



HAL
open science

Etude de la dynamique des electrons en presence de fortes densites de courant

Geraldine Garcia

► **To cite this version:**

Geraldine Garcia. Etude de la dynamique des electrons en presence de fortes densites de courant. Astrophysique [astro-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007. Français. NNT: . tel-00250116

HAL Id: tel-00250116

<https://theses.hal.science/tel-00250116>

Submitted on 10 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

ECOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE DE LA PARTICULE AU SOLIDE : MODÈLES ET
EXPÉRIENCES

Présentée par:

GÉRALDINE GARCIA

Pour obtenir le grade de:

Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Spécialité : Physique des plasmas

ETUDE DE LA DYNAMIQUE DES ÉLECTRONS
EN PRÉSENCE DE FORTES DENSITÉS DE COURANT

soutenue publiquement le 13 Novembre 2007

Membres du jury :

| | |
|--------------------------|--------------------|
| Mr . J.-C. Cerisier | Président |
| Mr . P.-L. Blelly | Rapporteur |
| Mr . J.-P. Saint-Maurice | Rapporteur |
| Mr . T. Farges | Examineur |
| Mr . J.-A. Sauvaud | Examineur |
| Mr . F. Forme | Directeur de thèse |

Thèse préparée au Centre d'étude des Environnements Terrestre et Planétaires
(CETP-IPSL-CNRS UMR 8639-UVSQ)

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier très chaleureusement François Forme, mon directeur de thèse, pour m'avoir donné envie de faire de la recherche en physique des plasmas et accueillie en stage de maîtrise puis de DEA. Je lui suis reconnaissante pour m'avoir motivée, encouragée et soutenue notamment dans les premiers mois de la thèse. Je le remercie également pour avoir su partager ses connaissances et son enthousiasme, pour nos discussions parfois acharnées (eh oui, on ne se refait pas, quand on est têtue !), pour m'avoir facilité le travail et donné l'occasion de participer à de nombreuses activités telles que les réunions TARANIS, la campagne de mesure et toutes les formations. Cela a fait de cette thèse une expérience particulièrement enrichissante. Je n'oublie pas non plus le partage des interrogations de TD, des livres sur le Japon... Pour faire court, merci de m'avoir supportée dans tous les sens du terme !

Je remercie Hervé de Feraudy, directeur du Centre d'Etude des Environnements Terrestre et Planétaires (CETP) pour m'avoir accueillie au sein du laboratoire mais aussi pour m'avoir proposé ses TD. Merci aussi à Anne-Marie Cazabat d'avoir ainsi donné sa chance à une parfaite inconnue. Je suis très reconnaissante à mes rapporteurs Pierre-Louis Blelly et Jean-Pierre Saint-Maurice pour la lecture minutieuse qu'ils ont faite de ce manuscrit. Je remercie également Jean-Claude Cerisier d'avoir accepté d'être président de ce jury, Thomas Farges et Jean-André Sauvaud de s'être intéressés à mon travail et d'avoir bien voulu faire partie de mon jury.

Un merci plus particulier à Jean-Pierre Saint-Maurice pour avoir suivi, encouragé et commenté nos travaux et à Patrick Guio pour ses petits coups de pouce et à ceux qui ont bien voulu nous écouter : Jean Lilensten, Pierre-Louis Blelly et Wlodek Kofman.

Un très grand merci à Chantal Lathuillere et Béatrice Pibaret pour m'avoir permis de participer à une campagne de mesures radar à Tromsø (et pour la promenade en raquettes). Merci aussi à Simon Descamps pour les photos.

Merci à Caroline Guérin pour son aide précieuse dans mes recherches bibliographiques et pour son amitié. Merci à Agnès Berton pour sa patience, sa gentillesse et son aide précieuse pour la préparation des missions. Merci à Colette Jan pour la mine d'informations. Merci aux équipes administrative et informatique qui ont facilité ce travail.

Un gigantesque merci à tous ceux qui ont rendu ces trois ans de thèse beaucoup plus drôles :

Merci mille fois à Alexandra Teste pour tous nos papotages, nos partages de galères (impressions de posters impossibles, ratage d'avion), notre exposition (merci d'être venue dans ma campagne), son soutien, ses conseils..., à Alice Le Gall et Karim Ait Braham pour leur bonne humeur et tout ce qu'on a pu partager durant ces trois années, à l'ensemble des doctorants du CETP notamment Aurélie Bouchard et Claire Revillet pour leurs conseils et leur soutien et à toute la bande des informaticiens. Je pense également à toutes les rencontres : Cyril Simon, Farida Mazouz, Sandrine Grimald, Aurélie Marchaudon, Frédérique Pitout et Stefanie Rentz.

Je remercie l'ensemble du CETP de m'avoir accueillie chaleureusement au sein de son équipe pendant ces trois années.

Je tiens également à remercier certains membres de l'Université de Versailles pour avoir facilité mon monitorat et avoir partagé leur expérience. Je pense notamment à Guy Cernogora et Françoise Chambre, grâce à qui j'ai beaucoup appris et qui m'ont donné envie de continuer dans cette voie. Enfin, j'ai une pensée particulière pour mes ex-collègues de l'Université, Julien Laverdant et Carlo Zwölf qui ont suivi le même parcours depuis les mythiques soirées TP jusqu'aux rédactions d'interrogations et corrections de copies pour nos chers étudiants.

Enfin, merci à mes parents et à ma famille pour m'avoir soutenue et encouragée, en particulier à ma mère pour avoir subi la relecture de ce manuscrit, à ma frangine pour nos pauses-déjeuners et à mon amie Sylvie pour les citations et un immense merci à celui qui ne voulait surtout pas que je lui dise merci (quand je dis que je suis têtue !...). Merci à lui donc pour son soutien indéfectible, ses encouragements et son affection.

Résumé

Etude de la dynamique des électrons en présence de fortes densités de courant

L'objet de notre étude est la dynamique des plasmas collisionnels soumis à un champ électrique aligné au champ magnétique en bordure d'aurore. De fortes densités de courant aligné ont été mises en évidence à la fois par des modèles électrodynamiques et des mesures satellites ou radars. Différents auteurs et différents types de travaux (expérimentaux ou de modélisation) montrent que les densités de courant peuvent atteindre des centaines de $\mu\text{A.m}^{-2}$ en bordure des arcs auroraux. Ces densités de courant sont à l'origine de multiples phénomènes tels que : le chauffage du plasma ionosphérique, l'échappement des ions et le développement d'instabilités. Ces fortes densités de courant impliquent la présence d'un champ électrique parallèle qui peut entraîner des effets cinétiques tels que la création d'électrons runaway. L'étude des électrons runaway n'est pas nouvelle et intervient dans différents domaines tels que la fusion nucléaire, le chauffage de la couronne solaire ou les phénomènes lumineux transitoires tels que les sprites. Dans notre cas, nous nous intéressons à l'ionosphère terrestre où l'étude des électrons runaway est un sujet très novateur.

Ainsi, nous allons étudier la dynamique des électrons portant ces courants très intenses. Pour cela, nous considérons un ensemble d'électrons se déplaçant à travers un gaz ionosphérique d'ions et de neutres et soumis à un champ électrique aligné au champ magnétique. Nous avons développé un modèle cinétique de collisions, incluant les collisions électrons/électrons, électrons/ions et électrons/neutres. Nous utilisons une approche Fokker-Planck afin de décrire les collisions binaires entre les particules chargées (interactions à longue portée). L'opérateur de collisions comporte deux parties : l'équation de Langevin pour les collisions électrons/électrons et électrons/ions et la méthode de Monte-Carlo avec une approche "collision nulle" pour les collisions électrons/neutres. Nous donnons un exemple de retour à l'équilibre afin de tester ces opérateurs de collisions et d'étudier l'impact des différents termes (les collisions électrons/électrons et électrons/ions d'une part et les collisions électrons/neutres d'autre part).

Tout d'abord, nous considérons un champ électrique constant au cours du temps. Dans ce test, les électrons sont déplacés uniquement selon z , la direction parallèle au champ électrique et au champ magnétique. Nous constatons alors que les fonctions de distribution ne sont plus maxwelliennes et que des électrons runaway sont créés. Ces électrons représentent 20% de la densité totale et ce sont eux qui portent le courant. Cependant, nous remarquons que nous ne conservons pas la divergence du courant nulle.

Nous introduisons alors des modifications majeures telles qu'une rétroaction sur le champ électrique ou la résolution des équations fluides afin de tenir compte de l'évolution des moments de la fonction de distri-

bution des ions. Nous observons que les fonctions de distribution des électrons restent non maxwelliennes. Des électrons suprathermiques sont créés et portent le courant. En effet, la population correspondant au coeur de la distribution reste au repos. Comme ces électrons subissent moins de collisions, ils augmentent la conductivité du plasma.

Enfin, nous avons réalisé une étude paramétrique afin d'étudier l'influence des divers paramètres d'entrée (densité de courant, densité électronique, temps de montée du courant...) sur les fonctions de distribution. Pour cela, nous ajustons deux maxwelliennes qui correspondent au coeur de la distribution et à la population suprathermique. Nous mettons en avant le fait que le temps de montée du courant, c'est-à-dire le temps nécessaire pour atteindre la valeur maximale du courant, est un paramètre clef. En effet, augmenter ce temps influe essentiellement sur les températures : la température moyenne des électrons, mais aussi celle des électrons de la population représentant le coeur de la distribution et de la population suprathermique. La densité de courant joue également un rôle primordial. Augmenter la densité de courant augmente l'ensemble des paramètres : la densité et la vitesse moyenne des électrons runaway et les températures électroniques des deux populations. L'étude sur la densité a révélé que, plus la densité électronique totale augmente, plus la température et la vitesse moyenne des électrons suprathermiques diminuent.

Mots clés : ionosphère aurorale, plasmas collisionnels, processus de transport, modèle numérique, courants alignés, électrodynamique.

Abstract

The Study of dynamics of electrons in the presence of large current densities

The study of the dynamics of collisional plasma under the influence of a parallel electric field in the edges of auroral arcs is a young and interesting science. The existence of large field-aligned current densities has been inferred over the last years by using satellites and numerical models. Different authors and kinds of studies (experimental and modeling) agree that current densities can reach up to hundreds of $\mu\text{A.m}^{-2}$ in the edges of auroral arcs. These large current densities can be the cause of many phenomena such as tall red rays or triggering unstable ion acoustic waves. These current densities imply the presence of a parallel electric field which can yield kinetic effects such as the creation of runaway electrons. The runaway effect is not a new topic and is considered in different fields : nuclear fusion, heating of the solar corona or transient luminous events (Sprites). In this thesis, we are interested in runaway electrons in the ionosphere which is an original issue.

Thus, we decide to study the dynamics of the electrons which carry these large current densities. We consider the issue of electrons moving through an ionospheric gas of positive ions and neutrals under the influence of a parallel electric field. We develop a kinetic model of collisions including electrons/electrons, electrons/ions and electrons/neutrals collisions. We use a Fokker-Planck approach to describe binary collisions between charged particles with a long-range interaction. We present the essential elements of this collision operator: the Langevin equation for electrons/ions and electrons/electrons collisions and the Monte-Carlo and null collision methods for electrons/neutrals collisions. A computational example is given illustrating the approach to equilibrium and the impact of the different terms (electrons/electrons and electrons/ions collisions on the one hand and electrons/neutrals collisions on the other hand).

Then, a static electric field is applied in a new sample run. In this run, the electrons move in the z direction, parallel to the electric field. The first results show that all the electron distribution functions are non-Maxwellian. Furthermore, runaway electrons can carry a significant part of the total current density up to 20% of the total current density. Nevertheless, we note that the divergence free of the current density is not conserved.

We introduce major changes such as a feedback on the electric field or the resolve of the fluid equations in order to take into account the variation of the different moments of the ion distribution functions. We observe that the electron distribution functions are still non-Maxwellian. Runaway electrons are created and carry the current density. The core distribution stay at rest. As these electrons undergo less collisions,

they increase the plasma conductivity.

Last but not least, we realize a parametric study in order to underline the influence of various parameters such as current density, electron density or time to reach the maximal current density, on the electron distribution functions. We fit the electron distribution function by two Maxwellians : one corresponds to the core distribution and the other one to the suprathermal distribution. We show that the time to reach the maximal current density is a key point. Thus, when we increase this time, we modify the temperatures : not only the mean electron temperature but also the electron temperature of the core and the suprathermal distribution. The current density plays a primary role. When the current density increases, all the moments of the distributions increase : electron density and mean velocity of the suprathermal distribution and the electron temperature of the core and suprathermal distributions. We also point out that the increase of the total electron density decreases the temperature and the mean velocity of the suprathermal distribution.

Key words : auroral ionosphere, collisional plasmas, transport processes, numerical modelings, field-aligned currents, electrodynamics.

"Je ne puis que formuler une fois de plus le voeu que vous trouviez assez de patience en vous-même pour supporter, et assez de simplicité pour croire. Confiez vous toujours davantage à tout ce qui est difficile et à votre solitude"

Lettres à un jeune poète

RAINER MARIA RILKE

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| Introduction | 15 |
| 1 Les courants ionosphériques | 19 |
| 1.1 L'ionosphère et le couplage ionosphère/magnétosphère | 19 |
| 1.2 Caractérisation générale des courants parallèles remontants | 23 |
| 1.2.1 Les électrons | 23 |
| 1.2.2 Les signatures observées sur le champ électrique | 25 |
| 1.3 Etude des courants parallèles descendants vers l'ionosphère | 28 |
| 1.3.1 De très fortes densités de courant descendant vers l'ionosphère | 28 |
| 1.3.2 Caractérisation des régions de courant descendant vers l'ionosphère | 36 |
| 1.3.3 L'origine ionosphérique des porteurs de courant | 40 |
| 2 Les électrons runaway | 51 |
| 2.1 Que sont les électrons runaway ? | 51 |
| 2.2 Historique de l'étude des électrons runaway | 53 |
| 2.2.1 Caractérisation des électrons runaway | 53 |
| 2.2.2 Les conductivités électriques | 57 |
| 2.3 Les "nouveaux" objets physiques en rapport avec les électrons runaway | 60 |
| 2.3.1 Les électrons runaway dans l'atmosphère | 60 |
| 2.3.2 Les "solar flares" : les électrons runaway au niveau du soleil | 63 |
| 2.3.3 Les électrons runaway dans les tokamaks | 64 |
| 3 Les opérateurs de collisions | 69 |
| 3.1 L'opérateur de collisions entre particules chargées | 69 |
| 3.1.1 Etude préliminaire des paramètres caractéristiques | 69 |
| 3.1.2 L'approche Fokker-Planck | 71 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.1.3 | L'équation de Langevin | 78 |
| 3.2 | Les collisions avec les neutres : Méthode de Monte-Carlo | 79 |
| 3.2.1 | Le temps de vol | 79 |
| 3.2.2 | Le type de collision | 80 |
| 3.2.3 | Le calcul de la déviation du vecteur vitesse de l'électron | 81 |
| 3.3 | Test sur l'opérateur de collisions | 82 |
| 3.3.1 | L'opérateur de collisions e/i et e/e | 82 |
| 3.3.2 | L'opérateur de collisions e/n | 84 |
| 4 | Le modèle cinétique KIMIE : KInetic Model of Ionospheric Electrons | 87 |
| 4.1 | Le principe de fonctionnement | 87 |
| 4.2 | Le déplacement dans l'espace et les conditions aux limites | 89 |
| 4.2.1 | Le déplacement dans l'espace | 89 |
| 4.2.2 | Les conditions aux limites | 91 |
| 4.2.3 | Les conditions initiales | 92 |
| 4.3 | Les premiers résultats | 92 |
| 4.3.1 | Les fonctions de distribution | 93 |
| 4.3.2 | Les densités de courant | 94 |
| 5 | Rétroaction sur le champ E et évolution des paramètres ioniques : nouvelle simulation | 97 |
| 5.1 | Amélioration du code | 97 |
| 5.1.1 | Considérations générales | 97 |
| 5.1.2 | Rétroaction sur le champ E | 99 |
| 5.1.3 | Résolution des équations fluides pour les ions | 100 |
| 5.1.4 | Les conditions initiales et conditions aux limites | 103 |
| 5.2 | L'évolution des grandeurs macroscopiques obtenues | 108 |
| 5.2.1 | Les résultats sur les grandeurs macroscopiques | 108 |
| 5.2.2 | Les conductivités | 111 |
| 5.2.3 | Les densités de courant | 112 |
| 5.3 | L'évolution des fonctions de distribution des électrons (FDE) | 115 |
| 5.3.1 | Le coefficient de Skewness | 115 |
| 5.3.2 | Les fonctions de distributions des électrons | 116 |
| 5.3.3 | L'ajustement des fonctions de distribution des électrons par des maxwelliennes | 118 |

| | |
|--|------------|
| 6 Etude paramétrique | 125 |
| 6.1 Etude de l'influence de l'augmentation du temps de montée de la densité de courant | 125 |
| 6.2 Etude de l'influence de l'augmentation de la densité de courant | 130 |
| 6.3 Etude de l'influence de l'augmentation de la densité d'électrons | 133 |
| Conclusion et perspectives | 137 |
| A Articles | 145 |
| A kinetic model for runaway electrons in the ionosphere | 145 |
| A kinetic model of ionospheric return currents | 157 |
| B Equation de Fokker-Planck | 171 |
| B.1 Transformation mathématique de l'équation de Langevin à Fokker-Planck | 171 |
| B.2 Expression des coefficient de l'équation de Fokker-Planck | 175 |
| B.2.1 Calcul du coefficient de diffusion de $\langle \Delta \vec{v}_a \Delta \vec{v}_a \rangle / \Delta t$ | 177 |
| C Méthode de résolution d'équation différentielle partielle | 181 |
| C.1 Schéma de Lax-Wendroff | 181 |
| C.2 Etude de la consistance du schéma | 182 |
| Bibliographie | 184 |

Introduction

L'un des premiers textes à évoquer les aurores date d'environ 2600 avant J.C ; c'est un écrit chinois. Il commence ainsi : "Fi Pao, la mère de l'empereur Jaune Shuan-Yuan, vit un grand éclair qui circulait autour de l'étoile Su du Bei Don et qui illuminait les champs alentours. Alors elle tomba enceinte". L'aurore, comme présage de fertilité, l'histoire des aurores commence bien. Depuis, la science s'en est mêlée et a fortement contribué à l'approfondissement des connaissances.

Les premières explications concernant les aurores polaires ont été données autour du quatrième siècle avant notre ère : les philosophes grecs et latins se demandaient ce qu'étaient " ces déchirures du ciel nocturne derrière lesquelles on voit des flammes ". Certains d'entre eux ont donné des explications plausibles à ces phénomènes. Ainsi, Hippocrate donna une interprétation, qui sera reprise plusieurs fois jusqu'au Moyen Age et qui est fondée sur la réflexion de la lumière du soleil sur les glaces polaires.

C'est pendant la Renaissance qu'apparaissent les premières études scientifiques sur les aurores. L'appellation d'aurore boréale a été utilisée en 1621 par le scientifique et philosophe français Pierre Gassendi, mais nous avons des raisons de croire qu'elle aurait été introduite par Galilée en 1619. L'observation et l'analyse des aurores sont surtout faites par les scientifiques européens (anglais, allemands, français, russes et surtout scandinaves). Des expéditions, dont la destination est le plus souvent la Scandinavie, sont organisées à partir du XIII^e siècle afin d'étudier ces phénomènes "magiques". Petit à petit, les scientifiques font des découvertes qu'ils ne savent souvent pas interpréter. C'est pendant cette période que les phénomènes auroraux ont été rapprochés des perturbations du champ magnétique terrestre.

Au XVIII^e Siècle, Edmond Halley soupçonne le rôle du champ magnétique. il explique l'aurore de la manière suivante : " Les rayons auroraux sont dus à des particules, qui sont affectées par le champ magnétique. Ces rayons sont parallèles aux lignes de champ magnétique de la Terre. C'est la première découverte scientifique qui a été acceptée à cette époque et est toujours vraie de nos jours. En 1733, Celsius, qui étudiait les aurores boréales, a publié un recueil de plus de 300 observations. Il a relié le phénomène des aurores boréales à l'activité magnétique en 1741. Le physicien britannique Henry Cavendish a estimé l'altitude des aurores en 1790.

La distribution et la fréquence des aurores ont été plus largement connues au XIX^e Siècle. C'est ainsi qu'en 1860, Elias Loomis de l'université de Yale établit une carte indiquant l'occurrence des aurores en différents lieux. Une carte plus précise fut réalisée en 1881 par Hermann Fritz. Cependant, au XIX^e Siècle, personne n'était capable d'expliquer l'origine des émissions lumineuses malgré le développement de la spectroscopie. Le Suédois, Ångström, a pourtant trouvé la preuve que les émissions lumineuses étaient dues à un gaz.

Au début du XX^e Siècle, les professeurs Kristian Birkeland et Carl Störmer ont révolutionné la science des aurores. En 1896, Birkeland parvint même à "reproduire des aurores" en laboratoire. Il plaça une sphère magnétisée, une "terrella" représentant la Terre, à l'intérieur d'une chambre à vide et dirigea vers elle un faisceau d'électrons. Il fut récompensé de voir que les électrons étaient dirigés par le champ magnétique vers la proximité des pôles magnétiques de la terrella. Kristian Birkeland, rapportant en 1903 ses expéditions dans la zone des aurores, proposa que les perturbations magnétiques qui accompagnent les aurores soient déclenchées par d'importants courants électriques s'écoulant le long des formations aurorales. Ce système de courants couvre l'ensemble de l'environnement proche de la Terre. Ces courants existent à la fois en direction horizontale dans les régions des aurores et verticale le long des lignes de champ. Ces courants électriques qui apparaissent parallèlement aux lignes de champ magnétique sont aujourd'hui appelés courants de Birkeland. Cependant, ce fut seulement en 1954 que les électrons auroraux furent observés par des détecteurs à bord de fusées lancées dans les aurores par Meredith, Gottlieb et Van Allen. Carl McIlwain, un autre membre de cette équipe, utilisa une expérience de fusée en 1959 pour identifier les particules à des électrons d'une énergie moyenne correspondant à celle qu'ils auraient eue s'ils avaient été accélérés sous une tension de 6000 volts.

De nos jours, le développement des instruments de mesure et l'amélioration de leur résolution spatiale ont permis d'étudier les aurores de manière encore plus précise c'est-à-dire sur des échelles spatio-temporelles plus fines. Les mesures radar et satellites révèlent aujourd'hui la présence de très fortes densités de courants. Les courants descendants correspondant à des électrons remontants impliquent la présence d'un champ électrique parallèle au champ magnétique. Les modèles réalisés jusqu'à présent sont essentiellement des modèles fluides qui supposent que les fonctions de distribution des particules sont maxwelliennes. Or, sur des échelles spatiales faibles de l'ordre de 100 mètres, un champ électrique parallèle, même faible, risque de modifier les distributions. Elles peuvent ne plus être maxwelliennes et ainsi les codes fluides ne seraient plus dans leur domaine de validité.

Le but de cette étude est donc d'étudier les effets cinétiques qui peuvent exister en bordure d'aurores. En effet, aux pieds des arcs auroraux, un champ électrique parallèle est présent. Nous nous posons alors plusieurs questions : les fonctions de distribution des particules sont-elles modifiées ? Dans quelle mesure ? Quelles sont les conséquences de ces modifications ? Le plasma est-il instable ? Quelles conditions vont favoriser le développement d'instabilité dans le plasma ?

Le premier chapitre va permettre de se familiariser avec le milieu considéré c'est-à-dire l'ionosphère. Nous verrons ainsi le couplage ionosphère/magnétosphère, les caractéristiques générales des courants remontants de l'ionosphère et nous détaillerons les courants descendants qui s'établissent en bordure d'aurores. La présence de ces courants implique la présence d'un champ électrique parallèle qui peut être à l'origine d'un phénomène appelé électrons runaway. Ce sera l'objet du chapitre 2. Nous y expliquerons le phénomène en lui-même, les premières études analytiques réalisées ainsi que les différents domaines de la physique qui s'intéressent aux électrons runaway. Dans les chapitres 3 et 4, nous détaillerons le modèle cinétique mis au point pour étudier la formation d'électrons runaway dans l'ionosphère : les opérateurs de collisions, leur validation par différents tests et le principe de fonctionnement du modèle. Nous montrerons également les premiers résultats. Au cours de cette étude, nous nous sommes aperçus que nous ne conservions pas la divergence nulle du courant, c'est pourquoi nous avons décidé d'introduire certaines modifications détaillées dans le chapitre 5. Les nouveaux résultats qui découlent de ce modèle sont expliqués dans ce chapitre. Enfin, nous présentons une étude paramétrique qui doit permettre de déterminer quels sont les paramètres-clefs influençant les résultats.

La Terre n'est pas une planète quelconque ! On y trouve cent onze rois, sept mille géographes, neuf cent mille businessmen, sept millions et demi d'ivrognes, trois cent onze millions de vaniteux, c'est-à-dire environ deux milliards de grandes personnes

Le petit prince

Chapitre 1

ANTOINE DE SAINT-EXUPÉRY

Les courants ionosphériques

1.1 L'ionosphère et le couplage ionosphère/magnétosphère

L'ionosphère terrestre est un gaz partiellement ionisé qui enveloppe la Terre et forme l'interface entre l'atmosphère et l'espace (la magnétosphère). Elle forme donc une région de transition entre une atmosphère neutre et un plasma totalement ionisé. C'est la lumière ultraviolette du soleil qui ionise une partie de l'atmosphère neutre. Au delà de 80 km d'altitude, les collisions entre particules sont trop rares pour qu'il y ait une rapide recombinaison. Ainsi, une population ionisée perdure et la couche ionisée, ainsi formée, est nommée ionosphère. Les densités et les températures des électrons, des ions et des neutres de l'ionosphère varient considérablement en fonction de l'altitude. Les figures 1.1 et 1.2 donnent une idée des valeurs moyennes des densités et températures des différents constituents. L'intensité du champ magnétique est de l'ordre de $5 \cdot 10^4$ nT.

A haute latitude, les électrons provenant de la magnétosphère peuvent précipiter le long des lignes de champ magnétique jusqu'aux altitudes ionosphériques. Ils entrent en collision avec l'atmosphère neutre de la Terre et entraînent alors une ionisation des molécules neutres. Des photons sont émis. Ces aurores sont typiquement observées dans l'ovale auroral.

Les particules chargées, qui s'écoulent le long des lignes de champ magnétique entre la magnétosphère et l'ionosphère, sont la clef du couplage ionosphère/magnétosphère. L'étude statistique de ces courants alignés a été faite par Iijima et Potemra (1976) et Iijima et Potemra (1978). Ils déterminent la distribution spatiale et l'intensité des courants alignés à 800 km d'altitude grâce aux magnétomètres du satellite Triad. A grande échelle, les courants alignés sont concentrés dans deux régions encerclant le pôle. Ils distinguent ainsi :

- La région 1 qui est formée du cercle de courant se trouvant le plus près du pôle
- La région 2 qui est formée du cercle de courant se trouvant le plus près de l'équateur.

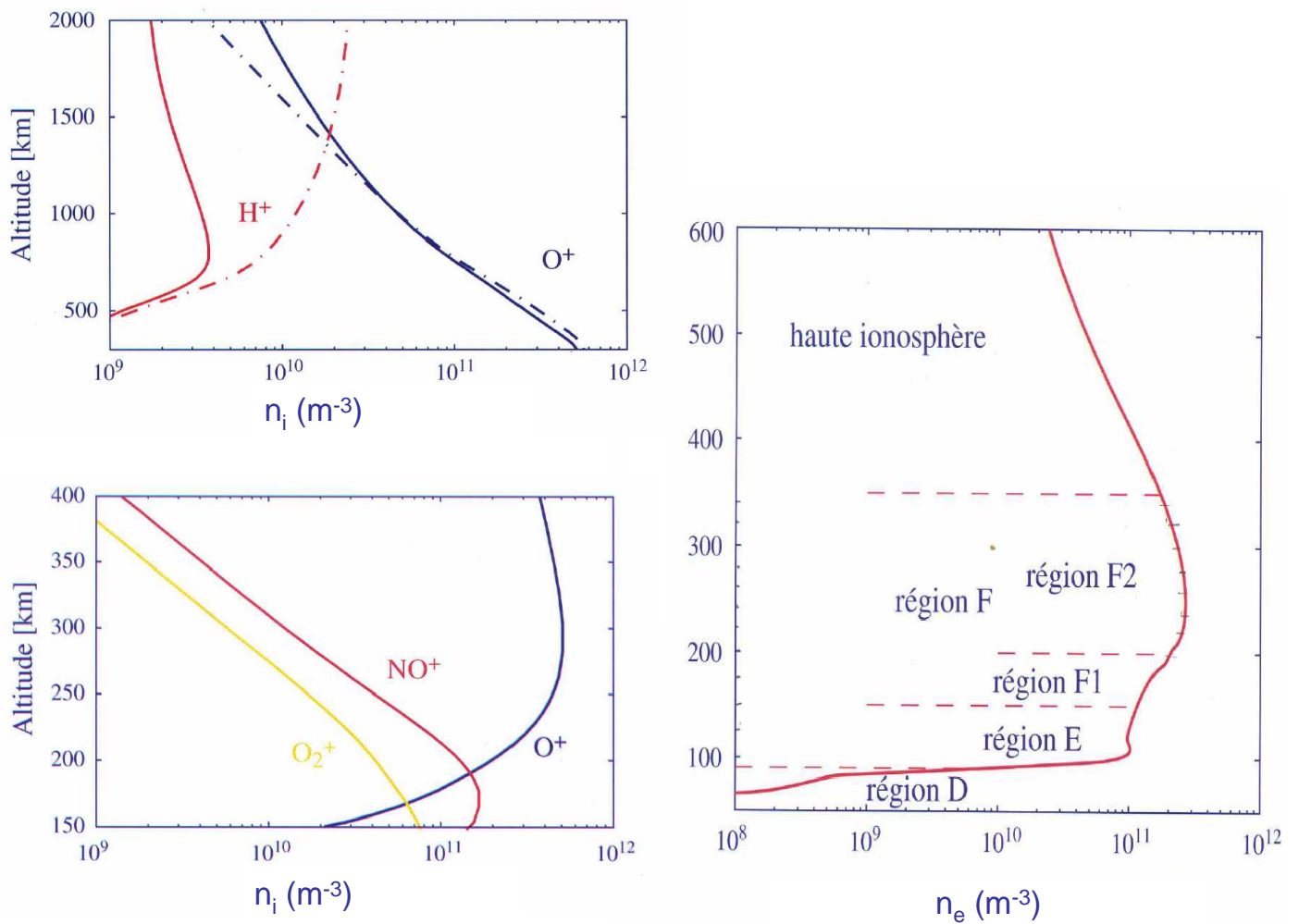


FIG. 1.1 – Densité des ions et des électrons en fonction de l'altitude dans l'ionosphère d'après Liliensten et Blelly (1999)

Les flux de courants des deux régions sont en sens inverse d'une région par rapport à l'autre :

- Ceux de la région 1 qui s'écoulent près du cornet polaire, remontent de l'ionosphère côté après-midi et descendent vers l'ionosphère côté matin.
- Ceux de la région 2 sont descendants côté après-midi et remontants côté matin (Iijima et Potemra, 1976).

Les plus fortes densités de courant apparaissent vers 07-08 MLT pour les courants descendants de la région 1 et vers 21-23 MLT pour ceux de la région 2 ; vers 15-16 MLT pour les courants remontants de la région 1 et vers 2-3 MLT pour ceux de la région 2. Les courants de la région 1 sont statistiquement plus importants que ceux de la région 2 sauf dans le secteur 21-23 MLT où ils sont comparables.

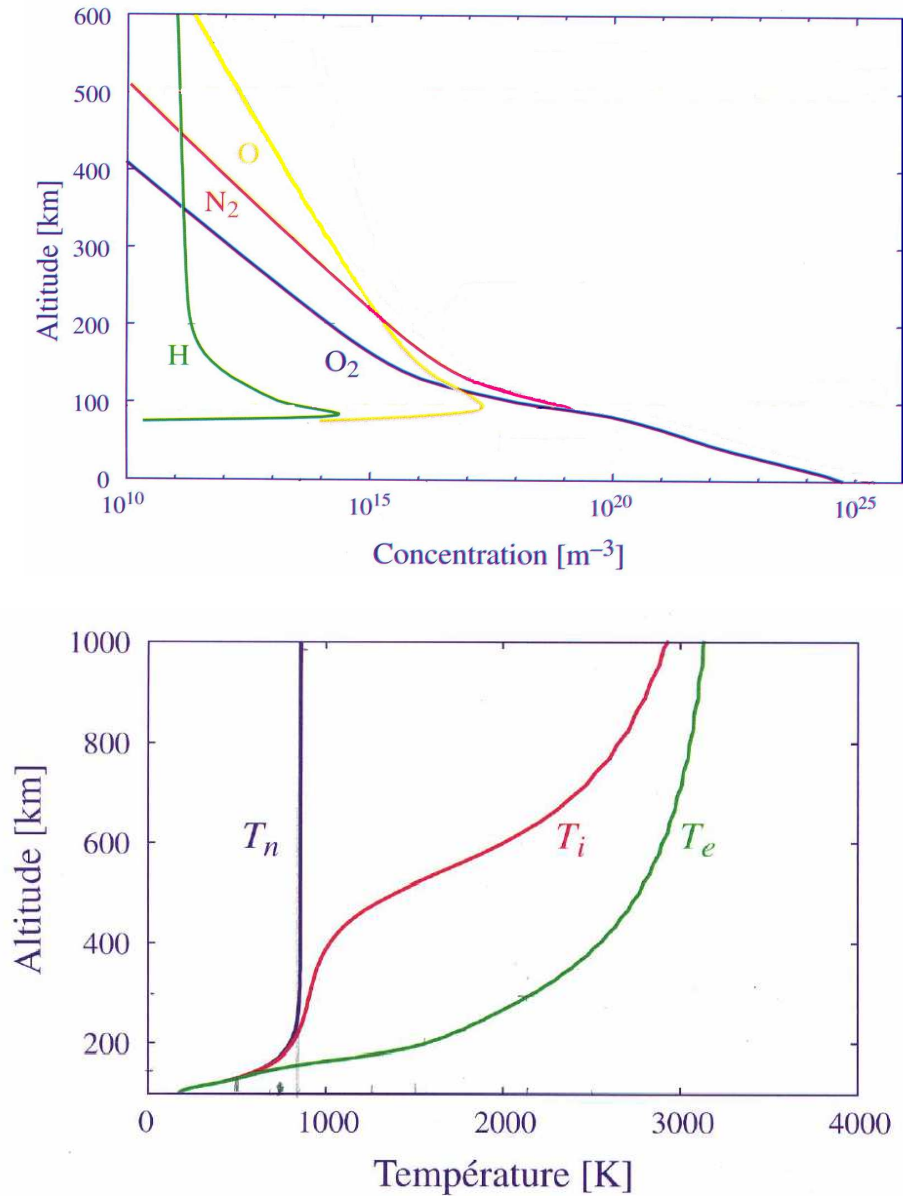


FIG. 1.2 – Température des ions, des électrons et des neutres, densité des neutres en fonction de l'altitude dans l'ionosphère d'après Lilensten et Bletty (1999)

Iijima et Potemra (1978) poursuivent l'étude de ces courants en fonction de l'activité aurorale. En période de forte activité, la largeur moyenne en latitude des régions de courant 1 et 2 augmente de 20 à 30 % et le centre de ces régions se décale de 2 à 3° vers l'équateur par rapport aux périodes de faible activité. Le courant total remontant de l'ionosphère est égal au courant descendant vers l'ionosphère quelle que soit l'activité. Cependant, il est plus élevé en période de forte activité (environ deux fois plus). Trois couches de courant (descendant/remontant/descendant) perdurent dans la région de discontinuité 22-24 MLT.

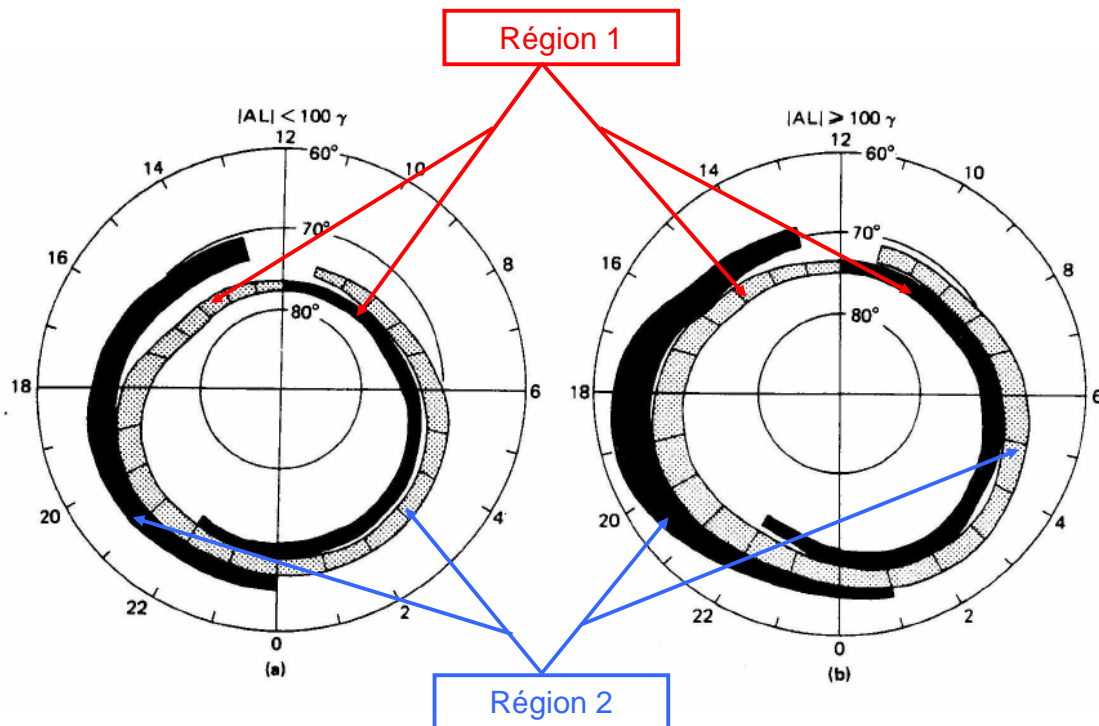


FIG. 1.3 – Schéma des courants alignés dans l'ionosphère aurorale : deux anneaux de courant. L'anneau interne est nommé courant de région 1 et l'anneau externe courant de région 2. La zone en pointillés correspond à des courants remontants de l'ionosphère et celle en noire à des courants descendants dans l'ionosphère. Les deux schémas correspondent à deux périodes d'activité solaire différente : (a) faible activité ($|AL| < 100 \gamma$) et (b) forte activité ($|AL| > 100 \gamma$), d'après Iijima et Potemra (1978)

Les couches de courant s'alignent le long de la frontière de l'ovale auroral, qui se trouve en moyenne entre 65 et 75 degrés de latitude. Cependant, l'alignement est différent d'une région à une autre durant les périodes de forte activité. Ce comportement différent suggère que les régions sont contrôlées par différentes sources de la magnétosphère et de l'ionosphère : la région 1 correspondant à la partie la plus éloignée de la magnétosphère et la région 2 à la couche de plasma la plus proche de la Terre.

Les chercheurs n'ont pris pleinement conscience de la connexion entre l'aurore et les interactions ionosphère/magnétosphère par l'intermédiaire des courants alignés que lorsque les observations *in situ* ont montré une image claire des mécanismes d'échanges énergétiques. La première observation directe d'un flux de particules responsable d'une aurore a été faite par une fusée. Ainsi, McIlwain (1960) a montré que les électrons auroraux précipitants présentaient un pic monoénergétique, ce qui suggérait l'accélération par un champ électrique parallèle. Beaucoup ont longtemps cru que ce champ électrique parallèle était irréaliste même s'il avait été prédit par Alfvén dès 1958 (Alfvén, 1958). Evans (1974) a ensuite montré que les distributions électroniques étaient consistantes avec une accélération par un champ électrique parallèle à condition d'inclure les électrons primaires et secondaires rétrodiffusés par l'atmosphère. Il a également

été montré que ce champ parallèle n'existait pas uniquement dans les régions de courants remontants mais également dans les régions de courants de retour. En effet, les observations du satellite Freja ont révélé que des structures divergentes de champ électrique supérieure à 1 V.m^{-1} étaient présentes dans les régions de courant de retour (Marklund et al., 1994b). Plus tard, d'intéressantes observations d'électrons remontants accélérés ont été faites par le satellite FAST à plus haute altitude et avec une occurrence plus fréquente. La distribution spatiale du champ électrique parallèle, à la fois dans les régions de courants descendants et ascendants, est complexe. Les potentiels parallèles dans les régions de courants remontants ont été observés à basse altitude (2000 km jusqu'à >20000 km). La distribution dans les régions de courants descendants est moins bien connue expérimentalement car elle a été découverte plus récemment. Détaillons maintenant les deux types de courant ascendant et descendant séparément.

1.2 Caractérisation générale des courants parallèles remontants

Les variations du champ magnétique sont interprétées en termes de courants parallèles. Les régions de courant remontant sont caractérisées par la précipitation d'électrons qui portent le courant. Ce sont ces électrons qui produisent la lumière des aurores. Les structures caractéristiques des électrons précipitants sont appelées "arcs". Cependant, cette notion est légèrement différente entre les observations *in situ* et celles au sol.

D'après les données sol, un "arc auroral" fait référence à une lumière visible et localisée, le plus souvent avec une grande extension spatiale en direction est-ouest et au contraire restreinte en direction nord-sud. Selon les données *in situ*, les arcs font référence à des régions de précipitations électroniques où des signatures de l'accélération des électrons par des champs électriques parallèles sont observées.

1.2.1 Les électrons

La caractéristique principale d'un arc est l'augmentation du flux d'électrons descendants d'un facteur 10 par rapport à la normale. L'énergie de ce flux est de plusieurs keV. Il existe un processus d'accélération, situé à des altitudes comprises entre 2000 et 10000 km. Le courant porté par ces électrons accélérés définit la région de courant remontant.

La figure 1.4 montre les mesures réalisées par le satellite FAST, au cours d'un passage dans une région de courant remontant. Le panneau *a* montre la signature du champ magnétique DC. Le satellite traverse du sud vers le nord une couche de courant remontant. Cette couche de courant est étendue en direction est-ouest et restreinte en direction nord-sud, elle correspond donc à un arc auroral. Cette couche de courant se visualise grâce à la décroissance de la composante Est du champ magnétique.

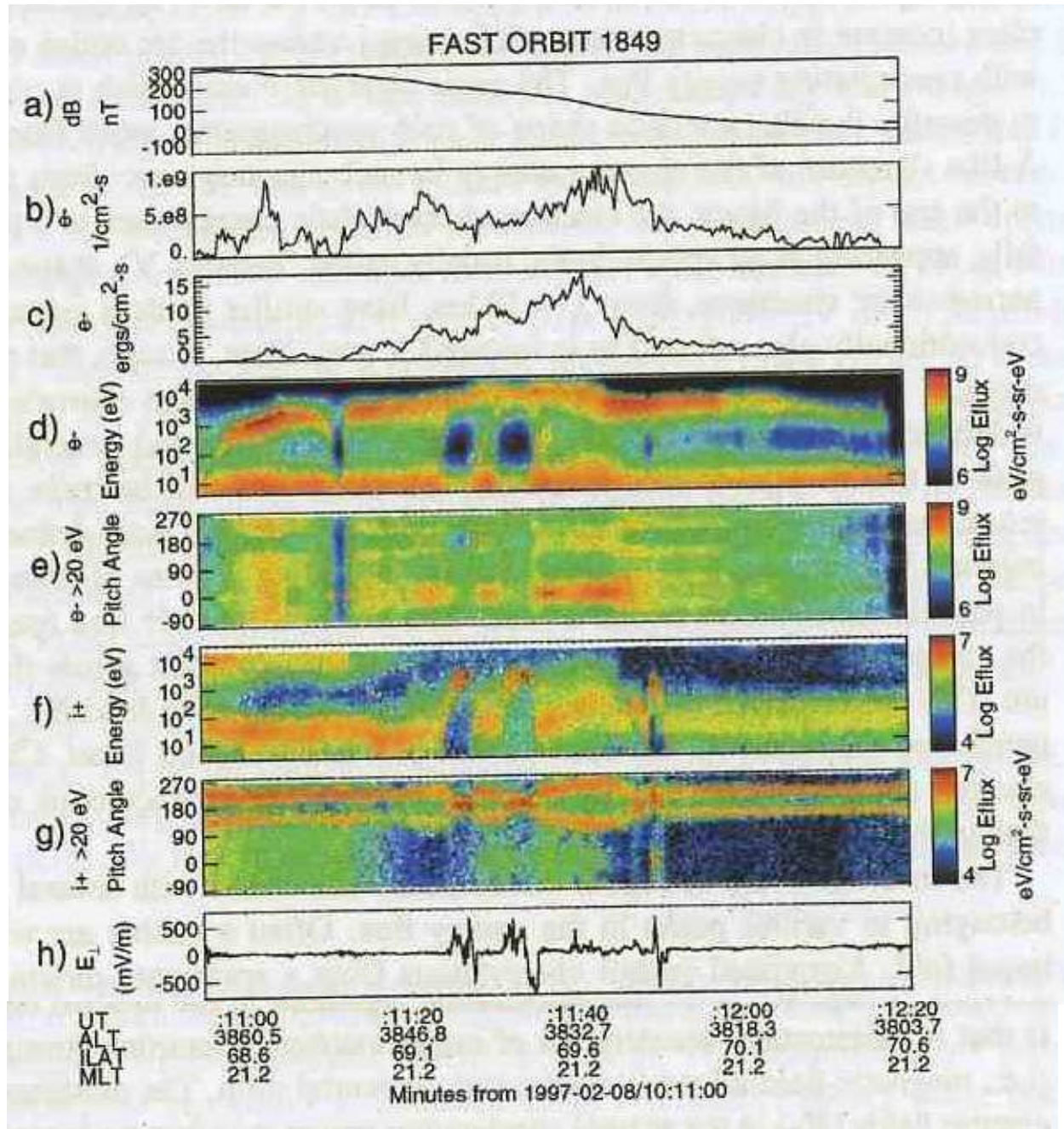


FIG. 1.4 – Les mesures relatives à la traversée d’une région de courant remontant en fonction du temps. De haut en bas, les différents panneaux représentent : la variation de la composante est-ouest du champ magnétique, le flux en nombre d’électrons, les spectrogrammes en énergie et en angles d’arrivée pour les électrons et les ions et la composante perpendiculaire du champ électrique (McFadden et al., 1999)

Les trois prochains panneaux montrent le flux en nombre, en énergie et les spectrogrammes en énergie des électrons qui causent cette aurore. Le spectrogramme montre une croissance importante de l’énergie caractéristique des particules qui traversent l’arc. Le flux passe de 0 à 10^9 électrons. $\text{cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ (panneau *b*) soit $15 \text{ erg}.\text{cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ (panneau *c*). Ceci correspond au flux d’énergie précipitante. Le nom de structure en

"V inversé" est communément utilisé pour décrire la forme caractéristique des spectrogrammes. Ceci vient de la signature en forme de Λ de l'énergie des électrons : l'énergie augmente jusqu'à un pic puis décroît. Sur le panneau *d*, nous pouvons ainsi voir l'énergie maximale du flux passer de 10^3 à 10^4 eV puis redescendre à 10^3 eV.

L'énergie caractéristique est définie comme l'énergie du flux divisée par le flux en nombre. Elle est en général proche de celle du pic du "v inversé". Dans notre cas, cette énergie est égale à 10^4 eV, ce qui correspond à l'énergie maximale de la structure en "v inversé". Cependant, souvent ces structures en "v inversé" présentent plusieurs pics, indiquant de nombreux changements dans l'accélération des particules de l'arc. Le flux en nombre des électrons est souvent constant dans tout l'arc. Ceci se reflète dans la décroissance constante du champ magnétique (visible sur le panneau *a*) et dans le flux constant du panneau *b*. En général, les variations du flux d'électrons en énergie sont davantage dues aux variations de l'énergie caractéristique qu'aux variations du nombre d'électrons.

Le panneau *e* de la figure 1.4 montre la distribution en angle de la population électronique. Par convention, 0° correspond aux électrons descendants. La distribution en "v inversé" se trouve autour de 0° avec un flux à peu près constant de 10^8 eV.cm⁻².s⁻¹.sr⁻¹.eV⁻¹. Les électrons chauds (pour l'essentiel, supérieurs à 10^3 eV) de la magnétosphère précipitent.

1.2.2 Les signatures observées sur le champ électrique

Le champ électrique parallèle est la source de l'accélération des particules aurorales, qui se fait durant le passage dans la chute de potentiel. Ces particules présentent typiquement des énergies de l'ordre du keV. Les premières observations de structures quasi-statiques associées à l'accélération des particules aurorales ont été faites par le satellite S3-3 entre 3000 et 8000 km (Mozer et al., 1977). L'existence de choc électrostatique a été démontrée par les travaux théoriques. Ces travaux décrivent les structures de champ électrique, qui sont de grande amplitude (>100 mV.m⁻¹), principalement perpendiculaires au champ magnétique et ont une épaisseur de plusieurs kilomètres. Le terme "électrostatique" est adapté tant que les signatures magnétiques peuvent être négligées. Par contre, le terme "choc" est un terme historique mal nommé. En effet, dans les plasmas magnétisés sans collision, le champ électrique perpendiculaire n'est pas négligeable et les structures perpendiculaires ne sont pas vraiment des chocs.

Les surfaces d'isopotential parallèles au champ magnétique à haute altitude doivent se fermer (sont alors perpendiculaire au champ magnétique) à des altitudes intermédiaires car aucun champ électrique parallèle important n'a été observé dans la basse ionosphère (voir figure 1.6). Cela suppose la présence d'un champ électrique parallèle à \vec{B} aux altitudes intermédiaires. On a en effet observé ces champs électriques paral-

lèles. Les régions de courant descendant et remontant présentent toutes les deux des chocs électrostatiques perpendiculaires. Des exemples de chocs convergents sont visibles sur la figure 1.4 panneau *h*. Le champ électrique présente en fonction du temps d'abord une composante positive puis négative et ceci à chaque fois que le satellite entre ou sort d'une région où il y a un faisceau d'ions. Les spectrogrammes des ions montrent alors un pic sur l'énergie du flux d'ions et un flux extrêmement collimaté autour de 180° .

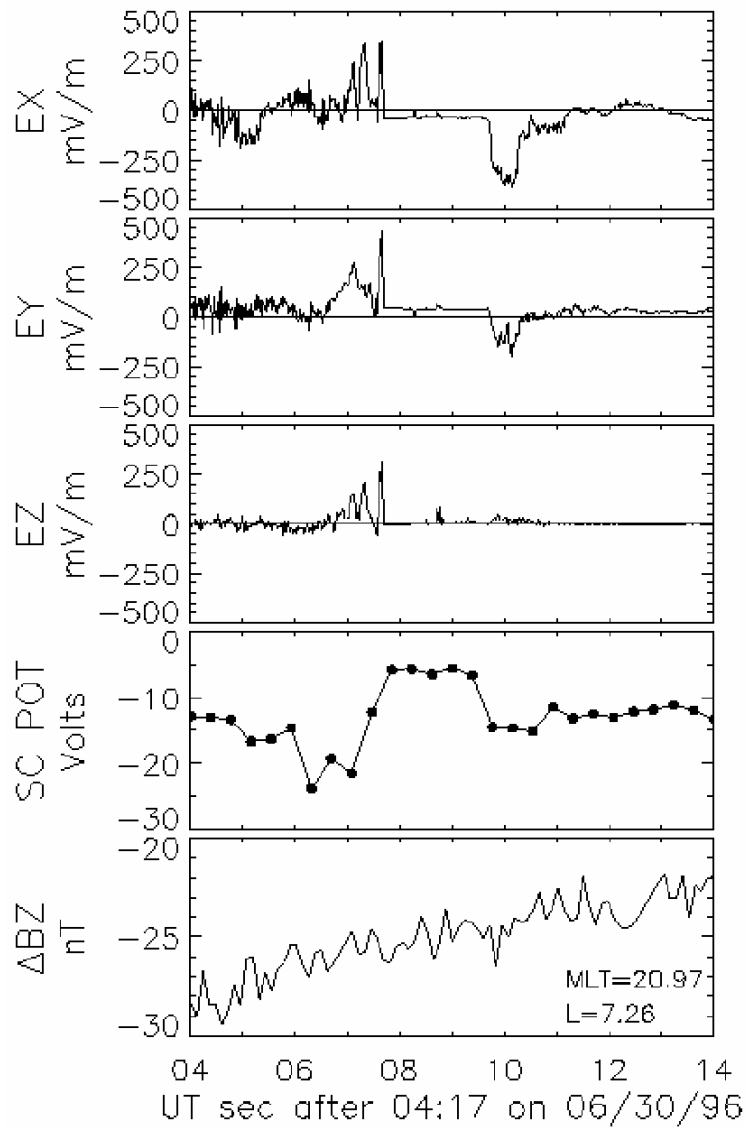


FIG. 1.5 – Les chocs électrostatiques mesurés par le satellite Polar. Les trois premiers panneaux correspondent aux composantes du champ électrique : E_x perpendiculaire à \vec{B} pointé vers l'équateur, E_y perpendiculaire à \vec{B} pointé en direction ouest et E_z composante alignée au champ magnétique local, Le dernier panneau correspond à la composante est-ouest du champ magnétique mesuré moins un champ magnétique modèle, d'après Mozer et Kletzing (1998)

Les mesures directes de champ électriques parallèles sont rares et délicates car il est difficile d'identifier la composante parallèle faible alors que les composantes perpendiculaires sont très importantes. Les satellites doivent posséder une très bonne résolution en angle et en amplitude. Les observations faites par Polar sont les meilleurs exemples que nous possédions. Le dernier panneau de la figure 1.5 (Mozier et Kletzing, 1998) représente la différence entre la composante est-ouest du champ magnétique mesuré et la valeur d'un modèle de champ magnétique. La pente positive indique une région de courant remontant. L'importance de la pente est proportionnelle à l'intensité de la densité de courant, évaluée à $0.07 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$. Les trois premiers panneaux correspondent à l'évolution des composantes du champ électrique en fonction du temps. On peut y voir des chocs électrostatiques notamment entre 04:17:04 et 04:17:08 UT et des signatures du champ électrique avec une composante parallèle importante. En effet, entre 04:17:06 et 04:17:08 UT, la composante parallèle augmente de 0 à $250 \text{ mV}\cdot\text{m}^{-1}$. Cependant, les différents exemples présentés par Mozer et Kletzing (1998) (non montrés ici) suggèrent tous que la composante parallèle est faible par rapport aux composantes perpendiculaires.

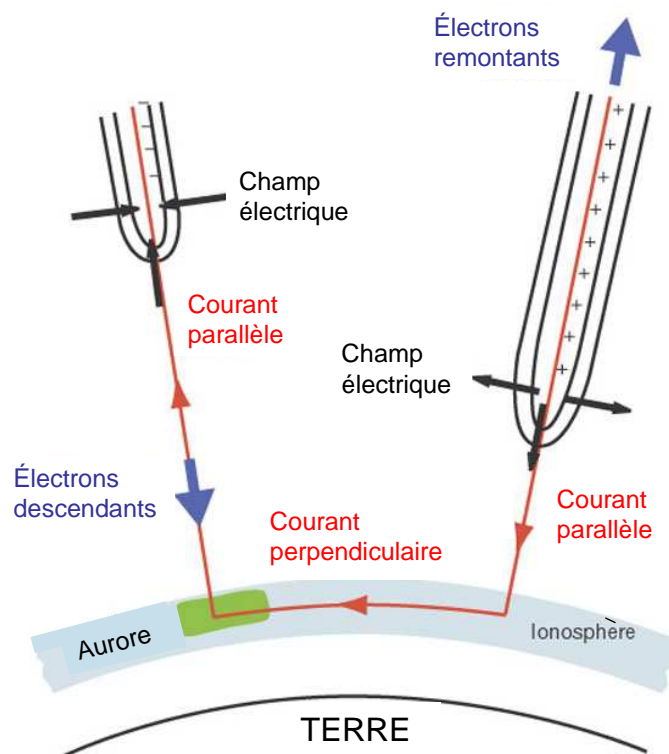


FIG. 1.6 – Ce schéma montre une structure de courant remontant (correspondant à l'aurore) et une structure de courant descendant (appelée courant de retour). Les contours des équipotentiels sont également représentés. Ils se ferment à 5000-8000 km pour les régions de courant remontant et à 1500-3000 km dans les régions de courant de retour. Les courants alignés sont portés par des électrons accélérés respectivement vers le bas et vers le haut, d'après Marklund et al. (2001)

Nous venons de voir les principales caractéristiques des régions de courants remontants :

- Structure en "v inversé" sur l'énergie des électrons
- Flux d'ions associés
- Chocs divergents sur le champ électrique

Pour expliciter ce dernier, nous pouvons nous appuyer sur la figure 1.6 de Marklund et al. (2001). Si un satellite traverse la structure de courant de droite à gauche, il rencontre tout d'abord un champ électrique orienter dans le même sens que la trajectoire du satellite, puis en sens inverse de sa trajectoire.

Etudions maintenant les régions de courants descendants.

1.3 Etude des courants parallèles descendants vers l'ionosphère

Ces régions sont définies par le sens du courant porté par les charges positives : descendant vers l'ionosphère, autrement dit les électrons remontants de l'ionosphère. Ces courants sont portés à ces altitudes (2000-10000 km) par un flux d'électrons froids provenant de l'ionosphère. Ces électrons sont accélérés sous forme d'un faisceau intense d'électrons remontants. La région de courant descendant est souvent appelée courant de retour, en opposition à la région de courant remontant appelée courant primaire. Dans cette section, nous allons donc étudier et comparer la région de courant descendant à ce que nous avons appris de la région de courant remontant.

1.3.1 De très fortes densités de courant descendant vers l'ionosphère

Une mesure indirecte

Le chauffage Joule Nous avons vu qu'une quantité importante d'énergie est transférée du vent solaire vers la magnétosphère. Cette énergie se retrouve dans l'ionosphère sous forme de particules énergétiques ou d'énergie électromagnétique. Les particules énergétiques vont jouer un rôle important dans l'excitation des émissions optiques et dans l'ionisation des neutres. Les précipitations impliquent qu'il y ait dépôt d'énergie. Cette énergie est transférée le long des lignes de champ dans l'ionosphère où elle est dissipée par chauffage Joule ($\vec{J} \cdot \vec{E}$). Ainsi, pour un champ électrique appliqué perpendiculaire au champ magnétique, l'énergie est dissipée par un courant parallèle à \vec{E} , c'est-à-dire le courant Pedersen ; le courant Hall n'est pas dissipatif. Comme la densité de courant Pedersen s'exprime $\vec{J}_p = \sigma_p \vec{E}$, où σ_p est la conductivité Pedersen, le chauffage Joule intégré s'écrit $\Sigma_p E^2$, où $\Sigma_p = \int \frac{\nu_i(z)/\Omega_i}{1+\nu_i^2/\Omega_i^2} \frac{n_i(z)e^2}{B} dz$, ν_i est la fréquence de collisions des ions et ω_i est la fréquence cyclotronique des ions. Ainsi, la présence de chauffage Joule est directement liée à l'évolution de ν_i/Ω_i et de $n_i(z)$ en fonction de l'altitude. Dans le cas de la présence d'un champ électrique

parallèle au champ magnétique, le chauffage Joule s'exprime $\vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma_0 E_{\parallel}^2$ où σ_0 dépend essentiellement de la fréquence de collision des électrons.

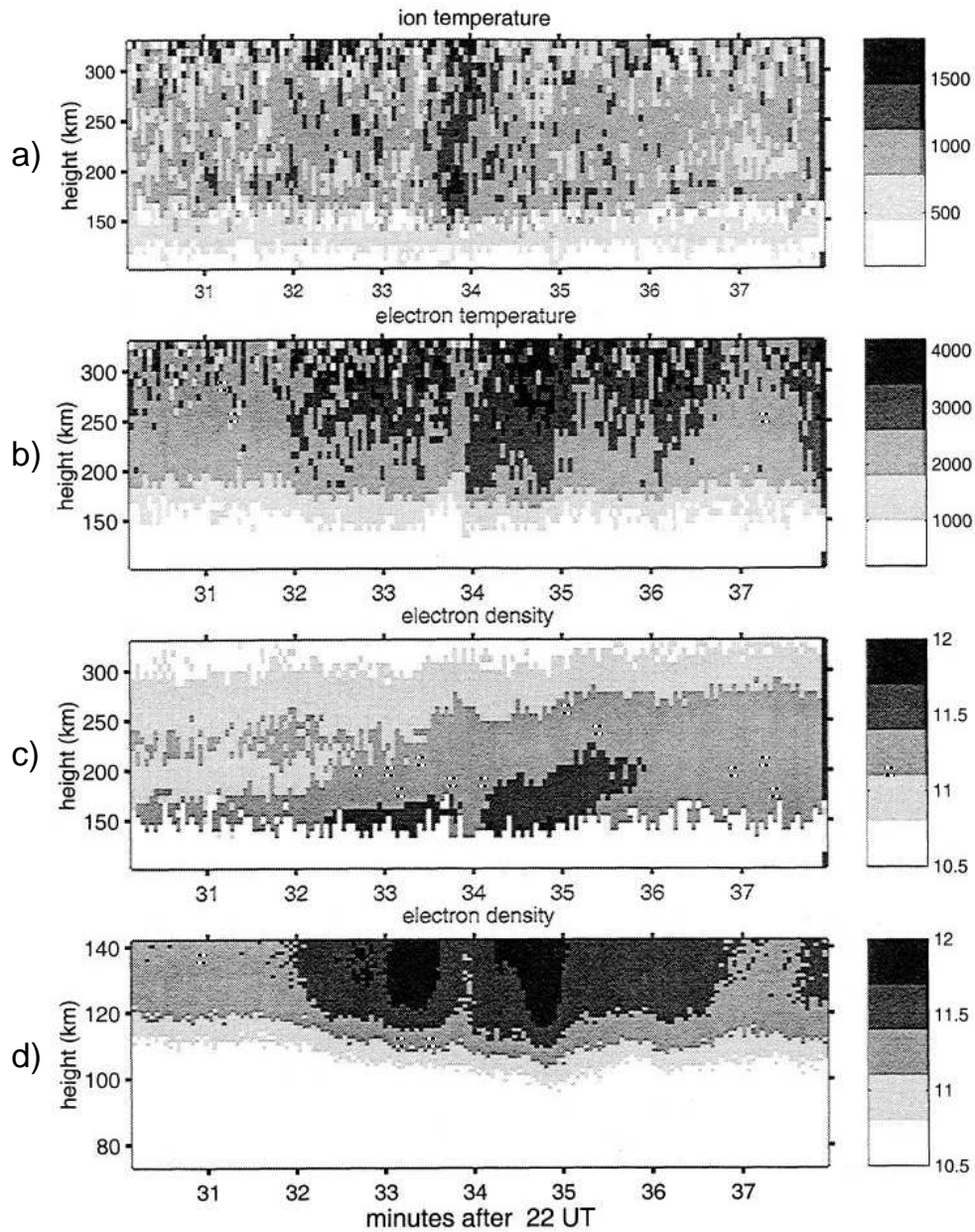


FIG. 1.7 – L'évolution temporelle des paramètres plasma obtenus à l'aide du radar à diffusion incohérente (EISCAT) entre 22:30:00 et 22:38:00 UT, le 28 janvier 1995 : température des ions (panneau *a*), température électronique (panneau *b*) et densité des électrons en région E et F (panneau *c* et *d*), (Lanchester et al., 2001).

Des mesures EISCAT Nous présentons ici les travaux de Lanchester et al. (2001). Cette étude combine des mesures à un modèle numérique. Voyons tout d'abord les mesures réalisées à l'aide du radar à diffusion incohérente EISCAT.

Les mesures ont été faites durant la campagne du 28 janvier 1995 à Tromsø en Norvège. L'expérience UHF a été conçue pour étudier les événements variant rapidement dans le temps. L'expérience donne des profils haute résolution dans la région entre 75 et 145 km d'altitude avec une résolution spatiale de 1.05 km. Les paramètres plasma sont obtenus dans la région F à basse résolution (12 km en espace et 3 s en temps). La figure 1.7 nous donne une vue d'ensemble de l'événement d'après les données radar, entre 22:30:00 et 22:38:00 UT, avec 3 s de résolution. Les deux graphiques du bas représentent la densité des électrons dans les régions E et F. Les mesures aurorales sont plus intenses entre 22:34:00 et 22:35:00 UT. A cet instant, nous pouvons voir une forte augmentation de la densité. Avant cela, il y a une augmentation de la densité suivie par une brusque chute de densité (trou de densité). Le panneau a correspond à la température ionique, qui montre une augmentation au moment du trou de précipitation. Sur le panneau b, la température électronique varie selon le même schéma que la densité électronique. Cependant, l'augmentation de la température (avant 22:34:00 UT) précède celle de la densité. C'est ce phénomène que Lanchester et al. (2001) tentent d'expliquer à l'aide d'un modèle numérique.

Un modèle numérique Ce modèle est un modèle 1D dépendant du temps, dans lequel on résout l'équation de transport des électrons à chaque pas de temps (3 s dans ce cas). Les sorties de ce modèle sont les profils d'échelle de hauteur de l'ionisation, de l'excitation et du chauffage électronique ; les entrées sont la chimie ionique et la partie énergétique du modèle. On résout le système couplé des équations de continuité pour les ions positifs et les espèces neutres et l'équation de l'énergie pour les ions et les électrons. Ainsi, les températures électroniques et ioniques sont obtenues en résolvant les équations de l'énergie couplées à la chimie ionique.

On compare alors sur la figure 1.8 panneau a, les différentes températures des électrons obtenues :

- par le radar EISCAT (ligne pleine)
- calculées à l'aide du modèle avec l'ajout d'une densité de courant alignée c'est-à-dire de chauffage Joule (ligne pointillés)
- calculées à l'aide du modèle sans ajout (ligne - -).

Sur le panneau b, les densités électroniques obtenues par Eiscat d'une part et par le modèle d'autre part sont représentées en fonction du temps. On constate que le modèle reproduit parfaitement les densités électroniques mais est incapable de reproduire la température électronique sans l'ajout d'une densité de courant parallèle de l'ordre de quelques centaines de $\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$. Pour obtenir les variations observées de la température électronique, une source de chauffage supplémentaire doit être ajoutée : le chauffage joule, produit par de forts courants parallèles (voir figure 1.8). Ainsi, ce modèle montre que le chauffage Joule dû à un fort courant aligné peut représenter une part non négligeable du chauffage supplémentaire nécessaire

pour reproduire les changements de température électronique de la région E.

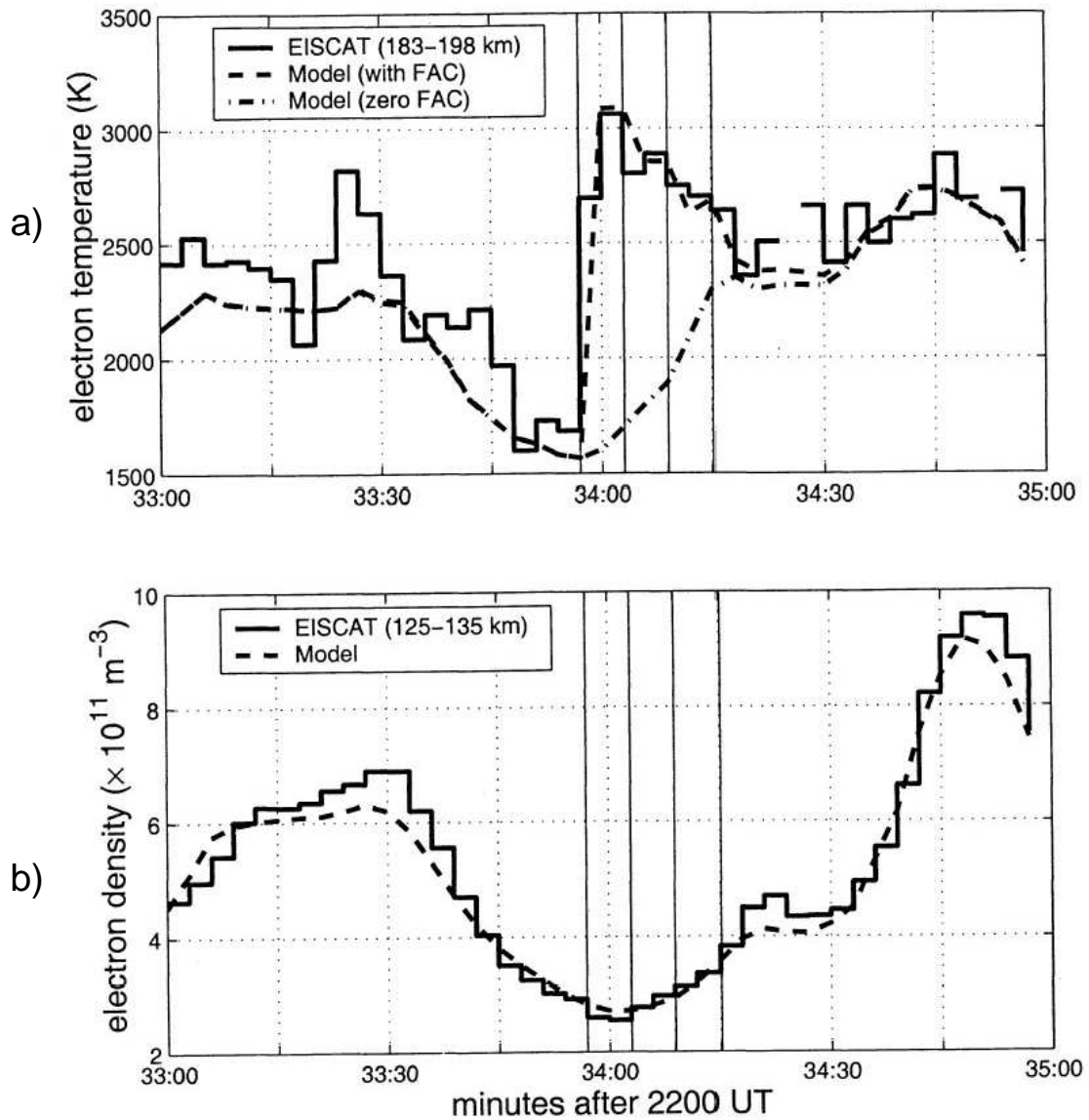


FIG. 1.8 – La température et la densité électronique en fonction du temps. La ligne pleine représente les mesures EISCAT, la ligne en tirets le modèle avec ajout de courants parallèles et la ligne en points-tirets le modèle seul (Lanchester et al., 2001)

Nous pouvons cependant soulever quelques questions sur ce travail. Le modèle développé étant en une dimension, il ne permet pas d'étudier l'impact d'un champ électrique perpendiculaire au champ magnétique et présent à des altitudes inférieures à 200 km. Il faudrait comparer les termes $\sigma_{\perp} E_{\perp}^2$ et $\sigma_{\parallel} E_{\parallel}^2$ avant de pouvoir dire que le chauffage des électrons est entièrement dû à une densité de courant parallèle. Ainsi, Kagan et Saint-Maurice (2005) ont montré l'importance de considérer le problème dans son ensemble.

Ils ont couplé les équations de conservation de l'énergie des électrons et des ions. Leur modèle montre qu'une partie du champ électrique perpendiculaire est convertie en direction parallèle du fait des fluctuations magnétiques associés à l'arc. Sous l'influence du champ électrique parallèle, les électrons précipitent et les ions remontent. Dans ce cas, la densité de courant est de $50 \mu \text{ A.m}^{-2}$. Les électrons sont chauffés, en partie grâce à la friction et principalement grâce à l'advection.

Le travail de Lanchester et al. (2001) représente une première pierre apportée à la démonstration de l'existence de forte densité de courant dans l'ionosphère. Mais, nous disposons également de mesures plus directes.

Des mesures directes

Un exemple : le satellite Ørsted Stauning et al. (2003) utilise les mesures du satellite Ørsted pour en déduire les densités de courant dans l'ionosphère. Ørsted est un satellite basse altitude, qui a été lancé le 23 février 1999. L'orbite est quasi-polaire avec une inclinaison de 96° , un périégée de 640 km et une apogée de 860 km. Cette orbite dérive lentement en temps local afin de survoler toutes les lignes de champ magnétique. Pendant 6 mois, les collectes de données se sont faites de manière continue. La fréquence d'échantillonnage est de 25 s^{-1} et occasionnellement 100 s^{-1} , ce qui correspond à une résolution temporelle de 300 à 75 m, respectivement.

Le calcul de la densité de courant suppose que les paramètres sont stationnaires. La densité de courant J est calculée en utilisant le théorème d'Ampère. En supposant la traversée du sud vers le nord d'une couche de courant étendue en direction est-ouest, la loi d'Ampère impose que $j_z \propto \frac{\partial B_y}{\partial x}$. Ainsi, une pente positive (négative) de δB indique un courant parallèle (anti-parallèle). L'intégrale se fait sur un parallélogramme $\Delta \vec{r} \times \vec{h}$ où $\Delta \vec{r}$ est un incrément le long de l'orbite et \vec{h} un vecteur unitaire dans la direction de la perturbation magnétique \vec{B}_1 :

$$J = \frac{\Delta B_1}{\mu_0 \Delta r}.$$

Les perturbations magnétiques \vec{B}_1 sont obtenues en soustrayant les valeurs du modèle Ørsted aux valeurs mesurées (Olsen et al., 2000).

Les résultats sont présentés sur la figure 1.9. Les deux panneaux représentent la densité de courant en $\mu \text{ A.m}^{-2}$ en fonction du temps en s. Le second n'est qu'un zoom du premier sur l'intervalle de temps 25-30 s. Les densités de courant varient fortement sur de courtes périodes de temps ($< 1 \text{ s}$). Le zoom permet de distinguer de multiples pics atteignant $200 \mu \text{ A.m}^{-2}$ et une structure particulière à 28 s : deux pics de $700 \mu \text{ A.m}^{-2}$ entourant un pic de $-900 \mu \text{ A.m}^{-2}$. La largeur des pics est de quelques centièmes de seconde ce qui correspond à une échelle spatiale d'une centaine de mètres ou quelques kilomètres.

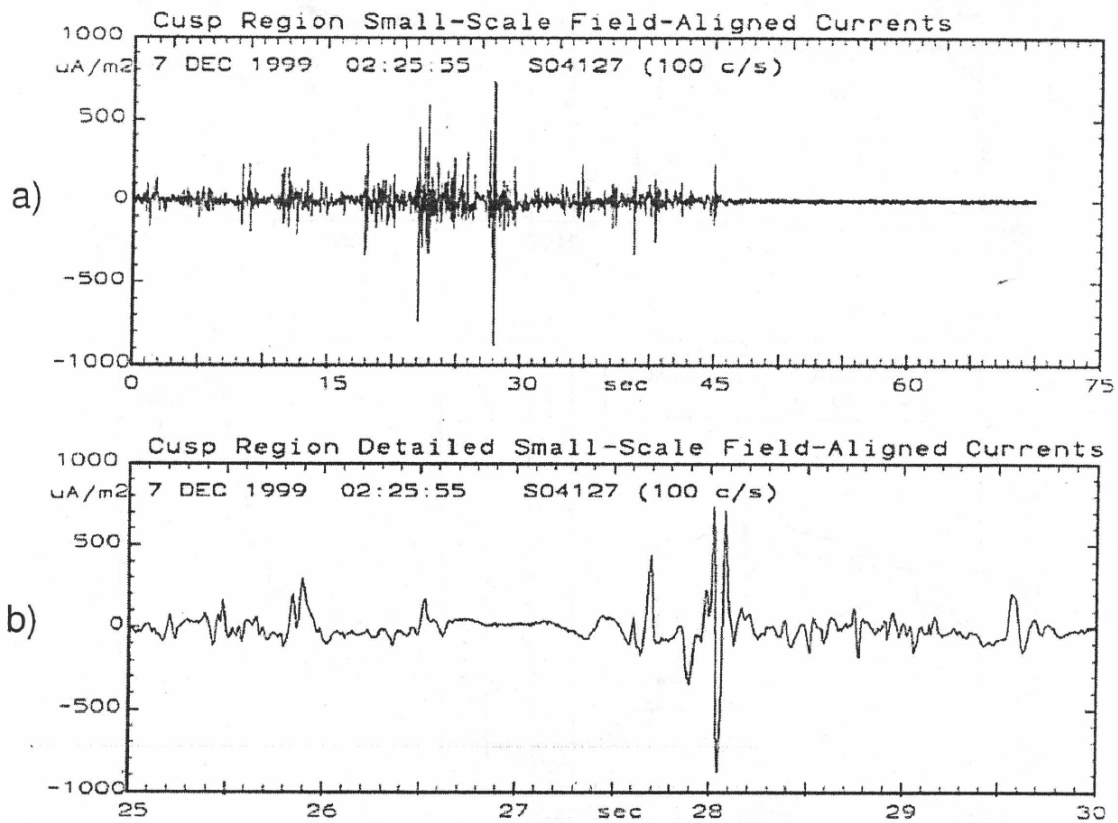


FIG. 1.9 – Densités de courant en fonction du temps observées par Ørsted entre 02:25:55 et 02:27:10 sur le panneau *a* et entre 02:26:20 et 02:26:25 sur le panneau *b*, (Stauning et al., 2003)

Stauning et al. (2003) présentent également une étude statistique sur l'intensité des densités de courant. La figure 1.10 représente donc le nombre de fois où ils ont observé une densité de courant donnée par orbite et ce pour différentes fréquences d'échantillonnage. Ces fréquences d'échantillonnage correspondent à des résolutions spatiales variant de 825 à 75 m. Sur le graphique 1.10, nous constatons que des densités de courant de $200 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ sont mesurées environ 3 fois par orbite sur une échelle spatiale de 525 m mais 20 fois par orbite sur une échelle de 75 m. Les plus grandes densités de courant mesurées sont de $640 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ sur 75 m. Tout cela montre bien l'importance d'avoir une haute résolution spatiale pour mesurer les densités de courant alignées au champ \vec{B} .

A l'aide de ce même satellite et en utilisant la même méthode, Neubert et Christiansen (2003) publient des valeurs de densités de courant de $10\text{-}100 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$, pouvant atteindre $1000 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ dans des conditions perturbées.

Ainsi, des expériences récentes montrent l'importance des densités de courant dans l'ionosphère. Ceci a été rendu possible grâce à l'amélioration de la résolution spatiale des instruments. Des densités de courant de plusieurs centaines de $\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ sont de nos jours couramment observées.

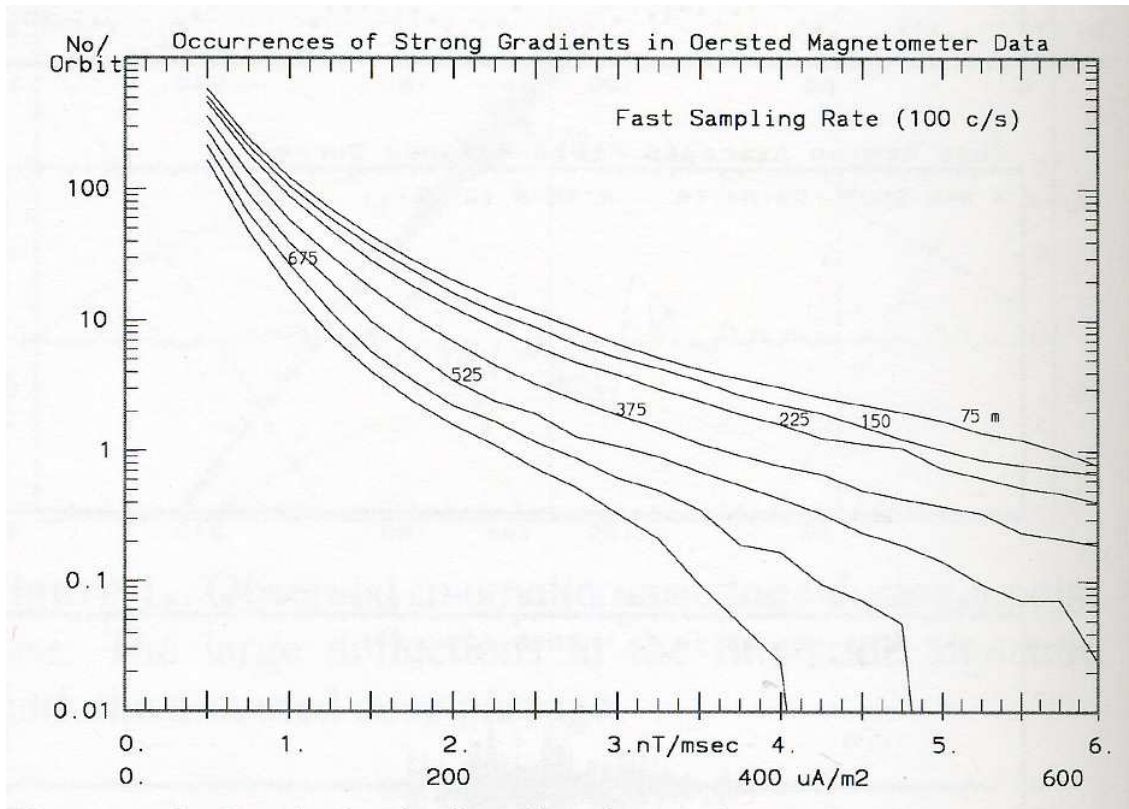


FIG. 1.10 – Statistiques : nombre de fois où une densité de courant est observée au cours d'une orbite du satellite Ørsted et ceci pour différentes fréquences d'échantillonnage donc différentes résolutions spatiales (Stauning et al., 2003)

Une étude statistique Les travaux consacrés à la mesure de fortes densités de courant dans l'ionosphère étant nombreux et très diversifiés, nous avons décidé de réaliser une étude statistique des valeurs de ces densités de courant publiées sur les 25 dernières années. Cette étude n'est en rien exhaustive mais elle va permettre de dégager une tendance ¹. Sur la figure 1.11, nous représentons la densité de courant mesurée ou calculée en fonction de la résolution spatiale des instruments de mesures utilisés. Pour l'essentiel, les mesures proviennent de satellites mais on dispose également de données sol obtenues par SuperDARN. En ce qui concerne les satellites, les densités de courant sont obtenues à l'aide des mesures des perturbations magnétiques. Nous supposons ensuite l'existence d'une couche de courant, le plus souvent infiniment longue en direction est-ouest et réduite en direction nord-sud.

Nous nous apercevons que plus la résolution spatiale de l'instrument s'améliore, plus la densité de courant mesurée augmente. L'ensemble de ces études tend à démontrer que les fortes densités de courant

¹Cette étude a été réalisée sur la bibliographie suivante :

Olsen (1997); Christiansen et al. (2002); Stauning (2002); Weimer (2001); Ohtani et al. (1996); Ivchenko et Marklund (2002); Stasiewicz et Potemra (1998); Stasiewicz et al. (1998); Luhr et al. (1994); Amm et al. (1999); Kustov et al. (2000, 1997); Scofield et al. (2005); Elphic et al. (1998); Carlson et al. (1998); Ritter et al. (2004); Wang et al. (2006)

dans l'ionosphère sont une réalité et que sur des échelles spatiales fines de l'ordre de quelques centaines de mètres, une densité de courant de 0.5 à 1 mA.m⁻² est parfaitement raisonnable.

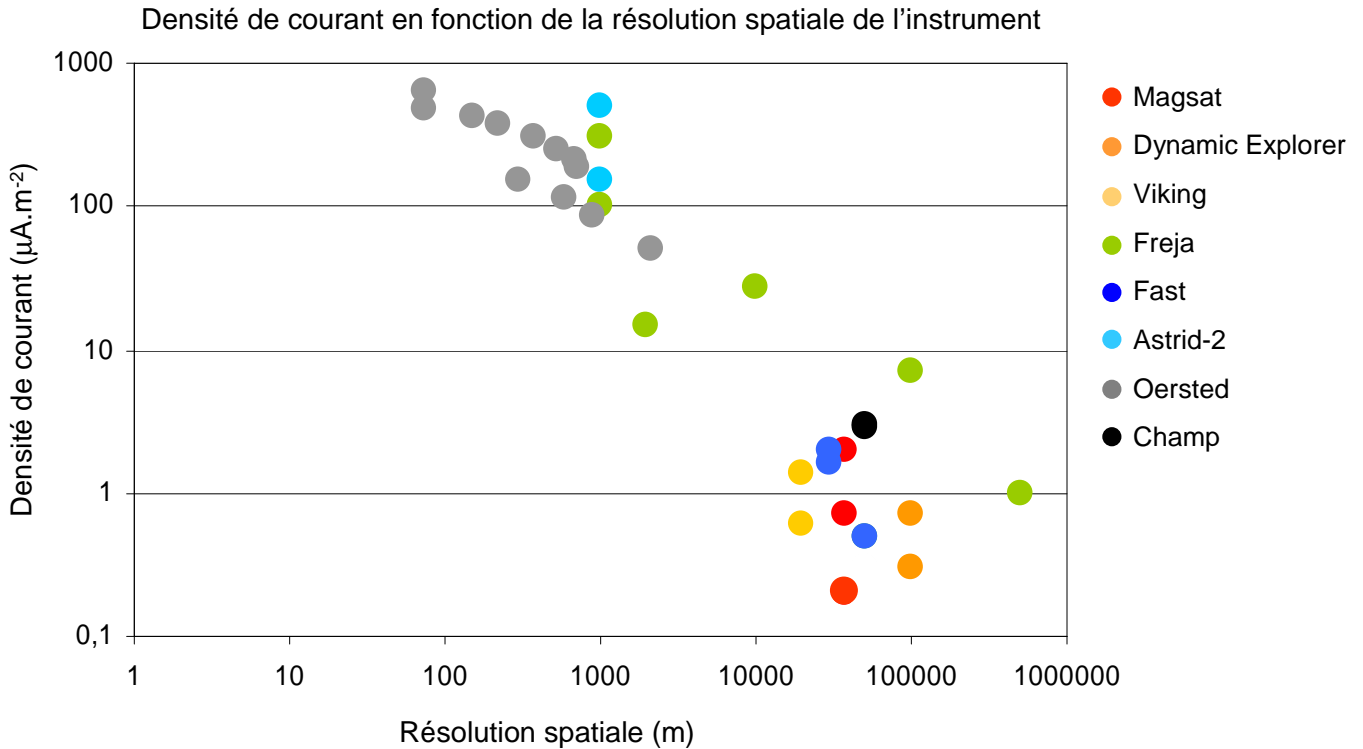


FIG. 1.11 – Densité de courant mesurée en fonction de la résolution spatiale des différents instruments

Remarques :

Les mesures de densité de courant réalisées grâce aux différents satellites supposent :

- 1) Les fluctuations magnétiques observées sont dues à des structures statiques et non à des ondes d'Alfvén.
- 2) La couche de courant est infiniment longue en direction est-ouest et réduite en direction nord-sud. Ceci implique une géométrie cartésienne.

Afin de valider l'hypothèse 1, nous pouvons nous reporter à certaines études, dont celle de Miyake et al. (2001), qui tendent à prouver que les ondes d'Alfvén sont uniquement présentes dans les régions de courant remontant. Ainsi, l'hypothèse 1 serait valable dans les régions de courant descendant.

Concernant l'hypothèse 2, nous pouvons, par exemple, citer Danielides et al. (2001) qui utilisent une géométrie cylindrique et qui trouvent des densités de courant de l'ordre de 40 μA.m⁻² avec une résolution spatiale de 20 km. Si nous comparons cette valeur avec la figure 1.11, nous constatons que ces valeurs se situent dans l'alignement des valeurs déjà reportées. La géométrie ne semble donc pas influencer fortement l'ordre de grandeur des densités de courant mesurées.

1.3.2 Caractérisation des régions de courant descendant vers l'ionosphère

Les électrons remontants

La figure 1.12 représente les observations haute résolution au cours de la traversée d'une région active par le satellite FAST près du minuit magnétique. Le panneau *a* montre la composante ouest de la variation du champ magnétique (soustraction entre le champ mesuré et celui calculé à partir du modèle IGRF). La pente négative observée sur la première moitié du passage est caractéristique d'un courant parallèle remontant. Puis la pente s'inverse montrant alors un courant parallèle descendant. Ceci correspond aux régions de courant 1 et 2 attendues près du minuit magnétique (voir figure 1.3).

Les données électrons sont représentées sur les cinq panneaux suivants. Les panneaux *b* et *d* sont des spectrogrammes en énergie et en fonction du temps pour les électrons descendants et remontants. Le panneau *c* représente le spectrogramme en fonction de l'angle d'arrivée où 0° correspond aux flux descendants. Les flux en énergie et en nombre de particules pour les électrons remontants et descendants sont représentés sur les panneaux *e* et *f*.

La région de courant remontant, visible entre 19:06:00 et 19:07:10 UT, correspond à une large région de précipitation électronique en forme de "v inversé". Elle présente un pic d'énergie autour de 1 keV (panneau *b*). Cet exemple décrit un arc auroral modérément intense, avec un flux de particules précipitantes de $2-3 \cdot 10^8$ électrons. $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (panneau *e*). Nous observons un pic dans le flux énergétique descendant à $1 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, excepté dans une région très étroite où le pic est à $10 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (panneau *f*). Cette région correspond à l'extrémité nord de l'arc. En comparaison, les électrons remontants dans la région de courant de retour, entre 19:07:20 et 19:09:00 UT, ont un flux de particules de 10^9-10^{10} électrons. $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (panneau *e*), environ 10 fois plus important que les flux caractéristiques des régions de courant remontant. Le flux en énergie est également conséquent avec un pic à $5 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (panneau *f*). Le spectre en énergie des électrons remontants est très large, de 4 eV jusqu'à quelques keV (panneau *d*). Ce flux d'électrons remontants est accompagné d'un flux d'électrons précipitants de faible énergie. Ces deux populations sont extrêmement collimatées (panneau *c*). Les mesures de densité des électrons remontants varient entre 3 et 15 électrons. cm^{-3} .

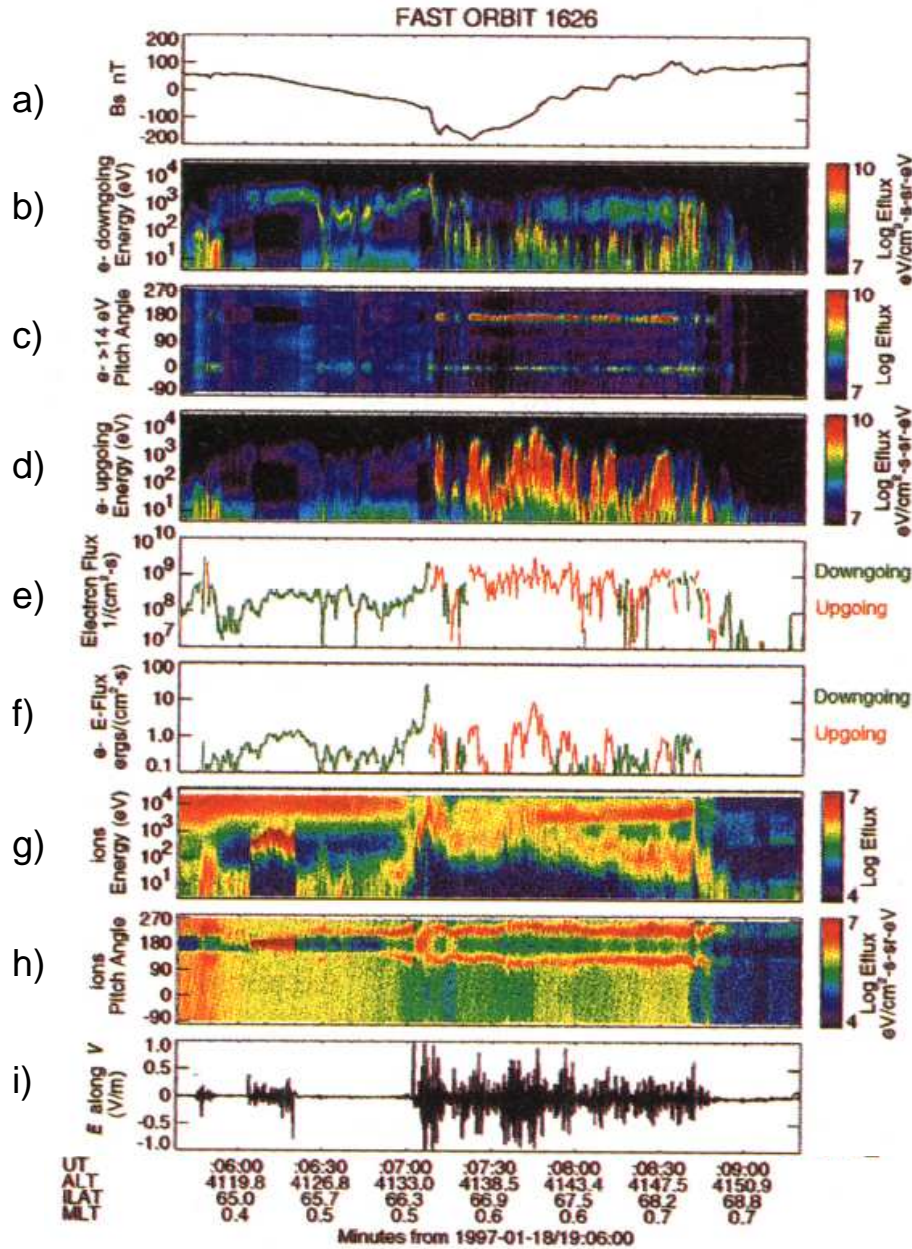


FIG. 1.12 – Les observations FAST d’une traversée d’un arc auroral près du minuit magnétique, montrant un exemple du courant parallèle descendant à côté d’une région de courant remontant. De haut en bas : (a) les variations du champ magnétique (pratiquement composante est), une pente positive indique un courant descendant ; (b) le flux des électrons descendants en fonction de leur énergie et du temps ; (c) le flux des électrons en fonction de leur angle d’arrivée et du temps, les flux autour de 180° sont remontants ; (d) le flux des électrons remontants en fonction de leur énergie et du temps ; (e) le flux total d’électrons remontants en rouge et descendants en vert en nombre de particules ; (f) le flux total d’électrons remontants en rouge et descendants en vert en énergie ; (g) le flux des ions en fonction de leur énergie et du temps, le spectrogramme en énergie est moyenné sur tous les angles d’arrivée ; (h) le flux des ions en fonction de leur angle d’arrivée ; (i) le champ électrique DC perpendiculaire au champ magnétique et parallèle à la vitesse du satellite ; (j) la densité spectrale en puissance du champ électrique basse fréquence. Ce graphique provient de Carlson et al. (1998)

Le champ électrique

En continuant l'étude de la figure 1.12, nous arrivons aux mesures de champ électrique. Nous allons nous concentrer sur les signatures du champ continu. Contrairement aux structures convergentes des régions en "v inversé", les régions de courant de retour présentent une structure de choc divergent. Les panneaux *a* et *b* de la figure 1.13 (Marklund et al., 1994a) montrent deux structures divergentes (potentiel positif d'environ 10 V panneau *c*) à 1765 km d'altitude observées par le satellite Freja. Ces structures sont souvent accompagnées d'électrons remontants isolés. Le champ électrique accompagnant les régions étendues d'électrons remontants est caractérisé par des fluctuations basse fréquence intenses, avec des amplitudes comprises entre 100 et 1000 $\text{mV}\cdot\text{m}^{-1}$, comme sur les figures 1.12 panneau *i* et 1.13.

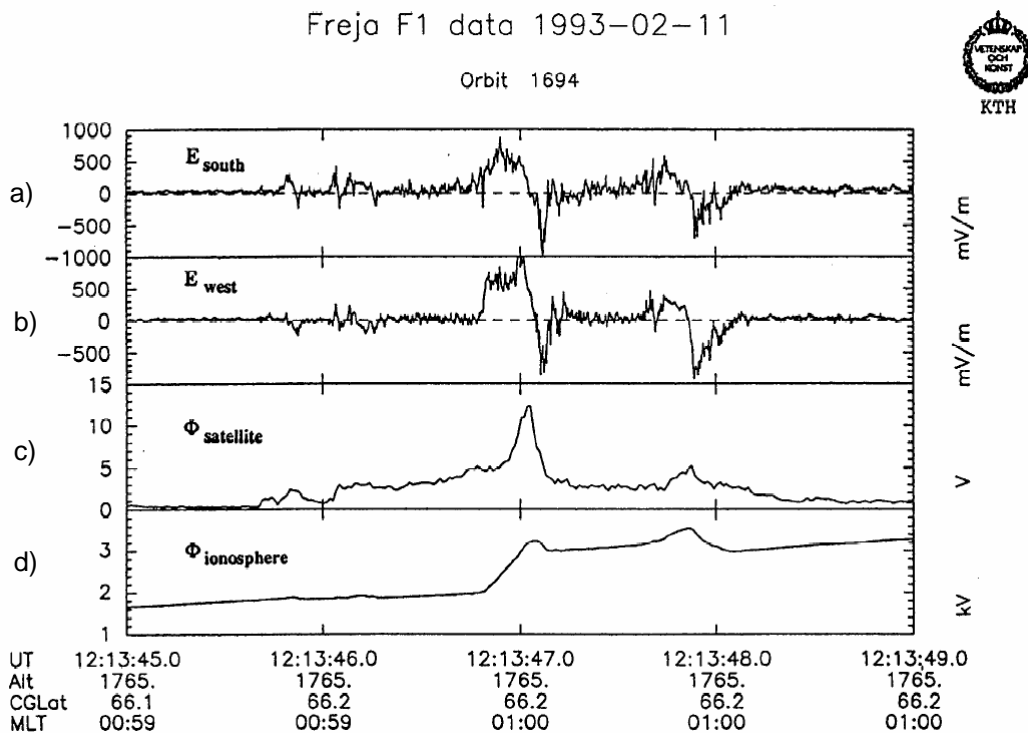


FIG. 1.13 – Les observations de structures de champ électrique intense vues par Freja à 1700 km d'altitude le 11 mars 1993 (Marklund et al., 1994a) Panneau *a* : composante sud du champ électrique, panneau *b* : composante ouest du champ électrique, panneau *c* : potentiel flottant (-potentiel satellite), panneau *d* : la distribution du potentiel calculée le long de l'orbite.

Ainsi, l'existence de ces chocs divergents dans les régions de courant de retour a été démontrée par les mesures de Freja et FAST (voir figure 1.6). Cependant, certaines propriétés telles que l'extension spatiale, le temps de croissance et de vie, ne sont pas observables par des mesures en un point. La mission multi-satellites Cluster lancée en 2000 apporte une vision différente grâce à ses mesures multipoints.

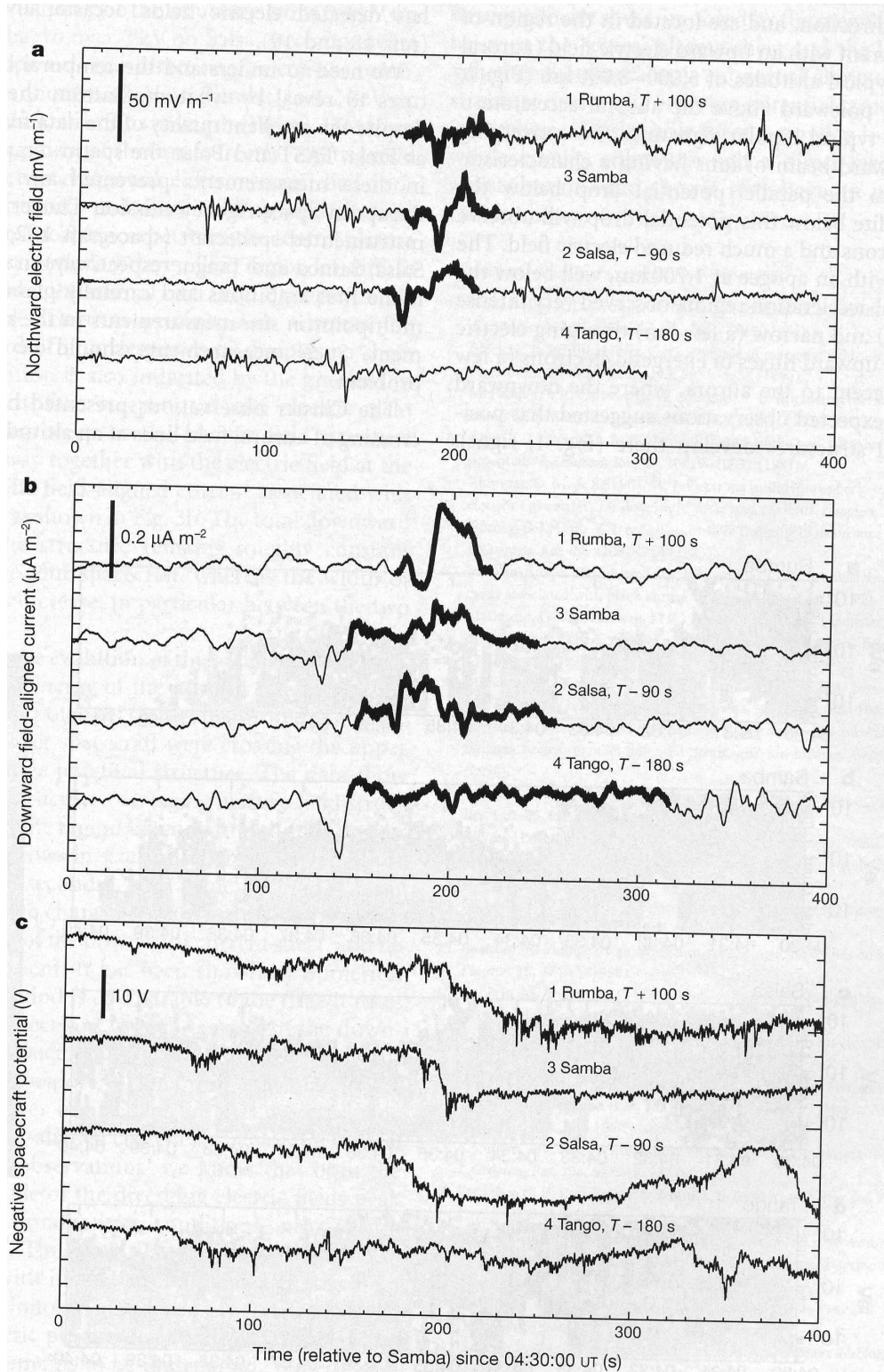


FIG. 1.14 – Les structures de champ électrique nord (panneau *a*), les densités de courant aligné au champ (panneau *b*) et - le potentiel satellite (panneau *c*) d'après Marklund et al. (2001). Dans chaque panneau, les mesures pour les quatre satellites sont représentées suivant l'ordre dans lequel ils traversent la structure.

Les observations des figures 1.14 et 1.15 ont été obtenues lors de la traversée de la zone aurorale du pôle nord : les quatre satellites y passent entre 04:30:00 UT et 04:40:00 UT le 14 janvier 2001 (Marklund et al., 2001).

A 21700 km d'altitude, les quatre satellites Cluster traversent l'ovale auroral pendant environ 100 s. Le panneau *a* de la figure 1.14 représente la composante nord du champ électrique, le panneau *b* le courant aligné déduit de la composante Est du champ magnétique et le panneau *c* $-V_{sat}$ c'est-à-dire moins le potentiel du satellite. Les satellites 1, 3 et 2 observent une structure de champ électrique divergente qui grossit en taille et en amplitude. Ceci correspond à une croissance du potentiel de 500 V à 2 kV (panneau *c*). Cependant, lorsque le satellite 4 arrive au même endroit, le champ électrique s'est estompé et il ne reste aucune preuve de l'existence d'une structure (panneau *a*).

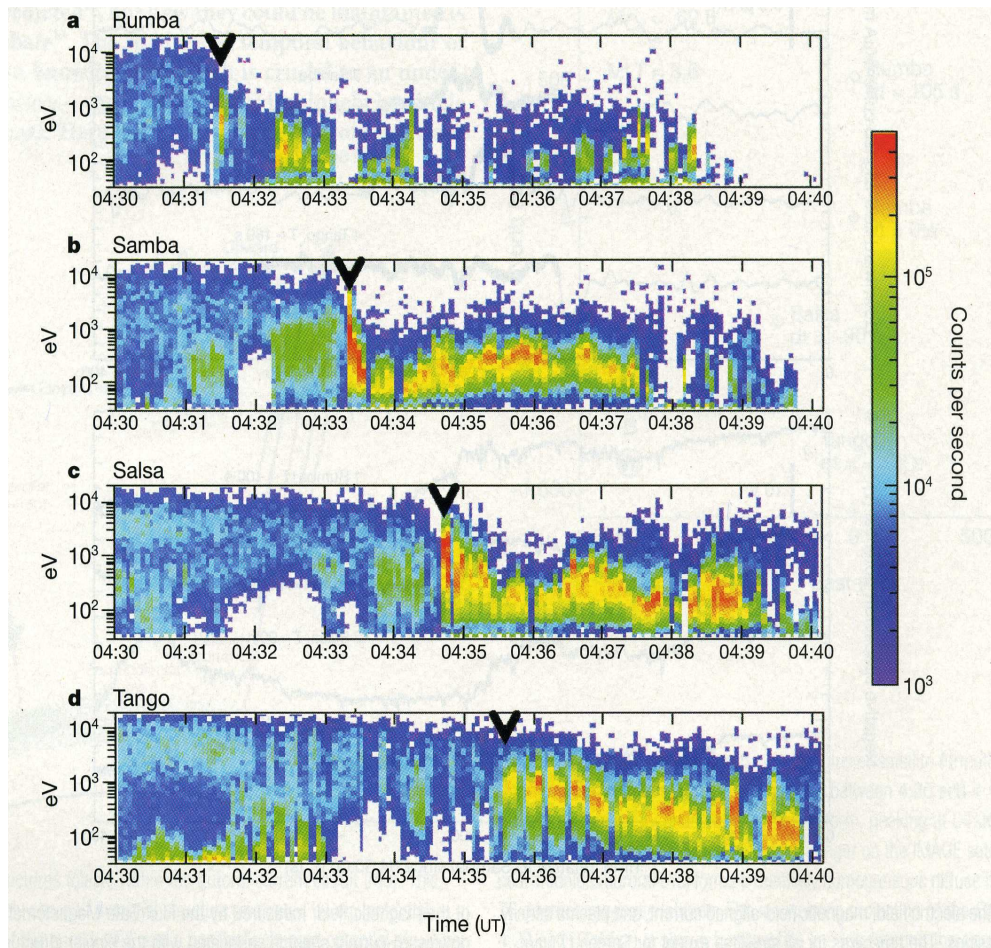


FIG. 1.15 – Les spectrogrammes des électrons en fonction de l'énergie dans la direction antiparallèle mesurés par PEACE par les quatre satellites Cluster (1, 3, 2 et 4) entre 04 :03 et 04 :40 UT le 14 janvier 2001. Les flèches indiquent le début de la structure d'après Marklund et al. (2001)

Les panneaux de la figure 1.15 correspondent aux spectrogrammes du nombre d'électrons remontants en fonction de l'énergie et du temps pour les quatre satellites. Les données électrons montrent une augmentation de l'énergie de 500 eV à 2 keV. L'augmentation du potentiel parallèle et du potentiel perpendiculaire indique que le satellite traverse une structure de potentiel en forme de U qui croît en taille et ce sur des échelles de temps de l'ordre de quelques centaines de secondes. Le courant parallèle associé à cette structure est descendant (panneau *b* de la figure 1.14). Le courant total intégré sur toute la structure reste constant durant le passage des quatre satellites. De plus, nous pouvons remarquer que la taille de la couche de courant croît au cours du temps, notamment entre le passage du satellite 2 et 4. Un gradient de densité apparaît dans la structure et celui-ci augmente à mesure que le champ électrique croît ; puis, le gradient disparaît.

Nous allons maintenant détailler l'origine des porteurs de ces courants.

1.3.3 L'origine ionosphérique des porteurs de courant

Un indice : des données couplées FAST et EISCAT

Nous présentons dans cette partie des données de FAST du 19 février 1998 et des données EISCAT. FAST est un satellite qui se situe à 4000 km d'altitude. Eiscat est un radar à diffusion incohérente qui observe l'ionosphère entre 150 et 600 km d'altitude. L'échelle de temps a été modifiée pour correspondre aux observations FAST de plus hautes altitudes (voir figure 1.16). Fast et Eiscat se situent sur une même ligne de champ.

Le panneau *a* représente le flux d'énergie en $\text{eV.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{sr}^{-1}.\text{eV}^{-1}$ en fonction de l'énergie des électrons et du temps. Les électrons ont des angles d'arrivée compris entre 150° et 180° c'est-à-dire qu'ils sont dits remontants.

Nous pouvons distinguer deux zones :

- entre 18:41:36 et 18:45:00 : deux faibles flux d'électrons de hautes énergies, de 1000 à 10000 eV, qui correspondent à des zones où les électrons précipitent.
- entre 18:45:40 et 18:46:30 : un flux très important d'électrons remontants de basse énergie, comprise entre 10 et 800 eV.

Sur le panneau *b* de la figure 1.16, nous pouvons voir que les électrons remontants sont fortement collimatés en angle.

Sur les panneaux *c*, *d* et *e* de la figure 1.16, nous montrons le champ électrique nord en fonction du temps, les variations de la température ionique et de la densité électronique en fonction de l'altitude et du temps.

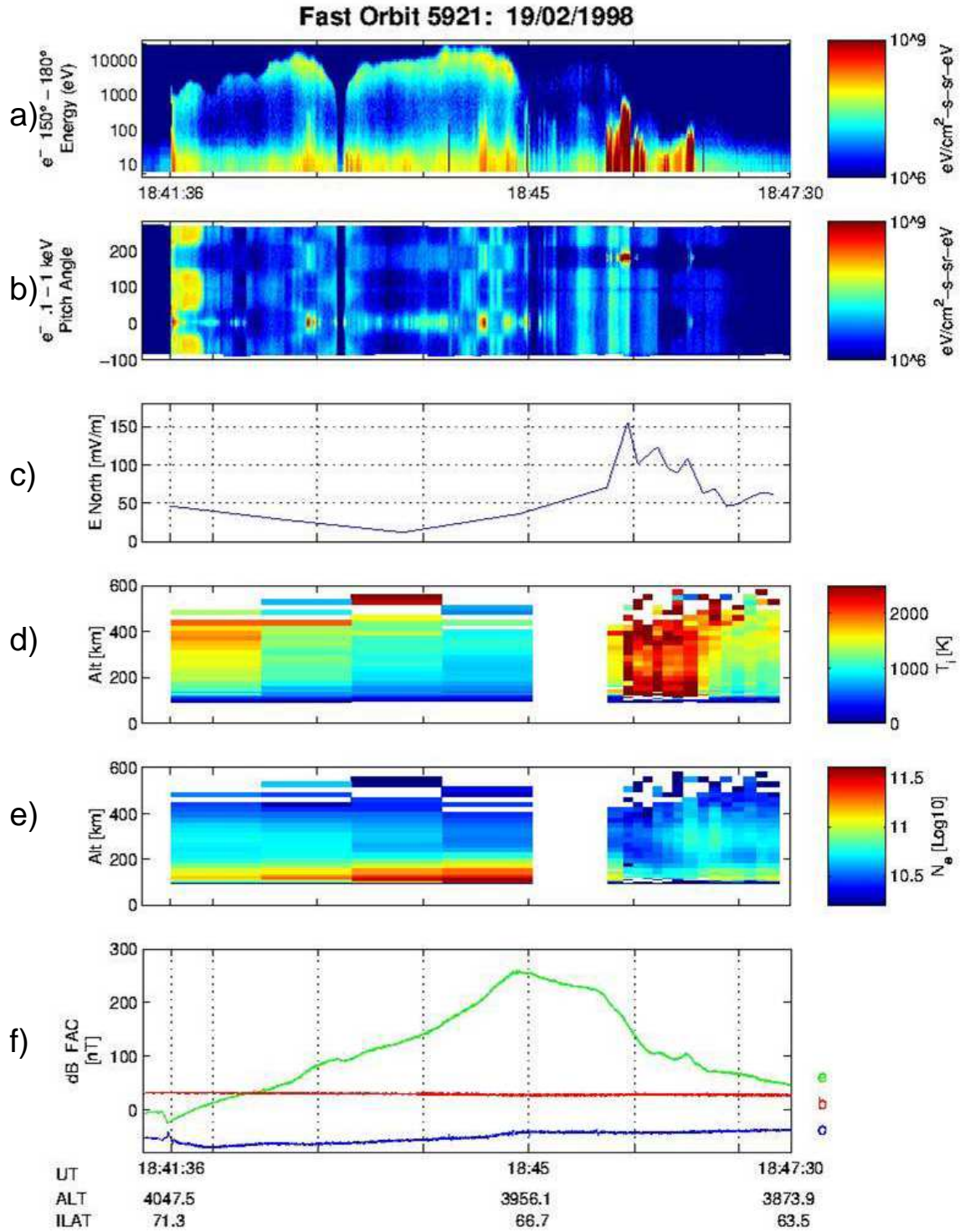


FIG. 1.16 – Données FAST couplées à des données EISCAT. Panneau *a* : Flux d'énergie des électrons remontants en fonction de l'énergie et du temps. Panneau *b* : Flux d'énergie des électrons en fonction de l'angle d'arrivée et du temps. Panneau *c* : Variation du champ électrique nord en fonction du temps. Panneau *d* et *e* : Température des ions et densité électronique en fonction de l'altitude et du temps. Panneau *f* : Variations du champ magnétique en fonction du temps (Masson, A., 1998)

Nous constatons que des perturbations dans l'ionosphère sont associées à ces électrons remontants de haute altitude (FAST est à environ 4000 km) :

- La température ionique est fortement augmentée par un champ électrique nord qui augmente rapidement.
- La densité électronique est fortement diminuée.

Tout ceci nous amène à penser que, grâce à un champ électrique perpendiculaire, les ions sont chauffés. Les électrons sont accélérés vers le haut. Ces électrons acquièrent de l'énergie et se retrouvent à beaucoup plus haute altitude.

Ces données FAST-EISCAT mettent en évidence les perturbations observées dans l'ionosphère et associées à ces courants descendants observés à plus haute altitude. Elles apportent des indices indirects de l'origine ionosphérique des électrons remontants. Une confirmation de cette hypothèse a été donnée par Boehm et al. (1995), c'est l'objet de la partie suivante.

Une preuve de leur origine ionosphérique : des données Freja

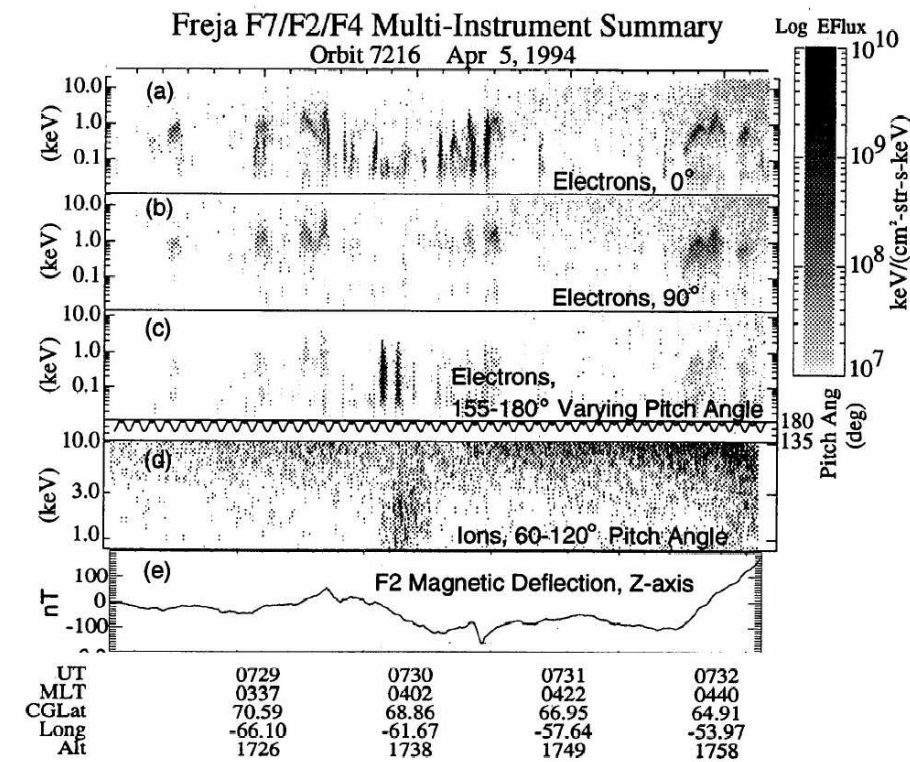


FIG. 1.17 – Données Freja multi-instruments. Panneau *a* : Flux d'électrons descendants en fonction de l'énergie et du temps. Panneau *b* : Flux d'électrons perpendiculaires en fonction de l'énergie et du temps. Panneau *c* : Flux d'électrons remontants en fonction de l'énergie et du temps. Panneau *d* : Flux d'ions ayant des angles d'arrivée compris entre 60° et 120° en fonction de l'énergie et du temps. Panneau *e* : Variation du champ magnétique en fonction du temps (Boehm et al., 1995).

Freja est un satellite multi-instruments dont nous présentons ici quelques résultats extraits de Boehm et al. (1995). Les altitudes considérées ici se situent entre 1720 et 1760 km. Les trois premiers panneaux de la figure 1.17 représentent le flux énergétique des électrons descendants, perpendiculaires et remontants (en $\text{keV.cm}^{-2}.\text{str}^{-1}.\text{s}^{-1}.\text{keV}^{-1}$). Le panneau *d* correspond au flux des ions ayant des angles d'arrivée compris entre 60° et 120° en fonction de l'énergie et du temps.

Sur les panneaux *a* et *c*, nous observons des flux importants en direction parallèle notamment un flux d'électrons remontants à 07:29:50 UT entouré de flux d'électrons descendants. Les flux perpendiculaires d'électrons sont faibles (panneau *b*). Le panneau *d* montre un important flux d'ions associé aux électrons remontants. Le panneau *e* correspond au champ magnétique en fonction du temps. Une forte chute du champ magnétique accompagne le flux d'électrons remontants. L'ensemble des observations se rapproche de celles présentées dans la partie précédente. Boehm effectue un calcul supplémentaire de température perpendiculaire électronique. Il déduit une température perpendiculaire de 0.1 eV. Or cette température très basse n'a été observée qu'à des altitudes inférieures à 1400 km. Par conséquent, ces électrons sont probablement d'origine ionosphérique.

Ainsi, les données expérimentales et le calcul numérique permettent d'affirmer le caractère ionosphérique des électrons remontants.

Un modèle numérique : production de fortes densités de courants parallèles en bordure d'aurores

Description du modèle fluide de la dynamique aurorale Une succession de travaux (St-Maurice et al., 1996; Noël et al., 2000, 2005) se sont intéressés à la dynamique de l'aurore comme source de production de courant parallèle. Une description complète du modèle se trouve dans Noël et al. (2000). Nous allons ici en présenter les éléments essentiels. Le modèle est en deux dimensions (*x* direction nord-sud et *y* le long du champ magnétique). Ils négligent la direction est-ouest car l'arc est considéré comme infiniment long dans cette direction. Ce modèle fluide contient une partie électrodynamique (équations de Maxwell), appelée ELECTRO et une partie transport et chimie, nommée TRANSCAR (équations fluides).

Une description complète de TRANSCAR est fournie dans Blelly et al. (1996). TRANSCAR est un modèle unidimensionnel de l'ionosphère terrestre entre 100-3000 km, le long du champ magnétique. Il est constitué de deux parties.

Une première partie fluide pour les équations de transport à huit moments (Blelly et Schunk, 1993). Le modèle inclut six espèces d'ions et des électrons thermiques. Cette partie fournit l'évolution temporelle des concentrations, des vitesses parallèles, des températures et des flux de chaleur pour les différentes espèces

d'ions et les électrons.

La seconde partie est un modèle cinétique de transport pour les électrons énergétiques qui représentent les précipitations électroniques provenant de la magnétosphère et pour les photo-électrons résultant de l'interaction des UV avec l'atmosphère neutre. Cette partie fournit le taux de production des ions et la source de chaleur électronique pour le modèle fluide.

La partie électromagnétique du modèle, ELECTRO, est basée sur une approche suggérée par St-Maurice et al. (1996) et Noël et al. (2000). Elle suppose que la divergence de la densité de courant est nulle (car l'échelle de temps est plus longue que les collisions électrons/neutres et plus courte que le temps de vie des structures de courant parallèle) : $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$. Cette équation signifie que les variations du champ électrique et les courants résultants s'ajustent instantanément à tout changement de conductivité ou de précipitation. Aucune hypothèse n'est faite sur les perturbations du champ électrique mais la densité de courant est divisée en trois termes. La première partie est due aux précipitations, \vec{J}_s^p , c'est-à-dire qu'elle décrit les courants portés par les précipitations d'électrons très énergétiques (partie cinétique de TRANSCAR). Le second terme est lié à la présence d'un champ électrique uniforme auquel sera ajouté le gradient de conductivité calculé par le modèle. Ce champ électrique est présent avant l'introduction des précipitations. Enfin, le troisième terme comprend un terme de réponse thermique, \vec{J}_{th} , qui dépend du champ électrique variable et des conductivités.

Les deux derniers termes sont décrits par une loi d'Ohm, $\vec{J} = \sigma_c \cdot \vec{E}$, où σ_c est la conductivité classique et \vec{E} le champ électrique. Le champ électrique est divisé en deux parties : $\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{\nabla}\phi$, où \vec{E}^0 est un champ électrique constant de base et ϕ le potentiel électrostatique du champ électrique causé par la création d'un arc c'est-à-dire des précipitations électroniques au temps $t=0$. Ainsi, l'équation à résoudre devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma}_c \cdot \vec{E}^0) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_s^p - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma}_c \cdot \vec{\nabla}\phi) = 0 \quad (1.1)$$

Le premier terme est entièrement connu puisque \vec{E}^0 est constant et uniforme et σ_c est calculé par TRANSCAR.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma}_c \cdot \vec{E}^0) = E_x^0 \frac{\partial \sigma_p(x, z)}{\partial x} + E_y^0 \frac{\partial \sigma_H(x, z)}{\partial x}$$

Pour simplifier, ils considèrent que E_y^0 est négligeable. Le second terme du membre de droite de l'équation 1.1 est un terme source dû aux précipitations électroniques. Ces électrons de haute énergie jouent un rôle très important car ils augmentent les conductivités Pedersen dans la région de précipitations. Si on compare l'amplitude des deux premiers termes du membre de droite, on constate que le second terme est négligeable vis-à-vis du premier.

Ainsi, l'équation 1.1 devient :

$$E_x^0 \frac{\partial \sigma_p(x, z)}{\partial x} \approx \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_p(x, z) \frac{\partial \phi(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma_{\parallel}(x, z) \frac{\partial \phi(x, z)}{\partial z} \right) \quad (1.2)$$

Lorsque les champs électriques et les densités de courant ont été déterminés en fonction de la position en utilisant ELECTRO, ces paramètres sont placés dans les équations de transport (TRANSCAR) afin de déterminer les nouvelles concentrations, les températures, les vitesses parallèles et le flux de chaleur parallèle. Les densités et les températures ainsi trouvées sont replacées dans ELECTRO afin de calculer les variations de conductivités, le nouveau potentiel via l'équation 1.2, les champs électriques associés et les densités de courant. L'itération se poursuit à mesure que le temps avance.

Résultats Le principe de ce modèle est résumé sur le schéma 1.18.

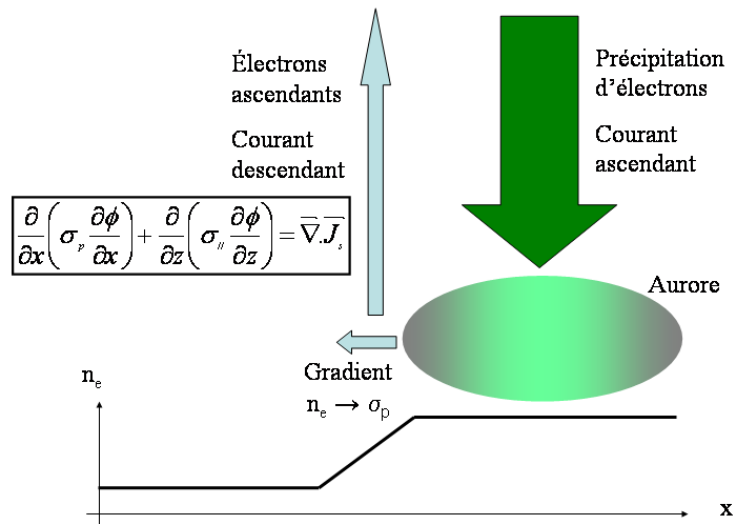


FIG. 1.18 – Schéma du circuit de courant dans l'ionosphère

Tout d'abord, des précipitations électroniques sont injectées. Sur la figure 1.19, tous les paramètres sont représentés en fonction de l'altitude et de la position horizontale en km. Sur le panneau *a* de la figure 1.19, nous pouvons voir la densité électronique. Nous pouvons remarquer une forte augmentation de la densité électronique entre -3 et -5 km et surtout à basse altitude. Cette zone constitue l'arc auroral. En bordure d'arc, la densité reste inchangée. Par conséquent, en bordure d'aurore, un fort gradient de densité apparaît. Ce fort gradient de densité implique également un fort gradient sur les conductivités Pedersen. Sur le panneau *b* de la figure 1.19, la conductivité Pedersen présente elle-aussi un fort gradient : elle passe de $2.5 \cdot 10^{-4}$ à $6.3 \cdot 10^{-5} \text{ mho.m}^{-1}$ entre -4.75 et -5.25 km. Le schéma 1.18 et la relation 1.2 indiquent qu'à basse altitude

la conductivité Pedersen est particulièrement élevée et donc qu'un fort courant perpendiculaire est présent. Par contre, à plus haute altitude, la conductivité parallèle domine sur la conductivité Pedersen (panneaux *b* et *c* de la figure 1.19). De plus, la divergence du courant doit être nulle. Par conséquent, un fort courant parallèle est présent en bordure d'aurore à plus haute altitude. Ainsi, sur le panneau *d* de la figure 1.19, une densité de courant parallèle de $-500 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ est observée. De plus, la présence d'une forte densité de courant parallèle implique la présence d'un champ électrique parallèle. Sur le panneau *e* de la figure 1.19, nous pouvons remarquer un champ électrique parallèle de $-0.5 \text{ mV}\cdot\text{m}^{-1}$ à 125 km d'altitude. Ce champ parallèle n'est pas négligeable puisqu'il implique une accélération des électrons à $35 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ à 150 km d'altitude (panneau *f*). De plus, les collisions entre particules et la présence du champ électrique parallèle impliquent un chauffage Joule, les températures électroniques sont de 5000 K en bordure d'aurore (panneau *g*).

Par la suite, nous allons nous demander si la présence d'un champ électrique parallèle aussi important n'entraîne pas des effets cinétiques, tels que la modification des fonctions de distribution des électrons (Sont-elles encore maxwelliennes ?) ou bien la création d'électrons runaway. Voyons tout d'abord ce que sont les électrons runaway.

Résumé du chapitre 1 :

De fortes densités de courant ont été observées dans l'ionosphère grâce à la fois à des données expérimentales et confortées par des modèles numériques. Ces fortes densités de courant sont portées par des électrons remontants fortement collimatés en angle et dont les énergies varient de manière importante indiquant une variation temporelle et spatiale. Grâce au calcul de la température perpendiculaire de ces électrons, qui s'est révélée extrêmement faible, nous pouvons en déduire l'origine ionosphérique de ces électrons. Pour produire ces flux d'électrons remontants, un champ électrique parallèle est nécessaire. Cependant, ce champ risque de modifier les vitesses des électrons et les fonctions de distribution des électrons, voire créer des électrons runaway. Dans le chapitre suivant, nous allons donc expliquer ce que sont les électrons runaway, détailler les études analytiques déjà réalisées. Nous pourrions également voir les différents domaines de la physique qui s'intéressent aux électrons runaway et pourquoi.

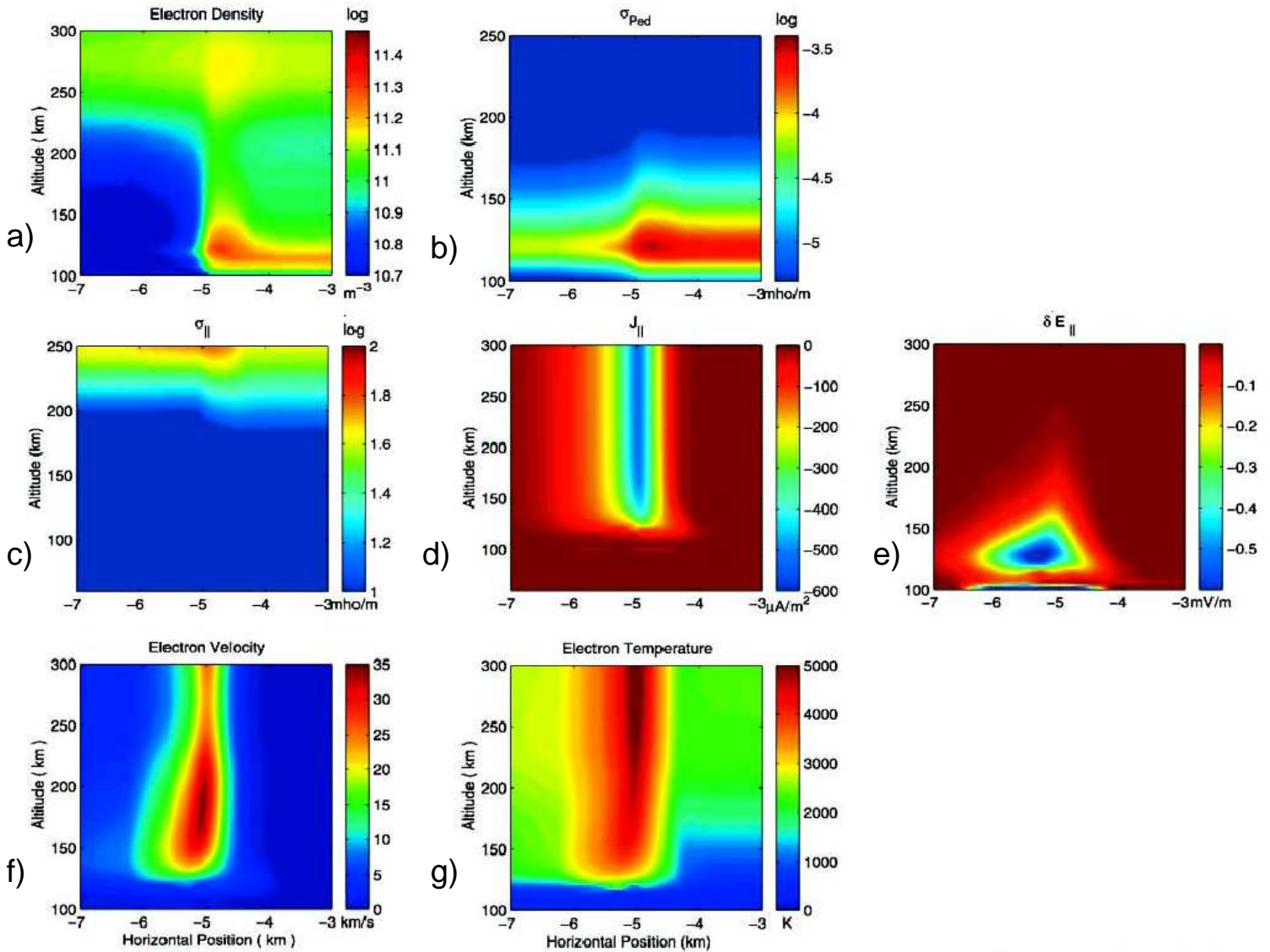


FIG. 1.19 – Tous les paramètres sont représentés en fonction de l'altitude et de la position horizontale (en km). Panneau *a* : La densité électronique en m^{-3} ; Panneau *b* : La conductivité Pedersen en mho.m^{-1} ; Panneau *c* : la conductivité parallèle en mho.m^{-1} ; Panneau *d* : la densité de courant parallèle en $\mu\text{A.m}^{-2}$; Panneau *e* : le champ électrique parallèle en mV.m^{-1} ; Panneau *f* : la vitesse moyenne des électrons en km.s^{-1} ; Panneau *g* : la température électronique en K d'après Noël et al. (2000)

Chapitre 2

Les électrons runaway

2.1 Que sont les électrons runaway ?

Afin d'expliquer ce que sont les électrons runaway, nous allons nous placer dans un cas fictif. Considérons un électron test qui se déplace dans un plasma constitué d'électrons et d'ions. Cet électron est également soumis à un champ électrique. Que se passe-t-il ? Tout d'abord, l'électron est soumis à la force électrique $\vec{F}_e = \frac{q_e \vec{E}}{m_e}$. Cette force est indépendante de la vitesse de l'électron et va tendre à accélérer l'électron. D'autre part, l'électron va entrer en collision avec les autres particules chargées (les ions ou les électrons). Cette collision va entraîner un changement d'orientation de la vitesse de l'électron de manière aléatoire (diffusion) et une perte d'une partie de sa vitesse (friction). Ainsi, les collisions sont responsables de deux types d'action :

- La friction qui va tendre à freiner l'électron
- La diffusion qui va diffuser l'électron "en angle" c'est-à-dire changer la direction de la vitesse de l'électron.

Ces deux forces varient en fonction de la vitesse de l'électron, plus l'électron va vite, moins il va subir de collisions car la fréquence de collision est proportionnelle à la vitesse.

Nous nous plaçons maintenant dans un cas où nous négligeons la force de diffusion. Sur le graphique 2.1, nous représentons la valeur absolue de la force de friction en noir et de la force électrique en vert, ceci en fonction de la vitesse de l'électron test considéré. Nous constatons que la force de friction est égale à la force électrique lorsque la vitesse électronique est égale à la vitesse critique $v_{critique}$.

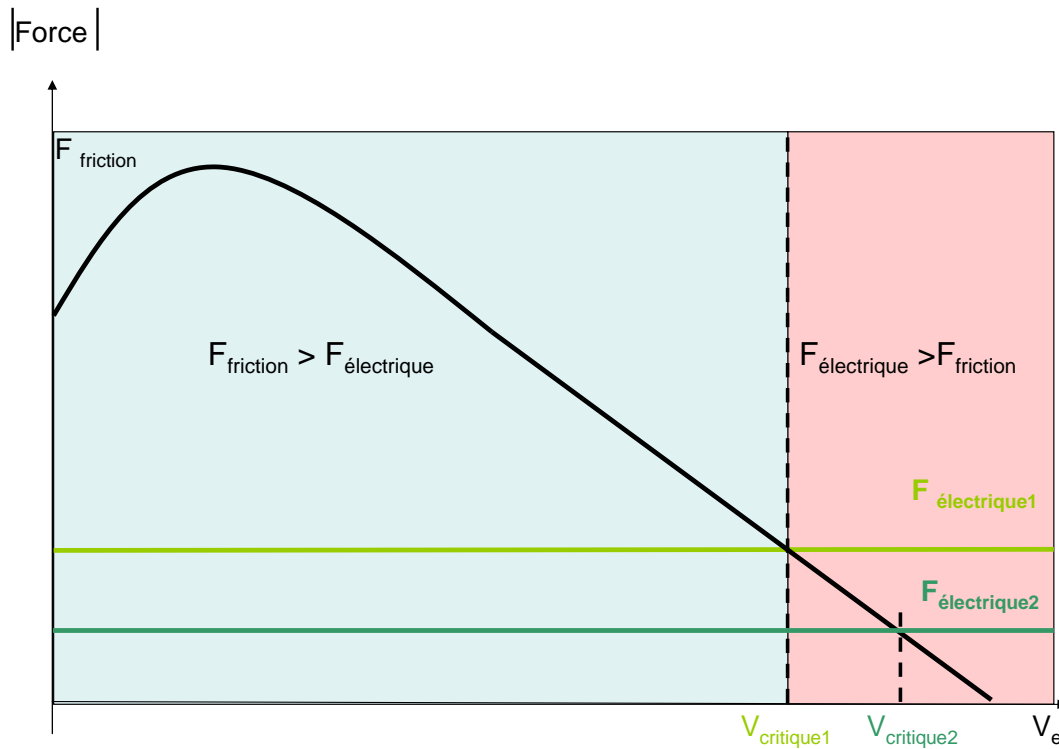


FIG. 2.1 – Les valeurs absolues de la force de friction en noir, de la force électrique 1 en vert clair et la force électrique 2 en vert foncé, en fonction de la vitesse de l'électron test. La force électrique 1 est obtenue avec un champ électrique $E_1 > E_2$, E_2 étant le champ électrique correspondant à la force électrique 2.

Nous pouvons distinguer deux régimes :

- Lorsque la force de friction est plus importante que la force électrique, c'est-à-dire lorsque $v_e < v_{critique}$, l'électron va être décéléré.

- Lorsque la force de friction est moins importante que la force électrique, c'est-à-dire lorsque $v_e > v_{critique}$, l'électron va être accéléré. Cette région est la source des électrons continuellement accélérés. Ces électrons vont se découpler du reste de la distribution des électrons, ils sont alors appelés "runaway".

Sur le graphique 2.1, nous avons également représenté une force électrique 2 obtenue pour un champ électrique $E_2 < E_1$. Nous pouvons remarquer que dans ce cas, la vitesse critique est plus grande et seuls des électrons ayant de très grandes vitesses ($v_e > v_{critique2} > v_{critique1}$) pourront devenir runaway. Ainsi, ces électrons laissent derrière eux en se découplant une fonction de distribution tronquée dans l'espace des vitesses par le plan $v_e = v_{critique2}$. L'ensemble des électrons non découplés, qui constitue la plus grande partie du plasma, va tout d'abord acquérir une vitesse de fluide limitée donnant lieu à un courant et à une conductivité finie. Cet équilibre va s'établir en un temps de l'ordre de l'inverse de $1/\nu_1(v_{the})$ où ν_1 correspond à la fréquence de collision et v_{the} à la vitesse thermique des électrons. Mais, d'autre part, par suite des interactions e/e, la fonction de distribution des vitesses électroniques va redevenir maxwellienne en

remplissant le vide laissé dans l'espace des vitesses par les électrons "runaway" ou découplés. La région $v_e > v_{critique2}$ est ainsi continuellement alimentée. Tous les électrons du gaz vont être finalement "runaway" dans le cas où le champ électrique reste constant. On ne considère aucune évolution du milieu (par exemple, diminution du champ électrique, augmentation des températures...). Le processus de formation de "runaway" a alors tendance à s'accélérer car le nombre des électrons non découplés va diminuer. Il en résulte que, pour une vitesse donnée, la force de friction diminue, donc, pour un champ E donné, le taux de production des électrons "runaway" augmente. En résumé, aussi petit que soit \vec{E} , tous les électrons du plasma seront finalement découplés au bout d'un temps suffisamment long. On conçoit que si \vec{E} est assez faible, le phénomène des électrons runaway est lent à démarrer. De ce fait, pendant un temps transitoire la conductivité classique reste valable (voir 2.2.2). L'étude de ce régime transitoire et de l'amorçage du processus catastrophique des électrons découplés a été faite par Dreicer (1959a,b) en faisant l'hypothèse simplificatrice qu'à tout instant du phénomène, la distribution des vitesses des électrons est représentée par une maxwellienne déplacée.

Nous savons donc que les électrons runaway sont des électrons continuellement accélérés au cours du temps. Nous allons faire une brève revue des études antérieures.

2.2 Historique de l'étude des électrons runaway

Le phénomène des électrons runaway est connu depuis longtemps puisque les premières études remontent à Dreicer en 1959. Dans cette partie, nous présenterons tout d'abord les caractéristiques importantes relatives aux électrons runaway comme par exemple le champ critique, le chauffage Joule ou bien le taux de production des électrons runaway. Puis, nous évoquerons les différents travaux relatifs au calcul des conductivités et de leur modification par l'apparition des électrons runaway. Enfin, nous nous intéresserons aux phénomènes d'instabilités susceptibles d'être engendrés par la présence des électrons runaway.

2.2.1 Caractérisation des électrons runaway

Lorsque nous avons explicité le phénomène des électrons runaway, nous avons vu que c'est la compétition entre une force de friction et une force électrique qui détermine l'apparition ou non des électrons runaway. Qui dit force électrique dit champ électrique. Le champ électrique est donc un paramètre essentiel pour la production d'électrons runaway. Voyons comment il se définit.

Définition du champ critique

Dreicer (1959a) est le premier à parler de champ électrique critique. Pour le calculer, il considère l'équation du premier moment de l'équation de Boltzmann :

$$m_e \frac{\partial \langle \vec{v}_e \rangle}{\partial t} + e \vec{E} = \frac{m_e}{n_e} \int f_e(\vec{v}_e, t) \nabla_{v_e} H_{ei} d^3 v_e \quad (2.1)$$

où n_e , v_e , m_e , $-e$ sont respectivement la densité des électrons, la vitesse, la masse et la charge de l'électron, \vec{E} est le champ électrique, f_e la fonction de distribution des électrons, ∇_{v_e} le gradient dans l'espace des vitesses, H_{ei} le premier potentiel de Rosenbluth (Rosenbluth et al., 1957). De plus, il suppose que la fonction de distribution des électrons peut être représentée par une maxwellienne déplacée, que la température des ions est nulle et que l'on peut négliger les termes en $\frac{m_e}{m_i}$. L'équation 2.1 devient après une nouvelle intégration (Dreicer (1959a)) :

$$m_e \frac{\partial \langle v_e \rangle}{\partial t} + e E = -e E_c \psi(z)$$

avec

$$\begin{aligned} \psi(z) &= \frac{\epsilon_2(z) - z d\epsilon_2/dz}{z^2} \\ \epsilon_2(V) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^V \exp(-t^2) dt \\ z &= \beta_e^{1/2} |\langle \vec{v}_e \rangle - \langle \vec{v}_i \rangle| \\ \beta_e &= \frac{m_e}{2k_b T_e} \\ E_c &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0\lambda^2} \ln \Lambda \\ \lambda &= \left(\frac{\epsilon_0 k_b T_e}{n_e \cdot e^2} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

où $\ln \Lambda$ est le logarithme coulombien, λ la longueur de Debye, ϵ_0 la permittivité du vide, k_b la constante de Boltzmann. Nous reprendrons cette équation dans le chapitre 3 et en annexe B.

Il est utile de décrire le champ critique en terme d'interprétation physique et notamment de phénomènes collisionnels. Le champ électrique critique est le champ nécessaire au doublement de la vitesse d'un électron moyen sur un temps de collision (c'est-à-dire sur le temps qui sépare deux collisions).

Une autre interprétation peut être faite en terme de longueur de Debye. Comme le logarithme coulombien varie entre 5 et 20, le champ critique correspond à la valeur du champ électrique à une distance comprise entre $\lambda/2$ et $\lambda/5$ d'un ion positif.

Le chauffage Joule

La présence d'un champ électrique constant implique du chauffage Joule. La force de friction est dissipative à un taux :

$$P_j(x) = \frac{d(3k_b T_e/2)}{dt} \quad (2.3)$$

$$= eE_c x \psi(x) \beta_e^{-1/2} \quad (2.4)$$

où

$$x = \beta_{e0}^{1/2} v_e$$

Le fait que la fonction de distribution soit représentée par une maxwellienne déplacée implique que les collisions e/e permettent une répartition isotrope de l'énergie à tout instant. De plus, le taux de croissance de l'énergie dépend à la fois du taux de chauffage Joule et du taux de collision e/e. Si le chauffage Joule est supérieur au taux de collision e/e, la fonction de distribution apparaîtra distordue. Dreicer compare le taux de chauffage au taux de collision. Il montre que le terme $x\psi(x)$ apparaissant dans 2.4 est maximum avec une amplitude de 0.525 à $x=1.5$.

Le maximum du taux de chauffage Joule est alors de :

$$P_j(x = 1.5) = 0.525 e E_c \beta_e^{-1/2} \quad (2.5)$$

Le taux de collision entre électrons, représentés par une maxwellienne, est donné par la fréquence de collision ν . La quantité d'énergie échangée par unité de temps est approximativement :

$$P_e \approx 2k_b T_e \nu = e E_c \beta_e^{-1/2} \quad (2.6)$$

Une comparaison de $P_j(x)$ et P_e (Dreicer, 1959a) montre que P_e est approximativement égale à $P_j(x = 1.5)$. Ainsi, P_e dépasse P_j pour la plupart des valeurs de x . Dans le cadre des hypothèses précédemment citées (champ électrique stationnaire et aucune rétroaction du milieu), une conséquence importante du chauffage Joule est que l'effet runaway apparaît dès qu'on applique un champ $E \neq 0$. En effet, si initialement le gaz est soumis à un champ faible, c'est-à-dire $E < E_c \psi(1)$ alors l'augmentation continue de la température garantit l'inversion de l'inégalité (T_e augmente, E_c diminue et ainsi $E > E_c \psi(1)$). Ainsi, un champ faible finira par évoluer en champ fort même si E reste constant.

Le flux de runaway

Le calcul du flux d'électrons runaway a été l'objet de nombreuses études. Les études détaillées ici considèrent un gaz totalement ionisé placé sous l'influence d'un champ faible ($E \ll E_c$). L'un des premiers à s'y être intéressé est Dreicer (1959b). Il calcule dans un premier temps une densité de runaway. Cela correspond à la densité d'électrons qui se trouvent dans la région dominée par le champ électrique (région runaway) au départ. Cette densité ne prend donc pas en compte les électrons qui sont initialement dans la région dominée par les collisions et peuvent passer dans la région runaway au cours du temps. La densité de runaway est donc une intégrale sur les vitesses de la fonction de distribution :

$$n_r = \frac{2 n_e}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi \int_{V_c \sec(\theta/2)}^\infty V^2 \exp(-V^2) \sin \theta d\theta dV \simeq n_e V_c \exp(-V_c^2) \quad (2.7)$$

où V_c est la vitesse critique relative au champ critique et définie par $V_c = \sqrt{\frac{3E_c}{E}}$.

Pour tenir compte des électrons qui, à chaque instant, sont susceptibles de devenir runaway, Dreicer calcule le taux auquel les électrons qui sont dans la région dominée par les collisions vont diffuser et passer dans la région dominée par le champ électrique \vec{E} . Pour cela, il utilise l'équation de Boltzmann et de Fokker-Planck. Il cherche la fonction de distribution des électrons sous la forme :

$$f_e(\vec{v}_e, \tau) = f^0(v_e, \tau) + \mu f^1(v_e, \tau)$$

avec $f^1(v_e, \tau) \ll f^0(v_e, \tau)$ et μ cosinus de l'angle entre \vec{E} et \vec{v}_e .

Après plusieurs approximations ($m_e \ll m_i$), il obtient les expressions analytiques de $f^0(v_e, \tau)$ et de $f^1(v_e, \tau)$. Il en déduit alors la fonction de distribution conditionnelle qu'un électron dont la vitesse initiale v_0 , ait une vitesse comprise entre v et $v + dv$ au bout d'un temps τ . Il peut alors trouver l'expression analytique de la probabilité conditionnelle : probabilité pour qu'un électron, ayant une vitesse initiale v_0 , atteigne une vitesse $> v_c$ entre τ et $\tau + \delta\tau$. Après une intégration sur $d\tau$ et une moyenne sur une maxwellienne de vitesse initiale v_0 et sur plusieurs libres parcours moyens, la probabilité est :

$$Q(v_b | \tau) \cong A_1 [1 - \exp(-\lambda_1 \tau)] \quad (2.8)$$

où A_1 et λ_1 sont des paramètres calculés numériquement (Dreicer (1959b)).

Un calcul plus poussé a été fait par Parail et Pogutse (1986), en rassemblant plusieurs travaux. Ils résolvent également l'équation de Fokker-Planck et calculent la fonction de distribution des électrons, mais ils effectuent le calcul en deux étapes distinctes :

- une fonction de distribution lorsque la vitesse $v \leq v_c$, fait par Gurevich (1960)
- une fonction de distribution lorsque la vitesse est telle que $v > v_c$, fait par Lebedev (1965)
- les constantes sont définies par continuité des fonctions de distribution

La méthode de résolution consiste à trouver une solution de la forme :

$$f = C \exp \phi(v, \mu)$$

où ϕ est développée en une série de la forme

$$\phi(v, \mu) = \phi(v, 1) + (\mu - 1) \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \Big|_{\mu=1} + \frac{(\mu - 1)^2}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2} \Big|_{\mu=1} + \dots = \phi_0(v) + (\mu - 1)\phi_1(v) + (\mu - 1)^2\phi_2(v) + \dots$$

On égalise les termes en fonction de leur puissance en $(\mu - 1)$, on obtient donc un système. La méthode de résolution est expliquée dans Parail et Pogutse (1986).

Pour calculer le flux de runaway, ils intègrent d'abord f sur les vitesses perpendiculaires pour obtenir f_z . Ensuite, ils réintroduisent la fonction f_z trouvée dans l'équation de Fokker-Planck et intègrent sur l'ensemble les vitesses v_z entre 0 et $v_0 \gg v_c$. Le flux de runaway est de :

$$S \simeq 2^{1/3} \frac{n_e \nu_{ee}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{E_c}{E} \right)^2 \exp \left[-\frac{E_c}{8E} - \sqrt{\frac{E_c}{E}} - \frac{1}{2} \right] \quad (2.9)$$

où E_c , le champ critique de Dreicer (1959a).

2.2.2 Les conductivités électriques

La conductivité est un coefficient de transport important dans tous les domaines de la physique. L'apparition d'électrons runaway modifie l'expression classique de la conductivité. Pour calculer la conductivité électrique, il faut étudier les petites perturbations créées par un champ électrique uniforme noté E dans un plasma homogène. On admet que les ions ont une fonction de distribution maxwellienne à la température T_i ; la fonction de distribution des électrons est $f_e = f_e^0 + f_e^1$ en supposant \vec{E} suffisamment faible pour que f_e^0 reste maxwellienne à la température T_e , f_e^1 est une perturbation du premier ordre :

$$f_e^1 = a_1^e \cos \theta$$

où θ est l'angle entre \vec{v}_e et \vec{E} .

L'équation de Fokker-Planck peut s'écrire :

$$\frac{-e\vec{E}}{m} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}_e} = \left| \frac{\partial f_e}{\partial t} \right|_{ee} + \left| \frac{\partial f_e}{\partial t} \right|_{ei} \quad (2.10)$$

Le premier membre au premier ordre s'écrit $\frac{-e\vec{E}}{m} \cdot \frac{\vec{v}_e}{v_e} \frac{\partial f_e^0}{\partial v_e} = -\frac{eE}{m} \cos \theta \frac{\partial f_e^0}{\partial v_e}$.

L'analyse du deuxième terme est plus difficile, on peut tout d'abord étudier le modèle du gaz de Lorentz parfait.

Pour un gaz de Lorentz sans échauffement

Dans ce cas, on néglige les collisions e/e et dans le terme de collision e/i, on suppose que les ions sont immobiles, et on obtient :

$$\left| \frac{\partial f_e}{\partial t} \right|_{ei} = -\nu_1(v_e) f_e^1 \quad (2.11)$$

On peut alors calculer la conductivité de Lorentz (voir chapitre 13 de Delcroix et Bers (1994a)) :

$$\sigma_L = \frac{16}{3} \left(\frac{2}{3\pi} \right)^{1/2} \frac{n_e e^2}{m_e \bar{v}_1} \quad (2.12)$$

On peut faire un calcul plus exact en exprimant de manière identique les interactions e/i (équation 2.11) mais en tenant compte des interactions entre électrons ; on utilise alors l'équation de Fokker-Planck relatives aux électrons en limitant le développement de f_e aux anisotropies d'ordre 1 et en supposant toujours que f_e^0 et f_i sont des fonctions maxwelliennes de température T_e et T_i ; autrement dit on néglige l'échauffement des électrons et des ions, ce qui semble satisfaisant pour les très faibles valeurs de E. Les termes d'interaction e/e liés à l'anisotropie de f_e compliquent beaucoup les calculs. Néanmoins Cohen et al. (1950) et Spitzer et Härm (1953) ont obtenu par une méthode un peu différente une équation différentielle pour la fonction de développement de la fonction de distribution en polynômes de Legendre. Après une intégration numérique, ils ont trouvé pour la conductivité électrique d'un plasma constitué d'ions de charge $q_i = Ze$ l'expression suivante :

$$\sigma_e = \gamma(Z) \sigma_L$$

où γ est un coefficient fonction du rapport q_i/q_e

Pour un gaz avec échauffement

Le calcul de conductivité précédent dissimule quelques difficultés. Il est en effet basé sur deux hypothèses :

- a) En présence d'un champ électrique \vec{E} , le gaz d'électrons tend vers un état stationnaire,
- b) Dans cet état stationnaire, l'échauffement des électrons est négligeable.

Or ces deux hypothèses sont inexactes quel que soit le champ \vec{E} car comme nous l'avons déjà dit dans la section 2.1, aussi petit que soit \vec{E} , tous les électrons du plasma vont être découplés au bout d'un temps suffisamment long. On doit considérer les conductivités précédentes comme représentant les phénomènes de façon transitoire.

On conçoit que pour un champ \vec{E} , le phénomène de production des électrons runaway est lent à démarrer. De ce fait, pendant un certain intervalle transitoire la conductivité de Spitzer reste valable. Ensuite, les conductivités sont calculées par Dreicer en faisant l'hypothèse que la fonction de distribution des électrons est une maxwellienne déplacée. On est ainsi ramené à l'étude de l'évolution de v_e et de T_e . Les variations de ces deux grandeurs présentent un palier d'autant plus long que \vec{E} est petit, ce qui correspond aux calculs de Spitzer.

Ultérieurement, Kruskal et Bernstein (1964) ont publié une théorie plus exacte (à ceci près qu'ils négligent les interactions e/e). Ils décomposent l'espace des vitesses en trois régions :

- 1) La région de collisions où l'état du gaz reste isotrope ;
- 2) La région de transition où les anisotropies sont importantes ;
- 3) La région des électrons découplés correspondant aux grandes valeurs de la vitesse.

Il y a en permanence un flux passant de la région 1 à la région 2 et de la région 2 à la région 3.

En fait, les électrons découplés ne sont pas accélérés indéfiniment, parce que tôt ou tard apparaissent des phénomènes de freinage d'une autre nature que les collisions élastiques. En particulier, si les électrons atteignent des énergies de l'ordre de 10 keV , ils seront ralentis énergiquement par émission d'un rayonnement brehmsstrahlung. Mais par ailleurs, l'instabilité Bunemann est un autre mécanisme de freinage beaucoup plus efficace : un faisceau d'électrons traversant un plasma peut voir son énergie de translation diminuer au profit d'oscillations de plasma se développant soit dans le faisceau soit dans le plasma traversé. Quand l'amplitude des oscillations devient très grande, des effets non linéaires très importants se produisent ; en certains endroits, le faisceau initial peut même rebrousser chemin ; un faisceau monocinétique se subdivise progressivement en une série de faisceaux moins denses et retourne progressivement à l'état désordonné. Buneman (1959) a montré que ce mécanisme qu'il a appelé les collisions collectives, limite la conductivité

d'un plasma totalement ionisé à une valeur de l'ordre de :

$$\sigma_e = 200\pi \frac{n_e e^2}{m_e \omega_p} = 200\pi \sqrt{\frac{n_e e^2 \epsilon_0}{m_e}} \quad (2.13)$$

Dans un cas typique où le logarithme coulombien est de 10, cette conductivité est 10^7 fois plus petite que celle de Lorentz.

2.3 Les "nouveaux" objets physiques en rapport avec les électrons runaway

Plusieurs domaines de la physique s'intéressent donc aux électrons runaway. Commençons par le plus proche de nous, les électrons runaway de l'atmosphère.

2.3.1 Les électrons runaway dans l'atmosphère

Les électrons runaway dans l'atmosphère sont reliés à différents types de phénomènes lumineux regroupés sous le nom de "Transient Luminous Events" (TLE) ou phénomènes lumineux transitoires (voir figure 2.2).

Une campagne de mesures a eu lieu en Juillet 1994 et a permis d'identifier plusieurs types de TLE :

Les Sylphes

Parmi les phénomènes lumineux transitoires, on trouve les sylphes, ou "red sprites" en anglais. Bien qu'appelés "red sprites", ces phénomènes ressemblent à des taches rouges qui contiennent de petites griffes bleues et pourpres. Les sprites sont de tailles et de formes multiples et variées : énorme goutte rouge, clôture, carottes ou tentacules. Une étude fine des caractéristiques a été faite par Sentman et al. (1995). Le corps lumineux du sprite peut s'étendre jusqu'à 95 km avec des pics brillants entre 50 et 90 km. Des griffes peuvent descendre en dessous de 30 km mais n'atteignent jamais le haut des nuages. Plutôt que de former un étroit couloir comme les éclairs nuage-sol auxquels ils sont associés, les sprites sont d'environ 10 mètres de large et apparaissent souvent comme des amas qui illuminent une très grande surface, peut-être des milliers de kilomètres cubes dispersés sur 150 km depuis leur origine. Les sprites sont situés au dessus du système orageux. Ils durent plusieurs millisecondes (<1 s) et peuvent se répéter toutes les trois minutes environ. Ils semblent être associés aux éclairs nuage-sol de forte polarité positive (la plupart des éclairs, mais pas tous, sont de polarité négative). Une étincelle en forme de disque durant quelques millisecondes précède

certains sprites. Les halos-sprite font moins de 100 km de large et se propagent vers les basses altitudes de 85 à 70 km. Les sprites en forme de colonnes proviennent parfois de la partie inférieure du disque du sprite-halo. Des signaux radio uniques sont émis par les éclairs, produisant à chaque fois un sprite. En utilisant cette propriété pour la détection (plutôt que les observations visuelles), on pense que les sprites, autrefois considérés comme rares, apparaîtraient une fois tous les 200 éclairs.

Les "blue jet"

En 1993, tandis que Davis Sentman et Eugene Wescott de l'Université de l'institut géophysique d'Alaska survolent de forts orages, ils observent un nouveau TLE. Ils sont surpris de voir des faisceaux de lumière bleue sortant du haut des nuages. Ils nomment ces TLE "blue jet". Wescott et al. (1995) détaille les observations relatives à ces "blue jets" : surgissant à plus de 100 km.s^{-1} , les faisceaux atteignent des hauteurs de 40 à 50 km, une à trois fois la hauteur du nuage, avant de s'affaiblir. Les blue jets se propagent du haut des nuages vers le haut de l'ionosphère, 20 à 50 km plus haut et durent de 0.1 à 1 s. Ils sont toujours bleus et en forme d'entonnoir : 1.6 à 3.2 km à la base et 8 à 10 km au sommet. Les blue jets simultanés se propagent lentement du sommet des nuages vers le haut, mais s'éteignent simultanément. Les blue jet semblent très rares, mais cela n'est pas certain car leur faible lumière bleue est rapidement diffusée par l'air environnant et ainsi difficile à observer depuis le sol.

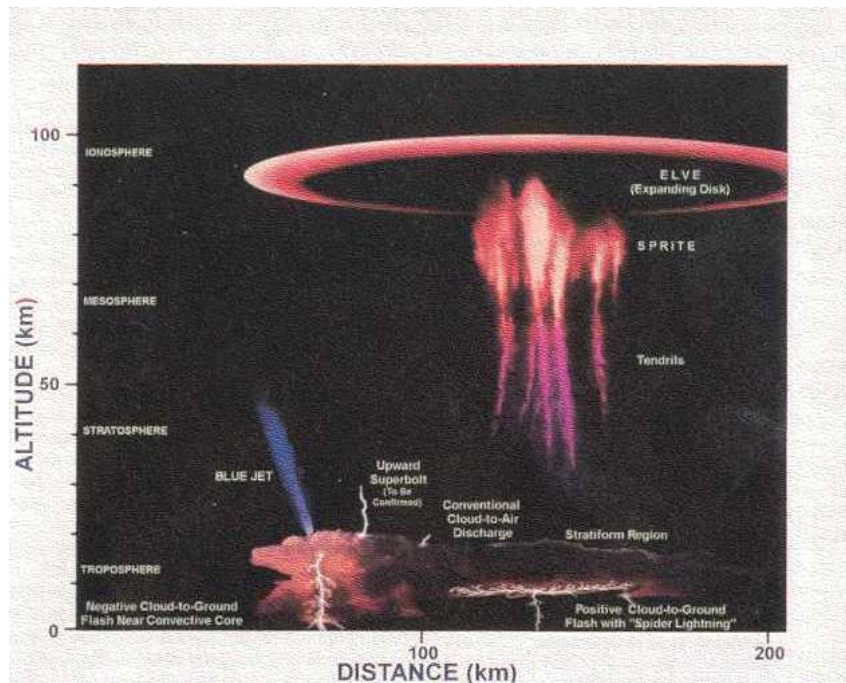


FIG. 2.2 – les différents phénomènes lumineux transitoires : ce graphique permet de rendre de compte des différentes altitudes des phénomènes et de leur extension spatiale.

Les "ELVES"

Un autre TLE découvert plus tard est le ELVES (" Emission of Light and Very low frequency perturbations due to Electromagnetic pulse sources"). Il a été observé pour la première fois en 1995 au Colorado par Fukunishi et al. (1996). Ils apparaissent sous forme de disques de lumière géant entre 65 et 95 km d'altitude. Ils sont dus aux pulses électromagnétiques, qui traversent l'ionosphère sous forme d'onde radio intense, émis par des flashes lumineux puissants (Barrington-Leigh et al., 2001). Le pulse de radiation excite des électrons dans l'azote, qui émet alors de la lumière par fluorescence. Bien que très grands, s'étendant parfois jusqu'à plus de 400 km de diamètre, les elves sont des phénomènes transitoires (moins de 1 ms). L'oeil humain ne peut l'observer. La lumière qui déclenche les elves peut se situer à 50 km de là où les elves apparaissent.

Les phénomènes étant extrêmement brefs, ceci explique pourquoi personne n'avait pu les photographier avant l'apparition d'appareils photos capables de prendre une centaine d'images par millisecondes. Les premières images ont été prises depuis le sol et par la navette spatiale américaine Discovery. Ils sont très régulièrement visibles sur les enregistrements vidéo de l'ancienne station orbitale russe MIR. Il existe également un projet de les étudier à partir d'un petit satellite baptisé Taranis, en cours d'étude, qui devra recueillir des données sur ce phénomène.

Le rôle des électrons runaway dans les TLEs

Dès le début des observations, Bell et al. (1995) pensaient aux rôles possibles joués par les électrons runaway dans la production des TLEs. Pasko et al. (1995) proposaient de produire les sprites grâce au chauffage des électrons mésosphériques par un champ électrique quasi-statique issu des nuages. Cependant, cette théorie est incapable d'expliquer les émissions inférieures à 60 km. Différents auteurs (McCarthy et Parks, 1992; Gurevich et al., 1992, 1994; Roussel-Dupré et al., 1994) se sont intéressés à l'existence des électrons runaway au-dessus des cellules orageuses. Ces articles ont montré que les électrons secondaires dont l'énergie est d'environ 1 MeV peuvent devenir runaway. Ces électrons sont alors susceptibles de perdre une partie de leur énergie lors de collisions inélastiques (e/O_2 et e/N_2). Cela entraîne l'excitation des neutres et par conséquent des émissions optiques.

Roussel-Dupré et al. (1994) ont montré qu'une avalanche électronique est à l'origine des décharges ascendantes et ces décharges sont la source des émissions radio et γ . De plus, Lehtinen (2000) enquête sur le rôle des avalanches des électrons runaway relativistes dans la production de ces différents TLEs. Mais qu'est-ce qu'une avalanche d'électrons runaway ? Nous savons que les électrons runaway apparaissent lors-

qu'ils sont soumis à un champ électrique qui va les accélérer. Cependant, ces premiers électrons runaway peuvent engendrer d'autres. En effet, ces électrons runaway ont une énergie élevée qui peut leur servir à ioniser les molécules neutres environnantes, ils créent alors d'autres électrons. Ces nouveaux électrons peuvent alors se recombinaison avec les ions. Mais si le champ électrique dépasse un certain seuil, la production d'électrons par ionisation peut dépasser le taux de recombinaison et ainsi le nombre d'électrons libres croît de manière exponentielle.

Cette avalanche semble être à l'origine des TLEs. Au cours de forts orages, un champ électrique peut apparaître au-dessus des nuages. Si des rayons cosmiques entrent en collision avec les molécules d'air environnantes, ils peuvent les ioniser et ainsi expulser des électrons de haute énergie. Ces électrons vont gagner encore plus d'énergie grâce au champ électrique et ainsi provoquer une avalanche d'électrons runaway (selon le phénomène vu ci-dessus). Lorsque l'avalanche électronique entre en collision avec les molécules d'air, elle les excite. Les molécules émettent alors plutôt de la lumière bleue, à basse altitude où l'air est plus dense et de la lumière rouge où l'air est raréfié.

Toutes ces études se sont attachées à reproduire les observations (forme, couleur...) mais Yukhimuk et al. (1999) se sont intéressés à l'évolution temporelle des émissions lumineuses. Ils ont évoqué le rôle possible de l'avalanche d'électrons runaway.

Les électrons runaway joueraient donc un rôle dans la production des TLEs dans l'atmosphère, mais ils interviennent également au niveau du soleil, et plus particulièrement des solar flares.

2.3.2 Les "solar flares" : les électrons runaway au niveau du soleil

Qu'est-ce qu'un solar flare ou éruption solaire ?

C'est le jaillissement d'un flux de gaz qui se forme à l'intérieur de l'atmosphère solaire, c'est-à-dire dans la couronne. L'éruption se déclenche en réaction à la hausse de la température à l'intérieur de la chromosphère. La température monte avec l'évolution d'une tache solaire. Un surplus d'énergie est produit par la circulation du courant électrique à l'intérieur des boucles du champ magnétique situées dans la couronne, au-dessus des taches solaires.

Accélération des électrons runaway dans les éruptions solaires

Les scientifiques de la physique solaire étudient l'accélération des électrons durant le développement des éruptions solaires afin de déterminer l'origine et l'évolution des électrons. Les courants électriques et le champ électrique associé sont un moyen efficace de chauffer le plasma et d'accélérer les particules (Tsuneta,

1985; Holman, 1985). En présence d'un champ électrique, les électrons sont accélérés et quittent le coeur de la distribution thermique et forment une queue suprathermique. C'est la formation et l'évolution de cette queue qui sont étudiées. Le lien entre l'évolution de la queue suprathermique et de l'émission synchrotron est progressivement éclairci (Moghaddam-Taaheri et Goertz, 1990). A l'aide de la fonction de distribution obtenue, ils calculent l'émission synchrotron durant la transformation de la queue runaway. Pendant la formation de la queue (10 s dans les conditions d'une éruption solaire typique), l'émission synchrotron est faible, presque du même ordre de grandeur que les émissions du plasma thermique. Cependant, l'émission augmente de plusieurs ordres de grandeur en quelques microsecondes au moment où la queue runaway cesse de grandir le long du champ magnétique. La queue suprathermique tend alors vers l'isotropisation car les particules rapides sont diffusées en angle. Le spectre d'émission synchrotron d'une éruption solaire doit être accompagné ou précédé d'une phase de chauffage qui entraîne l'augmentation de la température électronique jusqu'à 2-15 KeV. De même, Zarro et al. (1995) s'intéressent au lien entre les fonctions de distribution des électrons et les émissions X.

Le phénomène des électrons runaway intervient non seulement dans différentes régions du système solaire, mais aussi dans un domaine plus terre à terre tels que les tokamaks.

2.3.3 Les électrons runaway dans les tokamaks

Qu'est-ce qu'un tokamak et à quoi ça sert ?

Un tokamak est une chambre de confinement magnétique destinée à contrôler un plasma nécessaire à la production d'énergie par fusion nucléaire. Ce terme vient du russe et signifie chambre toroïdale à confinement magnétique. Il s'agit d'une technologie expérimentale. L'objectif serait de produire de l'électricité en récupérant la chaleur produite par la réaction de fusion nucléaire. Le tokamak fut inventé par les Russes Igor Yevgenyevich Tamm et Andreï Sakharov (voir Figure 2.3).

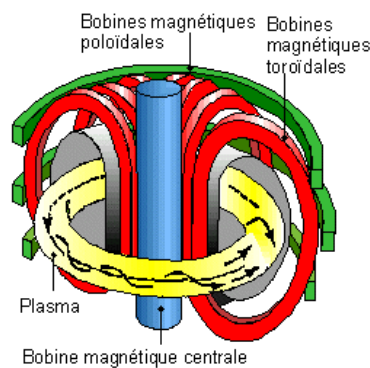


FIG. 2.3 – Schéma d'un tokamak

La fusion nucléaire permet à partir de deux atomes très légers (par exemple le deutérium et le tritium) de créer des atomes plus lourds. Cette transformation produit un défaut de masse qui se manifeste sous forme d'énergie ($E = mc^2$ où E est l'énergie produite, m la masse disparue et c la vitesse de la lumière). Cet excès d'énergie peut se transformer en excès de chaleur qui, par convection, peut être convertie en électricité au moyen d'une turbine.

Les conditions nécessaires à la fusion :

- La température de fusion : Pour produire une réaction de fusion nucléaire, il faut chauffer la matière à de très hautes températures (plusieurs centaines de millions de degrés). Dans ces conditions les électrons se détachent complètement de leur noyau, les neutres sont ionisés. Pour la fusion, cet événement est appelé le breakeven. Afin d'obtenir de telles températures, plusieurs combinaisons de méthodes sont disponibles :
 - l'utilisation de l'effet Joule produit par le déplacement des électrons (mais ce phénomène n'est plus très efficace au-delà d'une température de 10 millions de degrés);
 - l'injection de particules accélérées dans un accélérateur de particule;
 - l'échauffement obtenu par de puissants lasers (Effet Compton);
 - l'utilisation d'ondes électromagnétiques aux fréquences caractéristiques du plasma.

Si les réactions de fusion sont en nombre suffisant, la température alors produite permettrait d'auto-entretenir les conditions de la réaction (Ce seuil est appelé ignition du plasma). On pourrait alors contrôler cet état en injectant la matière nécessaire à la réaction. Dans de telles conditions, le facteur du bilan d'énergie entre l'énergie nécessaire à la réaction et celle produite par la réaction deviendrait infini. Mais pour obtenir de telles conditions il est nécessaire de contenir suffisamment longtemps une assez grande quantité de plasma.

- Le confinement du plasma : L'enjeu consiste alors à contrôler ce plasma au cœur du tokamak dans un volume limité et suffisamment éloigné des équipements. Comme le plasma est constitué de particules chargées, on peut confiner leur trajectoire de déplacement à l'intérieur d'un tore au moyen de champs magnétiques. Pour cela on doit créer un champ toroïdal auquel on associe une composante de champ qui lui est perpendiculaire (champ poloïdal). Dans les dispositifs du type Tokamak, le champ poloïdal est créé par un fort courant induit au sein même du plasma.

Les avantages d'une telle technologie sont variés :

- Une grande quantité de "carburant" fusible disponible : la matière fusible choisie est constituée de

deutérium et de tritium. On trouve le deutérium à l'état naturel (1 atome de Deutérium pour 6 000 atomes d'hydrogène dans l'eau soit 30 mg.l^{-1} d'eau). Et on peut facilement réintroduire le tritium produit par la réaction de fusion du réacteur. (Le réacteur auto-produirait ainsi une partie de son combustible).

- Une faible production d'éléments radioactifs : le combustible est faiblement radioactif (tritium) et sa production reste confinée dans l'enceinte du réacteur. À la fin de vie du réacteur, les éléments radioactifs à recycler sont pour la plupart dits "à vie courte".
- Un faible risque d'accident nucléaire majeur : étant donné les conditions strictes nécessaires à la fusion, toute anomalie dans l'état de la réaction provoque l'arrêt immédiat des réactions en cours. Il y a donc peu de risque d'emballement de la réaction.

Cependant, cette technologie est encore difficile à maîtriser :

- La réaction des plasmas n'est pas encore bien maîtrisée, il est notamment très difficile de modéliser le comportement d'un plasma dans un confinement magnétique.
- Le choix et l'utilisation des matériaux sont très importants car les contraintes imposées sont nombreuses (température, résistance aux champs magnétiques, stabilité aux radiations, importante durée de vie ...).
- Le tritium pose le problème de sa diffusion élevée dans les différents matériaux. Cela complique d'autant le choix de ces matériaux et la décontamination du tritium.
- Pour atteindre l'objectif d'une fusion auto-entretenu rentable, il est nécessaire de confiner une grande quantité de plasma. La rentabilité des plasmas obtenus se lie à la taille des installations. Par exemple, la durée de confinement du plasma utile (fusible) varie avec le carré du grand rayon du plasma traité. Ainsi, malgré le faible coût d'acquisition du combustible, les charges concernant la construction et la maintenance de tels dispositifs seront très importantes.

Pourquoi étudier les électrons runaway dans les tokamaks ?

Les électrons runaway sont étudiés pour plusieurs raisons :

- atténuer les perturbations : Durant les pertes soudaines de confinement (appelée perturbations), un fort champ électrique est induit. Cela peut mener à la génération de grande population de runaway dont l'énergie est de plusieurs dizaines de MeV et à de forts courants. Une perte soudaine et localisée de ces courants runaway dans un grand tokamak peut entraîner de graves dommages au réacteur. C'est pourquoi on étudie les schémas de perturbations dans la production et la perte de runaway (Niemer et al., 1990).

- sonder la turbulence plasma : Les électrons runaway ne subissent pratiquement aucune collision. De plus, la sensibilité à la turbulence électrostatique est inversement proportionnelle à la vitesse tandis que la turbulence magnétique est proportionnelle à la vitesse. Par conséquent, les électrons runaway sont des particules tests parfaites pour sonder la turbulence magnétique. Le confinement des électrons runaway peut donner un aperçu du niveau et de la longueur de corrélation due à la turbulence magnétique dans le plasma. Le confinement et la diffusion relativiste des électrons runaway en fonction du temps et du rayon peuvent être modélisés en utilisant l'évolution du rayonnement synchrotron (Myra et al., 1992).

Résumé du chapitre 2 :

Nous avons donc explicité le phénomène de création des électrons runaway dans le cas d'un champ électrique constant et sans considérer l'évolution du milieu. Nous avons également vu un bref aperçu de différentes études analytiques qui ont mené à identifier des paramètres critiques (champ électrique critique, vitesse critique ...) et à calculer le flux de runaway. Enfin, nous avons fait un bref tour d'horizon des effets des électrons runaway dans différents domaines que l'on pourrait résumer grâce à la figure 2.4.

Nous avons évoqué trois domaines d'études essentiels :

- Les phénomènes lumineux transitoires : les électrons runaway sont envisagés comme cause de ces phénomènes. D'autres scientifiques pensent qu'ils n'en sont qu'une conséquence.
- Les solar flares : les électrons sont éjectés au moment des éruptions. Les questions posées sont : Que deviennent-ils ? Quelles sont les conséquences de ces émissions ?
- Les tokamaks : les électrons runaway produits sont sources de nombreux dégâts. Etudier les mécanismes de production aiderait à limiter la production des électrons runaway.

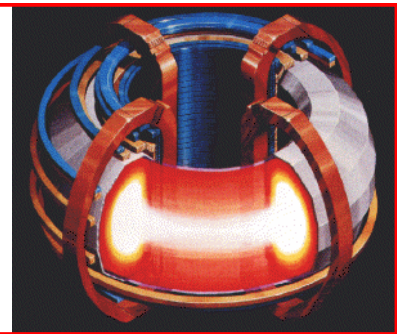
Nous pouvons alors nous demander ce qu'il en est des électrons runaway dans l'ionosphère. Pour cela, nous avons développé un modèle cinétique. Nous allons tout d'abord expliquer l'élément essentiel, c'est-à-dire l'opérateur de collisions.

Etude pour :

- Atténuer les perturbations
- Sonder la turbulence plasma

Caractéristiques de l'étude :

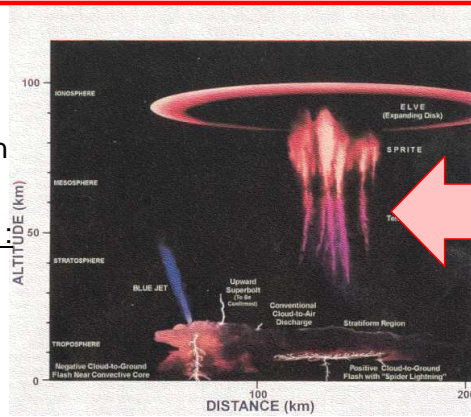
- Collisions e/e et e/i
- $T_e = 1.5 \cdot 10^7$ K (1.3 keV) et $n_e = 2 \cdot 10^{19}$ m⁻³

Etude pour :

- Etudier le rôle des avalanches d'électrons runaway dans la production de ces TLEs

Caractéristiques de l'étude :

- Collisions e/e et e/i et e/n
- Electrons relativistes
- $T_e = 200$ K et $n_e = 10^{10}$ m⁻³



**Electrons
Runaway**

Etude pour :

- Expliciter le transfert de l'énergie à travers la chromosphère jusqu'à la couronne
- Comprendre l'accélération du vent rapide

Caractéristiques de l'étude :

- Collisions e/e et e/i
- $T_e = 5 \cdot 10^5$ K et $n_e = 10^8$ m⁻³



FIG. 2.4 – Schéma des différents domaines où interviennent les électrons runaway.

Chapitre 3

Les opérateurs de collisions

Nous voulons étudier le transport cinétique des électrons dans l'ionosphère, qui est un milieu collisionnel. Les collisions sont l'élément essentiel qui va régir le mouvement des électrons. Nous allons donc consacrer l'ensemble de ce chapitre à l'établissement des différents opérateurs de collisions : avec les particules chargées d'une part et les neutres d'autre part.

3.1 L'opérateur de collisions entre particules chargées

3.1.1 Etude préliminaire des paramètres caractéristiques

Tout d'abord calculons quelques paramètres importants pour la suite de notre étude, avec $n_e = 10^{11} \text{ m}^{-3}$, $T_e = 2000 \text{ K}$ et $v_{the} = \sqrt{\frac{2kT_e}{m_e}} \approx 2.5 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$:

- Le paramètre d'impact moyen, défini comme la distance minimal séparant les deux particules qui entrent en collision, $p_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v_{the}^2} \approx 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
- La longueur de Landau, distance pour laquelle l'énergie potentielle d'interaction entre deux électrons est égale à leur énergie cinétique d'agitation, $L_l = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 kT} \approx 8 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
- La distance moyenne entre deux électrons $d_e = \frac{1}{n_e}^{1/3} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
- La longueur de Debye, l'échelle de longueur au dessous de laquelle il peut y avoir une séparation de charge et au dessus de laquelle le plasma retrouve sa neutralité, $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT_e}{n_e e^2}} \approx 10^{-2} \text{ m}$
- Le libre parcours moyen entre deux collisions proches $lpm = \frac{v_{the}}{\nu_0} \approx 3122 \text{ m}$

d'où on a :

$$p_0 < L_l \ll d_e \ll \lambda_D \ll lpm$$

Ceci implique que :

- p_0 est plus petit que d_e donc les collisions proches sont des phénomènes binaires bien définis où interviennent seulement un électron et un ion
- lpm étant bien plus grand que d_e , les collisions proches sont des phénomènes assez rares. Par contre les collisions lointaines sont extrêmement fréquentes.

On peut donc classer les collisions entre particules chargées en quatre familles selon la valeur du paramètre d'impact p :

- $p < p_0$: collisions proches, interaction de type Coulomb binaire
- $p_0 < p < d_e$: collisions lointaines, interaction de type Coulomb binaire
- $d_e < p < \lambda_D$: collisions lointaines, interaction de type Coulomb multiple
- $d < p$: collisions lointaines, interaction de type Coulomb multiple avec effet d'écran. Le paramètre λ_D est la longueur d'écran au delà de laquelle les corrélations atténuent exponentiellement le potentiel de Coulomb.

Dans le cas $d_e < p < \lambda_D$, il n'y a plus de collisions binaires mais un phénomène de diffusion multiple : Cependant, divers auteurs ont montré, par un calcul statistique sur ces déviations multiples, que la superposition simultanée de faibles déviations est équivalente à une suite de collisions binaires dans le temps. Ainsi, même dans ce cas, on peut utiliser la théorie des collisions binaires (Chandrasekhar, 1943; Gasiorowicz et al., 1956).

Ainsi, nous sommes dans un cas où les interactions à longue portée dominant sur celles à plus courte portée car les interactions longue portée sont plus probables que celles à courte portée. Le logarithme de Coulomb $\ln \Lambda = \ln \frac{\lambda_D}{p_0}$, avec λ_D longueur de Debye et p_0 le paramètre d'impact (Rosenbluth et al., 1957) est alors très supérieur à 1. Dans des conditions ionosphériques typiques, $\ln \Lambda$ est égal à 15. Nous considérons de plus que les collisions sont binaires car le paramètre d'impact p_0 est inférieur à la distance moyenne entre particules d_e .

Dans la suite, nous allons présenter la méthode utilisée pour simuler les collisions entre particules chargées. Nous voulons étudier les interactions entre particules chargées dans un plasma hautement collisionnel. Pour cela, nous utilisons une approche Fokker-Planck, qui décrit les collisions binaires entre particules chargées à longue portée.

3.1.2 L'approche Fokker-Planck

Nous considérons un ensemble de particules chargées d'espèce (a) interagissant avec des particules d'espèce (b). L'espèce (a) correspond aux électrons et l'espèce (b) aux particules cibles qui sont, soit les électrons soit les ions. Toutes les particules entrent en collisions mais les collisions à longue portée, qui correspondent à de petits angles de déviations, jouent un rôle plus important que celles à courte portée car la probabilité d'avoir un angle de déflexion petit est supérieur à celle d'avoir un grand angle. C'est pourquoi seules les collisions longue portée sont prises en compte.

Description générale du problème

Considérons qu'un faisceau de particules monocinétiques chargées d'espèces (a) pénètre dans une région où il y a d'autres espèces chargées (b). La fonction de distribution des vitesses des particules (b) est supposée homogène dans toute la région traversée par les particules (a). On fait de plus les hypothèses suivantes :

1. La densité du faisceau de particules (a) est assez faible pour que les interactions a-a soient négligeables
2. Les particules (a) se déplacent à l'intérieur du gaz de particules (b) en interagissant seulement avec les particules (b)
3. Les interactions des particules (a) avec les particules (b) sont décrites comme une suite de collisions binaires lointaines se succédant de façon complètement aléatoire.

L'hypothèse 1 n'est pas critiquable : on peut toujours considérer une densité de particules assez faible pour qu'elle soit satisfaite. Alors le faisceau de particules (a) est constitué par une suite de particules (a), arrivant les unes après les autres à des intervalles suffisamment grands ; on dit alors que les particules (a) constituent des particules " tests ".

L'hypothèse 2 est moins satisfaisante. En pratique, si l'on veut que la cible ait une densité suffisante, on est forcé de considérer plusieurs espèces de particules constituant un milieu macroscopiquement neutre. L'application des résultats obtenus à l'aide des plasmas supposera que l'on superpose d'une certaine manière les effets des diverses espèces de particules (b). Cette superposition ne sera en fait possible de façon simple que si l'on admet l'hypothèse 3 qui décrit les interactions comme une suite de collisions binaires

sans corrélation entre elles.

L'hypothèse 3 est la moins satisfaisante. Elle aboutit à des divergences qui ne seront levées qu'en effectuant une coupure sur les paramètres d'impact. La justification exacte de cette coupure est en fait liée à une analyse des phénomènes dans laquelle on introduit les corrélations et les interactions collectives.

Dans le cas qui nous intéresse, modélisation d'électrons dans un gaz ionosphérique, nous considérons l'interaction des électrons avec un ensemble de particules électrons et ions. Ainsi, dans la suite du document, les particules (a) sont des électrons notés e tandis que les particules (b) sont soit des électrons soit des ions. Nous garderons donc la notation (b).

Nous pouvons alors écrire l'équation de conservation dans l'espace des vitesses ou Equation de Fokker-Planck (Krall et Trivelpiece, 1986) :

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}_{ext}}{m_e} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}_e} = -\frac{\partial}{\partial \vec{v}_e} \cdot \vec{F}_d(v_e) f_e(v_e) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \vec{v}_e \partial \vec{v}_e} : \overline{\overline{D(v_e)}} f_e(v_e) \quad (3.1)$$

où F_d représente un coefficient de ralentissement et $D(v_e)$ un coefficient de diffusion.

L'équation de Fokker-Planck peut être réécrite :

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}_{ext}}{m_e} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}_e} = \sum_b \left[\underbrace{\frac{\partial}{\partial \vec{v}_e} \cdot f_e \frac{\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b}{\Delta t}}_{\text{friction}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{v}_e} \frac{\partial}{\partial \vec{v}_e} : f_e \frac{\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle_b}{\Delta t}}_{\text{diffusion}} \right] \quad (3.2)$$

où f_e , la fonction de distribution des vitesses des électrons est fonction de la position, de la vitesse et du temps, \vec{v}_e la vitesse électronique et \vec{F}_{ext} sont les forces extérieures (dans notre cas la force électrique).

Si \vec{v}_e est la vitesse initiale d'un électron, on désigne par $\vec{v}_e + \Delta \vec{v}_e$ la vitesse de l'électron après un trajet de durée Δt à travers le gaz de particules (b). Comme $\Delta \vec{v}_e$ varie d'un électron à l'autre ; il est raisonnable d'admettre que la valeur moyenne de $\Delta \vec{v}_e$ est proportionnelle à δt . On considère donc la valeur moyenne de $\Delta \vec{v}_e / \Delta t$ notée $\langle \Delta \vec{v}_e \rangle / \Delta t$ et calculée sur un grand nombre d'électrons tests. Les différentes composantes de $\langle \Delta \vec{v}_e \rangle / \Delta t$ sont les coefficients de transport du premier ordre que l'on peut appeler coefficient de déplacement dans l'espace des vitesses.

On peut également considérer pour chaque électron le tenseur $\Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e / \Delta t$ et sa valeur moyenne $\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle / \Delta t$, calculée sur un grand nombre d'électrons tests. Les composantes de ce tenseur sont les coefficients de transport du second ordre ou les coefficients de diffusion dans l'espace des vitesses.

Calcul du coefficient de friction $\langle \Delta \vec{v}_e \rangle / \Delta t$

Les valeurs de $\Delta \vec{v}_e$ produites par une suite de collisions de faible déviation s'additionnent. Considérons donc les collisions avec les particules (b) dont le vecteur vitesse est dans $d\vec{v}_b$ autour d'une valeur moyenne \vec{v}_b . Le vecteur \vec{g}' est le vecteur vitesse relative :

$$\vec{g}' = \vec{v}_e - \vec{v}_b$$

Ce vecteur est dans l'élément d'angle solide $d\Omega$ autour de la position moyenne \vec{g} (voir figure 3.1).

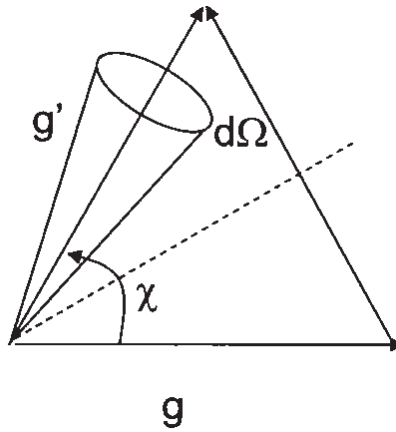


FIG. 3.1 – Rotation du vecteur vitesse relative suite à une collision binaire élastique

Le nombre probable de collisions pour chaque électron et pendant un intervalle Δt est égale à :

$$f(\vec{v}_b) d\vec{v}_b \sigma_{eff}(\chi) d\Omega g \Delta t$$

où $\sigma_{eff}(\chi)$ représente la section efficace.

En additionnant les effets de toutes les classes de collisions, nous en déduisons :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = \int_{\Omega} \int_{\vec{v}_b} \frac{m_b}{m_a + m_b} \Delta \vec{g} g \sigma(\chi) d\Omega g f(\vec{v}_b) d\vec{v}_b$$

On effectue cette intégrale en deux temps : d'abord celle sur $d\Omega$ puis celle sur $d\vec{v}_b$ (Dreicer, 1959a).

On obtient alors le résultat suivant :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = \Gamma_{eb} \frac{\partial}{\partial \vec{v}_e} H_{eb} \quad (3.3)$$

$$\Gamma_{eb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \left[\frac{Z_e Z_b e^2}{m_e} \right]^2 \ln \Lambda \quad (3.4)$$

$$H_{eb}(\vec{v}_e) = \frac{m_e + m_b}{m_b} \int \frac{1}{g} f(\vec{v}_b) d\vec{v}_b \quad (3.5)$$

Cas où f est isotrope

Lorsque $f(\vec{v}_b)$ est isotrope, l'expression de H_{eb} ne dépend pas de l'orientation de \vec{v}_e : celle-ci est une fonction isotrope de \vec{v}_e . Pour la calculer, on peut prendre \vec{v}_e comme axe \vec{u}_z et utiliser un développement en polynômes de Legendre. D'après la définition géométrique des polynômes de Legendre et en ne conservant que les termes en $P_0 \cos\theta$, on a :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = -4\pi \frac{m_e + m_b}{m_e m_b} \Gamma_{eb} \frac{\vec{v}_e}{v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^2 f(v_b) d\vec{v}_b \quad (3.6)$$

Calcul du coefficient de diffusion $\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle / \Delta t$

Règle d'additivité

La règle d'additivité lorsqu'une particule 1 entre en collision avec une particule 2 est la suivante :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle = \langle (\Delta \vec{v}_e)_1 (\Delta \vec{v}_e)_1 \rangle + \langle (\Delta \vec{v}_e)_2 (\Delta \vec{v}_e)_2 \rangle$$

En effet, les collisions sont binaires, il n'y a pas de corrélation entre deux particules, elles sont indépendantes. De manière analogue à ce qui a été fait dans la section précédente, on trouve :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = \Gamma_{eb} \vec{\nabla}_{v_e} \vec{\nabla}_{v_e} G_{eb} \quad (3.7)$$

$$G_{eb} = \int g f(\vec{v}_b) d\vec{v}_b \quad (3.8)$$

où Γ_{eb} est identique à 3.4

Cas où f est isotrope

Notons tout de suite que, si la fonction de distribution est isotrope, on a pour des raisons de symétrie en prenant comme axe Oz la direction de la vitesse initiale :

$$\langle \Delta v_{ex} \rangle = \langle \Delta v_{ey} \rangle = 0$$

$$\langle \Delta v_{ex} \Delta v_{ey} \rangle = \langle \Delta v_{ey} \Delta v_{ez} \rangle = \langle \Delta v_{ez} \Delta v_{ex} \rangle = 0$$

et

$$\langle \Delta v_{ez} \rangle \neq 0$$

$$\langle (\Delta v_{ex})^2 \rangle = \langle (\Delta v_{ey})^2 \rangle \neq 0$$

$$\langle (\Delta v_{ez})^2 \rangle \neq 0$$

Ainsi, il reste trois coefficients distincts que nous nommerons :

$$\langle \Delta v_{ez} \rangle / \Delta t \text{ et } \langle (\Delta v_{ex})^2 \rangle / \Delta t \text{ et } \langle (\Delta v_{ey})^2 \rangle / \Delta t$$

soit $\langle \Delta v_{e\parallel} \rangle / \Delta t$: coefficient de ralentissement

$\frac{1}{2} \langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle / \Delta t$: coefficient de dispersion angulaire

$\langle (\Delta v_{e\parallel})^2 \rangle / \Delta t$: coefficient de dispersion longitudinale

Lorsque $f(\vec{v}_b)$ est isotrope, l'expression de G_{eb} , elle-aussi, ne dépend pas de l'orientation de \vec{v}_e : celle-ci est une fonction isotrope de v_e . En utilisant un développement en polynômes de Legendre, on trouve :

$$\begin{aligned} \langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t &= 4\pi \Gamma_{eb} \left[\bar{1} \left(\frac{1}{v_e} \int_0^{v_e} v_b^2 f dv_b - \frac{1}{3.v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b + \frac{2}{3} \int_{v_e}^{\infty} v_b f dv_b \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\vec{v}_e \vec{v}_e}{v_e^2} \left(-\frac{1}{v_e} \int_0^{v_e} v_b^2 f dv_b + \frac{1}{9.v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b \right) \right] \end{aligned}$$

Si on reprend comme axe 0z on voit immédiatement que ce tenseur prend la forme :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \langle (\Delta v_{e\parallel})^2 \rangle_b / \Delta t \end{vmatrix} \quad (3.9)$$

$$\langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t = 8 \pi \Gamma_{eb} \left[\frac{1}{v_e} \int_0^{v_e} v_b^2 f dv_b - \frac{1}{3.v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b + \frac{2}{3} \int_{v_e}^{\infty} v_b f dv_b \right] \quad (3.10)$$

$$\langle (\Delta v_{e\parallel})^2 \rangle_b / \Delta t = 8 \pi \Gamma_{eb} \left[-\frac{1}{9.v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b + \frac{1}{3} \int_{v_e}^{\infty} v_b f dv_b \right] \quad (3.11)$$

Remarques :

Les directions parallèle et perpendiculaires évoquées ici sont relatives au vecteur vitesse (voir figure 3.2). Le repère $(O, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ est variable en fonction du vecteur vitesse considéré. Le vecteur \vec{u}_3 est le vecteur unitaire dans la direction du vecteur vitesse et les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 sont les vecteurs perpendi-

culaires pour compléter le repère orthonormé. Par la suite, nous nous plaçons toujours dans le repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ qui est le repère physique où u_z correspond à la direction du champ magnétique. Pour passer du repère $(O, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ au repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, nous utilisons les coordonnées des vecteurs \vec{u}_1, \vec{u}_2 et \vec{u}_3 dans le repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$:

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \theta \\ \sin \alpha \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \theta \\ \sin \alpha \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

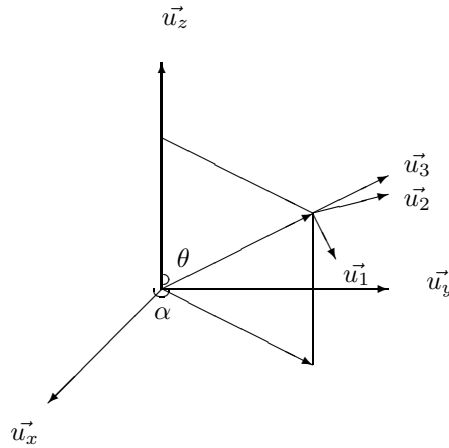


FIG. 3.2 – Représentation des repères $(O, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ et $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$

Les calculs des coefficients de friction et de diffusion dans le cas de fonctions de distribution maxwelliennes sont détaillés en Annexe B.2.

Les fonctions de distribution des particules cibles

Nous venons de voir que les coefficients de friction et de diffusion dépendent des fonctions de distribution des particules cibles.

Pour les coefficients de friction et de diffusion dus aux collisions e/e :

Dans ce cas, c'est la fonction de distribution des électrons qui intervient. Nous ne supposons pas la

forme de cette fonction de distribution. Nous la calculons de manière numérique au cours de la simulation et nous faisons une intégration numérique pour calculer les coefficients de friction et de diffusion. Nous ne supposons donc pas que la fonction de distribution des électrons est maxwellienne.

Pour les coefficients de friction et de diffusion dûs aux collisions e/i :

Dans la suite du problème, nous considèrerons donc que les ions peuvent être représentés par une fonction de distribution maxwellienne. Dans un premier temps, nous allons considérer que la vitesse des ions est nulle et la température fixe. Cependant, cette fonction de distribution peut être déplacée d'une certaine vitesse de dérive et être plus ou moins chaude. Par la suite, nous avons trouvé une technique permettant de prendre en compte le chauffage des ions et l'acquisition de vitesse moyenne due à la présence du champ électrique parallèle et aux échanges d'énergie entre les électrons et les ions. Nous détaillons ce travail dans la partie 5.1.3.

Nous procédons ici à un test. On décide de modéliser la fonction de distribution des ions sous la forme de somme de deux maxwelliennes déplacées et symétriques :

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{3/2} \left[\exp\left(-\frac{(\vec{v} - \vec{v}_0)^2}{2v_{the}^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\vec{v} + \vec{v}_0)^2}{2v_{the}^2}\right) \right], \quad (3.12)$$

où $v_{the} = (k_b T_e / m_e)^{1/2}$ est la vitesse thermique des électrons. Cette distribution peut varier d'une situation complètement isotrope (lorsque $v_0 = 0$) à un cas totalement anisotrope (double faisceau $v_0 \gg v_{the}$). Comme (3.12) est la somme de deux distributions, qui sont chacune isotrope dans leur propre référentiel, les valeurs exactes de F_d et D peuvent être évaluées analytiquement. Nous nous consacrons à la force de friction \vec{F}_d dans l'exemple qui suit. Sur la figure Fig. 3.3, nous représentons le coefficient de friction \vec{F}_d en fonction de v_e/v_{the} et pour différentes valeurs de v_0 .

Pour les vitesses supérieures à la vitesse thermique ionique (environ $10^{-2} v_{the}$), le coefficient ne varie pas. Au contraire, pour les vitesses inférieures à $10^{-2} v_{the}$, plus v_0 augmente plus le coefficient décroît. Ceci signifie que lorsque les fonctions de distribution des ions s'éloignent de la maxwellienne, la friction diminue. Le coefficient de friction va être réduit, le nombre d'électrons runaway créés va augmenter. Ainsi, les résultats obtenus avec des maxwelliennes auront tendance à sous-estimer le nombre de runaway.

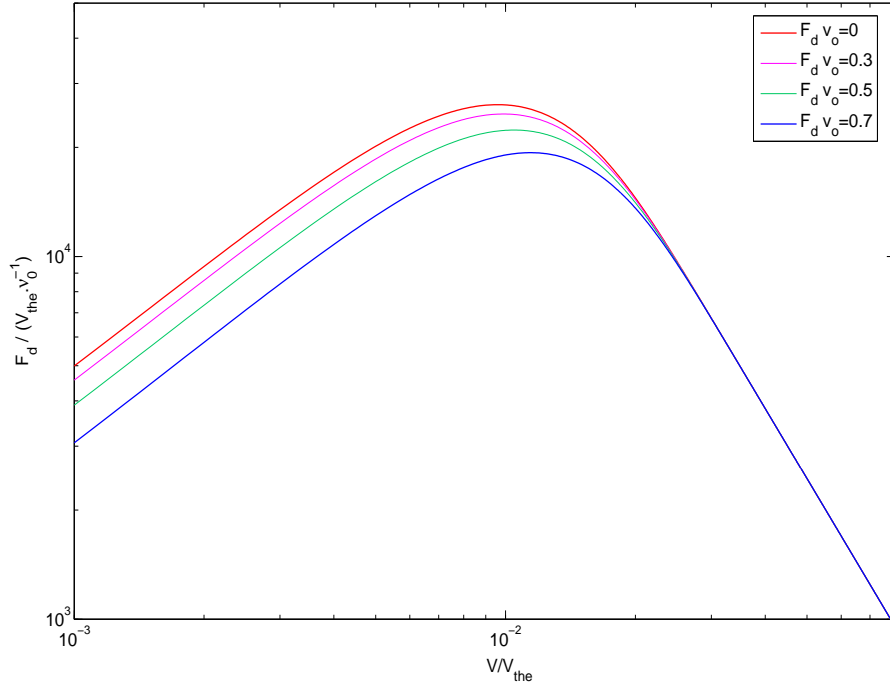


FIG. 3.3 – Le coefficient de friction en fonction de la vitesse de l'électron test considéré. Les calculs sont effectués avec différentes fonction de distribution des ions : des maxwelliennes ayant une vitesse moyenne normalisée de $v_0 = 0.3, 0.5$ and $0.7 v_{the}$

3.1.3 L'équation de Langevin

Afin d'utiliser l'opérateur de la section précédente, il est nécessaire de passer de l'équation de Fokker-Planck à celle de Langevin, qui est plus directement utilisable pour la simulation. L'équation de Langevin est équivalente à celle de Fokker-Planck (voir Annexe B.1). Au premier ordre en Δt , l'équation de Langevin en 3 dimensions prend la forme suivante :

$$\Delta \vec{v}_e = \frac{\vec{F}_{ext}}{m_e} \Delta t + \frac{\langle \Delta \vec{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t} \Delta t + \vec{Q} \quad (3.13)$$

où : $\frac{\langle \Delta \vec{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$ est le coefficient de friction, \vec{F}_{ext} est la force électrique, m_e est la masse de l'électron et

$\vec{Q} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix}$ est un vecteur vitesse aléatoire qui correspond à la variation de la vitesse dans les trois directions, due à la diffusion.

Il est choisi dans la distribution suivante Manheimer et al. (1997) :

$$\phi(\vec{Q}) = \frac{1}{(2\pi\Delta t)^{3/2} D_{11} D_{33}^{1/2}} \exp\left(-\frac{Q_3^2}{2D_{33}\Delta t} - \frac{Q_1^2 + Q_2^2}{2D_{11}\Delta t}\right) \quad (3.14)$$

En réalité, deux vecteurs \vec{Q}_{ee} et \vec{Q}_{ei} sont choisis dans cette distribution. Ils correspondent à la variation de vitesse due à la diffusion des collisions e/e et e/i, respectivement. Pour \vec{Q}_{ee} , D_{11} et D_{33} correspondent respectivement à $\frac{1}{2} \frac{\langle(\Delta v_{e\perp})^2\rangle_e}{\Delta t}$ et $\frac{\langle(\Delta v_{e\parallel})^2\rangle_e}{\Delta t}$; tandis que pour \vec{Q}_{ei} , D_{11} et D_{33} correspondent à $\frac{1}{2} \frac{\langle(\Delta v_{e\perp})^2\rangle_i}{\Delta t}$ et $\frac{\langle(\Delta v_{e\parallel})^2\rangle_i}{\Delta t}$.

L'équation de Langevin comporte deux termes : La friction qui tend à ralentir les électrons et le coefficient de diffusion Q qui les disperse. Nous venons de voir que ces deux termes s'expriment en fonction des coefficients de friction et de diffusion calculés précédemment. Nous venons de voir comment sont traitées les collisions entre particules chargées. Pour les collisions électrons/neutres, nous utilisons une autre méthode : la méthode de Monte-Carlo que nous allons détailler maintenant.

3.2 Les collisions avec les neutres : Méthode de Monte-Carlo

3.2.1 Le temps de vol

Notre but est de simuler les collisions d'un électron avec les éléments neutres du plasma. Le tout est soumis à un champ électrique parallèle. La méthode doit nous donner un temps de vol libre ainsi que le changement de vitesse de l'électron dû à la collision. Générer de manière aléatoire un temps de vol libre entre deux collisions est simple à condition que la fréquence de collision soit indépendante de la vitesse de l'électron, c'est-à-dire que le temps de vol libre moyen soit constant. Or, dans notre cas, le champ électrique va faire varier la vitesse de l'électron et donc la fréquence de collision. Pour résoudre ce problème, nous utilisons la méthode de collision nulle, initialement utilisée par Skullerud (1968), puis par de nombreux auteurs (Lin et Bardsley, 1977; Yousfi et al., 1994; Winkler et al., 1992). Pour chaque électron, on simule un temps de vol libre :

$$t_{vol} = -\frac{\ln(r_{vol})}{\nu_{tot}}$$

où

r_{vol} est un nombre aléatoire suivant une distribution uniforme entre [0-1],

ν_{tot} est la fréquence de collision totale telle que : $\nu_{tot} = \nu + \nu_{null} = \text{constante}$,

ν correspond à la fréquence de collision e/n (les neutres considérés sont l'oxygène et le diazote),

ν_{null} à une fréquence arbitraire calculée de telle sorte que ν_{tot} soit toujours constant.

Ce temps de vol suit une loi de Poisson.

Lorsque nous avons déterminé qu'il y a une "collision", il faut encore savoir si elle est "nulle" ou "réelle".

3.2.2 Le type de collision

Il existe plusieurs types de collisions possibles. Ici, nous considérons :

- les collisions élastiques où le module de la vitesse relative entre les deux particules de la collision reste constante.
- les collisions inélastiques où la vitesse relative entre les deux particules de la collision n'est pas conservée : il y a échange d'énergie entre les particules. C'est le cas des collisions vibrationnelles ou encore rotationnelles. L'électron va perdre de l'énergie et la céder au neutre qui, lui va passer sur un niveau d'énergie supérieur. On dit qu'il est excité.
- les collisions nulles : elles correspondent en réalité à une absence de collisions.

Pour chacune de ces collisions, on définit une probabilité de collisions :

$$P_{col,el} = \frac{\nu_{el}}{\nu_{tot}}$$

$$P_{col,in} = \frac{\nu_{in}}{\nu_{tot}}$$

$$P_{col,null} = \frac{\nu_{null}}{\nu_{tot}}$$

$$\sum P_{col} = 1$$

Pour déterminer quels types de collisions aura lieu, on utilise r_{col} qui est un nombre aléatoire suivant une distribution uniforme. Par exemple, on aura une collision élastique si $0 < r_{col} < P_{col,el}$, une collision inélastique si $P_{col,el} < r_{col} < P_{col,el} + P_{col,in}$. L'ordre choisi ici est arbitraire et n'influe pas sur le résultat. Suivant le type de collision, la vitesse de l'électron va soit rester inchangée, soit changer d'orientation, soit changer d'orientation et de norme.

- dans le cas d'une collision nulle, rien ne change
- dans le cas d'une collision élastique, l'orientation du vecteur va changer mais pas sa norme
- dans le cas de collision inélastique, l'orientation et la norme du vecteur vitesse vont changer.

3.2.3 Le calcul de la déviation du vecteur vitesse de l'électron

La variation de la norme

Etudions les différents cas :

- Dans le cas d'une collision élastique :

$$v'_r = v_r$$

dans notre cas on considère les neutres immobiles, cela revient à dire que l'électron garde la même vitesse.

- Dans le cas d'une collision inélastique (vibrationnelle, rotationnelle, optique)

$$v'_r = [v_r^2 - \frac{2}{\mu_r} \Delta \epsilon_{ij}]^{1/2},$$

avec $\Delta \epsilon_{ij} = \epsilon_j - \epsilon_i$ où ϵ_j énergie du plus haut niveau et ϵ_i énergie du plus bas niveau et $\mu_r = \frac{m_e M}{m_e + M}$

La variation de la direction

Comme nous l'avons déjà dit, à chaque fois qu'un électron va subir une collision élastique ou inélastique, il va changer de direction. Pour calculer cette variation, on utilise deux nombres suivant une distribution uniforme sur [0-1] que l'on nomme r_χ et r_η . Pour la suite, nous appellerons χ angle de diffusion compris entre $[0 - \pi]$ et η l'angle azimuthal. Ainsi, nous avons :

$$\cos \chi = 1 - 2r_\chi \text{ et } \eta = 2\pi r_\eta.$$

Lorsque l'on se replace dans le repère du laboratoire, nous avons :

$$v'_{rx} = v'_r (-\sin \chi \sin \eta \sin \alpha_r + \sin \chi \cos \eta \cos \theta_r \cos \alpha_r + \cos \chi \sin \theta \cos \alpha)$$

$$v'_{ry} = v'_r (\sin \chi \sin \eta \cos \alpha_r + \sin \chi \cos \eta \cos \theta_r \sin \alpha_r + \cos \chi \sin \theta \sin \alpha)$$

$$v'_{rz} = v'_r (-\sin \chi \sin \eta \sin \theta_r + \cos \chi \cos \theta_r)$$

Nous avons donc décrit le principe de l'opérateur de collisions électron/électron et électron/ion d'une part et électron/neutre d'autre part. Il s'agit maintenant de valider cet opérateur. Pour cela, nous présentons dans la section suivante des tests sur les opérateurs de collisions.

3.3 Test sur l'opérateur de collisions

Nous allons détailler les résultats numériques de cas tests pour nos opérateurs de collisions. Dans toute cette partie, nous utilisons les paramètres suivants :

$n_e = n_i = 5 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$, $T_e = T_i = 1500 \text{ K}$. Nous simulons $3 \cdot 10^4$ particules pour représenter l'ensemble des électrons. Les électrons seront diffusés tous les $\Delta t = 10^{-4} \nu_0^{-1}$, où ν_0 représente la fréquence de collision entre particules chargées égale à 60 s^{-1} .

3.3.1 L'opérateur de collisions e/i et e/e

Dans un premier temps, nous souhaitons tester la partie Fokker-Planck de l'opérateur de collisions. Par conséquent, nous ne prenons en compte que les collisions e/e et e/i et négligeons les collisions e/n. Nous allons étudier l'évolution d'une fonction de distribution initialement non-maxwellienne, en l'absence de champ électrique. Nous avons choisi une fonction de distribution "carrée" dans l'espace des vitesses, c'est-à-dire qu'au début, toutes les vitesses sont comprises entre $-v_{the}$ et $+v_{the}$ et ceci de manière équiprobable. Sur la figure 3.4, déjà vue au chapitre 2, nous représentons le coefficient de friction en fonction de la vitesse électronique de l'électron considéré. Le terme de friction diminue lorsque la vitesse électronique augmente, autrement dit le terme de friction est nettement plus important lorsque la vitesse de l'électron est faible. Le maximum de la friction est obtenu lorsque $v = v_{thi} = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} v_{the} \approx 6 \cdot 10^{-3} v_{the}$.

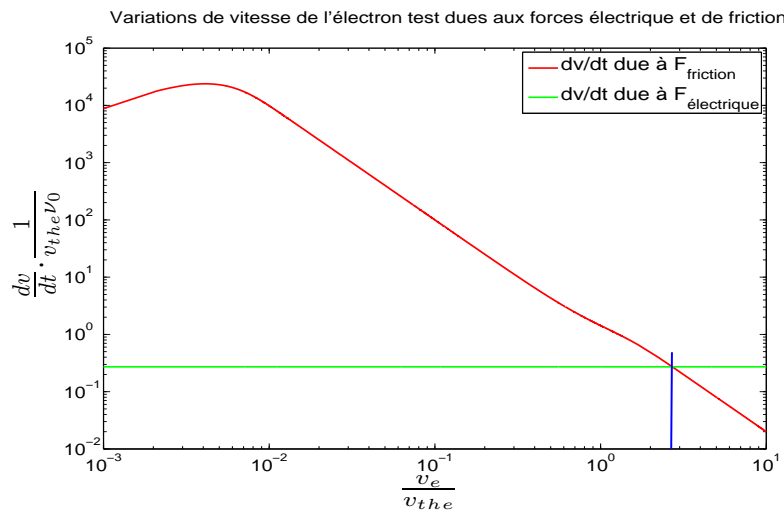


FIG. 3.4 – La variation de vitesse d'un électron par unité de temps due à la force de friction en rouge et due à la force électrique en vert. L'ensemble est représenté en fonction de la vitesse normalisée de l'électron test.

Sur le panneau *a* de la figure 3.5, nous représentons le logarithme de la fonction de distribution des vitesses des électrons en fonction du carré de la vitesse des électrons et ceci pour différents temps représentés par différentes couleurs.

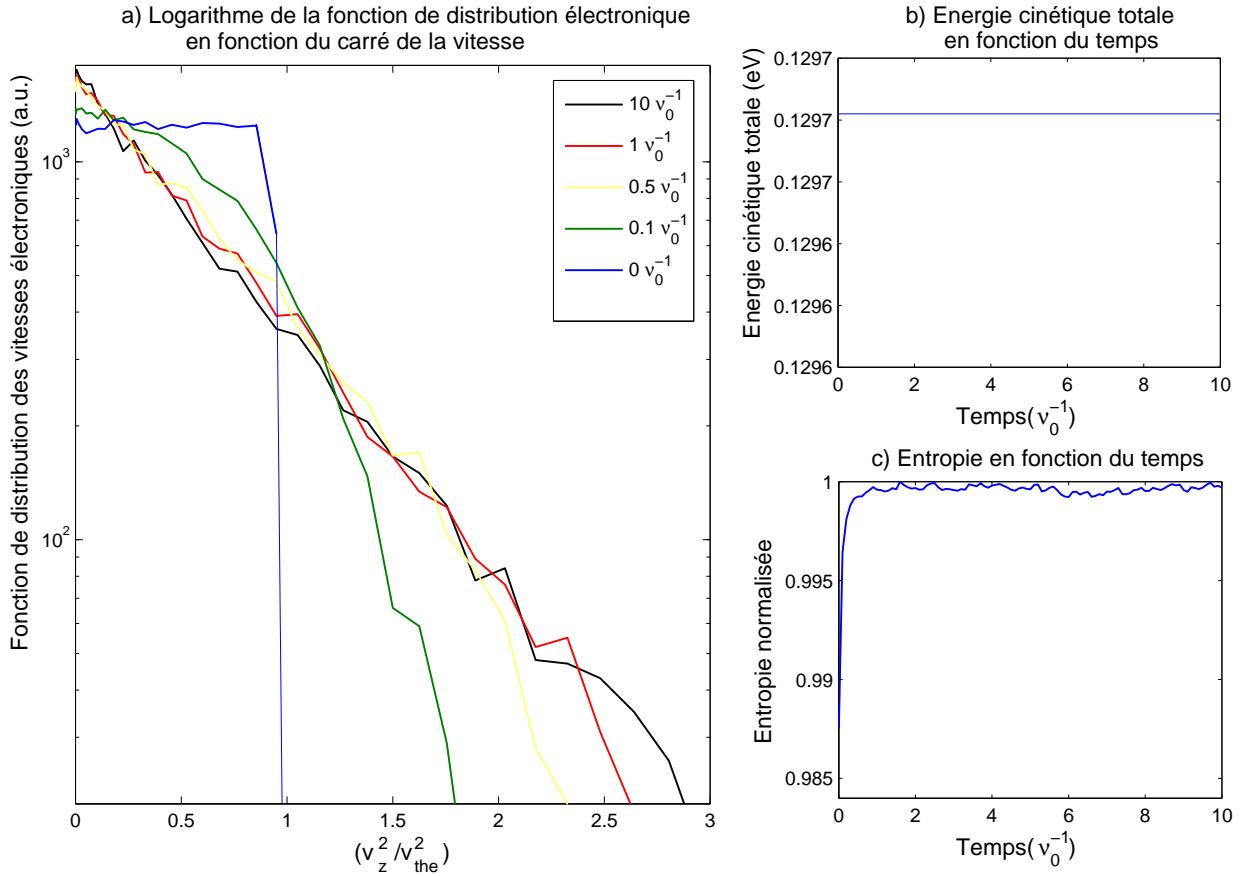


FIG. 3.5 – Les caractéristiques des électrons à différents temps au cours de la simulation lorsque nous appliquons uniquement l'opérateur de collisions e/e et e/i. Panneau *a* : La fonction de distribution électronique en échelle logarithmique en fonction du carré de la vitesse normalisée. Panneau *b* : L'évolution de l'énergie cinétique totale en fonction du temps normalisé. Panneau *c* : l'évolution de l'entropie en fonction de temps normalisé

Au début (entre 0.1 et $0.5 \nu_0^{-1}$), la fonction de distribution s'arrondit mais reste non-maxwellienne. En effet, une fonction de distribution représentée en échelle logarithmique en fonction du carré de la vitesse se présente sous forme d'une droite.

Entre $t = 0.5-10 \nu_0^{-1}$, la fonction de distribution varie peu à basse énergie (au niveau des vitesses faibles) tandis qu'à haute énergie (vitesses importantes), la queue de la distribution s'étend. En effet, le v_e^2 maximal augmente de 2.4 à $3 v_{the}^2$ entre $t = 0.5-10 \nu_0^{-1}$. Cela signifie que l'énergie maximale d'un électron passe de 0.3 à 0.4 eV. Nous avons vu que les coefficients de friction et de diffusion décroissent rapidement

à mesure que la vitesse de l'électron augmente. Par conséquent, nous nous attendons à ce que l'approche de l'équilibre soit plus rapide pour les électrons de basse énergie que pour les électrons de haute énergie. Une illustration de ce phénomène est visible à $t = 0.5 \nu_0^{-1}$: La fonction de distribution est proche de la maxwellienne "finale" pour les faibles vitesses tandis qu'au niveau de la queue suprathermique, elle reste encore non maxwellienne. Par exemple, la vitesse maximale atteinte à $t = 0.5 \nu_0^{-1}$ est de $2.35 v_{the}$ contre $3 v_{the}$ pour la maxwellienne "finale".

A $t = 1 \nu_0^{-1}$, la fonction de distribution est maxwellienne sur toute la gamme de vitesses puisqu'elle forme une droite.

Sur le panneau *b* de la figure 3.5, nous montrons l'énergie cinétique E_c des électrons en eV en fonction du temps normalisé. L'énergie cinétique est calculée à l'aide d'une somme sur toutes les vitesses électroniques : $E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_e v_e^i{}^2$. Nous constatons que E_c est constant au cours du temps, nous vérifions donc que l'énergie cinétique totale est conservée. Ceci est logique puisque nous partons d'une situation initiale où $T_e = T_i$ et que nous ne considérons que les collisions entre les particules chargées (e/e et e/i).

Sur le panneau *c* de la figure 3.5, nous représentons l'entropie S normalisée à 1 en fonction du temps normalisé : $S(f) = \int f(v) \ln(f(v)) dv$ où f est la fonction de distribution des vitesses des électrons. Nous pouvons remarquer que l'entropie augmente fortement entre $t = 0$ et $1 \nu_0^{-1}$, puis elle se stabilise. Deux choses importantes sont à retenir. Tout d'abord, nous obtenons un temps caractéristique d'évolution de $1 \nu_0^{-1}$, ce qui est en accord avec la théorie, puisque ν_0^{-1} correspond au temps de libre parcours moyen des électrons. D'autre part, l'entropie évolue peu en fonction de ce qui se passe à haute énergie. Nous avons vu précédemment qu'au delà de $t = 1 \nu_0^{-1}$, les modifications de la fonction de distribution sont essentiellement sur la queue suprathermique. Cependant, ces modifications sont trop faibles pour être visibles sur l'entropie.

Nous avons donc testé l'opérateur de collisions e/e et e/i. Nous avons constaté que nous conservons correctement l'énergie et que le temps caractéristique du libre parcours moyen joue bien un rôle fondamental dans l'évolution des grandeurs macroscopiques. Nous allons maintenant considérer les collisions e/n.

3.3.2 L'opérateur de collisions e/n

Dans cette seconde simulation, nous voulons observer les effets des collisions e/n sur l'évolution de la fonction de distribution. Pour cela, nous ne simulons que les collisions e/n, autrement dit nous ne prenons plus en compte les collisions e/e et e/i. Nous supposons que l'espèce neutre est N_2 avec une densité de 10^{15} m^{-3} . Les résultats numériques sont détaillés sur la figure 3.6. Nous avons représenté sur le panneau *a* de la figure 3.6 le logarithme de la fonction de distribution des électrons en fonction du carré de la vitesse des électrons normalisé au carré de la vitesse thermique électronique.

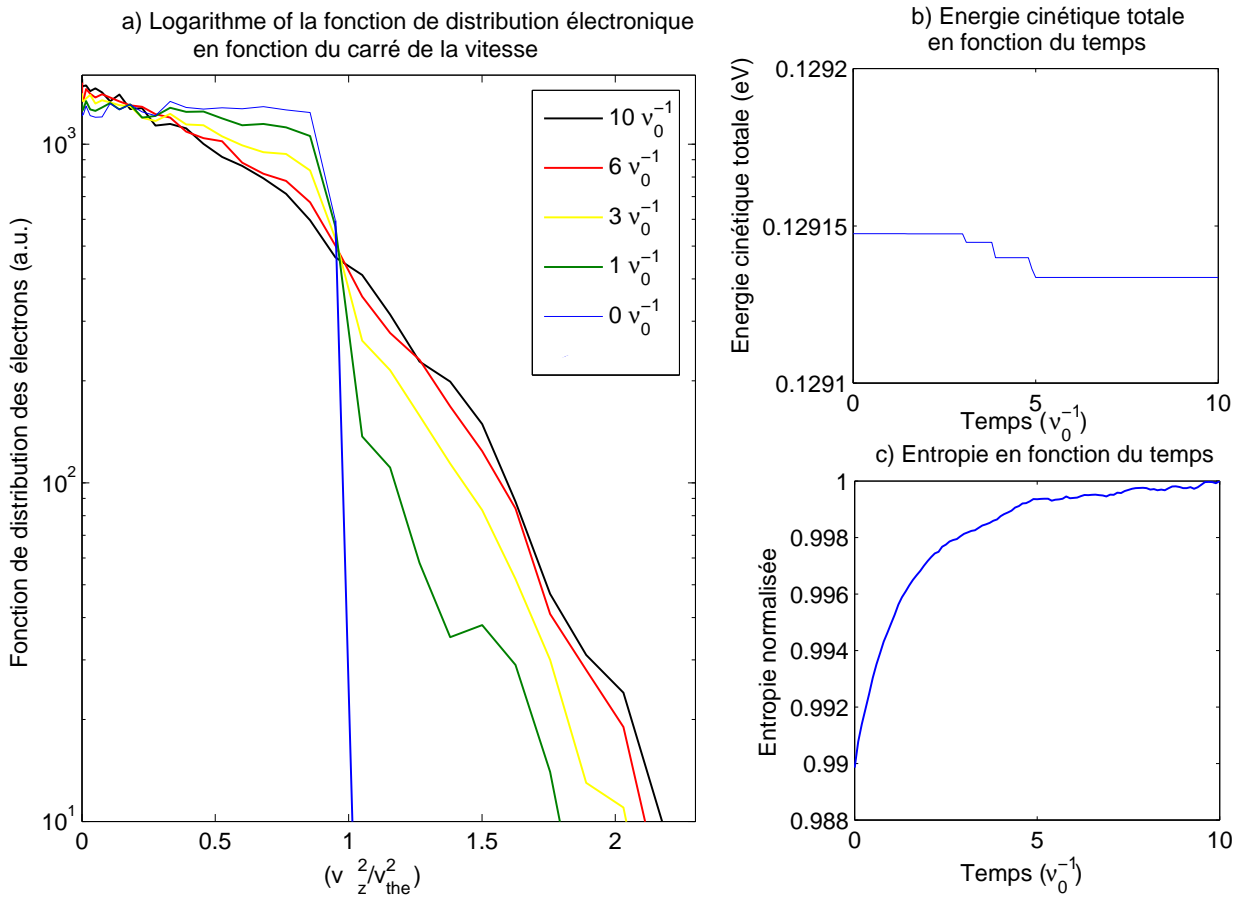


FIG. 3.6 – Les caractéristiques des électrons à différents temps au cours de la simulation lorsque nous appliquons uniquement l'opérateur de collisions e/n. Panneau *a* : La fonction de distribution électronique en échelle logarithmique en fonction du carré de la vitesse normalisée. Panneau *b* : L'évolution de l'énergie cinétique totale en fonction du temps normalisé. Panneau *c* : L'évolution de l'entropie en fonction de temps normalisé

Tout d'abord, nous pouvons voir que le temps pour obtenir une maxwellienne est nettement plus long que dans le cas de l'opérateur de collisions e/e et e/i (voir la figure 3.6, Panneau *a*). Nous pouvons considérer cette fois que le temps de relaxation est de $t = 3 \nu_0^{-1}$, car la fonction de distribution est arrondie et n'évolue plus de manière significative au delà de $t = 3 \nu_0^{-1}$. La fréquence de collision e/n est de l'ordre de $\frac{\nu_0}{3}$, par conséquent il est logique d'obtenir un temps de relaxation de l'ordre de $3 \nu_0^{-1}$. Nous devons également remarquer que la fonction de distribution "finale" est isotrope mais non-maxwellienne. En effet, les collisions e/n tendent à isotropiser la fonction et la force de friction due aux collisions e/n est très faible, ce qui empêche la fonction de distribution de devenir rapidement maxwellienne.

Sur le panneau *b* de la figure 3.6, nous représentons l'énergie cinétique des électrons en fonction du temps normalisé. Nous constatons que l'énergie n'est plus conservée car nous avons introduit des collisions

inélastiques. Ces collisions vont faire perdre de l'énergie à l'électron. Cependant, nous pouvons aussi remarquer que la fréquence de ces collisions est si faible que la perte d'énergie cinétique est très faible. En effet, la température des électrons et des neutres est presque similaire au début de la simulation.

Sur le panneau *c* de la figure 3.6, nous traçons l'entropie toujours en fonction du temps normalisé. L'entropie croît tout d'abord rapidement (comme dans le cas de l'opérateur de collisions e/e et e/i), jusqu'à $3\nu_0^{-1}$. Au delà, l'entropie augmente lentement. Cela confirme que $3\nu_0^{-1}$ correspond au temps de relaxation vers l'équilibre.

Les résultats présentés dans cette partie montrent que le choix de l'opérateur est justifié. De plus, les échelles de temps sont bien respectées avec des temps de relaxation de $1\nu_0^{-1}$ et de quelques ν_0^{-1} pour l'opérateur de collisions e/e et e/i, et l'opérateur de collisions e/n respectivement. Nous pouvons également garder en tête qu'il peut y avoir perte d'énergie mais qu'elle reste faible et uniquement due aux collisions inélastiques.

Résumé du chapitre 3 :

Afin de modéliser les collisions, nous avons développé des opérateurs de collisions. En ce qui concerne les collisions entre particules chargées, nous utilisons l'équation de Langevin :

$$\Delta \vec{v}_e = \frac{F_{ext}}{m} \Delta t + \frac{\langle \Delta v_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t} \Delta t + \vec{Q}$$

où les coefficients $\frac{\langle \Delta v_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$ et \vec{Q} s'expriment en fonction de la fonction de distribution des vitesses des particules cibles. La fonction de distribution des vitesses des électrons est calculée à chaque pas de temps et est utilisée directement dans le calcul des coefficients. La fonction de distribution des vitesses des ions est supposée être une maxwellienne déplacée dont la vitesse moyenne et la température peuvent être calculées à l'aide des équations fluides ou supposées constantes. Pour les collisions électron/neutre, nous utilisons la méthode classique de Monte-Carlo avec une approche collision nulle afin de prendre en compte l'évolution constante de la vitesse de l'électron. Après les tests effectués sur les opérateurs de collisions, nous avons pu constater que nous respectons les temps théoriques de relaxation.

Dans le chapitre suivant, nous allons détailler le principe de fonctionnement de la simulation numérique proprement dite.

Ce n'est qu'en essayant continuellement que l'on finit par réussir...En d'autres termes... Plus ça rate et plus on a de chances que ça marche...

LES SHADOKS

Chapitre 4

Le modèle cinétique KIMIE : KInetic

Model of Ionospheric Electrons

Le but de notre simulation est d'étudier le comportement dynamique des électrons d'un plasma de type ionosphérique soumis à l'influence d'un champ électrique parallèle et statique. Tout d'abord, nous pouvons décrire le principe de notre simulation, puis établir le mode de déplacement des électrons dans la boîte et les conditions aux limites et ensuite présenter les premiers résultats.

4.1 Le principe de fonctionnement

Nous initialisons une boîte contenant un ensemble d'électrons, d'ions et de neutres dont les densités varient en fonction de l'altitude. Nous appliquons un champ électrique parallèle et statique. Les paramètres fixés dans ce modèle sont choisis de telles sortes qu'ils représentent les conditions ionosphériques typiques autour de 200 km. Le modèle est 1-D en espace (uniquement selon z , correspondant à l'altitude) et 3-D en vitesses.

La limite inférieure en altitude a été fixée pour que les conductivités perpendiculaires soient négligeables aux altitudes considérées. Les conductivités perpendiculaires dominent en dessous de 200 km. Ainsi, en nous plaçant au dessus de 200 km, nous n'avons besoin que d'un modèle 1-D en espace.

Nous utilisons un modèle 3-D en vitesses. A terme, le but est de prendre en compte les conductivités perpendiculaires. Nous pourrions ainsi descendre à plus basse altitude et étudier la fermeture des courants.

Nous ne prenons pas en compte le champ magnétique car les électrons, fortement magnétisés, peuvent être vus comme attachés à une ligne de champ. Cette approximation est adaptée tant que le rayon de Larmor

est très petit par rapport à l'échelle de longueur macroscopique L_M . Or, le rayon de Larmor est égal à $r_L = \frac{m v_{\perp}}{e B} = \frac{9.1e-31 \times [0.15-0.3] v_{the}}{1.6e-19 \cdot 5e-5} = [4.2-8.4]$ mm. L'échelle macroscopique L_M est de plusieurs km. Nous vérifions donc $r_L \ll L_M$.

Les électrons vont subir la force électrique et les forces dues aux collisions, telles que nous les avons décrites dans les chapitres précédents. Nous allons pouvoir calculer la nouvelle vitesse électronique grâce à l'équation de Langevin (voir section 3.1.3) et à la méthode de collision nulle (voir section 3.2). Les électrons vont se déplacer. Nous pourrons alors recalculer les nouvelles fonctions de distribution à chaque altitude. Ce principe est résumé de manière schématique sur la figure 4.1.

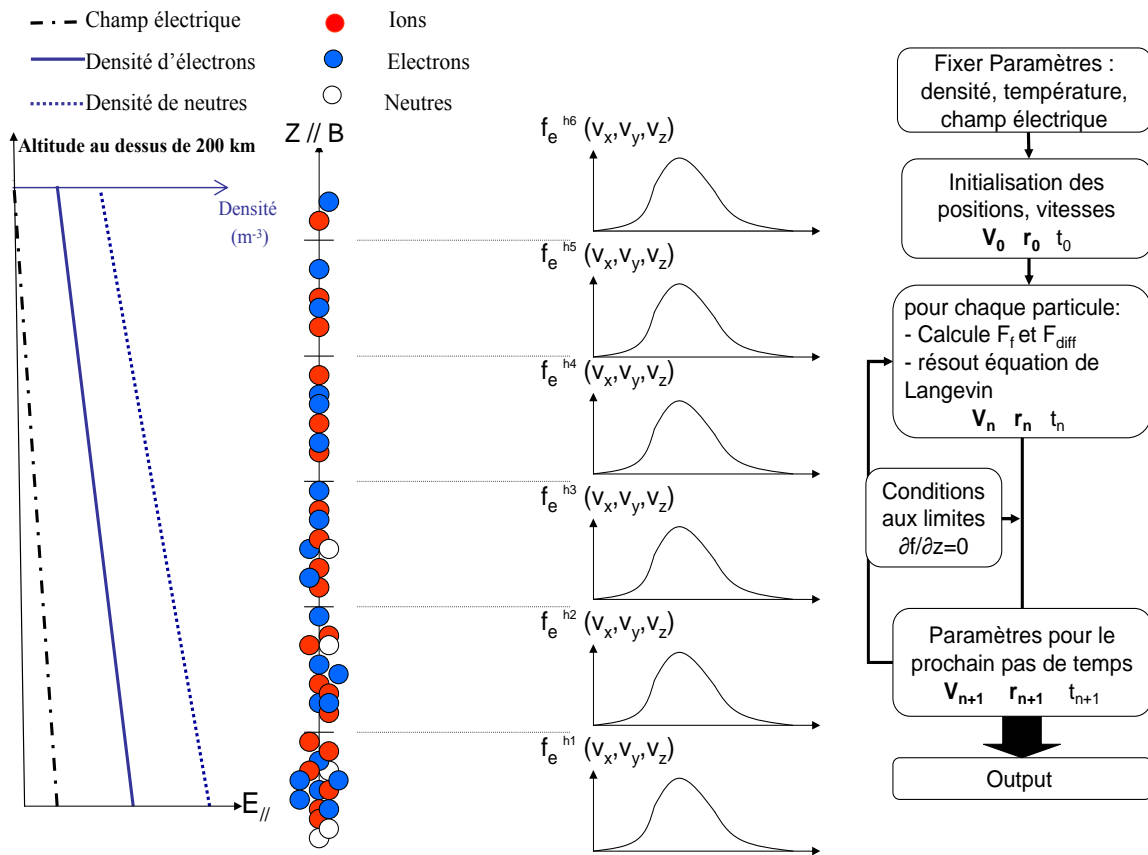


FIG. 4.1 – Illustration schématique du modèle de plasma soumis à un champ électrique parallèle à z , variant en fonction de l'altitude et/ou du temps. Le code est 3D en vitesse et 1D en espace. Lorsqu'une particule heurte les parois et quitte la boîte, une autre particule est réinjectée suivant les conditions aux limites définies dans la partie 4.2.2

Sur cette figure, nous représentons tout d'abord les profils des densités de neutres et des électrons en fonction de l'altitude (courbe en bleu en trait plein pour les électrons et en pointillés pour les neutres). Dans cette partie, le champ électrique est fixé de manière décroissante en fonction de l'altitude et représenté en

noir sur le graphique de gauche. A côté de ces profils, nous avons représenté une boîte qui schématise la boîte de simulation. Les ronds bleus, rouges et blancs correspondent respectivement aux électrons, aux ions et aux neutres. Nous prenons en compte le déplacement des électrons. Cette boîte est subdivisée en sous-boîtes de même hauteur Δh . Dans chaque sous-boîte, nommée $h_1, h_2 \dots$, nous pouvons à tout instant calculer la fonction de distribution des vitesses des électrons contenus dans ces sous-boîtes. Nous obtenons ainsi une évolution de la fonction de distribution en fonction de l'altitude.

Le diagramme de droite de la figure 4.1 montre les différentes étapes de la modélisation : initialisation des paramètres physiques, des positions et des vitesses des électrons, résolution de l'équation de Langevin à partir des fonctions de distribution des électrons calculées à chaque altitude, calcul des nouvelles vitesses électroniques, déplacement des particules à l'aide des conditions aux limites, calcul des nouvelles positions des électrons et des nouvelles fonctions de distribution des électrons.

Pour détailler la partie résolution d'équation, nous avons réalisé un diagramme (voir Figure 4.2). Sur cette figure, nous avons utilisé un code couleur, la boîte noire correspond aux collisions électrons/neutres traitées par une méthode de Monte-carlo qui permet de calculer le nouveau vecteur vitesse des électrons ayant subi une collision. La boîte bleu et rouge contient les étapes de calculs relatifs aux collisions e/e et e/i. Dans cette partie, on calcule le nouveau vecteur vitesse de chaque électron dû aux collisions entre particules chargées. La boîte jaune correspond aux déplacements des particules dans l'espace physique. Les conditions aux limites vont donner les paramètres des nouvelles particules à injecter. Il y a un couplage entre ces différentes boîtes qui apparaît en violet sur la figure : les fonctions de distribution des vitesses des électrons sont recalculées au cours du temps et réintroduites dans l'équation de Langevin. Dans cette partie, le champ électrique est constant et les paramètres ioniques considérés également constants ($V_i = 0$ et T_i constant).

4.2 Le déplacement dans l'espace et les conditions aux limites

4.2.1 Le déplacement dans l'espace

Nous souhaitons suivre l'évolution des fonctions de distribution des électrons au cours du temps et en fonction de l'altitude. Ainsi, il faut que les particules se déplacent. La seule direction qui nous intéresse est la direction parallèle à \vec{B} soit la direction que nous avons appelée z .

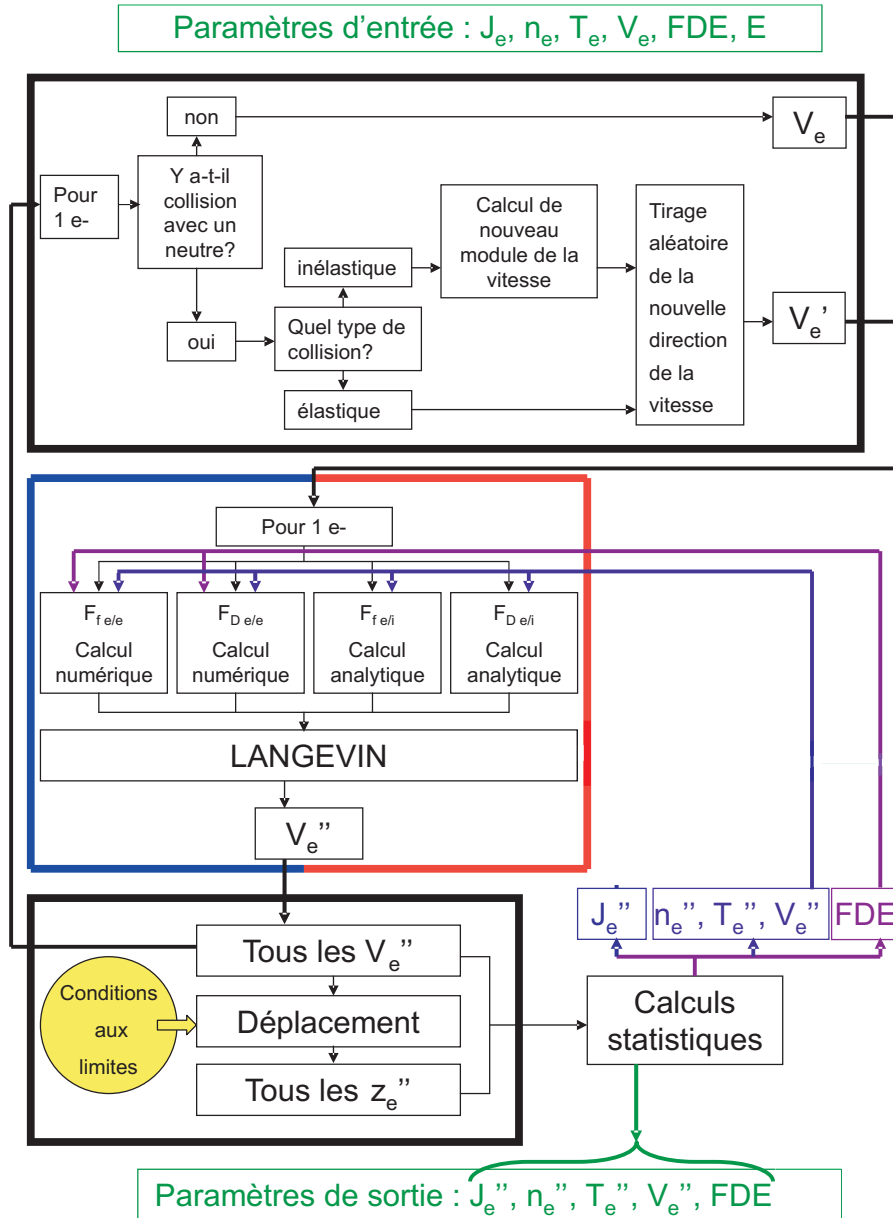


FIG. 4.2 – Diagramme de principe de fonctionnement du modèle : en noir, collisions e/n, en rouge et bleu collisions e/e et e/i, en noir et jaune, déplacement, en noir, calcul statistique, en bleu-violet, rétroaction des fonctions distribution des électrons et des différents moments (densité, température, vitesse moyenne) sur les calculs des coefficients de friction et de diffusion intervenant dans l'équation de Langevin.

Pour faire se déplacer les particules, nous considérons que durant l'intervalle δt les particules gardent leurs vitesses constantes. Ainsi, leur position à un instant $t + \delta t$ sera :

$$z(t + \delta t) = z(t) + v_z(t) \cdot \delta t \quad (4.1)$$

où v_z représente la vitesse dans la direction z .

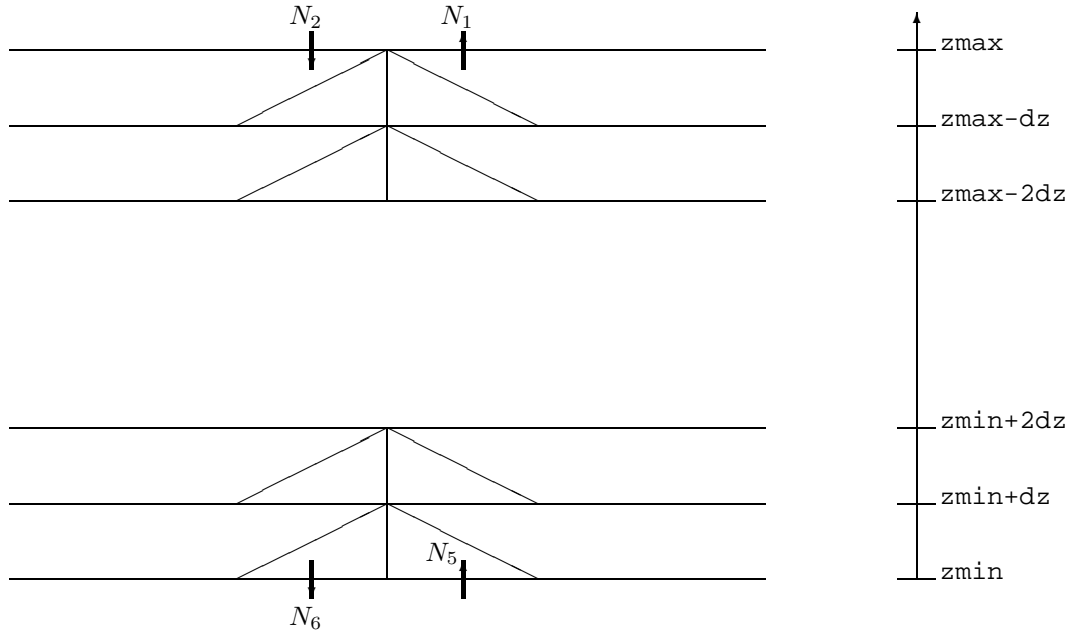


FIG. 4.3 – Représentation schématique de la boîte de simulation pour mettre en évidence les conditions aux limites : les triangles correspondent aux fonctions de distributions des électrons calculées dans chaque gamme d'altitude

4.2.2 Les conditions aux limites

Il faut aussi se fixer une gamme d'altitude sur laquelle nous allons travailler. Les électrons vont se déplacer en altitude et quitter l'intervalle étudié. De même, certaines particules situées hors de la gamme d'altitude considérée peuvent y entrer. Il faut donc se demander combien de particules nous allons injecter, à quelle vitesse et à quelle altitude, autrement dit quelles sont les conditions aux limites que nous allons utiliser.

Lorsqu'une particule quitte par le bas la zone de simulation c'est-à-dire atteint la limite $z < z_{min}$, correspondant à N_6 sur la figure 4.3, nous injectons une nouvelle particule N_2 pour conserver la densité totale dans la boîte de simulation. Nous faisons de même lorsqu'une particule N_1 quitte la boîte par $z > z_{max}$, nous injectons une particule N_5 . Nous choisissons la vitesse de la particule injectée de manière aléatoire avec la fonction de répartition donnée par :

$$G(\vec{v}_e, z, t) = \frac{\int_{v_{min}}^{v_e} v f_e(v, z, t) dv}{\int_{v_{min}}^{v_{max}} v f_e(v, z, t) dv} \quad (4.2)$$

où \vec{v}_e représente le vecteur vitesse de la particule injectée, v_{min} et v_{max} étant respectivement la plus petite et la plus grande vitesse des électrons à l'instant t , z l'altitude, t le temps et f_e la fonction de distribution des électrons à l'altitude considérée (Birdsall et Langdon (1991) p 390).

Dans le cas où la particule atteint $z > z_{max}$, la nouvelle particule est choisie selon $G(\vec{v}_e, z, t)$ où $f_e(v, z, t)$ correspond à $f_e(v, z_{min}, t)$ et est injectée dans la gamme $[z_{min}, z_{min} + dz]$. Dans l'autre cas, où la particule atteint $z < z_{min}$, la nouvelle particule est injectée dans la gamme $[z_{max}, z_{max} - dz]$ avec une vitesse choisie selon $G(\vec{v}_e, z, t)$ où $f_e(v, z, t)$ est $f_e(v, z_{max}, t)$. La nouvelle altitude est choisie de manière aléatoire dans la gamme prédéterminée.

Les hypothèses de ce code :

- les ions sont considérés comme immobiles (les collisions électrons-ions conservent l'énergie)
- les fonctions de distribution des électrons sont supposées isotropes
- on utilise l'hypothèse de quasineutralité : $n_e = n_i$
- les collisions électrons-neutres sont de deux types soit élastiques, soit inélastiques (pas de collisions superélastiques)

4.2.3 Les conditions initiales

La taille de la boîte de simulation 1-D est de $H = 100$ km. Elle est divisée en sous-boîtes de l'ordre de $h = 3$ km. Le plasma dans chaque cellule est supposé uniforme. Initialement, les électrons sont distribués de manière aléatoire dans chaque cellule (c'est-à-dire en altitude). La distribution en espace des électrons va reproduire les profils de densité des électrons. Dans l'espace des phases, les électrons ont une distribution maxwellienne qui évolue avec l'altitude afin de correspondre au profil de température.

Nous utilisons $T_e = 2000$ K, $T_i = 1000$ K. Les densités sont linéairement décroissantes à mesure que l'altitude augmente. La densité d'électrons et d'ions varie de 10^{11} à $5 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$. La densité de neutres passe de $2 \cdot 10^{15}$ à $3 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$. Pour simplifier, nous utilisons une seule espèce d'ions et de neutres, respectivement O^+ et N_2 . Nous raffinerons plus tard notre modèle. Nous appliquons un champ électrique parallèle fixe qui décroît de $3 \cdot 10^{-5}$ à 0 V.m^{-1} . Ces valeurs proviennent de la figure 6 de Noël et al. (2000).

Après avoir détaillé le mode de fonctionnement de la simulation, nous pouvons présenter les premiers résultats.

4.3 Les premiers résultats

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser aux fonctions de distribution des vitesses des électrons et notamment à leur évolution en fonction du temps et de l'altitude.

4.3.1 Les fonctions de distribution

Sur la figure 4.4, nous représentons les fonctions de distribution des vitesses des électrons (FDE) pour trois altitudes (2.5, 50 et 100 km) et différents temps (0, 1, 10, 25, 50 et 90 ν_0^{-1}). Les trois altitudes correspondent au bas, milieu et haut de la boîte de simulation.

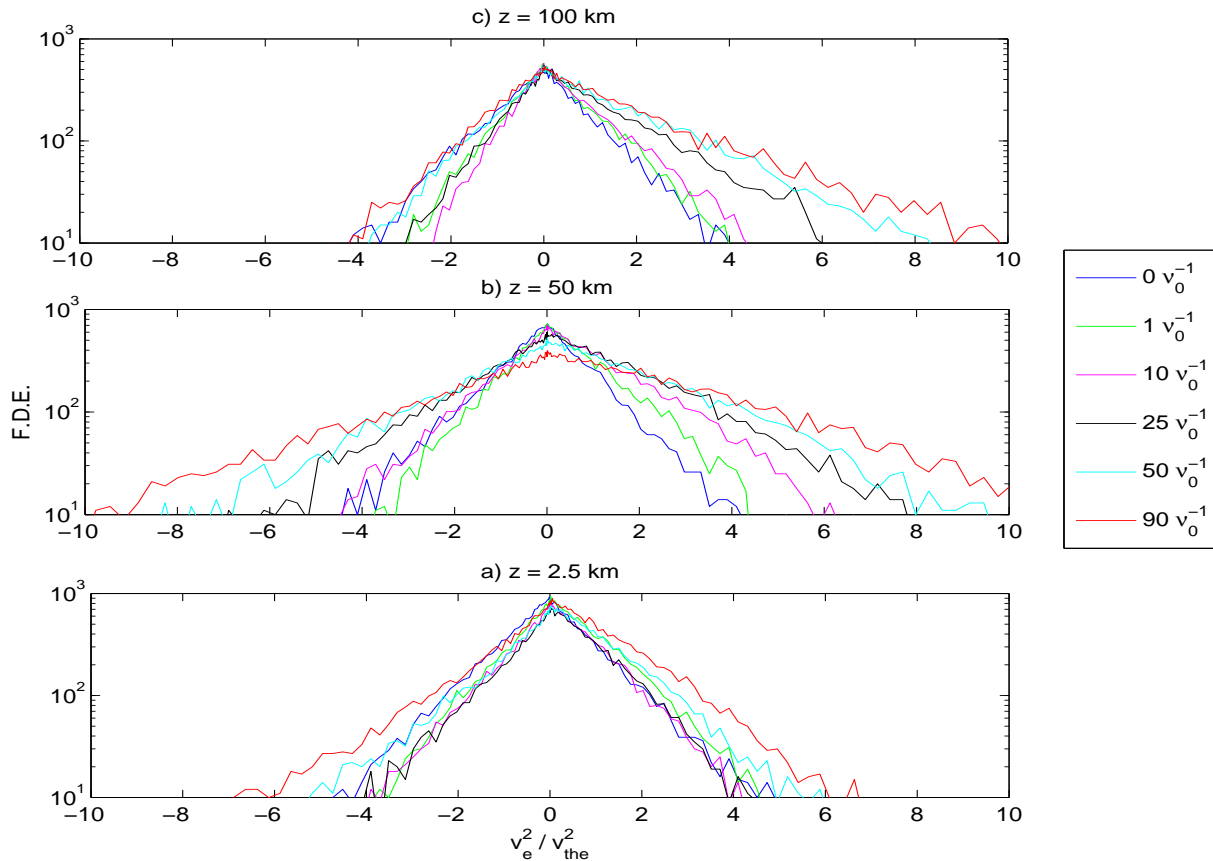


FIG. 4.4 – Les fonctions de distribution des vitesses des électrons en fonction du carré de la vitesse normalisée à la vitesse thermique des électrons. Les fonctions sont représentées pour trois altitudes : graphique a, b et c correspondent respectivement à 2.5, 50 et 100 km d'altitude. Les différentes couleurs correspondent à différents temps au cours de la simulation (0, 1, 10, 25, 50 et 90 ν_0^{-1}).

Sur le panneau *a* de la figure 4.4, à basse altitude, la vitesse de dérive définie comme $\langle v_e \rangle = \int v f_e(v) dv$, augmente de $\langle v_e \rangle = 0$ à $0.15 v_{the}$ entre $t = 0$ et $90 \nu_0^{-1}$. La fonction de distribution se déplace lentement vers les vitesses positives car les électrons sont accélérés dans la direction du champ électrique. Nous devons également noter que la fonction de distribution tend à s'élargir et devient symétrique : les électrons accélérés par le champ électrique subissent des collisions qui thermalisent la fonction de distribution. Ainsi, à basse altitude, la fonction de distribution reste symétrique par rapport au maximum

de la fonction : chaque queue de distribution s'étend de manière symétrique. Ces électrons sont chauffés. A mesure que le temps passe, les électrons accélérés à basse altitude vont passer à moyenne altitude.

Sur la figure 4.4, panneau *b*, nous voyons la fonction de distribution à 50 km, qui est différente de celle à basse altitude. La vitesse de dérive augmente de $\langle v_e \rangle = 0$ à $0.20 v_{the}$ entre $t = 0$ et $90 \nu_0^{-1}$. Sachant que le champ électrique décroît en fonction de l'altitude, l'augmentation de la vitesse de dérive $\langle v_e \rangle$ ($t = 90 \nu_0^{-1}$) entre basse et moyenne altitude est due à un effet cumulatif. En effet, les électrons présents à moyenne altitude ont subi l'influence du champ électrique certes décroissant mais pendant plus longtemps. De plus, les queues de distribution commencent à s'étendre fortement en fonction du temps. Ceci est dû à deux effets :

- L'isotropisation due aux collisions qui ont tendance à élargir la fonction de distribution de manière symétrique.
- L'effet runaway qui agit sur les électrons dont la vitesse est positive, créant ainsi une légère asymétrie entre les deux queues de distribution ($v > 0$ nommée droite et $v < 0$ appelée gauche par la suite). La partie droite de la distribution est plus large que celle de gauche. Ce phénomène est particulièrement visible à $t = 90 \nu_0^{-1}$. Cet effet runaway est encore plus frappant à haute altitude.

Sur le panneau *c* de la figure 4.4, la vitesse de dérive augmente de $\langle v_e \rangle = 0$ à $0.25 v_{the}$ entre $t = 0$ et $90 \nu_0^{-1}$. Les électrons sont librement accélérés depuis les basses altitudes et créent une queue à haute énergie (ou grande vitesse) dans la fonction de distribution. Au delà de $t = 25 \nu_0^{-1}$, la distribution est clairement non maxwellienne. Pour $t > 50 \nu_0^{-1}$, les queues de distributions sont très asymétriques. Ceci confirme la présence des électrons runaway. L'isotropisation est ici moins importante qu'à $z = 50 km$ car les collisions électrons neutres diminuent avec l'altitude du fait de la diminution de la densité de neutres.

Ainsi, en ce qui concerne les fonctions de distribution, nous pouvons dire qu'elles évoluent en fonction du temps et de l'altitude. Elles deviennent non maxwelliennes. L'effet runaway est surtout visible à haute altitude.

4.3.2 Les densités de courant

A partir de ces fonctions de distribution, il est possible de calculer :

- La densité de courant totale portée par les électrons : $J = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e v f_e(v) dv$ le long de v_z
- La densité de courant portée par les électrons runaway, ici définie comme : $J_r = \int_{V_c}^{+\infty} q_e v f_e(v) dv$ où V_c est la vitesse critique. Afin de définir cette vitesse critique, V_c , revenons à la figure 3.4 sur laquelle sont représentées la force électrique et la force de friction en fonction de la vitesse pour un champ électrique de $E = 2 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$. La force électrique est constante en fonction de la vitesse tandis que la force de friction décroît. Nous pouvons donc distinguer deux zones séparées par la ligne bleue. Lorsque $v_e < 2.37 v_{the} =$

0.7 eV, la force de friction domine et les électrons vont être freinés. Lorsque $v_e > 2.37 v_{the}$, la force électrique est supérieure à la force de friction, les électrons vont pouvoir être continuellement accélérés. Ces électrons sont appelés électrons runaway. Nous pouvons donc définir $V_c = \alpha(E) v_{the} = 2.37 v_{the} = 0.7$ eV, qui est la vitesse pour laquelle les forces de friction et électrique sont égales à champ électrique fixé.

- Le rapport des densités de courant : J_r/J

Ces densités de courant sont uniquement calculées sur les fonctions de distribution des électrons car la vitesse moyenne des ions est supposée nulle.

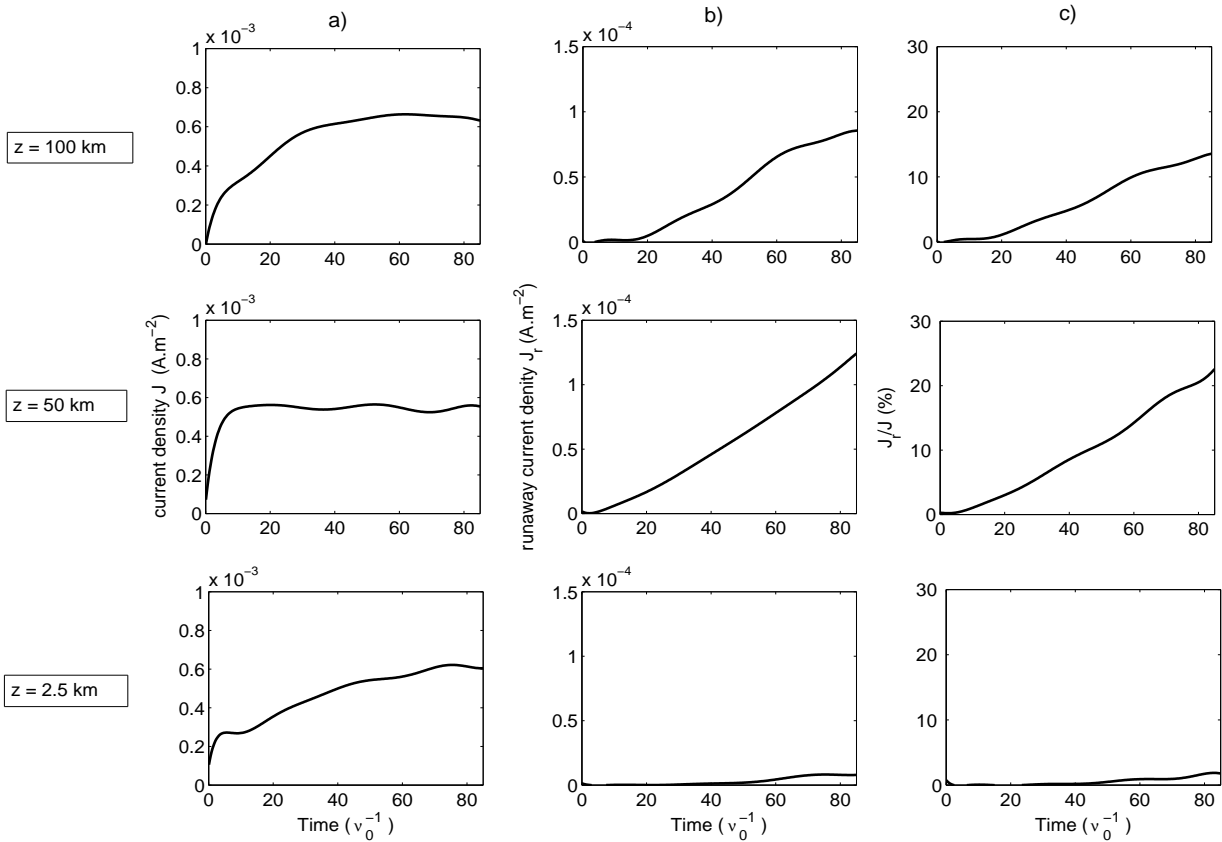


FIG. 4.5 – Les densités de courant total (colonne *a*), runaway (colonne *b*) et le rapport des densités de courant runaway sur totale en fonction du temps normalisé. Les fonctions sont représentées pour trois altitudes : lignes de bas en haut correspondent respectivement à 2.5, 50 et 100 km au dessus d’une altitude de référence de 200 km.

Sur la figure 4.5, les panneaux de la colonne *a* représentent la densité de courant totale en fonction du temps et pour les mêmes altitudes que la figure 4.4. Nous pouvons affirmer que pour toutes les altitudes, la densité de courant augmente très rapidement jusqu’à $5 v_0^{-1}$, puis plus lentement au fur et à mesure que le temps s’écoule et enfin, devient constant. A haute altitude, la première phase de croissance lente est plus

longue. En effet, les électrons de basse altitude mettent plus de temps à parvenir jusqu'en haut de la boîte. La densité de courant finale est autour de $600 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ pour chaque altitude, ce qui est similaire aux densités de courant reportées dans Noël et al. (2000).

Dans la colonne *b* de la figure 4.5, nous nous sommes intéressés aux densités de courant runaway. Nous pouvons voir que la densité de courant runaway augmente avec le temps et l'altitude. Le champ électrique accélère les électrons : plus on monte en altitude, plus le champ électrique va accélérer les électrons qui ont déjà été accélérés plus bas. Ces électrons rapides sont plus facilement accélérables. En effet, ils subissent de moins en moins la force de friction qui diminue avec la vitesse électronique. Ceci explique pourquoi à plus haute altitude, on parvient à accélérer de plus en plus d'électrons. Ainsi, les densités de courant runaway augmentent avec l'altitude. Nous avons une densité de courant runaway maximale autour de $100 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$.

Cependant, si l'on compare la densité de courant runaway à 50 km et à 100 km d'altitude, nous pouvons noter qu'elle est plus importante à 50 km. Ceci peut paraître contradictoire avec ce que nous venons d'expliquer. En réalité, ce phénomène provient uniquement de la définition utilisée pour calculer la densité de courant runaway. En effet, nous utilisons une vitesse critique fixe, qui est calculée en début de simulation. Or, au cours de la simulation, la température des électrons augmente en raison de la thermalisation due aux collisions élastiques. L'augmentation de la température aurait eu pour conséquence d'augmenter la vitesse critique si nous la recalculions. Ainsi, à 50 km où le chauffage est le plus important (visible sur les largeurs des fonctions de distribution), la densité de courant runaway serait moins importante.

Dans la colonne *c* de la figure 4.5, nous reportons le rapport de la densité de courant runaway sur la densité de courant totale en fonction du temps pour chaque altitude. Nous voyons que ce rapport ne cesse d'augmenter particulièrement à haute altitude. Les électrons runaway peuvent porter jusqu'à environ 15% du courant total.

Résumé du chapitre 4 :

Nous avons expliqué le mode de fonctionnement de la simulation, notamment le déplacement des particules et les conditions aux limites. Nous avons présenté les premiers résultats qui indiquent que les fonctions de distributions ne sont ni maxwelliennes, ni symétriques. Cette asymétrie s'accroît avec l'altitude. Nous avons également calculé les densités de courant en distinguant une densité de courant totale et une densité de courant suprathermique c'est-à-dire portée par les électrons suprathermiques. Le courant porté par les thermiques augmente avec le temps. De même, le courant porté par les suprathermiques augmente en fonction du temps mais aussi de l'altitude pour atteindre 15 % du courant total.

Cependant, il faut noter que le champ électrique appliqué est statique. Il va falloir introduire une rétroaction sur le champ électrique. Cette rétroaction est l'objet d'étude du prochain chapitre.

Chapitre 5

Rétroaction sur le champ E et évolution des paramètres ioniques : nouvelle simulation

5.1 Amélioration du code

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré un champ électrique statique indépendant de la densité de courant et par conséquent la densité de courant calculée ne respectait pas la divergence nulle. Or, nous devons assurer que la divergence du courant reste nulle tout au long de la simulation. Pour cela, nous devons calculer un champ électrique dépendant du temps. Nous allons voir la méthode utilisée afin de réaliser la rétroaction sur le champ électrique.

5.1.1 Considérations générales

Dans ce travail, nous avons considéré la présence d'un champ électrique parallèle. Nous allons maintenant retourner sur la formation de ce champ électrique (voir Kelley (1989) chapitre 2). Une approche simplifiée du problème nous dit qu'un champ électrique apparaît lorsque les ions et les électrons répondent différemment aux forces qui sont appliquées (force magnétique, force de gravitation...). L'équation relative à la divergence du courant nous donne :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_c}{\partial t} \quad (5.1)$$

Ainsi, toute modification de la densité de charge doit créer un champ électrique d'après l'équation de Poisson :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon_0} \quad (5.2)$$

Les électrons peuvent être plus facilement accélérés par le champ électrique car l'inertie des électrons est plus faible ($m_e \ll m_i$). Les électrons ont alors une vitesse moyenne plus importante. La divergence de la densité de courant devient non nulle. Cependant cette divergence va créer une variation de la densité de charge (equation 5.1), qui va alors engendrer un champ électrique (voir equation 5.2). Ce champ électrique va s'opposer au mouvement des électrons et rendre la divergence nulle. En d'autres mots, si de multiples forces agissent sur les ions et les électrons créant une divergence du courant, un champ électrique va apparaître rapidement afin de modifier les vitesses et de réobtenir $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$.

Evaluons l'échelle de temps nécessaire au développement d'une telle densité de charge. D'après l'équation 5.1 et 5.2,

$$\tau \sim \frac{\rho_c}{\vec{\nabla} \cdot \vec{J}} = \epsilon_0 \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}}{\vec{\nabla} \cdot \vec{J}}$$

En supposant que σ_c est uniforme et isotropique, $J = \sigma_c \cdot E$ alors :

$$\tau \approx \epsilon_0 / \sigma_c$$

En utilisant les valeurs les plus petites de σ_c ionosphérique, nous obtenons la plus grande valeur de $\tau = 10^{-6}$ s. Le champ électrique apparaît donc très rapidement en réponse à toute divergence non nulle de la densité de courant.

Cependant, cette échelle de temps doit être revue à la hausse, de l'ordre 10^{-3} s. Nous devons tenir compte du fait qu'une brusque augmentation de charge crée une oscillation à la fréquence plasma, qui est amortie sur un temps de collision des électrons. En effet, en combinant l'équation de Poisson dépendant du temps et celle de la conservation de la quantité de mouvement des électrons, nous obtenons :

$\rho = \rho_0 \exp(i\omega_e t) \exp(-\nu_e t)$ où ω_{pe} est la fréquence plasma des électrons et ν_e la fréquence de collision des électrons.

La période d'oscillation est effectivement de l'ordre de 10^{-6} s mais l'amortissement se fait sur un temps plus long de l'ordre de la fréquence de collision des électrons (10^{-3} s en région F). Ce résultat doit également être étendu en régime cinétique afin de prendre en compte l'amortissement Landau. Cet amortissement est beaucoup plus rapide de l'ordre de $10^{-2} \omega_e$. Nous sommes donc conscients que l'hypothèse de la divergence nulle du courant n'est pas si évidente.

En pratique, à cause des échelles de temps qui sont mises en jeu, il est très difficile de calculer le champ

électrique à partir de l'équation de Poisson. Nous allons traiter le champ électrique comme un paramètre libre qui s'ajuste de telle sorte que $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$.

Ainsi, nous devons vérifier $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$. Nous nous plaçons à suffisamment haute altitude pour pouvoir considérer que les densités de courant perpendiculaire sont nulles ($\sigma_{\perp} \ll \sigma_{\parallel}$). Ainsi, l'équation précédente devient $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{\parallel} = 0$ c'est-à-dire

$$\frac{\partial J_{\parallel}}{\partial z} = 0 \quad (5.3)$$

Dans le chapitre précédent, nous ne vérifions pas cette équation. Par exemple, si nous reprenons la figure 4.5, nous constatons qu'à $t = 35 \nu_0^{-1}$, la densité de courant est différente à chaque altitude : $422 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 2.5 km, $540 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 50 km et $610 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 100 km. Ceci vient du fait que le champ électrique est constant au cours de la simulation. Ainsi, les électrons sont continuellement accélérés, la vitesse moyenne et donc la densité de courant augmentent. En réalité, à chaque fois que la vitesse moyenne augmente, le champ électrique doit diminuer afin de conserver la divergence nulle.

Nous devons donc exercer une rétroaction sur le champ électrique. Nous imposons une densité de courant $J_0(t)$ qui peut évoluer au cours de la simulation mais qui est identique quelle que soit l'altitude (voir figure 5.2). Nous voulons que $\frac{\partial J_{\parallel}}{\partial z} = 0$.

5.1.2 Rétroaction sur le champ E

La méthode classique

Cette méthode n'est appliquée qu'au tout début de la simulation c'est-à-dire sur le premier pas de temps. Initialement, à $t = \Delta t$, le champ électrique est calculé en utilisant la loi d'Ohm :

$$E(t = \Delta t, z) = \frac{J_0(t = \Delta t)}{\sigma_c(t = \Delta t, z)} \quad (5.4)$$

où σ_c est la conductivité électrique classique donnée par :

$$\sigma_c(t = \Delta t, z) = n_e q_e^2 \left(\frac{1}{m_e(\nu_{ei} + \nu_{en})} + \frac{1}{m_i(\nu_{ie} + \nu_{in})} \right) \quad (5.5)$$

En utilisant cette expression, nous supposons que les fonctions de distribution sont maxwelliennes, autrement dit qu'il n'y a pas d'effet runaway.

Comme les fréquences de collisions des ions sont beaucoup plus faibles que les fréquences de collisions

des électrons, les termes concernant les ions vont être négligeables comparés à ceux des électrons :

$$\vec{E} = -\frac{\vec{j}_0 m_e (\nu_{ei} + \nu_{en})}{n_e e^2} \quad (5.6)$$

Les électrons sont alors déplacés en utilisant l'équation de Langevin 3.13 et l'équation de déplacement 4.1, nous pouvons alors calculer une nouvelle densité de courant :

$$J(t, z) = n_e(t, z) \cdot q_e \cdot \int v f_e(t, z) dv \quad (5.7)$$

Du fait des effets cinétiques, $J(t, z)$ va s'écarter de $J_0(t)$. Nous ne pouvons plus utiliser la conductivité classique pour le prochain pas de temps.

La méthode tenant compte de l'effet runaway

Cette méthode prend le relais de la méthode classique. Elle est donc appliquée tout au long de la simulation hormis le premier pas de temps. Elle doit tenir compte des effets runaway. En effet, les électrons runaway vont avoir tendance à augmenter la conductivité (Gurevich et Istomin (1979) et la partie 5.2.2). Le champ électrique nécessaire pour assurer une densité de courant donnée sera plus faible que celui obtenu en l'absence d'électrons runaway.

Au delà de $t = 0$, le champ électrique doit être corrigé à chaque altitude :

$$\vec{E}(t + \Delta t, z) = \frac{J_0(t)}{J(t, z)} \vec{E}(t, z) \quad (5.8)$$

Ce nouveau champ électrique, qui satisfait $\frac{\partial J}{\partial z} = 0$, est ensuite utilisé dans l'équation de Langevin 3.13. Dans cette méthode, la conductivité classique σ_c qui suppose la présence de maxwelliennes, est uniquement utilisée sur le premier pas de temps. Ainsi, nous considérons un champ électrique dynamique. Il est en perpétuelle adaptation en fonction de l'évolution des fonctions de distribution et des grandeurs macroscopiques afin de conserver la divergence de courant nulle. Nous voulons également prendre en compte l'évolution des paramètres ioniques.

5.1.3 Résolution des équations fluides pour les ions

Comme nous l'avons vu dans la partie 3.1.2, les fonctions de distribution des ions peuvent être supposées maxwelliennes. Jusqu'à présent, nous avons fait l'hypothèse supplémentaire que la vitesse moyenne était nulle et la température des ions fixe. Les fonctions de distribution introduites dans le calcul des coefficients de Fokker-Planck étaient donc des maxwelliennes de vitesses moyennes nulles et de température T_i .

Par conséquent, les coefficients de friction et de diffusion dus aux collisions électrons ions ne dépendaient pas des variations des paramètres ioniques. Nous voulons maintenant tenir compte de l'évolution des moments des ions c'est-à-dire température et vitesse moyenne des ions. En effet, l'hypothèse de stationnarité des fonctions de distribution des ions (FDI) est justifiée sur de courtes périodes de temps car le temps de relaxation des ions est plus long que celui des électrons ($\tau_{i/e} = 10^4 \tau_{e/i}$). Pour des temps de calculs plus longs et pour plus de précision, il est important ne pas supposer que les IDF sont stationnaires. Nous allons maintenant résoudre les équations fluides pour les ions afin de calculer l'évolution de la vitesse et de la température des ions.

L'équation de conservation de la charge

Pour l'équation de conservation de la charge, nous considérons que la densité des ions est égale à la densité des électrons.

$$n_i(t) = n_e(t) \quad (5.9)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement implique :

$$n_i m_i \frac{\partial \langle \vec{v}_i \rangle}{\partial t} + n_i m_i (\langle \vec{v}_i \rangle \cdot \vec{\nabla}) \langle \vec{v}_i \rangle + \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{P}}_i - n_i q_i \vec{E} = - \sum_{\beta=e,n} n_i m_i \nu_{i\beta} (\langle \vec{v}_i \rangle - \langle \vec{v}_\beta \rangle) \quad (5.10)$$

où n_i est la densité des ions, $\langle \vec{v}_i \rangle$ la vitesse moyenne des ions, t le temps, m_i la masse des ions, $\overline{\overline{P}}_i$ le tenseur de pression, q_i la charge des ions, E le champ électrique appliqué.

Si l'on suppose que la fonction de distribution est isotrope alors le tenseur de pression se réduit à un scalaire $p_i = n_i k_b T_i$. La direction verticale étant prépondérante, nous projetons cette équation sur z et nous obtenons :

$$n_i m_i \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial t} + n_i m_i \langle v_i \rangle \cdot \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial z} + n_i k_b \frac{\partial T_i}{\partial z} + t_i k_b \frac{\partial n_i}{\partial z} - n_i q_i E \quad (5.11)$$

$$= - \sum_{\beta=e,n} n_i m_i \nu_{i\beta} (\langle v_i \rangle - \langle v_\beta \rangle) \quad (5.12)$$

On résout cette équation avec un schéma de Lax-Wendroff (voir Annexe C).

L'équation du bilan énergétique

En faisant l'hypothèse que la direction privilégiée est selon z , le bilan énergétique pour les ions (Lilienten et Blelly, 1999) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} p_i \right) + \langle v_i \rangle \frac{\partial T_i}{\partial z} + \frac{2}{3} T_i \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial z} + \frac{2}{3 n_i k_b} \frac{\partial C_i}{\partial z} = \frac{\delta T_i}{\delta t} + \frac{2}{3 n_i k_b} (Q_i - L_i) \quad (5.13)$$

où p_i est le tenseur de pression, k_b la constante de Boltzmann, C_i le flux de chaleur, Q_i et L_i sont respectivement le taux de chauffage et le taux de refroidissement dus aux autres phénomènes que les collisions élastiques et $\frac{\delta T_i}{\delta t}$ le taux de variation de la température électronique qui prend la forme :

$$\frac{\delta T_i}{\delta t} = \sum_s \nu_{is} \frac{m_i}{m_i + m_s} [2(T_s - T_i) + \frac{2m_s}{3k_b} | \langle v_s \rangle - \langle v_i \rangle |^2] \quad (5.14)$$

Nous pouvons encore simplifier cette équation :

- Les taux de chauffage et de refroidissement, dus à d'autres phénomènes que les collisions élastiques, sont nuls. En effet, les ions étant beaucoup plus massifs, sont moins mobiles et, aux énergies caractéristiques du plasma thermique (0.1eV), ils ne peuvent pas exciter des niveaux internes des molécules.

- L'équilibre s'établit quasi-instantanément ($\frac{\partial p_i}{\partial t} = 0$).

- Les processus "thermiques" sont prépondérants sur les processus "convectifs". Le flux de chaleur transporte plus d'énergie que le fluide en mouvement.

- Le caractère massif des ions apporte une simplification supplémentaire. La contribution du flux de chaleur au bilan énergétique est faible car la conductivité thermique dépend de l'inverse de la masse.

Les équations 5.13 et 5.14 se réduisent alors à :

$$\frac{\delta T_i}{\delta t} = \sum_s \nu_{is} \frac{m_i}{m_i + m_s} [2(T_s - T_i) + \frac{2m_s}{3k_b} | \langle v_s \rangle - \langle v_i \rangle |^2] = 0 \quad (5.15)$$

Dans la région de l'ionosphère où nous nous situons, l'ion O^+ est majoritaire et il entre en collision avec la molécule de O qui est majoritaire aux altitudes considérées.

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_i}{\delta t} = & \nu_{in} \frac{m_i}{m_n + m_i} [2(T_n - T_i) + \frac{2m_n}{3k_b} |\langle \vec{v}_n \rangle - \langle \vec{v}_i \rangle|^2] \\ & + \nu_{ie} \frac{m_i}{m_e + m_i} [2(T_e - T_i) + \frac{2m_e}{3k_b} |\langle \vec{v}_e \rangle - \langle \vec{v}_i \rangle|^2] = 0 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Ainsi, en négligeant la masse de l'électron devant celles des ions et des neutres, on obtient (Schunk et Walker, 1970) :

$$T_i = \frac{\nu_{ie} T_e + \nu_{in} T_n}{\nu_{ie} + \nu_{in}} + \frac{m_n}{3k_b} \frac{\nu_{in}}{\nu_{ie} + \nu_{in}} |\langle \vec{v}_n \rangle - \langle \vec{v}_i \rangle|^2 \quad (5.17)$$

A chaque pas de temps, nous pouvons résoudre les équations fluides 5.11 et 5.17. Ainsi, nous pouvons calculer la vitesse moyenne des ions \bar{v}_i et leur température T_i . Nous remplaçons alors dans les expressions des coefficients de friction et de diffusion e/i (équation B.6, B.13 et B.14) u_i et u_{mi} par respectivement $\frac{v_i m_i}{2k_b T_i}$ et $\frac{\langle v_i \rangle m_i}{2k_b T_i}$.

5.1.4 Les conditions initiales et conditions aux limites

Les conditions aux limites

Nous souhaitons vérifier $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ et l'équation de conservation de la charge impose que :

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (5.18)$$

Ainsi, nous devons vérifier que :

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} = \frac{\partial (n_i - n_e)}{\partial t} = 0 \quad (5.19)$$

On suppose de plus que la densité des ions est constante au cours du temps, soit sur une échelle de temps de quelques secondes. En effet, ils vont se déplacer très lentement à cause de leur importante inertie. Par conséquent, nous devons assurer :

$$\frac{\partial (n_e)}{\partial t} = 0 \quad (5.20)$$

Nous allons utiliser cette propriété pour fixer le nombre de particules à injecter aux altitudes minimum et maximum (5.1). Les conditions initiales fixent la densité (ou le nombre de particules) que nous souhaitons conserver :

- N_{min} dans la sous-boîte de plus basse altitude ($z = z_{min}$)
- N_{max} dans la sous-boîte de plus haute altitude ($z = z_{max}$).

A chaque pas de temps, après avoir déplacé les particules selon 4.2.1, nous calculons le nombre de particules dans chaque gamme d'altitudes. Nous obtenons :

- N'_{min} à $z = z_{min}$
- N'_{max} à $z = z_{max}$.

Nous pouvons alors calculer le nombre de particules à injecter dans chaque sous-boîte :

- $N_1 = N_{min} - N'_{min}$ à $z = z_{min}$
- $N_2 = N_{max} - N'_{max}$ à $z = z_{max}$.

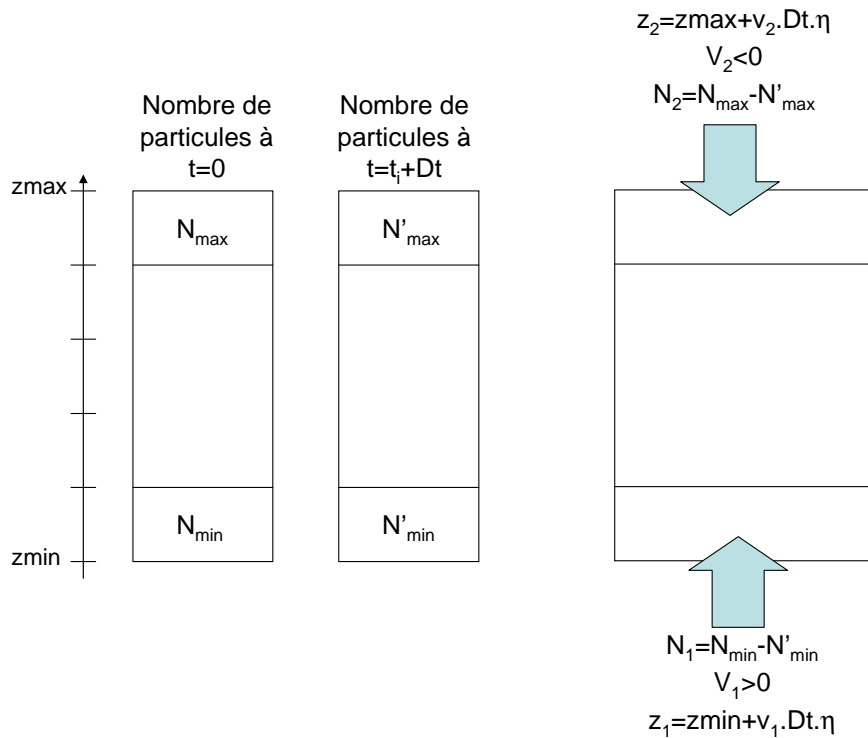


FIG. 5.1 – Schéma représentant la boîte de simulation et les notations utilisées pour les conditions aux limites

En ce qui concerne le choix des vitesses des particules injectées, la méthode reste inchangée. Nous utilisons la fonction de répartition $G(\vec{v}, z, t)$ (voir 4.2.2) pour tirer de manière aléatoire les différents v_1

et v_2 . Ce sont les particules situées en dessous de $z = z_{min}$ qui vont venir peupler la sous-boîte de plus basse altitude. Par conséquent, les vitesses v_1 sont positives. Au contraire, ce sont les particules au delà de $z = z_{max}$ qui vont descendre dans la sous-boîte de plus haute altitude. Ainsi, les vitesses v_2 sont négatives.

Nous choisissons les différentes altitudes de manière aléatoire :

$$z_1 = z_{min} + v_1.Dt.\eta \quad (5.21)$$

où z_{min} l'altitude minimale fixée par les conditions initiales, v_1 la vitesse d'injection choisie selon la fonction de répartition, Dt le pas de temps considéré, η un nombre aléatoire suivant une distribution uniforme entre [0-1]. De même, pour les particules de hautes altitudes :

$$z_2 = z_{max} + v_2.Dt.\eta$$

Il faut noter que quels que soient v_1 , v_2 et η , les produits $v_1.Dt.\eta$ et $v_2.Dt.\eta$ sont toujours inférieurs à dz où dz est la hauteur d'une sous-boîte. Ceci garantit donc que les particules sont injectées dans la boîte de plus basse altitude et dans celle de plus hautes altitudes et uniquement celles-ci.

Concernant le principe de la simulation, les modifications apportées apparaissent sur la figure 5.3 par des flèches violettes en pointillés. En résumé, nous avons modifié le code de telle sorte que nous conservons $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$. Cela s'effectue grâce à une rétroaction sur le champ électrique qui n'est donc plus constant au cours de la simulation. Pour cette rétroaction, nous prenons en compte l'évolution de la densité de courant calculée par le code (écart entre $j_0(t)$ qui est l'évolution du courant que nous imposons et $J(t)$ qui est celle que nous obtenons par la simulation).

De plus, les différents moments de la fonction de distribution des ions (v_i et T_i) ne sont plus considérés constants mais recalculés au cours du temps grâce à la résolution des équations fluides. Les fonctions de distribution des ions qui interviennent dans l'équation de Langevin sont des maxwelliennes ayant une vitesse moyenne et une température qui évoluent au cours du temps et avec l'altitude.

Les conditions initiales

Nous réalisons donc une nouvelle simulation sur 100 km dans laquelle :

- La densité des électrons décroît de 10^{11} m^{-3} à $6.5 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$
- La température des électrons croît de 1500 K à 1700 K

Précédemment, nous avons travaillé avec une seule espèce de neutre, N_2 . Cependant, l'espèce majoritaire

aux altitudes considérées est O, que nous introduisons ici.

- La densité de O décroît depuis 10^{14} m^{-3} à $1.2 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$
- La densité de N_2 décroît depuis $7 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$ à $2 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$
- La densité de courant croît de $t = 0$ à $t = 0.07 \text{ s}$ puis reste constante comme sur la figure 5.2.

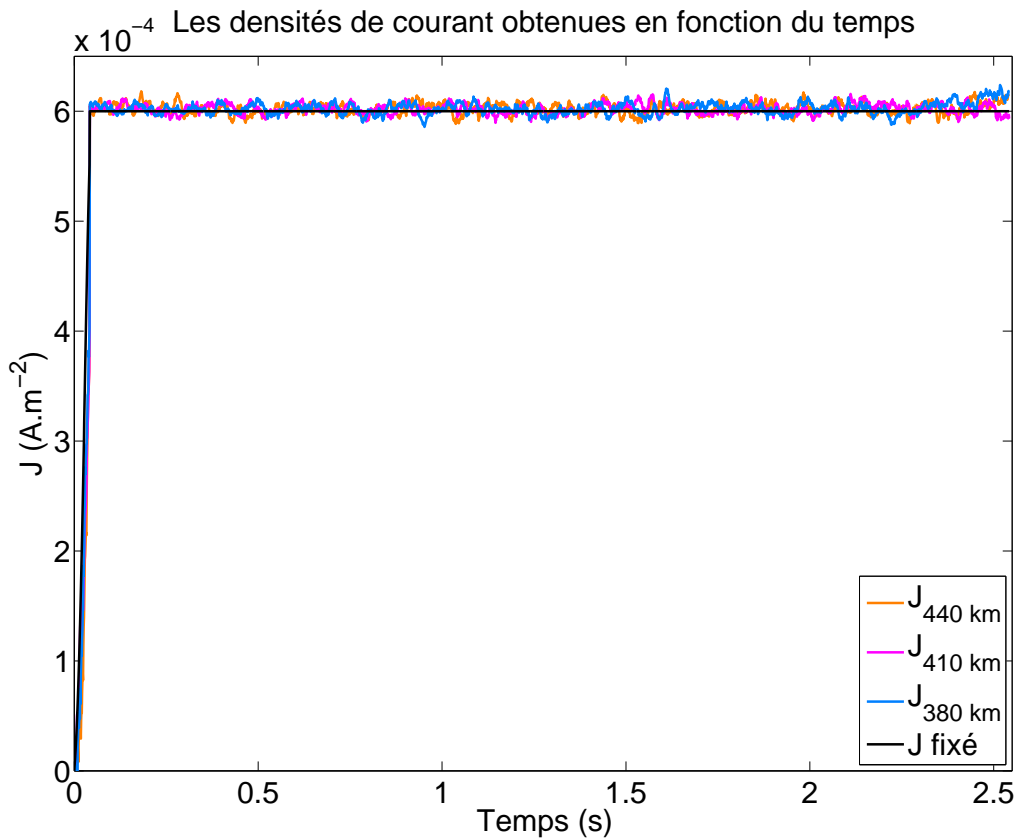


FIG. 5.2 – L'évolution des densités de courant en fonction du temps : En bleu, la densité de courant fixée initialement. Les densités de courant calculées à partir des données de la simulation $J = n.q. \langle v \rangle$: en vert, celle à 380 km ; en rouge, celle à 420 km ; en cyan, celle à 455 km.

Nous avons donc introduit différentes modifications (voir figure 5.3) : calcul du champ électrique de manière autoconsistante en conservant la divergence du courant nulle, résolution des équations fluides afin de tenir compte de l'évolution des moments des fonctions de distributions des ions dans le calcul des coefficients de l'équation de Langevin. Nous avons également amélioré les conditions aux limites. Nous allons étudier les nouveaux résultats obtenus avec ces modifications.

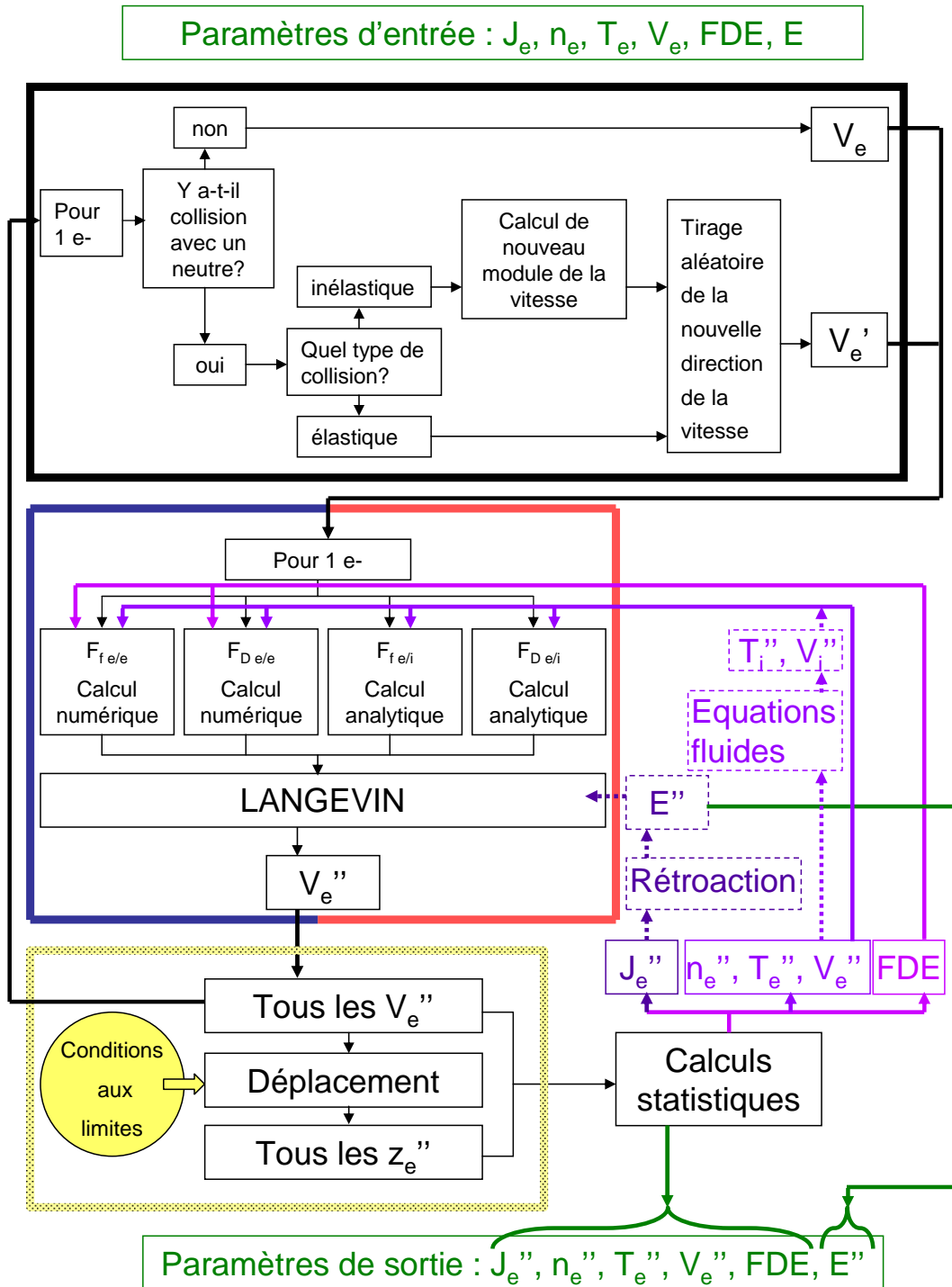


FIG. 5.3 – Diagramme de principe de fonctionnement du modèle : en noir, les collisions e/n, en rouge et bleu les collisions e/e et e/i, en noir et jaune, le déplacement, en noir, les calculs statistiques, en violet, la rétroaction des fonctions distribution des électrons et des différents paramètres (densité, température, vitesse moyenne des électrons et des ions) sur les calculs des coefficients de friction et de diffusion intervenant dans l'équation de Langevin et le calcul du nouveau champ électrique à partir de la densité de courant obtenue.

5.2 L'évolution des grandeurs macroscopiques obtenues

5.2.1 Les résultats sur les grandeurs macroscopiques

Nous présentons les grandeurs principales sur la figure 5.4 : la densité, la vitesse moyenne et la température des électrons et des ions, le champ électrique, le coefficient de Skewness et la densité de courant, le tout en fonction du temps et pour trois altitudes (380, 410 et 440 km).

D'après les résultats présentés sur les figures 5.2 et 5.4, nous pouvons faire un certain nombre de vérifications. Tout d'abord, nous constatons que la densité de courant obtenue à chaque altitude suit bien l'évolution de la densité fixée préalablement (comparaison de J sur la figure 5.2). En effet, sur la figure 5.2, nous avons représenté en noir la densité de courant initialement fixée en fonction du temps. Les densités de courant obtenues au cours de la simulation pour les altitudes 380, 410 et 440 km sont respectivement en bleu, magenta et orange. Toutes se superposent parfaitement à $J_0(t)$ fixé, donc l'évolution initialement fixée est respectée. De plus, comme les densités de courant à chaque instant sont identiques à toutes les altitudes, nous vérifions que $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ soit $\frac{\partial J_z}{\partial z} = 0 \iff J_z(z, t_{fixé}) = \text{constante}$.

D'après les équations 5.20, la densité doit être constante au cours du temps. C'est ce que nous observons sur la figure 5.4 panneau *b*.

Pour répondre à l'évolution de la densité de courant fixée, le champ électrique évolue (5.4 panneau *a*) : il augmente jusqu'à une valeur de $-2 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$ suivant l'altitude puis retourne progressivement vers 0. En effet, dans un premier temps, la densité de courant augmente ce qui nécessite d'augmenter le champ électrique ($\vec{J} = \sigma_e \cdot \vec{E}$). Puis, la densité de courant est constante. Si la conductivité restait constante, le champ électrique E serait également constant mais ici, la conductivité augmente au cours du temps ce qui oblige le champ électrique à diminuer. Nous allons revenir sur le pourquoi de l'évolution de la conductivité. D'autre part, nous devons remarquer que les valeurs de champ électrique très faibles de l'ordre de $5 \cdot 10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$ parviennent à maintenir une forte densité de courant de $600 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 400 km d'altitude. Ces valeurs sont à mettre en parallèle des valeurs de Noël et al. (2000) : un champ électrique de 10^{-4} V.m^{-1} pour une densité de courant de $600 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 200 km d'altitude. Ceci semble parfaitement cohérent car le milieu est de moins en moins collisionnel à mesure que l'on monte en altitude.

Pour le moment, revenons sur l'évolution du champ électrique et ses conséquences. Au cours de la première phase (de 0 à 0.05 s), le champ électrique augmente. Par conséquent, la vitesse moyenne des électrons augmente (voir figure 5.4 panneau *c*). Au delà de 0.05 s, la vitesse moyenne des électrons reste stable. En

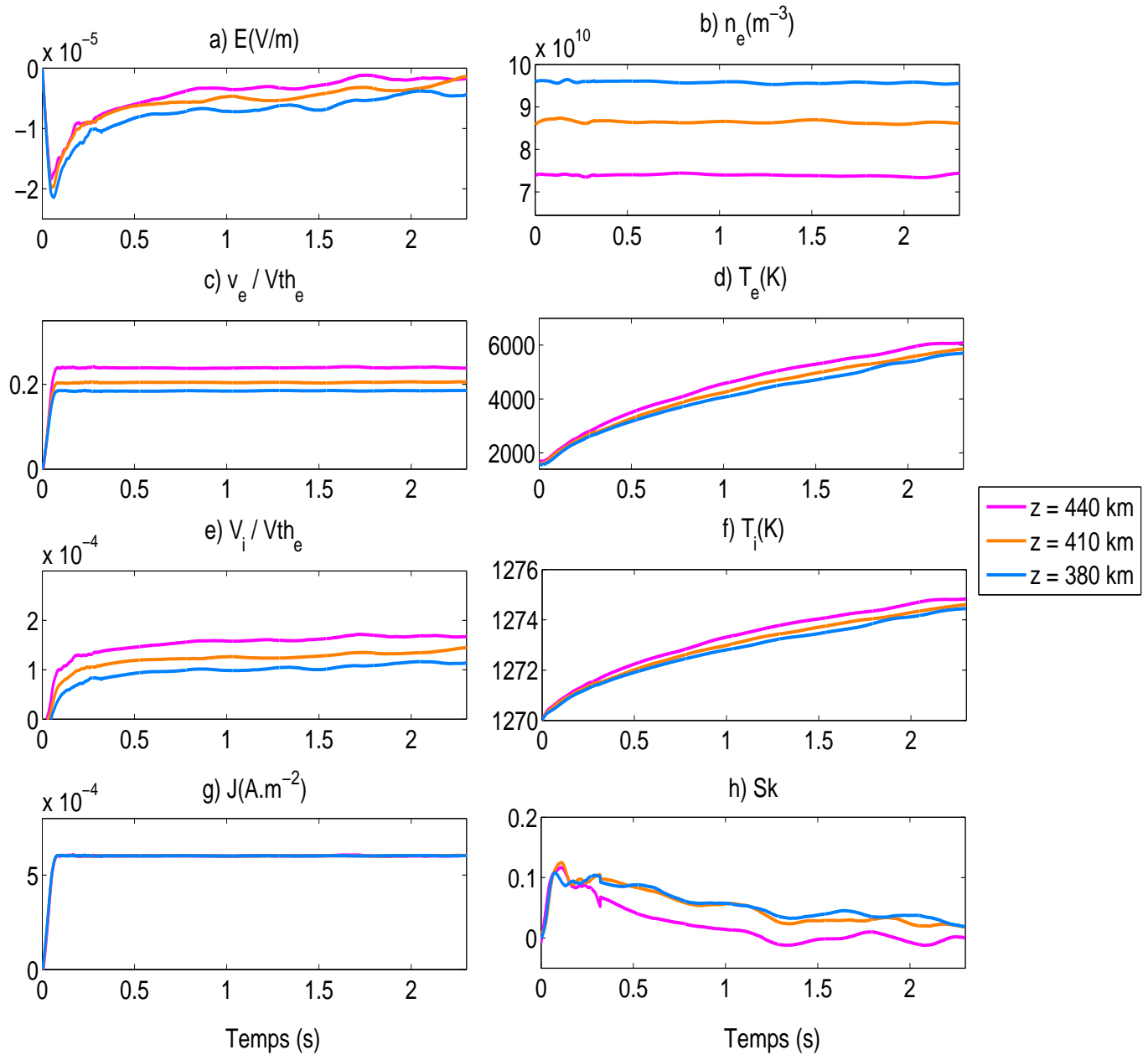


FIG. 5.4 – L'évolution de différentes grandeurs en fonction du temps et pour 3 altitudes : panneau *a* : le champ électrique en V/m, panneau *b* : la densité des électrons en m^{-3} , panneau *c* : la vitesse moyenne des électrons, panneau *d* : la température des électrons en K, panneau *e* : la vitesse moyenne des ions, panneau *f* : la température des ions en K, panneau *g* : la densité de courant en $\mu A \cdot m^{-2}$, panneau *h* : le coefficient de Skewness défini au 5.3.1

effet, comme nous venons de le dire, la densité de courant et la densité des électrons sont constantes (voir figure 5.2 et figure 5.4 panneau *b*). De plus, nous avons $J_e = n_e \cdot q_e \cdot \langle v_e \rangle$, il apparaît logique que la vitesse moyenne des électrons $\langle v_e \rangle$ soit constante. Pour la même raison, comme la densité électronique

n_e est décroissante en fonction de l'altitude, la vitesse moyenne électronique $\langle v_e \rangle$ est croissante en fonction de l'altitude.

Intéressons-nous maintenant aux températures électroniques. Nous pouvons observer sur la figure 5.4 panneau *d*, que la température des électrons reste constante, puis elle augmente fortement. Durant la première phase, le champ électrique augmente mais il faut un certain temps avant que la queue de la distribution se peuple et que les électrons présents dans cette queue de distribution représentent une proportion non négligeable. Au début, ils contribuent peu à l'élargissement de la fonction de distribution. Les électrons subissent des collisions avec les particules chargées et les neutres. Il y a donc redistribution des vitesses c'est-à-dire un élargissement de la fonction de distribution. Le décalage dans le temps entre l'augmentation du champ électrique et la température des électrons est dû aux échelles de temps caractéristique de l'accélération des électrons et des collisions qui impliquent qu'un temps suffisamment long se soit écoulé pour que les électrons aient eu le temps d'évoluer. C'est en partie cette augmentation de la température qui est responsable de l'augmentation de la conductivité (voir ci-dessus) mais aussi la création d'électrons runaway qui vont, eux-aussi, avoir tendance à augmenter la température. Lorsque la température des électrons augmente, la conductivité augmente car la conductivité est proportionnelle à $T_e^{3/2}$ (la conductivité est proportionnelle à $1/\nu_e$ et ν_e est proportionnelle à $1/Te^{3/2}$). Comme la conductivité augmente et que J est constant, le champ électrique doit diminuer.

La température (figure 5.4 panneau *d*) augmente non seulement au cours du temps mais aussi avec l'altitude. En effet, à haute altitude, il y a accumulation des électrons ayant été accélérés plus bas, ces électrons ont été accélérés pendant plus longtemps. Ceci tend donc à élargir la fonction de distribution, ce qui correspond à l'augmentation de la température.

Les paramètres relatifs aux ions, vitesse et température, sont représentés sur la figure 5.4 panneaux *e* et *f*. Nous constatons que la vitesse des ions suit la même évolution que la vitesse des électrons mais reste très faible par rapport à la vitesse thermique des électrons $\langle v_i \rangle = 2 \cdot 10^{-4} v_{the}$. L'augmentation de la vitesse des ions est due à un transfert d'une partie de l'énergie acquise par les électrons sous l'action du champ électrique. De même, la température des ions augmente mais reste bien inférieure à celle des électrons. Cette faible augmentation est due à l'inertie des ions car $m_i \gg m_e$ et aux faibles fréquences de collisions ions/neutres.

Les résultats marquants de cette première partie sont :

- Un champ électrique faible ($5 \cdot 10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$) permet de maintenir une densité de courant de $J = 600$

$\mu\text{A.m}^{-2}$.

- La température des électrons T_e augmente. Ceci est dû d'une part, aux collisions et d'autre part, à l'effet runaway. De plus, la rapidité de l'augmentation vient du fait que nous imposons une forte augmentation de la densité de courant sur un temps très court. Nous en reparlerons dans le chapitre suivant (6.1).

Nous allons maintenant tenter d'apporter une meilleure estimation de l'effet runaway grâce au calcul des conductivités.

5.2.2 Les conductivités

Nous pouvons calculer la conductivité dite "classique" à l'aide des paramètres déjà présentés (densité, température...). D'après Schunk et Nagy (2000), la conductivité classique s'exprime sous la forme :

$$\sigma_c = n_e q_e^2 \left(\frac{1}{m_e \nu_e} + \frac{1}{m_i \nu_i} \right) \quad (5.22)$$

avec ν_e la fréquence de collisions des électrons, c'est-à-dire la somme des fréquences de collisions e/e, e/i et e/n, ν_i la fréquence de collisions des ions, c'est-à-dire la somme des fréquences de collisions i/e et i/n.

La conductivité dite runaway est obtenue par :

$$\sigma_r = \frac{J(t, z)}{E(t, z)} \quad (5.23)$$

où $J(t, z)$ et $E(t, z)$ correspondent respectivement à la densité de courant et au champ électrique obtenus par le modèle au temps t et à l'altitude z .

Sur la figure 5.5, nous représentons en noir la conductivité classique obtenue en utilisant l'équation 5.22 et les fréquences de collisions du modèle. La conductivité runaway (5.23) est représentée en pointillés bleus. Pour simplifier, nous avons tracé l'évolution temporelle des conductivités à une seule altitude.

Nous pouvons constater que la conductivité runaway est toujours supérieure à la conductivité classique. En effet, l'effet runaway tend à créer des électrons accélérés, la fréquence de collision est donc plus petite et par conséquent la conductivité plus importante. Le rapport $(\sigma_r - \sigma_c)/\sigma_r$ est égale à 0.15 en moyenne. Ceci signifie que la conductivité runaway est environ 15% plus élevée que la conductivité classique.

Cette partie montre clairement que l'effet runaway est présent et a des conséquences macroscopiques :

une modification non négligeable des conductivités. Poussons un peu plus loin notre analyse. Nous allons étudier les densités de courant de manière plus précise. Pour cela, nous allons reprendre le calcul des densités de courant totales et runaway du chapitre précédent.

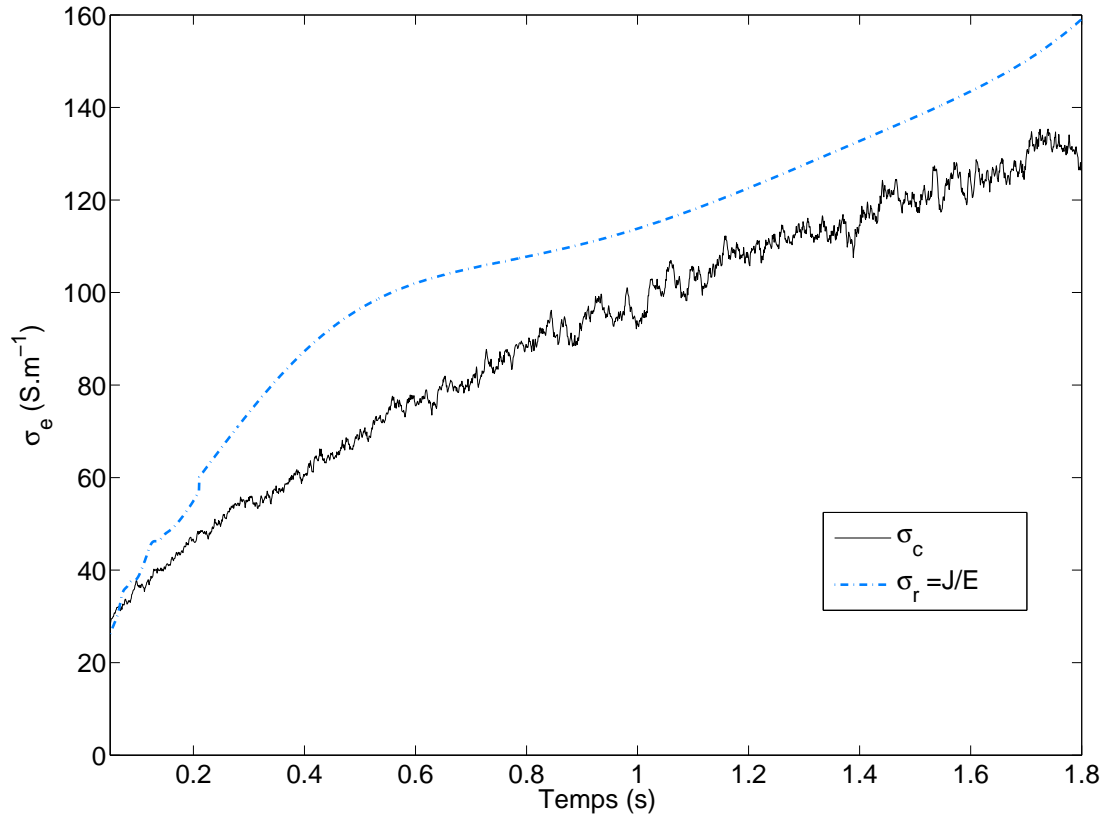


FIG. 5.5 – Représentation de l'évolution temporelle de la conductivité calculée par la formule classique (en noire) et par le modèle numérique (en pointillés bleus)

5.2.3 Les densités de courant

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'évolution des densités de courant. Pour cela, on distingue toujours les trois altitudes (réparties en bas, au milieu et au haut de la boîte) pour lesquelles nous allons calculer :

- La densité de courant totale portée par les électrons : $J = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e v f_e(v) dv = n_e \cdot q_e \cdot \langle v_e \rangle$
- La densité de courant runaway portée par les runaway : pour cela, on distingue les électrons runaway qui sont les électrons dont la vitesse est supérieure à $2 v_{the}$, vitesse thermique qui est recalculée au cours du temps de façon à tenir compte de l'augmentation de la température électronique. Cette valeur

de $2 v_{the}$ a été choisie de la même façon que ce qui a été présenté dans la partie 4.3.2. La densité de courant runaway est donc définie par : $J_r = \int_{2v_{the}}^{+\infty} q_e v f_e(v) dv$

- Le rapport de la densité de courant runaway sur la densité de courant totale : J_r/J

Ces trois paramètres (J , J_r , J_r/J) sont représentés sur la figure 5.6 (respectivement panneau *a*, *b* et *c*) en fonction du temps en seconde. Les trois couleurs, bleu, magenta et orange correspondent respectivement à 380, 410 et 440 km d'altitude.

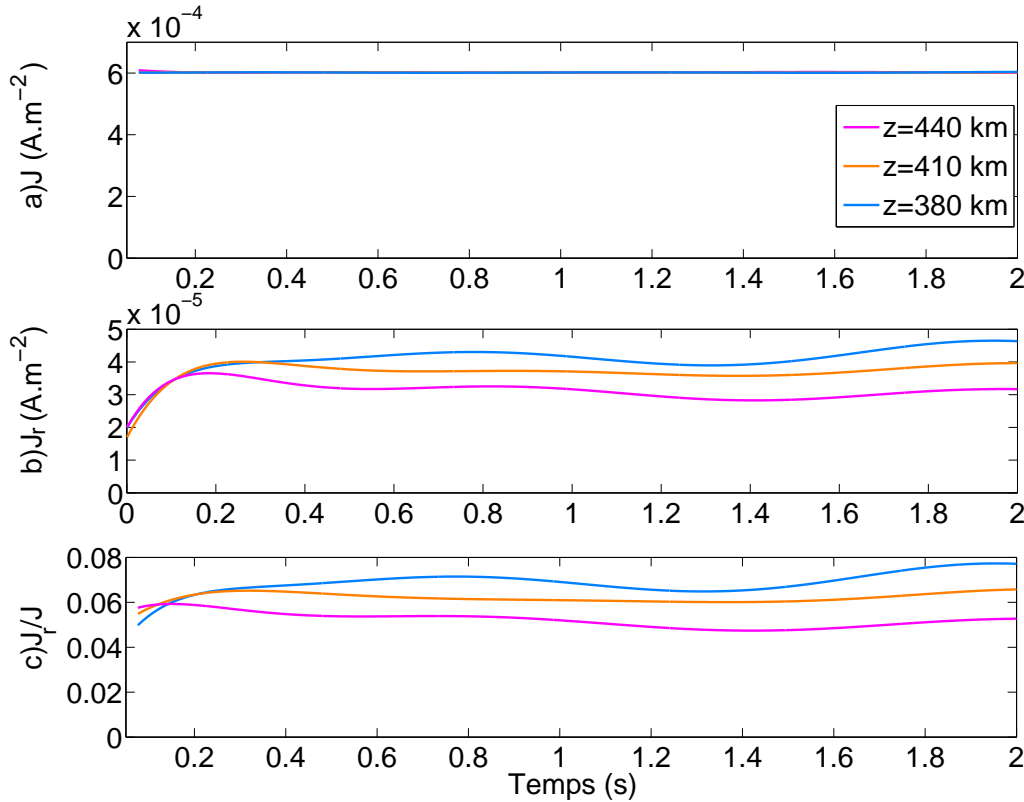


FIG. 5.6 – L'évolution temporelle de la densité de courant portée par les électrons en fonction du temps et pour trois altitudes : 380, 400 et 440 km. Panneau *a* : La densité de courant totale en $A.m^{-2}$ en fonction du temps en s, Panneau *b* : La densité de courant runaway en fonction du temps en seconde, Panneau *c* : Le rapport de la densité de courant runaway sur la densité de courant totale.

Comme nous l'avons déjà vu, la densité de courant totale (panneau *a*) correspond à l'évolution de la densité de courant J_0 fixée par nos soins. Les courbes des différentes altitudes se superposent ce qui confirme la bonne conservation de $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$.

La densité de courant runaway est représentée sur le panneau *b*. La première chose que l'on peut remarquer est que la densité de courant runaway ne commence pas à 0. Ce phénomène est dû à la définition de

courant runaway que nous avons utilisée. A $t = 0$, l'hypothèse de maxwellienne initiale fait qu'il y ait déjà des électrons dont la vitesse est supérieure à 2 fois la vitesse thermique. Pour $t < 0.2$ s, la densité de courant runaway croît : le champ électrique augmente, la vitesse des électrons augmente plus vite que la vitesse thermique : il y a donc plus d'électrons dont la vitesse est supérieure à 2 fois la vitesse thermique.

Puis, la densité de courant runaway varie de manière différente en fonction de l'altitude :

- A $z = 440$ km, J_r passe de 37 à 31 $\mu\text{A.m}^{-2}$ entre $t = 0.2$ et 2 s
- A $z = 410$ km, J_r reste stable autour de 40 $\mu\text{A.m}^{-2}$ entre $t = 0.2$ et 2 s
- A $z = 380$ km, J_r passe de 40 à 46 $\mu\text{A.m}^{-2}$ entre $t = 0.2$ et 2 s

Cela est sûrement dû au fait que le chauffage est moins important à basse altitude. Ainsi, la vitesse thermique augmente moins et il y a plus d'électrons qui ont une vitesse supérieure à $2 v_{the}$.

Enfin, le troisième panneau de la figure 5.6 représente la proportion de la densité de courant dit runaway sur la densité de courant totale. Au bout de 2 s, nous obtenons une portion de courant porté par les électrons runaway qui varie entre 5 et 8% correspondant respectivement aux densités de courant obtenues à 440 km et 380 km d'altitude. Nous avons donc une proportion non négligeable du courant qui est porté par les électrons runaway.

Si l'on compare ces résultats à ceux de chapitre précédent, nous pouvons constater :

- Les proportions de densité de courant runaway par rapport au courant total sont beaucoup plus faibles. Ceci s'explique par la rétroaction que nous faisons sur le champ électrique. Dans le chapitre précédent, le champ électrique était constant à $3 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$, ici, il évolue mais reste inférieur à $2.5 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$. Le champ électrique étant plus faible, les électrons runaway ont des vitesses plus faibles et portent une densité de courant moins importante.
- La densité de courant runaway diminue avec l'altitude alors que dans le chapitre précédent, la plus forte était obtenue à moyenne altitude. En effet, nous prenons maintenant en compte l'évolution de la température électronique à travers le recalcul de la vitesse critique égale à $2 v_{the}$, ce qui n'était pas le cas dans le chapitre précédent.

Nous avons ici étudié les densités de courant notamment runaway. Dans la partie suivante, nous allons nous intéresser aux fonctions de distribution des électrons proprement dites.

5.3 L'évolution des fonctions de distribution des électrons (FDE)

Afin d'étudier les fonctions de distribution, nous allons tout d'abord regarder comment évolue le coefficient de Skewness : c'est un coefficient statistique qui nous donne une idée de la forme des fonctions de distribution.

5.3.1 Le coefficient de Skewness

Il nous faut tout d'abord définir ce qu'est le coefficient de Skewness (Spiegel et Stephens, 1999) : Ce coefficient permet de mettre en exergue l'asymétrie des fonctions de distribution. Il est défini par la relation suivante :

$$Sk = \frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^3}{N\sigma^3} \text{ où } \sigma = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}{N} \right)^{1/2} \quad (5.24)$$

Il sera positif si la fonction de distribution présente une queue suprathermique et négatif si la queue se situe vers les vitesses faibles ou négatives. Par contre, il sera nul lorsque la fonction de distribution est symétrique (vc

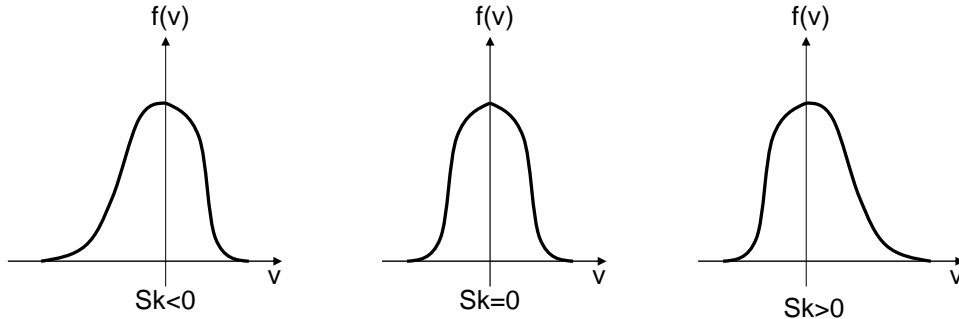


FIG. 5.7 – Illustration du coefficient de Skewness

Sur la figure 5.4 panneau *h*, représentant le coefficient de Skewness en fonction du temps et pour les trois altitudes, nous pouvons constater qu'il augmente fortement durant la phase d'augmentation de la densité de courant et ce quelle que soit l'altitude. L'augmentation du Skewness révèle la création d'une asymétrie lors de la phase de croissance de la densité de courant. Pendant ce temps, le champ électrique appliqué augmente. Du fait de la dépendance en $1/v^2$ de la friction et de la constance de la force électrique, les électrons les plus rapides vont être plus accélérés et donc se détacher du coeur de la fonction de distribution. C'est l'effet runaway.

Puis le coefficient de Skewness atteint un maximum et redescend vers 0. En effet, lorsque la densité

de courant reste stable, le champ électrique diminue progressivement. Par conséquent, la force de diffusion prend le dessus, les collisions ont donc tendance à rendre symétrique la fonction de distribution, la température des électrons augmente et donc le coefficient de Skewness diminue.

Il faut remarquer que le Skewness est le rapport de l'asymétrie de la fonction de distribution sur le chauffage donc si l'asymétrie reste identique mais que le chauffage augmente, alors le coefficient tend vers zéro.

Nous pouvons également noter que le Skewness redescend plus vite à haute altitude. Comme nous l'avons déjà vu le chauffage est plus important à haute altitude, ainsi les électrons runaway ont plus de difficultés à se détacher du coeur de la fonction de distribution et à former une véritable asymétrie.

Nous savons donc que les fonctions de distribution des électrons tendent tout d'abord à former une queue suprathermique, puis le phénomène des collisions tend à redistribuer les vitesses dans l'espace des phases. Les fonctions de distribution ont alors une température plus importante. Cette augmentation de la température tend à masquer l'asymétrie de la fonction de distribution. Regardons maintenant les fonctions de distribution proprement dites.

5.3.2 Les fonctions de distributions des électrons

Description de la méthode de représentation des FDE

Afin de mettre en valeur le côté non-maxwellien des fonctions de distribution, nous avons choisi de représenter les fonctions en échelle logarithmique en fonction du carré de la vitesse. Une maxwellienne est alors représentée par deux demi-droite. Cependant, nos fonctions de distribution possèdent une vitesse moyenne, il nous faut donc modifier la représentation classique afin de ne pas induire une asymétrie due non pas à l'effet runaway mais uniquement à la présence d'une vitesse moyenne non nulle. Ainsi, pour chaque fonction de distribution, nous déterminons la vitesse la plus probable puis nous décalons la fonction de distribution de cette vitesse. Ainsi, quel que soit t , "0" correspond à la vitesse la plus probable. Nous ajustons selon la méthode des moindres carrés pour chaque fonction la maxwellienne à la température correspondante.

Analyse des résultats

Sur la figure 5.8, nous avons représenté les fonctions de distribution en fonction du carré de la vitesse pour une altitude ($z = 410$ km) pour différents temps ($t = 0, 0.4, 2$ s) et les maxwelliennes correspondantes en pointillés.

Nous pouvons donc remarquer que la fonction de distribution à $t = 0$ est correctement représentée par la maxwellienne correspondante car les deux courbes se superposent. En revanche, nous voyons clairement que la fonction de distribution est supérieure à la maxwellienne sur la fonction de distribution à $t = 0.4$ s et de manière plus importante sur celle à $t = 2$ s. C'est l'effet runaway. Cependant, il paraît surprenant d'obtenir un effet plus important à $t = 2$ s dans la mesure où le coefficient de Skewness (Sk) était moins important ($Sk = 0.09$ à $t = 0.4$ s et $Sk = 0.02$ à $t = 2$ s). Ceci s'explique par le fait que la température a beaucoup augmenté entre $t = 0.4$ s et $t = 2$ s. Ainsi, le dénominateur du Skewness augmente beaucoup plus rapidement que le numérateur et tend donc vers 0.

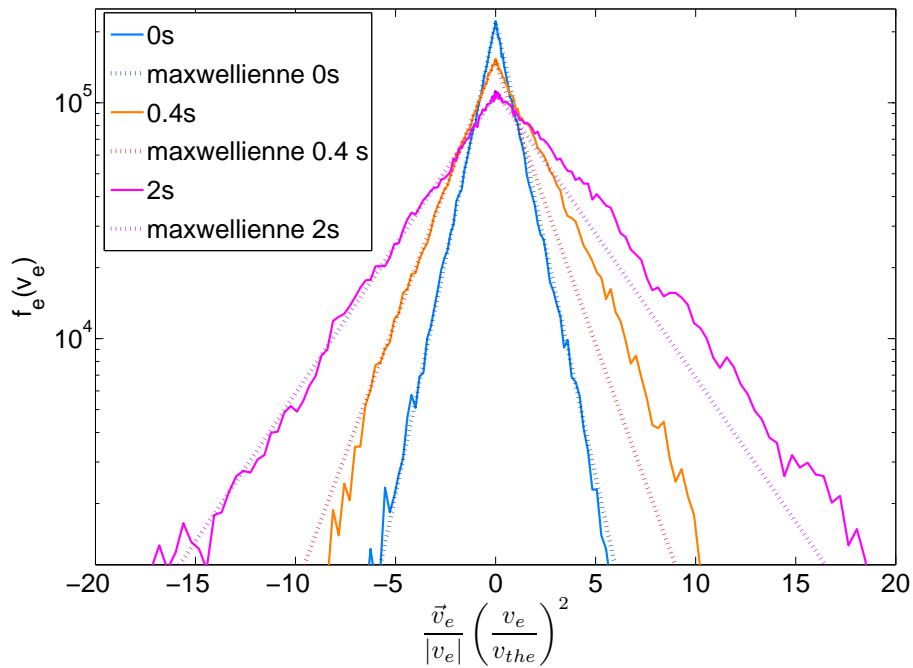


FIG. 5.8 – Fonctions de distributions électroniques représentées en échelle logarithmique pour différents temps et les maxwelliennes correspondantes à 410 km.

Cette représentation des fonctions de distribution montre que l'effet runaway est présent et qu'il perdure dans le temps (pendant au moins 2 s).

5.3.3 L'ajustement des fonctions de distribution des électrons par des maxwelliennes

L'intérêt et la description de la méthode d'ajustement

Nous avons choisi d'ajuster les fonctions de distribution par des maxwelliennes car les moments de chaque maxwellienne vont nous indiquer la densité, la vitesse moyenne et la température de chaque population. Cette méthode nous donne donc accès à des paramètres physiques concrets. Ceci est d'autant plus nécessaire que nous avons vu que le coefficient de Skewness n'est pas complètement significatif.

Pour étudier de manière plus fine les fonctions de distribution, nous ajustons de une à trois maxwelliennes sur chaque fonction de distribution électronique à différents temps et différentes altitudes. Chaque maxwellienne est caractérisée par une densité, une vitesse moyenne et une température. Pour trouver le meilleur ajustement, nous utilisons la méthode des moindres carrés c'est-à-dire que nous cherchons à minimiser la somme des carrés des résidus : $S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2$ où n est le nombre de points, y_i les données, \hat{y} les valeurs données par l'ajustement et S la somme des carrés des erreurs.

Les outils de détermination de la qualité de l'ajustement

Dans un premier temps, nous voulons savoir si les fonctions de distribution sont mieux représentées par une, deux ou trois maxwelliennes. Pour cela, nous utilisons des outils statistiques que nous allons définir :

- La somme des carrés des résidus : $SSE = \sum_{i=1}^n \omega_i (y_i - \hat{y}_i)^2$ où y_i est la valeur mesurée au point x_i , \hat{y}_i est la valeur donnée par l'ajustement au point x_i et ω_i est une fonction poids égale à $1/\sigma^2$ où σ est la variance des données et n le nombre de points.

- La somme des carrés des écarts à la moyenne : $SST = \sum_{i=1}^n \omega_i (y_i - \bar{y})^2$, où \bar{y} est la moyenne.

- Le coefficient de détermination ajustée R_a : $R_a = 1 - \frac{SSE(n-1)}{SST(n-m)}$ où m est le nombre de coefficients estimés (ici, trois : m_e , T_e et \bar{v}_e). Ce coefficient détermine la qualité de l'ajustement en tenant compte du nombre de paramètres libres utilisés. Plus il est proche de 1, plus l'ajustement est précis.

Sur la figure 5.9, nous représentons l'évolution du coefficient de détermination ajustée R_a pour une seule altitude, en l'occurrence $z = 410$ km, et pour les trois ajustements, c'est-à-dire ajustement à une, deux et trois maxwelliennes.

Nous remarquons tout de suite que l'ajustement avec une seule maxwellienne est toujours moins bon que celui à deux ou trois maxwelliennes. L'ajustement à deux maxwelliennes est nettement meilleur que celui à trois tant que $t < 0.2$ s puis celui à trois devient le plus précis. Cependant, il nous faut maintenant regarder l'évolution de la valeur des paramètres afin de déterminer si ceux-ci ont une signification physique.

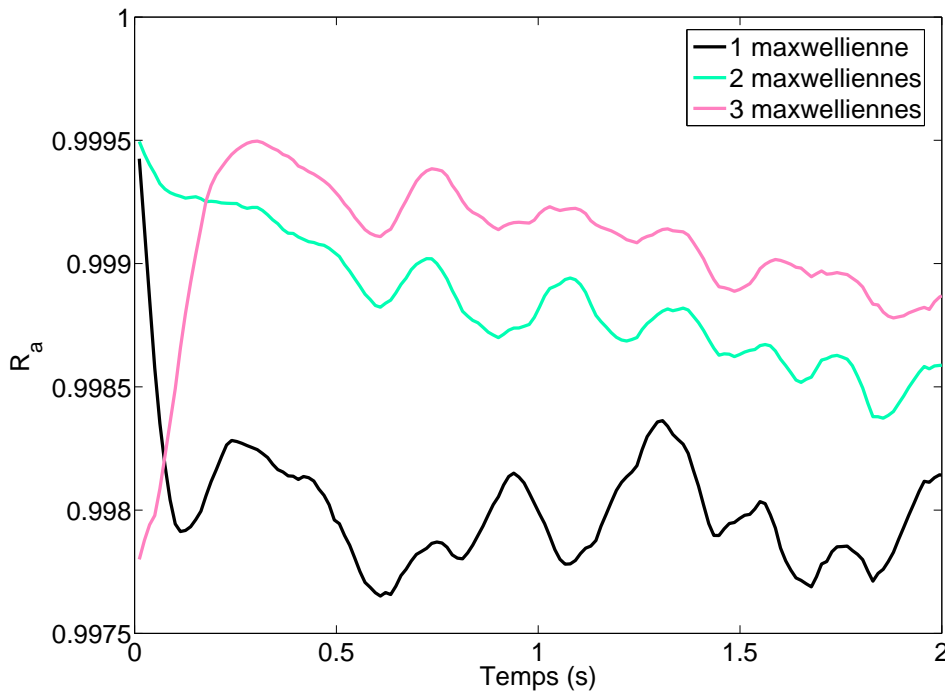


FIG. 5.9 – Le coefficient de détermination ajustée R_a en fonction du temps et pour trois ajustements : ajustement avec une maxwellienne en noir, avec deux maxwelliennes en vert et trois maxwelliennes en rose.

Pour cela, nous représentons sur la figure 5.10, dans chaque colonne, la densité, la vitesse moyenne et la température de chacune des maxwelliennes et dans les cas de l'ajustement à une (en noir), deux (en vert) et trois (en rose) maxwelliennes. Ainsi, les paramètres de la première maxwellienne dans le cas de l'ajustement par une maxwellienne sont donc représentés sur la première ligne, les paramètres de la première maxwellienne dans le cas de l'ajustement par deux maxwelliennes sur la deuxième ligne et les paramètres de la deuxième maxwellienne dans le cas de l'ajustement par deux maxwelliennes sur la troisième ligne... Nous voyons que l'ajustement à une maxwellienne ne présente pas de similitudes avec ceux à deux et à trois maxwelliennes. Ceci confirme les valeurs R_a que nous venons de commenter. Nous constatons également que les moments des deux premières maxwelliennes dans le cas de l'ajustement à deux et à trois maxwelliennes sont sensiblement égaux :

- Comparaison des panneaux d et j , e et k , f et l pour les premières maxwelliennes
- Comparaison des panneaux g et m , h et n , i et o pour les secondes maxwelliennes.

Si l'on s'intéresse aux paramètres de la troisième maxwellienne dans le cas de l'ajustement à trois maxwelliennes (panneaux p , q et r de la figure 5.10), nous pouvons remarquer que ceux-ci varient fortement, notamment la température (panneau r) qui oscille fortement entre 500 et 1700 K et ce de manière aléatoire

au cours du temps. Cette variation n'a aucune signification physique. C'est pourquoi nous pouvons affirmer que l'ajustement à trois maxwelliennes n'apporte pas d'informations supplémentaires.

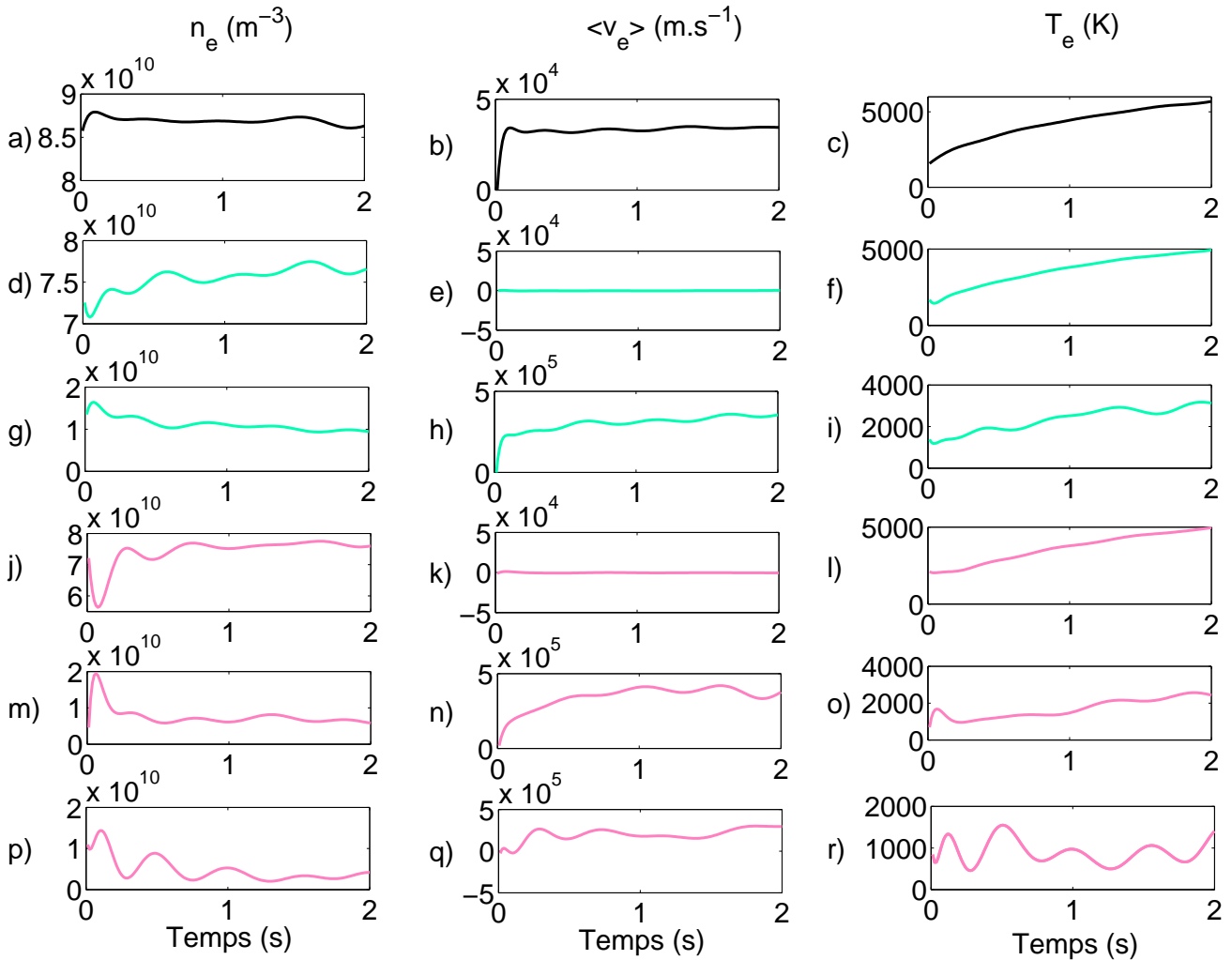


FIG. 5.10 – Les paramètres des maxwelliennes : en noir, l'ajustement à une maxwellienne, en vert à deux et en rose à trois, la première colonne représente l'évolution des densités, la deuxième de la vitesse moyenne et la troisième de la température en fonction du temps (en s)

Nous avons choisi d'utiliser un ajustement à deux maxwelliennes. Détaillons maintenant les résultats.

L'évolution des paramètres des maxwelliennes : densité, température et vitesse moyenne

Sur la figure 5.11, nous avons représenté en noir un exemple de fonction de distribution électronique obtenue par le modèle. La fonction de distribution est tracée en fonction de la vitesse des électrons. Les deux maxwelliennes calculées par ajustement figurent également sur le graphique 5.11. Dans la suite du document, la maxwellienne ayant la vitesse moyenne la plus faible sera appelée maxwellienne du coeur et l'autre maxwellienne représentera la population suprathermique (voir figure 5.11).

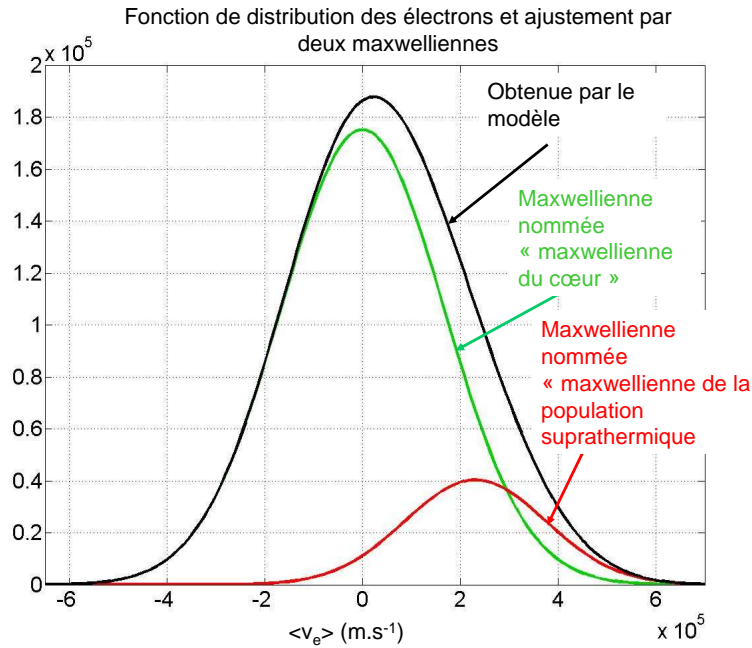


FIG. 5.11 – La fonction de distribution obtenue par le modèle est représentée en noir, la maxwellienne du cœur en vert et celle de la population suprathermique en rouge

Nous allons étudier l'évolution des trois moments de chaque maxwellienne (densité, vitesse moyenne et température) en fonction du temps et de l'altitude. Pour cela, nous avons représenté l'évolution temporelle des trois paramètres pour trois altitudes 380, 410 et 440 km correspondant respectivement au bas, milieu et haut de boîte (voir figure 5.12).

Sur la figure 5.12 panneau *a*, au temps $t = 0$, la densité du plasma de chaque altitude est égale à celle fixée à l'initialisation : elle est décroissante en fonction de l'altitude. Nous pouvons constater que la densité du cœur de la fonction de distribution diminue fortement pour toutes les altitudes au début avant de remonter lentement. La forte décroissance en début de simulation est due à l'apparition du champ électrique qui accélère les électrons qui passent alors dans la partie suprathermique. De façon logique, nous voyons sur la figure 5.12 panneau *d*, que la densité de la population suprathermique connaît tout d'abord une forte augmentation pour toutes les altitudes.

A partir de $t = 0.1$ s, nous pouvons remarquer que la densité du cœur croît tandis que celle de la population suprathermique décroît. Ce phénomène est dû aux collisions élastiques que subissent les électrons. Les électrons chauffent, la partie thermique contient alors des énergies de plus en plus élevées, c'est-à-dire que des électrons qui auparavant faisaient partie de la population suprathermique vont alors faire partie du cœur. Ceci est dû à l'augmentation de la température au cours de la simulation.

Au début, une population suprathermique est créée : la densité de la population suprathermique passe de 0 à $t = 0$ à $1.6 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ à $t = 0.07 \text{ s}$. Puis celle-ci va lentement diminuer en se réunifiant au coeur : la densité redescend alors à 10^{10} m^{-3} à $t = 1.7 \text{ s}$. Au delà de $t = 1.7 \text{ s}$, la densité tend à se stabiliser. Nous pouvons calculer une proportion d'électrons suprathermiques :

$$\frac{n_s}{n_s + n_c} \quad (5.25)$$

où n_s correspond à la densité de la population suprathermique et n_c la densité de population du coeur.

Ainsi, à 0.25 s, la densité de la population suprathermique représente une partie importante de la densité totale du plasma environ 20%. A 2.5 s, nous voyons que la population suprathermique ne représente plus que 10% de la totalité du plasma.

Nous devons aussi attirer l'attention sur un phénomène : la densité de la population suprathermique est globalement la même au cours du temps quelle que soit l'altitude alors que la densité totale diminue avec l'altitude. Ainsi, la population suprathermique représente, à $t = 2 \text{ s}$, 11% de la densité totale à $z = 380 \text{ km}$ et 14% à $z = 440 \text{ km}$.

Sur la figure 5.12 panneau *b*, nous voyons que la vitesse moyenne du plasma thermique reste nulle quel que soit le temps et l'altitude.

Par contre, la vitesse moyenne de la population suprathermique augmente (panneau *e*) très fortement dans un premier temps : elle passe de 0 à $2.15 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ soit $1 v_{the}$ en 0.05 s, puis plus lentement : la vitesse passe de $2.15 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ à $3.5 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ en 2 s. La première phase d'accélération rapide s'explique par l'augmentation du champ électrique de manière importante sur une courte période (voir Figure 5.4 panneau *a*), la seconde se fait plus lentement à cause de la diminution du champ électrique et de la mise en place du chauffage Joule.

D'autre part, ce sont les électrons de la population suprathermique, qui sont préférentiellement accélérés car ayant des vitesses plus importantes, ils subissent une friction bien inférieure à celle subie par les électrons thermiques. Ainsi, même si les électrons d'une même altitude sont soumis au même champ électrique, les électrons de la population suprathermiques sont plus facilement accélérés.

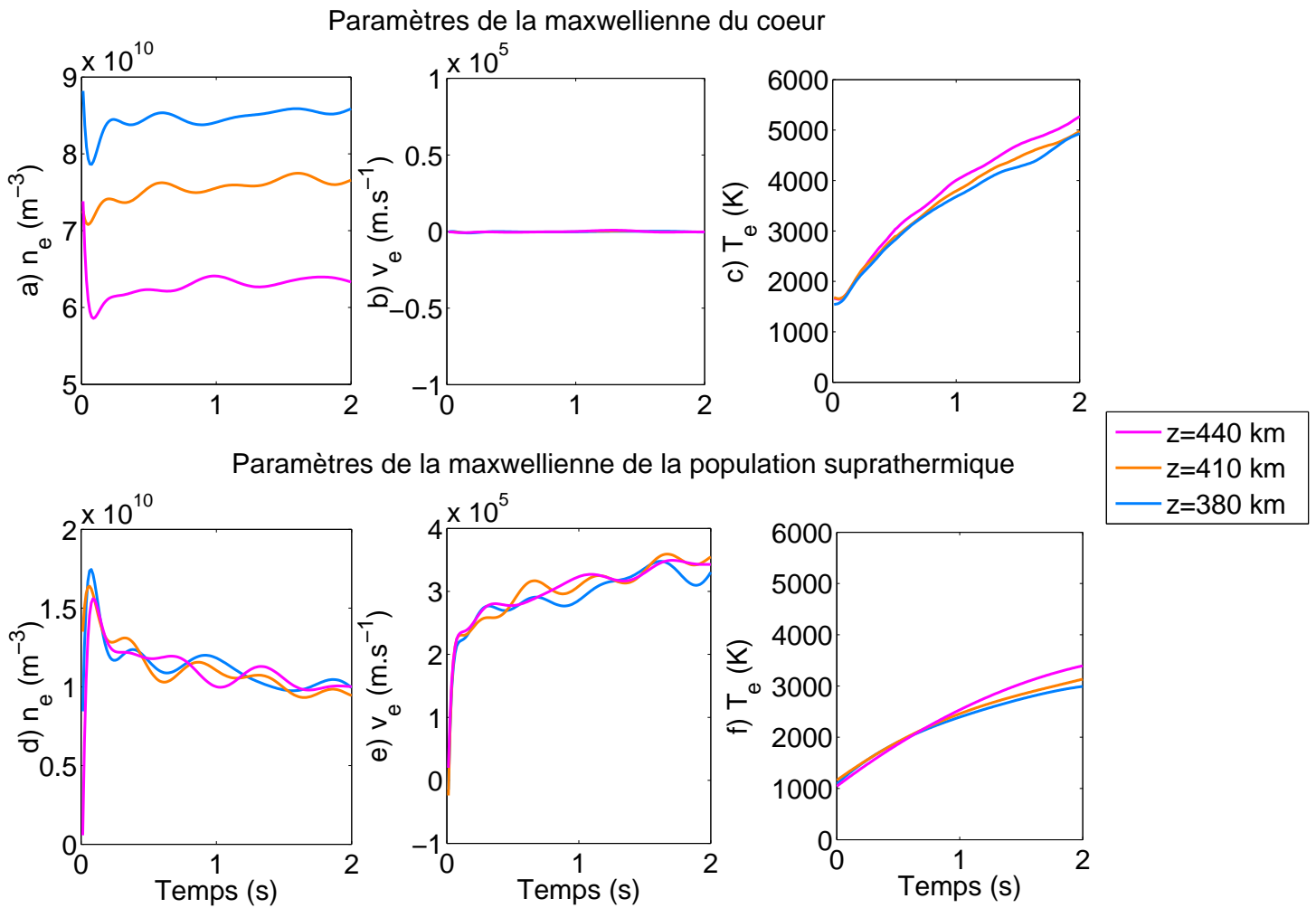


FIG. 5.12 – L'évolution temporelle des paramètres, densité, vitesse et température, du coeur du plasma et de la population suprathermique pour trois altitudes 380, 410 et 440 km. panneau *a* : La densité du plasma en m^{-3} , panneau *b* : La vitesse moyenne de la population suprathermique en $m.s^{-1}$, panneau *c* : La température du plasma en K, panneau *d* : La densité de la population suprathermique en m^{-3} , panneau *e* : La vitesse moyenne de la population suprathermique en $m.s^{-1}$, panneau *f* : La température de la population suprathermique en K

Sur la figure 5.12 panneau *c*, nous observons l'évolution de la température du plasma thermique. Nous observons que pendant une courte période, la température du coeur n'augmente pas. Comme nous l'avons fait remarquer précédemment, il faut un certain temps pour que le chauffage prenne le dessus sur le phénomène d'accélération. Ensuite, la température passe de 1800 K à 5000 K en 2 s quelle que soit l'altitude. Ceci vient des collisions élastiques qui tendent à rendre symétriques les fonctions de distribution et par conséquent augmentent la température.

En ce qui concerne la température de la population suprathermique (panneau *f*), elle augmente également au cours du temps, mais dans une moindre mesure : de 1000 à 3000 K en 2s. Ceci s'explique par deux

points :

- Les électrons de la population suprathermique qui sont fortement accélérés subissent moins de collisions et chauffent donc moins.
- Les électrons qui vont subir des collisions élastiques importantes peuvent retourner dans la partie thermique du plasma.

Dans les deux cas (population du coeur et suprathermique), les températures sont plus fortes à haute altitude car il y a accumulation des électrons ayant été accélérés et chauffés à plus basse altitude.

Nous venons de voir les résultats actualisés après l'introduction des modifications du code. Pour autant, nous avons constaté qu'une partie de la population électronique est toujours accélérée par rapport au coeur des distributions électroniques qui restent au repos.

Résumé du chapitre 5 :

Nous avons introduit des modifications majeures dans le modèle. Tout d'abord, le champ électrique est calculé de manière autoconsistante afin de conserver la divergence du courant nulle. De plus, nous résolvons les équations fluides afin de déterminer l'évolution des paramètres des ions c'est-à-dire vitesse moyenne et température des ions.

Nous avons ensuite étudié l'évolution temporelle des grandeurs macroscopiques. L'élément essentiel est qu'il suffit d'avoir un champ électrique très faible (de l'ordre de $5 \cdot 10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$) pour maintenir de fortes densités de courant ($600 \mu\text{A.m}^{-2}$).

En comparaison du chapitre précédent, nous avons constaté que la densité de courant dit runaway ne représente que 5 à 10 % de la densité de courant totale. Cependant, cela est suffisant pour modifier les conductivités classiques d'un facteur 1,3.

Nous nous sommes également intéressés aux fonctions de distribution qui ne sont plus maxwelliennes. Nous avons ajusté sur ces fonctions de distribution deux maxwelliennes. Cela nous a permis de conclure qu'une partie essentielle du plasma reste au repos tandis que le reste acquiert une vitesse de dérive. Ainsi, nous pouvons distinguer une population représentant le coeur de la fonction de distribution et une partie suprathermique qui porte le courant.

Il nous faut maintenant étudier l'influence des paramètres d'initialisation, c'est l'objet du prochain chapitre.

Je n'ai pas échoué. J'ai eu dix milles idées qui n'ont pas marché

BENJAMIN FRANKLIN

Chapitre 6

Etude paramétrique

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté de la manière la plus complète possible une simulation. Nous voulons maintenant étudier l'influence des paramètres d'entrée sur les résultats de la simulation. Nous voulons ainsi voir quelles vont être les modifications apportées par une augmentation du temps de montée du courant, une variation de la densité de courant et une variation de la densité d'électrons.

6.1 Etude de l'influence de l'augmentation du temps de montée de la densité de courant

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que nous imposions la densité de courant. Pendant un temps τ , la densité de courant passe de 0 à une densité de courant maximum. Au delà de τ , la densité de courant est fixe. Nous définissons le temps de montée du courant τ comme le temps nécessaire pour que la densité de courant atteigne son maximum.

Il nous est apparu important d'étudier ce temps de montée. En effet, d'après l'article de Noël et al. (2005), le temps nécessaire à l'obtention d'une situation stationnaire est d'environ cinq minutes. Notre code est un code cinétique, c'est-à-dire réalisé avec un pas de temps très court. Ainsi, simuler cinq minutes et plus nous prendrait, en l'état actuel des choses, trop de temps. Il est donc essentiel d'étudier quelles sont les conséquences de ce paramètre sur les différentes variables caractéristiques de notre étude : variables macroscopiques ($n_e, T_e, \langle v_e \rangle$) et paramètres des fonctions de distribution correspondant au coeur et à la population suprathermique de la distribution des électrons.

Pour réaliser cette étude, nous allons nous baser sur deux simulations dont les paramètres d'entrée sont rigoureusement identiques :

- n_e décroît de 10^{11} à $7 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$
- $J_{max} = 1000 \mu\text{A.m}^{-2}$.
- $T_e = 1800 \text{ K}$

La différence se situe dans le temps de montée τ :

- cas J_1 : le temps $\tau_1 = 0.06 \text{ s}$
- cas J_2 : le temps $\tau_2 = 0.45 \text{ s}$.

Sur la figure 6.1, nous représentons l'évolution temporelle du champ électrique, de la vitesse moyenne des électrons, de la densité de courant et de la température électronique pour J_1 en noir, J_2 en vert.

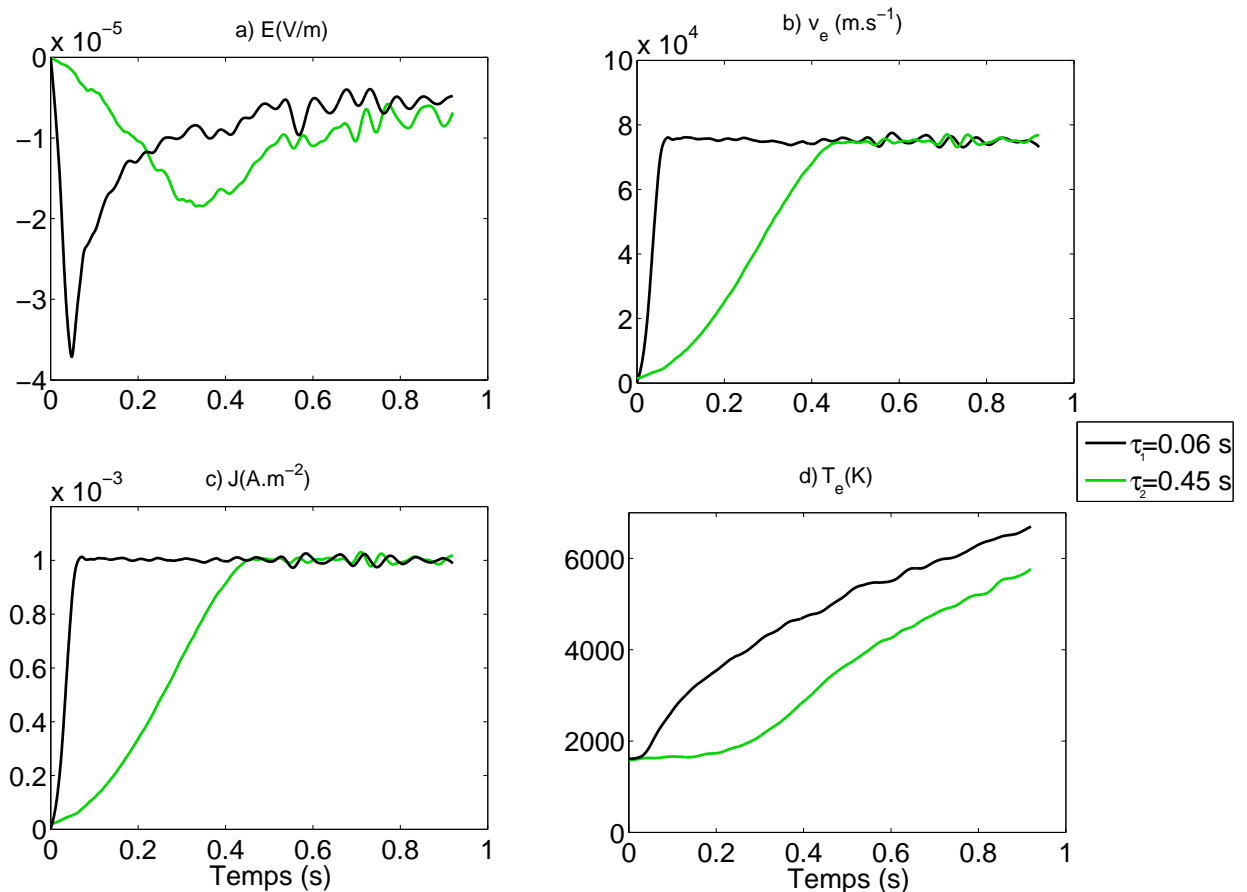


FIG. 6.1 – Comparaison des paramètres macroscopiques en fonction du temps et pour deux temps de montée du courant ($\tau_1 = 0.06 \text{ s}$ et $\tau_2 = 0.45 \text{ s}$). Pour simplifier, seules les courbes à 410 km d'altitude sont représentées ici.

Nous pouvons tout d'abord remarquer que le décalage imposé sur l'évolution temporelle de la densité de courant se retrouve sur la vitesse moyenne des électrons, le champ électrique et la température. Cependant, nous pouvons également noter que le champ électrique maximum est obtenu à $t = 0.048$ s dans le cas J_2 et $t = 0.35$ s pour J_4 . De la même façon, la température subit une inflexion de sa croissance à ces mêmes temps caractéristiques. Ces temps caractéristiques sont inférieurs aux temps de montée du courant. Ceci démontre que l'évolution temporelle de la température est directement reliée à celle du champ électrique et que le champ électrique doit agir pendant un certain temps avant d'augmenter significativement la vitesse moyenne des électrons et donc la densité de courant.

Le champ électrique maximum est plus fort dans le cas J_1 ($E = -3.7 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$) que dans le cas J_2 ($E = -1.9 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$). En effet, le cas J_1 nécessite que l'on augmente beaucoup plus vite la densité de courant, donc la vitesse moyenne des électrons. Ceci n'est possible qu'en augmentant fortement le champ électrique.

Les pentes de la température dans les deux cas sont différentes. Pour s'en convaincre, regardons la figure 6.2 où nous avons représenté uniquement l'évolution temporelle de la température des électrons pour les deux cas précédemment cités et celle pour un cas supplémentaire où $\tau_3 = 4.5$ s. Nous avons de plus décalé le temps de telle sorte que 0 s corresponde au maximum de la densité de courant. Nous voyons clairement sur cette figure que les coefficients de croissance des températures sont différents et nous pouvons les calculer :

- Pour cas τ_1 , $\Delta T = 4100 \text{ K.s}^{-1}$
- Pour cas τ_2 , $\Delta T = 4000 \text{ K.s}^{-1}$
- Pour cas τ_3 , $\Delta T = 2000 \text{ K.s}^{-1}$

Ceci montre qu'en augmentant plus lentement le courant, nous sommes capables de diminuer le taux de croissance de la température.

Nous venons donc de voir que le temps de montée du courant est un paramètre essentiel puisqu'il limite le champ électrique et par conséquent le chauffage. Mais voyons maintenant comment cela agit sur les paramètres à plus petite échelle. Nous reprenons la méthode précédemment utilisée et décrite au 5.3.3.

Sur la figure 6.3, nous avons tracé dans la première colonne l'évolution temporelle des différents moments (n_e , $\langle v_e \rangle$, T_e) de la population du coeur et dans la deuxième colonne ceux de la population suprathermique.

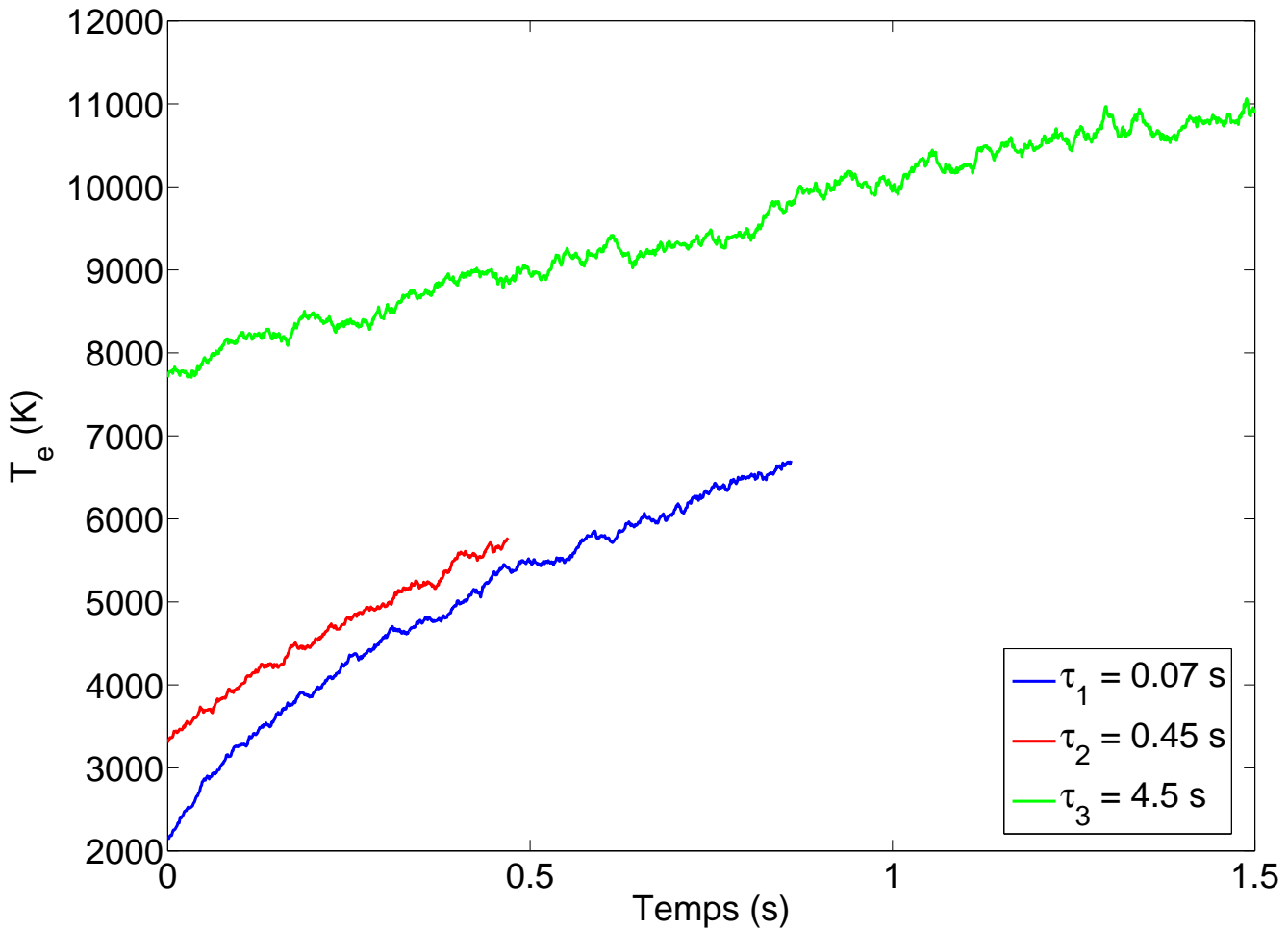


FIG. 6.2 – Comparaison des températures électroniques dans les cas de temps de montée du courant égal à 0.06 s, 0.45 s et 4.5 s. Les courbes correspondent à 410 km d'altitude.

Nous observons que l'augmentation du temps de montée du courant ne semble pas influencer sur la proportion de runaway puisque les courbes de densité (cas τ_1 et τ_2) se rapprochent l'une de l'autre à mesure que le temps s'écoule. En effet, au bout de 0.8 s, la densité du coeur est de $7 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ et la densité de la population suprathermique est de $1.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ pour les deux cas.

De même, pour les vitesses moyennes, la population du coeur reste au repos tandis que la population suprathermique est accélérée. Là encore, les deux courbes correspondant aux deux temps de montée se chevauchent à partir de $t = 0.8$ s. En effet, la densité électronique étant inchangée et la population du coeur restant au repos dans les deux cas, la vitesse moyenne de la population suprathermique doit être la même afin de porter le même courant. Ainsi, cette étude révèle que faire varier le temps de montée du courant ne change ni la densité, ni la vitesse moyenne des populations du coeur et suprathermique.

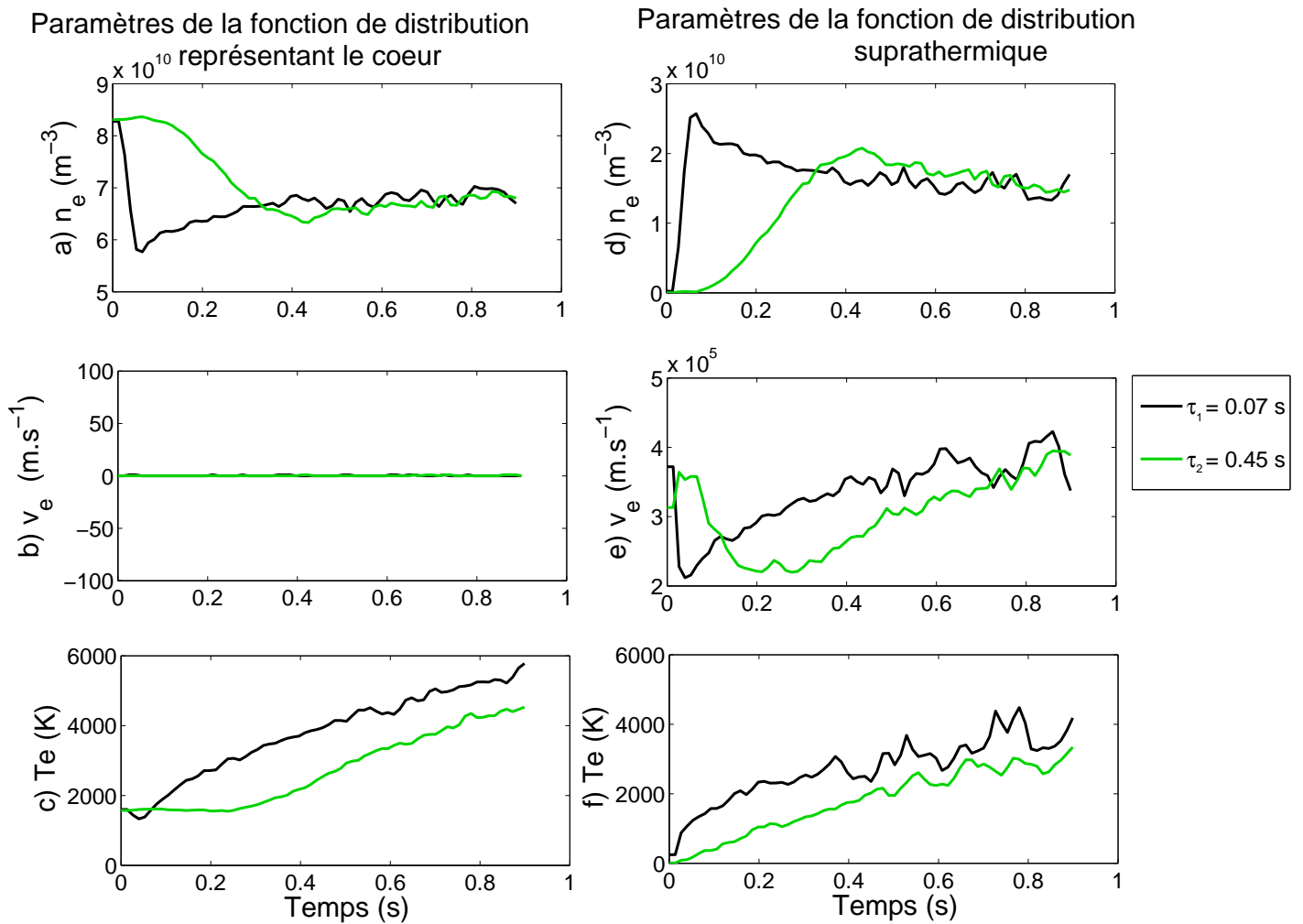


FIG. 6.3 – Comparaison des paramètres des deux maxwelliennes dans les cas de temps de montée du courant égale à 0.06 s et 0.45 s. Les courbes correspondent à 410 km d'altitude.

En ce qui concerne la température de la population du coeur, nous pouvons noter une variation qui correspond à celle observée sur la température électronique globale. La température du coeur du cas τ_2 est toujours inférieure au cas τ_1 et ce quel que soit le temps. Nous observons un phénomène plus remarquable sur la température supra-thermique. Si nous comparons les paramètres obtenus sur la population supra-thermique dans les deux cas, nous constatons qu'à même vitesse moyenne et même densité, les températures du coeur et de la population supra-thermique sont plus faibles dans le cas τ_2 que dans le cas τ_1 . Nous observons le même phénomène sur la température du coeur. Ainsi, la variation du temps de montée du courant semble n'influencer fortement que trois paramètres : la température globale et celle du coeur de la distribution et celle de la population supra-thermique. La diminution de la température entre les cas τ_1 et τ_2 , $(T_{\tau_2} - T_{\tau_1})/T_{\tau_2}$ est d'environ 20%.

Pour résumer, nous pouvons affirmer que la variation du temps de montée du courant va permettre de jouer sur la température globale du plasma : plus le temps de montée augmente, plus nous diminuons le taux de chauffage. Ainsi, nous pouvons penser qu'en augmentant le courant sur une échelle de cinq minutes nous diminuerions la température des électrons, notamment celle des électrons suprathermique. En revanche, le temps de montée joue peu sur la densité et la vitesse moyenne des deux populations hormis le décalage temporel. Ceci permettrait donc de mettre en valeur la population suprathermique. Voyons maintenant l'influence de la valeur de la densité de courant.

6.2 Etude de l'influence de l'augmentation de la densité de courant

Pour réaliser cette étude, nous allons nous baser sur deux simulations dont les paramètres d'entrée sont rigoureusement identiques à une exception près : la valeur maximum atteinte par la densité de courant au bout du temps $\tau = 0.07$ s :

- cas J_1 : la densité de courant $J_1 = 1000 \mu\text{A.m}^{-2}$
- cas J_3 : la densité de courant $J_3 = 600 \mu\text{A.m}^{-2}$

Sur la figure 6.4, nous représentons l'évolution temporelle du champ électrique, de la vitesse moyenne des électrons, de la densité de courant et de la température électronique pour J_1 en noir et J_3 en rouge.

Sur le panneau *a* de la figure 6.4, le champ électrique est plus fort dans le cas J_1 que dans le cas J_3 . Ce champ électrique plus fort assure une vitesse moyenne des électrons plus élevée (panneau *b*) et par conséquent une densité de courant plus importante (panneau *c*). Ce qui est plus remarquable, c'est que les valeurs finales du champ électrique sont faibles pour assurer de telles densités de courant ($E \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ V.m}^{-1}$).

En ce qui concerne la température, elle croît plus fortement dans le cas J_1 que le cas J_3 . Si on calcule la pente de la courbe des températures entre $t = 0.4$ et 0.8 s, on trouve 4027 K.s^{-1} pour J_1 et 1945 K.s^{-1} pour J_3 . On constate alors que les pentes ont augmenté d'un facteur environ 2 tandis que la densité de courant n'a augmenté que de 1,67. Le chauffage est proportionnel à la densité de courant mais aussi au champ électrique : le chauffage Joule est égal à $J \cdot E$. Même si le champ électrique semble être identique sur le panneau *a* entre les deux cas, nous pouvons calculer une valeur moyenne du rapport $\langle \frac{E_1}{E_3} \rangle$ entre

0.4 et 0.8 s :

$$\left\langle \frac{E_1}{E_3} \right\rangle \approx 1.18$$

soit

$$\left| \left\langle \frac{Q_1}{Q_3} \right\rangle \right|_{t=[0.4-0.8 \text{ s}]} = \frac{J_1}{J_3} \cdot \frac{E_1}{E_3} = 1.67 \times 1.18 \approx 2$$

Ainsi, le petit écart sur le champ électrique, qui n'apparaît pas à l'oeil nu sur le panneau *a* de la figure 6.4, explique un écart de température beaucoup plus important.

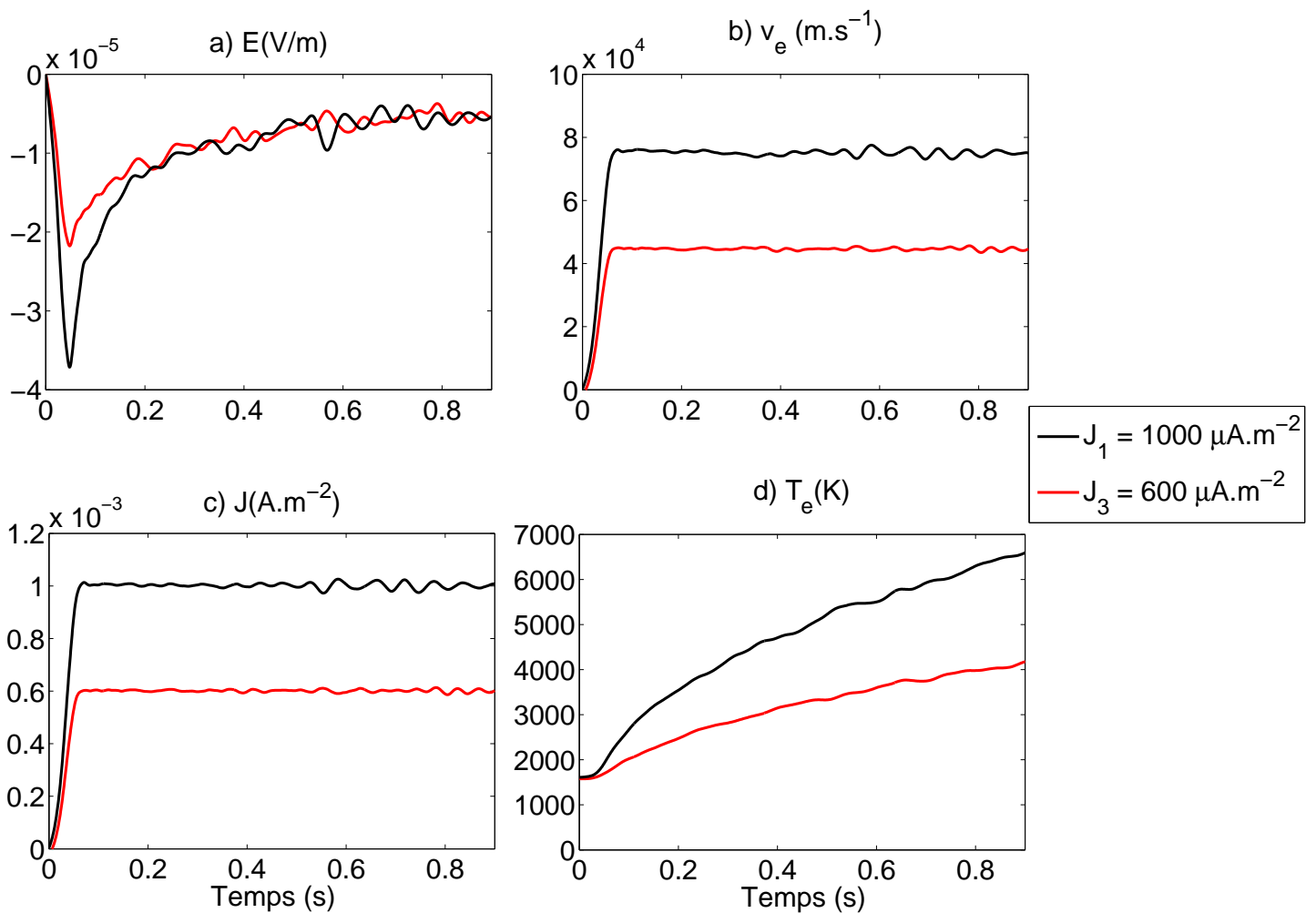


FIG. 6.4 – Comparaison des paramètres macroscopiques en fonction du temps et pour deux densités de courant maximum à 410 km

Nous allons maintenant regarder ce qui se passe concernant les paramètres de l'ajustement par deux maxwelliennes. Sur la figure 6.5, nous avons représenté de haut en bas les paramètres (densité, vitesse

moyenne et température) du coeur de la distribution dans la première colonne et de la population suprathermique dans la deuxième colonne. La population suprathermique est non seulement plus importante mais aussi plus accélérée dans le cas de J_1 par rapport à J_3 . Ceci montre bien que l'effet runaway continue pour les électrons déjà accélérés mais aussi que nous continuons de "transformer" des électrons en électrons runaway. En effet, nous aurions pu penser qu'en augmentant la densité de courant nous augmenterions seulement le nombre d'électrons suprathermiques ou seulement la vitesse moyenne de ces électrons runaway.

Les températures des deux populations augmentent : celle du coeur croît plus fortement que celle de la population suprathermique. En effet, les électrons suprathermiques sont plus rapides et subissent donc moins de collisions ce qui limite le chauffage.

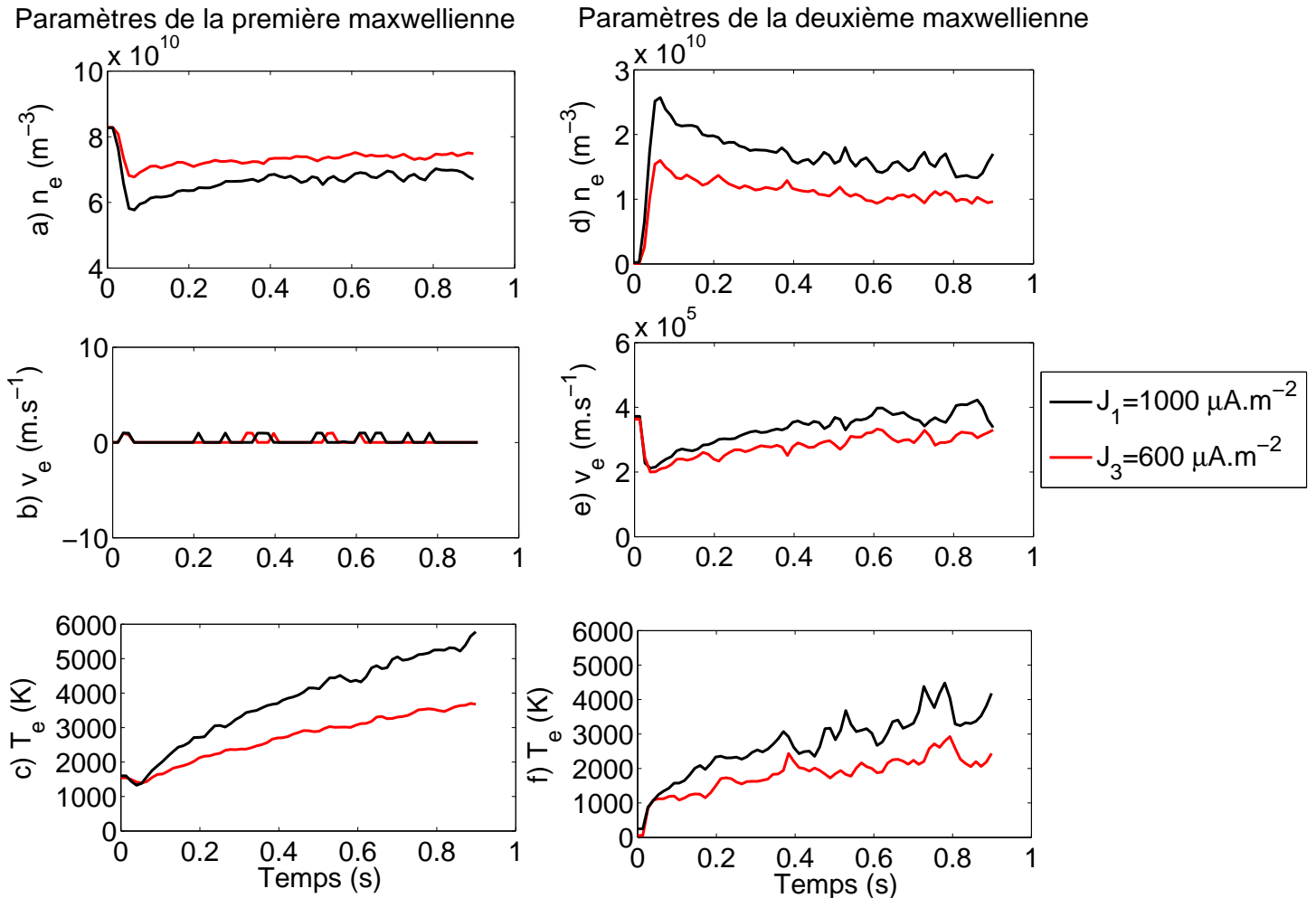


FIG. 6.5 – Comparaison des paramètres des deux maxwelliennes dans le cas d'une densité de courant maximum égale à $1000 \mu\text{A.m}^{-2}$ et $600 \mu\text{A.m}^{-2}$ à 410 km

Par conséquent, l'augmentation de la densité de courant implique l'augmentation du champ électrique, de la vitesse moyenne des électrons et de la température électronique. Lorsque l'on regarde l'évolution des paramètres des populations du coeur et suprathermique, nous constatons que l'augmentation de la densité de courant influe surtout sur la population suprathermique : densité et vitesse moyenne. L'effet est plus important sur la densité (augmentation d'environ 60 %) que sur la vitesse moyenne (augmentation d'environ 30%). La population du coeur reste au repos tandis que la population suprathermique est plus importante et plus accélérée. Pour la température, l'augmentation est plus forte sur la population du coeur que sur la population suprathermique. Regardons ce qui se passe lors de l'augmentation de la densité électronique.

6.3 Etude de l'influence de l'augmentation de la densité d'électrons

Pour réaliser cette étude, nous allons nous baser sur trois simulations dont les paramètres d'entrée sont rigoureusement identiques ($J_4 = 1000 \mu\text{A.m}^{-2}$) sauf pour la densité électronique :

- cas J_4 : la densité d'électrons $n_e = 4.4 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$
- cas J_{4b} : la densité d'électrons $n_e = 8.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$
- cas J_{4c} : la densité d'électrons $n_e = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$

Sur la figure 6.6, nous représentons l'évolution temporelle du champ électrique, de la vitesse moyenne des électrons, de la densité et de la température électronique pour J_4 en rose, J_{4b} en noir et J_{4c} en bleu.

Nous constatons tout d'abord que le champ électrique a tendance à être plus important lorsque la densité d'électrons est plus forte (panneau *a*). Par exemple, à $t = 0.8 \text{ s}$, $E_{J_4} = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{ V.m}^{-1}$, $E_{J_{4b}} = 5.5 \cdot 10^{-3} \text{ V.m}^{-1}$ et $E_{J_{4c}} = 6.8 \cdot 10^{-3} \text{ V.m}^{-1}$. Ceci s'explique car l'augmentation de la densité entraîne l'augmentation de la force de friction qui s'oppose à l'accélération des électrons, il faut donc un champ électrique plus important. Ainsi, à $t = 0.9 \text{ s}$:

- $E_4 = -3.8 \cdot 10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$
- $E_{4b} = -5.10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$
- $E_{4c} = -6.5 \cdot 10^{-6} \text{ V.m}^{-1}$

Logiquement, nous observons que la vitesse moyenne des électrons décroît lorsque la densité électronique croît (panneau *b*) puisque nous imposons la même densité de courant.

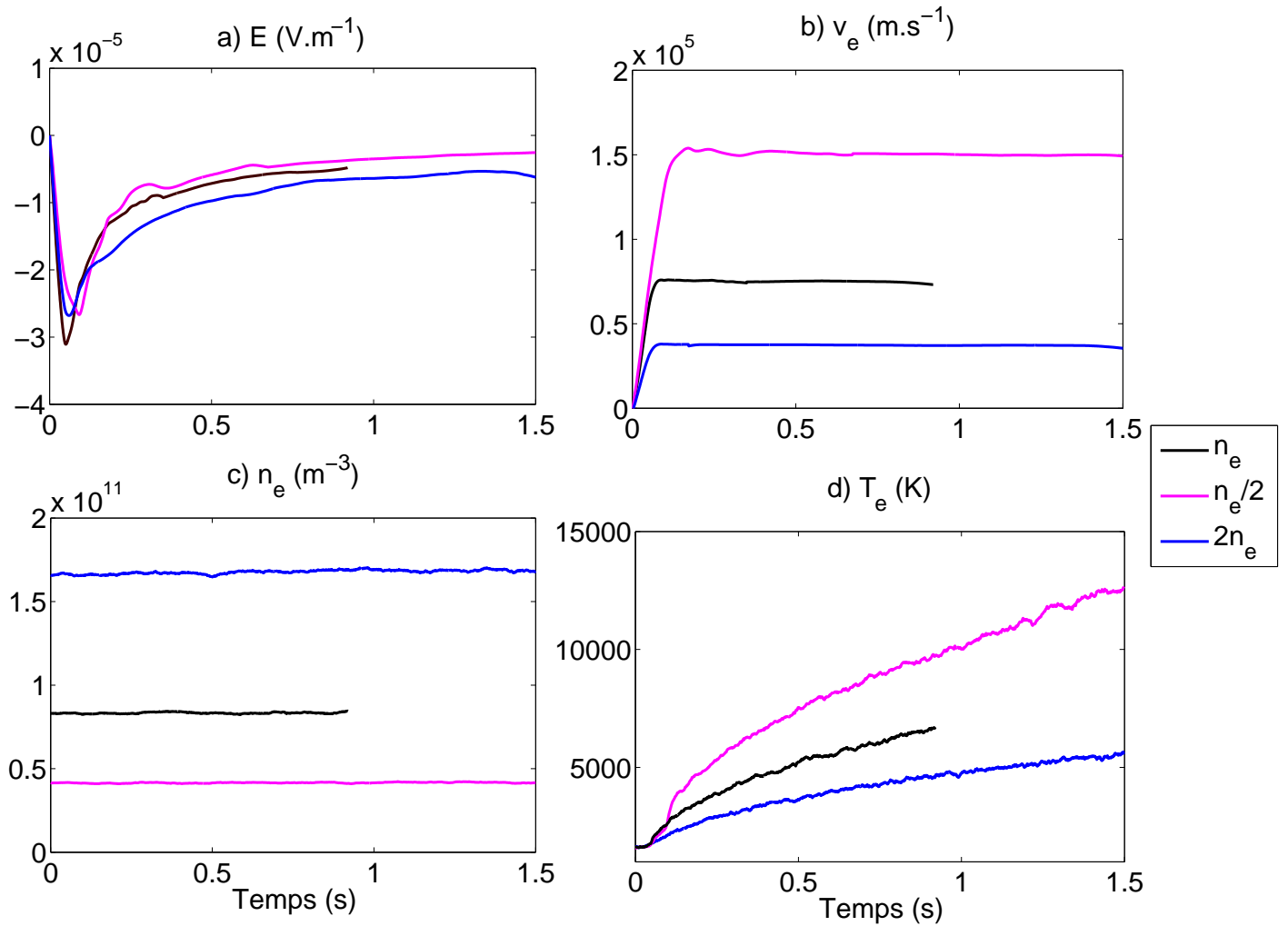


FIG. 6.6 – Comparaison des paramètres macroscopiques en fonction du temps et pour trois densités électroniques : $n_e = 4.4 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ en magenta, $n_{eb} = 8.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ en noir, $n_{ec} = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$ en bleu à 410 km d'altitude.

Concernant la température électronique (panneau *d*), nous pouvons remarquer qu'elle croît au cours du temps mais qu'elle est moins importante lorsque la densité est augmentée. En effet, la quantité d'énergie fournie par effet Joule est égale à $J \cdot E$, la densité de courant J est identique dans chaque cas, nous venons de voir que le champ électrique est légèrement augmenté ($\times 1.3$) lorsque la densité d'électrons est multipliée par 2. Ainsi, la quantité d'énergie est multipliée par 1.3 alors que la quantité de matière recevant cette énergie est multipliée par deux, donc la matière chauffée moins.

Sur la figure 6.7, nous représentons les différents moments des populations du coeur (colonne de gauche) et suprathermique (colonne de droite).

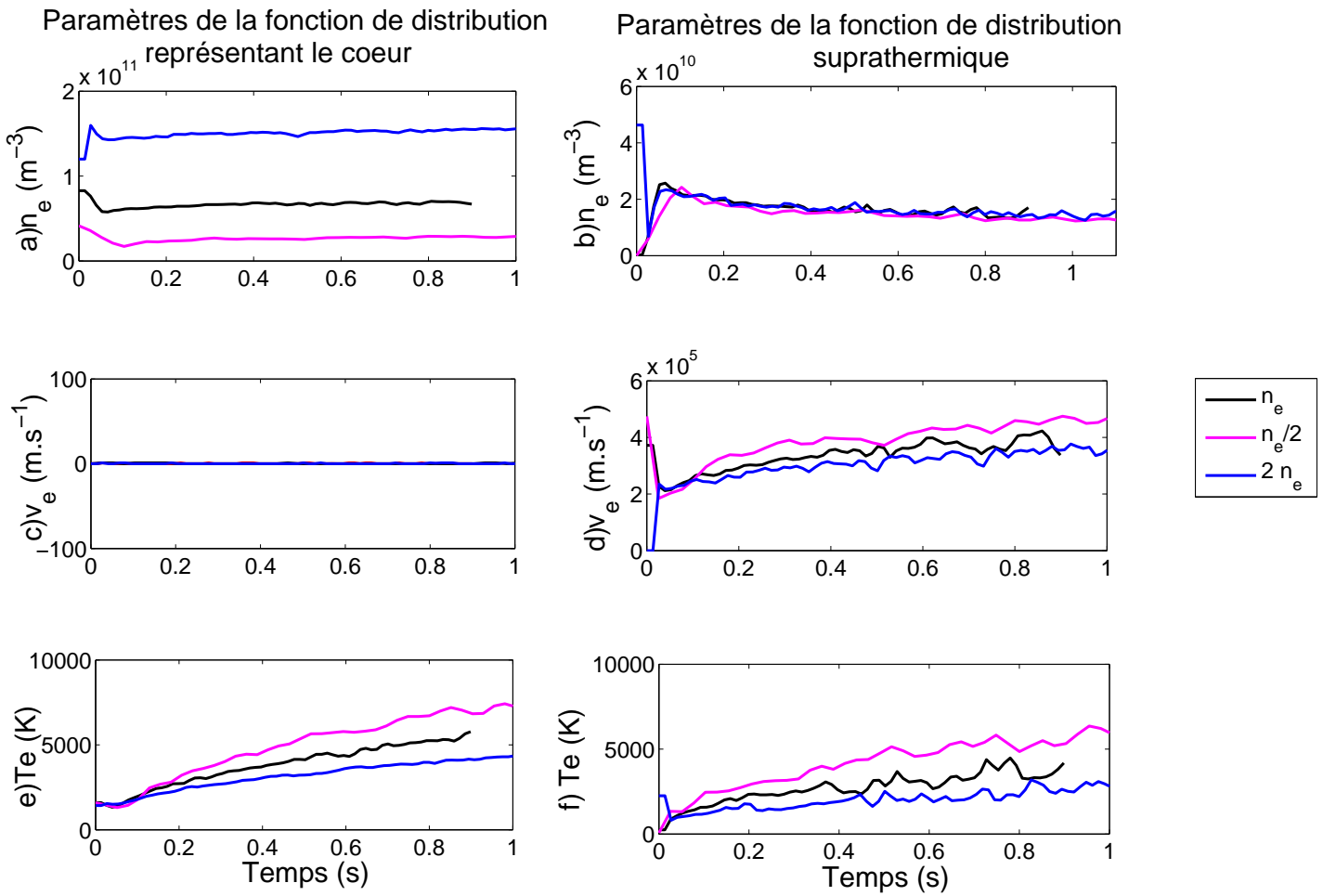


FIG. 6.7 – Comparaison des paramètres des deux maxwelliennes dans les cas de densités d'électrons égales à $4.4 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$, $8.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ et $1.6 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ à 410 km d'altitude.

Les densités du coeur du plasma suivent l'évolution de la densité globale, c'est-à-dire que lorsque la densité électronique est multipliée par 2, la densité du coeur est, elle-aussi, multipliée par 2 quel que soit le temps. Sur le panneau *a*, nous voyons qu'à $t = 0.8$ s, la densité du coeur est respectivement égale à $1.45 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$, $7.25 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ et $3.1 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ pour les cas J_{4c} , J_{4b} et J_4 . Ce qui est plus remarquable, c'est que la densité de la population suprathermique semble identique quel que soit le cas (panneau *b*). En fait, l'échelle choisie ne permet de voir les petites différences de densité entre les différents cas. La proportion d'électrons suprathermiques diminue lorsque la densité électronique totale augmente.

La vitesse moyenne des électrons suprathermiques diminue lorsque la densité augmente, car les densités de courant est constante et la densité des électrons suprathermiques diminue légèrement.

Nous pouvons voir que la diminution de la vitesse globale se traduit par une diminution de la vitesse moyenne de la population suprathermique (panneau *d*).

Nous avons vu que la température globale diminue lorsque la densité augmente. Nous constatons maintenant que ceci implique également une diminution de la température du coeur de la distribution et de la température de la population suprathermique. De plus, nous pouvons noter que la température du coeur diminue plus que celle de la population suprathermique. En effet, la pente de la température du coeur diminue de telle sorte que :

$$\frac{P_{Te_{coeur}}(n_e)}{P_{Te_{coeur}}(2n_e)} = \frac{P_{Te_{coeur}}(n_e/2)}{P_{Te_{coeur}}(n_e)} =$$

1.6 alors que la température de la population suprathermique est telle que

$$\frac{P_{Te_{suprathermique}}(n_e)}{P_{Te_{suprathermique}}(2n_e)} = \frac{P_{Te_{suprathermique}}(n_e/2)}{P_{Te_{suprathermique}}(n_e)} =$$

1.3 Ainsi, le changement de densité d'électrons influe surtout sur la température de la population du coeur car ce sont eux qui subissent le plus l'influence des collisions.

Résumé du chapitre 6 :

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence des paramètres d'entrée sur les résultats de simulation. Nous avons donc vu que l'augmentation du temps de montée du courant tend à diminuer le taux de chauffage. L'accroissement de la densité de courant entraîne une augmentation de l'ensemble des paramètres : plus d'électrons suprathermiques avec une plus grande vitesse de dérive et une température plus élevée. Lorsque la densité électronique est plus importante, le champ électrique augmente légèrement, la vitesse moyenne et la température diminuent. En regardant les paramètres des deux populations, nous nous apercevons que la densité de la population suprathermique varie faiblement mais que la vitesse moyenne des électrons suprathermiques diminue. Ainsi, en augmentant la densité électronique, on diminue la proportion d'électrons qui sont suprathermiques ainsi que leur vitesse moyenne et leur température.

Conclusions et perspectives

Au cours de cette thèse, nous nous sommes fixés l'objectif d'étudier les possibles effets cinétiques observés en présence de fortes densités de courant. Pour cela, nous avons développé un code cinétique capable de modéliser la dynamique des électrons. Trouver les méthodes à utiliser et la manière de les implémenter a été un travail important. En effet, personne ne s'était encore attaqué à ce type de problématique : un code cinétique en milieu ionosphérique. Concernant l'implémentation de l'équation de Fokker-Planck, de nombreux modèles existent (Rosenbluth et al., 1957; Manheimer et al., 1997; Kingham et Bell, 2004). Ceux-ci ont pour l'essentiel été développés afin d'étudier la fusion c'est-à-dire avec des énergies très élevées et des configurations de champ magnétique particulières. Une des nouveautés apportées par notre modèle est de résoudre l'équation de Fokker-Planck sans supposer que la forme de la fonction de distribution des électrons est maxwellienne. Nous réalisons donc les calculs d'intégrales de manière numérique. Il nous a fallu également introduire les collisions électrons neutres. Pour cela, nous avons implémenté la méthode de Monte-Carlo bien connue, notamment dans les codes cinétiques. La complexité de notre approche vient de la présence d'un champ électrique dynamique qui modifie en permanence les fréquences de collisions. La technique appelée collision nulle a été initialement introduite par Skullerud (1968) et utilisée par différents auteurs tels que Lin et Bardsley (1977); Winkler et al. (1992). Elle permet de tenir compte de l'évolution des vitesses électroniques et donc des sections efficaces. Les conditions aux limites, souvent passées sous silence, sont pourtant un des points les plus épineux que nous avons rencontrés. Nous avons donc testé les différentes solutions envisagées afin d'utiliser celles ayant le moins d'inconvénients possibles.

Cette modélisation codée en Matlab® a nécessité une part importante d'optimisation afin de gagner du temps de simulation. Cela consiste à vectoriser le plus possible les opérations, autrement dit réaliser les opérations sous forme de matrices plutôt que d'utiliser des boucles. Malgré cela, le temps de simulation était encore trop long. Nous avons alors décidé de paralléliser le code. La parallélisation consiste à réaliser un certain nombre d'opérations par plusieurs processeurs en même temps. Il a donc fallu repenser l'architecture du programme.

Grâce à ce modèle, nous sommes parvenus à montrer que sur de petites échelles spatiales, un champ électrique très faible ($5 \mu\text{V.m}^{-1}$) permettrait de maintenir des densités de courants élevées de $600 \mu\text{A.m}^{-2}$. De plus, des effets cinétiques apparaissent :

- Les fonctions de distributions des électrons sont non maxwelliennes. Une queue de distribution supra-thermique apparaît sous l'influence du champ électrique et reste présente même lorsque les fonctions de distribution chauffent sous l'influence des collisions. Des électrons runaway sont donc créés et gagnent de l'énergie au cours de la simulation.
- La présence de ces électrons runaway entraîne la modification de la conductivité. Certains électrons étant plus rapides que dans un cas fluide classique, ils subissent moins de collisions et ainsi augmentent la conductivité.
- Ces électrons portent le courant. En effet, nous nous sommes aperçus que les électrons du coeur de la distribution restent au repos tandis que la population suprathermique dérive et porte ainsi la totalité du courant. Cette population suprathermique représente environ 10 % de la densité totale.

L'étude paramétrique a montré que :

- le temps de montée du courant, c'est-à-dire le temps nécessaire pour atteindre la valeur maximale du courant est un paramètre essentiel. En effet, augmenter ce temps influe essentiellement sur les températures : la température moyenne des électrons, mais aussi celle des électrons de la population représentant le coeur de la distribution et de la population suprathermique.
- la densité de courant joue également un rôle primordial. Augmenter la densité de courant augmente l'ensemble des paramètres : la densité et la vitesse moyenne des électrons runaway et les températures électroniques des deux populations.
- la densité électronique a révélé que plus elle augmente, plus la température diminue et plus la vitesse moyenne des électrons suprathermiques diminue.

Ainsi, nous avons mis en évidence des paramètres qui vont jouer sur la forme des fonctions de distribution des électrons.

Les perspectives de travail, basées sur ce modèle cinétique sont encore nombreuses. Il faudrait dans un premier temps passer ce code dans un langage non interprété. Nous pouvons avoir quelques regrets car, malgré le soin apporté à la vectorisation, à l'optimisation et à la parallélisation du code, nous nous rendons aujourd'hui compte que le passage dans un langage non interprété est inévitable afin d'améliorer les performances du code. En effet, nous avons vu que les courants s'établissent sur des échelles de temps de cinq minutes (Noël et al., 2005). L'idéal serait donc de pouvoir reproduire cette situation.

D'autre part, l'étude de la stabilité des fonctions de distribution est également un point clé. En effet, nous avons vu que les fonctions de distribution ne sont plus maxwelliennes. En plus d'une dérive des électrons par rapport aux ions, nous avons également une dérive d'une population d'électrons dits suprathermiques par rapport à une population au repos. Ce type de configuration peut favoriser le déclenchement d'une instabilité. Pour réaliser l'étude sur la stabilité du plasma, nous pourrions utiliser un code appelé WHAMP pour "Waves in Homogeneous, Anisotropic Multicomponents Plasmas". Ce programme permet de résoudre l'équation de dispersion linéaire électromagnétique la plus générale du plasma, fournissant tous les modes de propagation des ondes dans un plasma homogène et magnétisé de fonction de distribution donnée. Ce code permettrait de répondre à plusieurs questions : quelle situation est la plus stable ? le courant porté par une seule maxwellienne ou par deux ? De même, l'étude paramétrique a montré l'influence des paramètres d'entrée sur les fonctions de distributions des électrons. Nous avons par exemple vu que l'augmentation de la densité électronique faisait diminuer la température mais aussi la vitesse de dérive. Nous pourrions vérifier à l'aide de WHAMP si l'augmentation de densité rend le plasma plus stable ou non. Autrement dit, nous pourrions étudier comment les seuils d'instabilité sont modifiés par les effets cinétiques.

Il serait également intéressant de monter plus haut en altitude. En effet, à plus hautes altitudes, les collisions sont plus rares, il y a passage d'une région de collisions à une région non collisionnelle. Nous pouvons nous demander comment le champ électrique, et par conséquent les électrons, vont évoluer avec l'altitude. La population suprathermique ne va-t-elle pas devenir un faisceau à plus haute altitude et en simulant un temps plus long ? Dans ce cas, nous pourrions étudier plusieurs types d'instabilités : d'une part, une instabilité de type courant provenant de la dérive différentielle entre les ions et les électrons et d'autre part, une instabilité de type faisceau/plasma entre les électrons ayant une faible vitesse de dérive et ceux constituant le faisceau. Cette analyse des fonctions de distribution électronique permettrait également d'appréhender le passage d'une population d'électrons thermiques observés par les radars à une population suprathermique observée par les satellites.

A plus long terme, ce code devra calculer la dynamique des électrons en direction transverse afin d'introduire les conductivités perpendiculaires et d'étudier la fermeture des courants à basse altitude. Dans ce cas, nous utiliserions pleinement la résolution tridimensionnelle en vitesse de l'équation de Fokker-Planck que nous avons développée ici. La principale difficulté réside dans la gestion des conditions aux limites. Ceci permettrait également d'envisager un couplage TRANSCAR/KIMIE afin d'étudier les modifications de conductivité sur de petites échelles spatiales. Nous pourrions également étudier les mécanismes de transfert d'énergie entre l'atmosphère et l'ionosphère. En effet, suivant la région où l'énergie d'origine magnétosphérique est déposée, la dynamique ionosphérique varie, car les mécanismes chimiques sont très sensibles à l'énergie interne du milieu.

Par ailleurs, le lancement du microsatellite TARANIS ouvre une autre thématique très excitante, celle de tous ces phénomènes énergétiques mais fugitifs ("elfes", "sprites", "sylphes") qui se produisent aux interfaces atmosphère - thermosphère - ionosphère et magnétosphère et qui étaient quasi-inconnus il y a une quinzaine d'années. Ceci implique d'autres pans de la physique dans la mesure où les électrons runaway en jeu dans ces phénomènes sont relativistes. De plus, nous ne sommes plus dans l'ionosphère mais dans l'atmosphère où la chimie joue un rôle considérable. Nous pourrions alors étudier, d'une part les couplages entre ces particules très énergétiques et les décharges électriques dues aux orages, et d'autre part, le transport de ces électrons dans l'ionosphère.

- Annexes -

Annexe A

Articles

A kinetic model for runaway electrons in the ionosphere

G. Garcia et F. Forme

Annales Geophysicae, 24, 2391-2401, 2006

A kinetic model for runaway electrons in the ionosphere

G. Garcia^{1,3} and F. Forme^{1,2}

¹Centre d'Études des environnements Terrestre et Planétaires, 78140 Vélizy, France

²Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, Versailles, France

³Université de Pierre et Marie Curie, Paris VI, France

Received: 10 November 2005 – Revised: 17 February 2006 – Accepted: 28 March 2006 – Published:

Part of Special Issue “Twelfth International EISCAT Workshop”

Abstract. Electrodynamical models and measurements with satellites and incoherent scatter radars predict large field aligned current densities on one side of the auroral arcs. Different authors and different kinds of studies (experimental or modeling) agree that the current density can reach up to hundreds of $\mu\text{A}/\text{m}^2$. This large current density could be the cause of many phenomena such as tall red rays or triggering of unstable ion acoustic waves. In the present paper, we consider the issue of electrons moving through an ionospheric gas of positive ions and neutrals under the influence of a static electric field. We develop a kinetic model of collisions including electrons/electrons, electrons/ions and electrons/neutrals collisions. We use a Fokker-Planck approach to describe binary collisions between charged particles with a long-range interaction. We present the essential elements of this collision operator: the Langevin equation for electrons/ions and electrons/electrons collisions and the Monte-Carlo and null collision methods for electrons/neutrals collisions. A computational example is given illustrating the approach to equilibrium and the impact of the different terms (electrons/electrons and electrons/ions collisions on the one hand and electrons/neutrals collisions on the other hand). Then, a parallel electric field is applied in a new sample run. In this run, the electrons move in the z direction parallel to the electric field. The first results show that all the electron distribution functions are non-Maxwellian. Furthermore, runaway electrons can carry a significant part of the total current density, up to 20% of the total current density.

Keywords. Ionosphere (Auroral ionosphere; Electric fields and currents) – Space plasma physics (Transport processes)

1 Introduction

The existence of large field-aligned current densities in narrow auroral structures has been inferred over the last years by

Correspondence to: G. Garcia
(gga@cetp.ipsl.fr)

using satellites (Cerisier et al., 1987; Berthelier et al., 1988), incoherent scatter radars (Rietveld et al., 1991) and numerical models (Noël et al., 2000). Cerisier et al. (1987) interpreted a magnetic pulse recorded by the magnetometer on board the AUREOL 3 low altitude satellite as the signature of current densities as high as $500 \mu\text{A}/\text{m}^2$ in a current sheet 20 m wide. Later on, Stasiewicz et al. (1996) reported small-scale current densities observed on board the Freja satellite of a few hundred $\mu\text{A}/\text{m}^2$. Recently the measurements made from the ØRSTED satellite has enabled the detection of fine-scale structures, as low as 75 m, in the high latitude field-aligned current system. Very intense but thin sheets or narrow filaments of field-aligned currents (FAC) up to several hundreds of $\mu\text{A}/\text{m}^2$ have been reported by Stauning et al. (2003). At higher altitudes of 1000 to 4000 km, the downward Birkeland currents are carried by suprathermal electrons at energies from 10 to 500 eV and fluxes greater than $10^9 \text{ electrons}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ (Klumpar and Heikkila, 1982; Carlson et al., 1998). Klumpar and Heikkila (1982) suggested that they are runaway electrons from the ionosphere produced by a downward field-aligned component of the electric field.

Radar observations have also suggested the existence of extremely intense current densities. A large increase in the electron temperature measured in filamentary aurora with the European incoherent scatter radar has also been interpreted as a hint of the presence of intense FAC densities (Lanchester et al., 2001). They modeled the observations with an 1-D electron transport and ion chemistry code. They concluded that, to account for the observed changes in the electron temperature, a source of electron heating was required in addition to local heating from energy degradation of precipitating electrons. They showed that Joule heating in a strong FAC of $400 \mu\text{A}/\text{m}^2$ can account for the required heat source. Strong enhancement in incoherent scatter radar spectra have also been observed by Rietveld et al. (1991) and interpreted as unstable ion-acoustic waves triggered by large FAC densities. Threshold calculations for the two-stream instability for typical ionospheric parameters lead to FAC densities carried

by thermal electrons which have to be in excess of $1000 \mu\text{A}/\text{m}^2$ (Rietveld et al., 1991). St Maurice et al. (1996) suggested that large parallel current densities carried by thermal electrons can be triggered in the ionosphere with horizontal scale sizes of a hundred meters or less.

In order to explain the large FAC in the ionosphere, Noël et al. (2000) has developed a two-dimensional model of short-scale auroral electrodynamic that uses current continuity, Ohm's law, and 8-moment transport equations for the ions and electrons in the presence of large ambient electric field to describe wide auroral arcs with sharp edges in response to sharp cut-offs in precipitation. Using an ambient perpendicular electric field of $100 \text{mV}/\text{m}$ away from the arc and for which electron precipitation cuts off over a region 100m wide, they showed that parallel current densities of several hundred $\mu\text{A}/\text{m}^2$ can be triggered together with a parallel electric field of the order of $0.1 \text{mV}/\text{m}$ around 130km altitude. In a rather similar model, Otto et al. (2003) showed that ohmic heating due to intense FAC densities up to $600 \mu\text{A}/\text{m}^2$ can lead to the formation of tall red rays. The resulting heating leads to an electron temperature in excess of 10000K in the upper F-region.

Therefore if one wants to understand the electrodynamic of the auroral arcs, the role of the ionosphere in the generation of intense parallel currents and the associated parallel electric fields is a matter of particular interest. However, it is well-known that if an electric field (not too weak) is applied to a collisional plasma, some electrons experience unlimited "runaway" acceleration (Dreicer, 1959). The reason is straightforward and well-known: the friction force acting on an electron travelling with velocity v is a non-monotonic function, having a global maximum at the thermal speed. For an electron moving faster than this speed, the collision frequency decreases with increasing velocity. Therefore, if a sufficiently fast electron starts accelerating in the electric field, the dynamical friction force decreases. A critical electric field, known as the Dreicer field E_c , has been calculated by Dreicer (1959). It is a measure of the electric field which is required if the drift velocities are to increase and exceed the most probable random speed in one free collision time. However, using the Dreicer field is only an estimate of the importance of kinetic effects because runaway still occurs for $E < E_c$ (Dreicer, 1959).

The acceleration of runaway electrons have been studied in: solar flares (e.g. Moghaddam-Taaheri and Goertz, 1990), Tokamaks (e.g. Liu et al., 1977) and red sprites (e.g. Bell et al., 1995). In the ionosphere, the large field-aligned current densities have only been modeled using fluid models (Noël et al., 2000; Otto et al., 2003; Noël et al., 2005). However, the fluid models could be altered by runaway electrons. Using typical ionospheric parameters, Otto et al. (2003) estimated the Dreicer field to be of about $E_c \approx 4 \times 10^{-5} \text{V}/\text{m}$ which is much higher than typical F-region electric fields, from Ohm's law, of about $10^{-6} \text{V}/\text{m}$. On the other hand, Noël et al. (2000) published a parallel electric field of about

$5 \times 10^{-4} \text{V}/\text{m}$ in the E region suggesting that a substantial part of the electron distribution function could be freely accelerated. Papadopoulos (1977) suggested that runaway electrons from intense FAC could create non-Maxwellian electron distribution functions (EDF) that could in turn trigger Langmuir turbulence in the ionosphere. In their hypothesis, the thermal ionospheric electrons were accelerated by a parallel electric field due to anomalous resistivity. However, a quantitative estimate of runaway electrons in the low altitude ionosphere has never been done.

This study is a first step of a kinetic model of the highly collisional low altitude ionosphere (E and low F-region). In Sect. 2, we will mainly focus on the description and the tests of the collision operators which is of a crucial importance for this study. Then, in Sect. 3, we will consider the issue of electrons moving through an ionospheric gas of positive ions and neutrals under the influence of a static electric field similar to Noël et al. (2000).

2 Description of the kinetic model

First, we are interested in charged particle collisions. In this section we will present the methods that are used to simulate these collisions. We want to investigate the interactions between charged particles in a highly collisional plasma. For this purpose, we use a Fokker-Planck approach (see Sect. 2.1.1), which describes binary collisions between charged particles with long-range interactions. Effectively, in our case, the long-range interactions are more dominant than the short-range interactions, since the coulomb logarithm $\ln \Lambda = \ln(\lambda_d / p_0) \gg 1$, where λ_d is the Debye length and p_0 is the impact parameter (Rosenbluth et al., 1957). Under typical ionospheric conditions, $\ln \Lambda$ is around 15. We also consider that the collisions are binary as the impact parameter ($p_0 \approx 4 \times 10^{-19} \text{m}$) is smaller than the mean length between particles ($d_e \approx 2 \times 10^{-10} \text{m}$).

2.1 Charged particle collision operator

2.1.1 The Fokker-Planck approach

We consider charged particles of species a interacting with species b. Species a are electrons and species b are either electrons or ions. All the particles collide, but the collisions with long-range interactions, which correspond to small pitch angle, play a more dominant role than those at a closer range.

The classical Fokker-Planck equation including electron/electron (e/e) and electron/ion (e/i) collisions (Krall and Trivelpiece, 1986) is:

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \mathbf{v}_a \cdot \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_{ext}}{m_a} \cdot \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{v}_a} =$$

$$\sum_b \left[\underbrace{\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} \cdot f_a \frac{\langle \Delta \mathbf{v}_a \rangle_b}{\Delta t}}_{\text{friction}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} \dots f_a \frac{\langle \Delta \mathbf{v}_a \Delta \mathbf{v}_a \rangle_b}{\Delta t}}_{\text{diffusion}} \right] \quad (1)$$

where f_a , the electron distribution function (EDF), is a function of position, velocity and time, \mathbf{v}_a is the electron velocity and \mathbf{F}_{ext} are the external forces (in our case the electric force).

The friction and diffusion coefficients on the right hand side of equation 1 are used in the Langevin equation (see Sect. 2.1.2). These coefficients have been given by Rosenbluth et al. (1957) and MacDonald et al. (1957):

$$\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_a \rangle_b}{\Delta t} = \Gamma_{ab} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} H_{ab} \quad (2)$$

$$\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_a \Delta \mathbf{v}_a \rangle_b}{\Delta t} = \Gamma_{ab} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} G_{ab} \quad (3)$$

where:

$$\Gamma_{ab} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \left[\frac{Z_a Z_b e^2}{m_a} \right]^2 \ln \Lambda. \quad (4)$$

The coefficients G_{ab} and H_{ab} , which govern the diffusion and dynamic friction, are scalar functions of the vector velocity \mathbf{v} :

$$H_{ab}(\mathbf{v}_a) = \frac{m_a + m_b}{m_b} \int \frac{f(\mathbf{v}_b)}{|\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b|} d\mathbf{v}_b \quad (5)$$

$$G_{ab}(\mathbf{v}_a) = \int |\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b| f(\mathbf{v}_b) d\mathbf{v}_b \quad (6)$$

where: m_a is the electron mass, m_b is the mass of the target particles, e is the elementary charge, v_a is the electron velocity, v_b is the velocity of target particles and $f(v_b)$ is the velocity distribution function of the target particles.

If the distribution functions of target particles are isotropic, only three coefficients need to be considered (Manheimer et al., 1997):

- $\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_{a\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$ the friction coefficient
- $\frac{\langle (\Delta \mathbf{v}_{a\perp})^2 \rangle_b}{\Delta t}$ the angular diffusion coefficient
- $\frac{\langle (\Delta \mathbf{v}_{a\parallel})^2 \rangle_b}{\Delta t}$ the longitudinal diffusion coefficient

The assumption of isotropic scatterers is a reasonably good approximation, since all electron collisions tend to isotropize the EDF. The thermal part of the EDF isotropizes particularly rapidly, and e-e scattering of any electron (even a fast one) is normally dominated by scattering off thermal electrons. Manheimer et al. (1997) considered the question of the limits of validity of this approximation for very anisotropic situations. They conclude that this approximation retains quantitative accuracy in situations where the EDF is single-peaked. We can infer that:

$$\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_{a\parallel} \rangle_b}{\Delta t} = -4\pi \frac{m_a + m_b}{m_b} \Gamma_{ab} \frac{\mathbf{v}_a}{v_a^3} \int_0^{v_a} v_b^2 f(v_b) dv_b \quad (7)$$

$$\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_a \Delta \mathbf{v}_a \rangle_b}{\Delta t} = \begin{vmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{vmatrix} \quad (8)$$

where: D_{11} is the half angular diffusion coefficient and D_{33} is the longitudinal diffusion coefficient

$$D_{11} = \frac{1}{2} \frac{\langle (\Delta v_{a\perp})^2 \rangle_b}{\Delta t}$$

$$D_{11} = 4\pi \Gamma_{ab} \left[\frac{1}{v_a} \int_0^{v_a} v_b^2 f dv_b - \frac{1}{3v_a^3} \int_0^{v_a} v_b^4 f dv_b + \frac{2}{3} \int_{v_a}^{\infty} v_b f dv_b \right] \quad (9)$$

$$D_{33} = \frac{\langle (\Delta v_{a\parallel})^2 \rangle_b}{\Delta t}$$

$$D_{33} = 8\pi \Gamma_{ab} \left[-\frac{1}{9v_a^3} \int_0^{v_a} v_b^4 f dv_b + \frac{1}{3} \int_{v_a}^{\infty} v_b f dv_b \right] \quad (10)$$

The analytical expressions for the diffusion coefficients with Maxwellian distribution functions are well known (Barghouthi and Barakat, 2005 and references therein). However, since we expect a non-Maxwellian EDF, we perform a numerical integration of these coefficients at each time step.

In the following, we also assume that:

- The ion distribution function is a stationary non-drifting Maxwellian, since the i/e relaxation time is longer than the e/i relaxation time ($\tau_{i/e} \approx 10^4 \tau_{e/i}$).
- The plasma is considered to be quasi-neutral.

2.1.2 The Langevin equation

In order to use the collision operators defined in the previous section and to calculate the new velocity for each electron at each time step, it is necessary to go from the Fokker-Planck equation to the Langevin equation. This equation is equivalent to the Fokker-Planck equation. To first order accuracy in Δt , the 3-D Langevin equation takes the following form:

$$\Delta \mathbf{v}_e = \frac{\mathbf{F}_{ext}}{m} \Delta t + \frac{\langle \Delta \mathbf{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t} \Delta t + \mathbf{Q} \quad (11)$$

where: $\frac{\langle \Delta \mathbf{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$ is the friction coefficient, \mathbf{F}_{ext} is the electric force, m is the electron mass and $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}$ is a random velocity vector that corresponds to the variation of the velocity in

the three direction due to the diffusion. It is chosen from the distribution (Manheimer et al., 1997):

$$\phi(\mathbf{Q}) = \frac{1}{(2\pi\Delta t)^{3/2} D_{11} D_{33}^{1/2}} \exp\left(-\frac{Q_3^2}{2D_{33}\Delta t} - \frac{Q_1^2 + Q_2^2}{2D_{11}\Delta t}\right) \quad (12)$$

where D_{11} corresponds to $\frac{1}{2} \frac{\langle(\Delta v_{a\perp})^2\rangle_b}{\Delta t}$ (Eq. 9) and D_{33} to $\frac{\langle(\Delta v_{a\parallel})^2\rangle_b}{\Delta t}$ (Eq. 10). The friction tends to slow down the electrons whereas Q scatters them.

2.1.3 The conservation of energy and linear momentum

The Fokker-Planck equation (1) conserves momentum and energy. However, the numerical implementation of e/e and e/i scattering can lead to small deviation from energy and momentum conservation. The diffusion coefficient of the Langevin equation implies the choice of a random velocity \mathbf{Q} in a distribution. On average, these increments will conserve the energy and momentum. However, we use a finite number of particles N and as a consequence an error of \sqrt{N} can always occur. Since the drift velocity is small compared to the thermal velocity, the error is negligible. However, we make corrections to restore the conservation laws. We calculate the energy before and after the scattering, and then, we renormalize the velocity for each electron (Manheimer et al., 1997):

$$\mathbf{v}_{e,new} = \sqrt{\frac{W_j}{W'_j}} \mathbf{v}_e \quad (13)$$

where W_j is the total kinetic energy of the electrons before the collisions and W'_j is the total kinetic energy after the collisions.

2.2 The electron/neutral collisions: Monte-Carlo method

Since we want to model collisions in the ionospheric E-region, we must include electron/neutral (e/n) collisions. The simulation procedure must give us the time interval between each pair of collision and the change in the electron velocity due to each collisions (Winkler et al., 1992). For a collision with a collision frequency ν that is independent of the relative velocity, the probability that a test particule will suffer no collision for a time interval t is given by:

$$P(t) = \exp(-\nu t) \quad (14)$$

If the collision frequencies were constant, the time interval between collisions would be generated by using:

$$t = -\frac{1}{\nu} \log(R) \quad (15)$$

where R is a random number with a uniform probability between 0 and 1 (Lin and Bardsley, 1977).

However for the collisions that we are considering, the total cross section of interaction is speed-dependent, and the

collision frequency is consequently a function of energy. The time interval therefore depends on the continually changing relative velocity of the colliding particles, so that the simple expression for the probability that the time between two collisions has the value t given by Eq. (15) is no longer valid. To correct the speed dependence difficulty, we use a “null collision” approach, described in the next section and a Monte-Carlo method.

2.2.1 Time of free flight: “null collision” approach

The time of free flight t_f (Skullerud, 1968; Lin and Bardsley, 1977) is:

$$t_f = -\frac{\ln(r_f)}{\nu_{tot}} \quad (16)$$

where:

– r_f is a random number chosen from a uniform distribution in the range between 0 and 1 (i.e. [0,1])

– and,

$$\nu_{tot} = \nu + \nu_{null} = constant \quad (17)$$

where, ν is the total e/n collision frequency (elastic and inelastic) and ν_{null} is the null collision frequency. The null collision frequency is chosen in such a way to keep ν_{tot} constant, i.e. ν_{tot} is the maximal collision frequency in the considered energy range.

The classical ν_{tot} is the sum of all the collision frequencies e.g. elastic and inelastic collision frequencies. We introduce a null collision frequency since the electron velocity varies as a function of time.

2.2.2 Types of collisions

The probability of each collision is:

$$P_{el}^{coll} = \frac{\nu_{el}}{\nu_{tot}} \quad (18)$$

$$P_{in}^{coll} = \frac{\nu_{in}}{\nu_{tot}} \quad (19)$$

$$P_{null}^{coll} = \frac{\nu_{null}}{\nu_{tot}} \quad (20)$$

with $P_{el}^{coll} + P_{in}^{coll} + P_{null}^{coll} = 1$, where ν_{el} , ν_{in} and ν_{null} are the elastic, inelastic and total collision frequency, respectively.

The P_{el}^{coll} , the P_{in}^{coll} and the P_{null}^{coll} are the probabilities to have an elastic, inelastic and no collision, respectively.

We model the elastic and inelastic collision frequency:

$$\nu_{el} = n_n \sigma_{el} v_e \quad (21)$$

$$\nu_{in} = n_n \sigma_{in} v_e \quad (22)$$

where n_n is the neutral density, σ_{el} , σ_{in} are the tabulated elastic and inelastic collision cross-sections and v_e is the electron velocity.

Elastic and inelastic cross-section as a function of electron velocity are given by Hubner et al. (1992). We assume that the neutrals are at rest. When an electron undergoes an elastic collision, its energy is conserved. So, we only diffuse the electron velocity in space (Yousfi et al., 1994):

$$v_x = v(-\sin \chi \sin \eta \sin \phi + \sin \chi \cos \eta \cos \theta \cos \phi + \cos \chi \sin \theta \cos \phi) \quad (23)$$

$$v_y = v(\sin \chi \sin \eta \cos \phi + \sin \chi \cos \eta \cos \theta \sin \phi + \cos \chi \sin \theta \sin \phi) \quad (24)$$

$$v_z = v(-\sin \chi \cos \eta \sin \theta + \cos \chi \cos \theta) \quad (25)$$

where:

- $\eta=2\pi r_\eta$ where r_η is a random number chosen between 0 and 1. This results in η being uniformly distributed in the range of $[0, 2\pi]$.
- The angle of deflection χ is assumed to be isotropic and chosen in the range $[0, \pi]$
- The angles θ and ϕ are the polar and azimuthal angle in the laboratory frame of the incident velocity vector, \mathbf{v} , respectively.

For an inelastic collision, the electrons will lose some of their energy. To determine the amount of lost energy, we tabulate the most likely reactions. Each reaction is energy dependent, therefore a knowledge of the energies that are involved is required. For loss of energy, we can calculate the corresponding loss of velocity, v_l . The new velocity of the electron will be:

$$|v_{new}| = |v_{old}| - |v_l| \quad (26)$$

where:

- v_{new} is the electron velocity after the collision
- v_{old} is the electron velocity before the collision
- v_l is the velocity loss due to inelastic collision. It is tabulated in Gerjuoy and Stein (1955) and Gilmore (1965).

The electrons are then scattered in space using the same method as for the elastic collisions (23, 24, 25).

2.3 Test of the collision operator

In this section, we present numerical results as a test case of our collisions operators. The test involves the relaxation of an initially square distribution. We know that a square distribution has to relax towards a Maxwellian because of e/e and e/i collisions. We use $n_e=n_i=5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$, $T_e=T_i=1500 \text{ K}$. We use 3×10^4 particles to represent the electrons. The electrons are scattered at intervals $\Delta t=10^{-4} v_0^{-1}$ where v_0 is the e/i collision frequency equal to 60 s^{-1} .

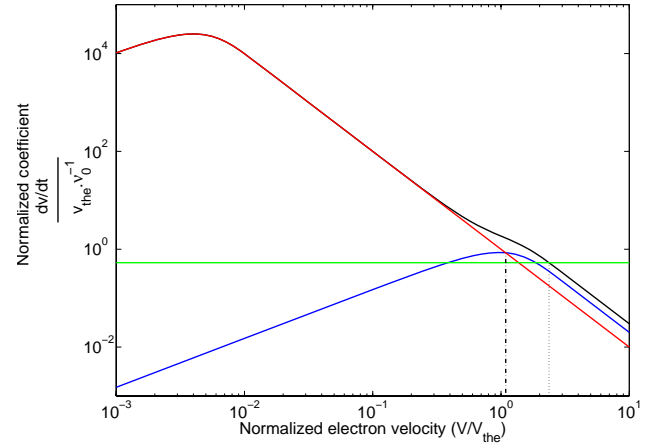


Fig. 1. The coefficient of friction due to e/e and e/i collisions are shown in blue and red, respectively. The coefficients are plotted as a function of normalized electron velocity. The total coefficient of friction is shown in black. The dashed-dotted line shows where e/e and e/i coefficients of friction are equal. The dotted line depicts the limit where the electric force is equal to the frictional force.

2.3.1 Time-evolution of the distribution function

In order to test the Fokker-Planck operator, the e/e and e/i collisions are the only physical processes considered in this simulation. We will study the time-evolution of an initial non-Maxwellian rectangular EDF in velocity space. In the Fig. 1, we plot the frictional coefficients $\left(\frac{\langle \Delta v_{e\parallel} \rangle}{\langle \Delta t \rangle}$ and $\frac{\langle \Delta v_{e\parallel} \rangle_e}{\langle \Delta t \rangle}$) in function of the electron velocity. The frictional term is much more important for weak velocities. The maximum of the friction coefficient is obtained when $v=v_{thi}=5.8 \times 10^{-3} v_{the}$.

In Fig. 2, panel a, we present the EDF as a function of time. At early times ($0.1-0.5 v_0^{-1}$), the distribution function becomes rounded but is still non-Maxwellian. Representing the logarithm of the distribution function as a function of the squared velocity, a Maxwellian distribution function would be represented by a straight line. The distribution does not change very much at low energy however the tail begins to sprawl at higher energy. The maximum of the squared velocity increases from $2.4 v_{the}^2$ over to $3 v_{the}^2$ between $t=0.5$ and $t=10 v_0^{-1}$. This means that the maximum electron energy increases from 0.3 eV to 0.4 eV . The frictional and diffusion coefficients (Eqs. 7 to 9) decrease rapidly with particle speed v (Fig. 1), so we expect the system to approach equilibrium faster for the electrons that are in the low-energy range, and slower for those in the high-energy tails.

At $t=0.5 v_0^{-1}$, the EDF is close to the final Maxwellian in the thermal range but the high energy tail remains non-Maxwellian. At time, $t=1 v_0^{-1}$, the EDF is Maxwellian over the entire energy range.

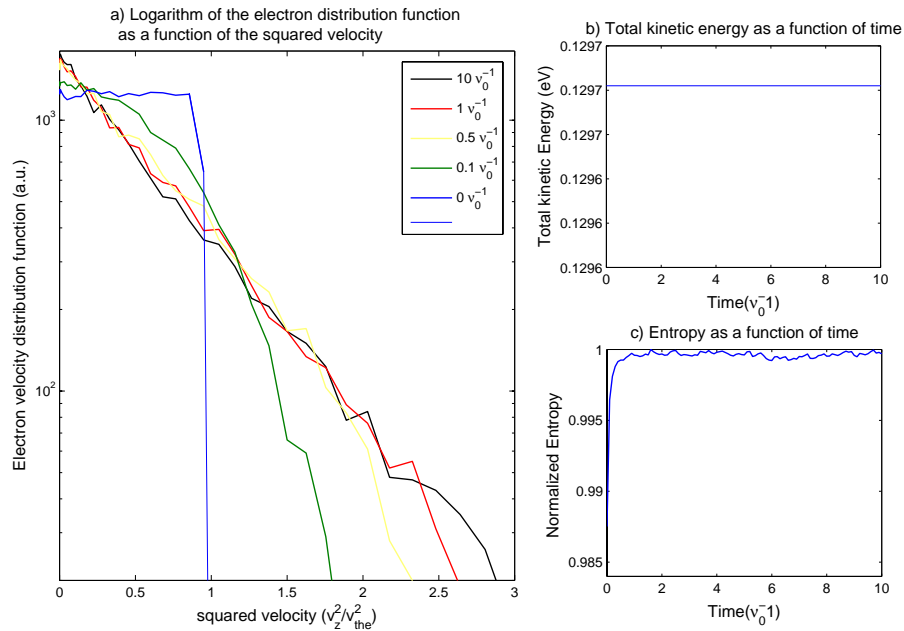


Fig. 2. Characteristics of the electrons for different times when we apply only electron/electron and electron/ion collisions: (a) the electron distribution function in logarithmic scale versus normalized squared velocity. The different colors represent different times during the simulation (b) the total kinetic energy as a function of normalized time (c) the entropy as a function of normalized time (c).

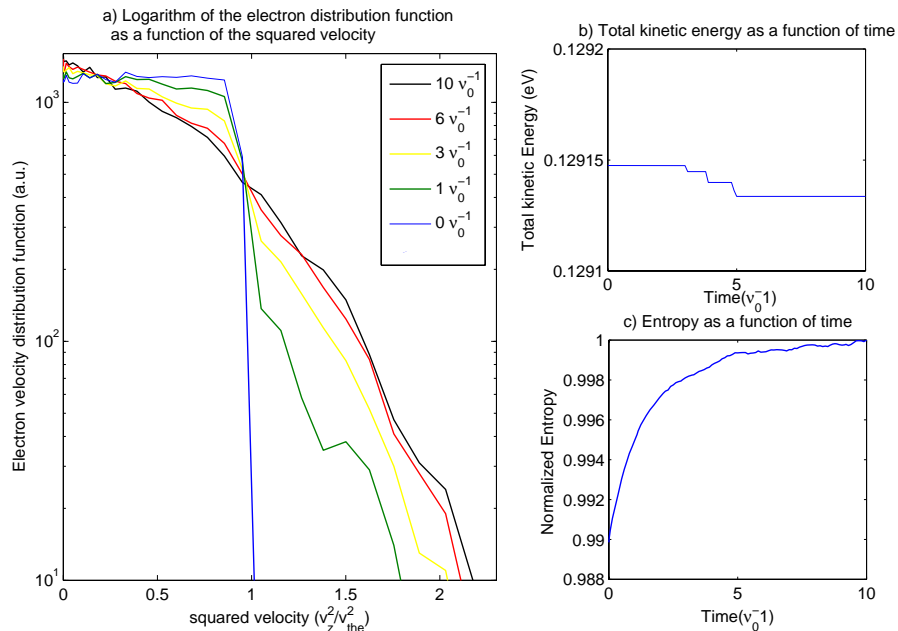


Fig. 3. Characteristics of the electrons for different times when only e/n collisions are considered: (a) The electron distribution function in logarithmic scale versus normalized squared velocity. The different colors represent different times during the simulation (b) The total kinetic energy as a function of normalized time (c) The entropy as a function of normalized time (c).

In Fig. 2, panel b, we show that the total kinetic energy is conserved. This can be seen as a horizontal line as a function of time.

In Fig. 2, panel c, we present entropy as a function of time. We observe that the entropy increases strongly up to $0.6 \nu_0^{-1}$ and then stabilizes. This is due to the fact that the modifications that are occurring in the tail of the distribution are too small to influence the entropy.

The second numerical simulation that we undertook was to examine the effects of the neutral collision operator on the EDF. This was achieved by only considering e/n collisions. We assumed the neutral species to be N_2 with a number density of 10^{15} m^{-3} . The numerical results are shown in Fig. 3.

One may see that the time to get a Maxwellian is longer than in the case of e/e and e/i collisions. We can consider that the relaxation time is $3 \nu_0^{-1}$, since the EDF is rounded and does not evolve significantly after $t = 3 \nu_0^{-1}$ (Fig. 3, panel a). The e/n collision frequency is $\frac{\nu_0^{-1}}{3}$ as a consequence, the relaxation time should be of the order of $3 \nu_0^{-1}$. We should also notice that the “final” distribution is isotropic but not Maxwellian. Indeed, the e/n collisions tend to isotropize the distribution but there are no frictional forces thereby preventing the EDF from becoming Maxwellian.

The energy panel (Fig. 3, panel b) shows that energy is no longer conserved. The inelastic collisions act to decrease the energy but the inelastic collision frequency is so small that the reduction of the total kinetic energy is weak.

The entropy (Fig. 3, panel c) also increases quickly up to $3 \nu_0^{-1}$. For times larger than this, the entropy increases slowly. So, this fact confirms that $3 \nu_0^{-1}$ is the relaxation time to the equilibrium.

The results presented in this section show that our choice of collision operator is justified. Furthermore, the time scales seem very reasonable as the relaxation time for the e/i and e/n collisions are of the order of $1 \nu_0^{-1}$ and a few ν_0^{-1} , respectively. We can also keep in mind that the loss of energy is due only to the inelastic e/n collisions.

3 Simulation model

Our goal was to investigate the dynamical behavior of the electron under the influence of an applied static electric field. At each time step, we calculate the EDF as a function of altitude. The parameters used in the model were chosen to be consistent with typical ionospheric values at 200 km altitude. Since our simulation is 1-D in space and 3-D in velocity, the lower boundary was chosen so that the perpendicular conductivities could be neglected. The perpendicular conductivities are dominant below 200-km altitude. We do not take into account the magnetic field since the electrons

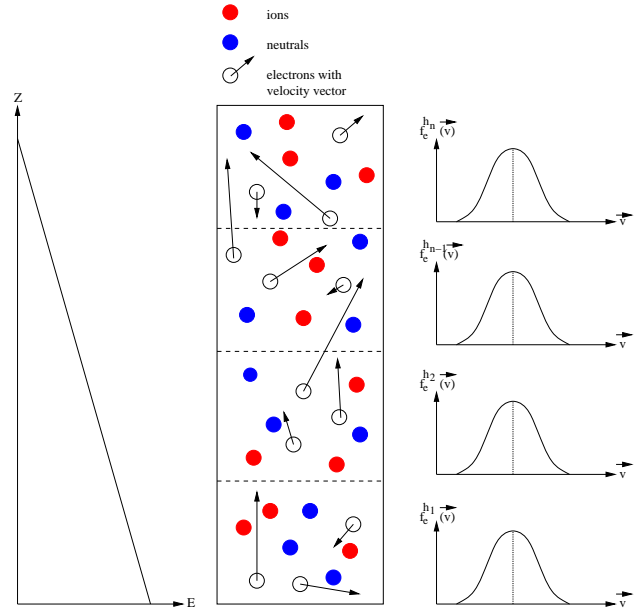


Fig. 4. Schematic illustration of the model for a plasma in the presence of an electric field aligned in the z -direction. The electric field decreases with height. The particles’ velocities are 3-D even though the model is spatially 1-D. When a particle hits one of the boundaries, it is re-injected into the system according to the electron velocity distribution function $f_e^{hi}(v_x, v_y, v_z)$. These boundary conditions are described in details in Sect. 3.1.

are strongly magnetized and can be regarded as firmly attached to a given magnetic field line. This is a good approximation as long as the electron Larmor radius is very small compared to any macroscopic length scale. We also neglect the perpendicular electric field that may exist at these altitudes. It is well known that when a perpendicular electric field, of more than 50 mV/m is present, the ion velocity distribution function (IDF) becomes non-Maxwellian (Hubert, 1982 and Winkler et al., 1992). As a first approximation, the non-Maxwellian IDF can be represented by a bi-Maxwellian. In order to quantify the possible effects on the coefficients D we have calculated the resulting friction and diffusion coefficients (not shown here). For velocities higher than the ion thermal velocity (about $10^{-2} V_{the}$) the coefficients remain the same. The major effect of a non-Maxwellian IDF is a decrease of the diffusion and the friction coefficients below $10^{-2} V_{the}$. The friction coefficient being reduced, we can expect that more runaway electrons will be created. Therefore our results should underestimate the number of runaway electrons. A schematic representation of our model is presented in Fig. 4.

The 1-D simulation region of length ($H=100$ km) is divided into spatial cells of length h . The length of each cell was chosen so that it was less than a mean free path ($h=2.5$ km). The plasma in each cell is assumed to be

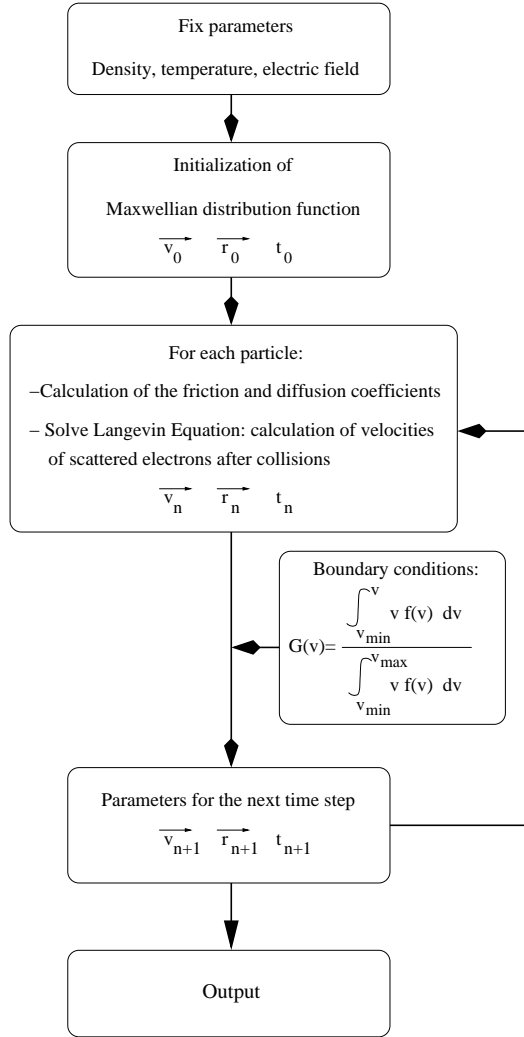


Fig. 5. A diagram of the computational scheme used in the paper.

uniform. Initially, particles are distributed randomly in each cell and in velocity space in terms of given plasma conditions such as density profile and temperature profile. We use $T_e=2000$ K, $T_i=1000$ K, the density is decreasing linearly as we move from the bottom of the box to the top. The electron and ion density varies from 10^{11} to $5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ while the neutral density varies from 2×10^{15} to $3 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$. For the sake of simplicity we consider only one species of ion and neutral. The ion and neutral species being respectively O^+ and N_2 . We apply a parallel electric field (z aligned), which decreases from 3×10^{-5} to 0 V/m . The electric field was chosen from Noël et al. (2000), their Fig. 6.

The electrons are scattered by electron/electron, electron/ion and electron/neutral collisions and the new velocity is calculated using the Langevin equation with a time step, $\Delta t = 10^{-4} v_0^{-1}$ ($v_0 = 78 \text{ s}^{-1}$). After the calculation of the new

electron velocities, the electrons positions are found using:

$$z = z_0 + v_{z, new} \Delta t. \quad (27)$$

We only take into account motions along the z -direction. All the parameters are assumed to be homogenous in the perpendicular plane. We calculate the new EDF that needs to be taken into account in the Fokker-Planck equation. For each time step, the EDF is computed for each altitude and called $f(z, v, t + \Delta t)$. The EDF is obtained by computing the histogram for all velocities of the particles present in $[z, z+h]$. We can then use the EDF to compute the friction and diffusion coefficients. In Fig. 5, we present a schematic of the computational scheme that was employed.

3.1 Boundary conditions

When a particle reaches the boundaries ($z=0$ or $z=H$) i.e. when it leaves the simulation region, we inject a new particle to conserve the overall density within the simulation box. We choose the velocity of the injected particle with the repartition function given by:

$$G(v, z, t) = \frac{\int_{v_{min}}^v v f(v, z, t) dv}{\int_{v_{min}}^{v_{max}} v f(v, z, t) dv} \quad (28)$$

In the case that the particle reaches $z=H$, the new particle is injected in the range $[0, h]$. The new velocity is chosen according to $G(v, z, t)$ where $f(v, z, t)$ corresponds to $f(v, 0, t)$. In the other case, where the particle reaches $z=0$, the new particle is injected in the range $[H, H-h]$ with a new velocity chosen with $G(v, z, t)$ where $f(v, z, t)$ is $f(v, H, t)$. The new altitude in the predetermined range is chosen randomly.

3.2 Results

In Fig. 6, we present the EDF for three different altitudes at different times ($0, 1, 10, 25, 50$ and $90 v_0^{-1}$). The three different altitudes correspond to the bottom, middle and top of the simulation box ($2.5, 50, 100 \text{ km}$). In Fig. 6, panel a, the drift velocity, defined as $v_d = \int v f(v) dv$, increases from $v_d = 0 v_{the}$ at $t = 0 v_0^{-1}$ to $v_d = 0.15 v_{the}$ at $t = 90 v_0^{-1}$. The EDF slowly shifts towards positive velocities as time increases. It may also be noticed that the slope of the EDF decreases as the electrons are heated by Ohmic dissipation. The EDF remains symmetric with respect to the maximum of the EDF: each tail sprawls symmetrically.

As time increases, electrons from the low altitude sub-boxes can reach the middle altitudes. Fig. 6, panel b, shows the EDF at $z=50 \text{ km}$. The drift velocities are $v_d = 0 v_{the}$ at $t = 0 v_0^{-1}$ and $v_d = 0.20 v_{the}$ at $t = 90 v_0^{-1}$. This clearly shows that the electrons have been accelerated from the lower altitudes. In addition, the tails begin to sprawl as a function of time due to two effects:

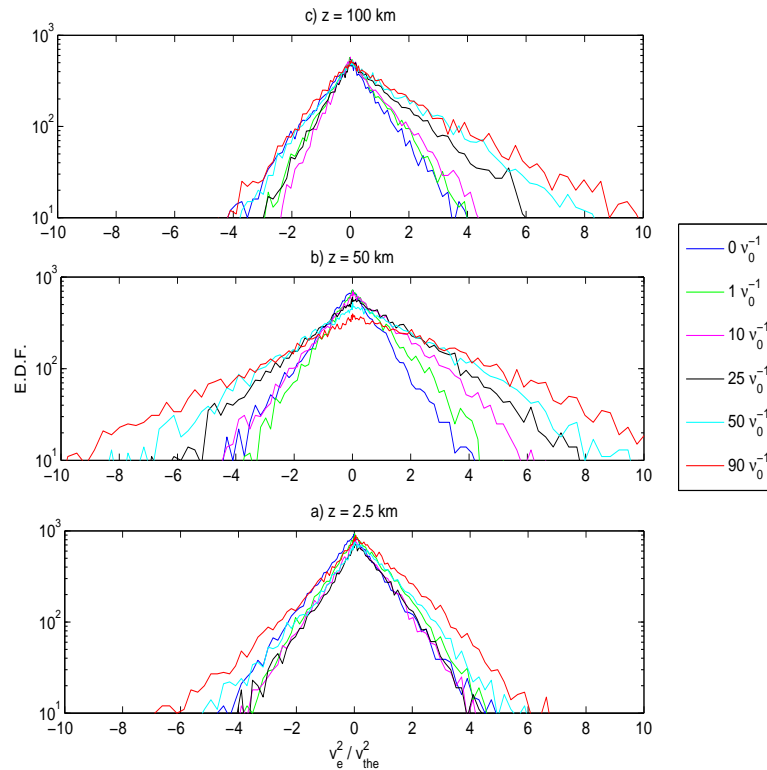


Fig. 6. Velocity distribution functions as a function of normalized squared velocity. The distribution functions corresponding to three different altitudes (from the bottom to the top panel respectively 2.5, 50 and 100 km) are shown for different times (0, 1, 10, 25, 50 and $90 v_0^{-1}$) using different color.

- Ohmic dissipation tends to enlarge the EDF symmetrically and,
- The runaway effect acts on electrons having positive velocities, thus creating a slight asymmetry between the two tails of the EDF. The tail in the semi-space $v > 0$ is larger than the one in $v < 0$. This is apparent at $t = 90 v_0^{-1}$.

The distortion of the EDF due to the runaway effect can be clearly seen at the upper most altitude (Fig. 6 panel c). The drift velocity increases from $v_d = 0 v_{the}$ at $t = 0 v_0^{-1}$ to $v_d = 0.25 v_{the}$ at $t = 90 v_0^{-1}$. Freely accelerated electrons from the lower altitudes create a high energy tail of the EDF. After $25 v_0^{-1}$, the distribution is clearly non-Maxwellian. For $t > 50 v_0^{-1}$, the tails are very asymmetric. This confirms the presence of runaway electrons.

The EDF are quite different along the box, but they are all non-Maxwellian. The runaway electrons can be seen more easily at higher altitudes.

In Fig. 7, panel a, we present the total current density as a function of time for the same altitudes shown in Fig. 6. We can see that for every altitude, the current density increases very rapidly at the beginning but slows as time proceeds and

eventually becomes constant. At higher altitudes, the first stage is longer as it takes more time for the electrons of the bottom altitude to reach the top of the box. The final current density is around $700 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ for each altitude, which is similar to those reported by Noël et al. (2000).

Then, we are interested in the runaway current density. In order to differentiate between the current carried by thermal electrons and the current carried by runaway electrons we need to compute the runaway current density. This is done by using Fig. 1. In Fig. 1, to the left of the dotted line corresponding to $v_e < 2.37 v_{the} = 0.7 \text{ eV}$ the frictional force is dominant therefore the electric force can be neglected. For velocities larger than $2.37 v_{the}$ corresponding to the region on the right of the dotted line, the electric force dominates. As a consequence, the electrons are accelerated for velocities larger than $2.37 v_{the}$. These electrons are called the runaway electrons and the current that they carry is the runaway current density.

We use this critical velocity (corresponding to 0.7 eV) to determine whether or not the electron is a runaway and in order to calculate a runaway current density. In Fig. 7. panel b, we can see that the runaway current density increases with time at each altitude: the electric field accelerates the electrons and so the runaway current density increases. We

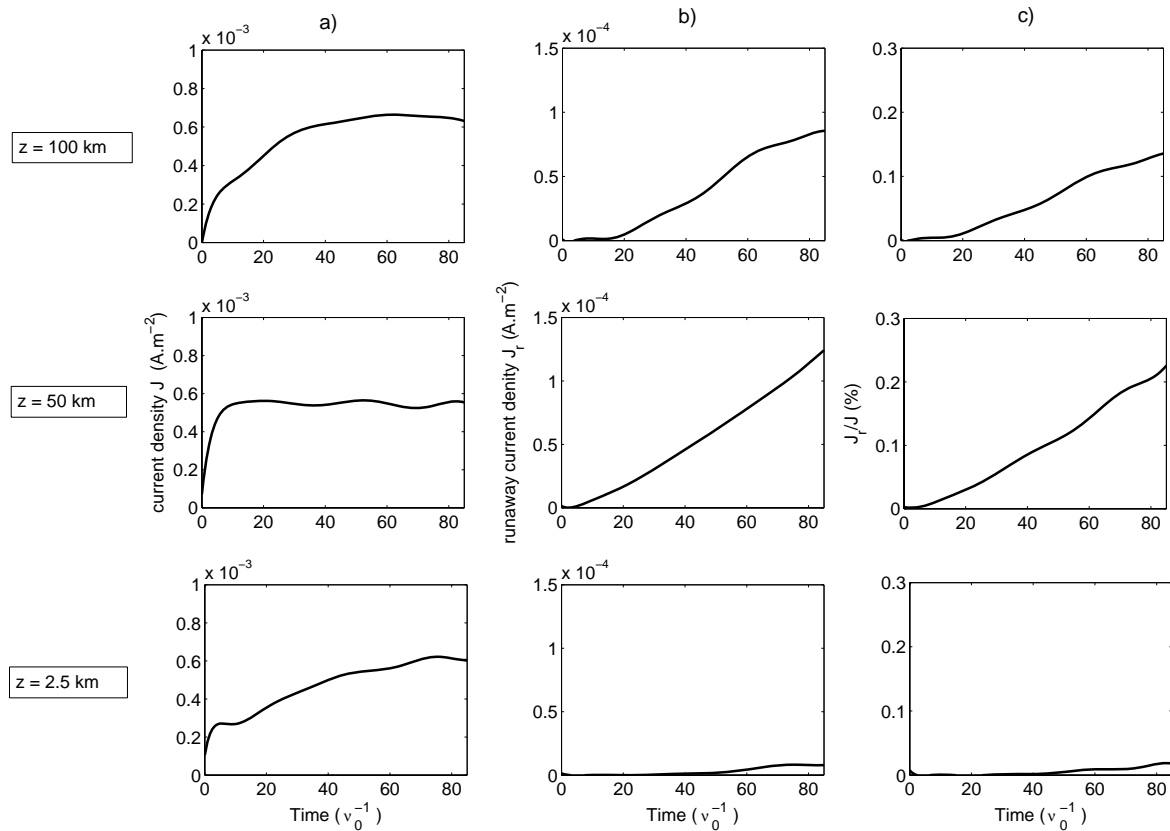


Fig. 7. The left column of panels represents the total current density as a function of normalized time. The middle column represents the runaway current density as a function of normalized time. The right column of panels shows the ratio of the runaway current density over the total current density as a function of normalized time. For the three columns, the top panels correspond to 100 km altitude, the middle panels to 50 km and the bottom panels to 2.5 km.

observe that the maximum runaway current density is about $100 \mu \text{A}/\text{m}^2$. The ratio of runaway current density to the total current density is also of interest (see Fig. 7, panel c). In this plot, we represent the evolution of the ratio of the runaway current density to the total current density as a function of time for each altitude. We see that the ratio of runaway continues to increase particularly at high altitudes. The runaway electron can carry up to 20% of the total current density.

4 Summary and conclusion

The primary goal of this paper was to study electrons moving through a simplified ionospheric gas composed of ions and neutrals under the influence of a static electric field. To achieve this goal, a model representing the collisions between the charged particles and neutrals was developed. The model consists of two parts. The first part involves a kinetic description based on the Langevin equation, whose coefficients are determined using the Fokker-Planck equation. This part of the model, considering e/e and e/i collisions, gives the new electron velocities and the new EDF.

The second part is a Monte-Carlo method using a “null collision” approach. This part of the model deals with the elastic and inelastic electrons/neutrals collisions. These collisions cause the energy loss of the electrons. These collisions also tend to isotropize the EDF.

We have presented two examples. The first one without electric field shows that the relaxation of the EDF towards a Maxwellian is realized with respect to the theoretical relaxation time. It also provides a good illustration of the different impacts of electrons/electrons and electrons/ions collisions in relation to electrons/neutrals collisions. The second example is a simplified model of the auroral ionosphere between 200 km and 300 km altitude. A decreasing parallel electric field from the bottom of the box to the top is applied with a maximum value of $0.03 \text{ mV}/\text{m}$. This value has been chosen in order to reproduce the results published by Noël et al. (2000). It is shown that a significant distortion of the EDF due to the runaway effect occurs on a time scale of about $20 v_0^{-1}$, corresponding to 0.25 s. In other words, the EDF are non-Maxwellian all along the simulation box although the distortion of the EDF is more pronounced at higher altitudes. The maximum current density calculated in this run is

$700 \mu\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ which agrees with Noël et al. (2000). Runaway electrons can carry up to 20 % of the total current density. Our results suggest that the conclusions of the fluid models could be significantly altered by kinetic effects such as the runaway effect.

This paper focussed mainly on the collision operators used to model the ionosphere. We have used these operators in a simple 1-D model of the ionosphere. In the future, the electric field will be computed self-consistently. In addition, a 2-D model is under study in order to include a perpendicular electric field and the perpendicular motion of the charged particles. We also plan to simulate altitudes below 200 km where the current closure takes place. Then we will be able to include the magnetic field. Since the ion distribution is assumed to be stationary in our model, the time-evolution of the ion mean temperature, density and drift velocity need to be computed. We plan to do this using the fluid equations with the electron parameters (n_e , T_e) calculated from our kinetic model.

Acknowledgements. The authors would like to acknowledge J.-P. St-Maurice for useful comments and P. Guio for his helpful suggestions on boundary conditions.

Topical Editor M. Pinnock thanks I. A. Barghouti and J.-M. Noël for their help in evaluating this paper.

References

- Cerisier, J.-C., Machard, C., and Pottellette, R.: MHD turbulence generated by time-varying field-aligned currents, *J. Geophys. Res.*, 92, 11 225–11 230, 1987.
- Dreicer, H.: Electron and Ion Runaway in a Fully Ionized Gas I*, *Phys. Rev.*, 115 (2), 238–249, 1959.
- Gerjuoy, E. and Stein, S.: Rotational Excitation by Slow Electrons, *Phys. Rev.*, 97 (6), 1671–1679, 1955.
- Gilmore, F. R.: Potential energy curves for N_2 , NO , O_2 and corresponding ions, *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, 5 (2), 369–389, 1965.
- Hubner, W. F., Keaby, J. J., and Lyon, S. P.: Solar photorates for planetary atmospheres and atmospheric pollutants, *Astrophysics and Space science*, 195 (1), 1–294, 1992.
- Klumpar, D. M. and Heikkila, W. J.: Electron in the ionospheric source cone: Evidence of runaway electrons as carriers of downward Birkeland currents, *Geophys. Res. Lett.*, 9, 873–876, 1982.
- Krall, N. A. and Trivelpiece, A. W.: Principles of plasma physics, San Francisco Press, Inc, San Francisco, 1986.
- Lanchester, B. S., Rees, M. H., Lummerzheim, D., Otto, A., Sedgemore-Schulthess, K. J. F., Zhu, H., and McCrea, I. W.: Ohmic heating as evidence for strong field-aligned currents in filamentary aurora, *J. Geophys. Res.*, 106 (A2), 1785–1794, 2001.
- Lin, S. L. and Bardsley, J. N.: Monte Carlo simulation of ion motion in drift tubes, *J. Chem. Phys.*, 66 (2), 435–445, 1977.
- MacDonald, W. M., Rosenbluth, M. N., and Chuck, W.: Relaxation of a System of Particles with Coulomb Interaction, *Phys. Rev.*, 107 (2), 350–353, 1957.
- Manheimer, W. M., Lampe, M., and Joyce, G.: Langevin Representation of Coulomb Collisions in PIC Simulations, *J. Comput. Phys.*, 138, 563–584, 1997.
- Noël, J.-M. A., St-Maurice, J.-P., and Blélly, P.-L.: Nonlinear model of short-scale electrodynamics in the auroral ionosphere, *Ann. Geophys.*, 18, 1128–1144, 2000.
- Otto, A., Lummerzheim, D., Zhu, H., Lie-Svendsen, O., Rees, M., and Lanchester, B.: Excitation of tall auroral rays by ohmic heating in field-aligned current filaments at F region heights, *J. Geophys. Res.*, 108 (A4), 8017, doi:10.1029/2002JA002423, 2003.
- Papadopoulos, K.: A review of anomalous resistivity for the ionosphere, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 15, 113–127, 1977.
- Rietveld, M. T., Collis, P. N., and St Maurice, J.-P.: Naturally enhanced ion-acoustic waves in the auroral ionosphere observed with the EISCAT 933-Mhz radar, *J. Geophys. Res.*, 96 (A11), 19 291–19 305, 1991.
- Rosenbluth, M. N., MacDonald, W. M., and Judd, D. L.: Fokker-Planck Equation for an Inverse-Square Force*, *Phys. Rev.*, 107 (1), 1–6, 1957.
- St Maurice, J.-P., Kofman, W., and James, D.: In situ generation of intense parallel electric fields in the lower ionosphere, *J. Geophys. Res.*, 101 (A1), 335–356, 1996.
- Stasiewicz, K., Holback, B., Krasnoselskikh, V., Boehm, M., Bostrom, R., and Kintner, P. M.: Parametric instabilities of Langmuir waves observed by Freja, *J. Geophys. Res.*, 101 (A10), 21 515–21 526, 1996.
- Stauning, P., Primdahl, F., Christiansen, F., and Watermann, J.: Detection of high-altitude fine-scale field-aligned current structures from the ØRSTED Satellite, *OIST-4 Proceedings*, 167–174, 2003.
- Winkler, E., St Maurice, J.-P., and Barakat, A.: Results from improved Monte-Carlo Calculations of Auroral Ion Velocity Distributions, *J. Geophys. Res.*, 97, 8399–8423, 1992.
- Yousfi, M., Hennad, A., and Alkaa, A.: Monte Carlo simulation of electron swarms at low reduced electric fields, *Phys. Rev. E*, 49 (4), 3264–3273, 1994.

A kinetic model of ionospheric return currents

G. Garcia et F. Forme

soumis à Geophys. Res. Lett., 2007

A Kinetic Model of the Ionospheric Return Currents

G. Garcia

Centre d'Etude des Environnements Terrestre et Planétaire, University of Paris VI, 10-12 Av. de l'Europe, Velizy, 78140, France

F. Forme

Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements, 9 Av. du Colonel Roche, BP 44346, Toulouse Cedex 4, 31028, France

We present a 1D kinetic model of the highly collisional low altitude auroral ionosphere (E and low F-region). In this model the electrons drift through a simplified ionospheric gas composed of ions and neutrals under the influence of a parallel electric field. We take into account electron-ion and electron-electron collisions. A Monte-Carlo method is used to deal with the elastic and inelastic electrons/neutrals collisions. While the electrons are treated in a kinetic way, the model solves the fluid momentum and energy equations for the ions. We impose a current density j_0 and calculate the electric field such that the calculated current $j(t, z)$ is equal to the imposed current. This method ensures that the divergence of the electric current is zero. It also allows us to calculate an effective conductivity that takes into account the kinetic effects such as the runaway effect. We show that moderate parallel electric fields of less than 0.01 mV/m can sustained very large field aligned current densities of more than $600 \mu\text{A}/\text{m}^2$.

1. Introduction

The existence of large field-aligned current densities in narrow auroral structures has been inferred over the last years by using satellites [*Stauning et al.*, 2003; *Stasiewicz et al.*, 1996; *Cerisier et al.*, 1987], incoherent scatter radars [*Foster et al.*, 1988; *Rietveld et al.*, 1991] and numerical models [*Noel et al.*, 2001; *Lanchester et al.*, 2001; *Otto et al.*, 2003]. *Cerisier et al.* [1987] interpreted a magnetic pulse recorded by the magnetometer on board the AUREOL 3 low altitude satellite as the signature of current densities as high as $500 \mu\text{A}/\text{m}^2$ in a current sheet 20 m wide. Later on, *Stasiewicz et al.* [1996] reported small-scale current densities observed on board the Freja satellite of a few hundred $\mu\text{A}/\text{m}^2$. Recently the measurements made from the ØRSTED satellite has enabled the detection of fine-scale structures, as low as 75 m, in the high latitude field-aligned current system. Very intense but thin sheets or narrow filaments of field-aligned currents (FAC) up to several hundreds of $\mu\text{A}/\text{m}^2$ have been reported by [*Stauning et al.*, 2003].

Radar observations have also suggested the existence of extremely intense current densities. A large increase in the electron temperature measured in filamentary aurora with the European incoherent scatter radar has also

been interpreted as a hint of the presence of intense FAC densities [Lanchester *et al.*, 2001]. Using a one-dimensional electron transport and ion chemistry code, they concluded that a source of electron heating was required in addition to local heating from energy degradation of precipitating electrons. They showed that Joule heating in a strong FAC of $400 \mu\text{A}/\text{m}^2$ can account for the required heat source. Strong enhancement in incoherent scatter radar spectra have also been observed by Foster *et al.* [1988]; Rietveld *et al.* [1991] and interpreted as unstable ion-acoustic waves triggered by large FAC densities. Threshold calculations for the two-stream instability for typical ionospheric parameters lead to FAC densities carried by thermal electrons which have to be in excess of $1000 \mu\text{A}/\text{m}^2$ [Rietveld *et al.*, 1991]. St.-Maurice *et al.* [1996] suggested that large parallel current densities carried by thermal electrons can be triggered in the ionosphere with horizontal scale sizes of a hundred meters or less.

In order to explain the large FAC in the ionosphere, Noel *et al.* [2001] has developed a two-dimensional model of short-scale auroral electrodynamics that uses current continuity, Ohm's law, and 8-moment transport equations for the ions and electrons in the presence of large ambient electric field to describe wide auroral arcs with sharp edges in response to sharp cut-offs in precipitation. They showed that parallel current densities of several hundred $\mu\text{A}/\text{m}^2$ can be triggered together with a parallel electric field of the order of mV/m around 130 km altitude. However, Garcia and Forme [2006] showed that for field-aligned electric fields even smaller than $1\text{mV}/\text{m}$, the fluid models can be altered by runaway electrons [Dreicer, 1959a].

It is well-known that if an electric field is applied to a collisional plasma, some electrons experience unlimited "runaway" acceleration [Dreicer, 1959a]. The reason is straightforward and well-known : the friction force acting on an electron travelling with velocity v is a non-monotonic function, having a global maximum at the thermal speed. For an electron moving faster than this speed, the collision frequency decreases with increasing velocity. Therefore, if a sufficiently fast electron starts accelerating in the electric field, the dynamical friction force decreases.

Garcia and Forme [2006] presented a 1D kinetic model of the highly collisional low altitude auroral ionosphere (E and low F-region). In this model the electrons drift through a simplified ionospheric gas composed of ions and neutrals at rest under the influence of a static electric field. They showed that a substantial part of the current (up to 20 percents of the total current) is carried by runaway electrons resulting in non-Maxwellian electron distribution function (EDF). However in this model the electric field is imposed and not calculated in a self-consistent manner. It results in a field-aligned current that is not divergence free. Also the ion distribution is assumed to be stationary. Though this might be justified for short time scales, a rigorous treatment need to include the time evolution of the ion plasma parameters such as densities, temperatures and drift velocities. We present in this study a major improvement of the model presented by Garcia and Forme [2006]. We will first present the model and show how to calculate : 1) a non-stationary ion distribution function and 2) a self consistent parallel electric field. Then we will present an example where a field-aligned current of $600 \mu\text{A}/\text{m}^2$ is imposed.

2. The Model

We use the kinetic model of collisional ionosphere described by *Garcia and Forme* [2006]. This model consist of a box of length ($H=100$ km), divided into spatial cells of length h . The plasma in each cell is assumed to be uniform. Initially, particles are spatially distributed randomly in each cell in terms of given plasma density profile. In velocity space they are distributed in terms of drift and temperature profiles. The initial EDFs are assumed to be Maxwellian. For each electron in the simulation box we solve the 3D Langevin equation, in velocity space :

$$\Delta \vec{v}_e = \frac{\vec{F}_{ext}}{m} \Delta t + \frac{\langle \Delta \vec{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t} \Delta t + \vec{Q} \quad (1)$$

where: $\frac{\langle \Delta \vec{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$ is the friction coefficient between the electron and the target b , either electrons or ions, \vec{F}_{ext} is the electric force, m is the electron mass and \vec{Q} is a random velocity vector that corresponds to the variation of the velocity in the three directions due to the diffusion. The friction coefficient, $\frac{\langle \Delta \vec{v}_{e\parallel} \rangle_b}{\Delta t}$, as well as the components of the random velocity vector \vec{Q} are calculated using the collision operators calculated from the Fokker-Plank equation [*Garcia and Forme*, 2006]. The calculation of these coefficients make use of both the electron and the ion distribution function.

The model also includes the effect of electron/neutral (e/n) collisions. For that purpose a Monte-Carlo method with a "null-collision" approach is used. This part of the model deals with the elastic and inelastic electrons/neutrals collisions. When electrons undergo an elastic collision, their energy is conserved so the electron velocity is only diffused in space. For inelastic collisions the electrons will lose some of their energy. The lost of energy and the new electron velocity is calculated according to *Garcia and Forme* [2006]. The neutrals are assumed at rest.

Once the new electron velocities are calculated using the Langevin equation and the Monte-Carlo method, the new positions in configuration space are found by using :

$$z = z_0 + v_{z, new} \Delta t. \quad (2)$$

Our model is 1D in space, along the z -direction (field-aligned). We do not take into account the magnetic field since the electrons are strongly magnetized and can be regarded as firmly attached to a given magnetic field line. The lower boundary of the simulation box is then chosen so that the perpendicular conductivities can be neglected, above 200 km altitude. Also, we assume that all the parameters are homogenous in the perpendicular plane.

The collision operators, that are of a crucial importance in this model, are calculated from the Fokker-Planck equation that make use of the EDF and the ion distribution function (IDF). Knowing the position of the electrons in phase space we are able to calculate the EDF in each cell at any time. The EDF is then obtained by computing the histogram for all velocities of the particles present in a cell. In *Garcia and Forme* [2006] the IDF was stationary. The ions were at rest with a constant temperature and density. Using a stationary non-drifting Maxwellian IDF is justified for short time calculation since the i/e relaxation time is longer than the e/i relaxation time ($\tau_{i/e} \approx 10^4 \tau_{e/i}$). However for longer time calculations and for a better accuracy it is impor-

tant to do not assume stationary IDFs. For that purpose we solve the ion momentum equation :

$$n_i m_i \frac{\partial v_i}{\partial t} + n_i m_i v_i \cdot \frac{\partial v_i}{\partial z} + n_i k_b \frac{\partial T_i}{\partial z} - n_i q E = \quad (3)$$

$$- \sum_{\beta=e,n} n_i m_i \nu_{i\beta} (v_i - v_\beta)$$

where n is the density, T the temperature, q the elementary charge, v the field-aligned velocity, and ν the collision frequency. The subscripts, e, i and n refers to the electrons, the ions and the neutrals. The ion energy equation typical of the F-region above 300 km can be written *Schunk and Walker* [1970] :

$$T_i = \frac{\nu_{ie} T_e + \nu_{in} T_n}{\nu_{ie} + \nu_{in}} + \frac{m_n}{3k_b} \frac{\nu_{in}}{\nu_{ie} + \nu_{in}} |\vec{v}_n - \vec{v}_i|^2. \quad (4)$$

The neutrals are assumed at rest. At each time step the ion momentum and energy equations are solved. Then the ion drift velocity as well as the ion temperature are used for the calculation of the friction and diffusion coefficients in (1). It is worth mentioning that, contrary to the EDF, the ion distribution function is then implicitly assumed to be Maxwellian. However we may wonder whether this assumption is valid. It is well known that when a perpendicular electric field, of more than 50 mV/m is present, the ion velocity distribution function becomes non-Maxwellian [*Hubert, 1982*]. *Garcia and Forme* [2006] have shown that considering non-Maxwellian IDF will have little effects on the collision operators. However, we will simply assume that no perpendicular electric fields are present in the simulation box.

In the model presented by [*Garcia and Forme, 2006*] the electric field is stationary and therefore the calculated current density is not necessarily divergence free. This is clearly seen in their figure 7. However, since our simulation box must nearly exhibit charge neutrality, this implies that the divergence of the electric current on any macroscopic time scale must be zero. Therefore in this work we need to calculate a time dependent electric field such that the current density is divergence free. We impose a current density, j_0 , carried by the plasma in the simulation box and we want that $\partial j / \partial z = 0$. Initially, at $t=0$, the electric field is calculated using the Ohm's law

$$E(t=0, z) = \frac{j_0}{\sigma_{elec}(t=0, z)} \quad (5)$$

where σ_{elec} is the conductivity given by

$$\sigma_{elec} = n_e q^2 \left(\frac{1}{m_e(\nu_{ei} + \nu_{en})} + \frac{1}{m_i(\nu_{ie} + \nu_{in})} \right). \quad (6)$$

By using the classical expression for the conductivity, we implicitly assume a Maxwellian electron distribution function. The electrons are moved using (1) and (2) and hence a new current density can be calculated by :

$$j(t, z) = n_e(t, z) q \int v_e f(t, z) dv. \quad (7)$$

Because we expect kinetic effects to take place, j can be slightly different from j_0 . For this reason we cannot use the classical Ohm's law for the next time steps. Indeed, the runaway electrons should increase the conductivity.

Hence, the electric field needed to carry a given current density should be less than the one needed without runaway electrons. For the next time steps it is then necessary to correct the applied electric field at each altitude. So we calculate the new electric field such that

$$E(t + \Delta t, z) = \frac{j_0}{j(t, z)} E(t, z). \quad (8)$$

This new electric field, that satisfies $\partial j / \partial z = 0$, is then used to solve (1). In this method the classical conductivity σ_{elec} , that implicitly assume a Maxwellian EDF is only used at the initial stage.

3. Results and Discussion

The ionospheric parameters used in this calculation are chosen to represent the typical high latitude ionosphere above 265 km. This altitude has been chosen because the perpendicular conductivities are large below 250 km altitude and therefore our 1D model can not be used below 250 km. The electron temperature varies linearly from $T_e = 1500$ K at the bottom of the simulation box to $T_e = 1700$ K at the top, the ion temperature is constant $T_i = 1270$ K. The densities are decreasing linearly as we move from the bottom of the box to the top. The electron and ion density varies from 10^{11} to $5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ while the neutral densities vary from 10^{14} to 10^{13} m^{-3} for O and from 7×10^{12} to $2 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$ for N_2 .

Figure 1 shows the time evolution of the calculated current, the electric field, the electron and ion temperature and the skewness coefficient at three different altitudes (300, 330 and 360 km). Initially the plasma is at rest, then we linearly increase the current density up to $j_0 = 600 \text{ } \mu\text{A}/\text{m}^2$. The raising stage takes $t=0.05$ s, then the current density remains constant for 2.5 s. Such a maximum current density has been chosen to allow comparisons with *Noel et al.* [2001] and *Garcia and Forme* [2006]. Figure 1 clearly shows that our calculation is divergence free since the current is constant and equal at the three different altitudes. The resulting Ohmic heating is clearly seen on the electron temperatures that increase up to 6000 K while the ion temperature is almost unaffected. However, as we mentioned earlier, ions can be substantially heated on time scales larger than $1/\nu_{ie}$ (several tens of second in our case). During the raising stage of the current, the electric field increases up to -0.02 mV/m. After this stage, the electric field slowly decreases. For $t > 0.3$ s, E is always less than -0.01 mV/m with an average value of about -0.005 mV/m. The last panel in figure 1 show the skewness coefficient of the EDF. This coefficient is defined by

$$S_k = \frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^3}{(\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2)^{3/2}} \quad (9)$$

where N is the number of particles and \bar{v} is the averaged velocity. This coefficient is a quantitative estimate of the asymmetry of the EDF. $S_k = 0$ represents a symmetric function while $S_k > 0$ is characteristic of a suprathermal tail of the distribution function. The Skewness increases from its initial value, 0, up to 0.14 during the raising stage of the current. Then it decreases to values very close to zero. This trend is mainly due to the large electron temperature enhancement. The electron temperature reaches $T_e = 6000$ K after 2.5 s. It acts as to increase

the standard deviation resulting in a small skewness coefficient. However, non-Maxwellian effects are still very important even for longer times. To illustrate that point, the Figure 2 shows the calculated EDF at three different times $t=0, 0.4$ and 2 s. Each EDF has been shifted by the mean velocity toward zero such that the maximum is at $v = 0$. A straight line represents the Maxwellian distribution at the corresponding temperature. Initially the EDF is correctly represented by a Maxwellian distribution. At $t=0.4$ s the skewness coefficient is at its maximum (last panel in Fig.1) and the EDF has a non-Maxwellian shape for velocities above $v = v_{the}$. The distribution is clearly above the Maxwellian distribution at the same temperature. A similar suprathermal tail is seen at a later time, for example at $t=2$ s. At that time the electron temperature has increased resulting in a high standard deviation. Hence, the Skewness coefficient can be small but the EDF is still highly non-Maxwellian.

St.-Maurice et al. [1996] showed that for a $1\text{mA}/\text{m}^2$ current density source, the parallel electric field is typically less than 1 mV/m. Their figure 5 shows that at altitudes comparable to our simulation box (i.e. 300 km) a parallel field of -0.06 mV/m is needed. *Noel et al.* [2001] calculated similar values of the parallel electric field. *Garcia and Forme* [2006] also used a parallel electric field of -0.03 mV/m to reach a current density of about 700 $\mu\text{A}/\text{m}^2$. Those values are still one order of magnitude larger than the typical values in our calculation while well in excess of the few microvolts per meter that would have required us to retain pressure gradient effects. Our study shows that a large field-aligned current density can be sustained by a moderate or low field-aligned electric field. The runaway effect acts as to create a suprathermal population of electrons. The suprathermal population increases the conductivity of the plasma. Hence, the electric field required to carry a given current is less than in the fluid case where the EDF is described by a Maxwellian distribution.

Figure 3 shows the time evolution of the classical conductivity calculated from equation (6) and the effective conductivity defined as :

$$\sigma_{eff} = \frac{j(t, z)}{E(t, z)}. \quad (10)$$

The classical conductivity is calculated using analytical expressions of, ν_{ei} , ν_{in} and ν_{ie} [Kelley, 1989] while ν_{en} is calculated by our simulation. In the F-region the ion collision frequency is much smaller than the electron collision frequency. Moreover, in the expression given by Kelley [1989] ν_{ei} and ν_{en} are proportional to n_e . At high altitude σ_{elec} becomes independent of n_e and is simply proportional to $T_e^{3/2}$. In figure 3, it is clear that σ_{elec} increases as $T_e^{3/2}$. The temperature effect can also be seen on the effective conductivity however the conductivity increases much faster than the classical one and is about 1.3 times higher after 2.5 s. This large discrepancy can only be explained by the runaway effect acting on the electrons.

4. Conclusion

Garcia and Forme [2006] have developed a 1D kinetic model of the highly collisional low altitude auroral ionosphere (E and low F-region). In this model the electrons drift through a simplified ionospheric gas composed of ions and neutrals at rest under the influence of a static

electric field. We present in this study a major upgrade of the model since the ion velocity, the ion temperature and the parallel electric are now time dependent.

Our model solves the ion momentum and energy equation. Hence the time dependent ion temperature and velocity can be used to calculate the electron friction and diffusion coefficients in the Langevin equation. This results in a more accurate calculation of the electron distribution function.

Instead of using a static parallel electric field, we impose a constant current j_0 and calculate the electric field such that the calculated current $j(t, z)$ is equal to the imposed current j_0 . This method ensures that the divergence of the electric current is zero. It allows us to calculate an effective conductivity that takes into account the kinetic effects such as the runaway effect.

We have shown that a moderate parallel electric field of less than -0.01 mV/m can be the source of a $700 \mu\text{A}/\text{m}^2$. This is due to the runaway effect that creates a suprathermal tail of the EDF and in turns increases the effective conductivity.

Acknowledgments. (The authors are grateful to Jean-Pierre Saint-Maurice for very useful discussions)

References

- Cerisier, J.-C., C. Machard, and R. Pottellette (1987), Mhd turbulence generated by time-varying field-aligned currents, *J. Geophys. Res.*, *92*, 11 225–11 230.
- Dreicer, H. (1959a), Electron and ion runaway in a fully ionized gas I*, *Phys. Rev.*, *115* (2), 238–249.
- Foster, J. C., C. del Pozo, K. Groves, and J. P. St-Maurice (1988), Radar observations of the onset of current driven instabilities in the topside ionosphere, *Geophys. Res. Lett.*, *15*, 160–163.
- Garcia, G., and F. Forme (2006), A kinetic model for runaway electrons in the ionosphere, *Annales Geophysicae*, *24*, 2391–2401.
- Hubert, D. (1982), Auroral ion velocity distribution function: The Boltzmann model revisited, *Planet. Space Sci.*, *30*, 1137–1146.
- Kelley, M. C. (1989), *The Earth's Ionosphere*, Academic Press, Inc, San Diego, California.
- Lanchester, B. S., M. H. Rees, D. Lummerzheim, A. Otto, K. J. F. Sedgemore-Schulthess, H. Zhu, and I. W. McCreath (2001), Ohmic heating as evidence for strong field-aligned currents in filamentary aurora, *J. Geophys. Res.*, *106* (A2), 1785–1794.
- Noel, J. M. A., J. P. St.-Maurice, and P. L. Blelly (2001), Non-linear model of short-scale electrodynamic in the auroral ionosphere, *Ann. Geophys.*, *18*, 1128.
- Otto, A., D. Lummerzheim, H. Zhu, O. Lie-Svendsen, M. Rees, and B. Lanchester (2003), Excitation of tall auroral rays by ohmic heating in field-aligned current filaments at f region heights, *J. Geophys. Res.*, *108* (A4), 8017.
- Rietveld, M. T., P. N. Collis, and J. P. St.-Maurice (1991), Naturally enhanced ion-acoustic waves in the auroral ionosphere observed with the eiscat 933-mhz radar, *J. Geophys. Res.*, *96*, 19,291–19,305.
- Schunk, R. W., and J. C. G. Walker (1970), Transport properties of the ionospheric electron gas, *Plan. Space Sci.*, *18*, 1535–1550.
- St.-Maurice, J. P., W. Kofman, and D. James (1996), In situ generation of intense parallel electric fields in the lower ionosphere, *J. Geophys. Res.*, *101*, 335–356.
- Stasiewicz, K., B. Holback, V. Krasnoselskikh, M. Boehm, R. Bostrom, and P. M. Kitner (1996), Parametric instabilities of langmuir waves observed by freja, *J. Geophys. Res.*, *101*, 21,515.

Stauning, P., F. Primdahl, F. Christiansen, and J. Watermann (2003), Detection of high-latitude fine-scale field-aligned current structures from the ørsted satellite, *OIST-4 Proceedings*, pp. 167–174.

G. Garcia, Centre d'Etude des Environnements Terrestre et Planétaire, University of Paris VI, 10-12 Av. de l'Europe, Velizy, 78140, France. (geraldine.garcia@cetp.ipsl.fr)

F. Forme, Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements, 9 Av. du Colonel Roche, BP 44346, Toulouse Cedex 4, 31028, France. (forme@cesr.fr)

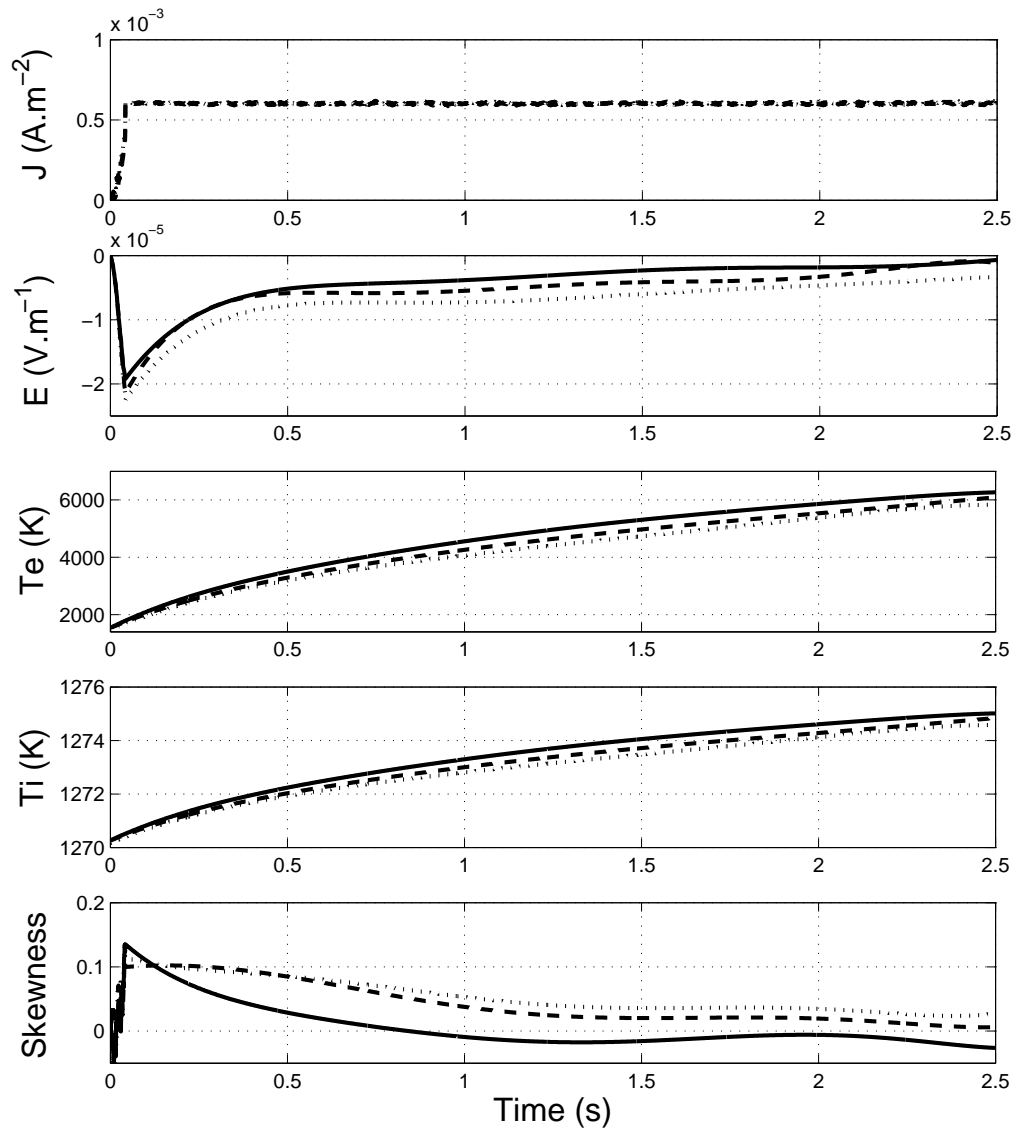


Figure 1. Time evolution of the calculated current density, the electric field, the electron and ion temperature and the skewness coefficient at three different altitudes : dotted line (300 km), dashed line (260 km) and the continuous line (330 km)

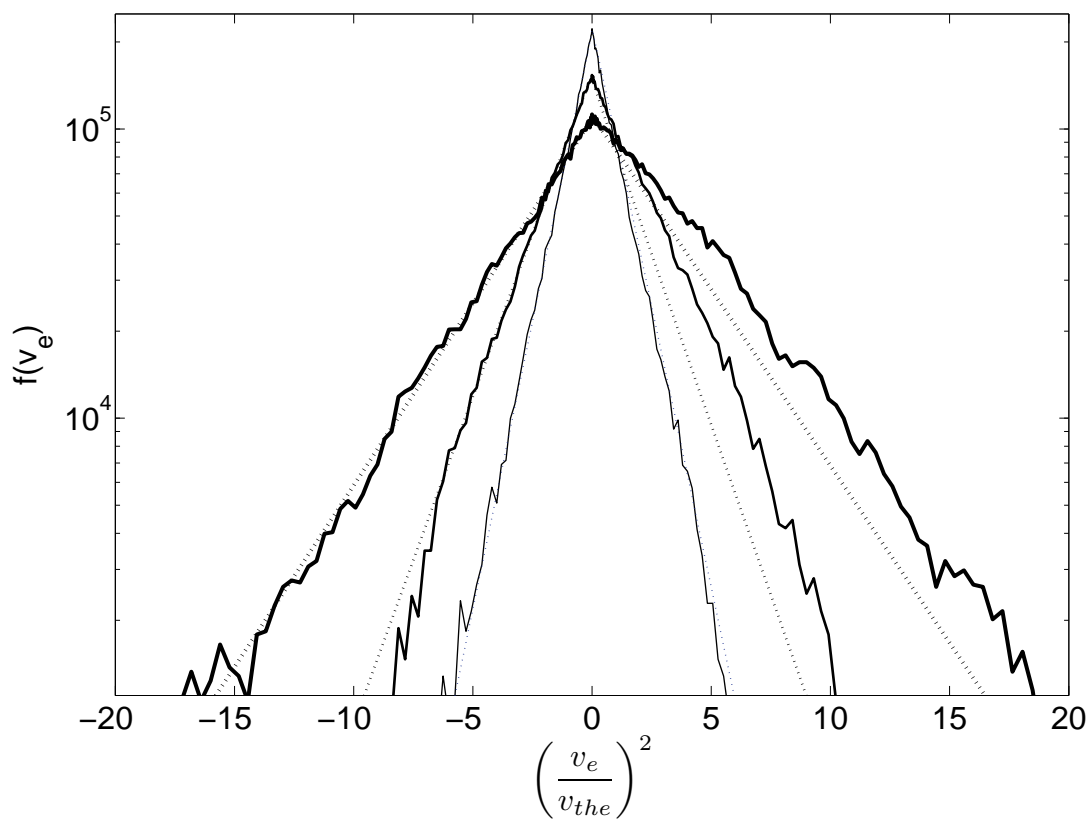


Figure 2. EDF at three different times $t=0$ s (thin line), $t=0.4$ s (average line), $t=2$ s (heavy line). The distributions have been shifted by the mean velocity so that the maximum of the distribution is at $v=0$. The straight dotted lines represent the Maxwellian function at the corresponding temperature.

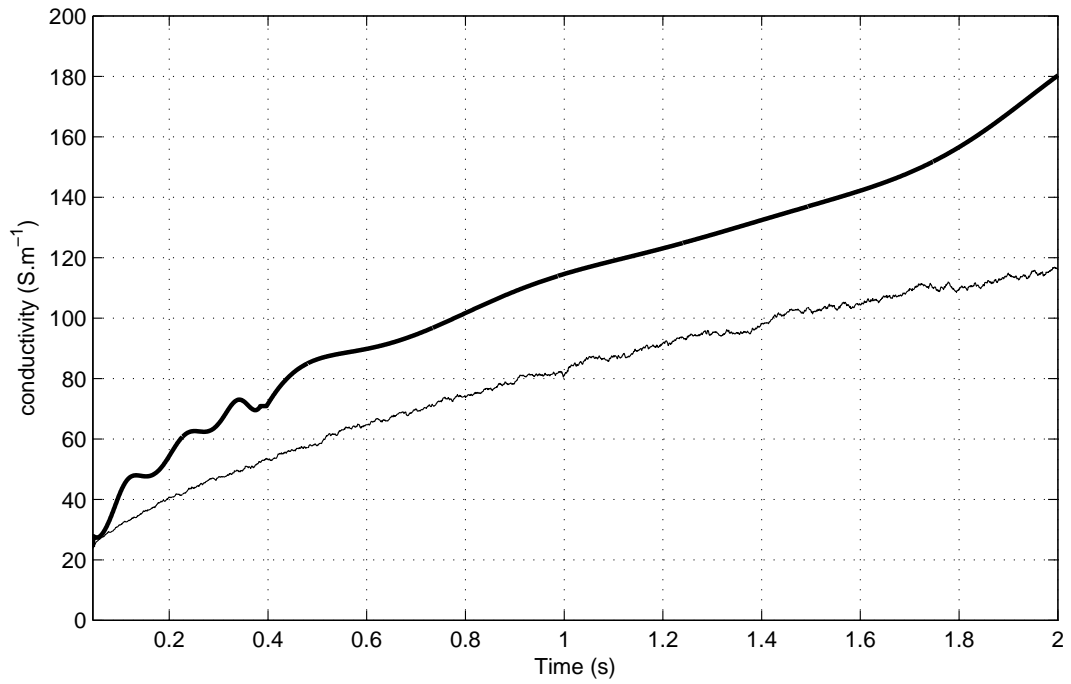


Figure 3. Time evolution of the classical conductivity given by 6 (thin line) and the effective conductivity given by (10) (heavy line)

Annexe B

Equation de Fokker-Planck

B.1 Transformation mathématique de l'équation de Langevin à Fokker-Planck

Nous reprenons ici la démonstration faite dans Wio (1994). Il est toujours possible de trouver une équivalence entre une équation de Fokker-Planck et une équation de Langevin. Voici une présentation plus formelle (mais pas complètement rigoureuse d'un point de vue mathématique) de la relation entre une équation différentielle stochastique (EDS) de type Langevin et une équation de Fokker-Planck (EFP).

Tout d'abord, nous rappelons la définition d'un processus de Wiener.

Un processus aléatoire $W_t; t \geq 0$ à valeurs réelles est un processus de Wiener si :

i) (W_t) est un processus à valeurs réelles à accroissements indépendants et stationnaires ; ii) la variable W_t suit la loi normale de moyenne nulle et de variance t .

Considérons une forme très générale de l'EDS :

$$\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}x(t) = f[x(t), t] + g[x(t), t] \xi(t)$$

où $\xi(t)$ est aussi appelé bruit blanc avec $\langle \xi(t) \rangle = 0$ et $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t - t')$

Nous ne considérons pas les moments d'ordre supérieur car nous supposons que le processus est gaussien. Cependant, $\xi(t)$ n'est pas véritablement un processus stochastique. Il pourrait être considéré comme la dérivé d'un processus de Wiener mais une telle dérivée n'existe pas.

Intégrons maintenant l'équation précédente sur un intervalle de temps court δt :

$$x(t + \delta t) - x(t) = f[x(t), t] \delta t + g[x(t), t] \xi(t) \delta t$$

Si $x(t)$ est un processus de Markov (ce qui est vrai), il est totalement défini si nous pouvons donner la distribution de probabilité $P_1(x, t)$ ainsi que la distribution de probabilité conditionnelle $P(x, t|x, t')(t > t')$. Afin d'obtenir ces quantités, nous allons définir une moyenne conditionnelle, correspondant à la moyenne d'une fonction d'une variable stochastique x et appelée $F(x)$. Cette dernière nous donne la valeur y à $t' < t$:

$$\langle F(x(t)) | x(t') = y \rangle = \langle\langle F(x(t)) \rangle\rangle = \int dx' F(x') P(x', t|y, t')$$

Grâce à la propriété $P(x, t|x', t) = \delta(x - x')$,

$$\langle F(x(t)) | x(t) = y \rangle = \int dx' F(x') P(x', t|y, t') = \int dx' F(x') \delta(x - x')$$

Ainsi, nous pouvons obtenir les premiers moments conditionnels de $x(t)$

$$\langle\langle \Delta x(t) \rangle\rangle = \langle x(t + \delta t) | x(t) = x \rangle = \int dx' (x - x') P(x', t + dt | x, t)$$

$$\langle\langle \Delta x(t) \rangle\rangle = \langle\langle f[x(t), t] \delta t \rangle\rangle + \langle\langle g[x(t), t] \xi(t) \delta t \rangle\rangle$$

Pour le premier terme,

$$\langle\langle f[x(t), t] \delta t \rangle\rangle = f[x(t), t] \delta t$$

tandis que pour le second,

$$\langle\langle g[x(t), t] \xi(t) \delta t \rangle\rangle = g[x(t), t] \langle\langle \xi(t) \rangle\rangle \delta t$$

D'après Langevin, $\langle x \xi \rangle = 0$ ce qui nous amène à :

$$\langle\langle \Delta x(t) \rangle\rangle = \int dx' (x - x') P(x', t + \delta t | x, t) = f[x(t), t] \delta t \quad (\text{B.1})$$

Pour le second moment,

$$\begin{aligned}
\langle\langle \Delta x(t)^2 \rangle\rangle &= \int dx' (x - x')^2 P(x', t + \delta t | x, t) \\
\langle\langle \Delta x(t)^2 \rangle\rangle &= \langle\langle [f[x(t), t]\delta t + g[x(t), t]\xi(t)\delta t]^2 \rangle\rangle \\
&= \langle\langle [f[x(t), t]\delta t]^2 \rangle\rangle + \langle\langle 2f[x(t), t]g[x(t), t]\xi(t)\delta t^2 \rangle\rangle \\
&\quad + \langle\langle [g[x(t), t]\xi(t)\delta t]^2 \rangle\rangle \\
&= \langle\langle [f[x(t), t]\delta t]^2 \rangle\rangle + 2f[x(t), t]g[x(t), t] \langle\langle \xi(t) \rangle\rangle \delta t^2 \\
&\quad + g[x(t), t]^2 \langle\langle [\xi(t)\delta t]^2 \rangle\rangle
\end{aligned}$$

Nous recourons aux propriétés du processus de Wiener et en utilisant :

$$\xi(t)\delta t = \int_t^{t+\delta t} \delta t' \xi(t') = \Delta W(t)$$

où $W(t)$ est le processus de Wiener. Du fait que $\langle y(t_1)y(t_2) \rangle = \min(t_1, t_2)$, $\langle [\xi(t)\delta t]^2 \rangle \simeq \Delta W(t)^2 \simeq \delta t$ ainsi,

$$\langle\langle \Delta x(t)^2 \rangle\rangle = \int dx' (x - x')^2 P(x', t + \delta t | x, t) = g[x(t), t]^2 \delta t + o(\delta t^2)$$

Il est possible de montrer que en général,

$$\langle\langle \Delta x(t^\nu) \rangle\rangle \simeq o(\delta t^\nu), \quad \nu \geq 2$$

Soit une fonction arbitraire $R(x)$, évaluons sa moyenne conditionnelle. A l'aide de l'équation de Chapman-kolmogorov :

$$P(y_3, t_3 | y_1, t_1) = \int dy_2 P(y_3, t_3 | y_2, t_2) P(y_2, t_2 | y_1, t_1), \quad t_1 < t_2 < t_3$$

On a :

$$\begin{aligned}
\int dx R(x) P(x, t + \delta t | y, s) &= \int dx R(x) \int dz P(x, t + \delta t | z, t) P(z, t | y, s) \\
&= \int dz P(z, t | y, s) \int dx R(x) P(x, t + \delta t | z, t)
\end{aligned}$$

En développant $R(x)$ en série de Taylor autour de z , comme $dt \simeq 0$, nous savons que $P(x, t + \delta t | z, t) \simeq \delta(x - z)$ ce qui implique que seul le voisinage de z sera pertinent,

$$\int dx R(x) P(x, t + \delta t | y, s) = \int dz P(z, t | y, s) \int dx [R(z) + (x - z)R'(z) + \frac{1}{2}R''(z)(x - z)^2 + \dots] P(x, t + \delta t | z, t)$$

En se rappelant de la condition de normalisation sur $P(z, t | y, s)$

$$\begin{aligned} \int dx R(x) P(x, t + \delta t | y, s) &= \int dz P(z, t | y, s) R(z) \\ &+ \int dz P(z, t | y, s) R'(z) \int dx (x - z) P(x, t + \delta t | z, t) \\ &+ \int dz \frac{1}{2} P(z, t | y, s) \int dx (x - z)^2 P(x, t + \delta t | z, t) \\ &+ \dots \end{aligned}$$

En intégrant par partie et en utilisant les équations (1) et (2), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int dx R(x) P(x, t + \delta t | y, s) &= \int dx R(x) [P(x, t | y, s) - \frac{\partial}{\partial x} \{f[x, t] P(x, t | y, s)\} \delta t \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{g(x, t)^2 P(x, t | y, s)\} \delta t + o(\delta t^2)] \end{aligned}$$

En arrangeant les termes et en prenant la limite lorsque $\delta t \rightarrow 0$,

$$\begin{aligned} \int dx R(x) P(x, t + \delta t | y, s) &= \int dx R(x) [\frac{\partial}{\partial t} P(x, t | y, s) - (-\frac{\partial}{\partial x} \{f[x, t] P(x, t | y, s)\} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{g(x, t)^2 P(x, t | y, s)\})] = 0 \end{aligned}$$

Puisque $R(x)$ est une fonction arbitraire, nous arrivons alors à la condition :

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x, t | y, s) = -\frac{\partial}{\partial x} \{f[x, t] P(x, t | y, s)\} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{g(x, t)^2 P(x, t | y, s)\}$$

qui est la forme de l'équation de Fokker-Planck désiré pour une probabilité de transition $P(x,t|y,s)$ associée au processus stochastique de l'équation différentielle stochastique.

Cette démonstration nous permet donc d'écrire une relation entre l'équation de Fokker-Planck du 2.1 et l'équation de Langevin :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial v} F_d f_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v \partial v} D f_1 \leftrightarrow \frac{dv}{dt} = F_d(x, t) + \sqrt{(D)} * \xi(t)$$

B.2 Expression des coefficient de l'équation de Fokker-Planck

L'ensemble des calculs est présenté dans Delcroix et Bers (1994b)

Calcul du coefficient de friction $\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t$

Dans le cas où la fonction de distribution des particules cibles (particules b) est isotrope, nous avons vu que :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = -4\pi \frac{m_e + m_b}{m_e m_b} \Gamma_{eb} \frac{\vec{v}_e}{v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^2 f(v_b) dv_b \quad (\text{B.2})$$

Nous allons maintenant supposer que la fonction de distribution est une maxwellienne non déplacée.

Cas où f est maxwellienne non déplacée

Dans un premier temps, nous pouvons remplacer l'expression de la fonction de distribution des électrons et des ions par une maxwellienne centrée sur 0 et de largeur T_e et T_i :

$$f_e = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k_b T_e} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2k_b T_e}\right) \text{ ou } f_i = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi k_b T_i} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i v_i^2}{2k_b T_i}\right)$$

Dans ce cas, on trouve en posant $u = \frac{v_e}{v_{th_b}}$:

$$\begin{aligned} \int_{v_e}^{\infty} v_b f_b dv_b &= \frac{n_b e^{-u^2}}{2 \pi^{3/2} v_e} \\ \int_0^{v_e} v_b^2 f_b dv_b &= \frac{n_b}{2 \pi^{3/2}} \left[-u e^{-u^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(u) \right] \\ \int_0^{v_e} v_b^4 f_b dv_b &= \frac{n_b v_e^{-2}}{2 \pi^{3/2}} \left[-u^3 e^{-u^2} - \frac{3u e^{-u^2}}{2} + \frac{3\sqrt{\pi} \text{erf}(u)}{4} \right] \end{aligned}$$

où $\text{erf}(u)$ est la fonction erreur définie par $\text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-t^2) dt$

Ainsi, la force de friction devient :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_e / \Delta t = -\frac{n_e}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2} \left[\frac{e^4}{m_e^2} \right] \frac{\ln \Lambda}{v_e^2} \left[-u_e e^{-u_e^2} + \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u_e)}{2} \right] \quad (\text{B.3})$$

$$\langle \Delta \vec{v}_e \rangle_i / \Delta t = -\frac{n_i}{2 \pi^{3/2} \epsilon_0^2} \left[\frac{e^4}{m_e^2} \right] \frac{\ln \Lambda}{v_e^2} \left[-u_i e^{-u_i^2} + \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u_i)}{2} \right] \quad (\text{B.4})$$

avec $u_e = \frac{v_e}{v_{th_e}}$ et $u_i = \frac{v_e}{v_{th_i}}$

Si nous supposons maintenant que la fonction de distribution n'a plus une vitesse moyenne nulle mais égale à \bar{v} .

Cas où f est maxwellienne déplacée de vitesse moyenne \bar{v}

Dans un second temps, nous pouvons remplacer l'expression de la fonction de distribution des électrons et des ions par une maxwellienne centrée sur \bar{v} et de largeur T_e et T_i :

$$f_e = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k_b T_e} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e(v_e - \bar{v})^2}{2k_b T_e}\right) \text{ ou } f_i = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi k_b T_i} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i(v_i - \bar{v})^2}{2k_b T_i}\right)$$

Dans ce cas, on trouve en posant $u = \frac{v_e}{v_{th_b}}$ et $u_m = \frac{\bar{v}}{v_{th_b}}$:

$$\int_{v_e}^{\infty} v_b f_b dv_b = \frac{n_b}{2 \pi^{3/2} v_{th_e}} \left[e^{-(u-u_m)^2} + \frac{\sqrt{\pi} u_m}{v_b} (1 - \operatorname{erf}(u - u_m)) \right]$$

$$\int_0^{v_e} v_b^2 f dv_b = \frac{n_b}{2 \pi^{3/2}} \left[-(u + u_m) e^{-(u-u_m)^2} + u_m e^{-u_m^2} + \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + u_m^2 \right) (\operatorname{erf}(u - u_m) + \operatorname{erf}(u_m)) \right]$$

$$\begin{aligned} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b = \frac{n_b v_{th_e}^2}{2 \pi^{3/2}} & \left[e^{-(u-u_m)^2} \left(-(u-u_m)^3 - \frac{3(u-u_m)}{2} - 4u_m(u-u_m)^2 - 4u_m - 6u_m^2(u-u_m) - 4u_m^3 \right) \right. \\ & + e^{-u_m^2} \left(u_m^3 + \frac{5u_m}{2} \right) \\ & \left. + (\operatorname{erf}(u - u_m) + \operatorname{erf}(u)) \left(\frac{3\sqrt{\pi}}{4} + 3\sqrt{\pi} u_m^2 + \sqrt{\pi} u_m^4 \right) \right] \end{aligned}$$

Ainsi, la force de friction devient :

$$\begin{aligned} \langle \Delta \vec{v}_e \rangle_e / \Delta t = & -\frac{n_e}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2} \left[\frac{e^4}{m_e^2} \right] \frac{\ln \Lambda}{v_e^2} \left[\begin{aligned} & -(u_e + u_{me}) e^{-(u_e - u_{me})^2} \\ & + u_{me} e^{-u_{me}^2} \\ & + \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + u_{me}^2 \right) \text{erf}(u_e - u_{me}) \\ & + \text{erf}(u_{me}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta \vec{v}_e \rangle_i / \Delta t = & -\frac{n_i}{2 \pi^{3/2} \epsilon_0^2} \left[\frac{e^4}{m_e^2} \right] \frac{\ln \Lambda}{v_e^2} \left[\begin{aligned} & -(u_i + u_{mi}) e^{-(u_i - u_{mi})^2} \\ & + u_{mi} e^{-u_{mi}^2} \\ & + \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + u_{mi}^2 \right) \text{erf}(u_i - u_{mi}) \\ & + \text{erf}(u_{mi}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

B.2.1 Calcul du coefficient de diffusion de $\langle \Delta \vec{v}_a \Delta \vec{v}_a \rangle / \Delta t$

Nous avons vu que :

$$\langle \Delta \vec{v}_e \Delta \vec{v}_e \rangle_b / \Delta t = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \langle (\Delta v_{e\parallel})^2 \rangle_b / \Delta t \end{vmatrix}$$

$$\langle (\Delta v_{e\perp})^2 \rangle_b / \Delta t = 8 \pi \Gamma_{eb} \left[\frac{1}{v_e} \int_0^{v_e} v_b^2 f dv_b - \frac{1}{3 v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b + \frac{2}{3} \int_{v_e}^{\infty} v_b f dv_b \right]$$

$$\langle (\Delta v_{e\parallel})^2 \rangle_b / \Delta t = 8 \pi \Gamma_{eb} \left[-\frac{1}{9 v_e^3} \int_0^{v_e} v_b^4 f dv_b + \frac{1}{3} \int_{v_e}^{\infty} v_b f dv_b \right]$$

En reprenant l'expression des maxwelliennes non déplacées vues précédemment, nous pouvons trouver :

Cas où f est une maxwellienne non déplacée

$$\frac{1}{2} \frac{\langle (\Delta v_{e\perp}^{\vec{v}})^2 \rangle_e}{\Delta t} = \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{4 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v_e} \left[\frac{e^{-u_e^2}}{2u_e} + \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u_e) \left(1 - \frac{1}{2u_e^2}\right) \right] \quad (\text{B.7})$$

$$\langle (\Delta v_{e\parallel}^{\vec{v}})^2 \rangle_e / \Delta t = \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2} \left[\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{6u^2}\right) \frac{e^{-u^2}}{v_e} - \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u)}{12 u^3 v_e} \right] \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{1}{2} \frac{\langle (\Delta v_{e\perp}^{\vec{v}})^2 \rangle_i}{\Delta t} = \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{4 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v_e} \left[\frac{e^{-u_i^2}}{u_i} + \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u_i) \left(1 - \frac{1}{2u_i^2}\right) \right] \quad (\text{B.9})$$

$$\langle (\Delta v_{e\parallel}^{\vec{v}})^2 \rangle_i / \Delta t = \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2} \left[\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{6u_i^2}\right) \frac{e^{-u_i^2}}{v_i} - \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(u_i)}{12 u_i^3 v_i} \right] \quad (\text{B.10})$$

Cas où f est maxwellienne déplacée de vitesse moyenne \bar{v}

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\langle (\Delta v_{e\perp}^{\vec{v}})^2 \rangle_e}{\Delta t} &= \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v_{th_e}} \left[\right. \\ &e^{-(u_e - u_{me})^2} \left(\frac{(v_e - \bar{v})^3}{9v_e^3} + \frac{(v_e - \bar{v})v_{th_e}^2}{6v_e^3} + \frac{4\bar{v}(v_e - \bar{v})^2}{9v_e^3} + \frac{4\bar{v}v_{th_e}^2}{3v_e^3} + \frac{2\bar{v}^2(v_e - \bar{v})}{v_e^3} + \frac{4\bar{v}^3}{3v_e^3} + \frac{2}{3} \right) \\ &+ e^{-(u_{me})^2} \left(\frac{\bar{v}}{v_e} - \frac{(\bar{v}^3)}{3v_e^3} + \frac{\bar{v}v_{th_e}^2}{2v_e^3} - \frac{4\bar{v}v_{th_e}^2}{3v_e^3} \right) \\ &+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\operatorname{erf}(u_e - u_{me}) + \operatorname{erf}(u_{me})) \left(\frac{1}{u_e} + \frac{2\bar{v}^2}{v_e v_{th_e}} - \frac{1}{2u_e^3} - \frac{2\bar{v}^2}{v_e^3 v_{th_e}} - \frac{2\bar{v}^4}{3v_e^3 v_{th_e}} \right) \\ &\left. + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \operatorname{erf}(u_e - u_{me})) \left(\frac{4\bar{v}}{3v_{th_e}} \right) \right] \quad (\text{B.11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle (\Delta v_{e\parallel}^{\vec{v}})^2 \rangle_e / \Delta t &= \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{2 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v_{th_e}} \left[\right. \\ &e^{-(u_e - u_{me})^2} \left(-1 - u_{me} + \frac{(v_e - \bar{v})^3}{3v_e^3} + \frac{(v_e - \bar{v})v_{th_e}^2}{2v_e^3} + \frac{4\bar{v}(v_e - \bar{v})^2}{3v_e^3} + \frac{4\bar{v}v_{th_e}^2}{3v_e^3} + \frac{2\bar{v}^2(v_e - \bar{v})}{v_e^3} + \frac{4\bar{v}^3}{3v_e^3} + \frac{2}{3} \right) \\ &+ e^{-(u_{me})^2} \left(\frac{\bar{v}}{v_e} - \frac{(\bar{v}^3)}{3v_e^3} + \frac{\bar{v}v_{th_e}^2}{2v_e^3} - \frac{4\bar{v}v_{th_e}^2}{3v_e^3} \right) \\ &+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\operatorname{erf}(u_e - u_{me}) + \operatorname{erf}(u_{me})) \left(\frac{1}{u_e} + \frac{2\bar{v}^2}{v_e v_{th_e}} - \frac{1}{2u_e^3} - \frac{2\bar{v}^2}{v_e^3 v_{th_e}} - \frac{2\bar{v}^4}{3v_e^3 v_{th_e}} \right) \\ &\left. + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \operatorname{erf}(u_e - u_{me})) \left(\frac{4\bar{v}}{3v_{th_e}} \right) \right] \quad (\text{B.12}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{\langle (\Delta v_{e\perp}^{\vec{v}})^2 \rangle_i}{\Delta t} &= \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v t h_i} [\\
&e^{-(u_i - u_{mi})^2} \left(\frac{(v_e - \bar{v})^3}{9v_e^3} + \frac{(v_e - \bar{v}) v t h_i^2}{6v_e^3} + \frac{4\bar{v}(v_e - \bar{v})^2}{9v_e^3} + \frac{4\bar{v} v t h_i^2}{3v_e^3} + \frac{2\bar{v}^2(v_e - \bar{v})}{v_e^3} + \frac{4\bar{v}^3}{3v_e^3} + \frac{2}{3} \right) \\
&+ e^{-(u_{mi})^2} \left(\frac{\bar{v}}{v_e} - \frac{(\bar{v}^3)}{3v_e^3} + \frac{\bar{v} v t h_i^2}{2v_e^3} - \frac{4\bar{v} v t h_i^2}{3v_e^3} \right) \\
&+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\text{erf}(u_i - u_{mi}) + \text{erf}(u_{mi})) \left(\frac{1}{u_i} + \frac{2\bar{v}^2}{v_e v t h_i} - \frac{1}{2u_i^3} - \frac{2\bar{v}^2}{v_e^3 v t h_i} - \frac{2\bar{v}^4}{3v_e^3 v t h_i} \right) \\
&+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \text{erf}(u_i - u_{mi})) \left(\frac{4\bar{v}}{3v t h_i} \right)] \tag{B.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle (\Delta v_{e\parallel}^{\vec{v}})^2 \rangle_i / \Delta t &= \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{2 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^2 v t h_i} [\\
&e^{-(u_i - u_{mi})^2} \left(-1 - u_{mi} + \frac{(v_e - \bar{v})^3}{3v_e^3} + \frac{(v_e - \bar{v}) v t h_i^2}{2v_e^3} + \frac{4\bar{v}(v_e - \bar{v})^2}{3v_e^3} + \frac{4\bar{v} v t h_i^2}{3v_e^3} + \frac{2\bar{v}^2(v_e - \bar{v})}{v_e^3} + \frac{4\bar{v}^3}{3v_e^3} + \frac{2}{3} \right) \\
&+ e^{-(u_{mi})^2} \left(\frac{\bar{v}}{v_e} - \frac{(\bar{v}^3)}{3v_e^3} + \frac{\bar{v} v t h_i^2}{2v_e^3} - \frac{4\bar{v} v t h_i^2}{3v_e^3} \right) \\
&+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\text{erf}(u_i - u_{mi}) + \text{erf}(u_{mi})) \left(\frac{1}{u_i} + \frac{2\bar{v}^2}{v_e v t h_i} - \frac{1}{2u_i^3} - \frac{2\bar{v}^2}{v_e^3 v t h_i} - \frac{2\bar{v}^4}{3v_e^3 v t h_i} \right) \\
&+ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \text{erf}(u_i - u_{mi})) \left(\frac{4\bar{v}}{3v t h_i} \right)] \tag{B.14}
\end{aligned}$$

Annexe C

Méthode de résolution d'équation différentielle partielle

Pour plus de détail, il est possible de se reporter à Press et al. (1992)

C.1 Schéma de Lax-Wendroff

Nous cherchons à résoudre un système d'équations hydrodynamiques. Le modèle hydrodynamique suppose qu'en un point de l'espace, une seule vitesse est définie, à savoir la vitesse moyenne de la distribution locale des vitesses des particules. Pour simplifier l'explication de ce schéma, nous nous plaçons dans un cas sans champ électromagnétique. En ce qui nous concerne les équations à résoudre sont la conservation de la densité, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Nous allons décrire la méthode de résolution numérique dit Schéma de Lax-Wendroff adaptée au problème 1D suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ u(x, 0) &= u_0(x)\end{aligned}$$

Nous allons considérer une discrétisation finie sur un maillage régulier en temps et en espace :

$$x_i = i \Delta x, i \in \mathbb{N}^*, t^n = n \Delta t, n \in \mathbb{N}$$

On suppose qu'une suite de valeurs u est connue jusqu'à l'instant t^n : u_i^n . Le problème est de calculer u_i^{n+1} . Ce schéma utilise une interpolation quadratique. On écrit le développement limité de u à l'ordre 2 en x sous

la forme :

$$u(x, t^n) = u(x_i, t^n) + (x - x_i) \frac{u(x_{i+1}, t^n) - u(x_{i-1}, t^n)}{2\Delta x} + \frac{(x - x_i)^2}{2} \frac{u(x_{i+1}, t^n) - 2u(x_i, t^n) + u(x_{i-1}, t^n)}{\Delta x^2}$$

Au point $x = x_i - V \Delta t$, nous obtenons le schéma explicite suivant :

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{V}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) - \frac{V^2 \Delta t}{2\Delta x^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n) = 0$$

C.2 Etude de la consistance du schéma

En injectant la solution exacte dans le schéma, l'erreur de consistance du schéma s'écrit :

$$\epsilon_i^n \equiv \frac{u(x_i, t^{n+1}) - u(x_i, t^n)}{\Delta t} + \frac{V}{2\Delta x} (u(x_{i+1}, t^n) - u(x_i, t^n)) - \frac{v^2 \Delta t}{2\Delta x^2} (u(x_{i+1}, t^n) - 2u(x_i, t^n) + u(x_{i-1}, t^n))$$

Par développement limité à l'ordre 3 en t de $u(x_i, t^{n+1})$, on trouve :

$$\frac{u(x_i, t^{n+1}) - u(x_i, t^n)}{\Delta t} = \frac{\partial u(x_i, t^n)}{\partial t} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 u(x_i, t^n)}{\partial t^2} + \frac{\Delta t^2}{6} \frac{\partial^3 u(x_i, t^n)}{\partial t^3} + o(\Delta t^3)$$

Par développement limité à l'ordre 4 en x de $u(x_{i+1}, t^n)$ et $u(x_{i-1}, t^n)$, on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{u(x_{i+1}, t^n) - u(x_i, t^n)}{2\Delta x} &= \frac{\partial u(x_i, t^n)}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{6} \frac{\partial^3 u(x_i, t^n)}{\partial x^3} + o(\Delta x^4) \\ \frac{u(x_{i-1}, t^n) - 2u(x_i, t^n) + u(x_{i-1}, t^n)}{\Delta x^2} &= \frac{\partial^2 u(x_i, t^n)}{\partial x^2} + o(\Delta x^2) \end{aligned}$$

soit finalement :

$$\begin{aligned} \epsilon_i^n &= \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} \right) (x_i, t^n) + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 u(x_i, t^n)}{\partial t^2} - \frac{V^2 \Delta t}{2} \frac{\partial^2 u(x_i, t^n)}{\partial x^2} (x_i, t^n) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} (x_i, t^n) + \frac{V \Delta x^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} (x_i, t^n) + o(\Delta t^3 + \Delta x^4 + \Delta t \Delta x^2) \end{aligned}$$

La première parenthèse est nulle puisque u est solution de l'équation. L'équation nous fournit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -V \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = -V \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ &\Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} = \frac{\partial}{\partial t} \left(V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = V^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = -V^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \end{aligned}$$

soit au total :

$$\epsilon_i^n = \frac{V}{6} (-(V\Delta t)^2 + \Delta x^2) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + o(\Delta t^3 + \Delta x^4 + \Delta t\Delta x^2)$$

Si $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ est borné, alors : $|\epsilon_i^n| \leq C |\Delta x^2 - (V\Delta t)^2/2| \|\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\|$. On est donc en présence d'un schéma d'erreur $o(\Delta t^2 + \Delta x^2)$

Bibliographie

- H. Alfvén. On the theory of magnetic storms and aurorae. *Tellus*, 10 :104–116, 1958.
- O. Amm, M. J. Engebretson, R. A. Greenwald, H. Lühr, et T. Moretto. Direct determination of IMF B_Y -related cusp current systems, using SuperDARN radar and multiple ground magnetometer data : A link to theory on cusp current origin. *J.Geophys.Res.*, 104 :17187–17198, 1999. doi : 10.1029/1999JA900171.
- C. P. Barrington-Leigh, U. S. Inan, et M. Stanley. Identification of sprites and elves with intensified video and broadband array photometry. *J.Geophys.Res.*, 106 :1741–1750, 2001. doi : 10.1029/2000JA000073.
- T. F. Bell, V. P. Pasko, et U. S. Inan. Runaway electrons as a source of Red Sprites in the mesosphere. *Geophys.Res.Lett.*, 22 :2127–2130, 1995. doi : 10.1029/95GL02239.
- K. Birdsall et A. B. Langdon. *Plasma Physics via Computer Simulation*. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 1991.
- P.-L. Blelly, A. Robineau, J. Lilensten, et D. Lummerzheim. 8-moment fluid models of the terrestrial high latitude ionosphere between 100 and 3000 km, solar terrestrial energy production (step). *handbook of ionospheric models*, pages 53–72, 1996.
- P.-L. Blelly et R.W. Schunk. A comparative study of the time-dependent standard 8-, 13- and 16-moment transport formulation of the polar wind. *Ann. Geophys.*, 11 :443–469, 1993.
- M.H. Boehm, J. Clemmons, J.-E. Wahlund, A. Erikson, L. Eliason, L. Blomberg, P ; Kintner, et H. Höfner. Observations of an upward-directed electron beam with the perpendicular temperature of the cold ionosphere. *Geophys. Res. Lett.*, 22 (16) :2103–2106, 1995.
- O. Buneman. Dissipation of Currents in Ionized Media. *Physical Review*, 115 :503–517, 1959. doi : 10.1103/PhysRev.115.503.
- C.W. Carlson, J.P. McFadden, R.E. Ergun, M. Temerin, W. Peria, F.S. Mozer, D.M. Klumpar, E.G. Shelley, W.K. Peterson, E. Moebius, R. Elphic, R. Strangeway, C. Cattell, et R. Pfaff. Fast observations in the

- downward auroral current region : Energetic upgoing electron beams, parallel potential drops, and ion heating. *Geophys. Res. Lett.*, 25 (12) :2017–2020, 1998.
- S. Chandrasekhar. Stochastic problems in physics and astronomy. *Revs Modern Phys.*, 15 :1–89, 1943.
- F. Christiansen, V. O. Papitashvili, et T. Neubert. Seasonal variations of high-latitude field-aligned currents inferred from Ørsted and Magsat observations. *J. Geophys. Res.*, 107 :5–1, 2002. doi : 10.1029/2001JA900104.
- R.S. Cohen, L.J. Spitzer, et P. McR Routly. The electrical conductivity of an ionized gas. *Phys.Rev.*, 80 (2) : 230–238, 1950.
- M.A. Danielides, S. Shalimov, et J. Kangas. Estimates of the field-aligned current density in current-carrying filaments using auroral zone ground-based observations. *Ann.Geophys.*, 19 :699–706, 2001.
- J.-L. Delcroix et A. Bers. *Physique des plasmas 1, chapitre 1 : Gaz ionisés et plasmas*, page 39. InterÉditions/CNRS Éditions, 1994a.
- J.-L. Delcroix et A. Bers. *Physique des plasmas 2, chapitre 13 : Théorie cinétique collisionnelles des plasmas*, pages 345–399. InterÉditions/CNRS Éditions, 1994b.
- H. Dreicer. Electron and ion runaway in a fully ionized gas I*. *Physical Review*, 115 (2) :238–249, 1959a.
- H. Dreicer. Electron and ion runaway in a fully ionized gas II*. *Physical Review*, 117 (2) :329–342, 1959b.
- R. C. Elphic, J. W. Bonnell, R. J. Strangeway, L. Kepko, R. E. Ergun, J. P. McFadden, C. W. Carlson, W. Peria, C. A. Cattell, D. Klumpar, E. Shelley, W. Peterson, E. Moebius, L. Kistler, et R. Pfaff. The auroral current circuit and field-aligned currents observed by FAST. *Geophys.Res.Lett.*, 25 :2033–2036, 1998. doi : 10.1029/98GL01158.
- D.S. Evans. Precipitation electron fluxes formed by a magnetic field-aligned potential difference. *J. Geophys. Res.*, 79 :2853, 1974.
- H. Fukunishi, Y. Takahashi, M. Kubota, et K. Sakanoi. Elves : lightning induced transient luminous events in the lower ionosphere. *Geophys. Res. Lett.*, 23 :2157, 1996.
- S. Gasiorowicz, M. Neuman, et R. J. jr Riddell. Dynamics of ionized media. *Phys. Rev.*, 101 :922–934, 1956.
- A. V. Gurevich. . *Zhurnal Eksperimental noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 39 :1296, 1960.

- A. V. Gurevich et I. N. Istomin. Thermal escape and convective heat transfer associated with fast electrons in a plasma. *Zhurnal Eksperimental noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 77 :933–945, 1979.
- A. V. Gurevich, G. M. Milikh, et R. Roussel-Dupre. Runaway electron mechanism of air breakdown and preconditioning during a thunderstorm. *Physics Letters A*, 165 :463–468, 1992. doi : 10.1016/0375-9601(92)90348-P.
- A. V. Gurevich, G. M. Milikh, et R. A. Roussel-Dupre. Nonuniform runaway air-breakdown. *Physics Letters A*, 187 :197–203, 1994. doi : 10.1016/0375-9601(94)90062-0.
- G. D. Holman. Acceleration of runaway electrons and Joule heating in solar flares. *ApJ*, 293 :584–594, 1985. doi : 10.1086/163263.
- T. Iijima et T.A. Potemra. The amplitude distribution of field-aligned currents at northern high latitudes observed by triad. *J. Geophys. Res.*, 81(13) :2165–2174, 1976.
- T. Iijima et T.A. Potemra. Large scale characteristics of field-aligned currents associated with substorms. *J. Geophys. Res.*, 83(A2) :599–615, 1978.
- N. Ivchenko et G. Marklund. “Current singularities” observed on Astrid-2. *Adv. Space Res.*, 30 :1779–1782, 2002.
- L.M. Kagan et J.P. Saint-Maurice. Origin of type-2 thermal-ion upflows in the auroral ionosphere. *Ann. Geophys.*, 23 :13–24, 2005.
- Michael C. Kelley. *The Earth’s Ionosphere : Plasma Physics and Electrodynamics*. Academic Press, Inc, San Diego, 1989.
- R.J. Kingham et A.R. Bell. An implicit vlasov-fokker-planck code to model non-local electron transport in 2-d with magnetic fields. *J. Comput. Phys.*, 194 (1) :1–34, 2004.
- Nicholas A. Krall et Alvin W. Trivelpiece. *Principles of plasma physics*. San Francisco Press, Inc, San Francisco, 1986.
- M.D. Kruskal et I.B. Bernstein. Runaway electrons in an ideal lorentz plasma. *Phys. Fluids*, 7(3) :407–418, 1964.
- A. V. Kustov, W. B. Lyatsky, G. J. Sofko, et L. Xu. Field-aligned currents in the polar cap at small IMF B_z and B_y inferred from SuperDARN radar observations. *J. Geophys. Res.*, 105 :205–214, 2000. doi : 10.1029/1999JA900428.

- A. V. Kustov, V. O. Papitashvili, G. J. Sofko, A. Schiffler, Y. I. Feldstein, L. I. Gromova, A. E. Levitin, B. A. Belov, R. A. Greenwald, et M. J. Ruohoniemi. Dayside ionospheric plasma convection, electric fields, and field-aligned currents derived from the SuperDARN radar observations and predicted by the IZMEM model. *J. Geophys. Res.*, 102 :24056–24068, 1997.
- B. S. Lanchester, M. H. Rees, D. Lummerzheim, A. Otto, K. J. F. Sedgemore-Schulthess, H. Zhu, et I. W. McCrea. Ohmic heating as evidence for strong field-aligned currents in filamentary aurora. *J. Geophys. Res.*, 106 (A2) :1785–1794, 2001.
- A. N. Lebedev. Contribution to the theory of runaway electrons. *Zh. Eksp. & Teor. Fiz.*, 48 :1383 (Translation : Sov. Phys. JETP 21 :931), 1965.
- N. Lehtinen. *Relativistic runaway electrons above thunderstorms*. PhD thesis, Stanford University, 2000.
- J. Liliensten et P.-L. Blelly. *Du Soleil à la terre Aéronomie et météorologie de l'espace*. Presse Universitaire de Grenoble, 1999.
- S. L. Lin et J. N. Bardsley. Monte carlo simulation of ion motion in drift tubes. *J. Chem. Phys.*, 66 (2) : 435–445, 1977.
- H. Luhr, J. Warnecke, L. J. Zanetti, P. A. Lindqvist, et T. J. Hughes. Fine structure of field-aligned current sheets deduced from spacecraft and ground-based observations : Initial Freja results. *Geophys. Res. Lett.*, 21 :1883, 1994.
- W.M. Manheimer, M. Lampe, et G. Joyce. Langevin representation of coulomb collisions in pic simulations. *J. Comp. Phys.*, 138 :563–584, 1997.
- G. Marklund, L. Blomberg, C.-G. Fälthammar, et P.-A. Lindqvist. On intense diverging electric fields associated with black aurora. *Geophys. Res. Lett.*, 21 :1859, 1994a.
- G. T. Marklund, L. G. Blomberg, P.-A. Lindqvist, C.-G. Faldhammar, G. Haerendel, F. Mozer, A. Pedersen, et P. Tanskanen. The double probe electric field experiment on Freja : Experiment description and first results. *Space Science Reviews*, 70 :483, 1994b.
- G. T. Marklund, N. Ivchenko, T. Karlsson, A. Fazakerley, M. Dunlop, P.-A. Lindqvist, S. Buchert, C. Owen, M. Taylor, A. Vaivalds, P. Carter, M. André, et A. Balogh. Temporal evolution of the electric field accelerating electrons away from the auroral ionosphere. *Nature*, 414 :724–727, 2001.
- A. Masson. communication privée, 1998.

- M. P. McCarthy et G. K. Parks. On the Modulation of X Ray Fluxes in Thunderstorms. *J.Geophys.Res.(Atmosphere)*, 97, 1992.
- J. P. McFadden, C. W. Carlson, et R. E. Ergun. Microstructure of the auroral acceleration region as observed by FAST. *J.Geophys.Res.*, 104 :14453–14480, 1999. doi : 10.1029/1998JA900167.
- C. E. McIlwain. Direct Measurement of Particles Producing Visible Auroras. *J.Geophys.Res.*, 65 :2727, 1960.
- W. Miyake, R. Yoshioda, A. Matsuoka, T. Mukai, et T. Nagatsuma. Low-frequency electric field fluctuations and field-aligned electron beams around the edge of an auroral acceleration region. *Ann.Geophys.*, 19 : 389–393, 2001.
- E. Moghaddam-Taaheri et C. K. Goertz. Acceleration of runaway electrons in solar flares. *ApJ*, 352 : 361–375, 1990. doi : 10.1086/168543.
- F. S. Mozer, C. W. Carlson, M. K. Hudson, R. B. Torbert, B. Parady, et J. Yatteau. Observations of Paired Electrostatic Shocks in the Polar Magnetosphere. *Phys.Rev.Lett.*, 38, 1977.
- F. S. Mozer et C. A. Kletzing. Direct observation of large, quasi-static, parallel electric fields in the auroral acceleration region . *Geophys.Res.Lett.*, 25, 1998.
- J. R. Myra, P. J. Catto, A. J. Wootton, R. D. Bengtson, et P. W. Wang. Runaway electrons as a diagnostic of magnetic fluctuations in the edge plasma of the Texas Experimental Tokamak. *Physics of Fluids B*, 4 : 2092–2097, 1992.
- T. Neubert et F. Christiansen. Small-scale, field-aligned currents at the top-side ionosphere. *Geophys. Res. Lett.*, 30 :3–1, 2003.
- K. A. Niemer, J. G. Gilligan, C. D. Croessmann, et H. H. Bolt. Modeling of runaway electron damage for the design of tokamak plasma facing components. In *Presented at the 13th IEEE Symposium on Fusion Engineering, Knoxville, TN, 2-6 Oct. 1989*, pages 2–6, 1990.
- J.-M. A. Noël, J.-P. St.-Maurice, et P.-L. Blelly. Nonlinear model of short-scale electrodynamics in the auroral ionosphere. *Ann. Geophys.*, 18 (9) :1128–1144, 2000.
- J.-M. A. Noël, J.-P. St.-Maurice, et P.-L. Blelly. The effect of e-region wave heating on electrodynamic structures. *Ann. Geophys.*, 23(6) :2081–2094, 2005.

- S. Ohtani, L. G. Blomberg, P. T. Newell, M. Yamauchi, T. A. Potemra, et L. J. Zanetti. Altitudinal comparison of dayside field-aligned current signatures by Viking and DMSP-F7 : Intermediate-scale field-aligned current systems. *J. Geophys. Res.*, 101 :15297–15310, 1996. doi : 10.1029/96JA00686.
- N. Olsen. Ionospheric *F* region currents at middle and low latitudes estimated from Magsat data. *J. Geophys. Res.*, 102 :4563–4576, 1997. doi : 10.1029/96JA02949.
- N. Olsen, R. Holme, G. Hulot, T. Sabaka, T. Neubert, L. ; Tøffner-Clausen, F. Primdahl, J. Jørgensen, J.-M. Léger, D. Barraclough, J. Bloxham, J. Cain, C. Constable, V. Golovkov, A. Jackson, P. Kotzé, B. Langlais, S. Macmillan, M. Manda, J. Merayo, L. Newitt, M. Purucker, T. Risbo, M. Stampe, A. Thomson, et C. Voorhies. Ørsted initial field model. *Geophys. Res. Lett.*, 27 (22) :3607–3610, 2000.
- V. V. Parail et O. P. Pogutse. Runaway Electrons in a Tokamak. In M. A. Leontovich, editor, *Reviews of Plasma Physics*, volume 11, page 1, 1986.
- V. P. Pasko, U. S. Inan, Y. N. Taranenko, et T. F. Bell. Heating, ionization and upward discharges in the mesosphere due to intense quasi-electrostatic thundercloud fields. *Geophys. Res. Lett.*, 22 :365–368, 1995. doi : 10.1029/95GL00008.
- William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky, et William T. Vetterling. *Numerical Recipes in FORTRAN : The Art of Scientific Computing- second edition*. Cambridge University Press, 1992.
- P. Ritter, H. Lühr, A. Viljanen, O. Amm, A. Pulkkinen, et I. Sillanpää. Ionospheric currents estimated simultaneously from CHAMP satellite and IMAGE ground-based magnetic field measurements : a statistical study at auroral latitudes. *Ann. Geophys.*, 22 :417–430, 2004.
- M. N. Rosenbluth, W. M. MacDonald, et D. L. Judd. Fokker-planck equation for an inverse-square force*. *Phys. Rev.*, 107 (1) :1–6, 1957.
- R. A. Roussel-Dupré, A. V. Gurevich, T. Tunnell, et G. M. Milikh. Kinetic theory of runaway air breakdown. *Phys. Rev. Lett.*, 49 :2257–2271, 1994. doi : 10.1103/PhysRevE.49.2257.
- R. W. Schunk et A. F. Nagy. *Ionospheres Physics, Plasma Physics and Chemistry*. Cambridge University Press, 2000.
- R. W. Schunk et J. C. G. Walker. Transport properties of the ionospheric electron gas. *Plan. Space Sci.*, 18 :1535–1550, 1970.

- H. C. Scoffield, T. K. Yeoman, D. M. Wright, S. E. Milan, A. N. Wright, et R. J. Strangeway. An investigation of the field-aligned currents associated with a large-scale ULF wave using data from CUTLASS and FAST. *Ann. Geophys.*, 23 :487–498, 2005.
- D. D. Sentman, E. M. Wescott, D. L. Osborne, D. L. Hampton, et M. J. Heavner. Preliminary results from the Sprites94 aircraft campaign : 1. Red sprites. *Geophys.Res.Lett.*, 22 :1205–1208, 1995.
- H. R. Skullerud. RESEARCH NOTES : The stochastic computer simulation of ion motion in a gas subjected to a constant electric field. *Journal of Physics D Applied Physics*, 1, 1968.
- M. R. Spiegel et L.J. Stephens. *Schaum's outlines statistics - Third Edition*. McGraw-Hill Companies, 1999.
- L. Spitzer et R. Härm. Transport phenomena in a completely ionized gas. *Phys. Rev.*, 89 :977–981, 1953.
- J.P. St-Maurice, W. Kofman, et D. James. In situ generation of intense parallel electric field in the lower ionosphere. *J. Geophys. Res.*, 101 (A1) :335–356, 1996.
- K. Stasiewicz, G. Holmgren, et L. Zanetti. Density depletions and current singularities observed by Freja. *J.Geophys.Res.*, 1998.
- K. Stasiewicz et T. Potemra. Multiscale current structures observed by Freja. *J.Geophys.Res.*, 103 :4315–4326, 1998. doi : 10.1029/97JA02396.
- P. Stauning. Field-aligned ionospheric current systems observed from Magsat and Oersted satellites during northward IMF. *Geophys.Res.Lett.*, 29 :6–1, 2002.
- P. Stauning, F. Primdahl, F. Christiansen, et J. Watermann. Detection of high-altitude fine-scale field-aligned current structures from the ørsted satellite. *OIST-4 Proceedings*, pages 167–174, 2003.
- S. Tsuneta. Heating and acceleration processes in hot thermal and impulsive solar flares. *ApJ*, 290 :353–358, 1985. doi : 10.1086/162992.
- H. Wang, H. Lühr, S. Y. Ma, J. Weygand, R. M. Skoug, et F. Yin. Field-aligned currents observed by CHAMP during the intense 2003 geomagnetic storm events. *Ann. Geophys.*, 24 :311–324, 2006.
- D. R. Weimer. Maps of ionospheric field-aligned currents as a function of the interplanetary magnetic field derived from Dynamics Explorer 2 data. *J.Geophys.Res*, 106 :12889–12902, 2001. doi : 10.1029/2000JA000295.

- E. M. Wescott, D. Sentman, D. Osborne, D. Hampton, et M. Heavner. Preliminary results from the Sprites94 aircraft campaign : 2. Blue jets. *Geophys.Res.Lett.*, 22 :1209–1212, 1995.
- E. Winkler, J.-P. St Maurice, et A.R. Barakat. Results from improved monte-carlo calculations of auroral ion velocity distributions. *J. Geophys. Res.*, 97 :8399–8423, 1992.
- H.S. Wio. *Series on Advances in Statistical Mechanics - Volume 10 An Introduction to Stochastic Processes and Nonequilibrium Statistical Physics*, chapter Appendix I.B. : Stochastic Differential Equations and Fokker-Planck Equations. World Scientific, 1994.
- M. Yousfi, A. Hennad, et A. Alkaa. Monte carlo simulation of electron swarms at low reduced electric fields. *Phys. Rev. E*, 49 :3264–3273, 1994.
- V. Yukhimuk, R. A. Roussel-Dupré, et E. M. D. Symbalisty. On the temporal evolution of red sprites : Runaway theory versus data. *Geophys.Res.Lett.*, 26 :679–682, 1999. doi : 10.1029/1999GL900073.
- D. M. Zarro, J. T. Mariska, et B. R. Dennis. Testing the DC-Electric Field Model in a Solar Flare Observed by YOHKOH and the Compton Gamma-Ray Observatory. *ApJ*, 440 :888, 1995. doi : 10.1086/175327.