Localisation de source par petits fonds en UBF (1-100 Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence

Grégoire Le Touzé

▶ **To cite this version:**

Grégoire Le Touzé. Localisation de source par petits fonds en UBF (1-100 Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007. Français. NNT : . tel-00255015

HAL Id: tel-00255015

https://theses.hal.science/tel-00255015

Submitted on 13 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : « Signal Image Parole et Télécom »

préparée au Laboratoire des Images et des Signaux de Grenoble

dans le cadre de **l'École Doctorale « Electronique , Electrotechnique, Automatique, Traitement du Signal »**

présentée et soutenue publiquement

par

Grégoire LE TOUZÉ

le 14/11/07

Titre :

Localisation de source par petits fonds en UBF (1-100Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence

Directeurs de thèse : Jérôme I. MARS et Jean-Louis LACOUME

JURY

Monsieur	Henri-Claude Nataf	Président
Monsieur	André Quinquis	Rapporteur
Monsieur	Cédric Richard	Rapporteur
Monsieur	Patrick Flandrin	Examinateur
Monsieur	Dominique Fattaccioli	Examinateur
Monsieur	Jérôme Mars	Directeur de thèse
Monsieur	Jean-Louis Lacoume	Co-directeur de thèse

Nous reconnaissons les choses, nous ne les connaissons pas.
G. Deleuze, *Proust et les signes*

Remerciements

Merci au directeur de Laboratoire, M. Chassery de m'avoir accueilli au sein du LIS puis du GIPSA-Lab. Merci à mes directeurs de thèse, Jérôme I. Mars et J-L. Lacoume pour leurs conseils et leur suivi. Merci à Barbara pour la précieuse aide qu'elle m'a apportée tout au long de cette thèse et à toutes les personnes qui m'ont aidé et conseillé durant ces travaux de thèse et pour la soutenance. Merci à mes rapporteurs, A. Quinquis et C. Richard, à mes examinateurs P. Flandrin et D. Fattaccioli pour avoir accepté de se pencher sur mes travaux ainsi qu'à H-C. Nataf pour avoir accepté de présider mon jury.

Merci aux personnes du laboratoire avec lesquelles il a pu m'arriver de sympathiser autour d'un café, d'une bière ou d'un problème de localisation temps-fréquence, dans feu les boxs ou survivante la KFet. Une pensée particulière pour le trio infernal Caro P.-Matthieu G.-Mathieu F., compagnon de fortunes et d'infortunes des vicissitudes de la vie laborantine, trio immortalisé en ma compagnie dans son cadre bienveillant sous l'oeil duquel il m'arrive de travailler, trio sans lequel ma boite mails aurait été rendue à sa prosaïque condition d'outil professionnel ; pour le jeune Cédric D., le Guide, qui m'a apporté (physiquement) la lumière durant ce travail de 3 ans qu'il respecte mais qu'il n'a pas lu (les spécialistes apprécieront) ; pour Moussa et Ben qui, bon en, mal en, soutiendront et dont les discussions sur la géopolitique libanaise ou la politisation de la société française, refroidies ou échaudées par l'air du dehors et inspirées par l'odeur du tabac, ont positivement influencé le travail qui suit ; pour Barbara, Julien, Max, Fred, Cédric G., "Bidou", Pierre G... et ces moments de discussions partagés, sérieux ou moins.

Merci à mes deux chats dont l'indifférence obstinée envers les difficultés soulevées par ma thèse m'a certainement permis d'en relativiser la portée. Merci à mes proches d'avoir été égaux à eux-mêmes et particulièrement à Charlotte pour ses relectures acharnées. Merci enfin à mes chaussures et skis de randonnée pour m'avoir porté loin vers les cimes, sources inépuisables d'efforts endurés et de joies partagées.

Table des matières

Introduction **1**

1 Contexte de l'étude : propagation acoustique et outils temps-fréquence **7**
1.1 Introduction . . . 9
1.2 Propagation acoustique . . . 10
1.2.1 Onde acoustique : généralités . . . 10
1.2.2 Atténuation des ondes . . . 12
1.2.3 Les ondes guidées . . . 16
1.2.4 Conclusion . . . 27
1.3 Représentations temps-fréquence . . . 28
1.3.1 Contexte de l'étude . . . 29
1.3.2 Le problème temps-fréquence . . . 31
1.3.3 Les méthodes de distribution de la classe de Cohen . . . 32
1.3.4 Les RTF de décomposition atomique . . . 39
1.3.5 Les méthodes paramétriques . . . 46
1.3.6 Les méthodes RTF pour structures non-linéaires : le principe de l'équivalence unitaire . . . 47
1.4 Conclusion . . . 54

2 Représentations adaptées et filtrage modal **55**
2.1 Introduction . . . 57
2.2 Outils de représentations adaptés aux ondes guidées . . . 58
2.2.1 Choix des modèles de guide . . . 58
2.2.2 Opérateur unitaire pour le guide *parfait* . . . 59
2.2.3 Opérateur unitaire pour le guide de *Pekeris* . . . 61
2.2.4 Transformées de Fourier adaptées . . . 63
2.2.5 Représentations temps-fréquence atomiques adaptées . . . 68
2.2.6 Classes de Cohen adaptées . . . 76
2.2.7 RTF atomiques adaptatives adaptées aux ondes guidées . . . 81
2.3 Mise en place de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ . . . 86
2.3.1 Échantillonnage minimal et domaines de fréquence . . . 86
2.3.2 Mise en place de la discrétisation de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ . . . 88
2.4 Filtrage modal . . . 92
2.4.1 Filtrages linéaires à partir TF et TFCT adaptées . . . 93
2.4.2 Filtrage à partir des RTF *modales* adaptatives . . . 99

2.4.3 Algorithme de segmentation : Ligne de Partage des Eaux 100
2.4.4 Évaluation des performances des différentes techniques de fitrage modal 102
2.5 Conclusion 113

3 Localisation de source sur un seul capteur 115
3.1 Introduction 117
3.2 Méthodes existantes de localisation de source en acoustique sous-marine 118
3.2.1 Les techniques de champs d'ondes adaptés MFP 118
3.2.2 Les techniques de modes adaptées MMP 120
3.2.3 Autres techniques de localisation de source par milieux petits fonds 121
3.2.4 Localisation de source sur un seul capteur 125
3.2.5 Conclusion 126
3.3 Estimation de la distance source-capteur par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence 126
3.3.1 Description de la méthode 126
3.3.2 Améliorations apportées 128
3.3.3 Conclusion sur la méthode d'analyse de la dispersion 129
3.4 Estimation de la profondeur de source et de la distance source-capteur par méthode MMP 131
3.4.1 Formulation de l'estimateur 131
3.4.2 Applications sur les signaux réels 132
3.4.3 Conclusion sur le MMP 137
3.5 Estimation de la profondeur de source par comparaison des coefficients des modes . . . 138
3.5.1 Application à partir de RTF énergétiques à l'aide de masques temps-fréquence . 138
3.5.2 Application avec filtrage modal 140
3.5.3 Conclusion sur l'estimation de la profondeur par mesure des coefficients des modes 142
3.6 Estimateur "signe-distance" à partir de la phase 143
3.6.1 Présentation de l'estimateur 143
3.6.2 Applications sur les données réelles 150
3.6.3 Performances de l'estimateur 152
3.6.4 Conclusion sur l'estimateur signe-distance 157
3.7 Conclusion 158

Conclusion et perspectives 161

A Vitesse de groupe pour le modèle à 3 couches 165

B Caractérisation des filtres atomiques modaux *parfait* et de *Pekeris* 167

Bibliographie 175

Introduction

LE MILIEU MARIN a toujours été passionné les hommes. Les scientifiques se sont intéressés très tôt à ce milieu. Dans l'océan, la conductivité électrique de l'eau limite l'utilisation des ondes électromagnétiques qui ne peuvent se propager à longue distance. Les ondes acoustiques sont le vecteur d'information privilégié dans le milieu marin. Elle sont utilisées à de multiple fins dont :

- la caractérisation du milieu marin,
- la communication sous-marine,
- la détection et la localisation.

La caractérisation du milieu marin consiste en l'estimation des grandeurs physiques qui définissent l'océan et la structure du milieu sous-marin : vitesses de propagation des ondes acoustiques, densités des milieux, profondeur de la couche d'eau, évaluation du relief sous-marin *etc.*. Cette estimation doit tenir compte des nombreux phénomènes qui interviennent lors de la propagation : réflexions aux interfaces entre les différents milieux, dispersion des ondes. Elle peut s'effectuer de manière active par l'émission d'une source de signature connue et l'analyse du signal reçu afin d'en déduire les paramètres recherchés ; ou passive par analyse de signaux reçus en provenance de sources inconnues, voire du bruit ambiant. Cette méthode d'investigation de l'océan est appelée tomographie acoustique océanique.
Les ondes acoustiques sous-marines permettent la communication entre bâtiments sur mer ou entre un appareil de mesure et un bâtiment. On doit tenir compte de l'aspect dispersif des milieux marins qui perturbe les communications acoustiques.
La détection et la localisation concernent les sources, les obstacles ou les cibles présent dans le milieu marin. Elle peut, comme pour la caractérisation du milieu, s'effectuer de manière active par analyse d'un écho du signal émis en direction de la cible à localiser (sonar actif) ou passive. Dans ce dernier cas, des hypothèses sont formulées sur le type de signal à détecter ou à localiser : domaine fréquentiel, largeur de bande, aspect impulsionnel de la source *etc.* Dans ce manuscrit nous nous concentrerons sur la localisation passive de sources impulsionnelles.

La complexité du milieu marin a induit une spécialisation des méthodes proposées qui dépendent :

- du type d'environnement rencontré,
- de la configuration de réception,
- de la gamme de fréquence utilisée.

Deux grands types d'environnements marins peuvent se rencontrer : les environnements petits fonds et les environnements grands fonds. Le type d'environnement est fixé par le rapport entre la longueur d'onde du signal acoustique λ, la profondeur de la couche d'eau D et la distance d'étude R. Le paramètre permettant de délimiter les deux types de configuration est [JKPS94] : $D_l = \sqrt{\lambda R}$. Si la profondeur du milieu D est supérieure à D_l, l'environnement est dit "grands fonds", dans le cas inverse, il est dit "petits fonds". Dans ce dernier cas, les interactions avec le fond ne peuvent être négligées et sont prépondérantes

pour la description de la propagation acoustique.
La configuration de réception est liée à l'expérimentation. Les capteurs de réception du signal peuvent former une antenne horizontale, verticale, à deux ou à trois dimensions *etc.* Ces capteurs peuvent être des hydrophones (enregistrement de la pression) ou des géophones (enregistrant les déplacements d'un milieu élastique).
Les progrès des recherches dans l'étude des ondes sous-marines sont allés de pair avec le perfectionnement des systèmes de mesures. Les premières mesures, qui datent du début du XXème siècle, s'effectuaient dans des domaines fréquentiels de l'ordre de quelques dizaines de kilohertz. Les systèmes d'émission/réception se perfectionnant, il a été possible de s'intéresser à des domaines basses fréquences, caractéristiques de sources fréquemment rencontrées dans l'océan : navires (10-300Hz), baleines (30-4000Hz)... Les techniques de traitement diffèrent selon les gammes de fréquences utilisées du fait des différences de comportement des ondes : les ondes basses fréquences par exemples interfèrent beaucoup plus avec le fond marin que les ondes hautes fréquences.

Contexte et objectifs

Dans ce mémoire nous nous focalisons sur la gamme fréquentielle Ultra Basses Fréquences (UBF) de 1 à 100Hz et les environnements considérés sont petits fonds. De nombreuses sources acoustiques d'opportunité émettent dans cette gamme de fréquence ce qui suscite l'intérêt de cette étude. La configuration d'étude, composée d'un seul hydrophone, est dite "mono-capteur". Les sources considérées sont impulsionnelles (spectre globalement plat et durée temporelle courte). La gamme de fréquences UBF à l'avantage de présenter une faible atténuation avec la distance de propagation. Cette étude s'inscrit dans un travail déjà initié par deux travaux de thèse : M. Nardin [Nar98] s'est intéressée à la description des ondes acoustiques et sismique UBF dans les environnements marins. B. Nicolas [Nic04] a proposé des méthodes d'estimation des paramètres de l'environnement et de localisation de source à partir d'une configuration formée d'une antenne horizontale de capteurs et à l'aide de transformées fréquence-nombre d'onde. Cette étude, comme les études précédentes, a été menée en collaboration avec le CTSN de la DGA de Toulon sous la direction de D. Fattaccioli.

La configuration mono-capteur, peu étudiée, n'est pas une configuration favorable : elle n'autorise aucun traitement d'antenne et interdit l'accès à certains outils (calcul matriciel, transformée fréquence-nombre d'onde). La description théorique de la propagation ouvre cependant des possibilités d'études en vue d'applications classiques comme la localisation de source sous-marine en utilisant des outils de traitement du signal sophistiqués et appropriés.
La première partie de travail de thèse consiste à développer des outils de représentation et de filtrage adaptés aux signaux acoustiques de la configuration d'étude. Ces outils permettront dans une seconde partie d'effectuer une estimation des paramètres de localisation de la source. Les travaux de thèse sont à la frontière de la physique de propagation et du traitement du signal, les outils développés de représentation, de filtrage et d'estimation, domaines classiques du traitement du signal, font appel ou se basent sur la physique de la propagation.

Approche proposée

Le manuscrit est organisé en trois chapitres :

1. Le premier chapitre présente les théories et techniques nécessaires au développement et à la compréhension des outils et méthodes proposés par la suite.
   Dans une première partie, nous rappelons les notions élémentaires de la physique de propagation. Nous présentons particulièrement la décomposition du signal acoustique en modes de propagation qui se caractérisent par leur module et leur loi de dispersion. Nous formulons les lois de propagation pour différents environnements classiquement utilisés en acoustique sous-marine : le guide parfait qui est un modèle avec une couche du fond parfaitement réfléchissante, le guide de Pekeris qui prend en compte les interactions avec un fond fluide homogène et le guide à 3 couches qui modélise le fond marin par deux couches. Nous introduisons également un modèle de Pekeris approché qui nous sera utile pour le développement d'outils adaptés. Nous montrons enfin comment les modes, du fait de leur dispersion, sont observables dans le plan temps-fréquence.
   Dans une seconde partie, nous présentons les Représentations Temps-Fréquence (RTF) existantes susceptibles de mettre en évidence les caractéristiques des modes. Nous montrons sur des exemples réels la difficulté pour les RTF classiques de représenter correctement les signaux acoustiques du fait de la nature non-linéaire des structures modales. Nous présentons finalement le formalisme de l'équivalence unitaire qui utilise des opérateurs rendant les structures temps-fréquence linéaires afin de créer de nouvelles classes de RTF adaptées.

2. Dans le deuxième chapitre, nous développons des outils de représentation et de filtrage basés sur les guides parfait et de Pekeris approché. Ces outils contournent les problèmes des RTF existantes et sont basés sur le principe de l'équivalence unitaire. Les outils de représentation adaptées à la propagation modale sont des transformées de Fourier et des RTF. Ces représentations sont potentiellement à même de séparer les modes. Des outils adaptés de filtrage associés à ces représentations sont ensuite développés, ils permettent d'accéder aux modes et à l'ensemble de leurs caractéristiques. Nous évaluons et comparons les performances des filtres développés selon deux critères :
   - la connaissance des paramètres de l'environnement et de la distance source-capteur qui interviennent dans les expressions des filtres,
   - le niveau de bruit.

3. Les outils développés au chapitre 2 permettent d'envisager la mise en place de techniques de localisation de source. Les amplitudes et les signes des modes nous informent sur la profondeur de source. La phase et le tracé de la dispersion des modes dans le plan temps-fréquence nous informent sur la distance source-capteur. Dans le chapitre 3, nous développons des méthodes de localisation de source adaptées à la configuration mono-capteur, soit à partir de méthodes existantes que nous adaptons, soit à partir d'estimateurs que nous proposons. Les méthodes les plus classiques ne donnent pas de résultats satisfaisants. Nous adaptons et appliquons avec succès une méthode d'estimation de la profondeur adaptée aux UBF et développée par Nicolas [NML06]. Nous proposons une méthode d'estimation de la distance et du signe des modes à partir de la phase des modes qui exploite le caractère large bande des signaux UBF et qui est un bon complément à la méthode d'estimation de la profondeur. Toutes les méthodes exposées et proposées

sont testées et validées sur deux jeux de données réels décrits ci-après.

Présentation des signaux réels utilisés

Les données "Mer du Nord" ont été acquises lors d'une campagne de sismique marine par la Compagnie Générale de Géophysique (CGG) en Mer du Nord. Ce sont des données 4 composantes (un hydrophone et 3 géophones) enregistrées sur un capteur de type OBS ("Ocean Bottom Seismometer") posé sur le fond. La source est tirée d'un bateau pour des déports (distance source-capteur) de 0 à 6000 m tous les 25 m. Les 240 enregistrements ainsi constitués forment une antenne horizontale de 6000 m. La source est un canon à air de spectre globalement plat entre 0 et 80 Hz. La fréquence d'échantillonnage est de 250 Hz. L'environnement est proche d'un guide de Pekeris : très faible gradient de température dans la couche d'eau considérée comme homogène. Les paramètres de l'environnement sont les suivants :

- profondeur de la couche d'eau $D = 130\ m$
- couche d'eau : vitesse $V_1 = 1520\ m/s$, densité $\rho_1 = 1$
- couche du fond : vitesse $V_2 = 1875\ m/s$, densité $\rho_2 = 3$

La figure 0.1 représente le spectre du signal source. Il subit des variations lentes entre 10 et 70 Hz et peut être considéré comme globalement plat. D'après la définition donnée ci-dessous et compte tenu de la profondeur et des fréquences considérées, le milieu devient petits fonds à partir d'une distance source-capteur $R = 1400\ m$.

Les données "Méditerranée" ont été acquises lors de la campagne de mesures PROSISMA-GL1 menée en collaboration entre le Laboratoire des Images et des Signaux, Géosciences Azur et la DCE/DGA de Toulon [AH95]. Ce sont des données 4 composantes (un hydrophone et 3 géophones) enregistrées sur un capteur OBS ("Ocean Bottom Seismometer") posé sur le fond. Nous étudierons deux traces pour lesquelles les distances source-capteur sont de 11060 m et 14000 m. La source est un canon à air dont le spectre décroît légèrement entre 0 et 97.5 Hz. La fréquence d'échantillonnage des signaux de pression est de 195 Hz. L'environnement est modélisable par un modèle à 3 couches dont les paramètres d'environnement sont les suivants [Nar98] :

- couche d'eau : profondeur $D_1 = 90\ m$, vitesse $V_1 = 1520\ m/s$, densité $\rho_1 = 1$
- couche de sédiments gorgés d'eau : profondeur $D_2 = 10\ m$, vitesse $V_2 = 1560\ m/s$, densité $\rho_2 = 1.2$
- couche du fond : vitesse $V_3 = 1750\ m/s$, densité $\rho_3 = 1.8$

Aux distances considérées, compte tenu des fréquences des signaux, l'environnement est petits fonds.

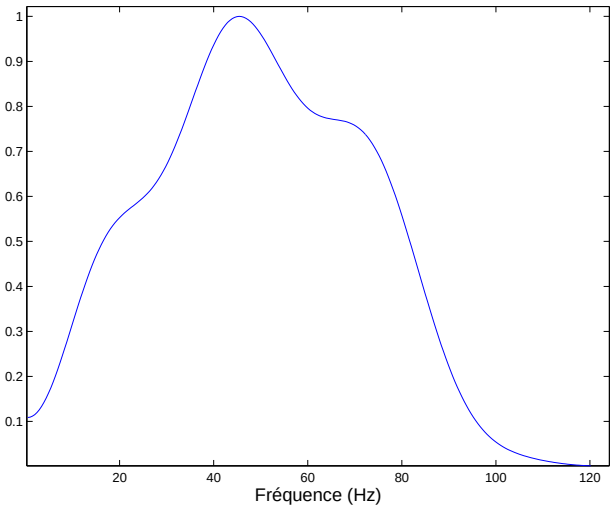

FIG. 0.1 – Spectre normalisé de la source des données Mer du Nord

Chapitre 1

Contexte de l'étude : propagation acoustique et outils temps-fréquence

Sommaire

1.1 Introduction . . . 9
1.2 Propagation acoustique . . . 10
1.2.1 Onde acoustique : généralités . . . 10
1.2.2 Atténuation des ondes . . . 12
1.2.2.1 Divergence géométrique . . . 12
1.2.2.2 Atténuation par absorption . . . 13
1.2.2.3 Interactions et pertes au niveau des interfaces . . . 13
1.2.3 Les ondes guidées . . . 16
1.2.3.1 Introduction . . . 16
1.2.3.2 Propagation des ondes suivant la théorie des modes : cas monochromatique . . . 17
1.2.3.3 Approche physique des modes . . . 22
1.2.3.4 Généralisation dans le cas des signaux large bande . . . 23
1.2.3.5 Fréquence de coupure . . . 24
1.2.3.6 Vitesse de groupe des modes . . . 25
1.2.4 Conclusion . . . 27
1.3 Représentations temps-fréquence . . . 28
1.3.1 Contexte de l'étude . . . 29
1.3.2 Le problème temps-fréquence . . . 31
1.3.3 Les méthodes de distribution de la classe de Cohen . . . 32
1.3.3.1 La distribution de Wigner-Ville . . . 32
1.3.3.2 La classe de Cohen : généralités . . . 33
1.3.3.3 Le spectrogramme . . . 34
1.3.3.4 Distribution de Pseudo Wigner-Ville Lissée . . . 35
1.3.3.5 Autres RTF classiques de la classe de Cohen . . . 36
1.3.3.6 Méthodes à noyaux adaptatifs . . . 36
1.3.4 Les RTF de décomposition atomique . . . 39
1.3.4.1 Les RTF de projection linéaire . . . 39
1.3.4.2 Les méthodes adaptatives de décomposition atomique . . . 43

1.3.5 Les méthodes paramétriques 46
1.3.5.1 Le modèle autorégressif glissant 46
1.3.5.2 Autres RTF paramétriques 47
1.3.6 Les méthodes RTF pour structures non-linéaires : le principe de l'équivalence unitaire 47
1.3.6.1 Les opérateurs unitaires et le principe d'équivalence unitaire 49
1.3.6.2 Classes de Cohen unitairement équivalente 50
1.3.6.3 Bases de décomposition unitairement équivalentes 52
1.3.6.4 RTF de décomposition pour signaux à structures non-linéaires 53
1.4 Conclusion 54

La vraisemblance ne se confond pas avec la vérité, ni le réel avec sa représentation.

G. Bouiller, *Rapport sur moi*

1.1 Introduction

LA PROPAGATION ACOUSTIQUE dans l'océan constitue un problème complexe qui peut comporter de nombreuses configurations d'études :

1. Les milieux de propagation qui peuvent être petits fonds ou grands fonds comme il a été indiqué dans le chapitre introductif.
2. Les environnements océaniques qui sont généralement modélisés par une structure stratifiée en couches appelée guide d'ondes. Les couches sont caractérisées par leur profil de célérité et de densité (constants dans le cas de couches homogènes) et par la présence d'ondes sismiques dans les couches du fond marin. L'environnement peut également changer avec la distance ("range dependant") si la configuration géoacoustique (profondeur des couches, vitesses *etc.*) évolue avec la distance. On rencontre également des phénomènes d'atténuation de la propagation.
3. La configuration qui peut être champ proche ou champ lointain selon la distance d'étude r. Cette considération va influer sur le type d'ondes (sphérique, cylindrique, plane) et permettra des simplifications dans la modélisation des signaux.
4. La configuration du signal enregistré : gamme de fréquence utilisée, durée et signature de la source, présence de bruit *etc.*

Quelle que soit la configuration, l'écriture du signal acoustique reçu passe par la résolution de l'équation générale d'Helmholtz. Cette résolution fait nécessairement appel à certaines approximations. Il existe plusieurs théories de modélisation permettant de résoudre l'équation générale d'Helmholtz :

- le tracé de rayon [Kel78],
- l'intégration de nombre d'onde [Pek47],
- la théorie des modes normaux [Pek47],
- les équations paraboliques [LF46],
- les méthodes par différences finies [KS89].

De nombreux ouvrages [TC87, CM97, JKPS94, BL01] décrivent l'ensemble des configurations et des modélisations évoquées. Nos environnements d'étude sont petits fonds et modélisables par des guides d'ondes. Nous choisissons la théorie des modes qui implique une décomposition du signal de pression en une somme de modes normaux. Comme nous le verrons, cette théorie donne accès aux lois de dispersion qui régissent le signal et qui permettent la localisation de source. Ces lois de dispersion détermine les tracés d'énergie des modes dans le plan temps-fréquence. Nous allons chercher à observer les modes dans le plan temps-fréquence de manière à accéder à leurs caractéristiques.

Nous rappelons dans un premier temps les notions élémentaires de propagation acoustique générale en partant de l'équation d'ondes. Le comportement des ondes en rapport avec le milieu naturel (pertes et interactions de surface) est alors présenté. Nous nous intéressons ensuite à la propagation acoustique dans un guide d'ondes en partant du cas général. Nous décrivons particulièrement les cas du guide parfait constitué d'une seule couche (la couche d'eau), du guide à 2 couches fluides homogènes appelé

guide de Pekeris et du guide à 3 couches fluides homogènes fréquemment rencontré en environnement naturel. Nous présentons également une version simplifiée du guide de Pekeris pour laquelle les lois de dispersion permettent la définition d'outils adaptés de représentation et de filtrage (*cf.* chapitre 2).
Dans une seconde partie, nous présentons les méthodes de représentations temps-fréquence les plus classiques en les appliquant aux jeux de données réelles. Nous verrons que les structures modales posent problème du fait de leur caractère non-linéaire. Nous présentons finalement le concept d'équivalence unitaire qui permet de contourner les problèmes de non-linéarité des structures temps-fréquence.

1.2 Propagation acoustique

Dans cette section, nous rappelons quelques propriétés générales d'une onde acoustique monochromatique en partant de l'équation d'onde. Nous présenterons les notions de vitesse de phase et de groupe, d'atténuation des ondes dans l'eau et d'atténuation des ondes par interactions aux surfaces.

1.2.1 Onde acoustique : généralités

Dans un milieu fluide homogène ou lentement variable de masse volumique ρ_0 et de pression moyenne p_0, une perturbation mécanique affectant le milieu engendre une onde acoustique qui se propage. Cette onde dite de compression est caractérisée par les grandeurs suivantes fonction de l'espace $\vec{r}$ et du temps t : la pression $p(\vec{r},t)$, la densité $\rho(\vec{r},t)$, la vitesse de déplacement du fluide $\vec{u}(\vec{r},t)$.

L'équation décrivant la propagation des ondes s'obtient à partir des équations de conservation (masse, quantité de mouvement) et de l'équation d'état qui relie les variations de la masse volumique à celle de la pression. En fonction du potentiel de vitesse U défini par :

$$\vec{u} = -g\vec{rad}U \tag{1.1}$$

l'équation d'onde s'écrit :

$$\Delta U(\vec{r},t) - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 U(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2}$$

où V est la célérité de l'onde et Δ désigne l'opérateur Laplacien. La pression est donnée par :

$$p = \rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} \tag{1.3}$$

Célérité. La célérité V des ondes acoustiques en milieu marin est exprimée par des relations empiriques. Medwin propose [CM97] :

$$V = 1449.2 + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.010T)(S-35) + 0.016z \tag{1.4}$$

où V est exprimée en m/s, T est la température en degré Celsius, S la salinité de l'eau en pour mille et z la profondeur en mètre. En milieu océanique, les variations de célérité dans les premières centaines de mètres de profondeur sont dues aux variations de température [MWW95].

Onde plane. Considérons un milieu homogène isotrope (qui possède les mêmes propriétés quelle que soit la position et la direction) et une onde plane monochromatique de fréquence ν. Le potentiel de vitesse de cette onde est :

$$U(\vec{r},t) = A\exp[j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})] \tag{1.5}$$

où la pulsation ω est liée à la fréquence ν par $\omega = 2\pi\nu$, $\vec{k} = 2\pi\vec{\hat{k}}$ représente le vecteur d'onde et son module k est le nombre d'onde. Il correspond à la pulsation spatiale ($\hat{k}$ correspondant à la fréquence spatiale). L'onde plane est caractérisée par sa période temporelle $T = 1/\nu$ et sa période spatiale, la longueur d'onde $\lambda = 1/\hat{k}$.

Vitesse de phase, dispersion et vitesse de groupe. A un temps t fixé, les lieux de phase constante sont des plans définis par $\vec{k}.\vec{r} = cst$. Ces plans sont orthogonaux au vecteur d'onde $\vec{k}$. La vitesse de déplacement de ces plans d'onde à phase constante est appelée vitesse de phase et est définie par :

$$v_\phi = \frac{\nu}{\hat{k}} = \frac{\omega}{k} \tag{1.6}$$

Cette définition nous amène à introduire le concept d'onde dispersive. Un milieu est dispersif lorsque la vitesse de phase v_ϕ dépend de la fréquence, autrement dit lorsque k n'est pas proportionnel à la fréquence. La dispersion est donc caractérisée par la relation $\nu(\hat{k}) \equiv \omega(k)$ qui lie la fréquence au nombre d'onde. Un signal large bande propagé dans un tel milieu, qui peut-être vu comme la somme de différentes ondes planes monochromatiques, se verra déformé au cours de sa propagation : ainsi les différents plans d'ondes ne se propagent pas à la même vitesse. Le milieu marin est un milieu fluide non-dispersif. Nous verrons cependant par la suite que les guides d'ondes, du fait des multiples réflexions à leurs interfaces, constituent un milieu dispersif. Afin de mieux caractériser ce phénomène de dispersion, nous introduisons le concept de **vitesse de groupe**.

On considère un paquet d'ondes de bande $\Delta\omega$ en pulsations temporelles et Δk en pulsations spatiales centrées respectivement autour des pulsations temporelle ω_c et spatiale k_c. Ce paquet d'ondes est localisé en temps et en espace (contrairement aux ondes planes monochromatiques infinies en durée et dimension), il a pour durée $T_p = 2\pi/\Delta\omega$ et pour dimension spatiale $\Lambda_p = 2\pi/\Delta k$. On cherche la position de son maximum en fonction du temps et la vitesse de déplacement de celui-ci. Pour cela, on utilise le principe d'interférences constructives entre les différentes ondes planes monochromatiques dont est constitué le paquet d'ondes. Les phases des ondes planes vérifient l'équation suivante :

$$\Phi(\omega(k), k) = 2\pi(\omega(k)t - \vec{k}.\vec{r}) \tag{1.7}$$

Pour que ces ondes interfèrent constructivement, elles doivent respecter le principe de la phase stationnaire qui veut que le gradient de $\Phi(\omega(k), k)$ par rapport à k soit nul autour de la valeur centrale k_c du paquet d'ondes. Cette condition donne la vitesse du maximum du paquet d'ondes, appelée vitesse de groupe v_g, dans un milieu isotrope :

$$v_g = \frac{\partial\omega(k)}{\partial k} = \frac{\partial\nu(\hat{k})}{\partial\hat{k}} \tag{1.8}$$

Cette vitesse correspond en fait à la vitesse du maximum de l'énergie du paquet d'ondes. On verra par la suite le rôle joué par la vitesse de groupe dans le cadre de la propagation des ondes guidées. La relation liant la vitesse de phase à la vitesse de groupe issue de l'équation 1.8 est :

$$v_g = v_\phi^2 \left(v_\phi - \omega\frac{\partial v_\phi}{\partial\omega} \right)^{-1} = v_\phi + k\frac{\partial v_\phi}{\partial k} \tag{1.9}$$

Si la vitesse de phase dépend de la fréquence, il en est de même de la vitesse de groupe. Dans ce cas, le milieu est dispersif. Sinon, le milieu est dit non-dispersif et on a $v_\phi = v_g$.

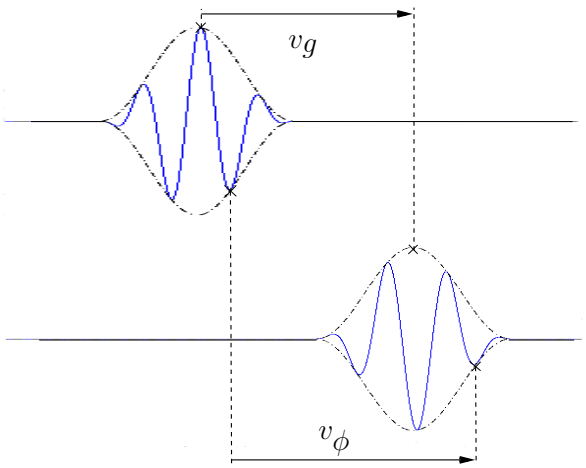

FIG. 1.1 – Illustration des vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g sur un paquet d'ondes

1.2.2 Atténuation des ondes

La propagation acoustique océanique induit des variations d'amplitude consécutives aux pertes d'intensités de l'onde acoustique. Ces pertes peuvent être exprimées au point de coordonnée $\vec{r}$ comme le rapport entre l'amplitude de la pression en ce point et l'amplitude $|p_0|$ enregistrée à 1 mètre de la source. On les note TL pour "Transmission Loss", elles sont exprimées en dB par :

$$TL = -20 \log \frac{|p(\vec{r})|}{|p_0|} \tag{1.10}$$

Ces pertes ont des origines diverses [JKPS94]. Elles peuvent être dues à :
- la divergence géométrique de l'onde,
- l'atténuation par absorption de milieu,
- aux pertes par réflexion aux interfaces.

Nous détaillons ces trois types de pertes dans les sections suivantes.

1.2.2.1 Divergence géométrique

Une onde acoustique provenant d'une source ponctuelle diverge et se répartit sur une surface de plus en plus grande à mesure qu'elle s'éloigne de la source. Par conservation, on retrouve la même énergie quelle que soit la surface. Ce phénomène de divergence suit la loi générale :

$$TL_{div} = 10 \log(r)^n \tag{1.11}$$

où r est la distance à la source et n dépend du type d'onde présent que nous explicitons ci-dessous.
- **Onde plane**. Ce type d'onde est un cas limite dans la mesure ou elle suppose que la source est considérée comme émise à l'infini. Ceci est cependant une bonne approximation si la configuration est en champ lointain. L'énergie d'une onde plane se répartit sur un plan dont la surface ne varie pas au cours de la propagation, ceci implique $TL_{div} = 0$ (cas $n = 0$).
- **Onde cylindrique**. L'onde se répartit sur une surface cylindrique de rayon r. Dans ce cas $n = 1$ et $TL_{div} = 10 \log(r)$.

– **Onde sphérique**. L'onde se répartit sur une surface sphérique de rayon r. Dans ce cas $n = 2$ et $TL_{div} = 10\log(r)^2$.

Dans le cas du guide d'ondes de hauteur D, on considère que l'onde est sphérique en champ proche, c'est à dire pour une distance $r < D$. Elle devient cylindrique en champ lointain ($r \gg D$). En effet, les réflexions sur les interfaces ont pour effet de conserver l'énergie dans la couche d'eau. L'énergie se disperse uniquement dans deux directions, ce qui est caractéristique d'une onde cylindrique. Ce n'est pas le cas en champ proche où les réflexions n'ont pas encore eu lieu.

1.2.2.2 Atténuation par absorption

La propagation s'accompagne d'un phénomène d'absorption des ondes acoustiques. Les causes de l'absorption sont multiples [Uri79] :

– viscosité (frottement interne),
– relaxation chimique de certains éléments présents dans la couche d'eau (acide borique et sulfate de magnésium),
– conductivité thermique (échange de chaleur).

Pour caractériser l'absorption, on introduit un coefficient d'atténuation α qui affecte exponentiellement l'amplitude du champ acoustique :

$$|p(r)| = |p_0| \exp(\alpha r) \tag{1.12}$$

Les pertes associées à cette absorption sont définies par :

$$TL_{abs} = -20 \log \frac{|p(\vec{r})|}{|p_0|} \simeq 8.686 \alpha r \Longrightarrow \alpha' = 8.686\alpha \tag{1.13}$$

où α' peut s'exprimer en dB/m et dB/km selon l'unité choisie pour la mesure de r. Dans l'eau, ce coefficient dépendant fortement de la fréquence du signal. Des expérimentations avec des conditions de salinité, de température et de pH différents ont montré que ce coefficient suit la loi suivante [Tho67] :

$$\alpha' \simeq 3.310^{-3} + \frac{0.11\nu^2}{1+\nu^2} + \frac{44\nu^2}{4100+\nu^2} + 310^{-4}\nu^2 \tag{1.14}$$

où la fréquence ν est exprimée en kHz et α' en dB/km. Pour les très basses fréquences (1-1000 Hz), les phénomènes d'absorptions sont moins connus [Uri79] et l'équation 1.14 conduit à des incertitudes relativement importantes selon les paramètres océaniques (température, salinité, pH). Cependant, on remarque que quelle que soit la configuration, l'absorption affecte principalement les hautes fréquences. C'est en effet pour les hautes fréquences que les phénomènes de viscosité et de relaxation chimique sont les plus importants. Elles sera donc faible pour la gamme UBF (1-100 Hz).

1.2.2.3 Interactions et pertes au niveau des interfaces

En milieux petits fonds, la propagation des ondes acoustiques engendre de multiples interactions aux interfaces du guide. Ces interactions se manifestent sous forme de réflexions dans la couche d'eau et de transmissions dans les couches du fond marin qui modifient les propriétés de la propagation.

Généralités sur les incidences des ondes aux interfaces. Lorsque la trajectoire d'une onde plane incidente rencontre une interface, des phénomènes de réflexion et de transmission apparaissent.

Considérons deux milieux fluides 1 et 2 caractérisés par leur vitesse de propagation V_1 et V_2 et par leur densité ρ_1 et ρ_2. Considérons une onde plane incidente se propageant dans le milieu 1 et se réfléchissant avec un angle θ_1 par rapport à la normale à l'interface entre les milieux 1 et 2. L'interaction donne lieu à une réflexion dans le milieu 1 avec l'angle θ_1 et à une transmission dans le milieu 2 avec l'angle θ_2. Cette configuration est illustrée sur la figure 1.2.

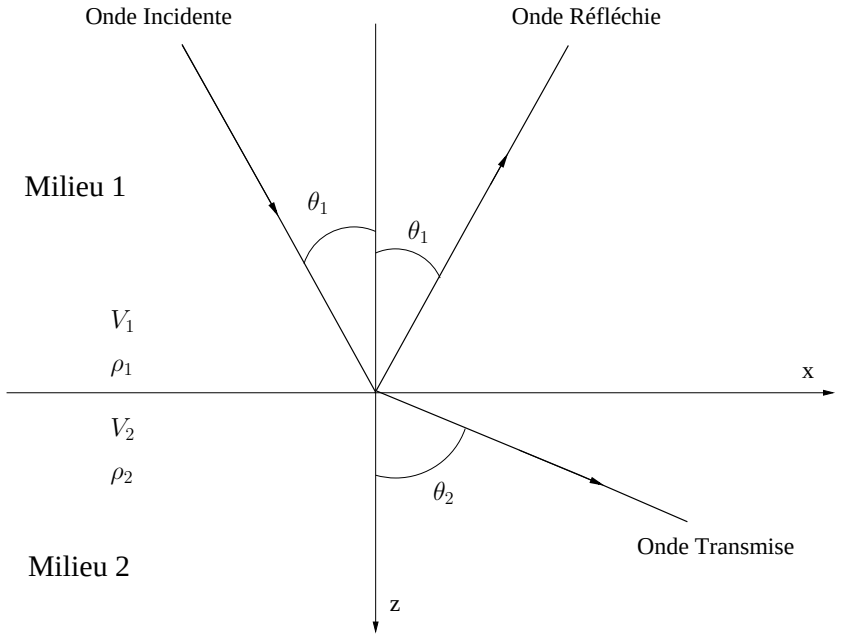

FIG. 1.2 – Illustration des phénomènes de réflexion et transmission sur une interface

Les ondes planes obéissent à l'équation de propagation 1.5. L'onde incidente p_i est

$$p_i(\vec{r}) = p_0 \exp[j(\omega t - \vec{k_1}.\vec{r})] = p_0 \exp[j(\omega t - xk_1 \cos\theta_1 - zk_1 \sin\theta_1)] \tag{1.15}$$

Les ondes résultantes réfléchie p_r et transmise p_t sont définies par :

$$p_r(x) = Rp_0 \exp[j(\omega t - xk_1 \cos\theta_1 + zk_1 \sin\theta_1)] \tag{1.16}$$

$$p_t(x) = Tp_0 \exp[j(\omega t - xk_2 \cos\theta_2 - zk_2 \sin\theta_2)] \tag{1.17}$$

où $k_1 = \omega/V_1$ et $k_2 = \omega/V_2$ sont les nombres d'ondes associés aux milieux 1 et 2, R et T sont les coefficients de réflexion et de transmission. Pour exprimer ces coefficients et l'angle de transmission θ_2, on utilise les lois de la physique suivantes :

- la loi de la réfraction de Snell-Descartes : $k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2$
- la loi de continuité de la pression à l'interface : $p_i + p_r = p_t$
- la loi de continuité de la composante de la vitesse normale à l'interface : $u_z(0^+) = u_z(0^-)$ l'interface ayant pour coordonnée $z = 0$.

La résolution de ces équations aboutit aux expressions suivantes des coefficients de réflexion et transmission :

$$R = \frac{\rho_2 V_2 \cos\theta_1 - \rho_1 V_1 \cos\theta_2}{\rho_2 V_2 \cos\theta_1 + \rho_1 V_1 \cos\theta_2} \tag{1.18}$$

$$T = \frac{2\rho_2 V_2 \cos\theta_1}{\rho_2 V_2 \cos\theta_1 + \rho_1 V_1 \cos\theta_2} \tag{1.19}$$

Interface eau/air. Dans le cas de l'interface eau/air, l'important écart entre les célérités des milieux ($V_1 \simeq 1500\ m/s$ pour l'eau et $V_2 \simeq 360\ m/s$ pour l'air) et surtout de masse volumique ($\rho_2 << \rho_1$) engendre un coefficient $R = -1$. Il n'y a pas de transmission d'énergie dans l'air et les ondes sont déphasées d'un angle $\Phi_{eau-air} = \pi$

Interface eau/fond marin. La célérité V_2 du fond marin est en général supérieure à celle de la couche d'eau V_1. Le coefficient de réflexion fait apparaître un angle d'incidence particulier (appelé angle critique) à partir duquel le coefficient de réflexion R devient complexe ($\in \mathbb{C}$). Cet angle critique est défini par :

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \tag{1.20}$$

On peut alors distinguer deux domaines angulaires :

– Si $0 < \theta_1 < \theta_c$: la réflexion est dite partielle. Le coefficient de réflexion R s'écrit :

$$R = \frac{\rho_2 V_2 \cos\theta_1 - \rho_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{1/2}}{\rho_2 V_2 \cos\theta_2 + \rho_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{1/2}} \tag{1.21}$$

Ce coefficient de réflexion étant réel et de module inférieur à 1, l'onde réfléchie dans la colonne d'eau sera atténuée.

– Si $\theta_c < \theta_1 < \pi/2$: la réflexion est totale. Le coefficient de réflexion R s'écrit :

$$R = \frac{\rho_2 V_2 \cos\theta_1 - j\rho_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{1/2}}{\rho_2 V_2 \cos\theta_2 + j\rho_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{1/2}} \tag{1.22}$$

Ce coefficient de réflexion est complexe. Le numérateur et le dénominateur sont complexes conjugués : on a donc $|R| = 1$. Dans ce dernier cas, $R = \exp(-j2\Phi_{eau-fond})$ avec :

$$\Phi_{eau-fond} = \arctan\left(\frac{\rho_1 V_1 \left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \sin^2\theta_1 - 1\right]^{1/2}}{\rho_2 V_2 \left[1 - \sin^2\theta_1\right]^{1/2}}\right) \tag{1.23}$$

Pour ce cas, l'onde est totalement réfléchie : il n'y a pas de perte d'énergie à la réflexion. L'onde réfléchie est déphasée d'un angle $2\Phi_{eau-fond}$.

Le signal émis par une source omnidirectionnelle peut être décomposé en une somme de rayons d'angle d'incidence différents qui couvrent toutes les directions. A longue distance, chaque rayon est réfléchi un grand nombre de fois sur les interfaces (d'autant plus que l'angle d'incidence est faible). Les

rayons dont l'angle d'incidence θ_1 est inférieur à θ_c sont atténués à chaque réflexion et finissent par devenir négligeables. Seuls demeurent les rayons dont les angles θ_1 sont supérieurs ou égaux à l'angle critique : θ_c. On retrouvera cette notion de limite critique (ou coupure en terme de fréquence) lors de l'étude de la propagation dans un guide d'ondes.

Dans la pratique, plusieurs compléments doivent être apportés à ces calculs :

Influence de l'absorption. Les calculs précédents ont été réalisés sans tenir compte de l'absorption. Cette dernière implique l'ajout du terme $\exp(-\alpha_1 x)$ dans les équations 1.15 et 3.33 et $\exp(-\alpha_2 x)$ dans l'équation 1.17. Il en résulte que l'on ne trouve plus d'angle pour lequel $|R| = 1$. Cependant, on aura toujours un module de $|R|$ plus important pour les angles $\theta_1 > \theta_c$ et ce module sera d'autant moins affecté que les fréquences sont basses et que V_2 est du même ordre de grandeur que V_1 (impliquant α_2 faible). Ces conditions sont généralement remplies pour les UBF en environnements réels.

Fond solide. Le modèle d'interactions aux interfaces présenté ci-dessus suppose une interface fluide/fluide. Dans la réalité, la couche du fond est solide et propage des ondes acoustiques (ou onde P de compression) et des ondes de cisaillement (ondes S) de célérité V_2^s. Dans cette configuration, deux ondes sont transmises dans le fond. L'onde de compression qui correspond au cas précédemment étudié et l'onde de cisaillement avec un angle θ_t^s auquel correspond de la même manière un coefficient de transmission T^s. On peut alors distinguer 2 cas :

- Pour $V_2^s \leq V_1$, la transmission des ondes de cisaillement est négligeable. On est proche de la configuration fluide/fluide bien qu'une légère atténuation apparaisse pour $\theta_1 > \theta_c$. C'est typiquement la configuration eau-sable ou eau-sédiments gorgés d'eau.
- Pour $V_2^s \geq V_1$, un angle critique $\theta_c^s = \arcsin(V_1/V_2^s)$ associé aux ondes S apparaît. On a alors $|R| = 1$ pour des angles supérieurs au plus grand des angles de coupure.

La transmission dans un milieu solide est détaillée dans plusieurs ouvrages [AR80, BL01]. Dans la pratique, l'approximation par un modèle fluide/fluide est fréquemment réalisée et demeure réaliste pour la description des ondes acoustiques.

1.2.3 Les ondes guidées

1.2.3.1 Introduction

Un environnement petits fonds classique se modélise par un guide d'ondes. Ce modèle est constitué de couches (ou strates) représentant les différents milieux. La première correspond à la couche d'eau et les suivantes au fond marin. Suivant la complexité du milieu, le nombre de couches et leurs caractéristiques (homogénéité du milieu, profondeur de la couche) varient.
Dans cette section, nous décrivons la propagation dans le cas général. Nous nous intéressons plus particulièrement aux modèles classiques suivants :

- le guide à une couche aux interfaces parfaitement réfléchissantes dont le cas particulier est celui du guide parfait (couche homogène),
- le guide à deux couches dont le cas particulier est appelé guide de Pekeris [Pek47] (2 couches fluides homogènes),
- le guide à trois couches dont le fond est modélisé par deux couches fluides homogènes.

Nous présentons également un guide de Pekeris simplifié dont les équations de propagation sont plus réalistes que celle du modèle parfait et possèdent des propriétés que nous exploiterons pour construire des outils de représentations adaptés aux signaux acoustiques UBF. Un schéma de guide à n couches est présenté sur la figure 1.3.

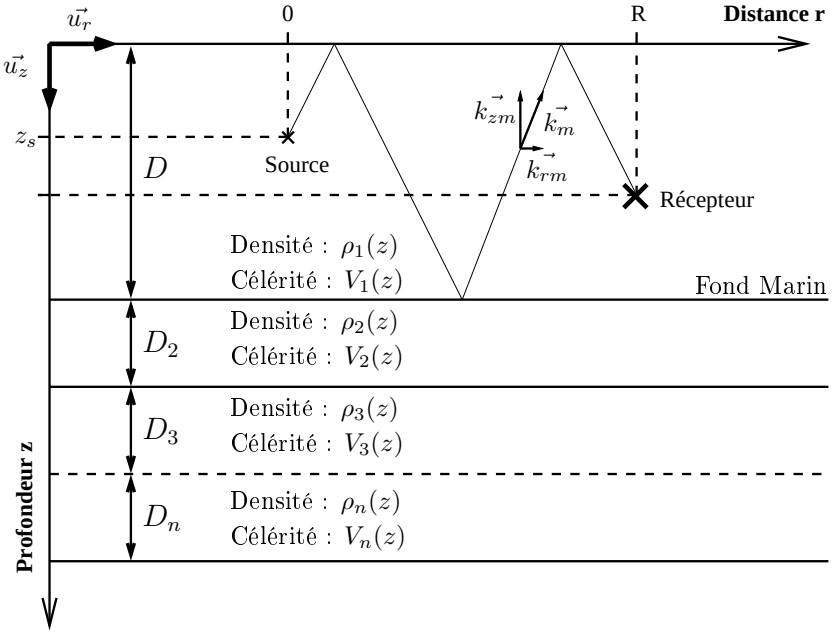

FIG. 1.3 – Schéma d'un guide d'ondes à n couches

1.2.3.2 Propagation des ondes suivant la théorie des modes : cas monochromatique

Quelle que soit la modélisation de l'environnement (type de guide d'ondes) et la théorie de modélisation de la propagation choisie, l'étude de la propagation des signaux acoustiques passe par la résolution de l'équation générale de Helmholtz.
Considérons un milieu océanique à symétrie de révolution autour de l'axe Oz. Dans ce cas, l'étude de la propagation peut se faire dans le plan $(\vec{u}_r, \vec{u}_z)$ (*cf.* figure 1.3). Considérons dans ce milieu une source ponctuelle harmonique de fréquence ν (le résultat peut être étendu pour une source large bande) située à la profondeur $z = z_s$ et à la distance $r = 0$. On note $V(z)$ et $\rho(z)$ la célérité et la densité suivant $\vec{u}_z$. La pression acoustique $P(r, z, t)$ reçue au point de coordonnées (r, z) est exprimée par $P(r, z, t) = p(r, z)\exp(-j\omega t)$ où $p(r, z)$ vérifie l'équation de Helmholtz (exprimée ici dans un système de coordonnées cylindriques) :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \rho(z)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{\omega^2}{V^2(z)}p = -\frac{\delta(r)\delta(z - z_s)}{2\pi r} \tag{1.24}$$

où $\omega = 2\pi\nu$ est la pulsation. δ est la fonction associée à la distribution de Dirac représentant la position de la source.

Comme rappelé en introduction, nous choisissons la description de la propagation par la théorie des modes normaux. Cette théorie cherche une solution à l'équation de Helmholtz (*cf.* équation 1.24) en utilisant la technique de séparation des variables. La solution recherchée est de la forme : $p(r, z) =$

$\phi(r)\psi(z)$. Suivant cette condition, la solution vérifie l'équation suivante, appelée équation modale :

$$\rho(z)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d\psi_m(z)}{dz}\right)+\left(\frac{\omega^2}{V^2(z)}-k_{rm}^2\right)\psi_m(z)=0 \tag{1.25}$$

La résolution de cette équation est un problème classique dit de Sturm-Liouville [Sta79]. L'équation possède un nombre infini de solutions indexées suivant $m \in \mathbb{N}$. Pour chacune des solutions, on obtient une fonction modale $\psi_m(z)$ qui a un comportement analogue aux vibrations d'une corde vibrante (avec la formation de noeuds et ventres, *cf.* figure 1.5) d'où l'appellation de modes de résonance. Ces fonctions forment une base orthogonale et cette propriété est fréquemment utilisée pour filtrer les modes. Les constantes k_{rm} associées aux solutions correspondent à la composante horizontale du nombre d'onde k_m. Ainsi, à chacune des solutions de cette équation est associé un nombre d'onde $\vec{k_m}$ qui peut se décomposer en une composante horizontale et une composante verticale $\vec{k_m} = \vec{k_{rm}} + \vec{k_{zm}}$ avec $k_{rm} = k_m sin\theta$ et $k_{zm} = k_m cos\theta$ (*cf.* schéma 1.3). Les nombres d'ondes vérifient la relation :

$$\| \vec{k_m} \| = k_m = (k_{zm}^2 + k_{rm}^2)^{1/2} = \frac{\omega}{V_1} \tag{1.26}$$

Le signal de pression peut finalement s'écrire suivant la formule générique suivante :

$$p(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(r)\psi_m(z) \tag{1.27}$$

En introduisant cette expression dans l'équation 1.24, on obtient :

$$p(r,z) = \frac{j}{4\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(z_s)\psi_m(z)H_0^{(1)}(k_{rm}r) \tag{1.28}$$

où z_s est la profondeur de la source dans la colonne d'eau et $H_0^{(1)}(k_{rm}r)$ est la fonction de Hankel d'ordre 0. A longue distance, le développement asymptotique de $H_0^{(1)}(k_{rm}r)$ est [AS65] :

$$H_0^{(1)}(k_{rm}r) \simeq \left(\frac{2}{\pi k_{rm}r}\right)^{1/2} \exp[j(k_{rm}r - \pi/4)] \tag{1.29}$$

Cette approximation est valable pour $k_{rm}r > 4$ [CM97]. Elle permet d'exprimer le signal de pression par la relation :

$$p(r,z) = \frac{\exp[j\pi/4]}{(8\pi r)^{1/2}\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(z_s)\psi_m(z)\frac{\exp(jk_{rm}r)}{(k_{rm})^{1/2}} \tag{1.30}$$

Généralisation à des milieux dépendant de la distance. Les configurations que nous avons étudiées sont indépendantes de la distance : la profondeur des couches du guide est fixe avec la distance. Dans le cas contraire, on peut découper le guide en plusieurs guides de couches de profondeur constante et de longueur L_i (*cf.* schéma 1.4). Dans ce cas, on assiste à des phénomènes de couplage entre les modes qui compliquent considérablement la résolution de l'équation de Helmolthz.
Pour parvenir à une solution, on fait l'hypothèse de couplage **adiabatique** entre les modes [Pie65]. Ceci impose qu'il n'y ait pas d'échange d'énergie entre les modes d'une distance r à une autre. La solution recherchée est alors de la forme :

$$p(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(r)\psi_m(r,z) \tag{1.31}$$

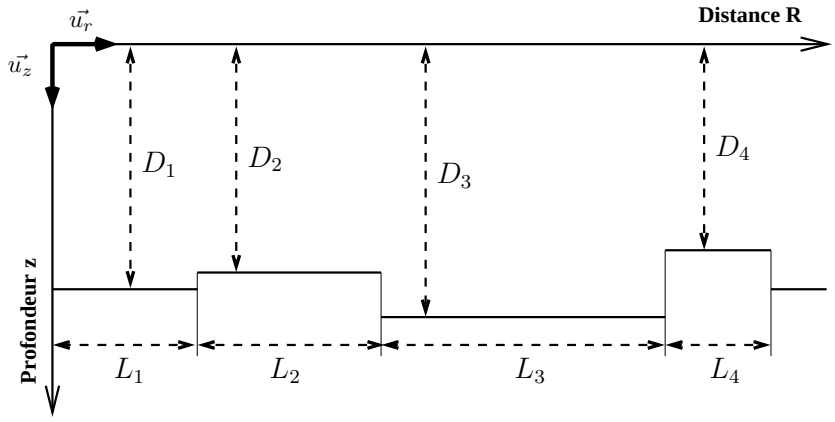

FIG. 1.4 – Schéma d'un guide d'ondes dépendant de la distance

En admettant cette hypothèse de couplage adiabatique, le signal de pression s'écrit :

$$p(r,z) = \frac{\exp[j\pi/4]}{(8\pi r)^{1/2}\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(r,z_s)\psi_m(r,z) \frac{\exp(j\int_0^r k_{rm}(r')dr')}{(k_{rm}(r))^{1/2}} \tag{1.32}$$

Guide parfait à une couche. Considérons un guide parfait à une couche de profondeur D. Ce guide possède des interfaces parfaitement réfléchissantes telles que $R_{eau-air} = -1$ et $R_{eau-fond} = 1$ (le fond est considéré comme ayant une vitesse V_2 infinie). Ceci induit les conditions aux limites définies par :

$$\psi_m(0) = 0 \quad \text{et} \quad \left.\frac{d\psi_m}{dz}\right|_{z=D} = 0 \tag{1.33}$$

L'orthogonalité des modes implique que :

$$\int_0^D \frac{\psi_m(z)\psi_n(z)}{\rho(z)} dz = 0 \ \text{ pour } \ m \neq n \tag{1.34}$$

Les fonctions modales sont normalisées tel que :

$$\int_0^D \frac{\psi_m^2(z)}{\rho(z)} dz = 1 \tag{1.35}$$

Cette formulation s'applique à un guide à une couche aux interfaces parfaitement réfléchissantes pouvant comporter des variations de vitesse et de densité dans la colonne d'eau. Ce sont précisement les variations avec la profondeur z de $V_1(z)$ et $\rho(z)$ qui, associées aux conditions aux limites définies par l'équation 1.33, déterminent les fonctions $\psi_m(z)$ par la résolution de l'équation modale (*cf.* équation 1.25).

Dans le cas particulier d'un **milieu homogène**, c'est à dire dont les caractéristiques ne dépendent pas de la profondeur $V_1(z) = V_1$ et $\rho_1(z) = \rho_1$ et vérifiant les conditions aux limites (*cf.* équation 1.33), on obtient un **guide parfait**.

L'équation modale associée aux conditions aux limites donne l'expression suivante des fonctions modales :

$$\psi_m(z) = \left(\frac{2\rho_1}{D}\right)^{1/2} \sin(k_{zm}z) \tag{1.36}$$

Ces fonctions modales sont présentées sur la figure 1.5. Les conditions aux limites fixent la valeur du nombre d'onde vertical à :

$$k_{zm} = \left[\frac{(2m-1)\pi}{2D}\right] \quad m = 1, 2, ... \tag{1.37}$$

Cette expression permet de déterminer le nombre d'onde horizontal k_{rm} :

$$k_{rm} = (k^2 - k_{zm}^2)^{1/2} = \left(\frac{\omega^2}{V_1^2} - \left[\frac{(2m-1)\pi}{2D}\right]\right)^{1/2} \tag{1.38}$$

Cette relation liant le nombre d'onde horizontal k_{rm} à la pulsation ω est appelée **relation de dispersion**. A partir de cette relation, on détaillera dans la section suivante la procédure permettant de déterminer la vitesse de groupe des modes selon la direction horizontale.

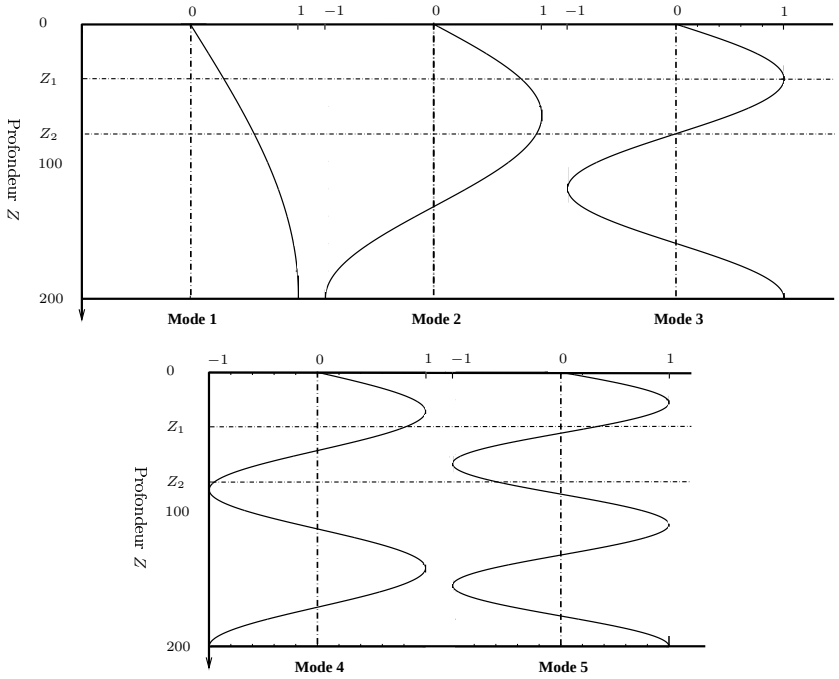

FIG. 1.5 – Fonctions modales en fonction de la profondeur z pour les 5 premiers modes d'un guide parfait.

Guide de Pekeris. Le guide de Pekeris [Pek47] présente deux couches fluides homogènes de paramètres géoacoustiques respectifs V_1, ρ_1 et D pour la couche d'eau et V_2 (avec $V_2 > V_1$), ρ_2 et de profondeur infinie pour la couche du fond. Compte tenu des conditions aux limites, les fonctions modales sont définies par la relation :

$$\psi_m(z) = A_m \sin(k_{zm} z) \tag{1.39}$$

Le coefficient A_m se déduit de la normalisation des fonctions modales en tenant compte des conditions aux limites, il est exprimé par :

$$A_m = \left(\frac{\rho_1 k_{zm} D}{D\left[k_{zm}D - \left(\frac{\rho_1\omega}{\rho_2 k_{zm} V_1}\right)^2 \left(1 - \frac{V_1^2}{V_2^2}\right)\sin^2(k_{zm}D)\tan(k_{zm}D)\right]}\right)^{1/2} \tag{1.40}$$

La relation de dispersion est :

$$\left(k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_1^2}\right)^{1/2} D + \arctan\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{\left[\frac{\omega^2}{V_1^2} - k_{rm}^2\right]^{1/2}}{\left[k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_2^2}\right]^{1/2}}\right) = m\pi \tag{1.41}$$

En écrivant $k_{rm}^2 = k_m \sin\theta = \omega \sin\theta / V_1$, on fait facilement le lien avec le terme de déphasage $\Phi_{eau-fond}$ (*cf.* équation 1.23), la relation de dispersion peut s'écrire :

$$\left(k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_1^2}\right)^{1/2} D - \Phi_{eau-fond} = m\pi - \pi/2 \tag{1.42}$$

Le guide de Pekeris, aussi appelé guide "réel", s'avère beaucoup plus réaliste que le guide parfait car il tient compte des paramètres du fond, du déphasage qu'il induit qui influence considérablement les caractéristiques des ondes guidées. La relation de dispersion (*cf.* équation 1.41) implique une dépendance fréquentielle des modes plus complexe que celle du guide parfait. Ainsi les fonctions modales varient faiblement avec la fréquence dans la bande UBF comme le montre la figure 1.6. Par ailleurs, la relation de dispersion ne permet pas de construire des outils de représentation temps-fréquence adaptés comme nous le verrons dans le chapitre 2. Nous contournerons cette difficulté en utilisant un guide de Pekeris approché.

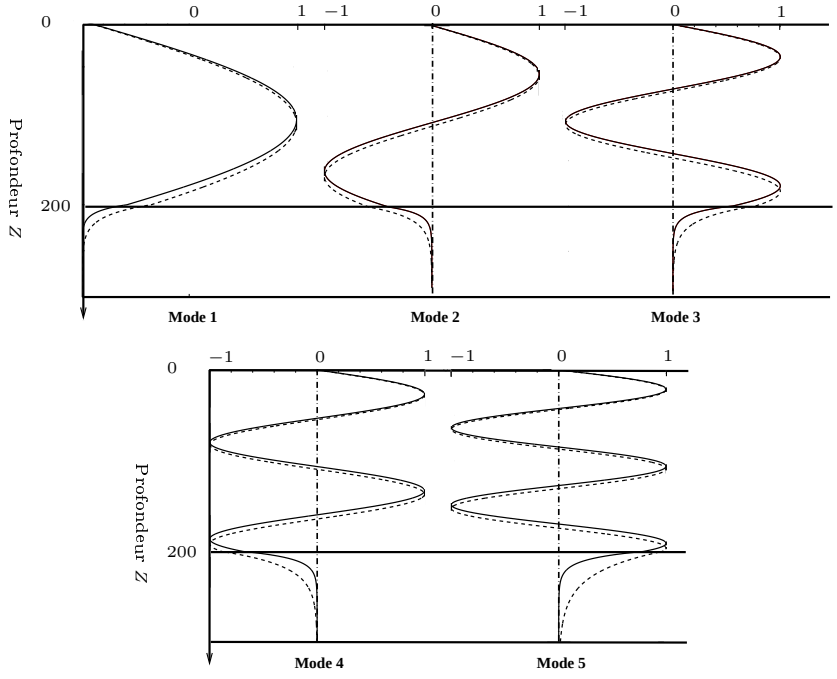

FIG. 1.6 – Fonctions modales en fonction de la profondeur z pour les 5 premiers modes d'un guide de Pekeris. Source à 50Hz en ligne continue, source à 30 Hz en pointillés.

Guide à 3 couches homogènes. Considérons un guide d'ondes à 3 couches homogènes (la première représente la couche d'eau, les 2 suivantes les couches du fond) de paramètres géoacoustiques V_1, ρ_1 pour la couche d'eau, V_2, ρ_2 pour la couche intermédiaire et V_3, ρ_3 pour la couche du fond avec $V_3 > V_2 > V_1$. Les profondeurs respectives des couches sont D, D_2 et infinie. Les environnements réels

présentent fréquemment cette configuration où le fond est composé d'une couche, généralement peu épaisse, de sédiments gorgés d'eau (typiquement du sable) et d'une couche de caractéristiques différentes (typiquement de la roche ou du sable consolidé). Les données Méditerranée que nous possédons ont été enregistrées dans ce type de configuration. Compte tenu des conditions aux limites, les fonctions modales sont [TC87] :

$$\psi_m(z) \propto \sin(k_{zm} z) \tag{1.43}$$

La relation de dispersion obéit selon les cas aux lois suivantes [TC87] :

– dans le cas $v_\phi = \frac{\omega}{k_{rm}} > V_2$, c'est-à-dire pour les fréquences pour lesquelles les rayons pénètrent dans la première couche du fond ($|R_2| < 1$ et $|R_3| = 1$), on obtient :

$$\left(\frac{\omega^2}{V_1^2} - k_{rm}^2\right)^{1/2} D + \arctan\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\left[\frac{\omega^2}{V_1^2} - k_{rm}^2\right]^{1/2} \tan\Theta_2}{\left[\frac{\omega^2}{V_2^2} - k_{rm}^2\right]^{1/2}}\right) = m\pi \tag{1.44}$$

avec

$$\Theta_2 = \left(\frac{\omega^2}{V_2^2} - k_{rm}^2\right)^{1/2} D + \arctan\left(\frac{\rho_3}{\rho_2} \frac{\left[\frac{\omega^2}{V_2^2} - k_{rm}^2\right]^{1/2}}{\left[k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_3^2}\right]^{1/2}}\right) \tag{1.45}$$

– dans le cas $\frac{\omega}{k_{rm}} < V_2$, c'est-à-dire pour les fréquences pour lesquelles les ondes sont confinées dans la couche d'eau $|R_2| = 1$, on obtient :

$$\left(\frac{\omega^2}{V_1^2} - k_{rm}^2\right)^{1/2} D + \arctan\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\left[\frac{\omega^2}{V_1^2} - k_{rm}^2\right]^{1/2} \tanh\Theta_2}{\left[k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_2^2}\right]^{1/2}}\right) = m\pi \tag{1.46}$$

avec

$$\Theta_2 = \left(k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_2^2}\right)^{1/2} D + \arg\tanh\left(\frac{\rho_3}{\rho_2} \frac{\left[k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_2^2}\right]^{1/2}}{\left[k_{rm}^2 - \frac{\omega^2}{V_3^2}\right]^{1/2}}\right) \tag{1.47}$$

1.2.3.3 Approche physique des modes

La propagation dans un guide d'ondes est rendue complexe par les multiples réflexions aux interfaces. Les ondes issues de ces réflexions interagissent entre elles et engendrent des phénomènes d'interférences qui peuvent être constructives ou destructives. Les modes sont précisément la conséquence d'interférences constructives. Pour illustrer ces propos, on aborde la propagation selon la théorie des rayons : le signal acoustique est la somme de différents trajets (ou rayons) qui symbolisent chacun une onde plane. Chacun de ces rayons est caractérisé par son angle de réflexion θ_n sur les interfaces, il donne lieu à deux fronts d'onde : l'un ascendant de vecteur d'onde $\vec{k_a} = \vec{k_r} + \vec{k_z}$ après réflexion sur le fond du guide, l'autre descendant de vecteur d'onde $\vec{k_d} = \vec{k_r} - \vec{k_z}$ après réflexion à la surface. Pour engendrer des interférences constructives, chacun de ces deux fronts d'onde doit rester en phase après deux reflexions sur les interfaces [Bro77, WT87]. Illustré sur le schéma 1.7, cela se traduit par le fait que la différence de phases $\Delta\Phi$ entre les points A et B (qui appartiennent au même front d'onde) soit être nulle à 2π près.

En se basant sur l'équation 1.5, on peut écrire la relation entre les potentiels aux points A et B comme :

$$\phi_B = \phi_A R_1 R_2 \exp(\vec{k}.\vec{r_A} - \vec{k}.\vec{r_B}) \tag{1.48}$$

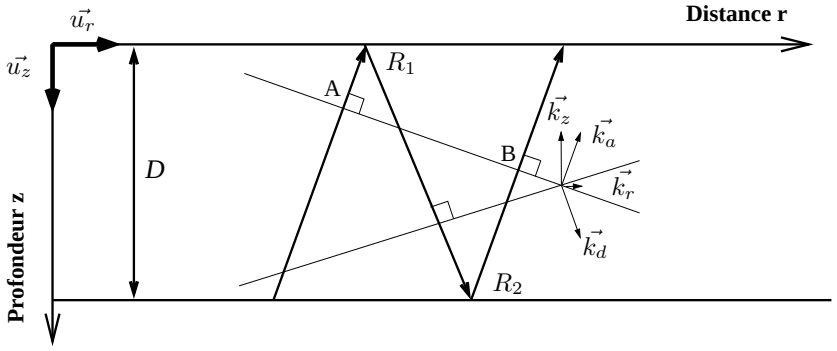

FIG. 1.7 – Schéma de propagation des fronts d'onde

Ce qui implique après calcul que :

$$\phi_B = \phi_A |R_1| \exp(j\Phi_{R_1}) |R_2| \exp(j\Phi_{R_2}) \exp(j2k_z D) = \phi_A C \exp(j\Delta\Phi) \tag{1.49}$$

La condition d'interférence constructive où **condition de résonance** s'exprime alors par :

$$\Delta\Phi = 2k_{zm}D + \Phi_{R_1} + \Phi_{R_2} = 2m\pi \tag{1.50}$$

Cette condition permet de déterminer les k_{zm} et par suite les k_{rm}. En tenant compte des relations $k_{rm} = k \sin\theta_m$ et $k_{zm} = k\cos\theta_m$ et des phases des coefficients de réflexion (*cf.* section 1.2.2.3), on retrouve les valeurs des composantes horizontales et verticales des nombres d'ondes et les relations de dispersion pour les différents types de guides (équations 1.37, 1.38, 1.41 et 1.44). La condition de résonance fait également apparaître le lien pour un mode donné entre l'angle d'incidence θ_m des rayons et la fréquence ν_m associée.

Cette condition de résonance remplie, le mode monochromatique x_m peut être vue comme l'addition de deux ondes planes correspondant aux fronts montant et descendant. Il s'écrit alors suivant :

$$\begin{aligned} x_m(r,z) &\propto R_2 \exp(-j\vec{k_{am}}\vec{r}) + R_2 \exp(-j\vec{k_{dm}}\vec{r}) \\ &= \exp(-jk_{rm}r)(|R_1| \exp(j\Phi_{R_1}) \exp(-jk_{zm}z) + |R_2| \exp(j\Phi_{R_2}) \exp(jk_{zm}z)) \end{aligned} \tag{1.51}$$

Dans le cas du guide parfait, on trouve $x_m(r,z) \propto \exp(-jk_r mr)\sin(k_{zm}z)$, on retrouve bien l'expression des modes des équations 1.30 et 1.36. Le terme de phase caractérise l'onde plane se propageant horizontalement. Le terme en sinus caractérise les interférences plus ou moins constructives selon la profondeur entre les ondes planes verticale montante et verticale descendante.

1.2.3.4 Généralisation dans le cas des signaux large bande

Les équations de la propagation que nous avons présentées sont valables pour des sources monochromatiques. Considérons le cas d'un signal provenant d'une source large bande $s(t)$. La transformée de Fourier de ce signal source est :

$$S(\omega) = \int_t s(t) \exp(-j\omega t) dt \tag{1.52}$$

La valeur de pression $p(r,z,\omega)$ présentée dans la section précédente (quel que soit le modèle de guide) représente la réponse du canal à la pulsation ω. Le signal de pression issu de la composante $S(\omega)$ de la

source est le produit de $S(\omega)$ et de la réponse du guide obtenue à la fréquence pulsation ω :

$$X(r,z,\omega) = S(\omega)p(r,z,\omega) \tag{1.53}$$

On retrouve dans l'expression du signal final, en module comme en phase, des termes propres à la source et d'autres termes propres à la propagation dans le canal. Dans le domaine temporel, le signal de pression s'écrit :

$$x(r,z,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega} S(\omega)p(r,z,\omega)\exp(j\omega t)d\omega \tag{1.54}$$

1.2.3.5 Fréquence de coupure

La propagation engendre la présence d'une fréquence en-dessous de laquelle le mode ne se propage pas. Cette fréquence est appelée fréquence de coupure et est associée à l'angle de coupure étudié précédemment (*cf.* section 1.2.2.3).

Guide parfait. Pour le guide parfait $\Phi_{R_1} = \pi$ et $\Phi_{R_2} = 0$. En ce qui concerne les angles d'incidence, le fond étant parfaitement réfléchissant, on a $\theta_c^{parf} = 0$ (pas d'angle critique). Le nombre d'onde horizontal (*cf.* équation 1.38) s'exprime par :

$$k_{rm} = \left(\frac{2\pi\nu_m}{V_1}\right)^2 \sin\theta_1 = \left(\frac{(2\pi\nu_m)^2}{V_1^2} - \left[\frac{(2m-1)\pi}{2D}\right]\right)^{1/2} \tag{1.55}$$

En remplaçant θ_1 par $\theta_c^{parf} = 0$, on obtient une l'expression suivante de la fréquence de coupure :

$$\nu_{cm}^{parf} = \frac{(2m-1)V_1}{4D} \tag{1.56}$$

Cette fréquence correspond à la fréquence minimum du mode m. En-dessous de cette fréquence, le phénomène d'interférence constructive n'existe pas et on trouve des ondes évanescentes qui ne se propagent pas à longue distance.

Guide de Pekeris. Le même principe est appliqué pour le guide de Pekeris. Pour ce guide : $\Phi_{R_1} = \pi$ et $\Phi_{R_2} = 2\Phi_{eau-fond}$ avec $\Phi_{eau-fond}$ qui répond à l'équation 1.23. Ce déphasage induit un angle critique $\theta_c^{Pek} = \arcsin(V_1/V_2)$. C'est l'angle en dessous duquel la propagation s'atténue rapidement avec la distance.

En combinant l'équation de résonance (*cf.* équation 1.50) à l'équation de dispersion (*cf.* équation 1.41), on obtient une expression de la fréquence de coupure :

$$\nu_{cm}^{Pek} = \frac{(2m-1)V_1}{4D(1-[V_1/V_2]^2)^{1/2}} \tag{1.57}$$

Guide à 3 couches. Dans ce cas, on a toujours $\Phi_{R_1} = \pi$. Ce guide est plus complexe, on trouve deux types de rayons qui sont susceptibles d'engendrer les modes de résonance : les rayons confinés dans le guide se réfléchissant complètement ($|R_2| = 1$) à l'interface eau/première couche du fond et les rayons qui pénètrent dans la première couche du fond mais qui sont totalement réfléchis sur la seconde ($|R_2| < 1$ et $|R_3| = 1$). Cela implique deux domaines d'angles :

- $\pi/2 > \theta_m > \theta_{c1} = \arcsin(V_1/V_2)$ pour la première catégorie de rayons. Dans ce cas, les relations de dispersions suivent les équations 1.46 et 1.47.

– $\theta_{c1} > \theta_m > \theta_{c2} = \arcsin(V_1/V_3)$ qui marque la limite inférieure de la seconde catégorie de rayons. Dans ce cas, les relations de dispersion suivent les équations 1.44 et 1.45. La fréquence de coupure $\nu_{cm}^{3couches}$ correspond alors à l'angle le plus faible et peut se calculer en résolvant (numériquement) les équations avec $k_{rm} = \omega/V_1 \sin(\theta_{c2}) = \omega/V_3$.

1.2.3.6 Vitesse de groupe des modes

Les temps d'arrivée t_m des modes dépendent de la vitesse de groupe v_{gm} dans le guide d'ondes. Ces temps correspondent aux instants d'arrivée de l'énergie d'un mode donné. Comme nous l'avons vu dans la section 1.2.1, la vitesse de groupe varie avec la fréquence dans un milieu dispersif et suit l'équation 1.8. L'eau n'étant pas un milieu dispersif, les ondes élémentaires qui se réfléchissent aux interfaces se propagent à vitesse de groupe constante égale à V_1. Les ondes guidées, formées par les interférences entre les ondes élémentaires, se propagent suivant la direction horizontale $\vec{u_r}$ et sont dispersives. Cette vitesse de groupe horizontale s'exprime pour le mode m à la fréquence ν par la relation suivante :

$$v_{gm}(\nu) = \frac{R}{t_m(\nu)} = \frac{d\omega(k_{rm})}{dk_{rm}} \tag{1.58}$$

La vitesse de groupe $v_{gm}(\nu)$ s'obtient pour chacun des guides en dérivant les équations de dispersion. Pour le **guide parfait** à partir de l'équation 1.38, on obtient :

$$v_{gm}^{parf} = \frac{V_1 k_{rm}}{2\pi\nu} = V_1 \left(1 - \left[\frac{(2m-1)V_1}{4D\nu}\right]^2\right)^{1/2} \tag{1.59}$$

Pour le guide de Pekeris, on se base sur l'équation 1.41. Cette équation ne permet pas d'obtenir une expression analytique reliant directement ν_m à v_{gm}. On obtient une expression de la vitesse de groupe en fonction du k_{rm} :

$$v_{gm}^{Pek} = \frac{k_{rm}}{2\pi\nu} \frac{g_{2m} D(k_{zm}^2 + g_{2m}^2 \rho_1^2/\rho_2^2) + (\rho_1^2/\rho_2^2)(g_{2m}^2 + k_{zm}^2)}{g_{2m} D(k_{zm}^2 + g_{2m}^2 \rho_1^2/\rho_2^2) + (\rho_1^2/\rho_2^2)(g_{2m}^2 + (V_1^2/V_2^2)k_{zm}^2)} \tag{1.60}$$

avec $g_{2m} = (k_{rm} - \omega/V_2^2)^{1/2}$

De la même manière, on obtient la vitesse de groupe pour le guide à 3 couches à partir des équations de dispersion 1.44, 1.45, 1.46 et 1.47. L'expression de la vitesse de groupe est donnée en Annexe A.

Courbes des mode. La vitesse de groupe v_{gm} détermine l'arrivée de l'énergie des modes et par conséquent les tracés théoriques des arrivées d'énergie des modes dans le plan temps-fréquence, selon la relation entre le temps d'arrivée t_m et la fréquence ν. Si la source est impulsionnelle, on a :

$$t_m = \frac{R}{v_{gm}(\nu)} \tag{1.61}$$

où R est la distance source-capteur.

Les vitesses de groupe $v_{gm}(\nu)$ du mode 2 en fonction de la fréquence sont présentées sur la figure 1.8 pour l'ensemble des modèles décrits. La vitesse dans la couche d'eau est $V_1 = 1520\ m/s$. Le modèle de Pekeris prend en compte les caractéristiques du fond ($V_2 = 1875\ m/s$). Le modèle 3 couches divise la couche du fond en une couche de profondeur $D_2 = 10\ m$ et de vitesse intermédiaire ($V_2 = 1580\ m/s$)

et une troisième couche où l'on retrouve la vitesse $V_3 = 1875\ m/s$.
Considérons les modèles parfait, de Pekeris et à 3 couches, nous pouvons noter des différences entre ces modèles. Pour les modèles de Pekeris et à 3 couches, on passe de $v_{gm} = V_{fond}$ pour la fréquence de coupure à $v_{gm} = v_{gmin}$ pour une fréquence proche de la fréquence de coupure. Les ondes se déplaçant à la vitesse du fond correspondent aux ondes réfractés. Ce phénomène n'est pas présent dans le guide parfait qui ne comporte pas de couche du fond. Par ailleurs, pour les modèle Pekeris et 3 couches, chaque mode comprend une fréquence à partir de laquelle la tendance d'évolution de la vitesse de groupe (ou des temps d'arrivée) change et provoque un retournement de la courbe dans le plan temps-fréquence. Cette fréquence est proche de la fréquence de coupure et la bande contenue entre ces deux fréquences est faible et comporte donc peu d'énergie. Dans la bande $\nu > \nu_{retournement}$, les courbes des différents modèles sont assez proches mais ont tendance à se séparer aux abords de la fréquence de retournement. C'est particulièrement vrai entre le modèle parfait et les modèles plus réalistes (Pekeris et 3 couches).

Les vitesses de groupe des modes 1 à 8 et leurs représentations temps-fréquence idéales correspondantes $\nu_m(t)$ pour le guide de Pekeris sont présentées sur la figure 1.9. La représentation temps-fréquence représente la distribution théorique idéale de l'énergie des modes dans le plan temps-fréquence. Ces tracés idéaux d'énergie des modes seront appelés **courbes des modes** dans la suite de l'étude. Les tracés représentés sur les figures 1.8 et 1.9 sont typiques de la bande UBF pour les premiers modes.

Pour des raisons que nous exposerons dans la section suivante et qui sont liées à la possibilité de créer des outils de représentation adaptés, nous avons introduit un modèle intermédiaire entre le guide parfait et celui de Pekeris que nous appelons modèle de Pekeris approché. Il consiste à prendre en compte le déphasage Φ entre l'eau et le fond du modèle de Pekeris (équation 1.23) tout en gardant la propriété $v_{\phi m} v_{gm} = V_1^2$ uniquement valable pour le guide parfait. A partir des expressions de la vitesse de phase $v_{\phi m} = \omega / k_{rm}$ et de la loi de dispersion de Pekeris (*cf.* équation 1.42), on aboutit à la relation suivante entre vitesse de groupe et fréquence :

$$v_{gm}^{Pekapp} = V_1 \left(1 - \left[\frac{(2m - 1 + 2\Phi_{eau-fond}/\pi) V_1}{4D\nu} \right]^2 \right)^{1/2} \tag{1.62}$$

Le tracé de la vitesse de groupe pour le modèle de Pekeris approché est présenté sur la figure 1.8. Il rejoint la courbe du modèle parfait à la fréquence de coupure du modèle de Pekeris. Il diffère des autres tracés et est plus éloigné des modèles les plus réalistes (2 et 3 couches) que ne l'est le modèle parfait. On verra cependant que ce modèle de guide permet de meilleurs résultats en terme de séparation des modes que le modèle parfait une fois intégré à des outils adaptés aux ondes guidées.

Expression analytique des courbes des modes. Dans le cas Parfait et de Pekeris approché, il est possible d'exprimer analytiquement la relation entre la fréquence et les temps d'arrivée qui établit les courbes des modes dans la plan $t - \nu$.
Pour le modèle parfait, cette expression se déduit des équations 1.58 et 1.59 :

$$\nu_m^{parf}(t) = \frac{(2m-1) V_1\, t}{4D[t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}} \tag{1.63}$$

Pour le modèle de Pekeris approché, cette expression se déduit des équations 1.58 et 1.62 :

$$\nu_m^{Pekapp} = \frac{(2m - 1 + 2\Phi_{eau-fond}(t)/\pi)\, V_1^2\, t}{4D(V_1^2 t^2 - R^2)^{1/2}} \tag{1.64}$$

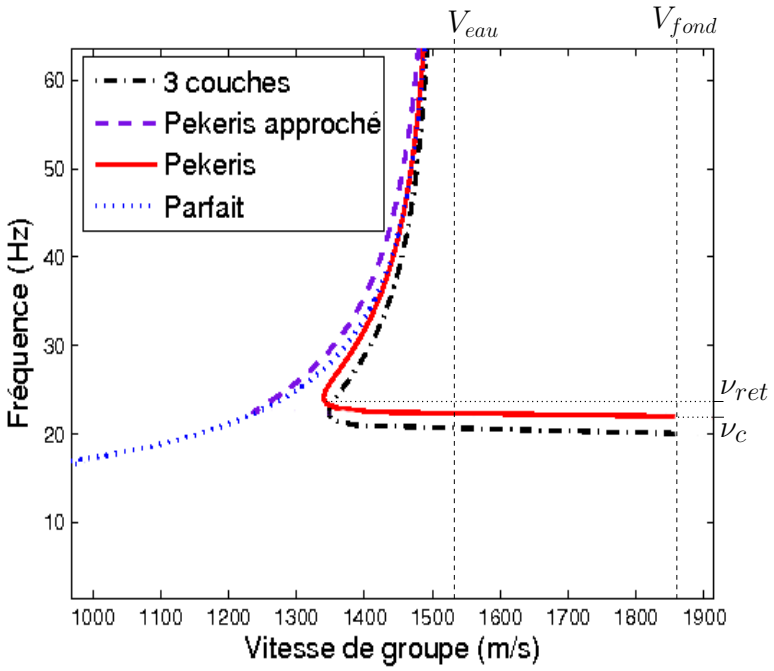

FIG. 1.8 – Vitesse de groupe de différents modèles pour le mode 2. $V_1 = 1520\ m/s$,$D = 100\ m$ pour les trois modèles. $V_2 = 1875\ m/s$ pour Pekeris et Pekeris approché. $V_2 = 1580\ m/s$, $D_2 = 10\ m$ et $V_3 = 1875\ m/s$ pour le modèle 3 couches.

où le déphasage $\Phi_{eau-fond}$ correspond à l'équation 1.23 et s'exprime dans le domaine temporel par :

$$\Phi_{eau-fond}(t) = \arctan\left(\frac{\rho_1 V_1\left[\left(\frac{V_2 R}{V_1^2 t}\right)^2 - 1\right]^{1/2}}{\rho_2 V_2\left[1 - \left(\frac{R}{V_1 t}\right)^2\right]^{1/2}}\right) \tag{1.65}$$

$\nu_m(t)$ est la fréquence instantanée du mode m. C'est également la dérivée instantanée de la phase des modes $\phi_m(t)$. Le signal de pression peut s'exprimer :

$$p(t) = \sum_m x_m(t) = \sum_m g_m(t)\exp\left(j2\pi\int \nu_m(t)dt\right) = \sum_m g_m(t)\exp(j\phi_m(t)) \tag{1.66}$$

où g_m est une fonction d'apodisation liée à l'évolution de l'enveloppe du mode et qui dépend du modèle.

1.2.4 Conclusion

Après un rappel général sur les ondes acoustiques, nous avons étudié la propagation des ondes guidées. Nous avons vu que le signal de pression peut être décomposé en une somme de modes normaux x_m dont les caractéristiques de propagation ont été étudiées. Ces modes sont dispersifs et leur dispersion est caractérisée par leur vitesse de groupe $v_{gm}(\nu)$ qui dépend de la fréquence. Cette caractérisation peut être directement traduite en terme de relation entre le temps d'arrivée et la fréquence $t_m(\nu)$ ou encore, par inversion de cette dernière relation, par leur fréquence instantanée $\nu_m(t)$. Ces relations décrivent les courbes d'énergie des modes dans le plan temps-fréquence. Dans ce plan, les courbes théoriques d'énergie

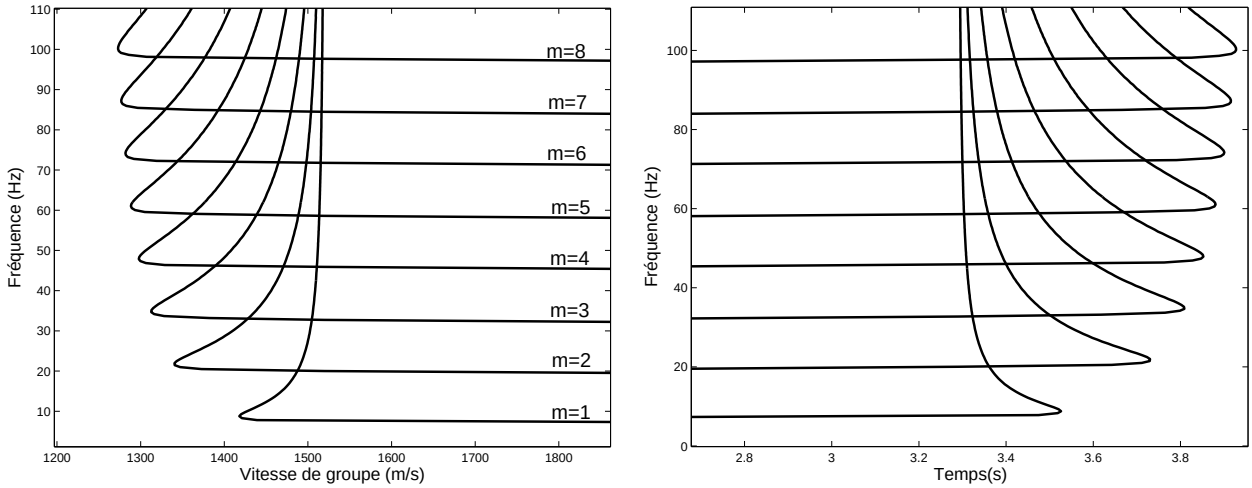

FIG. 1.9 – Vitesse de groupe des 8 premiers modes du modèle de Pekeris (gauche) et leurs représentations temps-fréquence correspondantes (droite). Paramètres : $V_1 = 1520\ m/s$,$V_2 = 1875\ m/s$ et $D = 100\ m$.

des modes sont séparées. Dans la section suivante, nous présentons les méthodes de représentation temps-fréquence présentes dans la littérature en effectuant pour chacune des méthodes le lien avec la problématique de la caractérisation des signaux guidés.

1.3 Représentations temps-fréquence

Seuillage des représentations temps-fréquence

Toutes les représentations temps-fréquence (RTF) que nous illustrons dans ce manuscrit ont été seuillées pour des raisons de visibilité. Les points temps-fréquence dont la valeur est strictement inférieure à 5% du maximum ont été affectés d'une valeur nulle.

Notation des opérateurs

Pour des raisons de simplification des notations, nous introduisons dans cette section les opérateurs suivants :

- *L'opérateur de décalage temporel* : $(\mathbf{T}_u x)(t) = x(t-u)$ où u est le facteur de décalage temporel. Sa fonction propre associée est $\mathbf{u}_c^{\mathbf{T}}(t) = e^{j2\pi ct}$ où c est une constante.
  La transformée de Fourier d'un signal $x(t)$ à la fréquence μ peut être exprimée comme le produit scalaire du signal avec la fonction propre de cet opérateur :

$$(\mathfrak{F}x)(\nu) =< x, \mathbf{u}_\nu^{\mathbf{T}} > \tag{1.67}$$

- *L'opérateur de décalage fréquentiel* : $(\mathbf{F}_f x)(t) = x(t)e^{j2\pi ft}$ où f est la variable de décalage fréquentiel, avec sa fonction propre associée : $\mathbf{u}_b^{\mathbf{F}}(t) = \delta(t-b)$.
- *L'opérateur de dilatation* : $(\mathbf{D}_d x)(t) = |d|^{1/2} x(dt)$ où d est le facteur de dilatation.
- *L'opérateur de modulation* : $(\mathbf{M}_m x)(t) = x(t)e^{j2\pi m(t)}$ où $m(t)$ représente la fonction de modulation.

Ville *et al.* [Vil48] et Cohen *et al.* [Coh95] associent à une mesure physique deux représentations équivalentes : une variable et un opérateur. Ainsi t et $\mathbf{T}$ sont des représentations équivalentes du temps,

ν et $\mathbf{F}$ de la fréquence, d et $\mathbf{D}$ du facteur d'échelle. Par extension, le domaine temps-fréquence naturel $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ est associé au plan temps-fréquence $t-\nu$, le domaine temps-échelle naturel $\mathbf{T}-\mathbf{D}$ est associé au plan temps-échelle $t-d$.

1.3.1 Contexte de l'étude

Les modes de propagation que nous avons présentés dans la section précédente sont séparés dans le plan temps-fréquence (*cf.* figure 1.9). Nous nous sommes donc naturellement intéressés aux moyens de représenter les signaux guidés dans le domaine temps-fréquence afin d'accéder à leurs caractéristiques.

Partant du principe que les signaux peuvent se découper en une somme finie de structures élémentaires :

$$x(t) = \sum_m x_m(t) = \sum_m g_m(t) \exp\left(j2\pi \int \nu_m(t)dt\right) \tag{1.68}$$

où $g_m(t)$ est une fonction d'apodisation et $\nu_m(t)$ est la fréquence instantannée de la structure m. Les signaux guidés peuvent s'écrire de cette manière comme le montre l'équation 1.66. On distingue deux types de structures permettant de décrire les signaux étudiés :

1. Les structures rectilignes qui suivent une droite dans le plan temps-fréquence. Les signaux composées de ce type de structures sont dénommés par définition signaux à **structures linéaires**. Deux sous-cas de structures sont à distinguer :
   - Les structures à modulation linéaire. $\nu(t)$ est une fonction linéaire. Nous les appelons dans le cas général structure linéaire oblique.
   - Parmi elles, deux structures particulières : les structures linéaires parallèles aux axes de temps ou fréquence : sinusoïdes ("fréquences pures") $\mathbf{u}_c^{\mathbf{T}}(t)$ avec $\nu(t) = c$ et impulsions ("temps purs") $\mathbf{u}_b^{\mathbf{F}}(t)$ avec $\nu(t)$ qui tend vers l'infini pour un temps b donné. Ces deux structures sont respectivement parallèles aux axes temporel et fréquentiel.
2. Les **structures non-linéaires** dont le tracé théorique dans le plan temps-fréquence suit une courbe, $\nu(t)$ est alors une fonction non-linéaire.

Par ailleurs, les signaux peuvent être mono ou multi-structures : ils comportent une seule ou plusieurs structures. Dans le cas des signaux multi-structures, ces structures peuvent être homogènes, c'est-à-dire qu'elles obéissent au même type de lois temps-fréquence. Une notion sur laquelle nous reviendrons au chapitre suivant.
Pour un signal guidé, chaque mode constitue une structure. Ce sont donc des signaux à multi-structures non-linéaires. L'homogénéité des structures dépend du modèle de guide choisi. Nous verrons que l'aspect non-linéaire des structures des signaux guidés empêche d'obtenir de bons résultats à partir des méthodes de RTF les plus classiques.
Comme nous l'avons déjà mentionné, les énergies des modes, directement liées aux fonctions modales, dépendent de la profondeur de la source et du capteur. Le tracé des temps d'arrivée d'énergie dans le plan temps-fréquence (voir figure 1.9), ainsi que la phase des modes, dépendent de la distance source-capteur. Les trois paramètres qui permettent de caractériser les modes sont donc : l'énergie, la localisation temps-fréquence précise, l'accès à la phase. Les RTF doivent donc remplir un ou plusieurs des trois objectifs suivants :

1. Conservation de l'énergie du signal :

$$\int\int (\mathcal{RTF}x)(t,\nu)dtd\nu = \int |x(t)|^2 dt = E_x \tag{1.69}$$

2. Représentation fidèle de la localisation de l'énergie dans le plan temps-fréquence. Pour un signal (comme le signal acoustique modal) qui est une somme de M structures de fréquences instantanées $\nu_m(t)$ (voir équation 1.66), on a :

$$(\mathcal{RTF}x)(t,\nu)_{ideale} = \sum_{m=1}^{M} c_m \delta(\nu - \nu_m(t)) \tag{1.70}$$

3. Propriété d'inversibilité pour pouvoir réaliser des opérations de filtrage dans le domaine temporel et ainsi accéder à l'énergie ou à la phase de chacune des composantes filtrées :

$$\mathcal{RTF}^{-1}[(\mathcal{RTF}x)(t,\nu)] = x(t) \tag{1.71}$$

Le but de cette section est de présenter les représentations temps-fréquence classiques en les confrontant aux objectifs présentés ci-dessus et en les testant sur deux jeux de signaux extraits des campagnes d'acquisition en environnements naturels présentés dans le chapitre introductif. Nous prenons la trace acoustique $R = 5000\ m$ pour les données Mer du Nord et la trace $R = 14000\ m$ pour les données Méditerranée. Les courbes théoriques d'énergie des modes suivant le modèle de Pekeris dans le plan temps-fréquence correspondant à ces deux jeux de données sont présentées sur la figure 1.10.

Dans cette section, la qualité des représentations sera évaluée en fonction de la séparation des modes dans le plan temps-fréquence. Cette évaluation s'effectue visuellement dans une première approche, elle comporte donc une part de subjectivité. Cette approche n'est pas dénuée de fondement dans la mesure où le filtrage modal qui sera effectué sur ces RTF s'effectue sans *a priori* sur l'emplacement des modes dans le plan temps-fréquence. Le choix des zones à filtrer repose donc partiellement sur un choix visuel (*cf.* chapitre 2). Dans une seconde approche, des méthodes de filtrage temps-fréquence seront associées aux représentations jugées subjectivement les plus efficaces et les performances de filtrage modal seront évaluées suivant un critère objectif (*cf.* chapitre 2).

Nous verrons que la représentation temps-fréquence souffre de limitations qui dépendent du type de RTF choisi et de la nature des signaux représentés. Nous présentons ensuite trois familles classiques de représentations temps-fréquence :

- Les méthodes de distribution (nous exposons ici les méthodes bilinéaires de la classe de Cohen). Elles cherchent à localiser la distribution de l'énergie (ou de la puissance) dans le domaine temps-fréquence.
- Les méthodes de décomposition atomique. Elles projettent le signal sur un dictionnaire d'atomes qui pave le plan temps-fréquence.
- Les méthodes paramétriques. Elles s'appuient sur un modèle de signal (le signal peut par exemple être considéré comme la sortie d'un filtre).

On peut également introduire la notion de méthodes adaptatives et non-adaptatives qui recoupe les trois familles de techniques précédentes. Les méthodes adaptatives prennent en compte le signal dans la détermination des paramètres de la RTF. Ainsi le signal est toujours présent dans la formulation des

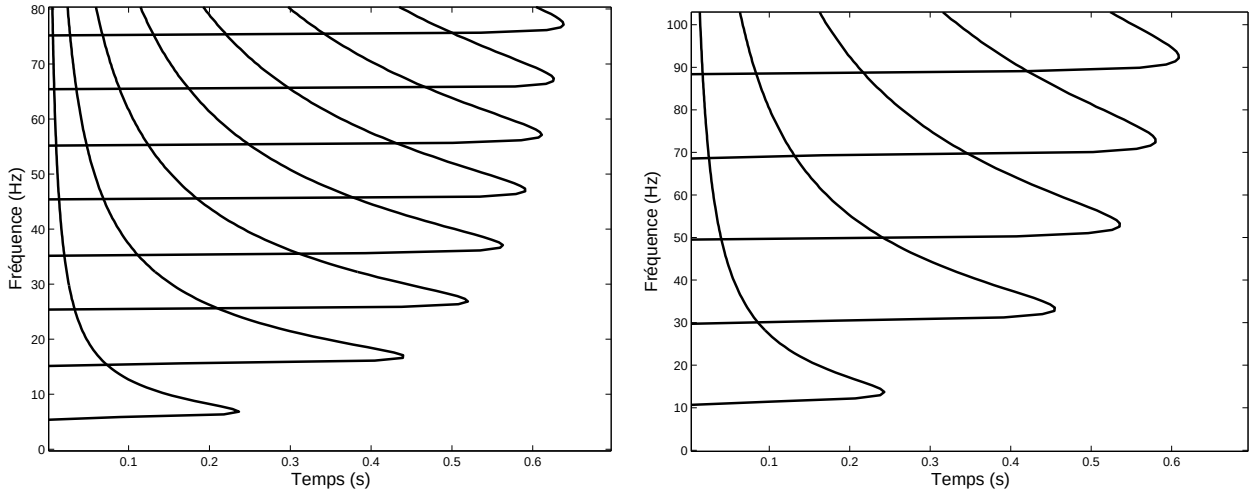

FIG. 1.10 – Tracés théoriques des courbes d'énergie des modes dans le plan temps-fréquence pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

RTF adaptatives.

Nous verrons que les trois familles soulèvent des problèmes dans le traitement de signaux à structures non-linéaires. Nous exposons dans la dernière partie la notion d'opérateur de transformation (et particulièrement de déformation) et le principe de l'équivalence unitaire qui permet de résoudre les problèmes posés par les structures non-linéaires.

1.3.2 Le problème temps-fréquence

La représentation temps-fréquence des signaux constitue un vaste champ d'études dans le domaine du traitement du signal. De très nombreuses méthodes ont été développées. Le nombre considérable de techniques différentes est lié aux limitations intrinsèques de la représentation temps-fréquence. La possibilité de localiser précisement un signal $x(t)$ dans un espace temps-fréquence souffre d'une limitation appelée **incertitude temps-fréquence** (ou incertitude d'Heisenberg-Gabor [Gab46]) définie par :

$$\Delta t \Delta \nu \geq \frac{1}{4\pi} \tag{1.72}$$

où Δt est la durée du signal et $\Delta \nu$ sa bande passante définies autour des temps et fréquence centraux. Ces grandeurs sont définies par :

- temps central : $t_o = \frac{\int t|x(t)|^2 dt}{\int |x(t)|^2 dt}$
- fréquence centrale : $\nu_o = \frac{\int \nu|X(\nu)|^2 d\nu}{\int |X(\nu)|^2 d\nu}$
- durée : $\Delta t = \left[\frac{\int (t-t_o)^2|x(t)|^2 dt}{\int |x(t)|^2 dt}\right]^{1/2}$
- bande passante : $\Delta \nu = \left[\frac{\int (\nu-\nu_o)^2|X(\nu)|^2 d\nu}{\int |X(\nu)|^2 d\nu}\right]^{1/2}$

Ainsi, il n'est pas possible d'obtenir un fréquence pure (Dirac en fréquence) si le signal n'est pas de durée infinie. Un signal $x(t)$ d'enveloppe gaussienne optimise l'incertitude temps-fréquence. Pour ce cas, on a en effet $\Delta t \Delta\nu = \frac{1}{4\pi}$. L'incertitude temps-fréquence affecte diversement les RTF selon la méthode choisie comme nous le verrons tout au long de cette section.

1.3.3 Les méthodes de distribution de la classe de Cohen

Les méthodes de distribution ont pour but de caractériser la distribution d'énergie dans le domaine temps-fréquence, elles utilisent pour ce faire les concepts de fonction de corrélation et de densité spectrale liées par l'équation de Wiener-Kintchine. Nous présentons dans cette section les méthodes de la classe de Cohen [Coh95] qui sont bilinéaires et basées sur la distribution de Wigner-Ville [Vil48].

1.3.3.1 La distribution de Wigner-Ville

La distribution de Wigner-Ville (DWV) se définit par l'équation [Vil48] :

$$(\mathcal{W}x)(t,\nu) = 2 < \mathbf{F}_{-\nu}\mathbf{T}_{-t}x, \mathbf{F}_{-\nu}\mathbf{T}_{-t}x_r >= \int x(t+\frac{u}{2})x^*(t-\frac{u}{2})\exp(-j2\pi\nu u)du \tag{1.73}$$

avec $x_r(t) = x(-t)$. Elle possède une définition duale dans le domaine fréquentiel :

$$(\mathcal{W}x)(t,\nu) = \int X\left(\nu+\frac{\xi}{2}\right)X^*\left(\nu-\frac{\xi}{2}\right)\exp(-j2\pi\xi t)d\xi \tag{1.74}$$

C'est une distribution bilinéaire $\mathcal{W} : L^2(\mathbb{R}) \rightarrow L^2(\mathbb{R}^2)$. Elle peut être interprétée, à partir de l'équation 1.73, comme une distribution de la densité spectrale locale (pour chaque instant t) : on y retrouve en effet la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation instantanée représentée par le terme $x(t+\frac{u}{2})x^*(t-\frac{u}{2})$.

La DWV est à la base des représentations de la classe de Cohen que nous allons détailler. Elle possède, entre autres, les caractéristiques suivantes :

- conservation de l'énergie (propriété 1.69),
- localisation idéale des structures linéaires (propriété 1.70), en particulier des structures non-obliques (sinusoïde et Dirac). On a ainsi :

$$(\mathcal{W}\mathbf{u}_c^{\mathbf{T}})(t,\nu) = \delta(\nu-c) \tag{1.75}$$

$$(\mathcal{W}\mathbf{u}_b^{\mathbf{F}})(t,\nu) = \delta(t-b) \tag{1.76}$$

- inversibilité (propriété 1.71).

Elle comporte deux inconvénients majeurs :

- Les valeurs de la distribution sont réelles ($\in \mathbb{R}$) et peuvent donc prendre des valeurs négatives qui posent problème pour l'interprétation de l'énergie des composantes du signal.
- Elle possède des termes d'interférences de deux types : les interférences intra-structures pour toutes les structures non-linéaires et les interférences inter-structures (y compris dans le cas de structures linéaires). Ces interférences sont placés à mi-distance des termes propres qui interfèrent dans le plan temps-fréquence.

La figure 1.11 représente les DWV des signaux de pression enregistrés en Mer du Nord et Méditerranée. Nous observons le double phénomène d'interférences (inter et intra-structures) qui rend cette RTF peu lisible pour ces signaux.

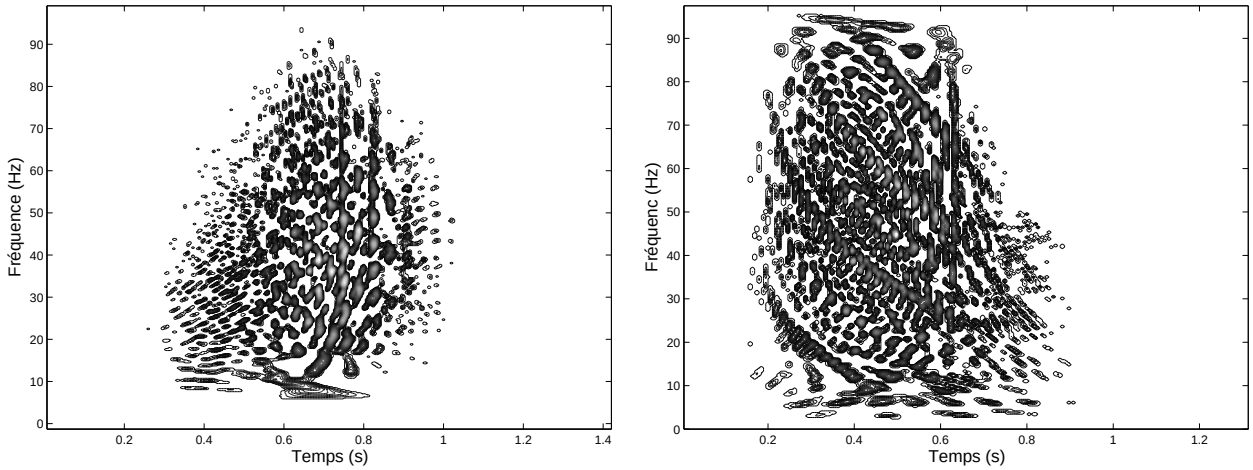

FIG. 1.11 – Représentation de la Distribution de Wigner-Ville pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

1.3.3.2 La classe de Cohen : généralités

Pour appréhender les principes de la classe de Cohen, il est utile de faire appel à la notion de fonction d'ambiguïté (ou fonction d'ambiguïté de Woodward [Woo53]). Celle-ci se représente dans le domaine des retards-doppler et constitue la représentation duale de la DWV. Elle est définie par :

$$(\mathcal{A}x)(u,f) = \int x(t+\frac{u}{2})x^*(t-\frac{u}{2})\exp[-j2\pi fu]dt \tag{1.77}$$

La DWV et la fonction d'ambiguïté sont liées par une double transformée de Fourier :

$$(\mathcal{W}x)(t,\nu) = \iint (\mathcal{A}x)(u,f)\exp[j2\pi(tf-\nu u)]dudf \tag{1.78}$$

Dans le plan d'ambiguïté, les termes propres des structures présentes dans le signal sont concentrés autour du point origine ($u = 0, f = 0$). Les termes d'interférences sont répartis sur l'ensemble du domaine. La figure 1.12 représente la fonction d'ambiguïté des signaux réels.

Le principe des méthodes de la classe de Cohen est d'appliquer sur la DWV une fonction de lissage dans le but de supprimer ou d'atténuer les interférences. Ce lissage dans le domaine temps-fréquence correspond par dualité à une apodisation de la fonction d'ambiguïté dans le plan retard-doppler $u-f$. Les méthodes de cette classe diffèrent par le type de fonction d'apodisation utilisée. La formulation générique des méthodes bilinéaires de la classe de Cohen est donnée par l'équation [Coh95] :

$$(\mathcal{C}x)_{\phi_C}(t,\nu) = \iint (\mathcal{W}x)(a,b)\phi_C(t-a,\nu-b)dadb \tag{1.79}$$

Avec

$$\phi_C(t,\nu) = \iint g_C(u,f)\exp[-j2\pi(tf-\nu u)]dudf \tag{1.80}$$

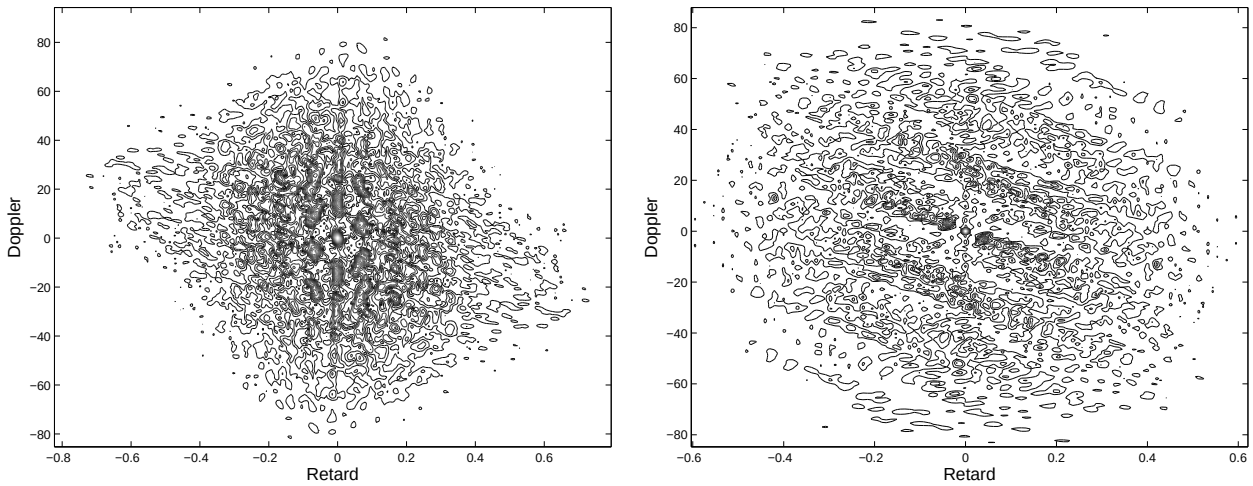

FIG. 1.12 – Fonction d'ambiguïté pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (Droite)

où $g_C(u,f)$ est une fonction à deux dimensions appelée fonction de paramétrisation ou noyau. $g_C(u,f)$ est définie dans le plan retard-doppler et $\phi_C(t,\nu)$ est son équivalent dans le plan temps-fréquence. Ainsi, la classe de Cohen peut s'exprimer par apodisation dans le plan retard-doppler suivi d'une double TF pour revenir dans le domaine temps-fréquence :

$$(\mathcal{C}x)_{\phi_C}(t,\nu) = \iint g_C(u,f)(\mathcal{A}x)(u,f)\exp[j2\pi(tf-\nu u)]dudf \tag{1.81}$$

On peut recenser quelques propriétés des représentations de la classe de Cohen dépendant de la fonction de paramétrisation :

- Les représentations conservent l'énergie et sont dites énergétiques si $\iint \phi_C(t,\nu)dtd\nu = 1$ ou de manière équivalente si $g_C(0,0) = 1$.
- Les représentations sont inversibles si la condition $g_C(u,f) \neq 0 \ \forall \ (u,f)$ est remplie. Dans le cas contraire, l'apodisation induit une perte d'information qui ne permet pas de reconstituer le signal.

Classe de Cohen et incertitude temps-fréquence.
La fonction de paramétrisation $\phi_C(t,\nu)$ définie dans le plan $t-\nu$ est également soumise à l'incertitude temps-fréquence. Le lissage de la DWV a pour effet d'introduire l'incertitude temps-fréquence de $\phi_C(t,\nu)$ en chaque point de la représentation. Ceci implique l'étalement des structures. Les méthodes de la classe de Cohen tentent de trouver un compromis entre interférence et étalement.

1.3.3.3 Le spectrogramme

Parmi toutes les méthodes temps-fréquence répertoriées, le spectrogramme est la plus couramment utilisée, il donne une idée générale de la localisation du signal dans le plan temps-fréquence. La fonction de paramétrisation $g_C(u,f)$ est la fonction d'ambiguïté d'une fonction fenêtre $h(t)$. Cette fenêtre est généralement d'allure gaussienne, elle peut être de Hamming, de Hanning *etc.* Par conséquent $\phi_C(t,\nu) = (\mathcal{W}h)(t,\nu)$. D'où la formulation suivante du spectrogramme [Coh95] :

$$(\mathcal{S}x)(t,\nu) = (\mathcal{W}x) * *(\mathcal{W}h) = \iint (\mathcal{W}x)(a,b)(\mathcal{W}h)(t-a,\nu-b)dadb \tag{1.82}$$

Le spectrogramme élimine toutes les interférences des structures dont les termes propres ne se chevauchent pas dans le plan temps-fréquence. C'est la RTF de la classe de Cohen la plus performante

en terme d'élimination des interférences, mais c'est également celle qui présente le plus important étalement des termes propres. Le compromis interférences/chevauchement est ici totalement tourné vers l'élimination des interférences. Le spectrogramme est à ce titre l'un des deux deux cas extrêmes de la classe de Cohen, l'autre étant la DWV (pas d'étalement mais un maximum d'interférences). Chaque atome $\phi_C(t,\nu)$ obéit à l'incertitude temps-fréquence, le lissage qui résulte de la convolution de cette fonction avec la DWV du signal limite donc la résolution temps-fréquence de la représentation. On peut en revanche jouer sur la précision temporelle ou fréquentielle du spectrogramme. La fonction fenêtre $h(t)$ lie les deux résolutions : une fenêtre courte en temps (relativement au signal) donne une bonne résolution temporelle mais une mauvaise résolution fréquentielle et c'est l'inverse pour une fenêtre longue. Par ailleurs, le spectrogramme est énergétique mais non inversible.

La figure 1.13 représente les spectrogrammes des signaux de pression. On peut observer que le résultat n'est pas satisfaisant pour les données Mer du Nord : les structures se chevauchent considérablement du fait de l'étalement. Le résultat est plus satisfaisant sur les données Méditerranée du fait de l'écartement relatif des modes dans le plan temps-fréquence. Cependant on note tout de même que les modes se chevauchent.

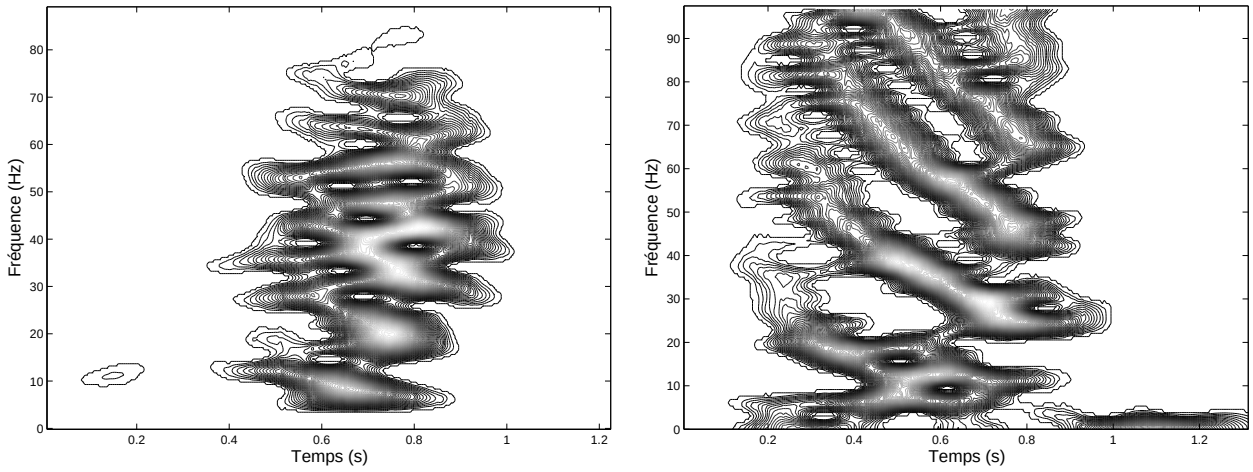

FIG. 1.13 – Spectrogrammes pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

1.3.3.4 Distribution de Pseudo Wigner-Ville Lissée

Le noyau de la Distribution de Pseudo Wigner-Ville Lissée est de la forme $\phi_C(t,\nu) = h(t)K(-\nu)$ (où $K(\nu)$ est la TF d'une fenêtre $k(t)$). Il permet de découpler les résolutions fréquentielle et temporelle. Le noyau d'apodisation dans le plan retard-doppler est ainsi symbolisé par un rectangle dont les longueurs retards et largeur doppler sont indépendantes, contrairement au spectrogramme pour lequel le produit longueur-largeur est fixe (et égal à $1/4\pi$ pour un noyau gaussien). Il comporte donc un degré de liberté supplémentaire qui permet de réaliser un compromis entre interférences et étalement dans chacune des deux directions du plan temps-fréquence. Cependant, la forme du noyau demeure un rectangle, ce qui rend cette représentation adaptée aux structures linéaires non-obliques (sinusoïdes ou Dirac) et peu adaptée aux modulations linéaires (pour lesquelles un noyau oblique serait plus adapté) et *a fortiori*, aux signaux à structures non-linéaires. Cette représentation est énergétique, son inversibilité dépend de la fonction noyau mais n'est généralement pas réalisée en pratique.

La figure 1.14 représente les RTF Pseudo Wigner-Ville Lissées appliquées aux données réelles. Pour les données Méditerranée, on obtient une meilleure résolution que le spectrogramme mais des interférences apparaissent. Pour les données Mer du Nord, on observe des structures pouvant être les modes mais les chevauchements sont encore importants. Nous sommes à la limite de ce que cette méthode peut proposer en terme de compromis résolution temporelle/fréquentielle d'une part et interférence/étalement d'autre part.

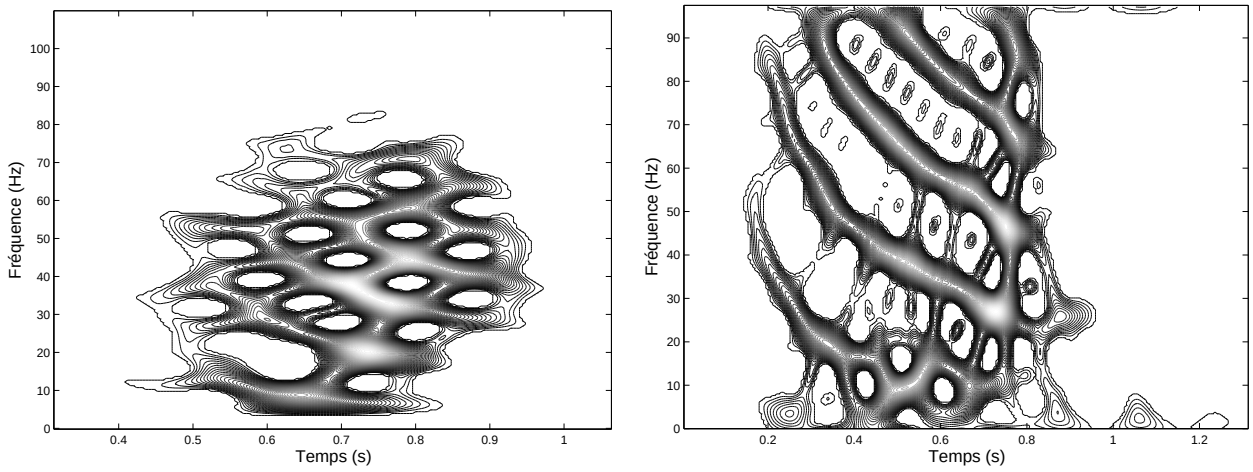

FIG. 1.14 – Pseudo Wigner-Ville Lissée pour les données Mer du Nord, la fenêtre de résolution fréquentielle est 1.6 fois plus longue que la fenêtre de résolution temporelle (elle sont de même taille pour le spectrogramme) (gauche) et Pseudo Wigner-Ville Lissée pour les données Méditerranée la fenêtre de résolution fréquentielle est 1.65 fois plus longue que la fenêtre de résolution temporelle (droite)

1.3.3.5 Autres RTF classiques de la classe de Cohen

La classe de Cohen comporte d'autres RTF classiques :

- Les RTF de Rihaczek [Rih68] et Margenau-Hill [MH61] possèdent des noyaux qui localisent parfaitement les termes propres des structures et permettent de déplacer les termes d'interférences qui ne sont plus positionnés à mi-distance des structures (pour les interférences inter-structures). Cependant, dès que les supports des structures sont superposés en temps ou en fréquence, ce qui est le cas des modes de propagation, on retrouve les problèmes de la DWV.
- Les RTF du type DWV Lissées jointes (Choi-Williams [CW89], Zhao-Atlas-Marks [ZAM90]). Le noyau est du type $g(u,f)_C = h(uf)$. Elles permettent d'éliminer, avec un effet de lissage moins important que le spectrogramme, les structures qui ne se chevauchent ni en temps ni en fréquence. Elles ne sont donc pas adaptées aux signaux guidés.

1.3.3.6 Méthodes à noyaux adaptatifs

Comme nous l'avons vu, le choix du noyau détermine la méthode de Cohen. Pour toutes les méthodes classiques étudiées, la formulation de la loi du noyau dépend de la méthode mais pas du signal. Baraniuk *et al.* [BJ93b, JB95] ont proposé une méthode de Cohen adaptative qui sélectionne le noyau le mieux adapté au signal afin de supprimer les interférences tout en limitant l'étalement des structures.

Principe de la recherche du noyau optimal

La recherche du noyau optimal s'effectue dans le plan retard-doppler de la fonction d'ambiguïté. Le principe des méthodes de Cohen consiste à multiplier la fonction noyau $g_C(u,f)$ avec la fonction d'ambiguïté $(\mathcal{A}x)(u,f)$ du signal dans ce plan comme le montre l'équation 1.81. On cherchera donc le noyau qui maximise cette multiplication. Cette recherche du noyau maximisant le produit noyau-fonction d'ambiguïté se fait sous contrainte et donne :

$$\hat{g}_C(u,f) = \arg\max_g \iint |(\mathcal{A}x)(u,f) g_C(u,f)|^2 du df \tag{1.83}$$

Les contraintes concernant le noyau sont de plusieurs natures :

1. On désire que la RTF soit énergétique, ce qui impose $g_C(0,0) = 1$
2. On désire que la RTF soit inversible, ce qui impose $g_C(u,f) \neq 0 \ \ \forall (u,f)$
3. L'amplitude du noyau doit décroître avec sa distance au centre. Si on exprime le noyau en coordonnées polaires $g_C(r,\psi)$ où r est le rayon (distance au centre) et ψ l'angle par rapport à l'axe des retards $\vec{u}$, cette condition s'exprime par :

$$g_C(r_2,\psi) \leq g_C(r_1,\psi) \quad \forall r_2 \geq r_1 \quad \forall \psi \tag{1.84}$$

4. La taille du noyau doit répondre à un compromis entre étalement des structures propres et conservation des interférences. Les termes propres sont concentrés autour de l'origine, on supprime donc les interférences d'autant mieux que le noyau à un volume concentré autour de l'origine. Mais cette concentration du noyau provoque un étalement des structures comme on peut le voir pour le spectrogramme. A l'inverse, un volume important réduit cet étalement mais empêche l'élimination des interférences. L'équation 1.83 associée aux contraintes présentées ci-dessus conduit l'algorithme à tendre vers le noyau le plus étendu : celui de la DWV ($g_C(u,f) = 1 \ \forall (u,f)$). C'est pourquoi une condition sur le volume du noyau est imposée (celui-ci ne doit pas dépasser une valeur α), ce qui implique :

$$\frac{1}{2\pi} \iint |g_C(u,f)|^2 du df \leq \alpha \tag{1.85}$$

Mise en place

En pratique, on se donne un modèle pour la fonction noyau (on ne peut pas tester toutes les fonctions qui répondent aux contraintes exposées) :

1. La fonction de base est une gaussienne à deux dimensions dans le plan retard-doppler pour minimiser l'étalement (minimisation de l'incertitude temps-fréquence).
2. Le noyau respecte les contraintes d'unicité à l'origine, de décroissance radiale et de limitation de volume exposées ci-dessus.
3. On désire que ce noyau évolue autour de l'origine (où sont concentrés les termes propres). On privilégie un angle de rotation ψ_n entre le noyau et l'axe des retards $\vec{u}$.

Le noyau à finalement pour formule générique la relation suivante :

$$g_C(r,\psi) = \frac{1}{2\pi} \exp \frac{-r^2}{\sigma_n^2(\psi)} \tag{1.86}$$

avec :

$$r = (u^2 + f^2)^{1/2} \qquad \psi = \arctan \frac{f}{u} \tag{1.87}$$

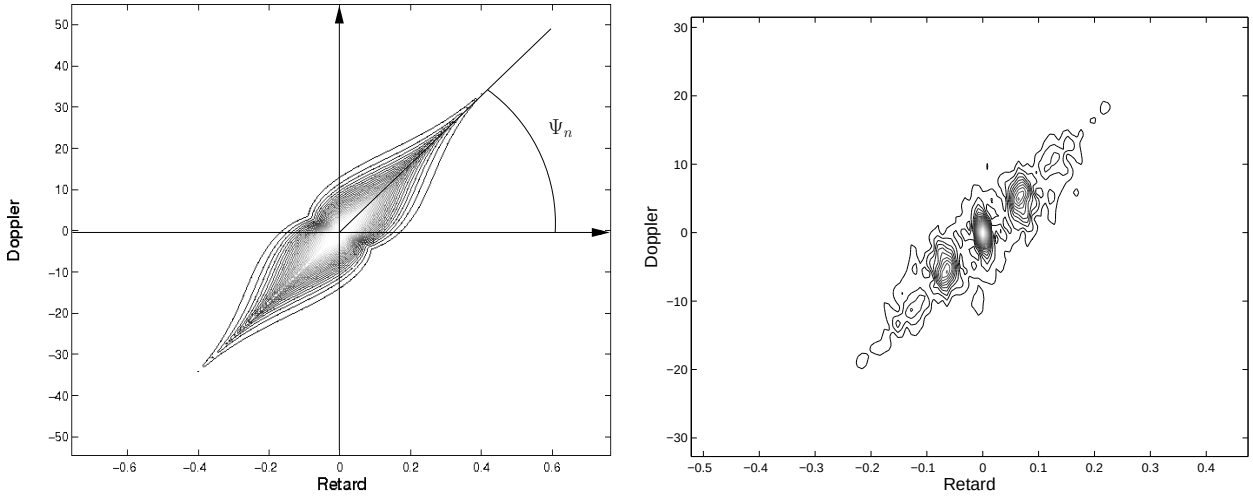

FIG. 1.15 – Noyau adapté résultant de l'algorithme $\psi_n = 1.55\ rad$ (gauche). Fonction d'ambiguïté après apodisation par le noyau appliquée sur les données Mer du Nord (droite).

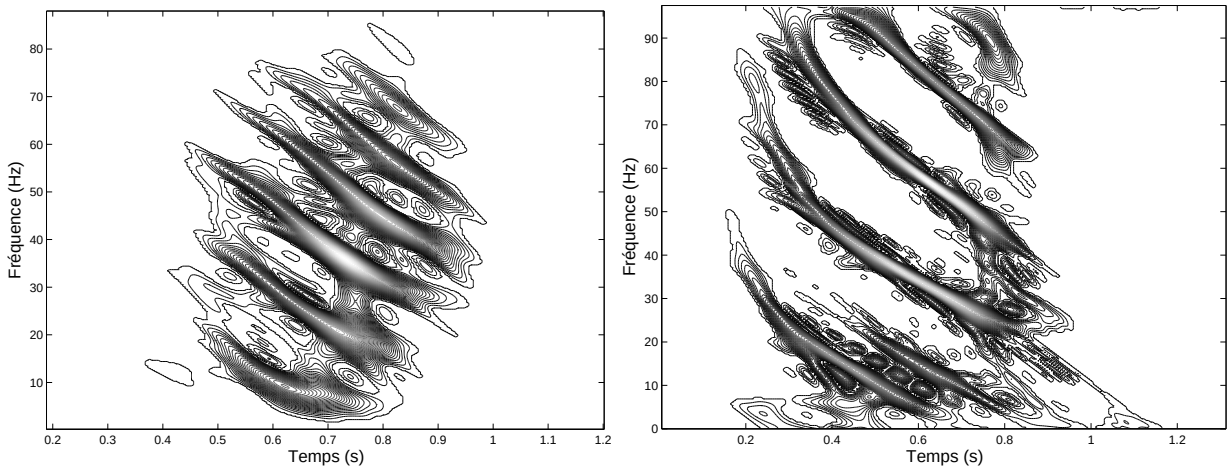

FIG. 1.16 – RTF par noyau adaptatif pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

Pour la fonction de paramétrisation de ψ, nous avons choisi de prendre une gaussienne centrée sur l'angle ψ_n. Son équation est :

$$\sigma_n^2(\psi) = \frac{e}{2\pi} \exp -(\psi_n - \psi)^2 \tag{1.88}$$

où e est le facteur d'étalement du noyau. Le retour dans le domaine $t - \nu$ s'effectue grâce à une double transformée de Fourier (voir équation 1.78). La figure 1.15 représente le noyau optimal dans le cas des données Mer du Nord et la fonction d'ambiguïté apodisée résultante. La figure 1.16 représente les RTF résultantes pour les deux jeux de données. Les résultats sont meilleurs que ceux des méthodes classiques (*cf.* les figures 1.13 et 1.14). Cependant, sur les données Mer du Nord, si les modes sont identifiables, on trouve encore des phénomènes d'interférences et de chevauchements par étalement. Nous sommes à la limite de ce que le compromis interférence/étalement (sur lequel repose le choix de contrainte de volume) permet. Le noyau, qui s'apparente à une gaussienne ayant subi une rotation, engendre une fonction de lissage $\phi_C(t, \nu)$ linéaire oblique. C'est l'aspect linéaire du noyau qui limite cette méthode dans le cas de signaux à structures non-linéaires.

Après avoir étudié les RTF de distribution de la classe de Cohen, nous abordons les RTF de décomposition atomique.

1.3.4 Les RTF de décomposition atomique

Le principe de la décomposition atomique est de projeter le signal que l'on souhaite représenter sur un ensemble de fonctions (ou atomes). Cet ensemble de fonctions peut former une base continue, une base discrète orthogonale ou une structure oblique redondante ("frame"). La projection peut se faire de manière adaptative ou non-adaptative. Nous verrons tout d'abord les méthodes de projection linéaire classiques qui sont des méthodes non-adaptatives. Nous verrons ensuite les principes des méthodes adaptatives.

1.3.4.1 Les RTF de projection linéaire

La Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT)

La TFCT consiste à utiliser la transformée de Fourier de manière locale afin d'évaluer l'évolution du contenu fréquentiel du signal en fonction du temps. Cette analyse locale utilise une fenêtre d'apodisation glissante (d'allure gaussienne en général) avant d'effectuer une transformée de Fourier sur le résultat de cette apodisation. Cette opération constitue une projection du signal sur une base continue d'atomes (ou logons de Gabor) $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ dont les éléments sont définis par translation temporelle et fréquentielle de la fenêtre d'apodisation $h_{Gabor}(u)$:

$$\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}(u) = (\mathbf{F}_\nu \mathbf{T}_\mathbf{t} h_{Gabor})(u) = h_{Gabor}(u-t)e^{j2\pi\nu u} \tag{1.89}$$

La TFCT (notée $\mathcal{T}$) s'écrit donc finalement [AR77] :

$$(\mathcal{T}x)(t,\nu) = < x, \mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT} > \tag{1.90}$$

La base de décomposition $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ forme un pavage régulier du plan temps-fréquence (*cf.* figure 1.17). La TFCT est une projection à bande passante constante car tous les atomes ont la même durée Δt et le même bande passante $\Delta\nu$. Chaque atome de projection obéissant à l'incertitude temps-fréquence, la TFCT présente un étalement des termes utiles du signal (*cf.* figure 1.18). Il est possible de retrouver le spectrogramme, qui n'est autre que la version quadratique de la TFCT [AR77] :

$$(\mathcal{S}x)(t,\nu) = |(\mathcal{T}x)(t,\nu)|^2 \tag{1.91}$$

La TFCT étant une RTF inversible, on peut retrouver une RTF énergétique grâce au lien direct avec le spectrogramme. Cependant, nous sommes confrontés pour les signaux modaux aux mêmes problèmes que dans le cas du spectrogramme : cette représentation est adaptée pour des motifs linéaires de type sinusoïde ou Dirac, elle pose problème pour des structures non-linéaires multiples comme les signaux guidés.

Dans le cas d'une RTF continue, $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ forme une base continue. Dans la pratique, on discrétise la représentation et les atomes prennent la forme suivante :

$$\mathbf{b}_{n,m}^{TFCT}(u) = h_{Gabor}(u - nt_0)e^{j2\pi m\nu_0 u} \tag{1.92}$$

La condition pour que l'ensemble des atomes forme une structure oblique (un dictionnaire sur-complet et non-orthogonal) est que :

$$t_0\nu_0 \leq 1 \tag{1.93}$$

Dans le cas de l'échantillonnage critique ($t_0\nu_0 = 1$), le dictionnaire devient une base complète orthonormale et la représentation est appelée représentation de Gabor.

Le module de la TFCT appliquée aux données réelles est présenté sur la figure 1.18. On retrouve l'allure et les limitations du spectrogramme. L'étalement est mis en relief par le fait que la représentation ne soit pas énergétique (quadratique).

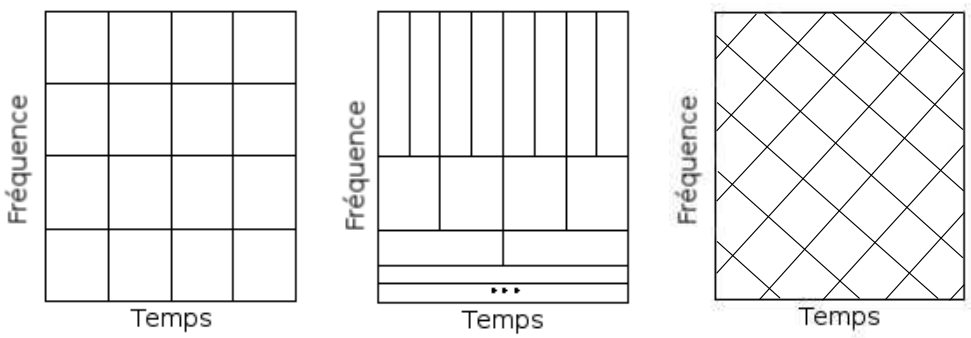

FIG. 1.17 – Pavages de décomposition de la TFCT (gauche), de la transformée en ondelette (centre), d'une transformée Chirplet (droite)

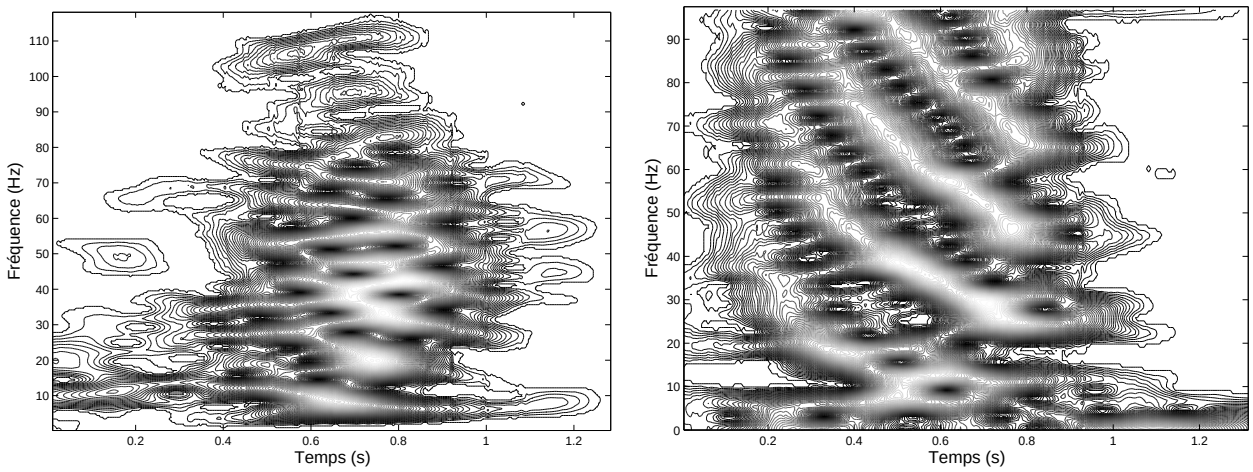

FIG. 1.18 – Modules de la TFCT des données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

La Transformée en Ondelettes Continue (TO)

La Tansformée en Ondelettes Continue (TO) obéit aux mêmes principes que la TFCT mais la structure des atomes est différente. Les atomes, appelés ondelettes, forment une base $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TO}\}$ avec :

$$\mathbf{b}_{t,d}^{TO}(u) = (\mathbf{D}_{1/d}\mathbf{T}_t h)(u) = \left(\frac{1}{d}\right)^{1/2} h_{Ondelette}\left(\frac{u-t}{d}\right) \tag{1.94}$$

La projection est une représentation temps-échelle (et non temps-fréquence). Cependant, l'ondelette de référence $h_{Ondelette}(u)$, généralement centrée, possède une fréquence centrale ν_o, une durée Δt et une bande passante $\Delta\nu$. Les ondelettes translatées $\mathbf{b}_{t,d}^{TO}$ possèdent un temps central t_0, une fréquence centrale ν_0/d, une durée $d\Delta t$ et une bande passante $\Delta\nu/d$. Ces relations établissent le lien entre les dimensions fréquentielle et d'échelle.

$\{\mathbf{b}_{t,d}^{TO}\}$ forme dans le cas classique une base dyadique (les facteurs d'échelle $1/d$ sont multipliés par 2 à chaque changement d'échelle). Pour une telle base, les ondelettes réalisent un pavage du plan temps-fréquence dans lequel (contrairement à la TFCT), la durée et la bande passante dépendent de l'échelle et ne sont pas constantes (*cf.* figure 1.17). Le rapport entre bande passante et échelle est en revanche constant. On a finalement :

$$(\mathcal{TO}x)(t,\nu) =< x, \mathbf{b}_{t,\nu_0/\nu}^{TO} > \tag{1.95}$$

Le module de la TO est présenté sur la figure 1.19. On observe que les basses fréquences ont une mauvaise résolution temporelle. Sur les hautes fréquences, on retrouve l'allure du spectrogramme. Ce type de transformée est adapté à des structures qui ne requièrent pas la même résolution selon les fréquences. Ce n'est pas le cas des signaux guidés pour lesquels toutes les structures (qui appartiennent à des gammes de fréquences différentes) requièrent le même ordre de résolution.

La TO possède une version quadratique : le scalogramme qui peut être vu comme sa version énergétique.

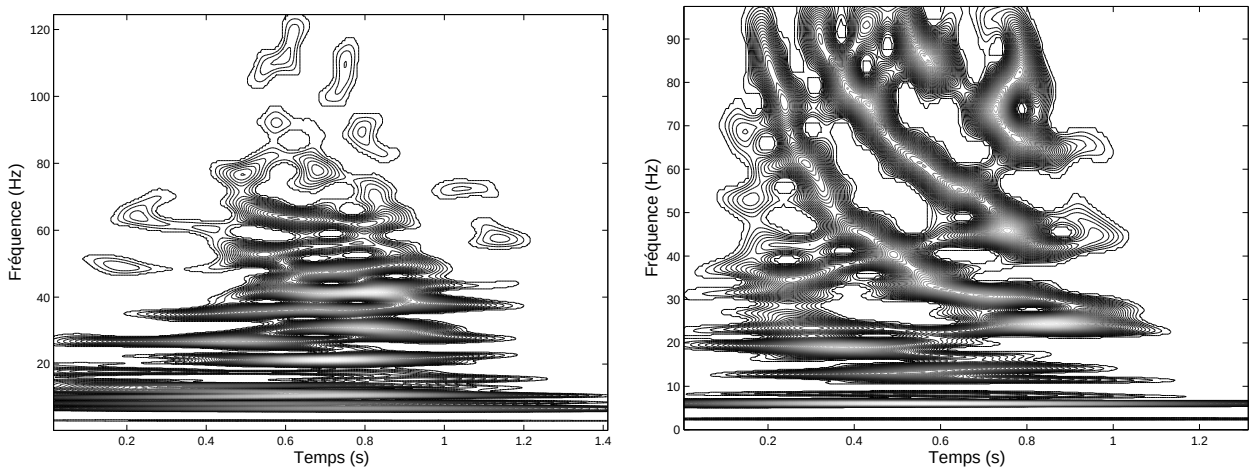

FIG. 1.19 – Modules de la TO des données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

La Transformée Chirplet

Afin de permettre une meilleure adéquation entre les signaux à représenter et les atomes de projection, l'utilisation de modulations linéaires de fréquence ("chirps") en tant qu'atomes de projection, a été proposée [MH95]. Les atomes basés sur ces "chirps", appelés "chirplets" comptent quatre degrés de liberté : décalage temporel, fréquentiel, échelle (par dilatation) et modulation fréquentielle linéaire d'un taux c :

$$\mathbf{b}_{t,\nu,d,c}^{Chirp}(u) = (\mathbf{M}_{cu^2}\mathbf{F}_{\nu}\mathbf{D}_{1/d}\mathbf{T}_t h)(u) = \left(\frac{1}{d}\right)^{1/2} h\left(\frac{u-t}{d}\right) e^{j2\pi(\nu+cu)u} \tag{1.96}$$

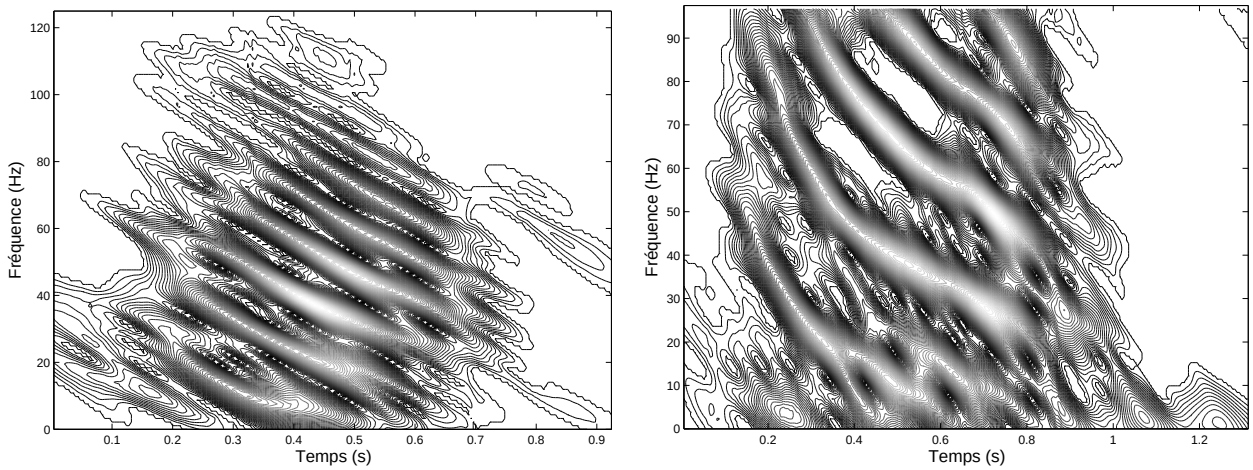

FIG. 1.20 – Modules de la transformée Chirplet pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

La Transformée Chirplet est donc à quatre dimensions. Cependant, on peut fixer un taux de modulation et de dilatation afin de représenter le signal dans le plan temps-fréquence.

Dans le cas des signaux guidés, les structures sont de modulation négative (et non-linéaires), on prend donc un taux de modulation $c \leq 0$ et une taille de fenêtre comparable à celle utilisée pour la TFCT. Le résultat est présenté sur la figure 1.20. On observe une meilleure séparation des modes que sur la TFCT et la TO. On distingue les modes sur les données Mer du Nord (ce qui n'était pas du tout le cas pour les représentations TFCT et TO).

Inversibilité

Afin que les représentations linéaires exposées ci-dessus soient inversibles, il faut que l'ensemble des atomes $\{\mathbf{b}\}$ constitue une base continue. Les atomes de cette base n'étant pas orthogonaux du fait de sa continuité, il existe un noyau de reproduction entre eux [Fla93]. Cependant, ils obéissent à la condition de fermeture exprimée par :

$$\int\int \mathbf{b}_{t,\nu}(u)\mathbf{b}^*_{t,\nu}(u')dtd\nu = \delta(u-u') \tag{1.97}$$

Pour la Transformée en Ondelette Continue, la condition de fermeture s'écrit :

$$\int\int \mathbf{b}^{TO}_{t,d}(u)\mathbf{b}^{TO*}_{t,d}(u')\frac{dtdd}{d^2} = \delta(u-u') \tag{1.98}$$

La fréquence est inversement proportionnelle au facteur d'échelle ($\nu = \nu_0/d$) ce qui implique $dtd\nu = dt\ dd/d^2$, on retrouve ainsi la relation de fermeture 1.97. Le respect de cette condition dépend du choix de l'ondelette de base $h_{Ondelette}(u)$. Pour les représentations de la figure 1.19, nous avons utilisé l'ondelette de Morlet qui, bien que non parfaitement admissible, est l'ondelette la plus classiquement utilisée.

Si la condition de fermeture est remplie, on peut inverser la représentation pour retrouver le signal temporel :

$$x(t) = \int\int (\mathcal{R}x)(\tau,\mu)\mathbf{b}^*_{\tau,\mu}(t)d\tau d\mu \tag{1.99}$$

1.3.4.2 Les méthodes adaptatives de décomposition atomique

Principes

Une autre manière de réaliser la décomposition atomique du signal est de chercher pour un signal donné, les atomes les plus représentatifs du signal dans un dictionnaire donné. On a alors affaire à une méthode dite adaptative, elle intègre le signal dans l'algorithme de décomposition qui détermine le choix des atomes. Ce type de décomposition adaptative a été proposée par Mallat *et al.* [MZ93], sa représentation dans le plan temps-fréquence a été proposée indépendamment par Mallat *et al.* [MZ93] et Qian *et al.* [QC92].

Les méthodes adaptatives de décomposition atomique décomposent le signal en une combinaison linéaire discrète de fonctions élémentaires (atomes) $\{\psi_i; i = 0, .., N-1\}$ ayant des poids différents (coefficients) :

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \psi_i(t) \tag{1.100}$$

où c_i est le coefficient associé à la fonction ψ_i. La famille $\{\psi_i; i = 0, .., N-1\}$ qui représente le signal est déterminé par l'application de l'algorithme de Matching Pursuit à partir d'un dictionnaire de fonctions $\{\psi_n\}$.

Méthode de décomposition

La méthode de décomposition consiste à projeter itérativement le signal sur les atomes et suivre l'algorithme de Matching Pursuit [MZ93]. A la première itération, on part du signal de départ : $i = 0, \quad x_0(t) = x(t)$. A chaque itération, on cherche la fonction ψ_i parmi $\{\psi_n\}$ qui s'adapte le mieux au signal x_i, c'est-à-dire dont le résultat de la projection est le plus important :

$$|\psi_i| = \arg\max_n | < x_i, \psi_n > | \tag{1.101}$$

avec le coefficient c_i donné par :

$$c_i =< x_i, \psi_i > \tag{1.102}$$

où $x_i(t)$ est le résidu du signal après la i^{eme} itération. Il est exprimé par :

$$x_i(t) = x_{i-1}(t) - c_{i-1}\psi_{i-1}(t) \tag{1.103}$$

Après N itérations, le signal peut s'écrire :

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \psi_i(t) + (R_N x)(t) \tag{1.104}$$

avec le reste $R_N x(t) = x_N(t)$. Cette procédure adaptative donne lieu à une collection d'atomes $\{\psi_i, i = 0, .., N-1\}$ qui sont les mieux adaptés aux structures temps-fréquence du signal $x(t)$. Si le dictionnaire est complet, $x(t)$ sera exactement décomposé après un nombre N suffisant d'itérations et on aura : $(R_N x)(t) = 0$.

Dans la pratique sur des signaux réels, on trouvera toujours un reste non nul, un critère d'arrêt doit donc être mis en place. Ce critère correspond à un seuil ϵ à partir duquel on arrête le déroulement de l'algorithme. Il peut s'exprimer par :

$$c_{N-1} > \epsilon > c_N \tag{1.105}$$

Représentation temps-fréquence de la distribution

Afin de représenter la décomposition issue du Matching Pursuit, Mallat *et al.* [MZ93] et Qian *et al.* [QC92] ont proposé d'utiliser la DWV qui possède la propriété de conserver l'énergie. On a donc la RTF adaptative suivante :

$$(\mathcal{RA}x)(t,\nu) = \sum_i |c_i|^2 (\mathcal{W}\psi_i)(t,\nu) + \sum_k \sum_{l\neq k} c_k c_l^* (\mathcal{W}\psi_k, \psi_l)(t,\nu) \tag{1.106}$$

où $(\mathcal{W}a,b)(t,\nu) = 2 < \mathbf{F}_{-\nu}\mathbf{T}_{-t}a, \mathbf{F}_{-\nu}\mathbf{T}_{-t}b_r >$ représente la distribution croisée de Wigner-Ville.

Cette RTF est quadratique puisque la DWV conserve l'énergie. La première somme représente les termes propres de chaque atome, la seconde double somme représente les termes croisés d'interférences. Pour plus de lisibilité, on ne représente pas les termes d'interférences. La RTF se réduit à la première somme qui constitue encore un RTF énergétique. Les atomes étant linéaires, il n'y aura pas d'interférences intra-structures.

Choix du dictionnaire et différents types de RTF adaptatives

Le choix du dictionnaire d'atomes $\{\psi_n\}$ détermine les différents types de RTF adaptative. On peut distinguer deux cas généraux :

– le dictionnaire forme une base orthonormale,

– le dictionnaire forme une structure oblique sur-complète et redondante.

Par définition, un famille d'atomes $\{\psi_n\}$ constitue une structure oblique s'il existe deux constantes A et B avec $0 < A \leq B \leq \infty$ et telles que la collection de projection $(\mathcal{P}x)_n =< x, \psi_n >$ satisfasse la double inégalité suivante :

$$AE_x \leq \sum_n |(\mathcal{P}x)_n|^2 \leq BE_x \tag{1.107}$$

où E_x est l'énergie du signal. L'intérêt d'une telle structure est qu'elle s'approche d'une base et ce d'autant mieux que A est proche de B. On peut montrer que la quantité :

$$\bar{x}(t) = x(t) - R_x(t) = \frac{2}{A+B} \sum_n (\mathcal{P}x)_n \psi_n \tag{1.108}$$

avec R_x le résidu, tel que :

$$\int |x(t) - \bar{x}(t)|^2 dt \int |R_x(t)|^2 dt \leq O\left(\frac{B/A-1}{B/A+1}\right) E_x \tag{1.109}$$

Dans le cas où $A = B$, la structure oblique est appelée "tight frame" et la décomposition sur cette structure s'inverse exactement :

$$x(t) = \frac{1}{A} \sum (\mathcal{P}x)_n \psi_n \tag{1.110}$$

Les structures obliques redondantes permettent d'intégrer un plus grand choix d'atomes dans le dictionnaire ce qui apporte une plus grande adaptabilité au signal traité. C'est une des raisons du succès

de cette méthode.

Atomes de Gabor. Les premiers travaux sur les représentations adaptatives [QC92] utilisent des atomes de Gabor : $\{\psi_n\} = \{\mathbf{b}_{t,\nu}\}$ tels qu'ils sont définis par l'équation 1.92. Les atomes couvrent le plan temps-fréquence par translation temporelle et fréquentielle d'une fenêtre de base.

Avec ce type d'atomes, l'utilisation d'un dictionnaire formant une base orthonormale est confrontée à une limitation dite de Balian-Low [Dau92] qui empêche aux atomes d'une telle base d'être bien localisés simultanément en temps et en fréquence. Dans ce cas, $\mathbf{b}_{t,\nu}$ est définie par l'équation 1.92 avec $t_0\nu_0 = 1$ (on est dans le cas d'un échantillonnage critique du plan temps-fréquence). On utilise donc un dictionnaire redondant.

Les représentations basées sur ce dictionnaire d'atomes sont présentées sur la figure 1.21. Elles ne permettent pas un filtrage des modes quel que soit le jeu de données considéré.

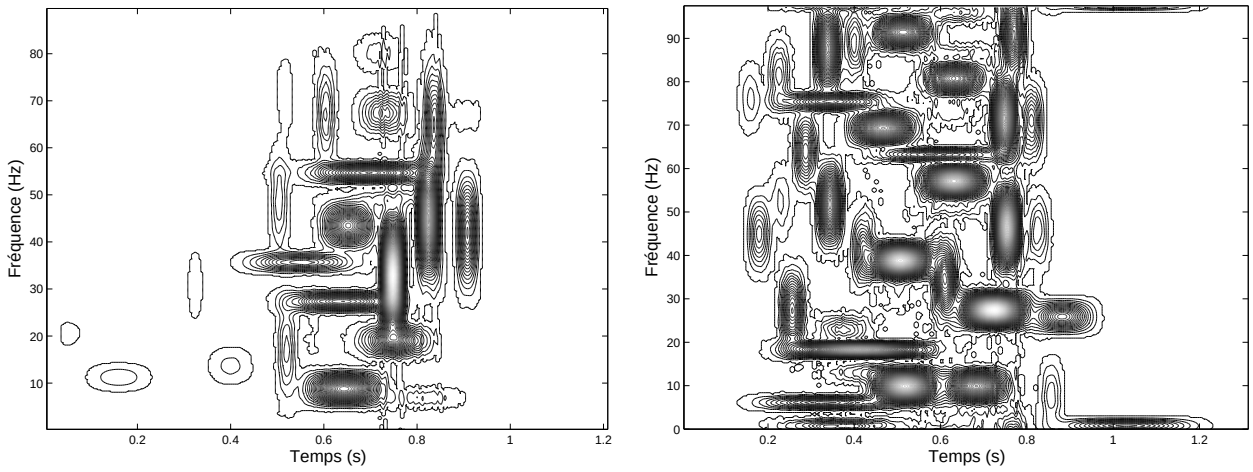

FIG. 1.21 – Modules de la décomposition atomique adaptative pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite). Critère d'arrêt : reste à 1/15ème de l'énergie du signal.

Ondelettes. D'autres représentations adaptatives utilisent les ondelettes. Ce type d'atome ne souffre pas de la limitation de Balian-Low. Une base orthonormale d'ondelettes [Coh98] peut donc être utilisée mais ses atomes demeurent linéaires non-obliques. On retrouve donc le même type de limitations que précédemment.

Chirplets. Afin d'assurer une meilleure adaptativité, des techniques utilisent un dictionnaire de fonctions obliques chirplets $\{\psi_n\} = \{\mathbf{b}^{chirp}_{t,\nu,d,c}\}$ possédant quatre degrés de libertés [BJ93a, OW95, Bul99] : décalage temporel, décalage fréquentiel, compression et modulation linéaire. Ces fonctions vérifient l'équation 1.96. Le dictionnaire est redondant.

La figure 1.22 représente le résultat de la décomposition adaptative du signal sur des fonctions chirplets. Les modes sont identifiables sur les données Méditerranée. Pour les données Mer du Nord, un problème se pose quant à l'appartenance des atomes à tel ou tel mode, ce qui est pénalisant dans l'optique d'un filtrage modal. Les fonctions chirplets, du fait de leur plus grande adaptabilité, présentent donc

des avantages par rapport aux méthodes utilisant des atomes non-obliques. Cependant, la non-linéarité des atomes limite les capacités de la méthode appliquée à des signaux guidés.

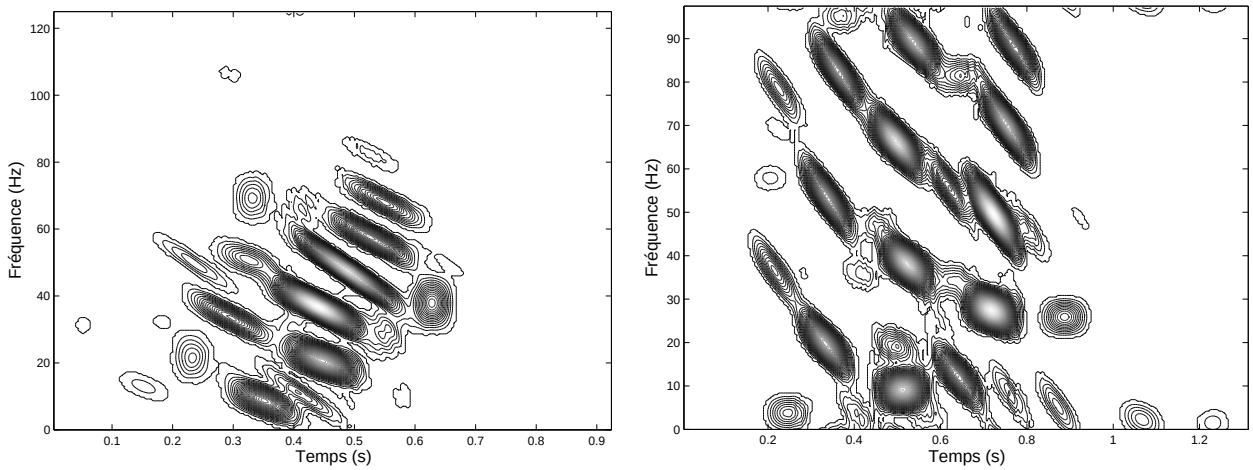

FIG. 1.22 – Modules de la transformée Chirplet pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite). Critère d'arrêt : reste à 1/15ème de l'énergie du signal

1.3.5 Les méthodes paramétriques

Parallèlement aux méthodes analytiques exposées précédemment, il existe des méthodes de RTF paramétriques. Ces dernières partent de la connaissance de la fonction d'autocorrélation du signal (et donc de la densité spectrale) sur un nombre déterminé de retards et se donnent un modèle du signal. L'approche par modèle autorégressif, utilisant la notion de pôles, s'exprime en utilisant les expressions discrètes des signaux en temps.

1.3.5.1 Le modèle autorégressif glissant

La méthode de paramétrisation autorégressive [Mar86b] glissant suppose que le signal $x[n]$, dont on connaît la fonction d'autocorrélation sur $P+1$ retards, est la sortie d'un filtre autorégressif H d'ordre P excité par un bruit blanc $b[n]$ en entrée. La sortie du filtre autorégressif (AR) est alors la suivante :

$$x[n] = \sum_{i=1}^{P} a_i[n]x[n-i] + b[n] \tag{1.111}$$

Le but est de déterminer la valeur des P coefficients du filtre $a_i[n]$ pour n fixé et celle de la puissance du bruit $P_B[n]$ de $b[n]$. Ces $P+1$ inconnues sont déterminées à partir des $P+1$ données que constitue la connaissance de la fonction d'autocorrélation de 0 à P retards. Ce calcul s'effectue par la résolution des équations de Yule-Walker.

La sortie $x[n]$ du filtre AR dépend de l'instant n. C'est cette sortie que l'on veut représenter dans le plan temps-fréquence. En notant $H[n,\nu)$ le gain complexe du filtre AR obtenu à partir des valeurs des $a_i[n]$, on obtient la représentation suivante :

$$(\mathcal{AR}x)[n,\nu) = |H[n,\nu)|^2 \; P_B[n] \tag{1.112}$$

avec :

$$H[n,\nu) = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{P} a_i[n]e^{-2\pi j\nu i}} \tag{1.113}$$

Le problème de cette méthode est qu'elle donne une valeur de puissance peu fiable dans le plan temps-fréquence. En revanche la localisation de ses *maxima* possède une bonne résolution. Une première méthode consiste donc à ne sélectionner que les lieux des *maxima* représentatifs des différentes composantes du signal.

Une localisation des fréquences des composantes du signal peut être obtenue en utilisant les pôles du filtre AR. Pour un tel filtre, le gain de la transformée en z est :

$$H[n,z) = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{P} a_i[n]z^{-i}} \tag{1.114}$$

$H[n,z)$ possède R pôles réels et $(P-R)/2$ paires de pôles complexes conjugués (on prend en général P pair de manière à avoir $P/2$ paires de pôles conjugués). Ces pôles sont associés aux fréquences des différentes composantes du signal à chaque instant n. A chaque pôle $z_k(n) = \rho_k(n)\ e^{j\phi_k[n]}$ de module $\rho_k[n]$ et de phase $\phi_k[n]$ on peut associer un gain complexe en fréquence réduite :

$$(\mathcal{G}_k)[n,\nu) = \frac{1}{e^{2\pi j\nu} - \rho_k[n]e^{j\phi_k[n]}} \tag{1.115}$$

Ce gain est maximum à la fréquence associée au pôle $\nu_k[n] = \phi_k[n]/2\pi$. La valeur qu'on lui associe est d'autant plus forte que le pôle se trouve proche du cercle unité C_1.

Nous obtenons ainsi pour chaque temps n une représentation temps-fréquence où sont uniquement présents $P/2$ points pour chaque échantillon temporel. La valeur en ces points suit celle du module du pôle correspondant. La représentation paramétrique suivant le modèle autorégressif par les pôles est présentée sur la figure 1.23. Les résultats sont intéressant dans le cas des données Méditerranée où les tracés de modes sont cohérents avec les tracés théoriques des modèles (*cf.* figure 1.10). Ce n'est en revanche pas le cas sur les données Mer du Nord.

1.3.5.2 Autres RTF paramétriques

Il existe d'autres RTF paramétriques classiques dont une vue d'ensemble est présentée dans [TS992]. Parmi celle-ci, on trouve la RTF de Capon et la RTF de Lagunas [LSGM86]. Cette dernière est une RTF énergétique. Elles ne fournissent cependant pas de bons résultats en terme de séparation des modes. C'est la raison pour laquelle nous ne les détaillons pas dans cette étude.

1.3.6 Les méthodes RTF pour structures non-linéaires : le principe de l'équivalence unitaire

Comme nous l'avons souligné, l'ensemble des méthodes analytiques précédemment exposées sont adaptées à des structures linéaires. Les méthodes les plus classiques (classe de Cohen, TFCT, Transformée en ondelette) sont idéales pour des structures linéaires non-obliques, les méthodes chirplets intègrent les modulations linéaires. A partir du début des années 90, des techniques ont été créées pour adapter les RTF à des signaux non-linéaires.

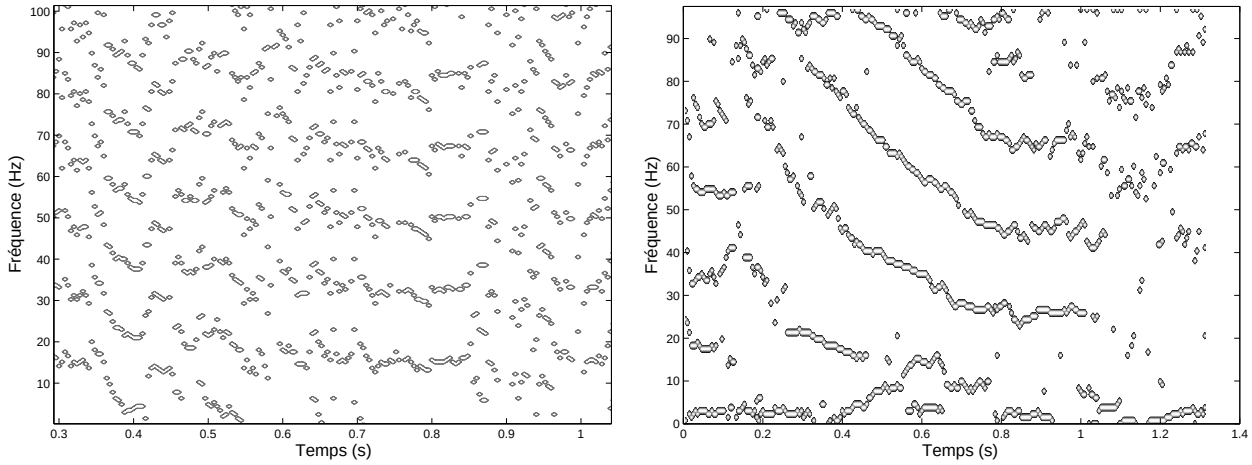

FIG. 1.23 – Représentation AR polaire avec $P = 10$ et un calcul de l'autocorrélation sur 31 échantillons (seuls les pôles de module $\rho_k > 0.9$ sont représentés) pour les données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (Droite).

Toutes ces techniques sont basées sur le même principe : adapter les méthodes existantes à des structures non-linéaires et pour ce faire introduire des opérateurs de transformation pour contourner le problème de non-linéarité. Ces opérateurs doivent être unitaires pour des raisons de conservation d'énergie et de propriété d'isométrie. Les opérateurs de transformation sont généralement basés sur des opérateurs de déformation ("warping") qui peuvent être associés à d'autres opérateurs unitaires (modulation, dilatation *etc.*). L'opérateur de déformation aura pour but de déformer l'axe temporel (ou fréquentiel) de manière à rendre linéaires les structures non-linéaires. Dès lors, on se trouve devant deux possibilités :

– rendre les structures du signal linéaires à l'aide de cet opérateur,
– rendre les outils de représentation adaptés à des structures non-linéaires à l'aide de cet opérateur.

On verra que ces deux opérations sont équivalentes à l'aide du principe d'équivalence unitaire développé par Baraniuk *et al.* [BJ95].

Dans la littérature, Altes *et al.* [Alt90] ont été les premiers à introduire des outils d'analyse temps-fréquence basés sur la DWV et adaptés à une loi non-linéaire (loi hyperbolique). Papandreou *et al.* [PHBB93, HPBB97] ont proposé une classe de Cohen complète adaptée aux signaux hyperboliques. Baraniuk *et al.* ont généralisé ces techniques à l'aide d'opérateurs unitaires [BJ95]. Ces méthodes permettent d'adapter les RTF bilinéaires et atomiques non-adaptatives à des signaux à structures non-linéaires. Les principes de ces méthodes sont exposés au début de cette section. Plus récemment, Papandreou *et al.* [PSS02] ont proposé une méthode adaptative basée sur le principe du Matching Pursuit adapté à des structures non-linéaires. Nous verrons les principes de cette méthode à la fin de cette section.

1.3.6.1 Les opérateurs unitaires et le principe d'équivalence unitaire

Un opérateur unitaire est une transformation linéaire d'un espace de Hilbert sur un autre espace de Hilbert qui préserve l'énergie et le produit scalaire par isométrie :

$$\begin{cases} \|\mathbf{U}s\|^2 = \|s\|^2 \\ < \mathbf{U}g, \mathbf{U}h > = < g, h > \end{cases} \tag{1.116}$$

où $< g, h >$ désigne le produit scalaire : $< g, h >= \int g(u)h^*(u)du$.

Nous introduisons les opérateurs unitaires suivant :
- *Les opérateurs de décalage temporel* $\mathbf{T}_u$ *de décalage fréquentiel* $\mathbf{F}_f$ *et de dilatation* $\mathbf{D}_a$ présentés au début de cette section.
- *L'opérateur de décalage de phase* qui s'exprime par : $(\mathbf{X}_\lambda x)(t) = x(t)e^{j2\pi\lambda}$
- *L'opérateur de modulation* qui s'exprime par : $(\mathbf{M}_{cm}x)(t) = x(t)e^{j2\pi cm(t)}$ où $m(t)$ représente la fonction de modulation considérée inversible. Le caractère unitaire de cet opérateur a été démontré dans [FS88].
- *L'opérateur déformation d'axe ("warping")* $\mathbf{W}_w$ déformant l'axe temporel pour un signal $x(t)$ donné tel que : $(\mathbf{W}_w x)(t) = |w'(t)|^{1/2}x[w(t)]$ où $w'(t)$ désigne la dérivée de $w(t)$. La fonction $w(t)$ est univoque et dérivable. Notons que cet opérateur peut également être défini dans le domaine dual fréquentiel $(\mathbf{W}_w X)(\nu) = |w'(\nu)|^{1/2}X[w(\nu)]$.

Pour que l'opérateur de déformation soit inversible, la fonction de déformation inverse $w^{-1}(t)$ doit exister et être univoque impliquant ainsi la biunivocité de $w(t)$. L'utilisation d'un opérateur de déformation peut être vu comme un changement de base qui permet de transformer un problème "complexe" en un problème "simple".

Prenons pour illustrer ces propos, une structure de loi de fréquence instantanée non-linéaire $\nu(t) = \exp(t)$. Le signal associé est défini par $x(t) = A\exp[2\pi\int\nu(t)dt] = A\exp[2\pi\exp(t)]$. Pour rendre cette structure linéaire, on introduit l'opérateur de déformation $\mathbf{U}_v$ associé à la fonction de déformation $v(t) = \ln(t)$. L'application de cet opérateur sur le signal x donne : $x \mapsto (\mathbf{U}_v x)(t)$ avec $(\mathbf{U}_v x)(t) = |v'(t)|^{1/2}x[v(t)] = |\frac{1}{t}|^{1/2}A\exp(2\pi t)$. Le signal *déformé* est donc à structure linéaire (en l'occurrence une fréquence pure) et peut être représenté dans le domaine de Fourier sans difficulté en utilisant des outils classiques dans le domaine temps-fréquence.

Traitement unitairement équivalent

L'équivalence unitaire permet d'appliquer un outil de traitement $\mathcal{T}$ (distribution, projection, filtre *etc.*) dans un domaine de représentation transformé mieux adapté à cet outil par l'intermédiaire d'un opérateur unitaire de transformation $\mathbf{U}$. Il est alors possible d'effectuer une opération $\mathbf{V}$ qui est généralement l'opération identité $\mathbf{I}$ ($\mathbf{V}$ peut alors être considéré inexistant) ou la déformation inverse $\mathbf{U}^{-1}$ pour revenir dans le domaine d'origine. Cette double opération, si elle est réalisée avec des opérateurs unitaires est dite unitairement équivalente au traitement classique $\mathcal{T}$ dans le domaine d'origine. Le principe de l'équivalence unitaire est présenté sur la figure 1.24.

Opérateur unitairement équivalent

Soit un signal $x(t)$. On lui applique la transformation $x \mapsto (\mathbf{U}x)(t)$ où $\mathbf{U}$ est un opérateur unitaire. $(\mathbf{U}x)(t)$ est le signal *transformé*. Le signal d'origine est représenté dans un domaine similairement associé à un opérateur et à une variable de coordonnée (par exemple $\mathbf{T}$ et t pour le domaine temporel). Posons $\mathbf{A}$ l'un de ces opérateurs de représentation. L'application de l'opérateur de transformation $\mathbf{U}$ change le domaine de représentation qui est représenté par l'opérateur unitairement équivalent tel que :

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U} \tag{1.117}$$

D'où la définition suivante : deux opérateurs $\mathbf{A}$ et $\bar{\mathbf{A}}$ sont unitairement équivalents si $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U}$ (avec $\mathbf{U}$ la transformation unitaire). On peut par exemple remarquer que l'opérateur de modulation est unitairement équivalent à un opérateur de décalage fréquentiel par action d'un opérateur de déformation $\mathbf{W}_m$ associée à la fonction de modulation $m(t)$ [TH98] : $\mathbf{M}_{cm} = \mathbf{W}_m^{-1}\mathbf{F}_c\mathbf{W}_m$.

Dans les sections suivantes, on utilisera le principe de l'équivalence unitaire appliqué à :
- des opérateurs unitaires classiques que nous venons de présenter,
- des représentations temps-fréquence,
- des bases de décomposition.

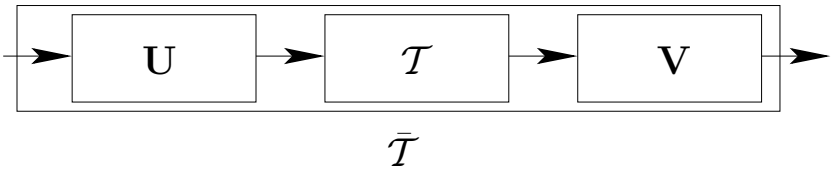

FIG. 1.24 – Schéma illustrant le principe de l'équivalence unitaire pour un outil de traitement

1.3.6.2 Classes de Cohen unitairement équivalente

La classe de Cohen a été présentée section 1.3.3.2. Elle répond à l'équation 1.79 et est basée sur la DWV définie par l'équation 1.73. Soit un signal $x(t)$. On lui applique la transformation $x \mapsto (\mathbf{U}x)(t)$ où $\mathbf{U}$ est un opérateur unitaire (par exemple un opérateur de déformation). $(\mathbf{U}x)(t)$ est le signal *transformé*. Cette transformation donne lieu aux opérateurs de représentation temporelle et fréquentielle unitairement équivalents :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{T}} &= \mathbf{U}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{U} \\ \bar{\mathbf{F}} &= \mathbf{U}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{U} \end{aligned} \tag{1.118}$$

Ces opérateurs de représentation sont en fait ceux du domaine *transformé*, nous notons les variables temporelles et fréquentielles *transformées* associées τ et μ. Le domaine $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$ est ainsi associé au plan $\tau - \mu$.

La DWV du signal transformé est [BJ95] :

$$\begin{aligned} (\mathcal{W}\mathbf{U}x)(\tau,\mu) &= 2 < \mathbf{F}_{-\mu}\mathbf{T}_{-\tau}\mathbf{U}x, \mathbf{F}_{-\mu}\mathbf{T}_{-\tau}\mathbf{U}x_r > \\ &= 2 < \mathbf{U}\bar{\mathbf{F}}_{-\mu}\bar{\mathbf{T}}_{-\tau}x, \mathbf{U}\bar{\mathbf{F}}_{-\mu}\bar{\mathbf{T}}_{-\tau}x_r > \end{aligned} \tag{1.119}$$

Elle engendre un nouvel outil $\mathcal{W}^{\mathbf{U}} = \mathcal{W}\mathbf{U}$ de représentation temps-fréquence que nous appelons DWV *transformée*. Cet outil est exprimé dans un nouveau domaine de représentation temporel $\bar{\mathbf{T}}$ ou τ et fréquentiel $\bar{\mathbf{F}}$ ou μ.

La classe de Cohen *transformée* s'obtient par l'application d'une fonction noyau sur la DWV *transformée* selon le principe exposé équation 1.79 :

$$(\mathcal{C}^{\mathbf{U}}x)(\tau,\mu)_{\phi} = \iint (\mathcal{W}^{\mathbf{U}}x)(a,b)\phi_C(\tau-a,\mu-b)dadb \tag{1.120}$$

Elle possède de nombreuses propriétés. Par exemple, elle est covariante par translation des opérateurs *transformés* $\bar{\mathbf{T}}$ et $\bar{\mathbf{F}}$:

$$(\mathcal{C}^{\mathbf{U}}\bar{\mathbf{F}}_{\xi}\bar{\mathbf{T}}_{\theta}x)_{\phi_C}(\tau,\mu) = (\mathcal{C}^{\mathbf{U}}x)_{\phi_C}(\tau-\theta,\mu-\xi) \tag{1.121}$$

La classe de Cohen est adaptée à des structures temps-fréquence de type sinusoïde $\mathbf{u}_{\xi}^{\mathbf{T}}$ ou Dirac $\mathbf{u}_{\theta}^{\mathbf{F}}$. La classe de Cohen *transformée* est adaptée aux structures liées aux fonctions de transformation de l'opérateur $\mathbf{U}$, c'est-à-dire aux structures qui après transformation par l'action de $\mathbf{U}$ deviennent linéaires non-obliques dans le domaine $\bar{\mathbf{T}}-\bar{\mathbf{F}}$. Ces structures sont les fonctions propres des opérateurs de représentation du nouveau domaine : $\mathbf{u}_{\xi}^{\bar{\mathbf{T}}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{u}_{\xi}^{\mathbf{T}}$ et $\mathbf{u}_{\theta}^{\bar{\mathbf{F}}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{u}_{\theta}^{\mathbf{F}}$. La DWV *transformée* présente ainsi une localisation parfaite de ces structures :

$$(\mathcal{W}^{\mathbf{U}}\mathbf{u}_{\xi}^{\bar{\mathbf{T}}})(\tau,\mu) = \delta(\mu-\xi) \tag{1.122}$$

$$(\mathcal{W}^{\mathbf{U}}\mathbf{u}_{\theta}^{\bar{\mathbf{F}}})(\tau,\mu) = \delta(\tau-\theta) \tag{1.123}$$

Le développement de la classe de Cohen pour les signaux guidés que nous présentons dans le chapitre suivant sera l'occasion d'illustrer ce principe.

La classe de Cohen *transformée* est unitairement équivalente à la classe de Cohen classique mais elle est représentée dans un domaine *transformé*. On peut également formuler la classe de Cohen unitairement équivalente dans le domaine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ d'origine. Pour ce faire, la transformée inverse $\mathbf{U}^{-1}$ est appliquée sur la classe de Cohen *transformée*. On obtient ainsi la classe de Cohen *transformée* unitairement équivalente à la classe de Cohen classique $\mathcal{C}^{\mathbf{U}^{-1}\mathbf{U}} = \mathbf{U}^{-1}\mathcal{C}\mathbf{U}$. Cette opération inverse s'effectue par un changement de variable (ou de base de représentation) où les deux dimensions doivent cette fois-ci être prises en compte. Il faut donc connaître les lois qui relient les coordonnées du plan temps-fréquence d'origine $t-\nu$ à celles du plan *transformé* $\tau-\mu$. La classe de Cohen *transformée* $\mathcal{C}^{\mathbf{U}}$, déplace par transformation les fonctions propres des opérateurs temporel $\mathbf{u}_t^{\mathbf{F}}$ localisé au temps t et fréquentiel $\mathbf{u}_{\nu}^{\mathbf{T}}$ localisé à la fréquence ν dans le plan $\tau-\mu$. On déduit les correspondances entre coordonnées de ces déplacements. La fréquence pure *transformée* $\mathbf{U}\mathbf{u}_{\nu}^{\mathbf{T}}$ possède ainsi la fréquence instantanée :

$$\zeta(\tau,\nu) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial\theta}\, arg(\mathbf{U}\mathbf{u}_{\nu}^{\mathbf{T}})(\tau) \tag{1.124}$$

De la même manière, le temps pur *transformé* $\mathbf{U}\mathbf{u}_t^{\mathbf{F}}$ possède le retard de groupe :

$$\sigma(\mu,t) = -\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial\mu}\, arg(\mathfrak{F}\mathbf{U}\mathbf{u}_t^{\mathbf{F}})(\mu) \tag{1.125}$$

On a ainsi les relations entre les fréquences des deux plans ainsi qu'entre les retards de groupe (temps) des deux plans. La correspondance entre les deux classes de Cohen *transformées* est alors :

$$(\mathcal{C}^{\mathbf{U}^{-1}\mathbf{U}}x)(t,\nu) = (\mathcal{C}^{\mathbf{U}x})(A(t,\nu),B(t,\nu)) \tag{1.126}$$

où $A(t,\nu)$ et $B(t,\nu)$ sont les solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} \tau = \sigma(\mu, t) \\ \mu = \zeta(\tau, \nu) \end{cases} \tag{1.127}$$

La résolution de ce système d'équations dans le cas classique où $\mathbf{U}$ est un opérateur de déformation associé à la fonction $w(t)$ donne par exemple :

$$A(t,\nu) = w^{-1}(t) \qquad B(t,\nu) = \nu w'[w^{-1}(t)] \tag{1.128}$$

Exemple de classe de Cohen *transformée*.

Papandreou *et al.* ont développé [PHBB93, HPBB97] la classe de Cohen *transformée* de signaux hyperboliques. Ce travail avait été initié par Marinovic [Mar86a] et Altes [Alt90]. L'opérateur de transformation est un opérateur de déformation axiale en fréquence :

$$(\mathbf{W}_h X)(\nu) = [\exp(\nu)]^{1/2} X(\exp(\nu)) \tag{1.129}$$

La résolution du système d'équations donne :

$$A(t,\nu) = t\nu \qquad B(t,\nu) = \ln(\nu) \tag{1.130}$$

La DWV Hyperbolique est alors :

$$\begin{aligned} &(\mathcal{W}^{\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}} x)(t,\nu) = (\mathcal{W}^{\mathbf{W}} x)(t\nu, \ln(\nu)) \\ &= \nu \int X(\nu \exp[\tfrac{\xi}{2}]) X^*(\nu \exp[-\tfrac{\xi}{2}]) \exp[-j2\pi\xi t\nu] d\xi \end{aligned} \tag{1.131}$$

Elle est appelée distribution d'Altes-Marinovic [Alt90]. On obtient par suite la classe de Cohen hyperbolique à partir de l'équation 1.79 :

$$(\mathcal{C}^{\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}} x)(t,\nu)_\psi = \int\int \psi(t\nu - ab, \ln[\nu] - \ln[b]) \mathcal{W}^{\mathbf{W}}(ab, \ln[b]) da db \tag{1.132}$$

Toutes les propriétés de cette classe sont détaillées dans [PHBB93, HPBB97].

Les principes de la construction de classes de Cohen *transformées* sont également repris et détaillés dans [PSMIBB01]. Dans cette étude, les auteurs dressent les principes de construction de nouvelles RTF adaptées à des lois de dispersion. Cette étude correspond donc directement à notre cas. Cependant, elle se limite à l'utilisation d'un opérateur de déformation (ce sont donc des classes de Cohen *déformées*). Nous verrons que dans le cas du guide de Pekeris approché, nous utilisons une combinaison d'opérateurs unitaires qui ne sont pas uniquement des opérateurs de déformation.

1.3.6.3 Bases de décomposition unitairement équivalentes

L'opération de projection d'un signal sur une base de décomposition $\{\mathbf{b}_n\}$ est une opération classique de traitement comme nous l'avons vu dans la section 1.3.4.1 (TFCT, TO, Transformée Chirplet *etc.*). L'opération de projection se note :

$$(\mathcal{P}x)_n = < x, \mathbf{b}_n > \tag{1.133}$$

Si on applique comme pré-traitement l'opérateur unitaire de transformation $\mathbf{U}$, on peut écrire la projection en utilisant la propriété d'isométrie :

$$(\mathcal{P}^{\mathbf{U}}x)_n =< \mathbf{U}x, \mathbf{b}_n >=< x, \mathbf{U}^{-1}\mathbf{b}_n > \tag{1.134}$$

La projection se fait dans le domaine *transformé*, dans lequel, comme nous l'avons vu dans la section précédente, les opérateurs de représentation temporel et fréquentiel sont respectivement $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{U}$ et $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{U}$. Ainsi les outils de traitement $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}^{\mathbf{U}}$ sont unitairement équivalents. On peut également dire que les bases $\{\mathbf{b}_n\}$ et $\{\mathbf{U}^{-1}\mathbf{b}_n\}$ sont **unitairement équivalentes**. Dans le développement d'outils adaptés aux ondes guidées, on développera des bases de projection unitairement équivalentes à la base de projection $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ de la TFCT.

1.3.6.4 RTF de décomposition pour signaux à structures non-linéaires

Nous avons vu comment les opérateurs de transformation permettent d'adapter les méthodes classiques de RTF bilinéaires et linéaires non-adaptative grâce au principe de l'équivalence unitaire. En ce qui concerne les méthodes de décomposition adaptatives que nous avons étudiées section 1.3.6.4, Papandreou *et al.* [PSS02] ont proposé d'étendre le dictionnaire de décomposition $\{\psi_n\}$ à des structures non-linéaires issues de transformations de structures linéaires classiques.

Choix du dictionnaire

Les atomes sont basés sur un chirp $\exp[j2\pi t]$ déformé par un opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ associé à une loi de dispersion (les auteurs proposent les sinusoïdes $w(t) = t$, chirps hyperboliques $w(t) = \ln(t)$, chirps linéaires $w(t) = sign(t)|t|^2$, chirps exponentiels $w(t) = \exp(t)$). La formulation générale des atomes de base de ce dictionnaire obéit à l'équation suivante :

$$\psi(t)_w = |w'(t)|^{1/2} \exp[j2\pi w(t)] \tag{1.135}$$

Afin que les atomes couvrent le plan temps-fréquence, les auteurs proposent de leur appliquer successivement les trois opérateurs suivants :

- L'opérateur de modulation associée à la loi de déformation : $(\mathbf{M}_{cw}x)(t) = x(t)\exp[j2\pi cw(t)]$ où c est une constante. Cet opérateur est unitairement équivalent à l'opérateur de décalage fréquentiel $\mathbf{F}_c$.
- L'opérateur de dilatation $\mathbf{D}_d$ de facteur d'échelle d.
- L'opérateur de décalage temporel $\mathbf{T}_u$.

La formule finale de définition des atomes est donc :

$$\psi(t)_{w,\underline{\theta}} = (\mathbf{T}_u\mathbf{D}_d\mathbf{M}_{cw}\psi)(t)_w = |dw'(d(t-u))|^{1/2}\psi\exp[j2\pi cw(d(t-u))] \tag{1.136}$$

$\underline{\theta} = [c, d, u] \in \Theta = \mathbb{R}^3$ est le vecteur de paramétrisation de l'atome. Le dictionnaire $\{\psi\}_{w,\underline{\theta}_n}$ est constitué par l'ensemble des possibilités de fonctions de déformation combiné au domaine Θ. Ce dictionnaire est une structure oblique sur-complète et non-orthogonale. Il permet une grande adaptabilité des atomes de décomposition aux signaux traités.

Décomposition du signal sur le dictionnaire

Le principe de la décomposition du signal sur le dictionnaire $\{\psi\}_{w,\underline{\theta}_n}$ suit la démarche itérative exposée dans la section 1.3.6.4 et est basée sur l'algorithme de Matching Pursuit. Le signal est décomposé de manière itérative sur le dictionnaire afin de trouver les atomes les mieux adaptés au signal. Après N itérations, le signal s'écrit :

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \psi_{w_i,\underline{\theta}_i}(t) + (R_N x)(t) \tag{1.137}$$

où c_i est le coefficient de décomposition associé à la i^{eme} décomposition et $(R_N x)(t)$ est le résidu de la décomposition.

Principe de la représentation

Pour représenter le signal, nous suivons la formulation proposée par Qian *et al.* [QC92] résumée par l'équation 1.106 en ne conservant que le premier terme. Cependant, les atomes sont ici non-linéaires dont les DWV présentent des interférences intra-structures. Pour contourner ce problème, on utilise pour chacune des structures une DWV unitairement équivalente dans le plan d'origine $\mathcal{W}^{\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}}$. Chaque atome est ainsi représenté par :

$$(\mathcal{W}^{\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}}\psi_{w_i,\underline{\theta}_i})(t,\nu) = (\mathcal{W}^{\mathbf{W}}\psi_{w_i,\underline{\theta}_i})(w_i^{-1}(t), \nu w_i^{'}(w_i^{-1}(t))) \tag{1.138}$$

On obtient finalement une RTF adaptée à des signaux multi-structures non-linéaires :

$$(\mathcal{R}\mathcal{A}x)(t,\nu) = \sum_{i=0}^{N-1} |c_i|^2 (\mathcal{W}^{\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}}\psi_{w_i,\underline{\theta}_i})(t,\nu) \tag{1.139}$$

1.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter le contexte de l'étude de cette thèse. Après un rappel général sur la propagation acoustique sous-marine, nous avons exposé la propagation petits fonds suivant le modèle de guides d'ondes. La description de cette propagation, modélisée suivant la théorie des modes permet d'établir un lien entre les caractéristiques du signal acoustique (énergie, phase des modes *etc.*) et la position de la source. Pour pouvoir accéder à ces caractéristiques, il est nécessaire de représenter et de filtrer les modes, et ce, si possible, avec le minimum d'informations *a priori* sur l'environnement et la position de la source. Nous avons vu que la formulation des lois de dispersion engendrait une séparation théorique des modes dans le domaine temps-fréquence. Nous nous sommes donc intéressé aux possibilités qu'offrent les représentations temps-fréquence en terme de caractérisation des structures représentées.

Nous avons présenté dans une seconde partie les méthodes temps-fréquence les plus classiques en exposant leurs résultats et leurs limitations lors de leur application sur des données réelles. Ce panorama n'est pas exhaustif mais il a permis de montrer que le problème central posé par la non-linéarité des structures modales pouvait être résolu en utilisant les outils de transformation associés au principe d'équivalence unitaire. Nous présentons dans le chapitre suivant les RTF développées à l'aide de ces techniques et adaptées spécifiquement aux modèles de guide dont les lois de dispersion ont été détaillées dans la première partie de ce chapitre.

Chapitre 2

Représentations adaptées et filtrage modal

Sommaire

2.1 Introduction 57
2.2 Outils de représentations adaptés aux ondes guidées 58
2.2.1 Choix des modèles de guide 58
2.2.2 Opérateur unitaire pour le guide *parfait* 59
2.2.3 Opérateur unitaire pour le guide de *Pekeris* 61
2.2.4 Transformées de Fourier adaptées 63
2.2.4.1 Transformée de Fourier *parfaite* $\mathfrak{F}^{parf}$ 63
2.2.4.2 Transformée de Fourier de *Pekeris* $\mathfrak{F}^{pek}$ 65
2.2.5 Représentations temps-fréquence atomiques adaptées 68
2.2.5.1 TFCT *parfaite* $\mathcal{T}^{parf}$ et TFCT *modale parfaite* $\mathcal{TM}^{parf}$ 68
2.2.5.2 TFCT de *Pekeris* $\mathcal{T}^{Pek}$ et TFCT *modale de Pekeris* $\mathcal{TM}^{Pek}$ 73
2.2.6 Classes de Cohen adaptées 76
2.2.6.1 Classe de Cohen *parfaite* $\mathcal{C}^{parf}$ et classe de Cohen *modale parfaite* $\mathcal{CM}^{parf}$ 76
2.2.6.2 Classe de Cohen de *Pekeris* $\mathcal{C}^{Pek}$ et classe de Cohen *modale de Pekeris* $\mathcal{CM}^{Pek}$ 78
2.2.7 RTF atomiques adaptatives adaptées aux ondes guidées 81
2.2.7.1 Choix du dictionnaire 82
2.2.7.2 Représentation temps-fréquence de la décomposition 84
2.2.7.3 Applications sur les données réelles. 85
2.3 Mise en place de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ 86
2.3.1 Échantillonnage minimal et domaines de fréquence 86
2.3.2 Mise en place de la discrétisation de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ 88
2.3.2.1 Choix de la fréquence d'échantillonnage des domaines *transformés* $\widetilde{\mathbf{T}}$ et $\hat{\mathbf{T}}$ 89
2.3.2.2 Nombre d'échantillons du signal *transformé* 89
2.3.2.3 Problématique de l'interpolation 89
2.3.2.4 Déformation inverse 91
2.4 Filtrage modal 92
2.4.1 Filtrages linéaires à partir TF et TFCT adaptées 93

2.4.1.1 Filtrage linéaire à partir des TF *parfaite* et de *Pekeris* 93
2.4.1.2 Filtrage linéaire à partir des RTF *transformées* 96
2.4.2 Filtrage à partir des RTF *modales* adaptatives 99
2.4.3 Algorithme de segmentation : Ligne de Partage des Eaux 100
2.4.4 Évaluation des performances des différentes techniques de fitrage modal 102
2.4.4.1 Modalités de l'évaluation des performances 102
2.4.4.2 Performances des filtrages avec les paramètres géoacoustiques réels et un bruit nul. 104
2.4.4.3 Performances avec une paramétrisation erronée et un bruit nul. 106
2.4.4.4 Performances en fonction du Rapport Signal à Bruit 109
2.4.4.5 Comparaison avec un filtrage sur la TFCT 111
2.5 Conclusion 113

L'abstraction isole par la pensée ce qui ne peut être isolé dans la représentation.

A. Lalande

2.1 Introduction

CE CHAPITRE expose les outils de traitement (opérateurs de transformation, représentations et opérateur de filtrage) que nous avons développés pour accéder aux caractéristiques des modes. Ces outils adaptés sont le résultat de la combinaison entre la physique et le traitement du signal ; plus précisement, entre les lois physique de la propagation et le principe de l'équivalence unitaire que nous avons détaillé dans le chapitre 1.

Nous établissons dans un premier temps les opérateurs unitaires de transformation adaptés aux ondes guidées et basés sur les lois de dispersion des modèles parfait et de Pekeris approché. Nous construisons ensuite, à l'aide de ces opérateurs et en utilisant différentes approches (l'équivalence unitaire et une approche *modale* basée sur la physique), des outils de représentation adaptés aux ondes guidées. Quatre types de représentations sont créées :

1. des transformées de Fourier (TF) unitairement équivalentes,
2. des représentations temps-fréquence atomiques linéaires unitairement équivalentes,
3. des représentations temps-fréquence issues de classes de Cohen unitairement équivalentes,
4. des représentations temps-fréquence adaptatives basées sur un dictionnaire d'atomes unitairement équivalents.

Ces outils de représentation utilisent un opérateur de déformation dont la mise en place pratique s'expose aux problèmes d'échantillonnage posés par la non-uniformité de l'espace déformé. La problématique de l'échantillonnage est donc abordée dans un deuxième temps.

Ces représentations aboutissent à une séparation des modes dans le domaine de représentation et offre ainsi un puissant outil d'interprétation. Elles possèdent également les propriétés permettant une opération dite de "filtrage modal". Nous détaillons dans un troisième temps les techniques de filtrage modal développées en fonction des représentations associées :

- filtrage fréquentiel à partir des TF adaptées (section 2.4.1.1),
- filtrage temps-fréquence linéaire à partir des RTF atomiques adaptées après une sélection des modes par segmentation de l'image temps-fréquence à l'aide d'un algorithme de Ligne de Partage des Eaux (section 2.4.1.2),
- filtrage non-linéaire à partir des RTF adaptatives (section 2.4.2).

Enfin, nous évaluons les performances des différentes techniques de filtrage modal en fonction de trois paramètres :

1. Le type de filtrage.
2. Le degré de connaissance des paramètres géoacoustiques du guide et de localisation de la source.
3. Le niveau du bruit.

2.2 Outils de représentations adaptés aux ondes guidées

Nous exposons dans cette section les outils adaptés aux ondes guidées que nous avons développés. Nous nous basons sur deux des modèles de guide exposés dans le chapitre 1 : le modèle *parfait* et le modèle de Pekeris approché. Pour simplifier les notations, toutes les références relatives à ce dernier modèle seront notées de *Pekeris* en italique, *Pek* en abrégé et *Pekeris* approché si une confusion est possible.
Nous formulons dans un premier temps les opérateurs de transformation qui permettent de rendre les structures des signaux guidés linéaires suivant chacun de ces deux modèles.
Trois types d'outils basés sur ces opérateurs sont proposés :

1. Les Transformées de Fourier (TF) *parfaite* et de *Pekeris*.
2. Les Transformées de Fourier à Court Terme (TFCT) *parfaite* et de *Pekeris*.
3. Les classes de Cohen *parfaites* et de *Pekeris*.

Pour chacun des outils développés, nous proposons une approche par **équivalence unitaire** et une approche plus intuitive basée sur la physique du problème : approche qualifiée de **modale**.
Enfin, toujours à partir des opérateurs développés et en suivant la démarche proposée par [PSS02] que nous avons détaillé chapitre 1 section 1.3.6.4, nous proposons une RTF adaptative basée sur un dictionnaire d'atomes de projection que nous définissons et qui intègre la possibilité d'évolution des paramètres géoacoustiques et de localisation.

2.2.1 Choix des modèles de guide

Le choix des modèles de guide sur lesquels nous nous basons pour construire des outils de représentation adaptés dépend du critère d'homogénéité des structures des signaux répondant à ces modèles (les modes dans notre cas).

L'homogénéité se définit de la manière suivante :
Soit $x_1(t)$ un signal mono-structurel dont la structure est non-linéaire. Posons $\mathbf{U}_u$ l'opérateur de transformation défini dans le domaine temporel qui permet de rendre linéaire la structure non-linéaire de $x_1(t)$. Les structures de $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont homogènes si les signaux sont égales par décalage temporel et/ou fréquentiel unitairement équivalent :

$$x_1(t) = (\mathbf{U}_u^{-1}\mathbf{F}_f\mathbf{U}_u\mathbf{U}_u^{-1}\mathbf{T}_\tau\mathbf{U}_u x_2)(t) = (\bar{\mathbf{F}}_f\bar{\mathbf{T}}_\tau x_2)(t) \tag{2.1}$$

Autrement dit, les deux structures sont homogènes si l'opérateur $\mathbf{U}_u$ rend également la structure $x_2(t)$ linéaire. Ainsi, si les structures du signal répondent à la même loi, elles sont dites homogènes.

Les opérateurs de transformation pour les ondes guidées sont basés sur les lois de dispersion. Parmi les modèles étudiés section 1.2, seuls les modèles *parfaits* et de *Pekeris* sont susceptibles de posséder des structures homogènes. Pour s'en convaincre, il suffit d'observer que la relation qui relie les modes au temps et à la fréquence d'arrivée $m = g(t_m, \nu_m)$ n'est pas biunivoque dans le cas des modèles de Pekeris et à 3 couches. Autrement dit, il peut y avoir deux valeurs de m différentes pour un même couple de valeurs (t_m, ν_m). La conséquence directe est que les courbes de modes se croisent dans le plan temps-fréquence comme on peut l'observer figure 2.1. Dès lors, il est impossible de transformer le domaine temporel $\mathbf{T}$ ou fréquentiel $\mathbf{F}$ pour obtenir une séparation des modes dans le domaine *transformé*. C'est pourquoi nous nous basons sur les modèles *parfaits* et de *Pekeris* dont les structures sont homogènes

pour le développement d'outils adaptés.

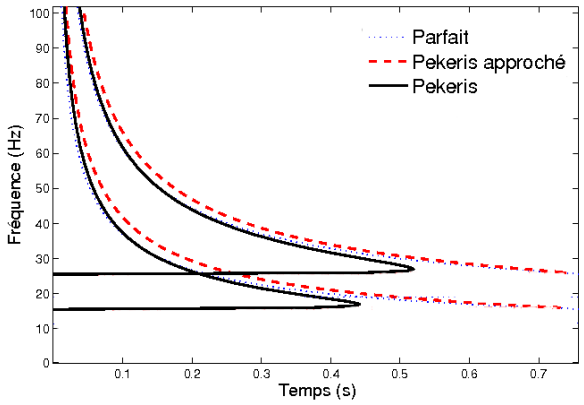

FIG. 2.1 – Tracés théoriques des courbes des modes 2 et 3 pour les modèles *parfait*, de *Pekeris* approché et de Pekeris

2.2.2 Opérateur unitaire pour le guide *parfait*

Nous cherchons maintenant à établir l'opérateur unitaire de transformation qui va permettre de rendre linéaires les structures de modes du modèle *parfait*. Ceci implique la connaissance de la loi de dispersion non-linéaire $\nu_m^{parf}(t)$ reliant la fréquence et le temps d'arrivée de l'énergie pour le mode m. Nous rappelons l'expression de la fréquence instantanée pour ce type de mode (*cf.* équation 1.63) :

$$\nu_m^{parf}(t) = \frac{(2m-1)V_1\, t}{4D[t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}} \tag{2.2}$$

avec D la profondeur du guide, V_1 la vitesse de propagation dans la couche d'eau et R la distance source-capteur. Cette relation est définie dans le domaine temporel de retard de groupe $\mathcal{D}_f = \left]\frac{R}{V_1}^+, +\infty\right]$, où R/V_1 correspond à l'arrivée du front d'onde. La fréquence instantanée étant la dérivée de la phase instantanée $\phi_m^{parf}(t)$, l'expression de cette dernière pour le guide *parfait* suit l'équation :

$$\begin{aligned} &\phi_m^{parf}(t) = 2\pi \int \nu_m^{parf}(t)dt \\ &= 2\pi \tfrac{(2m-1)V_1}{4D}[t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2} \\ &= 2\pi\nu_c(m)\xi(t) \end{aligned} \tag{2.3}$$

avec $\nu_c(m)$ la fréquence de coupure du mode m définie par l'équation 1.56 et $\xi(t) = [t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}$ la **fonction dispersive générale**. Le signal de pression *parfait* s'écrit alors :

$$p^{parf}(t) = \sum_m g_m(t) e^{j2\pi\nu_c(m)\xi(t)} \tag{2.4}$$

où les $g_m(t)$ traduit l'évolution de l'enveloppe du mode m. L'opérateur de transformation permettant de rendre les modes *parfaits* linéaires est un opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ du type de ceux présentés dans

la section 1.3.6.1. Pour rendre les structures linéaires, $(\mathbf{W}_w p^{parf})(t)$ doit être une somme de structures linéaires, et répondre à l'équation :

$$(\mathbf{W}_w p^{parf})(t) = \sum_m |w'(t)|^{1/2} C_m e^{j2\pi\nu_c(m)\xi[w(t)]} = \sum_m |w'(t)|^{1/2} C_m e^{j2\pi\nu_c(m)t} \tag{2.5}$$

La fonction de déformation $w(t)$ qui se déduit de cette équation est une fonction $\mathbb{R}^+ \to \mathcal{D}_f$:

$$w(t) = \xi^{-1}(t) = \left(t^2 + \frac{R^2}{V_1^2}\right)^{1/2} \tag{2.6}$$

L'opérateur de transformation pour le guide *parfait* que nous avons développé [LTNML06] répond donc à l'équation :

$$\begin{aligned}(\mathbf{W}_w x)(t) &= |w'(t)|^{1/2} x[w(t)] = \left|\tfrac{t}{w(t)}\right|^{1/2} x[w(t)] \\ &= \left|\tfrac{t}{(t^2+\frac{R^2}{V_1^2})^{1/2}}\right|^{1/2} x\left[\left(t^2 + \tfrac{R^2}{V_1^2}\right)^{1/2}\right]\end{aligned} \tag{2.7}$$

Notons que $\mathbf{u}_a^{\mathbf{W}_w}(t) = t^{1/2} e^{at^2}$ et $\lambda_a^{\mathbf{W}_w} = e^{\frac{aR}{V_1}^2}$ sont respectivement les fonctions propres et les valeurs propres de $\mathbf{W}_w$. On a en effet :

$$(\mathbf{W}_w \mathbf{u}_a^{\mathbf{W}_w})(t) = \left|\frac{t}{(t^2+\frac{R^2}{V_1^2})^{1/2}}\right|^{1/2} \left(t^2 + \frac{R^2}{V_1^2}\right)^{1/4} \exp[a(t^2 + \frac{R^2}{V_1^2})] = t^{1/2} e^{at^2} e^{\frac{aR}{V_1}^2} = \lambda_a^{\mathbf{W}_w} \mathbf{u}_a^{\mathbf{W}_w}(t) \tag{2.8}$$

Nous appelons $\mathbf{W}_w$ **l'opérateur de transformation *parfait***. C'est un opérateur de déformation. Son application sur un signal acoustique *parfait* transforme les modes en des sinusoïdes dans l'espace *transformé*. La fréquence de ces sinusoïdes est égale à la fréquence de coupure $\nu_c(m)$ du mode qui leur correspond comme le montre l'équation 2.5. Il existe un opérateur de déformation *parfait* inverse $\mathbf{W}_w^{-1}$ tel que $(\mathbf{W}_w^{-1}(\mathbf{W}_w x))(t) = x(t)$. Il est lié à la fonction $w^{-1}(t)$ inverse de $w(t)$. $w^{-1}(t)$ est une fonction $\mathcal{D}_f \to \mathbb{R}^+$ qui est définie par :

$$w^{-1}(t) = \left(t^2 - \frac{R^2}{V_1^2}\right)^{1/2} \tag{2.9}$$

$\mathbf{W}_w^{-1}$ vérifie :

$$(\mathbf{W}_w^{-1} x)(t) = |w'(w^{-1}(t))|^{-1/2} x[w^{-1}(t)] = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} x[w^{-1}(t)] \tag{2.10}$$

On introduit l'opérateur de décalage fréquentiel *parfait* $\widetilde{\mathbf{F}}_f$ qui est unitairement équivalent à l'opérateur conventionnel de décalage temporel $\mathbf{F}_f$. Il s'exprime selon :

$$(\widetilde{\mathbf{F}}_f x)(t) = (\mathbf{W}_w^{-1} \mathbf{F}_f \mathbf{W}_w x)(t) = x(t) e^{j2\pi f w^{-1}(t)} \tag{2.11}$$

On introduit de la même manière l'opérateur de décalage temporel *parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}_u$ s'exprimant par :

$$\begin{aligned}(\widetilde{\mathbf{T}}_u x)(t) &= (\mathbf{W}_w^{-1} \mathbf{T}_u \mathbf{W}_w x)(t) \\ &= \left|\tfrac{t(w^{-1}(t)-u)}{w^{-1}(t)w(w^{-1}(t)-u)}\right|^{1/2} x(w[w^{-1}(t)-u])\end{aligned} \tag{2.12}$$

L'application de $\widetilde{\mathbf{F}}_f$ provoque un décalage modal *parfait* sur le signal acoustique (avec le décalage correspondant $m_s = \frac{2fD}{V_1} + \frac{1}{2}$). Le décalage fréquentiel *parfait* peut donc également être vu comme un décalage modal *parfait*. $\widetilde{\mathbf{F}}$ est **l'opérateur de représentation fréquentielle *parfait* du domaine *transformé parfait***. Le domaine de représentation *parfait* est donc équivalent à la dimension modale. On retrouvera par la suite cette équivalence.

Les fonctions propres des opérateurs $\widetilde{\mathbf{F}}$ et $\widetilde{\mathbf{T}}$ sont respectivement :

$$\mathbf{u}_b^{\widetilde{\mathbf{F}}}(t) = \mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{u}_b^{\mathbf{F}}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} \delta(w^{-1}(t) - b) \tag{2.13}$$

et

$$\mathbf{u}_c^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t) = \mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{u}_c^{\mathbf{T}}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} e^{j2\pi c w^{-1}(t)} \tag{2.14}$$

$\mathbf{u}_c^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t)$ est **l'impulsion de base *parfaite*** selon la terminologie de Papandreou *et al.* [PSMIBB01] au sens où elle décrit la fonction de base de dispersion sur laquelle est construit l'opérateur de déformation. $\mathbf{u}_c^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t)$ suit en fait l'expression théorique du mode *parfait* m pour $c = \nu_c(m)$ et $\nu_c(m) = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$ la fréquence de coupure de m. Ainsi le signal de pression (équation 1.30) peut être écrit comme la somme apodisée de ces impulsions :

$$p^{parf}(t) = \sum_m l_m^{parf}(t)\mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t) \tag{2.15}$$

où la fonction d'apodisation $l_m^{parf}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{-1/2} g_m(w^{-1}(t))$. Les structures modales dispersives (les modes) sont liées par l'opérateur de décalage fréquentiel *parfait* (ou opérateur de décalage modal *parfait*) : $\mathbf{u}_{\nu_c(m_2)}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t) = \widetilde{\mathbf{F}}_{\nu_c(m_1)-\nu_c(m_2)}\mathbf{u}_{\nu_c(m_1)}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t)$. Elles sont donc homogènes (*cf.* équation 2.1).

2.2.3 Opérateur unitaire pour le guide de *Pekeris*

Nous nous basons ici sur le modèle de *Pekeris* approché. Nous procédons de manière similaire pour construire un opérateur de transformation permettant de faire des modes de *Pekeris* des structures linéaires. Nous rappelons l'expression de la fréquence instantanée pour ce type de mode (équation 1.64) :

$$\nu_m^{Pek}(t) = \frac{(2m - 1 + 2\Phi(t)/\pi)\, V_1\, t}{4D[t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}} \tag{2.16}$$

avec $\Phi(t)$ l'angle de déphasage introduit lors des réflexions sur le fond marin défini par l'équation 1.65. La fréquence $\nu_m^{Pek}(t)$ étant la dérivée de la phase de *Pekeris*, on en déduit l'expression de la phase s'exprimant comme :

$$\phi_m^{Pek}(t) = 2\pi(\nu_c(m)\xi(t) + \chi(t)) \tag{2.17}$$

où :

$$\chi(t) = \begin{cases} \frac{1}{2D\pi}\left[V_1\xi(t)\Phi(t) + \frac{\gamma R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}} \ln\left|\frac{v(t)-\frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}}{v(t)+\frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}}\right|\right] \text{pour } \frac{R}{V_1} < t \leq \frac{RV_2}{V_1^2} \\ 0 \text{ pour } t > \frac{RV_2}{V_1^2} \end{cases} \tag{2.18}$$

avec :

$$\alpha = \frac{V_2^2}{V_1^2} \quad \gamma = \frac{V_1\rho_1}{V_2\rho_2} \quad \upsilon(t) = (\alpha^2 R^2 - V_1^2 t^2)^{1/2} \tag{2.19}$$

Le signal de pression de *Pekeris* s'écrit donc : $p^{Pek}(t) = \sum_m g_m(t) e^{j\phi_m^{Pek}(t)}$ (*cf.* équation 1.66). On cherche un opérateur de transformation $\mathbf{O}$ tel que : $(\mathbf{O}p^{Pek})(t) = \sum_m l_m^{Pek}(t) e^{j2\pi\nu_c(m)t}$ où $l_m^{Pek}(t)$ est une fonction d'évolution de l'enveloppe qui dépend de g_m et de l'opérateur $\mathbf{O}$. On retrouve la fonction dispersive générale $\xi(t)$ dans l'expression de la phase (équation 2.17), cependant la formulation de cette phase est plus complexe que dans le cas *parfait*. Une fonction $\chi(t)$ qui ne dépend pas du numéro du mode m apparaît. De ce fait, les phases des modes $\phi_m^{Pek}(t)$ ne sont pas de simples versions dilatées de la fonction générale de dispersion $\xi(t)$. L'utilisation d'un simple opérateur de déformation axiale comme dans le cas *parfait* n'est pas suffisante pour rendre les structures modales linéaires. Pour construire l'opérateur de transformation de *Pekeris*, on introduit un opérateur de modulation $\mathbf{M}_q$ décrit par la fonction de modulation $q(t) : \mathcal{D}_f \to \mathbb{R}^+$:

$$q(t) = -\chi(t) \tag{2.20}$$

L'opérateur de modulation de *Pekeris* que nous proposons est donc :

$$(\mathbf{M}_q x)(t) = x(t) e^{j2\pi q(t)} \tag{2.21}$$

$\mathbf{u}_a^{\mathbf{M}_q}(t) = \delta(t-a)$ et $\lambda_a^{\mathbf{M}_q} = e^{j2\pi q(a)}$ sont les fonctions et valeurs propres de l'opérateur $\mathbf{M}_q$. On a en effet :

$$(\mathbf{M}_q \mathbf{u}_a^{\mathbf{M}_q})(t) = \delta(t-a) e^{j2\pi q(t)} = \delta(t-a) e^{j2\pi q(a)} = \lambda_a^{\mathbf{M}_q} \mathbf{u}_a^{\mathbf{M}_q}(t) \tag{2.22}$$

L'opérateur $\mathbf{O}_{w,q}$ que nous avons développé est une combination des opérateurs $\mathbf{W}_w$ et $\mathbf{M}_q$. Il est défini par :

$$(\mathbf{O}_{w,q} x)(t) = (\mathbf{W}_w \mathbf{M}_q x)(t) = \left| \frac{t}{w(t)} \right|^{1/2} x[w(t)] e^{j2\pi q[w(t)]} \tag{2.23}$$

Nous appelons $\mathbf{O}_{w,q}$ **l'opérateur de transformation de *Pekeris***. Son application sur un signal acoustique de *Pekeris* transforme les modes en des sinusoïdes dans l'espace *transformé*. La fréquence de ces sinusoïdes est égale à la fréquence de coupure $\nu_c(m)$ du mode qui leur correspond. Il existe un opérateur de transformation de *Pekeris* inverse $\mathbf{O}_{w,q}^{-1}$ défini tel que $(\mathbf{O}_{w,q}^{-1}(\mathbf{O}_{w,q}x))(t) = x(t)$. Cet opérateur suit l'équation :

$$(\mathbf{O}_{w,q}^{-1} x)(t) = (\mathbf{M}_q^{-1} \mathbf{W}_w^{-1} x)(t) = |w'(w^{-1})(t)|^{-1/2} x[w^{-1}(t)] \exp(-j2\pi q(t)) \tag{2.24}$$

On introduit l'opérateur de décalage fréquentiel de *Pekeris* $\hat{\mathbf{F}}_f$ défini par :

$$(\hat{\mathbf{F}}_f x)(t) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{F}_f \mathbf{O}_{w,q} x)(t) = x(t) e^{j2\pi f w^{-1}(t)} \tag{2.25}$$

L'application de $\hat{\mathbf{F}}_f$ produit un décalage modal de *Pekeris* sur le signal de pression (avec le décalage correspondant $m_s = \frac{2fD}{V_1} + \frac{1}{2}$). Le décalage fréquentiel unitairement équivalent peut donc aussi être vu comme un décalage modal de *Pekeris*. $\hat{\mathbf{F}}$ est également **l'opérateur de représentation fréquentielle de *Pekeris* du domaine *transformé* de *Pekeris***, il est équivalent à la dimension modale. Notons que $(\hat{\mathbf{F}}_f x)(t) = (\widetilde{\mathbf{F}}_f x)(t)$, les domaines fréquentiels *parfait* et de *Pekeris* sont représentés par le même opérateur. L'opérateur de décalage temporel *transformé* de *Pekeris* $\hat{\mathbf{T}}_u$ est décrit par :

$$\begin{aligned} &(\hat{\mathbf{T}}_u x)(t) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{T}_u \mathbf{O}_{w,q} x)(t) \\ &= \left| \frac{t(w^{-1}(t)-u)}{w^{-1}(t) w(w^{-1}(t)-u)} \right|^{1/2} x(w[w^{-1}(t)-u]) e^{j2\pi(q[w(w^{-1}(t)-u)]-q(t))} \end{aligned} \tag{2.26}$$

Les fonctions propres respectives des opérateurs $\hat{\mathbf{F}}$ et $\hat{\mathbf{T}}$ sont :

$$\mathbf{u}_b^{\hat{\mathbf{F}}}(t) = \mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathbf{u}_b^{\mathbf{F}}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} \delta(w^{-1}(t) - b)e^{-j2\pi q(t)} \tag{2.27}$$

et

$$\mathbf{u}_c^{\hat{\mathbf{T}}}(t) = \mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathbf{u}_c^{\mathbf{T}}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} e^{j2\pi(cw^{-1}(t)-q(t))} \tag{2.28}$$

$\mathbf{u}_c^{\hat{\mathbf{T}}}(t)$ est **l'impulsion de base de *Pekeris***. Elle suit l'expression théorique du mode de *Pekeris* m pour $c = \nu_c(m)$. Le signal de pression de *Pekeris* peut s'écrire :

$$p^{Pek}(t) = \sum_m l_m^{Pek}(t)\mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\hat{\mathbf{T}}}(t) \tag{2.29}$$

avec $l_m^{Pek}(t) = \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{-1/2} g_m(w^{-1}(t))$. Les structures modales sont liées par l'opérateur de décalage fréquentiel de *Pekeris* (ou opérateur de décalage modal de *Pekeris*) $\hat{\mathbf{F}}_f$: $\mathbf{u}_{\nu_c(m_2)}^{\hat{\mathbf{T}}}(t) = \hat{\mathbf{F}}_{\nu_c(m_1)-\nu_c(m_2)}\mathbf{u}_{\nu_c(m_1)}^{\hat{\mathbf{T}}}(t)$. Elles sont donc homogènes (*cf.* équation 2.1).

2.2.4 Transformées de Fourier adaptées

Les opérateurs de transformation *parfait* $\mathbf{W}_w$ et de *Pekeris* $\mathbf{O}_{w,q}$ sont définis dans le domaine temporel (*cf.* équations 2.7 et 2.23). Une fois ces opérateurs appliqués aux signaux traités, nous avons accès à une représentation de ces signaux dans le domaine temporel *transformé* représenté par les opérateurs $\widetilde{\mathbf{T}}$ ou $\hat{\mathbf{T}}$. Nous développons dans cette section des représentations à une dimension dont le domaine de représentation est celui des fréquences *transformées*. Ces domaines sont représentés par les opérateurs $\widetilde{\mathbf{F}}$ pour le modèle *parfait* et $\hat{\mathbf{F}}$ pour le modèle de *Pekeris* dont on a montré l'égalité dans la section précédente. Les représentations construites correspondent donc à des transformées de Fourier adaptées aux signaux acoustiques dans un guide d'ondes.

2.2.4.1 Transformée de Fourier *parfaite* $\mathfrak{F}^{parf}$

Approche par équivalence unitaire.

Pour le guide parfait, l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ défini dans la section précédente permet de positionner chaque mode *parfait* sur une fréquence pure dans le domaine *transformé*. La transformée de Fourier (TF) est un outil approprié pour représenter les modes ainsi *transformés*. On applique une TF sur le signal *transformé* ce qui aboutit à la création de la **transformée de Fourier *parfaite***. Cette représentation s'effectue dans le domaine des fréquences *parfaites* associé à l'opérateur de représentation fréquentielle $\widetilde{\mathbf{F}}$. Dans cette dimension, on utilise la variable de coordonnée μ. La TF parfaite se base sur la formulation de la TF (*cf.* équation 1.67, section 1.3) en utilisant la propriété d'isométrie (*cf.* équation 1.116, section 1.3.6.1). Elle est exprimée par :

$$(\mathfrak{F}^{parf}x)(\mu) =< \mathbf{W}_w x, \mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} >=< x, \mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} >=< x, \mathbf{u}_\mu^{\widetilde{\mathbf{T}}} >= \int_{D_f} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} x(t)e^{-j2\pi\mu w^{-1}(t)}dt \tag{2.30}$$

La base de projection $\{\mathbf{u}_\mu^{\widetilde{\mathbf{T}}}\}$ est unitairement équivalente à la base $\{\mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}}\}$ de la TF classique $\mathfrak{F}$. Similairement, les outils de traitement que sont la TF classique $\mathfrak{F}$ et la TF parfaite $\mathfrak{F}^{parf}$ sont unitairement

équivalents selon les principes exposés dans le chapitre précédent (*cf.* section 1.3.6).

Propriétés de la TF *parfaite* :

1. La transformée de Fourier *parfaite* est inversible. Pour retrouver le signal, la transformation inverse notée $\mathfrak{F}^{parf\,-1}$ peut être appliquée. On obtient :

$$x(t) = \mathfrak{F}^{parf\,-1}(\mathfrak{F}^{parf}x)(\mu)) =< \mathfrak{F}^{parf}x, \mathbf{u}_{\mu}^{\widetilde{\mathbf{T}}^*} > \tag{2.31}$$

2. $w^{-1}(t)$ étant une fonction bijective, les fonctions de projection $\{\mathbf{u}_{\mu}^{\widetilde{\mathbf{T}}}\}$ satisfont la propriété d'orthogonalité : $\int \mathbf{u}_{c_1}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t)\mathbf{u}_{c_2}^{\widetilde{\mathbf{T}}^*}(t)dt = \delta(c_1 - c_2)$. Si le signal correspond exactement aux ondes guidées *parfaites*, il peut s'écrire comme la somme apodisée de ces fonctions de projection qui sont également les impulsions de base (*cf.* équation 2.15). On a ainsi :

$$(\mathfrak{F}^{parf}p^{parf})(t) = \int \sum_m l_m^{parf}(t)\mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t)\mathbf{u}_{\mu}^{\widetilde{\mathbf{T}}^*}(t)dt \approx \sum_m C_m\delta(\mu - \nu_c(m)) \tag{2.32}$$

où C_m est un coefficient traduisant l'amplitude du mode m. Les modes sont alors strictement séparés sur la TF *parfaite* et chaque mode est déployé sur sa fréquence de coupure $\nu_c(m) = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$.

3. La version quadratique de la TF *parfaite* $\gamma^{parf} = |\mathfrak{F}^{parf}|^2$ conserve l'énergie : $\int(\gamma^{parf}x)(\mu)d\mu = E_x$. C'est le spectre *parfait* du signal, similaire au spectre classique du signal dans le domaine *transformé*.

4. La TF *parfaite* est covariante par translation de l'opérateur de décalage fréquentiel *transformé parfait* $\widetilde{\mathbf{F}}_f$:

$$(\mathfrak{F}^{parf}\widetilde{\mathbf{F}}_f x)(\mu) = \int_{D_f} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} x(t)e^{-j2\pi\mu w^{-1}(t)}e^{j2\pi f w^{-1}(t)}dt = (\mathfrak{F}^{parf}x)(\mu - f) \tag{2.33}$$

Approche par projection *modale*

On peut aboutir à la TF *parfaite via* une approche *modale* plus intuitive. Celle-ci consiste à projeter le signal de pression sur un banc de filtres adaptés aux modes. Appelons ces filtres $\mathbf{e}_m^{parf}$. Ils intègrent la loi de dispersion *parfaite* des modes définie par l'équation 1.63 et suivent l'équation générale $(\mathbf{e}_m^{parf})(t) = h^{parf}(t)\exp(j2\pi\nu_c(m)\xi(t))$. Pour couvrir tout l'espace modal, m est une coordonnée continue (de la même manière que ν est une coordonnée continue pour une TF classique). On aboutit ainsi à la représentation dans la dimension modale telle que :

$$(\mathfrak{M}^{parf}x)(m) =< x, \mathbf{e}_m^{parf} > \tag{2.34}$$

Pour que cette transformation soit valide, la base $\{\mathbf{e}_m\}$ doit être complète et donc obéir à la relation de fermeture : $\int \mathbf{e}_m^{parf}(t_1)\mathbf{e}_m^{parf*}(t_2)dm = \delta(t_2 - t_1)$. Une solution satisfaisant cette condition est donnée par :

$$\mathbf{e}_m^{parf}(t) = h^{parf}(t)\exp\left(j2\pi\nu_c(m)\xi(t)\right) = \left|\frac{t}{\xi(t)}\right|^{1/2}\exp\left(j2\pi\nu_c(m)\xi(t)\right) = \mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\widetilde{\mathbf{T}}}(t) \tag{2.35}$$

$\mathfrak{M}^{parf}(m)$ est ainsi égale à la TF *parfaite* $\mathfrak{F}^{parf}(\mu)$ au changement de coordonnées $\mu = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$ près. Sur cette représentation, les modes *parfaits* sont localisés par leur numéro et non par leur fréquence

de coupure. On retrouve l'équivalence entre les courbes modales et les fonctions de projection $\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}$. La condition d'orthogonalité traduit le fait que les courbes modales ne se croisent pas dans le plan temps-fréquence. Similairement, on retrouve l'équivalence entre la dimension fréquentielle suivant $\widetilde{\mathbf{F}}$ et la dimension *modale*.

Applications sur les données réelles

La figure 2.2 représente le module de la TF classique pour les signaux réels : le spectre est concentré dans les basses fréquences pour le signal Mer du Nord et plat en moyenne pour le signal Méditerranée. Dans les deux cas, il est impossible de distinguer les modes du fait de leur chevauchement fréquentiel dû à la dispersion des modes. Ces représentations sont inexploitables dans une optique de filtrage. La figure 2.3 représente la TF *parfaite*. On distingue des structures séparées proches des fréquences de coupure théoriques : ce sont les modes. Des chevauchements subsistent, leur importance dépend de l'adéquation entre le milieu de propagation et le modèle de guide utilisé (ici le modèle *parfait*), du degré de connaissance des paramètres du guide et de la distance source-capteur comme nous le verrons dans la section consacrée au filtrage modal (*cf.* section 2.4). Les flèches indiquent les fréquences de coupure théoriques des modes, on observe qu'elles coïncident globalement avec les emplacements des modes comme le veut la théorie. La TF *parfaite* montre ici son efficacité : elle offre une représentation simple (une dimension) facilement implémentable sur laquelle les modes sont séparés, y compris pour les données Mer du Nord.

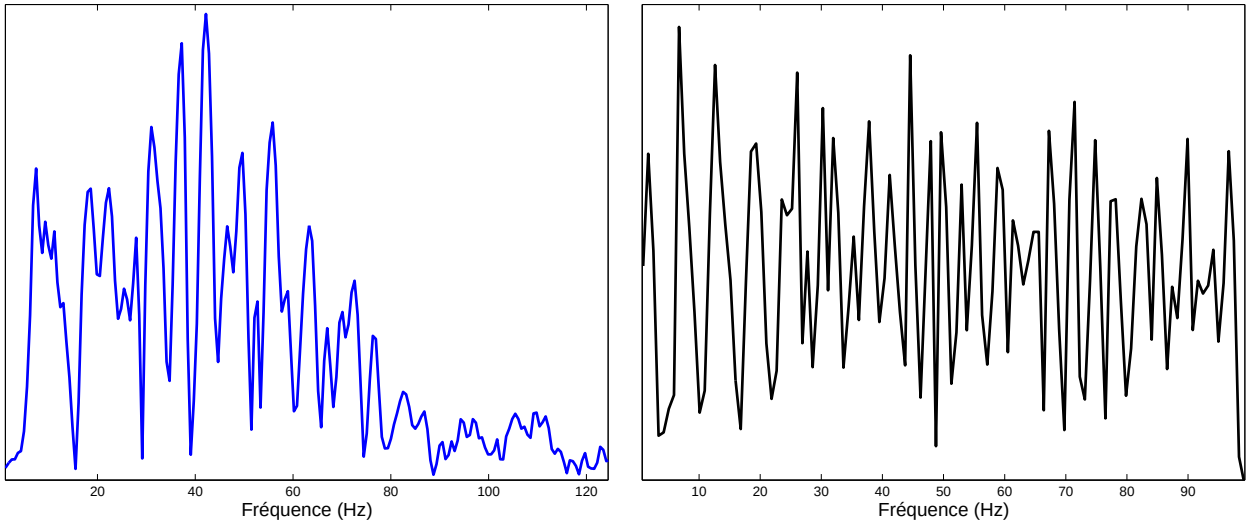

FIG. 2.2 – Module de la TF classique pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

2.2.4.2 Transformée de Fourier de *Pekeris* $\mathfrak{F}^{pek}$

Approche par équivalence unitaire

Le même démarche est appliquée dans le cas du guide de *Pekeris* associé à l'opérateur de transformation $\mathbf{O}_{w,q}$. La **transformée de Fourier de *Pekeris***, représentée dans la dimension associée à

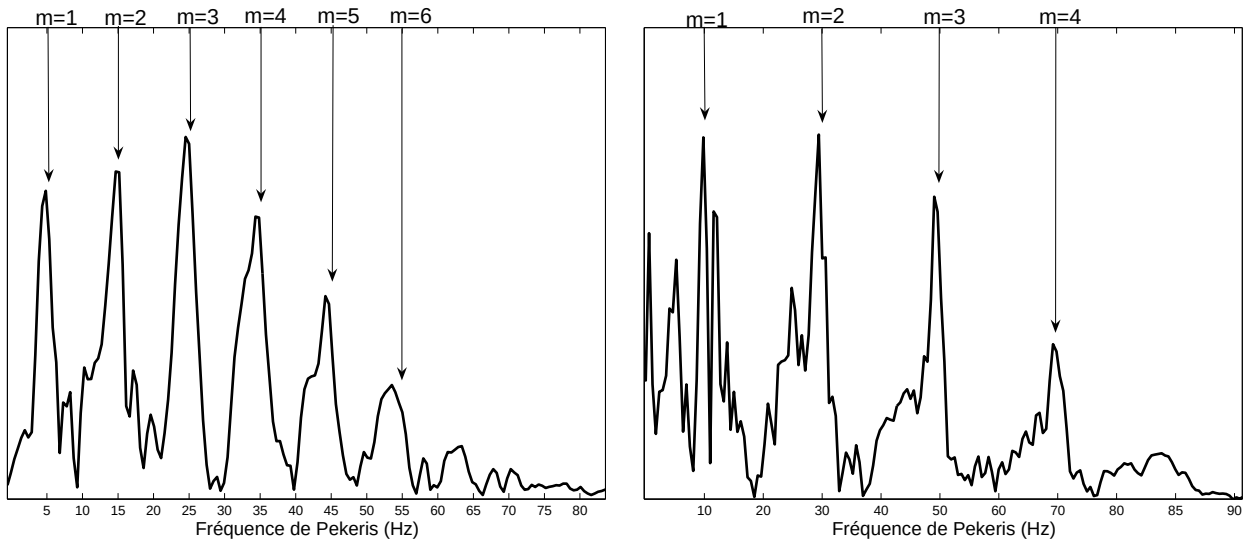

FIG. 2.3 – Module de la TF *parfaite* pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite)

l'opérateur $\hat{\mathbf{F}}$ aboutit à l'expression :

$$(\mathfrak{F}^{Pek}x)(\mu) =< \mathbf{O}_{w,q}x, \mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} >=< x, \mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} >=< x, \mathbf{u}_\mu^{\hat{\mathbf{T}}} >= \int_{D_f} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} x(t)e^{-j2\pi[\mu w^{-1}(t)-q(t)]}dt \tag{2.36}$$

Elle est unitairement équivalente à la TF classique. Les bases de projection $\{\mathbf{u}_\mu^{\hat{\mathbf{T}}}\}$ et $\{\mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}}\}$ sont unitairement équivalentes.

Propriétés de la TF de *Pekeris* :

1. La transformée $\mathfrak{F}^{Pek}$ est inversible. La TF de *Pekeris* inverse $\mathfrak{F}^{Pek}$ est telle que :

$$x(t) = \mathfrak{F}^{Pek^{-1}}(\mathfrak{F}^{Pek}x)(\mu)) =< \mathfrak{F}^{Pek}x, \mathbf{u}_t^{\widetilde{\mathbf{T}}^*} > \tag{2.37}$$

2. Les fonctions de base de projection obéissent également à la propriété d'orthogonalité $\int \mathbf{u}_{c_1}^{\hat{\mathbf{T}}}(t)\mathbf{u}_{c_2}^{\hat{\mathbf{T}}^*}(t)dt = \delta(c_1 - c_2)$. Si le signal correspond exactement aux ondes guidées de *Pekeris* (*cf.* équation 2.29), on a :

$$(\mathfrak{F}^{Pek}p^{Pek})(t) = \int \sum_m l_m^{Pek}(t)\mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\hat{\mathbf{T}}}(t)\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}^*}{}_\mu(t)dt \approx \sum_m C_m\delta(\mu - \nu_c(m)) \tag{2.38}$$

   Les modes sont donc strictement séparés sur $\mathfrak{F}^{Pek}$ et chaque mode est positionné sur sa fréquence de coupure $\nu_c(m) = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$.

3. La version quadratique de la TF de *Pekeris* est notée $\gamma^{Pek} = |\mathfrak{F}^{Pek}|^2$ et est appelée spectre de *Pekeris* du signal. Il conserve l'énergie : $\int(\gamma^{Pek}x)(\mu)d\mu = E_x$.

4. La TF de *Pekeris* est covariante par translation de l'opérateur de décalage fréquentiel *transformé parfait* $\hat{\mathbf{F}}_f$:

$$(\mathfrak{F}^{Pek}\hat{\mathbf{F}}_f x)(\mu) = (\mathfrak{F}^{Pek}x)(\mu - f) \tag{2.39}$$

Approche par projection *modale*

Nous pouvons retrouver cette transformée de projection en adoptant une approche physique. Celle-ci consiste à projeter le signal sur les courbes des modes en nous basant sur la loi de dispersion de *Pekeris* des modes définie par l'équation 1.64 :

$$(\mathfrak{M}^{Pek}x)(m) =< x, \mathbf{e}_m^{Pek} > \tag{2.40}$$

où $(\mathbf{e}_m^{Pek})(t) = h^{Pek}(t)\exp\left(j2\pi\nu_c(m)\xi(t) + q(t)\right)$. Le respect de la condition de fermeture $\int \mathbf{e}_m^{Pek}(t_1)\mathbf{e}_m^{Pek*}(t_2)dm = \delta(t_2 - t_1)$ conduit à la solution :

$$\mathbf{e}_m^{Pek}(t) = h^{Pek}(t)\exp\left(j2\pi\nu_c(m)\xi(t)\right) = \left|\frac{t}{\xi(t)}\right|^{1/2} e^{j2\pi\nu_c(m)\xi(t)+q(t)} = \mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}(t) \tag{2.41}$$

$\mathfrak{M}^{Pek}(m)$ est égale à la TF de *Pekeris* $\mathfrak{F}^{Pek}(\mu)$ au changement de coordonnées $\mu = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$ près. On retrouve l'équivalence entre les courbes modales et les fonctions de projection $\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}$. Similairement, on retrouve l'équivalence entre la dimension fréquentielle suivant $\hat{\mathbf{F}}$ et la dimension modale.

Applications sur les données réelles

La figure 2.4 représente le module des TF de *Pekeris* appliquées aux données réelles. On trace sur la même figure, le module des TF *parfaites* pour les même signaux (déjà représenté 2.3). Cette double représentation est permise du fait de l'égalité des opérateurs de représentation fréquentielle $\hat{\mathbf{F}}$ et $\widetilde{\mathbf{F}}$ démontrée dans la section précédente. On observe une meilleure séparabilité des modes dans le cas des TF de *Pekeris* : les pics sont plus étroits et d'amplitudes plus élevées que dans le cas *parfait*. Ceci s'explique par la meilleure adéquation du modèle avec l'environnement réel. On observe également un décalage des pics pour chacun des modes entre les deux modèles : les pics des TF *parfaites* coïncident globalement avec les fréquences de coupure théoriques (flèches), les pics des TF de *Pekeris* sont légèrement décalés vers les fréquences plus faibles. Ce décalage est en relation avec le décalage des courbes des modes des deux modèles dans le plan temps-fréquence pour un même mode. Les deux opérateurs de transformation décalent théoriquement le même mode à la même fréquence dans le domaine $\hat{\mathbf{F}} = \widetilde{\mathbf{F}}$: la fréquence de coupure $\nu_c(m)$ du mode. Les courbes des modes, similaires aux fonctions de projection ($\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\mu}$ et $\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\mu}$), correspondent aux lieux de projection pour un mode donné si l'on se place dans le plan temps-fréquence $t - \nu$. A leur décalage relatif dans ce plan pour la même valeur de m (*cf.* figure 1.8 ou figure 2.1) correspond un décalage suivant μ dans le domaine *transformé* $\hat{\mathbf{F}} = \widetilde{\mathbf{F}}$. De la même manière, on observe que les courbes théoriques de Pekeris pour un m sont plus proches dans le plan temps-fréquence du modèle *parfait* que de celui de *Pekeris*. Or les données réelles sont proches du modèle de Pekeris non approché, ainsi le projection sur les courbes *parfaites* place le mode réel proche de sa fréquence de coupure théorique $\nu_c(m)$ tandis que le décalage entre courbes de Pekeris et de *Pekeris* se retrouve dans l'emplacement des modes. Ceci n'empêche pas une meilleure représentation avec le modèle de *Pekeris*, car la projection s'effectue sur un *continuum* de courbes et de valeurs de m. Ainsi, il existe des courbes de *Pekeris* qui sont proches de celles de Pekeris sans pour autant porter le même numéro de mode.
En conclusion, les TF adaptées peuvent être vues comme la projection du signal sur un banc continu de filtres homogènes suivant les courbes des modes et ainsi adaptés à la loi de dispersion. Le caractère continu de la projection introduit un degré de liberté induisant le fait que le lieu de l'emplacement des modes sur l'axe *transformé* $\hat{\mathbf{F}} = \widetilde{\mathbf{F}}$ ne doit pas être pris en compte pour l'évaluation des performances

de ce type de représentations. Il en résulte que cette représentation constitue un outil d'interprétation efficace en vue du filtrage modal.

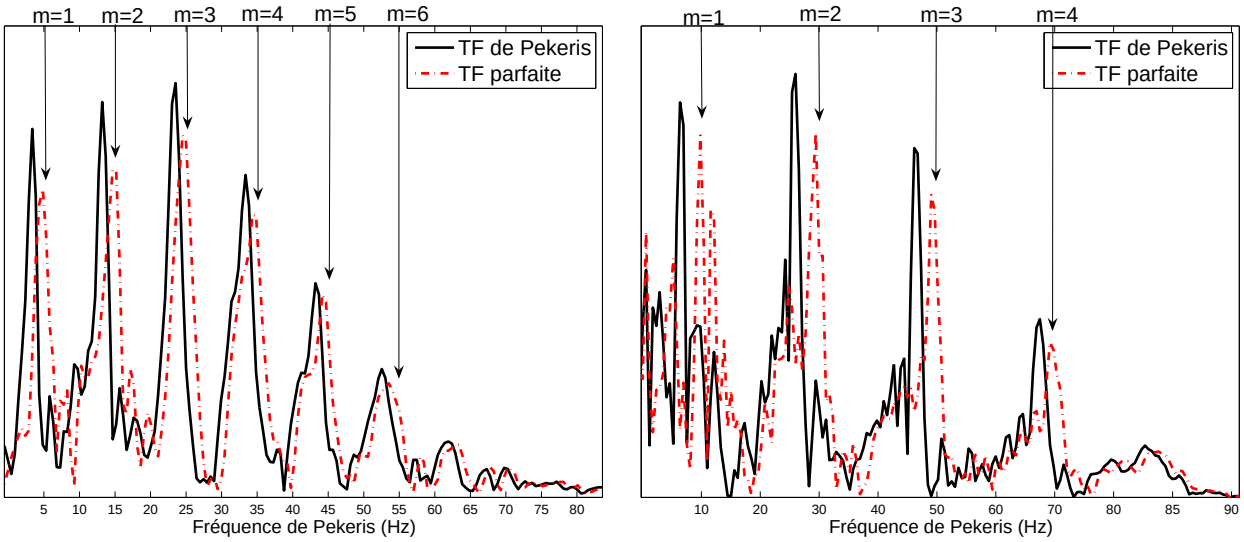

FIG. 2.4 – Module de la TF *parfaite* et de *Pekeris* pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

2.2.5 Représentations temps-fréquence atomiques adaptées

Cette section présente les représentations temps-fréquence (RTF) par décomposition atomique adaptées aux ondes guidées et obtenues par équivalence unitaire de la transformée de Fourier à Court Terme (TFCT). Deux RTF sont créées pour chaque modèle de guide selon qu'elles sont exprimées dans le domaine *transformé* ou d'origine. Nous appelons TFCT *parfaite* ou de *Pekeris* celles exprimées dans le domaine *transformé* et TFCT *modales parfaite* ou *modales* de *Pekeris* celles exprimées dans le domaine d'origine.

2.2.5.1 TFCT *parfaite* $\mathcal{T}^{parf}$ et TFCT *modale parfaite* $\mathcal{TM}^{parf}$

Approche par équivalence unitaire

Dans le cas *parfait*, l'opérateur de déformation décale les modes sur des fréquences pures dans le domaine modal *transformé*. La TFCT est adaptée à ce cas grâce à sa base de décomposition $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ de bande passante constante. Afin de créer une RTF adaptée, on applique la TFCT (notée $\mathcal{T}$ et définie au 1er chapitre section 1.3.4.1) dans le domaine *transformé parfait* $\widetilde{\mathbf{T}} - \widetilde{\mathbf{F}}$. Dans ce domaine, le système de coordonnées utilisé est (τ, μ). La **TFCT *parfaite*** est donc :

$$(\mathcal{T}^{parf}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{T}\mathbf{W}_w x)(\tau,\mu) =< \mathbf{W}_w x, \mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT} >=< x, \mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT} > \tag{2.42}$$

où $\mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT}$ sont les atomes temps-fréquence de la base de décomposition de la TFCT définie par l'équation 1.92. $\mathcal{T}^{parf}$ est unitairement équivalente à $\mathcal{T}$. Comme nous l'avons déjà énoncé dans le chapitre 1, la TFCT peut être vue comme la décomposition du signal sur une base continue $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$. Les atomes ont des durées et des bandes passantes constantes : ils forment un pavage régulier du plan temps-fréquence. La TFCT *parfaite* peut s'interpréter de deux manières :

1. Pour la première (liée au terme $< \mathbf{W}_w x, \mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT} >$ de l'équation 2.42) ($\mathcal{T}^{parf} x$) est la projection du signal *transformé* $\mathbf{W}_w x$ (représenté dans la dimension *parfaite transformée* $\widetilde{\mathbf{T}}$) sur un pavage régulier dans le domaine $\widetilde{\mathbf{T}} - \widetilde{\mathbf{F}}$.
2. Pour la seconde (liée au terme $< x, \mathbf{W}_w^{-1} \mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT} >$ de l'équation 2.42) cette RTF est l'aboutissement d'une projection du signal x sur la base *transformée* $\{\mathbf{W}_w^{-1} \mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ qui est unitairement équivalente à $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ et pave le plan temps-fréquence de manière non uniforme en suivant les lois de déformation (voir les pavages comparés figure 2.5). La représentation s'effectue dans le plan *transformé* de coordonnées $\tau - \mu$. Si on traite un signal guidé qui suit les lois de dispersion, la déformation de l'espace de projection correspond aux lois du dispersion qui régissent le signal. Cette correspondance aboutit à une représentation des modes *parfaits* sous forme de sinusoïdes (chirps linéaires non-obliques).

La figure 2.6 représente les modules des TFCT *parfaites* dans le domaine $\widetilde{\mathbf{T}} - \widetilde{\mathbf{F}}$ pour les signaux réels. On observe une séparation des modes nettement plus marquée que dans le cas de la TFCT (présentée figure 1.18).

Propriétés de la TFCT *parfaite* :

1. La TFCT *parfaite* possède une version quadratique qui conserve l'énergie :
   $\mathcal{S}^{parf}(\tau, \mu) = |\mathcal{T}^{parf}(\tau, \mu)|^2$. Elle est comparable au spectrogramme. La figure 2.7 représente la RTF énergétique pour les signaux réels. Les modes sont séparés dans les deux cas. On peut comparer avec les résultats obtenus par les RTF quadratiques classiques exposées dans le chapitre 1 (par exemple, le spectrogramme figure 1.13). On obtient ici de meilleurs résultats en termes de séparation des modes.

2. La TFCT *parfaite* est inversible :
$$x(t) = \iint (\mathcal{T}^{parf} x)(\tau, \mu)(\mathbf{W}_w^{-1} \mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT})(t) d\tau d\mu \tag{2.43}$$

3. Elle est également covariante par l'application des deux opérateurs de décalage *parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}_u$ et $\widetilde{\mathbf{F}}_f$:
$$(\mathcal{T}^{parf} \widetilde{\mathbf{T}}_u \widetilde{\mathbf{F}}_f x)(\tau, \mu) = (\mathcal{T}^{parf} x)(\tau - u, \mu - f) \tag{2.44}$$

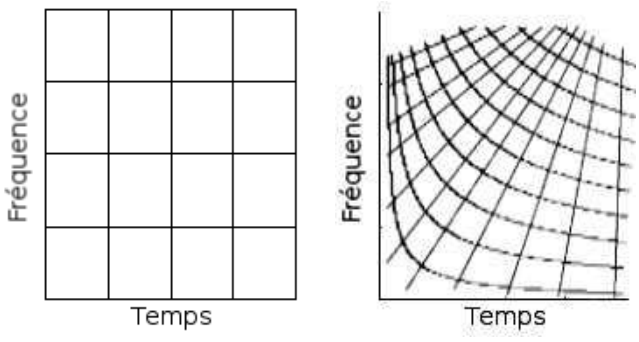

FIG. 2.5 – Pavages schématiques de décomposition de la TFCT (gauche), des TFCT *transformées* (droite)

Afin d'aboutir à une représentation dans le domaine d'origine $\mathbf{T} - \mathbf{F}$, l'opérateur de déformation inverse $\mathbf{W}_w^{-1}$ doit être appliqué sur la TFCT *parfaite*. Cela se traduit par une changement de coordonnées.

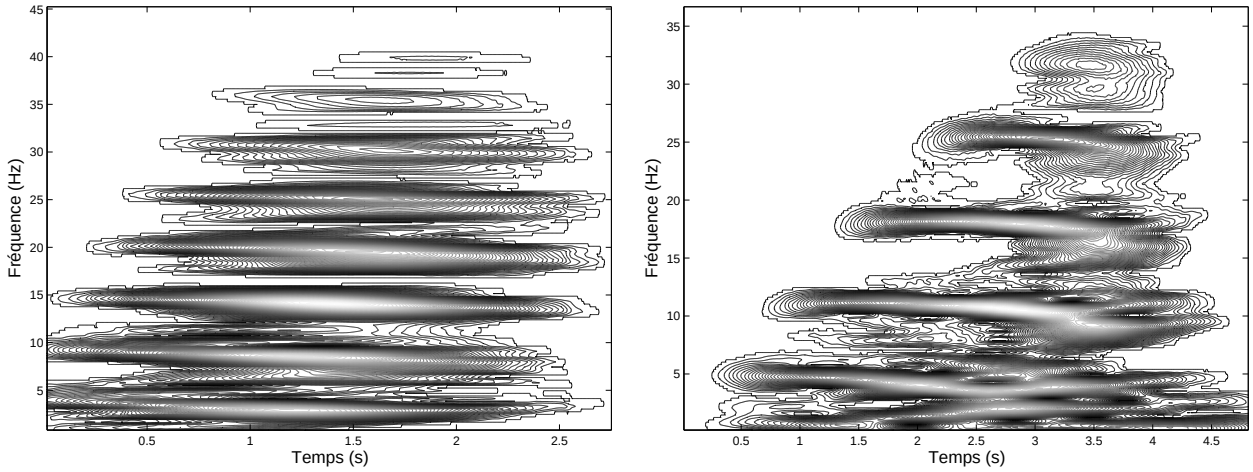

FIG. 2.6 – Module de la TFCT *parfaite* pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

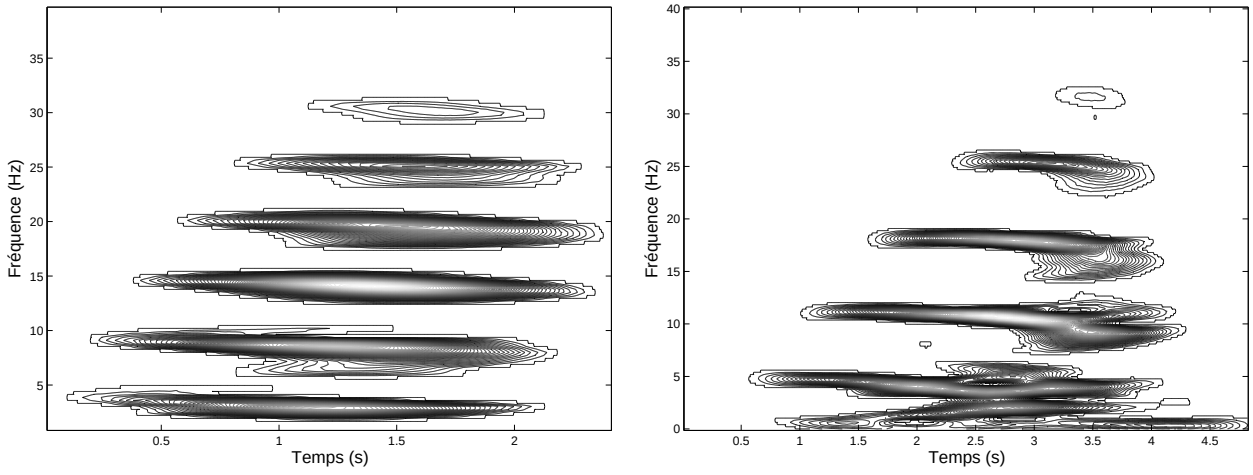

FIG. 2.7 – Version quadratique de la TFCT *parfaite* pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

Pour trouver les relations qui lient les deux systèmes de coordonnées $\tau - \mu$ et $t - \nu$, on doit résoudre le système d'équation exposé dans la section 1.3.6 du chapitre 1 et résumé par les équations 1.124, 1.125 et 1.127. Dans le cas *parfait* ou l'opérateur de transformation est un opérateur de déformation, la solution est facilement accessible et on obtient la **TFCT *modale parfaite*** $\mathcal{TM}^{parf}$ suivante (voir équation 1.128) :

$$(\mathcal{TM}^{parf}x)(t,\nu) = (\mathbf{W}_w^{-1}\mathcal{T}\mathbf{W}_w x)(t,\nu) = (\mathcal{T}\mathbf{W}_w x)\left(w^{-1}(t), \nu\frac{w^{-1}(t)}{t}\right) \tag{2.45}$$

Après développements, on peut écrire :

$$(\mathcal{TM}^{parf}x)(t,\nu) = \int x(u)\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf*}(u)du \tag{2.46}$$

avec :

$$\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf}(u) = h_t^{parf}(u)exp\left(j2\pi\nu\frac{w^{-1}(t)w^{-1}(u)}{t}\right) \tag{2.47}$$

$$h_t^{parf}(u) = \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2} h_{Gabor}\left(w^{-1}(u) - w^{-1}(t)\right) \tag{2.48}$$

$$\int_{-\infty}^{t-R/V_1^+} |h_{Gabor}(u)|^2 du = 1 \tag{2.49}$$

Propriétés de la TFCT *modale parfaite* :

1. La TFCT *modale parfaite* est inversible :

$$x(t) = \int_u \int_f (\mathcal{TM}^{parf} x)(u,f)(\mathbf{b}_{u,f}^{parf})(t)\ df\ du \tag{2.50}$$

2. Sa version quadratique $|\mathcal{TM}^{parf} x(t,\nu)|^2$ conserve l'énergie si la condition d'unitarité des atomes 2.49 est respectée.

Approche *modale*

Afin de créer une RTF atomique *parfaite*, il est possible d'adopter une approche *modale*, de la même manière que pour la TF *parfaite*. Nous partons de la formulation de la décomposition atomique générale qui donne lieu à la représentation $\mathcal{R}$ suivante :

$$\mathcal{R} =< x, \mathbf{b}^{parf} >= \int x(u)\mathbf{b}^{parf*}(u)du \tag{2.51}$$

Pour s'adapter à la physique de propagation du guide *parfait*, le signal est projeté sur des atomes qui suivent les lois de dispersion des modes (on retrouve l'idée du filtrage adapté). Pour ce faire, la phase théorique des modes *parfaits* (équation 2.3) est intégrée aux coefficients de modulation des atomes. Les atomes sont donc paramétrés dans l'espace temps-mode et ont pour expression : $\mathbf{b}_{t,m}^{parf}(u) = h_t^{parf}(u)\exp(j\phi_m^{parf}(u))$. Une représentation temps-mode est engendrée par la projection du signal $x(t)$ sur ce dictionnaire d'atomes :

$$\mathcal{RTM}(t,m) = \int x(u)h_t(u)\exp\left(j\phi_m(u)\right)\ du = \int x(u)h_t(u)\exp\left(j2\pi\nu_c(m)\xi(u)\right)\ du \tag{2.52}$$

Cette RTM est comparable à la TFCT *parfaite* (équation 2.42). Elle est exprimée dans la dimension modale (coordonnée m) équivalente à la fréquence *parfaite* $\widetilde{\mathbf{F}}$ (coordonnée μ). La représentation temps-mode, née d'un raisonnement intuitif, devient plus rigoureuse si les atomes respectent la condition de fermeture liée à la complétude de la base $\{\mathbf{b}_{t,m}^{parf}\}$ permettant de rendre cette représentation inversible [Fla93]. La relation de fermeture s'exprime par :

$$\int_{\mathbb{R}} \int_{D_f} \mathbf{b}_{t,m}^{parf}(u)\mathbf{b}_{t,m}^{parf*}(u')\ dt\ dm = \delta(u-u') \tag{2.53}$$

Une solution qui respecte cette condition est $\mathbf{b}_{t,m}^{parf}(u) = h(t-\xi(u))\exp\left(j\nu_c(m)\xi(u)\right)$. La base $\{\mathbf{b}_{t,m}^{parf}\}$ est alors comparable à la base de projection de la TFCT *parfaite* au changement de variable entre m et μ près. La dimension de représentation temporelle naturelle de la représentation temps-mode est alors $\widetilde{\mathbf{T}}$ associée à la coordonnée τ du fait de la loi déformation $\xi(u) = w^{-1}(u)$ appliquée aux atomes. La base de décomposition s'écrit donc $\{\mathbf{b}_{\tau,m}^{parf}\}$. Dans ces conditions, la représentation temps-mode s'écrit :

$$\mathcal{RTM}(\tau,m) = \int x(u)h(\xi(u)-\tau)\exp\left(j\nu_c(m)\xi(u)\right)\ du \tag{2.54}$$

Elle est strictement égale à la TFCT *parfaite* au changement de coordonnées $\mu = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$ près. On retrouve ainsi les équivalences entre l'approche par équivalence unitaire et l'approche *modale* déjà évoquée pour les TF *transformées*. Pour revenir dans le plan $t-\nu$, la correspondance entre la valeur de mode m et de fréquence ν est obtenue par inversion de la relation de dispersion qui lie les deux coordonnées. On a $\nu_m^{parf}(t) = \nu_c(m)t/\xi(t)$ (équation 1.63). Ce qui impose :

$$m_\nu = \frac{2D\nu\xi(t)}{tV_1} + \frac{1}{2} \tag{2.55}$$

Cette relation est univoque. Ceci est relié au fait que les courbes de modes ne se croisent pas dans le plan temps-fréquence, y compris lorsque m est une coordonnée qui forme un *continuum* ($\in \mathbb{R}$) et non simplement la suite discrète des numéros des modes ($\in \mathbb{N}^*$). Les modes de dispersion *parfaits* sont donc des structures orthogonales, ce qui avait déjà été signalé en étudiant la TF *parfaite*.
En tenant compte de la relation 2.55, les atomes suivent l'équation :

$$\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf}(u) = \mathbf{b}_{t,m}^{parf}(u)|_{m=m_\nu} = h_t^{parf}(u)\exp\left(j2\pi\nu\frac{\xi(t)\xi(u)}{t}\right) \tag{2.56}$$

qui est égale à l'équation 2.47 valable pour la TFCT *modale parfaite*. h_t^{parf} doit être telle que la RTF soit inversible. La base continue d'atomes $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf}\}$ doit remplir la condition de fermeture :

$$\int_{\mathbb{R}}\int_{D_f} \mathbf{b}_{t,\nu}^{parf}(u)\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf*}(u')\,dt\,d\nu = \delta(u-u') \tag{2.57}$$

Une solution pour h_t^{parf} est exprimée par l'équation 2.48 valable pour la TFCT *modale parfaite*. On retrouve par cette approche physique, la TFCT *modale parfaite* obtenue par le principe de l'équivalence unitaire. Cette approche, appliquée au modèle *parfait*, a d'abord été proposée par Chen *et al.* [CJBBC03] (sans imposer l'inversibilité de la RTF). C'est également par cette approche que nous avons exposé ces RTF dans [LTML06, LTNMF06].

TFCT *modale parfaite* par équivalence unitaire d'une base de décomposition

On propose une 3ème approche pour formuler la TFCT *modale parfaite* $\mathcal{TM}^{parf}$. Cette approche reprend le principe d'une projection du signal sur un base dans le domaine d'origine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ tout en utilisant le formalisme de l'équivalence unitaire. La projection s'exprime par :

$$(\mathcal{TM}^{parf}x)(t,\nu) =< x, \mathbf{P}_{t,\nu}\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT} > \tag{2.58}$$

avec :

$$\mathbf{P}_{t,\nu} = \mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{F}_{\nu\frac{w^{-1}(t)}{t}-\nu}\mathbf{X}_{\nu w^{-1}(t)}\mathbf{T}_{t-w^{-1}(t)} \tag{2.59}$$

L'opérateur $\mathbf{P}_{t,\nu}$ est une combinaison d'opérateurs unitaires, c'est donc un opérateur unitaire. La base $\{\mathbf{P}_{t,\nu}\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}; \nu \in \mathbb{R} \text{ et } t \in \mathcal{D}_f\}$ est unitairement équivalente à la base de décomposition de la TFCT $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ et $\mathcal{TM}^{parf}$ est une RTF unitairement équivalente à la TFCT. Notons qu'il est possible d'étendre cette procédure à la distribution de Wigner-Ville ainsi qu'à toutes les RTF de la classe de Cohen comme nous le verrons dans la section 2.2.6.

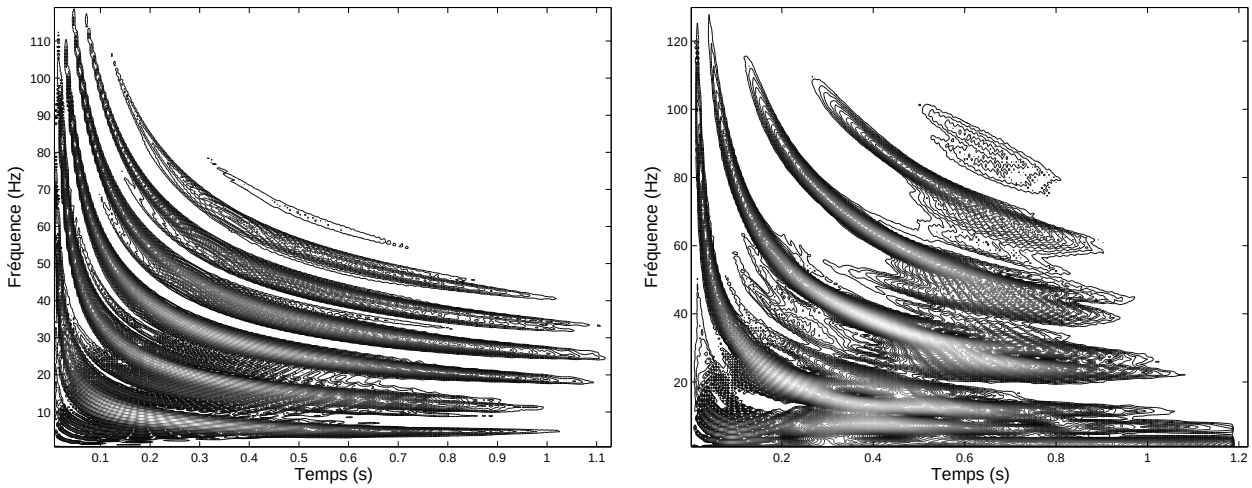

FIG. 2.8 – Module de la TFCT *modale parfaite* pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

Applications sur les données réelles

La figure 2.8 représente les TFCT *modales parfaites* des signaux réels. Les caractéristiques en terme de séparation de modes sont *a priori* comparables à la TFCT *parfaite*. Les tracés temps-fréquence sont en revanche plus réalistes du fait du domaine de représentation qui est le domaine naturel $\mathbf{T}-\mathbf{F}$. Il serait pour autant faux de croire que la représentation temps-fréquence est fidèle au sens où nous l'avons défini équation 1.70. En effet, si on retrouve les allures des courbes théoriques de dispersion, la localisation est très imprécise au sein même d'un mode. Ceci s'explique en adoptant une interprétation physique : cette RTF est le résultat de la projection du signal sur des atomes qui suivent les courbes des modes. Le compromis imposé par l'incertitude temps-fréquence n'est plus alors entre temps et fréquence, mais entre temps et fréquence *transformés*, c'est à dire entre les dimensions $\widetilde{\mathbf{T}}$ et $\widetilde{\mathbf{F}}$, cette dernière étant équivalente à la dimension modale. Autrement dit, par la taille de la fenêtre des atomes, on effectue un choix entre précision *modale* ou précision temporelle *transformée*. Pour séparer les modes, on privilégie la précision dans la dimension modale au détriment de la dimension temporelle (fenêtre longue). Dans cette dernière dimension, les modes sont alors étalés et la localisation de l'énergie n'est pas fidèle.

2.2.5.2 TFCT de *Pekeris* $\mathcal{T}^{Pek}$ et TFCT *modale de Pekeris* $\mathcal{TM}^{Pek}$

La même démarche est appliquée au modèle de *Pekeris* afin de créer une TFCT de *Pekeris* et une TFCT *modale de Pekeris*.

Approche par équivalence unitaire

La **TFCT de Pekeris** utilise l'opérateur $\mathbf{O}_{w,q}$ comme pré-traitement. Elle est exprimée dans le domaine $\hat{\mathbf{T}}-\hat{\mathbf{F}}$ par :

$$(\mathcal{T}^{Pek}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{T}\mathbf{O}_{w,q}x)(\tau,\mu) =< \mathbf{O}_{w,q}x, \mathbf{b}^{TFCT}_{\tau,\mu} >=< x, \mathbf{O}^{-1}_{w,q}\mathbf{b}^{TFCT}_{t,\nu} > \tag{2.60}$$

La base $\{\mathbf{O}^{-1}_{w,q}\mathbf{b}^{TFCT}_{t,\nu}\}$ est unitairement équivalente à $\{\mathbf{b}^{TFCT}_{\tau,\mu}\}$ et la TFCT de *Pekeris* est unitairement

équivalente à la TFCT.

Propriétés de la TFCT de *Pekeris* :

1. La TFCT de *Pekeris* possède une version quadratique $\mathcal{S}^{Pek}(\tau,\mu) = |\mathcal{T}^{Pek}(\tau,\mu)|^2$ qui conserve l'énergie.

2. La TFCT de *Pekeris* est inversible :

$$x(t) = \iint (\mathcal{T}^{Pek}x)(\tau,\mu)(\mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathbf{b}_{\tau,\mu}^{TFCT})(t)d\tau d\mu \tag{2.61}$$

3. Elle est également covariante par l'application des deux opérateurs de *Pekeris* $\hat{\mathbf{T}}$ et $\hat{\mathbf{F}}$:

$$(\mathcal{T}^{Pek}\hat{\mathbf{T}}_u\hat{\mathbf{F}}_f x)(\tau,\mu) = (\mathcal{T}^{Pek}x)(\tau-u,\mu-f) \tag{2.62}$$

Pour revenir dans le domaine d'origine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$, l'opérateur de transformation inverse $\mathbf{O}_{w,q}^{-1}$ doit être appliqué sur la TFCT de *Pekeris*. La résolution du système d'équations 1.127 dans le cas de l'opérateur de *Pekeris* donne :

$$A(t,\nu) = w^{-1}(t) \quad \text{et} \quad B(t,\nu) = w'[w^{-1}(t)][\nu + q'(t)] = \frac{w^{-1}(t)}{t}[\nu + q'(t)] \tag{2.63}$$

La **TFCT *modale de Pekeris*** s'exprime donc par :

$$(\mathcal{TM}^{Pek}x)(t,\nu) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathcal{T}\mathbf{O}_{w,q}x)(t,\nu) = (\mathcal{T}\mathbf{O}_{w,q}x)\left(w^{-1}(t), \frac{w^{-1}(t)}{t}[\nu + q'(t)]\right) \tag{2.64}$$

Propriétés de la TFCT *modale* de *Pekeris* :

1. La TFCT *modale* de *Pekeris* est inversible :

$$x(t) = \int_u \int_f (\mathcal{TM}^{Pek}x)(u,f)(\mathbf{b}_{u,f}^{Pek})(t)\ df\ du \tag{2.65}$$

2. Elle possède une version quadratique $|\mathcal{TM}^{Pek}x(t,\nu)|^2$ qui conserve l'énergie.

Approche *modale*

Il est possible de retrouver ces résultats en adoptant une approche physique du problème. Le signal est projeté sur des atomes qui intègrent la phase de la loi de dispersion du modèle de *Pekeris* ϕ_m^{Pek} (*cf.* équation 2.17). Cela induit une représentation temps-mode :

$$\mathcal{RTM}(t,m) = \int x(u)\mathbf{b}_{t,m}^{Pek*}(u)\ du = \int x(u)h_t(u)\exp\left(j2\pi(\nu_c(m)\xi(u)+\chi(u))\right)\ du \tag{2.66}$$

En respectant la condition de fermeture sur les atomes $\{\mathbf{b}_{t,m}^{Pek}\}$, la RTM s'exprime par :

$$\mathcal{RTM}(\tau,m) = \int x(u)h(\xi(u)-\tau)\exp\left(j2\pi(\nu_c(m)\xi(u)+\chi(u))\right)\ du \tag{2.67}$$

Elle est strictement égale à la TFCT de *Pekeris* au changement de variable $\mu = \frac{(2m-1)V_1}{4D}$ près. La relation entre les variables de coordonnées m, ν et t permet de passer du plan temps-mode au plan temps-fréquence. On a :

$$m_\nu = \frac{2D\nu\xi(t)}{tV_1} + \frac{1}{2} - 2\frac{\Phi(t)}{\pi} \tag{2.68}$$

On obtient finalement la formulation suivante des atomes :

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_{t,\nu}^{Pek}(u) &= \mathbf{b}_{t,m}^{Pek}|_{m=m_\nu} \\ &= h_t^{Pek}(u)\exp\left(j2\pi\left[\frac{\nu\xi(u)\xi(t)}{t} - \frac{V_1\Phi(t)\xi(u)}{2D\pi} + \chi(u)\right]\right)\end{aligned} \tag{2.69}$$

La condition de fermeture sur les atomes $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{Pek}\}$ doit être respectée pour obtenir une RTF inversible (c'est le cas si $h_t^{Pek}(u)$ suit l'équation 2.48 : on a la même formulation que dans le cas *parfait*). Cette RTF est égale à la TFCT *modale* de *Pekeris* $\mathcal{TM}^{Pek}$ définie par l'équation 2.64.

TFCT *modale de Pekeris* par équivalence unitaire d'une base de décomposition

Finalement, la décomposition atomique peut être exprimée par :

$$(\mathcal{TM}^{Pek}x)(t,\nu) =< x, \mathbf{Q}_{t,\nu}\mathbf{b}_{t,\nu} > \tag{2.70}$$

avec

$$\mathbf{Q}_{t,\nu} = \mathbf{M}_q^{-1}\mathbf{W}_w^{-1}\mathbf{F}_{\frac{\nu w^{-1}(t)}{t}-\nu-\frac{V_1\Phi(t)}{2D\pi}}\mathbf{X}_{\nu w^{-1}(t)}\mathbf{T}_{t-w^{-1}(t)} \tag{2.71}$$

$\{\mathbf{Q}_{t,\nu}\mathbf{b}_{t,\nu}; \nu \in \mathbb{R} \text{ et } t \in \mathcal{D}_f\}$ est unitairement équivalente à la base $\{\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}\}$ de la TFCT et est la plus appropriée pour représenter le guide approché de *Pekeris*.

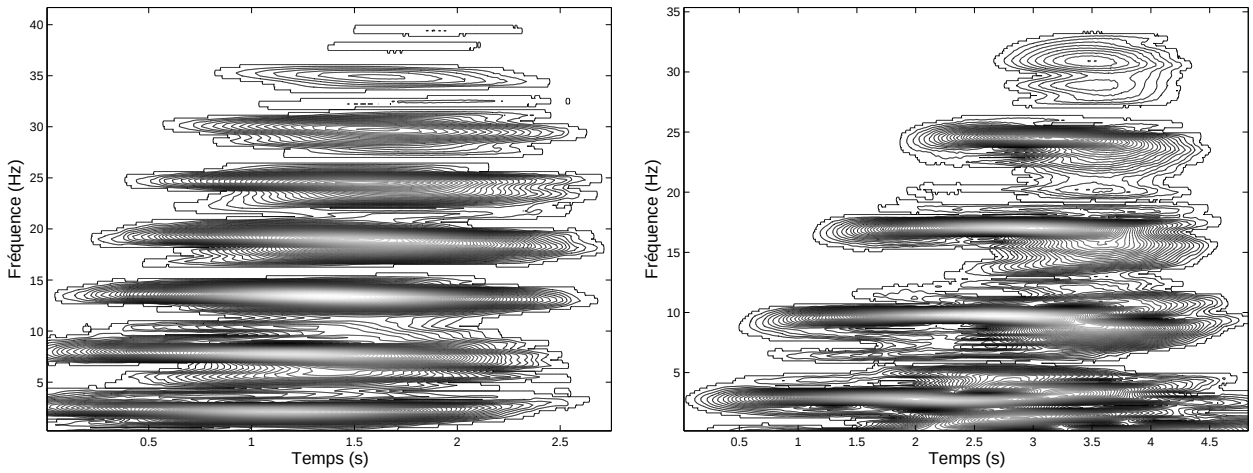

FIG. 2.9 – Module de la TFCT de Pekeris pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

Applications sur les données réelles

Les modules des TFCT *modales de Pekeris* appliquées sur les données réelles sont présentés figure 2.10. Comme dans le cas des TFCT de *Pekeris*, on remarque une séparation légèrement meilleure entre les modes que dans le cas *parfait*. Cette constatation visuelle sera confirmée par les résultats des performances de filtrage section 2.4.4. Cette meilleure séparabilité se traduira par de meilleures performances de filtrage modal comme nous le verrons par la suite. Notons par ailleurs que sur les données Méditerranée, les régions proches des fréquences de retournement (où se trouve beaucoup d'énergie comme on

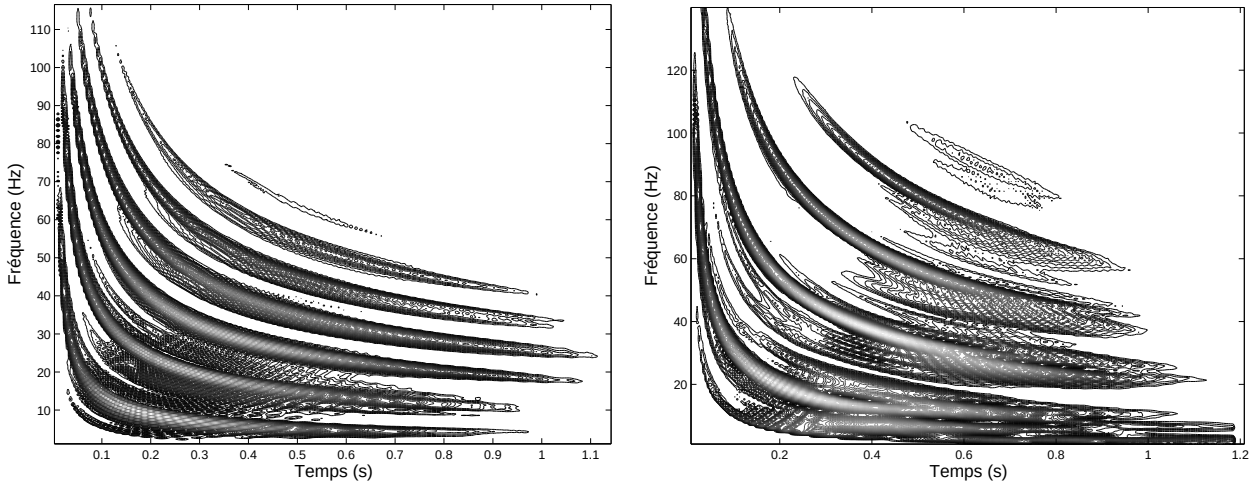

FIG. 2.10 – Module de la RTF *modale* de Pekeris pour les signaux Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

a pu le constater sur les RTF classiques) sont celles où les étalements sont les plus importants. Ceci s'explique par le fait que ce sont ces régions qui présentent les courbes théoriques des modes les plus éloignées entre le modèle de Pekeris et le modèle de *Pekeris* approché que nous utilisons ici (*cf.* les tracés des courbes selon les modèles représentés figure 1.8). C'est donc dans ces zones que le modèle de projection est le moins fidèle à la réalité.

2.2.6 Classes de Cohen adaptées

La démarche que nous adoptée pour créer les outils de RTF atomiques adaptés aux ondes guidées peut être étendue pour proposer des classes de Cohen adaptées aux ondes guidées.

2.2.6.1 Classe de Cohen *parfaite* $\mathcal{C}^{parf}$ et classe de Cohen *modale parfaite* $\mathcal{CM}^{parf}$

Les méthodes de la classe de Cohen sont basées sur la distribution de Wigner-Ville comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 1 (*cf.* équation 1.73). L'application de l'opérateur de déformation *parfait* $\mathbf{W}_w$ comme pré-traitement sur le signal nous amène à formuler la **Distribution de Wigner-Ville *parfaite*** $\mathcal{W}^{parf}$. Elle est décrite dans le domaine temps-fréquence *transformé parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}-\widetilde{\mathbf{F}}$ par :

$$\begin{aligned}&(\mathcal{W}^{parf}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{W}\mathbf{W}_w x)(\tau,\mu)\\ &= \int \frac{\left|\tau+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|\tau-\frac{u}{2}\right|^{1/2}}{\left|w(\tau+\frac{u}{2})\right|^{1/2}\left|w(\tau-\frac{u}{2})\right|^{1/2}} x\left[w(\tau+\frac{u}{2})\right] x^*\left[w(\tau-\frac{u}{2})\right] e^{-j2\pi\mu u}du\end{aligned} \tag{2.72}$$

La **classe de Cohen *parfaite*** s'obtient en convoluant la DWV *parfaite* $\mathcal{W}^{parf}$ avec une fonction noyau ϕ_C comme nous l'indique l'équation 1.79. Elle s'exprime donc dans le domaine *transformé parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}-\widetilde{\mathbf{F}}$ par :

$$(\mathcal{C}^{parf}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{C}\mathbf{W}_w x)(\tau,\mu) = \int\int (\mathcal{W}\mathbf{W}_w x)(a,b)\phi_C(\tau-a,\mu-b)dadb \tag{2.73}$$

La DWV *parfaite* est une méthode membre de cette classe (avec $\phi_C(\tau,\mu)=1\ \forall\tau\ \forall\mu$). Le spectrogramme *parfait transformé* $\mathcal{S}^{parf}$ est un autre exemple, on a alors $\phi_C(\tau,\mu)=(\mathcal{W}h)(\tau,\mu)$ où h est une fenêtre.

Si $h = h^{Gabor}$, on retrouve la version quadratique de la TFCT *parfaite* $\mathcal{S}^{parf}(\tau,\mu) = |\mathcal{T}^{parf}(\tau,\mu)|^2$ dont un exemple d'application est présenté figure 2.7.

Propriétés de la classe de Cohen *parfaite* :

1. Les méthodes de la classe de Cohen *parfaite* sont inversibles et conservent l'énergie si les conditions sur la fonction noyau exposées dans la section 1.3.3.2 sont respectées.

2. Ces méthodes sont covariantes par application des opérateurs de translation temporelle et fréquentielle *parfaits* $\widetilde{\mathbf{T}}_u$ et $\widetilde{\mathbf{F}}_f$ (équations 2.12 et 2.11) :
$$(\mathcal{C}^{parf}\widetilde{\mathbf{T}}_u\widetilde{\mathbf{F}}_f x)(\tau,\mu) = (\mathcal{C}^{parf}x)(\tau-u,\mu-f) \tag{2.74}$$

3. La DWV *parfaite* localise parfaitement les structures modales *parfaites* $\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}$ liées au mode m sur la fréquence de coupure du mode $\mu = \nu_c(m)$:
$$(\mathcal{W}^{parf}\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)})(\tau,\mu) = \delta(\mu-\nu_c(m)) \tag{2.75}$$
La DWV *parfaite* appliquée sur des modes *parfaits* **ne présente donc plus d'interférences intra-structures**. Les problèmes d'interférences inter-structures dans le cas de signaux présentant plusieurs modes sont en revanche encore présents.

Pour revenir dans le domaine d'origine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$, on applique l'opérateur de déformation inverse $\mathbf{W^{-1}}$ (en post-traitement). On obtient alors la **classe de Cohen *modale parfaite*** :
$$(\mathcal{CM}^{parf}x)(t,\nu) = (\mathbf{W}^{-1}\mathcal{C}\mathbf{W}_w x)(t,\nu) = (\mathcal{C}^{parf}x)(w^{-1}(t),\nu w'[w^{-1}(t)]) \tag{2.76}$$
En particulier, la **Distribution de Wigner-Ville *modale parfaite*** suit l'équation :
$$\begin{aligned}&(\mathcal{WM}^{parf}x)(t,\nu) = (\mathbf{W}^{-1}\mathcal{W}^{parf}x)(t,\nu)\\ &= \int \frac{\left|w^{-1}(t)+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|w^{-1}(t)-\frac{u}{2}\right|^{1/2}}{\left|w(w^{-1}(t)+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|w(w^{-1}(t)-\frac{u}{2}\right|^{1/2}} x\left[w(w^{-1}(t)+\frac{u}{2})\right]x^*\left[w(w^{-1}(t)-\frac{u}{2})\right]\\ &\exp(-j2\pi\nu u\tfrac{w^{-1}(t)}{t})du\end{aligned} \tag{2.77}$$

Propriétés de la classe de Cohen *modale parfaite* :

1. Les méthodes de la classe de Cohen *modale parfaite* sont inversibles et conservent l'énergie si les conditions sur la fonction noyau exposées dans la section 1.3.3.2 sont respectées.

2. La DWV *modale parfaite* $(\mathcal{WM}^{parf})(t,\nu)$ localise dans le plan $t-\nu$, les structures modales $\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}(t)$ le long des courbes d'équation $\nu = \frac{t\nu_c(m)}{w(t)}$:
$$(\mathcal{WM}^{parf}\mathbf{u}^{\widetilde{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)})(t,\nu) = \delta\left(\frac{w(t)}{t}\nu-\nu_c(m)\right) \tag{2.78}$$
Or l'équation 1.63 montre que $\frac{w(t)}{t}\nu_m^{parf}(t) = \nu_c(m)$. Ces courbes correspondent donc aux courbes théoriques des modes dans le plan temps-fréquence. Ainsi, un mode *parfait* m sera localisé sur sa courbe théorique. On a donc une localisation parfaite des modes dans le domaine de mesure naturel $\mathbf{T}-\mathbf{F}$. Comme dans le cas de la DWV *parfaite*, la DWV *modale parfaite* appliquée sur des modes *parfaits* ne présente pas d'interférences intra-structures. Les problèmes d'interférences inter-structures dans le cas de signaux présentant plusieurs modes sont en revanche encore présents.

2.2.6.2 Classe de Cohen de *Pekeris* $\mathcal{C}^{Pek}$ et classe de Cohen *modale de Pekeris* $\mathcal{CM}^{Pek}$

La classe de Cohen de *Pekeris* se construit en utilisant la même démarche que dans le cas *parfait*. Les méthodes de cette classe sont basées sur la **Distribution de Wigner-Ville de *Pekeris*** $\mathcal{W}^{Pek}$ décrite par :

$$\begin{aligned}&(\mathcal{W}^{Pek}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{W}\mathbf{O}_{w,q}x)(\tau,\mu)\\ &= \int \frac{\left|\tau+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|\tau-\frac{u}{2}\right|^{1/2}}{\left|w(\tau+\frac{u}{2})\right|^{1/2}\left|w(\tau-\frac{u}{2})\right|^{1/2}} x\left[w(\tau+\frac{u}{2})\right] x^*\left[w(\tau-\frac{u}{2})\right] \\ &\exp\left(j2\pi(-\mu u + q[w(\tau+\tfrac{u}{2})] - q[w(w^{-1}(t)-\tfrac{u}{2}])\right) du\end{aligned} \tag{2.79}$$

La **classe de Cohen de *Pekeris*** s'obtient en convoluant la DWV de *Pekeris* $\mathcal{W}^{Pek}$ avec une fonction noyau ϕ_C. Elle s'exprime donc dans le domaine *transformé* de *Pekeris* $\hat{\mathbf{T}}-\hat{\mathbf{F}}$ par :

$$(\mathcal{C}^{Pek}x)(\tau,\mu) = (\mathcal{C}\mathbf{O}_{w,q}x)(\tau,\mu) = \int\int (\mathcal{W}\mathbf{O}_{w,q}x)(a,b)\phi_C(\tau-a,\mu-b)dadb \tag{2.80}$$

La Distribution de Wigner-Ville de *Pekeris* fait partie de cette classe. Le spectrogramme de *Pekeris* $\mathcal{S}^{Pek}(\tau,\mu)$ répond à l'équation 2.83 avec $\phi_C(\tau,\mu) = (\mathcal{W}h)(\tau,\mu)$ où h est une fenêtre. Il fait également parti de la classe de Cohen de *Pekeris*. Si $h = h^{Gabor}$, on retrouve la version quadratique de la TFCT de *Pekeris* $\mathcal{S}^{Pek}(\tau,\mu) = |\mathcal{T}^{Pek}(\tau,\mu)|^2$.

Propriétés de la classe de Cohen de *Pekeris* :

1. Les méthodes de la classe de Cohen de *Pekeris* conservent l'énergie et sont inversibles si les conditions sur la fonction noyau exposées dans la section 1.3.3.2 sont respectées.

2. Elles sont covariantes par application des opérateurs de translation $\hat{\mathbf{T}}_u$ et $\hat{\mathbf{F}}_f$:

$$(\mathcal{C}\mathbf{O}_{w,q}\hat{\mathbf{T}}_u\hat{\mathbf{F}}_f x)(\tau,\mu) = (\mathcal{C}\mathbf{O}_{w,q}x)(\tau-u,\mu-f) \tag{2.81}$$

3. La DWV de *Pekeris* localise parfaitement les structures modales de *Pekeris* $\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)}$ liées au mode m sur la fréquence de coupure du mode $\mu = \nu_c(m)$:

$$(\mathcal{W}^{Pek}\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)})(\tau,\mu) = \delta(\mu-\nu_c(m)) \tag{2.82}$$

Pour revenir dans le domaine d'origine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$, on applique l'opérateur de transformation inverse $\mathbf{O}^{-1}$ (post-traitement). On obtient la **classe de Cohen *modale de Pekeris*** :

$$(\mathcal{CM}^{Pek}x)(t,\nu) = (\mathbf{O}^{-1}\mathcal{C}^{Pek}x)(t,\nu) = (\mathcal{C}\mathbf{O}_{w,q}x)(w^{-1}(t), w'[w^{-1}(t)][\nu+q'(t)]) \tag{2.83}$$

En particulier, la **DWV modale de *Pekeris*** s'exprime par :

$$\begin{aligned}&(\mathcal{WM}^{Pek}x)(t,\nu) = (\mathbf{O}^{-1}\mathcal{W}\mathbf{O}_{w,q}x)(t,\nu)\\ &= \int \frac{\left|w^{-1}(t)+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|w^{-1}(t)-\frac{u}{2}\right|^{1/2}}{\left|w(w^{-1}(t)+\frac{u}{2}\right|^{1/2}\left|w(w^{-1}(t)-\frac{u}{2})\right|^{1/2}} x\left[w(w^{-1}(t)+\frac{u}{2})\right] x^*\left[w(w^{-1}(t)-\frac{u}{2}\right] \\ &\exp\left(j2\pi u\left[\nu u\tfrac{w^{-1}(t)}{t} - u\tfrac{V_1}{2D\pi}\Phi(t) + q[w(w^{-1}(t)+\tfrac{u}{2})] - q[w(w^{-1}(t)-\tfrac{u}{2})]\right]\right) du\end{aligned} \tag{2.84}$$

Propriétés de la classe de Cohen *modale de Pekeris* :

1. Les méthodes de la classe de Cohen *modale de Pekeris* sont inversibles et conservent l'énergie si les conditions sur la fonction noyau exposées dans la section 1.3.3.2 sont respectées.

2. La DWV *modale* de *Pekeris* localise les structures modales de *Pekeris* $\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{f_c(m)}(t)$ dans le plan (t,ν) sur les courbes théoriques de *Pekeris* $\nu^{Pek} = \left(\nu_c(m) + \frac{V_1\Phi(t)}{2D\pi}\right)\frac{t}{w(t)}$ (cf. équation 1.64)

$$(\mathcal{WM}^{Pek}\mathbf{u}^{\hat{\mathbf{T}}}_{\nu_c(m)})(t)(t,\nu) = \delta\left(\frac{w(t)}{t}\nu - \frac{V_1}{2D\pi}\Phi(t) - \nu_c(m)\right) \tag{2.85}$$

$\mathcal{WM}^{Pek}$ localise donc parfaitement les modes de *Pekeris* dans le domaine de mesure naturel $\mathbf{T}-\mathbf{F}$.

Applications sur les données réelles

Nous exposons uniquement les résultats issus des données Méditerranée, les résultats sur les données Mer du Nord sont similaires et amènent les mêmes commentaires. La figure 2.11 représente les DWV *parfaite* et de *Pekeris* dans les plan $\widetilde{\mathbf{T}} - \widetilde{\mathbf{F}}$ et $\hat{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{F}}$. Les interférences inter-structures sont nombreuses et empêchent une localisation précise des modes. Les structures propres (à l'exception du 1er mode) sont elles-mêmes victimes de ces interférences parce qu'elles sont situées à mi-distance dans le plan temps-fréquence de deux autres modes (elles sont donc superposées aux interférences entre ces modes). La figure 2.12 représente la DWV *modale parfaite* et *modale de Pekeris* dans le plan $\mathbf{T} - \mathbf{F}$. Les allures des courbes nous rappellent celles de dispersion. Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites au sujet des interférences. On peut également comparer ces représentations à celle des DWV classiques exposées figure 1.11 du chapitre 1. On constate une diminution des interférences.

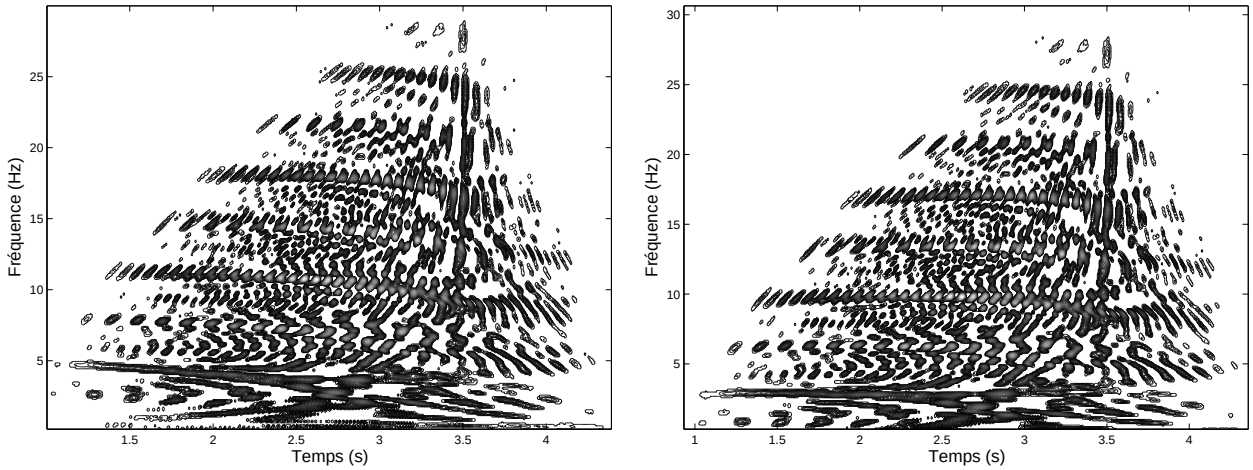

FIG. 2.11 – DWV *transformée parfaite* (gauche) et de *Pekeris* (droite) pour les données Méditerranée.

Pour éviter le problème d'interférences inter-structures, on représente figure 2.13 les mêmes DWV mais appliqué à un seul mode (le mode 2) préalablement filtré avec une technique que nous exposerons dans la suite de ce chapitre. Dans les plans *transformés*, les modes théoriques sont localisés sur des fréquences pures. Les représentations font effectivement apparaître une structure qui s'apparente à un

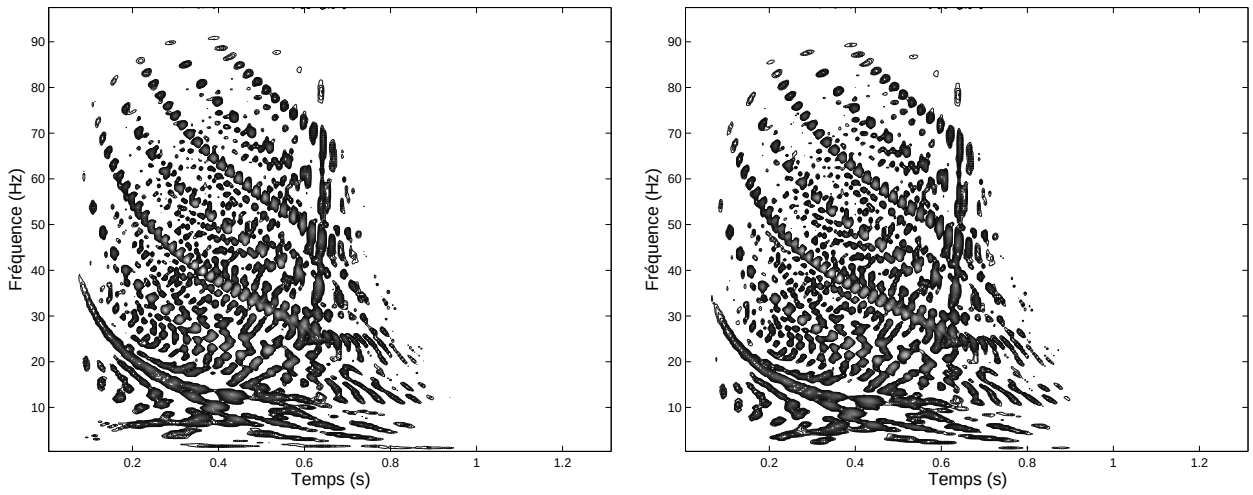

FIG. 2.12 – DWV *parfaite* (gauche) et de *Pekeris* (droite) pour les données Méditerranée.

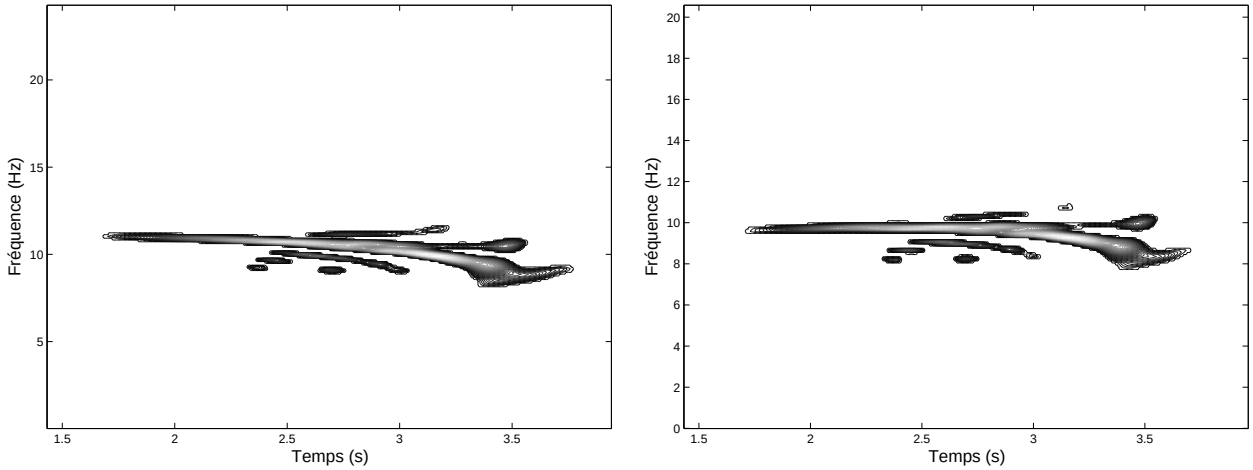

FIG. 2.13 – DWV *transformée parfaite* (gauche) et de *Pekeris* (droite) pour le mode 2 des données Méditerranée.

chirp de fréquence pure. On peut cependant faire deux remarques :

1. Aux abords de son extrémité temporelle, le mode devient non-linéaire. Cette zone correspond à la fréquence de retournement du mode. C'est dans cette zone que les modèles *parfait* et de *Pekeris* approché différent le plus du modèle réaliste de Pekeris. Les lois de l'espace de transformation ne coïncident pas avec celles des données réelles, d'où la persistance de cette non-linéarité.
2. Cette non-linéarité entraîne des interférences avec la partie linéaire observable entre ces deux zones. Ces interférences sont globalement de la même importance pour les deux modèles. La partie non-linéaire n'est pas moins marquée dans le modèle pourtant plus réaliste de *Pekeris*. Cependant, la partie linéaire à tendance à former une fréquence pure pour le modèle de *Pekeris* alors que pour le modèle *parfait*, si elle reste linéaire, elle est légèrement oblique. Or la théorie prévoit bien une linéarisation non-oblique de la structure (sinusoïde de fréquence pure). En fait, l'inadéquation entre les données réelles et le modèle *parfait* provoque un décalage mais parvient

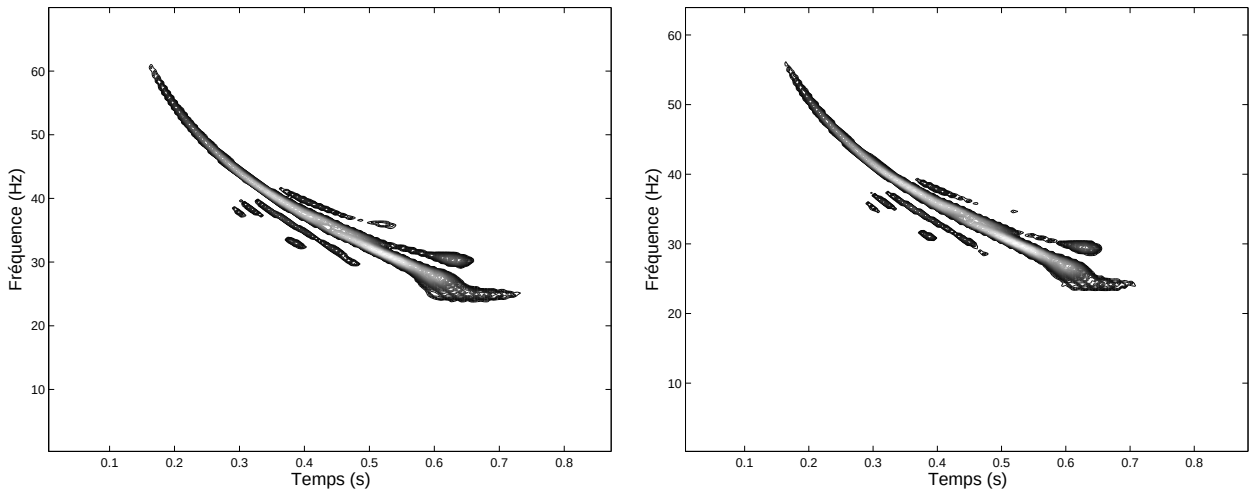

FIG. 2.14 – DWV *parfaite* (gauche) et de *Pekeris* (droite) pour le mode 2 des données Méditerranée.

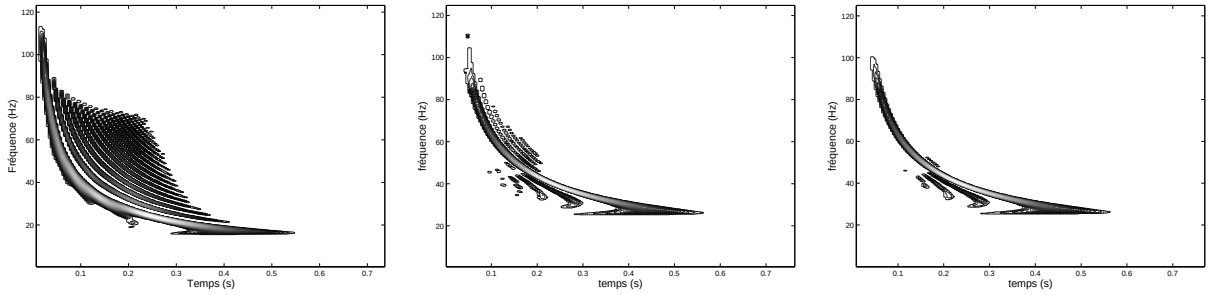

FIG. 2.15 – DWV classique (gauche), *parfaite* (centre) et de *Pekeris* (droite) pour le mode 2 de données simulées avec les paramètres des données Méditerranée.

tout de même à générer une structure globalement linéaire. En conséquence, les interférences ne sont pas significativement plus nombreuses que pour le modèle de *Pekeris*.

La figure 2.14 représente le même mode dans le plan $t - \nu$. On retrouve les faibles interférences et les modes suivent l'allure des courbes théoriques.
Les représentations de la figure 2.13 se basent sur des signaux issus de simulations (réalisées avec un algorithme de simulation modale). Les signaux ont été synthétisés dans la configuration Mer du Nord, selon le modèle de Pekeris (non approché) et ne comprennent qu'un seul mode (le mode 2). La figure 2.13 représente la DWV classique et les DWV *parfaite* et de *Pekeris*. On retrouve la zone qui génère des interférences proches de la fréquence de retournement. En revanche, contrairement aux données réelles, la DWV *parfaite* présente ici plus d'interférences que celle de *Pekeris*.

2.2.7 RTF atomiques adaptatives adaptées aux ondes guidées

Dans cette section, nous proposons une méthode de RTF adaptative qui se base sur le principe du Matching Pursuit (cf. Chapitre 1 section 1.3.6.4) à partir d'un dictionnaire prédéfini pour décomposer le signal en une somme d'atomes qui lui sont le mieux adaptés. L'originalité de cette méthode repose sur la définition du dictionnaire d'atomes qui intègre les lois de dispersion des modes ainsi qu'une possible

variation des paramètres géoacoustiques et de localisation qui déterminent ces lois.

2.2.7.1 Choix du dictionnaire

Pour mettre en place l'algorithme de Matching Pursuit, il faut préalablement définir un dictionnaire d'atomes $\{\psi_m\}$. Comme nous l'avons vu chapitre 1, le dictionnaire choisi est classiquement constitué d'atomes linéaires : logons de Gabor, ondelettes ou chirplets. Pour résoudre les problèmes de non-linéarité des structures temps-fréquence, Papandreou *et al.* [PSS02] ont intégré des atomes paramétrés par des lois de fréquence non-linéaires à l'aide d'un opérateur unitaire (*cf.* section 1.3.6.4). Les atomes peuvent ensuite évoluer en décalage fréquentiel unitairement équivalent, en échelle d'un facteur de dilatation et en temps (voir équation 1.136). Nous proposons d'appliquer ce principe aux lois de dispersion modale et d'ajouter des paramètres d'évolution aux atomes afin de leur assurer une adaptabilité maximale. Pour des signaux enregistrés en milieux naturels, deux éléments doivent être pris en compte :

- La source n'étant jamais parfaitement impulsionnelle, elle engendre un étalement des modes.
- Le modèle ne correspond jamais parfaitement à la réalité, il introduit des approximations plus ou moins importantes selon la complexité du milieu et le modèle choisi.
- Les paramètres du modèle de propagation (géoacoustiques et de localisation) ne sont généralement connus que partiellement ou avec des incertitudes.

L'intérêt d'adopter une démarche adaptative est de pouvoir corriger ces approximations et incertitudes en introduisant des paramètres d'évolution aux atomes de projection. Ces paramètres sont de deux types :

1. des variables de transformation liées à des opérateurs unitaires (décalage, dilatation *etc.*),
2. des variables directement liées à la définition de la loi de dispersion (les paramètres de propagation).

Construction des atomes

La construction des atomes se base sur une fenêtre gaussienne permettant l'optimisation de l'incertitude temps-fréquence. On souhaite avoir des fenêtres de longueurs temporelles (et corrélativement fréquentielles) différentes pour pouvoir s'adapter à différentes configurations. On applique donc un opérateur de dilatation de facteur a qui est le premier paramètre d'évolution des atomes.
Par ailleurs, les atomes doivent être adaptés aux lois de dispersion. On leur applique donc les opérateurs *parfait* ou de *Pekeris* inverses (respectivement $\mathbf{W}_w^{-1}$ et $\mathbf{O}_{w,q}^{-1}$). Les lois associées à ces opérateurs (loi de déformation $w(t)$ et loi de modulation $q(t)$) dépendent des paramètres de l'environnement et de la distance source-capteur. Pour rendre compte des évolutions de ces paramètres, un vecteur $\underline{p}$ rattaché aux opérateurs de transformation est inclus. Dans le cas du modèle parfait, le vecteur contient la distance source-capteur r et la vitesse de propagation dans la couche d'eau v_1 : $\underline{p} = [r, v_1]$. Dans le cas du modèle de *Pekeris*, il contient également la vitesse de propagation dans la couche du fond v_2, la profondeur de la couche d'eau d et les densités dans la couche d'eau et du fond (respectivement d_1 et d_2). Les densités s'expriment sous la forme d'un rapport dans l'expression de $q(t)$ (*cf.* équation 2.18). On prendra donc comme paramètre $\Delta_\rho = d_1/d_2$: $\underline{p} = [r, v_1, v_2, \Delta_\rho, d]$. Nous détaillerons par la suite les domaines d'évolution de ces paramètres. Ces vecteurs entrent directement dans les lois de dispersion que nous noterons $w(t)_{\underline{p}}$ et $q(t)_{\underline{p}}$. Les atomes de bases s'expriment finalement par :

$$\psi(t)_{\underline{p},a}^{parf} = (\mathbf{W}_{w(\underline{p})}^{-1}\mathbf{D}_a h(t)e^{j2\pi t})(t) = |a|^{1/2}\left|\frac{t}{w_{\underline{p}}^{-1}(t)}\right|^{1/2} h[aw_{\underline{p}}^{-1}(t)]e^{j2\pi a w_{\underline{p}}^{-1}(t)} \tag{2.86}$$

pour les atomes basés sur le modèle *parfait*.

$$\psi(t)^{Pek}_{\underline{p},a} = (\mathbf{O}^{-1}_{[w,q](\underline{p})}\mathbf{D}_a h(t)e^{j2\pi t})(t) = |a|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}_{\underline{p}}(t)}\right|^{1/2} h[aw^{-1}_{\underline{p}}(t)]e^{j2\pi(aw^{-1}_{\underline{p}}(t)-q_{\underline{p}}(t))} \tag{2.87}$$

pour les atomes basés sur le modèle de *Pekeris*.

Dans une seconde étape, les atomes doivent pourvoir couvrir l'ensemble du plan temps-fréquence et ainsi "circuler" dans cet espace. Par l'action des opérateurs de transformation, les atomes formulés par les équations 2.86 et 2.87 sont adaptés aux domaines temps-fréquence *transformés parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}_{\underline{p}} - \widetilde{\mathbf{F}}_{\underline{p}}$ ou de *Pekeris* $\hat{\mathbf{T}}_{\underline{p}} - \hat{\mathbf{F}}_{\underline{p}}$. Pour couvrir l'espace temps-fréquence, il est naturel d'appliquer les opérateurs de décalage temporel et fréquentiel *transformé* ($\widetilde{\mathbf{T}}_{\underline{p}}$ et $\widetilde{\mathbf{F}}_{\underline{p}}$ pour le modèle *parfait*, $\hat{\mathbf{T}}_{\underline{p}}$ et $\hat{\mathbf{F}}_{\underline{p}}$ pour le modèle de *Pekeris*). Les paramètres d'évolution par décalage sont contenus dans le vecteur $\underline{\kappa} = [u, f]$. L'interprétation physique de ces décalages est la suivante : les dimensions fréquentielle *transformée* et modale sont équivalente (*cf.* section 2.2.3). Le décalage $\widetilde{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}$ est donc un décalage d'un mode à un autre (où la dimension modale est un *continuum*). Le décalage temporel *transformé* correspond lui à la circulation de l'atome le long d'un même mode. Une illustration des actions des opérateurs de transformation est présentée sur le schéma 2.16. On couvre ainsi l'ensemble du plan temps-fréquence à paramètres $\underline{p}$ et a fixés.

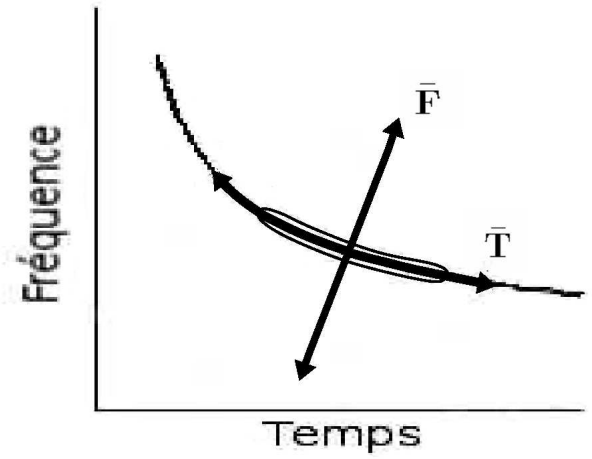

FIG. 2.16 – Schéma illustrant l'évolution produit par les opérateurs *transformés* $\bar{\mathbf{T}}$ et $\bar{\mathbf{F}}$ sur un atome. La courbe schématise le tracé d'un mode.

Les atomes prennent finalement la formulation suivante pour le modèle parfait :

$$\psi(t)^{parf}_{\underline{p},a,\underline{\kappa}} = \widetilde{\mathbf{T}}_{u,\underline{p}}\widetilde{\mathbf{F}}_{f,\underline{p}}\psi(t)^{parf}_{\underline{p},a} = |a|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}_{\underline{p}}(t)}\right|^{1/2} h(a[w^{-1}_{\underline{p}}(t)-u])e^{j2\pi(a+f)[w^{-1}_{\underline{p}}(t)-u]} \tag{2.88}$$

Et ils prennent la formulation suivante pour le modèle de *Pekeris* :

$$\psi(t)^{Pek}_{\underline{p},a,\underline{\kappa}} = \hat{\mathbf{T}}_{u,\underline{p}}\hat{\mathbf{F}}_{f,\underline{p}}\psi(t)^{Pek}_{\underline{p},a} = |a|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}_{\underline{p}}(t)}\right|^{1/2} h(a[w^{-1}_{\underline{p}}(t)-u])e^{j2\pi(a+f)[w^{-1}_{\underline{p}}(t)-u]-q_{\underline{p}}(t)} \tag{2.89}$$

Remarques :

- La profondeur D n'est pas intégrée aux paramètres d'évolution des atomes du modèle *parfait* car elle n'intervient pas dans la loi de dispersion $w(t)$. La profondeur n'intervient que dans l'expression de la fréquence de coupure $\nu_c(m)$ et une évolution de ce paramètre peut se compenser par une évolution de la valeur du mode m. Autrement dit, un décalage de profondeur correspond à un décalage modal ou de manière équivalente un décalage de fréquence *parfaite* $\bar{\mathbf{F}}_f$. Cette possibilité d'évolution étant intégrée, il n'est pas utile d'intégrer la profondeur dans le vecteur $\underline{p}$. Ce n'est en revanche pas le cas pour le modèle de *Pekeris*, puisque D intervient dans la loi $q(t)$, ce paramètre est donc intégré à $\underline{p}$ pour les atomes de *Pekeris*.
- Il est également possible d'intégrer des possibilités d'évolution par les décalages temporel et fréquentiel classiques $\mathbf{T}_u$ et $\mathbf{F}_f$. D'un point de vue pratique, le décalage selon l'axe des temps $\mathbf{T}$ est une option intéressante lorsque l'instant de détection du signal (son instant d'arrivée : $t_a = R/V_1$) comporte une incertitude. Il est également intéressant lorsque le signal source n'est pas impulsionnel et donc légèrement étalé dans le temps, ce qui est, en pratique, une situation courante. Nous ne l'avons pas appliqué pour nos signaux car leurs sources sont suffisamment impulsionnelles.

Domaine d'évolution des paramètres

Le domaine d'évolution des paramètres de l'environnement dépend de leur connaissance *a priori*. On cherche à définir l'étendue du domaine Θ_i dépendant du paramètre i autour de la valeur connue *a priori*. Cette étendue dépend de la connaissance de la valeur du paramètre et du degré d'incertitude de cette connaissance. Les Θ_i doivent être discrétisés pour la mise en place des algorithmes. On choisit un échantillonnage régulier si l'on ne dispose d'aucune connaissance *a priori*. On peut également choisir un échantillonnage plus concentré vers la valeur *a priori* si elle existe.

Dans la pratique, les valeurs de la vitesse et de la densité dans la couche d'eau V_1 et ρ_1 sont généralement connues avec peu d'incertitudes (respectivement autour de 1500 m/s et 1). Les valeurs des vitesses et densités dans la couche du fond V_2 et ρ_2 ne sont pas toujours connues avec précision, mais on en possède généralement une idée (issue de la composition du fond connu si le capteur est placé sur le fond). La hauteur de la couche d'eau est connue avec précision car elle n'est pas soumise à des variations dans le temps. La distance source-capteur est en revanche *a priori* inconnue (c'est précisément celle que l'on cherchera à estimer comme nous le verrons dans le chapitre 3). Cependant il est possible d'en avoir une idée grossière : la durée du signal donne une information très imprécise sur R, l'application de techniques d'estimation de la distance peut également être effectué au préalable (*cf.* chapitre 3).

2.2.7.2 Représentation temps-fréquence de la décomposition

Les mêmes principes que ceux exposés dans la section 1.3.6.4 du chapitre 1 sont utilisés pour représenter la décomposition du signal dans le plan temps-fréquence : celle-ci est constituée de la somme des DWV représentées dans le plan d'origine en utilisant le principe de l'équivalence unitaire. C'est donc une somme de DWV *parfaites* et/ou de DWV de *Pekeris* représentées dans le plan d'origine.

La **RTF *modale adaptative*** s'exprime donc par :

$$\mathcal{M}^{mp}(t,\nu) = \sum_i |C_i|^2 (\mathcal{W}\mathcal{M}_i^{modele}\psi(t)^{modele}_{\underline{p_i},a_i,\underline{\kappa_i}})(t,\nu) \tag{2.90}$$

où le *modele* est $parfait$ ou de $Pekeris$. Notons qu'il n'est pas possible de représenter la décomposition dans le plan *transformé* $\tau - \mu$ car celui-ci diffère d'un atome à un autre du fait de la non-concordance des vecteurs de paramètres $\underline{p}_i$ et par suite des opérateurs de représentation $\bar{\mathbf{T}}_{\underline{p}_i}$ et $\bar{\mathbf{F}}_{\underline{p}_i}$.

La RTF *modale adaptative* comporte trois inconvénients que nous avons déjà signalé :

1. la nécessité de définir un critère d'arrêt pour l'algorithme de Matching Pursuit (valeur du reste dans notre cas),
2. le coût de calcul qui est ici multiplié du fait du grand nombre de paramètres de variation ; cet inconvénient n'est pas trop pénalisant pour nos signaux qui sont représentés sur un faible nombre d'échantillons,
3. l'aspect discret de la décomposition qui peut poser problème quant à l'appartenance des atomes à un mode donné dans une problématique de filtrage modal.

Notons qu'une adaptation de Matching Pursuit pour le modèle *parfait* a déjà été proposé en optique [MC97]. Cependant, elle n'utilise pas le concept d'équivalence unitaire, ne propose pas de RTF de la décomposition et se base uniquement sur le modèle *parfait*.

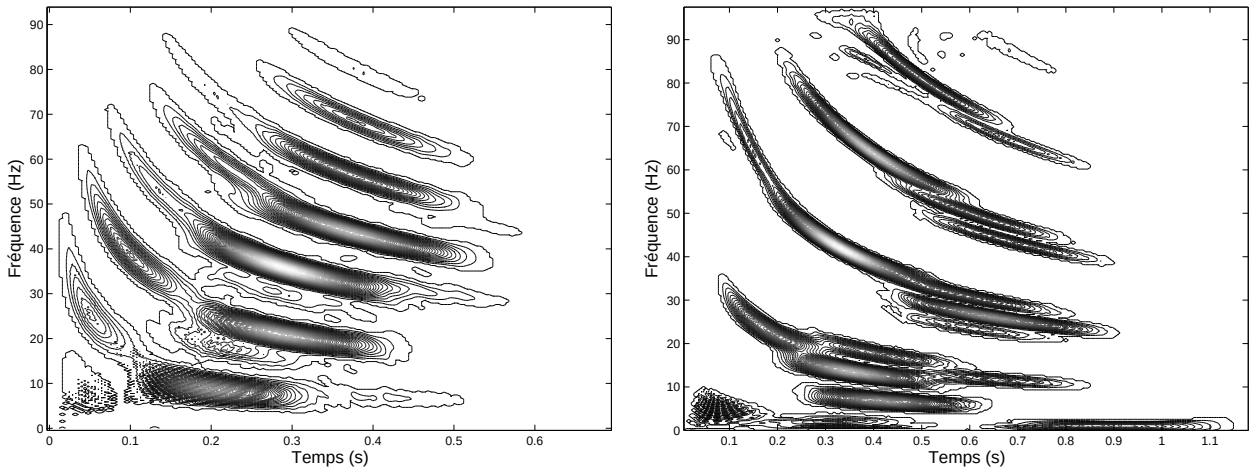

FIG. 2.17 – RTF *modale adaptative* pour le données Mer du Nord (gauche) et Méditerranée (droite).

2.2.7.3 Applications sur les données réelles.

Domaines d'évolution des paramètres.

Compte tenu de la connaissance que nous avons des paramètres, les choix d'évolution des paramètres sont les suivants pour les données Méditerranée :

- $v_1 \in [1450, 1550]\ m/s$ avec un pas de $10\ m/s$,
- $v_2 \in [1600, 1850]\ m/s$ avec un pas de $10\ m/s$,
- $\Delta_\rho \in [0.35, 0.55]$ avec un pas de 0.05,
- $d \in [90, 110]\ m$ avec un pas de $10\ m$,

– $r \in [5000, 30000]$ m avec un pas de 100 m.

Résultats

La figure 2.17 représente les RTF *modales adaptatives* sur les données réelles. On constate une bonne séparation des modes, particulièrement dans le cas des données Mer du Nord. Ces RTF sont à mettre en rapport avec celles obtenues par utilisation des fonctions chirplets (*cf.* figure 1.22 du chapitre 1). Le tableau 2.1 présente les caractéristiques des atomes de décomposition dans le cas des données Méditerranée. On remarque que les vecteurs de paramètres $\underline{p_i}$ sont très différents des paramètres réels en dépit du résultat final qui présente des modes bien séparés. Les vecteurs de paramètres évoluent sur l'ensemble des domaines d'évolution que nous avons préalablement défini : par exemple r évolue de $r = 6200$ m à la 17ème itération à $r = 24100$ m à la 13ème pour une valeur réelle $R = 5000$ m. Les paramètres sont en fait liés dans les relations de dispersion de telle manière que les effets de compensation (telle action sur un paramètre peut être partiellement compensée par telle autre sur un autre paramètre) rendent la décomposition peu sensible à leurs valeurs exactes des paramètres. On retrouvera cette problématique lorsque sera abordé le filtrage modal. On obtient le même type de résultats sur les données Mer du Nord.

2.3 Mise en place de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$

2.3.1 Échantillonnage minimal et domaines de fréquence

La mise en place des représentations adaptées (fréquentielle et temps-fréquence) soulève la question de l'échantillonnage du signal unitairement équivalent par action des opérateurs $\mathbf{W}$ et $\mathbf{O}$. Pour éviter le repliement spectral, la fréquence minimale d'échantillonnage dans les domaines *transformés* doit respecter le théorème de Shannon [Sha48]. Cela se traduit par le respect de la condition : $\mu_e > \mu_{max}/2$ avec μ_{max} la fréquence maximale du signal unitairement équivalent et μ_e la fréquence d'échantillonnage dans le domaine *transformé*.

Soit un signal initial $x(t)$ dont les domaines de définitions temporel et fréquentiel sont $\mathcal{D}_t = [t_{min}, t_{max}]$ dans $\mathbf{T}$ et $\mathcal{D}_\nu = [\nu_{min}, \nu_{max}] = [0, \nu_e]$ dans $\mathbf{F}$. On a $t_{min} > R/V_1$ (on prend généralement $t_{min} = [R/V_1]^+$).
La fonction $w^{-1}(t)$ est monotone croissante. Le signal *transformé parfait* $(\mathbf{W}_w x)(t)$ est donc borné dans le domaine temporel et possède le domaine de définition :

$$\mathcal{D}_t^{parf} = [t_{min}^{parf}, t_{max}^{parf}] = [w^{-1}(t_{min}), w^{-1}(t_{max})] =]0, (t_{max}^2 - (R/V_1)^2)^{1/2}] \tag{2.91}$$

L'opérateur $\mathbf{O}_{w,q}$ est composé d'un opérateur de modulation $\mathbf{M}_q$ et d'un opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$. Seul ce dernier influe par réallocation sur le domaine de définition temporel *transformé*. On retrouve ainsi pour le modèle de *Pekeris* le résultat du modèle *parfait*. Le signal guidé de *Pekeris* $(\mathbf{O}_{w,q} x)(t)$ est borné dans le domaine temporel par :

$$\mathcal{D}_t^{Pek} = [t_{min}^{Pek}, t_{max}^{Pek}] = [w^{-1}(t_{min}), w^{-1}(t_{max})] =]0, (t_{max}^2 - (R/V_1)^2)^{1/2}] \tag{2.92}$$

Dans le domaine fréquentiel *transformé* $\widetilde{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}$, les signaux *transformés parfait* et de *Pekeris* sont respectivement contenus dans les domaines de définition $[\mu_{min}^{parf}, \mu_{max}^{parf}]$ et $[\mu_{min}^{Pek}, \mu_{max}^{Pek}]$ représentés par $(\mathfrak{F}^{parf} x)(\mu)$ et $(\mathfrak{F}^{parf} x)(\mu)$. Pour déterminer les limites des ces ensembles de définition, on adopte une

TAB. 2.1 – Caractéristiques des atomes de projection classés par ordre croissant d'itération pour les données Méditerranée. Critère d'arrêt : reste inférieur ou égal à 1/15ème de l'énergie du signal.

itération	type	$\underline{\kappa}$		$\underline{p}$					C_i
		u	f	r	v_1	v_2	Δ_ρ	d	
1	Pek	2.3	20.59	10300	1530	1620	0.45	95	1
2	Pek	3.12	8.76	21900	1490	1730	0.55	100	0.89
3	Pek	2.94	25.81	13200	1460	1690	0.35	100	0.78
4	Pek	2.86	3.29	17200	1510	1600	0.45	95	0.66
5	Pek	3.63	8.9	15500	1550	1800	0.50	110	0.61
6	parf	3.72	1.51	14200	1470	-	-	-	0.57
7	Pek	2.3	3.63	21000	1460	1700	0.55	95	0.50
8	Pek	2.8	20.18	9400	1510	1750	0.50	100	0.48
9	Pek	3.3	10.63	13700	1510	1830	0.50	100	0.45
10	parf	1.6	10.68	15500	1450	-	-	-	0.42
11	Pek	2.76	20.07	8200	1530	1650	0.55	100	0.40
12	parf	3.58	3.95	23500	1500	-	-	-	0.39
13	Pek	4.59	18.97	24100	1520	1590	0.45	95	0.38
14	Pek	4.33	0.38	15800	1540	1800	0.50	110	0.37
15	Pek	3.18	34.42	11600	1490	1680	0.40	105	0.36
16	parf	3.63	4.00	14800	1470	-	-	-	0.31
17	parf	2.37	5.89	6200	1510	-	-	-	0.30
18	Pek	2.53	5.57	7300	1550	1760	0.550	100	0.27

approche physique et *modale*. Comme nous l'avons déjà souligné, la dimension de représentation des TF adaptées est équivalente à la dimension modale. Les modes du signal de départ sont ainsi décalés sur leur fréquence de coupure $\nu_c(m)$ dans la dimension $\widetilde{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}$. Cette fonction est croissante avec m. Les fréquences minimale et maximale du signal *transformé* seront donc respectivement $\mu_{min} = \nu_c(m_{min})$ et $\mu_{max} = \nu_c(m_{max})$ où m_{min} et m_{max} sont les modes théoriques le plus élevé et le plus faible que peut contenir le signal de départ $x(t)$ avec les paramètres de dispersion appliqués à l'opérateur. Il est possible de calculer ces valeurs sans passer par le calcul des $\mathfrak{F}^{modele}x$.

$m^{parf}(t,\nu)$ est exprimé par l'équation 2.55. $m^{parf}(t,\nu_o)$ est croissant $\forall\ \nu_o$, $m^{parf}(t_o,\nu)$ est croissante $\forall\ t_o$. On a donc $\mathcal{D}_m^{parf} = [m^{parf}(t_{min},\nu_{min}), m^{parf}(t_{max},\nu_{max})]$. De la même manière $m^{Pek}(t,\nu)$ est exprimé par l'équation 2.68. $m^{Pek}(t,\nu_o)$ est croissant $\forall\ \nu_o$, $m^{Pek}(t_o,\nu)$ est croissante $\forall\ t_o$. On a donc $\mathcal{D}_m^{Pek} = [m^{Pek}(t_{min},\nu_{min}), m^{Pek}(t_{max},\nu_{max})]$. En reprenant les domaines de définition définis ci-dessus (équation 2.91 et 2.92), on obtient finalement :

$$\begin{cases} m_{min}^{parf} = 1/2 \\ m_{max}^{parf} = \frac{\nu_{max} 2D[t_{max}^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}}{V_1\ t_{max}} + \frac{1}{2} \end{cases} \tag{2.93}$$

$$\begin{cases} m_{min}^{Pek} = 0 \\ m_{max}^{Pek} = \frac{\nu_{max} 2D[t_{max}^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}}{V_1\ t_{max}} + \frac{1}{2} - \frac{\Phi(t_{max})}{\pi} \end{cases} \tag{2.94}$$

Si le signal de départ respecte le théorème de Shannon, sa fréquence maximale est au maximum égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage : $\nu_{max} = \nu_e/2$. Les signaux *transformés parfait* $\mathbf{W}_w x$ et de *Pekeris* $\mathbf{O}_{w,q} x$ doivent donc être échantillonnés à la fréquence d'échantillonnage μ_e respectant la condition :

$$\mu_e^{parf} \geq 2\mu_{max}^{parf} = \frac{(2m_{max}^{parf} - 1)V_1}{2D} = \frac{\nu_e w^{-1}(t_{max})}{t_{max}} \tag{2.95}$$

$$\mu_e^{Pek} \geq 2\mu_{max}^{Pek} = \frac{(2m_{max}^{Pek} - 1)V_1}{2D} = \frac{\nu_e w^{-1}(t_{max})}{t_{max}} - \frac{2V_1\Phi(t_{max})}{2D\pi} \tag{2.96}$$

2.3.2 Mise en place de la discrétisation de l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$

En pratique, l'opérateur de transformation de *Pekeris* s'effectue en deux étapes qui correspondent aux deux opérateurs unitaires de base qui le constituent : $\mathbf{M}_q$ puis $\mathbf{W}_w$. Seul l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ pose un problème d'implémentation pour l'échantillonnage. Pour les deux modèles, les coordonnées du domaine initial $\mathbf{T}$ constituent un maillage non régulier du domaine *transformé* $\bar{\mathbf{T}}$ (qu'il soit *parfait* $\widetilde{\mathbf{T}}$ ou de *Pekeris* $\hat{\mathbf{T}}$) par action de $\mathbf{W}_w$.
Les échantillons du signal d'origine sont placés aux instants n/ν_e avec $n \in 1...N$ et $N = (t_{max} - t_{min})/\nu_e$. Par application de l'opérateur de transformation, ces échantillons sont placées dans $\bar{\mathbf{T}}$ aux instants $\bar{t}_n = w^{-1}(n/\nu_e)$, $n \in 1...N$ (*cf.* figure 2.18). L'écart entre deux $\bar{t}_n$ consécutifs n'est pas régulier. La démarche d'implémentation doit rétablir la régularité ce qui pose le problème de l'interpolation des valeurs des échantillons du nouveau domaine $\bar{\mathbf{T}}$. Nous nous intéressons donc aux moyens d'implémenter dans les domaines discrets l'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ utile à la mise en place des opérateurs de transformation *parfait* et de *Pekeris*.

2.3.2.1 Choix de la fréquence d'échantillonnage des domaines *transformés* $\widetilde{\mathbf{T}}$ et $\hat{\mathbf{T}}$

La fréquence d'échantillonnage minimale théorique des domaines temporels *transformés* $\widetilde{\mathbf{T}}$ et $\hat{\mathbf{T}}$ a été établie dans la section précédente afin d'éviter le repliement spectral. Dans la pratique, la détermination de μ_e s'effectue de la manière suivante :
La dérivée $[w^{-1}]'(t) = t/w^{-1}(t)$ de la fonction de déformation $w^{-1}(t)$ (*cf.* équation 2.9) est strictement décroissante et positive sur t. Autrement dit les écarts $\Delta\bar{t}_n = \bar{t}_n - \bar{t}_{n-1}$ entre les coordonnées *transformées* des échantillons du domaine d'origine $\mathbf{T}$ s'amenuisent lorsque n augmente. L'écart le plus petit est ainsi $\min_n[\Delta\bar{t}_n] = \Delta\bar{t}_N = w^{-1}(N/\nu_e) - w^{-1}([N-1]/\nu_e)$. Intuitivement, on aimerait prendre comme fréquence d'échantillonnage $\mu_e = 1/\Delta\bar{t}_N$ puisqu'elle correspond au maillage image (dans $\bar{\mathbf{T}}$) du maillage de $\mathbf{T}$ le plus dense.
En première approximation, on obtient :

$$\frac{1}{\Delta\bar{t}_N} = \frac{\nu_e}{\left[w^{-1}(\frac{N}{\nu_e}) - w^{-1}(\frac{N-1}{\nu_e})\right]} \simeq \frac{\nu_e}{w^{-1'}(t_{max})} \tag{2.97}$$

Or on a $[w^{-1}]'(t_{max}) = \frac{t_{max}}{w^{-1}(t_{max})}$. L'équation devient :

$$\frac{1}{\Delta\bar{t}_N} \simeq \frac{\nu_e w^{-1}(t_{max})}{t_{max}} \tag{2.98}$$

En choisissant $\mu_e = 1/\Delta\bar{t}_N$, on retrouve la borne inférieure de l'équation 2.95 pour le domaine *transformé parfait* ($\bar{\mathbf{T}}$=$\widetilde{\mathbf{T}}$), c'est la fréquence d'échantillonnage minimale autorisée. On peut remarquer que le choix de cette fréquence reste valide dans le domaine *transformé* de Pekeris $\hat{\mathbf{T}}$, la borne inférieure de μ_e^{Pek} (*cf.* équation 2.96) étant strictement inférieure à celle de μ_e^{parf}.
Cette fréquence correspond à l'échantillonnage critique. Dans la pratique, pour éviter tout risque de repliement spectral, on prend $\mu_e = 2/\Delta\bar{t}_N$.

2.3.2.2 Nombre d'échantillons du signal *transformé*

Le nombre d'échantillons M du signal *transformé* se déduit facilement de l'ensemble de définition $\mathcal{D}_t$ (*cf.* équations 2.91 et 2.92) et de sa fréquence d'échantillonnage μ_e :

$$M = floor\left([w^{-1}(t_{max}) - w^{-1}(t_{min})]\mu_e\right) \tag{2.99}$$

où $floor$ désigne l'entier naturel inférieur le plus proche. Le signal *transformé* échantillonné s'écrit donc $(\mathbf{W}_w x)(m/\mu_e)$, avec $m \in 1...M$.

2.3.2.3 Problématique de l'interpolation

Les échantillons du signal *transformé* ne correspondent pas à ceux du signal de départ du fait de la déformation non-uniforme de l'axe des temps. Pour attribuer une valeur aux M échantillons du signal *transformé*, il est nécessaire d'effectuer une interpolation. La valeur du signal *transformé* $(\mathbf{W}_w x)(m_1/\mu_e)$ à l'échantillon m_1 se déduit par interpolation linéaire des valeurs des deux échantillons n_1 et $n_1 + 1$ les plus proches du signal x de départ qui lui correspondent. On a $n_1 = floor[\frac{w(m_1/\mu_e)}{\nu_e}]$.

Nous devons également prendre en compte les facteurs de conservation d'énergie. On distingue deux facteurs :

1. Le facteur $|w'(t)|^{1/2}$ (*cf.* équation 2.10) qui permet de compenser la déformation axiale d'un point de vue énergétique. En première approximation, on a :

$$\left|w'\left(\frac{m}{\mu_e}\right)\right|^{1/2} \simeq \left|\mu_e\left(w\left[\frac{m}{\mu_e}\right] - w\left[\frac{(m-1)}{\mu_e}\right]\right)\right|^{1/2} \tag{2.100}$$

2. Un facteur dû à l'échantillonnage. Afin de conserver l'énergie, les signaux d'origine x et *transformé* $\mathbf{W}_w x$ doivent avoir la même densité d'échantillons, autrement dit posséder la même fréquence d'échantillonnage. Si ce n'est pas le cas, un facteur permet de compenser la différence entre les fréquences d'échantillonnage afin d'assurer la conservation de l'énergie. Pour une représentation temporelle dont la version quadratique est énergétique, ce facteur est la racine du rapport entre les fréquences d'échantillonnage $|\nu_e/\mu_e|^{1/2}$. On obtient finalement le facteur α de conservation d'énergie par combinaison avec le facteur précédent (*cf.* équation 2.100) :

$$\alpha = \left|\frac{\nu_e}{\mu_e}\right|^{1/2}\left|\mu_e\left(w\left[\frac{m}{\mu_e}\right] - w\left[\frac{(m-1)}{\mu_e}\right]\right)\right|^{1/2} = \left|\nu_e\left(w\left[\frac{m}{\mu_e}\right] - w\left[\frac{(m-1)}{\mu_e}\right]\right)\right|^{1/2} \tag{2.101}$$

Ainsi, la valeur du signal *transformé* à l'échantillon m_1 est l'interpolation des valeurs de x aux échantillons n_1 et n_1+1 pondérées par les facteurs de conservation d'énergie :

$$(\mathbf{W}_w x)(m_1) = \alpha\left(\left[w\left(\frac{m_1}{\mu_e}\right)\nu_e - n_1\right]x(n_1) + \left[n_1 + 1 - w\left(\frac{m_1}{\mu_e}\right)\nu_e\right]x(n_1+1)\right) \tag{2.102}$$

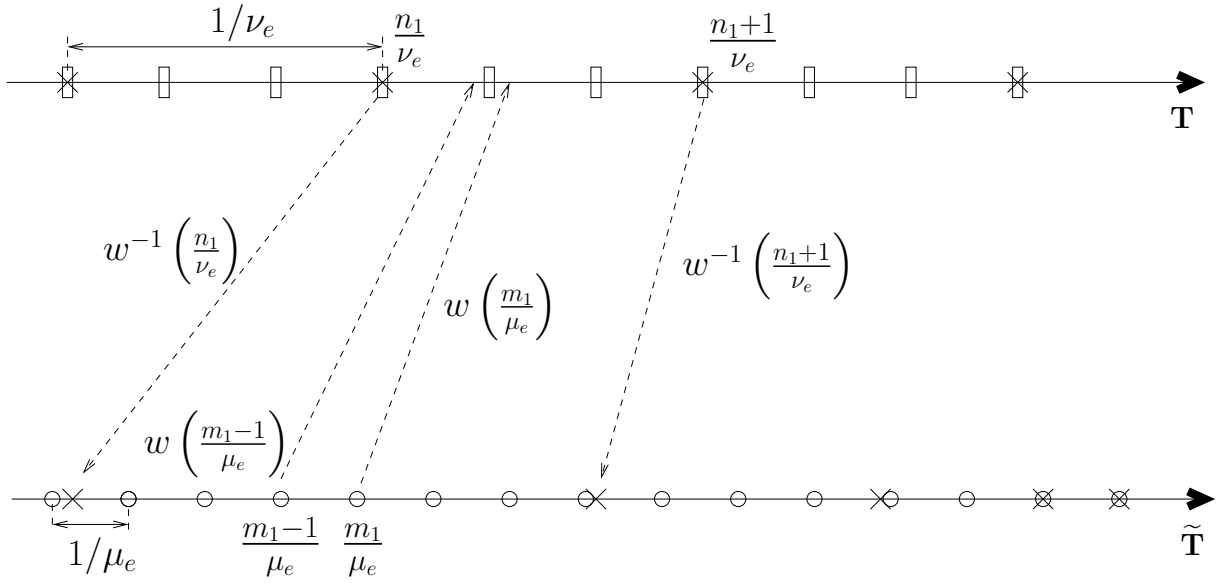

FIG. 2.18 – Schéma d'illustration de l'échantillonnage non-régulier. Les échantillons du signal de départ (domaine $\mathbf{T}$) sont symbolisés par des croix. Les instants correspondant dans le domaine *transformé* $\bar{\mathbf{T}}$) sont symbolisés par des croix. Les échantillons du domaine *transformé* après échantillonnage (fréquence μ_e) sont symbolisés par des ronds. Le sur-échantillonnage du domaine d'origine (d'un facteur 3) engendre les échantillons symbolisés par des rectangles.

L'interpolation linéaire introduit des phénomènes de paliers qui entraînent la présence de fréquences parasites. L'opérateur de déformation $\mathbf{W}_w$ et le choix de la fréquence d'échantillonnage μ_e de l'axe

déformé sont tels que plus on se rapproche de l'origine de l'axe déformé (borne inférieure de $\mathcal{D}_t$), plus on va trouver d'échantillons de $\bar{\mathbf{T}}$ dont la valeur est déduite des mêmes échantillons n_1 et n_1+1 du domaine d'origine $\mathbf{T}$), créant ainsi des phénomènes de paliers. Sur le schéma de la figure 2.18 par exemple, toutes les valeurs des échantillons de m_1-3 à m_1+3 sont ainsi déduites des échantillons n_1 et n_1+1. Pour éviter ce phénomène, un sur-échantillonnage du signal x de départ est effectué de manière à augmenter la densité du maillage. Ce sur-échantillonnage s'effectue à l'aide d'un filtre d'interpolation qui minimise l'erreur quadratique entre le signal interpolé et le signal idéal proposé par Matlab dans le fichier *interp.m*. Une autre manière d'effectuer cette opération aurait pu être l'utilisation de "zéro padding" dans le domaine fréquentiel avant un retour dans le domaine temporel. Le facteur d'interpolation doit idéalement être tel que l'on ait toujours des couples n_1, n_1+1 différents pour déduire les valeurs de $m = 1...M$. Dans la pratique, on choisit un facteur d'interpolation supérieur à 10. Sur le schéma figure 2.18, l'emplacement des échantillons sur-échantillonnés sont symbolisés par des rectangles (le facteur d'interpolation étant ici de 3).

2.3.2.4 Déformation inverse

L'opération de déformation inverse $\mathbf{W}_w^{-1}$ est effectuée dans le domaine temporel *transformé* lors du filtrage modal (*cf.* section 2.4) et dans le plan temps-fréquence lors de la construction des RTF adaptées (TFCT *modales transformées* $\mathcal{TM}$ et Classes de Cohen *modales transformées* $\mathcal{CM}$).

Déformation temporelle inverse

Pour la déformation temporelle inverse, on effectue une interpolation linéaire. Les valeurs du signal $\hat{x}(n) = (\mathbf{W}_w^{-1}y)(m)$ (où $y = (\mathbf{W}_w x)(t)$ est exprimé dans $\bar{\mathbf{T}}$) pour l'échantillon n se déduisent par interpolation linéaire des valeurs de y aux échantillons $m_1 = floor(w^{-1}(n/\nu_e)\mu_e)$ et m_1+1 :

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) = &\left|\mu_e\left(w^{-1}\left[\tfrac{n}{\nu_e}\right] - w^{-1}\left[\tfrac{(n-1)}{\nu_e}\right]\right)\right|^{1/2} \\ &\left(\left[w^{-1}\left(\tfrac{n}{\nu_e}\right)\mu_e - m_1\right]y(m_1) + \left[m_1+1-w^{-1}\left(\tfrac{n}{\nu_e}\right)\mu_e\right]y(m_1+1)\right)\end{aligned} \tag{2.103}$$

L'interpolation n'est pas problématique car le maillage du domaine *transformé* $\bar{\mathbf{T}}$ est plus dense que le maillage de $\mathbf{T}$ quel que soit l'emplacement sur l'axe des temps. Autrement dit, on a $w^{-1}(n/\nu_e) - w^{-1}(n-1/\nu_e) > 1/\mu_e$ du fait du choix de μ_e.

Déformation inverse temps-fréquence

Pour la déformation inverse dans le domaine fréquentiel, on se base sur l'équation 2.45 qui exprime la correspondance entre les espaces $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ et $\bar{\mathbf{T}}-\bar{\mathbf{F}}$. Cette équation est rappelée ici :

$$(\mathcal{TM}^{parf}x)(t,\nu) = (\mathbf{W}_w^{-1}\mathcal{T}\mathbf{W}_w x)(t,\nu) = (\mathcal{T}\mathbf{W}_w x)\left(w^{-1}(t), \nu\frac{w^{-1}(t)}{t}\right) \tag{2.104}$$

En terme de conservation d'énergie, il n'y a pas de facteur dû à l'opérateur (l'équation 2.45 ne contient pas un tel facteur). C'est en fait la déformation fréquentielle qui compense la déformation temporelle (un axe temporel dilaté entraîne un axe fréquentiel compacté et réciproquement). On trouve en revanche le facteur dû à l'échantillonnage qui provient de la différence entre les fréquences d'échantillonnage. Les RTF sont représentées par un pas temporel de $1/\nu_e$ dans $\mathbf{T}$ et $1/\mu_e$ dans $\bar{\mathbf{T}}$. Le pas fréquentiel est de

$\nu_e/N = 1/(t_{max} - t_{min})$ dans $\mathbf{F}$ et $\mu_e/M \simeq 1/[w^{-1}(t_{max}) - w^{-1}(t_{min})]$ dans $\bar{\mathbf{F}}$, ces termes ne dépendent pas de la fréquence d'échantillonnage et n'entraînent donc pas de modification de l'énergie. Seuls les écarts entre les pas temporels impliquent une correction. Dans le cas des TFCT *modales transformées*, les représentations ne sont pas énergétiques mais leur version quadratique est énergétique (*cf.* section 2.2.5), le facteur de compensation temporelle pour passer de $\bar{\mathbf{T}}$ à $\mathbf{T}$ est donc, comme dans le cas temporel $\alpha = |\nu_e/\mu_e|^{-1/2}$. Dans le cas de la classe de Cohen, les représentations *modales transformées* sont généralement énergétiques (*cf.* section 2.2.6), le facteur de conservation de l'énergie est donc $\alpha = |\nu_e/\mu_e|$.

L'interpolation de la représentation $\mathcal{RTF}(m,p)$ représentée dans le domaine temps-fréquence $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$ s'effectue en deux étapes. Dans la première, on effectue une interpolation temporelle. Celle-ci suit les mêmes principes que dans le cas de la déformation inverse temporelle détaillée ci-dessus et donne lieu à la RTF intermédiaire $\mathcal{RTF}_i(n,p)$:

$$(\mathcal{RTF}_i)(n,p) = \alpha \left(\left[w^{-1}\left(\frac{n}{\nu_e}\right)\mu_e - m_1 \right] (\mathcal{RTF})(m_1,p) + \left[m_1 + 1 - w^{-1}\left(\frac{n}{\nu_e}\right)\mu_e \right] (\mathcal{RTF})(m_1+1,p) \right) \tag{2.105}$$

La seconde étape concerne l'axe des fréquences. L'interpolation s'effectue entre les échantillons $p_1 = floor(Mq\nu_e^2 w^{-1}(n/\nu_e)/[Nn\mu_e])$ et $p_1 + 1$. On obtient finalement la RTF *modale transformée* dans le domaine $\mathbf{T} - \mathbf{F}$:

$$\begin{aligned}(\mathcal{RTF})(n,q) = &\left(\frac{Mq\nu_e^2 w^{-1}\left(\frac{n}{\nu_e}\right)}{Nn\mu_e} - p_1 \right) (\mathcal{RTF}_i)(n,p_1) \\ &+ \left(p_1 + 1 - \frac{Mq\nu_e^2 w^{-1}\left(\frac{n}{\nu_e}\right)}{Nn\mu_e} \right) (\mathcal{RTF}_i)(n,p_1+1)\end{aligned} \tag{2.106}$$

La technique que nous avons proposée est simple en mise en place et en temps de calcul. Nous avons contourné partiellement le problème de l'interpolation linéaire par un sur-échantillonnage d'interpolation du signal d'origine. De nombreuses méthodes d'interpolation sont disponibles dans la littérature [TH02]. Ainsi, d'autres techniques de résolution du problème de non-uniformité de l'échantillonnage ont déjà été proposées. Jarrot *et al.* [JIQ06] ont construit un algorithme permettant de retrouver asymptotiquement le signal de $x(n)$ à partir de $x(m)$ par déformation inverse en choisissant judicieusement la fonction d'interpolation. Elle permet d'éviter le recours à l'interpolation linéaire. Cette solution serait intéressante à envisager en perspective pour accroître l'efficacité du filtrage modal en excluant la perte d'information consécutive à l'interpolation linéaire que nous effectuons.

2.4 Filtrage modal

Nous nous sommes attachés à construire dans la section 2.2 des représentations adaptées aux ondes guidées. Ces représentations sont des outils qui permettent une meilleure caractérisation des modes. Nous avons défini dans la section 1.3.1 les caractéristiques qui nous intéressent dans l'optique d'une localisation de source. Ces caractéristiques sont :

- la phase des modes,
- l'énergie des modes,
- la localisation précise des modes dans le plan temps-fréquence.

Pour les obtenir, nous allons séparer les modes par filtrage modal. Nous distinguerons deux types de filtrage modal :

– le filtrage des modes permettant d'accéder à leur énergie,
– le filtrage permettant de retrouver la forme d'onde (l'allure temporelle) du mode donnant accès à sa phase et à son énergie.

Le second objectif est plus ambitieux puisqu'il englobe le premier. En revanche, il n'est pas possible de le réaliser à partir de tous les outils que nous possédons. Il est nécessaire que la condition d'inversibilité soit satisfaite afin de retourner dans un domaine de représentation temporelle (ou fréquentielle).

Les outils avec lesquels nous allons effectuer un filtrage modal sont choisis parmi les outils adaptés que nous avons présentés en section 2.2 : les **Transformées de Fourier *parfaite*** et **de *Pekeris***, les **TFCT *parfaite*** et **de *Pekeris***, les **TFCT *modales parfaite*** et **de *Pekeris***, la **RTF *modale* adaptative**. Tous ces outils sont potentiellement performants en terme de séparabilité des modes et ils sont inversibles. Ils constituent tous des **représentations qui sont des outils d'interprétation pour la reconnaissance des modes et ainsi le calibrage des filtres qui leur sont associés**.
Les TF et TFCT adaptées possèdent une version quadratique énergétique, la RTF *modale* adaptative est énergétique. Selon les outils utilisés, les procédures de filtrage changent. Pour les TF *transformées*, nous appliquons un filtre linéaire temporellement variant en calibrant le filtre dans le domaine fréquentiel *transformé* $\bar{\mathbf{F}}$. Pour les représentations issues de la TFCT, nous appliquons un filtre linéaire temporellement variant en calibrant le filtre dans le plan temps-fréquence *transformé* $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$ pour les TFCT *transformées* et temps-fréquence naturel $\mathbf{T} - \mathbf{F}$ pour les TFCT *modales transformées*. Pour la RTF *modale* adaptative, nous utilisons un filtrage temps-fréquence non-linéaire par sélection des atomes appartenant au mode filtré.

2.4.1 Filtrages linéaires à partir TF et TFCT adaptées

Les TF et TFCT adaptées que nous avons développées permettent d'effectuer un **filtrage linéaire temporellement variant** noté $\mathcal{H}$. L'application de l'opérateur de filtrage sur un signal $x(t)$ est formulée par :

$$(\mathcal{H}x)(t) = \int_u h(t,u)x(u)du \tag{2.107}$$

où $h(t,u)$ est la fonction de transfert du filtre, exprimée dans le domaine temporel $\mathbf{T}$.

2.4.1.1 Filtrage linéaire à partir des TF *parfaite* et de *Pekeris*

Les TF *parfaite* et de *Pekeris* appliquées sur les signaux réels sont présentées figure 2.3 et 2.4. Comme nous l'avons vu, les modes sont séparés dans le domaine des fréquences *transformées* $\bar{\mathbf{F}}$ pour les deux modèles. C'est donc dans ce domaine qu'ils seront filtrés à l'aide d'un filtre fréquentiel passe-bande temporellement invariant, simple en terme de paramétrisation et d'implémentation. La fonction de transfert de ce filtre dans le domaine fréquentiel transformé est $H^{TF}(\mu)$. Sa fréquence centrale et sa largeur de bande sont fixées par la position des modes sur la TF adaptée.

Bande passante

Pour filtrer un mode m_i d'un signal $x(t)$, il faut déterminer la bande passante B^μ du filtre de fonction de transfert $H^{TF}(\mu)$. Le choix de la bande passante dépend de la configuration : précision de la connaissance des paramètres de l'opérateur de transformation, niveau de bruit. Il existe en général

des incertitudes importantes sur les paramètres de la modélisation (qui paramètrent l'opérateur de transformation). La modélisation est plus ou moins fidèle à l'environnement réel, les modes ne sont donc pas parfaitement localisés en fréquences *transformées* comme nous l'avons constaté (*cf.* figure 2.4). Des phénomènes de compensations entre les paramètres et d'autres phénomènes liés au fait que les courbes modales théoriques sont homogènes à leur version affectée d'une erreur considérable sur un paramètre (D par exemple pour le modèle *parfait*) font que le décalage entre un mode réel et sa fréquence de coupure dans $\bar{\mathbf{F}}$ n'implique pas nécessairement une mauvaise séparation des modes. A partir de la représentation de $(\mathfrak{F}^{modele}x)(\mu)$, les modes peuvent être distingués et numérotés indépendamment des considérations sur leur emplacement, leur maximum sont clairement identifiables. On note $\mathcal{D}_\mu^m$ de domaine de l'emplacement du mode m et $maxi(m) = \max|\mathfrak{F}^{modele}x|(\mu)\ ;\ \mu \in \mathcal{D}_\mu^m$ le maximum de la TF *transformée* au niveau d'un mode m. Si le niveau de bruit est faible, la bande passante du filtre est déterminée par les fréquences de coupure minimale et maximale suivantes :

$$\mu_{min}^{B^\mu}(m_i) = \arg\min_\mu |\mathfrak{F}^{modele}x|(\mu) \ \ ;\ \ \mu \in [maxi(m_{i-1}); maxi(m_i)] \tag{2.108}$$

$$\mu_{max}^{B^\mu}(m_i) = \arg\min_\mu |\mathfrak{F}^{modele}x|(\mu) \ \ ;\ \ \mu \in [maxi(m_i); maxi(m_{i+1})] \tag{2.109}$$

A l'inverse, si le niveau de bruit est important, il est préférable de concentrer le filtrage autour du pic de manière à filtrer le plus de bruit possible et ainsi améliorer le rapport signal à bruit (RSB) du signal filtré. Le choix des fréquences de coupure peut alors se faire en choisissant les fréquences à gauche et à droite du maximum qui correspondent à une proportion de ce dernier (Bande passante à -3dB si cette proportion est de $1/\sqrt{2}$ sur les modules). Si le niveau du bruit est de niveau intermédiaire, un compromis entre ces deux méthodes de calibrage est effectué.

Choix du filtre

Le filtre ainsi défini a pour fonction de transfert fréquentielle $H^{TF}(\mu)$ et réponse impulsionnelle $h(t) = (\mathfrak{F}^{-1}H^{TF})(\mu)$, il est **temporellement invariant** dans le domaine *transformé*. Dans le domaine *transformé*, l'application du filtre $\mathcal{H}^{TF}$ donne lieu aux définitions duales suivantes. Dans le domaine temporel *transformé* $\bar{\mathbf{T}}$, on a :

$$y_m(t) = (\mathcal{H}_t^{TF}y)(t) = (h * y)(t) = \int h(t-u)y(u)du = \int (\mathfrak{F}^{-1}H_{TF})(t-u)y(u)du \tag{2.110}$$

et dans le domaine fréquentiel *transformé* $\bar{\mathbf{F}}$, on a :

$$Y_m(\mu) = (\mathcal{H}_\mu^{TF}Y)(\mu) = \int H(\mu)Y(\mu) \tag{2.111}$$

La relation qui lie les deux opérateurs de filtrage est :

$$\mathcal{H}_t^{TF} = \mathfrak{F}^{-1}\mathcal{H}_\mu^{TF}\mathfrak{F} \tag{2.112}$$

De nombreuses méthodes de filtrage existent dans la littérature. Le filtre idéal ($H^{TF}(\mu) = 1 \ \ \forall\mu \in B^\mu \ \ H^{TF}(\mu) = 0 \ \ ailleurs$) pose des problèmes d'implémentation : il n'est pas causal. On choisira donc un filtre de Butterworth ou de Tchebychev.

Dans le domaine temporel d'origine **T**, le mode filtré $x_m(t)$ s'exprime par :

$$x_m(t) = (\mathcal{H}^{modeleTF}x)(t) = (\mathfrak{F}^{modele^{-1}}\mathcal{H}_\mu^{TF}\mathfrak{F}^{modele}x)(t) = (\mathbf{U}^{-1}\mathfrak{F}^{-1}\mathcal{H}_\mu^{TF}\mathfrak{F}\mathbf{U}x)(t) = (\mathbf{U}^{-1}\mathcal{H}_t^{TF}\mathbf{U}x)(t) \tag{2.113}$$

où $\mathbf{U} = \mathbf{W}_w$ si le *modele* est *parfait* et $\mathbf{U} = \mathbf{O}_{w,q}$ si le *modele* est de *Pekeris*. Les opérateurs de filtrage $\mathcal{H}^{modeleTF}$ et $\mathcal{H}_t^{TF}$ sont donc **unitairement équivalents**. L'opérateur de filtrage *parfait* est **temporellement variant** et s'écrit d'après l'équation 2.110 :

$$\begin{aligned}(\mathcal{H}^{parfTF}x)(t) &= (\mathbf{W}_w^{-1}\mathcal{H}_t^{TF}\mathbf{W}_w x)(t) = \int \left|\frac{u}{w(u)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-u)x(w(u))du \\ &= \int \left|\frac{v}{w^{-1}(v)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-w^{-1}(v))x(v)dv\end{aligned} \tag{2.114}$$

en posant $v = w(u)$. Ce qui permet de formuler la réponse impulsionnelle du **filtre TF *parfait*** $\mathcal{H}^{parfTF}$ d'après l'équation 2.107 :

$$h^{parf}(t,u) = \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-w^{-1}(u)) \tag{2.115}$$

L'opérateur de filtrage de *Pekeris* est **temporellement variant** et s'écrit d'après l'équation 2.110 :

$$\begin{aligned}&(\mathcal{H}^{PekTF}x)(t) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathcal{H}_t^{TF}\mathbf{O}_{w,q}x)(t) \\ &= \int \frac{u}{w(u)}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-u)\exp(-j2\pi q(t))x(w(u))\exp(j2\pi q(w(u)))du \\ &= \int \left|\frac{v}{w^{-1}(v)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-w^{-1}(v))\exp(j2\pi[q(v)-q(t)])x(v)dv\end{aligned} \tag{2.116}$$

Ce qui permet de formuler la réponse impulsionnelle du **filtre TF de *Pekeris*** $\mathcal{H}^{PekTF}$ d'après l'équation 2.107 :

$$h^{Pek}(t,u) = \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h(w^{-1}(t)-w^{-1}(u))\exp(j2\pi[q(u)-q(t)]) \tag{2.117}$$

Application des filtres TF *parfait* et TF de *Pekeris*

Dans la pratique les filtres $\mathcal{H}^{modeleTF}$ sont appliqués dans le domaine *transformé* avant un retour dans le domaine naturel à l'aide des opérateurs de transformation inverse ($\mathbf{W}_w$ ou $\mathbf{O}_{w,q}$). Pour un signal $x(t)$, les étapes sont les suivantes :

1. Calcul de $(\mathfrak{F}^{parf}x)(\mu)$ ou $(\mathfrak{F}^{Pek}x)(\mu)$.
2. Calibrage de la fonction de transfert $H^{TF}(\mu)$ (bande passante, fréquence centrale) dans le domaine $\widetilde{\mathbf{F}}$ ou $\hat{\mathbf{F}}$.
3. Application du filtre dans le domaine *transformé* : $Y_m(\mu) = (\mathcal{H}_\mu^{TF}Y)(\mu) = \int H^{TF}(\mu)Y(\mu)$.
4. Retour dans le domaine temporel naturel : $x_m(t) = \mathfrak{F}^{parf\,-1}Y_m(\mu)$.

Le mode étant finalement exprimé dans son domaine naturel, on a accès à sa phase ou à son énergie.

2.4.1.2 Filtrage linéaire à partir des RTF *transformées*

Principes

L'élaboration de techniques de filtrage à partir de représentations temps-fréquence a été l'objet de nombreuses études. Deux logiques de filtrage se distinguent.

Un premier domaine s'intéresse au filtrage temps-fréquence dans un but d'estimation du signal et de rejet du bruit. Hlawatsch *et al.* [HMKK00] proposent d'étendre le filtrage optimal de Wiener dans le domaine temps-fréquence. Une démarche différente basée sur le spectrogramme et les statistiques d'ordre supérieur propose un filtrage par segmentation du plan temps-fréquence en une partie utile et une partie ne contenant que du bruit [HMC02]. Nous ne nous intéressons pas à ce type de filtrage car celui-ci n'est pas adapté pour séparer les structures utiles entre elles.

Un second domaine s'attache à déterminer le filtre permettant de sélectionner une partie donnée du plan temps-fréquence. On peut donc filtrer des structures lorsqu'il est possible d'établir leurs emplacements dans le plan temps-fréquence. Le processus de filtrage à partir d'une RTF comporte ainsi deux étapes :

1. Déterminer la zone Z temps-fréquence à filtrer dans le plan temps-fréquence. On associe à cette zone Z une fonction $M(t,\nu)$ telle que :

$$M(t,\nu) = \begin{cases} 1, & (t,\nu) \in Z \\ 0, & (t,\nu) \notin Z \end{cases} \tag{2.118}$$

   Cette fonction peut être appelée **masque temps-fréquence**.
2. Effectuer le filtrage pour accéder au signal contenu dans Z.

Plusieurs techniques de filtrage existent :

– Le filtrage non-linéaire qui consiste à utiliser Z comme un masque sur la DWV du signal et à synthétiser le signal à partir de ce masque en passant par la résolution d'un problème de moindres carrés [BBP86, HK92]. Cette méthode de filtrage est non-linéaire, coûteuse en implémentation et s'avère peu efficace [KH92].

– Le filtrage linéaire qui consiste à construire un filtre basé sur le symbole de Weyl [Koz92]. Il est lié à la réponse impulsionnelle du filtre par l'expression :

$$W(t,\nu) = \int h(t-\frac{1}{2}\tau, t+\frac{1}{2}\tau)\exp(-j2\pi\nu\tau)d\tau \tag{2.119}$$

  Pour effectuer le filtrage on considère $W(t,\nu) = M(t,\nu)$. On obtient ainsi la fonction $h(t,u)$ en inversant l'équation 2.119. L'application du filtre se fait suivant l'équation générale 2.107. Hlawatsch *et al.* [HK94] ont proposé une méthode pour exprimer ce filtre comme un opérateur de projection orthogonale. La fonction de transfert issue du symbole de Weyl est exprimée comme la décomposition en fonctions propres de la matrice hermitienne rattachée à l'opérateur de filtrage-projection.

– Le filtrage TFCT utilise la fonction $M(t,\nu)$ comme un masque sur la TFCT avant un retour dans le domaine temporel par TFCT inverse [BAK88, KH92]. Cette application permet de caractériser $h(t,u)$. Ce type de filtrage peut être étendu à toutes les RTF linéaires obtenues par projection atomique sur $\{\mathbf{b}_{t,\nu}\}$ qui répondent à l'équation générale :

$$(\mathcal{RTF}x)(t,\nu) =< x, \mathbf{b}_{t,\nu} > \tag{2.120}$$

Nous l'appelons donc **filtrage atomique**. Le filtrage atomique consiste à appliquer la fonction $M(t,\nu)$ comme un masque sur la RTF. L'opérateur de filtrage exprimé dans le domaine temps-fréquence s'écrit donc :

$$(\mathcal{H}_{t-\nu}\mathcal{RTF}x)(t,\nu) = M(t,\nu)(\mathcal{RTF}x)(t,\nu) \tag{2.121}$$

Pour retourner dans le domaine temporel, on effectue la RTF inverse. L'opérateur de filtrage temps-fréquence atomique (équation 2.107) s'exprime donc par :

$$(\mathcal{H}^{\mathcal{RTF}}x)(t) = (\mathcal{RTF}^{-1}\mathcal{H}_{t-\nu}\mathcal{RTF}x)(t) = \iint (\mathcal{H}_{t-\nu}\mathcal{RTF}x)(t',\nu')\mathbf{b}_{t',\nu'}(t)dt'd\nu' \tag{2.122}$$

La réponse impulsionelle du filtre **temporellement variant** est :

$$h^{\mathcal{RTF}}(t,u) = \iint M(t',\nu')\mathbf{b}_{t',\nu'}(u)\mathbf{b}^*_{t',\nu'}(t)dt'd\nu' \tag{2.123}$$

Il est possible de faire le lien entre filtrage atomique et filtrage de Weyl dans le cas où $\mathbf{b}_{t,\nu}(u) = g(u-t)\exp(-j2\pi\nu u)$ (filtrage TFCT). Le filtrage TFCT est en effet égal au filtrage de Weyl avec le symbole de Weyl s'exprimant par :

$$W(t,\nu) = M(t,\nu) * *(\mathcal{W}g)(t,\nu) \tag{2.124}$$

Cette relation montre l'effet du lissage introduit par l'utilisation de la fenêtre g sur le filtrage. L'inconvénient principal de la méthode de filtrage atomique est lié aux limitations des RTF de projection atomique en terme de résolution temps-fréquence.

Définition de la zone temps-fréquence à filtrer. La première étape du filtrage temps-fréquence consiste à déterminer Z, c'est à dire à déterminer les lieux du plan temps-fréquence qui doivent être gardés et ceux rejetés. La détermination de Z s'effectue à partir d'une RTF. C'est pour cette raison qu'il est indispensable de se baser sur des RTF qui représentent les modes séparés, ou du moins qui permettent d'identifier sans ambiguïté les lieux de présence des modes. Nous utiliserons donc les TFCT adaptées et non les représentations classiques ou les DWV adaptées qui ne remplissent pas ce critère. Pour déterminer Z nous nous basons sur la RTF représentant le module de la TFCT adaptée que nous utilisons comme une image et nous appliquons un algorithme de segmentation d'image pour déterminer Z : l'algorithme de Ligne de Partage des Eaux [VS91]. Nous détaillons cet algorithme et la manière dont nous l'appliquons dans la section suivante.

Méthodes de filtrage temps-fréquence linéaires. Nous partons dans notre cas des TFCT *transformées* et TFCT *modales transformées* construites dans la section 2.2. Nous choisissons le filtrage atomique pour trois raisons :

1. Le choix de $M(t,\nu)$ est déterminé par la RTF choisie. Or, les RTF choisies ne représentent pas nécessairement l'emplacement des termes propres du signal. L'action des opérateurs de déformation d'une part et des atomes de décomposition d'autre part aboutit à une représentation

qui n'est pas fidèle (nous avons vu que sur les TFCT *modales transformées* par exemple, l'information était très peu précise au sein d'un même mode). Or le filtrage de Weyl se base sur une représentation exacte des termes propres. Il aurait été cohérent pour la détermination de $W(t,\nu)$ de se baser sur une RTF représentant fidèlement les termes propres : la DWV ou DWV *modale transformée*. Nous avons vu que ces dernières n'offraient pas de résultats satisfaisants en terme de séparabilité.

2. L'inconvénient que nous avons souligné pour le filtrage TFCT (mauvaise résolution temps-fréquence) est précisement celui que les TFCT adaptées tentent de contourner en présence de signaux guidés en déplaçant l'incertitude au sein d'un mode et en la réduisant "perpendiculairement" aux modes afin de mieux les séparer.
3. La mise en place du filtrage TFCT est simple. Il consiste en un masquage dans le plan temps-fréquence suivi d'une RTF inverse sans passer nécessairement par l'implémentation de la fonction de transfert.

Filtrages atomiques *parfait* et de *Pekeris*

Comme nous l'avons vu, les TFCT *parfaite* $\mathcal{T}^{parf}$ et de *Pekeris* $\mathcal{T}^{Pek}$ consistent à appliquer la TFCT dans les domaines *transformés* $\bar{\mathbf{T}}-\bar{\mathbf{F}}$ (respectivement $\widetilde{\mathbf{T}}-\widetilde{\mathbf{F}}$ pour le modèle *parfait* et $\hat{\mathbf{T}}-\hat{\mathbf{F}}$ pour le modèle de *Pekeris*). Dans ces domaines, les modes sont séparés, nous déterminons Z et la fonction $M(t,\nu)$ puis nous effectuons un filtrage atomique. Lorsque la RTF est une TFCT, on a $\mathbf{b}_{t,\nu}^{TFCT}(u) = g(u-t)\exp(j2\pi\nu u)$ les équations 2.122 et 2.123 deviennent respectivement :

$$(\mathcal{H}^{\mathcal{T}}x)(t) = (\mathcal{T}^{-1}\mathcal{H}_{t-\nu}\mathcal{T}x)(t) = \iint (\mathcal{H}_{t-\nu}\mathcal{T}x)(t',\nu')g(t-t')\exp(j2\pi\nu' t)dt'd\nu' \tag{2.125}$$

et

$$h^{\mathcal{T}}(t,u) = \iint M^{\mathcal{T}}(t',\nu')g(t-t')g^*(u-t')\exp(j2\pi\nu'(t-u))dt'd\nu' \tag{2.126}$$

Le filtrage s'effectue donc sur le signal $y(t) = (\mathbf{U}x)(t)$. On a donc :

$$y_m(t) = (\mathcal{H}^{\mathcal{T}}y)(t) = (\mathcal{H}^{\mathcal{T}}\mathbf{U}x)(t) \tag{2.127}$$

Pour obtenir le mode dans le domaine temporel d'origine $\mathbf{T}$ on effectue une transformation inverse $\mathbf{U}^{-1}$ sur le résultat du filtrage $y_m(t)$. On obtient finalement le filtrage global du signal $x(t)$:

$$(\mathcal{H}^{modele\mathcal{T}}x)(t) = (\mathbf{U}^{-1}\mathcal{H}^{\mathcal{T}}\mathbf{U}x)(t) = \int h^{modele\mathcal{T}}(t,u)x(u)du \tag{2.128}$$

$\mathcal{H}^{modele\mathcal{T}}$ et $\mathcal{H}^{\mathcal{T}}$ sont deux opérateurs de filtrage **unitairement équivalents**. Après calcul, on obtient l'opérateur de **filtrage atomique *parfait*** :

$$\begin{aligned}
&(\mathcal{H}^{parf\mathcal{T}}x)(t) = (\mathbf{W}_w^{-1}\mathcal{H}^{\mathcal{T}}\mathbf{W}_w x)(t)) \\
&= \int \left|\frac{u}{w(u)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(t,u)x(w(u))du \\
&= \int \left|\frac{v}{w^{-1}(v)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t),w^{-1}(v))x(v)dv
\end{aligned} \tag{2.129}$$

On peut donc formuler la réponse impulsionnelle du filtre $\mathcal{H}^{parf\mathcal{T}}$ par :

$$h^{parf\mathcal{T}}(t,u) = \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2}\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t),w^{-1}(u)) \tag{2.130}$$

où $h^{\mathcal{T}}$ suit l'équation 2.126.

De le même manière, on détermine l'opérateur de **filtrage atomique de *Pekeris*** :

$$\begin{aligned}
&(\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}x)(t) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1}\mathcal{H}^{\mathcal{T}}\mathbf{O}_{w,q}x)(t)) \\
&= \int \left|\frac{u}{w(u)}\right|^{1/2} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t),u)\exp(-j2\pi q(t))x(w(u))\exp(j2\pi q(w(u)))du \\
&= \int \left|\frac{v}{w^{-1}(v)}\right|^{1/2} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t),w^{-1}(v))\exp(j2\pi[q(v)-q(t)])x(v)dv
\end{aligned} \tag{2.131}$$

On peut donc formuler la réponse impulsionnelle du filtre $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$:

$$h^{Pek\mathcal{T}}(t,u) = \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2} \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} h^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t),w^{-1}(u))\exp(j2\pi[q(u)-q(t)]) \tag{2.132}$$

où $h^{\mathcal{T}}$ suit l'équation 2.126.

Filtrages atomiques modaux *parfait* et de *Pekeris*

Les caractéristiques (formulations des opérateurs de filtrage et des réponses impulsionnelles associées) des filtrages atomiques modaux *parfait* $\mathcal{H}^{parf\mathcal{TM}}$ et de *Pekeris* $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{TM}}$ sont développés en annexe B.

2.4.2 Filtrage à partir des RTF *modales* adaptatives

Les RTF *modales* adaptatives représentent le résultat de la décomposition du signal à partir d'un dictionnaire d'atomes $\{\psi_i; i \in 1...N\}$. La RTF est un outil d'aide à la décision pour déterminer les atomes $\{\psi_j; j \in 1...M \leq N\}$ qui correspondent au mode filtré. Le mode x_m est la somme de ces atomes choisis parmis les plus adaptés au signal x :

$$x_m(t) = \sum_{j=1}^{M} C_j\psi_j(t) \tag{2.133}$$

Cette opération constitue un filtrage non-linéaire. Le choix des atomes se fait manuellement : l'utilisateur décide de l'appartenance des atomes à un mode en utilisant l'outil de représentation que constitue la RTF. Les atomes peuvent ainsi être classés suivant trois statuts :

1. Il n'y a pas de doute sur l'appartenance à un mode, l'atome est affecté à ce mode m.
2. L'atome n'appartient pas au signal utile (il représente le bruit), l'atome est alors rejeté.
3. Il y a un doute sur l'appartenance à un mode, l'atome est dit "ambigu" et on lui affecte les deux possibilités d'appartenance : m_1 et m_2 s'il y a un doute entre deux modes ou m_1 et espace bruit si le doute porte sur l'appartenance au domaine utile. Ce doute se concrétise par une fourchette d'incertitude lors de la restitution du mode par filtrage.

La raison du choix d'une sélection non automatique tient au fait qu'il est difficile de sélectionner un critère objectif d'appartenance d'un atome donné à un mode. La distance entre les atomes dans le plan temps-fréquence $\mathbf{T}-\mathbf{F}$, qui aurait pu constituer un tel critère, n'est pas pertinente car deux atomes éloignés peuvent appartenir à un même mode s'ils se situent au voisinage de la même courbe de mode. Un autre critère possible, la proximité avec une courbe théorique de mode, suppose la connaissance des

paramètres géoacoustiques et de localisation de la source. Or c'est justement ces paramètres qui sont inconnus ou mal connus et c'est pour cette raison qu'ils sont intégrés à l'algorithme adaptatif (*cf.* section 2.2.7).

2.4.3 Algorithme de segmentation : Ligne de Partage des Eaux

Pour l'application du filtrage à partir des RTF linéaires, la fonction masque $M(t,\nu)$ (*cf.* équation 2.118) doit correspondre à un mode donné. Les RTF issues de la TFCT ont toutes leur version quadratique énergétique, on peut donc interpréter leur module comme des représentations énergétiques du signal. Par ailleurs, elles représentent des modes séparés dont les zones de forte énergie qui sont situées aux abords des crêtes dans le plan temps-fréquence. Ce sont également des représentations issues d'un lissage (par projection atomique), elles présentent donc un nombre de structures limitées qui évoluent lentement dans le plan temps-fréquence. Pour définir le masque Z il est nécessaire de segmenter l'image. L'appartenance d'un point du plan temps-fréquence à un mode se base sur un critère énergétique : le point appartient au mode ayant l'énergie la plus élevée en ce point. Plusieurs pistes ont déjà été explorées pour segmenter une image temps-fréquence.

Parmi ces pistes, se trouve la partition temps-fréquence par **réallocation différentielle** développée par Chassande-Mottin [CM98]. Cette méthode part du spectrogramme réalloué [AF95]. Le spectrogramme résulte du lissage par convolution de la DWV du signal par une base d'atome (constitué par les DWV de la fenêtre décalé en temps et en fréquence, *cf.* équation 1.82). On affecte à chaque point temps-fréquence la valeur de la multiplication de la DWV par l'atome centré en ce point. La réallocation consiste à affecter cette valeur non plus au centre temps-fréquence de l'atome mais au barycentre de la multiplication atome/DWV du signal dans le plan temps-fréquence. C'est donc un critère énergétique (le barycentre représente mieux l'emplacement de l'énergie que le centre géométrique) qui est appliqué et qui permet d'obtenir une représentation plus fidèle en terme de représentation d'énergie. Sur l'ensemble du plan temps-fréquence, l'ensemble des réallocations engendre un champ de vecteurs de réallocation. L'algorithme de réallocation différentielle part des gradients de ce champs pour segmenter le plan en différentes composantes. Le spectrogramme réalloué peut également s'exprimer à partir de la TFCT [AF95]. Une première piste consiste à créer des RTF adaptées réallouées en suivant les mêmes principes et en partant des RTF adaptées qui sont unitairement équivalentes au TFCT. Puis, à partir de cette réallocation, appliquer l'algorithme de partition temps-fréquence par réallocation différentielle. Cette technique a été appliqué avec succès par E. Chassande-Mottin en collaboration avec M. Nardin sur la trace $R = 14000\ m$ des données Méditerranée. Sur cette trace cependant, les modes sont relativement bien séparés, y compris en utilisant le spectrogramme (*cf.* figure 1.13).

Une autre technique de segmentation consiste à considérer la RTF comme une image et à lui appliquer l'algorithme de LPE (Ligne de Partage des Eaux). C'est une technique de segmentation classique dans le domaine du traitement d'image [VS91]. Elle permet d'accéder aux modes s'ils sont suffisamment lisses et continus dans l'image temps-fréquence. L'algorithme de LPE part de l'image de la RTF inversée $L(t,\nu) = -RTF(t,\nu)$ (c'est à dire une image où les modes seraient des *minima* et non des *maxima*). Il cherche les *minima* locaux (appelés *germes* ou *marqueurs*), puis fait "monter les eaux" à partir de ces marqueurs. Lorsque deux "bassins" se rencontrent, une ligne de partage des eaux est établie qui délimite les différentes zones (*labels*) de l'image $L(t,\nu)$. On trouve finalement autant de labels qu'il y a de *minima* locaux dans l'image. L'aspect énergétique des RTF permet d'interpréter les *maxima* de

l'image de départ comme les lieux de haute énergie et donc les centres des structures principales du signal. L'utilisation de la LPE pour segmenter ces structures est ainsi justifiée. De plus, cet algorithme a déjà été appliqué à des représentations temps-échelle pour séparer des ondes sismiques [RMCP05].

Lors de l'application des algorithmes de segmentation, deux limitations peuvent apparaître :

1. Ils impliquent une séparation des modes telle qu'ils ne comportent qu'un unique *maximum*. Malgré le lissage intrinsèque dû à la construction des RTF cette condition est rarement réalisée. C'est particulièrement vrai lorsque le spectre du signal présente des discontinuités ou lorsque les modes sont proches et interfèrent encore : les modes comportent alors des *maxima* locaux. Le non-respect de cette condition implique la présence de plusieurs labels par mode. Cela ne constitue pas un problème si on parvient malgré tout à déterminer à quel mode appartient chaque label. La fonction masque sera alors composée de l'union des labels qui correspondent à un mode donné $M(t,\nu) = \bigcup_i L_i(t,\nu)$. Cependant la multiplication des labels risque de poser un problème en terme de choix de l'appartenance des labels à un mode.
2. L'addition de bruit au signal utile multiplie la présence de *minima* locaux nuisibles qui engendrent des labels dont on ne peut théoriquement déterminer l'appartenance à un mode.

Afin de contourner ces problèmes, on effectue sur l'image temps-fréquence de départ un lissage par filtrage. Cette opération est problématique pour l'algorithme de réallocation différentielle car elle suppose un prétraitement de l'image qui n'autorise plus la réallocation par la suite et donc interdit l'application de cet algorithme. C'est d'ailleurs une limitation majeure de cette technique [CM98] et c'est la raison pour laquelle nous ne l'appliquerons pas. En revanche, cette opération de filtrage est un prétraitement classique lors de l'application de l'algorithme de LPE. Le filtrage a pour but d'éliminer les détails de l'image non significatifs (et particulièrement les *minima* non significatifs). Dans ce but nous nous intéresserons à une classe d'opérateurs possédant une propriété intéressante : lisser l'image tout en préservant ses contours. Cet opérateur est appelé reconstruction géodésique.

La reconstruction géodésique par dilatation d'une image marqueur I dans une image J, notée $Rec_{\oplus}(I;J)$ est la limite de la suite [Vin93] :

$$\begin{cases} S_0 = I \\ S_n = \delta_B(S_{n-1}) \wedge J \end{cases} \tag{2.134}$$

$\delta_B(I)$ représente la dilatation de l'image I par un élément structurant B qui est généralement une boule unitaire. Dans le cas discret, en connexité 8, B est défini par :

$$B(a,b) = \begin{cases} 1 \text{ si } \{a \in [-1;1]; b \in [-1;1]\} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{2.135}$$

La dilatation de I par B est définie par :

$$\delta_B(I)(x,y) = I \oplus B = \sup\{I(x-a, y-b)/B(a,b) = 1\} \tag{2.136}$$

$\delta_B(I) \wedge J$ représente l'enveloppe inférieure entre la dilatation de l'image I et l'image J :

$$\delta_B(I) \wedge J = \inf\{\delta_B(I) \cap J\} \tag{2.137}$$

Concrètement, il s'agit de partir de l'image marqueur, de dilater cette image par B, puis de garder l'intersection entre l'image dilatée et l'image originale en gardant la valeur *minimum* (enveloppe inférieure) des deux images. Cette opération est répétée sur la nouvelle image obtenue, jusqu'à stabilité, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'image obtenue ne change plus.

Dans notre cas, nous appliquons la reconstruction géodésique appelée *h-max* à partir d'une image I tel que $HMAXh(I) = Rec_{\oplus}(I-h;I)$ où h est un scalaire. L'opérateur *h-max* élimine les pics de hauteur inférieure à h, les pics plus hauts étant arasés sur une profondeur h. Une illustration de reconstruction géodésique *h-max* sur un exemple à une dimension est présentée figure 2.19. Cette reconstruction géodésique a pour effet de "combler" les bassins versants non significatifs (ce qui suppose un bon choix de la valeur h) pour ne conserver que les *minima* intéressants.

La figure 2.20 représente le module d'une TFCT *parfaite* prise comme image de départ et cette image après reconstruction géodésique. L'image a été largement lissée même si la réduction du nombre des *minima* peut poser problème pour la sélection de mode de faible intensité (le mode 5 a par exemple disparu). Les *maxima* ont également été arasés ce qui permet de diminuer les *minima* locaux sur l'image inversée pour l'application de la LPE.
La figure 2.21 représente les labels issus de la LPE sans et avec reconstruction géodésique appliquée sur les images de la figure 2.20. L'intérêt du prétraitement apparaît clairement. Sur la figure de gauche (obtenue sans reconstruction géodésique), la disposition des labels pose problème lors de leur affectation.

L'algorithme de segmentation que nous appliquons comporte trois étapes :

1. Un seuillage à un niveau généralement faible qui permet d'éliminer les pics très faibles et les zones de bruit seul si celui-ci est faible.
2. Une reconstruction géodésique *h-max* avec une valeur de h judicieusement choisie (en général par affinage progressif) afin d'éliminer le nombre de marqueurs et de ne garder que les plus significatifs.
3. L'application de la LPE sur l'image après reconstruction géodésique.
4. L'affectation de l'ensemble des labels $L_i(t,\nu)$ qui correspondent au mode que l'on désire sélectionner afin de déterminer $M_m(t,\nu) = \bigcup_i L_i(t,\nu)$ nécessaire à la définition du filtre modal.

2.4.4 Évaluation des performances des différentes techniques de fitrage modal

2.4.4.1 Modalités de l'évaluation des performances

Nous avons présenté trois méthodes de filtrage : filtrage passe-bande sur TF adaptée, filtrage atomique adapté et modal adapté sur RTF adaptée, filtrage non-linéaire à partir de la RTF *modale* adaptative. Nous allons maintenant évaluer l'efficacité de ces filtrages en faisant varier deux paramètres : les paramètres géoacoustiques et de localisation qui entrent en jeu dans le calcul des représentations et le niveau de bruit. On réalise également, lorsque c'est possible, une comparaison de ces filtrages avec le filtrage TFCT classique.

Pour évaluer les performances du fitrage modal, il faut connaître l'expression du mode seul. Pour cela on effectue les évaluations de performances sur des signaux synthétiques que nous avons fabriqués à partir de la théorie modale présentée au chapitre 1. Nous choisisons le modèle de guide de Pekeris car

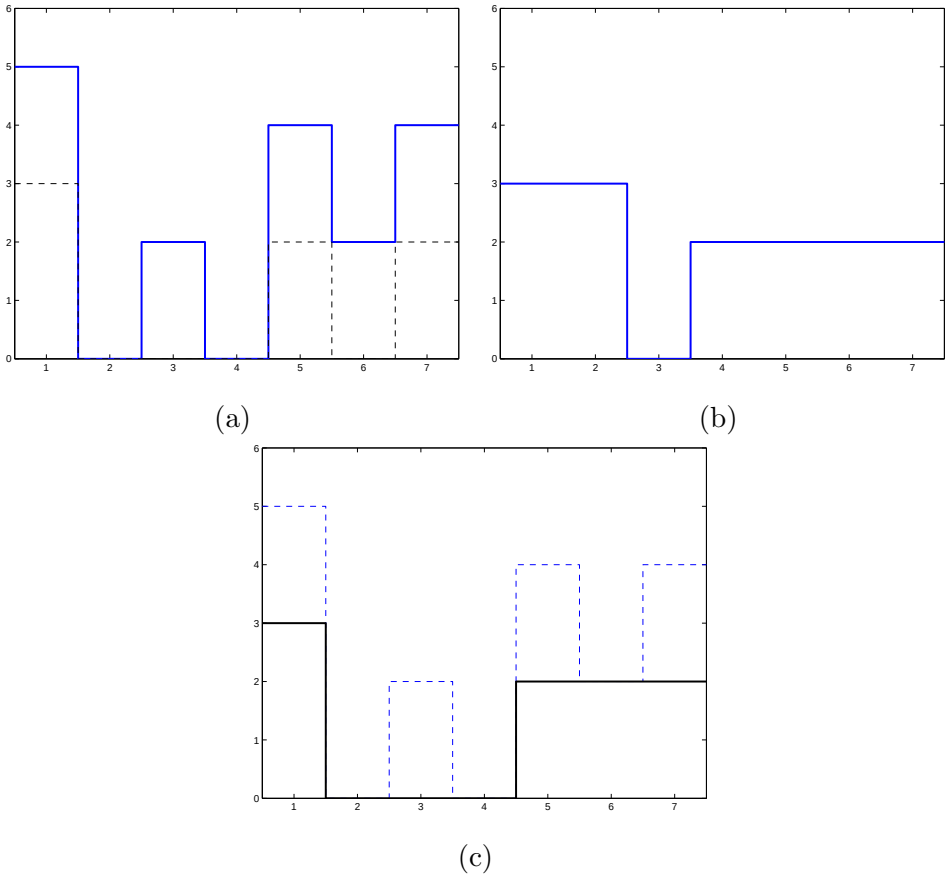

FIG. 2.19 – Exemple de reconstruction géodésique *h-max* $HMAXh = Rec_{\oplus}(I-h;I)$ sur une fonction I à une dimension avec $h=2$. (a) Image de départ I (continu) $I-h$ (pointillé) (b) $\delta_B(I-h)$ (c) Image final $Rec_{\oplus}(I-h;I)$ (continu) image de départ I (pointillé)

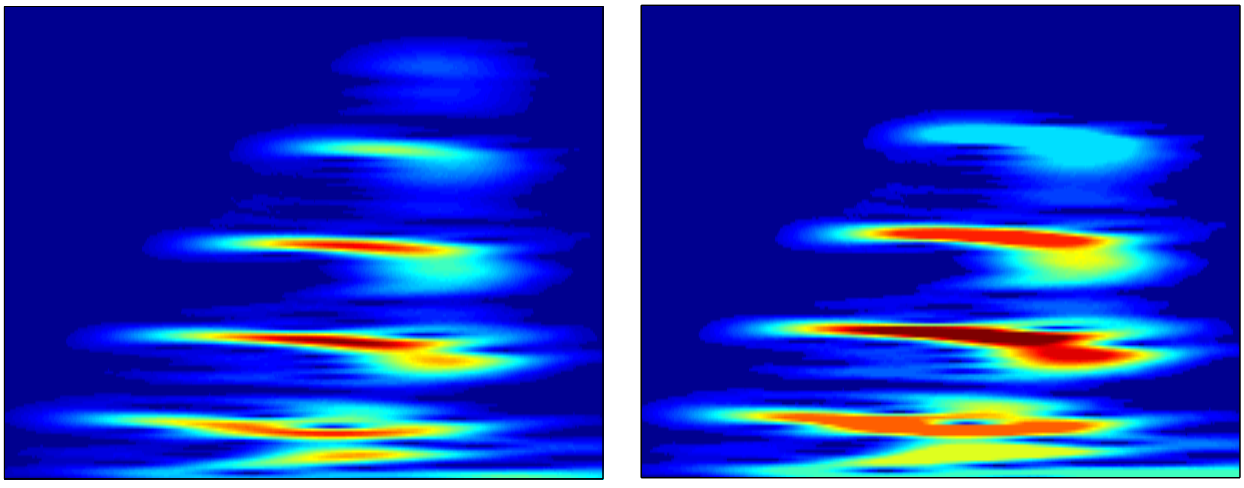

FIG. 2.20 – Image de départ (avec seuillage) et image après reconstruction géodésique.

il constitue le modèle le plus réaliste dans une configuration à deux couches. Nous n'avons pas choisi d'implémenter le modèle *parfait* ou de *Pekeris* approché pour ne pas nous placer dans un cas favorable

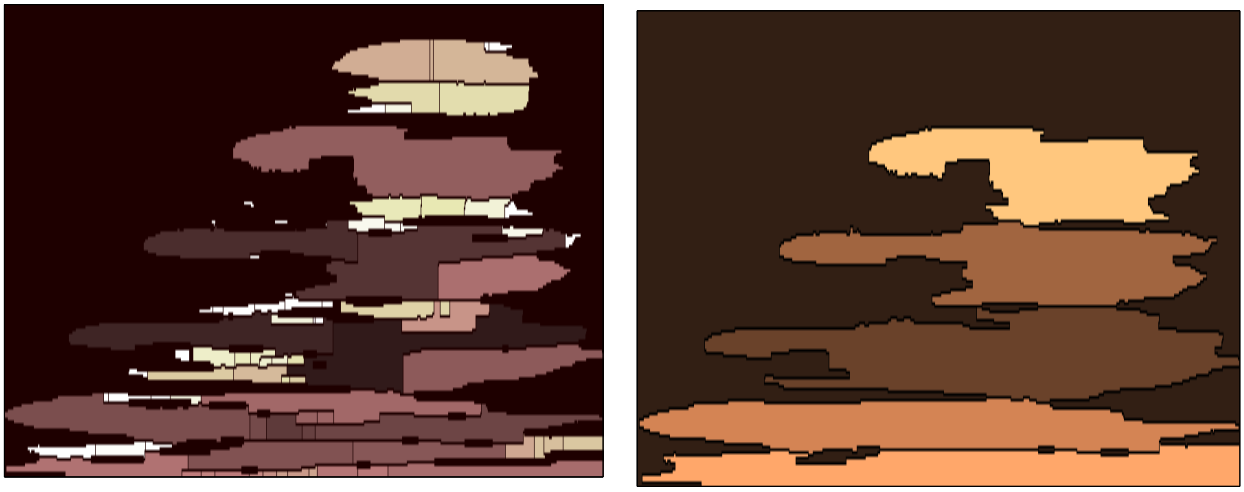

FIG. 2.21 – LPE de la TFCT *parfaite* sur le signal Méditerranée sans reconstruction géodésique (gauche) et avec reconstruction géodésique (droite).

(les outils de représentation et de filtrage étant basés sur ces modèles). La source est parfaitement impulsionnelle. Le signal correspond donc aux équations 1.30 et 1.39. Pour évaluer les performances du filtrage, on mesure l'erreur quadratique moyenne (EQM) en % entre le signal modal théorique x_m et le signal modal filtré $\hat{x}_m$:

$$EQM = \frac{100 \sum_{i=1}^{n} |x_m(i) - \hat{x}_m(i)|^2}{\sum_{i=1}^{n} |x_m(i)|^2} \tag{2.138}$$

Les tests d'évaluation sont réalisés dans la configuration des données Mer du Nord pour différentes distances source-capteur. Les paramètres géoacoustiques sont : $V_1 = 1520\ m/s$, $V_2 = 1875\ m/s$, $D = 130\ m$, $\rho_1 = 1$ et $\rho_2 = 3$. La fréquence d'échantillonnage du signal est $f_e = 250\ Hz$, le mode filtré est le mode 3.

En ce qui concerne les filtrages atomiques, on peut de manière équivalente choisir d'effectuer le filtrage sur les RTF *transformées* ou RTF *modales transformées* puisqu'elles sont strictement équivalentes à un double changement de variable temps-fréquence près. On choisira de l'effectuer sur les RTF *transformées* qui sont plus facilement implémentables.

2.4.4.2 Performances des filtrages avec les paramètres géoacoustiques réels et un bruit nul.

On se place dans le cas idéal : on connaît l'ensemble des paramètres (vitesses, densités, profondeur du guide, distance source-capteur) et le bruit est nul.
La figure 2.22 (gauche) présente les performances de filtrage avec utilisation des filtres TF *parfait* $\mathcal{H}^{parfTF}$, TF de *Pekeris* $\mathcal{H}^{PekTF}$, atomique *parfait* $\mathcal{H}^{parf\mathcal{T}}$ et atomique de *Pekeris* $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$. Au vu des résultats, on formule quatre remarques :

1. Les performances des filtrages de *Pekeris* sont supérieurs à celles des filtrages *parfait*. Cette évolution corrobore les observations visuelles de meilleure séparabilité des modes que nous avions déjà faites sur les représentations appliquées aux signaux réels. Le modèle de *Pekeris* étant plus réaliste, un filtrage intégrant ses lois de dispersion donne de meilleures performances qu'un filtrage

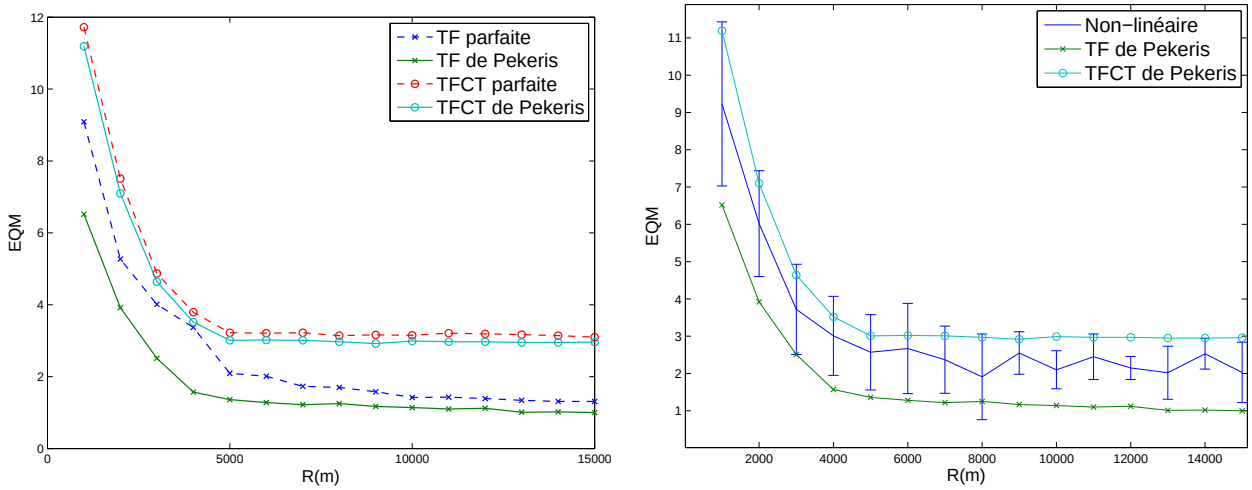

FIG. 2.22 – Performance (EQM) des filtrages TF *parfait*, TF de *Pekeris*, atomique *parfait* et atomique de *Pekeris* en fonction de la distance R (gauche). Performance (EQM) des filtrages TF de *Pekeris* et non-linéaire adaptatif en fonction de la distance R (droite).

basé sur le modèle *parfait*. Par la suite, on ne présentera plus que les performances avec les filtres de *Pekeris*.

2. Les performances des filtrages TF basés sur les représentations fréquentielles sont supérieurs à celles basées sur les RTF. Ce phénomène est dû à l'utilisation d'atomes qui étalent les structures sur les RTF et introduisent l'incertitude temps-fréquence. Cette incertitude a été "canalisée" le long des modes mais demeure présente : les modes se chevauchent légèrement dans le plan temps-fréquence. Notons que cette incertitude dépend de la taille de la fenêtre de base des atomes. Ainsi, si celle-ci est très grande en temps (et donc étroite en fréquence), on retrouve les caractéristiques (et donc les performances de filtrage) de la représentation fréquentielle. Ici, la taille de la fenêtre est égale à celle du signal utile.
3. Les performances de filtrage augmentent avec la distance R et tendent à se stabiliser. Cette évolution peut paraître logique compte tenu du fait que la distance entre les modes dans le plan temps-fréquence augmente avec R : les modes sont ainsi mieux séparés. Cependant, en utilisant l'approche intuitive et modale pour appréhender la représentation : la projection du signal sur les courbes des modes (projection sur tout l'axe des temps pour les TF adaptées et de manière locale pour les RTF adaptées), on constate également que la distance entre la courbe de projection (*parfaite* ou de *Pekeris* approché) et la courbe réelle (en l'occurrence de Pekeris) augmente dans les mêmes proportions avec R. Le premier phénomène est théoriquement compensé par le second, la conculsion étant que les performances ne devraient pas dépendre de R. Les tracés d'énergie des modes ne sont cependant pas exactement des courbes, ils ont une "épaisseur" temps-fréquence propre qui s'explique par le fait qu'ils sont limités dans le temps (en suivant le principe de l'incertitude temps-féquence formulé par l'équation 1.72, il possède une bande passante $\Delta\nu$ qui dépend de la longueur Δt, y compris dans les domaines *transformés* où les modes sont théoriquement proches d'une fréquence pure). Cette "épaisseur" n'évolue pas avec la distance (elle peut même régresser puisque la durée du signal modal augmente), elle implique la localisation du mode sur une bande large de valeurs de mode (similairement de fréquence *transformées*) et une plus faible séparabilité. Pour illustrer ce phénomène, la figure 2.23 présente

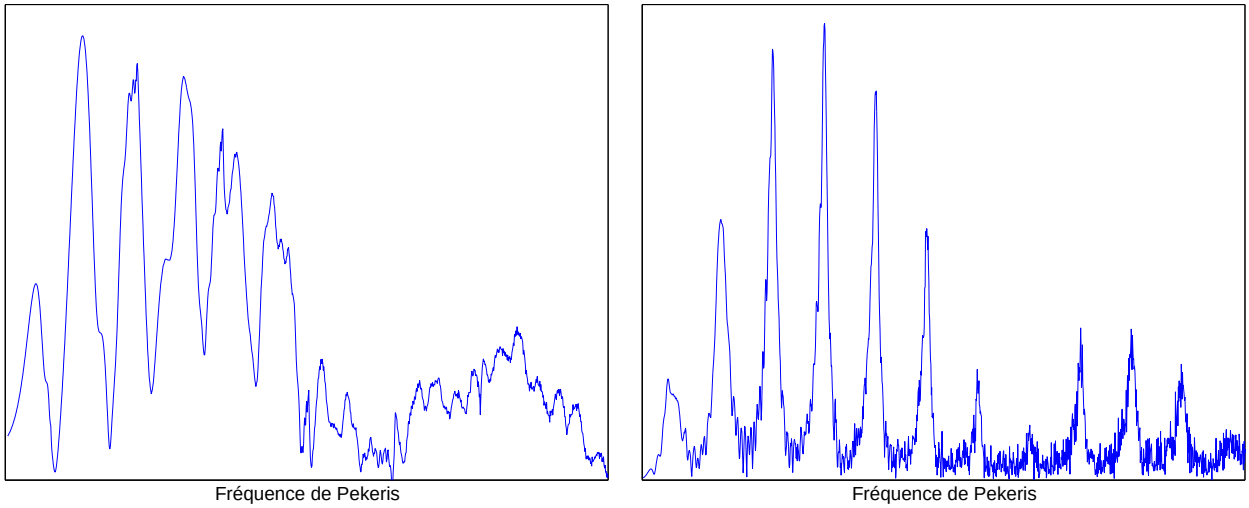

FIG. 2.23 – TF de *Pekeris* pour $R = 1000m$ (gauche) et $R = 5000m$ (droite).

la TF de *Pekeris* pour $R = 1000\ m$ et $R = 5000\ m$. On observe une largeur de bande plus importante lorsque R est plus faible, les modes se chevauchent et dégradent les performances de filtrage. Passé un certain seuil, l'effet de ces "épaisseurs" tend à devenir négligeable (il y a moins de chevauchements entre les modes) ce qui implique la stabilisation des performances de fitrage.

4. Une erreur, bien que faible ($EQM \simeq 1\%$), subsiste, y compris à grande distance. Elle provient du décalage entre les données filtrées (basées sur le modèle de Pekeris) et le modèle utilisé (de *Pekeris*). La partie située entre la fréquence de retournement et la fréquence de coupure (*cf.* section 1.2), bien que d'énergie faible, ne peut être filtrée du fait de sa totale inadéquation avec les modèles *parfait* et de *Pekeris*. Par ailleurs, la procédure de calcul des opérateurs de déformation ("warping") peut également également introduire une légère erreur (*cf.* section 2.3.2).

La figure 2.22 (droite) présente les performances de filtrage avec le filtre TF de *Pekeris* $\mathcal{H}^{PekTF}$ (déjà présente sur la figure précédente) et du filtre non-linéaire pour RTF adaptative. Sur cette dernière courbe, des barres d'erreurs sont présentes : elles proviennent des atomes ambigus sur lesquels un doute existe quant à l'appartenance au mode. Les limitations intrinsèques de cette représentation (présence d'un résidu et surtout ambiguïté sur l'appartenance des atomes), ne permettent pas de dépasser les performances obtenues avec $\mathcal{H}^{PekTF}$.

2.4.4.3 Performances avec une paramétrisation erronée et un bruit nul.

L'évaluation des performances s'effectue en supposant les paramètres géoacoustiques mal connus. Ceci implique une erreur sur les paramètres des filtres. Ces paramètres erronés ont pour valeurs : $R_p = 0.3R$, $V_{1p} = 1.1V_1$, $V_{2p} = 0.9V_2$, $\rho_{1p} = 1.1\rho_1$ et $\rho_{2p} = 0.9\rho_2$. La figure 2.24 présente les performances de filtrage avec les filtres $\mathcal{H}^{PekTF}$, $\mathcal{H}^{PekT}$ et le filtre non-linéaire pour RTF *modales* adaptatives. Pour ce dernier, les performances sont inchangées puisque que la RTF adaptative intègre des variations dans sa paramétrisation. Les performances des deux autres filtrages sont en revanche dégradées. Celles du filtrage atomique sont cependant meilleures que celles du filtrage TF de *Pekeris*, c'est donc l'inverse du cas précédent.
La mauvaise paramétrisation a plusieurs conséquences :

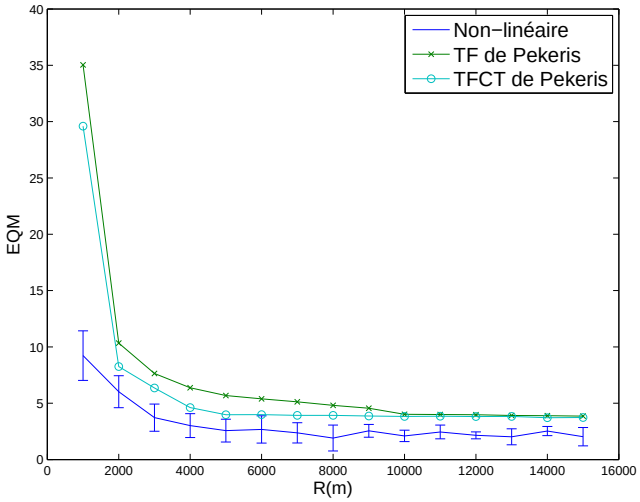

FIG. 2.24 – Performance (EQM) des filtrage TF de *Pekeris*, atomique de *Pekeris* et non-linéaire adaptatif en fonction de la distance R avec une paramétrisation erronée.

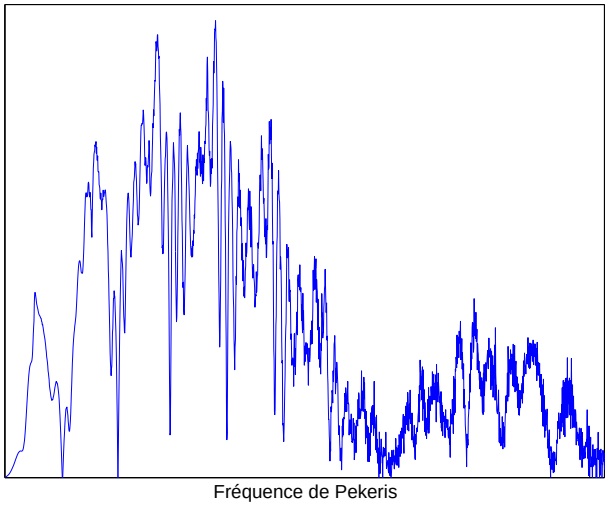

FIG. 2.25 – TF de *Pekeris* obtenue avec une paramétrisation erronée, $R = 5000m$.

1. Selon le paramètre erroné, elle peut entraîner un décalage des modes sur l'axe des fréquences *transformées* $\hat{\mathbf{F}}$. Ainsi un mode donné peut être localisé à un emplacement qui ne correspond pas à sa fréquence de coupure. C'est ce qui arrive dans le cas d'une erreur sur la profondeur du guide D. Similairement, la courbe du mode ne coïncidera pas avec celle du mode théorique de même numéro dans le plan temps-fréquence. Cependant, elle coïncidera parfaitement avec une autre courbe de mode théorique ayant un autre numéro (les courbes théoriques étant homogènes entre elles). La projection s'effectuant sur un *continuum* de courbes, cela n'a pas d'implication sur la séparation des modes qui est le seul critère pouvant altérer les performances du filtrage.
2. Selon le paramètre erroné, l'erreur peut entraîner une déformation des courbes (et non un simple décalage). Les courbes erronées et non-erronées ne sont plus homogènes et la différence entre les modes du signal et les courbes de projection s'accentuent. Ceci entraîne un étalement des modes, voire un chevauchement, dans le domaine fréquentiel *transformé* $\hat{\mathbf{F}}$ qui altère finalement les performances du filtrage.

   Le phénomène est moins pénalisant avec l'utilisation du filtrage atomique dans le plan temps-fréquence *transformé* car la projection est locale et permet ainsi une meilleure adaptabilité : si les modes se chevauchent dans le domaine fréquentiel $\hat{\mathbf{F}}$, ils restent relativement séparés dans le domaine temps-fréquence $\hat{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{F}}$, les performances du filtrage sont donc meilleures. Pour illustrer ces propos, la figure 2.25 représente la TF de *Pekeris* obtenue avec une paramétrisation erronée, la figure 2.26 représente la TFCT de *Pekeris* avec une bonne et une paramétrisation erronée. On observe que les modes sont encore relativement séparables sur la TFCT de *Pekeris* avec paramétrisation, la TF de *Pekeris* est à la limite de son pouvoir de séparation des modes du fait du recouvrement de ceux-ci dans le domaine $\hat{\mathbf{F}}$.

Ces résultats sont un exemple puisqu'ils dépendent considérablement de la nature de l'erreur sur les paramètres qui peuvent avoir des effets différents comme nous venons de l'expliquer. Dans le cas étudié, les erreurs de paramétrisation se situent dans un cas peu favorable. Les erreurs sur la vitesse et

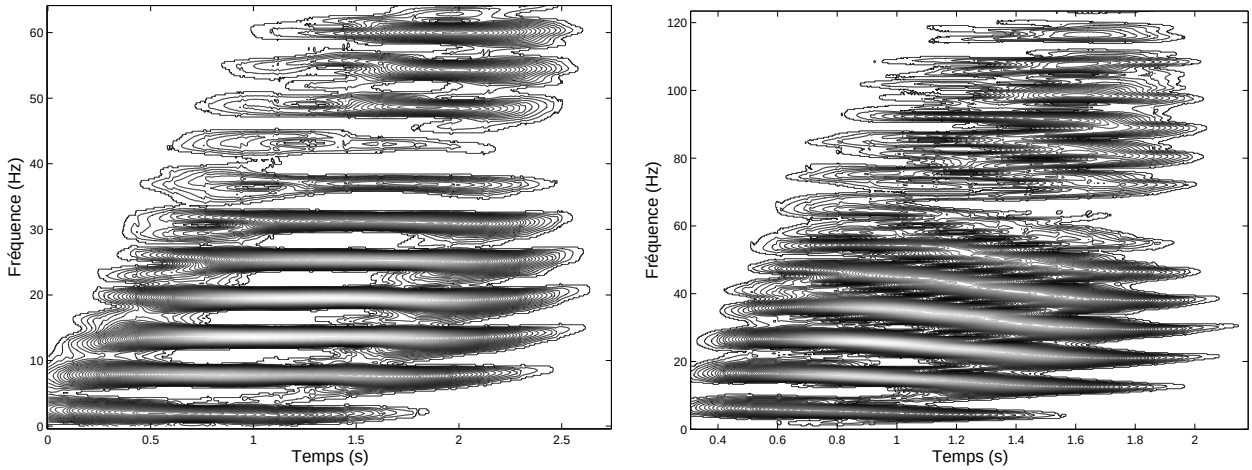

FIG. 2.26 – TFCT de *Pekeris* avec une bonne paramétrisation (gauche) et atomique de *Pekeris* avec une paramétrisation erronée pour $R = 5000\ m$.

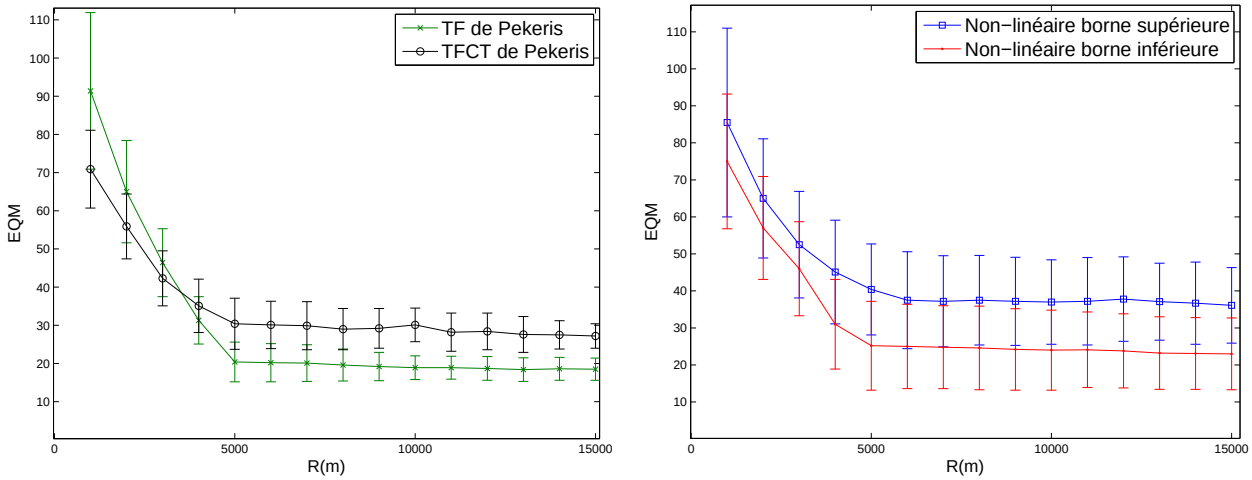

FIG. 2.27 – Performance (EQM) des filtrages TF de *Pekeris*, atomique de *Pekeris* en fonction de la distance R (gauche). Performance (EQM) non-linéaire adaptatif en fonction de la distance R (droite).

la densité dans la couche d'eau sont considérables compte tenu des domaines d'évolution de ces paramètres rencontrés dans la pratique. Les erreurs sur la vitesse et la densité de la couche du fond ainsi que celle sur la distance sont importantes. D'autre part, il n'y a pas de phénomène de compensation entre les paramètres qui permet de limiter leurs influences, on peut le constater en étudiant la formulation de l'équation du déphasage Φ (*cf.* équation 1.23). On peut donc conclure que les méthodes de filtrage linéaire ne sont que faiblement sensibles dans l'ensemble à la mauvaise paramétrisation. Ceci s'explique notamment par le fait que la projection sur des espaces continus introduit un degré de liberté qui permet de compenser des erreurs sur la paramétrisation. En adoptant le point de vue modal, il se trouve toujours des courbes de modes de projection proches des courbes d'énergie réelles, même si leurs paramètres sont très éloignés des paramètres réels. Ce phénomène est amplifié pour le filtrage atomique basé sur un projection locale du signal qui introduit un second degré de liberté.

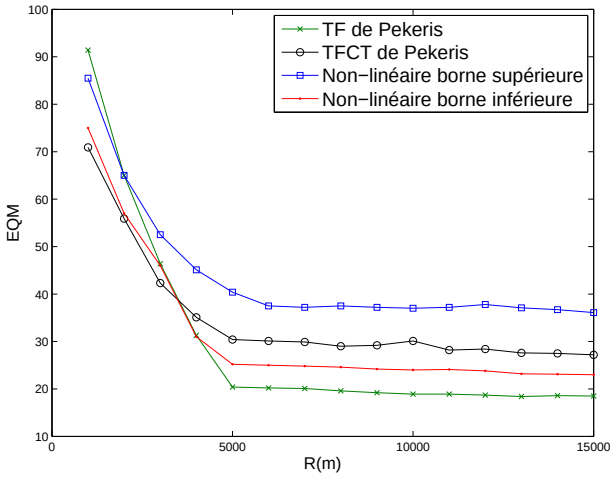

FIG. 2.28 – Performance (EQM) des filtrages TF de *Pekeris*, atomique de *Pekeris* et non-linéaire adaptatif en fonction de la distance R avec $RSB = 0\ dB$.

2.4.4.4 Performances en fonction du Rapport Signal à Bruit

Nous évaluons maintenant l'influence du Rapport Signal à Bruit (RSB) sur la qualité du filtrage. On considère par hypothèse que le bruit b est additif, blanc (spectre plat en moyenne) et suivant une loi normale centrée $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Le signal reçu s'écrit comme le somme du signal utile et du bruit :

$$x(n) = s(n) + b(n) \tag{2.139}$$

Le RSB se défini comme le rapport des énergies du signal utile et du bruit :
$RSB = 10\log(\sum_n s^2(n)/\sum_n b^2(n))$. Le modèle du bruit étant probabiliste, on a $E(\sum_{n=1}^{N} b^2(n)) = N\sigma_b^2$ où E désigne l'espérance mathématique.

Performances sans erreur de paramétrisation

La figure 2.27 représente l'évolution des performances du filtrage $\mathcal{H}^{PekTF}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ (gauche) et du filtrage non-linéaire (droite) avec la distance R pour un $RSB = 0\ dB$. Compte tenu de la nature probabiliste du bruit, les résultats que nous traçons sont une moyenne sur 50 réalisations dans chaque cas. La barre d'erreur correspond à l'écart type σ_f de la mesure d'erreur EQM :

$$\sigma_f = \left(\frac{\sum_{i=1}^{50} EQM^2}{50} - \left[\frac{\sum_{i=1}^{50} EQM}{50} \right]^2 \right)^{1/2} \tag{2.140}$$

Plusieurs remarques peuvent être faites :

- L'erreur de filtrage est beaucoup plus importante que dans le cas non bruité déjà étudié. Le niveau de RSB est ici particulièrement handicapant, le bruit ayant la même énergie que le signal utile. Son niveau élevé dégrade logiquement les performances de filtrage, quelle que soit la méthode choisie.
- On retrouve les mêmes tendances que dans le cas non bruité entre les filtrages $\mathcal{H}^{PekTF}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ pour un R suffisamment élevé : le filtrage TF est plus efficace que le filtrage atomique. Dans le cas du fitrage TF, on choisit la bande passante B^{μ} étroite autour du pic modal pour éliminer un maximum de bruit. Ce filtrage correspond par équivalence à choisir un masque dans le plan

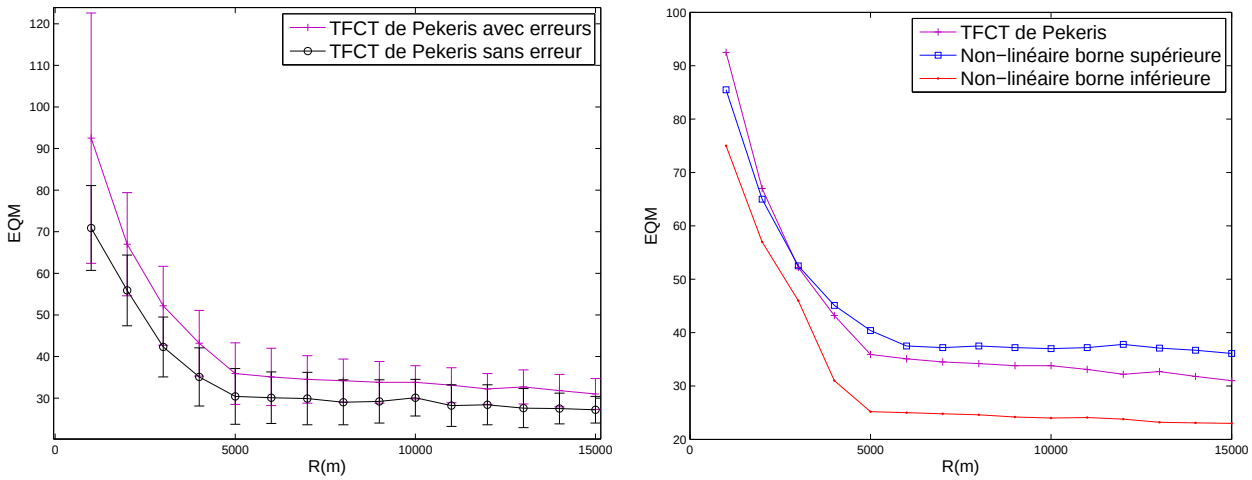

FIG. 2.29 – Performance (EQM) du filtrage TFCT de *Pekeris* avec et sans paramétrisation erronée en fonction de la distance R avec $RSB = 0\ dB$ (gauche). Performance (EQM) du filtrage TFCT de *Pekeris* (moyenne) et non-linéaire adaptatif avec paramétrisation erronée en fonction de la distance R avec $RSB = 0\ dB$ (droite).

temps-fréquence *transformé* rectangulaire de largeur équivalente à B^{μ} et de longueur la durée du signal. On aurait donc pu s'attendre à ce que le filtrage temps-fréquence donne de meilleures performances puisqu'on ne garde pas nécessairement toute la durée du signal ce qui permet de limiter la partie bruit dans la zone filtrée. Cependant l'étalement d'une part et le fait que les modes aient des durées généralement proches de celle du signal total d'autre part limite cet aspect. On retrouve ainsi les tendances des performances entre les deux filtrages du cas non bruité pour les mêmes raisons que celles exposées ci-dessus. En revanche, on observe un croisement des courbes pour les faibles valeurs de R. Les valeurs de l'écart type sont très élevées pour le fitrage $\mathcal{H}^{PekTF}$. Ces résultats sont à mettre en relation avec ceux obtenus sans bruit. On a vu que pour les distances faibles, les performances du filtrage étaient plus faibles du fait de l'"épaisseur" des termes propres. La figure 2.23 (gauche) nous montre que dans le domaine des fréquences *transformées*, les modes sont moins distinguables. L'ajout d'un bruit élevé peut provoquer dans certains cas défavorables la quasi incapacité à distinguer les modes dans le domaine $\hat{\mathbf{F}}$. Ce phénomène est moins sensible dans le domaine temps-fréquence où la visibilité en deux dimensions permet une identification plus nette. De ce fait découlent les meilleures performances de filtrage observées avec $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$.

– La figure de droite montre un écart important entre les limites inférieure et supérieure du filtrage non-linéaire. Les courbes comportent de plus d'importantes barres d'erreurs. La présence du bruit augmente effectivement considérablement le nombre d'atomes ambigus ce qui provoque un filtrage peu fiable. La figure 2.28 (représentée sans barres d'erreurs pour plus de lisibilité) présente les performances des trois filtrages. Les tendances globales sont conservées par rapport au cas non bruité. Cependant le filtrage non-linéaire perd un peu d'efficacité et de fiabilité et le fitrage $\mathcal{H}_{TF}^{Pek}$ perd de l'efficacité pour les faibles valeurs de R.

Performances avec erreurs de paramétrisation

Nous nous intéressons maintenant au cas d'une évaluation des performances avec le même niveau

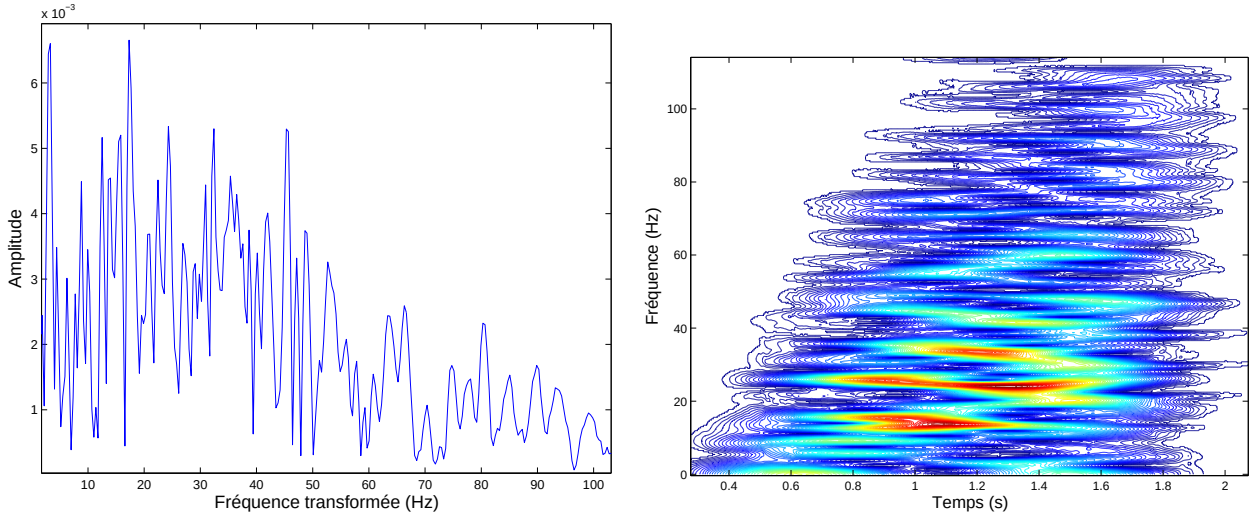

FIG. 2.30 – TF de *Pekeris* (gauche) et atomique de *Pekeris* avec une paramétrisation erronée pour $R = 5000m$ avec $RSB = 0\ dB$.

de bruit et une mauvaise paramétrisation (qui est la même que dans le cas non bruité). Dans ce cas, le filtrage $\mathcal{H}^{PekTF}$ devient impossible. Nous avions déjà souligné sa mauvaise efficacité en cas de paramétrisation erronée dans le cas sans bruit. L'ajout du bruit ne permet plus (sauf dans le cas de réalisations très favorables) de distinguer les modes, et donc de les filtrer. La figure 2.30 (gauche) représente un exemple de TF de *Pekeris* correspondant à ce cas.
La figure 2.29 (gauche) représente l'efficacité du filtrage $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ dans le cas d'une bonne et d'une mauvaise paramétrisation. On constate une dégradation des performances avec la mauvaise paramétrisation, mais le filtrage est encore réalisable. Pour les faibles distances, la fiabilité est cependant très dégradée. La figure 2.29 (droite) représente les performances des filtrages $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ et non-linéaire avec une mauvaise paramétrisation. Les performances du filtrage non-linéaire sont inchangées puisque la méthode adaptative intègre des variations dans sa paramétrisation. Le filtrage non-linéaire est plus efficace et plus fiable pour les faibles valeurs de R. Pour les distances plus importantes, il est toujours plus efficace en moyenne mais sa fiabilité est très mauvaise.

Évolution des performances en fonction du RSB

La figure 2.31 montre l'évolution des performances des filtrages $\mathcal{H}^{PekTF}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ en fonction du niveau de RSB pour $R = 5000m$. On observe une décroissance de l'erreur de restitution due à la baisse du niveau de bruit. Pour des RSB faibles ($RSB = -3dB$), on atteint les limites de la méthode de filtrage : le filtrage n'est plus toujours possible, les performances et la fiabilité baissent. On retrouve les mêmes tendances d'évolution pour les filtrages non-linéaire et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$.

2.4.4.5 Comparaison avec un filtrage sur la TFCT

On veut comparer les performances des filtrages développés avec un filtrage classique : le fitrage TFCT, c'est-à-dire, le filtrage qui consiste à partir de la TFCT et utilise le fitrage atomique que nous avons détaillé dans la section précédente. La première limitation importante de ce filtrage vient de la TFCT sur laquelle il est impossible de séparer les modes si ils n'ont pas entre eux une distance

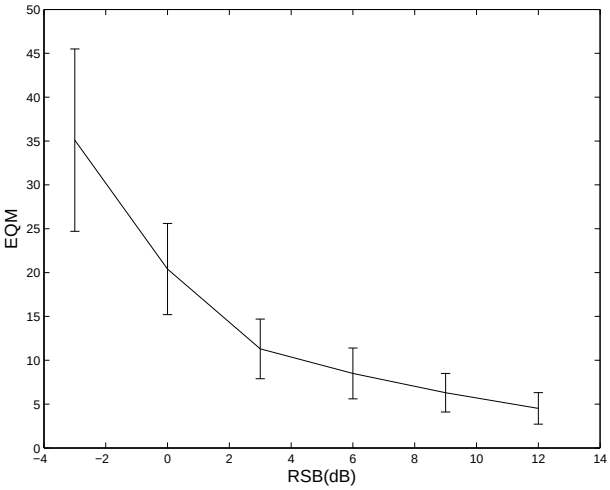

FIG. 2.31 – Performance (EQM) du filtrage TF de *Pekeris* en fonction du RSB

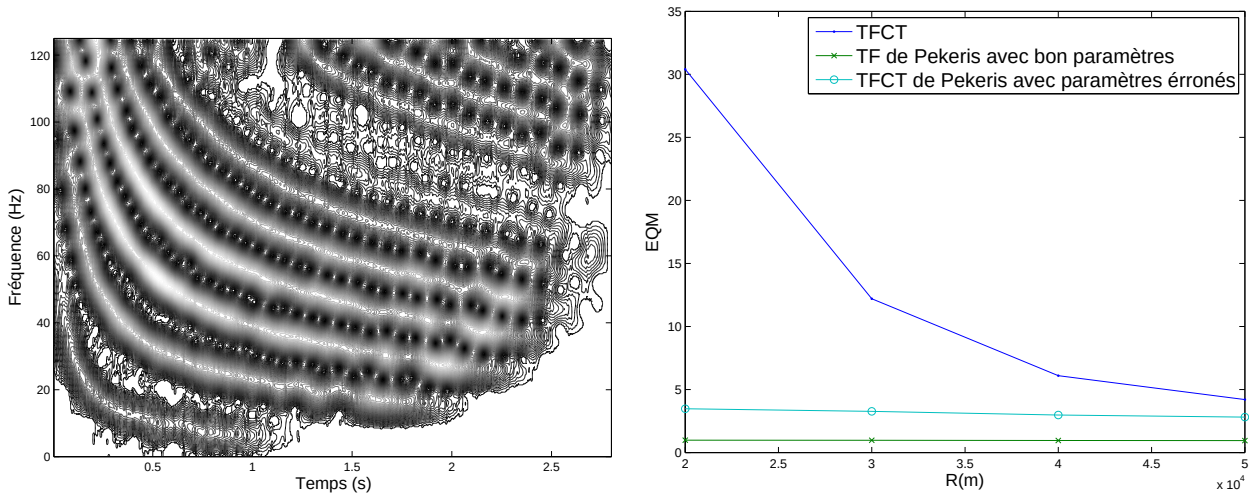

FIG. 2.32 – TFCT pour $R = 20000m$ (gauche) et performances (EQM) des filtrages TFCT, TF de *Pekeris* avec bonne paramétrisation et atomique de *Pekeris* avec mauvaise paramétrisation en fonction de R.

minimale dans le plan temps-fréquence. Cette distance augmente avec la distance R, le filtrage complet du mode 3 devient possible dans le cas non-bruité à partir de $R = 20000\ m$. Il est possible de filtrer partiellement le mode pour des distances plus faibles, mais nous choisissons d'évaluer le filtrage du mode dans sa totalité. La figure 2.32 (gauche) représente le module de la TFCT du signal synthétique pour une distance de $R = 20000\ m$, on observe que pour les fréquences les plus élevées (autour de $\nu_e/2$) et respectivement les plus faibles (autour de la fréquence de retournement) les interférences avec les modes voisins commencent à devenir gênantes dans une optique de segmentation du fait de la faible résolution temporelle (respectivement fréquentielle) : on est à la limite de ce que la TFCT permet en terme de séparation des modes. La figure 2.32 (droite) montre l'évolution des performances de filtrage TFCT ainsi que des filtrages $\mathcal{H}^{PekTF}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$ en fonction de la distance de $R = 20000\ m$ à $R = 50000\ m$. Les performances du filtrage tendent à se rapprocher des performances des filtrages adaptés avec la distance R. Les modes sont en effet de plus en plus éloignés dans le plan temps-fréquence et les chevauchements

sur la TFCT diminuent.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les représentations adaptées à la propagation modale que nous avons développées. Ces représentations sont à une dimension (TF *parfaite* et de *Pekeris*) ou à deux dimensions dans le plan temps-fréquence (TFCT et Classes de Cohen *parfaite* et de *Pekeris*, TFCT et Classes de Cohen *modales parfaite* et de *Pekeris*, RTF *modales* adaptatives), elles sont issues de l'application du principe d'équivalence unitaire à l'aide des opérateurs de transformation *parfait* et de *Pekeris* adaptés aux ondes guidés que nous avons préalablement développés. Ces représentations constituent une solutions aux problèmes posés par les méthodes classiques (*cf.* chapitre 1). Les TF, TFCT adaptées et la RTF adaptative sont de bons outils de séparation des modes et d'interprétation ce qui permet d'envisager un filtrage modal.

Dans la seconde partie de ce chapitre nous avons formalisé les opérateurs de filtrage modal basés sur les représentations adaptées :

- filtrage TF *parfait* et de *Pekeris* linéaire temporellement variant à partir des TF adaptées,
- filtrage atomique *parfait* et de *Pekeris* et atomique *modal parfait* et de *Pekeris* linéaire temporellement variant à partir des TFCT adaptées,
- filtrage non-linéaire à partir des RTF *modales* adaptatives.

Dans la pratique, les filtrages TF consiste en un simple filtre passe-bande dans le domaine des fréquences *transformées*. L'algorithme de segmentation par Ligne de Partage des Eaux associé à un prétraitement par reconstruction géodésique est utilisé pour les filtrages atomiques afin de déterminer les zones temps-fréquence à filtrer. La réalisation du filtrage non-linéaire passe par un processus de sélection des atomes basé sur la RTF en tant qu'outil d'interprétation.

Dans la dernière partie, nous avons exposé les performances des différents filtrages conçus à partir des représentations adaptées en fonction de la connaissance des paramètres et du niveau de bruit. Les fitrages TF sont plus performants si la connaissance des paramètres est bonne, les filtrages non-linéaires sont plus performants dans le cas inverse mais sont relativement sensibles au bruit. Les filtrages atomiques sont robustes à la mauvaise connaissance des paramètres et au bruit. L'utilisation des filtrages devra suivre la logique suivante :

- filtrage TF en cas de bonne connaissances des paramètres,
- filtrage non-linéaire en cas de mauvaise connaissance des paramètres et de faible niveau de bruit,
- filtrage atomique en cas de mauvaise connaissance des paramètres et de niveau de bruit élevé.

Finalement, la force des filtrages linéaires proposés réside dans leur faible dépendance aux paramètres.

Les outils de filtrage développés, associés à leur représentation, viennent se loger dans l'interstice laissé entre le filtrage adapté et les filtrages temps-fréquence classiques. Le premier échappe à la nécessité de la représentation et aux problèmes qui en découlent, mais il nécessite la connaissance exacte des paramètres et du modèle, tandis que les seconds offrent un outil d'interprétation du contenu du signal (les RTF) et nous libèrent ainsi de la connaissance exacte des emplacements temps-fréquence et par suite des paramètres ; ils présentent cependant des limitations intrinsèques qui empêchent ce degré de liberté de s'exercer (du moins, dans les configurations pour lesquelles des distances source-capteur sont relativement faibles).

Nos outils développés contournent partiellement les limitations des représentations en utilisant le principe de l'équivalence unitaire avec comme base les lois physiques du signal acoustique. Dans l'interstice évoqué, les représentations et filtrages TF transformées offrent un premier degré de liberté vis-à-vis du filtrage adapté en décomposant le signal sur un *continuum* de filtres partiellement adaptés qui, par homogénéité, couvrent l'ensemble de l'espace du signal, et en offrant une représentation à une dimension permettant l'interprétation en vue du filtrage modal. Les outils atomiques continus offrent un second degré de liberté en projetant le signal localement dans un domaine à deux dimensions mais ce faisant, ils réintroduisent les limitations liées à l'incertitude temps-fréquence. Les outils adaptatifs enfin offrent un nombre important et ajustable de degrés de liberté ; ils tentent de réconcilier adaptabilité et filtrage basé sur des représentations. Cependant, en repliant le nombre important de dimensions de projection sur le plan deux dimensions temps-fréquence pour faciliter l'interprétation, ils aboutissent finalement, du fait des limites de l'adaptabilité (les modèles sont toujours des approximations, présence de bruit) et du fait de la nature discontinue de la décomposition à une représentation qui ne lève pas toutes les ambiguïtés d'interprétation et entame ainsi la fiabilité du filtrage.

Dans le prochain chapitre, nous proposons des méthodes d'évaluation de la profondeur de la source et de la distance source-capteur en nous basant sur les représentations et les méthodes de filtrage développées.

Chapitre 3

Localisation de source sur un seul capteur

Sommaire

3.1 Introduction . . . 117
3.2 Méthodes existantes de localisation de source en acoustique sous-marine . . 118
3.2.1 Les techniques de champs d'ondes adaptés MFP . . . 118
3.2.1.1 Description de la technique de MFP . . . 118
3.2.1.2 Discussion sur l'application du MFP dans la configuration d'étude . . . 120
3.2.2 Les techniques de modes adaptées MMP . . . 120
3.2.2.1 Filtrage modal sur antenne verticale . . . 120
3.2.2.2 Estimation de la localisation . . . 121
3.2.2.3 Discussion sur l'application du MMP dans la configuration d'étude . . . 121
3.2.3 Autres techniques de localisation de source par milieux petits fonds . . . 121
3.2.3.1 Formation de voies en distance et en profondeur . . . 122
3.2.3.2 Estimation de la distance par compensation de phase . . . 122
3.2.3.3 Estimation de la distance par analyse de la dispersion modale . . . 123
3.2.3.4 Estimation de la profondeur de source par comparaison des coefficients des modes . . . 124
3.2.4 Localisation de source sur un seul capteur . . . 125
3.2.5 Conclusion . . . 126
3.3 Estimation de la distance source-capteur par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence . . . 126
3.3.1 Description de la méthode . . . 126
3.3.2 Améliorations apportées . . . 128
3.3.3 Conclusion sur la méthode d'analyse de la dispersion . . . 129
3.4 Estimation de la profondeur de source et de la distance source-capteur par méthode MMP . . . 131
3.4.1 Formulation de l'estimateur . . . 131
3.4.2 Applications sur les signaux réels . . . 132
3.4.2.1 Configuration avec un maximum d'information . . . 133
3.4.2.2 Configuration sans la bande problématique . . . 135
3.4.3 Conclusion sur le MMP . . . 137

3.5 Estimation de la profondeur de source par comparaison des coefficients des modes 138
3.5.1 Application à partir de RTF énergétiques à l'aide de masques temps-fréquence . 138
3.5.2 Application avec filtrage modal 140
3.5.3 Conclusion sur l'estimation de la profondeur par mesure des coefficients des modes 142
3.6 Estimateur "signe-distance" à partir de la phase 143
3.6.1 Présentation de l'estimateur 143
3.6.1.1 Loi de probabilité du bruit 144
3.6.1.2 Influence du bruit sur la phase 144
3.6.1.3 Choix de l'estimateur 147
3.6.2 Applications sur les données réelles 150
3.6.3 Performances de l'estimateur 152
3.6.3.1 Robustesse de l'estimateur face au bruit de l'estimateur 152
3.6.3.2 Robustesse de l'estimateur face aux erreurs de paramétrisation 155
3.6.4 Conclusion sur l'estimateur signe-distance 157
3.7 Conclusion 158

Pour remonter à la source, il faut nager à contre-courant.
Stanislaw Jerzy Lec, *Nouvelles pensées échevelées*

3.1 Introduction

LA LOCALISATION DE SOURCE en acoustique sous-marine a été l'objet d'un nombre considérable de travaux, particulièrement depuis la fin des années 1970. Cette date correspond à l'essor de l'informatique et à la possibilité d'utiliser des simulations comme répliques des environnements réels. L'idée directrice des techniques d'estimation de la localisation est de comparer les caractéristiques du signal acoustique réel à celles de répliques simulées pour différentes localisations. La localisation estimée est celle pour laquelle la correspondance entre les caractéristiques des signaux réel et simulé est la meilleure. Notons que l'utilisation de simulations suppose la connaissance des paramètres géoacoustiques de l'environnement réel. Cette connaissance peut être issue d'une estimation du même type : ces études utilisent le même principe de comparaison entre le signal réel et des simulations pour estimer les paramètres géoacoustiques par meilleure correspondance. Nous nous focalisons dans cette étude sur l'estimation de la position de la source : profondeur et distance source-capteur. La configuration mono-capteur n'est *a priori* pas favorable à l'estimation d'un grand nombre de paramètres car nous ne possédons qu'un seul signal.
Les méthodes de localisation varient selon quatre paramètres :

1. **Le choix de la modélisation**. Il dépend du type d'environnement : petits fonds ou grands fonds. Pour les environnements petits fonds, cinq modèles existent (*cf.* chapitre 1) : tracé de rayons, équations paraboliques, intégration de nombre d'onde, théorie des modes, différences finies.
2. **La configuration du signal**. Le signal acoustique peut être monochromatique ou large bande. Dans le cas d'un signal large bande, sa largeur de bande et sa fréquence centrale sont également à prendre en compte. La source peut également être impulsionnelle. Enfin, certaines méthodes utilisent une source dont la signature est connue.
3. **La configuration de réception**. Les capteurs peuvent suivre différents types de configuration : antenne à deux dimensions, antenne verticale de taille plus ou moins importante, antenne horizontale, mono-capteur.
4. **Les caractéristiques comparées**. Cela peut être le signal dans sa globalité (champs d'ondes adaptés), les modes si ceux-ci sont filtrés, la phase des modes, le module des modes, le tracé d'énergie de dispersion des modes *etc.*

Dans notre configuration d'étude, les quatre points précédemment évoqués sont les suivants :

1. **Le choix de la modélisation**. La propagation acoustique est modélisée suivant la théorie des modes (ce modèle est en adéquation avec les environnements étudiés et la gamme U.B.F.).
2. **La configuration du signal**. Les signaux étudiés sont large bande dans la gamme Ultra Basses Fréquences (1-100 Hz) La source est supposée globalement impulsionnelle (courte en temps et à spectre globalement plat), mais on ignore la signature de la source.
3. **La configuration de réception**. La configuration de réception est mono-capteur, c'est ce qui constitue l'originalité de cette étude.
4. **Les caractéristiques comparées**. Elles vont dépendre de la méthode choisie mais on considérera toujours les caractéristiques des modes. Dans la configuration mono-capteur, les modes sont filtrés avec les techniques de filtrage modal adaptées que nous avons développées et qui sont

adaptées aux signaux acoustiques guidés issus de sources impulsionnelles (*cf.* chapitre 2).

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons les méthodes de localisation les plus classiques en discutant les potentialités d'application dans notre configuration.
Nous proposons ensuite les méthodes de localisation suivantes :

- une méthode d'estimation de la distance par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence que nous avons développée,
- la méthode classique d'estimation distance-profondeur par modes adaptés ("Matched Mode Processing") adaptée à notre configuration d'étude,
- une méthode récemment développée et validée sur des signaux UBF [NML06] d'estimation de la profondeur à partir des modules des modes ; nous avons modifié cette méthode de manière à l'appliquer dans la configuration mono-capteur,
- une méthode d'estimation de la distance et des signes des modes à partir de la phase que nous avons développée.

Toutes ces méthodes sont testées sur les deux jeux de données réelles que nous possédons, les résultats sont discutés dans les quatre cas. Pour les données Mer du Nord, nous testons les 120 traces acoustiques de $R = 2000\ m$ à $R = 5000\ m$. Pour les données Méditerranée, nous testons les deux traces : $R = 11060\ m$ et $R = 14000\ m$.

3.2 Méthodes existantes de localisation de source en acoustique sous-marine

Dans cette section, nous présentons de manière non exhaustive des méthodes de localisation de source en acoustique sous-marine. Nous présentons en premier lieu les deux techniques les plus classiquement utilisées : la localisation par champs d'ondes adaptés (notée MFP pour "Matched Field Processing") qui estime simultanément la distance et la profondeur à l'aide d'un corrélateur entre signaux réels et simulés et son équivalent dans la dimension modale : le MMP (pour "Matched Mode Processing"). Nous présentons ensuite d'autres techniques moins classiques se basant sur les modes qui estiment séparément la distance et/ou la profondeur. Ces techniques exploitent la phase de la source ou le tracé des courbes de dispersion dans le plan temps-fréquence pour l'estimation de la distance, le module des modes pour l'estimation de la profondeur de source. Elles sont potentiellement intéressantes pour notre configuration et nous discutons pour chacune d'entre elles de leur possibilité d'application. Nous exposons enfin brièvement des méthodes existantes de localisation dans la configuration mono-capteur.

3.2.1 Les techniques de champs d'ondes adaptés MFP

3.2.1.1 Description de la technique de MFP

Le problème de localisation de source est un problème classique dans les travaux d'acoustique sous-marine depuis plusieurs décennies. Les techniques de champs d'ondes adaptés ("Matched Field Processing" en anglais) consistent à comparer pour une fréquence donnée ν le champ acoustique $\underline{x}(R, Z_s) = [x(R, Z_s)_1, ..., x(R, Z_s)_N]$ reçu sur les N capteurs avec des champs d'ondes de données simulées $\underline{p}(r, z_s) = [p(r, z_s)_1, ..., p(r, z_s)_N]$ dans les mêmes conditions (mêmes paramètres d'environnement) en faisant varier

les paramètres de localisation r et z_s cherchés. On se donne un modèle du signal (généralement basé sur la décomposition en modes normaux) tel que :

$$\underline{x} = \underline{p}(R, Z_s)s + \underline{b} \tag{3.1}$$

avec $\underline{p}(R, Z_s)$ la réponse impulsionnelle du guide d'onde à la fréquence ν qui suit l'équation 1.30, s la valeur complexe du signal source et $\underline{b}$ le bruit additif.

La position estimée est celle pour laquelle la correspondance entre les champs de pression réel et simulé est la plus importante. Cette correspondance se mesure par une corrélation spatiale entre les signaux de pression réels et simulés à l'aide d'une fonction de contraste. Une fonction fréquemment utilisée est le corrélateur de Bartlett [Buc76] :

$$B_{Bart}(r, z_s) = \frac{\underline{p}^H(r, z_s)\underline{x}(R, Z_s)\underline{x}^H(R, Z_s)\underline{p}(r, z_s)}{\underline{p}^H(r, z_s)\underline{p}(r, z_s)} \tag{3.2}$$

où l'exposant H désigne le transposé complexe conjugué. Le domaine de recherche (r, z_s) des paramètres est appelé plan d'ambiguïté. Les paramètres de localisation estimés correspondent au maximum de la surface d'ambiguïté :

$$(\hat{R}, \hat{Z}_s) = \arg\max_{r,z_s} B_{Bart}(r, z_s) \tag{3.3}$$

Sous l'hypothèse d'un bruit blanc décorrélé, la maximisation du corrélateur de Bartlett correspond à celle de la log-vraissemblance [MGJC99]. On a dans ce cas :

$$B_{Bart}(r, z_s) = \frac{|s|^2\underline{p}^H(r, z_s)\left[\underline{p}(R, Z_s)\underline{p}^H(R, Z_s) + \sigma_b\underline{\underline{I}}\right]\underline{p}(r, z_s)}{\underline{p}^H(r, z_s)\underline{p}(r, z_s)} \tag{3.4}$$

avec σ_b la variance du bruit. Dans ce cas, l'estimation des paramètres de localisation est optimale asymptotiquement.

La littérature concernant le MFP est très fournie. Plusieurs paramètres peuvent varier :

1. De nombreuses fonctions d'estimation ont été proposées : la variance minimale (MV) [Fiz87], la variance minimale de réponse angulaire adaptée (AAR) [BK79], la formulation pour multiples contraintes (MMC) [SJ85]. Une étude de Baggeroer *et al.* [BKM88] offre une comparaison des différents estimateurs.
2. Les fonctions de contraste (tel que le corrélateur de Bartlett 3.2) sont valables pour les signaux monochromatiques ou à bande étroite. Dans le cas des signaux large bande, l'estimation peut se faire de manière incohérente [BKM88], c'est-à-dire par sommation des estimateurs pour un nombre de fréquences couvrant le spectre du signal :

$$B(r, z_s)_{incoh} = \sum_{\nu} B(r, z_s) \tag{3.5}$$

   Elle peut également s'effectuer de manière cohérente [MP96, ONP00] en intégrant la variable de fréquence dans les vecteurs $\underline{x}$ et $\underline{p}$ de l'estimateur et donc en utilisant la notion de corrélation fréquentielle. Les méthodes cohérentes, plus complexes, fournissent de meilleurs résultats parce qu'elles tiennent compte des corrélations fréquentielles des perturbations de l'environnement et sont moins coûteuses en temps de calcul [SJ03].

3. La configuration des capteurs. La méthode est généralement appliquée à partir d'une antenne ou d'un réseau d'antennes verticales, des études ont également été réalisées sur des antennes horizontales [SWH88, BY94, TA02].
4. L'algorithme de recherche du minimum. L'importance de la problématique de la recherche du minimum est liée à la dimension du vecteur de paramètres à estimer. Ainsi, pour des raisons de coûts de calculs, le développement d'algorithmes optimisant la recherche de minimum a été réalisé pour l'estimation des paramètres géoacoustiques et non pour celle de la position de la source (espace de recherche à deux dimensions). Parmi les techniques mises en place, on peut citer : le recuit simulé [CKS92], les algorithmes génétiques [Ger94], les algorithmes hybrides [Ger95].

3.2.1.2 Discussion sur l'application du MFP dans la configuration d'étude

Les performances du MFP reposent sur le nombre de corrélations spatiales et donc sur l'importance du nombre de capteurs. Par ailleurs, les fonctions de base (en configuration monochromatique) ne comportent qu'une inconnue de source $s(\omega)$ dont la phase est éliminée par corrélation spatiale et dont l'amplitude ne fait qu'induire une constante devant le produit de corrélation (*cf.* équation 3.4). Dans le cas d'un unique capteur cette élimination n'est plus permise.

Clay *et al.* [Cla87] ont proposé une adaptation dans le domaine temporel du MFP sur un seul capteur. Cette méthode nécessite la connaissance du signal source $s(t)$. Frazer *et al.* [FP90] ont contourné le problème de la connaissance de la source et proposé des estimateurs de MFP originaux basés sur le caractère plus ou moins lissé du rapport entre les spectres du signal réel et des signaux simulés. Ces estimateurs n'ont été validé que sur des signaux simulés et s'avèrent extrêment sensibles au bruit et à l'exactitude de l'estimation des paramètres [KDH01]. Nous n'appliquerons donc pas cette méthode dans notre configuration.

3.2.2 Les techniques de modes adaptées MMP

Une méthode reposant sur les mêmes principes que le MFP mais utilisant les modes a été proposée par Shang *et al.* [Sha85] : le MMP ("Matched Mode Processing" en anglais). Elle nécessite un fitrage modal préalable qui peut être coûteux en temps et dégrader les données.

3.2.2.1 Filtrage modal sur antenne verticale

La plus classique des méthodes de filtrage modal a été proposée par Shang *et al.* [Sha85] et se base sur une configuration de réception composée d'une antenne verticale. Le signal acoustique $\underline{p}(R, Z_s)$ (1xN) qui suit l'équation 1.30 est décomposé en une somme de modes $\underline{x_m}(R, Z_s)$ (1xN) $m \in 1...M$ qui dépendent des fonctions modales $\underline{\psi_m} = [(\psi_m)_1, ..., (\psi_m)_N]$ (1xN). Cette somme peut s'écrire comme le produit du vecteur $\underline{a}(R, Z_s)$ (1xM) des coefficients complexes dépendant de la position de la source et de la matrice $\underline{\underline{\psi_m}}$ (NxM) des coefficients dépendant des capteurs :

$$\underline{p}(R, Z_s) = \frac{\exp[j\pi/4]}{(8\pi R)^{1/2}\rho(Z_s)} \sum_{m=1}^{M} \underline{\psi_m}\psi_m(Z_s)\frac{\exp(jk_{Rm}r)}{(rk_{rm})^{1/2}} = \sum_{m=1}^{M} \underline{\psi_m} a(R, Z_s) = \underline{\underline{\psi_m}}\ \underline{a}(R, Z_s) \tag{3.6}$$

Shang utilise la décomposition en valeurs propres (par technique SVD) ce qui permet d'estimer les coefficients modaux de la source en exploitant l'orthogonalité des modes (*cf.* équation 1.34) :

$$\underline{\hat{a}}(R, Z_s) = (\underline{\underline{\psi_m}}^H \underline{\underline{\psi_m}})^{-1} \underline{\underline{\psi_m}}^H \underline{p}(R, Z_s) \tag{3.7}$$

Ce filtrage est réalisé sur le champ acoustique réel et sur les simulations construites avec les mêmes paramètres d'environnement et permet d'estimer les vecteurs $\underline{\hat{a}}^{reel}$ et $\underline{\hat{a}}^{simu}$.

3.2.2.2 Estimation de la localisation

Le processus d'estimation de la position de la source est le même que pour le MFP, les données comparées sont ici les coefficients modaux $\underline{a}$ (on remplace $\underline{x}$ et $\underline{p}$ de l'équation 3.2 par $\underline{a}^{reel}$ et $\underline{a}^{simu}$). Les vecteurs de données ont la dimension des modes (1xM) et non plus de celle des capteurs (1xN). Cette méthode impose que le nombre de capteurs soit supérieur à celui des modes, elle est par ailleurs sensible à l'échantillonnage spatial qui doit être régulier ce qui pose des problèmes de réalisation pratique.
L'estimation MMP présente deux avantages :

1. Elle permet de ne se baser que sur un nombre restreint de modes (les plus représentatifs, par exemple les plus énergétiques).
2. Elle est plus efficace dans le cas d'un manque de connaissances sur les paramètres géoacoustiques [Yan90, CD00].

Une adaptation du MMP aux signaux large bande a également été proposée [Yan93].

3.2.2.3 Discussion sur l'application du MMP dans la configuration d'étude

Le MMP repose sur la corrélation modale et nécessite donc un nombre important de modes. Les outils de filtrage modal développés dans la chapitre 2 permettent d'envisager l'application du MMP. Dans notre cas, le nombre de modes dépend de la configuration de l'environnement, de la bande de fréquence choisie et de la capacité à les filtrer (il est difficile de filtrer les modes de faible énergie ou bruités). On peut estimer le nombre de modes accessibles entre 1 et 10 (sur les données réelles, ont peut filtrer 7 modes sur les données Mer du Nord et 5 sur les données Méditerranée). Du fait de la présence de fréquences de coupure, les modes ne possèdent pas tous la même bande et les modes d'ordre élevé sont généralement présents sur une bande faible. Les configuration d'application est donc moins favorable qu'avec une antenne puisqu'on dispose d'une somme d'informations relativement faible. Par ailleurs, la technique de filtrage n'étant pas la même, le signal ne s'écrira pas comme dans le cas d'un filtrage sur antenne verticale (*cf.* équation 3.6). Les résultats de l'application du MMP sont présentés dans la section 3.4.

3.2.3 Autres techniques de localisation de source par milieux petits fonds

D'autres techniques d'estimation de la position de la source ont été proposées. Elles estiment la profondeur de source et la distance séparement et se basent sur le module ou la phase des signaux pour estimer respectivement la profondeur ou la distance. La loi suivie par le signal acoustique (*cf.* équation 1.30) fait apparaître une dépendance des fonctions modales $\psi_m(Z_s)$ vis-à-vis de la profondeur et du terme de phase $k_{rm}R$ vis-à-vis de la distance. Ainsi le module des modes contient la valeur absolue des fonctions modales liées à Z_s, la phase des modes contient les signes des fonctions modales liées à Z_s et le terme de phase lié à R.

3.2.3.1 Formation de voies en distance et en profondeur

Yang *et al.* [Yan87] ont proposé une méthode simple permettant de découpler l'estimation de la profondeur et de la distance. Cette technique propose une "formation de voies" dans l'espace des distances et des profondeurs à partir des modes. Le principe de la formation de voies, similaire à celui utilisé en traitement d'antenne, consiste à compenser les amplitudes ou les phases des modes en faisant varier les paramètres de la compensation (ici la profondeur ou la distance) pour chaque mode puis à effectuer une sommation des modes compensés. Cependant, cette méthode est basée sur un signal monochromatique comportant un grand nombre de modes. Pour notre configuration composée d'un signal large bande avec un faible nombre de modes, elle n'est pas adaptée. En revanche, c'est l'une des premières méthodes proposant une estimation séparée de la distance et de la profondeur, idée que nous garderons suite aux limitations rencontrées lors de l'application du MMP (*cf.* section 3.4).

3.2.3.2 Estimation de la distance par compensation de phase

Une méthode d'estimation de la distance source-capteur se basant sur la phase des signaux a été proposée par Shang *et al.* [SCW85]. Nous détaillons ici cette méthode car nous proposerons par la suite une méthode d'estimation de la distance qui en reprend certains éléments.

Nous avons étudié la propagation des ondes acoustiques dans le chapitre 1 et nous avons établi la formulation d'un signal acoustique issu d'une source impulsionnelle (*cf.* équation 1.30). Ce signal se décompose en modes dont la phase contient plusieurs informations : les signes des fonctions modales (utiles pour l'évaluation de la profondeur de la source) et la distance source-capteur R. Son expression théorique pour le mode m et à la fréquence ν suit l'expression :

$$\phi_m(\nu) = 2\pi\nu t_{dec} + \delta_{sign(-1),sign(\psi_m(Z_s))}(\nu)\pi + \delta_{sign(-1),sign(\psi_m(Z_c))}(\nu)\pi + k_{rm}(\nu)R + \phi_{source}(\nu) + \pi/4 \quad (3.8)$$

où :

- $\phi_{source}(\nu)$ est la phase du signal source à la fréquence ν
- δ désigne le symbole de Kronecker. Ainsi $\delta_{sign(-1),sign(\psi_m(z))}(\nu)\pi$ représente le déphasage introduit par les signes des fonctions modales. Il est nul si la fonction modale $\psi_m(z,\nu)$ est positive et égale à π si la fonction modale est négative.
- $k_{rm}(\nu)$ est la composante horizontale du nombre d'onde pour le mode m,
- $2\pi\nu t_{dec}$ est un terme provenant de l'influence du décalage entre le temps d'enregistrement et le temps d'explosion de la source.

Parmi ces paramètres, deux sont inconnus : la phase de la source $\phi_{source}(\nu)$ et le paramètre dû au décalage t_{dec}. Le temps de décalage est généralement égal à $t_{dec} = R/V_1$ si le signal est calé sur l'arrivée principale de l'énergie. Sa connaissance suppose donc celle de la distance R qui est précisément le paramètre à estimer. Par ailleurs, la mesure des phases s'effectue dans le domaine de Fourier et est modulo 2π ce qui entraîne une ambiguïté sur sa connaissance. On a $(\phi_m(\nu))_{mesure} = (\phi_m(\nu))_{2\pi}$ où l'indice 2π désigne modulo 2π.

Pour éliminer les paramètres inconnus, Shang *et al.* soustraient les phases de deux modes m_1 et m_2 :

$$\Delta\phi(\nu) = (\phi_{m1}(\nu) - \phi_{m2}(\nu))_{2\pi} = (\Delta k_{rm}(\nu)R + \Delta S(Z_s,\nu)\pi + \Delta S(Z_c,\nu)\pi)_{2\pi} \quad (3.9)$$

La fonction $\Delta S(z,\nu) = (\delta_{sign(\psi_{m_1}(z)),-sign(\psi_{m_2}(z))}(\nu))_{2\pi}$, elle exprime l'influence de la différence de signe entre les fonctions modales des deux modes : si les fonctions modales sont de même signe, on a $\Delta S(z,\nu) = (0)_{2\pi}$, dans le cas contraire, on a $\Delta S(z,\nu) = (\pi)_{2\pi}$. $\Delta S(Z_c,\nu)$ est connu si la position du capteur est connu.

Shang *et al.* déterminent directement la distance source-capteur à partir de la phase d'un signal monochromatique par une exploitation de la différence de phase entre deux modes. Pour se défaire du problème de la différence des signes de modes, ils travaillent sur la phase du signal quadratique par soustraction de la phase du signal reçu et de celle du signal simulé pour différentes distances r. Si deux modes sont considérés, l'estimation présente des pics d'ambiguïté dûs à l'aspect modulo 2π. Pour s'extraire de ce problème, Shang met en jeu un grand nombre de paires de modes, les pics d'ambiguïté qui dépendent de Δk_{rm} varient en effet d'une paire de modes à une autre et ce d'autant plus que les paires de modes sont éloignées l'une de l'autre.

Cette méthode a été proposée dans une configuration formée d'une antenne verticale en appliquant un filtrage modal tel qu'il a été décrit ci-dessus. Par ailleurs la méthode n'a été validée que sur des données simulées.

Discussion sur l'application de la méthode dans la configuration de l'étude

Cette méthode est potentiellement applicable dans la configuration d'étude puisqu'elle est basée sur les modes. L'application de cette méthode sur les données que nous possédons n'a cependant pas fourni de résultats satisfaisants du fait de la double source d'erreur :

- la méthode s'avère extrêmement sensible au bruit,
- dans notre cas, les erreurs d'ambiguïtés ne sont pas levées. Du fait de la configuration UBF nous n'avons accès qu'à un faible nombre de modes et pour une même fréquence, les distances où sont placées les pics d'ambiguïtés restent poches d'une paire de modes à une autre.

L'idée d'exploiter la différence de phase nous a cependant parue judicieuse et le faible nombre de modes que nous possédons peut être compensée par une exploitation de l'aspect large bande des signaux. En UBF en effet, la différence des nombres d'ondes Δk_{rm} évolue substantiellement avec la fréquence ce qui peut permettre de limiter les ambiguïtés. Par ailleurs, l'aspect large bande permet également d'exploiter l'aspect statistique du bruit. Enfin, la phase donne également accès à la différence de signe des fonctions modales (appelée différence de signe des modes) ce qui apporte de l'information sur la profondeur de source Z_s. Nous proposons dans la suite du chapitre (section 3.6) une méthode d'estimation de la distance et de la différence de signe des modes reposant sur la différence de phase entre deux modes.

3.2.3.3 Estimation de la distance par analyse de la dispersion modale

Des méthodes exploitant la dispersion des modes dans le plan temps-fréquence ont été proposées. Elles exploitent le tracé des courbes d'énergie des modes dans la plan temps-fréquence. Ces courbes traduisent la relation entre les temps et les fréquences d'arrivée (*cf.* section 1.2.3.6 du chapitre 1).
Pour une source parfaitement impulsionnelle, les tracés des courbes dépendent de la distance source-capteur R et de la vitesse de groupe $v_g(\nu)$ qui dépend elle-même des paramètres de l'environnement (*cf.*

équation 1.58).
Lors de précédents travaux [LTNML04], nous nous sommes basés sur les courbes de dispersion dans le plan temps-fréquence pour estimer la distance source-capteur. Cette méthode se base sur un seul mode sur lequel elle détermine les temps d'arrivée $t(\nu)$ avec des RTF précises en localisation : spectrogramme réalloué ou méthode autorégressive. Les résultats n'ont pas été probants. Nous détaillerons cette méthode dans la section suivante en tentant de l'améliorer avec deux changements :

1. la prise en compte d'une meilleure modélisation de l'environnement,
2. l'utilisation de nouveaux outils temps-fréquence (filtrage modal et DWV adaptées aux ondes guidées) introduits dans le chapitre 2.

D'autres études récentes [PMLS00, PML03, Ger07] utilisent également le tracé des courbes de mode dans le plan temps-fréquence pour déterminer la distance et les paramètres géoacoustiques.
Potty *et al.* sélectionnent quelques points du plan temps-fréquence qui parraissent favorables à l'aide d'un scalogramme et en se basant sur une source dont la signature est connue. Ils utilisent une fonction de coût qui se base sur la comparaison entre les vitesses de groupe des signaux réels et simulés. Cette différence est reliée linéairement à une relation de perturbation qui donne la mesure des différences entre les paramètres réels et simulés. Les paramètres sont ensuite estimés à l'aide d'un algorithme génétique. Cependant la source utilisée est connue pour obtenir une estimation précise des temps d'arrivée. D'autre part, l'estimateur est essentiellement dédié à l'inversion géoacoustique (l'estimation de la distance est réalisée en surplus) et fait intervenir un algorithme complexe. Nous n'appliquerons donc pas cette méthode. On peut cependant signaler que l'utilisation des méthodes de filtrage et de représentation que nous avons développé permetteraient certainement d'améliorer la précision des mesures des points temps-fréquence d'arrivée.
Gervaise *et al.* se base sur la différence de temps d'arrivée entre deux modes pour une même fréquence. Cette technique permet de s'affranchir du problème de la connaissance de la source de la même manière qu'en soustrayant la phase de deux modes pour une même fréquence (*cf.* équation 3.9). Elle se base sur une combinaison de capteurs (qui ne forment pas nécessairement une antenne) pour estimer les distances source-capteur puis les temps d'explosion pour chaque fréquence et enfin les paramètres géoacoustiques.

Nous discuterons des potentialités d'application de cette méthode pour la configuration de l'étude dans la section 3.3 après avoir détaillé la méthode que nous avons développée et ses résultats.

3.2.3.4 Estimation de la profondeur de source par comparaison des coefficients des modes

Nicolas *et al.* [NML06] ont proposé une méthode d'estimation de la profondeur originale utilisant le même principe que les MMP : comparer les caractéristiques des modes à l'aide d'une fonction d'estimation. Cette méthode a été validée sur les données Mer du Nord à l'aide d'un filtrage modal réalisé dans le plan fréquence-nombre d'onde $\nu - k$. La transformée $\nu - k$ s'obtient par une double TF dans les domaines temporel et spatial (rendue possible dans une configuration composée d'une antenne horizontale). Dans le plan $\nu - k$, la théorie prévoit la séparation des modes [JKPS94]. Le filtrage modal est réalisé par un masquage à partir des tracés théoriques (qui ne dépendent pas de la position de la source) et permet le calcul de la somme des modules des modes sur les fréquences appelée coefficient du mode $c_m^{reel}(Z_s)$. Ce coefficient ne dépend pas de R, la phase n'étant pas prise en compte.
Les coefficients des modes des données simulées $c_m^{simu}(z_s)$ sont obtenus par le même type de filtrage modal que celui appliqué aux données réelles. Le logiciel de simulation choisi est basé sur les différences

finies. Les coefficients des modes sont normalisés pour chaque jeu de données (réelles et simulées). La fonction d'estimation se base sur la différence entre les $c_m^{reel}(Z_s)$ et les $c_m^{simu}(z_s)$ tel que :

$$B_{CM}(z_s) = 10\log_{10}\left(\frac{nb_m}{\sum_m (c_m^{simu}(z_s) - c_m^{reel}(Z_s))^2}\right) \tag{3.10}$$

où nb_m est le nombre de modes extraits. La valeur estimée est celle qui maximise cette fonction qui est donc appelée fonction de contraste :

$$\hat{Z}_s = \arg\max_{z_s} B_{CM}(z_s) \tag{3.11}$$

Cette méthode a été validée et testée sur les données Mer du Nord pour lesquelles l'enregistrement est réalisée sur une antenne horizontale. La profondeur estimée est $\hat{Z}_s = 17m$ ce qui constitue un bon résultat puisqu'on sait que $10m \leq Z_s \leq 20m$.

La méthode possède plusieurs limitations :

- Le spectre de la source doit être relativement plat ($|S(\nu)| \approx C^{te}$). En UBF, les modes ne possèdent pas tous la même bande du fait de la présence des fréquences de coupure et les coefficients sont calculés sur toute la bande des modes et non uniquement sur les bandes partagées (qui sont trop étroites en UBF). Ainsi, si le spectre n'est pas plat, certains coefficients peuvent être anormalement représentés dans la bande de fréquence où ne se présente pas d'autre mode (par exemple la bande qui va de la fréquence de coupure du premier mode choisi à celle du second où seul le premier mode est présent). Dans le cas des signaux que nous possédons, cette condition de validité de la méthode est globalement respectée, les spectres des signaux sources étant relativement plats.
- En se basant uniquement sur les modules des modes, on perd l'information sur le signe des fonctions modales $\psi_m(Z_s)$ qui dépend également de la profondeur. Cette information est en effet contenue dans la phase du signal qui n'est pas prise en compte. De ce fait, des pics d'ambiguïté apparaissent, ils correspondent à des profondeurs pour lesquelles les coefficients respectifs des modes sont proches de ceux de la profondeur de source Z_s, les signes des fonctions modales ne sont en revanche pas nécessairement les mêmes.

Discussion sur l'application de la méthode dans la configuration de l'étude

La méthode a été validée sur les données Mer du Nord sur lesquelles nous travaillons. Par ailleurs, nous avons développé une méthode de filtrage qui permet d'accéder aux modules des modes et constitue donc une alternative au filtrage modal fréquence-nombre d'onde nécessitant une antenne de capteurs. Nous allons adapter cette méthode dans la configuration mono-capteur puis la tester sur les données réelles.

3.2.4 Localisation de source sur un seul capteur

La localisation de source (ou l'estimation des paramètres de l'environnement) dans une configuration de réception mono-capteur a également été l'origine d'investigations. La littérature contient des études qui ont pris des directions diverses :

- Frazer *et al.* [FP90] proposent une adaptation du MFP sur un seul capteur en exploitant le degré de lissage du signal reçu. Cette méthode s'avère très sensible aux erreurs de modélisation et n'a été validée que sur des simulations.

- Kuperman *et al.* [KDH01] exploitent l'aspect dispersif des ondes acoustiques sous-marines mais cette méthode s'applique à des environnements grands fonds.
- Jesus *et al.* [JPS+00] se placent en milieux petits fonds et se basent sur la théorie de modélisation des rayons en exploitant les arrivées multiples de l'onde de pression. Dans la gamme UBF, la modélisation par tracés de rayons s'avère inopérante.
- Hermand *et al.* [Her99] proposent une méthode d'inversion géoacoustique avec une source contrôlée.

3.2.5 Conclusion

Nous avons exposé un ensemble de méthodes de localisation de source en acoustique sous-marine en discutant l'applicabilité de chacune d'entre elles dans notre cas d'étude. Celui-ci comporte trois caractéristiques principales : la configuration de réception est mono-capteur, la gamme de fréquences est large bande UBF et la signature de la source est inconnue mais elle est supposée impulsionnelle. Par ailleurs, un nombre de modes relativement faibles (entre 1 et 10) sont accessibles grâce aux techniques de filtrage modal que nous avons développées (*cf.* chapitre 2).

A partir de cet état des lieux et des discussions réalisées, nous proposons plusieurs techniques de localisation de source. Leur application s'effectue sur les données réelles (Mer du Nord et Méditerranée) afin de les valider. L'idée directrice reste l'exploitation des informations contenues dans les modes. On rappelle que les modules et énergies des modes sont liés à la profondeur de la source, tandis que la phase et le tracé d'énergie des modes fournissent des informations sur la distance source-capteur.
Dans une première étape (section 3.3), nous poursuivons la démarche engagée lors de précédents travaux [LTNML04] en améliorant la technique d'estimation de la distance par analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence. Nous verrons que les résultats restent limités mais qu'ils permettent une évaluation grossière de R.
Dans une seconde étape (section 3.4), nous adaptons puis appliquons la technique de MMP. Nous verrons que le couplage des deux estimations (distance et profondeur) dans la configuration UBF pose problème.
La troisième méthode exposée section 3.5 estime la profondeur avec la technique de comparaison des amplitudes des modes (*cf.* section 3.2.3.4) en l'adaptant à la configuration mono-capteur. Nous verrons que cette méthode contourne l'un des problèmes rencontrés avec le MMP et engendre de bons résultats.
Nous proposons enfin une technique d'estimation de la distance et des signes des fonctions modales en nous basant sur la phase des modes et en exploitant l'aspect large bande des signaux (section 3.6). La méthode est appliquée sur les données réelles, sa résistance au bruit et aux erreurs de paramétrisation est étudiée.

3.3 Estimation de la distance source-capteur par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence

3.3.1 Description de la méthode

Lors de précédents travaux [LTNML04], nous avons élaboré une méthode d'estimation de la distance source-capteur par analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence. Celle-ci part de l'équation 1.58 qui relie les temps d'arrivée des modes t_m à la fréquence ν et établit le tracé temps-fréquence du mode.

L'équation 1.58 peut s'écrire :

$$t_m = \frac{R}{v_{gm}(\nu)} + t_{dec} \tag{3.12}$$

où t_m est le temps d'arrivée de l'énergie du mode mesuré et t_{dec} le temps de décalage entre les temps d'arrivée absolu (qui a pour origine l'explosion de la source) et le temps t_m mesuré. La méthode mesure les points d'arrivée dans le plan temps-fréquence puis estime la distance à l'aide d'une régression linéaire.

Elle suit le protocole suivant :

- Construction de la RTF du signal : nous appliquons une RTF performante en terme de localisation des structures temps-fréquence (*cf.* figure 3.1 gauche). Dans la pratique nous avions choisi le spectrogramme réalloué et la méthode autorégressive par les pôles (*cf.* section 1.3.5.1).
- Pour chaque fréquence ν_m du ou des modes sélectionnés, le temps d'arrivée t_m appartenant à la courbe du mode est déterminé. Le critère de détermination est énergétique : on choisit le pôle le plus élevé pour ν_m sur la RTF AR et le maximum de crête pour ν_m sur le spectrogramme réalloué (*cf.* figure 3.1 droite).
- Placer ces points dans un repère ayant pour abscisse le temps d'arrivée t_m et pour ordonnée l'inverse des vitesses de groupe $1/v_{gm}(\nu_m)$: la droite ainsi constituée a pour coefficient directeur théorique R que l'on prendra en pratique comme la valeur estimée. Les valeurs de la vitesse de groupe $v_{gm}(\nu)$ sont calculées à partir de la fréquence d'arrivée mesurée ν_m et des paramètres de l'environnement. $v_{gm}(\nu)$ suit les équations 1.60 pour les données Mer du Nord et A.6 pour les données Méditerranée (*cf.* figure 3.2 gauche).

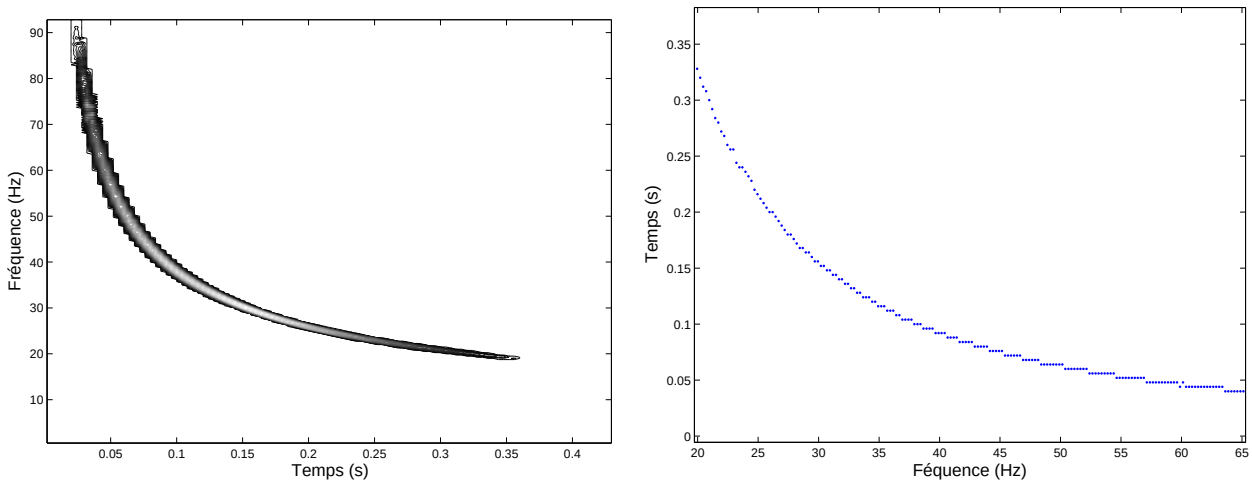

FIG. 3.1 – RTF d'un mode (gauche), coordonnées des points sélectionnés sur ce mode pour effectuer la régression linéaire (droite)

Application. Nous avons appliqué cette méthode sur la trace $R = 14000\ m$ des données Méditerranée. A ce stade, les techniques de filtrage modal n'ayant pas encore été développées, ce signal acoustique était le seul à posséder des tracés d'énergie des modes exploitables (*cf.* figure 1.23 pour la RTF AR qui ne fournit pas de bons résultats sur les données Mer du Nord). Les résultats ne sont pas satisfaisants, on constate une grande instabilité des estimations selon le nombre de points choisis et des estimations avec des taux d'erreur considérables (jusqu'à 30%). La régression linéaire fait apparaître une zone de

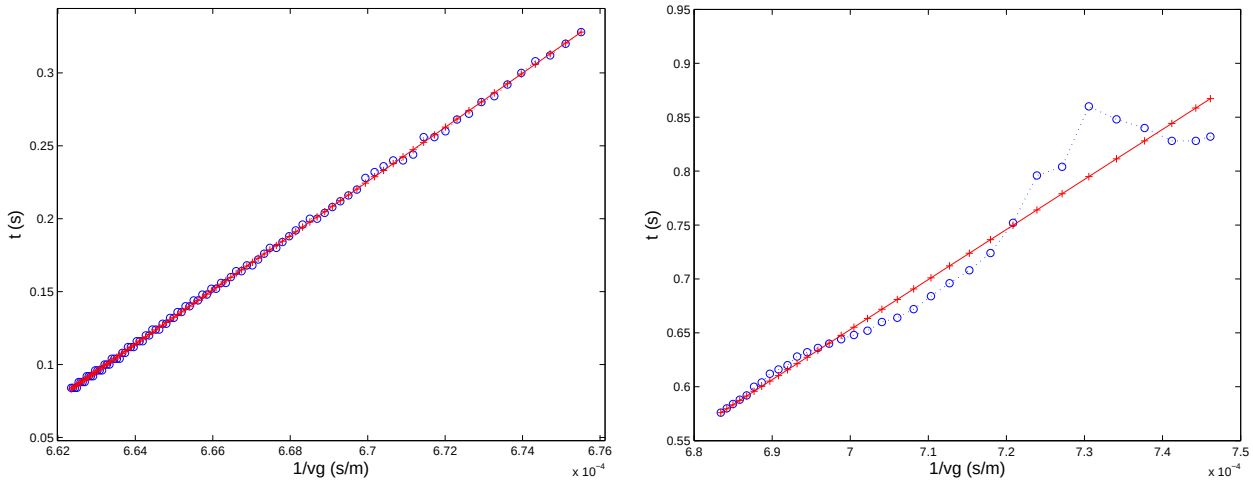

FIG. 3.2 – Régression linéaire à partir des points sélectionnés (*cf.* figure 3.1) (gauche) et Mise en évidence d'une zone problématique sur la régression linéaire (droite)

points qui s'écarte du reste du tracé (*cf.* figure 3.2 droite) : ces points correspondent à la bande de fréquence proche de la fréquence de retournement. Deux raisons peuvent être avancées pour expliquer ce phénomène :

1. Dans cette zone du plan temps-fréquence, les tracés des courbes sont très variables selon les modèles (*cf.* figure 1.8). La non adéquation entre l'environnement réel et le modèle peut donc être à la source de variations importantes des arrivées d'énergie.
2. Dans cette zone du plan temps-fréquence, la courbe de mode établit un retournement dans le plan temps-fréquence (*cf.* figure 1.8). Cela constitue un situation peu favorable pour la représentation temps-fréquence, y compris avec les méthodes RTF choisies.

Dans la même étude, nous avons retiré cette zone de l'estimation, la qualité de l'estimation augmente mais les erreurs d'estimation sont encore importantes (de l'ordre de 15%). Trois limitations importantes sont présentes :

1. Le choix du modèle : pour simplifier les calculs nous avions choisi un modèle de Pekeris pour modéliser l'environnement. Ce choix constitue une approximation importante, l'environnement étant plus proche d'un modèle 3 couches [Nar98].
2. La méthode pour établir les arrivées d'énergie : en l'absence de filtrage modal, les interférences entre modes dégradent la RTF et interdisent la localisation des modes pour des distances trop faibles du fait de la proximité des modes dans le plan temps-fréquence (comme c'est le cas pour les données Mer du Nord).
3. Cette méthode d'estimation suppose une source parfaitement impulsionnelle, c'est-à-dire dont toutes les fréquences possèdent le même temps d'explosion. Dans la pratique, une telle condition est rarement atteinte, même lorsque les sources sont des canons à air. Cette dernière limitation est intrinsèque à la méthode.

3.3.2 Améliorations apportées

Nous avons décrit le modèle 3 couches et réalisé son implémentation (*cf.* section 1.2.3), nous pouvons donc l'intégrer à cette méthode pour le calcul des vitesses de groupe v_{gm}. Par ailleurs, les techniques

TAB. 3.1 – Statistiques de l'estimation de la distance source-capteur sur les données Mer du Nord avec la technique d'analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence. Les estimations sont réalisées sur le mode 2 sur 120 traces.

Erreur Moyenne absolue et pourcentage avec RTF AR	120 m	3.17%
Erreur Maximum absolue et pourcentage avec RTF AR	221 m	5.22%
Erreur Moyenne absolue et pourcentage avec DWV modale de Pekeris	196 m	4.83%
Erreur Maximum absolue et pourcentage avec DWV modale de Pekeris	261 m	6.57%

de représentation et de filtrage élaborées dans le chapitre 2 permettent d'envisager deux améliorations pour la précision de la localisation temps-fréquence :

1. le filtrage modal permet de s'extraire du problème des interférences entre modes en envisageant le protocole suivant :
   (a) Filtrage préalable du mode.
   (b) Application d'une RTF sur le mode filtré pour l'extraction des points d'arrivée d'énergie (t_m, ν_m).
   (c) Application de la méthode à partir de ces points temps-fréquence.
2. la DWV modale de *Pekeris* localise parfaitement un mode de Pekeris approché (*cf.* équation 2.85). Nous avons vu que de légères interférences intra-structures étaient présentes lors de son application sur les données réelles (*cf.* figure 2.14). Cependant, il peut être intéressant de tester cette méthode de RTF pour l'estimation des arrivées modales.

Résultats. Nous avons appliqué cette méthode en tenant compte des améliorations proposées : choix d'un modèle 3 couches pour les données Méditerranée déjà testées et filtrage modal préalable. Nous appliquons ensuite deux types de RTF : la RTF autorégressive par les pôles et la DWV modale de Pekeris (en prenant t_m au maximum de la crête pour une fréquence donnée). Les résultats sont résumés dans les tableaux 3.1 pour les données Mer du Nord (c'est le filtrage qui permet l'application de la méthode sur ces données) et 3.2 pour les données Méditerranée.

Les résultats sont meilleurs en tenant compte des améliorations proposées (entre 2 et 9 % d'erreur). Cependant, ils ne sont pas pleinement satisfaisants. On obtient de meilleurs résultats pour les données $R = 14000\ m$. Cela peut provenir d'un meilleur filtrage modal du fait de la plus grande distance (*cf.* section 2.4.4). La DWV modale de *Pekeris* ne fournit pas de meilleurs résultats. Le modèle de *Pekeris* approché est probablement trop éloigné de l'environnement réel proche d'un modèle à 3 couches.

3.3.3 Conclusion sur la méthode d'analyse de la dispersion

En conclusion, la méthode d'estimation de la distance source-capteur par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence fournit une estimation relativement grossière mais qui constitue une bonne approximation. L'erreur n'excède en effet jamais 5.22% sur les données réelles en utilisant la RTF AR. Cette bonne approximation vient du fait que cette méthode d'estimation ne présente pas de phénomènes d'ambiguïté. Ces phénomènes sont présents pour les méthodes se basant sur la phase,

TAB. 3.2 – Estimation de la distance source-capteur sur les données Méditerranée avec la technique d'analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence.

	R=14000 m	R=11060 m
Erreur absolue (et en %) avec RTF AR sur mode 2	302 m (2.15 %)	310 m (2.8%)
Erreur absolue (et en %) avec RTF AR sur mode 2, 3 et 4	314 m (2.24 %)	474 m (4.29%)
Erreur absolue (et en %) avec $\mathcal{MW}^{Pek}$ sur mode 2	527 m (3.76%)	811 m (7.33%)
Erreur absolue (et en %) avec $\mathcal{MW}^{Pek}$ sur mode 2, 3 et 4	912 m (6.51%)	674 m (6.09%)

ils proviennent du caractère modulo 2π de la mesure de cette dernière. Ce problème n'est pas présent lorsqu'on envisage les temps d'arrivée dans le plan temps-fréquence.

Une perspective d'amélioration envisageable serait de réaliser l'estimation des temps d'arrivée à partir de techniques de modélisation polynomiale. Ces techniques écrivent la phase des structures du signal sous la forme d'un polynôme. La structure x_m s'écrit :

$$x_m(t) = C \exp \sum_{p=1}^{P} a_p t^p \tag{3.13}$$

où P est le degré du polynôme de modélisation (plus il est élevé, plus l'estimation de la phase sera potentiellement précise). Des méthodes de la littérature temps-fréquence réalisent une estimation des termes $\{a_p\}$ du polynôme [PF96]. Elle se basent sur la fonction d'ambiguïté d'ordre supérieur [Por93]. Elles donnent finalement accès à la fréquence instantanée des structures. L'application de ces méthodes est problématique dans le cas de signaux à multi-structures et ont des limitations dues à la propagation d'erreurs dans l'algorithme d'estimation des $\{a_p\}$. Récemment, Ioana *et al.* ont proposé de combiner ces techniques au principe d'équivalence unitaire en utilisant des opérateurs de déformation pour contrer les problèmes de propagation d'erreurs [IQ05].

Par ailleurs, notre méthode fait l'hypothèse d'une source impulsionnelle parfaite. Dans le cas général, cette hypothèse n'est pas réaliste, y compris avec des sources qui sont globalement impulsionnelles. Un moyen de contourner ce problème est de soustraire les arrivées des modes pour une même fréquence. C'est de cette manière que [Ger07] *et al.* envisagent le problème. Cette soustraction empêche cependant un avantage procuré par notre méthode qui permet de ne considérer qu'un seul mode ce qui peut s'avérer utile si un seul mode peut être filtré (en présence d'un faible RSB par exemple). Dans notre cas, le développement des techniques de filtrage modal nous a ouvert de nouvelles perspectives et nous nous sommes concentré sur des méthodes basées sur la phase des modes en appliquant le principe de la soustraction des phases des modes pour s'extraire du problème de la connaissance de la source. Cette méthode est présentée section 3.6. Nous verrons également que les techniques d'estimation par analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence peuvent constituer une bonne complémentarité à la méthode d'estimation par la phase que nous avons développée.

3.4 Estimation de la profondeur de source et de la distance source-capteur par méthode MMP

3.4.1 Formulation de l'estimateur

La technique d'estimation par modes adaptés (MMP) que nous avons présentée dans la section 3.2 est *a priori* adaptée à notre cas d'étude du fait de notre capacité à filtrer les modes. Nous appliquons l'estimateur le plus classique : la sommation incohérente en fréquence du corrélateur de Bartlett pris comme fonction de contraste. La fiabilité de cette technique est *a priori* liée au nombre de données que nous possédons. Deux facteurs déterminent ce nombre de données :

1. Le nombre de modes : l'estimateur est un corrélateur entre les modes. Le nombre de modes M détermine la dimension de la matrice (MxM).
2. La largeur de bande partagée par les modes : la notion de partage de la bande de fréquence entre les modes a son importance en UBF où les modes, limités par leur fréquence de coupure, ne possèdent pas la même bande de fréquence. Ainsi, il est *a priori* préférable d'avoir un maximum de modes sur une bande partagée la plus large possible (maximum d'information sur le signal).

La technique de filtrage que nous avons développée et présentée dans la chapitre 2 diffère de la technique classique de filtrage sur antenne verticale. Elle donne accès à toute l'expression des modes de pression X_m $m \in 1...M$ et non aux simples coefficients modaux a_m. L'estimateur que nous appliquons est donc basé sur la fonction de contraste suivante :

$$B_{MMP}(r, z_s) = \frac{\underline{P}^H(r, z_s)\underline{X}(R, Z_s)\underline{X}^H(R, Z_s)\underline{P}(r, z_s)}{\underline{P}^H(r, z_s)\underline{P}(r, z_s)} \tag{3.14}$$

où $\underline{X}(R, Z_s)$ est le vecteur des modes (1xM) filtrés sur les données réelles localisées aux profondeur et distance réels Z_s et R. $\underline{P}(r, z_s)$ est le vecteur des modes simulés avec les paramètres géoacoustiques de l'environnement réel aux profondeur et distance z_s et r. L'estimateur MMP de la localisation de source est :

$$(\hat{R}, \hat{Z}_s) = \arg\max_{r, z_s} \sum_{\nu} B_{MMP}(r, z_s) \tag{3.15}$$

Les pics d'ambiguïté. Les figures 3.3 représentent le plan d'ambiguïté propre du corrélateur pour les configurations Mer du Nord et Méditerranée. Elles ont été obtenues en appliquant l'estimateur sur des données simulées avec les paramètres réels de localisation, autrement dit, en prenant $\underline{X}(R, Z_s) = \underline{P}(R, Z_s)$. On trouve dans le plan d'ambiguïté des pics d'ambiguïté qui correspondent à des lieux de coordonnées (r, z_s) pour lesquelles le corrélateur fournit des résultats élevés. La présence de ces pics d'ambiguïté constitue une limitation intrinsèque à la méthode. On distingue deux types de pics qui correspondent à deux types d'erreurs :

1. Le pic central qui se situe autour de la valeur réelle $\{R, Z_s\}$. Les erreurs associées à ce pic sont faibles, elles sont dues aux faibles différences entre les données réelles et simulées qui peuvent correspondre à de légères erreurs sur les paramètres de l'environnement ou à un modèle trop réducteur. En z_s, les limites de ce pic sont atteintes lorsque les signes des fonctions modales $\psi_m(z_s)$ (dont les tracés sont présentés figure 1.5 et 1.6 du chapitre 1) diffèrent des signes réels, les fonctions modales simulées sont alors trop éloignées des valeurs réelles. Cela correspond à une profondeur $z_s \approx 20m$ pour la configuration Mer du Nord par exemple (*cf.* figure 3.3).
2. Les pics secondaires qui peuvent être éloignés des valeurs réelles de localisation dans le plan d'ambiguïté. Ces pics proviennent d'ambiguïtés sur la phase dues à son caractère modulo 2π.

La phase contient deux informations : le terme $k_{rm}R$ lié à la distance et les signes des fonctions modales $\psi_m(Z_s)$. Ainsi on distingue des pics pour lesquels on a une ambiguïté sur le terme $k_{rm}R$ qui se situent proche de $z_s = Z_s$ et correspondent aux valeurs ambiguës de R et d'autres pics pour lesquels l'ambiguïté du terme en $k_{rm}R$ est partiellement compensée par des erreurs sur les signes (par exemple les pics proches de $z_s = 120\ m$ sur les données Mer du Nord).

On constate une augmentation du nombre et de l'importance des pics d'ambiguïté avec la diminutions de nombres de modes (on en trouve par exemple plus dans la configuration Méditerranée que Mer du Nord) et la diminution des bandes de fréquence. Plus précisement, la diminution du nombre de modes entraîne une augmentation des pics suivant l'axe des z, une diminution de la bande de fréquence entraîne une augmentation des pics suivant l'axe des r. Cette observation nous incite à prendre un maximum d'informations en considération.

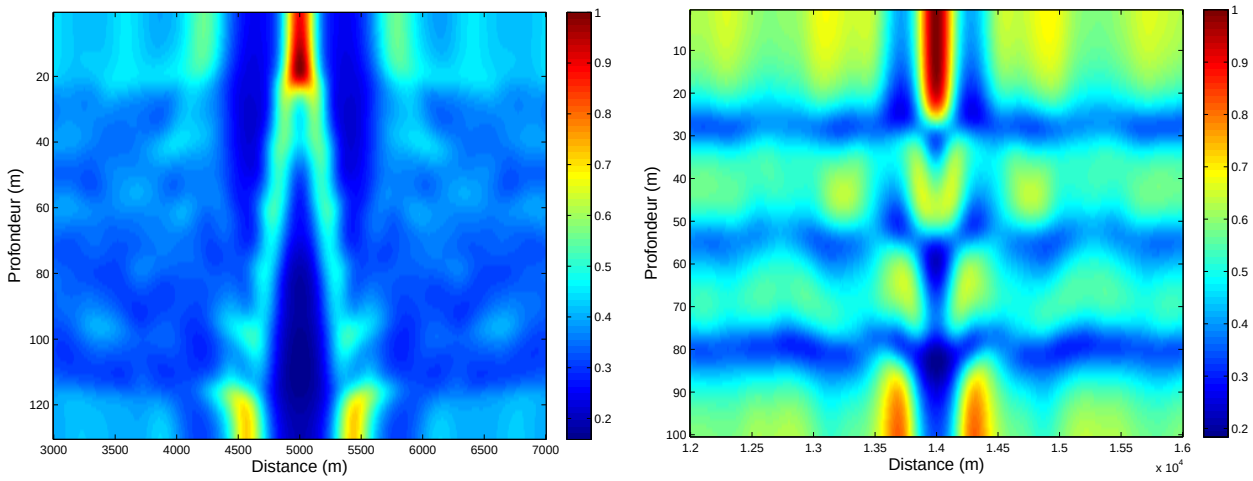

FIG. 3.3 – Plan d'ambiguïté propres normalisé pour la configuration Mer du Nord avec R=5000m (gauche) et Méditerranée avec R=14000m (droite)

3.4.2 Applications sur les signaux réels

Choix des simulations

Nous avons choisi pour le calcul des simulations $\underline{P}(r, z_s)$ l'implémentation que nous avons développée et déjà utilisée pour l'évaluation des techniques de filtrage. Cette implémentation repose sur la théorie des modes et permet ainsi de simuler un seul mode. Elle n'autorise que les modélisations d'environnements simples qui sont celles détaillées dans le premier chapitre (parfait, Pekeris, 3 couches) mais qui sont suffisantes pour les deux jeux de données réelles. Parmis les logiciels classiques de modélisation par théorie des modes, on peut citer le logiciel KRAKEN [Por90].

Choix de la technique de filtrage modal

La configuration d'étude dans le cadre d'une localisation de source sur les signaux réels est la suivante :

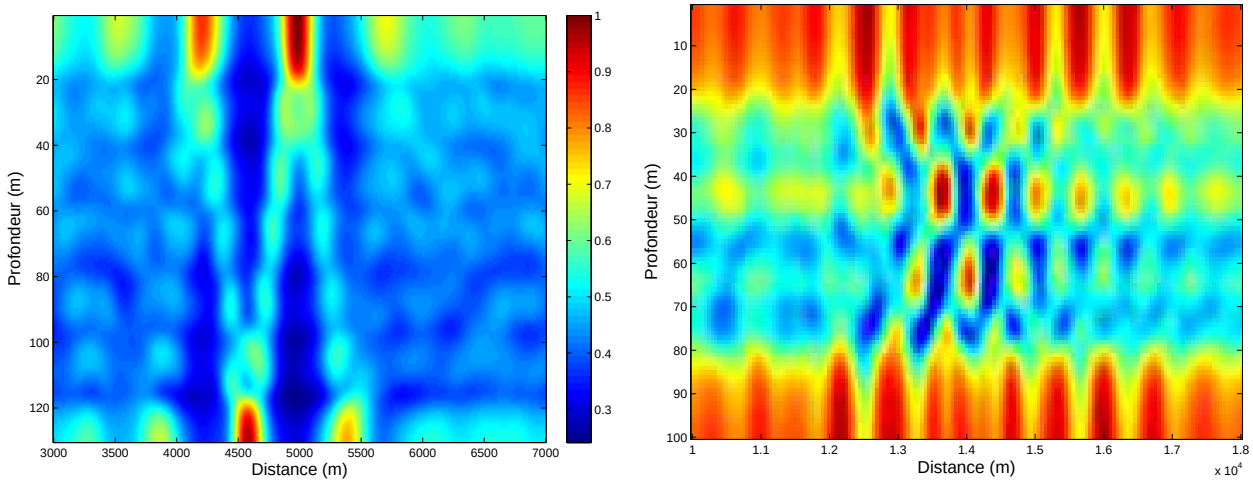

FIG. 3.4 – Plan d'ambiguïté des données réelles Mer du Nord avec R=5000m (gauche) et Méditerranée avec R=14000m (droite)

- Les paramètres de l'environnement sont connus, R est inconnu. On peut cependant obtenir une estimation grossière de sa valeur en appliquant la méthode détaillée dans la section précédente.
- Les RSB des signaux que nous possédons sont élevés.

Dans une telle configuration et en tenant compte des conclusions des performances de filtrage exposées section 2.4.4, il est indiqué d'appliquer un filtrage modal linéaire sur TF adaptée (une seule inconnue avec une incertitude limitée et un bon RSB). Nous avons donc appliqué le filtrage TF de *Pekeris* $\mathcal{H}^{PekTF}$. Pour vérifier que les autres méthodes de filtrage ne produisent pas des résultats aberrants, nous avons également appliqué le filtrage atomique linéaire sur RTF adaptée sur quelques traces acoustiques sans que les estimations de la localisation soient significativement changés.

Nous appliquons le MMP sur les signaux réels que nous possédons suivant différentes configurations en terme de nombres de modes et de bande fréquentielle.

3.4.2.1 Configuration avec un maximum d'information

Nous appliquons dans un premier temps le MMP dans la configuration que nous avons décrite comme *a priori* préférable : un maximum de modes en prenant les bandes fréquentielles partagées les plus grandes possibles. Concrètement, des modes 1 à 7 pour avec une bande allant de la fréquence de retournement à la fréquence maximale (environ 80 Hz) pour chaque mode pour les données Mer du Nord et du mode 1 à 4 avec une bande allant de la fréquence de retournement à la fréquence maximale (environ 90 Hz) pour les données Méditerranée.
Pour les données Mer du Nord, on ignore la valeur précise de la profondeur de source mais on sait qu'elle est comprise dans la fourchette suivante : $10m < Z_s < 20m$. Par ailleurs, une précédente étude sur ces données [NML06] a estimé $\hat{Z}_s = 17m$. Pour les données Méditerranée, on a : $Z_s = 10m$.

Résultats

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux 3.3 pour les données Mer du Nord et 3.5 pour

TAB. 3.3 – Statistiques sur l'estimation de la distance et de la profondeur de source sur les données Mer du Nord avec la technique MMP.

	Absolue	Pourcentage
Erreur moyenne sur R	56.86 m	1.78%
Erreur maximum sur R	66 m	2.89%
Erreur moyenne sur Z_s	10 à 20 m	7.69 à 15.38% de D
Erreur maximum sur Z_s	10 à 20 m	7.69 à 15.38% de D

les données Méditerrané.

Pour les données Mer du Nord, l'estimation de la profondeur de la source est de 0 m pour toutes les traces. L'erreur est donc importante (selon la position réelle de la source, elle se situe entre 7.69% et 15.38% de la profondeur D). Elle est en revanche plutôt faible pour la distance. Pour les données Méditerranée, elle est très importante en profondeur et en distance. La figure 3.4 représente le plan d'ambiguïté après application de l'estimateur sur les données Mer du Nord et Méditerranée.
Pour les données Mer du Nord, on retrouve les pics d'ambiguïté théoriques à $z_s \approx 120\ m$ et $R \approx 4400\ m$ ou $R \approx 5600m$, ils sont plus marqués que théoriquement (*cf.* figure 3.3). La profondeur estimée $\hat{Z}_s = 0\ m$ est située dans le pic d'ambiguïté principal de l'estimateur. La source de cette erreur est donc une légère inadéquation entre les modules des fonctions modales réelles et simulées.
Pour les données Méditerranée, on retrouve les pics d'ambiguïté à $z_s \approx 70\ m$ et $r \approx 14600\ m$. Les valeurs estimées correspondent à un pic secondaire : elles ne sont donc pas aberrantes. La source de l'erreur est une inadéquation entre les modules des fonctions modales réelles et simulées doublée d'une ambiguïté sur la phase.

La figure 3.5 représente le module des modes réels et simulés à la profondeur $Z_s = 17\ m$ dans la configuration Mer du Nord. Le corrélateur étant incohérent en fréquence, c'est le niveau relatif des amplitudes des modes pour chaque fréquence qui est déterminant. On constate que les niveaux relatifs des courbes réelles et simulées sont particulièrement éloignés autour des fréquences de retournement. Le même phénomène se produit pour les données Méditerranée. Dans ces zones, on constate un module (et donc une énergie du mode) anormalement élevée, et ce quelque soit le mode. Ces phénomènes sont en décalage avec les modèles et induisent une surreprésentation d'un mode pour les fréquences affectées par ce phénomène. Ces anomalies, sans provoquer d'aberration d'estimation, biaise la mesure. De plus, ces zones sont de hautes énergies et induisent d'autant plus fortement une erreur dans l'estimation.

Ces anomalies étant inexpliquées, nous avons émis l'hypothèse qu'elles pouvaient provenir du filtrage des données réelles. Le filtrage aux abords de la fréquence de coupure (proche de la fréquence de retournement) aurait pu affecter les modules des modes. Pour contourner cet éventuel problème, les modes simulés $\underline{P}$ ont été obtenus par filtrage de la même manière que les modes réels. Cette opération n'a pas atténué le phénomène et l'a même renforcé du fait des difficultés du filtrage à restituer fidèlement l'énergie aux abords de la fréquence de retournement. Dans cette zone, les simulations filtrées ont des modules encore plus faibles que les simulations non filtrées.

Les phénomènes de surreprésentation de la bande autour de la fréquence de retournement proviennent d'une non-adéquation entre le modèle et l'environnement réel. Une hypothèse possible est que le module des coefficients de réflexion $|R|$ est légèrement plus grand pour les angles (et donc les fréquences) proches de l'angle de coupure (et donc de l'angle de retournement qui lui est proche). Cette configuration se réalise lorsque les ondes de cisaillement (ondes S) dans la couche du fond possèdent des vitesses $V_2^s \leq V_1$ (*cf.* section 1.2.2.3 du chapitre 1). Nous ignorons la valeur précise de V_2^s dans les deux cas d'étude mais des sédiments gorgés d'eau sont présents dans la couche du fond ce qui rend possible cette hypothèse. Cependant, la valeur de $|R|$ dépend également des coefficients d'absorption α de ces couches qui ont tendance a produire le phénomène inverse en induisant un $|R|$ plus faible vers la fréquence de coupure (*cf.* section 1.2.2.3) et dont on ignore également les valeurs. Nous ne pouvons donc pas conclure sur la validité de cette hypothèse.
Une autre hypothèse crédible est que ces phénomènes sont dûs à la présence d'ondes de Stoneley. Ce sont des ondes sismiques de surface qui se propagent à l'interface eau-fond et qui pourraient interférer sur le champ acoustique proche du fond (le capteur est posé sur la fond). Nous ne pouvons pas conclure non plus sur cette hypothèse.
Plus généralement, nous avons déjà observé des variations importantes dans cette bande entre le modèles. C'est donc une bande qui est sensible aux approximations de modélisation.
Notons que ce phénomène de surreprésentation est particulièrement gênant dans la configuration UBF pour laquelle la bande de fréquences contient toujours les fréquences de retournement des modes présents.

3.4.2.2 Configuration sans la bande problématique

Pour contrer ce phénomène de non-adéquation avec le modèle, nous avons retiré la bande des modes proche de la fréquence de coupure dans le calcul de l'estimateur. Cette solution à cependant trois limitations :

1. La première concerne le choix de la bande à retirer. Dans l'hypothèse d'une source au spectre globalement plat comme c'est le cas dans les deux jeux de données, nous pouvons comparer les tracés d'évolution des modules en fonction de la fréquence du mode réel avec celui du mode simulé. Nous retirons pour chaque mode les zones en trop grande inadéquation avec le tracé simulé. Un problème peut survenir du fait de la dépendance des module vis-à-vis de la profondeur z_s puisqu'on ignore la valeur de Z_s. Cependant, si les variations du module avec z_s sont importantes pour une même fréquence, le tracé du module en fonction de la fréquence suit globalement la même évolution quelque soit z_s.
2. En UBF, les modes d'ordre les plus élevés ne sont composés que de cette bande et sont de ce fait exclus. Ainsi, il ne reste plus que 5 modes (avec le 5ème sur une bande très étroite) pour les données Mer du Nord et le 4ème mode est très réduit pour les données Méditerranée. Les bandes sont également plus étroites pour chacun des modes restant. Cette double diminution provoque une augmentation de la valeur des pics d'ambiguïté propres suivant les deux axes du plan d'ambiguïté comme le montre la figure 3.6.
3. Les zones retirées sont également les plus énergétiques ce qui entraîne une baisse du RSB.

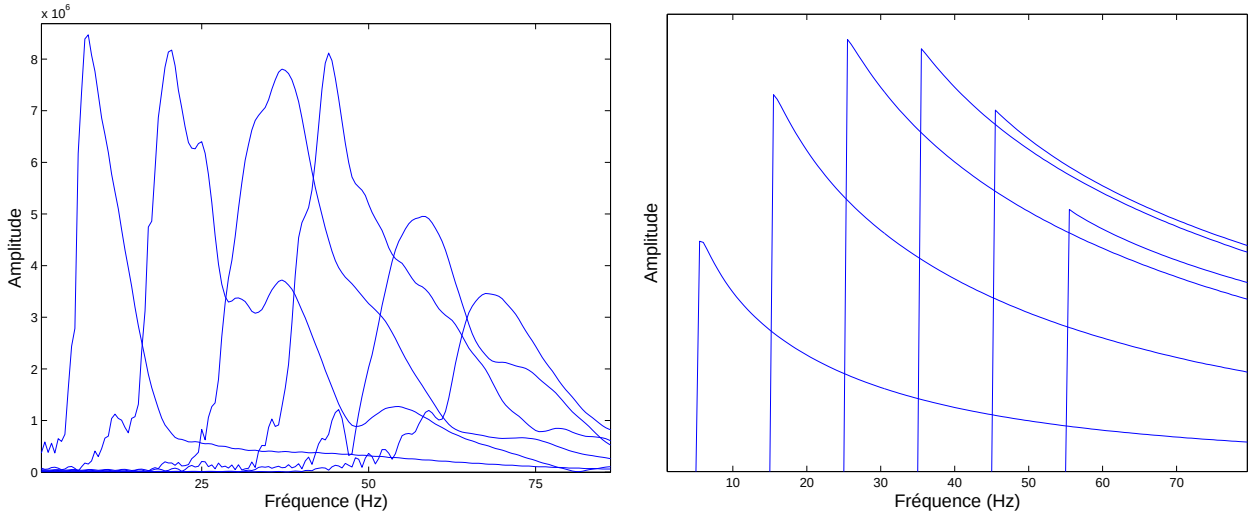

FIG. 3.5 – Module des 7 premiers modes des données réelles Mer du Nord (gauche) et des données simulées avec les paramètres de localisation réels (droite).

TAB. 3.4 – Statistiques sur l'estimation de la distance et de la profondeur de source sur les données Mer du Nord avec la technique MMP sans bande de retournement.

	Absolue	Pourcentage
Erreur moyenne sur R	58.27 m	1.81%
Erreur maximum sur R	69 m	2.92%
Erreur moyenne sur Z_s	10 à 20 m	7.69 à 15.38% de D
Erreur maximum sur Z_s	10 à 20 m	7.69 à 15.38% de D

Résultats

L'application de cette technique aux données réelles fournit les résultats présentés dans le tableau 3.4 pour les données Mer du Nord et dans le tableau 3.5 pour les données Méditerranée.

L'estimation de la profondeur est inchangée pour les données Mer du Nord mais on observe un pic principal plus étalé autour de la valeur estimée (*cf.* figure 3.7). L'évaluation est meilleure pour les données Méditerranée. Les pics d'ambiguïté sont par ailleurs plutôt moins marqués suivant z_s (*cf.* figure 3.7). L'évaluation de la distance est en revanche légèrement moins bonne pour les données Mer du Nord et devient très mauvaise pour les données Méditerranée. Pour ces données, l'augmentation des pics d'ambiguïté propres suivant z_s (induit par la prise en compte d'un nombre d'informations plus faible) est compensée par la plus grande adéquation des modules des modes réels et simulés et permet une amélioration de l'estimation de z_s. En revanche, la diminution du nombre de fréquences et du RSB provoque une augmentation des pics d'ambiguïté en r et un risque de mauvaise estimation de R. Cette solution, sans être inefficace, n'est pas sans poser de nouveaux problèmes.

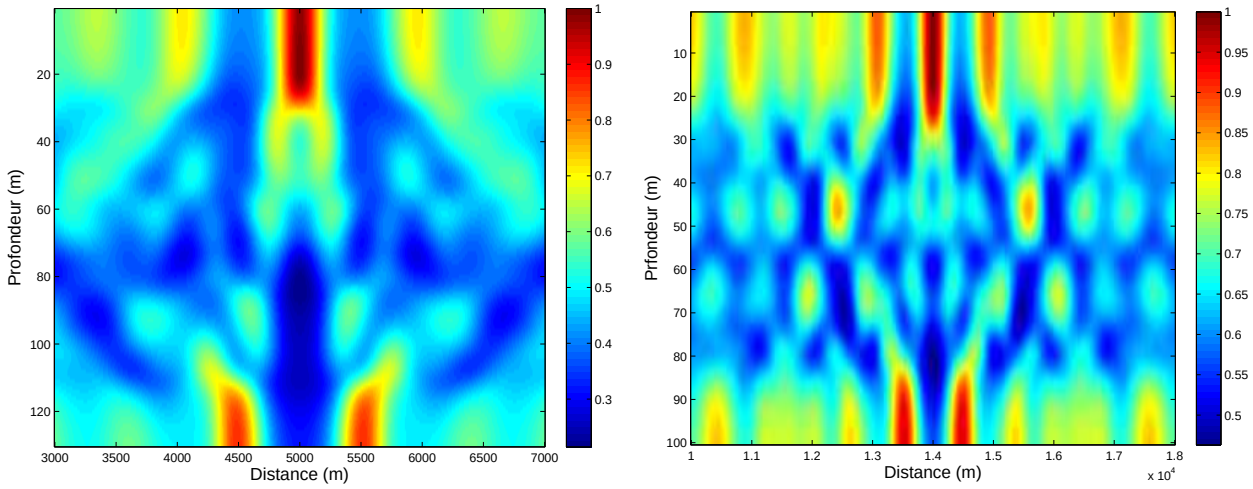

FIG. 3.6 – Plan d'ambiguïté propres normalisé pour la configuration Mer du Nord avec R=5000m (gauche) et Méditerranée avec R=14000m (droite) après retrait des bandes proches de la fréquence de retournement

TAB. 3.5 – Estimation de la distance et de la profondeur de source sur les données Méditerranée avec la technique MMP avec et sans bande de retournement.

	R=14000 m	R=11060 m
Erreur sur R sur tout le mode	375 m (2.67%)	720 m (6.51%)
Erreur sur Z_s sur tout le mode	43 m (43 % de D)	100 (100% de D)
Erreur sur R sans bande de retournement	3559 m (18.28%)	1768 m (15.98%)
Erreur sur Z_s sans bande de retournement	10 m (10% de D)	10 m (10% de D)

3.4.3 Conclusion sur le MMP

L'estimation par technique de MMP fournit des résultats relativement efficaces pour la distance mais elle pose des problèmes d'estimation de la profondeur. Ces problèmes sont liés à l'inadéquation entre les modules relatifs des modes réels et simulés dans les bandes de fréquences proches des fréquences de retournement. Ce phénomène est particulièrement présent pour des ondes UBF. Retirer les bandes où se trouvent ces anomalies semble améliorer l'estimation de la profondeur mais pose problème pour celle de la distance. Les mesures sur les données réelles amènent plusieurs conclusions :

- La phase qui contient l'information sur la distance ne semble pas affectée aux abords des fréquences de retournement. Seuls les modules des fonctions modales posent problèmes.
- Le fait d'avoir une estimation conjointe des deux paramètres entraîne une interdépendance qui amplifie le phénomène : l'erreur sur l'estimation de la profondeur peut induire une légère erreur sur celle de la distance (cas avec les bandes les plus larges possible sur les données Mer du Nord). De la même manière une importante erreur sur R peut induire une légère erreur sur Z_s (cas après retrait des bandes proches des fréquences de retournement).

Afin de contourner ces problèmes, nous appliquons des méthodes d'estimation séparée en distance et en profondeur. L'estimation de la profondeur est réalisée à partir d'une méthode proposée par Nicolas *et al.* [NML06] qui repose sur la comparaison des modules des modes sur l'ensemble de la bande fréquentielle (*cf.* section 3.2.3.4). L'estimation de la distance que nous avons développée est basée sur la phase et exploite l'aspect large bande des signaux UBF. Elle permet également une estimation des différences de signe entre modes qui peut être utile à l'amélioration de l'estimation de la profondeur.

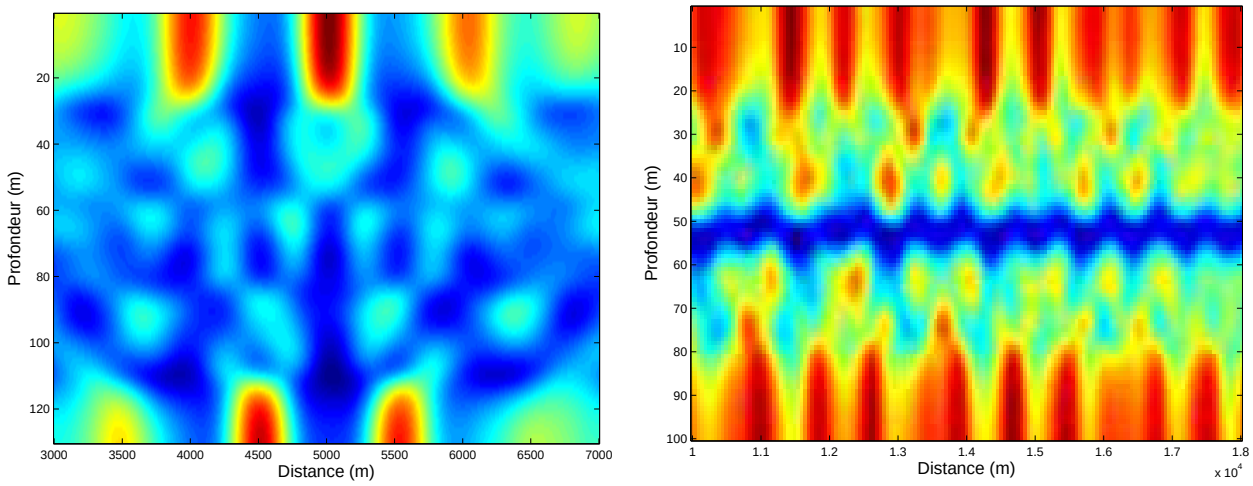

FIG. 3.7 – Plan d'ambiguïté des données réelles Mer du Nord avec R=5000m (gauche) et Méditerranée avec R=14000m (droite) après retrait des bandes proches de la fréquence de retournement

3.5 Estimation de la profondeur de source par comparaison des coefficients des modes

Dans cette section, nous appliquons la technique de l'estimation de la profondeur de source par mesure des coefficients des modes telle que nous l'avons exposée section 3.2.3.4.

3.5.1 Application à partir de RTF énergétiques à l'aide de masques temps-fréquence

Avant d'élaborer la technique de filtrage modal présentée dans le chapitre 2, nous avons implémenté la technique d'estimation de la profondeur par comparaison des coefficients des modes avec un masquage temps-fréquence modal similaire à celui réalisé initialement dans le plan $\nu - k$ [LTNM$^+$05]. Cette application a été réalisée à partir de RTF énergétiques : spectrogramme et version quadratique de la TFCT *modale parfaite* ($|\mathcal{TM}^{parf}|^2$).

La méthode suit ainsi le protocole suivant :

1. Les masques des modes sont construits à partir des tracés théoriques des modes pour une source impulsionnelle. L'élaboration des masques nécessite donc la connaissance de la distance source-capteur. Une dilatation est réalisée sur les courbes théorique telle sorte que les masques formés couvrent une zone autour des tracés théoriques sans chevauchement d'un masque à l'autre. Cette

dilatation est rendue nécessaire par l'étalement des modes dû à la non adéquation de l'environnement réel au modèle, par le fait que la source ne soit pas parfaitement impulsionnelle et surtout du fait des limites intrinsèques des RTF qui provoquent un étalement des structures modales (*cf.* section 1.3).

2. Les coefficients réels des modes c_m^{reel} sont obtenus par une sommation de la RTF filtrée à l'aide du masque m.
3. Les coefficients simulés des modes c_m^{simu} sont obtenus suivant le même protocole en utilisant le même masque et une RTF construite avec les mêmes paramètres (même taille de fenêtre, mêmes paramètres pour les RTF atomiques *modales parfaites*). Chaque profondeur simulée engendre un jeu de coefficients.
4. Chaque jeu de coefficients est normalisé.
5. L'estimation est réalisée par application de la fonction de contraste B_{CM} (*cf.* équation 3.10).

Cette méthode présente des pics d'ambiguïté. Les tracés propres d'ambiguïté de l'estimateur dans la configuration Mer du Nord avec $Z_s = 17\ m$ et Méditerranée avec $Z_s = 10\ m$ sont présentés figure 3.9. L'absence de prise en compte des signes des modes (supprimés en se basant uniquement sur les modules) entraîne une perte d'information qui crée des pics d'ambiguïté importants. Ceux-ci sont notamment présents aux profondeurs pour lesquels les modules des fonctions modales sont proches de ceux à Z_s même si les signes sont différents. C'est le cas dans la configuration Mer du Nord pour laquelle le pic à $z_s \approx 120\ m$ correspond à une profondeur ou deux modes consécutifs ont leurs signes opposés tandis qu'ils ont le même signe pour la profondeur de source réelle.

Choix des simulations. Le logiciel de simulation utilisé pour l'évaluation à partir des RTF énergétiques est basé sur les équations paraboliques [CW91]. Nous n'avions pas encore développé l'outil de simulation par théorie des modes. D'autre part, le choix de calcul des c_m^{simu} par masquage ne nécessite pas la simulation séparée des modes.

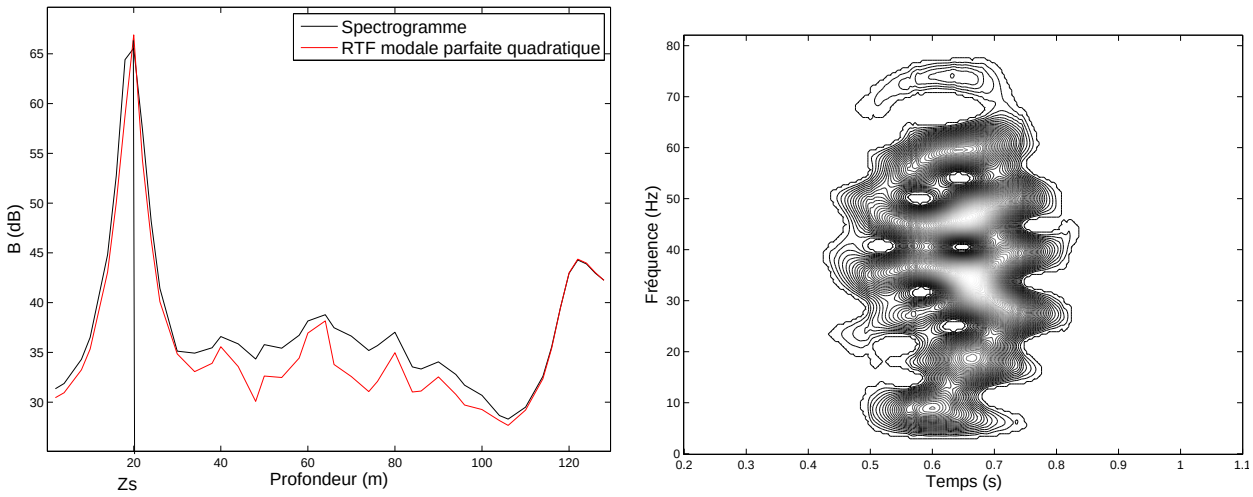

FIG. 3.8 – Courbes de la fonction de contraste (équation 3.10)) dans la configuration Mer du Nord avec $R = 3500\ m$ à partir de RTF énergétiques avec masque de dilatation (gauche), spectrogramme de la trace $R = 3500\ m$ (droite)

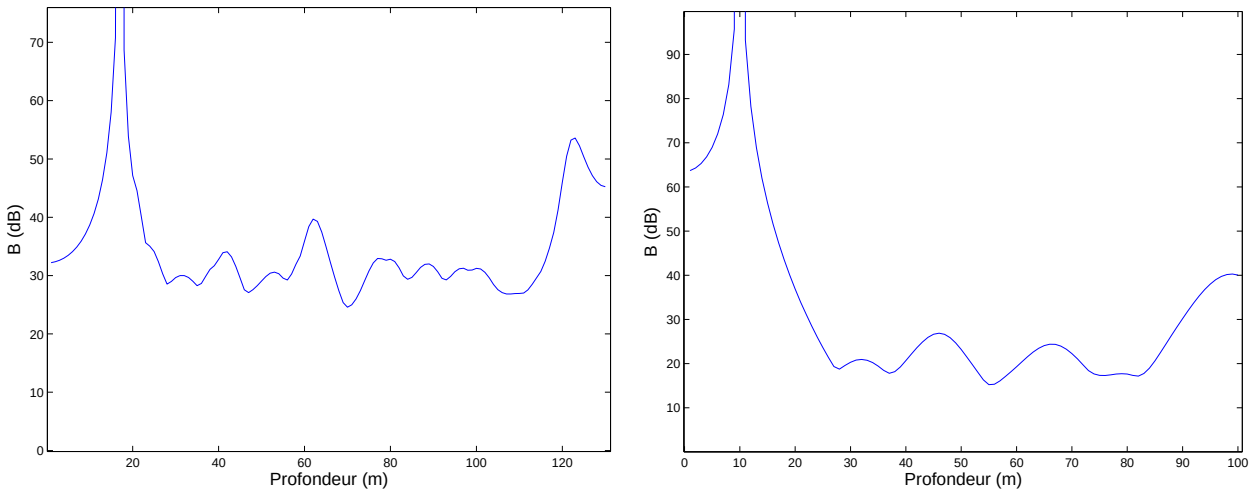

FIG. 3.9 – Courbes d'ambiguïté de B_{CM} dans la configuration Mer du Nord avec $Z_s = 17m$ (gauche) et Méditerranée avec $Z_s = 10m$ (droite)

Résultats

La méthode appliquée aux données Mer du Nord a donné des résultats satisfaisants avec $\hat{Z}_s = 20m$ sur la trace $R = 3500m$ [LTNM$^+$05] montrant ainsi son efficacité potentielle en configuration mono-capteur. La figure 3.8 (gauche) représente le tracé de la fonction de contraste en fonction de la profondeur des simulations réalisées tous les mètres. Les performances sont similaires quelque soit la méthode RTF choisie (même si le pic principal est légèrement plus étroit avec la TFCT *modale parfaite* qu'avec le spectrogramme). Ce résultat peut sembler surprenant à la vue du spectrogramme de la trace acoustique (*cf.* figure 3.8 (droite)). Le chevauchement des modes est compensé par le fait que le filtrage des modes réels et simulés soit réalisé dans les mêmes conditions. Ainsi les erreurs des coefficients dues à l'étalement (qui entraîne des problèmes de coïncidences entre le masque et le mode) sont du même ordre pour les données réelles et simulées parce que les RTF sont réalisées avec les mêmes paramètres.
Cependant, cette méthode nécessite la connaissance de R pour le tracé et l'élaboration des masques et suppose une source parfaitement impulsionnelle (les masques étant basés sur les courbes de la réponse impulsionnelle du guide). Nous avons voulu contourner ces limitations en appliquant le filtrage modal que nous avons développé.

3.5.2 Application avec filtrage modal

La méthode avec application du filtrage modal suit le protocole suivant :

1. Les modes sont filtrés avec la technique de filtrage modal choisie selon le contexte (connaissance des paramètres d'environnement et niveau de RSB) donnant accès à leur expression temporelle $x_m(t)$.
2. Les coefficients des modes c_m^{reel} sont obtenus par une somme des modules de la TF du mode x_m entre sa fréquence minimale filtrée (proche de la fréquence de retournement) ν_m^{min} et la fréquence maximum du signal filtré ν_m^{max} (80Hz pour les données Mer du Nord, 90 Hz pour les données Méditerranée).

3. Les coefficients des modes simulés c_m^{simu} sont obtenus en effectuant la somme sur les mêmes bornes directement à partir de la TF du mode simulé seul. Les modes étant filtrés avec précision si la méthode de filtrage est adéquate (*cf.* les performances de filtrage exposées section 2.4.4), la symétrie d'évaluation des coefficients entre données réelles et simulées n'est plus nécessaire.
4. Chaque jeu de coefficients est normalisé.
5. L'estimation est réalisée par application de la fonction de contraste B_{CM} (*cf.* équation 3.10).

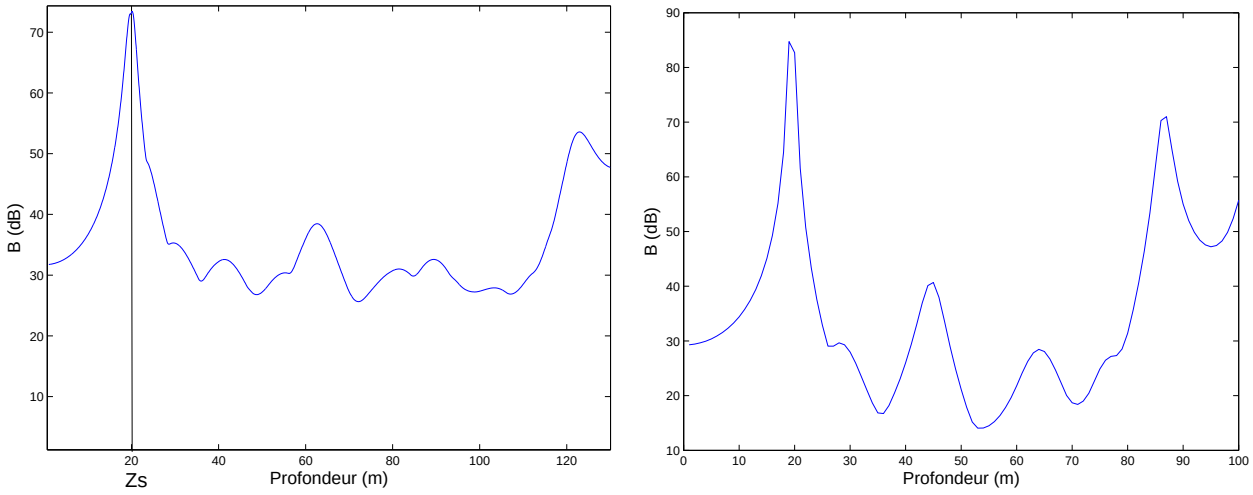

FIG. 3.10 – Tracé de la fonction de contraste B_{CM} (équation 3.10)) dans la configuration Mer du Nord pour $R = 3500\ m$ (gauche) et Méditerranée pour $R = 14000\ m$ (droite)

Choix des simulations. Les simulations étant effectuées mode par mode, nous avons choisi le logiciel de simulation par théorie des modes que nous avons développé.

Choix de la technique de filtrage modal. Les mêmes conclusions s'appliquent pour le choix de la technique de filtrage que dans le cas du MMP sur les données réelles que nous possédons. Nous choisirons de préférence un filtrage linéaire sur TF adaptée (filtrage TF de *Pekeris*). Le choix du filtrage atomique sur RTF adaptée engendre des résultats équivalents.

Résultats

Nous avons testé cette méthode sur les données Mer du Nord en choisissant les 7 premiers modes. Les résultats obtenus sur les données réelles sont les suivants :

– Sur la trace $R = 3500\ m$ évaluée avec la méthode précédente, on obtient : $\hat{Z}_s = 20.1\ m$. On retrouve le tracé obtenu avec les RTF énergétiques (*cf.* figure 3.10). Il est plus lissé du fait du nombre de profondeurs simulées réalisées (10 simulations par mètre contre une seule auparavant).

– sur l'ensemble des traces, les résultats sont résumés dans le tableau 3.6.

L'estimation se situe à $\hat{Z}_s \approx 120\ m$ sur un nombre considérable de traces. Cette erreur correspond au pic d'ambiguïté secondaire le plus élevé du tracé d'ambiguïté de l'estimateur (*cf.* figure 3.9).
Les résultats sur les données Méditerranée en choisissant les 4 premiers modes sont présentés dans le

TAB. 3.6 – Statistiques sur l'estimation de la profondeur de source sur les données Mer du Nord par comparaison des coefficients des modes.

	Profondeur
Valeur Moyenne pic principale	20.3 m (de 0.23 à 8 % de D)
Valeur Moyenne pic secondaire	122.2 m (de 78.7 à 86.4 % de D)
Nombre erreur sur pic secondaire (en %)	55 (39.29%)

TAB. 3.7 – Estimation de la profondeur sur les données Méditerranée par comparaison des coefficients des modes.

	R=14000 m	R=11060 m
Estimation (erreur en %)	19 m (9 % de D)	18.8 m (8.5% de D)

tableau 3.7

La méthode d'estimation de la profondeur par comparaison des coefficients des modes en UBF fournit des résultats intéressants même si un problème d'ambiguïté demeure. Sur le pic principal, les résultats sont meilleurs que ceux obtenus avec la méthode MMP qui se base pourtant sur la même approche : comparer les modes réels et simulés. Deux éléments importants diffèrent cependant :

1. L'estimation de la profondeur est disjointe de celle de la distance. Une erreur sur la distance provenant d'une altération de la phase ne peut pas interférer sur celle de la distance.
2. Les problèmes des modules anormalement élevés par rapport au modèle dans les bandes proches des fréquences de coupure ne semblent plus se poser ici. Cette amélioration provient du fait qu'on effectue une moyenne sur les fréquences pour établir les coefficients des modes. Ainsi, le problème de non concordance des modules à une fréquence donnée n'est plus déterminant. Les surreprésentations étant présentes sur tous les modes, elles se compensent par moyennage sur toute la bande du mode.

A la vue des résultats obtenus, cette méthode semble particulièrement bien adaptée aux UBF où le problème de surreprésentation semble fréquent. L'une de ses limitations provient des pics d'ambiguïté secondaires. Ces pics pourraient être atténués ou supprimés avec la connaissance des signes des modes comme il a été montré par Nicolas *et al.* [NML06]. Cette information est contenue dans la phase (*cf.* équation 3.8). La simple connaissance de la différence des signes entre deux modes est suffisante pour éliminer le pic secondaire de la configuration Mer du Nord proche de $z_s \approx 120\ m$.

3.5.3 Conclusion sur l'estimation de la profondeur par mesure des coefficients des modes

Nous avons adapté à la configuration mono-capteur puis testé une méthode d'estimation de la profondeur basée sur la comparaison des coefficients des modes réels et simulés. Ces coefficients sont calculés sur l'ensemble de la bande fréquentielle. Cette méthode fournit de bons résultats sur les données

réelles même si les pics d'ambiguïté posent encore problème. La connaissance de la différence de signe des modes contenue dans la phase pourrait permettre de réduire ce défaut. Afin de réaliser cette évaluation et de poursuivre notre démarche d'amélioration de l'estimation de la localisation en configuration mono-capteur, nous proposons dans la section suivante un estimateur appelé "signe-distance" qui estime la distance source-capteur à partir de deux modes et la différence de signe entre ces modes. Cette méthode est basée sur la phase et exploite l'aspect large bande des signaux.

3.6 Estimateur "signe-distance" à partir de la phase

La méthode d'estimation par analyse de la dispersion temps-fréquence a montré que l'hypothèse d'une source parfaitement impulsionnelle était trop irréaliste. Les résultats sur le MMP montrent que lorsque toute la bande du mode est prise en compte, l'estimation en distance est relativement bonne mais souffre du fait d'être jointe à celle de la profondeur.
Nous proposons une méthode d'estimation de la distance qui tient compte de ces résultats : elle se base sur la phase et ne tient pas compte des modules, elle supprime le problème de la connaissance de la source en soustrayant les phases des modes pour une même fréquence. La phase des modes est accessible dans le domaine de Fourier après un filtrage modal. La méthode exploite l'aspect large bande des signaux UBF. L'estimateur est construit à partir d'un modèle de bruit blanc additif gaussien affectant le signal modal. Il permet une estimation de la distance source-capteur et de la différence de signe des modes. Il est appelé estimateur "signe-distance".

3.6.1 Présentation de l'estimateur

Nous avons présenté la méthode d'estimation de la distance à partir de la phase pour un signal monochromatique développée par Shang *et al.* (*cf.* section 3.2.3.2). Cette méthode se base sur la différence de phase entre deux modes (*cf.* équations 3.8 et 3.9). Nous partons de l'équation de différence de phase 3.9 pour exposer notre méthode :

$$\Delta\phi(\nu) = (\phi_{m1}(\nu) - \phi_{m2}(\nu)_{2\pi}) = (\Delta k_{rm}(\nu)R + \Delta S(Z_s,\nu)\pi + \Delta S(Z_c,\nu)\pi)_{2\pi} \tag{3.16}$$

Nous considérons la configuration constituée d'un capteur posé sur le fond et de deux modes consécutifs. Ceci implique $\Delta S(Z_c,\nu)\pi = \pm\pi \ \forall\ \nu$. Ce choix, souvent rencontré en pratique, est réalisé dans un souci de simplicité mais ne constitue pas une limitation de la méthode. Si on suppose connue la position du capteur, $\Delta S(Z_c,\nu)\pi$ est connu et il suffit dans le reste de l'étude de l'intégrer à l'équation 3.9. Par ailleurs, les paramètres du guide étant connus (vitesses, densités, profondeur), la différence des nombres d'onde $\Delta k_r(\nu)$ est elle aussi connue.
La valeur de $\Delta S(Z_s,\nu)\pi$ qui est liée à la différence de signe entre les modes dépend de la fréquence dans le cas des guides de Pekeris ou 3 couches. Les tracés des fonctions modales de Pekeris (*cf.* figure 1.6) font apparaître de légères variations avec la fréquence pour un même mode. Un changement de signe sur la bande de fréquence du mode peut survenir si le module du mode est faible. Ces changements de signe vont être problématiques pour exploiter la phase des modes. Ainsi, nous choisirons des modes dont les fonctions modales possèdent un module élevé (c'est-à-dire des modes d'énergie élevée) de manière à ce que la différence de signe ne varie pas avec la fréquence. On a ainsi : $\Delta S(Z_s,\nu)\pi = \Delta S(Z_s)\pi \ \forall\ \nu$, c'est la notation que nous adopterons dans la suite de l'étude.

3.6.1.1 Loi de probabilité du bruit

On cherche a connaître la manière dont le bruit affecte le phase des modes. On part de l'hypothèse que le signal modal x_m de départ est affecté d'un bruit blanc additif gaussien suivant une loi normale centrée $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. On a :

$$s(t) = x_m(t) + b(t) \tag{3.17}$$

où $s(t)$ est le signal modal réel, $x_m(t)$ le signal du mode m et $b(t)$ représente le bruit additif. Dans le domaine de Fourier on a : $S(\nu) = X_m(\nu) + B(\nu)$. Le bruit possède les propriétés suivantes :

- Il peut s'écrire $B(\nu) = B_r(\nu) + B_i(\nu)$ où B_r et B_i sont respectivement ses parties réelle et imaginaire.
- B_r et B_i sont indépendants et suivent des lois normales centrées de variance $\sigma^2/2$.
- Le module $|B(\nu)|$ suit une loi de Rayleigh et la phase $\phi_B(\nu)$ suit une loi uniforme $\mathcal{U}$ sur $[-\pi; +\pi]$.

3.6.1.2 Influence du bruit sur la phase

On cherche à évaluer l'influence du bruit sur la phase des signaux. On peut écrire :

$$\begin{aligned} S(\nu) &= |X_m(\nu)|e^{j\phi_m(\nu)} + |B(\nu)|e^{j\phi_B(\nu)} \\ &= (|X_m(\nu)| + |B(\nu)|e^{j\phi_c(\nu)})e^{j\phi_m(\nu)} \\ &= |L(\nu)|e^{j(\phi_\beta(\nu)+\phi_m(\nu))} \end{aligned} \tag{3.18}$$

avec $\phi_c(\nu) = (\phi_B(\nu) - \phi_m(\nu))_{2\pi}$. ϕ_c suit donc une loi uniforme sur $[-\pi; +\pi]$. On cherche la loi de ϕ_β. La densité de probabilité de ϕ_β est exprimée par l'équation [LP88] :

$$\begin{aligned} &f_{\phi_\beta}(y) = \int_0^{+\infty} \frac{u}{\pi\sigma} \exp[-(u^2 - 2u|X_m|\cos(y) + |X_m|^2)/\sigma^2]du \\ &= \frac{1}{2\pi}e^{-|X_m|^2/\sigma^2} + \frac{|X_m|\cos(y)}{\sigma\sqrt{\pi}}e^{-|X_m|^2\sin^2(y)/\sigma^2}erfc(-(|X_m|/\sigma)\cos(y)) \end{aligned} \tag{3.19}$$

avec $erfc(x) = \frac{2}{\pi}\int_x^\infty e^{-t^2}dt$. On remarque que cette *dsp* est directement liée au RSB $|M|^2/\sigma^2$. Son allure est présentée sur la figure 3.11 pour différentes valeurs de RSB.

En tenant compte du bruit, la différence de phase mesurée (équation 3.9) devient :

$$\begin{aligned} &\Delta\phi_o(\nu) \\ &= (R\Delta k_r(\nu) + \Delta S(z_s)\pi + \pi + \phi_{\beta 1}(\nu) - \phi_{\beta 2}(\nu))_{2\pi} \\ &= (R\Delta k_r(\nu) + \Delta S(z_s)\pi + \Delta\phi_\beta(\nu) + \pi)_{2\pi} \end{aligned} \tag{3.20}$$

On formule l'hypothèse que les réalisations du bruit sont indépendantes d'un mode à un autre pour une même fréquence. Les phases de bruit entre deux modes sont indépendantes par hypothèse et nous avons donc [Sap90] :

$$f_{\Delta\phi_\beta}(x) = (f_{\phi_\beta} * f_{-\phi_\beta})(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{\phi_\beta}(u) f_{-\phi_\beta}(x-u)du \tag{3.21}$$

On peut noter que cette densité de probabilité est centrée.

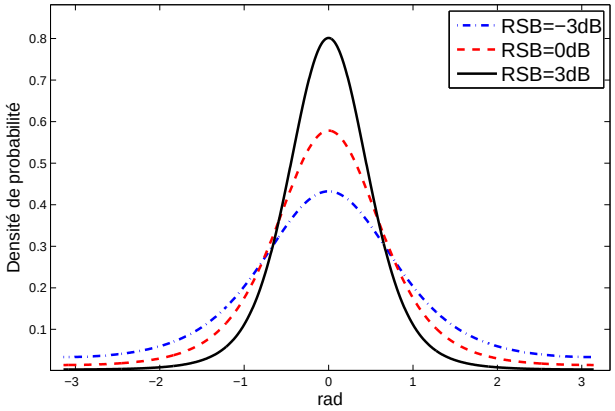

FIG. 3.11 – $f_{\phi_\beta}(x)$ en fonction du RSB

Validité des hypothèses sur le bruit

Nous avons formulé deux hypothèses concernant le bruit B^m qui affecte les modes :
- Il est supposé blanc gaussien additif.
- Il est indépendant d'un mode à un autre.

La validité de ces hypothèses dépend de la méthode de filtrage modal appliquée. Le filtrage peut être réalisé avec les méthodes que nous avons développées (*cf.* chapitre 2) comme il peut être réalisé avec une méthode classique selon la configuration des capteurs (filtrage par SVD sur antenne verticale, filtrage dans le plan fréquence-nombre d'onde sur antenne horizontale *etc.*).
Nous voulons cependant vérifier la validité de ces hypothèses dans le cas du filtrage que nous appliquons sur les données réelles : le filtrage linéaire TF de *Pekeris*. Nous partons de l'hypothèse que le signal acoustique (non filtré) $X(\nu)$ est affecté d'un bruit blanc gaussien additif de loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Nous allons vérifier les hypothèses en étudiant les lois de répartition du bruit sur un grand nombre de simulations filtrées avec le filtre TF de *Pekeris*. D'un point de vue temps-fréquence, le filtrage suit le tracé des modes, les fréquences les plus basses ne sont pas filtrés et les caractéristiques de répartition fréquentielle du bruit ne seront par conséquent pas blanche. Cependant, la méthode d'estimation reposant sur la phase, ce sont les caractéristiques statistiques de l'influence du bruit sur la phase qui nous intéressent. Les caractéristiques que l'on cherche à vérifier sont donc :
- l'uniformité de la densité de probabilité de la phase du bruit modal ϕ_B^m sur $[-\pi, \pi]$,
- l'indépendance des phases du bruit modal entre les fréquences pour un mode,
- l'indépendance des phases du bruit modal entre les modes pour une même fréquence.

On se placera dans le domaine des fréquences pour accéder à la phase et vérifier ces propriétés.

Nous suivons le protocole suivant :

1. Un filtrage TF de *Pekeris* est effectué à partir d'un signal acoustique simulé X (signal non bruité), il engendre les modes X_{m1} et X_{m2}. La configuration de simulation est celle des données Mer du Nord. Les modes filtrés sont ceux d'ordre 2 et 3.
2. On affecte le signal acoustique X d'un bruit blanc gaussien tel que $X_B(\nu) = X(\nu) + B(\nu)$ où B suit une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, on filtre le signal bruité avec le même filtre pour obtenir les signaux modaux bruités : $X_{Bm}(\nu) = X_m(\nu) + B_m(\nu)$. On récupère le bruit modal : $B_m = X_{Bm} - X_m$. Les

hypothèses seront vérifier sur le bruit modal B_m. Cette opération est réalisée un grand nombre de fois pour que la mesure soit statistiquement valable. Afin de valider ces simulations, on vérifie qu'aux fréquences considérées, la *dsp* du bruit de départ $B(\nu)$ suit la théorie (en vérifiant que les parties réelle B_r et imaginaire B_i du bruit B suivent une gaussienne de variance $\sigma^2/2$ avec un test du χ^2).

3. On observe la répartition de la mesure de la phase du bruit modal $\phi_{Bm}(\nu)$ sur les fréquences significatives (supérieures à la fréquence de retournement), elle doit suivre une loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$.
4. Afin de vérifier l'indépendance des variables de phase des bruits $\phi_{Bm1}(\nu)$ et $\phi_{Bm2}(\nu)$, on vérifie que leur covariance $COV(\phi_{Bm1}(\nu), \phi_{Bm2}(\nu)) = E(\phi_{Bm1}(\nu)\phi_{Bm2}(\nu)) - E(\phi_{Bm1}(\nu))E(\phi_{Bm2}(\nu))$ est nulle.
5. De la même manière, pour vérifier que les variables sont indépendantes en fréquence, on vérifie que leur covariance $COV(\phi_{Bm1}(\nu_1), \phi_{Bm1}(\nu_2)) = E(\phi_{Bm1}(\nu_1)\phi_{Bm1}(\nu_2)) - E(\phi_{Bm1}(\nu_1))E(\phi_{Bm1}(\nu_2))$ est nulle.

Nous avons réalisé ce protocole sur 10000 simulations. Pour vérifier que la phase du bruit $\phi_{Bm}(\nu)$ suit une loi uniforme, on effectue un test du χ^2. Ce test consiste à vérifier qu'un jeu de données répond statistiquement à une loi de probabilité donnée. La variable aléatoire A qui suit la loi à vérifier est divisée en k classes de probabilité $p_1, p_2, ..., p_k$. Les phase du bruit mesurées après $n = 10000$ simulations sont également répartis dans ces k classes avec les effectifs $N_1, N_2, ..., N_k$. Le test du χ^2 consiste à calculer la statistique [Sap90] :

$$D^2 = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i} \tag{3.22}$$

Si $n \to \infty$, D^2 est asymptotiquement distribuée comme une variable de χ^2_{k-1} où $k-1$ est le degré de liberté de la loi. Ceci est valable, quelle que soit la loi de A. Le test consiste donc à rejeter l'hypothèse d'adéquation entre la variable A et le jeu de données si D^2 est trop grand, c'est-à-dire supérieur à une valeur qui n'a qu'une probabilité α d'être dépassée par une variable χ^2. On prend en général $\alpha = 0.05$ ou $\alpha = 0.01$.
Dans notre cas, A est une loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$, on prend 51 classes équiprobables $p_i = 2\pi/51$. On effectue le test sur les 125 fréquences de 30 Hz à 92.5 Hz avec un pas de 0.5 Hz.
Les résultats du test pour l'ensemble de ces fréquences sont présentés figure 3.12 (gauche), on signale également deux valeurs de α et on présente la densité de probabilité de χ^2_{50}. La figure 3.12 (droite) présente un exemple de répartition des N_i pour $\nu = 70$ Hz. On peut conclure que les phases du bruit modal $\phi_{Bm}(\nu)$ sont uniformément réparties sur $[-\pi, \pi]$ quelle que soit la fréquence.

L'indépendance des variables de phase du bruit entre deux modes est vérifiée (la figure 3.13 (gauche) représente l'évolution entre les deux modes de la covariance sur la bande de fréquence partagée ainsi que les auto-corrélations pour les deux modes). La validation de cette hypothèse est primordiale pour valider la méthode. Des phases modales du bruit corrélées auraient signifié l'ajout d'un terme dans la différence de phase.

L'indépendance entre les fréquences d'un même mode n'est en revanche pas vérifiée. La figure 3.13 (droite) représente la covariance entre les fréquences d'un même mode, la valeur présentée est une moyenne en fonction de l'écart entre les fréquences (le pas fréquentiel est de 0.5 Hz). Les phases du

bruit sont d'autant plus corrélées que la fréquence est élevée. Le filtre TF de *Pekeris* est temporellement variant, sa courbe de gain dans le plan temps fréquence suit le tracé des modes. Pour le fréquences élevées, il s'apparente à un filtre parfait en temps et provoque donc un lissage en fréquence. Pour les fréquences proches de la fréquence de retournement la situation est inversée. Ainsi, les caractéristiques de la phase du bruit blanc sont conservées pour les fréquences basses mais le lissage provoque une interdépendance pour les fréquences élevées. La corrélation de la phase du bruit entre les fréquences n'est pas une limitation importante. Elle agit comme si le nombre de fréquences considérées était plus faible que le nombre réel.

Dans la suite de l'étude, nous considérerons cependant le bruit modal comme étant décorrélé entre les fréquences, adoptant ainsi un point de vue détaché des considérations sur le filtrage modal qui permet de rester dans un cadre plus général.

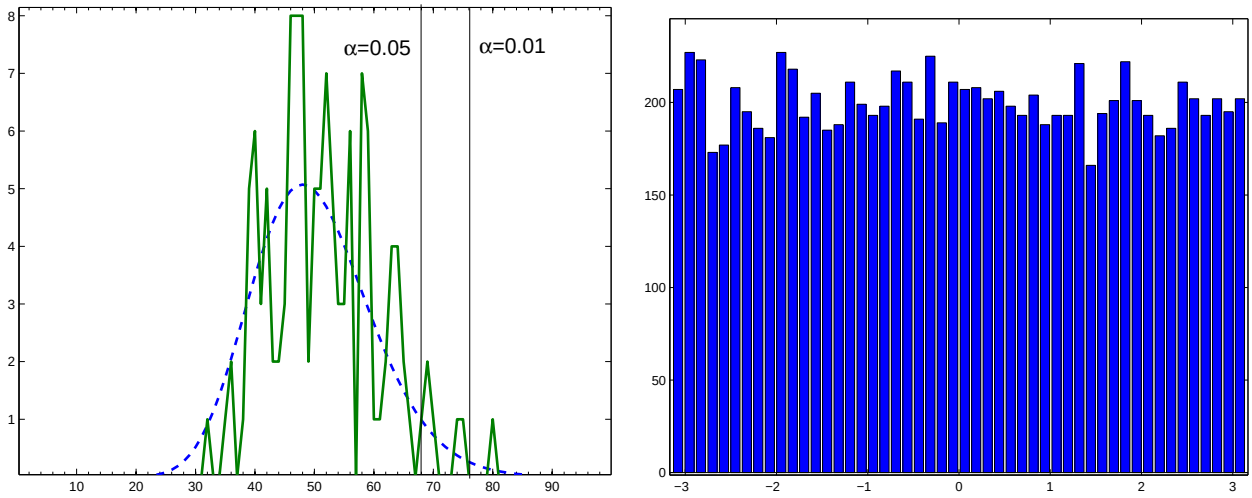

FIG. 3.12 – En trait continu : résultat du test de χ^2 sur 125 fréquences ; en trait haché : *dsp* de χ^2_{50} (gauche). Histogramme de la répartition des valeurs de ϕ_{Bm} à 70 Hz sur 51 classes (droite)

3.6.1.3 Choix de l'estimateur

Nous souhaitons estimer la distance R et la différence de signe ΔS. Le bruit doit être pris en compte pour caractériser l'estimateur. Ce bruit est de *dsp* centrée et symétrique, une limitation apparaît cependant : la loi de probabilité du bruit additif $\Delta\phi_\beta(\nu)$ (équation 3.21) ne peut pas s'exprimer de manière analytique. Compte tenu de cette limitation, nous choisissons un estimateur classique et facilement implémentable : l'estimateur des moindres carrés. Nous introduisons une fonction de contraste qui mesure la différence entre :

- la différence de phase réelle $\Delta\phi_o(i)$,
- la différence de phase paramétrée sur une large bande $r\Delta k_r(i) - \Delta s\pi - \pi$

On a ainsi [LTNML07] :

$$B_{\Delta_\phi}(r, \Delta s) = \sum_i |(\Delta\phi_o(i) - r\Delta k_r(i) - \Delta s\pi - \pi)_{2\pi}|^2 \tag{3.23}$$

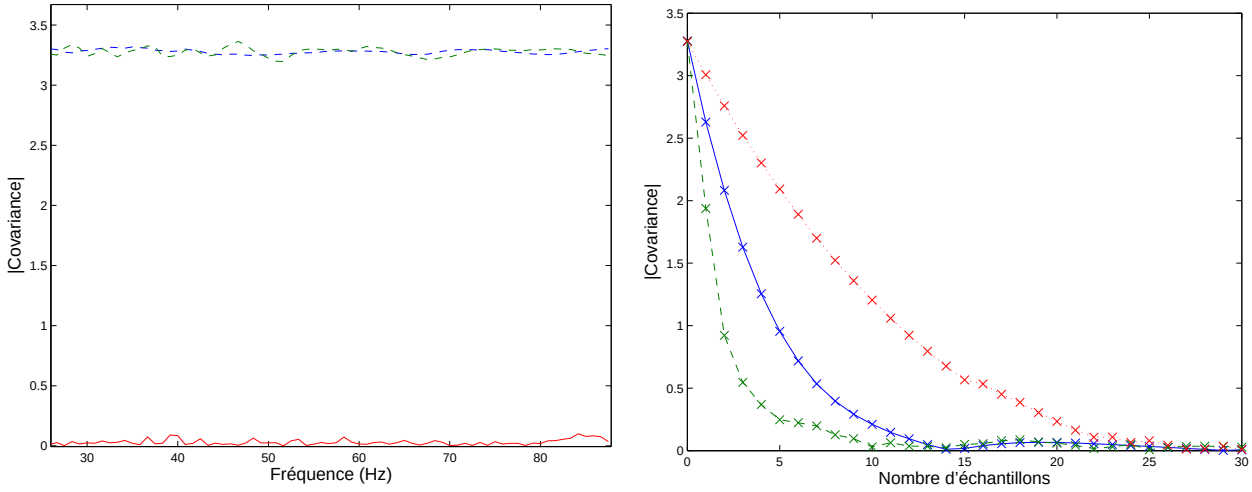

FIG. 3.13 – Gauche : Le tracé continu représente la valeur absolue de la covariance entre les modes 2 et 3 pour une même fréquence dans la configuration Mer du Nord. Les tracés pointillés représentent les courbes d'autocorrélation des deux modes. Droite : Valeur absolue de la covariance entre les fréquences d'un même mode en fonction de l'écart en nombre d'échantillons fréquentiels (pas de 0.5 Hz). Tracé continu : moyenne sur toute la bande de fréquences filtrée. Tracé haché : moyenne dans un bande de 10 Hz autour de 25 Hz. Tracé pointillé : moyenne dans un bande de 10 Hz autour de 85 Hz

où i désigne la fréquence discrétisée. L'estimateur "signe-distance" a pour expression :

$$\{\hat{R}, \hat{\Delta S}\} = \arg \min_{r, \Delta s = \{0,1\}} B_{\Delta_\phi}(r, \Delta s) \tag{3.24}$$

Cet estimateur est non biaisé, le fait que la *dsp* soit centrée et symétrique entraîne les relations [VT68] :

$$E(\hat{R}) = R \tag{3.25}$$

$$E(\hat{\Delta S}) = \Delta S \tag{3.26}$$

Les pics d'ambiguïté. Les ambiguïtés sur la phase vont entraîner des pics d'ambiguïté de la même manière que pour les méthodes MMP et d'estimation de la profondeur par le calcul des coefficients des modes. La figure 3.14 présente le tracé propre de l'estimateur sur les données Mer du Nord obtenu avec des simulations possédant les phases théoriques. La figure de gauche à été obtenue dans la configuration des données réelles (même bande de fréquences et mêmes modes choisis), la figure de droite a été obtenue avec un nombre de fréquences plus faible. La figure 3.15 présente le tracé propre de l'estimateur sur les Méditerranée obtenu dans la configuration des données réelles.
Comme souligné dans [YK98], deux types d'erreurs sont présentes lors de la compensation de phase telle qu'elle est exprimée dans l'estimateur (équation 3.23) : l'une provient de la différence entre Δk_r^{reel} et Δk_r^{simu}, l'autre provient de l'ambiguïté sur la phase.
Sur un signal monochromatique, si on considère $B_{\Delta_\phi}(\hat{R}, \hat{\Delta S}) = 0$, on peut écrire :

$$\Delta k_r^{simu} \hat{R} + \hat{\Delta S}\pi = \Delta k_r^{reel} R + \Delta S \pi + 2m\pi \tag{3.27}$$

avec $m \in \mathbb{Z}$. Le terme $2m\pi$ entraîne les pics d'ambiguïté secondaires.
L'équation 3.27 induit l'erreur suivante sur l'estimation de la distance :

$$\hat{R} - R = \frac{(\Delta k_r^{reel} - \Delta k_r^{simu})R}{\Delta k_r^{simu}} + \frac{2m\pi - (\Delta S - \hat{\Delta S})\pi}{\Delta k_r^{simu}} \tag{3.28}$$

Dans cette équation on distingue deux termes qui engendrent deux types d'erreurs :

- Le premier terme dépend de la différence entre l'environnement réel et simulé, il engendre des erreurs d'estimation faibles qui correspondent au pic principal. Ces erreurs dépendent de la connaissance des paramètres du guide et du choix de la modélisation de l'environnement.
- Le second terme traduit l'ambiguïté de la phase combinée à celle des différences de signe des modes. Il engendre les pics secondaires. Ces pics peuvent engendrer des erreurs importantes.

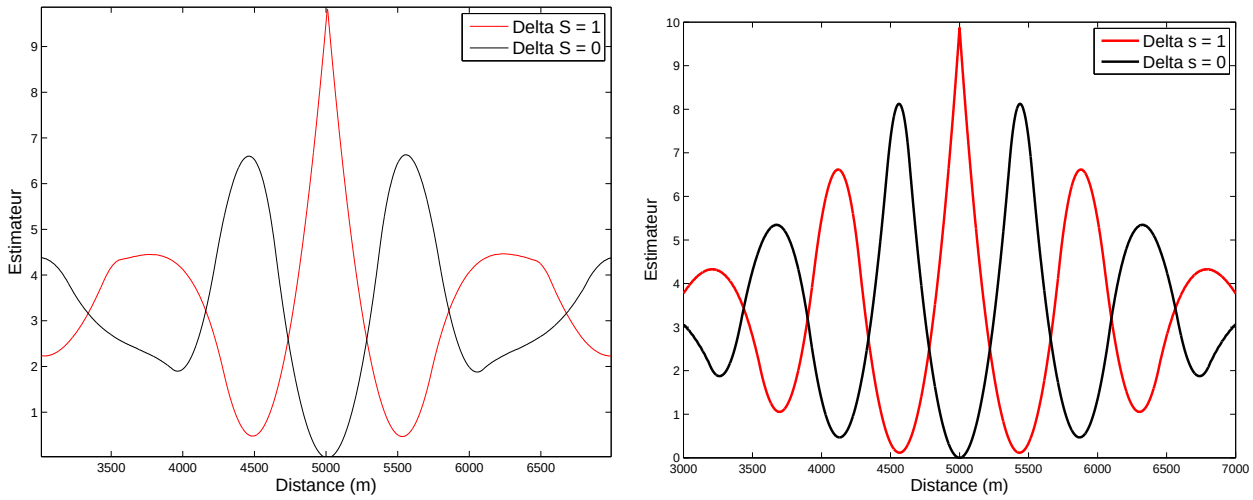

FIG. 3.14 – Courbes d'ambiguïté de B_{Δ_ϕ} dans la configuration Mer du Nord avec $R = 5000\ m$ pour 80 fréquences prises en compte (gauche) et 30 fréquences prises en compte (droite)

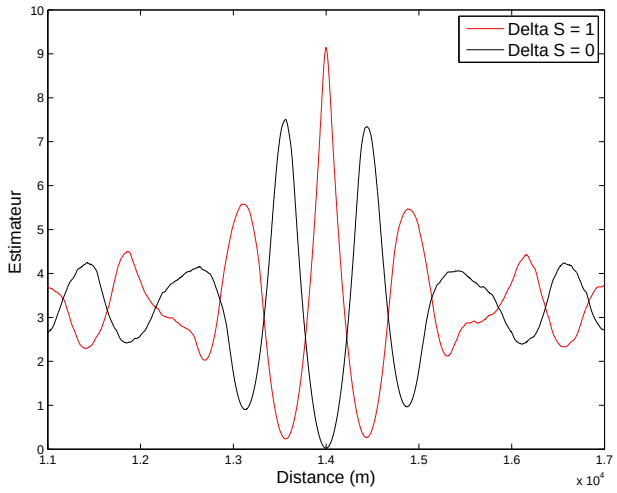

FIG. 3.15 – Courbes d'ambiguïté de B_{Δ_ϕ} dans la configuration Méditerranée avec $R = 14000\ m$

C'est en comprenant ce phénomène que l'intérêt de la prise en compte d'une bande large apparaît : les valeurs de Δk_r^{simu} dont dépend le second terme varient avec la fréquence de sorte que $R - \hat{R}$ (et donc les valeurs estimées $\hat{R}$) ne sont pas les mêmes. Les pics secondaires changent d'emplacement avec la fréquence. Ainsi l'effet de combinaison produit par la sommation incohérente (*cf.* équation 3.23) engendre des pics secondaires de valeurs plus faibles que le pic principal et ce d'autant plus que le nombre de fréquences sera élevé et les écarts entre les fréquences importants. Ce phénomène est illustré par la figure 3.14, il était déjà valable pour la méthode MMP avec une sommation sur les modes en plus des fréquences.

Le deux premiers pics d'ambiguïté de part et d'autre du pic principal correspondent à $m = 0$ et $(\Delta S - \hat{\Delta S})\pi = \pm\pi$ (c'est-à-dire à une mauvaise valeur d'estimation de la différence de signe). On peut donc éliminer ces pics si la profondeur de source est connue. Les seconds pics correspondent à $m = 1$ et $(\Delta S - \hat{\Delta S})\pi = 0\pi$, ces pics ne peuvent être éliminés.

3.6.2 Applications sur les données réelles

Choix de la gamme de fréquence. La gamme de fréquence sur laquelle on applique l'estimateur est celle dans laquelle l'énergie des modes est partagée. L'application de la technique de MMP a montré que la phase était peu affectée dans la gamme proche de la fréquence de retournement. Nous prenons comme borne inférieure la fréquence de retournement du mode le plus élevé et comme borne supérieure la fréquence à partir de laquelle l'énergie partagée est en-dessous d'une valeur prise comme proportion du maximum (en postulant le fait que l'énergie décroît avec la fréquence, ce qui est généralement le cas du fait de l'évolution des modules des fonctions modales avec la fréquence).

Choix des modes. La méthode ne nécessite que deux modes. On choisie deux modes consécutifs qui remplissent les deux critères suivant :

- être le plus énergétique possible afin de maximiser le RSB,
- partager la gamme de fréquence la plus grande possible. Pour cette raison, les modes d'ordre les plus faibles sont généralement choisis.

Résultats

Nous appliquons l'estimateur signe-distance sur les données réelles Mer du Nord et Méditerranée. Sur les données Mer du Nord, les résultats sont présentés dans le tableau 3.8 pour les mode 2 et 3 (qui sont les deux modes les plus énergétiques) dans une bande de 35 à 85 Hz et dans le tableau 3.9 pour les modes 3 et 4 dans une bande de 45 à 85 Hz. Sur les données Méditerranée, l'estimation est réalisée sur les modes 2 et 3 (les plus énergétiques) dans une bande de 60 à 90 Hz, les résultats sont présentés dans le tableau 3.10. Deux tracés de la fonction de coût sur les données réelles sont présentés figure 3.16. Ce sont les meilleurs résultats que nous ayons obtenus pour l'estimation de la distance. Le résultat n'est jamais affecté par les pics secondaires d'ambiguïté quelles que soient les données testées. En outre, la méthode permet d'obtenir une estimation de la différence de signe entre les modes considérés. L'estimation de ΔS est également toujours correctement réalisée.

TAB. 3.8 – Statistiques sur l'estimation de la distance et de la différence de signe sur les données Mer du Nord à partir de la phase des modes 2 et 3.

	Absolue	Pourcentage
Erreur moyenne sur R	24.56 m	0.82%
Erreur maximum sur R	44 m	2.07%
Erreur moyenne sur ΔS	0	0%
Erreur maximum sur ΔS	0	0%

TAB. 3.9 – Statistiques sur l'estimation de la distance et de la différence de signe sur les données Mer du Nord à partir de la phase des modes 3 et 4.

	Absolue	Pourcentage
Erreur moyenne sur R	29.91 m	1.01%
Erreur maximum sur R	47	2.11%
Erreur moyenne sur ΔS	0	0%
Erreur maximum sur ΔS	0	0%

TAB. 3.10 – Estimation signe-distance sur les données Méditerranée à partir de la phase des modes 2 et 3.

	R=14000 m	R=11060 m
Erreur moyenne sur R (erreur en %)	22 m (0.16 %)	77 m (0.69%)
Estimation ΔS (erreur en %)	0 (0 %)	0 (0 %)

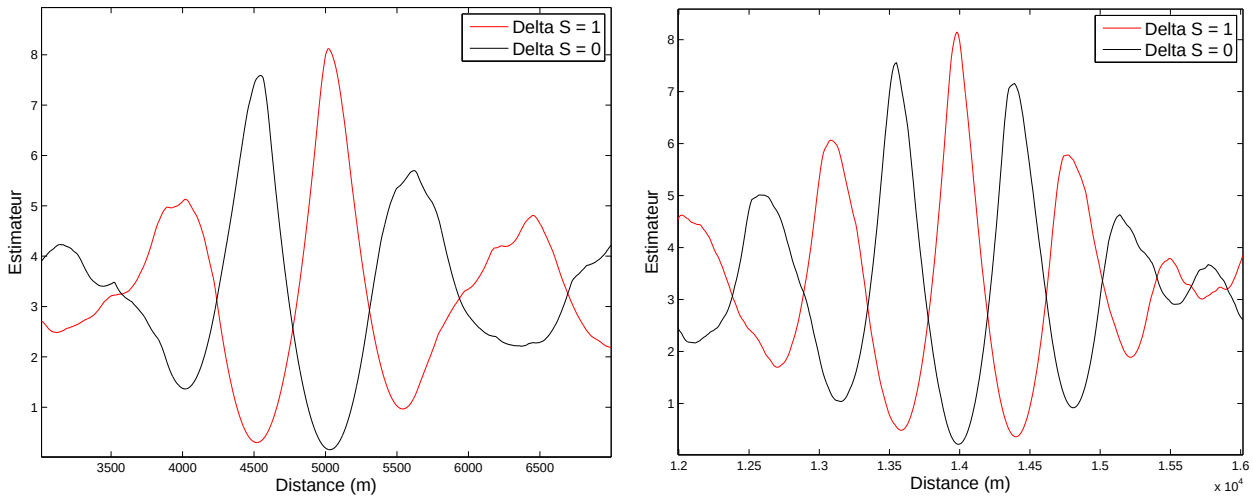

FIG. 3.16 – Courbes d'ambiguïté de B_{Δ_ϕ} des données Mer du Nord avec $R = 5000\ m$ (gauche) et Méditerranée avec $R = 14000\ m$ (droite)

3.6.3 Performances de l'estimateur

3.6.3.1 Robustesse de l'estimateur face au bruit de l'estimateur

Nous cherchons maintenant à évaluer les performances de l'estimateur. Étant données les limitations, il n'est pas possible d'exprimer analytiquement la variance de l'estimateur ou sa borne de Cramer-Rao [VT68]. Dans la pratique, on prendra pour l'estimation de la distance un nombre fini de valeurs de r : $\{R_p\}, \{p = 1, ..., N-1\}$.

Pour évaluer la probabilité d'erreur P_e de l'estimateur, on suppose que les valeurs réelles sont $\{R_j, \Delta S_k\}$ avec $j \in 1, ..., N-1$, autrement dit la véritable valeur est dans le vecteur de recherche. On définit $P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta S} = \Delta S_l | R_j, \Delta S_k), \{n, l\} \in \mathcal{D}_{f1}$ tel que $\mathcal{D}_{f1} = \{p = 1, ..., N-1; q = 1\} - \{p = j, q = k\}$, la probabilité que les valeurs estimées soient $\{R_n, \Delta s_l\}$ alors que les valeurs réelles sont $\{R_j, \Delta s_k\}$ en testant les deux seules hypothèses $(p = n; q = l)$ et $(p = j; q = k)$. On connaît par définition les bornes de P_e :

$$\max_{\{n,l\} \in \mathcal{D}_{f1}} P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta S} = \Delta S_l | R_j, \Delta S_k) \leq P_e \leq \sum_{\forall \{n,l\} \in \mathcal{D}_{f1}} P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta S} = \Delta S_l | R_j, \Delta S_k) \quad (3.29)$$

avec $P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta S} = \Delta S_l | R_j, \Delta S_k)$ qui suit l'équation :

$$\begin{aligned} & P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta S} = \Delta S_l | R_j, \Delta S_k) \\ & = Pr\{B_{\Delta_\phi}(R_n, \Delta S_l)\} < Pr\{B_{\Delta_\phi}(R_j, \Delta S_k)\} \\ & = Pr\{\textstyle\sum_i |((R_n - R_j)\Delta k_r(i) + (\Delta S_l - \Delta S_k)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 < \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2\} \\ & = Pr\{\textstyle\sum_i |((R_n - R_j)\Delta k_r(i) + (\Delta S_l - \Delta S_k)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 < 0\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Pour le calcul de l'équation 3.30, on détermine en premier lieu à partir de l'équation 3.21 la densité de probabilité de $\sum_i |((R_n - R_j)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$. Les réalisations du bruit étant

indépendantes avec la fréquence par hypothèse, cette *dsp* est exprimée par l'équation :

$$f_{\sum_i |((R_n-R_j)\Delta k_r(i)+\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2-\sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2} = f_{|((R_n-R_j)\Delta k_r(1)+(\Delta S_l-\Delta S_k)\pi+\Delta\phi_\beta(1))_{2\pi}|^2-|(\Delta\phi_\beta(1))_{2\pi}|^2} \\ *...*\ f_{|((R_n-R_j)\Delta k_r(i_{max})+(\Delta S_l-\Delta S_k)\pi+\Delta\phi_\beta(i_{max})_{2\pi}|^2-|(\Delta\phi_\beta(i_{max}))_{2\pi}|^2} \tag{3.31}$$

on détermine ensuite $P_e(\hat{R}=R_n, \hat{\Delta s}=\Delta s_l|R_j,\Delta s_k)$:

$$P_e(\hat{R}=R_n,\hat{\Delta S}=\Delta S_l|R_j,\Delta S_k)=\int_{-\infty}^{0} f_{\sum_i |((R_n-R_j)\Delta k_r(i)+(\Delta S_l-\Delta S_k)\pi+\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2-\sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2}(x)dx \tag{3.32}$$

Ce dernier calcul permet à l'aide de l'équation 3.29 d'établir le domaine de la probabilité d'erreur.

Résultats

Nous avons réalisé les calculs dans la configuration des données Mer du Nord. Nous cherchons à déterminer le domaine de la probabilité d'erreur P_e à partir de l'équation 3.29. Nous évaluons ces bornes en fonction du pas recherche, du niveau de RSB et du nombre de fréquences choisi pour réaliser l'estimation :

- La figure 3.17 (gauche) représente les variations des bornes inférieures et supérieures de la probabilité d'erreur dans le cas $R=R_j=5000\ m$ et $RSB=0\ dB$ en fonction du pas de recherche $\Delta R=R_{n+1}-R_n$ entre les R_n. On constate que la borne supérieure de cette mesure n'est pas satisfaisante pour les faibles valeurs de ΔR. Les *maxima* locaux de la courbe correspondent aux pics d'ambiguïté de la courbe d'estimation (*cf.* figure 3.14) : pour certaines valeurs d'erreur R_n-R_j, on trouve les valeurs de $\Delta k_r(R_n-R_j)$ proche de 2π ou π (si $(\Delta S-\Delta S_l)\pi=\pm\pi$), ces erreurs correspondent au second terme de l'équation 3.28.
- La figure 3.17 (droite) représente la variation des bornes inférieures et supérieures de P_e en fonction du niveau de RSB pour $R=R_j=5000\ m$ et avec un pas de recherche $\Delta R=50\ m$ (soit 1% d'erreur). On observe logiquement une diminution de la probabilité d'erreur avec l'augmentation du RSB.
- La figure 3.18 représente la variation des bornes inférieures et supérieures de P_e dans la même configuration mais en fonction du nombre de fréquences choisies (pas fréquentiel de 0.5 Hz) pour $\Delta R=50\ m$ (gauche) et $\Delta R=560\ m$ (droite), ce qui correspond au premier pic d'ambiguïté secondaire ($(\Delta S-\Delta S_l)\pi=\pm\pi$ et $m=0$ dans l'équation 3.28). Dans les deux cas, on observe une diminution de la probabilité d'erreur avec la prise en compte d'un plus grand nombre de fréquences. C'est particulièrement vrai pour $\Delta R=560\ m$, la prise en compte d'une large bande améliore l'estimation en diminuant l'importance des pics d'ambiguïté.

Pour connaître avec précision la probabilité d'erreur et non simplement une fourchette d'erreur, il faut être capable de calculer les probabilités exactes pour chacun des couples $(R_n;\Delta s_l)$, c'est-à-dire qu'il faut connaître la valeur de :

$$Pr\big(\{\hat{R},\hat{\Delta S}\}=\{R_n,\Delta S_l\}|\{\hat{R},\hat{\Delta S}\}\neq_{\forall\{u,v\}}\{R_u,\Delta s_v\}\big) \tag{3.33}$$

avec $u,v\in\mathcal{D}_{f2}$ tel que $\mathcal{D}_{f2}=\{p=0,1,...,N-1;q=0,1\}-\{p=n,j=l\}$. La probabilité d'erreur finale est la somme sur $\mathcal{D}_{f1}$ de $Pr\big(\{\hat{R},\hat{\Delta S}\}=\{R_n,\Delta S_l\}|\{\hat{R},\hat{\Delta S}\}\neq_{\forall\{u,v\}}\{R_u,\Delta s_v\}\big)$. La sommation sur les fréquences entraîne un nombre de combinaisons très important pour déterminer la valeur de l'équation

3.33. Ce calcul n'est pas réalisable.

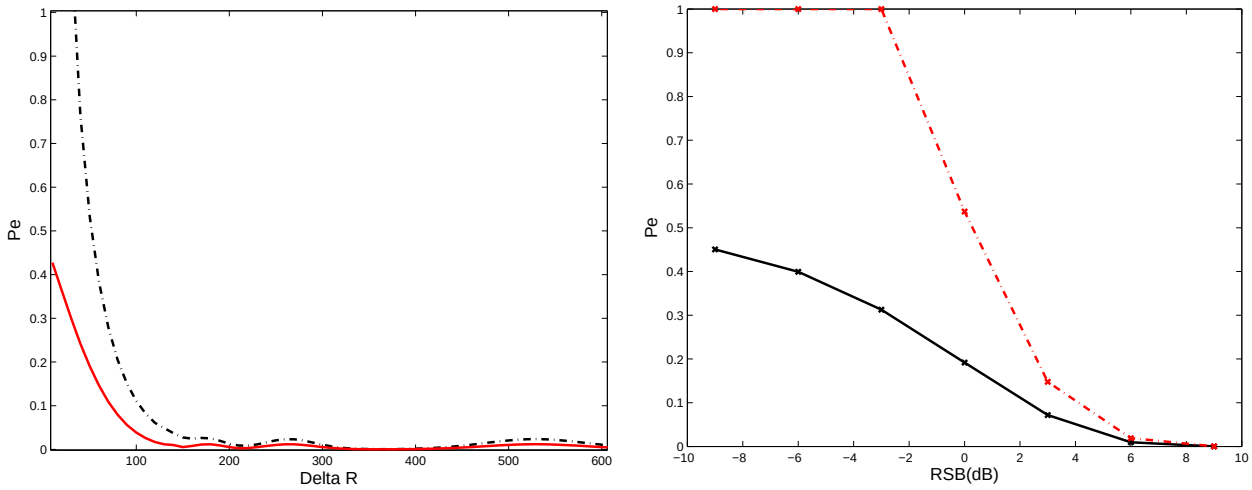

FIG. 3.17 – Limite basse (continue) et haute (hachée) de P_e répondant à l'équation 3.19 dans la configuration des donnée Mer du Nord pour $R = R_j = 5000\ m$. En fonction du pas de recherche ΔR avec $RSB = 0\ dB$ (gauche) et en fonction du RSB avec $\Delta R = 50\ m$ (droite).

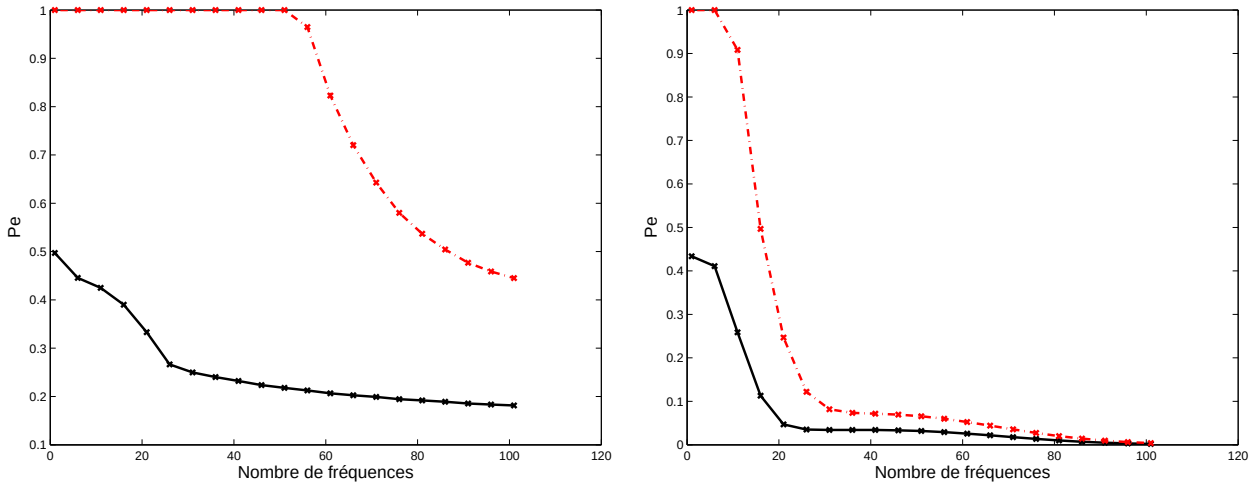

FIG. 3.18 – Limite basse (continue) et haute (hachée) de P_e répondant à l'équation 3.19 dans la configuration des donnée Mer du Nord pour $R = R_j = 5000\ m$ en fonction du nombre de fréquence pour $\Delta R = 50\ m$ (gauche) et $\Delta R = 560\ m$ (droite). $RSB = 0\ dB$

Pour contourner ce problème, on effectue une évaluation de la probabilité d'erreur en se basant sur un grand nombre de simulations. Notre démarche est la suivante :

1. On réalise des simulations des modes de pression dans la configuration pour laquelle on souhaite mesurer les performances pour une distance R. Le nombre de simulations doit être grand pour que la mesure soit statistiquement valable.
2. On ajoute pour chaque mode un bruit blanc gaussien au niveau de RSB désiré indépendant entre les simulations et les modes.

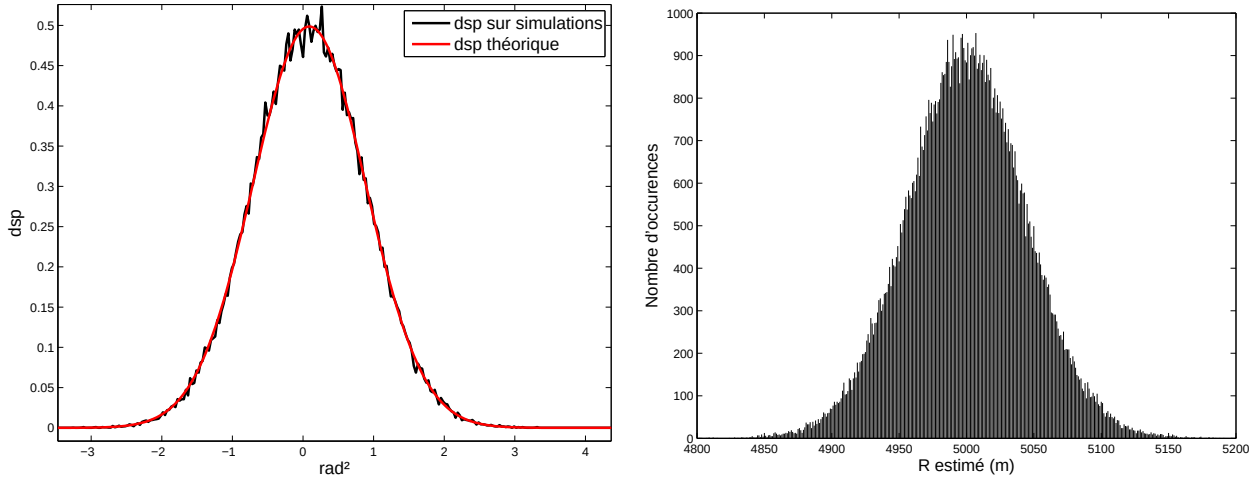

FIG. 3.19 – *dsp* théorique et à partir d'un jeu de 100 000 simulations de $\sum_i |((R_n - R_j)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$ avec $R_n = 10\ m$ et $R = R_j = 5000\ m$ (gauche). Répartition des estimations $\hat{R}$ sur le même jeu simulations. Pas de recherche de 1 m (droite).

3. Pour avoir une mesure qui reflète l'ensemble des simulations (et non à une seule fréquence) et qui tienne compte de l'estimateur, la validation du jeu de simulation peut par exemple se faire en vérifiant que la *dsp* de $\sum_i |((R_n - R)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$ observée à partir des simulations est proche de la *dsp* théorique calculée à partir de l'équation 3.31 pour la même valeur de R_n à l'aide d'un test du χ^2.
4. On effectue les estimations $(\hat{R}, \hat{\Delta S})$ dans chaque cas an appliquant l'estimateur B_{Δ_ϕ}.

On obtient ainsi la répartition des $\hat{R}, \hat{\Delta S}$ et il est possible de déduire les probabilités d'erreur en fonction de l'importance des erreurs d'estimation. La figure 3.19 (gauche) illustre les *dsp* théorique et obtenue avec un jeu de 100 000 simulations dans la configuration d'application des données Mer du Nord : mode 2 et 3, bande de fréquence de 35 Hz à 75 Hz. Le test du χ_2 effectué à partir de ces répartitions (avec $\alpha = 0.05$) a validé ce jeu de simulations. La figure 3.19 (droite) représente la répartition des $\hat{R}$ pour un pas de recherche de 1 m et un $RSB = 0\ dB$.

A partir du résultat de l'estimation sur ces simulations, les statistiques d'estimation en fonction du RSB peuvent être calculées. Elles sont présentées dans le tableau 3.11. On observe logiquement une diminution de l'importance des erreurs avec l'augmentation du RSB.

3.6.3.2 Robustesse de l'estimateur face aux erreurs de paramétrisation

Nous souhaitons mesurer l'influence des erreurs de paramétrisation sur l'estimation de la distance pour quantifier sa robustesse. Pour cela, la méthode est appliquée sur des simulations réalisées dans la configuration des données Mer du Nord en faisant varier les valeurs des paramètres de l'environnement autour de leur valeur réelle. Nous prenons les mode 2 et 3 de 35 à 80 Hz. La distance est de $R = 5000\ m$. Les simulations sur lesquelles les estimations sont réalisées ne sont pas bruitées.
Les paramètres d'environnement sont : vitesses et densités dans la couche d'eau et dans la couche du fond (respectivement V_1, ρ_1 et V_2, ρ_2), profondeur de la couche d'eau D. Parmi ces paramètres, V_1 et ρ_1

TAB. 3.11 – Statistiques sur l'estimation de la distance et de la différence de signe réalisées sur simulations dans la configuration d'application des données Mer du Nord en fonction du RSB.

	0dB	3dB	6dB	12dB
$\|\hat{R} - R\| \leq 5\ m$ ($\leq 0.1\%$ d'erreur)	9.93%	26.62%	53.81%	99.69%
$\|\hat{R} - R\| \leq 25\ m$ ($\leq 0.5\%$ d'erreur)	43.94%	88.27%	99.94%	100%
$\|\hat{R} - R\| \leq 50\ m$ ($\leq 1\%$ d'erreur)	74.9%	99.79%	100%	100%
$\|\hat{R} - R\| \leq 150\ m$ ($\leq 3\%$ d'erreur)	99.84%	100%	100%	100%
Moyenne	4999.7 m	5000.1 m	5000.0 m	5000.0 m
Ecart type	44.53 m	16.25 m	7.47 m	1.87 m
$\hat{\Delta S} = \Delta S$	99.91%	100%	100%	100%

sont le plus susceptibles de comporter des incertitudes car la valeur de ces paramètres peut évoluer au cours du temps du fait des variations de température dans la couche d'eau (*cf.* chapitre 1). Cependant, les domaines de variation ne sont pas très étendus du fait de la nature de l'eau et des températures rencontrées en mer. D est en général connu avec précision parce qu'il est facile à mesurer et ne varie pas à court terme. V_2, ρ_2 sont plus difficile à déterminer et leur domaine d'évolution est vaste puisqu'ils dépendent de la composition du fond qui peut être très variable (roche, sédiments...).
Compte tenu de ces remarques, nous avons mesuré les erreurs d'estimation dans un domaine de $\pm 60\ m/s$ autour de $V_1 = 1520\ m/s$, les résultats sont présentés figure 3.20 (gauche). Pour observer l'influence propre du paramètre erroné, les autres paramètres ne comportent pas d'erreur. Les erreurs d'estimation sont mesurées dans un domaine de ± 0.5 autour de $\rho_1 = 1$, les résultats sont présentés figure 3.20 (droite). Les erreurs d'estimation sont mesurées dans un domaine de $\pm 125\ m/s$ autour de $V_2 = 1875\ m/s$, les résultats sont présentés figure 3.21 (gauche). Les erreurs d'estimation sont mesurées dans un domaine de ± 1 autour de $\rho_1 = 2$, les résultats sont présentés figure 3.21 (droite). Enfin, les erreurs d'estimation sont mesurées dans un domaine de $\pm 10\ m$ autour de $D = 130\ m$, les résultats sont présentés figure 3.22.

De faibles erreurs sur les paramètres entraînent des erreurs d'estimation qui se situent sur le pic d'ambiguïté principal. Elles correspondent au premier terme de l'équation 3.28. Ce terme dépend linéairement de la distance R. En conséquence, l'erreur sera proportionelle à la distance. C'est la raison pour laquelle nous avons calculé les erreurs en pourcentage, cette mesure est ainsi réaliste quelque soit la distance considérée.

On constate que le paramètre qui génère les erreurs les plus importante est la profondeur de la couche d'eau D. Cependant, c'est celui qui est susceptible d'être connu avec le plus de précision. Les autres paramètres entraînent des erreurs limitées (jusqu'à 2%) dans leur domaine d'évolution. Dans le cas d'erreurs sur plusieurs paramètres de l'environnement, les erreurs sur ces paramètres peuvent se combiner en se compensant l'une l'autre (si D et V_1 sont sous-estimées par exemple) ou, au contraire, en amplifiant l'erreur d'estimation (si D est sous-estimée et V_1 surestimée par exemple).

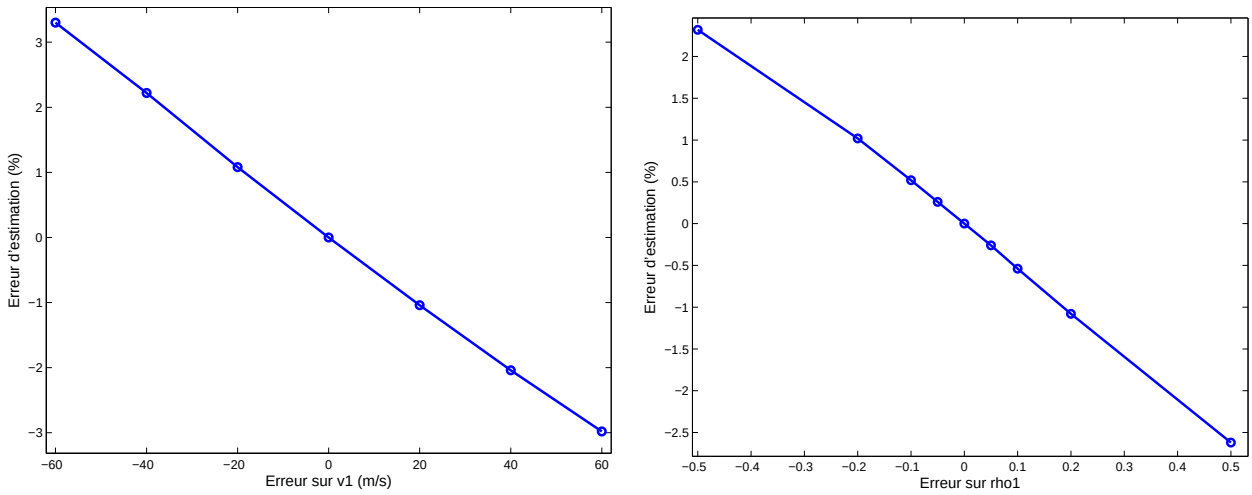

FIG. 3.20 – Erreurs d'estimation sur la distance (en %) en fonction des erreurs sur la vitesse V_1 (gauche) et erreurs d'estimation sur la distance (en %) en fonction des erreurs sur la densité ρ_1 (droite).

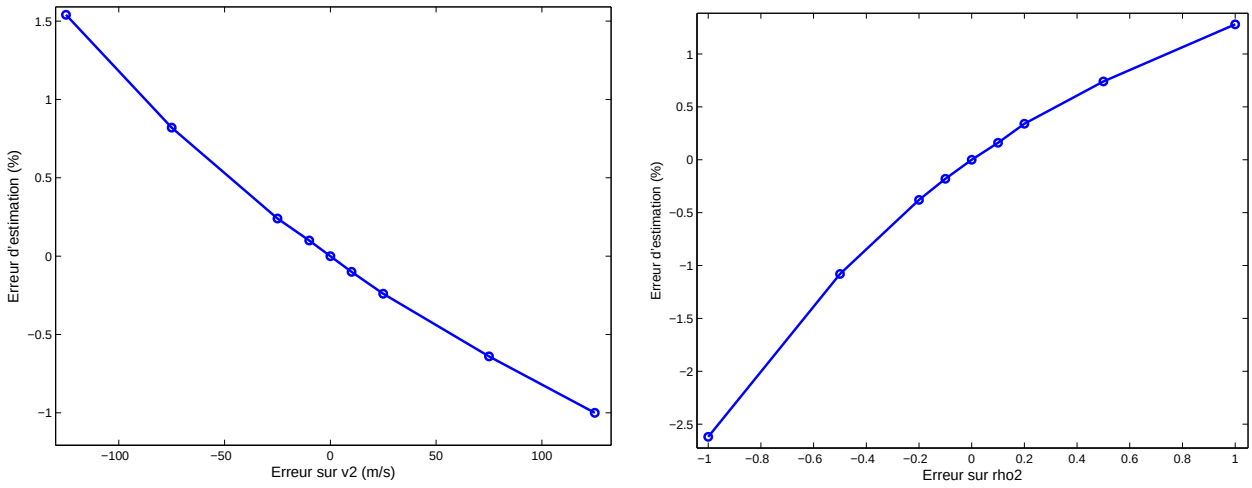

FIG. 3.21 – Erreurs d'estimation sur la distance (en %) en fonction des erreurs sur la vitesse V_2 (gauche) et erreurs d'estimation sur la distance (en %) en fonction des erreurs sur la densité ρ_2 (droite).

3.6.4 Conclusion sur l'estimateur signe-distance

Nous avons proposé un estimateur de la distance source-capteur et de la différence de signe des modes dans le cas d'une propagation acoustique en milieu petits fonds. Cet estimateur se base sur une sommation en fréquence de la différence entre les phases réelle et simulée.
La prise en compte d'une bande large de fréquences permet de réduire l'influence du bruit et de réduire l'importance des pics secondaires d'ambiguïté.
Notons que cette méthode est complémentaire de la méthode d'estimation de la profondeur présentée dans la section précédente : l'estimation des signes permet d'améliorer l'estimation de la profondeur de source. La simple connaissance de l'estimation de ΔS entre les modes 2 et 3 sur les données Mer du Nord permet par exemple, si elle est considérée comme fiable, d'éliminer le pic d'ambiguïté problématique de l'estimation de la profondeur observé section 3.5. A l'inverse la connaissance précise de la profondeur de

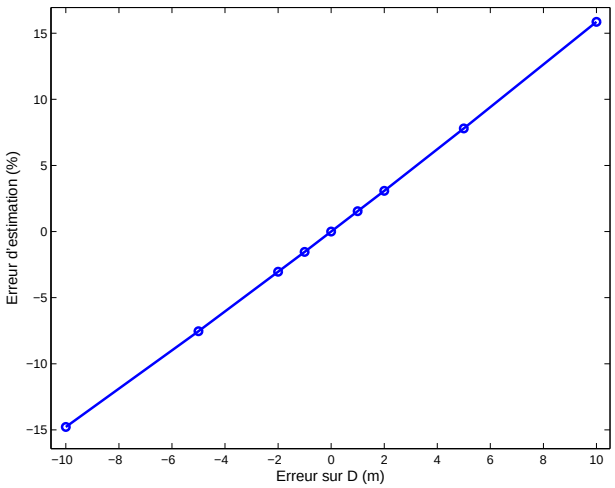

FIG. 3.22 – Erreurs d'estimation sur la distance (en %) en fonction des erreurs sur la profondeur D

source permet d'éliminer les pics d'ambiguïté les plus proches du pic central pour estimer la distance. Ainsi cet estimateur n'est pas indépendant de la profondeur de la source mais il ne prend pas en compte les modules des modes dont nous avons montré qu'ils pouvaient poser problème lors de l'application du MMP.

Nous avons étudié les performances théoriques de cet estimateur en terme de robustesse au bruit en fonction du niveau de RSB, de la largeur de bande des signaux et du pas de calcul dans la recherche de la distance. Nous avons également étudié la robustesse de la méthode face aux erreurs de paramétrisation de l'environnement.

La limitation principale de cette méthode est liée au caractère ambigu de la phase sur laquelle elle repose et qui engendre les pics d'ambiguïté. Ce problème n'est pas présent pour les méthodes reposant sur une analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence. Ces dernières sont en revanche limitées par les problèmes de localisation temps-fréquence (*cf.* section 3.3). Ainsi ces deux classes de méthodes sont complémentaires : les méthodes d'analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence fournissent des résultats plus grossiers mais plus fiables car sans ambiguïté. Elle seront d'autant plus fiables que les remarques formulées en conclusion de la section 3.3 seront prises en compte. On peut envisager de combiner ces deux méthodes par une mise en relation des résultats estimés dans les deux cas.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué des méthodes d'estimation de la distance source-capteur et de la profondeur de source dans notre configuration d'étude. L'originalité de cette configuration provient de ses aspects mono-capteur et UBF.

Nous avons présenté en premier lieu les méthodes existantes de localisation en discutant pour chacune des possibilités d'application dans notre configuration.
Nous avons ensuite appliqué différentes méthodes de localisation de la distance et/ou de la profondeur :

- Nous avons développé et appliqué une méthode d'estimation de la distance par analyse de la dispersion modale dans le plan temps-fréquence. Cette méthode, déjà initiée lors de précédent travaux a été améliorée durant cette thèse. Elle ne fournit pas de résultats précis parce qu'elle se base sur des hypothèses peu réalistes. Les résultats constituent cependant une bonne approximation.
- Nous avons appliqué la méthode classique de MMP. Les résultats sont satisfaisants pour l'estimation de la distance mais pas pour celle de la profondeur. Nous avons mis en évidence un problème de surreprésentation des modules des modes autour de leur fréquence de retournement qui entraîne des erreurs sur l'estimation de la profondeur. Le fait que les estimations soient couplées engendre également des erreurs sur la distance.

Pour contourner ce problème, nous avons développé et appliqué des méthodes d'estimation de la distance et de la profondeur séparée :

- Nous estimons la profondeur avec une méthode déjà validée sur des ondes UBF qui consiste à comparer les modules des modes sur toute la bande de fréquence. Elle fournit des résultats satisfaisants même si un problème d'ambiguïté demeure.
- Nous estimons enfin la distance et la différence de signe entre deux modes avec une méthode basée sur la phase que nous avec développée. Cette méthode fournit des résultats satisfaisants. Par ailleurs l'estimation des différences de signe entre les modes peut permettre de résoudre les problèmes d'ambiguïté de la méthode d'estimation de la profondeur. Nous avons également réalisé une étude des performances de cette méthode en fonction du niveau de bruit et des erreurs de paramétrisation.

En conclusion la configuration UBF mono-capteur pose des problèmes aux méthodes classiques de localisation. L'application sur deux méthodes originales séparées et complémentaires d'estimation de la profondeur et de la distance permet de coutourner ces problèmes et fournit de bons résultats.

Conclusion et perspectives

Conclusion.

LES TRAVAUX que nous avons menés se sont focalisés sur une configuration originale d'enregistrement des données acoustiques : le réseau de capteur n'est composé que d'un seul hydrophone. Cette configuration, peu étudiée, ne permet pas d'utiliser les outils classiques de traitement du signal qui se basent sur des antennes de capteurs. Nous avons développé des outils de représentations et de filtrage adaptés aux signaux acoustiques issus de la configuration d'étude. Nous avons ensuite, avec l'aide de ces outils, appliqué des méthodes de localisation de source existantes en les adaptant à notre configuration et nous avons enfin proposé une autre méthode de localisation pour palier aux problèmes rencontrés avec les méthodes classiques. Les outils et les méthodes ont été testés et validés sur deux jeux de données réelles issus de campagnes réalisées en mer du Nord et Méditerranée. Ces travaux se sont toujours tenus à l'intersection de l'étude et la prise en compte de la physique de propagation et de l'utilisation de techniques propres au traitement du signal. Ils s'inscrivent dans un projet d'étude sur les Ultra Basses Fréquences (1-100 Hz) en environnements petits fonds déjà initié par un travail de thèse sur l'étude de la propagation des UBF [Nar98] et un autre sur l'estimation des paramètres de l'environnement et de la localisation de source à l'aide de représentations fréquence-nombre d'onde [Nic04] .

Le premier chapitre présente les théories et techniques nécessaires au développement et à la compréhension des outils et méthodes présentés dans ce mémoire.
Dans ce chapitre, nous avons détaillé la caractérisation des ondes acoustiques, et plus particulièrement des ondes guidées qui sont un modèle classique pour décrire les environnements petits fonds. Nous avons décrit la théorie de décomposition du signal acoustique en modes de propagation dont la dispersion suit des lois que nous avons formulées. Les lois de dispersion dépendent de la modélisation choisie pour rendre compte de l'environnement réel. Nous avons présenté les modèles classiques de guide d'ondes et précisé les lois associées dans chaque cas. Nous avons introduit un modèle de guide de *Pekeris* approché qui prend en compte l'influence du fond marin et possède des propriétés qui nous ont été utiles pour la définition d'outils adaptés (*cf.* chapitre 2). Les lois de dispersion conditionnent les temps d'arrivée d'énergie de chaque mode en fonction de la fréquence, elles sont observables dans le plan temps-fréquence.
Dans une seconde étape, nous avons présenté les Représentations Temps-Fréquence classiques. Les RTF présentées sont potentiellement capables de donner accès à certaines caractéristiques des modes. Nous avons montré que leurs limitations intrinsèques empêchent ces RTF de fournir de bons résultats, en particulier pour des faibles valeurs de distance source-capteur. Ces limitations, dans le cas des signaux acoustiques guidés, sont dues au fait que les modes forment un ensemble de structures multiples non-linéaires. Nous avons présenté le concept de d'équivalence unitaire qui permet de construire de nouvelles classes de représentation adaptées à des signaux particuliers à l'aide d'opérateurs de transformation

(déformation, modulation *etc.*).

Dans le deuxième chapitre, nous avons construit des outils de représentation et de filtrage adaptés aux signaux acoustiques guidés.
Nous sommes partis des modèles de guide *parfait* et de *Pekeris* approché dont les modes possèdent la propriété d'homogénéité. Cette propriété nous a permis de construire des opérateurs de transformation pour les deux modèles qui se basent sur la déformation de l'axe des temps pour rendre les structures modales linéaires. Basé sur ces nouveaux opérateurs, nous avons développé des outils de représentation adaptés :

- tansformées de Fourier adaptées,
- TFCT et Classes de Cohen adaptées représentées dans le plan temps-fréquence transformé et dans le plan temps-fréquence naturel,
- RTF adaptatives adaptées.

Ces outils améliorent la caractérisation des modes. Les TF, TFCT adaptées et les RTF adaptatives adaptées offrent une représentation séparée des modes, et sont inversibles.
Nous avons ensuite développé des filtres associés à ces représentations : filtres linéaires temporellement variant sur les TF et les RTF atomiques (TFCT adaptées), filtre non-linéaire sur les RTF adaptatives. Les formulations de ces filtres obtenus par équivalence unitaire sont également présentées. Concrètement, l'opération de filtrage modal se présente sous la forme d'un simple filtrage fréquentiel sur les TF adaptées, d'un filtre temps-fréquence atomique qui fait intervenir un algorithme de segmentation d'image sur les RTF atomiques et d'une sélection d'atomes de décomposition sur les RTF adaptatives. Les filtres développés et les représentations qui leur sont associées viennent se loger dans l'espace ouvert entre le filtrage adapté qui nécessite la connaissance exacte des paramètres de modélisation et les techniques classiques de filtrage temps-fréquence handicapées par les limitations des représentations. L'introduction d'une part d'adaptabilité par intégration des lois physiques des modes et l'application du principe d'équivalence unitaire permet de remplir cet espace où viennent se loger par degrés de liberté progressifs, le filtrage TF, le filtrage atomique continu et le filtrage modal adaptatif.
Les performances des filtrages développés sont finalement établies en fonction de la connaissance des paramètres et du niveau de bruit à partir de données simulées. Les principales conclusions sont les suivantes :

- Le filtrage sur les TF adaptées est plus efficace en cas de bonne connaissance des paramètres de l'environnement.
- Le filtrage non-linéaire sur les RTF adaptatives est plus efficace par bon niveau de RSB en cas de mauvaise connaissance des paramètres d'environnement.
- Le filtrage sur les RTF atomiques est plus efficace en cas de mauvaise connaissance des paramètres et d'un RSB faible.

Dans le chapitre 3, nous avons réalisé des estimations de localisation de source (distance source-capteur et profondeur de la source) à partir de méthodes existantes que nous avons adaptées à notre configuration et d'une méthode que nous avons développée. Ces méthodes ont été testées et validées sur deux jeux de données réelles.
Nous avons d'abord exposé les méthodes classiques existantes en discutant pour chacune des possibilités d'application dans notre configuration et en insistant sur les méthodes basées sur la théorie modale.
Nous avons ensuite appliqué et évalué des méthodes de localisation sur les données réelles :

- Une méthode de localisation de la distance à partir de l'analyse de la dispersion dans le plan

temps-fréquence que nous avions initiée lors de précédents travaux. Nous lui avons apporté des améliorations mais les résultats restent relativement imprécis (jusqu'à 5.2% d'erreur) du fait d'une hypothèse trop forte réalisée sur l'aspect impulsionnelle de la source.
- Nous avons adapté et testé la méthode classique de modes adaptés (MMP) qui estime conjointement profondeur et distance. Les résultats se sont révélés peu fiables pour la profondeur du fait d'une surreprésentation des amplitudes des modes dans la bande proche de la fréquence de retournement. Cette mauvaise estimation de la profondeur induit des erreurs sur l'estimation de la distance dues au caractère conjoint de l'estimation des deux paramètres.
- Nous avons adapté et testé une méthode d'estimation de la profondeur développé par Nicolas *et al.* qui se base sur les modules des modes. Cette méthode engendre de bons résultats même des problèmes d'ambiguïté demeurent sur certaines traces acoustiques.
- Nous avons proposé et testé une méthode d'estimation de la distance. Cette méthode se base sur la différence de phase entre deux modes pour éliminer les problèmes liés à la connaissance de la source. Elle exploite le caractère large bande des signaux pour s'extraire des problèmes d'ambiguïté et de l'influence du bruit. Elle estime également la différence de signe entre les modes ce qui permet d'améliorer l'estimation de la profondeur réalisée avec la méthode exposée ci-dessus. Cette méthode peut s'appliquer sur une antenne horizontale en utilisant le filtrage modal sur la transformée fréquence-nombre d'onde [NLTM07]. Elle donne de très bons résultats sur les données réelles et permet d'éliminer le pic d'ambiguïté de l'estimation de la profondeur. Nous avons réalisé une étude de la robustesse de cette méthode face au bruit et aux erreurs de paramétrisation.

Perspectives.

Les perspectives aux travaux présentés dans ce manuscrit peuvent prendre deux directions : l'amélioration des outils et méthodes proposées ou le développement de nouvelles méthodes.

Concernant la mise en place des opérateurs de déformation, nous avons signalé que des techniques plus perfectionnées que celles que nous avons implémentées existent (*cf.* section 2.3.2). Elle permettent de limiter les pertes d'informations liées au problème de l'échantillonnage irrégulier. La mise en place de ces techniques constitue une perspective intéressante.

Des techniques de filtrage de motifs temps-fréquence ont également été proposées [Ger07], elle sont adaptatives et ne se basent pas sur les lois physiques de la dispersion. Il serait intéressant de comparer les performances qui peuvent être atteintes par ces techniques avec celles que nous avons établies.

En ce qui concerne l'estimation des paramètres de localisation, plusieurs perspectives s'offrent à nous :
- Il serait intéressant de tester et valider les méthodes qui fournissent les meilleurs résultats sur des données réelles dont les environnements sont plus complexes que ceux considérés dans le mémoire : profondeur variant avec la distance, couches non homogènes *etc.*
- Concernant la méthode MMP, nous avons appliqué la méthode la plus simple qui comporte une sommation incohérente en fréquence. Or, cette méthode pose problème du fait de la surreprésentation de certains modes pour une fréquence donnée. Ce problème disparaît si un moyennage du module des modes est effectué sur les fréquences. Il est donc intéressant d'envisager la mise en place de techniques de MMP cohérentes qui effectuent une corrélation sur les fréquences.

- La limitation principale de la méthode d'estimation de la distance à partir de la phase que nous avons développée est liée à la présence de pics d'ambiguïté dus au caractère ambigu de la mesure de la phase. Ce problème ne se présente pas pour les méthodes d'analyse de la dispersion dans le plan temps-fréquence qui posent en revanche des problèmes liés à la localisation de l'énergie dans ce plan. La combinaison de ces deux types de techniques constitue une perspective intéressante. Il faudrait cependant se baser sur des méthodes utilisant la différence des temps d'arrivée (comme celle proposée dans [Ger07]) et non en postulant une source parfaitement impulsionnelle comme nous l'avons fait.
- Les méthodes classiques d'estimation et des paramètres de l'environnement et de localisation fonctionnent sur les mêmes principes. Nous pouvons donc imaginer possible l'estimation des paramètres de l'environnement à partir des méthodes appliquées et développées en connaissant éventuellement la position de la source. Les recherches que nous avons menées dans cette direction n'ont pas été concluantes jusqu'à présent : la configuration mono-capteur UBF pose le problème du manque d'informations disponibles (bande relativement restreinte, peu de modes filtrés, un seul capteur). Cela reste cependant une perspective intéressante.
- Enfin, on ne peut aborder le problème de la localisation de source sans tenir compte du problème de l'estimation de la direction de la source. Ce paramètre de localisation est *a priori* impossible à estimer dans une configuration mono-hydrophone. Cependant, deux pistes demeurent possibles. D'une part la prise en compte des déplacements (provenant des ondes sismiques) reçus sur les géophones généralement associés à l'hydrophone sur un même capteur (capteur OBS). Les ondes sismiques sont directives et la mesure des déplacements dans les trois directions de l'espace pourrait fournir une information sur l'azimut de la source. D'autre part, avec un faible nombre d'hydrophones répartis sur le fond marin et en appliquant de simples techniques de trigonométrie, l'estimation des distances source-capteur permet d'envisager celle de la direction.

Annexe A

Vitesse de groupe pour le modèle à 3 couches

La vitesse de groupe pour le guide à 3 couches s'obtient en partant des équations de dispersion 1.44, 1.45, 1.46 et 1.47. On introduit les expressions A, B et C tels que :

$$A = \frac{k_{zm}}{k_{2zm}} \cos k_{2zm} D \cos k_{zm} D + \frac{\rho_1}{\rho_2} \sin k_{2zm} D \sin k_{zm} D \tag{A.1}$$

$$B = -\frac{k_{zm}}{k_{2zm}} \sin k_{2zm} D \cos k_{zm} D + \frac{\rho_1}{\rho_2} \cos k_{2zm} D \sin k_{zm} D \tag{A.2}$$

$$C = \frac{\rho_1}{\rho_2} (A \sin k_{2zm}(D + D_2) + B \cos k_{zm}(D + D_2)) \tag{A.3}$$

Avec $k_{2zm} = (\omega/V_2^2 - k_{rm})^{1/2}$. Dans le cas $\frac{\omega}{k_{rm}} < V_2$ (pas de pénétration dans la couche du fond), on a $k_{2zm} = j g_{2m}$ faisant apparaître des sinus et cosinus hyperboliques.

On introduit σ_m et μ_m tels que :

$$\begin{aligned}\sigma_m = \tfrac{\rho_1}{2V_1^2 k_{zm}} \Big[& k_{zm} D - \cos k_{zm} D \sin k_{zm} D + \tfrac{\rho_2 V_1^2 k_{zm}}{\rho_1 V_2^2 k_{2zm} D_2} \big(k_{2zm} D_2 (A^2 + B^2) \\ & + (B^2 - A^2) \cos k_{2zm}(2D + D_2) \sin k_{2zm} D_2 + 2AB \sin k_{2zm}(2D + D_2) \sin k_{2zm} D_2 \big) + \tfrac{\rho_3 V_1^2 k_{zm} C^2}{\rho_1 V_3^2 g_{3m}} \Big]\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}\mu_m = \tfrac{\rho_1}{2k_{zm}} \Big[& k_{zm} D - \cos k_{zm} D \sin k_{zm} D + \tfrac{\rho_2 k_{zm}}{\rho_1 k_{2zm} D_2} \big(k_{2zm} D_2 (A^2 + B^2) \\ & + (B^2 - A^2) \cos k_{2zm}(2D + D_2) \sin k_{2zm} D_2 + 2AB \sin k_{2zm}(2D + D_2) \sin k_{2zm} D_2 \big) \tfrac{\rho_3 k_{zm} C^2}{\rho_1 g_{3m}} \Big]\end{aligned} \tag{A.5}$$

avec $g_{3m} = (k_{rm} - \omega/V_3^2)^{1/2}$ La vitesse de groupe pour le modèle à 3 couches se formule, à l'aide des expressions introduites, suivant l'expression :

$$v_{gm}^{3couches} = \frac{k_{rm} \mu_m}{\omega \sigma_m} \tag{A.6}$$

Annexe B

Caractérisation des filtres atomiques modaux *parfait* et de *Pekeris*

Nous déterminons les caractéristiques (formulations des opérateurs de filtrage et des réponses impulsionnelles associées) des filtrages atomiques modaux *parfait* et de *Pekeris*. Nous adoptons la même démarche que pour les filtrages atomiques *parfait* et de *Pekeris* (*cf.* section 2.4.1.2).

Le filtrage atomique peut s'appliquer directement sur la TFCT modale *parfaite* $\mathcal{TM}^{parf}$. Celle-ci est RTF linéaire de décomposition atomique avec $\mathbf{b}_{t,\nu}^{parf}(u)$ répondant aux équations 2.47 et 2.48 (*cf.* section 2.2). On applique directement le masque $M^{parf\mathcal{TM}}(t,\nu)$ dans le domaine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$. On peut directement caractériser **l'opérateur de filtrage atomique *parfait*** $\mathcal{H}^{parf\mathcal{M}}$ grâce à l'équation 2.122 :

$$\begin{aligned}&(\mathcal{H}^{parf\mathcal{TM}}x)(t)\\&=\iint(\mathcal{H}^{t-\nu}\mathcal{TM}^{parf}x)(t',\nu')\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2}g\left(w^{-1}(t)-w^{-1}(t')\right)\exp\left(j2\pi\nu\frac{w^{-1}(t')w^{-1}(t)}{t'}\right)dt'd\nu'\end{aligned}\tag{B.1}$$

Sa réponse impulsionnelle associée se déduit de l'équation 2.123 :

$$\begin{aligned}&h^{parf\mathcal{TM}}(t,u)\\&=\iint\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2}\left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2}M^{parf\mathcal{TM}}(t',\nu')g\left(w^{-1}(t)-w^{-1}(t')\right)\\&g^{*}\left(w^{-1}(u)-w^{-1}(t')\right)\exp(j2\pi\nu'\tfrac{w^{-1}(t')}{t'}(w^{-1}(t)-w^{-1}(u)))dt'd\nu'\end{aligned}\tag{B.2}$$

On suit le même raisonnement pour le modèle de *Pekeris*. $\mathbf{b}_{t,\nu}^{Pek}(u)$ répond à l'équation 2.69. On applique directement le masque $M^{Pek\mathcal{TM}}(t,\nu)$ dans le domaine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ ce qui donne lieu à l'opérateur de **filtrage atomique de *Pekeris*** $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{TM}}$:

$$\begin{aligned}&(\mathcal{H}^{Pek\mathcal{TM}}x)(t)\\&=\iint(\mathcal{H}^{t-\nu}\mathcal{TM}^{Pek}x)(t',\nu')\left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2}g\left(w^{-1}(t)-w^{-1}(t')\right)\\&\exp\left(j2\pi\left[\tfrac{\nu w^{-1}(t')w^{-1}(t)}{t'}-\tfrac{V_1\Phi(t')w^{-1}(t)}{2D\pi}-q(t)\right]\right)dt'd\nu'\end{aligned}\tag{B.3}$$

Sa réponse impulsionnelle associée se déduit de l'équation 2.123 :

$$\begin{aligned} &h^{Pek\mathcal{TM}}(t,u) \\ &= \iint \left|\frac{t}{w^{-1}(t)}\right|^{1/2} \left|\frac{u}{w^{-1}(u)}\right|^{1/2} M^{Pek\mathcal{TM}}(t',\nu') g\left(w^{-1}(t)-w^{-1}(t')\right) g^*\left(w^{-1}(u)-w^{-1}(t')\right) \\ &\exp\left(j2\pi\left[\nu'\frac{w^{-1}(t')}{t'}(w^{-1}(t)-w^{-1}(u)) - \frac{V_1\Phi(t')}{2D\pi}(w^{-1}(t)-w^{-1}(u)) + [q(t)-q(u)]\right]\right) dt' d\nu' \end{aligned} \tag{B.4}$$

Remarques sur les opérateurs de filtrage $\mathcal{H}^{parf\mathcal{TM}}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{TM}}$.
Les opérateurs $\mathcal{H}^{parf\mathcal{TM}}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{TM}}$ peuvent être obtenues en adoptant une démarche plus intuitive à partir des opérateurs $\mathcal{H}^{parf\mathcal{T}}$ et $\mathcal{H}^{Pek\mathcal{T}}$. Pour un modèle donné, les RTF $\mathcal{T}^{modele}$ et $\mathcal{TM}^{modele}$ sont liées par l'opérateur de transformation inverse qui a pour effet de provoquer une réallocation du domaine transformé $\bar{\mathbf{T}}-\bar{\mathbf{F}}$ vers le domaine naturel $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ (*cf.* équations 2.45 et 2.64). La sélection de la zone $M^{\mathcal{T}}(t',\nu')$ de la RTF transformée exprimée dans le domaine $\bar{\mathbf{T}}-\bar{\mathbf{F}}$ est équivalent à la sélection de la zone $M^{\mathcal{T}}(A(t',\nu'),B(t',\nu'))$ de la RTF modale transformée exprimée dans le domaine $\mathbf{T}-\mathbf{F}$ (avec $A(t,\nu')$ et $B(t,\nu')$ répondant à l'équation 1.128 et 2.63). Ainsi en effectuant la substitution :

$$M^{parf\mathcal{TM}}(t',\nu') = M^{\mathcal{T}}(A^{parf}(t,\nu'),B^{parf}(t,\nu')) = M^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t'),\frac{\nu' t'}{w^{-1}(t')}) \tag{B.5}$$

dans l'équation B.2 exprimant $h^{parf\mathcal{T}}$, on retrouve la réponse impulsionnelle $h^{parf\mathcal{TM}}$ (*cf.* équation 2.130). De la même manière, en effectuant la substitution :

$$M^{Pek\mathcal{TM}}(t',\nu') = M^{\mathcal{T}}(A^{Pek}(t,\nu'),B^{Pek}(t,\nu')) = M^{\mathcal{T}}(w^{-1}(t'),\frac{[\nu'+q'(t')]t'}{w^{-1}(t')}) \tag{B.6}$$

dans l'équation B.4 exprimant $h^{Pek\mathcal{T}}$, on retrouve la réponse impulsionnelle $h^{Pek\mathcal{TM}}$ (*cf.* équation 2.132).

Bibliographie

[AF95] F. Auger and P. Flandrin. Improving the readability of time-frequency time-scale representation by the reassignment method. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43(5) :1068–1089, 1995.

[AH95] R. Ancey and J.R. Hartmann. Propagation U.B.F. - Campagne PROSISMA 2332/STSN/DLSN/NP/95. Technical report, Centre technique des Systèmes Navals (D.G.A.), 1995.

[Alt90] R.A. Altes. Wide-band, proportional-bandwidth wigner-ville analysis. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 38 :1005–1012, 1990.

[AR77] J.B. Allen and L.R. Rabiner. A unified approach to Short Time Fourier Transform analysis and synthesis. *Proc. IEEE*, 65(11) :1558– 1564, 1977.

[AR80] K. Aki and P.G. Richards. *Quantitative seismology : theory and methods, vol. 1.* Freeman and Co., New-York, 1980.

[AS65] M. Abramowitz and I.A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions.* Dover, New York, 1965.

[BAK88] R. Bourdier, J.F. Allard, and Trumpf K. Effective frequency response and signal replica generation for filtering algorithms using multiplicative modifications of the STFT. *Signal Processing*, 15(2) :193–201, 1988.

[BBP86] G.F. Boudreaux-Bartels and T. Parks. Time-varying filtering and signal estimation using Wigner distribution synthesis techniques. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 34(12) :442–451, 1986.

[BJ93a] R.G. Baraniuk and D.L. Jones. Shear madness ; new orthonormal bases and frames using chirp functions. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(12) :3543–3549, 1993.

[BJ93b] R.G. Baraniuk and D.L. Jones. A signal-dependent time-frequency representation : optimal kernel design. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(4) :1589–1601, 1993.

[BJ95] R.G. Baraniuk and D.L. Jones. Unitary equivalence : A new twist on signal processing. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43(16) :2269–2282, 1995.

[BK79] G. Borgiotti and L.J. Kaplan. Super-resolution of uncorrelated interference sources by using adaptive array technique. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 27 :842–845, 1979.

[BKM88] A.B. Baggeroer, W.A. Kuperman, and P.N. Mikhalevsky. An overview of Matched Field Methods in ocean acoustics. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 18(4) :401–423, 1988.

[BL01] L.M. Brekhovskikh and Y.P. Lysanov. *Computational Ocean Acoustics.* AIP Press, 2001.

[Bro77] L.R. Brownlee. The use of phased rays in very shallow water. *J. of Sound and Vib.*, 53(3) :305–321, 1977.

[Buc76] H.P. Bucker. Use of calculated sound fields and matched field detection to locate sound sources in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 59 :368–373, 1976.

[Bul99] A. Bultan. A four-parameter atomic decomposition of chirplets. *IEEE Trans. Signal Processing*, 47 :731–745, 1999.

[BY94] C.W. Bogart and T.C. Yang. Source localization with horizontal arrays in shallow water : Spatial sampling and effective aperture. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96(3) :1677–1686, 1994.

[CD00] N.E. Collison and S.E. Dosso. Regularized Matched-Mode Processing for source localization. *J. Acoust. Soc. Am.*, 107(6) :3089–3100, 2000.

[CJBBC03] C. Chen, H.M. James, G.F. Bourdreaux-Bartels, and J.L. Colin. Time-frequency representations for wideband acoustic signals in shallow water. In *Proc. IEEE Oceans*, volume 5, pages SP2903–SP2907, San Diego, U.S.A., September 2003.

[CKS92] M.D. Collins, W.A. Kuperman, and H. Schmidt. Nonlinear inversion for ocean-bottom properties. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(5) :2770–2783, 1992.

[Cla87] C.S. Clay. Optimum time domain signal transmission and source localization in a waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81 :660–664, 1987.

[CM97] C.S. Clay and H. Medwin. *Acoustical Oceanography : Principles and Applications*. Willey Interscience, Canada, 1997.

[CM98] E. Chassande-Mottin. *Méthodes de réallocation dans le plan temps-fréquence pour l'analyse et le traitement de signaux non stationnaires*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 1998.

[Coh95] L. Cohen. *Time-Frequency Analysis*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1995.

[Coh98] I. Cohen. *Shift-Invariant Adaptive Wavelet Decomposition and Applications*. PhD thesis, Research Thesis, Israel Institute of Technology, 1998.

[CW89] I. Choi and W.J. Williams. Improved time-frequency representations of multicomponent signal using exponential kernels. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 37(6) :862–871, 1989.

[CW91] M.D. Collins and E.K. Westwood. A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed and density. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(3) :1068–1075, 1991.

[Dau92] I. Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, 1992.

[Fiz87] R.G. Fizell. Application of high-resolution processing to range and depth estimation using ambiguity function methods. *J. Acoust. Soc. Am.*, 82(2) :606–613, 1987.

[Fla93] P. Flandrin. *Temps-Fréquence*. Ed. Hermes, Paris, 1993.

[FP90] L.N. Frazer and P.E. Pecholcs. Single-hydrophone localization. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(2) :995–1002, 1990.

[FS88] J.M. Fell and G.E. Schilow. *Representations of *-Algebras Locally Compact Groups and Banach *-Algebraic Bundless*. MA : Academis Press, 1988.

[Gab46] D. Gabor. Theory of communication. *J. IEE*, 93(3) :429–457, 1946.

[Ger94] P. Gerstoft. Inversion of seimoacoustic data using genetic algorithms and a posteriori probability distributions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 95(2) :770–782, 1994.

[Ger95] P. Gerstoft. Inversion of acoustic data unsing a combinaison of genetic algorithms and the Gauss-Newton approach. *J. Acoust. Soc. Am.*, 97(4) :2181–2190, 1995.

[Ger07] C. Gervaise. Inversion géoacoustique passive à partir d'un réseau d'hydrophones et des vocalises tbf de mammifères marins. Technical report, Rapport 07/06 E3I2, Contrat SHOM-ENSIETA CA/2003/06/CMO, 2007.

[Her99] J-P. Hermand. Broad-band geoacoustic inversion in shallow water from waveguide impulse response measurements on a single hydrophone : Theory and experimental results. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 24(1) :41–66, 1999.

[HK92] F. Hlawatsch and W. Krattenthaler. Bilinear signal synthesis. *IEEE Trans. Signal Processing*, 40(2) :352–363, 1992.

[HK94] F. Hlawatsch and W. Kozek. Time-frequency projection filters and time-frequency signal expansions. *IEEE Trans. Signal Processing*, 42(12) :3321–3333, 1994.

[HMC02] C. Hory, N. Martin, and A. Chehikian. Spectrogram segmentation by means of statistical features for non-stationary signal interpretation. *IEEE Trans. Signal Processing*, 60(12) :2915– 2925, 2002.

[HMKK00] F. Hlawatsch, G. Matz, H. Kirchauer, and W. Koezk. Time-frequency formulation, design, and implementation of time-varying optimal filters for signal estimation. *IEEE Trans. Signal Processing*, 48(5) :1417–1432, 2000.

[HPBB97] F. Hlawatsch, A. Papandreaou, and G.F. Bourdeaux-Bartels. The hyperbolic class of quadratic time-frequency representations, part ii : Subclasses, intersection with the affine and power classes, regularity and unitarity. *IEEE Trans. Signal Processing*, 45 :303–315, 1997.

[IQ05] C. Ioana and A. Quinquis. Time-frequency analysis using warped-based high-order phase modeling. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005(17) :2856–2873, 2005.

[JB95] D.L. Jones and R.G. Baraniuk. An adaptive optimal-kernel time-frequency representation. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43(10) :2361–2371, 1995.

[JIQ06] A. Jarrot, C. Ioana, and A. Quinquis. An extension of the class of unitary time-warping projectors to discrete-time sequences. In *Proc. IEEE ICASSP*, Toulouse, France, May 2006.

[JKPS94] F.B. Jensen, W.A. Kuperman, M.B. Porter, and H. Schmidt. *Computational Ocean Acoustics*. AIP Press, 1994.

[JPS+00] S.M. Jesus, B. Porter, Y. Stéphan, X. Démoulin, O.C. Rodriguez, and E.M.M. Ferreira Coelho. Single hydrophone source localization. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 25(3) :337–346, 2000.

[KDH01] W.A. Kuperman, G.L. D'Spain, and K.D. Heaney. Long range source localization from single hydrophone spectrograms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 109(5) :1935–1943, 2001.

[Kel78] J.B. Keller. Rays, waves and asymptotics. *Bull. Am. Math. Soc.*, 84 :727–750, 1978.

[KH92] W. Kozek and F. Hlawatsch. A comparative study of linear and nonlinear time-frequency filters. In *Proc. IEEE Int. Symp. Time-Frequency Time-Scale Analysis*, pages 163–166, Victoria, Canada, October 1992.

[Koz92] W. Kozek. Time-frequency signal processing based on the wigner-weyl framework. *Signal Processing*, 29(1) :77–92, 1992.

[KS89] W.A. Kuperman and H. Schmidt. Self-consistent perturbation approach to rough surface scattering in stratified elastic media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86 :1511–1522, 1989.

[LF46] M.A. Leontovich and V.A. Fock. Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equation. *J. Phys. USSR*, 10 :13–24, 1946.

[LP88] H. Leib and S. Pasupathy. The phase of a vector pertubed by gaussian noise and differentially coherent receivers. *IEEE Trans. on Information Theory*, 34(6) :1491–1501, 1988.

[LSGM86] M.A. Lagunas, M.E. Santamaria, A. Gasull, and A. Moreno. Maximum likehood filters in spectral estimation problems. *Signal Processing*, 10 :19–34, 1986.

[LTML06] G. Le Touzé, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Time-frequency representation matched to guided waves. In *Proc. IEEE ICASSP*, Toulouse, France, May 2006.

[LTNM+05] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars, J-L Lacoume, and D. Fattaccioli. Source depth estimation using modal decomposition and time-frequency representations. In *Proc. IEEE Oceans*, Brest, France, June 2005.

[LTNMF06] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Représentations temps-fréquence adaptées aux ondes guidées. *Traitement du Signal*, 23, 2006.

[LTNML04] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Localisation de source dans un guide d'onde océanique à l'aide de représentations temps-fréquence. Technical report, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.

[LTNML06] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Matched time-frequency representation and warping operator for modal filtering. In *Proc. of 14th EUSIPCO*, Florence, Italy, September 2006.

[LTNML07] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Estimateur de la distance source-capteur en acoustique sous-marine. In *Colloque GRETSI*, Troyes, France, September 2007.

[Mar86a] N.M. Marinovic. *The Wigner distribution and the ambiguity function : Generalizations, enhancement, compression and some applications.* PhD thesis, City University of New York, 1986.

[Mar86b] N. Martin. An AR spectral analysis of non stationnary signal. *Signal Processing*, 10(1) :61–74, 1986.

[MC97] M.R. McClure and L. Carin. Matching pursuits with a wave-based dictionary. *IEEE Trans. Signal Processing*, 45 :2912–2927, 1997.

[MGJC99] F.C. Mecklenbräuker, P. Gerstoft, Böhme J.F., and P-J Chung. Hypothesis testing for geoacoustic environmental models using likelihood ratio. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(3) :1738–1748, 1999.

[MH61] H. Margenau and R.W. Hill. Correlation between measurements in quantum theory. *Prog. Theor. Phys.*, 26 :738–772, 1961.

[MH95] S. Mann and S. Haykin. The Chirplet Transform : physical considerations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43(11) :2745–2761, 1995.

[MP96] Z.H. Michalpoulou and M.B. Porter. Matched-Field Processing for broad-band source localization. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 21(4) :384–391, 1996.

[MWW95] W. Munk, P. Worcester, and C. Wunsch. *Oceanic Acoustic Tomography.* University Press, Cambridge, 1995.

[MZ93] S. Mallat and Z. Zhang. Matching pursuit with time-frequency dictionnaries. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(12) :3397–3415, 1993.

[Nar98] M. Nardin. *Ondes sismo-acoustiques guidées en milieu marin.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[Nic04] B. Nicolas. *Identification du milieu océanique et localisation de source Ultra Basses Fréquence (1-100 Hz).* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.

[NLTM07] B. Nicolas, G. Le Touzé, and J.I. Mars. Mode sign estimation to improve source depth estimation using a HLA. In *soumis à IEEE Int. Conf. On Acoustic, Speech and Signal Processing*, 2007.

[NML06] B. Nicolas, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Source depth estimation using a horizontal array by matched-mode processing in the frequency-wavenumber domain. *EURASIP J. on Applied Signal Processing*, 2006 :1–16, 2006.

[ONP00] G.J. Orris, M. Nicholas, and J.S. Perkins. The matched-phase coherent multi-frequency matched-field processor. *J. Acoust. Soc. Am.*, 107(5) :2563–2575, 2000.

[OW95] J.C. O'Neill and W.J. Williams. Quadralinear time-frequency representations. In *IEEE Int. Conf. On Acoustic, Speech and Signal Processing*, volume 2, pages 1005–1008, 1995.

[Pek47] C.L. Pekeris. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. *In Geol. Soc. Am. Mem*, 1947.

[PF96] B. Porat and B. Friedlander. Asymptotic statistical analysis of the high-order ambiguity function for parameter estimation of polynomial-phase signals. *IEEE Trans. on Information Theory*, 42(3) :995–1001, 1996.

[PHBB93] A. Papandreaou, F. Hlawatsch, and G.F. Bourdeaux-Bartels. The hyperbolic class of quadratic time-frequency representations, part i : Constant-Q warping, the hyperbolic paradigm, properties and members. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41 :3425–3444, 1993.

[Pie65] A.D. Pierce. Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, 37 :19–27, 1965.

[PML03] J.R. Potty, J.H. Miller, and J.F. Lynch. Inversion for sediment geoacoustical properties at New England Bight. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114(4) :1874–1887, 2003.

[PMLS00] J.R. Potty, J.H. Miller, J.F. Lynch, and K.B. Smith. Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108(3) :973–985, 2000.

[Por90] M. Porter. The KRAKEN normal mode program. Technical report, Saclant Undersea research Center, La Spezia, Italy, 1990.

[Por93] B. Porat. *Digital Processing of Random Signals : Theory and Methods.* Englewood Cliffs, USA, 1993.

[PSMIBB01] A. Papandreaou-Suppappola, R.L. Murray, B-G. Iem, and G.F. Bourdeaux-Bartels. Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 49(11) :2549–2564, 2001.

[PSS02] A. Papandreaou-Suppappola and S.B. Suppappola. Analysis and classification of time-varying signals with multiple time-frequency structures. *IEEE Signal Processing Lett.*, 3 :92–95, 2002.

[QC92] S. Qian and D. Chen. Wigner distribution decomposition and cross-terms deleted representation. *IEEE Trans. Signal Processing*, 27 :125–144, 1992.

[Rih68] A.W. Rihaczek. Signal energy distribution in time and frequency. *IEEE Trans. and Info. Theory*, 14(3) :369–374, 1968.

[RMCP05] A. Roueff, J.I. Mars, J. Chanussot, and H. Pedersen. Dispersion estimation from linear array data in the time-frequency plane. *IEEE Trans. Signal Processing*, 53(10) :3738–3748, 2005.

[Sap90] G. Saporta. *Probabilités, analyse des données et statistique.* Edition Technip, 1990.

[SCW85] E.C. Shang, C.S. Clay, and Y.Y. Wang. Passive harmonic source ranging in waveguides by using mode filter. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78 :172–175, 1985.

[Sha48] C.A. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical J.*, 27, 1948.

[Sha85] E.C. Shang. Source depth estimation in waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77 :1413–1418, 1985.

[SJ85] H. Schmidt and F.B. Jensen. A full wave solution for propagation in multilayered viscoelastic media with application to gaussian beam reflection at fluid-solid interface. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77(3) :813–825, 1985.

[SJ03] C. Soares and S.M. Jesus. Broadband Matched-Field Processing : Coherent and incoherent approaches. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(5) :2587–2597, 2003.

[Sta79] I. Stakgold. *Green's functions and Boundary Value Problems.* Wiley Interscience, New-York, 1979.

[SWH88] E.C. Shang, H.P. Wang, and Z.Y. Huang. Waveguide characterization and source localization in shallow water waveguides using the prony method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(1) :103–108, 1988.

[TA02] D. Tollenfsen and E.J Aidem. Matched-fieled localization of explosive sources un the Barents Sea using a horizontal array. In *IEEE/MTS Oceans*, pages 1372–1376, Biloxi, USA, 2002.

[TC87] L. Tolstoy and C.S. Clay. *Ocean Acoustics : Theory and Experiment in Underwater Sound.* American Institute of Physics, 1987.

[TH98] T. Twaroch and F. Hlawatsch. Modulation and warping operators in joint signal analysis. In *Proc. IEEE-SP Int. Sympos. Time-Frequency Time-Scale Analysis*, pages 9–12, Pittsburgh, USA, October 1998.

[TH02] T. Twaroch and F. Hlawatsch. A chronology of interpolation : from ancient astronomy to modern signal and image processing. In *Proc. of the IEEE*, volume 90, pages 319–342, March 2002.

[Tho67] W.H. Thorp. Analytic description of the low-frequency attenuation coefficient. *J. Acoust. Soc. Am.*, 42(240), 1967.

[TS992] Signaux non-stationnaire, analyse temps-fréquence et segmentation - supplément au n°1. *Traitement du Signal*, 9, 1992.

[Uri79] R.J Urick. *Sound Propagation in the Sea.* Defense Advanced Research Projects Agency, Washington, DC, 1979.

[Vil48] J. Ville. Théorie et applications de la notion de signal analytique. *Câbles et transmission*, 2 :61–74, 1948.

[Vin93] L. Vincent. Morphological grayscale reconstruction in image analysis : applications and efficient algorithms. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2(2) :176–201, 1993.

[VS91] L. Vincent and P. Soille. Watersheds in digital spaces : an efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6) :583–598, 1991.

[VT68] H.L. Van Trees. *Detection, estimation and modulation theory.* Willey Interscience, New York, 1968.

[Woo53] P.M. Woodward. *Probability and information theory with application to Radar.* Pergamon Press, Oxford, 1953.

[WT87] E.K. Westwood and C.T. Tindle. Shallow water time-series simulation using ray theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81(6) :1752–1761, 1987.

[Yan87] T.C. Yang. A method of range and depth estimation by modal decomposition. *J. Acoust. Soc. Am.*, 82 :1736–1745, 1987.

[Yan90] T.C. Yang. Effectiveness of mode filtering : A comparison of Matched-Field and Matched-Mode Processing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 87(5) :2072–2084, 1990.

[Yan93] T.C. Yang. Broadband source localization and signature estimation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 93(4) :1797–1806, 1993.

[YK98] T.C. Yang and Y. Kwang. Matched-Beam Processing : Range tracking with vertical arrays in mismatched environments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(4) :2174–2188, 1998.

[ZAM90] Y. Zhao, L.E. Atlas, and R.S. Marks. The use of cone-shaped kernels for generalized time-frequency representations of nonstationary signals. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 38(7) :185–188, 1990.

Résumé

Le travail de recherche exposé s'intéresse à la localisation de source acoustique sous-marine avec un système de réception mono-capteur en milieux petits fonds dans la gamme Ultra Basses Fréquences (1-100Hz). Le signal acoustique reçu se décompose en modes dispersifs. Nous développons dans un premier temps des outils (représentations et filtres) temps-fréquence adaptés à la configuration d'étude basés sur les lois de dispersion et utilisant le principe d'équivalence unitaire. Ces outils contournent les limitations des méthodes classiques, leurs performances sont évaluées et comparées. La seconde étape est consacrée à la localisation de source (distance et profondeur) à partir des modes filtrés : deux techniques originales d'estimations séparées de la profondeur (en se basant sur l'énergie des modes) et de la distance (en se basant sur la phase des modes) sont proposées et validées sur données réelles.

Mots-clés : Ultra Basses Fréquences, théorie des modes normaux, temps-fréquence, équivalence unitaire, filtrage modal, estimation de paramètres.

Abstract

This work focuses on acoustic source localization in a shallow water waveguide using a single receiver in the ultra-low frequency regime (1-100Hz). In this configuration the received signal can be decomposed into a set of dispersive modes. In the first part we develop several time-frequency methods (both representations and filters) adapted to the experimental configuration which exploit the dispersion law and unitary equivalence. These methods circumvent certain limitations encountered using classical approaches. The methods are evaluated and compared to one another. In the second part we concentrate on source localization in both depth and range using filtered modes. Two original techniques to estimate separately the depth (using mode energy) and range (using mode phase) are developed and validated using real data.

Keywords : Ultra Low Frequency, normal modes theory, time-frequency, unitary equivalence, modal filtering, parameters estimation.

GIPSA-Lab Dpt. Images et Signaux
ENSIEG, Domaine Universitaire, BP 46,
38402 St-Martin-d'Hères Cedex, France