

Approches bornées pour la commande des drones

Ahmad HABLY

ahmad.hably@inpg.fr

sous la direction de

Nicolas MARCHAND - Mazen ALAMIR

Département d'automatique, **gipsa**-lab

Grenoble, France



05 Décembre 2007



Attitude

Position



Attitude

Position

Cahier des charges

- ❖ **Prise en compte de contraintes sur**
 - **les actionneurs**
Bornée
 - **Système embarqué**
Simple
Coût de calcul réduit
- ❖ **Stabilité globale**
- ❖ **Convergence rapide**



Attitude

Outil méthodologique

Position

Chaîne d'intégrateur

Automatica'05
TAC'07



ICRA'07

Attitude

Outil méthodologique

Position

Chaîne d'intégrateur

Automatica'05
TAC'07



ICRA'07

Attitude

Outil méthodologique

Chaîne d'intégrateur

Automatica'05
TAC'07

Position

Projection
dans un plan

PVTOL
avec gravité



ICRA'07

Attitude

Outil méthodologique

Chaîne d'intégrateur

Automatica'05
TAC'07

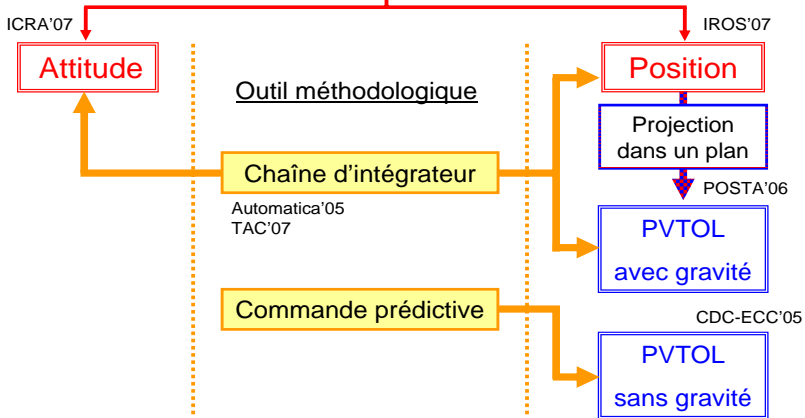
IROS'07

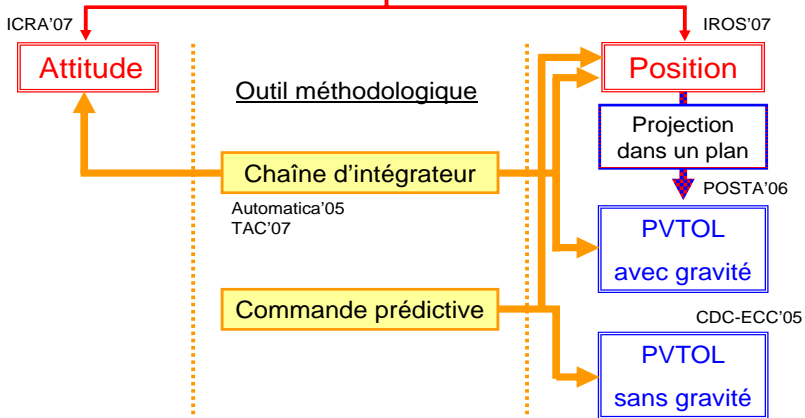
Position

Projection
dans un plan

POSTA'06

PVTOL
avec gravité





Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

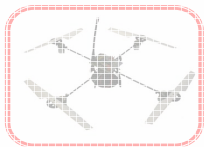
- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs



Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

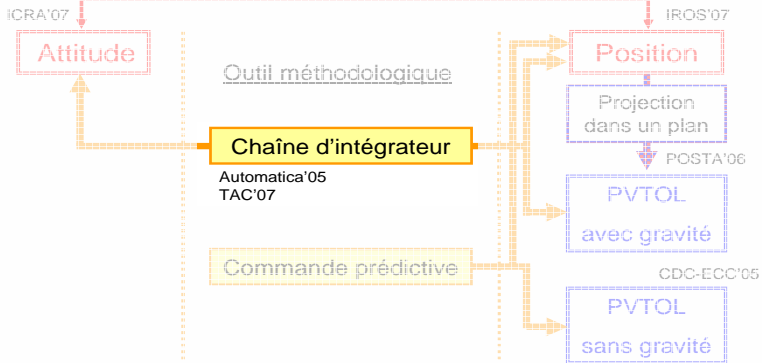
Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

$$\text{Système ANCBC} \begin{cases} \dot{z} &= \Delta z + \Theta x + \Omega u \\ \dot{x} &= Ax + Bu \end{cases}$$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

$$\text{Système ANCBC} \begin{cases} \dot{z} &= \Delta z + \Theta x + \Omega u \\ \dot{x} &= Ax + Bu \end{cases}$$

- Une partie asymptotiquement stable : $Re(eig\Delta) < 0$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

$$\text{Système ANCBC} \begin{cases} \dot{z} = \Delta z + \Theta x + \Omega u \\ \dot{x} = Ax + Bu \end{cases}$$

- Une partie asymptotiquement stable : $Re(eig\Delta) < 0$
- Une partie simplement stable : $Re(eigA) = 0$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

$$\text{Système ANCBC} \begin{cases} \dot{z} &= \Delta z + \Theta x + \Omega u \\ \dot{x} &= Ax + Bu \end{cases}$$

- Une partie asymptotiquement stable : $Re(eig\Delta) < 0$
- Une partie simplement stable : $Re(eigA) = 0$
 - Pôles strictement complexes
 - Pôles nuls : chaîne d'intégrateurs

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Système ANCBC

Asymptotically Null Controllable with Bounded Control (ANCBC)

Un système est dit contrôlable en zéro au moyen d'une commande bornée si et seulement si la matrice du système ne comporte pas de valeurs propres strictement positives.

$$\text{Système ANCBC} \begin{cases} \dot{z} = \Delta z + \Theta x + \Omega u \\ \dot{x} = Ax + Bu \end{cases}$$

- Une partie asymptotiquement stable : $Re(eig\Delta) < 0$
- Une partie simplement stable : $Re(eigA) = 0$
 - Pôles strictement complexes
 - Pôles nuls : chaîne d'intégrateurs

La stabilisation de x garantit la stabilisation du système ANCBC

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Une chaîne d'intégrateurs ($x \in \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathbb{R}$)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Une chaîne d'intégrateurs ($x \in \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathbb{R}$)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Problématique

Stabiliser le système au moyen de la commande bornée u

$$-\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Commande petit gain

$$u = -\text{sat}(kB^T P(\varepsilon)x)$$

$P(\varepsilon)$: solution de l'équation de Riccati

ε : paramètre de régulation

- ✓ **Bonne convergence**
- ✗ **Coût de calcul : optimiser ε**
- ✗ **Commande discontinue**

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Commande petit gain

$$u = -\text{sat}(kB^T P(\varepsilon)x)$$

$P(\varepsilon)$: solution de l'équation de Riccati

ε : paramètre de régulation

- ✓ **Bonne convergence**
- ✗ **Coût de calcul : optimiser ε**
- ✗ **Commande discontinue**

Commande non linéaire

- ✓ **Simplicité**
- ✗ **Faible performance ($n > 3$)**

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Commande petit gain

$$u = -\text{sat}(kB^T P(\varepsilon)x)$$

$P(\varepsilon)$: solution de l'équation de Riccati

ε : paramètre de régulation

- ✓ **Bonne convergence**
- ✗ **Coût de calcul : optimiser ε**
- ✗ **Commande discontinue**

Commande non linéaire

- ✓ **Simplicité**
- ✗ **Faible performance ($n > 3$)**

Commande anti-windup

- ✓ **Mise en oeuvre facile**
- ✗ **Stabilité délicate**

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirrotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Commande petit gain

$$u = -\text{sat}(kBT P(\varepsilon)x)$$

$P(\varepsilon)$: solution de l'équation de Riccati

ε : paramètre de régulation

- ✓ **Bonne convergence**
- ✗ **Coût de calcul : optimiser ε**
- ✗ **Commande discontinue**

Commande non linéaire

- ✓ **Simplicité**
- ✗ **Faible performance ($n > 3$)**

Commande anti-windup

- ✓ **Mise en oeuvre facile**
- ✗ **Stabilité délicate**

Commande des systèmes "feedforward"

- ✓ **Lois de commandes très variées**

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

État de l'art

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Commande optimale

- $J = \int_{t_0}^{t_f} dt$
- $J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

- ✓ **Convergence rapide**
- ✗ **complexité de calcul**

Commande petit gain

$$u = -\text{sat}(kB^T P(\varepsilon)x)$$

$P(\varepsilon)$: solution de l'équation de Riccati

ε : paramètre de régulation

- ✓ **Bonne convergence**
- ✗ **Coût de calcul : optimiser ε**
- ✗ **Commande discontinue**

Commande non linéaire

- ✓ **Simplicité**
- ✗ **Faible performance ($n > 3$)**

Commande anti-windup

- ✓ **Mise en oeuvre facile**
- ✗ **Stabilité délicate**

Commande des systèmes "feedforward"

- ✓ **Lois de commandes très variées**

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

**Approches
non-linéaires**

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

**Approches
non-linéaires**

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Théorème de [Teel 92]

La commande bornée u basée sur une série de saturations emboîtées :

$$u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec :

$$-M_n \leq u \leq M_n, \quad M_i < \frac{1}{2}M_{i+1} \quad \text{et} \quad y_{n-i} = \sum_{j=0}^i \frac{i!}{j!(i-j)!} x_{n-j}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$\bullet u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))))) \end{aligned}$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin \left[-\frac{M_n}{2}, \frac{M_n}{2}\right]$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin \left[-\frac{M_n}{2}, \frac{M_n}{2}\right]$
 - ④ En imposant $M_n > 2M_{n-1} \longrightarrow y_n > \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots)$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin \left[-\frac{M_n}{2}, \frac{M_n}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_n > 2M_{n-1} \rightarrow y_n > \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots)$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin \left[-\frac{M_n}{2}, \frac{M_n}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_n > 2M_{n-1} \rightarrow y_n > \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots)$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in \left[-\frac{M_n}{2}, \frac{M_n}{2}\right]$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin]\frac{-M_n}{2}, \frac{M_n}{2}[$
 - 1 En imposant $M_n > 2M_{n-1} \rightarrow y_n > \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots)$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]\frac{-M_n}{2}, \frac{M_n}{2}[$ et y reste
 - 4 $y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots) < M_n$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))))) \end{aligned}$$

- Si $y_n \notin]\frac{-M_n}{2}, \frac{M_n}{2}[$
 - 1 En imposant $M_n > 2M_{n-1} \rightarrow y_n > \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots)$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]\frac{-M_n}{2}, \frac{M_n}{2}[$ et y reste
 - 4 $y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(\dots) < M_n$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$
 - ① En imposant $M_{n-1} > 2M_{n-2} \rightarrow y_{n-1} > \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots)$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_{n-1} > 2M_{n-2} \rightarrow y_{n-1} > \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots)$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_{n-1} > 2M_{n-2} \rightarrow y_{n-1} > \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots)$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_{n-1} \in \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_{n-1} > 2M_{n-2} \rightarrow y_{n-1} > \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots)$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_{n-1} \in \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$ [et y reste]
 - 4 $y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots) < M_{n-1}$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - y_{n-1} - (\text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= y_n + u \\ &= -\text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1)))) \end{aligned}$$

- Si $y_{n-1} \notin \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$
 - 1 En imposant $M_{n-1} > 2M_{n-2} \rightarrow y_{n-1} > \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots)$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_{n-1} \in \left[-\frac{M_{n-1}}{2}, \frac{M_{n-1}}{2}\right]$ [et y reste]
 - 4 $y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(\dots) < M_{n-1}$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

**Approches
non-linéaires**

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - y_{n-1} - (\text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$
- ...

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - y_{n-1} - (\text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$
- ...
- $u = -y_n - y_{n-1} - y_{n-2} - \dots - y_2 - y_1$

Résultat : Le système est **globalement asymptotiquement stable en boucle fermée**

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - y_{n-1} - (\text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$
- ...
- $u = -y_n - y_{n-1} - y_{n-2} - \dots - y_2 - y_1$

Améliorations

- Placement de pôles en B.F. [Johnson et Kannan 03]
- Saturations variables [Marchand 03]

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Teel 92] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\text{sat}_{M_n}(y_n + \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - \text{sat}_{M_{n-1}}(y_{n-1} + \text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))))$
- $u = -y_n - y_{n-1} - (\text{sat}_{M_{n-2}}(y_{n-2} + \dots + \text{sat}_{M_2}(y_2 + \text{sat}_{M_1}(y_1))))$
- ...
- $u = -y_n - y_{n-1} - y_{n-2} - \dots - y_2 - y_1$

Améliorations

- Placement de pôles en B.F. [Johnson et Kannan 03]
- Saturations variables [Marchand 03]

Extensions

- Avec retard [Mazenc et al. 03]
- Au temps discret [Lozano et al. 06]

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

**Approches
non-linéaires**

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Théorème de [Sussmann et al. 94]

La commande bornée u basée sur des sommes de saturations :

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec :

$$- \sum_{i=1}^n \varepsilon^i \leq u \leq \sum_{i=1}^n \varepsilon^i, \quad 0 < \varepsilon \leq \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad y_i = \sum_i^n \varepsilon^{n-i} x_i$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_n \notin]-1, 1[$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_n \notin]-1, 1[$

- ① En imposant $\varepsilon > \varepsilon^2 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon \text{sat}_1(y_n) > \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_n \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon > \varepsilon^2 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon \text{sat}_1(y_n) > \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_n \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon > \varepsilon^2 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon \text{sat}_1(y_n) > \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]-1, 1[$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= u \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_n \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon > \varepsilon^2 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon \text{sat}_1(y_n) > \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_n ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]-1, 1[$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_{n-1} \notin]-1, 1[$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_{n-1} \notin]-1, 1[$
 - ① En imposant $\varepsilon^2 > \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) > \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_{n-1} \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon^2 > \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) > \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_{n-1} \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon^2 > \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) > \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]-1, 1[$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 y_{n-1} - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n-1} &= \varepsilon y_n + u \\ &= -\varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

- $y_{n-1} \notin]-1, 1[$
 - 1 En imposant $\varepsilon^2 > \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^n \rightarrow \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) > \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-1}) + \dots$
 - 2 u et y_{n-1} ont un signe opposé
 - 3 En temps fini $y_n \in]-1, 1[$ et y reste

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 y_{n-1} - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- ...

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Approche non-linéaire de [Sussmann et al. 94] : Preuve

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{n-2} \\ \dot{y}_{n-1} \\ \dot{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon^{n-2} & \dots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- $u = -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 y_{n-1} - \varepsilon^3 \text{sat}_1(y_{n-2}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)$
- ...
- $u = -\varepsilon y_n - \varepsilon^2 y_{n-1} - \varepsilon^3 y_{n-2} - \dots - \varepsilon^{n-2} y_2 - \varepsilon^n y_1$

Résultat : Le système est **globalement asymptotiquement stable en boucle fermée**

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Convergence de $\|x(t)\|$ pour $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$ et $\bar{u} = 1$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

**Approches
non-linéaires**

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

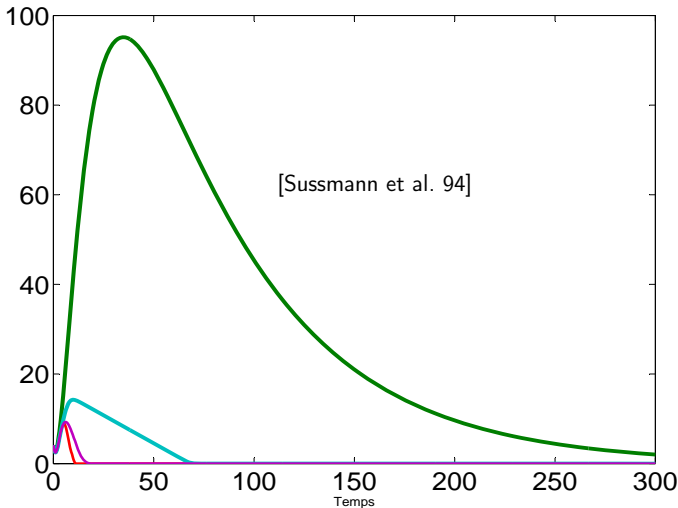
Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Zoom sur convergence $\|x(t)\|$ pour $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$ et $\bar{u} = 1$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

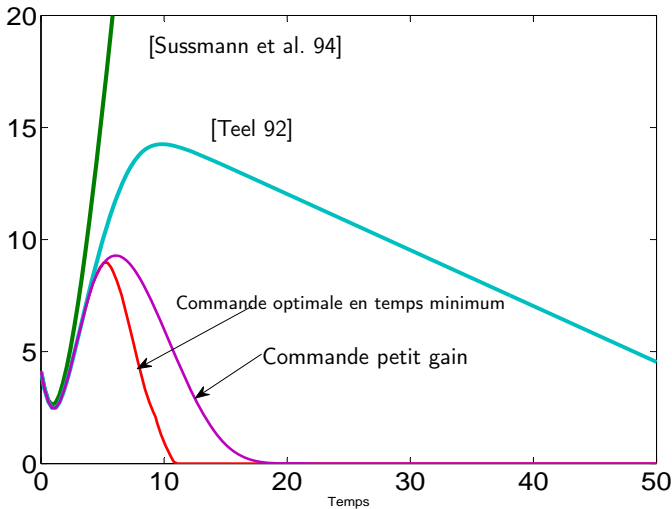
Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Étude comparative

[Rao et Bernstein 01] pour $n = 2$ et [Marchand et Hably 05] pour $n = 3$

<i>Commande</i>	Convergence	Erreurs	Retard	Temps Réel
Optimale en temps minimum	+	-	-	-
Petit gain	+	-	-	-
Sussmann et al. 94	-	+	+	+
Teel 92	+	+	+	+

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Étude comparative

[Rao et Bernstein 01] pour $n = 2$ et [Marchand et Hably 05] pour $n = 3$

Commande	Convergence	Erreurs	Retard	Temps Réel
Optimale en temps minimum	+	-	-	-
Petit gain	+	-	-	-
Sussmann et al. 94	-	+	+	+
Teel 92	+	+	+	+

Avantages supplémentaires pour Sussmann et al. 94

- Résultat généralisable aux systèmes linéaires ANCBC généraux (pas uniquement chaîne d'intégrateurs)
- Preuve de stabilité relativement plus simple

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- **Améliorations**
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

La commande

$$\begin{aligned}u &= -\sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i) \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)\end{aligned}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

La commande

$$\begin{aligned} u &= - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i) \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1) \end{aligned}$$

Degré de liberté d'amélioration

? Le choix de ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

La commande

$$\begin{aligned}u &= -\sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i) \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)\end{aligned}$$

Degré de liberté d'amélioration

- ? Le choix de ε
- ? Le niveau de saturation de sat_1

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

La commande

$$\begin{aligned}u &= -\sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i) \\ &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)\end{aligned}$$

Degré de liberté d'amélioration

- ? Le choix de ε
- ? Le niveau de saturation de sat_1
- ? Placement de pôles en boucle fermée y_i

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires

Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

La commande

$$\begin{aligned}
 u &= - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i) \\
 &= -\varepsilon \text{sat}_1(y_n) - \varepsilon^2 \text{sat}_1(y_{n-1}) - \dots - \varepsilon^n \text{sat}_1(y_1)
 \end{aligned}$$

Degré de liberté d'amélioration

- Le choix de ε
- Le niveau de saturation de sat_1
- ? Placement de pôles en boucle fermée y_i

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires

Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Théorème 1

Automatica 05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs
d'ordre n avec $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$ pour

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Théorème 1

Automatica 05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$ pour

- $\bar{\varepsilon}$ solution unique dans $]0, 1[$ de $\varepsilon^{n+1} - 2\varepsilon^2 + \varepsilon = 0$ si $n > 2$

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Théorème 1

Automatica 05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$ pour

- $\bar{\varepsilon}$ solution unique dans $]0, 1[$ de $\varepsilon^{n+1} - 2\varepsilon^2 + \varepsilon = 0$ si $n > 2$
- $\bar{\varepsilon} = 1$ si $n = 2$

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Théorème 1

Automatica 05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$ pour

- $\bar{\varepsilon}$ solution unique dans $]0, 1[$ de $\varepsilon^{n+1} - 2\varepsilon^2 + \varepsilon = 0$ si $n > 2$
- $\bar{\varepsilon} = 1$ si $n = 2$
- $\bar{\varepsilon} > 0$ si $n = 1$

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Observation

La vitesse de convergence augmente avec la valeur de ε

Théorème 1

Automatica 05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$ pour

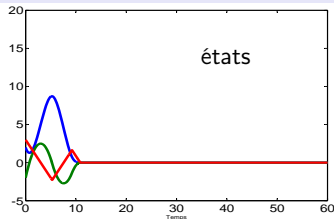
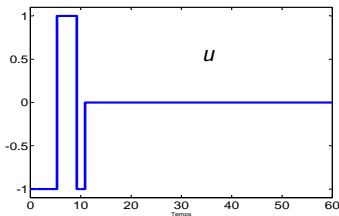
- $\bar{\varepsilon}$ solution unique dans $]0, 1[$ de $\varepsilon^{n+1} - 2\varepsilon^2 + \varepsilon = 0$ si $n > 2$
- $\bar{\varepsilon} = 1$ si $n = 2$
- $\bar{\varepsilon} > 0$ si $n = 1$

Remarque : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\varepsilon} = 0.5$

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε : $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Commande optimale en temps minimum



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

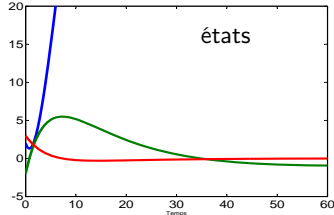
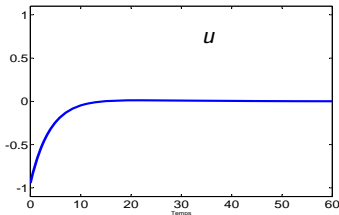
Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

[Sussmann et al. 94] : saturation fixes avec $\varepsilon = 0.25$



Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

1 - Adaptation du choix du paramètre ε : $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires

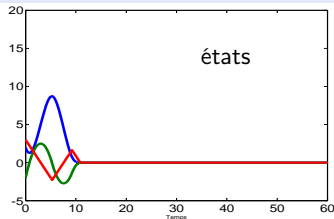
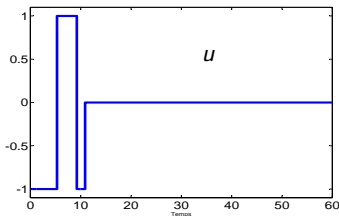
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

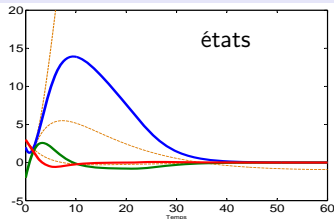
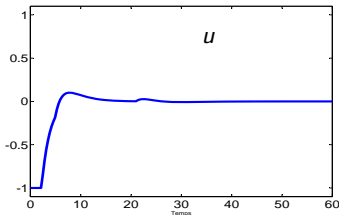
État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 1 : saturation fixes avec $\varepsilon = 0.618$



Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Si $y_1 \neq 0$ et $y_2 = 0$

- [Sussmann et al. 94] : $M_1 = M_2 = 1$ et $\varepsilon \leq 0.25$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires

Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Si $y_1 \neq 0$ et $y_2 = 0$

- [Sussmann et al. 94] : $M_1 = M_2 = 1$ et $\varepsilon \leq 0.25$
 ✗ La valeur maximale de u est $\varepsilon^2 \leq 0.0625$ alors que $\bar{u} \leq 0.3125$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Si $y_1 \neq 0$ et $y_2 = 0$

- [Sussmann et al. 94] : $M_1 = M_2 = 1$ et $\varepsilon \leq 0.25$
- ✗ La valeur maximale de u est $\varepsilon^2 \leq 0.0625$ alors que $\bar{u} \leq 0.3125$

Donc **80% perte**

Plus n est grand, plus le problème se pose

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Si $y_1 \neq 0$ et $y_2 = 0$

- [Sussmann et al. 94] : $M_1 = M_2 = 1$ et $\varepsilon \leq 0.25$
 ✗ La valeur maximale de u est $\varepsilon^2 \leq 0.0625$ alors que $\bar{u} \leq 0.3125$

Donc **80% perte**

Plus n est grand, plus le problème se pose

- **Solution** : Saturation variables

$$\begin{cases} M_2 = 1 \\ M_1 = 1 + \frac{1}{\varepsilon}[M_2 - |\text{sat}_{M_2}(y_2)|] \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation (1/2)

Exemple : Double intégrateur

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \varepsilon y_2 + u \\ \dot{y}_2 = u \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = -\varepsilon \text{sat}_{M_2}(y_2) - \varepsilon^2 \text{sat}_{M_1}(y_1) \\ \bar{u} = \varepsilon + \varepsilon^2 \end{cases}$$

Si $y_1 \neq 0$ et $y_2 = 0$

- [Sussmann et al. 94] : $M_1 = M_2 = 1$ et $\varepsilon \leq 0.25$
 ✗ La valeur maximale de u est $\varepsilon^2 \leq 0.0625$ alors que $\bar{u} \leq 0.3125$

Donc **80% perte**

Plus n est grand, plus le problème se pose

- **Solution** : Saturation variables

$$\begin{cases} M_2 = 1 \\ M_1 = 1 + \frac{1}{\varepsilon}[M_2 - |\text{sat}_{M_2}(y_2)|] \end{cases}$$

✓ la valeur maximale de u est $\varepsilon^2 + \varepsilon = \bar{u}$

Théorème 2 : saturation variables

Automatica'05

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_{M_i}(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n avec

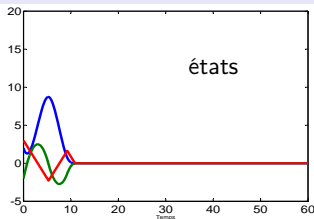
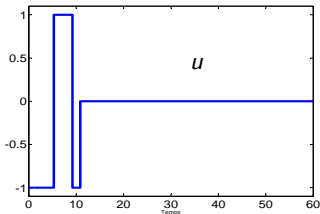
- ε comme Théorème 1
- M_j niveaux de saturation variables pour $j = 1, \dots, n-1$

$$\begin{cases} M_n &= 1 \\ M_j &= 1 + \frac{1}{\varepsilon} [M_{j+1} - |\text{sat}_{M_{j+1}}(y_{j+1})|] \end{cases}$$

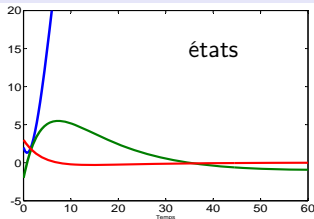
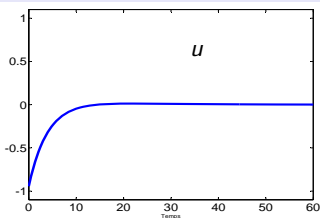
Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation : $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Commande optimale en temps minimum



[Sussmann et al. 94] : saturation fixes avec $\varepsilon = 0.25$



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation : $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

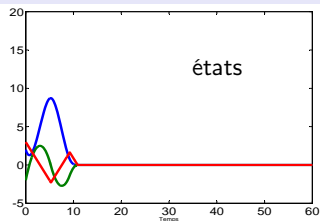
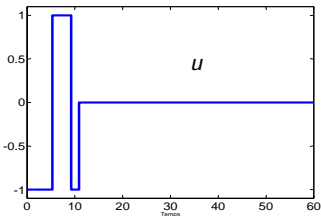
Attitude

Dans le plan

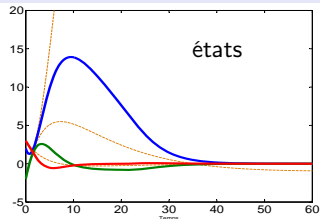
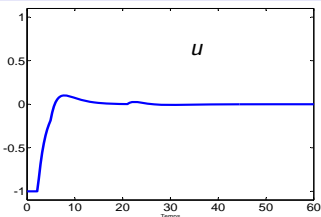
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 1 : saturations fixes avec $\varepsilon = 0.618$



Amélioration de l'approche de [Sussmann et al. 94]

2 - Adaptation dynamique de saturation : $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

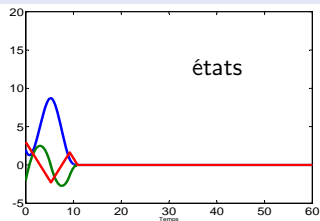
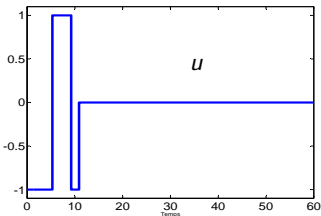
Attitude

Dans le plan

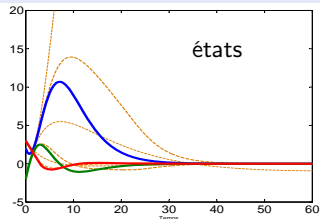
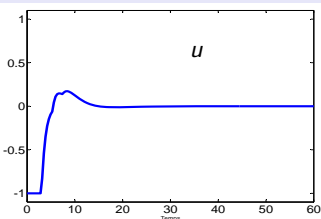
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 2 : saturations variables avec $\varepsilon = 0.618$



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations

**En temps
discret**

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- **Extension au temps discret**

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Extension au cas temps discret

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Chaîne d'intégrateurs en temps discret $x \in \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathbb{R}$

$$x^+ = A^d x + B^d u \quad \text{avec} \quad -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}$$

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Théorème 3 : saturation variables en temps discret

IEEE TAC'07

La commande

$$u = - \sum_{i=1}^n \theta_i \text{sat}_{M_i}(y_i)$$

stabilise globalement asymptotiquement la chaîne d'intégrateurs d'ordre n en temps discret avec

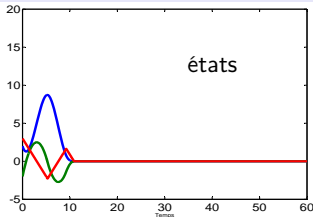
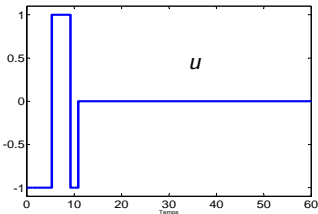
- $y = P_{\Theta} x$: changement de coordonnées linéaire
- $0 < \sum_{i=1}^{k-1} \theta_i < \theta_k < 1$ pour $k \in \{2, \dots, n\}$
- $\alpha_j \in [0, 1]$ pour $j = 1, \dots, n-1$

$$\begin{cases} M_n &= 1 \\ M_j &= 1 + \alpha_j \frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} [M_{j+1} - |\text{sat}_{M_{j+1}}(y_{j+1})|] \end{cases}$$

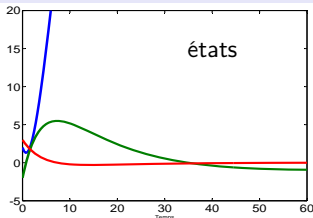
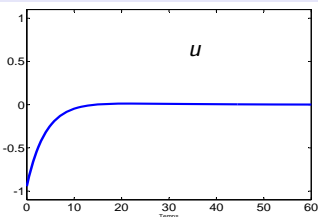
Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Extension au cas temps discret pour $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Commande optimale en temps minimum



[Sussmann et al. 94] : saturation fixes avec $\varepsilon = 0.25$



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Extension au cas temps discret pour $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

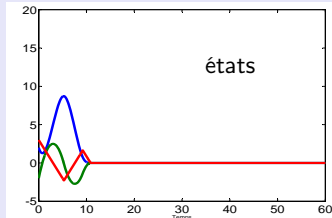
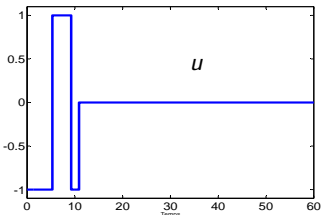
Attitude

Dans le plan

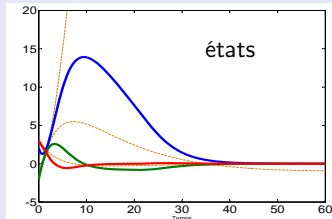
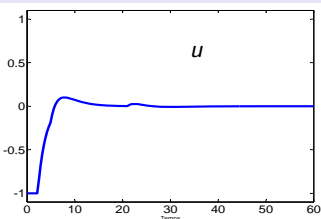
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 1 : saturation fixes avec $\varepsilon = 0.618$



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Extension au cas temps discret pour $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

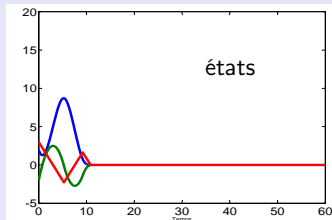
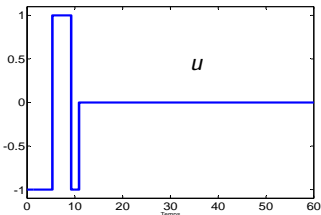
Attitude

Dans le plan

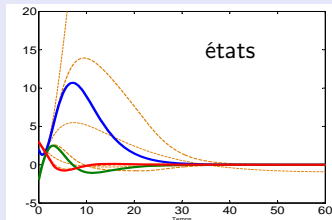
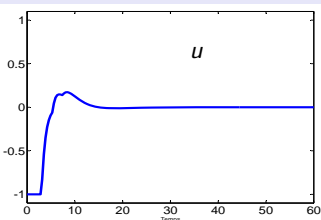
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 2 : saturations variables avec $\varepsilon = 0.618$



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Extension au cas temps discret pour $n = 3$, $\bar{u} = 1$ et $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

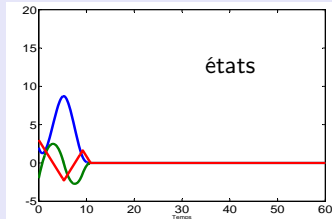
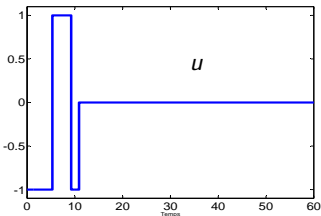
Attitude

Dans le plan

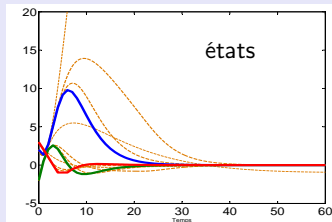
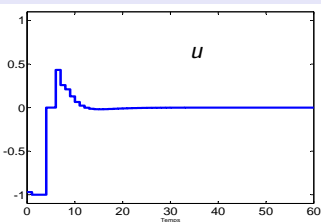
Dans l'espace

Conclusions

Commande optimale en temps minimum



Théorème 3 : saturations variables en temps discret avec $\theta_i = 0.618^{n-i+1}$



Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Convergence de $\|x(t)\|$ pour $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$ et $\bar{u} = 1$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

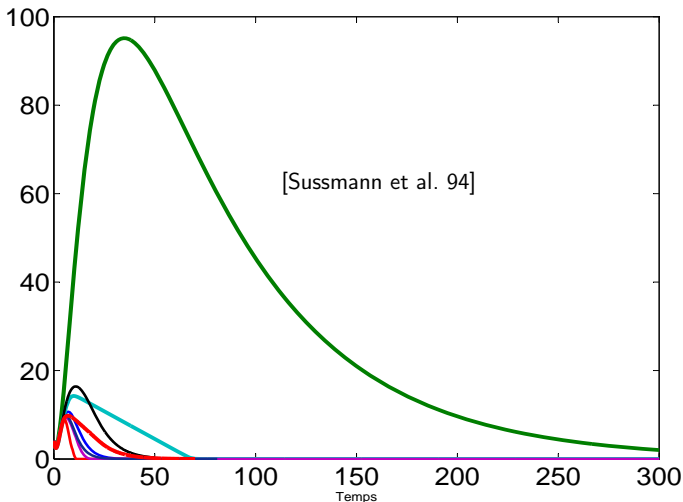
Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



□

Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

Zoom sur Convergence $\|x(t)\|$ pour $x_0 = (2 \ -2 \ 3)^T$ et $\bar{u} = 1$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

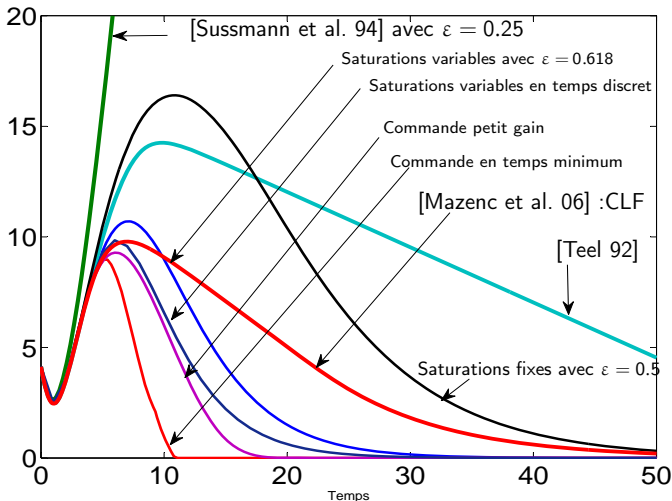
Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Quadrirotor



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

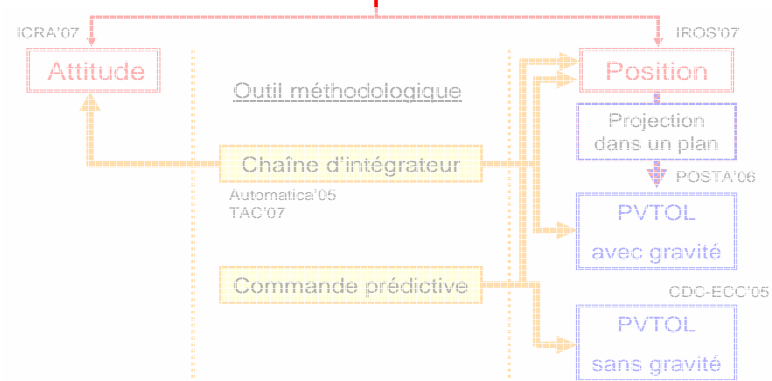
Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Quadrirotor

Principe de Fonctionnement

- 4 rotors fixes avec vitesses de rotation s_i localement commandées
- 4 forces engendrées F_i et 4 couples résistants Γ_i

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

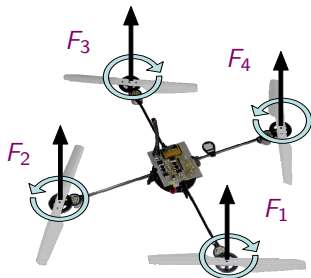
Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions



Quadrirotor

Principe de Fonctionnement

- 4 rotors fixes avec vitesses de rotation s_i localement commandées
- 4 forces engendrées F_i et 4 couples résistants Γ_i

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

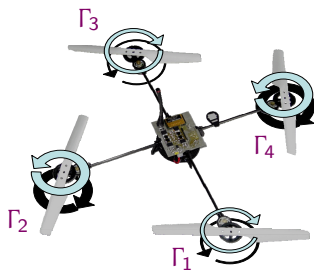
Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions



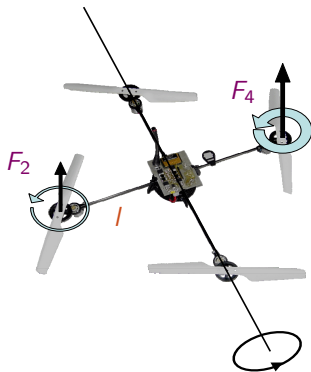
Quadrirotor

Principe de Fonctionnement

- 4 rotors fixes avec vitesses de rotation s_i localement commandées
- 4 forces engendrées F_i et 4 couples résistants Γ_i

- **Rotation de roulis** produit par une dissymétrie entre les forces gauche et droite :

$$\Gamma_r = l(F_4 - F_2)$$



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

Principe de Fonctionnement

- 4 rotors fixes avec vitesses de rotation s_i localement commandées
- 4 forces engendrées F_i et 4 couples résistants Γ_i

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
 Approches non-linéaires
 Améliorations
 En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
 Modèle
 Attitude
 Dans le plan
 Dans l'espace

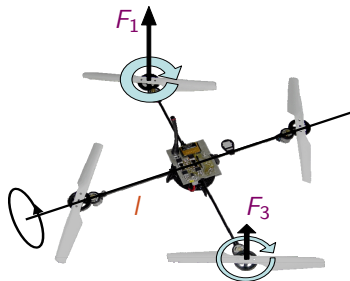
Conclusions

- **Rotation de roulis** produit par une dissymétrie entre les forces gauche et droite :

$$\Gamma_r = l(F_4 - F_2)$$

- **Rotation de tangage** produit par une dissymétrie entre les forces avant et arrière :

$$\Gamma_p = l(F_1 - F_3)$$



Quadrirotor

Principe de Fonctionnement

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- 4 rotors fixes avec vitesses de rotation s_i localement commandées
- 4 forces engendrées F_i et 4 couples résistants Γ_i

- **Rotation de roulis** produit par une dissymétrie entre les forces gauche et droite :

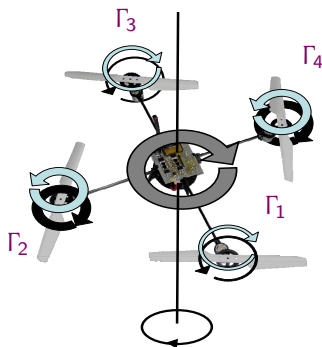
$$\Gamma_r = l(F_4 - F_2)$$

- **Rotation de tangage** produit par une dissymétrie entre les forces avant et arrière :

$$\Gamma_p = l(F_1 - F_3)$$

- **Rotation de lacet** produit par une dissymétrie entre couples (avant/arrière) et couples (gauche/droite) :

$$\Gamma_y = \Gamma_1 + \Gamma_3 - \Gamma_2 - \Gamma_4$$



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Quadrirotor

État de l'art : Positionnement du travail

Modélisation

- Modélisation selon Euler-Lagrange : [Castillo et al. 04], ...
- Modélisation selon Newton-Euler : [Bouabdallah et al. 04], [Pounds et al. 02]

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

État de l'art : Positionnement du travail

Modélisation

- Modélisation selon Euler-Lagrange : [Castillo et al. 04], ...
- Modélisation selon Newton-Euler : [Bouabdallah et al. 04], [Pounds et al. 02]

Commande d'attitude

- Non bornée
 - PD : [Tayebi et McGillvray 06]
- Bornée
 - Sans les effets gyroscopiques : [Castillo et al. 06]

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

État de l'art : Positionnement du travail

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Modélisation

- Modélisation selon Euler-Lagrange : [Castillo et al. 04], ...
- Modélisation selon Newton-Euler : [Bouabdallah et al. 04], [Pounds et al. 02]

Commande d'attitude

- Non bornée
 - PD : [Tayebi et McGilvray 06]
- Bornée
 - Sans les effets gyroscopiques : [Castillo et al. 06]

Commande de Position

- Non bornée
 - Backstepping : [Guenard et al. 04], [Bouabdallah et Siegwart 05], ...
 - 2 PVTOL inter-connectés (chaînes d'intégrateurs) : [Castillo et al. 04], ...
- Bornée
 - [Kendoul et al. 06] : extension de [Castillo et al. 04]

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- **Modèle dynamique**
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (1/2)

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

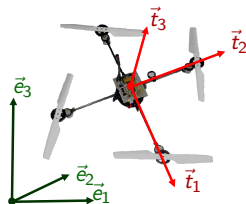
Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

- Deux repères

- un repère fixe terrestre $E(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
- un repère mobile fix au Quadrirotor $T(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$



Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (1/2)

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

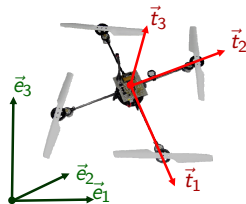
État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

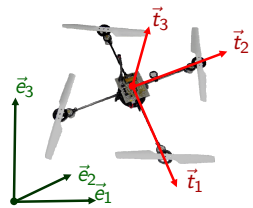
Conclusions

- Deux repères
 - un repère fixe terrestre $E(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
 - un repère mobile fix au Quadrirotor $T(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$
- Passage $E \rightarrow T$
 - matrice de rotation R



Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (1/2)



- Deux repères
 - un repère fixe terrestre $E(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
 - un repère mobile fix au Quadrirotor $T(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$
- Passage $E \rightarrow T$
 - matrice de rotation R
 - Variables d'états :

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

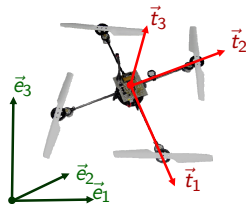
Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (1/2)



- Deux repères
 - un repère fixe terrestre $E(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
 - un repère mobile fix au Quadrirotor $T(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$
- Passage $E \rightarrow T$
 - matrice de rotation R
- Variables d'états :
 - Coordonnées cartésiennes (E)
 - position \vec{p}
 - vitesse \vec{v}

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

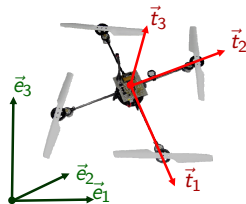
Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (1/2)



- Deux repères

- un repère fixe terrestre $E(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
- un repère mobile fix au Quadrirotor $T(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$

- Passage $E \rightarrow T$

- matrice de rotation R

- Variables d'états :

- Coordonnées cartésiennes (E)

- position \vec{p}
- vitesse \vec{v}

- Attitude :

- vitesse angulaire $\vec{\omega}$ dans T
- soit : Angles d'Euler trois rotations ϕ , θ and ψ autour \vec{t}_3 , \vec{t}_2 et à nouveau \vec{t}_3
- soit : Quaternion $(q_0, \vec{q}) = (\cos \beta/2, \vec{v} \sin \beta/2)$ une rotation d'angle β autour \vec{v}

Quadrirotor

Modèle dynamique du Quadrirotor (2/2)

Dynamique de translation

$$\begin{cases} \dot{\vec{p}} = \vec{v} \\ m\dot{\vec{v}} = -mg\vec{e}_3 + R(\sum_i F_i(s_i)\vec{e}_3) \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Attitude

Quaternion

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\omega}^T \\ \vec{\omega} & -\vec{\omega}^\times \end{pmatrix} \vec{q}$$

Matrice de rotation/Angles d'Euler

$$\dot{R} = R \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J\dot{\vec{\omega}} = -\vec{\omega}^\times J\vec{\omega} + \Gamma$$

$$\Gamma = - \underbrace{\sum_i l_r \vec{\omega}^\times \vec{e}_3 s_i}_{\text{gyroscopique}} + \begin{pmatrix} \Gamma_r(s_2, s_4) \\ \Gamma_p(s_1, s_3) \\ \Gamma_y(s_1, s_2, s_3, s_4) \end{pmatrix}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- **Commande bornée d'attitude**
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Commande bornée d'attitude du Quadrirotor

En collaboration avec Guerrero Castellanos, F.

Théorème 4

ICRA'07

Les couples

$$\Gamma_r = -\alpha \text{sat}_{M_\phi}(\lambda_1[\omega_1 + \text{sat}_M(q_1)])$$

$$\Gamma_p = -\alpha \text{sat}_{M_\theta}(\lambda_2[\omega_2 + \text{sat}_M(q_2)])$$

$$\Gamma_y = -\alpha \text{sat}_{M_\psi}(\lambda_3[\omega_3 + \text{sat}_M(q_3)])$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'attitude du Quadrirotor

En collaboration avec Guerrero Castellanos, F.

Théorème 4

ICRA'07

Les couples

$$\Gamma_r = -\alpha \text{sat}_{M_\psi}(\lambda_1[\omega_1 + \text{sat}_M(q_1)])$$

$$\Gamma_p = -\alpha \text{sat}_{M_\theta}(\lambda_2[\omega_2 + \text{sat}_M(q_2)])$$

$$\Gamma_y = -\alpha \text{sat}_{M_\psi}(\lambda_3[\omega_3 + \text{sat}_M(q_3)])$$

stabilise asymptotiquement globalement l'attitude du quadrirotor

$$\begin{cases} J\dot{\vec{\omega}} = -\vec{\omega}^\times J\vec{\omega} + \Gamma_{pert} - \sum_i l_r \vec{\omega}^\times \vec{t}_3 s_i + \begin{pmatrix} \Gamma_r \\ \Gamma_p \\ \Gamma_y \end{pmatrix} \\ \dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\omega}^T \\ \vec{\omega} & -\vec{\omega}^\times \end{pmatrix} q \end{cases}$$

avec $\alpha > 0$, $\lambda > 0$, $M \geq 1$, $M_\psi \geq \lambda_1(2M + \epsilon)$, $M_\theta \geq \lambda_2(2M + \epsilon)$ et $M_\psi \geq \lambda_3(2M + \epsilon)$

$\vec{\omega}$: vitesse angulaire, J : matrice d'inertie

Commande bornée d'attitude du Quadrirotor

En collaboration avec Guerrero Castellanos, F.

Théorème 4

ICRA'07

Les couples

$$\Gamma_r = -\alpha \text{sat}_{M_\phi}(\lambda_1[\omega_1 + \text{sat}_M(q_1)])$$

$$\Gamma_p = -\alpha \text{sat}_{M_\theta}(\lambda_2[\omega_2 + \text{sat}_M(q_2)])$$

$$\Gamma_y = -\alpha \text{sat}_{M_\psi}(\lambda_3[\omega_3 + \text{sat}_M(q_3)])$$

stabilise asymptotiquement globalement l'attitude du quadrirotor

$$\begin{cases} J\dot{\vec{\omega}} = -\vec{\omega}^\times J\vec{\omega} + \Gamma_{pert} - \sum_i l_r \vec{\omega}^\times \vec{t}_3 s_i + \begin{pmatrix} \Gamma_r \\ \Gamma_p \\ \Gamma_y \end{pmatrix} \\ \dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\omega}^T \\ \vec{\omega} & -\vec{\omega}^\times \end{pmatrix} \vec{q} \end{cases}$$

avec $\alpha > 0$, $\lambda > 0$, $M \geq 1$, $M_\phi \geq \lambda_1(2M + \epsilon)$, $M_\theta \geq \lambda_2(2M + \epsilon)$ et $M_\psi \geq \lambda_3(2M + \epsilon)$

$\vec{\omega}$: vitesse angulaire, J : matrice d'inertie

Caractéristiques de la commande bornée

✓ **Stabilité indépendante de la matrice d'inertie J**

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle

Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'attitude du Quadrirotor

En collaboration avec Guerrero Castellanos, F.

Théorème 4

ICRA'07

Les couples

$$\Gamma_r = -\alpha \text{sat}_{M_\phi}(\lambda_1[\omega_1 + \text{sat}_M(q_1)])$$

$$\Gamma_p = -\alpha \text{sat}_{M_\theta}(\lambda_2[\omega_2 + \text{sat}_M(q_2)])$$

$$\Gamma_y = -\alpha \text{sat}_{M_\psi}(\lambda_3[\omega_3 + \text{sat}_M(q_3)])$$

stabilise asymptotiquement globalement l'attitude du quadrirotor

$$\begin{cases} J\dot{\vec{\omega}} = -\vec{\omega}^\times J\vec{\omega} + \Gamma_{pert} - \sum_i l_r \vec{\omega}^\times \vec{t}_3 s_i + \begin{pmatrix} \Gamma_r \\ \Gamma_p \\ \Gamma_y \end{pmatrix} \\ \dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\omega}^T \\ \vec{\omega} & -\vec{\omega}^\times \end{pmatrix} \vec{q} \end{cases}$$

avec $\alpha > 0$, $\lambda > 0$, $M \geq 1$, $M_\phi \geq \lambda_1(2M + \epsilon)$, $M_\theta \geq \lambda_2(2M + \epsilon)$ et $M_\psi \geq \lambda_3(2M + \epsilon)$

$\vec{\omega}$: vitesse angulaire, J : matrice d'inertie

Caractéristiques de la commande bornée

- ✓ Stabilité indépendante de la matrice d'inertie J
- ✓ Robuste vis à vis des saturations de mesure des gyromètres

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle

Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Commande bornée d'attitude du Quadrirotor

Implementation temps réel dans la these de Guerrero Castellanos, F.

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

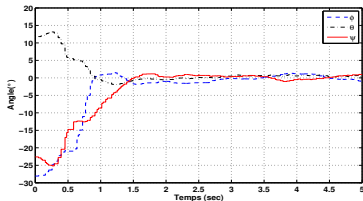
Modèle

Attitude

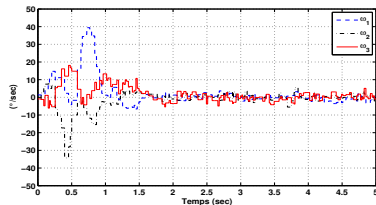
Dans le plan

Dans l'espace

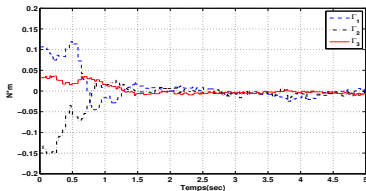
Conclusions



(a) Angles d'Euler



(b) Vitesses angulaires



(c) Couples



(d) Vol stationnaire

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- **Commande de position dans le plan**
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Passage du quadrirotor au PVTOL

Modèle du quadrirotor

- Système réel :

Altug et al., ICRA'02; Bouabdallah et al., ICRA'04

$$\begin{cases}
 \ddot{\theta}_r &= \dot{\theta}_r \dot{\psi}_r \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta}_r (s_2 + s_4 - s_1 - s_3) - k_\theta \dot{\theta}_r + \frac{\Gamma_r}{I_x} \\
 \ddot{\phi}_r &= \dot{\phi}_r \dot{\psi}_r \frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi}_r (s_2 + s_4 - s_1 - s_3) - k_\phi \dot{\phi}_r + \frac{\Gamma_r^p}{I_y} \\
 \ddot{\psi}_r &= \dot{\phi}_r \dot{\theta}_r \frac{I_x - I_y}{I_z} - k_\psi \dot{\psi}_r + \frac{\Gamma_y}{I_z} \\
 \ddot{x}_r &= \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \sin \theta_r \cos \psi_r + \sin \phi_r \sin \psi_r) - k_x \dot{x}_r \\
 \ddot{y}_r &= \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \sin \theta_r \sin \psi_r - \sin \phi_r \cos \psi_r) - k_y \dot{y}_r \\
 \ddot{z}_r &= -g + \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \cos \theta_r) - k_z \dot{z}_r
 \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Passage du quadrirotor au PVTOL

Modèle du quadrirotor

- Système réel :

Altug et al., ICRA'02; Bouabdallah et al., ICRA'04

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r &= \dot{\theta}_r \dot{\psi}_r \frac{l_y - l_z}{l_x} - \frac{l_z}{l_x} \dot{\theta}_r (s_2 + s_4 - s_1 - s_3) - k_\theta \dot{\theta}_r + \frac{\Gamma_r}{l_x} \\ \ddot{\phi}_r &= \dot{\phi}_r \dot{\psi}_r \frac{l_z - l_x}{l_y} - \frac{l_x}{l_y} \dot{\phi}_r (s_2 + s_4 - s_1 - s_3) - k_\phi \dot{\phi}_r + \frac{\Gamma_p}{l_y} \\ \ddot{\psi}_r &= \dot{\phi}_r \dot{\theta}_r \frac{l_x - l_y}{l_z} - k_\psi \dot{\psi}_r + \frac{\Gamma_y}{l_z} \\ \ddot{x}_r &= \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \sin \theta_r \cos \psi_r + \sin \phi_r \sin \psi_r) - k_x \dot{x}_r \\ \ddot{y}_r &= \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \sin \theta_r \sin \psi_r - \sin \phi_r \cos \psi_r) - k_y \dot{y}_r \\ \ddot{z}_r &= -g + \frac{\sum_i F_i}{m} (\cos \phi_r \cos \theta_r) - k_z \dot{z}_r \end{cases}$$

- **En cas des vitesses de rotation basses** : En normalisant le modèle, on obtient :

$$\begin{cases} \ddot{\theta} &= v_\theta \\ \ddot{\phi} &= v_\phi \\ \ddot{\psi} &= v_\psi \\ \ddot{x} &= u (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} &= u (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} &= -1 + u (\cos \phi \cos \theta) \end{cases}$$

avec $u = \frac{\sum_i F_i}{mg}$, $v_\theta = \frac{\Gamma_r}{l_x}$, $v_\phi = \frac{\Gamma_p}{l_y}$ et $v_\psi = \frac{\Gamma_y}{l_z}$

Passage du quadrirotor au PVTOL

Modèle du PVTOL

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

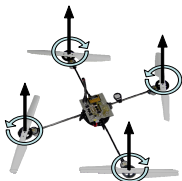
Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quadrirotor

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$



Passage du quadrirotor au PVTOL

Modèle du PVTOL

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

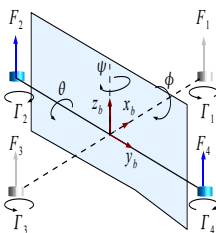
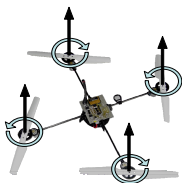
Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Projection dans le plan

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$

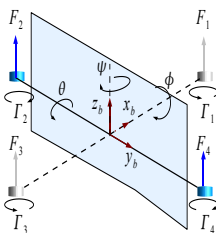
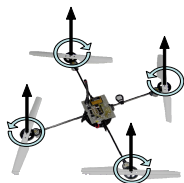


Passage du quadrirotor au PVTOL

Modèle du PVTOL

PVTOL : Planar Vertical Take-Off and Landing aircraft

$$\begin{cases} \ddot{\theta} &= v_{\theta} \\ \ddot{\phi} &= v_{\phi} \\ \ddot{\psi} &= v_{\psi} \\ \ddot{x} &= u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} &= u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} &= -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{cases}$$



Boeing/Bell CV-22 Osprey

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stratégie de commande

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

$$\begin{cases} \ddot{\phi} &= v_{\phi} \\ \ddot{y} &= -u \sin \phi \\ \ddot{z} &= -1 + u \cos \phi \end{cases}$$

Introduction

Intégrateurs

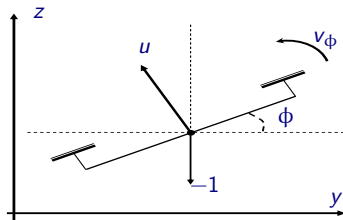
État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stratégie de commande

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

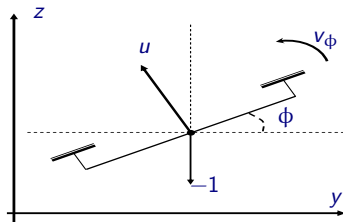
Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stratégie de commande

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

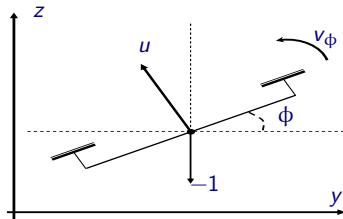
État de l'art
Modèle
Attitude

Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Prendre

- $r_y = -u \sin \phi$
- $r_z = -1 + u \cos \phi$



Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stratégie de commande

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Prendre

- $r_y = -u \sin \phi$
- $r_z = -1 + u \cos \phi$

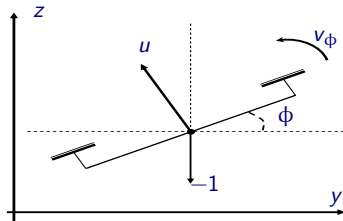
Donc

•

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2}$$

•

$$\tan \phi = \frac{-r_y}{r_z + 1}$$



Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stratégie de commande

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Prendre

- $r_y = -u \sin \phi$
- $r_z = -1 + u \cos \phi$

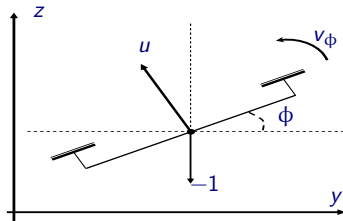
Donc

•

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2}$$

•

$$\tan \phi = \frac{-r_y}{r_z + 1}$$



Stratégie : Trouver v_{ϕ} bornées telles que $\phi \rightarrow \phi_d$ avec :

$$\phi_d = \arctan \left(\frac{-r_y}{r_z + 1} \right)$$

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Commande de Σ_r

- ④ Décomposition du PVTOL :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \quad \Sigma_r : \begin{cases} \ddot{\phi} = v_\phi \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Commande de Σ_r

- 1 Décomposition du PVTOL :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \quad \Sigma_r : \begin{cases} \ddot{\phi} = v_\phi \end{cases}$$

- 2 Faire converger ϕ vers :

$$\phi_d = \arctan \left(\frac{-r_y}{r_z + 1} \right), \quad r_y \text{ et } r_z \text{ à déterminer}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Commande de Σ_r

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- 1 Décomposition du PVTOL :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \quad \Sigma_r : \begin{cases} \ddot{\phi} = v_\phi \end{cases}$$

- 2 Faire converger ϕ vers :

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right), \quad r_y \text{ et } r_z \text{ à déterminer}$$

En appliquant

Commande bornée avec des saturations fixes

$$v_\phi = \beta \sigma_1(\ddot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi \sigma_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi^2 \sigma_1(\varepsilon_\phi(\phi - \phi_d) + (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d))$$

avec $0 < \varepsilon_\phi < 1$ et σ_1 fonction de saturation C^2 entre ± 1

Rappel :

$$u = - \sum_{i=1}^n \varepsilon^{n-i+1} \text{sat}_1(y_i)$$

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, $\phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Commande de la poussée (Σ_t) et commandes intermédiaires

- ③ Une fois $\phi = \phi_d$, en appliquant $u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2}$, Σ_t devient :

$$\begin{cases} \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Commande de la poussée (Σ_t) et commandes intermédiaires

- ③ Une fois $\phi = \phi_d$, en appliquant $u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2}$, Σ_t devient :

$$\begin{cases} \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Par conséquent, on peut prendre :

Commande bornée avec des saturations fixes

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y})$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z})$$

avec $0 < \varepsilon_y, \varepsilon_z < 1$ et σ_1 fonction de saturation C^2 entre ± 1

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, y, \dot{y}, z et \dot{z} tendent vers zéro

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$



$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

3

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2} \rightarrow 1$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

3

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

3

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

POSTA'06

- PVTOL globalement asymptotiquement stable

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

3

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

POSTA'06

- PVTOL globalement asymptotiquement stable
- Commandes bornées pour v_ϕ et bornée positive pour u

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Stabilité

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches non-linéaires
Améliorations
En temps discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Quand $t \rightarrow \infty : (y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$

1

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{r_z + 1}\right) \rightarrow 0$$

3

$$u = \sqrt{r_y^2 + (r_z + 1)^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

POSTA'06

- PVTOL globalement asymptotiquement stable
- Commandes bornées pour v_ϕ et bornée positive pour u
- Pas de singularité dans ϕ

Stabilisation du PVTOL avec gravité

Conditions initiales $[y, \dot{y}] = [z, \dot{z}] = [10, 0]$ et $[\phi, \dot{\phi}] = [\frac{3\pi}{5}, 0]^T$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

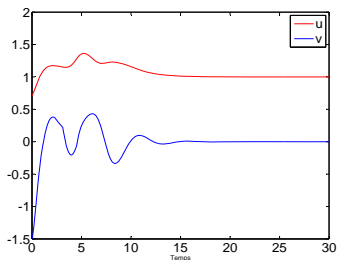
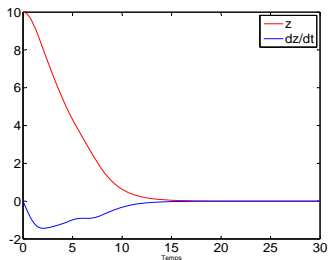
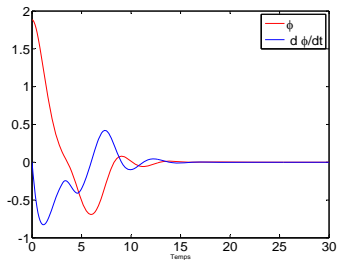
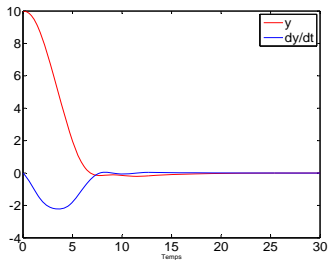
Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

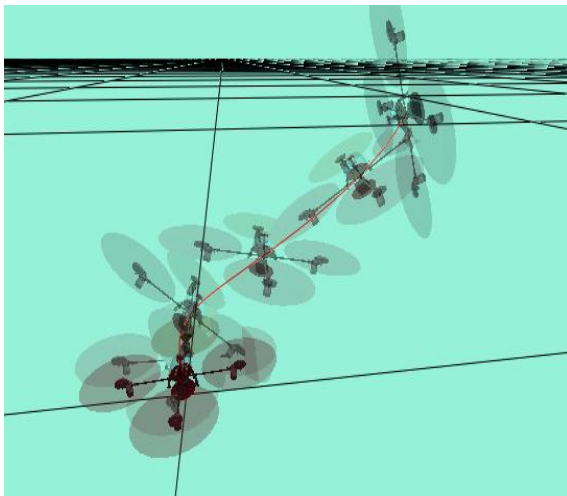
Conclusions



Stabilisation du PVTOL avec gravité

Position et orientation du PVTOL : $[y, \dot{y}] = [z, \dot{z}] = [10, 0]$ et $[\phi, \dot{\phi}] = [\frac{3\pi}{5}, 0]$

Simulateur RV développé par P.Bellemain ($\psi = \theta = 0$)



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

PVTOL : Planar Vertical Take-Off and Landing aircraft

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$



Boeing/Bell CV-22 Osprey

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

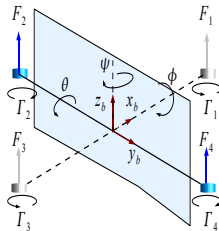
Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Projection dans le plan

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$



Boeing/Bell CV-22 Osprey

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

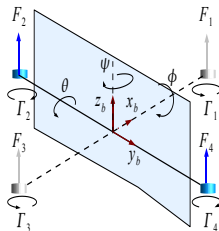
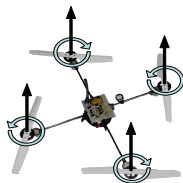
Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Quadrirotor

$$\begin{cases} \ddot{\theta} &= v_{\theta} \\ \ddot{\phi} &= v_{\phi} \\ \ddot{\psi} &= v_{\psi} \\ \ddot{x} &= u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} &= u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} &= -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{cases}$$



Boeing/Bell CV-22 Osprey

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Quadrirotor

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$

1 Stabilisation de ψ et $\dot{\psi}$ telle que $-\bar{v}_{\psi} \leq v_{\psi} \leq \bar{v}_{\psi}$:

Commande bornée avec des saturations fixes

$$v_{\psi} = \frac{\bar{v}_{\psi}}{\varepsilon_{\psi} + \varepsilon_{\psi}^2} (-\varepsilon_{\psi} \sigma_1(\dot{\psi}) - \varepsilon_{\psi}^2 \sigma_1(\varepsilon_{\psi} \psi + \dot{\psi}))$$

avec $0 < \varepsilon_{\psi} < 1$ et σ_1 fonction de saturation C^2 entre ± 1

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Quadrirotor

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \dot{\psi} = v_{\psi} \\ \ddot{x} = u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} = u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} = -1 + u(\cos \phi \cos \theta) \end{array} \right.$$

1 Stabilisation de ψ et $\dot{\psi}$ telle que $-\bar{v}_{\psi} \leq v_{\psi} \leq \bar{v}_{\psi}$:

Commande bornée avec des saturations fixes

$$v_{\psi} = \frac{\bar{v}_{\psi}}{\varepsilon_{\psi} + \varepsilon_{\psi}^2} (-\varepsilon_{\psi} \sigma_1(\dot{\psi}) - \varepsilon_{\psi}^2 \sigma_1(\varepsilon_{\psi} \psi + \dot{\psi}))$$

avec $0 < \varepsilon_{\psi} < 1$ et σ_1 fonction de saturation C^2 entre ± 1

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, $(\psi, \dot{\psi}) \rightarrow 0$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

$$\begin{cases} \ddot{\theta} &= v_{\theta} \\ \ddot{\phi} &= v_{\phi} \\ \ddot{x} &= u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} &= -u \sin \phi \\ \ddot{z} &= -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{array} \right.$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Prendre

$$r_x = u \cos \phi \sin \theta \quad r_y = -u \sin \phi \quad r_z = -1 + u \cos \phi \cos \theta$$

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{array} \right.$$

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Prendre

$$r_x = u \cos \phi \sin \theta \quad r_y = -u \sin \phi \quad r_z = -1 + u \cos \phi \cos \theta$$

1

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

$$\left\{ \begin{array}{l} r_x^2 = (u \cos \phi \sin \theta)^2 \\ r_y^2 = (-u \sin \phi)^2 \\ (1 + r_z)^2 = (u \cos \phi \cos \theta)^2 \end{array} \right.$$

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ddot{\theta} = v_{\theta} \\ \ddot{\phi} = v_{\phi} \\ \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Prendre

$$r_x = u \cos \phi \sin \theta \quad r_y = -u \sin \phi \quad r_z = -1 + u \cos \phi \cos \theta$$

1

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

$$\begin{cases} r_x^2 &= (u \cos \phi \sin \theta)^2 \\ r_y^2 &= (-u \sin \phi)^2 \\ (1 + r_z)^2 &= (u \cos \phi \cos \theta)^2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad u = \sqrt{(1 + r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2}$$

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \\ \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \\ \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Prendre

$$r_x = u \cos \phi \sin \theta \quad r_y = -u \sin \phi \quad r_z = -1 + u \cos \phi \cos \theta$$

1

$$\begin{cases} r_x^2 = (u \cos \phi \sin \theta)^2 \\ r_y^2 = (-u \sin \phi)^2 \\ (1 + r_z)^2 = (u \cos \phi \cos \theta)^2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad u = \sqrt{(1 + r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2}$$

2

$$\tan \theta = \frac{r_x}{1 + r_z}$$

Stabilisation du quadrirotor

Stratégie de commande

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \\ \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \\ \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Prendre

$$r_x = u \cos \phi \sin \theta \quad r_y = -u \sin \phi \quad r_z = -1 + u \cos \phi \cos \theta$$

1

$$\begin{cases} r_x^2 = (u \cos \phi \sin \theta)^2 \\ r_y^2 = (-u \sin \phi)^2 \\ (1 + r_z)^2 = (u \cos \phi \cos \theta)^2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad u = \sqrt{(1 + r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2}$$

2

$$\tan \theta = \frac{r_x}{1 + r_z}$$

3

$$\tan \phi = \left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1 + r_z)^2}} \right)$$

Stabilisation du quadrirotor

Commande de Σ_r

Stratégie : Trouver v_θ , v_ϕ bornées telles que $\phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$ avec :

$$\begin{cases} \phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \\ \theta_d = \arctan\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Commande de Σ_r

Stratégie : Trouver v_θ , v_ϕ bornées telles que $\phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$ avec :

$$\begin{cases} \phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \\ \theta_d = \arctan\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \end{cases}$$

② Décomposition de quadrirotor :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \quad \Sigma_r : \begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \end{cases}$$

Stabilisation du quadrirotor

Commande de Σ_r

Stratégie : Trouver v_θ , v_ϕ bornées telles que $\phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$ avec :

$$\begin{cases} \phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \\ \theta_d = \arctan\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \end{cases}$$

② Décomposition de quadrirotor :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \quad \Sigma_r : \begin{cases} \ddot{\theta} = v_\theta \\ \ddot{\phi} = v_\phi \end{cases}$$

③ Faire converger ϕ et θ vers :

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right), \quad \theta_d = \arctan\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right)$$

(r_x , r_y et r_z à déterminer)

Stabilisation du quadrirotor

Poussée et commandes intermédiaires

Commande bornée avec des saturations fixes

$$v_\phi = \frac{\bar{v}_\phi}{\beta_\phi + \varepsilon_\phi + \varepsilon_\theta^2} [\sigma_{\beta_\phi} (\ddot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi \sigma(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi^2 \sigma(\varepsilon_\phi (\phi - \phi_d) + (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d))]$$

$$v_\theta = \frac{\bar{v}_\theta}{\beta_\theta + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\phi^2} [\sigma_{\beta_\theta} (\ddot{\theta}_d) - \varepsilon_\theta \sigma(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - \varepsilon_\theta^2 \sigma(\varepsilon_\theta (\theta - \theta_d) + (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d))]$$

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, $\phi \rightarrow \phi_d$, $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$, $\theta \rightarrow \theta_d$ et $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_d$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Poussée et commandes intermédiaires

Commande bornée avec des saturations fixes

$$v_\phi = \frac{\bar{v}_\phi}{\beta_\phi + \varepsilon_\phi + \varepsilon_\phi^2} [\sigma_{\beta_\phi} (\ddot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi \sigma(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - \varepsilon_\phi^2 \sigma(\varepsilon_\phi (\phi - \phi_d) + (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d))]$$

$$v_\theta = \frac{\bar{v}_\theta}{\beta_\theta + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\theta^2} [\sigma_{\beta_\theta} (\ddot{\theta}_d) - \varepsilon_\theta \sigma(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - \varepsilon_\theta^2 \sigma(\varepsilon_\theta (\theta - \theta_d) + (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d))]$$

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, $\phi \rightarrow \phi_d$, $\dot{\phi} \rightarrow \dot{\phi}_d$, $\theta \rightarrow \theta_d$ et $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_d$

- ④ Une fois $\phi = \phi_d$ et $\theta = \theta_d$, en appliquant

$$u = \sqrt{(1 + r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2}$$

Σ_t devient :

$$\begin{cases} \ddot{x} = u \cos \phi \sin \theta \\ \ddot{y} = -u \sin \phi \\ \ddot{z} = -1 + u \cos \phi \cos \theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = r_x \\ \ddot{y} = r_y \\ \ddot{z} = r_z \end{cases}$$

Stabilisation du quadrirotor

Poussée et commandes intermédiaires

Par conséquent, on peut prendre :

Commande bornée avec des saturations fixes

$$r_x = \frac{\bar{r}_x}{\varepsilon_x + \varepsilon_x^2} (-\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}))$$

$$r_y = \frac{\bar{r}_y}{\varepsilon_y + \varepsilon_y^2} (-\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}))$$

$$r_z = \frac{\bar{r}_z}{\varepsilon_z + \varepsilon_z^2} (-\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}))$$

et σ_1 fonction de saturation C^2 entre ± 1

$\bar{r}_x > 0$, $\bar{r}_y > 0$ et $\bar{r}_z > 0$ à régler

✓ Quand $t \rightarrow \infty$, x , \dot{x} , y , \dot{y} , z et \dot{z} tendent vers zéro

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

3

$$u = \sqrt{(1+r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2} \rightarrow 1$$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches

non-linéaires

Améliorations

En temps

discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

3

$$u = \sqrt{(1+r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

3

$$u = \sqrt{(1+r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

IROS'07

- Quadrirotor globalement asymptotiquement stable

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

3

$$u = \sqrt{(1+r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

IROS'07

- Quadrirotor globalement asymptotiquement stable
- Commandes bornées pour v_ψ , v_θ et v_ϕ et bornée positive pour u

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Stabilité

Quand $t \rightarrow \infty : (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}) \rightarrow 0, \phi \rightarrow \phi_d$ et $\theta \rightarrow \theta_d$

1

$$r_x = -\varepsilon_x \sigma_1(\dot{x}) - \varepsilon_x^2 \sigma_1(\varepsilon_x x + \dot{x}) \rightarrow 0$$

$$r_y = -\varepsilon_y \sigma_1(\dot{y}) - \varepsilon_y^2 \sigma_1(\varepsilon_y y + \dot{y}) \rightarrow 0$$

$$r_z = -\varepsilon_z \sigma_1(\dot{z}) - \varepsilon_z^2 \sigma_1(\varepsilon_z z + \dot{z}) \rightarrow 0$$

2

$$\begin{cases} \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{r_x}{1+r_z}\right) \rightarrow 0 \\ \phi_d = \tan^{-1}\left(\frac{-r_y}{\sqrt{r_x^2 + (1+r_z)^2}}\right) \rightarrow 0 \end{cases}$$

3

$$u = \sqrt{(1+r_z)^2 + r_x^2 + r_y^2} \rightarrow 1$$

Remarque : Étapes 1, 2 et 3 sont appliquées simultanément [Sontag 89]

Caractéristiques

IROS'07

- Quadrirotor globalement asymptotiquement stable
- Commandes bornées pour v_ψ , v_θ et v_ϕ et bornée positive pour u
- Pas de singularité dans ψ , θ , ϕ

Approches bornées pour les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches non-linéaires

Améliorations

En temps discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

Attitude

Dans le plan

Dans l'espace

Conclusions

Stabilisation du quadrirotor

Conditions initiales $(x, y, z) = (2, 2, 2)$ et $(\phi, \theta, \psi) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

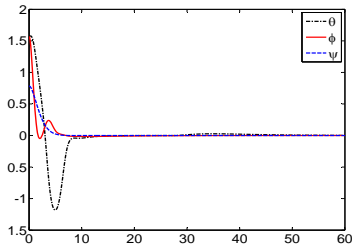
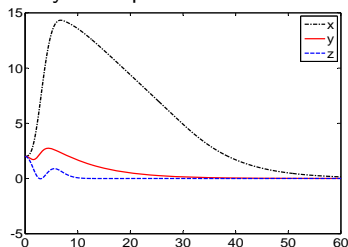
Attitude

Dans le plan

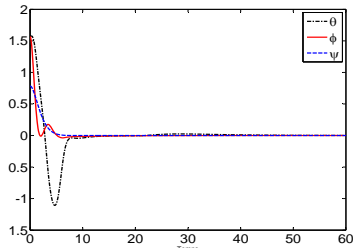
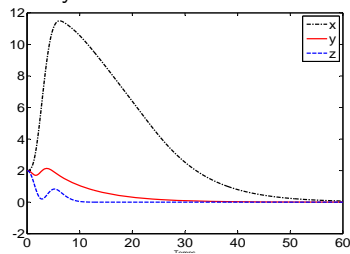
Dans l'espace

Conclusions

Système parfait normalisé :



Système réel avec traîné :



Stabilisation du quadrirotor

Conditions initiales $(x, y, z) = (2, 2, 2)$ et $(\phi, \theta, \psi) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art

Approches
non-linéaires

Améliorations

En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art

Modèle

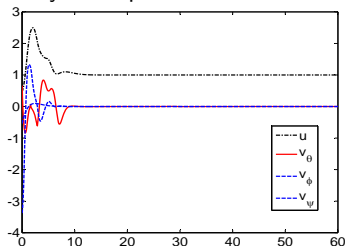
Attitude

Dans le plan

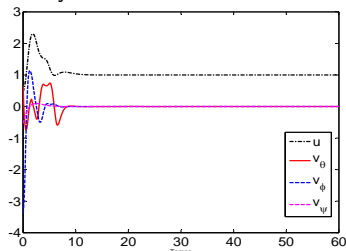
Dans l'espace

Conclusions

Système parfait normalisé :



Système réel avec traîné :



Stabilisation du quadrirotor

Position et orientation du Quadrirotor : $(x, y, z) = (2, 2, 2)$ et $(\phi, \theta, \psi) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

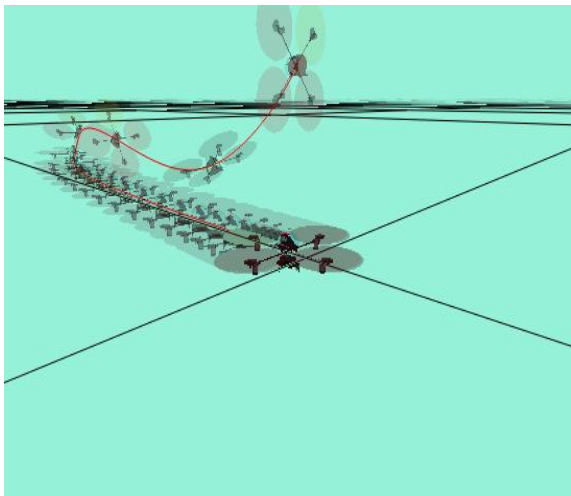
Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions



Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

1 Commande bornée d'une chaîne d'intégrateurs

- État de l'art
- Les approches non-linéaires
- Améliorations
- Extension au temps discret

2 Quadrirotor

- État de l'art
- Modèle dynamique
- Commande bornée d'attitude
- Commande de position dans le plan
- Commande de position dans l'espace

3 Conclusions et perspectives

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret
- Construction des commandes bornée pour la stabilisation du quadrirotor

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret
- Construction des commandes bornée pour la stabilisation du quadrirotor
 - dans le plan (PVTOL)

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret
- Construction des commandes bornée pour la stabilisation du quadrirotor
 - dans le plan (PVTOL)
 - dans l'espace (attitude et position)

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret
- Construction des commandes bornée pour la stabilisation du quadrirotor
 - dans le plan (PVTOL)
 - dans l'espace (attitude et position)

Conclusions

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

- Amélioration et développement des commandes non linéaires pour la stabilisation d'une chaîne d'intégrateurs en temps continu et discret
- Construction des commandes bornée pour la stabilisation du quadrirotor
 - dans le plan (PVTOL)
 - dans l'espace (attitude et position)

Caractéristiques

- Bornée
- Simple : coût de calcul réduit
- Convergence rapide
- Robuste vis à vis des erreurs du système

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Chaîne d'intégrateurs

- ❖ Placement de pôles en B.F.
- ❖ Extension au commande avec retard et aux systèmes linéaires ANCBC

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions

Chaîne d'intégrateurs

- ❖ Placement de pôles en B.F.
- ❖ Extension au commande avec retard et aux systèmes linéaires ANCBC

Quadrirotor

- ❖ Simplification de la commande et le choix des paramètres
- ❖ Développement de nouvelles commandes
 - ❖ Commande prédictive de type énergie minimale
 - ❖ Combiner la commande d'attitude et la commande du PVTOL
- ❖ Implantation en temps réel de la commande de position

- Chaîne d'intégrateurs

- 1 N. Marchand et **A. Hably**, "Improving the performance of nonlinear stabilization of multiple integrators with bounded controls", IFAC World congress, 2005
- 2 N. Marchand et **A. Hably**, "Global stabilization of multiple integrators with bounded controls", Automatica, Vol 41, No 12, pages 2147-2152, 2005
- 3 N. Marchand, **A. Hably** et A. Chemori, "Global stabilization with low computational cost of the discrete time chain of integrators by means of bounded controls", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 52, No 5, pages 948-952, 2007

- PVTOL

- 4 **A. Hably**, N. Marchand et M. Alamir, "Constrained minimum time oriented stabilization of extended chained form systems", joint IEEE Conf. on Decision and Control and European Control Conference, 2005
- 5 **A. Hably**, F. Kendoul, N. Marchand, et P. Castillo. Positive Systems, volume 341 of Lecture Notes in Control and Information Sciences, chapter "Further results on global stabilization of the PVTOL aircraft", pages 303-310. Springer Verlag, 2006

- Quadrirotor

- 6 J. F. Guerrero-Castellanos, **A. Hably**, N. Marchand et S. Lesecq, "Bounded attitude stabilization : Application on four-rotor helicopter", IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2007
- 7 **A. Hably** et N. Marchand. "Global stabilization of four-rotor helicopter with bounded inputs", IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2007

Approches
bornées pour
les drones

A. HABLY

Introduction

Intégrateurs

État de l'art
Approches
non-linéaires
Améliorations
En temps
discret

Quadrirotor

État de l'art
Modèle
Attitude
Dans le plan
Dans l'espace

Conclusions