



**HAL**  
open science

# Contribution à la commande non linéaire d'un système électropneumatique pour une utilisation aéronautique: application sur un benchmark dédié

Alexis Girin

► **To cite this version:**

Alexis Girin. Contribution à la commande non linéaire d'un système électropneumatique pour une utilisation aéronautique: application sur un benchmark dédié. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2007. Français. NNT: . tel-00207714v2

**HAL Id: tel-00207714**

**<https://theses.hal.science/tel-00207714v2>**

Submitted on 22 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
DE L'INFORMATION ET DES MATÉRIAUX

Année : 2007

N° B.U. :

THÈSE DE DOCTORAT

Diplôme délivré conjointement par L'École Centrale de Nantes et  
l'Université de Nantes

Spécialité : AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUÉE

Présentée et soutenue publiquement par :

**Alexis GIRIN**

le 4 Décembre 2007  
à l'École Centrale de Nantes

CONTRIBUTION A LA COMMANDE NON LINEAIRE D'UN SYSTÈME  
ÉLECTROPNEUMATIQUE POUR UNE UTILISATION  
AÉRONAUTIQUE : APPLICATION SUR UN BENCHMARK DÉDIÉ

JURY

Rapporteurs	W. PERRUQUETTI	<i>Professeur des universités, Ecole Centrale de Lille</i>
	P. MOUYON	<i>Maître de recherche, ONERA</i>
Président	H. ABOU-KANDIL	<i>Professeur des universités, ENS Cachan</i>
Examineurs	A. GLUMINEAU	<i>Professeur, École Centrale de Nantes</i>
	F. PLESTAN	<i>Maître de conférences, École Centrale de Nantes</i>
	X. BRUN	<i>Maître de conférences, INSA de Lyon</i>
Invités	R. ROSSI	<i>Ingénieur, MBDA</i>
	Y. RIVEY	<i>Ingénieur, LRBA (DGA)</i>
	L. BURLION	<i>Ingénieur, LRBA (DGA)</i>

**Directeur de thèse : Alain GLUMINEAU**

Laboratoire : IRCCyN

Composante de rattachement du directeur de thèse : École Centrale de Nantes

**Co-encadrant : Franck PLESTAN**

Laboratoire : IRCCyN

Composante de rattachement du co-encadrant : École Centrale de Nantes

**Co-encadrant : Xavier BRUN**

Laboratoire : AMPERE

Composante de rattachement du co-encadrant : INSA de Lyon



# Table des matières

Notations	i
Avant-Propos	iii
Introduction	v
<b>1 Contraintes de positionnement d'une gouverne de missile</b>	<b>1</b>
1.1 De la fusée au missile . . . . .	2
1.1.1 Les origines des missiles français . . . . .	2
1.1.2 Le système du guidage-pilotage, garant de la précision . . . . .	5
1.2 Un élément du pilotage : la gouverne . . . . .	7
1.3 Une nouvelle architecture de système électropneumatique à hautes performances . . . . .	9
1.4 Performances requises pour actionneur de gouverne aéronautique [102] . . .	11
1.4.1 Domaines d'utilisation . . . . .	12
1.4.2 Performances statiques . . . . .	13
1.4.3 Performances dynamiques . . . . .	14
1.5 Benchmark . . . . .	15
1.5.1 Protocole d'essais . . . . .	15
1.5.2 Déroulement des essais expérimentaux . . . . .	22
1.6 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Modélisation et commande linéaire du banc d'essai électropneumatique</b>	<b>25</b>
2.1 Choix de l'ensemble actionneur-servodistributeur . . . . .	26
2.1.1 Contraintes physiques . . . . .	26
2.1.2 Choix du modulateur de puissance . . . . .	26
2.1.3 Choix de l'actionneur . . . . .	27
2.2 Description du banc . . . . .	30
2.2.1 Description générale . . . . .	30
2.2.2 Partie mécanique . . . . .	31
2.2.3 Partie pneumatique . . . . .	35
2.2.4 Instrumentation . . . . .	36
2.3 Modélisation des différents organes . . . . .	38
2.3.1 Servodistributeurs . . . . .	38
2.3.2 Vérin . . . . .	40
2.3.3 Equations mécaniques . . . . .	44
2.4 Modèles . . . . .	45

2.4.1	Modèle de simulation . . . . .	45
2.4.2	Modèle de commande . . . . .	46
2.4.3	Modèle linéarisé tangent . . . . .	50
2.4.4	Commande linéaire à gains variables : Gain Scheduling . . . . .	55
2.4.5	La cosimulation . . . . .	57
2.5	Conclusion . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Commandes non linéaires par modes glissants d'ordre supérieur</b>	<b>61</b>
3.1	Concepts de base . . . . .	63
3.2	Commande par modes glissants d'ordre supérieur du type " <i>Integral Sliding Mode</i> " . . . . .	63
3.2.1	Formulation du problème . . . . .	63
3.2.2	Synthèse de la commande par " <i>Integral Sliding Mode</i> " . . . . .	65
3.2.3	Mise en œuvre de la commande par " <i>Integral Sliding Mode</i> " . . . . .	69
3.2.4	Application de la commande par <i>Integral Sliding Mode</i> au système électropneumatique [58, 56] . . . . .	69
3.2.5	Résultats expérimentaux [58, 56] . . . . .	75
3.3	Commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées monovariante . . . . .	79
3.3.1	Idée de base . . . . .	80
3.3.2	Formulation du problème . . . . .	80
3.3.3	Synthèse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées . . . . .	81
3.3.4	Application de la commande à trajectoire pré-calculée au système électropneumatique [60] . . . . .	85
3.3.5	Résultats expérimentaux . . . . .	86
3.4	Commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées multivariante . . . . .	91
3.4.1	Application au système électropneumatique [61] . . . . .	92
3.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	94
3.5	Conclusion . . . . .	98
<b>4</b>	<b>Observabilité et observateurs</b>	<b>101</b>
4.1	Observabilité [64, 51, 89] . . . . .	102
4.2	Observabilité des systèmes électropneumatiques étudiés . . . . .	104
4.2.1	Système sans perturbation [59, 57] . . . . .	104
4.2.2	Système avec perturbation . . . . .	105
4.3	Observateur à grands gains . . . . .	110
4.3.1	Principe [22, 53, 51] . . . . .	110
4.3.2	Application au système électropneumatique sans perturbation [57, 59] . . . . .	111
4.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	113
4.4	Observateur par modes glissants . . . . .	114
4.4.1	Synthèse de l'observateur [13, 57, 59] . . . . .	116
4.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	118
4.5	Conclusion . . . . .	119
	<b>Conclusion générale</b>	<b>123</b>





# Notations

$y, v, a$	position, vitesse et accélération de la tige $[m][m/s][m/s^2]$
$y_d, v_d, a_d, j_d$	consigne de position, vitesse, accélération et jerk de la tige $[m][m/s][m/s^2][m/s^3]$
$p_X$	pression dans la chambre $X$ $[Pa]$
$u_P, u_N$	tension de commande des servodistributeurs $[V]$
$k$	constante polytropique
$K_r$	raideur des ressorts $[N/m]$
$V_X$	volume de la chambre $X$ $[m^3]$
$b$	coefficient de frottement visqueux $[N/m/s]$
$F_{visq}$	force de frottement visqueux $[N]$
$F_f$	force de frottement sec $[N]$
$M$	masse totale en mouvement $[kg]$
$T_X$	température dans la chambre $X$ $[K]$
$r$	constante des gaz parfaits $[J/kg/K]$
$S$	surface utile du piston $[m^2]$
$q_{mX}$	débit massique traversant le servodistributeur $X$ $[kg/s]$
$\gamma$	constante adiabatique
$S_X$	surface interne totale de la chambre $X$ $[m^2]$
$\varphi(p_X)$	débit de fuite servodistributeur $X$ $[kg/s]$
$\psi(p_X, sign(u_X))$	débit d'échappement ( $u < 0$ ) ou d'admission ( $u > 0$ ) servodistributeur $X$ $[kg/s]$
$C_{p,j}^e = \left. \frac{\partial q_{mj}}{\partial p_i} \right _e$	dérivée par rapport à $p_i$ de $q_{mj}$ autour de l'équilibre $[kg.s^{-1}.Pa^{-1}]$
$G_{uj}^e = \left. \frac{\partial q_{mj}}{\partial u} \right _e$	dérivée par rapport à $u$ de $q_{mj}$ autour de l'équilibre $[kg.s^{-1}]$
$C_q$	coefficient de débit
$G_i$	gain statique par rapport à l'entrée $i$
$b_i$	$i^{ime}$ terme de la matrice de commande $B$
$\zeta_{ol}$	coefficient d'amortissement du système en boucle ouverte
$\omega_{ol}$	pulsation propre du système en boucle ouverte $[rad/s]$
$\omega_{cyl}$	pulsation propre du vérin $[rad/s]$
$\kappa$	raideur pneumatique $[kg.s^{-2}]$
$\tau_X$	constante de temps de mise sous pression de la chambre $X$ $[s]$
$\tau_m$	constante de temps moyenne de mise sous pression des chambres $[s]$
$K_y, K_v, K_a$	gain de la commande linéaire $[V/m][V/m/s][V/m/s^2]$
$K_s$	gain de la commande par modes glissants



---

# Avant-Propos

Ce travail a été réalisé au sein des équipes "Commande" de l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN) et "Commande" du laboratoire AMPERE de l'INSA de Lyon.

Je tiens à remercier chaleureusement Monsieur Alain Glumineau, Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, ainsi que Monsieur Franck Plestan Maître de conférence à l'Ecole Centrale de Nantes pour avoir encadré ma thèse au sein de l'IRCCyN. Leur disponibilité, leur gentillesse et leur professionnalisme m'ont permis de m'épanouir durant les trois ans de notre collaboration. Les nombreuses discussions que nous avons eu que se soit sur la plan professionnel ou personnel sont pour beaucoup dans la réussite de mes travaux.

Je remercie également Monsieur Xavier Brun, Maître de conférence à l'INSA de Lyon, mon encadrant au laboratoire AMPERE. Lors de mes nombreux déplacements à Lyon, son accueil et sa gentillesse ont rendu mes séjours très agréable. De plus son expertise et l'autonomie qu'il m'a laissé sur le banc électropneumatique m'ont permis d'effectuer de nombreux essais dans les meilleures conditions qui soit.

Je remercie Monsieur Abou-Kandil, Professeur à l'ENS Cachan , d'avoir accepté d'être président de jury.

Je remercie Monsieur Perruquetti, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, et Monsieur Mouyon, Maître de recherche à l'ONERA, d'avoir été rapporteur sur ce mémoire. Leurs conseils judicieux et pertinents ont apporté les derniers ajustements nécessaires à sa mise au point définitive.

Que Messieurs Michel Malabre, Claude Moog, Jean-François Lafay et Daniel Thomasset trouve ici mes plus sincères remerciements pour avoir permis que mes déplacements et que mon travail sur deux sites se passe dans d'excellentes conditions.

Pour une collaboration très enrichissante, je tiens à remercier Messieurs Rinaldo Rossi et Denis Lambert (MBDA), Yann Rivet, Christian Dubreil et Laurent Burlion. Nos réunions

ont toujours été enrichissantes et ont permis de donner à mes travaux un aspects concrets très poussé.

Pour leur soutien et leur amitié, que Messieurs Fabien Claveau, Michael Di-Loreto, Minh Tu Pham, Rosario De Giorgi et Mohamed Smaoui sachent que je serai toujours enchanté de les revoir et de travailler avec eux.

Finalement, je tiens à remercier ma femme, Anne-Claire, qui m'a toujours soutenu depuis maintenant plus de quatre ans, mes parents Martine et Emmanuel qui m'ont encouragé et permis de faire les études qui me plaisaient ainsi que toute ma famille sans qui je n'aurai jamais atteint l'objectif de faire cette thèse.

" La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : rien ne fonctionne... et personne ne sait pourquoi! "

Albert Einstein



---

# Introduction

Les systèmes électropneumatiques sont très utilisés dans l'industrie manufacturière. Les motivations pour utiliser cette technologie sont principalement financières. En effet, pour déplacer des pièces sur les chaînes de montage, pulvériser de la peinture ou encore nettoyer sans humidifier, l'air comprimé offre une solution à bas coûts d'achat et de maintenance. Cependant, le principal inconvénient de ces systèmes est la source d'énergie. En effet, si l'air est disponible, l'air comprimé nécessaire aux mouvements est créée par un compresseur ou stocké dans une bonbonne. La première solution est utilisée dans les manufactures où les réseaux d'air comprimé sont très répandus. La seconde solution permet de rendre le système mobile mais la décharge de la bonbonne limite l'autonomie. Par exemple, le tramway nantais a fonctionné de 1878 à 1917, à l'aide de bonbonnes qui étaient régulièrement rechargées lors des arrêts aux stations voyageurs. Cet inconvénient limite l'utilisation des systèmes électropneumatiques dans les applications mobiles. Il existe des solutions pour compenser ces inconvénients. L'une d'entre elles est d'utiliser les systèmes électropneumatiques sur des applications possédant un turbocompresseur. En détournant une partie du gaz comprimé, il est possible d'alimenter les actionneurs. Néanmoins, la quantité d'air utilisée doit être contrôlée pour ne pas perturber le fonctionnement du moteur. Un autre aspect de la technologie électropneumatique limitant son utilisation réside dans les performances des systèmes. Les modulateurs de puissance classiques fonctionnent en tout ou rien ce qui ne permet pas d'atteindre des précisions statiques et des bandes passantes élevées (quelques Hertz seulement) pour les systèmes de positionnement. Cependant, depuis une vingtaine d'années, les progrès de la recherche ont amené une grande évolution dans le domaine des systèmes électropneumatiques à travers les modulateurs de puissance proportionnels permettant de contrôler précisément et rapidement les déplacements des actionneurs et de limiter leur consommation de fluide. Ces nouveaux composants permettent ainsi d'utiliser les actionneurs électropneumatiques dans des applications de pointe.

Au vu des nouvelles performances obtenues par les systèmes électropneumatiques, la DGA<sup>1</sup> a souhaité évaluer les capacités de ces systèmes dans un contexte d'applications aéronautiques. C'est dans cette optique que s'inscrit la thèse présentée ici. Le but de l'étude est de déterminer si un actionneur électropneumatique peut convenir comme système de positionnement d'une gouverne de missile. L'inconvénient de la source d'énergie se transforme en avantage sur un missile équipé d'un turbocompresseur, l'air comprimé étant disponible en sortie du turbo et ne nécessitant pas l'apport d'une source d'énergie spécifique. Cependant, il faut veiller à ce que la consommation de l'actionneur ne perturbe pas

---

<sup>1</sup>Délégation Générale pour l'Armement, Laboratoire de Recherche en Balistique et Aérodynamique

la propulsion de l'engin. C'est pourquoi il faut, non seulement obtenir des performances correspondant à l'application visée, mais être attentif à la consommation de fluide. En plus des performances à atteindre, les principales difficultés à prendre en compte sont l'encombrement réduit du système (qui impose de prendre un actionneur compact) et les efforts aérodynamiques qui imposent des charges représentant 65% de l'effort maximal de l'actionneur. Ces deux difficultés imposent une nouvelle définition d'architecture de système électropneumatique. C'est pourquoi les laboratoires IRCCyN<sup>2</sup> et AMPERE (INSA De Lyon) ont associé leurs connaissances en termes de commande non linéaire robuste et de commande de systèmes électropneumatiques de manière à concevoir avec la DGA un banc d'essai répondant au maximum aux conditions de vol d'un missile. La société MBDA<sup>3</sup> a également participé à l'élaboration du cahier des charges ainsi qu'à la réalisation de la plateforme d'essai et plus particulièrement de l'ensemble mécanique.

## Problématique et organisation du mémoire

Le problème traité dans ce travail est donc d'évaluer la possibilité d'utiliser des actionneurs électropneumatiques dans une application missile. Aucun composant électropneumatique utilisable dans une application missile n'existe dans l'industrie. C'est pourquoi il a été décidé d'adapter les spécifications requises à une échelle réduite. Pour cela, un cahier des charges et un benchmark ont été définis et ont servi de base à la conception d'un nouveau système électropneumatique intégrant l'ensemble des contraintes et utilisant des composants disponibles dans l'industrie. Le banc d'essai conçu pour évaluer les performances du système s'articule autour d'un ensemble servodistributeur-vérin pneumatique qui sera dimensionné en fonction des besoins spécifiés. Par la suite une modélisation complète du banc permettra de faire la synthèse de commandes non linéaires robustes, l'objectif étant de satisfaire toutes les contraintes définies dans le benchmark. Finalement, des observateurs non linéaires seront synthétisés pour reconstruire la perturbation aérodynamique et réduire le nombre de capteurs.

Le Chapitre 1 de ce mémoire se décompose en deux parties. La première partie replace la problématique dans son contexte aéronautique en présentant les évolutions majeures qui ont marqué l'histoire des missiles français. Cette première partie montre toute l'importance que peut avoir le positionnement d'une gouverne de missile dans la réussite d'une mission. La seconde partie présente les contraintes et les performances requises pour un actionneur de gouverne à échelle réduite. Ces contraintes représentent les objectifs à atteindre par un vérin candidat à l'actionnement d'une gouverne de missile et sont adaptées aux composants existants dans l'industrie (Le but n'étant pas de concevoir des composants mais d'adapter les contraintes aux composants existants). Puis, une fois les performances définies dans le cahier des charges présentées, le benchmark écrit par les partenaires LRBA<sup>4</sup>/MBDA/IRCCyN/AMPERE sera détaillé.

Dans le Chapitre 2, les contraintes présentées dans le chapitre précédent servent à définir un ensemble vérin pneumatique/modulateur de puissance. Autour de cet ensemble, le

---

<sup>2</sup>Institut de Recherche en Communications et Cybérnetique de Nantes

<sup>3</sup>Leader mondial dans la production de missiles. Groupe EADS

<sup>4</sup>Laboratoire de Recherche en Balistique et Aérodynamique (Vernon - DGA)

banc d'essai permettant d'effectuer les essais décrits dans le benchmark est conçu avant d'être modélisé. Cette modélisation est accompagnée d'une description physique de tous les composants du système et permet de déterminer un modèle de simulation et plusieurs modèles de commande. Ainsi, trois modèles de commande ont été établis : un modèle linéarisé tangent qui permet de synthétiser une loi de commande linéaire (qui servira de référence) et deux modèles de commandes non linéaires affines en la commande permettant la synthèse de lois de commande non linéaire mono et multi variable.

Le Chapitre 3 s'intéresse à la commande par modes glissants du banc d'essai modélisé dans le Chapitre 2. Trois nouvelles commandes par modes glissants d'ordre supérieur à convergence en temps fini sont développées. Il s'agit d'une commande basée sur le concept d' "*Integral Sliding Mode*", d'une commande à trajectoire précalculée monovariante (seule la position du vérin est commandée) et d'une commande à trajectoire précalculée multivariante (la position et la pression dans une chambre sont contrôlées). Ces commandes seront synthétisées et mises en œuvre sur le banc d'essai. Ce chapitre présente les principales contributions de cette thèse, le développement et la mise en œuvre de commande non linéaire par modes glissants d'ordre supérieur à convergence en temps fini sur un nouveau système électropneumatique.

Enfin, le Chapitre 4 traite des observateurs non linéaires. Dans le but de réduire les coûts de l'instrumentation, d'avoir la possibilité de fonctionner en mode dégradé et d'améliorer la robustesse en reconstruisant les perturbations, deux observateurs ont été développés. Ainsi, un observateur par modes glissants et un observateur à grand gain sont synthétisés. Des résultats expérimentaux sont présentés afin de comparer leurs performances. L'étude de l'observabilité étendue à une perturbation, la synthèse et l'expérimentation d'observateurs non linéaires sur un système électropneumatique font aussi partie des contributions de cette thèse.

Finalement, une dernière partie présente les conclusions de cette étude, ainsi que les perspectives.

Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs publications :

## **PUBLICATIONS EN REVUES**

- [1] A. Girin, F. Plestan, A. Glumineau et X. Brun.  
High order sliding mode controllers of an electropneumatic actuator : application to an aeronautic benchmark.  
IEEE Transactions on Control Systems Technology, à paraître, 2008.

## **PUBLICATIONS EN CONGRES INTERNATIONAUX AVEC COMITE DE LECTURES ET ACTES**

- [1] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau et M. Smaoui.  
Model and robust control of an electropneumatic actuator on an experimental setup.  
IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, NOLCOS 07, Pretoria, Afrique du Sud,

22-24 Août 2007.

[2] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau et M. Smaoui.  
Position-pressure robust control of an electropneumatic actuator.  
European Control Conference ECC'07, Kos, Greece, 2-5 Juillet 2007.

[3] A. Girin, X. Brun et F. Plestan.  
A new test bench of electropneumatic system for aeronautic application.  
Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'07, Tampere, Finlande,  
21-23 mai 2007.

[4] A. Girin, F. Plestan, X. Brun et A. Glumineau.  
A third order sliding mode controller based on integral sliding mode for an electropneumatic system.  
IEEE Conference on Decision and Control CDC'06, San Diego, USA, 13-15 Décembre 2006.

[5] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau et M. Smaoui.  
High gain and sliding mode observers for the control of an electropneumatic actuator.  
IEEE International Conference on Control Applications CCA'06, Munich, Allemagne, 4-6 Octobre 2006.

## AUTRES PUBLICATIONS

[1] A. Girin, F. Plestan, X. Brun et A. Glumineau.  
Observateurs non linéaires pour un actionneur électropneumatique.  
JDMACS-JNMACS, Lyon, France, 5-7 Septembre 2005, GdR MACS.





# Chapitre 1

## Contraintes de positionnement d'une gouverne de missile

Dans ce chapitre, il est décrit comment les évolutions technologiques ont permis de passer d'une tige de bambou évidée et remplie de poudre noire à un missile air-sol pouvant atteindre une cible à plusieurs centaines de kilomètres avec une précision suffisante pour la détruire<sup>1</sup>. Le principe de guidage utilisé sur les missiles modernes nécessite l'utilisation d'éléments de guidage très perfectionnés, l'un d'entre eux étant la gouverne.

La gouverne est le moyen le plus simple de piloter un engin volant. On en retrouve sur la majorité des avions et sur un missile, elle est souvent nécessaire pour obtenir une bonne précision. Son positionnement précis est donc primordial dans l'efficacité du missile. Cet élément de la chaîne de guidage - pilotage est détaillé dans la seconde partie du chapitre.

La grande majorité des missiles disponibles aujourd'hui utilisent des actionneurs de gouvernes électriques. Dans le but d'améliorer la portée et la précision des missiles l'utilisation de nouveaux actionneurs de gouvernes est en permanence étudiée. Les évolutions technologiques en matière de composants et de commandes des systèmes électropneumatiques permettent d'obtenir des performances qui en font aujourd'hui un candidat potentiel à une telle utilisation. La troisième partie de ce chapitre présente comment les évolutions survenues ces dernières années sur les systèmes électropneumatiques permettent d'envisager leur utilisation en tant qu'actionneurs de gouvernes.

Dans la quatrième partie du chapitre, les contraintes et les performances minimales nécessaires à l'utilisation d'un tel système sur une gouverne de missile sont présentées.

Enfin, dans la dernière partie, un benchmark permettant d'évaluer les performances d'un système dédié à une gouverne de missile est défini à échelle réduite. Ce benchmark a été réalisé en collaboration par la DGA, MBDA et les laboratoires IRCCyN et AMPERE.

---

<sup>1</sup>La précision d'un missile dépend beaucoup de son type de charge.

## 1.1 De la fusée au missile

Depuis que l'homme combat, il a toujours cherché à atteindre sa cible tout en étant lui-même le plus éloigné possible. Les premières armes à projection remontent à la préhistoire, les premiers arcs ayant plus de 50 000 ans. Mais, la principale révolution a été la découverte de la poudre noire (Chine, 980). La poudre, qui était une évolution des feux grégeois (Byzance, 678), n'a pas uniquement servi à la conception d'engins incendiaires mais a aussi été utilisée pour propulser des objets volants. Les premières fusées remontent au XI<sup>ème</sup> siècle et étaient constituées d'une tige de bambou évidée pour contenir la poudre et armée à son extrémité d'une pointe de flèche. Elles étaient tirées à partir d'un châssis en bois, qui assurait leur orientation et permettait le lancement d'une salve, reproduisant ainsi l'action des archers lançant leurs flèches ensemble vers un même objectif pour être plus sûr de l'atteindre. C'est à la même époque (XI<sup>ème</sup> siècle) que les Chinois inventèrent les canons. En Europe, il fallut attendre le XIII<sup>ème</sup> siècle et le commerce avec l'Extrême-Orient pour que ces techniques soient utilisées. Les batailles utilisant les fusées furent nombreuses : on peut citer le siège d'Orléans en 1429 par Jeanne d'Arc ou encore le siège de Paris en 1871. Cependant, les systèmes de guidage de la fusée en vol étaient très rudimentaires et seuls des tirs balistiques étaient effectués : en général, on stabilisait la fusée sur sa trajectoire à l'aide de baguettes fixées sur le corps du propulseur et se prolongeant vers l'arrière.

### 1.1.1 Les origines des missiles français

Les origines des missiles tels que nous les connaissons aujourd'hui, remontent à la première guerre mondiale. Dès le mois d'octobre 1914, l'armée allemande commence à développer un biplan armé de torpilles. Les premiers essais en vol ont lieu en avril 1917 mais cette arme ne sera jamais déployée. Les recherches amenant les missiles d'aujourd'hui ont commencé sous le troisième Reich. Dès 1932, un laboratoire de Kummersdorf développa ce type d'armes : la première victime d'un missile fut l'escorteur Egret de la Royal Navy en septembre 1943. Deux semaines plus tard, une bombe planante allemande radiocommandée Fritz X, larguée depuis un bombardier, coula le navire de ligne de 35 000 T Roma de la marine militaire italienne. Néanmoins, ces bombes téléguidées ne détruisirent leur cible que dans 40% des cas. Les plus connus des missiles de la seconde guerre mondiale furent les fusées V1 et V2 (Figure 1.1) qui bombardèrent Londres et Anvers. Les V2 furent conçues à la station expérimentale de l'armée allemande de Peenemünde grâce à l'ingénieur allemand Wernher von Braun, puis fabriqués en série. Le premier vol réussi d'un V2 eu lieu en octobre 1942 ; la fusée atteignit une altitude de 85 km et une vitesse de Mach 5. Les V2 devaient, selon les Allemands, être l'arme absolue permettant de gagner la guerre. Plus de 2700 V2 furent produites industriellement. Volant à 5500 km/h, chaque fusée était équipée d'un moteur à turbo pompes de 25 tonnes de poussée, ce qui permettait de gagner 80 km d'altitude. Cependant, l'imprécision de l'engin (plusieurs centaines de mètres) et sa faible capacité d'emport (1000 kg d'explosifs) n'apportèrent pas la supériorité escomptée.

Les Alliés avaient accumulé un gros retard dans le domaine des missiles durant la seconde guerre mondiale. Seuls les U.S.A. avaient développé une bombe planante autoguidée (Bat) en 1945. Le gouvernement français décida, en mai 1945, de se doter des technologies spatiales allemandes, en particulier celles des V2. En quelques mois, le gouvernement recruta



Figure 1.1: Fusée V2 au musée de Peenemünde

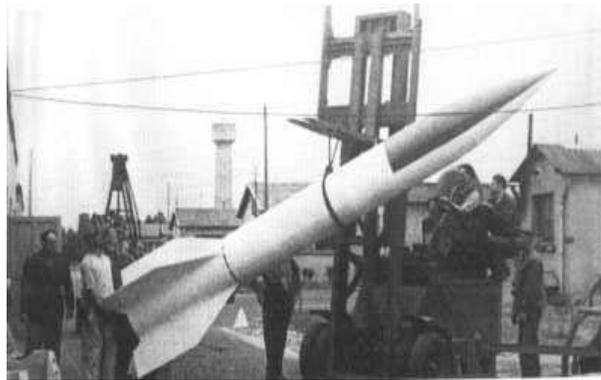


Figure 1.2: Véronique modèle R

un premier groupe de trente ingénieurs allemands travaillant dans ce domaine. A cette occasion, le site de Vernon (Eure) accueillit le nouveau Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques (LRBA). En mai 1946, un second groupe d'ingénieurs et de techniciens allemands recrutés parmi les anciens de Peenemünde et Friedrichshafen arriva au LRBA. Parmi ceux-ci figurent Heinz Bringer, qui inventera le moteur Viking des Ariane, Helmut Haberman, spécialiste des paliers magnétiques et Otto Muller, spécialiste du guidage.

A partir des travaux allemands, le LRBA lança le développement d'une série de missiles à moyenne portée (3600 *km* et 1000 *kg* de charge utile) qui s'avéra un échec. Un nouveau projet fut lancé (Figure 1.2) : une fusée-sonde (appelée "Véronique", contraction de "Vernon électronique") fut construite pour étudier le comportement en vol, les possibilités d'un moteur de fusée à ergols liquides ainsi que le comportement en haute atmosphère (au-delà de 65 *km*). A ses débuts, Véronique fut propulsée à 70 *km* d'altitude avec une charge scientifique de 65 *kg* par un moteur développant 4 tonnes de poussée.

De nombreux lancements eurent lieu dans divers sites (Suippes dans la Marne, Cardonnet dans l'Hérault, Hammaguir dans le Sahara, puis Kourou à partir de 1968), la dernière campagne de tirs ayant eu lieu en 1975. En parallèle, le programme des "Pierres précieuses" permit à la France de se doter d'engins capables de transporter l'arme atomique. Ce programme donna naissance à cinq fusées

- Agate (1961-1963). Cette fusée était équipée d'un moteur fournissant 190  $kN$  pendant 18 secondes. L'engin n'était ni piloté<sup>2</sup>, ni guidé<sup>3</sup> mais stabilisé par un empennage cruciforme.
- Topaze (1962-1963). Il s'agit du premier engin piloté de série. Six exemplaires furent consacrés à la mise au point du pilotage par braquage de quatre tuyères rotatives.
- Emeraude (1964-1965). Cette fusée fut destinée à l'étude de la propulsion liquide de puissance et au pilotage par orientation de la tuyère (tangage et lacet) et des gouvernes aérodynamiques (roulis).
- Saphir (1966-1967). Ce véhicule permit l'expérimentation en vol du pilotage d'un engin bi-étage, de la séparation des étages, du guidage inertiel et de la rentrée de l'ogive.
- Rubis (1965-1967). Le VE210 Rubis fut initialement conçu pour expérimenter en vol le largage de la coiffe, la séparation et la mise en rotation du 3ème étage (étage transportant la charge utile). Il s'agit de la première fusée permettant de transporter du matériel mis en orbite.

Toutes ces fusées permirent de perfectionner les technologies des missiles. Les progrès réalisés en matière de propulsion et surtout en guidage-pilotage permirent d'augmenter la précision et la portée des missiles. La gamme de missiles existant sur le marché est très importante. Pour les différencier, ils sont classés en catégories selon plusieurs critères. Ils peuvent être classés selon leur profil de mission :

- Missile sol-sol : attaque d'une cible fixe ou mobile sur terre à partir d'une plate-forme de tir terrestre.
- Missile sol-air : attaque d'une cible aérienne à partir d'une plate-forme de tir terrestre.
- Missile air-sol : attaque d'une cible fixe ou mobile sur terre à partir d'un avion.
- Missile air-air : attaque d'un avion par un autre avion (combat aérien).
- Missile mer-mer : attaque d'un navire par un autre navire.
- Etc...

Ils peuvent être aussi classés en fonction de leur portée.

Enfin, on peut aussi les classer en fonction de leur type de vol

- Missile balistique : il s'agit d'un missile utilisant la gravité et les frottements de l'air pour atteindre sa cible, en suivant une trajectoire balistique. La phase balistique est

---

<sup>2</sup>Le rôle du pilotage est d'orienter la force de propulsion de l'engin dans une direction adéquate afin de réaliser le déplacement escompté par le guidage.

<sup>3</sup>La fonction guidage de la fusée calcule une orientation du vecteur aérien vers laquelle le bloc de pilotage doit converger afin de suivre une trajectoire.

précédée par une phase d'accélération alimentée par un moteur-fusée et généralement guidée, donnant à l'engin l'impulsion nécessaire pour atteindre sa cible.

- Missile de croisière : un missile de croisière est un missile à longue portée (plusieurs centaines de kilomètres), tiré vers une cible terrestre ou navale désignée à l'avance qu'il atteint en volant à grande vitesse et à très basse altitude.

Tous ces missiles ont en commun un système de guidage-pilotage évolué permettant d'atteindre les cibles choisies. Les systèmes de guidage-pilotage diffèrent suivant la cible choisie, le degré de précision et la nature de la charge.

### 1.1.2 Le système du guidage-pilotage, garant de la précision

Les systèmes calculant les trajectoires à suivre par le missile (guidage) sont nombreux et leur technologie est fonction de la cible et du terrain. Les principaux systèmes de guidage sont

- Le guidage inertiel : il s'agit d'un guidage utilisant une centrale inertielle composée de trois gyroscopes (un par axe) et d'accéléromètres. Pour palier aux dérives des gyroscopes, on utilise un recalage par GPS lors des missions sur de longues distances. Les missiles de dernière génération (principalement ceux à longue portée) utilisent le guidage inertiel.
- Guidage topographique : certains missiles de croisière comparent en permanence la topographie du terrain survolé à une carte préalablement établie qu'ils gardent en mémoire, repérant ainsi toute variation par rapport à l'itinéraire fixé de façon à corriger leur trajectoire.
- Guidage laser : lorsqu'une grande précision est requise (missile anti-char ou anti-bunker), on utilise généralement un guidage laser. La cible est illuminée par un laser dont la tache est perçue par le système d'autoguidage du missile qui s'aligne dessus pour assurer l'impact.
- Guidage vidéo : une caméra permettant généralement une vision nocturne est installée dans le nez du missile et permet de guider le missile à distance.
- Guidage infrarouge : essentiellement utilisé par les missiles sol-air et air-air de courte portée, un autodirecteur infrarouge permet de se caler sur le rayonnement infrarouge émis par les tuyères du turboréacteur ou du turbomoteur de la cible. L'avantage de ce genre de système est son autonomie et son fonctionnement passif (il ne produit que peu de signaux détectables). La portée du détecteur d'infrarouges n'excède toutefois guère une vingtaine de kilomètres.
- Filoguidage (Figure 1.3) : certains missiles à courte portée (comme les missiles anti-char) utilisent un guidage par fibre optique ou par câble électrique. Ils dévident derrière eux, durant leur vol, un long fil grâce auquel un opérateur leur expédie des informations depuis la station de tir, souvent afin de les guider. Le poste de tir est généralement constitué d'un système de pointage optique opéré par un tireur.



Figure 1.3: - Tir d'un missile antichar TOW filoguidé

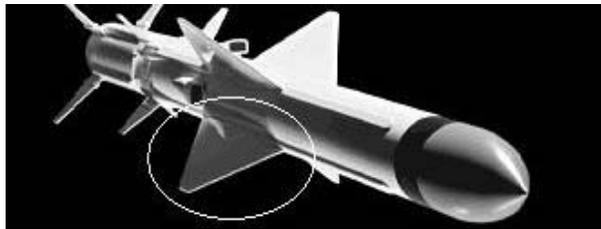


Figure 1.4: Missile Exocet (MBDA) MM40 Block3, possédant des gouvernes.

- Guidage radar : il existe deux types de guidage radar, un guidage actif (le missile possède son propre radar) ou bien semi-actif (dans ce cas, le missile utilise le radar de l'avion lanceur). Ce type de guidage était d'abord employé sur les missiles sol-air et air-air de moyenne et longue portée. Maintenant, le guidage radar semi-actif est utilisé par le AH-64 Apache de dernière génération pour guider ses missiles antichar, à la place du filoguidage jusqu'alors utilisé.

Ces dispositifs de guidage permettent aux calculateurs de générer la trajectoire à suivre par le missile. Plusieurs méthodes existent pour assurer la stabilisation de la fusée et le suivi de trajectoire. En général les fusées sont équipées d'empennages appelés gouvernes (Figure 1.4), mais on trouve également des systèmes basés sur l'éjection d'air sous pression.

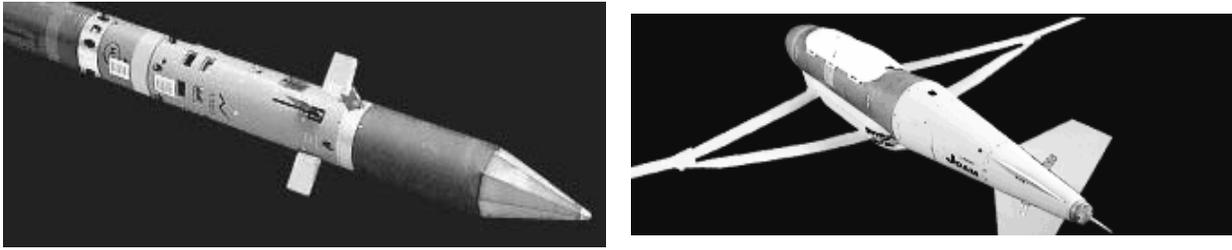


Figure 1.5: Gauche : Missile Mistral (MBDA) possédant 4 gouvernes à l'avant. Droite : Missile Diamond Back (MBDA) possédant 4 gouvernes à l'arrière.

## 1.2 Un élément du pilotage : la gouverne

Une gouverne est une surface mobile dans l'air et servant à piloter un engin selon un de ses trois axes :

- Tangage : assiette dans le plan vertical pour cabrer (monter) ou piquer (descendre),
- Roulis : inclinaison latérale en virage,
- Lacet : rotation dans le plan horizontal pour "tourner" à gauche ou à droite.

Il s'agit généralement d'une surface orientable dont le changement d'incidence génère une force aérodynamique qui modifie la trajectoire et la stabilité de l'engin.

Sur les premiers modèles d'engins volants et par analogie à l'automobile dont les roues avant sont le plus souvent directrices, ces gouvernes étaient placées à l'avant du missile. Ce type de montage permettait une plus grande variation du centre de gravité ce qui donnait une plus grande maniabilité à l'engin tout en le protégeant du décrochage. Le nez de l'appareil décroche en premier, évitant le décrochage de l'aile principale. Cependant, lorsque les gouvernes sont placées à l'avant, les charges aérodynamiques s'exerçant sur l'ensemble de l'engin sont très mal réparties. La charge à l'avant est deux fois plus importante que la charge sur l'aile principale située derrière les gouvernes. Ce montage appelé "canard" se retrouve sur certains missiles (Figure : 1.5- Gauche) mais le montage le plus répandu est le montage "conventionnel" où les gouvernes sont placées à l'arrière (Figure 1.5-Droite).

Le mouvement de rotation de la gouverne est assuré par un actionneur linéaire couplé à un bras de levier (Figure 1.6). L'actionneur qui est fixé au bâti par une liaison rotule déplace le bras de levier assurant ainsi la rotation de la gouverne autour de son axe.

Les actionneurs permettant la commande de la position sont placés au plus près des gouvernes. Aujourd'hui, la grande majorité des actionneurs est électrique, ce qui ne fut pas toujours le cas. Par exemple, dans les années 40, les actionneurs étaient en général hydrauliques. Néanmoins, dès 1949, Matra connut son premier succès commercial avec le R511 en utilisant pour la première fois des servomoteurs électriques. Par la suite,

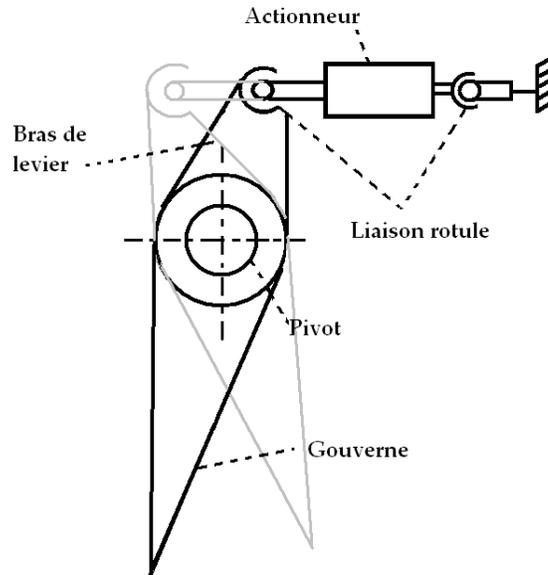


Figure 1.6: Schéma d'un ensemble actionneur / gouverne

l'utilisation des actionneurs électriques se généralisa pour la rotation des gouvernes (on peut citer les missiles R530 de Matra qui furent les premiers à équiper les mirages III de l'armée Française ou encore l'Exocet de Nord Aviation qui s'est illustré durant la guerre des Malouines). On peut noter toutefois que certains systèmes utilisent des technologies mixtes : le missile ASTER d'Aérospatiale utilise trois types de technologies

- En phase d'accélération, un système hydraulique permet de générer une grande force nécessaire pour compenser les efforts importants,
- En vol établi, un système électrique possède une grande bande passante (système PAF - Pilotage Aérodynamique Fort), ce qui est indispensable pour les nombreux changements de direction.
- La dernière seconde avant l'impact, un pilotage par jet latéral (PIF - Pilotage d'Interception en Force) permet un brusque changement de direction pour atteindre la cible.

Même si elle peut être couplée à plusieurs autres systèmes de pilotage, la gouverne reste le moyen le plus simple de piloter un missile. Comme annoncé ci-dessus, dans la grande majorité des cas, ces gouvernes sont déplacées et maintenues en position par des actionneurs électriques. Les actionneurs électriques offrent de nombreux avantages pour une utilisation "missile" parmi lesquels on peut citer

- Tous les systèmes électriques sont alimentés par la pile de l'actionneur,
- La raideur (capacité à maintenir la position face aux perturbations) du système est très grande,
- La bande passante est élevée.

Les actionneurs électriques ont prouvé leur efficacité pour des applications missiles. Cependant, les actionneurs électropneumatiques présentent de nombreux avantages par rapport aux actionneurs électriques. Leur puissance massique est plus importante et l'air comprimé est disponible sur les missiles équipés de turbocompresseur. Pour alimenter un actionneur

électrique, il faut embarquer sur le missile des piles alourdissant l'engin. Si le missile est équipé d'un turbocompresseur, une petite partie du débit massique (moins de 3%) issu du turbocompresseur peut être utilisée pour alimenter un actionneur électropneumatique, limitant ainsi la quantité de piles embarquées. C'est pourquoi la DGA a souhaité étudier la possibilité d'utiliser un actionneur électropneumatique pour assurer le positionnement de gouvernes de missiles. La DGA a d'ores-et-déjà testé les performances des systèmes électropneumatiques basés sur des modulateurs de puissances "tout ou rien" dans le but de les intégrer sur des missiles. Ces résultats non publiés ont montré que l'emploi d'actionneurs électropneumatiques pour une utilisation "missile" nécessite des commandes plus avancées (basées par exemple sur des modèles non linéaires) pour atteindre des performances suffisantes.

Une application aéronautique de pointe comme les missiles réclame de hautes performances statique et dynamique ainsi qu'une grande fiabilité. Les progrès effectués ces dernières années dans le domaine des systèmes électropneumatiques permettent d'envisager leur utilisation pour le déplacement de la gouverne. Cependant, même si les systèmes utilisant des distributeurs "tout ou rien" associés à des commandes sophistiquées [88, 1] sont très performants, le niveau demandé nécessite l'emploi de servodistributeurs proportionnels permettant d'obtenir des performances plus proches des besoins [75, 117, 100]. Ces servodistributeurs permettent de moduler le débit massique entrant et sortant des chambres du vérin et donc de contrôler la différence de pression qui s'exerce de chaque côté du piston. Néanmoins, l'étude menée ici diffère des travaux précédemment cités car le travail porte sur un vérin compact qui est soumis à une force de perturbation (inconnue) représentant plus de 60 % de la force maximale développée par le vérin. C'est pourquoi l'utilisation d'une commande sophistiquée robuste est préconisée : notre choix s'est porté sur la commande par modes glissants d'ordre supérieur pour ses propriétés de robustesse vis à vis d'une large classe d'incertitudes et de convergence en temps fini. Les besoins de l'application étant spécifiques, une nouvelle architecture de positionnement de gouverne de missile par système électropneumatique décrite dans la section suivante est nécessaire.

### **1.3 Une nouvelle architecture de système électropneumatique à hautes performances**

Depuis une vingtaine d'années, les travaux menés sur les modulateurs de puissances ont cherché à développer et à améliorer de nouveaux organes permettant de commander finement les débits [97, 106, 105, 14, 86] sur la ou les voies d'utilisation. Pour utiliser ces modulateurs avec des commandes performantes, une bonne connaissance de leur modèle est indispensable.

Le laboratoire AMPERE (ex Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon) a développé, en partenariat avec la société ASCO Joucomatic, un servodistributeur [106, 105] qui, associé à des stratégies de commandes non linéaires, permet d'obtenir des performances intéressantes en termes de bande passante et de précision statique et dynamique [117, 61, 75].

Pour obtenir les performances souhaitées, l'utilisation de commandes sophistiquées est indispensable : il faut donc disposer de modèles du système pour pouvoir synthétiser les lois de commande. La principale difficulté dans la modélisation de ces servodistributeur réside dans la modélisation des débits massiques traversant le servodistributeur. En effet, les modèles s'avèrent être non linéaires [67, 25] et peuvent nécessiter des mesures statiques de débit. Les premiers travaux sur les systèmes électropneumatiques à servodistributeur au laboratoire AMPERE remontent à 1987 [67] et ont permis de proposer un modèle fin d'un ensemble servodistributeur-vérin-charge. En 1990, les premières lois de commandes linéaires et non linéaires ont été synthétisées [99]. Ces premiers résultats ont abouti au développement industriel d'un nouveau modulateur de puissance [105], ainsi qu'à une modélisation fine de ce servodistributeur [106].

Cependant, les deux inconvénients apparus lors de la modélisation du débit d'un servodistributeur (les non-linéarités et les incertitudes) ont naturellement orienté les recherches vers des commandes robustes linéaires et non linéaires dans le but d'améliorer les performances statiques et dynamiques de l'ensemble,

- Commande adaptative [82, 120, 121, 35]
- Commande linéaire robuste [84, 104]
- Commande linéaire avec pré-bouclage linéarisant [68, 20, 26, 28, 100]
- Commande par logique floue [90, 108]
- Commande *Backstepping* [113, 112, 117, 118, 97]
- Commande basée sur la platitude [28, 29]
- Commande linéaire avec calcul des gains par réseau de neurones [123, 4, 1]
- Commande par modes glissants [119, 122, 24, 23, 74, 75, 91, 112, 114, 76, 118, 115, 58, 61, 132]

En utilisant des commandes de type *Backstepping* [112] ou par modes glissants [119, 122, 112, 74, 97], la précision dans le positionnement de la tige du vérin atteint la résolution des capteurs. Lors de ces travaux, les vérins utilisés étaient standard et choisis sans contraintes particulières. Pour notre application, les contraintes sont plus importantes. En effet, en plus des masses positionnées sur le chariot en bout de tige du vérin (ce qui est une charge standard d'actionneur pneumatique), les charges comportent des efforts aérodynamiques (perturbations) pouvant représenter plus de 60 % de la force maximale développée par le vérin. La nécessité d'utiliser des commandes robustes s'en trouve renforcée.

Pour une application aéronautique telle que celle des missiles, les contraintes sont très particulières et assurément plus sévères que pour les travaux précédents : l'encombrement doit être minimal, les bandes passantes élevées, le placement en position très précis et la consommation énergétique minimale. Toutes ces caractéristiques sont détaillées de manière quantitatives dans le Chapitre 2 présentant le cahier des charges. De plus, les contraintes en effort et en raideur (capacité de la commande à maintenir la gouverne en position pendant les manœuvres) sont également très fortes. Il est donc impératif de travailler avec des stratégies de commande performantes et robustes aux incertitudes et aux perturbations.

La commande par modes glissants possède ces propriétés de robustesse [126, 127, 79] vis à vis des incertitudes paramétriques et des perturbations, ce qui en fait une commande intéressante pour notre application. Le principe de cette commande est basée sur la commutation d'une fonction de variables d'état (variable de glissement) utilisée pour définir

une variété appelée surface de glissement. Le but est de forcer la dynamique du système à évoluer sur la surface, cette dynamique ne devant être influencée ni par les variations paramétriques, ni par les perturbations tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

L'utilisation des commandes par modes glissants dans des domaines aussi variés que la mécanique [109], la robotique [101] ou encore la chimie [96] a démontré la faisabilité et l'applicabilité de ces lois de commandes. Cependant, un problème récurrent apparaît lors de leur utilisation, le phénomène du *chattering*. Ce phénomène dû à la commutation de la commande provoque des oscillations hautes fréquences sur les grandeurs asservies [10, 52]. Cet inconvénient n'altère théoriquement en rien les performances [23, 91, 115] mais il peut se révéler dommageable pour certains composants du système (actionneur, éléments mécaniques,...). Aussi, les principales contributions sur les commandes par modes glissants au cours de ces dernières années concernent la diminution du *chattering*. Ainsi, plusieurs solutions ont été proposées : la première a consisté à augmenter la fréquence de commutation de la commande [109, 111]; cependant, cette méthode est limitée par les capacités du calculateur numérique et des convertisseurs analogiques/numériques et numériques/analogiques. La seconde consiste à remplacer la fonction "signe" qui est à l'origine des commutations par une fonction "adoucie", cette solution altérant néanmoins les propriétés de robustesse de la commande [111]. Une autre méthode consiste à annuler le gain de la commande lorsque la grandeur asservie entre dans une zone autour de la valeur désirée mais cette solution altère la précision de la poursuite. Le développement le plus abouti dans la diminution du *chattering* est l'utilisation de la commande par modes glissants d'ordre supérieur [43, 44].

Cette technique est une généralisation des modes glissants d'ordre un [79, 80] et permet que la commande n'agisse plus sur la variable de glissement, mais sur ses dérivées. De nombreuses applications montrent la faisabilité de la commande dans un contexte mono-variable [74, 112, 58, 61, 7, 8, 132, 12, 50] ou multi-variable [112, 115, 11, 71].

## 1.4 Performances requises pour actionneur de gouverne aéronautique [102]

Comme présenté dans les sections précédentes, il existe de très nombreux types de missiles. Notre étude portera sur une gamme de missiles de croisière Air-Sol. Ce type de missile est dans un premier temps emporté sous un avion (Figure 1.7) avant d'être largué en haute altitude. Une fois largué, le missile devient autonome (Figure 1.8).

Ces missiles sont équipés de gouvernes formant un ensemble de plans horizontaux et verticaux placés à l'arrière du fuselage. Ces plans mobiles sont appelés empennage et sont composés de gouvernes qui développent des forces aérodynamiques dès que l'appareil se déplace. Ces forces servent au guidage et au pilotage.

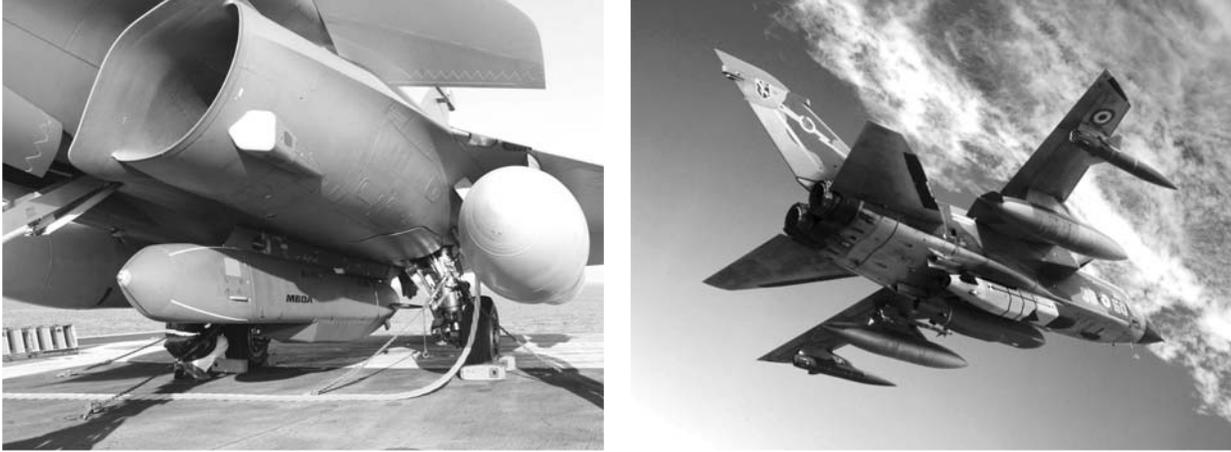


Figure 1.7: Missile "Scalp marine " en phase d'emport sous avion

**Remarque 1** *La liaison entre la tige de l'actionneur et la gouverne (Figure 1.9-Gauche) est composée d'un bras de levier permettant de transformer le mouvement linéaire de la tige du vérin en un mouvement de rotation sur la gouverne. Dans la suite de l'étude, toutes les contraintes et efforts sur la gouverne sont ramenés à un effort linéaire dans l'axe du vérin (Figure 1.9-Droite).*

Quelle que soit sa technologie, un actionneur doit répondre à plusieurs critères de performance tout en tenant compte de certaines contraintes imposées par l'application.

Les données présentées ci-après sont issues des spécifications des performances fixées par nos partenaires [102]. Ce document a servi de base à l'élaboration du benchmark permettant de valider l'utilisation d'actionneurs électropneumatiques. Les performances sont spécifiées à **échelle réduite** et sont **adaptées aux composants existants**. En effet, la reproduction des efforts mis en jeu sur un missile en vol nécessiterait soit l'utilisation de vérins à forte section soit l'utilisation d'une pression d'alimentation à 40 bars. Pour des questions de sécurité et de technologie actuellement disponible, toutes les performances sont donc calculées pour convenir à un système fonctionnant sous 7 bar avec des composants existants.

Selon [102], les performances spécifiées par le benchmark se classent en deux catégories : les performances statiques et les performances dynamiques. De plus, les paramètres à évaluer sont différents suivant le domaine dans lequel se trouve le missile.

### 1.4.1 Domaines d'utilisation

Les sollicitations subies par l'actionneur de la gouverne, ainsi que les performances attendues, évoluent au cours du vol. Le missile est emporté sous un avion avant d'être largué en vol. A partir de son largage, on distinguera trois domaines d'utilisation :

- Domaine Haute Altitude (HA) au dessus de 6000 m. Dans ce domaine, les changements de cap ont de très faibles amplitudes. C'est le domaine qui est le plus important en terme de durée.



Figure 1.8: Missile "Diamond Back " en vol autonome

- Domaine Moyenne Altitude (MA) entre 2000  $m$  et 6000  $m$  : il s'agit d'un domaine de transition entre le vol de croisière et les manœuvres d'approche avant l'impact.
- Domaine Basse Altitude (BA) en dessous de 2000  $m$ . Dans ce domaine, les sollicitations de la gouverne et de son actionneur sont les plus importantes. Il s'agit des instants juste avant l'impact, durant lesquels le nombre de manœuvres est important.

Suivant l'altitude à laquelle évolue le missile et l'amplitude des mouvements qu'il aura à effectuer, les charges aérodynamiques sur la gouverne sont différentes. La charge aérodynamique sur la gouverne est une fonction de la vitesse relative de l'air (noté  $V_a$ ) et du profil de la gouverne (surface de référence  $S_g$ ). Le profil de la gouverne étant caractérisé par son coefficient de pénétration dans l'air  $C_x$ , le moment sur la gouverne  $M_g$  est égal à

$$M_g = C_x \times \frac{1}{2} \times \rho \times V_a^2 \times S_g \quad (1.1)$$

Pour chaque altitude, la densité  $\rho$  de l'air est différente. Une valeur maximale de la charge ramenée sur l'axe du vérin est alors définie

- Domaine Basse Altitude (BA) : 1200  $N$
- Domaine Moyenne Altitude (MA) : 900  $N$
- Domaine Haute Altitude (HA) : 300  $N$

La vitesse relative de l'air à la surface de la gouverne n'est pas mesurée : la valeur de la charge ne peut donc pas être connue *a priori*, seule sa borne maximale peut être calculée. Les performances demandées doivent être atteintes quelle que soit l'altitude .

### 1.4.2 Performances statiques

La performance primordiale dans le placement d'une gouverne de position est l'erreur statique car d'elle dépend la précision de l'impact. La chaîne de transmission allant de

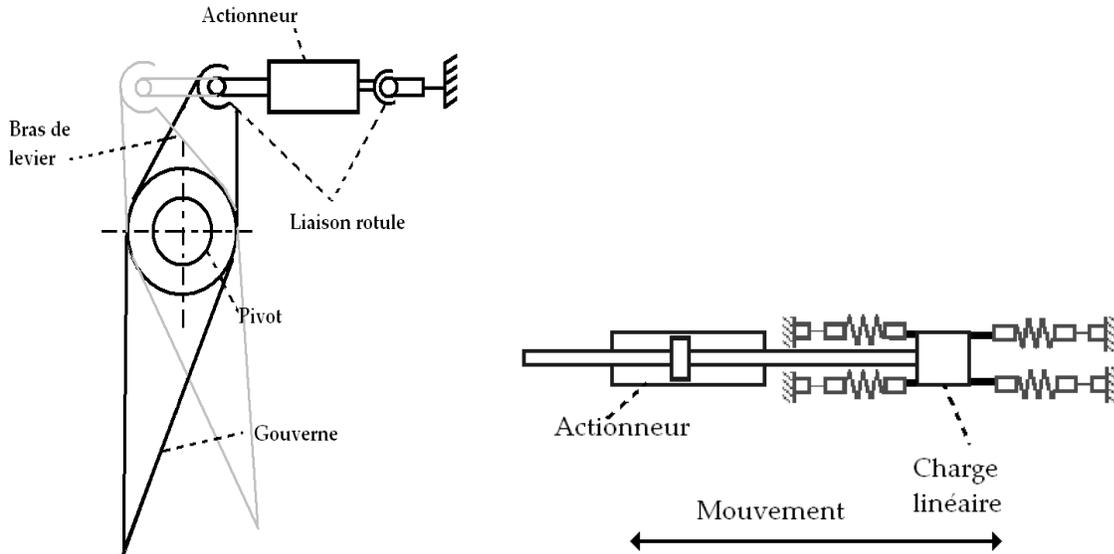


Figure 1.9: Liaison entre l'actionneur et la gouverne en rotation (Gauche) et actionneur avec charge linéaire (Droite)

l'actionneur à la gouverne ayant un jeu ramené sur l'axe du vérin de  $0.2 \text{ mm}$ , dans notre application, l'erreur statique doit être inférieure à  $0.2 \text{ mm}$  quelles que soient la position et la perturbation due à la force aérodynamique.

Une autre contrainte est la raideur aérodynamique. Lorsque la gouverne commence à se braquer, les efforts aérodynamiques augmentent au fur et à mesure que l'angle de braquage grandit pour une vitesse relative de l'air donnée. Pendant cette phase, et lorsque la gouverne a atteint sa position finale, des accélérations peuvent modifier le positionnement. La raideur est la capacité du système en boucle fermée à maintenir la position de la gouverne quels que soient l'accélération et le braquage. Ramenée sur l'axe de l'actionneur la valeur maximale de la raideur est de  $200 \text{ N/mm}$ . Cette spécification est liée à la nécessité de prévenir un risque de "flottement" de la gouverne.

### 1.4.3 Performances dynamiques

Les performances dynamiques sont définies à travers une vitesse minimale et un gabarit fréquentiel.

En présence d'efforts, la vitesse et l'accélération que peuvent atteindre l'actionneur doivent respecter des valeurs minimales. Dans le cas présent, l'actionneur doit être capable d'atteindre la vitesse et l'accélération de déplacement suivantes

- Vitesse :  $0.4 \text{ m/s}$  quel que soit l'effort dans la gamme considérée.
- Accélération :  $15 \text{ m/s}^2$  quel que soit l'effort dans la gamme considérée.

Pour une consigne en position échelon, entre 10 % et 90 % de cette position désirée, la vitesse moyenne de la tige de l'actionneur doit être supérieure à  $0.4 \text{ m/s}$  et l'accélération doit être supérieure à  $15 \text{ m/s}^2$ .

Les performances fréquentielles en boucle fermée du système sont également évaluées. En boucle fermée et en considérant le rapport entre la position mesurée et la position désirée de la tige, le système doit avoir un comportement proche d'un système linéaire du second ordre avec un amortissement de 0.7 et une fréquence propre de 15  $Hz$ . A ce titre, le système doit respecter un gabarit fréquentiel (Figure 1.10). La phase doit être dans le plan au dessous de la courbe ; quand au gain, il doit satisfaire le gabarit d'amplitude.

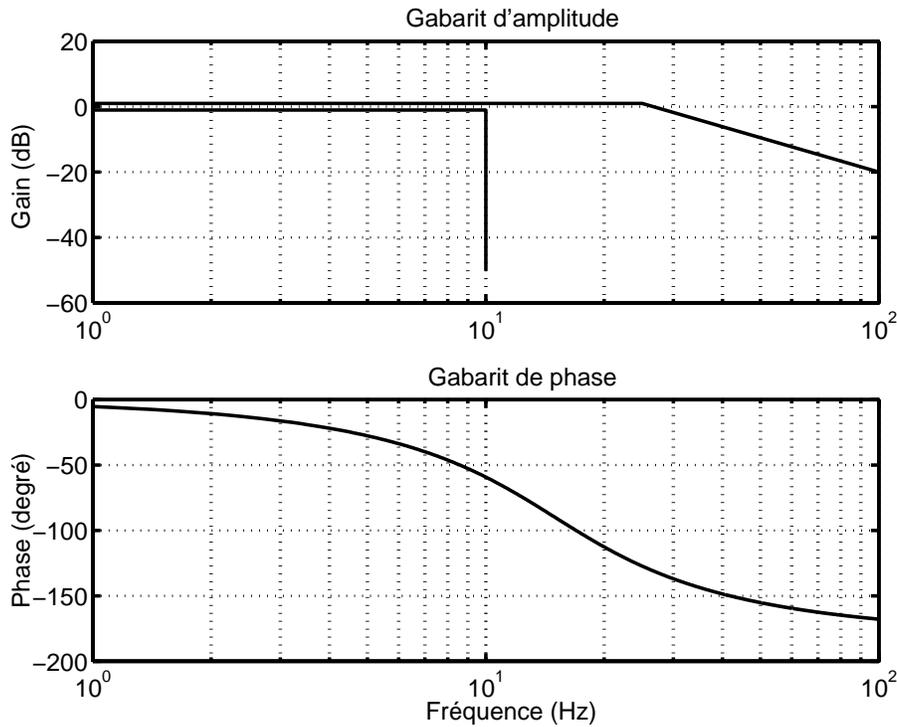


Figure 1.10: Gabarit fréquentiel du système en boucle fermée

## 1.5 Benchmark

De manière à évaluer les performances et à comparer les différentes commandes, un benchmark définissant le protocole des essais ainsi que les différents critères à évaluer a été écrit par les quatre partenaires IRCCyN, AMPERE, LRBA et MBDA. Les différents essais sont représentatifs de toutes les situations spécifiées dans [102].

### 1.5.1 Protocole d'essais

Le but des essais spécifiés dans ce benchmark est de caractériser les performances de l'ensemble système électropneumatique : commande en boucle fermée. Dans ce benchmark, deux types d'essais sont menés. En premier lieu, les caractéristiques fréquentielles vont être évaluées ; en second lieu, ce sont les paramètres temporels qui seront quantifiés. Les critères à évaluer sont classés par ordre d'importance

1. Respect des critères dynamiques (voir le gabarit Figure : 1.10),

2. Précision en position,
3. Consommation totale et débit d'air instantané,
4. Pression et température dans les chambres,
5. Force délivrée par le vérin,
6. Surveillance de l'échauffement des servodistributeurs.

### Critères dynamiques.

Pour évaluer les performances dynamiques de l'actionneur, les signaux de consigne seront sinusoïdaux. La fréquence et l'amplitude de ces signaux seront variables entre  $1\text{ Hz}$  et  $30\text{ Hz}$  pour la fréquence, et entre  $4\text{ mm}$  et  $16\text{ mm}$  pour l'amplitude. Les variations d'amplitude permettent d'évaluer les performances dans toutes les situations de vol. Lorsque le missile est en haute altitude et la cible encore très éloignée, de faibles variations de l'angle de braquage de la gouverne (*i.e.* de faibles variations de la position de l'actionneur) permettent de suivre la trajectoire. Par contre, plus le missile s'approche de la cible, plus les variations de la consigne sont importantes. Les consignes proviennent d'un calculateur de trajectoire qui génère les consignes de guidage en temps réel. Les fréquences de ces consignes sont variables, c'est pourquoi les essais doivent être effectués à plusieurs fréquences entre  $0\text{ Hz}$  et  $25\text{ Hz}$ , ce qui correspond à la bande passante du missile en vol (variation de trajectoire). Il est nécessaire d'évaluer les performances dynamiques de l'actionneur pour l'ensemble des domaines et donc à charge différentes.

En situation de vol, les charges aérodynamiques sur la gouverne, pour un angle de braquage donné, ne sont pas les mêmes suivant l'altitude ou la vitesse du missile (Equation 1.1). Plus l'altitude du missile est élevée, plus la pression atmosphérique est faible (Figure 1.11) et la charge aérodynamique s'exerçant sur la gouverne est faible.

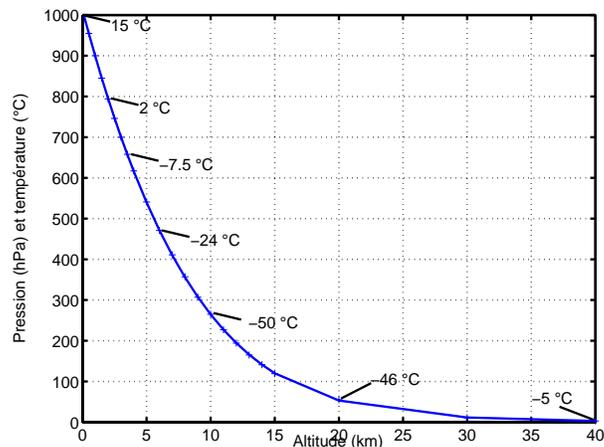


Figure 1.11: Pression (hPa) et température (°C) de l'air en fonction de l'altitude (km)

Les essais seront effectués à charge maximale pour toutes les amplitudes de déplacement, afin de rendre compte du comportement dans la dernière phase d'approche. Des essais seront aussi effectués sans charge aérodynamique pour les petites amplitudes de déplacement

(4 mm) pour tester les performances en vol haute altitude. **Ces forces aérodynamiques n'étant pas mesurées dans l'application réelle, la synthèse des commandes ne devra pas prendre en compte leurs valeurs en dehors de la borne maximale.**

Comme la force aérodynamique, d'autres paramètres (masse en translation, frottements secs du système d'actionnement) peuvent varier durant la trajectoire. Les essais ne portent que sur la partie actionneur de gouverne, la chaîne de transmission n'intervenant pas. De manière à évaluer la performance des commandes, on rajoute des frottements secs de valeurs réglables jusqu'à 40 N. Un changement de masse en translation permet également d'évaluer le comportement du système, la masse doit pouvoir évoluer de +125%.

### Précision en position

Les paramètres d'analyse de performance de la commande en position de la tige du vérin sont l'écart statique, le temps de réponse, l'amplitude du 1<sup>er</sup> dépassement et l'erreur de traînage. Le système de guidage calculant la trajectoire du missile génère, en général, des consignes en échelon pour l'actionneur. Pour tester les performances du système bouclé, des trajectoires de type créneaux sont définies, celle-ci étant définies pour différentes amplitudes correspondant à différentes altitudes. Une consigne de type trapèze est également utilisée pour évaluer l'erreur de traînage du système bouclé.

Les essais doivent être faits à charge (aérodynamique) maximale, sans frottement sec supplémentaire et à masse inertielle nominale. Les quatre trajectoires de test pour l'analyse des performances de la commande en position de l'actionneur sont :

- Trajectoire BA-C (Basse Altitude Créneaux). La consigne est composée de créneaux d'amplitude 16 mm à la fréquence de 1 Hz sans bruit additionnel.
- Trajectoire MA-C (Moyenne Altitude Créneaux). La consigne est composée de créneaux d'amplitude 12 mm à la fréquence de 1 Hz sans bruit additionnel.
- Trajectoire HA-C (Haute Altitude Créneaux). La consigne est composée de créneaux d'amplitude 4 mm à la fréquence de 0.5 Hz sans bruit additionnel.
- Trajectoire BA-T (Basse Altitude Trapèze). La consigne est composée de trapèze (Figure 1.12) d'amplitude 16 mm à la fréquence de 0.5 Hz sans bruit additionnel.

### Consommation totale et débit d'air instantané

La source d'énergie d'un système électropneumatique est l'air comprimé. Sur certains missiles utilisant un turbocompresseur, une partie de l'air issu du turbo et alimentant le moteur peut être utilisé pour alimenter les actionneurs électropneumatiques. Cet air comprimé à 10 bar est disponible à hauteur de 3% du débit total, ce qui représente un débit utile pour l'actionneur électropneumatique de 180 g/s. La somme des débits maximum de chaque actionneur ne doit donc jamais être supérieure à cette limite. Sur les missiles à turbo, quelques secondes après le décollage/largage sont nécessaires pour que l'air comprimé issu du turbo soit disponible. Durant cette période, l'actionneur doit donc être alimenté par une bonbonne d'air comprimé embarquée. L'encombrement étant un facteur essentiel sur un missile, le volume de la bonbonne doit être optimisé. Une bonne connaissance de la quantité d'air nécessaire aux mouvements de l'actionneur avant l'ali-

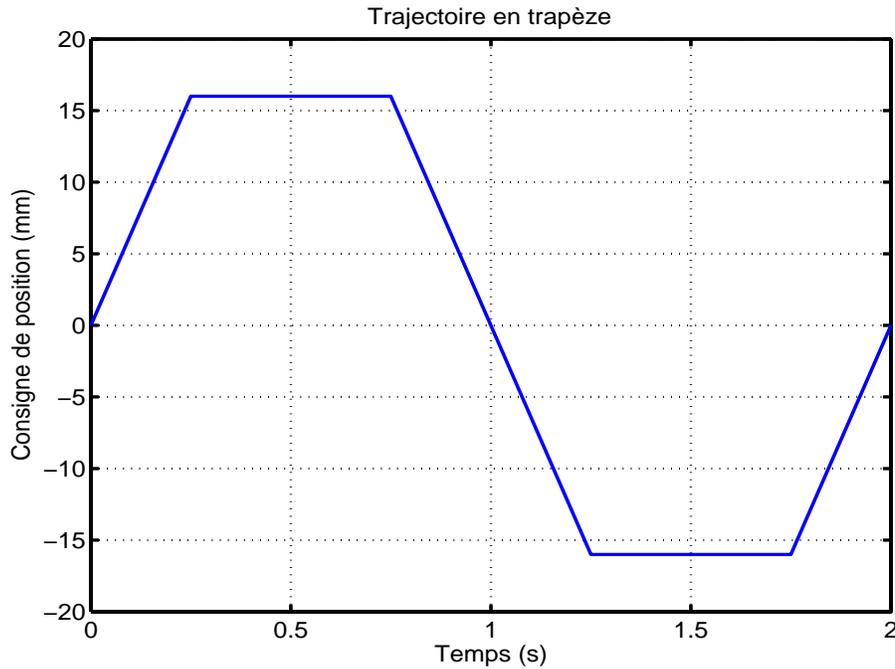


Figure 1.12: Trajectoire de test BA-T.

mentation par le turbo est donc indispensable. Dans le cas où le missile ne dispose pas d'air comprimé fourni par un turbo, la bonbonne est la seule source d'énergie pneumatique disponible. Là encore, son encombrement se doit d'être minimal. Sur le missile, le calculateur qui génère les consignes de position pour la gouverne, fournit également un "bruit de consigne" qui ne sera pris en compte dans les trajectoires de références que pour l'estimation de la consommation.

Comme il a déjà été précisé, lors d'une mission, le missile doit effectuer plusieurs manœuvres à différentes altitudes. Chaque mission est unique mais on a défini deux séquences représentatives d'un vol typique. Ces séquences serviront à estimer la quantité d'air et les débits nécessaires à l'exécution d'une mission, et sont composées d'un enchaînement de trajectoires pendant des durées fixées à l'avance. Les trajectoires sont au nombre de six et sont définies en fonction de l'altitude et des allures de consigne. Sur chaque trajectoire, un bruit est superposé au signal utile, ce bruit provient du calculateur de trajectoire. Les charges sont supposées maximales lors des tests de consommation de manière à prendre en compte le cas le plus défavorable. Les profils des trajectoires sont

- **Profil BA-C (1.13-gauche) : Basse Altitude Créneaux .**
  - Signal utile : Créneaux d'amplitude 16 mm et de fréquence 1 Hz.
  - Bruit<sup>4</sup> : Signal sinusoïdal d'amplitude 0.2 mm et de fréquence 20 Hz.
- **Profil BA-T (1.12) : Basse Altitude Trapèze .**
  - Signal utile : Trapèze d'amplitude 16 mm et de fréquence 0.5 Hz.
  - Bruit<sup>4</sup> : Pas de bruit.
- **Profil MA-C (1.13-droite) : Moyenne Altitude Créneaux.**

<sup>4</sup>Le bruit n'est utilisé que dans l'estimation de la consommation

- Signal utile : Créneaux d'amplitude 12 mm et de fréquence 1 hz.
- Bruit<sup>4</sup> : Signal sinusoïdal d'amplitude 0.2 mm et de fréquence 20 hz.
- **Profil HA-C (1.14-gauche) : Haute Altitude Créneaux.**
- Signal utile : Créneaux d'amplitude 4 mm et de fréquence 0.5 hz.
- Bruit<sup>4</sup> : Signal sinusoïdal d'amplitude 0.5 mm et de fréquence 15 hz.
- **Profil MA-S (1.14-droite) : Moyenne Altitude Sinusoïde.**
- Signal utile : Sinusoïde d'amplitude 12 mm et de fréquence 2 hz.
- Bruit<sup>4</sup> : Signal sinusoïdal d'amplitude 0.2 mm et de fréquence 20 hz.
- **Profil HA-F (1.15) : Position Haute Altitude Fixe .**
- Signal utile : Position fixe à 5 mm.
- Bruit<sup>4</sup> : Signal sinusoïdal d'amplitude 0.5 mm et de fréquence 15 hz.

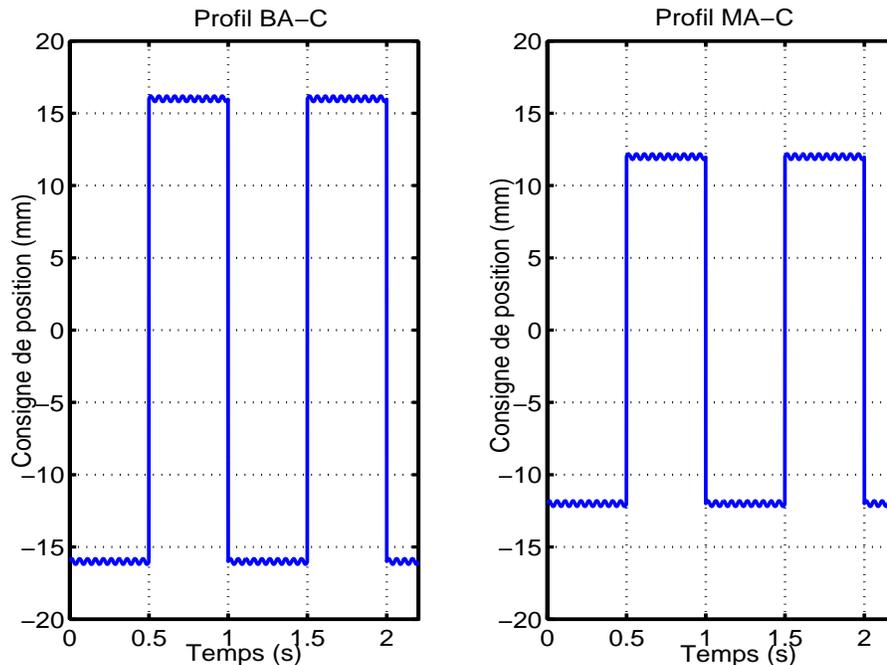


Figure 1.13: Gauche - Consigne de position Basse Altitude Créneaux (BA-C)(mm) avec bruit en fonction du temps (sec). Droite - Consigne de position Moyenne Altitude Créneaux (MA-C)(mm) avec bruit en fonction du temps (sec)

Une séquence de vol est un enchaînement des différents profils précédents suivant un ordre représentatif des changements de l'environnement du missile et de son approche de la cible. Les changements de trajectoires durant une séquence génèrent des discontinuités dans la consigne.

- **Séquence 1 (séquence de 368 s, les profils étant enchaînés sans interruption).**
- Profil BA-T pendant 4 s
- Profil BA-C pendant 60 s
- Profil MA-C pendant 30 s
- Profil HA-C pendant 30 s
- Profil HA-F pendant 180 s

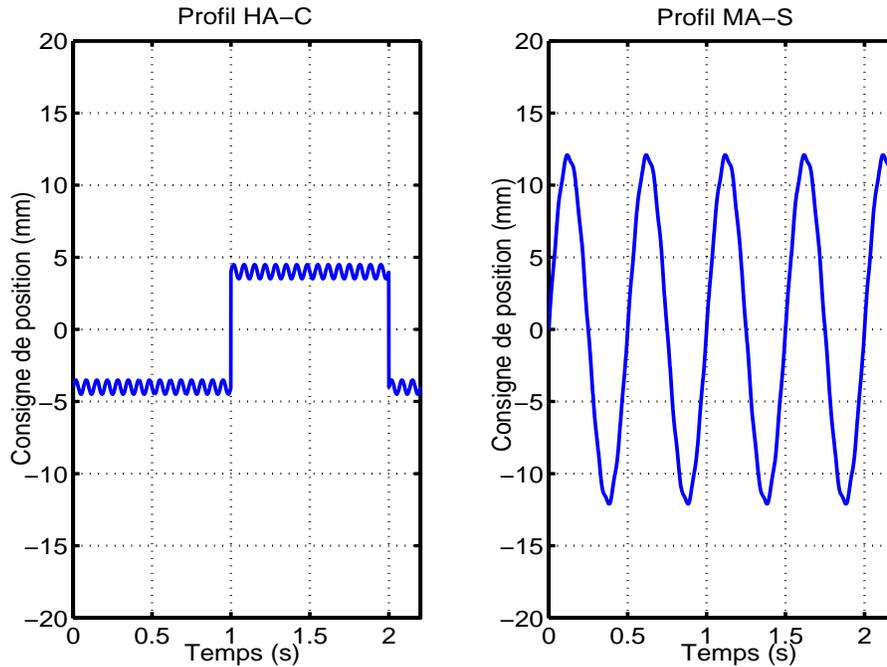


Figure 1.14: Gauche - Consigne de position Haute Altitude Créneaux (HA-C)(mm) avec bruit en fonction du temps (sec). Droite - Consigne de position Moyenne Altitude Sinusoïdale (MA-S)(mm) avec bruit en fonction du temps (sec)

- Profil MA-S pendant 30 s
- Profil BA-C pendant 30 s
- Profil BA-T pendant 4 s
- **Séquence 2 (séquence de 738 s, les profils sont enchaînés sans interruption).**
- Profil BA-T pendant 4 s
- Profil MA-C pendant 90 s
- Profil HA-C pendant 30 s
- Profil HA-F pendant 520 s
- Profil MA-C pendant 30 s
- Profil BA-C pendant 60 s
- Profil BA-T pendant 4 s

La mesure dynamique du débit d'air entrant dans le vérin n'est matériellement pas possible : il n'existe pas à ce jour de capteur de débit ayant une bande passante suffisante pour effectuer cette mesure. Actuellement, les capteurs les plus performants ont une bande passante de quelques Hertz.

Dans le cadre de la présente étude, les performances dynamiques des capteurs de débit ne sont pas suffisantes. Une solution sans capteur basée sur un modèle pour quantifier les débits est nécessaire (*cf* Chapitre 2).

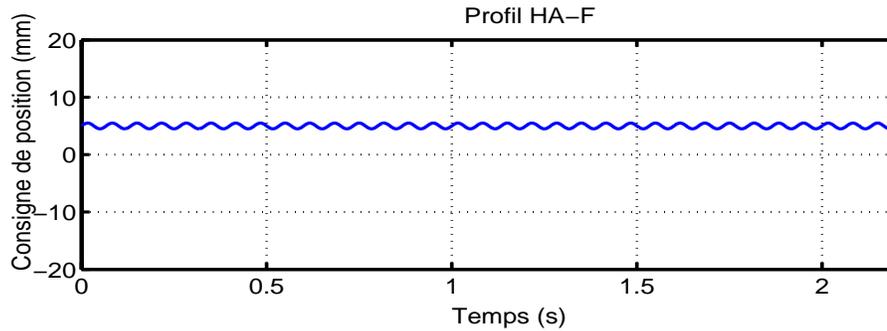


Figure 1.15: Consigne de position Haute Altitude Fixe (HA-F)(mm) avec bruit en fonction du temps (sec)

### Pression et température dans les chambres

Lorsqu'une consigne en position est envoyée au système, il est indispensable d'évaluer la raideur de l'actionneur, c'est-à-dire sa capacité à maintenir sa position malgré les perturbations créées par les efforts aérodynamiques sur la gouverne. Ces efforts changent brutalement lorsque le missile accélère ou change de trajectoire. Pour maintenir le missile sur sa trajectoire, il est nécessaire que cette raideur soit supérieure à  $200 \text{ N/mm}$ . Pour assurer une raideur maximale, il faut que la pression dans les chambres soit la plus grande possible. En effet, dans une chambre de volume fixe, plus la pression est importante : plus la quantité d'air présent est importante, la compressibilité du système est alors diminuée. Des capteurs de température sont implantés dans chaque chambre et permettent de contrôler les variations de température par rapport à la température extérieure.

### Force délivrée par le vérin

Les forces aérodynamiques maximales auxquelles la gouverne est soumise sont ramenées sur l'axe du vérin (équation 1.4.1). Cette force aérodynamique varie en fonction de la vitesse relative de l'air et de l'angle de braquage de la gouverne : sur le banc d'essai, on considère que seule la position de la tige du vérin influe sur cette force. Elle peut représenter jusqu'à 60 % de l'effort maximal du vérin suivant la position de la tige et ne doit pas être prise en compte dans le modèle de commande.

### Surveillance de l'échauffement des servodistributeurs

Les servodistributeurs vont être fortement sollicités durant les séquences représentatives d'une mission typique. Il faut veiller à ce que les composants ne dépassent pas les températures limites de fonctionnement. Les échauffements se situent principalement dans l'électroaimant utilisé pour déplacer le tiroir du servodistributeur ; ils sont dus aux frottements du tiroir dans la chemise et à la dissipation de l'énergie électrique par effet Joule. La température limite est fixée par le constructeur à  $+100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### 1.5.2 Déroulement des essais expérimentaux

Les essais effectués selon le benchmark se déroulent en trois parties.

La première partie consiste à effectuer les essais dynamiques. Le système présentant des non linéarités importantes (frottement secs, débits,...), il est admis que la mesure de position n'est pas systématiquement sinusoïdale pour une consigne sinusoïdale. Dans ce cas, le signal de consigne sera comparé au fondamental du signal de position mesuré. Les mesures seront effectuées de 1 *hz* à 30 *hz* avec un pas de 1 *hz*.

La seconde partie des essais consiste à évaluer la précision en position et les temps de réponse. Pour chaque grandeur à évaluer, le calcul sera effectué dix fois sur dix périodes distinctes et les valeurs extrêmes ainsi que la moyenne seront retenues. Les mesures portent sur

- Trajectoires en créneaux (BA-C, MA-C, HA-C)
  - Temps de réponse à 2%,
  - Temps de montée de 10% à 90% de la variation,
  - Temps de réponse à 0.2 *mm*. Ce temps est calculé entre le début du créneau de consigne de position et l'instant où la tige de l'actionneur atteint une précision en position de  $\pm 0.2$  *mm* sans dépassement autour de la valeur finale de la consigne,
  - Amplitude relative du premier dépassement,
  - Erreur statique quadratique moyenne. Il s'agit de la moyenne de l'erreur absolue en position (calculée sur les 100 dernières millisecondes du créneau).
- Trajectoire en trapèze (BA-T)
  - Erreur quadratique moyenne de traînage. Cette erreur concerne le régime transitoire, entre 10% et 90% de la variation de consigne de position, on calcule l'erreur quadratique moyenne entre la consigne et la position,
  - Erreur statique quadratique moyenne. Il s'agit de l'erreur en régime permanent (calculée sur les 100 dernières millisecondes du créneau).
- Trajectoire fixe (HA-F)
  - Erreur statique quadratique moyenne sur 5 *s*. Il s'agit de l'erreur en régime permanent calculée sur 5 *s*.

La troisième et dernière partie des essais est l'évaluation de la consommation énergétique du système. La mesure du débit étant écartée (voir section précédente), l'utilisation d'un simulateur est indispensable. Les séquences 1 et 2 décrites précédemment sont effectuées sur le système. Tous les signaux nécessaires à la reconstruction du débit (position du tiroir et pression dans les chambres) sont enregistrés et utilisés dans le simulateur comme "entrées" du système. On peut alors reconstruire les débits moyens, instantanés et totaux, sous réserve d'avoir une bonne connaissance du modèle des servodistributeurs (*c.f.* Section 2.14).

## 1.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de placer la problématique énoncée dans l'introduction dans son contexte. Après un bref rappel historique, les évolutions dans le guidage - pilotage des en-

gins volants ont montré l'importance que peut avoir un placement précis d'une gouverne de missile. C'est pourquoi nous avons vu comment les actionneurs électropneumatiques peuvent être une solution intéressante au positionnement d'une gouverne. Enfin comme tout système industriel, un actionneur de gouverne de missile doit atteindre un certain seuil de performance. Ces performances ont été présentées dans la dernière partie de ce chapitre à travers un benchmark décrivant les différents essais à mener et les contraintes à remplir.

L'ensemble des performances et contraintes présentées dans ce chapitre servent de base à la conception d'un banc d'essais dédié à l'évaluation d'un système électropneumatique comme actionneur de missile. Le chapitre suivant présente donc le dimensionnement des éléments composant le banc ainsi que sa modélisation en vue de sa commande.



---

## Chapitre 2

# Modélisation et commande linéaire du banc d'essai électropneumatique

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les contraintes qui orientent le choix des composants du banc d'essai. Les premiers composants du banc d'essai à être dimensionnés sont l'actionneur et le modulateur de puissance. En effet, de ces deux organes vont dépendre la majorité des performances statiques et dynamiques du banc.

La première partie de ce chapitre est donc consacrée au dimensionnement de ces deux composants.

Une fois l'ensemble servodistributeur/vérin choisi, la suite du chapitre présente une description physique du banc ainsi qu'une modélisation complète de celui-ci.

La modélisation se décompose en trois temps : nous allons d'abord présenter tous les composants qui forment le banc d'essai. Ce banc a été conçu de manière à être le plus proche possible d'un système compatible à une utilisation aéronautique. Lorsque cela a été possible, nous avons privilégié l'utilisation de composant issu de la chaîne de montage de MBDA.

Dans un second temps, nous allons détailler la modélisation de chaque composant. Le but est d'aboutir à un modèle de simulation puis à différents modèles de commande. Le modèle de simulation est primordial, ses fonctions sont multiples, il permet de :

1. pré-valider les lois de commande, le banc d'essai étant situé au laboratoire AMPERE de l'INSA de Lyon, il est nécessaire de disposer d'un outil de validation des algorithmes à Nantes avant de les implanter à Lyon,
2. évaluer des grandeurs non mesurables telle que la consommation énergétique et la raideur du système bouclé,
3. enfin des observateurs ont aussi pu être testés en simulation.

Dans un troisième temps, les derniers modèles présentés sont les modèles de commande. Deux de ces modèles sont fortement non linéaires, ils sont issus de simplifications du modèle de simulation. Il existe deux formes de modèle de commande non linéaire : la première forme possède une seule entrée ce qui permet de piloter une seule grandeur. En revanche, la seconde forme possède deux entrées ce qui autorise la synthèse de commande multivariable permettant de commander deux grandeurs en même temps.

La troisième partie du chapitre présente une commande linéaire par retour d'état partiel à gain variable Gain Scheduling. Cette commande servira de base de comparaison pour évaluer les performances des commandes non linéaires développées au Chapitre 3. La commande linéaire développée dans ce Chapitre repose sur les travaux de [26, 25]. Ce type de commande est bien connu de la DGA et sert de base de comparaison pour évaluer l'apport des commandes non linéaires [61, 58, 56, 60].

Enfin, dans la dernière partie du chapitre, une brève présentation de la stratégie de simulation reposant sur le principe de cosimulation est effectuée.

## 2.1 Choix de l'ensemble actionneur-servodistributeur

### 2.1.1 Contraintes physiques

Dans un missile, l'encombrement et le poids de tous les composants sont primordiaux. En effet chaque kilogramme supplémentaire réduit la portée de l'engin (à propulsion et motorisation constante). L'utilisation d'actionneurs de gouvernes électropneumatiques apporte plusieurs avantages par rapport aux autres actionneurs (électrique/hydraulique) : la puissance massique est plus importante et la source d'énergie peut être récupérée lors des phases de vol du missile. L'utilisation d'un actionneur électropneumatique est possible sous réserve que l'ensemble du système servodistributeur-vérin soit d'un encombrement minimal.

Pour choisir un ensemble servodistributeur-vérin, l'encombrement n'est pas la seule contrainte. Les contraintes de performance influencent directement le choix des composants électropneumatiques : la technologie et les débits massiques des servodistributeurs influencent directement la bande passante alors que de la section du piston dépend directement de la force développée par l'actionneur.

### 2.1.2 Choix du modulateur de puissance

Pour alimenter en air comprimé un actionneur, un modulateur de puissance est nécessaire. Deux types de modulateurs électropneumatiques sont disponibles : ceux à commande "Tout ou rien" et ceux à commande proportionnelle. A la vue des performances demandées par l'application, l'utilisation d'un servodistributeur proportionnel est indispensable (voir Introduction Générale).

Un servodistributeur proportionnel permet de commander le débit massique d'air entrant ou sortant. Pour alimenter un vérin double effet, il existe des servodistributeurs 3 et 5 voies : un distributeur 3 voies possède une sortie pouvant être reliée à une chambre de vérin, une admission pouvant mettre en relation une chambre du vérin avec la source d'air comprimé et un échappement permettant par exemple de vider une chambre du vérin (Figure 2.1). Si le vérin possède deux chambres, il faut deux distributeurs 3 voies. Un distributeur 5 voies contrôle les débits dans chacune des chambres du vérins. Ce distribu-

teur possède deux orifices vers les chambres du vérin, une entrée d'alimentation commune aux deux chambres et deux sorties de mise à l'échappement. Sous réserve que l'ensemble des fuites soient symétriques par rapport à la position fermée du servodistributeur, on peut remplacer un distributeur 5 voies par deux distributeurs 3 voies où les commandes des distributeurs 3 voies devront être de signes opposés. L'utilité des distributeurs 3 voies est de pouvoir piloter des vérins de grandes longueurs (et ainsi limiter les longueurs de tuyauterie) ou de disposer de deux entrées de commande sur le système (ce point étant particulièrement intéressant dans le cadre de notre application).

L'application étudiée ici nécessite plusieurs degrés de liberté : il faut en effet piloter la position de la tige du vérin ainsi que les pressions dans les chambres pour assurer un maximum de raideur afin de rejeter les perturbations dues aux efforts aérodynamiques s'exerçant sur la gouverne. Le choix se porte donc sur l'utilisation de deux servodistributeurs 3 voies permettant d'envisager des commandes multivariées. Dans le cadre de cette étude, l'objectif est d'utiliser des composants "sur étagère" afin de savoir si l'utilisation d'une source pneumatique est envisageable dans le cadre des applications décrites. Ce n'est qu'en cas de réponse positive que se posera la question du développement de composants spécifiques.

Le servodistributeur à choisir dans la gamme existante doit avoir pour caractéristiques principales :

1. Une bande passante la plus grande possible.
2. Une section de passage permettant d'atteindre des débits suffisants. La bande passante du système complet dépend en partie du temps d'établissement de la pression dans les chambres du vérin. Ce temps est fixé entre autre par le volume de la chambre et le débit massique de l'air. Il faut donc choisir un servodistributeur possédant une section de passage autorisant un débit suffisant.
3. Le dernier critère de choix du servodistributeur est son modèle. Pour effectuer de la commande avancée, une connaissance des débits massiques qui dépendent entièrement du choix du servodistributeur est indispensable. L'établissement d'un tel modèle est complexe et nécessite de nombreux essais expérimentaux, ce qui n'est pas l'objet de ces travaux. Il faut donc utiliser un servodistributeur dont le modèle est connu.

Le laboratoire AMPERE a participé à la conception d'un servodistributeur 3 voies : la "Servotronic" de la société ASCO JOUCOMATIC [105, 106]. Ce composant à une bande passante à  $-3$  dB de l'ordre de  $150$  Hz pour 50 % de la course et une section de passage autorisant un débit maximal de  $28$  g/s. Il s'agit d'un des composants les plus rapides du marché et un modèle a été développé et validé [15, 105, 106]. C'est pourquoi ce modulateur de puissance a été choisi pour équiper le banc d'essai.

### 2.1.3 Choix de l'actionneur

Deux types de vérins existent : tout d'abord, on peut citer les vérins simple effet dans lesquels la tige se déplace dans un sens sous l'effet de la pression de l'air sur le piston et revient en position d'origine grâce à un ressort placé entre le carter du vérin et le piston. Ce type de vérin possède un orifice par lequel l'air comprimé entre ou sort de la chambre.

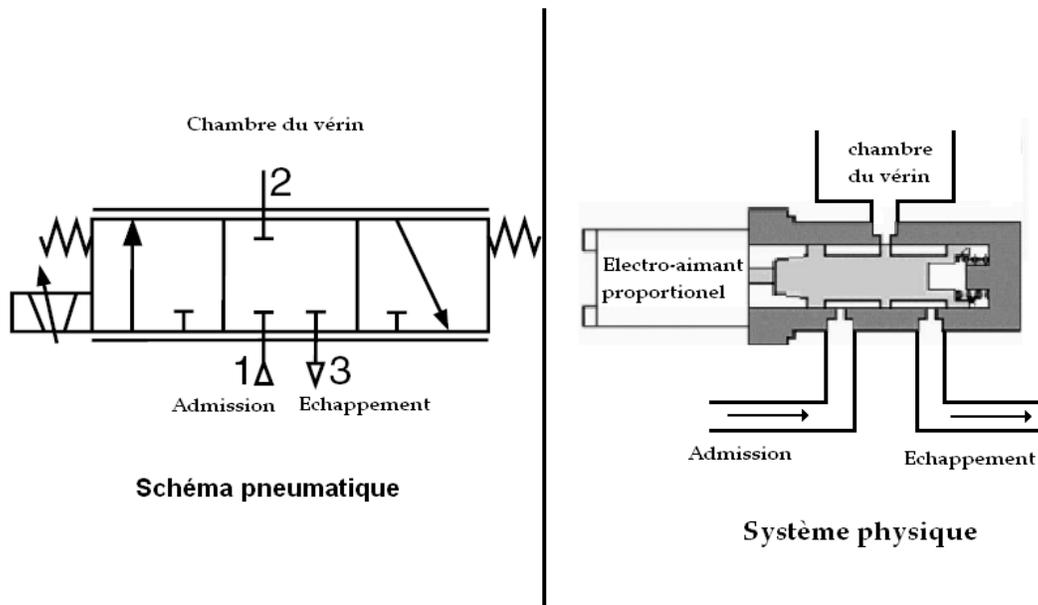


Figure 2.1: Schéma pneumatique (gauche) et représentation physique (droite) d'un servodistributeur 3 voies

Le comportement du vérin n'est pas symétrique et le déplacement est conditionné par la dynamique mécanique du ressort, il y a moins de degré de liberté dans le réglage de la commande. Il s'agit là d'un élément pénalisant pour l'application. Les vérins double effet possèdent deux chambres avec deux orifices d'échange de fluides distincts. On contrôle la pression dans chacune des chambres du vérin. Ces pressions appliquent une force de chaque côté du piston qui se situe entre les chambres. On peut commander cette force et par conséquent la dynamique de translation de la tige. C'est ce type de vérin que nous allons utiliser.

Le choix du vérin double effet se fait en fonction de plusieurs critères :

1. Utiliser un vérin à double tige permet d'avoir une section utile de piston identique de chaque côté et donc un effort identique dans les deux sens de déplacement.
2. Pour une pression donnée, la section du piston fixe la force maximale du vérin et sa bande passante en boucle ouverte (*c.f. Section 2.4.3*).
3. La section de la tige doit être suffisante pour transmettre les efforts. Cependant l'augmentation de la section de la tige diminue la section utile du piston

La gouverne est soumise à un effort symétrique, on utilisera donc un vérin à double tige. De plus la tige opposée à la charge permet de placer un capteur de position qui mesure le déplacement du piston. Cette mesure sera utilisée pour effectuer la régulation de position, le capteur de position de la charge étant soumis aux jeux de la chaîne de transmission.

Il existe une gamme de vérin appelé vérin compact dont les volumes morts sont réduits à 1 % du volume total. Ce type de vérin est utilisé lorsque l'application réclame un encombrement minimal. A la vue des contraintes de l'application, le vérin choisi appartient donc à cette gamme. L'alésage du vérin et le diamètre de la tige sont alors imposés parmi les différents choix de la gamme. Le vérin le plus approprié à notre étude dispose d'un

piston avec un alésage de  $63\text{ mm}$ , une tige de  $16\text{ mm}$  et une course de  $50\text{ mm}$ . Cela permet de développer une force maximale de  $1750\text{ N}$  sous une différence de pression entre les deux chambres de  $6\text{ bar}$ .

A partir de ces données, un servodistributeur et un vérin ont été dimensionnés. Ces deux composants étant à la base du système, la partie mécanique a été dimensionnée autour d'eux.

L'ensemble servodistributeur-vérin utilisé ne correspond pas aux normes d'encombrement pour une utilisation embarquée dans un missile. Mais le but de cette étude est de déterminer si les performances d'un système électropneumatique sont compatibles avec une utilisation aéronautique. Il a donc été convenu d'utiliser un servodistributeur permettant d'atteindre les performances souhaitées sans tenir compte des contraintes d'encombrement. (Photo 2.2)

Ces composants essentiels étant dimensionnés, nous allons maintenant nous intéresser à la description et à la modélisation du banc d'essai.

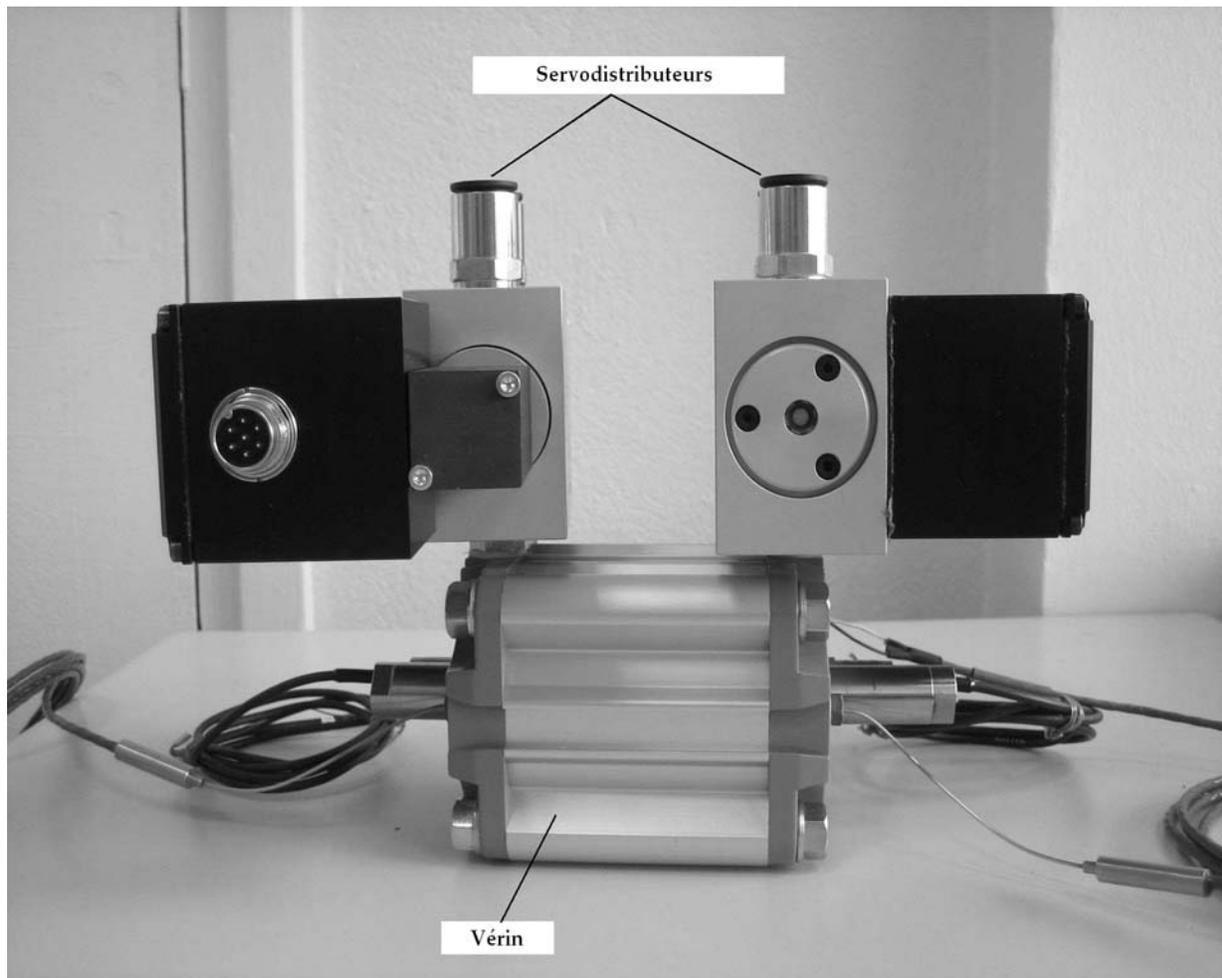


Photo 2.2: Ensemble servodistributeur + vérin

## 2.2 Description du banc

### 2.2.1 Description générale

Le banc est basé sur une architecture classique de système électropneumatique. A ce titre il est composé de plusieurs éléments (Figure 2.3) :

- Une source d'énergie pneumatique composée d'un compresseur délivrant un air filtré à pression constante de 8 *bars*<sup>1</sup>.
- Un modulateur de puissance permettant de convertir la commande calculée en volt, en débit massique entrant ou sortant de la chambre de l'actionneur.
- Un actionneur qui convertit l'énergie pneumatique issue du modulateur en une force linéaire permettant le déplacement de la charge.
- Une charge mobile.
- Une instrumentation composée de capteurs qui transforme une information physique (pression, position, force,...) en information électrique. L'information est conditionnée pour être compatible avec le calculateur.
- Un calculateur numérique qui délivre la commande appliquée sur les modulateurs de puissance. Cette commande est calculée en fonction de la (ou les) consigne(s) et des informations provenant des capteurs.
- Des frotteurs en teflon permettant d'ajouter des frottements secs supplémentaires.
- Une glissière à aiguille fixée à la tige du vérin sur laquelle est fixée la charge à déplacer linéairement.
- Des ressorts précontraints de manière à exercer un effort linéaire représentant les efforts aérodynamiques.

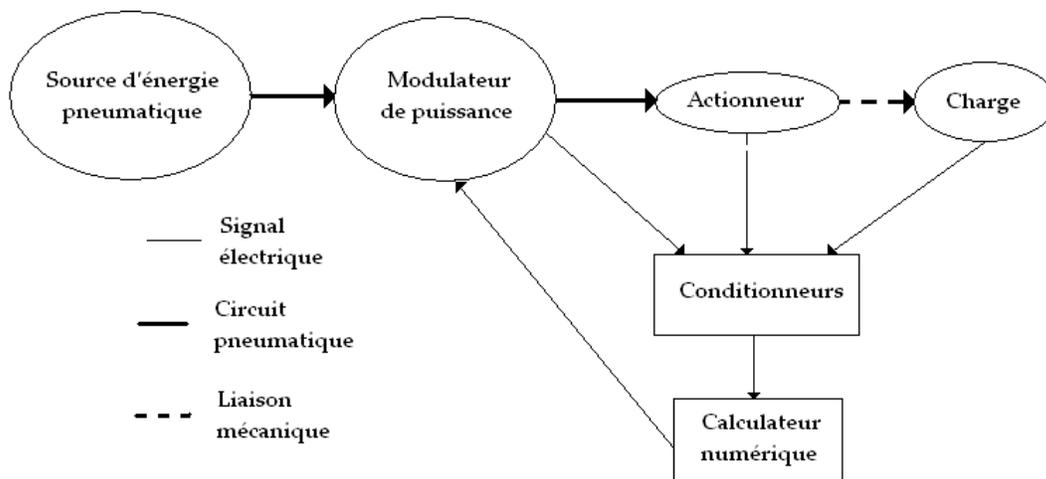


Figure 2.3: Représentation schématique de l'installation

Le banc d'essai est issu de la collaboration des différents partenaires

- L'intégration des servodistributeurs sur le vérin et des capteurs de pression et températures a été réalisée par la société Asco-Joucomatic (Photo 2.2).

<sup>1</sup>Dans tout le mémoire, la notation *bar* désignera les bars absolus, seule la pression atmosphérique sera précisée en bar relatif

- La partie mécanique du banc a été conçue par le LRBA.
- Le laboratoire de conception de prototypes de MBDA a réalisé et monté les pièces mécaniques.
- La partie électronique a été conçue et réalisée à l'Ecole Centrale de Nantes.
- Le choix des capteurs, du circuit pneumatique et du système numérique d'acquisition ainsi que l'intégration et l'installation du banc d'essai ont été effectués au Centre d'essais Fluid Power du laboratoire AMPERE (Photos 2.4).

## 2.2.2 Partie mécanique

### Le plateau de chargement

La partie mécanique du banc d'essai s'articule autour d'une glissière à aiguille qui constitue le plateau de chargement. Sur les missiles, les efforts transmis au vérin sont dus à des charges aérodynamiques (forces et moments aérodynamiques), aux frottements des liaisons (en particuliers des paliers) et aux inerties de la chaîne de transmission de mouvement. La glissière permet de représenter ces différents types d'efforts d'une manière linéaire, dans l'axe du vérin. Ce type de glissière permet d'obtenir de faibles frottements secs qui représentent 0.3 à 0.5 % de l'effort appliqué sur la glissière.

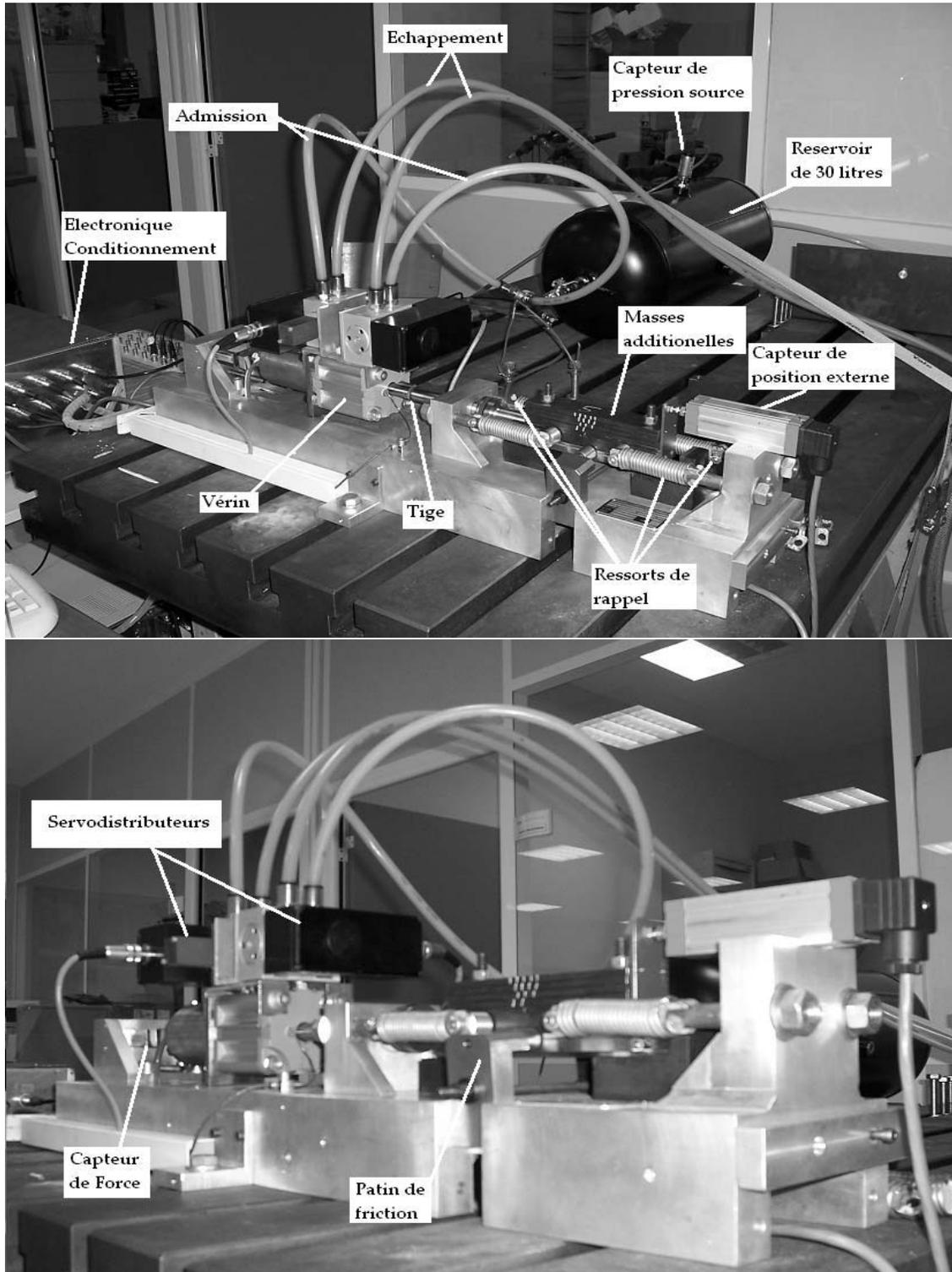
### La charge linéaire

Pour une vitesse aérodynamique donnée du missile, l'effort aérodynamique sur la gouverne varie suivant l'angle de braquage. Sur une plage angulaire parcourue, on considère que cette variation est linéaire. Sur l'application, ce couple de charge est ramené dans l'axe du vérin et la force résultante est reproduite par des ressorts. La charge maximale est obtenue lorsque le déplacement est maximal. Les ressorts sont montés précontraints de part et d'autre du chariot (figure 2.6) de manière à travailler uniquement en traction. La force de rappel développée par l'ensemble des ressorts est égale à  $K_r * y$  avec  $y$  position de la tige du vérin. Une caractérisation de chaque ressort effectuée sur un banc de charge linéaire (Figure 2.5) permet de déduire la raideur équivalente  $K_r$  des quatre ressorts. Les courbes sont obtenues autour d'une position précontrainte différente pour chaque ressort, seule la pente de la droite est utile au calcul de la raideur. La charge maximale vaut  $K_r * y_{max}$  et l'effort peut être positif ou négatif suivant le signe de la position, 0 mm étant la position centrale.

**Remarque 2** *Les raideurs de chaque ressort sont différentes et varient de plus de 4000 N/m. Les efforts exercés sur le vérin ne sont donc pas symétriques, la nécessité d'utiliser une commande robuste s'en trouve renforcée.*

### Frottements secs

Une autre partie des efforts sur la tige du vérin est due aux frottements de liaisons. Sur le banc d'essai, les frottements secs proviennent principalement des frottements des joints du piston du vérin qui peuvent représenter jusqu'à 10 % de l'effort maximal du vérin. Pour contrôler dans la mesure du possible les frottements secs, la glissière a été choisie avec un minimum de frottement et un frottement additionnel est créé par l'intermédiaire de



Photos 2.4: Photos de la plate-forme

deux patins frotteurs en teflon dont la pression est réglable à l'aide d'une vis (figure 2.6). Par la suite un autre frottement sec indépendant est apparu, il provient d'un montage non symétrique des ressorts reproduisant l'effort aérodynamique. Ce frottement s'ajoute

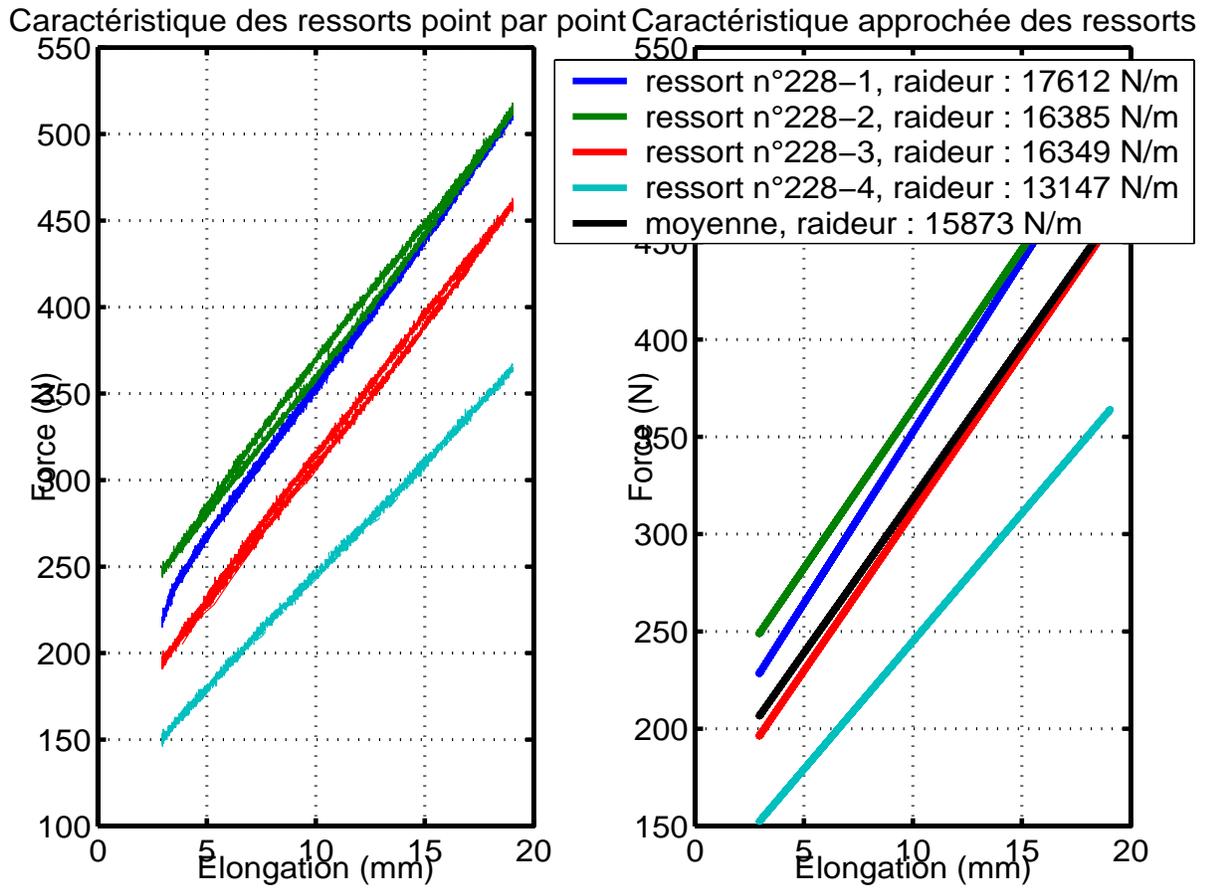


Figure 2.5: Courbes caractéristiques des ressorts obtenues autour d'une position précontrainte

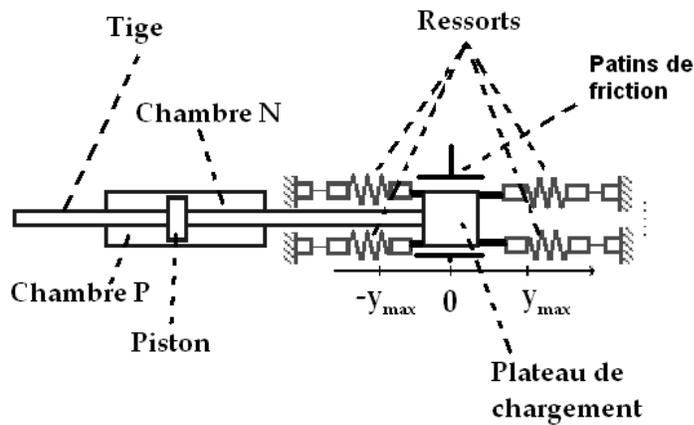


Figure 2.6: Montage des ressorts et patins de frictions

à celui des joints du vérin qui est également indépendant de tout réglage.

### Inertie

La troisième partie des efforts transmis au vérin est due à l'inertie des éléments composants la chaîne de transmission. Il est prévu un jeu de cinq masselottes de 200 g chacune permettant de porter l'ensemble des éléments mobiles du banc de 800 g à 1800 g.

### Liaisons

Les liaisons entre le vérin et le bâti d'une part et entre la tige et le chariot d'autre part sont assurées par des rotules permettant d'avoir des liaisons linéaires annulaires. Ce type de liaison empêche les efforts néfastes aux joints du vérin. Les rotules sont issues des chaînes de fabrication des missiles.

### Schéma de principe

Le schéma de principe (figure 2.7) permet de visualiser l'implantation de chaque élément composant le banc d'essai.

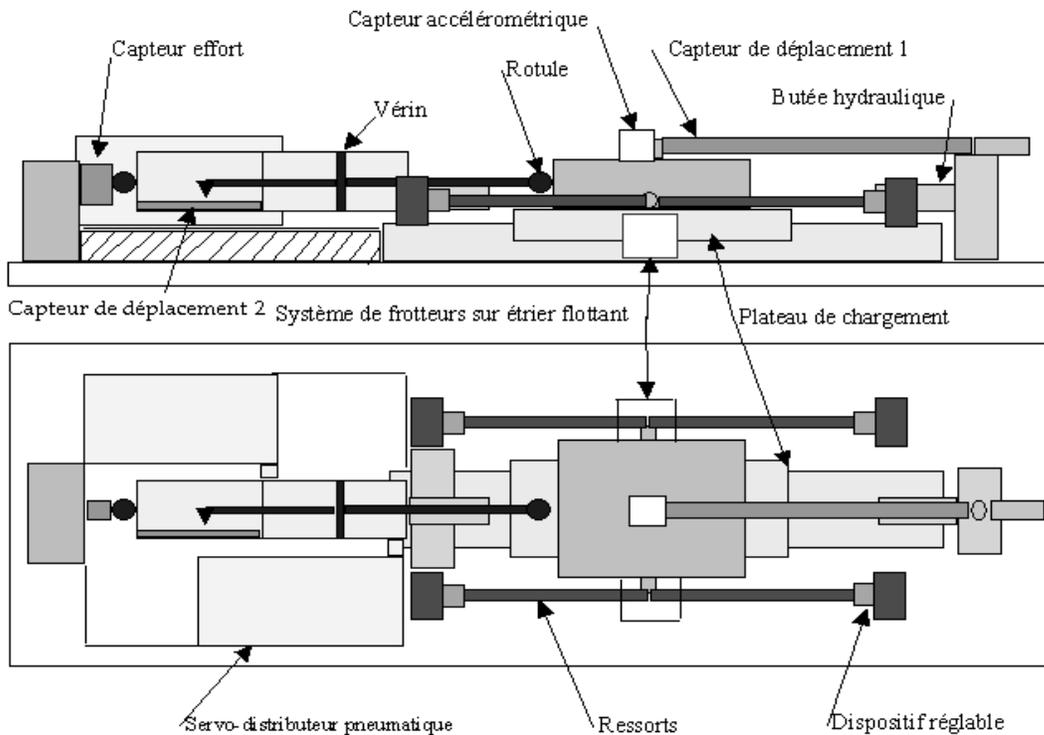


Figure 2.7: Schéma de principe de l'assemblage du banc

### 2.2.3 Partie pneumatique

La partie pneumatique se compose d'une source d'énergie délivrant de l'air comprimé filtré, d'un modulateur de puissance permettant de moduler la source d'énergie pneumatique via les commandes issues du calculateur et d'un actionneur transformant l'énergie pneumatique en force de translation.

#### Source d'énergie

L'air comprimé alimentant le banc provient d'un compresseur électrique (figure 2.8). Il délivre un air filtré à une pression de 8 bar. Le banc d'essai est dimensionné à partir d'une pression source de 7 bar, on utilise un détendeur/filtre pour obtenir les 7 bar. Afin de s'affranchir des fluctuations de pression source  $P_S$  provoquées par les variations de consommation d'air, l'air est stocké dans un réservoir de 30 l placé au plus près de l'actionneur. Ce réservoir est bien plus grand que le volume total de l'actionneur (0.15 l) ce qui permet de considérer la pression source  $P_S$  constante. Un capteur de pression placé dans le réservoir permet de vérifier cette hypothèse durant les expérimentations.

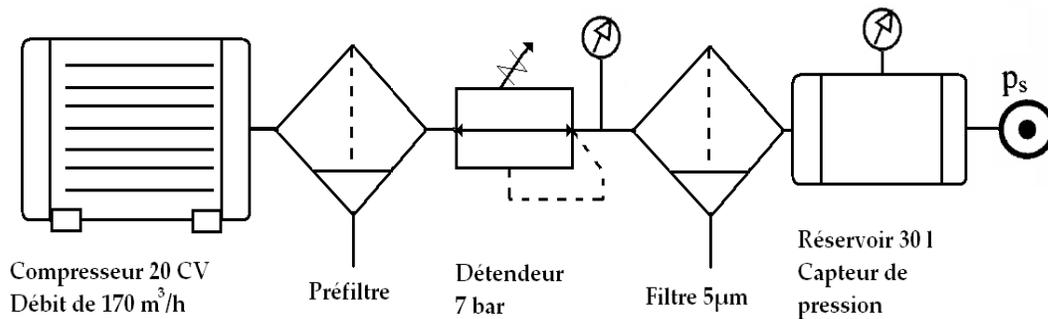


Figure 2.8: Alimentation et traitement de l'air comprimé

#### Le modulateur de puissance

Le modulateur de puissance est un servodistributeur proportionnel de la société ASCO JOUCOMATIC. Il a été développé dans le cadre de la thèse de S. Sesmat [105] et il est commercialisé sous le nom de "Servotronic" (figure 2.9). Ce servodistributeur permet de moduler la section de passage et donc les débits massiques d'air fournis aux chambres du vérin. Il y a deux servodistributeurs (un par chambre) de type 3/3 commandés électriquement grâce à des cartes de commande et de puissance intégrées. Ils délivrent un débit massique en fonction de la commande et des rapports de pression amont et aval.

Le servodistributeur est composé d'un tiroir coulissant dans une chemise, suivant la position du tiroir, l'orifice d'utilisation qui est relié à la chambre du vérin est mis en relation avec la pression source ou avec l'échappement. La section de passage de l'air est plus ou moins importante suivant la position du tiroir. Le déplacement du tiroir est assuré par un électroaimant proportionnel d'un côté et un ressort de l'autre. Le contrôle en puissance de l'électroaimant est réalisé par une commande de type modulation de largeur d'impulsion et la boucle de régulation en position du tiroir est assurée par un correcteur type  $PDD^2$ .

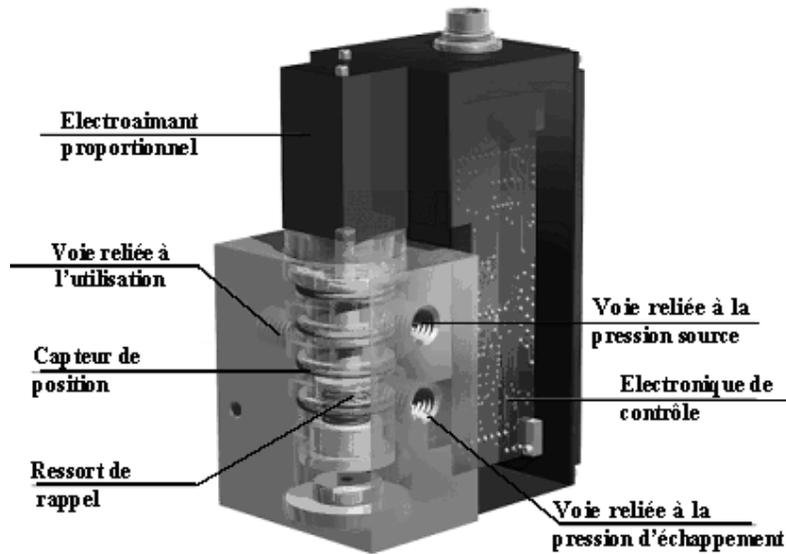


Figure 2.9: Servodistributeur SERVOTRONIC d'ASCO JOUCOMATIC

## L'actionneur

L'actionneur utilisé est un vérin double effet, double tige traversante. Il se compose de deux chambres séparées par un piston, un joint assure un minimum de fuite entre les chambres (elle sont considérées négligeables). La chambre dont l'augmentation de pression induit un déplacement positif (selon convention Figure 2.6) est notée  $P$  et la deuxième est notée  $N$ . Le vérin est traversé de part en part par une tige solidaire du piston. La double tige permet d'avoir un piston symétrique, ce qui implique que les forces mises en jeu seront symétriques. Le vérin possède d'origine des restrictions sur les orifices d'entrée/sortie du fluide. Ces restrictions servent d'amortisseur pneumatique en cas de déplacement trop brutal du piston dans une zone proche du carter, la limitation du débit de fuite créé dans la chambre en compression un amortisseur pneumatique. Pour augmenter la dynamique du système, ces restrictions ont été supprimées. La course est également réduite en fonction de l'application.

### 2.2.4 Instrumentation

#### Les capteurs de pression

Le premier capteur de pression se situe dans le réservoir de 30 l qui sert d'accumulateur au système. Ce capteur de pression permet de vérifier l'hypothèse selon laquelle la pression source est constante, et permet aussi de contrôler le réglage de cette pression source. Ce capteur n'est pas utilisé dans les lois de commande.

Les pressions dans les chambres du vérin sont mesurées avec des capteurs de pression hautes performances. Ce sont des capteurs miniatures de la marque KULITE qui sont implantés directement dans les chambres. Ils disposent d'une grande précision et d'une large bande passante. Leur montage est délicat, ils doivent être placés à membrane affleurante au niveau des chambres (Figure 2.10). Les informations issues de ces capteurs sont

utilisées dans le calcul de certaines stratégies de commande.

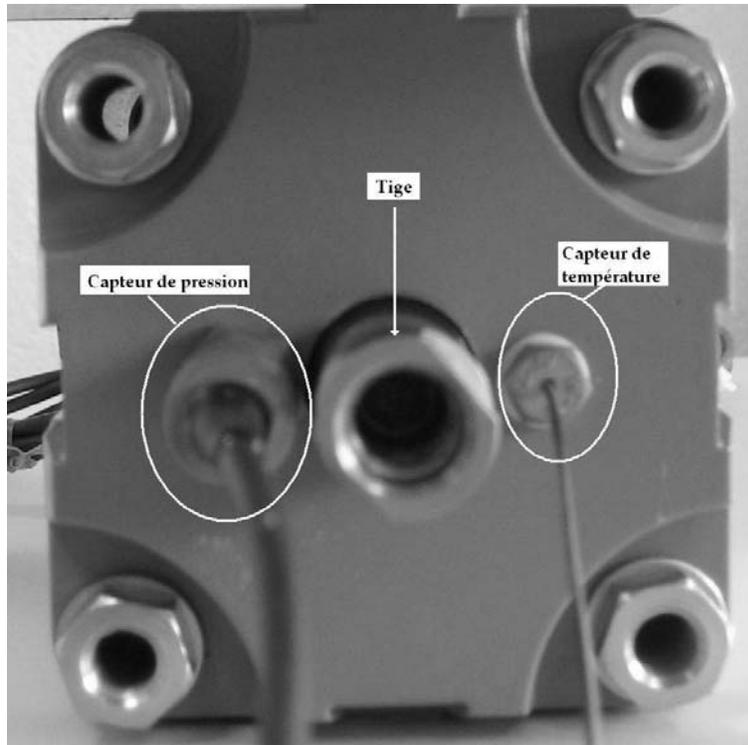


Figure 2.10: Implantation des capteurs de pression (gauche) et de température (droite)

### Les capteurs de position

Le banc est équipé de deux capteurs de position. Le premier, celui qui sera utilisé pour le calcul de la commande, est issu de la chaîne de montage de missile de MBDA, les caractéristiques qui ont été communiquées sont les suivantes : il s'agit d'un capteur potentiométrique ayant une plage de mesure de  $45\text{ mm}$ , alimenté en  $0 - 10\text{ V}$ , il est composé de deux pistes reliées par des cils. La tension de sortie est proportionnelle à la position des cils sur les pistes. Les pistes sont montées sur le carter de protection de la tige arrière du vérin et les cils sont collés sur la tige. Ce capteur mesure donc la position de la tige du vérin.

Le second capteur de position est également potentiométrique. Il s'agit d'un capteur de position standard qui permet de mesurer la position du chariot. Grâce à ces deux capteurs, on obtient une mesure du jeu entre la tige du vérin et la position du chariot.

### Capteurs de températures et de force

Les chambres du vérin sont équipées de capteur de température permettant de mesurer l'évolution de la température de l'air lors de long cycle de fonctionnement.

Un capteur de force composé d'une jauge de déformation en "S" permet de mesurer l'effort entre le carter du vérin et le bâti. Il s'agit de l'effort pneumatique plus les frottements des joints du vérin (c.f. 2.3.3). Ce capteur ne sert pas à la commande.

## Le système numérique de contrôle commande

Les algorithmes de commande et d'observation sont implantés sur une carte de calcul numérique DS1005 PPC Board de DSPACE. Cette carte possède un processeur PowerPC 750GX cadencé à  $1\text{ GHz}$  et elle est parfaitement adaptée au prototypage rapide. Cette carte est totalement autonome et une fois programmée par l'intermédiaire d'une liaison ethernet elle peut gérer le système sans liaison avec le pc. Les entrées/sorties sont assurées par des cartes de types DS2001 pour les signaux d'entrées et DS2002 pour les signaux de sortie. Ces cartes sont connectées à la DS1105 ce qui permet d'ajuster le nombre d'entrées/sorties en fonction des besoins de l'application.

## Schéma du banc d'essai

Le banc complet avec son instrumentation est représenté sur le schéma 2.11.

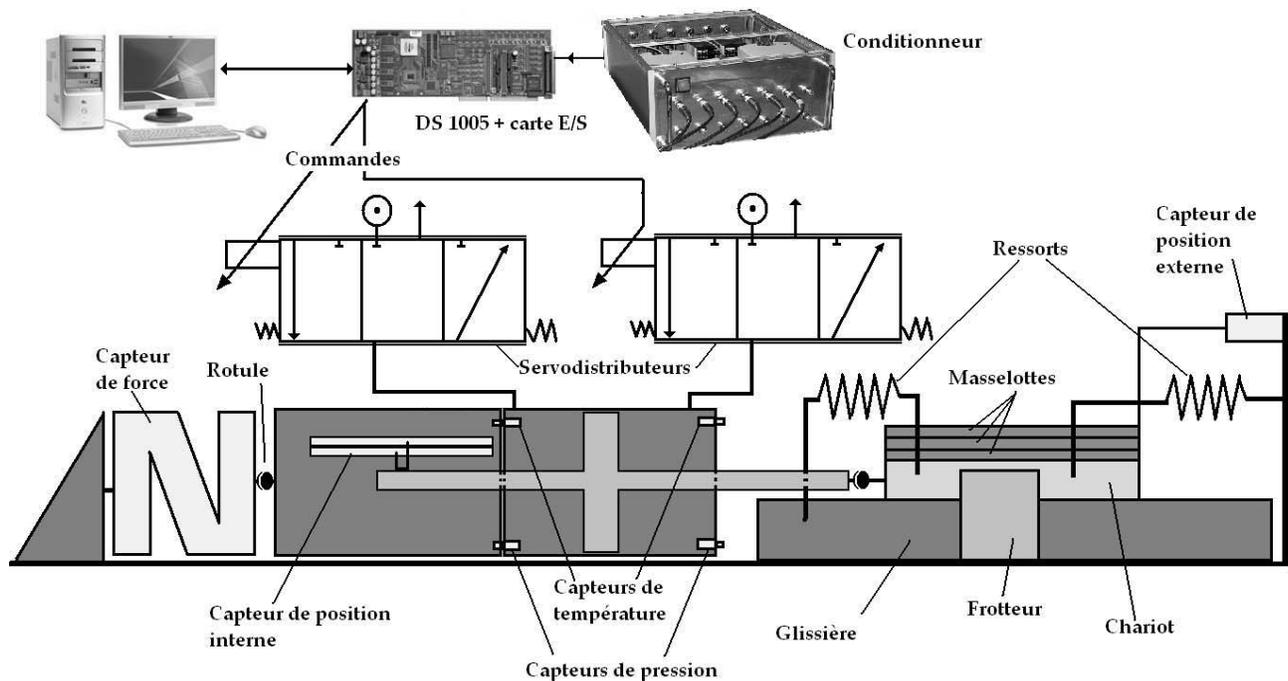


Figure 2.11: Schéma du banc d'essai

Les sections suivantes présentent la modélisation de chaque élément composant le banc.

## 2.3 Modélisation des différents organes

### 2.3.1 Servodistributeurs

Le servodistributeur utilisé est un proportionnel à trois voies. Ce type de modulateur permet de mettre en relation soit la source de pression  $p_S$  soit la pression d'échappement  $p_E$  avec un orifice de sortie (figure 2.12). Dans notre cas cet orifice débouche dans la chambre du vérin.

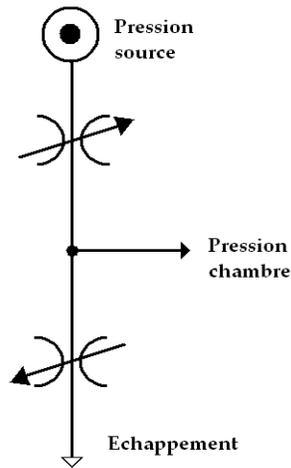


Figure 2.12: Schéma d'une interface 3 voies

La modélisation présentée ici porte sur le débit massique d'air traversant le servodistributeur en fonction de la tension de commande et des pressions amont/aval. Cette tension de commande est traitée comme la consigne de position du tiroir du servodistributeur.

**H1** On considère l'hypothèse classique : les transitoires de débit sont nuls. C'est à dire qu'à un instant donné, le débit est identique à celui obtenu en régime stationnaire. Il dépend uniquement de la position du tiroir et des pressions amont et aval.

Sous cette hypothèse, le servodistributeur peut être modélisé en deux parties :

- Une première partie permettant de reproduire la dynamique de la position du tiroir
- Une seconde partie modélisant l'étage pneumatique et donnant le débit massique stationnaire en fonction de la position du tiroir et de la pression à l'orifice d'utilisation (les pressions source et d'échappement étant considérées comme constantes).

La partie modélisant la dynamique du placement en position du tiroir est détaillé dans [105]. Pour le modèle de simulation développé ici, le modèle de la partie dynamique se limite à une fonction de transfert de 2<sup>nd</sup> ordre. Les données constructeurs présentent une bande passante à  $-3$  dB à  $150$  Hz pour 50 % de la course, c'est cette bande passante qui sera utilisée même si nous utilisons le tiroir sur 100 % de la course. La fonction de transfert entre la position du tiroir et la commande est

$$\frac{y_{tir}}{u} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2} \quad (2.1)$$

Avec  $\omega_0 = 942$  rd/s et  $\zeta = 0.707$ .

[106] a montré qu'une caractérisation globale de l'étage en débit était utile pour obtenir un modèle de simulation. Des essais expérimentaux permettent d'obtenir une caractérisation statique du débit en fonction de la commande  $U$  et de la pression dans la chambre  $p$  (à valeur de pression source et d'échappement connues) (Figure 2.13). Cette caractérisation est statique car la mesure du débit est effectuée lorsque la commande  $U$  est constante et que la pression  $p$  est stabilisée. Le modèle de l'étage statique est alors un tableau de

points issus de mesures expérimentales [105].

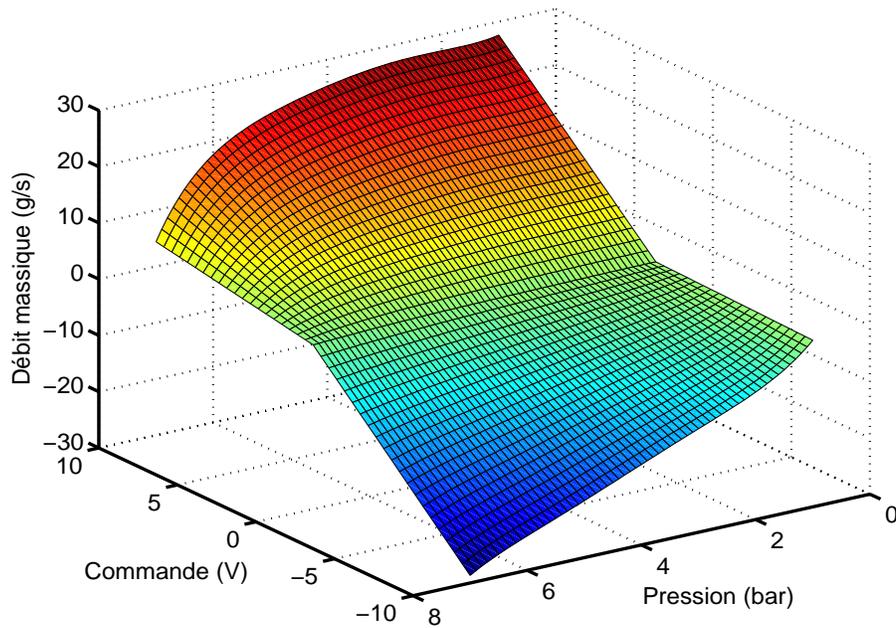


Figure 2.13: Caractéristique de débit massique expérimental bidimensionnel statique global

La caractérisation de l'étage de débit s'est faite à partir de la commande  $U$  et non en fonction de la position du tiroir. Cette simplification est possible car [106] a montré que la commande en position du tiroir comporte une hystérésis très faible. La position du tiroir est directement l'image de la consigne. La fonction de transfert modélisant la dynamique du servodistributeur a donc un gain statique unité. Les deux servodistributeurs utilisés sont considérés identiques et sont modélisés pour la simulation par le schéma figure 2.14 où  $u$  est la commande calculée,  $p$  est la pression dans la chambre du vérin,  $u_{tir}$  est l'image de la position du tiroir et  $q_m$  est le débit massique traversant le servodistributeur.

### 2.3.2 Vérin

Le vérin est composé de deux chambres à volumes variables en fonction de la position du piston. L'étape suivante consiste à modéliser leur mise sous pression. Les hypothèses classiques permettant d'écrire les équations sont les suivantes [65] :

- L'air est un gaz parfait.
- L'énergie cinétique du gaz est négligeable dans la chambre.
- L'écoulement s'effectue sans échange de travail, ni de chaleur avec l'extérieur.
- L'échange de travail avec le piston est réversible.
- Les conduites de mise sous pression et de mise à l'échappement sont à la même hauteur.

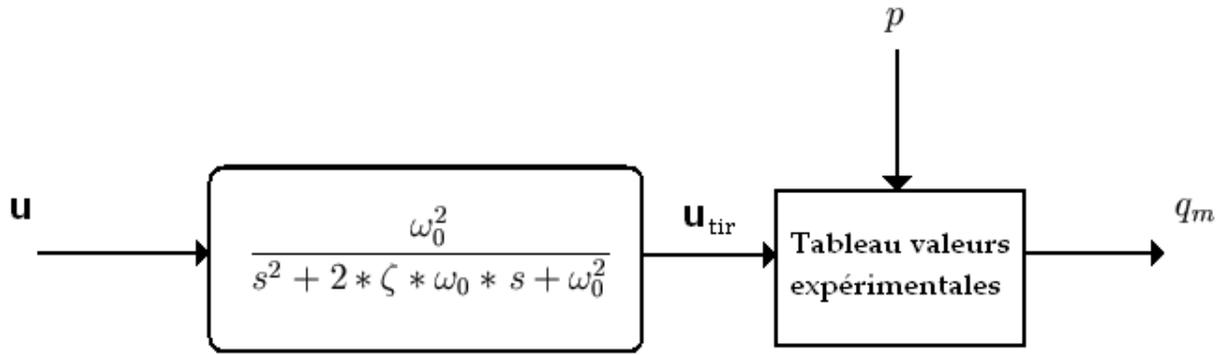


Figure 2.14: Modélisation d'un servodistributeur

Une chambre à volume variable  $V$  peut être schématisée selon la figure 2.15. Considérons le gaz contenu dans ce volume et prenons pour hypothèse que les variables de pression  $p$  et de température  $T$  sont homogènes. L'équation de continuité appliquée au volume  $V$  fournit :

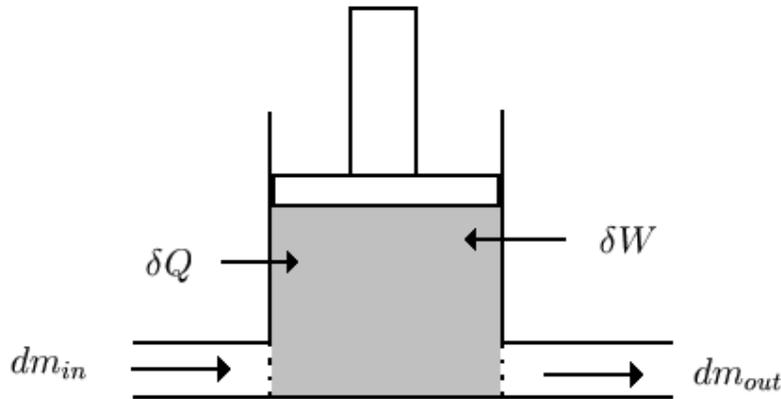


Figure 2.15: Schéma d'une chambre à volume variable

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dm_{in}}{dt} - \frac{dm_{out}}{dt} = q_{m_{in}} - q_{m_{out}} \quad (2.2)$$

Autrement dit la variation de masse  $m$  à l'intérieur de la chambre est égale à la différence de débit massique  $q_{m_{in}}$  entrant et  $q_{m_{out}}$  sortant.

La variation d'énergie interne  $dE$  contenue dans le volume  $V$  découle de l'application du premier principe de la thermodynamique <sup>2</sup> appliqué à un système ouvert <sup>3</sup> avec discontinuité des grandeurs thermodynamiques.

<sup>2</sup>Le premier principe est aussi connu sous le nom de principe d'équivalence, dans la mesure où il exprime l'équivalence entre les diverses formes d'énergie. En d'autres termes, il s'agit d'un bilan global dans lequel l'énergie peut se manifester ou se transformer sous une forme ou une autre.

<sup>3</sup>A masse non constante

$$dE = h_{in}dm_{in} - h_{out}dm_{out} + \delta W + \delta Q \quad (2.3)$$

S'il y a réversibilité mécanique, le travail fourni au gaz devient :

$$\delta W = -pdV \quad (2.4)$$

En utilisant l'hypothèse du gaz parfait<sup>4</sup>, on peut exprimer l'énergie interne  $E$  et l'enthalpie massique  $h$  en fonction de la température ainsi que de la masse  $m$  dans le volume  $V$  :

$$m = \frac{pV}{rT} \quad (2.5)$$

L'énergie interne du gaz contenu dans la chambre est :

$$E = mc_v T \quad (2.6)$$

où  $c_v$  est la chaleur spécifique massique du gaz à volume constant.

L'enthalpie massique du flux de matière entrant est donnée par :

$$h_{in} = c_p T_s \quad (2.7)$$

où  $c_p$  est la chaleur spécifique massique du gaz à pression constante.

La température  $T_s$  est la température de la source, il s'agit de la température d'arrêt amont du fluide. L'enthalpie massique du flux sortant est :

$$h_{out} = c_p T \quad (2.8)$$

avec  $T$  température de la chambre.

En utilisant ces équations et d'après les propriétés thermodynamiques données par la loi de Mayer dans le cas d'un gaz parfait :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{c_p}{c_v} \\ c_v &= \frac{r}{\gamma - 1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

A partir des équations ci-dessus, il est possible d'écrire les deux équations d'état régissant l'évolution de la température et de la pression en fonction de la valeur et de la vitesse de variation du volume et des débits entrant et sortant :

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = -(\gamma - 1) \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{rT}{pV} (\gamma T_s - T) q_{m^{in}} - \frac{rT^2}{pV} (\gamma - 1) q_{m^{out}} + (\gamma - 1) \frac{T}{pV} \frac{\delta Q}{dt} \\ \frac{dp}{dt} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma rT}{V} q_{m^{in}} - \frac{\gamma rT}{V} q_{m^{out}} + \frac{(\gamma - 1)}{V} \frac{\delta Q}{dt} \end{cases} \quad (2.10)$$

---

<sup>4</sup>On néglige le volume propre des molécules devant le volume total occupé par le gaz et on néglige toutes les interactions entre les molécules à l'exception des interactions qui ont lieu lors des chocs entre ces molécules.

L'échange thermique peut être simplifié en négligeant les échanges de chaleur par rayonnement et l'inertie thermique des parois du cylindre. En supposant que la température des parois est identique à la température de la source, l'échange thermique décrit alors :

$$\frac{\delta Q}{dt} = S_e \lambda (T_s - T) \quad (2.11)$$

avec  $S_e$  surface d'échange entre le gaz et les parois de la chambre et  $\lambda$  le coefficient de transfert thermique par convection entre le gaz et la paroi. Ce coefficient est en général déterminé expérimentalement et il peut être considéré comme variable lors d'une modélisation fine.

Si on suppose qu'il existe une relation entre la température et la pression, on peut écrire un modèle simplifié d'une chambre à volume variable. Pour cela on adopte en général une loi polytropique  $T^k p^{1-k} = \text{constante}$  où le coefficient  $k$  est choisi expérimentalement entre la valeur isotherme  $k = 1$  et la valeur pour l'isentropique  $k = \gamma = 1.4$  [5, 36].

En considérant cette loi d'évolution, de l'équation des gaz parfaits et de l'équation de continuité, le modèle s'écrit :

$$\begin{cases} T^k p^{1-k} = T_0^k p_0^{1-k} \\ \frac{dp}{dt} = -k \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{krT}{V} (q_{m^{in}} - q_{m^{out}}) \end{cases} \quad (2.12)$$

C'est le modèle 2.12 qui a été retenu pour simuler l'évolution de la pression et de la température dans une chambre, avec un coefficient polytropique  $k = 1.2$ .

Le vérin est composé de deux chambres à volume variable. La chambre qui induit un déplacement positif lorsque sa pression interne est la plus importante est notée  $P$ , l'autre est notée  $N$ . On suppose que les fuites entre les chambres sont négligeables, comme c'est le cas pour la majorité des axes pneumatiques en translation. Les dynamiques des pressions et des températures dans chaque chambre sont données par

$$\begin{cases} T_P = T_0 \left( \frac{p_0}{p_P} \right)^{\frac{1-k}{k}} \\ \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_P}{V_P(y)} [q_{m^P}(u_P, p_P) - \frac{S}{rT_P} p_P v] \end{cases} \quad (2.13)$$

pour la chambre  $P$

$$\begin{cases} T_N = T_0 \left( \frac{p_0}{p_N} \right)^{\frac{1-k}{k}} \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_N}{V_N(y)} [q_{m^N}(u_N, p_N) + \frac{S}{rT_N} p_N v] \end{cases} \quad (2.14)$$

pour la chambre  $N$

Les volumes des chambres  $V_P$  et  $V_N$  tiennent compte des volumes morts qui représentent chacun 1 % du volume total.

$$\begin{cases} V_P(y) = V_0 + Sy \\ V_N(y) = V_0 - Sy \end{cases} \quad (2.15)$$

où  $V(0) = S\frac{l}{2} + 0.01Sl$  avec  $l$  course totale du vérin

### 2.3.3 Equations mécaniques

#### Deuxième loi de Newton

Le modèle de la partie mécanique est obtenu en appliquant le principe fondamental de la mécanique à une masse mobile en translation. En faisant l'hypothèse que la liaison tige-chariot est rigide et qu'il s'agit d'un solide indéformable, le bilan des forces appliquées sur la partie mobile de masse  $M$  est :

- Les forces pneumatiques dans l'actionneur :  $S(p_P - p_N)$ ,
- Les actions de frottements secs et visqueux sur le piston et sur la charge :  $F_f$
- Les forces de rappel des ressorts (symbolisant les forces aérodynamiques) :  $K_r y$

**Remarque 3** *L'effort mesuré par le capteur de force du banc est l'effort entre la tige du vérin et le bâti. Il est constitué de l'effort pneumatique  $S(p_P - p_N)$  et des frottements entre les joints de la tige et le carter du vérin.*

On obtient alors les deux équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - F_f - K_r y] \end{cases} \quad (2.16)$$

Ces équations prennent en compte l'ensemble des frottements ainsi que les forces de rappel provenant des ressorts. Pour la synthèse de commande, les frottements secs sont inconnus et les efforts issus des ressorts sont considérés comme des perturbations à rejeter, ils n'apparaissent donc pas dans les modèles de commande. Les équations présentées ci-dessus permettent d'établir différents modèles.

#### Les frottements

Le modèle de frottement de simulation retenu n'est fonction que de la vitesse. Ainsi les frottements  $F_f$  sont composés de frottements visqueux  $F_{visq}$  en  $[N]$  et de frottements secs  $F_{sec}$  en  $[N]$ . Les frottements visqueux sont proportionnels à la vitesse :  $F_{visq} = bv$  avec  $b$  le coefficient de frottements visqueux en  $[N/(m/s)]$  et  $v$  la vitesse de la tige en  $[m/s]$ . Pour les frottements secs, il existe plusieurs modèles dans la littérature [124, 6], mais pour notre application, nous avons choisi d'utiliser le modèle de frottements proposé par le logiciel AMESim. Ce modèle repose sur les travaux de Karnopp et Armstrong-Helouvry [66, 6] :  $F_{sec} = f_{dry} \cdot \text{sgn}(v)$  avec :

$$f_{dry} = \begin{cases} F_S & \text{Si } |v| < d_{vit} \\ F_C + (F_S - F_C) \exp\left(-\frac{|v - d_{vit}|}{c}\right) & \text{Si } |v| > d_{vit} \end{cases} \quad (2.17)$$

La figure 2.16 représente la loi d'évolution de ces frottements sous AMESim.

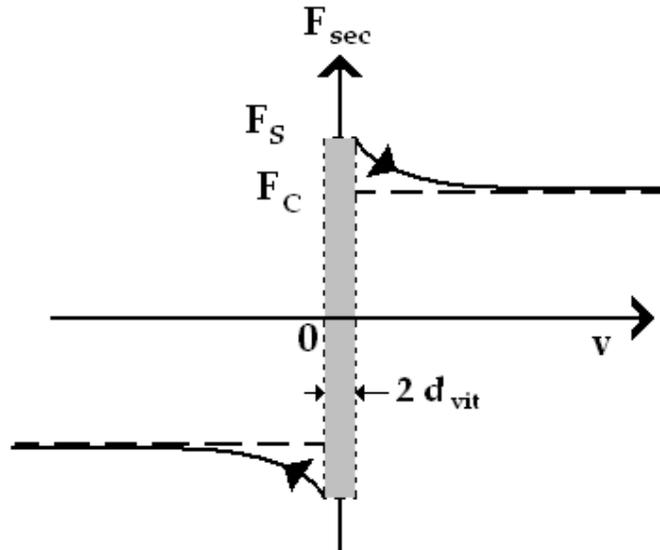


Figure 2.16: Schématisation du modèle de simulation des frottements secs

## 2.4 Modèles

Pour des raisons de sécurité et de risques de destruction en cas de choc en butée, toutes les lois de commandes ou les observateurs doivent être validés en simulation à Nantes avant d'être testés sur le banc d'essai à Lyon. Le modèle de simulation est établi en vue d'être implanté sur le logiciel AMESim<sup>5</sup>

### 2.4.1 Modèle de simulation

Le modèle de simulation utilisé sous AMESim est basé sur les équations (2.1) et (2.10) avec un échange thermique décrit par (2.11). La composante statique du débit est composé du tableau de points expérimentaux (Figure 2.13). Le modèle de simulation (Figure 2.17) se présente sous une forme non linéaire par rapport à l'état et par rapport à la variable de commande physique : la tension  $U$ .

En plus des éléments modélisés ci-dessus, le modèle de simulation comporte des capteurs de position, vitesse et accélération qui donne une "mesure" directe de la grandeur. Il

<sup>5</sup>AMESim est un logiciel dédié à la simulation des systèmes à fluide sous pression. Il est développé par la société IMAGINE (groupe LMS, Engineering Innovation) et est basée sur un principe d'échange de puissance entre les divers composants d'un système.

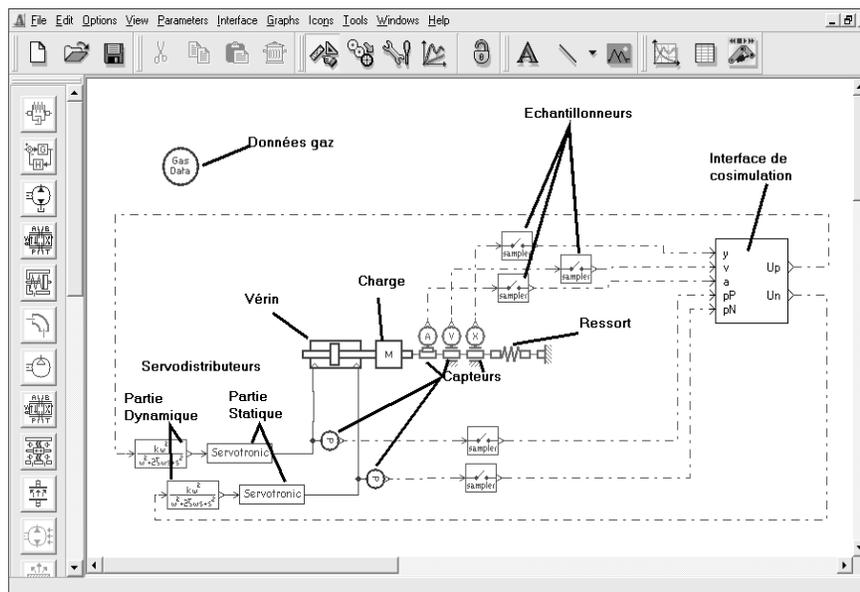


Figure 2.17: Modèle de simulation du système électropneumatique sous AMESim

Il y a également des échantillonneurs cadencés à  $1 \text{ kHz}$ , ce qui correspond à la fréquence d'échantillonnage de la carte DSPACE. Le but de ces éléments est d'obtenir un modèle de simulation le plus proche possible du système réel.

Pour synthétiser des lois de commandes explicites sans résolution de boucle algébrique, un modèle affine en la commande est nécessaire. Le but de la section suivante est d'établir ce modèle.

## 2.4.2 Modèle de commande

### Introduction

Le modèle de commande utilisé pour appliquer la théorie de la commande non linéaire doit être un compromis entre le modèle complet du système dont la complexité rend la synthèse de loi de commande compliquée et un modèle simplifié où les hypothèses considérées doivent être réalistes.

**La force aérodynamique qui est modélisée par les ressorts dans le modèle de simulation, doit être considérée comme une perturbation.** En aucun cas la raideur des ressorts ou la forme de la perturbation ne doivent intervenir dans la synthèse des lois de commande.

La première hypothèse prise dans l'élaboration du modèle est de considérer que les variations de température sont négligées devant la température ambiante  $T$ . Cette simplification est utilisée sur la plupart des applications où la température source est constante et autour de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Elle suffit aux besoins de commande, il est commun de considérer  $T_P = T_N = T$ .

La seconde hypothèse permet de simplifier le modèle des servodistributeurs. Cette simplification repose sur la différence d'échelle de temps entre la dynamique de positionnement du tiroir et la dynamique de positionnement du vérin. L'ensemble composé du vérin et des ressorts en boucle ouverte possède une bande passante dix fois plus faible que le tiroir du servodistributeur (*c.f.* Section 2.4.3). La dynamique de positionnement du tiroir est négligée, le modèle des servodistributeurs se résume donc à son étage statique (*c.f.* Section 2.3.1).

Sous les deux hypothèses précédentes, le modèle s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT}{V_P(y)} \left[ q_{mP}(u_P, p_P) - \frac{S}{rT} p_P v \right] \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT}{V_N(y)} \left[ q_{mN}(u_N, p_N) + \frac{S}{rT} p_N v \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - F_f] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Le modèle du débit massique  $q_m$  basé sur le relevé expérimental de point (*c.f.* Section 2.3.1) est difficilement exploitable. En appliquant les lois d'écoulement des fluides dans une restriction issue de la mécanique des fluides, les modèles obtenus pour l'étage en débit d'un servodistributeur ne sont pas exploitables pour la synthèse de commandes non linéaires. Une reconstruction du débit massique d'utilisation à partir des restrictions d'admission et d'échappement disposées en demi-pont de Wheatstone est possible [99] mais cette modélisation est une source d'erreur importante si le débit de fuite n'est pas négligeable. Dans le cas du servodistributeur SERVOTRONIC, les fuites maximales sont de l'ordre de  $50 \text{ Nl/mn}$  pour un débit maximal de  $1400 \text{ Nl/mn}$ . Il est donc préférable de caractériser globalement le servodistributeur en donnant directement le débit d'utilisation en fonction de la tension de commande et de la pression d'utilisation.

L'étage statique caractérisé par un tableau de points expérimentaux a été approximé au sens des moindres carrés par des fonctions polynomiales affines en la commande [15].

$$q_m(u, P) = \varphi(P) + \psi(P, \text{sgn}(u))u \quad (2.19)$$

où  $\varphi$  et  $\psi$  sont des fonctions polynômiales d'ordre 5.

- $\varphi$  représente le débit de fuite dans le servodistributeur. Elle est homogène à des  $kg/s$
- $\psi(P, \text{sgn}(u))$  est une fonction dépendant du signe de la commande. En effet la fonction modélisant le débit à l'échappement ( $u < 0$ ) est différente de la fonction modélisant le débit à l'admission ( $u > 0$ ). Elle est homogène à des  $kg/s/V$ .

Les polynômes d'ordre 5 modélisant les fonctions de débits sont donnés sur la figure (Figure 2.18).

Ces approximations génèrent des erreurs sur les débits massiques très faibles, inférieures à  $0.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$  [15] soit 2.5 % de l'effort maximal.

La dernière simplification permettant d'obtenir le modèle de commande est la simplifica-

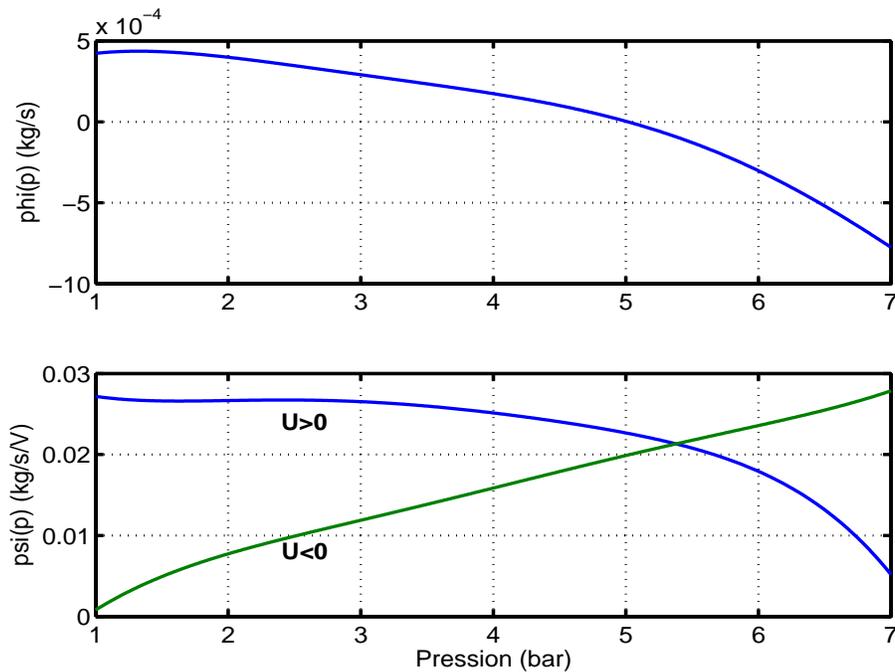


Figure 2.18: Evolution des polynômes modélisant les débits  $\varphi(p)$  et  $\psi(p, \text{sgn}(U))$  en fonction de la pression

tion du modèle de frottement. Le modèle de commande ne tient compte que des frottements visqueux qui s'expriment par l'équation  $F_{visq} = b * v$  (c.f. Section (2.3.3)).

### Modèle multientrée

En considérant toutes les hypothèses classiques présentées dans les sections précédentes et en utilisant l'approximation polynomiale du débit massique, le modèle de commande peut être écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) + \psi(p_P, \text{sgn}(u_P)u_P) - \frac{S}{rT}p_P v \right] \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \psi(p_N, \text{sgn}(u_N)u_N) + \frac{S}{rT}p_N v \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - bv] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Une forme du modèle affine en la commande peut s'écrire :

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + G(\underline{x}) \times \underline{u} \quad (2.21)$$

avec

$$\underline{x}^T = (p_P, p_N, v, y) \quad (2.22)$$

et

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} u_P \\ u_N \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Les champs des vecteurs  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont définis par les relations suivantes :

$$f(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) - \frac{S}{rT} p_P v \right] \\ \frac{krT}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S}{rT} p_N v \right] \\ \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - bv] \\ v \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

et

$$g(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(u_P)) & 0 \\ 0 & \frac{krT}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(u_N)) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

### Modèle monoentrée

Comme présenté dans le chapitre précédent, sous certaines hypothèses, deux servodistributeur 3 voies possédant des commandes en opposition de signe ont le même comportement qu'un seul servodistributeur 5 voies. Dans ces conditions, il existe un modèle affine en la commande monoentrée identique au modèle (2.20) mais ayant des commandes de signe opposé  $u_P = -u_N = u$  :

$$\begin{cases} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) + \psi(p_P, \text{sgn}(u))u - \frac{S}{rT} p_P v \right] \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) - \psi(p_N, \text{sgn}(-u))u + \frac{S}{rT} p_N v \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - bv] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (2.26)$$

Ce modèle peut s'écrire sous la forme  $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) \times u$  où le champ du vecteur  $f(\underline{x})$  est défini par (2.24) et  $g(\underline{x})$  est défini par la relation :

$$g(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(u)) \\ -\frac{krT}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-u)) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Les deux modèles (2.20) et (2.26) vont servir pour l'application de la théorie des systèmes non linéaires. Ils permettront d'effectuer la synthèse de lois de commande par modes glissants d'ordre supérieur monovariante et multivariante dans le chapitre suivant, ainsi qu'à la synthèse d'observateurs non linéaires dans le Chapitre 4. Dans le but d'évaluer les performances des commandes non linéaires robustes, une commande linéaire classique par retour d'état à gains séquencés (gain scheduling) est synthétisée dans la section suivante. Cette commande est par ailleurs utilisée dans le milieu industriel et sert de référence à la DGA pour évaluer ce nouveau système.

### 2.4.3 Modèle linéarisé tangent

#### Introduction

La synthèse d'une commande linéaire *gain scheduling* se fait à partir d'un modèle linéarisé du système. Il existe plusieurs méthodes pour obtenir un modèle d'état linéaire de système électropneumatique. Le modèle présenté ici est un modèle linéarisé tangent réduit. Il est synthétisé autour d'un point d'équilibre du système et utilise le système d'équations non linéaires (2.18) en limitant les frottements aux frottements visqueux et en supposant que  $U_P = -U_N = U$ , l'ensemble d'équilibre du modèle du système électropneumatique est donné par :

$$\begin{cases} p_P &= p_P^e \\ p_N &= p_N^e \\ v &= 0 \\ y &= y^e \\ u &= u^e \end{cases} \quad (2.28)$$

En considérant le modèle (2.18) et en négligeant les frottements secs, le point d'équilibre peut se trouver en n'importe quelle position de la charge. Le vérin étant symétrique (section utile identique de chaque côté du piston), la position d'équilibre est obtenue lorsque la pression dans chaque chambre est identique et lorsque les débits massiques sont également identiques. En considérant une commande symétrique par rapport à  $0V$ , la seule commande assurant un débit massique identique dans chacune des chambres est  $u_P = u_N = 0V$ . L'équilibre est donc assuré pour :

$$\begin{cases} S(p_P^e - p_N^e) = 0 \\ q_{mP}(u^e, p_P^e) = 0 \\ q_{mN}(-u^e, p_N^e) = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

La solution de ce système d'équation est donnée par  $u^e = 0V$  et  $p_P^e = p_N^e$ .

**Remarque 4** *Sur le système réel, les ressorts imposent la position centrale  $y^e = 0$  lorsque les pressions sont identiques, il n'existe alors qu'un seul point d'équilibre au centre de la course du vérin (sous l'hypothèse de frottement sec nul). La détermination d'un modèle linéarisé tangent réduit se fait sous l'hypothèse que la perturbation générée par les ressorts est inconnue. Dans une seconde partie de la modélisation, les principales modifications apportées par les ressorts sont présentées.*

### Modèle linéarisé tangent

Le but de cette modélisation est de trouver une approximation au premier ordre d'un système dynamique non linéaire autour d'un point d'équilibre à travers une linéarisation locale.

Le modèle linéarisé tangent autour de la position d'équilibre est obtenu en effectuant un développement en série de Taylor, limité au premier ordre, de la fonction non linéaire  $f$  et en notant les variations de l'état et de la commande autour de l'ensemble d'équilibre comme l'indique le système (2.30), le modèle linéarisé tangent est donné par l'équation d'état (2.31).

$$\begin{cases} \delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^e \\ \delta u = u - u^e \end{cases} \quad (2.30)$$

$$\delta \dot{\underline{x}} = \left. \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}^e, u^e} \delta \underline{x} + \left. \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u} \right|_{\underline{x}^e, u^e} \delta u \quad (2.31)$$

En considérant les variations de l'état autour de la position d'équilibre (2.32), le modèle linéarisé tangent du système électropneumatique est calculé autour de l'équilibre. Il dépend uniquement de la position du piston. On ne considère que les frottements visqueux  $F_{visq}$ .

$$\begin{cases} \delta p_P = p_P - p_P^e \\ \delta p_N = p_N - p_N^e \\ \delta v = v - v^e \\ \delta y = y - y^e \\ \delta u = u - u^e \end{cases} \quad (2.32)$$

Le modèle est alors donné par [25] :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{p}_P \\ \delta \dot{p}_N \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_P^e} & 0 & -\frac{kp_P^e S}{V_P(y^e)} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_N^e} & \frac{kp_N^e S}{V_N(y^e)} & 0 \\ \frac{S}{M} & -\frac{S}{M} & -\frac{b}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_P \\ \delta p_N \\ \delta v \\ \delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{krT}{V_P(y^e)} G_{uP}^e \\ -\frac{krT}{V_N(y^e)} G_{uN}^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u \quad (2.33)$$

Les constantes de temps de mise sous pression à volume constant des deux chambres  $P$  et  $N$  notées respectivement  $\tau_P$  et  $\tau_N$  sont définies par les formules (2.34)

$$\tau_P^e = \frac{V_P(y^e)}{krTC_{pPP}^e} \quad \tau_N^e = \frac{V_N(y^e)}{krTC_{pNN}^e} \quad (2.34)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la pression sont définis par les formules (2.35)

$$C_{pPP}^e = -\left. \frac{\partial q_m(u, p_P)}{\partial p_P} \right|_{p_P^e, u^e} \quad C_{pNN}^e = -\left. \frac{\partial q_m(u, p_N)}{\partial p_N} \right|_{p_N^e, -u^e} \quad (2.35)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la commande sont définis par les formules (2.36)

$$G_{uP}^e = \left. \frac{\partial q_m(u, p_P)}{\partial u} \right|_{p_P^e, u^e} \quad G_{uN}^e = -\left. \frac{\partial q_m(u, p_N)}{\partial u} \right|_{p_N^e, -u^e} \quad (2.36)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport aux pressions ( $C_{pPP}^e$  et  $C_{pNN}^e$ ) (Figure 2.19) et à la commande ( $G_{uP}^e$  et  $G_{uN}^e$ ) (Figure 2.20) sont déterminés respectivement à partir du réseau de caractéristiques de débit et du réseau de caractéristiques de gain en débit. Ils sont définis de façon à être tous positifs. Par exemple, pour un équilibre donné, le coefficient  $C_{pPP}^e$  de sensibilité au débit massique  $q_{mP}$  est égal, au signe près, à la pente de la tangente à la caractéristique de débit du servodistributeur. Cette pente est calculée au point  $p_P^e$  de la caractéristique  $q_{mP}$  correspondant à  $u = u^e$ . Les trois autres coefficients sont obtenus d'une manière similaire.

## Réduction du modèle

Sur le type de vérin employé, les capteurs de pressions sont très délicats à intégrer. En effet, les très faibles volumes morts et le montage du capteur à membrane affleurante rendent le montage compliqué avec un fort risque de destruction du capteur. C'est pourquoi un modèle d'état réduit utilisant uniquement la position  $y$ , la vitesse  $v$  et l'accélération  $a$  de la tige du vérin est développé de manière à synthétiser une commande par retour d'état réduit  $\underline{x}^r = [y, v, a]^T$ .

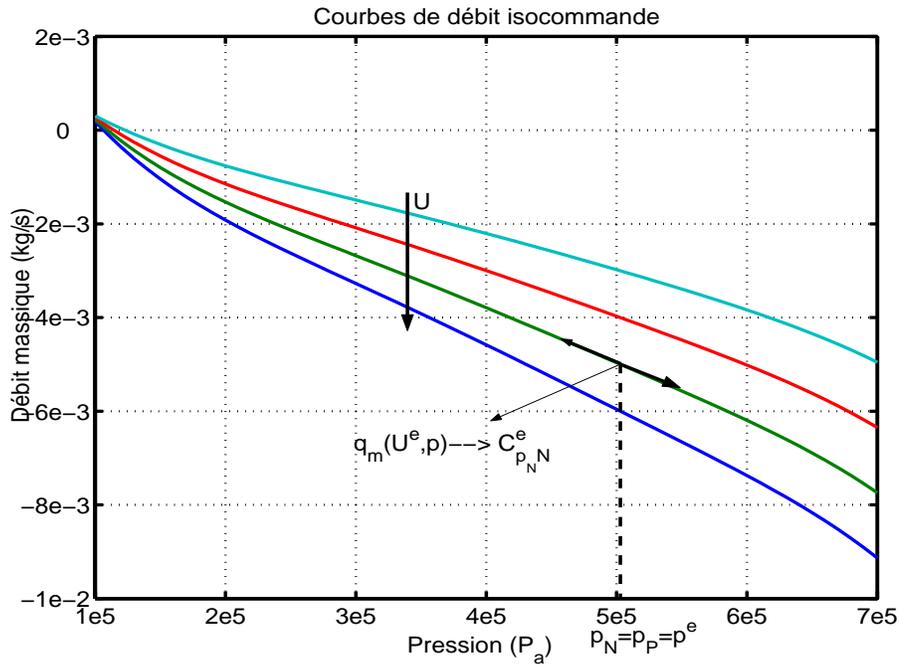


Figure 2.19: Réseau de caractéristiques de débit  $q_m(p)$  pour différentes commandes : détermination des  $C_p^e$

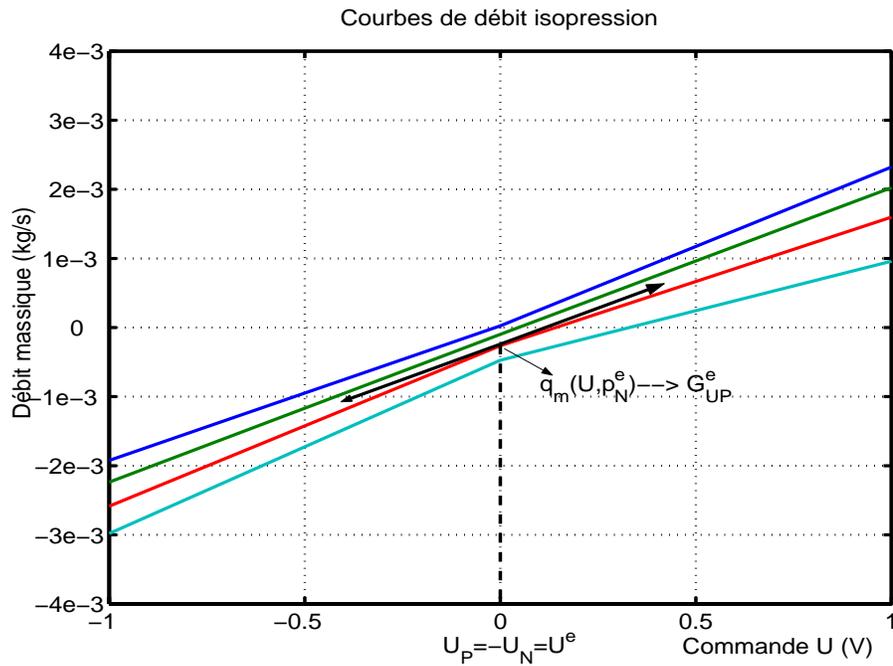


Figure 2.20: Réseau de caractéristiques de gain en débit  $q_m(U)$  pour différentes pressions d'utilisation : détermination des  $G_u^e$

Le premier modèle linéaire réduit d'un axe électropneumatique a été développé en 1956 par Shearer [107] sous les hypothèses suivantes

1. Le vérin est symétrique,
2. L'effort extérieur est nul,
3. Les deux servodistributeurs sont identiques.

Ces trois hypothèses sont vérifiées sur le système étudié, il en découle que les coefficients  $C_{pPP}^e$  et  $C_{pNN}^e$  sont identiques et égaux à  $C_p^e$  ainsi que  $G_{uP}^e = G_{uN}^e = G_u^e$ . Ainsi en position centrale, les constantes de temps de mise en pression à volume constant des deux chambres  $P$  et  $N$  sont égales  $\tau_P^e = \tau_N^e$ . Dans ce cas en combinant les équations d'état associées aux pressions dans les chambres, nous déduisons l'équation d'évolution du jerk<sup>6</sup> et obtenons directement le modèle réduit en position, vitesse et accélération. En remplaçant les deux constantes de temps évaluées dans chaque position ( $y_e$ ) par leur moyenne géométrique  $\tau_m$ , et en combinant les deux équations d'états associées aux pressions (2.33), on obtient le modèle réduit (2.37).

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{y} \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_{ol}^e{}^2 & -2\zeta_{ol}^e \omega_{ol}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y \\ \delta v \\ \delta a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \delta u \quad (2.37)$$

Le coefficient  $b_3$  est défini par :

$$b_3 = \frac{krT}{M} S G_u^e \left[ \frac{1}{V_P(y^e)} + \frac{1}{V_N(y^e)} \right] \quad (2.38)$$

Le transfert entre la position  $y$  et la commande  $u$  est donc composé d'un intégrateur en série avec un système du second ordre dont on peut identifier la pulsation propre ( $\omega_{ol}^e$ ) ainsi que le coefficient d'amortissement en boucle ouverte ( $\zeta_{ol}^e$ ) :

$$\zeta_{ol}^e = \frac{1}{2\omega_{ol}^e} \left( \frac{1}{\tau_m^e} + \frac{b}{M} \right) \quad (2.39)$$

$$\omega_{ol}^e = \sqrt{\omega_{cyl}^e{}^2 + \frac{b}{\tau_m M}} \quad \text{avec} \quad \omega_{cyl}^e = \sqrt{\frac{k}{M} S^2 p^e \left[ \frac{1}{V_P(y)} + \frac{1}{V_N(y)} \right]} \quad (2.40)$$

La pulsation propre du vérin, notée  $\omega_{cyl}$ , met en évidence la raideur pneumatique du système en boucle ouverte. Cette raideur, notée  $\kappa$ , est donnée par l'équation suivante :

$$\kappa = \frac{k}{2} S^2 p^e \left[ \frac{1}{V_P(y)} + \frac{1}{V_N(y)} \right] \quad (2.41)$$

Lorsque les deux chambres sont isolées, la raideur pneumatique correspond à deux ressorts montés en parallèle. Cette raideur est inversement proportionnelle à la constante de temps moyenne et directement proportionnelle à la pression d'équilibre. Ceci signifie que plus la mise sous pression des chambres est rapide et plus la pression est élevée, plus la raideur pneumatique de la chambre est importante.

---

<sup>6</sup>dérivée de l'accélération

### Influence des ressorts

Les efforts développés par les ressorts sont considérés comme des perturbations. Seulement ces efforts représentent plus de 60% de l'effort maximal développé par le vérin et leur influence sur les paramètres du modèle linéarisé est très importante. Dans le but de concevoir une commande par retour d'état "réaliste", une quantification de l'influence de ces ressorts est nécessaire.

Le modèle linéarisé tangent réduit (2.33) devient :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{y} \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_r}{\tau_m M} & -\omega_{ol}^e & -2\zeta_{ol}^e \omega_{ol}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y \\ \delta v \\ \delta a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \delta u \quad (2.42)$$

Le transfert entre la position  $y$  et la commande  $U$  est un système du troisième ordre. En identifiant ce transfert à un polynôme de Graham et Lathrop [39], la nouvelle pulsation du système en boucle ouverte devient :

$$\underline{\omega_{ol}^e} = \sqrt[3]{\frac{k_r}{M\tau_m}} \quad (2.43)$$

Sur le système étudié, cette pulsation avec ressort est six fois plus faible que la pulsation sur le modèle utilisé pour la synthèse de la loi de commande (2.33). Pour être réaliste, le choix des performances de la commande linéaire en boucle fermée devra tenir compte de cette grandeur.

#### 2.4.4 Commande linéaire à gains variables : Gain Scheduling

##### Introduction

La commande Gain Scheduling a prouvé sa faisabilité sur les systèmes électropneumatiques [26, 25]. En outre il s'agit d'une commande simple à mettre en oeuvre qui a servi de référence pour évaluer les performances des commandes non linéaires dans [58, 61, 56, 60]. Le modèle linéarisé tangent réduit d'ordre trois 2.33 a servi de base à la synthèse de la commande par retour d'état partiel Gain Scheduling [25, 26]. La stratégie retenue est d'imposer un placement de pôles en boucle fermée selon un polynôme du troisième ordre de Graham et Lathrop [39] en fonction de la pulsation désirée en boucle fermée. Le calcul des gains du retour d'état se fait par la formule d'ACKERMANN [2] en un point de linéarisation du système puis le calcul est répété en différents points de manière à obtenir une cartographie des gains en fonction de la position de la tige de l'actionneur.

##### Synthèse de la commande Gain Scheduling

La stabilité de la commande est démontrée dans [25] et il n'est pas envisageable d'imposer des dynamiques en boucle fermée très supérieures à la pulsation naturelle du système en boucle ouverte. C'est pourquoi même si la perturbation générée par les ressorts n'est pas prise en compte dans le modèle servant à la synthèse de la commande, le choix de la pulsation désirée en boucle fermée doit tenir compte de l'influence des ressorts sur le

système. Les essais ont montré qu'une pulsation en boucle fermée fixée à  $\omega_{bf} = 0.6\omega_{ol}$  donnait de bons résultats sur l'ensemble des trajectoires de tests (*c.f.* Section 1.5).

La synthèse de la commande s'effectue en plusieurs étapes :

1. Les pôles du système en boucle fermée sont fixés en fonction de la pulsation propre  $\omega_{ol}$  du système. Cette pulsation dépend de la position de la tige, dans la première étape, la tige est en position rentrée. La formule d'Ackermann permet alors de calculer les gains du retour d'état partiel en position  $y$ , vitesse  $v$  et accélération  $a$ .
2. Dans la seconde étape, la tige du vérin sort de 1  $mm$ . La pulsation propre du système correspondant à ce nouveau point de linéarisation est calculée. A cette nouvelle pulsation propre correspond une nouvelle pulsation en boucle fermée et donc des nouveaux gains pour le retour d'état partiel.
3. Ces opérations sont répétées tous les millimètres sur l'ensemble de la course du vérin. On obtient ainsi trente trois points par gains correspondant aux trente deux millimètres de course utile du vérin.
4. Les points déterminés pour chaque gain sont interpolés avec des fonctions polynômiales d'ordre 2.

Les fonctions polynômiales ainsi obtenues permettent de calculer en ligne la valeur des gains du retour d'état en fonction de la position désirée du système. Les évolutions de la pulsation propre  $\omega_{ol}$  et des gains  $K_y$ ,  $K_v$  et  $K_a$  sont données sur les Figures (2.21) et (2.22)

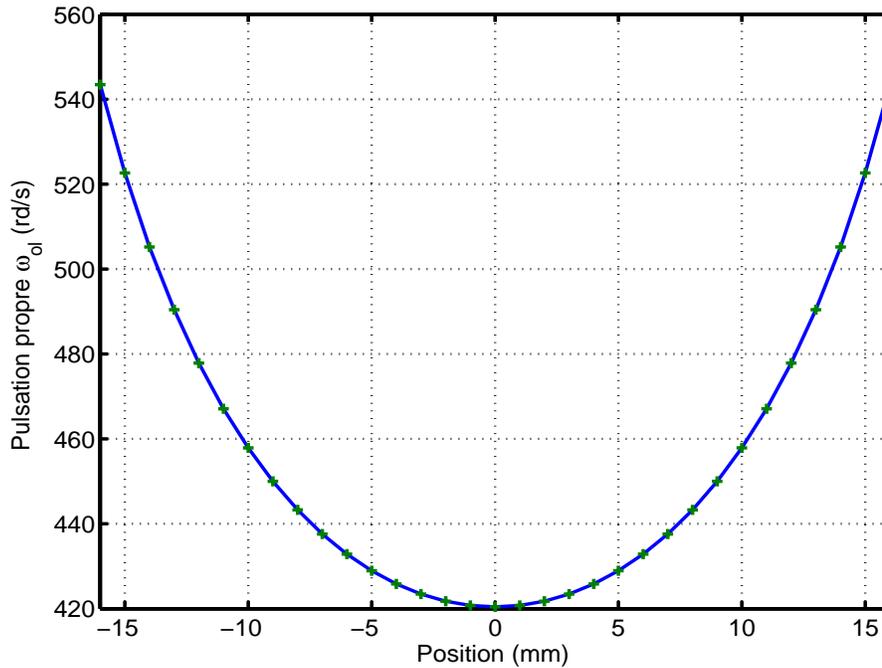


Figure 2.21: Evolution de la pulsation propre en boucle ouverte ( $rd/s$ ) du système en fonction de la position ( $mm$ )

La loi de commande ainsi obtenue est de la forme :

$$u(y_d) = K_y(y_d)(y_d - y) - K_v(y_d)v - K_a(y_d)a \quad (2.44)$$

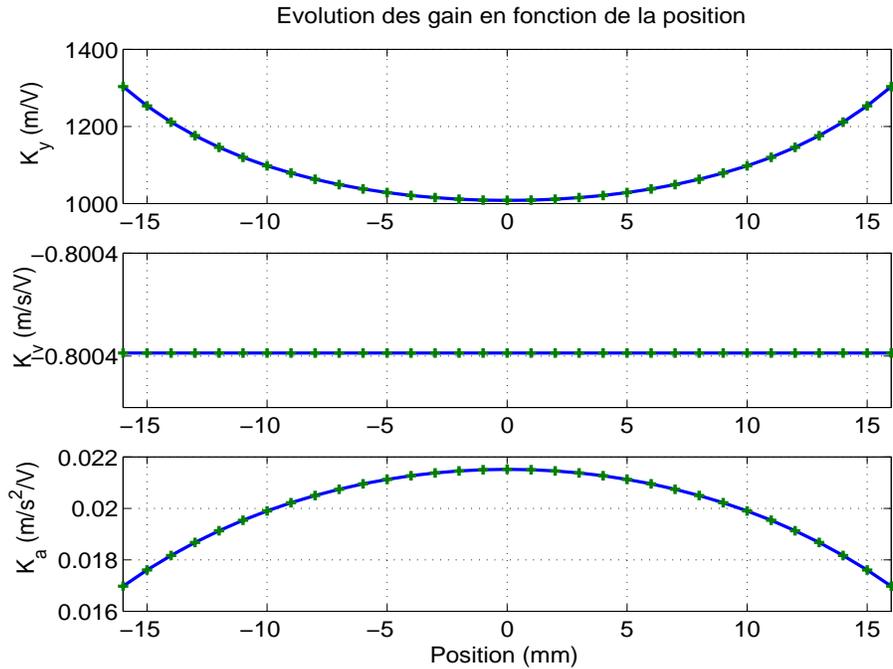


Figure 2.22: Evolution des gains de retour en position (haut en  $m/V$ ), en vitesse (milieu en  $m/s/V$ ) et en accélération (bas en  $m/s^2/V$ ) de la commande Gain Scheduling en fonction de la position ( $mm$ )

## 2.4.5 La cosimulation

### Introduction

Comme vu précédemment, il est indispensable d'effectuer des simulations fiables. Il existe plusieurs logiciels de simulation sur le marché. Les besoins spécifiques de notre application ont orienté le choix vers le logiciel AMESim (Société LMS). Ce logiciel permet d'établir un modèle fin du système électropneumatique tout en autorisant l'élaboration des lois de commande sous Matlab/Simulink. Les lois de commandes étant par la suite implantées depuis Matlab/Simulink sur une carte de prototypage rapide Dspace. Le passage de la commande du modèle de simulation à la commande du système physique s'en trouve simplifié.

### Principe de la cosimulation

Le but d'une cosimulation est d'utiliser plusieurs logiciels qui communiquent les uns avec les autres de manière à tirer le maximum de performances de chaque logiciel pour une seule simulation. Les deux logiciels utilisés ici permettent d'avoir en même temps un logiciel parfaitement adapté à l'élaboration de lois de commandes avancées : Matlab/Simulink et un logiciel dédié à la simulation des systèmes à fluide sous pression : AMESim. De plus chaque logiciel possède ses propres outils d'analyse ce qui nous permet de multiplier les possibilités de traitement des données.

Utiliser un modèle de cosimulation permet de mettre en relation plusieurs équipes de recherche. En effet cela permet aux équipes de modélisation de développer des modèles fins

tout en restant facilement intégrable par les équipes de commande.

Le principal atout du logiciel AMESim est de disposer d'un solveur spécifique. Ce solveur adapte automatiquement l'ordre et le type d'algorithme d'intégration au cours de la simulation en fonction des caractéristiques des équations différentielles ou algébriques à résoudre. Il gère de façon autonome l'algorithme qui convient le mieux à chaque pas d'intégration.

Les lois de commande sont développées sous Simulink. Cette plate-forme pour la simulation est intégrée au logiciel Matlab et propose une gamme étendue d'outils pour le développement d'algorithme, l'analyse ou le calcul numérique. Utiliser ces deux logiciels pour la même simulation permet d'utiliser deux logiciels très performants dans leur domaine.

## Interface et procédure de cosimulation

Durant une cosimulation, chaque logiciel fonctionne en autonomie entre deux instants d'échange de données. Le logiciel AMESim simule l'évolution du système en fonction des entrées de commande. Le logiciel Simulink calcule les commandes en fonction des données reçues depuis AMESim. Le schéma (Figure 2.23) permet de visualiser le principe de la cosimulation.

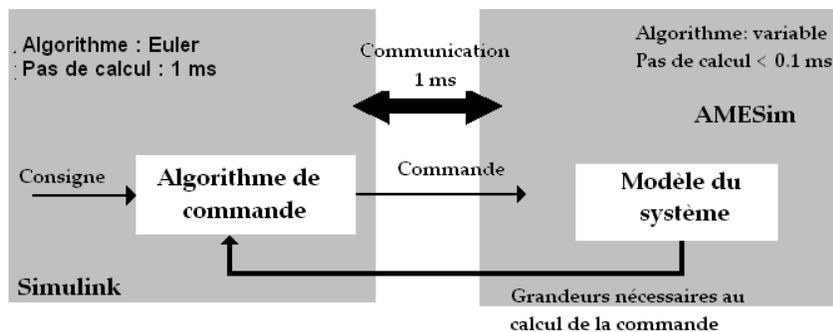


Figure 2.23: Schéma de principe de la cosimulation AMESim/Simulink

Le logiciel AMESim dispose d'une interface permettant l'échange direct avec Simulink. Depuis Simulink, le modèle est une S-Function créée par AMESim qui sert de liens entre les deux logiciels.

L'échange entre les deux logiciels se fait à période fixe, indépendante des temps de calcul de chaque solveur. Pour un bon fonctionnement, les temps de calculs doivent être inférieurs ou égaux à la période d'échange. Pour obtenir un fonctionnement le plus réaliste possible, le temps de calcul de Simulink est choisi à  $1\text{ ms}$  avec un algorithme d'Euler (identique à la configuration implantée sur le DSP) et le temps de calcul de AMESim est dix fois plus rapide de manière à avoir un processus qui "paraît" être continu depuis Simulink. La période d'échange entre les deux logiciels est fixée à  $1\text{ ms}$  ce qui correspond à la fréquence d'échantillonnage de  $1\text{ kHz}$  de la carte d'acquisition.

Les temps de calcul et de communication sont des paramètres essentiels au bon déroulement de la cosimulation. Un mauvais choix peut entraîner de grosses erreurs dans les résultats. Grâce à la cosimulation, on profite de la capacité d'AMESim d'adapter son solveur en fonction du problème numérique qu'il a à résoudre.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation d'un système électropneumatique dont la conception a été guidée par le souci d'être le plus proche possible d'un système compatible avec une application aéronautique tout en utilisant des composants disponibles chez les industriels. En premier lieu, le banc complet a été décrit en présentant toutes les solutions technologiques qui permettent de valider le benchmark (ressorts, frotteurs). Puis en second lieu, les différentes équations de thermodynamique et de mécanique nous ont permis d'établir un modèle de simulation complet. En négligeant la dynamique de positionnement des tiroirs des servodistributeur devant la dynamique du vérin et en considérant les variations de températures nulles, nous avons obtenu deux modèles de commandes, un modèle affine en la commande à deux entrées et un modèle affine en la commande à une seule entrée.

Ces modèles non linéaires vont servir de base à la synthèse des lois de commande non linéaires par modes glissants d'ordre supérieur développée dans le Chapitre 3 ainsi qu'à la synthèse d'observateur non linéaire développée dans le Chapitre 4.

En préambule à la présentation des commandes avancées, il est indispensable de posséder une base de comparaison sur les performances de ces commandes. C'est pourquoi ce chapitre a permis de développer une commande linéaire Gain Scheduling qui sert de base de comparaison à toutes les autres commandes présentées dans le chapitre suivant.

Finalement la dernière partie de ce chapitre présente la méthodologie de simulation du système commandé : la cosimulation. Le banc étant situé aux laboratoires AMPERE de l'INSA de Lyon, il était indispensable de posséder un moyen de simulation fiable permettant d'effectuer les pré réglages des lois de commande sans utiliser le banc d'essai. La cosimulation permet également de quantifier les critères très difficiles à évaluer en pratique comme la raideur du système ou encore la consommation énergétique.

Dans le chapitre suivant, les apports théoriques de cette thèse seront développés, il s'agit de commande par modes glissants d'ordre supérieur à convergence en temps fini. Deux méthodes sont développées, l'Integral Sliding Mode et la méthode de convergence en temps fini par génération de trajectoire. Cette dernière étant présentée dans un contexte mono et multivariable. Tous les résultats présentés ont d'abord été validés en simulation puis ont été expérimentés sur le banc. Dans un souci de clarté, seuls les essais expérimentaux seront présentés.



---

## Chapitre 3

# Commandes non linéaires par modes glissants d'ordre supérieur

Le but de cette étude est de synthétiser une commande qui permette d'atteindre l'ensemble des performances présentées dans le benchmark. Les premiers travaux de commande avancée de tels systèmes remontent à 1956 lorsque Shearer [107] a synthétisé une commande par retour d'état. Ces travaux ont été améliorés par Burrows en 1972 [31] tout en restant dans le domaine de la commande linéaire par retour d'état. Plus récemment d'autres types de commandes linéaires ont été utilisées

- Commande  $H_\infty$  [92]
- Commande à base de PID [131]
- Commande par *Gain Scheduling* [26, 104]

Cependant, les meilleures performances ont été obtenues avec des commandes non linéaires [100, 42, 68, 25, 28, 29, 1, 86, 97, 35]. Parmi ces travaux, on peut citer les commandes par modes glissants qui font partie des commandes robustes aux incertitudes paramétriques et aux perturbations. Ce type de commande non linéaire fait partie des commandes à structure variable (CSV). Elles sont basées sur la commutation de fonctions de variables d'état qui sont utilisées pour créer une surface de glissement (ou variété de glissement). Le but de la commande est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de la surface. Pour ce faire, on utilise une commande discontinue qui assure le maintien de l'état sur cette surface en dépit des incertitudes et des perturbations ; le système se trouve alors en régime glissant. Dans ce cas, la dynamique du système est insensible aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques, si les conditions de maintien du régime glissant sont assurées.

Le modèle du système électropneumatique utilisé ici présente de nombreuses incertitudes (masse, frottements, débits massiques,...) et la force aérodynamique modélisée par les ressorts représente une perturbation extérieure importante (68 % de l'effort maximal que peut développer le vérin sous une pression de 7 bar). Sachant que l'objectif est d'obtenir une poursuite de trajectoire avec une grande précision en dépit des incertitudes et des perturbations, cela implique l'utilisation d'une commande précise et robuste, comme la commande par modes glissants. Les premiers travaux théoriques sur la commande par modes glissants remontent au début des années 60 [48, 125, 19]. Cependant, l'utilisation de cette technique de commande a longtemps été limitée par les oscillations dues à la commutation de la commande discontinue. Ces oscillations connues sous le nom de *chat-*

*tering* [133, 10, 9, 52] dégradent la qualité de la poursuite de trajectoire et sollicitent de manière énergique les actionneurs. Pour éliminer ce phénomène, plusieurs solutions ont été étudiées telles que l'augmentation de la fréquence de commutation qui assure une commutation progressive [109, 87]. Il est également possible de remplacer la fonction "signe" présente dans la loi de commande par une approximation continue de type grand gain dans un proche voisinage de la surface [32, 127]. Cette méthode est appelée couche limite (*boundary layer*). Dans ce cas, le régime glissant n'est plus confiné sur la surface mais au voisinage de celle-ci : le régime est dit pseudo-glissant [127]. Une autre méthode consiste à utiliser une commande par modes glissants d'ordre supérieur [44, 43, 50]. Le principe des modes glissants d'ordre supérieur est issu des modes glissants d'ordre un, ce qui correspond aux modes glissants classiques développés dans [79, 80]. Dans cette technique, la commande agit sur les dérivées d'ordre supérieur de la surface de glissement. Cette technique a été appliquée dans plusieurs domaines, notamment sur les systèmes électropneumatiques [76, 114, 118], et permet d'obtenir une grande précision dans le placement en position.

Dans [81] est proposée une commande par modes glissants universelle (c'est-à-dire quelque soit l'ordre de glissement) utilisable quel que soit le modèle du système utilisé. Cette commande possède un temps de convergence borné mais non connu *a priori*. Les travaux présentés dans [72, 93] proposent une commande par modes glissants d'ordre supérieur, couplée à un critère linéaire quadratique qui permet de fixer l'état final à atteindre. Cette technique a été utilisée sur un système électropneumatique [77] mais présente deux inconvénients. Le premier vient du fait que le régime glissant n'est pas exact : on assure une convergence uniquement autour d'un voisinage de l'origine. Le second inconvénient réside dans le temps de convergence qui n'est pas exactement connu mais simplement borné. Ces deux inconvénients disparaissent dans [73, 94] où la variable de glissement et ses dérivées sont exactement établies en 0 en un temps fini fixé *a priori*. Le temps de convergence est indépendant du système et est fonction uniquement des conditions initiales de la variable de glissement et de ses dérivées. Néanmoins, ce temps de convergence est limité par les aspects physiques de l'application, par exemples les transitoires en vitesse et en accélération ne peuvent pas dépasser les maximums admissibles du système physique. Plus précisément, dans [73], la commande est basée sur le principe de l'*Integral Sliding Mode* [129] et nécessite l'implantation d'un système auxiliaire calculant le terme de correction de la surface de glissement. Dans [94], le principe est de calculer une trajectoire pré-calculée en fonction des conditions initiales du système. Cette trajectoire permet de modifier la surface de glissement de manière à assurer l'établissement d'un régime glissant dans un temps fini et fixé *a priori*, en dépit des incertitudes et des perturbations.

Dans ce chapitre, ces deux dernières stratégies de commandes sont développées. Chacune d'entre elle est présentée théoriquement puis synthétisée dans un contexte mono variable sur le système électropneumatique décrit dans le chapitre 2. Ces commandes sont testées sur les trajectoires du benchmark (cf Section 1.5), l'essai le plus contraignant étant présenté. La commande à trajectoire pré-calculée est ensuite utilisée dans un contexte multi variable. Dans ce cas, l'objectif de la commande est double : à savoir assurer un suivi de position et de pression.

## 3.1 Concepts de base

Le principe de la commande par modes glissants est de forcer le système à converger vers une *surface* choisie et ensuite d'y évoluer malgré les incertitudes et les perturbations. La surface est définie par un ensemble de relations (avec des coefficients constants ou variables dans le temps) entre les variables d'état du système (pour plus de détail, voir [127]). La synthèse d'une loi de commande par modes glissants comprend deux phases

- La surface de glissement est définie en fonction des objectifs de commande et des performances désirées en boucle fermée,
- La synthèse de la commande discontinue est effectuée de façon à contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre la surface de glissement, et ensuite, à y évoluer en dépit d'incertitudes, de variations paramétriques,...

## 3.2 Commande par modes glissants d'ordre supérieur du type "*Integral Sliding Mode*"

Comme il a été vu précédemment, la commande par modes glissants d'ordre supérieur offre de très bonnes propriétés de robustesse. Cependant, l'absence de conditions de convergence nécessaires et /ou suffisantes constructives en rend le réglage souvent complexe, surtout lorsqu'il s'agit d'atteindre des performances bien spécifiques pour le système bouclé [75]. C'est pourquoi, pour l'application visée ici, il a été nécessaire d'utiliser des algorithmes de commandes garantissant un régime glissant d'ordre quelconque, assurant une convergence en temps fini, grâce à un réglage simple des paramètres de la loi de commande en fonction des performances à atteindre. Une commande permettant d'atteindre ces objectifs est la commande par modes glissants d'ordre supérieur du type *Integral Sliding Mode* [73]. Cette commande, est basée sur la minimisation d'un critère quadratique et sur le concept de l'*Integral Sliding Mode* tel qu'il a été défini dans [129]. Le principe est de conserver les propriétés de la commande par modes glissants d'ordre supérieur tout en pouvant fixer le temps de convergence *a priori*. Cette commande permet aussi d'assurer un comportement robuste du système pendant toute sa réponse car le régime glissant est établi dès l'instant initial.

### 3.2.1 Formulation du problème

Soit un système non linéaire, monovarié et incertain

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) \cdot u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{3.1}$$

où  $x = [x_1 \dots x_n]^T \in X \subset \mathbb{R}^n$  représente l'état du système avec  $X$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ , et  $u \in U \subset \mathbb{R}$  l'entrée de commande du système. On suppose que l'entrée de commande  $u$  est bornée, éventuellement discontinue et dépendante de l'état et du temps, avec  $U$  un ouvert de  $\mathbb{R}$ . La sortie du système est représentée par  $y = h(x) \in Y \subset \mathbb{R}$  avec  $Y$  un ouvert de  $\mathbb{R}$ .  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont des fonctions suffisamment différentiables mais connues de façon incertaine. Le système (3.1) a un degré relatif  $\rho$  par rapport à la sortie  $y$ . On considère l'écart de poursuite représenté par la variable de glissement

$$s(x, t) = y - y_d(t) \quad (3.2)$$

où  $y_d(t)$  est une trajectoire de référence suffisamment dérivable. Le but de la commande par modes glissants d'ordre supérieur est de contraindre les trajectoires du système (3.1) à évoluer en temps fini sur l'ensemble de glissement d'ordre  $r \geq \rho$  défini par

$$S^r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0\}, \quad r \in \mathbb{N}. \quad (3.3)$$

A partir de (3.1), on considère le système étendu

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}) + \bar{g}(\bar{x})v(t) = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)\bar{x}_{n+1} \\ \bar{x}_{n+2} \\ \vdots \\ \bar{x}_{n+r-\rho} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (3.4)$$

où  $\bar{x} = [\bar{x}_1 \dots \bar{x}_{n+r-\rho}]^T = [x^T \ u \ \dot{u} \ \dots \ u^{(r-\rho-1)}]^T$ , c'est-à-dire que  $u, \dot{u}, \dots, u^{(r-\rho-1)}$  sont des variables d'état augmentant la dimension du système (3.1).  $v$  est la dérivée  $(r-\rho)^{ieme}$  de  $u$  :  $v = u^{(r-\rho)}$  représente ainsi la "nouvelle" entrée de commande. On obtient alors

$$s^{(r)} = \chi(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(r-\rho-1)}, y_d^r) + \gamma(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(r-\rho-1)}) \cdot v(t) \quad (3.5)$$

où<sup>1</sup>  $\chi(\cdot) = L_{\bar{f}}^r s - y_d^r(t)$  et  $\gamma(\cdot) = L_{\bar{g}} L_{\bar{f}}^{r-1} s$ . Considérons maintenant le changement de variables  $Z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_r]^T := [s \ \dot{s} \ \dots \ s^{(r-1)}]^T$ . Supposons les hypothèses suivantes satisfaites

**H1.**  $u(t) \in U = \{u : |u| < u_M\}$  où  $u_M$  est une constante réelle positive telle que  $u$  et ses  $r-\rho$  premières dérivées sont des fonctions bornées avec  $v = u^{(r-\rho)}$  une fonction discontinue telle que  $|v| < v_M$ ,  $v_M$  étant une constante réelle positive. De plus, le système (3.4) à second membre discontinu est supposé admettre des solutions au sens de Filippov [46, 47, 49] sur l'ensemble de glissement  $S^r$ .

**H2.** La dynamique des zéros<sup>2</sup> de (3.4) est stable d'un point de vue entrée-état.

**H3.** Les fonctions incertaines  $\chi(\cdot)$  et  $\gamma(\cdot)$  sont bornées. De plus, il existe quatre constantes positives  $s_0, C_0, K_m$  et  $K_M$ , telles que, dans un voisinage  $|s(x, t)| < s_0$ , on a

$$\begin{aligned} |\chi(\cdot)| &< C_0 \\ 0 &< K_m < \gamma(\cdot) < K_M. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le problème de la commande par modes glissants d'ordre  $r$  du système (3.1) par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$  est alors équivalent à la stabilisation en temps fini du système entrée-sortie incertain [73]

<sup>1</sup>Considérons  $a(x)$  une fonction de valeurs réelles et  $b(x)$  un vecteur tel que  $a(x)$  et  $b(x)$  soient définis sur  $X \subset \mathbb{R}^n$ . On note alors  $L_b a$  la dérivée de Lie définie par  $L_b a = \frac{\partial a}{\partial x} b(x)$ .

<sup>2</sup>ou dynamiques résiduelles

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= z_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_r &= \chi(\cdot) + \gamma(\cdot)v \\
 s(x, t) &= z_1.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

### 3.2.2 Synthèse de la commande par "*Integral Sliding Mode*"

Le système (3.7) peut être vu comme un système linéaire incertain avec des incertitudes non structurées mais bornées [34] : le but du problème est de stabiliser en temps fini le système (3.7). La commande par "*Integral Sliding Mode*" permet d'atteindre cet objectif. Cette loi de commande [73] est composée de deux termes, le premier noté  $v_0(t)$  étant continu, et le second noté  $v_1(t)$  étant discontinu, et s'écrit

$$v = v_0(t, Z(0)) + v_1(t, z_r(t)) \tag{3.8}$$

En posant  $\beta(\cdot) = \chi(\cdot) + (\gamma(\cdot) - 1)v$ , le système (3.7) s'écrit

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= z_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_r &= \beta(\cdot) + v(t) \\
 s(x, t) &= z_1.
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

**Terme continu  $v_0$ .** Le terme  $v_0(t, Z(0))$  est une loi de commande continue synthétisée sous l'hypothèse  $\beta(\cdot) = 0$  et a pour but d'amener les trajectoires du système (3.9) de la condition initiale  $Z(0)$  à exactement  $Z = 0$  en un temps fini.

**Terme discontinu  $v_1$ .** Le terme  $v_1(t, z_r(t))$  est une loi de commande discontinue. Elle est synthétisée de telle sorte que l'effet de la fonction incertaine  $\beta(\cdot)$  sur le système (3.9) soit rejeté pour tout  $t \geq 0$ .

En appliquant simultanément la commande  $v(\cdot) = v_0(\cdot) + v_1(\cdot)$ , les trajectoires d'état du système (3.7) sont stabilisées en  $Z = 0$  en un temps fini  $t = t_f$ , ce temps étant connu *a priori*. Un régime glissant d'ordre  $r$  par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$  prend alors place.

#### Synthèse de la commande continue $v_0(t, z(0))$ .

La synthèse de cette commande est réalisée en considérant  $\beta(\cdot) = 0$ ; le système (3.9) devient alors

$$\dot{z} = Az + Bv_0 \tag{3.10}$$

où  $A$  et  $B$  sont définis par

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{r \times 1}.$$

Considérons l'hypothèse suivante

- **H4.** La condition initiale  $Z(0)$  est connue.

L'objectif est ici de synthétiser une loi de commande  $v_0(t, Z(0))$  permettant, en partant de l'état initial  $Z(0)$ , d'obtenir  $Z(t_f) = 0$  à l'instant  $t = t_f < +\infty$  fixé *a priori* en minimisant le critère

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (z^T Q z + v_0^2) dt, \quad t_f < +\infty \quad (3.11)$$

avec  $Q$  une matrice de pondération définie positive. Une solution à ce problème est donnée par le théorème suivant

**Théorème 1 [98] :** *Soit le système linéaire (3.10) où la paire  $(A, B)$  est commandable. Une loi de commande  $v_0(t)$  minimisant le critère (3.11) et stabilisant le système (3.10) en  $Z = 0$  sur l'intervalle de temps fini  $[0, t_f]$ , est donnée par (avec  $0 \leq t \leq t_f$ )*

$$v_0 = -B^T M_m z(t) + B^T \delta(t) \quad (3.12)$$

avec  $M_m$  et  $\delta(t)$  définis par

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= -(A^T - M_m B B^T) \delta \\ 0 &= M_m A + A^T M_m - M B B^T M_m + Q \end{aligned} \quad (3.13)$$

La première partie de la commande  $-B^T M_m z(t)$  est une commande par retour d'état avec un placement de pôles robuste calculé à partir de l'équation de Riccati (3.13), la seconde partie de la commande  $B^T \delta(t)$  étant un terme permettant aux trajectoires du système (3.9) de converger vers l'origine en un temps fini  $t_f$ . La condition initiale  $\delta(0)$  de  $\delta(t)$  est choisie de manière à satisfaire la condition finale  $Z(t_f) = 0$  (la démarche sera détaillée dans par la suite). Une fois le point d'équilibre  $Z = 0$  atteint au temps  $t = t_f$ , le terme de forçage  $\delta(t)$  est supprimé, la loi de commande devenant alors  $v_0 = -B^T M_m z(t)$  pour  $t > t_f$  [98]. Finalement, pour atteindre  $Z = 0$  en un temps fini  $t_f$ , et y maintenir le système (3.10) pour tout  $t > t_f$ , la loi de commande  $v_0$  s'écrit

$$v_0 = \begin{cases} -B^T M_m z(t) + B^T \delta(t) & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \\ -B^T M_m z(t) & \text{pour } t > t_f. \end{cases} \quad (3.14)$$

On appelle  $z_0$  la solution du système (3.9) commandé par  $v_0$  défini ci-dessus. La dynamique de  $z_0$  est définie par

$$\dot{z}_0 = A z_0 + B v_0. \quad (3.15)$$

Comme  $z_0(t_f) = 0$  et étant donné la forme de  $v_0$ , on a pour  $t > t_f$ ,  $z_0(t) = 0$  et  $\dot{z}_0(t) = 0$ .

### Synthèse de la surface de type "*Integral Sliding Mode*"

En remplaçant la loi de commande (3.8) dans le système (3.9), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_r &= \beta(\cdot) + v_0(t, Z(0)) + v_1(t, z_r(t)). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Comme il a été précisé précédemment, le second terme de la commande  $v$  noté  $v_1(t, z_r(t))$  est synthétisé dans le but de rejeter la perturbation  $\beta(\cdot)$  pour tout  $t > 0$ . Une loi de commande permettant d'atteindre cet objectif est la commande de type "*Integral Sliding Mode*" [109, 129, 128]. L'originalité de cette méthode réside dans le choix de la surface de glissement : en effet cette dernière est choisie de telle sorte que les trajectoires du système  $y$  évoluent dès l'instant  $t = 0$ . Ce choix de surface de glissement permet ainsi d'établir un régime glissant sans phase de convergence [127]. Pour synthétiser cette surface, on considère la variable de commutation  $\sigma \in \mathbb{R}$  définie par

$$\sigma = z_r + \varsigma_r \quad (3.17)$$

où  $\varsigma_r \in \mathbb{R}$  est un terme dit intégral [129]. Supposons qu'un régime de glissement prenne place sur la surface  $\mathcal{S} = \{Z|\sigma = 0\}$  pour  $t \geq 0$ . Alors, ce régime glissant étant décrit par  $\dot{\sigma} = 0$ , la commande assurant cette relation est la commande équivalente  $v_{1eq}$  [127]. Considérons le système (3.16). Le but est d'assurer  $Z(t) = z_0(t), \forall t \geq 0$ , de manière à assurer la convergence en temps fini de  $Z$  vers 0. Pour cela, la commande  $v_1(t, z_r(t))$  doit satisfaire

$$v_1(t, z_r(t)) = -\beta(\cdot) := v_{1eq}, \quad \forall t \geq 0. \quad (3.18)$$

Il faut donc trouver les termes intégraux  $\varsigma_r, \varsigma_{r-1}, \dots, \varsigma_1$  tel que  $\dot{\varsigma}_r = -v_0, \dot{\varsigma}_{r-1} = \varsigma_r, \dot{\varsigma}_{r-2} = \varsigma_{r-1}, \dots, \dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2$  et permettant de satisfaire (3.18). La dérivée première de  $\sigma$  par rapport au temps s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \dot{z}_r + \dot{\varsigma}_r \\ &= v_0(t, Z(0)) + v_1(t, z_r(t)) + \beta(\cdot) + \dot{\varsigma}_r. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Une fois le régime glissant établi, on a  $\dot{\sigma} = 0$ . Pour valider la condition (3.18), il faut que  $\dot{\varsigma}_r = -v_0$  avec  $\varsigma_r(0) = -z_r(0)$  et que le régime de modes glissants soit établi sur la surface intégrale de glissement  $\sigma$  pour  $t \in [0, t_f]$ .

### Synthèse de la commande discontinue $v_1(t, z_r(t))$

La commande  $v_1$  introduite dans (3.8) est calculée pour forcer un régime glissant à s'établir sur la surface de glissement  $\mathcal{S}$  et est définie par

$$v_1 = -K_s \text{sign}(\sigma) \quad (3.20)$$

où le gain  $K_s$  est une constante positive réglée tel que la condition de convergence basée sur la résolution d'une inégalité différentielle du premier ordre, dite condition de  $\eta$ -attractivité [127]

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\eta |\sigma|, \quad \eta > 0 \quad (3.21)$$

soit satisfaite.

D'après (3.19) et en rappelant que  $\beta = \chi + (\gamma - 1)v$  avec  $v = v_0 + v_1$ , on a

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= [\chi + (\gamma - 1)(v_0 + v_1)] + v_0 + v_1 - v_0 \\ &= \chi + (\gamma - 1)v_0 + \gamma v_1 \end{aligned} \quad (3.22)$$

En notant  $v_{0M}$  la borne maximale de  $v_0$  et à partir des équations (3.6), (3.20) et (3.22), la condition de convergence (3.21) est satisfaite si

$$K_s > \frac{C_0 + (K_M + 1)v_{0M} + \eta}{K_m}. \quad (3.23)$$

En considérant la loi de commande (3.20) et en supposant la condition (3.23) satisfaite, la dynamique du système (3.16) évoluant sur la surface de glissement  $\mathcal{S}$ , n'est autre que la dynamique du système idéal (3.15). Comme il a été vu dans la section précédente, le système (3.15) converge alors vers l'origine en temps fini  $t = t_f$ . Un régime glissant d'ordre  $r$  par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$  prend alors place au bout d'un temps de convergence  $t = t_f$ .

**Théorème 2 [73]** *Soit le système non linéaire défini par (3.1) admettant un degré relatif  $r$  par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$ . Supposons que les hypothèses H1 à H4 soient vérifiées et que  $s(0), \dot{s}(0), \dots, s^{(r-1)}(0)$  soient bornées. Alors, la loi de commande  $v = v_0 + v_1$  avec  $v_0$  et  $v_1$  définis par*

$$\begin{aligned} v_0 &= \begin{cases} -B^T M_m s(t) + B^T \delta(t) & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \\ -B^T M_m s(t) & \text{pour } t > t_f. \end{cases} \\ v_1 &= -K_s \cdot \text{sign}(\sigma^{(r-1)}), \\ \sigma &= \begin{cases} z_r + \varsigma_r & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \text{ (Surface de glissement modifiée)} \\ z_r & \text{pour } t > t_f. \end{cases} \\ \dot{\varsigma}_r &= -v_0 \text{ avec } \varsigma_r(0) = -s^{(r-1)}(0), \\ \varsigma_{r-1}(0) &= -s^{(r-2)}(0), \dots, \varsigma_1(0) = -s(0), \\ K_s &> \frac{C_0 + (K_M + 1)v_{0M} + \eta}{K_m}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

permet l'établissement d'un régime de modes glissants d'ordre  $r$  par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$  au bout d'un temps de convergence  $t = t_f$ .

### 3.2.3 Mise en œuvre de la commande par "*Integral Sliding Mode*"

Le but de cette partie est de présenter les différentes étapes permettant d'appliquer la commande par "*Integral Sliding Mode*" sur un système réel. L'implantation d'une telle commande doit suivre un algorithme précis, l'objectif étant d'avoir un nombre minimum de calculs à exécuter en ligne. L'implantation de la commande par "*Integral Sliding Mode*" se déroule donc en trois étapes.

1. Choix de la matrice de pondération  $Q$  et calcul de la matrice  $M_m$ .
2. Calculs hors ligne de  $\delta(0)$  et de ses dérivées, ainsi que du gain  $K_s$  de la commande.
3. Calculs en ligne de  $v_0(t)$  et  $v_1(t)$ .

#### Choix des matrices $Q$ et $M_m$ .

La matrice de pondération  $Q$  est utilisée dans la résolution de l'équation de Riccati (3.13), et choisie de manière à être définie positive. Lorsque la matrice  $Q$  est définie, la résolution de l'équation (3.13) donne la valeur de la matrice  $M_m$  qui sera alors utilisée dans la commande  $v_0$ , d'une part et dans la résolution de l'équation différentielle (3.13) pour le calcul de  $\delta(t)$ , d'autre part.

#### Calculs hors ligne.

Les calculs hors ligne dépendent des conditions initiales du système et permettent d'initialiser l'équation (3.13) de manière à assurer la convergence en temps fini du système. La résolution de cette équation différentielle est effectuée en ligne mais les valeurs initiales de  $\delta(t)$  sont calculées hors ligne. Le calcul des valeurs initiales en fonction du temps de convergence  $t_f$  et des conditions initiales du système est effectué à partir du grammien partiel de commandabilité [130]. Pour implanter la loi de commande discontinue  $v_1(t)$ , il faut calculer le gain  $K_s$  permettant de rendre le système robuste aux incertitudes. Le gain  $K_s$  doit respecter la relation (3.23) : pour calculer la borne inférieure du gain de la commande, il faut évaluer les bornes de chaque incertitude.

#### Calculs en ligne

Les calculs en ligne regroupent le calcul de la commande  $v_0$  et le calcul de la commande  $v_1$ .

#### Algorithme.

L'algorithme de la Figure (3.1) présente les différentes étapes dans le calcul de la commande.

### 3.2.4 Application de la commande par *Integral Sliding Mode* au système électropneumatique [58, 56]

#### Préliminaire

L'objectif consiste à synthétiser une loi de commande robuste (par rapport aux variations paramétriques et perturbations aérodynamiques) permettant un placement de haute pré-

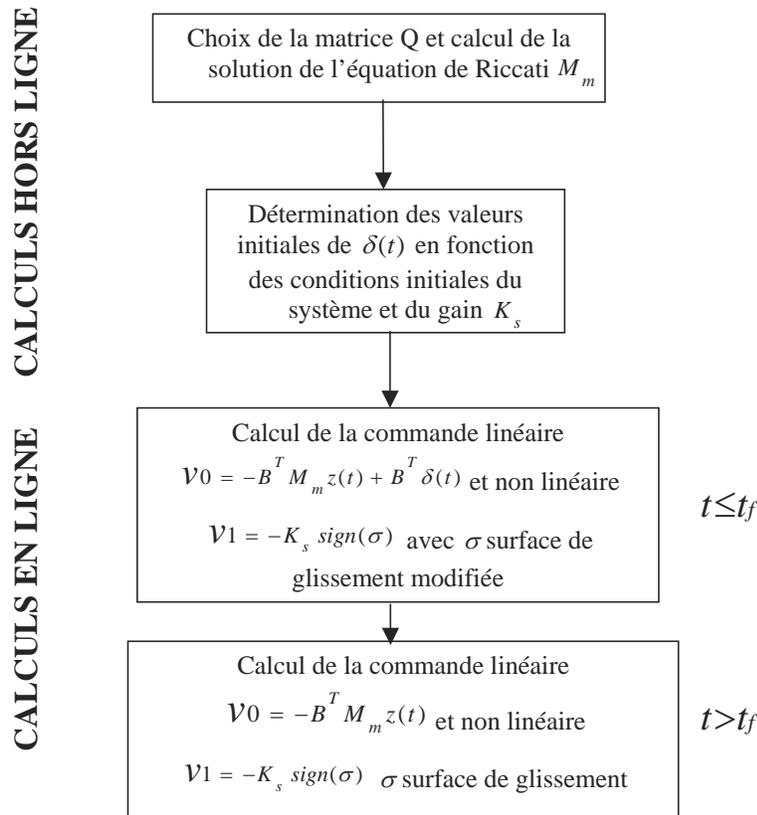


Figure 3.1: Etapes de calcul de la commande *Integral Sliding Mode*

cision de la position du piston du vérin équipant le système électropneumatique décrit dans le Chapitre 2. La commande par "*Integral Sliding Mode*" est synthétisée dans un contexte monovariante *i.e.* l'objectif de commande, à savoir le positionnement du piston du vérin, est unique. Pour la synthèse de la commande, le modèle (2.26) écrit à partir des paramètres nominaux du système, est considéré avec des incertitudes paramétriques additives bornées.

- Dans le cas nominal, la température dans les chambres est considérée constante et égale à la température ambiante. En fait, cette température évolue en fonction du débit massique de l'air, des propriétés thermiques du matériau du vérin et de la température extérieure. L'ensemble de ces incertitudes est borné et représenté par  $|\Delta T| < T_M$ .
- Les débits massiques réels ne sont pas mesurables (cf Section 2.3) : on utilise alors, pour la synthèse de commande des polynômes d'ordre 5 modélisant ces débits. Aussi, il existe des incertitudes bornées sur ces débits représentées par  $|\Delta \varphi| < \varphi_M$  et  $|\Delta \psi| < \psi_M$ .

- Les échange de chaleur ne sont pas pris en compte dans les paramètres nominaux, la constante polytropicque étant considérée égale à 1.2. En réalité elle est comprise entre 1 (cas isotherme) et 1.4 (cas adiabatique). Cette incertitude bornée est prise en compte par  $|\Delta k| < k_M$ .
- Les parties mobiles de l'application ont été mesurées pour une masse nominale  $M$ . Cependant cette masse peut être modifiée par ajout de masselotte (cf Section 2.2.2). Il s'agit d'un test classique de robustesse simple à effectuer et permettant d'évaluer la robustesse de la commande par exemple à un changement de gouverne sans modification de la commande. L'incertitude sur la masse est bornée et est représentée par  $|\Delta M| < M_M$ .
- Il existe des frottements visqueux sur l'ensemble des parties mobiles. Ces frottements sont estimés, avec une incertitude bornée  $\Delta b < b_M$
- Enfin, la force  $F$  représente la perturbation aérodynamique inconnue et est bornée par la force maximale des ressorts notée  $\delta F$  pour une position extrême.

Le modèle (3.26) représente le système (2.26) avec ses incertitudes paramétriques.

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_P &= \frac{(k + \Delta k)r(T + \Delta T)}{V_P(y)} [\varphi(p_P) + \Delta\varphi(p_P) - \frac{S}{r(T + \Delta T)} p_P v] \\
 &\quad + \frac{(k + \Delta k)r(T + \Delta T)}{V_P(y)} (\psi(p_P, \text{sign}(u)) + \Delta\psi(p_P, \text{sign}(u)))u \\
 \dot{p}_N &= \frac{(k + \Delta k)r(T + \Delta T)}{V_N(y)} [\varphi(p_N) + \Delta\varphi(p_N) + \frac{S}{r(T + \Delta T)} p_N v] \\
 &\quad - \frac{(k + \Delta k)r(T + \Delta T)}{V_N(y)} (\psi(p_N, \text{sign}(-u)) + \Delta\psi(p_N, \text{sign}(-u)))u \\
 \dot{v} &= (M^{-1} + \Delta M^{-1}) [S(p_P - p_N) - (b + \Delta b)v - \delta F] \\
 \dot{y} &= v.
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

### Espace de travail.

L'espace de travail  $\mathcal{X}$  considéré est l'espace physique. Les pressions  $p_P$  et  $p_N$  sont comprises entre  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$  et  $7 \times 10^5 \text{ Pa}$ , la vitesse de la tige du vérin est limitée à  $1 \text{ m/s}$  et les accélérations sont limitées à  $15 \text{ m/s}^2$  (données constructeur). La course totale du vérin est de  $50 \text{ mm}$ , mais les déplacements du chariot sont limités à  $\pm 18 \text{ mm}$  par des butées mécaniques. Donc  $x \in \mathcal{X} = \{x | 1 \times 10^5 \leq p_P \leq 7 \times 10^5; 1 \times 10^5 \leq p_N \leq 7 \times 10^5; -1 \leq v \leq 1; -18 \times 10^{-3} \leq y \leq 18 \times 10^{-3}\}$

### Synthèse de la commande par "*Integral Sliding Mode*."

Etant donné l'objectif de commande, on définit la variable de glissement  $s(x, t) = y - y_d(t)$ . A partir du modèle (3.26), on déduit que cette variable de glissement a un degré relatif de 3 par rapport à  $u$ , ce qui implique la synthèse d'une commande par modes glissants d'ordre au minimum égal à 3 [75]. On a alors

$$s^{(3)} = \chi(\cdot) + \gamma(\cdot)u \quad (3.27)$$

Les valeurs de  $\chi$  et  $\gamma$  dépendent des valeurs nominales et des incertitudes des paramètres du système et s'écrivent

$$\begin{aligned} \chi(\cdot) &= \bar{k}r\bar{T}S\bar{M}^{-1} \left( \frac{\bar{\varphi}(p_P)}{V_P(y)} - \frac{\bar{\varphi}(p_N)}{V_N(y)} \right) - \bar{k}S^2v\bar{M}^{-1} \left( \frac{p_P}{V_P(y)} - \frac{p_N}{V_N(y)} \right) \\ &\quad - \bar{b}\bar{M}^{-2} (S(p_P - p_N) - \bar{b}v - \delta F) - y_d^{(3)} \\ \gamma(\cdot) &= \bar{k}r\bar{T}S\bar{M}^{-1} \left( \frac{\bar{\psi}(p_P, \text{sign}(u))}{V_P(y)} + \frac{\bar{\psi}(p_N, \text{sign}(-u))}{V_N(y)} \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

avec  $\bar{T} = T + \Delta T$ ,  $\bar{\varphi} = \varphi + \Delta\varphi$ ,  $\bar{\psi} = \psi + \Delta\psi$ ,  $\bar{M}^{-1} = M^{-1} + \Delta M^{-1}$ ,  $\bar{k} = k + \Delta k$  et  $\bar{b} = b + \Delta b$ . La loi de commande  $u$  est définie à partir des valeurs nominales  $\chi_{Nom}$  et  $\gamma_{Nom}$  qui sont les grandeurs  $\chi$  et  $\gamma$  sans incertitude. Elle s'écrit

$$u = \gamma_{Nom}^{-1} \cdot [-\chi_{Nom} + v] \quad (3.29)$$

où  $\gamma_{Nom}$  est inversible dans l'espace de travail.

L'utilisation du prébouclage dépendant de  $\gamma_{Nom}$  et  $\chi_{Nom}$ , dans ce contexte monovarié et pour la classe d'incertitudes considérée, permet de diminuer le gain de la commande par modes glissants [33], ce qui introduira alors des commutations de la commande plus faible. A noter également que la dynamique des pressions est stable<sup>3</sup> dans  $\mathcal{X}$ .

**Remarque 5** Comme il a été vu précédemment (2.3.1), les valeurs des débits de chaque servodistributeur dépendent du signe de la commande  $u$ . Il est important de noter que dans le cas de la loi de commande  $u = \gamma_{Nom}^{-1} \cdot [-\chi_{Nom} + v]$ , la valeur de  $\gamma_{Nom}$ , qui dépend de  $u$ , est strictement positive. Le signe de  $u$  est donc le même que le signe de  $-\chi_{Nom} + v$ . Par définition,  $\chi$  et  $v$  ne dépendent pas de  $u$ , on peut donc connaître a priori le signe de la commande  $u$ . Il n'y a pas de boucle implicite dans le calcul de cette commande.

En remplaçant  $u$  dans la relation (3.27), on obtient

$$s^{(3)} = \bar{\chi}(\cdot) + \bar{\gamma}(\cdot)v \quad (3.30)$$

avec  $\bar{\chi} = \chi - \gamma\gamma_{Nom}^{-1}\chi_{Nom}$  et  $\bar{\gamma} = \gamma\gamma_{Nom}^{-1}$ .

### Calculs amonts

Comme il a été vu dans la Section 3.2.2, le problème de la synthèse de la loi de commande par modes glissants d'ordre 3 consiste à stabiliser en temps fini le système

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A z + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta(\cdot) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

---

<sup>3</sup>La stabilité de la dynamique des zéros n'a pas été démontrée formellement dans ces travaux. Ce problème complexe a cependant déjà été abordé dans le cadre de système électropneumatique [99]. A ce jour, uniquement la stabilité asymptotique locale d'un tel système a été démontrée; l'étude de la stabilité globale reste un problème ouvert.

où  $\beta(\cdot)$  est défini par  $\beta = \bar{\chi} + (\bar{\gamma} - 1)v$  et  $z = [s \dot{s} \ddot{s}]^T$ . La loi de commande  $v$  est composée de deux termes  $v_0$  et  $v_1$ , qui vont être calculés comme ci-après.

### Synthèse de la commande continue $v_0(t, z(0))$ .

Le calcul de la commande  $v_0$  se déroule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, un calcul hors ligne permet de résoudre l'équation de Riccati (3.13). Le paramètre de pondération  $Q$  doit être choisi comme étant une matrice définie positive : la matrice identité remplit ce critère.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors, la solution de (3.13) donne

$$M_m = \begin{bmatrix} 2.4142 & 2.4142 & 1.0000 \\ 2.4142 & 4.8284 & 2.4142 \\ 1.0000 & 2.4142 & 2.4142 \end{bmatrix}$$

### Calculs hors ligne.

La seconde partie du calcul consiste à déterminer les conditions initiales de  $\delta(t)$  en fonction des conditions initiales  $z(0)$  de manière à assurer  $z(t_f) = 0$ . La solution de

$$\dot{\delta} = -(A^T - M_m B B^T)\delta \quad (3.32)$$

est

$$\delta(t) = e^{A_m t} \delta(0) \quad (3.33)$$

avec  $A_m = -[A^T - M_m B B^T]$ . En remplaçant la commande  $v_0$  (3.14) et  $\delta(t)$  dans le système (3.10), on obtient

$$\dot{z} = -A_m^T z + B B^T e^{A_m t} \delta(0) \quad (3.34)$$

Avec  $z(t_f) = 0$  et en intégrant entre  $t = 0$  et  $t = t_f$ , on obtient

$$z(0) = - \underbrace{\left[ \int_0^{t_f} e^{A_m^T t} B B^T e^{A_m t} dt \right]}_H \cdot \delta(0)$$

où la matrice  $H$  est le grammien partiel de commandabilité du système linéaire  $\dot{x} = A_m x + Bv$ . Le calcul de  $H$  est effectué à partir de [130] et donne  $[\delta_1(0) \delta_2(0) \delta_3(0)]^T = [-4.61 \ -1.15 \ -9.55]^T$  pour un temps de convergence à  $t_f = 0.5$  s. Le temps de convergence est choisi de manière à ne pas saturer la tige de l'actionneur en vitesse et en accélération. Finalement, la commande  $v_0$  s'écrit

$$\begin{aligned} v_0 &= \begin{cases} -B^T M_m z(t) + B^T \delta(t) & \text{pour } 0 \leq t \leq 0.5 \\ -B^T M_m z(t) & \text{pour } t > 0.5 \end{cases} \\ \dot{\delta} &= -(A^T - M_m B B^T) \delta \end{aligned} \quad (3.35)$$

### Synthèse de la surface de type "*Integral Sliding Mode*"

Le choix de la surface de glissement est imposée par les performances souhaitées. La grandeur que la commande doit contrôler est la position. La variable de glissement est donc  $s(t) = y(t) - y_d(t)$ , la commande synthétisée étant du troisième ordre. En théorie, la surface de glissement est composée uniquement de  $s^{(2)}$  et du terme de correction  $\varsigma$  (cf 3.19). Cependant, dans le cas présenté ici, la variable  $s^{(2)} = a - a_d$  nécessite d'avoir une mesure précise de l'accélération de la tige du vérin. En pratique, cette valeur est obtenue en dérivant deux fois la mesure de position, ce qui donne une information bruitée possédant un retard. Dans notre cas, on utilise des dérivateurs numériques basés sur la théorie des modes glissants [116], ce qui offre un bon compromis bruit/déphasage. Néanmoins, pour pouvoir implanter la commande et limiter l'influence du bruit sur la mesure de l'accélération, la surface de glissement est choisie comme étant une fonction de  $\ddot{s}$ ,  $\dot{s}$  et de  $s$ . La variable de commutation s'écrit donc

$$\sigma = \ddot{s} + \varsigma_3 + 2\zeta\omega_n(\dot{s} + \varsigma_2) + \omega_n^2(s + \varsigma_1) \quad (3.36)$$

avec  $\varsigma_3 = -\ddot{s}(0)$ ,  $\varsigma_2 = -\dot{s}(0)$  et  $\varsigma_1 = -s(0)$  et  $\dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2$ ,  $\dot{\varsigma}_2 = \varsigma_3$ ,  $\dot{\varsigma}_3 = -v_0$ . La valeur de  $\omega_n = 200 \text{ rd/s}$  a été choisie proche de la pulsation propre du vérin en boucle ouverte  $\omega_{ol}^e$  en position centrale (cf Section 2.4.3 équation (2.40)) et est ajustée en simulation. La valeur de  $\zeta$  est fixée à 0.7 de manière à avoir la réponse la plus rapide sans surtension.

**Remarque 6** *La nouvelle variable de commutation ne change pas la théorie de la commande car le système évolue sur la surface de glissement modifiée  $\mathcal{S} = \{x | \sigma = \ddot{s} + \varsigma_3 + 2\zeta\omega_n(\dot{s} + \varsigma_2) + \omega_n^2(s + \varsigma_1) = 0$  dès l'instant initial.*

**Remarque 7** *Le choix de la variable de commutation (3.36) modifie le calcul du gain de la commande  $K_s$ . La dérivée de la variable de commutation (3.36) devient*

$$\dot{\sigma} = \bar{\chi} + (\bar{\gamma} - 1)v_0 + \bar{\gamma}v_1 + \underbrace{2\zeta\omega_n(\ddot{s} + \varsigma_3) + \omega_n^2(\dot{s} + \varsigma_2)}_{\vartheta} \quad (3.37)$$

On note  $V$  la borne maximale de  $\vartheta$  :  $|\vartheta| < V$ , la condition de convergence (3.23) devient

$$K_s > \frac{C_0 + (K_M + 1)v_{0M} + V + \eta}{K_m}. \quad (3.38)$$

### Synthèse de la commande discontinue $v_1(t, z_r(t))$

La commande discontinue est de la forme  $v_1(t) = -K_s \cdot \text{sign}(\sigma)$ . La valeur du gain  $K_s$  est calculée de manière à compenser les incertitudes du modèle et sa borne minimale est fixée par l'équation (3.38). Les incertitudes et les perturbations sont regroupées dans la table (3.1)

Le calcul du gain  $K_s$  permet de fixer une borne inférieure assurant la stabilité. Plus le gain  $K_s$  est important, plus le *chattering* est important. Il suffit donc de déterminer un

Température $T_0$	$\pm 20\%$
Masse mobile $M$	$\pm 125\%$
Modèle débit de fuite $\varphi(\cdot)$	$\pm 15\%$
Fonction $\psi(\cdot)$	$\pm 15\%$
Coefficient de frottement visqueux $b$	$\pm 20\%$
Constante polytropique $k$	$\pm 17\%$
Perturbation aérodynamique $F$	1200 N

Table 3.1: Bilan des incertitudes et des perturbations.

gain supérieur mais "raisonnable" à la borne pour assurer la stabilité et garantir le mode glissant.

**Remarque 8** *L'expérimentation a montré que le chattering engendre des erreurs supérieures au 0.2 mm spécifié dans le benchmark. Pour limiter le chattering en régime établi (consigne de position constante), le gain est diminué lorsque la surface de glissement est inférieure à un seuil fixé en fonction du cahier des charges.*

### 3.2.5 Résultats expérimentaux [58, 56]

Pour simplifier la présentation des résultats, seuls certains points du benchmark seront présentés ici. L'ensemble des résultats est disponible dans [55].

#### Essais temporels

Pour la commande par *Integral Sliding Mode*, l'écart statique quadratique moyen et le contrôle de la convergence en temps fini seront comparés aux résultats de la commande Gain Scheduling [26]. Deux cas seront pris en compte, le cas nominal et un essai de robustesse où la masse mobile est augmentée de 0.8 kg à 1.8 kg. Les résultats seront évalués à partir de la trajectoire basse altitude en créneaux. De manière à contrôler la vitesse maximale de la tige du vérin, les références discontinues de position sont adaptées pour que les trajectoires en position, vitesse, accélération et jerk soient continues (Figure : 3.2).

Pour la commande Gain Scheduling, la convergence n'est pas contrôlée. Avec la commande *Integral Sliding Mode*, le temps de convergence est fixé *a priori*. Le temps de convergence est limité par les paramètres physiques du système, dans notre cas l'erreur maximale en position initiale est de 32 mm, si on se limite à une vitesse maximale de 0.8 m/s sans discontinuité, le temps de convergence minimal est de 0.08 s. Pour améliorer la clarté des courbes le temps de convergence est fixé à 0.5 s.

**Suivi de trajectoire en position (Figure 3.3).** La position initiale est de 3.9 mm ce qui donne une erreur initiale de 19.9 mm. Avec la commande *Integral Sliding Mode* la position converge en 0.5 s comme fixé *a priori*, l'erreur statique est alors de 0.05 mm. Par contre avec la commande Gain Scheduling (GS) la position est plus longue à converger. En effet, bien que l'erreur diminue plus rapidement avec la commande Gain Scheduling, cette erreur se stabilise à 0.48 mm au bout de 0.65 s. En régime établi, les écarts statiques sont plus importants avec la commande GS (Table 3.2), cela est principalement dû à la non prise en compte des ressorts de perturbation dans le modèle linéarisé.

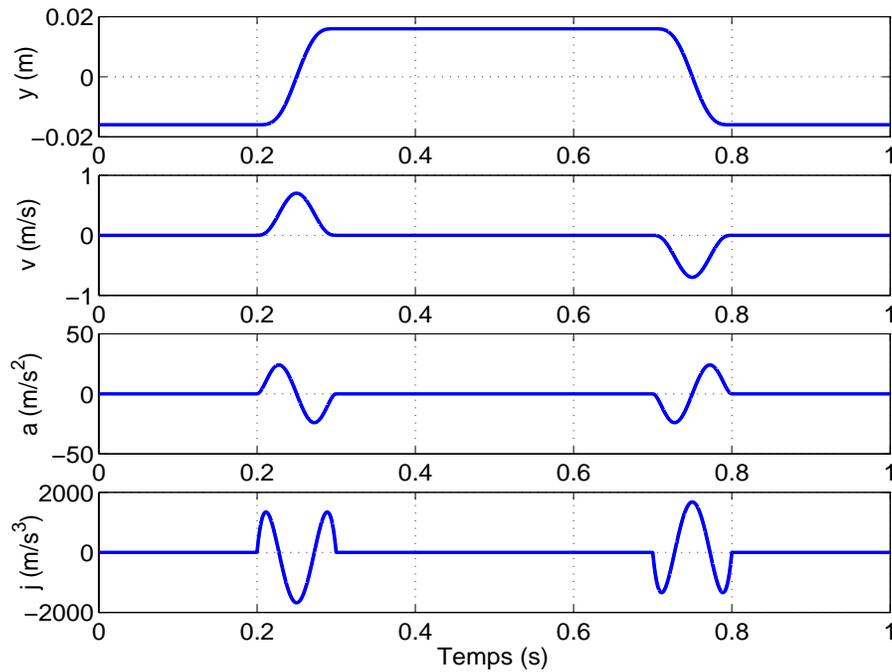


Figure 3.2: Trajectoires BA C modifiées

Commande	erreur statique quadratique moyenne
Gain Scheduling	0.48 mm
<i>Integral Sliding Mode</i>	0.05 mm
Benchmark	$\leq 0.2$ mm

Table 3.2: Ecart statique (mm)

**Mesure de pression (Figure 3.4).** Les pressions dans chaque chambre n'atteignent jamais les saturations. Les forces développées sont suffisamment importantes pour compenser les ressorts sans que les pressions saturent.

**Commande (Figure 3.5).** La commande Gain Scheduling sature durant toute la phase de convergence, alors que la commande *Integral Sliding Mode* reste inférieure à  $\pm 4 V$ . Durant les phases transitoires, les deux commandes saturent lorsque l'écart en position est maximal.

### Essais de robustesse

Un test standard pour les commandes d'actionneur de missile consiste à faire varier la masse mobile. Cela permet de tester la robustesse du système à une variation paramétrique et également de savoir si l'actionneur et sa gouverne sont transposables à une autre gamme de gouverne sans modification de la structure. La convergence en temps fini est toujours assurée par la commande ISM (Figure 3.6) et l'écart statique reste identique malgré l'augmentation de la masse de 125 %. Lors de cet essai, la saturation des commandes (Figure 3.7) est identique au cas nominal.

Sur les points du benchmark testés, les essais montrent que la commande non linéaire par

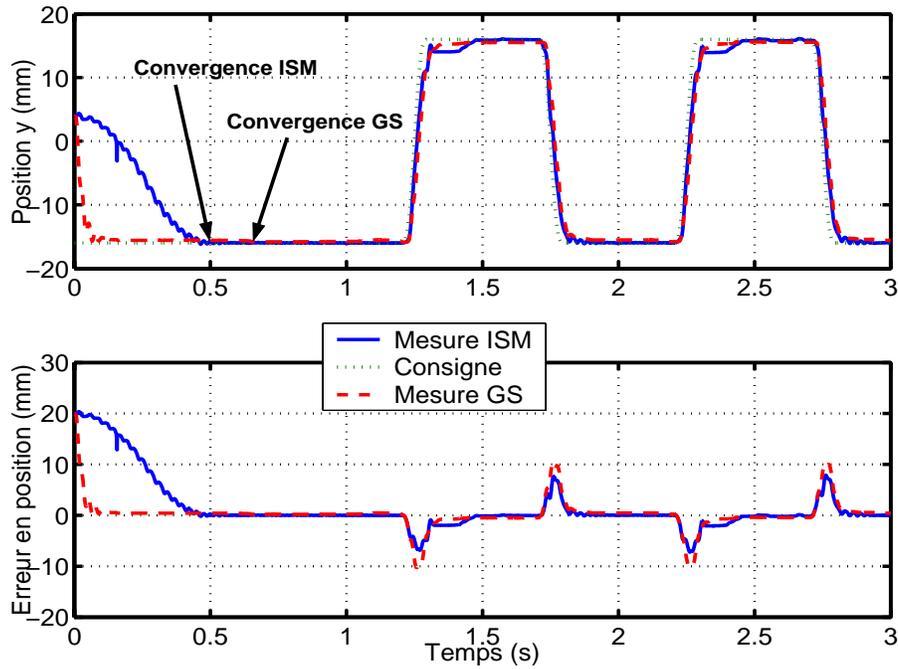


Figure 3.3: Suivi de position (haut) - Erreur de suivi (bas)

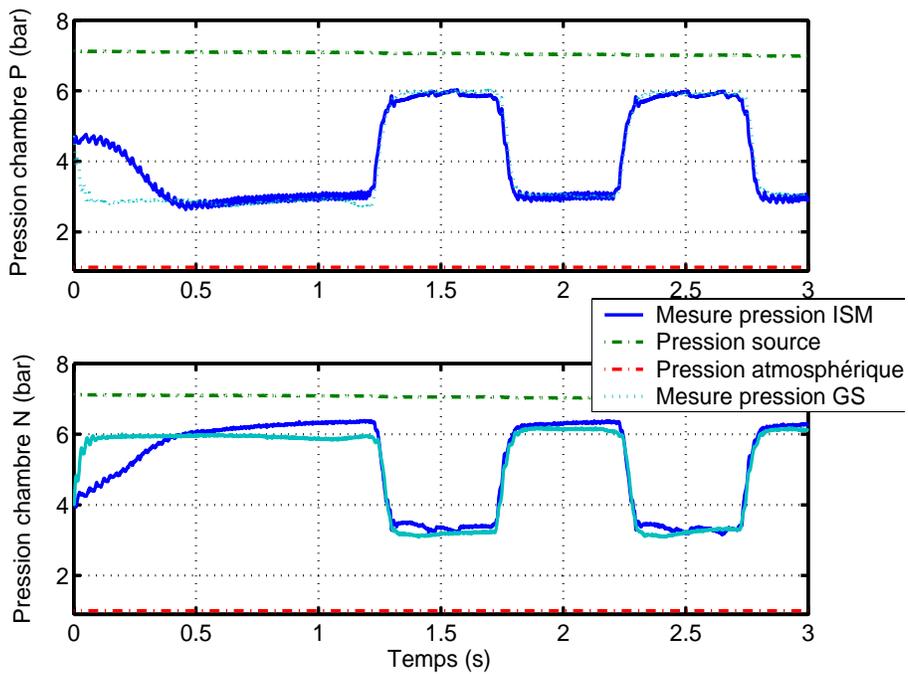


Figure 3.4: Pression chambre P (haut) et Pression chambre N (bas)

*Integral Sliding Mode* satisfait aux performances demandées, ce qui n'est pas le cas de la commande Gain Scheduling. Cependant, la mise en œuvre de la commande non linéaire demande plus de calculs que la commande Gain Scheduling. Le calcul des conditions

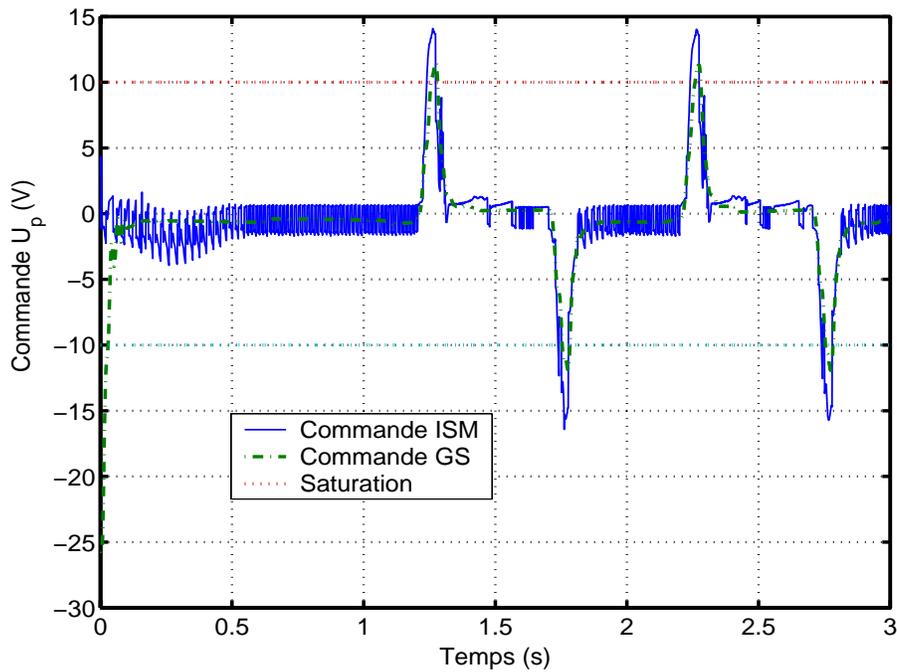


Figure 3.5: Commande servodistributeur P

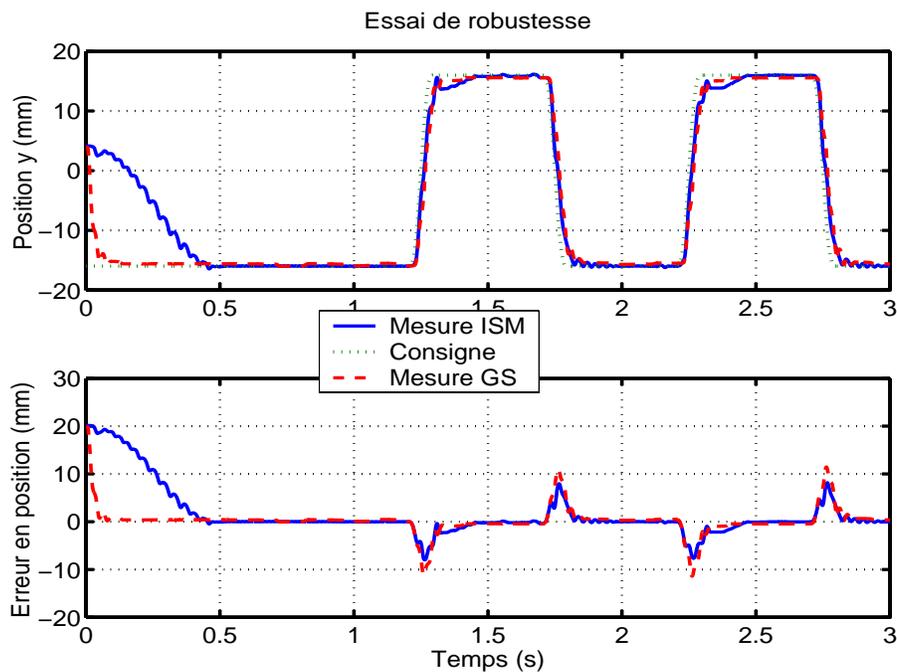


Figure 3.6: Suivi en position - essai de robustesse

initiales de  $\delta(t)$  et de ses dérivées doit être effectué hors ligne. Le principe de la convergence en temps fini peut être utilisé pour permettre de rejoindre n'importe quelle trajectoire depuis n'importe quelle condition initiale. Pour cela, il faut pouvoir effectuer tous les

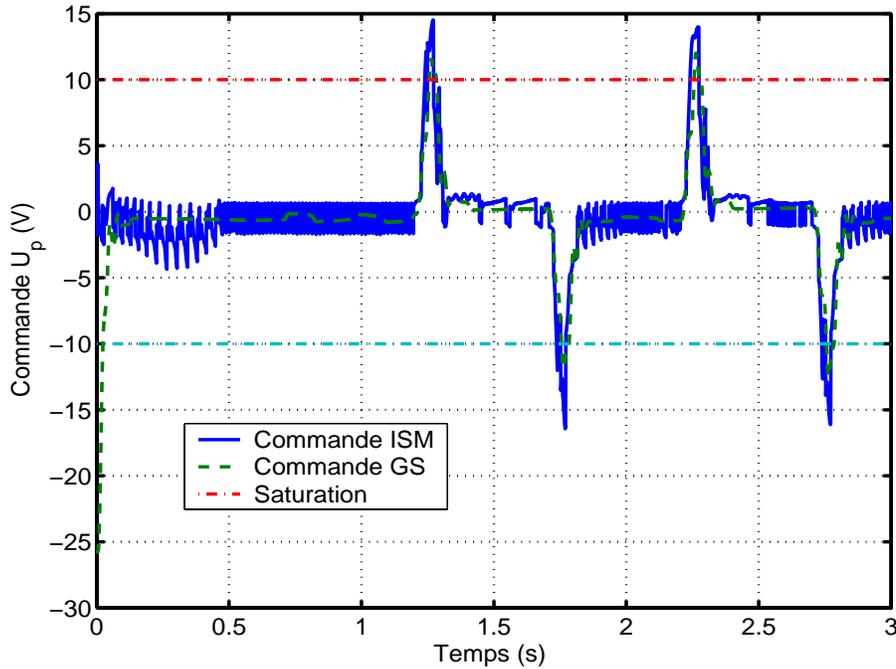


Figure 3.7: Commande servodistributeur P - essai de robustesse

calculs en ligne. Ce qui est complexe dans le cas de la commande par *Integral Sliding Mode*. De plus l'utilisation de deux composantes  $v_0$  et  $v_1$  dans la commande augmente le nombre de paramètres à régler (commande linéaire et non linéaire) et rend la synthèse de la loi de commande plus complexe. C'est pourquoi il est difficile d'implanter cette méthode dans un calculateur numérique permettant la commande d'une gouverne de missile. La suite de ce chapitre présente une méthode moins exigeante en calcul. Cette commande sera utilisée pour valider toutes les spécifications du benchmark.

### 3.3 Commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées monovariante

La commande présentée dans cette section est basée sur la poursuite d'une trajectoire pré-calculée permettant la convergence en temps fini. Cette commande possède les propriétés de robustesse des modes glissants d'ordre supérieur. Cette loi de commande originale peut être synthétisée dans un contexte monovariante [60] ou bien dans un contexte multivariante [61]. Les principaux avantages de cette commande sont

- Le temps de convergence est connu *a priori* et le réglage de la loi de commande est indépendant de ce temps.
- Le mode glissant est établi dès l'instant initial, ce qui assure la robustesse de la loi de commande durant toute la réponse du système.
- La stratégie de commande est applicable quelque soit l'ordre des modes glissants (supérieur ou égal au degré relatif).
- Le réglage des paramètres de la commande est simplifié.
- La génération de trajectoire permettant la convergence en temps fini utilise moins

de calcul.

### 3.3.1 Idée de base

La commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées repose sur une idée simple. Comme pour la commande par *Integral Sliding Mode*, le choix de la surface est effectué de telle sorte que, dans sa position initiale, le système est déjà sur cette surface et la commande le contraint à y évoluer de manière à assurer la convergence en temps fini. Par contre, la synthèse de cette loi de commande se passe en deux étapes. Tout d'abord, une trajectoire est pré-calculée en fonction des conditions initiales : elle permet de modifier la surface de glissement de telle sorte que les trajectoires du système évoluent sur cette surface pour tout  $t \geq 0$ . Ensuite, une commande discontinue assure que le système évolue sur la surface de glissement en dépit de la présence d'une certaine classe d'incertitudes et de perturbations.

### 3.3.2 Formulation du problème

Considérons le système non linéaire incertain de la forme

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ h(x) &= s(x, t) \end{aligned} \quad (3.39)$$

où  $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}$  l'entrée de commande et  $s(x, t) \in \mathbb{R}$  une fonction de sortie (variable de glissement).  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions incertaines. On considère toujours les hypothèses H1 à H3 satisfaites (cf Section 3.4).

L'objectif est de déterminer une commande qui contraint  $s(x, t)$  et ses  $r - 1$  premières dérivées à zéro en temps fini. Le problème de la stabilisation en temps fini du système (3.39) avec une commande par modes glissants d'ordre  $r$  est équivalent à la stabilisation en temps fini de (3.40) [94, 73]

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= A_{11}Z_1 + A_{12}Z_2 \\ \dot{Z}_2 &= \chi + \gamma u \end{aligned} \quad (3.40)$$

où  $\chi$  et  $\gamma$  sont définies par (3.5),  $Z_1 = [Z_{11} \ Z_{12} \ \dots \ Z_{1r-1}]^T := [s \ \dot{s} \ \dots \ s^{(r-2)}]^T$  et  $Z_2 = s^{(r-1)}$ .  $A_{11}$  et  $A_{12}$  sont définis par

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \end{bmatrix}_{(r-1) \times (r-1)} \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(r-1) \times 1} \quad (3.41)$$

Sous cette forme, le système peut être vu comme une chaîne d'intégrateurs avec un terme incertain borné. Le problème revient donc à stabiliser le système (3.40) dans un contexte linéaire incertain en considérant que les fonctions non linéaires  $\chi$  et  $\gamma$  sont des incertitudes paramétriques non structurées mais bornées.

**Remarque 9** *Pour simplifier l'exposé, nous avons pris ici l'ordre du modes glissants égale au degré relatif. Il est facile de définir un modes glissant d'ordre supérieur au degré relatif en prenant comme entrée les dérivées de  $u$ .*

### 3.3.3 Synthèse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées

La synthèse d'une commande par modes glissants d'ordre supérieur pour le système (3.40) repose sur le choix d'une surface variable en fonction du temps qui permet d'assurer une convergence en temps fini. Les trajectoires pré-calculées sont définies à partir d'une loi de commande linéaire continue. Ces trajectoires permettent de modifier la surface de glissement et une loi de commande discontinue contraint les trajectoires du système (3.40) à évoluer sur cette surface. Les trajectoires sont calculées de manière à induire à  $t = t_f$ , l'établissement d'un régime de modes glissants d'ordre  $r$ , malgré des incertitudes.

La synthèse de la commande se déroule en deux étapes

- Une loi de commande linéaire à convergence en temps fini est utilisée pour générer les trajectoires de références du système (3.40). Ces trajectoires induisent la définition d'une surface de glissement sur laquelle le système évolue.
- Une loi de commande discontinue  $v$  contraint les trajectoires du système à évoluer sur la surface de glissement de manière à assurer l'établissement d'un régime glissant d'ordre  $r$  à  $t = t_f$ .

#### Commande linéaire à convergence en temps fini [94].

Soit le système linéaire

$$\dot{\xi} = A_{11}\xi + A_{12}w \quad (3.42)$$

avec  $\xi = [\xi_1 \cdots \xi_{r-1}] \in \mathbb{R}^{r-1}$  ( $r > 1$ ) le vecteur d'état,  $w \in \mathbb{R}$  l'entrée de commande et  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  définis par l'équation (3.41).

**H5.** Il existe un entier  $j$  tel que  $1 \leq j \leq r - 1$  et  $\xi_{r-j}(0) \neq 0$  borné.

Une commande permettant la convergence en temps fini de ce système est donnée par [94]

$$w = KF^{r-1}e^{Ft}T\xi_{r-j}(0) \quad (3.43)$$

avec  $F$  une matrice de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$ . Le vecteur gain  $K$  de dimension  $1 \times 2r$  est calculé de manière à ce que le système (3.42) atteigne l'origine en un temps fini  $t_f$ . En effet, en utilisant le principe présenté dans [45],  $K$  permet de fixer les conditions finales de  $\xi_i$  ( $1 \leq i \leq r - 1$ ) et les conditions initiales et finales de  $w$ . Considérons le système (3.42) commandé par (3.43). Une solution est (avec  $1 \leq j \leq r - 1$ )

$$\begin{aligned} \xi_1 &= Ke^{Ft}T\xi_{r-j}(0) \\ \xi_2 &= KF e^{Ft}T\xi_{r-j}(0) \\ &\vdots \\ \xi_{r-2} &= KF^{r-3}e^{Ft}T\xi_{r-j}(0) \\ \xi_{r-1} &= KF^{r-2}e^{Ft}T\xi_{r-j}(0) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Le gain  $K$  permet de fixer arbitrairement

1. Les conditions finales de  $\xi$  à l'instant  $t = t_f$ ,  $\xi_F := \xi(t_f)$ , sous réserve de connaître les conditions initiales  $\xi(0)$ . Dans notre cas, la condition finale à atteindre est  $\xi_F = 0$ .
2. Les conditions initiale et finale de la loi de commande  $w$ . Dans le cas présent, l'objectif est de stabiliser le système (3.42) à  $\xi_F = 0$  en un temps fini  $t_f$ . On a alors  $w_F := w(t_f) = 0$ .

On obtient  $2r$  équations, chacune correspondant aux conditions initiales et finales de chacune des  $r$  variables d'état et de l'entrée de commande.

$$\begin{aligned}
(a) \quad w(0) &= KF^{r-1}T\xi_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-1}T\xi_{r-j}(0) = w(0) \\
(b) \quad w(t_f) &= KF^{r-1}e^{Ft_f}T\xi_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-1}e^{Ft_f}T = 0 \\
(c) \quad \xi_{r-1}(0) &= KF^{r-2}T\xi_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-2}T\xi_{r-j}(0) = \xi_{r-1}(0) \\
(d) \quad \xi_{r-1}(t_f) &= KF^{r-2}e^{Ft_f}T\xi_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-2}e^{Ft_f}T = 0 \\
&&& \vdots \\
&&& \xi_1(0) = KT\xi_{r-j}(0) && \rightarrow KT\xi_{r-j}(0) = \xi_1(0) \\
&&& \xi_1(t_f) = Ke^{Ft_f}T\xi_{r-j}(0) && \rightarrow Ke^{Ft_f}T = 0.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Le système de  $2r$  équations ainsi formé permet de trouver les  $2r$  valeurs du gain  $K$ .

**Lemme 1** *Il existe une matrice stable  $F$  (ses valeurs propres sont à parties réelles négatives) et une matrice  $T$  tel que la matrice  $\mathcal{K}$  définie par*

$$\mathcal{K} = [F^{r-1}T\xi_{r-j}(0) \mid F^{r-1}e^{Ft_f}T \mid F^{r-2}T\xi_{r-j}(0) \mid F^{r-2}e^{Ft_f}T \mid \cdots \mid T\xi_{r-j}(0) \mid e^{Ft_f}T] \tag{3.46}$$

soit inversible.

A partir du Lemme 1, on peut écrire que le système (3.45) composé de  $2r$  équations linéaires admet une seule solution  $K$  qui s'écrit

$$K = [w(0) \ 0 \ \xi_{r-1}(0) \ 0 \ \cdots \ \xi_1(0) \ 0] \cdot \mathcal{K}^{-1} \tag{3.47}$$

**Lemme 2** [94] *Considérons le système linéaire (3.42) avec l'hypothèse H5 vérifiée. La loi de commande*

$$w = \begin{cases} KF^{r-1}e^{Ft}T\xi_{r-j}(0) & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \tag{3.48}$$

avec  $F$  une matrice de dimension  $2r \times 2r$ ,  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$  satisfaisant le Lemme 1,  $0 < t_f < \infty$  et le vecteur  $K$  de dimension  $1 \times 2r$  solution de (3.47), assure que le système (3.42) rejoint l'origine en un temps fini  $t_f$ .

**Remarque 10** *L'hypothèse H5 n'est pas restrictive. En effet, s'il existe au moins une variable d'état dont la valeur initiale n'est pas égale à 0, l'hypothèse est vérifiée. Sinon, cela implique que le vecteur d'état est égal à 0 : dans ce cas, cela signifie que le système (3.42) est déjà à l'origine :  $w = 0$  maintient donc le système dans cette position.*

**Remarque 11** *Le choix d'une matrice  $F$  stable et d'un instant  $t_f$  borné implique que  $K$  est borné. Il existe alors une valeur  $\Theta \in \mathbb{R}^{+*}$  tel que*

$$|KF^{r-1}e^{Ft}T\xi_{r-j}(0)| < \Theta. \tag{3.49}$$

Cette commande permettant de faire converger un système linéaire en temps fini est utilisée pour calculer la variable de glissement de la commande par modes glissants d'ordre supérieur.

### Calcul de la variable et de la surface de glissement.

La commande linéaire présentée dans la section précédente permet de calculer les trajectoires de référence permettant d'assurer une convergence en temps fini du système non linéaire. Considérons la première partie du système (3.42) avec  $Z_1 = [Z_{10} \ Z_{11} \ \dots \ Z_{1r-2}]^T$  ( $r > 1$ ),

$$\dot{Z}_1 = A_{11}Z_1 + A_{12}Z_2. \quad (3.50)$$

L'état  $Z_2$  est considéré comme l'entrée du système (3.50). Supposons que

**H5'**. Il existe un entier  $j$  tel que  $1 \leq j \leq r$  et  $Z_{1r-j}(0) \neq 0$  borné.

A partir des Lemmes 1 et 2, la loi de commande  $Z_2$  assurant  $Z_1(t_f) = Z_2(t_f) = 0$ , s'écrit

$$Z_2(t) = KF^{r-1}e^{Ft}TZ_{1r-j}(0) \quad (3.51)$$

avec  $F$  une matrice stable de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$ .  $K$  est une matrice de gain défini tel que le système (3.50) soit stabilisé à l'origine en un temps fini  $t_f$ . On obtient alors le gain  $K$  tel que

$$K = [Z_2(0) \ 0 \ Z_{1r-2}(0) \ 0 \ \dots \ Z_{10}(0) \ 0] \cdot \mathcal{K}^{-1}. \quad (3.52)$$

A partir des hypothèses précédentes, il existe une constante positive  $\Theta \in \mathbb{R}^+$  tel que

$$|KF^{r-1}e^{Ft}TZ_{1r-j}(0)| < \Theta. \quad (3.53)$$

On définit  $\sigma(Z, t)$  la variable de commutation par

$$\sigma(Z, t) = Z_2 - KF^{r-1}e^{Ft}TZ_{1r-j}(0).$$

Concrètement la commande linéaire du système (3.40) est utilisée pour générer la trajectoire désirée de  $Z_2$ . La dynamique permettant d'obtenir la stabilisation en temps fini du vecteur  $[Z_1^T \ Z_2^T]^T$  en zéro est donnée par l'équation  $\sigma(Z, t) = 0$ . La surface de glissement sur laquelle le système (3.39) va évoluer via une commande discontinue  $v$  est définie par

$$\mathcal{S} = \{Z, t \mid \sigma(Z, t) = 0\} \quad (3.54)$$

En considérant l'équation (3.45-a), on obtient  $\sigma(Z, 0) = 0$  à l'instant initial, le système évolue continuellement sur la surface de glissement.

### Synthèse de la commande

Une fois la surface de glissement permettant une convergence vers l'origine en temps fini du système définie, la loi de commande discontinue  $v$  qui force les trajectoires d'état du système à évoluer sur  $\mathcal{S}$ , doit être synthétisée. Une fois la convergence établie, la loi de commande maintient le système sur la trajectoire de référence.

**Théorème 3** [73] *Soit le système (3.39) possédant un degré relatif  $r$  par rapport à  $\sigma(x, t)$ . Supposons que les hypothèses H1, H2, H3 et H5 soient vérifiées. L'ordre de glissement est fixé à  $r$  et le temps de convergence, fixé a priori, est tel que  $0 < t_f < \infty$ . Soit  $\sigma \in \mathbb{R}$  une fonction définie par*

$$\sigma(s^{(r-1)}, t) = \begin{cases} s^{(r-1)} - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \\ s^{(r-1)} & \text{pour } t > t_f \end{cases} \quad (3.55)$$

avec  $K$  l'unique solution de l'équation (3.52)  $F$  une matrice stable de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$  tel que le Lemme 1 soit vrai. Alors, la loi de commande  $v$  définie par

$$v = -K_s \text{sign}(\sigma) \quad (3.56)$$

avec

$$K_s \geq \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m} \quad (3.57)$$

où  $C_0$ ,  $K_m$  définis par (3.6),  $\Theta$  défini par (3.53) et  $\eta$  condition de  $\eta$ -attractivité [127] assure l'établissement d'un régime glissant d'ordre  $r$  par rapport à  $s$ . Le temps de convergence est fixé a priori à la valeur  $t_f$ .

**Preuve** La stabilisation en zéro et en temps fini de  $[s \dot{s} \dots s^{(r-1)}]^T$  est réalisé par glissement sur la surface définie par

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} \mid s^{(r-1)} - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) = 0\}. \quad (3.58)$$

La loi de commande discontinue assurant le glissement sur la surface  $\sigma$  pour tout  $t \geq 0$ , est de manière à satisfaire la condition

$$\dot{\sigma} \cdot \sigma < -\eta |\sigma| \quad (3.59)$$

où  $\eta > 0$  est une valeur réelle positive. On a alors

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \chi + \gamma \cdot v - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) \\ &= \chi - \gamma \cdot K_s \text{sign}(\sigma) - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) \end{aligned} \quad (3.60)$$

– Supposons que  $\sigma > 0$ . On obtient alors

$$\chi - \gamma \cdot K_s - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) < -\eta. \quad (3.61)$$

Sachant que  $0 < K_m < \gamma < K_M$ ,  $|\chi| < C_0$  et  $|KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0)| < \Theta$ , l'équation (3.61) donne

$$K_s > \frac{\chi - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) + \eta}{\gamma} \rightarrow K_s > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m} \quad (3.62)$$

– Supposons maintenant que  $\sigma < 0$ . On obtient alors

$$\chi + \gamma \cdot K_s - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) < \eta, \quad (3.63)$$

$$K_s > \frac{-\chi + KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) + \eta}{\gamma} \rightarrow K_s > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m} \quad (3.64)$$

En utilisant la loi de commande  $v = -K_s \text{sign}(\sigma)$  et en respectant l'inéquation de gain  $K_s > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}$ , la condition (3.59) est validée.

**Implémentation de la loi de commande.** Pour résumer, la loi de commande  $v$  s'écrit

- pour  $0 \leq t \leq t_f$ ,  $v = -K_s \cdot \text{sign} \left( s^{(r-1)} - KF^{r-1}e^{Ft}Ts^{(r-j)}(0) \right)$ . A l'instant  $t = t_f$ , le système satisfait  $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$ . Un régime de mode glissant d'ordre  $r$  est ainsi établi.
- pour  $t > t_f$ , l'objectif consiste simplement à maintenir le système dans l'état  $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$ , ce qui est assuré par la loi de commande  $v = -K_s \text{sign}(s^{r-1})$ .

### 3.3.4 Application de la commande à trajectoire pré-calculée au système électropneumatique [60]

Pour synthétiser la commande à trajectoire pré-calculée, on utilise le système non linéaire (3.26). Les incertitudes et les perturbations considérées sont les mêmes que pour la commande par *Integral Sliding Mode* et sont regroupées dans la table (3.1).

#### Calculs amont

Le calcul de la borne minimale du gain  $K_s$  est donné par l'équation (3.57). En prenant en compte toutes les valeurs contenues dans la table (3.1), on détermine que le gain doit être supérieur à la valeur  $K_s > 16000$ . Comme pour la commande *Integral Sliding Mode* (Remarque 8), le gain de la commande discontinue est adapté lorsque le système se trouve dans une position fixe de manière à limiter le *chattering*. La commande par modes glissants synthétisée ici est d'ordre  $r = 3$ . Le vecteur  $T$  est donc de la forme

$$T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

et la matrice  $F$  de dimension  $2r \times 2r$  est une matrice diagonale (non identité) dont les termes sont négatifs et de valeurs proches les unes des autres pour symétriser les trajectoires. Ces termes ne doivent pas être identique car dans ce cas le système d'équations (3.45) serait sous déterminé.

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Une fois ces matrices choisies, il faut résoudre l'équation permettant de déterminer la valeur de  $K$  en fonction des conditions initiales.

### Calculs hors ligne

Les calculs hors ligne consistent à résoudre l'équation (3.52) qui permet de déterminer les  $2r$  valeurs du vecteur  $K$ . Pour déterminer les  $2r$  valeurs il faut  $2r$  équations, et donc pour une commande par modes glissants d'ordre 3, les conditions initiales et finales de position, vitesse et d'accélération donnent les 6 équations nécessaires à la résolution de  $K$ .

**Synthèse de la commande par modes glissants d'ordre 3.** Considérons la variable de glissement  $s = y(t) - y_d(t)$ . Comme il a été vu dans la section (3.2.4), la commande  $u$  appliquée au système électropneumatique peut s'écrire

$$u = \gamma_{Nom}^{-1} \cdot [-\chi_{Nom} + v] \quad (3.65)$$

où  $v$  est une commande par modes glissants d'ordre 3 à trajectoires pré-calculées de la forme

$$v = -K_s \text{sign}(\sigma) \quad (3.66)$$

**Choix de la variable de commutation.** Comme pour la commande *Integral Sliding Mode*, la variable se compose d'un polynôme en position, vitesse et accélération dont les coefficients sont identiques pour tous les essais ( $\omega_n = 200 \text{ rd/s}$  et  $\zeta = 0.7$ ). En appliquant la correction de trajectoire, elle s'écrit

$$\sigma = \ddot{s} - KF^2 e^{Ft} Ts(0) + 2\xi\omega_n [\dot{s} - KF e^{Ft} Ts(0)] + \omega_n^2 [s - K e^{Ft} Ts(0)] \quad (3.67)$$

avec les conditions initiales :  $\ddot{s}(0) = 0 \text{ ms}^{-2}$ ,  $\dot{s}(0) = 0 \text{ ms}^{-1}$  et  $s(0) = 0.0199 \text{ m}$ . Le temps de convergence choisi est identique au précédent  $t_f = 0.5 \text{ s}$ .

### 3.3.5 Résultats expérimentaux

La commande présentée ici permet d'obtenir des résultats compatibles avec le benchmark tout en étant simple à implémenter. Les paramètres de réglages sont peu nombreux mais suffisants pour satisfaire les spécification du benchmark. C'est pourquoi cette commande a été utilisée pour valider tous les points du benchmark. Pour simplifier la présentation, seul l'essai de trajectoire basse altitude en créneaux (BA C) est étudié ici. En plus des essais temporels, les essais fréquentiels sont également détaillés.

#### Essais temporels

On utilise les mêmes trajectoires pour cet essai que celles décrites dans la section (3.2.5). Les conditions d'expérimentation sont rigoureusement identiques aux essais des commandes linéaires et *Integral Sliding Mode*. Pour l'ensemble des figures, le terme mg3 désigne la commande par modes glissants d'ordre 3 monovariante à trajectoires pré-calculées et ISM désigne la commande par *Integral Sliding Mode*.

**Suivi de trajectoire en position (Figure 3.8).** La position initiale est de  $3.9 \text{ mm}$ , l'erreur initiale est de  $19.9 \text{ mm}$ . On retrouve la convergence fixée *a priori* à  $0.5 \text{ s}$ , avec une trajectoire moins soumise au *chattering* que pour la commande *Integral Sliding Mode*. L'écart statique quadratique moyen est de  $0.02 \text{ mm}$ .

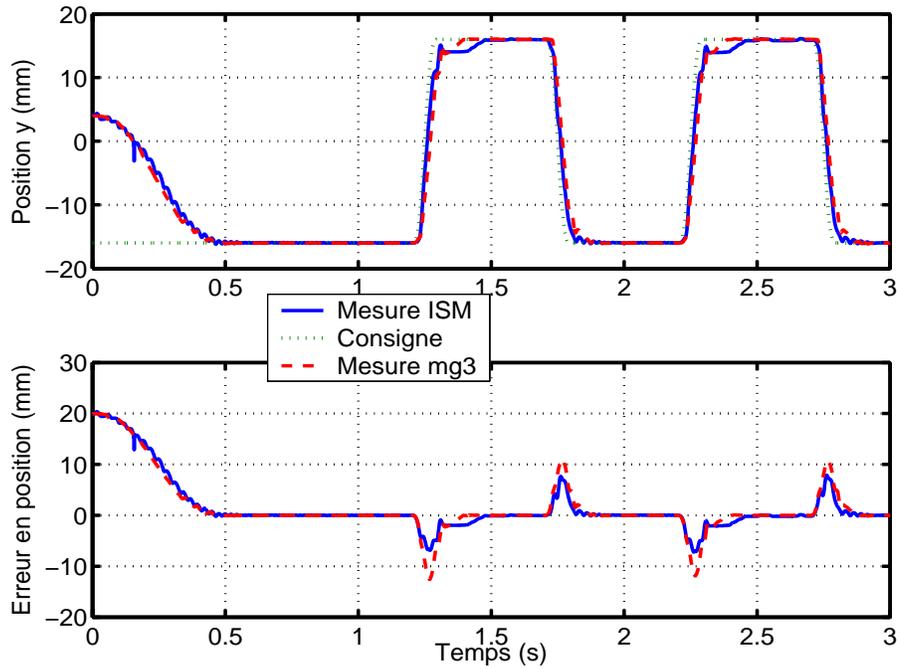


Figure 3.8: Suivi de position (haut) - Erreur de suivi (bas)

Commande	erreur statique quadratique moyenne
Gain Scheduling	0.48 mm
<i>Integral Sliding Mode</i>	0.05 mm
MG3	0.02 mm
Benchmark	$\leq 0.2$ mm

Table 3.3: Ecart statique (mm)

**Mesure de pression (Figure 3.9).** Les pressions ne saturent pas, l'évolution des pressions est également moins soumise au phénomène de chattering.

**Commande (Figure 3.10).** La commande appliquée sur l'entrée des servodistributeurs ne sature pas durant la phase de convergence de la position. Lorsque les transitoires sont importants (lors des 150 premières millisecondes de chaque créneau), la saturation de  $u$  est plus importante avec la commande *Integral Sliding Mode* qu'avec la commande à trajectoire pré-calculé (MG3).

**Consommation énergétique** Actuellement les temps de réponse des débitmètres massiques ne permettent pas de quantifier de manière précise la quantité d'air consommée. C'est pourquoi l'étude est effectuée en simulation à partir des connaissances acquises sur les servodistributeurs [105]. La consommation d'air du système est donc évaluée grâce au simulateur développé sous AMESim. Dans un premier temps, les cycles (Section 1.5.1) sont effectués sur le banc d'essai. Les signaux de position des tiroirs des servodistributeurs et les pressions dans les chambres sont enregistrés. Le tableau de points expérimentaux (2.13) donnant le débit traversant le servodistributeur en fonction de la commande et de la pression dans la chambre est alors utilisé. Ce tableau a été obtenu à partir de mesures en

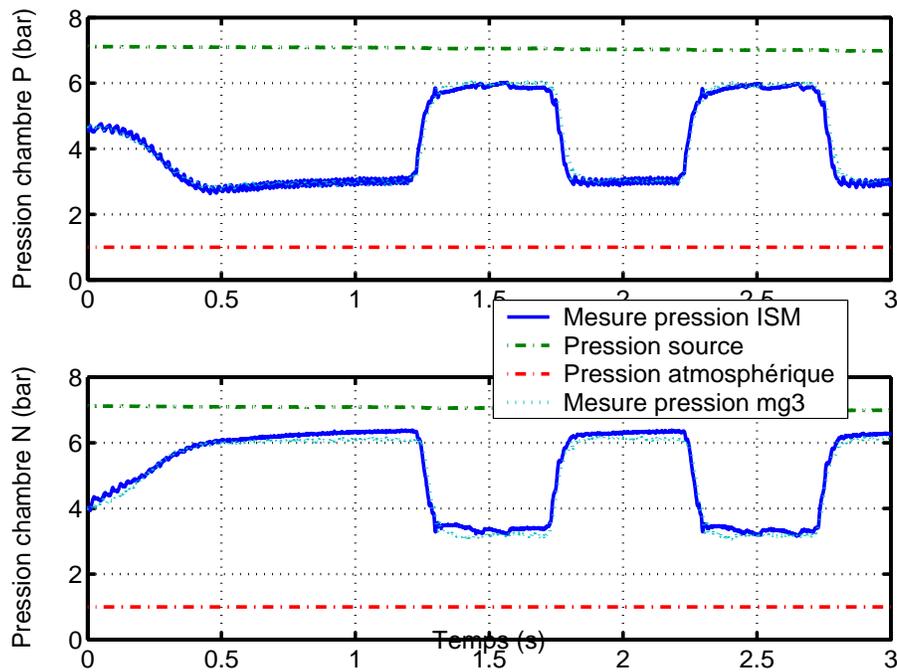


Figure 3.9: Pression chambre P (haut) et Pression chambre N (bas)

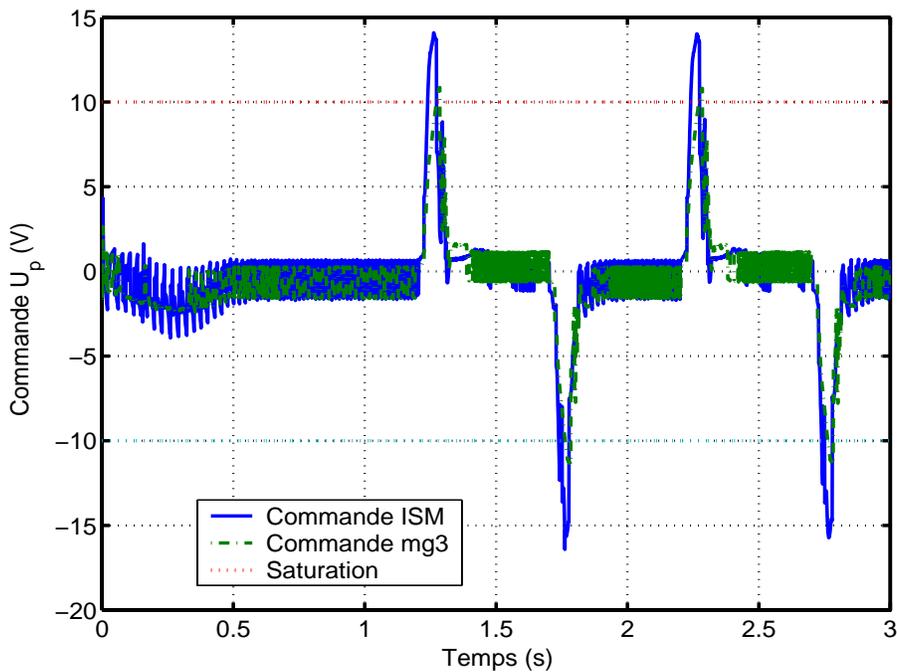


Figure 3.10: Commande servodistributeur P

régime établi [106], la commande  $u$  est l'image de la position du tiroir en régime statique. Cette méthode nous permet de nous affranchir de la prise en compte de la dynamique des tiroirs qui est fortement non linéaire. Ainsi le débit massique délivré par les servodistri-

buteurs est reconstruit et permet d'estimer la consommation d'air totale. L'ensemble de l'estimation de la consommation se déroule comme suit

1. Les cycles représentatifs d'une mission sont effectués sur le banc, les signaux de position des tiroirs des servodistributeurs et de pression dans les chambres sont sauvegardés.
2. Les signaux de position des tiroirs (compris entre 3 et 7 V) sont convertis en signal de commande ( $\pm 10$  V).
3. Les mesures de pression et le signal de commande reconstruit sont utilisés pour estimer le débit en simulation à partir du relevé de points expérimentaux.
4. Le débit est alors intégré sur l'ensemble de la trajectoire de manière à obtenir la consommation totale du cycle.

Commande	GS SISO	MG3 SISO
Consommation servo P	463 g	551 g
Consommation servo N	420 g	546 g

Table 3.4: Bilan des consommations

La Table (3.4) donne la consommation totale pour le cycle 1 avec les commandes linéaires monovariées (GS SISO) et non linéaires par modes glissants d'ordre 3 à trajectoires pré-calculées. On remarque que la commande non linéaire a une consommation plus importante, cela est dû au phénomène de *chattering* qui implique une consommation même lorsque le chariot est immobile. Avec la commande linéaire, lorsque le chariot est immobile, la consommation se limite aux fuites.

### Raideur

Sur un vérin pneumatique, la raideur est maximale lorsque la pression dans les chambres est maximale. Dans un contexte monovariable, la raideur n'est pas contrôlable car la pression se stabilise à une valeur arbitraire. Par exemple, si la position fixe réclame une différence de pression de 3 bar, la pression dans les chambres peuvent aussi bien être de  $p_P = 4$  bar et  $p_N = 1$  bar que  $p_P = 7$  bar et  $p_N = 4$  bar. Dans le second cas, la raideur du système est plus importante. L'un des intérêts d'une commande multivariable est de pouvoir contrôler une des pressions et donc de contrôler la raideur.

### Essais de robustesse

Comme avec les autres commandes, un essai avec une variation de masse est effectué. L'écart statique et le temps de convergence ne sont pas perturbés par l'augmentation de 125 % de la masse (Figure (3.11)). Les commandes (Figure (3.12)) ne saturent pas plus que dans le cas nominal. Cet essai montre la robustesse du système aux variations de masse.

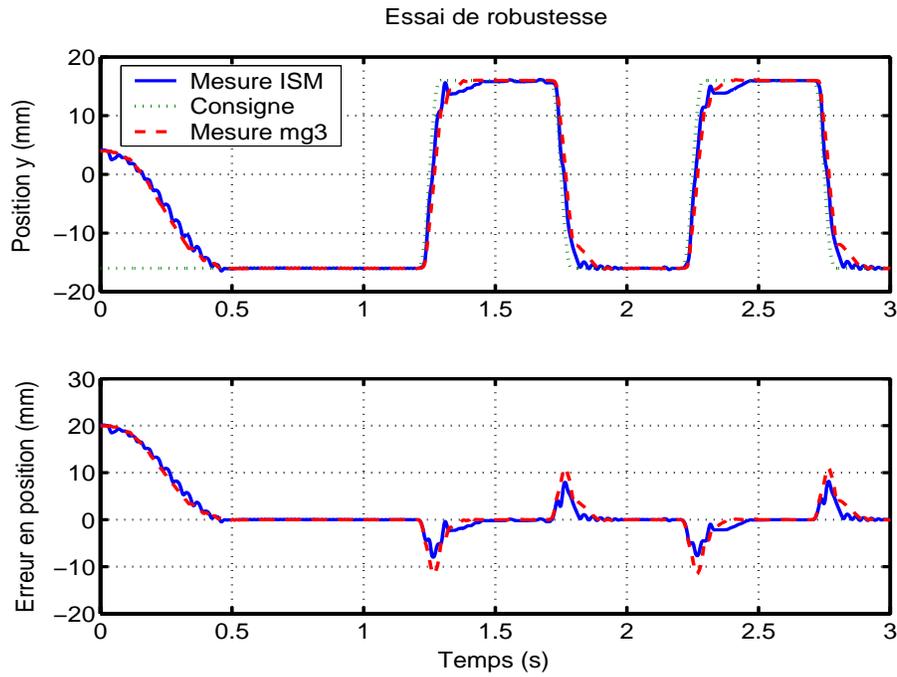


Figure 3.11: Suivi en position - essai de robustesse

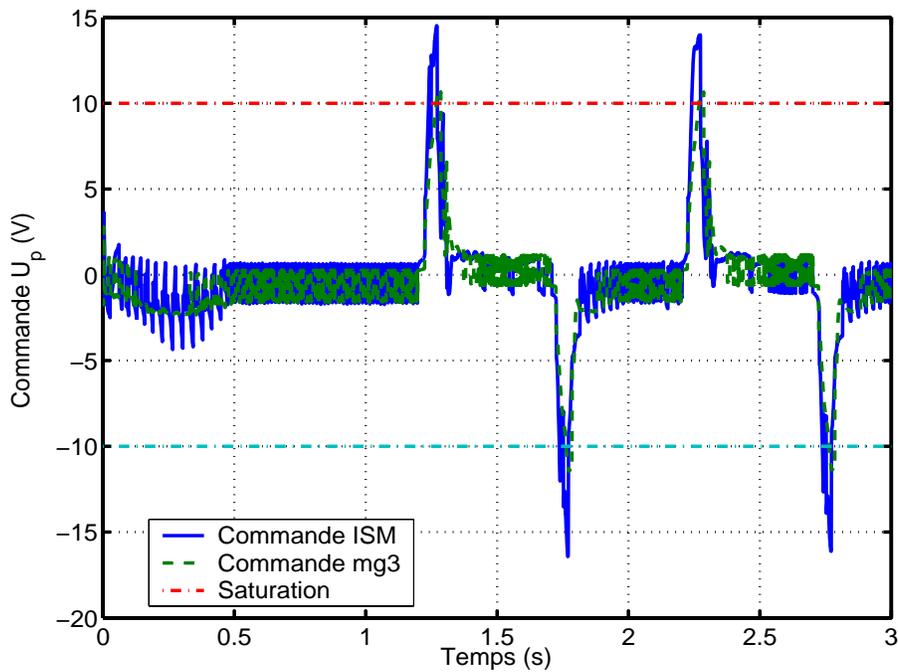


Figure 3.12: Commande servodistributeur P - essai de robustesse

### Essais fréquentiels

Pour évaluer les performances dynamiques du système, un diagramme de Bode est tracé (Figure 3.13). Le système étant non linéaire, la solution choisie est de relever pour des

fréquences allant de  $1\text{ Hz}$  à  $30\text{ Hz}$  la réponse en position de la tige du vérin pour un signal de consigne sinusoïdal. Les courbes de Bode représentent l'atténuation et le déphasage existant entre le signal de consigne et le fondamental de la réponse en position de la tige du vérin. Pour évaluer les performances de la commande non linéaire, les essais sont également effectués avec la commande linéaire (Gain Scheduling). Quelque soit la commande, le gain du système en boucle fermée est le même. La courbe de gain est légèrement en dessous du gabarit mais il est impossible d'améliorer les performances de gain sans changer le matériel, le gain est limité par le débit des servodistributeurs qui est imposé par la section de passage du fluide. En revanche la courbe de phase est nettement améliorée par la commande non linéaire. Lorsque la fréquence augmente, la phase reste près de  $-25^\circ$ . Avec la commande linéaire, la phase est décroissante avec une pente proche d'une fonction de transfert du second ordre.

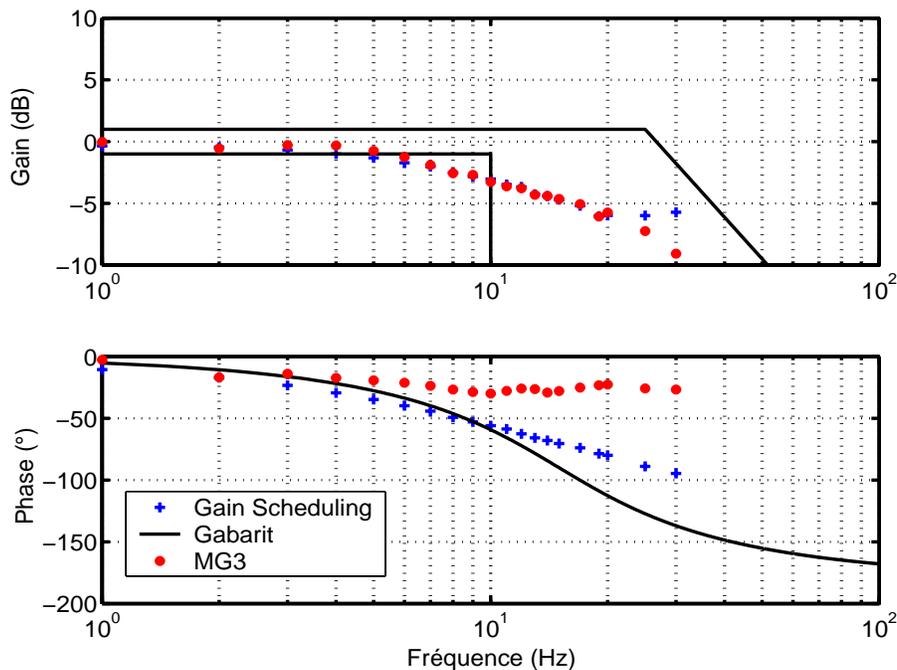


Figure 3.13: Diagramme de Bode

Les essais menés ont permis de valider l'utilisation d'une commande non linéaire pour satisfaire tous les critères du benchmark. La commande linéaire ne permet pas de satisfaire tous les critères, surtout en terme d'écart statique. Cependant, avec une commande monovariante, il n'est pas possible de contrôler une autre grandeur que la position de la tige. C'est pourquoi la section suivante présente la synthèse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculée dans un contexte multivariable.

### 3.4 Commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées multivariable

Dans les sections précédentes, seule une commande monovariante en position a été synthétisée. Cependant, le système a été conçu avec deux servodistributeurs (2) dans le but

de disposer deux entrées de commandes. En utilisant ces deux entrées, il est possible d'envisager un autre critère de performance à atteindre en plus du contrôle en position. Différents travaux ont été menés au Laboratoire AMPERE (ex-LAI) portant sur des critères énergétiques [30], sur des problèmes de contrôle de raideur [18], ou sur des problèmes de compliance [95]. Dans toutes ces études, la pression dans une des chambres a été choisie comme seconde grandeur à commander. Ce choix permet de commander la pression et la position ce qui revient à commander l'énergie délivrée par la source ou la compliance du système [118]. Dans l'application visée, ce choix doit permettre de commander la consommation de fluide, ce qui est un des critères du benchmark. Cependant, il n'existe pas à ce jour de travaux permettant de déterminer la trajectoire en pression afin de minimiser la consommation de fluide. Dans l'étude menée ici, le but est de démontrer que la commande multivariable en position et en pression du système est possible. Le choix de la trajectoire en pression est fait en fonction du déplacement du vérin, sans critère énergétique.

**Choix de la trajectoire en pression.** La trajectoire en pression  $p_P$  est choisie de manière à ce que l'écart en pression délivre une force suffisante aux déplacements tout en maintenant une pression  $p_P$  maximale. Pour assurer une rigidité maximale, il faut que la pression dans chaque chambre soit la plus importante possible. La pression commandée  $p_P$  doit être maximale (7 bar) pour une position maximale 16 mm et pour une position minimale -16 mm la pression doit être la plus forte possible tout en veillant à ce que la pression  $p_N$  ne sature pas. La dynamique de la pression  $p_P$  est choisie identique à celle de la position. La trajectoire en pression pour un déplacement de type Basse Altitude en Créneaux est donnée par la Figure 3.14. La consigne de pression est limitée à 6.5 bar de manière à ne pas saturer lors des transitoires et la consigne minimale de 2.5 bar est calculée de manière à ce que la force maximale délivrée par le vérin (en fonction de la borne de  $F$ ) soit atteignable sans saturation de  $p_N$ .

### 3.4.1 Application au système électropneumatique [61]

La commande par modes glissants à trajectoires pré-calculées va être maintenant utilisée dans un contexte multivariable. L'objectif est double, commander la position de la tige du vérin et la pression dans la chambre  $P$ . On considère les variables de glissement  $s_1$  et  $s_2$  suivante  $s_1 = y - y_d(t)$  et  $s_2 = p_P - p_{Pd}(t)$ . Du modèle (3.26) on déduit que le degré relatif de  $s_1$  par rapport à la commande  $u$  est égal à 3, d'où le choix d'une commande par modes glissants d'ordre 3. Le degré relatif de  $s_2$  est de 1 d'où le choix d'une commande par modes glissants d'ordre 1. On définit un vecteur de sortie  $h(x) = [h_1 \ h_2]^T := [y \ p_P]^T$ , ce qui implique

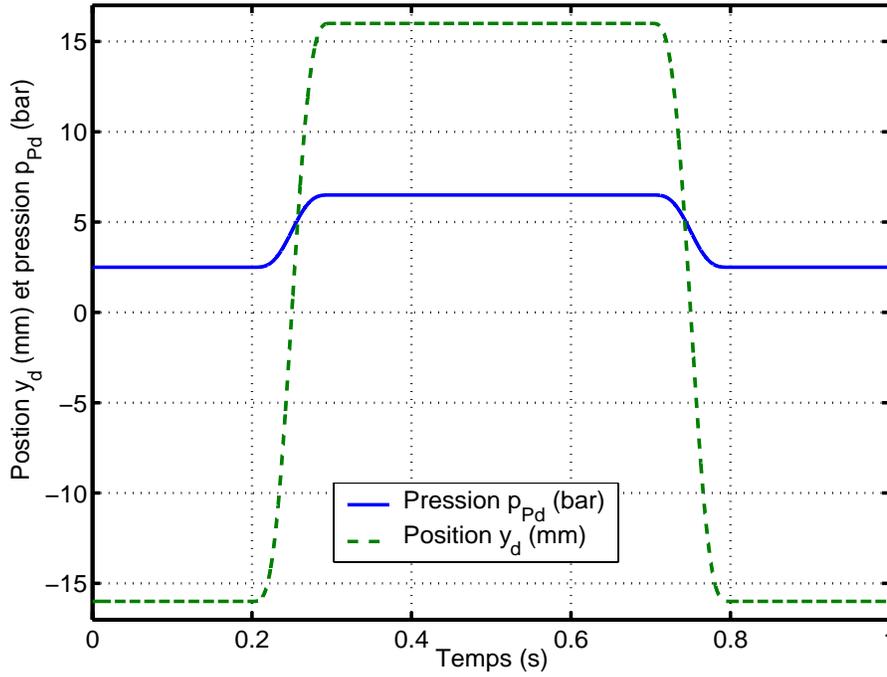
$$\begin{bmatrix} s_1^{(3)} \\ s_1^{(1)} \\ s_2 \end{bmatrix} = \bar{\chi}_M(x, t) + \bar{\Gamma}_M(x) \cdot u \quad (3.68)$$

avec

$$\bar{\chi}_M = \begin{bmatrix} L_f^3 h_1 - y_d^{(3)}(t) \\ L_f h_2 - \dot{p}_{Pd}(t) \end{bmatrix}$$

et

$$\bar{\Gamma}_M = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^2 h_1 & L_{g_2} L_f^2 h_1 \\ L_{g_1} h_2 & L_{g_2} h_2 \end{bmatrix}.$$


 Figure 3.14: Trajectoire en pression  $p_P$  pour une consigne type BA C

Comme pour les commandes monovariables, la loi de commande  $u$  s'écrit

$$u = \bar{\Gamma}_{MNom}^{-1} [-\bar{\chi}_{MNom} + v] \quad (3.69)$$

où  $v$  est une loi de commande discontinue. De l'équation (3.68), on écrit

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s_1^{(3)} \\ s_2^{(1)} \end{bmatrix} &= \bar{\chi}_M + \Gamma_M [\bar{\Gamma}_{MNom}^{-1} [-\bar{\chi}_{MNom} + v]] \\ &= \underbrace{\bar{\chi}_M - \Gamma_M \bar{\Gamma}_{MNom}^{-1} \bar{\chi}_{MNom}}_x + \underbrace{\Gamma_M \bar{\Gamma}_{MNom}^{-1}}_{\Gamma} v. \end{aligned} \quad (3.70)$$

**Choix du vecteur de commutation.** La surface de glissement  $S_1$  est identique à la surface de glissement de la commande monovariante (3.67). On définit alors le vecteur de commutation  $\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2]^T$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \ddot{s}_1 - K_1 F_1^2 e^{F_1 t} T_1 s_1(0) + 2\xi_1 \omega_{n_1} [\dot{s}_1 - K_1 F_1 e^{F_1 t} T_1 s_1(0)] + \omega_{n_1}^2 [s_1 - K_1 e^{F_1 t} T_1 s_1(0)] \\ \sigma_2 &= s_2 - K_2 e^{F_2 t} T_2 s_2(0) \end{aligned} \quad (3.71)$$

Les conditions expérimentales et les valeurs des paramètres pour la variable  $\sigma_1$  sont identiques au cas monovariante  $\ddot{s}_1(0) = 0 \text{ ms}^{-2}$ ,  $\dot{s}_1(0) = 0 \text{ ms}^{-1}$  et  $s_1(0) = 0.0199 \text{ m}$ . Le temps de convergence choisi est identique au précédent  $t_{F_1} = 0.5 \text{ s}$ . On a alors

$$K_1 = [\ddot{s}_1(0) \ 0 \ \dot{s}_1(0) \ 0 \ s_1(0) \ 0] \cdot \begin{bmatrix} F_1^2 T_1 s_1(0) \\ F_1^2 e^{F_1 t_{F_1}} T_1 \\ F_1 T_1 s_1(0) \\ F_1 e^{F_1 t_{F_1}} T_1 \\ T_1 s_1(0) \\ e^{F_1 t_{F_1}} T_1 \end{bmatrix}^{T^{-1}}$$

avec  $F_1$  et  $T_1$  définis de manière à vérifier les Lemmes 1 et 2

$$T_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5 \end{bmatrix}.$$

Pour la variable  $\sigma_2$ , la condition initiale est  $s_2(0) = 2.2 \times 10^5 \text{ bar}$  et le temps de convergence est fixé également à  $t_{F_2} = 0.5 \text{ s}$ . A noter que les deux temps de convergence sont indépendants.

$$K_2 = [s_2(0) \ 0] \cdot \begin{bmatrix} T_2 s_2(0) \\ e^{F_2 t_{F_2}} T_2 \end{bmatrix}^{T^{-1}}$$

avec  $F_2$  et  $T_2$  définis de manière à vérifier l'hypothèse H6

$$T_2 = [1 \ 1]^T \quad F_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.1 \end{bmatrix}.$$

**Entrée de commande discontinue  $v$ .** L'entrée de commande est choisie de façon à ce que les gains  $K_{s_1}$  et  $K_{s_2}$  vérifient l'équation (3.64). Les gains sont fixés à  $K_{s_1} = 2 \cdot 10^5$  et  $K_{s_2} = 8 \cdot 10^8$ . Finalement la commande  $v$  s'écrit

$$\begin{aligned} v_1 &= -K_{s_1} \text{sign}(\sigma_1) \\ v_2 &= -K_{s_2} \text{sign}(\sigma_2) \end{aligned} \tag{3.72}$$

### 3.4.2 Résultats expérimentaux

Tous les essais expérimentaux du benchmark ont été réalisés. Dans un souci de clarté et dans le but de comparer avec les résultats précédents, ne seront présentés que les essais déjà évalués dans les sections précédentes. L'ensemble des résultats se trouvent dans [55].

#### Essais temporels

Pour ces essais, nous allons comparer les résultats obtenus avec la commande multivariable à ceux obtenus avec la commande monovariable.

Commande	erreur statique quadratique moyenne
Gain Scheduling	0.48 mm
<i>Integral Sliding Mode</i>	0.05 mm
Génération de trajectoire mono MG3	0.02 mm
Génération de trajectoire multi MG31	0.01 mm
Benchmark	$\leq 0.2$ mm

Table 3.5: Ecart statique (mm)

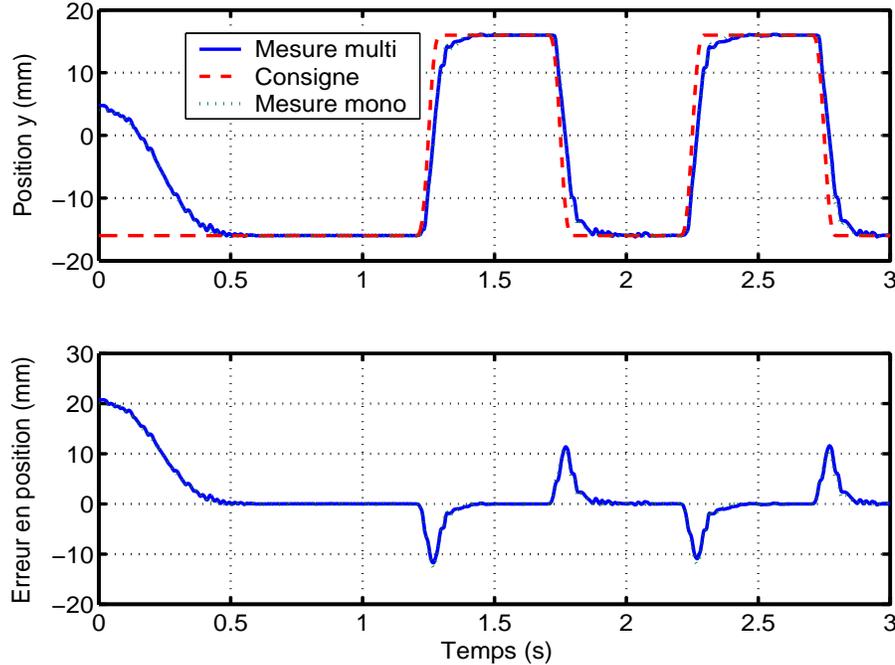


Figure 3.15: Suivi de position (haut) - Erreur de suivi (bas)

**Suivi de trajectoire en position (Figure 3.15).** Comme pour les essais précédents la position initiale est de 3.9 mm et la pression initiale est fixée à 4.7 bar. Les temps de convergence fixés à 0.5 s sont bien respectés. L'écart statique est encore amélioré grâce à la commande multivariable pour être maintenant de 0.01 mm en régime statique.

**Mesure et suivi de pression (Figure 3.16).** La pression  $p_P$  est maintenant contrôlée. La convergence de la pression est bien assurée en 0.5 s. La commande par modes glissants en pression est d'ordre 1, cela provoque naturellement du *chattering*. Le *chattering* se retrouve donc sur la pression  $p_N$  car les dynamiques de pressions sont liées par l'équation de la force développée par le vérin.

**Commande (Figure 3.17).** La commande  $u_N$  qui pilote la pression est soumise au *chattering* car il s'agit d'une commande par modes glissants d'ordre 1. On remarque que quelle que soit la commande, il n'y a pas de saturation pendant les phases de convergence. Lorsque la position est fixe, la commande  $u_P$  est quasi constante alors que la commande  $u_N$  varie, cela accentue le phénomène de *chattering* important sur les pressions.

**Consommation et raideur.** La consommation est évaluée dans les mêmes conditions que précédemment. La Table 3.6 montre que la consommation a augmenté avec l'utilisation

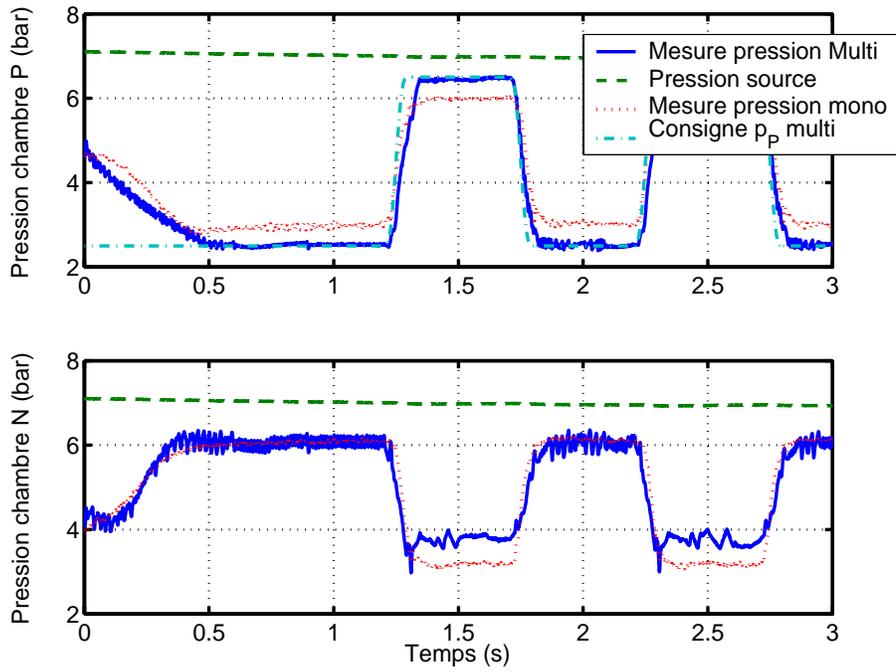
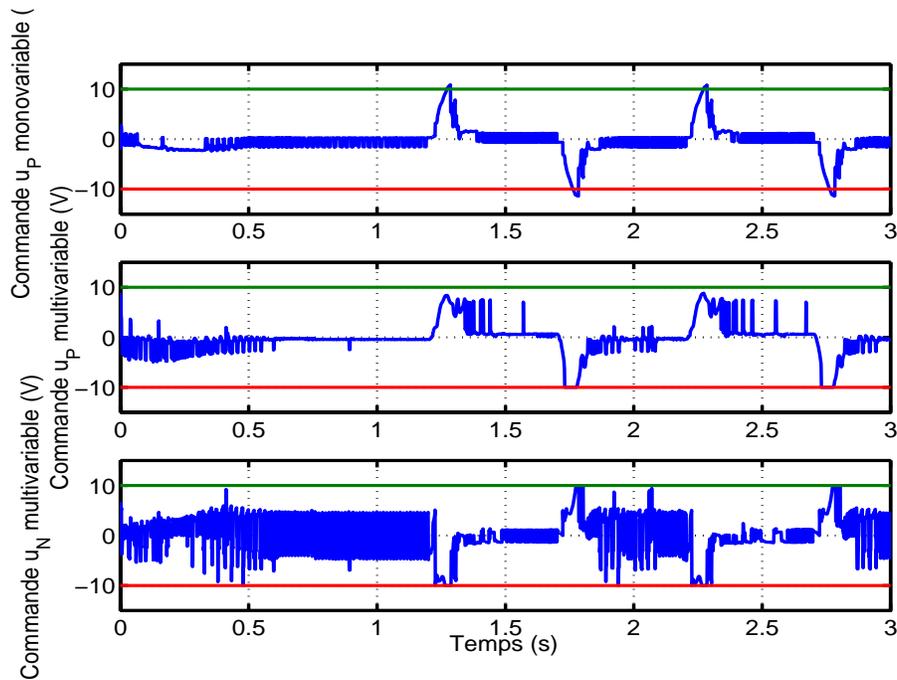


Figure 3.16: Pression chambre P (haut) - Pression chambre N (bas)

Figure 3.17: Commande  $u_P$  mono (haut) - Commande  $u_P$  multi (milieu) - Commande  $u_N$  (bas)

de la commande multivariable. Cela est dû au phénomène de *chattering* qui est important et qui provoque des variations de pression plus importantes que les commande monovariable. En revanche, le contrôle de la pression dans une des chambres permet de fixer une

valeur maximale de pression ce qui augmente la raideur.

Commande	GS SISO	MG3 SISO	MG 3-1 MIMO
Consommation servo P	463 g	551 g	574 g
Consommation servo N	420 g	546 g	623 g

Table 3.6: Bilan des consommations

### Essai de robustesse

Comme le montrent les Figures (3.18) et (3.19), la commande est robuste à une variation de masse de +125 %. La convergence est toujours assurée en temps fini et l'écart statique est le même.

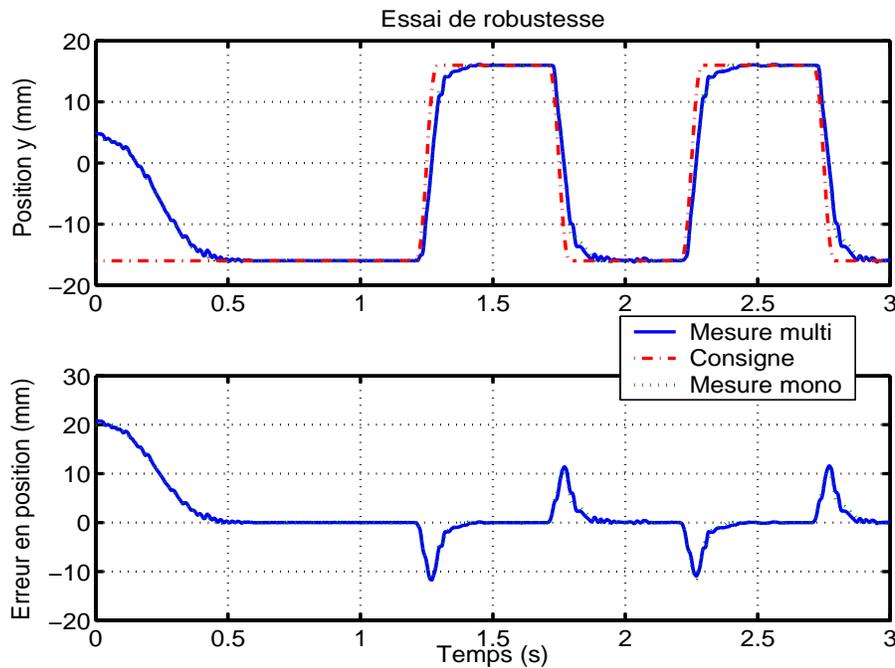


Figure 3.18: Suivi de position (haut) - Erreur de suivi en position (bas)

### Essais fréquentiels

Le diagramme de Bode (Figure 3.20) est réalisé dans les mêmes conditions que les autres diagrammes. La trajectoire en pression est un sinus d'amplitude proportionnelle à la consigne de position. Les fréquences des consignes de position et de pression sont identiques. Pour les essais fréquentiels, l'apport du multivariable n'est pas très important. En effet la trajectoire en pression n'est pas optimisée pour ce type d'essai, on obtient donc des résultats proches de la commande monovariable.

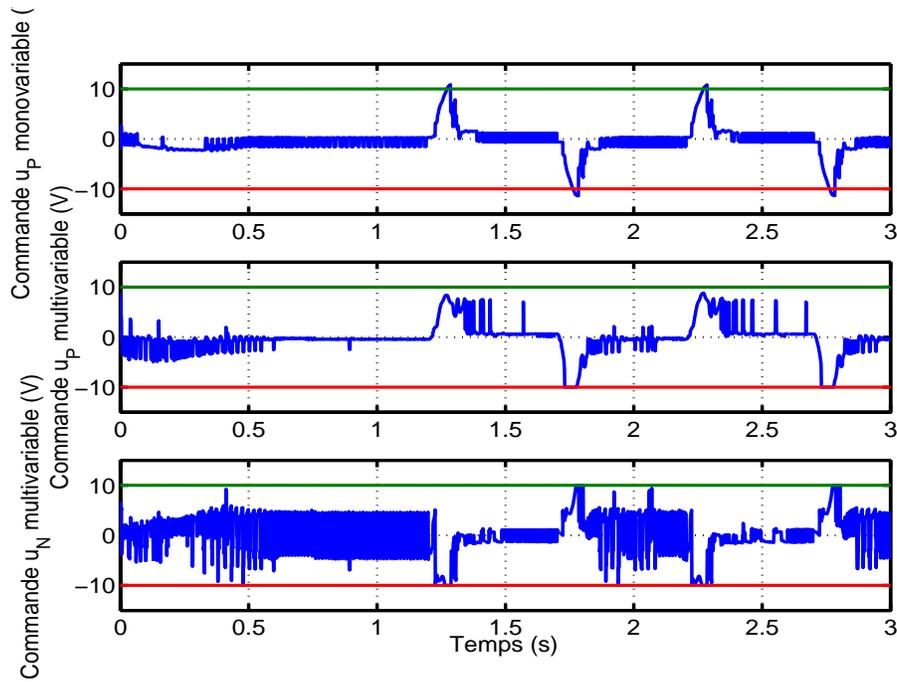


Figure 3.19: Commande  $u_P$  mono (haut) - Commande  $u_P$  multi (milieu) - Commande  $u_N$  (bas)

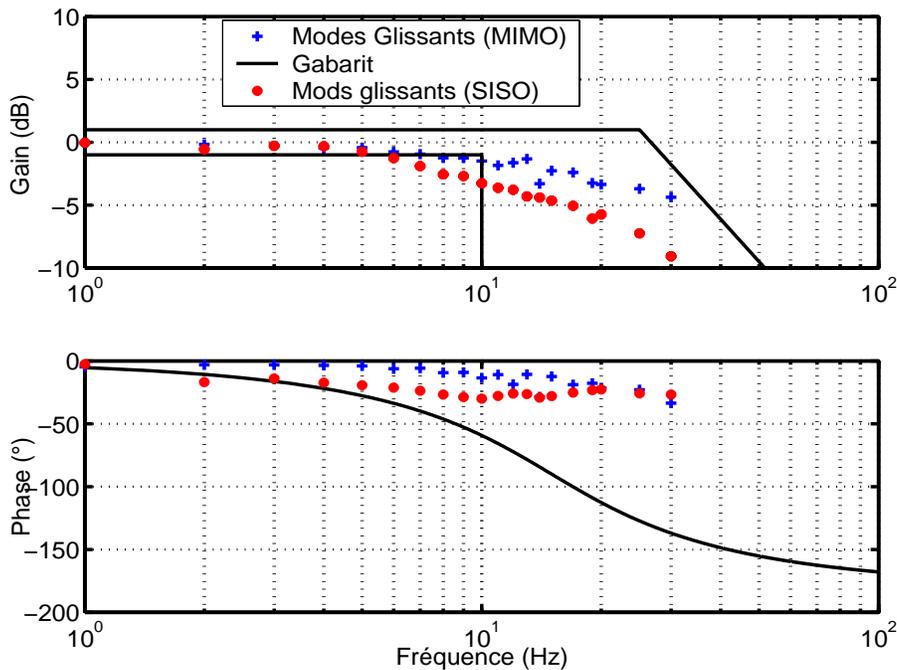


Figure 3.20:

### 3.5 Conclusion

Lors de ce chapitre, nous nous sommes intéressés à différentes commandes permettant d'évaluer les performances du système à travers le benchmark. Dans un premier temps une

commande linéaire par retour d'état à gains variables a été testée. Devant les performances insuffisantes de cette commande en terme de précision en régime statique, il a été décidé d'utiliser des commandes non linéaires par modes glissants d'ordre supérieur. Ce type de commande a déjà été utilisée sur des systèmes électropneumatiques mais le système qui est commandé ici présente des originalités qui le différencient des travaux antérieurs.

1. Les courses sont faibles.
2. Les dynamiques sont élevées pour un système électropneumatique.
3. La présence d'une force de perturbation inconnue nécessite l'emploi de commande robuste.

Une fois l'utilisation de commande par modes glissants d'ordre supérieur validée, nous nous sommes intéressés au problème de convergence en temps fini, fixé *a priori*. A partir de travaux développés au sein de l'IRCCyN, deux commandes monovariabiles à convergence en temps fini ont été implantées sur le banc. Ces commandes présentent l'avantage d'être simples à implémenter, tout en possédant des paramètres de réglages permettant d'atteindre les performances du benchmark (l'ensemble des essais relatifs au benchmark sont disponible dans [55]). Cependant ces commandes monovariabiles ne permettent pas de contrôler les pressions dans les chambres.

Pour contrôler une pression dans une chambre, dans la dernière partie du chapitre nous montrons la faisabilité d'une commande multivariable sur ce système. En effet, le système pouvant posséder deux entrées de commande indépendantes, il est utile de les utiliser pour piloter à la fois la position mais aussi la pression dans une des chambres. Les essais montrent qu'une telle commande est réalisable. Cependant de nouvelles difficultés sont apparues. La commande par modes glissants de la pression est limitée au premier ordre par la présence d'une discontinuité non dérivable dans la modélisation du débit et la génération de la consigne de pression est un problème complexe.

Le but de ce chapitre était de démontrer l'intérêt d'une commande non linéaire par rapport à une commande linéaire et la faisabilité de l'utilisation d'une commande multivariable. La génération de trajectoire de pression permettant d'optimiser la consommation tout en assurant une rigidité suffisante pour une application aéronautique reste un problème ouvert qui n'a pu être traité durant cette thèse. Néanmoins même si les commandes non linéaires consomment plus que la commande linéaire, la consommation de chacune des commandes reste en dessous des maximums autorisés pour certaines applications utilisant un turbocompresseur.

La commande à génération de trajectoire pré-calculée est plus simple à implanter que la commande par *Integral Sliding Mode*. Cependant, l'inconvénient principal en terme de mise en œuvre des ces commandes est l'utilisation de capteur de pression. Il existe plusieurs solutions pour limiter le nombre de capteurs à implanter (utilisation de la platitude [112], commande par découplage sur les sorties [127], observateurs [59]). Le chapitre suivant traite de l'utilisation d'observateur, sur un système électropneumatique.



# Chapitre 4

## Observabilité et observateurs

Dans la synthèse des commandes non linéaires du Chapitre 3, on considère que tout l'état est connu et mesuré et que la perturbation aérodynamique est bornée. En réalité, si la mesure de position est toujours disponible, les pressions ne le sont pas systématiquement. Une solution pour limiter le nombre de capteurs et pour évaluer la perturbation est l'utilisation d'observateur. L'observation présente plusieurs avantages

- Possibilité de fonctionner en mode dégradé en cas de panne (augmentation de la fiabilité).
- Reconstruction de perturbations (augmentation de la robustesse).
- Suppression d'un ou des capteurs de pression (réduction du coût de fabrication).

Les commandes linéaires utilisent uniquement la mesure de position mais leurs performances ne permettent pas une utilisation aéronautique de l'actionneur électropneumatique. Par contre, certaines commandes non linéaires permettent d'atteindre les performances spécifiées dans le benchmark présenté dans le Chapitre 1. Néanmoins, ces commandes nécessitent l'emploi de tout l'état du système. Il existe peu de travaux sur l'observation des systèmes électropneumatiques [99].

Pour un système non linéaire, le problème d'observation ne peut pas se dissocier du problème de commande. En effet, le principe de séparation ne s'applique pas et l'analyse du problème d'observation doit tenir compte de la commande. Pour les entrées non universelles, dans le cas non linéaire, la reconstruction de l'état peut dépendre des entrées considérées, ce qui n'est pas le cas pour les systèmes linéaires.

Dans ce chapitre, un bref rappel théorique va être fait pour introduire ensuite l'analyse de l'observabilité d'un système non linéaire. L'étude de l'observabilité a été effectuée alors que le système présenté dans le Chapitre 2 était en phase de conception. A ce moment du développement du banc dédié aux gouvernes de missile, aucune commande n'était opérationnelle sur ce système. C'est pourquoi l'étude a été menée sur un banc existant au laboratoire Ampère où des lois de commande avaient déjà été synthétisées [118, 117, 115, 26]. Ce banc ne possède pas de force de perturbation (ressorts) : l'observation ne concerne donc que l'état sans extension à la perturbation, ce qui simplifie l'étude. Par la suite, l'observabilité du système électropneumatique décrit dans le Chapitre 2 a également été effectuée, en supposant l'état du système étendu à une perturbation.

Une fois l'observabilité du système démontrée, il est envisagé de synthétiser un observateur. Il n'existe pas de solution universelle pour les systèmes non linéaires. Les solutions sont multiples [40, 37, 53, 22] et sont choisies en fonction de la classe du système à observer. Très peu de travaux sur la synthèse et l'expérimentation d'observateurs pour des

systèmes électropneumatiques [78, 3, 62]. Dans le cadre de cette thèse, le choix s'est porté vers deux types d'observateurs : les observateurs à grands gains [22, 53] et les observateurs par modes glissants [13]. Ces observateurs sont robustes aux incertitudes paramétriques, ce qui les rend intéressants pour notre application. Ces observateurs ont été synthétisés sur le système sans perturbation, leur synthèse sur le système étendu avec perturbation faisant partie des perspectives de ces travaux.

## 4.1 Observabilité [64, 51, 89]

Le cas de l'observabilité d'un système non linéaire va maintenant être traitée. Considérons le système non linéaire de la forme

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ \tilde{y}(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{4.1}$$

où  $x(t) \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(t) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$  l'entrée et  $\tilde{y}(t) \in \mathbb{R}^p$  la sortie.  $f(\cdot, \cdot)$  et  $h(\cdot)$  sont des fonctions analytiques.

L'observabilité des systèmes non linéaires est définie à partir de la notation d'indiscernabilité [64]. Il existe une synthèse de ces notions dans [21].

**Définition 1 Indiscernabilité [64].** *Deux états initiaux  $x(t_0) = x_1$  et  $x(t_0) = x_2$  sont dit indiscernables pour le système (4.1) si  $\forall t \in [t_0, t_1]$ , les sorties correspondantes  $\tilde{y}_1(t)$  et  $\tilde{y}_2(t)$  sont identiques quelle que soit l'entrée admissible  $u(t)$  du système.*

**Définition 2 Observabilité.** *Le système non linéaire (4.1) est dit observable s'il n'admet pas de paire indiscernable.*

Un système est observable s'il n'existe pas d'états initiaux distincts qui ne puissent être distingués à partir de la sortie du système.

**Définition 3 Espace d'observabilité [64].** *Soit le système (4.1). L'espace d'observabilité, noté  $\mathcal{O}$ , est le plus petit sous espace vectoriel de fonctions de  $\mathbb{R}^n$  à valeur dans l'espace de sortie, contenant les sorties  $h_1, h_2, \dots, h_p$  et qui soit fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur  $f(x, u)$ ,  $u$  étant fixé.*

On note  $d\mathcal{O}$  l'espace des différentielles des éléments de  $\mathcal{O}$ .

**Définition 4 [17].** *L'espace  $d\mathcal{O}(x_0)$  (i.e. évalué en  $x_0$ ) caractérise l'observabilité faible locale en  $x_0$  du système 4.1. Le système 4.1 est dit satisfaisant la condition de rang d'observabilité en  $x_0$  si*

$$\dim [d\mathcal{O}(x_0)] = n\tag{4.2}$$

*Le système 4.1 satisfait la condition de rang d'observabilité si, pour tout  $x \in \mathbb{R}^n$*

$$\dim [d\mathcal{O}(x)] = n\tag{4.3}$$

On introduit ici la notion d'espace d'observabilité générique [37], notée  $\mathcal{O}$  et définie par  $\mathcal{O} = \mathcal{X} \cap (\mathcal{Y} + \mathcal{U})$ , avec

$$\begin{aligned}\mathcal{X} &= \text{Span}_{\mathcal{K}} dx \\ \mathcal{U} &= \text{Span}_{\mathcal{K}} du^{(v)}, \quad v \geq 0 \\ \mathcal{Y} &= \text{Span}_{\mathcal{K}} d\tilde{y}^{(w)}, \quad w \geq 0\end{aligned}$$

où  $\mathcal{K}$  est l'ensemble des fonctions méromorphes [37].

**Définition 5** *Le système (4.1) est génériquement observable si et seulement si [37]*

$$\dim \mathcal{O} = n$$

Cette condition est appelée condition de rang d'observabilité générique. Supposons que la condition de rang d'observabilité générique soit satisfaite. On peut alors vérifier

$$\text{rang}_{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} dh \\ dL_f h \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n$$

ou bien avec une définition algébrique équivalente

$$\text{rang}_{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} d\tilde{y} \\ \dot{d}\tilde{y} \\ \vdots \\ d\tilde{y}^{(n-1)} \end{pmatrix} = n$$

Cela implique que l'état  $x$  peut être déduit de la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées. Un critère équivalent (génériquement) est que le jacobien

$$\frac{\partial(\tilde{y}, \dots, \tilde{y}^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \quad (4.4)$$

soit de rang plein. Ainsi, l'observabilité d'un système non linéaire peut aussi être caractérisée par

**Définition 6** *Le système (4.1) est observable pour  $x \in \mathcal{X}$  et  $u \in \mathcal{U}$  si [22]*

- Il existe  $p$  entier  $l_i$  ( $1 \leq i \leq p$ ) tels que  $l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_p$  et  $\sum_{i=1}^p l_i = n$ ,
- La transformation  $\Phi = \left[ \tilde{y}_1 \quad \dot{\tilde{y}}_1 \quad \dots \quad \tilde{y}_1^{(l_1-1)} \quad \dots \quad \tilde{y}_p \quad \dots \quad \tilde{y}_p^{(l_p-1)} \right]^T$  est une transformation d'état pour  $x \in \mathcal{X}$  et  $u \in \mathcal{U}$ .

où les entiers  $[l_1 \dots l_p]$  sont appelés indices d'observabilité [69].

## 4.2 Observabilité des systèmes électropneumatiques étudiés

L'analyse de l'observabilité va maintenant être appliquée pour l'étude de l'observabilité des systèmes électropneumatiques. Dans un premier temps, cette étude portera sur un système sans perturbation. Le but est de déterminer si le système est observable à partir d'une seule mesure de position et d'une mesure de pression. Dans un second temps, l'étude portera sur le système modélisé dans le Chapitre 2 : le but sera à la fois d'estimer l'état étendu à la perturbation tout en utilisant un seul un capteur de pression.

### 4.2.1 Système sans perturbation [59, 57]

La première étude de l'observabilité porte sur un système sans perturbation. Ce système électropneumatique a déjà été utilisé pour la synthèse de commande linéaire et non linéaire [118, 117, 115, 26]. Différentes études de l'observabilité avec synthèse d'observateur ont été menées sur ce système [59, 57, 99]. Le modèle du système est [118]

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_P &= \frac{krT}{V_P(y)} [q_m(u_P, p_P) - \frac{S_P}{rT} p_P v] \\
 \dot{p}_N &= \frac{krT}{V_N(y)} [q_m(u_N, p_N) + \frac{S_N}{rT} p_N v] \\
 \dot{v} &= \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - bv - F_{ext}] \\
 \dot{y} &= v
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Les servodistributeurs sont identiques à ceux utilisés précédemment : le modèle de débit  $q_m$  est donc identique. Le vérin est à simple tige, ce qui explique les différences de section  $S_P$  et  $S_N$  ; la course maximale est de  $0.5 \text{ m}$  et la masse  $M$  est de  $17 \text{ kg}$ . Hormis les différences de dimension entre les deux systèmes, le principal changement est l'absence de force aérodynamique. En effet la force extérieure à compenser est constante et faible par rapport à la force maximale du vérin  $F_{ext} = 30 \text{ N}$ . Cette force est essentiellement due à la pression atmosphérique s'exerçant sur la tige du vérin. Pour simplifier la synthèse, le système est réécrit

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \frac{1}{V_P(x_4)} [k_1(x_1) + k_2(x_1, u_P)u_P + k_3x_1x_3] \\
 \dot{x}_2 &= \frac{1}{V_N(x_4)} [k_4(x_2) + k_5(x_2, u_N)u_N + k_6x_2x_3] \\
 \dot{x}_3 &= k_7x_1 + k_8x_2 + k_9x_3 + k_{10} \\
 \dot{x}_4 &= x_3
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

avec  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [p_P \ p_N \ v \ y]^T \in \mathcal{X}$ , et  $u = [u_P \ u_N]^T \in \mathcal{U}$ ,  $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid x_{min} \leq x_i \leq x_{MAX}, 1 \leq i \leq 2, x_{imin} \leq |x_i| \leq x_{iMAX}, 3 \leq i \leq 4\}$  et  $\mathcal{U} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid |u_P| \leq u_{MAX}, |u_N| \leq u_{MAX}\}$ .  $x_{1,2min}$  et  $x_{1,2MAX}$  sont les valeurs minimales/maximales de pression dans chaque chambre,  $x_{3min}$  et  $x_{3MAX}$  (resp.  $x_{4min}$  et  $x_{4MAX}$ ) les valeurs minimales/maximales de vitesse (et de position) de la tige du vérin.  $u_{MAX}$  est la tension

maximale de commande des servodistributeurs. Les autres termes du modèle sont définis par

$$\begin{aligned}
k_1(x_1) &= krT\varphi(p_P) & ; & k_2(x_1, \text{sign}(u_p)) = krT\psi(p_P, \text{sign}(u_P)) \\
k_3 &= -kS_P & ; & k_4(x_2) = krT\varphi(p_N) \\
k_5(x_2, \text{sign}(u_N)) &= krT\psi(p_N, \text{sign}(u_N)) & ; & k_6 = kS_N \\
k_7 &= \frac{S_P}{M} & ; & k_8 = -\frac{S_N}{M} \\
k_9 &= \frac{-b}{M} & ; & k_{10} = \frac{-F_{ext}}{M}
\end{aligned}$$

L'objectif est de reconstruire l'état  $x$  à partir des mesures de la position et de la pression dans une des chambres.

### Analyse de l'observabilité.

Le vecteur de sortie est  $\tilde{y} = [y \ p_P]^T = [x_4 \ x_1]^T$ . Les indices d'observabilité sont  $l_1 = 3$  et  $l_2 = 1$  (on a  $l_1 + l_2 = 4$  et  $l_1 > l_2$ ). Soit la fonction  $\Phi$  définie par

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_1 \\ \ddot{\tilde{y}}_1 \\ \tilde{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_3 \\ k_7x_1 + k_8x_2 + k_9x_3 + k_{10} \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Cette fonction est une transformation d'état (inversible) car le jacobien

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k_7 & k_8 & k_9 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

est de rang plein pour tout  $x \in \mathcal{X}$  car  $k_8 = -\frac{S_N}{M} \neq 0$ . Le système (4.5) est donc génériquement observable.

**Remarque 12** *Le jacobien (4.8) ne dépend pas de l'entrée  $u$  du système (4.5) : ce dernier est donc observable pour toutes les entrées  $u$ .*

**Remarque 13** *Le choix du vecteur de sortie n'est pas unique. L'utilisation de la pression  $p_P$  plutôt que de la pression  $p_N$  est totalement arbitraire, les résultats auraient en fait été identiques avec la mesure de pression  $p_N$ .*

### 4.2.2 Système avec perturbation

Sur le système électropneumatique modélisé dans le Chapitre 2, la principale difficulté est la présence d'une perturbation inconnue qui représente 63 % de la force maximale du vérin. Cette perturbation doit être compensée par la commande robuste à modes glissants ce qui implique l'utilisation de gains importants augmentant le phénomène de *chattering*. Un des intérêts de l'utilisation d'un observateur étendu (dans le sens pour un état étendu) est de reconstruire cette perturbation pour augmenter la robustesse et diminuer le *chattering*. En effet, il serait alors possible d'utiliser l'estimation de l'effort sur le vérin dans la synthèse

de la commande. On considère donc le modèle non linéaire étendu du système (2.20) où la perturbation est modélisée par  $F$  supposée constante ou variant lentement par rapport à la dynamique du système. On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p}_P = \frac{krT}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) + \psi(p_P, \text{sign}(u_P))u_P - \frac{S}{rT}p_P v \right] \\ \dot{p}_N = \frac{krT}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \psi(p_N, \text{sign}(u_N))u_N + \frac{S}{rT}p_N v \right] \\ \dot{v} = \frac{1}{M} [S(p_P - p_N) - F - bv] \\ \dot{y} = v \\ \dot{F} = 0 \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Le but est maintenant de reconstruire l'état du système (4.9) (ce qui correspond à l'état du système (2.20) plus la perturbation  $F$ ). Il s'agit donc d'un observateur d'état étendu où le vecteur d'état estimé est  $\hat{x} = [\hat{p}_P \hat{p}_N \hat{v} \hat{y} \hat{F}]^T$ . Le système permet d'effectuer trois mesures : la position  $y$  et les pressions dans chacune des chambres  $p_P$  et  $p_N$ . Dès lors, il existe plusieurs combinaisons possibles entre ces trois mesures et leurs dérivées pour obtenir l'ensemble des grandeurs à observer.

### Mesures de la position et des deux pressions

Dans cette partie, on suppose que le vecteur de sortie est

$$\tilde{y} = [\tilde{y}_1 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3]^T = [y \ p_P \ p_N]^T \quad (4.10)$$

avec les indices d'observabilité suivants  $l_1 = 3$ ,  $l_2 = 1$  et  $l_3 = 1$ .

Le but de cette combinaison est uniquement de reconstruire la perturbation. La première partie de la définition 6 est vérifiée, Etant donnée la fonction

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_1 \\ \ddot{\tilde{y}}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ v \\ \frac{1}{M}[S(p_P - p_N) - bv - F] \\ p_P \\ p_N \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Cette fonction est inversible pour  $x \in \mathcal{X}$  si son jacobien (4.12) est de rang plein.

$$J = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{S}{M} & \frac{-S}{M} & \frac{-b}{M} & 0 & \frac{-1}{M} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Le déterminant de ce jacobien est égal à  $\frac{-1}{M}$  : la matrice  $J$  est donc de rang plein. Toutes les conditions de la Définition 6 sont satisfaites : le système (4.9) est donc génériquement observable pour le vecteur de sortie  $\tilde{y} = [y \ p_P \ p_N]^T$  et les indices d'observabilité  $l_1 = 3$ ,  $l_2 = 1$ ,  $l_3 = 1$ .

### Mesures de la position et une seule pression

Il s'agit donc de reconstruire l'état étendu en utilisant un seul capteur de pression. Le choix de la mesure de pression à utiliser n'est pas unique. On choisit arbitrairement la mesure de pression  $p_P$ , les résultats qui suivent sont transposables au cas où la pression  $p_N$  serait mesurée. Le vecteur de sortie est

$$\tilde{y} = [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2]^T = [y \ p_P]^T \quad (4.13)$$

En posant  $[l_1 \ l_2]^T = [3 \ 2]^T$ , la première partie de la définition 6 est vérifiée, on peut alors écrire la fonction suivante

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_1 \\ \ddot{\tilde{y}}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \dot{\tilde{y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ v \\ \frac{1}{M}[S(p_P - p_N) - bv - F] \\ p_P \\ \dot{p}_P \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Le jacobien de cette fonction s'écrit

$J =$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{S}{M} & \frac{-S}{M} & \frac{-b}{M} & 0 & \frac{-1}{M} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{krT\left(\frac{\partial\varphi(p_P)}{\partial p_P} - \frac{Sv}{rT} + \frac{\partial\psi(p_P, \text{sign}(u_P))}{\partial p_P} u_P\right)}{V_0 + Sy} & 0 & -\frac{kSp_P}{V_0 + Sy} & \frac{-krTS\left(\varphi(p_P) - \frac{Sp_P v}{rT} + \psi(p_P, \text{sign}(u_P))u_P\right)}{(V_0 + Sy)^2} & 0
 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Le déterminant de ce jacobien étant toujours nul, la combinaison d'indices d'observabilité  $[l_1 \ l_2]^T = [3 \ 2]^T$  ne permet pas d'observer l'état étendu du vérin.

Considérons à présent la combinaison d'indices d'observabilité  $[l_1 \ l_2]^T = [4 \ 1]^T$ . Dans ce cas, ce sont les quatre premières dérivées de la mesure de position qui seront utilisées et seulement la mesure de pression. La transformation  $\Phi$  s'écrit alors

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_1 \\ \ddot{\tilde{y}}_1 \\ \tilde{y}_1^{(3)} \\ \tilde{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ v \\ \frac{1}{M}[S(p_P - p_N) - bv - F] \\ \frac{1}{M}[S(\dot{p}_P - \dot{p}_N) - b\dot{v} - \dot{F}] \\ p_P \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Le jacobien de cette fonction s'écrit

$$J = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{S}{M} & \frac{-S}{M} & \frac{-b}{M} & 0 & \frac{-1}{M} \\
 \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \frac{b}{M^2} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

avec

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{SkrT\left(\frac{\partial\varphi(p_P)}{\partial p_P} - \frac{Sv}{rT} + \frac{\partial\psi(p_P, \text{sign}(u_P))}{\partial p_P}u_P\right) - \frac{bS}{M^2}}{M(V_0 + Sy)} \\
\alpha_2 &= -\frac{SkrT\left(\frac{\partial\varphi(p_N)}{\partial p_N} + \frac{Sv}{rT} + \frac{\partial\psi(p_N, \text{sign}(u_N))}{\partial p_N}u_N\right) + \frac{bS}{M^2}}{M(V_0 - Sy)} \\
\alpha_3 &= \frac{S}{M} \left( -\frac{kSp_P}{V_0 + Sy} - \frac{kSp_N}{V_0 - Sy} \right) + \frac{b^2}{M^2} \\
\alpha_4 &= \frac{S^2}{M} \left( -\frac{krT\left(\varphi(p_P) - \frac{Sp_Pv}{rT} + \psi(p_P, \text{sign}(u_P))u_P\right)}{(V_0 + Sy)^2} - \frac{krT\left(\varphi(p_N) + \frac{Sp_Nv}{rT} + \psi(p_N, \text{sign}(u_N))u_N\right)}{(V_0 - Sy)^2} \right)
\end{aligned}$$

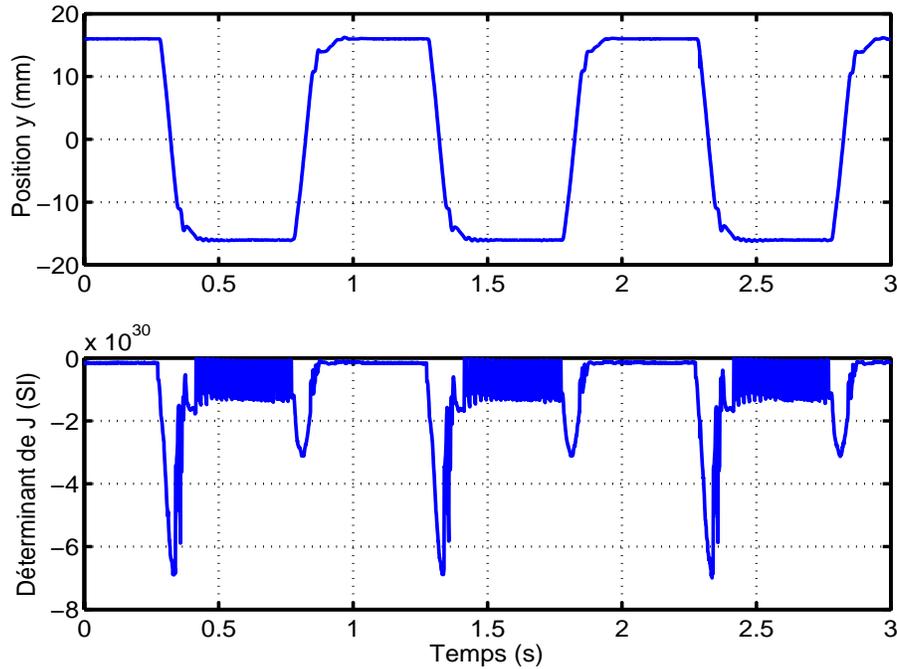
Le déterminant de (4.17) vaut

$$|J| = -\frac{SkrT\left(\frac{\partial\varphi(p_N)}{\partial p_N} + \frac{Sv}{rT} + \frac{\partial\psi(p_N, \text{sign}(u_N))}{\partial p_N}u_N\right)}{M^2(V_0 - Sy)} \quad (4.18)$$

L'observabilité du système avec cette combinaison de mesures dépend donc de l'entrée  $u_N$  du système, il faut analyser l'observabilité en fonction de la commande. Les jacobiens (4.15) et (4.17) dépendent de la fonction  $\psi(p_X, \text{sign}(u_X))$ . Cette fonction est définie par un polynôme dont les coefficients changent en fonction du signe de la commande. Le déterminant du jacobien (4.15) étant toujours nul, ce changement de polynôme n'est pas contraignant. Dans le cas du jacobien (4.17), l'évaluation pratique de la valeur de son déterminant tient compte du signe de la commande dans le calcul de la dérivée de la fonction  $\psi$  par rapport à la pression. En raison du changement possible de polynôme (et donc de modèle) le long de la trajectoire, le problème de l'observabilité globale du système électropneumatique peut être posé comme un problème d'observabilité de systèmes non linéaires hybrides. Ce problème ne sera pas traité ici. Le dénominateur du déterminant (4.18) tend vers 0 lorsque la tige du vérin est sortie en butée. Dans ce cas, le volume  $V_N$  restant dans la chambre  $N$  se résume au volume mort. Ce volume étant très petit (moins de 1 % de  $V_0$  pour limiter l'encombrement du vérin), le dénominateur du déterminant devient proche de zéro. Le numérateur reste du même ordre de grandeur lorsque le volume change. Il peut apparaître un problème de conditionnement du jacobien lorsque le volume est minimal. Le déterminant est soumis à la commande, son analyse formelle est trop complexe pour déterminer s'il s'annule. L'observabilité doit donc être analysée pour une trajectoire et une commande donnée.

### Evaluation du déterminant pour une trajectoire désirée et une commande donnée

L'équation (4.18) va être évaluée à partir des signaux expérimentaux obtenus lors d'un essai. L'essai choisi est celui présenté dans le Chapitre 3, Section 3.3. Les signaux de position ( $y$ ), de pression dans la chambre N ( $p_N$ ), de vitesse ( $v$ ) et de commande ( $u_N$ ) précédemment enregistrés lors de l'essai avec la commande monovariante à trajectoire précalculée sont injectés dans l'équation (4.18). On peut alors tracer le déterminant obtenu.

Figure 4.1: Déterminant de  $J$ 

Le tracé du déterminant de  $J$  (Figure 4.1) montre qu'avec la commande et la trajectoire choisie, le système est observable sur l'ensemble de la trajectoire. Cela ne renseigne pas sur l'observabilité globale du système. Cependant, il est possible de synthétiser un observateur pour un système électropneumatique en utilisant une combinaison d'indice d'observabilité rendant le système observable tout au long de la trajectoire où en utilisant une commande et une trajectoire appropriée.

La section suivante présente la synthèse d'un observateur à grands gains à partir d'un modèle de vérin électropneumatique.

### 4.3 Observateur à grands gains

L'observateur à grands gains [22, 53] est utilisé dans le cas des systèmes uniformément observables [37]. Ce type d'observateur est intéressant car il peut s'appliquer à une large classe de systèmes dont fait partie le système électropneumatique étudié et est relativement aisé à mettre en oeuvre.

#### 4.3.1 Principe [22, 53, 51]

Soit le système non linéaire supposé uniformément observable

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ \tilde{y} &= h(x)\end{aligned}\tag{4.19}$$

avec  $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m \subset \mathcal{U}$  et  $\tilde{y} \in \mathbb{R}^p$  où  $p$  est la dimension du vecteur de sortie,  $m$  est la dimension du vecteur d'entrée et  $n$  est la dimension du vecteur d'état. Il existe alors un changement de coordonnées d'état  $\xi = \Phi(x)$  tel que le système (4.19) soit localement équivalent à

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= A\xi + \Theta(\xi, u) \\ \tilde{y} &= C\xi\end{aligned}\quad (4.20)$$

avec  $A = \text{diag}[A_1 \ \cdots \ A_p]_{n \times n}$ ,  $A_i$  ( $1 \leq i \leq p$ ) définie par

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{l_i \times l_i}, \quad (4.21)$$

$C = \text{diag}[C_1 \ \cdots \ C_p]_{p \times n}$ ,  $C_i = I_{1 \times l_i}$ ,  $\Theta(\xi, u) = [\Theta_1^T \ \Theta_2^T \ \cdots \ \Theta_p^T]^T$ ,  $\Theta_i = [0 \ \cdots \ 0 \ h_i^{(l_i-1)}]^T$ ,  $l_i$  étant l'indice d'observabilité de la sortie  $y_i$ .

**H1.** La fonction  $\Theta$  est globalement Lipschitz par rapport à  $\xi$  et uniformément par rapport à  $u$ .

On peut alors écrire que [51]

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\xi}} &= A\hat{\xi} + \Theta(\hat{\xi}, u) + \Lambda^{-1}K_o(\tilde{y} - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{\xi}\end{aligned}\quad (4.22)$$

avec  $\hat{\xi} \in \mathbb{R}^n$ , est un observateur asymptotiquement borné par une exponentielle pour le système (4.20). Les paramètres  $K_o$ , choisis tel que  $(A - K_oC)$  soit Hurwitz, et  $\Lambda(T) = \text{diag}[\Lambda_1 \ \Lambda_2 \ \cdots \ \Lambda_p]^T$  avec  $\Lambda_i = \text{diag}[T_i \ T_i^2 \ \cdots \ T_i^k]$ ,  $T_i > 0$  permettent de fixer arbitrairement la dynamique du système. Aussi, un observateur pour le système (4.19) s'écrit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \left[ \frac{\partial \Phi(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \Lambda^{-1}K_o(\tilde{y} - h(\hat{x})) \quad (4.23)$$

### 4.3.2 Application au système électropneumatique sans perturbation [57, 59]

**Synthèse de l'observateur à grands gains.**

Considérons le système non linéaire (4.6) avec  $k_{10} = -\frac{F_{ext}}{M} = Cte$ . Seules la position de la tige du vérin  $y$  et la pression dans la chambre P  $p_P$  sont mesurées, *i.e.*  $\tilde{y} = [y \ p_P]^T = [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2]^T$  et  $[l_1 \ l_2]^T = [2 \ 2]^T$ . En utilisant la transformation de coordonnées d'état (4.7), le système (4.6) devient (avec  $A_1, A_2$  définies par (4.21) et  $C_1, C_2$  définies dans la Section précédente)

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= \begin{bmatrix} A_1 & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & A_2 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \iota_1(\xi, u) \\ \iota_2(\xi, u) \end{bmatrix} \\ \tilde{y} &= \begin{bmatrix} C_1 & 0_{1 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & C_2 \end{bmatrix} \xi\end{aligned}\quad (4.24)$$

On suppose que les fonctions  $\iota_1$  et  $\iota_2$  définies par  $\iota_1 = k_7\beta_1 + k_8\beta_2 + k_9\xi_2$ ,  $\iota_2 = \beta_1$ , sont Lipschitziennes pour  $x \in \mathcal{X}$  et  $u \in \mathcal{U}$ , avec  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  données par

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{1}{V_P(\xi_1)} [k_1(\xi_4) + k_2(\xi_4, \text{sign}(u_P))u_P + k_3\xi_4\xi_2], \\ \beta_2 &= \frac{1}{V_N(\xi_1)} [k_4(\beta_3) + k_5(\beta_3, \text{sign}(u_N))u_N + k_6\xi_2\beta_3], \\ \beta_3 &= \frac{1}{k_8} [\xi_3 - k_7\xi_4 - k_9\xi_2 - k_{10}]\end{aligned}\quad (4.25)$$

Le système (4.6) est localement et uniformément observable. A partir de (4.22), un observateur pour le système (4.24) s'écrit

$$\dot{\hat{\xi}} = \begin{bmatrix} A_1 & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & A_2 \end{bmatrix} \hat{\xi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \iota_1(\hat{\xi}, u) \\ \iota_2(\hat{\xi}, u) \end{bmatrix} + \Lambda^{-1} \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ K_{12} & 0 \\ K_{13} & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \left( \tilde{y} - \begin{bmatrix} C_1 & 0_{1 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & C_2 \end{bmatrix} \hat{\xi} \right)\quad (4.26)$$

avec

$$\Lambda^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc|c} T_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_1^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_1^{-3} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & T_2^{-1} \end{array} \right],$$

$T_1 > 0$  et  $T_2 > 0$ .

– **Choix du gain  $K_1$**

Les dynamiques des paramètres du bloc lié à  $\tilde{y}_1$  sont fixées par

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{12} & 0 \\ 0 & 0 & K_{13} \end{bmatrix}\quad (4.27)$$

tel que  $(A_1 - K_1 C_1)$  soit Hurwitz.

– **Choix du gain  $K_2$**

Les dynamiques des paramètres du bloc lié à  $\tilde{y}_2$  sont déterminées par  $K_2$  tel que  $(A_2 - K_2 C_2)$  soit Hurwitz. Dans le cas étudié ici,  $A_2$  et  $C_2$  sont des scalaires constants, la condition de stabilité est vérifiée pour  $K_2 > 0$ .

Avec ce choix de gain et en utilisant la transformation d'état inverse  $\hat{x} = \Phi^{-1}(\hat{\xi})$ , un observateur à grands gains et à convergence exponentielle pour le système (4.6) s'écrit

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= \frac{[k_1(\hat{x}_1) + k_2((\hat{x}_1), \text{sign}u_P)u_P + k_3\hat{x}_1\hat{x}_3]}{V_P(\hat{x}_4)} + T_2^{-1}K_2(x_1 - \hat{x}_1) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= \frac{[k_4(\hat{x}_2) + k_5((\hat{x}_2), \text{sign}u_N)u_N + k_6\hat{x}_2\hat{x}_3]}{V_N(\hat{x}_4)} + (T_1^{-3}\frac{K_{13}}{k_8} - K_{12}\frac{k_9}{k_8}T_1^{-2})(x_4 - \hat{x}_4) \\
&\quad - K_2\frac{k_7}{k_8}T_2^{-1}(x_1 - \hat{x}_1) \\
\dot{\hat{x}}_3 &= k_7\hat{x}_1 + k_8\hat{x}_2 + k_9\hat{x}_3 + k_{10} + T_1^{-2}K_{12}(x_4 - \hat{x}_4) \\
\dot{\hat{x}}_4 &= \hat{x}_3 + T_1^{-1}K_{11}(x_4 - \hat{x}_4)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

### 4.3.3 Résultats expérimentaux

Les essais présentés ont été effectués avec une masse nominale de 17 *kg*. Un essai de robustesse avec une masse de 25 *kg* a également été effectué. Une commande par modes glissants d'ordre 2 mono variable permettant le suivi de position de la tige du vérin est utilisée [112]. Dans un premier temps, la commande a été réglée pour obtenir les meilleures performances possibles en utilisant toutes les mesures de l'état. Dans un second temps, l'observateur à grands gains a été couplé à la commande.

**Suivi de position (Figure 4.2).** Le suivi de position en régime établi (qui est l'objectif avec lequel la commande est synthétisée) n'est pas modifié par l'utilisation de l'observateur à grands gains. L'erreur d'observation en position est faible (Figure 4.4).

**Observation des pressions (Figure 4.3).** L'observation de la pression  $p_P$  est bruitée à cause du grand gain utilisé, mais l'erreur d'observation reste faible (Figure 4.4). Par contre l'observation de la pression  $p_N$  est beaucoup moins précise que la mesure. Cette pression est l'état le plus éloigné de la mesure dans la chaîne d'intégrateurs résultant des indices d'observabilités (4.26). En revanche, la commande est robuste aux incertitudes de pressions ce qui permet un bon suivi de position.

**Essai de robustesse (Figure 4.5).** Lors de cet essai, la masse mobile est augmentée de 50 % sans modification des gains de commande. L'erreur d'observation de la position n'est pas modifiée par l'augmentation de la masse. Par contre les autres grandeurs sont plus bruitées mais les valeurs maximales des erreurs sont du même ordre de grandeur avec ou sans la masse supplémentaire. La commande par modes glissants d'ordre 2 est suffisamment robuste pour que l'erreur d'observation sur les états autres que la position n'influence pas le suivi de trajectoire.

L'observateur à grands gains permet de supprimer un capteur de pression sans modifier les performances de la commande en position.

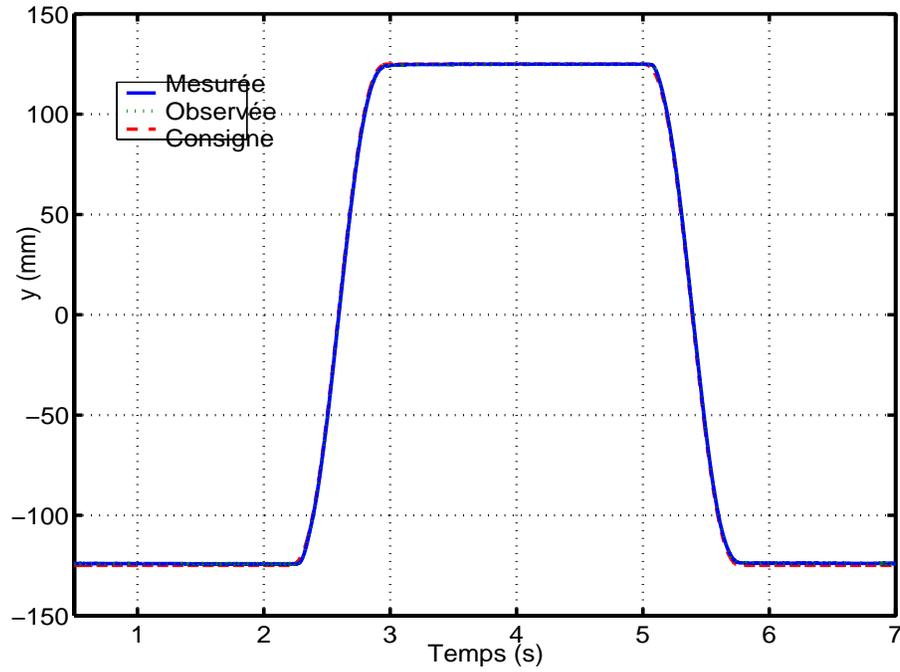
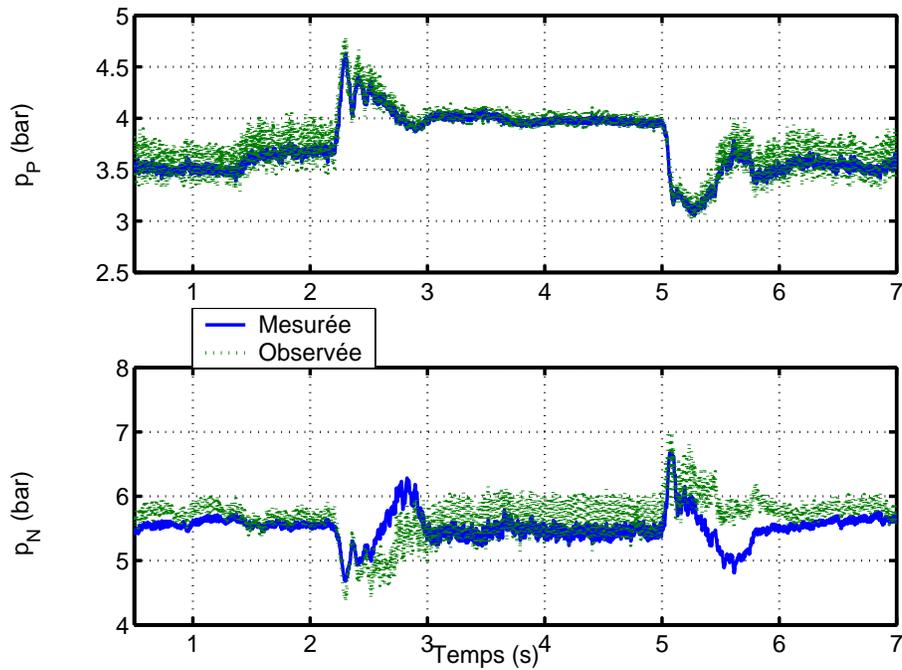


Figure 4.2: Suivi de position

Figure 4.3: Pression  $p_P$  (haut) - Pression  $p_N$  (bas)

#### 4.4 Observateur par modes glissants

Un observateur basé sur les modes glissants et utilisé sur un vérin hydraulique [13] est appliqué au système électropneumatique. Cet observateur utilise donc le principe des

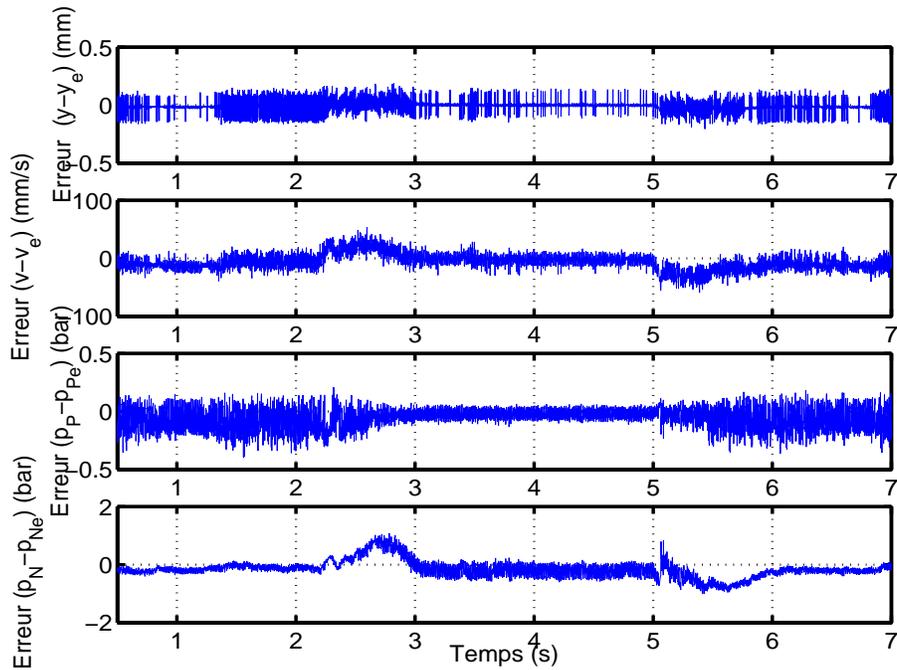


Figure 4.4: Erreur d'estimation de la position (haut) - Erreur d'estimation de la vitesse (milieu haut) - Erreur d'estimation de la pression  $p_P$  (milieu bas) - Erreur d'estimation de la pression  $p_N$  (bas)

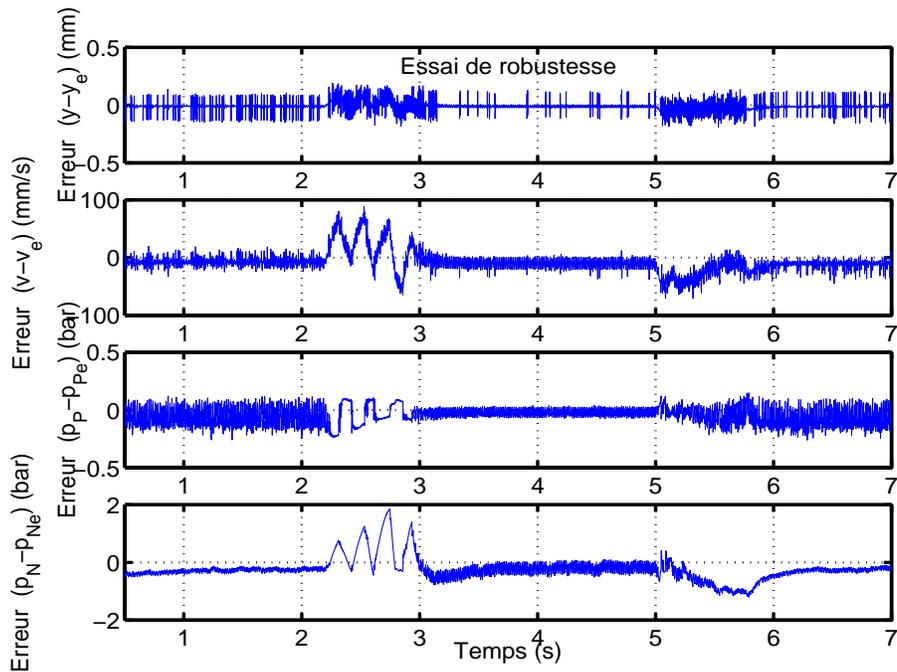


Figure 4.5: Erreur d'estimation de la position (haut) - Erreur d'estimation de la vitesse (milieu haut) - Erreur d'estimation de la pression  $p_P$  (milieu bas) - Erreur d'estimation de la pression  $p_N$  (bas)

modes glissants d'ordre 1 pour reconstruire l'ensemble de l'état à partir d'un minimum de mesures. Ces observateurs possèdent les mêmes propriétés de robustesse vis à vis des incertitudes paramétriques et de perturbations que les commandes par modes glissants.

#### 4.4.1 Synthèse de l'observateur [13, 57, 59]

L'observateur se compose de deux parties : la première partie est linéaire du type Luenberger [83]. La seconde partie est non linéaire, discontinue et est basée sur la théorie des modes glissants [110].

Soit le système non linéaire (4.6) mis sous la forme canonique (4.24). Un observateur pour (4.24) s'écrit

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\xi}}_1 &= \hat{\xi}_2 - L_1(\hat{\xi}_1 - \xi_1) - G_1 \text{sign}(\hat{\xi}_1 - \xi_1) \\
 \dot{\hat{\xi}}_2 &= \hat{\xi}_3 - L_2(\hat{\xi}_1 - \xi_1) - G_2 \text{sign}(\hat{\xi}_1 - \xi_1) \\
 \dot{\hat{\xi}}_3 &= \hat{t}_1 - L_3(\hat{\xi}_1 - \xi_1) - G_3 \text{sign}(\hat{\xi}_1 - \xi_1) \\
 \dot{\hat{\xi}}_4 &= \hat{t}_2 - L_4(\hat{\xi}_4 - \xi_4) - G_4 \text{sign}(\hat{\xi}_4 - \xi_4)
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Le gain  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4]^T > 0$  est calculé en fonction de la dynamique de l'erreur d'observation désirée (cf Section 4.3.2). Le gain  $G = [G_1 \ G_2 \ G_3 \ G_4]^T$  est calculé dans un contexte de modes glissants de manière à assurer la convergence de l'erreur d'estimation malgré les incertitudes.

#### Détermination des gains $G_1$ , $G_2$ et $G_3$ relatifs à la mesure de position.

Le calcul des gains se fait étape par étape [103] : à chaque étape, le gain assure la convergence en temps fini d'une sous dynamique de l'erreur d'observation.

- **Gain  $G_1$ .** Soit l'erreur d'estimation de  $\xi_1$ ,  $e_1 = \hat{\xi}_1 - \xi_1$ . Considérons également la fonction candidate de Lyapunov,  $V_1 = \frac{1}{2}e_1^2$ . L'établissement d'un mode glissant est garanti par la condition de convergence  $V_1 \dot{V}_1 < 0$ , ce qui donne (avec  $e_2 = \hat{\xi}_2 - \xi_2$ )

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= e_1 [e_2 - L_1 e_1 - G_1 \text{sign}(e_1)] < 0 \\
 \Rightarrow & \quad G_1 > e_2 - L_1 e_1 \quad \text{quand } e_1 > 0 \\
 \Rightarrow & \quad G_1 > -e_2 + L_1 e_1 \quad \text{quand } e_1 < 0
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Comme  $L_1$  est strictement positif, la relation (4.30) implique que la condition de glissement  $V_1 \dot{V}_1 < 0$  est vérifiée si  $G_1 > \text{Max}|e_2|$ .

**Remarque 14**  $e_2$  varie en fonction du temps, il faut considérer l'erreur maximale d'observation. Physiquement, il s'agit de l'erreur en vitesse, son maximum est donc de  $2 \times v_{\max}$ .

- **Gains  $G_2$  et  $G_3$ .** Une fois le mode glissant pour la dynamique  $e_1$  établi, on obtient  $\dot{e}_1 = e_1 = 0$ , ce qui donne, à partir de la dynamique de  $e_1$  et en utilisant la définition du signe moyen de [41]  $e_2 = G_1 \text{sign}(e_1)$ . En posant  $e_3 = \hat{\xi}_3 - \xi_3$ , on obtient

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_1 = 0 \\
\dot{e}_2 &= e_3 - \frac{G_2}{G_1} e_2 \\
\dot{e}_3 &= \hat{l}_1 - l_1 - \frac{G_3}{G_1} e_2
\end{aligned} \tag{4.31}$$

soit

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{G_2}{G_1} & 1 \\ -\frac{G_3}{G_1} & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta l_1 \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

avec  $\Delta l_1 = \hat{l}_1 - l_1$ . Soit la fonction candidate de Lyapunov  $V_{23} = [e_2 \ e_3]P[e_2 \ e_3]^T$  avec  $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$  une matrice définie positive ; d'après [13], la condition  $\dot{V}_{23} < 0$  est vérifiée si la matrice  $Q$  définie par (avec  $e = [e_2 \ e_3]^T$ )

$$Q = \begin{bmatrix} -PA - A^T P - \frac{P \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta l_1 \end{bmatrix} e^T}{e^T e} - \frac{e \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta l_1 \end{bmatrix}^T P}{e^T e} \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

est une matrice définie positive. On obtient

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{2G_2 P_1}{G_1} & \frac{G_3}{G_1} P_2 - P_1 - \frac{\Delta l_1 e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \\ \frac{G_3}{G_1} P_2 - P_1 - \frac{\Delta l_1 e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} & -2 \frac{\Delta l_1 e_3 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

$Q$  est positive si les gains  $G_2$  et  $G_3$  vérifient

$$\begin{aligned}
0 &< \frac{2G_2 P_1}{G_1} \\
0 &< \frac{-2G_2 P_1}{G_1} \left( 2 \frac{\Delta l_1 e_3 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right) - \left( \frac{G_3}{G_1} P_2 - P_1 - \frac{\Delta l_1 e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right)^2
\end{aligned} \tag{4.35}$$

De (4.35), on déduit

$$\begin{aligned}
G_1 &> 0 \\
G_2 &> 0 \\
-\frac{\beta - \sqrt{|\alpha|}}{P_2} G_1 &\leq G_3 \leq -\frac{\beta + \sqrt{|\alpha|}}{P_2} G_1
\end{aligned} \tag{4.36}$$

avec  $\alpha = -\frac{2G_2 P_1}{G_1} \left( 2 \frac{\Delta l_1 e_3 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right)$  and  $\beta = -\left( P_1 + \frac{\Delta l_1 e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right)$ .

### Détermination du gain $G_4$ relatif à la mesure de pression.

En posant  $e_4 = \hat{\xi}_4 - \xi_4$ , considérons la fonction candidate de Lyapunov  $V_4 = \frac{1}{2}e_4^2$ . L'établissement d'un régime glissant est garanti par la condition de convergence  $V_4\dot{V}_4 < 0$ , ce qui donne (avec  $\Delta\iota_2 = \hat{\iota}_2 - \iota_2$ )

$$\dot{V}_4 = e_4 [\Delta\iota_2 - L_4 e_4 - G_4 \text{sign}(e_4)] \quad (4.37)$$

Via la même démonstration que pour le gain  $G_1$ , on obtient

$$G_4 > \text{Max}|\Delta\iota_2| \quad (4.38)$$

### Observateur du système (4.6)

A partir de la transformation inverse  $\Phi^{-1}(\hat{x})$  on obtient l'observateur par modes glissants du système (4.6)

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \frac{1}{V_P(\hat{x}_4)} [k_1(\hat{x}_1) + k_2(\hat{x}_1, \text{sign}(u_P))u_P + k_3\hat{x}_1\hat{x}_3] - L_4(\hat{x}_1 - x_1) - G_4\text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \frac{1}{V_N(\hat{x}_4)} [k_4(\hat{x}_2) + k_5(\hat{x}_2, \text{sign}(u_N))u_N + k_6\hat{x}_2\hat{x}_3] + \frac{k_9L_2 - L_3}{k_8}(\hat{x}_4 - x_4) \\ &\quad + \frac{k_9G_2 - G_3}{k_8}\text{sign}(\hat{x}_4 - x_4) + \frac{k_7}{k_8}L_4(\hat{x}_1 - x_1) + \frac{k_7}{k_8}G_4\text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 &= k_7\hat{x}_1 + k_8\hat{x}_2 + k_9\hat{x}_3 + k_{10} - L_2(\hat{x}_4 - x_4) - G_2\text{sign}(\hat{x}_4 - x_4) \\ \dot{\hat{x}}_4 &= \hat{x}_3 - L_1(\hat{x}_4 - x_4) - G_1\text{sign}(\hat{x}_4 - x_4) \end{aligned} \quad (4.39)$$

## 4.4.2 Résultats expérimentaux

Les essais de cet observateur sont menés dans des conditions identiques à ceux de l'observateur à grands gains. La commande par modes glissants d'ordre 2 est réglée avec les mêmes valeurs de gains et les essais sont effectués avec une masse nominale puis avec une masse supplémentaire. Les gains de l'observateur sont choisis en fonction des bornes des paramètres incertains. Les incertitudes prises en comptes sont identiques à celles considérées dans le Chapitre 3.

**Suivi de position (Figure 4.6).** Avec l'observateur par modes glissants, il apparaît une erreur statique. Cette erreur peut être compensée par un ajustement des paramètres de la commande. Cependant le but des essais est de tester les performances des observateurs sans modification de la commande. L'écart statique en position provient de l'erreur d'observation de la vitesse de la tige (Figure 4.8). Les gains de l'observateur par modes glissants résultent du calcul des incertitudes du modèle et une mauvaise estimation de ces gains peut engendrer les erreurs constatées. De plus, l'observateur est basé sur des modes glissants d'ordre 1 et le phénomène de chattering est très présent sur l'erreur d'observation (Figure 4.8) de certaines variables.

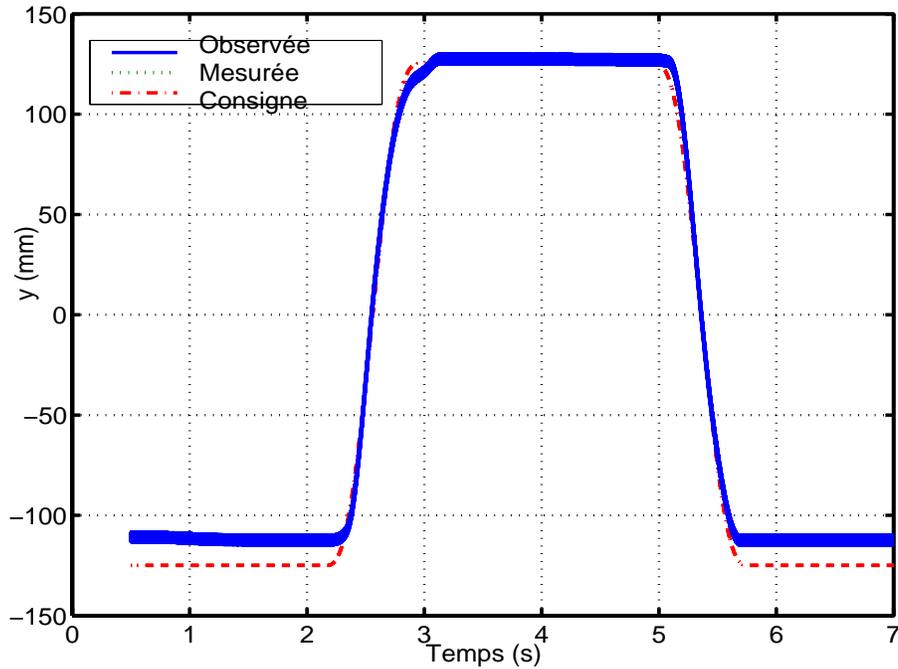


Figure 4.6: Suivi de position

**Observation des pressions (Figure 4.7).** Le suivi en pression, bien que soumis au chattering, influence peu le suivi en position. L'erreur d'observation des pressions est du même ordre de grandeur que pour l'observateur à grands gains. La commande utilisée est suffisamment robuste aux erreurs d'observation de la pression.

**Essai de robustesse (Figure 4.9).** Les erreurs d'observation dans le cas nominal et dans le cas robuste sont du même ordre de grandeur, ce qui confirme la robustesse de l'observateur.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'observation des systèmes électropneumatiques. Pour une commande linéaire de ces systèmes, l'attrait des observateurs est moindre, alors que dans le cas d'une application nécessitant une grande précision, les commandes réclament souvent la mesure de tout l'état du système. De plus, les observateurs permettent éventuellement de limiter le nombre de capteurs à utiliser pour la commande. Enfin, sous certaines conditions l'observateur permet de reconstruire une perturbation. Une application intéressante des observateurs dans une application aéronautique est le fait de pouvoir assurer le fonctionnement en mode dégradé en cas de panne d'un capteur.

En fonction des objectifs (réduction du nombre de capteur, reconstruction de la perturbation,...), il a été établi que la combinaison des indices d'observabilités et des mesures peut être différente. Le cas du système électropneumatique dédié à une gouverne de missile

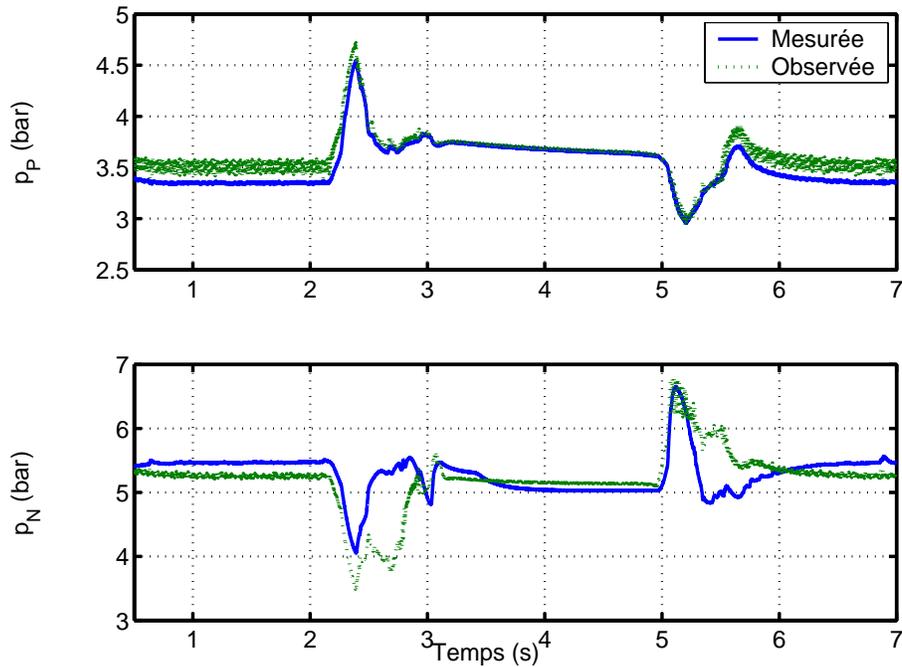


Figure 4.7: Observation de la pression  $p_P$  (haut) - Observation de la pression  $p_N$  (bas)

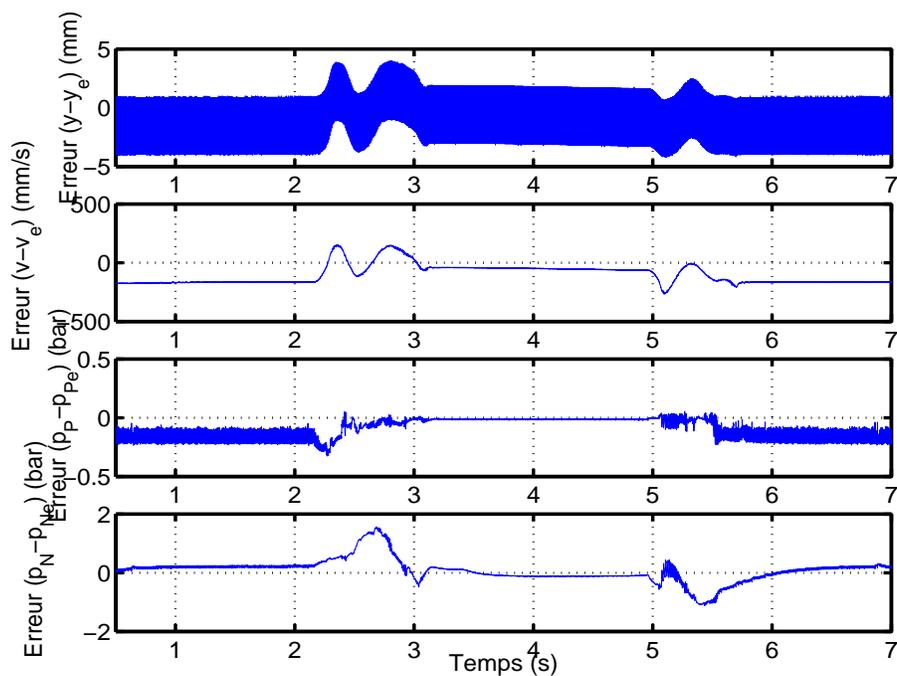


Figure 4.8: Erreur d'estimation de la position (haut) - Erreur d'estimation de la vitesse (milieu haut) - Erreur d'estimation de la pression  $p_P$  (milieu bas) - Erreur d'estimation de la pression  $p_N$  (bas)

est dans ce sens à objectifs multiples. En effet, il faut à la fois supprimer les capteurs de pression dont l'intégration est complexe, reconstruire la perturbation aérodynamique

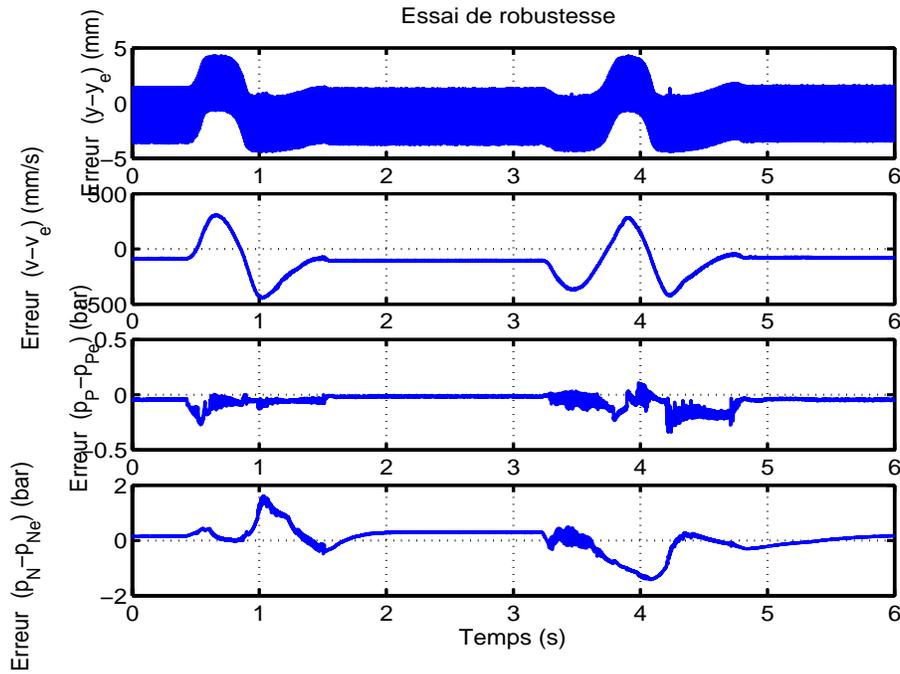


Figure 4.9: Erreur d'estimation de la position (haut) - Erreur d'estimation de la vitesse (milieu haut) - Erreur d'estimation de la pression  $p_P$  (milieu bas) - Erreur d'estimation de la pression  $p_N$  (bas)

qui est très difficilement mesurable et sécuriser au maximum le système. Pour simplifier cette étude et utiliser au maximum les ressources disponibles, le premier cas traité a été celui d'un système ne possédant pas de force de perturbation. Après avoir démontré son observabilité, le cas du système avec perturbation a été abordé, l'état à observer étant alors étendu à la perturbation. Cette extension oblige à une étude de l'observabilité pour une commande et une trajectoire données. Dans ce contexte, l'observabilité du système avec perturbation a été démontrée pour une trajectoire et une commande données.

Ainsi, un observateur à grands gains et un observateur par modes glissants pour le système sans perturbation ont été synthétisés. Des essais expérimentaux ont démontré qu'il est possible de supprimer un capteur de pression. La suite de l'étude consisterait, d'une part, à synthétiser des observateurs pour le système étendu aux perturbations et d'autre part de supprimer les deux capteurs de pression. Des travaux sur ce thème, sur le système sans perturbation sont en cours au laboratoire AMPERE.



---

# Conclusion générale

La problématique traitée dans cette thèse était vaste. L'utilisation d'actionneurs électropneumatiques dans une application aéronautique telle que les missiles présente plusieurs contraintes fortes parmi lesquelles

- Le gabarit réduit de l'actionneur : sur un missile la place est limitée.
- La précision du placement en position de la gouverne.
- La perturbation aérodynamique : la force de perturbation inconnue appliquée à un vérin représente 70 % de la force maximale.
- La bande passante et le déphasage à atteindre.

Devant la spécificité de l'application, il a été décidé en collaboration avec la DGA et MBDA de développer une nouvelle architecture de système électropneumatique dédiée à cette étude. Le premier chapitre présente un bref historique des missiles français permettant de comprendre les besoins spécifiques d'une telle application. Par la suite les performances requises pour un actionneur de gouverne aéronautique sont détaillées à travers un benchmark. Ce benchmark a été écrit en collaboration par les quatre partenaires IRCCyN, AMPERE, MBDA et LRBA et est spécialement conçu pour étudier toutes les performances nécessaires à l'application. Il faut cependant noter que le benchmark a été écrit en tenant compte des composants disponibles dans le commerce. En effet le but de cette thèse était de déterminer si les performances des systèmes électropneumatiques sont compatibles avec une application missile. En aucun cas, il n'a été envisagé de développer de nouveaux composants. A ce titre, le banc d'essai et le benchmark tiennent compte des composants existants.

Le second chapitre présente la modélisation du banc. Un modèle de simulation performant du banc d'essai était nécessaire pour plusieurs raisons

- Pour améliorer la bande passante du système, les amortisseurs pneumatiques évitant la destruction du vérin en cas de mise en butée rapide ont été retirés. Il faut donc s'assurer de la convergence des lois de commandes avant leur implantation.
- Le banc d'essai est basé à Lyon. Le simulateur permet d'effectuer le développement des lois de commandes et leur mise au point depuis le site de Nantes, limitant ainsi les déplacements.
- Certaines grandeurs comme la consommation de fluide ou la raideur ne sont pas mesurables expérimentalement. Le banc ne permet pas d'effectuer toutes les mesures, certaines grandeurs sont évaluées à partir des signaux expérimentaux utilisés comme entrées du simulateur.

Chaque élément du banc d'essai a été modélisé dans le but d'obtenir un modèle de simulation sous le logiciel AMESim (IMAGINE SA). Ce modèle de simulation permet de tester

les lois de commande en mode Cosimulation, le simulateur AMESim prenant alors la place du système physique. Dans le but d'effectuer la synthèse des lois de commande, plusieurs modèles ont été développés. Les deux premiers sont des modèles non linéaires mono et multi entrée. Ce sont les modèles utilisés pour effectuer la synthèse des commandes non linéaires par modes glissants. Pour pouvoir comparer les performances de ces commandes, nous avons choisi d'utiliser une commande linéaire. C'est pour cela qu'un troisième modèle, linéarisé tangent a été développé. La commande par retour d'état à gains variables associée à ce modèle est aussi présentée dans ce chapitre.

Le Chapitre 3 présente les principales contributions de cette thèse. En effet, l'emploi de commande non linéaire a permis d'améliorer les performances obtenues avec des lois linéaires et ainsi d'atteindre les performances spécifiées dans le Chapitre 1. Nous avons choisi de développer des commandes par modes glissants d'ordre supérieur pour leurs propriétés de robustesse indispensables à ce projet. Trois commandes par mode glissants d'ordre supérieur et à convergence en temps fini ont été synthétisées et expérimentées. La première, appelée commande par *Integral Sliding Mode* donne des résultats satisfaisants mais la complexité de son implantation nous a poussé à développer une nouvelle commande à convergence en temps fini. C'est pourquoi cette deuxième commande appelée commande à trajectoire pré-calculée est celle avec laquelle tous les essais du benchmark ont été menés. La troisième commande est basée sur la commande à trajectoire pré-calculée mais dans un contexte multivariable. Cette commande permet de piloter à la fois le placement en position de la tige et la pression dans une des chambres du vérin. Les résultats de ces deux commandes permettent clairement d'envisager l'utilisation de système électropneumatique pour le placement en position d'une gouverne de missile.

Le dernier chapitre traite de l'observation et des observateurs pour les systèmes électropneumatiques. L'intérêt d'utiliser des observateurs pour des systèmes électropneumatiques est multiple. L'observateur peut apporter de la robustesse au système en reconstruisant les perturbations, ce qui est intéressant dans notre application mais il peut aussi diminuer le nombre de capteurs utilisés dans la commande. C'est avec ces objectifs multiples que l'observabilité des systèmes électropneumatiques a été étudiée. Dans un premier temps, l'étude a porté sur la diminution du nombre de capteurs sur un système ne possédant pas de perturbation extérieure. Les résultats expérimentaux ont montré que des observateurs à grands gains ou par modes glissants pouvaient être utilisés pour supprimer un capteur de pression. Par la suite, le travail a porté sur le système présenté au chapitre 2. Cette fois ci, l'observation porte sur un état étendu à la perturbation. Une étude théorique de l'observabilité montre qu'il est possible de supprimer un capteur de pression tout en reconstruisant l'état étendu mais aucun observateur n'a été synthétisé.

Il reste un grand nombre de travaux à développer sur le sujet. Ces travaux portent sur

- Le développement d'observateurs utilisant uniquement le capteur de position, sur le système sans perturbation.
- Le développement d'observateur d'état étendu sur le système avec perturbation. Le

but étant d'observer la perturbation inconnue dans un contexte aéronautique en utilisant le minimum de capteur.

- L'optimisation de la consommation de fluide. Ce problème peut être traité en synthétisant une trajectoire utilisée pour la commande multi variable. Cette trajectoire doit permettre d'optimiser la consommation de fluide.
- La preuve de la stabilité de l'ensemble commande + observateur.

Les travaux portent aussi sur des problèmes de conception. En effet, si un actionneur électropneumatique doit être utilisé dans un missile, il faut qu'il puisse utiliser des gaz chauds issus du turbocompresseur. Une autre contrainte est l'encombrement ; nous avons utilisé des composants existants absolument pas optimisés du point de vue de leur volume. Finalement cette thèse montre que les systèmes électropneumatiques sont compatibles avec un système de commande de gouverne d'objet volant. Cependant les modulateurs de puissance qui seront conçus à cet effet devront tenir compte des performances souhaitées.

Ces composants pourront trouver d'autres terrains d'applications. On peut ainsi penser aujourd'hui qu'à l'instar des véhicules à finalité civile propulsés par un moteur qui utilise l'air comme carburant (accord signé en février 2007 entre la société française MDI<sup>1</sup> et TATA Motors<sup>2</sup>), des modèles réduits d'engins mobiles (terrestres ou célestes) à propulsion par gaz seront développés dans un futur proche.

---

<sup>1</sup><http://www.mdi.lu/>

<sup>2</sup><http://www.tatamotors.com/>



# Bibliographie

- [1] Kyoungkwan A. and Shinichi Y. Intelligent switching control of pneumatic actuator using on/off solenoid valves. *Mechatronics*, 15 :683–702, 2005.
- [2] J. Ackermann. Der entwurf linearer regelungssysteme im zustandraum. *Regelungstechnik und Prozess-Datenverarbeitung*, 7 :297–300, 1972.
- [3] S.R. Pandian ad F. Takemura, Y. Hayakawa, and S. Kawamura. Pressure observer controller design for pneumatic cylinder actuator. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 7(4) :490–499, 2002.
- [4] Kyoung Kwan Ahn and Huynh Thai Chau Nguyen. Intelligent switching control of a pneumatic muscle robot arm using learning vector quantization neural network. *Mechatronics*, 17(4-5) :255–262, 2007.
- [5] B.W. Andersen. *The analysis and design of pneumatic system*. John Willy and Sons, New York, 1967.
- [6] B. Armstrong, P. Dupont, and C. Canudas de Wit. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7) :1083–1138, 1994.
- [7] G. Bartolini, W. Caputo, M. Cecchi, A. Ferrara, and L. Fridman. Vibration damping in an elastic robotic structure via sliding modes. *Journal of Robotic System*, 14 :675–696, 1997.
- [8] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Punta. Multi-input second-order sliding-mode hybrid control of constained manipulators. *Dynamics and Control*, 10(3) :277–296, 2000.
- [9] G. Bartolini, A. Ferrara, E. Punta, and E. Usai. Chattering elimination in the hybrid control of constrained manipulators via first/second order sliding mode control. *Dynamic and Control*, 9 :99–124, 1999.
- [10] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai. Chattering avoidance by second-order sliding mode control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 43(2) :241–246, 1998.
- [11] G. Bartolini, A. Ferrara, E. Usai, and E. Punta. A combined first and second order sliding mode approach for hybrid control of constrained manipulators. In *Conference on Decision and Control CDC'97*, volume 2, pages 949–956, San Diego, California, 1997.
- [12] G. Bartolini, A. Pisano, and E. Usai. Second order sliding mode for container cranes. *Automatica*, 38 :1783–1790, 2002.
- [13] C. Batur and L. Zhang. Sliding mode observer and controller design for hydraulic control system. In *Americian Control Conference ACC'03*, pages 1721–1726, Denver, Colorado, 2003.

- [14] G. Belforte, S. Mauro, and G. Mattiazzo. A method for increasing the dynamic performance of pneumatic servosystems with digital valves. *Mechatronics*, 14 :1105–1120, 2004.
- [15] M. Belgharbi, D. Thomasset, S. Scavarda, and S. Sesmat. Analytical model model of the flow stage of a pneumatic servodistributor for simulation and non linear control. In *Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power SICFP'99*, pages 847–860, Tampere, Finland, 1999.
- [16] S. Benchabane. *Détermination des Coefficients de Débit par Vidange et Remplissage de Capacités Pneumatiques*. PhD thesis, Sci : Université Technologique de Compiègne, 1994.
- [17] G. Besançon, G. Bornard, and H. Hammouri. Observer synthesis for a class of nonlinear control systems. *European Journal of Control*, 2(3) :176–192, 1996.
- [18] E. Bideaux, M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. Design of compliant positioning control using an inverse method. In *Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control*, pages 147–162, Bath, UK, 2003.
- [19] C. Bigot and A. Fossard. Autoadaptation d'asservissements à large domaine de variation au moyen de lois de commande pseudo-linéaires. *C.R. Académie des Sciences*, 256(9) :1912–1915, 1963.
- [20] J.E. Bobrow and B.W. McDonell. Modeling, identification, and control of a pneumatically actuated force controllable robot. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 14(5) :732–742, 1998.
- [21] G. Bornard, F. Celle-Couenne, and G. Gilles. Observabilité et observateurs. In *Colloque International en Automatique Non Linéaire*, pages 177–221, Mason, Paris, France, 1993.
- [22] G. Bornard and H. Hammouri. A high gain observer for a class of uniformly observable systems. In *Conference on Decision and Control CDC'91*, pages 1494–1496, Brighton, Angleterre, 1991.
- [23] M. Bouri and D. Thomasset. Sliding control of an electropneumatic actuator using an integral switching surface. *IEEE Transaction Control System Technology*, 2(2) :368–375, 2001.
- [24] M. Bouri, D. Thomasset, and S. Scavarda. Integral sliding mode controller of a rotational servodrive. In *JHPS International Symposium on Fluid Power*, pages 150–154, Tokyo, Japan, 1996.
- [25] X. Brun. *Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Méthodologies et Applications*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999, 209 p.
- [26] X. Brun, M. Belgharbi, S. Sesmat, D. Thomasset, and S. Scavarda. Control of an electropneumatic actuator, comparaison between some linear and nonlinear control laws. *Journal of Systems and Control Engineering*, 213(15) :387–406, 1999.
- [27] X. Brun, S. Sesmat, D. Thomasset, and S. Scavarda. A comparative study between two control laws of an electropneumatic actuator. In *European Control Conference ECC'09*, Karlsruhe, Germany, 1999.

- [28] X. Brun and D. Thomasset. Choice of control law in electropneumatics : Expertise using an industrial benchmark and some new trends. In *Conference on Decision and Control CDC'00*, Sydney, Australia, 2000.
- [29] X. Brun, D. Thomasset, and E. Bideaux. Influence of the process design on the control strategy : application in electronic field. *Control Engineering practice*, 10(7) :727–735, 2002.
- [30] X. Brun, D. Thomasset, S. Sesmat, and S. Scavarda. Limited energy consumption in positioning control of electropneumatic actuator. In *Power Transmission and Motion Control*, pages 199–211, Bath, UK, 1999.
- [31] C.R. Burrows. *Fluid power Servomechanisms*. Van Nostrand Reinhold Company, London, 1972.
- [32] J.A. Burton and S.I. Zinober. Continuous approximation of variable structure control. *Int. J. Systems Science*, 17(6) :875–885, 1986.
- [33] R. Castro-Linares, A. Glumineau, S. Laghrouche, and F. Plestan. High order sliding mode observer-based control. In *Proc. 2<sup>nd</sup> IFAC Symposium on System, Structure and Control*, Oaxaca, Mexico, 2004.
- [34] S.S. Chang and T.K.C. Peng. Adaptive guaranteed cost control systems with uncertain parameters. *IEEE Trans. Autom. Control*, 17 :474–483, 1972.
- [35] M. Chiang, C. Chen, and T. Tsou. Large stroke and high precision pneumatic-piezoelectric hybrid positioning control using adaptive discrete variable structure control. *Mechatronics*, 15 :523–545, 2005.
- [36] A. Chitty and T.H. Lambert. Modelling a loaded two-way pneumatic actuator. *Journal of Dynamic Systems Measurements and Control*, 9(1) :19–25, 1976.
- [37] G. Conte, C.H. Moog, and A.M. Perdon. *Nonlinear Control System - An Algebraic Setting*. Springer-Verlag, London, 1999.
- [38] R. De Giorgi, S. Sesmat, and E. Bideaux. Influence of the experimental rig on the resulting mass flow rate characteristic of a single pneumatic component. In *Proceedings of the 10th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP07*. Tampere, Finland, May 21-23 2007.
- [39] P. de Larminat and Y. Thomas. *Automatique des systèmes linéaires - 3. Commande*. Flammarion Sciences, 20, rue vaugirard-Paris 6<sup>e</sup>, 1977.
- [40] C. Canudas de Wit and J.J.E. Slotine. Sliding observers for robot manipulators. *Automatica*, 25(5) :859–864, 1991.
- [41] S. Drakunov and V. Utkin. Sliding mode observer, tutorial. In *IEEE Conf. on Decision and Control CDC'95*, pages 3376–3379, New Orleans, LA, 1995.
- [42] K.A. Edge. The control of fluid power systems - responding to the challenge. *Journal of Systems and Control Engineering*, 211(2) :91–110, 1997.
- [43] S.V. Emel'yanov, S.V. Korovin, and L.V. Levantovsky. Drift algorithm in control of uncertain processes. *Problems of Control and Information Theory*, 15(6) :1–11, 1986.
- [44] S.V. Emel'yanov, S.V. Korovin, and L.V. Levantovsky. High order sliding modes in control system. *Differential Equations*, 29(11) :1627–1647, 1993.

- [45] R. Engel and G. Kreisselmeier. A continuous-time observer which converges in finite time. *Trans. Autom. Control*, 47(7) :1202–1204, 2002.
- [46] A.F. Filippov. Differential equations with discontinuous right-hand part. *Matematicheskii Sbornik (en Russe)*, (1) :99–128, 1960.
- [47] A.F. Filippov. Application of the theory of differential equations with discontinuous right-hand sides to non-linear problems of automatic control. In *1-st IFAC Congress*, pages 923–927. Butterworths, London, 1961.
- [48] A.F. Filippov. On some problems of optimal control. *Vestnik MGU (en Russe)*, (2) :25–32, 1962.
- [49] A.F. Filippov. *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side*. Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 1988.
- [50] T. Floquet. *Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur*. PhD thesis, Université de Lille I, 2000.
- [51] A.J Fossard and D. Normand-Cyrot. *Systèmes non linéaires - Tome 1. modélisation - estimation*. Masson, Paris, 1993.
- [52] L. Fridman. Chattering analysis in sliding mode systems with inertial sensors. *International Journal of Control*, 76(9/10) :906–912, 2003.
- [53] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6) :875–880, 1992.
- [54] M. Ghanes. *Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2005, 139 p.
- [55] A. Girin. Résultats et analyse des essais sur le banc expérimental d'actionneur électropneumatique. In *Rapport Interne IRCCyN*, Nantes, France, mars 2007.
- [56] A. Girin, X. Brun, and F. Plestan. Electropneumatic test bench for aeronautics application : Robust control. In *The tenth Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'07*, Tampere, Finlande, 2007.
- [57] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, and A. Glumineau. Observateurs non linéaire pour un actionneur électropneumatique. In *JDMACS-INMACS Gdr MACS*, Lyon, France, 2005.
- [58] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, and A. Glumineau. A 3<sup>rd</sup> order sliding mode controller based on integral sliding mode for an electropneumatic system. In *Conference on Decision and Control CDC'06*, San Diego, Californie, 2006.
- [59] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, and A. Glumineau. High gain and sliding mode observers for the control of an electropneumatic actuator. In *IEEE International Conference on Control Applications CCA*, Munich, Allemagne, 2006.
- [60] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau, and M. Smaoui. Model and robust control of an electropneumatic actuator on an experimental setup. In *IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS*, Prétoria, South Africa, 2007.
- [61] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau, and M. Smaoui. Position-pressure robust control of an electropneumatic actuator. In *European Control Conference ECC'07*, Kos, Grece, 2007.

- [62] N. Gulati and E.J. Barth. Nonlinear pressure observer design for pneumatic actuator. In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Monterey, CA, USA, 2005.
- [63] K. Hamiti, A. Voda-Besançon, and H. Roux-Buisson. Position control of a pneumatic actuator under the influence of stiction. *Control Engineering Practice*, 4(8) :1079–1088, 1996.
- [64] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 22 :724–740, 1977.
- [65] H.S. Jebar. *Design of pneumatic actuator systems*. PhD thesis, University of Nottingham, 1977.
- [66] D. Karnopp. Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 107 :100–103, 1985.
- [67] A. Kellal. *Contribution à l'étude des asservissement électropneumatique. Application à la réalisation d'un asservissement numérique d'un axe de robot*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1987, 173 p.
- [68] T. Kimura, S. Hara, T. Fujita, and T. Kagawa. Feedback linearization for pneumatic actuator systems with static friction. *Journal of process control*, 5(100) :1385–1394, 1997.
- [69] A. Krener and W. Respondek. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM J. of Control and Optimisation*, 23 :197–216, 1985.
- [70] S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. Higher order sliding mode control based on optimal  $l_q$  control and integral sliding mode. In *6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, Stuttgart, Germany, 2004.
- [71] S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. A higher sliding mode controller for a class of mimo nonlinear systems : application to pm synchronous motor control. In *American Control Conference ACC'04*, Boston, Massachusetts, 2004.
- [72] S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. Practical higher order sliding mode control : optimal control based approach and application to electromechanical systems. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 334(Springer-Verlag, Eds. Edwards C., Fossas Colet E., Fridman L.) :Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control, 2006.
- [73] S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. Higher order sliding mode control based on integral sliding surface. *Automatica*, 43(3) :531–537, 2007.
- [74] S. Laghrouche, M. Smaoui, X. Brun, and F. Plestan. Robust second order sliding mode controller for electropneumatic actuator. In *American Control Conference ACC'04*, Boston, Massachusetts, 2004.
- [75] S. Laghrouche, M. Smaoui, and F. Plestan. Robust control for electropneumatic actuator by 3<sup>rd</sup>-order sliding mode. In *IEEE Conference on Decision and Control CDC'04*, Paradise Island, Bahamas, 2004.
- [76] S. Laghrouche, M. Smaoui, F. Plestan, and X. Brun. High order sliding mode control based on optimal approach of an electropneumatic actuator. *International Journal of Control*, 79 :119–131, 2006.

- [77] S. Laghrouche, M. SMAoui, F. Plestan, and X. Brun. Higher order sliding mode control based on optimal approach of an electropneumatic actuator. *International Journal of Control*, 79(2) :119–131, 2006.
- [78] J.W. Lee and P.H. Chang. Input/output linearization using time delay control and time delay observer. In *IEEE American Control Conference ACC'98*, volume 1, pages 318–322, Philadelphia, PA, USA, 1998.
- [79] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58 :1247–1263, 1993.
- [80] A. Levant. Variable measurement step in 2-sliding control. *Kybernetika*, 36(1) :77–93, 2000.
- [81] A. Levant. Universal siso sliding-mode controllers with finite-time convergence. *Trans. Automat. Control*, 49(9) :1447–1451, 2001.
- [82] B. Li, Z. Li, and Y. XU. Study on adaptative control for a pneumatic position servo system. *IEEE Advances in Modelling and Analysis*, 49 :21–28, 1997.
- [83] D.G. Luenberger. An introduction to observer. *IEEE Trans. Auto. Control*, 16(6) :596–602, 1971.
- [84] M. Mattei. Robust regulation of the air distribution into an arc heater. *Journal of process control*, 11 :285–297, 2001.
- [85] S. Ming-Chang and T. Shy-I. Identification and position control of a servo pneumatic cylinder. *Control Engineering Practice*, 3(9) :1285–1290, 1995.
- [86] T. Miyajima, T. Fujita, K. Sakaki, K. Kawashima, and T. Kagawa. Development of a digital control system for high-performance pneumatic servo valve. *Precision Engineering*, 31 :156–161, 2007.
- [87] D.S. Neculescu, J.M. Skovvronski, and H. Shaban-Zanjani. Low speed motion control of a mechanical system. *Dynamics and control*, 4 :307–322, 1993.
- [88] T. Nguyen, J. Leavitt, F. Jabbari, and J. E. Bobrow. Accurate sliding-mode control of pneumatic systems using low-cost solenoid valves. *Precision Engineering*, 12(2) :156–161, 2007.
- [89] H. Nijmeijer and T.I. Fossen. *New Directions in Nonlinear Observer Design*. Springer, London, UK, 1999.
- [90] M. Parnichkun and C. Ngaecharoenkul. Kinematics control of a pneumatic system by hibrid fuzzy pid. *Mechatronics*, 11 :1001–1023, 2001.
- [91] A.K. Paul, J.K. Mishra, and M.G. Radke. Reduced order sliding mode control for pneumatic actuator. *IEEE/ASME, Transactions On Mechatronics*, 2(3) :216–219, 1994.
- [92] R. Piche, S. Pohjolainen, and T. Virvalo. Design of robust controllers for position servos using h-infinity theory. *Instn Mech Engrs*, 205, Part I(4) :299–306, 1991.
- [93] F. Plestan, A. Glumineau, and S. Laghrouche. Multivariable practical higher order sliding mode control. In *IEEE Conference on Decision and Control CDC'05*, Sevilla, Spain, 2005.
- [94] F. Plestan, A. Glumineau, and S. Laghrouche. A new algorithm for high-order sliding mode control. *International J. Robust and Nonlinear Control*, 9 :290–292, 2007.

- [95] C. Prelle, A. Jutard, and M. Betemps. Compliance adjustment of a metal bellows actuator by controll law parameters. *Mechatronics*, 11 :631–647, 2001.
- [96] H. Sira Ramirez. Dynamical sliding mode control in the regulation of nonlinear chemical processes. *International Journal of Control*, 56(1) :1–21, 1998.
- [97] Z. Rao and G.M. Bone. Modeling and control of a miniature servo pneumatic actuator. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '06*, Orlando, Florida, 2006.
- [98] Z.V. Rekasius. An alternate approach to the fixed terminal point regulator problem. *IEEE Trans. Autom. Control*, 9 :290–292, 1964.
- [99] E. Richard. *De la commande linéaire et non linéaire en position des systèmes électropneumatiques*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, 291 p.
- [100] E. Richard and S. Scavarda. Comparaison between linear and nonlinear control of an electropneumatic servodrive. *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, 118 :245–252, 1996.
- [101] G. Rigatos, C.S. Tzafestas, and S.G. Tzafestas. Mobile robot motion control in partially unknown environments using a sliding mode fuzzy logic controller. *Robotics and Autonomous Systems*, 33(1) :1–11, 2000.
- [102] Y. Rivey and R. Rossi. Spécification de performances pour un vérin de gouverne pneumatique à échelle réduite. In *Document interne Version 3, indice a, DGA/MBDA/IRCCyN/LAI*, Vernon, France, 2004.
- [103] H. Saadaoui, N. Manamanni, M. Djemai, J.P. Barbot, and T. Floquet. Exact differentiation and sliding mode observers for switched lagrangian systems. *Nonlinear Analysis*, 65(5) :1050–1069, 2006.
- [104] H. Schulte and H. Hahn. Fuzzy state feedback gain scheduling control of servopneumatic actuators. *Control Engineering Practice*, 12 :639–650, 2004.
- [105] S. Sesmat and S. Scavarda. Static characteristics of a three way servovalve. In *Conference on Fluid Power Technology*, pages 321–334, Aachen, Germany, 1996.
- [106] Sylvie Sesmat. *Modélisation, Simulation et Commande d'une servovalve Électropneumatique*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996.
- [107] J.L. Shearer. Study of pneumatic process in the continuous control of motion with compressed air. *Trans. Am. Soc. Mech. Eng*, 78(Parts I and II) :233–249, 1956.
- [108] M. Shih and C. Hwang. Fuzzy pwm control the position of a pneumatic robot cylinder by high speed solenoid valves. In *Third JHPS International Symposium*, pages 277–282, Japan, 1996.
- [109] J.J.E. Slotine. Sliding mode controller design for nonlinear system. *International Journal of Control*, 40(2) :421–434, 1984.
- [110] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa. A sliding mode observer for nonlinear system. *J. Dynamic System Measurement and Control*, 109/245 :421–434, 1987.
- [111] J.J.E. Slotine and W.Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991.

- [112] M. Smaoui. *Commande non linéaire robuste mono et multidimensionnelles de dispositifs Électropneumatiques : Synthèses et applications*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2004.
- [113] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. A robust multivariable control for an electropneumatic system using backstepping design. In *IFAC Symposium on Nonlinear Control System NOLCOS*, Stuttgart, Allemagne, 2004.
- [114] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. Robust position control of electropneumatic system using second order sliding mode. In *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Ajaccio, France, 2004.
- [115] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. A combined first and second order sliding mode approach for position and pressure control for an electropneumatic system. In *American Control Conference ACC'05*, Portland, Oregon, 2005.
- [116] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. A robust differentiator-controller design for an electropneumatic system. In *Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Séville, Espagne, 2005.
- [117] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. A study on tracking position control of electropneumatic system using backstepping design. *Control Engineering Practice*, 14(8) :923–933, 2006.
- [118] M. Smaoui, X. Brun, and D. Thomasset. Systematic control of an electropneumatic system : integrator backstepping and sliding mode control. *Transaction on Control System Technology*, 14(5) :905–913, 2006.
- [119] J. Song and Y. Ishida. A robust sliding mode control for pneumatic servo systems. *International Journal of Engineers Sciences*, 35(8) :711–723, 1997.
- [120] J. Song, K. Kadowaki, and Y. Ishida. Practical model reference robust control for pneumatic servo system. *Transaction of the society on Instrument and Control Engineers*, 33(10) :995–1001, 1997.
- [121] K. Tanaka, A. Shimizu, and Y. Yang. Adaptative pole placement control for pneumatic servo systems with constant disturbances. *Transaction on society of instrument and control engineers*, 30 :1069–1076, 1994.
- [122] J. Tang and G. Walker. Variable structure control of a pneumatic actuator. *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, 117 :88–92, 1995.
- [123] TU Diep Cong Thanh and Kyoung Kwan Ahn. Nonlinear pid control to improve the control performance of 2 axes pneumatic artificial muscle manipulator using neural network. *Mechatronics*, 16 :577–587, 2006.
- [124] A. Tustin. The effect of backlash and speed-dependent friction on the stability of closed-cycle control system. *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, 94(2A) :143–151, 1947.
- [125] V.I. Utkin. On compensation of the forced term of motion in variable-structure control systems. *Iz. AN SSSR Technicheskaya Kibernetika (En russe)*, 4 :169–173, 1965.
- [126] V.I. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 26 :212–222, 1977.
- [127] V.I. Utkin. *Sliding mode in control and optimization*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.

- 
- [128] V.I. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding mode control in electromechanical systems*. Taylor-Francis, London, 1999.
- [129] V.I. Utkin and J. Shi. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty. In *IEEE Conference on Decision and Control CDC'96*, Kobe, Japan, 1996.
- [130] C.F. VanLoan. Computing integrals involving the matrix exponential. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 23(3) :395–404, 1978.
- [131] J. Wang, J. Pu, and P. Moore. Accurate position control of servo pneumatic actuator. *Control Engineering Practice*, 7(63) :699–706, 1999.
- [132] L. Yang and J.H. Lilly. Sliding mode tracking for pneumatic muscle actuators in bicep/tricep pair configuration. In *American Control Conference ACC'03*, Denver, Colorado, 2003.
- [133] K. Young, V.I. Utkin, and U. Ozguer. A control engineer's guide to sliding mode control. *Trans. Automat. Control*, 7(3) :328–342, 1999.





# CONTRIBUTION A LA COMMANDE NON LINEAIRE D'UN SYSTÈME ÉLECTROPNEUMATIQUE POUR UNE UTILISATION AÉRONAUTIQUE : APPLICATION SUR UN BENCHMARK DÉDIÉ

## Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est d'évaluer la pertinence et les performances des techniques avancées de commande et d'observation des systèmes non linéaires et de voir si elles rendent possible l'utilisation d'un système électropneumatique haute performance pour le positionnement de gouvernes d'engin aérodynamique. Pour cela un banc d'essai et un benchmark associé ont été réalisés, en collaboration par les laboratoires AMPERE / IRCCyN, par le Laboratoire de Recherche en Balistique et Aérodynamique de la DGA et par MBDA (Groupe EADS). L'étude montre que l'utilisation de commandes non linéaires permet d'obtenir les performances souhaitées. Des commandes non linéaires par modes glissants d'ordre supérieur mono et multi variables sont appliquées sur le système électropneumatique lui assurant une convergence en temps fini et la robustesse face aux incertitudes paramétriques et aux perturbations, ce qui constitue une des principales contributions de ce travail. Par ailleurs, dans le but de minimiser le nombre de capteurs et/ou pallier à leur défaillance, la synthèse d'observateurs pour cette plateforme expérimentale a été étudiée. Ainsi, une étude de l'observabilité, une synthèse d'observateurs à grands gains et par modes glissants a été effectuée. La conclusion de ce travail permet de déterminer qu'il est possible d'utiliser des actionneurs électropneumatiques pour le positionnement d'une gouverne de missile, sous réserve de concevoir des composants intégrables. Cette thèse permet de déterminer les caractéristiques que devront avoir ces composants pour permettre d'obtenir l'ensemble des performances souhaitées.

**Mots-clés** : Commande non linéaire robuste, Modes glissants d'ordre supérieur, Système électropneumatique, Observateurs non linéaires.

## Contribution to nonlinear control of electropneumatic system with a new test bench for aeronautics application

## Résumé

This work deals with the study of nonlinear controllers based on high order sliding mode and their applications to electropneumatic systems. The objective is double. First a new electropneumatic test bench is designed in order to evaluate the use of a electropneumatic actuator on aeronautic application. A benchmark is defined by the four project partners : IRCCyN, AMPERE Laboratories, LRBA, MBDA companies. The second objective is to show the interest of nonlinear control for this high level application. Two original high order sliding mode controllers with finite time convergence are designed and tested by experimentation. The results show that the nonlinear control fulfills the benchmark objectives. Furthermore, in order to reduce cost, high gain and sliding mode observers are designed afterwards an observability study. Finally, this work enables the use of electropneumatic system to fulfill aeronautic application and a new component actuator can be specified.

**Keywords** : Robust nonlinear control, High order sliding mode, Electropneumatic system, Nonlinear observers.