



HAL
open science

Etude, conception et réalisation d'un capteur de micro et nano-forces. Application à la mesure d'élasticité des ovocytes.

Mehdi Boukallel

► To cite this version:

Mehdi Boukallel. Etude, conception et réalisation d'un capteur de micro et nano-forces. Application à la mesure d'élasticité des ovocytes.. Automatique / Robotique. Université de Franche-Comté, 2003. Français. NNT: . tel-00259349

HAL Id: tel-00259349

<https://theses.hal.science/tel-00259349>

Submitted on 27 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

préparée au

Laboratoire d'Automatique de Besançon (UMR CNRS 6596)

présentée à

**L'U.F.R. DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE
L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ**

pour obtenir le

GRADE DE DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

spécialité **AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE**

**Étude, conception et réalisation d'un capteur de
micro et nano-forces**

Application à la mesure d'élasticité des ovocytes

par

Mehdi BOUKALLEL

(DEA en Informatique, Automatique et Productique)

Soutenu le 5 décembre 2003 devant la commission d'examen :

Rapporteurs

Hannes BLEULER (Professeur à l'EPFL, Lausanne)

Ali CHARARA (Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne,
Compiègne)

Examineurs

Jérôme DELAMARE (Maître de conférences à l'INPG, Grenoble)

Jacques LOTTIN (Professeur à l'ESIA, Annecy)

Directeurs de thèse

Nicolas CHAILLET (Professeur à l'Université de Franche-Comté, Besançon)

Emmanuel PIAT (Maître de conférences à l'ENSMM, Besançon)

Membres invités

Joël ABADIE (Ingénieur de recherche CNRS, Besançon)

Christophe ROUX (Professeur à l'Université de Franche-Comté, Besançon)

Sommaire

1	Microrobotique et mesure de forces	9
1.1	La microrobotique	9
1.1.1	Notions de micromonde et macromonde	10
1.1.2	La micromanipulation	11
1.1.3	Systèmes pour la micromanipulation	14
1.1.4	La micromanipulation dans tous ses états	15
1.2	La mesure de forces pour la microrobotique	21
1.2.1	Les besoins de la mesure de forces dans une station de micromanipulation	22
1.2.2	Mesure de forces par microscope à force atomique	23
1.2.3	Mesure de forces par jauges de déformation	25
1.2.4	Mesure de forces par effet électrostatique	27
1.2.5	Caractéristiques et limitations des capteurs de forces pour la microrobotique	30
	Conclusion	32
2	Lévitiation : fondements et champs applicatifs	35
2.1	Lévitiation : définition et champs applicatifs	35
2.2	Formes existantes de lévitation	37
2.2.1	Lévitiation acoustique	37
2.2.2	Lévitiation électrostatique	41
2.2.3	Lévitiation aérodynamique	45
2.2.4	Lévitiation par faisceau laser	49
2.2.5	Lévitiation par champ magnétique	52
2.3	Quelle lévitation pour la conception d'un capteur de forces?	63
	Conclusion	65
3	Conception et réalisation du capteur de forces	67
3.1	Notions et définitions	67
3.1.1	Matériaux magnétiques	67
3.1.2	Matériaux magnétiques durs	72
3.1.3	Aimants permanents	73
3.1.4	Magnétostatique	77

3.2	Conception du capteur de forces	80
3.2.1	Lévitiation diamagnétique : exemple didactique	80
3.2.2	Principe de mesure de forces	86
3.2.3	Outils de simulation	91
3.2.4	Modélisation des aimants permanents par une distribution de charges magnétiques	91
3.2.5	Validations expérimentales	93
3.2.6	Choix du matériau diamagnétique	97
3.2.7	Choix des aimants permanents	100
3.2.8	Choix de la configuration de lévitation	102
3.3	Capteur de forces : réalisation	109
	Conclusion	113
4	Capteur de forces : étude statique et dynamique	115
4.1	Étude Statique	115
4.1.1	Étude statique : bilan des forces dans le module $L1$	115
4.1.2	Mesure de forces multi-directionnelle et de couples	131
4.1.3	Couplage lors de la mesure de forces : modèle de comportement simplifié	138
4.1.4	Résolution de mesure de forces et de couples suivant \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} et θ	144
4.2	Étude dynamique	146
4.2.1	Schéma équivalent du capteur de forces : modèle simplifié	149
4.2.2	Réponse libre suivant \vec{y} et identification des paramètres	151
4.2.3	Modèle de comportement dynamique suivant \vec{y} et \vec{z}	154
4.2.4	Simulateur du comportement dynamique	156
	Conclusion	160
5	Caractérisation de l'élasticité des ovocytes	161
5.1	Problématique et motivations	161
5.2	Généralités sur l'ICSI et contraintes imposées	162
5.2.1	Description morphologique sommaire de l'ovocyte	163
5.2.2	Différentes étapes associées à l'ICSI	164
5.2.3	Modification à apporter au capteur de forces	165
5.3	Expérimentations et mesures	168
5.3.1	Banc de mesure expérimental	168
5.3.2	Principe de la mesure de forces	169
5.3.3	Principe de la caractérisation de l'élasticité	171
5.3.4	Caractérisation expérimentale de l'élasticité des ovocytes	173
5.3.5	Vers une station de micromanipulation avec retour d'effort	175
	Conclusion	175
	Annexes	181

A	Modélisation d'un aimant permanent par une distribution de charges magnétiques : détail du calcul	181
B	Index des vidéos disponibles sur le Cédérom	183
	Bibliographie	185

Table des figures

1.1	Représentation sphère-plan.	12
1.2	Évolution des forces en fonction du rayon de la sphère.	13
1.3	Le sigle d'IBM réalisé avec des atomes en xenon.	15
1.4	Injection de l'ADN dans la noyau en mode automatique.	16
1.5	Micromanipulateur MINIMAN-III développé à l'Université d'Oldenburg.	16
1.6	Actionneur piézoélectrique (piézotube).	17
1.7	Manipulateur formé d'une boule en acier déposée sur les actionneurs élémentaires.	18
1.8	Tri de cellules par diélectrophorèse.	19
1.9	Convoyeur de cellules utilisant l'effet diélectrophorétique.	19
1.10	Électrorotation pour la détermination la vivacité des cellules.	20
1.11	Principe du laser trapping.	21
1.12	Manipulation de cellules par laser trapping et diélectrophorèse.	22
1.13	Principe de mesure de forces avec un AFM.	24
1.14	Déflexion et torsion simultanée du levier.	25
1.15	Configuration permettant d'augmenter la précision de mesure de l'AFM.	25
1.16	Pince développée à l'Université d'Oldenburg.	27
1.17	Vue agrandie du cantilever.	27
1.18	Condensateur à deux armatures planes.	28
1.19	Configuration de mesure de forces.	29
1.20	Capteur de forces reposant sur un principe électrostatique.	29
1.21	Caractéristique force mesurée <i>versus</i> déplacement.	30
2.1	Lévitacion acoustique.	38
2.2	Principe de convoyage d'objets par lévitation acoustique.	39
2.3	Convoyage d'objets par lévitation acoustique.	40
2.4	Moteur avec rotor en lévitation acoustique (vue de dessus).	41
2.5	Lévitacion électrostatique (vue de coté et de haut).	42
2.6	Utilisation de l'effet capacitif pour mesurer la position de l'objet en lévitation.	44
2.7	Four à haute température utilisant le principe de la lévitation électrostatique.	45
2.8	Lévitacion aérodynamique.	46
2.9	Mise en évidence de la stabilité suivant le plan.	47

2.10	Principe de la table à coussin d'air.	47
2.11	vue schématique du convoyeur.	49
2.12	Détails et fonctionnement de l'actionneur aérodynamique.	49
2.13	Bilan des forces extérieures appliquée par une source laser.	50
2.14	Bilan des forces extérieures dans le cas de deux sources laser.	51
2.15	Mise en évidence de l'instabilité par approche expérimentale.	53
2.16	Lévitiation des corps ferromagnétiques.	55
2.17	Manifestation de l'effet diamagnétique à l'échelle macroscopique.	56
2.18	Manifestation de l'effet diamagnétique à l'échelle microscopique.	57
2.19	Configuration de base permettant d'assurer la lévitation diamagnétique à température ambiante.	59
2.20	Vue agrandie de de l'inclinomètre.	60
2.21	Caractéristique du capteur.	61
2.22	Moteur à sustentation diamagnétique.	62
2.23	Vue schématique du moteur à lévitation supraconductrice.	62
3.1	Représentation des domaines magnétiques.	68
3.2	Illustration du comportement magnétique des corps ferromagnétiques.	71
3.3	Illustration du comportement magnétique des corps magnétiques.	72
3.4	Cycle d'hystérésis.	73
3.5	Courbe de désaimantation.	74
3.6	Détermination de la caractéristique $B(H)$ à partir de $J(H)$	76
3.7	Configuration de base permettant d'assurer la lévitation diamagnétique à température ambiante.	80
3.8	Bilan des forces extérieures qui s'exercent sur $M2$	81
3.9	Champ de forces dans le plan (xOy) produit par l'aimant $M1$	82
3.10	Direction des composantes de la force diamagnétique.	85
3.11	Évolution de la force totale suivant \vec{z}	86
3.12	Principe de mesure de forces.	87
3.13	Couple magnétique exercé sur l'aimant en sustentation.	89
3.14	Modèle magnétique pour la détermination des forces magnétiques.	90
3.15	Modélisation d'un aimant permanent par distribution de charges magné- tiques.	92
3.16	Induction magnétique créée par une distribution de charges magnétiques.	92
3.17	Principe de mesure expérimentale et simulation par éléments finis.	93
3.18	Relevé expérimental et simulation de l'induction magnétique de l'aimant permanent.	94
3.19	Erreur absolue entre les valeurs simulées et mesurées de l'induction ma- gnétique.	95
3.20	Composantes de l'induction magnétique \vec{B}	96
3.21	Évolution de l'erreur relative en fonction de la hauteur de mesure.	97
3.22	Illustration du principe de mesure de la force diamagnétique.	100
3.23	Résultats pour l'identification de χ_m	101

3.24	Diminution du couple magnétique par le biais d'un champ d'induction magnétique quasi-uniforme.	103
3.25	Configuration d'aimants adoptée pour obtenir un champ d'induction magnétique quasi-uniforme.	104
3.26	Simulation des lignes de champ d'induction magnétique produite par la configuration des aimants $M1$	105
3.27	Région agrandie du champ vectoriel de la force magnétique dans le plan xoy	106
3.28	Champ vectoriel de force suivant dans le plan (yOz)	107
3.29	Évolution de F_z^{mag} suivant \vec{z}	107
3.30	Configuration de lévitation diamagnétique adoptée.	108
3.31	Effecteur du capteur de forces.	108
3.32	Problème de rotation autour de l'axe \vec{x}	109
3.33	Vue globale du capteur de forces.	110
3.34	Dimensions du capteur de forces.	111
3.35	Forme de l'effecteur.	111
3.36	Photos du capteur de forces.	112
4.1	Configuration du module de suspension diamagnétique.	116
4.2	Définition du repère de travail R et notations adoptées.	117
4.3	Représentation de la surface S_T et du vecteur normal \vec{n}	121
4.4	Bilan des forces appliquées à <i>l'aimant M2</i>	123
4.5	Champs de forces magnétiques et diamagnétiques.	124
4.6	Démarche de validation et notations.	125
4.7	Calcul intégrale, valeurs au centre de gravité et erreur absolue.	126
4.8	Conditions de lévitation suivant \vec{x}	128
4.9	Composantes F_x^{mag} et F_x^{dia}	129
4.10	Condition de stabilité $F_x^{mag} + F_x^{dia} - F_x^{dia} < 0$	129
4.11	Condition de stabilité suivant \vec{z}	130
4.12	Mesures expérimentales et résultats de simulation.	131
4.13	Degrés de liberté du capteur de forces.	132
4.14	Forces appliquées au centre de gravité de la tige.	133
4.15	Mesure de couples suivant θ	135
4.16	Couples qui s'exercent sur l'aimant $M2$	135
4.17	Caractéristiques de la mesure de forces pour un D donné.	136
4.18	Dérivés de B_{1x} suivant \vec{y} et \vec{z}	137
4.19	Allure de la composante B_{1x} en fonction de y_G et z_G	137
4.20	Caractéristiques de la mesure de couples pour plusieurs espacements D	138
4.21	Mise en évidence du phénomène de couplage.	139
4.22	Évolution de Δh en fonction de y_G	141
4.23	Forces simulées selon que l'on considère ou pas le couplage en fonction de y_G	142
4.24	Écart absolu de mesure ΔF_y^{mag} en fonction de y_G	143
4.25	Évolution de Δh en fonction de Δy_{Gt}	144

4.26	F_z^{mag} selon que l'on considère ou non le couplage en fonction de y_{Gt} .	145
4.27	Résolution de mesure de forces et couples en fonction de D .	147
4.28	Forces magnétique et diamagnétique qui s'exercent sur <i>l'aimant M2</i> .	148
4.29	Schéma équivalent du comportement dynamique du capteur de forces.	149
4.30	Schéma équivalent du comportement dynamique du capteur de forces suivant \vec{y} .	150
4.31	Banc expérimental pour l'enregistrement de la réponse libre.	152
4.32	Réponse libre du capteur suivant \vec{y} .	152
4.33	Réponses expérimentale et simulée pour différentes périodes de temps.	153
4.34	Vue représentative de la tige en lévitation.	154
4.35	Schéma bloc du modèle de comportement global suivant \vec{y} et \vec{z} .	157
4.36	Schéma bloc du modèle de comportement global suivant \vec{y} et \vec{z} sous Simulink .	157
4.37	Fenêtres d'acquisition pour la modification des paramètres du capteur et de visualisation du comportement dynamique.	158
5.1	Morphologie de l'ovocyte fécondé.	163
5.2	Capture d'un spermatozoïde dans une pipette d'injection.	165
5.3	Manipulateur destiné aux tâches de micro-injection.	166
5.4	Forme coudée de l'effecteur équipant le capteur de forces.	167
5.5	Station de micromanipulation.	168
5.6	Procédé de réalisation de la tige en verre.	170
5.7	Procédé de réalisation du coude de la tige.	170
5.8	Principe de la mesure de forces.	171
5.9	Principe de la caractérisation de l'élasticité.	172
5.10	Plan de travail utilisé pour mettre en butée l'ovocyte	174
5.11	Raideur en fonction de y le déplacement du plan du travail.	174
5.12	Disposition des lamelles et des billes	175
A.1	Représentation d'un aimant à deux faces magnétique par une distribution surfacique de charges magnétique.	181

Remerciements

Mes remerciements s'adressent en premier à M. Alain Bourjault, Professeur à l'ENSMM et directeur du laboratoire d'automatique de Besançon, qui m'a permis, en mettant à ma disposition tous les moyens nécessaires, de mener à bien ces travaux de recherche.

Mes sincères remerciements s'adressent à M. Hannes Bleuler, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, ainsi qu'à M. Ali Charara, Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire. Je les remercie également pour toutes les remarques constructives qui m'ont été faites sur ce travail.

Je voudrais également remercier M. Jacques Lottin, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs d'Annecy, pour avoir présidé mon jury ainsi que M. Jérôme Delamare, Maître de conférences à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, d'avoir accepté d'être examinateur. Leurs conseils et commentaires m'ont été fort utiles.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes directeurs de thèse, M. Nicolas Chaillet, Professeur à l'Université de Franche-Comté, ainsi qu'à M. Emmanuel Piat, Maître de conférences à l'ENSMM, pour m'avoir aiguillé dans ma recherche. Par leur gentillesse et leur disponibilité, ils ont grandement contribué à rendre ce travail agréable.

Mes vifs remerciements s'adressent à M. Christophe Roux, Professeur à l'Université de Franche-Comté, pour sa disponibilité ainsi que pour son aide inestimable durant ces dernières années.

Je tiens également à remercier M. Joël Abadie, Ingénieur de recherche CNRS au laboratoire d'automatique de Besançon, pour son soutien tant moral que logistique.

Je ne saurai oublier, personnels permanents et doctorants, qui ont durant ces dernières années contribué à créer un atmosphère de travail dès plus agréable. Je pense tout particulièrement à Michaël, Guillaume, Patrick, Yassine, Arnaud, Laurent, Cécé, Cédric, Joël (compagnon de misère), Ricardo, Karima, Lounis, Denis, Martine, Isabelle, Sandrine, Bernard et Zabou.

Enfin, un grand merci à toute ma famille pour m'avoir soutenu durant toutes ces années.

"L'appétit du savoir naît du doute"
André Gide

À la mémoire de mes grands-parents
À mes parents

Introduction

Dans le contexte de la microrobotique, la mesure d'informations issues du monde des objets micrométriques est une problématique importante. Du fait du facteur d'échelle, le comportement dynamique des micro-objets n'est plus gouverné par leur masse (qui est un effet de volume), mais par les effets de surface qui correspondent aux forces d'adhésion (tension de surface, forces électrostatiques et de Van Der Waals). La dynamique d'un tel environnement micrométrique diffère donc totalement de celle du monde métrique habituel. Qui plus est, ces forces d'adhésion sont, dans le cas général, dépendantes du type de milieu (milieu sec ou milieu liquide), variables dans le temps (tribo-électrification, modification des conditions d'environnement, d'humidité, de température, etc.) et dans l'espace (types de matériaux en contact, géométrie et rugosité locales). Dans ces conditions, la compréhension et la prédiction du comportement dynamique des micro-objets nécessitent, au minimum, d'une part la connaissance de leurs positions dans le micromonde et d'autre part la connaissance de l'amplitude et du gradient des forces qui s'exercent sur eux. Ce n'est que grâce à ce type d'information que l'on pourra à terme garantir le succès d'une tâche en microrobotique. L'objectif de ce travail de thèse a été de développer un nouveau type de capteur de micro et nano forces. Ce capteur repose sur le principe de la lévitation passive diamagnétique à température ambiante. Ce principe n'a, à notre connaissance, jamais été utilisé en microrobotique pour la mesure de forces. Il permet de sustenter uniquement des objets de très faible masse (typiquement quelques dizaines de milligrammes), ce qui le rend "compatible" avec l'univers des micro-objets. La lévitation diamagnétique possède un atout supplémentaire: elle est naturellement stable. On parle alors de lévitation passive. Ce point est fondamental en microrobotique, car il signifie qu'on pourra faire l'économie de capteurs habituellement nécessaires pour asservir en position l'objet qui lévite. Ce point se traduira par une simplification en terme de complexité d'intégration et une diminution en terme de coût, ce qui est toujours recherché en microrobotique.

Dans un contexte plus large que la mesure de forces, la lévitation est un phénomène physique qui semble avoir beaucoup de potentialités en microrobotique. Le principal atout de la lévitation réside dans la suppression des frottements secs. Comme ces derniers sont difficilement prédictibles, ils font partie des phénomènes physiques qui réduisent les performances de certains types de microrobots tels que par exemple le micropoussoir de cellules biologiques développé au Laboratoire d'Automatique de Besançon (LAB). Généralement, les frottements secs réduisent la répétabilité et la résolution de position-

nement des microrobots. Dans le contexte de la mesure d'efforts, La lévitation est, là encore, très séduisante. Si l'organe qui effectue la mesure est en lévitation, on conçoit aisément qu'il sera sensible au moindre effort qui s'applique sur lui puisqu'il est libre de se mouvoir sans subir de forces de frottement autres que les frottements visqueux de l'air (ou d'un milieu liquide si la mesure n'a pas lieu dans l'air). En caractérisant la dynamique de l'organe en lévitation on peut donc remonter aux efforts qui s'appliquent dessus.

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans le groupe *Microrobotique et micromécatronique* du Laboratoire d'Automatique de Besançon (LAB - UMR CNRS 6596). Il a été initié dans l'équipe *Micromanipulation* qui étudie des systèmes microrobotiques dédiés à la manipulation cellulaire. Outre la mesure de micro et nano forces en général, ce capteur a également été conçu pour pouvoir mesurer l'élasticité des membranes cellulaires et plus particulièrement l'élasticité des ovocytes. Ce type de mesures intéresse l'équipe de Fécondation In Vitro (FIV) du CHU de Besançon¹ qui cherche à caractériser l'état des ovocytes avant fécondation. Le besoin de méthodes fiables pour évaluer la qualité ovocytaire après prélèvement et décoronisation² ou après décongélation semble être une voie intéressante pour améliorer le taux de réussite de la FIV³. Actuellement, seules des méthodes de caractérisation visuelles (primitives visuelles extraites par un système de vision) sont utilisées pour classer les ovocytes en plusieurs catégories. Les praticiens souhaiteraient donc ajouter des caractérisations mécaniques telles que l'élasticité de la zone pellucide ou de la membrane interne de l'ovocyte pour améliorer la classification. Notons que ce contexte biomédical impose des contraintes supplémentaires telles que le problème de la stérilité et biocompatibilité de l'organe de mesure et l'utilisation du capteur au sein du processus opératoire d'une FIV classique ou d'une ICSI (Intra Cytoplasmic Sperm Injection). Ces points seront évoqués en détail dans le dernier chapitre.

Ce manuscrit se devise en cinq chapitres. Trois des cinq chapitres sont consacrés à la conception et à la réalisation du capteur de forces. Le premier chapitre traite des problèmes liés à la mesure de forces pour la microrobotique. Nous verrons, en présentant, les dispositifs actuels de mesure de forces, les facteurs limitant leurs performances. Une fois ces facteurs limitatifs énumérés, il nous sera possible de guider nos premières démarches de conception. Ainsi, nous choisirons d'utiliser la lévitation comme solution pour accroître les performances du capteur de forces que nous souhaitons réaliser. Le second chapitre traite du principe de lévitation et présente les phénomènes physiques qui permettent de réaliser la lévitation. Au terme de ce chapitre, nous proposons une démarche qui permet de choisir un principe de lévitation à partir de critères qui constitueront les caractéristiques du capteur de forces. Le troisième chapitre est consacré à la conception et à la réalisation du capteur de forces. Nous verrons notamment le choix des divers éléments qui constituent le capteur de forces ainsi que la configuration de

1. Equipe d'Accueil EA 3185, "Génétique et Reproduction".

2. La déconorisation consiste à séparer l'ovocyte de l'amas de cellules qui y adhère après la ponction ovarienne.

3. Ce taux plafonne aujourd'hui à 30 %.

lévitation adéquate pour réaliser une mesure de forces. Les performances du capteur de forces ainsi que l'étude de stabilité est développée au quatrième chapitre. Enfin, nous proposons au dernier chapitre d'utiliser le capteur de forces pour la mesure d'élasticité des ovocytes.

Chapitre 1

Microrobotique et mesure de forces

Ce chapitre est consacré à la présentation des fondements de la micromanipulation et le cadre applicatif de celle-ci. Dans un premier temps, nous mettrons en évidence les contraintes imposées par la micromanipulation dans un cadre général. Nous cernerons, par la suite, les problèmes qui sont propres à chaque champ applicatif possible. Enfin, nous mettrons l'accent sur la problématique de la mesure de forces pour la micromanipulation. Ainsi, nous traiterons notamment des motivations, des contraintes, des difficultés et des solutions actuelles adoptées relatives au champ applicatif de la mesure de forces.

1.1 La microrobotique

La microrobotique est une thématique de recherche pluridisciplinaire faisant notamment appel à l'automatique, la thermodynamique, la magnétostatique, la mécanique des milieux continus, la microtechnique, l'intelligence artificielle. La microrobotique a été initiée au départ principalement au Japon et aux USA. Par sa nature pluridisciplinaire, la microrobotique ouvre le champ à des applications que la robotique conventionnelle n'avait probablement pas explorées auparavant. Les microrobots n'ont pas encore envahi le monde industriel, pour cause de jeunesse de cette thématique, mais de plus en plus de prototypes naissent dans les laboratoires de recherche.

La microrobotique est une discipline dont l'objectif est de concevoir, réaliser et commander des systèmes robotiques agissant dans le micromonde. Le fruit de cette démarche est appelé microrobot. Beaucoup d'idées reçues tendent à faire penser qu'un microrobot n'est en réalité qu'un robot conventionnel dont on a réduit les dimensions. Plusieurs contraintes, telles que les contraintes cinématique et mécanique, font que les lois de comportements à l'échelle macroscopique ne sont qu'en partie applicables lors de la conception d'un microrobot. Ainsi, le plus souvent la diminution de la taille n'est pas une approche pertinente pour la conception d'un microrobot. Le microroboticien est alors astreint à penser à de nouvelles approches visant la conception, la réalisation et l'action-

nement du microrobot. Il est intéressant de noter qu'un microrobot dispose des mêmes spécificités qu'un robot (perception, degrés de liberté, autonomie). Cependant du fait des dimensions réduites de certains microrobots, un bon nombre de ces spécificités est "délocalisé" de ce dernier.

En tout état de cause, il convient de qualifier un microrobot comme un système dont la conception implique au moins :

- que la réalisation soit faite à partir de composants de taille micrométrique (microactionneurs, microcapteurs, etc.) ;
- que le procédé de fabrication de la structure mécanique repose sur des techniques de microfabrication de type salle blanche ;
- que le microrobot puisse manipuler des objets de tailles micrométriques voire moins ;
- que son comportement soit influencé, au vu de ses dimensions, par la présence d'effets totalement négligeables dans le macromonde (exemples : les effets d'adhésion, les effets de tension de surface, les effets électrostatiques) ;
- que les résolutions de positionnement du microrobot soient meilleures que le micromètre.

1.1.1 Notions de micromonde et macromonde

La notion de micromonde est couramment utilisée pour définir un espace (monde) aux caractéristiques particulières. Il s'agit d'un monde où évoluent des objets dont la taille varie de $1 \mu m$ à $1 mm$. Par comparaison, le macromonde est le terme usité pour désigner le monde des objets dont la taille excède le millimètre. Les interactions entre les objets dans le micromonde sont régies par les lois de la "micro-physique". Ce terme peut laisser penser que les lois qui régissent le comportement des corps dans le micromonde sont différentes de celles du macromonde. En réalité ce n'est pas du tout le cas, la différence provient du fait que des forces, totalement négligeables à l'échelle macroscopique, deviennent prépondérantes du fait de la taille réduite des objets. Les effets de surface jouent alors un rôle plus important que les effets de volume. Afin de mettre en évidence cette différence, prenons deux sphères d'un diamètre de $20 \mu m$ et $20 mm$ respectivement. Le calcul du ratio entre la surface et le volume, égal à $3/r^1$, est de 300 000 et 300 pour chaque sphère. Autrement dit, la surface de la sphère de $20 \mu m$ de diamètre est 300 000 fois plus grande que son volume tandis qu'elle n'est que 300 fois plus importante pour la seconde sphère. Ainsi, les forces d'origine surfacique (forces de tension de surface, forces électrostatiques, etc.) seront beaucoup plus importantes, par rapport aux forces d'origine volumique (poids), sur la sphère de $20 \mu m$ de diamètre que sur celle de $20 mm$.

Dans la vie courante, un bon nombre d'exemples attestent de l'influence des forces surfaciques dans le micromonde. L'exemple le plus flagrant est le moustique qui peut rester accroché au plafond. Ceci est possible dès lors que les forces d'adhésion (forces

1. r étant le rayon de la sphère considérée.

surfaiques) entre les pattes de l'insecte et le plafond sont suffisamment importantes pour compenser son propre poids (force volumique). Un second exemple est celui de l'humain qui essaye de saisir un objet de petite taille (tel qu'une épingle). Très souvent, et de manière inconsciente d'ailleurs, il humecte son doigt pour saisir l'objet en question plus facilement en exploitant l'adhésion par tension de surface. En procédant ainsi, il augmente les forces d'adhésion entre l'épingle et son doigt.

1.1.2 La micromanipulation

L'un des domaines applicatifs majeurs de la microrobotique est la micromanipulation. Bien que d'autres définitions coexistent, le terme de manipulation désigne l'utilisation d'une force extérieure pour réaliser des tâches telles que : prise et dépose, poussée d'objets, découpe, assemblage, etc. La micromanipulation, quant à elle, concerne la manipulation d'objets, rigides ou ductiles, dont les dimensions varient du micromètre à quelques millimètres. La micromanipulation peut être réalisée *avec* ou *sans contact*. Ce terme fait référence à la présence ou non de contacts mécaniques entre le manipulateur et l'objet à manipuler.

La micromanipulation trouve des champs d'application variés tels que l'assemblage de micromécanismes, de microlentilles, de microsystèmes ou encore dans le domaine biomédical pour la manipulation d'objets biologiques (cellules, micro-organismes, etc.). A ce titre, le domaine biomédical n'a fait que récemment l'objet d'attentions par les microroboticiciens. En matière de réalisations, on constate pourtant un certain nombre de microrobots qui ont eu pour application la micromanipulation de cellules. La micromanipulation dans ce genre d'applications est sujette à des difficultés particulières liées à la nature du milieu dans lequel la micromanipulation est effectuée. Ces difficultés sont généralement celles de la micromanipulation en général auxquelles s'ajoutent les problèmes de biocompatibilité.

Problèmes liés à la micromanipulation : exemple didactique

De nombreuses difficultés sont liées à la micromanipulation en raison des effets d'échelles. En effet, les phénomènes physiques aux échelles considérées sont plus complexes qu'à l'échelle macroscopique. Dans le macromonde, des forces surfaiques et d'adhésions, comme la force électrostatique ou encore de capillarité, sont souvent négligeables devant des forces volumiques comme le poids. Pour ces raisons, les modèles physiques établis actuellement pour le macromonde ne tiennent généralement pas compte de ces forces. Par ailleurs, ces modèles ne sont plus valables pour décrire les lois de comportements dans le micromonde. Négliger ces forces dans les modèles physiques de comportements dans le micromonde conduirait à la réalisation de microrobots inopérants ou aux performances limitées.

Il existe trois forces dans le micromonde qu'il est nécessaire de prendre en compte :

- les forces électrostatiques ;

- les forces de Van Der Waals ;
- les forces de tension de surface.

Afin d'illustrer les problèmes liés à ces trois forces lors de la micromanipulation, prenons le cas de la manipulation d'objets de petites tailles dans l'air à l'aide d'une pince. Les objets à manipuler sont des sphères en silicium ($10 \mu m$ de rayon). La tâche de micromanipulation consiste en la prise et la dépose des sphères sur le plan de travail. Dans le but de faciliter l'interprétation des données, nous allons utiliser les modèles existants, certes simplifiés, mais qui permettent le calcul des trois forces dans le cas d'interactions entre une sphère en silicium et un plan. Cette situation est d'ailleurs similaire au cas qu'on souhaite étudier dès lors qu'on considère le plan comme étant un des doigts du préhenseur (voir figure 1.1). Par ailleurs, nous allons faire les hypothèses "fortes" suivantes pour une meilleure compréhension :

- les sphères ainsi que le plan de travail sont des isolants ;
- les doigts du préhenseur sont conducteurs ;
- les surfaces mises en jeu ne sont pas rugueuses.

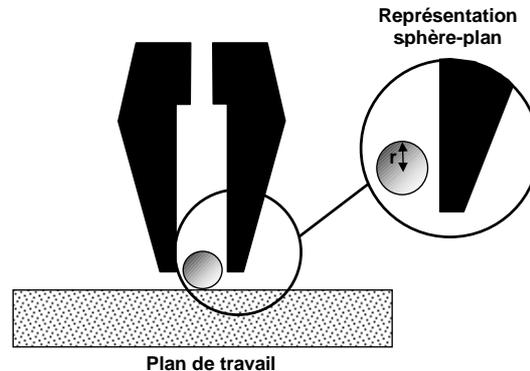


FIG. 1.1 – *Représentation sphère-plan.*

Les forces de tension de surface seront mises en évidence, dans un second temps, par la dépose d'un film d'humidité sur le plan. La figure 1.2 présente l'amplitude des forces gravitationnelle (F_{grav}), électrostatiques (F_{elec}), de Van Der Waals (F_{vdw}) et de tension de surface (F_{tens}) en fonction du rayon de la sphère. Ces forces ont été obtenues en utilisant les modèles développés dans (Chaillet 1999).

Aux échelles considérées en l'absence d'humidité, on constate que les forces de Van Der Waals sont plus importantes que les forces électrostatique et gravitationnelle. Cela

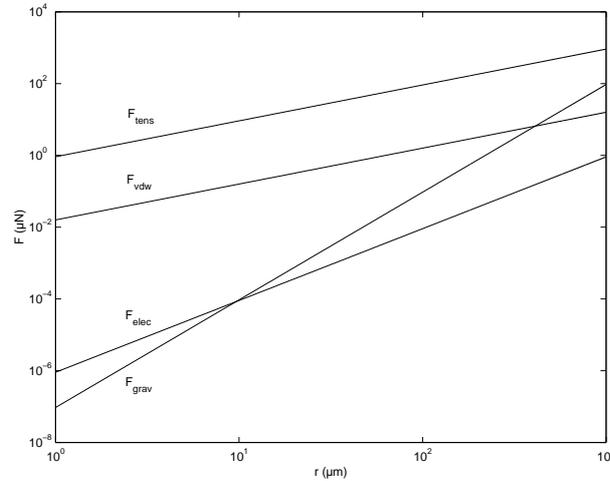


FIG. 1.2 – Évolution des forces en fonction du rayon de la sphère.

se traduit par le fait que si on saisit la sphère et qu'on tente de la poser, après ouverture de la pince, la sphère reste collée à l'un des doigts. Ce phénomène disparaît pour des rayons de sphère supérieurs à $0,6 \text{ mm}$.

Si à présent, on dépose un film d'humidité sur un des deux plans formant le préhenseur, on constate, d'après la figure 1.2, que les forces de tension de surface sont prépondérantes face aux forces électrostatique, gravitationnelle et de Van Der Waals. De plus, cette prépondérance est observée sur toute la plage de variation du rayon des objets compatibles avec la micromanipulation ($1 \mu\text{m}$ à 1 mm). Les forces de tension de surface vont donc également compliquer la dépose de l'objet.

En conclusion, on se rend compte que le facteur d'échelle n'a pas le même effet sur toutes les forces. Ainsi, la force gravitationnelle n'a pas d'effet prépondérant aux dimensions considérées et n'influe par conséquent que faiblement sur le comportement des objets. Les trois forces électrostatique, Van Der Waals et tension de surface sont utiles lors de la prise de l'objet à manipuler mais ne facilitent guère la dépose de celui-ci. Il est donc difficile de lâcher l'objet et de contrôler très précisément sa position d'arrivée. Les forces de tension de surface sont constamment prépondérantes dans le cas de présence d'humidité. Afin de réduire cet effet, il est possible d'atténuer le degré d'humidité de l'environnement ou d'augmenter la rugosité des préhenseurs en réalisant des structures aux formes pyramidales. La dépose de couches hydrophobes sur les préhenseurs et la mise en vibrations permet également de réduire la prépondérance des forces de tension de surface. Par ailleurs, notons qu'il est nécessaire, pour détacher l'objet collé au préhenseur, d'appliquer une force antagoniste d'une intensité supérieure à la somme de toutes les forces qui engendrent l'adhésion de l'objet.

1.1.3 Systèmes pour la micromanipulation

La micromanipulation peut être réalisée dans trois types de milieux différents : sous vide, dans l'air et dans les milieux liquides. Le choix du milieu de travail est essentiellement conditionné par la nature des objets à manipuler. Les tâches de micromanipulation sont réalisées dans une station de micromanipulation. Les éléments constituant une station de micromanipulation sont :

- un ou plusieurs axes de positionnement. Ces derniers peuvent générer le déplacement du manipulateur ou bien du plan de travail lorsque le déplacement du manipulateur n'est pas possible. En raison des spécificités de la micromanipulation, les actionneurs doivent avoir des résolutions de positionnement au minimum de l'ordre du micromètre ;
- un ou plusieurs dispositifs de vision et de visualisation (microscope, caméras, écran). Ces dispositifs sont nécessaires en raison de la taille des objets à manipuler. Ils permettent ainsi de faire un "zoom" sur le micromonde ;
- une Interface Homme-Machine (IHM). Ce dispositif, logiciel et matériel, est nécessaire dans une station de micromanipulation car il permet d'établir une passerelle entre le micromonde et le macromonde. Très souvent, les dispositifs utilisés sont des interfaces haptiques composées de structures mécaniques à plusieurs degrés de liberté. Outre le fait d'offrir de réelles possibilités de manipulation à l'opérateur, ces dispositifs donnent la possibilité de "ressentir" les interactions avec les objets à manipuler (forces de contact/détachement, forces de préhension, etc.). Par ailleurs, pour compléter le traitement cité, une exploitation des moyens de la réalité virtuelle ou augmentée peut être envisagée ;
- un ou plusieurs contrôleurs dont la fonction est l'asservissement de grandeurs d'état (position, vitesse, température, etc.).

La structure d'une station de micromanipulation telle qu'elle a été présentée ci-dessus est la plus courante. Il est néanmoins possible d'ajouter des modules supplémentaires (exemple : système de convoyage, magasin d'outils, etc.) pour des tâches de micromanipulation plus spécifiques. Ou encore, un ou plusieurs dispositifs de mesure permettant de déterminer les propriétés mécanique, physique, rhéologique, etc., des objets à manipuler. Les interactions entre les objets dans le micromonde sont souvent difficilement prédictibles en raison notamment de la complexité et de la superposition des phénomènes physiques mis en jeu. La détermination des caractéristiques des l'objets à manipuler renseigne sur leur nature et sur les phénomènes pour lesquels leurs comportements statique, dynamique, intrinsèque sont modifiés. Dans le cadre de cette thèse, nous avons concentré nos efforts sur le développement d'un outil de caractérisation mécanique par le biais d'une mesure de forces.

1.1.4 La micromanipulation dans tous ses états

Dans ce qui suit nous allons présenter quelques réalisations liées au domaine de la micromanipulation. De par leurs spécificités, nous présenterons séparément la micromanipulation avec et sans contact.

Micromanipulation avec contact

Citons en premier lieu un exemple qui a marqué le cours de l'histoire en matière de manipulation d'objets de petites tailles. Bien que cet exemple relève plus de la nanomanipulation² que de la micromanipulation, il convient de le présenter. Eigler et Schweizer ont été les premiers à utiliser les dispositifs de microscopie à champ proche dans le cadre des tâches de micromanipulation. Il ont réussi à manipuler des atomes à l'aide d'un microscope à effet tunnel. En alignant ces atomes, côte à côte, avec des résolutions de positionnement atomiques, ils arrivèrent à réaliser des structures planes. La plus connue des manipulations est sans doute celle qui concerne le positionnement des atomes de xénon sur un substrat en nickel. En utilisant 35 atomes de xénon, ils réalisèrent une chaîne de caractères formée de trois lettres représentant le sigle "IBM" (voir figure 1.3).

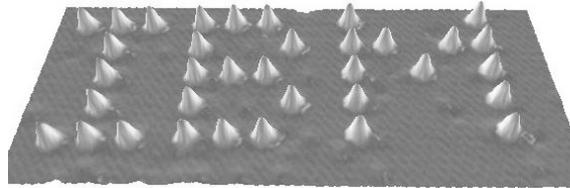


FIG. 1.3 – *Le sigle d'IBM réalisé avec des atomes en xénon.*

Dans le domaine médical, Yu (Yu et Nelson 2001) a développé une station de micromanipulation permettant l'injection, automatique et semi-automatique via un asservissement visuel, de brins d'ADN dans le noyau d'embryons de souris. Pour réaliser la fonction d'injection, il utilise deux dispositifs de positionnement. Le premier est un dispositif à trois degrés de liberté en translation servant au positionnement de la pipette d'injection d'un diamètre de $1\ \mu\text{m}$. Les performances en termes de résolution de positionnement annoncées sont de $40\ \text{nm}$. Cependant, l'auteur ne donne pas de précisions quant au principe utilisé pour l'actionnement. Le deuxième dispositif, quant à lui, permet de positionner la pipette d'aspiration qui immobilise l'embryon. Un asservissement visuel a été implémenté pour permettre de localiser l'embryon après son immobilisation. La seconde étape, consiste à localiser le noyau de la cellule. Enfin, une commande est générée pour diriger la pipette de manière automatique vers le noyau de la cellule (voir figure 1.4). Il est également possible pour l'opérateur de réaliser cette même fonction en mode semi-automatique. Dans ce mode, seule les localisations de la cellule et du noyau sont possibles. L'approche et l'injection, facilitée par une interface graphique, est

2. Discipline qui s'intéresse à la manipulation d'objets de taille nanométrique.

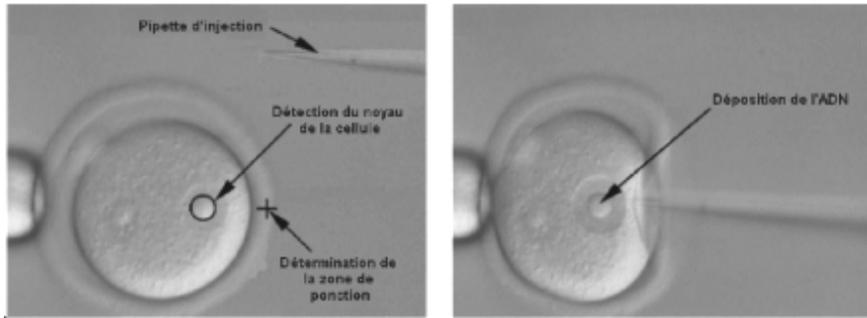


FIG. 1.4 – *Injection de l'ADN dans la noyau en mode automatique.*

exécutée manuellement. Pour clore les exemples de micromanipulation avec contact, on citera les travaux effectués à l'Université d'Oldenbourg en Allemagne. Il y a été développé un manipulateur à cinq degrés de liberté (MINIMAN-III) (Fahlbusch et Fatikow 2001) aux dimensions compactes (voire figure 1.5). Ce manipulateur est constitué de deux plate-formes mobiles actionnées par des transducteurs piézoélectriques.

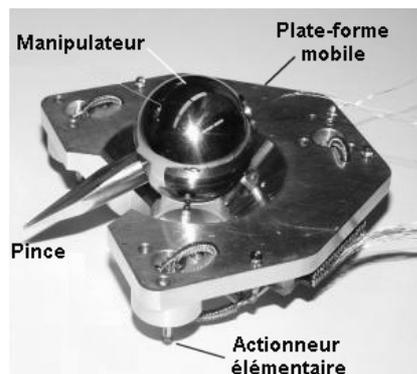


FIG. 1.5 – *Micromanipulateur MINIMAN-III développé à l'Université d'Oldenbourg.*

L'effet piézoélectrique inverse est exploité pour générer l'actionnement dans chaque plate-forme. La figure 1.6(a) présente un actionneur élémentaire du manipulateur. Celui-ci est constitué d'éléments piézoélectriques tubulaires (ou piézotubes) sur lesquels sont disposées des électrodes sur leur surfaces interne et externe (voir figure 1.6(b)). On appliquant une tension de $\pm 150\text{ V}$ entre une ou plusieurs électrodes externes et l'électrode interne, chaque piézotube peut réaliser des déplacements dans une zone de $6 \times 6\ \mu\text{m}^2$. La résolution de positionnement de l'extrémité du piézotube est de $10\ \text{nm}$ tandis que la vitesse maximale de déplacement est de $30\ \text{mm.s}^{-1}$. La première plate-forme du manipulateur est constituée d'une boule en acier associée à une tige servant d'effecteur et d'amplificateur de déplacement (voir figure 1.7). Cet ensemble, boule et tige, est posé sur trois actionneurs élémentaires dotés en extrémité de boules en rubis.

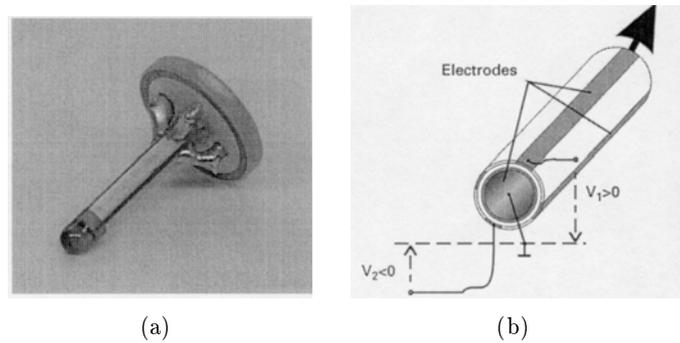


FIG. 1.6 – Actionneur piézoélectrique (piézotube).

Il est possible en alimentant convenablement chaque actionneur, d'obtenir trois degrés de liberté. La seconde plate-forme du manipulateur est constituée d'un socle équipé de trois actionneurs élémentaires tels que ceux que nous avons décrit précédemment. En alimentant convenablement ces actionneurs la seconde plate-forme est capable de générer trois degrés de liberté. L'association des deux plate-forme mobiles permet d'obtenir un manipulateur à cinq degrés de liberté.

Le manipulateur a été conçu de sorte à pouvoir être utilisé aussi bien sous un microscope optique que dans un MEB (Microscope Électronique à Balayage). Actuellement, les applications visées par les auteurs sont l'assemblage de micropièces (sous MEB) et la micromanipulation de cellules humaines (sous microscope optique).

Une interface graphique couplée à un "joystick" à six degrés de liberté ont été implémentés sur la station. Outre le fait d'offrir des fonctionnalités basiques (positionnement indépendant des deux plate-formes, vitesse de déplacement, etc.), cette interface autorise le choix entre trois types de régulation (PI, contrôleur à logique floue, contrôleur neuronal adaptatif).

Micromanipulation sans contact

La micromanipulation sans contact est intéressante lorsque il y a risque d'endommagement ou de destruction des objets à manipuler par l'action mécanique de l'outil de manipulation. Le domaine privilégié de ce mode de manipulation est la biomanipulation (manipulation de cellules, de micro-organismes, etc.). Cela peut se justifier par la nature même des objets à manipuler. Dans la plupart des cas, la caractéristique mécanique de ces objets fait qu'ils sont extrêmement fragiles. De plus, la contamination de ces objets doit être réduite au minimum afin d'augmenter les chances de succès du processus de micromanipulation.

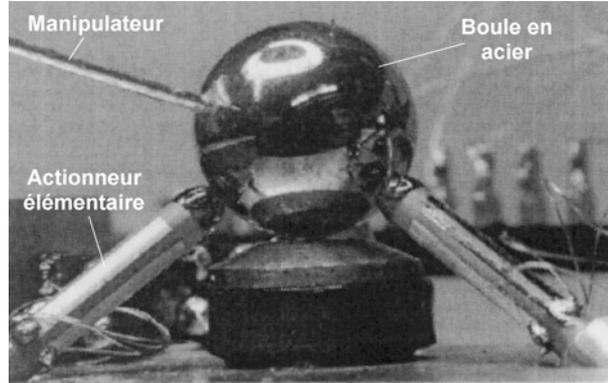


FIG. 1.7 – Manipulateur formé d'une boule en acier déposée sur les actionneurs élémentaires.

Gascoyne (Gascoyne et al. 1995) a utilisé les effets diélectriques pour trier une population de cellules saines et cancérigènes de type globules rouges. Le tri de cellules exploitant les propriétés diélectriques de celles-ci est communément appelé diélectrophorèse. Cet effet apparaît lorsqu'une particule est plongée dans un champ électrique \vec{E} non constant. Les propriétés diélectriques de la particule font qu'elle est soumise à une force diélectrophorétique donnée par (Gascoyne et al. 1995) :

$$\vec{F}_{dielec} = 2\pi a^3 \varepsilon_m \operatorname{Re} \left[\frac{k_p - k_m}{k_p + 2k_m} \right] \nabla E^2 \quad (1.1)$$

$$= 2\pi a^3 \varepsilon_m K_{dielec} \nabla E^2 \quad (1.2)$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} K_{dielec} = \frac{k_p - k_m}{k_p + 2k_m} \\ k_p = \varepsilon_p - j\sigma_p/\omega \\ k_m = \varepsilon_m - j\sigma_m/\omega \\ a : \text{ rayon de la particule} \\ \varepsilon_p : \text{ constante diélectrique de la particule} \\ \varepsilon_m : \text{ constante diélectrique du milieu} \\ \sigma_p : \text{ conductivité de la particule} \\ \sigma_m : \text{ conductivité du milieu} \\ E : \text{ intensité du champ électrique} \\ \omega : \text{ pulsation du signal électrique} \end{array} \right.$$

La direction de la force est conditionnée par le signe de K_{dielec} . Dans le cas où cette grandeur est positive, la force \vec{F}_{dielec} tend à déplacer la particule vers les zones à forts champs électriques, soit vers la surface des électrodes. On parle alors de diélectrophorèse positive. Dans le cas où K_{dielec} est négatif, l'objet se dirige vers les zones où le champ électrique est le plus faible. La particule est alors repoussée par les électrodes (diélectrophorèse négative). En appliquant un champ électrique à une fréquence donnée, il est possible d'appliquer un effet diélectrophorétique positif sur une partie de la population

des cellules et un effet diélectrophorétique négatif sur le reste de la population de cellules (voir figure 1.8).

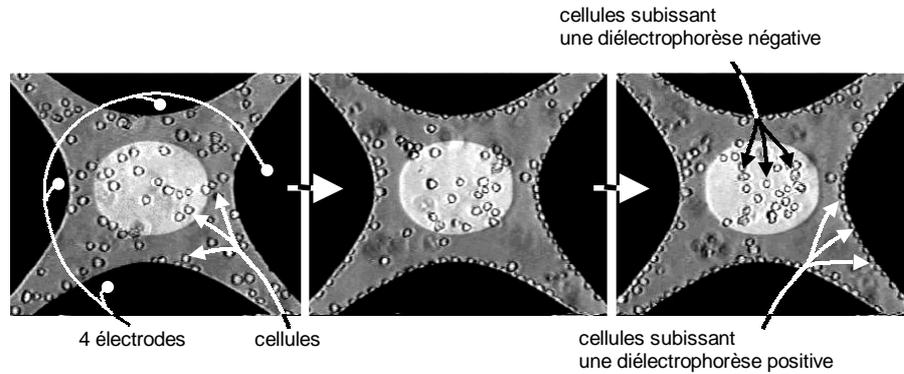


FIG. 1.8 – Tri de cellules par diélectrophorèse.

Fuhr (Fuhr et al. 1994) ont utilisé ce principe pour déplacer une population de cellules ayant une taille moyenne de $60 \mu m$. Pour cela, ils ont disposé une série d'électrodes au sein du milieu biologique. En alimentant ces électrodes en quadrature de phase, ils créent une onde électrique. Le sens de déplacement ainsi que la vitesse de déplacement de la cellule dans ce champ électrique dépend de ses propriétés diélectriques. En choisissant judicieusement la fréquence et l'amplitude de l'onde électrique, on peut déplacer les cellules. Les électrodes utilisées sont larges de $2,5 \mu m$ et sont respectivement alimentées par quatre signaux carrés en quadrature de phase. L'amplitude des signaux est de $1,5 V$ pour une fréquence de $1 Mhz$. La figure 1.9 présente l'évolution d'une cellule au dessus du réseau d'électrodes.

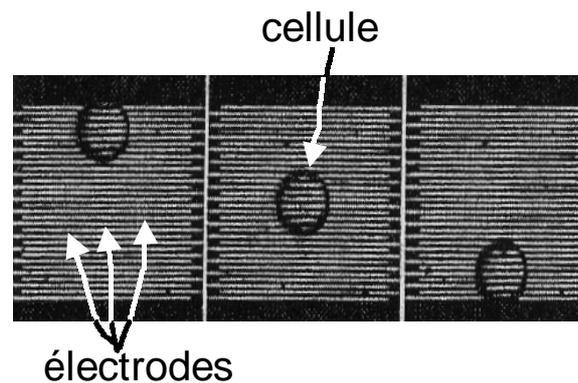


FIG. 1.9 – Convoyeur de cellules utilisant l'effet diélectrophorétique.

L'effet diélectrophorétique est également utilisé pour faire pivoter les cellules (Ashkin et al. 1987). Ce mode de fonctionnement est appelé électrorotation. Le dispositif permettant de réaliser cette fonction est constitué de quatre électrodes se faisant face (voir figure 1.10(a)). En appliquant un champ électrique tournant \vec{E} sur une cellule comprise entre les quatre électrodes, un couple \vec{T} est appliqué à la cellule (voir figure 1.10(b)). Ce couple, comme la force diélectrophorétique, dépend des propriétés diélectriques de la cellule. Les signaux électriques fournis aux électrodes sont de nature sinusoïdale en quadrature de phase et de fréquence de 1 Mhz . La vitesse de rotation d'une cellule de $100\ \mu\text{m}$ induite par le champ électrique tournant est de $60\ \text{deg.s}^{-1}$. Les auteurs ont utilisé ce principe notamment pour connaître la vivacité des ovocytes humains. En effet, les propriétés diélectriques semblent changer en fonction de l'état de la cellule. On peut par conséquent, avec un peu d'expertise, savoir par électrorotation si la cellule manipulée est vivante ou non.

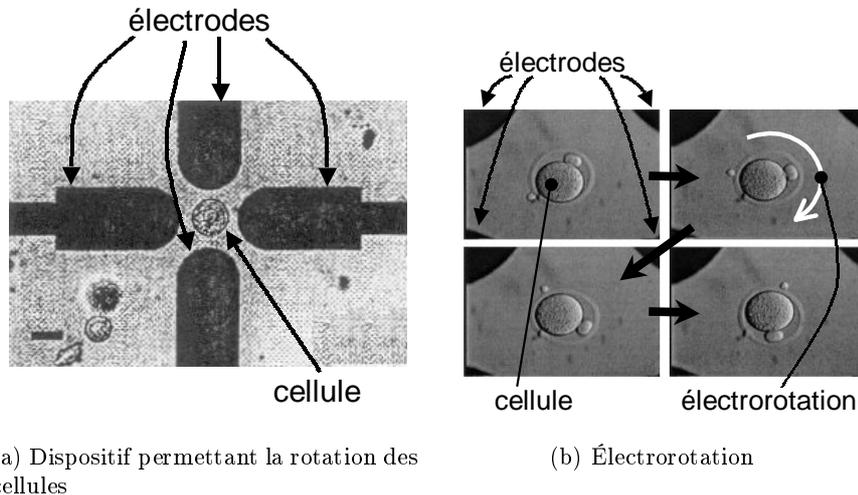


FIG. 1.10 – Électrorotation pour la détermination la vivacité des cellules.

Le laser trapping est également un moyen de micromanipulation en mode sans contact. Le développement de ce procédé de manipulation a été initié au départ par Ashkin (Ashkin 1974). Le principe physique du laser trapping repose sur la pression lumineuse : lorsqu'un faisceau lumineux se réfléchit sur une surface, il applique sur celle-ci une légère pression appelée pression lumineuse. Si on considère un objet traversé par un rayon lumineux, à l'interface de la surface extérieure de l'objet, le faisceau lumineux est réfracté et change de direction. Ceci équivaut à une réflexion sur un plan P dépendant des indices de réfraction des milieux (voir figure 1.11). Une pression lumineuse s'exerce alors sur l'objet suivant la direction perpendiculaire au plan P. Par conséquent, cet effort tend à déplacer l'objet vers le centre du faisceau (Buican et al. 1989). Dans le laser trapping, la source lumineuse est produite par un faisceau laser. Les limitations de l'utilisation du laser trapping sont liées à la forme ainsi qu'au coefficient de réfraction des objets à manipuler. Ainsi, les objets doivent être de formes elliptique ou sphérique et posséder

un indice de réfraction supérieur à celui du milieu ambiant (Ashkin et al. 1987).

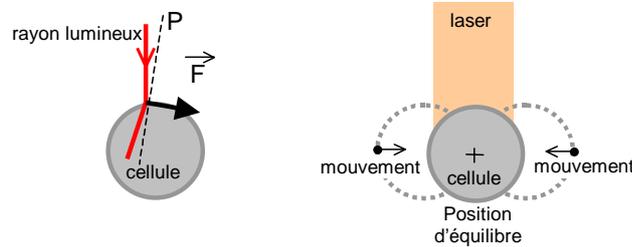


FIG. 1.11 – *Principe du laser trapping.*

Un système permettant de manipuler des billes de $6 \mu\text{m}$ a été développée à l'Université de Tokyo au Japon (Taguchi et al. 2000). Constitué principalement de deux lasers véhiculés par fibres optiques, ce dispositif permet de mettre les objets en lévitation. Ainsi, il est possible de manipuler des objets dans un espace à trois dimensions.

La taille des éléments manipulés par laser trapping se situe entre $10 \mu\text{m}$ et 10nm (Chu et Kron 1992). En termes d'effort moteur et de vitesse, Arai (Arai et al. 2000b) a relevé un effort maximal de 8.8pN et une vitesse de $14 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ lors de la manipulation, par laser trapping, de billes en polystyrène de $3 \mu\text{m}$ de diamètre.

Dans le domaine de la biomanipulation, le laser trapping est souvent associé à la diélectrophorèse pour la micromanipulation de cellules. L'utilisation du laser trapping seul ne permet pas de réaliser efficacement des tâches de micromanipulation. Ceci est principalement dû au fait que lors de la manipulation d'une cellule par laser trapping, les cellules environnantes ont tendance à se rapprocher de la cellule cible sous l'effet de la pression lumineuse. Il est alors nécessaire d'isoler auparavant la cellule cible de toute la population. Arai (Arai et al. 2000b) présente un dispositif qui associe diélectrophorèse positive et laser trapping. Les cellules se disposent le long de l'électrode par diélectrophorèse. Le laser trapping permet par la suite de détacher la cellule cible et de la manipuler (voir figure 1.12). Certaines cellules peuvent, en fonction de la longueur d'onde et de la puissance du laser employé, être détruites lors de manipulation par laser trapping (Arai et al. 2000a). Morito, propose d'utiliser des infra-rouges dont l'effet est moins destructeur que le laser (Morito et al. 1999). Arai propose une autre solution permettant de palier ce problème : il sacrifie une cellule qui servira de poussoir en la manipulant avec un laser. Cette cellule sacrifiée va alors servir à manipuler une autre cellule cible.

1.2 La mesure de forces pour la microrobotique

Nous allons présenter, dans cette section, les dispositifs habituellement utilisés et les principes physiques dédiés à la mesure de forces pour la microrobotique. Ainsi, après une synthèse des moyens de mesure de forces dans notre discipline et plus particulièrement pour les tâches de micromanipulation, nous établirons les limitations des dispositifs ac-

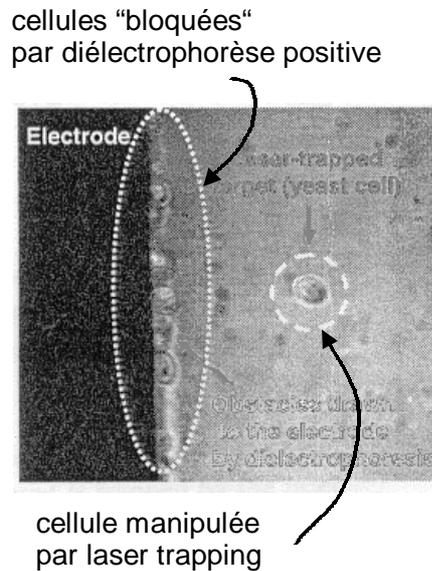


FIG. 1.12 – *Manipulation de cellules par laser trapping et diélectrophorèse.*

tuels, ce qui permettra de définir les caractéristiques de notre capteur dans le chapitre 2.

1.2.1 Les besoins de la mesure de forces dans une station de micromanipulation

La mesure de forces est dans la plupart des cas nécessaire durant les tâches de micromanipulation. Elle trouve essentiellement son application dans deux types de domaines liés à la micromanipulation : la saisie d'objets et la mesure des forces du micromonde. Lorsqu'il s'agit d'applications de saisie d'objets, la mesure de forces permet de quantifier l'effort appliqué par le préhenseur sur l'objet manipulé. Il est alors possible d'envisager un contrôleur dont le rôle est de moduler cet effort en fonction des objets à manipuler. Ainsi, l'effort nécessaire à la saisie peut être appliqué sans risque de causer des dommages irréversibles.

Le second champ applicatif de la mesure de forces est l'étude et la caractérisation des objets à manipuler dans le micromonde. Cette étude conduit à déterminer principalement certaines propriétés mécaniques des objets (module d'élasticité, limite élastique, etc.). En outre, la mesure de forces dans le micromonde permet une meilleure compréhension des interactions objet-objet, milieu-objet et préhenseur-objet. Actuellement, il n'existe pas encore de modèles suffisamment précis permettant de prédire le comportement intrinsèque des objets dans le micromonde. Habituellement, le calcul se limite à des cas bien définis avec des hypothèses parfois fortes. Or, la maîtrise des tâches de micromanipulation passe avant tout par la compréhension des phénomènes mis en jeu dans le micromonde. A ce titre, la modélisation des forces du micromonde est l'un des enjeux

actuel en microrobotique. Au vu de toutes ces contraintes, l'approche expérimentale peut alors apporter quelques éléments pour l'établissement de nouveaux modèles de comportement. Les dispositifs qui permettent la mesure des forces du micromonde mettent ainsi en évidence les phénomènes existants aux dimensions considérées. Le capteur de forces que nous avons développé s'insère dans cette démarche. Il permettra, à terme, de caractériser les objets du micromonde et établir les interactions qui se produisent aux échelles considérées par le biais de la mesure de forces.

1.2.2 Mesure de forces par microscope à force atomique

Le microscope à force atomique (AFM³) appartient à la famille des SPM's (Scanning Probe Microscope⁴). Ces dispositifs sont équipés de sondes dites *locales*. Ce terme signifie que les dimensions de la sonde et la distance de celle-ci par rapport à l'échantillon sont très faibles devant l'objet à imager. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle il faut *balayer* (scanning) l'ensemble de l'objet avec la sonde pour reconstruire l'image de celui-ci.

La figure 1.13 présente le schéma habituel qui permet de réaliser une mesure de forces en utilisant un AFM. Le principe de la mesure de forces sur un AFM est celui de la flexion et la torsion d'une poutre-encastrée libre. Si l'on se place dans le cas où la force appliquée est normale à la poutre et sous l'hypothèse de petites déformations, il est possible d'établir une relation entre la force appliquée \vec{F} en extrémité du cantilever⁵ et la flèche δ donnée par :

$$\|\vec{F}\| = \frac{Ebh^3}{4l^3}\delta \quad (1.3)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} E & : & \text{module d'élasticité} \\ l, b \text{ et } h & : & \text{longueur, largeur et épaisseur du cantilever} \\ \delta & : & \text{déflexion mesurée à l'extrémité du cantilever} \end{cases}$$

On constate d'après l'équation précédente que la force est inversement proportionnelle au cube de la longueur de la poutre. Ainsi, pour un même E , b , h et δ la résolution de mesure de forces peut être augmentée si l'on augmente la longueur l du cantilever. En pratique, le phénomène oscillatoire du cantilever engendré par ses dimensions importantes ne constitue pas une solution viable. De ce fait, les longueurs typiques des cantilevers n'excèdent que rarement la centaine de micromètres.

3. Acronyme anglo-saxon qui signifie "Atomic Force Microscope".

4. Comme SPM on peut citer les SFM (Scanning Force Microscope), les STM (Scanning Tunneling Microscope), les SNOM (Scanning Near-field Optical Microscopy), etc.

5. Terme anglo-saxon désignant un levier.

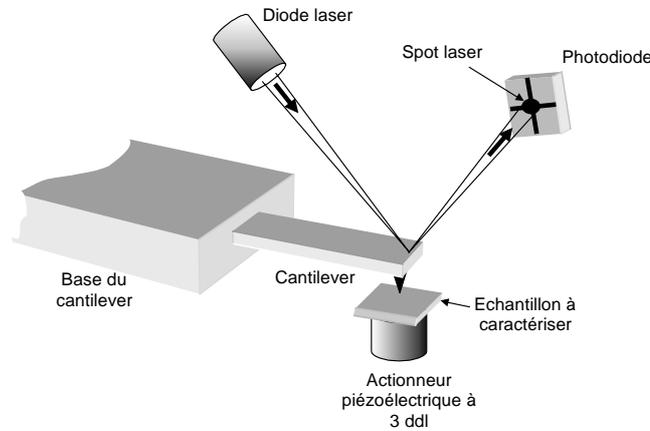
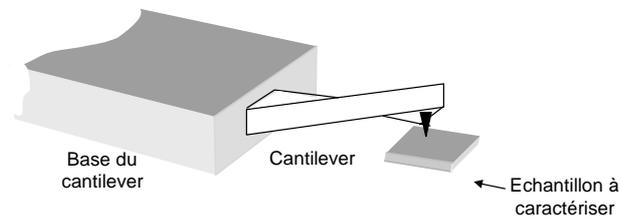


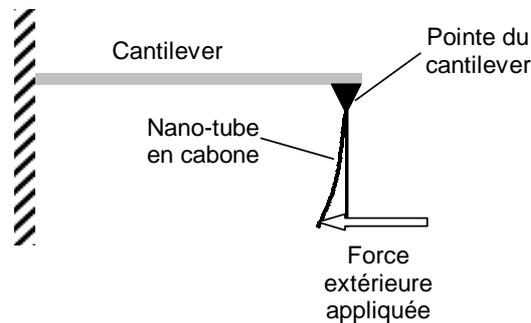
FIG. 1.13 – *Principe de mesure de forces avec un AFM.*

Afin de mesurer la déflexion du cantilever, un faisceau laser est focalisé à l'extrémité du cantilever. Le laser est réfléchi par le cantilever vers une photo-diode à quatre quadrants. En fonction de la position du spot réfléchi sur la photo-diode, une tension est délivrée en sortie. Cette tension dépend directement de la surface occupée par le spot sur les quadrants. La sortie en tension ainsi obtenue est l'image de la déflexion du cantilever.

Lorsqu'un AFM est utilisé pour la mesure de forces, deux aspects sont à prendre en compte. Le premier concerne l'erreur commise lors de la mesure de forces sur les objets à manipuler. En effet, le modèle établi faisant une correspondance entre la déflexion et la force appliquée, il nécessite la connaissance de la flèche. Or, le dispositif émettant la source laser et la photo-diode sont fixes. Lors de la déformation du cantilever, la focalisation du spot ne se fait plus au même endroit sur le cantilever. On mesure alors la déflexion δ' au point de focalisation du spot. La variation $\Delta\delta$ doit être prise en compte dans le modèle pour le calcul de forces. Le second aspect concerne la direction de l'application de la force. Pour des raisons diverses, telles que la forme de l'objet, la force appliquée sur le cantilever n'est pas toujours normale au plan du levier. Très souvent, les forces appliquées sur les leviers provoquent une déflexion mais aussi une torsion de celui-ci (voir figure 1.14). Dans ce cas, on ne peut ainsi se référer au modèle établi à l'aide de l'équation (1.3). En fonction de la géométrie des objets, des nouveaux modèles doivent être établis en vue du découplage de ces forces. Des travaux de recherche ont été menés dans ce sens par Sitti (Sitti 2001) sur des billes en latex de 500 nm de diamètre. On trouve actuellement de nombreux travaux de recherche permettant la mesure des forces électrostatiques, Van Der Waals, tension de surface, etc. à l'aide de l'AFM (Torii et al. 1994) (Olsson et al. 1992) (O'Shea et al. 1992) (Hartmann 1992) (Butt 1991). Ceci atteste de l'efficacité de cette catégorie de SPM's pour la caractérisation des forces du micromonde.

FIG. 1.14 – *Déflexion et torsion simultanée du levier.*

Des travaux de recherche effectués tout récemment ont permis d'augmenter la précision de mesure de l'AFM. Ces travaux ont fait l'objet de diverses publications (Nagy et al. 1998) (Flavo et al. 1999) (Arai et al. 2003). A présent, il est possible de mesurer des forces de l'ordre du picoNewton (pN) par l'association de nanotubes en carbone. Un nanotube en carbone présente des propriétés élastiques remarquables. Une fois fixé à l'extrémité du cantilever, il est utilisé comme sonde (voir figure 1.15). La déflexion de la sonde n'est plus mesurée par triangulation mais par un procédé de vision. Le microscope électronique à balayage est la solution la plus usitée actuellement pour ce faire.

FIG. 1.15 – *Configuration permettant d'augmenter la précision de mesure de l'AFM.*

1.2.3 Mesure de forces par jauges de déformation

Les jauges de déformation sont des capteurs passifs qui traduisent leur propre déformation (proportionnelle à la déformation de la structure où elles sont collées) par une variation de leur résistance électrique. Une jauge est constituée d'une grille formée par un conducteur collé sur un support isolant servant de corps d'épreuve. Le conducteur est soit de nature métallique soit un semi-conducteur. Le nombre de brins dans la grille diffère selon le type de jauge. Il varie entre 10 et 20 pour un conducteur métallique et est égale à 1 pour les jauges semi-conductrices. Ainsi, il convient de classer les jauges en deux

classes soit : les jauges à fil résistant et semi-conductrices⁶. Bien que la mesure établie avec ces jauges soit la même, il reste que les principes physiques utilisés sont différents. Ainsi, dans une jauge à fil résistant, l'effet prépondérant est dû à la déformation géométrique du fil. Dans une jauge semi-conductrice, l'effet principal est dû à la variation de résistivité sous l'action du champ de contraintes auquel elle est soumise. L'effet piézorésistif se caractérise par une variation anisotropique de la mobilité des porteurs de charge sous l'effet et suivant la direction des contraintes appliquées (White et Turner 1996). La résistance isotropique de la jauge à fil résistant formé pour un conducteur ayant pour résistivité ρ , longueur l et section S est exprimée par :

$$R = \frac{\rho l}{S} \quad (1.4)$$

Dans la cas d'une jauge semi-conductrice, la résistivité est exprimée par :

$$\rho = \frac{1}{en\mu} \quad (1.5)$$

$$(1.6)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \mu & : \text{ mobilité moyenne des porteurs} \\ n & : \text{ nombre de porteurs par unité de volume} \\ e & : \text{ charge de l'électron} \end{cases}$$

Dans le cadre de la micromanipulation, les jauges de déformation se prêtent bien à la mesure de forces pour la micromanipulation. En intégrant par exemple ces jauges dans la structure qui permet de réaliser la fonction de préhension, il est possible de mesurer la force appliquée sur l'objet manipulé. De plus, parce que les jauges semiconductrices sont compatibles avec les procédés de réalisation microtechniques, elles peuvent être intégrées en même temps que la réalisation du préhenseur.

En raison de la forte dynamique et de la facilité de fabrication de ce type de dispositifs, les jauges de déformation sont massivement utilisées pour la mesure de forces.

L'inconvénient majeur lié à l'utilisation des ces jauges est leur sensibilité à la variation de température ambiante. Pour réduire cette sensibilité, des montages électroniques appropriés doivent être introduits dans la chaîne de mesure. L'intégration des jauges à fil résistant sur les effecteurs de préhenseurs devient difficile si la surface disponible de ces effecteurs n'excède pas le mm^2 . Par ailleurs, la majorité des effecteurs réalisés pour des tâches de micromanipulation ont des surfaces avoisinant le μm^2 . Par conséquent, les jauges sont délocalisées de l'endroit où l'on souhaite mesurer la force. Ceci à pour effet, en fonction de la complexité de la forme des préhenseurs, de rendre l'interprétation de la mesure de forces difficile.

6. Cette catégorie de jauges est également appelée jauge piézorésistive.

En matière de réalisation, il existe de nombreux prototypes de préhenseurs équipés de jauges piézorésistives. On peut relever la réalisation faite à l'Université d'Oldenburg. Cette réalisation est une pince dont l'un des deux doigts est un cantilever. La mesure de forces est rendue possible par quatre jauges piézorésistives disposées sur le cantilever. La déflexion du cantilever est mesurée à l'aide d'un capteur capacitif placé dans la pince. Cette pince, équipée de capteur de force, est pilotée par une interface haptique avec retour d'efforts pour réaliser des tâches de micromanipulation.

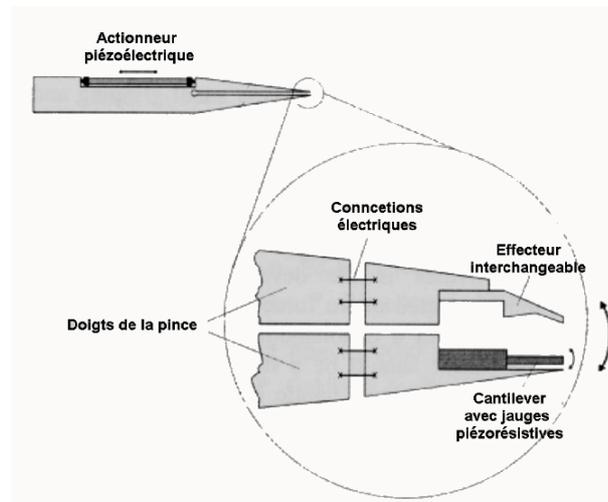


FIG. 1.16 – Pince développée à l'Université d'Oldenburg.

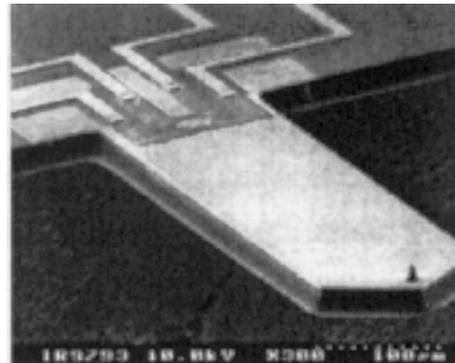


FIG. 1.17 – Vue agrandie du cantilever.

1.2.4 Mesure de forces par effet électrostatique

Bien que l'utilisation de l'AFM et des jauges de contraintes soit les solutions les plus courantes retenues pour la mesure de forces aux échelles micrométriques, il existe également des dispositifs de mesure de forces reposant sur un principe électrostatique. Un

condensateur formé par deux plans conducteurs et alimenté convenablement va en effet subir des forces d'attraction électrostatiques qui tendent à rapprocher les deux armatures (voir figure 1.18).

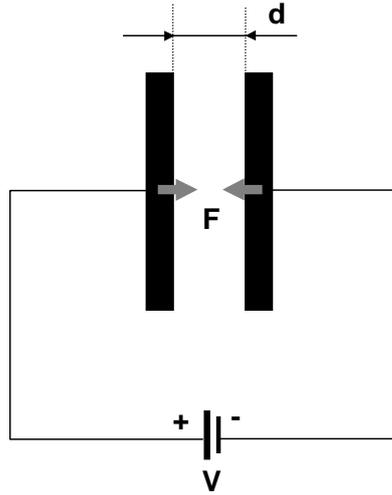


FIG. 1.18 – Condensateur à deux armatures planes.

L'amplitude de la force d'interaction électrostatique entre les armatures peut être exprimée comme suit :

$$\|\vec{F}\| = \varepsilon \frac{SV^2}{2d^2} \quad (1.7)$$

avec :

$$\begin{cases} S & : \text{ surface des armatures} \\ V & : \text{ différence de potentiel entre les armatures} \\ \varepsilon & : \text{ constante diélectrique} \\ d & : \text{ distance séparant les armatures} \end{cases}$$

On modifie la configuration de ce condensateur de sorte à avoir une des armatures fixe et l'autre mobile suivant \vec{x} . De plus, on relie l'armature mobile à un ressort de raideur K connue (voir figure 1.19). Pour une tension V donnée, l'équilibre statique est obtenu lorsque la force de rappel du ressort et la force électrostatique se compensent. A partir de la même configuration, on va appliquer, à présent, une force mécanique sur l'armature mobile qui tend à la rapprocher de la seconde. La nouvelle position d'équilibre statique est obtenue lorsque les forces appliquées sur le système se compensent pour une tension V donnée. Ainsi, si on connaît la raideur du ressort ainsi que l'espacement entre les armatures à la position d'équilibre, il est possible de déterminer l'amplitude de la force appliquée à l'armature mobile.

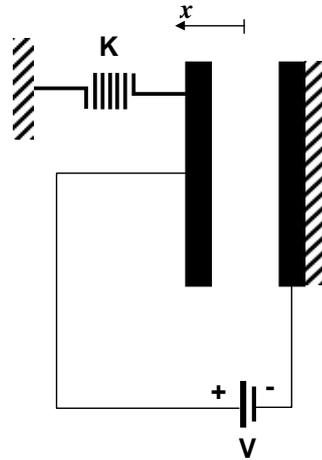


FIG. 1.19 – Configuration de mesure de forces.

Ce principe a été utilisé par (Yu et al. 2003) pour le développement d'un capteur de forces aux dimensions micrométriques destiné aux tâches de micromanipulation. Le cœur de ce capteur est composé de deux matrices de condensateurs disposés en série et reliés à quatre ressorts (voir figure 1.20). Au vu de ses dimensions, le capteur de forces est réalisé par des procédés de fabrication relevant des microtechniques. Il est possible d'assurer, grâce aux deux matrices de condensateurs, une mesure de forces suivant \vec{x} et \vec{y} . Une tige solidaire à la matrice de condensateurs est utilisée comme effecteur. La mesure de déplacement des matrices n'est effectuée par aucun dispositif de mesure extérieur. Le déplacement provoqué par la force extérieure diminue l'espacement entre les armatures des condensateurs. Ainsi, la valeur de la capacité totale C des matrices se voit aussi affectée. La simple mesure de C suffit à connaître le déplacement produit. Les résolutions de mesure annoncées sont de $0,01 \mu N$ suivant \vec{x} et $0,24 \mu N$ suivant \vec{y} . La plage de mesure s'étend jusqu'à $490 \mu N$ suivant \vec{x} et $900 \mu N$ suivant \vec{y} .

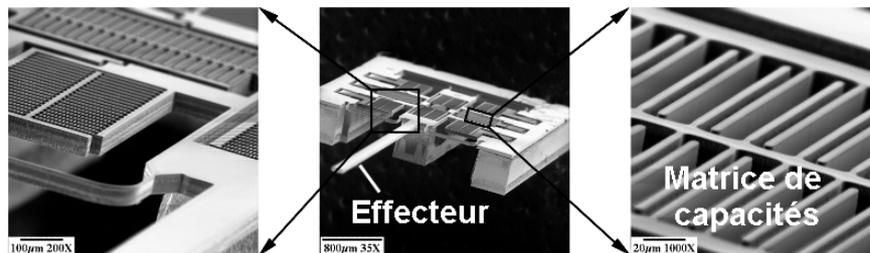


FIG. 1.20 – Capteur de forces reposant sur un principe électrostatique.

1.2.5 Caractéristiques et limitations des capteurs de forces pour la microrobotique

Dans cette section, nous allons présenter les limitations des dispositifs actuels de la mesure de forces pour la microrobotique. Avant d'aborder cette partie, nous allons présenter les critères utilisés pour caractériser communément un capteur de forces ainsi que les définitions couramment utilisées. Nous allons utiliser ces caractéristiques pour définir ce que peut être un capteur de forces idéal pour la microrobotique.

Caractéristiques d'un capteur de forces

Le point commun entre les différents type de capteurs de forces pour la microrobotique est qu'ils reposent sur le même principe d'interprétation de la mesure de forces. En effet, dans ce type de capteurs, pour que la mesure soit effective, une force est appliquée sur une partie compliant (structure monolithique déformable). L'application de cette force, provoque le déplacement de la partie compliant vers une nouvelle position d'équilibre. Par le biais de modèles physiques de comportement de la partie compliant pour chaque capteur de forces, il est possible de déterminer une expression analytique de la force appliquée sur la partie compliant. Dans tous les cas, cette expression fait appel au déplacement relatif de la partie compliant.

La caractéristique d'un capteur de forces peut être représentée par la figure 1.21 qui lie la force mesurée F au déplacement Δd de la partie compliant. Les critères qui

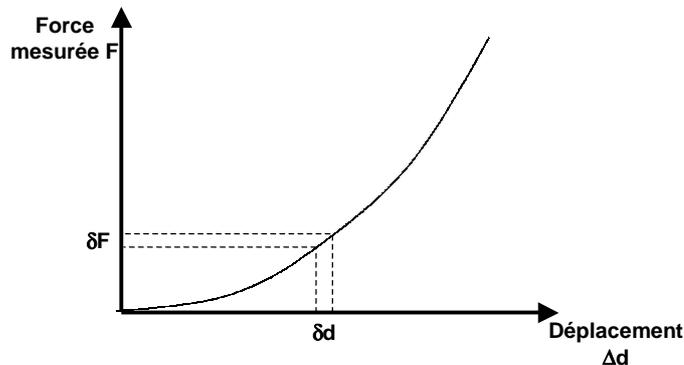


FIG. 1.21 – *Caractéristique force mesurée versus déplacement.*

permettent de caractériser un capteur de forces sont :

- **la plage de mesure (ou l'étendue de mesure)** : il s'agit de la plage de mesure ΔF dans laquelle le constructeur garantit les performances métrologiques dans la limite d'une certaine tolérance ;
- **la résolution** : c'est la plus petite variation δF de la force que peut mesurer le capteur de force lorsqu'un déplacement δd est effectué ;

- **la précision** : elle quantifie l'erreur maximale de mesure de forces ;
- **la répétabilité** : c'est la capacité d'un capteur à restituer la même information de sortie pour des mesures identiques, dans des conditions identiques et séparés par un court laps de temps. La répétabilité caractérise donc la dispersion des mesures ;
- **la raideur K** : c'est la pente de la caractéristique "force F en fonction du déplacement Δd ". Précisons que si cette caractéristique est non linéaire, la pente n'est pas constante. ;

Habituellement en microrobotique, on utilise des dispositifs de grande précision et répétabilité pour la détection des déplacements des parties compliantes. Ainsi, ces deux critères ne sont pas les facteurs limitatifs des performances de ces capteurs. La limitation de la mesure vient plutôt des critères : résolution et étendue de mesure.

La résolution est affectée par les deux paramètres suivants :

- la raideur K ;
- le plus petit déplacement δd_{min} mesurable qui est lié au capteur de déplacement utilisé.

Or là aussi en microrobotique nous utilisons des dispositifs de mesure de déplacement de grande résolution (typiquement de l'ordre d'une dizaine de nm). De ce fait, la résolution d'un capteur de forces n'est principalement affectée que par la raideur. Ainsi, plus la raideur est faible et plus résolution de mesure de forces augmente pour un δd_{min} donné.

La plage de mesure est affectée, quant à elle, par les deux paramètres suivants :

- le plus grand déplacement Δd_{max} produit et mesurable de la structure compliantes ;
- la raideur K .

Pour avoir une grande plage de mesure il faut soit que la raideur soit importante pour un déplacement Δd_{max} donné, soit que le déplacement Δd_{max} soit important pour une raideur donnée. Cependant nous avons vu précédemment que pour avoir une résolution importante il faut avoir la plus petite raideur possible. De ce fait, il faut alors d'augmenter le débattement de la structure compliantes pour que la plage de mesure de forces soit la plus grande possible.

En conclusion, un "bon" capteur de forces pour la microrobotique est un capteur avec une raideur faible (si possible constante) et une grande plage de mesure de forces.

Limitations des capteurs de forces pour la microrobotique

Dans les dispositifs que nous avons décrits, on observe que les résolutions de mesure de forces sont sensiblement du même ordre que les déplacements obtenus des parties compliantes. Ainsi, pour avoir une résolution de mesure de forces de l'ordre du nanoNewton, il faut produire un déplacement de l'ordre du nanomètre. De plus, la conception des

capteurs de forces décrits aboutit généralement à des dimensions très faibles des parties compliantes. Par ailleurs, la plage de mesure de forces attendue en microrobotique varie typiquement de quelques nN à plusieurs mN . Les débattements des parties compliantes ne sont plus suffisants pour effectuer une mesure de forces sur toute cette plage. La solution qui peut être envisagée pour augmenter les débattements est de remplacer les parties compliantes par des parties mobiles équipées de liaisons mécaniques. Bien que les débattements soient plus importants en procédant ainsi, ces structures sont sujettes aux problèmes des frottements secs par le contact mécanique entre les pièces en mouvements. De ce fait, les performances globales des capteurs de forces se voient dégradées. Une solution possible pour diminuer cet effet néfaste, tout en gardant le principe du déplacement d'une partie mobile, est de réduire la surface de contact mécanique entre les liaisons mécaniques. Grâce aux procédés des microtechniques, il est possible actuellement de réduire les dimensions des liaisons mais les forces de frottements secs restent encore importantes. Dans l'optique de la conception d'un capteur de forces, une solution possible qui permettrait de supprimer tout contact mécanique entre la partie mobile et l'ossature du capteur est l'utilisation de la lévitation. Grâce à la lévitation, la partie mobile devrait être particulièrement sensible à toute force extérieure. Elle pourrait de plus subir des déplacements importants ce qui devrait permettre de concevoir un capteur de forces avec une grande résolution et une grande plage de mesure.

Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons présenté quelques éléments du domaine de la microrobotique. Nous nous sommes particulièrement intéressé à l'un de ses champs applicatifs qui concerne la micromanipulation. Les moyens, les difficultés et les contraintes imposées ont été mises en évidence pour certains champs applicatifs de la micromanipulation. Nous avons vu, s'agissant de micromanipulation avec ou sans contact, que la micromanipulation se rapporte à la manipulation d'objets microscopiques présentant différentes caractéristiques mécanique, physique, chimique, etc. Les modèles physiques qui régissent le comportement de ces objets sont différents de ceux que nous employons habituellement. Ainsi, des forces que nous avons l'habitude de négliger de par leur faible influence, deviennent prépondérantes et engendrent des interactions avec le micromonde difficilement prédictibles. Malgré les efforts des microroboticiens, des lacunes subsistent encore sur les lois physiques de comportement dans le micromonde.

Les dispositifs actuels de mesure de micro et nano forces permettent de caractériser dans une certaine mesure les interactions présentes dans le micromonde. Ainsi, il est possible d'étoffer les modèles de comportement du micromonde ou encore d'en établir de nouveaux. Le capteur de forces idéal pour la microrobotique est un capteur conjuguant à la fois faible raideur et grande étendue de mesure. Dans les capteurs de forces actuellement utilisés en microrobotique, les parties compliantes qui sont souvent utilisées pour la mesure de forces ne permettent pas un débattement suffisant pour couvrir une large plage de mesure (typiquement du nN au mN). Une solution pour augmenter ce débattement consiste à utiliser un principe de mesure qui ne repose pas sur la déformation

d'une structure mais sur le déplacement d'une partie mobile. Si la partie mobile peut subir un grand déplacement, le capteur sera alors capable de mesurer une large plage de force à condition que la raideur reste faible pendant tout le déplacement. Le principal facteur qui limitera les performances d'un tel capteur sera évidemment les frottements secs que subira la partie mobile. La mise en lévitation de la partie mobile semble donc une solution particulièrement appropriée. Notre objectif va donc être de concevoir un capteur de force reposant sur le principe de la lévitation. Cependant, il reste à savoir quelle lévitation peut être utilisée pour la réalisation d'un capteur de forces alliant à la fois faible raideur et grande plage de mesure. Le chapitre suivant apporte quelques éléments de réponse.

Chapitre 2

Lévitiation : fondements et champs applicatifs

Ce chapitre est dédié au phénomène de lévitation. Structuré en deux parties, ce chapitre traite en premier lieu des fondements de la lévitation sous ses formes les plus courantes. Les applications potentielles de la lévitation sont mises en évidence et étayées par des réalisations originales. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous présentons la démarche que nous avons adoptée pour le choix de la forme de lévitation à implémenter sur le capteur de forces. Ce choix a été guidé par les caractéristiques souhaitées du capteur que nous nous sommes fixées.

2.1 Lévitiation : définition et champs applicatifs

Depuis toujours la lévitation a suscité la fascination de l'homme. Elle a même été, durant les siècles derniers, attribuée à des actes de sorcellerie ou de magie. De nos jours, la manifestation de la lévitation sous la plupart de ses formes est bien assimilée. Ceci étant, le terme de lévitation a souvent été utilisé à tort et prêté à confusion. Une définition, n'ayant pas caractère d'exhaustivité, peut être formulée ainsi : *"Tout objet, quelle que soit sa nature, lévite s'il est suspendu en équilibre stable sous l'action de forces sans qu'il soit en contact direct avec son environnement proche"*. La lévitation peut être réalisée dans différents environnements (air, vide et milieux liquides), elle s'utilise cependant plus communément dans l'air. La lévitation peut être de différentes natures relatives à l'origine des forces mises en jeu pour stabiliser l'objet. Ainsi, la lévitation, telle qu'elle a été définie, peut être d'origine magnétique, aérodynamique, électrostatique, acoustique et lumineuse. A cela, peuvent s'ajouter les termes *passive* ou *active*. Ces termes dénotent s'il y a apport d'énergie extérieure ou pas pour créer le phénomène physique mis en jeu (électrostatique, magnétique, etc.). A titre d'exemple, dans la lévitation par champ magnétique, le champ peut être produit soit par un électroaimant, on parle alors de lévitation active, soit par un aimant permanent et on parle dans ce cas de lévitation passive. De surcroît, la mise en jeu des phénomènes physiques (magnétique, acoustique,

etc.) fait que très souvent la lévitation est instable¹. L'utilisation de capteurs et contrôleurs est alors indispensable pour stabiliser la lévitation. On dit alors que la lévitation est asservie par opposition à la lévitation non asservie pour laquelle la régulation n'est pas indispensable. En résumé, la lévitation peut être réalisée par plusieurs phénomènes physiques (magnétique, aérodynamique, électrostatique, etc.). Elle peut être passive ou active, termes employés pour définir si le phénomène physique usité est produit par un apport d'énergie ou pas. Enfin, la lévitation peut être asservie ou pas selon le type d'interaction engendré par les phénomènes physiques. Notons par ailleurs, de par les phénomènes physiques mis en jeu, que la manifestation de certaines formes de lévitation n'est pas possible. A titre d'exemple, la lévitation aérodynamique sous sa forme passive ou encore la lévitation électrostatique sous sa forme non asservie n'existent pas.

En terme applicatif, la lévitation est une solution attrayante lorsqu'il s'agit d'éliminer le contact mécanique entre pièces. Elle trouve par conséquent de nombreuses applications possibles. Une des premières est la suppression des frottements de pièces en mouvement (paliers magnétiques, moteurs, convoyeurs). Les parties en mouvement n'étant plus en contact, l'usure prématurée due aux frottements entre ces pièces est ainsi évitée. Ceci a notamment pour conséquence d'augmenter la durée de vie de ces pièces.

Un second champ applicatif de la lévitation est l'étude et la caractérisation de substances liquides. Dans ce type d'applications, l'étude aboutit à la détermination précise des propriétés rhéologiques de l'échantillon étudié (viscosité, densité, etc.). Cependant, pour que cette étude soit performante, il est indispensable que l'échantillon ne soit pas contaminé ou mélangé à d'autres substances durant l'étude. Le plus grand risque de contamination de l'échantillon à caractériser survient lorsque celui-ci est déposé sur le substrat. La lévitation est alors employée pour suspendre l'échantillon sans qu'il soit nécessaire de disposer d'une ossature particulière.

L'emploi de la lévitation ne se limite pas seulement au domaine de la recherche et de l'ingénierie, la lévitation est également présente dans certains produits ludiques. Le produit le plus courant est sans doute le Lévitron[®]. Ce dernier permet de faire léviter une toupie formée d'un aimant permanent au-dessus d'un second aimant permanent.

Dans le domaine de la microrobotique, la lévitation est présente dans un bon nombre de réalisations. En raison des dimensions faibles de certains produits issus de la microrobotique, les parties susceptibles d'être en mouvement subissent des forces de frottements secs quand elles sont mises en contact avec d'autres pièces. Qu'il s'agisse d'un mouvement qui se traduit par la suite par le déplacement d'un actionneur, ou la mesure d'une grandeur physique ou encore le positionnement d'un effecteur, les performances globales se voient fortement diminuées chaque fois que des frottements secs sont présents. Là encore, la lévitation constitue sans nul doute une solution attrayante et on pourrait très bien imaginer que certaines liaisons mécaniques soient remplacées par des mécanismes en lévitation. En matière de réalisations microrobotique, la lévitation a suscité l'engouement de

1. Bien que cela soit néanmoins contraire à la définition donnée au dessus, nous appellerons lévitation instable une lévitation qui est rendue stable par le biais d'un asservissement.

plusieurs microroboticiens durant ces dernières années. Son utilisation se décline le plus souvent dans la réalisation d'actionneurs (micromoteurs) (Moser et al. 2001)(Kim et al. 1991)(Komori et Yamane 2000), de capteurs (microgyroscope, microaccéléromètre, etc.) (He et al. 1996)(Simon et al. 1968), de convoyeurs (Busch-Vishniac et al. 1990)(Wang et al. 1991)(Jeong et Busch-Vishniac 1991) et de manipulateurs (Gauthier-Manuel et Garnier 1999) (Khamasee et al. 2002) (Robichaux et Ahmad 1992).

2.2 Formes existantes de lévitation

Nous avons précisé dans la section 2.1 que la lévitation se déclinait sous plusieurs formes. Magnétique, aérodynamique, électrostatique, acoustique et lumineuse sont les formes dont il est question. Dans ce qui suit, nous allons développer chacune de ces formes ainsi que présenter les réalisations faites dans chaque cas.

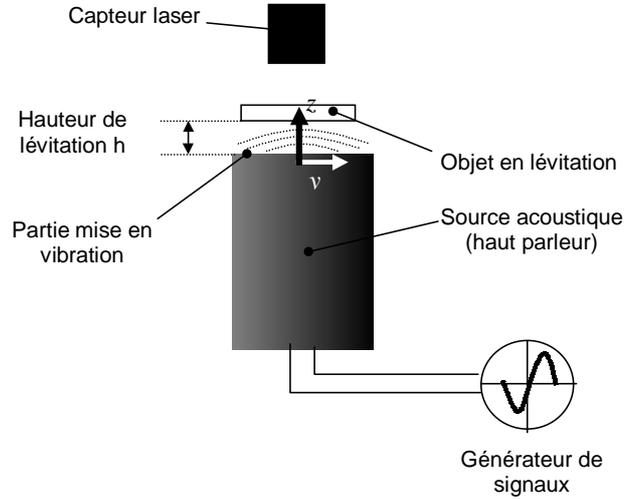
2.2.1 Lévitation acoustique

La lévitation acoustique repose sur le principe qu'une onde acoustique exercée sur un objet distant de h de la source, produit une pression P sur l'objet. Sous certaines conditions (fréquence et amplitude du signal, géométrie, etc.), il est possible de faire léviter des objets, de quelques grammes, sous leur forme liquide ou solide. La lévitation acoustique est une lévitation active et non asservie. La configuration la plus couramment utilisée est présentée à la figure 2.1. Elle est composée d'une source acoustique (tel qu'un haut-parleur) alimentée par un générateur de tensions sinusoïdales. L'objet à faire léviter est placé au dessus de la source acoustique. Les fréquences d'excitation sont de l'ordre d'une vingtaine de kilohertz. La hauteur de lévitation n'excède pas la centaine de micromètres. De ce fait, l'étude se limite le plus souvent à l'effet d'une onde acoustique à champ proche. Ainsi, il est possible de faire l'hypothèse que l'onde produite est quasi-stationnaire.

La pression exercée sur l'objet en lévitation, sous l'action d'un signal $\nu = \nu_0 \cos \omega t$, peut être exprimée par l'équation (2.1) sous réserve que les hypothèses suivantes soient vérifiées (Ueha et al. 2000) (Chu et Apfel 1982) :

- la surface totale exposée à l'onde acoustique doit être contenue dans la surface de la source ;
- l'objet en lévitation doit être rigide ;
- l'objet en lévitation doit présenter une surface plane du côté exposé à la source acoustique.

si ces hypothèses sont vérifiées alors :

FIG. 2.1 – *Lévitation acoustique.*

$$P = \frac{1 + \gamma}{4} \rho_a c_a \frac{a_0^2}{h^2} \quad (2.1)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \gamma & : \text{coefficient thermique} \\ \rho_a & : \text{densité du milieu} \\ c_a & : \text{vitesse de déplacement du son dans le milieu} \\ a_0 = \frac{\nu_0}{\omega} & : \text{amplitude de vibration} \\ h & : \text{hauteur de lévitation} \end{cases}$$

La force totale exercée sur la surface S de l'objet est exprimée par :

$$\left\| \vec{F}_Z \right\| = PS \quad (2.2)$$

La hauteur de lévitation peut être modulée en agissant sur l'un des deux paramètres ν_0 et ω . Ueha (Ueha et al. 2000) montre qu'il est préférable d'agir sur le premier paramètre plutôt que sur le second. En effet, en raison de l'ordre des fréquences d'excitation utilisées (\simeq kHz), la commande en fréquence n'est pas appropriée car on atteint rapidement la fréquence de résonance de l'objet en lévitation. Ainsi, la position de lévitation devient fortement perturbée. A titre d'exemple, la fréquence de résonance théorique d'un disque en aluminium de 20 mm de diamètre et 500 μm d'épaisseur est de 21,3 kHz alors que la fréquence d'excitation pour les conditions de lévitation est de 19,5 kHz (Ueha et al. 2000). Nomura (Nomura et Kamakura 2002) montre que la hauteur de lévitation varie de manière linéaire avec la tension d'excitation ν_0 .

Dans la configuration précédente, l'objet en lévitation est en position statique dans le plan (xOy) . Il serait intéressant de pouvoir également positionner l'objet, pour une

même hauteur de lévitation, à des coordonnées x et y différentes. Une application possible de cette configuration pourrait être le convoyage d'objets. Ceci est possible moyennant quelques modifications apportées à la configuration présentée sur la figure 2.1. Dans la configuration permettant le déplacement de l'objet, la direction de l'onde plane n'est plus normale à la surface de l'objet suspendu mais tangente (voir figure 2.2). Ainsi, l'objet subit une force \vec{F} avec deux composantes F_z et F_y . La première composante permet de compenser la force gravitationnelle. Quant à la seconde, elle permet le déplacement de l'objet. Le déplacement de l'objet à convoyer se fait dans le même sens que la propagation de l'onde acoustique. La vitesse de déplacement de l'objet est proportionnelle à la tension d'excitation ν_0 appliquée.

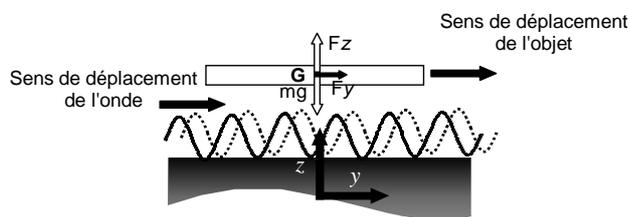


FIG. 2.2 – Principe de convoyage d'objets par lévitation acoustique.

Applications de la lévitation acoustique

La lévitation acoustique a surtout été utilisée pour le développement de convoyeurs et de moteurs dont l'axe de rotation est en lévitation. Elle se prête mal au développement de capteurs (pression, force, gyroscope, etc.) en raison de la taille des dispositifs annexes. Hasimoto (Hashimoto 1998) a développé un convoyeur aux dimensions compactes en mesure de transporter des palets d'une vingtaine de grammes. La figure 2.3 présente une vue globale ainsi que les dimensions du convoyeur. Deux actionneurs acoustiques, aux caractéristiques identiques, sont disposés de part et d'autre d'une plaque en duralumin. Le premier actionneur est alimenté par une source de tension sinusoïdale à une fréquence de $19,5 \text{ kHz}$. Ceci a pour effet de faire onduler la plaque de duralumin et de générer une onde acoustique. Afin d'éviter que celle-ci ne se propage dans l'autre sens une fois arrivée à l'extrémité, un second actionneur est utilisé pour absorber l'onde acoustique propagée. Une plaque bakelite de forme carré de 70 mm de côté et 2 mm d'épaisseur est placée au dessus de la plaque vibrante en duralumin. Le sens de déplacement du palet en lévitation est celui du sens de déplacement de l'onde acoustique. L'amplitude crête à crête de vibration de la plaque en duralumin est au maximum de $20 \mu\text{m}$. La vitesse maximale de $0,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ est atteinte pour un palet de 8 g et une amplitude de vibration de $20 \mu\text{m}_{pp}$. (Hashimoto 1998) montre, à travers des relevés expérimentaux, que la vitesse de déplacement varie de manière linéaire avec l'amplitude de vibration pour un poids de palet constant. Enfin, Hasimoto (Hashimoto 1998) montre que la vitesse de

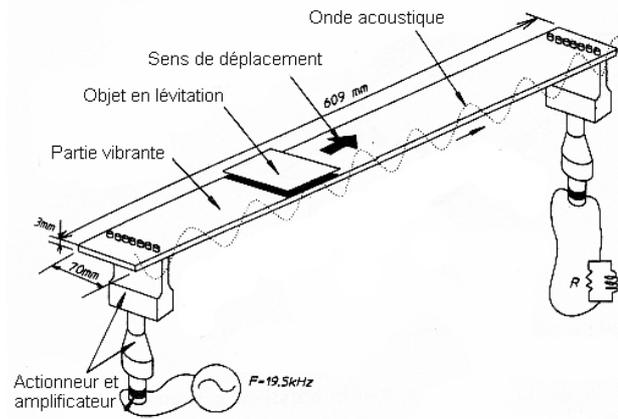


FIG. 2.3 – Convoyage d'objets par lévitation acoustique.

déplacement est inversement proportionnelle au poids du palet.

Hu (Hu et al. 1997) a développé un moteur compact dont le rotor est totalement suspendu. La figure 2.4 présente la structure schématique de ce moteur. Celui-ci est constitué de deux cylindres en aluminium assemblés l'un dans l'autre avec un jeu de $50 \mu\text{m}$. Le cylindre extérieur constitue le stator du moteur tandis que le cylindre intérieur forme le rotor. Le diamètre intérieur du rotor est de 56 mm pour un poids de 26 g . Deux actionneurs acoustiques sont fixés sur le stator du moteur et orientés l'un par rapport à l'autre d'un angle de 45° . Deux tensions alternatives déphasées de $\pi/2$ alimentent les deux actionneurs à une fréquence de 26 kHz . Le signal généré issu de l'action des actionneurs sur le stator produit des vibrations qui sont transmises au rotor entraînant sa rotation. Ainsi, le rotor subit l'action de deux forces, radiale et axiale, qui d'une part va centrer le rotor par rapport au stator et d'autre part le soulever. Pour cette configuration, les vitesses de rotation du moteur atteignent 3000 tr.m^{-1} .

Avantages et inconvénients de la lévitation acoustique

Les avantages de la lévitation acoustique peuvent être résumés ainsi :

- lévitation non asservie ;
- s'emploie pour des objets à l'état solide ou liquide ;
- plusieurs positions d'équilibre existent pour une hauteur de lévitation constante ;
- inexistence de couple de rappel sur l'objet en lévitation induit par l'utilisation de l'effet acoustique ;
- hauteur de lévitation variant proportionnellement à la tension d'excitation de la source acoustique.

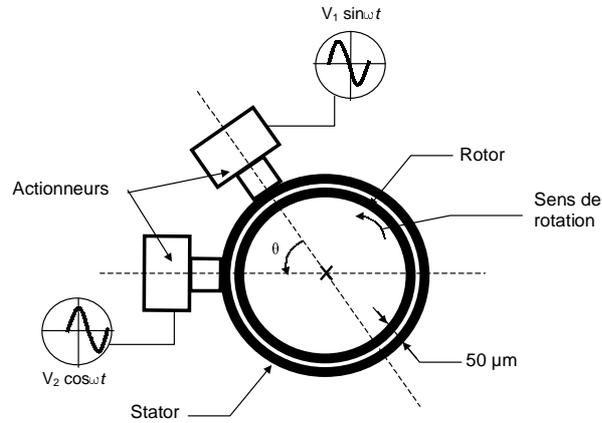


FIG. 2.4 – Moteur avec rotor en lévitation acoustique (vue de dessus).

Les inconvénients de la lévitation acoustique se résument ainsi :

- emploi de matériel onéreux ;
- lévitation conditionnée par la forme de l’objet à faire léviter ;
- risque de mettre en résonance l’objet en lévitation en raison de l’ordre des fréquences utilisées.

2.2.2 Lévitation électrostatique

Des charges électriques présentes sur les surfaces d’éléments conducteurs engendrent des forces d’attraction ou de répulsion qui tendent à attirer ou à repousser les surfaces conductrices. La lévitation électrostatique s’appuie sur ce principe. Des surfaces conductrices immobiles sont chargées suite à l’application d’un champ électrostatique \vec{E} . L’objet à faire léviter étant lui aussi chargé, il va subir des forces qui tendent à le rapprocher ou à l’éloigner des surfaces conductrices. La configuration de base réalisant la lévitation électrostatique est présentée à la figure 2.5. Les électrodes du haut et du bas, lorsqu’elles sont alimentées convenablement, servent à produire la stabilité suivant la direction \vec{z} . L’objet en lévitation étant libre de se mouvoir suivant \vec{x} et \vec{y} , les électrodes de part et d’autre de l’objet servent à son immobilisation. La lévitation électrostatique s’apparente à de la lévitation active et asservie. Du fait de son instabilité naturelle, le recours à l’asservissement est nécessaire. Afin de mettre en évidence l’instabilité produite, considérons un corps diélectrique de volume V introduit dans un champ électrostatique \vec{E} dans le vide. Ce corps subit une force électrostatique totale \vec{F}_{elec} donnée par :

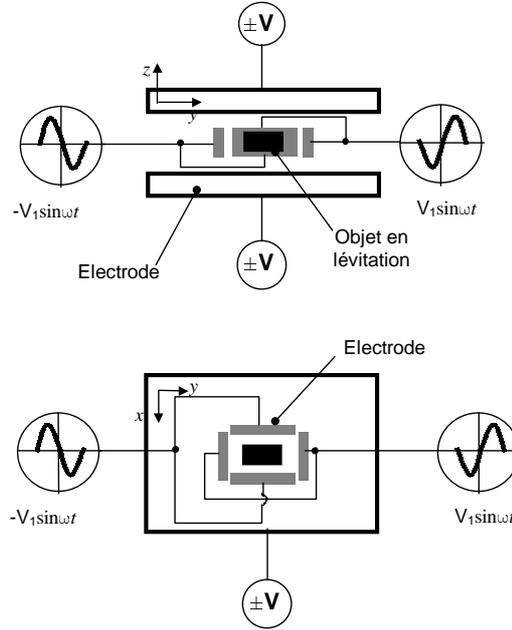


FIG. 2.5 – Lévitation électrostatique (vue de côté et de haut).

$$\vec{F}_{elec} = \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0) V \nabla \|\vec{E}\|^2 \quad (2.3)$$

avec :

$$\begin{cases} \varepsilon & : \text{constante diélectrique du matériau} \\ \varepsilon_0 & : \text{constante diélectrique du vide} \\ \nabla & : \text{opérateur gradient } \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T \end{cases}$$

Deux conditions doivent être vérifiées pour que la lévitation soit possible dans un champ statique (Simon et Geim 2000):

- la somme des forces extérieures appliquées à l'objet en lévitation doit être nulle pour obtenir un équilibre statique ;
- la divergence de la force électrostatique doit être négative.

La divergence de la force est exprimée par la relation :

$$K_x + K_y + K_z = - \text{div}(\vec{F}_{elec}) \quad (2.4)$$

où les termes K_x , K_y et K_z désignent les raideurs engendrées suivant \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} par la force électrostatique. L'équation (2.4) traduit que la somme des raideurs engendrées par la force électrostatique doit être strictement positive pour que la lévitation soit stable. Si

l'une des raideurs est suffisamment négative pour rendre la somme des raideurs négative, la divergence de la force électrostatique est alors positive et la lévitation devient instable.

Dans le cas électrostatique, nous allons démontrer que la seconde condition n'est pas vérifiée. Ainsi, nous pourrions conclure que la lévitation électrostatique n'est stable que par l'emploi d'une boucle de régulation. Pour ce faire, prenons l'équation (2.3) et calculons sa divergence. La nouvelle expression est donnée par :

$$\text{div}(\vec{F}_{elec}) = \nabla \cdot \vec{F}_{elec} = \nabla \cdot \left[\frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0)V \nabla \|\vec{E}\|^2 \right] \quad (2.5)$$

où l'opérateur "." est le produit scalaire. Les propriétés des opérateurs ∇ et du produit scalaire ainsi que les constantes ε , ε_0 et V font que l'équation (2.5) devient :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F}_{elec} &= \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0)V \nabla \cdot \left(\nabla \|\vec{E}\|^2 \right) \\ &= \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0)V \nabla^2 \|\vec{E}\|^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Or, il s'avère qu'une des propriétés d'un champ statique, tel que le champ électrostatique, est que la divergence de $\nabla \|\vec{E}\|^2$ ne peut être négative ($\nabla^2 \|\vec{E}\|^2 \geq 0$) tout comme ne peut l'être $(\varepsilon - \varepsilon_0)$. Ainsi, la divergence de la force électrostatique \vec{F}_{elec} ne peut être en aucun cas négative. Par conséquent, le système est instable suivant au moins une direction. En lévitation électrostatique, l'asservissement intervient suivant la direction \vec{z} . L'utilisation d'un capteur de position pour réaliser l'asservissement n'est pas nécessaire. En effet, on exploite le fait que l'objet, avec deux surfaces chargées S , placé entre les électrodes supérieure et inférieure, forme une capacité variable (voir figure 2.6) dont la valeur varie de manière inversement proportionnelle aux distances d_1 et d_2 , soit :

$$C_1 = \frac{S\varepsilon}{d_1} \quad (2.7)$$

$$C_2 = \frac{S\varepsilon}{d_2} \quad (2.8)$$

C_1 et C_2 désignent la capacité variable obtenue entre l'objet en lévitation et les électrodes supérieure et inférieure.

Les tensions d'alimentation des électrodes permettant d'assurer la lévitation électrostatique d'un objet de quelques grammes sont de l'ordre du kV pour un courant de quelques mA . En raison de l'ordre des tensions appliquées, un étage d'amplification et de commande en puissance est requis. Le type de régulateur le plus souvent employé pour stabiliser la lévitation est le PID.

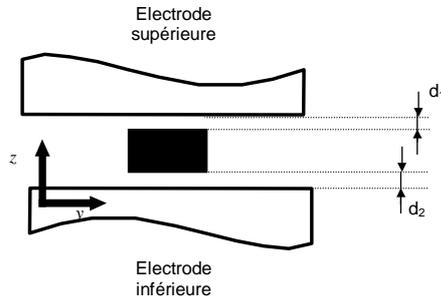


FIG. 2.6 – Utilisation de l'effet capacitif pour mesurer la position de l'objet en lévitation.

Applications de la lévitation électrostatique

La lévitation électrostatique est plus généralement employée pour l'étude et la détermination des propriétés rhéologiques de substances à l'état liquide. La lévitation électrostatique n'étant limitée notamment que par la nature diélectrique de l'objet à faire léviter, un nombre conséquent de liquides peuvent faire l'objet d'une caractérisation. Un bon nombre de travaux ont été menés dans ce sens (Nordine et al. 2000). De plus, la lévitation électrostatique s'emploie pour la conception d'accéléromètres, gyroscopes et moteurs (Pister et al. 1990), (He et al. 1996). L'élimination des forces de frottements secs permet d'augmenter de manière notable les performances de ces dispositifs. De surcroît, en raison des dimensions compactes que peuvent avoir les électrodes, ces dispositifs sont de petites dimensions (volume de l'ordre du cm^3).

Parmi les réalisations fondées sur un principe de lévitation électrostatique, notons la réalisation intéressante de Ogihara (Ogihara et al. 1990). Il a réalisé un four à haute température ($1000\text{ }^\circ C$) dans lequel les échantillons sont suspendus avant leur mise en fusion. Outre le fait d'offrir la possibilité de s'affranchir de l'utilisation du creuset, il est possible d'étudier les caractéristiques de l'échantillon en fusion sans que celles-ci soient perturbées par la présence d'un autre matériau. La figure 2.7 présente une vue schématique de la réalisation. Quatre électrodes alimentées par des signaux alternatifs ($v_{pp} = 30\text{ kV}$, $i_{pp} = 5\text{ mA}$) entourent l'objet en lévitation. La fréquence du signal appliqué sur les électrodes est de 100 Hz . Les électrodes qui se trouvent au dessus et en dessous de l'échantillon en lévitation sont alimentées par une tension continue d'amplitude pouvant varier de -20 kV à 20 kV et un courant allant jusqu'à $100\text{ }\mu A$. Elles ont pour fonction de produire la force nécessaire pour compenser la force gravitationnelle mais aussi pour charger électriquement l'échantillon. La fusion de l'échantillon en suspension est réalisée par l'approche d'une source de chaleur très localisée. La stabilisation de la lévitation est faite par le biais de l'utilisation d'un contrôleur de type PID ainsi qu'une caméra CCD servant de capteur de position. L'action du contrôleur est ciblée sur la variation de la tension continue sur les deux électrodes au dessus et en dessous de l'échantillon.

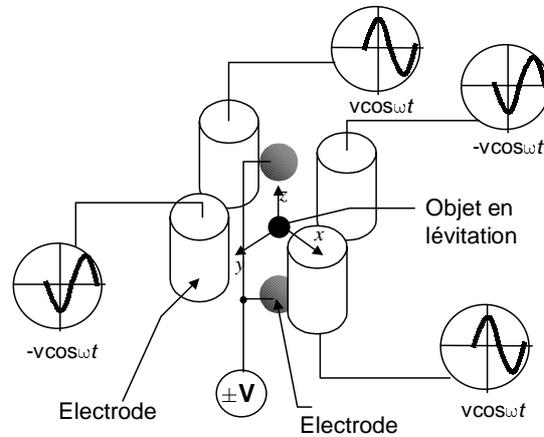


FIG. 2.7 – Four à haute température utilisant le principe de la lévitation électrostatique.

Avantages et inconvénients de la lévitation électrostatique

Les avantages de la lévitation électrostatique peuvent être résumés ainsi :

- dimensions des électrodes pouvant être de taille réduite conduisant à la réalisation de prototypes compacts ;
- s’emploie sur des objets de différentes natures et formes dès lors qu’ils présentent une caractéristique diélectrique ;
- l’instabilité produite par l’effet électrostatique ne porte que suivant une seule direction.

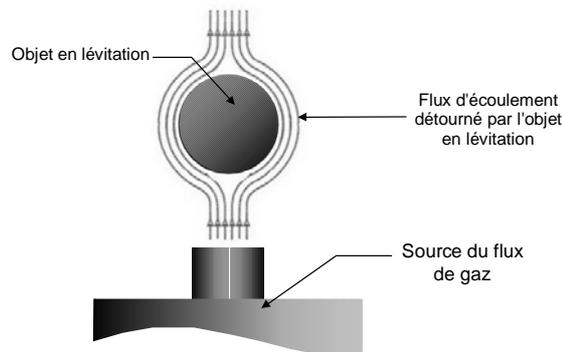
Les inconvénients de la lévitation électrostatique se résument ainsi :

- lévitation asservie ;
- tensions d’alimentation de l’ordre du kV ;
- nécessité de charger l’échantillon régulièrement à une fréquence dépendant de la nature du milieu dans lequel l’objet lévite ;

2.2.3 Lévitation aérodynamique

Dans la lévitation aérodynamique, l’objet en lévitation reste suspendu sous l’action du flux d’un gaz ascendant². L’écoulement de ce flux, au contact d’un objet solide, est détourné de sa voie normale. Les caractéristiques du nouvel écoulement ainsi obtenu sont fonctions de la vitesse du flux ainsi que du profil de l’objet. La figure 2.8 présente la structure conventionnelle pour la réalisation de la lévitation aérodynamique d’un objet présentant des symétries.

². Le plus souvent, le gaz employé est de l’air.

FIG. 2.8 – *Lévitiation aérodynamique.*

La lévitation aérodynamique repose sur le principe de Bernoulli³. C'est un principe de la mécanique des fluides selon lequel l'énergie mécanique totale d'un écoulement de fluide stationnaire, incompressible et sans frottement est constante le long d'une ligne de courant de cet écoulement. L'équation de Bernoulli est exprimée par :

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{constante} \quad (2.9)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} P & : \text{ pression exercée par le fluide} \\ \rho & : \text{ densité du fluide} \\ v & : \text{ vitesse d'écoulement} \\ h & : \text{ hauteur d'écoulement} \\ g & : \text{ accélération de la gravité} \end{cases}$$

L'équation (2.9) traduit le fait que pour une hauteur d'écoulement constante les quantités P et v vont varier de sorte à toujours satisfaire l'équation (2.9) (ρ , g étant constants). Ainsi, si la vitesse d'écoulement du fluide augmente la pression exercée diminue en conséquence et *vice versa*.

Par analogie, ce principe est utilisé pour expliquer en partie la stabilité de la lévitation aérodynamique. Lorsque le flux de gaz est en contact avec l'objet en lévitation, il exerce sur celui-ci une force de poussée susceptible⁴ de compenser la force gravitationnelle. Par ailleurs, si cette force est suffisante pour stabiliser la lévitation suivant la direction \vec{z} , elle n'est pas effective suivant \vec{x} et \vec{y} . La stabilité suivant ces directions est possible en partie⁵ grâce à l'effet Bernoulli. La position d'équilibre se trouve au centre du flux⁶. En effet, tant que l'objet reste au centre du flux, les pressions exercées par l'écoulement du

3. Principe initialement formulé par le mathématicien et physicien suisse Daniel Bernoulli en 1738.

4. L'amplitude de la force de poussée dépend de la vitesse du flux d'écoulement.

5. En réalité, d'autres phénomènes complexes sont mis en jeu au même moment et l'effet Bernoulli ne peut à lui seul être la cause de la stabilité induite.

6. Sous réserve que l'objet présente des symétries.

flux sont les mêmes sur les faces de l'objet (voir figure 2.9). Par conséquent, toutes les forces agissant dans le plan (xOy) étant de même amplitude, cela implique que l'objet reste au centre du flux. Dès que cet objet s'écarte de sa position d'équilibre, la vitesse d'écoulement est plus faible du côté où l'objet s'est déplacé. Ainsi, la pression s'en trouve augmentée. La différence de pression sur les faces de l'objet fait qu'il est aspiré vers le centre du flux. La position naturellement stable engendrée par la différence de pression fait de la lévitation aérodynamique une lévitation active non asservie.

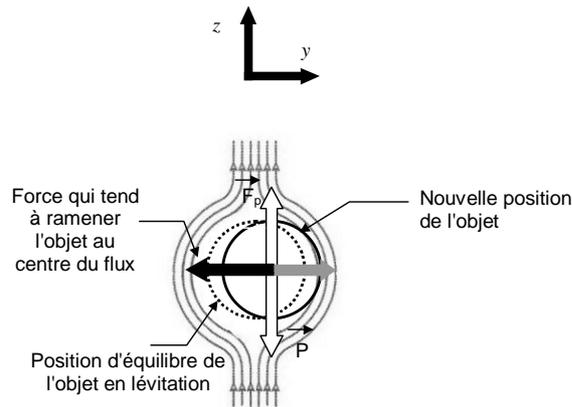


FIG. 2.9 – Mise en évidence de la stabilité suivant le plan.

La lévitation aérodynamique se présente aussi sous une autre forme ainsi que le montre la figure 2.10. Dans celle-ci, l'effet Bernoulli n'est pas présent et seule la poussée suivant \vec{z} est présente. Ceci a pour effet de supprimer la position d'équilibre obtenue par l'effet Bernoulli. Pour autant, la lévitation reste stable suivant les directions \vec{x} et \vec{y} car les conditions d'écoulement ne sont pas les mêmes. Dans cette configuration, de l'air à vitesse constante s'échappe en flux laminaire à travers une structure formée de petits orifices. La surface de contact avec l'objet est telle qu'il n'est plus possible au flux de le contourner. Par conséquent, aucune force due à l'écoulement du flux n'agit suivant les directions \vec{x} et \vec{y} . L'objet est ainsi libre de se mouvoir suivant ces directions. Ce principe est notamment utilisé dans le développement des tables à coussin d'air servant à l'étude du mouvement d'un solide dans des conditions de frottement réduit.

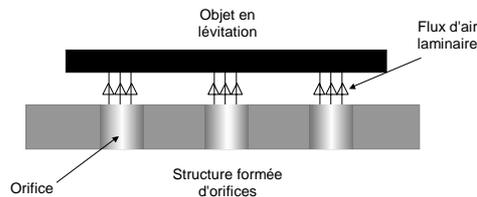


FIG. 2.10 – Principe de la table à coussin d'air.

Applications de la lévitation aérodynamique

La lévitation aérodynamique est peu utilisée sous sa première forme (voir figure 2.8). L'argument majeur en défaveur de son utilisation est le fait que la position de l'objet en lévitation oscille énormément. Ceci est essentiellement causé par les conséquences de l'écoulement du flux d'air. Les turbulences, rotations et/ou inclinaisons de l'objet en lévitation, etc., sont à l'origine de cette lévitation *perturbée*⁷. Les phénomènes mis en jeu qui se superposent durant la lévitation sont si complexes que même un asservissement évolué ne serait que faiblement efficace pour contrôler la position de la lévitation. Ainsi, sous cette forme, la lévitation aérodynamique reste réservée plutôt pour la réalisation de systèmes ludiques.

La seconde forme (voir figure 2.10) dans laquelle se présente la lévitation aérodynamique est plus répandue. Néanmoins, en raison de ses spécificités⁸, elle se voit plus communément employée pour la conception de convoyeurs. Citons, dans ce domaine, les travaux de Konishi (Konishi et Fujita 1994) qui ont mené à la réalisation d'un système de convoyage à deux degrés de liberté et aux dimensions millimétriques. Le convoyeur est formé d'une matrice de modules élémentaires par lesquels de l'air s'échappe. Chaque module est constitué d'un ensemble : actionneur, capteur et circuit d'alimentation. La figure 2.11 présente la structure du convoyeur ainsi que celle du module élémentaire. Les dimensions respectives sont notées sur cette même figure. La matrice est réalisée par des techniques de réalisation salle blanche à partir d'un substrat (wafer) en silicium. L'actionneur qui contrôle l'échappement de l'air, dans chaque module élémentaire, est similaire à un système de clapet. L'ouverture et la fermeture de l'actionneur se fait par effet électrostatique. Le débit d'air en sortie des actionneurs peut être régulé indépendamment dans chaque module. La figure 2.12 présente la structure de l'actionneur ainsi que son mode de fonctionnement. Le débit d'air à la sortie des actionneurs est de $3 \times 10^{-4} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ pour une pression totale de 2 KPa .

Il est possible, en alimentant convenablement chaque actionneur, de réaliser le positionnement de l'échantillon en silicium suivant le plan à une hauteur de lévitation de $60 \mu\text{m}$.

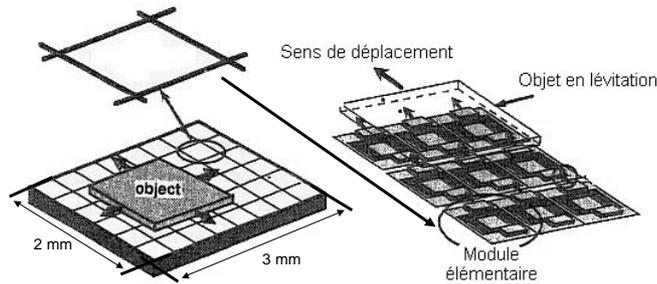
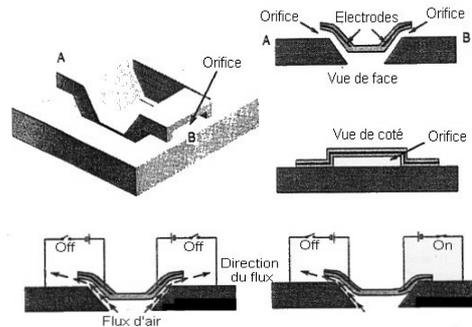
Avantages et inconvénients de la lévitation aérodynamique

Les avantages apportés par l'utilisation de la lévitation aérodynamique, indifféremment sous ses deux formes, se résument ainsi :

- lévitation non asservie ;
- facilité de mise en œuvre ;
- possibilité de faire léviter des objets de masse importante (de l'ordre du Kg) ;

7. Nous utilisons ce terme pour décrire une lévitation oscillante autour d'une position stable.

8. Une des spécificités est que l'effet Bernoulli n'étant plus effectif, l'objet peu se mouvoir librement au dessus de la structure formée d'orifices.

FIG. 2.11 – *vue schématique du convoyeur.*FIG. 2.12 – *Détails et fonctionnement de l'actionneur aérodynamique.*

Les inconvénients de la lévitation aérodynamique sont :

- conditions de lévitation fortement liées à la forme de l'objet à faire léviter ;
- s'emploie seulement pour des objets peu déformables ;
- phénomènes mis en jeu complexes et couplés ;
- lévitation sensible aux perturbations extérieures⁹.

2.2.4 Lévitation par faisceau laser

La lévitation par faisceau laser est une variante du laser trapping¹⁰ qui, sous l'action de la focalisation d'un spot laser, permet de déplacer des objets de quelques μg . La lévitation par faisceau laser s'apparente à de la lévitation active et non asservie dont le concept a été découvert récemment. Le laser trapping, qui utilise une seule source laser, n'offre pas la possibilité de soulever l'échantillon focalisé. La figure 2.13 présente le bilan des forces appliquées par une source laser sur un échantillon sphérique. La sphère en position statique subit, en plus de son poids \vec{P} et de la force de contre-réaction \vec{R} ¹¹,

9. Un exemple caractéristique est le passage de la main proche d'un banc de lévitation aérodynamique.

10. Concept introduit dans le chapitre 1, section 1.1.4 et page 17.

11. Les forces \vec{p} et \vec{R} ne sont pas représentées par souci de lisibilité.

deux forces \vec{F}_n et \vec{F}_t (de l'ordre de quelques picoNewtons) dues à la focalisation du faisceau. La direction de la force \vec{F}_t est colinéaire avec l'axe central passant par le long du faisceau laser (Taguchi et al. 2000). La direction de la force \vec{F}_n , quant à elle, est normale à l'axe du faisceau (Taguchi et al. 2000). Si F_{tx} et F_{nx} sont les composantes respectives de \vec{F}_t et \vec{F}_n suivant \vec{x} , la sphère se meut jusqu'à ce que l'équilibre soit établi. Plus le centre de gravité G de la sphère se rapproche de l'axe du faisceau plus la composante F_{nx} diminue. A présent, si la source laser se déplace suivant \vec{x} en même temps que la sphère, l'équilibre statique n'est jamais atteint et la sphère continue à suivre le faisceau. Le module des forces \vec{F}_n et \vec{F}_t dépend en partie¹², pour une puissance de laser donnée, des distances d_z et d_x .

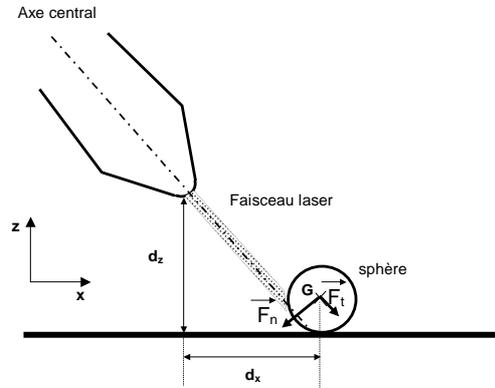


FIG. 2.13 – Bilan des forces extérieures appliquée par une source laser.

Afin de soulever l'échantillon et le faire léviter, l'utilisation de deux sources laser de même puissance s'impose. Sous certaines conditions (espacement entre les sources, positions de celles-ci, etc.), il est possible de créer un point d'équilibre stable dans l'espace. La figure 2.14 présente la configuration permettant de réaliser la lévitation ainsi que le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet en sustentation. Notons que comme les faisceaux laser excitent cette fois-ci la moitié supérieure de la sphère, les forces \vec{F}_n sont maintenant dirigées vers le haut et compensent le poids de la sphère.

Notons qu'aux échelles micrométrique considérées la force gravitationnelle n'est pas prépondérante, ainsi la position d'équilibre suivant \vec{z} s'obtient lorsque les forces produites par les sources laser se compensent. La position d'équilibre suivant la direction \vec{x} se trouve très exactement à $d_x/2$. En déplaçant convenablement les sources laser suivant les mêmes directions, le point d'équilibre dans l'espace est déplacé ainsi que la position de l'échantillon.

12. L'indice de réfraction de la sphère conditionne également le module de ces forces.

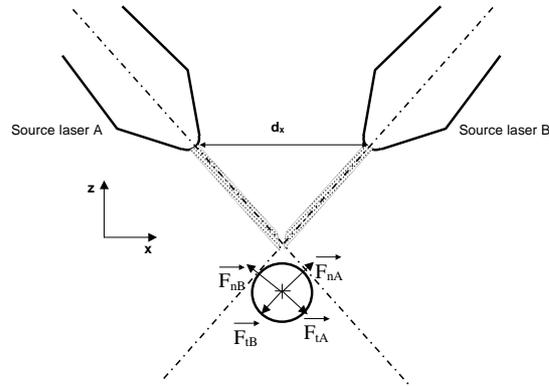


FIG. 2.14 – Bilan des forces extérieures dans le cas de deux sources laser.

Applications de la lévitation par faisceau laser

A notre connaissance et en raison de l'émergence assez récente de cette technique, il n'existerait qu'un seul domaine applicatif de la lévitation par faisceau laser : Taguchi (Taguchi et al. 2000) a réalisé un dispositif de micromanipulation sans contact de sphères de $6 \mu m$ de rayon. Deux faisceaux laser sont déportés par des fibres optiques de $11 \mu m$ de diamètre dans un substrat d'éthanol. Un microscope optique couplé à un moniteur permet de visualiser les objets manipulés. Enfin, des actionneurs à trois degrés de liberté x , y et z (translations) sont disposés judicieusement dans le but de déplacer les fibres optiques. Les auteurs ont notamment étudié l'influence de l'espacement entre les fibres optiques pour la réalisation de la lévitation. Ceci a abouti à l'établissement d'un modèle qui permet de déterminer l'orientation optimale des fibres.

Avantages et inconvénients de la lévitation par faisceau laser

Les avantages de l'utilisation de la lévitation par faisceau laser sont :

- lévitation non asservie ;
- peut être réalisée dans différents types de milieux¹³ ;
- dimensions compactes du banc expérimental.

Les inconvénients sont :

- matériel onéreux ;
- limitée à la lévitation d'objets de dimensions micrométriques ;
- principe non reproductible aux dimensions macroscopiques ;
- plage de zone de stabilité restreinte ;
- sensible aux phénomènes vibratoires.

13. Sous réserve que l'indice de réfraction du milieu soit inférieur à celui des objets à faire léviter.

2.2.5 Lévitation par champ magnétique

La lévitation fondée sur le phénomène magnétique est, probablement, le principe de lévitation le plus répandu. Ses atouts restent le faible coût, la facilité de mise en œuvre ou encore la robustesse. De plus, la lévitation magnétique se décline sous deux formes différentes rendant ainsi son utilisation d'autant plus attrayante. Par convention, les deux formes dont il est question sont appelées lévitation magnétique et lévitation diamagnétique. La différence majeure entre ces deux formes réside dans l'utilisation de matériaux qui exhibent des comportements différents lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique extérieur. Ainsi, la lévitation magnétique utilise communément des matériaux ferromagnétiques tandis que la lévitation diamagnétique utilise des matériaux diamagnétiques. Alors qu'un matériau ferromagnétique est attiré, lorsqu'il est soumis à un champ magnétique extérieur, vers les zones de forte intensité, le matériau diamagnétique, quant à lui, présente un comportement totalement contraire. Cette différence de comportement implique que la lévitation magnétique est une lévitation active et asservie alors que la lévitation diamagnétique est passive et non asservie¹⁴. Ceci ne fait pas pour autant de la lévitation diamagnétique la meilleure approche. Selon le domaine applicatif, il conviendra d'utiliser plutôt l'une que l'autre.

De ce fait, il nous a paru légitime de décomposer cette section en deux parties distinctes dédiées à la lévitation magnétique et diamagnétique.

Lévitation magnétique

La lévitation magnétique repose sur le fait qu'un corps aimantable¹⁵ soumis à un champ magnétique (statique ou non) subit une force volumique qui tend à le rapprocher des zones à fort champ magnétique. L'intensité de cette force est conditionnée, d'une part, par l'intensité du champ magnétique extérieur appliqué et d'autre part par le degré d'aimantation du corps. Plus l'aimantation au sein du corps est importante plus la force magnétique l'est aussi. Actuellement, les matériaux les plus aimantables sont les matériaux ferromagnétiques¹⁶. La connaissance du cycle d'hystérésis du matériau utilisé est impérative afin d'éviter d'éventuels changements de comportement magnétique (désaimantation, inversion d'aimantation, etc.) qui risquent de nuire à la stabilité de la lévitation.

Qu'en est-il de la stabilité d'un corps aimanté plongé dans un champ magnétique statique? Sur un plan pratique, quelques éléments de réponses peuvent être apportés par l'expérience suivante: prenons deux aimants identiques et fixons l'un d'eux sur un bâti fixe (voir figure 2.15). À présent, essayons de trouver une position d'équilibre pour le second aimant tout le long de l'axe central de l'aimant fixe. Très rapidement, on va

14. Les sections suivantes mettent en évidence la nature passive/active et la stabilité/instabilité des deux formes de lévitation.

15. Terme employé pour désigner un matériau neutre au départ qui exhibe un comportement magnétique lorsqu'il est soumis à un champ magnétique.

16. Ils sont au nombre de trois: Fer (Fe), Cobalt (Co) et Nickel (Ni).

constater qu'il n'est pas possible de trouver une position stable. On observe que l'aimant à tendance, soit à se coller à celui du dessus, soit à tomber en chute libre. Il existe pourtant bien une position où la force magnétique compense parfaitement la force gravitationnelle mais cette position d'équilibre est instable (voir figure 2.15).

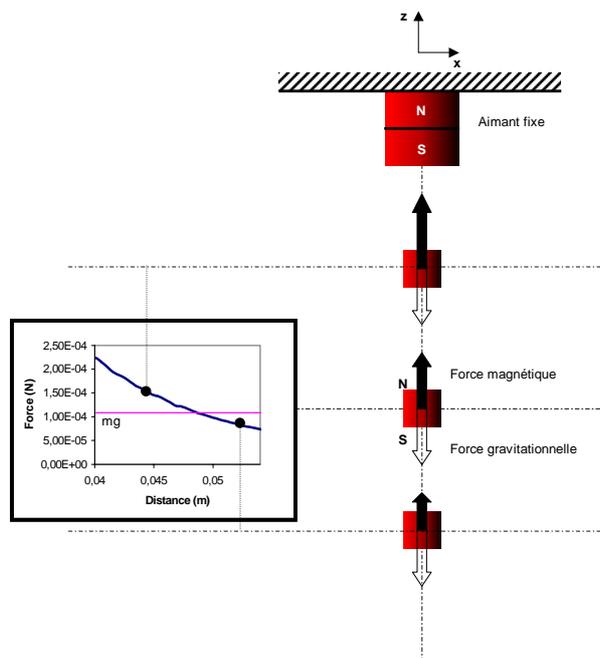


FIG. 2.15 – Mise en évidence de l'instabilité par approche expérimentale.

Sur un plan théorique, le théorème de Earnshaw¹⁷ (Earnshaw 1842) montre clairement qu'il n'est pas possible d'obtenir un point d'équilibre stable dans l'espace si le champ magnétique est statique. La démonstration simplifiée de ce théorème peut être formulée comme suit : considérons un corps ferromagnétique de volume V , de perméabilité magnétique relative $\mu_r > 1$ et d'aimantation rigide¹⁸ \vec{M} dans un élément P du matériau de volume dV . Ce dernier est placé dans un champ magnétostatique extérieur \vec{B} et subit un champ d'induction magnétique $\vec{B}(P)$ dans le volume dV . L'énergie d'interaction magnétostatique est :

$$U = - \iiint_V \vec{M} \cdot \vec{B}(P) dV \quad (2.10)$$

17. Théorème formulé par le mathématicien et physicien anglais Samuel Earnshaw en 1841.

18. Terme employé pour désigner un corps dont l'aimantation est peu sensible aux perturbations extérieures et constante dans tout son volume.

La force magnétique d'interaction \vec{F} est exprimée par :

$$\vec{F} = -\nabla U \quad (2.11)$$

Or, les raideurs produites par cette force suivant les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} en coordonnées cartésiennes sont :

$$\begin{aligned} K_x &= -\frac{\partial F_x}{\partial x} \\ K_y &= -\frac{\partial F_y}{\partial y} \\ K_z &= -\frac{\partial F_z}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.12)$$

De 2.11 et 2.12 on obtient :

$$\sum K_i = K_x + K_y + K_z = -\text{div}(\vec{F}) = -\text{div}(-\nabla U) = \nabla^2 U \quad (2.13)$$

Appliquons l'opérateur Laplacien ∇^2 à l'équation (2.10) :

$$\nabla^2 U = -\iiint_V \nabla^2(\vec{M} \cdot \vec{B}(P)) dV \quad (2.14)$$

$$= -\iiint_V \vec{M} \cdot (\nabla^2 \vec{B}(P)) dV \quad \text{puisque } \vec{M} \text{ est constant.} \quad (2.15)$$

Or, pour un champ magnétostatique la propriété suivante est toujours vérifiée :

$$\nabla^2 \vec{B} = 0 \quad (2.16)$$

Ainsi, l'équation (2.13) devient :

$$\sum K_i = K_x + K_y + K_z = 0 \quad (2.17)$$

Cela signifie qu'au moins une des raideurs engendrées par la force magnétique \vec{F} est négative. Par conséquent, l'équilibre suivant l'axe correspondant sera instable. La lévitation d'un corps ferromagnétique dans un champ magnétostatique est alors impossible. De plus, ceci reste vrai indépendamment de la géométrie des sources magnétostatiques utilisées puisque la démonstration découle de la propriété même du champ magnétostatique.

L'instabilité engendrée fait que la lévitation magnétique doit être stabilisée par l'introduction d'une boucle de régulation. La configuration classique qui permet de faire léviter un corps ferromagnétique est présentée à la figure 2.16. La régulation s'opère seulement suivant l'axe \vec{z} . En effet, les forces magnétiques dans le plan tendent à déplacer l'objet en lévitation vers le centre de l'électroaimant. L'emploi de ce dernier ainsi que l'usage de la boucle de régulation fait de la lévitation magnétique une lévitation active et asservie.

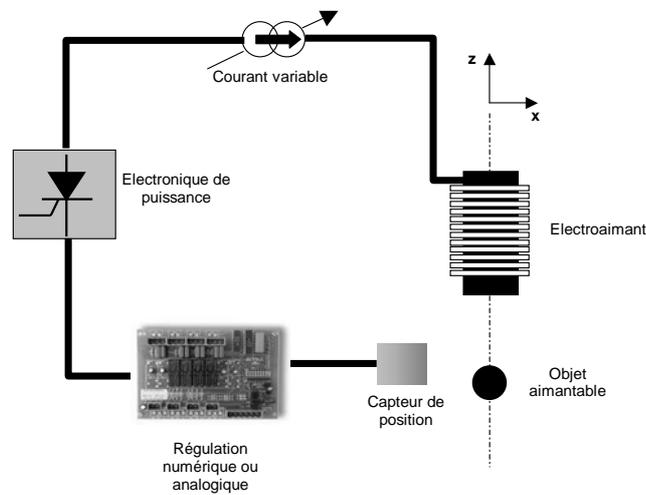


FIG. 2.16 – Lévitation des corps ferromagnétiques.

Application de la lévitation magnétique

La lévitation magnétique suscite un grand intérêt et a bon nombre d'applications. Dans ces conditions, il nous semble difficile de décrire une seule réalisation qui puisse, de manière pertinente, résumer les applications de la lévitation magnétique. Ainsi, nous présentons simplement les domaines applicatifs avec les références bibliographiques correspondantes pour faciliter d'éventuelles recherches par le lecteur.

La lévitation magnétique s'emploie aussi bien pour la réalisation de systèmes de convoyage (Post et Ryutov 2000) que pour la réalisation de moteurs rotatifs dont le rotor est mis en lévitation (Komori et Yamane 2000). Des systèmes de micropositionnement à plusieurs degrés de liberté existent également (Klöpzig 1998) (Kim 2001). La lévitation magnétique s'applique aussi pour caractériser les propriétés magnétiques (susceptibilité, perméabilité relative, etc.) de certains matériaux. Enfin, la lévitation magnétique est utilisée pour la séparation de mélange sous forme de poudre par l'action du champ magnétique sur celle-ci. En effet, le mélange étant composé de plusieurs éléments qui réagissent différemment en présence d'un champ magnétique extérieur, la lévitation permet alors de faire léviter chaque famille d'éléments à une hauteur de lévitation différente des autres (Fujita et al. 2001).

Avantages et inconvénients de la lévitation magnétique

Les avantages de l'utilisation de la lévitation magnétique peuvent se résumer par les quelques points suivants :

- s'emploie dans trois type d'environnements : air, vide et aqueux ;
- facilité de mise en œuvre ;

- coût de revient relativement bas ;

Les inconvénients de la lévitation magnétique sont :

- lévitation asservie ;
- lévitation limitée à des objets aimantables ;
- système de nature non linéaire.

Lévitation diamagnétique

La lévitation diamagnétique est une approche à la fois originale et particulière. Originale, car elle permet de rendre la lévitation possible des objets ferromagnétiques dans un champ magnétostatique par l'ajout de matériaux diamagnétiques. Particulière, car elle s'applique plutôt à faire léviter des objets dont l'aimantation est importante et rémanente (aimants permanents)¹⁹. Mais alors, qu'en est-il du théorème de Earnshaw qui démontre qu'il est impossible de trouver un équilibre stable pour un corps ferromagnétique dans un champ magnétostatique? En réalité, lors de la formulation de ce théorème, les matériaux diamagnétiques n'étaient pas encore connus. La lévitation diamagnétique reste un cas dans lequel le théorème de Earnshaw ne s'applique pas.

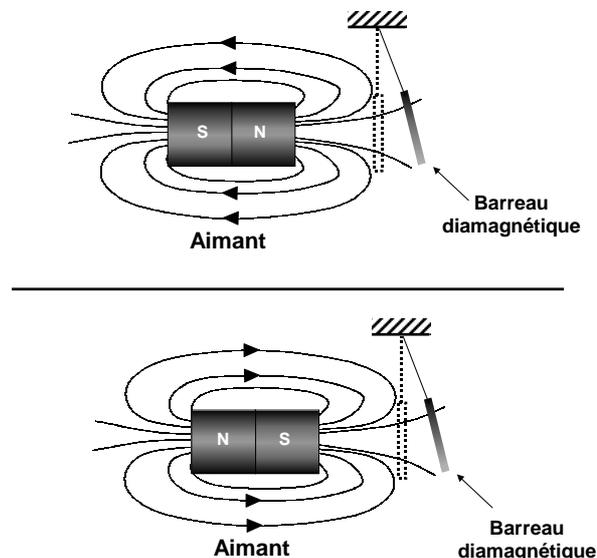


FIG. 2.17 – *Manifestation de l'effet diamagnétique à l'échelle macroscopique.*

¹⁹. Bien qu'il soit possible de faire léviter un corps diamagnétique dans un champ magnétostatique, ce cas de figure reste peu courant.

Lorsqu'un matériau diamagnétique est placé dans un champ magnétique extérieur, il exhibe un comportement magnétique particulier. Ce comportement peut être mis en évidence, à l'échelle macroscopique, par l'expérience suivante : on suspend un barreau d'un matériau diamagnétique à température ambiante au bout d'une ficelle (voir figure 2.17). La source du champ magnétique extérieur est produite par l'approche d'un aimant permanent à deux faces magnétiques et à fort champ rémanent²⁰. On présente au départ la face nord de l'aimant au matériau diamagnétique. Ce dernier a tendance à s'éloigner plus l'on tente de rapprocher la face nord de l'aimant. A présent, on présente la face sud de l'aimant au matériau diamagnétique en effectuant les mêmes opérations. On observe rigoureusement le même phénomène que précédemment, le barreau diamagnétique est repoussé. Ainsi, quelle que soit la direction du champ magnétique extérieur appliqué, une force d'interaction de nature répulsive est appliquée sur le corps diamagnétique. Celle-ci tend à l'orienter vers les zones à faible intensité magnétique.

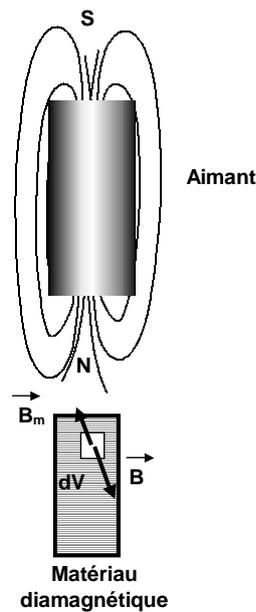


FIG. 2.18 – Manifestation de l'effet diamagnétique à l'échelle microscopique.

A l'échelle microscopique, le barreau diamagnétique se comporte ainsi : si l'on note le volume du corps V soumis à un champ magnétique extérieur \vec{B} , chaque volume élémentaire dV réagit alors en produisant une aimantation \vec{M} (voir figure 2.18). Le sens de ce vecteur d'aimantation est opposé à celui du champ magnétique appliqué dans ce volume élémentaire. Par ailleurs, l'aimantation produite au sein du matériau donne naissance à

²⁰. Souhaitable pour améliorer la visualisation du comportement du matériau diamagnétique.

Matériaux diamagnétiques	χ_m	$\mu_r = 1 + \chi_m$
Alcool	-7×10^{-6}	0,999993
Eau	-9.1×10^{-6}	0,9999909
Cuivre	-9.4×10^{-6}	0.9999906
Bismuth	-1.67×10^{-5}	0,9999833
Graphite	-12×10^{-5}	0,99988
Supraconducteurs	-1	0

TAB. 2.1 – Valeurs de la susceptibilité magnétique de quelques matériaux diamagnétiques.

un champ magnétique \vec{B}_m de même direction que le vecteur \vec{M} . Ainsi, on se retrouve avec deux vecteurs magnétiques \vec{B} et \vec{B}_m dirigés en sens opposé dans le volume dV . Il en résulte une force d'interaction qui tend à repousser le matériau diamagnétique afin de minimiser l'énergie magnétique totale. L'intensité de la force produite dépend essentiellement, pour une même source magnétique extérieure, de la susceptibilité magnétique $\chi_m = \mu_r - 1$ du matériau diamagnétique. Ainsi, le classement des matériaux diamagnétiques se fait sur la base de ce facteur. Compte tenu du fait que la perméabilité relative de ces matériaux est inférieure à l'unité, la susceptibilité magnétique est toujours négative. Plus le facteur χ_m se rapproche de la valeur -1, plus le phénomène diamagnétique s'accroît. Le tableau 2.1 donne les valeurs de χ_m pour quelques matériaux diamagnétiques. Notons que dans le cas d'un matériau diamagnétique parfait (supraconducteur) la susceptibilité magnétique χ_m vaut -1. Les matériaux diamagnétiques, hormis les supraconducteurs, ne manifestent qu'un effet diamagnétique réduit.

La lévitation diamagnétique est une lévitation passive et non asservie. Comme nous l'avons mentionné au début de cette section, la lévitation diamagnétique peut s'employer pour faire léviter un corps diamagnétique. Ce type de configuration a vite été abandonné dans le cas des matériaux diamagnétiques fonctionnant à température ambiante. L'effet diamagnétique réduit de ces derniers impose l'utilisation d'un champ magnétique de forte intensité pour assurer la lévitation. De nos jours, la lévitation à base de supraconducteurs est la plus représentative de la lévitation des corps diamagnétiques, elle porte aussi le nom de lévitation supraconductrice.

La lévitation diamagnétique permet également de réaliser la lévitation d'un aimant permanent dans un champ magnétostatique. Cette autre configuration s'appuie sur l'utilisation de matériaux faiblement diamagnétiques à température ambiante. Bien que l'effet diamagnétique reste faible, il suffit amplement pour stabiliser la lévitation d'un aimant permanent dans un champ magnétostatique. Il existe trois configurations de base dans ce cas. Chacune d'elle est représentée à la figure 2.19.

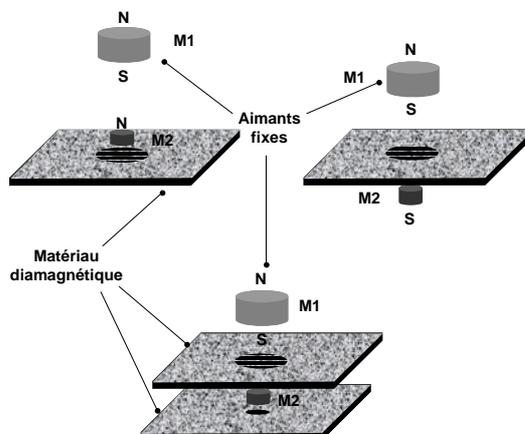


FIG. 2.19 – Configuration de base permettant d’assurer la lévitation diamagnétique à température ambiante.

Dans les configurations possibles présentées, l’aimant $M1$ est fixé sur un rail vertical mobile²¹ afin de pouvoir moduler sa hauteur. Cette dernière grandeur influence sur le domaine de lévitation de l’aimant $M2$. Le matériau diamagnétique est fixe. Il est intéressant de constater que les vecteurs d’aimantation des aimants permanents sont de même sens dans toutes les configurations de lévitation. Ceci implique que les aimants s’attirent. Ce choix vient du fait que la configuration où les aimants se repoussent est peu facile à réaliser en pratique. Cette difficulté découle de l’existence du couple magnétique $\vec{\Gamma}^{mag}$ qui tend à aligner l’aimantation \vec{M} de l’aimant $M2$ avec les lignes de champ magnétique de l’aimant $M1$. Comme l’aimantation est rigide dans un aimant permanent, ceci provoque la rotation de l’aimant $M2$.

Dans chacune des configurations possibles, le matériau diamagnétique joue le rôle d’un agent répulsif du champ magnétique produit par l’aimant en suspension $M2$. Le matériau diamagnétique étant fixe, il exerce une force contraire au sens de déplacement de l’aimant $M2$. Le module de cette force augmente à mesure que $M2$ se rapproche du matériau diamagnétique. Rappelons que l’intensité de la force de répulsion exercée varie en fonction de deux paramètres : l’intensité du champ magnétique appliqué et la nature du matériau diamagnétique utilisé.

La configuration en haut à gauche ainsi que les notions relatives à la lévitation diamagnétique sont présentées au chapitre 3, paragraphe 3.2.1. Outre le fait d’expliquer la stabilité naturelle introduite par l’utilisation du matériau diamagnétique, un bilan complet des forces appliquées à l’aimant y est présenté.

21. Non représenté sur la figure 2.19 par souci de lisibilité.

Application de la lévitation diamagnétique

En termes applicatifs la lévitation diamagnétique, sous ses deux formes²², suscite un grand intérêt du fait que cette lévitation s'affranchit de l'utilisation d'un asservissement. De plus, la passivité apportée par l'emploi d'aimants permanents garantit une autonomie de fonctionnement aux produits conçus sur cette base. Cependant, l'effet diamagnétique restant faible à température ambiante, cela oblige à utiliser la lévitation diamagnétique de façon particulière (voir chapitre 3).

Afin de mettre en évidence le concept de la lévitation diamagnétique, nous allons dans ce qui suit présenter deux réalisations : une à base de supraconducteurs et l'autre avec un matériau diamagnétique faiblement diamagnétique à température ambiante. Simon (Simon et al. 1968) a réalisé, il y a de cela déjà quelques décennies, un inclinomètre aux performances spectaculaires. Ce capteur avait pour application la mesure de la dérive de l'inclinaison du relief dans le domaine de la géophysique. Un élément important caractérisant ce capteur est qu'il présente une faible dérive de la mesure dans le temps. Ainsi, des mesures géophysiques, étalées sur plusieurs mois, ont pu être réalisées sans avoir recours au réétalonnage du capteur. Le capteur repose sur le principe de la lévitation d'un corps diamagnétique dans un champ magnétostatique. La figure 2.20 présente une vue schématique du corps diamagnétique en lévitation.

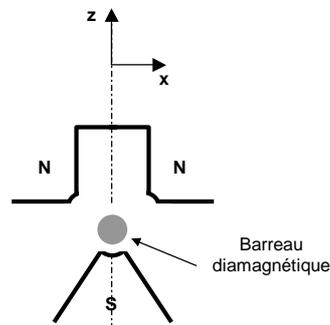


FIG. 2.20 – Vue agrandie de de l'inclinomètre.

Le matériau diamagnétique utilisé est du graphite, l'un des matériaux les plus diamagnétique à température ambiante. Le champ magnétique est produit par l'intermédiaire d'aimants permanents dont les formes ont été optimisées afin de répondre au mieux au cahier des charges imposé. L'inclinomètre est de forme cylindrique de 15 cm de haut et 10 cm de diamètre. Un moteur à courant continu permet de régler l'espacement entre les aimants. La rotation ainsi que le déplacement axial du corps diamagnétique est dé-

22. Les deux formes en question sont celles où on utilise le champ magnétique pour suspendre un matériau diamagnétique ou bien où on utilise le matériau diamagnétique pour faire léviter des aimants permanents.

tecté par la présence de photodiodes disposées autour du barreau de graphite. La forme du champ magnétique obtenu fait que la caractéristique du capteur est linéaire sur une large plage de fonctionnement. La figure 2.21 présente la caractéristique du capteur. L'axe des abscisses représente la rotation ainsi que le déplacement suivant \vec{y} du barreau diamagnétique.

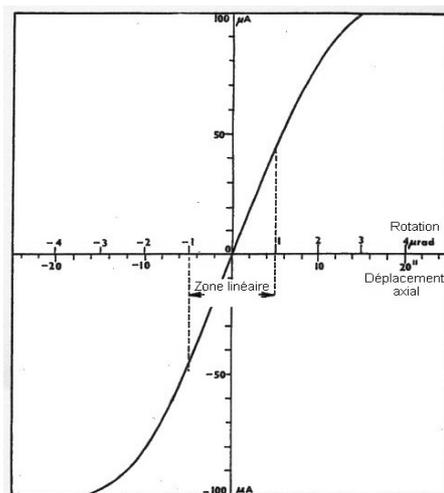


FIG. 2.21 – *Caractéristique du capteur.*

Les auteurs ont également étudié la dérive du capteur en fonction du temps. Dans cette optique, un relevé expérimental a été établi sur un mois et demi dans des conditions quasi-optimales. Le résultat de la mesure montre qu'une faible déviation de l'ordre de $0,1 \mu rad$ est observée. Ceci montre notamment que l'effet diamagnétique est relativement stable dans le temps.

Moser (Moser et al. 2001) a réalisé un moteur dont le rotor est maintenu en suspension par un principe de lévitation diamagnétique. La configuration utilisée est similaire à l'une des configurations de base présentées à la figure 2.19 à une différence près. Celle-ci réside dans le fait que l'aimant en suspension, qui constitue le rotor, est emprisonné dans une enceinte diamagnétique (bismuth) au lieu d'être compris entre deux plaques diamagnétiques. Ceci permet de recentrer le rotor durant la rotation. La figure 2.22 présente une vue de coupe du moteur. Quatre bobines sont disposées autour de la structure pour générer un champ magnétique tournant. Les signaux en quadrature de phase sont de nature sinusoïdale alimentant deux bobines en série. Le rotor est un disque d'aimant permanent de 5 mm de diamètre et $2,5 \text{ mm}$ d'épaisseur. Les vitesses maximales de révolution sont de 846 tr.min^{-1} .

La lévitation supraconductrice a été utilisée par Kim (Kim et al. 1991) pour la conception d'un convoyeur aux dimensions millimétriques. Il est composé d'un substrat supra-

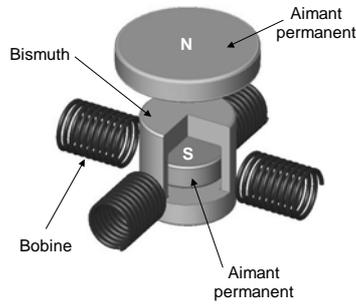


FIG. 2.22 – Moteur à sustentation diamagnétique.

conducteur sur lequel est déposé un réseau de fils conducteurs. Étant donné que l'effet diamagnétique est important, nul n'est besoin d'utiliser un second aimant pour assurer la lévitation. En effet, les forces de répulsion produites sont suffisantes pour produire la position d'équilibre. La figure 2.23 présente une vue schématique du convoyeur. Un aimant permanent parallélépipédique de 8 mg est déposé au dessus du réseau de conducteurs. L'effet diamagnétique assure la stabilité de la lévitation tandis que le réseau assure le déplacement de l'aimant. Ainsi, en alimentant convenablement et successivement le réseau de conducteurs, l'aimant en sustentation subit l'action de la force de Lorentz qui tend à l'orienter vers la zone d'équilibre. La force de Lorentz applique un effort de l'ordre de $30\ \mu\text{N}$ sur l'aimant. La vitesse maximale qu'il est possible d'atteindre est de l'ordre de $7\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ à une hauteur de lévitation constante de $100\ \mu\text{m}$.

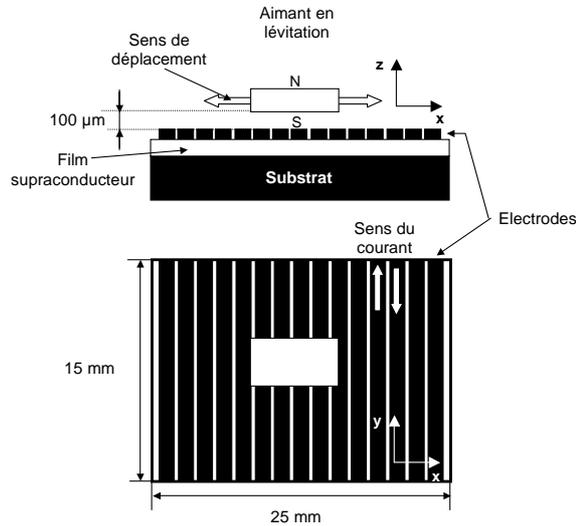


FIG. 2.23 – Vue schématique du moteur à lévitation supraconductrice.

Avantages et inconvénients de la lévitation diamagnétique

Les avantages introduits par l'utilisation de la lévitation diamagnétique sous ces deux formes sont :

- lévitation passive et non asservie ;
- dérive du matériau diamagnétique relativement faible en cours du temps.

Cependant, les inconvénients peuvent se rapporter aux points suivants :

- manifestation à température ambiante d'un effet diamagnétique de faible amplitude ;
- température de fonctionnement très basse pour les supraconducteurs ;
- masse de l'aimant en sustentation intervenant dans les conditions de lévitation.

2.3 Quelle lévitation pour la conception d'un capteur de forces ?

Jusqu'à présent nous avons présenté les différentes formes que pouvait avoir la lévitation. Dans l'optique de la réalisation d'un capteur de forces, nous nous proposons de choisir un principe de lévitation parmi plusieurs. Pour ce faire, nous allons au départ nous fixer un certain nombre de contraintes qui, à terme, constitueront les caractéristiques du capteur. Ces contraintes sont :

- **plage de mesure (ou étendue de mesure)** : l'ordre des forces mesurées en microrobotique varie typiquement dans la plage du mN au nN . Un capteur de forces équipé d'une partie mobile offrant des débattements importants est le plus susceptible de pouvoir assurer cette plage de mesure de forces ;
- **résolution de mesure** : le capteur devra avoir une résolution la plus grande possible afin de mesurer des variations de forces les plus faibles possibles ; soit typiquement de l'ordre du nN ;
- **mesure *multi-directionnelle*** : il est souhaitable qu'on puisse mesurer les différentes composantes de la force qu'elles soient positives ou négatives. La mesure des différentes composantes nécessite que le phénomène de lévitation utilisé engendre le plus de raideurs possible ;
- **stabilité naturelle** : on privilégie le fait que le capteur n'ait pas recours à l'utilisation d'une boucle d'asservissement pour la réalisation de la lévitation. Ceci permet notamment de réduire le nombre nécessaires de capteurs de position ;

Afin de pouvoir choisir le principe de lévitation adéquat pour la conception du capteur de forces, nous avons établi un récapitulatif de certaines caractéristiques des différents principes de lévitation (voir tableau 2.2)²³.

Nature de lévitation	Principe	Nature de la source	Asservissement	Nombre de raideurs engendrées	Résolution de mesure de forces	Débattements maximaux des parties compliantes
Acoustique	onde acoustique stationnaire	active	non	1	mN	mm
Électrostatique	champ électrostatique	active	oui	3	μN	cm
Aérodynamique	pression du flux et effet de Bernoulli	active	non	3	-	mm
	pression du flux	active	non	1	μN	mm
Faisceau laser	pression lumineuse	active	non	3	pN	nm
Champ magnétique	champ électromagnétique	active	oui	3	nN	cm
	champ magnétostatique et diamagnétisme faible	passive	non	3	nN	cm
	champ magnétostatique et supraconducteurs	passive	non	1	mN	cm

TAB. 2.2 – Récapitulatif des caractéristiques de la lévitation sous ses formes existantes.

D'après ce tableau, la lévitation acoustique présente l'inconvénient majeur de ne pas être compatible avec les résolutions de mesure souhaitées. De plus, l'utilisation de ce

²³. Ces caractéristiques sont valables que pour les configurations présentées dans les sections précédentes.

phénomène physique n'engendre qu'une seule raideur²⁴. Une mesure *multi-directionnelle* n'est pas possible. La lévitation acoustique ne peut être retenue comme solution.

La lévitation aérodynamique, sous ses deux formes, soit oscille énormément soit n'engendre pas suffisamment de raideurs. La solution de la lévitation par effet aérodynamique ne peut alors être retenue.

Le tableau 2.2 montre que la lévitation par faisceau laser permet d'obtenir une bonne résolution de mesure de forces. Cependant, en raison des faibles débattements de la partie en sustentation, ce principe ne peut être retenu.

La lévitation utilisant le champ magnétique, sous ces deux premières formes, présente de bonnes performances en vue de la réalisation du capteur de forces. La lévitation par champ magnétostatique avec utilisation de l'effet diamagnétique de faible amplitude est celle qui ne nécessite pas d'asservissement et celle qui produit le plus de raideurs. Ainsi, ce principe sera retenu.

La lévitation électrostatique présente de bonnes caractéristiques pour la conception du capteur de forces. Néanmoins, la nature de la source électrostatique implique l'utilisation d'un asservissement. Nous retiendrons le principe électrostatique dans un premier temps et ce en dépit de la nécessité de l'utilisation d'un asservissement.

A ce stade de la sélection, deux principes physiques ont été retenus : la lévitation par champ électrostatique et par champ magnétique. Nous allons nous intéresser à la dernière contrainte qui est la stabilité naturelle. Parmi les deux principes physiques retenus, la lévitation par champ magnétostatique à l'aide de matériaux diamagnétiques opérant à température ambiante est la solution qui répond au mieux à cette contrainte. Elle réunit les caractéristiques suivantes : débattements de l'ordre du *cm*, résolution de mesure de forces de l'ordre du *nN*, trois raideurs pour une mesure multi-directionnelle de forces. Enfin elle ne nécessite pas d'asservissement pour assurer la lévitation. Ainsi, nous choisissons ce principe de lévitation pour concevoir le capteur de forces.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la lévitation et les principes physiques sur lesquels elle repose. Les principaux domaines applicatifs de la lévitation ont été mis en évidence par la description d'un certain nombre de travaux et de réalisations. Enfin, nous avons comparé les formes de lévitation existantes en vue de la conception d'un capteur de forces. Pour la microrobotique, un "bon" capteur de forces reposant sur un principe de lévitation doit notamment pouvoir assurer une mesure de forces sur une étendue de mesure allant de quelques *nN* à plusieurs *mN* avec une résolution approchant le *nN*. De plus, il est intéressant de pouvoir effectuer une mesure de force suivant plusieurs

24. Il s'agit de la raideur suivant la direction de la force gravitationnelle.

directions. Cela impose que le principe de lévitation produise un nombre de raideurs suffisants. La solution que nous avons retenue, à savoir par champ magnétostatique à l'aide de matériaux diamagnétiques opérant à température ambiante, est *a priori* la seule qui réponde le mieux aux contraintes imposées. Cependant notons que si le principe de lévitation retenu répond le mieux aux contraintes imposées, il nous renseigne guère sur la façon dont le capteur de forces doit être réalisé. On peut s'interroger par exemple sur la configuration la plus adéquate pour atteindre nos objectifs de résolution et de plage de mesure, sur les problèmes liés à l'utilisation de l'effet diamagnétique ou magnétique dans le cas d'une mesure de forces. Le chapitre suivant présente en détail la démarche que nous avons suivie pour concevoir le capteur de forces.

Chapitre 3

Conception et réalisation du capteur de forces

Au cours de ce chapitre, nous allons détailler la démarche qui a guidé la conception et la réalisation du capteur de forces. Avant d'aborder ces deux problématiques, nous introduisons au début de ce chapitre certaines notions et définitions concernant les milieux magnétiques. Outre le fait de faciliter la compréhension du mémoire, elles ont pour but d'introduire les notations conventionnelles que nous adopterons par la suite.

3.1 Notions et définitions

3.1.1 Matériaux magnétiques

Il existe dans la nature différents matériaux aux propriétés magnétiques. Ces matériaux sont dits *matériaux magnétiques*. La particularité de ces corps est qu'ils peuvent devenir une source de champ magnétique sous certaines conditions. Très souvent, les phénomènes magnétiques observés dans ces matériaux sont très faibles à l'état naturel. Ainsi pour la plupart des corps, les propriétés magnétiques ne se manifestent réellement qu'en présence d'un activateur. A l'échelle microscopique, les matériaux magnétiques sont formés de domaines magnétiques appelés aussi domaines de Weiss (Jiles 1998) (Kittel 1998). Chaque domaine magnétique possède une aimantation \vec{M} d'origine atomique (voir figure 3.1). A l'état d'équilibre, sans application d'un champ magnétique extérieur, l'aimantation totale dans le matériau est nulle. L'agitation thermique provoque l'orientation des domaines dans toutes les directions avec une égale probabilité. Ceci explique pourquoi ces corps n'exhibent qu'une faible manifestation magnétique à l'état naturel. Lorsque ces corps sont soumis à un champ magnétique extérieur, les domaines magnétiques s'orientent et une aimantation moyenne apparaît. Ceci a pour effet de créer un champ magnétique issu du corps magnétique même. La direction de l'aimantation moyenne obtenue suite à l'application du champ dépend de la nature du corps. On dénombre trois types de matériaux magnétiques : ferromagnétiques, paramagnétiques et

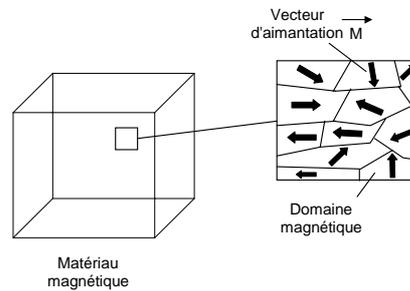


FIG. 3.1 – Représentation des domaines magnétiques.

diamagnétiques.

Dans les matériaux ferromagnétiques, l'aimantation moyenne est orientée dans le même sens que le champ extérieur imposé. L'agitation thermique étant faible dans ces corps, l'aimantation totale ne tend pas à s'annuler. Ainsi, l'aimantation créée au sein de ces corps augmente jusqu'à saturation. Si la source magnétique extérieure est supprimée par la suite, les corps ferromagnétiques conservent une aimantation globalement constante. Ces corps ont la particularité de modifier de façon considérable la forme du champ magnétique dans lequel ils sont plongés. Si la forme du champ magnétique extérieur est non uniforme, une force d'attraction se crée, dont l'action tend à faire rapprocher les corps ferromagnétiques vers les zones de forte intensité.

Les matériaux paramagnétiques présentent un comportement semblable aux matériaux ferromagnétiques. La seule différence est que l'agitation thermique est prépondérante. Ainsi, l'orientation des moments magnétiques ne suffit pas à compenser cet effet et l'aimantation moyenne reste faible. Ceci a aussi pour effet de réorienter les domaines magnétiques lorsque la source magnétique extérieure est annulée. Une aimantation nulle apparaît alors de nouveau dans ces corps. Il est donc prévisible que les matériaux paramagnétiques ne modifient que faiblement la forme du champ magnétique extérieur dans lequel ils sont introduits. Pour les mêmes raisons, les corps paramagnétiques sont attirés vers les zones de forte intensité lorsque le champ magnétique extérieur est non uniforme. En revanche, l'intensité de la force d'attraction reste nettement plus faible que pour les corps ferromagnétiques.

Les matériaux diamagnétiques réagissent différemment à la présence d'un champ magnétique extérieur. Celui-ci provoque un mouvement orbital des électrons qui induit une orientation des domaines magnétiques opposée au champ exciteur. Le comportement est alors similaire à une spire créant un courant qui s'oppose au champ. En revanche, l'aimantation moyenne résultante s'annule lorsque la source magnétique extérieure est supprimée. En raison des comportements décrits, les corps diamagnétiques sont repoussés vers les zones de faible intensité magnétique lorsqu'ils sont soumis à un champ magné-

tique non uniforme.

Par convention, on désigne le champ magnétique appliqué aux corps magnétiques par *champ d'excitation magnétique* \vec{H} (en A/m). Le champ magnétique produit au sein des corps magnétiques suite à l'application de \vec{H} est appelé *champ d'induction magnétique* \vec{B} (T). Dans le vide, les deux grandeurs vectorielles \vec{H} et \vec{B} sont liées par la *perméabilité magnétique du vide* μ_0 , par la relation linéaire :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (3.1)$$

Dans un matériau magnétique isotrope¹ une nouvelle grandeur vectorielle, *l'aimantation* \vec{M} , se superpose au champ d'excitation \vec{H} pour traduire l'influence du milieu. Les grandeurs vectorielles \vec{H} et \vec{B} restent toujours colinéaires quel que soit le matériau magnétique. En revanche, le coefficient de proportionnalité dépend du matériau magnétique utilisé. La relation qui lie les grandeurs \vec{H} et \vec{B} est exprimée comme suit :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (3.2)$$

$$= \mu_0 \vec{H} + \vec{J} \quad (3.3)$$

La grandeur vectorielle $\vec{J} = \mu_0 \vec{M}$ désigne la polarisation magnétique du matériau. Elle est exprimée en Tesla. Le vecteur aimantation \vec{M} est lié au champ d'excitation magnétique \vec{H} par la relation suivante :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (3.4)$$

χ_m désigne la *susceptibilité magnétique* du matériau. Elle reste sans unité et peut être négative ou positive. Cette grandeur, selon la nature du matériau magnétique, conditionne la direction de l'aimantation \vec{M} au sein du corps pour un vecteur d'excitation magnétique \vec{H} .

Si on utilise l'équation (3.4) dans (3.2), on obtient :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \quad (3.5)$$

$$= \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \mu_r = 1 + \chi_m \quad (3.6)$$

$$= \mu \vec{H} \quad \mu = \mu_0 \mu_r \quad (3.7)$$

On désigne par μ la *perméabilité magnétique*² du matériau. Elle est exprimée en $H.m/A$. La grandeur μ_r désigne la *perméabilité magnétique relative* et n'a pas d'unité.

A titre de synthèse, le tableau 3.1 résume l'ensemble des grandeurs vectorielles et scalaires que nous avons introduit. Les corps magnétiques présentent des caractéristiques

1. Un élément magnétique est dit isotrope s'il possède les mêmes propriétés magnétiques suivant toutes les directions.

2. Elle est également appelée perméabilité absolue.

Désignation	Grandeurs	Définitions	Unités SI
champ d'excitation magnétique	\vec{H}	champ magnétique excitateur produit par une source extérieure	A/m
champ d'induction magnétique	\vec{B}	champ magnétique produit par les corps magnétiques en réaction au champ excitateur	Tesla
aimantation	\vec{M}	le mouvement orbital des électrons est à l'origine de l'aimantation. Elle est propre aux corps magnétiques et s'accroît en présence du champ \vec{H}	A/m
polarisation magnétique	\vec{J}	elle désigne la polarisation magnétique que prend un corps magnétique	Tesla
susceptibilité magnétique	χ_m	elle conditionne la direction de l'aimantation \vec{M} dans les corps magnétiques. Elle peut être positive comme négative en fonction de la nature du corps magnétique	sans unité
perméabilité du vide	μ_0	elle traduit le degré de perméabilité du vide au champ magnétique	H.m/A
perméabilité absolue	μ	elle traduit le degré de perméabilité des matériaux magnétiques au champ magnétique produit par une source extérieure	H.m/A
perméabilité relative	μ_r	elle constitue la perméabilité relative des corps magnétique par rapport à celle du vide	sans unité

TAB. 3.1 – *Récapitulatif des grandeurs magnétiques.*

différentes en fonction du champ d'excitation magnétique appliqué. Ce type de caractéristique est reporté sur un graphique $J(H)$ liant la polarisation magnétique \vec{J} au champ d'excitation magnétique \vec{H} . Cette courbe porte le nom de *courbe d'aimantation initiale*. L'observation de cette courbe permet notamment de classer les matériaux magnétiques en plusieurs catégories. Cette caractéristique est obtenue en faisant croître le champ d'excitation \vec{H} dans lequel le corps magnétique est plongé. En même temps on mesure,

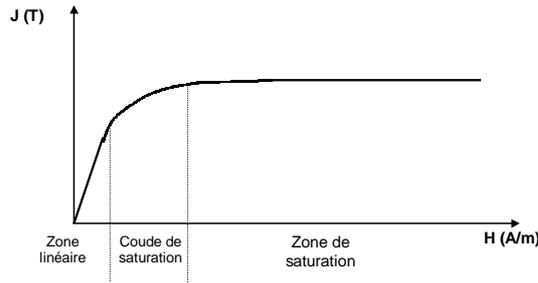


FIG. 3.2 – *Illustration du comportement magnétique des corps ferromagnétiques.*

par des procédés adéquats, la polarisation magnétique obtenue.

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, le champ d'induction magnétique évolue de manière non linéaire. Ce phénomène magnétique est présenté à la figure 3.2. Notons que la caractéristique $J(H)$ présente trois zones particulières :

- une zone linéaire : le matériau ferromagnétique réagit linéairement à l'excitation magnétique ;
- un coude de saturation : au cours de cette transition, l'aimantation \vec{M} au sein du matériau ne varie que faiblement. Un phénomène de saturation commence à s'observer ;
- une zone de saturation : l'induction magnétique au sein du corps ne varie plus et reste constante même si le champ d'excitation est augmenté.

La largeur des zones citées dépend de la nature des corps ferromagnétiques. On recense deux catégories : les matériaux ferromagnétiques doux et durs. Ces derniers présentent des zones plus étendues que ceux des matériaux ferromagnétiques doux.

Les matériaux paramagnétiques quant à eux exhibent un comportement linéaire (voir figure 3.3). Cette linéarité s'explique par le fait que l'aimantation moyenne étant faible au sein de ces matériaux lors de l'application du champ excitateur \vec{H} , il n'est pas possible en pratique d'observer le phénomène de saturation. Les propriétés magnétiques de ces corps font que, pour l'instant, ils restent inexploités.

Enfin, les matériaux diamagnétiques présentent également une caractéristique $J(H)$ linéaire (voir figure 3.3). Cependant, la pente de cette caractéristique est négative. Ceci vient du fait que la valeur de χ_m est négative dans le cas des corps diamagnétiques. Les matériaux diamagnétiques se divisent en deux classes : diamagnétiques faibles et parfaits. La première classe ne présente qu'une faible manifestation diamagnétique en présence du champ \vec{H} à température ambiante. La seconde classe ne présente également qu'un très faible effet diamagnétique à température ambiante. Cependant, s'ils sont amenés

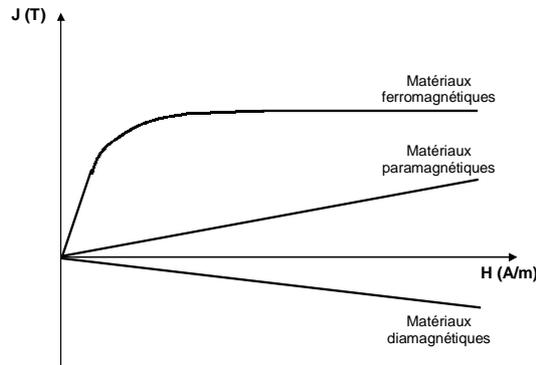


FIG. 3.3 – Illustration du comportement magnétique des corps magnétiques.

et maintenus en dessous d'une certaine température critique (de l'ordre de 34 K), ils deviennent des corps diamagnétiques parfaits ($\chi_m = -1$).

3.1.2 Matériaux magnétiques durs

On désigne par *matériau magnétique dur* un corps capable d'acquérir une aimantation importante et de garder un flux d'induction constant, tout en résistant aux éléments qui tendent à le désaimanter (Yonnet 2000). La perte d'aimantation se produit le plus souvent lors d'application d'un champ magnétique contraire à la polarisation magnétique du corps. La désaimantation peut être occasionnée par le corps magnétique lui-même ou par des sources magnétiques extérieures (aimants, sources électriques, etc.).

Les matériaux magnétiques durs désignent aussi une certaine classe de corps magnétiques. Il s'agit des matériaux ferromagnétiques. Nous avons vu dans le paragraphe précédent, par le biais de la courbe de première aimantation, que ces matériaux présentaient une caractéristique magnétique non linéaire. Afin de compléter l'étude sur ces matériaux et notamment les conditions de désaimantation, la caractéristique $J(H)$ est enrichie. Ainsi, à partir d'un point (J, H) de la courbe de première aimantation, le champ d'excitation \vec{H} est diminué (voir figure 3.4).

On observe alors que la diminution de la polarisation magnétique ne se fait pas suivant le même chemin que la courbe initiale. Le nouveau tracé fait que la polarisation magnétique ne s'annule plus lorsque le champ d'excitation est nul. Il subsiste alors une *polarisation rémanente* J_r à champ d'excitation nul. Si l'on continue à diminuer le champ d'excitation magnétique, la polarisation magnétique au sein du corps s'annule pour la valeur H_{cJ} communément appelée *champ coercitif de polarisation*. A ce stade de l'évolution, la polarisation s'est "inversée" de moitié dans le volume du corps ferromagnétique. La poursuite de la diminution du champ d'excitation fait que la polarisation magnétique continue à s'inverser jusqu'à saturation à la valeur $-J_s$. Ce même cycle est reproduit

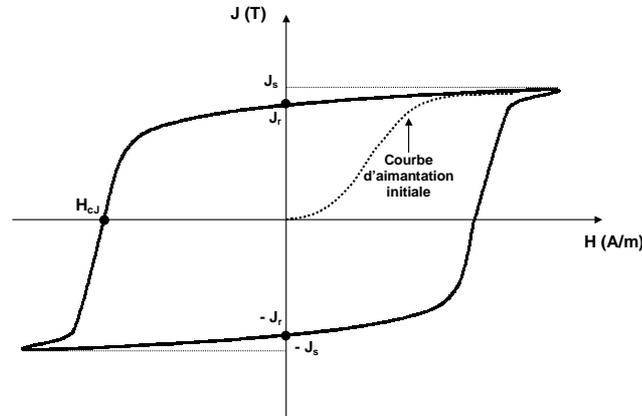


FIG. 3.4 – Cycle d'hystérésis.

en augmentant la valeur du champ d'excitation à partir de la valeur de saturation $-J_s$. La nouvelle caractéristique $J(H)$ obtenue par la diminution et l'augmentation du champ d'excitation magnétique est appelée *cycle d'hystérésis*. Le comportement magnétique des matériaux ferromagnétiques est influencé par la température car le cycle d'hystérésis se resserre lorsque la température augmente.

Enfin, notons l'existence de matériaux ferromagnétiques particuliers, les ferrimagnétiques (ferrites). Ils présentent la particularité de ne pas être de bons conducteurs électriques. Ainsi, ils ne favorisent pas la création des courants de Foucault³ ce qui les destine à des applications en haute fréquences (selfs radiofréquences, alimentation à découpage, etc.).

3.1.3 Aimants permanents

Les aimants permanents⁴ à l'état naturel sont connus depuis longtemps. La *Pierre d'aimant* (aimant naturel) a été découverte dans la ville de Magnésie en Asie mineure. Cette pierre est composée notamment d'oxydes de fer qui se sont aimantés par l'action du champ magnétique terrestre ou par la foudre. Les premières utilisations de la pierre d'aimant furent des réalisations de boussoles utilisées par les premiers navigateurs chinois.

Les aimants artificiels sont apparus par la suite. Les premières descriptions datent du *XVII^e* siècle. Composés d'aciers durs, ils étaient forgés et ensuite refroidis dans le sens du champ magnétique terrestre. Leur utilisation se résumait simplement à des fins ludiques et d'attraction dans les foires.

3. Courants apparaissant dans les masses magnétiques soumises à des champs variables.

4. Les aimants permanents font partie de la famille des matériaux durs.

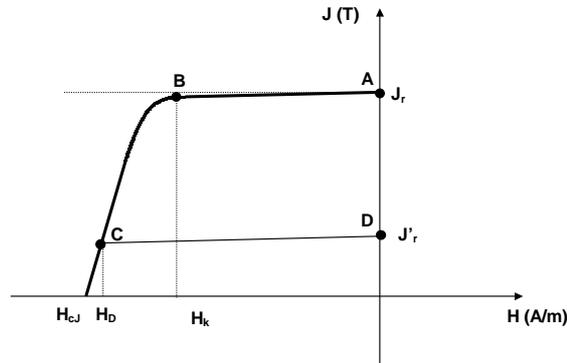


FIG. 3.5 – *Courbe de désaimantation.*

Le développement important des aimants artificiels ne s'est fait qu'au début du XX^e siècle. La course à la miniaturisation des systèmes audio et vidéo a beaucoup contribué à ce développement. De nombreux matériaux ont fait l'objet d'études mais seulement quelques matériaux constituent les aimants d'aujourd'hui. Les aimants permanents sont en grande partie formés de matériaux ferromagnétiques et de leur alliages. Les aimants permanents sont essentiellement au nombre de quatre : les Alnicos, les ferrites, les samarium-cobalt et les néodyme-fer-bore.

Cycle d'hystérésis et courbe de désaimantation

La courbe du cycle d'hystérésis dans le second quadrant (J positif, H négatif) permet de déduire des informations sur la désaimantation des aimants permanents. Cette partie de la courbe est communément appelée *courbe de désaimantation*. La figure 3.5 présente un exemple illustratif. On constate que la polarisation magnétique diminue légèrement le long du tronçon AB . Cet effet est totalement réversible tant que la valeur du champ d'excitation magnétique reste inférieure à H_k . Au delà de cette valeur les moments magnétiques commencent à s'orienter dans le sens opposé et ce de manière irréversible. Si par exemple le champ d'excitation est annulé en C , la polarisation magnétique va revenir en D en suivant une ligne quasiment parallèle à la droite AB . La valeur du champ H_k est importante car elle caractérise la limite de réversibilité au delà de laquelle les moments magnétiques s'orientent de manière irréversible. Autrement dit, c'est un stade où l'aimant commence à perdre de son aimantation. La grandeur H_k est appelée *champ critique*.

Très souvent, les constructeurs d'aimants fournissent la caractéristique $B(H)$ à l'intérieur de l'aimant en guise de courbe de désaimantation au lieu de $J(H)$. En effet, étant donné que les aimants permanents sont utilisés comme sources de flux magnétique, la caractéristique $B(H)$ donne directement la valeur de l'induction magnétique pour un champ exciteur appliqué. Cette nouvelle caractéristique $B(H)$ se déduit directement de celle de $J(H)$ car les grandeurs sont liées entre elles. Rappelons que le champ d'in-

duction \vec{B} produit par un matériau magnétique soumis à un champ d'excitation \vec{H} est donné par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} \quad (3.8)$$

Cette relation vectorielle peut s'écrire sous forme algébrique sous réserve que les grandeurs vectorielles \vec{B}, \vec{H} et \vec{J} restent colinéaires. Puisque les domaines magnétiques s'orientent dans le même sens que les lignes de champ induites par l'excitation \vec{H} . Par conséquent, \vec{M} et donc \vec{J} sont colinéaires à \vec{H} . Cette condition est vérifiée puisque le champ d'excitation magnétique \vec{H} est appliqué dans le même sens que l'aimantation de l'aimant permanent. La relation algébrique s'écrit alors :

$$B(H) = \mu_0 H + J(H) \quad (3.9)$$

Pour déterminer la valeur de l'induction magnétique pour un champ d'excitation H_a à un point donné, il suffit alors d'ajouter la valeur de la polarisation magnétique en ce point à $\mu_0 H_a$. La détermination de l'ensemble de la caractéristique $B(H)$ se fait graphiquement. La figure 3.6 présente un exemple de détermination de la caractéristique $B(H)$ (représentée en traits discontinus) à partir de la courbe de désaimantation. Deux nouvelles grandeurs (représentées sur la figure 3.6) interviennent pour compléter les informations sur la désaimantation des aimants. Il s'agit de B_r l'induction rémanente et H_{cB} le champ coercitif d'induction. La première grandeur désigne l'induction rémanente lorsque le champ d'excitation est nul. Contrairement à ce qu'on peut penser, la valeur de B_r n'est pas le seul facteur qui détermine si l'aimant est "puissant" ou pas⁵. La seconde grandeur est la valeur du champ d'excitation magnétique pour laquelle l'induction magnétique produite par l'aimant est nulle.

A présent, pour terminer ce paragraphe soulevons quelques idées reçues qui sont sources de confusion et d'erreur. En premier lieu, il faut savoir que seule la polarisation magnétique au sein d'un aimant (ou de manière générale d'un matériau ferromagnétique) sature lorsque le champ d'excitation est augmenté. L'induction magnétique, elle, continue à croître à mesure que le champ d'excitation augmente. En pratique, la valeur de H_{cB} n'a pas de réelle importance. En effet, si cette valeur donne comme indication que l'induction magnétique au sein de l'aimant est nulle, l'aimantation ne l'est pas. Ceci se traduit par le fait que l'induction magnétique produite par l'aimantation de l'aimant est égale, en module et de sens opposé à celle du champ d'excitation magnétique. La grandeur H_{cJ} est plus représentative puisque c'est la valeur pour laquelle l'aimant permanent est globalement désaimanté.

Produit $(B.H)_{max}$

Le produit $(B.H)_{max}$ est utilisé pour caractériser l'intensité du champ d'induction magnétique \vec{B} de l'aimant ainsi que sa capacité à conserver son aimantation. Ceci vient

5. L'explication détaillée est donnée dans le paragraphe intitulé $(B.H)_{max}$ de ce chapitre.

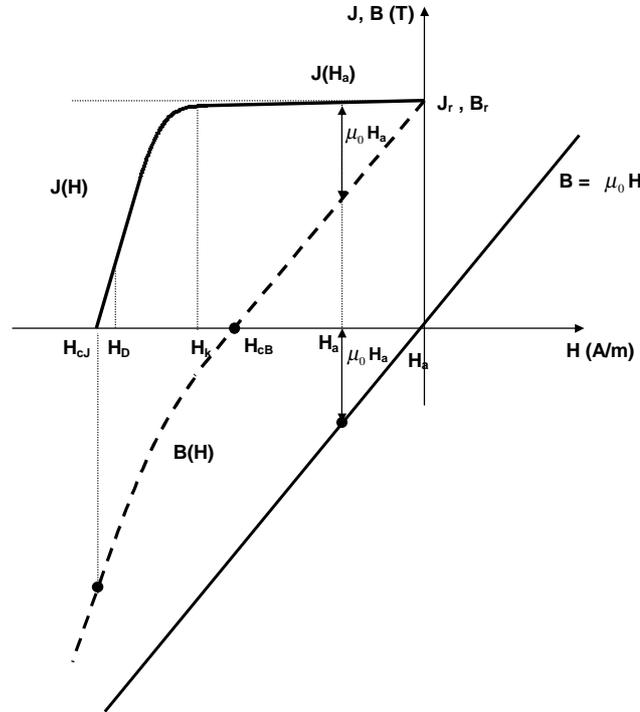


FIG. 3.6 – Détermination de la caractéristique $B(H)$ à partir de $J(H)$.

du fait que l'énergie magnétostatique est proportionnelle au produit $B.H.V$, où V représente le volume de l'aimant. En pratique, on souhaite avoir un aimant de petite taille mais avec de bonnes performances (B_r élevé, $|H_{cJ}|$ élevé, etc.). Cela suppose donc que le produit $B.H$ soit maximal pour un volume donné.

Le produit $B.H$ peut s'exprimer pour un aimant idéal par (Yonnet 2000) :

$$B.H = \frac{B_r^2}{4\mu_0} \quad (3.10)$$

Le produit $B.H$ est maximal pour :

$$\begin{cases} B = \frac{B_r}{2} \\ H = \frac{B_r}{2\mu_0} \end{cases} \quad (3.11)$$

Cette valeur maximum $(B.H)_{max}$ peut être obtenue par le tracé du produit $(B.H)$ en fonction de B et mis en correspondance avec la courbe de désaimantation. Cette grandeur s'exprime en J/m^3 . Un aimant permanent est d'autant plus "puissant", qu'il possède une induction rémanente B_r importante et une plage de fonctionnement dans la zone réversible qui s'étend au moins jusqu'à $(B.H)_{max}$.

Modélisation analytique des aimants permanents

L'induction magnétique \vec{B} produite par un aimant permanent, à l'extérieur de celui-ci, en circuit ouvert⁶ peut être calculée par des modèles appropriés. Parmi, les modèles possibles nous avons retenu celui qui consiste à remplacer l'aimant permanent par une distribution de charges magnétiques sur ces pôles. Par convention, le pôle nord de l'aimant est représenté par des charges positives et le pôle sud par des charges négatives. Cette approximation est valable lorsque l'induction à mesurer reste à une distance suffisamment grande devant les dimensions de l'aimant. L'aimantation de l'aimant peut être alors assimilée à un moment magnétique concentré au centre de l'aimant (Yonnet 2000).

3.1.4 Magnétostatique

Le terme magnétostatique est employé lorsque les champs magnétiques produits par les sources sont stationnaires (indépendantes du temps).

Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont une formulation générale du champ magnétique. Elles sont décrites par :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.12)$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.13)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (3.14)$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j} \quad (3.15)$$

En magnétostatique, le fait que les sources électriques sont inexistantes et que la variation de l'induction magnétique est nulle en fonction du temps, amène à écrire :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (3.17)$$

Les équations de Maxwell se réduisent dans ce cas à :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (3.18)$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (3.19)$$

où \vec{B} représente le champ d'induction magnétique produit par un aimant permanent. \vec{j} représente la densité de courant de charge. Ce vecteur est formé par les deux courants

6. Ce terme désigne le fait qu'il n'existe pas de pièces polaires.

volumiques : \vec{j}_{in} et \vec{j}_{ext} . Tout deux expriment respectivement le courant volumique interne au matériau et la densité du courant externe. La relation vectorielle qui lie ces grandeurs entre elles est :

$$\vec{j} = \vec{j}_{in} + \vec{j}_{ext} \quad (3.20)$$

En magnétostatique, l'absence de bobines comme sources magnétiques implique que les courants extérieurs \vec{j}_{ext} sont nuls. De plus, l'aimantation \vec{M} est liée aux courants internes par la relation (Feynman 1999a) (Feynman 1999b) :

$$\vec{j}_{in} = \text{rot } \vec{M} \quad (3.21)$$

Ainsi, l'équation (3.19) devient :

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \text{rot } \vec{M} \quad (3.22)$$

Par conséquent, le champ d'induction magnétique \vec{B} produit par un élément magnétique possédant une aimantation \vec{M} vérifie les relations suivantes :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (3.23)$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \text{rot } \vec{M} \quad (3.24)$$

Les équations (3.23) et (3.24) permettent de définir \vec{B} de manière unique pour une aimantation \vec{M} donnée. On peut alors démontrer que l'unicité de \vec{B} permet d'écrire ce même champ vectoriel comme le rotationnel d'une fonction vectorielle unique (Purcell 2001) :

$$\vec{B} = \text{rot } \text{rot } \vec{A} \quad (3.25)$$

$$= \nabla \times \vec{A} \quad (3.26)$$

\vec{A} est appelé le *potentiel vecteur*. La relation 3.26 représente le produit vectoriel (noté \times) entre l'opérateur ∇ défini comme :

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T \quad (3.27)$$

et le potentiel vecteur \vec{A} . Très souvent, le potentiel vecteur est utilisé comme intermédiaire de calcul pour la détermination de l'induction magnétique \vec{B} produite par une

distribution de courants donnée ou encore une aimantation \vec{M} . Les trois composantes scalaires du champ d'induction magnétique peuvent s'écrire à partir de l'équation (3.26) :

$$B_x = (\nabla \times \vec{A})_x = \nabla_y A_z - \nabla_z A_y = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \quad (3.28)$$

$$B_y = (\nabla \times \vec{A})_y = \nabla_z A_x - \nabla_x A_z = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (3.29)$$

$$B_z = (\nabla \times \vec{A})_z = \nabla_x A_y - \nabla_y A_x = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \quad (3.30)$$

où ∇_x représente $\frac{\partial}{\partial x}$. Dans ce cas, si on connaît le potentiel vecteur \vec{A} produit par une source magnétique avec aimantation donnée, il est alors possible de déterminer les composantes de l'induction magnétique \vec{B} en tout point de l'espace.

Le potentiel vecteur, produit par une source magnétique à la position $M_1(x_1, y_1, z_1)$, dû à la présence d'une distribution de courants dans un volume élémentaire aimanté dV à la position $M_2(x_2, y_2, z_2)$ est donnée par l'expression suivante (Purcell 2001) :

$$\vec{A}(x_1, y_1, z_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(x_2, y_2, z_2)}{r_{12}} dV \quad (3.31)$$

où $r_{12} = \|\vec{M}_1 M_2\|$.

Habituellement, la détermination analytique du potentiel vecteur \vec{A} se limite à des cas particuliers tels que : fil rectiligne, boucle de courant, solénoïde infini. En revanche, l'intégration de l'équation (3.31) peut devenir difficile lorsqu'il s'agit de géométries complexes ou faisant appel à plusieurs sources magnétiques. Actuellement, il existe sur le marché des logiciels de simulation par éléments finis qui déterminent le potentiel vecteur \vec{A} pour la quasi totalité des problèmes.

Théorème de superposition

Les équations de base de la magnétostatique (3.18) et (3.19) sont linéaires en \vec{B} et \vec{J} . Ceci implique que le théorème de superposition est applicable dans le cas de la magnétostatique. Ce théorème est utile lorsqu'il s'agit de déterminer le champ d'induction magnétique en un point de l'espace provoqué par plusieurs sources de polarisation magnétique \vec{J} . Le champ produit est alors la somme de chaque contribution indépendante due à la polarisation magnétique.

Prenons l'exemple de deux aimants qui engendrent deux champs d'induction magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 en un point x, y et z de l'espace. Le champ d'induction magnétique total \vec{B}_0 engendré par ces deux sources est alors exprimé par :

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad (3.32)$$

Lorsque des symétries existent dans une configuration qui comprend des sources magnétiques, ce théorème s'avère très utile pour faciliter le calcul de l'induction magnétique.

3.2 Conception du capteur de forces

Dans le chapitre 2 nous avons choisi la nature du phénomène physique que nous allons employer pour réaliser la lévitation. Notre choix s'est porté sur une lévitation par champ magnétique passive et non asservie ; en l'occurrence une lévitation diamagnétique à température ambiante. Dans cette même optique, nous allons aborder à présent les choix qui nous ont permis de concevoir le capteur de forces. On verra notamment le choix du matériau diamagnétique, des aimants permanents et de la configuration du capteur. Cette étude sera précédée d'un exemple de lévitation diamagnétique. Cet exemple permettra de présenter le bilan des forces qui s'appliquent sur l'aimant en lévitation ainsi que la stabilité naturelle obtenue grâce à l'emploi du graphite.

3.2.1 Lévitation diamagnétique : exemple didactique

Nous allons nous intéresser à la lévitation diamagnétique d'un aimant permanent dans l'une des configurations citées dans le chapitre 2 (section 2.2.5 page 56). La figure 3.7 rappelle les trois configurations possibles. Nous avons choisi la configuration où le matériau diamagnétique est disposé en dessous de l'aimant en sustentation (configuration en haut à gauche). Ce dernier lévite au centre du matériau diamagnétique. Nous noterons l'aimant en lévitation $M2$ et l'aimant attracteur $M1$. L'aimant $M2$ de type (NdFeB) a une forme cylindrique de $1,63\text{ mm}$ de diamètre et $0,39\text{ mm}$ d'épaisseur. L'aimant $M1$ est un aimant cylindrique de $2,6\text{ cm}$ de diamètre et $0,9\text{ mm}$ d'épaisseur. L'induction rémanente des aimants $M1$ et $M2$ est de $1,3\text{ T}$ et $0,95\text{ T}$ respectivement. Les deux aimants sont aimantés selon leur épaisseur. Le matériau diamagnétique utilisé est le graphite. De forme parallélépipédique, il mesure 4 cm de longueur, 4 cm de large et 1 cm d'épaisseur. Une séquence vidéo de la lévitation de l'aimant $M2$ est disponible dans le Cédérom joint à ce manuscrit (voir annexe B).

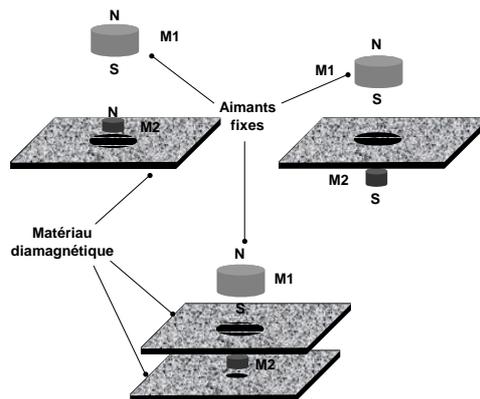


FIG. 3.7 – Configuration de base permettant d'assurer la lévitation diamagnétique à température ambiante.

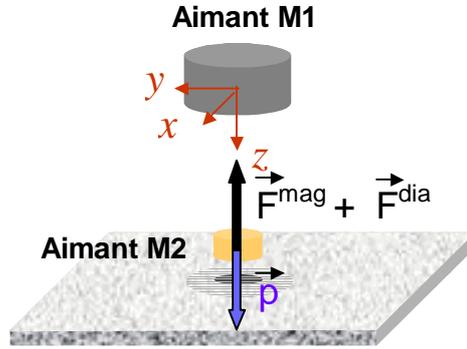


FIG. 3.8 – Bilan des forces extérieures qui s'exercent sur M2.

Bilan des forces

A la position d'équilibre statique et lorsqu'aucune force extérieure n'est appliquée à l'aimant en sustentation, trois forces s'appliquent sur M2. La figure 3.8 présente ce bilan des forces. On recense :

- la force \vec{F}^{mag} : elle représente la force d'attraction magnétique exercée par l'aimant M1 sur M2 ;
- la force \vec{F}^{dia} : elle représente la force exercée par le graphite sur l'aimant M2 ;
- la force \vec{P} : elle représente la force gravitationnelle (poids de M2).

A la position d'équilibre statique la relation suivante est vérifiée :

$$\vec{F}^{mag} + \vec{F}^{dia} + \vec{P} = \vec{0} \quad (3.33)$$

Dans ce qui suit, nous allons principalement nous intéresser à la stabilité suivant \vec{z} de l'aimant M2 car cette stabilité fait intervenir la force diamagnétique. La stabilité dans le plan (xOy) fait quant à elle intervenir la force magnétique \vec{F}^{mag} . Nous n'allons pas démontrer mathématiquement cette stabilité dans le plan (xOy) mais l'illustrer par une simulation sous **Flux3D**[®]. Cette simulation correspond au calcul du champ de forces exercé par l'aimant M1 sur l'aimant M2 à une hauteur z donnée (voir figure 3.9). On constate que la position d'équilibre de M2 se situe à la verticale du centre de l'aimant M1. Cette position d'équilibre correspond à la position $x=0$, $y=0$ et $z=h$ où h représente la hauteur de lévitation. En ce point, la force magnétique \vec{F}^{mag} n'a donc qu'une composante suivant \vec{z} .

Expression analytique des forces magnétique et diamagnétique

A présent que le bilan des forces a été établi sur l'aimant en lévitation, nous allons nous intéresser aux calculs des forces magnétique et diamagnétique.

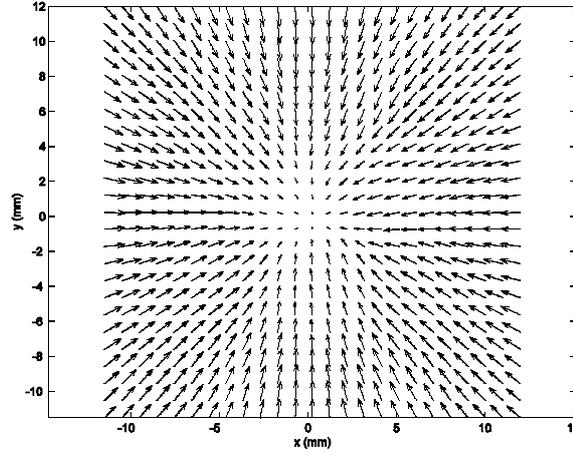


FIG. 3.9 – Champ de forces dans le plan (xOy) produit par l'aimant $M1$.

Notons \vec{B}_1 le champ d'induction magnétique produit par l'aimant $M1$. La force magnétique élémentaire qui s'exerce sur un élément P de volume dV d'aimantation \vec{M}_2 de l'aimant $M2$ s'exprime par le produit matriciel suivant (Bleaney et Bleaney 1976) :

$$(\vec{dF}^{mag})^T = (\vec{M}_2)^T (\vec{\nabla} \vec{B}_1(P)) dV \quad (3.34)$$

où $\vec{B}_1(P)$ représente le champ d'induction magnétique produit par $M1$ dans l'élément dV . Les grandeurs $(\vec{dF}^{mag})^T$ et $(\vec{M}_2)^T$ représentent les vecteurs transposés de la force \vec{dF}^{mag} et de l'aimantation \vec{M}_2 . L'opérateur $\vec{\nabla}$ appliqué au champ d'induction $\vec{B}_1(P)$ est égale à la matrice :

$$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial x} & \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial y} & \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial z} \\ \frac{\partial B_{1y}(P)}{\partial x} & \frac{\partial B_{1y}(P)}{\partial y} & \frac{\partial B_{1y}(P)}{\partial z} \\ \frac{\partial B_{1z}(P)}{\partial x} & \frac{\partial B_{1z}(P)}{\partial y} & \frac{\partial B_{1z}(P)}{\partial z} \end{array} \right) \quad (3.35)$$

En utilisant le produit scalaire noté ".", les composantes dF_x^{mag} , dF_y^{mag} et dF_z^{mag} données par le produit matriciel dans l'équation 3.34 s'expriment aussi de manière plus condensée par :

$$dF_x^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial x} dV \quad (3.36)$$

$$dF_y^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial y} dV \quad (3.37)$$

$$dF_z^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial z} dV \quad (3.38)$$

Dans le cas d'un aimant permanent, l'aimantation \vec{M}_2 s'exprime en fonction du champ d'induction $\vec{B}_1(P)$ par :

$$\vec{M}_2 = \frac{B_r}{\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \vec{B}_1(P) \quad (3.39)$$

où B_r représente l'induction rémanente dans l'aimant $M2$. En utilisant l'équation (3.39) dans les équations (3.36), (3.37) et (3.38) on obtient de nouveaux les composantes de la force magnétique élémentaire :

$$dF_x^{mag} = \frac{B_r}{2\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \frac{\partial \|\vec{B}_1(P)\|^2}{\partial x} dV \quad (3.40)$$

$$dF_y^{mag} = \frac{B_r}{2\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \frac{\partial \|\vec{B}_1(P)\|^2}{\partial y} dV \quad (3.41)$$

$$dF_z^{mag} = \frac{B_r}{2\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \frac{\partial \|\vec{B}_1(P)\|^2}{\partial z} dV \quad (3.42)$$

Ainsi, la force magnétique élémentaire s'exprime par :

$$\vec{dF}^{mag} = \frac{B_r}{2\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \nabla \|\vec{B}_1(P)\|^2 \quad (3.43)$$

La force magnétique qui s'exerce sur l'ensemble du volume V_{M2} de l'aimant $M2$ s'exprime comme une intégrale volumique :

$$F_x^{mag} = \iiint_{V_{M2}} dF_x^{mag} dV \quad (3.44)$$

$$F_y^{mag} = \iiint_{V_{M2}} dF_y^{mag} dV \quad (3.45)$$

$$F_z^{mag} = \iiint_{V_{M2}} dF_z^{mag} dV \quad (3.46)$$

En conclusion, pour déterminer la force magnétique, il est nécessaire déterminer les grandeurs de l'induction magnétique $\vec{B}_1(P)$ ainsi que le gradient de $\|\vec{B}_1(P)\|^2$.

Pour le calcul de la force diamagnétique nous allons utiliser la même équation que (3.34). Soit P un élément du graphite de volume dV et d'aimantation \vec{M}_{dia} . Soit \vec{B}_T le

champ d'induction magnétique produit par les aimants $M1$ et $M2$. La force élémentaire \vec{dF}^{dia} qui s'exerce dans le volume dV sous l'action d'un champ d'induction magnétique $\vec{B}_T(P)$ s'exprime par :

$$(\vec{dF}^{dia})^T = (\vec{M}_{dia})^T (\vec{\nabla} \vec{B}_T(P)) dV \quad (3.47)$$

où $\vec{B}_T(P)$ représente le champ d'induction magnétique produit par les aimants $M1$ et $M2$ dans l'élément dV . Les grandeurs $(\vec{dF}^{dia})^T$ et $(\vec{M}_{dia})^T$ représentent les vecteurs transposés de la force \vec{dF}^{dia} et de l'aimantation \vec{M}_{dia} . Les composantes de la force diamagnétique élémentaire sont :

$$dF_x^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_T(P)}{\partial x} dV \quad (3.48)$$

$$dF_y^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_T(P)}{\partial y} dV \quad (3.49)$$

$$dF_z^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_T(P)}{\partial z} dV \quad (3.50)$$

Dans le cas des matériaux diamagnétiques, il est possible d'exprimer l'aimantation produite par le matériau en fonction du champ d'induction magnétique appliqué. Soit :

$$\vec{M}_{dia} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_T(P) \quad (3.51)$$

où χ_m représente la susceptibilité magnétique. En utilisant cette dernière équation, les composantes de la force diamagnétique élémentaire deviennent :

$$dF_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_T(P)\|^2}{\partial x} dV \quad (3.52)$$

$$dF_y^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_T(P)\|^2}{\partial y} dV \quad (3.53)$$

$$dF_z^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_T(P)\|^2}{\partial z} dV \quad (3.54)$$

Ainsi, la force diamagnétique élémentaire s'exprime par :

$$\vec{dF}^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \nabla \|\vec{B}_T(P)\|^2 \quad (3.55)$$

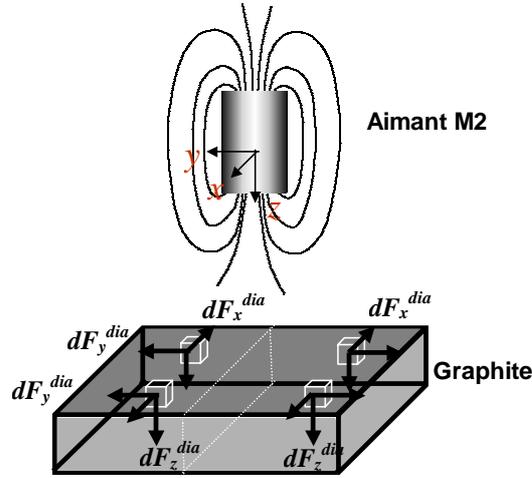


FIG. 3.10 – Direction des composantes de la force diamagnétique.

Les composantes de la force diamagnétique qui s'exerce sur l'ensemble du volume V_{dia} sont :

$$F_x^{dia} = \iiint_{V_{dia}} dF_x^{dia} dV \quad (3.56)$$

$$F_y^{dia} = \iiint_{V_{dia}} dF_y^{dia} dV \quad (3.57)$$

$$F_z^{dia} = \iiint_{V_{dia}} dF_z^{dia} dV \quad (3.58)$$

En conclusion, pour déterminer la force diamagnétique, il est nécessaire déterminer les grandeurs de l'induction magnétique $\vec{B}_T(P)$ ainsi que le gradient de $\|\vec{B}_T(P)\|^2$.

La figure 3.10 illustre la direction des composantes de la force diamagnétique élémentaire dans le volume du graphite. Si l'aimant $M2$ lévite au centre de la plaque de graphite, en raison de la symétrie du champ produit par cet aimant, les composantes de la force diamagnétique élémentaire \vec{dF}^{dia} dans le plan (xOy) sont négligeables. Seule subsiste la composante suivant \vec{z} qui s'exerce sur le graphite. Ainsi, selon le principe de l'action réciproque, la force qui s'exerce sur l'aimant $M2$ est à l'opposé de celle qui s'applique sur le graphite. De ce fait l'aimant $M2$, subit une force diamagnétique avec une seule composante suivant \vec{z} .

Condition de lévitation

Les conditions de lévitation de l'aimant $M2$ sont conditionnées par la satisfaction de la condition formulée par l'équation 3.33. Nous avons, grâce aux équations présentées, simulé la force totale qui est la superposition des forces magnétique et diamagnétique.

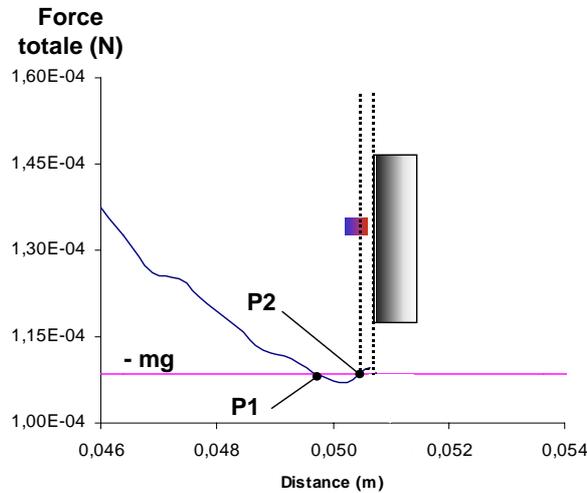


FIG. 3.11 – Évolution de la force totale suivant \vec{z} .

La figure 3.11 présente l'évolution de cette force selon l'axe \vec{z} . Sur cette caractéristique, nous notons deux positions particulières $P1$ et $P2$. Pour des positions où l'aimant $M2$ se trouve avant $P1$ la force totale est plus importante que le poids de $M2$. Ainsi, ce dernier est attiré vers l'aimant $M1$. La position $P1$ représente une position d'équilibre instable dans la mesure où la force totale est plus importante que le poids de $M2$ lorsque ce dernier se dirige vers $M1$. De manière similaire, elle est moins importante lorsque l'aimant se dirige vers la plaque de graphite. La position $P2$ constitue, quant à elle, une position d'équilibre stable. A partir de cette position, si l'aimant se dirige vers la plaque de graphite, il est repoussé car la force totale est plus importante que le poids de $M2$. De même, si $M2$ se déplace légèrement vers $M1$ à partir de $P2$ sans atteindre $P1$ la force totale est moins importante que le poids de $M2$. Ainsi, $M2$ va se positionner de nouveau sur $P2$.

3.2.2 Principe de mesure de forces

Le principe de mesure de forces que nous allons décrire est indépendant de la configuration de lévitation diamagnétique que nous aurons à choisir par la suite. Rappelons que les trois configurations de base sont présentées sur la figure 3.7. Le point commun entre ces configurations est d'utiliser un ou plusieurs aimants fixes, qu'on appellera aimant(s) $M1$ et un aimant en lévitation que nous noterons $M2$. Supposons que l'aimant $M2$ soit en équilibre statique dans la configuration en haut à gauche. En absence de perturbations extérieures, nous avons montré dans la section 3.2.1 (page 81) que l'aimant $M2$ ne subit pas de forces dans le plan (xOy) à la position d'équilibre. De plus, nous avons montré

que la force d'origine diamagnétique n'agit pas dans ce plan⁷. Ainsi, seule la composante de la force magnétique dans ce plan assure la stabilité radiale de l'aimant. Nous allons utiliser cette composante pour la mesure de forces. Nous adopterons les notations \vec{F}_x^{mag} et \vec{F}_y^{mag} pour définir les forces magnétiques suivant les directions \vec{x} et \vec{y} .

Mesure de forces dans le plan (xOy)

A partir de la configuration décrite précédemment, nous allons appliquer sur l'aimant en sustentation une force externe \vec{F}^m constante de module inconnu et présentant une composante z nulle. La force diamagnétique n'intervenant pas dans le plan (xOy), le bilan des forces à l'équilibre dans le plan (xOy) ne fait donc intervenir que la force magnétique dans ce plan et la force externe \vec{F}^m .

Cette éviction de la prise en compte de la force diamagnétique pour la mesure de forces est volontaire et restera de mise pendant toute la phase de spécification du capteur. La raison de cette éviction est qu'une mesure de forces suivant \vec{z} qui prend en compte la force diamagnétique engendre une courbe de mesure fortement non linéaire. Ce point sera démontré en détail au chapitre 4.

La figure 3.12 illustre la mesure de forces dans le plan. Dans un souci de lisibilité, la force externe \vec{F}^m n'a qu'une seule composante suivant \vec{x} .

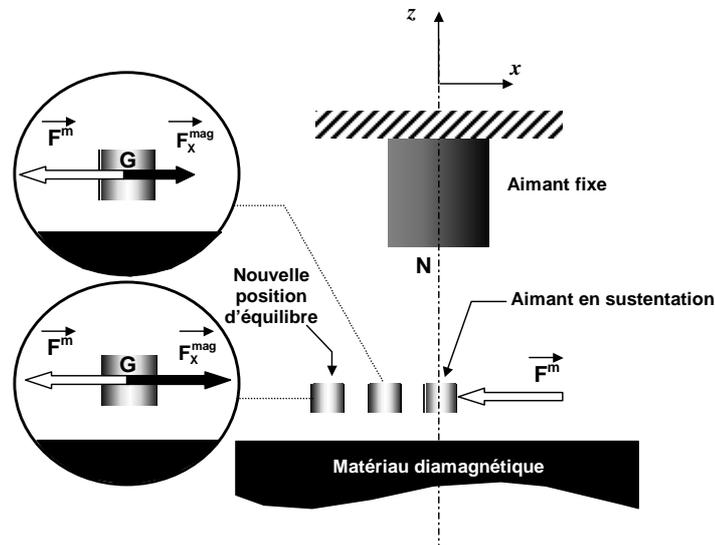


FIG. 3.12 – Principe de mesure de forces.

7. Ce point n'est pas rigoureusement exact si les aimants $M1$ et $M2$ ne sont pas situés exactement au dessus du centre de la plaque. En pratique, comme il est difficile de réaliser cette condition, la composante diamagnétique a une composante non rigoureusement nulle, mais négligeable dans le plan (xOy).

L'équilibre statique entre la force magnétique et la force \vec{F}^m est obtenu pour :

$$\vec{F}^m = -(\vec{F}_x^{mag} + \vec{F}_y^{mag}) \quad (3.59)$$

avec $\vec{F}_x^{mag} = F_x^{mag} \cdot \vec{x}$ et $\vec{F}_y^{mag} = F_y^{mag} \cdot \vec{y}$. Ainsi, si on connaît le module de la force magnétique dans le plan (xOy) , il est possible de déterminer l'amplitude de la force \vec{F}^m que l'on souhaite mesurer. Notons que la composante z de la force magnétique ne sert qu'à compenser le poids.

Soit \vec{B}_1 le champ d'induction magnétique produit par l'aimant $M1$. Nous notons \vec{M}_2 l'aimantation de l'aimant $M2$. Les composantes de la force magnétique élémentaire dans un élément P de volume dV de l'aimant $M2$ sont ⁸ :

$$dF_x^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial x} dV \quad (3.60)$$

$$dF_y^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial y} dV \quad (3.61)$$

$$dF_z^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial z} dV \quad (3.62)$$

Rappelons que l'aimantation \vec{M}_2 s'exprime en fonction de $\vec{B}_1(P)$ par :

$$\vec{M}_2 = \frac{B_r}{\mu_0 \|\vec{B}_1(P)\|} \vec{B}_1(P) \quad (3.63)$$

La force magnétique \vec{F}^{mag} qui s'applique sur l'aimant en sustentation $M2$ correspond à la somme de toutes les forces magnétiques élémentaires $d\vec{F}^{mag}$:

$$\vec{F}^{mag} = \iiint_v d\vec{F}^{mag} dV \quad (3.64)$$

Dans cette formule, seules les composantes selon \vec{x} et \vec{y} nous intéressent.

Si on utilise l'équation (3.64) pour le calcul de la force magnétique, la connaissance de cette force en tout point de l'espace, pour une géométrie donnée de l'aimant $M2$, est soumise à la détermination des grandeurs suivantes :

- la position de l'aimant $M2$ par rapport à l'aimant $M1$;
- le gradient de l'induction magnétique produite par $M1$ à la nouvelle position d'équilibre de $M2$;

8. Le détail du calcul de cette force est présenté dans l'exemple didactique à la section 3.2.1 page 81.

– l'aimantation de l'aimant en sustentation $M2$.

La première grandeur sera mesurée par un capteur de position adéquat. La seconde grandeur peut être déterminée par deux méthodes de calcul : le calcul analytique ou la simulation par éléments finis. Bien que la mesure de l'induction magnétique soit possible, elle reste néanmoins fastidieuse. Une approche analytique ou par éléments finis est plus appropriée. En revanche, la simulation par éléments finis impose de faire le calcul en pré-traitement en raison du temps de calcul nécessaire pour que la solution converge. Enfin, la dernière grandeur est donnée par l'équation 3.63.

L'illustration du principe de mesure sur la figure 3.12 n'est pas entièrement correct. En effet, en raison du principe magnétique utilisé il s'avère que l'aimant $M2$ subit un couple magnétique $\vec{\Gamma}^m$ qui tend à l'aligner sur les lignes de champ de l'induction magnétique \vec{B}_1 produite par $M1$ (voir figure 3.13). De surcroît, la hauteur de lévitation est différente à la nouvelle position d'équilibre car la composante en z du champ \vec{B}_1 varie dans le plan (xOy) .

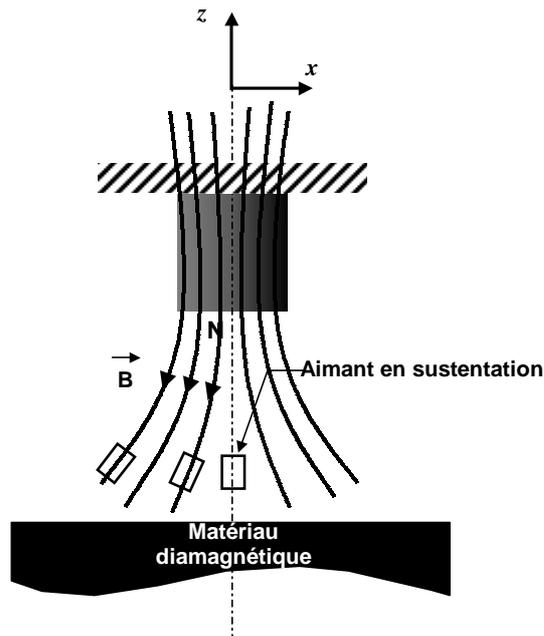


FIG. 3.13 – Couple magnétique exercé sur l'aimant en sustentation.

Par conséquent, d'après la relation 3.64, la mesure de forces va être conditionnée par la détermination des coordonnées x_G , y_G et z_G du centre de gravité de l'aimant $M2$ et par l'orientation de celui-ci. Comme la détermination de l'orientation de l'aimant est un problème complexe, un changement d'orientation n'est pas souhaitable. Nous verrons dans les paragraphes qui suivent comment il est possible de supprimer certains change-

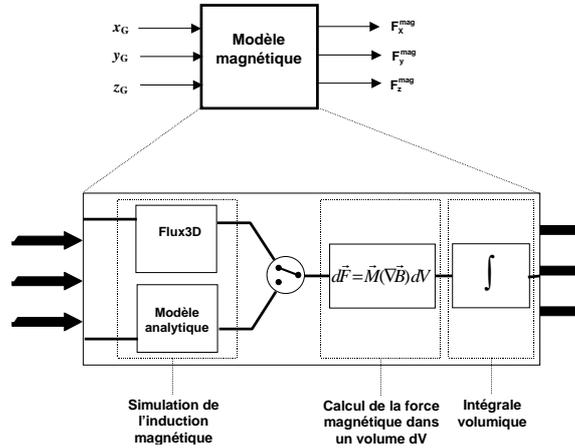


FIG. 3.14 – *Modèle magnétique pour la détermination des forces magnétiques.*

ments d'orientation, par le choix d'une configuration de lévitation. Ainsi, la connaissance de l'ensemble des coordonnées x_G , y_G et z_G du centre de gravité de l'aimant M_2 à la nouvelle position d'équilibre, ainsi que les grandeurs citées précédemment (\vec{B}_1 et \vec{M}_2) seront suffisantes pour établir une mesure de forces dans le plan (xOy) .

Nous avons établi un modèle de simulation qui permet pour une géométrie, configuration et caractéristiques données d'aimants, de calculer les forces magnétiques qui s'exercent sur l'aimant en sustentation. Ce modèle sera appelé dans le reste de ce document *modèle magnétique*. Ce dernier reçoit en entrée les coordonnées du centre de gravité de l'aimant en lévitation M_2 et fournit en sortie les composantes de la force magnétique qui est exercée sur M_2 . Ce modèle magnétique, ainsi que les sous-systèmes dont il est composé, est présenté à la figure 3.14.

Les sous-systèmes du modèle sont les suivants :

- calcul de l'induction magnétique \vec{B}_1 : à partir d'une géométrie et des caractéristiques données d'aimants M_1 , on détermine l'induction \vec{B}_1 dans les régions où l'aimant M_2 lévite. Le calcul peut se faire soit par une méthode de résolution par éléments finis ou bien par un calcul analytique du champ d'induction magnétique présenté à la section 3.2.4 ;
- calcul des forces magnétiques : à l'aide des équations (3.60), (3.61) et (3.62) on détermine les forces magnétiques qui s'exercent sur chaque élément dV de l'aimant M_2 à partir des résultats fournis par le sous-système qui le précède⁹ ;

9. Le couple magnétique qui s'exerce sur M_2 n'est pas pris en compte.

- calcul de la force magnétique totale : ce sous-système détermine la force magnétique \vec{F}^{mag} totale qui s'applique sur l'aimant $M2$. L'intégration se fait numériquement.

3.2.3 Outils de simulation

Les outils de simulation que nous avons utilisés ont permis d'une part le calcul de l'induction magnétique produite par une configuration donnée d'aimants et d'autre part le calcul des forces magnétique et diamagnétique. Comme nous l'avons précisé dans la section précédente, le calcul de l'induction magnétique s'est fait à l'aide de deux approches : l'approche par éléments finis et une modélisation des aimants permanents par une distribution de charges magnétiques. La seconde approche est présentée plus en détails dans les sections qui suivent.

Les deux outils que nous avons utilisé pour la simulation sont les logiciels : **Flux3D**[®] et **Matlab**[®]. Nous présenterons brièvement dans ce qui suit les fonctionnalités ainsi que les domaines applicatifs de **Flux3D**[®]. **Matlab**[®] étant un produit largement utilisé et connu par la communauté scientifique, il ne fera donc pas ici l'objet d'un descriptif.

Logiciel Flux3D[®]

Ce produit permet l'étude et l'analyse des dispositifs électriques, magnétiques et thermiques par la méthode des éléments finis. **Flux3D**[®] permet la résolution de problèmes physiques à trois dimensions. Dans notre cas, nous avons utilisé ce produit pour l'étude des systèmes magnétiques en régime stationnaire. Outre de pouvoir déterminer l'induction magnétique \vec{B} produite par des aimants permanents en tout point de l'espace, il est possible de visualiser la forme des lignes de champ d'induction magnétique, équi-valeurs, etc.

3.2.4 Modélisation des aimants permanents par une distribution de charges magnétiques

Un aimant permanent peut être modélisé par une distribution surfacique de charges magnétiques de densité $\delta = J$. Chaque surface des pôles magnétiques de l'aimant est représentée par une fine épaisseur de charges magnétiques uniformément réparties (Yonet 2000). La figure 3.15 présente l'équivalence possible entre un aimant cubique et sa représentation par une distribution de charges magnétiques. Il convient habituellement de représenter le pôle nord de l'aimant par une densité de charge positive J^+ et le pôle sud par une densité de charges négative J^- .

Le calcul de l'induction magnétique produite par l'aimant permanent se résume au calcul de l'induction produite par plusieurs dipôles magnétiques. De plus, le théorème de superposition permet de découpler l'influence de chaque dipôle et de calculer ainsi l'induction magnétique totale en sommant les influences individuelles de chaque dipôle.

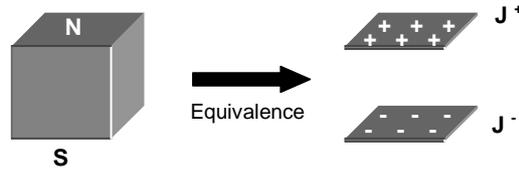


FIG. 3.15 – Modélisation d'un aimant permanent par distribution de charges magnétiques.

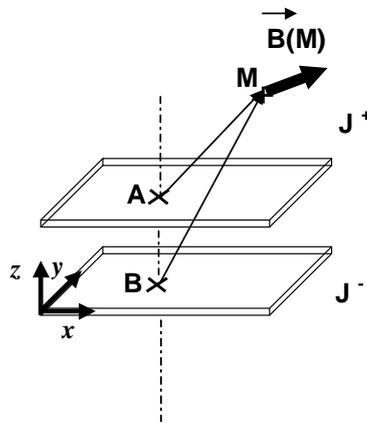


FIG. 3.16 – Induction magnétique créée par une distribution de charges magnétiques.

La figure 3.16 schématise l'induction magnétique $\vec{B}(M)$ créée au point M par un aimant permanent modélisé à l'aide d'une représentation de charges magnétiques. Notons respectivement deux points A et B appartenant aux deux surfaces chargées. Chaque élément de surface ds^+ et ds^- produit respectivement un champ d'induction magnétique $d\vec{B}^+(M)$ et $d\vec{B}^-(M)$. Ces champs d'induction sont exprimés à partir du potentiel vecteur magnétique par (Bancel et Lemarquand 1998) :

$$d\vec{B}^+(M) = \frac{J^+}{4\pi} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|^3} ds^+ \quad (3.65)$$

$$d\vec{B}^-(M) = \frac{J^-}{4\pi} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|^3} ds^- \quad (3.66)$$

En appliquant le théorème de superposition, le champ magnétique $\vec{dB}(M)$ produit par les deux surfaces ds^+ et ds^- est la somme vectorielle de la contribution individuelle de chaque surface. Soit :

$$\overrightarrow{dB}(M) = \overrightarrow{dB^+}(M) + \overrightarrow{dB^-}(M) \quad (3.67)$$

$$\overrightarrow{dB} = \frac{J^+}{4\pi} \frac{\overrightarrow{AM}}{\|\overrightarrow{AM}\|^3} ds^+ + \frac{J^-}{4\pi} \frac{\overrightarrow{BM}}{\|\overrightarrow{BM}\|^3} ds^- \quad (3.68)$$

$$(3.69)$$

L'induction magnétique totale $\overrightarrow{B}(M)$ produite par la contribution de toute les surfaces élémentaires est alors exprimée par :

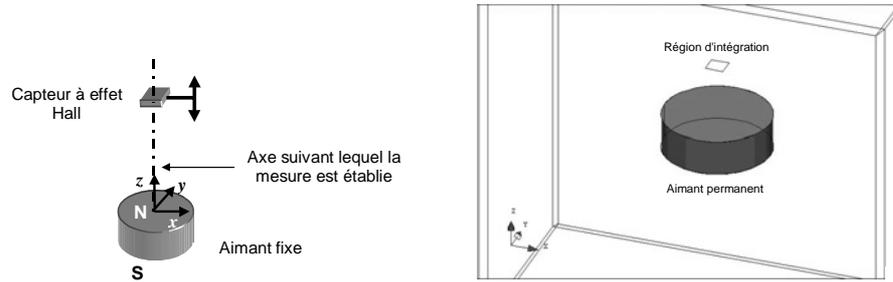
$$\overrightarrow{B}(M) = \iint_{s^+} \frac{J^+}{4\pi} \frac{\overrightarrow{AM}}{\|\overrightarrow{AM}\|^3} ds^+ + \iint_{s^-} \frac{J^-}{4\pi} \frac{\overrightarrow{BM}}{\|\overrightarrow{BM}\|^3} ds^- \quad (3.70)$$

La détermination des composantes $B_x(M)$, $B_y(M)$ et $B_z(M)$ sous forme exploitable est présentée en annexe A.

Notons que la modélisation des aimants permanents par une distribution de charges magnétiques se prête bien au calcul analytique lorsque les faces magnétiques sont planes. Dans le cas contraire, le calcul intégrale formulé dans l'équation (3.70) devient vite fastidieux. Une approche par simulation est alors plus appropriée.

3.2.5 Validations expérimentales

Afin de juger de la pertinence des résultats fournis par le logiciel **Flux3D**[®] nous avons simulé le champ d'induction magnétique produit par un aimant permanent à la géométrie et aux caractéristiques connues (induction rémanente, champ coercitif d'induction). Nous nous sommes intéressés particulièrement à la mesure du champ d'induction magnétique suivant l'axe de l'aimant de polarisation (voir figure 3.17(a)).



(a) Illustration de la mesure expérimentale de l'induction magnétique (b) Simulation par élément finis par **Flux3D**[®].

FIG. 3.17 – Principe de mesure expérimentale et simulation par éléments finis.

L'aimant permanent utilisé pour la validation expérimentale est un aimant NdFeB cylindrique de $2,54\text{ cm}$ de rayon et $0,9\text{ cm}$ d'épaisseur. Polarité suivant son épaisseur, l'aimant permanent possède une induction magnétique rémanente B_r de $1,3\text{ T}$. Afin d'effectuer la mesure dans de bonnes conditions, un montage a été conçu spécialement à cet effet. L'aimant est solidaire à un bâti fixe tandis que l'on approche à l'aide d'un système de positionnement équipé de vis micrométriques le capteur d'induction magnétique. Le montage est fabriqué en matériaux non-ferromagnétiques afin d'éviter d'éventuelles phénomènes d'aimantation qui viendraient fausser la mesure de l'induction magnétique. De plus, la mesure est faite loin de toutes sources magnétiques extérieures susceptibles de modifier l'induction magnétique où de désaimanter l'aimant.

La mesure de l'induction magnétique de l'aimant permanent est réalisée par le biais d'un teslamètre. Le modèle de l'appareil que nous avons utilisé est équipé d'une sonde à effet Hall de dimensions réduites (quelques mm^2). L'affichage digital de l'appareil permet une lecture facile de la composante du champ d'induction magnétique normale à la surface de la sonde à effet Hall. L'appareil peut mesurer des champs d'induction magnétiques pouvant aller jusqu'à 3 T . La résolution du teslamètre est de 10 mT . La figure 3.18 présente les résultats obtenus par mesure expérimentale et ceux issues de la simulation sous **Flux3D**[®]. Notons que le pas de mesure expérimentale n'est pas constant tout le long \vec{z} . Plus l'on se rapproche du pôle de l'aimant plus les mesures sont rapprochées. Ainsi, le pas varie de $500\ \mu\text{m}$ pour le plus grand des pas à $50\ \mu\text{m}$ pour le plus petit. Ceci permet notamment de mieux caractériser la région proche de l'aimant permanent.

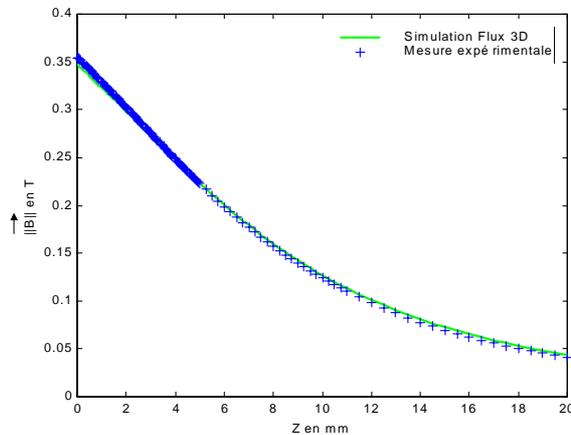


FIG. 3.18 – Relevé expérimental et simulation de l'induction magnétique de l'aimant permanent.

Nous avons calculé l'erreur absolue de l'induction magnétique ΔB entre les valeurs expérimentales et simulées. Les résultats sont présentés à la figure 3.19. L'erreur relative moyenne sur l'ensemble des échantillons est de l'ordre de 1 %. Ceci démontre de la bonne

adéquation entre le modèle de calcul de l'induction magnétique utilisé par **Flux3D**[®] et le modèle réel.

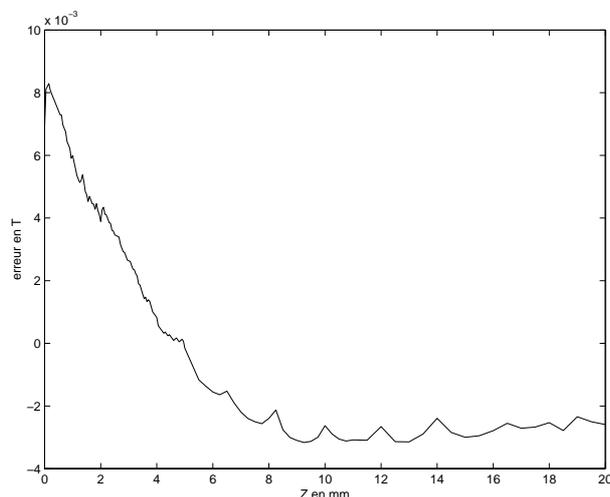
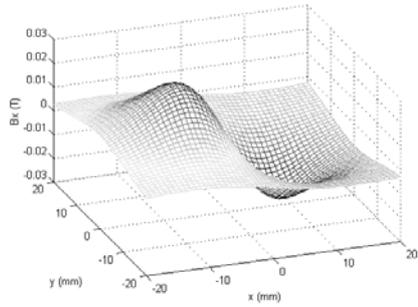
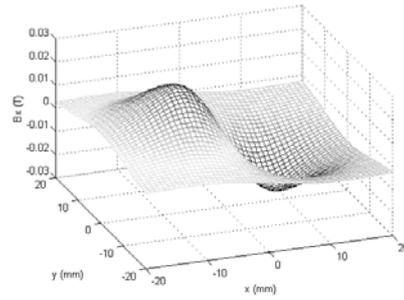
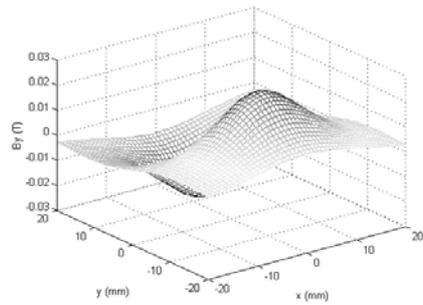
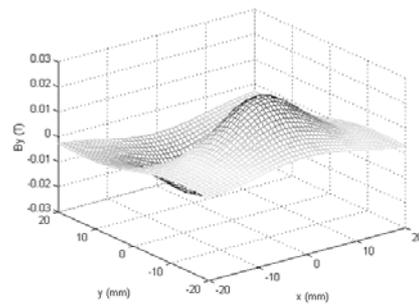
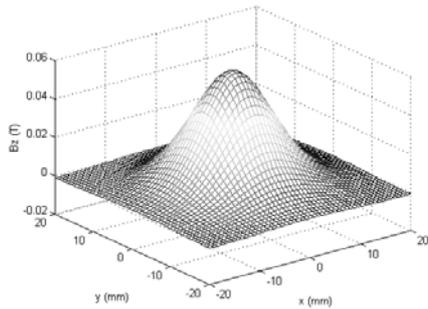
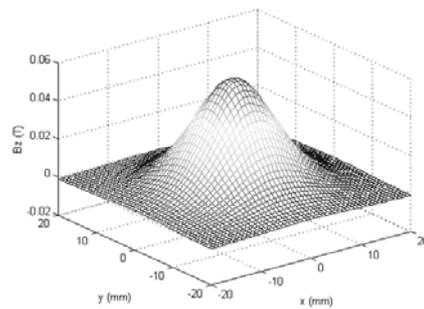


FIG. 3.19 – Erreur absolue entre les valeurs simulées et mesurées de l'induction magnétique.

Dans la même optique de validation, nous avons également établi une comparaison entre les valeurs simulées issues de **Flux3D**[®] et de la modélisation d'un aimant permanent par une distribution surfacique de charges magnétiques. Dans ce cas, la détermination des composantes de l'induction magnétique s'est fait conformément à l'équation (3.70). La simulation consiste à déterminer les composantes B_x , B_y et B_z du champ d'induction magnétique \vec{B} créé par un aimant de forme cubique dans une zone délimitée de $40\text{ mm} \times 40\text{ mm}$ au dessus d'une des faces magnétiques. L'aimant simulé est un aimant cubique de 10 mm de côté avec une induction magnétique rémanente B_r de $1,3\text{ T}$. Les figures 3.20(a), 3.20(c) et 3.20(e) présentent les résultats de la simulation des composantes B_x , B_y et B_z de l'induction magnétique à 20 mm au dessus de l'aimant réalisée. Ces résultats sont confrontés à ceux issus de la simulation sous **Flux3D**[®] illustrés dans les figures 3.20(b), 3.20(d) et 3.20(f). Enfin, la figure 3.21 présente l'évolution de l'erreur relative maximum entre les deux approches pour chaque composante magnétique en fonction de la hauteur à laquelle s'effectue la mesure de l'induction magnétique.

Il semble que l'approche analytique de détermination du champ magnétique présente un écart absolu plus important que la simulation par éléments finis pour une même mesure expérimentale. Ainsi, on relève un écart absolu de l'ordre de 1% pour la méthode par éléments finis et de 5% pour l'approche analytique de calcul. Par ailleurs notons que la finesse des résultats issus de la méthode par éléments finis dépend du maillage du problème. Ainsi, le temps de calcul peut être parfois long pour obtenir des résultats proches du cas réel.

(a) Composante B_x obtenue par le modèle analytique(b) Composante B_x obtenue par la méthode des éléments finis(c) Composante B_y obtenue par le modèle analytique(d) Composante B_y obtenue par la méthode des éléments finis(e) Composante B_z obtenue par le modèle analytique(f) Composante B_z obtenue par la méthode des éléments finisFIG. 3.20 – Composantes de l'induction magnétique \vec{B} .

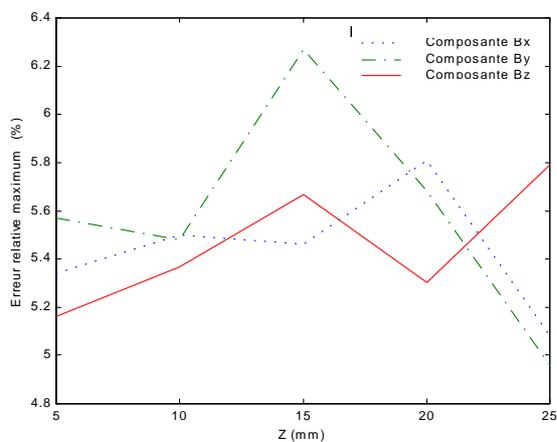


FIG. 3.21 – Évolution de l'erreur relative en fonction de la hauteur de mesure.

3.2.6 Choix du matériau diamagnétique

Rappelons que le matériaux diamagnétique est l'élément qui rend possible la lévitation passive et non asservie d'un aimant permanent dans un champ magnétostatique. De ce fait, le choix du matériau est donc primordial pour le succès de la lévitation. Fort malheureusement, les matériaux diamagnétiques fonctionnant à température ambiante ne sont pas nombreux. De plus, les phénomènes diamagnétiques produits par ces corps sont généralement faibles. Ceci implique que le choix du matériau se restreint seulement à un voire deux matériaux diamagnétiques. Habituellement la lévitation diamagnétique à température ambiante est réalisée à l'aide du graphite. Ce matériau présente l'avantage d'avoir la manifestation diamagnétique la plus importante¹⁰. Nous utiliserons par conséquent le graphite pour la conception du capteur de forces.

Origine et propriétés du graphite

Le graphite est la forme naturelle du carbone. Il se présente sous la forme de minerai gras et relativement tendre. La masse volumique du graphite est de $2,26 \text{ g.cm}^{-3}$. Il existe trois formes de graphite à l'état naturel : le graphite amorphe, le graphite cristallin et le graphite en paillettes. Le graphite amorphe est un graphite microcristallin formé par cristallisation du carbone à partir de sédiments organiques. Il se présente sous forme de filons déformés, composés de minuscules particules mélangées à des matériaux non graphiteux. Le graphite cristallin apparaît sous forme filons massifs ou d'accumulations circulaires. Enfin, le graphite en paillettes est constitué de minces lamelles de largeur variables. Il est disséminé dans des sédiments siliceux ou calcaires.

¹⁰. Bien qu'il existe des matériaux nettement plus diamagnétique comme le mercure, ils restent cependant très toxiques. Leur utilisation requière la plus grande prudence.

Le graphite présente d'excellentes propriétés physiques et chimiques. Outre le fait d'être diamagnétique, il se révèle un très bon conducteur d'électricité et de chaleur. Sa température de fusion est de $3500\text{ }^{\circ}\text{C}$. De plus, il est extrêmement résistant aux acides, chimiquement inerte et fortement réfractaire. Enfin, il possède un faible coefficient de friction et une faible absorption aux rayons X et aux bombardement d'électrons. Les utilisations du graphite découlent de ses propriétés physiques et chimiques. Il est principalement utilisé dans la fabrications des produits réfractaires. Il se voit employé à grande échelle dans le domaine de la métallurgie, de la fabrication de piles, de crayons, etc. En revanche, l'utilisation du graphite pour la lévitation diamagnétique reste le plus souvent destiné au domaine de la recherche ou pour le développement de produits à usage ludique.

Identification expérimentale de la susceptibilité magnétique χ_m du graphite

Un des paramètres qui caractérise les propriétés magnétiques des matériaux diamagnétiques, et par conséquent le graphite, est la susceptibilité magnétique χ_m . Comme nous l'avons vu au chapitre 2 (paragraphe 2.2.5, page 52), la valeur de χ_m conditionne le module de la force de répulsion produite au sein du matériau diamagnétique lorsqu'il est soumis à un champ magnétique extérieur. Plus la valeur de χ_m est proche de -1 et plus le matériau diamagnétique est parfait. De même, plus le matériau diamagnétique est parfait et plus la force de répulsion produite est importante.

La connaissance de la valeur χ_m du graphite est primordiale pour un dimensionnement correct du capteur. Or, lorsque nous nous sommes procurés du graphite, le distributeur a pu nous communiquer toutes les données sur le graphite sauf celles relatives aux propriétés magnétiques. Ceci dénote notamment du fait que les propriétés magnétiques du graphite sont peu exploitées et ce sont plutôt les propriétés électriques et thermiques qui sont mises en avant. Bien que des valeurs de χ_m existent dans la littérature pour le graphite, le fait qu'il se présente sous plusieurs formes cristallines modifie ses propriétés magnétiques et la valeur de χ_m . Nous avons donc eu recours à l'identification expérimentale de ce paramètre.

Nous allons déterminer la valeur de χ_m à partir de la relation qui lie la force diamagnétique \vec{F}^{dia} produite par le graphite lorsqu'il est soumis à un champ d'induction magnétique \vec{B}_0 , soit d'après la relation 3.55 page 84 :

$$\vec{F}^{dia} = \iiint_{V_{dia}} d\vec{F}^{dia} dV = \iiint_{V_{dia}} \frac{\chi_m}{2\mu_0} \nabla \left\| \vec{B}_0(P) \right\|^2 dV \quad (3.71)$$

Dans notre cas, le champ d'induction magnétique \vec{B}_0 est la superposition du champ d'induction exciteur (produit par la source) et le champ d'induction produit par le matériau diamagnétique. Le champ d'induction magnétique produit par le matériau diamagnétique étant très faible, ce dernier peut être négligé devant celui qui est produit par la source. Cette hypothèse sera considérée, dans notre cas, comme valide en raison des

caractéristiques du matériau diamagnétique employé et sera utilisée dans le reste de ce manuscrit.

Ainsi, les composantes de la force diamagnétique sont :

$$F_x^{dia} = \iiint_{V_{dia}} \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_0(P)\|^2}{\partial x} dV \quad (3.72)$$

$$F_y^{dia} = \iiint_{V_{dia}} \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_0(P)\|^2}{\partial y} dV \quad (3.73)$$

$$F_z^{dia} = \iiint_{V_{dia}} \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_0(P)\|^2}{\partial z} dV \quad (3.74)$$

Pour déterminer la valeur de χ_m , nous allons approcher un aimant au dessus du centre d'une plaque de graphite. Dans cette configuration, nous avons vu dans le paragraphe 3.2.1 (page 81) que les composantes de la force diamagnétique élémentaire $d\vec{F}^{dia}$ suivant \vec{x} et \vec{y} s'annulaient. Seule la composante suivant \vec{z} agit sur le matériau diamagnétique. D'après la relation 3.74, χ_m s'exprime par :

$$\chi_m = \frac{2\mu_0 F_z^{dia}}{\iiint_{V_{dia}} \frac{\partial \|\vec{B}_0(P)\|^2}{\partial z} dV} \quad (3.75)$$

L'intégrale volumique présente au dénominateur de l'équation 3.75 va être déterminée par la méthode des éléments finis. La composante F_z^{dia} ne peut par contre pas être simulée numériquement car il faudrait connaître la valeur de χ_m . Nous allons donc mesurer F_z^{dia} expérimentalement. Pour ce faire, nous allons utiliser une balance sur laquelle nous déposons la plaque de graphite. Au moyen d'un dispositif de micropositionnement, on approche un aimant permanent, produisant le champ d'induction magnétique \vec{B}_0 , au dessus du centre de la plaque (voir figures 3.22(a) et 3.22(b)). L'aimant va produire au sein du graphite une force de répulsion qui va faire varier le poids apparent de la plaque. Si P^{dia} est le poids apparent mesuré par la balance et P_0 le poids de la plaque de graphite, F_z^{dia} se détermine alors par :

$$\left| F_z^{dia} \right| = \left| P^{dia} - P_0 \right| \quad (3.76)$$

La balance que nous avons utilisée est en mesure de déterminer une variation de masse de l'ordre de $10 \mu g$ soit une résolution de mesure de forces de $0,1 \mu N$. L'aimant utilisé est de type NdFeB avec une induction magnétique rémanente de $1,3 T$. De forme cylindrique et aimanté suivant son épaisseur, l'aimant fait $2,54 cm$ de rayon et $0,9 mm$ d'épaisseur. Le graphite est un parallélépipède de $4 cm \times 4 cm \times 1 cm$. Enfin, afin éviter d'éventuelles interactions avec le plateau de la balance conçu en matériau ferromagnétique, nous disposons entre le plateau et le graphite de la mousse polyester. Outre le

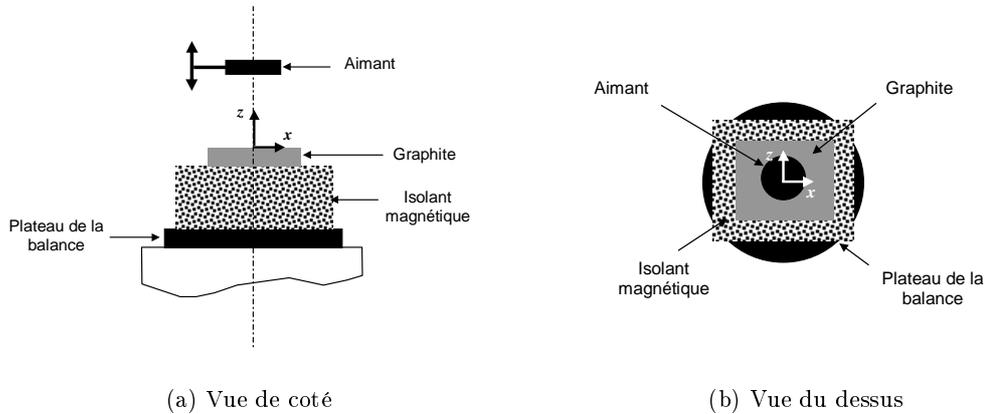


FIG. 3.22 – Illustration du principe de mesure de la force diamagnétique.

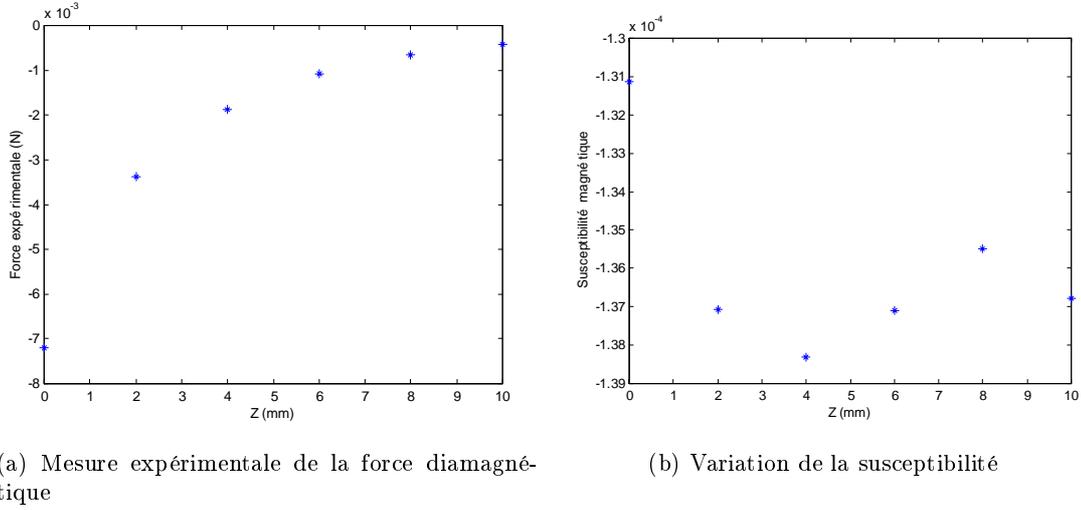
fait d'avoir une masse volumique relativement faible, ce matériau qui s'avère être paramagnétique exhibe un comportement magnétique totalement négligeable devant l'effet diamagnétique du graphite.

La figure 3.23(a) illustre la mesure expérimentale de la force totale produite par le graphite pour différentes positions de l'aimant suivant \vec{z} . Les positions varient de 0 mm à 10 mm avec un pas de 2 mm au-dessus de graphite. La figure 3.23(b) présente la valeur de $\chi_m(z)$ obtenue pour différentes positions de l'aimant permanent. La valeur que nous retiendrons est la moyenne de toutes ces valeurs; soit $\chi_m = \langle \chi_m(z) \rangle$. On obtient alors une susceptibilité magnétique χ_m égale à $-1,36 \times 10^{-4}$. Dans l'ensemble de la littérature que nous avons parcouru les valeurs de χ_m du graphite varient entre $-1,2 \times 10^{-4}$ et $-1,6 \times 10^{-4}$ (Ponizovskii 1981) (Hamai et al. 2001) (Ikezoe et al. 2002).

3.2.7 Choix des aimants permanents

Nous avons besoin pour la conception du capteur de forces de pouvoir disposer d'aimants permanents robustes. Le terme de robuste restant ici peu précis, nous énumérons dans ce qui suit les quelques caractéristiques souhaitées :

- **difficilement désaimantable** : ceci suppose des aimants avec un champ coercitif de polarisation H_{cJ} élevé. Ceci va permettre au capteur de forces de fournir des résultats d'une certaine constance, et ce, sans que le temps ou les perturbations extérieures puissent modifier ses performances ;
- **produit $(B.H)_{max}$ élevé** : ceci permet notamment d'avoir un champ d'induction rémanent B_r important ;

FIG. 3.23 – Résultats pour l'identification de χ_m .

- **coût réduit** : le coût devra être inférieur à celui des solutions existantes pour la mesure de micro et nano forces.

Le tableau 3.2, présente l'essentiel des caractéristiques magnétiques, thermiques et électriques des aimants actuellement existants (Yonnet 2000). D'après les données ci-dessus, les aimants de type NdFeB présentent des caractéristiques qui se rapprochent le plus des exigences formulées (champs coercitif de polarisation, $(B.H)_{max}$). Bien que plus onéreux les aimants $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ présentent des caractéristiques proches de celles des NdFeB avec un net avantage concernant la stabilité du champ magnétique en fonction de la température (voir la variation de B_r en fonction de la température). Dans le cadre de cette thèse nous avons néanmoins privilégié les NdFeB pour leur coût plus bas.

Un aimant permanent peut présenter plusieurs faces magnétiques en fonction du mode d'aimantation. Ainsi, il est possible d'avoir des aimants avec des faces magnétiques alternées en fonction de l'application souhaitée. habituellement, des aimants à deux faces magnétiques sont utilisés pour des applications telles que la lévitation diamagnétique et en particulier la lévitation d'aimants permanents dans un champ magnétostatique. Pour une première approche en vue de la conception du capteur de force, nous nous contenterons d'aimants à deux faces magnétiques.

Enfin, le choix de la forme des aimants (cylindriques, sphériques, cubiques, etc.) peut influencer la forme du champ d'induction magnétique produit par ces aimants. Cette différence est notable lorsqu'on se rapproche des faces magnétiques de l'aimant et moins importante lorsqu'on s'en éloigne. Dans notre cas, la lévitation des aimants dans un champ magnétostatique s'effectue dans des régions où l'influence de la forme est peu

Aimants	Alnico	Ferrite	SmCo ₅	Sm ₂ Co ₁₇	NdFeB
induction magnétique rémanente B_r (T)	0,7 à 1,4	0,4	0,9	1,1	1,3
champ coercitif de polarisation H_{cJ} (kA/m)	50 à 125	200 à 300	2500	1200	1300 à 1900
champ coercitif d'induction H_{cB} (kA/m)	50 à 125	180 à 280	700	720	850 à 1000
produit $(B.H)_{max}$ (kJ/m ³)	40 à 80	27 à 33	160	225	250 à 300
variation de B_r en fonction de la température (% K ⁻¹)	-0,02	-0,2	-0,04	-0,03	-0,11
variation de H_{cJ} en fonction de la température (% K ⁻¹)	+0,03	+0,3	-0,2	-0,2	-0,5
résistivité ($10^{-8}\Omega m$)	40 à 70	10 ¹²	50 à 60	75 à 85	120 à 160

TAB. 3.2 – *Quelques propriétés physiques des aimants permanents existants.*

significative. Très souvent, l'aimant qui lévite se trouve à une distance qui correspond à 5 à 6 fois la plus grande des dimensions de l'aimant attracteur. De ce fait, la forme des aimants qui constitueront le capteur de forces importe peu. Nous avons choisi des aimants permanents de formes cubiques et cylindriques.

3.2.8 Choix de la configuration de lévitation

Intéressons nous à présent au choix de la configuration des aimants permanents et du graphite en vue d'assurer la lévitation diamagnétique. Comme nous l'avons précisé dans le chapitre 2 paragraphe 2.2.5 (page 52), il existe trois configurations de base permettant la lévitation des aimants permanents. En revanche, nous avons vu au paragraphe 3.2.2

que ces configurations ne sont pas adaptées à la conception du capteur de forces du fait de la présence du couple magnétique. Ce couple impose de connaître non seulement la position de l'aimant en lévitation mais aussi son orientation dans l'espace pour pouvoir calculer la force magnétique qui s'applique sur l'aimant en lévitation. Ceci impose l'utilisation d'un procédé de mesure complexe dont on souhaite s'affranchir.

Bien qu'il ne soit pas possible de s'affranchir totalement du couple magnétique dans la mesure où il est lié à la présence de l'aimantation et de l'induction magnétique, il est cependant possible de diminuer ses effets. Pour chaque direction de mesure, il faudrait que l'orientation du champ magnétique soit la plus constante possible (par contre l'amplitude peut varier¹¹) afin que l'aimant ne modifie pas son orientation. Nous désignerons dans ce manuscrit ce type de champ d'induction magnétique par *champ quasi-uniforme*.

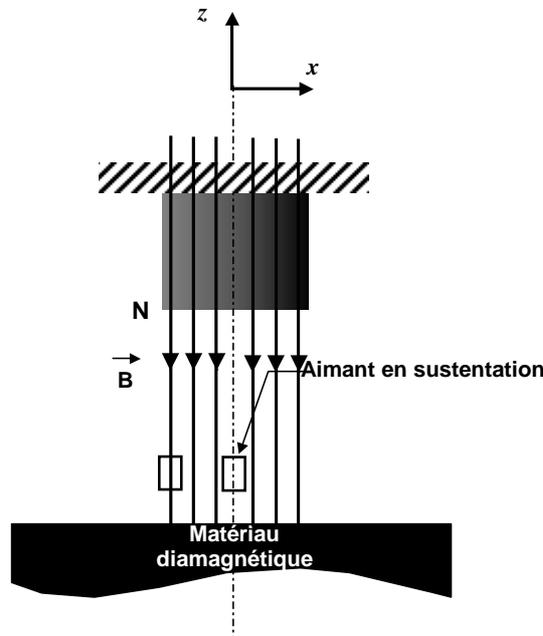


FIG. 3.24 – Diminution du couple magnétique par le biais d'un champ d'induction magnétique quasi-uniforme.

En premier lieu nous allons présenter la configuration des aimants permanents qui permet d'obtenir un champ d'induction magnétique quasi-uniforme sans ajout du graphite. La figure 3.25 présente cette nouvelle configuration. Elle est composée de deux aimants aux caractéristiques identiques (composition, géométrie) disposés tels que les pôles magnétiques soient opposés. On notera $M1$ ces aimants dans le reste de ce chapitre.

11. D'après l'équation (3.43), la force magnétique dépend du gradient du champ d'induction magnétique. Si on veut que la force varie, il faut donc que le champ ne soit pas uniforme.

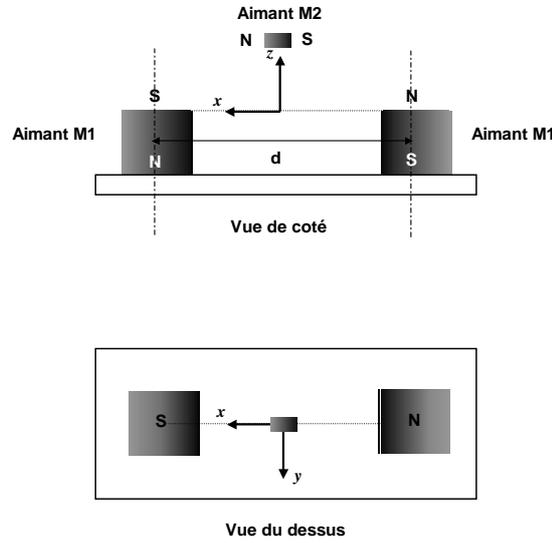


FIG. 3.25 – Configuration d'aimants adoptée pour obtenir un champ d'induction magnétique quasi-uniforme.

L'espacement entre les aimants sera déterminé en fonction des conditions de lévitation. Afin de vérifier la forme du champ d'induction magnétique produit, nous avons simulé cette configuration sous **Flux3D**[®]. Les aimants permanents $M1$ qui ont été choisis sont des NdFeB cubiques de 1 cm^3 avec une induction magnétique rémanente B_r de $1,3 \text{ T}$. La figure 3.26 présente la forme des lignes de champ dans cette configuration.

Pour mettre en évidence la direction dans laquelle l'instabilité est créée en raison de l'utilisation du phénomène magnétique, nous avons tracé le champ de forces produit par les aimants $M1$ sur un aimant permanent, que nous noterons $M2$, placé dans le champ d'induction magnétique produit par ces aimants. L'aimant $M2$ est cylindrique et aimanté suivant son épaisseur (voir figure 3.25). Il a un volume de $2,5 \text{ mm}^3$ et possède une induction rémanente de $0,95 \text{ T}$. Rappelons que la force magnétique qui s'exerce suivant la direction \vec{u} sur un élément P de volume dV d'un matériau d'aimantation \vec{M} soumis à un champ d'induction magnétique \vec{B}_0 est donnée par :

$$dF_u^{mag} = \vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}_0(P)}{\partial u} dV \quad (3.77)$$

Le logiciel **Flux3D**[®] nous permet de simuler l'induction magnétique \vec{B}_0 produite par cette configuration. L'équation précédente permet d'obtenir, après intégration, le calcul de la force magnétique \vec{F}^{mag} . La figure 3.28 présente les composantes de la force magnétique \vec{F}^{mag} exercées par les aimants $M1$ sur l'aimant $M2$ suivant \vec{y} et \vec{z} pour un espacement donné d entre les aimants $M1$. Le champ vectoriel est calculé à $d/2$. Les

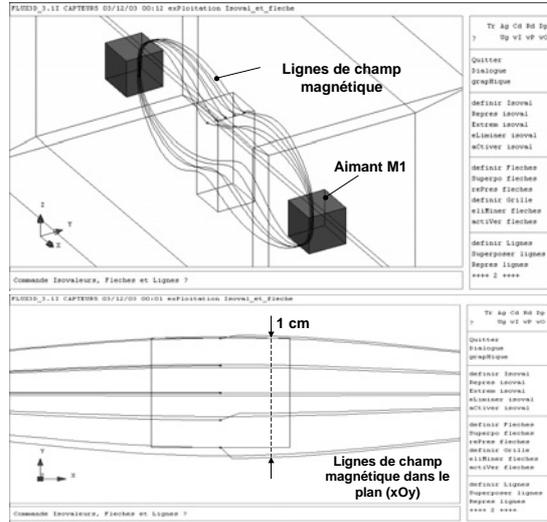


FIG. 3.26 – Simulation des lignes de champ d'induction magnétique produite par la configuration des aimants $M1$.

traits en gras représentent la projection d'une des faces des aimants $M1$. La figure 3.27 présente le résultat obtenu à $z = 20 \text{ mm}$ au dessus de la base des aimants $M1$. On peut constater, par le biais de la figure 3.27, que les composantes de la force magnétique dans le plan (xOy) tendent à attirer l'aimant $M2$ vers les aimants $M1$. La direction \vec{x} est donc instable.

La figure 3.28 représente les composantes de la force magnétique \vec{F}^{mag} dans le plan (yOz) pour $x=0$. Autrement dit, le champ de force est déterminé au centre des deux aimants.

Si la masse de $M2$ est choisie de manière à ce que la force magnétique selon \vec{z} (F_z^{mag}) compense le poids de $M2$ en un point $E(0,0,z)$ avec $z > -5 \text{ cm}$ (donc E est au dessus du centre de $M1$ sur la figure 3.28), on constate alors que :

- si l'aimant $M2$ descend en dessous de E , il va rencontrer une force magnétique plus intense suivant \vec{z} (voir figure 3.29) qui fait qu'il va remonter en se dirigeant vers E ;
- si l'aimant $M2$ monte au dessus de E , il va rencontrer une force magnétique moins intense suivant \vec{z} et va redescendre en se dirigeant vers E .

La position E est donc une position stable. Ainsi, la direction \vec{z} constitue une direction stable. Avec un raisonnement similaire, on constate que les composantes de la force magnétique suivant \vec{y} tendent à déplacer l'aimant vers le plan (xOz) s'il s'écarte suivant la direction \vec{y} . Ainsi, la direction \vec{y} constitue également une direction stable de

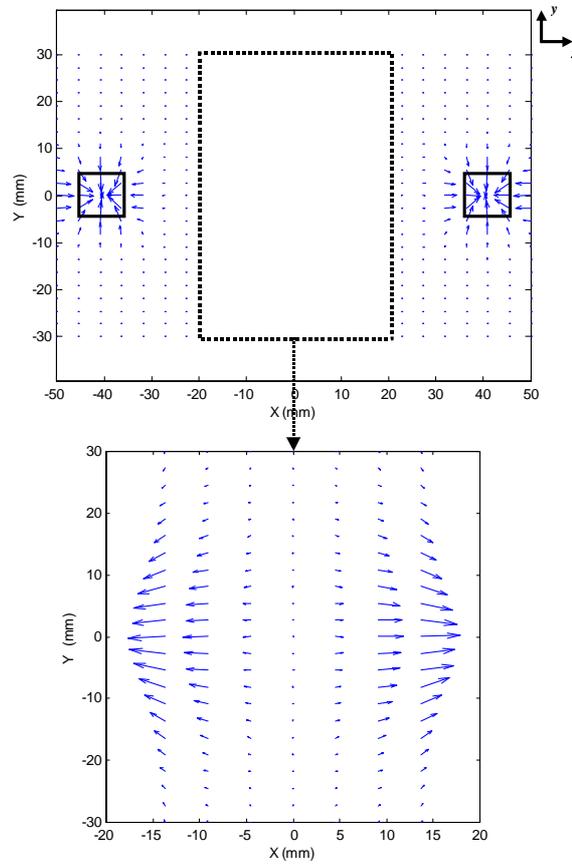


FIG. 3.27 – Région agrandie du champ vectoriel de la force magnétique dans le plan xy .

déplacement.

Pour rendre la direction \vec{x} stable, nous allons utiliser la force diamagnétique en disposant une plaque de graphite de part et d'autre de l'aimant $M2$. Ainsi, la force diamagnétique va repousser de chaque côté l'aimant $M2$ pour obtenir au final une position d'équilibre stable. La figure 3.30 illustre l'ajout du graphite à la configuration des aimants $M1$. Le bilan complet des forces qui s'exercent ainsi que leurs calculs seront présentés au chapitre 4.

Pour pouvoir utiliser cette configuration comme capteur de forces, nous allons disposer sur l'aimant en lévitation une tige rigide que nous appellerons *effecteur*. Cette tige constitue une interface rigide sur laquelle la force à mesurer sera appliquée (voir figure 3.31). Il existe néanmoins un problème lié à cette configuration : l'aimant $M2$ a tendance à tourner autour de l'axe \vec{x} pour la moindre perturbation mécanique exercée sur l'une des extrémités de l'effecteur. Ceci vient du fait que l'aimant $M2$ ne subissant

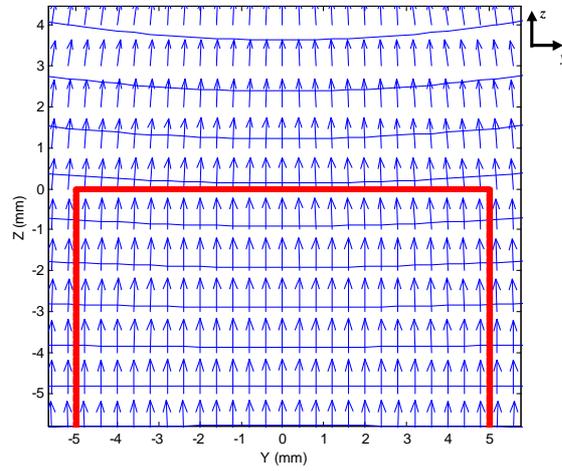


FIG. 3.28 – *Champ vectoriel de force suivant dans le plan (yOz) .*

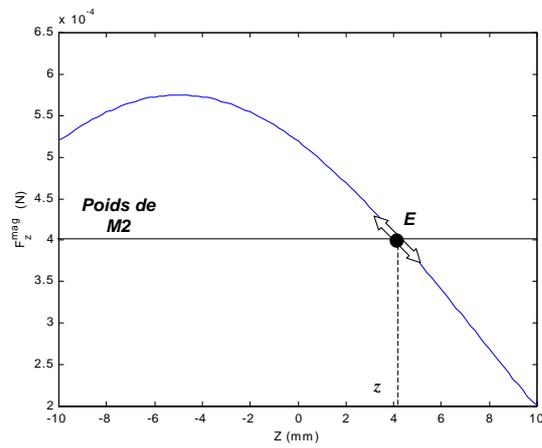


FIG. 3.29 – *Évolution de F_z^{mag} suivant \vec{z} .*

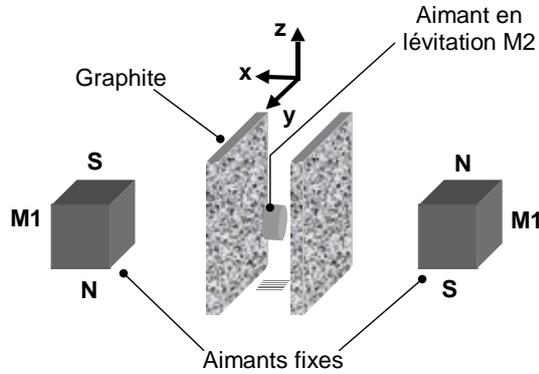


FIG. 3.30 – Configuration de lévitation diamagnétique adoptée.

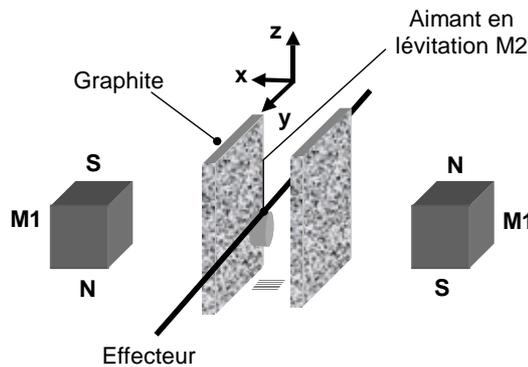


FIG. 3.31 – Effecteur du capteur de forces.

pas de couple de rappel, il est libre de tourner autour de lui même (voir figure 3.32)¹². Une solution possible pour éliminer ce problème est de déplacer le centre de rotation de l'aimant $M2$. Pour cela, il est possible par exemple de fixer l'une des extrémités de l'effecteur à une liaison capable de produire les mêmes degrés de liberté que celle obtenue avec l'aimant $M2$. Il est bien évident qu'une structure mécanique n'est pas adéquate dans ce cas. Ainsi, nous utilisons un second module de suspension. L'effecteur est donc cette fois-ci disposé sur les deux aimants $M2$ en lévitation. De ce fait la rotation de l'ensemble, effecteur et les deux aimants $M2$, se fait autour du centre de gravité de la tige et non pas autour du centre de gravité de l'aimant $M2$. La mise en lévitation réalisée par cette nouvelle configuration utilisant deux modules de lévitation est présentée dans la section suivante.

12. Une séquence vidéo sur le CD d'accompagnement du mémoire présente ce cas de figure.

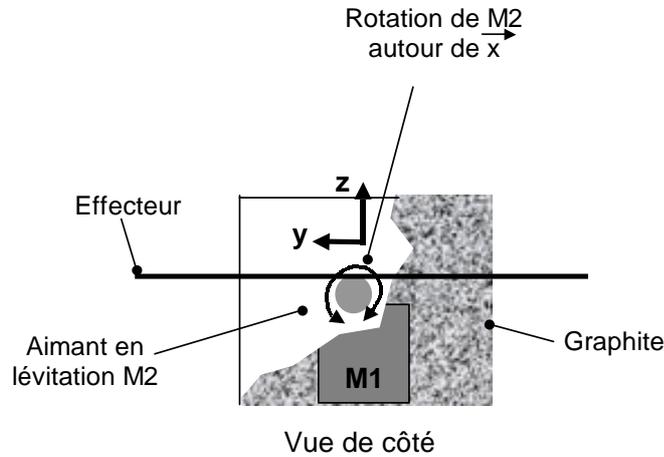


FIG. 3.32 – Problème de rotation autour de l'axe \vec{x} .

3.3 Capteur de forces : réalisation

Le capteur de forces est formé de deux modules de suspension décrit précédemment. Bien qu'ils soient similaires, nous adopterons les abréviations $L1$ et $L2$ pour les désigner. La figure 3.33 illustre une vue globale du capteur de forces ainsi que celle de l'effecteur. Ce dernier est une tige en lévitation qui comporte deux aimants. Rappelons que l'effecteur constitue une interface rigide sur laquelle la force à mesurer sera appliquée. Les aimants de chaque module de suspension diamagnétique, $L1$ et $L2$, sont appelés $M1$. De même, les aimants qui se trouvent en lévitation entre les parois du graphite seront notés $M2$.

La position de chaque aimants $M1$ est ajustable individuellement suivant la direction \vec{x} . Ainsi, il est possible lors du passage de la phase de la conception à celle de la réalisation de corriger les éventuelles écarts existants ou encore des erreurs de conception. Ce réglage permet également de modifier les caractéristiques du capteur et donc ses performances. Les éléments de graphite disposés entre les aimants $M2$ sont eux aussi ajustables suivant la même direction. Seul l'espacement entre les modules $L1$ et $L2$, suivant \vec{y} , n'est pas réglable. Cependant cet espacement a été déterminé par simulation de sorte à ce que chaque module n'influe pas sur l'autre. Enfin, l'ossature sur laquelle repose les modules $L1$ et $L2$ est équipée de trois pieds réglables en hauteur pour garder le capteur de forces à l'horizontale.

Hormis les aimants permanents, le capteur de forces est réalisé en matériaux faiblement réactifs au champ magnétique. L'ossature ainsi que les vis qui rendent possible l'ajustement des aimants $M1$ sont réalisées en matériau plastique. Ceci limite notamment les risques de perturbations magnétiques extérieures. Par ailleurs, le modèle magnétique

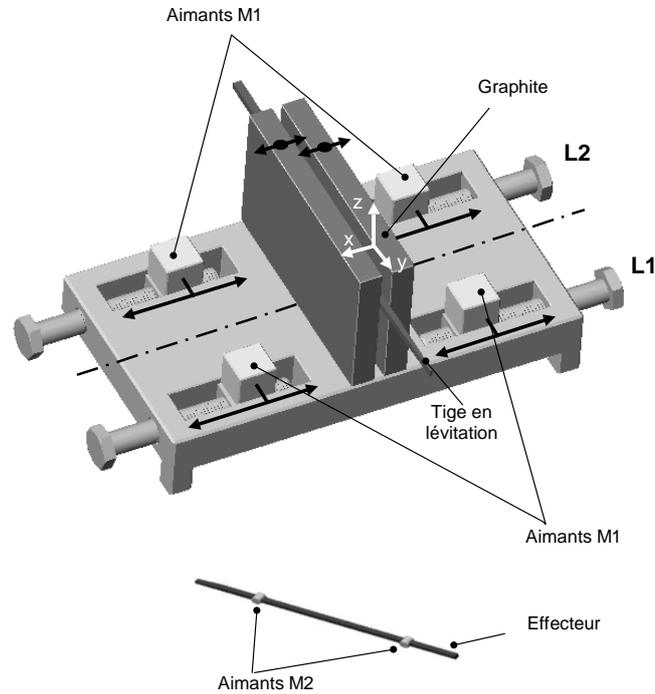


FIG. 3.33 – Vue globale du capteur de forces.

que nous avons établi pour le calcul de la force magnétique qui tient compte des interactions aimant/aimant et aimant/graphite demeure réaliste. En termes de coût de revient, les éléments qui constituent le capteur de forces sont relativement peu onéreux et le coût total de revient s'élève à une cinquantaine d'euros. La figure 3.34 présente les dimensions du capteur de forces.

L'effecteur est réalisé à base de résine d'époxy dans laquelle les aimants $M2$ sont moulés. La résine époxy est un matériau intéressant car il présente une densité proche de celle de l'eau, il est donc léger tout en étant suffisamment rigide et surtout malléable pendant sa préparation. La résine époxy se présente au départ sous forme liquide. Par l'ajout d'un catalyseur elle durcit à température ambiante après un certain temps. Nous intégrons les aimants $M2$ durant la phase de solidification de la résine qui a été déposée au préalable sur un moule que nous avons usiné. La forme de l'effecteur, et donc du moule, est un parallélépipède de $500 \mu m \times 500 \mu m \times 10 cm$ qui est aminci à l'une des extrémité pour former une pointe. Ainsi, il est possible d'avoir une fine pointe en extrémité. La figure 3.35 présente la forme de l'effecteur que nous avons réalisé. La pointe de l'effecteur présente une section de $500 \mu m$ par $100 \mu m$.

Afin de mesurer le déplacement de la tige en lévitation, un capteur laser est placé à l'arrière de l'ossature du capteur de forces. Notons que les caractéristiques du capteur

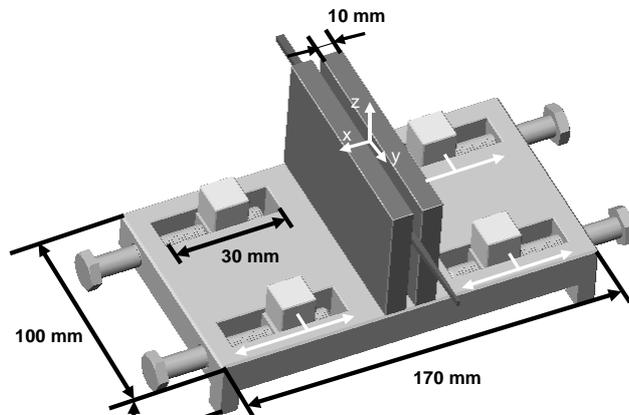


FIG. 3.34 – Dimensions du capteur de forces.

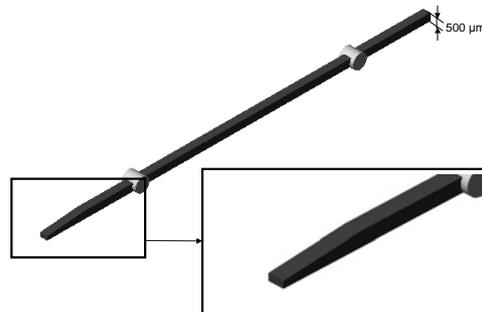


FIG. 3.35 – Forme de l'effecteur.

laser font qu'il n'est possible de mesurer uniquement les déplacements suivant \vec{y} . Afin que le spot laser puisse être focalisé sur l'arrière de la tige, le capteur de forces est placé sur une plate-forme mobile solidaire de l'ossature. A l'arrière de la tige en lévitation est fixée une pastille réfléchissante qui permet d'accroître la sensibilité du capteur laser. Ce dernier présente une caractéristique linéaire de la position en fonction de la tension de sortie. La plage de mesure s'étend sur 2 mm pour une résolution de mesure de 1 μm.

A titre de synthèse, le tableau 3.3 présente les principaux éléments qui constituent le capteur de forces ainsi que leurs caractéristiques telles que les dimensions et la nature des matériaux utilisés.

Enfin, les figures 3.36 présentent différents angles de vue du capteur de forces réalisé. Une vidéo est également disponible sur le CD d'accompagnement montrant le fonctionnement du capteur de forces.

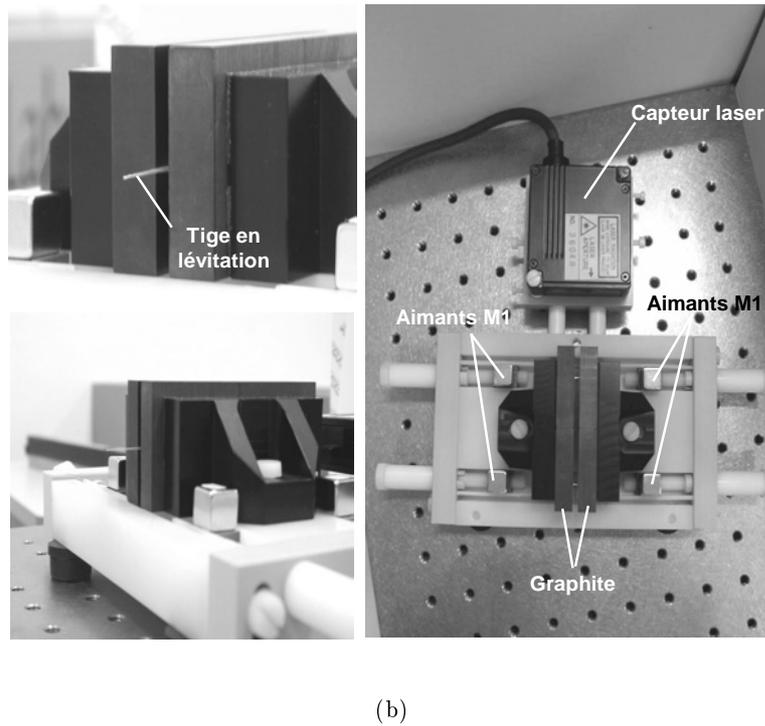
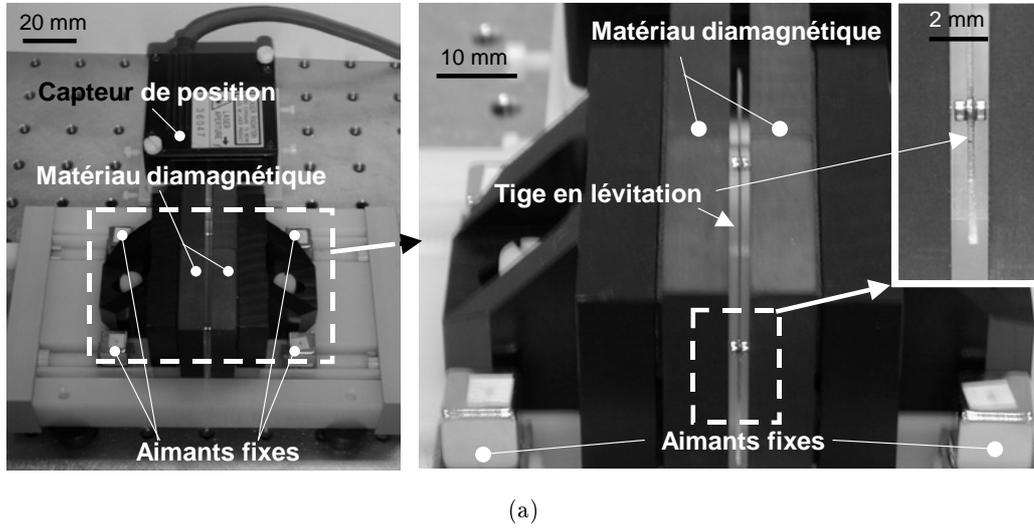


FIG. 3.36 – Photos du capteur de forces.

	matériaux	formes	dimensions	masses	B_r	χ_m
aimants $M1$	NdFeB	cubique	1 cm x 1 cm x 1 cm	-	1,3 T	-
aimants $M2$	NdFeB	cylindrique	\emptyset 1,63 mm x 1,17 mm	34 mg	0,95 T	-
matériau diamagné- tique	graphite	para- llélépipède	4 cm x 4 cm x 1 cm	-	-	$-1,36 \times 10^{-4}$
tige en lévitation	résine époxy	parallél- épipède tronqué	10 cm de long avec une section variable	90 mg y compris les aimants $M2$	-	-

TAB. 3.3 – *Synthèse des principaux éléments qui constituent le capteur de forces.*

Conclusion

Ce chapitre a été dédié à la conception ainsi qu'à la réalisation du capteur de forces. Dans le souci de faciliter la compréhension de certaines notions et notations utilisées durant cette partie, le début de ce chapitre a introduit des notions et définitions couramment employées dans le domaine relevant de la magnétostatique. Nous avons vu par la suite comment les choix des divers composants du capteur ont été faits en tentant d'argumenter au mieux les solutions choisies à chaque stade de l'évolution. Nous nous sommes attachés plus particulièrement au développement des parties concernant les choix qui portent sur les aimants permanents, le matériau diamagnétique et à la configuration de lévitation diamagnétique. Ainsi, des aimants à terre rare et du graphite équiperont le capteur de forces. En ce qui concerne la configuration de lévitation, notre choix s'est porté sur une configuration stable qui induit un champ d'induction magnétique quasi-uniforme dans la zone de lévitation des aimants. Cette configuration va permettre de réduire les effets du couple magnétique. De plus, l'utilisation de deux aimants reliés par une structure rigide (tige) va permettre de réduire la rotation des aimants en lévitation autour de leurs axes de révolution.

Le capteur de forces a été détaillé à la fin de ce chapitre. Il est constitué de quatre aimants porteurs qui sont disposés de manière à faire léviter deux petites aimants entre les parois du graphite. Cette structure est supportée par une ossature en matériaux plastique afin d'éviter toute source de perturbations magnétiques. Une tige servant d'effecteur est fixée sur les deux aimants en lévitation. Enfin, les aimants porteurs peuvent être éloignés ou rapprochés au gré de l'utilisateur afin de faciliter la mise en lévitation de l'ensemble tige et aimants permanents. Notons pour finir que cette partie mobile possède une grande

plage de déplacement suivant \vec{y} sans observer les effets du couple magnétique. Le large débattement obtenu est également assuré par l'étendue du champ d'action des aimants $M1$ sur $M2$. Par conséquent, ce capteur remplit les exigences vues au chapitre 2 et il devrait être capable de réaliser une mesure de forces sur une grande plage. Il reste néanmoins à déterminer la raideur K et la plage de mesure (étendue de mesure) qui vont caractériser ce capteur. De ce fait, le chapitre qui suit présente une étude complète des caractéristiques statique et dynamique du capteur en vue de la détermination de ses performances.

Chapitre 4

Capteur de forces : étude statique et dynamique

Ce chapitre est divisé en deux parties respectivement dédiées à l'étude statique et dynamique du capteur de forces. Grâce à ces deux études nous serons en mesure de cerner les effets des forces magnétique et diamagnétique sur les conditions de lévitation, les caractéristiques de mesure de forces multi-directionnelle, la résolution de mesure ou encore la nature des oscillations de la tige pour une excitation donnée.

4.1 Étude Statique

Cette partie du chapitre est consacrée à l'étude statique du capteur de forces. Par étude statique, on entend notamment l'étude du comportement du capteur pour la mesure de forces en régime établi ou permanent constant. Cette étude se révèle importante car elle constitue le mode principal de fonctionnement du capteur de forces. Pour que l'étude soit possible, il faut être en mesure d'établir un bilan des forces qui s'exercent sur la tige en lévitation et cela pour une position d'équilibre statique donnée. Ceci est conditionné par la caractérisation des forces d'origine magnétique et diamagnétique mises en jeu. Ainsi, on verra dans un premier temps la position d'équilibre statique de la tige lorsque aucune force extérieure au capteur ne lui est appliquée. Nous étudierons par la suite la mesure de forces multi-directionnelle ainsi que le couplage entre les différentes directions de mesure possibles. Enfin, nous présenterons les performances du capteur de forces.

4.1.1 Étude statique : bilan des forces dans le module $L1$

Tout d'abord, rappelons que le capteur de forces est construit autour de deux modules de suspension diamagnétique que nous avons appelé $L1$ et $L2$. Par ailleurs, nous avons précisé dans le chapitre 3 que les deux modules étaient suffisamment espacés pour limiter les interactions magnétiques respectives. En outre, le fait que les deux modules

soient identiques permet d'obtenir un capteur de forces avec plusieurs plans de symétrie. De ce fait, nous pouvons limiter l'étude statique à l'un des deux modules en prenant quelques précautions. L'influence du second module sera intégrée aux calculs par principe de symétrie. On choisit de consacrer l'étude au module $L1$. La figure 4.1 rappelle la configuration du module de suspension $L1$.

La figure 4.2 présente la définition du repère absolu $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ que nous utiliserons. Nous noterons D la distance qui sépare le centre de l'un des aimants $M1$ du centre O , suivant l'axe \vec{x} du repère de travail. e désigne l'espacement entre les plaques de graphite. La position d'équilibre statique est établie lorsque la somme des forces qui s'exercent sur l'aimant $M2$ est nulle. Or, il existe deux forces d'origine magnétique et diamagnétique qui s'exercent sur l'aimant $M2$. Les aimants $M1$ exercent des forces magnétiques sur l'aimant $M2$ qui ont pour conséquence notamment de l'attirer soit vers la droite, soit vers gauche. Le graphite disposé de part et d'autre de l'aimant $M2$ applique une force diamagnétique qui s'oppose à son mouvement.

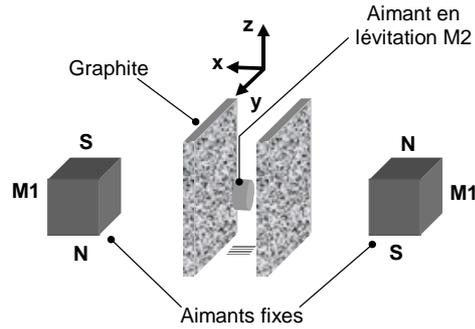
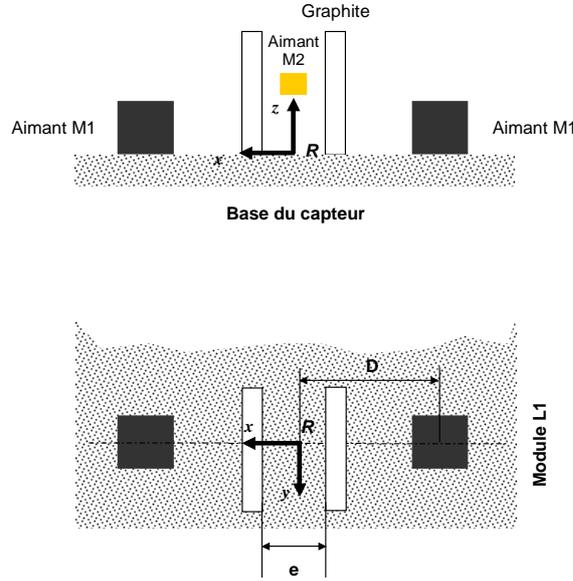


FIG. 4.1 – Configuration du module de suspension diamagnétique.

Force d'origine magnétique s'exerçant sur $M2$

Appelons \vec{B}_1 le champ d'induction magnétique produit par les deux aimants $M1$. De même, nous noterons \vec{B}_2 le champ d'induction magnétique produit par l'aimant $M2$. Considérons un élément P , appartenant à $M2$, de volume dV . La force magnétique $d\vec{F}^{mag}$ qui s'exerce sur l'élément P appliquée par les aimants $M1$ est donnée par la relation matricielle, soit :

$$(\vec{dF}^{mag})^T = (\vec{M}_2)^T \vec{\nabla} \vec{B}_1(P) dV \quad (4.1)$$

FIG. 4.2 – Définition du repère de travail R et notations adoptées.

où $(d\vec{F}^{mag})^T$ et $(\vec{M}_2)^T$ sont les vecteurs transposés de la force magnétique élémentaire $d\vec{F}^{mag}$ et de l'aimantation \vec{M}_2 de l'aimant M_2 . Nous avons vu chapitre 3 que les composantes de la force magnétique dans le repère R pour le module L_1 peuvent s'écrire :

$$dF_x^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial x} dV \quad (4.2)$$

$$dF_y^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial y} dV \quad (4.3)$$

$$dF_z^{mag} = \vec{M}_2 \cdot \frac{\partial \vec{B}_1(P)}{\partial z} dV \quad (4.4)$$

où la notation " \cdot " représente le produit scalaire. En l'absence de couple magnétique, l'aimantation \vec{M}_2 n'a qu'une seule composante suivant la direction \vec{x} dans le repère absolu R . Ainsi, les composantes de la force magnétique sont :

$$F_x^{mag} = \iiint_{V_{M2}} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial x} dV \quad (4.5)$$

$$F_y^{mag} = \iiint_{V_{M2}} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial y} dV \quad (4.6)$$

$$F_z^{mag} = \iiint_{V_{M2}} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(P)}{\partial z} dV \quad (4.7)$$

où V_{M2} représente le volume de l'aimant $M2$. $B_{1x}(P)$ représente la composante de l'induction magnétique $\vec{B}_1(P)$ produite par les aimants $M1$ suivant \vec{x} . Dans le cas où l'aimantation au sein de l'aimant $M2$ est rigide, \vec{M}_2 est exprimée par la relation (Bleaney et Bleaney 1976) :

$$\|\vec{M}_2\| = \frac{B_r}{\mu_0} \quad (4.8)$$

où B_r représente l'induction magnétique rémanente de l'aimant $M2$. Afin de faciliter la détermination des forces qui s'appliquent sur l'aimant $M2$ à partir des équations (4.5), (4.6) et (4.7) nous allons faire l'hypothèse que le champ d'induction \vec{B}_1 produit par les aimants $M1$ est quasiment constant dans le volume de l'aimant $M2$. Cette hypothèse reste fondée dans la mesure où nous avons montré dans le chapitre 3 que le champ d'induction magnétique \vec{B}_1 produit par les aimants $M1$ est quasi-uniforme. Cette hypothèse, ainsi formulée, nous permet de conclure que la composante B_{1x} est constante sur l'ensemble du volume de $M2$. Notons par ailleurs que cette hypothèse sera validée par calcul aux cours de ce paragraphe. En considérant cette hypothèse, les équations (4.5), (4.6) et (4.7) peuvent être reformulées différemment :

$$F_x^{mag} = V_{M2} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(G)}{\partial x} \quad (4.9)$$

$$F_y^{mag} = V_{M2} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(G)}{\partial y} \quad (4.10)$$

$$F_z^{mag} = V_{M2} M_{2x} \frac{\partial B_{1x}(G)}{\partial z} \quad (4.11)$$

$B_{1x}(G)$ représente la composante suivant \vec{x} de l'induction magnétique produite par les aimants $M1$ au centre de gravité G de l'aimant $M2$.

En conclusion, la connaissance de la composante $B_{1x}(G)$, en tout point de l'espace, de son gradient et de la composante M_{2x} de l'aimantation nous permet de déterminer les forces d'origine magnétique qui s'exercent sur l'aimant \vec{M}_2 . Ces calculs restent valables dans le cas où l'aimantation $M2$ reste perpendiculaire au plan (yOz) ou encore que l'aimant $M2$ ne subit pas de rotation autour de \vec{y} et \vec{z} .

Force d'origine diamagnétique s'exerçant sur $M2$

Il est possible par le biais des fondements de la magnétostatique d'exprimer la force qui s'exerce sur un matériau diamagnétique soumis un champ d'induction magnétique donné. Notons que pour établir le bilan des forces qui s'exercent sur l'aimant $M2$, il faut connaître la force diamagnétique qui s'applique sur l'aimant $M2$. Selon le principe de l'action réciproque, la force diamagnétique appliquée par l'aimant $M2$ sur la plaque de graphite est l'opposé de la force appliquée par la plaque sur l'aimant $M2$.

La force diamagnétique élémentaire \vec{dF}^{dia} de nature répulsive qui s'applique à un élément P du graphite de volume dV et d'aimantation \vec{M}_{dia} soumis à un champ d'induction magnétique $\vec{B}_T(P)$ est formulée ainsi :

$$(\vec{dF}^{dia})^T = (\vec{M}_{dia})^T \vec{\nabla} \vec{B}_T(P) dV \quad (4.12)$$

où $\vec{B}_T(P)$ est le champ d'induction magnétique total produit par les aimants $M1$ et $M2$. La relation vectorielle qui lie $\vec{B}_T(P)$ aux champs \vec{B}_1 et \vec{B}_2 de chaque aimant est :

$$\vec{B}_T(P) = \vec{B}_1(P) + \vec{B}_2(P) \quad (4.13)$$

Par ailleurs, la contribution de l'induction magnétique produite par les aimants $M1$ reste négligeable dans l'équation (4.13). En effet, contrairement à l'aimant $M2$ qui se trouve tout proche du graphite (quelques millimètres), les aimants $M1$ sont relativement éloignés (plusieurs centimètres) du graphite. En pratique, nous avons constaté que $\|\vec{B}_1(P)\|$ est globalement 100 fois plus petite que $\|\vec{B}_2(P)\|$. Ainsi, il est possible de reformuler l'équation (4.13) autrement par l'équation suivante :

$$\vec{B}_T(P) \simeq \vec{B}_2(P) \quad (4.14)$$

Les composantes de la force diamagnétique élémentaire sont donc :

$$dF_x^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_2(P)}{\partial x} dV \quad (4.15)$$

$$dF_y^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_2(P)}{\partial y} dV \quad (4.16)$$

$$dF_z^{dia} = \vec{M}_{dia} \cdot \frac{\partial \vec{B}_2(P)}{\partial z} dV \quad (4.17)$$

Dans le cas des matériaux diamagnétiques, le comportement linéaire qu'ils exhibent permet d'exprimer l'aimantation produite en fonction du champ d'induction de la source extérieure. Dans notre cas, la source d'induction magnétique est produite par les aimants $M1$ et $M2$ tandis que l'aimantation résultante est \vec{M}_{dia} . La relation qui lie l'aimantation \vec{M}_{dia} à $\vec{B}_T(P)$ est :

$$\vec{M}_{dia} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_T(P) \quad (4.18)$$

$$= \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_2(P) \quad (4.19)$$

En utilisant l'équation (4.19) dans (4.15), (4.16) et (4.17), on obtient de nouveau les composantes de la force diamagnétique élémentaire \vec{dF}^{dia} :

$$dF_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_2(P)\|^2}{\partial x} dV \quad (4.20)$$

$$dF_y^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_2(P)\|^2}{\partial y} dV \quad (4.21)$$

$$dF_z^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{\partial \|\vec{B}_2(P)\|^2}{\partial z} dV \quad (4.22)$$

Les composantes de la force diamagnétique élémentaire suivant les directions \vec{y} et \vec{z} se compensent dans l'ensemble du volume du graphite¹. Seule la composante suivant \vec{x} agit sur le graphite. Ainsi la force diamagnétique peut s'écrire comme suit :

$$F_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iiint_{V_{dia}} \frac{\partial \|\vec{B}_2(P)\|^2}{\partial x} dV \quad (4.23)$$

$$= \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iiint_{V_{dia}} \left(\nabla \|\vec{B}_2(P)\|^2 dV \right) \cdot \vec{x} \quad (4.24)$$

où V_{dia} représente le volume de la plaque de graphite. Par ailleurs, les théorèmes issus du calcul vectoriel montrent qu'il est possible de passer d'une intégrale volumique à une intégrale surfacique dans le cas d'un volume fermé. Il sera alors possible d'exprimer la force diamagnétique \vec{F}^{dia} par un calcul d'intégral surfacique plutôt qu'un calcul intégrale volumique. Les théorèmes du calcul vectoriel appliqués à notre cas permettent d'écrire (Jackson 1999) :

$$\iiint_{V_{dia}} \nabla \|\vec{B}_2(P)\|^2 dV = \oint_{S_T} \|\vec{B}_2(P)\|^2 \vec{dS} \quad (4.25)$$

avec $\vec{dS} = \vec{n} \cdot dS$. \vec{n} est le vecteur normal unitaire à cette surface. La surface S_T représente la surface fermée qui contient le volume du graphite. Notons $S1$ à $S6$ les surfaces du graphite. La figure 4.3 illustre les surfaces en question.

Si on multiplie l'équation (4.25) de part et d'autre par $\frac{\chi_m}{2\mu_0}$, on obtient :

$$\frac{\chi_m}{2\mu_0} \iiint_{V_{dia}} \nabla \|\vec{B}_2(P)\|^2 dV = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \oint_{S_T} \|\vec{B}_2(P)\|^2 \vec{dS} \quad (4.26)$$

1. Explications apportées dans le chapitre 3, paragraphe 3.2.1 et page 80.

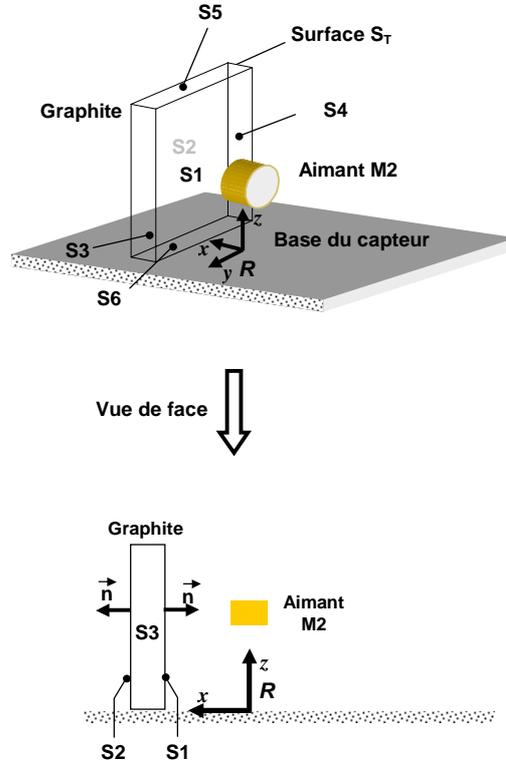


FIG. 4.3 – Représentation de la surface S_T et du vecteur normal \vec{n} .

Si on s'intéresse à la composante suivant \vec{x} , il est possible d'écrire l'équation précédente comme suit :

$$\frac{\chi_m}{2\mu_0} \iiint_{V_{dia}} \left(\nabla \left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dV \right) \cdot \vec{x} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_T} \left(\left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 d\vec{S} \right) \cdot \vec{x} \quad (4.27)$$

Ainsi, la composante de la force diamagnétique suivant \vec{x} s'exprime à présent à l'aide d'une intégrale surfacique plutôt qu'une intégrale volumique. Soit :

$$F_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_T} \left(\left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dS \right) \vec{n} \cdot \vec{x} \quad (4.28)$$

Le produit scalaire du vecteur \vec{n} avec \vec{x} sur toutes les surfaces du graphite conduit à ne considérer que les surfaces $S1$ et $S2$. Ceci résulte du fait que le vecteur normale \vec{n} est perpendiculaire à \vec{x} pour les autres surfaces. Ainsi, le produit scalaire est donc nul. De ce fait, la force diamagnétique exprimée dans l'équation (4.28) s'écrit en fonction de deux intégrales surfaciques. Soit :

$$F_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_2} \left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dS - \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_1} \left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dS \quad (4.29)$$

Nous avons constaté par le biais de la simulation du champ d'induction magnétique produite par $M2$ que la contribution de la surface $S2$ était totalement négligeable dans le calcul de la force diamagnétique. Ainsi, il est possible d'exprimer la force diamagnétique qui s'exerce sur le graphite par :

$$F_x^{dia} = -\frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_1} \left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dS \quad (4.30)$$

Enfin, selon le principe de l'action réciproque, la force diamagnétique appliquée par l'aimant $M2$ sur la plaque de graphite est l'opposé de la force appliquée par la plaque sur l'aimant $M2$. La force diamagnétique qui s'exerce sur l'aimant $M2$ s'exprime donc comme suit :

$$F_x^{dia} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \iint_{S_1} \left\| \vec{B}_2(P) \right\|^2 dS \quad (4.31)$$

En conclusion, la connaissance du module de l'induction magnétique \vec{B}_2 sur la surface $S1$ du graphite ainsi que sa susceptibilité magnétique χ_m suffit à déterminer la force diamagnétique, induite par la plaque, qui s'applique sur l'aimant $M2$.

Bilan des forces qui s'exercent sur $M2$

Nous allons établir à présent le bilan des forces qui s'appliquent sur l'aimant $M2$ à la position d'équilibre lorsqu'il ne subit aucune force extérieure. Pour que notre démarche soit correcte, nous n'allons pas considérer simplement la masse des aimants $M2$ comme étant celle qui est supportée par les modules $L1$ et $L2$. En effet, rappelons que la tige en lévitation est composée des aimants $M2$ auxquels s'ajoute l'effecteur en époxy. Soit une masse totale de 90 mg contre 68 mg pour les deux aimants $M2$. Chaque module de sustentation va supporter donc la moitié de la masse totale de la tige, soit 45 mg . Dans le souci d'alléger les notations, nous prenons le parti d'appeler ce système composé de l'aimant $M2$ et de la moitié de la tige en époxy par **aimant $M2$** et ce dans le reste du manuscrit.

La figure 4.4 présente le bilan des forces qui s'exercent sur **l'aimant $M2$** . On recense cinq forces :

- **force magnétique** \vec{F} : force d'attraction appliquée par l'aimant droit $M1$ du module $L1$ sur **l'aimant $M2$** ;

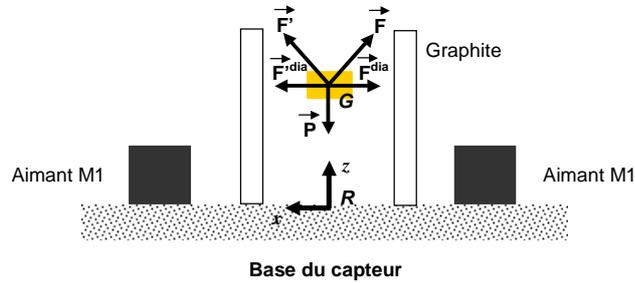


FIG. 4.4 – Bilan des forces appliquées à l'aimant M2.

- **force magnétique** \vec{F} : force appliquée par l'aimant gauche M1 du module L1 sur l'aimant M2;
- **force diamagnétique** \vec{F}^{dia} : force appliquée par la plaque gauche de graphite dans le module L1. Cette force tend à repousser l'aimant M2 suivant la direction $-\vec{x}$;
- **force diamagnétique** \vec{F}'^{dia} : force appliquée par la plaque droite de graphite du module L1. Cette force tend à repousser l'aimant M2 suivant la direction \vec{x} ;
- **force gravitationnelle** \vec{P} : cette force représente le poids de l'élément "aimant M2".

La relation vectorielle qui lie \vec{F} et \vec{F}' à la grandeur \vec{F}^{mag} donnée par les équations (4.9) (4.10) et (4.11) s'exprime comme suit :

$$\vec{F}^{mag} = \vec{F} + \vec{F}' \quad (4.32)$$

Jusqu'à présent nous avons présenté les forces agissant sur l'aimant M2 sans spécifier leurs directions. Bien que la direction de la force diamagnétique soit facile à imaginer puisqu'elle ne possède qu'une seule composante suivant \vec{x} , la visualisation tridimensionnelle de la force magnétique est plus complexe. Par conséquent nous avons tracé séparément, dans la zone de lévitation², le champ vectoriel de la force \vec{F}^{mag} qui s'applique sur l'aimant M2 suivant les plans (xOy) et (yOz) (voir figures 4.5(a) et 4.5(b)). De manière similaire, la direction et l'intensité de la force diamagnétique suivant le plan (xOy) sont présentées à la figure 4.5(c). Le tracé obtenu est effectué sous **Matlab**[®] après avoir simulé, sous **Flux3D**[®], les grandeurs nécessaires aux calculs des forces d'origines

2. Les conditions de lévitation ainsi que les zones de stabilité sont présentées dans les paragraphes qui suivent.

magnétique et diamagnétique. Les traits en gras dans la figure 4.5(b) représentent une vue de face des aimants $M1$. Le point qui se trouve au dessus des aimants schématise $l'aimant M2$. Nous avons également tracé sur cette figure les isovalues du champ de forces.

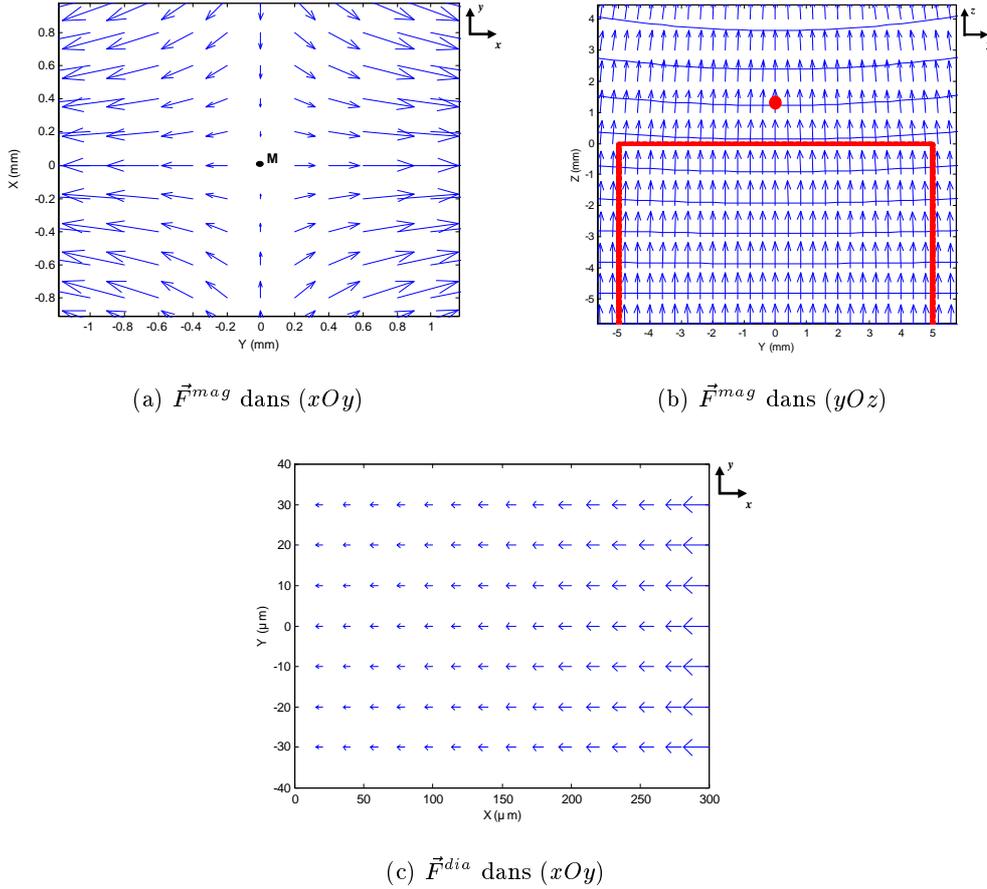


FIG. 4.5 – Champs de forces magnétiques et diamagnétiques.

On peut constater que les composantes de la force diamagnétique convergent toutes vers le plan (yOz) . Dans le cas où ces forces sont plus importantes que les composantes de \vec{F}^{mag} suivant \vec{x} , $l'aimant M2$ est repoussé dans le plan (yOz) . Ainsi, il va subir l'action des composantes \vec{F}^{mag} suivant \vec{y} qui tendent à le positionner au point M (voir figure 4.5(a) 4.5(b)). Dans le cas contraire, si la force diamagnétique est plus faible, l'équilibre est rompu et $l'aimant M2$ se dirigera de manière irréversible vers l'une des faces droite ou gauche du graphite. En utilisant le repère absolu R , les coordonnées cartésiennes du point M sont $x=y=0$ et $z=h$. h représente la hauteur à laquelle $l'aimant M2$ lévite et dépend notamment de l'espacement entre les aimants $M1$.

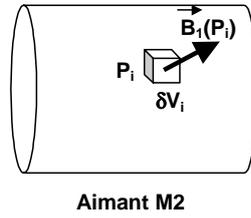


FIG. 4.6 – Démarche de validation et notations.

A la position d'équilibre statique M , la relation suivante est vérifiée :

$$\vec{F} + \vec{F}' + \vec{F}^{dia} + \vec{F}'^{dia} + \vec{P} = \vec{0} \quad (4.33)$$

Les projections respectives sur Ox et Oz de l'équation (4.33) sont :

$$F'_x - F_x = F_x^{dia} - F_x^{dia} \quad (4.34)$$

$$F_z + F'_z = mg \quad (4.35)$$

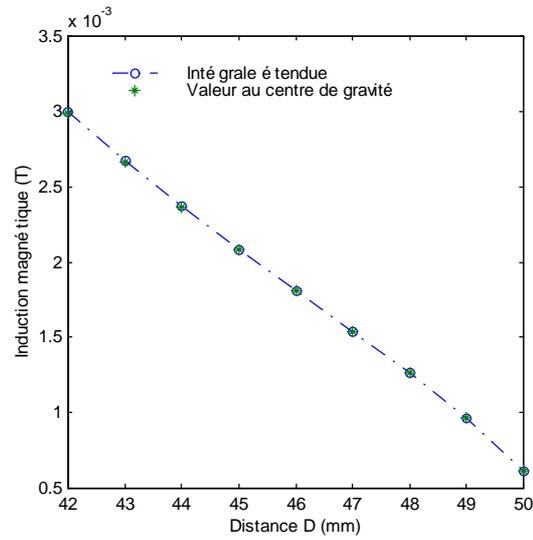
où m représente la masse de *l'aimant M2*.

Validation de l'hypothèse sur le champ d'induction magnétique

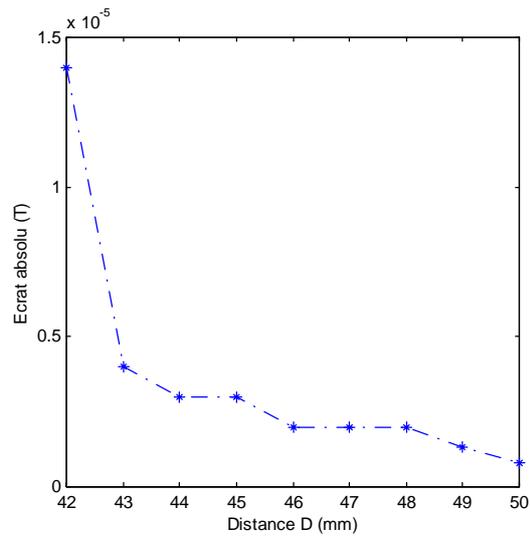
Nous avons fait au cours du paragraphe 4.1.1 une hypothèse selon laquelle nous considérons que la variation du champ d'induction \vec{B}_1 , produit par les aimants $M1$, était relativement constante dans le volume de l'aimant $M2$. Cette hypothèse une fois vérifiée s'avère utile pour simplifier le calcul de la force magnétique. Nous apportons ici des éléments de validation plus tangibles obtenus par le biais de simulation sous **Flux3D®**.

La démarche de validation consiste à discrétiser le volume de l'aimant $M2$ en plusieurs éléments P_i de petit volume δV_i . Nous calculons l'intégrale de B_{1x} étendue sur tout le volume V_{M2} pour une position de lévitation donnée comme la somme des $B_{1x}(P_i)$ (voir figure 4.6). Cette valeur est ensuite comparée à la valeur prise au centre de gravité G de l'aimant $M2$. Enfin, nous faisons varier l'espacement D entre les aimants $M1$ pour valider l'hypothèse sur l'ensemble des positions d'équilibre obtenues.

La figure 4.7(a) présente le calcul étendu de l'intégrale de B_{1x} sur le volume entier de l'aimant $M2$ en fonction de la distance D qui varie de 42 mm à 50 mm . Sur cette même figure, nous ajoutons les valeurs de l'induction magnétique aux positions du centre de gravité $B_{1x}(G)$. La figure 4.7(b) présente le résultat du calcul de l'erreur absolue entre le calcul intégrale et la valeur au centre de gravité.



(a)



(b)

FIG. 4.7 – Calcul intégrale, valeurs au centre de gravité et erreur absolue.

Les résultats montrent bien que la variation de la composante B_{1x} de l'induction magnétique est très faible sur l'ensemble du volume de l'aimant M_2 . Cette constatation se généralise également sur toutes les positions de lévitation possibles en variant D . Il est alors tout à fait correct de considérer cette simplification comme valide dans notre cas.

Conditions de lévitation suivant \vec{x}

Deux conditions sont nécessaires à réunir pour que l'aimant puisse léviter suivant la direction \vec{x} . Ces conditions sont valables lorsqu'aucune force autre que magnétique ou diamagnétique ne s'applique sur l'aimant $M2$. Ces forces sont plus au moins importantes en fonction de l'espacement D entre les aimants $M1$ pour un e donné³. En s'aidant du schéma de la figure 4.8 qui établit le bilan de forces⁴ qui s'exercent sur **l'aimant M2** lorsqu'il se déplace suivant \vec{x} , la mise en équations de ces conditions peut être exprimée comme suit :

$$-F_x^{dia} + F_x^{mag} + F_x'^{dia} < 0 \quad (4.36)$$

$$F_x'^{dia} - F_x^{mag} - F_x^{dia} > 0 \quad (4.37)$$

Notons que les deux équations garantissent la stabilité suivant les directions \vec{x} et $-\vec{x}$ qui n'est assurée que par la présence de la force diamagnétique. Les directions restantes, à savoir \vec{y} et \vec{z} sont stables sans l'ajout du graphite. La réalisation de la condition formulée par l'équation (4.36) garantit la stabilité de lévitation suivant la direction \vec{x} . De même, l'équation (4.37) garantit la stabilité de lévitation suivant la direction $-\vec{x}$.

Afin de déterminer les zones possibles de lévitation de **l'aimant M2** et donc de la tige formée par les deux aimants $M2$, nous allons procéder au calcul simulé des forces magnétique et diamagnétique qui s'appliquent au centre de gravité $G(x_G, y_G, z_G)$ de **l'aimant M2**. Nous allons exploiter la symétrie existante et nous limiter à l'étude suivant \vec{x} . Cette procédure va être réitérée pour plusieurs espacements D que nous noterons D_1 à D_9 . Pour chaque espacement D_i , nous vérifions la validité de l'équation (4.36). Les valeurs de D s'étendent sur une plage qui varie de 42 mm à 50 mm.

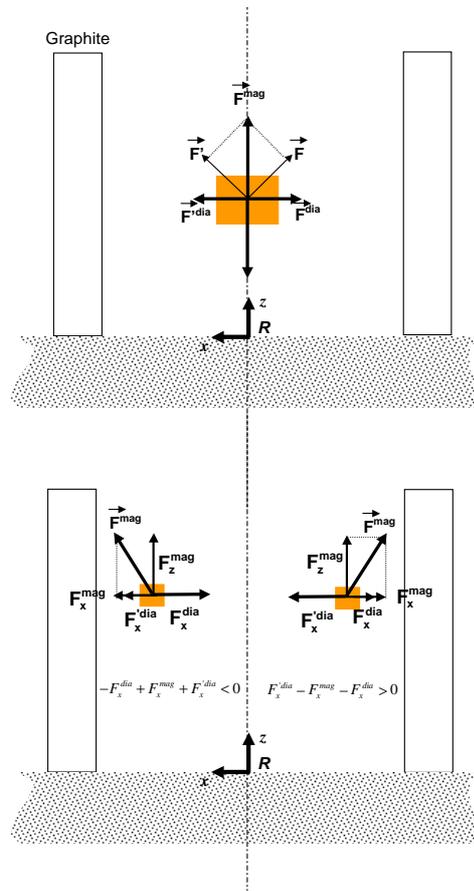
Les figures 4.9(a) et 4.9(b) représentent respectivement les composantes F_x^{mag} et F_x^{dia} des forces magnétique et diamagnétique qui s'appliquent au centre de gravité de **l'aimant M2**. Contrairement à la force magnétique dont le module varie en fonction de D , l'intensité de la force diamagnétique dépend elle de la proximité de **l'aimant M2** du graphite. Ce qui explique pourquoi nous obtenons une seule caractéristique pour la force diamagnétique et plusieurs pour la force magnétique pour chaque D_i . Notons, par ailleurs, la symétrie de F_x^{mag} fonction de x_G qui justifie l'étude suivant une des directions possibles \vec{x} ou $-\vec{x}$. Notons, également, le caractère linéaire de cette composante en raison de la forme particulière du champ d'induction magnétique \vec{B}_1 résultant.

A présent que les composantes qui interviennent dans le mécanisme de stabilisation de **l'aimant M2** ont été déterminées, nous allons appliquer l'équation (4.36) pour chaque D_i . La figure 4.10 illustre le résultat issu de l'utilisation de l'équation (4.36).

Rappelons que l'équation (4.36) doit être vérifiée pour que la lévitation de **l'aimant**

3. Rappelons que e représente l'écartement entre les plaques de graphite.

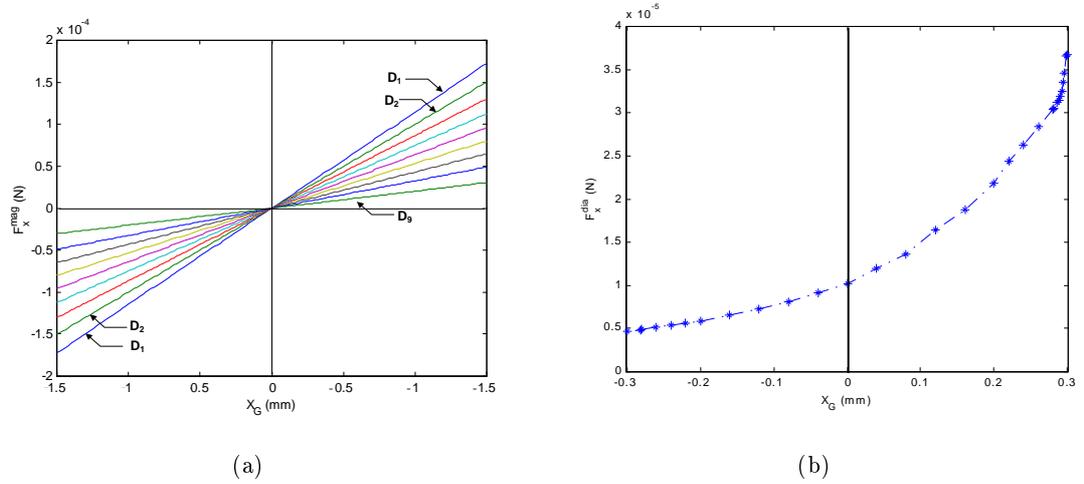
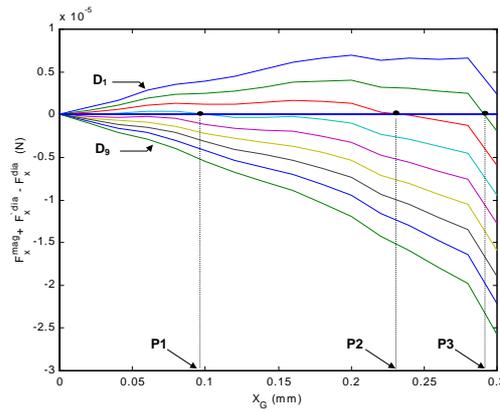
4. Le poids de l'aimant M2 n'est pas représenté afin de ne pas encombrer le schéma.

FIG. 4.8 – Conditions de lévitation suivant \vec{x} .

$M2$ soit stable suivant \vec{x} . On peut constater, sur la figure 4.10, que les espacements allant de D_9 à D_2 représentent des zones de lévitation stable. La caractéristique pour un espacement D_1 n'est pas stable puisqu'elle ne vérifie pas l'équation (4.36).

Les caractéristiques obtenues pour D_4 , D_3 et D_2 sont particulières car elle sont stables tant que $x_G > P1$, $x_G > P2$ et $x_G > P3$ respectivement. Au delà de cette limite, la composante de la force magnétique suivant \vec{x} est plus importante que la force diamagnétique rendant ainsi l'équilibre instable. Pour ces caractéristiques, *l'aimant M2* ne lévite plus à $e/2$. Bien que cette position désaxée constitue une position stable de *l'aimant M2*, on préférera dans le cadre de la mesure de forces les positions de lévitation où *l'aimant M2* est centré⁵ par rapport au repère R .

5. Ces positions correspondent à $x_G = 0$, $y_G = 0$ et $z_G = h$.

FIG. 4.9 – Composantes F_x^{mag} et F_x^{dia} .FIG. 4.10 – Condition de stabilité $F_x^{mag} + F_x^{dia} - F_x^{dia} < 0$.

Conditions de lévitation suivant \vec{z}

La lévitation suivant \vec{z} est possible par le biais des composantes de la force magnétique suivant \vec{z} qui compensent le poids de **l'aimant M2**. Ainsi, la lévitation est stable suivant \vec{z} et $-\vec{z}$ si les équations suivantes sont vérifiées respectivement :

$$F_z^{mag} - mg < 0 \quad (4.38)$$

$$F_z^{mag} - mg > 0 \quad (4.39)$$

La figure 4.11 présente l'évolution de la composante magnétique suivant \vec{z} pour des espacements allant de D_1 à D_9 comparée au poids de **l'aimant M2**. L'équilibre statique

est obtenu lorsque la composante magnétique F_z^{mag} compense le poids de *l'aimant M2*. Soit :

$$F_z^{mag} - mg = 0 \quad (4.40)$$

La figure 4.11 présente les positions h_1 à h_9 où l'équation (4.40) est réalisée. Notons sur cette même figure la présence de la caractéristique D_{max} qui constitue la valeur maximale d'écartement au delà de laquelle la composante F_z^{mag} devient trop faible pour compenser le poids. Enfin, Il est intéressant de souligner que, dans notre cas, l'équation (4.40) permet de déterminer l'écartement D_{max} autorisé. De même, l'utilisation de l'équation (4.36) conduit à la détermination de l'espacement minimum D_{min} possible. Ainsi, la lévitation de *l'aimant M2* est possible pour $D_{max} < D < D_{min}$ soit $50.5 \text{ mm} < D < 42 \text{ mm}$.

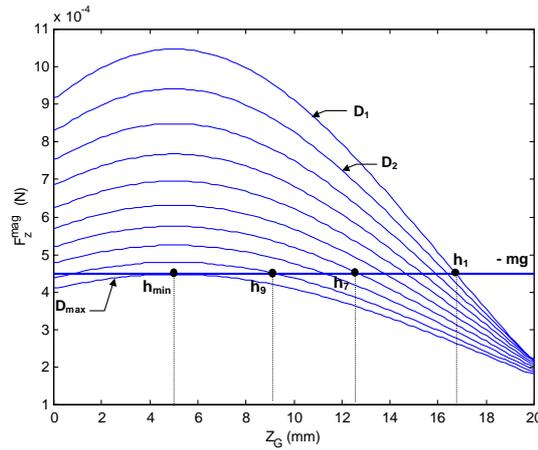


FIG. 4.11 – Condition de stabilité suivant \vec{z} .

Afin de vérifier la pertinence des résultats issus de la simulation, nous procédons à une mesure expérimentale qui consiste à faire varier l'espacement D , vérifier si la lévitation est stable et à mesurer la hauteur de lévitation h . La mesure de h s'est faite avec un appareil de mesure micrométrique. La figure 4.12 présente le résultat de l'expérimentation confronté à celui de la simulation. Nous avons constaté que la lévitation était stable pour les espacements allant de D_2 à D_9 . De plus, nous avons observé les positions ($P1$, $P2$ et $P3$) désaxées de lévitation. Néanmoins, il nous a pas été possible de vérifier leurs valeurs expérimentalement de manière pertinente en raison de la proximité de *l'aimant M2* du graphite.

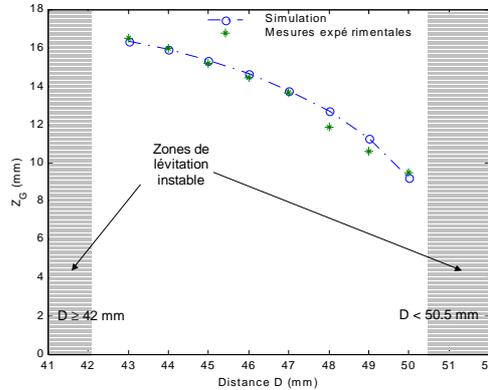


FIG. 4.12 – Mesures expérimentales et résultats de simulation.

4.1.2 Mesure de forces multi-directionnelle et de couples

Après avoir étudié les conditions de levitation de *l'aimant M2* pour le module *L1* au cours du paragraphe précédent, nous allons étendre à présent ce raisonnement aux deux modules *L1* et *L2*. Nous présenterons également dans ce paragraphe les fondements utilisés pour la mesure de forces et de couples. Notons qu'en pratique ce capteur ne sera pas utilisé pour de la mesure de couples. L'étude et les résultats présentés pour la mesure de couples sont données en complément à l'étude que nous avons abordée dans ce manuscrit.

La tige en lévitation formée par les deux aimants *M2* possède six degrés de liberté $(x, y, z, \alpha, \theta, \phi)$ (voir figure 4.13). Chaque degré de liberté peut constituer une direction de mesure de forces ou de couples. Nous allons nous attacher plus particulièrement à caractériser la mesure de forces suivant \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} et la mesure de couples suivant θ . Ainsi, nous n'exploitons pas la mesure de couples suivant α et ϕ . Nous verrons aux paragraphes qui suivent que la mesure de couple suivant α engendre, de par les phénomènes mis en jeu, une caractéristique "couple/angle mesuré" non-linéaire. Nous verrons également que la mesure de couples suivant ϕ engendre le déplacement du centre de rotation de la tige en lévitation et rend l'interprétation de la mesure difficile.

Mesure de forces suivant \vec{x} , \vec{y} et \vec{z}

Nous allons dans ce paragraphe présenter le principe de mesure d'une force suivant les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} lorsqu'une force extérieure \vec{F}^m de module inconnu et de direction connue est appliquée au centre de gravité G^t de la tige en lévitation (voir figure 4.14). Notons que l'application d'une force extérieure au point G^t ne produit pas de moments de forces. Autrement dit, outre le fait que les aimants *M2* restent sur le même alignement suivant \vec{y} , ces derniers restent dans un plan parallèle au plan (yOz) .

La nouvelle position d'équilibre statique est obtenue en appliquant le principe de la statique au centre de gravité de la tige $G^t(x_G^t, y_G^t, z_G^t)$:

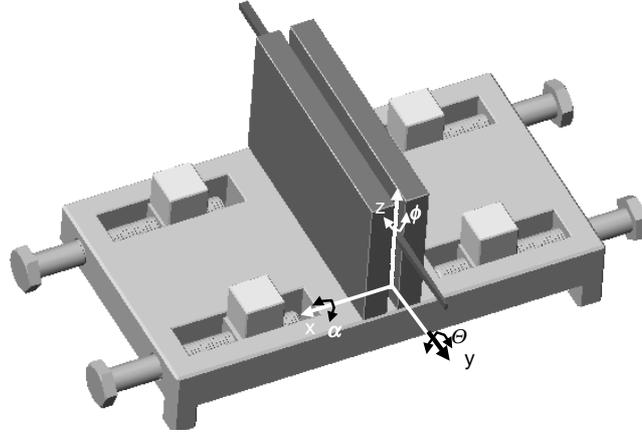


FIG. 4.13 – Degrés de liberté du capteur de forces.

$$\vec{F}_t^{mag} + \vec{F}_t^{dia} + \vec{F}'_t^{dia} + \vec{F}^m + \vec{P}_t = \vec{0} \quad (4.41)$$

\vec{P}_t est la force gravitationnelle de la tige de masse m_t . Cette dernière représente le double de la masse m de *l'aimant M2*. \vec{F}_t^{mag} désigne la force magnétique totale produite par les deux modules $L1$ et $L2$. Elle est exprimée en raison de la symétrie dans le plan (xOz) et du fait que les modules sont suffisamment éloignés l'un par rapport à l'autre par :

$$\vec{F}_t^{mag} = \vec{F}^{mag} + \vec{F}^{mag} \quad (4.42)$$

De même, \vec{F}_t^{dia} et \vec{F}'_t^{dia} sont les forces diamagnétiques totales produites par le graphite se trouvant à gauche et à droite respectivement dans chaque module $L1$ et $L2$. La relation vectorielle qui lie les forces diamagnétiques totales aux forces de chaque module est :

$$\vec{F}_t^{dia} = \vec{F}^{dia} + \vec{F}^{dia} \quad (4.43)$$

$$\vec{F}'_t^{dia} = \vec{F}'^{dia} + \vec{F}'^{dia} \quad (4.44)$$

Les projections de l'équation (4.41) dans le repère R suivant Ox , Oy et Oz conduisent aux résultats :

$$2F_x^{mag} - 2F^{dia} + 2F'^{dia} + F_x^m = 0 \quad (4.45)$$

$$2F_y^{mag} - F_y^m = 0 \quad (4.46)$$

$$2F_z^{mag} - F_z^m - m_t g = 0 \quad (4.47)$$

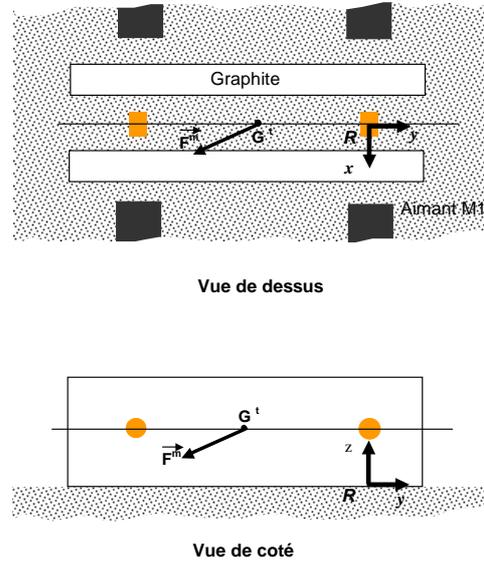


FIG. 4.14 – Forces appliquées au centre de gravité de la tige.

Si on isole les composantes de la force \vec{F}^m , on obtient :

$$F_x^m = -2F_x^{mag} + 2F^{dia} - 2F^{t\,dia} \quad (4.48)$$

$$F_y^m = 2F_y^{mag} \quad (4.49)$$

$$F_z^m = 2F_z^{mag} - m_t g \quad (4.50)$$

La détermination des composantes de la force \vec{F}^m est conditionnée par la connaissance des forces magnétique et diamagnétique qui s'appliquent à G^t . Or, nous avons vu aux paragraphes précédents qu'il était possible de déterminer les forces magnétique et diamagnétique qui s'appliquent au centre de gravité G de **l'aimant M2**. Ainsi, on peut déterminer les composantes de \vec{F}^{mag} et \vec{F}^{dia} à l'aide des équations (4.9), (4.10), (4.11) et (4.31). Suite à ce calcul, il est possible de déterminer la force \vec{F}^m appliquée via les équations (4.48), (4.49) et (4.50).

En pratique, il est peu probable que nous appliquions des forces au point G^t mais plutôt sur l'une des deux extrémités de la tige en lévitation. L'application de la même force \vec{F}^m va induire cette fois-ci des moments de forces sur la tige en lévitation. Ainsi, il faut ajouter une seconde équation prenant en compte les moments de forces. Ce cas sera traité en détail dans le section 4.2.

Mesure de couples suivant θ

Si à présent on applique un couple mécanique $\vec{\Gamma}^m$ sur la tige en lévitation (voir figure 4.15), la position d'équilibre statique est obtenue lorsque la somme des moments

des forces en G^t s'annule. A la position d'équilibre statique, on recense deux couples qui s'exercent sur l'aimant $M2$ (voir figure 4.16), soit :

- le couple magnétique $\vec{\Gamma}^{mag}$: c'est le couple magnétique qui tend à aligner l'aimantation \vec{M}_2 de l'aimant $M2$ avec les lignes de champ d'induction magnétique \vec{B}_1 ;
- le couple mécanique $\vec{\Gamma}^m$: il représente le couple appliqué sur la tige en lévitation.

Notons $\vec{\Gamma}_t^{mag}$ le couple magnétique total qui tend à aligner les deux aimants $M2$ avec \vec{B}_1 dans chaque module $L1$ et $L2$. La relation vectorielle qui lie $\vec{\Gamma}^{mag}$ à $\vec{\Gamma}_t^{mag}$ est la suivante :

$$\vec{\Gamma}_t^{mag} = \vec{\Gamma}^{mag} + \vec{\Gamma}^{mag} \quad (4.51)$$

$$(4.52)$$

Ainsi le bilan des couples qui s'exercent sur la tige en lévitation à la position d'équilibre est :

$$\sum \mathcal{M}(\vec{F}) = \vec{0} \quad (4.53)$$

$$\vec{\Gamma}_t^{mag} + \vec{\Gamma}^m = \vec{0} \quad (4.54)$$

$$\|\vec{\Gamma}^m\| = \|\vec{\Gamma}_t^{mag}\| \quad (4.55)$$

La détermination du couple $\vec{\Gamma}^m$ est conditionnée par la connaissance du couple magnétique total $\vec{\Gamma}_t^{mag}$ qui s'exerce sur les deux aimants $M2$. Ainsi, nous allons dans ce qui suit donner une formulation analytique du couple magnétique pour qui s'exerce sur l'un des aimants $M2$.

Le couple magnétique élémentaire qui s'exerce sur un élément P de volume dV et d'aimantation \vec{M}_2 de l'aimant $M2$ sous un champ d'induction magnétique \vec{B}_1 produit par les aimants $M1$ peut être exprimé comme :

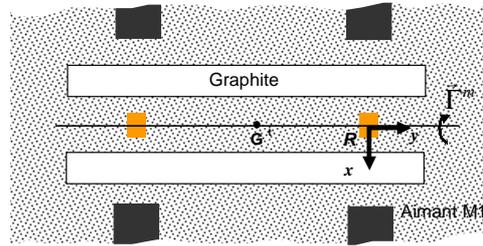
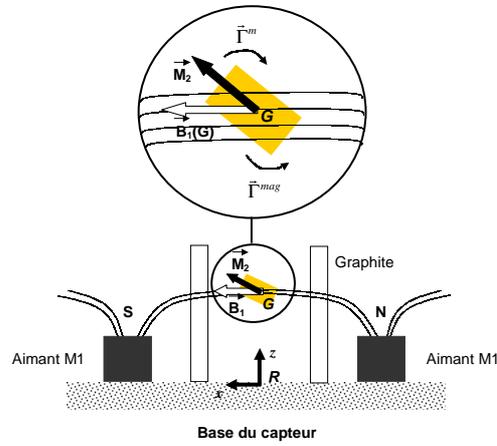
$$d\vec{\Gamma}^{mag} = \vec{M}_2 \wedge \vec{B}_1(P) dV \quad (4.56)$$

$$\|d\vec{\Gamma}^{mag}\| = \|\vec{M}_2\| \|\vec{B}_1(P)\| \sin\theta dV \quad (4.57)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \|\vec{B}_1(P)\| & : \text{ module de l'induction magnétique au point } P \\ \theta & : \text{ angle formé entre l'aimant } M2 \text{ et l'axe } Ox \end{cases}$$

Si on considère que la variation de $\|\vec{B}_1(P)\|$ est faible dans l'ensemble du volume V_{M2} de l'aimant⁶, il est possible de formuler l'expression du couple magnétique par :

6. Hypothèse validée dans la section 4.1.1 page 125

FIG. 4.15 – Mesure de couples suivant θ .FIG. 4.16 – Couples qui s'exercent sur l'aimant $M2$.

$$\|\vec{\Gamma}^{mag}\| = V_{M2} \frac{B_r}{\mu_0} \|\vec{B}_1(G)\| \sin\theta \quad (4.58)$$

où B_r représente l'induction rémanente dans l'aimant $M2$. A l'équilibre, l'utilisation de l'équation (4.53) conduit à la détermination du couple $\vec{\Gamma}^m$, soit :

$$\|\vec{\Gamma}^m\| = \|\vec{\Gamma}_t^{mag}\| = 2 \|\vec{\Gamma}^{mag}\| \quad (4.59)$$

$$= 2V_{M2} \frac{B_r}{\mu_0} \|\vec{B}_1(G)\| \sin\theta \quad (4.60)$$

Donc l'élément essentiel à connaître pour effectuer la mesure de couples est l'angle θ à la nouvelle position d'équilibre statique et le module de l'induction magnétique $\|\vec{B}_1(G)\|$ pour l'un des aimants $M2$.

Caractéristiques de la mesure multi-directionnelle

Le capteur de forces présente des caractéristiques différentes suivant les directions de mesure. Les caractéristiques auxquelles nous faisons référence ici sont relatives à l'étendue de la plage de mesure ainsi qu'à l'amplitude des grandeurs mesurées. Rappelons que le principe de mesure d'une force ou d'un couple repose avant tout sur la détermination de la position spatiale de la tige à la nouvelle position d'équilibre. La course maximale de la tige suivant chaque direction de mesure est affectée par :

- espace libre disponible de lévitation pour chaque aimant $M2$;
- étendue de la zone de lévitation où les conditions de lévitation restent vérifiées ;
- l'étendue de mesure du capteur de position utilisé pour mesurer les déplacements des aimants $M2$.

Dans notre cas, le capteur de force n'est actuellement instrumenté que pour établir des mesures de forces suivant \vec{y} dans une plage de $\pm 1 \text{ mm}$ par rapport au point M^7 . Les courses maximales dues aux conditions de lévitation sont de l'ordre de $\pm 3 \text{ cm}$ suivant \vec{y} et \vec{z} , $\pm 300 \mu\text{m}$ suivant \vec{x} et $\pm \frac{\pi}{2}$ pour θ .

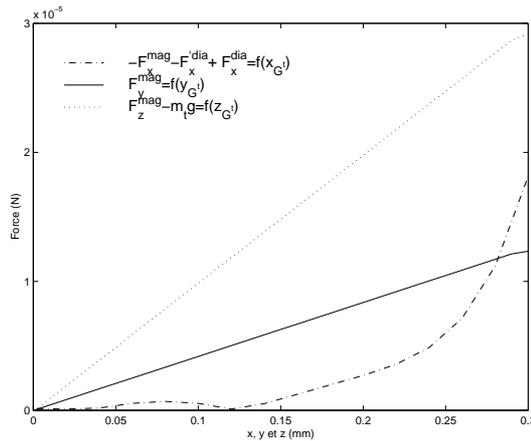


FIG. 4.17 – Caractéristiques de la mesure de forces pour un D donné.

La figure 4.1.2 illustre les forces magnétique et diamagnétique qui s'exercent sur la tige en lévitation pour un déplacement du centre de gravité de la tige G^t de $300 \mu\text{m}$ suivant les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} pour $D=45 \text{ mm}$. Dans le but de comparer l'amplitude de ces forces, nous uniformisons les échelles de sorte à caler la mesure de forces sur la plus petite des plages possibles, autrement dit suivant \vec{x} . On peut constater en premier lieu le caractère quasi-linéaire que présente les forces suivant \vec{y} et \vec{z} . Il s'agit de la force magnétique \vec{F}^{mag} . Rappelons que les composantes de la force magnétique, suivant \vec{y} et \vec{z} , sont directement proportionnelles aux termes $\frac{\partial B_{1x}}{\partial y}$ et $\frac{\partial B_{1x}}{\partial z}$. Ainsi, si on

7. Rappelons que le point M est la position d'équilibre lorsqu'aucune force extérieure n'est appliquée sur la tige en lévitation.

observe l'allure des dérivées de la composante B_{1x} suivant \vec{y} et \vec{z} (voir figures 4.18(a) et 4.18(b)) dans une zone de lévitation de $4\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ suivant \vec{y} et \vec{z} , on constate que la décroissance est linéaire. Ce caractère quasi-linéaire implique que les composantes de la force magnétique suivant \vec{y} et \vec{z} le sont aussi.

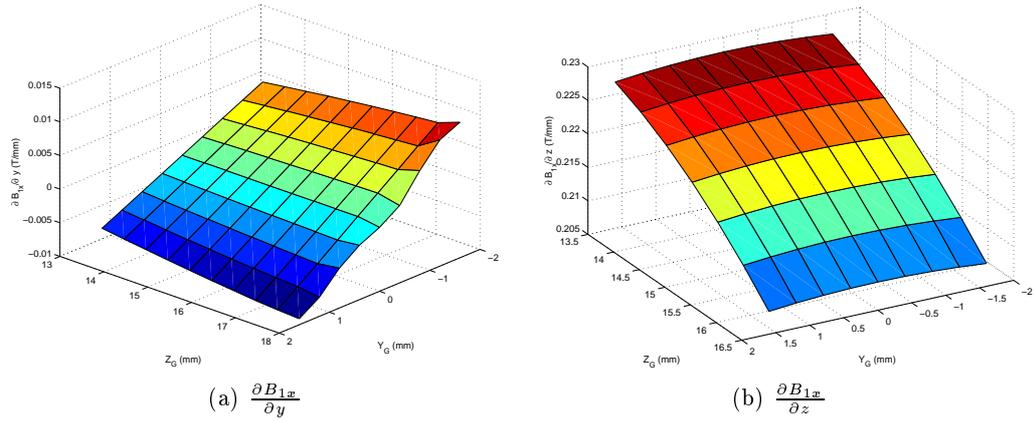


FIG. 4.18 – Dérivées de B_{1x} suivant \vec{y} et \vec{z} .

Le même phénomène suivant \vec{x} n'est pas observable car l'influence des forces diamagnétiques est superposée cette fois-ci aux forces magnétiques. Les forces diamagnétiques ne présentant pas une caractéristique linéaire, la force totale ne peut l'être. En raison du caractère linéaire de la force magnétique suivant \vec{y} et \vec{z} , la mesure de forces suivant ces directions semble appropriée. En revanche, la mesure de forces suivant \vec{x} en raison de son caractère non-linéaire se prête un peu moins à une mesure de forces. Ce caractère non-linéaire affecte aussi la mesure de couple suivant ϕ qui correspond à la mesure de couple autour de l'axe \vec{z} .

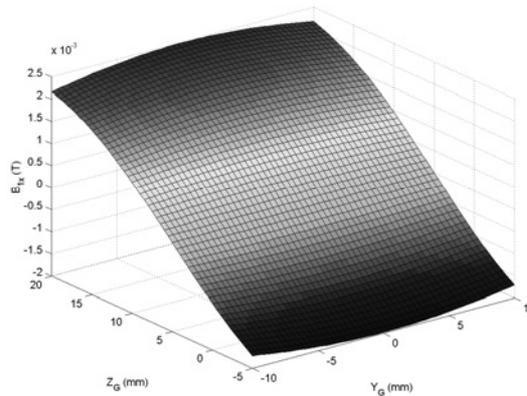


FIG. 4.19 – Allure de la composante B_{1x} en fonction de y_G et z_G .

La figure 4.20 présente la caractéristique de la mesure de couple pour un angle θ variant de 0 à $+\frac{\pi}{2}$ pour plusieurs espacements D (de D_9 à D_2). Il est notamment possible de constater que la caractéristique présente différentes résolutions de mesure selon l'endroit où l'on se place dans la caractéristique. Ainsi, pour une même variation $\delta\theta$ donnée, la résolution de mesure est plus importante lorsque θ avoisine $+\frac{\pi}{2}$ et moins importante pour des valeurs plus faibles.

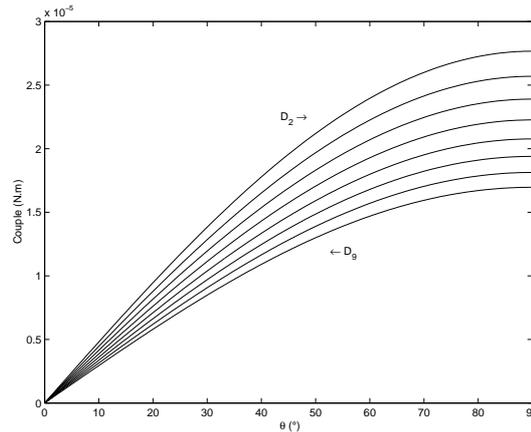


FIG. 4.20 – *Caractéristiques de la mesure de couples pour plusieurs espacements D .*

4.1.3 Couplage lors de la mesure de forces : modèle de comportement simplifié

Au cours de cette section, nous allons mettre en évidence le couplage existant dans le cadre de la mesure de forces entre les différents degrés de liberté de la tige en lévitation. Nous verrons que le couplage peut constituer un handicap lorsque la mesure de forces se fait suivant une seule direction. La réduction voire l'élimination de l'influence de ce phénomène n'étant pas l'objectif terminal de cette thèse mais plutôt une des perspectives envisagées pour ces travaux, nous n'aborderons pas cette problématique dans ce manuscrit. Nous nous intéresserons plutôt à cerner le phénomène et à en tenir compte lors de la mesure de forces.

Il existe un couplage entre certains degrés de liberté de la tige en lévitation. Ce couplage est dû à la forme particulière du champ d'induction magnétique produit par les aimants $M1$. En pratique, on constate que le couplage est prédominant suivant \vec{y} et \vec{z} et moins important suivant \vec{x} . Afin de mettre en évidence le phénomène de couplage, nous nous plaçons dans le cas de figure où il est le plus prédominant, soit suivant \vec{y} et \vec{z} . Pour une meilleure compréhension, nous allons illustrer une mesure de forces suivant \vec{y} . Pour ce faire, nous appliquons une force $\vec{F}^m = F_y^m \cdot \vec{y}$ à l'extrémité de la tige d'une intensité inconnue mais suffisamment importante pour déplacer le point G^t de manière significative. Normalement en absence de couplage entre \vec{y} et \vec{z} , le point G^t resterait à

la même hauteur h de lévitation (voir figure 4.21). En pratique, on observe que la hauteur de lévitation augmente lorsque la tige en lévitation se déplace suivant \vec{y} . L'écart de hauteur observé est noté Δh . Ceci s'explique par le fait que l'intensité de la composante de la force magnétique qui compense le poids de la tige augmente suivant la direction \vec{y} pour une hauteur h constante.

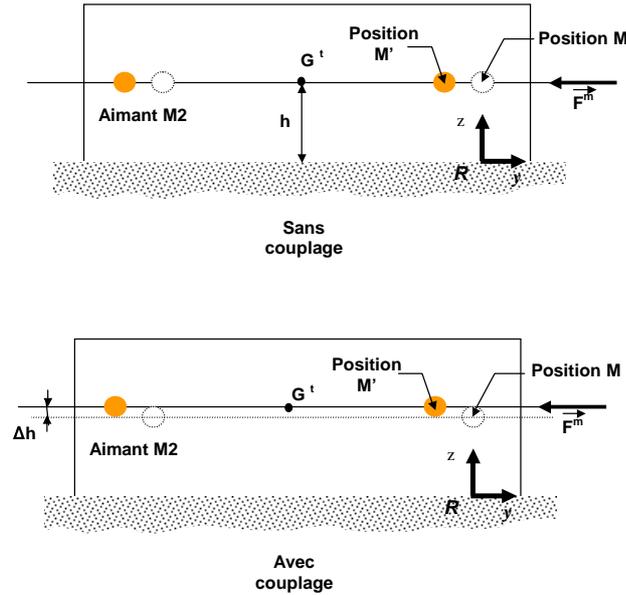


FIG. 4.21 – Mise en évidence du phénomène de couplage.

La nouvelle position d'équilibre M' , après application de \vec{F}^m , ne peut alors être en aucun cas à la même hauteur de lévitation que celle de l'ancienne position d'équilibre M (voir figure 4.21). Cette nouvelle position se trouve être supérieure à la hauteur h en raison de l'accroissement des composantes F_z^{mag} suivant la direction $-\vec{z}$. Ainsi, pour établir une mesure de force suivant la direction \vec{y} , la connaissance de la coordonnée z_{G^t} , en plus de y_{G^t} , est nécessaire afin de connaître précisément la position des aimants $M2$. En pratique, ceci requière l'utilisation soit de plusieurs capteurs de position soit d'un capteur adapté à la mesure simultanée de y_{G^t} et z_{G^t} . Enfin, notons que le couplage est plus important lorsque le déplacement de la tige occasionné par l'application de la force est *conséquent*. Afin de quantifier le terme *conséquent* nous avons établi des simulations de mesure de forces suivant \vec{y} pour une amplitude donnée et plusieurs espacements D . L'ensemble des simulations effectuées ont été réalisées avec le modèle de comportement dynamique de la tige en lévitation que nous présenterons dans la section 4.2. Compte tenu du fait que les forces mesurées en microrobotique varient entre le mN et le nN , on fixe l'amplitude de F_y^m à $1 \mu N$ et à 10 fois plus pour F_z^m en raison de la raideur plus importante suivant \vec{z} . La force extérieure \vec{F}^m est appliquée à l'extrémité de la

tige en lévitation suivant la direction $-\vec{y}$. Nous déterminons pour chaque mesure les coordonnées y_{G^t} et z_{G^t} à la position M' en tenant compte du couplage et sans celui-ci. Enfin, nous relevons l'écart de hauteur de lévitation Δh entre la nouvelle et l'ancienne position d'équilibre M' et M (voir figure 4.21). Le but de cette étude est de déterminer la plage de mesure pour laquelle le couplage peut être négligé. Ceci nous permet ainsi de ne considérer que la coordonnée y_{G^t} pour la mesure de force suivant \vec{y} . De manière similaire cette même démarche est établie pour une mesure de force suivant \vec{z} .

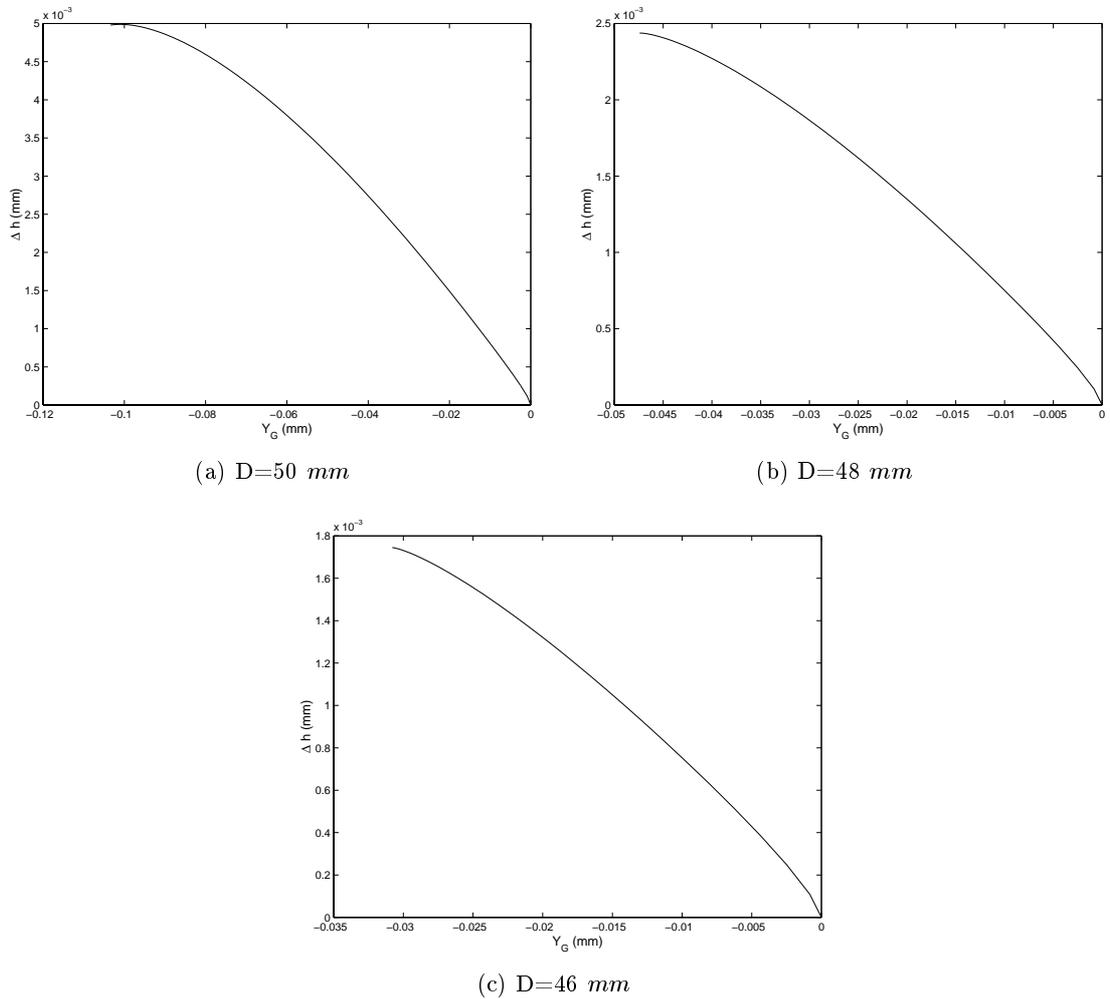
Étude du couplage lors d'une mesure de forces suivant \vec{y}

Le phénomène de couplage entre \vec{y} et \vec{z} est mis en évidence par le biais des figures 4.22(a), 4.22(b) et 4.22(c). Ces dernières illustrent l'évolution de Δh en fonction de y_G pour plusieurs espacements D induisant une lévitation. Si le couplage entre \vec{y} et \vec{z} n'avait pas d'existence, un déplacement de la tige suivant \vec{y} ne produirait pas de changement de la hauteur de lévitation h . Or, ces figures montrent bien que la hauteur de lévitation augmente à mesure que l'on s'éloigne de la position d'équilibre M . Notons que dans un souci de lisibilité ces résultats sont exprimés en fonction de y_G de **l'aimant M2** et non pas en fonction de y_{G^t} de la tige. Ce choix n'affecte nullement les résultats obtenus du fait que la mesure de force suivant \vec{y} ne produit pas de rotation angulaire de la tige.

Les figures 4.23(a), 4.23(b), 4.23(c) et 4.23(d) présentent les composantes suivant \vec{y} de la force magnétique \vec{F}^{mag} , produites par les modules $L1$ et $L2$, qui s'appliquent sur la tige en lévitation au centre de gravité G^t avec et sans couplage suivant \vec{z} . Elles sont illustrées respectivement pour des espacements D de 50 mm, 48 mm, 46 mm et 44 mm. Ainsi, on couvre la totalité de la plage possible de lévitation.

L'analyse de ces figures permet de constater que plus l'espacement D se réduit entre les aimants $M1$ plus la coordonnée y_G à la nouvelle position d'équilibre M' est petite. Ceci s'explique par le fait que plus les aimants $M1$ sont proches, plus l'intensité du champ d'induction magnétique dans la zone de lévitation varie avec une augmentation du gradient de cette grandeur. Or, l'intensité de la force magnétique \vec{F}^{mag} est proportionnelle au gradient de l'induction magnétique. Par conséquent, la force magnétique est plus importantes lorsque les aimants sont proches. La tige parcourt alors moins de distance pour atteindre la nouvelle position d'équilibre M' .

Les figures 4.24(a), 4.24(b), 4.24(c) et 4.24(d) illustrent l'écart absolu ΔF_y^{mag} pour chaque caractéristique présentées dans les figures 4.23(a), 4.23(b), 4.23(c) et 4.23(d). Afin de mettre en évidence l'évolution de cet écart de mesure, ces figures sont caractérisées pour des espacements D de 50 mm, 48 mm, 46 mm et 44 mm. Ainsi, une mesure de forces de 200 nN, suivant \vec{y} , produit une erreur relative de mesure moyenne de 5 % si l'on tient pas compte du couplage. Cette erreur moyenne correspond à l'erreur commise sur toute la plage possible de lévitation.

FIG. 4.22 – Évolution de Δh en fonction de y_G .

Couplage lors d'une mesure de forces suivant \vec{z}

Nous allons à présent mettre en évidence le couplage lors d'une mesure de forces suivant \vec{z} . Pour ce faire, nous simulons l'application d'une force $\vec{F}^m = F_z^m \cdot \vec{z}$ de $-10 \mu\text{N}$ à l'extrémité de la tige. A la nouvelle position d'équilibre M' , on observe l'évolution des positions y_{G^t} et z_{G^t} de la tige en lévitation.

Les figures 4.25(a), 4.25(b) et 4.25(c) illustrent l'évolution de Δh en fonction de Δy_{G^t} établies pour plusieurs espacements D induisant une lévitation. Rappelons Δh correspond à l'écart de hauteur de lévitation entre les positions M' et M . La grandeur Δy_{G^t} représente la différence de y_{G^t} entre les deux positions M' et M . Si le couplage n'existait pas entre \vec{y} et \vec{z} , un déplacement de la tige suivant \vec{z} ne produirait pas de déplacement

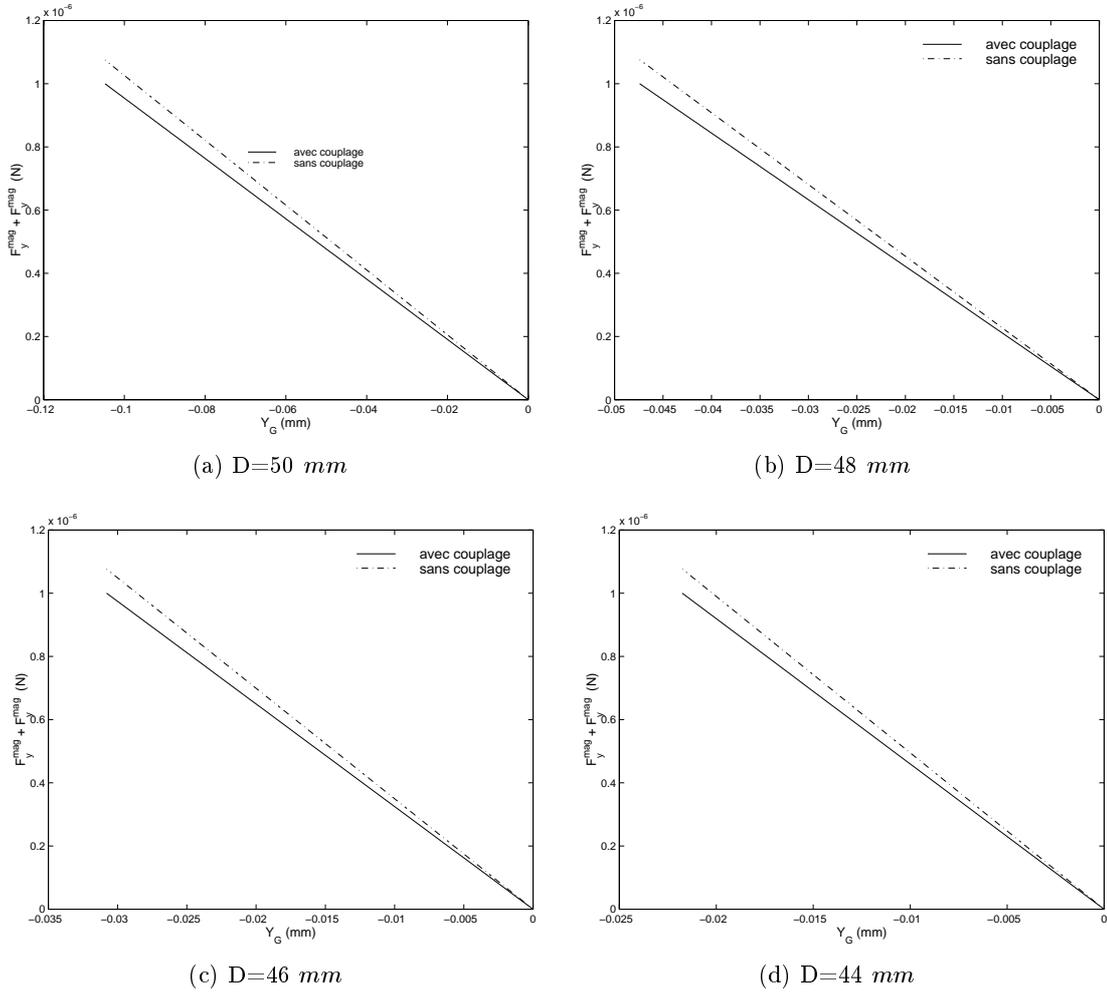


FIG. 4.23 – Forces simulées selon que l'on considère ou pas le couplage en fonction de y_G .

suivant \vec{y} . Or, ces figures montrent bien que la position y_{G^t} varie lorsqu'on atteint la nouvelle position d'équilibre M' .

Afin de constater l'effet du couplage dans le cas d'une mesure de forces suivant \vec{z} , nous établissons le tracé des forces magnétiques F_z^{mag} , qui s'appliquent au centre de gravité G^t de la tige, en prenant en compte le couplage et en le négligeant. Cette démarche est étendue sur toute la plage possible de lévitation de la tige. Les figures 4.26(a), 4.26(b), 4.26(c) et 4.26(d) présentent le résultat de la démarche décrite précédemment.

Globalement, on constate que ces courbes de mesure de forces suivant \vec{z} se superposent pour plusieurs valeurs d'espacement D . L'erreur relative moyenne sur l'ensemble des D_i reste inférieure à 1 %.

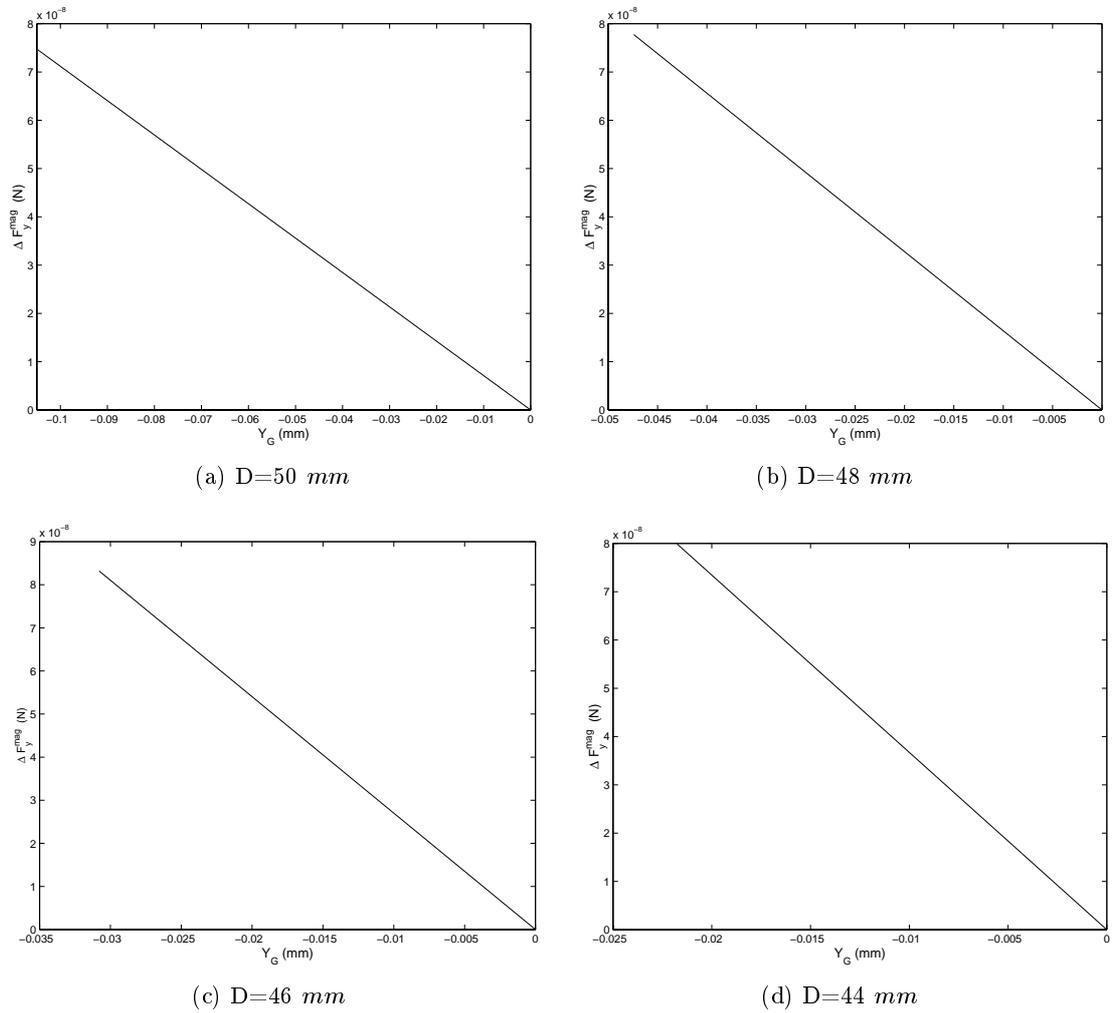


FIG. 4.24 – Écart absolu de mesure ΔF_y^{mag} en fonction de y_G .

Synthèse sur le couplage entre les degrés de liberté

Nous avons vu qu'il existait un couplage entre les degrés de liberté de la tige en lévitation. Ce phénomène est plus accentué suivant les directions \vec{y} et \vec{z} . En effet, bien qu'il existe aussi un couplage suivant \vec{x} il reste très faible en raison de la course limitée, $\pm 300 \mu m$, de la tige suivant cette direction. Le couplage à une incidence dans le cas de la mesure de forces tandis qu'il n'en a aucune pour la mesure de couple. Ainsi, Le couplage provoque un changement de la hauteur de lévitation z_{G^t} , pour une mesure de forces suivant \vec{y} . De même, la mesure de forces suivant \vec{z} produit un déplacement du centre de gravité G^t suivant \vec{y} . L'origine de ce couplage, lors de la mesure de forces, n'est due qu'à la forme du champ magnétique produit par les aimants $M1$ dans chaque module $L1$ et $L2$.

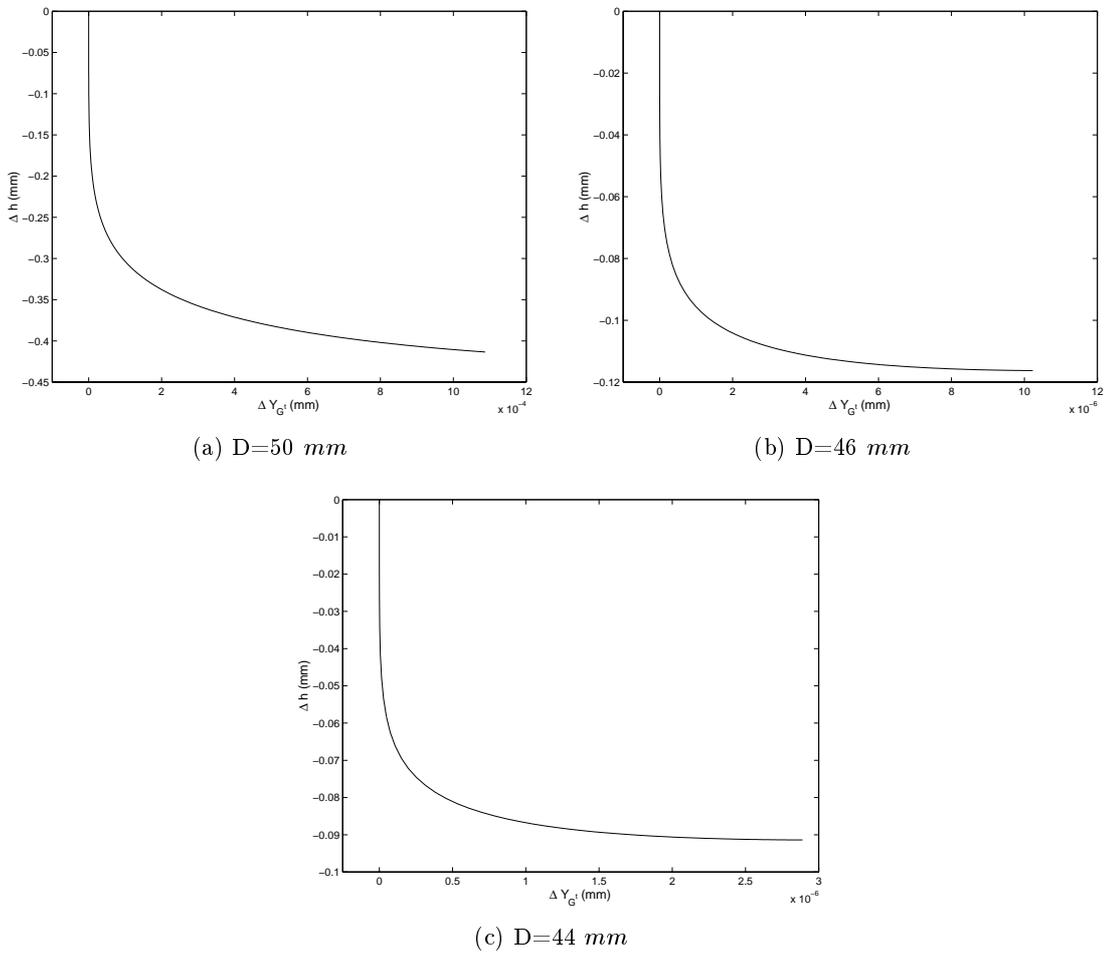
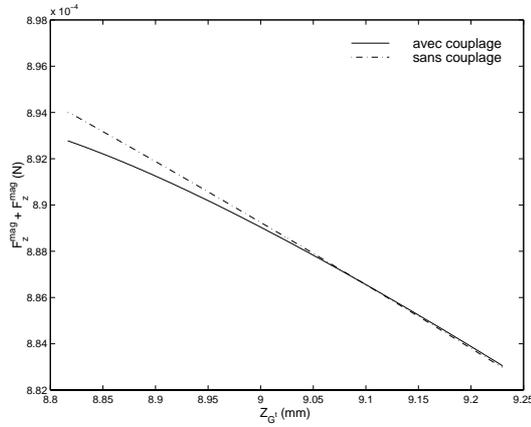
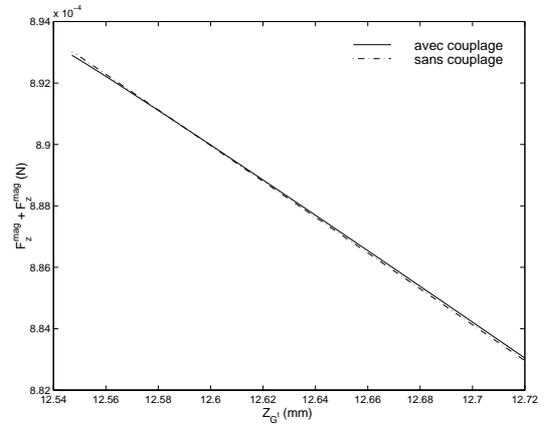
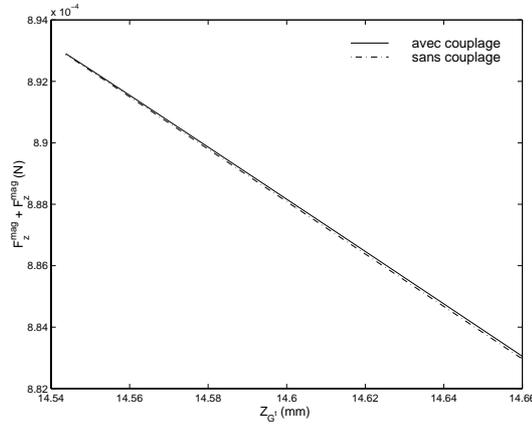
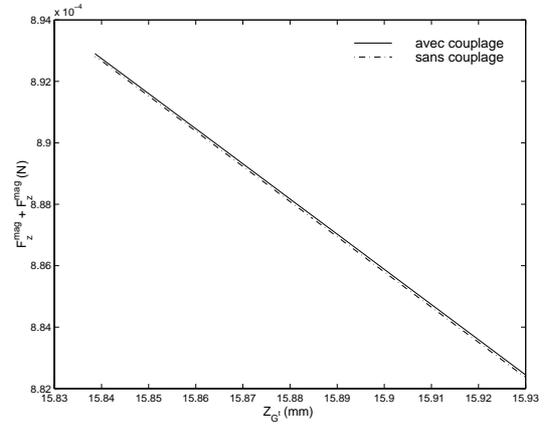


FIG. 4.25 – Évolution de Δh en fonction de Δy_{G^t} .

Le couplage suivant les directions \vec{y} et \vec{z} a une faible incidence lorsque la mesure de forces s'applique à la détermination de forces de faibles intensités. Ainsi, si l'ordre de l'amplitude des forces à mesurer est le microNewton, il est possible de considérer simplement l'évolution de la composante y_{G^t} pour la mesure de forces suivant \vec{y} . De manière similaire et pour le même ordre de grandeur, la mesure de forces suivant \vec{z} ne nécessite que la connaissance de l'évolution de la composante z_{G^t} . En pratique, ceci réduit le nombre de capteur de position nécessaires pour établir une mesure de forces.

4.1.4 Résolution de mesure de forces et de couples suivant \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} et θ

Nous allons présenter dans cette partie les performances simulées de la mesure de forces obtenues par le capteur. Nous allons nous attacher tout particulièrement à l'évolution de la raideur obtenue suivant les degrés de liberté en fonction de l'espacement D . Afin de valider ces résultats un étalonnage du capteur de forces suivant \vec{y} sera effectué

(a) $D=50 \text{ mm}$ (b) $D=48 \text{ mm}$ (c) $D=46 \text{ mm}$ (d) $D=44 \text{ mm}$ FIG. 4.26 – F_z^{mag} selon que l'on considère ou non le couplage en fonction de y_{G^t} .

et les résultats expérimentaux seront comparés à ceux de la simulation.

Rappelons que la mesure de forces ou de couples est conditionnée par la détermination des coordonnées du centre de gravité G^t à la nouvelle position d'équilibre M' ainsi que de l'orientation de la tige en lévitation. La résolution du capteur de position utilisé pour mesurer la position G^t va donc avoir une incidence sur la résolution de mesure de forces réalisée. Actuellement, la majeure partie des capteurs de position assurent des résolutions de mesure micrométriques. De ce fait, nous allons fixer cette résolution à $1 \mu\text{m}$ et étudier l'évolution des raideurs K_x , K_y , K_z en fonction de l'espacement D entre les aimants $M1$. Ces raideurs ayant pour origine les phénomènes magnétique et diamagnétique mis en jeu, elles ont pour expressions :

$$K_x = - \frac{\partial \left(F_x^{mag} - F_x^{dia} + F_x'^{dia} \right)}{\partial x} \quad (4.61)$$

$$K_y = - \frac{\partial F_y^{mag}}{\partial y} \quad (4.62)$$

$$K_z = - \frac{\partial F_z^{mag}}{\partial z} \quad (4.63)$$

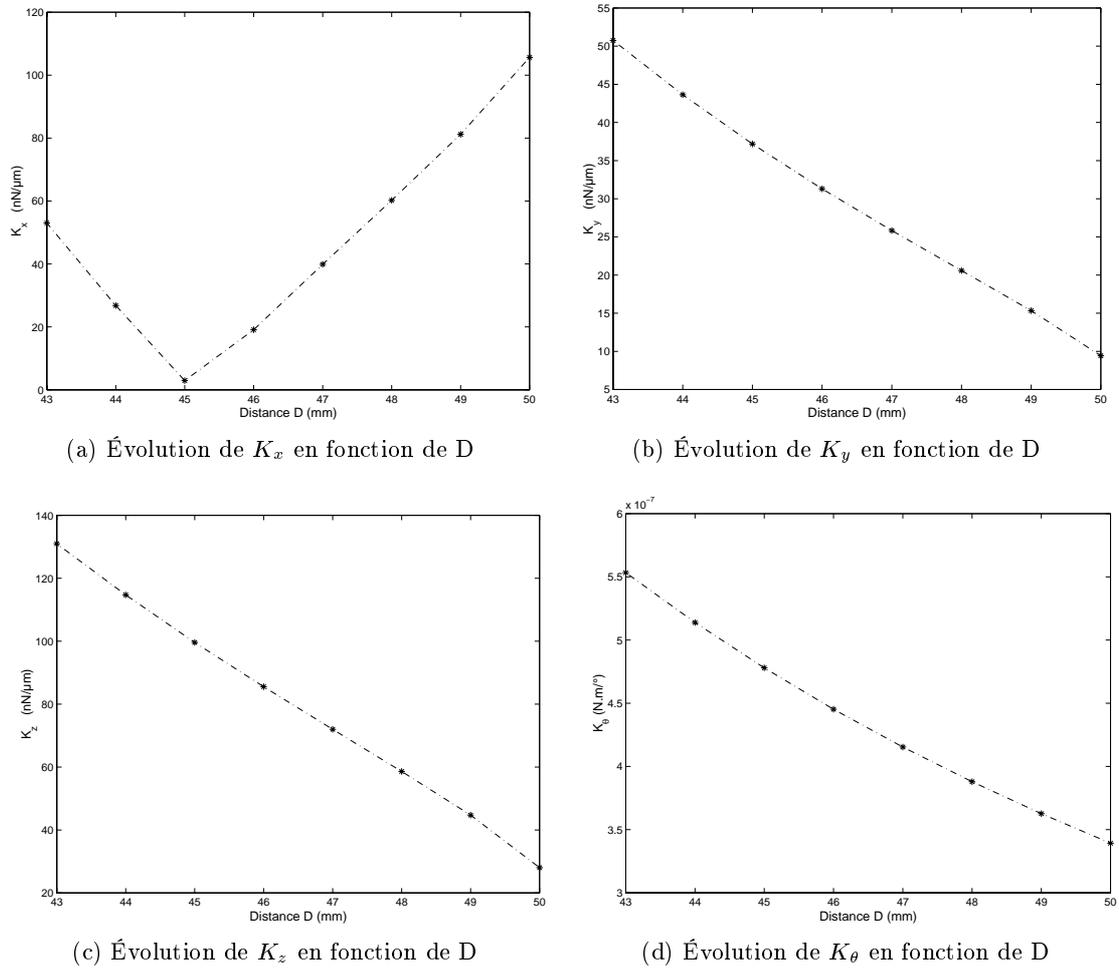
Pour la mesure de couples, nous choisissons de prendre comme résolution de mesure d'angles de 1° . De manière similaire, nous étudierons l'évolution de K_θ en fonction de D . Cette raideur est exprimée en fonction du couple magnétique $\vec{\Gamma}^{mag}$ par :

$$K_\theta = \frac{\partial \left\| \vec{\Gamma}_t^{mag} \right\|}{\partial \theta} \quad (4.64)$$

Les figures 4.27(a), 4.27(b), 4.27(c) et 4.27(d) présentent les raideurs simulées dans le cas d'une mesure de forces et de couples. Dans le cas de la mesure de forces, la plus faible des raideurs est obtenue suivant la direction \vec{y} . Globalement, les raideurs présentent une décroissance linéaire en fonction de l'espacement D . La raideur suivant la direction \vec{x} présente une légère différence par rapport à celle des directions restantes. En effet, celle-ci présente une décroissance linéaire pour des valeurs de D qui s'étendent de 43 mm à 45 mm mais augmente de nouveau pour le reste des positions de la plage de lévitation. Ceci s'explique on observant l'allure des forces magnétique et diamagnétique qui s'exercent sur la tige en lévitation. Étant donné que la raideur K_x est produite par les composantes des forces magnétique et diamagnétique suivant \vec{x} , nous allons nous intéresser aux caractéristiques de ces forces suivant cette direction pour tenter d'expliquer l'accroissement de la raideur K_x . Pour faciliter notre interprétation, nous avons repris les résultats du paragraphe 4.1.1 illustrés sur la figure 4.28. Cette figure illustre la force totale, d'origine magnétique et diamagnétique, qui s'exerce sur **l'aimant M2** en fonction de x_G et ce pour plusieurs espacements D induisant une lévitation. Rappelons que la caractéristique se situant le plus bas est obtenue pour $D=50 \text{ mm}$. Une vue agrandie de la figure 4.28 dans une zone caractérisée par de faibles valeurs de x_G permet de constater que la pente des différentes caractéristiques de forces est positive et négative. Par ailleurs, le signe de la pente change à partir de $D=45 \text{ mm}$. On obtient alors comme une symétrie des caractéristiques de forces. Ceci explique l'accroissement de K_x à partir de $D=45 \text{ mm}$ car c'est la dernière caractéristique avec une pente positive.

4.2 Étude dynamique

L'étude dynamique va permettre de déterminer le comportement oscillatoire qui précède la phase de stabilisation lors d'une mesure de forces ou de couples. Le comportement oscillatoire de la tige en lévitation est aussi affecté par le couplage existant entre les degrés de liberté de la tige en lévitation. Dans la démarche que nous avons adoptée, la

FIG. 4.27 – Résolution de mesure de forces et couples en fonction de D .

mesure de forces ou de couples s'effectue en régime statique, à savoir après stabilisation totale de la tige en lévitation, une étude dynamique pourrait paraître alors injustifiée. En réalité, nous allons voir que l'étude dynamique apporte des éléments nouveaux que l'étude statique ne révèle pas. A titre d'exemple, l'établissement d'un modèle de comportement dynamique du capteur de forces facilite la mise en place d'une loi de commande pour réduire l'influence des perturbations extérieures d'origine vibratoire ou acoustique. Enfin, un élément essentiel de l'étude dynamique est la possibilité d'identifier différents paramètres du système, notamment la raideur du capteur sans avoir recours à l'utilisation d'un second capteur de force étalonné.

Nous allons nous attacher à l'étude du comportement dynamique du capteur de forces suivant les directions où le couplage est le plus important. Nous avons mis en évidence, au cours des paragraphes précédents, que le couplage était prédominant suivant

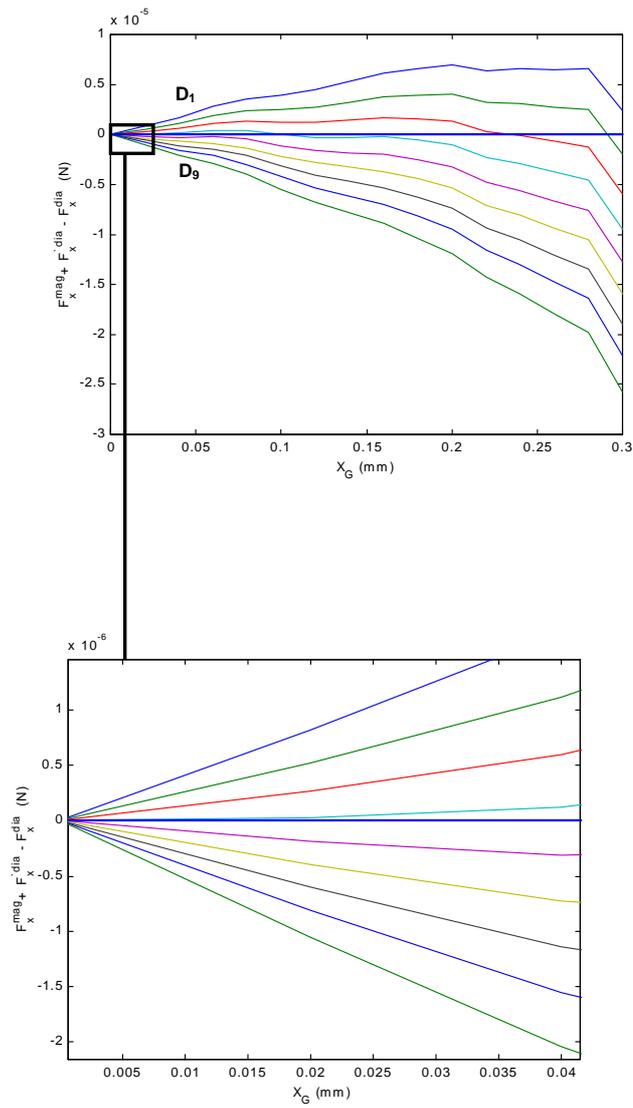


FIG. 4.28 – Forces magnétique et diamagnétique qui s'exercent sur l'aimant M2.

les directions \vec{y} et \vec{z} comparé aux directions restantes (\vec{x} et θ). Par ailleurs, un certain nombre d'observations et de mesures expérimentales ont permis de constater que les mouvements oscillatoires s'atténuent plus vite suivant \vec{z} que suivant \vec{y} . Ainsi, nous allons en premier lieu présenter un modèle de comportement dynamique du capteur suivant \vec{y} puis l'étendre à un modèle de comportement plus complet suivant \vec{y} et \vec{z} .

4.2.1 Schéma équivalent du capteur de forces : modèle simplifié

La caractéristique "force fonction du déplacement" a montré que l'allure de cette caractéristique reste globalement linéaire. Ainsi, il est possible d'assimiler le capteur de forces à un système masse-ressorts-amortisseurs. La masse est caractérisée par m_t la masse totale de la tige en lévitation. Les ressorts sont caractérisés par leur raideurs respectives K_x , K_y et K_z suivant les directions de mesure. Enfin, comme la tige subit des frottements visqueux suite à son contact avec l'air, on introduit quatre grandeurs α_x , α_y , α_z et α_{yz} ⁸ qui représentent les coefficients de frottement visqueux suivant les directions de mesure. Les figures 4.29(a) et 4.29(b) illustrent le schéma dynamique équivalent du capteur de forces.

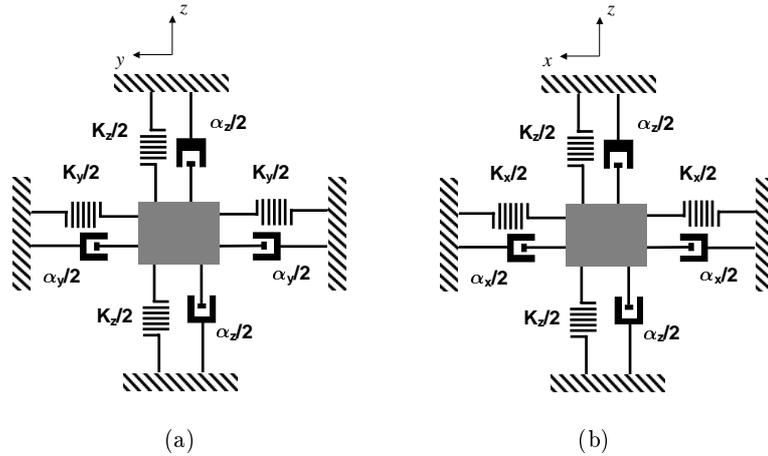


FIG. 4.29 – Schéma équivalent du comportement dynamique du capteur de forces.

Si on s'intéresse uniquement au schéma équivalent du capteur suivant \vec{y} , la figure 4.29(a) se résume, dans le cas de petits déplacements suivant \vec{y} au schéma de la figure 4.30. En effet, si on se place dans le cas de petits déplacements suivant \vec{y} le couplage est négligeable. Les équations de la dynamique vont nous permettre d'assimiler le comportement dynamique de la tige en lévitation à un système du second ordre. A partir du bilan de forces, nous allons établir les équations différentielles qui régissent le mouvement de la tige dans le cas d'une réponse libre et forcée. Notons y_0 la position à laquelle est

⁸ α_{yz} représente le coefficient de frottement visqueux produit par la rotation de la tige en lévitation dans le plan (yOz)

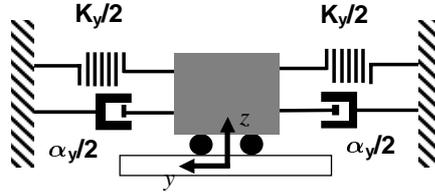


FIG. 4.30 – Schéma équivalent du comportement dynamique du capteur de forces suivant \vec{y} .

initialement écartée la tige en lévitation, \vec{F}^{res} la force totale produite par les ressorts suivant \vec{y} , \vec{F}^{vis} la force totale de frottement visqueux produite par les amortisseurs suivant la même direction.

D'après le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige en lévitation on obtient :

$$\begin{aligned}
 \sum \vec{F} / G^t &= m_t \vec{\gamma} \\
 \Rightarrow \vec{F}^{res} + \vec{F}^{vis} + \vec{F}^m &= m_t \vec{\gamma} \\
 \Rightarrow \frac{K_y}{2}(y_0 - y) - \frac{K_y}{2}(y_0 + y) - \frac{\alpha_y}{2} \dot{y} - \frac{\alpha_y}{2} \dot{y} + F_y^m &= m_t \ddot{y} \quad (4.65) \\
 \Rightarrow m_t \ddot{y} + \alpha_y \dot{y} + K_y y &= F_y^m \\
 \Rightarrow \ddot{y} + \frac{\alpha_y}{m_t} \dot{y} + \frac{K_y}{m_t} y &= \frac{F_y^m}{m_t}
 \end{aligned}$$

L'utilisation de la transformée de Laplace pour des conditions initiales ($y(0) = y_0$, $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0$) permet d'obtenir :

$$\begin{aligned}
 [p^2 Y(p) - y_0 p] + \frac{\alpha_y}{m_t} [p Y(p) - y_0] + \frac{K_y}{m_t} Y(p) &= \frac{F_y^m(p)}{m_t} \\
 Y(p) \left[p^2 + \frac{\alpha_y}{m_t} p + \frac{K_y}{m_t} \right] - y_0 p - \frac{\alpha_y}{m_t} y_0 &= \frac{F_y^m(p)}{m_t} \quad (4.66) \\
 Y(p) &= \frac{\frac{F_y^m(p)}{m_t}}{p^2 + \frac{\alpha_y}{m_t} p + \frac{K_y}{m_t}} + \frac{y_0 (p + \frac{\alpha_y}{m_t})}{p^2 + \frac{\alpha_y}{m_t} p + \frac{K_y}{m_t}} \\
 \mathcal{L}^{-1}[Y(p)] &= y_{force}(t) + y_{libre}(t)
 \end{aligned}$$

$Y(p)$ est la somme de deux fonctions du second ordre. La transformée inverse de $Y(p)$ constitue la somme de la réponse forcée $y_{force}(t)$ et la réponse libre $y_{libre}(t)$ de la tige en

lévitation. Ainsi, la forme de ces fonctions qui caractérisent la réponse libre et forcée se rapproche de la fonction de $F(p)$ du second ordre, soit :

$$F(p) = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (4.67)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \omega_n & : \text{ pulsation naturelle du système} \\ \xi & : \text{ facteur d'amortissement} \\ k & : \text{ gain statique du système} \end{cases}$$

Par identification des dénominateurs des deux fonctions $Y(p)$ et $F(p)$, les relations suivantes sont obtenues :

$$\omega_n^2 = \frac{K_y}{m_t} \quad (4.68)$$

$$\xi = \frac{\alpha_y}{2\sqrt{m_t K_y}} \quad (4.69)$$

On constate alors que la raideur K_y peut être déterminée à partir de la pulsation naturelle du système modélisé par la fonction $F(p)$. Ce calcul n'est limité que par la résolution de mesure de la pulsation de naturelle ω_n du système ainsi que de la masse m_t de la tige. Le coefficient de frottement visqueux peut également être déterminé à partir des valeurs de ξ et K_y .

4.2.2 Réponse libre suivant \vec{y} et identification des paramètres

La réponse libre suivant \vec{y} est obtenue à l'aide du banc expérimental que nous avons réalisé (voir figure 4.31). Il est constitué d'un vérin pneumatique placé dans le même alignement que le capteur de force. L'espacement entre les aimants $M1$ dans chaque module est de $48,25 \text{ mm}$. Le vérin a une constante de temps très inférieure à celle du capteur de forces, nous évitons ainsi de communiquer de l'énergie cinétique supplémentaire lorsque le vérin se détache de la tige en lévitation. Un capteur laser de position est placé à l'arrière de la tige en lévitation pour la mesure de déplacements suivant \vec{y} . La plage de mesure du capteur laser s'étend sur 2 mm avec une résolution de $1 \mu\text{m}$. Les déplacements de la tige en lévitation sont enregistrés simultanément par le biais d'un ordinateur équipé d'une carte d'acquisition. Afin que l'étude soit valide, il faut que les déplacements occasionnés par la réponse libre soient faibles. Par conséquent, les deux extrémités (vérin et tige) sont mise en contact de sorte à écarter la tige de sa position d'équilibre M que de quelques micromètres. Au préalable, une surface lisse (plaquette de verre de microscope) est fixée à l'extrémité du vérin. On évite ainsi que la tige reste accrochée au vérin au moment où il se rétracte. L'enregistrement de la réponse libre s'est fait sur une durée de 40 s avec une fréquence d'échantillonnage de 10 ms . La figure 4.32 présente le relevé expérimental de la réponse libre $y_{\text{libre}}(t)$ du capteur de forces suivant

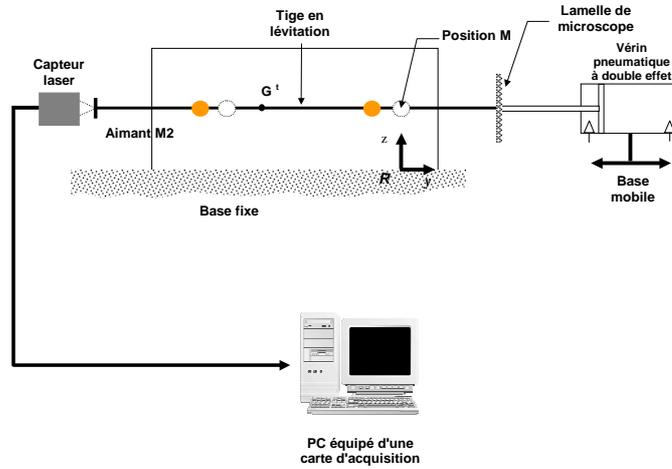


FIG. 4.31 – Banc expérimental pour l'enregistrement de la réponse libre.

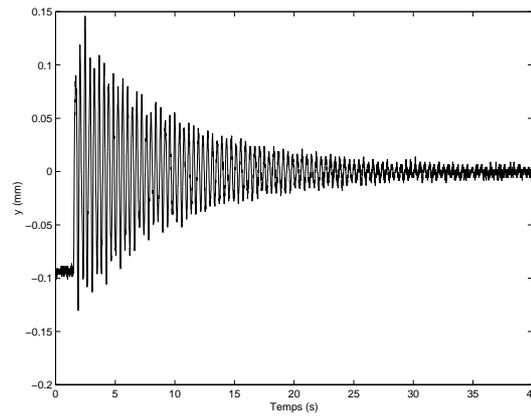


FIG. 4.32 – Réponse libre du capteur suivant \vec{y} .

\vec{y} pour $y_0 = -100 \mu m$.

A l'aide du logiciel **Matlab**[®], nous identifions les paramètres pour que $f_{libre}(t)$, la transformée inverse de $F(p)$, se rapproche au mieux de la réponse libre $y_{libre}(t)$. Les figures 4.33(a), 4.33(b), 4.33(c) et 4.33(d) présentent la réponse libre $y_{libre}(t)$ sur laquelle est superposée la réponse simulée $f_{libre}(t)$ pour différentes périodes de temps.

L'identification aboutit aux valeurs numériques suivantes :

$$\omega_n = 15,873 \text{ rad.s}^{-1} \quad (4.70)$$

$$\xi = 0,006 \quad (4.71)$$

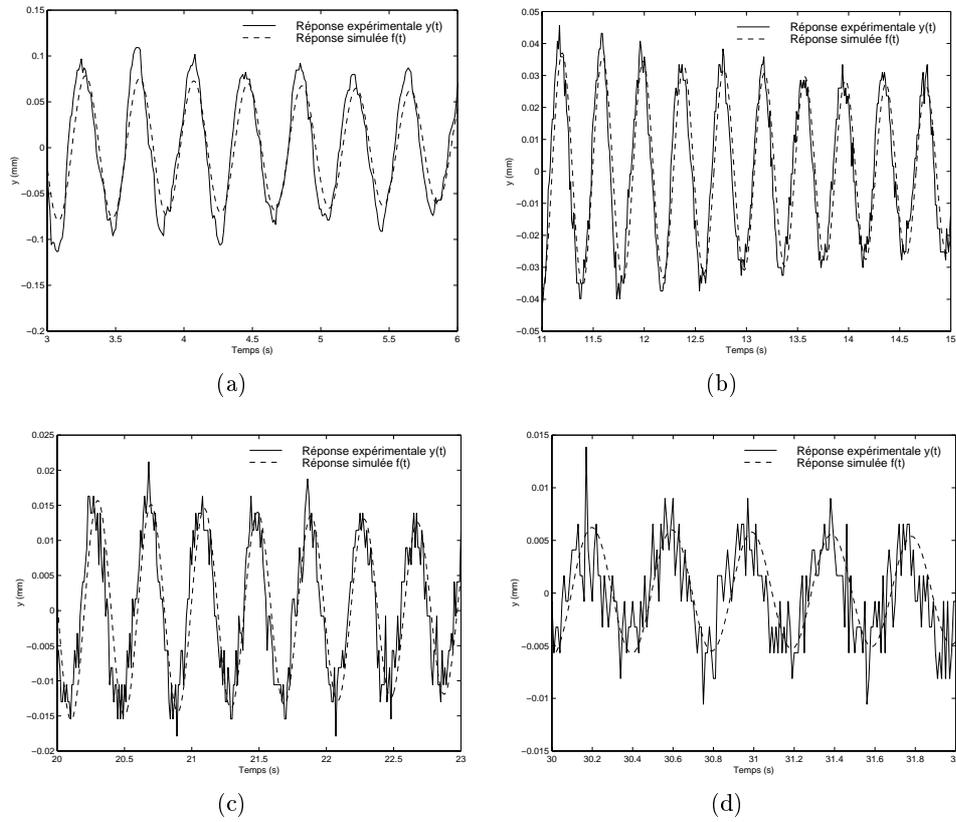


FIG. 4.33 – Réponses expérimentale et simulée pour différentes périodes de temps.

Ainsi, on détermine les valeurs de la raideur K_y , du coefficient d'amortissement visqueux α_y et de la pseudo-pulsation ω_p :

$$K_y = \omega_n^2 m_t = 0,022 \text{ N.m}^{-1} \quad (4.72)$$

$$\alpha_y = 2\xi \sqrt{m_t K_y} = 1,688 \times 10^{-5} \text{ Kg.N.m}^{-1} \quad (4.73)$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 15,872 \text{ rad.s}^{-1} \simeq \omega_n \quad (4.74)$$

Il est possible de comparer la valeur de la raideur identifiée avec celle obtenue par le biais de l'étude statique. Pour cela nous renvoyons le lecteur à la figure 4.27(b) pour avoir une idée de la raideur obtenue pour un espacement D de 48.25 mm . La valeur de la raideur est de $21.9 \text{ nN}/\mu\text{m}$. L'étude dynamique aboutit à la valeur de $22 \text{ nN}/\mu\text{m}$. Ces valeurs attestent de la bonne adéquation entre les modèles statique et dynamique établis.

4.2.3 Modèle de comportement dynamique suivant \vec{y} et \vec{z}

Dans cette section nous allons présenter le modèle de comportement dynamique de la tige en lévitation suivant \vec{y} et \vec{z} . Pour ce faire, il est nécessaire en premier lieu de faire un bilan des forces et moments de forces suivant ces directions. A partir de cette étude nous allons établir un modèle de comportement dynamique de la tige en lévitation. Ce modèle est celui qui a été utilisé dans la plupart des simulations présentée dans ce manuscrit. Enfin, afin de faciliter la visualisation des mouvements de la tige en lévitation, nous avons développé un simulateur qui sera présenté dans la seconde partie de cette section.

Bilan des forces et moments suivants \vec{y} et \vec{z}

Pour les besoins de cette étude nous allons introduire de nouvelles notations pour établir le bilan des forces et moments. Nous appellerons S le système la tige en lévitation formée par les deux aimants $M2$. Notons $G1$ et $G2$ les centres de gravité des aimants $M2$ dans $L1$ et $L2$. La position angulaire que peut prendre la tige avec l'horizontale est notée α . Nous définissons un repère $R'(O', \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ fixe dont l'origine est confondue avec G^t à la position d'équilibre M . Nous définissons également un repère $R^t(G^t, \vec{x}^t, \vec{y}^t, \vec{z}^t)$ lié au système S . Notons $\vec{\Gamma}_\alpha^{vis}$ le couple de frottement visqueux dû à la rotation de la tige autour de l'axe $O'x'$. De même, notons \vec{F}_y^{vis} et \vec{F}_z^{vis} les forces de frottement visqueux qui s'opposent au mouvement de la tige suivant \vec{x} et \vec{y} . \vec{F}_1^{mag} et \vec{F}_2^{mag} sont les forces magnétiques qui s'exercent sur les aimants $M2$ dans chaque module. d représente la distance entre le centre de gravité de la tige G^t et $G1$ et $G2$. Enfin, d_1 représente la distance entre G^t et le point d'application A de la force extérieure. Sur la figure 4.34 nous avons transcrit ces nouvelles notions ainsi que les forces qui s'exercent sur la tige en lévitation.

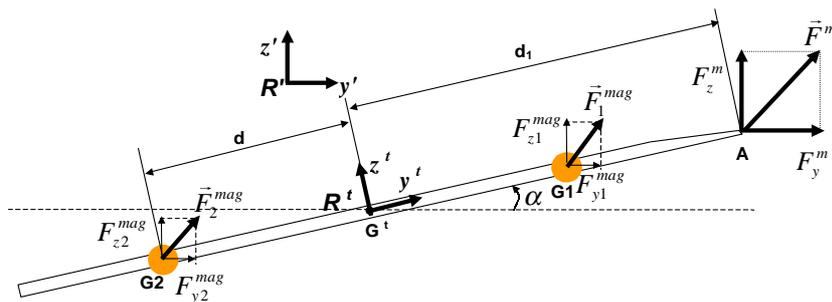


FIG. 4.34 – Vue représentative de la tige en lévitation.

Nous allons appliquer le principe fondamental de la dynamique sur le système S pour déterminer les équations différentielles qui régissent le comportement dynamique suivant \vec{y} et \vec{z} :

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{ext/S} &= m_t \vec{\gamma}_{G^t} \\ \Rightarrow \vec{F}_1^{mag} + \vec{F}_2^{mag} + \vec{F}_y^{vis} + \vec{F}_z^{vis} + \vec{F}^m + \vec{P}^t &= m_t \vec{\gamma}_{G^t} \end{aligned} \quad (4.75)$$

La projection de l'équation (4.75) suivant $O' y'$ vaut :

$$\begin{aligned} F_{y1}^{mag} + F_{y2}^{mag} + F_y^m - \alpha_y \dot{y}_{G^t} &= m_t \ddot{y}_{G^t} \\ \Rightarrow \ddot{y}_{G^t} &= \frac{F_{y1}^{mag}}{m_t} + \frac{F_{y2}^{mag}}{m_t} + \frac{F_y^m}{m_t} - \frac{\alpha_y}{m_t} \end{aligned} \quad (4.76)$$

La projection de l'équation (4.75) suivant $O' z'$ vaut :

$$\begin{aligned} F_{z1}^{mag} + F_{z2}^{mag} + F_z^m - \alpha_z \dot{z}_{G^t} - m_t g &= m_t \ddot{z}_{G^t} \\ \Rightarrow \ddot{z}_{G^t} &= \frac{F_{z1}^{mag}}{m_t} + \frac{F_{z2}^{mag}}{m_t} + \frac{F_z^m}{m_t} - \frac{\alpha_z}{m_t} \dot{z}_{G^t} - g \end{aligned} \quad (4.77)$$

Appliquons à présent la relation fondamentale de la dynamique dans le cas des corps en mouvement circulaire sur le système S :

$$\mathcal{M}_{ext/S}(G^t) = J \ddot{\alpha}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mathcal{M}(\vec{F}_{y2}^{mag}) + \mathcal{M}(\vec{F}_{z2}^{mag}) + \mathcal{M}(\vec{F}_{y1}^{mag}) + \mathcal{M}(\vec{F}_{z1}^{mag}) + \vec{\Gamma}_{\alpha}^{vis} + \mathcal{M}(\vec{F}_y^m) + \mathcal{M}(\vec{F}_z^m) &= J \ddot{\alpha} \\ \Rightarrow F_{y2}^{mag} d \sin \alpha - F_{z2}^{mag} d \cos \alpha - F_{y1}^{mag} d \sin \alpha + F_{z1}^{mag} d \cos \alpha - \alpha_{yz} \dot{\alpha} - F_y^m d_1 \sin \alpha + F_z^m d_1 \cos \alpha &= J \ddot{\alpha} \\ \Rightarrow \ddot{\alpha} = \frac{1}{J} \left[d \sin \alpha (F_{y2}^{mag} - F_{y1}^{mag}) + d \cos \alpha (F_{z1}^{mag} - F_{z2}^{mag}) - \alpha_{yz} \dot{\alpha} - d_1 (F_y^m \sin \alpha - F_z^m \cos \alpha) \right] & \end{aligned} \quad (4.78)$$

La tige en lévitation peut être assimilée à un parallélépipède (S_1) avec deux solides (S_2) et (S_3), de masses ponctuelles, représentant les aimants M_2 . La masse de (S_1) est notée m_{tige} tandis que la masse de (S_2) et (S_3) est notée m_{aim} . Le calcul de la matrice d'inertie J se réduit à un seul élément du fait que nous nous sommes limités à la rotation autour de \vec{x} seulement. La matrice d'inertie globale J est la somme des moments d'inertie du parallélépipède $I_{x^t x^t}(S_1)$ et des deux masses ponctuelles $I_{x^t x^t}(S_2)$ et $I_{x^t x^t}(S_3)$. La matrice d'inertie $J_{O^t}(S_1)$ est donnée dans le cas d'un parallélépipède par :

$$\begin{bmatrix} \frac{m_{tige}}{12}(a^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_{tige}}{12}(b^2 + c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_{tige}}{12}(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

Où a , b et c représentent respectivement la longueur, la largeur et la hauteur du parallélépipède suivant les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} . On obtient ainsi :

$$I_{x^t x^t}(S_1) = \frac{m_{tige}}{12}(a^2 + c^2) \quad (4.80)$$

Le moment d'inertie des solides (S_2) et (S_3) par rapport $O^t x^t$ est :

$$I_{x^t x^t}(S_2) = m_{aim} d^2 \quad (4.81)$$

$$I_{x^t x^t}(S_3) = m_{aim} d^2 \quad (4.82)$$

Enfin, J vaut :

$$J = \frac{m_{tige}}{12}(a^2 + c^2) + 2m_{aim} d^2 \quad (4.83)$$

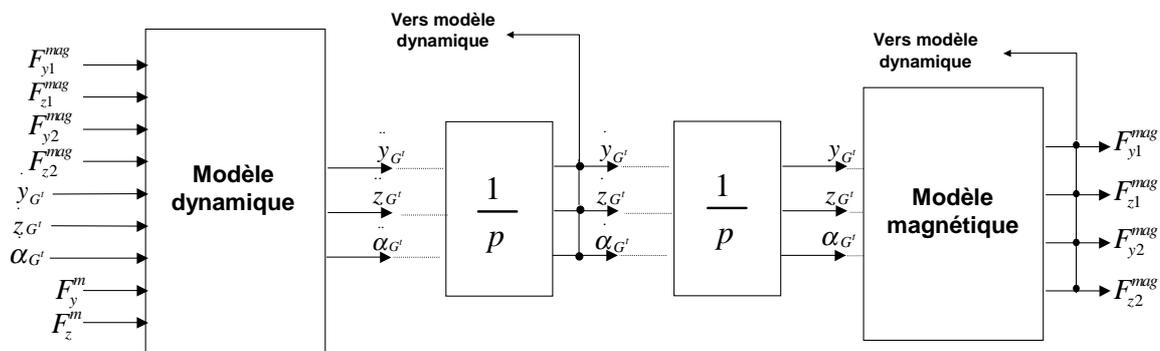
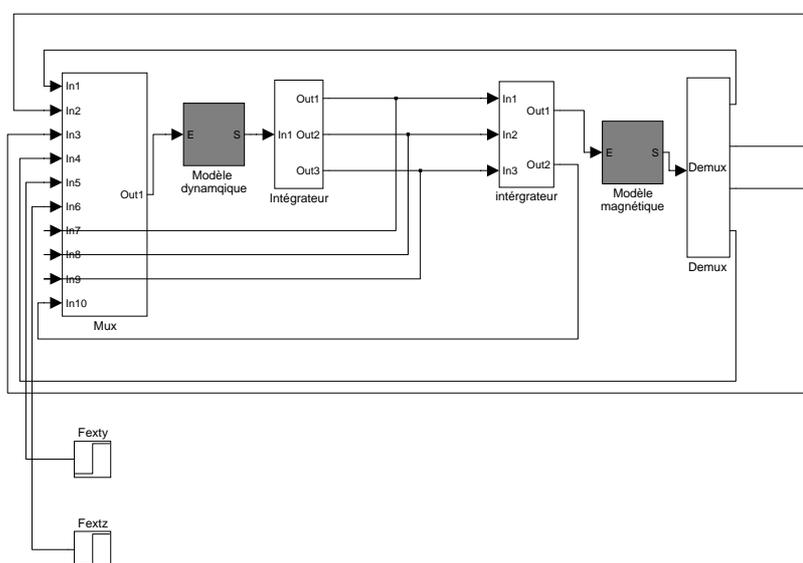
4.2.4 Simulateur du comportement dynamique

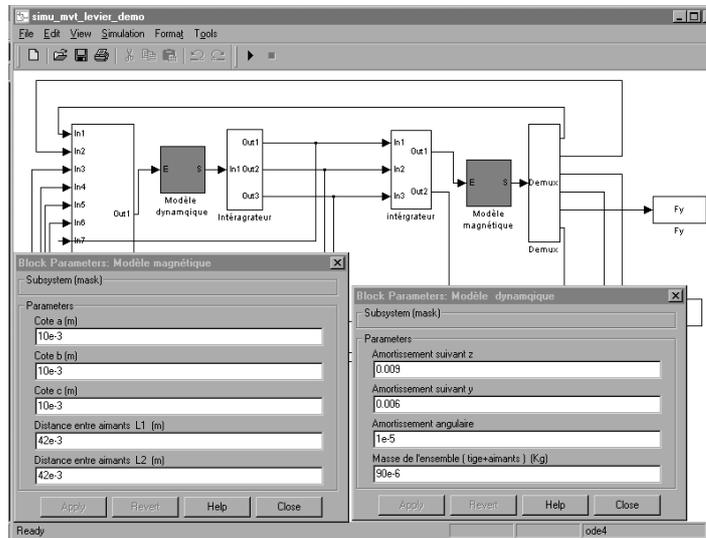
Afin de faciliter la visualisation du comportement dynamique suivant \vec{y} et \vec{z} , nous avons élaboré une interface graphique sous l'environnement **Simulink** de **Matlab**[®]. En plus d'offrir la possibilité d'observer le comportement dynamique du capteur de forces, l'interface facilite l'analyse du phénomène de couplage existant. D'autres fonctionnalités viennent se greffer à cette interface telles que la détermination des positions d'équilibre M' où encore la détermination des zones de lévitation stables. Nous avons voulu être le plus générique possible dans notre démarche. Ainsi, il est possible de modifier l'ensemble des paramètres susceptibles d'affecter le comportement dynamique du capteur de forces. Masse de la tige, espacement D indépendamment dans chaque module $L1$ et $L2$, dimensions des aimants $M1$, etc. sont quelques paramètres parmi ceux pouvant être modifiés selon le choix de l'utilisateur.

A partir des équations différentielles le mouvement de la tige en lévitation, que nous avons établies précédemment, nous avons élaboré un modèle de comportement global du capteur de forces suivant les directions \vec{y} et \vec{z} . Ce modèle est formé d'un modèle dynamique couplé au modèle magnétique que nous avons présenté au chapitre 3. La figure 4.35 présente le schéma bloc du modèle global de comportement.

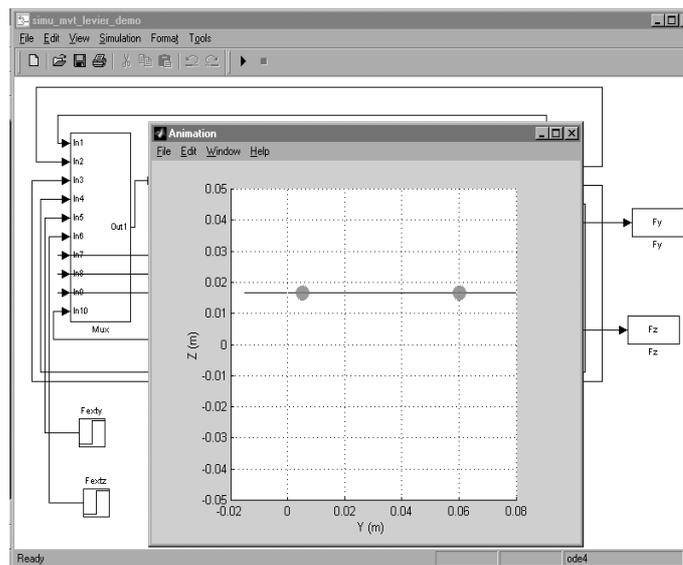
Le modèle de comportement dynamique reçoit en entrée :

- F_{y1}^{mag} , F_{y2}^{mag} , F_{z1}^{mag} , F_{z2}^{mag} : les forces magnétiques qui s'exercent sur les aimants $M2$ dans chaque module ;

FIG. 4.35 – Schéma bloc du modèle de comportement global suivant \vec{y} et \vec{z} .FIG. 4.36 – Schéma bloc du modèle de comportement global suivant \vec{y} et \vec{z} sous **Simulink**.



(a)



(b)

FIG. 4.37 – Fenêtres d'acquisition pour la modification des paramètres du capteur et de visualisation du comportement dynamique.

– F_y^m, F_z^m : sont les composantes de la force \vec{F}^m appliquée à l'extrémité de la tige ;

- \dot{y}, \dot{z} : les vitesses de déplacement entrant dans le calcul des forces de frottements visqueux ;
- $\dot{\alpha}, \alpha$: la vitesse et la position angulaire du centre de gravité G^t de la tige.

Le modèle de comportement dynamique utilise les équations (4.76), (4.77) et (4.78) et fournit à sa sortie \ddot{y}_{G^t} , \ddot{z}_{G^t} et $\ddot{\alpha}$ qui sont les accélérations respectives du centre de gravité G^t .

Le modèle magnétique reçoit les coordonnées y_{G^t} et z_{G^t} ainsi que l'angle α formé par rapport à l'horizontale. À partir de cette information, le modèle reconstitue les positions des centres de gravité $G1$ et $G2$ pour chaque aimant $M2$. Enfin, il calcule les forces magnétiques qui s'exercent sur les aimants et les restitue en sortie.

La figure 4.36 présente le schéma bloc implémenté sous l'environnement **Simulink**. On peut notamment visualiser les deux modèles dynamique et magnétique. Sur la figure 4.37(a) sont représentées deux fenêtres d'édition qui permettent l'acquisition des différents paramètres de capteur de forces. Enfin, lors du lancement de la simulation sous l'environnement **Simulink**, il est aisé à l'utilisateur de visualiser le comportement dynamique global du capteur de forces par la fenêtre de simulation qui simule la position spatiale de la tige (voir figure 4.37(b)).

Conclusion

Nous avons abordé durant ce chapitre l'étude du comportement statique et dynamique du capteur de forces. L'étude statique a été consacrée à la mesure de forces à l'équilibre statique. Cette étude nous a permis de mettre en évidence les conditions dans lesquelles la lévitation de la tige était possible. Par le biais de cette même étude, nous avons constaté l'existence d'un couplage entre les différentes directions de mesure de forces. Nous avons montré que le couplage entre les degrés de liberté restait faible dans le cas de la mesure de forces dont l'intensité est de l'ordre du μN . Ceci permet de réduire le nombre de capteurs de position nécessaires pour la mesure de force suivant chaque direction. Enfin, nous avons conclu cette étude en présentant les performances de mesure de forces du prototype développé pour la mesure de forces et de couples.

L'étude dynamique du capteur de forces s'est révélée d'une grande utilité car elle a permis de montrer que le comportement dynamique de la tige en lévitation est modélisable par système avec plusieurs ressorts et amortisseurs. Ainsi, la fonction de transfert qui régit son comportement dynamique est une fonction du second ordre. Par le biais d'une identification à partir de la réponse libre, nous avons réussi à valider les valeurs simulées de la raideur du capteur. Enfin, nous avons présenté l'interface graphique que nous avons développé pour la visualisation du comportement dynamique du capteur de forces.

Chapitre 5

Caractérisation de l'élasticité des ovocytes

Le problème de la caractérisation de l'élasticité des ovocytes constitue la trame essentielle de ce chapitre. La fécondation in vitro est donc le principal champ applicatif visé. Néanmoins, d'autres types d'applications, tels que par exemple la mesure des forces capillaires, sont aussi évoqués. Pour finir, nous montrons que ce capteur peut également être utilisé en tant que microactionneur sous la forme d'une pointe active.

5.1 Problématique et motivations

La fécondation *in vitro* (FIV) est un procédé qui permet d'obtenir une grossesse pour certaines formes de stérilité chez l'un des membres d'un couple. Cette technique a pour but de permettre la rencontre entre les gamètes mâles (spermatozoïdes) et les gamètes femelles (ovocytes), en dehors de l'organisme, c'est à dire *in vitro*. Cette mise en contact des gamètes, destinée à provoquer la fécondation, est suivie en cas de succès du transfert d'un ou plusieurs embryons dans l'utérus des patientes afin d'obtenir une grossesse. De nos jours bien que ce processus fasse l'objet de nombreuses recherches, le taux de succès de la fécondation *in vitro* reste encore faible. 26 % de chances d'obtenir une grossesse après transfert d'embryons est le chiffre moyen qu'annonce la plupart des études. Ces grossesses aboutissent dans trois quart des cas à une naissance. En cas d'échec de la grossesse, on refait généralement une ou plusieurs tentatives en utilisant les embryons surnuméraires obtenus lors d'une ponction ovarienne et congelés par la suite. Les opérations de congélation et de décongélation des embryons permettent donc d'éviter à la femme une nouvelle ponction ovarienne à chaque tentative de FIV. Dans certains cas de figure (notamment en cas d'échec de la FIV), le médecin peut proposer aux couples un procédé de fécondation mis au point plus récemment que la FIV. Il s'agit de l'ICSI (Intra Cytoplasmic Sperm Injection). L'ICSI consiste à introduire un spermatozoïde directement à l'intérieur de l'ovocyte, contrairement à la FIV où les gamètes mâles et femelles sont simplement mis en contact. L'ICSI est donc une technique de fécondation qui a un

mode opératoire beaucoup plus complexe que la FIV¹ car il faut sélectionner et préparer l'ovocyte, sélectionner un spermatozoïde en fonction de sa mobilité et morphologie puis procéder à son injection dans l'ovocyte à l'aide d'un micromanipulateur, le tout contrôlé sous microscope.

Bien qu'il existe plusieurs facteurs qui conditionnent la réussite de la FIV et de l'ICSI, beaucoup de médecins mettent en cause la qualité des embryons lors du transfert chez la patiente. Ainsi, plus la morphologie des embryons sera bonne et plus les chances de succès seront grandes, d'où la nécessité :

- de vérifier la qualité des gamètes mâles et femelles avant la fécondation ;
- d'avoir des conditions de fécondation les moins traumatiques possible.

La vérification de la qualité de l'ovocyte avant fécondation se fait par un simple examen visuel au microscope. Cet examen a pour objectif de vérifier la maturité (essentiellement nucléaire) de l'ovocyte et de détecter d'éventuelles anomalies. Dans l'équipe de recherche "Génétique et Reproduction" du C.H.U. de Besançon, chaque ovocyte est photographié et un certain nombre de caractéristiques morphologiques sont déterminées par un traitement de l'image. Ces caractéristiques sont ensuite archivées pour effectuer des statistiques (taux de corrélation avec les grossesses effectives) et pour classer les ovocytes en plusieurs catégories (ces caractéristiques servent de base d'apprentissage pour des procédés de classification automatique).

En plus des critères morphologiques, les médecins souhaiteraient à présent disposer de caractérisations mécaniques de l'ovocyte (élasticité, visco-élasticité, limite élastique). Ils désireraient notamment caractériser l'élasticité de la zone pellucide qui entoure chaque ovocyte (voir figure 5.1) afin d'affiner le processus de sélection des ovocytes. Ce type de demande constitue un nouveau champ applicatif pour la microrobotique. C'est pourquoi une collaboration a été établie entre le Laboratoire d'Automatique de Besançon (LAB - UMR 6596) et l'équipe de recherche *Génétique et Reproduction - EA 3185*² du C.H.U. de Besançon. Cette coopération vise à capitaliser les connaissances respectives de chaque équipe en vue de l'obtention d'une caractérisation mécanique complète de l'ovocyte. L'objectif à moyen terme est l'intégration d'un capteur de micro et nano forces au C.H.U. de Besançon comme outil d'appréciation de la qualité des ovocytes. La première étape de cette collaboration consiste à évaluer l'élasticité de l'ovocyte et à valider le concept de la mesure de forces dans le cadre de cette application. Un capteur spécifiquement dimensionné sera ensuite développé pour s'intégrer dans le procédé opératoire de l'ICSI.

5.2 Généralités sur l'ICSI et contraintes imposées

Dans cette section, nous allons présenter plus en détail le processus de l'ICSI et les contraintes imposées par celui-ci. Nous ne développerons pas la FIV classique (mise en

1. L'ICSI est donc plus onéreuse et non systématique.

2. La composante Génétique et Reproduction est encadrée par le Pr. Christophe Roux.

présence des gamètes mâles et gamètes femelles). Après avoir donné une brève description morphologique de l'ovocyte, nous présenterons les différentes phases de l'ICSI afin de déterminer quand doit avoir lieu la caractérisation mécanique de l'ovocyte³.

5.2.1 Description morphologique sommaire de l'ovocyte

L'ovocyte est fabriqué par l'ovaire chez les mammifères femelles. C'est un gamète femelle dont le noyau en cours de miéose contient les chromosomes d'origine maternelle. Chez l'être humain, l'ovocyte se présente sous la forme d'une cellule sphérique d'un diamètre de $120\ \mu m$ entourée par une pèllucide de $20\ \mu m$. Cette cellule est donc une grosse cellule (le diamètre typique des cellules du corps humain est plutôt compris entre 5 et $10\ \mu m$), ce qui la rend assez aisée à manipuler⁴. Contrairement aux spermatozoïdes, l'ovocyte est une cellule qui ne peut pas se mouvoir puisque elle n'est pas dotée d'organes de locomotion.

L'ovocyte comprend deux "membranes" transparentes consécutives de rigidités différentes qui entourent et protègent le cytoplasme de la cellule. La zone pèllucide se situe entre ces deux membranes (voir figure 5.1). Pour réaliser l'injection du spermatozoïde pendant l'ICSI, il faut donc percer ces deux membranes (zone pèllucide et membrane plasmique) afin d'atteindre le cytoplasme. Actuellement, notre objectif est de caractériser l'élasticité de la "membrane" interne. Dans le reste de ce chapitre, nous parlerons plus globalement de caractérisation de l'élasticité de l'ovocyte. Notons que les spécialistes de la FIV sont également intéressés par la caractérisation de l'élasticité de la membrane externe. Cette caractérisation semble toutefois un peu plus complexe à réaliser et nous l'évoquerons pas dans ce mémoire.

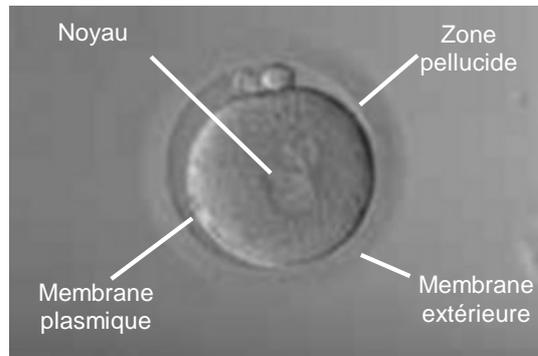


FIG. 5.1 – Morphologie de l'ovocyte fécondé.

3. N'étant pas des spécialistes de l'ICSI, les éléments présentés ici restent schématiques.

4. Bien que tout soit relatif, comme nous avons pu le constater dans nos manipulations.

5.2.2 Différentes étapes associées à l'ICSI

Le procédé complet de fécondation qui inclut l'ICSI permet la fécondation successive de plusieurs ovocytes issus de la même patiente. Ce procédé est réalisé dans un environnement stérile et comprend trois phases distinctes :

- le prélèvement et la préparation des gamètes mâles et femelles ;
- la fécondation des ovocytes par micro-injection (ICSI) ;
- la culture cellulaire ;
- le transfert des embryons.

Recueil et préparation des gamètes

Une fois les ovocytes ponctionnés dans l'ovaire (généralement une ponction fournit entre cinq et dix ovocytes), ils sont immédiatement débarrassés de l'amas de cellules qui les entourent grâce à un bain dans une solution enzymatique puis par manipulation mécanique. Cette étape s'appelle la *décoronisation*. Les ovocytes sont ensuite identifiés et classés selon leur degré de maturité. Seuls les ovocytes matures sont sélectionnés pour l'ICSI. Ces derniers sont placés dans un milieu de culture et conservés dans une étuve à 37°C dans une atmosphère comportant 5 % de CO_2 . Les gamètes mâles du conjoint sont ensuite prélevés, contrôlés et placés dans une solution de polyvinyl-pyrrolidone (PVP) qui les immobilise fortement par sa viscosité. Un test de vigueur est effectué sur les spermatozoïdes en évaluant ceux qui se déplacent le plus malgré la viscosité du milieu. Les meilleurs spermatozoïdes, sont ensuite successivement prélevés, immobilisés en fragilisant leur flagelle et aspirés individuellement dans une micropipette de 5 à 7 μm de diamètre appelée pipette d'injection (voir figure 5.2).

Les ovocytes sont par ailleurs prélevés individuellement dans leur milieu de culture avec une pipette et sont déposés "en ligne" sur un couvercle de boîte de Pétri stérile. Chaque ovocyte est ainsi contenu dans une goutte d'un milieu de culture adapté et y sédimente peu à peu. Le tout est recouvert d'un bain d'huile pour éviter toute contamination avec le milieu extérieur.

Fécondation des ovocytes par micro-injection

La micro-injection des spermatozoïdes dans les ovocytes est réalisée, sous microscope optique, à l'aide de manipulateurs à deux bras. L'un des bras porte une pipette de contention (80 à 100 μm de diamètre) qui sert à immobiliser l'ovocyte par un procédé d'aspiration. L'autre bras porte la pipette d'injection (voir figure 5.3). Pour obtenir une bonne précision des gestes, les deux bras sont articulés et maniés à l'aide d'une interface haptique de grande précision.

La pipette d'injection, chargée d'un seul spermatozoïde, est introduite dans l'ovocyte. Un fois la membrane interne percée, un peu de cytoplasme est aspiré pour vérifier la pénétration de la pipette dans la membrane plasmique. Le spermatozoïde est ensuite refoulé avec le cytoplasme à l'intérieur de l'ovocyte. Cette opération est répétée pour

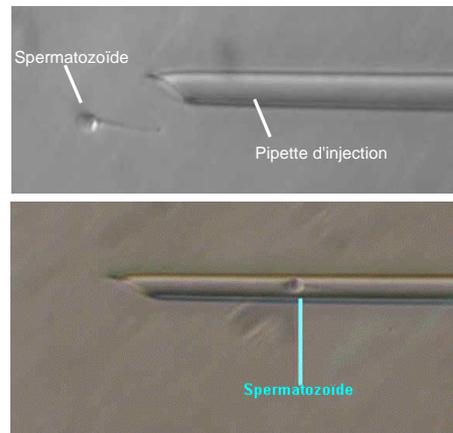


FIG. 5.2 – Capture d'un spermatozoïde dans une pipette d'injection.

chaque ovocyte. Une fois l'opération de micro-injection terminée, les ovocytes sont remis dans des conditions de culture à étuve. Un examen visuel s'opère après une vingtaine d'heures pour constater s'il y a développement ou pas des embryons (le début de la division cellulaire est un phénomène qui apparaît habituellement le surlendemain de la fécondation).

Transfert des embryons

Les embryons sélectionnés sont ensuite transférés dans l'utérus de la femme. Afin d'éviter le risque d'une grossesse multiple, un à trois au maximum embryons sont transférés. Les éventuels embryons surnuméraires sont congelés en vue de tentatives ultérieures.

5.2.3 Modification à apporter au capteur de forces

Pour être utilisé pendant le processus de l'ICSI, le capteur de forces doit respecter au moins trois contraintes. La première est relative aux problèmes de contamination, la deuxième est relative à la place disponible sous le microscope à côté du matériel d'injection et la troisième à la présence éventuelle de matériaux magnétiques ou ferromagnétiques.

L'effecteur utilisé sur le capteur de forces doit avoir une extrémité parfaitement stérile. Nous avons choisi d'utiliser des capillaires⁵ en verre de 500 μm de diamètre. Ces capillaires extrêmement légers ont été fabriqués sur commande. Ils sont stérilisables avec les mêmes procédés que ceux utilisés classiquement pour le matériel biomédical en verre. Les aimants *M2* (non stériles) sont fixés sur le capillaire par une cire thermosensible. D'autres procédés de fixation permettant d'établir une liaison rigide entre les aimants et la tige ainsi qu'un montage/démontage plus aisé sont en cours d'étude. Ces procédés de

5. Tubes de très faible section.

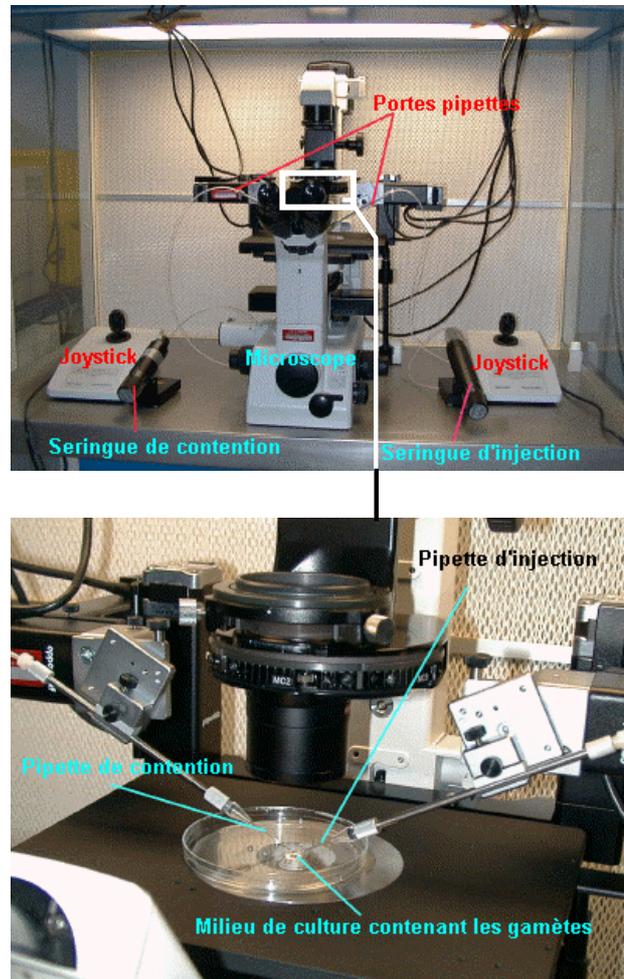


FIG. 5.3 – Manipulateur destiné aux tâches de micro-injection.

fixation devront être légers afin que la tige lévite et ils devront permettre de garantir un écartement fixe des aimants $M2$.

Pour ne pas avoir à changer de tige en cours de manipulation, l'extrémité de cette dernière ne doit plus sortir du bain d'huile afin de garantir une parfaite stérilité pendant tout le processus de mesure. La caractérisation de l'élasticité des ovocytes devra donc avoir lieu lorsqu'ils sont disposés en ligne sous la pellicule d'huile. Autrement dit, cette caractérisation devra avoir lieu juste avant l'injection (et éventuellement après pour savoir si l'ovocyte a souffert). Le capteur de forces devra donc être disposé sur le plan de travail du microscope inversé aux côtés des autres micromanipulateurs (porteur de la pipette de contention, porteur de la pipette d'injection, etc.). Il ne devra pas gêner la vision de l'ovocyte. Nous pensons qu'il sera facile d'usiner un bâti pour le capteur avec

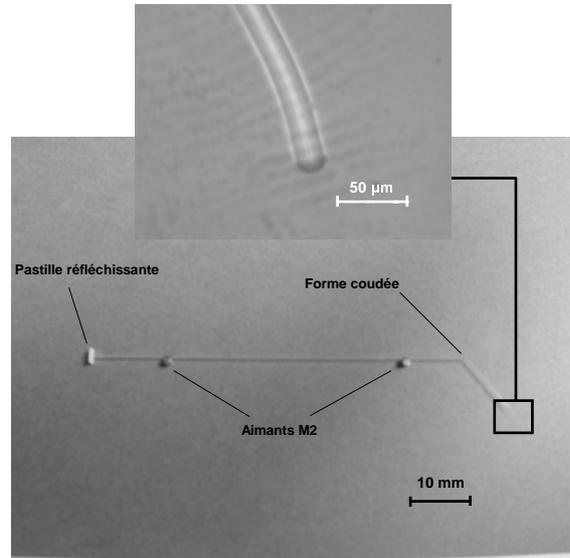


FIG. 5.4 – *Forme coudée de l'effecteur équipant le capteur de forces.*

un encombrement compatible avec la place disponible. Le capteur sera fixe par rapport à l'optique du microscope et c'est le support contenant les ovocytes (couvercle de boîte de Pétri) qui sera déplacé. Durant l'opération de micro-injection, les ovocytes sont maintenus à une température donnée grâce à un anneau métallique chauffant intégré dans le plan de travail. Les aimants en lévitation devront donc être le plus éloignés possible de cette masse ferromagnétique afin que le champ magnétique ne soit pas perturbé. La légèreté du tube capillaire utilisé pour la tige nous permet d'envisager l'utilisation de tiges de longueur importante, ce qui permettra d'éloigner les aimants $M1$ de l'anneau métallique. Quoiqu'il en soit, il faudra mesurer le champ d'induction magnétique généré par les aimants $M1$ pour s'assurer qu'il ne change pas en présence de l'anneau.

Pendant l'opération de la micro-injection, les pipettes de contention et d'injection doivent se trouver dans le même plan focal que l'ovocyte afin de garantir un bon alignement des trois et un bon parallélisme avec le plan de travail. Comme les ovocytes sont disposés dans un récipient ayant des bords (le couvercle de la boîte de Pétri), ces pipettes ont une forme coudée en extrémité pour pouvoir atteindre facilement la zone de travail. Les porte pipettes sont donc inclinés d'un angle de 20° et les pipettes ont également un coude de 20° en extrémité afin d'avoir un embout terminal horizontal. L'effecteur du capteur de forces devra donc avoir une forme similaire. La figure 5.4 présente une photo de la tige (effecteur et les aimants $M2$) réalisée à partir d'un capillaire. L'embout horizontal de quelques micromètres de diamètre est représenté sur cette même figure.

5.3 Expérimentations et mesures

Nous allons aborder dans cette dernière section les diverses expérimentations que nous avons effectuées, dont la caractérisation de l'élasticité des ovocytes. Pour mener ces expérimentations, nous avons conçu un banc de mesure qui sera décrit en premier. Nous expliciterons ensuite le principe de la mesure des forces puis de l'élasticité des corps déformables. Nous finirons avec quelques exemples de mesures.

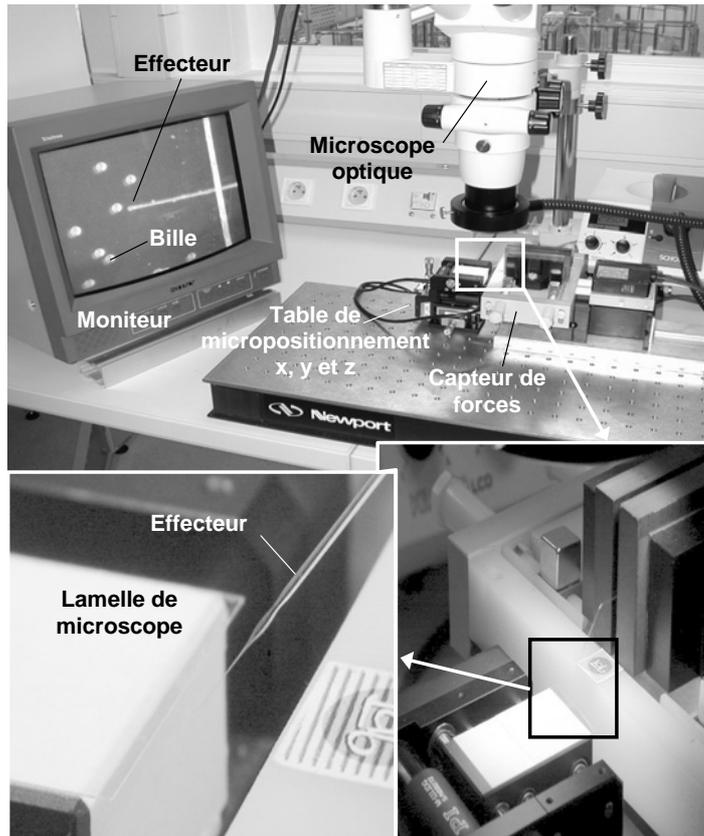


FIG. 5.5 – Station de micromanipulation.

5.3.1 Banc de mesure expérimental

Le banc de mesure que nous avons développé est en fait une station de micromanipulation qui comporte les éléments suivants :

- une loupe binoculaire avec caméra intégrée,
- une table de micropositionnement à trois degrés de liberté x , y et z à commande électrique,
- le capteur de forces avec la chaîne de mesure qui lui est associé,

- un écran (moniteur),
- une table anti-vibrations.

La figure 5.5 présente une vue de ce banc de mesure. Le bâti du capteur de force est immobile. Les éléments à caractériser sont situés sur un plan de travail (généralement une lamelle de verre) qui est disposé sur la table de micropositionnement. Cette table permet donc d'approcher ou d'éloigner le plan de travail de la tige du capteur d'efforts. La table de micropositionnement et le capteur de forces sont tous deux posés sur une table anti-vibrations performante. Ce dispositif a pour fonction de minimiser les vibrations transmises au bâti du capteur. En effet, si les aimants $M1$ solidaires du bâti se mettent à vibrer, le champ d'induction magnétique qu'ils génèrent va également "vibrer", ce qui va faire osciller la tige en lévitation. Il sera alors très difficile de pointer un micro objet avec une tige perpétuellement en oscillation... Le capteur de forces utilisé est celui décrit dans les chapitres précédents. En revanche, la tige en lévitation est celle que nous avons utilisée pour la caractérisation des ovocytes. Cette tige en verre, coudée à son extrémité, a été fabriquée artisanalement au laboratoire avec un micro-torche à hydrogène. Son procédé de fabrication a été fortement inspiré par les procédés industriels habituellement utilisés pour obtenir ce type de produit (étireuse de capillaires en verre, coudeuse, etc.). Les capillaires de $500 \mu\text{m}$ de diamètre ont d'abord été découpés à la bonne longueur. Pour effiler une des extrémités, nous avons accroché une masse du côté à effiler. L'ensemble tube et masse est suspendu à la verticale (voir figure 5.6). La flamme du micro-torche est ensuite approchée de l'extrémité inférieure du capillaire. En modulant la distance de la flamme, il est possible de chauffer lentement le verre, lequel va s'étirer à cause de la masse qui y est suspendue. Après quelques instants, le capillaire se rompt en laissant apparaître, dans la zone chauffée, une forme effilée. Les diamètres typiques obtenus en bout de tige varient de quelques micromètres à une centaine de micromètres selon le temps d'exposition de la flamme. Ce procédé est identique dans son principe à celui des étireuses verticales. La forme coudée a été obtenue en disposant le tube en verre sur un guide avec une inclinaison α donnée par rapport à l'horizontale (voir figure 5.7). En chauffant le capillaire à l'endroit où l'on désire que le coude se forme, le verre se ramollit et la partie libre fléchit sous son propre poids. La flexion est arrêtée par l'inclinaison du guide. L'inclinaison obtenue est donc celle du guide. Généralement, nous chauffons à nouveau l'extrémité effilée du capillaire afin de l'obstruer s'elle ne l'est pas et surtout pour ne pas avoir une extrémité coupante qui pourrait perforer facilement la membrane de l'ovocyte. Les aimants porteurs $M2$ sont ensuite collés au tube avec une cire thermosensible (idem pour la pastille réfléchissante servant à recevoir le spot laser).

5.3.2 Principe de la mesure de forces

Supposons que le plan de travail comporte un micro objet capable d'appliquer une force à l'extrémité de la tige en lévitation. Cet objet peut être par exemple un cantilever encastré dans le plan de travail (voir figure 5.8). Approchons le cantilever de la tige à l'aide de la table de micropositionnement. Cette approche se fait selon la direction \vec{y} . Tant que le cantilever ne touche pas la tige, cette dernière ne va pas se déplacer et

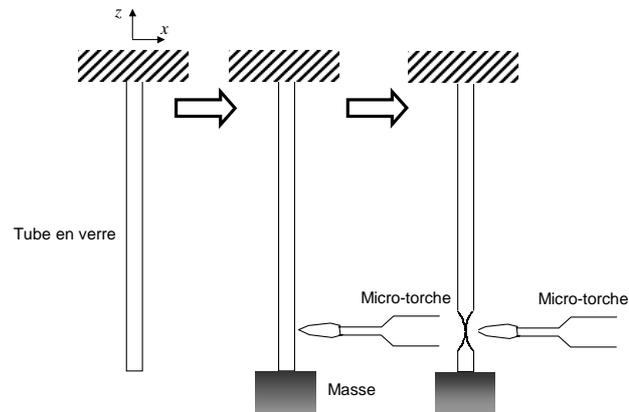


FIG. 5.6 – Procédé de réalisation de la tige en verre.

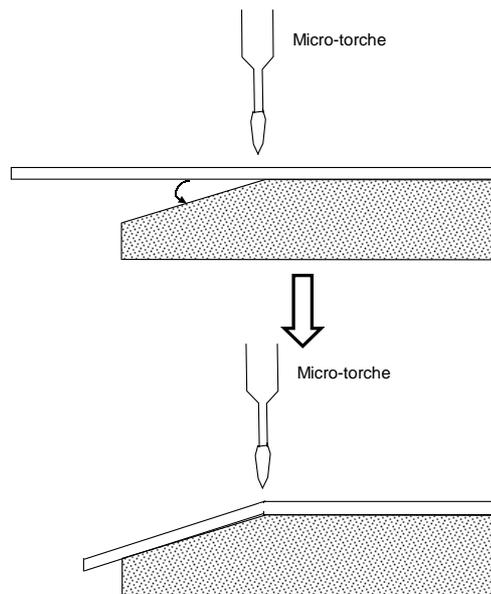


FIG. 5.7 – Procédé de réalisation du coude de la tige.

la mesure du déplacement de la tige selon \vec{y} (grâce au capteur de position) ne change pas.

Si le cantilever se met à appuyer sur la tige en exerçant une force \vec{F}^m selon \vec{y} , on a alors à l'équilibre statique :

$$\vec{F}_y^{mag} = -\vec{F}^m \quad (5.1)$$

La tige ayant quitté sa position d'équilibre précédente, elle s'est déplacée d'une distance δy par rapport à son ancienne position. Dans ce cas, on a :

$$\|\vec{F}^m\| = \|\vec{F}_y^{mag}\| = f(\delta y) \quad (5.2)$$

où $F = f(\delta y)$ est la caractéristique *force versus déplacement* du capteur de forces. Cette caractéristique peut être précalculée et stockée en mémoire. Dans le cas de notre capteur de forces, elle est quasi-linéaire.

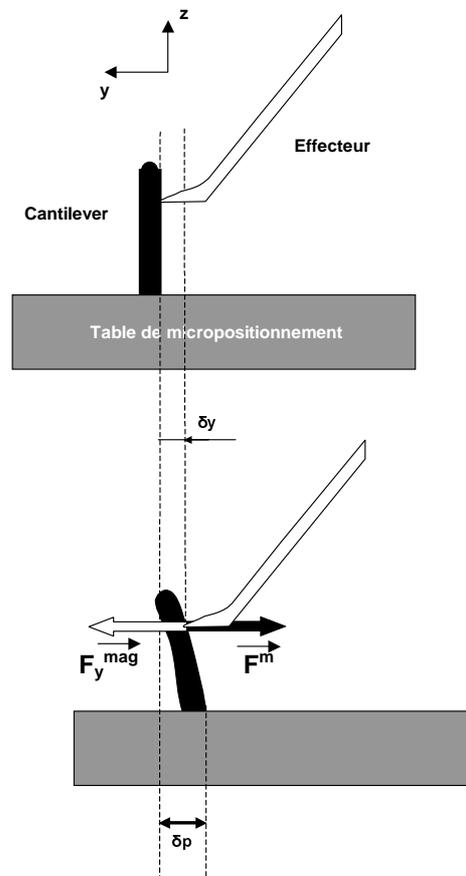


FIG. 5.8 – Principe de la mesure de forces.

5.3.3 Principe de la caractérisation de l'élasticité

Supposons que le plan de travail comporte une sphère élastique fixée sur le plan de travail (voir figure 5.9). Approchons la sphère de la tige à l'aide de la table de micropositionnement. Cette approche se fait selon la direction \vec{y} . Tant que la sphère ne touche pas la tige, cette dernière ne va pas se déplacer et la mesure du déplacement de la tige

selon \vec{y} (grâce au capteur de position) ne change pas.

Si le sphère se met à appuyer sur la tige, elle va se déformer en exerçant une force \vec{F}^m selon \vec{y} . La tige ayant quitté sa position d'équilibre précédente, elle s'est déplacée d'une distance δy par rapport à son ancienne position. La sphère, elle, s'est déformée de δd . Dans ce cas, la *raideur* K de la sphère au point de contact de la tige est :

$$K = \frac{\|\vec{F}^m\|}{\delta d} = \frac{\|\vec{F}_y^{mag}\|}{\delta d} = \frac{f(\delta y)}{\delta d} \quad (5.3)$$

où $F = f(\delta y)$ est la caractéristique quasi-linéaire *force versus déplacement*. Dans ce cas, si δp correspond au déplacement de la table, il est facile de voir sur la figure 5.9 que :

$$\delta p = \delta y + \delta d \quad (5.4)$$

Autrement dit :

$$K = \frac{f(\delta y)}{|\delta p - \delta y|} \quad (5.5)$$

Pour déterminer la raideur K au point de contact de la tige, il suffit donc de disposer d'un capteur de position supplémentaire qui mesure le déplacement δp de la plaque de micropositionnement (à condition que la sphère soit solidaire de la plaque).

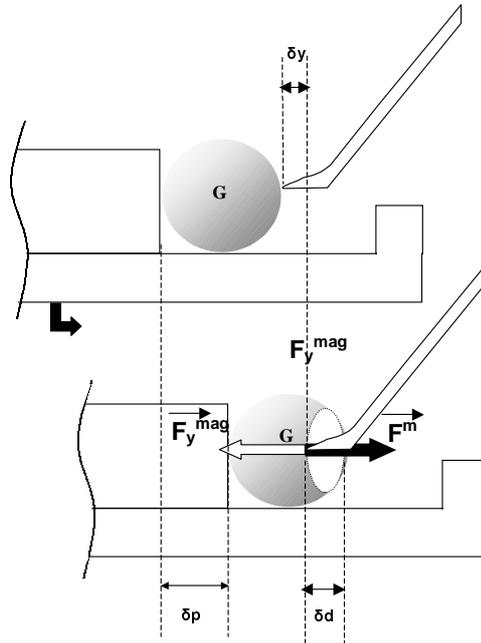


FIG. 5.9 – Principe de la caractérisation de l'élasticité.

5.3.4 Caractérisation expérimentale de l'élasticité des ovocytes

L'ovocyte peut être considéré comme une sphère déformable. Pour évaluer son élasticité (ou sa raideur), nous avons utilisé l'approche décrite dans la section précédente. Comme il est possible de contrôler le pas de déplacement de la table de micropositionnement via des consignes fournies à un ordinateur, il n'a pas été nécessaire d'utiliser un capteur supplémentaire pour mesurer son déplacement. Les ovocytes utilisés sont des ovocytes immatures, non-sélectionnés pour l'ICSI et non-fécondés.

Le plan de travail utilisé fut "classiquement" un couvercle de boîte de Pétri déposée sur la table de micropositionnement. Afin d'immobiliser l'ovocyte par rapport à la table de micropositionnement, nous avons déposé une lamelle de verre sur le couvercle afin de créer une butée contre laquelle l'ovocyte pourrait s'appuyer (voir figure 5.10). Cette configuration a néanmoins engendré de nombreux problèmes. Tout d'abord, nous avons vu plus haut que l'ovocyte doit être déposé sur le plan de travail au sein d'une goutte d'un milieu de culture (pour qu'il sédimente). Nous n'avons hélas pas pu déposer une goutte de ce liquide contre la butée car le liquide diffusait immédiatement entre la lamelle et le couvercle. L'ovocyte a donc été déposé au milieu d'une quantité de liquide sans forme particulière puis a été repoussé contre la butée en verre⁶. Nous avons ensuite déposé de l'huile sur le tout. Malheureusement la frontière liquide-huile s'est révélée être très proche de l'ovocyte (environ à $300 \mu m$ selon \vec{y} et $200 \mu m$ selon \vec{z}). Nous avons pu constater que le franchissement de cette frontière par la tige en lévitation n'est pas toujours une chose aisée car l'embout de la tige a tendance à glisser sur l'interface sans la pénétrer. Pénétrer cette interface à proximité immédiate de l'ovocyte tout en assurant une bonne visée de ce dernier ne fut pas immédiat. De tous ces problèmes, nous avons conclu qu'il sera nécessaire à l'avenir de fabriquer une micro-piscine monolithique (avec un fond transparent à cause du microscope inversé) afin de faciliter la mise en place de la tige par rapport à l'ovocyte. Nous avons également pu constater l'extrême sensibilité du capteur aux vibrations. Malgré la table anti-vibrations, il fallait éviter de marcher dans la salle pendant les mesures. Enfin, les oscillations libres de l'extrémité de la tige comportant la pastille réfléchissante nous a obligé à beaucoup filtrer la mesure issue du capteur laser afin d'exploiter la mesure de forces convenablement. La "résolution" de l'ensemble de ces problèmes ne nous a permis d'établir une caractéristique de l'élasticité pour un seul ovocyte en une demi-journée.

Nous avons pu constater qu'un déplacement δp de $20 \mu m$ du plan de travail a occasionné une déformation δd de deux-tiers de l'ovocyte (voir figure 5.11). De même un déplacement δp de $10 \mu m$ du plan de travail a occasionné une déformation δd de un tiers de l'ovocyte⁷. Les raideurs mesurées respectives pour ces déformations sont de l'ordre de $0,4 N/m$ et de $0,9 N/m$. Notons également sur la figure 5.11 le caractère linéaire de la raideur de l'ovocyte. Néanmoins, en raison de l'émergence assez récente de la théma-

6. Une vidéo est disponible sur le CD d'accompagnement montrant une partie de la manipulation de l'ovocyte et du processus de poussée contre la butée en verre.

7. Une vidéo est présente sur le CD d'accompagnement montrant la mesure d'élasticité de l'ovocyte.

tique de recherche de caractérisation mécanique de l'ovocyte, il nous a pas été possible de confronter nos résultats avec ceux issus d'autres études similaires.

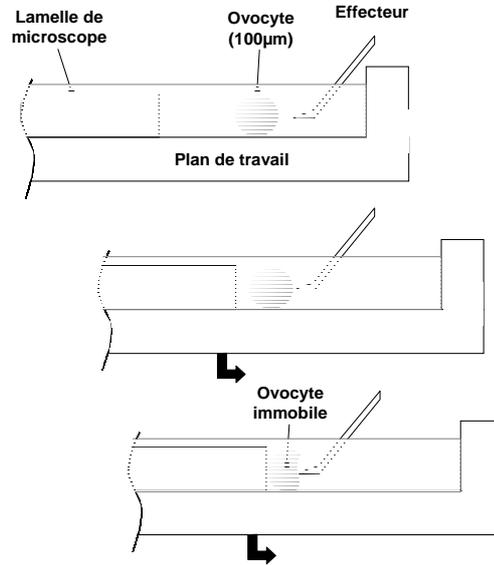


FIG. 5.10 – *Plan de travail utilisé pour mettre en butée l'ovocyte*

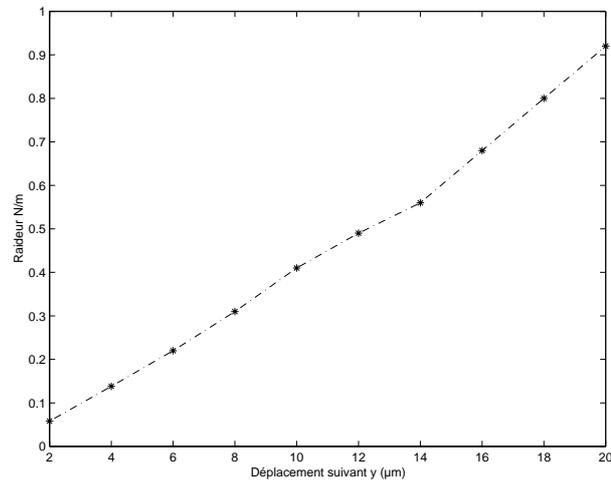


FIG. 5.11 – *Raideur en fonction de y le déplacement du plan du travail.*

5.3.5 Vers une station de micromanipulation avec retour d'effort

Le capteur d'effort développé dans cette thèse peut être détourné de sa fonction initiale pour devenir un micromanipulateur avec mesure de forces intégrée. En effet, il est tout à fait possible de pousser des micro objets avec la tige en lévitation tout en déterminant l'effort exercé par la tige sur les objets. Le bilan des forces ne se fait alors plus en statique mais en dynamique. Avec un tel système et une interface haptique appropriée on pourrait donc faire ressentir à un utilisateur les efforts exercés sur la tige. Nous avons réutilisé le banc de mesure en tant que plate-forme de micromanipulation. Cette fois-ci les trois axes de déplacement de la table de micropositionnement ont été utilisés pour déplacer des billes en verre de $50\ \mu\text{m}$ de diamètre en milieu sec. L'objectif était de pousser les billes contre deux lamelles de verre disposées l'une sur l'autre et décalées (la figure 5.12 présente quatre images issues d'une séquence vidéo présente sur le CD d'accompagnement montrant les tâches de manipulation de billes en verre de $50\ \mu\text{m}$ de diamètre.). Avec ce type de dispositif, il est possible de pousser des billes latéralement et en avant. Ces manipulations ont permis de constater la nécessité de pouvoir moduler le champ d'induction magnétique créé par les aimants $M1$ afin de plus ou moins "rigidifier" la tige en lévitation (modification de la compliance de la tige). Une telle modulation pourrait être obtenue en remplaçant les aimants $M1$ par des électroaimants.

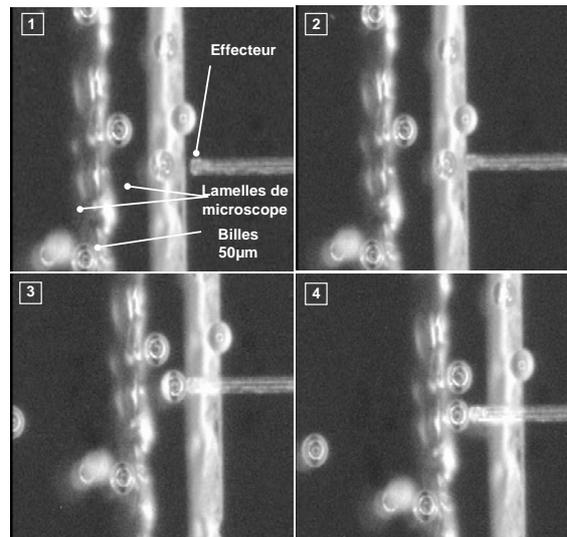


FIG. 5.12 – *Disposition des lamelles et des billes*

Conclusion

Le capteur de forces développé présente de bonnes prédispositions pour la caractérisation de l'élasticité des ovocytes. Les résultats obtenus ont montré que les forces nécessaires pour déformer l'ovocyte sont de l'ordre du microNewton, ce qui ne pose

aucune difficulté pour ce capteur. Cette étude n'a malheureusement pu être menée complètement que sur un seul ovocyte. Elle a néanmoins permis de bien cerner l'ensemble des difficultés qui restent à surmonter pour envisager une mesure systématique en milieu hospitalier. D'autres utilisations du capteur sont également envisageables. Il pourrait même être transformé en microactionneur sous la forme d'une pointe active avec retour d'effort intégré. La conclusion générale qui suit ce chapitre fait un bilan des avantages et inconvénients de ce capteur et des évolutions souhaitables.

Conclusion et perspectives

La conception et la réalisation de dispositifs de mesure de micro et nano forces constitue l'un des enjeux actuels de la microrobotique. La fonction essentielle de ces dispositifs est de caractériser les interactions qui se produisent dans le micromonde. Le comportement des objets dans le micromonde est difficilement modélisable et donc difficilement prédictible. Ainsi, les dispositifs de mesure de forces ont pour objectif de permettre de mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu, afin de mieux les maîtriser, voire de les utiliser pour des tâches de micromanipulation. En microrobotique, les critères primordiaux qui caractérisent un capteur de forces sont la raideur et la plage de mesure. La raideur doit être la plus faible possible afin d'obtenir une bonne résolution de mesure de force. Ces résolutions sont typiquement de l'ordre du nanoNewton. La plage de mesure, quant à elle, doit être la plus étendue possible car les forces mesurées en microrobotique varient typiquement de quelques nanoNewton à plusieurs milliNewton. On peut également noter l'intérêt de disposer d'un capteur de forces capable de mesurer l'ensemble des composantes d'une force afin de connaître son orientation dans l'espace. Bien que les raideurs engendrées par les capteurs habituellement utilisés en microrobotique soient plutôt faibles, le facteur principal qui limite les performances des capteurs de forces vient du fait que les parties compliantes qui sont souvent utilisées pour la mesure de forces ne permettent pas un débattement suffisant pour couvrir une large plage de mesure. Une approche où les parties compliantes sont remplacées par des parties mobiles semble une solution intuitive pour augmenter le débattements des parties compliantes. Afin d'éviter tout frottement sec de la partie mobile, la mise en lévitation de la partie mobile permet d'améliorer les performances du capteur de force utilisant ce principe de mesure.

Le capteur de forces que nous avons développé repose sur le principe d'une lévitation passive et non asservie. La lévitation de la partie mobile qui constitue le capteur de forces est rendue possible par la superposition des phénomènes physiques d'origines magnétique et diamagnétique. Cette partie mobile est constituée d'un effecteur sur lequel est fixé deux aimants permanents. La sustentation et le maintien de la tige en lévitation sont assurés par le biais des forces magnétiques, exercées par des aimants porteurs, et des forces diamagnétiques, exercées par le graphite. Si on exerce un effort (force ou couple) à l'extrémité de la tige on est capable de déterminer cet effort en mesurant le déplacement de la tige. Le capteur présente l'avantage d'avoir une caractéristique de mesure de forces linéaire en fonction des déplacements de la tige suivant les directions qui présentent les

plus grands débattements. La superposition des forces diamagnétiques à celles des forces magnétiques produit une caractéristique non linéaire suivant la direction qui stabilise la lévitation. Il est possible, en agissant sur les aimants porteurs, de modifier la raideur suivant chaque direction de mesure. Les raideurs les plus faibles sont obtenues pour le plus grand espacement entre les aimants porteurs. Elles sont, dans le cas d'une mesure de forces, de l'ordre d'une dizaine de $nN/\mu m$. Le capteur de forces est actuellement instrumenté pour effectuer une mesure de force suivant l'axe longitudinal. Les débattements suivant cette direction ne sont conditionnés que par la plage de mesure du capteur de position utilisé (soit 2 mm). Il en est de même pour la direction verticale.

L'inconvénient majeur de ce capteur de forces est la présence de couplages entre les différentes directions de mesure de forces. Ainsi, par exemple pour établir une simple mesure de force suivant l'axe longitudinal, il est nécessaire de mesurer le déplacement longitudinal mais également le déplacement selon les autres directions. En pratique, ceci nécessite l'utilisation de plusieurs capteurs de position. Notons que le capteur de forces est également très sensible aux vibrations ce qui impose l'utilisation d'un table anti-vibration. Pour éviter de communiquer des vibrations au bâti du capteur, il est également préférable de garder le capteur de forces fixe et de déplacer le plan de travail.

En terme de perspectives, il serait certainement utile de réduire la taille du capteur de forces dont les dimensions restent encombrantes. La réduction des dimensions peut passer par l'utilisation d'autres configurations de lévitation diamagnétique ou encore par le choix d'autres types de matériau diamagnétique.

A terme, il sera également nécessaire de découpler la mesure des déplacements. Comme le mode de mesure de forces principal se fait en statique, nous n'avons pas l'utilité d'un capteur de position avec une dynamique rapide et des systèmes de mesure par caméra sont tout à fait envisageables avec une précision inférieure au micromètre, ce qui permettrait de mesurer des efforts de l'ordre du nanoNewton.

La caractéristique force mesurée en fonction de la position de la tige a montré que la réponse du capteur de forces est quasi-linéaire. Cela est principalement dû à la forme du champ magnétique produit par la configuration des aimants porteurs. Il serait intéressant d'étudier une configuration qui permettrait d'améliorer d'avantage la linéarité de la réponse. Plutôt qu'un dispositif mécanique de réglage de l'écartement, il serait également envisageable d'utiliser un électroaimant. En contrôlant le courant dans la bobine de l'électroaimant il sera possible d'obtenir une raideur variable. Un réglage de la compliance du capteur via un contrôle du champ d'induction magnétique permettra également une utilisation plus aisée du capteur et une moindre sensibilité aux vibrations. Par exemple, en reprenant le contexte de la mesure d'élasticité de la zone pellucide, on pourra diminuer les oscillations de la tige (grand amortissement) pendant l'approche de

l'ovocyte. Ceci permettra de faire une visée correcte de l'ovocyte⁸. Après établissement du contact tige-ovocyte, il suffira de diminuer l'amortissement pour obtenir une résolution de mesure compatible avec l'élasticité de l'ovocyte puis faire le relevé de la courbe "force versus déplacement". Enfin, En détournant ce capteur de son mode d'utilisation classique, nous avons la possibilité de développer un microactionneur avec retour d'effort et compliance active si le contrôle de la puissance du champ d'induction magnétique peut être effectué aisément.

8. Ce point est encore plus fondamental si on veut mesurer l'élasticité de cellules "classiques" dont le diamètre est généralement inférieur à 10 μm . De tels diamètres nécessitent une visée beaucoup plus précise que pour un ovocyte de 150 μm

Annexe A

Modélisation d'un aimant permanent par une distribution de charges magnétiques : détail du calcul

Cette annexe présente le calcul des composantes de l'induction magnétique produite par un aimant permanent modélisé par une distribution surfacique de charges magnétiques.

Si on considère un aimant cubique représenté sur la figure A.1 avec comme a , b et c les dimensions. Le champ d'induction magnétique produit au point M dû à la présence des deux surfaces chargées S^+ et S^- avec une densité de charges magnétique J^+ et J^- peut s'exprimer comme suit (Bancel et Lemarquand 1998) :

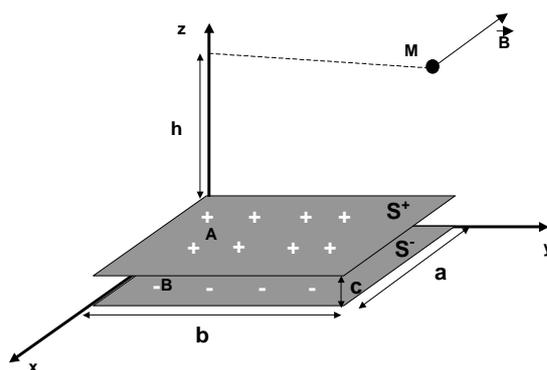


FIG. A.1 – Représentation d'un aimant à deux faces magnétique par une distribution surfacique de charges magnétique.

$$\vec{B}(M) = \iint_{S^+} \frac{J}{4\pi} \frac{\overrightarrow{AM}}{|\overrightarrow{AM}|} dS^+ + \iint_{S^-} \frac{-J}{4\pi} \frac{\overrightarrow{BM}}{|\overrightarrow{AM}|} dS^- \quad (\text{A.1})$$

L'intégration de l'équation précédente suivant \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} conduit à la détermination des composantes $B_x(M)$, $B_y(M)$ et $B_z(M)$:

$$\begin{aligned} B_x(M) &= \frac{J}{4\pi} \ln \left(b - y + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + b^2 - 2yb + z^2 - 2zc + c^2} \right) \\ &\cdot \left(-y + \sqrt{x^2 - 2zc + z^2 + y^2 + c^2} \right) \left(b - y + \sqrt{x^2 + b^2 - 2yb + z^2 + y^2} \right) \\ &\cdot \left(-y + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + z^2} \right) / \left(b - y + \sqrt{x^2 + b^2 - 2yb + z^2 + y^2 - 2zc + c^2} \right) \\ &\cdot \left(-y + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + c^2 + z^2 - 2zc} \right) \left(b - y + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + b^2 - 2yb + z^2} \right) \\ &\cdot \left(-y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y(M) &= \frac{J}{4\pi} \ln \left(a - x + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + b^2 - 2yb + z^2 - 2zc + c^2} \right) \\ &\cdot \left(-x + \sqrt{x^2 - 2zc + z^2 + y^2 + c^2} \right) \left(a - x + \sqrt{x^2 + a^2 - 2xa + z^2 + y^2} \right) \\ &\cdot \left(-x + \sqrt{x^2 - 2yb + y^2 + b^2 + z^2} \right) / \left(a - x + \sqrt{x^2 + a^2 - 2xa + z^2 + y^2 - 2zc + c^2} \right) \\ &\cdot \left(-x + \sqrt{x^2 - 2yb + y^2 + b^2 + c^2 + z^2 - 2zc} \right) \left(a - x + \sqrt{x^2 - 2xa + y^2 + a^2 + b^2 - 2yb + z^2} \right) \\ &\cdot \left(-x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_z(M) &= \frac{-J}{4\pi} \arctan \frac{xy}{(c-z)\sqrt{x^2+y^2+z^2-2zc+c^2}} + \arctan \frac{(a-x)y}{(c-z)\sqrt{a^2+x^2+y^2+z^2-2ax+c^2-2zc}} \\ &+ \arctan \frac{(b-y)x}{(c-z)\sqrt{b^2+x^2+y^2+z^2-2yb+c^2-2zc}} \\ &+ \arctan \frac{(x-a)(y-b)}{(c-z)\sqrt{a^2+b^2-2ax+x^2-2yb+y^2+z^2-2zc+c^2}} + \arctan \frac{xy}{z\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \arctan \frac{(a-x)y}{z\sqrt{a^2-2ax+x^2+y^2+z^2}} \\ &+ \arctan \frac{x(b-y)}{z\sqrt{b^2+x^2-2yb+y^2+z^2}} + \arctan \frac{(a-x)(b-y)}{z\sqrt{a^2+b^2+x^2-2ax-2by+y^2+z^2}} \end{aligned}$$

Annexe B

Index des vidéos disponibles sur le Cédérom

Désignations	Durées	Fichiers
Configuration de lévitation et degrés de liberté	00 min:40 s	configuration capteur.m1v
Configuration de lévitation et degrés de liberté (vue plus proche)	00 min: 27 s	configuration capteur zoom.m1v
Mise en évidence de la rotation de l'aimant en lévitation	1 min: 56 s	cube en lévitation.m1v
Exemple didactique de lévitation diamagnétique	00 min: 41 s	cylindre en lévitation.m1v
Micromanipulation de billes en verres de 50 μm	00 min: 31 s	manipulation de billes(1).m1v
Micromanipulation de billes en verres de 50 μm	00 min: 10 s	manipulation de billes(2).m1v
Problèmes de détachement	00 min: 10 s	problème de détachement.m1v
Détachement lent de l'ovocyte suite à sa manipulation	00 min: 17 s	détachement ovocyte(1).m1v
Détachement rapide de l'ovocyte suite à sa manipulation	00 min: 08 s	détachement ovocyte(2).m1v
Mesure d'élasticité de l'ovocyte	00 min: 20 s	mesure élasticité ovocyte.m1v
Poussée de l'ovocyte contre la butée	00 min: 25 s	poussée d'ovocyte.m1v

Bibliographie

- ARAI, Fumihito , NAKAJIMA, Masahiro , DONG, Lixin et FUKUDA, Toshio (2003). « The pico-Newton order force measurement with a calibrated carbon nanotube probe », *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics - AIM2003*, Kobe, Japon, pp. 691–696.
- ARAI, Fumihito , OGAWA, Masanobu et FUKUDA, Toshio (2000a). « Indirect Manipulation and Bilateral Control of the Microbe by laser Manipulated Microtools », *Proc. Of the 2000 IEEE/RSJ Int. Conf. On Intelligent Robots and Systems*.
- ARAI, Fumihito , OGAWA, Masanobu , ICHIKAWA, Akihiko , DEGUCHI, Masato , FUKUDA, Toshio , HORIO, Koji et KOUICHI, K. (2000b). « Separation of Target Microbe in Microchip by Flow Balancing and Visually Guided Laser Tele-Manipulator », *Conference Micro TAS 2000*, Enschede, Netherland.
- ASHKIN, A. , DZIEDZIC, J. M. et YAMANE, T. (1987). « Optical Trapping and Manipulation of Single Cells Using Infrared Laser Beams », *Nature*, **330**: 769–771.
- ASHKIN, Arthur (1974). *Apparatuses for trapping and accelerating neutral particles*, United States Patent, Patent Number US 3 808 550.
- BANCEL, F. et LEMARQUAND, G. (1998). « Three-Dimensional analytical optimization of permanent magnets alternated structure », *IEEE Transactions on Magnetics*, **34**(1): 242–247.
- BERTIN, M. , FAROUX, J.P. et RENAULT, J. (1986a). *Cours de Physiques : Electromagnétisme 3*, Dunod.
- BERTIN, M. , FAROUX, J.P. et RENAULT, J. (1986b). *Cours de Physiques : Electromagnétisme 4*, Dunod.
- BLEANEY, B.I. et BLEANEY, B. (1976). *Electricity and Magnetism*, third edn, Oxford University Press.
- BOUKALLEL, Mehdi , ABADIE, Joël et PIAT, Emmanuel (2003a). « Levitated micro-nano force sensor using diamagnetic materials », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, pp. 3219–3224.
- BOUKALLEL, Mehdi , PIAT, Emmanuel et ABADIE, Joël (2003b). « Passive diamagnetic levitation: theoretical foundations and application to the design of a micro-nano force sensor », *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and systems*, Las Vegas, USA, pp. 1062–1067.
- BUICAN, T. N. , NEAGLEY, D. L. , MORRISON, W. C. et UPHAM, B. D. (1989). « New Technologies in Cytometry », *Proc. Of SPIE*, **1063**: 189–197.

- BUSCH-VISHNIAC, Ilene J. , CHEN, Shiao-Jong , JEONG, Myung-Chan , LI, Shih-Hung et WANG, Ing-Yann (1990). « Magnetic levitation-based micro-automation of mechanical processes in semiconductor fabrication », *Proceedings of IEEE Micro Electro Mechanical Systems*.
- BUTT, H.J. (1991). « Measuring electrostatic, van der Waals and hydration forces in electrolyte solutions with an atomic force microscope », *Biophysics*, **60**: 1438–1444.
- CHAILLET, N. (1999). « La microrobotique : Rencontre de la Robotique et des microsystèmes », *Proc. Of the Journées Nationales de la recherche en robotique - JNRR'99*, Montpellier, France, pp. 9–24.
- CHU, Boa-Teh et APFEL, Robert E. (1982). « Acoustic radiation pressure produced by a beam of sound », *Journal of Acoustical Society of America*, **72**(6): 1673–1694.
- CHU, Steven et KRON, Stephen J. (1992). *Method for optically Manipulating polymer filaments*, United States Patent, Patent Number US 5 079 169.
- EARNSHAW, S. (1842). « On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether », *Transactions of Camb. Phil. Soc.*, **7**: 97–112.
- FAHLBUSCH, Stephan et FATIKOW, Sergej (2001). « Implementation of self-sensing SPM cantilevers for nano-force measurement in microrobotics », *Ultramicroscopy*, **86**.
- FEYNMAN, Richard P. (1999a). *Le cours de physique de Feynman : Electromagnétisme 1*, Dunod.
- FEYNMAN, Richard P. (1999b). *Le cours de physique de Feynman : Electromagnétisme 2*, Dunod.
- FLAVO, M.R. , CLARY, G. , HELSER, A. , PAULSON, S. , TAYLOR, R.M. , CHI, V. , BROOKS, F.P. , WASHBURN, S. et SUPERFINE, R. (1999). « Nanomanipulation experiments exploring frictional and mechanical properties of carbon nanotubes », *Journal of Microscopy and Microanalysis*, **4**: 504–512.
- FUHR, G. , MULLER, T. , SCHNELLE, T. , HAGEDORN, R. , VOIGT, A. , FIEDLER, S. , ARNOLD, W. M. , ZIMMERMANN, U. , WAGNER, B. et HEUBERGER, A. (1994). « Radio-Frequency Microtools for particle and live cell manipulation », *Naturwissenschaften Ed. Springer-Verlag Berlin*, **81**(12): 528–35.
- FUJITA, Toma , DUSHKIN, Ceco , NAWA, Masayoshi et NAKABAYASHI, Seiichiro (2001). « Variation of susceptibility as observed by magnetic levitation of liquid droplets », *Chemistry Letters*, pp. 992–993.
- GASCOYNE, P. , WANG, X. , HUANG, Y. et BECKER, F. (1995). « Dielectrophoretic separation of cancer cells from blood », *IEEE Proc.*, pp. 1366–1373.
- GAUTHIER-MANUEL, B. et GARNIER, L. (1999). « Development of a magnetic levitation force microscope », *Journal of Surface and Interface Analysis*, **27**: 287–290.
- HAMAI, Miho , MOGI, Iwao , AWAJI, Satoshi , WATANABE, Kazuo et MOTOKAWA, Mitsuhiro (2001). « Alignment and orientation of diamagnetic materials under magnetic levitation condition », *Journal of Applied Physics*, **40**: 1336–1339.
- HARTMANN, U. (1992). « Intermolecular and surface forces in non-contact scanning force microscopy », *Ultramicroscopy*, **42-44**: 59–65.

- HASHIMOTO, Yoshiki (1998). « Transporting objects without contact using flexural traveling waves », *Journal of Acoustical Society of America*, **103**(6): 3230–3233.
- HE, G. , CHEN, K. , TAN, S. et WANG, W. (1996). « Electrical levitation for micromotors, microgyroscopes and microaccelerometers », *Journal of Sensors and Actuators*, **54**: 741–745.
- HIGUCHI, Toshiro , BANG, Young-Bong , MOTEGI, Yasuo et TSUDA, Masahiro (1999). « Automation of centered micro hole drilling using a magnetically levitated table », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **39**: 1409–1426.
- HU, Junhui , NAKAMURA, Kentaro et UEHA, Sadauki (1997). « An analysis of non contact ultrasonic motor with an ultrasonically levitated rotor », *Journal of Ultrasonics*, **35**: 459–467.
- IKEZOE, Y. , KAIHATSU, T. , SAKAE, S. , UETAKE, H. , HIROTA, N. et KITAZAWA, K. (2002). « Separation of feeble magnetic particles with magneto-archimedes levitation », *Journal of Energy Conversion and Management*, **43**: 417–425.
- JACKSON, John David (1999). *Classical Electrodynamics*, third edn, John Wiley and Sons.
- JEONG, Myung-Chan et BUSCH-VISHNIAC, Ilene (1991). « A submicron accuracy magnetic levitation micromachine with endpoint friction », *Journal of Sensors and Actuators*, **29**: 225–234.
- JILES, David (1998). *Introduction to magnetism and magnetic materials*, second edn, Chapman and Hall.
- KHAMASEE, Mir Behrad , KATO, Norihito , NOMURA, Yoshihiko et NAKAMURA, Tatsuya (2002). « Design and control of a microrobotic system using magnetic levitation », *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **7**(1): 1–14.
- KIM, Won-Jong (2001). « Six-axis nano-positioning with planar magnetic levitation », *Proceeding of the IEEE Nano 2001 conference*, Maui, Hawaii.
- KIM, Yong-Kweon , KATSURAI, Makoto et FUJITA, Hiroyuki (1991). « A levitation-type linear synchronous microactuator using the Meissner effect of high-Tc superconductors », *Journal of Sensors and Actuators*, **29**: 143–150.
- KITTEL, Charles (1998). *Physique de l'état solide*, septième edn, Dunod.
- KLÖPZIG, M. (1998). « A novel linear micromachined electromagnetic actuator including magnetic suspension », *ACTUATOR-98.-6th-International-Conference-on-New-Actuators*, Bremen, Allemagne, pp. 548–551.
- KOMORI, M. et YAMANE, T. (2000). « Magnetic levitation system with a millimeter-sized cylindrical rotor », *Journal of Mechatronics*, **10**: 595–607.
- KONISHI, Statoshi et FUJITA, Hiroyuki (1994). « A Conveyance System Using Air Flow Based on the Concept of Distributed Micro Motion Systems », *Journal of Microelectromechanical Systems*, **3**(2): 54–58.
- LI, Guangyong , XI, Ning , YU, Mengmeng , SALEM, Fathi , WANG, Donna H. et LI, Jianping (2003). « Manipulation of living cells by atomic force microscopy », *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics - AIM2003*, Kobe, Japon, pp. 862–867.

- LI, Xudong , ZONG, Guanghua , BI, Shusheng et ZHAO, Wei (2002). « Automatic micromanipulating system for biological applications with visual servo control », *Journal of Micromechatronics*, **1**(4): 345–363.
- MORITO, Yuhkoh , SHIKANO, Shuji , NISHIOKA, Chie et HORIO, Koji (1999). *Laser Manipulation apparatus and cell plate used therefore*, United States Patent, Patent Number US 5 952 651.
- MOSER, Roland , SANDTNER, Jan et BLEULER, Hannes (2001). « Diamagnetic suspension system for small rotors », *Journal of Micromechatronics*, **1**(2): 131–137.
- NAGY, G. , SCARMOZZINO, M. et OSGOOD, R.M. (1998). « Carbon nanotube tipped atomic force microscopy for measurement of <100 nm etch morphology on semiconductors », *Applied physics letters*, **73**(4): 529–531.
- NAKAMURA, Tatsuya et KHAMESEEE, Mir Behrad (1997). « A prototype mechanism for three-dimensional levitated movement of a small magnet », *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **2**(1): 41–50.
- NOMURA, Hideyuki et KAMAKURA, Tomoo (2002). « Theoretical and experimental examination of near-field acoustic levitation », *Journal of Acoustical Society of America*, **111**(4): 1578–1583.
- NORDINE, Paul C. , WEBER, J.K. Richard et ABADIE, Johan G. (2000). « Properties of high-temperature melts using levitation », *Journal of Pure Applied Chemistry*, **72**(11): 2127–2136.
- OGIHARA, Masaaki , FUJII, Tsumoru , IKEGAMI, Yuji , KURIBAYASHI, Munetaka , AOYAMA, Michio et ODA, Toru (1990). « Fundamental Research of Electrostatic Levitation Apparatus for Containerless Furnace », *Journal of Ishikawajima Harima Giho*, **30**(5): 329–334.
- OLSSON, L. , TENGVALL, P. , WIGREN, R. et ERLANDSSON, E. (1992). « Interaction forces between a tungsten tip and methylated surfaces studied with scanning force microscopy », *Ultramicroscopy*, **42-44**: 73–79.
- O'SHEA, S.J. , WELLAND, M.E. et RAYMENT, R. (1992). « Solvation forces near a graphite surface measured with an atomic force microscope », *Applied physics letters*, **60**: 2356–2358.
- OTSUKA, Tetsuro et NAKANE, Tomoo (2002). « Ultrasonic levitation for liquid droplet », *Journal of Applied Physics*, **41**(5B): 3259–3260.
- PISTER, Kristopher S.J. , FEARING, Ronald S. et HOWE, Roger T. (1990). « A planar air levitated electrostatic actuator system », Californie, pp. 67–71.
- PONIZOVSKII, V.M. (1981). « Diamagnetic suspension and its applications (survey) », *Instruments and Experimental Techniques*, **24**(4): 833–841.
- POST, Richard F. et RYUTOV, Dimitri D. (2000). « The inductack: a simpler approach to magnetic levitation », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **10**(1): 901–904.
- PURCELL, Edward M. (2001). *Le cours de physique de Berkeley: Electricité et magnétisme*, Dunod.

- ROBICHAUX, Jerry et AHMAD, Shaheen (1992). « Magnetically levitated micro-robots: design, control, experimentaion and applications », *The 4 th int.symp on Robotics and Manufacturing*, Santa Fe, pp. 1–9.
- SIMON, Ivan , EMSLIE, Alfred , STRONG, Peter F. et MCCONNELL, Robert K. (1968). « Sensitive Tiltmeter utilizing a diamagnetic suspension », *The review of Scientific Instruments*, **29**(11): 1666–1671.
- SIMON, M.D. et GEIM, A.K. (2000). « Diamagnetic levitation: flying frogs and floating magnets », *Journal of Applied Physics*, **87**(9): 6200–6204.
- SITTI, M. (2001). « Nanotribological Characterization System by AFM Base Controlled Pushing », *Proc.of the IEEE-Nanotechnology Conference*, Maui, USA, pp. 99–104.
- TAGUCHI, K. , ATSUTA, K. , NAKATA, T. et IKEDA, M. (2000). « Levitation of a microscopic objet using plural optical fibers », *Optics Communications*, **176**: 43–47.
- TORII, Akihiro , SASAKI, Minoru , HANE, Kazuhiro et OKUMA, Shigeru (1994). « Adhesive force distribution of microstructures investigated by an atomic force microscope », *Sensors and actuator A*, **44**: 153–158.
- UEHA, Sadayuki , HASHIMOTO, Yoshiki et KOIKE, Yoshikazu (2000). « Non-contact transportation using near-field acoustic levitation », *Journal of Ultrasonics*, **38**: 26–32.
- WANG, Ing-Yann Albert , LI, Shih-Hung et BUSCH-VISHNIAC, Ilene (1991). « A magnetic levitation transport path », *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, **4**(2): 145–154.
- WHITE, N.M. et TURNER, J.D. (1996). « Thick-film sensors: past, present and future », *Measurement science technology*, **8**: 43831.
- YONNET, Jean-Paul (2000). *Pratique des matériaux industriels*, Les référentiels Dunod.
- YU, Sun et NELSON, Bradley J. (2001). « Microrobotic Cell Injection », *Proc. of the International Conference of Robotics and Automation*, Seoul, Corée, pp. 21–26.
- YU, Sun , POTASEK, D.P. , PIYABONGKARN, D. , SEZEN, A. , RAJAMANI, R. et NELSON, B.J (2003). « Actively servoed multi-axis microforce sensor », *Proc. of the International Conference of Robotics and Automation*, pp. 2300–2306.

Résumé

Dans le domaine de la microrobotique la manipulation d'objets de petites tailles (micromécanismes, cellules, etc.) est courante. Afin de caractériser les interactions aux dimensions de travail considérées, la mesure de force en microrobotique est nécessaire. Dans cette optique, nous avons développé un capteur de forces qui repose sur un principe de lévitation magnétique passive et ne nécessitant pas d'asservissement pour assurer la lévitation. Les dimensions globales du capteur n'excèdent pas un volume total de 170 mm x 100 mm x 60 mm. Le capteur est composé d'une tige en matériau polymère, servant d'effecteur, sur laquelle sont fixés deux aimants permanents. L'ensemble tige et aimants permanents lévite entre deux plaques de graphite à l'aide d'une configuration particulière d'aimants porteurs. La mesure de force avec le capteur développé peut se faire principalement suivant trois directions. L'utilisation de ce capteur permet de couvrir une plage de mesure de force allant de quelques dizaines de nanonewton (nN) à plusieurs milliNewton (mN) avec une résolution de mesure de l'ordre du nanoNewton (nN). Les modèles magnétique et diamagnétique développés permettent de déterminer les forces qui s'appliquent sur l'effecteur par le biais de la connaissance de la position spatiale de la tige. En terme applicatif, le capteur de forces est actuellement utilisé pour la détermination des caractéristiques mécaniques de cellules humaines de type ovocyte. Ce travail est mené en étroite collaboration avec l'équipe de fécondation in vitro du CHU de Besançon.

Mots clés : microrobotique, mesure de force, lévitation diamagnétique, manipulation de cellules.

Abstract

In the microrobotic field, the handling of small objects is needed. In order to characterize interactions in the considered working dimensions, force measurements is necessary. Accordingly, we developed a force sensor which uses a passive magnetic levitation principle. Thus, we did not need control loop to ensure the levitation. Total dimensions of the sensor did not exceed a volume of 170 mm x 100 mm x 60 mm. The sensor is formed of a polymeric material leg, being used as effector, on which two permanent magnets are fixed. The leg unit and permanent magnets levitate between two graphite plates using a particular configuration of magnetic bearing. Force measurements with the developed sensor can be done mainly along three directions. The use of this sensor makes it possible to perform force measurements in the range of a few tens of nanonewton (nN) to several milliNewton (mN) with a nanoNewton resolution. Both of the magnetic and diamagnetic modeling make it possible to calculate forces according to the position of the suspended magnets. This sensor is currently used for determination of the mechanical characteristics of human cells such as oocyte. This work is undertaken in close cooperation with fertilization team of the CHU of Besançon.

Keywords: microrobotic, force measurements, diamagnetic levitation, cells handling.