Contribution à l'ordonnancement des activités de maintenance sous contrainte de compétences
Une approche dynamique, proactive et multi-critère

François Marmier

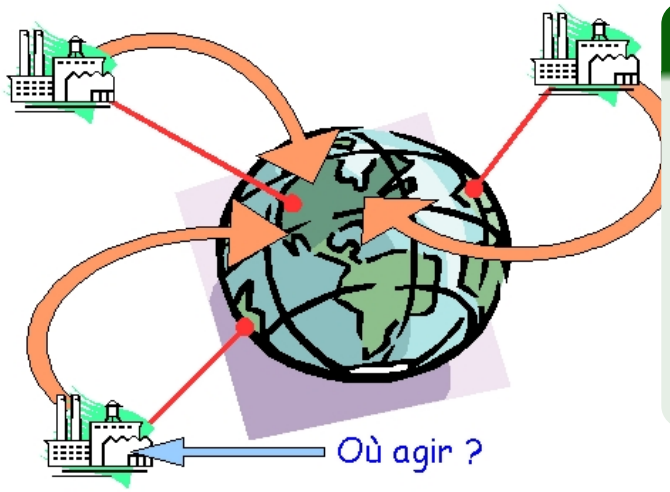
Laboratoire d'Automatique de Besançon
UMR CNRS 6596 - ENSMM - UFC
25000 Besançon, France

12 décembre 2007

Travaux réalisés sous la direction de :

- Christophe Varnier
- Noureddine Zerhouni

Introduction
Contexte



Globalisation

- Accroissement des ventes,
  → Produire plus
- Accroissement de la concurrence,
  → Améliorer leur compétitivité.

Éléments de réponses

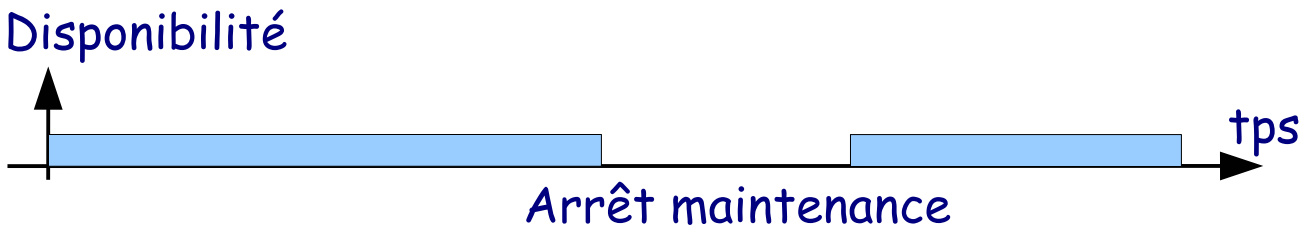
- Génie industriel propose des approches pour améliorer les produits / process,
- Maintenance → amélioration de la disponibilité des équipements,

Introduction

Minimiser les temps d'indisponibilité

Qu'est-ce que la disponibilité

*"C'est l'***aptitude d'un bien** *sous les aspects combinés de sa fiabilité, maintenabilité et de l'organisation de la maintenance* **à être en état d'accomplir une fonction requise** *dans des conditions de temps déterminées"* [NF X60 503].

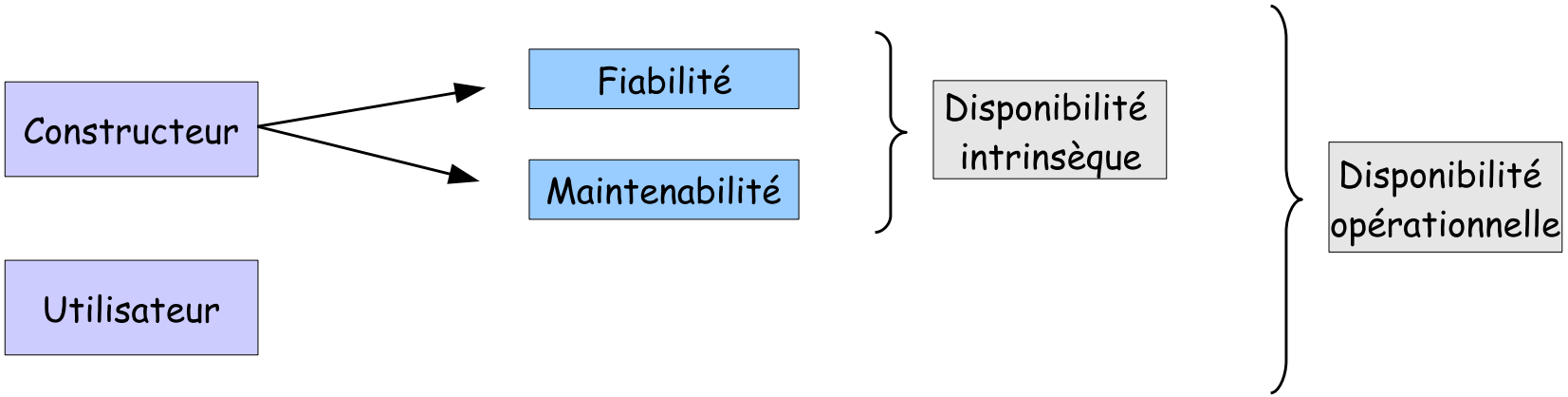


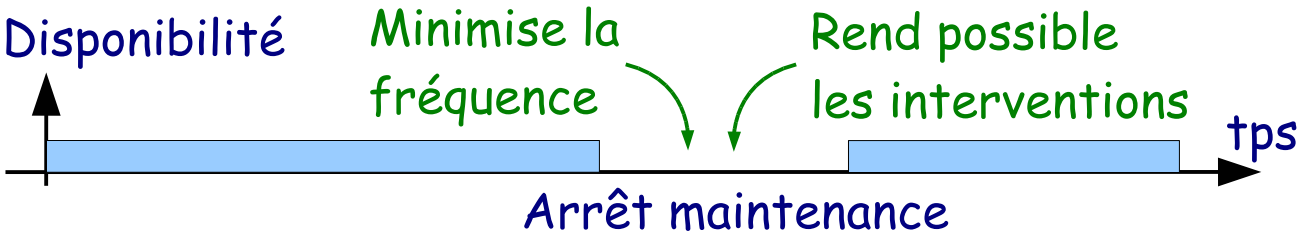
Introduction

Minimiser les temps d'indisponibilité

Qu'est-ce que la disponibilité

*"C'est l'***aptitude d'un bien** *sous les aspects combinés de sa fiabilité, maintenabilité et de l'organisation de la maintenance* **à être en état d'accomplir une fonction requise** *dans des conditions de temps déterminées"* [NF X60 503].



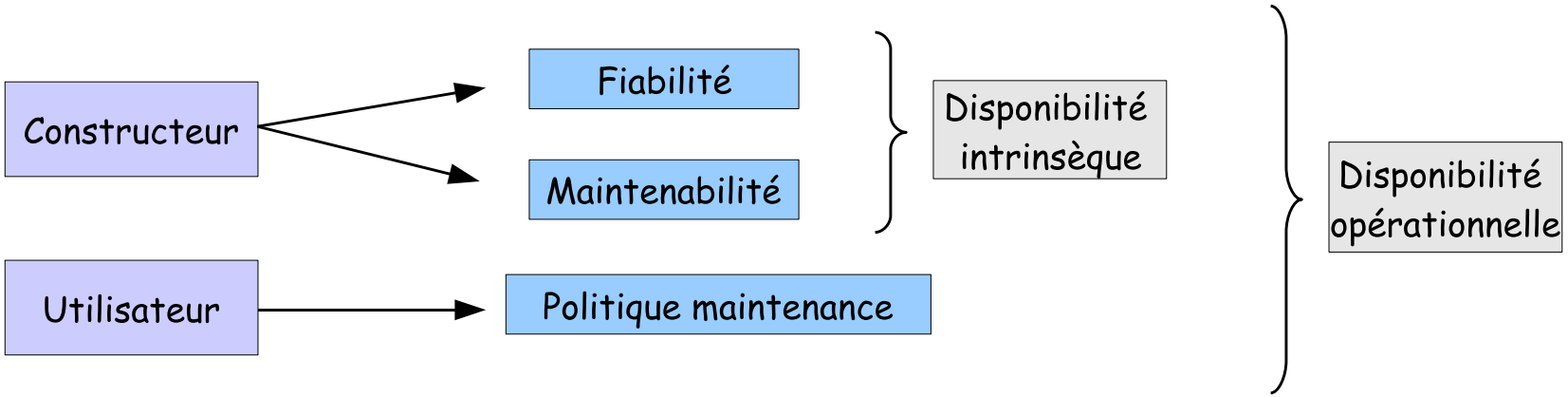


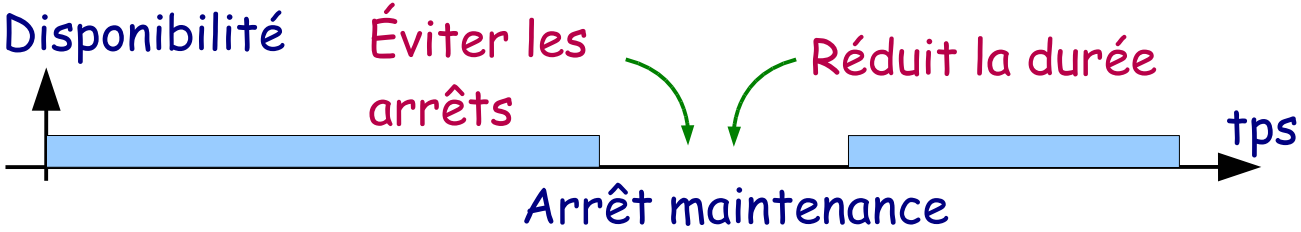
Introduction

Minimiser les temps d'indisponibilité

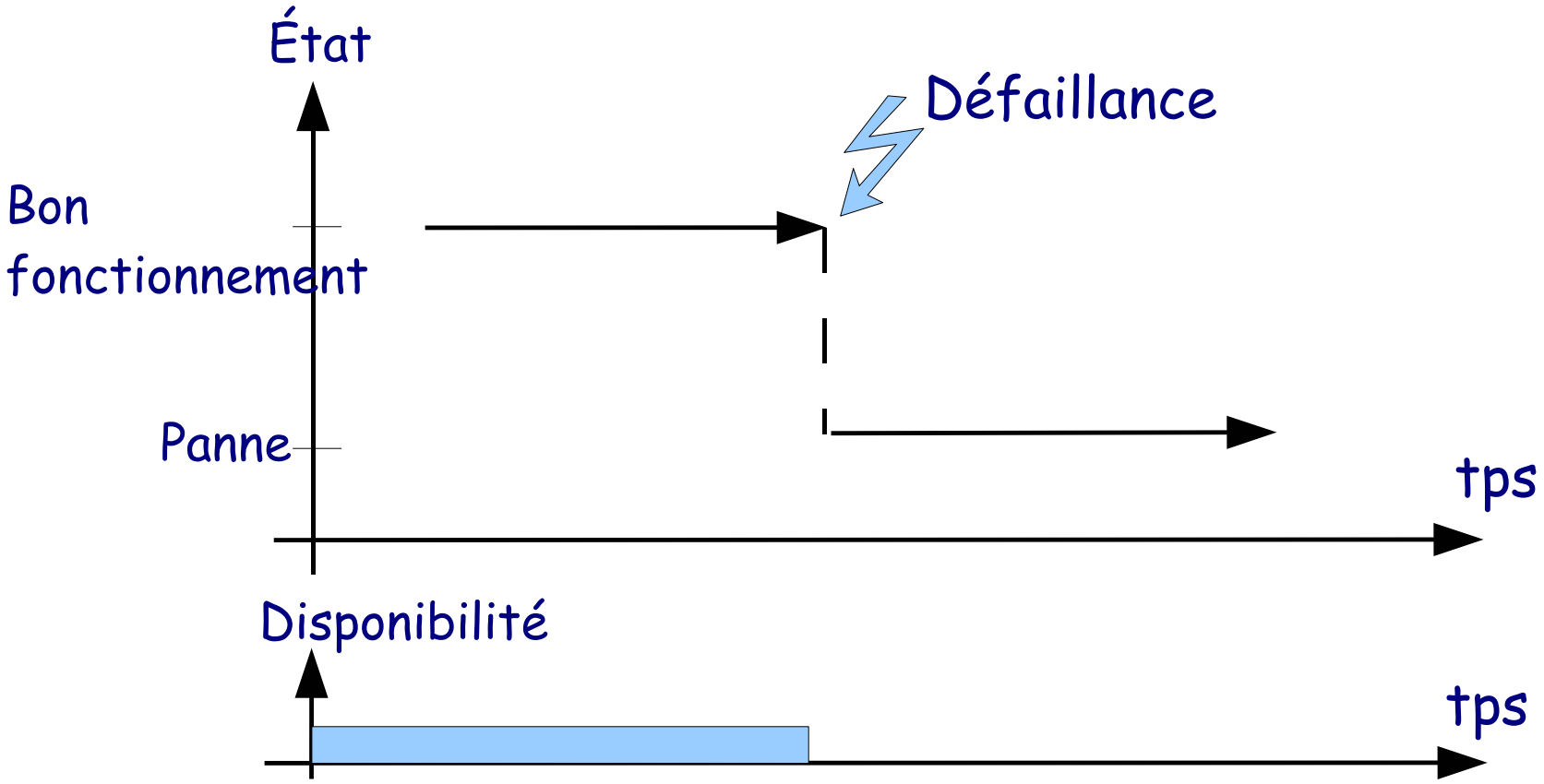
Qu'est-ce que la disponibilité

*"C'est l'***aptitude d'un bien** *sous les aspects combinés de sa fiabilité, maintenabilité et de l'organisation de la maintenance* **à être en état d'accomplir une fonction requise** *dans des conditions de temps déterminées"* [NF X60 503].





Introduction
Politique d'intervention



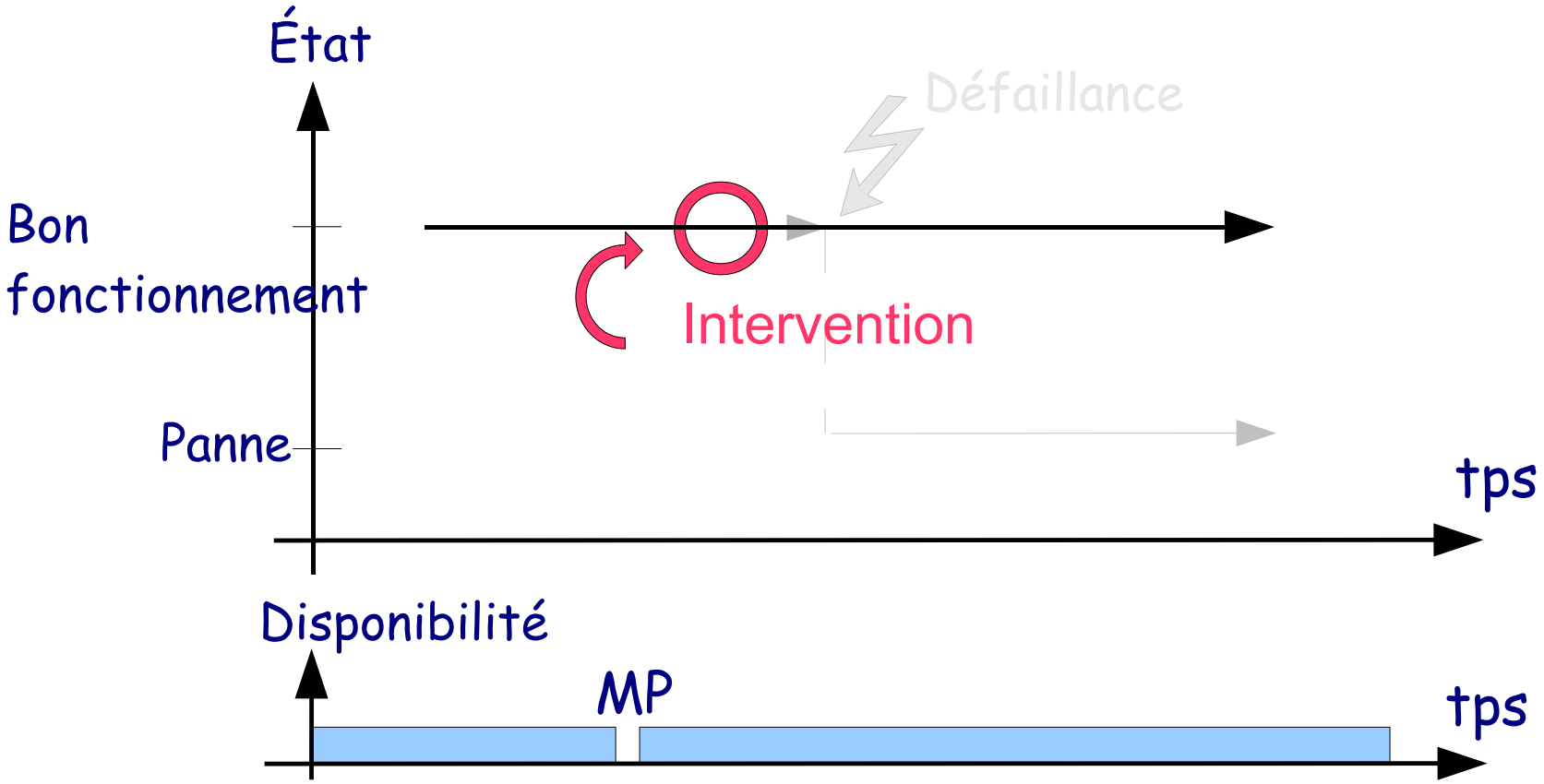
Ses politiques d'intervention

- Maintenir en état de bon fonctionnement,
- Remettre en état de bon fonctionnement.

Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Introduction
Politique d'intervention



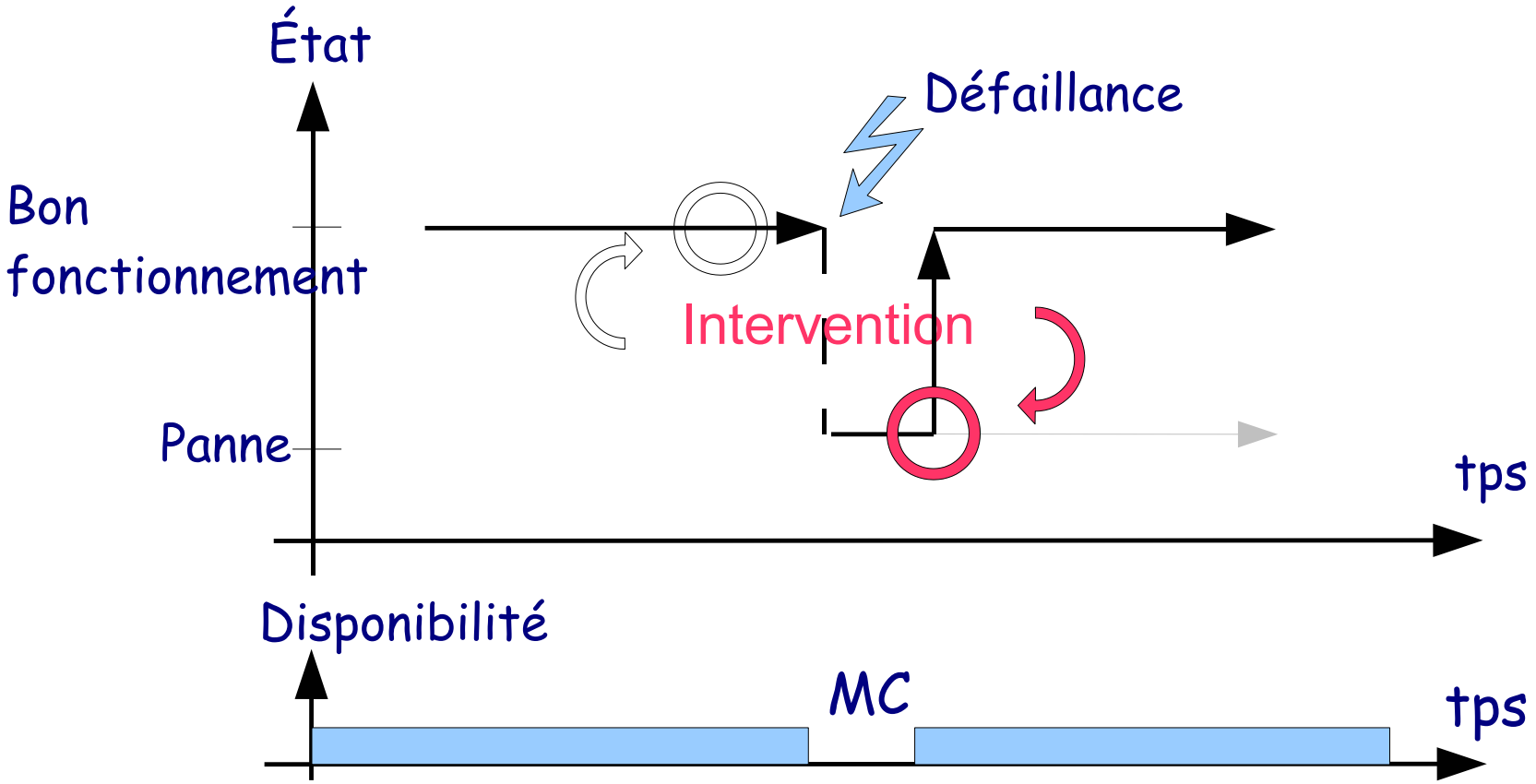
Ses politiques d'intervention

- Maintenir en état de bon fonctionnement,
- Remettre en état de bon fonctionnement.

Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Introduction
Politique d'intervention



Ses politiques d'intervention

- Maintenir en état de bon fonctionnement,
- Remettre en état de bon fonctionnement.

Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Introduction

Schéma organisationnel [Marquez 2005]

Service de maintenance

Stratégique

Décision stratégique
- Définition des objectifs
- Définition des politiques

Tactique

Décision tactique
- Prise de décisions planifiables

Opérationnel

Décision opérationnelle
- Réalisation des tâches
- Suivi

Introduction

Schéma organisationnel [Marquez 2005]

Service de maintenance

Stratégique

Décision stratégique
- Définition des objectifs
- Définition des politiques

Définitions des priorités

Tâches non planifiables
- Correctives
- Préventives conditionnelles

Tâches planifiables
- Préventives
- Systématiques

Tactique

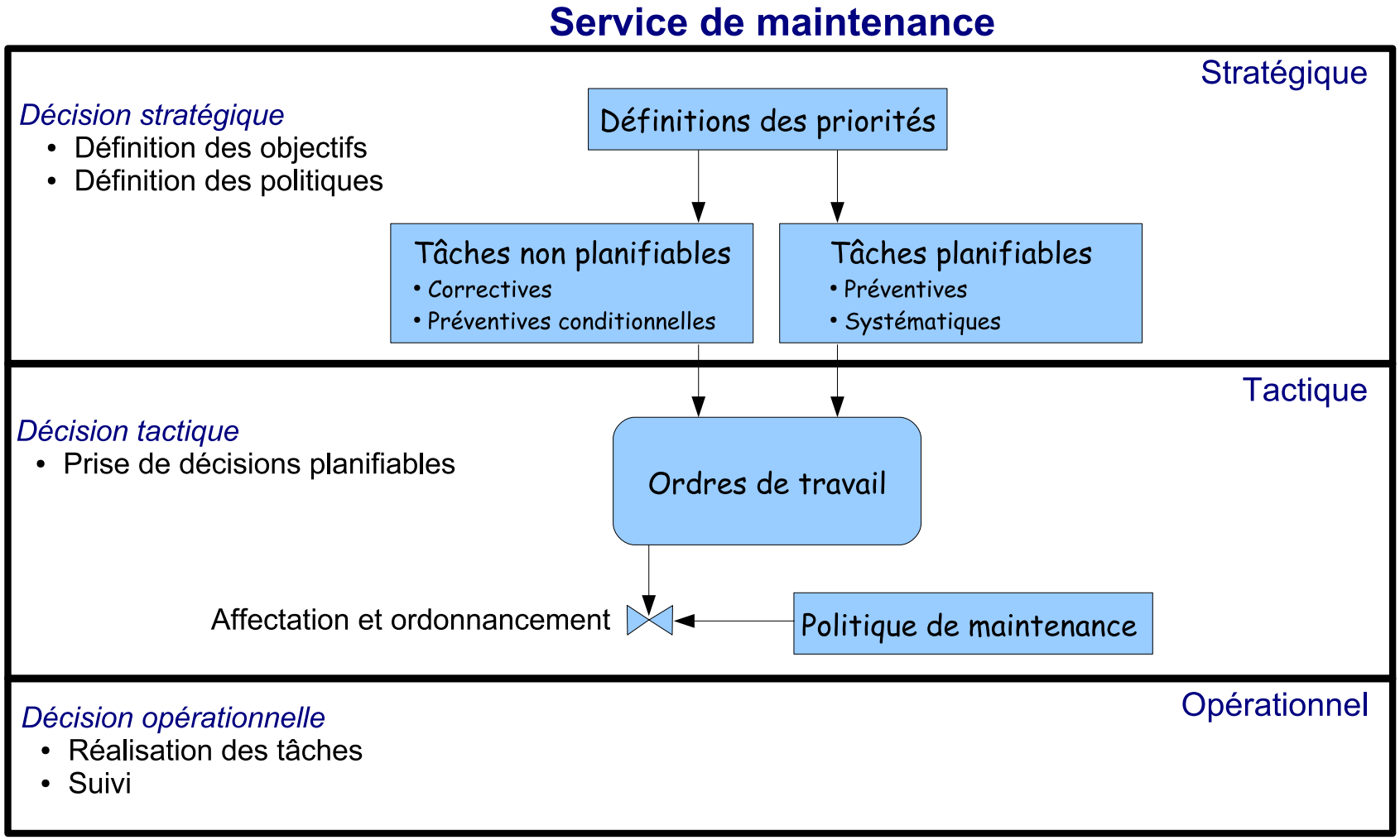
Décision tactique
- Prise de décisions planifiables

Opérationnel

Décision opérationnelle
- Réalisation des tâches
- Suivi

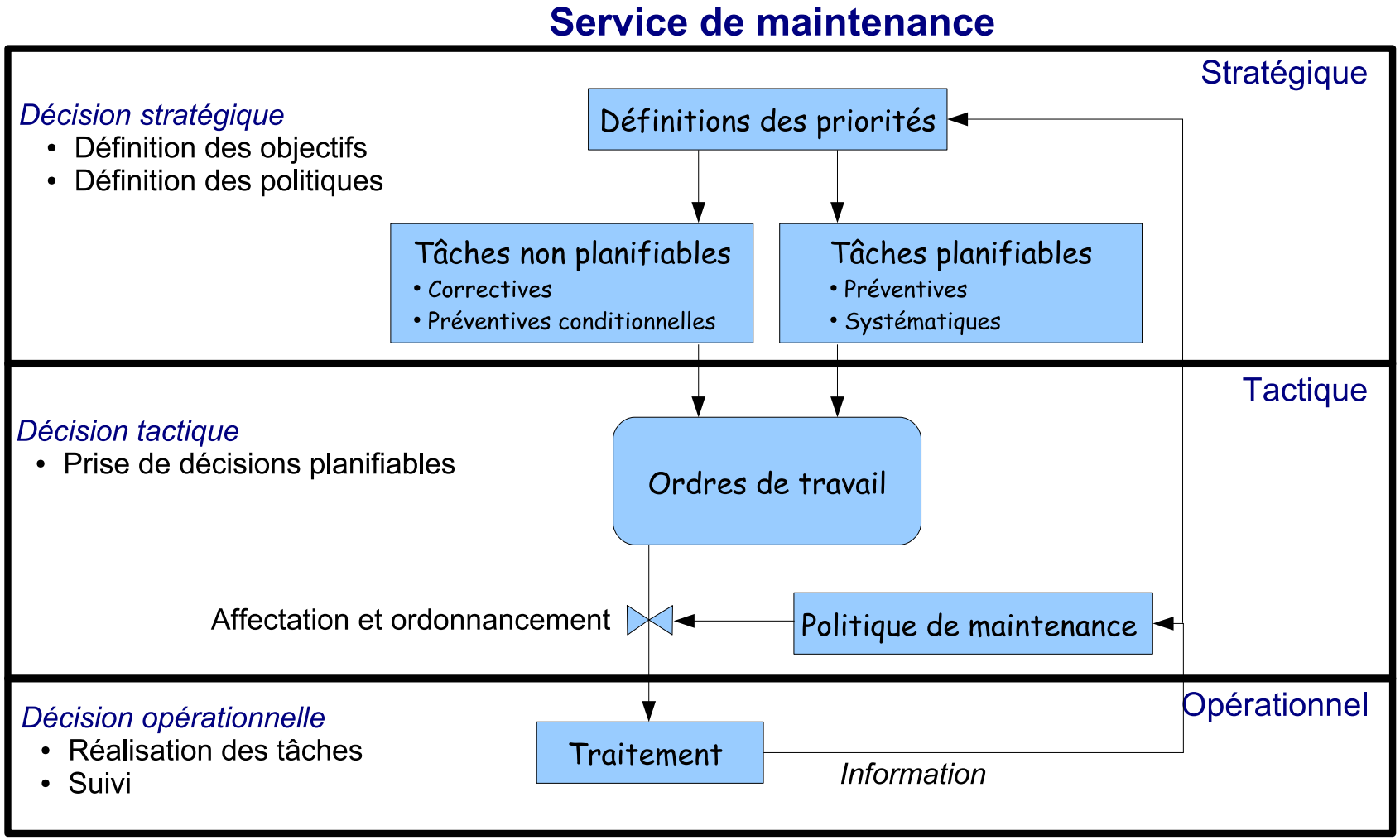
Introduction

Schéma organisationnel [Marquez 2005]



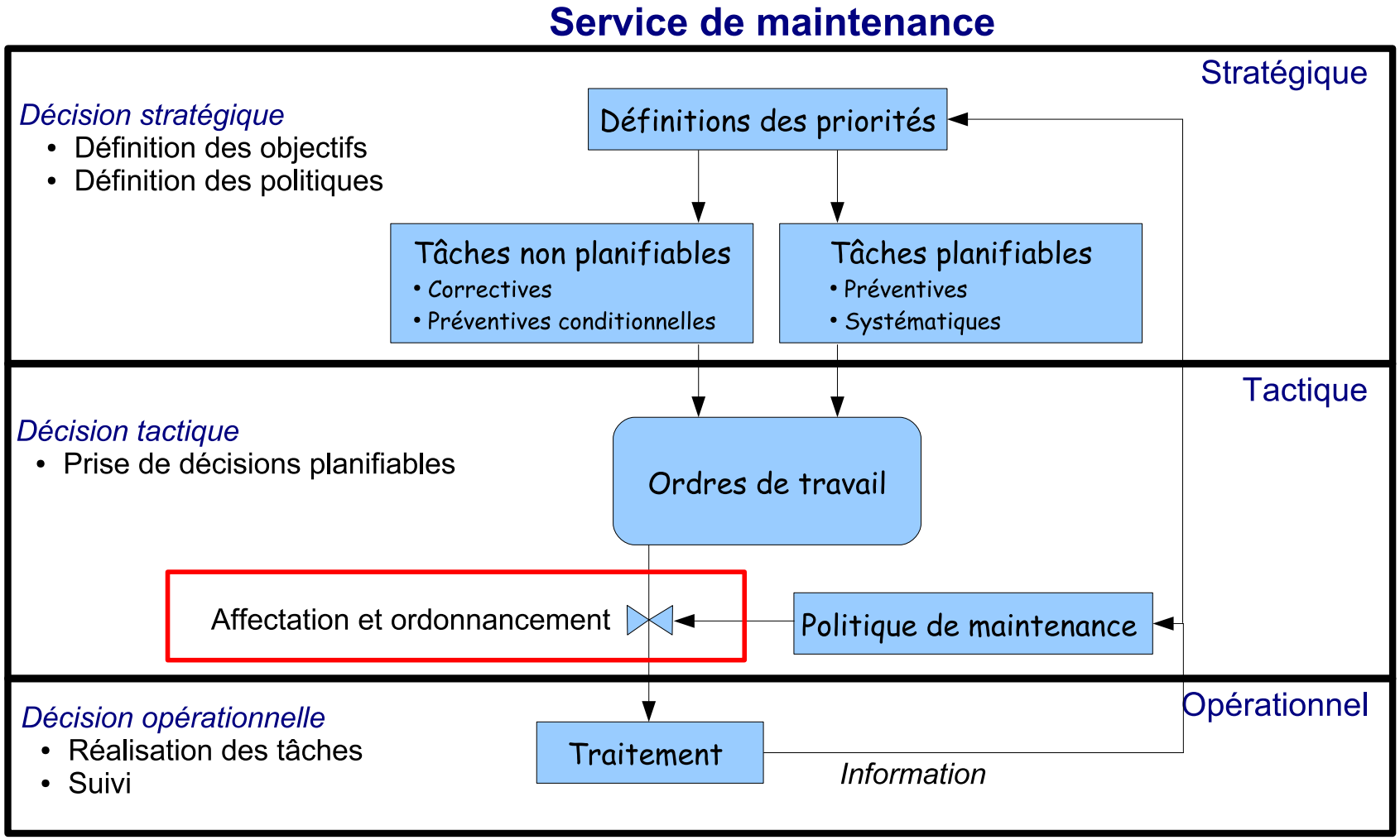
Introduction

Schéma organisationnel [Marquez 2005]



Introduction

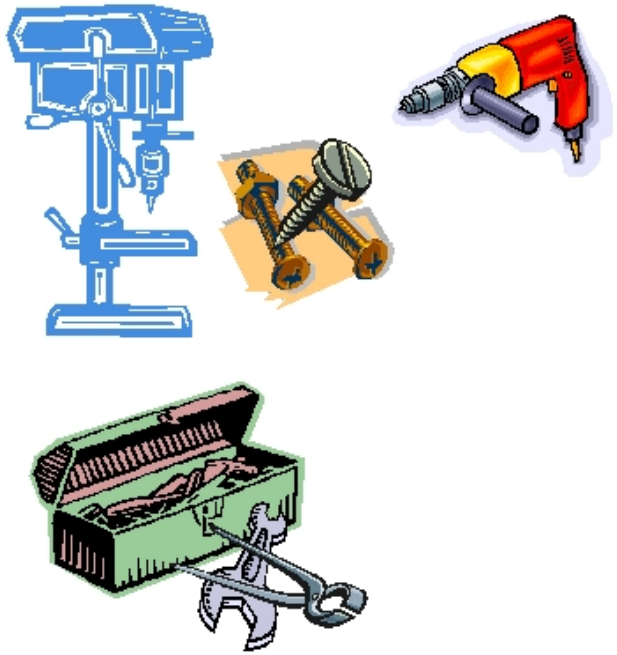
Schéma organisationnel [Marquez 2005]



Introduction
Les ressources

Les ressources

- Ressources matérielles (outillage, pièces de rechanges),
- Ressources humaines,
  → polyvalentes
  → profil de compétences



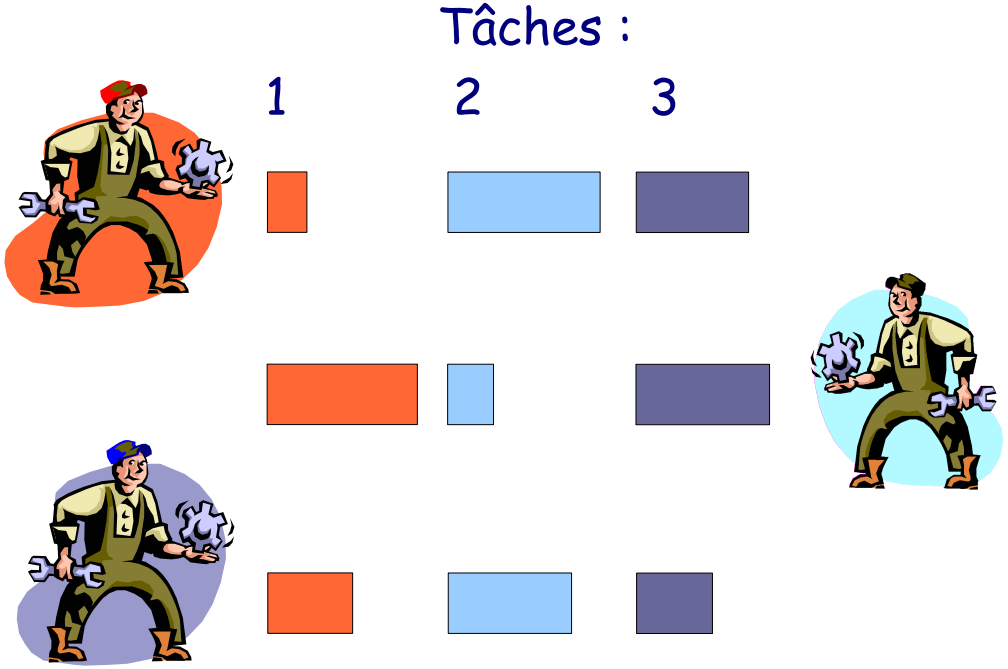
Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Introduction
Les ressources

Les ressources

- Ressources matérielles (outillage, pièces de rechanges),
- Ressources humaines,
  → polyvalentes
  → profil de compétences



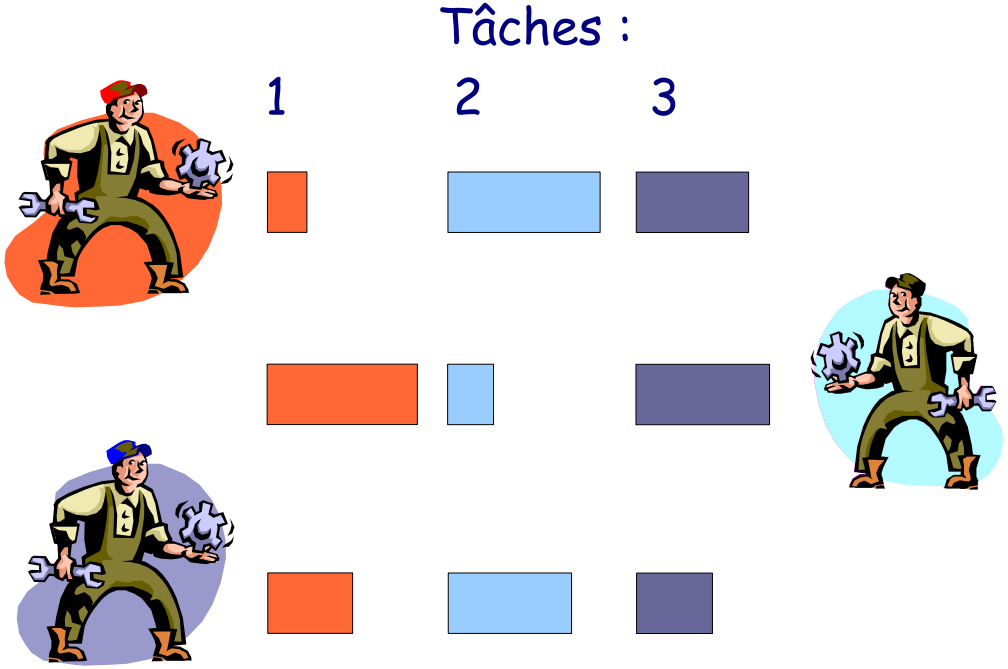
Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Introduction
Les ressources

Les ressources

- Ressources matérielles (outillage, pièces de rechanges),
- Ressources humaines,
  → polyvalentes
  → profil de compétences



Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

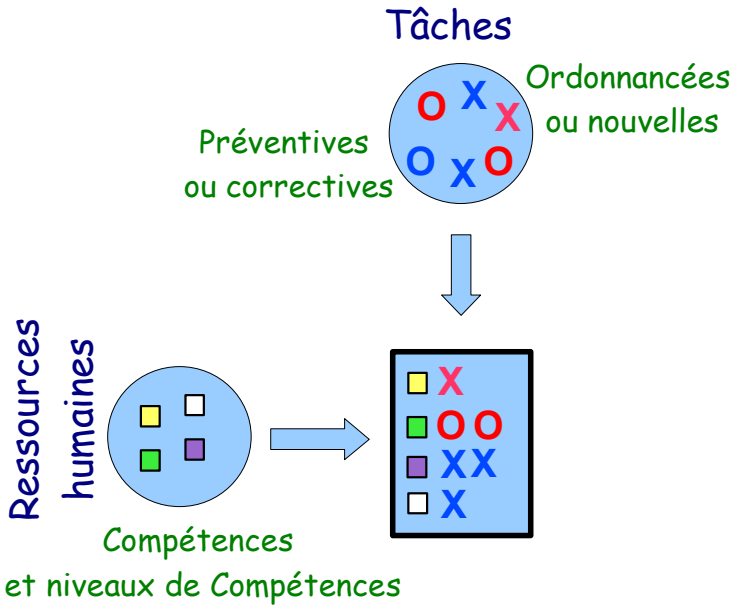
Introduction
Problématique

Problématique

Un problème d'affectation et d'ordonnancement

Particularités des activités de maintenance

- Des ressources différentes
  (polyvalentes et profils de compétences)
- Des tâches différentes
  (Préventives et correctives)
- Un ensemble d'objectifs à atteindre
  - Objectifs de disponibilité
  - Objectifs d'occupation des ressources
- Un contexte incertain
  - Évènements aléatoires
  - Données imprécises



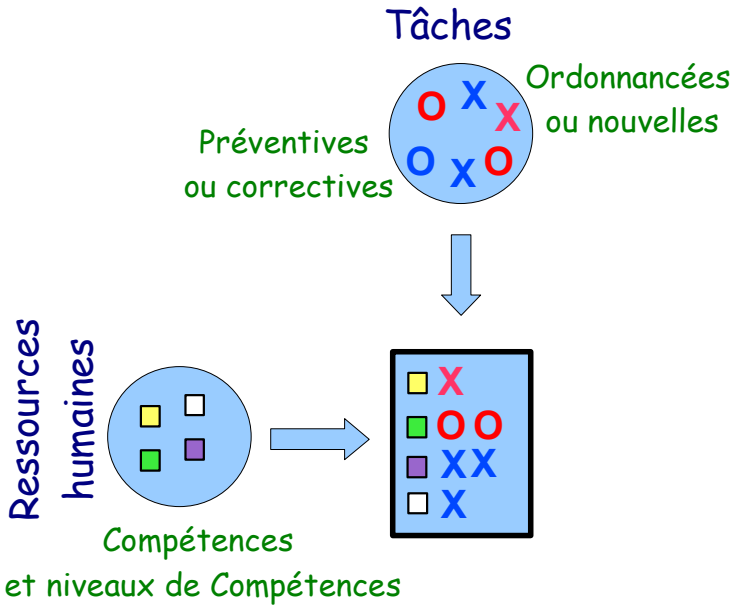
Introduction
Problématique

Problématique

Un problème d'affectation et d'ordonnancement

Particularités des activités de maintenance

- Des ressources différentes
  (polyvalentes et profils de compétences)
- Des tâches différentes
  (Préventives et correctives)
- Un ensemble d'objectifs à atteindre
  - Objectifs de disponibilité
  - Objectifs d'occupation des ressources
- Un contexte incertain
  - Évènements aléatoires
  - Données imprécises



Introduction
Problématique

Problématique

Un problème d'affectation et d'ordonnancement

Particularités des activités de maintenance

- Des ressources différentes
  (polyvalentes et profils de compétences)
- Des tâches différentes
  (Préventives et correctives)
- Un ensemble d'objectifs à atteindre
  - Objectifs de disponibilité
  - Objectifs d'occupation des ressources
- Un contexte incertain
  - Évènements aléatoires
  - Données imprécises

Un problème d'affectation

et d'ordonnancement

multi-objectif

en contexte incertain

Sommaire

1. Approche dynamique et mono-critère
   - Bibliographie
   - Modélisation et approche de résolution
   - Résultats
2. Approche multi-critère
   - Un problème multi-critère
   - Proposition
   - Résultats
3. Prise en compte du contexte incertain
   - Introduction au contexte incertain
   - Proposition
   - Résultats
4. Conclusions et perspectives

Un problème d'affectation

et d'ordonnancement

multi-objectif

en contexte incertain

Sommaire

1. Approche dynamique et mono-critère
   - Bibliographie
   - Modélisation et approche de résolution
   - Résultats
2. Approche multi-critère
   - Un problème multi-critère
   - Proposition
   - Résultats
3. Prise en compte du contexte incertain
   - Introduction au contexte incertain
   - Proposition
   - Résultats
4. Conclusions et perspectives

Un problème d'affectation

et d'ordonnancement

multi-objectif

en contexte incertain

Sommaire

1. Approche dynamique et mono-critère
   - Bibliographie
   - Modélisation et approche de résolution
   - Résultats
2. Approche multi-critère
   - Un problème multi-critère
   - Proposition
   - Résultats
3. Prise en compte du contexte incertain
   - Introduction au contexte incertain
   - Proposition
   - Résultats
4. Conclusions et perspectives

Un problème d'affectation

et d'ordonnancement

multi-objectif

en contexte incertain

Ordonnancement dynamique

Le problème auquel est confronté le décideur

Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Le rôle du décideur :

- Affecter : choix de la ressource,
- Ordonnancer : organiser dans le temps.
  → Contraintes : tâches & ressources.

Ordonnancement dynamique

Le problème auquel est confronté le décideur

Les tâches

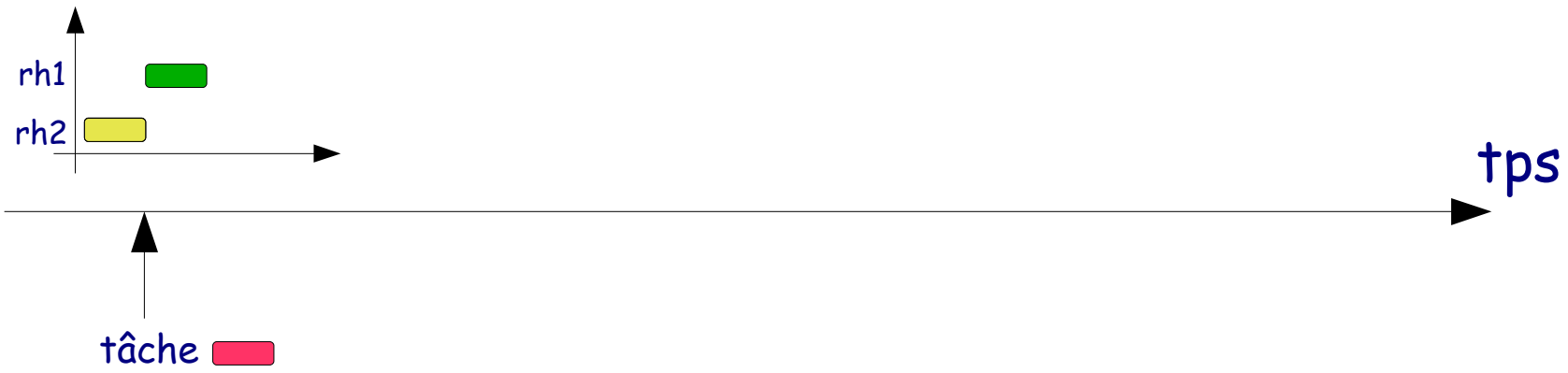
- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Le rôle du décideur :

- Affecter : choix de la ressource,
- Ordonnancer : organiser dans le temps,
  $\rightarrow$ Contraintes : tâches & ressources.

Ordonnancement dynamique

Le problème auquel est confronté le décideur



Les tâches

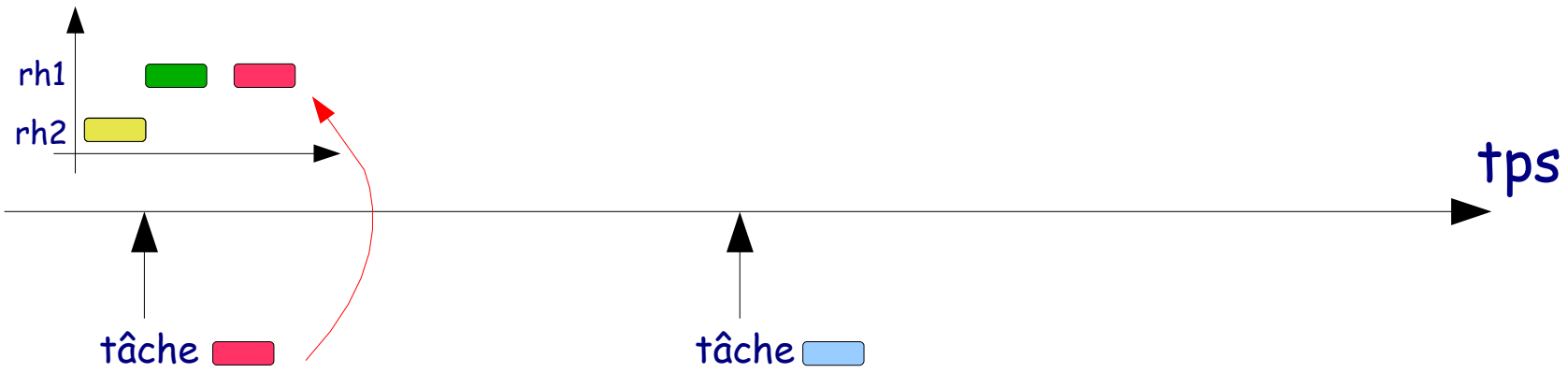
- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Le rôle du décideur :

- Affecter : choix de la ressource,
- Ordonnancer : organiser dans le temps,
  $\longrightarrow$ Contraintes : tâches & ressources.

Ordonnancement dynamique

Le problème auquel est confronté le décideur



Les tâches

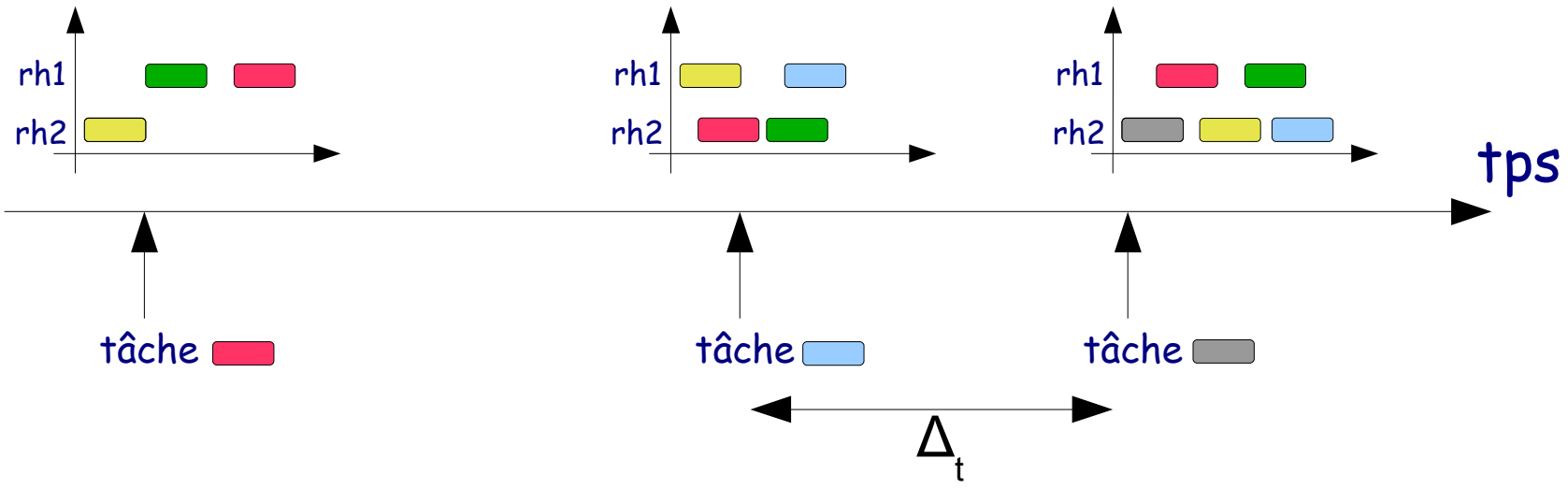
- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Le rôle du décideur :

- Affecter : choix de la ressource,
- Ordonnancer : organiser dans le temps,
  $\longrightarrow$ Contraintes : tâches & ressources.

Ordonnancement dynamique

Le problème auquel est confronté le décideur



Les tâches

- Maintenance préventive,
- Maintenance corrective.

Un problème dynamique

Ordonnancement dynamique

Bibliographie

Insertion dynamique

- RCPSP (Resource Constraint Project Scheduling Problem)[Artigues *et al.* 2003],
  - Min C_{max} sur des ressources en parallèle,
  - Méthode taboue.
- Job-shop [Kis & Hertz 2003]
  - Min C_{max},
  - Branch and Bound.
- Maintenance [Duffuaa1999]
  - 1 ressource $\longrightarrow$ 1 compétence,
  - 1 tâche nécessite une succession de compétences,
  - Incertitudes données $\longrightarrow$ fonctions de distributions,
  - Approche linéaire [Roberts 1983].

Ordonnancement dynamique

Bibliographie

Les compétences en ordonnancement

- Analyse auprès d'entreprises [Letouzey 2001]
  - La qualification est importante pour déterminer les affectations,
  - Le niveau de compétence influence la durée opératoire.
- Utilisation de taux de productivité [Gruat La Forme 2006]
  - Ordonnancement de la production,
  - Approche statique : programme linéaire en nombre entier.

Cependant...

Retrouvés que séparément dans les différentes approches,

- Des différences entre les ressources,
- Tâches à intégrer dynamiquement.

Ordonnancement dynamique

Bibliographie

Les compétences en ordonnancement

- Analyse auprès d'entreprises [Letouzey 2001]
  - La qualification est importante pour déterminer les affectations,
  - Le niveau de compétence influence la durée opératoire.
- Utilisation de taux de productivité [Gruat La Forme 2006]
  - Ordonnancement de la production,
  - Approche statique : programme linéaire en nombre entier.

Cependant...

Retrouvés que séparément dans les différentes approches,

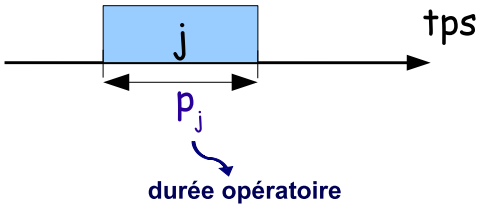
- Des différences entre les ressources,
- Tâches à intégrer dynamiquement.

Modélisation du problème

Données et variables

Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

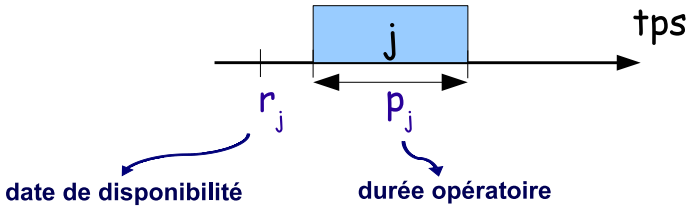
- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$,
  $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.

Modélisation du problème

Données et variables

Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

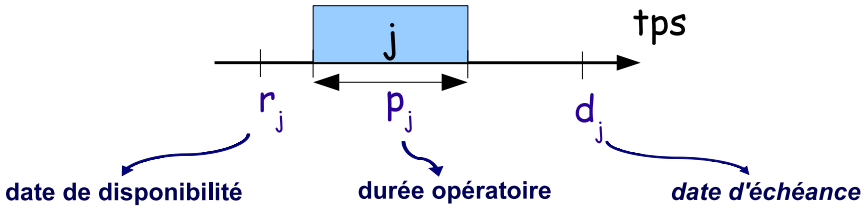
- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$, $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.

Modélisation du problème

Données et variables

Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

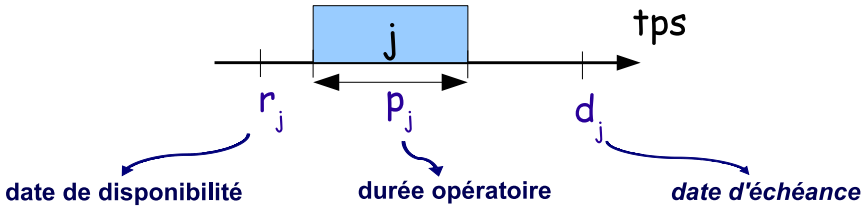
- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$, $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.

Modélisation du problème

Données et variables

Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

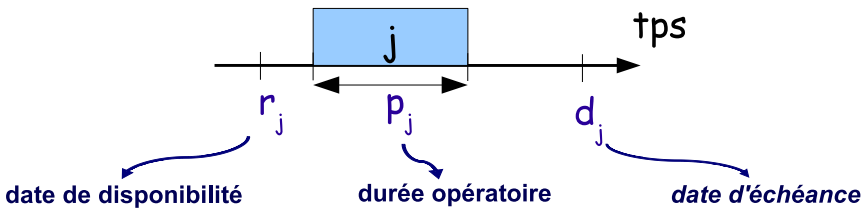
- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$, $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.

Modélisation du problème

Données et variables

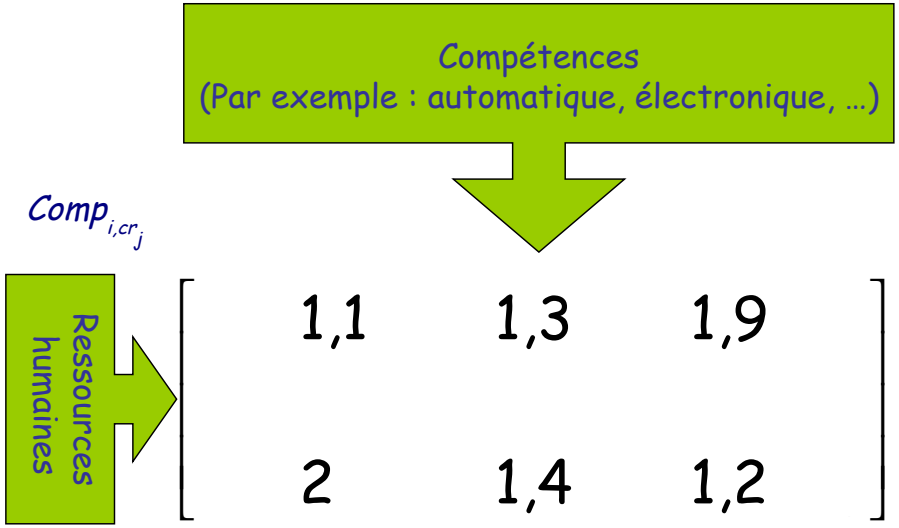
Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$, $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.

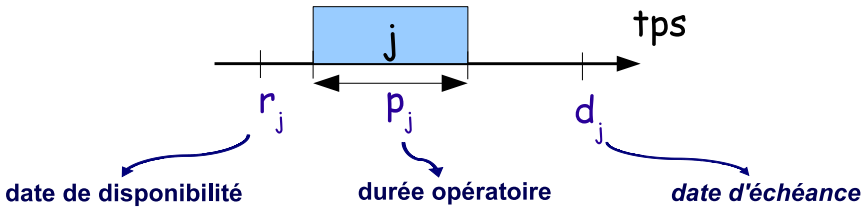


Modélisation du problème

Données et variables

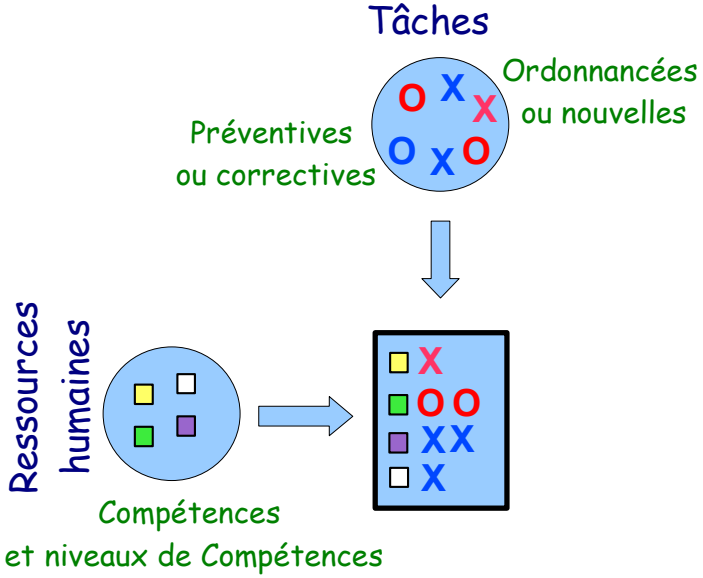
Tâches

- Durée nominale (non sécable) : p_j,
- Date de disponibilité : r_j,
  - MP : Libération par la production,
  - MC : Dès la défaillance ou livraison.
- Date d'échéance : d_j,
  - MP : Délai maximum de réparation,
  - MC : Délai fixé par la politique.
- Cr_j : Compétence requise,
- Priorité : w_j.



Ressources humaines

- $p_{ij} = f(p_j, Comp_{i,cr_j})$, $\forall i \in [1, ..., m]$
- Machines parallèles indépendantes.



Modélisation du problème

Variables et contraintes

Variables

- Affectation de la tâche j à la ressource i : $x_{ij} \in \{0, 1\}$,
- Utilisation de la ressource i par la tâche j à l'instant t : $a_{ij}(t)$,
- Date à laquelle le traitement de la tâche j est planifié : t_j.

Contraintes

Chaque tâche doit être affectée à une ressource

- $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i \in \{1, ..., m\}$

Une ressource ne peut traiter qu'une seule tâche

- $\forall t, \forall i, \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t) \leq 1$

Les dates de disponibilité doivent être respectées

- $\forall j, t_j \geqslant r_j$

Modélisation du problème

Variables et contraintes

Variables

- Affectation de la tâche j à la ressource i : $x_{ij} \in \{0, 1\}$,
- Utilisation de la ressource i par la tâche j à l'instant t : $a_{ij}(t)$,
- Date à laquelle le traitement de la tâche j est planifié : t_j.

Chaque tâche doit être affectée à une ressource

- $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i \in \{1, ..., m\}$

Contraintes

Une ressource ne peut traiter qu'une seule tâche

- $\forall t, \forall i, \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t) \leq 1$

Les dates de disponibilité doivent être respectées

- $\forall j, t_j \geqslant r_j$

Modélisation du problème

Critère

1 objectif du décideur → le respect des disponibilités

- En fonction des équipements les retards sont interprétés différemment,
- Les pondérations sont donc différentes suivant les tâches.

Critère de l'étude

- la somme pondérée des retards : $\min \sum_{j=1}^{n} w_j T_j$ (T_j le retard de la tâche j).

Notation du problème

- $R|r_j|\sum w_j T_j$

Modélisation du problème

Critère

- État de l'art sur l'ordonnancement sur machines parallèles [Pfund 2004]

Complexité du problème

$1||\sum w_j T_j$ est NP difficile au sens fort, (cas particulier) [Lenstra 1977],

$1|r_j|\sum w_j T_j$ Par extension : est NP difficile au sens fort [Akturk 2000],

$R||\sum w_j T_j$ Par extension : problème NP difficile [Liaw 2003].

Approche de résolution dans la littérature

- Méthodes exactes pour le problème $R||\sum w_j T_j$.
  Algorithme de type *branch and bound*
  Résout le problème $m = 4$ et $n = 18$ en 34 minutes [Liaw 2003].

- Heuristiques pour le problème $R||C_{max}$.
  ECT (Earliest Completion Time) [Ibarra 1977].

Modélisation du problème

Bibliographie

Approches de résolution proposées

- Adaptation de ECT à la $\sum w_j T_j$ $\rightarrow$ ECT-EDD.
- 1 heuristique $\rightarrow$ 2 étapes :
  1. Affectation $\rightarrow$ algorithme de liste : H (type ECT)
  2. Ordonnancement $\rightarrow$ règles de priorité (EDD, LPT, WSPT)

Réduction de $\sum w_j T_j$ // ECT-EDD

- Faible charge : LPT-H-EDD $\rightarrow$ 83%
- Forte charge : WSPT-H-EDD $\rightarrow$ 44%

Divergence

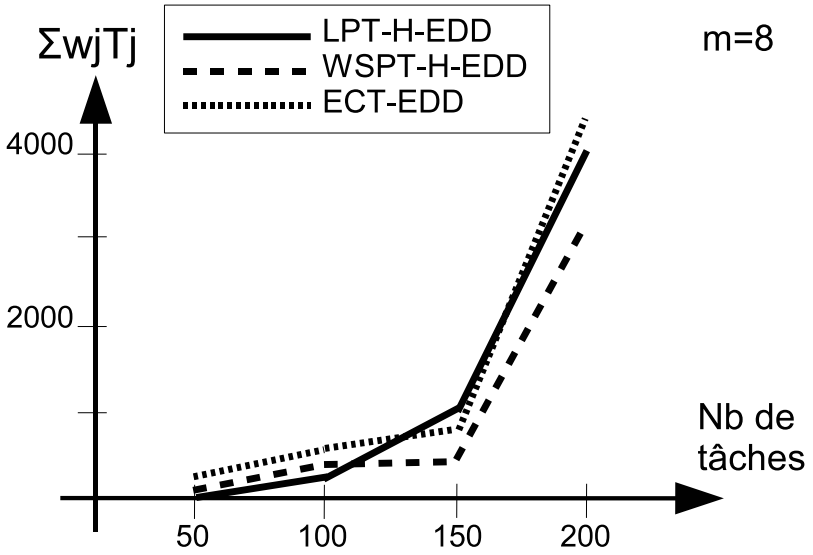
- Approche statique $\rightarrow$ Le problème est dynamique

Modélisation du problème

Bibliographie

Approches de résolution proposées

- Adaptation de ECT à la $\sum w_j T_j$ $\rightarrow$ ECT-EDD.
- 1 heuristique $\rightarrow$ 2 étapes :
  1. Affectation $\rightarrow$ algorithme de liste : H (type ECT)
  2. Ordonnancement $\rightarrow$ règles de priorité (EDD, LPT, WSPT)



Réduction de $\sum w_j T_j$ // ECT-EDD

- Faible charge : LPT-H-EDD $\rightarrow$ 83%
- Forte charge : WSPT-H-EDD $\rightarrow$ 44%

Divergence

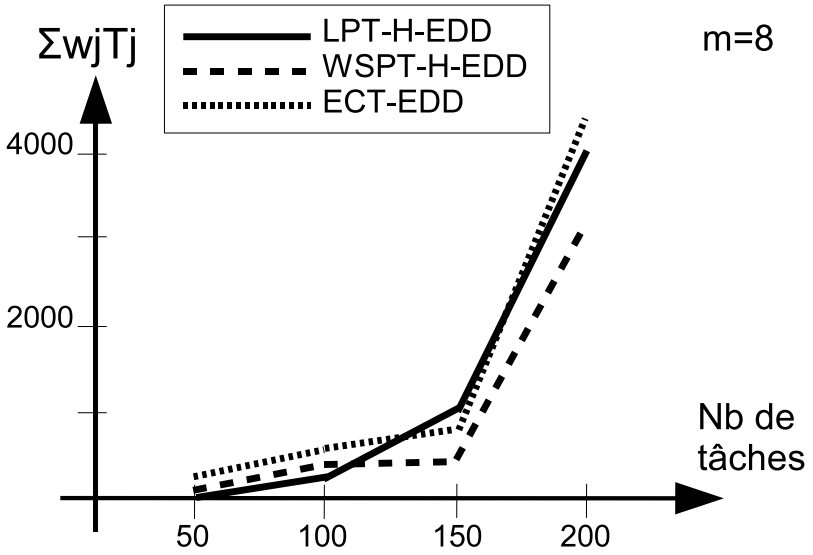
- Approche statique $\rightarrow$ Le problème est dynamique

Modélisation du problème

Bibliographie

Approches de résolution proposées

- Adaptation de ECT à la $\sum w_j T_j$ $\rightarrow$ ECT-EDD.
- 1 heuristique $\rightarrow$ 2 étapes :
  1. Affectation $\rightarrow$ algorithme de liste : H (type ECT)
  2. Ordonnancement $\rightarrow$ règles de priorité (EDD, LPT, WSPT)



Réduction de $\sum w_j T_j$ // ECT-EDD

- Faible charge : LPT-H-EDD $\rightarrow$ 83%
- Forte charge : WSPT-H-EDD $\rightarrow$ 44%

Divergence

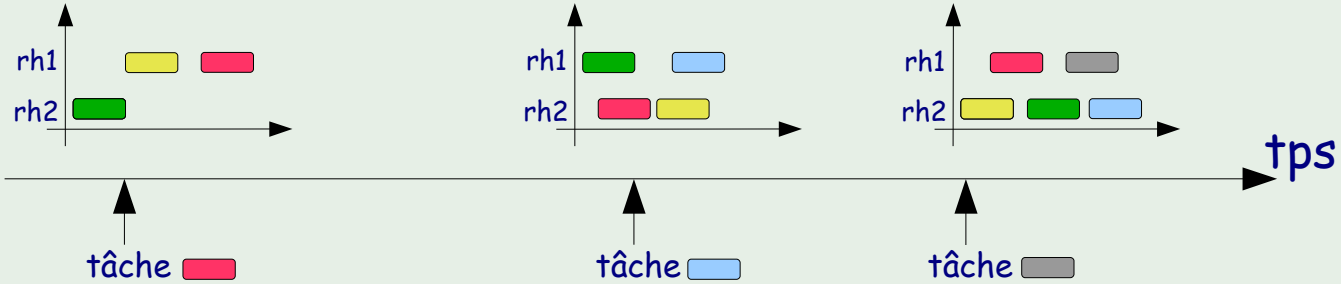
- Approche statique $\rightarrow$ Le problème est dynamique

Modélisation du problème

Problématique

Approche statique

- Remise en cause complète de l'ordonnancement courant.



Approche dynamique

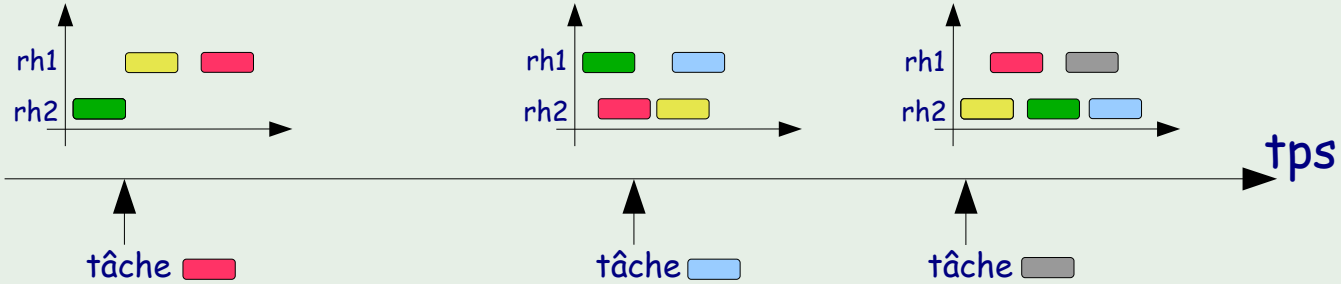
- Insère et modifie peu l'ordonnancement courant.

Modélisation du problème

Problématique

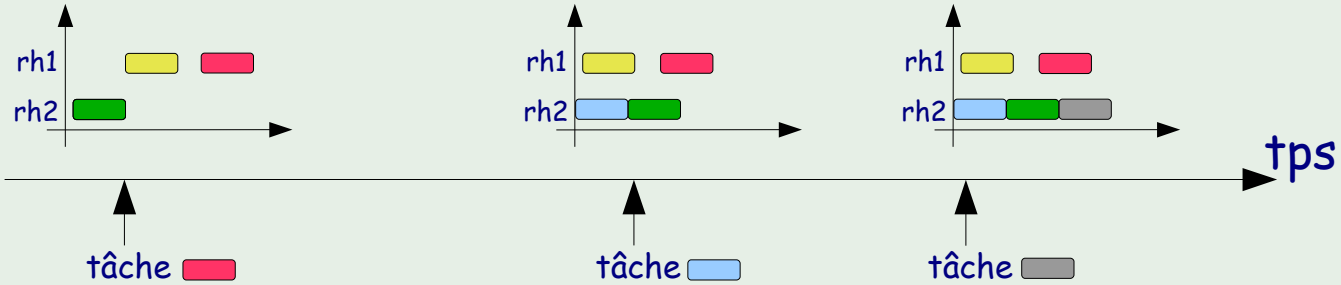
Approche statique

- Remise en cause complète de l'ordonnancement courant.



Approche dynamique

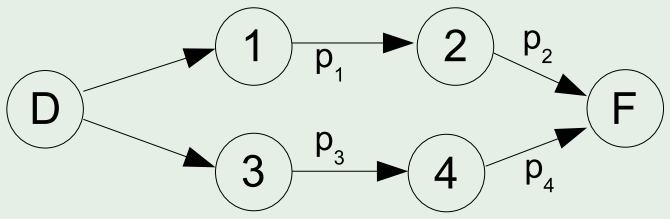
- Insère et modifie peu l'ordonnancement courant.



Modélisation du problème

Graphes

Graphe au plus tôt



Date de début au plus tôt

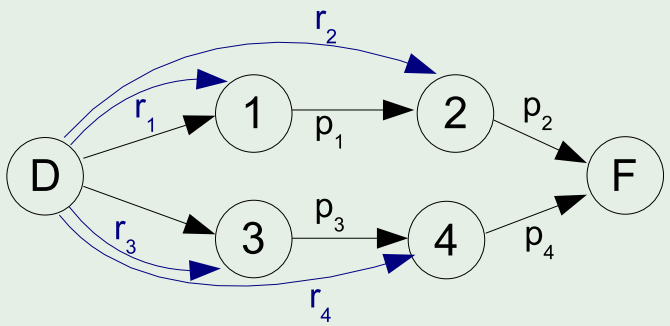
Graphe au plus tard

Date de début au plus tard

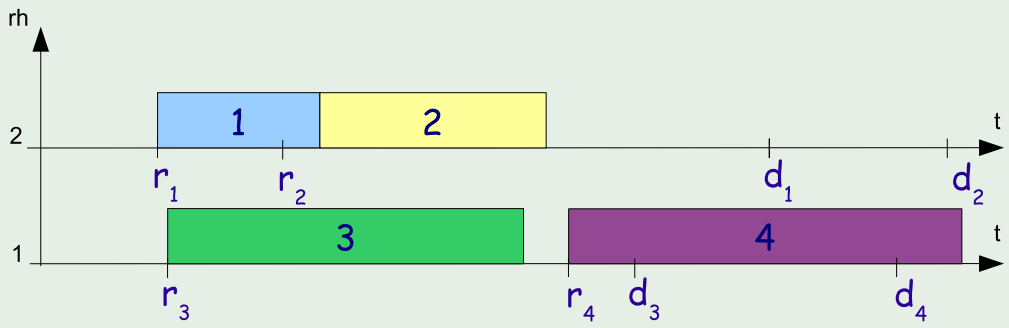
Modélisation du problème

Graphes

Graphe au plus tôt



Date de début au plus tôt



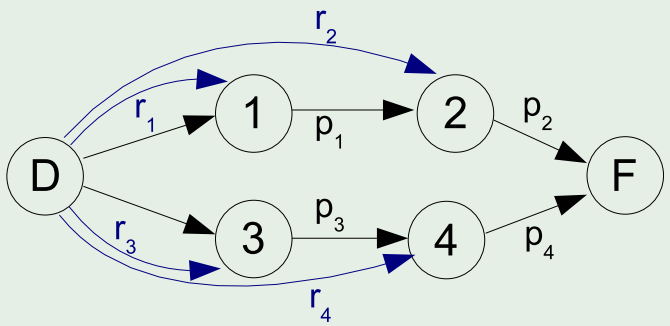
Graphe au plus tard

Date de début au plus tard

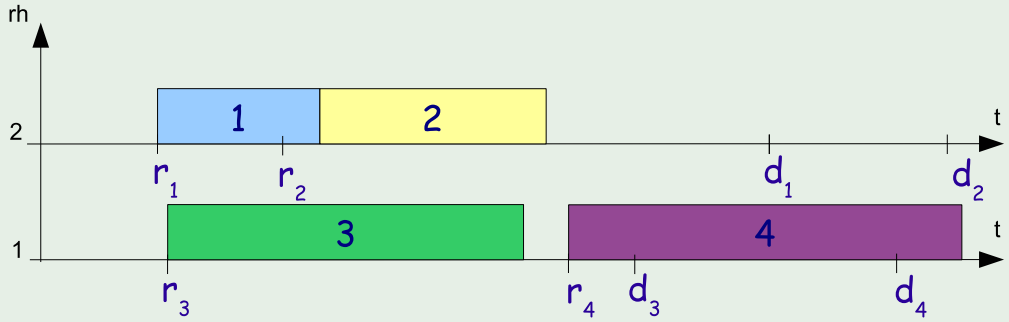
Modélisation du problème

Graphes

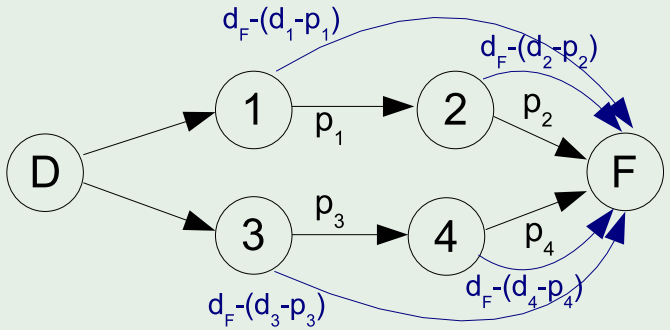
Graphe au plus tôt



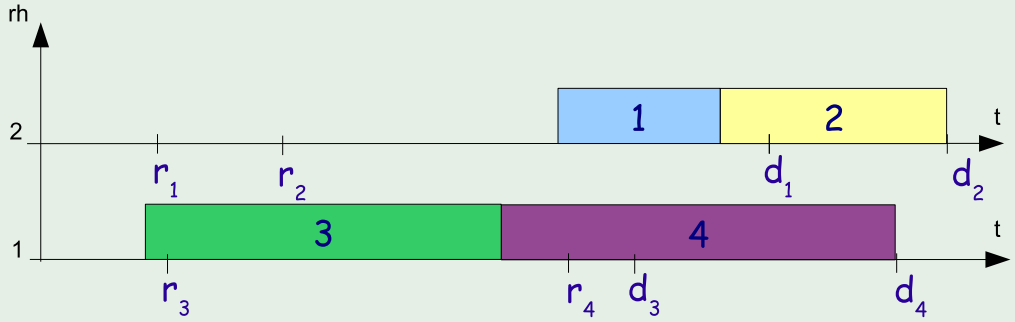
Date de début au plus tôt



Graphe au plus tard



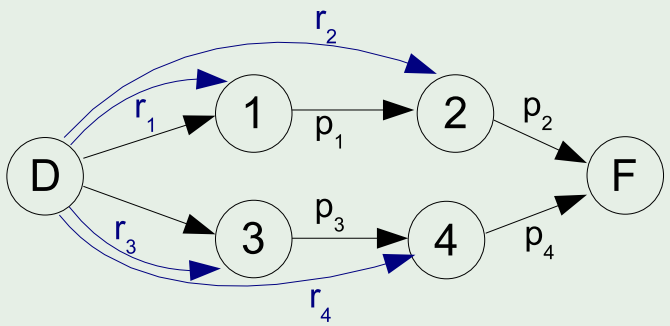
Date de début au plus tard



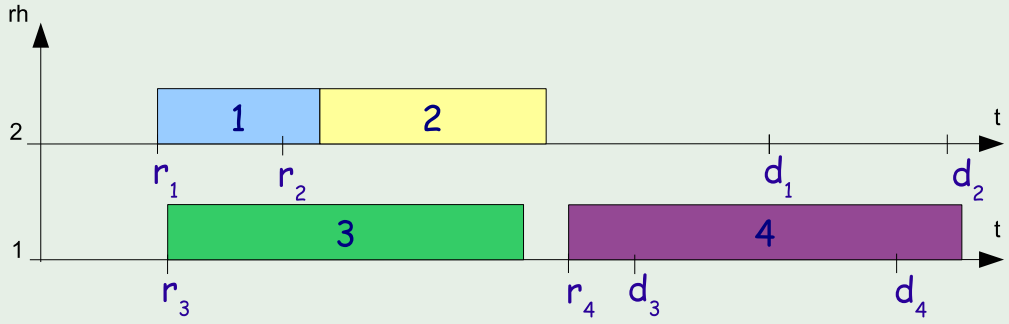
Modélisation du problème

Graphes

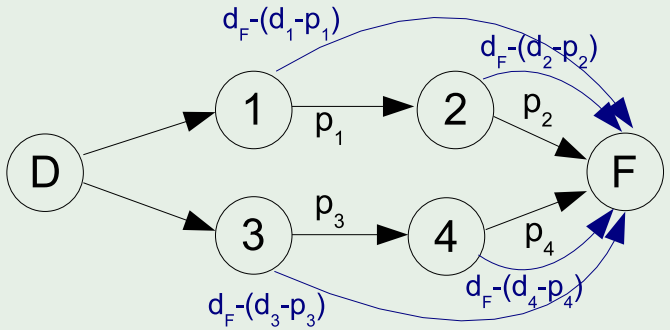
Graphe au plus tôt



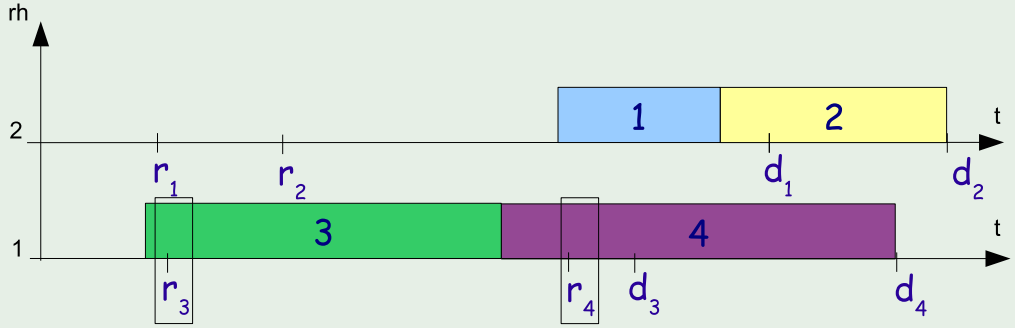
Date de début au plus tôt



Graphe au plus tard



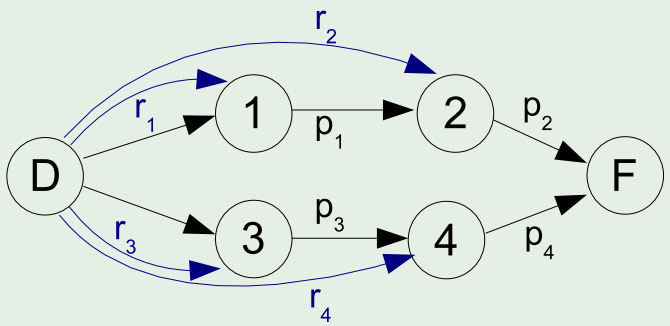
Date de début au plus tard



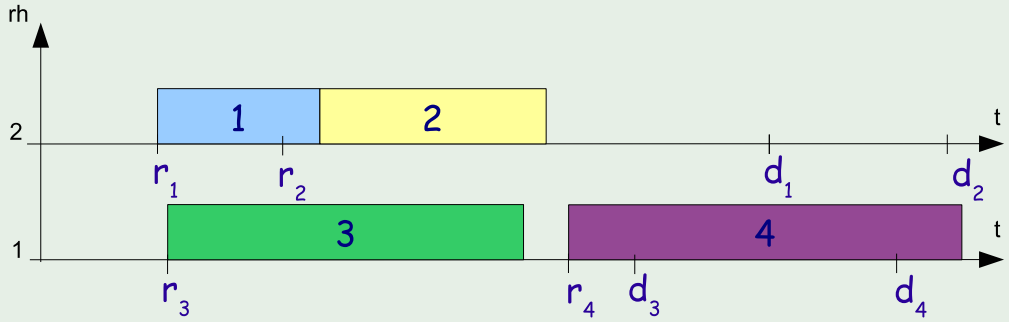
Modélisation du problème

Graphes

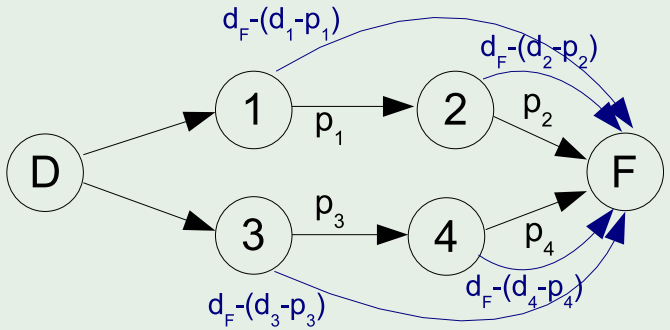
Graphe au plus tôt



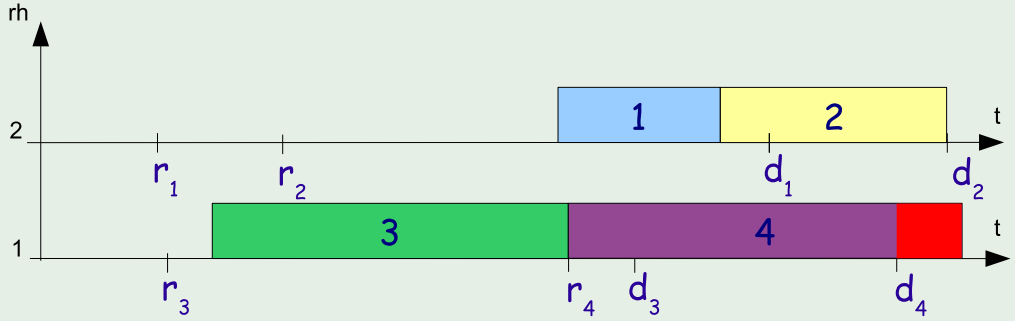
Date de début au plus tôt



Graphe au plus tard



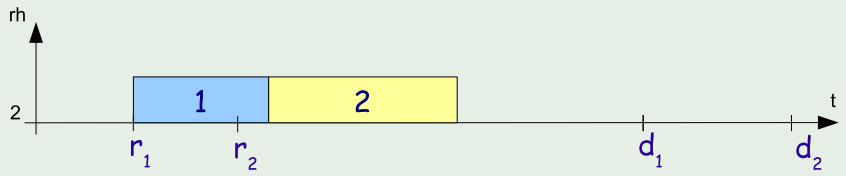
Date de début au plus tard



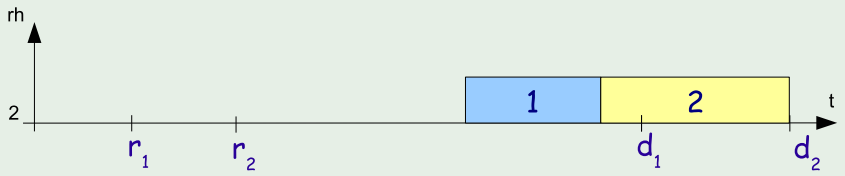
Modélisation du problème

Graphes

Date de début au plus tôt



Date de début au plus tard



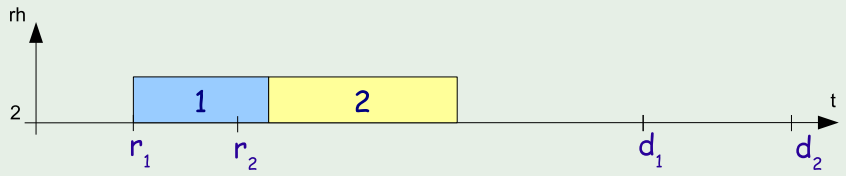
Fenêtre d'insertion

Utilité des graphes $\rightarrow$ évaluation de $\sum w_j T_j$

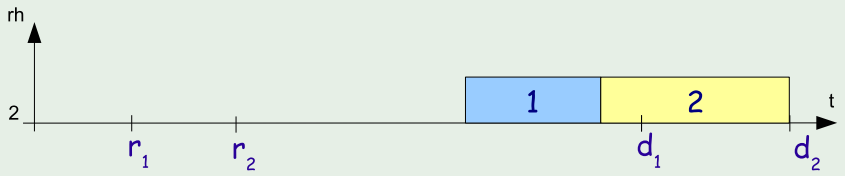
Modélisation du problème

Graphes

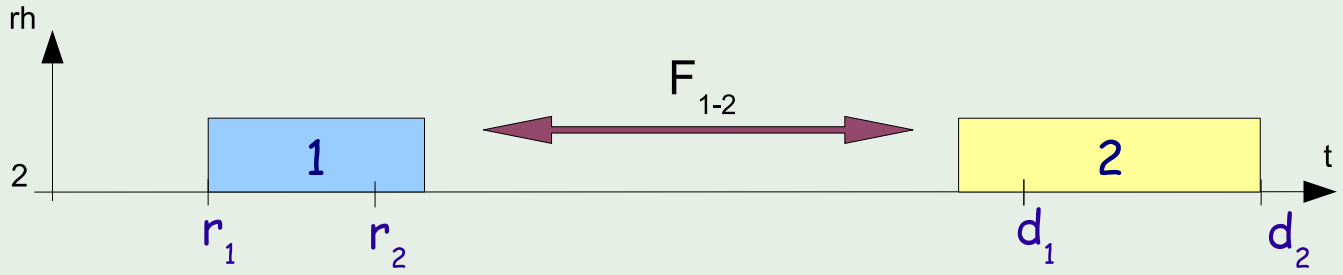
Date de début au plus tôt



Date de début au plus tard



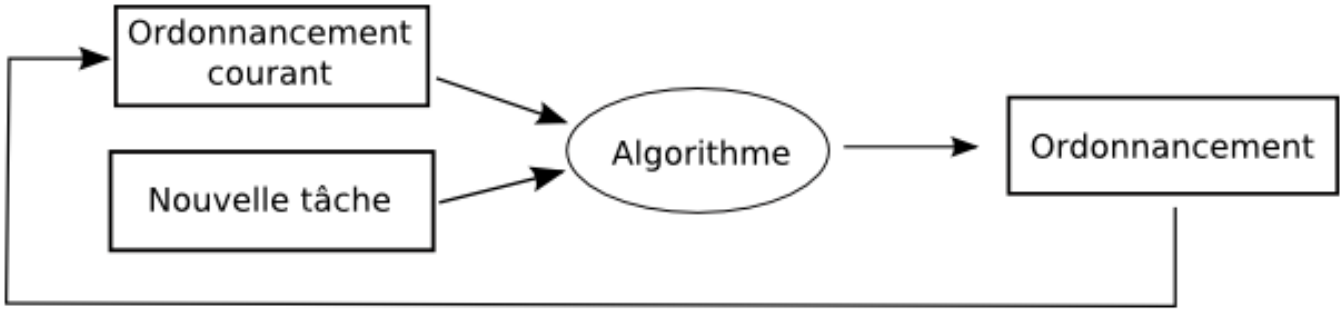
Fenêtre d'insertion



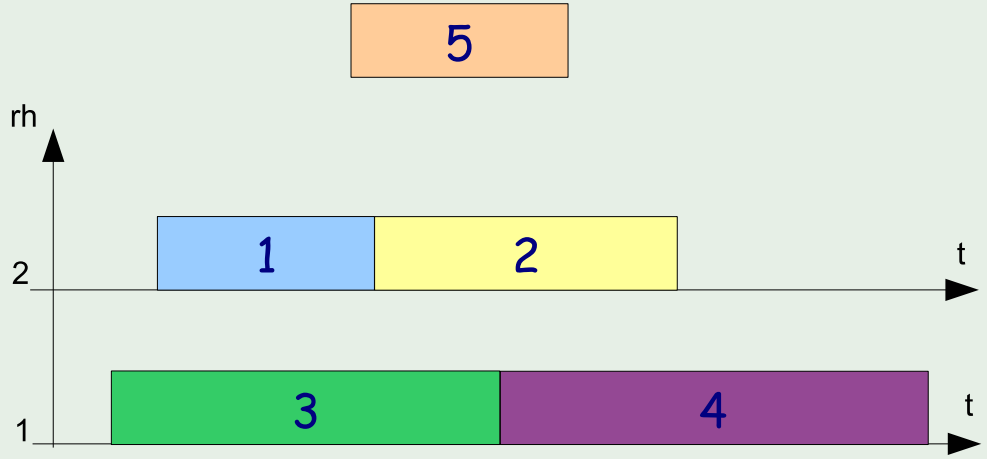
Utilité des graphes $\rightarrow$ évaluation de $\sum w_j T_j$

Approche de résolution

Approche dynamique



Description du problème



Méthode du kangourou

Approche de résolution

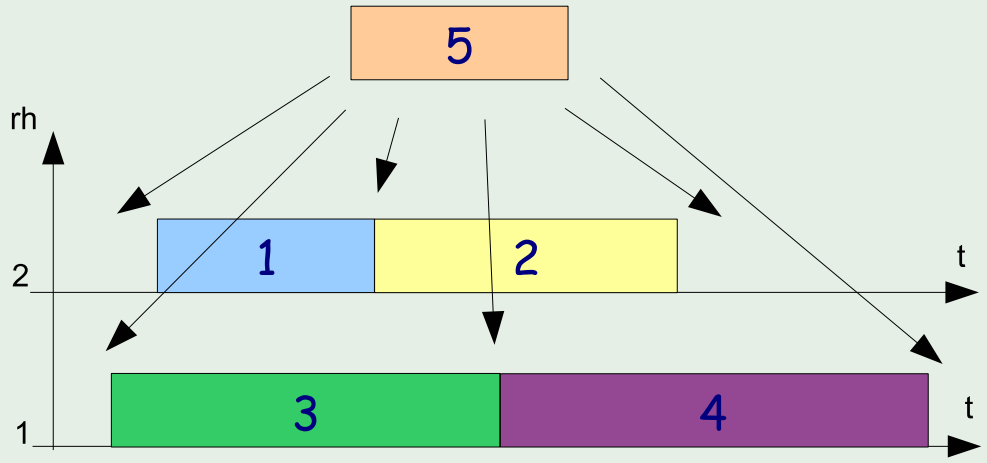
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : 1 permutation → sélections aléatoires.
- Saut (voisinage lointain) : 3 permutations → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou

Approche de résolution

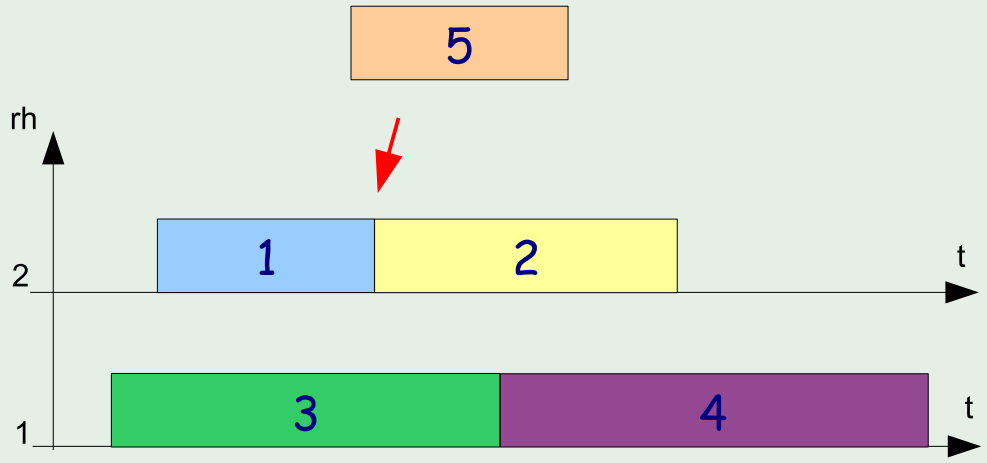
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : 1 permutation → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : 3 permutations → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou

Approche de résolution

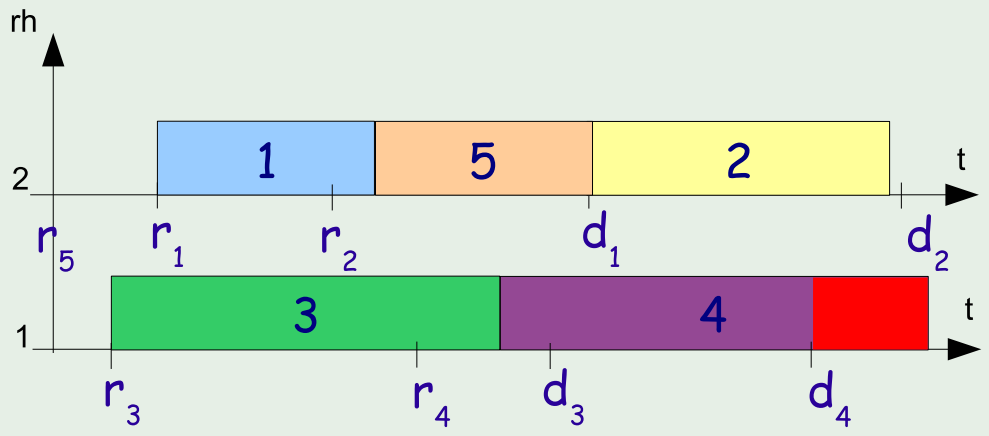
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : 1 permutation → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : 3 permutations → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou

Approche de résolution

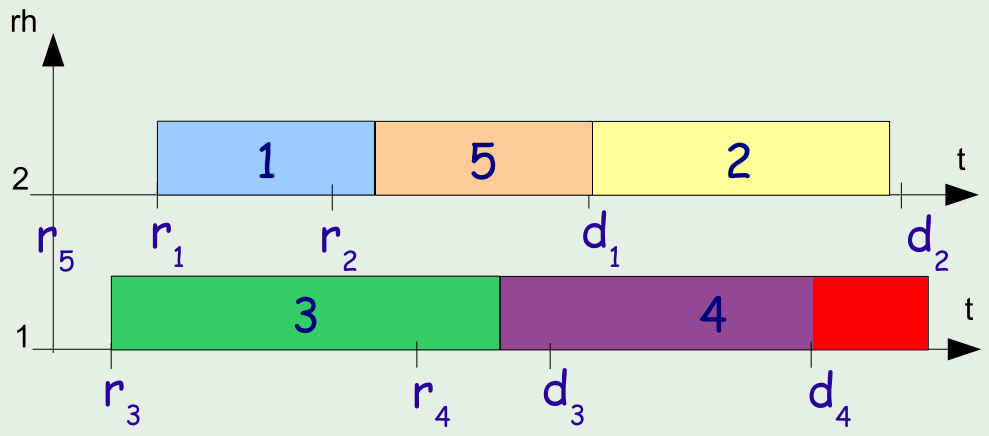
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

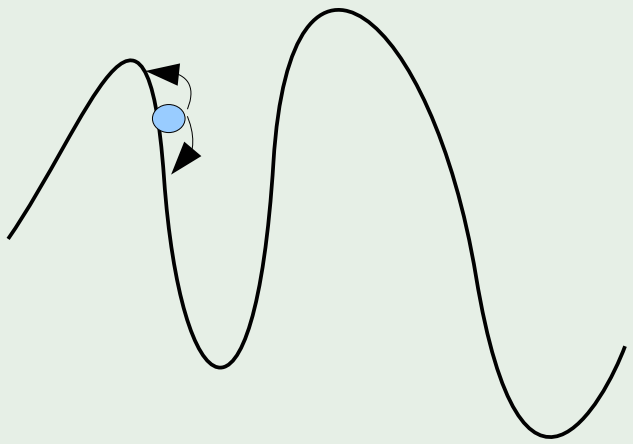
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou



Approche de résolution

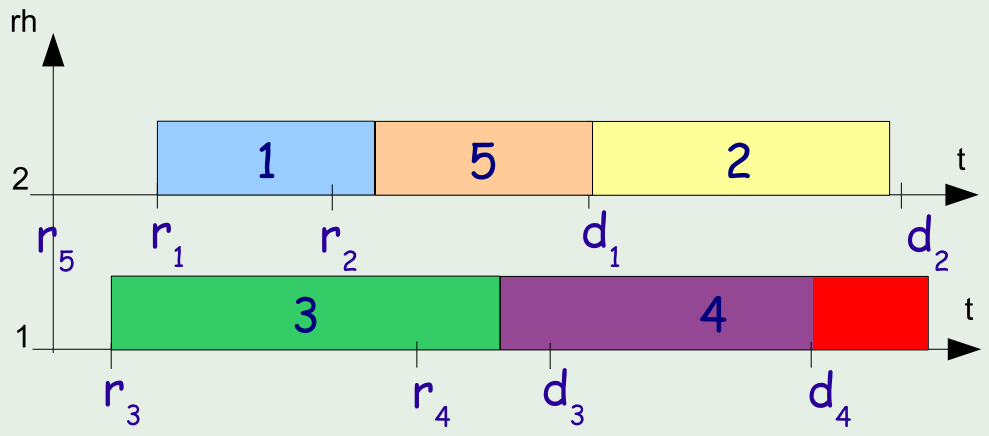
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

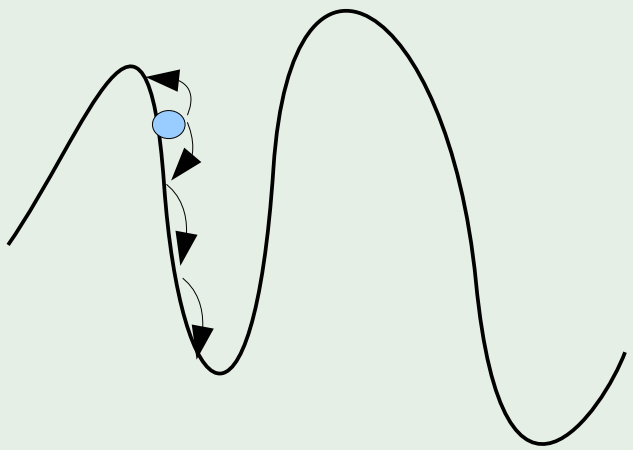
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation $\rightarrow$ insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** $\rightarrow$ sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** $\rightarrow$ sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou



Approche de résolution

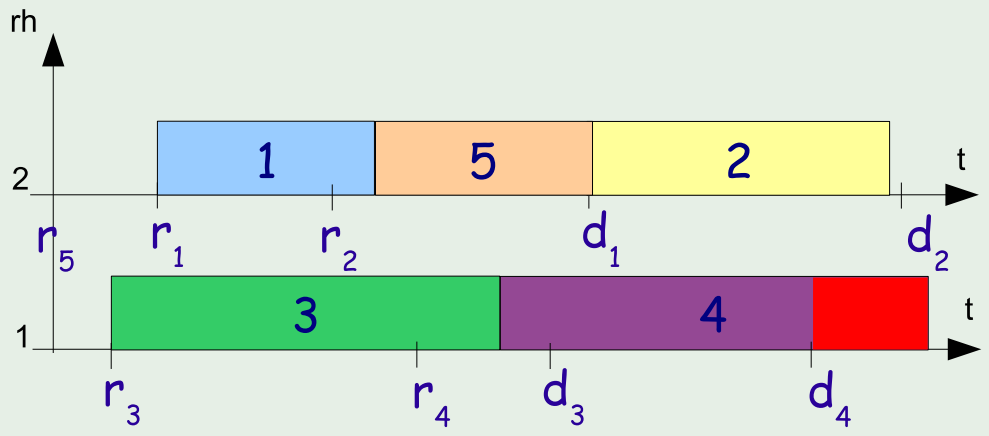
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

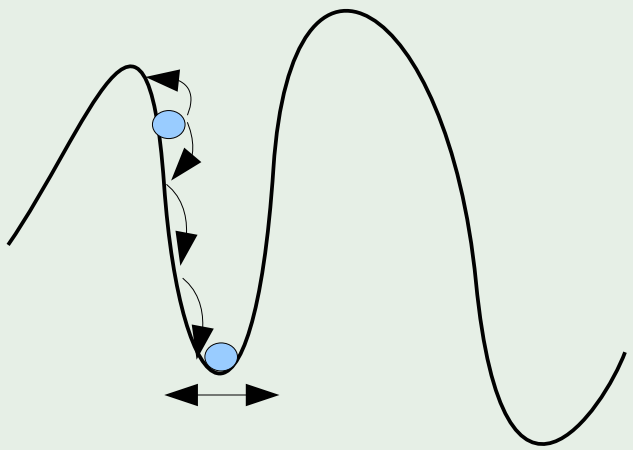
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou



Approche de résolution

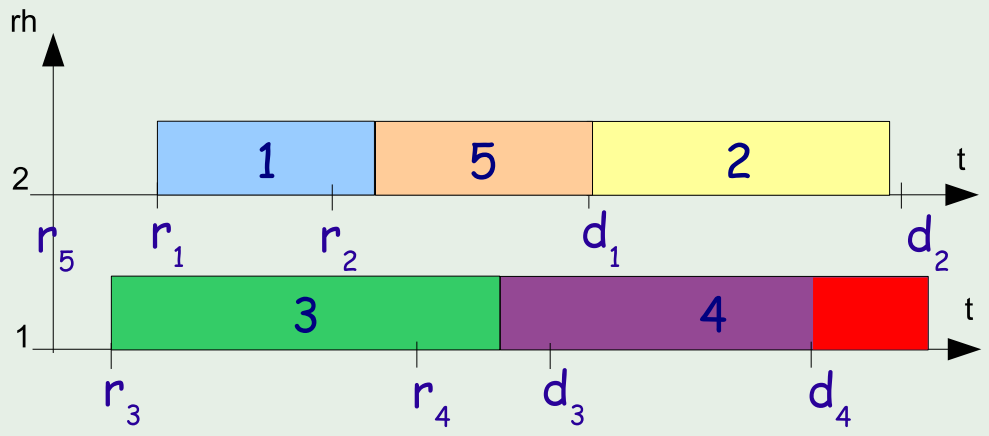
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

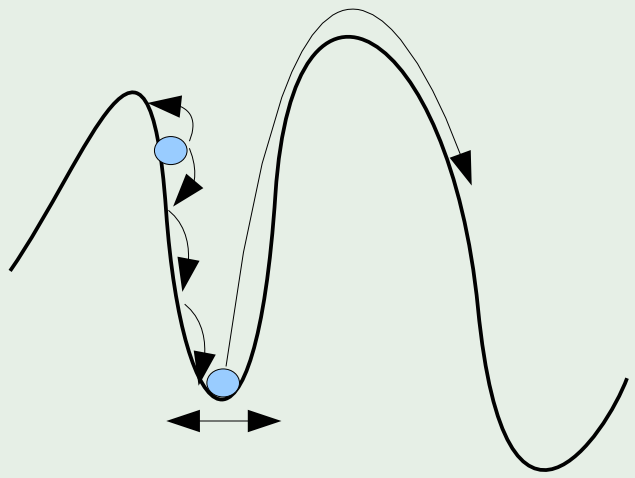
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou



Approche de résolution

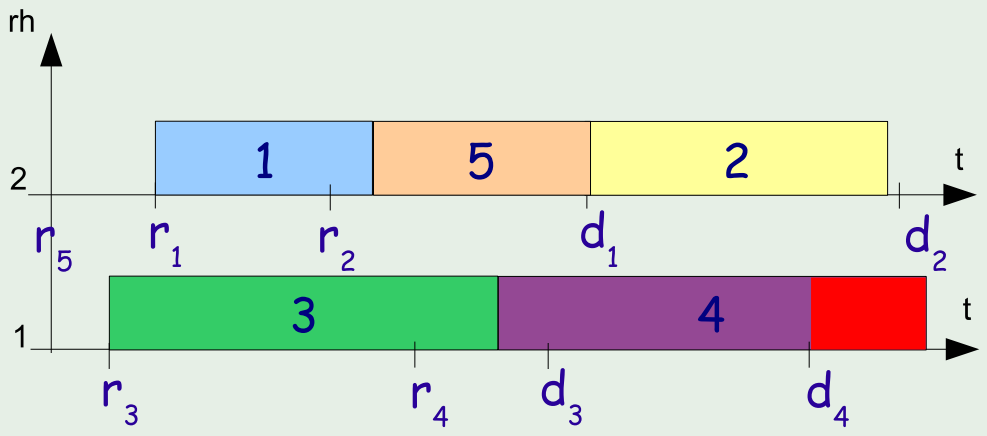
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

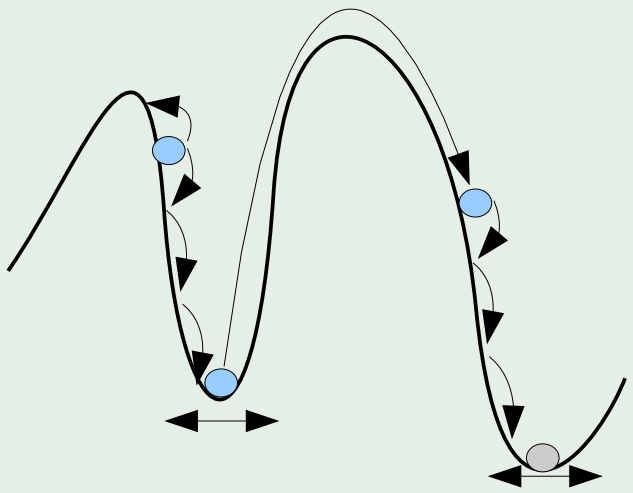
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Solution initiale



Méthode du kangourou



Approche de résolution

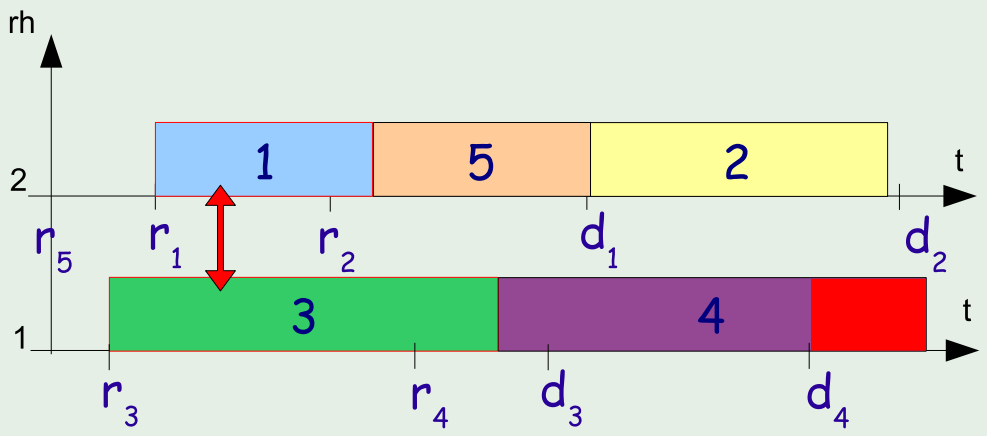
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

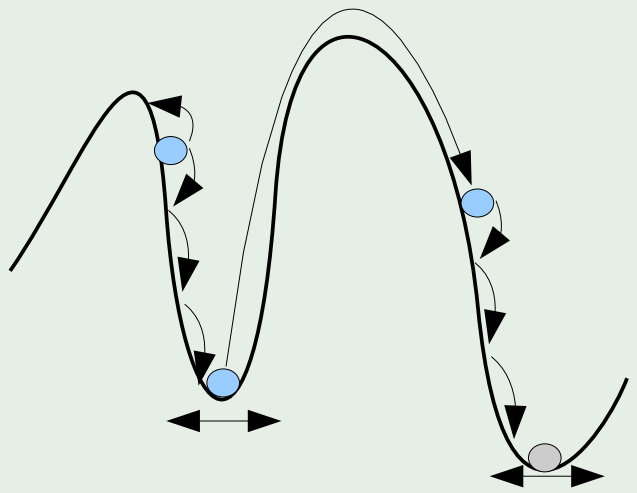
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Description d'une permutation



Méthode du kangourou



Approche de résolution

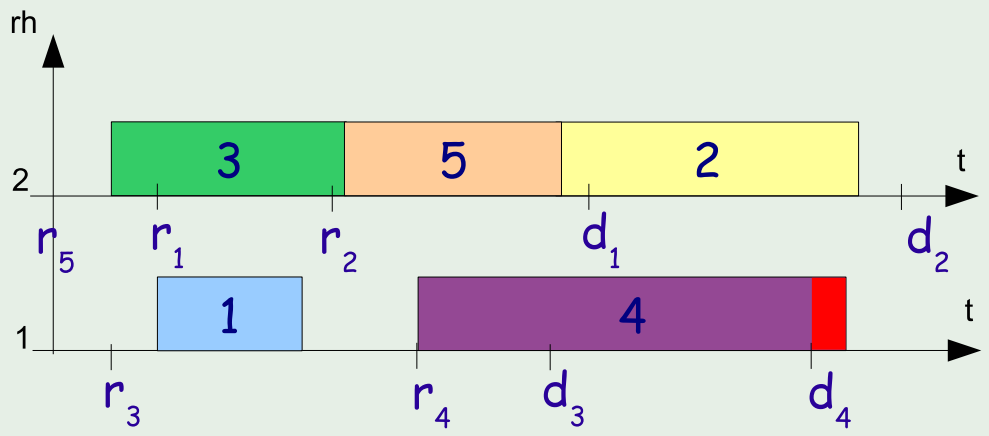
Approche dynamique

Approche d'ordonnancement dynamique : méthode du kangourou

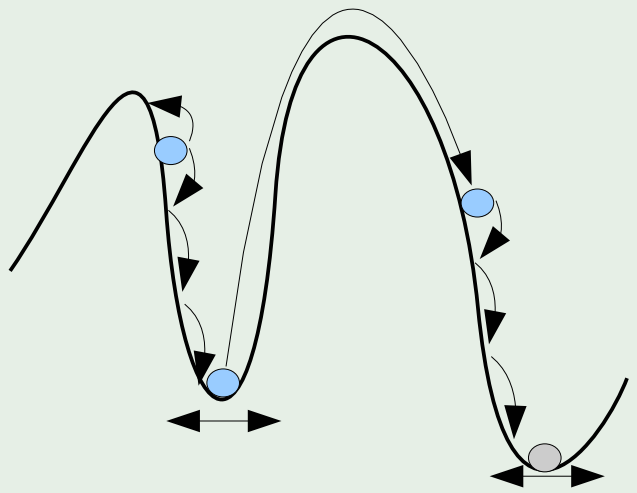
Ré-ordonnancement partiel

- Initialisation → insertion : fenêtre permettant de minimiser $\sum w_j T_j$.
- Recherche locale (voisinage proche) : **1 permutation** → sélections aléatoires,
- Saut (voisinage lointain) : **3 permutations** → sélections aléatoires.

Description d'une permutation



Méthode du kangourou



Approche de résolution

Résultats

Protocole de validation

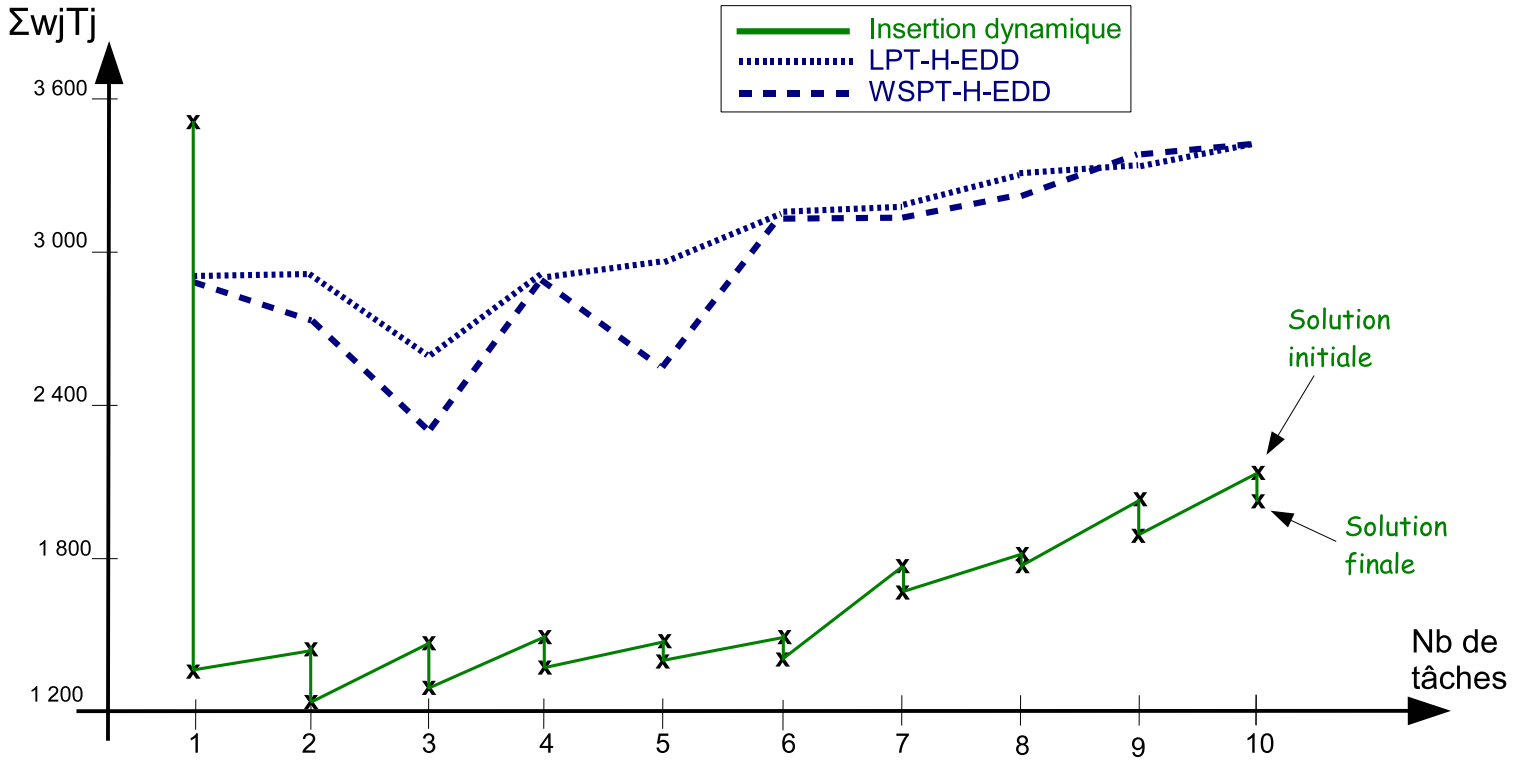
- Insertions successives de 10 tâches,
- Horizon figé : reprise de l'ensemble des tâches,
- Comparaison approche *statique* // *dynamique*,
- Conservation de la solution pour insertion suivante.

Approche de résolution

Résultats

Insertions successives de 10 tâches

- Exemple : ordonnancement de 50 tâches sur 5 ressources,
  $\rightarrow$ Réduction de 42% de la $\sum w_j T_j$.



Approche de résolution

Discussion

Discussion des résultats

- Seul le critère de la $\sum w_j T_j$ est pris en compte,
- Le décideur $\rightarrow$ plusieurs objectifs.

Un problème multi-objectif

Extension du problème $\Rightarrow$ extension de l'approche.

Contexte

Un problème d'optimisation multi-critère

En découle donc un problème d'optimisation multi-critère

- Des critères relatifs aux tâches :
  - La somme pondérée des retards,
  - Le nombre de tâches en retard.
- Des critères relatifs aux ressources :
  - La charge de travail,
  - Les modifications de l'ordonnancement courant.

Modélisation du problème

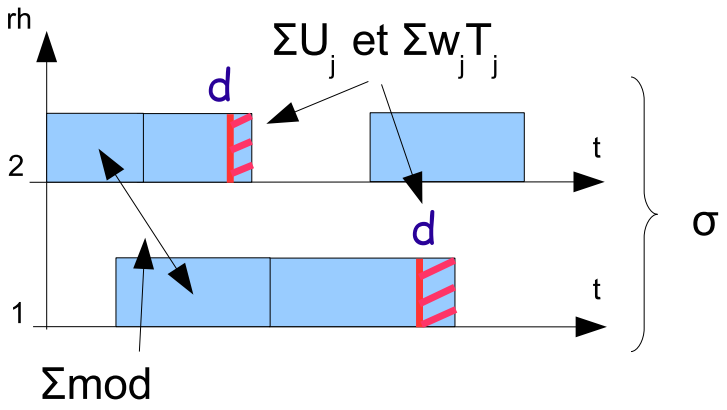
Fonctions objectifs

Minimiser la somme pondérée des retards

- $\min \sum_{j=1}^{n} w_j T_j.$

Minimiser le nombre de tâches en retard

- $\min \sum_{j=1}^{n} U_j.$



Équilibrer la charge

- $\min \sigma = \min \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (CP_i - \overline{CP}_i)^2}$, ($CP_i$: Charge Potentielle).

Minimiser les modifications de l'ordonnancement courant

- $\min \sum_{j=1}^{n} \mathrm{mod}_j$, ($mod_j$: Changement d'affectation).

Modélisation du problème

État de l'art

Optimisation multi-critère sur machines parallèles indépendantes

- [T'kindt & Billaut 2001]

- 2 critères : temps et coûts de production,
- Préemption autorisée et absence de date de disponibilité.

- [Gruat La Forme 2007]

- Une approche heuristique de résolution statique,
- Mono-critère avec choix du critère pour ne pas trop dégrader les autres,
- Date de disponibilité pas prise en compte.

Choix de l'approche [Hammami 2003]

- Difficulté de privilégier un critère → pondération impossible,
- Difficulté d'estimer une solution idéale atteignable en un temps raisonnable → méthode d'optimisation d'écart non envisageable.

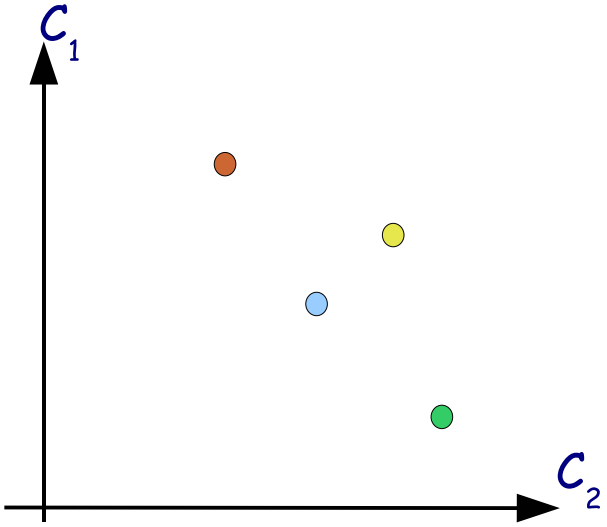
Approche proposant un ensemble de solutions non dominées
→ philosophie pareto optimisation (pareto efficace).

Méthode proposée

Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères

Exemple avec 2 critères

- Observation de plusieurs solutions,
- Critère 1 : évaluation,
- Critère 2 : évaluation,
- Conservation des solutions pareto-efficaces,
  - Relation de non-dominance entre 2 solutions X_1 et X_2,
  - $\exists j \in [1, N_{objectif}] \Rightarrow f_j(X_1) < f_j(X_2)$.

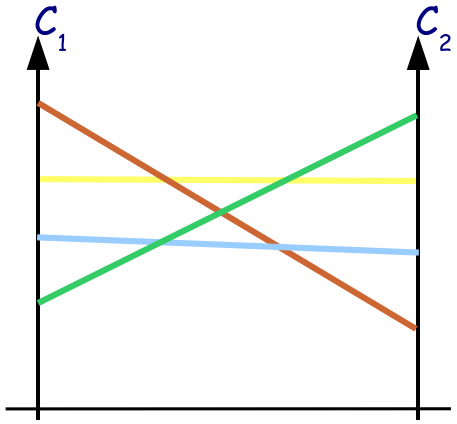


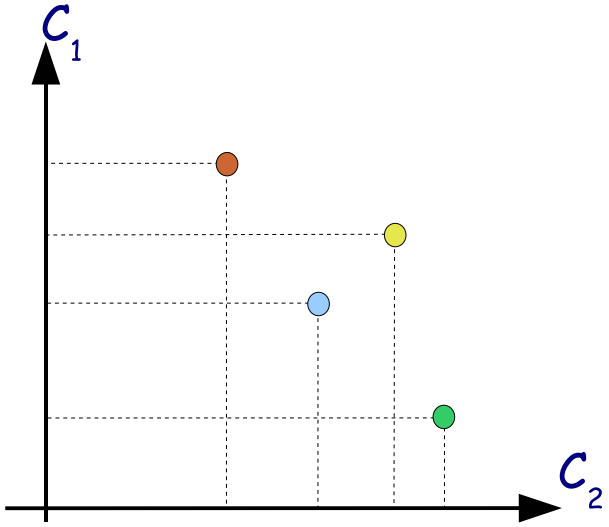
Méthode proposée

Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères

Exemple avec 2 critères

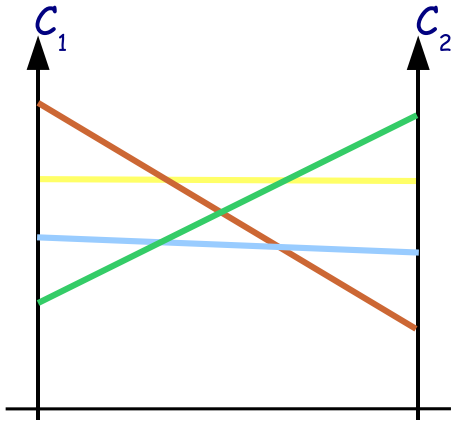
- Observation de plusieurs solutions,
- Critère 1 : évaluation,
- Critère 2 : évaluation,
- Conservation des solutions pareto-efficaces,
  - Relation de non-dominance entre 2 solutions X_1 et X_2,
  - $\exists j \in [1, N_{objectif}] \Rightarrow f_j(X_1) < f_j(X_2)$.





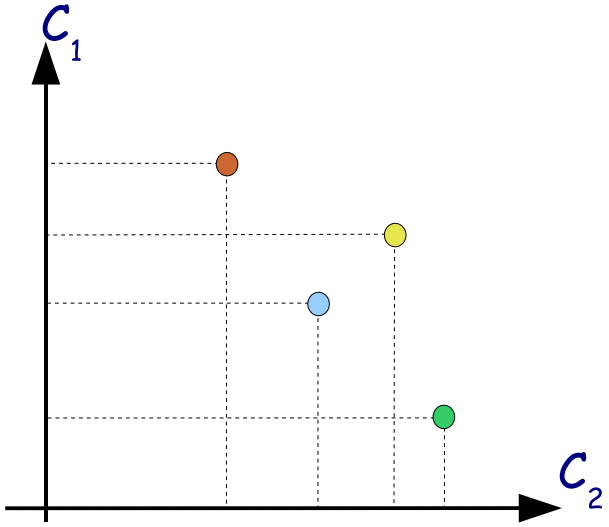
Méthode proposée

Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



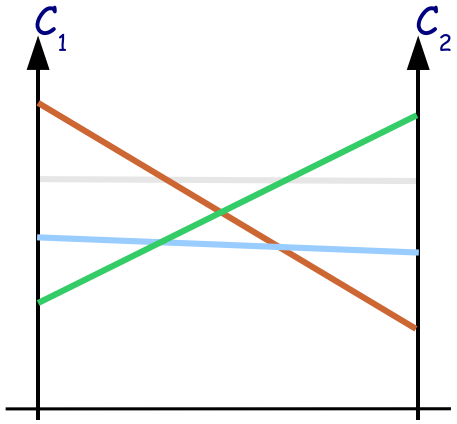
Exemple avec 2 critères

- Observation de plusieurs solutions,
- Critère 1 : évaluation,
- Critère 2 : évaluation,
- Conservation des solutions pareto-efficaces,
  - Relation de non-dominance entre 2 solutions X_1 et X_2,
  - $\exists j \in [1, N_{objectif}] \Rightarrow f_j(X_1) < f_j(X_2)$.



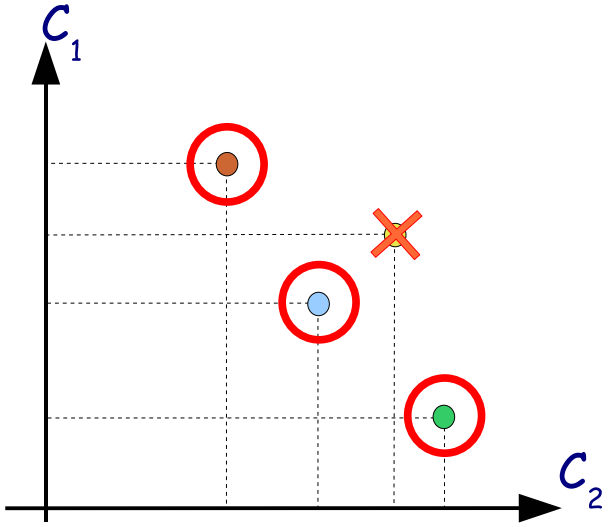
Méthode proposée

Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



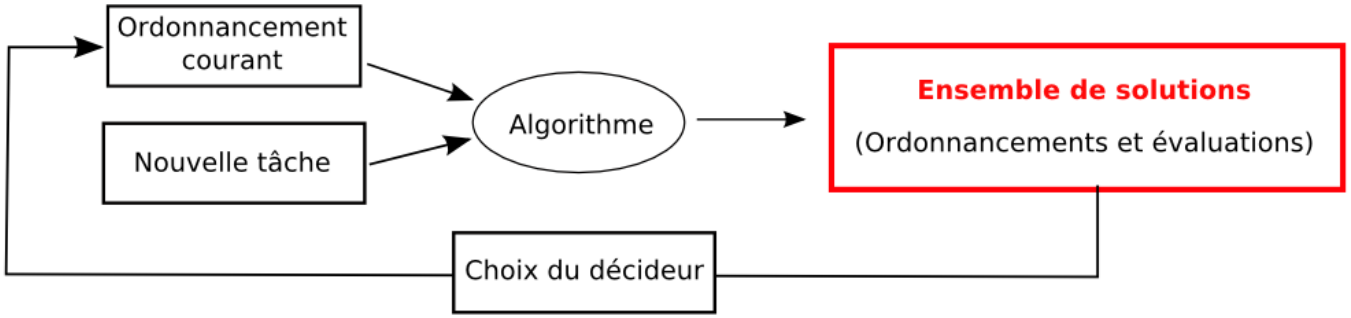
Exemple avec 2 critères

- Observation de plusieurs solutions,
- Critère 1 : évaluation,
- Critère 2 : évaluation,
- Conservation des solutions pareto-efficaces,
  - Relation de non-dominance entre 2 solutions X_1 et X_2,
  - $\exists j \in [1, N_{objectif}] \Rightarrow f_j(X_1) < f_j(X_2)$.



Méthode proposée

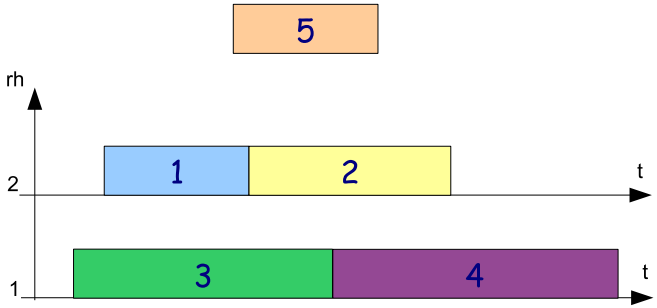
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

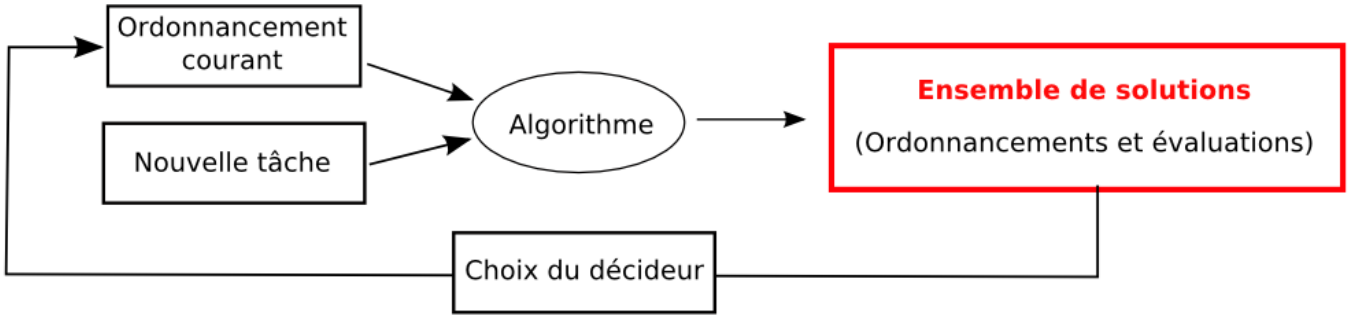
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  → Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

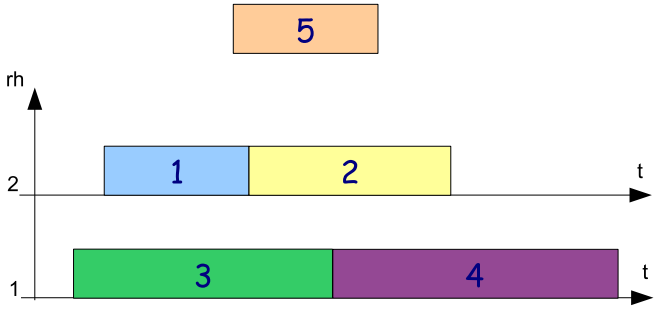
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

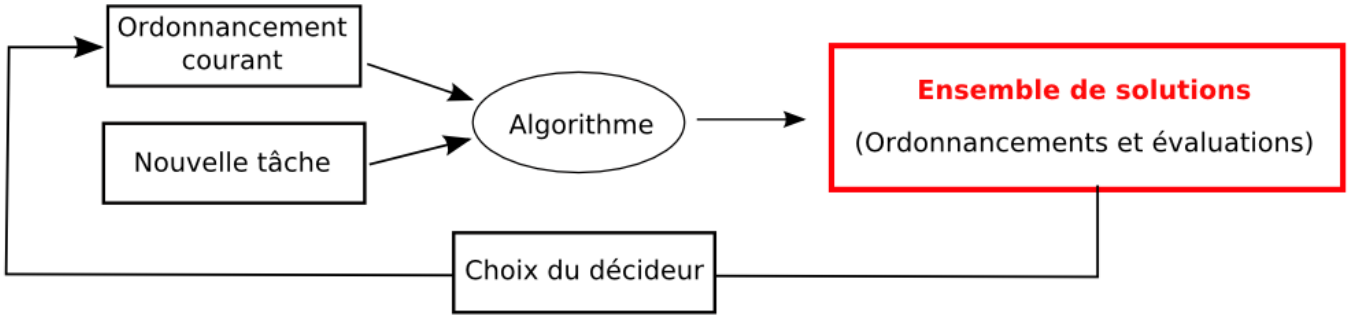
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  → Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

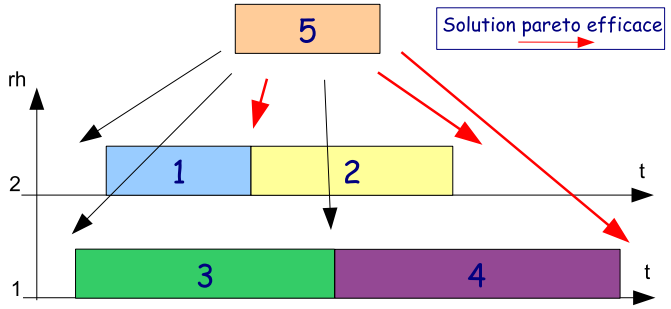
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

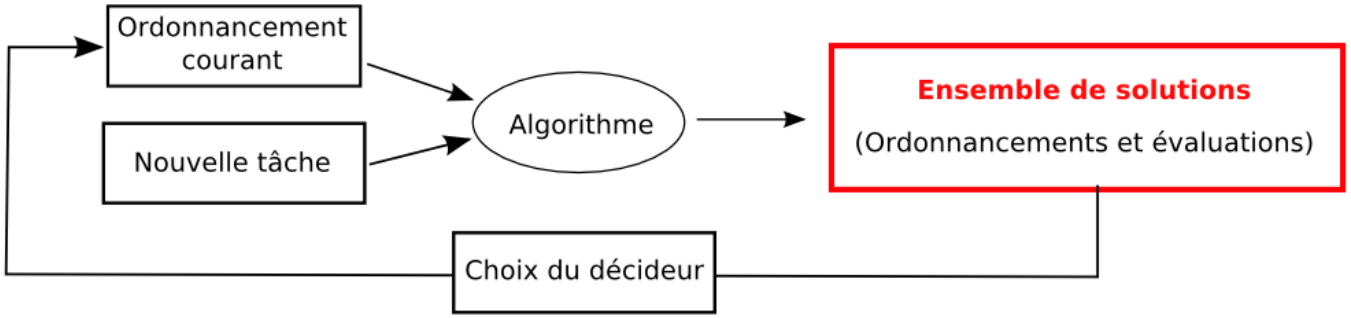
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\longrightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

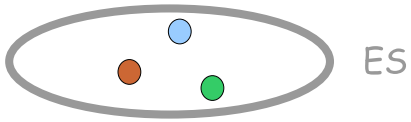
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

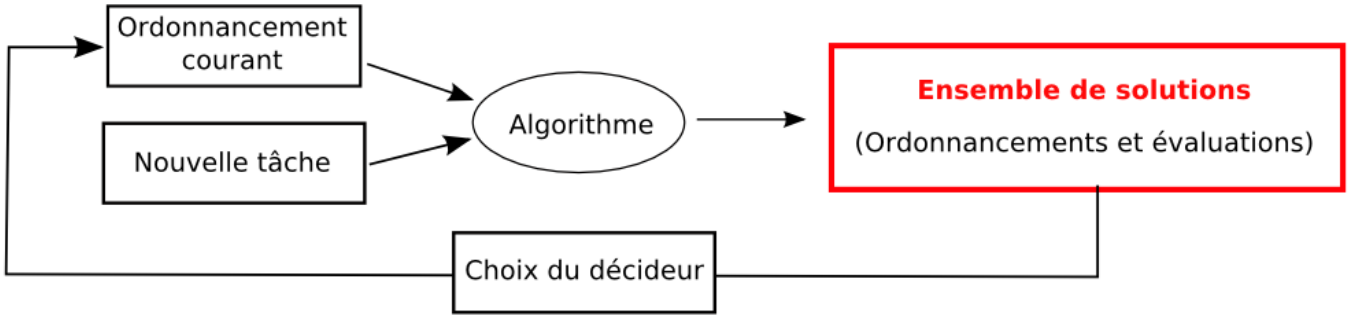
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

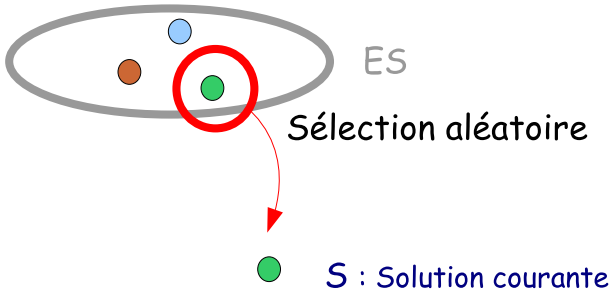
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

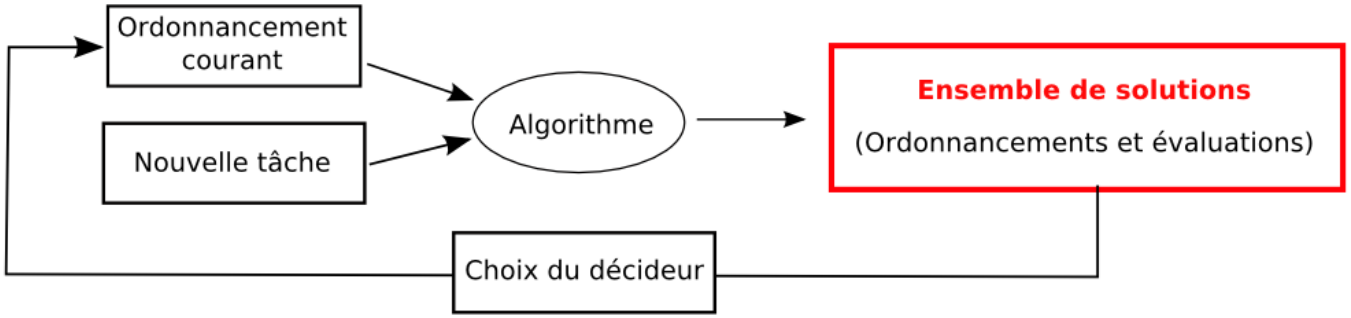
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

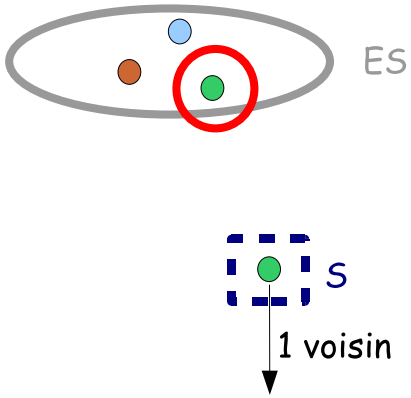
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

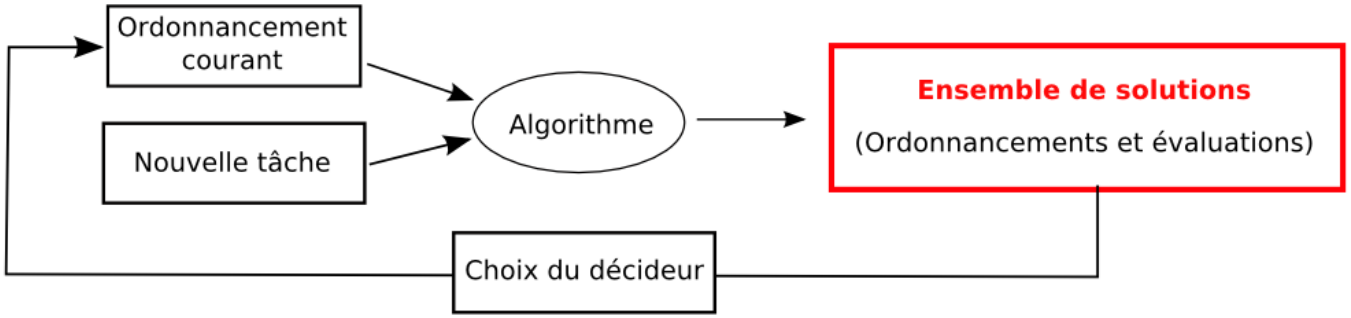
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

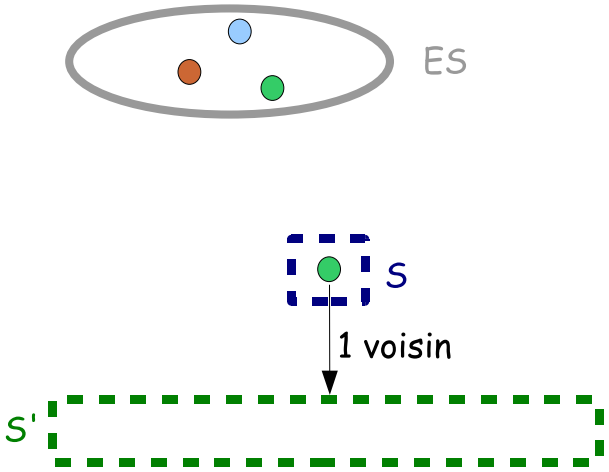
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

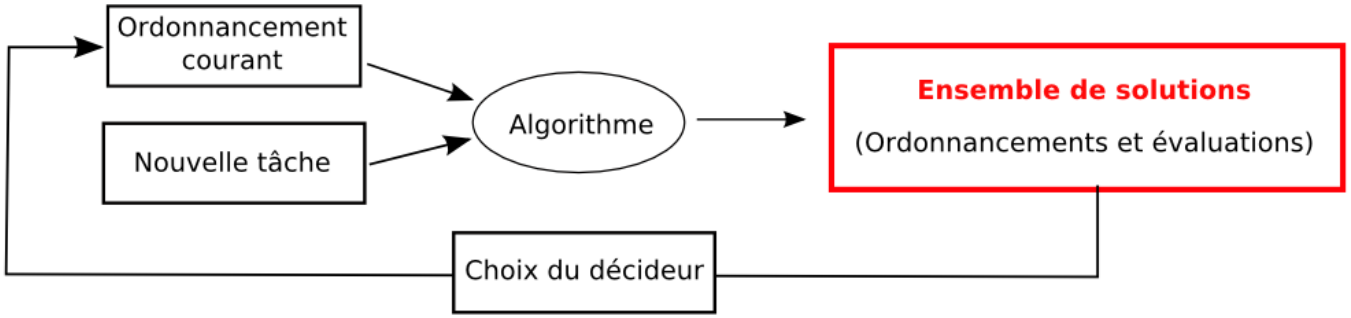
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  → Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

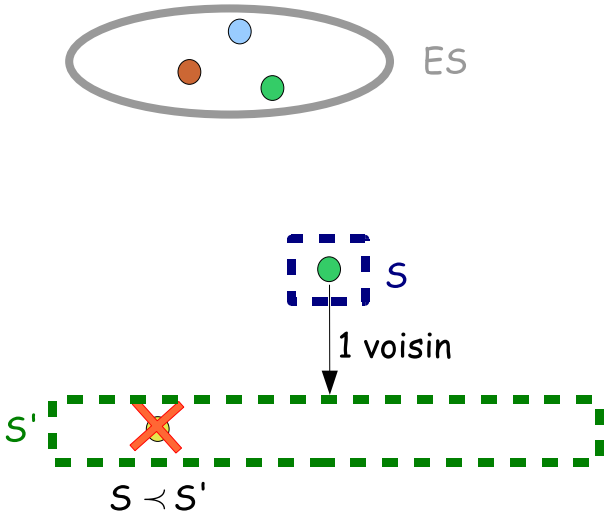
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

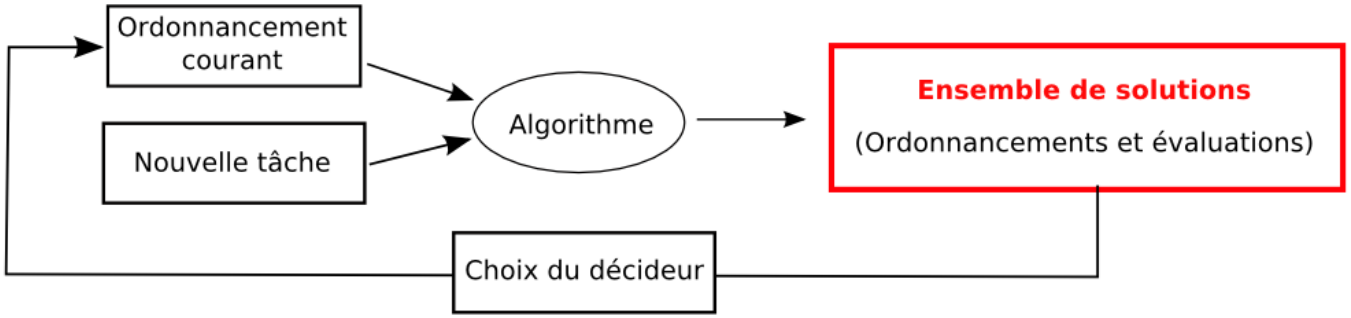
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

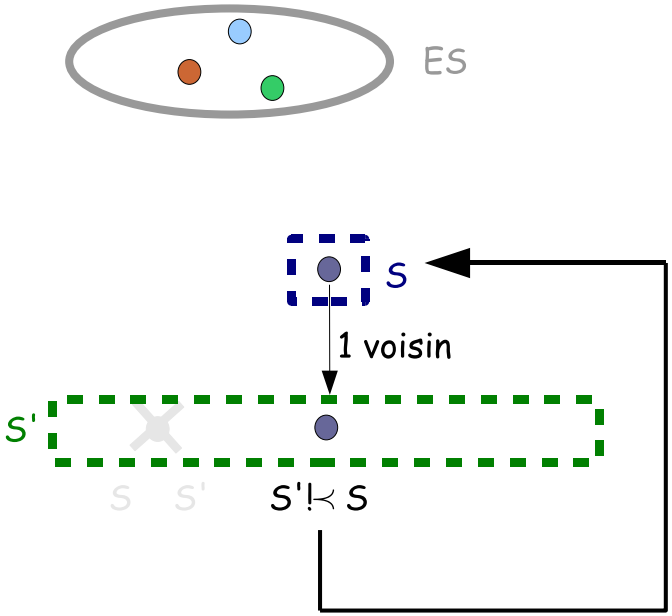
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

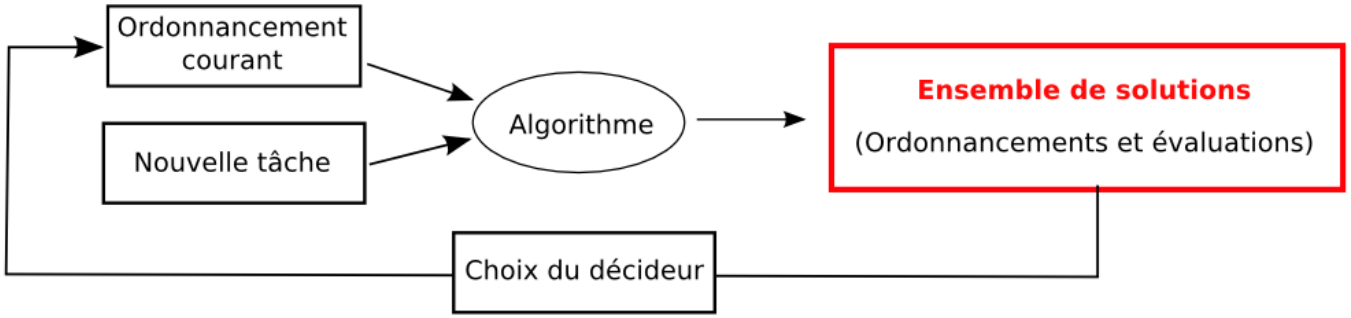
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

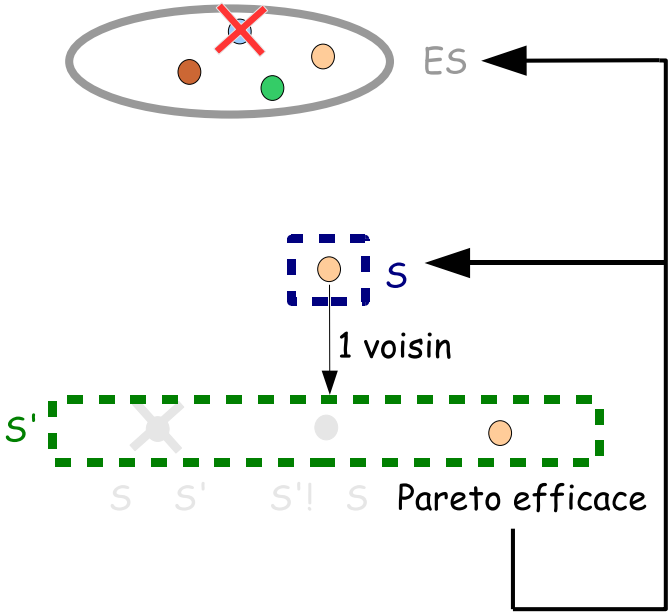
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

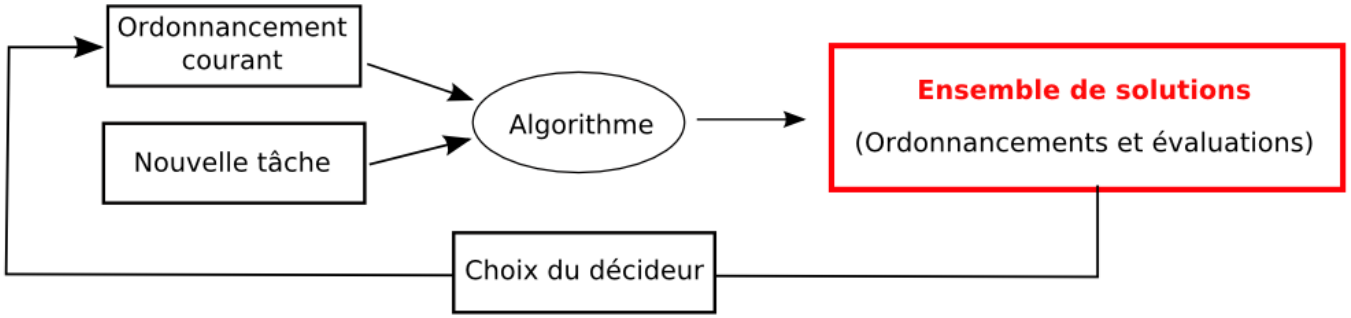
Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  → Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



Méthode proposée

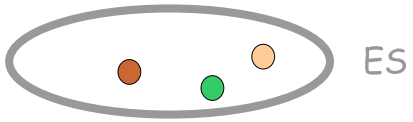
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères

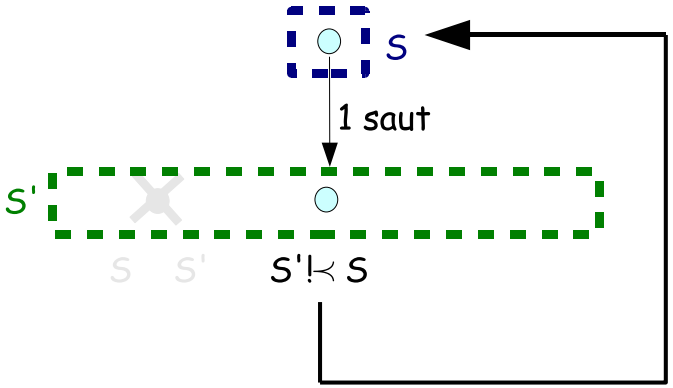


Heuristique proposée

Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

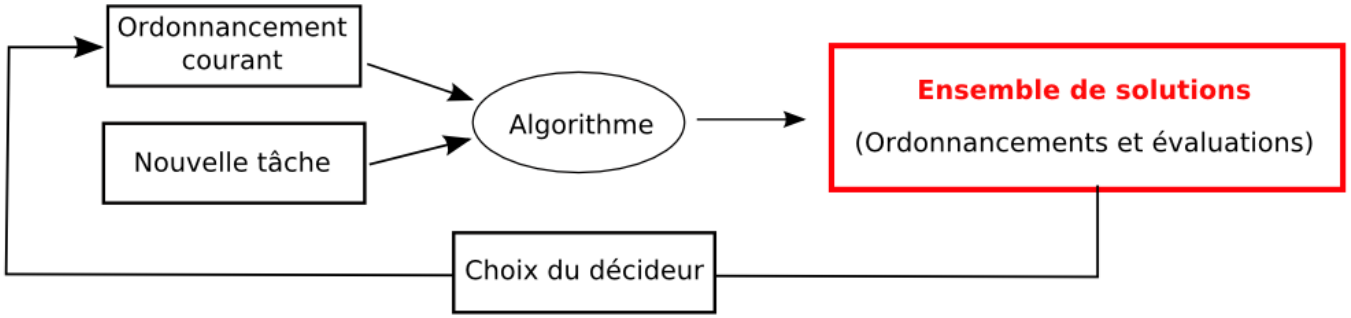
- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,





Méthode proposée

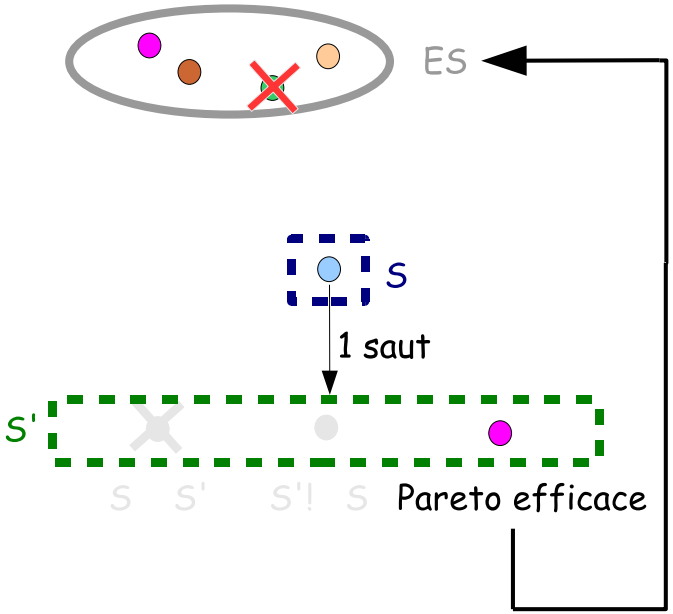
Une approche stochastique : Méthode du kangourou multi-critères



Heuristique proposée

Adaptation de la méthode du kangourou au multi-critère,

- Ensemble initial de solutions,
  $\rightarrow$ Insertion positions pareto-efficaces.
- Sélection aléatoire,
- Recherche de solutions voisines,
- Différentes solutions obtenues,
- Élimination des solutions non pareto-efficaces,
- Recherche dans un voisinage plus large,



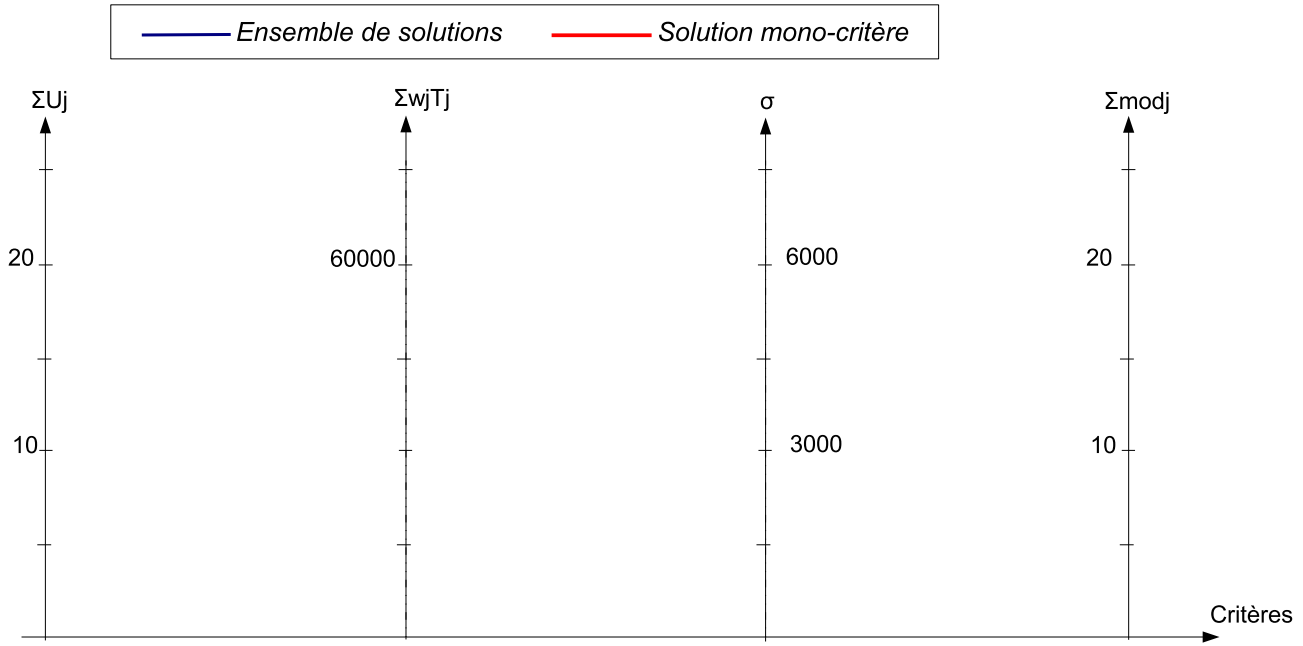
Résultats

Affectation et ordonnancement dynamique d'une nouvelle tâche

Validation de l'approche

Comparatif mono et multi-critère

- Exemple d'ensemble final de solutions : après application de l'approche
  - Ordonnancement courant de 3 ressources et 40 tâches,
  - 1 nouvelle tâche,
- Observation des résultats suivant chaque critère,
- Solution mono-critère dominée.



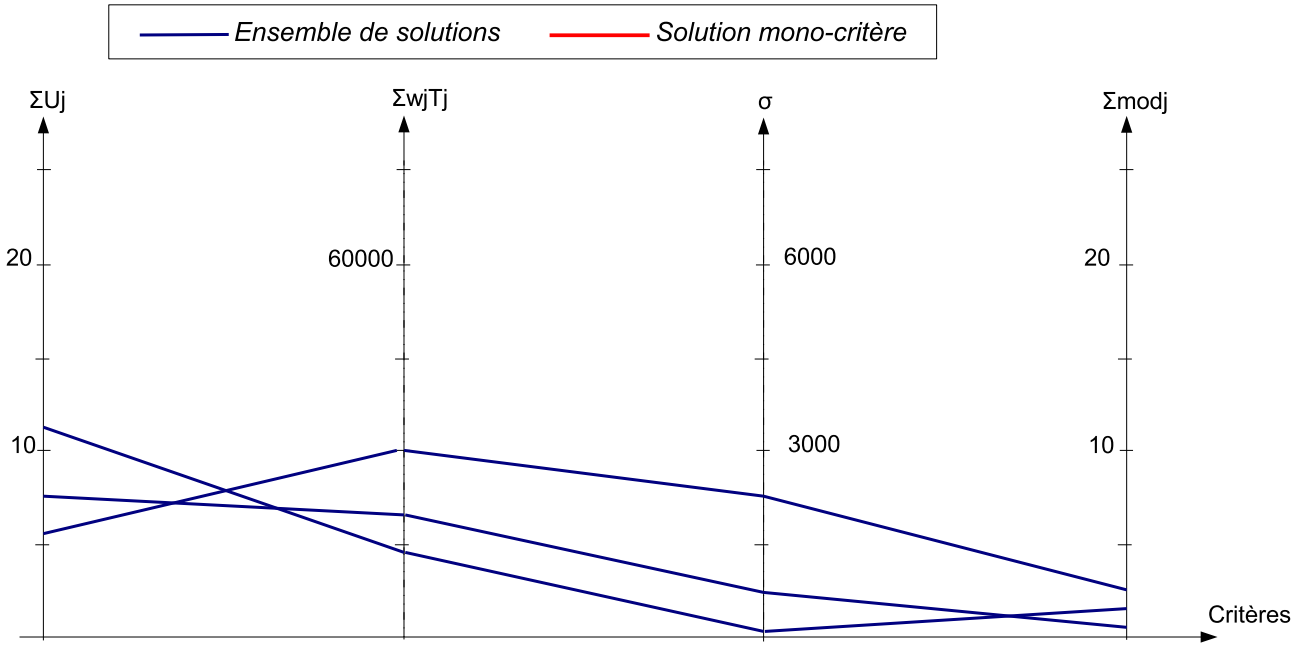
Résultats

Affectation et ordonnancement dynamique d'une nouvelle tâche

Validation de l'approche

Comparatif mono et multi-critère

- Exemple d'ensemble final de solutions : après application de l'approche
  - Ordonnancement courant de 3 ressources et 40 tâches,
  - 1 nouvelle tâche,
- Observation des résultats suivant chaque critère,
- Solution mono-critère dominée.



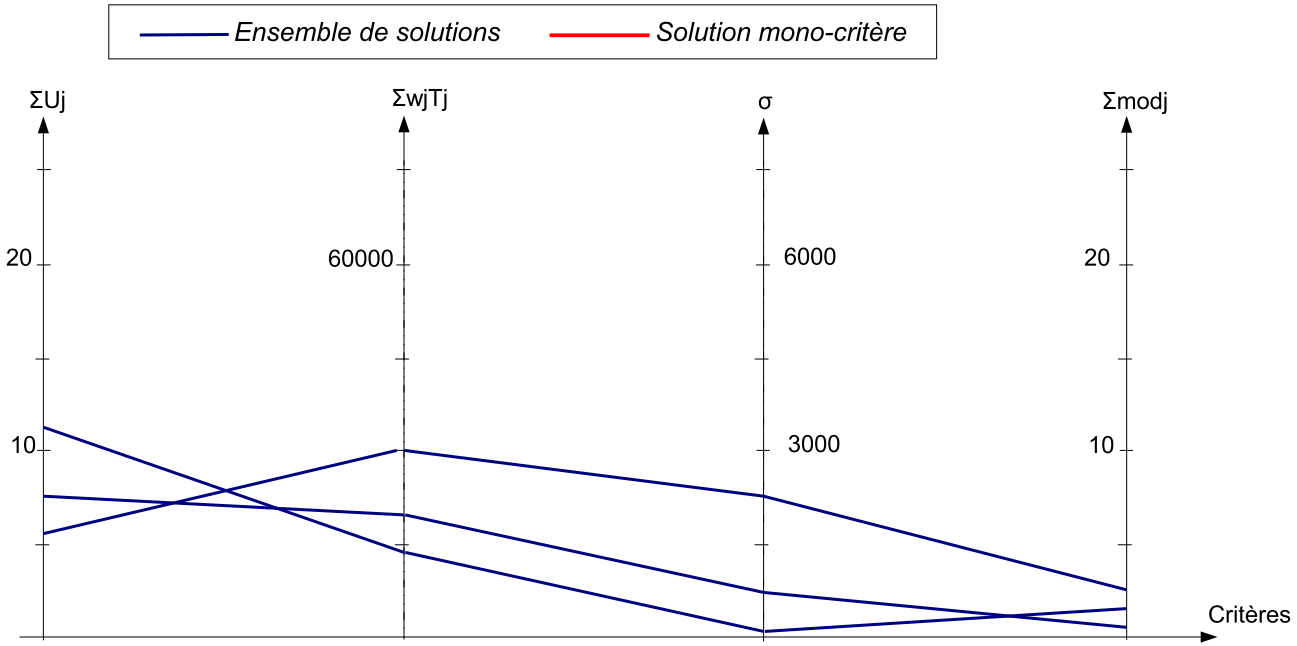
Résultats

Affectation et ordonnancement dynamique d'une nouvelle tâche

Validation de l'approche

Comparatif mono et multi-critère

- Exemple d'ensemble final de solutions : après application de l'approche
  - Ordonnancement courant de 3 ressources et 40 tâches,
  - 1 nouvelle tâche,
- Observation des résultats suivant chaque critère,
- Solution mono-critère dominée.



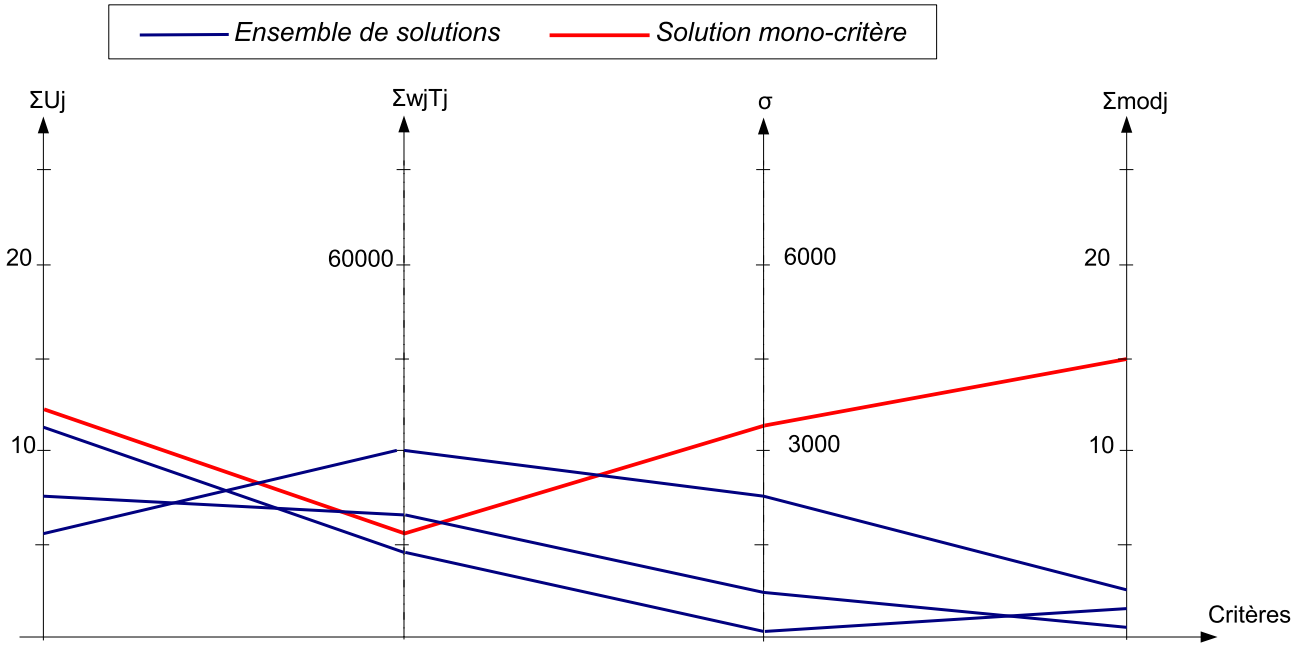
Résultats

Affectation et ordonnancement dynamique d'une nouvelle tâche

Validation de l'approche

Comparatif mono et multi-critère

- Exemple d'ensemble final de solutions : après application de l'approche
  - Ordonnancement courant de 3 ressources et 40 tâches,
  - 1 nouvelle tâche,
- Observation des résultats suivant chaque critère,
- Solution mono-critère dominée.



Résultats
Discussion

Discussion des résultats

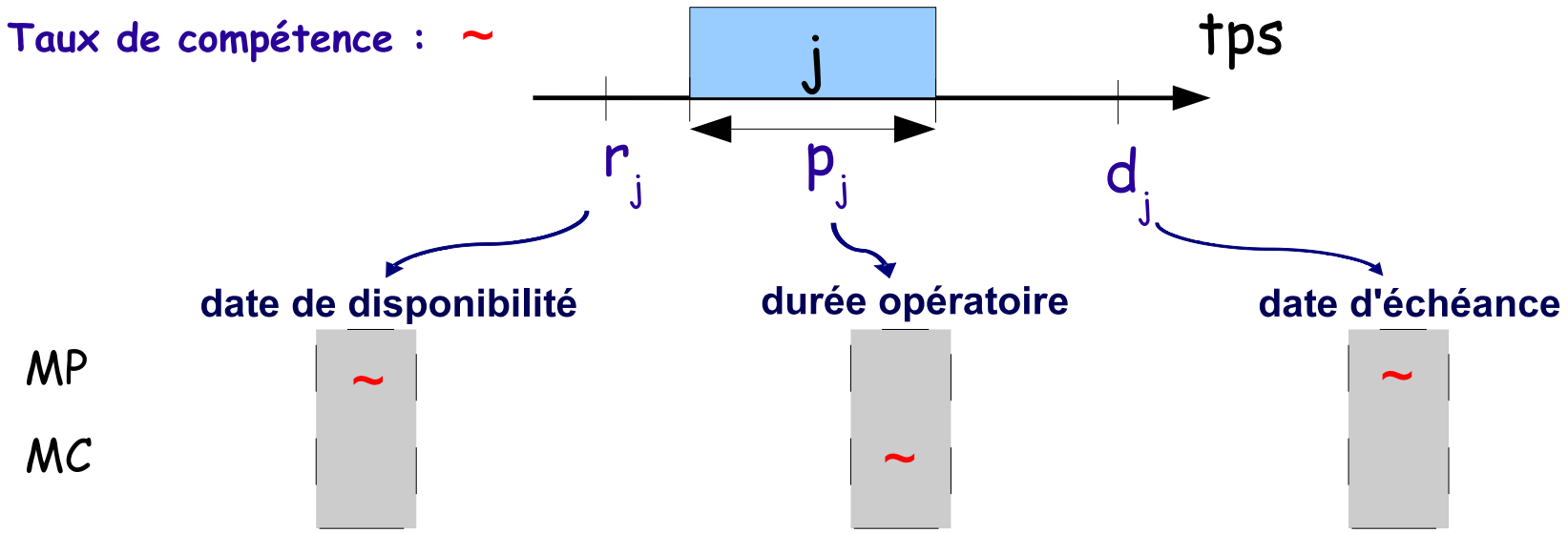
- 4 critères pris en compte,
- Extension possible à d'autres,
- Certaines incertitudes ne sont pas prises en compte,

Un problème en contexte incertain

- Évènements aléatoires $\longrightarrow$ déjà pris en compte,
- Données imprécises$\longrightarrow$ à prendre en compte.

Extension du problème $\Rightarrow$ extension de l'approche.

Introduction
Un contexte incertain



Les tâches

- MP : Maintenance Préventive,
- MC : Maintenance Corrective.

Des caractéristiques imprécises

Introduction
État de l'art

Les problèmes d'ordonnancement avec incertitudes

- "*Un ordonnancement est robuste si sa performance est peu sensible à l'incertitude des données...*" [Billaut *et al.* 2005]
- Bibliographie sur la gestion des incertitudes en ordonnancement [Davenport & Beck 2000]
  - Classification : Réactive / Proactive / Proactive-Réactive
  - "*Une approche proactive prend en compte les incertitudes lors de la réalisation d'un ordonnancement*"

L'approche proposée

Une approche proactive → des solutions robustes.
Solution robuste // 1 critère → qui conserve sa performance malgré les incertitudes

Introduction
État de l'art

Les besoins de robustesse en maintenance

- Tenue des objectifs de disponibilité $\rightarrow$ traduit par la $\sum w_j T_j$,
- Les solutions doivent donc être robustes par rapport à $\sum w_j T_j$.

Ordonnancement avec incertitudes

$\rightarrow$ la logique floue permet de modéliser les imprécisions des données

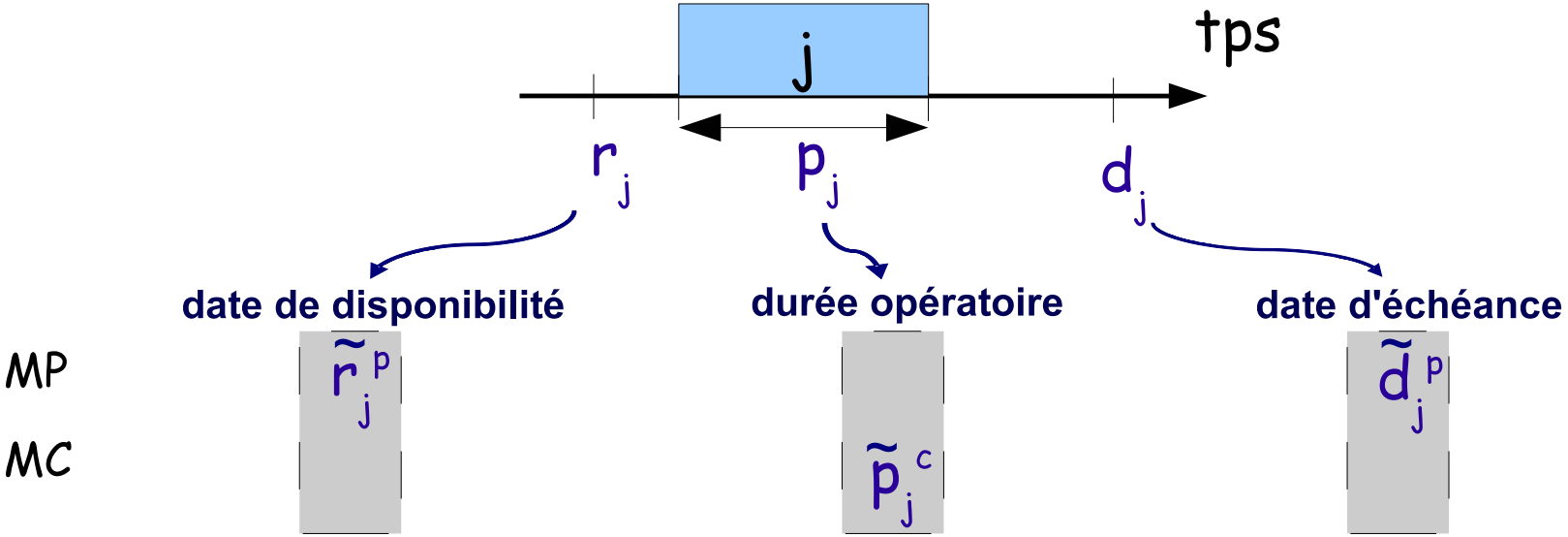
- Job-Shop [Dubois 1995],
- Problèmes d'ordonnancement multi-objectif [Petrovic 2007],
- Mesure de la robustesse [Chen 1997]
  - Ordonnancement de lots,
  - Conflit d'occupation des machines.

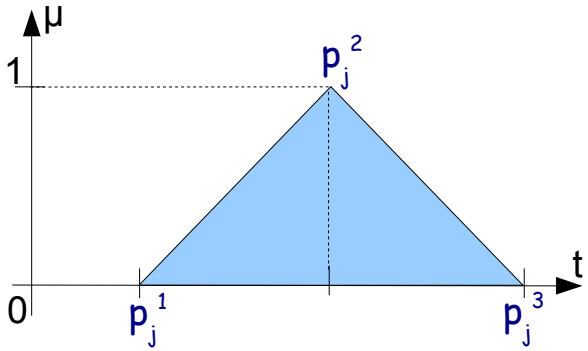
Proposition

- Un critère de robustesse utilisant la logique floue,
- Conflits entre les dates de fin et les dates d'échéances,
- Évaluer la robustesse des solutions par rapport à $\sum w_j T_j$.

Proposition

Modélisation



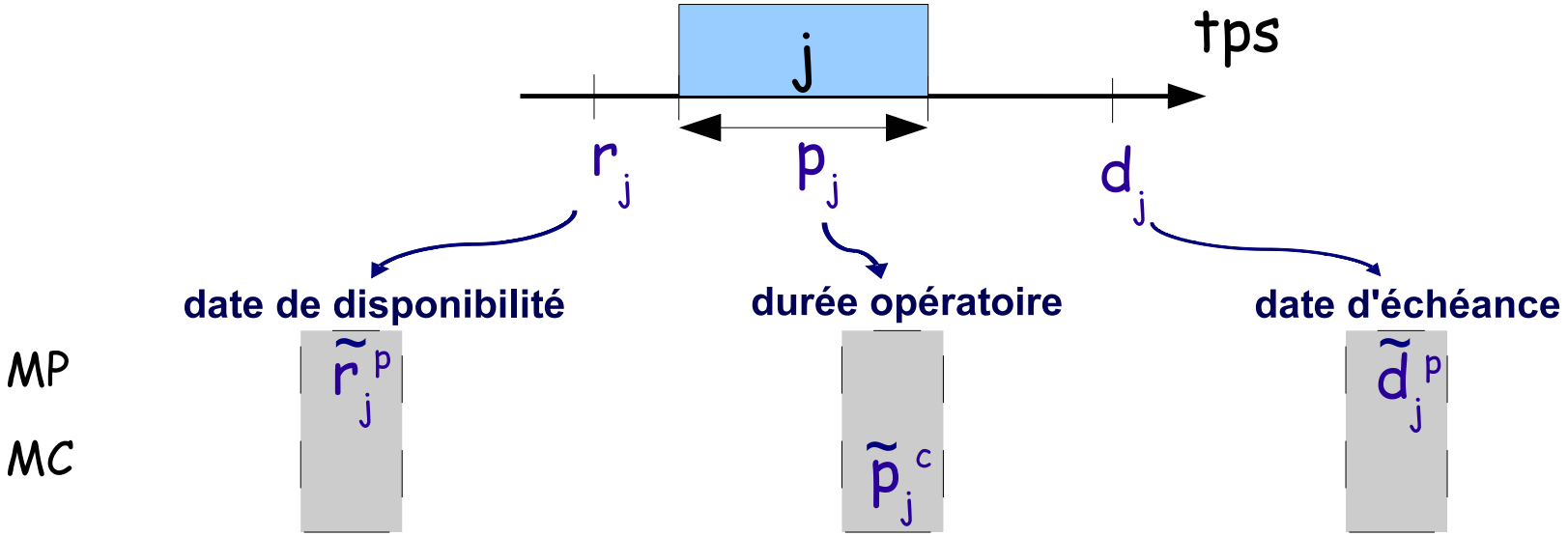


Les tâches

- MP : Maintenance Préventive,
- MC : Maintenance Corrective.

Proposition

Modélisation



Taux de compétences flous

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}omp_{1,1} & \cdots & \tilde{C}omp_{1,cr_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}omp_{m,1} & \cdots & \tilde{C}omp_{m,cr_n} \end{bmatrix}$$

Durées effectives

$$\tilde{p}_{ij} = f\left(\begin{array}{c} p_j^p \\ \tilde{p}_j^c \end{array}, \tilde{C}omp_{i,cr_j} \right),$$

$\forall i \in \{1, \ldots, m\}$

Proposition

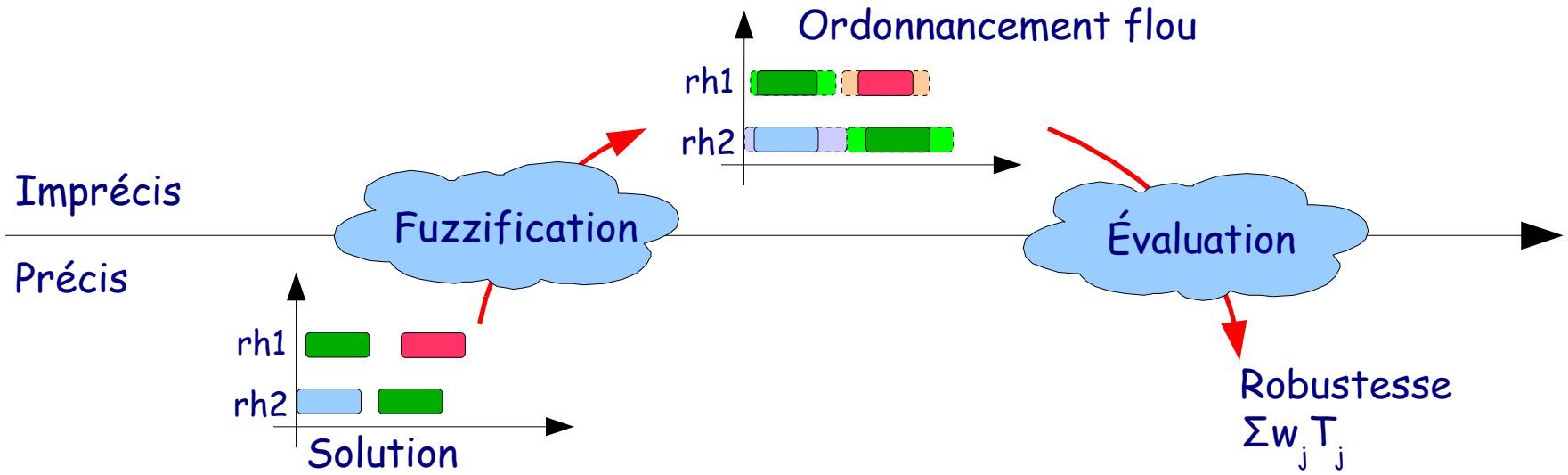
Évaluation de la robustesse

Un ordonnancement *S* et *R(S)* sa robustesse par rapport à $\sum w_j T_j$.

→ Fonction objectif correspondante : *max R(S)*.

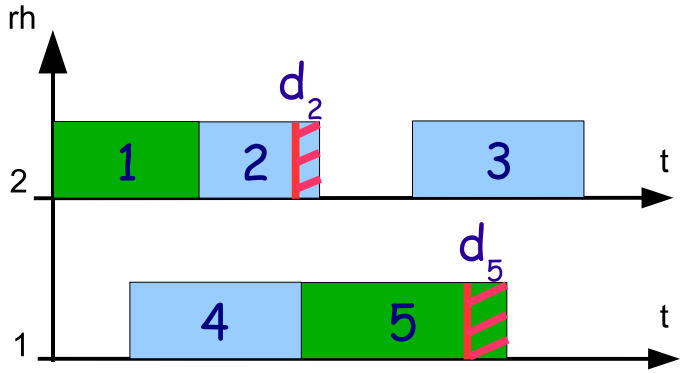
max R(S)

- Rendre peu sensible l'ordonnancement à l'imprécision des données
- Minimiser la $\sum w_j T_j$



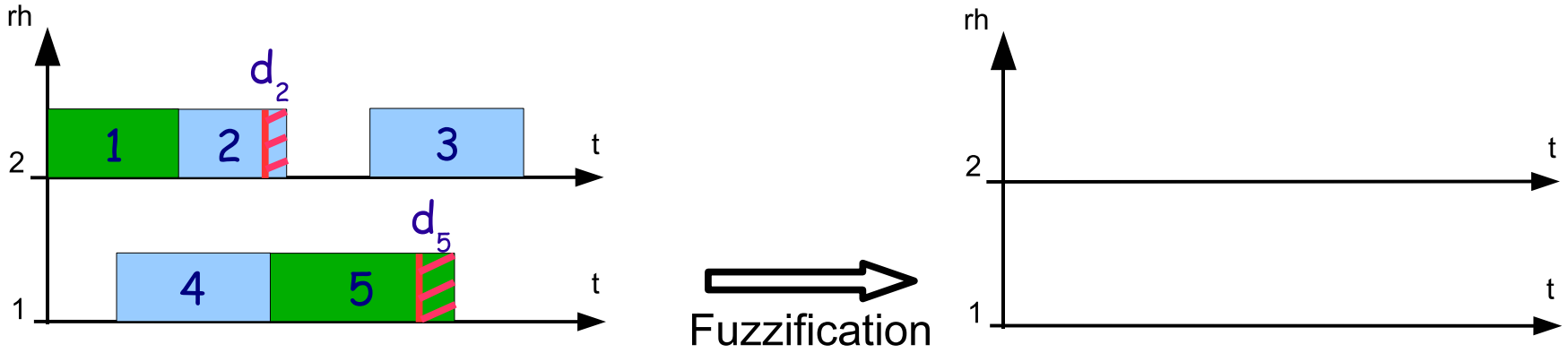
Exemple

Évaluation de la robustesse



Exemple

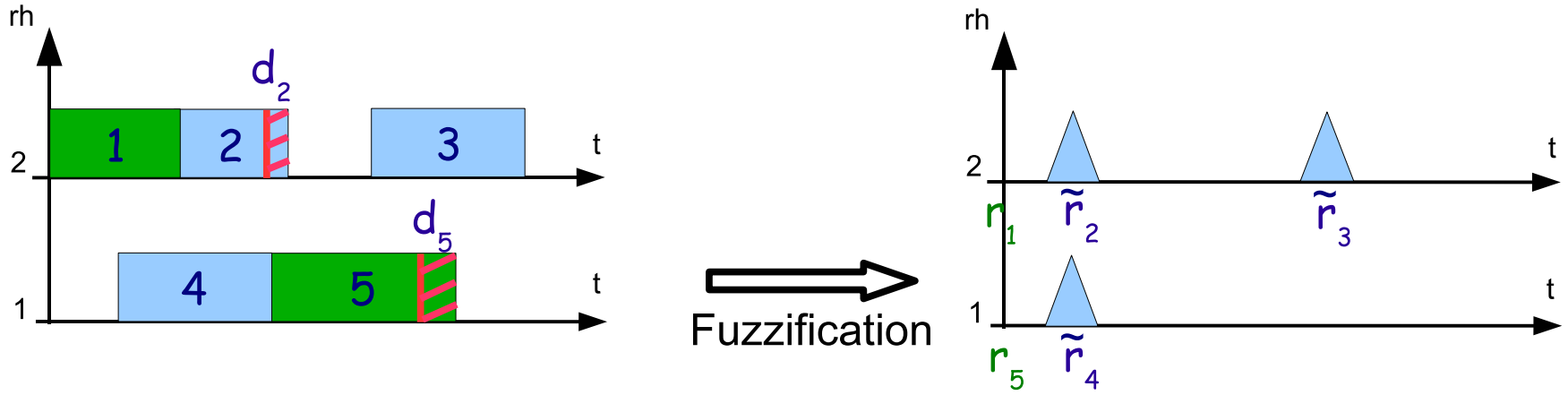
Évaluation de la robustesse



Positionnement des dates de disponibilité
Positionnement des durées
Positionnement des dates de fin
Positionnement des dates d'échéances

Exemple

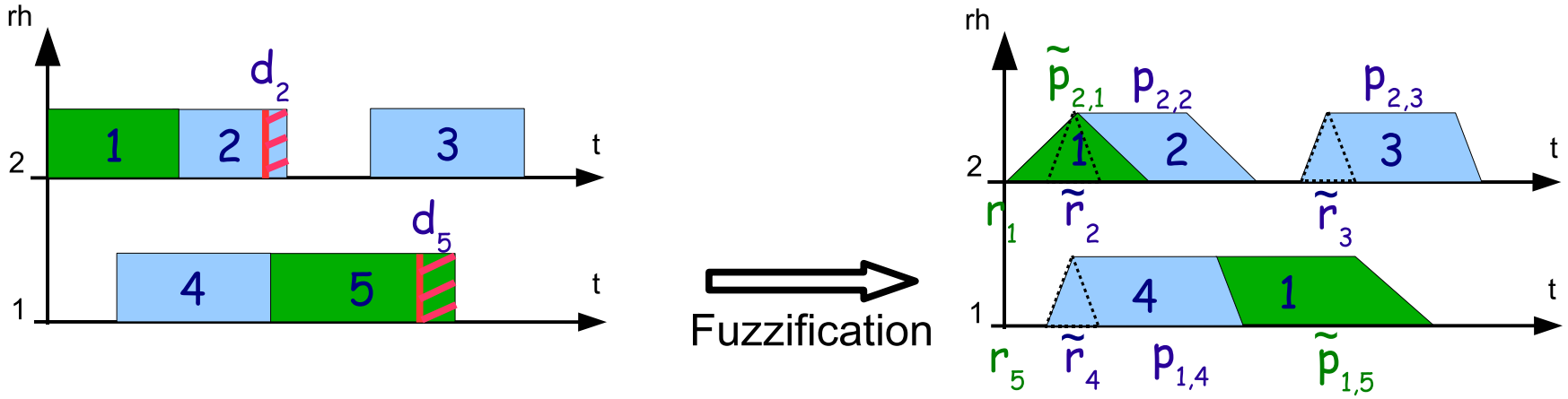
Évaluation de la robustesse



Positionnement des dates de disponibilité
Positionnement des durées
Positionnement des dates de fin
Positionnement des dates d'échéances

Exemple

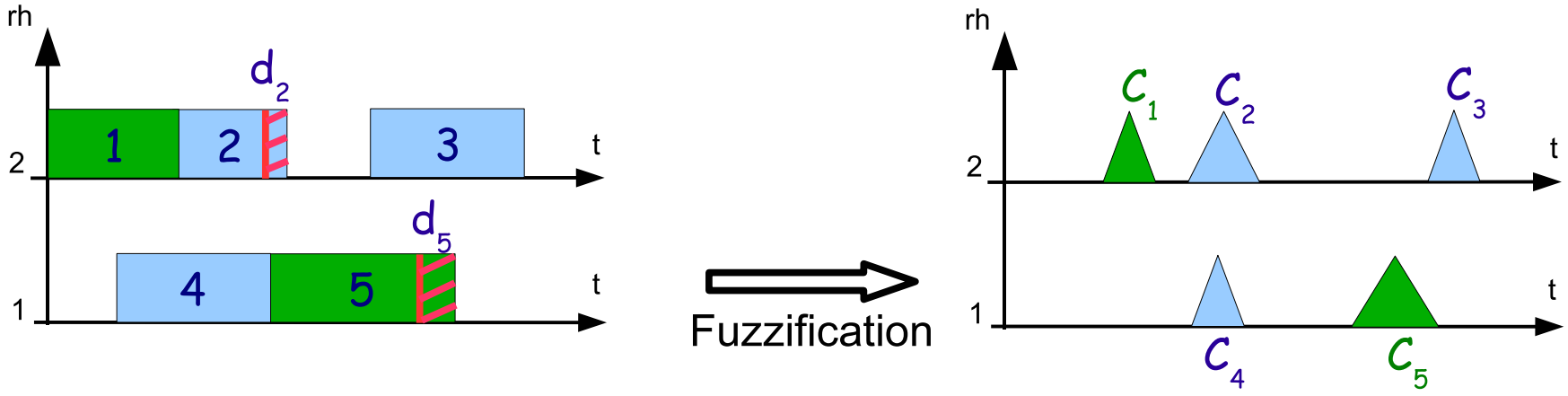
Évaluation de la robustesse



Positionnement des dates de disponibilité
Positionnement des durées
Positionnement des dates de fin
Positionnement des dates d'échéances

Exemple

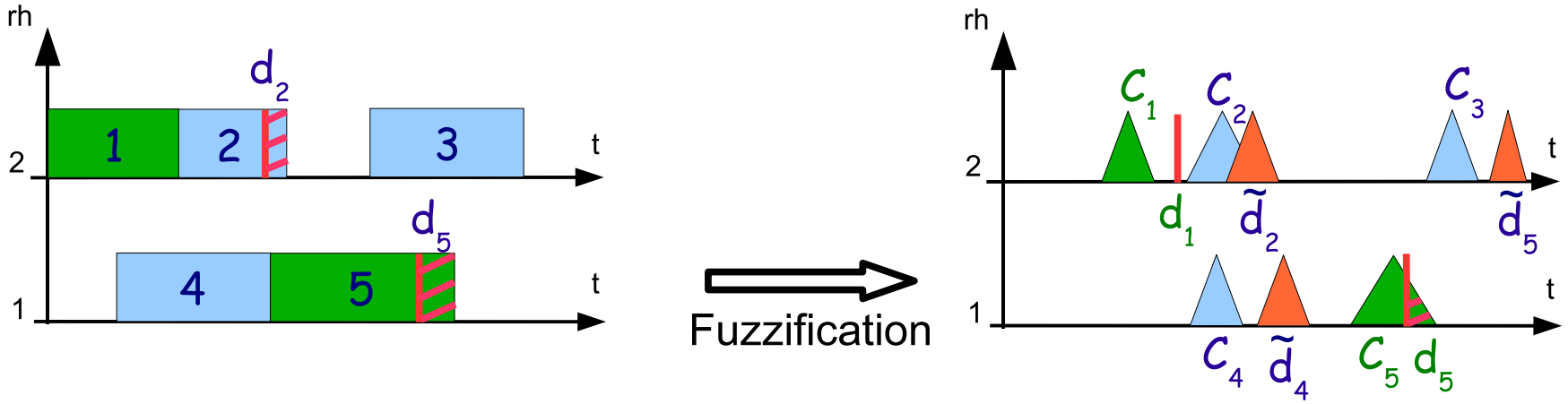
Évaluation de la robustesse



Positionnement des dates de disponibilité
Positionnement des durées
Positionnement des dates de fin
Positionnement des dates d'échéances

Exemple

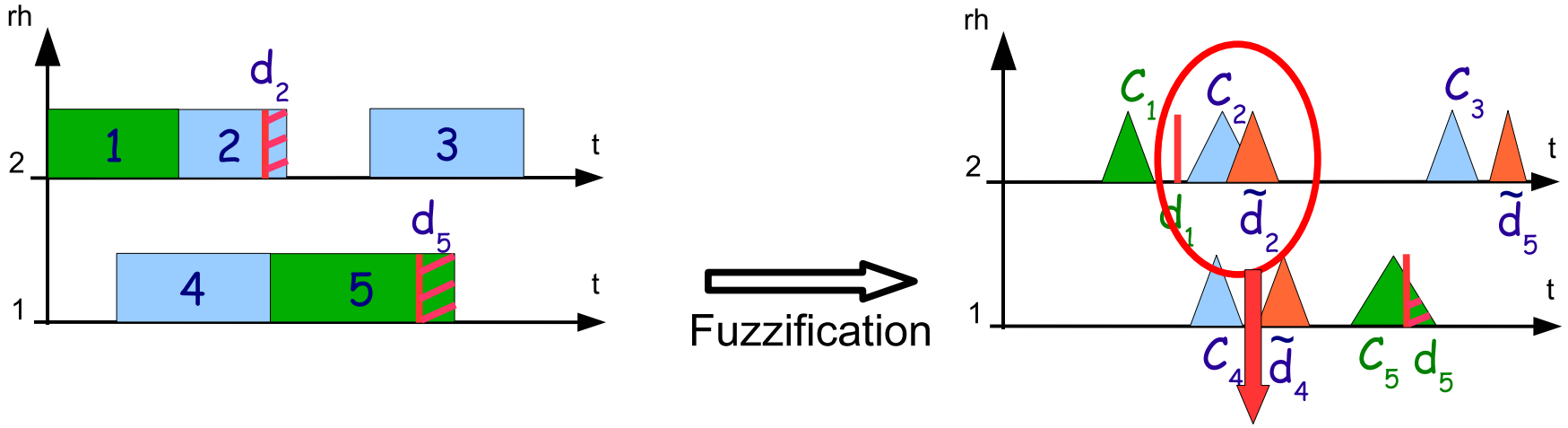
Évaluation de la robustesse



Positionnement des dates de disponibilité
Positionnement des durées
Positionnement des dates de fin
Positionnement des dates d'échéances

Exemple

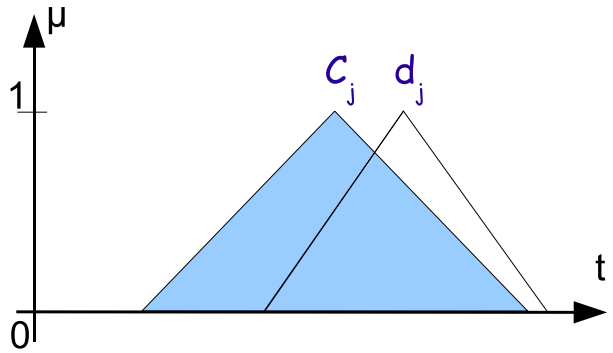
Évaluation de la robustesse



Études des conflits

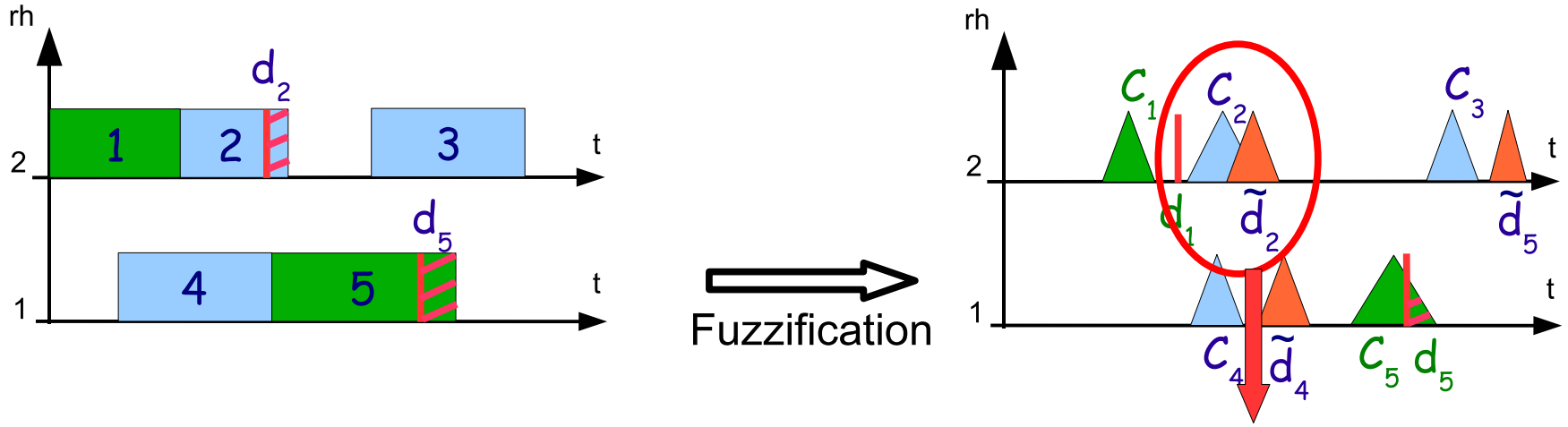
Retard :

- Date de fin atteinte après sa date d'échéance
- Échéance atteinte et traitement non terminé



Exemple

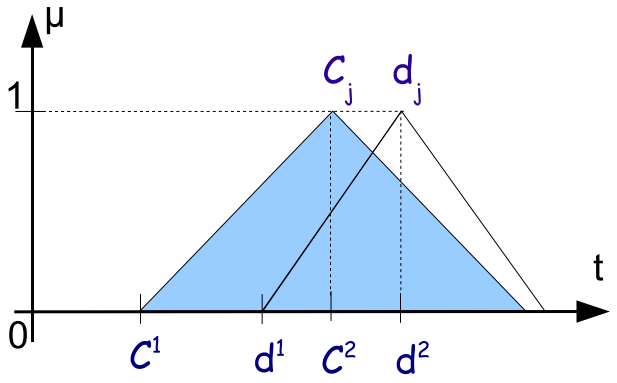
Évaluation de la robustesse



Études des conflits

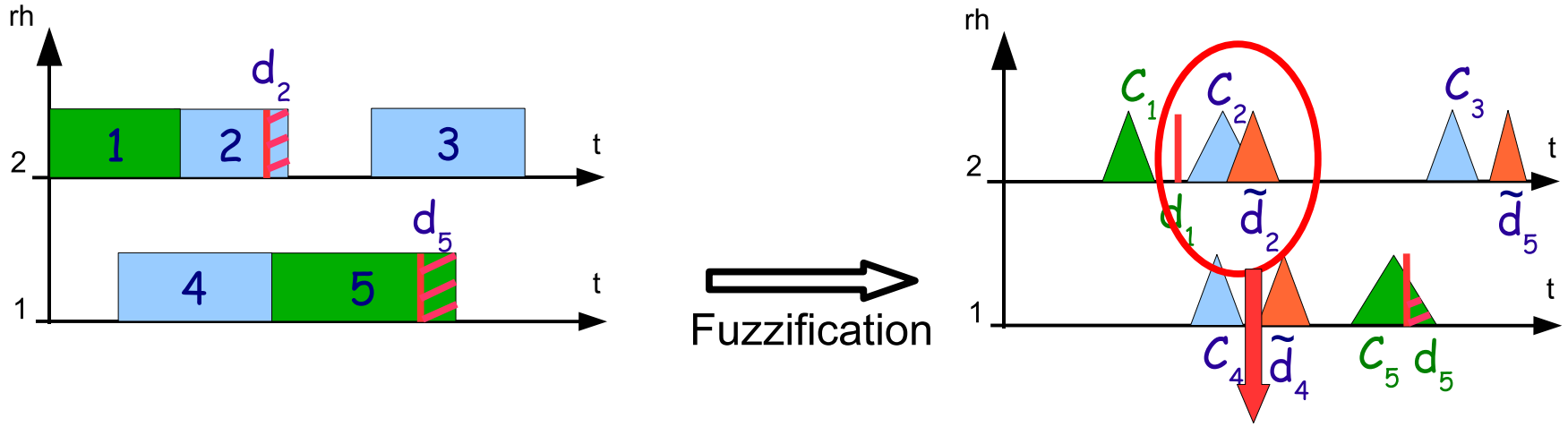
Retard :

- Date de fin atteinte après sa date d'échéance
- Échéance atteinte et traitement non terminé



Exemple

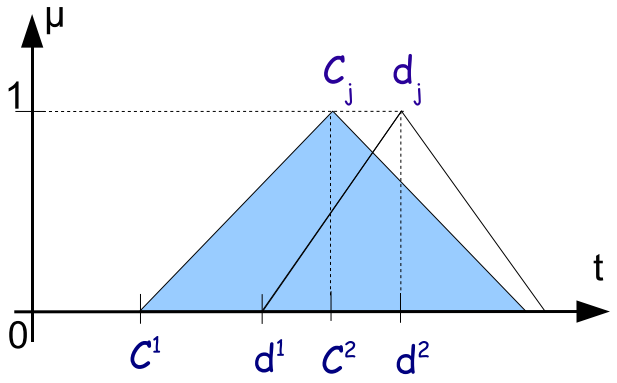
Évaluation de la robustesse



Positionnement des intervalles

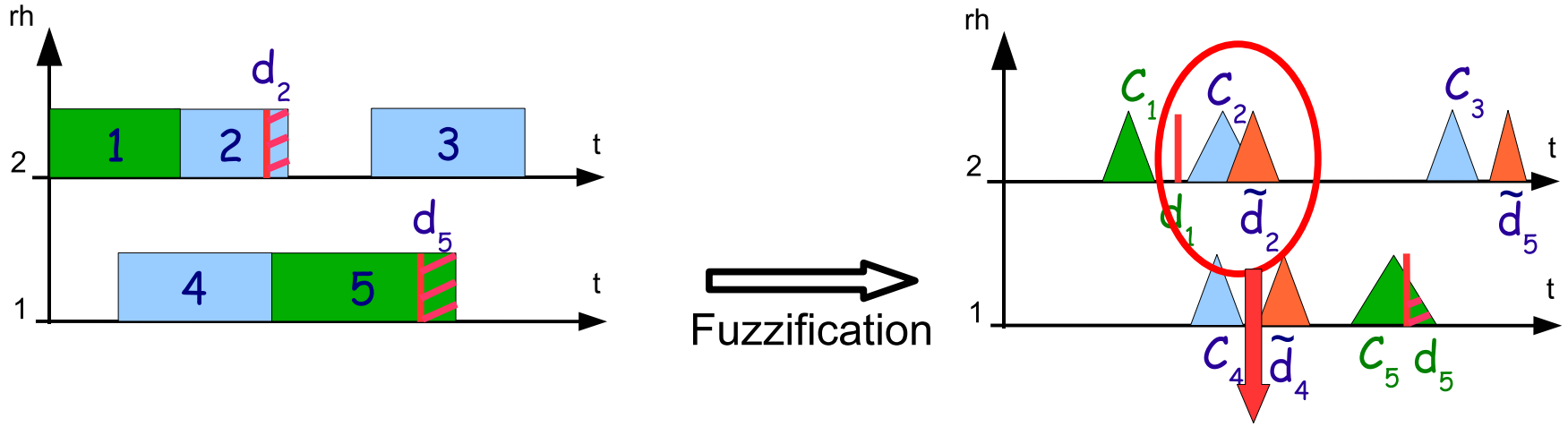
En logique classique

- Tâche non finie : $]-\infty; C_j[$
- Tâche en retard : $[d_j; +\infty[$



Exemple

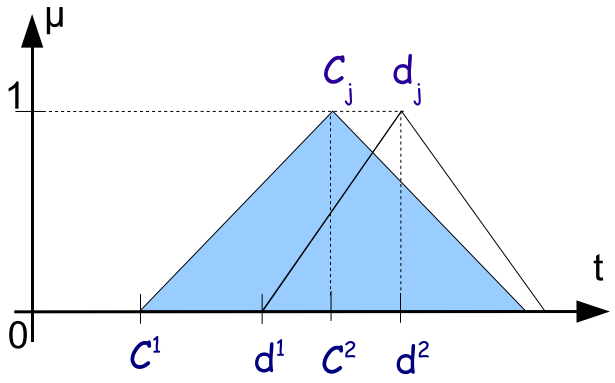
Évaluation de la robustesse



Positionnement des intervalles

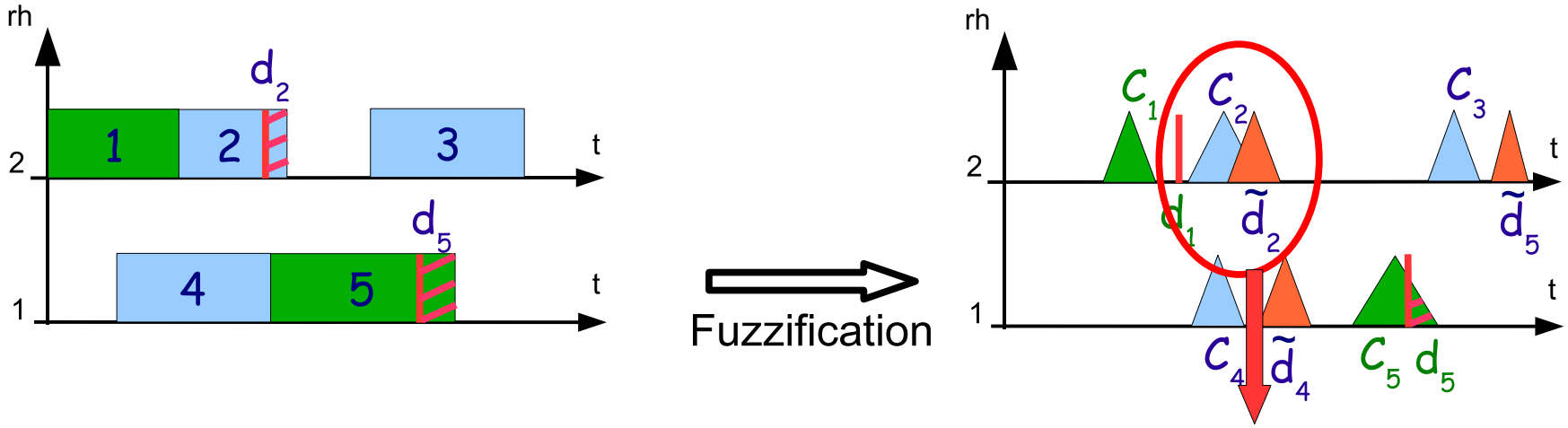
En logique floue : intervalles flous

- Tâche non finie : $]-\infty; \tilde{C}_j[$
- Tâche en retard : $[\tilde{d}_j; +\infty[$



Exemple

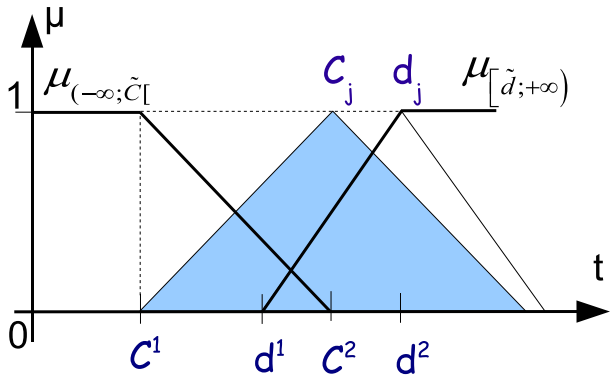
Évaluation de la robustesse



Positionnement des intervalles

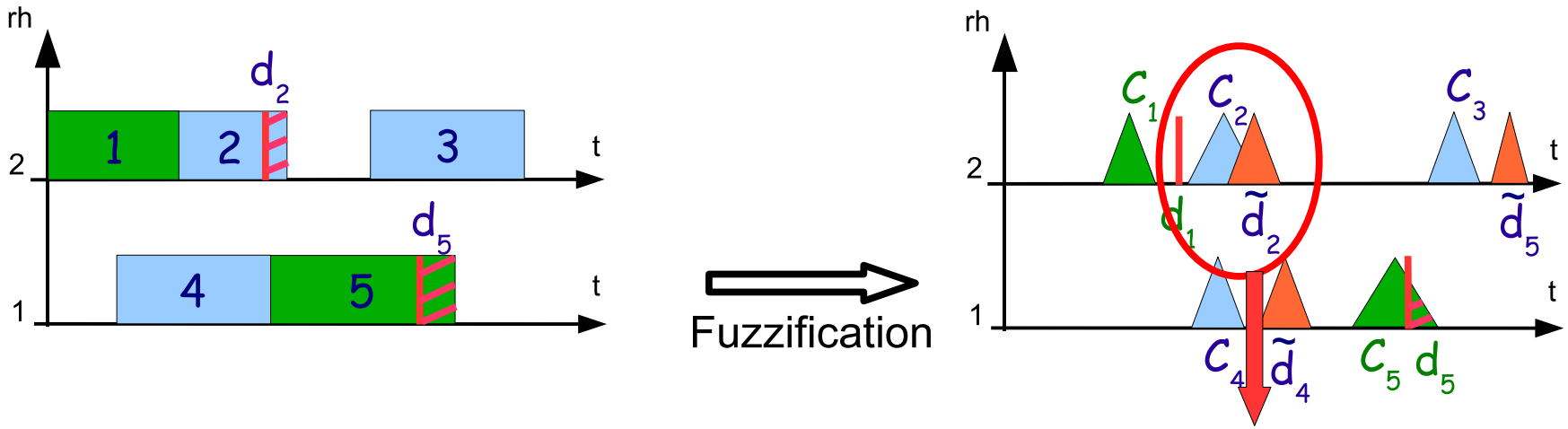
Fonction d'appartenance

- $]-\infty;\tilde{C}_j[\quad \rightarrow \quad \mu_{]-\infty;\tilde{C}_j[}$
- $[\tilde{d}_j;+\infty[\quad \rightarrow \quad \mu_{[\tilde{d}_j;+\infty[}$



Exemple

Évaluation de la robustesse



Évaluation de la robustesse

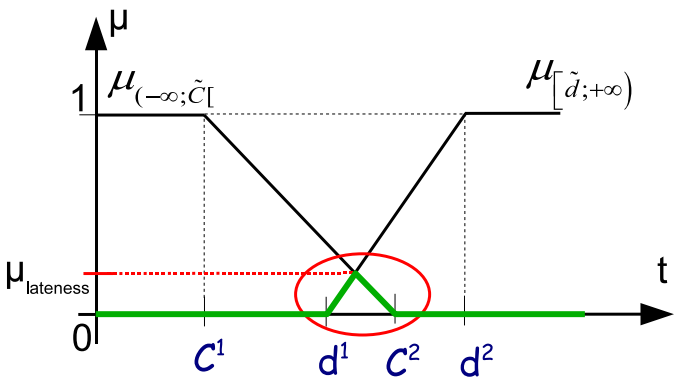
Évaluation du potentiel de retard :

$$\mu_{lateness_j} = \max\left(\min\left\{\mu_{\tilde{C}_{i,j}}(t), \mu_{\tilde{d}_j}(t)\right\}\right)$$

Peu sensible aux incertitudes :

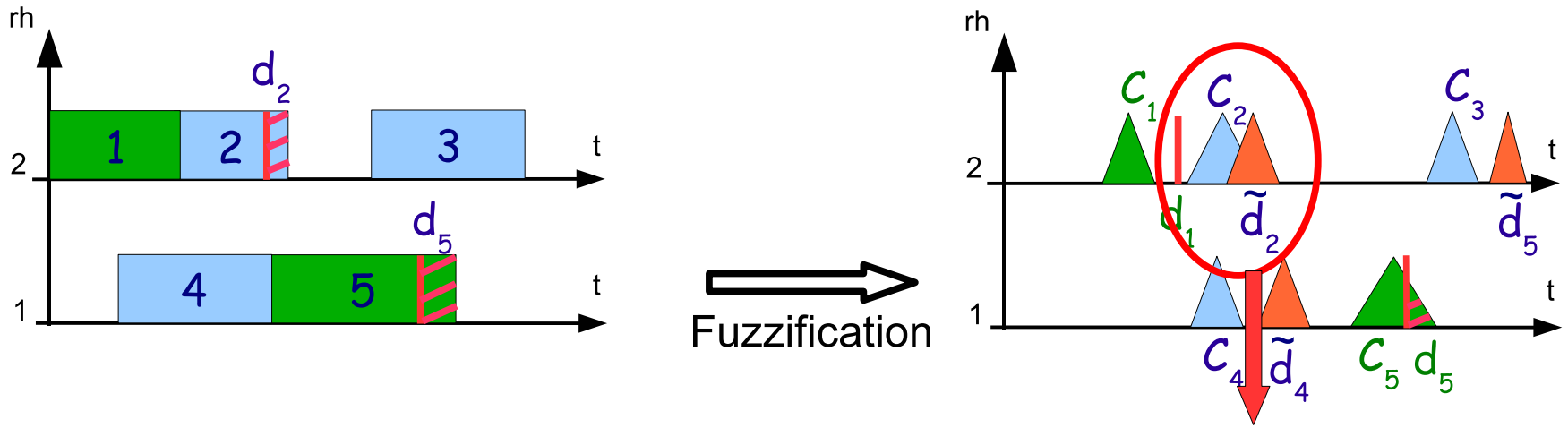
$$\mu_{in\ time_j} = 1 - \mu_{lateness_j}$$

$$R(S) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mu_{in\ time_j} * weight_j$$



Exemple

Évaluation de la robustesse



Évaluation de la robustesse

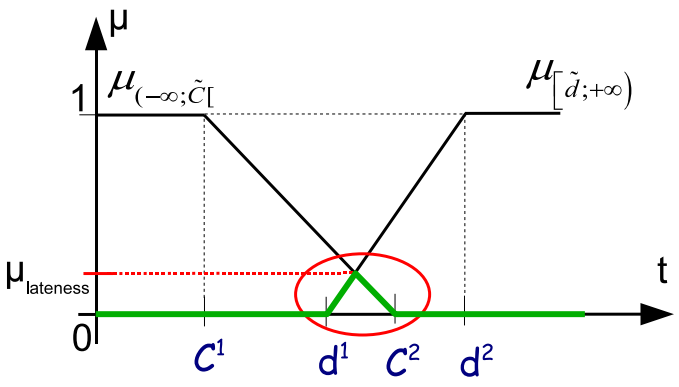
Évaluation du potentiel de retard :

$$\mu_{lateness_j} = \max\left(\min\left\{\mu_{\tilde{C}_{i,j}}(t), \mu_{\tilde{d}_j}(t)\right\}\right)$$

Peu sensible aux incertitudes :

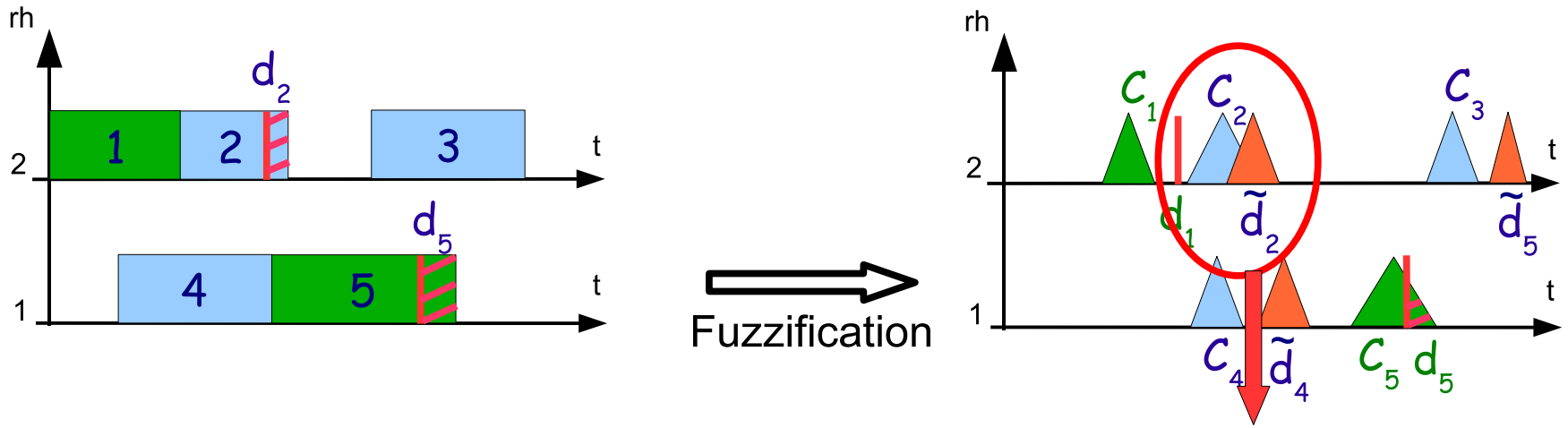
$$\mu_{in\ time_j} = 1 - \mu_{lateness_j}$$

$$R(S) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mu_{in\ time_j} * weight_j$$



Exemple

Évaluation de la robustesse



Évaluation de la robustesse

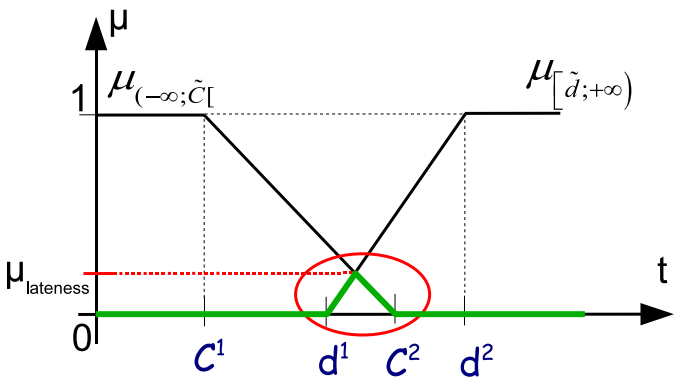
Évaluation du potentiel de retard :

$$\mu_{lateness_j} = \max\left(\min\left\{\mu_{\tilde{C}_{i,j}}(t), \mu_{\tilde{d}_j}(t)\right\}\right)$$

Peu sensible aux incertitudes :

$$\mu_{in\ time_j} = 1 - \mu_{lateness_j}$$

$$R(S) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mu_{in\ time_j} * weight_j$$



Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*

Solution $\rightarrow$ fuzzification

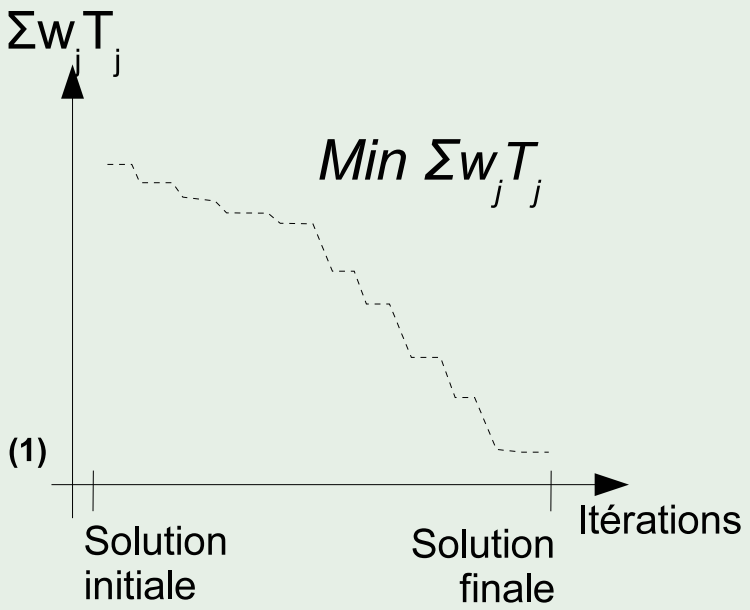
- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min} \rightarrow$ plage,
- $\sum w_j T_j^{max} \rightarrow$ minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*



Solution → fuzzification

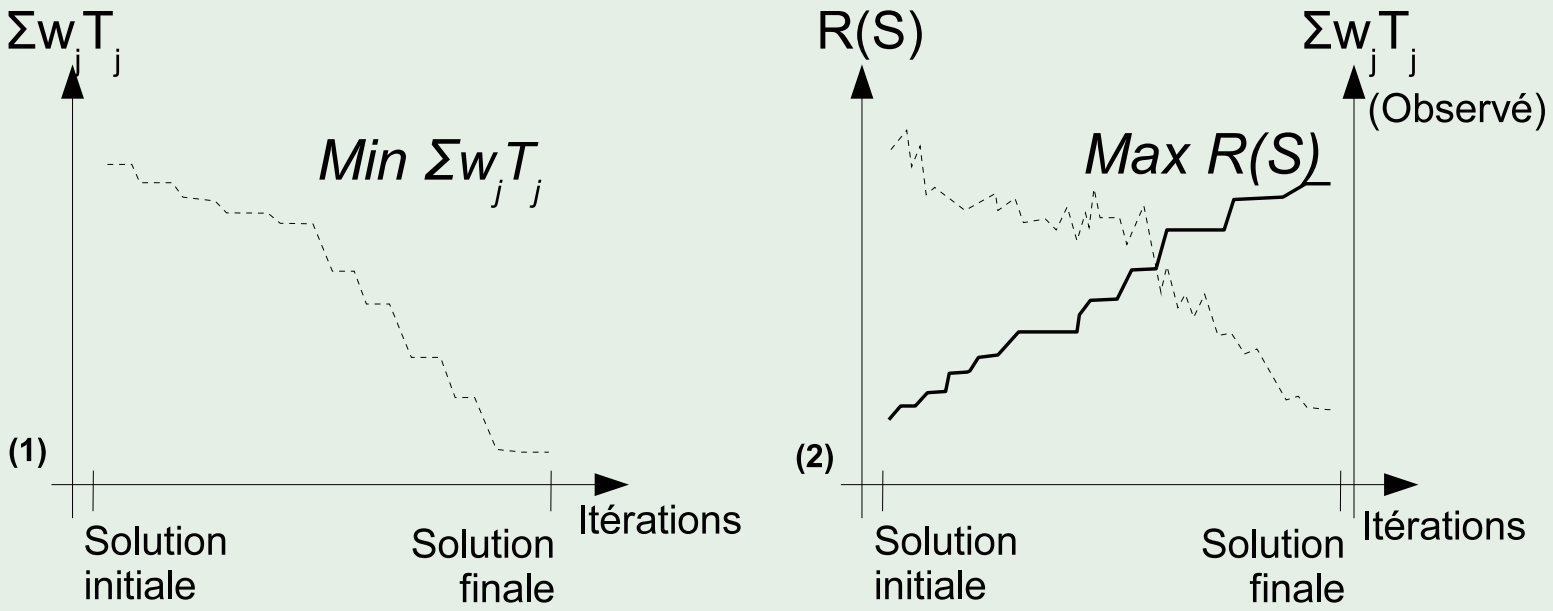
- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min}$ → plage,
- $\sum w_j T_j^{max}$ → minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*



Solution → fuzzification

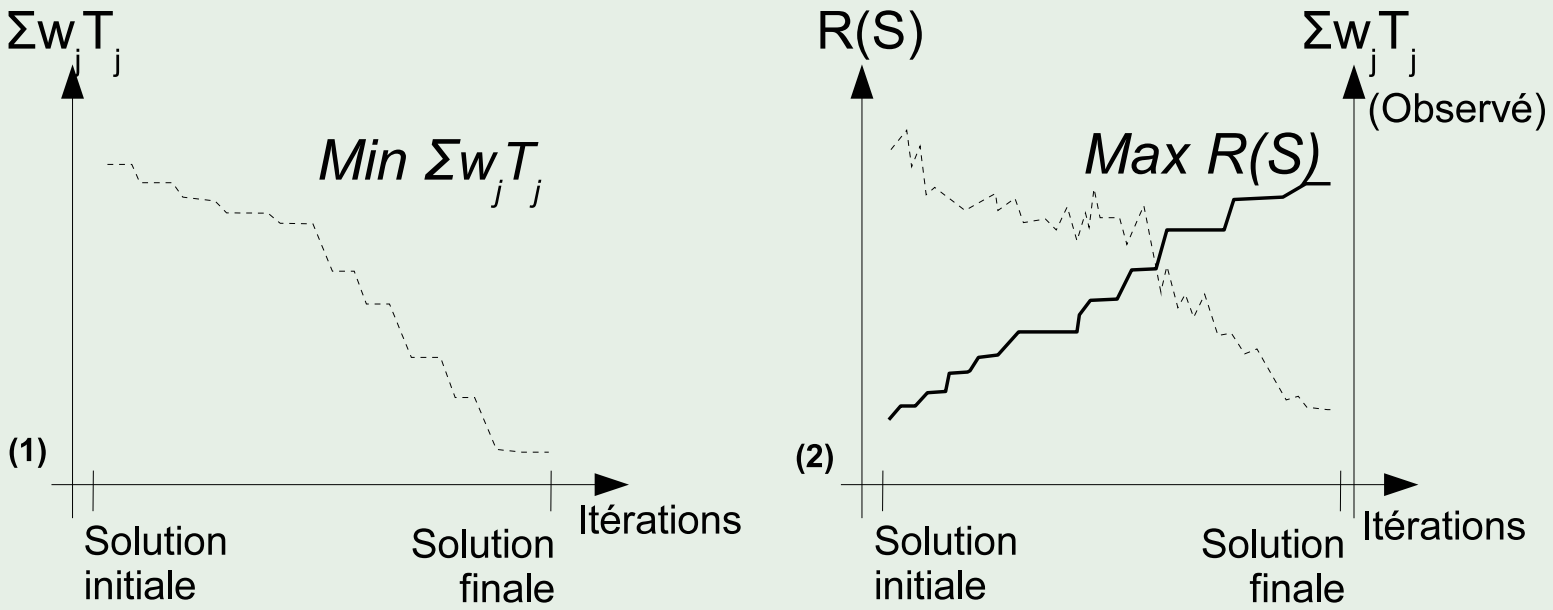
- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min}$ → plage,
- $\sum w_j T_j^{max}$ → minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*



Solution → fuzzification

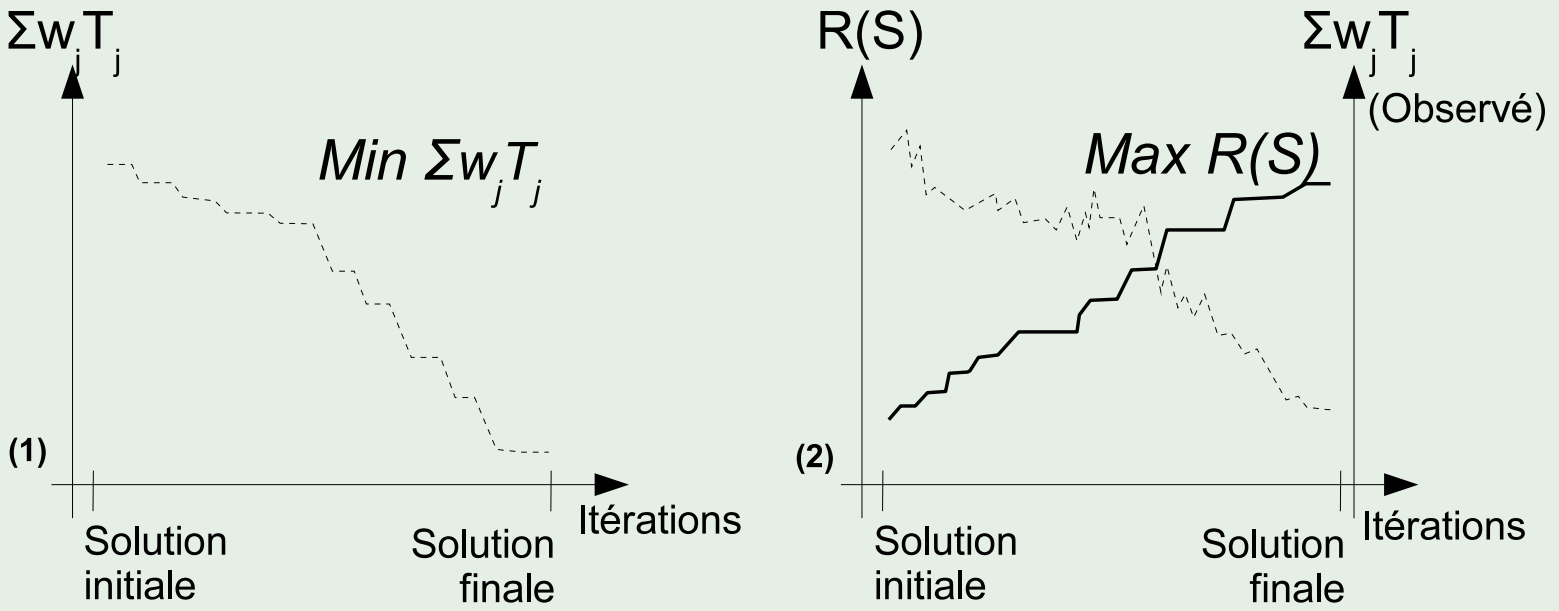
- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min}$ → plage,
- $\sum w_j T_j^{max}$ → minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*



Solution → fuzzification

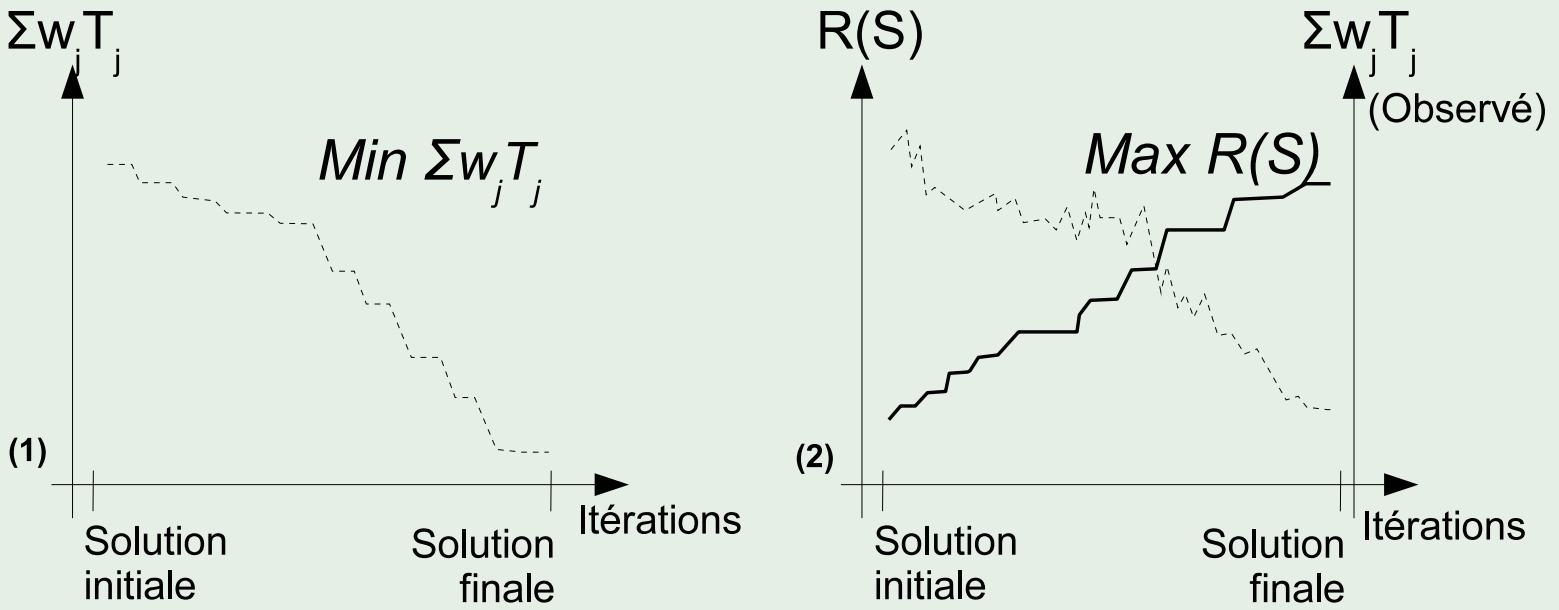
- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min}$ → plage,
- $\sum w_j T_j^{max}$ → minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Validation de l'approche

Protocole de test : approche mono-critère

Comparatif : Min $\sum w_j T_j$ // Max *R(S)*



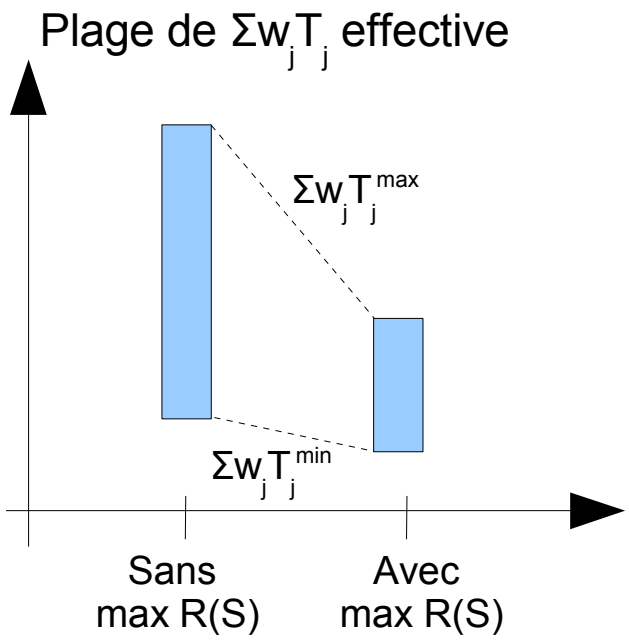
Solution → fuzzification

- $\sum w_j T_j^{min}$
- $\sum w_j T_j^{max}$
- $\sum w_j T_j^{max} - \sum w_j T_j^{min}$ → plage,
- $\sum w_j T_j^{max}$ → minimisation $\sum w_j T_j$.

Proposition

Résultats

m	n	Critère	Contexte incertain Plage	$\sum w_j T_j{}^{max}$
2	30	$\sum w_j T_j$	1863	2131
		$R(S)$	**729**	**729**
	50	$\sum w_j T_j$	5701	6972
		$R(S)$	**2318**	**2318**
5	50	$\sum w_j T_j$	1541	2115
		$R(S)$	**299**	**299**
	100	$\sum w_j T_j$	8049	11012
		$R(S)$	**6122**	**7240**



150 tâches sur 8 ressources

- Réduction de 60% de la plage de la $\sum w_j T_j$
- Réduction de 74% de $\sum w_j T_j^{max}$

Proposition

Approche multi-critère

Un ordonnancement *S* et *R(S)* sa robustesse par rapport à $\sum w_j T_j$.

$\rightarrow$ Fonction objectif correspondante : *max R(S)*.

Les différents critères

- L'équilibrage de la charge,
- Le nombre de modifications de l'ordonnancement courant,
- Le nombre de tâches en retards,
- La robustesse de l'ordonnancement.

Les fonctions objectifs

- $\min \sigma = \min \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (CP_i - \overline{CP}_i)^2}$,
- $\min \sum_{j=1}^{n} \mathrm{mod}_j$,
- $\min \sum_{j=1}^{n} U_j$,
- $\max R(S)$.

Proposition

Approche multi-critère

Un ordonnancement *S* et *R(S)* sa robustesse par rapport à $\sum w_j T_j$.

$\rightarrow$ Fonction objectif correspondante : *max R(S)*.

Les différents critères

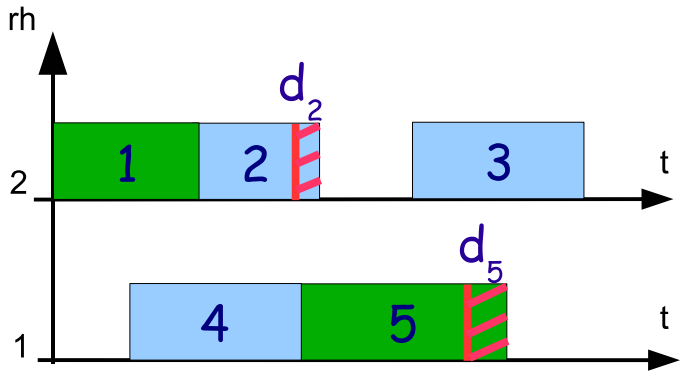
- L'équilibrage de la charge,
- Le nombre de modifications de l'ordonnancement courant,
- Le nombre de tâches en retards,
- La robustesse de l'ordonnancement.

Les fonctions objectifs

- $\min \sigma = \min \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (CP_i - \overline{CP}_i)^2}$,
- $\min \sum_{j=1}^{n} \mathrm{mod}_j$,
- $\min \sum_{j=1}^{n} U_j$,
- $\max R(S)$.

Proposition

Approche multi-critère



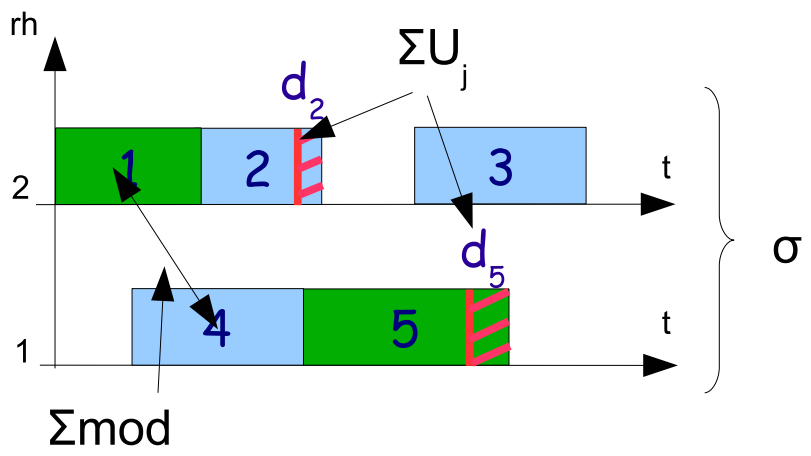
- Évaluation suivant 3 critères
- Fuzzification
- Évaluation de la robustesse

Protocole de validation

- Insertions successives de tâches,
- Horizon figé,
- Conservation de la solution qui maximise R(S).

Proposition

Approche multi-critère



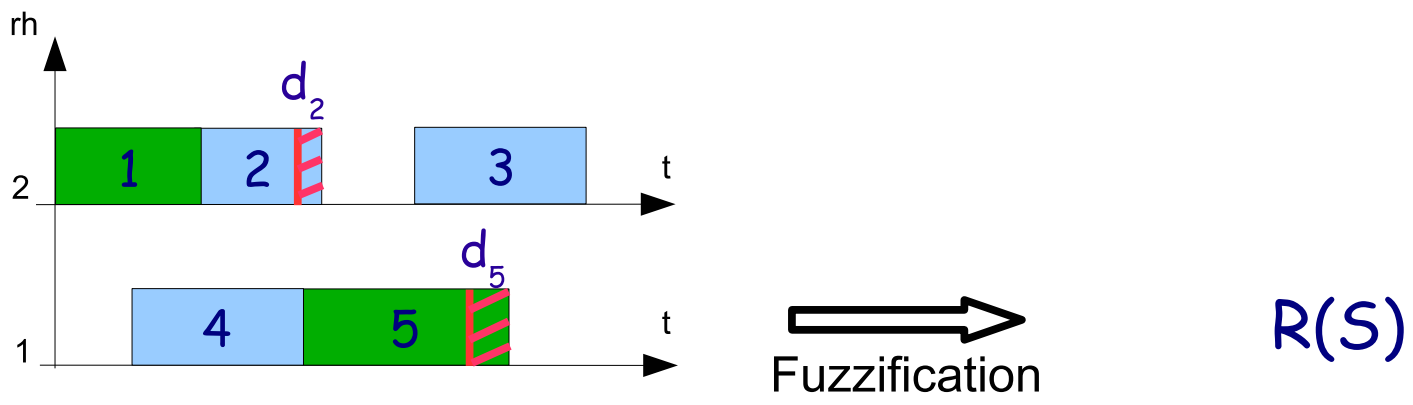
- Évaluation suivant 3 critères
- Fuzzification
- Évaluation de la robustesse

Protocole de validation

- Insertions successives de tâches,
- Horizon figé,
- Conservation de la solution qui maximise R(S).

Proposition

Approche multi-critère



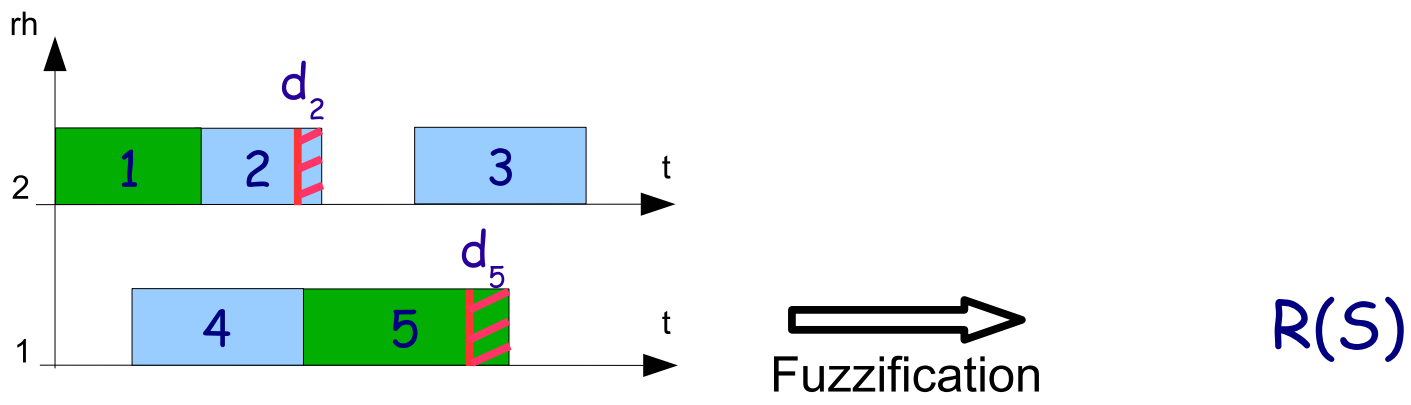
- Évaluation suivant 3 critères
- Fuzzification
- Évaluation de la robustesse

Protocole de validation

- Insertions successives de tâches,
- Horizon figé,
- Conservation de la solution qui maximise R(S).

Proposition

Approche multi-critère



- Évaluation suivant 3 critères
- Fuzzification
- Évaluation de la robustesse

Protocole de validation

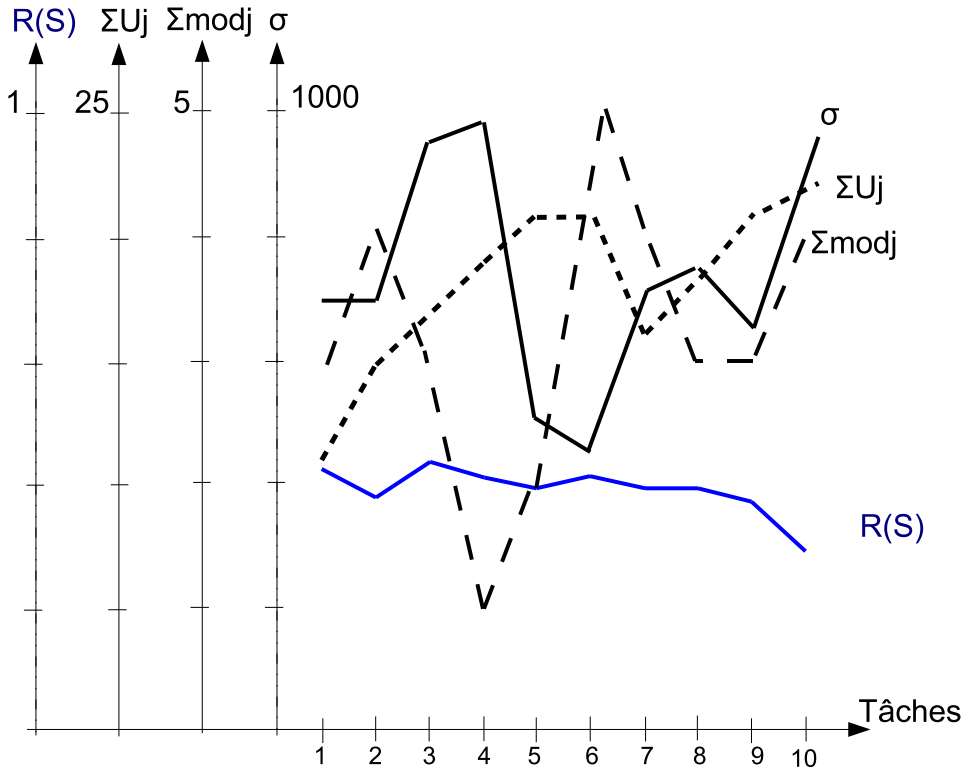
- Insertions successives de tâches,
- Horizon figé,
- Conservation de la solution qui maximise R(S).

Proposition

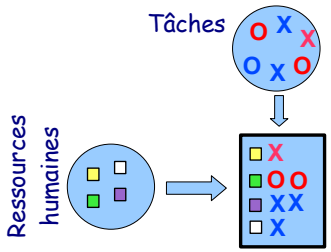
Résultats

Insertion de 10 tâches

- Exemple : 50 tâches sur 5 ressources,
- Observation de la meilleure évaluation suivant chaque critère,
- Augmentation de la charge → augmentation de la sensibilité.



Conclusions



Un problème d'affectation et d'ordonnancement

Ordonnancement et affectation mono-critère

- Ordonnancement dynamique : $\sum w_j T_j$,
  $\longrightarrow$ Insertion & ré-ordonnancement partiel.

Ordonnancement dynamique et multi-critère

- Ordonnancement dynamique / 4 critères : ensemble de solutions
- Adaptation de la méthode du kangourou.

Ordonnancement en contexte incertain

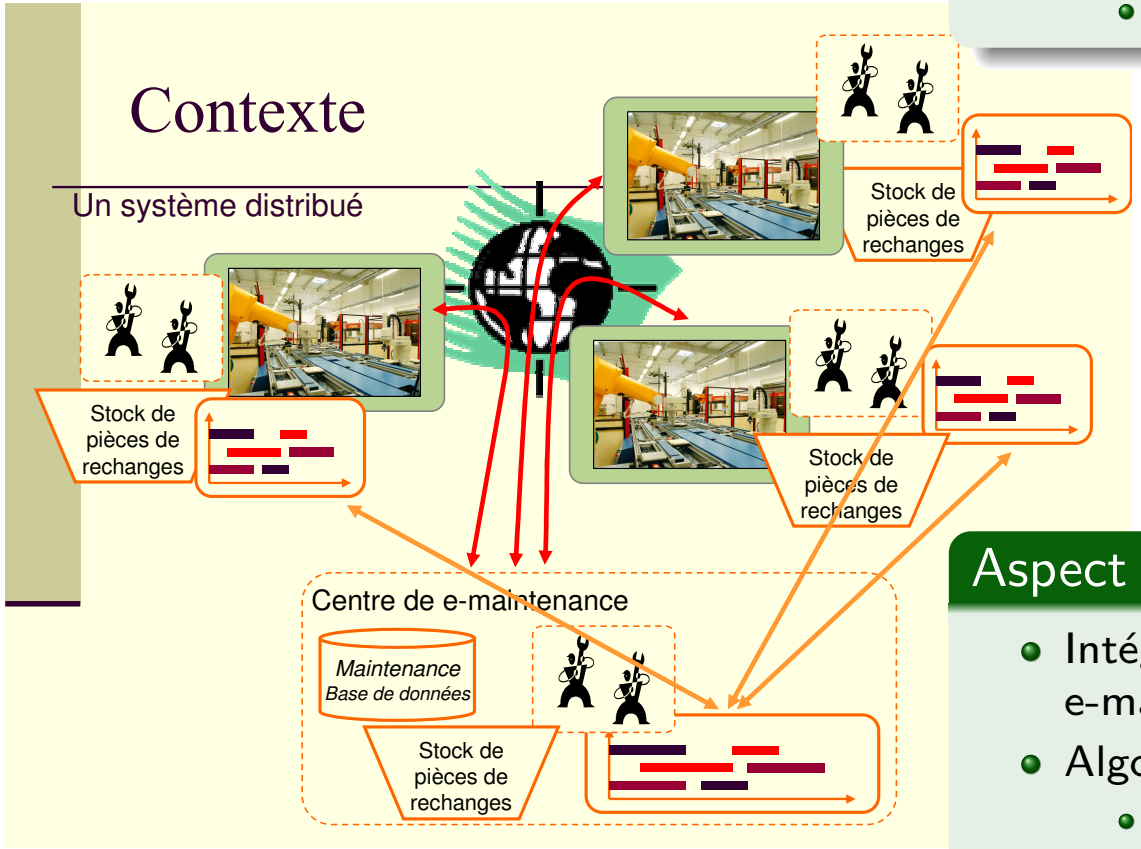
- Proposition d'évaluation de la robustesse : logique floue
- Intégration d'un critère de robustesse dans une approche multi-critère.

Perspectives

Compléments sur les ressources

- Humaines : nombre de ressources / tâches,
  - Tâches impossibles suivant le nombre de ressources,
  - Rapidité de traitement : fonction du nombre de ressources,
- Matérielles : outillages et pièces de rechange.
  - Délais d'approvisionnement (fournisseur), rupture de stock,
  - Occupation d'outillage spécifique et non déplaçable.

Perspectives



Aspect distribué

- Lieux d'interventions différents,
- Localisation des ressources,
  - Déplacement,
  - Approvisionnement.

Aspect coopératif

- Intégration dans un contexte de e-maintenance,
- Algorithme distribué,
  - Niveau de charge,
  - Échange de ressources.

Contribution à l'ordonnancement des activités de maintenance sous contrainte de compétences
Une approche dynamique, proactive et multi-critère

François Marmier

Laboratoire d'Automatique de Besançon
UMR CNRS 6596 - ENSMM - UFC
25000 Besançon, France

12 décembre 2007

Travaux réalisés sous la direction de :

- Christophe Varnier
- Noureddine Zerhouni