blocs encadrés de blanc, les contributions relatives aux deux ondes sont visibles par l'intermédiaire des deux maxima locaux autour des fréquence réduites 0.1 et 0.2. L'onde 1 prédomine sur les blocs diagonaux $\underline{\Gamma}_{X,X}$ et $\underline{\Gamma}_{Y,Y}$



FIG. 4.14 – Onde 1 filtrée



et l'onde 2 prédomine sur le bloc diagonal $\underline{\Gamma}_{Z,Z}$. Sur ce type de simulation, on voit alors l'intérêt de travailler sur les données multicomposantes dans leur ensemble. En effet, si on réalise un traitement par matrice spectrale large-bande composante à composante [GMG98], la projection sur les premiers vecteurs propres issus des matrices spectrales large-bande de chaque composante permet d'isoler l'onde 1 sur les deux composantes X et Y ,et l'onde 2 sur la composante Z comme le montre la figure 4.17.



PSfrag replacements

FIG. 4.16 – Module de la matrice spectrale large-bande multicomposante

4.1.2.4 Structure des vecteurs propres

Le profil sismique contenant deux ondes, le sous-espace signal de dimension 2 est définit par les deux premiers vecteurs propres issus de la décomposition de la matrice spectrale. Dans cette simulation, les vecteurs propres obtenus sont égaux aux vecteurs de propagation des deux ondes différentes, car comme nous venons de le voir, ils ont permis de séparer les



FIG. 4.17 – Filtrage matriciel large-bande réalisé indépendamment sur chaque composante en projetant sur le premier vecteur propre

deux ondes.

Lorsque l'on observe le module des deux premiers vecteurs propres (Fig. 4.18(b)), on constate que l'on retrouve l'information fréquentielle relative au signal (Fig. 4.18(a)) et qu'il y a bien égalité entre les vecteurs de propagation et les vecteurs propres estimés.



FIG. 4.18 – (a) Module de la TF de l'ensemble des traces du profil sismique "modèle" correspondant à l'onde 1 (en trait discontinu) et à l'onde 2 (en trait plein) mis sous forme de long-vecteur. (b) Module du 1er vecteur propre (en trait discontinu) et du deuxième vecteur propre (en trait plein)

4.1.2.5 Impact du filtrage sur le spectre des signaux

Les figures 4.19 et 4.20 représentent les spectres respectivement de l'onde 1 et de onde 2 sur les 3 composantes. On constate que les lobes du signal "utile" correspondant aux deux ondes apparaissent dans les données après filtrage, alors qu'il ne l'était pas forcément avant filtrage; notamment pour l'onde 2 dont le spectre était largement noyé dans celui du bruit.



FIG. 4.19 – Spectre des signaux sur les différentes composantes (modèle, avant et après filtrage) pour l'onde 1

4.1.2.6 Impact du filtrage sur le diagramme de polarisation

Les figures 4.21 et 4.22 correspondent aux différents diagrammes de polarisation des données initiales, des ondes sans bruit et des ondes filtrées respectivement de l'onde 1 et de l'onde 2. Ces diagrammes correspondent au tracé de l'amplitude de la composante Y en fonction de l'amplitude de la composante X, pour une trace du milieu de l'antenne. On constate que le filtre permet d'améliorer largement les figures de polarisation des ondes filtrées en retrouvant correctement leur état de polarisation (elliptique pour l'onde 1 (Fig. 4.21) et linéaire pour l'onde 2 (Fig. 4.22)).

4.1.3 Discussion sur la méthode

4.1.3.1 Problème de l'aliasing spatial

L'aliasing spatial correspond à un sous-échantillonnage spatial. C'est un problème récurant en prospection sismique qui est dû à un espacement trop grand entre les capteurs. Or, l'utilisation d'un grand nombre de capteurs faiblement espacés engendre un coût très important, ainsi les conditions d'acquisitions des données lors de campagnes sismiques ne respectent pas



FIG. 4.20 – Spectre des signaux sur les différentes composantes (modèle, avant et après filtrage) pour l'onde 2



FIG. 4.21 – Diagramme de polarisation entre la composante Y et la composante X sur une trace sismique. (a) sur les données initiales bruitées, (b) sur le modèle correspondant à l'onde 1, (c) sur l'onde 1 filtrée



FIG. 4.22 – Diagramme de polarisation entre la composante Y et la composante X sur une trace sismique. (a) sur les données initiales bruitées, (b) sur le modèle correspondant à l'onde 2, (c) sur l'onde 2 filtrée

toujours les contraintes d'échantillonnage spatial imposées par le théorème de Shannon. Il y a donc un besoin réel de méthode de traitement des données sismiques insensible à l'aliasing spatial.

La méthode la plus classiquement utilisée en sismique pour séparer les ondes du bruit, à savoir le filtre f - k ne peut traiter les données aliasées spatialement sans les altérer. Ceci vient du fait que ce filtre opère une double transformée de Fourier dans le domaine temps-distance (cf. section 2.1.1).

Nous allons montrer que la méthode de filtrage matriciel spectral proposée permet de traiter des données même si celles-ci sont aliasées spatialement. En effet, pour la mise en place de la méthode, la transformée de Fourier était réalisée uniquement sur les traces temporelles, nous permettant ainsi de nous affranchir de tout problème d'aliasing spatial.

Nous allons montrer les résultats du filtrage sur des données aliasées 1C (Fig. 4.23(a)). La distance entre les capteurs est choisie arbitrairement égale à 1 mètre. Par conséquent, d'après le théorème de Shannon, la fréquence spatiale maximum admise pour le signal est $k_{max} = 1/2k_{shannon} = 0.5m^{-1}$. Or, l'onde utilisée dans le modèle se propage avec une vitesse telle que le retard de l'onde entre deux traces successives vaut $n_e = 1.7$ échantillons et la fréquence centrale temporelle de l'onde vaut $f_c = 0.3$ Hz. On peut alors en déduire la fréquence centrale spatiale de l'onde qui vaut :

$$k_c = \frac{f_c}{V} = f_c \times n_e = 0.3 \times 1.7 = 0.51 m^{-1} > k_{shannon}.$$
 (4.1)



FIG. 4.23 - (a) Profil sismique aliasé. (b) Profil sismique filtré par la matrice spectrale largebande



FIG. 4.24 – Diagramme f-k du profil initial

Les données utilisées sont donc aliasées comme nous le confirme le diagramme f - k du profil sismique initial (Fig. 4.24).

Après avoir appliqué le filtrage par matrice spectrale large bande, on obtient le résultat de la figure 4.23(b). L'onde a été parfaitement filtrée du bruit (l'erreur moyenne quadratique entre les données filtrées et le modèle vaut 18.10^{-4}) bien que les données soient aliasées spatialement.

4.1.3.2 Apport de la modélisation large-bande et multicomposante

L'extension de la méthode de filtrage par matrice spectrale au cas large-bande multicomposante possède plusieurs intérêts. Le premier est que cette extension permet d'augmenter le nombre de sources séparables. En effet, dans le cas de la matrice spectrale classique (SMF), le nombre de sources séparables est $N_x - 1$, il est limité par la valeur maximale que peut atteindre le rang des N_f matrices spectrales. Or, dans le cas large-bande multicomposante, le nombre maximum de sources séparables vaut en théorie $N_x N_f N_c - 1$.

De plus, nous allons voir que la modélisation large-bande multicomposante apporte d'autres

avantages.

Intérêt de la modélisation large-bande par rapport à la modélisation bande étroite :

Le filtrage par matrice spectrale classique (SMF) est aussi appelé multi-bande étroite (cf.section 2.2.2). Dans le cas classique, autant de matrices spectrales sont construites puis diagonalisées que de canaux fréquentiels. Ainsi, la séparation en sous-espaces se fait à chaque fréquence. Le problème se pose dès lors que l'on est en présence de deux ondes dont les spectres sont partiellement disjoints, additionnées à du bruit.

Prenons le cas de deux ondes ayant des bandes passantes disjointes (Bp_1, Bp_2) . Le premier vecteur propre décrira l'onde 1 pour les fréquences de Bp_1 et l'onde 2 pour les fréquences de Bp_2 . Ainsi, le signal reconstruit après projection sur le premier vecteur propre dans chaque canal fréquentiel contient les deux ondes. Il est alors impossible de les séparer.

La modélisation large-bande apporte une solution à ce problème. Dans ce cas, une seule décomposition est effectuée, l'onde de plus forte énergie se retrouve dans le sous-espace engendré par le premier vecteur propre et l'autre onde dans celui engendré par le deuxième vecteur propre. Les deux ondes peuvent alors être séparées.

Ce problème est illustré dans le cas de la simulation 2 proposée précédemment. Le but était de séparer les deux ondes présentes dans le profil. Les résultats obtenus avec la méthode largebande sont présentés sur les figures 4.14 et 4.15 et ceux obtenus avec la méthode multi-bande étroite sur les figures 4.37 et 4.38. On voit donc très bien que la modélisation multi-bande étroite (SMF) ne réussit pas à séparer les deux ondes.

Intérêt de la modélisation multicomposante par rapport à la modélisation monocomposante :

Outre le fait de permettre l'accès à l'information de polarisation, comme nous le verrons dans la partie suivante, la modélisation multicomposante permet d'utiliser ce critère dans la séparation.

En effet, la prise en compte globale de l'information reçue sur l'ensemble des composantes permet d'isoler une onde parmi d'autres, même si cette dernière n'est pas "dominante" sur l'ensemble des composantes. Si l'on reprend l'exemple de la simulation 2, l'onde 1 est dominante sur les composantes X et Y et l'onde 2 est dominante sur la composante Z. Lorsque l'on réalise le traitement sur chaque composante indépendamment, la projection sur le premier vecteur propre correspond à l'onde 1 sur les composantes X et Y, et l'onde 2 sur la composante Z (comme nous l'avons montré la figure 4.17). Il n'est pas possible de séparer les deux ondes sur toutes les composantes en même temps.

Lorsque l'on réalise le traitement en prenant en compte l'ensemble des composantes, la projection sur le premier vecteur propre permet d'isoler l'*onde 1* sur les trois composantes et la projection sur le deuxième vecteur propre, l'*onde 2* (Fig. 4.14 et 4.15).

4.2 Comparaison avec d'autres filtres

4.2.1 Simulation 1 : Amélioration du rapport signal à bruit

4.2.1.1 Application du filtre f - k

Nous avons comparé les résultats obtenus par MCWB-SMF sur le jeu de données de la simulation 1 avec ceux obtenus avec le filtre le plus classiquement utilisé en sismique, à savoir le filtre f-k. L'onde obtenue est présentée sur la figure 4.25. Ce filtre permet de très bien isoler l'onde et d'enlever ainsi le bruit, bien que quelques artefacts apparaissent sur la composante Z.



FIG. 4.25 – Onde extraite par filtrage f-k

FIG. 4.26 – Onde extraite par filtrage $\tau - p$

Néanmoins, le filtre f-k possède des inconvénients indéniables. Tout d'abord, les résultats dépendent fortement du masque appliqué dans le plan f-k. De plus, ce filtre ne peut fonctionner que si le nombre de capteurs est suffisamment grand, et uniquement si les contraintes de Shannon sur l'échantillonnage en distance sont respectées. Ces contraintes s'avèrent extrêmement pénalisantes dans le cadre de la prospection sismique où les coûts sont tels que les compagnies pétrolières tentent de réduire au maximum le nombre de capteurs utilisés en augmentant l'espacement entre ces derniers. Enfin, ce filtre ne tient pas compte de l'information 3C.

4.2.1.2 Application du filtre $\tau - p$

Les résultats du filtrage avec le filtre $\tau - p$ sont montrés sur la figure 4.26. Les résultats obtenus sont très satisfaisants car la totalité du bruit a été enlevé. Cependant, les amplitudes n'ont pas été préservées et les résultats dépendent également de la définition du masque dans le domaine $\tau - p$. Ce filtre ne tient pas compte de l'information 3C.

4.2.1.3 Application du filtre SMF

Les résultats obtenus en appliquant le filtrage matriciel spectral classique (SMF) indépendamment sur chaque composante (Fig. 4.27) ne sont pas tout à fait satisfaisants. Les paramètres utilisés sont $K_s = 4$ pour le lissage spatial, 32 pour l'exposant de la fenêtre d'apodisation de Tuckey et les données filtrées ont été obtenues par projection sur le premier vecteur propre. Seule une faible partie du bruit a été enlevée sur les trois composantes (Fig. 4.27).



FIG. 4.27 – Onde extraite par filtrage SMF

FIG. 4.28 – Onde extraite par filtrage SVD

4.2.1.4 Application du filtre SVD

Les résultats obtenus grâce au filtre basé sur la SVD (Fig. 4.28) sont ici très mauvais. En effet, ce filtre ne permet pas de filtrer une onde si l'on n'a pas au préalable rendue sa vitesse infinie.

4.2.1.5 Application du filtre 3C - SVD



FIG. 4.29 – Onde extraite par 3C - SVD

FIG. 4.30 – Décroissance des valeurs propres

Le même problème se pose avec l'extension du filtre SVD au cas multicomposante dans le cas d'une onde dont la vitesse n'est pas infinie. Toutefois les résultats (Fig. 4.29) sont meilleurs que ceux obtenus avec la SVD. Il y a un compromis à faire sur le choix du nombre de vecteurs singuliers à garder (choix de r_x , r_t et r_c). Si ce nombre est trop petit, il est impossible de récupérer tout le signal "utile". En revanche, s'il est trop grand, le signal "utile" est entièrement récupéré mais seule une faible partie du bruit est enlevée.

4.2.2 Simulation 2 : Séparation d'ondes

4.2.2.1 Application du filtre f - k

Sur le jeu de données de la simulation 2, les deux ondes obtenues par filtrage f - k sont présentées sur les figures 4.31 pour l'onde 1 et 4.32 pour l'onde 2. Les figures 4.33 et 4.34 correspondent aux diagrammes f - k des ondes filtrées.



FIG. 4.31 – Onde 1 extraite par filtrage f-k



FIG. 4.33 – Diagramme f-k de l'Onde 1 extraite par filtrage f-k



FIG. 4.32 – Onde 2 extraite par filtrage f-k



FIG. 4.34 – Diagramme f-k de l'Onde 2 extraite par filtrage f-k

Sur cet exemple, les résultats obtenus avec le filtre f - k sont très satisfaisants même si on peut voir de très faible résidu de l'*onde* 2 sur le profil de l'*onde* 1 extraite, sur les premiers capteurs. Dans le cas où deux ondes non dispersives ont des vitesses de propagation proches ou identiques, le filtre f - k ne pourra pas séparer ces ondes même si elles arrivent sur l'antenne à des temps d'arrivée différents car le filtre f - k utilise principalement la vitesse comme facteur de discrimination.

4.2.2.2 Application du filtre $\tau - p$

Les résultats obtenus avec le filtre $\tau - p$ sont montrés sur la figure 4.35 pour l'onde 1 et la figure 4.36 pour l'onde 2. Les résultats sont très satisfaisants car les deux ondes sont bien



FIG. 4.35 – Onde 1 extraite par filtrage τ -p

FIG. 4.36 – Onde 2 extraite par filtrage τ -p

séparées et la majeure partie du bruit a été enlevée. Cependant, comme pour la simulation 1, les amplitudes n'ont pas été préservées et les résultats dépendent encore fortement du masque appliqué.

4.2.2.3 Application du filtre SMF



FIG. 4.37 – Onde 1 extraite par filtrage SMF FIG. 4.38 – One

FIG. 4.38 – Onde 2 extraite par filtrage SMF

Le filtre SMF a été réalisé en appliquant le filtre classique fréquence à fréquence indépendamment sur chaque composante avec les paramètres suivants : $K_s = 4$ pour le lissage spatial et 32 pour l'exposant de la fenêtre d'apodisation de Tuckey. Le filtre ne permet pas de séparer les 2 ondes comme on peut le voir sur la figure 4.37, qui correspond à la projection des données sur le premier vecteur propre et la figure 4.38, la projection sur le deuxième vecteur propre. Ceci vient du fait que les deux ondes ont des spectres disjoints comme nous l'avons vu à la section 4.1.3.2.

4.2.2.4 Application du filtre SVD

Les résultats obtenus avec le filtre SVD sont assez mauvais pour les deux ondes (Fig. 4.39 et Fig. 4.40).



FIG. 4.39 – Onde 1 extraite par filtrage SVD (Première section singulière)



FIG. 4.40 – Onde 2 extraite par filtrage SVD (Deuxième section singulière)

4.2.2.5 Application du filtre 3C - SVD



FIG. 4.41 – Onde 1 extraite par filtrage 3C - SVD



FIG. 4.42 – Onde 2 extraite par filtrage 3C-SVD

Les résultats obtenus à l'aide du filtrage 3C-SVD sont présentés sur la figure 4.41 pour l'onde 1 et la figure 4.42 pour l'onde 2. La majeure partie du bruit a été enlevée. L'onde 1 a été relativement bien séparée bien qu'il reste une petite partie de l'onde 2 qui était colinéaire à l'onde 1. Cependant, le filtre 3C-SVD ne permet pas de réaliser un bon filtrage de l'onde 2 dont la vitesse n'est pas infinie. Il aurait fallu pour cela réaliser un recalage de vitesse.

4.2.3 Évaluation des performances

Les tableaux Tab. 4.1 et Tab. 4.2 quantifient les résultats obtenus par les différentes méthodes précédemment citées sur les données des simulations 1 et 2. L'erreur quadratique moyenne (EQM) correspond à la différence entre les données "modèle" et les données obtenues par filtrage. Elle permet de quantifier les performances de chaque méthode, et ainsi de positionner la méthode MCWB-SMF par rapport aux autres.

Globalement, les méthodes fournissant les meilleurs résultats sur les deux exemples synthétiques proposés sont le filtrage matriciel large-bande multicomposante et le filtre f - k. Ces

	EQM
Filtrage MCWB-SMF	29.10^{-4}
Filtrage $f - k$	24.10^{-4}
Filtrage τ -p	63.10^{-4}
Filtrage SMF	133.10^{-4}
Filtrage SVD	259.10^{-4}
Filtrage 3C-SVD	129.10^{-4}

TAB. 4.1 – Erreur quadratique moyenne pour la simulation 1

	EQM Onde 1	EQM Onde 1
Filtrage MCWB-SMF	5.10^{-4}	45.10^{-4}
Filtrage $f - k$	18.10^{-4}	23.10^{-4}
Filtrage τ -p	51.10^{-4}	40.10^{-4}
Filtrage SMF	207.10^{-4}	206.10^{-4}
Filtrage SVD	184.10^{-4}	412.10^{-4}
Filtrage 3C-SVD	36.10^{-4}	93.10^{-4}

TAB. 4.2 – Erreur quadratique moyenne pour la simulation 2

filtres ont réalisé une bonne séparation des champs d'ondes et enlevé la quasi-totalité du bruit présent.

Dans le cas de la simulation 2, on remarque que de manière générale, quelque soit la méthode de filtrage, les résultats obtenus pour l'*onde 1* sont meilleurs que ceux obtenus pour l'*onde 2*. La raison est que la plupart des traitements sont plus efficaces pour séparer des ondes dont la vitesse est infinie.

Nous allons maintenant présenter les avantages et inconvénients de chacune des méthodes testées en comparaison avec la méthode MCWB-SMF.

Le première catégorie des méthodes testées correspond aux méthodes à gabarit et comprend le filtre f - k et le filtre $\tau - p$. Ces filtres fournissent de très bons résultats. Cependant, leur inconvénient majeur est qu'ils nécessitent l'intervention de l'utilisateur pour réaliser le masque dans le domaine associé, avant de revenir dans le domaine temps-distance. De plus, un désavantage propre au filtre f - k est qu'il nécessite un grand nombre de traces sismiques avec un échantillonnage spatial élevé ce qui rend les campagnes d'acquisitions coûteuses et contraignantes. Pour le filtre $\tau - p$, un ré-échantillonnage en p est effectué.

La deuxième catégorie des méthodes testées correspond aux méthodes matricielles. Elle comprend la décomposition en valeurs singulières (SVD) [CU01, FU88, KL80, Tri03], son extension : la 3C-SVD [GMM01, LBG04, LBLM01, MBVP06, MMG⁺03], et les différents types de filtrage utilisant la matrice spectrale classique (SMF) [Mer76, Sam83, Bie83, BK83, MG90, GGM93], et large-bande multicomposante (MCWB-SMF) [PMG04, PMG05, PMM05,

PM06]. Comme nous l'avons vu, ces méthodes construisent d'abord une certaine matrice qui peut être la matrice des données initiales dans le plan temps-distance pour la SVD, ou encore une matrice spectrale. Ces matrices sont ensuite décomposées suivant leurs vecteurs singuliers ou leurs vecteurs propres. Ces filtres sont utilisés à la fois pour séparer des ondes et pour améliorer le rapport signal à bruit en séparant l'espace des données en deux sous-espaces : le sous-espace signal et le sous-espace bruit. On les appelle aussi méthode par sous-espaces. Pour-être efficace, les filtres basés sur la SVD nécessitent au préalable un alignement des ondes

pour les rendre de vitesse infinie. En revanche, la matrice spectrale peut fonctionner sans prétraitement sur les ondes. Cependant, toute son efficacité dépend de l'étape d'estimation de la matrice spectrale.

Enfin, le filtrage MCWB-SMF est la seule des méthodes prenant en compte toute l'information disponible au niveau fréquentiel et au niveau de la polarisation. Par conséquent, ce filtre donne de très bons résultats, comparables à ceux avec le filtre f - k, à la différence qu'il n'impose pas de contraintes sur l'échantillonnage spatial et ne nécessite pas la création de masques.

4.3 Applications sur des données réelles

La méthode MCWB-SMF a été appliquée sur des données sismiques multicomposantes réelles. Elle peut être utilisée à la fois sur des profils issus de la sismique réflexion, de la sismique de puits (sur les Profils Sismiques Verticaux PSV) ou encore de la prospection marine (OBS et OBC) [PMM05, PM05, PM06].

4.3.1 Données de sismique réflexion



FIG. 4.43 – Profil sismique initial



FIG. 4.44 – Extraction de l'onde de pseudo-Rayleigh lente



FIG. 4.45 – Diagramme f-k des données initiales (en haut) et de l'onde de pseudo-Rayleigh lente extraite(en bas)

Dans le cas de la sismique réflexion, seules les ondes réfléchies apportent de l'information sur la structure du sol. Par conséquent, un des buts de la séparation des ondes est d'isoler ces ondes réfléchies des autres ondes "parasites" telles que les arrivées directes, les ondes de surface, le "ground-roll", les onde réfractées... L'algorithme de filtrage ayant tendance à favoriser les ondes possédant les énergies les plus fortes telles que l'onde directe ou le "Ground-roll".



FIG. 4.46 - Première section résiduelle (Fig. 4.43 - Fig. 4.44)



FIG. 4.47 – Extraction de l'onde de pseudo-Rayleigh rapide

La méthode sera d'abord utilisée pour isoler les ondes de plus forte énergie pour ensuite les soustraire aux données de départ et ainsi récupérer les ondes réfléchies qui sont généralement de très faible énergie.



FIG. 4.48 - Deuxième section résiduelle (Fig. 4.46 - Fig. 4.47)



FIG. 4.49 – Ondes réfléchies

Ce premier jeu de données réelles est issu d'une campagne de prospection sismique réalisée dans la vallée de Chantourne près de Grenoble en France. Le dispositif mis en place contenait une source de type explosif et un réseau linéaire de 47 capteurs à deux composantes. Une des composantes, la composante horizontale X, est située dans le plan contenant la source et le réseau de capteurs et l'autre composante correspond à la composante verticale Z. La distance entre les géophones, correspondant à l'échantillonnage spatial, est de 10 mètres. L'offset spatial, c'est à dire la distance entre la source et le premier capteur, est de 50 mètres. Les données ont été échantillonnées avec un pas d'échantillonnage de 16 ms et l'enregistrement a duré 4 secondes. La figure 4.43 correspond aux données initiales directement enregistrées sur les composantes verticales (à gauche) et horizontales (à droite) du réseau de capteurs. On peut identifier différents champs d'ondes sur l'une des composantes ou sur les deux. Ainsi, sur la composante verticale, on peut identifier une onde réfractée, une onde réfléchie ayant une amplitude relativement élevée (à environ 0.5 secondes) associée à un réflecteur profond et deux ondes de surfaces dispersives de pseudo-Rayleigh caractérisées par des vitesses apparentes relativement faibles et un contenu basse fréquence. Sur la composante horizontale, on distingue les deux ondes de surface mais aussi une onde réfléchie de très faible amplitude et noyée dans le bruit généré par les ondes de surface (à environ 1.2 secondes).

Le but du traitement est donc de séparer les différents champs d'ondes en commençant par ceux de plus forte énergie pour ainsi arriver à isoler les champs d'ondes réfléchies.

Le traitement par la matrice spectrale large-bande multicomposante a été appliqué trois fois. Le premier passage a permis d'isoler l'onde de pseudo-Rayleigh lente (Fig. 4.44). La figure 4.45 correspond aux diagrammes f - k des données initiales et de l'onde de pseudo-Rayleigh lente isolée par filtrage. Cette figure permet de voir que le traitement n'est pas gêné par l'aliasing spatial car l'onde de pseudo-Rayleigh qui était pourtant sous-échantillonné a pu être isolée. Le premier résidu (Fig. 4.46) correspond à la différence entre les données initiales et l'onde de pseudo-Rayleigh estimée.

Lors de la deuxième application du traitement sur le premier résidu, l'onde de pseudo-Rayleigh rapide a pu être isolée (Fig. 4.47). La figure 4.48 correspond à la deuxième section résiduelle. Elle contient les deux champs d'ondes réfléchies et du bruit résiduel.

La dernière étape consiste à appliquer une dernière fois le traitement sur la deuxième section résiduelle entre 0 et 1.4 secondes. Un "mute" (mise à zéro) sur les données a été réalisé après 1.4 secondes. Le résultat (Fig. 4.49) montre les deux ondes réfléchies aux environs de 0.6 et 1.2 secondes. Ces deux champs d'ondes ainsi isolés vont favoriser et faciliter l'interprétation des données par les géophysiciens dans le but de définir la structure du sous-sol.

4.3.2 Données de surface proche à 2 composantes

Dans les acquisitions de sismique de surface proche, les traitements classiques de type filtre f - k sont souvent inefficaces car ils ne permettent pas de réaliser la séparation des différents champs d'ondes présents. En effet, pour ce type de données, le but est de retirer les ondes n'apportant pas d'information sur la structure du sous-sol telles que les ondes de surface et d'isoler les ondes réfléchies. Or, ces ondes de surface sont le plus souvent aliasées comme nous allons le voir dans le profil proposé, il n'est donc pas possible de les extraire à l'aide du filtre f - k. De même, il n'est pas possible d'isoler directement les ondes réfléchies car elles ont des énergies très faibles et il est par conséquent impossible de les distinguer dans le diagramme f - k. Pour traiter ce genre de données, il est donc nécessaire d'avoir recours à des méthodes type haute résolution telles que la méthode de filtrage matriciel large-bande multicomposante qui va permettre de récupérer les ondes intéressantes par "épluchage" ("striptease sismique"), c'est à



30 30 35 35 40 Distance (m) Distance (m) 45 45 50 50 55 55 60 60 0.02 0 0.04 0.06 0.1 0.12 0 0.02 0.04 0.06 0.1 0.12 0.08 0.08 Temps (s) Temps (s)

FIG. 4.51 – Profil initial coupé

dire en enlevant successivement les ondes de forte énergie qui n'intéressent pas le géophysicien.

Dans cette étude, les enregistrements donnés par l'"IFP School" par Jean-Luc Mari cor-

respondent à un profil de bruit acquis en sismique de surface proche. Le nombre de géophones à 2 composantes utilisés est 32. Nous disposons des données reçues sur la composante verticale et sur la composante horizontale qui se trouve dans le plan de l'antenne. Le déport entre la source et le premier capteur est de 1 mètre et la distance entre deux géophones adjacents est de 2.5 mètres, ce qui correspond à l'échantillonnage spatial. L'échantillonnage en temps est réalisé toutes les 0.25 ms pour un temps d'enregistrement total de 128 ms.

Ce profil a été utilisé pour définir les paramètres d'acquisition d'une plus large campagne de sismique réflexion ultérieure. La figure 4.50 correspond aux données initiales reçues sur les composantes horizontale X et verticale Z de l'antenne. Ce profil contient différents champs d'ondes tels que : une onde directe, une onde réfractée, une onde de surface basse fréquence et une onde aérienne haute fréquence. De plus, sur la composante verticale et dans la gamme des distances comprises entre 30 et 60 mètres, on distingue un événement ayant une vitesse apparente très élevée et qui correspond à une onde réfléchie. La vitesse de l'onde directe est de 900 m/s et celle de l'onde réfractée observée dans la gamme de distances 16 à 71 mètres est de 1620 m/s. Pour le traitement de ces données, nous nous sommes restreint à une gamme de distance contenant l'information intéressante, c'est à dire entre 16 et 71 mètres (Fig. 4.51).



FIG. 4.52 – Ondes réfractées

Le traitement par la matrice spectrale a été appliqué successivement deux fois. La figure 4.52 correspond à l'extraction du champs d'onde réfracté. Ce champs d'onde est ensuite soustrait aux données initiales pour former la section résiduelle de la figure 4.53. On peut nettement distinguer sur ce profil les ondes réfléchies. L'extraction de ce champ d'ondes réfléchies principal est réalisée en appliquant une seconde fois le filtre matriciel. L'onde extraite est montrée sur la figure 4.54.



FIG. 4.53 – Premier résidu (Fig. 4.51 - Fig. 4.52)



FIG. 4.54 – Ondes réfléchies

4.4 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons exposé une méthode de séparation d'onde et d'amélioration du rapport signal à bruit adaptée à la sismique multicomposante et au problème qui nous était posé. On rappelle que le but était de proposer une méthode efficace, imposant peu de contraintes (pas besoin de pré-traitement sur les données, pas de contraintes sur la géométrie de l'acquisition sismique), et étant la plus automatique possible (peu de paramètres à régler). De plus, cette méthode se devait de traiter les données issues d'acquisitions sismiques multicomposantes dans leur ensemble et non pas indépendamment sur chaque composante pour ainsi pouvoir accéder à l'information de polarisation.

Pour répondre à ce problème, nous avons décidé d'étendre le filtrage matriciel classique au cas multicomposante. Après avoir fait un bref état de l'art des méthodes de séparation d'ondes existantes dites à gabarit et matricielles, nous avons décrit le fonctionnement de la méthode en détails. Nous l'avons ensuite comparée aux autres méthodes pour ainsi pouvoir la valider et montrer ses performances.

En récapitulatif, nous proposons un tableau comparatif de tous les filtres testés ainsi que le filtre MCWB-SMF avec pour chacun ses avantages et ses inconvénients, son efficacité relative en terme de séparation d'ondes et d'amélioration de RSB et enfin, les références bibliographiques principales qui lui sont associées.

La méthode proposée étant validée sur les simulations et sur les données réelles, il s'agit maintenant de l'exploiter au maximum en vue de caractériser les ondes qui ont été séparées. Dans la partie suivante, nous allons donc nous intéresser à la caractérisation des attributs des ondes séparées, à savoir leur polarisation, leur direction d'arrivée et leur temps d'arrivée sur l'antenne (offset).

Méthodes de filtrage	Type de méthode	Avantages	Inconvénients	Efficacité	Références
MCWB- SMF	nC matricielle	 Bon résultat dans de nombreux cas Alignement des ondes non- obligatoire Pas sensible à l'aliasing spatial Accès à l'information de polarisation 	 Sensible aux paramètres utilisés pour le lissage spatial et fréquentiel Choix du nombre de valeurs propres caractérisant le signal 	++	[PMG04] [PMG05] [PMM05] [PM06]
f-k	1C à gabarit	 Bon résultats dans de nombreux cas Pas de pré-traitement obligatoire 	 pas toujours évident Sensible à l'aliasing Nécessite un grand nombre de traces Sensible à la forme du masque 	++	[CS91] [EBB63] [Han88] [SG85] [ZG94b]
$\tau - p$	1C à gabarit	- Pas de pré-traitement obligatoire	 Coûteux pour un balayage fin sur la lenteur p Sensible à la forme du masque Amplitudes non préservées 	+	[FM92] [GML ⁺ 90] [MCTD86] [ZG94a] [RH90a] [RH90b]
SMF	1C matricielle	 Peu coûteuse en temps de calcul Alignement des ondes non- obligatoire Pas sensible à l'aliasing spatial 	 - idem MCWB-SMF - Impossibilité de séparer des ondes ayant des spectres disjoints 	_	[Mer76] [Sam83] [Die88] [Bie83] [BK83] [GGM93] [MG90]
SVD	1C matricielle	 Décomposition matricielle classique Très bons résultats pour isoler une onde dominante alignée 	 Correction de vitesse obligatoire Choix du nombre de valeurs singulières caractérisant le signal pas toujours évident 	_	[CU01] [FU88] [KL80] [Tri03]
3C-SVD	nC matricielle	- Décomposition matricielle classique - Accès à l'information de polarisation- Correction de vitesse obligatoire - Choix des rangs (r_x, r_t, r_c) pas toujours évident+		[GMM01] [LBG04] [LBLM01]	

Chapitre 4. Applications sur des données sismiques synthétiques et réelles

96

Deuxième partie

Attributs de polarisation et de direction d'arrivée

Cette deuxième partie aborde des problèmes couramment rencontrés en traitement d'antenne, à savoir la caractérisation de divers attributs des ondes sismiques. Nous allons dans les deux chapitres qui suivent nous intéresser tout d'abord à l'estimation de la polarisation, puis à celle de la direction d'arrivée des ondes sur une antenne. Le but étant de proposer des méthodes performantes et adaptées pour des données enregistrées sur des capteurs multicomposantes.

Nous avons vu que depuis plusieurs décennies nous assistons à une utilisation grandissante des capteurs multicomposantes car ces capteurs permettent l'accès à une plus grande quantité d'information et donc une meilleure caractérisation des structures géologiques.

Un des traitements fondamentaux est l'analyse de polarisation, c'est à dire l'analyse du mouvement des particules au passage d'une onde. Après un état de l'art des différentes méthodes existantes, nous proposerons une méthode basée sur les matrices issues de la décomposition de la matrice spectrale large bande multicomposante.

Un deuxième traitement fondamental est l'estimation des directions d'arrivée des ondes. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux méthodes dites à Haute Résolution puis nous proposerons une méthode adaptée aux signaux large bande enregistrés sur des antennes vectorielles.

Enfin dans le but de valider les deux méthodes proposées, nous les testerons sur des signaux sismiques synthétiques et nous comparerons leurs performances avec celles des méthodes classiquement utilisées.

Chapitre 5

Estimation de la polarisation

Sommaire

5.1 Int	5.1 Introduction sur l'analyse de polarisation 100				
5.1.1	Définition				
5.1.2	Intérêts	Intérêts de l'analyse de polarisation			
5.1.3	Commen	Comment faire l'analyse de polarisation ?			
	5.1.3.1	Pré-traitement			
	5.1.3.2	Méthode basée sur la matrice de covariance 106			
5.2 Méthode basée sur la matrice spectrale large-bande multicom-					
pos	sante				
5.2.1	Estimation du rapport d'amplitude et du déphasage $\ldots \ldots \ldots \ldots 109$				
5.2.2	Exemple	Exemple sur un jeu de données synthétiques			
5.3 Applications sur des données sismiques simulées et réelles 114					
5.3.1	5.3.1 Comparaison de la méthode proposée avec la méthode de Flinn 115				
	5.3.1.1	Estimation du déphasage 115			
	5.3.1.2	Estimation des paramètres pour des rapports d'amplitude			
		variables			
	5.3.1.3	Conclusion			
5.3.2	Applicat	ion sur un profil sismique de données réelles			
5.4 Conclusion					

Durant plusieurs décennies, les antennes sismiques composées de capteurs à une seule composante (1C) ont été l'outil le plus utilisé en géophysique pour l'exploration pétrolière. Cette approche scalaire a atteint un degré important de maturité tant au niveau des technologies d'acquisition que des traitements. Cependant, du fait du caractère bidimensionnel (2D) de l'approche monocomposante, ces enregistrements n'apportent pas toujours l'information suffisante pour distinguer les différentes ondes présentes. De plus, le besoin croissant d'améliorer la résolution afin d'accéder à plus de détails dans les structures géologiques, a préparé le terrain de l'exploration sismique à plusieurs composantes.

Ainsi, une plus grande quantité d'information sur les ondes sismiques peut être retrouvé à partir des enregistrements et des analyses vectoriels. Un des traitements sismiques fondamentaux des enregistrements multicomposantes est l'analyse de polarisation. Cette analyse implique le calcul des paramètres qui décrivent le mouvement des particules associé à la propagation d'une onde sismique. Ce mouvement des particules du sol au passage d'une onde a été identifié pour la première fois comme induisant des paramètres utiles par Jolly en 1956 [Jol56]. La première tentative de mesure du mouvement des particules revient à Shimshoni et Smith en 1964 [SS64]. Ils ont défini avec succès une méthode d'analyse de polarisation pour des données de tremblement de terre. En 1965, Flinn [Fli65] propose une méthode plus élaborée pour l'analyse de la polarisation qui est basée sur la matrice de covariance des données. Depuis, de nombreux autres algorithmes d'analyse de polarisation ont été développés pour des applications en exploration sismique [GMML90, SH90, JMG91].

5.1 Introduction sur l'analyse de polarisation

5.1.1 Définition

L'analyse de polarisation est une technique de traitement décrivant quantitativement le mouvement des particules du sol au passage d'une onde sismique. Elle peut être réalisée soit par l'intermédiaire de l'examen visuel du diagramme de polarisation, soit par des approches mathématiques permettant d'obtenir automatiquement les paramètres.

Prenons le cas d'un capteur à deux composantes orthogonales X et Z ($N_c = 2$) qui forment un repère orthogonal (Oxz) dans le plan de polarisation. La composante X se trouve dans le plan horizontal (surface du sol) et est colinéaire à la direction de l'antenne et la composante Z est verticale (cf. Fig. 1.7). Nous allons voir que dans le cas le plus général, les signaux enregistrés sur les composantes X et Z du capteur décrivent une ellipse dans le plan (Oxz). Par souci pédagogique, on considère des ondes monochromatiques et l'on décrit les signaux reçus sur les deux composantes \mathcal{O}_x et \mathcal{O}_z par :

$$\mathcal{O}_x = a_1 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \tag{5.1}$$

$$\mathcal{O}_z = a_2 \cos(2\pi f t + \varphi_2) \tag{5.2}$$

où $a_2/a_1 = \alpha$ caractérise le rapport d'amplitude entre les deux composantes et $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi$ leur déphasage. À partir des équations précédentes, on peut écrire :

$$\frac{\mathcal{O}_x}{a_1} = \cos(2\pi ft)\cos(\varphi_1) - \sin(2\pi ft)\sin(\varphi_1) \tag{5.3}$$

$$\frac{\mathcal{O}_z}{a_2} = \cos(2\pi ft)\cos(\varphi_2) - \sin(2\pi ft)\sin(\varphi_2) \tag{5.4}$$

ce qui implique que :

$$\frac{\mathcal{O}_x}{a_1}\sin(\varphi_2) - \frac{\mathcal{O}_z}{a_2}\sin(\varphi_1) = \cos(2\pi ft)\sin(\varphi_2 - \varphi_1) \tag{5.5}$$

$$\frac{\mathcal{O}_x}{a_1}\cos(\varphi_2) - \frac{\mathcal{O}_z}{a_2}\cos(\varphi_1) = \cos(2\pi ft)\sin(\varphi_2 - \varphi_1).$$
(5.6)

Enfin, en combinant les deux équations précédentes, on obtient l'équation de l'ellipse de polarisation dans le plan (Oxz) :

$$\left(\frac{\mathcal{O}_x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{O}_z}{a_2}\right)^2 - 2\frac{\mathcal{O}_x}{a_1}\frac{\mathcal{O}_z}{a_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$
(5.7)

Cette ellipse (Fig. 5.1) est inscrite dans un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes Ox et Oz et de longueurs respectives $2a_1$ et $2a_2$. Les paramètres décrivant cette ellipse sont l'inclinaison du grand axe par rapport à la direction (Ox), noté ψ (avec $0 \le \psi < \pi$) et l'ellipticité, définie comme le rapport entre le petit axe b et le grand axe a de l'ellipse ($e = \frac{b}{a}$).



FIG. 5.1 – Ellipse de polarisation

Pour certain cas particuliers de la valeur de l'ellipticité, le diagramme de polarisation peut avoir des formes différentes, comme on peut le voir sur la figure 5.2. Ainsi, une ellipticité de 0 correspond à une polarisation linéaire et une ellipticité de 1 correspond à une polarisation circulaire.

Dans le cadre de la sismique, suivant leur nature, les ondes peuvent avoir des polarisations très différentes (cf. Fig. 1.6). Nous présentons maintenant la polarisation associée aux principales ondes rencontrées en sismique :

- les ondes P de polarisation linéaire dans la direction de propagation de l'onde,
- les ondes SV de polarisation linéaire perpendiculairement à la direction de propagation et dans le plan vertical,
- les ondes SH de polarisation linéaire perpendiculairement à la direction de propagation et dans le plan horizontal,
- les ondes de Love de polarisation linéaire (propagation de type SH),
- les ondes de Rayleigh de polarisation elliptique,



FIG. 5.2 – Différents types de polarisation

- les ondes de Stoneley de polarisation elliptique.

Pour plus de détails sur ces différentes ondes, le lecteur pourra se reporter au chapitre 1. La géométrie de nos capteurs à 2 composantes X et Z ne nous permet pas d'avoir accès à l'information de polarisation des ondes de Love et des ondes SH. Cette information serait accessible dans le cas où l'on aurait des capteurs à trois composantes X, Y et Z tel que Y serait dans le plan horizontal et perpendiculaire à la direction de l'antenne.

Bien que l'examen visuel des diagrammes de polarisation permette un jugement intuitif sur la nature du mouvement des particules, cette approche n'est pas utilisable dans le cas de l'exploration sismique où l'on dispose de très important volumes de données. Il a donc été nécessaire de proposer des méthodes automatiques permettant l'estimation de paramètres décrivant le diagramme de polarisation lié à une onde, à savoir l'ellipticité et l'angle d'azimut. En fait, nous n'avons pas directement accès à cette information car nous avons accès à l'amplitude des signaux en sortie des capteurs. Il est donc nécessaire de faire le lien entre les paramètres de polarisation issus de la physique et ceux auxquels nous avons réellement accès à savoir les rapports de phase et d'amplitude (α et φ) existant entre les signaux reçus sur les composantes X et Z des capteurs.

Born et Wolf [BW80] ont fait le lien entre les paramètres α et φ et les paramètres de l'ellipse e et ψ en décrivant les équations suivantes :

$$a^2 + b^2 = a_1^2 + a_2^2 \tag{5.8}$$

$$\tan(2\psi) = \frac{2\alpha}{1-\alpha^2}\cos(\varphi) \tag{5.9}$$

$$\frac{e}{1+e^2} = \frac{\alpha}{1+\alpha^2}\sin(\varphi) \tag{5.10}$$

avec $\alpha = a_2/a_1$ le rapport d'amplitude entre la composante Z et la composante X, et *a* et *b* respectivement la longueur du grand axe et du petit axe de l'ellipse $(e = \frac{b}{a})$. Ainsi, à partir du rapport d'amplitude et du déphasage entre les composantes, il est possible de remonter aux paramètres de polarisation liés à l'ellipse.

Exemple

La figure 5.3 correspond à un enregistrement sismique synthétique sur 24 capteurs à deux composantes que nous allons utiliser pour présenter le concept de l'analyse de polarisation.

Il va nous permettre d'illustrer quelques caractéristiques du mouvement des particules suivant la nature des ondes. La figure 5.5 présente les diagrammes de polarisation associés à différents événements sismiques tracés à partir des signaux reçus dans les fenêtres 1 et 2 d'un des capteurs (Fig. 5.4). Par souci pédagogique, nous avons volontairement choisi un capteur sur lequel les deux ondes ont des supports temporels disjoints. La figure 5.5(a) montre une polarisation de type linéaire correspondant à l'onde la plus rapide (par exemple, une onde P). Ce comportement est caractéristique des ondes P et des ondes S directes et réfléchies. La figure 5.5(b) correspond au diagramme de polarisation de l'onde la plus lente. Ce mouvement elliptique des particules est caractéristique généralement des ondes de surface de type "ground-roll".



FIG. 5.3 – Profil sismique



FIG. 5.4 – Signaux enregistrés sur les composantes X et Y du 12ème capteur



FIG. 5.5 - (a) Diagramme de polarisation de l'onde 1 réalisé sur la fenêtre 1, (b) Diagramme de polarisation de l'onde 2 réalisé sur la fenêtre 2

5.1.2 Intérêts de l'analyse de polarisation

Les paramètres liés au mouvement des particules, déterminés par l'analyse de polarisation, peuvent être exploités à des fins différentes. D'une façon générale, la valeur de l'ellipticité caractérisant l'aplatissement de l'ellipse (e vaut 0 quand l'ellipse est totalement aplatie et correspond donc à une droite), permet la discrimination entre des ondes de polarisation parfaitement linéaire (de types P et S) et les ondes ayant un mouvement de particules elliptique telles que les ondes de Rayleigh. La direction du mouvement des particules peut quand à elle être utilisée pour déterminer le type d'onde (par exemple, P ou S), la direction d'arrivée de l'onde ou encore l'orientation d'une structure géologique qui aurait pu influencer le mouvement des particules.

Les premières applications de l'analyse de polarisation ont été réalisées en sismologie. Le but était alors de localiser l'épicentre d'un tremblement de terre et d'identifier les temps d'arrivée de différentes ondes à différentes phases du séisme [AF65, Sam77].

Dans le contexte de l'exploration sismique, Shieh et Herrmann [SH90] d'une part et Perelberg et Hornbostel [PH94] d'autre part ont utilisé l'analyse de polarisation pour éliminer des événements non utiles correspondant à du bruit (par exemple le "ground-roll"). Spencer et al. [SSC88] ont utilisé la polarisation pour déterminer la direction d'une couche ou d'un plan de faille à proximité d'un puits.

Cependant, l'application la plus significative en exploration sismique reste l'extraction de sections pures S et sections pures P [PH94]. Cho et Spencer [CS92] ont proposé une nouvelle approche combinant à la fois l'analyse de polarisation et l'analyse de vitesse pour séparer différents champs d'ondes sur des profils multicomposantes.

De plus, l'obtention de sections P pures a des impacts positifs sur les traitements de sismique

réflection. Ainsi, les images P résultantes doivent permettre une meilleure interprétation de la structure géologique et les sections S doivent apporter de l'information sur le sous-sol. De plus, la façon dont l'énergie des ondes S répond de façon unique aux structures et aux anomalies dans la terre permet d'obtenir de précieuses informations sur l'anisotropie, la caractérisation de fracture et la porosité [MC91].

Une autre application assez courante réalisée à partir des ondes S est l'identification et l'interprétation du phénomène de dédoublement des ondes S. Ce phénomène se produit lorsque qu'une onde S se propageant à travers une fracture se dédouble pour former deux ondes de polarisations orthogonales et de vitesses différentes. Crampin [Cra85] a montré comment l'identification de l'onde rapide permet de trouver l'orientation du champ de contrainte horizontal et comment le retard entre l'onde rapide et l'onde lente indique le degrés de rupture.

5.1.3 Comment faire l'analyse de polarisation ?

Nous rappelons que l'entité physique que nous contrôlons au travers de l'analyse de polarisation est le vecteur décrivant le mouvement des particules. Le succès de cette analyse dépend fortement de l'exactitude avec laquelle les données enregistrées représentent les vrais champs d'ondes et de la capacité de la technique d'analyse de polarisation à mesurer avec précision les caractéristiques de ce champs d'onde. Par conséquent, lors de toute étape de pré-traitement visant par exemple à réduire le bruit, il est nécessaire de s'assurer que cette dernière n'engendre pas de distortion sur le mouvement de la particule.

5.1.3.1 Pré-traitement

L'objectif de la plupart des traitements est d'améliorer la résolution et l'interprétabilité des images sismiques, ce qui engendre bien souvent une modification de l'ondelette sismique. Cependant, pour que l'analyse de polarisation indique de façon fiable le mouvement des particules des ondes, il faut que l'étape de pré-traitement améliore le rapport signal à bruit sans engendrer de distortions sur le mouvement des particules.

Pour que l'information issue de l'analyse permette de calculer les orientations de certains évènements géologiques, les paramètres de polarisation doivent être calculés en respectant des directions de référence prédéterminées (habituellement la direction verticale et la direction en ligne). Enfin, si une égalisation d'amplitude selon les directions temporelles ou spatiales est nécessaire durant la phase de pré-traitement, le facteur d'amplitude appliqué aux données doit être identique sur toutes les composantes.

Un filtrage fréquentiel est souvent requis comme un traitement préalable à toute analyse de polarisation. En effet, il permet de stabiliser le mouvement des particules en réduisant le bruit. Cependant, un filtre trop sélectif en fréquence compromet une analyse correcte de la polarisation car il peut atténuer l'amplitude du signal et introduire par conséquent de la distortion sur le mouvement des particules. Le filtre médian [DB95], pourtant très utilisé dans le traitement des profils sismiques verticaux (PSV), n'est pas recommandé car il introduit des changements d'amplitude entre les composantes. Par conséquent, il peut être judicieux d'utiliser plutôt des filtres de type f - k ou $\tau - p$.
5.1.3.2 Méthode basée sur la matrice de covariance

Une grande variété d'algorithmes a été développée pour réaliser l'analyse de polarisation à la fois dans le cas des données sismologiques (tremblement de terre) et des données sismiques (exploration). Les différences entre ces algorithmes portent sur divers points tels que le domaine d'application du traitement (temporel, fréquentiel, Radon...), le choix de travailler sur une trace unique ou plusieurs traces (multi-traces), de façon instantanée ou sur une fenêtre temporelle. Dans une certaine mesure, l'approche dépend pour beaucoup de la qualité des données et de l'application visée.

Des différentes options possibles, l'approche temporelle sur une trace unique permet une introduction facile du concept d'analyse de polarisation. Hearn et Hendrick [HH99] ont réalisé une comparaison des algorithmes basés sur cette approche. Leur différence essentielle se fait au niveau des temps de calculs, très variables d'un algorithme à l'autre. Parmi les approches les plus efficaces et les plus stables, on peut citer l'algorithme développé par Flinn en 1965 [Fli65] utilisant la matrice de covariance. Nous détaillons cette méthode ci-dessous car elle nous sert par la suite de base de comparaison avec la méthode que nous proposons.

La méthode de Flinn s'applique sur une fenêtre temporelle de longueur N échantillons. Elle suppose qu'une seule onde est présente sur cette fenêtre et que le niveau de bruit est faible. Il est par conséquent nécessaire d'appliquer au préalable une méthode de filtrage pour réduire les composantes du bruit. Cette méthode s'inspire directement de l'observation du diagramme de polarisation et doit permettre d'estimer de façon simple les paramètres de polarisation que sont l'ellipticité e et la direction de l'ellipse de polarisation ψ .

L'idée est d'obtenir les deux axes principaux de l'ellipse dans le plan de polarisation en utilisant une analyse en composantes principales (ACP) des données reçues sur les composantes X et Z du capteur *i* sur *N* échantillons temporels. Cet algorithme examine donc le rapport entre les différentes composantes des données (x_i, z_i) par l'analyse de la matrice de covariance $\underline{R_i}_{rz}$ définie comme suit :

$$\underline{\underline{R}}_{i}_{xz} = \sum_{n=1}^{N} \begin{bmatrix} x_{i}(n)^{2} & x_{i}(n)z_{i}(n) \\ z_{i}(n)x_{i}(n) & z_{i}(n)^{2} \end{bmatrix}$$
(5.11)

avec N le nombre d'échantillons temporels de la fenêtre d'analyse utilisée et $x_i(n)$ et $z_i(n)$ les signaux définis au paragraphe 1.3. La technique d'analyse en composantes principales (ACP) permet de décomposer la matrice $\underline{R_i}_{xz}$ en une somme de deux termes construit à partir de deux vecteurs orthogonaux $(\underline{u_1}, \underline{u_2})$ tels que :

$$\underline{\underline{R}}_{ixz} = \lambda_1 \underline{\underline{u}}_1 . \underline{\underline{u}}_1^T + \lambda_2 \underline{\underline{u}}_2 . \underline{\underline{u}}_2^T$$
(5.12)

avec ^T l'opérateur de transposition et $\lambda_1 > \lambda_2$. Les vecteurs propres et les valeurs propres (λ_1, λ_2) sont liés aux axes de l'ellipse décrivant le mouvement des particules et peuvent être obtenus en réalisant une décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance. La contribution de chaque terme de l'équation (5.12) est liée à l'amplitude de la valeur propre associée. Dans le cas d'une onde de polarisation linéaire, la décroissance des valeurs propres fait apparaître une valeur propre dominante λ_1 . Le vecteur propre associé u_1 correspond

alors à la direction du mouvement des particules (angle d'azimuth). Dans le cas d'une onde de polarisation elliptique, les deux valeurs propres ont des amplitudes proches. Il est donc possible d'estimer les paramètres de polarisation e et ψ à partir de λ_1 et λ_2 et de leurs vecteurs propres associés par les formules suivantes :

$$e = \sqrt{\lambda_2 / \lambda_1} \tag{5.13}$$

et:

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{u_{1,z}}{u_{1,x}} \right) \tag{5.14}$$

avec $(u_{1,x}, u_{1,z})$ les coordonnées du vecteur $\underline{u_1}$ dans le plan (Oxz). Si la polarisation est linéaire, λ_1 est très grand par rapport à λ_2 , par conséquent *e* est proche de 0. Si la polarisation est elliptique, *e* varie entre 0 et 1. Enfin, *e* vaut 1 dans le cas d'une polarisation circulaire.

Revenons sur l'exemple synthétique de la figure 5.3 qui contient deux ondes de polarisation linéaire pour la plus rapide et elliptique pour la plus lente et testons la méthode Flinn. Nous prenons pour cela les signaux de la figure 5.4 enregistrés sur le capteur 12. L'analyse de la polarisation de la première onde est réalisée sur la fenêtre 1 (soit entre les échantillons temporels 25 et 48) et celle de la deuxième onde sur la fenêtre 2 (entre les échantillons 55 et 85).

Pour l'onde 1, la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance construite sur la fenêtre 1 fournit les valeurs et vecteurs propres suivants :

$$\lambda_1 \simeq 3.2$$

 $\lambda_2 \simeq 0.0$
 $\underline{u_1} = (0.83, 0.55)$
 $\underline{u_2} = (0.55, -0.83).$

On a bien $\lambda_1 \gg \lambda_2$, ce qui correspond bien à une onde de polarisation linéaire (e = 0). Si l'on trace les vecteurs $\underline{u_1}$ et $\underline{u_2}$ sur le diagramme de polarisation (Fig. 5.6(a)), on voit que $\underline{u_1}$ se superpose parfaitement à la droite du diagramme, ce qui confirme que l'angle d'azimut ψ est correctement estimé.

Pour l'onde 2, la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance sur la fenêtre 2 fournit :

$$\lambda_1 \simeq 2.2 \lambda_2 \simeq 1.0 \underline{u_1} = (0.99, 0.08) \underline{u_2} = (0.08, -0.99)$$

Cette fois ci, λ_1 et λ_2 ont des amplitudes beaucoup plus proches, ce qui confirme que l'on a une onde de polarisation elliptique (0 < e < 1). Lorsque l'on trace les vecteurs $\underline{u_1}$ et $\underline{u_2}$ sur le diagramme de polarisation (Fig. 5.6(b)), on voit que ces vecteurs correspondent aux axes principaux de l'ellipse de polarisation. Ainsi, sur cet exemple simple de deux ondes séparées temporellement, la méthode de Flinn réalise une analyse précise de la polarisation.



FIG. 5.6 - (a) Diagramme de polarisation de l'onde 1 réalisé sur la fenêtre 1, (b) Diagramme de polarisation de l'onde 2 réalisé sur la fenêtre 2

En utilisant le système des équations (5.8) à (5.10), il est possible d'obtenir le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes X et Z à partir de e et ψ :

$$\alpha = \tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\tan^2(2\psi + \sin^2(2\tan^{-1}(e)))}{1 + \tan^2 2\psi}}\right)\right]$$
(5.15)

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sin^2(2\tan^{-1}(e))(1+\tan^2 2\psi)}{\tan^2 2\psi + \sin^2(2\tan^{-1}(e))}} \right).$$
(5.16)

Dans cette méthode, la longueur de la fenêtre temporelle est un facteur qui influe sur les résultats de l'analyse de polarisation. Son choix découle d'un compromis entre résolution et stabilité. Ainsi, si la fenêtre est choisie trop petite, l'analyse de polarisation devient instable. En revanche, si elle est trop grande, la résolution décroît et les paramètres estimés sont alors trop lissés. Le choix de la longueur de la fenêtre se fait donc essentiellement en fonction des données.

Enfin, l'inconvénient majeur des algorithmes basés sur ce traitement est qu'ils supposent que la fenêtre d'analyse contient un unique évènement sismique. Si ce n'est pas le cas et si plusieurs évènements interfèrent sur la fenêtre, le mouvement résultant des particules sera une combinaison des mouvements des particules des différentes ondes présentes. L'analyse de polarisation ne sera alors pas pertinente.

5.2 Méthode basée sur la matrice spectrale large-bande multicomposante

Dans cette partie, nous allons proposer une méthode permettant de réaliser une analyse de polarisation en utilisant les éléments issus de la décomposition de la matrice spectrale large-bande multicomposante définie dans le chapitre 3 [PM05].

5.2.1 Estimation du rapport d'amplitude et du déphasage

Nous nous plaçons dans le même contexte et sous les mêmes hypothèses que dans le chapitre 3 de ce manuscrit. A savoir, le modèle est le suivant :

$$\underline{T} = \underline{SA} + \underline{B} \tag{5.17}$$

avec <u>T</u> le long-vecteur des données en fréquence de longueur $N_x N_f N_c$, <u>S</u> la matrice décrivant la propagation des P sources, <u>A</u> le vecteur des amplitudes complexes des sources et <u>B</u> le vecteur de bruit.

Les sources sont supposées décorrélées entre elles, et le bruit additif est supposé décorrélé des signaux sources, blanc temporellement et spatialement et non-polarisé.

Sous ces hypothèses, la matrice spectrale peut se décomposer en une partie signal et une partie bruit comme suit :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{\Gamma}}_s + \underline{\underline{\Gamma}}_b = \sum_{i=1}^P \lambda_i \underline{\underline{u}}_i \underline{\underline{u}}_i^H + \sum_{k=P+1}^{N_x N_f N_c} \lambda_k \underline{\underline{u}}_k \underline{\underline{u}}_k^H.$$
(5.18)

Si l'on admet que les P sources sont décorrélées et ont des énergies différentes (voir paragraphe 3.4), alors chacun des P premiers vecteurs propres issus de la décomposition de la matrice spectrale peut être identifié au vecteur de propagation de l'une des P sources. Ainsi, les P matrices de rang un, que l'on note $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p}$, correspondent chacune à la matrice spectrale d'une des sources. Elles s'expriment comme suit :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p} = \lambda_p \underline{\underline{u}}_p \underline{\underline{u}}_p^H \tag{5.19}$$

ou bien encore :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p} = \Gamma_{Ap} \underline{\underline{S}}_p \underline{\underline{S}}_p^H \tag{5.20}$$

avec Γ_{Ap} la densité spectrale de la source p et \underline{S}_p le vecteur de propagation de la source p.

Nous allons voir que les paramètres de polarisation de chaque onde p peuvent être caractérisés en fonction des éléments de la matrice spectrale $\underline{\Gamma}_{s,p}$.

Posons que le signal $\mathcal{O}_{x,p,i}(f)$ correspondant à la source p reçue sur la composante X du capteur i à la fréquence f s'exprime comme :

$$\mathcal{O}_{x,p,i}(f) = a_p w_p(f) e^{j2\pi f \tau_i(\theta_p)}$$
(5.21)

et que celui reçu sur la composante Z se décrit par :

$$\mathcal{O}_{z,p,i}(f) = \alpha_p e^{j\varphi_p} a_p w_p(f) e^{j2\pi f \tau_i(\theta_p)}.$$
(5.22)

On rappelle que :

- $\tau_i(\theta_p)$ est le temps de propagation entre la source et le capteur *i* pour l'onde *p*,
- α_p et φ_p sont respectivement le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes X et Z correspondant à l'état de polarisation de l'onde p,
- w_p est l'ondelette émise par la source p.

L'élément de la diagonale de $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p}$ pris à la fréquence f sur le capteur i et correspondant à l'interaction de la composante $\overline{\mathbf{X}}$ avec elle-même s'exprime par :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,X)}}(i,f) = a_p w_p(f) e^{j2\pi f \tau_i(\theta_p)} a_p^* w_p(f)^* e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)} = |a_p|^2 |w_p(f)|^2.$$
(5.23)

De même, le terme correspondant à l'interaction de la composante Z avec elle-même :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(Z,Z)}}(i,f) = \alpha_p e^{j\varphi_p} a_p w_p(f) e^{j2\pi f \tau_i(\theta_p)} \alpha_p e^{-j\varphi_p} a_p^* w_p(f)^* e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)}$$
$$= \alpha_p^2 |a_p|^2 |w_p(f)|^2$$
(5.24)

et enfin, le terme croisé correspondant à l'interaction entre la composante X et Z :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,Z)}}(i,f) = a_p w_p(f) e^{j2\pi f \tau_i(\theta_p)} \alpha_p e^{-j\varphi_p} a_p^* w_p(f)^* e^{-j2\pi f \tau_i(\theta_p)}$$
$$= \alpha_p |a_p|^2 |w_p(f)|^2 e^{-j\varphi_p}.$$
(5.25)

Tous ces termes se trouvent soit sur la diagonale principale, soit sur les diagonales secondaires de la matrice $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p}$ (voir Fig. 5.7).



FIG. 5.7 – Schéma de la matrice spectrale large bande multicomposante correspondant à l'onde p : $\underline{\underline{\Gamma}}_{s.p}$

On peut alors déduire des estimateurs pour les paramètres de polarisation de l'onde p sur chaque capteur i. En effet, le rapport d'amplitude entre la composante X et Z sur la capteur i à la fréquence f s'exprime par :

$$\widehat{\alpha_p}(i,f) = \sqrt{\frac{\underline{\Gamma}_{s,p_{(Z,Z)}}(i,f)}{\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,X)}}(i,f)}}.$$
(5.26)

De même, le déphasage entre les composantes X et Z est :

$$\widehat{\varphi_p}(i,f) = \arg[\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,Z)}}(i,f)].$$
(5.27)

Bien souvent, le milieu de propagation est considéré comme isotrope. Par conséquent, les paramètres de polarisation d'une onde sont indépendants de la fréquence et du capteur considéré. On peut alors obtenir une meilleure estimation en les moyennant à la fois sur les fréquences et les capteurs.

Cependant, pour avoir une estimation correcte, la moyenne doit être faite non pas sur l'ensemble des fréquences mais seulement sur les fréquences appartenant à la bande passante du signal. Pour cela, on estime la largeur de bande du signal $L_{3dB} = [f_{inf}, f_{sup}]$ à -3dB. On réalise ensuite la moyenne sur les fréquences appartenant à cette bande. Les estimateurs ainsi obtenus sont :

$$\widehat{\alpha_p} = \sqrt{\frac{1}{card(L_{3dB}).N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{f=f_{inf}}^{f_{sup}} \frac{\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(Z,Z)}}(i,f)}{\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,X)}}(i,f)}}$$
(5.28)

$$\widehat{\varphi_p} = \arg\left[\frac{1}{card(L_{3dB}).N_x}\sum_{i=1}^{N_x}\sum_{f=f_{inf}}^{f_{sup}}\underline{\underline{\Gamma}}_{s,p_{(X,Z)}}(i,f)\right]$$
(5.29)

où card correspond au cardinal d'un ensemble fini.

5.2.2 Exemple sur un jeu de données synthétiques

Nous nous proposons de tester la méthode précédente sur le profil synthétique de la figure 5.3 qui contient deux ondes de polarisation linéaire pour la plus rapide (onde 1) et elliptique pour la plus lente (onde 2) et du bruit de très faible amplitude (RSB=23dB). La première étape consiste à séparer ces deux ondes du bruit et les deux ondes entre elles par la méthode MCWB-SMF pour ainsi accéder aux matrices spectrales de l'onde 1 et de l'onde $2: \underline{\Gamma}_{s,1}$ et $\underline{\Gamma}_{s,2}$.

L'estimation de la matrice spectrale des données initiales (Fig. 5.8) se fait avec les paramètres de lissage $K_s = 3$ et $K_f = 1$. On décompose ensuite la matrice en vecteurs et valeurs propres. Au vu de la décroissance des valeurs propres, on décide de garder les deux premières sections propres qui correspondent chacune à une onde :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1} = \lambda_1 \underline{\underline{u}}_1 \underline{\underline{u}}_1^H \quad et \quad \underline{\underline{\Gamma}}_{s,2} = \lambda_2 \underline{\underline{u}}_2 \underline{\underline{u}}_2^H.$$
(5.30)

Les figures 5.11(a) et (b) montrent les modules de $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1}$ et de $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2}$ (les matrices spectrales de l'onde 1 et 2). Ainsi, en projetant les données initiales sur le premier vecteur propre \underline{u}_1 , on obtient l'onde 1 (Fig. 5.9) et sur le deuxième vecteur propre \underline{u}_2 , l'onde 2 (Fig. 5.10).

La deuxième étape consiste à faire l'analyse de polarisation de l'onde 1 et de l'onde 2 respectivement à partir des éléments des matrices $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1}$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2}$.

Tout d'abord, observons la façon dont sont construités ces deux matrices. On peut les subdiviser en quatre blocs. Sur la figure 5.11(a) (resp. 5.11(b)), les blocs (1) et (4) correspondent aux matrices spectrales large bande de l'onde 1 (resp. 2) respectivement sur la composante X



FIG. 5.8 – Module de la matrice spectrale des données initiales de taille 3072×3072 (avec $3072 = 24 \times 64 \times 2 = N_x \times N_f \times N_c$)



FIG. 5.9 – Onde 1 filtrée avec la méthode MCWB-SMF

FIG. 5.10 – Onde 2 filtrée avec la méthode MCWB-SMF

et la composante Z. On les note $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(X,X)}}$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(Z,Z)}}$ (resp. $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2_{(X,X)}}$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2_{(Z,Z)}}$). Les blocs (2) et (3) correspondent aux matrices interspectrales de l'onde 1 (resp. 2) contenant les interactions entre les composantes X et Z. On les note $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(X,Z)}}$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(Z,X)}}$ (resp. $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2_{(X,Z)}}$ et $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2_{(Z,X)}}$).

La figure 5.12 montre plusieurs courbes. Les deux premières (en clair) correspondent au module de la diagonale des blocs (1) et (4) de la matrice spectrale de l'onde 1. Elles permettent à la fois de déterminer la bande de fréquence $L1 = [f_{inf1}, f_{sup1}]$ utilisée pour l'estimation des paramètres de polarisation mais aussi de réaliser l'estimation du rapport d'amplitude entre



FIG. 5.11 – (a) Module de la matrice spectrale de l'onde 1 $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1}$. (b) Module de la matrice spectrale de l'onde 2 $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2}$.

	Valeurs réelles	Valeurs estimées
Onde 1	$\alpha_1 = 0.667$	$\widehat{\alpha_1} = 0.666$
	$\varphi_1 = 0$ rad	$\widehat{\varphi_1} = 6.10^{-4} \text{ rad}$
Onde 2	$\alpha_2 = 0.667$	$\widehat{\alpha_2} = 0.664$
	$\varphi_2 = 1.500 \text{ rad}$	$\widehat{\varphi_2} = 1.499 \text{ rad}$

TAB. 5.1 – Valeurs réelles et estimées des rapports d'amplitude et des déphasages caractéristiques de la polarisation des ondes 1 et 2

les composantes X et Z :

$$\widehat{\alpha_1} = \sqrt{\frac{1}{N_x card(L1)}} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{f=f_{inf1}}^{f_{sup1}} \frac{\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(Z,Z)}}(i,f)}{\underline{\underline{\Gamma}}_{s,1_{(X,X)}}(i,f)}.$$
(5.31)

La troisième courbe (en gras) de la figure 5.12 représente la phase de la diagonale du bloc (2). Elle permet d'obtenir le déphasage entre les composantes X et Z en réalisant une moyenne des points de cette courbe sur la fenêtre 1 :

$$\widehat{\varphi_1} = \arg\left[\frac{1}{N_x card(L1)} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{f=f_{inf1}}^{f_{sup1}} \underline{\underline{\Gamma}}_{s,1(X,Z)}(i,f)\right].$$
(5.32)

Il est possible d'estimer de façon identique les paramètres de polarisation de l'onde 2 en utilisant cette fois-ci les diagonales principales et secondaires de la matrice spectrale $\underline{\underline{\Gamma}}_{s,2}$ (Fig. 5.13).

Les valeurs obtenues pour les paramètres de polarisation des ondes 1 et 2 sont résumées dans le tableau 5.1. On constate que les résultats sont très satisfaisants car la méthode proposée a permis de réaliser une analyse de polarisation très précise.



PSfrag replacements

FIG. 5.12 - En trait clair, module des diagonales des blocs (1) et (4) de la matrice spectrale de l'onde 1 (Fig. 5.11(a)). En trait foncé, phase de la diagonale du bloc (2) de la matrice spectrale de l'onde 1 (Fig. 5.11(a))



PSfrag replacements

FIG. 5.13 – En trait clair, module des diagonales des blocs (1) et (4) de la matrice spectrale de l'onde 2 (Fig. 5.11(b)). En trait foncé, phase de la diagonale du bloc (2) de la matrice spectrale de l'onde 2 (Fig. 5.11(b))

5.3 Applications sur des données sismiques simulées et réelles

Dans cette partie, nous comparons les performances de la méthode basée sur la matrice spectrale étendue avec celle proposée par Flinn. Ensuite, nous proposons une application sur un profil sismique réel.

5.3.1 Comparaison de la méthode proposée avec la méthode de Flinn

Il est important de rappeler que les deux méthodes que nous allons comparer ont des approches différentes de l'analyse de polarisation. Ainsi, la méthode Flinn qui utilise la matrice de covariance propose une approche temporelle sur une trace unique alors que la méthode que nous proposons est un approche fréquentielle qui peut être faite soit sur une trace unique, soit sur un ensemble de traces. Par conséquent, pour pouvoir comparer les performances de ces deux méthodes, il faut réaliser les tests sur les mêmes données et sur le même nombre de traces.

Voici donc la procédure que nous proposons pour un profil sismique à 2 composantes :

- étape 1 : filtrage du profil sismique par la méthode MCWB-SMF en vue de réduire le bruit et d'isoler l'onde dont on souhaite faire l'analyse de polarisation,
- étape 2 : à partir de la matrice spectrale de l'onde ainsi séparée, estimation du déphasage et du rapport d'amplitude entre les deux composantes pour chaque capteur avec la méthode de la matrice spectrale,
- étape 3 : à partir du profil débruité issu de l'étape 1, estimation du déphasage et du rapport d'amplitude entre les deux composantes pour chaque capteur avec la méthode de Flinn.

Dans les cas que nous allons étudier, la polarisation des ondes ne varie pas avec la distance, par conséquent, pour une onde donnée, on estime le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes en réalisant une moyenne des paramètres trouvés sur chaque capteur.

5.3.1.1 Estimation du déphasage

Nous nous plaçons dans le cas d'une onde à retard nul dont le rapport d'amplitude α sera constant et égal à 0.8 et dont le déphasage entre composantes sera successivement de 0, 0.4, 0.8 et 1.2 radian.

Les courbes obtenues correspondent à l'erreur absolue moyenne (EAM¹) entre la valeur théorique du déphasage et sa valeur estimée en fonction du rapport signal sur bruit (RSB). Pour chaque figure, la courbe en trait plein correspond à la méthode de la matrice spectrale et la courbe en trait discontinu correspond à la méthode de Flinn. Le rapport signal sur bruit varie de -10dB à 15dB et pour chaque RSB, l'estimation des paramètres a été effectuée sur 500 réalisations puis moyennée sur l'ensemble de ces réalisations.

Nous présentons plusieurs courbes d'EAM pour l'estimation de φ pour les différents cas suivants :

- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi = 0$ rad et $\alpha = 0.8$: Figure 5.14
- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi = 0.4$ rad et $\alpha = 0.8$: Figure 5.15
- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi = 0.8$ rad et $\alpha = 0.8$: Figure 5.16
- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi = 1.2$ rad et $\alpha = 0.8$: Figure 5.17

5.3.1.2 Estimation des paramètres pour des rapports d'amplitude variables

Cette fois-ci, nous nous plaçons dans le cas d'une onde à retard nul dont le rapport d'amplitude α entre les 2 composantes est successivement de 0.2, 0.6 et 1 et dont le déphasage

¹L'erreur absolue moyenne correspond à la valeur absolue de la différence entre la valeur du paramètre et la valeur estimée, moyennée sur l'ensemble des réalisations.



FIG. 5.14 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du déphasage en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 0$ rad et $\alpha = 0.8$)



FIG. 5.16 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du déphasage en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 0.8$ rad et $\alpha = 0.8$)



FIG. 5.15 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du déphasage en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 0.4$ rad et $\alpha = 0.8$)



FIG. 5.17 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du déphasage en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 1.2$ rad et $\alpha = 0.8$)

est constant et égal à 1 radian.

Les courbes proposées représentent l'erreur absolue moyenne (EAM) entre la valeur théorique et la valeur estimée du rapport d'amplitude en fonction du rapport signal sur bruit (RSB). Les courbes proposées correspondent aux différents cas suivants :

- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi = 1$ rad et $\alpha = 0.2$: Figure 5.18
- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi=1$ rad et $\alpha=0.6$: Figure 5.19
- onde polarisée elliptiquement avec $\varphi=1$ rad et $\alpha=1.8$: Figure 5.20

5.3.1.3 Conclusion

Nous pouvons tirer plusieurs conclusions des courbes d'EAM présentées précédemment. Tout d'abord, indépendamment de la méthode utilisée, on constate que l'analyse de la polarisation est bien évidemment très sensible au bruit et donc les estimations sont meilleures lorsque le RSB augmente.



FIG. 5.18 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du rapport d'amplitude en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 1$ rad et $\alpha = 0.2$)



FIG. 5.19 – Erreur absolue moyenne pour l'estimation du rapport d'amplitude en fonction du RSB (Étude du cas d'une onde avec $\varphi = 1$ rad et $\alpha = 0.6$)



FIG. 5.20 – (a) Erreur absolue moyenne pour l'estimation du rapport d'amplitude en fonction du RSB (Étude du cas d'une avec que $\varphi = 1$ rad et $\alpha = 1$)

Pour l'estimation du déphasage, la méthode basée sur la matrice spectrale est toujours beaucoup plus performante que ne l'est la méthode de Flinn et cela indépendamment de la valeur du rapport d'amplitude entre les composantes.

Concernant l'estimation du rapport d'amplitude, les performances dépendent de la valeur de ce rapport. Ainsi, pour des rapports proches de 1 (amplitude de l'onde égale sur les deux composantes), la méthode de Flinn fournit de meilleurs résultats que la méthode de la matrice spectrale. En revanche, dès que ce rapport s'éloigne de 1 (amplitude différente sur les composantes), alors la méthode de la matrice spectrale fournit de meilleurs résultats que la méthode de la mátrice spectrale.

5.3.2 Application sur un profil sismique de données réelles

Après avoir testé les performances de la méthode de la matrice spectrale sur des données simulées, nous l'appliquons sur un profil sismique réel déjà étudié dans la partie précédente. Ce profil (Fig. 4.43) est issu d'une campagne de sismique réflexion réalisée dans le bassin grenoblois. Dans la partie 4.3, la méthode de séparation MCWB-SMF a permis de séparer les différents champs d'onde présents, à savoir les deux ondes de Rayleigh, et les ondes réfléchies.



FIG. 5.21 – Extraction de l'onde de pseudo-Rayleigh lente

Nous nous proposons de tester l'algorithme d'analyse de polarisation sur l'onde de pseudo-Rayleigh lente (Fig. 5.21). Cette onde a une polarisation elliptique comme nous le montre le diagramme de polarisation réalisé entre la composante verticale et la composante horizontale sur un capteur (Fig. 5.24). Au vu du profil sismique, la polarisation de l'onde semble ne pas varier en fonction de la distance et les amplitude de l'onde sur les deux composantes semblent très proches. Ceci est confirmé par l'analyse de polarisation effectuée sur chaque capteur en utilisant la méthode de la matrice spectrale.



FIG. 5.22 – Estimation du déphasage entre la composante verticale et la composante horizontale en fonction de la distance

FIG. 5.23 – Estimation du rapport d'amplitude entre la composante verticale et la composante horizontale en fonction de la distance

Les courbes des figures 5.22 et 5.23 correspondent respectivement au déphasage et au

rapport d'amplitude estimés entre la composante verticale et horizontale en fonction de la distance. Le déphasage varie peu en fonction de la distance et vaut entre 60 et 80 degrés. De même, le rapport d'amplitude est en moyenne constant et proche de 0.9. Travaillant sur des données réelles, il est difficile de vérifier l'exactitude de ces valeurs. Néanmoins, il est possible de tester leur authenticité. Nous avons donc appliqué l'opposé du déphasage estimé pour chaque capteur à la composante verticale Z. Le but étant de vérifier que l'on obtient bien une onde de polarisation linéaire si le déphasage a été correctement compensé. En effet, si l'on applique à la composante Z, l'opposé du déphasage réel entre les composantes X et Z alors la polarisation de l'onde devrait devenir en théorie parfaitement linéaire (déphasage nul entre les deux composantes). C'est bien ce que nous vérifions sur la figure 5.25 qui représente le diagramme de polarisation après correction du déphasage. On constate que le diagramme tend vers une droite et donc confirme que l'estimation du déphasage entre les deux composantes est correcte.



FIG. 5.24 – Diagramme de polarisation de l'onde de Rayleigh lente initiale (avant correction du déphasage

FIG. 5.25 – Diagramme de polarisation de l'onde de Rayleigh lente après correction du déphasage entre les composantes

5.4 Conclusion

L'intérêt de ce chapitre était de proposer une méthode permettant de réaliser une analyse précise de la polarisation des ondes contenues dans un profil sismique multicomposante.

Après avoir présenté l'intérêt et les différentes façons de réaliser cette analyse de polarisation, nous avons proposé une méthode utilisant les matrices de rang un issues de la décomposition en valeurs propres de la matrice spectrale large bande multicomposante. Ainsi, on a pu montrer que l'information de polarisation des ondes, à savoir le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes, se trouve dans les diagonales principales et secondaires de ces matrices. Cette méthode propose donc une approche fréquentielle qui permet d'estimer les paramètres de polarisation à toutes les fréquences de la bande du signal et sur tous les capteurs. De plus, elle ne présente pas les inconvénients que possèdent les approches temporelles qui sont liés au choix de la fenêtre d'analyse et qui supposent qu'une unique onde est présente dans cette fenêtre.

Enfin, pour valider cette méthode, nous l'avons comparée sur des données synthétiques à la méthode de Flinn classiquement utilisée en analyse de polarisation. Les résultats obtenus sont

très encourageants car dans la majorité des cas testés, la méthode proposée est beaucoup plus performante que la méthode de Flinn.

Chapitre 6

Estimation de la direction d'arrivée des ondes

Sommaire

6.1 Méthode à haute résolution	22
6.1.1 MUSIC ou goniomètre $\ldots \ldots 1$	23
6.1.2 MUSIC Actif Large-bande (MUSICAL)	25
$6.1.3 {\rm Long-Vecteur-MUSIC} \ ({\rm LV-MUSIC}): {\rm cas} \ {\rm des} \ {\rm donn{\acute{e}s} \ multicomposantes} 1$	27
6.2 MultiComponent WideBand MUltiple SIgnal Classification (MCWB	-
MUSIC)	28
6.3 Étude des performances de MCWB-MUSIC 13	31
6.3.1 Application de MCWB-MUSIC en sismique	31
6.3.2 Nombre de sources détectables	32
6.3.3 Étude du pouvoir de résolution $\ldots \ldots $	34
6.3.4 Étude de la variance de l'estimateur $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $	37
6.4 Conclusion	39

Nous allons nous intéresser à un problème fondamental en traitement d'antenne à savoir l'estimation de la direction d'arrivée des ondes. Ce problème a été maintes fois traité et il existe un panel très large de méthodes. Nous allons plus particulièrement nous intéresser aux méthodes dites à Haute Résolution (HR) [Mar98] car elles fournissent une bien meilleure résolution par rapport aux méthodes classiques telles que la formation de voies. Le but à atteindre est de proposer une méthode de type haute résolution adaptée à des si-

gnaux large bande reçus sur des antennes polarisées. Ce problème se retrouve notamment en électromagnétisme et un inventaire des applications a été réalisé par Wong dans [WZ97].

Après un état de l'art des méthodes existantes, nous proposerons une méthode adaptée à notre problématique de signaux multicomposantes et nous comparerons ses performances en terme de variance des estimateurs et de pouvoir de résolution.

6.1 Méthode à haute résolution

Dans cette partie, nous ferons un inventaire non-exhaustif des méthodes classiquement utilisées pour réaliser l'estimation de direction d'arrivée d'une onde. Nous ne rappellerons pas en détails le principe de la méthode de formation de voies utilisée classiquement en traitement d'antenne. Cette méthode correspond à une sommation des signaux reçus sur l'antenne selon un modèle de propagation établi puis à la mesure de l'énergie résultante. Cette méthode simple a l'inconvénient majeur d'être limité en résolution angulaire par la géométrie de l'antenne. Ceci nous amène donc à introduire les méthodes dites HR.

Dans les années 1970, lorsqu'il était question des méthodes HR, cette dénomination était acceptée pour toute méthode facilitant l'obtention d'une résolution angulaire meilleure que celle du traitement classique associée à la formation de voie. Cette appellation s'est révélée rapidement obsolète, avec l'arrivée d'un très grand nombre de techniques permettant d'améliorer la résolution.

Aujourd'hui l'expression méthodes HR fait référence à un ensemble de techniques dont les performances sont asymptotiquement « illimitées ». Ces performances, asymptotiquement illimitées, sont atteintes dans le cas idéal où la modélisation reste indéfiniment valable; ce qui est irréaliste car en pratique, cette résolution est limitée par la durée de l'observation. Dans ce mémoire, nous nous intéressons à cette classe de méthode, et plus précisément aux méthodes de type MUSIC (MUltiple SIgnal Classification). Ces méthodes utilisent les propriétés de la matrice spectrale des signaux reçus sur l'antenne et commencent par la recherche d'une base orthogonale permettant de décrire la partie bruitée des données. Plusieurs algorithmes, goniomètre ou MUSIC [Sch79, Sch81, Sch86, BK79, BK83], Tufts-Kumaresan [TK83] permettent de localiser les ondes en utilisant cette base orthogonale.

Les premières extensions aux signaux vectoriels ont été faites par Schmidt [Sch81] et Ferrara [FP83] puis par Wong [WZ00] pour l'algorithme MUSIC. Des algorithmes pour estimer les DDAs des sources polarisées en électromagnétisme ont été proposés aussi dans [Hua93, SV93, LS94, NP94b].

Nous allons donc nous intéresser à cette catégorie de méthodes et plus précisément à la méthode MUSIC et ses dérivées. MUSIC a été développé de façon indépendante aux États-

Unis par Schmidt [Sch79, Sch81, Sch86] et en France par Bienvenu et Kopp [BK79, BK83]. Le principe de cette méthode, basée sur la décomposition de la matrice spectrale en deux sous-espaces signal et bruit, est de réaliser la projection d'un vecteur modèle sur l'espace restreint au sous-espace bruit.

6.1.1 MUSIC ou goniomètre

Nous nous plaçons dans le contexte décrit dans le paragraphe 2.2.2 où l'on a présenté le filtre basé sur la décomposition de la matrice spectrale (SMF). Comme nous venons de le dire, l'estimateur MUSIC réalise une projection d'un vecteur modèle sur le sous-espace bruit issu de la décomposition de la matrice spectrale des données.

Nous considérons donc les signaux reçus sur une antenne constituée de N_x capteurs et qui résultent de la combinaison linéaire de P ondes planes (avec $P < N_x$) et d'un bruit supposé blanc spatialement, gaussien et indépendant des ondes (cf. éq. 2.21) :

$$\underline{X}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}(f) = \sum_{p=1}^{P} \underline{\underline{S}}_{x_{p}}(f)a_{p} + \underline{\underline{B}}(f).$$
(6.1)

On suppose que le milieu est homogène isotrope, que les ondes sont décorrélées entre elles et que le bruit est décorrélé des ondes.

On estime la matrice spectrale de taille (N_x, N_x) définie à chaque fréquence par :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = E\{\underline{X}(f) \ \underline{X}(f)^H\}.$$
(6.2)

Nous avons vu au paragraphe 2.2.2 que les observations sont contenues dans un espace de dimension N_x et que dans cet espace, les signaux sources forment un sous-espace de dimension P. De plus, sous certaines conditions (cf. paragraphe 3.4), la contribution de chaque source dans la matrice spectrale est donnée par un terme de rang un et coïncide avec un vecteur propre. La matrice spectrale peut être décomposée en une partie signal $\underline{\Gamma}_s(f)$ et une partie bruit $\underline{\Gamma}_b(f)$ à partir des vecteurs issus de la décomposition en valeurs propres :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{\Gamma}}_{s}(f) + \underline{\underline{\Gamma}}_{b}(f) = \sum_{i=1}^{P} \lambda_{i}(f) \underline{\underline{u}}_{i}(f) \underline{\underline{u}}_{i}^{H}(f) + \sum_{k=P+1}^{Nx} \lambda_{k}(f) \underline{\underline{u}}_{k}(f) \underline{\underline{u}}_{k}^{H}(f).$$
(6.3)

De plus, on peut écrire :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \,\underline{\underline{\Gamma}}_{A} \,\underline{\underline{S}}_{x}(f)^{H} + \sigma_{b}^{2} \,\underline{\underline{I}}$$

$$(6.4)$$

avec $\underline{S}_x(f)$ le vecteur de propagation des ondes, σ_b^2 la densité spectrale du bruit et $\underline{\Gamma}_A$ la matrice spectrale des sources.

On peut définir deux matrices $\underline{\underline{U}}_{s}(f)$ et $\underline{\underline{U}}_{b}(f)$, la première contient l'ensemble des vecteurs propres correspondant au sous-espace signal et la deuxième ceux correspondant au sous espace bruit :

$$\underline{\underline{U}}_{s}(f) = [\underline{u}_{1}(f), \cdots, \underline{u}_{P}(f)]$$
(6.5)

$$\underline{\underline{U}}_{b}(f) = \left[\underline{\underline{u}}_{P+1}(f), \cdots, \underline{\underline{u}}_{N_{x}}(f)\right].$$
(6.6)

Ces matrices sont à valeurs complexes, de taille $N_x \times P$ pour la première et $N_x \times (N_x - P)$ pour la deuxième. Elles permettent d'écrire la matrice spectrale sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{U}}_{s}(f) \,\underline{\underline{\Lambda}}_{s}(f) \,\underline{\underline{U}}_{s}(f)^{H} + \sigma_{b}^{2} \underline{\underline{U}}_{b}(f) \,\underline{\underline{U}}_{b}(f)^{H}$$

$$(6.7)$$

avec $\underline{\Lambda}_s(f)$ une matrice diagonale contenant les P plus grandes valeurs propres. Si l'on multiplie l'équation (6.4) à droite par $\underline{U}_b(f)$, on obtient :

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) \ \underline{\underline{U}}_{b}(f) = \underline{\underline{S}}_{x}(f) \ \underline{\underline{\Gamma}}_{A} \ \underline{\underline{S}}_{x}(f)^{H} \ \underline{\underline{U}}_{b}(f) + \sigma_{b}^{2} \ \underline{\underline{U}}_{b}(f).$$
(6.8)

En combinant les équations (6.7) et (6.8) et en utilisant la propriété d'orthogonalité des vecteurs de $\underline{\underline{U}}_{s}(f)$ et $\underline{\underline{U}}_{b}(f)$, on a :

$$\sigma_b^2 \underline{\underline{U}}_b(f) = \underline{\underline{S}}_x(f) \underline{\underline{\Gamma}}_A \underline{\underline{S}}_x(f)^H \underline{\underline{U}}_b(f) + \sigma_b^2 \underline{\underline{U}}_b(f)$$
(6.9)

ce qui implique :

$$\underline{\underline{S}}_{x}(f)^{H} \underline{\underline{U}}_{b}(f) = \underline{\underline{0}}$$
(6.10)

ou encore en fonction des vecteurs de propagation correspondant à chaque source p:

$$\underline{S_{x_p}}(f)^H \underline{\underline{U}}_b(f) \ \underline{\underline{U}}_b(f)^H \ \underline{S_{x_p}}(f) = 0.$$
(6.11)

On notera par la suite $\underline{\underline{\Pi}}(f) = \underline{\underline{U}}_{b}(f) \underline{\underline{U}}_{b}(f)^{H}$, le projecteur sur le sous espace bruit.

D'après la relation (6.11), on constate que les vecteurs de propagation des ondes sont orthogonaux au sous-espace bruit. Par conséquent, leur projection sur $\underline{\Pi}(f)$ est nulle. L'algorithme MUSIC exploite cette propriété en réalisant la projection d'un vecteur modèle $\underline{e}(\theta, f)$ sur l'estimée du sous-espace bruit.

Ce vecteur modèle correspond en fait aux retards sur les différents capteurs associés à la direction d'observation θ (cf. Fig. 6.1). Le retard introduit sur le capteur *i* s'exprime comme suit :

$$\xi_i(\theta) = (i-1)\frac{\Delta\sin(\theta)}{V} \tag{6.12}$$

avec V la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu et Δ le pas inter-capteur.

Le traitement étant fréquentiel, on applique pour chaque capteur i un déphasage fonction de la fréquence égal à :

$$\psi_{i,\theta,f} = -2\pi f\xi_i(\theta) = -2\pi f(i-1)\frac{\Delta\sin(\theta)}{V} = (i-1)\psi_{\theta,f}.$$
(6.13)

Le vecteur directionnel contient donc les déphasages à appliquer sur les N_x capteurs pour une direction de visée θ . Ce vecteur, noté $\underline{e}(\theta, f)$, s'exprime par :

$$\underline{e}(\theta, f) = \frac{1}{N_x} \begin{pmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f}}\\ \vdots\\ e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f}} \end{pmatrix}.$$
(6.14)



FIG. 6.1 – Arrivée d'une onde sur un réseau de capteurs

Ce vecteur modélise l'arrivée d'une onde de direction θ sur l'antenne de capteurs. Les P directions d'arrivées des ondes correspondent aux minima de la fonctionnelle suivante :

$$\underline{e}(\theta, f)^{H} \underline{\Pi}(f) \underline{e}(\theta, f).$$
(6.15)

En pratique, on cherchera les maxima de la fonctionnelle inverse :

$$MUSIC(\theta, f) = \frac{1}{\underline{e}(\theta, f)^H \underline{\Pi}(f) \underline{e}(\theta, f)}.$$
(6.16)

Les estimées des directions d'arrivée correspondent aux P valeurs de θ qui rendent la fonctionnelle MUSIC maximale. Cette recherche s'effectue pour des θ variant dans un certain intervalle $[\theta_{min}; \theta_{max}]$ avec un pas choisi suivant la précision voulue.

Cet algorithme a un pouvoir de résolution très supérieur à celui obtenu avec les méthodes classiques présentées précédemment. Dans la littérature, de nombreux ouvrages traitent des performances de l'algorithme MUSIC [JF85, KB86, SN89].

Une première insuffisance de MUSIC tient au fait qu'il est impossible de réaliser l'estimation de l'offset, ou temps de retard, qui correspond au temps de propagation de l'onde entre la source et le capteur de référence (puisque seul des retards relatifs sont obtenus).

Une deuxième insuffisance de cet algorithme réside dans le fait qu'il travaille en bande étroite. L'estimation de la direction d'arrivée d'une onde sera correcte si l'on se place à une fréquence appartenant au spectre de cette onde. Le problème se pose si l'on est en présence de deux ondes ayant des spectres disjoints. Ainsi, l'estimation de leurs directions d'arrivées fera apparaître un seul pic si l'on se trouve à une fréquence appartenant à l'une des deux bandes passantes ou bien aucun pic si l'on est en dehors.

Ces deux inconvénients ont favorisé le développement d'une extension de l'algorithme MUSIC au cas large bande. Cette extension, dénommée MUSICAL pour MUSIC Actif Largebande, utilise toute la bande fréquentielle du signal et permet l'estimation à la fois temporelle et angulaire de plusieurs sources.

6.1.2 MUSIC Actif Large-bande (MUSICAL)

À la différence de MUSIC classique, l'algorithme MUSICAL [Gou94, GB95, Gon99] considère toute la bande passante du signal ce qui permet d'une part d'améliorer l'estimation de la direction d'arrivée et d'autre part de rendre possible l'estimation de l'offset. Cette méthode est dite "active" car elle suppose la forme du signal émis w_p connue.

Nous rappelons ici l'écriture du signal reçu sur le capteur i à la fréquence f:

$$x_i(f) = \sum_{p=1}^{P} a_p w_p(f) e^{-j2\pi f \tau_{0,p}} e^{-j2\pi f \xi_i(\theta_p)} + b_i(f).$$
(6.17)

Dans notre cas, nous sommes en présence d'une source et de trajets multiples dans le sol, chaque source de notre modèle correspond en fait à un trajet, par conséquent, on peut considérer le signal source w_p comme égal au signal w émis par la source réelle.

Le temps de propagation entre la source p et le capteur i s'exprime par l'expression suivante : $\tau_i(\theta_p) = \tau_{0,p} + \xi_i(\theta_p)$ où $\tau_{0,p}$ correspond à l'offset et $\xi_i(\theta_p)$ au temps de propagation entre la capteur de référence (souvent le premier capteur) et le capteur i, pour la source p de direction d'arrivée θ_p sur l'antenne.

Le modèle de mélange de l'équation (6.17) peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\underline{X} = \underline{\underline{S}}_{x} \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \tag{6.18}$$

avec :

- $\underline{X} = \begin{bmatrix} \underline{X}(f_1)^T, \cdots, \underline{X}(f_{Nf})^T \end{bmatrix} \text{ avec } \underline{X}(f) \text{ défini à l'équation (2.21);} \\ \underline{\underline{S}}_x = \begin{bmatrix} \underline{s}_1, \cdots, \underline{s}_p, \cdots, \underline{s}_P \end{bmatrix} \text{ une matrice de taille } N_x N_f \times P \text{ dont les colonnes décrivent la propagation des } P \text{ ondes le long des } N_x \text{ capteurs de l'antenne pour les } N_f \text{ fréquences;} \\ \underline{\underline{s}}_p = \begin{bmatrix} \underline{k}_{p,f_1}^T, \cdots, \underline{k}_{p,f_i}^T, \cdots, \underline{k}_{p,f_{Nf}}^T \end{bmatrix}^T \text{ le vecteur défini dans l'équation (3.5);}$
- $-\underline{A} = [a_1, \cdots, a_p, \cdots, a_P]^T$ les atténuations complexes aléatoires des sources qui peuvent être considérées comme décorrélées du fait de la propagation;
- $-\underline{B} = [\underline{B}(f_1)^T, \cdots, \underline{B}(f_{Nf})^T]$ avec $\underline{B}(f)$ le vecteur des bruits défini à l'équation (2.21).

On considère la matrice spectrale large bande de taille $N_x N_f \times N_x N_f$ définie par :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = E\{\underline{X} \ \underline{X}^H\}. \tag{6.19}$$

Sous les hypothèses de décorrélation des sources avec le bruit et de bruit blanc (spatialement et temporellement) et gaussien, on peut écrire :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{S}}_x \, \underline{\underline{\Gamma}}_A \, \underline{\underline{S}}_x^H + \sigma_b^2 \, \underline{\underline{I}} = \underline{\underline{\Gamma}}_s + \underline{\underline{\Gamma}}_b. \tag{6.20}$$

Si les sources sont décorrélées ($\underline{\Gamma}_A$ de rang plein), on peut définir le sous-espace signal engendré par les P premiers vecteurs propres de $\underline{\Gamma}$ et son complémentaire, le sous-espace bruit engendré par les $N_x N_f - P$ derniers vecteurs propres :

$$\underline{U}_{e} = [\underline{u}_{1}, \cdots, \underline{u}_{P}] \tag{6.21}$$

$$\underline{\underline{U}}_{b} = \left[\underline{\underline{u}}_{P+1}, \cdots, \underline{\underline{u}}_{N_{x}}\right].$$
(6.22)

Le principe de l'algorithme MUSICAL se déduit directement de MUSIC classique. On réalise une projection orthogonale d'un vecteur modèle large bande sur le sous-espace bruit. Ce vecteur modèle a la forme suivante :

$$\underline{d}(\theta,\tau_0) = \frac{1}{N_x N_f} \begin{pmatrix} w(f_1)e^{-j2\pi f_1\tau_0}\underline{e}(\theta,f_1)^T \\ \vdots \\ w(f_{Nf})e^{-j2\pi f_{Nf}\tau_0}\underline{e}(\theta,f_{Nf})^T \end{pmatrix}$$
(6.23)

avec $\underline{e}(\theta, f)$ le vecteur directionnel bande étroite défini à l'équation (6.14) et w(f) le signal émis par la source à la fréquence f.

Ce vecteur $\underline{d}(\theta, \tau_0)$ modélise l'arrivée d'une onde de direction θ et d'offset τ_0 sur l'antenne de capteurs. Ainsi, on cherchera les P maxima de la fonctionnelle suivante :

$$MUSICAL(\theta, \tau_0) = \frac{1}{\underline{d}(\theta, \tau_0)^H \underline{\coprod} \underline{d}(\theta, \tau_0)}$$
(6.24)

avec $\underline{\Pi} = \underline{\underline{U}}_{b} \underline{\underline{U}}_{b}^{H}$. Les estimées des directions d'arrivée et des offsets correspondent aux P couples de valeur de (θ, τ_0) qui rendent la fonctionnelle MUSICAL maximale.

Cet algorithme présente l'avantage de pouvoir détecter un nombre de sources plus important que l'algorithme MUSIC classique : $N_x N_f - 1$ au lieu de $N_x - 1$ sources [Boz96, Gon99].

6.1.3 Long-Vecteur-MUSIC (LV-MUSIC) : cas des données multicomposantes

L'ensemble des algorithmes présentés précédemment sont des algorithmes adaptés à des données de type monocomposante. Dans le cadre de notre étude, où nous nous intéressons à des signaux enregistrés sur des antennes de capteurs multicomposantes, ces traitements ne sont pas optimals car il ne prennent pas en compte l'ensemble de l'information disponible. Récemment, des extensions de MUSIC ont été développées pour la cas des antennes polarisées. Parmi elles, nous pouvons citer l'algorithme que nous appellerons LV-MUSIC [NP94b]. Nous verrons que la prise en compte de l'information de polarisation améliore fortement les résultats par rapport à l'algorithme MUSIC classique.

On considère une source polarisée émettant un champ d'onde stationnaire. Après s'être propagé ce champ d'onde est enregistré sur une antenne linéaire composée de N_x capteurs à N_c composantes. Toujours par souci de simplification, nous ne considérons que le cas $N_c = 2$ (composante horizontale X et verticale Z). On rappelle l'expression des signaux reçus sur les deux composantes du capteur i:

$$\begin{aligned} x_i(f) &= \sum_{p=1}^{P} a_p w_p(f) e^{-j2\pi f \tau_{0,p}} e^{-j2\pi f \xi_i(\theta_p)} + b_i(f), \\ z_i(f) &= \sum_{p=1}^{P} \alpha_p e^{j\varphi_p} a_p w_p(f) e^{-j2\pi f \tau_{0,p}} e^{-j2\pi f \xi_i(\theta_p)} + b_i(f) \end{aligned}$$
(6.25)

avec α_p et φ_p respectivement le rapport d'amplitude et le déphasage entre le signal reçu sur la composante Z et celui reçu sur la composante X et qui rendent compte de l'état de polarisation de l'onde p.

Ces $N_x N_c$ signaux sont concaténés dans un long-vecteur de taille $N_x N_c$, noté <u>LV</u>, et définie à une fréquence donnée par :

$$\underline{LV}(f) = \left[\underline{X}(f)^T, \underline{Z}(f)^T\right]^T$$
(6.26)

où $\underline{X}(f)$ et $\underline{Z}(f)$ sont des vecteurs de longueur N_x correspondant à la $i^{\text{ème}}$ fréquence du signal reçu sur chacun des N_x capteurs respectivement sur les composantes X et Z.

À partir de ce vecteur d'observations multicomposantes, on peut construire la matrice interspectrale de taille $N_x N_c \times N_x N_c$:

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = E\{\underline{LV}(f) \ \underline{LV}(f)^H\}.$$
(6.27)

Cette matrice contient l'ensemble des relations statistiques à l'ordre deux entre toutes les composantes de tous les capteurs. Elle peut être décomposée en $N_x N_c$ valeurs et vecteurs propres. Compte-tenu des hypothèses de décorrélation entre les sources, et entre les sources et le bruit, on peut associer les P premières valeurs propres au sous-espace signal et les $N_x N_c - P$ dernières au sous-espace bruit. On peut alors construire le projecteur orthogonal sur le sous espace bruit définit par :

$$\underline{\Pi}(f) = \underline{\underline{U}}_{b}(f) \, \underline{\underline{U}}_{b}(f)^{H} \tag{6.28}$$

où la matrice $\underline{\underline{U}}_{b}(f)$ contient les $N_x N_c - P$ vecteurs propres correspondant au sous-espace bruit.

Nous construisons alors le vecteur directionnel suivant :

$$\underline{g}(\theta, f, \alpha, \varphi) = \frac{1}{N_x N_c} \begin{pmatrix} \underline{e}(\theta, f)^T \\ \alpha e^{j\varphi} \underline{e}(\theta, f)^T \end{pmatrix}$$
(6.29)

avec $\underline{e}(\theta, f)$ le vecteur directionnel défini à l'équation (6.14).

L'expression de la fonctionnelle LV-MUSIC est calculée par projection de $\underline{g}(\theta, f, \alpha, \varphi)$ sur le projecteur sur le sous-espace bruit $\underline{\Pi}(f)$:

$$LV - MUSIC(\theta, f, \alpha, \varphi) = \frac{1}{\underline{g}(\theta, f, \alpha, \varphi)^H \underline{\Pi}(f) \underline{g}(\theta, f, \alpha, \varphi)}.$$
(6.30)

Pour une fréquence f choisie dans la bande passante du signal, la fonctionnelle admet des maxima locaux pour des valeurs de $(\theta, \alpha, \varphi)$ correspondant aux sources présentes dans le signal. En faisant varier θ ainsi que les paramètres de polarisation dans un intervalle de valeurs, avec un pas choisi, on calcule ainsi une hyper-surface. Les paramètres des sources estimées correspondent aux P premiers maxima de cette hyper-surface. Il est possible d'introduire des informations a priori sur les sources qui permettent ainsi d'optimiser la recherche et de réduire le temps de calcul. Par exemple, si les paramètres de polarisation des différentes sources ont été estimés au préalable (cf. chapitre 5), la fonctionnelle LV-MUSIC se réduit à une fonctionnelle dépendant d'un seul paramètre. Cependant, cet algorithme possède la même limitation que l'algorithme MUSIC concernant le choix de la fréquence d'analyse.

6.2 MultiComponent WideBand MUltiple SIgnal Classification (MCWB-MUSIC)

Dans cette partie, nous proposons une extension de l'algorithme MUSIC au cas large bande et multicomposante. Pour cela, nous nous sommes inspirés des différentes versions de MUSIC existantes (MUSICAL, LV-MUSIC...). Le but étant de réaliser une méthode d'estimation de direction d'arrivée et d'offset des ondes dans le cas de données reçues sur des antennes de capteurs multicomposantes.

Comme pour la méthode MUSICAL, la méthode proposée suppose que la forme du signal émis est connue. Si ce n'est pas le cas, il est possible d'obtenir une estimation de ce signal par des méthodes de maximum de vraisemblance déterministe [FLC95, Lar92]. L'algorithme proposé prend en compte l'ensemble de la bande passante des signaux reçus sur les différentes composantes des capteurs de l'antenne, permettant ainsi d'améliorer les performances de l'estimation de la direction d'arrivée et de l'offset.

Nous nous plaçons dans un contexte identique à celui énoncé au chapitre 3 sur le filtrage matriciel spectral large-bande multicomposante MCWB-SMF. Nous rappelons que le modèle matriciel des signaux reçus sur les $N_c = 2$ composantes des N_x capteurs et sur l'ensemble des N_f bandes de fréquences s'expriment sous la forme :

$$\underline{T} = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \tag{6.31}$$

avec :

- \underline{T} le long-vecteur des observations de longueur $N_x N_f N_c$,
- -<u>S</u> une matrice de taille $N_x N_f N_c \times P$ dont les colonnes décrivent la propagation des P ondes reçues sur l'antenne et correspondent aux vecteurs de propagation large-bande multicomposante,
- $-\underline{A}$ le vecteur de longueur P contenant les atténuations complexes aléatoires des sources;
- $-\underline{B}$ le vecteur de bruit de longueur $N_x N_f N_c$. Ces bruit sont supposés aléatoires, indépendants des signaux sources, blanc temporellement et spatialement et non-polarisé.

Chaque source est caractérisée par les paramètres suivant : θ_p la direction d'arrivée (DDA), $\tau_{0,p}$ l'offset, et α_p et φ_p les paramètres de polarisation.

A partir des observations, on a construit la matrice spectrale large bande multicomposante de taille $N_x N_f N_c \times N_x N_f N_c$:

$$\underline{\underline{\Gamma}} = E\{\underline{T}\,\underline{T}^H\}.\tag{6.32}$$

Nous avons vu que cette matrice spectrale peut être décomposée après troncature de rang en un sous-espace signal et un sous-espace bruit :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{U}}_{s} \, \underline{\underline{\Lambda}}_{s} \, \underline{\underline{U}}_{s}^{H} + \underline{\underline{U}}_{b} \, \underline{\underline{\Lambda}}_{b} \, \underline{\underline{U}}_{b}^{H}. \tag{6.33}$$

Nous devons alors construire un vecteur directionnel large bande multicomposante qui a la forme suivante :

$$\underline{h}(\theta,\tau_0,\alpha,\varphi) = \frac{1}{N_x N_f N_c} \left(\begin{array}{c} \underline{d}(\theta,\tau_0) \\ \alpha e^{j\varphi} \underline{d}(\theta,\tau_0) \end{array} \right)$$
(6.34)

ou encore, en explicitant $\underline{d}(\theta, \tau_0)$ (cf. éq. (6.23)) :

$$\underline{h}(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi) = \frac{1}{N_x N_f N_c} \begin{pmatrix} w(f_1)e^{-j2\pi f_1 \tau_0} & e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f_1}} \\ \vdots \\ w(f_1)e^{-j2\pi f_1 \tau_0} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_1}} \\ \vdots \\ w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_1)e^{-j2\pi f_1 \tau_0} & e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_1)e^{-j2\pi f_1 \tau_0} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_1}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f_N f}} \\ \vdots \\ \alpha e^{j\varphi} & w(f_N f)e^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}} & e^{-j(i-1)\psi_{\theta,f_N f}} \end{pmatrix}.$$

L'expression de la fonctionnelle est calculée par projection de <u> $h(\theta, \tau, \alpha, \varphi)$ </u> sur le projecteur sur le sous-espace bruit :

$$\frac{1}{\underline{h}(\theta,\tau_0,\alpha,\varphi)^H \underline{\Pi}_b \underline{h}(\theta,\tau_0,\alpha,\varphi)}$$
(6.36)

avec $\underline{\Pi}_{b} = \underline{\underline{U}}_{b} \underline{\underline{U}}_{b}^{H}$ le projecteur orthogonal sur le sous espace bruit. En pratique, nous avons vu au paragraphe 3.2.2.2, que nous n'effectuons pas la décomposition

En pratique, nous avons vu au paragraphe 3.2.2.2, que nous n'effectuons pas la décomposition complète de la matrice spectrale car nous calculons seulement les K premiers vecteurs propres (où K dépend de l'ordre de lissage avec K > P). Nous n'avons donc pas accès à l'ensemble des vecteurs propres de \underline{U}_b . Par conséquent, au lieu de minimiser la projection du vecteur directionnel sur le sous-espace bruit, nous maximiserons sa projection sur le sous-espace signal. La fonctionnelle MCWB-MUSIC sera alors la suivante :

$$MCWB - MUSIC(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi) = \underline{h}(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi)^H \underline{\underline{\Pi}}_s \underline{h}(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi)$$
(6.37)

avec $\underline{\Pi}_{s}=\underline{\underline{U}}_{s}\;\underline{\underline{U}}_{s}^{H}$ le projecteur sur le sous-espace signal.

Cette fonctionnelle admet des maxima locaux pour des valeurs de $(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi)$ correspondant aux sources présentes dans le signal. En faisant varier θ , τ_0 et les paramètres de polarisation dans un intervalle de valeurs, avec un pas choisi, on calcule ainsi une hypersurface. Cette fonctionnelle dépendant de quatre paramètres, la recherche des maxima de cette hyper-surface devient très vite lourde en calcul si l'on souhaite estimer les paramètres avec une bonne précision.

En utilisant, la méthode d'estimation de polarisation décrite dans le chapitre 5, il est possible d'obtenir les paramètres de polarisation (α_p, φ_p) de chaque onde. On peut alors fixer les paramètres α et φ du vecteur $\underline{h}(\theta, \tau_0, \alpha, \varphi)$ aux valeurs ainsi estimées, la fonctionnelle MCWB-MUSIC devenant ainsi seulement fonction de la direction d'arrivée θ et de l'offset τ_0 .

6.3 Étude des performances de MCWB-MUSIC

Dans cette partie, nous montrons tout d'abord les résultats obtenus en utilisant la méthode proposée d'estimation de direction d'arrivée et d'offset (MCWB-MUSIC) sur des données synthétiques. Ensuite, afin de montrer l'importance de la prise en compte de l'information de polarisation, nous comparons les performances de cet estimateur avec d'autres estimateurs basés aussi sur la méthode MUSIC.

6.3.1 Application de MCWB-MUSIC en sismique

On considère un enregistrement sismique composé de quatre ondes sur une antenne de capteurs à 2 composantes. Ces ondes sont choisies avec une polarisation linéaire dans le but de simplifier l'étude en restreignant la fonctionnelle MCWB-MUSIC à la recherche de la direction d'arrivée et de l'offset (Les paramètres de polarisation φ et α sont respectivement fixés à 0 et 1). En pratique, nous ne recherchons pas la direction d'arrivée θ mais plutôt le retard de l'onde entre deux capteurs successifs $\xi(\theta)$ en nombre d'échantillons. Ces deux grandeurs sont directement liées par la relation :

$$\xi(\theta) = \frac{\Delta \sin(\theta)}{V} \tag{6.38}$$

avec Δ et V respectivement la distance inter-capteurs et la vitesse de propagation. Le paramètre V n'étant pas toujours connu en pratique, les paramètres à estimer pour chaque onde p seront donc $\xi(\theta_p)$, le retard entre deux capteurs (proportionnel à la direction d'arrivée) et $\tau_{0,p}$ l'offset ou le temps d'arrivée sur le premier capteur de l'antenne.

La simulation a été effectuée pour une antenne de $N_x = 30$ capteurs et $N_t = 128$ échantillons temporels (Fig. 6.2). Du bruit gaussien, blanc a été ajouté aux quatre ondes présentes (RSB=5dB). Les valeurs des offsets et des directions d'arrivée de ces quatre ondes sont récapitulées dans le tableau 6.1.

Pour l'estimation de la matrice spectrale large bande multicomposante, nous avons utilisé un lissage spatial ($K_s = 6$) et fréquentiel ($K_f = 1$). La décroissance des valeurs propres obtenues par décomposition de la matrice spectrale est présentée sur la figure 6.3. Les quatre premières valeurs propres sont dominantes.

Nous avons calculé la fonctionnelle MCWB-MUSIC avec pour la DDA $\xi(\theta)$, un pas de calcul de 0.01 sur l'intervalle [-3;3] et pour l'offset τ_0 , un pas de calcul de 1 sur l'intervalle [0;127]. Nous montrons les résultats de l'algorithme MCWB-MUSIC sur la figure 6.4. Les quatre lobes principaux sont placés aux bonnes valeurs des offsets et des DDAs des quatre ondes. La figure 6.5 correspond à des coupes pour des offsets fixés et égaux à ceux des quatre ondes. Les traits verticaux sont tracés aux valeurs théoriques des DDA des ondes. Les valeurs estimées pour la DDA et l'offset des quatre ondes sont récapitulées dans le tableau 6.1. On



FIG. 6.2 – Profil des données initiales bruitées



FIG. 6.3 – Amplitude des dix premières valeurs propres

peut constater que les valeurs estimées sont très proches des valeurs réelles (pourcentage d'erreur compris entre 0 et 4%).

6.3.2 Nombre de sources détectables

Nous considérons dans cet autre exemple, quatre ondes reçues sur une antenne linéaire composée seulement de quatre capteurs à 2 composantes (Fig. 6.6). Le but est de montrer qu'il est possible de détecter un nombre de sources supérieur ou égal au nombre de capteurs alors que la méthode MUSIC classique est limitée à $N_x - 1$ sources.

La simulation a donc été effectuée pour une antenne de $N_x = 4$ capteurs et $N_t = 128$ échantillons temporels et du bruit gaussien a été ajouté aux ondes (Fig. 6.7) de sorte que le RSB sur les deux composantes est d'environ 6dB. Pour l'estimation de la matrice spectrale large bande multicomposante, nous avons utilisé un lissage spatial ($K_s = 1$) et fréquentiel ($K_f = 2$). La décroissance des valeurs propres fait ressortir quatre valeurs propres dominantes. La projection des données sur les quatre premiers vecteurs propres est présentée sur



FIG. 6.4 – Amplitude de la fonctionnelle MCWB-MUSIC en fonction de la DDA et de l'offset



FIG. 6.5 – Estimation de la DDA (Coupe pour différents offsets)

la figure 6.8. La majeure partie du bruit a été enlevée des données bruitées.

La fonctionnelle MCWB-MUSIC (Fig. 6.9) est obtenue avec pour la DDA $\xi(\theta)$ un pas de calcul de 0.05 sur l'intervalle [-3;3] et pour l'offset τ_0 un pas de calcul de 1 sur l'intervalle [0;127]. On constate que les quatre ondes ont été détectées bien que nous n'ayons que quatre capteurs.

La figure 6.10 correspond à des coupes pour des offsets fixés et égaux à ceux des quatre ondes. Les valeurs estimées pour la DDA et l'offset des quatre ondes sont récapitulées dans le tableau 6.2. On peut constater que les valeurs estimées sont assez proches des valeurs réelles (pourcentage d'erreur compris entre 0 et 20%). La perte de précision par rapport à la simulation précédente est probablement dû au fait que le nombre de capteurs est faible et que

	DDA (pts.)		Offset (pts.)	
	Valeur	Valeur	Valeur	Valeur
	réelle	estimée	réelle	estimée
Onde 1	0	0.00	27	26
Onde 2	-0.5	-0.52	47	46
Onde 3	-0.5	-0.51	77	77
Onde 4	1.1	1.1	92	92

TAB. 6.1 – Résultats de l'estimation des paramètres



FIG. 6.6 – Profil du modèle du signal



FIG. 6.8 – Profil des données filtrées

les opérateurs de lissage introduisent un biais relativement important.

6.3.3 Étude du pouvoir de résolution

Nous considérons à présent le cas de deux ondes ayant des polarisations identiques, des DDAs très proches ($\xi(\theta) = 0$ échantillons pour l'onde de vitesse infinie et $\xi(\theta) = -0.2$ échantillons pour l'autre onde) et des offsets identiques (Fig. 6.11). Ces deux ondes additionnées à du bruit gaussien (RSB=0dB) sont reçues sur un réseau de 30 capteurs à 2 composantes (Fig. 6.12). La matrice spectrale large bande multicomposante est estimée avec un



FIG. 6.7 – Profil des données initiales



FIG. 6.9 – Amplitude de la fonctionnelle MCWB-MUSIC en fonction de la DDA et de l'offset

	DDA (pts.)		Offset (pts.)	
	Valeur	Valeur	Valeur	Valeur
	réelle	estimée	réelle	estimée
Onde 1	-0.5	-0.6	21	21
Onde 2	0.0	-0.1	30	30
Onde 3	-2.0	-2.0	46	46
Onde 4	0.8	0.9	80	80

TAB. 6.2 – Résultats de l'estimation des paramètres



FIG. 6.10 – Estimation de la DDA

lissage spatial de paramètre $K_s = 2$ (sur 5 capteurs) et un lissage fréquentiel de paramètre $K_f = 4$ (sur 9 canaux).

Le but de cet exemple est de comparer les pouvoirs de résolution des différentes extensions de l'algorithme MUSIC.





FIG. 6.12 – Profil des données initiales

Les résultats de MUSIC classique appliqué indépendamment sur les deux composantes sont présentés en trait discontinu sur la figure 6.13. On observe qu'en appliquant MUSIC classique sur la composante X, la fonctionnelle ne présente qu'un seul pic, correspondant à une valeur moyenne des DDAs théoriques des deux ondes (retard d'environ -0.1 échantillon). Sur la composante Z, on observe à nouveau un seul pic centré sur le retard 0.

En revanche, l'algorithme MCWB-MUSIC (en trait plein sur les figures 6.13 à 6.15) réalise une bonne détection des deux ondes bien que l'un des pics ne soit pas parfaitement bien positionné à la valeur théorique (traits verticaux). Pour l'onde de retard $\xi(\theta) = -0.2$ échantillons, la DDA estimée est bien de -0.2 mais pour l'onde de retard $\xi(\theta) = 0.0$ échantillons, la DDA estimée est de 0.04.

Les résultats obtenus avec l'algorithme large bande MUSICAL appliqué indépendamment sur les deux composantes sont présentés en trait discontinu sur la figure 6.14. Sur les composantes X et Z, la forme des courbes laisse penser qu'il y a deux ondes présentes mais il est difficile de donner avec précision leur DDA.

Enfin, la figure 6.15 montre les résultat obtenus avec l'algorithme LV-MUSIC en trait discontinu. L'algorithme étant multicomposante, l'estimation se fait conjointement sur les deux composantes. On obtient alors un unique pic au niveau de l'onde 1 (DDA=0). La forme du pic ne laisse pas penser qu'il y a deux ondes dans l'enregistrement et il est donc impossible d'estimer la DDA de la deuxième onde.

Sur cet exemple, la comparaison de l'algorithme MCWB-MUSIC avec d'autres extensions de MUSIC a permis de montrer sa supériorité en terme de pouvoir de résolution. En effet, sur l'exemple précédent, il est le seul à pouvoir détecter les deux ondes et à estimer leur direction d'arrivée. Cette performance peut s'expliquer par la prise en compte de l'information de cohérence entre les deux composantes et entre les canaux fréquentiels permettant ainsi une meilleure estimation des directions d'arrivées.



FIG. 6.13 – Comparaison du pouvoir de résolution entre MCWB-MUSIC et MUSIC Classique



FIG. 6.14 – Comparaison du pouvoir de résolution entre MCWB-MUSIC et MUSICAL

6.3.4 Étude de la variance de l'estimateur

Dans ce dernier paragraphe, nous allons comparer les variances des différents estimateurs (MUSIC classique, MUSICAL, LV-MUSIC et MCWB-MUSIC).

Sur la figure 6.16, nous avons représenté l'erreur quadratique moyenne pour l'estimation de la DDA avec les algorithmes cités ci-dessus. L'expression utilisée est la suivante :

$$EQM_{\theta} = \frac{1}{N} \left(\theta - \widehat{\theta}\right)^2 \tag{6.39}$$



FIG. 6.15 – Comparaison du pouvoir de résolution entre MCWB-MUSIC et LV-MUSIC



FIG. 6.16 – Comparaison de la variance des différents estimateurs

avec N le nombre de réalisations (ici, N = 200).

Nous avons considéré le cas d'une source polarisée arrivant sur une antenne composée de 30 capteurs à 2 composantes. La direction d'arrivée de la source exprimée en terme de nombre d'échantillons de retard entre deux capteurs est de 1 échantillon. Deux cents réalisations différentes des estimateurs ont été utilisées pour chaque point de la figure. Nous avons ajouté un bruit blanc gaussien dans divers rapports signal à bruit (de -18dB à 0dB). L'erreur quadratique moyenne d'estimation de la DDA est définie comme la moyenne quadratique des erreurs d'estimation de la DDA de la source. Dans le cas des algorithmes n'opérant que sur une seule composante (MUSIC classique et MUSICAL), nous avons réalisé une moyenne des

résultats obtenus sur les deux composantes.

La figure 6.16 montre clairement que la prise en compte de l'information de polarisation et de la cohérence fréquentielle améliore les performances statistiques de l'estimateur de DDA. Ceci justifie aussi le fait que les performances les moins bonnes sont obtenues avec l'algorithme MUSIC classique. De plus, on peut voir que les algorithmes LV-MUSIC et MUSICAL ont des performances assez proches.

6.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons proposé une méthode permettant d'estimer des attributs importants des ondes sismiques, à savoir leur direction d'arrivée (DDA) et leur temps d'arrivée sur l'antenne (offset). La technique proposée se devait d'être adaptée à notre problème de signaux large bande reçus sur des antennes de capteurs multicomposantes. C'est pourquoi, nous avons décidé de réaliser une extension de l'algorithme Haute Résoltution MUSIC pour l'adapter à notre cas.

Nous nous sommes concentrés sur les méthodes dites à Haute Résolution, car elles présentent l'avantage d'être en théorie de résolution infinie. Une des méthodes HR les plus performantes est la méthode MUSIC. Cette méthode a suscité beaucoup d'intérêt et de nombreuses extensions de cette méthode ont été proposées dans la littérature. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à deux d'entre elles, appelées MUSICAL et LV-MUSIC. La première est en fait une extension au cas large bande ce qui permet conjointement une estimation de l'offset et de la DDA et la deuxième est une extension au cas multicomposante. Chacune de ces deux extensions améliore les performances de l'algorithme.

Traitant des signaux large bande reçus sur des antennes multicomposantes, un développement logique a été de proposer une extension de l'algorithme MUSIC classique au cas large bande multicomposante. La méthode s'appelle donc MCWB-MUSIC pour MultiComponent WideBand-MUSIC. Cette méthode est basée sur une projection d'un vecteur directionnel large bande multicomposante sur le sous-espace signal issu de la décomposition de la matrice spectrale large bande multicomposante.

Après avoir comparé les performances de l'ensemble de ces algorithmes en terme de variance des estimateurs et de pouvoir de résolution, nous arrivons à la conclusion que la prise en compte de l'information de polarisation et de la cohérence fréquentielle des signaux améliore fortement les performances statistiques de l'estimateur de la DDA et permet de réaliser une estimation de l'offset. Le tableau (6.4) récapitule les différentes extensions de MUSIC présentées dans ce manuscrit avec pour chacune d'elles ses avantages et inconvénients.

Méthodes	Type	Matrice	Vecteur	Avantages	Inconvénients	Références
		spectrale	directionnel			
MUSIC	1C	$N_c \cdot N_f$	$\underline{e}(\theta, f) =$	- Méthode type HR	- Bande étroite	[Sch79, Sch81]
MUltiple	bande	matrices			- Pas d'estimation de l'offset	$[\mathrm{Sch86},\mathrm{BK79}]$
SIgnal	étroite	de taille	$\frac{1}{N} = e^{-j(i-1)\psi_{\theta}} f$		- Choix de la fréquence	[BK83]
Classification		$N_x \times N_x$			d'analyse	
			$\left(\begin{array}{c} \cdot \\ e^{-j(N_x-1)\psi_{\theta,f}} \end{array}\right)$			
MUSICAL	$1\mathrm{C}$	N_c matrices	$\underline{d}(\theta,\tau_0) =$	- Large Bande	- Connaissance du signal source	[Gou94, GB95]
MUSIC Actif	large	de taille	$\begin{pmatrix} w(f_1)e^{-j2\pi f_1\tau_0}\underline{e}(\theta,f_1) \\ \end{pmatrix}$	- Estimation de l'offset		
Large bande	bande	$N_x N_f \times N_x N_f$	$\frac{1/N_x N_f}{(f_{x})^{-j2\pi f_N f^{\tau_0}}} = 0$			
			$(w(f_{Nf})e^{-\psi} (Mf) (\underline{e}(\theta, Nf)))$			
LV-MUSIC	nC	N_f matrices	$a(\theta, f, \alpha, \alpha) =$	- Polarisation	- Bande étroite	[NP94b]
Long-vecteur	bande	de taille	$\frac{\underline{g}(\theta, f, u, \varphi) = 1}{1/N} \left(\frac{\underline{e}(\theta, f)}{1} \right)$		- Choix de la fréquence	
MUSIC	étroite	$N_x N_c \times N_x N_c$	$1/1\sqrt{x^{1/c}}\left(\alpha e^{j\varphi}\underline{e}(\theta,f) \right)$		d'analyse	
MCWB-MUSIC	nC	1 matrice	$h(\theta, \sigma, \sigma, \phi) =$	- Large Bande	- Connaissance du signal source	
MultiComponent	large	de taille	$\frac{\underline{\mu}(\mathbf{v},\tau_0,\mathbf{u},\varphi) - \mathbf{u}(\mathbf{v},\tau_0,\mathbf{u},\varphi) - $	- Polarisation		
WideBand	bande	$N_x N_f N_c$	$1/1\sqrt{x} \ln f^{1/c} \left(\alpha e^{j\varphi} \underline{d}(\theta, \tau_0) \right)$	- Estimation de l'offset		
MUSIC		$\times N_x N_f N_c$		- Résolution améliorée		

avec θ la direction d'arrivée, τ_0 l'offset, $\psi_{\theta,f}$ le déphasage entre deux capteurs successifs, w(f) la forme de la source émise à la fréquence f et α et φ les paramètres de polarisation

140

Conclusions et perspectives

Dans ce travail de recherche, nous nous sommes intéressés à établir de nouvelles méthodes de séparation et de caractérisation des ondes pour le traitement des signaux sismiques multicomposantes. Le contexte de notre étude est celui de la prospection sismique où l'on dispose d'un ensemble de signaux reçus sur une antenne de capteurs à plusieurs composantes. Les traitements proposés se devaient de prendre en compte l'intégralité de l'information disponible en vue d'améliorer les performances par rapport aux méthodes existantes. L'efficacité des algorithmes proposés a été illustrée sur des données synthétiques mais aussi réelles, provenant de campagnes sismiques.

La première partie de ce travail concernait le filtrage et à la séparation des ondes. Pour répondre aux problèmes physiques liés à la dispersion d'une part et pour prendre en compte l'information de polarisation d'autre part, nous avons fait le choix d'étendre le filtrage matriciel classique (SMF) au cas large-bande multicomposante. En effet, la méthode classique (SMF) présente de nombreux avantages. Par exemple, le filtre SMF ne requiert pas de traitement préalable tel que le recalage des ondes à isoler, il n'est pas sensible au problème d'aliasing spatial des données ou encore il ne nécessite le réglage que d'un faible nombre de paramètres. Ce filtre répond donc en partie au problème posé. Cependant, la technique proposée se devait de traiter des données issues d'acquisitions sismiques multicomposantes dans leur ensemble et non pas indépendamment sur chaque composante. La méthode proposée, appelée MCWB-SMF, est basée sur une modélisation des données de type long-vecteur. Une première étape consiste à estimer une matrice spectrale large bande multicomposante puis à réaliser une séparation de l'espace des données en deux sous-espaces complémentaires issus de la décomposition de cette matrice spectrale. Le sous-espace engendré par les premiers vecteurs propres issus de cette décomposition génère un sous-espace signal qui, sous certaines conditions, correspond au même sous-espace que celui engendré par les vecteurs de propagation. La condition principale est que le bruit se doit d'être non-polarisé, blanc spatialement et temporellement, et décorrélé des ondes. Cette condition a pour conséquence que l'énergie du bruit se retrouve équi-répartie sur l'ensemble des vecteurs propres. Ceci justifie alors l'intérêt de projeter les données sur les premiers vecteurs propres, inhibant ainsi la majeure partie du bruit. Un autre intérêt de la méthode est sa capacité à séparer un nombre plus important d'ondes que la méthode classique. La validation de cette technique a été réalisée sur des simulations ainsi que sur des données issues de campagnes sismiques. Ceci a permis de révéler
sa capacité à améliorer la qualité de la séparation des ondes sur des profils multicomposantes.

La deuxième partie de ce travail de recherche concernait la caractérisation de certains attributs des ondes en essayant d'exploiter au maximum les termes de la matrice spectrale large bande multicomposante définie dans la première partie.

L'intérêt du chapitre 5 a été de proposer une méthode permettant de réaliser une analyse de la polarisation des ondes contenues dans un profil sismique multicomposante. Après une introduction à l'analyse de polarisation, nous avons proposé une méthode utilisant les matrices de rang 1 issues de la décomposition en valeurs propres de la matrice spectrale large bande multicomposante. On a pu ainsi montrer que l'information de polarisation (le rapport d'amplitude et le déphasage entre les composantes) se trouve dans les diagonales principales et secondaires de ces matrices. Cette méthode propose donc une approche fréquentielle qui permet d'estimer les paramètres de polarisation à toutes les fréquences de la bande passante du signal et sur tous les capteurs. Elle possède de nombreux avantages par rapport aux méthodes classiques. Tout d'abord, elle propose une approche qui permet de déterminer la polarisation indépendamment sur chaque capteur et chaque fréquence ce qui est important dans le cas d'une onde dispersive. Ensuite, elle ne nécessite pas la détermination d'une fenêtre temporelle d'analyse dans laquelle une seule onde se doit d'être présente. Les performances de cette méthode ont été validées sur des simulations et comparées à celles de la méthode de Flinn classiquement utilisée en analyse de polarisation. Les résultats obtenus sont très encourageants car dans la majorité des cas testés, la méthode proposée est beaucoup plus performante que la méthode de Flinn.

Le dernier chapitre s'est intéressé à un problème classique de traitement d'antenne : la localisation de sources. Nous avons proposé une méthode permettant d'estimer la Direction D'Arrivée (DDA) et le temps d'arrivée (offset) des ondes sur une antenne. Nous avons focalisé notre étude sur les algorithmes de type Haute Résolution et essentiellement sur l'algorithme MUSIC et quelques-unes de ses extensions. Les extensions ayant le plus attiré notre attention sont les algorithmes MUSICAL et LV-MUSIC. La première correspond à un développement de MUSIC dans le cas large bande qui permet une estimation conjointe de l'offset et de la DDA et la deuxième est une extension au cas multicomposante. Nous nous sommes inspirés de ces deux méthodes pour proposer un algorithme HR de type MUSIC pour le cas large bande et multicomposante, appelé MCWB-MUSIC. La technique réalise une projection d'un vecteur directionnel large bande multicomposante sur le sous-espace signal. Après avoir comparé les performances de l'ensemble de ces algorithmes en terme de variance des estimateurs et de pouvoir de résolution, nous sommes arrivés à la conclusion que la prise en compte de l'information de polarisation et de la cohérence fréquentielle des signaux améliore fortement les performances statistiques de l'estimateur de la DDA et permet de réaliser une estimation de l'offset. Cette technique permet aussi une estimation de la polarisation des ondes. Cependant, la recherche conjointe de l'ensemble de ces paramètres est très coûteuse en temps de calcul. Nous utilisons donc l'algorithme d'analyse de polarisation proposé dans le chapitre 5 pour insérer de l'information a priori dans la fonctionnelle de l'algorithme MCWB-MUSIC.

Les perspectives de ces travaux sont multiples et nous pouvons les classer en deux grands types : les unes liées à des méthodes de traitement de signal, les autres liées à la physique.

Une première perspective intéressante serait le passage des statistiques d'ordre deux aux statistiques d'ordre supérieur (SOS). En effet, l'hypothèse de bruit blanc émise par les méthodes basées sur la matrice spectrale est assez restrictive et cette hypothèse n'est en réalité pas toujours vérifiée dans le cas de la sismique. Un moyen de passer outre cette contrainte sur le bruit serait d'utiliser les statistiques d'ordre supérieur. Ces statistiques présentent l'avantage majeur de s'annuler dans le cas de signaux gaussiens. Ainsi, sous des hypothèses beaucoup plus réalistes de bruit gaussien coloré, cette extension présenterait certainement un réel intérêt.

Une deuxième perspective, à plus long terme, serait l'utilisation d'une modélisation tensorielle plutôt que la modélisation long-vecteur des données telle que cela a été proposé dans ce travail. En effet, bien que l'approche long-vecteur ait de nombreux avantages, notamment sa simplicité et son adaptabilité aux algorithmes développés dans le cas scalaire, on pourrait envisager une version tensorielle des algorithmes basés sur la matrice spectrale. Ainsi, la séparation et la caractérisation des ondes se feraient à partir de la décomposition de type PARAFAC ou TUCKER d'un tenseur spectral large bande multicomposante. Bien que cette modélisation serait très coûteuse en temps de calcul et en place mémoire, elle aurait certainement de nombreux avantages, en permettant notamment de garder la cohérence trimodale (distance, fréquence, composante) des données.

Enfin, d'autres perspectives sont liées à la physique. Il pourrait être intéressant de travailler non pas directement sur les signaux de déplacements issus des capteurs sismiques, mais sur des variations de ces déplacements suivant deux directions de l'espace sur la surface du sol. Ces variations permettent alors de construire deux quantités utiles pour l'analyse des champs d'ondes, le divergent et le rotationnel du vecteur déplacement. Ces deux quantités sont fondamentales car directement liées à l'équation des ondes.

Pour finir, et par souci de répondre au mieux aux problématiques actuelles, il serait envisageable d'intégrer dans notre traitement une quatrième dimension qui est la dimension temporelle liée à la répétition des mesures sismiques à différents moments. En effet, les mesures sismiques répétées dans le temps peuvent aider à suivre l'état de réservoirs de pétrole ou de gaz en cours d'exploitation. Il serait alors judicieux d'ajouter cette dimension dans nos traitement, par le biais, soit d'une modélisation long-vecteur, soit tensorielle pour ainsi permettre de suivre l'évolution des réservoirs.

Bibliographie

[AF65]	C. B. Archambeau et E. A. Flinn. Automated analysis of seismic radiation for source characteristics. <i>Proc. IEEE</i> , 53 :1876–1884, 1965.
[AN96]	S. Anderson et A. Nehorai. Analysis of polarized seismic wave model. <i>IEEE Trans. on Signal Processing</i> , 44(2) :379–386, February 1996.
[Bar84]	H. H. Barrett. <i>The Radon Transform and its Application</i> , volume 21. North-Holland, Amsterdam, E. Wolf edition, 1984.
[Bie83]	G. Bienvenu. Eigensystem properties of the sampled space correlation matrix. In $ICASSP,$ Boston, 1983.
[BK79]	G. Bienvenu et L. Kopp. Principe de la goniométrie passive adaptative. In GRETSI Symposium on signal and image processing, 1979.
[BK83]	G. Bienvenu et L. Kopp. Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 31(5):1235–1248, October 1983.
[Boz96]	S. Bozinoski. Analyse spatio temporelle des signaux large bande en vue de la tomographie acoustique océanique. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
[Bri60]	L. Brillouin. <i>Wave propagation and group velocity</i> . Academic Press, New York and London, 1960.
[Bro94]	R. Bronson. Calcul matriciel. Série Schaum. McGraw-Hill, 1994.
[BT59]	R. B. Blackman et J. W. Tukey. <i>The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering</i> . Dover Publications, New York, 1959.
[BW80]	M. Born et E. Wolf. <i>Principles of optics : Electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light.</i> Sixth edition. Pergamon Press, 1980.
[Cal99]	J. Caldwell. Marine multicomponent seismology. The Leading Edge, $18(11)$, 1999.
[CGP00]	A. Cordsen, M. Galbraith et J. Peirce. <i>Planning Land 3D Seismic Surveys.</i> SEG Eds., 2000.
[Cha81]	C. H. Chapman. A new method for computing synthetic seismograms. <i>Geophys. J. Roy. Astr. Soc.</i> , 66 :445–453, 1981.
[Cla76]	J. F. Claerbout. Fundamentals of Geophysical Data processing. McGraw-Hill Book Co., 1976.
[Cra85]	S. Crampin. Evaluation of anisotropy by shear-wave splitting. Geophysics, $50(1)$:142–152, January 1985.

[CS91]	CM. Chen et M. A. Simaan. Velocity filters for multiple interferences in two dimensional geophysical data. <i>IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing</i> , 29(4):563–570, July 1991.
[CS92]	W. H. Cho et T. W. Spencer. Estimation of polarization and slowness in mixed wavefields. <i>Geophysics</i> , 57(6) :805–814, June 1992.
[CU01]	B. Cagnoli et T. J. Ulrych. Singular value decomposition and wavy reflections in ground penetrating radar images of base surge deposits. <i>Journal of applied geophysics</i> , 48 :175–182, 2001.
[DB95]	G. Duncan et G. Beresford. Median filter behaviour with seismic data. <i>Geophysical Prospecting</i> , 43 :329–345, 1995.
[Die88]	M. Dietrich. Modeling of marine seismic profiles in the t-x and $\tau - p$ domains. <i>Geophysics</i> , 53(4) :453–465, April 1988.
[DK92]	W. Du et R. L. Kirlin. Enhancement of covariance matrix for array processing. <i>IEEE Trans. on Signal Processing</i> , $40(10)$:2602–2606, October 1992.
[DKM91]	W. J. Done, R. L. Kirlin et A. Moghaddamjoo. Two-dimensional coherent noise suppression in seismic data using eigendecomposition. <i>IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing</i> , 29(3) :379–384, May 1991.
[DT95]	W. Debski et A. Tarantola. Information of elastic parameters obtained from the amplitudes of elastic waves. <i>Geophysics</i> , 60 :1426–1436, 1995.
[EBB63]	P. Embree, J. P. Burg et M. M. Backus. Wide-band velocity filtering - the pie-slice process. <i>Geophysics</i> , 28 :948–974, 1963.
[EJP57]	W. M. Ewing, W. S. Jakdetsky et F. Press. <i>Elastic waves in layered media</i> . New York Eds., McGraw Hill, 1957.
[EJS81]	J. E. Evans, J. R. Johnson et D. F. Sun. High resolution angular spectrum estimation techniques for terrain scattering analysis and angle of arrival estimation. In <i>First ASSP Workshop Spectral Estimation</i> , pages 134–139, Hamilton, Ontario, Canada, 1981.
[Esm90]	C. Esmersoy. Inversion of P and S waves from multicomponent offset vertical seismic profiles. <i>Geophysics</i> , 55:39–50, January 1990.
[FLC95]	A. Flieller, P. Larzabal et H. Clergeot. Antenne multicapteur pour communica- tions simultanées. <i>Revue de l'Electricité et de l'Electronique</i> , 3:59–66, Septembre 1995.
[Fli65]	E. A. Flinn. Signal analysis using rectilinearity and direction of particule motion. <i>Proc. IEEE</i> , 56 :1874–1876, 1965.
[FM92]	D. J. Foster et C. C. Mosher. Suppression of multiple reflections using the Radon transform. <i>Geophysics</i> , 57(3) :386–395, March 1992.
[FP83]	E. R. Ferrara et T. M. Parks. Direction finding with an array of antennas having diverse polarizations. <i>IEEE Trans. Antennas and Propagation</i> , 31(2) :231–236, March 1983.
[FU88]	S. L. M. Freire et T. J. Ulrych. Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. <i>Geophysics</i> , 53(6) :778–785, June 1988.
[GB95]	P. Gounon et S. Bozinoski. High resolution spatio-temporal analysis by an active array. In $ICASSP$, 1995.

[GDD02]	P. Y. Galibert, L. Duval et R. Dupont. Practical aspects of 3D coherent noise filtering using (f-kx-ky) or wavelet transform filters. In <i>Meeting of Society of Exploration Geophysicists</i> , Salt Lake City, USA, October 2002.
[GG97]	D. Goncalves et P. Gounon. Décorrélation de sources large bande en traitement d'antenne actif à haute résolution. In <i>GRETSI</i> , Grenoble, Septembre 1997.
[GGM93]	F. Glangeaud, P. Gavin et JL. Mari. Utilisation des vecteurs propres de la matrice spectrale dans l'espace temps. application à la prospection sismique. <i>Traitement du signal</i> , 10(2) :85–104, 1993.
[GL96]	G. H. Golub et C. F. Van Loan. <i>Matrix Computations</i> . The John Hopkins University Press, London, 1996.
[GMG98]	P. Gounon, J. I. Mars et D. Goncalves. Wideband spectral matrix filtering. In <i>Meeting of Society of Exploration Geophysicists</i> , New Orleans, 1998.
[GML ⁺ 90]	S. A. Greenhalgh, I. M. Mason, E. Lucas, D. Pant et R. T. Eames. Controlled direction reception filtering of P- and S- waves in <i>tau</i> -p space. <i>Geophys. J. Int.</i> , 100 :221–234, 1990.
[GMM01]	F. Glangeaud, JL. Mari et J. Meunier. 4C-sensor orientation using multicomponent-SVD method applied on shallow water data. In <i>Meeting of European Association Geoscientists Engineers</i> , Amsterdam, The Netherlands, June 2001.
[GMML90]	S. A. Greenhalgh, I. M. Mason, C. C. Mosher et E. Lucas. Seismic wavefield separation by multi-component tau-p polarisation filtering. <i>Tectonophysics</i> , 173:53–61, 1990.
[Gon99]	D. Goncalves. Traitement d'antenne et matrice spectrale large bande. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Mai 1999.
[Gou94]	P. Gounon. Analyse spatio-temporelle haute résolution à l'aide d'une antenne active. <i>Traitement du signal</i> , 11(5) :351–360, 1994.
[Han88]	M. T. Hanna. Velocity filters for multiple interference attenuation in geophysical array data. <i>IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing</i> , 26(6):741–748, November 1988.
[Har70]	R. A. Harshman. Foundations of the PARAFAC procedure : models and condition for a n "explanatory" multi-modal factor analysis. UCLA working papers in phonetics, 16 :1–84, 1970.
[Har92]	B. A. Hardage. Crosswell Seismology & Reverse VSP, volume 1 of Seismic Application Series. Geophysical Press Ltd, 1992.
[Har00]	B. A. Hardage. <i>Vertical Seismic Profiling : Principles.</i> Pergamon, New York, 2000.
[HH99]	S. Hearn et N. Hendrick. A review of single-station time-domain polarisation analysis techniques. J. of Seismic Exploration, 8 :181–202, 1999.
[HH03]	N. Hendrick et S. Hearn. Introduction to vector-processing techniques for multi- component seismic exploration. In $ASEG$, Adelaide, Australia, February 2003.
[HM78]	C. H. Hemon et D. Mace. Use of the Karhunen-Loeve transformation in seismic data processing. <i>Geophysical Prospecting</i> , 26 :600–626, 1978.

[Hua93]	Y. Hua. A pencil-MUSIC algorithm for finding two-dimensional angles. <i>IEEE Trans. Antennas and Propagation</i> , 41 :370–376, 1993.
[Hug98]	P. Hugonnet. La transformée de Radon généralisée et ses applications à la sismique. PhD thesis, Université de Pau et des pays de l'Adour, 1998.
[JF85]	D. J. Jeffries et D. R. Farrier. Asymptotic results for eigenvector methods. <i>IEEE Proc.</i> , 132 :589–594, 1985.
[JMG91]	G. M. Jackson, I. M. Mason et S. A. Greenhalgh. Principal component transforms of triaxial recordings by singular value decomposition. <i>Geophysics</i> , 56(4):528–533, April 1991.
[Jol56]	R. N. Jolly. Investigation of shear waves. <i>Geophysics</i> , 21(4) :905–938, October 1956.
[KB86]	M. Kaveh et A. J. Barabell. The statistical performance of the MUSIC and the minimum norm algorithms in resolving plane waves in noise. <i>IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing</i> , 34 :331–341, April 1986.
[KCSA03]	A. Karagül, R. Crawford, J. Sinden et S. Ali. Recent advances in 3D land processing : examples from the Pakistan badin area. <i>First Break</i> , 22 :37–44, September 2003.
[KD91]	R. L. Kirlin et W. Du. Improvement on the estimation of covariance matrices by incorporating crosscorrelations. <i>IEE Proceedings-F</i> , $138(5):479-482$, October 1991.
[KD99]	R. L. Kirlin et W. D. Done. <i>Covariance analysis for seismic signal processing</i> . SEG Eds., Tulsa, 1999.
[Kir01]	R. L. Kirlin. Data covariance matrices in seismic signal processing. <i>Canadian</i> SEG recorder, 26(4) :18–24, April 2001.
[KL80]	V. C. Klema et A. J. Laub. The singular value decomposition : its computation and some applications. <i>IEEE Trans. Automatic Control</i> , 25(2) :164–176, April 1980.
[Kro83]	P. M. Kroonenberg. <i>Three-mode principal component analysis : theory and applications</i> . DSWO Press, 1983.
[Lar92]	P. Larzabal. Application du maximum de vraisemblance au traitement d'an- tenne : radio-goniométrie et poursuite de cibles. PhD thesis, Université de Paris Sud - Centre d'Orsay, Juin 1992.
[Lat97]	L. De Lathauwer. Signal processing based on multilinear algebra. PhD thesis, Université Catholique de Leuven, 1997.
[Lav86]	M. Lavergne. Méthodes sismiques. Ed. Technip, 1986.
[LBG04]	N. Le Bihan et G. Ginolhac. Three-mode data set analysis using higher order subspace method : application to sonar and seismo-acoustic signal processing. <i>Signal Processing</i> , 84 :919–942, May 2004.
[LBLM01]	N. Le Bihan, S. Lariani et J. I. Mars. Seismic cube decomposition before reservoir characterisation. In <i>Meeting of Society of Exploration Geophysicists</i> , pages 1564–1567, San Antonio, 2001.
[LBM02]	N. Le Bihan et J. I. Mars. Subspace method for vector-sensor wave separation based on quaternion algebra. In <i>EUSIPCO</i> , Toulouse, France, September 2002.

[LBM04]	N. Le Bihan et J. I. Mars. Singular value decomposition of quaternion matrices : a new tool for vector-sensor signal processing. <i>Signal Processing</i> , 84 :1177–1199, June 2004.
[LBS03]	N. Le Bihan et S. J. Sangwine. Analyse de signaux vectoriels basée sur le modèle quaternionique. In <i>GRETSI Symposium on signal and image processing</i> , Paris, France, September 2003.
[Lic46]	A. Lichnerowiz. Eléments de calcul tensoriel. Jacques Gabay, 1946.
[LMV00]	L. De Lathauwer, B. De Moor et V. Vandewalle. A multilinear singular value decomposition. <i>SIAM J. Matrix Anal. Appl.</i> , 21(4) :1253–1278, 2000.
[Lov11]	A. E. H. Love. <i>Some problems of geodynamics</i> . Cambridge University Press, 1911.
[LS94]	J. Li et P. Stoica. Efficient parameter estimation of partially polarized electro- magnetic waves. <i>IEEE Trans. Signal Processing</i> , 42 :3114–3152, 1994.
[MACG98]	JL. Mari, G. Arens, D. Chapellier et P. Gaudiani. <i>Géophysique de gisement et de génie civil.</i> Institut Français du Pétrole, technip edition, 1998.
[MACG99]	JL. Mari, G. Arens, D. Chapellier et P. Gaudiani. <i>Geophysics of reservoirs and civil engineering</i> . Ed. Technip, Paris, 1999.
[Mar88]	J. I. Mars. <i>Séparation d'ondes</i> . PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Janvier 1988.
[Mar98]	S. Marcos. Les méthodes à haute résolution : traitement d'antenne et analyse spectrale. Hermes, Paris, 1998.
[MBV03]	J. I. Mars, N. Le Bihan et V. Vrabie. Extensions de la SVD aux données multidi- mensionnelles; applications à la séparation de sources. In <i>GRETSI Symposium</i> on signal and image processing, volume 1, pages 333–336, Paris, 2003.
[MBVP06]	J. I. Mars, N. Le Bihan, V. Vrabie et C. Paulus. Multicomponent seismic data filtering by multilinear methods. In <i>International Symposium on Communications, Control and Signal Processing</i> , Marocco, march 2006.
[MC91]	C. Macbeth et S. Crampin. Comparison of signal processing techniques for estimating the effects of anisotropy. <i>Geophysical Prospecting</i> , 39:357–385, 1991.
[MC98]	JL. Mari et F. Coppens. <i>Geophysique pour les gisements et le génie civil.</i> Ed. Technip, 1998.
[MCTD86]	W. Moon, A. Carswell, R. Tang et C. Dilliston. Radon transform wavefield separation for vertical seismic profiling data. <i>Geophysics</i> , 51(4) :940–947, April 1986.
[Mer76]	H. Mermoz. Imagerie, corrélation et modèles. Annales des télécommunications, 31(1-2), 1976.
[MG90]	JL. Mari et F. Glangeaud. Spectral matrix filtering applied to VSP processing. Revue de l'institut français du pétrole, 45(3) :417–434, Mai-Juin 1990.
[MG94]	JL. Mari et F. Glangeaud. Comparative study of different methods for separating waves : application to VSP data. In <i>EUSIPCO</i> , pages 244–247, 1994.
[MGC01]	JL. Mari, F. Glangeaud et F. Coppens. Traitement du signal pour géologues

[MGC01] J.-L. Mari, F. Glangeaud et F. Coppens. *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens. Prospection sismique*, volume 1. Ed. Technip, Paris, 2001.

[MGM04]	J. I. Mars, F. Glangeaud et JL. Mari. Advanced signal processing tools for
	dispersive waves. Near Surface Geophysics, pages 199–210, 2004.

- [MJLMG04] J.I. Mars, Lacoume J.-L., J.-L. Mari et F. Glangeaud. Traitement du signal pour géologues et géophysiciens, chapter 1, pages 92–123. Ed. Technip, 2004.
- [MLMG04] J. Mars, J.-L. Lacoume, J.-L. Mari et F. Glangeaud. Traitement du signal pour géologue et géophysiciens. Techniques avancées. Ed. Technip, Paris, 2004.
- [MMG⁺03] J. I. Mars, J.-L. Mari, F. Glangaud, N. Le Bihan et V. Vrabie. Multidimensional SVD processing : an overview. In North Africa/Mediterranean Petrolum and Geoscience conference, Tunis, October 2003.
- [MRL99] J. I. Mars, J. W. Rector et S. K. Lazaratos. Filter formulation and wavefield separation of cross-well seismic data. *Geophysical Prospecting*, 47:611–636, 1999.
- [NP88] C. L. Nikias et R. Pan. Time delay estimation in unknown gaussian spatially correlated noise. *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36(11), November 1988.
- [NP94a] A. Nehorai et E. Paldi. Acoustic vector-sensor array processing. *IEEE Trans.* Signal Processing, 42(9) :2481–2491, September 1994.
- [NP94b] A. Nehorai et E. Paldi. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization. *IEEE Trans. Signal Processing*, 42(2) :376–398, February 1994.
- [PH94] A. I. Perelberg et S. C. Hornbostel. Applications of seismic polarization analysis. Geophysics, 59(1) :119–130, January 1994.
- [PK89] S. U. Pillai et B. H. Kwon. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification. *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(1) :8–15, January 1989.
- [PM05] C. Paulus et J. I. Mars. Polarization analysis on seismic data after multicomponent wavefield filtering. In EAGE / SEG Research Workshop on "Multicomponent Seismic - Past, Present and Future", Pau, France, September 2005.
- [PM06] C. Paulus et J. I. Mars. New multicomponent filters for geophysical data processing. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 44(8), August 2006.
- [PMG04] C. Paulus, J. I. Mars et P. Gounon. Wideband spectral matrix filtering for multicomponent sensors array. In *Meeting of Society of Exploration Geophysicists*, Denver, USA, 2004.
- [PMG05] C. Paulus, J. I. Mars et P. Gounon. Wideband spectral matrix filtering for multicomponent sensors array. Signal Processing, 85(9) :1723–1743, September 2005.
- [PMM05] C. Paulus, J. I. Mars et J.-L. Mari. High resolution wave-field filtering for near surface multicomponent dataset. In *European Association of Geoscientists and Engineers*, Madrid, Spain, June 2005.
- [PRM04] C. Paulus, A. Roueff et J. I. Mars. Dispersion correction based on gradient computations. In *European Association of Geoscientists and Engineers*, Paris, France, June 2004.
- [Red87] S. S. Reddi. On a spatial smoothing technique for multiple source location. *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 35(5):709, May 1987.

[RH90a]	 B. Russell et D. Hampson. Noise elimination and the Radon transform - part 1. Geophysics : The leading edge of exploration, pages 18–23, october 1990.
[RH90b]	 B. Russell et D. Hampson. Noise elimination and the Radon transform - part 2. Geophysics : The leading edge of exploration, pages 31–37, November 1990.
[RH93]	B. D. Rao et K. V. S. Hari. Weighted subspace methods and spatial smoothing : analysis and comparison. <i>IEEE Trans. on Signal Processing</i> , 41(2) :788–803, February 1993.
[Rob67]	E. A. Robinson. Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration. <i>Geophysics</i> , 32 :418–484, 1967.
[Sam77]	J. C. Samson. Matrix and Stokes vector representation of detectors for polarised waveforms : theory with some applications to teleseismic waves. <i>Geophys. J. Roy.</i> Astr. Soc., 51 :583–603, 1977.
[Sam83]	J. C. Samson. The spectral matrix, eigenvalues, and principal components in the analysis of multichannel geophysical data. <i>Annales Geophysicae</i> , 1(2) :115–119, 1983.
[Sch79]	R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameters estimation. In Rome air development center spectrum estimation workshop, October 1979.
[Sch81]	R. O. Schmidt. A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation. PhD thesis, Stanford University, California, USA, November 1981.
[Sch86]	R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. <i>IEEE Trans. Antennas and Propagation</i> , 34(3) :276–280, March 1986.
[SG82]	R. E. Sheriff et L. P. Geldart. <i>Exploration Seismology</i> , volume 1. Cambridge University Press, 1982.
[SG85]	M. Suprajitno et S. A. Greenhalgh. Separation of upgoing and downgoing waves in vertical seismic profiling by contour slice filtering. <i>Geophysics</i> , 50(6):950–962, June 1985.
[SH90]	CF. Shieh et R. B. Herrmann. Ground roll : rejection using polarisation filters. <i>Geophysics</i> , 55(9) :1216–1222, September 1990.
[She 87]	R. E. Sheriff. Reservoir Geophysics, third edition. SEG Eds., 1987.
[She02]	R. E. Sheriff. <i>Encyclopedic Dictionary of Exploration</i> . fourth edition. SEG Eds., 2002.
[SN89]	P. Stoica et A. Nehorai. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 37(5):720–741, May 1989.
[Spe81]	Special issue on time delay estimation. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 29(3), June 1981.
[SS64]	M. Shimshoni et S. W. Smith. Linear end parabolic τ -p revisited. <i>Geophysics</i> , 29(5):664–671, October 1964.
[SSC88]	T. W. Spencer, G. A. Smith et W. H Cho. Vertical seismic profile polarization method for determining reflector orientation. <i>Geophysics</i> , 53(9) :1169–1174, September 1988.

[SV93]	A. Swindlehurst et M. Viberg. Subspace fitting with diversely polarized antenna arrays. <i>IEEE Trans. Antennas Propagat.</i> , 41 :1687–1694, 1993.
[SWK85]	T. J. Shan, M. Wax et T. Kailath. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 33(4) :806–811, August 1985.
[Thi95]	N. Thirion. Séparation d'ondes en prospection sismique. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Septembre 1995.
[TK83]	D. W. Tufts et R. Kumaresan. Estimating the angle of arrival of multiple plane waves. <i>IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.</i> , 19 :135–139, January 1983.
[TLM96]	N. Thirion, JL. Lacoume et J. I. Mars. Resolving power of spectral matrix filtering : a discussion of the links steering vectors / eigenvectors. In <i>ICASSP</i> , pages 340–343, 1996.
[TM91]	R. H. Tatham et M. D. McCormack. <i>Multicomponent seismology in petroleum exploration</i> . SEG Eds., 1991.
[TML96]	N. Thirion, J. I. Mars et JL. Lacoume. Analytical links between steering vectors and eigenvectors. In <i>EUSIPCO</i> , pages 81–84, Trieste, Italy, 1996.
[Tri03]	S. R. Trickett. F-xy eigenimage noise suppression. <i>Geophysics</i> , 68(2) :751–759, March-April 2003.
[VBM02]	V. Vrabie, N. Le Bihan et J. I. Mars. 3D-SVD and partial ICA for 3D array sensors. In <i>Meeting of Society of Exploration Geophysicists</i> , Salt Lake City, USA, 2002.
[Vil48]	J. Ville. Théories et applications de la notion de signal analytique. Cables et transmissions, $2A(1)$:61–74, Septembre 1948.
[VM01]	V. Vrabie et J. I. Mars. High resolution time delay estimation based on third order statistics domain. In <i>European Association of Geoscientists and Engineers</i> , Amsterdam, June 2001.
[VM02]	V. Vrabie et J. I. Mars. Aplication of SVD by means of ICA. In <i>European</i> Association of Geoscientists and Engineers, Florence, Italy, May 2002.
[VML04]	V. D. Vrabie, J. I. Mars et JL. Lacoume. Modified singular value decomposition by means of independent component analysis. <i>Signal Processing</i> , 84 :645–652, 2004.
[WK85a]	H. Wang et M. Kaveh. Coherence signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band source. <i>IEEE Trans.</i> Acoustics, Speech, and Signal Processing, 33(4):823–831, August 1985.
[WK85b]	M. Wax et T. Kailath. Detection of signals by information theoretic criteria. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 33(2) :387–392, April 1985.
[WK87]	H. Wang et M. Kaveh. On the performance of signal-subspace processing- part 2 : Coherent wide-band systems. <i>IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , 35(11) :1583–1591, November 1987.
[WZ97]	K. T. Wong et M. D. Zoltowski. Polarization diversity and extended aperture spatial diversity to mitigate fading-channel effects with a sparse array of electric dipoles or magnetic loops. In <i>IEEE Int. Veh. Technol. Conf.</i> , pages 1163–1167, 1997.

- [WZ00] K. T. Wong et M. D. Zoltowski. Self-initiating MUSIC direction-finding and polarization estimation in spatio-polarized beamspace. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 48(5) :1235–1245, 2000.
- [Yil01] O. Yilmaz. Seismic Data Analysis, volume 1. SEG Eds., 2001.
- [Yil02] O. Yilmaz. Seismic Data Processing, volume 1, chapter 6, pages 938–960. SEG Eds., 2002.
- [ZG94a] B. Zhou et S. A. Greenhalgh. Linear end parabolic τ -p revisited. *Geophysics*, 59(7) :1133–1149, July 1994.
- [ZG94b] B. Zhou et S. A. Greenhalgh. Wave equation extrapolation-based multiple attenuation : 2D filtering in the f-k domain. *Geophysics*, 59(9) :1377–1391, September 1994.